



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ  
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

**Η επίδραση της μορφολογίας του εδάφους της ηπειρωτικής  
Ελλάδας σε αυτό-οργανούμενα ασύρματα τηλεπικοινωνιακά  
δίκτυα νέας γενιάς**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΣΤΕΡΙΟΣ Π. ΣΟΥΦΤΑΣ

Επιβλέπων : Ευστάθιος Συκάς

Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Οκτώβριος 2018





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ  
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

**Η επίδραση της μορφολογίας του εδάφους της ηπειρωτικής  
Ελλάδας σε αυτό-οργανούμενα ασύρματα τηλεπικοινωνιακά  
δίκτυα νέας γενιάς**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΣΤΕΡΙΟΣ Π. ΣΟΥΦΤΑΣ

**Επιβλέπων :** Ευστάθιος Συκάς

Καθηγητής Ε.Μ.Π

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 9<sup>η</sup> Οκτωβρίου 2018.

.....  
Ευστάθιος Συκάς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....  
Μιλτιάδης Αναγνώστου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π

.....  
Γεώργιος Στασινόπουλος  
Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Οκτώβριος 2018

.....  
ΑΣΤΕΡΙΟΣ Π. ΣΟΥΦΤΑΣ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Αστέριος Π. Σουφτάς, 2018.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

# Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Συκά για τις συμβουλές του και την υποστήριξή του καθόλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας. Θα ήθελα, εξίσου, να ευχαριστήσω τον Δρ. Δ. Ξενικό, ΣΕΜΦΕ-ΕΜΠ, για την έμπνευση και επιστημονική καθοδήγηση που μου παρείχε, καθώς και την δυνατότητα που μου έδωσε να συνεργαστώ με το τμήμα σχεδίασης δικτύων του ομίλου ΟΤΕ για την διάρκεια της εργασίας. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους καθηγητές κ. Αναγνώστου και κ. Στασινόπουλο που συμμετέχουν στην τριμελή επιτροπή της διπλωματικής εργασίας.

Θα ήθελα ακόμη, να ευχαριστήσω όλους όσους γνώρισα μέσα από την ομάδα του τμήματος του ΟΤΕ που πέρα από εξαιρετικοί μηχανικοί είναι και αξιόλογοι άνθρωποι. Ειδικότερα δε, να ευχαριστήσω τα στελέχη του ΟΤΕ Α. Ασημακόπουλο για την τεχνική κατάρτιση που μου προσέφερε σε ότι αφορά την πλατφόρμα γεωπληροφορικής ArcGIS και τον Σ. Λημναίο για τις συμβουλές του αυτούς τους μήνες σε θέματα προγραμματισμού στην πλατφόρμα matlab για τον υπολογισμό δικτυακών παραμέτρων.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και την κοπέλα μου Κατερίνα για την συνεχή κι αδιάλειπτη υποστήριξή τους που αποτέλεσε αναγκαίο κομμάτι για την ολοκλήρωση αυτής της εργασίας.



# Περίληψη

Ο άνθρωπος ως μηχανικός, πάντα προσπαθούσε να εντοπίσει κρυμμένα μοτίβα πίσω από την καθημερινότητα και με αυτόν τον τρόπο να την εξηγήσει και να την ελέγξει. Προς αυτήν την κατεύθυνση, τις τελευταίες δύο δεκαετίες χρησιμοποιούνται νέα θεωρητικά εργαλεία της επιστήμης των δικτύων. Κύρια πηγή έμπνευσης για την σχετικά πρόσφατη αυτή ανάπτυξη αποτελούν τα κοινωνικά και τα τεχνολογικά δίκτυα. Σε θεωρητικό επίπεδο, αυτό υποδεικνύει συγκλίσεις με τις ανθρωπιστικές σπουδές, καθώς δίνεται η δυνατότητα διερεύνησης διαφόρων φαινομένων μέσα από την αλληλοσυσχέτιση κοινωνικών «δρώντων». Σε πρακτικό επίπεδο, επιτρέπεται η μαθηματική διερεύνηση ανθρωπιστικών συσχετισμών και τεχνολογικών δικτύων. Σε αυτή την κατεύθυνση, η παρούσα εργασία εστιάζει σε τεχνικά δικτυακά χαρακτηριστικά αυτοργανούμενων “*ad hoc*” τηλεπικοινωνιακών δικτύων σε επαρχιακούς οδικούς άξονες, όπως αυτά επηρεάζονται από συλλογικά χαρακτηριστικά συμπεριφοράς και από την γεωμορφολογία του χωρικού υποβάθρου της ηπειρωτικής Ελλάδας. Ως προς την συλλογική οδική συμπεριφορά, χρησιμοποιούμε αποτελέσματα ερευνών για αυτο-όμοια (“*self-similar*”) κίνηση οχημάτων. Ως προς την επεξεργασία ψηφιακών δεδομένων εδάφους, προσαρμόζουμε μια σχετικά πρόσφατη μεθοδολογία μετατροπής χρονοσειράς σε δίκτυο, διευρύνοντας για πρώτη φορά την εφαρμογή της μεθόδου σε ανάλυση γεωγραφικών δεδομένων.

Για την ανάλυση και επεξεργασία γεωμορφολογικών δεδομένων χρησιμοποιούμε προηγμένα συστήματα γεωπληροφορικής (Γεωγραφικά συστήματα πληροφορικής) σε πλατφόρμα ArcGIS. Η διερεύνηση στην εργασία ακολουθεί σε γενικές γραμμές τα παρακάτω βήματα. Από ψηφιακούς χάρτες εξάγουμε σειρές που αντιπροσωπεύουν το υψόμετρο και την κυρτότητα του εδάφους κατά μήκος νοητών γραμμών ή του οδικού δικτύου. Έπειτα, τροφοδοτούμε τις ληφθές αυτές σειρές αριθμών σε εργαλεία που τις μετατρέπουν στην αντίστοιχη δικτυακή μορφή. Μελετώντας την τελευταία, εξάγουμε χρήσιμα συμπεράσματα για τη σχέση γεωμορφολογίας και οδικού δικτύου. Παράλληλα, προσομοιώνουμε την κίνηση των αυτοκινήτων πάνω στους δρόμους. Χρησιμοποιώντας τα προηγούμενα εργαλεία αλλά και προηγμένες τεχνικές οπτικοποίησης, δείχνουμε ότι η κίνηση στους δρόμους ακολουθεί μια συγκεκριμένη δομή. Οι ιδιότητες αυτής της δομής είναι τέτοιες που μπορούν να υποστηρίξουν κινητά αυτοργανούμενα δίκτυα. Έτσι, αναδεικνύουμε γενικά τεχνικά χαρακτηριστικά για την εφικτότητα των κινητών *ad hoc* δικτύων νέας γενιάς.

## Λέξεις Κλειδιά

Επιστήμη δικτύων, ανάλυση χρονοσειρών, κοινωνικά δίκτυα, γεωπληροφορική, ΓΣΠ, Γράφος ορατότητας, Γράφος Οπτικής Επαφής αυτοργανούμενα δίκτυα, οδικά δίκτυα, τηλεπικοινωνίες





# Abstract

Man as an engineer, has always tried to spot patterns behind everyday life and thus to explain it and control it. To this end, new theoretical tools of network science have been used over the past two decades. The main source of inspiration for this relatively recent development are the social and technological networks. On a theoretical level, this suggests convergence with humanities, as it is possible to explore various phenomena through the interrelation of social "actors". At a practical level, mathematical exploration of human associations and technology networks is possible. In this direction, the present paper focuses on technical network features of self-employed "ad hoc" telecommunication networks on provincial roads, as these are influenced by collective behavioral characteristics and by the geomorphology of the spatial background of mainland Greece. In terms of collective road behavior, we use research results for self-similar vehicle traffic. As far as the processing of digital ground data is concerned, we adapt a relatively recent methodology for time series to network conversion, essentially broadening the scope of the method by applying it to a geographic data analysis for the first time.

For the analysis and processing of geomorphological data, we use advanced Geoinformatics systems (Geographic Information Systems) on an ArcGIS platform. The process of this study can be generalized by the following steps. In order to collect the data, we draw lines on digital maps that represent the altitude or the curvature of the ground along arbitrary lines or parts of the road network. Then, we feed the received series to tools that convert them to a corresponding network. By studying the latter, we draw useful conclusions on the relationship between the natural geomorphology of terrain and the man-made road network. At the same time, we simulate car traffic on the aforementioned rural road network. Using the previous tools and the advanced visualization techniques, we show that traffic follows a particular structure. The properties of this structure are such that they can support mobile ad-hoc networks. Thus, we highlight general technical features associated with the feasibility of mobile ad hoc networks of the next generation.

## Keywords

Network science, time series analysis, social networks, geoinformatics, GIS, visibility graph, ad-hoc networks, road networks, telecommunications



# Περιεχόμενα

## Πίνακας Περιεχομένων

Κεφάλαιο 1 .....	16
Εισαγωγή .....	16
1.1 Τυχαία δίκτυα (Random Networks).....	16
1.2 Σύνθετα δίκτυα (Complex Networks).....	17
1.2.1 Δίκτυα μικρού κόσμου (small-world networks) .....	17
1.2.2 Δίκτυα χωρίς κλίμακα (scale-free networks) .....	18
1.3 Αντικείμενο της διπλωματικής .....	20
1.4 Οργάνωση της εργασίας .....	21
Κεφάλαιο 2 .....	23
Μαθηματικές έννοιες και θεωρητικό υπόβαθρο .....	23
2.1 Περιγραφή δικτύου .....	23
2.2 Βασικά δικτυακά μεγέθη .....	23
2.2.1 Βαθμός Κεντρικότητας (degree centrality).....	24
2.2.2 Κεντρικότητα εγγύτητας (closeness centrality) .....	24
2.2.3 Κεντρικότητα μεσολάβησης (betweenness centrality) .....	25
2.2.4 Συντελεστής τοπικής συσπείρωσης (local clustering coefficient) .....	25
2.2.5 Οριακό φαινόμενο (edge effect) .....	26
2.2.6 Υπόλοιπα μεγέθη .....	26
2.3 Συνολικά μεγέθη.....	27
2.3.1 Πυκνότητα ακμών (edge density) .....	27
2.3.2 Συνολικός συντελεστής συσπείρωσης (Global Clustering Coefficient) .....	27
2.3.3 Μεταβατικότητα (Transitivity) .....	27
2.3.4 Μήκος μέσου μονοπατιού (average path length).....	27
2.3.5 Συντελεστής συσχέτισης (assortativity).....	28
2.3.6 Συντελεστής Gini .....	29
2.4 Συναρτήσεις κατανομών .....	30
2.4.1 Κανονική Κατανομή (Normal) .....	30
2.4.2 Λογαριθμο-Κανονική Κατανομή (lognormal).....	30
2.4.3 Εκθετική Κατανομή (exponential).....	31
2.4.4 Κατανομή δύναμης (power law).....	31
Κεφάλαιο 3 .....	33
Γεωπληροφοριακά συστήματα και οι Γράφοι Ορατότητας .....	33
3.1 Το ArcGIS .....	33
3.2 Τα δεδομένα.....	34
3.3 Κυρτότητα αναγλύφου.....	36
3.4 Μετατροπή σειράς σε δίκτυο .....	38
3.4.1 Γράφος Οπτικής Επαφής .....	38
3.4.2 Δικτυακά μεγέθη υπό το πρίσμα του Γράφου Οπτικής Επαφής .....	39

3.5 Τα δεδομένα της εργασίας κι ο Γράφος Οπτικής Επαφής στο ArcGIS .....	41
3.5.1 Υπολογισμός των μεγεθών των δικτύων Οπτικής Επαφής.....	44
3.5.2 Συνοπτική παρουσίαση των αριθμητικών αποτελεσμάτων .....	45
3.5.3 Παρουσίαση τοπικών δικτυακών παραμέτρων με χρήση γραφικών παραστάσεων .....	46
.....	52
3.5.4 Σχολιασμός των γραφικών παραστάσεων .....	53
3.5.5 Σχέση τοπικού συντελεστή συσχέτισης με τον βαθμό.....	56
Κεφάλαιο 4 .....	61
Εξομοίωση της κίνησης στο οδικό δίκτυο και εφαρμογές σε αυτοοργανωμένα δίκτυα αυτοκινήτων .....	61
4.1 Κινητά Αυτοοργανωμένα Δίκτυα (mobile ad-hoc networks) .....	61
4.2 Εξομοίωση της κίνησης στον δρόμο – ΚΑΔ στην πράξη.....	62
4.2.1 Εξομοίωση της κίνησης με την τυχαία στρατηγική.....	62
4.2.2 Εξομοίωση της κίνησης με στρατηγική νόμου δύναμης.....	65
4.3 Συμπεριφορά ΚΑΔ σε σχέση με την πυκνότητα αυτοκινήτων/πλήθος κόμβων .....	69
4.3.1 Ανάλυση διαγραμμάτων μεγαλύτερης συνδεδεμένης ομάδας σε δίκτυα υψομέτρου.....	74
4.3.2 Ανάλυση διαγραμμάτων μεγαλύτερης συνδεδεμένης ομάδας σε δίκτυα κυρτότητας.....	74
4.3.3 Ανάλυση διαγραμμάτων συνολικού συντελεστή συσπείρωσης .....	74
Κεφάλαιο 5 .....	77
Οπτικοποίηση δικτύων – το εργαλείο Gephi .....	77
5.1 Η πλατφόρμα του Gephi .....	77
5.1.1 Εισαγωγή δεδομένων στο Gephi .....	77
5.1.2 Παραμετροποίηση του Gephi .....	78
5.2 Παρουσίαση δικτύων.....	79
Κεφάλαιο 6 .....	89
Επίλογος .....	89
6.1 Συμπεράσματα .....	89
6.2 Μελλοντικές επεκτάσεις.....	90
Βιβλιογραφία .....	92

## Πίνακας Εικόνων & Πινάκων

### Κεφάλαιο 1

Εικόνα 1.1 Τυχαίο δίκτυο.....	16
Εικόνα 1.2 Σύνθετο δίκτυο.....	17
Εικόνα 1.3 Δίκτυο μικρού κόσμου με συγκεκριμένες παραμέτρους.....	18
Εικόνα 1.4 Κατανομή νόμου δύναμης.....	18
Εικόνα 1.5 Δίκτυο χωρίς κλίμακα.....	19

### Κεφάλαιο 2

Εικόνα 2.1 Πίνακας γειτνίασης ενός γράφου.....	23
Εικόνα 2.2 Παράδειγμα αδυναμίας βαθμού (degree).....	24
Εικόνα 2.3 Ιεραρχικό δίκτυο.....	25
Εικόνα 2.4 Συνοπτική παρουσίαση δικτυακών μεγεθών.....	26
Εικόνα 2.5.1 Δίκτυα με υψηλό και χαμηλό συντελεστή συσχέτισης.....	28
Εικόνα 2.5.2 Δίκτυα με υψηλό και χαμηλό συντελεστή συσχέτισης.....	28
Εικόνα 2.6 Χαρακτηριστικό σχήμα απλής κανονικής κατανομής.....	30
Εικόνα 2.7 Παρουσίαση κατανομών μεταβλητών.....	31

### Κεφάλαιο 3

Εικόνα 3.1 Ενδεικτική εικόνα της εφαρμογής ArcGIS.....	33
Εικόνα 3.2 Ένα τμήμα των δεδομένων στον Ελληνικό χάρτη.....	34
Εικόνα 3.3 Υψόμετρο περιοχής νομού Γρεβενών.....	34
Εικόνα 3.4 Το οδικό δίκτυο της επιλεγμένης περιοχής.....	35
Εικόνα 3.5 Χαρακτηριστική εικόνα του οδικού δικτύου όπως φαίνεται από το Street View της Google..	35
Εικόνα 3.6 Η κυρτότητα μιας μηκοτομής.....	36
Εικόνα 3.7 Κυρτότητα προφίλ.....	36
Εικόνα 3.8 Κυρτότητα προφίλ τμήματος της επιλεγμένης περιοχής.....	37
Εικόνα 3.9 Εφαρμογή του αλγορίθμου του γράφου Οπτικής Επαφής.....	39
Εικόνα 3.10 Γραμμή 1508 σημείων στο ArcGIS.....	41
Εικόνα 3.11 Δρόμοι 1771 και 1609 σημείων αντίστοιχα.....	41
Εικόνα 3.12.1 Μηκοτομή της γραμμής Line1508 όπως φαίνεται στο Google Earth.....	42
Εικόνα 3.12.2 Μηκοτομή του δρόμου Road1771 όπως φαίνεται στο Google Earth.....	42
Εικόνα 3.12.3 Μηκοτομή του δρόμου Road1609 όπως φαίνεται στο Google Earth.....	43
Εικόνα 3.12.4 Σημεία με τα οποία έχει οπτική επαφή τμήμα της γραμμής Line1508 (πράσινο).....	43
Πίνακας 3.1 Παρουσίαση συνολικών μεγεθών για κάθε δίκτυο.....	45
Εικόνα 3.13.1 Κατανομή βαθμού δικτύου Alt 1508.....	46
Εικόνα 3.13.2 Κατανομή βαθμού δικτύου Alt 1508 (EXCEL).....	47
Εικόνα 3.13.3 Κατανομή βαθμού δικτύου Alt 1771.....	48
Εικόνα 3.13.4 Κατανομή βαθμού δικτύου Alt 1771 (EXCEL).....	48
Εικόνα 3.13.5 Κατανομή βαθμού δικτύου Alt 1609.....	49
Εικόνα 3.13.6 Κατανομή βαθμού δικτύου Alt 1609 (EXCEL).....	49
Εικόνα 3.13.7 Κατανομή βαθμού δικτύου PC 1508.....	50
Εικόνα 3.13.8 Κατανομή βαθμού δικτύου PC 1508 (EXCEL).....	50
Εικόνα 3.13.9 Κατανομή βαθμού δικτύου PC 1771.....	51
Εικόνα 3.13.10 Κατανομή βαθμού δικτύου PC 1771 (EXCEL).....	51
Εικόνα 3.13.11 Κατανομή βαθμού δικτύου PC 1609.....	52
Εικόνα 3.13.12 Κατανομή βαθμού δικτύου PC 1609 (EXCEL).....	52
Εικόνα 3.14 log-log διάγραμμα του βαθμού δικτύου Alt 1771.....	53
Εικόνα 3.15 log-log διάγραμμα του βαθμού δικτύου PC 1771.....	54
Εικόνα 3.16.1 Δομή τύπου Internet.....	54
Εικόνα 3.16.2 Δομή τύπου παγκόσμιου ιστού.....	54
Εικόνα 3.17.1 Η κατανομή των νέων ακμών.....	55
Εικόνα 3.17.2 Η κατανομή των αφαιρούμενων ακμών.....	55
Εικόνα 3.18.1 Τοπικός συντελεστής συσπείρωσης σε σχέση με την κεντρικότητα για Alt1609.....	57
Εικόνα 3.18.2 Τοπικός συντελεστής συσπείρωσης σε σχέση με την κεντρικότητα για PC1771.....	57

Εικόνα 3.19.1 Διορθωμένος τοπικός συντ. συσπείρωσης σε σχέση με την κεντρικότητα για Alt1609 .....	58
Εικόνα 3.19.2 Διορθωμένος τοπικός συντ. συσπείρωσης σε σχέση με την κεντρικότητα για PC1771.....	59
Εικόνα 3.20 Τοπικός συντελεστής συσπείρωσης στο δίκτυο PC 1609 .....	59

#### Κεφάλαιο 4

Εικόνα 4.1.1 Κατανομή βαθμού Cars 40% Alt1609.....	63
Εικόνα 4.1.2 Κατανομή βαθμού Cars 10% Alt1609.....	63
Πίνακας 4.1 Συνολικά δικτυακά μεγέθη για τα τυχαία δημιουργημένα ΚΑΔ αυτοκινήτων .....	64
Εικόνα 4.2.1 Κατανομή βαθμού Cars Power 40% Alt1771.....	66
Εικόνα 4.2.2 Κατανομή βαθμού Cars Power 10% Alt1771.....	67
Εικόνα 4.2.3 Κατανομή βαθμού Cars Power 40% Alt1609.....	67
Εικόνα 4.2.4 Κατανομή βαθμού Cars Power 10% Alt1609.....	68
Πίνακας 4.2 Συνολικά μεγέθη δικτύων που προέκυψαν από την στρατηγική νόμου δύναμης .....	68
Εικόνα 4.3.1 Ποσοστιαίο μέγεθος ΜΣΟ προς ποσοστό αυτοκινήτων (Alt Random).....	70
Εικόνα 4.3.2 Ποσοστιαίο μέγεθος ΜΣΟ προς ποσοστό αυτοκινήτων (Alt Power).....	70
Εικόνα 4.3.3 Ποσοστιαίο μέγεθος ΜΣΟ προς ποσοστό αυτοκινήτων (PC Random) .....	71
Εικόνα 4.3.4 Ποσοστιαίο μέγεθος ΜΣΟ προς ποσοστό αυτοκινήτων (PC Power) .....	71
Εικόνα 4.3.5 Συνολικός συντελεστής συσπείρωσης (στα 100) προς ποσοστό αυτοκινήτων (Alt Random) 72	
Εικόνα 4.3.6 Συνολικός συντελεστής συσπείρωσης (στα 100) προς ποσοστό αυτοκινήτων (Alt Power)...	72
Εικόνα 4.3.7 Συνολικός συντελεστής συσπείρωσης (στα 100) προς ποσοστό αυτοκινήτων (PC Random) 73	
Εικόνα 4.3.8 Συνολικός συντελεστής συσπείρωσης (στα 100) προς ποσοστό αυτοκινήτων ((PC Power) ..	73
Πίνακας 4.3.1 Τα δεδομένα των διαγραμμάτων μεγέθους της ΜΣΟ .....	75
Πίνακας 4.3.2 Τα δεδομένα των διαγραμμάτων του συνολικού συντελεστή συσπείρωσης .....	75

#### Κεφάλαιο 5

Εικόνα 5.1 Alt Line 1508.....	79
Εικόνα 5.2 Alt Road 1771 .....	80
Εικόνα 5.3 Alt Road 1609 .....	81
Εικόνα 5.4 Εφαρμογή στρατηγικής δύναμης για 40% πυκνότητα αυτοκινήτων στο Alt1609.....	82
Εικόνα 5.5 Εφαρμογή στρατηγικής δύναμης για 5% πυκνότητα αυτοκινήτων στο Alt1609 (με το χέρι)...	83
Εικόνα 5.6 Εφαρμογή στρατηγικής δύναμης για 4% πυκνότητα αυτοκινήτων στο Alt1609 (με το χέρι)...	84
Εικόνα 5.7 Εφαρμογή τυχαίας στρατηγικής για 25% πυκνότητα αυτοκινήτων στο PC1771 (Yifan-Hu) .....	85
Εικόνα 5.8 Εφαρμογή στρατηγικής δύναμης για 5% πυκνότητα αυτοκινήτων στο PC1771 (με το χέρι) ...	85
Εικόνα 5.9 Εφαρμογή στρατηγικής δύναμης για 5% πυκνότητα αυτοκινήτων στο Alt1609 – οι κόμβοι παρουσιάζονται αντίστοιχα με την γεωγραφική τους θέση (με το χέρι) .....	86
Εικόνα 5.10 Το δίκτυο της εικόνας 5.9 με την προσθήκη τριών κόμβων.....	87



# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

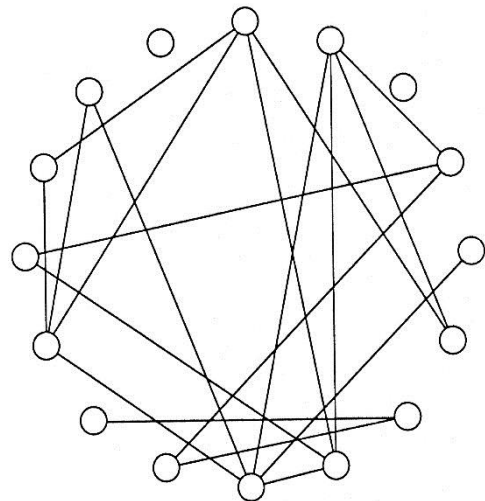
Κατά την σύγχρονη εποχή, η επιστήμη έχει οπλιστεί με ένα νέο εργαλείο κατανόησης του κόσμου – την δικτυακή επιστήμη. Μεγάλοι ερευνητές όπως ο Albert-László Barabási, ο Duncan J. Watts, ο Paul Erdős κι ο Mark Newman θεμελίωσαν το αντικείμενο κι έδειξαν την χρησιμότητά του σε ότι αφορά την περιγραφή πραγματικών φαινομένων. Έτσι, σύντομα ο χώρος εφαρμογής του αντικειμένου εκτός από μαθηματικός σήμερα συμπεριλαμβάνει τομείς όπως οι τηλεπικοινωνίες, η βιολογία, τα δίκτυα υπολογιστών, η τοπολογία, η επιδημιολογία και τα κοινωνικά δίκτυα μεταξύ άλλων. Η μελέτη λοιπόν δικτύων από όλων αυτών τους τομείς έχει συντελέσει στην καθιέρωση πολλών μεγεθών και μέτρων προκειμένου να αναλύουμε τα δίκτυα. Ουσιαστικά, η δικτυακή επιστήμη έχει διαμορφωθεί ως ένας διεπιστημονικός κλάδος δανειζόμενη εργαλεία κι έννοιες από την θεωρία γράφων, την στατιστική και τις πιθανότητες, την κοινωνιολογία και την αναπαράσταση δεδομένων. Αν και η σημασία της προσέγγισης αυτής εξαιτίας της υπερσυνδεσιμότητας σήμερα είναι προφανής, η μελέτη των δικτύων είχε ξεκινήσει παλαιότερα.

### 1.1 Τυχαία δίκτυα (Random Networks)

Με την σημερινή της μορφή, η πρώτη φορά που χρησιμοποιήθηκε η επιστήμη των δικτύων είναι στα τέλη τις δεκαετίας του 1950. Οι Paul Erdős και Alfréd Rényi μέσα από την εργασία τους «On Random Graphs» προτείνουν την μέθοδο των τυχαίων γράφων και αποδεικνύουν κάποια θεμελιώδη θεωρήματα. Την ίδια περίοδο κι εντελώς ανεξάρτητα δημοσιεύτηκε άλλη μια εργασία από τον Gilbert με τίτλο «Random Graphs» στην οποία τα δίκτυα που περιγράφονται ακολουθούν όμοια λογική με τα δίκτυα των Erdős και Rényi.

Η μέθοδος παραγωγής τυχαίων δικτύων είναι σχετικά απλή.<sup>1</sup>

- Αρχικά, επιλέγουμε το μέγεθος του δικτύου που θέλουμε να κατασκευάσουμε ή να προσομοιώσουμε, δηλαδή το από πόσους κόμβους θέλουμε να απαρτίζεται ο Γράφος ( $n$ ). (Δυνητικά, αυτοί οι κόμβοι θα έχουν ως  $M=(n) * (n+1)/2$  πιθανές ακμές.)
- Δεδομένης μιας πιθανότητας  $p$  ( $0 < p < 1$ ), κάθε ζευγάρι κόμβων έχει πιθανότητα  $p$  να συνδέεται μεταξύ τους. Έτσι επιλέγουμε τις ακμές που θα έχουμε από τις συνολικά πιθανές ( $M$ ) με πιθανότητα  $p$ . Ουσιαστικά, η παραπάνω διαδικασία είναι αντίστοιχη με την επιλογή σύμφωνα με μιας κανονική κατανομή ενός γράφου από όλους τους Γράφους με  $n$  κόμβους και  $M$  ακμές.



Εικόνα 1.1 Τυχαίο δίκτυο

Η προσέγγιση αυτή ήταν επαναστατική, καθώς για πρώτη φορά μπορούσαμε να προσομοιάσουμε ένα δίκτυο χωρίς να είναι ανάγκη η πλήρης γνώση της τοπολογίας αυτού. Έτσι, μπορούμε να εξετάσουμε την συμπεριφορά ενός νοητού δικτύου. Χαρακτηριστικές ιδιότητες των τυχαίων γράφων (ειδικά όταν η πιθανότητα επιλογής  $p$  είναι σχετικά μεγάλη) είναι η τάση των κόμβων τους να σχηματίζουν μεγάλες ομάδες (components) στις οποίες εντάσσονται οι περισσότεροι κόμβοι. Η ιδιότητα αυτή, όπως και οι περισσότερες ιδιότητες των τυχαίων δικτύων



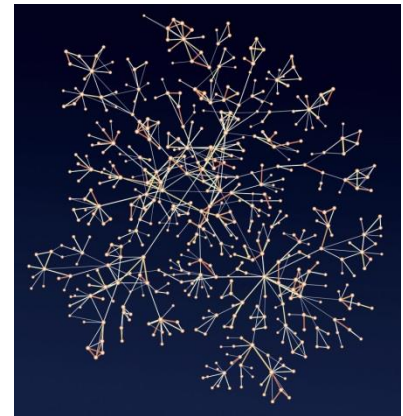
είναι ιδιαίτερα ευαίσθητες ως προς την αύξηση του πλήθους των στοιχείων ( $n$ ) κι εμφανίζουν απότομα κατώφλια.

## 1.2 Σύνθετα δίκτυα (Complex Networks)

Δυστυχώς, ο τυχαίος τρόπος παραγωγής δικτύων δεν μπορούσε να περιγράψει ικανοποιητικά την φύση. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν τα κοινωνικά δίκτυα, οι Γράφοι των οποίων συστηματικά παρατηρούνται να αποκλίνουν από τους τυχαίους Γράφους. Σε σχέση με τα τυχαία δίκτυα, τα οποία βασίζονται σε μια Γκαουσιανή κατανομή, ορισμένες ιδιότητες που τα κοινωνικά δίκτυα παρουσιάζουν και είναι ασύμβατες με τα τυχαία είναι οι εξής:

- Το φαινόμενο της «Κλίκας» – αν ο κόμβος 1 συνδέεται με τον κόμβο 2 και των κόμβο 3 τότε είναι πιθανό και ο 2 να συνδέεται με τον 3 (οι φίλοι μου είναι και φίλοι μεταξύ τους)
- Σχηματισμός υποπληρώνων – οι άνθρωποι οργανώνονται σε ομάδες οι οποίες έχουν υψηλή συνδεσιμότητα μεταξύ τους και λίγη με κόμβους από άλλες ομάδες π.χ. έθνη
- Δημοφιλή άτομα – ορισμένοι άνθρωποι είναι κατά πάρα πολύ διασημότεροι από άλλους κι έχουν πολλές συνδέσεις π.χ. ηθοποιοί

Προκειμένου να λυθεί αυτό το πρόβλημα, οι ερευνητές έπρεπε να βρουν έναν άλλο τρόπο περιγραφής των δικτύων της φύσης. Αντλώντας έμπνευση από τα δίκτυα των υπολογιστών, των νευρώνων του εγκεφάλου και φυσικά τα κοινωνικά δίκτυα οι ερευνητές αυτού του επιστημονικού πεδίου ασχολήθηκαν με δίκτυα τα οποία έχουν ιδιότητες διαφορετικές από τα τυχαία δίκτυα – τα σύνθετα δίκτυα.<sup>2</sup> Τα σύνθετα δίκτυα, χαρακτηρίζονται από δύο ιδιότητες: την ιδιότητα μικρού κόσμου (small-world networks) και τα δίκτυα που δεν παρουσιάζουν κλίμακα (scale-free networks).



Εικόνα 1.2 Σύνθετο δίκτυο

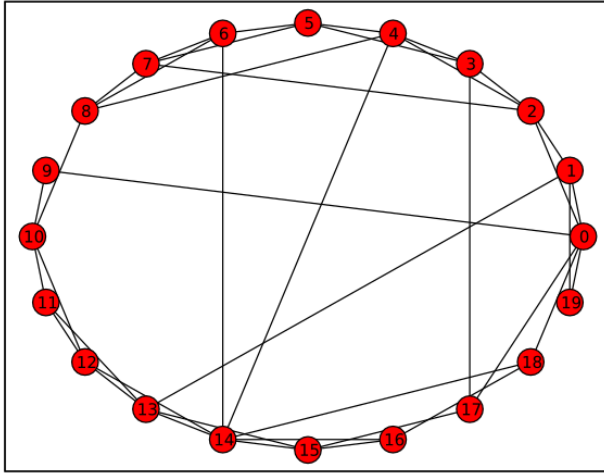
### 1.2.1 Δίκτυα μικρού κόσμου (small-world networks)

Η πρώτη προσπάθεια που ουσιαστικά ξεπέρασε τις δυσκολίες των τυχαίων γράφων, ήταν αυτή των Duncan J. Watts και Steven Strogatz σε μια εργασία που υπέβαλαν στο περιοδικό Nature το 1998. Το όνομα αυτών των δικτύων καθώς και η έμπνευση για την δημιουργία τους, προέρχεται από το φαινόμενο του μικρού κόσμου. Το φαινόμενο αυτό λέει ότι η κοινωνία μας, όσο μεγάλη και χασοτική κι αν φαίνεται, εν τέλει λόγω της υψηλής συνδεσιμότητάς που την χαρακτηρίζει φέρνει τα μέλη της κοντά το ένα στο άλλο. Ειδικότερα, σύμφωνα με την θεωρία της απόστασης των έξι βημάτων (six degrees of separation) δύο άνθρωποι έχουν κατά μέσο όρο έξι κοινούς γνωστούς “απόσταση” μεταξύ τους. Αυτή η θεωρία έχει δοκιμαστεί αρκετές φορές - και στο παρελθόν και τώρα - και η επιστήμη τείνει να την δεχθεί. Το πιο γνωστό πείραμα πραγματοποιήθηκε από τον Milgram το 1967<sup>3</sup>, στο οποίο ο καθηγητής είχε δώσει γράμματα σε ανθρώπους σε μεσοδυτικές πολιτείες της Αμερικής με σκοπό να φτάσουν στο Harvard στην Βοστώνη, προωθώντας τα χέρι με χέρι σε όποιο άτομο πίστευαν ότι θα το πρωθούσε κατάλληλα. Το αποτέλεσμα ήταν, ότι όσα γράμματα τελικά έφτασαν στον προορισμό τους είχαν κάνει κατά μέσο όρο 5,5 βήματα.

Ενώ λοιπόν το σχετικό επιστημονικό υπόβαθρο έδειχνε υψηλή συνδεσιμότητα, μέχρι τα δίκτυα των Watts και Strogatz αυτό δεν είχε αποτυπωθεί μαθηματικά. Στο άρθρο των δύο ερευνητών περιγράφεται η ακόλουθη διαδικασία.<sup>4</sup>

- Ξεκινάμε με  $N$  κόμβους
- Αυτοί οι κόμβοι συνδέονται με τους  $K$  γείτονές τους ( $K$  άρτιος)
- Για κάθε σύνδεση, με πιθανότητα  $\beta$  ( $0 < \beta < 1$ ) την διαγράφουμε και την αντικαθιστούμε με μία άλλη με την προϋπόθεση να συνδέει κόμβους, οι οποίοι βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση

Watts-Strogatz model  $N=20, K=4, \beta=0.2$



Εικόνα 1.3 Δίκτυο μικρού κόσμου με συγκεκριμένες παραμέτρους

κόμβων. Δεύτερον και ίσως σημαντικότερο, δεν περιγράφει σωστά την έννοια της δημοφιλίας των κοινωνικών δικτύων. Δεν υπάρχουν δηλαδή κόμβοι, με πολύ περισσότερες συνδέσεις από τον μέσο όρο (δημιουργία πυρήνων/hubs).

Έτσι, έχουμε αποκτήσει ένα Γράφο που προσεγγίζει πολύ καλύτερα συγκεκριμένα δίκτυα που συναντάμε στην πράξη. Ίσως το πιο γνωστό τέτοιο δίκτυο είναι ο παγκόσμιος ιστός (Internet σε επίπεδο router) το οποίο εμφανίζει ιδιότητες small-world δικτύων<sup>5</sup>. Τέτοιες ιδιότητες είναι η μικρή μέση απόσταση μεταξύ αυθαίρετα επιλεγμένων κόμβων καθώς και τον συχνό σχηματισμό τριγώνων/κλικών μεταξύ κόμβων.

Εντούτοις, η παραπάνω μεθοδολογία εμφανίζει και κάποιες αδυναμίες. Ειδικότερα, η συγκεκριμένη δομή δεν μπορεί να προσομοιώσει την δυναμική δημιουργία ενός δικτύου καθώς απαιτεί σταθερό αριθμό

### 1.2.2 Δίκτυα χωρίς κλίμακα (scale-free networks)

Ακριβώς αυτήν την αδυναμία εντόπισε ο Albert-László Barabási, την οποία κι επιχείρησε να καταπολεμήσει εισάγοντας τα δίκτυα χωρίς κλίμακα σε εργασία που δημοσίευσε το 1999. Η εργασία αυτή αποτέλεσε εναρκτήριο κρότο της επανάστασης της επιστήμης των δικτύων. Μέχρι κι εκείνη την χρονική περίοδο, όλα τα δίκτυα “μοίραζαν” ομοιόμορφα τις ακμές τους. Αυτό σημαίνει ότι ο κάθε κόμβος είχε συνδέσεις που κυμαίνονταν γύρω από την μέση τιμή των συνδέσεων του γράφου. Έτσι, δεν υπήρχαν κόμβοι με υπερβολικά μεγάλο αριθμό ακμών ούτε κόμβοι οι οποίοι ήταν απομονωμένοι σε σχέση με το υπόλοιπο δίκτυο. Η καινοτομία της εργασίας του Barabási ήταν ότι στα δίκτυα που κατασκεύαζε, η κατανομή των συνδέσεων ήταν άνιση και ανομοιόμορφη. Λέμε ότι τέτοιες κατανομές είναι χωρίς κλίμακα επειδή κανένα παραδοσιακό μέτρο (μέσος όρος, διάμεσος) δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν αντιπροσωπευτική τιμή ή μέσο σύγκρισης (κλίμακας).

Ειδικότερα, οι συνδέσεις των κόμβων ακολουθούν μια κατανομή γνωστή στα μαθηματικά ως “νόμος δύναμης” (power law). Τέτοιες κατανομές συναντώνται πολύ συχνά στην πραγματικότητα<sup>6</sup> με χαρακτηριστικά



Εικόνα 1.4 Κατανομή νόμου δύναμης

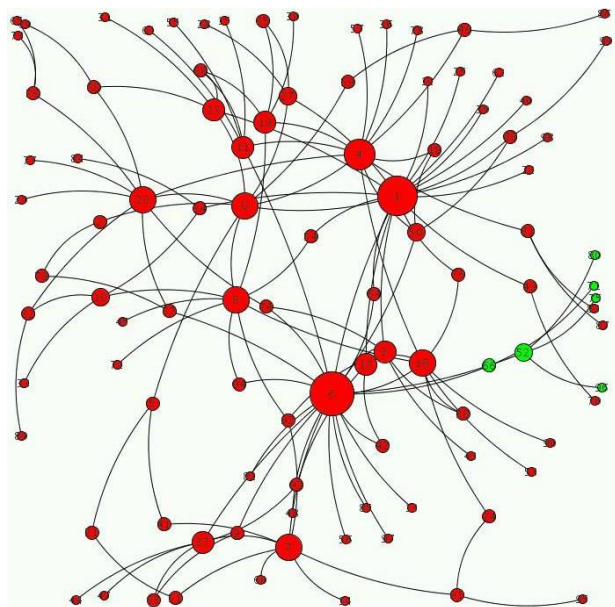
παραδείγματα την κατανομή μισθών<sup>7</sup> στους ανθρώπους και την χρήση συγκεκριμένων λέξεων σε ένα κείμενο. Με απλούς όρους, μπορεί κανείς να περιγράψει την συγκεκριμένη οικογένεια κατανομών με την αρχή του pareto «Το 80% των ανθρώπων/κόμβων έχει το 20% των πόρων/συνδέσεων» (και το αντίστροφο). Μια περισσότερο φορμαλιστική περιγραφή θα είναι να ορίσουμε ως νόμο δύναμης μία κατανομή που η ποσότητα  $\log(y)$  είναι αντιστρόφος ανάλογη της  $\log(x)$  ή διαφορετικά η συνάρτηση πυκνότητας της πιθανότητας είναι  $\gamma(x) = C * (x)^{-a}$ , όπου C σταθερά ολοκλήρωσης κι a αυθαίρετη σταθερά.

Ένας τρόπος να κατασκευαστεί ένα δίκτυο χωρίς κλίμακα, τον οποίο υπέδειξε ο Barabási, είναι η σύνδεση κατά προτίμηση (preferential attachment). Στηρίζεται στην κατασκευαστική αρχή ότι κάθε κόμβος που προστίθεται στο δίκτυό μας είναι πιθανότερο να συνδεθεί με έναν κόμβο που έχει πολλές συνδέσεις παρά με έναν που έχει λίγες. Έμπνευση για αυτόν τον νόμο αποτέλεσαν διαδικασίες σε υπαρκτά δίκτυα. Τέτοιο παράδειγμα μπορούμε να δούμε για παράδειγμα στην ακαδημαϊκή βιβλιογραφία όπου, αν μια εργασία έχει χρησιμοποιηθεί ως αναφορά αρκετές φορές, είναι πιθανότερο να ξαναχρησιμοποιηθεί ως αναφορά ενώ ενδεικτική είναι η ρήση «ο πλούσιος γίνεται πλουσιότερος». Ακόμη, αξίζει να σημειωθεί ότι αυτός ο νόμος οδηγεί στην δημιουργία κόμβων πυρήνων/hubs, καθώς ένας κόμβος που έχει σχετικά πολλές ακμές θα επηρεαστεί έντονα και θα αποκτήσει πολύ περισσότερες.

Ο αλγόριθμος λοιπόν, λειτουργεί με τον παρακάτω τρόπο.<sup>8</sup>

- Χρησιμοποιούμε ως είσοδο ένα δίκτυο με  $m_0$  κόμβους και με κάποιες οποιοσδήποτε ακμές
- Η πρόσθεση νέων κόμβων γίνεται διαδοχικά. Κάθε νέος κόμβος συνδέεται με  $m \leq m_0$  άλλους κόμβους σύμφωνα με την αρχή της σύνδεσης κατά προτίμηση. Η πιθανότητα κάποιος κόμβος να συνδεθεί με έναν άλλον είναι  $p(i) = k(i) / (\sum_j k(j))$  (ο όρος  $k(i)$  συμβολίζει το πλήθος των ακμών του κόμβου  $i$ )

Δίχως κλίμακα δίκτυα συναντά κανείς πολύ συχνά στην φύση. Μεγάλα παραδείγματα είναι το δίκτυο του World Wide Web (ο τρόπος που συνδέονται οι σελίδες μεταξύ τους) καθώς και τα επιδημιολογικά δίκτυα που παρουσιάζουν την εξάπλωση μια ασθένειας ή μιας πληροφορίας. Ακόμη, αυτά τα δίκτυα χαρακτηρίζονται από υψηλή ανοχή στην τυχαία αφαίρεση κόμβων ενώ είναι πολύ ευάλωτα στην στοχευμένη επίθεση<sup>9</sup>, μιας και ορισμένοι κόμβοι λειτουργούν ως πυρήνες διασύνδεσης. Τέλος, αξίζει να αναφέρουμε πως ούτε αυτή η μορφή δικτύων αποτελεί τη γενικότερη λύση για τεχνολογικά (ή για κοινωνικά) δίκτυα, καθώς δεν καταφέρνουν να υφάνουν Γράφους όπου ο σχηματισμός τριγώνων είναι απόλυτα ελεγχόμενος κατασκευαστικά, όσο στα small-world.



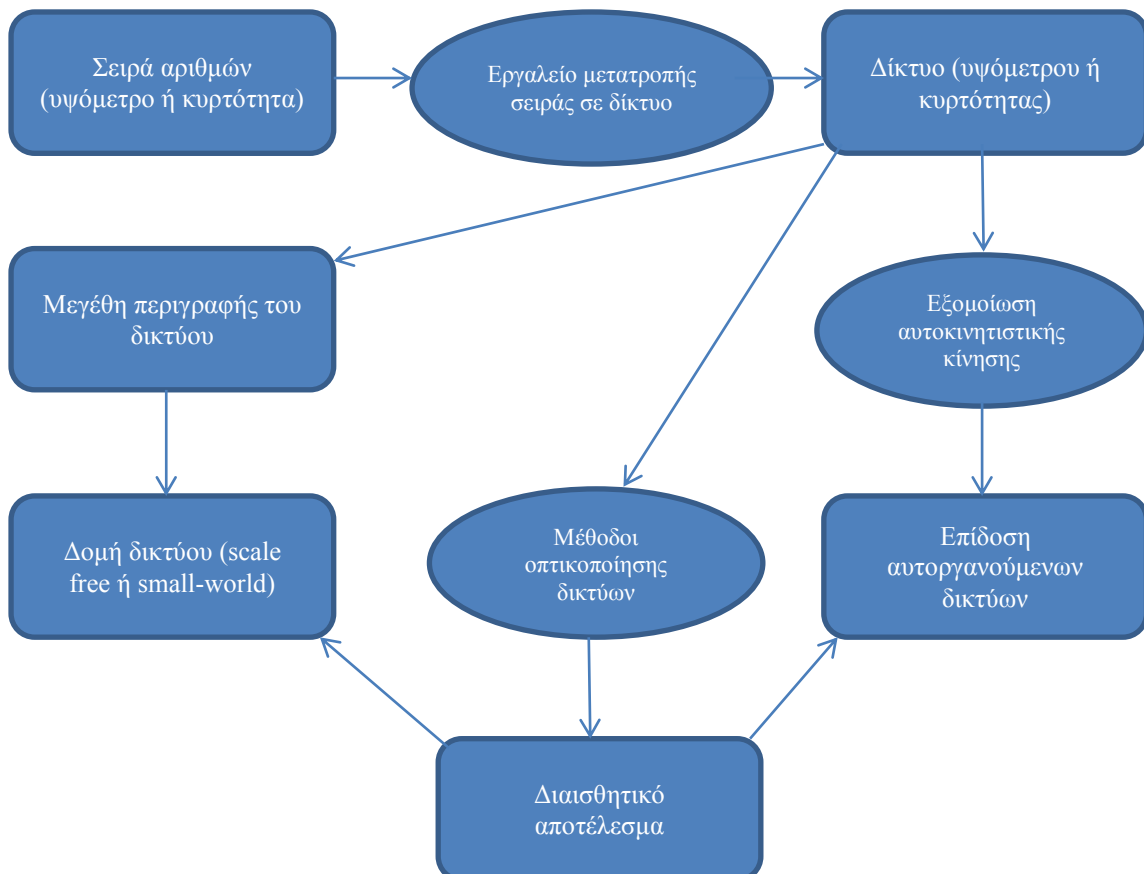
Εικόνα 1.5 Δίκτυο χωρίς κλίμακα

### 1.3 Αντικείμενο της διπλωματικής

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι η μελέτη των δικτύων που προκύπτουν από τοπογραφικά δεδομένα και η χρήση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης προς όφελος των τηλεπικοινωνιών.

Ειδικότερα, κάνουμε χρήση μιας μεθοδολογίας η οποία προτάθηκε σχετικά πρόσφατα και μετατρέπει σειριακή αναπαράσταση σε αντίστοιχη δικτυακή.<sup>10</sup> Στην δική μας περίπτωση μια σειρά που αντιπροσωπεύει το υψόμετρο ή την κυρτότητα του εδάφους επιστρέφει το αντίστοιχο δίκτυο. Πάνω στο δίκτυο αυτό, υπολογίζουμε πληθώρα μεγεθών τα οποία εξηγούνται αναλυτικά και καταλήγουμε σε συμπεράσματα για την δομή του. Καταλήγουμε ότι η δομή αυτή αντιστοιχεί σε δίκτυο μικρού κόσμου για το υψόμετρο και δίκτυο χωρίς κλίμακα για την κυρτότητα.

Η συνεισφορά της παρούσας διπλωματικής εργασίας έγκειται στην εκμετάλλευση αυτών των δομών στις τηλεπικοινωνίες. Αξιοποιώντας καινοτόμες μεθόδους, τοποθετούμε αυτοκίνητα στα δίκτυα των δρόμων με τρόπο που ακολουθεί συγκεκριμένες κατανομές. Εξετάζονται δύο διακριτές πιθανότητες: η τυχαία κατανομή αυτοκινήτων και η κατανομή σύμφωνα με έναν νόμο δύναμης (που υπονοεί αυτο-όμοια κίνηση οχημάτων που προτείνεται στη βιβλιογραφία). Δείχνουμε ότι είναι εφικτό να λειτουργήσουν ικανοποιητικά αυτοργανούμενα δίκτυα αυτοκινήτων σε ρεαλιστικές συνθήκες. Τέλος, με χρήση καινοτόμων εργαλείων οπτικοποιούμε τα δίκτυα που έχουμε παράξει, με αποτέλεσμα να έχουμε κι έναν διαισθητικό τρόπο κατανόησης των αποτελεσμάτων.



## 1.4 Οργάνωση της εργασίας

Η δομή της εργασίας είναι ως εξής:

- 1<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: παρουσιάζονται εισαγωγικές έννοιες,
- 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: παρατίθενται μαθηματικοί ορισμοί και θεωρητικά στοιχεία για τα δίκτυα, που θα χρησιμοποιήσουμε
- 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: γίνεται εκτενής αναφορά στην χρήση του εργαλείου ArcGIS και των τοπογραφικών δεδομένων που παρέχει, καθώς και η μετατροπή των σειρών σε δίκτυα,
- 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: δίνονται όλες οι λεπτομέρειες για την εξομίωση της κίνησης πάνω στον δρόμο και αναλύονται τα πιθανά αυτοργανούμενα δίκτυα
- 5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: γίνεται αναφορά στο εργαλείο οπτικοποίησης δικτύων Gerhi,
- 6<sup>ο</sup> Κεφάλαιο: επίλογος και σχετικά συμπεράσματα.

Η εργασία ολοκληρώνεται με την παράθεση της βιβλιογραφίας που χρησιμοποιήθηκε.



## Κεφάλαιο 2

### Μαθηματικές έννοιες και θεωρητικό υπόβαθρο

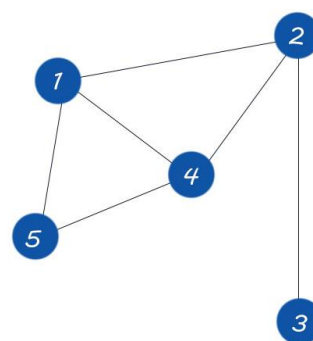
Σε αυτό το κεφάλαιο εισάγονται οι απαραίτητες μαθηματικές έννοιες και τα αναγκαία θεωρητικά στοιχεία για την κατανόηση των μοντέλων που χρησιμοποιούνται στην συνέχεια καθώς και τον συμπερασμάτων που προκύπτουν από την εργασία.

#### 2.1 Περιγραφή δικτύου

Μαθηματικά, το δίκτυο περιγράφεται από έναν Γράφο  $G := (V, E)$  όπου  $|V|$  είναι το σύνολο των κόμβων του δικτύου και  $|E|$  το σύνολο των ακμών. Για να περιγράψουμε αυτόν τον Γράφο, χρησιμοποιούμε τον αντίστοιχο πίνακα γειτνίασης  $A$  (adjacency matrix). Ο πίνακας αυτός έχει διαστάσεις  $n \times n$  όπου  $n$  το πλήθος των κόμβων του πίνακα. Η λογική με την οποία γεμίζεται ο πίνακας είναι ότι κάθε κελί (γραμμή  $i$  και στήλη  $j$ ) έχει την τιμή 1 αν υπάρχει ακμή που συνδέει τους κόμβους  $i$  και  $j$  ενώ σε διαφορετική περίπτωση παίρνει την τιμή 0. Κατά σύμβαση, η διαγώνιος παίρνει την τιμή 0, αφού δεν υπάρχει κάποια φυσική σημασία σε ακμή που να ενώνει έναν κόμβο με τον εαυτό του.

Στην συνηθέστερη περίπτωση, τα δίκτυά μας είναι μη κατευθυνόμενα. Αυτό σημαίνει ότι μια σύνδεση έχει ταυτόχρονα και τις δύο κατευθύνσεις (όπως η σχέση της φιλίας είναι ανακλαστική). Σε αυτήν την περίπτωση, ο πίνακας γειτνίασης είναι συμμετρικός, καθώς αν ο κόμβος  $i$  έχει ακμή με τον  $j$ , τότε θα ισχύει και το αντίθετο.

Ακόμη, πολλές φορές δεν αρκεί να μελετήσουμε μόνο το αν υπάρχει σύνδεση μεταξύ δύο κόμβων, αλλά θέλουμε να έχουμε και μία ένδειξη για το πόσο ισχυρή είναι αυτή η σύνδεση. Τέτοιες περιπτώσεις είναι τα γεωγραφικά δίκτυα όπου δεν αρκεί μόνο να γνωρίζεις αν υπάρχει δρόμος μεταξύ δύο πόλεων, αλλά χρειάζεται και την επιπλέον πληροφορία του πόσο μεγάλος είναι ο δρόμος. Όταν αντιμετωπίζουμε τέτοια προβλήματα, αρκεί να αντικαταστήσουμε τις μονάδες με τις επιθυμητή "απόσταση" στον πίνακα γειτνίασης αν φυσικά δεν μπορούμε να αντλήσουμε την πληροφορία αυτή από κάποιον άλλο τρόπο.



$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Εικόνα 2.1 Πίνακας γειτνίασης ενός γράφου

#### 2.2 Βασικά δικτυακά μεγέθη

Όπως και κάθε μαθηματική οντότητα, έτσι και οι Γράφοι έχουν κάποια υπολογίσιμα μεγέθη τα οποία χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της συμπεριφοράς του συνολικού δικτύου. Τα μεγέθη αυτά περιγράφουν την συμπεριφορά ενός κόμβου σε σχέση με τον υπόλοιπο Γράφο. Αυτό που προσπαθούν να ποσοτικοποιήσουν είναι το κατά πόσο ο κάθε κόμβος είναι κεντρικός για το δίκτυο. Θεμελιώδη τέτοια μεγέθη παρατίθενται παρακάτω

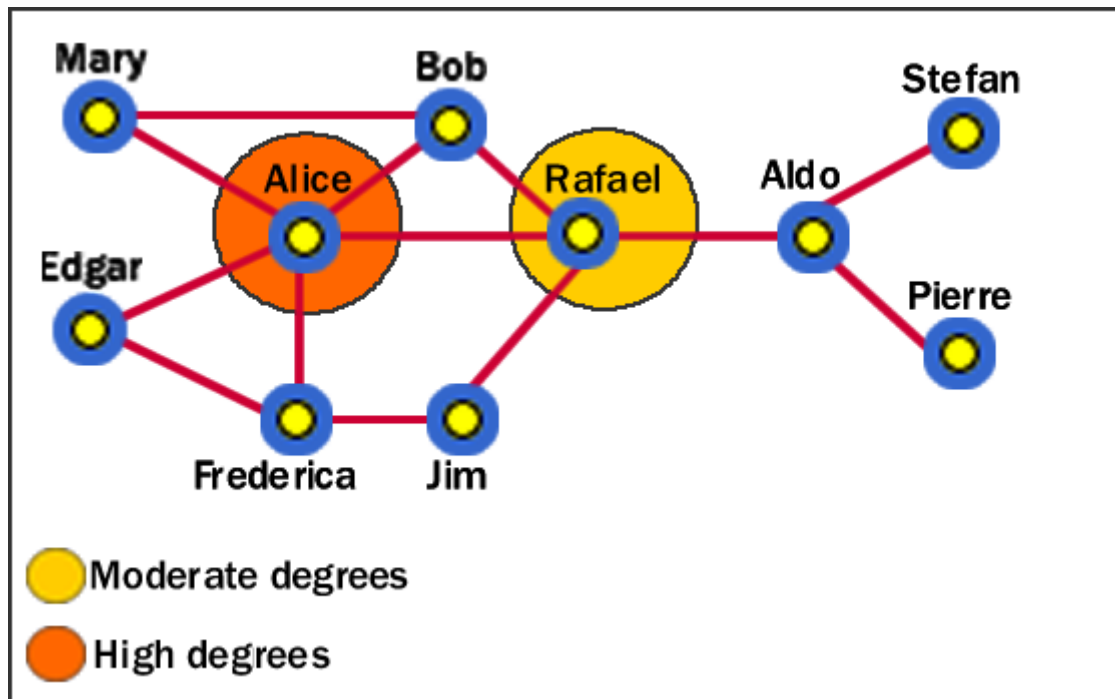
### 2.2.1 Βαθμός Κεντρικότητας (degree centrality)

Ίσως ο πιο διαισθητικός κι απλός δείκτης από όλους της άλλους, είναι ο βαθμός (ή βαθμός κεντρικότητας). Το μέγεθος αυτό στην βιβλιογραφία συχνά συμβολίζεται με  $d_i$  ή με  $k_i$  και δείχνει πόσους γείτονες έχει ο κόμβος  $i$ . Ήταν το πρώτο μέγεθος που προτάθηκε ιστορικά γεγονός που σε συνδυασμό με την διαισθητικότητά του το έχει κάνει το πιο δημοφιλές. Ο ορισμός του σύμφωνα με τον αντίστοιχο πίνακα γειννίασης του δικτύου  $A$  είναι ο εξής:  $d_i = \sum_j A_{ij}$ . Η πολυπλοκότητά υπολογισμού του είναι προφανώς ανάλογη του  $n^2$ .

Ουσιαστικά, μας δείχνει πόσο σημαντικός είναι ένας κόμβος του δικτύου ή πόσο επικίνδυνο είναι να μολυνθεί αν το δίκτυο αφορά μια επιδημιολογική μελέτη. Αντίστοιχα, η κατανομή του μας δείχνει τον τρόπο που το δίκτυο μοιράζει τους πόρους του στους κόμβους. Υπάρχει άμεση συσχέτιση μεταξύ συγκεκριμένων κατανομών του βαθμού και ορισμένων δικτυακών δομών.<sup>11,12</sup>

Σε περίπτωση που ο Γράφος μας έχει κατεύθυνση, ουσιαστικά χρειαζόμαστε δύο βαθμούς κεντρικότητας. Ο ένας αφορά στο πόσες συνδέσεις κατευθύνονται στον κόμβο (εσωτερικός βαθμός) κι ο άλλος πόσες εξέρχονται (εξωτερικός βαθμός).

Ακόμη, κρίνεται σημαντικό να αναφέρουμε ότι ο δείκτης αυτός πολλές φορές είναι παραπλανητικός. Μπορεί ένας κόμβος, ενώ έχει μεγάλο βαθμό να μην έχει την πιο κεντρική θέση στο δίκτυο. Ένα τέτοιο παράδειγμα παρουσιάζεται στην σχετική εικόνα.



Εικόνα 2.2 Παράδειγμα αδυναμίας του βαθμού (degree) να περιγράψει την κεντρικότητα στη δικτυακή δομή

### 2.2.2 Κεντρικότητα εγγύτητας (closeness centrality)

Προκειμένου να καλυφθούν τα κενά που αφήνει ο βαθμός, σχεδιάστηκε άλλο ένα μέτρο το οποίο προσπαθεί να περιγράψει την σημασία ενός κόμβου σε έναν Γράφο.

Το μέτρο της κεντρικότητας εγγύτητας ενός κόμβου είναι το μέσο μήκος της μικρότερης διαδρομής μεταξύ του κόμβου και όλων των άλλων κόμβων του γραφήματος. Έτσι, όσο πιο κεντρικός είναι ο κόμβος, τόσο πιο κοντά είναι σε όλους τους άλλους κόμβους. Για τον ορισμό του μεγέθους αυτού, θα πρέπει πρώτα να ορίσουμε την γεωδειακή απόσταση δύο κόμβων  $l_{ij}$ . Ουσιαστικά, το μέγεθος αυτό είναι το συντομότερο μονοπάτι μεταξύ των κόμβων  $i$  και  $j$



μετρημένο σε κόμβους ή αλλιώς πόσα “βήματα” πρέπει να κάνει ένας παρατηρητής για να βρεθεί από τον έναν κόμβο στον άλλο.

Η κεντρικότητα εγγύτητας υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπου  $c_i = (N-1) / (\sum_{j \neq i} l_{ij})$  Αξίζει να σημειωθεί, ότι ο όρος  $N-1$  ( $N$  πλήθος των κόμβων) έχει μπει για λόγους κανονικοποίησης, ώστε το μέτρο να μπορεί να συγκριθεί με τα αντίστοιχα μέτρα άλλων δικτύων.

### 2.2.3 Κεντρικότητα μεσολάβησης (betweenness centrality)

Σε αντίθεση με τα άλλα δύο μεγέθη, η κεντρικότητα μεσολάβησης είναι λίγο πιο δυσνόητη και αφαιρετική ως έννοια. Το μέγεθος αυτό, μετράει πόσες φορές ένας κόμβος  $i$  είναι τμήμα των ελάχιστων αποστάσεων μεταξύ άλλων κόμβων. Είναι δηλαδή το μέσο τμήμα των ελάχιστων αποστάσεων όλων των κόμβων που περιέχουν τον  $i$  σε σχέση με το σύνολο των ελάχιστων αποστάσεων. Διατυπωμένο μαθηματικά, το μέγεθος ορίζεται ως  $b_i = \sum_{j,k \neq i} (\sigma_{jk}(i)/\sigma_{jk})$ .

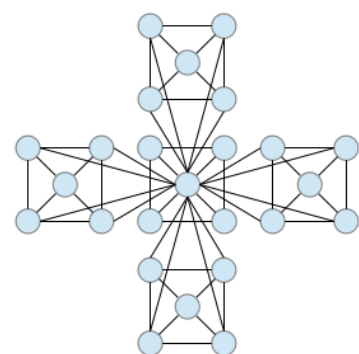
Η συνάρτηση  $\sigma_{jk}$  είναι το πλήθος των ελάχιστων μονοπατιών μεταξύ του  $j$  και του  $k$ , ενώ όταν προσθέτουμε και το  $i$  είναι τα ελάχιστα μονοπάτια μεταξύ  $j$  και  $k$  που επιπλέον περιέχουν τον κόμβο  $i$ .

### 2.2.4 Συντελεστής τοπικής συσπείρωσης (local clustering coefficient)

Πέρα από τα προαναφερθέντα κλασσικά μεγέθη κεντρικότητας, συχνά οι ερευνητές θέλουν να βγάλουν συμπεράσματα σχετικά με την οργανωτική δομή του υπό μελέτη δικτύου. Ιδιαίτερη σημασία δίνεται στις ιδιότητες συνδεσιμότητας του κάθε κόμβου. Με αυτόν τον τρόπο, μπορούμε να καταλάβουμε αν το δίκτυο είναι πυκνά συνδεδεμένο, τι βαθμό συσχέτισης έχουν οι κόμβοι μεταξύ τους και άλλα. Προς αυτή την κατεύθυνση, το πιο χαρακτηριστικό μέγεθος είναι ο συντελεστής τοπικής συσπείρωσης  $C_i$ .

Ο συντελεστής αυτός υπολογίζει το ποσοστό των γειτόνων του κόμβου  $i$  οι οποίοι έχουν ακμές και μεταξύ τους (οι φίλοι είναι φίλοι και μεταξύ τους). Το μέγεθος ορίζεται ως το άθροισμα του συνόλου των τριάδων που σχηματίζει ένας κόμβος προς το πλήθος όλων των δυνατών τριπλέτων. Ο παραπάνω ορισμός αποσαφηνίζεται μαθηματικά ως  $C_i = \sum_{j,k} (A_{ij}A_{ik}A_{jk}) / (d_i * (d_i - 1))$

Το μέγεθος αυτό επειδή εμπλέκει τριπλές συσχετίσεις, περιγράφει ιδιότητες ανώτερης τάξης. Είναι γνωστό, ότι στα πραγματικά δίκτυα και ιδιαίτερα στα κοινωνικά, ο δείκτης αυτός είναι χαρακτηριστικά μεγάλος. Ακόμη, σε πληθώρα δικτύων φαίνεται να υπάρχει αντιστρόφως ανάλογη σχέση μεταξύ του συντελεστή τοπικής συσπείρωσης και του βαθμού. Με άλλα λόγια, οι κόμβοι με υψηλό βαθμό παρουσιάζουν σχετικά χαμηλούς συντελεστές τοπικής συσπείρωσης. Οι αναλυτές εκτιμούν ότι αυτή η συμπεριφορά εξηγείται αν αναλογιστούμε τις ιδιότητες των κόμβων με υψηλό βαθμό (κόμβοι συσπείρωσης/hubs). Οι κόμβοι αυτοί τείνουν να συνδέουν πολλά κι ανεξάρτητα υπομήματα του δικτύου τα οποία με την σειρά τους συνδέονται μόνο μεταξύ τους. Αυτό έχει ερμηνευτεί ως ένδειξη της ιεραρχικής δομής των δικτύων και συναντάται συχνά στα δίκτυα χωρίς κλίμακα.<sup>13</sup>



Εικόνα 2.3 Ιεραρχικό δίκτυο

Εντούτοις, κάποιοι ερευνητές όπως η Soffer και ο Vasquez, θεωρούν πως η συσχέτιση αυτή είναι βεβιασμένη. Προς αυτήν την κατεύθυνση, σχεδίασαν έναν διορθωμένο συντελεστή τοπικής συσπείρωσης που σύμφωνα με αυτούς καταπολεμά την υποεκτίμηση του μεγέθους της

συσπείρωσης. Σύμφωνα με την μέθοδό τους, ο διαιρέτης είναι το σύνολο των τρίλεπτών στις οποίες ο κόμβος θα μπορούσε να συμμετέχει, δεδομένου του δικού του βαθμού. Το νέο μέγεθος συμπεριφέρεται διαφορετικά σε σχέση με τον βαθμό. Ειδικότερα, σε κάποια δίκτυα που θεωρούνταν ιεραρχικά φαίνεται, ο βαθμός φαίνεται ασυσχέτιστος με τον διορθωμένο συντελεστή ενώ σε άλλα διατηρεί την ιδιότητά του αλλά αλλοιωμένη: παρουσιάζει σχέση αντιστρόφως ανάλογη με τον λογάριθμο του βαθμού.<sup>14</sup>

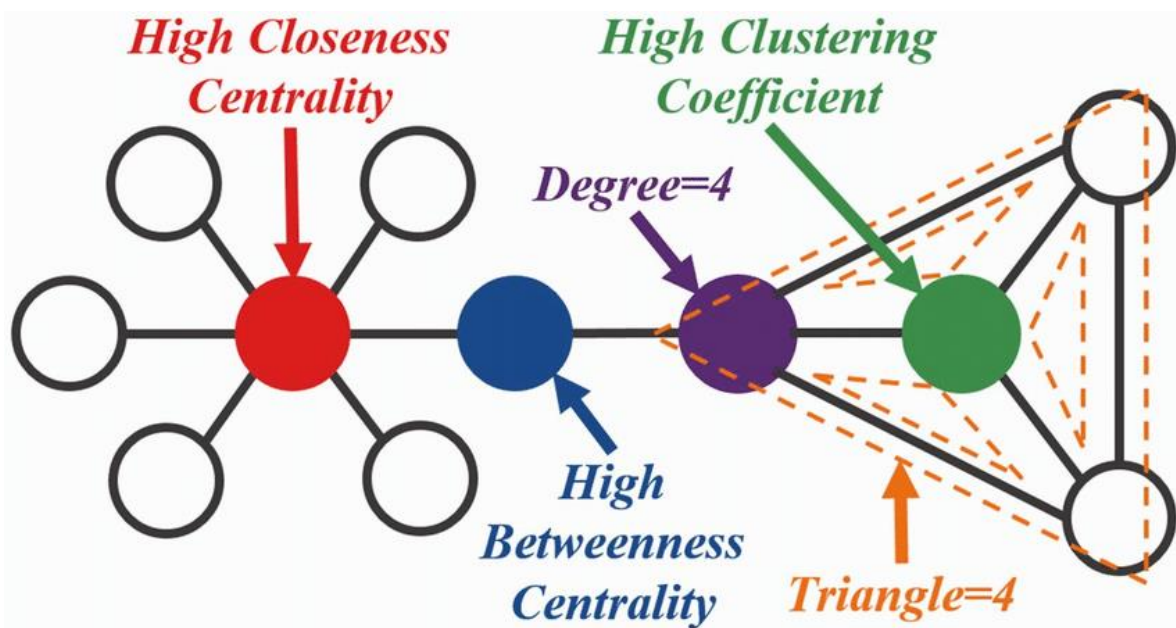
### 2.2.5 Οριακό φαινόμενο (edge effect)

Σε αυτό το σημείο, αξίζει να αναφέρουμε μια αδυναμία που παρουσιάζουν όλα τα παραπάνω μεγέθη εκτός από τον συντελεστή τοπικής συσπείρωσης. Πρόκειται για το οριακό φαινόμενο το οποίο υποδηλώνει ότι οι κόμβοι που βρίσκονται στα άκρα του δικτύου δεν έχουν αξιόπιστες ενδείξεις. Ο λόγος που παρατηρείται αυτό είναι ότι οι κόμβοι που βρίσκονται στην αρχή και στο τέλος ενός δικτύου δεν έχουν τον ίδιο αριθμό διαθέσιμων γειτόνων σε σχέση με τους υπόλοιπους κόμβους, κι έτσι παρουσιάζουν μια υποεκτιμημένη εικόνα.

### 2.2.6 Υπόλοιπα μεγέθη

Πέρα από τα μεγέθη που έχουν ήδη καλυφθεί, υπάρχουν κι άλλοι πιο ειδικοί δείκτες. Ενδεικτικά, αναφέρεται η κεντρικότητα ιδιοδυναμίσματος. Αυτό το μέγεθος, δείχνει πόσο επιρροή έχει ένας κόμβος και υπολογίζεται με βάση του κατά πόσο ο εν λόγω κόμβος συσχετίζεται με άλλους κόμβους με υψηλό δείκτη ιδιοδυναμίσματος. Παράδειγμα τέτοιου δείκτη είναι το PageRank της Google που κατατάσσει τις σελίδες στον παγκόσμιο ιστό σύμφωνα με την συσχέτισή τους με άλλες μεγάλες σελίδες. Ωστόσο, το μέγεθος αυτό δεν αφορά την παρούσα εργασία, για αυτό δεν θα καλυφθεί στο πλαίσιο της.

Ακόμη, κρίνεται σκόπιμο να αναφέρουμε ότι η επιστήμη των δικτύων είναι ακόμη σχετικά νέα. Αυτό σημαίνει ότι μπορεί να οριστούν νέα μεγέθη και δείκτες που πιθανόν να περιγράψουν κάτι το οποίο ακόμη δεν έχει σκεφτεί η σύγχρονη επιστήμη. Άρα, μια πλήρης λίστα όλων των μεγεθών είναι πρακτικά αδύνατη.



Εικόνα 2.4 Συνοπτική παρουσίαση δικτυακών μεγεθών

Παραπάνω, παρατίθεται μια εικόνα που συνοψίζει τα μεγέθη που έχουν παρουσιαστεί ως τώρα.

## 2.3 Συνολικά μεγέθη

Σε αντίθεση με τους προηγούμενους δείκτες που μετρούν τα χαρακτηριστικά συγκεκριμένων κόμβων, τα συνολικά μεγέθη (global characteristics) περιγράφουν τοπολογικά χαρακτηριστικά του δικτύου στην ολότητά του. Η σημασία αυτών των μεγεθών είναι μεγάλη, καθώς με έναν μόνο αριθμό αποκαλύπτουν χρήσιμες ιδιότητες του δικτύου.

### 2.3.1 Πυκνότητα ακμών (edge density)

Η πυκνότητα ακμών  $\rho$  είναι ένα διαισθητικό μέγεθος. Μετράει πόσες ακμές υπάρχουν στο δίκτυο σε σχέση με το πόσες θα μπορούσε να είχε συνολικά ένα δίκτυο  $N$  κόμβων, αν ήταν πλήρως συνδεδεμένο. Σύμφωνα με τα παραπάνω, το μέγεθος ορίζεται ως  $\rho = \sum_{i,j} A_{ij} / (N * (N-1))$

Χαμηλή πυκνότητα ακμών, σημαίνει πως το δίκτυο είναι εντόνως θρυμματισμένο κι έχει έντονες διακυμάνσεις ενώ υψηλή τιμή σημαίνει ότι το δίκτυο τείνει να είναι πλήρως συνδεδεμένο. Αυτή η περίπτωση δεν εμφανίζεται συχνά στα φυσικά φαινόμενα

### 2.3.2 Συνολικός συντελεστής συσπείρωσης (Global Clustering Coefficient)

Το μέγεθος αυτό είναι η λογική προέκταση του τοπικού συντελεστή συσχέτισης. Ορίζεται ως ο μέσος όρος των τοπικών συντελεστών συσπείρωσης ή αλλιώς  $C = \sum_i C_i / N$  με  $N$  το πλήθος των κόμβων και  $C_i$  τον τοπικό συντελεστή συσχέτισης.

### 2.3.3 Μεταβατικότητα (Transitivity)

Πέρα από τον συνολικό συντελεστή συσπείρωσης, υπάρχει και ένα άλλο μέγεθος που μελετάει μακροσκοπικά το κατά πόσο το δίκτυο είναι αλληλοσυνδεδεμένο. Η μεταβατικότητα  $T$  μετράει το πόσες κλίκες (αλληλοσυνδεδεμένες τριπλέτες/τριγωνα) σχηματίζονται στον Γράφο μας, σε σχέση με το πόσες θα μπορούσαν να σχηματιστούν σε έναν Γράφο με τον ίδιο αριθμό κόμβων. Με μαθηματικό φορμαλισμό, το μέγεθος ορίζεται ως εξής:  $T = \sum_{i,j,k} (A_{ij}A_{ik}A_{jk}) / \sum_{i,j,k} (A_{ij}A_{ik})$

Στην ουσία, ενώ ο συνολικός συντελεστής συσπείρωσης δίνει ίδιο βάρος σε κάθε κόμβο, η μεταβατικότητα δίνει ίσο βάρος σε κάθε τρίγωνο. Για αυτόν τον λόγο, συνήθως ο πρώτος είναι μεγαλύτερος αλλά σε γενικές γραμμές τα δύο μεγέθη θα πρέπει να είναι σχετικά κοντά μεταξύ τους.

### 2.3.4 Μήκος μέσου μονοπατιού (average path length)

Ο συγκεκριμένος δείκτης εκφράζει την μέση γεωδειακή απόσταση μεταξύ όλων των ζευγών κόμβων του γράφου. Η παραπάνω σχέση, εκφραζόμενη στην γλώσσα των μαθηματικών είναι:

$$L = \sum_{i,j} l_{ij} / (N*(N-1))$$

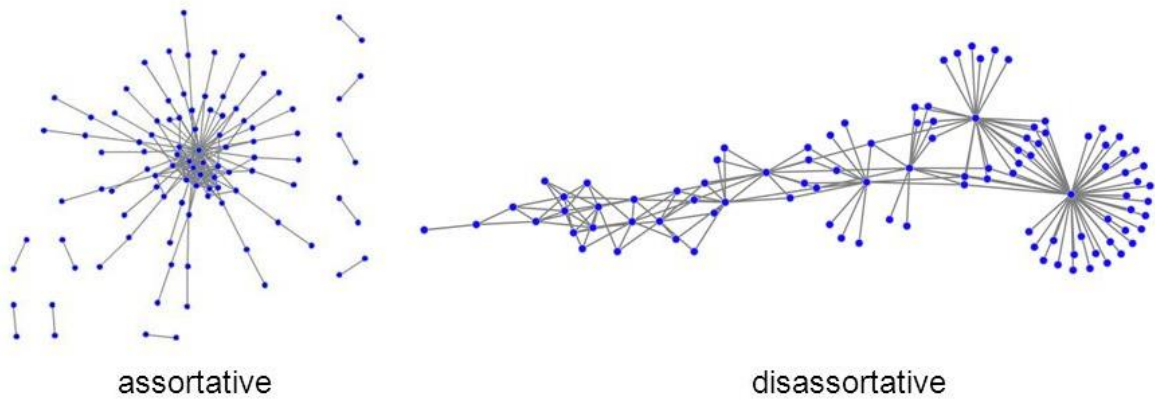
Το μέγεθος αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό για την εξέταση των δικτύων, καθώς ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά των δικτύων μικρού κόσμου είναι μικρές τιμές του συγκεκριμένου μεγέθους. Επιπλέον, είναι φυσικό ότι Γράφοι με χαμηλή πυκνότητα ακμών έχουν και ιδιαίτερα μεγάλα μήκη μονοπατιών καθώς δεν υπάρχουν αρκετές ακμές κι έτσι το μονοπάτι αναγκαστικά διασχίζει πολλούς κόμβους. Αυτό δείχνει ότι υπάρχει σχέση μεταξύ των δύο μεγεθών, αν και το μήκος μέσου μονοπατιού περιγράφει και περισσότερες ιδιότητες.

### 2.3.5 Συντελεστής συσχέτισης (assortativity)

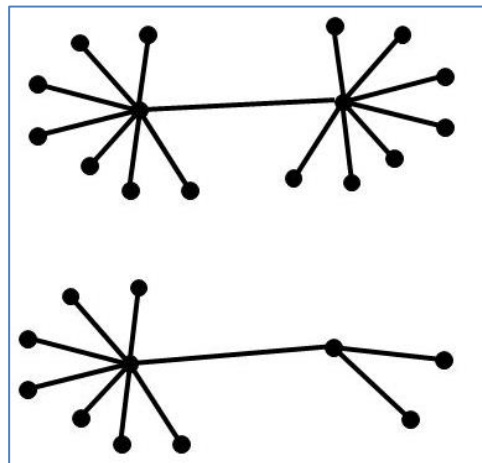
Ο συντελεστής αυτός μετράει την δύναμη των γραμμικών συσχετίσεων μεταξύ των βαθμών των κόμβων που ανήκουν στην ίδια ακμή. Με πιο απλά λόγια, υψηλές τιμές του δείκτη σημαίνουν ότι υπάρχει μια τάση στο δίκτυο να συνδέονται κόμβοι που έχουν περίπου τον ίδιο αριθμό ακμών ή βαθμό (τα hubs συνδέονται μεταξύ τους) ενώ χαμηλές τιμές σημαίνουν ότι η τάση αυτή αντιστρέφεται (τα hubs απωθούνται). Αν με  $E = \sum_{i,j} A_{ij} / 2$  ορίσουμε το πλήθος των ακμών του γράφου, τότε ο συντελεστής συσχέτισης  $A$  ορίζεται ως:

$$A = \frac{\frac{\sum_{j>i} d_i d_j A_{ij}}{E} - \sqrt{\frac{\sum_{j>i} (d_i + d_j) A_{ij}}{2E}}}{\frac{\sum_{j>i} (d_i^2 + d_j^2) A_{ij}}{E} - \sqrt{\frac{\sum_{j>i} (d_i + d_j) A_{ij}}{2E}}}$$

Το μέτρο αυτό, επειδή εξετάζει συσχετισμούς των κόμβων είναι φυσικό να περιγράφει πιο σύνθετα χαρακτηριστικά του υπό μελέτη δικτύου. Είναι κοινώς αποδεκτό ότι χαμηλές τιμές του συντελεστή δείχνουν γενικά δίκτυα χωρίς κλίμακα τα οποία επιπλέον έχουν και ιδιότητες fractal. Επειδή ο συντελεστής αυτός περιγράφει κάτι το οποίο δεν είναι εύληπτο, κρίνεται σκόπιμο να παρουσιαστούν δύο εικόνες για την κατανόηση του φαινομένου.



Εικόνα 2.5.1 Δίκτυα με υψηλό και χαμηλό συντελεστή συσχέτισης



Εικόνα 2.5.2 Δίκτυο με υψηλό και χαμηλό συντελεστή συσχέτισης

### 2.3.6 Συντελεστής Gini

Ο συντελεστής Gini αρχικά χρησιμοποιήθηκε πρώτη φορά οικονομικές μελέτες. Σαν στατιστικό μέτρο, ο συγκεκριμένος συντελεστής υπολογίζει την ανισότητα κατανομής ενός αγαθού. Υπό το πρίσμα των δικτύων, μετράτε η ανισότητα κατανομής του “πόρου” των ακμών στους κόμβους. Αν η τιμή του είναι ίση με την μονάδα τότε η κατανομή είναι τελείως άνιση (ένας κόμβος έχει όλες τις ακμές) ενώ αν είναι μηδέν τότε η κατανομή είναι τελείως ίση και όλοι οι κόμβοι έχουν τον ίδιο αριθμό ακμών. Αν δεχθούμε ότι  $N$  είναι ο συνολικός αριθμός των κόμβων και  $d_i$  ο βαθμός, τότε ο

συντελεστής ορίζεται ως 
$$G = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |d_i - d_j|}{2N \sum_{i=1}^N d_i}$$

## 2.4 Συναρτήσεις κατανομών

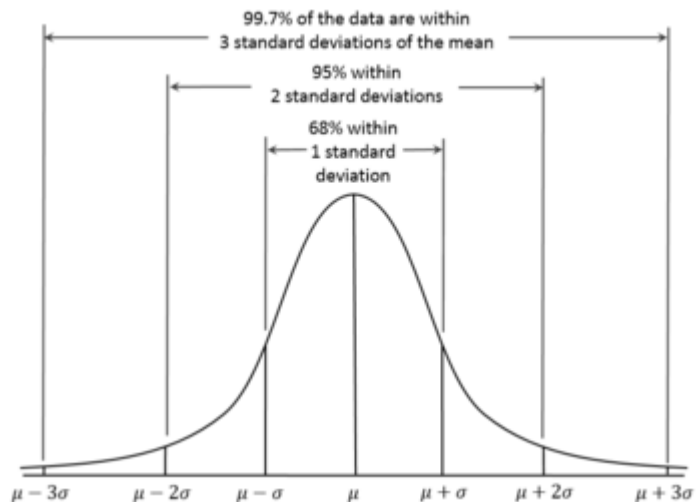
Όταν μελετάμε κάποιο δίκτυο, συχνά θέλουμε να βγάλουμε κάποιο συμπέρασμα για την κατανομή του βαθμού, του τοπικού συντελεστή συσπείρωσης ή κάποιου άλλου μεγέθους. Για αυτό, σε αυτήν την υποενότητα ακολουθεί μια σύντομη περιγραφή των σημαντικότερων οικογενειών κατανομών.

Γενικότερα, μια κατανομή χαρακτηρίζεται από μία συνάρτηση που δείχνει πόσο πιθανή είναι μια περιοχή τιμών. Αυτή είναι η συνάρτηση πυκνότητας της πιθανότητας (σπθ ή pdf).

Αντίστοιχα, ένας άλλος τρόπος περιγραφής μιας κατανομής είναι η αθροιστική συνάρτηση κατανομής της πιθανότητας (ασκ ή cdf). Αυτή η συνάρτηση περιγράφει την πιθανότητα το μέγεθος που μετράμε να έχει τιμή ίση ή μικρότερη από την μεταβλητή του άξονα  $x$ . Η ασκ συνδέεται με την σπθ μέσω της σχέσης της ολοκλήρωσης αν πρόκειται για συνεχείς μεταβλητές και άθροισης για διακριτές ( $ασκ(x) = \int_{-\infty}^x σπθ(y) dy$ )

### 2.4.1 Κανονική Κατανομή (Normal)

Η κανονική κατανομή είναι η πιο απλή περίπτωση και η πιο διαισθητικά κατανοητή. Πρόκειται για αυτό που η περισσότεροι άνθρωποι φανταζόμαστε όταν προσπαθούμε να ερμηνεύσουμε την έννοια του τυχαίου. Ουσιαστικά, σε κατανομές που ανήκουν σε αυτήν την οικογένεια, οι τιμές διασπείρονται ομαλά γύρω από μια χαρακτηριστική τιμή. Οι ακραίες τιμές υπάρχουν, αλλά εντοπίζονται σε αναμενόμενες αποστάσεις περί της κεντρικής τιμής.



Εικόνα 2.6 Χαρακτηριστικό σχήμα απλής κανονικής κατανομής

Στην απλή της μορφή, η συνάρτηση που προσδιορίζει την

κατανομή αυτή είναι  $σπθ(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ . Με  $\mu$  συμβολίζεται η μέση τιμή της κατανομής, ενώ  $\sigma$  είναι η τυπική απόκλιση.

Η κατανομή αυτή σπάνια συναντάται στην φύση. Η μελέτη της ωστόσο είναι σημαντική καθώς εξομοιώνει ικανοποιητικά πλήθος απλών φαινομένων ενώ συνδέεται με την επόμενη οικογένεια κατανομών.

### 2.4.2 Λογαριθμο-Κανονική Κατανομή (lognormal)

Όταν λέμε ότι μία κατανομή είναι λογαριθμοκανονική, αυτό σημαίνει ότι ο λογάριθμος της μεταβλητής που μελετάται κατανέμεται λογαριθμικά. Στην γενική περίπτωση, αυτό εκφράζεται

μαθηματικά ως  $σπθ(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}$ .

Η λογαριθμοκανονική μεταβλητή παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Ποικιλία φαινομένων τόσο τεχνολογικών όσο και κοινωνικών περιγράφεται με κατανομές που ανήκουν στην ευρύτερη

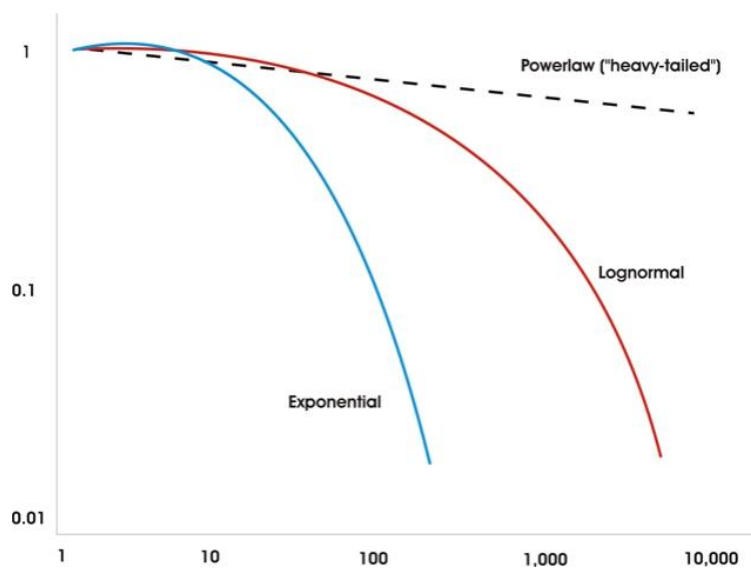
οικογένεια.<sup>15</sup> Το χαρακτηριστικότερο παράδειγμα είναι οι κατανομές αστοχιών (failure), ο χρόνος δηλαδή που μεσολαβεί μέχρι μία συσκευή ή τεχνολογία να χαλάσει και να χρειάζεται επισκευή ή αντικατάσταση.

### 2.4.3 Εκθετική Κατανομή (exponential)

Μία ακόμη μεγάλη οικογένεια κατανομών, είναι οι εκθετικές. Το κύριο χαρακτηριστικό που τις ξεχωρίζει από τις υπόλοιπες κατανομές είναι ότι έχουν τον μεγαλύτερο βαθμό εντροπίας. Ουσιαστικά αυτό σημαίνει ότι “σκορπάνε” την μεταβλητή που περιγράφουν με τον πλέον χαοτικό κι απρόβλεπτο τρόπο. Εντούτοις, η εκθετική κατανομή είναι κυρίως γνωστή για την ιδιότητα που έχει να μην έχει μνήμη. Αυτό σημαίνει ότι η πάροδος του χρόνου είναι αδιάφορη για την συγκεκριμένη κατανομή και το αν ένα ενδεχόμενο έχει ή δεν έχει συμβεί στο παρελθόν δεν επηρεάζει καθόλου την μελλοντική εξέλιξη του υπό μελέτη φαινομένου. Μαθηματικά, η κατανομή της είναι απλή και έχει την μορφή  $spθ(x) = λe^{-λx}$  όπου η παράμετρος  $λ$  ονομάζεται κλίση

### 2.4.4 Κατανομή δύναμης (power law)

Τέλος, πολύ σημαντική οικογένεια κατανομής είναι αυτή του νόμου δύναμης. Η συγκεκριμένη κατηγορία καλύφθηκε στο εισαγωγικό κεφάλαιο. Τα σημαντικότερά της χαρακτηριστικά είναι η απουσία κάποιας χαρακτηριστικής τιμής και η φαρδιά ουρά που παρουσιάζει στο τέλος (συστηματικές μεγάλες τιμές).<sup>16</sup> Η συνάρτηση που την περιγράφει είναι η ακόλουθη  $spθ(x) = Cx^{-α}$  όπου η τιμή της σταθεράς  $C$  είναι τέτοια ώστε η συνάρτηση ασκ να τερματίζει στο 0, ενώ η σταθερά  $α$  ονομάζεται κλίση. Οι τρεις τελευταίες κατανομές παρουσιάζονται στο επόμενο σχήμα. Ν σημειωθεί ότι το σχήμα αυτό είναι σχεδιασμένο σε log-log άξονες.



Εικόνα 2.7 Παρουσίαση κατανομών μεταβλητών





## Κεφάλαιο 3

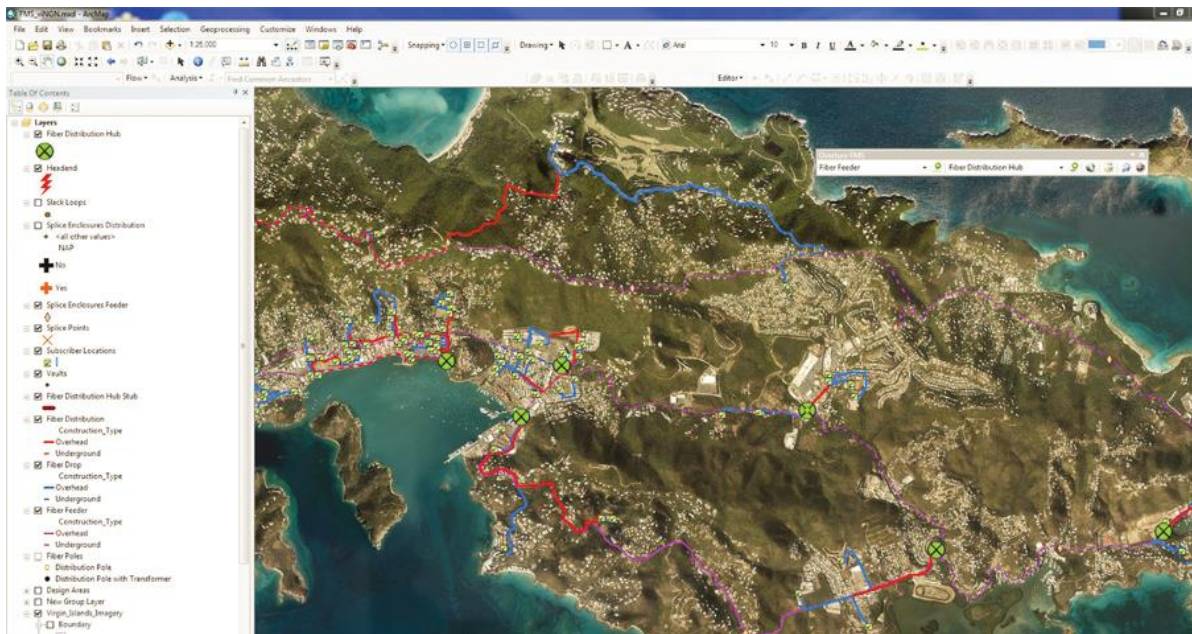
### Γεωπληροφορικά συστήματα και οι Γράφοι Ορατότητας

Καθώς η χρήση της πληροφορικής γίνεται όλο και πιο διαδεδομένη, η επιστήμη αυτή βρίσκει εφαρμογή σε όλο και περισσότερους κλάδους. Ένας από αυτούς τους κλάδους είναι και η τοπογραφία/γεωγραφία. Στην σημερινή εποχή, κάθε είδους τοπογραφική μελέτη γίνεται με χρήση ειδικού λογισμικού. Τέτοια λογισμικά ονομάζονται Γεωγραφικά πληροφοριακά συστήματα (geographic information system) ή αλλιώς ΓΠΣ (GIS).

#### 3.1 Το ArcGIS

Για τις ανάγκες αυτής της εργασίας, χρησιμοποιήθηκε το ΓΠΣ ArcGIS της esri. Πρόκειται για μια ιδιαίτερα σύνθετη πλατφόρμα λογισμικού γεωπληροφορικής. Το ArcGIS, αποτελείται από μία βάση δεδομένων (ArcCatalog) η οποία διαχειρίζεται τις εγγραφές των διάφορων σημείων ενδιαφέροντος καθώς κι από έναν διαδραστικό χάρτη (ArcMap) ο οποίος επικοινωνεί με την βάση δεδομένων και παρουσιάζει πάνω στο υπόβαθρο που του έχουμε φορτώσει, τα ζητούμενα σημεία.

Πέρα από αυτές τις βασικές λειτουργίες, το περιβάλλον του ArcGIS διαθέτει πληθώρα εργαλείων. Τα εργαλεία αυτά μπορεί να είναι από απλά (σχεδιασμός και τροποποίηση των χαρακτηριστικών ενδιαφέροντος, αλλαγή κλίμακας κ.λπ.) μέχρι εξαιρετικά σύνθετα (υπολογισμός ελαχίστων αποστάσεων, παρουσίαση κυρτότητας εδάφους, εξαγωγή δεδομένων σε μορφή excel κ.λπ.). Εκτός από αυτά τα εργαλεία, προσφέρεται και η δυνατότητα υλοποίησης ειδικών εργαλείων γραμμένων στην γλώσσα προγραμματισμού python την οποία υποστηρίζει η πλατφόρμα.



Εικόνα 3.1 Ενδεικτική εικόνα της εφαρμογής ArcGIS

Ακόμη, η εφαρμογή περιλαμβάνει μια πληθώρα από εκπαιδευτικά σενάρια, σχεδιασμένα για να δείξουν στον χρήστη τους τρόπους που μπορεί να αντλήσει πληροφορία από το χάρτη του. Το υλικό αυτό, πλαισιώνεται με ένα πλήρως τεκμηριωμένο site με απαντήσεις σε όλες τις βασικές

ερωτήσεις καθώς κι από μία ζωντανή διαδικτυακή κοινότητα η οποία απαντάει στις ερωτήσεις του κάθε χρήστη.

### 3.2 Τα δεδομένα

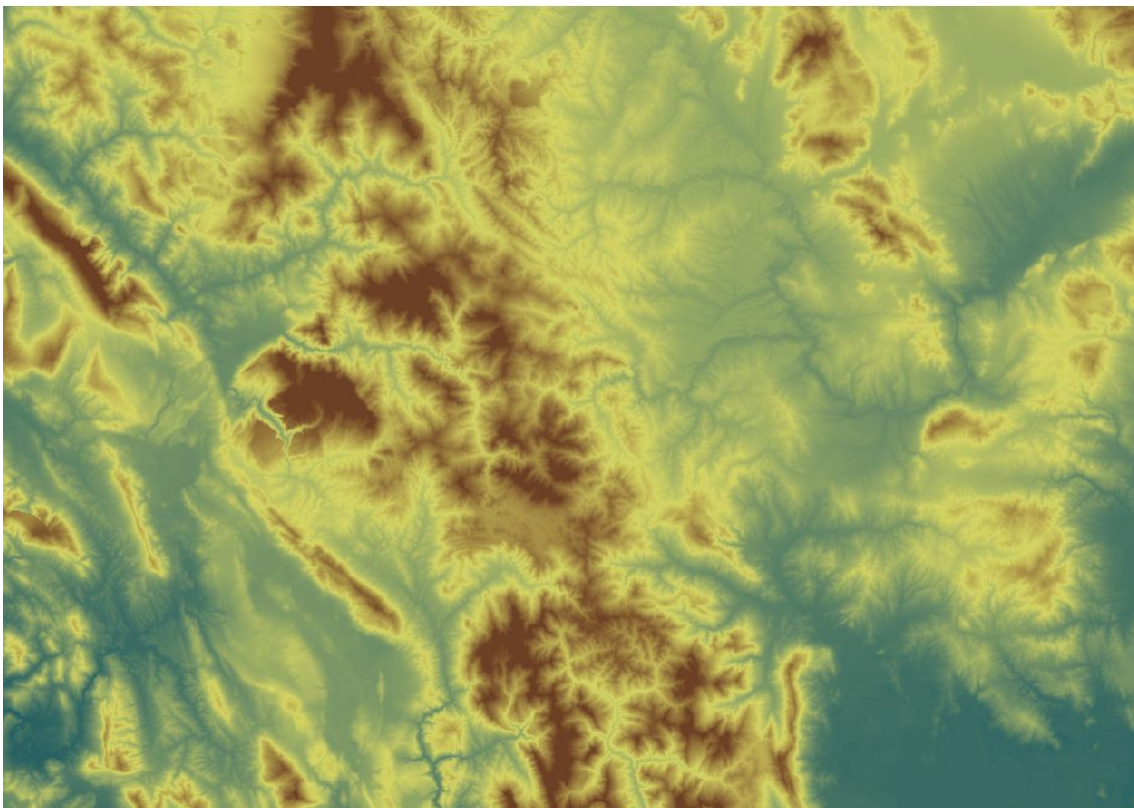
Φυσικά, η εφαρμογή αυτή δεν θα μπορούσε να αξιοποιηθεί χωρίς να φορτωθεί με τα κατάλληλα δεδομένα.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση, τα δεδομένα τα οποία χρησιμοποιήθηκαν ήταν το ανάγλυφο μιας ορεινής περιοχής της Πίνδου. Τα δεδομένα είχαν ορθογώνιο σχήμα και ήταν διαστάσεων 107 χιλιόμετρα επί 151 χιλιόμετρα. Ο χάρτης αυτός περιλάμβανε υψομετρικά δεδομένα, τοποθεσίες οικισμών καθώς και το οδικό δίκτυο της περιοχής.



Εικόνα 3.2 Ένα τμήμα των δεδομένων στον ελληνικό χάρτη

Τα δεδομένα του χάρτη είναι προϊόν τοπογραφικής μελέτης αυστηρών προδιαγραφών. Κύρια σύμβαση των μετρήσεων είναι ότι κάθε “pixel” του χάρτη απέχει 30 μέτρα από το διπλανό του “pixel”. Αυτό σημαίνει ότι οι μετρήσεις έγιναν κάθε 30 μέτρα. Παρακάτω παρουσιάζεται το υψόμετρο των δεδομένων, όπως το παρουσιάζει το ArcGIS μετά από διάφορες ρυθμίσεις. Η φράκταλ μορφή του ελληνικού ορεινού υποβάθρου είναι εμφανής<sup>17</sup>.

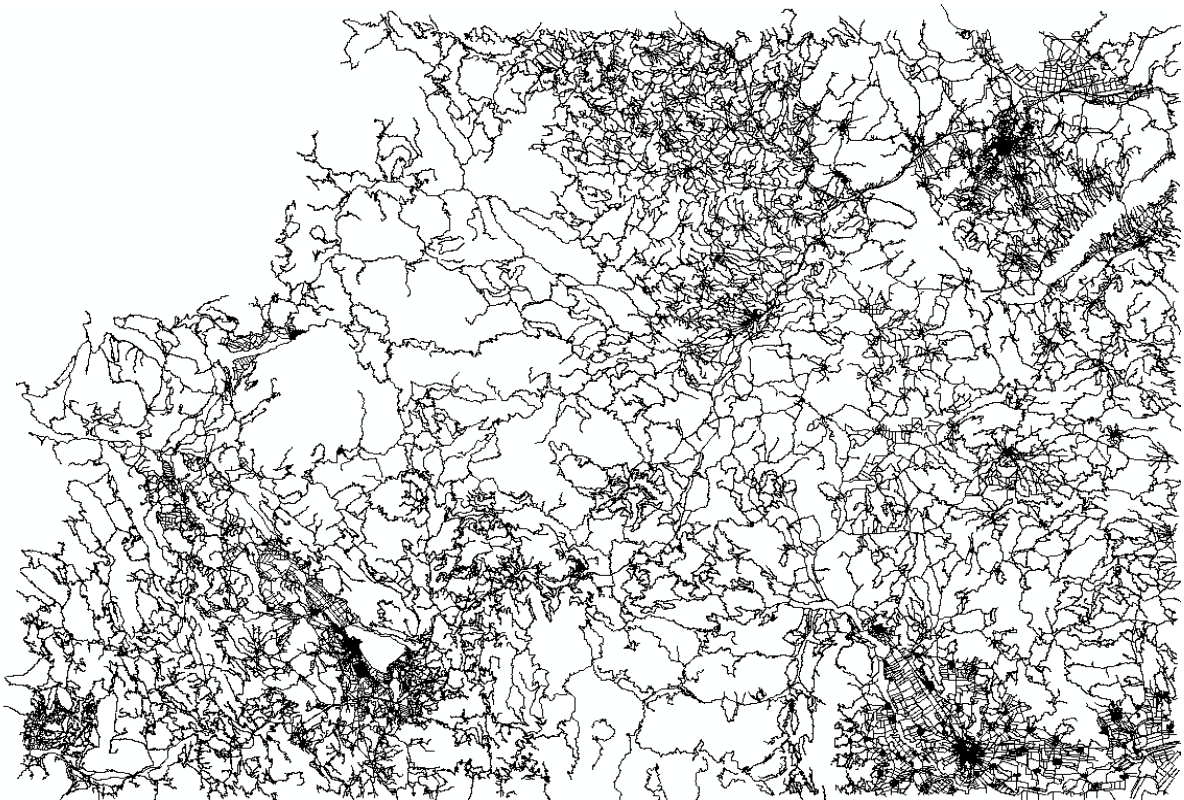


Εικόνα 3.3 Υψόμετρο περιοχής της Ηπείρου και της Δυτικής Μακεδονίας

Το οδικό δίκτυο της αντίστοιχης περιοχής παρουσιάζεται στην επόμενη εικόνα (Εικόνα 3.3). Οι δρόμοι αυτοί είναι ως επι τω πλείστων επαρχιακοί. Αυτό σημαίνει ότι κάποιοι από αυτούς ίσως

είναι και χωματόδρομοι. Φυσικά, αυτό το δίκτυο κυρίως αποτελείται από πιο σύγχρονους ασφαλτοστρωμένους δρόμους διπλής κατεύθυνσης.

Ακόμη, παρατηρούμε ότι οι δρόμοι φαίνεται να ακολουθούν το ανάγλυφο του εδάφους, όπως είναι και λογικό. Έτσι, στις ιδιαίτερα ορεινές περιοχές παρατηρούμε ότι το δίκτυο γίνεται αραιότερο έως και ανύπαρκτο ενώ στις επίπεδες περιοχές το δίκτυο αμέσως πυκνώνει. Τέλος, αξίζει να αναφέρουμε ότι σταθερό μοτίβο παρατηρείται και στην τοποθεσία των οικισμών. Παρατηρήθηκε ισχυρή τάση οι οικισμοί και ιδιαιτέρως οι μικρότεροι εξ αυτών, να εντοπίζονται στους πρόποδες των βουνών κι όχι στις πεδιάδες ή τις κορυφές. Τα σημεία αυτά, αντιστοιχούν στα έντονα πυκνώματα που παρατηρούμε στην εικόνα του οδικού δικτύου.



Εικόνα 3.4 Το οδικό δίκτυο της επιλεγμένης περιοχής



Εικόνα 3.5 Χαρακτηριστική εικόνα του οδικού δικτύου, όπως φαίνεται απο το Street View της Google

### 3.3 Κυρτότητα αναγλύφου

Για τις ανάγκες αυτής της εργασίας, κρίθηκε σκόπιμο να μελετηθεί και η κυρτότητα του δοθέντος αναγλύφου. Τι είναι όμως η κυρτότητα ενός αναγλύφου;<sup>18</sup>

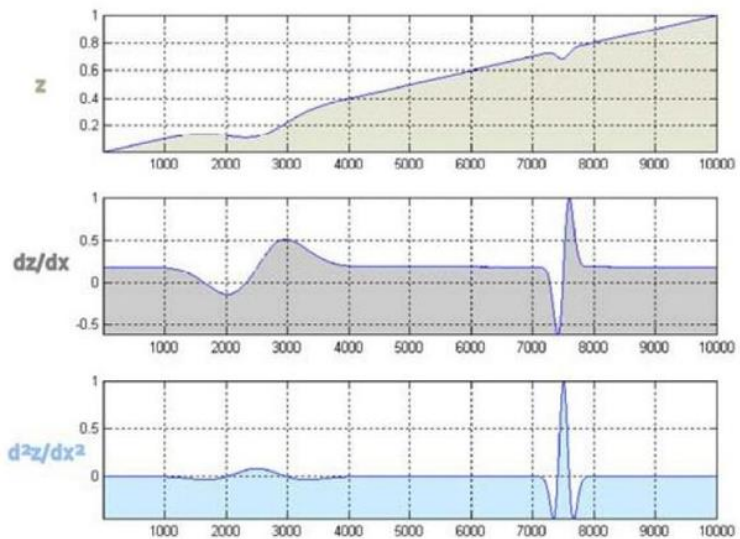
Κάθε σημείο του αναγλύφου, χαρακτηρίζεται από τις συντεταγμένες του (καρτεσιανό ή άλλο σύστημα) κι από το υψόμετρό του. Για να απλοποιήσουμε την περίπτωση μας, ας υποθέσουμε ότι αναλύουμε μια μηκοτομή του αναγλύφου.

Αυτή, χαρακτηρίζεται από το μήκος  $x$  που το κάθε σημείο απέχει από την αρχή της μηκοτομής. Επιπλέον, το κάθε σημείο χαρακτηρίζεται κι από ένα υψόμετρο  $z(x)$ . Με βάση αυτό το απλοποιημένο παράδειγμα, η κλίση της μηκοτομής είναι η συνάρτηση  $a(x) = \frac{dz}{dx}$ . Αντίστοιχα, η

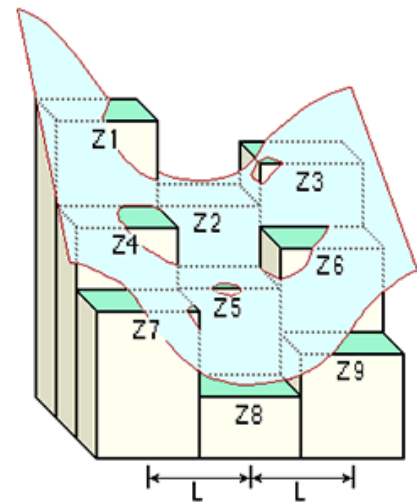
κυρτότητα του εδάφους (η καμπυλότητα που παρουσιάζει) περιγράφεται από την συνάρτηση  $c(x) = \frac{da}{dx} = \frac{d^2z}{dx^2}$ . Η παραπάνω ανάλυση, φαίνεται καθαρότερα στο διπλανό υποθετικό παράδειγμα. Θετικές τιμές της κυρτότητας σημαίνουν ότι η μηκοτομή είναι κυρτή ή αλλιώς στρέφει τα κοίλα προς τα πάνω ενώ αρνητικές σημαίνουν πως η μηκοτομή είναι κοίλη ή αλλιώς στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω.

Ωστόσο, το ανάγλυφο που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία ήταν τριών διαστάσεων κι όχι δύο. Έτσι, ο ορισμός της κυρτότητας γίνεται λίγο πιο σύνθετος. Το ArcGIS προσφέρει ποικιλία λύσεων. Για τις ανάγκες αυτής της διπλωματικής, επιλέχθηκε η κυρτότητα προφίλ (profile curvature). Με αυτήν την επιλογή, η κυρτότητα ενός σημείου ορίζεται ως η κυρτότητα της μηκοτομής του σημείου με το γειτονικό του η οποία παρουσιάζει την μεγαλύτερη κλίση. Το διπλανό σχήμα αποσαφηνίζει τον ορισμό αυτό.

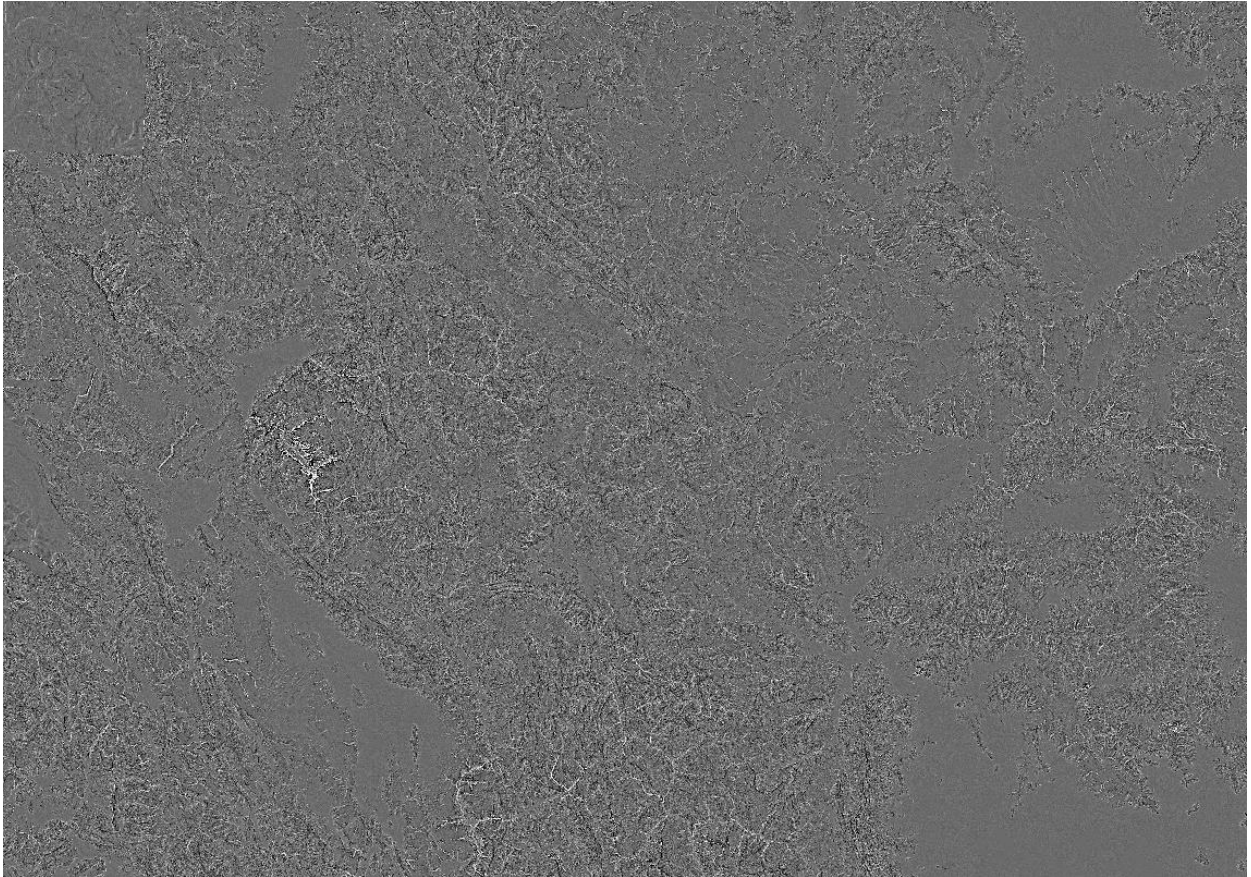
Εφαρμόζοντας λοιπόν το αντίστοιχο εργαλείο στα δεδομένα μας, προέκυψε ο χάρτης της κυρτότητας. Η επόμενη εικόνα είναι ένα μικρότερο τμήμα της επιλεγμένης περιοχής, όπως προέκυψε από το εργαλείο του ArcGIS.



Εικόνα 3.6 Η κυρτότητα μιας μηκοτομής



Εικόνα 3.7 Κυρτότητα προφίλ



**Εικόνα 3.8** Κυρτότητα προφίλ της επιλεγμένης περιοχής, όπως προέκυψε από το ArcGIS

Οι τιμές κυμαίνονται από -89.0567 (μαύρο) έως 88.8532 (άσπρο). Η εικόνα είναι αντίστοιχη του τμήματος της ορεινής βορειοδυτικής Ελλάδας που φαίνεται στην εικόνα 3.3

### 3.4 Μετατροπή σειράς σε δίκτυο

Με την χρήση των παραπάνω, είναι δυνατόν να λάβουμε σειρές δεδομένων που αντιπροσωπεύουν το υψόμετρο ή την κυρτότητα σημείων κατά μήκος μιας νοητής γραμμής ή του οδικού δικτύου. Ωστόσο, προκειμένου να βγάλουμε καινούρια συμπεράσματα για το ανάγλυφο, αντί να το μελετήσουμε με τα παραδοσιακά εργαλεία χρονοσειράς μπορούμε να το μελετήσουμε με την εργαλειοθήκη της επιστήμης των δικτύων. Προφανώς, για να πραγματοποιήσουμε την ιδέα αυτή, θα πρέπει πρώτα να μετατρέψουμε την σειρά μίας μηκοτομής σε δίκτυο.

#### 3.4.1 Γράφος Οπτικής Επαφής

Ένα εργαλείο που προτάθηκε σχετικά πρόσφατα ονομάζεται Γράφος Οπτικής Επαφής (visibility graph).<sup>19</sup> Πρακτικά, η συγκεκριμένη μέθοδος αντιμετωπίζει τα δεδομένα ως “κορυφές” και “κοιλιάδες”. Για να υπάρχει ακμή ανάμεσα σε δύο σημεία αυτά θα πρέπει να μπορούν να δουν το ένα το άλλο – να έχουν γραμμή Οπτικής Επαφής (Line Of Sight). Έτσι, τα σημεία μας αντιστοιχούν σε “pixel” της επιλεγμένης μηκοτομής με απόσταση 30 μέτρα μεταξύ τους ενώ η ακμές γραμμές Οπτικής Επαφής.

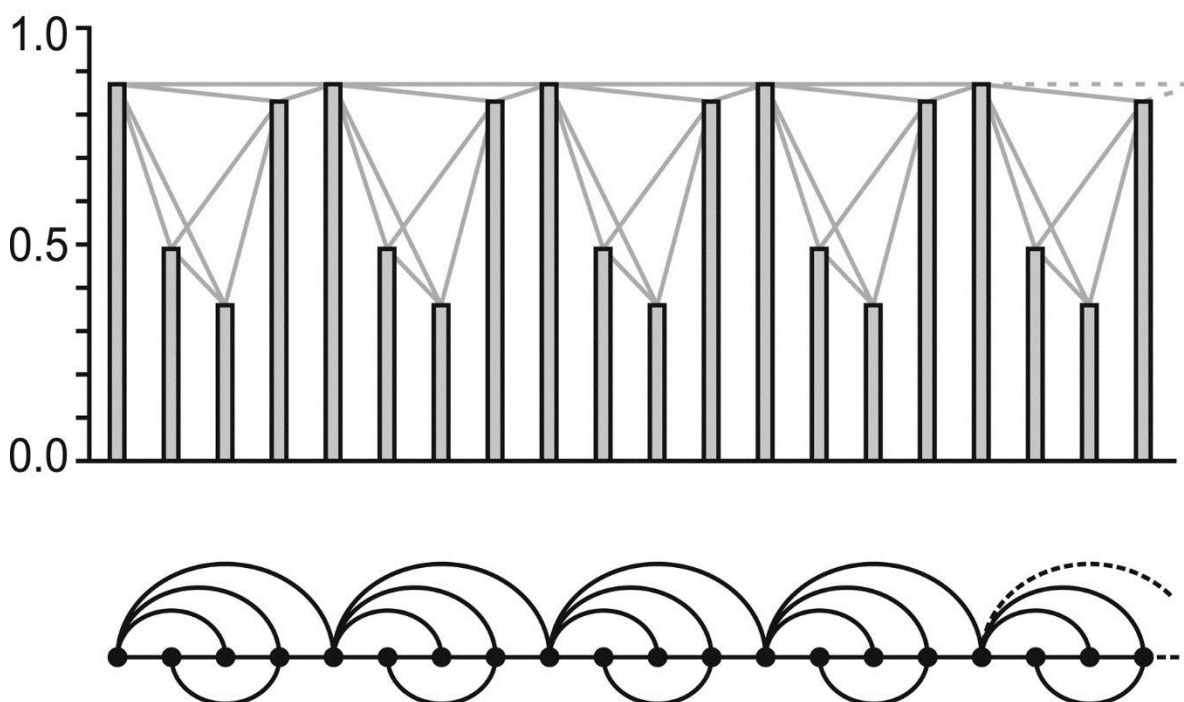
Για να ορίσουμε μαθηματικά τον αλγόριθμο παραγωγής του Γράφου Οπτικής Επαφής, ας πάρουμε πάλι το παράδειγμα συνάρτησης  $z(x)$  υψομέτρου κατά μήκος μίας μηκοτομής. Δύο σημεία  $i$  και  $j$  έχουν ορατότητα μεταξύ τους αν και μόνο αν για κάθε σημείο  $k$  ανάμεσά τους ισχύει  $\frac{z_k - z_i}{k - i} < \frac{z_j - z_i}{j - i}$ . Αν δηλαδή, κάθε σημείο  $k$  δεν “κρύβει” την γραμμή Οπτικής Επαφής τότε στο παραχθέν δίκτυο οι αντίστοιχοι κόμβοι  $i$  και  $j$  θα έχουν μια ακμή να τους συνδέει. Το ίδιο ισχύει και για την περίπτωση της συνάρτησης κυρτότητας  $c(x)$  όμως εκεί το παραχθέν δίκτυο δεν έχει κάποιο άμεσο φυσικό νόημα.

Αυτή η προσέγγιση παρουσιάζει ιδιαίτερο επιστημονικό ενδιαφέρον, καθώς παρουσιάζει κάποιες χρήσιμες ιδιότητες<sup>20</sup>. Τέτοιες είναι:

- Κάθε κόμβος έχει το λιγότερο δύο συνδέσεις – τους άμεσους γείτονές του. Έτσι δεν υπάρχει κόμβος που να είναι πλήρως αποσυνδεδεμένος από το υπόλοιπον δίκτυο.
- Το παραχθέν δίκτυο δεν παρουσιάζει καμία μεταβολή σε μετασχηματισμούς συγγένειας των αρχικών δεδομένων (affine transformations). Δεδομένα που έχουν υποστεί ομοιόμορφη μετατόπιση των δεδομένων, αλλαγή του οριζόντιου και κατακόρυφου άξονα ή/και πρόσθεση τάσης παράγουν το ίδιο ακριβώς δίκτυο που παράγουν και τα αρχικά δεδομένα.
- Υπάρχει σταθερή “μετάφραση” ιδιοτήτων της αρχικής χρονοσειράς σε αντίστοιχες ιδιότητες του δικτύου. Για παράδειγμα, έχει αποδειχθεί ότι περιοδικές σειρές οδηγούν σε κανονικά δίκτυα ενώ φράκταλ σειρές οδηγούν σε δίκτυα χωρίς κλίμακα

Η επόμενη εικόνα έχει ως παράδειγμα μια τυχαία περιοδική σειρά (0,87 – 0,49 – 0,36 – 0,83 – 0,87 – ...) και την μετατροπή της στο ανάλογο δίκτυο. Πέρα από την αποσαφήνιση της λειτουργίας του αλγορίθμου, το παρακάτω σχήμα δείχνει την διατήρηση των ιδιοτήτων της σειράς.

0.87,0.49,0.36,0.83,0.87,0.49,0.36,0.83,0.87,0.49,0.36,0.83,0.87,0.49,0.36,0.83,0.87,0.49,0.36,0.83...



Εικόνα 3.9 Εφαρμογή του αλγορίθμου του Γράφου Οπτικής Επαφής

### 3.4.2 Δικτυακά μεγέθη υπό το πρίσμα του Γράφου Οπτικής Επαφής

Είναι σαφές ότι ο Γράφος Οπτικής Επαφής είναι ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο, τόσο για την επιστήμη των δικτύων όσο και για την μελέτη χρονοσειρών. Τα διάφορα δικτυακά μεγέθη που ορίστηκαν στο κεφάλαιο 2 αποκτούν τελείως άλλη σημασία.<sup>21</sup>

Το μεγαλύτερο παράδειγμα βρίσκεται στον συντελεστή συσπείρωσης και στην μεταβατικότητα. Αυτά τα μεγέθη, εκτός από όσα αναφέρουμε, δείχνουν επίσης και πόσο απότομα αλλάζουν τα δεδομένα μας. Αργές αλλαγές, σημαίνουν ότι υπάρχουν περιοχές όπου όλα τα σημεία έχουν οπτικοί επαφή μεταξύ τους, άρα υψηλό συνολικό συντελεστή συσπείρωσης και μεταβατικότητα. Αντίστοιχα, χαμηλές τιμές των παραπάνω μεγεθών υποδηλώνουν βίαιες αλλαγές στο ανάγλυφο.

Ιδιαίτερη περίπτωση αποτελούν τα τοπικά ελάχιστα μιας χρονοσειράς. Αυτά τα σημεία, έχουν χαμηλό βαθμό γιατί συνήθως βλέπουν μόνο τους άμεσους γείτονές τους ( $d = 2$ ). Φυσικά, οι γείτονες αυτοί βλέπουν ο ένας τον άλλο, άρα οι κόμβοι που αντιστοιχούν σε τοπικά ελάχιστα τείνουν να έχουν και υψηλό συντελεστή συσπείρωσης ( $c = 1$  στην απλή περίπτωση). Αυτό το φαινόμενο δημιουργεί πυκνά υποδίκτυα και προδιαθέτει για ένα δίκτυο με ιεραρχική δομή.

Ακόμη, αν το δίκτυο που λάβαμε είναι χωρίς κλίμακα τότε συνήθως οι κόμβοι με υψηλό βαθμό αντιστοιχούν στα τοπικά μέγιστα της χρονοσειράς. Αυτό ωστόσο, σε αντίθεση με την προηγούμενη υπόθεση έχει δειχθεί ότι δεν ισχύει πάντα. Συγκεκριμένα, σε φράκταλ σειρές όπως η Conway δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ βαθμού και της θέσης του σημείου στην αρχική σειρά.

Τέλος, πολύ σημαντική θεωρείται και η ερμηνεία των μεγεθών του συντελεστή συσχέτισης και του μέσου μήκους μονοπατιού. Αρνητικές τιμές του πρώτου δείχνουν ότι οι πυρήνες του δικτύου (οι κόμβοι με υψηλό βαθμό) απωθούνται, φαινόμενο απαραίτητο για τον σχηματισμό φράκταλ δικτύων χωρίς κλίμακα. Σε αυτήν την περίπτωση, το μέσο μήκος μονοπατιού  $L$  συνδέεται με τον

αριθμό των κόμβων  $N$  με την σχέση  $L \sim N^{-\beta}$  όπου  $\beta$  υπολογίσιμη σταθερά. Αντίθετα, όταν οι πυρήνες “έλκονται” παρατηρούμε δίκτυα μικρού κόσμου ακόμη κι αν η αρχική σειρά είχε φράκταλ χαρακτηριστικά. Σε αυτήν την περίπτωση το μέσο μήκος μονοπατιού εξαρτάται από τον λογάριθμο του πλήθους των κόμβων, δηλαδή  $L \sim \log(N)$



### 3.5 Τα δεδομένα της εργασίας κι ο Γράφος Οπτικής Επαφής στο ArcGIS

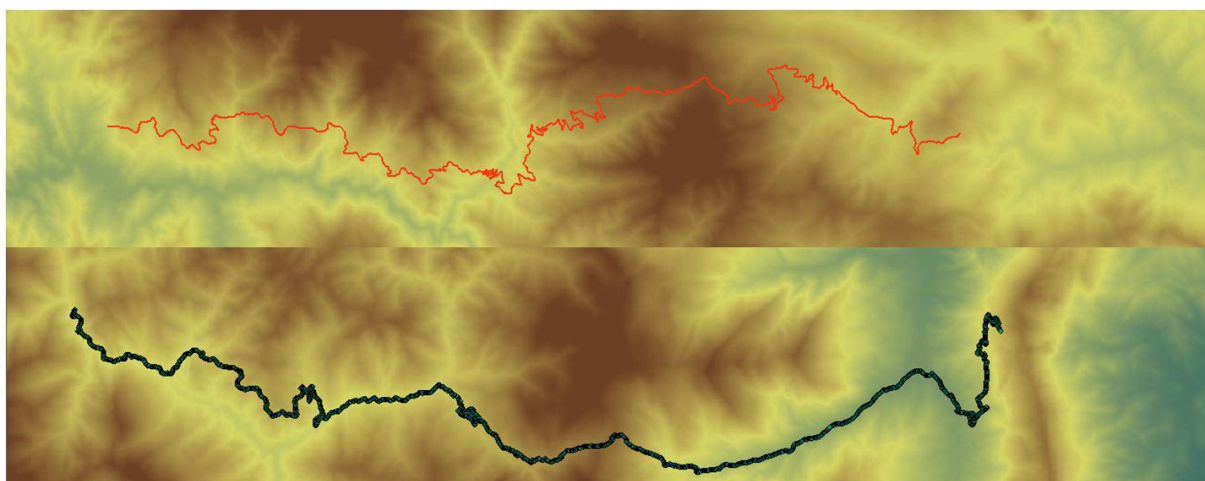
Η εργαλειοθήκη του ArcGIS περιέχει ένα εργαλείο που υπολογίζει τα σημεία Οπτικής Επαφής όλων των σημείων μιας σαφώς ορισμένης περιοχής. Αυτό το εργαλείο αξιοποιήθηκε από συνεργάτες του ομίλου ΟΤΕ με σκοπό την δημιουργία εργαλείο μετατροπής μηκοτομών σε Γράφο. Έτσι, με βάση τα αντίστοιχα δεδομένα τα οποία πάρθηκαν με κατάλληλο τρόπο από το ΓΠΣ, λάβαμε τα παρακάτω δίκτυα σε μορφή πίνακα γειτνίασης (πίνακες excel):

- LineAlt1508 και LinePC1508, προϊόν του Γράφου Οπτικής Επαφής για μια αυθαίρετη γραμμή όπως φαίνεται στο σχήμα τόσο στο υπόβαθρο του υψομέτρου όσο και στο υπόβαθρο της κυρτότητας. Τα δίκτυα αυτά έχουν 1508 κόμβους (πίνακας 1508 επί 1508). Το σημείο εκκίνησης έχει γεωγραφικές συντεταγμένες 20.826 E 39.703 N (κοντά στα Ιωάννινα) ενώ το σημείο άφιξης 21.354 E 39.711 N (κοντά στον οικισμό Καστανιά)



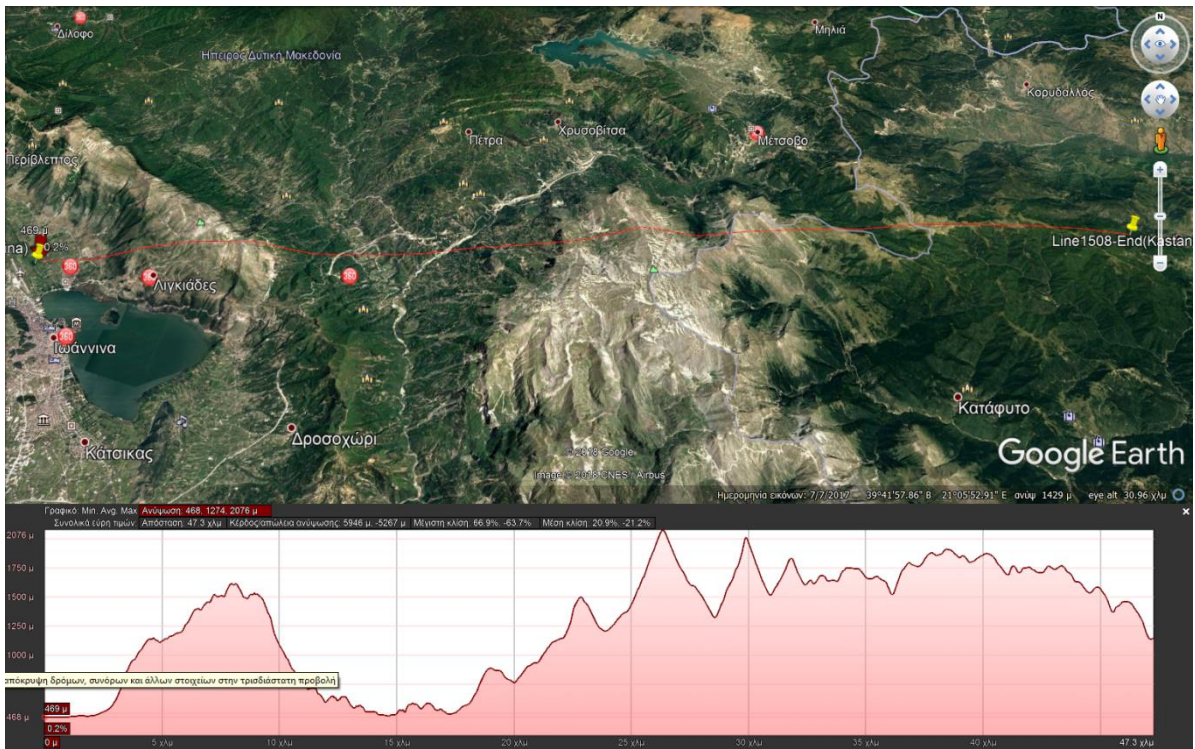
Εικόνα 3.10 Γραμμή 1508 σημείων στο ArcGIS

- RoadAlt1771 και RoadPC1771, τα οποία παράχθηκαν ακολουθώντας το οδικό δίκτυο με χρήση των εργαλείων του ArcGIS. Το πρώτο αντιστοιχεί στο υψόμετρο (altitude) ενώ το δεύτερο στην κυρτότητα (profile curvature). Ο σχετικός πίνακας είναι 1771 επί 1771, ενώ τα σημεία εκκίνησης κι άφιξης είναι αντίστοιχα 20.522 E 40.023 N (οικισμός Παλαιοσέλλι) και 21.174 E 40.023 N (Πανόραμα Γρεβενών)
- RoadAlt1609 και RoadPC1609, τα οποία ακολουθούν άλλο τμήμα του δρόμου. Το υπόβαθρο από το οποίο αντλούν τα δεδομένα καθώς και το πλήθος των κόμβων ακολουθεί τις συμβάσεις των προηγούμενων πινάκων. Το γεωγραφικό στίγμα είναι 21.206 E 39.645 (Ανθούσα Πρεβέζης) για το σημείο εκκίνησης ενώ για το σημείο τερματισμού 21.350 E 39.384 N (Γλυκομιλιά Τρικάλων)

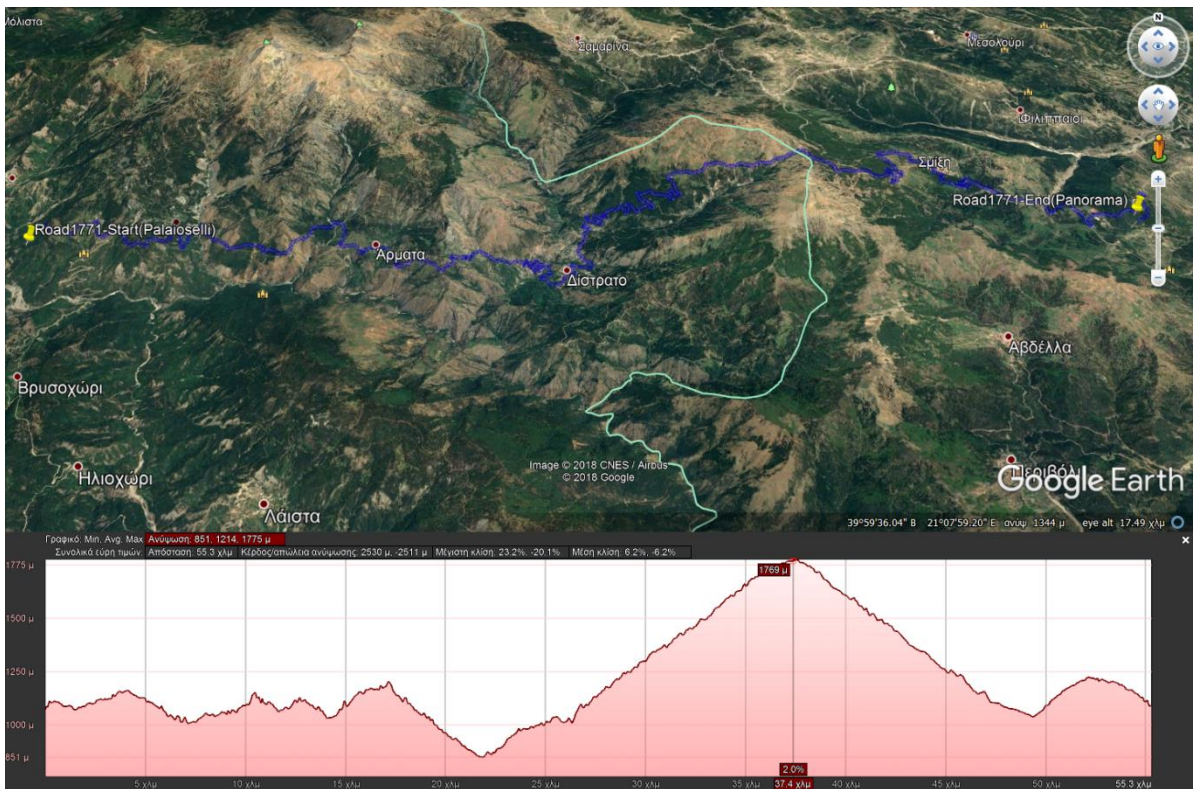


Εικόνα 3.11 Δρόμοι 1771 και 1609 σημείων αντίστοιχα

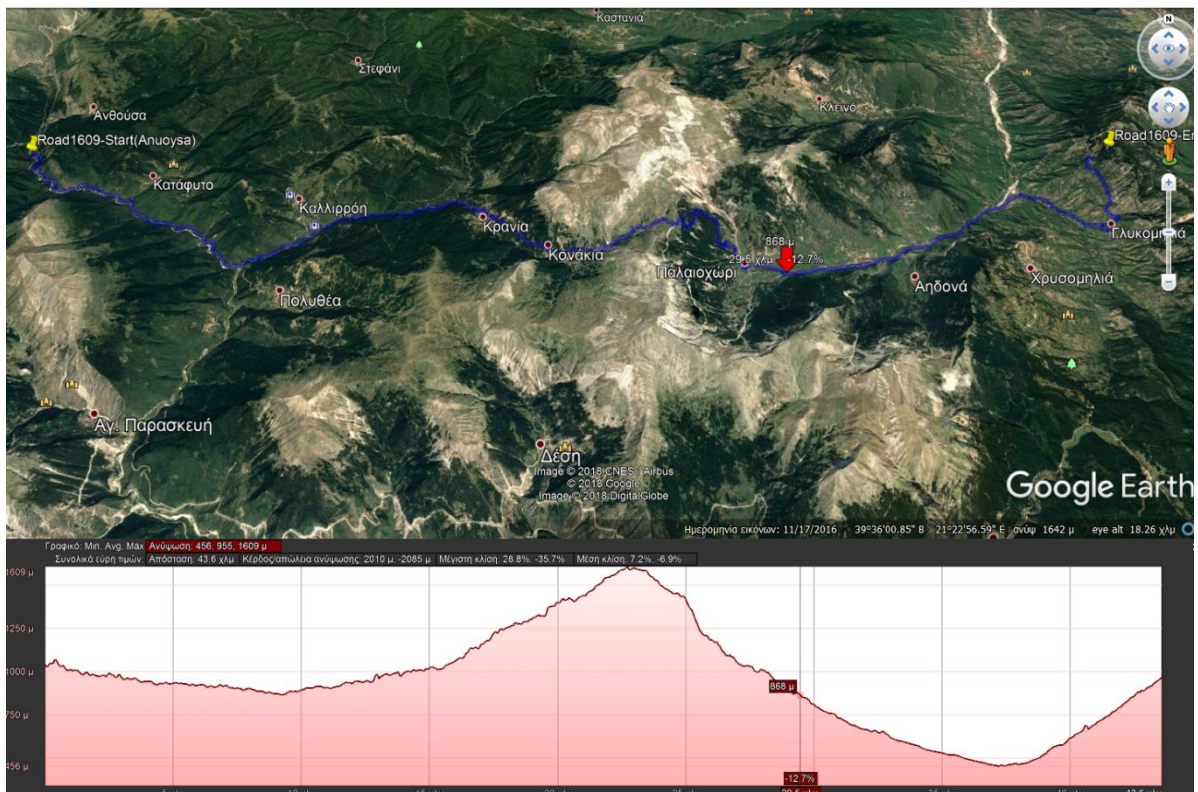
Εκτός από αυτούς τους πίνακες γειτνίασης, παράχθηκαν κι άλλοι. Ωστόσο, μόνο αυτοί που παρουσιάστηκαν εδώ ήταν αρκετά μεγάλοι ώστε τα οποιαδήποτε συμπεράσματα να είναι ασφαλή. Ακολουθούν εικόνες με τις σχετικές μηκοτομές.



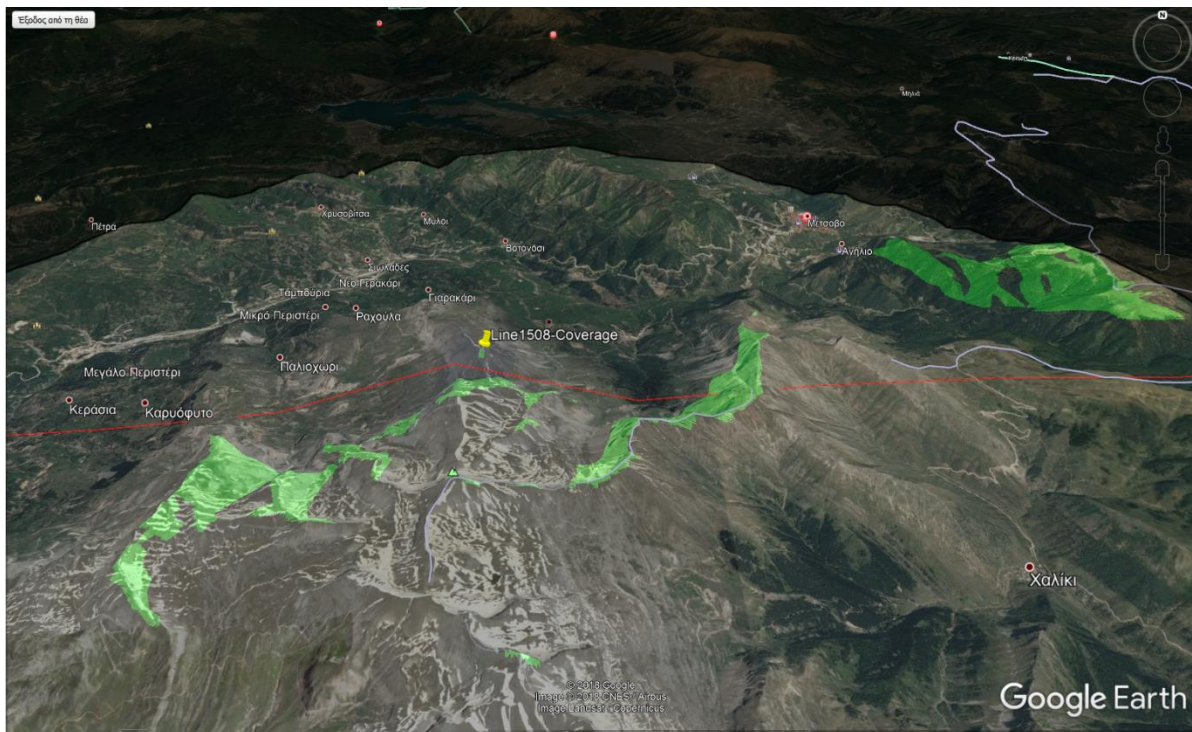
Εικόνα 3.12.1 Μηκοτομή της Γραμμής Line1508 όπως φαίνεται στο Google Earth



Εικόνα 3.12.2 Μηκοτομή του δρόμου Road1771 όπως φαίνεται στο Google Earth



Εικόνα 3.12.3 Μηκοτομή του δρόμου Road1609 όπως φαίνεται στο Google Earth



Εικόνα 3.12.4 Σημεία με τα οποία έχει οπτική επαφή τμήμα της γραμμής Line1508 (πράσινο)

### 3.5.1 Υπολογισμός των μεγεθών των δικτύων Οπτικής Επαφής

Τώρα που έχουμε μετατρέψει τις σειρές των δεδομένων μας σε δίκτυα, θα πρέπει να υπολογίσουμε και τα αντίστοιχα μεγέθη. Προς αυτήν την κατεύθυνση, χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα προγραμματισμού 4<sup>ης</sup> γενιάς matlab καθώς και το ευρύτερο περιβάλλον αριθμητικής υπολογιστικής.

Αρχικά, σχεδιάσαμε ένα script το οποίο διάβαζε τους αντίστοιχους πίνακες excel και υπολόγιζε ορισμένα βασικά μεγέθη. Στην συνέχεια, τα μεγέθη αυτά εμπλουτίστηκαν κι έτσι το script αυτό υπολόγιζε, παρουσίαζε κι αποθήκευε για κάθε δίκτυο τα παρακάτω μεγέθη:

Τοπικές παράμετροι (Local parameters)

- Βαθμός (d)
- Συντελεστής τοπικής συσπείρωσης (C)
- Κεντρικότητα εγγύτητας (c)
- Διορθωμένος συντελεστής τοπικής συσπείρωσης ( $\hat{C}$ )
- Πίνακας αποστάσεων

Καθολικές παράμετροι (Global parameters)

- Μεταβατικότητα (T)
- Συνολικός συντελεστής συσπείρωσης ( $C_{avg}$ )
- Μέσο μήκος μονοπατιού (L)
- Πυκνότητα ακμών ( $\rho$ )
- Συντελεστής συσχέτισης (A)
- Συντελεστής Gini (G)

Σημείωση 1<sup>η</sup>: Ο Πίνακας αποστάσεων είναι ίδιος με τον πίνακα γειτνίασης, μόνο που στις θέσεις των άσων περιέχει την απόσταση των κόμβων που συνδέονται. Η απόσταση αυτή προκύπτει απευθείας από τα δεδομένα: το κάθε σημείο απέχει από το επόμενο του 30 μέτρα. Άρα, αν ο κόμβος  $i$  κι ο κόμβος  $j$  για παράδειγμα συνδέονται, τότε η απόσταση τους είναι  $distance = 30 |i - j|$

Σημείωση 2<sup>η</sup>: Για τον υπολογισμό της κεντρικότητας εγγύτητας, χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος του dijkstra. Η διαδικασία ήταν να δημιουργηθεί ένας βοηθητικός πίνακας βάρους  $N$  επί  $N$ , ο οποίος στην θέση  $i, j$  έχει το βάρος της σύνδεσης αυτής. Αν υπάρχει ακμή, το βάρος είναι ίσο με την απόσταση ενώ στην αντίθετη περίπτωση υπολογίζεται το ελάχιστο κόστος από τον κόμβο  $i$  να βρεθούμε στον  $j$  με τον αλγόριθμο του dijkstra. Ο βοηθητικός πίνακας αυτός χρησιμοποιήθηκε και για τον υπολογισμό του μέσου μήκους μονοπατιού.

Σημείωση 3<sup>η</sup>: Ο διορθωμένος συντελεστής τοπικής συσπείρωσης υπολογίζεται με βάση τον κανονικό συντελεστή. Η διαφορά είναι ότι ο διαιρέτης είναι ο αριθμός των μέγιστων δυνατών ακμών των γειτόνων μεταξύ τους δεδομένου του βαθμού. Η διαδικασία για τον υπολογισμό του διορθωμένου διαιρέτη του συντελεστή συσπείρωσης, είναι η εξής<sup>22</sup>:

- Για κάθε κόμβο, ταξινομούμε σε φθίνουσα σειρά τον βαθμό των γειτόνων του μείον ένα (η σύνδεση με τον ίδιο τον κόμβο). Αν κάποιος από αυτούς τους αριθμούς είναι μεγαλύτερος του βαθμού του κόμβου μείον ένα, τότε τον αντικαθιστούμε με αυτόν. Αυτός ο βοηθητικός πίνακας δείχνει πόσες διαθέσιμες συνδέσεις έχει ο κάθε κόμβος να διαθέσει για τους γείτονες του κόμβου του οποίου υπολογίζουμε τον συντελεστή.
- Ξεκινώντας από το πρώτο στοιχείο του βοηθητικού πίνακα, κάνουμε όσες περισσότερες συνδέσεις μπορεί να κάνει το τρέχον στοιχείο. Αυτό το μεταφράζουμε με την αφαίρεση μιας μονάδας από τις τιμές των στοιχείων που συνδέονται.
- Μετράμε τον αριθμό των παραπάνω συνδέσεων. Ο διαιρέτης είναι ο το πλήθος των δυνατών συνδέσεων, μέχρι ο βοηθητικός πίνακας να είναι γεμάτος μηδενικά ή να έχει ένα μόνο μη μηδενικό στοιχείο (να μην μπορεί να πραγματοποιηθεί άλλη σύνδεση).

### 3.5.2 Συνοπτική παρουσίαση των αριθμητικών αποτελεσμάτων

Λόγω του μεγάλου όγκου των δεδομένων, η παρουσίαση όλων των βασικών μεγεθών θα ήταν αδύνατη. Εντούτοις, παρακάτω παρουσιάζονται όλα τα συνολικά μεγέθη.

	T	$\hat{C}$	L	$\rho$	A	G
LineAlt1508	0.43	0.65	226.7	0.050	0.34	0.45
LinePC1508	0.38	0.78	62.3	0.030	-0.08	0.42
RoadAlt1771	0.22	0.14	918.3	0.082	0.34	0.37
RoadPC1771	0.30	0.42	416.5	0.071	0.04	0.37
RoadAlt1609	0.41	0.50	558.4	0.066	0.44	0.51
RoadPC1609	0.24	0.38	671.8	0.074	-0.11	0.39

Πίνακας 3.1 Παρουσίαση συνολικών μεγεθών για κάθε δίκτυο

Ο πίνακας αυτός εμπεριέχει αρκετή πληροφορία, που δείχνει κάποιες γενικές κατευθύνσεις.

Κατ' αρχάς παρατηρούμε πως οι τιμές στις παραμέτρους T και G δεν διακρίνουν τα δίκτυα. Απαιτούνται περισσότερα σετ δεδομένων για να μπορέσουν να φανούν διαφορές. Μεγάλες τιμές πάντως στον συντελεστή Gini  $\sim 0.4$ , όπως του πίνακα, υποδεικνύουν μεγάλη ανισοκατανομή του βαθμού (degree) των δικτυακών κόμβων. Αυτό είναι συνεπές με την ανάλυση του βαθμού παρακάτω.

Οι διαφορές μεταξύ του δικτύου γραμμής και του δικτύου δρόμων είναι εμφανείς στις παραμέτρους C, L και  $\rho$ . Συγκριτικά, τα δίκτυα γραμμής χαρακτηρίζονται από χαμηλή τιμή του  $\rho$  (πυκνότητα ακμών) και της μέσης απόστασης L, που υποδεικνύει ότι είναι σχετικά θρυμματισμένα σε μικρές νησίδες κόμβων με μεγάλη εσωτερική συσπείρωση.

Οι διαφορές μεταξύ των δικτύων υψομέτρου και κυρτότητας είναι εντυπωσιακές στον συντελεστή συσχέτισης. Συγκεκριμένα, τα δίκτυα του υψομέτρου παρουσιάζουν καθαρά θετικές τιμές κοντά στο 0.4 ενώ τα δίκτυα της κυρτότητας παρουσιάζουν μηδενικές έως κι αρνητικές τιμές. Αυτό μας οδηγεί σε συμπεράσματα σε σχέση με τις κατανομές του βαθμού και της φύσης των δικτύων. Φαίνεται ότι τα δίκτυα υψομέτρου παρουσιάζουν "έλξη" μεταξύ των πυρήνων κι άρα ίσως έχουν ιδιότητες μικρού κόσμου. Αντίστοιχα, τα δίκτυα της κυρτότητας έχουν ασαφή

συντελεστή, που απαντώνται συνήθως σε δίκτυα με τοπολογία φράκταλ και χαρακτηρίζουν κοινωνικά δίκτυα.<sup>23</sup>

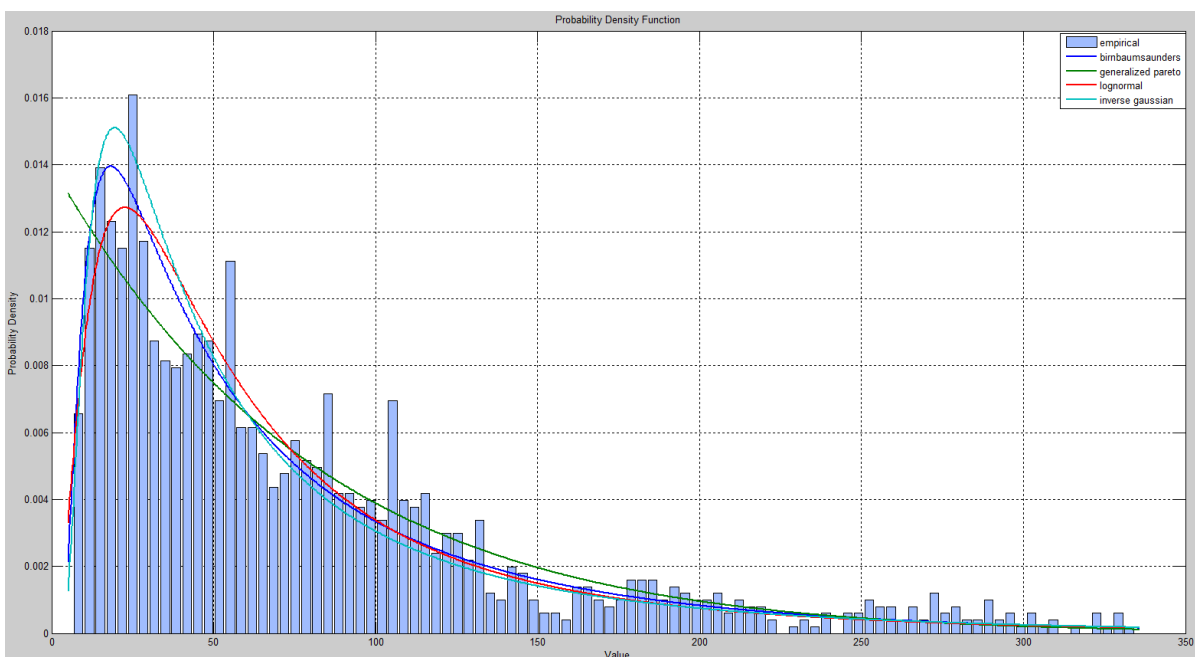
Η εικόνα του δικτύου που αρχίζει να διαφαίνεται ταιριάζει με την εικόνα των ορεινών δρόμων. Πράγματι, οι δρόμοι αυτοί έχουν σημεία (ευθείες) τα οποία “βλέπουν” το ένα το άλλο, αλλά μια αναπάντεχη στροφή ή ιδιαίτερα μεγάλη ανηφόρα ή κατηφόρα “κόβει” την οπτική επαφή και κατακερματίζει το δίκτυο. Το μέγεθος του κατακερματισμού μπορεί με λεπτομέρεια να μελετηθεί με τις κατανομές του τοπικών παραμέτρων βαθμού και συσπείρωσης, που ακολουθεί.

### 3.5.3 Παρουσίαση τοπικών δικτυακών παραμέτρων με χρήση γραφικών παραστάσεων

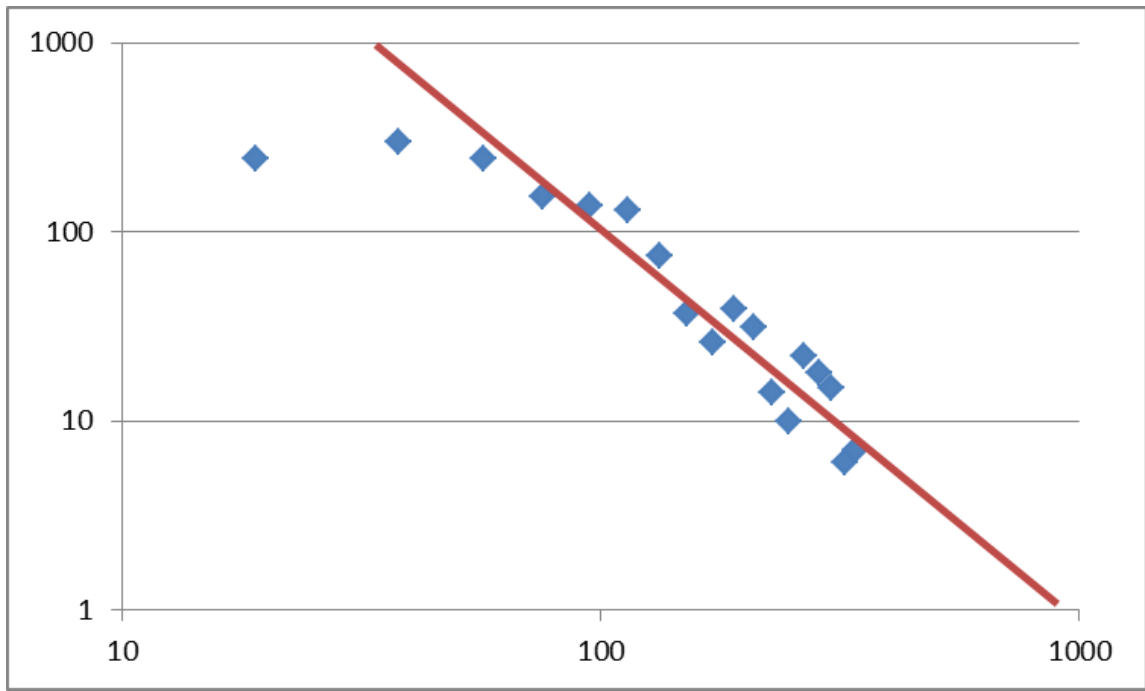
Προκειμένου να αναλύσουμε τα δίκτυα και να βγάλουμε συμπεράσματα για την δομή τους, είναι πολύ σημαντικό να καθορίσουμε πως κατανέμεται ο βαθμός.<sup>24</sup> Προς αυτήν την κατεύθυνση χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό οπτικοποίησης *gerhi*, το οποίο θα αναλυθεί σε επόμενο κεφάλαιο.

Ωστόσο, η διαισθητική ανάλυση δεν είναι πάντα ακριβής. Για αυτόν το λόγο, σχεδιάσαμε ένα άλλο *script* στο *matlab* το οποίο λαμβάνει τους βαθμούς και τους παρουσιάζει γραφικά. Παράλληλα, ελέγχει το κατά πόσο η κατανομή του βαθμού ταιριάζει σε μία από είκοσι κατανομές και υπολογίζει τις αντίστοιχες παραμέτρους. Να σημειωθεί ότι τα αποτελέσματα αυτού του *script* χαρακτηρίζονται από έναν βαθμό τυχαιότητας.

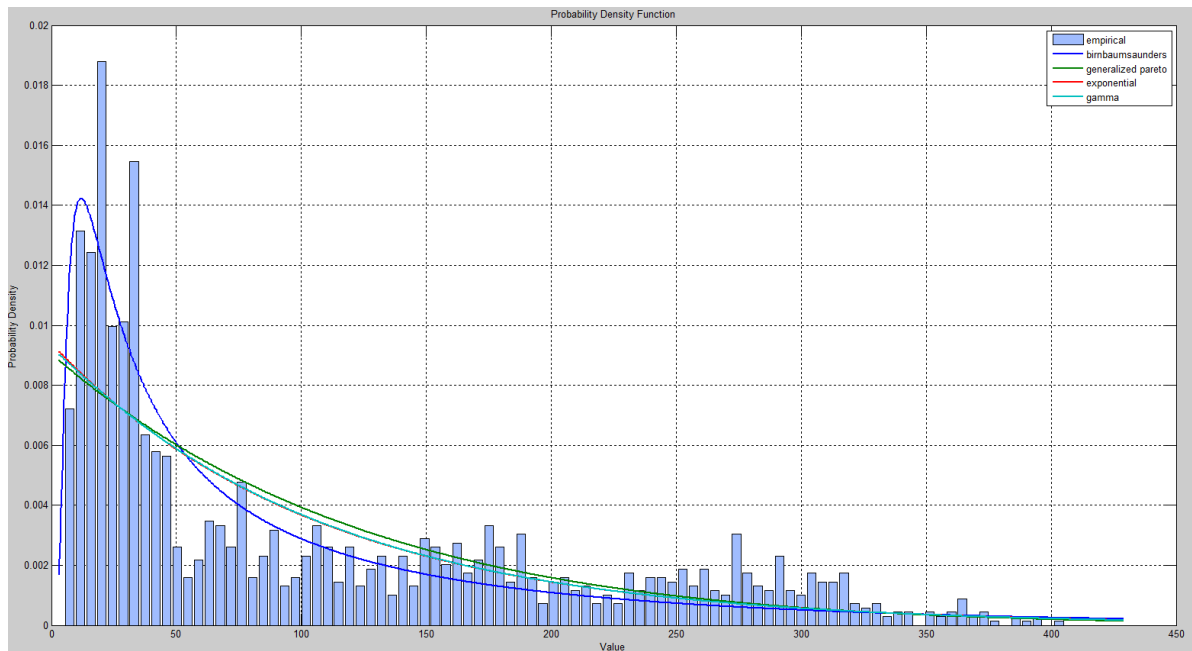
Παρακάτω, ακολουθούν τα διαγράμματα των κατανομών όπως προέκυψαν από την εκτέλεση του *script* και της ανάλυσης στο *excel*.



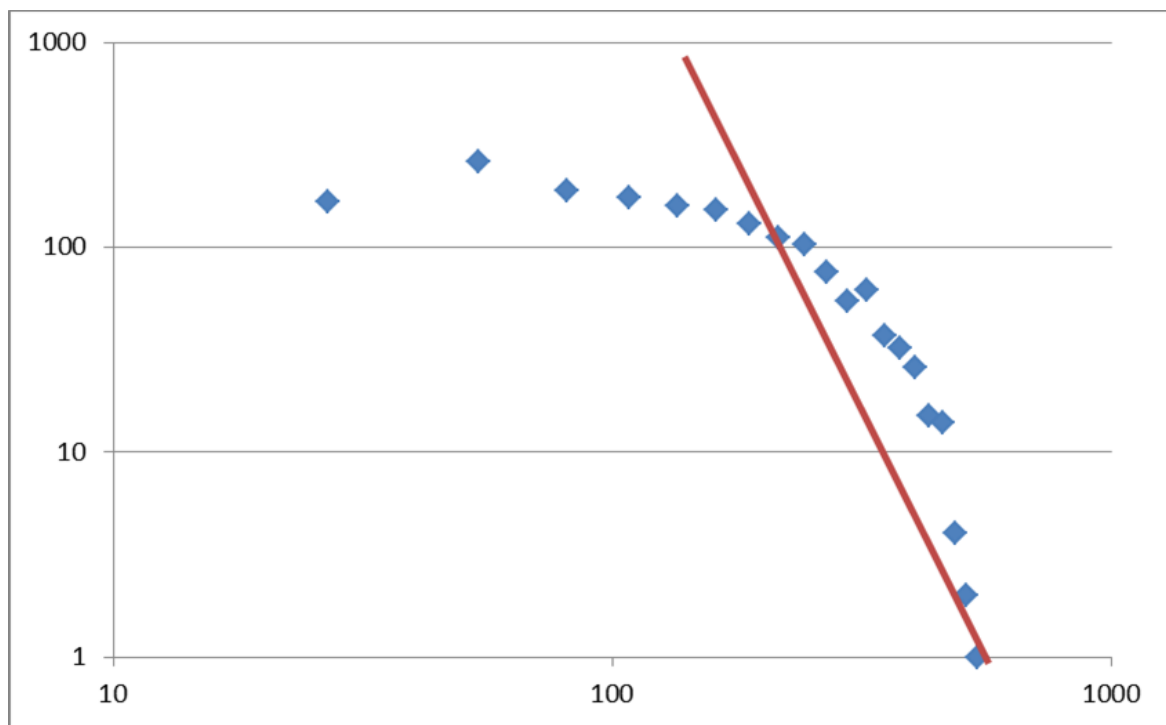
Εικόνα 3.13.1 Κατανομή βαθμού δικτύου Alt1508



Εικόνα 3.13.2 Κατανομή βαθμού δικτύου Alt1508 (EXCEL)

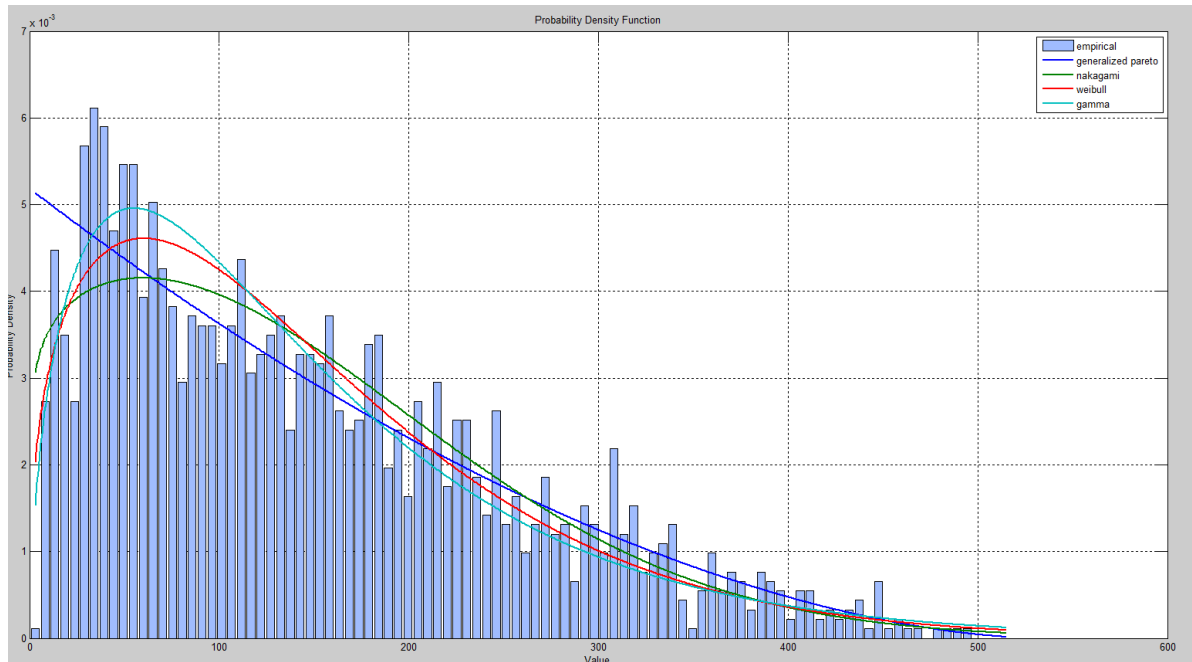


Εικόνα 3.13.3 Κατανομή βαθμού δικτύου Alt1771

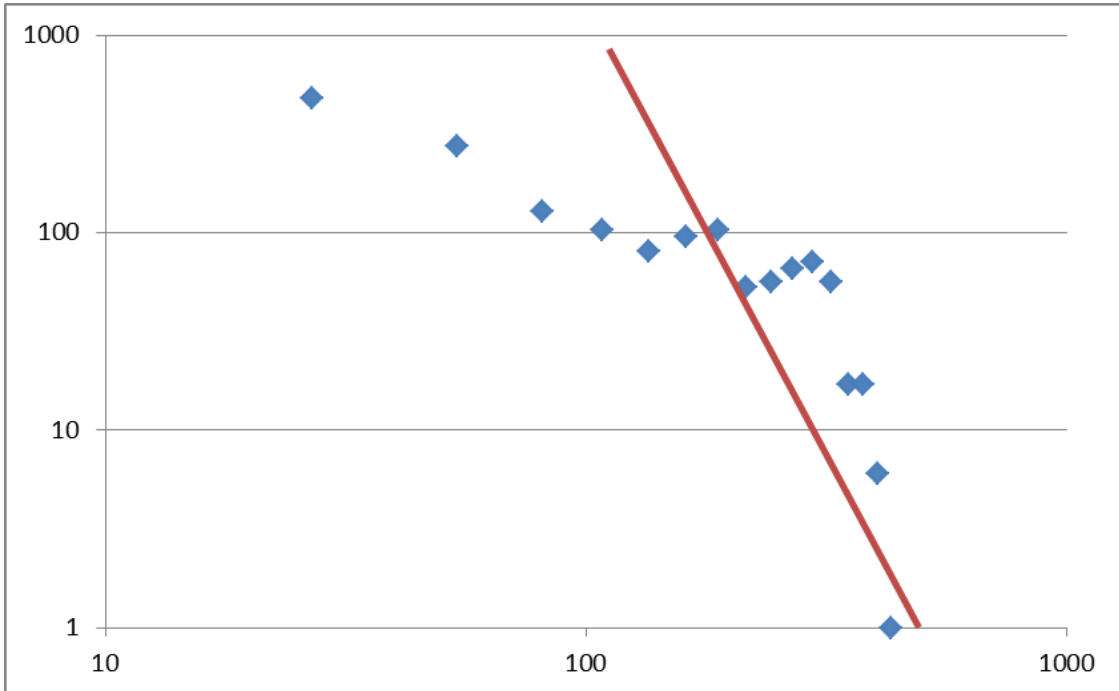


Εικόνα 3.13.4 Κατανομή βαθμού δικτύου Alt1771 (EXCEL)

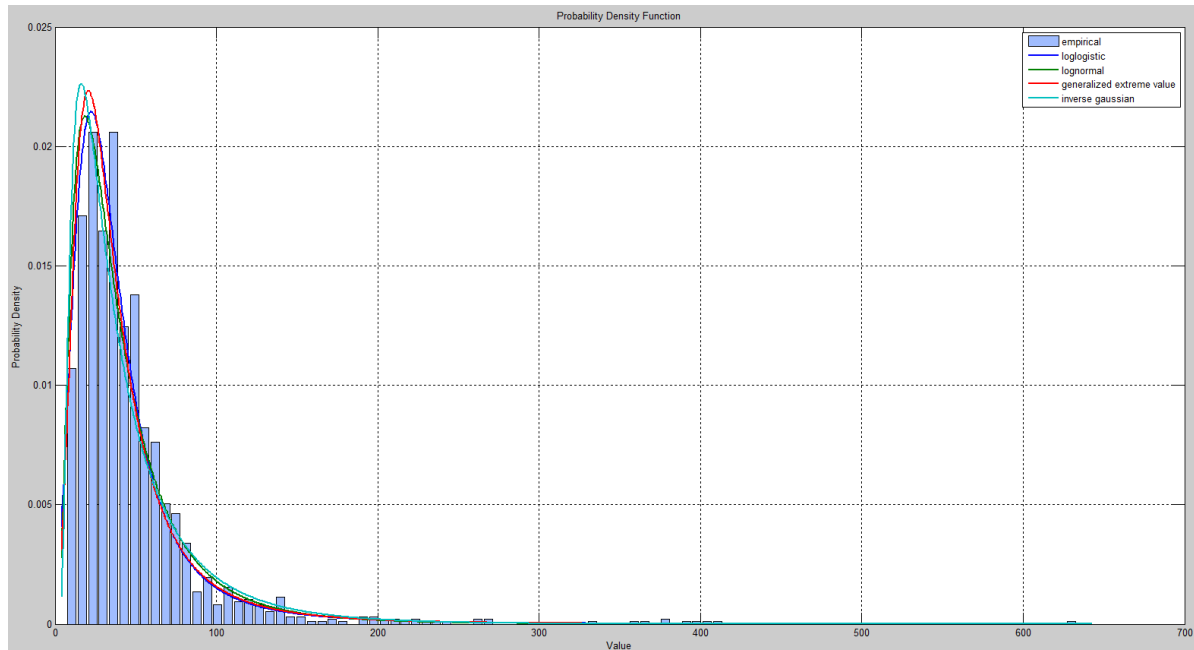




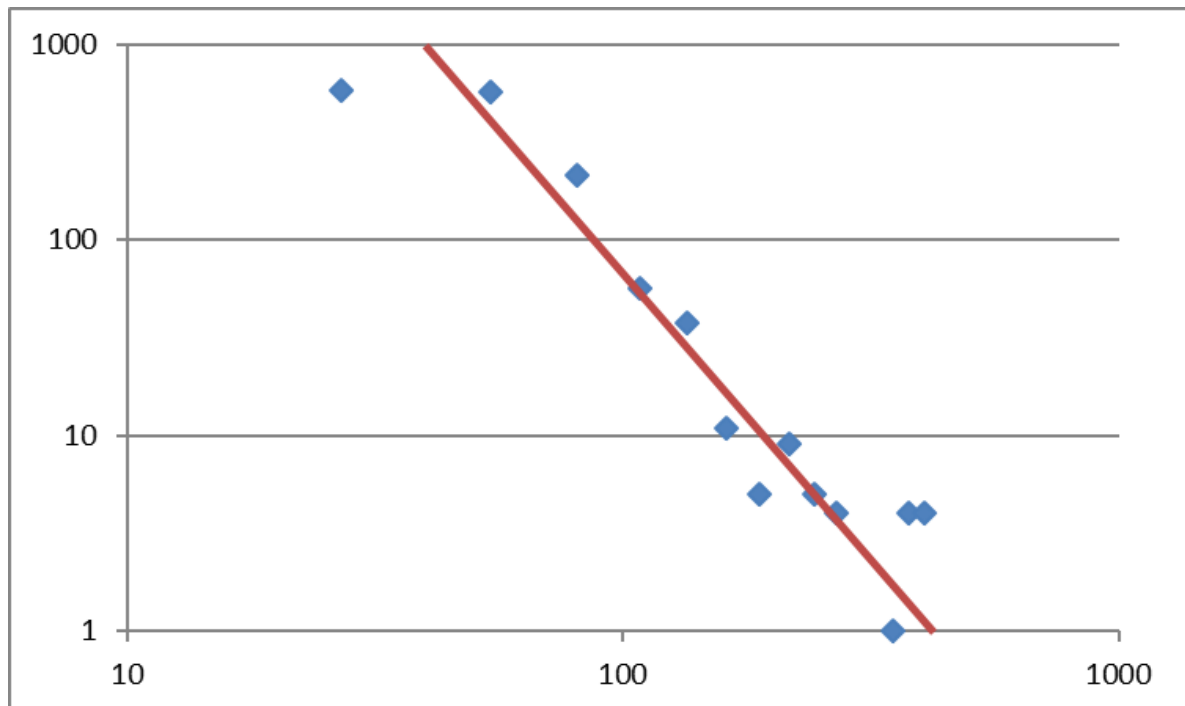
Εικόνα 3.13.5 Κατανομή βαθμού δικτύου Alt1609



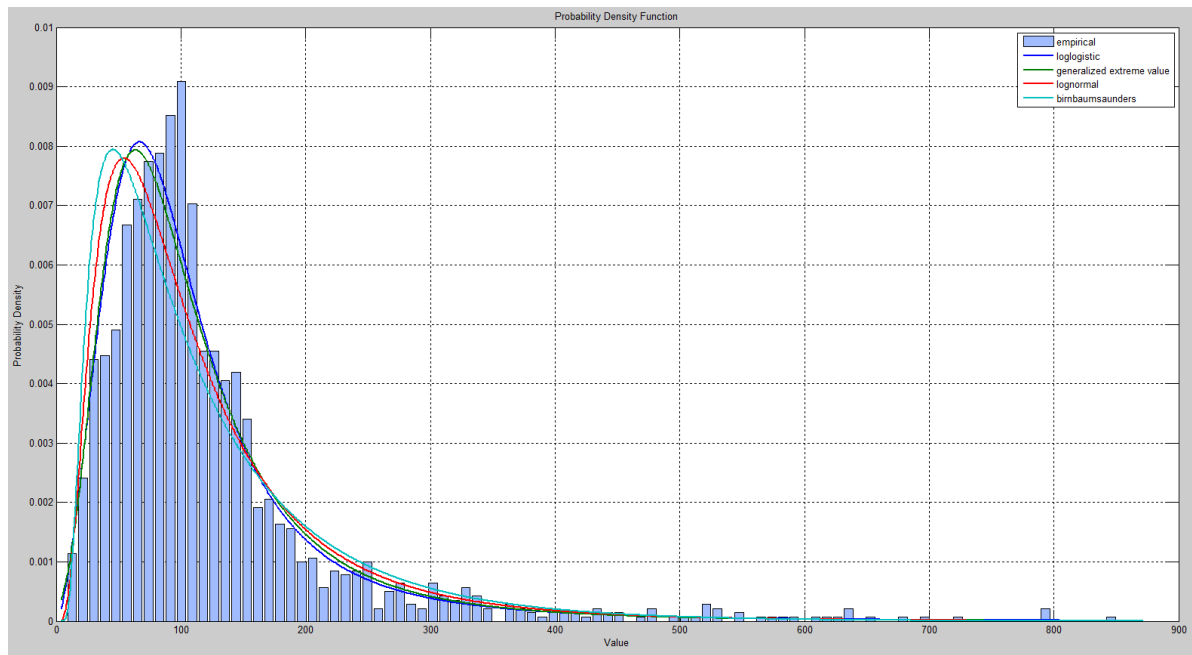
Εικόνα 3.13.6 Κατανομή βαθμού δικτύου Alt1609 (EXCEL)



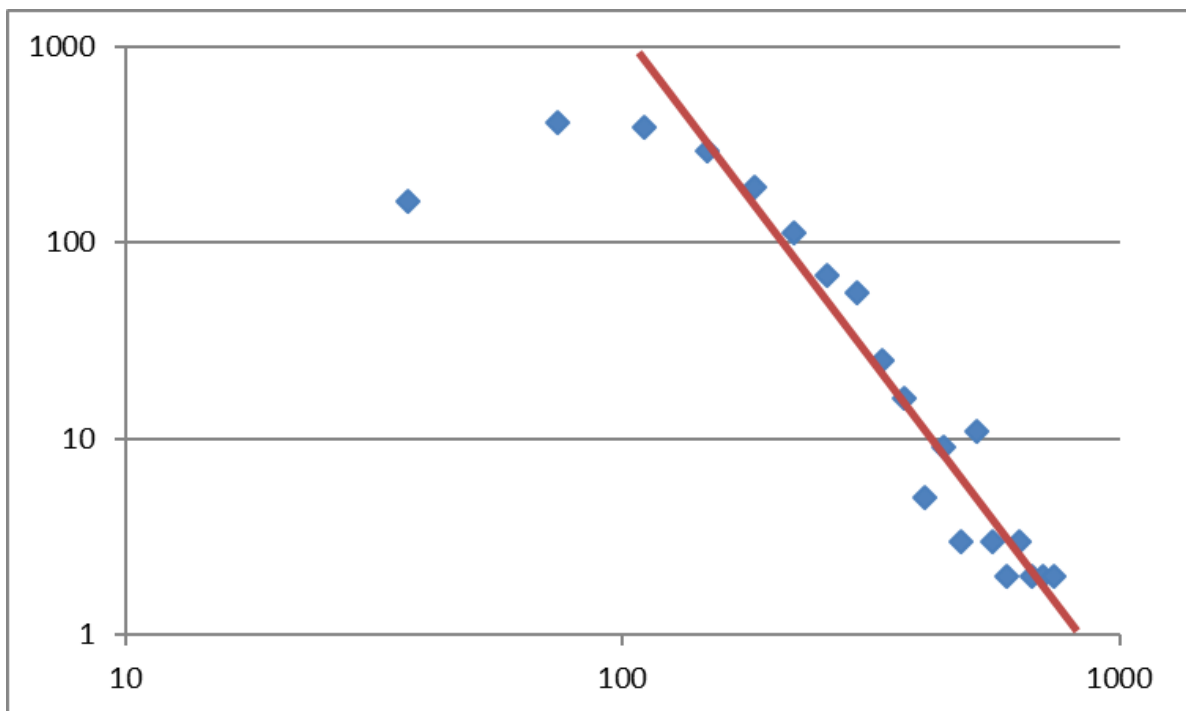
Εικόνα 3.13.7 Κατανομή βαθμού δικτύου PC1508



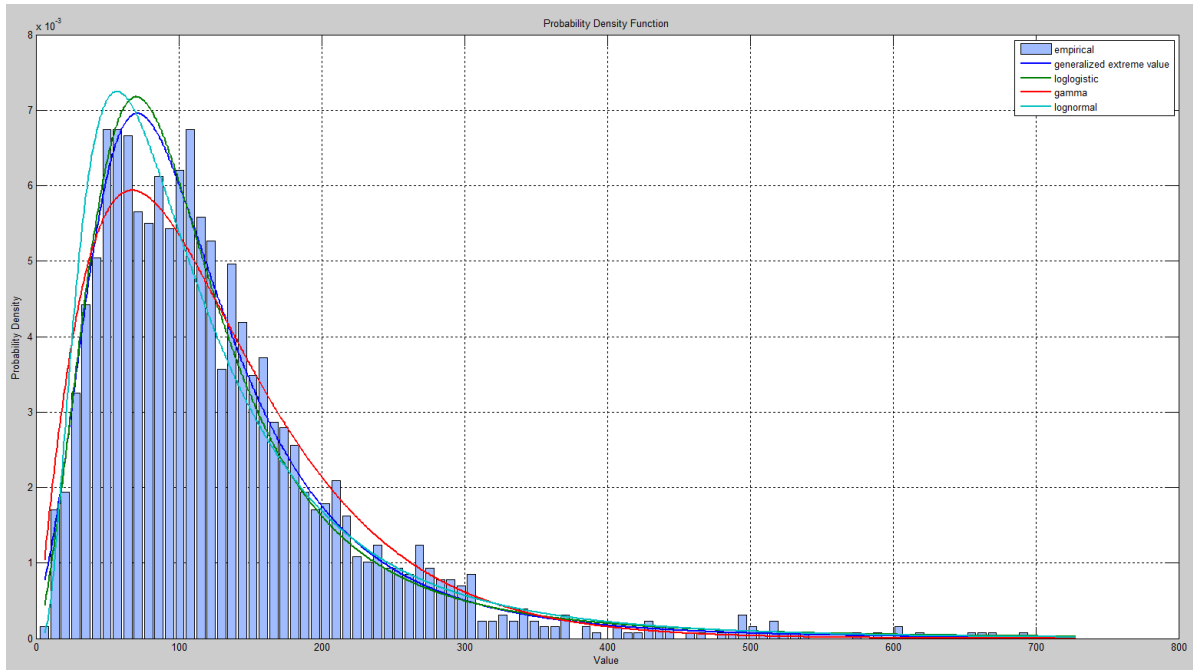
Εικόνα 3.13.8 Κατανομή βαθμού δικτύου PC1508 (EXCEL)



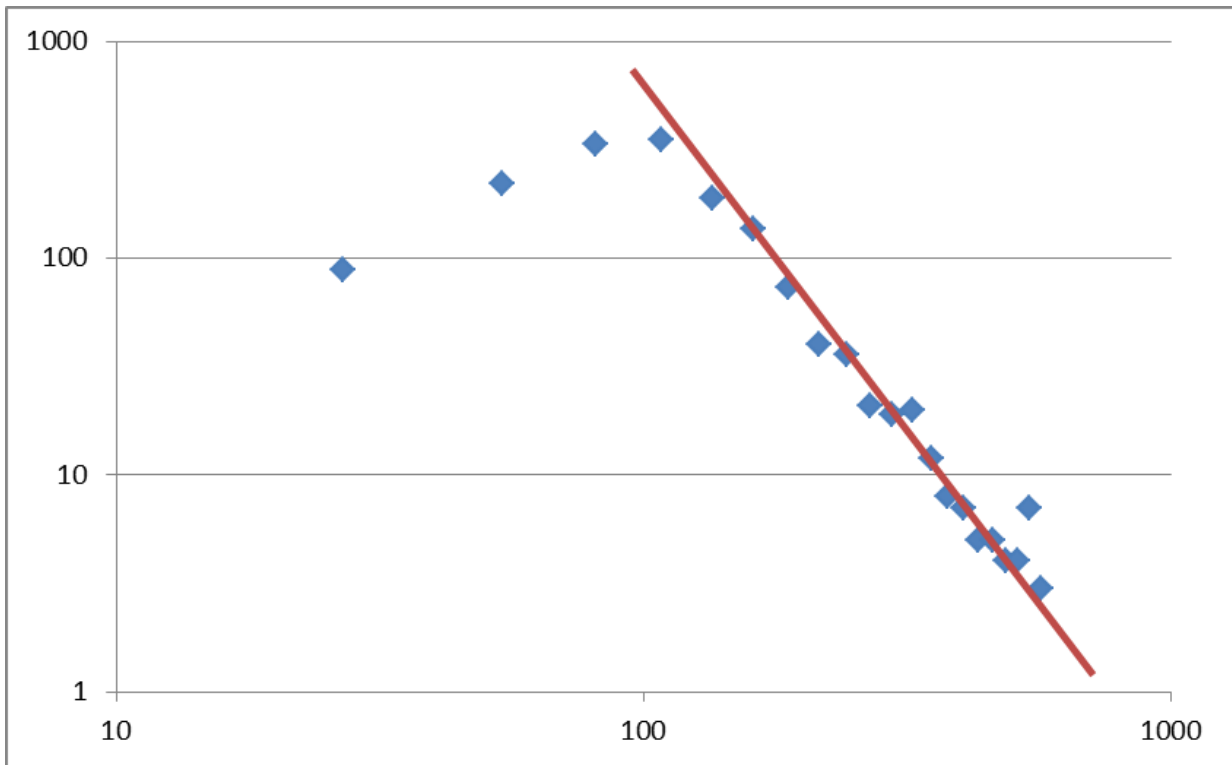
Εικόνα 3.13.9 Κατανομή βαθμού δικτύου PC1771



Εικόνα 3.13.10 Κατανομή βαθμού δικτύου PC1771 (EXCEL)



Εικόνα 3.13.11 Κατανομή βαθμού δικτύου PC1609

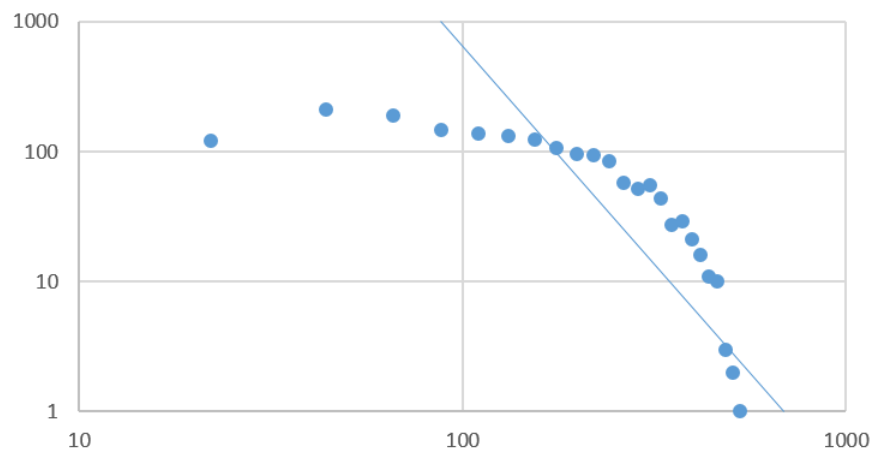


Εικόνα 3.13.12 Κατανομή βαθμού κεντρικότητας δικτύου PC1609 (EXCEL)

### 3.5.4 Σχολιασμός των γραφικών παραστάσεων

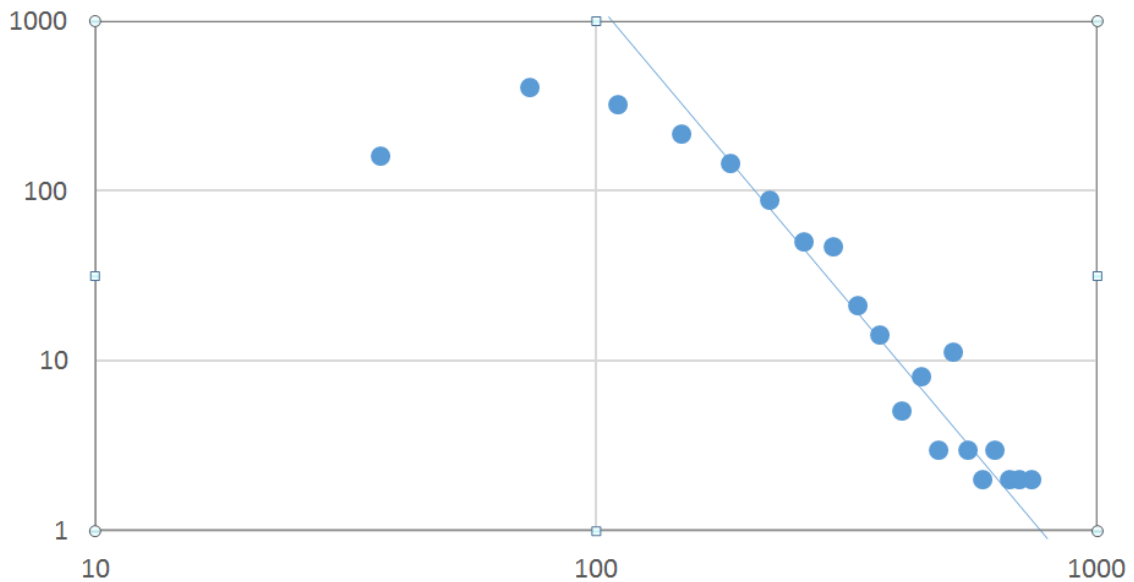
Τα αποτελέσματα εμφανίζουν συνοχή και παραπέμπουν σε ένα συγκεκριμένο μοτίβο.

Συγκεκριμένα, τα δίκτυα του υψόμετρου παρουσιάζουν κατανομές που ανήκουν στην ευρύτερη κατηγορία των λογαριθμοκανονικών (birbaumsaunders, loglogistic, weibull). Η κατανομή δηλαδή είναι σχετικά απότομη – δεν υπάρχει η λεγόμενη ουρά στα δεδομένα. Πρακτικά, αυτό σημαίνει ότι οι κόμβοι μπορούν να χωριστούν σε δυο κατηγορίες: αυτούς με χαμηλό βαθμό κι αυτούς με υψηλό. Η ύπαρξη αυτού του διαχωρισμού μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το δίκτυο δεν έχει κάποιου είδους κλίμακα. Σε συνδυασμό με τα προηγούμενα συμπεράσματα (θετικές τιμές συντελεστή συσχέτισης, μεγάλες τιμές συνολικού συντελεστή συσπείρωσης), φαίνεται ότι έχουμε όντως μια δομή μικρού κόσμου. Αυτό αποσαφηνίζεται περισσότερο αναλύοντας τα δεδομένα σε λογαριθμικό διάγραμμα. Ενδεικτικά, παρατίθεται παρακάτω το διάγραμμα του δικτύου alt1771



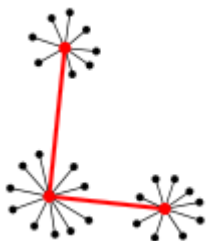
Εικόνα 3.14 log-log διάγραμμα του βαθμού δικτύου Alt1771

Σε πλήρη αντιστοιχία, φαίνεται ότι τα δίκτυα της κυρτότητας συστηματικά κατανέμουν τον βαθμό κεντρικότητάς τους σύμφωνα με μια κατανομή που περιγράφεται ικανοποιητικά με έναν νόμο δύναμης. Η κλίση του νόμου δύναμης κυμαίνεται γύρω στο 3 όπως φαίνεται από τα σχετικά λογαριθμικά διαγράμματα (εικόνα παρακάτω). Σε συνδυασμό με την τιμή του συντελεστή συσχέτισης, αυτό δείχνει ότι το δίκτυο της κυρτότητας έχει μία φράκταλ δομή η οποία παρουσιάζει χαρακτηριστικά δικτύου χωρίς κλίμακα.

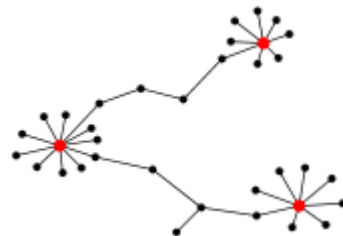


Εικόνα 3.15 log-log διάγραμμα του βαθμού δικτύου PC1771

Το αποτέλεσμα αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό, ιδιαίτερα αν αναλογιστούμε ότι οι δύο τύποι δικτύων (υπόβαθρο υψομέτρου και κυρτότητας) δεν είναι ανεξάρτητοι. Αντιθέτως, το ένα είναι χτισμένο πάνω στο άλλο. Αυτή η συμπεριφορά θυμίζει τα γνωστότερα παραδείγματα δικτύων: το δίκτυο του Internet (σε επίπεδο Router) και το δίκτυο του παγκόσμιου ιστού (World Wide Web, επίπεδο συνδεδεμένων σελίδων)<sup>25</sup>. Το πρώτο παρουσιάζει συμπεριφορά όμοια με τα δίκτυα του υψομέτρου (οι πυρήνες “έλκονται”, ξεχωριστές κατηγορίες κόμβων, φαινόμενα μικρού κόσμου) ενώ το δεύτερο συμπεριφέρεται ως δίκτυο χωρίς κλίμακα (οι πυρήνες “απωθούνται”, δεν υπάρχει συγκεκριμένη κλίμακα στους κόμβους, φράκταλ δομή). Ο παραλληλισμός αυτός ολοκληρώνεται με την παράθεση των παρακάτω εικόνων.



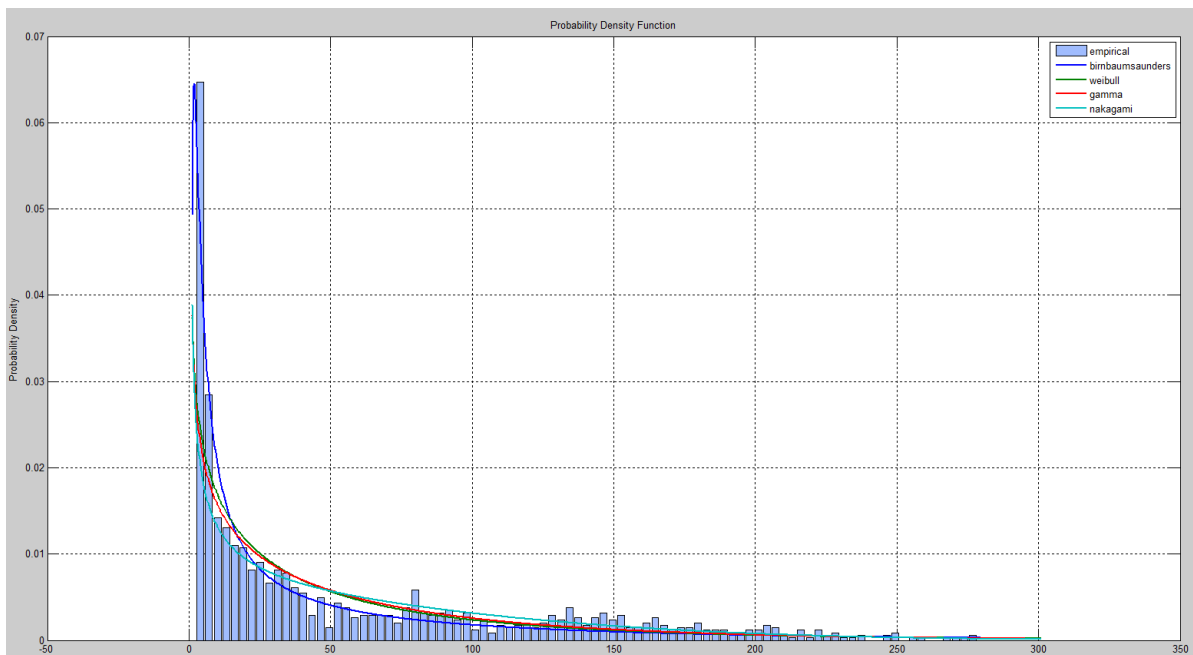
Εικόνα 3.16.1 Δομή τύπου internet



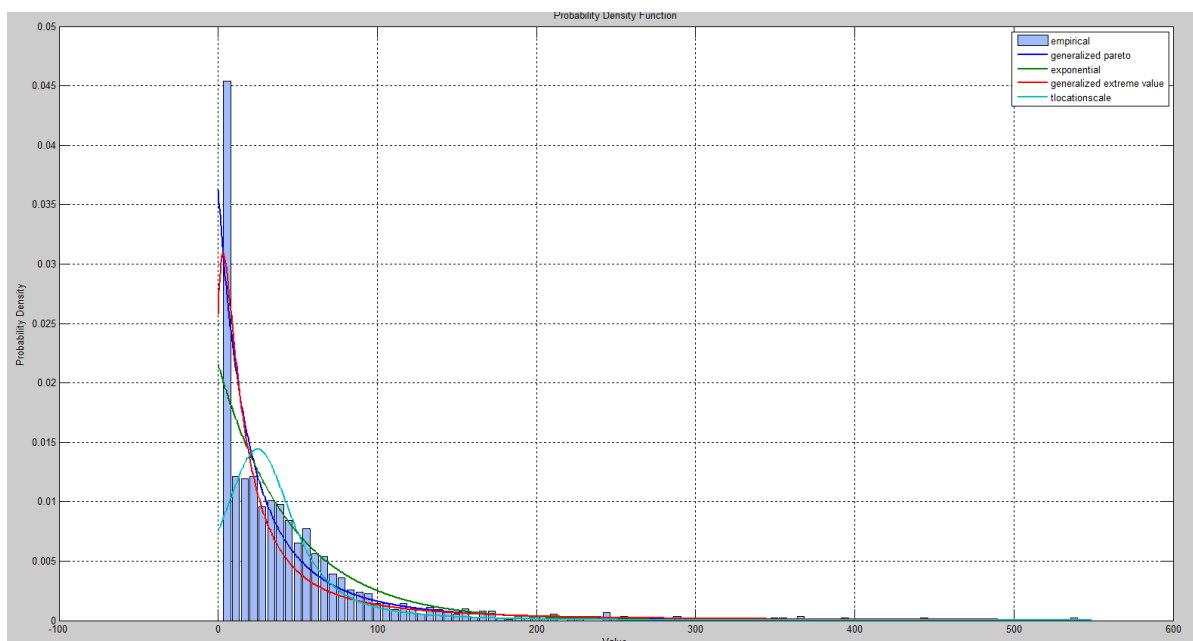
Εικόνα 3.16.2 Δομή τύπου παγκόσμιου ιστού

Η μελέτη της “μετάλλαξης” ενός δικτύου υψομέτρου σε ένα δίκτυο κυρτότητας έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Η ανάλυση του τρόπου με τον οποίο οι κόμβοι των δικτύων επανα-οργανώνονται σε μια διαφορετική δομή είναι μια ευκαιρία μοναδική. Μπορούμε να εντοπίσουμε τις καινούριες ακμές, τις ακμές που αναιρούνται και τον τρόπο με τον οποίο γίνεται αυτό. Ουσιαστικά, υπολογίζουμε την επίπτωση της διπλής διαφόρισης των αρχικών δεδομένων στο δίκτυο. Είναι ενδιαφέρον να ελεγχθεί αν αυτό το συμπέρασμα είναι γενικεύσιμο σε ζευγάρι αριθμοσειρών που συνδέονται με αυτήν την σχέση.

Ενδεικτικά, μελετήσαμε την εξέλιξη του δικτύου Alt1609. Χρησιμοποιώντας ένα νέο script στο matlab, υπολογίστηκαν οι διαφορές σε κάθε βήμα κι αποθηκεύτηκαν στους κατάλληλους πίνακες. Το επόμενο βήμα ήταν το πέρασμα των νέων δεδομένων από τον αλγόριθμο εξαγωγής κατανομής. Συνοπτικά, προέκυψε ότι κάθε κόμβος “κέρδιζε” ακμές με τρόπο που ακολουθούσε τον νόμο δύναμης κι έχανε ακμές σύμφωνα με μια λογαριθμοκανονική κατανομή. Η συνολική



Εικόνα 3.17.1 Η Κατανομή των νέων ακμών



Εικόνα 3.17.2 Η Κατανομή των αφαιρούμενων ακμών

συνεισφορά, είναι νόμος δύναμης. Παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα του αλγορίθμου.

Επιπλέον, υπολογίστηκαν οι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης των ακμών που προστέθηκαν ανά βήμα καθώς και της συνολικής αλλαγής σε σχέση με τον βαθμό και τον τοπικό συντελεστή συσχέτισης. Εν ολίγοις, παρατηρείται συστηματική αύξηση του βαθμού σε κόμβους με χαμηλό βαθμό και το ανάποδο. Αναλυτικότερα, τα αποτελέσματα παρουσιάζονται παρακάτω

- Συσχέτιση ακμών που προστέθηκαν με βαθμό αντίστοιχου κόμβου = - 0.22
- Συσχέτιση ακμών που προστέθηκαν με τοπικό συντελεστή συσχέτισης αντίστοιχου κόμβου = 0.12
- Συσχέτιση συνολικής αλλαγής ακμών με βαθμό αντίστοιχου κόμβου = -0.63
- Συσχέτιση συνολικής αλλαγής ακμών με τοπικό συντελεστή συσχέτισης αντίστοιχου κόμβου = 0.26

Το φαινόμενο αυτό παραπέμπει σε μετατροπή κατανομών που απαντάται στην κοινωνικοοικονομική βιβλιογραφία. Για παράδειγμα, οι ερευνητές αυτής της επιστήμης έχουν καταλήξει ότι ο ανθρώπινος πλούτος κατανέμεται σύμφωνα με νόμο δύναμης. Ειδικότερα, μία θεωρία ερμηνεύει την μεταβολή του πλούτου των ανθρώπων σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο:

$$\dot{l}_i = n_i(s)l_i(s) + \sum_{i \neq j} J_{ji}l_j(s) - \sum_{i \neq j} J_{ij}l_i(s) \quad \text{όπου } l_i \text{ οι πόροι του } i, n_i \text{ τυχαίος παράγοντας και } J_{ji} \text{ η σχέση που χαρακτηρίζει τους } i \text{ και } j.$$
<sup>26</sup>

Περιγραφικά η παραπάνω εξίσωση σημαίνει ότι ο πλούσιος πλουτίζει ανάλογα με τον ήδη υπάρχοντα πλούτο του επί τυχαία συνάρτηση συν το τι του “χρωστάει” κάθε  $j$  αναλογικά με τον δικό του πλούτο μείον το τι χρωστάει αυτός σε όλους τους άλλους.

Το γεγονός ότι το τελικό αποτέλεσμα είναι αντιστρόφως ανάλογο του αρχικού βαθμού μπορεί να εξηγηθεί με τον πίνακα  $J$ . Αν αυτός ο υποθετικός πίνακας είχε ιδιαίτερα ανομοιόμορφες τιμές, θα μπορούσε να ευνοεί δυσανάλογα στοχευμένους κόμβους (με χαμηλό βαθμό). Ακόμη, μέσα στα στοιχεία που ενισχύουν την σύγκριση είναι ότι και στις δυο περιπτώσεις το τελικό αποτέλεσμα είναι νόμος δύναμης. Επιπρόσθετα, υπάρχει σαφής αναλογία του βαθμού /πλούτου με την εξέλιξή του.

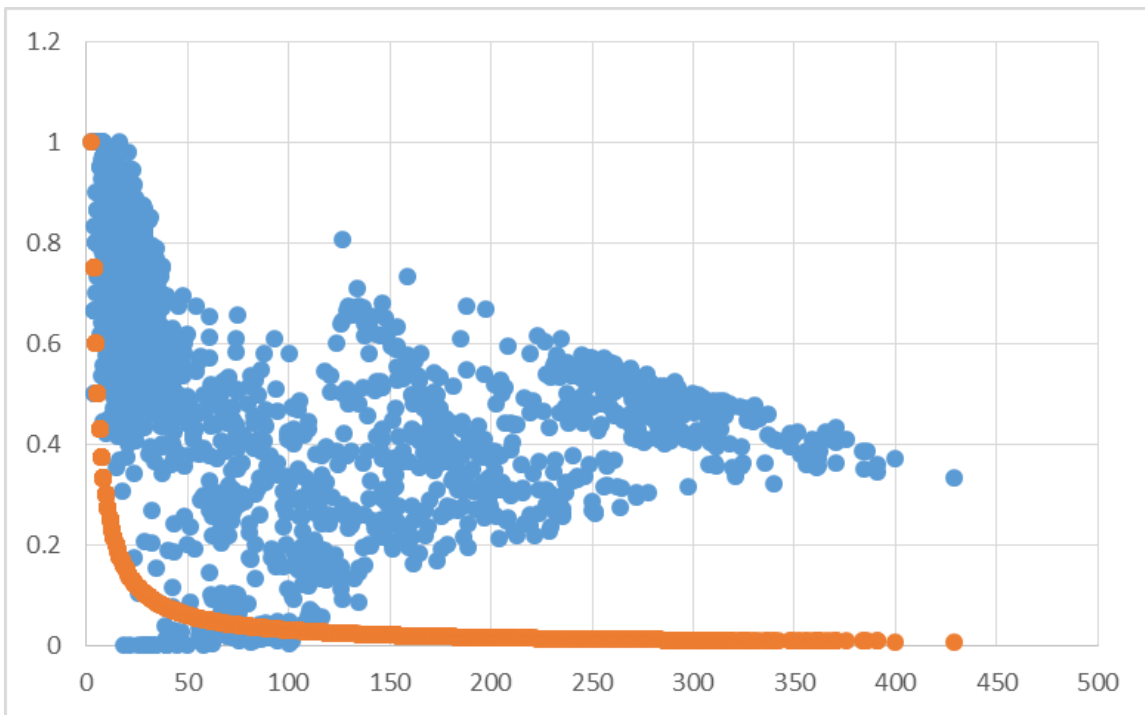
Η δύναμη αυτής της υπόθεσης, έγκειται στην εξήγηση άλλων δικτύων<sup>27</sup>. Ως παράδειγμα, τέτοια σχέση μπορεί να παρουσιάζει το internet σε σχέση με τον παγκόσμιο ιστό. Αυτό θα μπορούσε να είναι αντικείμενο μελλοντικής έρευνας.

### 3.5.5 Σχέση τοπικού συντελεστή συσχέτισης με τον βαθμό

Ένα άλλο σημαντικό ερώτημα για την επιστήμη των δικτύων, είναι το κατά πόσο ένα δίκτυο εμφανίζει ιεραρχική δομή. Αυτό συνδέεται και με τα δίκτυα χωρίς κλίμακα, καθώς αυτά τα δίκτυα παραδοσιακά εμφανίζουν ιεραρχική δομή.<sup>28</sup>

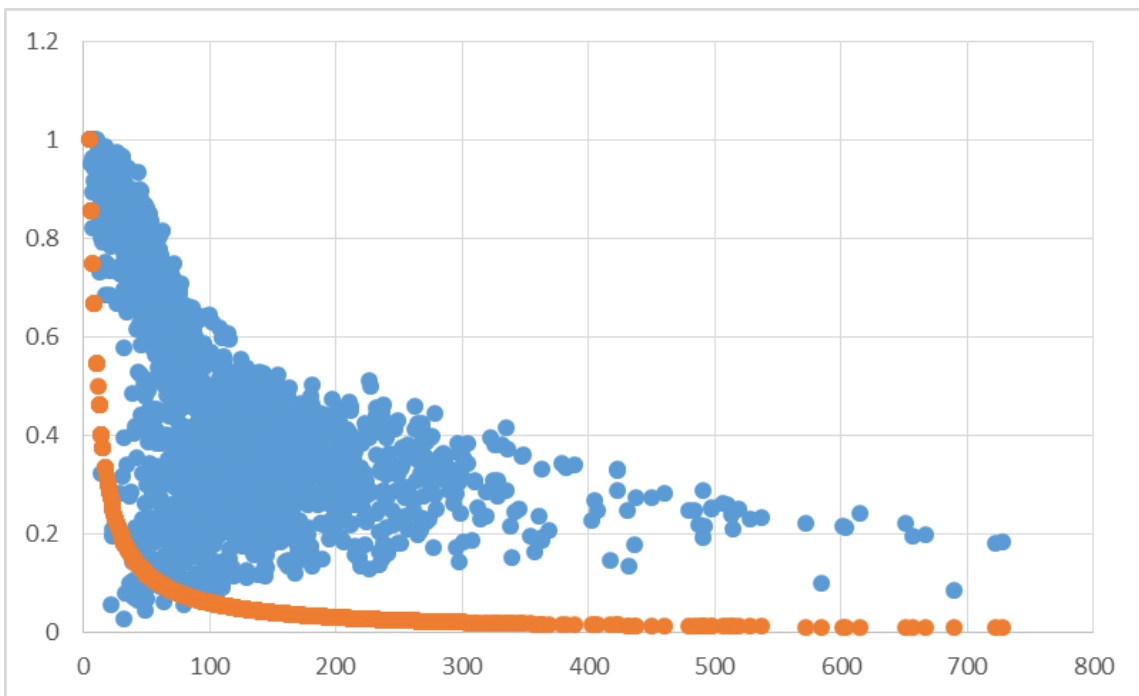
Προκειμένου να μελετηθεί η δομή του δικτύου ως προς την ιεραρχικότητα, θα πρέπει να δούμε πως σχετίζεται ο βαθμός με τον τοπικό συντελεστή συσπείρωσης. Συγκεκριμένα, για να θεωρηθεί ένα δίκτυο ιεραρχικό θα πρέπει ο βαθμός των κόμβων να είναι αντιστρόφως ανάλογος με τον τοπικό συντελεστή συσπείρωσης. Ένας εύκολος τρόπος να ελέγξουμε την υπόθεση αυτή είναι να εξετάσουμε το διάγραμμα του βαθμού ως προς τον τοπικό συντελεστή συσπείρωσης, συγκρίνοντας τον με την αναμενόμενη αντίστροφη σχέση ( $C(x) = \frac{1}{d(x)}$ ). Μετά από σχετική ανάλυση, προκύπτει η παρακάτω εικόνα για τα δίκτυα Alt1609 και PC1771.





Εικόνα 3.18.1 Τοπικός συντελεστής συσπείρωσης σε σχέση με τον βαθμό για το δίκτυο Alt1609

Τα πάνω (μπλε) σημεία αντιστοιχούν στον συντελεστή ενώ τα κάτω (πορτοκαλί) στην καμπύλη  $y = \frac{1}{x}$



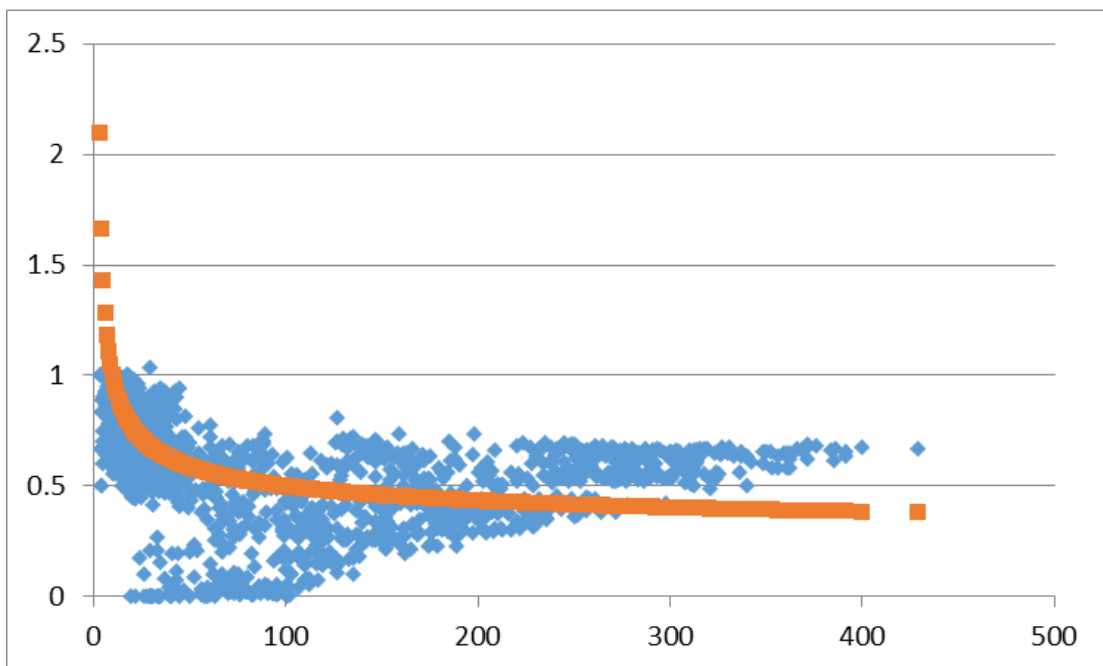
Εικόνα 3.18.2 Τοπικός συντελεστής συσπείρωσης σε σχέση με τον βαθμό για το δίκτυο PC1771

Τα πάνω (μπλε) σημεία αντιστοιχούν στον συντελεστή ενώ τα κάτω (πορτοκαλί) στην καμπύλη  $y = \frac{1}{x}$

Τα συμπεράσματα φαίνεται να ακολουθούν τα όσα έχουμε προτείνει παραπάνω. Ειδικότερα, το δίκτυο του υψομέτρου φαίνεται να μην παρουσιάζει ιεραρχική δομή. Η καμπύλη (πράσινη) που παρατίθεται κάτω από την κεντρική αντιστοιχεί στην αναμενόμενη μορφή. Όπως φαίνεται, η σχέση του τοπικού συντελεστή συσπείρωσης με τον βαθμό δεν είναι ούτε κατά προσέγγιση αντιστρόφως ανάλογη. Αυτό φαίνεται καθαρά στην περιοχή κοντά στον βαθμό 150 – εκεί ο τοπικός συντελεστής συσπείρωσης φαίνεται να ανεβαίνει.

Αντίθετα, το δίκτυο της κυρτότητας, παρουσιάζει μια περίπου αντιστρόφως ανάλογη ανάμεσα στα δύο μεγέθη. Είναι φανερό, ότι όσο μεγαλώνει ο βαθμός τόσο ο συντελεστής τοπικής συσπείρωσης μικραίνει. Αυτό φαίνεται και συγκρίνοντας την γραφική παράσταση με την αναμενόμενη καμπύλη, η οποία συγκλίνει στο να καταλήξουμε ότι ο τοπικός συντελεστής συσπείρωσης χαρακτηρίζεται από μια αντιστρόφως ανάλογη σχέση με τον βαθμό για τα δίκτυα της κυρτότητας.

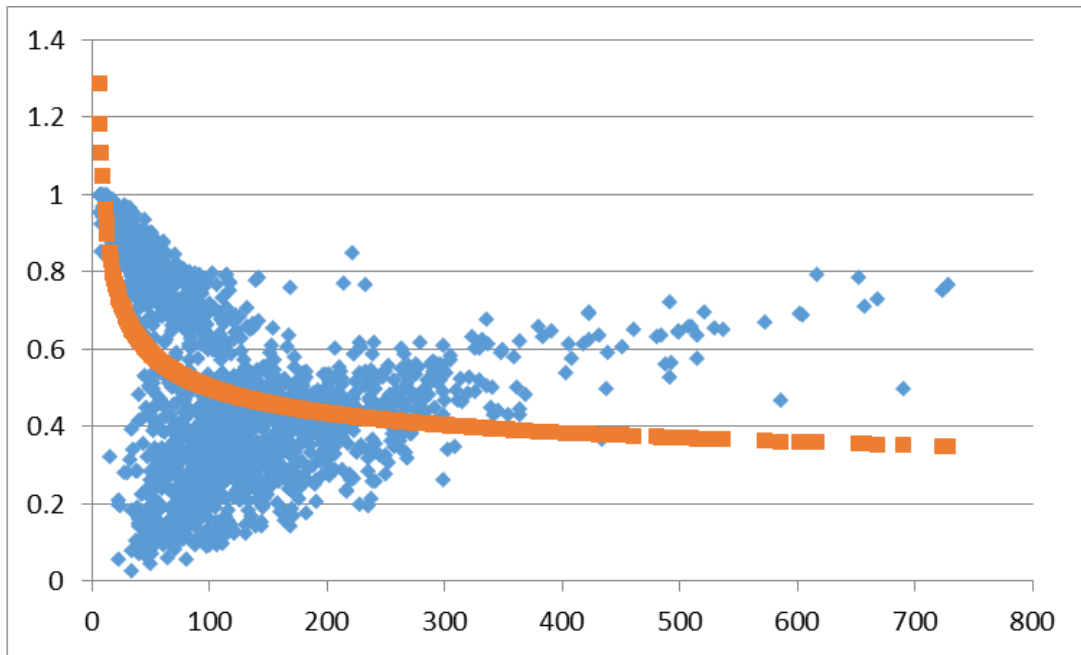
Ωστόσο, προκειμένου να ισχυροποιήσουμε το συμπέρασμά μας θα πρέπει να μελετήσουμε και τον διορθωμένο συντελεστή συσπείρωσης. Σύμφωνα με την θεωρία, οι πραγματικές ιεραρχικές σχέσεις διατηρούνται όταν μετράμε τον διορθωμένο συντελεστή και μάλιστα μετατρέπονται. Τώρα, η αναμενόμενη θεωρητικά καμπύλη είναι ο διορθωμένος τοπικός συντελεστής συσπείρωσης να έχει αντιστρόφως ανάλογη σχέση με τον λογάριθμο του βαθμού.<sup>29</sup> Τα αντίστοιχα διαγράμματα παρουσιάζονται παρακάτω.



Εικόνα 3.19.1 Διορθωμένος τοπικός συντελεστής συσπείρωσης σε σχέση με τον βαθμό για το δίκτυο Alt1609

Τα πάνω (μπλε) σημεία αντιστοιχούν στον διορθωμένο συντελεστή ενώ τα κάτω (πορτοκαλί) στην καμπύλη

$$y = \frac{1}{\log(x)}$$

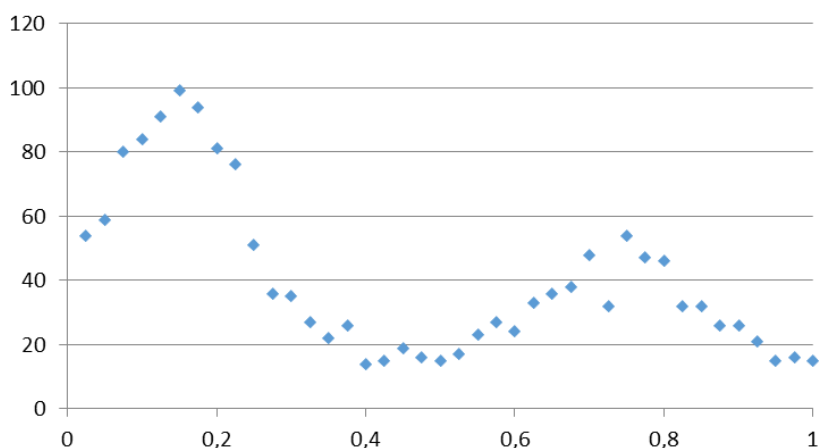


Εικόνα 3.19.2 Διορθωμένος τοπικός συντελεστής συσπείρωσης σε σχέση με τον βαθμό για το δίκτυο PC1771

Τα πάνω (μπλε) σημεία αντιστοιχούν στον διορθωμένο συντελεστή ενώ τα κάτω (πορτοκαλί) στην καμπύλη  $y = \frac{1}{\log(x)}$

Τα νέα αποτελέσματα ανατρέπουν τους ισχυρισμούς για ιεραρχικότητα των δικτύων. Καμιά από τις δύο κατηγορίες δικτύων δεν παρουσιάζει ξεκάθαρη εικόνα. Αυτό σημαίνει πως δεν μπορούμε να αποφανθούμε για το κατά πόσο τα ληφθέντα δίκτυα είναι ιεραρχικά. Ωστόσο, οι πρόσφατες μελέτες έχουν δείξει ότι τα δίκτυα χωρίς κλίμακα συστηματικά παρουσιάζουν ιεραρχική δομή. Αυτό μας ενισχύει την υπόθεση ότι τα δίκτυα της κυρτότητας παρουσιάζουν όντως ιεραρχική δομή.<sup>30</sup> Ωστόσο, δεν υπάρχει ακόμη κάποιο εργαλείο που να μετράει την ιεραρχικότητα ενός δικτύου κι άρα δεν μπορούμε να βγάλουμε οριστικό συμπέρασμα.

Τέλος, προκειμένου να γίνει κατανοητή η πλήρης μορφή των οπτικών γράφων που παράχθηκαν κρίνεται σκόπιμο να παρουσιάσουμε την κατανομή του τοπικού συντελεστή συσπείρωσης. Παρατηρούμε ότι οι κόμβοι χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: αυτούς με συντελεστή περίπου 0,2 κι αυτούς με συντελεστή 0,75. Σύμφωνα με τα προηγούμενα, οι τελευταίοι αντιστοιχούν σε σχετικά απομονωμένους κόμβους με μικρό βαθμό.



Εικόνα 3.20 Τοπικός συντελεστής συσπείρωσης στο δίκτυο PC1609



## Κεφάλαιο 4

### Εξομοίωση της κίνησης στο οδικό δίκτυο και εφαρμογές σε αυτοοργανωμένα δίκτυα αυτοκινήτων

Η αναπαράσταση του οδικού δικτύου σε μορφή γράφου είναι πολύ χρήσιμη. Μία από τις εφαρμογές που μπορεί να βρει η συγκεκριμένη αναπαράσταση είναι στην μοντελοποίηση της κίνησης των αυτοκινήτων πάνω στο οδικό δίκτυο. Με το νέο δεδομένο της κίνησης, μπορούμε να εξετάσουμε το αυτοοργανωμένο δίκτυο το οποίο θα σχημάτιζαν τα αυτοκίνητα πάνω στον δρόμο. Αν αναλογιστούμε ότι οι τηλεπικοινωνίες νέας γενιάς (5G) λειτουργούν κυρίως με οπτική σύνδεση<sup>31</sup>, τότε η σημασία ενός Γράφου Οπτικής Επαφής αυτοκινήτων πάνω στο υπόβαθρο υψομέτρου γίνεται αντιληπτή.

#### 4.1 Κινητά Αυτοοργανωμένα Δίκτυα (mobile ad-hoc networks)

Πριν προχωρήσουμε περαιτέρω, κρίνεται σκόπιμο να παρουσιαστεί ένας συνοπτικός ορισμός των ΚΑΔ (κινητών αυτοοργανωμένων δικτύων).

Ως ΚΑΔ, ορίζονται τα δίκτυα τα οποία δεν στηρίζονται σε κάποια κεντρική δομή ή προϋπάρχουσα υποδομή όπως οι σταθεροί σταθμοί βάσης. Αντιθέτως, οι κόμβοι του δικτύου υλοποιούν μόνοι τους κάθε λειτουργία όπως η δρομολόγηση των πακέτων πληροφορίας. Παράλληλα, οι φυσικές θέσεις των κόμβων μονίμως αλλάζουν με αποτέλεσμα η δημιουργία μίας σταθερής δομής να μην είναι δυνατή.

Τα ευφυή αυτό-οδηγούμενα αμάξια του μέλλοντος θα έχουν αυξημένες ανάγκες επικοινωνίας. Το να υπάρχει απευθείας ενημέρωση όλων των αμαξιών ενός πλήθους αυτοκινήτων είναι πολύ σημαντικό. Ο μόνος δυνατός τρόπος να καλυφθούν αυτές οι ανάγκες είναι μέσα από ένα ΚΑΔ. Συνεπώς, τα αυτοκίνητα θα μπορούν να έχουν πληροφορίες για την κίνηση, τα εμπόδια, τους κινδύνους καθώς κι άλλες παραμέτρους του δρόμου<sup>32</sup>. Έτσι, το όχημα θα αποκτήσει νέες δυνατότητες. Ενδεικτικά, αναφέρονται οι παρακάτω:

- Ψηφιακά φώτα πέδησης (άμεση πληροφόρηση για το ποιος πατάει ξαφνικά φρένο)
- Στοιχίση (στοίχιση ενός στόλου αμαξιών, ακολουθώντας ένα ηγετικό όχημα)
- Πληροφοριακό σύστημα κίνησης (ενημέρωση της δορυφορικής εικόνας του GPS με δεδομένα από την κίνηση των δρόμων)
- Υπηρεσίες εκτάκτου ανάγκης (άμεση ειδοποίηση για έκτακτα περιστατικά όπως ατύχημα/ανάγκη γιατρού κτλ.)
- Διαφημίσεις (ενημέρωση του οχήματος περί των κοντινών σημείων ενδιαφέροντος όπως ένας αρχαιολογικός χώρος, ένα πρατήριο βενζίνης, ένα εστιατόριο κτλ.)

Προκειμένου ένα ΚΑΔ να μπορέσει να λειτουργήσει σωστά, υπάρχει μια πληθώρα από παράγοντες που πρέπει να διασφαλιστούν. Στην σύγχρονη βιβλιογραφία, δίνεται έμφαση στον διαχωρισμό των κόμβων (κι άρα των αυτοκινήτων) σε ομάδες (clusters/components). Ιδιαίτερη σημασία παρουσιάζει η συνδεσιμότητα του δικτύου και ιδιαίτερος των ομάδων μεταξύ τους. Τα

κύρια μεγέθη που εκφράζουν αυτήν την συνδεσιμότητα είναι ο συνολικός συντελεστής συσπείρωσης και το μέγεθος του μεγαλύτερου τμήματος του δικτύου που είναι συνδεδεμένο (Largest Connected Component).

## 4.2 Εξομοίωση της κίνησης στον δρόμο – ΚΑΔ στην πράξη

Έχοντας ως στόχο την μελέτη της πιθανής συμπεριφοράς των ΚΑΔ στο υπόβαθρο των Γρεβενών, πρέπει να εξομοιώνουμε με κάποιον τρόπο τα αυτοκίνητα.

Η βασική ιδέα είναι αρκετά απλή. Έστω ότι στο αρχικό δίκτυο κάθε κόμβος αντιπροσωπεύει ένα αυτοκίνητο. Αυτό σημαίνει ότι η ύπαρξη μιας ακμής σημαίνει ότι κάθε ακμή αντιστοιχεί σε ένα ζευγάρι αυτοκινήτων με οπτική σύνδεση μεταξύ τους.

Φυσικά το να έχουμε τόσα αμάξια στην σειρά (σε απόσταση μόνο τριάντα μέτρων) είναι αδύνατο – ειδικά για το οδικό δίκτυο των Γρεβενών. Θα πρέπει να βρούμε κάποιον τρόπο να κάνουμε τα αμάξια πιο αραιά έτσι ώστε να προσομοιώνουμε όσο καλύτερα γίνεται την πραγματικότητα. Ένας τρόπος να το πετύχουμε αυτό είναι να αφαιρέσουμε κάποιους κόμβους. Αυτό μαθηματικά μεταφράζεται στην αφαίρεση της αντίστοιχης γραμμής και στήλης στον πίνακα γειτνίασης. Έτσι, μπορούμε να αποκτήσουμε ένα δίκτυο με όσα αμάξια επιθυμούμε.

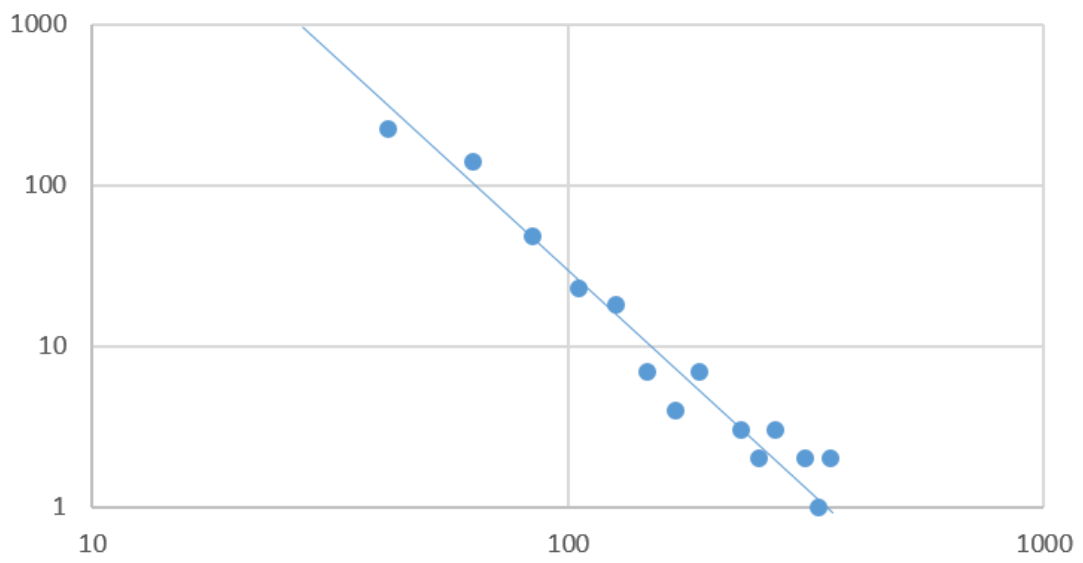
Ωστόσο, η δημιουργία των νέων δικτύων με γνώμονα το πόσα αμάξια θέλουμε να απλώσουμε στο υπόβαθρο δεν είναι διαισθητικά καθαρή γιατί κάθε υπόβαθρο έχει άλλο μέγεθος. Έτσι, επιλέξαμε να τρέξουμε την διαδικασία με ποσοστό αμαξιών – επιλέγουμε δηλαδή τι ποσοστό των κόμβων του δικτύου μας αντιστοιχούν σε αμάξια και διαγράφουμε τους υπόλοιπους. Για παράδειγμα, στο υπόβαθρο Alt1609 αν θέλουμε το 40% των κόμβων του να είναι αυτοκίνητα αυτό αντιστοιχεί σε 643 ( $0,4 * 1609 \approx 644$ ) κόμβους που θα διατηρηθούν και 966 που θα διαγραφούν. Ωστόσο η προσέγγιση αυτή, θέτει ένα ερώτημα: με ποια διαδικασία θα επιλεγθεί ποιοι κόμβοι θα μείνουν (αυτοκίνητα) και ποιοι θα διαγραφούν;

### 4.2.1 Εξομοίωση της κίνησης με την τυχαία στρατηγική

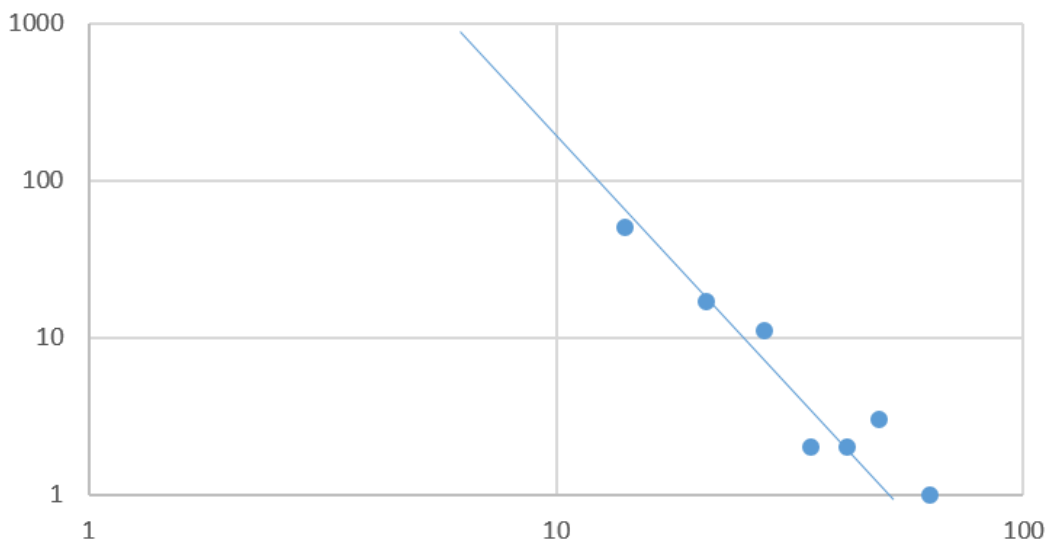
Η προφανής λύση είναι η μοιρασιά αυτή να γίνει τυχαία. Ουσιαστικά έτσι το πρόβλημα μετατρέπεται στον υπολογισμό του συνδυασμού (combination)  $c$  στοιχείων (αυτοκίνητα) από  $N$  (συνολικός αριθμός κόμβων του δικτύου). Υπάρχουν συνολικά  $\binom{N}{c} = \frac{N!}{c!(N-c)!}$  δυνατά δίκτυα Οπτικής Επαφής αυτοκινήτων. Οι τρόποι αυτοί είναι τόσο πολύ, που αν επαναλάβουμε την διαδικασία μερικές φορές με τις ίδιες παραμέτρους, είναι πρακτικά αδύνατον να λάβουμε το ίδιο δίκτυο.

Η στρατηγική αυτή χρησιμοποιήθηκε αρχικά τέσσερις φορές. Ειδικότερα, χρησιμοποιήθηκε δύο φορές για το δίκτυο Alt1771 με ποσοστά 40% και 10% (Cars40%1771, Cars10% 1771) κι άλλες δύο για το δίκτυο Alt1609 με ποσοστά πάλι 40% και 10% (Cars40%1609 Cars10%1609).

Το πρώτο συμπέρασμα είναι ότι η δομή των δικτύων διατηρείται. Όλα τα καινούρια δίκτυα είχαν διατηρήσει την ίδια μορφή της κατανομής του βαθμού. Είναι ιδιαίτερα αξιοσημείωτο ότι η κλίση του πιο ταιριαστού νόμου δύναμης παρέμεινε σταθερή με τιμές πολύ κοντά στο τρία. Οι αντίστοιχες κατανομές για το δίκτυο Alt1609 παρουσιάζονται στην επόμενη σελίδα.



Εικόνα 4.1.1 Κατανομή βαθμού Cars40%Alt1609



Εικόνα 4.1.2 Κατανομή βαθμού Cars10%Alt1609

Εκτός από την κατανομή κεντρικότητας, τα νέα δίκτυα περάσαν κι από τον αλγόριθμο υπολογισμού δικτυακών μεγεθών. Φυσικά, τα αποτελέσματα δεν μπορούν να παρουσιαστούν καθώς ο όγκος των δεδομένων είναι τεράστιος. Ωστόσο, μπορούμε πάλι να καταφύγουμε στα συνολικά δικτυακά μεγέθη προκειμένου να αποκτήσουμε μια εικόνα για το δίκτυο.

	T	$\hat{C}$	L	$\rho$	A	G
Cars40%Alt1771	0.22	0.02	376.8	0.084	0.22	0.35
Cars10%Alt1771	0.24	0.02	125.9	0.108	0.02	0.23
Cars40%Alt1609	0.42	0.38	212.8	0.065	0.35	0.45
Cars10%Alt1609	0.35	0.06	73.6	0.073	0.40	0.54

**Πίνακας 4.1 Συνολικά δικτυακά μεγέθη για τα τυχαία δημιουργημένα ΚΑΔ αυτοκινήτων**

Σε γενικές γραμμές, τα αποτελέσματα φαίνονται να κινούνται κοντά στα πρωτότυπα.

Αυτό ισχύει για τον συντελεστή συσχέτισης καθώς και για τον συντελεστή Gini. Τα μεγέθη αυτά άλλωστε περιγράφουν την κατανομή του δικτύου – κάτι που ήδη έχουμε διαπιστώσει ότι παραμένει σταθερό. Στην περίπτωση του δικτύου των 1771 (Alt1771) σημείων οι αντίστοιχες τιμές ήταν κοντά στο 0,35 και στο 0,37 ενώ για το δίκτυο των 1609 σημείων (Alt1609) οι σχετικές τιμές ήταν 0,44 και 0,51.

Το μόνο δίκτυο για το οποίο οι τιμές αυτές διαφέρουν αισθητά είναι το Cars10%Alt1771. Η τυχαιότητα της διαδικασίας σε συνδυασμό με την μεγάλη απώλεια κόμβων ευθύνονται για αυτήν την αλλαγή. Η πιθανότερη εκδοχή είναι ότι το δίκτυο Alt1609 έχασε πολλούς κόμβους πυρήνες (με μεγάλο βαθμό), κι έτσι εξομαλύνθηκε η κατανομή.

Ένα άλλο μέγεθος που επίσης εμφανίζει σταθερή συμπεριφορά είναι η πυκνότητα των ακμών  $\rho$ . Σε πρώτη ανάλυση, το αποτέλεσμα φαίνεται παράλογο. Η αφαίρεση κόμβων θα έπρεπε να οδηγήσει σε λιγότερο πυκνά δίκτυα. Ωστόσο, θα πρέπει να αναλογιστούμε ότι οι αντίστοιχοι κόμβοι απαλείφθηκαν - μελετούμε τώρα ένα μικρότερο δίκτυο. Έτσι, οι πιθανοί δεσμοί μεταξύ των κόμβων είναι λιγότεροι, με τρόπο που ακολουθεί *περίπου αναλογικά* την μείωση των υπαρκτών ακμών. Αυτό είναι ένα ακόμη στοιχείο που δείχνει ότι το δίκτυο μετά την αφαίρεση κόμβων στην τύχη εξακολουθεί να δείχνει όμοια εικόνα.

Μια μεγάλη απόκλιση παρατηρείται στα μεγέθη που περιγράφουν την σύνδεση των κόμβων μεταξύ τους. Ειδικότερα, ο συνολικός συντελεστής συσπείρωσης ο οποίος είναι κεντρικής σημασίας μέγεθος για τα ΚΑΔ<sup>33</sup> σημειώνει δραματική πτώση. Το φαινόμενο είναι σαφώς εντονότερο όσο το δίκτυο αραιώνει. Αργότερα στο κεφάλαιο αυτό, θα μελετήσουμε διεξοδικά την συμπεριφορά των δικτύων ως προς τον συνολικό συντελεστή συσπείρωσης όσο μικραίνει η πυκνότητα των αμαξιών.

Ωστόσο, ο δείκτης της μεταβατικότητας έχει παραμείνει πρακτικά σταθερός. Αυτό σημαίνει ότι η πυκνότητα των τριγώνων έχει παραμείνει σταθερή. Ακολουθώντας την λογική, αυτό παραπέμπει σε μια αλλαγή στην κατανομή του τοπικού συντελεστή συσπείρωσης. Πλέον, υπάρχουν πολλοί κόμβοι που έχουν απομονωθεί τελείως. Αυτοί οι κόμβοι στον αρχικό Γράφο Οπτικής Επαφής είχαν εξασφαλισμένα δύο γείτονες. Όπως φαίνεται, συχνά διαγράφονται και οι δύο γείτονες με αποτέλεσμα ο κόμβος να απομονώνεται. Έτσι, ο τοπικός συντελεστής συσχέτισής τους γίνεται μηδέν γεγονός που ρίχνει τον μέσο όρο (τον συνολικό συντελεστή). Φαίνεται λοιπόν, πως γενικά η μορφή της συνδεσιμότητας διατηρείται, αλλά σε μεμονωμένα σημεία οι αλλαγές είναι έντονες κι επηρεάζουν αισθητά το συνολικό αποτέλεσμα.



#### 4.2.2 Εξομίωση της κίνησης με στρατηγική νόμου δύναμης

Τα παραπάνω αποτελέσματα παρουσιάζουν ακαδημαϊκό ενδιαφέρον. Εντούτοις, τα αυτοκίνητα στους δρόμους δεν είναι κατανεμημένα τυχαία. Για να γίνει το πόσο μη φυσικό είναι αυτό, αρκεί να αντλήσουμε εικόνες από την εμπειρία μας. Συνήθως τα αυτοκίνητα στους δρόμους παρουσιάζονται κατά ριπές. Ειδικά στους επαρχιακούς δρόμους όπου η προσπέραση είναι κάτι που δεν είναι πάντα εύκολο είναι συχνό φαινόμενο να υπάρχει ένα προπορευόμενο όχημα το οποίο να διατηρεί χαμηλή ταχύτητα. Αυτό αναγκάζει τους υπόλοιπους οδηγούς να ακολουθούν από πίσω και να συνεχίζουν σε μια πορεία με όμοιες μεταξύ τους ταχύτητες. Έτσι, εντοπίζουμε σημεία που υπάρχουν αρκετά συγκεντρωμένα οχήματα και σημεία χωρίς καθόλου αυτοκίνητα.

Οι σύγχρονες έρευνες φαίνεται να στηρίζουν αυτήν την βιωματική παρατήρηση. Πολλαπλοί ερευνητές, όπως οι Belomestny, Siegel, Wang κ.α. που έχουν μελετήσει την κίνηση στους δρόμους έχουν καταλήξει σε συγκεκριμένα συμπεράσματα. Φαίνεται ότι η κίνηση παρουσιάζει μια φράκταλ, αυτό-όμοια δομή<sup>34</sup>. Ήτοι, έχει μετρηθεί πως η χρονοσειρά της ταχύτητα των διερχόμενων αυτοκινήτων από κάποιο σημείο του δρόμου έχει δομή αυτό-όμοια, παρουσιάζει δηλαδή την ίδια μορφή σε οποιοδήποτε χρονικό παράθυρο εστιάσει κανείς. Η δομή αυτή εμφανίζει πυκνώματα σημείων που κινούνται με παρόμοια ταχύτητα (ενδεχομένως είναι συγκεντρωμένα κοντά το ένα στο άλλο) και σημεία με μεγάλη απόκλιση (ενδεχομένως από μεμονωμένα οχήματα που αναπτύσσουν ταχύτητα κινούμενα με ανοιχτό δρόμο μπροστά)<sup>35</sup>.

Με αφορμή τα παραπάνω, σκεφτήκαμε ότι μπορούμε να “απλώσουμε” τα αυτοκίνητα στο υπόβαθρο με έναν πολύ πιο φυσικό και ρεαλιστικό τρόπο. Θεωρήσαμε ότι ο τρόπος που επιλέγουμε ποιοι κόμβοι του δικτύου θα διατηρηθούν και θα γίνουν αμάξια μπορεί να προσομοιωθεί ικανοποιητικά όταν οι μεταξύ τους αποστάσεις ακολουθούν έναν νόμο δύναμης. Μαθηματικά, αυτό-όμοιες σειρές προκύπτουν όταν ο εκθέτης στο νόμο δύναμης είναι  $1 < \alpha \leq 2$ <sup>36</sup>. Δεδομένης της ποιοτικής μόνο προσέγγισης στο θέμα αυτό, δοκιμάσαμε δύο ενδεικτικές τιμές του νόμου δύναμης  $\alpha = 2$  και  $\alpha = 3$ , για τις οποίες βρήκαμε παρόμοια αποτελέσματα.

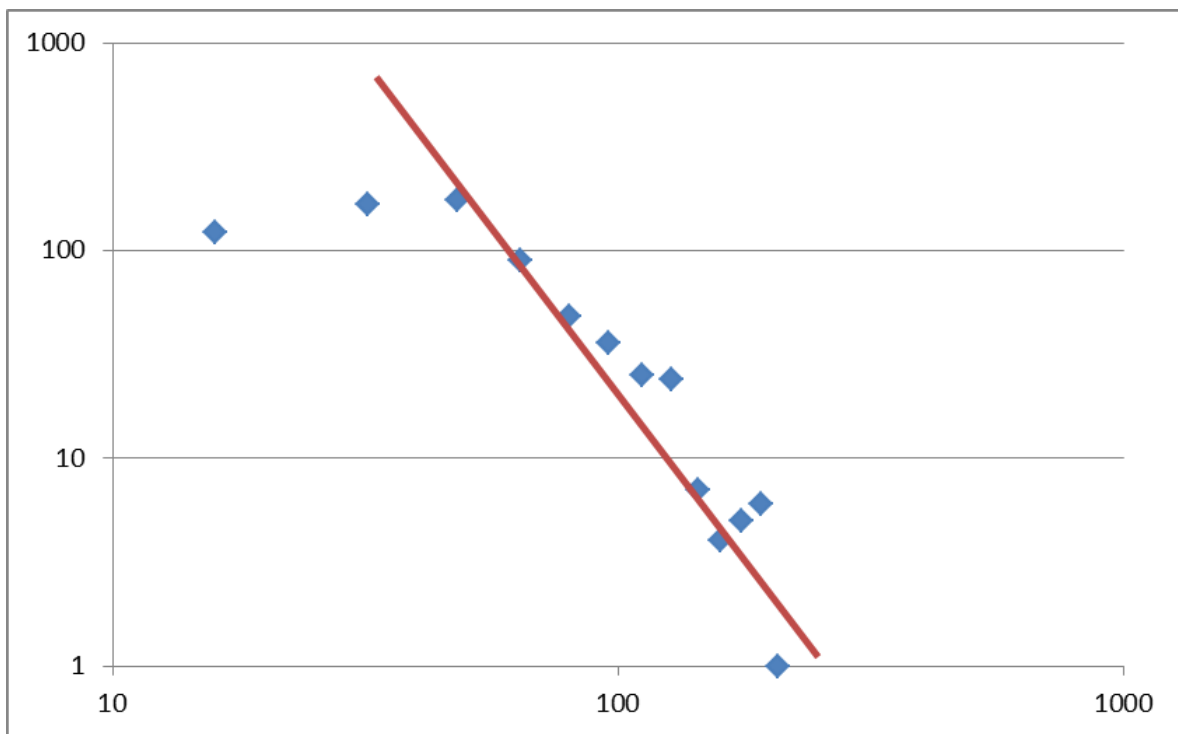
Ωστόσο, το να επιλεχθούν  $c$  από  $N$  στοιχεία με βάση μια συγκεκριμένη κατανομή δεν είναι κάτι απλό. Το πρώτο που θα χρειαστεί είναι να μπορείς να παράξεις  $c$  στοιχεία που ακολουθούν την συγκεκριμένη κατανομή (σπθ  $y = x^{-3}$ ). Η καλύτερη τεχνική για να επιτευχθεί αυτό είναι η δειγματοληψία ανάποδου μετασχηματισμού (inverse transform sampling). Κατά την διαδικασία αυτή, παράγουμε όσους τυχαίους αριθμούς θέλουμε. Οι αριθμοί αυτοί αντιστοιχούν στον άξονα  $y$  και τους αντιμετωπίζουμε ως το αποτέλεσμα της κατανομής μας. Αν λοιπόν, λύσουμε ως προς την είσοδο που οδήγησε σε αυτό το αποτέλεσμα (υποβάλουμε τους αριθμούς στην αντίστροφη συνάρτηση αυτής που επιλέξαμε), θα πάρουμε αριθμούς οι οποίοι κατανέμονται σύμφωνα με την επιθυμητή κατανομή. Στην περίπτωση μας, παράγουμε  $c$  τυχαίους αριθμούς από το 0 ως το 1 (είναι πιθανότητες) και τους υψώνουμε στην τρίτη δύναμη. Οι αριθμοί που προκύπτουν τώρα ακολουθούν την επιθυμητή κατανομή, δεν έχουν όμως την μορφή που θέλουμε.

Άρα, για να επιλέξουμε τελικά ποια σημεία θα μείνουν και θα συμβολίσουν αμάξια και ποια θα διαγραφούν αντιμετωπίζουμε τους προηγούμενους αριθμούς σαν αθροιστές. Συγκεκριμένα, ξεκινάμε από τον πρώτο αριθμό που πήραμε από την παραπάνω διαδικασία. Αυτός συμβολίζει το πρώτο “αυτοκίνητο”. Για να υπολογίσουμε τις θέσεις των επόμενων, προσθέτουμε διαδοχικά τους αριθμούς που φτιάξαμε στην θέση του προηγούμενου αμαξιού.

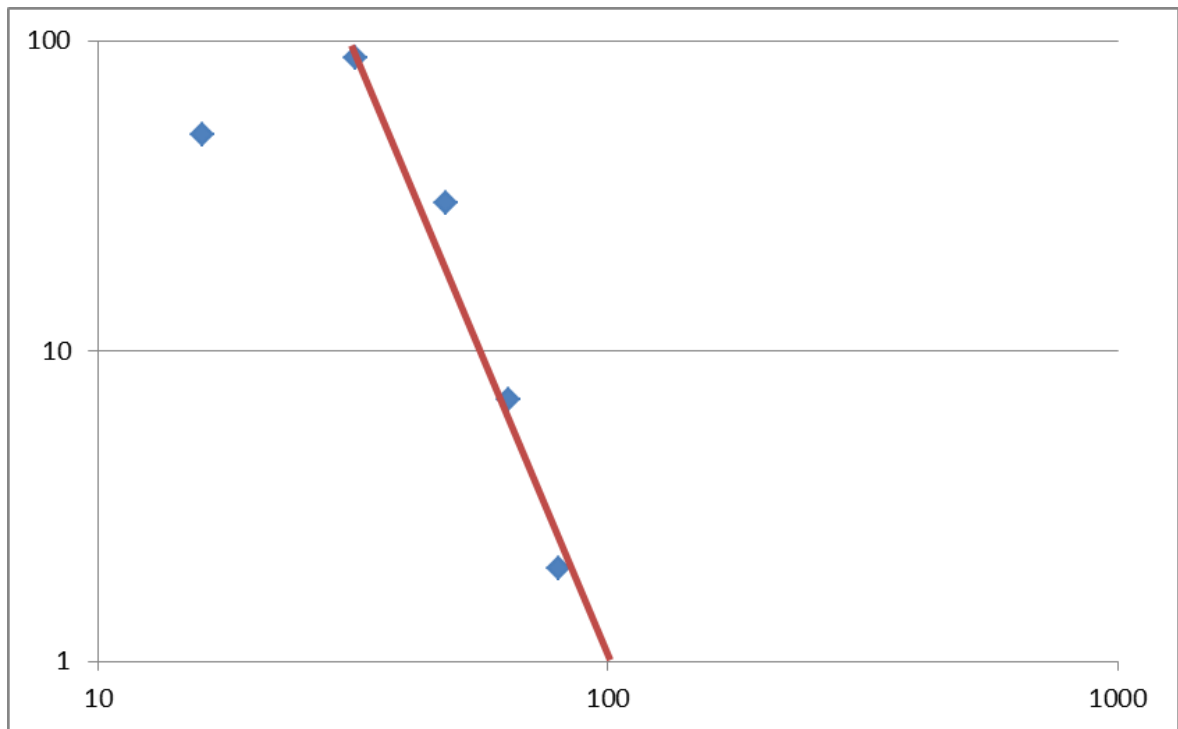
Όταν η απόσταση μεταξύ αυτοκινήτων από την γεννήτρια των αποστάσεων είναι μηδέν (ήτοι γίνεται προσπέραση του ενός στο άλλο), αποφασίσαμε να αλλάζουμε αυθαίρετα την απόσταση ώστε να είναι ίση με το ένα. Αυτό έχει μεγαλύτερη φυσική σημασία για το πρόβλημα που διερευνούμε (ήτοι των οπτικών επαφών μεταξύ οχημάτων/ σημείων του δρόμου). Η στατιστική

κατανομή των αυτοκινήτων δεν μεταβάλλεται για τιμές  $>1$ , ενώ κάποια σημεία στο τέλος του δρόμου με μεγάλη πυκνότητα αυτοκινήτων ( $>70\%$ ) βγαίνουν εκτός αυτού και αγνοούνται.

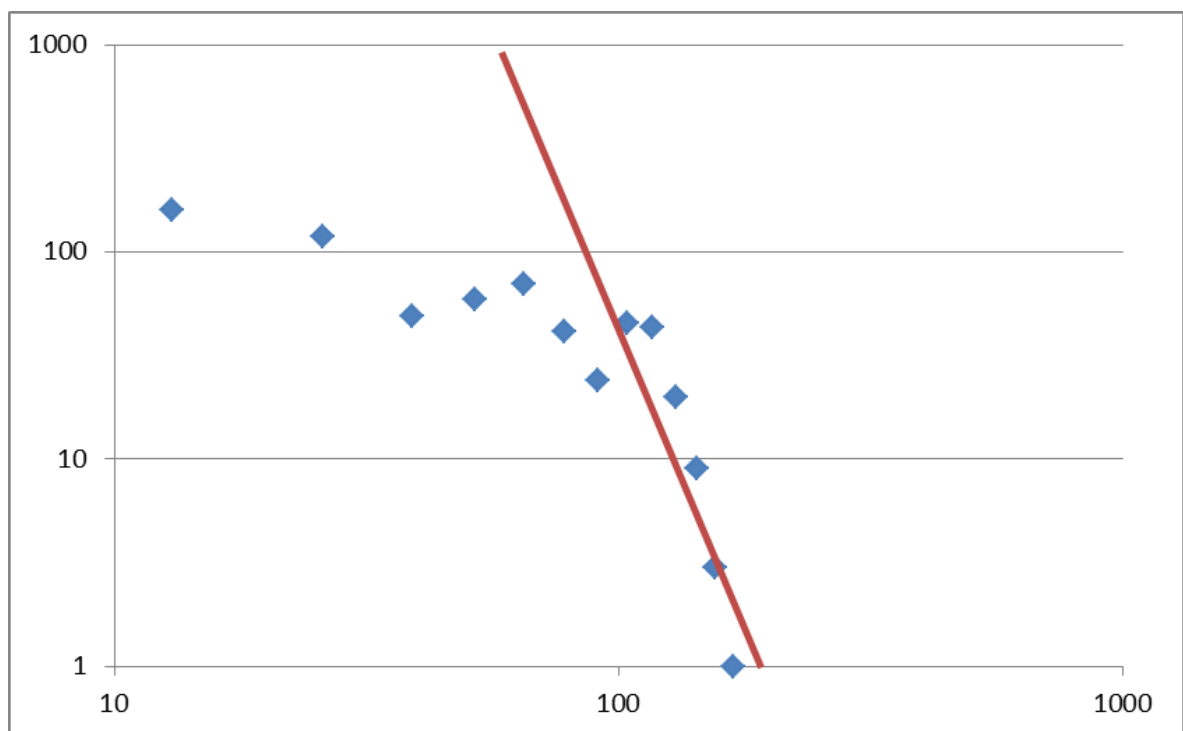
Ακολουθώντας όμοια πρακτική, αρχικά τρέξαμε την νέα διαδικασία στα δύο υπόβαθρα υψομέτρου δρόμων για ποσοστά 40% και 10%. Έτσι, έχουμε επιπλέον τώρα τα δίκτυα CarsPower40%Alt1771, CarsPower10%Alt1771, CarsPower40%Alt1609, CarsPower10%Alt1609. Οι κατανομές τους, όπως φαίνονται στο Gephi ακολουθούν.



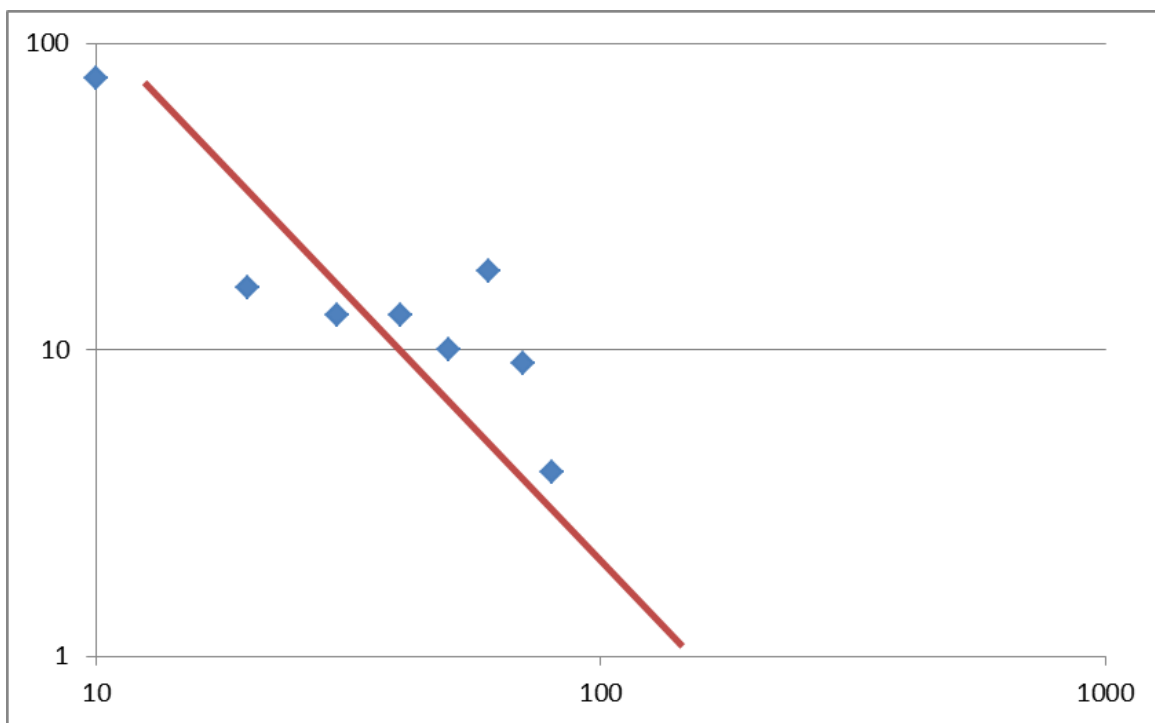
4.2.1 Κατανομή βαθμού δικτύου CarsPower40%Alt1771



4.2.2 Κατανομή βαθμού δικτύου CarsPower10%Alt1771



4.2.3 Κατανομή βαθμού δικτύου CarsPower40%Alt1609



#### 4.2.4 Κατανομή βαθμού δικτύου CarsPower10%Alt1609

Όπως φαίνεται από τις σχετικές γραφικές παραστάσεις, η κατανομή του βαθμού των δικτύων μένει σταθερή και με αυτήν την στρατηγική.

Αντίστοιχα με τα δίκτυα που παρουσιάσαμε προηγουμένως, υπολογίστηκε με μεγάλος όγκος δικτυακών μεγεθών. Επειδή όμως τα στοιχεία αυτά είναι πάρα πολλά, θα παρουσιάσουμε τα αντίστοιχα κεντρικά στοιχεία.

	T	$\hat{C}$	L	$\rho$	A	G
CarsPower40%Alt1771	0.18	0.32	262.7	0.066	0.001	0.40
CarsPower10%Alt1771	0.34	0.13	40.8	0.068	0.464	0.31
CarsPower40%Alt1609	0.41	0.49	227.3	0.066	0.380	0.50
CarsPower10%Alt1609	0.42	0.06	54.7	0.070	0.442	0.21

Πίνακας 4.2 Συνολικά μεγέθη δικτύων που προέκυψαν από την στρατηγική νόμου δύναμης

Η νέα εικόνα είναι ακόμη πιο ομαλή σε σχέση με τα συνολικά μεγέθη του δικτύου που προέκυψε με την τυχαία στρατηγική.

Συγκεκριμένα, μεγέθη όπως το μέσο μήκος μονοπατιού, ο συντελεστής Gini, ο συντελεστής της μεταβατικότητας και η πυκνότητα των ακμών, διατηρούν τιμές σταθερές σε σχέση με τα πρωτότυπα δίκτυα. Ακόμη και στα αραιότερα δίκτυα (10%) οι τιμές διατηρούνται χαρακτηριστικά. Αυτό αποτελεί άλλη μια ένδειξη ότι τα δίκτυα αυτά διατηρούν τα χαρακτηριστικά τους.

Μεγάλη διαφορά παρατηρείται στον συνολικό συντελεστή συσπείρωσης. Συγκεκριμένα, ο συντελεστής συσπείρωσης ακολουθεί πτωτική τάση όσο το δίκτυο αραιώνει. Ωστόσο, η πτώση αυτή είναι πολύ πιο ομαλή σε σχέση με τα δίκτυα που προέκυψαν τυχαία. Αυτό είναι μια ισχυρή ένδειξη ότι ο δρόμος αυτός μπορεί να υποστηρίξει ΚΑΔ, καθώς χαρακτηρίζεται από υψηλή συνδεσιμότητα ακόμη κι όταν λίγα αυτοκίνητα ταξιδεύουν στο υπόβαθρο.

Τέλος, ο συντελεστής συσχέτισης παρουσιάζει ιδιαίτερα περίεργη συμπεριφορά. Ενώ σε γενικές γραμμές μένει χαρακτηριστικά σταθερός, στο δίκτυο CarsPower40%1771 εμφανίζει ξαφνικά ιδιαίτερα χαμηλή τιμή. Επιπλέον, όταν επιλέξουμε ακόμη πιο αραιό δίκτυο, η τιμή επανέρχεται σε φυσιολογικά επίπεδα. Όπως και με την προηγούμενη στρατηγική, αυτό δείχνει ότι

υπάρχει ένας βαθμός τυχαιότητας στα νέα δίκτυα που μελετούμε καθώς δεν είναι βέβαιο πως οι κόμβοι που θα αφαιρεθούν είναι πάντα οι (περισσότεροι) κόμβοι με χαμηλό βαθμό.

Συμπερασματικά, βλέπουμε ότι τα δίκτυα που παράγονται με αυτήν την στρατηγική διατηρούν κι αυτά σε ικανοποιητικό βαθμό τα στοιχεία των πρωτότυπων δικτύων. Εξακολουθούν φυσικά να παρουσιάζουν έντονα ασταθή εικόνα, καθώς ακόμη και σε τόσο μικρό δείγμα παρατηρήθηκαν ακραίες τιμές. Ωστόσο, παρουσιάζουν μια μάλλον ευνοϊκότερη εικόνα για τα ΚΑΔ καθώς τα συγκεκριμένα δίκτυα χαρακτηρίζονται από υψηλή συνδεσιμότητα. Αυτό είναι ιδιαίτερα ενθαρρυντικό καθώς ο τρόπος που δημιουργήθηκαν ακολουθεί πιο πιστά την πραγματικότητα.

### 4.3 Συμπεριφορά ΚΑΔ σε σχέση με την πυκνότητα αυτοκινήτων/πλήθος κόμβων

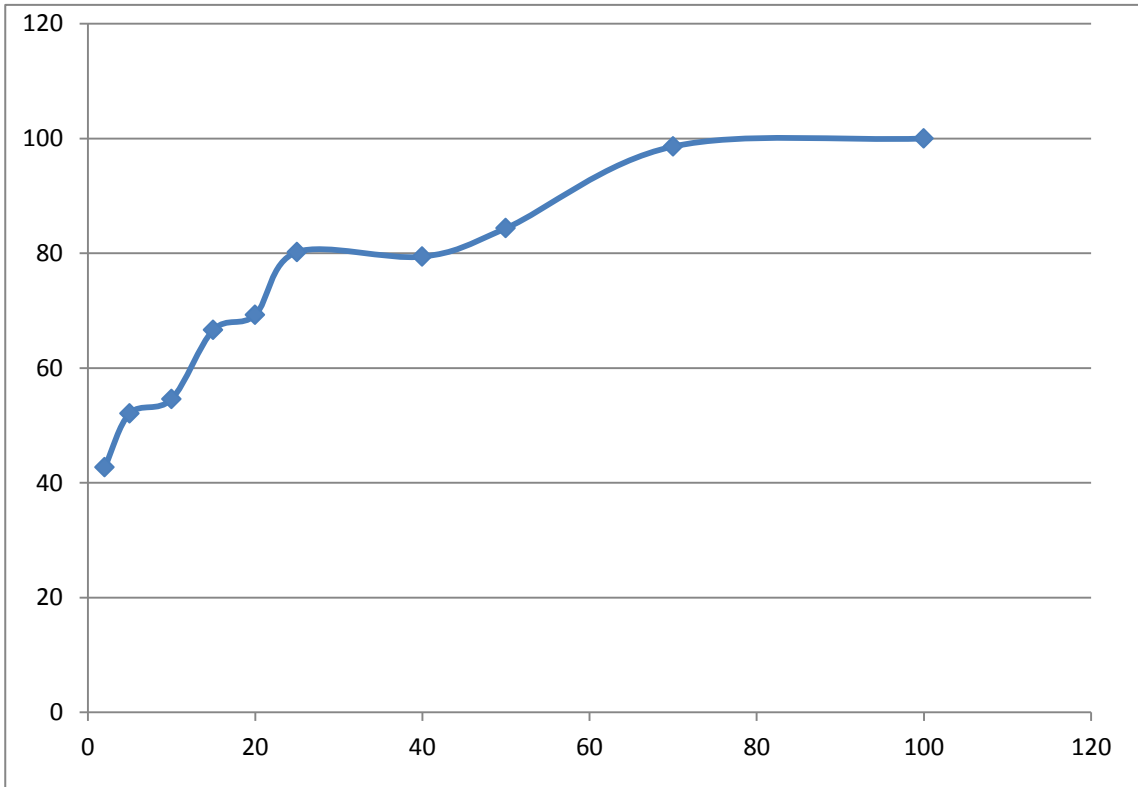
Όπως είδαμε από τις προηγούμενες δοκιμές μας στην δημιουργία ΚΑΔ, τα παραγόμενα δίκτυα εμφανίζουν ασταθή συμπεριφορά. Σε κάποιες περιπτώσεις, παρατηρούμε τιμές που δεν αντιστοιχούν στην γενικότερη τάση των αντίστοιχων μεγεθών. Ωστόσο, προκειμένου να μπορούμε να εξάγουμε ασφαλές συμπέρασμα ως προς την βιωσιμότητα των ΚΑΔ θα θέλαμε να γνωρίζαμε παραπάνω πληροφορίες.

Συγκεκριμένα, ιδιαίτερη σημασία δίνεται στην αλλαγή των τιμών όσο ο αριθμός των αμαξιών πάνω στο δρόμο μειώνεται. Είναι καίριο να γνωρίζουμε το πως επηρεάζει η πυκνότητα των αυτοκινήτων τις παραμέτρους δικτύων. Ερωτήματα όπως ποιο είναι το ελάχιστο ποσοστό αμαξιών προκειμένου να έχουμε συνεκτικό δίκτυο<sup>37</sup> και πως συμπεριφέρεται ο συνολικός συντελεστής συσπείρωσης ως προς το πλήθος των κόμβων είναι πολύ σημαντικά. Φαίνεται ότι η καμπύλη της μεγαλύτερης συνδεδεμένης ομάδας (Largest Component) και του συνολικού συντελεστή συσπείρωσης ως προς το πλήθος των αυτοκινήτων θα βοηθούσε να δώσουμε απαντήσεις σε αυτά τα προβλήματα.

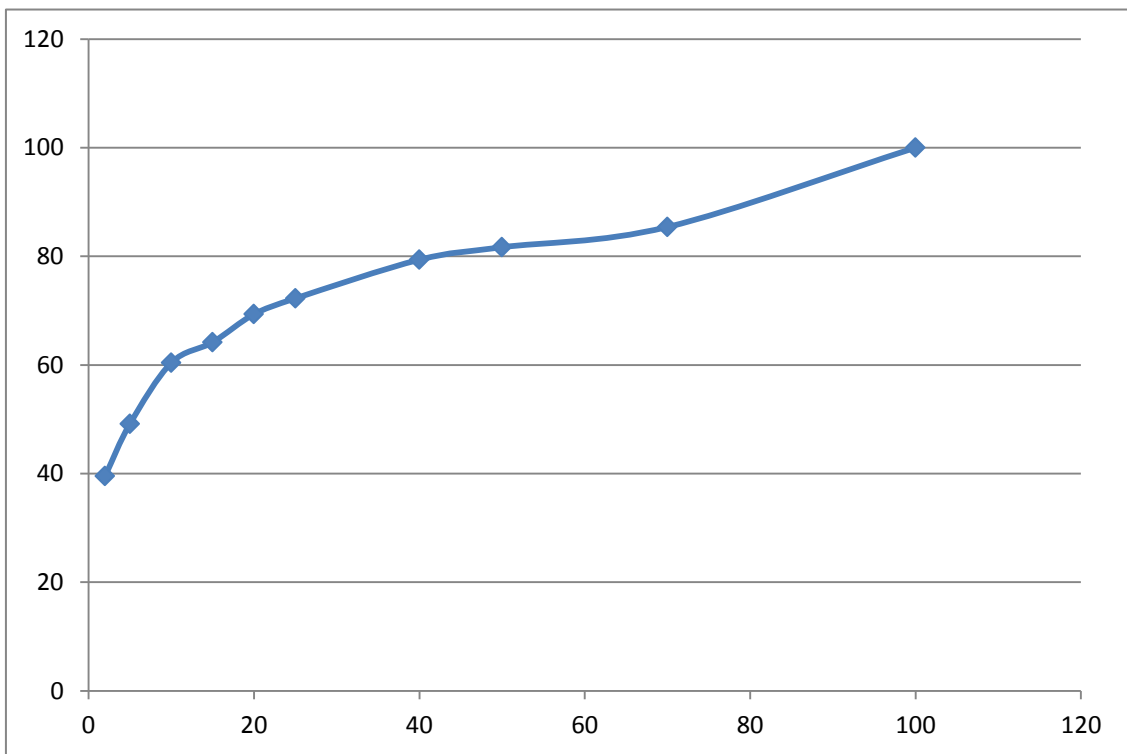
Ακόμη, θα ήταν καλό να είχαμε τις αντίστοιχες καμπύλες και για τα δίκτυα που προέκυψαν από την τυχαία στρατηγική κι όχι μόνο για τα δίκτυα με την στρατηγική του νόμου δύναμης. Έτσι, θα μπορούσαμε να συγκρίνουμε την συμπεριφορά των δικτύων και να αποφανθούμε για το ποιο “μοίρασμα” των αυτοκινήτων ταιριάζει περισσότερο για ΚΑΔ.

Επιπλέον, έχοντας διαθέσιμα τα δίκτυα κυρτότητας, αποφασίσαμε να δημιουργήσουμε τις αντίστοιχες καμπύλες και για αυτά. Φυσικά, τα δίκτυα CarsPowerPC δεν έχουν άμεση φυσική σημασία καθώς ένα αμάξι τοποθετείτε στο υψόμετρο κι όχι στην κυρτότητα. Εντούτοις, υπάρχει ερευνητικό ενδιαφέρον στο πως συμπεριφέρονται τα αντίστοιχα δίκτυα στην διαγραφή κόμβων. Επιπλέον, αν η συμπεριφορά αυτή είναι καλύτερη σε σχέση με την πραγματική, θα ήταν δυνατό να εκμεταλλευτούμε αυτήν την πληροφορία. Παραδείγματος χάρη, θα μπορούσαμε να εγκαταστήσουμε σταθερούς βοηθητικούς κόμβους στα σημεία υψηλής κυρτότητας ώστε να βοηθήσουμε την συνοχή του δικτύου.

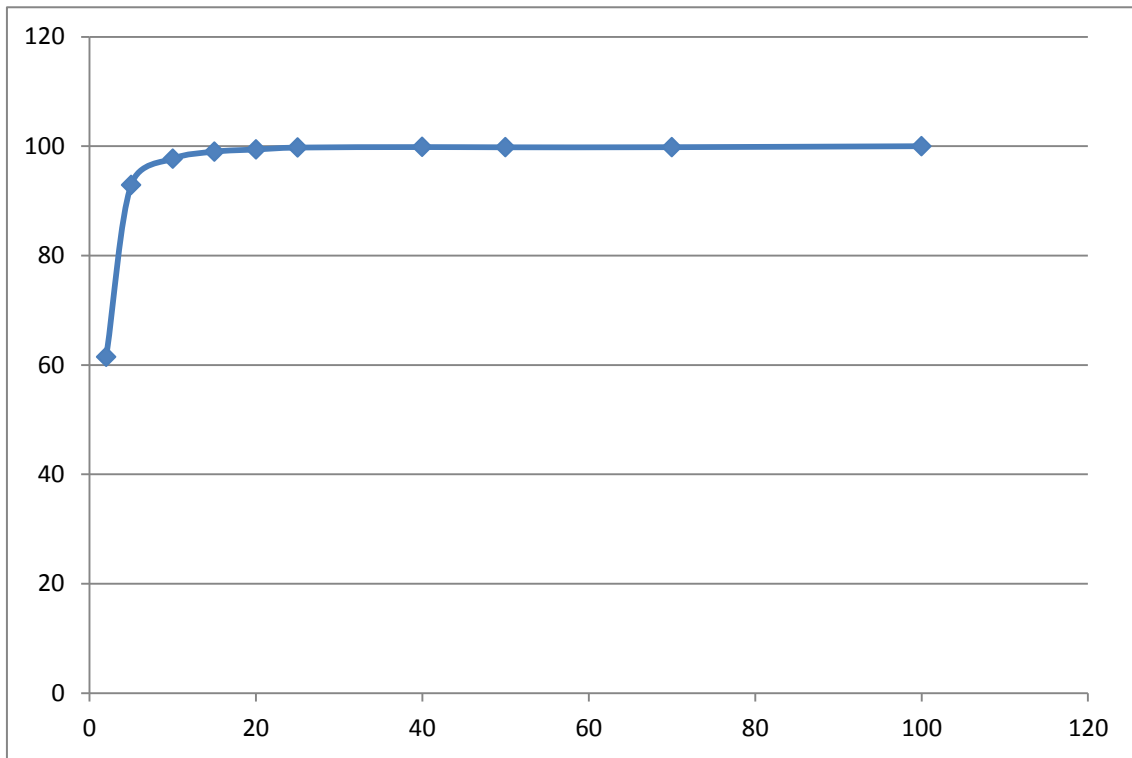
Έχοντας όλα αυτά υπόψιν, αποφασίσαμε να δημιουργήσουμε οκτώ νέες καμπύλες, όλες ακολουθώντας τον δρόμο 1609: LargestComponentAltRandom, LargestComponentAltPower, LargestComponentPCRandom, LargestComponentPCPower, GlobalClusteringAltRandom, GlobalClusteringAltPower, GlobalClusteringPCRandom και GlobalClusteringPCPower. Κάθε καμπύλη απεικονίζει το μέγεθος ως προς δέκα διακριτές πυκνότητες αυτοκινήτων (100, 70, 50, 40, 25, 20, 15, 10, 5, 2). Επιπλέον, προκειμένου να καταπολεμήσουμε τις ακραίες τιμές, η τιμή της καμπύλης για κάθε μια από αυτές τις τιμές έχει προκύψει ως μέσος όρος των αντίστοιχων τιμών τριών δικτύων που παράχθηκαν με τις κατάλληλες προδιαγραφές. Οι καμπύλες ακολουθούν στην συνέχεια.



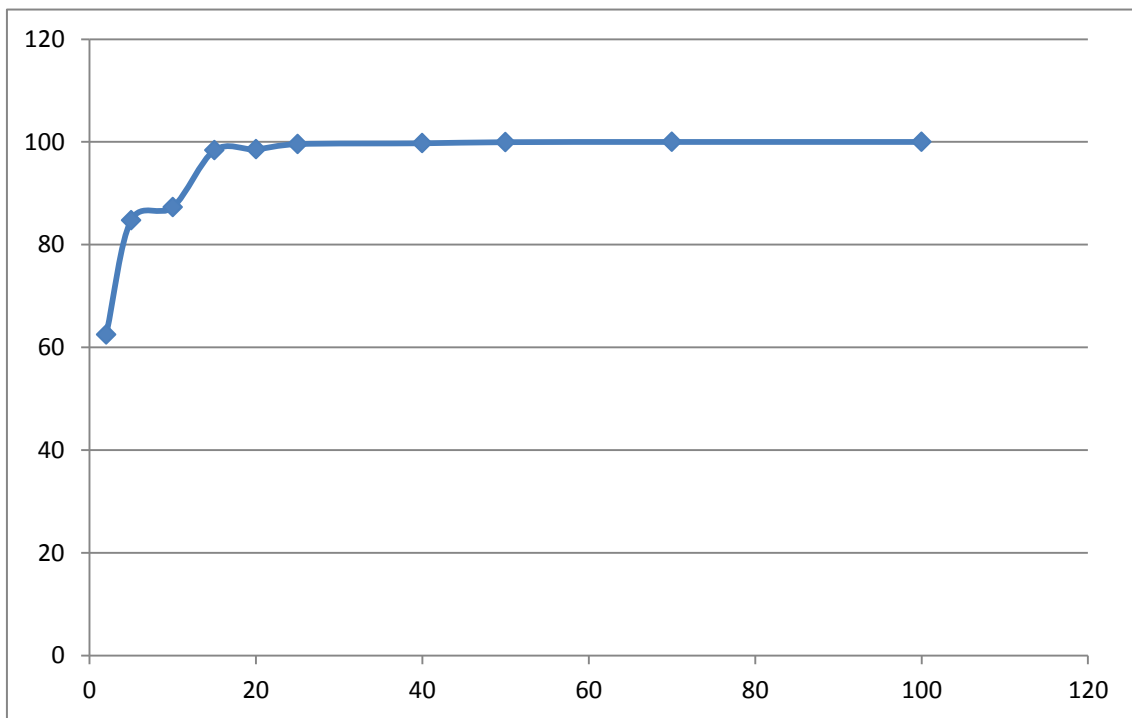
Εικόνα 4.3.1 Ποσοστιαίο μέγεθος μεγαλύτερης συνδεδεμένης ομάδας προς ποσοστό αυτοκινήτων (AltRandom)



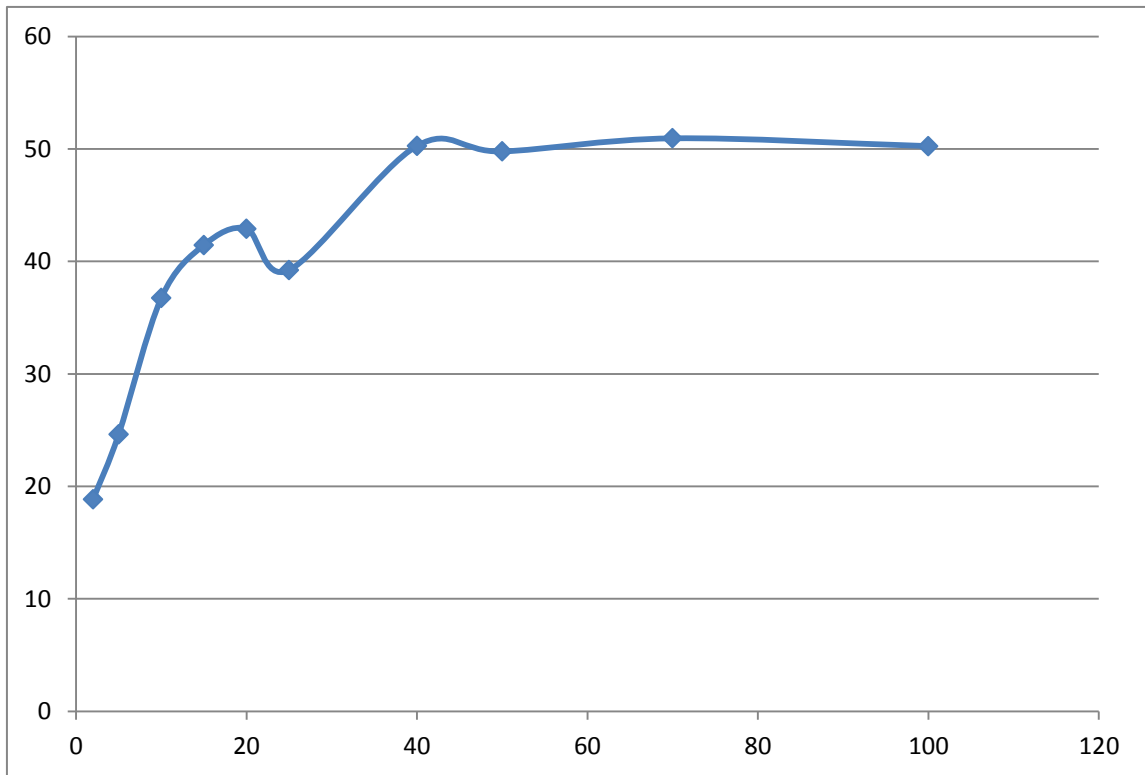
Εικόνα 4.3.2 Ποσοστιαίο μέγεθος μεγαλύτερης συνδεδεμένης ομάδας προς ποσοστό αυτοκινήτων (AltPower)



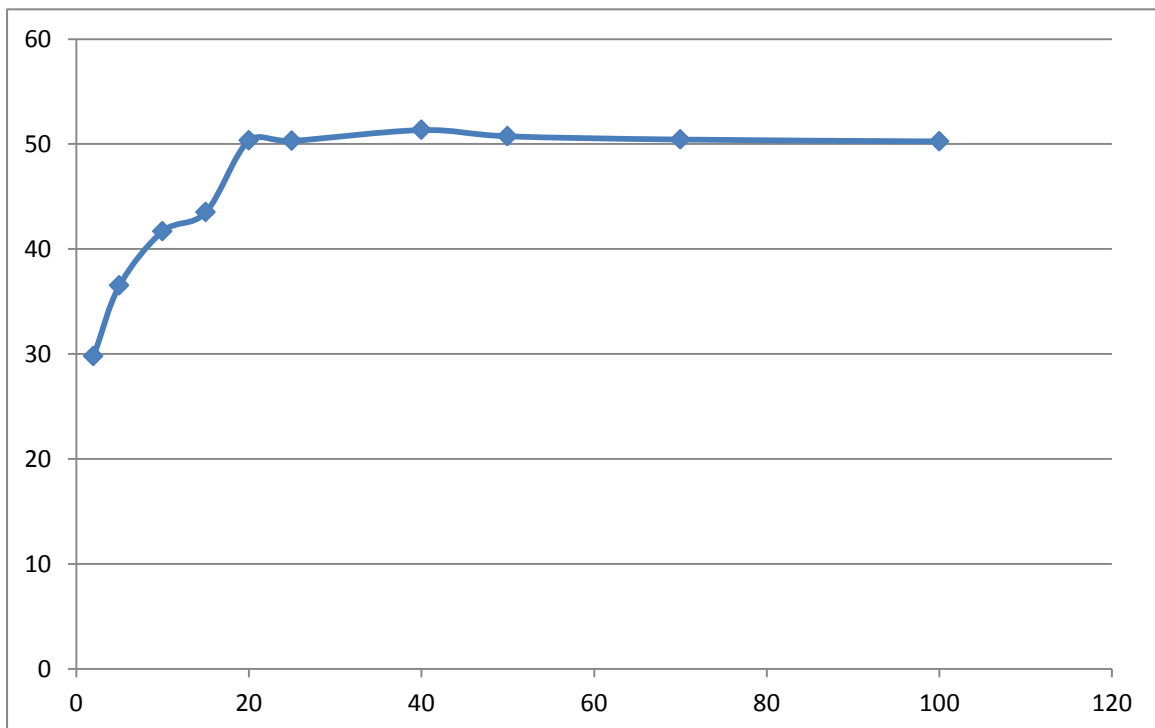
Εικόνα 4.3.3 Ποσοστιαίο μέγεθος μεγαλύτερης συνδεδεμένης ομάδας προς ποσοστό αυτοκινήτων (PCRandom)



Εικόνα 4.3.4 Ποσοστιαίο μέγεθος μεγαλύτερης συνδεδεμένης ομάδας προς ποσοστό αυτοκινήτων (PCPower)

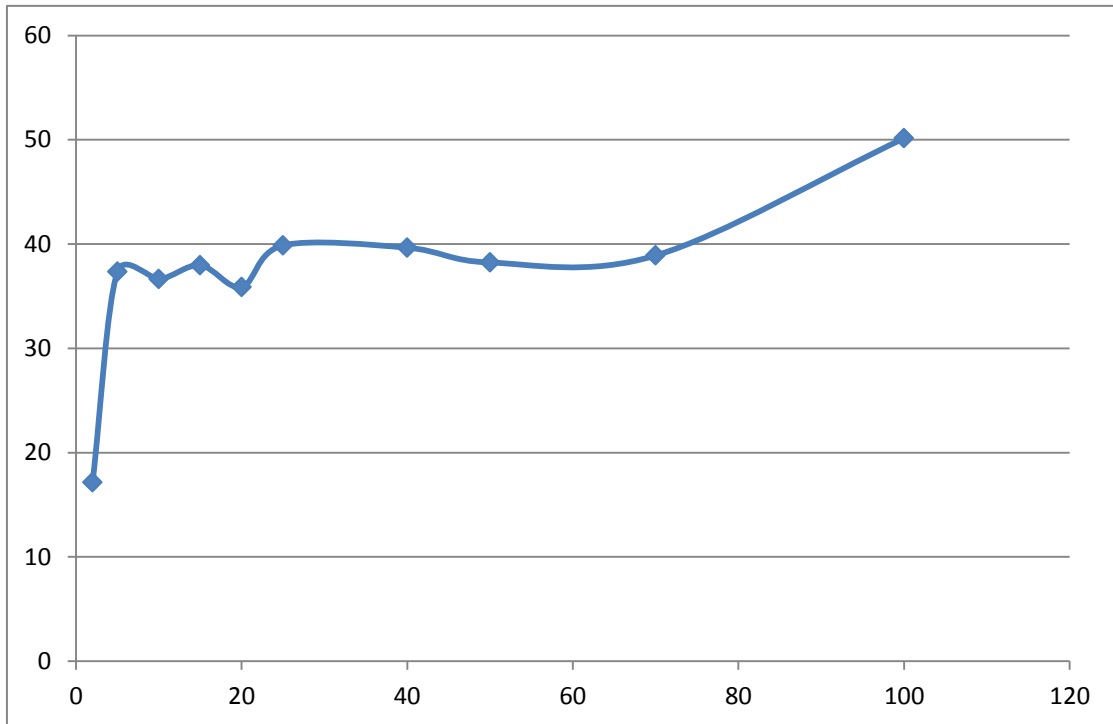


Εικόνα 4.3.5 Συνολικός συντελεστής συσπείρωσης (στα 100) προς ποσοστό αυτοκινήτων (AltRandom)

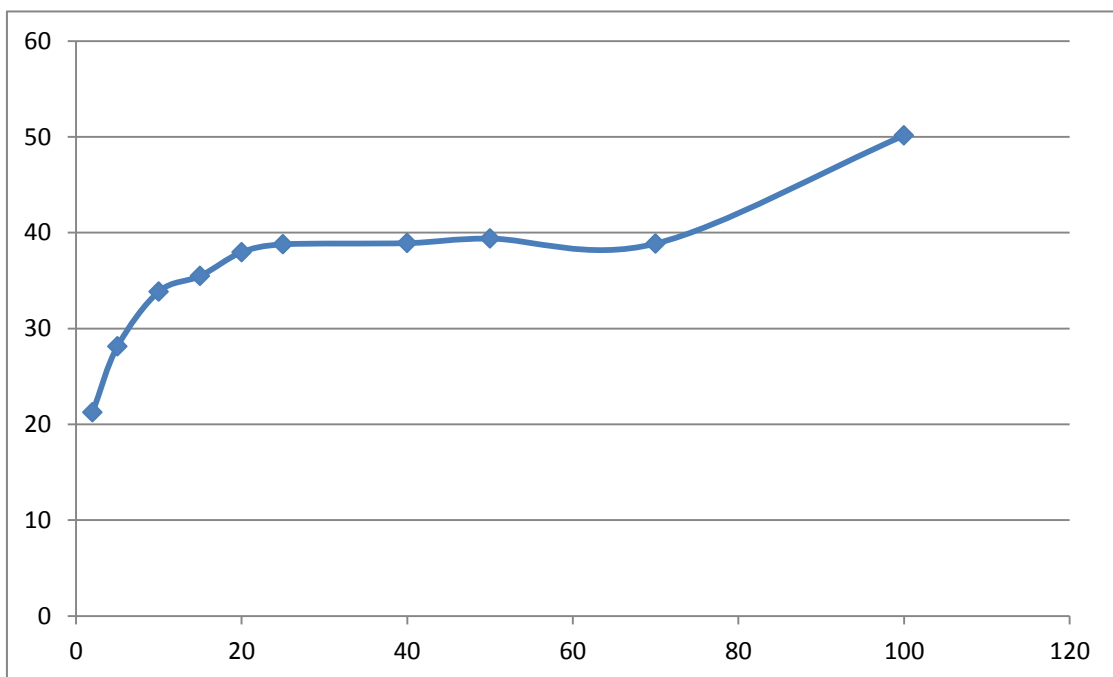


Εικόνα 4.3.6 Συνολικός συντελεστής συσπείρωσης (στα 100) προς ποσοστό αυτοκινήτων (AltPower)





Εικόνα 4.3.7 Συνολικός συντελεστής συσπείρωσης (στα 100) προς ποσοστό αυτοκινήτων (PCRandom)



Εικόνα 4.3.8 Συνολικός συντελεστής συσπείρωσης (στα 100) προς ποσοστό αυτοκινήτων (PCPower)

Τα διαγράμματα αυτά αποτελούν σημείο κλειδί για την βιωσιμότητα των ΚΑΔ αυτοκινήτων. Αν αναλογιστούμε ότι οι συγκεκριμένοι δρόμοι παρουσιάζουν ιδιαίτερες δυσκολίες ως προς τα τοπογραφικά χαρακτηριστικά τους, τότε τυχόν ενθαρρυντικά αποτελέσματα θα θεμελιώσουν την δυνατότητα κατασκευής ΚΑΔ αυτοκινήτων με οπτική επαφή.

#### 4.3.1 Ανάλυση διαγραμμάτων μεγαλύτερης συνδεδεμένης ομάδας σε δίκτυα υψομέτρου

Αρχικά, ας αναλύσουμε τα πρώτα δύο διαγράμματα (Largest Component για AltRand και AltPower). Και στις δύο περιπτώσεις, το μέγεθος της μεγαλύτερης συνδεδεμένης ομάδας μικραίνει έως το 40% όταν τα αυτοκίνητα καταλαμβάνουν το 2% μόλις των κόμβων του δικτύου. Ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα «γόνατα» του διαγράμματος 4.3.1 για τα οποία θα μπορούσαν να εξεταστούν περισσότερα data sets, ώστε να διαπιστωθεί αν βρίσκονται μέσα στο στατιστικό σφάλμα από την επιλογή συγκεκριμένων σειρών δεδομένων. Στις περιπτώσεις πάντως που εξετάσαμε, οι τιμές που βρίσκουμε στην καμπύλη της τυχαίας στρατηγικής είναι συστηματικά μεγαλύτερες από την στρατηγική του νόμου δύναμης.

Το σημαντικότερο ίσως αποτέλεσμα που προκύπτει από τα διαγράμματα αυτά είναι πως το δίκτυο μπορεί και διατηρεί την συνοχή του, ακόμη και σε ιδιαίτερα χαμηλή πυκνότητα αυτοκινήτων (2%). Αυτό είναι ιδιαίτερα ενθαρρυντικό καθώς οι συνηθισμένες τιμές πυκνότητας των αυτοκινήτων για την περιοχή είναι χαμηλές. Επιπλέον, αν εξασφαλίσουμε μια πυκνότητα αμαξιών ίση η μεγαλύτερη του 15% τότε έχουμε συμπεριλάβει ένα πολύ μεγάλο κομμάτι των αυτοκινήτων. Έτσι ένα ΚΑΔ θα μπορεί να υλοποιήσει σημαντικές εφαρμογές και μάλιστα με αξιόβεβαστο περιθώριο κέρδους, καθώς ένας πάροχος θα έχει διαθέσιμο αρκετά μεγάλο κοινό του οποίου τις ανάγκες θα είναι σε θέση να ικανοποιήσει.

#### 4.3.2 Ανάλυση διαγραμμάτων μεγαλύτερης συνδεδεμένης ομάδας σε δίκτυα κυρτότητας

Η εικόνα που παρουσιάζουν τα επόμενα δύο διαγράμματα είναι πολύ πιο απλή. Είναι εμφανές ότι και στα δύο διαγράμματα υπάρχουν δύο ξεχωριστές φάσεις. Το δίκτυο είναι πλήρως συνδεδεμένο μέχρι και το σημείο καμπής κοντά στην πυκνότητα 15% με 10%. Εκεί, το μέγεθος της ΜΣΟ πέφτει για πρώτη φορά από την τιμή του 100% μέχρι να ακουμπήσει την τιμή του 60% (για πυκνότητα 2%).

Τα πράγματα για την κυρτότητα είναι πολύ πιο απλά. Εδώ, ακόμη και να διαγραφεί ένα μονοπάτι που συνδέει δύο απομακρυσμένους κόμβους, υπάρχουν εφεδρικές οδεύσεις. Αυτό είναι λογικό, καθώς η κυρτότητα είναι δίκτυο χωρίς κλίμακα. Αυτά τα δίκτυα είναι γνωστά για την ανθεκτικότητά τους σε τυχαίες επιθέσεις.

Ενδιαφέρον ωστόσο παρουσιάζει ο παραλληλισμός με τα προηγούμενα διαγράμματα. Φαίνεται ότι το 15% είναι κρίσιμο σημείο πυκνότητας των αυτοκινήτων. Αυτό αποτελεί ισχυρή ένδειξη για το αναγκαίο πλήθος αμαξιών για τεχνικά κι εμπορικά επιτυχημένες εφαρμογές.

#### 4.3.3 Ανάλυση διαγραμμάτων συνολικού συντελεστή συσπείρωσης

Σε αντίθεση με το μέγεθος του ΜΣΟ, ο συνολικός συντελεστής συσπείρωσης δεν εκφράζει το μέγεθος του δικτύου ΚΑΔ. Αυτό που περιγράφει όμως είναι εξίσου σημαντικό: η ευρωστία των ΚΑΔ και η ικανότητά τους να αντιμετωπίζουν τις αλλαγές. Υψηλός συνολικός συντελεστής συσπείρωσης δείχνει ότι υπάρχουν πολλά μονοπάτια προς έναν κόμβο. Αυτό σημαίνει, πως αν κάποιος κόμβος απενεργοποιηθεί (αυτοκίνητο που χάλασε ή έφτασε στον προορισμό του) το δίκτυο θα διατηρήσει σταθερή συμπεριφορά.<sup>38</sup>

Η μορφή των συναρτήσεων που προκύπτει είναι ενδιαφέρουσα. Οι δύο στρατηγικές εμφανίζουν διαφορετικά αποτελέσματα, οπότε θα αναλυθούν ξεχωριστά.

Στα δίκτυα υψομετρικού υποβάθρου, η καμπύλη της στρατηγικής τυχαίας επιλογής οχημάτων αποκλίνει από την τιμή  $C=50\%$  σε μεγάλες σχετικά τιμές κατάληψης του δρόμου (~40%). Αντίθετα, στην στρατηγική επιλογής οχημάτων με νόμο δύναμης, το  $C=50\%$  παραμένει έως κατάληψης δρόμου 20%.

Το αντίθετο εμφανίζεται στα δίκτυα υποβάθρου κυρτότητας. Εδώ η στρατηγική τυχαίας επιλογής οχημάτων είναι περισσότερο αποτελεσματική, καθώς η τιμή  $C \approx 37\%$  παραμένει έως πολύ μικρότερα ποσοστά κατάληψης του δρόμου.

Το αποτέλεσμα έχει, εκτός από πρακτικό, μεγάλο θεωρητικό ενδιαφέρον. Ενδεχομένως υποδηλώνει ότι μεγάλη συσπείρωση εμφανίζουν:

- είτε υποδίκτυα σε δίχως κλίμακα δίκτυα, με τυχαία επιλεγμένους κόμβους (περίπτωση των δικτύων υψομέτρου),
- είτε υποδίκτυα σε φράκταλ δίκτυα, με κόμβους επιλεγμένους βάσει «αποστάσεων» κατανομής εκθέτη.

Το αποτέλεσμα αυτό χρήζει περαιτέρω διερεύνησης με πολλά περισσότερα data sets. Μπορεί να δείχνει ένα νέο θεωρητικό δρόμο που ανοίγεται από την αναπαράσταση οπτικής επαφής που μελετούμε στην παρούσα εργασία, αναφορικά με τη σχέση αυτό-ομοιότητας σειρών και δίχως κλίμακα δικτύων.

Σε αυτή την κατεύθυνση, τα μέχρι σήμερα αποτελέσματά μας παρουσιάζονται παρακάτω σε μορφή πίνακα.

100%	70%	50%	40%	25%	20%	15%	10%	5%	2%
100	98.6	84.4	79.4	80.2	69.3	66.7	54.6	52.1	42.7
100	85.4	81.7	79.4	72.3	69.4	64.2	60.4	49.2	39.6
100	99.8	99.8	99.8	99.8	99.4	99	97.7	93	61.5
100	100	99.9	99.7	99.6	98.6	98.4	87.3	84.8	62.5

Πίνακας 4.3.1 Τα δεδομένα των διαγραμμάτων μεγέθους της ΜΣΟ για AltRandom1609, AltPower1609, PCRandom1609, PCPower1609

100%	70%	50%	40%	25%	20%	15%	10%	5%	2%
0.50	0.51	0.49	0.50	0.39	0.43	0.41	0.36	0.24	0.18
0.50	0.50	0.51	0.51	0.50	0.50	0.43	0.41	0.36	0.29
0.50	0.39	0.38	0.39	0.39	0.35	0.38	0.36	0.37	0.17
0.50	0.39	0.39	0.38	0.38	0.38	0.35	0.33	0.28	0.21

Πίνακας 4.3.2 Τα δεδομένα των διαγραμμάτων του συνολικού συντελεστή συσπείρωσης για AltRandom1609, AltPower1609, PCRandom1609, PCPower1609



## Κεφάλαιο 5

### Οπτικοποίηση δικτύων – το εργαλείο Gephi

Κατά την διάρκεια αυτής της εργασίας, πολλές φορές χρειάστηκε μια απεικόνιση των υπό μελέτη δικτύων. Η απεικόνιση μπορεί να επιβεβαιώσει θεωρητικές υποθέσεις για την δομή του δικτύου και την κατανομή των διάφορων μεγεθών. Ακόμη, μπορεί να μας βοηθήσει να συνειδητοποιήσουμε το αντικείμενο το οποίο πραγματευόμαστε και να μας δώσει νέες ιδέες. Άλλωστε, τα ΚΑΔ ως τεχνολογικό δίκτυο δεν μπορούν να υλοποιηθούν χωρίς την κατάλληλη σχεδίαση.

#### 5.1 Η πλατφόρμα του Gephi

Σύντομα έγινε κατανοητό ότι προκειμένου να επιβεβαιώσουμε τα αποτελέσματά μας αλλά και να εμπνευστούμε περαιτέρω έπρεπε με κάποιον τρόπο να οπτικοποιήσουμε τα δίκτυα τα οποία μελετούσαμε. Μετά από έρευνα, προέκυψε το πρόγραμμα ανάλυσης κι οπτικοποίησης δικτύων ανοιχτού κώδικα gephi.<sup>39</sup>

Το πρόγραμμα αυτό σχεδιάστηκε στην γλώσσα προγραμματισμού Java από Γάλλους φοιτητές του τεχνολογικού πανεπιστημίου της Κομπιένης (Université de Technologie de Compiègne). Το εργαλείο αυτό στηρίζεται από την γαλλική ακαδημαϊκή κοινότητα (κι όχι μόνο) ενώ έχει χρησιμοποιηθεί για πληθώρα εφαρμογών. Οι πλειονότητα αυτών αφορούν τις ανθρωπιστικές επιστήμες αλλά η πλατφόρμα έχει χρησιμοποιηθεί και παραδοσιακές εφαρμογές της επιστήμης των δικτύων.

##### 5.1.1 Εισαγωγή δεδομένων στο Gephi

Ένας από τους λόγους που επιλέξαμε το Gephi, είναι ότι υποστηρίζει την εισαγωγή δεδομένων από αρχεία excel.

Ωστόσο, το Gephi δεν μπορεί να διαβάσει τους πίνακες γειτνίασης. Αντίθετα, προκειμένου να απεικονίσει ένα δίκτυο χρειάζεται δυο αρχεία excel σε μορφή csv.

Το πρώτο συμβολίζει τους κόμβους του δικτύου (nodes) και πρέπει να έχει τουλάχιστον 2 στήλες: την στήλη Id και την στήλη Label. Η πρώτη είναι απλά ο αύξων αριθμός του κόμβου και η άλλη είναι το όνομά του (στην περίπτωση μας τα στοιχεία των στηλών ταυτίζονται).

Το δεύτερο όπως είναι και λογικό, έχει μία εγγραφή για κάθε ακμή του δικτύου. Οι εγγραφές αυτές πρέπει να έχουν τουλάχιστον τέσσερα στοιχεία η κάθε μία. Οι αντίστοιχες στήλες είναι οι Source, Target, Type και Weight. Ουσιαστικά, μια ακμή περιγράφεται από τέσσερις ερωτήσεις: Ποιος συνδέεται (Source); Με ποιόν συνδέεται (Target); Με τι τρόπο (Type/Κατευθυνόμενο ή διπλής κατευθύνσεως); Με τι βάρος (Weight/Μεγαλύτερο βάρος σημαίνει ποιο ισχυρή σύνδεση);

Προφανώς, για να μπορέσουμε να εισάγουμε τα δεδομένα μας στο Gephi έπρεπε να τα μετατρέψουμε στην κατάλληλη μορφή. Η διαδικασία αυτή επιτεύχθηκε μέσω ενός script στο matlab. Έτσι, είχαμε στην διάθεσή μας όλα τα στοιχεία σε μορφή κατάλληλη για να τα παρουσιάσουμε. Να σημειωθεί ότι η στήλη Weight της ακμής των κάθε κόμβων i και j συμπληρώθηκε με το γινόμενο του 30 επί της απόλυτης διαφοράς του i με το j, καθώς οι κόμβοι στα δίκτυά μας εξ ορισμού απέχουν 30 μέτρα διαδοχικά.

### 5.1.2 Παραμετροποίηση του Gerhi

Προκειμένου να παρουσιάσει το δίκτυο που του ανατίθεται όπως το έχει φανταστεί ο χρήστης, το Gerhi έχει πολλές επιλογές παραμετροποίησης.

Αρχικά, προσφέρει πολλές υπορουτίνες που υπολογίζουν διάφορα δικτυακά μεγέθη. Με το πάτημα ενός κουμπιού, μπορεί να υπολογίζει όλα τα βασικά δικτυακά μεγέθη, όλα τα συνολικά μεγέθη καθώς και να χωρίσει το δίκτυο σε ομάδες. Επιπλέον, δίνει την δυνατότητα εφαρμογής διαφόρων φίλτρων για την αφαίρεση ανεπιθύμητων κόμβων κι ακμών έτσι ώστε να εστιάσει ο παρατηρητής κατάλληλα στα σημεία ενδιαφέροντος. Ακόμη, μπορεί να αλλάξει το μέγεθος και το χρώμα των ακμών και των κόμβων ανάλογα με οποιαδήποτε παράμετρο που έχει υπολογιστεί προσδιορίζει ο χρήστης. Τέλος, περιμένει από τον χρήστη να επιλέξει πως θέλει να παρουσιάσει το δίκτυό του. Ο χρήστης επιλέγει από πολλούς καλά τεκμηριωμένους αλγορίθμους καταμερισμού του δικτύου. Για παράδειγμα, κάποιοι εστιάζουν στο “μοίρασμα” του δικτύου αναλόγως σε ποια ομάδα ανήκει ο κόμβος ενώ άλλοι στο να απωθούνται μεταξύ τους οι κόμβοι με υψηλό βαθμό κτλ. Παράλληλα, υποστηρίζει και μετακίνηση των κόμβων “με το χέρι” καθώς και αυθαίρετη πρόσθεση κόμβων και ακμών

Όλες οι Γράφοι που παράχθηκαν για λογαριασμό αυτής της εργασίας, ακολούθησαν την παρακάτω παραμετροποίηση:

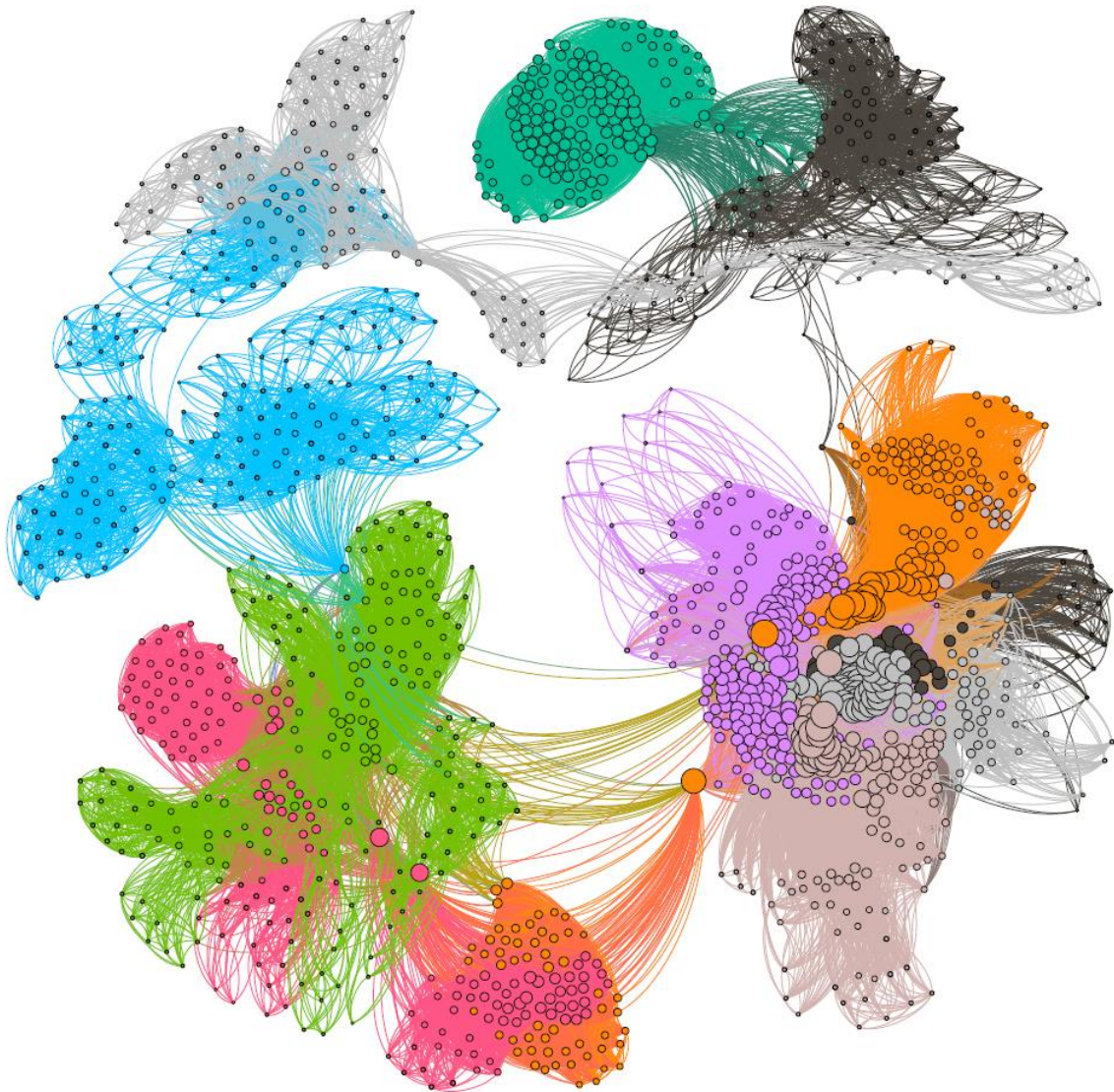
- Χρώμα κόμβων = χρώμα ομάδας στην οποία ανήκει ο κόμβος (οι ομάδες αυτές υπολογίστηκαν από το gerhi)
- Χρώμα ακμών = ίδιο με το χρώμα των κόμβων
- Μέγεθος κόμβων = ανάλογο του βαθμού κεντρικότητάς τους
- Μέθοδος καταμερισμού δικτύου = fruchterman reingold, Yifan – Hu, “με το χέρι”

Οι πρώτοι δύο ανήκουν στην κατηγορία αλγορίθμων κατευθυνόμενων από δυνάμεις (force-directed drawing algorithms). Αυτό σημαίνει ότι ορίζουν μία δύναμη συνοχής (που τραβάει τους κόμβους κοντά ανάλογα με το βάρος της σύνδεσής τους) και μία δύναμη απόσχισης (που απομακρύνει τους κόμβους μεταξύ τους). Οι δυνάμεις αυτές είναι εμπνευσμένες και μαθηματικά διατυπωμένες με βάση τον νόμο του Χουκ (Hooke) και την (απωθητική) δύναμη Κουλομπ (Coulomb)<sup>40</sup>. Η εκτέλεση του αλγορίθμου τελειώνει όταν οι κόμβοι δεν κινούνται πλέον (το σύστημα έχει φτάσει σε ισορροπία).

Στην επόμενη ενότητα ακολουθούν οπτικές απεικονίσεις δικτύων οι οποίες είχαν ιδιαίτερο επιστημονικό κι αισθητικό ενδιαφέρον. Όπου δεν αναφέρεται σε παρένθεση η μέθοδος καταμερισμού που χρησιμοποιήθηκε, το δίκτυο προέκυψε με χρήση της fruchterman reingold.

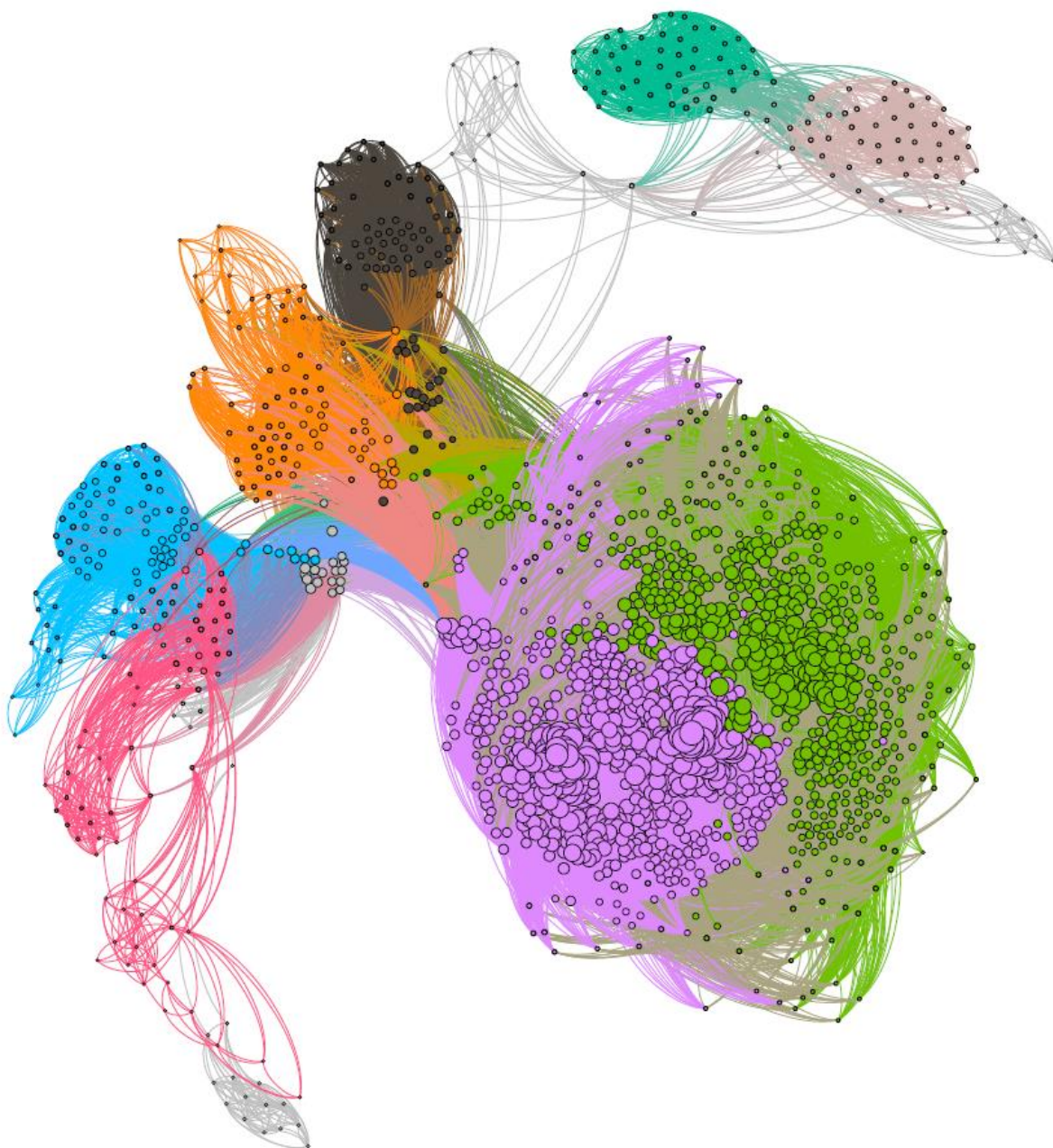
## 5.2 Παρουσίαση δικτύων

Οι πρώτες τρεις απεικονίσεις παρουσιάζουν τα βασικά υψομετρικά δίκτυα με τα οποία δουλέψαμε. Βλέπουμε όλα τα χαρακτηριστικά που θεωρήσαμε (λίγους κόμβους με υψηλό βαθμό, κόμβοι συνδέονται με κόμβους με όμοιο βαθμό κ.λπ.). Ακόμη, είναι εμφανή και τα σημεία κοιλάδες τα οποία βλέπουν μόνο κόμβους που ανήκουν στην ομάδα τους και επικοινωνούν με το υπόλοιπο δίκτυο μέσα οριακών αντιπροσώπων τους. Ακολουθούν τα σχετικά δίκτυα



Εικόνα 5.1 Alt Line 1508

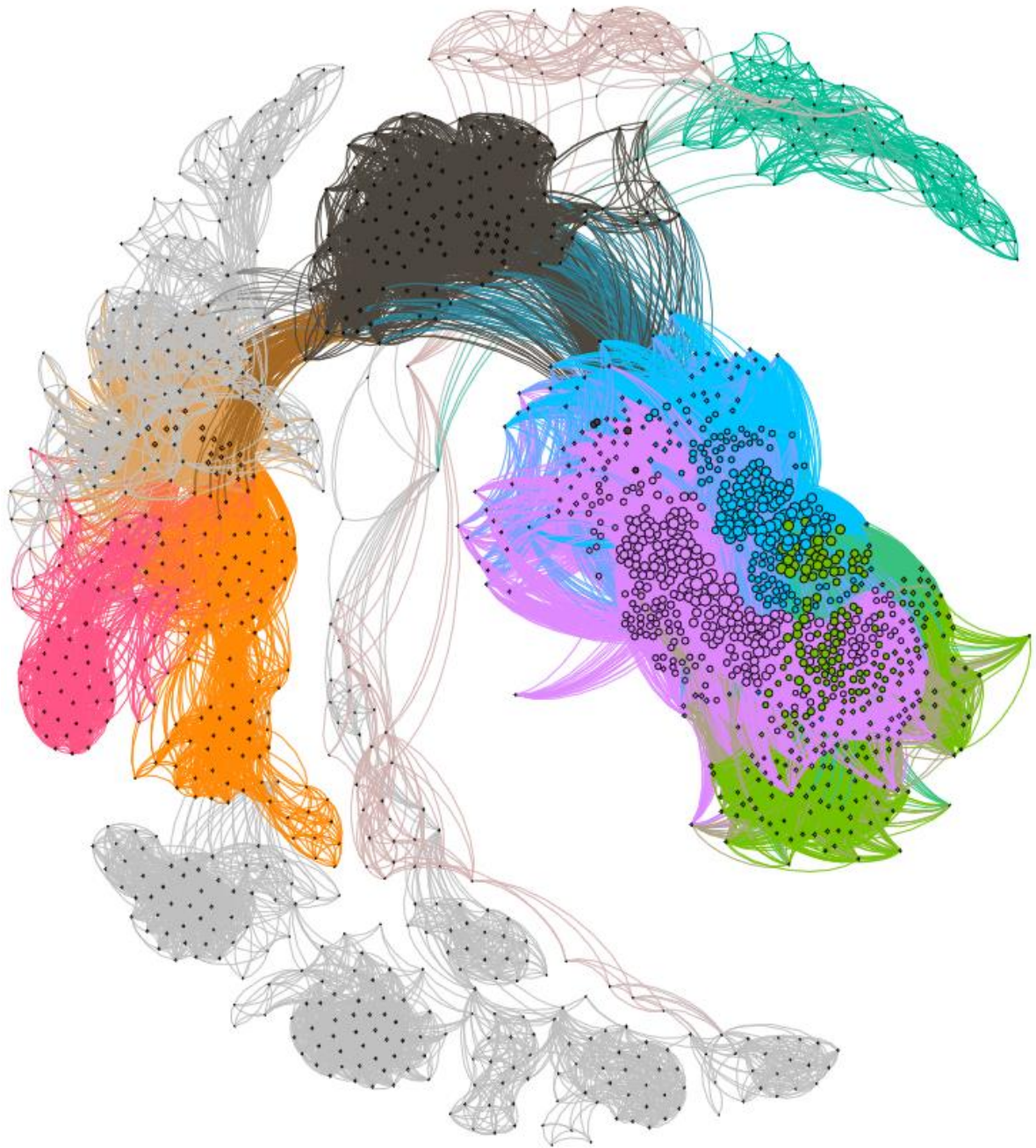
Σε αυτή την δικτυακή αναπαράσταση, φαίνονται καθαρά όσα υποθέσαμε στα παραπάνω κεφάλαια. Ειδικότερα, ο θρυμματισμός της γραμμής είναι χαρακτηριστικός. Όπως άλλωστε φαίνεται κι από την σχετική μηκοτομή (εικόνα 3.12.1) αλλά και από τον σχετικό πίνακα (Πίνακας 3.1) η γραμμή χωρίζεται σε διακριτά τμήματα. Τα τμήματα αυτό οριοθετούνται από υψηλές κορυφές οι οποίες αποτελούν σημείο σύνδεσης με το υπόλοιπο δίκτυα ενώ τα τμήματα που τα απαρτίζουν έχουν γενικά υψηλή συνδεσιμότητα μεταξύ τους.



Εικόνα 5.2 Alt Road 1771

Σε αντίθεση με την εικόνα της γραμμής (Line1508), το δίκτυο του δρόμου είναι πιο συνδεδεμένο και πιο ομαλό. Αυτό άλλωστε φαίνεται και στην σχετική μηκοτομή (Εικόνα 3.12.2) – ο δρόμος είναι πιο λείος και οι αλλαγές του λιγότερο απότομες. Έτσι, λαμβάνουμε ένα πυκνό δίκτυο όπου οι κόμβοι του σε γενικές γραμμές έχουν οπτική επαφή με πολλούς κόμβους απόσταση. Εντούτοις, συγκεκριμένα σημεία με απότομη αλλαγή της κλίσης ή/και στροφή μεταφράζονται σε σχετικά απομονωμένα υποδίκτυα. Αυτό φαίνεται να ταιριάζει με την γενικότερη υπόθεση φράκταλ δομής του δικτύου.

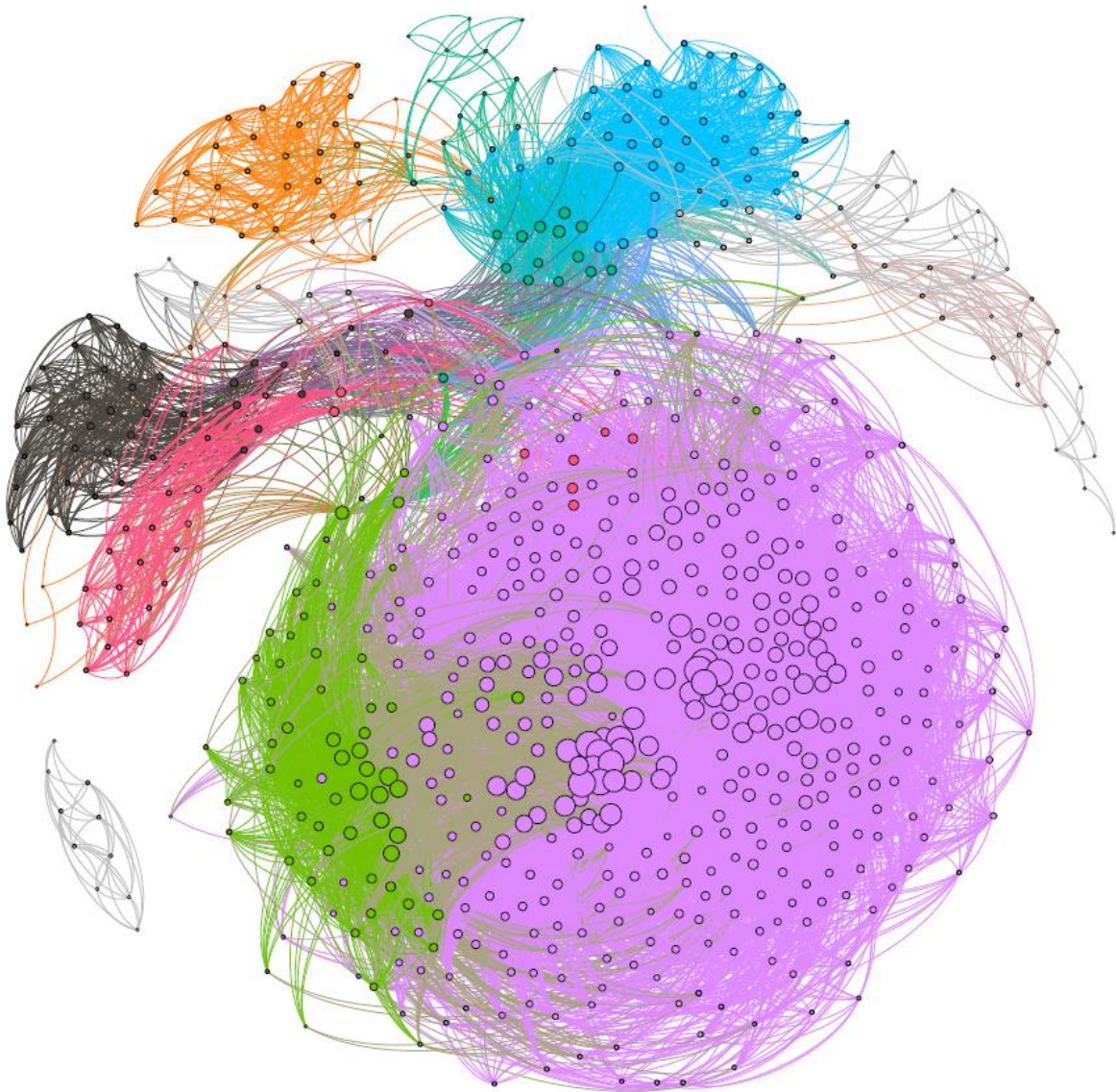




Εικόνα 5.3 Alt Road 1609

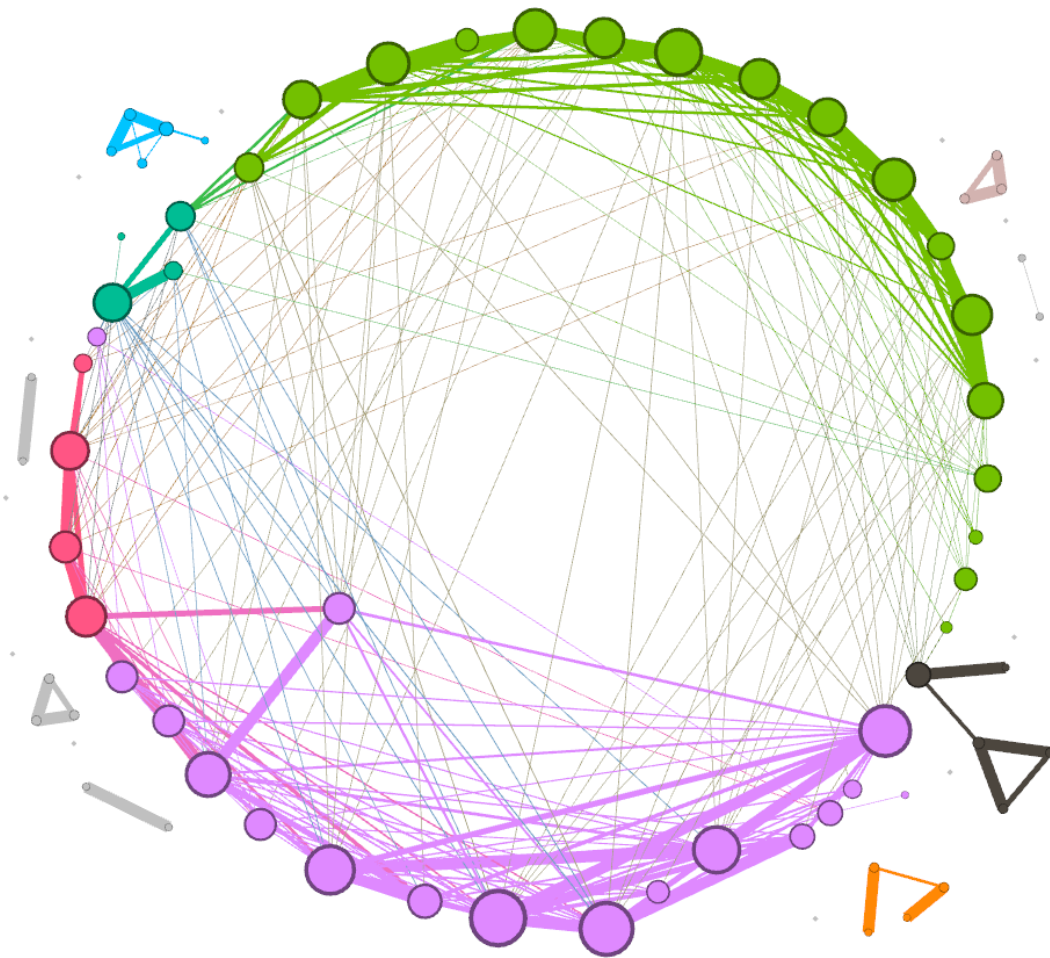
Ο δρόμος αυτός (Road1609) χαρακτηρίζεται από ακόμη περισσότερες στροφές σε σχέση με τον προηγούμενο (Road1771). Αυτό εντείνει το φαινόμενο των μερικώς απομονωμένων νησίδων κόμβων όπως φαίνονται και στην εικόνα (γκρι και πετρόλ χρώμα/πάνω και κάτω στο σχήμα). Επιπλέον, παρατηρούμε έντονα το φαινόμενο της έλξης των κεντρικών κόμβων (hubs). Στο κέντρο και δεξιά της εικόνας (χρώματα μωβ, πράσινο και γαλάζιο) συγκεντρώνονται οι περισσότεροι κόμβοι με υψηλό βαθμό οι οποίοι έχουν επαφή μεταξύ τους.

Τα επόμενα τρία δίκτυα ακολουθούν την εξομίωση της κίνησης αυτοκινήτων πάνω στο δρόμο. Όλα παράχθηκαν με την στρατηγική του νόμου δύναμης και βασίστηκαν στο υπόβαθρο υψομέτρου του δρόμου 1609. Στα σχήματα που ακολουθεί, φαίνεται η πορεία της διαγραφής κόμβων, και πως τα δίκτυα διατήρησαν η όχι την συνδεσιμότητα των ομάδων τους, την συνοχή τους και την κατανομή των κόμβων τους.



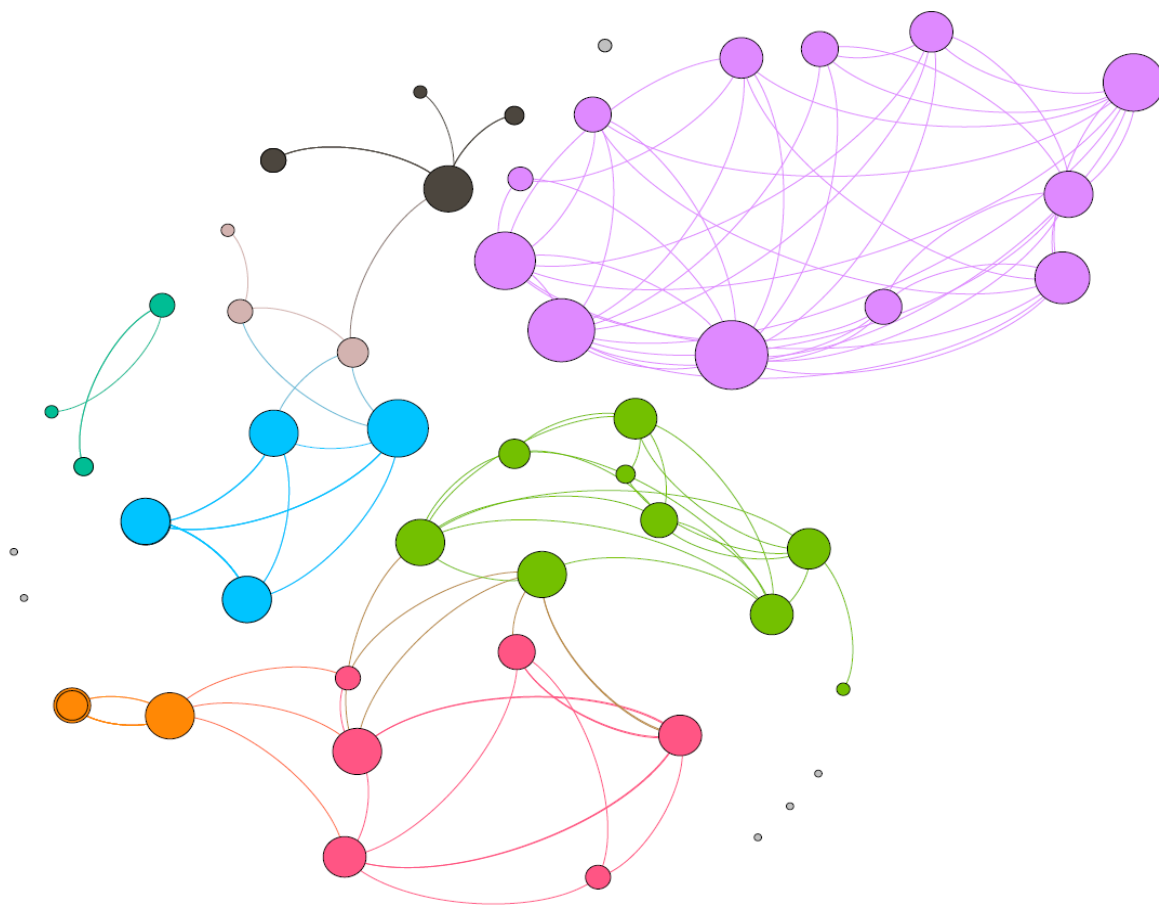
Εικόνα 5.4 Εφαρμογή στρατηγικής νόμου δύναμης για 40% πυκνότητα αυτοκινήτων στο Alt 1609

Παρατηρούμε πως το δίκτυο έχει κατά βάση συγκρατήσει τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά του. Η έλξη των πυρήνων (hubs) εξακολουθεί να υφίσταται και η ευρύτερη δομή παρέμεινε ίδια. Εντούτοις, μια νησίδα με λίγες συνδέσεις (γκρί χρώμα – κάτω αριστερά) έχει αποκοπεί τελείως. Όσο μειώνουμε την πυκνότητα των αυτοκινήτων στις εξομιώσεις μας τόσο αυτή η εικόνα θα εμφανίζεται περισσότερο.



Εικόνα 5.5 Εφαρμογή στρατηγικής νόμου δύναμης για 5% πυκνότητα αυτοκινήτων στο Alt 1609 (με το χέρι)

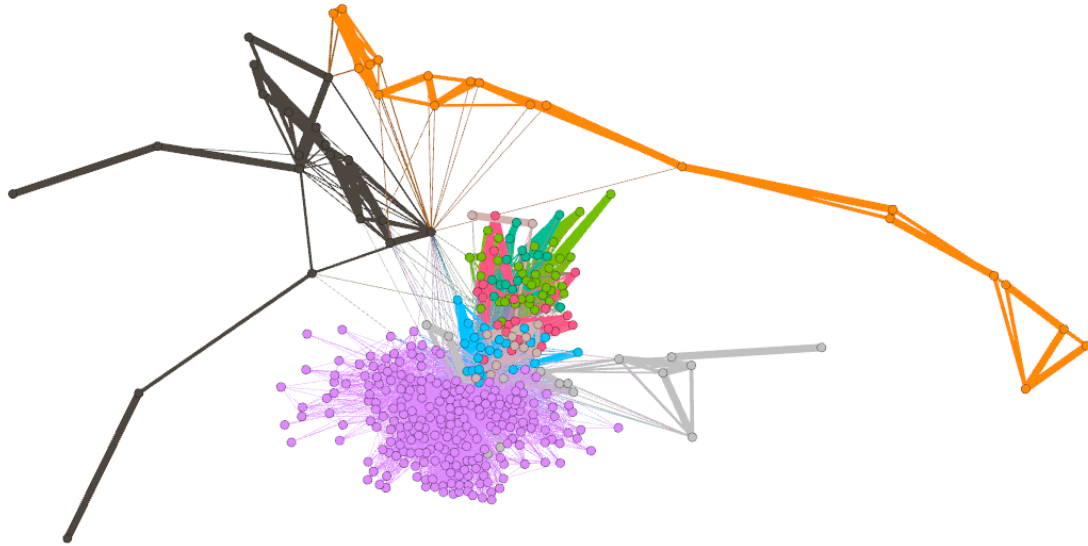
Με εξαίρεση τους απομακρυσμένους κόμβους, βλέπουμε ότι το δίκτυο διατηρεί τα χαρακτηριστικά μικρού κόσμου του. Αρχίζοντας από κάποιον κόμβο στον κύκλο, μέσα από λίγα βήματα είναι δυνατόν να βρεθούμε σε οποιοδήποτε άλλο σημείο.



Εικόνα 5.6 Εφαρμογή στρατηγικής νόμου δύναμης για 4% πυκνότητα αυτοκινήτων στο Alt 1609 (με το χέρι)

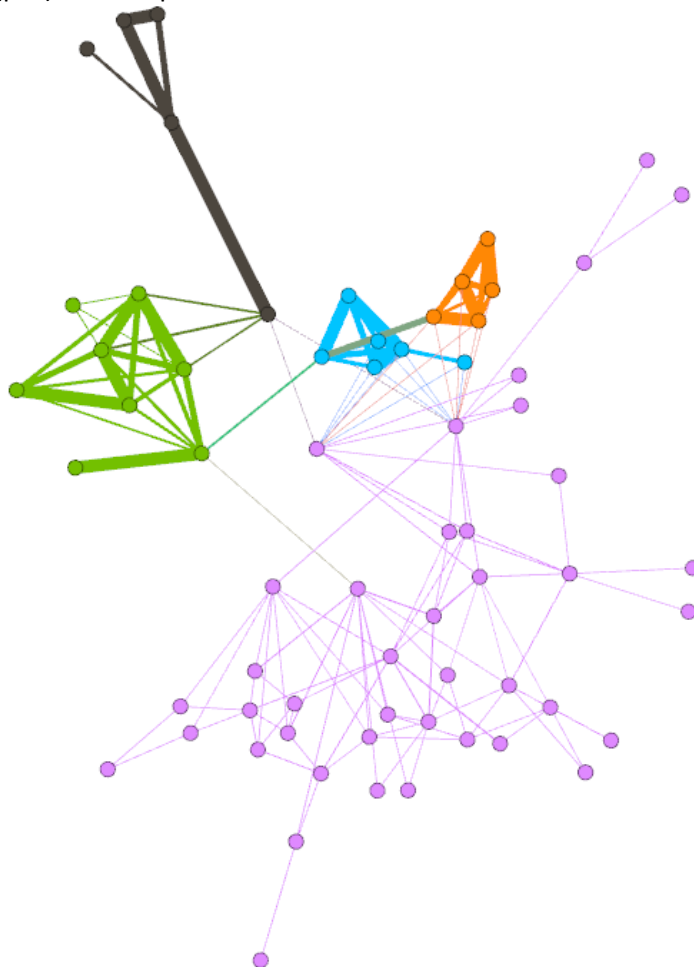
Ο θρυμματισμός του δικτύου είναι τώρα υψηλός: αντί να κυριαρχεί μια μεγάλη ομάδα, υπάρχουν περισσότερες μικρές κάνοντας σχετικά δύσκολη την χρησιμοποίηση του δικτύου ως ΚΑΔ

Επιπλέον, παρουσιάζουμε και το αποτέλεσμα της εφαρμογής των αλγορίθμων τοποθέτησης δικτύων πάνω στο υπόβαθρο της κυρτότητας. Τα δύο επόμενα σχήματα παρουσιάζουν σχετικά παραδείγματα. Όπως προέκυψε κι από την ανάλυση νωρίτερα, τα δίκτυα της κυρτότητας ήταν πολύ ανθεκτικά στην αφαίρεση κόμβων, κι αυτή η εικόνα αποτυπώνεται ξεκάθαρα στους παρακάτω Γράφους.



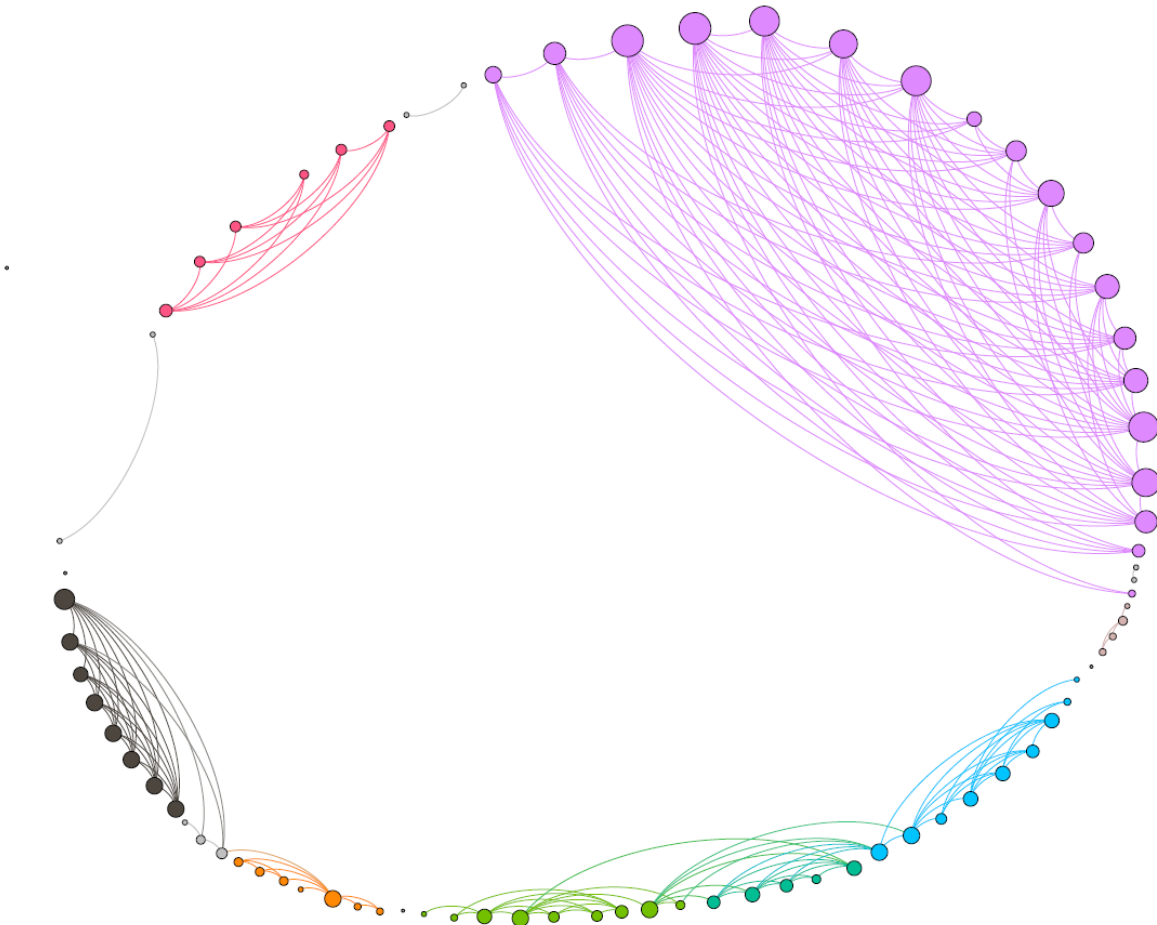
Εικόνα 5.7 Εφαρμογή τυχαίας στρατηγικής για 25% πυκνότητα αυτοκινήτων στο PC 1771 (Yifan-Hu)

Σε αυτήν και την επόμενη εικόνα, παρατηρούμε τον τρόπο που τα δίκτυα της κυρτότητας διατηρούν την υψηλή τους συνδεσιμότητα. Ο πλεονασμός ακμών βοηθάει τα δίκτυα να διατηρήσουν έστω και με αδύναμες συνδέσεις την επαφή μεταξύ τους, οδηγώντας σε σχεδόν πλήρως συνδεδεμένα δίκτυα



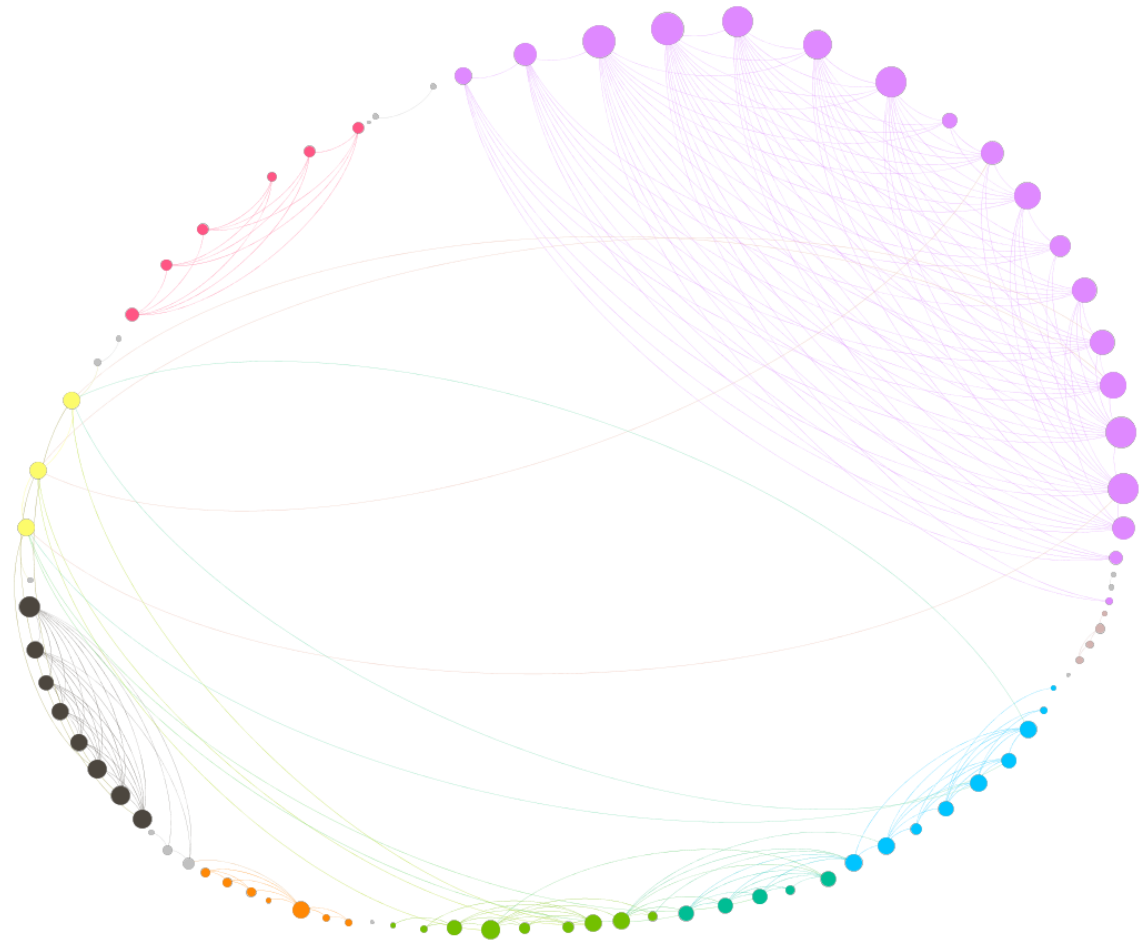
Εικόνα 5.8 Εφαρμογή στρατηγικής νόμου δύναμης για 5% πυκνότητα αυτοκινήτων στο PC1771 (με το χέρι)

Ολοκληρώνοντας, θεωρήσαμε κατάλληλο να δείξουμε ότι τα δίκτυα που μελετούσαμε είχαν δομή μικρού κόσμου. Ακόμη, μέσω των επόμενων δύο σχημάτων θέλαμε και να αναδείξουμε την ευπλαστικότητα των δικτύων που μελετήθηκαν. Συγκεκριμένα, όπως φαίνεται στην δεύτερη εικόνα, μόνο με την προσθήκη τριών νέων κόμβων (κίτρινο/αριστερά) το δίκτυο απέκτησε πολύ μεγαλύτερη συνδεσιμότητα. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό, καθώς δείχνει ότι με ελαφριά υποστήριξη με την μορφή σταθερών δομών, τα ΚΑΔ μπορούν να πάρουν σάρκα κι οστά και να υλοποιηθούν στις δυσκολότερες των περιοχών.



Εικόνα 5.9 Εφαρμογή στρατηγικής νόμου δύναμης για 5% πυκνότητα αυτοκινήτων στο Alt 1609 – οι κόμβοι παρουσιάζονται αντίστοιχα με την γεωγραφική τους θέση (με το χέρι)

Η συγκεκριμένη δικτυακή δομή αντιστοιχεί σε ένα ΚΑΔ με ρεαλιστικές συνθήκες. Ξεκινώντας από τα μαύρα (κάτω αριστερά) τα αυτοκίνητα οργανώνονται σε υποδίκτυα περίπου 15 κόμβων όπου με ελάχιστα βήματα μπορεί ένα αυτοκίνητο να επικοινωνήσει με ένα άλλο της ομάδας του. Επιπλέον, υπάρχουν κάποια εντελώς αποκλεισμένα αυτοκίνητα χωρίς καμία επαφή. Ιδιαίτερη σημασία δε, παρουσιάζει η υψηλή συνδεσιμότητα των υποδικτύων. Ιδιαίτερα το πάνω δεξιά υποδίκτυο (χρώμα μωβ) είναι πολύ πυκνά συνδεδεμένο. Από αυτό το στοιχείο, ισχυριζόμαστε ότι με την προσθήκη λίγων βοηθητικών κόμβων το δίκτυο θα ανακτήσει την αρχική δομή μικρού κόσμου και οι κόμβοι του θα συγκλίνουν να συνδέονται σε μεγαλύτερες ομάδες.



Εικόνα 5.10 Το δίκτυο της εικόνας 5.9 με την προσθήκη τριών κόμβων.

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι νέοι κόμβοι (κέντρο αριστερά, χρώμα κίτρινο) προέκυψαν σύμφωνα με την αρχή της “σύνδεσης κατά προτίμηση” όπως περιγράφηκε στο εισαγωγικό κεφάλαιο. Οι τρεις αυτοί νέοι κόμβοι δυνωτικά αντιστοιχούν σε βοηθητικούς σταθμούς. Η σημασία αυτής της παρατήρησης, εκτός από μεγάλη πρακτική σημασία όπως αναλύθηκε παραπάνω, έχει και υψηλή θεωρητική σημασία. Φαίνεται ότι ο χαρακτήρας μικρού κόσμου μπορεί να ανακτηθεί με μικρές αλλαγές στο δίκτυό μας.





## Κεφάλαιο 6

### Επίλογος

#### 6.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία, περιγράφεται μια νέα προσέγγιση σε ότι αφορά την ανάλυση της μορφολογίας του εδάφους. Μέσω του αλγορίθμου του γράφου Οπτικής Επαφής (Visibility Graph), είμαστε σε θέση να μετατρέψουμε οποιαδήποτε μηκοτομή (αναλύοντας τόσο το υψόμετρο όσο και την κυρτότητα) σε ένα αντίστοιχο δίκτυο. Συγκεκριμένα, σε αυτήν την εργασία αναλύουμε την ευρύτερη περιοχή του νομού Γρεβενών ακολουθώντας τόσο το οδικό δίκτυο όσο κι αυθαίρετες γραμμές κατά μήκος του υποβάθρου. Έπειτα, υποβάλλοντας τους παραπάνω Γράφους σε μια σειρά από ρουτίνες, προγράμματα κι αλγορίθμους καταλήγουμε σε ευρύτερα συμπεράσματα για την δομή τους.

Συγκεκριμένα, προέκυψε ένα ιδιαίτερα ενδιαφέρον συμπέρασμα. Φαίνεται, πως τα υψομετρικά δίκτυα φέρουν έντονες ομοιότητες με τα δίκτυα του Internet ενώ τα δίκτυα κυρτότητας μοιάζουν με τα δίκτυα του παγκόσμιου ιστού. Έτσι, το υπόβαθρο του υψομέτρου χαρακτηρίζεται ως ένα δίκτυο μικρού κόσμου. Το μέσο μήκος μονοπατιού είναι αρκετά μικρό, οι κόμβοι με υψηλό βαθμό τείνουν να επικοινωνούν μεταξύ τους (οι κορυφές διατηρούν οπτική επαφή) ενώ συνήθως υπάρχει μόνο ένα ή λίγα μονοπάτια που συνδέουν δύο αυθαίρετους κόμβους. Αντίθετα, η κυρτότητα παρουσιάζει συμπεριφορά δικτύου χωρίς κλίμακα. Αυτό σημαίνει ότι η παραγόμενη δομή θυμίζει φράκταλ κι έχει αυτό-όμοια χαρακτηριστικά. Το αποτέλεσμα είναι να έχουμε ένα πυκνότερο πιο συνεκτικό δίκτυο με μεγάλο βαθμό πλεονασμού και κατανομή κόμβων που δεν επιτρέπει να υπάρχει κάποιου είδους αντιπροσωπευτική τιμή για τον βαθμό.

Έτσι, έχουμε καταφέρει να περιγράψουμε την μορφολογία του εδάφους, χωρίς να αναλύσουμε την χρονοσειρά. Το αποτέλεσμα αυτό είναι εξαιρετικά ενδιαφέρον καθώς αποτελεί πρωτοπορία. Εξετάζοντας ωστόσο τα ευρήματα ως μηχανικοί τηλεπικοινωνιών κι όχι ως γεωλόγοι, αποφασίσαμε με δεδομένο αυτό το συμπέρασμα να μελετήσουμε την συμπεριφορά πιθανών αυτοργανομένων δικτύων στο αντίστοιχο υπόβαθρο.

Προκειμένου να το κάνουμε αυτό, εξομοιώσαμε την κίνηση των αυτοκινήτων πάνω στο οδικό δίκτυο. Ακολουθώντας τον πραγματικό τρόπο που τα αυτοκίνητα κατανέμονται στους δρόμους, κατασκευάσαμε τα αντίστοιχα κινητά αυτοργανούμενα δίκτυα (ΚΑΔ) με την υπόθεση ότι δύο αμάξια συνδέονται αν διατηρούν οπτική επαφή.

Η ανάλυση των νέων δικτύων έδειξε ότι ακόμη και στην δύσκολη ορεινή περιοχή των Γρεβενών, η κατασκευή κινητών αυτοργανομένων δικτύων (αυτοκινήτων) είναι δυνατή. Τα παραχθέντα δίκτυα ήταν πολύ συνεκτικά ακόμη κι όταν τα αυτοκίνητα ήταν σχετικά λίγα ενώ η μεγαλύτερη συνδεδεμένη ομάδα διατηρούσε ικανοποιητικό μέγεθος.

Τέλος, δείξαμε ότι αυτή η συμπεριφορά επιδέχεται και περιθώρια βελτίωσης. Μελετήσαμε την υψηλή ανεκτικότητα των αντίστοιχων δικτύων κυρτότητας η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όφελος των αυτοργανομένων δικτύων με την εγκατάσταση βοηθητικών σταθμών. Προς αυτήν την κατεύθυνση, δείξαμε ότι αρκούν λίγοι στοχευμένα εγκατεστημένοι βοηθητικοί σταθμοί προκειμένου ένα αραιό δίκτυο με αυτοκίνητα να μετατραπεί σε πλήρως συνδεδεμένο δίκτυο με πραγματική συμπεριφορά μικρού κόσμου. Με αυτό στηρίζεται ακόμη περισσότερο η βιωσιμότητα των αυτοργανομένων δικτύων αυτοκινήτων, έστω κι αν αυτά είναι υποβοηθούμενα.

## 6.2 Μελλοντικές επεκτάσεις

Ενώ τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν είναι θεμελιωμένα, παραμένουν αρκετά αναπάντητα ερωτήματα που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον.

Αρχικά, πρέπει να μελετηθούν περαιτέρω τα πρωτότυπα δίκτυα και η δομή τους. Για να ολοκληρωθεί η ανάλυση κρίνεται σκόπιμο να προκύψει οριστικό αποτέλεσμα σε σχέση με το κατά πόσο τα δίκτυα αυτά είναι ιεραρχικά. Αυτό προϋποθέτει την ανάπτυξη νέων όρων κι εργαλείων προκειμένου να υπολογιστεί η συμπεριφορά των δικτύων. Είναι ακόμη πιθανό να αποσυρθεί η έννοια της ιεραρχικότητας και να αντικατασταθεί με μια πιο αυστηρά μαθηματικά ορισμένη. Εντούτοις, σε ότι αφορά τα πρωτότυπα δίκτυα, θεωρούμε πως ο παραλληλισμός τους με τα γνωστά παραδείγματα των δικτύων του Internet και του Παγκόσμιου Ιστού (World Wide Web) επιτάσσει ενδελεχή έρευνα. Το γεγονός πως δυο δίκτυα τα οποία συνδέονται εμφανίζουν τέτοια συμπεριφορά είναι εξαιρετικά ενδιαφέρον. Ενδεχομένως, υπάρχει κάποια ιδιαίτερη σύνδεση μεταξύ αυτών των τρόπων δικτύωσης. Αυτό σημαίνει πως θα πρέπει να μελετηθεί το ενδεχόμενο το αποτέλεσμα αυτό να μην είναι μοναδικό και να μην εξαρτάται από τα δεδομένα αλλά να υπάρχει κάποια άλλη εξάρτηση μεταξύ των δύο τρόπων δικτύωσης. Μια υπόθεση που θα πρέπει να ερευνηθεί είναι ότι όταν ένα δίκτυο έχει δομή όπως του Internet κι από αυτό προκύψει κάποιο άλλο με μία συγκεκριμένη διαδικασία (διπλή διαφόριση, σύνδεση σελίδων κ.λπ.) να προκύπτει πάντα δίκτυο με την μορφή του Παγκόσμιου Ιστού.

Ακόμη, υπάρχει και το θέμα της μεθόδου που επιλέξαμε για την μετατροπή της σειράς σε αντίστοιχο δίκτυο. Ορισμένοι μελετητές υποστηρίζουν άλλες μεθόδους οπτικής επαφής και βρίσκουν παραβλέψεις στην μέθοδο που χρησιμοποιήσαμε<sup>41</sup>. Θα μπορούσε λοιπόν ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης να επαναλάβει την διαδικασία με χρήση άλλης μεθόδου.

Επιπλέον, θα πρέπει να επαναληφθεί μια αντίστοιχη ανάλυση σε άλλες περιοχές προκειμένου τα αποτελέσματα να αποκτήσουν καθολική ισχύ. Αυτές οι περιοχές θα πρέπει να είναι όσο γίνεται διαφορετικές από την περιοχή της παρούσας μελέτης. Για παράδειγμα θα πρέπει να εξεταστούν επίπεδες περιοχές (πεδιάδες), μητροπολιτικές περιοχές κι αγροτικές περιοχές με μεγάλη γεωγραφική απόσταση από τα Γρεβενά. Έτσι, θα μπορέσουμε ή να γενικεύσουμε τα αποτελέσματα και να καταλήξουμε ότι το υπόβαθρο γενικά συμπεριφέρεται με τον τρόπο που έδειξε αυτή ή μελέτη ή να κατηγοριοποιήσουμε τις περιοχές ανάλογα με το πως συμπεριφέρεται το υπόβαθρό τους. Τέτοιου είδους έρευνες ανοίγουν νέο κλάδο της γεωλογίας και της τοπογραφίας κι ενδεχομένως καταλήξουν σε αποτελέσματα πέρα από την ανθρώπινη φαντασία.

Τέλος, προκειμένου να υλοποιηθούν στην πραγματικότητα κινητά αυτοργανούμενα δίκτυα θα πρέπει να λάβουμε δράση. Η ένδειξη ότι η κατασκευή τους είναι εφικτή είναι ένα πρώτο βήμα που θα πρέπει να ακολουθηθεί από επόμενα. Τέτοια βήματα είναι κυρίως αυστηρά τεχνολογικές έρευνες που καθορίζουν διάφορες παραμέτρους του δικτύου όπως ποια συχνότητα θα χρησιμοποιηθεί, τι αρχιτεκτονική θα καθορίζει το δίκτυο, ποιος θα είναι ο αλγόριθμος δρομολόγησης κι ο αλγόριθμος θρυμματισμού του δικτύου κ.α. Αντίστοιχα, θα πρέπει να εκπονηθούν και τέχνο-οικονομικές μελέτες που να ορίσουν μέτρα για την ποιότητα υπηρεσίας, την οικονομική βιωσιμότητα των επενδύσεων και των εφαρμογών, το κόστος εγκαταστάσεις των όποιων υποδομών κι άλλα. Φυσικά, για να συμβεί αυτό θα πρέπει οι κρατικοί και υπερ-κρατικοί φορείς, οι αυτοκινητοβιομηχανίες αλλά και οι πάροχοι τηλεπικοινωνιών να συνεργαστούν.



## Βιβλιογραφία

---

- <sup>1</sup> [ER1959] Erdős, P.; Rényi, A. (1959). "On Random Graphs. I" *Publicationes Mathematicae*. 6: 290–297.
- <sup>2</sup> [New2008] Newman, Mark. (2008). The Physics of networks. *Physics Today - PHYS TODAY*. 61. 10.1063/1.3027989.
- <sup>3</sup> [Mil1967] S. Milgram. The small world problem *Psychology Today*, 1:61–67, 1967
- <sup>4</sup> [WS1998] Watts, Duncan & H. Strogatz, Steven. (1998). Collective Dynamics of Small World Networks. *Nature*. 393. 440-2. 10.1038/30918.
- <sup>5</sup> [BLM+2006] S. Boccaletti, V. Latora, Y. Moreno, M. Chavez, D.-U. Hwang, Complex networks: Structure and dynamics, *Physics Reports*, 2006, 0370-1573,
- <sup>6</sup> [CRN2009] Power-law distributions in empirical data Aaron Clauset, Cosma Rohilla Shalizi, M. E. J. Newman *SIAM Review* 51, 661-703 (2009) arXiv:0706.1062
- <sup>7</sup> [Ree2001] William J Reed, The Pareto, Zipf and other power laws, *Economics Letters*, Volume 74, Issue 1, 2001, Pages 5-19, ISSN 0165-1765
- <sup>8</sup> [BA1999] Barabasi, Albert-Laszlo & Albert, Réka. (1999). Emergence of Scaling in Random Networks. 286. 1-11.
- <sup>9</sup> [OSH+2007] Onnela, Jukka-Pekka & Saramäki, Jari & Hyvönen, J & Szabó, G & Lazer, David & Kaski, Kimmo & Kertész, János & Barabási, A-L. (2007). Structure and Tie Strengths in Mobile Communication Networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 104. 7332-6. 10.1073/pnas.0610245104.
- <sup>10</sup> [LLB+2008] Lacasa, Lucas & Luque, Bartolo & Ballesteros, Fernando & Luque, Jordi & Nuño, Juan Carlos. (2008). From time series to complex networks: The visibility graph. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 105. 4972. 10.1073/pnas.0709247105.
- <sup>11</sup> [CSM+2005] Song & , Chaoming & Havlin, Shlomo & , Shlomo & , Makse & A, Hernan. (2005). Self-similarity of complex networks. *Nature*. 433. 392-. 10.1038/nature03248.
- <sup>12</sup> [New2003] The Structure and Function of Complex Networks M. E. J. Newman *SIAM Review* 2003 45:2, 167-256
- <sup>13</sup> [RB2003] Regan, Erzsébet & Barabasi, Albert-Laszlo. (2003). Hierarchical Organization in Complex Networks. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*. 67. 026112. 10.1103/PhysRevE.67.026112.
- <sup>14</sup> [SV2005] Soffer, Sara & Vazquez, Alexei. (2005). Network Clustering Coefficient without Degree-Correlation Biases. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*. 71. 057101. 10.1103/PhysRevE.71.057101.
- <sup>15</sup> [CP1973] Richard P. Covert & George C. Philip (1973) An EOQ Model for Items with Weibull Distribution Deterioration, *A I I E Transactions*, 5:4, 323-326, DOI: 10.1080/05695557308974918
- <sup>16</sup> [Mit2003] Mitzenmacher, Michael. (2003). A Brief History of Generative Models for Power Law and Lognormal Distributions Draft Manuscript. *Internet Mathematics*. 1. 10.1080/15427951.2004.10129088.
- <sup>17</sup> [AMX2015] Asimakopoulos, Avraam & Mogios, Emmanuel & Xenikos, D.G.. (2015). Geographic location, network patterns and population distribution of rural settlements in Greece. *International Journal of Modern Physics B*. 30. 1541009. 10.1142/S021797921541009X.
- <sup>18</sup> [And2001] JRoberts, Andy. (2001). Curvature attributes and their application to 3D interpreted horizons. *First Break*. 19. 85-100. 10.1046/j.0263-5046.2001.00142.x.

- 
- <sup>19</sup> [LLB+2008] Lacasa, Lucas & Luque, Bartolo & Ballesteros, Fernando & Luque, Jordi & Nuño, Juan Carlos. (2008). From time series to complex networks: The visibility graph. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 105. 4972. 10.1073/pnas.0709247105.
- <sup>20</sup> [NLP+2012] Núñez, Angel & Lacasa, Lucas & Patricio Gomez, Jose & Luque, Bartolo. (2012). Visibility Algorithms: A Short Review. *New Frontiers in Graph Theory*. 10.5772/34810.
- <sup>21</sup> [DD2012] Donner, Reik & Donges, Jonathan. (2012). Visibility graph analysis of geophysical time series: Potentials and possible pitfalls. *Acta Geophysica*. 60. 10.2478/s11600-012-0032-x.
- <sup>22</sup> [SV2005] Soffer, Sara & Vazquez, Alexei. (2005). Network Clustering Coefficient without Degree-Correlation Biases. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*. 71. 057101. 10.1103/PhysRevE.71.057101.
- <sup>23</sup> [SHM2005] Song, Chaoming & Havlin, Shlomo & A Makse, Hernán. (2005). ARTICLES Origins of fractality in the growth of complex. *Nat. Phys.*. 2. 10.1038/nphys266.
- <sup>24</sup> [Lac2014] Lacasa, Lucas. (2014). On the degree distribution of horizontal visibility graphs associated with Markov processes and dynamical systems: Diagrammatic and variational approaches. *Nonlinearity*. 27. 10.1088/0951-7715/27/9/2063.
- <sup>25</sup> [XG2003] Wang, Xiao & Chen, Guanrong. (2003). Complex networks: Small-world, scale-free and beyond. *Circuits and Systems Magazine, IEEE*. 3. 6 - 20. 10.1109/MCAS.2003.1228503.
- <sup>26</sup> [BSA2008] Phase transition in the rich-get-richer mechanism due to finite-size effects James P. Bagrow, Jie Sun, Daniel ben-Avraham *J. Phys. A: Math. Theor.* 41 (2008) 185001 arXiv:0712.2220 [q-fin.GN]
- <sup>27</sup> [Xen2009] Xenikos, D.G.. (2009). Modeling human dialogue—the case of group communications in trunked mobile telephony. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 388. 4910-4918. 10.1016/j.physa.2009.08.001.
- <sup>28</sup> [RB2003] Regan, Erzsébet & Barabasi, Albert-Laszlo. (2003). Hierarchical Organization in Complex Networks. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*. 67. 026112. 10.1103/PhysRevE.67.026112.
- <sup>29</sup> [SV2005] Soffer, Sara & Vazquez, Alexei. (2005). Network Clustering Coefficient without Degree-Correlation Biases. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*. 71. 057101. 10.1103/PhysRevE.71.057101.
- <sup>30</sup> [Vaz2006] Vazquez, Alexei. (2006). Spreading dynamics on small-world networks with connectivity fluctuations and correlations. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*. 74. 056101. 10.1103/PhysRevE.74.056101.
- <sup>31</sup> [DMP+2014] J.E. Dahlman *et al.*, "5G wireless access: requirements and realization," in *IEEE Communications Magazine*, vol. 52, no. 12, pp. 42-47, December 2014. doi: 10.1109/MCOM.2014.6979985
- <sup>32</sup> [HK2009] Hartenstein, Hannes & Laberteaux, Kenneth. (2009). VANET: Vehicular Applications and Inter-Networking Technologies. 10.1002/9780470740637.
- <sup>33</sup> [Bas1999] Basagni, Stefano. (1999). Distributed Clustering for Ad Hoc Networks. *Proceedings of the International Symposium on Parallel Architectures, Algorithms and Networks, I-SPAN*. 310-315. 10.1109/ISPAN.1999.778957.
- <sup>34</sup> [BH2018] Belomestny, D & Siegel, H. (2018). On the Stochastic and Self-Similar Nature of Highway Traffic Data.

- 
- <sup>35</sup> [KML2007] F. K. Karnadi, Z. H. Mo and K. Lan, "Rapid Generation of Realistic Mobility Models for VANET," 2007 IEEE Wireless Communications and Networking Conference, Kowloon, 2007, pp. 2506-2511. doi: 10.1109/WCNC.2007.467
- <sup>36</sup> [Xen2009] Xenikos, D.G.. (2009). Modeling human dialogue—the case of group communications in trunked mobile telephony. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 388. 4910-4918. 10.1016/j.physa.2009.08.001.
- <sup>37</sup> [Abu2018] Sherif M. Abuelenin Research Directions and Challenges in Connected Vehicles Arab-American Frontiers Symposium, 2017, DOI:10.13140/RG.2.2.34003.68642
- <sup>38</sup> [TWB+2007] Tonguz, O.K. & Wisitpongphan, N & Bai, Fan & Mudalige, Priyantha & Sadekar, Varsha. (2007). Broadcasting in VANET. *Proc. IEEE Mobile Networking for Vehicular Environments*. 7 - 12. 10.1109/MOVE.2007.4300825.
- <sup>39</sup> [BHJ2009] Bastian M., Heymann S., Jacomy M. (2009). Gephi: an open source software for exploring and manipulating networks. *International AAAI Conference on Weblogs and Social Media*.
- <sup>40</sup> [FR1997] M. J. Fruchterman, Thomas & Reingold, M. (1997). Graph Drawing by Force-directed Placement.
- <sup>41</sup> [Man2015] Manshour, Pouya. (2015). Complex network approach to fractional time series. *Chaos An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 25. 103105. 10.1063/1.4930839.