



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Ανάλυση Κυβερνοεπιθέσεων στον Εκτιμητή  
Κατάστασης Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας  
με Συγχρονισμένες Μετρήσεις

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ Χ. ΜΠΟΥΤΛΑΣ

Επιβλέπων: Γεώργιος Κορρές, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2018





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Ανάλυση Κυβερνοεπιθέσεων στον Εκτιμητή  
Κατάστασης Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας  
με Συγχρονισμένες Μετρήσεις

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ Χ. ΜΠΟΥΤΛΑΣ

Επιβλέπων: Γεώργιος Κορρές, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή την 26<sup>η</sup> Οκτωβρίου 2018

.....  
Γεώργιος Κορρές  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Κωνσταντίνος Βουρνάς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Πάυλος Γεωργιλάκης  
Αν.Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2018

.....

**ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ Χ.ΜΠΟΥΤΛΑΣ**

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π

Copyright © ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ Χ.ΜΠΟΥΤΛΑΣ, 2018

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η συνεχώς αυξανόμενη ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας και η ανάπτυξη των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας απαιτεί ολοένα και καλύτερη εποπτεία του συστήματος. Η σημαντικότερη μέθοδος για αυτή τη λειτουργία είναι η εκτίμηση κατάστασης, η οποία παρέχει μια δυναμική απεικόνιση της κατάστασης του δικτύου. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στις μετρήσεις που μεταφέρουν συσκευές που βρίσκονται διασκορπισμένες σε διάφορα σημεία του δικτύου. Η βελτίωση της ακρίβειας των μετρήσεων και η άμεση μεταφορά τους στα κέντρα ελέγχου έχει μεγάλη σημασία για το αποτέλεσμα της εκτίμησης κατάστασης. Για το λόγο αυτό, παρατηρείται μεγάλη ανάπτυξη στην τεχνολογία των PMU, συσκευών που παίρνουν μετρήσεις τάσεως και ρεύματος με πολύ υψηλό ρυθμό, μεγάλη ακρίβεια και χρονική σήμανση. Παρόλα αυτά η ψηφιοποίηση του συστήματος λήψης και μεταφοράς μετρήσεων μέσω δικτύων επικοινωνιών και γενικότερα η κατεύθυνση προς τα έξυπνα δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας καθιστά το δίκτυο πιο ευάλωτο σε επιθέσεις στον κυβερνοχώρο που μπορεί να έχουν φυσικές συνέπειες. Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται ο αλγόριθμος εκτίμησης κατάστασης και ανίχνευσης συστηματικών σφαλμάτων λόγω μεμονωμένων ή πολλαπλών επιθέσεων για PMU σε MATLAB για δίκτυα 14 και 118 ζυγών του IEEE. Επίσης υλοποιείται ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης για μη ανιχνεύσιμες κυβερνοεπιθέσεις σε MATLAB για τα παραπάνω δίκτυα.

# ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ

Εκτίμηση κατάστασης, μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων, ανίχνευση και αναγνώριση εσφαλμένων μετρήσεων, παρατηρησιμότητα, μετρητές φασιθετών, κυβερνοεπιθέσεις, μη ανιχνεύσιμες επιθέσεις

# ABSTRACT

The growing demand for electricity and the development of power systems requires better monitoring of the system. The most important method for this function is state estimation, which provides a dynamic display of network status. The method is based on measurements which many devices that are scattered in various parts of the network, are carrying to the control center. Improving the accuracy of measurements and direct transport to the control centers is of great importance for the outcome of the state estimation. For this reason, there is great progress in technology PMU, which are devices that take voltage and current measurements with very high rate, high accuracy and time stamp. However, the digitalization of the system responsible for taking and transferring the measurements through communication networks and more generally the implementation of smart grids brings new vulnerabilities to malicious cyber attacks, which can result in physical consequences. This study introduces a state estimation and bad data detection algorithm for PMUs in the case of single or multiple cyber attacks in MATLAB environment and has been tested in IEEE networks with 14 and 118 buses. Furthermore, an optimization algorithm for stealthy cyber attacks is applied in the same networks in MATLAB environment.

# KEY WORDS

state estimation, WLS method, detection and recognition of bad data, observability, phasor measurement units(PMU), cyber attacks, stealthy attacks

# ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Αρχικά, θα ήθελα να εκφράσω τις ειλικρινείς μου ευχαριστίες στον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας κ.Γιώργο Κορρέ, τόσο για την ανάθεση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, όσο και για την πολύτιμη επιστημονική του βοήθεια. Επιπλέον, ξεχωριστά θέλω να ευχαριστήσω τους συμμετέχοντες στην εξεταστική επιτροπή κ.Βουρνά Κωνσταντίνο και κ.Γεωργιλάκη Παύλο. Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω στον Νικόλαο Μανουσάκη, Επίκουρο Καθηγητή στο Τμήμα Ηλεκτρολόγων και Ηλεκτρονικών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής, για τη συνεργασία του, την αμέριστη βοήθειά του και την υποστήριξη του σε όλη την διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας. Τις θερμές μου ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω στον συμφοιτητή μου Χρήστο Σταματάκη για τη συνεργασία που είχαμε τους τελευταίους μήνες. Ακόμα, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένεια μου και στους φίλους μου για την πολύτιμη συμπαράσταση, κατανόηση και κάθε είδους βοήθεια τους καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.





# Περιεχόμενα

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Εισαγωγή</b>   | <b>11</b> |
| 1.1      | Εξάπλωση των PMU Στους Εκτιμητές Κατάστασης ΣΗΕ . . . . .   | 11        |
| 1.2      | Κυβερνοεπιθέσεις στα ΣΗΕ . . . . .  | 12        |
| 1.3      | Αντικείμενο - Δομή Εργασίας . . . . .   | 14        |
| <b>2</b> | <b>Η Τεχνολογία των Phasor Measurement Units(PMU)</b>   | <b>17</b> |
| 2.1      | Ιστορική Αναδρομή . . . . .   | 17        |
| 2.2      | Αναπαράσταση Φασιδετών με Μορφή Ημιτόνου . . . . .  | 19        |
| 2.3      | Τα στοιχεία ενός PMU . . . . .  | 20        |
| 2.4      | Το παγκόσμιο σύστημα προσδιορισμού θέσης (GPS) . . . . .  | 21        |
| 2.5      | Η ιεραρχία των συστημάτων μέτρησης φασιδετών . . . . .  | 22        |
| 2.6      | Επιλογές επικοινωνίας για τα PMU . . . . .  | 24        |
| 2.7      | Λειτουργικές απαιτήσεις των PMUs και PDCs . . . . .   | 27        |
| 2.7.1    | Συγχρονισμένη μέτρηση φασιδετή . . . . .  | 27        |
| 2.7.2    | Μορφότυπο αρχείου της συγχρονισμένης μέτρησης φασιδετή . . . . .  | 28        |
| 2.7.3    | Τα αρχεία για τα PDC . . . . .  | 29        |
| 2.8      | Βέλτιστη τοποθέτηση των μονάδων PMU . . . . .   | 29        |
| 2.9      | Εφαρμογές των μονάδων PMU . . . . .   | 30        |
| 2.10     | Σύγκριση του συστήματος SCADA με τα PMUs . . . . .  | 34        |
| <b>3</b> | <b>Εφαρμογή Εκτίμησης Κατάστασης</b>  | <b>35</b> |
| 3.1      | Εισαγωγικά . . . . .  | 35        |
| 3.2      | Ανάλυση Παρατηρησιμότητας . . . . .   | 37        |
| 3.2.1    | Αριθμητική Παρατηρησιμότητα . . . . .   | 37        |
| 3.2.2    | Τοπολογική Παρατηρησιμότητα . . . . .   | 37        |
| 3.3      | Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης . . . . .   | 38        |
| 3.3.1    | Υποθέσεις . . . . .   | 38        |
| 3.3.1.1  | Γραμμές Μεταφοράς . . . . .   | 38        |
| 3.3.1.2  | Εγκάρσια Στοιχεία . . . . .   | 39        |
| 3.3.1.3  | Φορτία και Γεννήτριες . . . . .   | 39        |
| 3.3.1.4  | Μετασχηματιστές . . . . .   | 40        |
| 3.3.1.5  | Γενικευμένος Ζυγός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας - Διάνυσμα κατάστασης σε πολικές συντεταγμένες . . . . . | 41        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 3.3.1.6  | Γενικευμένος Ζυγός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας<br>- Διάνυσμα κατάστασης σε καρτεσιανές συντεταγμένες | 44        |
| 3.3.2    | Εκτίμηση Μέγιστης Πιθανοφάνειας . . . . .  | 45        |
| 3.3.2.1  | Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Κανονικής Κατα-<br>νομής . . . . .                                      | 45        |
| 3.3.2.2  | Η Συνάρτηση Πιθανοφάνειας . . . . .  | 46        |
| 3.3.2.3  | Μοντέλο Μετρήσεων και Υποθέσεις . . . . .  | 47        |
| 3.3.3    | Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης<br>Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων . . . . .                           | 48        |
| 3.3.3.1  | Μη Γραμμική Συνάρτηση Μετρήσεων $h(x^k)$ - Διάνυσμα<br>κατάστασης σε πολικές συντεταγμένες . . . . .     | 49        |
| 3.3.3.2  | Ιακωβιανή Μήτρα Μετρήσεων $H$ - Διάνυσμα κατάστα-<br>σης σε πολικές συντεταγμένες . . . . .              | 49        |
| 3.3.3.3  | Ιακωβιανή Μήτρα Μετρήσεων $H$ - Διάνυσμα κατάστα-<br>σης<br>σε καρτεσιανές συντεταγμένες . . . . .       | 53        |
| 3.3.3.4  | Μήτρα Κέρδους $G$ . . . . .  | 55        |
| 3.3.3.5  | Παραγοντοποίηση του $G$ και Επίλυση Κανονικών Εξι-<br>σώσεων . . . . .                                   | 55        |
| 3.4      | Ανίχνευση και εντοπισμός σφαλμάτων . . . . .   | 56        |
| 3.5      | Εκτίμηση κατάστασης με συγχρονισμένες<br>μετρήσεις . . . . .   | 58        |
| <b>4</b> | <b>Κυβερνοεπιθέσεις</b>  | <b>61</b> |
| 4.1      | Κυβερνοασφάλεια(Cyber Security) στα ΣΗΕ . . . . .  | 62        |
| 4.2      | Επίθεση με Έγχυση Λανθασμένων<br>Δεδομένων . . . . .   | 64        |
| 4.3      | Σχέση μη ανιχνεύσιμων επιθέσεων και παρατηρησιμότητας του δικτύου .                                      | 66        |
| 4.4      | Κατασκευή μεθόδου βελτιστοποίησης . . . . .  | 67        |
| <b>5</b> | <b>Προτεινόμενοι Αλγόριθμοι και Παραδείγματα</b>   | <b>69</b> |
| 5.1      | Περιγραφή θεωρίας Αλγορίθμων . . . . .   | 69        |
| 5.1.1    | Εκτίμηση Κατάστασης PMU και Ανίχνευση<br>Εσφαλμένων Μετρήσεων . . . . .                                  | 69        |
| 5.1.2    | Βελτιστοποίηση της κυβερνοεπίθεσης -<br>Ελαχιστοποίηση γραμμικής συνάρτησης . . . . .                    | 71        |
| 5.2      | Αρχεία εισόδου . . . . .   | 73        |
| 5.3      | Ανάλυση των αλγορίθμων στον κώδικα . . . . .   | 73        |
| 5.4      | Σενάρια Εκτέλεσης Αλγορίθμων . . . . .   | 75        |
| 5.4.1    | Εκτέλεση του προγράμματος χωρίς επίθεση . . . . .  | 75        |
| 5.4.2    | Απλή επίθεση-έγχυση εσφαλμένων δεδομένων . . . . .   | 77        |
| 5.4.3    | Μη ανιχνεύσιμη επίθεση, χωρίς βελτιστοποίηση . . . . .   | 80        |
| 5.4.4    | Βελτιστοποιημένη μη ανιχνεύσιμη επίθεση . . . . .  | 83        |
| 5.4.4.1  | Εκτέλεση της παραπάνω επίθεσης για διαφορετικές τι-<br>μές<br>της σταθεράς $M$ . . . . .                 | 88        |
| 5.4.4.2  | Επίθεση σε μετρήσεις ακτινικών ζυγών . . . . .   | 93        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 5.4.5    | Πολλαπλή επίθεση . . . . .                                    | 94         |
| 5.5      | Εκτέλεση των Αλγορίθμων για το δίκτυο των 118 ζυγών . . . . . | 99         |
| <b>6</b> | <b>Επίλογος</b>   | <b>119</b> |
| 6.1      | Συμπεράσματα και Σχολιασμός<br>Αποτελεσμάτων . . . . .        | 119        |
| 6.2      | Μελλοντική Εργασία . . . . .                                  | 120        |
|          | <b>Βιβλιογραφία</b>   | <b>125</b> |



# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η τεχνολογία και ο τρόπος λειτουργίας των PMU καθώς και όλη η διαδικασία της εκτίμησης κατάστασης με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων. Αυτό είναι απαραίτητο, καθώς οι κυβερνοεπιθέσεις στο κέντρο ελέγχου έχουν άμεση σχέση με την δομή των μετρήσεων του δικτύου και τον αλγόριθμο της εκτίμησης κατάστασής του.

### 1.1 Εξάπλωση των PMU Στους Εκτιμητές Κατάστασης ΣΗΕ

Τα τελευταία 20 χρόνια, τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας (ΣΗΕ) σε πολλές χώρες υφίστανται θεμελιώδεις αλλαγές που οφείλονται κυρίως στην απελευθέρωση της αγοράς της ηλεκτρικής ενέργειας. Σε ένα διασυνδεδεμένο σύστημα, υπάρχουν πολλές εταιρίες οι οποίες θα πρέπει να συνεργαστούν για την ομαλή λειτουργία του. Όλα αυτά έχουν σαν αποτέλεσμα τα ΣΗΕ να γίνονται όλο και μεγαλύτερα ενώ η ύπαρξη πολλών και διαφορετικών παραγωγών τα κάνει πιο πολύπλοκα. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η λειτουργία του αλγόριθμου εκτίμησης κατάστασης γίνεται όλο και πιο σημαντική επειδή είναι το κύριο εργαλείο για την παρακολούθηση και τον έλεγχο του συστήματος, με βάση τα δεδομένα σε πραγματικό χρόνο που λαμβάνει από τους μετρητές.

Διαδικασίες όπως η ανάλυση ασφάλειας ΣΗΕ, η οικονομική κατανομή φορτίου, εξαρτώνται ιδιαίτερα από την ακρίβεια που παρέχονται από την εκτίμηση κατάστασης. Η εκτίμηση κατάστασης (E.K.) είναι για δεκαετίες τώρα, μια από τις απαραίτητες εφαρμογές στα Συστήματα Διαχείρισης Ενέργειας (Energy Management System ή EMS), επιτρέποντας την ασφαλή λειτουργία των δικτύων μεταφοράς. Οι μετρήσεις που εισάγονται και επεξεργάζονται στον εκτιμητή κατάστασης, περιλαμβάνουν ροές ισχύος, εγχύσεις ισχύος και μέτρα τάσης και ρεύματος. Μια βασική παραδοχή για την εκτίμηση κατάστασης είναι ότι το σύνολο των μετρήσεων αποτελεί ένα στιγμιότυπο του συστήματος που επιτρέπει, το οποίο όμως δεν ισχύει στην πράξη διότι χρειάζεται αρκετός χρόνος για να συγκεντρωθούν οι μετρήσεις ώστε να επεξεργαστούν από την εκτίμηση κατάστασης. Στην πραγματικότητα, θα ήταν πολύ δύσκολο, αν όχι αδύνατο, να διασφαλίσουμε ότι όλες οι μετρήσεις είναι συγχρονισμένες. Ωστόσο, εφόσον ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ της πρώτης και της τελευταίας μέτρησης είναι αρκετά μικρός, συγκρινόμενος με

την σταθερά χρόνου του φορτίου του συστήματος, αυτή η παραδοχή είναι αποδεκτή στη πράξη.

Σήμερα, υπάρχει μια σαφής τάση διεύρυνσης της γεωγραφικής εμβέλειας πολλών εκτιμητών κατάστασης, σύμφωνα πάντα με τις ανάγκες της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας, οι οποίες θέλουν την μόνιμη και ακριβή παρακολούθηση της μεταφοράς ενέργειας και στο πιο απομακρυσμένο σημείο του δικτύου. Στο πλαίσιο αυτό, το έργο της συλλογής μετρήσεων σε μεγάλες περιοχές και ο συγχρονισμός των λύσεων που παρέχει κάθε κέντρο ελέγχου, είναι μια πρόκληση. Πρόσφατα, η εισαγωγή πιο εξελιγμένων συσκευών μέτρησης και προστασίας, όπως είναι τα Intelligent Electronic Devices (IEDs), έδωσε την δυνατότητα μέτρησης διαφοράς φάσεως σε γειτονικούς φασιθέτες τάσεως και ρεύματος, σε επίπεδο υποσταθμού. Αυτό σίγουρα μπορεί να βελτιώσει την ακρίβεια της εκτίμησης κατάστασης σε ένα δίκτυο μεταφοράς, αλλά δεν είναι πολύ χρήσιμο σε σύνθετα και μεγάλα δίκτυα.

Μία φαινομενικά απλή τεχνολογική καινοτομία που κατέστη όμως πολύ σημαντικός παράγοντας στην αλλαγή ολόκληρης της βιομηχανίας ενέργειας είναι το Παγκόσμιο Σύστημα Προσδιορισμού Θέσης, ή όπως είναι ευρύτερα γνωστό GPS (Global Positioning Satellite). Το σύστημα GPS λοιπόν, παρέχει δυο πολύ σημαντικά πλεονεκτήματα μέχρι πρότινος δεν ήταν άμεσα εμφανή. Το πρώτο είναι η δυνατότητα προσδιορισμού της ακριβούς γεωγραφικής θέσης και το δεύτερο είναι η παγκόσμια πρόσβαση σε ένα ακριβές σύστημα χρονισμού επιτρέποντας στις μετρήσεις να χαρακτηρίζονται από την ακριβή ώρα που αυτές συλλέχθηκαν. Μετά την ανάπτυξη και την εγκατάσταση του συστήματος GPS, ακολούθησαν πολλές συσκευές οι οποίες αποτελούνταν κυρίως από ένα δέκτη και έναν επεξεργαστή. Η λειτουργία του δέκτη είναι να συλλέξει τα σήματα που μεταδίδονται από τους δορυφόρους και στη συνέχεια να τα επεξεργαστεί με διάφορους τρόπους ανάλογα με την εκάστοτε εφαρμογή. Ένα τέτοιο παράδειγμα συσκευής είναι και η Μονάδα Μέτρησης Φασιθετών ή PMU (Phasor Measurement Unit). Αυτές οι συσκευές εγκαθίστανται σε υποσταθμούς συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας και σκοπός τους είναι μετρήσουν με ακρίβεια την συχνότητα, το ρεύμα και την τάση με βάση πάντα το παγκόσμιο ρολόι. Η ανάπτυξη των PMUs ξεκίνησε πριν περίπου μια δεκαετία με αργούς ρυθμούς, ωστόσο μετά την τεράστια επιτυχία που είχαν στα ΣΗΕ σε όλο τον κόσμο, η χρήση τους πλέον είναι ιδιαίτερα διαδεδομένη. Οι μετρήσεις φασιθετών συγχρονίζονται με βάση το παγκόσμιο ρολόι που παρέχεται από τους δορυφόρους και το GPS. Οι συγχρονισμένες μετρήσεις που λαμβάνονται από όλους τους υποσταθμούς, μπορούν να δημιουργήσουν μια ακριβή εικόνα τους συστήματος σε μια δεδομένη στιγμή, εξαλείφοντας έτσι την ανάγκη ορισμού γωνίας αναφοράς που υπήρχε στον συμβατικό εκτιμητή κατάσταση.

## 1.2 Κυβερνοεπιθέσεις στα ΣΗΕ

Το έξυπνο δίκτυο (smart grid) είναι ένα εκσυγχρονισμένο δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας που χρησιμοποιεί τεχνολογία πληροφοριών και επικοινωνιών να συγκεντρώσει και να δράσει πάνω σε πληροφορίες για τη βελτίωση την αποτελεσματικότητα, την ευρωστία, την οικονομία και τη βιωσιμότητα της διανομής και της διαχείρισης της ενέργειας. Η αμφίδρομη ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ των πελατών, των χειριστών και των συσκευών ελέγχου προσφέρει έναν πιο αποτελεσματικό τρόπο παροχής ενέργειας και κατανάλω-

σης. Από την πλευρά του χειριστή, μπορεί να γίνει διαχείριση του εξοπλισμού με έξυπνο τρόπο και η ευελιξία παροχής ενέργειας μπορεί να βελτιωθεί σημαντικά. Από την πλευρά του καταναλωτή, τόσο η εμπειρία του χρήστη όσο και το σύστημα χρέωσης μπορεί να ενισχυθεί. Τα δεδομένα που παράγονται σε ένα έξυπνο δίκτυο είναι πολύ περισσότερα από αυτά που παράγονται σε ένα παραδοσιακό ηλεκτρικό δίκτυο, το οποίο οφείλεται σε συνεχή αμφίδρομη ανταλλαγή πληροφοριών. Το Διαδίκτυο των πραγμάτων (IoT) δίνει τη δυνατότητα στη μεταφορά τέτοιων δεδομένων μεγάλου όγκου και κάνει την υποδομή του δικτύου, τους μετρητές, τους υποσταθμούς και τα κτίρια σχεδόν διασυνδεδεμένα μέσω του Διαδικτύου ή μέσω συνδέσεων από ομότιμους χρήστες. Το IoT μπορεί να είναι πολύτιμη λύση για την υποστήριξη της ανάπτυξης του έξυπνου δικτύου.

Ως μέρος της ανάπτυξης των ευφών δικτύων (smart grids), όλο και περισσότερες τεχνολογίες αναπτύσσονται και εγκαθίστανται στα ΣΗΕ για να ενισχύσουν την αξιοπιστία τους. Γενικά ο βασικός στόχος τους είναι να αυξηθεί σε μεγάλο βαθμό η ικανότητα για υπολογιστικά βασισμένο τηλε-έλεγχο και αυτοματισμό. Ως αποτέλεσμα, η ανάγκη για συνδεσιμότητα έχει αυξηθεί.

Όλες αυτές οι διατάξεις στα σύγχρονα ΣΗΕ λειτουργούν με σύνθετα κατανεμημένα συστήματα λογισμικού, τα οποία μεταδίδουν πληροφορίες μέσω ευρέων ή τοπικών δικτύων. Λόγω αυτού του γεγονότος, οι κρίσιμες υποδομές είναι ευάλωτες στις κυβερνοεπιθέσεις, οι οποίες έχουν καταστεί πλέον μια επικείμενη απειλή στα κυβερνοφυσικά συστήματα (CPS's). Αυτές οι επιθέσεις πραγματοποιούνται με βάση τις πληροφορίες που υπάρχουν και ρέουν στο πληροφοριακό σύστημα. Τα δίκτυα ισχύος λειτουργούν μέσω συστημάτων SCADA που συμπληρώνονται από ένα σύνολο εφαρμογών συγκεκριμένου λογισμικού, συνήθως αποκαλούμενο σύστημα διαχείρισης ενέργειας ή energy management system (EMS). Το σύγχρονο EMS παρέχει υποστήριξη πληροφοριών για ποικιλία εφαρμογών που σχετίζονται με την παρακολούθηση και έλεγχο του ΣΗΕ.

Στον κυβερνοχώρο, έχουν κατά καιρούς αναφερθεί διάφορες επιθέσεις, οι οποίες έχουν προκαλέσει μεγάλες διακοπές ρεύματος. Στο παρελθόν έχει τονιστεί η ανάγκη για αξιόλογους εκτιμητές κατάστασης που συγκλίνουν με ακρίβεια και γρήγορα σε τέτοιες ακραίες καταστάσεις, ώστε να μπορούν να ληφθούν, εγκαίρως, προληπτικά μέτρα. Επίσης, υπάρχουν πολλά τρωτά σημεία στην αρχιτεκτονική του υπάρχοντος συστήματος μετρήσεων συμπεριλαμβανομένης της άμεσης παραβίασης των RTUs, των επικοινωνιών από RTUs προς το κέντρο ελέγχου και του λογισμικού και των βάσεων δεδομένων στο κέντρο ελέγχου. Για παράδειγμα, τα RTUs θα μπορούσαν να είναι στόχοι άρνησης εξυπηρέτησης (DoS) ή επιθέσεων που εισάγουν ψευδή δεδομένα. Τα δίκτυα ισχύος, που είναι συστήματα στα οποία οι βρόχοι ελέγχου είναι κλειστοί μέσω των δικτύων επικοινωνίας, αντιπροσωπεύουν μια σημαντική κατηγορία δικτυωμένων συστημάτων ελέγχου ή networked control systems (NCS). Σε αντίθεση με άλλα πληροφοριακά συστήματα, όπου η ασφάλεια στον κυβερνοχώρο περιλαμβάνει κυρίως κρυπτογράφηση και προστασία δεδομένων, εδώ, οι επιθέσεις στον κυβερνοχώρο ενδέχεται να επηρεάσουν τις φυσικές διεργασίες μέσω των ψηφιακών ελεγκτών. Επομένως, εστιάζοντας αποκλειστικά στην κρυπτογράφηση δεδομένων μπορεί να μην είναι αρκετή η διασφάλιση του συνολικού συστήματος, ειδικά στο φυσικό του στοιχείο. Προκειμένου να αυξηθεί η αντοχή των συστημάτων αυτών χρειάζονται τα κατάλληλα εργαλεία για να κατανοηθεί πρώτα το φαινόμενο και στη συνέχεια να προστατευτεί το σύστημα από επιθέσεις στον κυβερνοχώρο.

Σε αυτή τη διπλωματική αναλύεται η ασφάλεια στον κυβερνοχώρο ενός εκτιμητή κατάστασης που περιλαμβάνει μετρήσεις προερχόμενες από PMUs. Στις υπάρχουσες υ-

λοποιήσεις του εκτιμητή κατάστασης υπάρχουν συστήματα ανίχνευσης εσφαλμένων δεδομένων (bad data), που έχουν σχεδιαστεί για την ανίχνευση τυχαίων σφαλμάτων στα δεδομένα των μετρήσεων. Τέτοια συστήματα βασίζονται σε μεγάλη περίσσεια μετρήσεων και εκτελούνται στο τέλος της εκτίμησης κατάστασης. Αν και αυτές οι μέθοδοι μπορούν να ανιχνεύσουν βασικές επιθέσεις, μπορεί να αποτύχουν σε περιπτώσεις έξυπνων επιτιθέσεων που επιθυμούν να παραμείνουν κρυφές, οπότε τα ψευδή δεδομένα θα μπορούσαν να εισαχθούν με συντονισμένο τρόπο έτσι ώστε παρακαμφθεί ο μηχανισμός ανίχνευσης, παρά το γεγονός ότι φαίνεται πως λειτουργεί κανονικά. Ερευνάται λοιπόν αυτό το φαινόμενο εξετάζοντας σενάρια όπου οι επιθέσεις εξαπάτησης πραγματοποιούνται με την αποστολή ψευδών πληροφοριών στο κέντρο ελέγχου. Γενικά, όσο ακριβέστερη είναι η γνώση του μοντέλου του πραγματικού δικτύου που διαθέτει ο επιτιθέμενος, τόσο μεγαλύτερη και αποδοτικότερη μπορεί να γίνει η επίθεση. Εδώ θεωρούμε ότι ο επιτιθέμενος κατέχει πλήρη γνώση της τοπολογίας του δικτύου, δηλαδή γνωρίζει τα δεδομένα των ζυγών και των γραμμών και σε ποια σημεία υπάρχουν μετρήσεις.

### 1.3 Αντικείμενο - Δομή Εργασίας

Λαμβάνοντας, λοιπόν, υπόψη την σημερινή πραγματικότητα στον τομέα της Ενέργειας, των έξυπνων δικτύων και της ανάγκης προστασίας του Ηλεκτρικού Δικτύου (δεδομένα που αναλύσαμε και εξηγήσαμε παραπάνω) είναι απαραίτητη η διερεύνηση της προστασίας του ΣΗΕ από κυβερνοεπιθέσεις. Έτσι, το θέμα της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι ο εντοπισμός των επιθέσεων σε μετρήσεις των PMU και η κατάλληλη αντιμετώπισή τους.

Τα επόμενα κεφάλαια της διπλωματικής έχουν ως εξής:

- **Κεφάλαιο 2:** Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται μια ιστορική αναδρομή της τεχνολογίας των μονάδων PMU και αναλύονται τα πλεονεκτήματα, οι εφαρμογές και ο τρόπος λειτουργίας τους.
- **Κεφάλαιο 3:** Εδώ αναλύεται όλη η θεωρία γύρω από τον κλασικό εκτιμητή κατάστα και διάφορες λειτουργίες γύρω από αυτόν, όπως η παρατηρησιμότητα, η ανίχνευση και ο εντοπισμός σφαλμάτων, και οι περιορισμοί ισότητας, ενώ περιγράφονται κάποιες γνωστές μέθοδοι όπως των σταθμισμένων ελαχίστων τετραγώνων ή weighted least squares (WLS) και των μέγιστων κανονικοποιημένων υπολοίπων ή largest normalized residual (LNR).
- **Κεφάλαιο 4:** Σε αυτό το κεφάλαιο παρατίθεται η θεωρία και κάποιοι βασικοί ορισμοί των κυβερνοεπιθέσεων στους μετρητές του δικτύου. Επίσης αναλύεται το μαθηματικό μοντέλο πίσω από τις μη ανιχνεύσιμες επιθέσεις και η εφαρμογή του στον εκτιμητή κατάστασης.
- **Κεφάλαιο 5:** Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο περιγράφεται αναλυτικά ο αλγόριθμος που υλοποιήθηκε σε κώδικα matlab και παρουσιάζονται διαφορετικά σενάρια εκτέλεσής του στο δίκτυο των 14 ζυγών του IEEE για επαλήθευση και επεξήγηση της θεωρίας. Επίσης παρατίθενται τα αποτελέσματα για σενάρια που αφορούν το δίκτυο των 118 ζυγών.



- **Κεφάλαιο 6:** Αναλύονται τα συμπεράσματα της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας, καθώς επίσης και προτάσεις για περαιτέρω μελέτη.



## Κεφάλαιο 2

# Η Τεχνολογία των Phasor Measurement Units (PMU)

### 2.1 Ιστορική Αναδρομή

Οι γωνίες των φασιθετών τάσεως των ζυγών των ΣΗΕ ήταν ανέκαθεν ένα ιδιαίτερα ενδιαφέρον θέμα ανάμεσα στους μηχανικούς των δικτύων. Είναι γνωστό ότι η ενεργός (πραγματική) ροή ισχύος σε μια γραμμή μεταφοράς είναι ανάλογη του ημιτόνου της διαφοράς των γωνιών των τάσεων στα δυο άκρα της γραμμής. Καθώς πολλές από τις μεθόδους που εφαρμόζονται στα δίκτυα έχουν άμεση σχέση με τη ροή ενεργού ισχύος, η μέτρηση διαφοράς γωνιών αποτελεί ενδιαφέρον θέμα για πολλά χρόνια. Η πρώτη σύγχρονη εφαρμογή που περιλαμβάνει άμεση μέτρηση διαφοράς γωνιών αναφέρθηκε σε τρεις δημοσιεύσεις στις αρχές της δεκαετίας του 1980. Αυτά τα συστήματα χρησιμοποιούσαν πομπούς LORAN-C, μετάδοση με δορυφόρους GOES και ραδιοπομπούς HBG (κυρίως στην Ευρώπη) με σκοπό τον συγχρονισμό του χρόνου αναφοράς σε διαφορετικές τοποθεσίες του δικτύου. Η επόμενη θετική εξέλιξη ήταν η μέτρηση της διαφοράς γωνιών μεταξύ δυο ζυγών σε διαφορετικές περιοχές του δικτύου αλλά με κοινή αναφορά χρόνου. Η ακρίβεια αυτών των συστημάτων ήταν της τάξης των 40μs. Επίσης, γίνονταν μετρήσεις μονοφασικών γωνιών τάσεως, ενώ δε λαμβανόταν υπόψη οι αρμονικές που υπήρχαν στις κυματομορφές της τάσης. Αυτοί οι μέθοδοι μέτρησης της διαφοράς γωνίας τάσεων δεν ήταν κατάλληλοι για μεγάλα και πολύπλοκα δίκτυα και έτσι δε χρησιμοποιούνται πλέον.

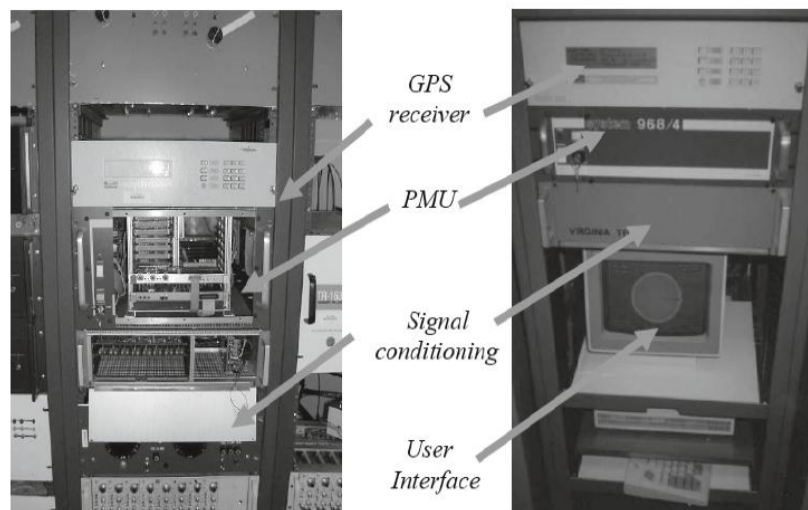
Η σύγχρονη εποχή της τεχνολογίας μέτρησης φασιθετών, έχει τις ρίζες της στην έρευνα για την εγκατάσταση μικροϋπολογιστών στις γραμμές μεταφοράς. Αρχικά, οι λειτουργίες που γίνονταν από μικροεπεξεργαστές στις γραμμές μεταφοράς, απαιτούσαν μεγαλύτερη τροφοδοσία από την διαθέσιμη για να εκτελεστούν.

Ένα σημαντικό μέρος των υπολογισμών αυτών ήταν αφιερωμένο στην επίλυση έξι εξισώσεων σε κάθε δειγματοληψία, ώστε να διαπιστωθεί αν υπάρχει κάποιο από τα 10 είδη σφαλμάτων σε τριφασικές γραμμές μεταφοράς. Επομένως, έπρεπε να βρεθούν μέθοδοι που δε θα χρειαζόνταν να λύνουν αυτές τις εξισώσεις. Πράγματι, σε μια δημοσίευση του 1977 περιγράφηκε μια νέα τεχνική που βασιζόταν σε συμμετρική ανάλυση συνιστωσών των τάσεων και των ρευμάτων γραμμής, με αποτέλεσμα να χρειάζεται μόνο μια εξίσωση για τον υπολογισμό των λαθών. Σε αυτή τη τεχνική, αναλύθηκαν κάποιοι αποδοτικοί αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των συμμετρικών συνιστωσών των τριφασικών τάσε-

ων και ρευμάτων και ως εκ τούτου ο υπολογισμός της θετικής ακολουθίας τάσεων και ρευμάτων έδωσε την ώθηση για την ανάπτυξη των σύγχρονων συστημάτων μέτρησης φασιθετών. Σύντομα αναγνωρίστηκε και η μεγάλη σημασία της μέτρησης θετικής ακολουθίας, η οποία αποτελεί το διάνυσμα κατάστασης του ΣΗΕ, κάτι το οποίο είναι θεμελιώδους αξίας για την ανάλυση τους.

Η πρώτη δημοσίευση που μιλάει για την σημασία της θετικής ακολουθίας έγινε το 1983 και αποτελεί την αφετηρία της σύγχρονης τεχνολογίας μέτρησης φασιθετών. Εκείνη την εποχή περίπου, αναπτύσσεται πλήρως και το Παγκόσμιο Σύστημα Προσδιορισμού Θέσης (GPS), και έγινε σαφές ότι το σύστημα αυτό θα ήταν ο πιο αποτελεσματικός τρόπος για τον συγχρονισμό των μετρήσεων φασιθετών σε μεγάλες αποστάσεις μεταξύ τους. Οι πρώτες πρότυπες συσκευές που χρησιμοποίησαν GPS, σήμερα ονομάζονται PMU, κατασκευάστηκαν στο πανεπιστήμιο Virginia Tech στις αρχές της δεκαετίας του 1980, και 2 από τα πρωτότυπα φαίνονται στο σχήμα 2.1. Σήμερα, υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός κατασκευαστών που διαθέτουν συσκευές PMU στην αγορά, και η ανάπτυξη της τεχνολογίας PMU στα ΣΗΕ γίνεται σε πολλές χώρες σε όλο τον κόσμο. Η πρώτη εμπορική μονάδα PMU κατασκευάστηκε το 1991 από την εταιρεία Macrodyne σε συνεργασία με το πανεπιστήμιο Virginia Tech.

Παράλληλα με την ανάπτυξη των PMU ως συσκευές μέτρησης, γινόταν και έρευνα για τις εφαρμογές στις οποίες μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν οι μετρήσεις που αυτά παρείχαν, τις οποίες θα δούμε αναλυτικά παρακάτω. Πλέον, η τεχνολογία των PMU είναι ευρύτατα διαδεδομένη και πολλά σύγχρονα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας σε όλο τον κόσμο βρίσκονται στη διαδικασία εγκατάστασης συσκευών μέτρησης φασιθετών σε ένα μεγάλο μέρος του δικτύου τους.



Σχήμα 2.1: Η πρώτη συσκευή μέτρησης φασιθετών (PMU) κατασκευάστηκε στο Εργαστήριο Έρευνας ΣΗΕ στο Πανεπιστήμιο της Βιρτζίνια. Ο δέκτης χρονισμού του GPS ήταν εξωτερικά του PMU, και με τον μικρό αριθμό δορυφόρων που υπήρχαν εκείνη την εποχή, το ρολόι έπρεπε να είναι εφοδιασμένο με εσωτερικό ταλαντωτή που ήταν υπεύθυνος για την ακρίβεια χρονισμού, κατά την απουσία ορατών δορυφόρων.

## 2.2 Αναπαράσταση Φασιθετών με Μορφή Ημιτόνου

Ας υποθέσουμε ότι μια καθαρό ημιτονοειδές σήμα δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\chi(t) = X_m(t)\cos(\omega t + \phi) \tag{2.1}$$

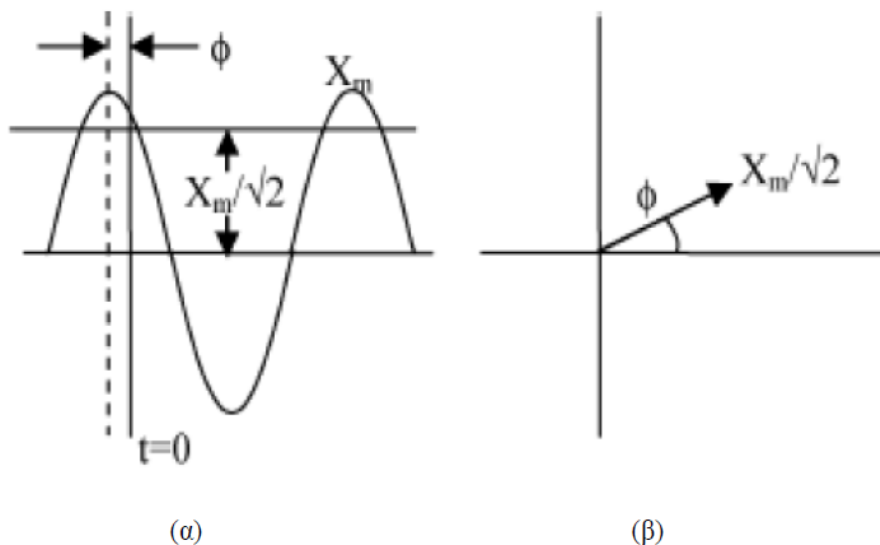
όπου  $\omega$  η συχνότητα του ημιτόνου σε ακτίνια ανά δευτερόλεπτο,  $\phi$  η φασική γωνία σε ακτίνια και  $X_m$  το μέγιστο πλάτος του σήματος. Η ρίζα της μέσης τετραγωνικής τιμής ή rms(Root Mean Square) τιμή του σήματος είναι η  $X_m/\sqrt{2}$ . Είναι γνωστό από τη θεωρία μας ότι οι rms τιμές είναι ιδιαίτερα χρήσιμες για τον υπολογισμό ενεργού και άεργου ισχύος στα κυκλώματα εναλλασσόμενου ρεύματος. Η εξίσωση 2.1 μπορεί επίσης να γραφεί ως εξής:

$$\chi(t) = Re\{X_m \cdot e^{j\omega t + \phi}\} = Re\{e^{j(\omega t)}\} \cdot X_m \cdot e^{j\phi} \tag{2.2}$$

Συνήθως, ο όρος  $e^{j\omega t}$  παραλείπεται στη παραπάνω σχέση, καθώς η συχνότητα  $\omega$  είναι σταθερή. Το ημιτονοειδές σήμα της εξίσωσης (2.1) εκφράζεται από τον μιγαδικό αριθμό  $X_m$  και την διανυσματική του αναπαράσταση:

$$\chi(t) \leftrightarrow X = \left(\frac{X_m}{\sqrt{2}}\right) \cdot e^{j\phi} = \left(\frac{X_m}{\sqrt{2}}\right) \cdot [\cos\phi + j \cdot \sin\phi] \tag{2.3}$$

Ένα ημιτονοειδές σήμα και η διανυσματική του απεικόνιση φαίνονται στο σχήμα 2.2:



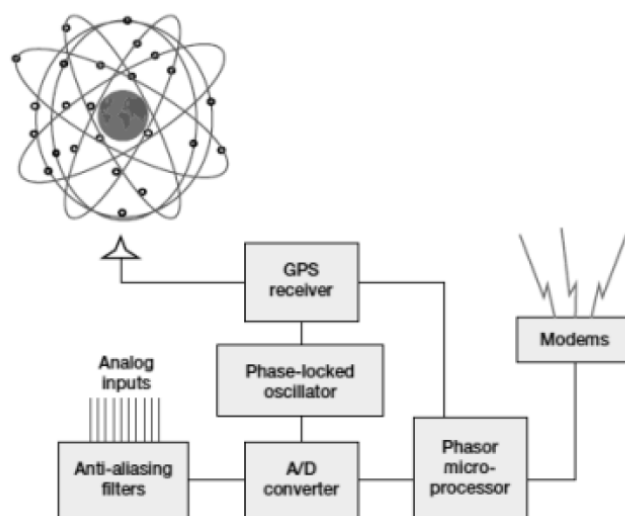
Σχήμα 2.2: (α) Ένα ημιτονοειδές σήμα και (β) η απεικόνισή του ως διάνυσμα. Η φασική γωνία του διανύσματος είναι αυθαίρετη, καθώς εξαρτάται από την επιλογή του άξονα  $t=0$ . Επίσης, το μέτρο του διανύσματος είναι ίσο με την rms τιμή του ημιτονοειδούς σήματος.

Αρχικά υποθέσαμε ότι η διανυσματική απεικόνιση ενός σήματος είναι δυνατή μόνο αν αυτό είναι καθαρό ημίτονο. Στην πράξη, μια κυματομορφή συχνά περιέχει κι άλλα σήματα με διαφορετικές συχνότητες. Επομένως, είναι απαραίτητο να βρεθεί μία κυρίαρχη συχνότητα (συνήθως η κύρια συνιστώσα του σήματος) ώστε αυτό να απεικονιστεί σε ένα δiάνυσμα. Ο υπολογισμός αυτής της συνιστώσας γίνεται με τον μετασχηματισμό Fourier. Σε διακριτά συστήματα, αυτό γίνεται με τον Διακριτό μετασχηματισμό Fourier (DFT ή Discrete Fourier Transform) ή με τον Γρήγορο μετασχηματισμό Fourier (Fast Fourier Transform ή FFT).. Επίσης, η αναπαράσταση σε δiάνυσμα προϋποθέτει ότι το σήμα παραμένει σταθερό για όλο το χρόνο. Ωστόσο, πρακτικά η μελέτη του διανύσματος γίνεται σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα, το οποίο είναι πολύ σημαντικό στην εκτίμηση των διανυσμάτων των κυματομορφών.

## 2.3 Τα στοιχεία ενός PMU

Οι μονάδες μέτρησης φασιθετών κατασκευάζονται από πολλές διαφορετικές εταιρίες, επομένως έχουν και πολλά διαφορετικά χαρακτηριστικά. Συνεπώς, είναι δύσκολο να περιγραφεί γενικά η διαμόρφωση των επιμέρους στοιχείων που συνθέτουν ένα PMU. Ωστόσο, είναι δυνατό να εξεταστεί μια γενική μορφή της συσκευής αυτής, όπου μπορούν να αναλυθούν τα πιο σημαντικά τμήματά της.

Στο σχήμα 2.3 βλέπουμε την διαμόρφωση των πρώτων συσκευών PMU που κατασκευάστηκαν στο πανεπιστήμιο Virginia Tech. Φαίνεται καθαρά λοιπόν, ότι η τεχνολογία των PMU βασίστηκε στους ηλεκτρονόμους απόστασης συμμετρικών συνιστωσών. Τα εισερχόμενα αναλογικά δεδομένα, είναι τάσεις και ρεύματα που προέρχονται από τα δευτερεύοντα των μετασχηματιστών τάσης και ρεύματος. Όλα τα τριφασικά ρεύματα και τάσεις χρησιμοποιούνται ώστε να πραγματοποιηθεί η θετική ακολουθία των μετρήσεων. Σε αντίθεση με έναν ηλεκτρονόμο, το PMU μπορεί να έχει μετρήσεις ρευμάτων σε πολλά σημεία ενός υποσταθμού, καθώς και μετρήσεις τάσεως σε διαφορετικούς ζυγούς του υποσταθμού.



Σχήμα 2.3: Τα σημαντικότερα μέρη ενός σύγχρονου PMU.

Τα σήματα ρευμάτων και τάσεως μετατρέπονται σε τάσεις εντός του εύρους  $\pm 10$  volt με τη χρήση κατάλληλων μετασχηματιστών τάσης, ώστε να ταιριάζουν στις απαιτήσεις των αναλογικών μετατροπών. Ο ρυθμός δειγματοληψίας που επιλέγεται για την διαδικασία της δειγματοληψίας, υπαγορεύει την απόκριση συχνότητας του φίλτρου αντιαναδίπλωσης. Στις περισσότερες περιπτώσεις, αυτά τα φίλτρα είναι αναλογικού τύπου με συχνότητα αποκοπής λιγότερη από τη μισή της αντίστοιχης συχνότητας δειγματοληψίας, ώστε να ικανοποιείται το κριτήριο Nyquist. Επίσης, όπως γίνεται και σε πολλούς ηλεκτρονόμους, μπορεί να χρησιμοποιηθεί υψηλός ρυθμός δειγματοληψίας (υπερδειγματοληψία) σε συνδυασμό με υψηλή συχνότητα αποκοπής για το αναλογικό φίλτρο αντιαναδίπλωσης. Στη συνέχεια, ακολουθεί ένα ψηφιακό «φίλτρο αποδεκατισμού» που μετατρέπει τα δεδομένα σε χαμηλότερο ρυθμό δειγματοληψίας και έτσι παρέχει ψηφιακό φίλτρο αντιαναδίπλωσης που συνδέει όλα τα αναλογικά φίλτρα. Το πλεονέκτημα μιας τέτοιας λειτουργίας είναι ότι τα φίλτρα αντιαναδίπλωσης (anti-aliasing) που αποτελούνται από ένα αναλογικό κι ένα ψηφιακό φίλτρο αποδεκατισμού είναι πολύ πιο σταθερά όσον αφορά τις διακυμάνσεις θερμοκρασίας και το χρόνο ζωής. Αυτό εξασφαλίζει ότι όλα τα αναλογικά σήματα έχουν την ίδια μετατόπιση φάσης και εξασθένιση, εξασφαλίζοντας έτσι ότι οι διαφορές γωνιών φάσης και τα σχετικά μεγέθη των διαφόρων σημάτων παραμένουν αμετάβλητα.

Ένα πρόσθετο πλεονέκτημα της τεχνικής της υπερδειγματοληψίας, είναι ότι αν υπάρχει η δυνατότητα δεδομένων από τη δειγματοληψία των αναλογικών σημάτων, αυτά θα είχαν μεγάλη χρησιμότητα ως υψηλού εύρους ζώνης ψηφιακές συσκευές εγγραφής σφραγμάτων.

Το ρολόι δειγματοληψίας είναι πλήρως συγχρονισμένο με το παλμό του ρολογιού του GPS. Οι ρυθμοί δειγματοληψίας έχουν αυξηθεί σταθερά τα τελευταία χρόνια. Αρχικά, ο ρυθμός ήταν περίπου 12 δείγματα ανά κύκλο της ονομαστικής συχνότητας του δικτύου για τις πρώτες συσκευές μέτρησης φασιθετών, ενώ πλέον ο αριθμός αυτός έχει ανέβει στα 96 ή και στα 128 δείγματα ανά κύκλο στα περισσότερα σύγχρονα PMU, καθώς χρησιμοποιούνται γρήγοροι μετατροπείς αναλογικών σημάτων σε ψηφιακά σήματα, και μικροεπεξεργαστές. Ακόμα υψηλότεροι ρυθμοί δειγματοληψίας στο μέλλον είναι πιθανό να οδηγήσουν σε πιο ακριβή εκτίμηση φασιθετών.

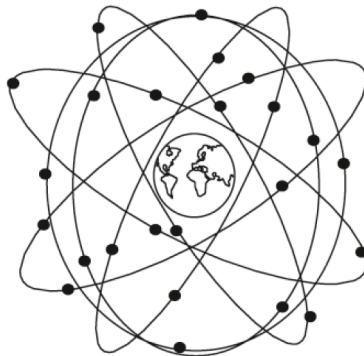
Ο μικροεπεξεργαστής υπολογίζει την θετική ακολουθία όλων των σημάτων ρεύματος και τάσης. Η χρονική σφραγίδα δημιουργείται από δύο σήματα που προέρχονται από τον δέκτη του GPS. Η χρονική σφραγίδα προσδιορίζει το ακριβές δευτερόλεπτο τη «Παγκόσμιας Συντονισμένης Ώρας» (Universal Time Coordinated ή UTC).

Τέλος, η κύρια έξοδος του PMU είναι η μέτρηση με την χρονική σφραγίδα, η οποία μεταφέρεται μέσω κατάλληλων μόντεμ σε ένα υψηλότερο επίπεδο στην ιεραρχία του συστήματος μετρήσεων. Οι προδιαγραφές αυτών των αρχείων εξόδου των PMU θα εξεταστούν σε επόμενη ενότητα.

## 2.4 Το παγκόσμιο σύστημα προσδιορισμού θέσης (GPS)

Το σύστημα GPS μπήκε σε εφαρμογή για πρώτη φορά το 1978 με την εκτόξευση των πρώτων δορυφόρων τύπου Block I από το Υπουργείο Άμυνας των ΗΠΑ. Ως το 1994, είχαν εκτοξευθεί και εγκατασταθεί 24 σύγχρονοι δορυφόροι (το 2007 υπήρχαν 30 ενεργοί δορυφόροι σε τροχιά, οι επιπλέον δορυφόροι παρείχαν μεγαλύτερη ακρίβεια στην

εκτίμηση των χωρικών συντεταγμένων των δεκτών. Οι δορυφόροι τύπου Block I και II έχουν αποσυρθεί). Είναι διατεταγμένοι σε 6 τροχιακά επίπεδα (4 δορυφόροι σε κάθε ένα) μετατοπισμένα κατά  $60^\circ$  το ένα από το άλλο, και με τροχιακή κλίση  $55^\circ$  (με αναφορά το ισημερινό επίπεδο). Η τοποθέτησή τους είναι τέτοια ώστε τουλάχιστον 6 από αυτούς να είναι ορατοί σχεδόν από κάθε σημείο της επιφάνειας αυτής. Οι δορυφόροι έχουν μια τροχιακή ακτίνα γύρω στα 16500 μίλια, και κάνουν το κύκλο της γης δυο φορές τη μέρα. Η πιο κοινή χρήση του συστήματος GPS είναι ο προσδιορισμός των συντεταγμένων του δέκτη, αν και για τα PMU, το σήμα που είναι πιο σημαντικό είναι ο παλμός ανά δευτερόλεπτο. Αυτός ο παλμός φτάνει σε όλους τους δέκτες στη Γη με ακρίβεια ενός μικροδευτερολέπτου. Στην πράξη, έχουν επιτευχθεί πολύ καλύτερες ακρίβειες συγχρονισμού, της τάξης μερικών εκατοντάδων νανοδευτερολέπτων.



Σχήμα 2.4: Αναπαράσταση της διάταξης των δορυφόρων για το σύστημα GPS.

Οι δορυφόροι του συστήματος GPS είναι εφοδιασμένοι με ακριβή ρολόγια το οποία παρέχουν ένα παλμό ανά δευτερόλεπτο. Ο χρόνος που κρατούν είναι γνωστός ως χρονισμός GPS και δεν λαμβάνει υπόψη την περιστροφή της Γης. Οι κατάλληλες διορθώσεις γίνονται από τους δέκτες, ώστε αυτοί να υπολογίσουν τη διαφορά με την ώρα στη γη και να παρέχουν την σωστή ώρα σύμφωνα με το UTC. Η ταυτότητα του παλμού του GPS ορίζεται ως ο αριθμός των δευτερολέπτων που έχουν περάσει από την στιγμή που άρχισε το ρολόι να λειτουργεί (6 Ιανουαρίου 1980). Θα πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι τα πρότυπα PMU χρησιμοποιούν τον μετρητή SOC(Second of Century) ή «Δευτερόλεπτο του Αιώνα», από το Unix, ο οποίος άρχισε να μετράει από τα μεσάνυχτα της 1ης Ιανουαρίου του 1970.

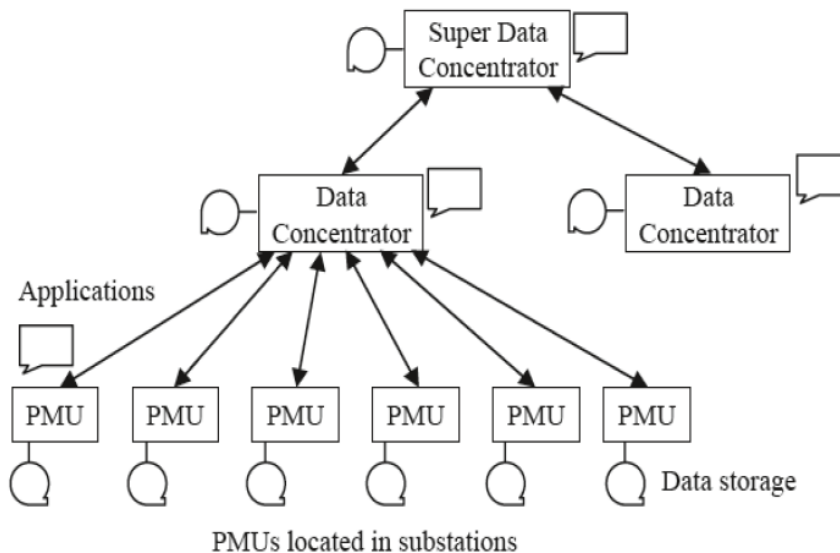
Σήμερα, υπάρχουν πολλά συστήματα GPS που αναπτύσσονται από διαφορετικά κράτη αλλά έχουν τους ίδιους στόχους. Τα συστήματα GPS θα παραμείνουν η κύρια πηγή συγχρονισμού των συσκευών μέτρησης φασιθετών και για το προβλέψιμο μέλλον.

## 2.5 Η ιεραρχία των συστημάτων μέτρησης φασιθετών

Οι συσκευές μέτρησης φασιθετών εγκαθίστανται στους υποσταθμούς των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας. Η επιλογή των υποσταθμών που αυτές τοποθετούνται εξαρτάται από την χρήση των μετρήσεων που αυτές παρέχουν. Η βέλτιστη τοποθέτηση των PMU παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον και θα αναλυθεί σε επόμενη ενότητα.



Στις περισσότερες εφαρμογές, τα δεδομένα των φασιθετών χρησιμοποιούνται και επεξεργάζονται σε περιοχές μακριά από τα PMU. Για αυτό το λόγο, απαιτούνται κι άλλα στοιχεία στο δίκτυο όπως συνδέσεις επικοινωνίας και συσκευές συγκέντρωσης δεδομένων, ώστε να γίνει πλήρη εκμετάλλευση των δυνατοτήτων που προσφέρει το σύστημα μέτρησης PMU. Μια γενικώς αποδεκτή αρχιτεκτονική για ένα τέτοιο σύστημα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 2.5: Ιεραρχία των συστημάτων μέτρησης φασιθετών και τα επίπεδα των συσκευών συγκέντρωσης δεδομένων φασιθετών.

Όπως βλέπουμε στο σχήμα 2.5, τα PMU βρίσκονται στους υποσταθμούς ΣΗΕ και παρέχουν μετρήσεις τάσεως θετικής ακολουθίας με χρονική σφραγίδα και μετρήσεις ρευμάτων όλων των ζυγών και των τροφοδοτών (όπως επίσης και μετρήσεις συχνότητας και ρυθμού αλλαγής συχνότητας). Οι μετρήσεις αποθηκεύονται σε τοπικές συσκευές αποθήκευσης δεδομένων και μπορούν να προσπελαστούν από απομακρυσμένες τοποθεσίες για περαιτέρω επεξεργασία ή διαγνωστικούς σκοπούς. Η αποθηκευτική ικανότητα είναι αναγκαστικά περιορισμένη, επομένως τα δεδομένα που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον θα πρέπει με κάποιο τρόπο να σηματοδοτούν ώστε να μην διαγραφούν σε περίπτωση που εξαντληθεί ο αποθηκευτικός χώρος. Τα δεδομένα από τις μετρήσεις φασιθετών είναι επίσης διαθέσιμα και για τις λειτουργίες πραγματικού χρόνου. Επίσης, μπορεί να υπάρξουν και ορισμένες λειτουργίες που γίνονται τοπικά στους υποσταθμούς, οπότε τα δεδομένα αυτά είναι διαθέσιμα και για τέτοιους υπολογισμούς.

Οι συσκευές στο επόμενο επίπεδο ιεραρχίας είναι γνωστές ως «συγκεντρωτής δεδομένων φασιθετών» (PDC ή Phasor Data Concentrator). Η λειτουργία μια συσκευής PDC είναι η συλλογή δεδομένων από πολλά PMU, η αφαίρεση των εσφαλμένων μετρήσεων, η ευθυγράμμιση των χρονικών σφραγίδων, η δημιουργία αρχείου για την καταγραφή των δεδομένων που στέλνονται ταυτόχρονα από ένα ευρύ τμήμα του ΣΗΕ. Επίσης και εδώ, υπάρχουν τοπικοί αποθηκευτικοί χώροι όπως και λειτουργίες που γίνονται στα PDC και χρειάζονται τα δεδομένα από τα PMU, τα οποία και μπορούν να πάρουν σε πραγματικό χρόνο (οι καθυστερήσεις στην μεταφορά και την διαχείριση των δεδομένων

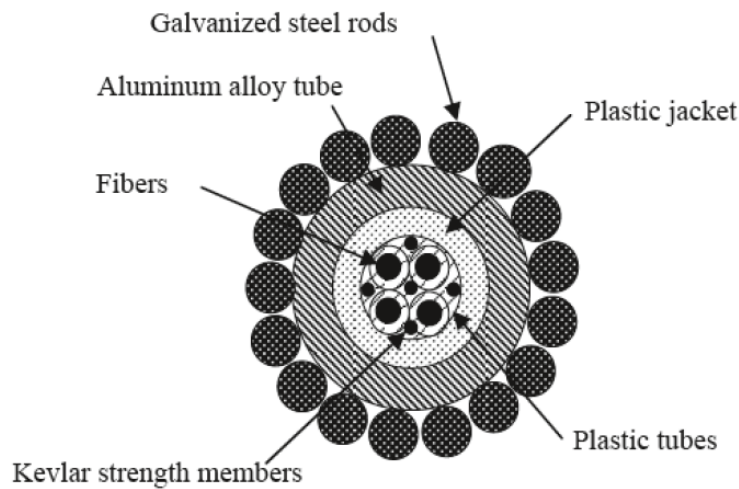
στα PDC δημιουργεί προβλήματα στις λειτουργίες πραγματικού χρόνου, αλλά πρακτικά αυτό μπορεί να ελεγχθεί αποτελεσματικά).

Το πρώτο ιεραρχικό επίπεδο των PDCs λοιπόν, είναι μια περιφερειακή συγκέντρωση δεδομένων από τις μετρήσεις των PMUs. Στο επόμενο επίπεδο, υπάρχει ένας κοινός κεντρικός σταθμός PDC, που ονομάζεται SPDC (Super Phasor Data Concentrator). Οι λειτουργίες που γίνονται σε αυτό το επίπεδο είναι όμοιες με αυτές στο επίπεδο των PDCs. Δηλαδή, υπάρχει δυνατότητα αποθήκευσης δεδομένων, τα οποία ταξινομούνται με βάση τη χρονική τους σφραγίδα, όπως επίσης δημιουργείται ένα αρχείο για την ροή των δεδομένων σε πραγματικό χρόνο, ώστε αυτά να χρησιμοποιηθούν από λειτουργίες που εφαρμόζονται για όλο το δίκτυο. Ακόμα, το παραπάνω σχήμα δείχνει ότι η επικοινωνία μεταξύ των επιπέδων είναι αμφίδρομη. Πράγματι, ενώ το μεγαλύτερο μέρος τη ροής δεδομένων γίνεται προς τα πάνω, υπάρχουν εφαρμογές που απαιτούν την ικανότητα επικοινωνίας και προς την αντίστροφη κατεύθυνση. Γενικά όμως, η ικανότητα επικοινωνίας προς τα κάτω δεν είναι τόσο απαιτητική όσο η αντίστοιχη προς τα πάνω.

## 2.6 Επιλογές επικοινωνίας για τα PMU

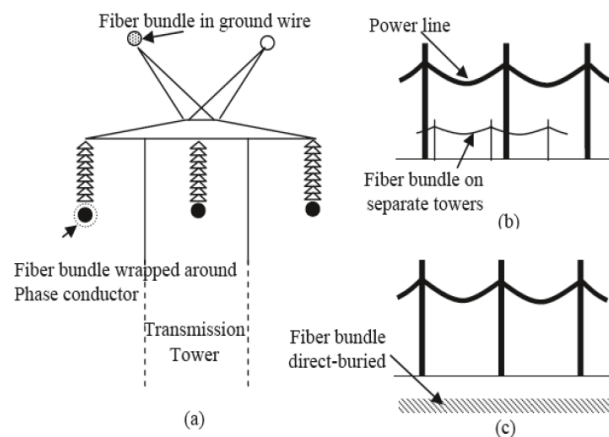
Τα μέσα επικοινωνίας αποτελούν παράγοντα ουσιαστικής σημασίας για τις εφαρμογές που απαιτούν δεδομένα φασιθετών, σε απομακρυσμένες περιοχές. Η μεταφορά δεδομένων έχει δυο σημαντικές πτυχές για όλες τις επικοινωνίες. Πρώτον, η χωρητικότητα του μέσου, που είναι το μέτρο του ρυθμού δεδομένων (σε κιλοβιτς ανά δευτερόλεπτο ή σε μεγαβιτς ανά δευτερόλεπτο) που μπορεί να διατηρήσει η διαθέσιμη σύνδεση επικοινωνίας. Και το δεύτερο, είναι η καθυστέρηση, δηλαδή το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την δημιουργία των δεδομένων, ως τη στιγμή που αυτά είναι διαθέσιμα για την επιθυμητή εφαρμογή. Ο όγκος των δεδομένων που στέλνουν τα PMUs είναι αρκετά μικρός, επομένως η χωρητικότητα δεν είναι περιοριστικός παράγοντας για τις περισσότερες εφαρμογές. Αντίθετα, υπάρχουν αρκετές εφαρμογές που απαιτούν σχετικά μικρή καθυστέρηση, ειδικά αυτές που έχουν σχέση με την κατάσταση πραγματικού χρόνου του δικτύου. Επίσης, υπάρχουν και κάποιες εφαρμογές οι οποίες απαιτούν δεδομένα φασιθετών για την ανάλυση του δικτύου κατά τη διάρκεια μεγάλων διαταραχών. Σε επόμενη ενότητα, θα εξεταστούν κι άλλες εφαρμογές των PMU.

Οι επιλογές στη επικοινωνία που υπάρχουν για την μεταφορά δεδομένων από τα PMUs μπορούν να ταξινομηθούν ανάλογα με το φυσικό μέσο που χρησιμοποιείται για την επικοινωνία. Ένα από τα πρώτα μέσα επικοινωνίας που χρησιμοποιήθηκαν για αυτό το σκοπό ήταν το μισθωμένο κύκλωμα τηλεφώνου. Ακόμα, τα κυκλώματα επιλεγόμενου τηλεφώνου μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν σε περιπτώσεις που η καθυστέρηση δεν έπαιζε σημαντικό ρόλο. Πολλά ηλεκτρικά μέσα επικοινωνίας όπως ο κομιστής γραμμής ρεύματος (power line carrier) και ζεύξεις μικροκυμάτων έχουν χρησιμοποιηθεί και συνεχίζουν να χρησιμοποιούνται ακόμα από πολλές εφαρμογές. Σήμερα, το πιο κοινό μέσο επικοινωνίας που χρησιμοποιείται είναι οι οπτικές ίνες οι οποίες έχουν πολύ μεγάλη χωρητικότητα καναλιού, μεγάλους ρυθμούς μεταφοράς δεδομένων και δεν επηρεάζονται από ηλεκτρομαγνητικές παρεμβολές. Στο σχήμα 2.6 φαίνεται μια τυπική κατασκευή ενός καλωδίου οπτικών ινών, που χρησιμοποιείται ευρέως στις ηλεκτρικές εφαρμογές.



Σχήμα 2.6: Τυπική κατασκευή ενός καλωδίου οπτικών ινών.

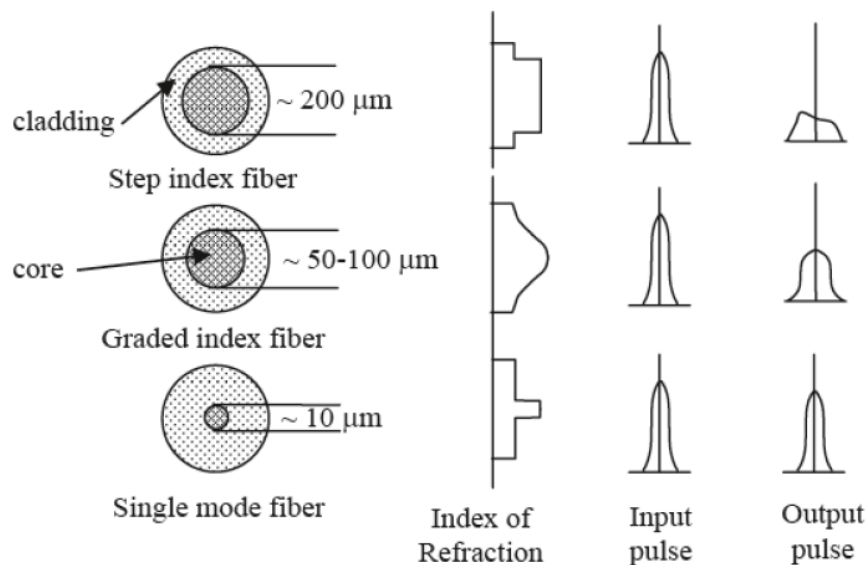
Τα καλώδια οπτικών ινών συνήθως τοποθετούνται πάνω στους πυλώνες των γραμμών μεταφοράς. Τα καλώδια αυτά μπορούν να περιέχουν πολλές ίνες οι οποίες χρησιμοποιούνται για επικοινωνία, προστασία ή και για εφαρμογές ελέγχου του ΣΗΕ. Άλλες διατάξεις των καλωδίων οπτικών ινών μπορούν να περιλαμβάνουν ξεχωριστούς πυλώνες για τις οπτικές ίνες, ή τύλιγμα των καλωδίων αυτών γύρω από τους αγωγούς φάσης, όπως επίσης και τοποθέτηση καλωδίων μέσα στο έδαφος (Σχήμα 2.7).



Σχήμα 2.7: Περιπτώσεις τοποθέτησης οπτικών ινών στις γραμμές μεταφοράς. (α) Οπτικές ίνες στους πυλώνες των γραμμών. (β) Οπτικές ίνες σε ξεχωριστή γραμμή. (γ) Οπτικές ίνες στο έδαφος.

Η τεχνολογία των οπτικών αναπτύσσεται πολύ γρήγορα. Οι ίνες μπορεί να είναι απλές (δηλαδή η οπτική ίνα σε όλο το μήκος του καλωδίου είναι από ομογενές υλικό) ή σύνθετο με διαβαθμισμένη ή βαθμωτή μεταβολή του δείκτη διάθλασης της ίνας και του υλικού επικάλυψης (Σχήμα 2.8). Οι σύνθετες ίνες τείνουν να έχουν μεγαλύτερες απώλειες ανά χιλιόμετρο εξαιτίας της απώλειας ενέργειας λόγω διάθλασης μεταξύ του πυρήνα της οπτικής ίνας και του περιβλήματος. Στις απλές οπτικές ίνες, τα κύματα διαδίδονται κατά μήκος του άξονα της ίνας και επομένως έχουν ελάχιστες απώλειες κατά την μετάδοση.

Το μήκος κύματος του φωτός που χρησιμοποιείται σε αυτά τα συστήματα κυμαίνεται από 900nm έως 1800nm. Οι τυπικές απώλειες των οπτικών ινών κυμαίνονται από 0.5db ανά χιλιόμετρο (απλές οπτικές ίνες) έως 4db ανά χιλιόμετρο (σύνθετες οπτικές ίνες). Επίσης, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη και οι απώλειες κατά την σύνδεση και τις υποδοχές των οπτικών ινών. Έτσι, ο κατάλληλος τύπος οπτικής ίνας επιλέγεται ανάλογα με το μήκος της διαδρομής και τις επιτρεπτές απώλειες κατά τη μετάδοση, που επιβάλλει η εκάστοτε εφαρμογή.



Σχήμα 2.8: Τύποι οπτικών ινών, οι διαστάσεις τους και ο τρόπος μετάδοσης του σήματος σε κάθε ένα.

Επίσης, τα μέσα επικοινωνίας μπορούν να ταξινομηθούν με βάση τα πρωτόκολλα επικοινωνίας που χρησιμοποιούνται. Και σε αυτό το επιστημονικό πεδίο, οι αλλαγές είναι ταχύτερες επομένως μπορούμε μόνο να αναφέρουμε κάποια από τα πρωτόκολλα που χρησιμοποιούνται στις εφαρμογές που απαιτούν μετρήσεις φασιθετών όπως είναι το πρότυπο IEEE και το πρότυπο RS-232. Το σύστημα επικοινωνίας μπορεί να χρησιμοποιήσει οποιοδήποτε πρωτόκολλο, κρυπτογράφηση και αναδιάταξη των δεδομένων, αρκεί να αποκατασταθεί στην αρχική του μορφή όταν φτάσει στο δέκτη.

Τα μηνύματα των συσκευών PMU μπορούν να χαρτογραφηθούν με τη χρήση του πρωτοκόλλου ελέγχου μεταφοράς (Transmission Control Protocol ή TCP) ή του πρωτοκόλλου δεδομένων χρήστη (User Datagram Protocol ή UDT) και στη συνέχεια να προσπελαστούν με το κλασικό πρωτόκολλο διαδικτύου (Internet Protocol ή πιο κοινά IP). Η IP μπορεί να μεταφερθεί μέσω Ethernet ή άλλων μέσων μεταφοράς.

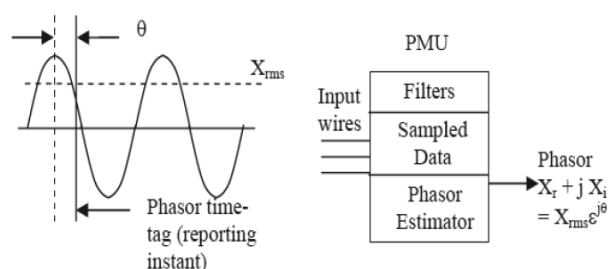
Τα τελευταία χρόνια, το πρότυπο IEC 61850 έχει προταθεί για την διευκόλυνση της προστασίας, του ελέγχου και άλλων λειτουργιών των υποσταθμών. Αυτό το πρότυπο δεν έχει αξιοποιηθεί ακόμα από την τεχνολογία PMU, μπορεί όμως να χρησιμοποιηθεί στο μέλλον.

## 2.7 Λειτουργικές απαιτήσεις των PMUs και PDCs

### 2.7.1 Συγχρονισμένη μέτρηση φασιθέτη

Προκειμένου να επιτευχθεί η διαλειτουργικότητα μεταξύ των PMU που κατασκευάζονται από διαφορετικές εταιρείες, είναι σημαντικό όλοι τα PMU να χρησιμοποιούν το ίδιο πρότυπο. Αυτό είναι το πρότυπο IEEE, του οποίου την εξέλιξη θα αναλύσουμε στη συνέχεια.

Ο όρος ‘συγχρονισμένη μέτρηση φασιθέτη’ εκδόθηκε για πρώτη φορά το 1995. Τα πρώτα PMUs που κατασκευάστηκαν και βασίζονταν σε αυτό το πρότυπο, εξετάστηκαν για τη διαλειτουργικότητα και διαπιστώθηκε ότι η απόδοσή τους σε μη ονομαστικές συχνότητες δεν ήταν ιδανική, κάτι που δεν ήταν αποδεκτό. Σύντομα βρέθηκε ότι το πρότυπο τότε δεν ήταν σαφές για τις αποδόσεις των PMU σε μη ονομαστικές συχνότητες. Έτσι, μια ομάδα επιστημόνων από το IEEE αναθεώρησε το πρότυπο, με αποτέλεσμα αυτό να υπάρχει έως και σήμερα, και να διευκρινίζει πλήρως τις απαιτήσεις για την απόκριση των PMU σε μη ονομαστικές συχνότητες. Οι απαιτήσεις αυτές μπορούν να εξηγηθούν με τη βοήθεια του σχήματος 2.9. Όπως ειπώθηκε σε προηγούμενη ενότητα, ο ορισμός ενός διανύσματος είναι ανεξάρτητος από τη συχνότητά του. Έτσι, αν τα σήματα που εισέρχονται στα PMUs είναι καθαρά ημιτονοειδή σήματα οποιασδήποτε συχνότητας και η εκτίμηση φάσης αναφέρεται όπως δείχνει το σχήμα, τότε το διάνυσμα εξόδου θα έχει μέτρο ίσο με την ενεργό τιμή του σήματος και η φασική γωνία θα είναι η γωνία  $\theta$ . Επίσης, είναι γνωστό ότι τα PMUs γενικά έχουν κάποια φίλτρα στην είσοδό τους, τα οποία προκαλούν μεταβολές στις φασικές γωνίες και πρέπει αυτές να ληφθούν υπόψη πριν την εκτίμηση του διανύσματος. Επιπλέον, η θετική ακολουθία των σημάτων που παρέχουν τα PMUs θα πρέπει να είναι σωστή ανεξάρτητα από τις εισόδους και για αυτό το λόγο το πρότυπο επιτρέπει μια απόκλιση συχνότητας  $\pm 5\text{Hz}$  από την ονομαστική. Άλλα χαρακτηριστικά του προτύπου είναι ότι καθορίζει τις απαιτήσεις για την ακρίβεια των μετρήσεων, και ότι παρέχει μια τυποποιημένη ώρα αναφοράς για τις φάσεις των διανυσμάτων, η οποία είναι το 1PPS (παλμός ανά δευτερόλεπτο ή Pulse per Second) του συστήματος GPS, και τα πολλαπλάσια αυτού δίνουν τις ονομαστικές περιόδους των σημάτων.

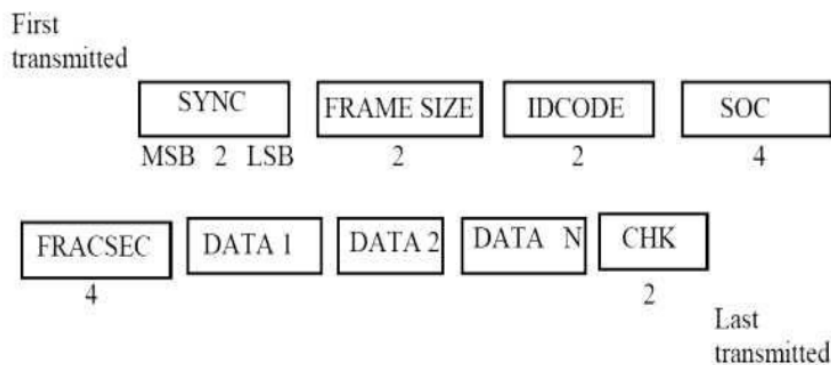


Σχήμα 2.9: Απόδοση των PMUs για εισόδους σημάτων οποιαδήποτε συχνότητας. Αριστερά φαίνεται το σήμα εισόδου στη συσκευή PMU και δεξιά η απαιτούμενη μορφή εξόδου της εκτίμησης φασιθέτη.

### 2.7.2 Μορφότυπο αρχείου της συγχρονισμένης μέτρησης φασιθέτη

Η δομή του αρχείου της συγχρονισμένης μέτρησης φασιθέτη είναι όμοια με το πρότυπο COMTRADE, το οποίο καθορίζει ορίζει τα αρχεία για προσωρινή συλλογή και διάδοση των δεδομένων. Το πρότυπο αυτό έχει κατασκευαστεί από τη Διεθνή Επιτροπή Ηλεκτροτεχνίας ( International Electrotechnical Commission ή IEC) και σήμερα είναι το κύριο διεθνές πρότυπο μορφής αρχείου που χρησιμοποιείται από κέντρα υπολογιστών, ψηφιακές συσκευές εγγραφής σφαλμάτων και άλλες εφαρμογές που σχετίζονται με μεταφορά δεδομένων σε ένα ΣΗΕ.

Σύμφωνα με το πρότυπο, ορίζονται τέσσερις τύποι αρχείων μετάδοσης δεδομένων από και προς τα PMUs. Τα τρία από αυτά δημιουργούνται από τα PMU («Αρχεία επικεφαλίδας», «Αρχεία ρυθμίσεων» και «Αρχεία δεδομένων») και χρησιμοποιούνται για την επικοινωνία τους με ανώτερα ιεραρχικά επίπεδα όπως πχ τις μονάδες PDC, ενώ το τέταρτο χρησιμοποιείται για επικοινωνία με την αντίστροφη φορά («Αρχεία εντολών»). Στο σχήμα 2.10 φαίνεται η κοινή δομή όλων των αρχείων.



Σχήμα 2.10: Δομή των αρχείων PMU. Οι αριθμοί κάτω από το κάθε τμήμα δηλώνουν τον αριθμό των bytes κάθε λέξης.

Η πρώτη λέξη των 2 bytes είναι για τον συγχρονισμό της μεταφοράς δεδομένων. Η δεύτερη λέξη ορίζει το συνολικό μέγεθος του αρχείου και η τρίτη λέξη προσδιορίζει την πηγή δεδομένων κατά μοναδικό τρόπο. Οι δύο επόμενες περιέχουν το δευτερόλεπτο του αιώνα (SOC) και το κλάσμα του δευτερολέπτου FRACSEC που δημιουργούνται τα δεδομένα. Τέλος, η τελευταία λέξη είναι το άθροισμα ελέγχου που βοηθάει στο προσδιορισμό λαθών κατά τη μετάδοση.

Το αρχείο επικεφαλίδας είναι ένα αρχείο αναγνώσιμο στον άνθρωπο με χρήσιμες πληροφορίες τις οποίες ο αποστολέας των δεδομένων μπορεί να επιθυμεί να μοιραστεί με τον αποδέκτη. Τα αρχεία ρυθμίσεων και δεδομένων είναι αρχεία αναγνώσιμα από μηχανή με σταθερές μορφές. Τα πρώτα παρέχουν πληροφορίες για την ερμηνεία των δεδομένων που περιέχουν τα αρχεία δεδομένων, ενώ τα δεύτερα παρέχουν δεδομένα φασιθετών όπως τη συχνότητα και το ρυθμό μεταβολής της συχνότητας που παράγονται στην έξοδο των συσκευών PMU και μπορεί να είναι είτε σε πολική είτε σε καρτεσιανή μορφή. Πρακτικά, τα αρχεία επικεφαλίδας και ρυθμίσεων αποστέλλονται από τα PMU, μόνο αν το

περιεχόμενό τους ορίζεται για πρώτη φορά.

Τα αρχεία εντολών χρησιμοποιούνται από υψηλότερα επίπεδα της ιεραρχίας ενός συστήματος εποπτείας για να ελέγχουν την λειτουργία των συσκευών PMU. Σήμερα έχουν οριστεί πολλά διαφορετικά είδη εντολών, ενώ έχουν βρεθεί και κώδικες για ακόμα περισσότερα που μπορεί να χρειαστούν στο μέλλον.

### 2.7.3 Τα αρχεία για τα PDC

Τα PDCs και τα Super PDCs είναι σημαντικά στοιχεία της οργάνωσης του συστήματος PMU. Οι κύριες λειτουργίες τους είναι να συγκρίνουν τα δεδομένα που δέχονται από διαφορετικά PMUs αλλά με όμοιες χρονικές σφραγίδες, να δημιουργούν αρχεία δεδομένων για μελλοντική χρήση, και να διαθέτουν τα δεδομένα στις εφαρμογές που τα χρειάζονται με την κατάλληλη ταχύτητα και καθυστέρηση. Προς το παρόν, δεν υπάρχουν βιομηχανικά πρότυπα για τα PDCs. Παρόλα αυτά, η δομή των αρχείων που χρησιμοποιούν τα PDCs είναι όμοια με τα αντίστοιχα των PMUs. Επίσης, δεν υπάρχουν διαθέσιμες συσκευές PDC στο εμπόριο, και αυτές που χρησιμοποιούνται στα δίκτυα έχουν κατασκευαστεί από ερευνητές ή κατασκευαστές συσκευών PMU. Όσο λοιπόν αυξάνεται η εφαρμογή της τεχνολογίας PMU γίνεται κατανοητό ότι θα δημιουργηθεί και κατάλληλο πρότυπο για αυτά τα σημαντικά μέρη του συστήματος PMU.

## 2.8 Βέλτιστη τοποθέτηση των μονάδων PMU

Όταν ένα νέο σύστημα εκτίμησης κατάστασης τίθεται σε εφαρμογή ή αναβαθμίζεται ένα προϋπάρχον, προκύπτει το πρόβλημα της σωστής και πιο αποδοτικής τοποθέτησης των μονάδων PMU, καθώς και του ελάχιστου αριθμού τους ώστε το δίκτυο να είναι παρατηρήσιμο. Αυτό γίνεται διότι οι μονάδες PMU κοστίζουν ακριβά, με αποτέλεσμα μόνο ένας μικρός αριθμός αυτών να είναι δυνατό να εγκατασταθούν σε ένα δίκτυο, όπως επίσης και γιατί ένα σύστημα δε μπορεί να μην έχει καθόλου συμβατικές μετρήσεις και να εκτιμάται μόνο από μετρήσεις συσκευών PMU. Επομένως, η σωστή κατανομή τους σε διάφορες θέσεις του δικτύου είναι πολύ σημαντική για την βέλτιστη εκτίμηση της κατάστασης ενός ΣΗΕ.

Κάθε συσκευή PMU μπορεί να καταμετρά το διάνυσμα τάσης στον ζυγό που τοποθετείται, καθώς και τα διανύσματα ρεύματος σε όλους τους κλάδους που συνδέονται με αυτόν. Πρακτικά, τα PMUs που κατασκευάζονται σήμερα έχουν δυνατότητα μέτρησης ρεύματος σε 3-4 κλάδους το πολύ για κάθε ζυγό, επομένως περιορίζεται κάπως ο αριθμός των διαθέσιμων ζυγών. Αρχικά, εφοδιάζονται με συγχρονισμένες μετρήσεις ζυγοί που είναι σε σημαντικές θέσεις, όπως σε περιοχές οικονομικής σημασίας ή με πολλά φορτία, ή ζυγοί που θεωρούνται σημεία για μελλοντική επέκταση του δικτύου.

Αντίθετα, υπάρχουν αρκετοί ζυγοί που εξαιρούνται από τη λίστα πιθανών τοποθεσιών για εγκατάσταση PMU. Τέτοιοι είναι οι ακτινικοί ζυγοί στους οποίους αν τοποθετηθεί μονάδα PMU, θα έχουμε μετρήσεις τάσεως που αφορούν δύο ζυγούς, τον ακτινικό και τον γειτονικό του και με την ίδια λογική θα έχουμε μέτρηση ρεύματος μόνο σε έναν κλάδο, αυτόν που τους συνδέει. Επίσης, εξαιρούνται και οι ζυγοί μηδενικής εγχύσεως οι οποίοι συνδέονται με το πολύ 2 κλάδους.

Σήμερα, υπάρχουν πολλοί αλγόριθμοι που υπολογίζουν την βέλτιστη κατανομή των μο-

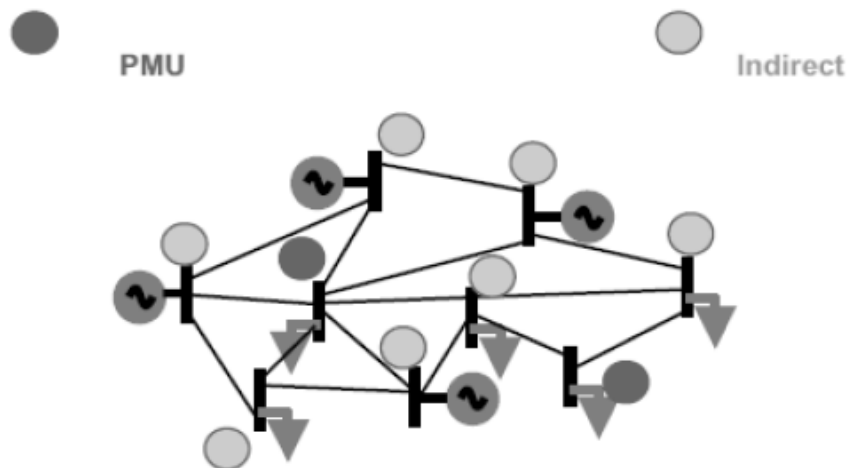
νάδων PMU στο δίκτυο καθώς και τον ελάχιστο αριθμό τους, ενώ επίσης υπάρχουν αλγόριθμοι που βρίσκουν την καλύτερη τοποθέτησή τους ώστε να βελτιώσουν την απόδοση κι άλλων εφαρμογών όπως η ανίχνευση σφαλμάτων και η εκτίμηση παραμέτρων.

## 2.9 Εφαρμογές των μονάδων PMU

Σήμερα, υπάρχουν πολλές εφαρμογές των PMUs που έχουν ήδη υλοποιηθεί ενώ παράλληλα υπάρχουν και αρκετές που έχουν προταθεί για το μέλλον. Οι πιο σημαντικές από αυτές που υπάρχουν στη σύγχρονη βιβλιογραφία και αναφέρονται εδώ είναι η εκτίμηση κατάστασης, η αξιοπιστία συστήματος, η ακρίβεια μετρήσεων, ο έλεγχος συστήματος, η σταθερότητα, η προστασία και καταγραφή σφαλμάτων. Ακολουθεί μια πιο λεπτομερής περιγραφή τους.

### • Εκτίμηση κατάστασης

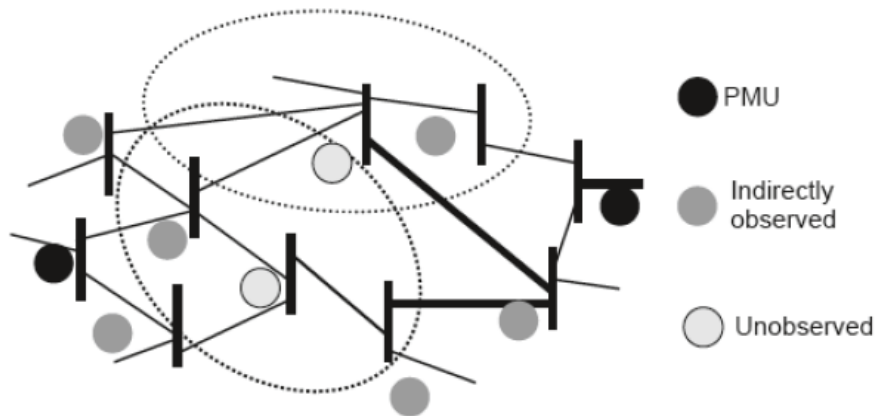
Όπως έχουμε αναφέρει και παραπάνω, οι συγχρονισμένες μετρήσεις φασινητών της θετικής ακολουθίας τάσεων και ρευμάτων αποτελεί πλέον βασικό εργαλείο στην εκτίμηση κατάστασης. Για να γίνει όμως η εκτέλεση του αλγορίθμου εκτίμησης κατάστασης με μετρήσεις PMU θα πρέπει το δίκτυο να είναι πλήρως παρατηρήσιμο. Οι μονάδες PMU τοποθετούνται σε κομβικά σημεία του δικτύου και οι μετρήσεις που παρέχουν δίνουν σημαντικές πληροφορίες για τα κέντρα ελέγχου. Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, μια συσκευή PMU μετράει τη τάση του ζυγού στον οποίο έχει εγκατασταθεί καθώς και τις τάσεις των ζυγών με τους οποίους συνδέεται αυτός έμμεσα, μέσω των μετρήσεων ρευμάτων στους κλάδους.



Σχήμα 2.11: Οι μετρήσεις ρευμάτων παρέχουν έμμεσα τα διανύσματα τάσεων των ζυγών που συνδέουν.

Επίσης, είναι δυνατό να χωριστεί το δίκτυο σε παρατηρήσιμες και μη παρατηρήσιμες νησίδες ώστε η εκτίμηση κατάστασης με συγχρονισμένες μετρήσεις να γίνει ξεχωριστά στα παρατηρήσιμα μέρη του δικτύου, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.13:





Σχήμα 2.12: Εκτίμηση κατάστασης χωρίς πλήρη παρατηρησιμότητα.

Όπως ειπώθηκε παραπάνω, τα σημερινά δίκτυα έχουν συμβατικές και συγχρονισμένες μετρήσεις επομένως υπάρχουν και διαφόρων τύπων υβριδικοί αλγόριθμοι εκτίμησης κατάστασης. Σε αυτή τη περίπτωση, με τον συνδυασμό όλων των μετρήσεων προκύπτει ένα υβριδικό μη γραμμικό σύστημα. Υπάρχουν επίσης αλγόριθμοι δυο βημάτων όπου στο πρώτο βήμα γίνεται εκτίμηση κατάστασης μόνο των συγχρονισμένων μετρήσεων, και στη συνέχεια τα αποτελέσματα του πρώτου και οι συμβατικές μετρήσεις χρησιμοποιούνται στο δεύτερο βήμα.

• **Αξιοπιστία ΣΗΕ**

Πολλές πτυχές των εφαρμογών ΣΗΕ βασίζονται σε ανακριβή υπολογιστικά μοντέλα και προσομοιώσεις. Οι παράμετροι αυτών των μοντέλων θα πρέπει να εκτιμηθούν αν είναι άγνωστες. Αυτό επιτρέπει την πιθανότητα ύπαρξης σφαλμάτων κατά τη διάρκεια υπολογισμού των προσομοιώσεων. Πλέον είναι πιθανό να επαληθευθούν τα δεδομένα που λαμβάνονται από τέτοιες εφαρμογές χρησιμοποιώντας δεδομένα πραγματικού χρόνου. Στο παρελθόν, αυτή η λειτουργία ήταν χρονοβόρα ανέφικτη ή και αδύνατη. Αυτή η επαλήθευση μοντέλου είναι πολύ χρήσιμη σε παλαιότερα ΣΗΕ όπου πολλές συνιστώσες ίσως να μην ακολουθούν με ακρίβεια τις προδιαγραφές των κατασκευαστών. Πολλά σφάλματα μπορούν να προκύψουν όταν μικρές αλλαγές σε παραμέτρους όπως οι σταθερές χρόνου γεννητριών που δεν εναρμονίζονται με τις προδιαγραφές με τις οποίες έχει μοντελοποιηθεί το σύστημα.

• **Ακρίβεια Μετρήσεων**

Η ακρίβεια των δεδομένων που παρέχουν οι μονάδες PMU είναι ένα από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα στις εφαρμογές των ΣΗΕ. Αυτό φαίνεται και στην επίδραση που έχει η τοποθέτηση σταθεροποιητή σε μια μεγάλη μονάδα γεννήτριας. Το μόνο διαθέσιμο μέσο που μπορεί να ελέγξει τον σταθεροποιητή είναι η συσκευή καταγραφής σφαλμάτων. Παρόλα αυτά, αυτός ο εξοπλισμός δεν έχει τη δυνατότητα να ανιχνεύσει τις επιδράσεις στον σταθεροποιητή για μεταβολές μικρότερες του 1% του συστήματος. Ωστόσο, η τεχνολογία PMU έδωσε μια πολύ ακριβή αναπαράσταση του δικτύου κατά τη διάρκεια μικρών μεταβολών και τις επακόλουθες επιδράσεις του σταθεροποιητή στο δίκτυο.

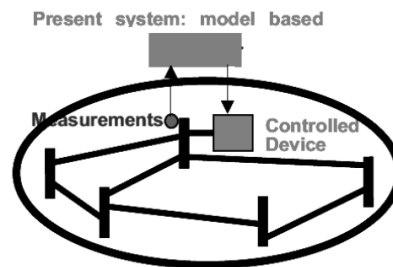
Σε μεγαλύτερη κλίμακα, η ακρίβεια στους παραμέτρους του συστήματος επιτρέπουν στους χειριστές να τρέχουν το σύστημα πολύ κοντά στα όριά του ή να προβλέπει πότε

πρέπει να τροφοδοτηθούν φορτία μεγαλύτερης ισχύος. Αυτό το μοντέλο χρησιμοποιείται σήμερα στη Σκανδιναβία, όπου χρησιμοποιείται «έξυπνος» έλεγχος με βάση τις συγχρονισμένες μετρήσεις ως εναλλακτικός τρόπος πρόσθεσης επιπλέον γραμμών μεταφοράς σε μια περιοχή του δικτύου με πολλά φορτία. Αν τα φορτία αυτά συνεχίσουν να αυξάνονται απαιτώντας νέες γραμμές να συνδεθούν, ο έξυπνος έλεγχος μπορεί να επέμβει παρέχοντας μια προσωρινή λύση για ένα υπερφορτωμένο κομμάτι δικτύου.

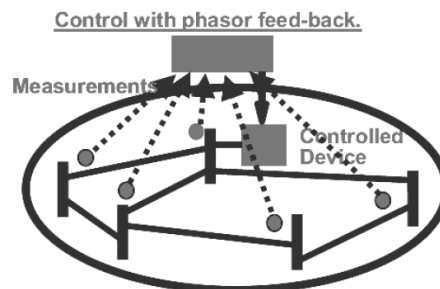
### • Έλεγχος ΣΗΕ

Πριν την εισαγωγή των συγχρονισμένων μετρήσεων, ο συνολικός έλεγχος των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας γινόταν με χρήση συμβατικών μετρήσεων και ενός μαθηματικού μοντέλου για μεγαλύτερα δίκτυα. Με αυτό τον τρόπο ο έλεγχος δεν ήταν ο βέλτιστος και τα αποτελέσματά του θα μπορούσαν να είναι εντελώς λανθασμένα όταν τα μοντέλα που χρησιμοποιούνταν ήταν ανακριβή. Η ιδέα της χρήσης συγχρονισμένων μετρήσεων ώστε να βελτιωθεί ο έλεγχος ήταν υπό έρευνα για πολλά χρόνια.

Οι υψηλής ταχύτητας συγχρονισμένες μετρήσεις φασιτετών που παρέχουν οι μονάδες PMU προσφέρουν μια πολύ ελκυστική εναλλακτική λύση στα προβλήματα του ελέγχου των ΣΗΕ. Μετρήσεις από απομακρυσμένες περιοχές μπορούν να μεταφέρονται στις συσκευές ελέγχου με πολύ μεγάλη ταχύτητα μέσω του συστήματος PMU. Τέτοιοι ελεγκτές μελετώνται εδώ και πολλά χρόνια για τη χρήση τους σε έλεγχο των σταθεροποιητών του ΣΗΕ, για την διέγερση των γεννητριών, όπως οι συσκευές HVDC (High-Voltage Direct Current).



Σχήμα 2.13: Ελεγκτές με χρήση συμβατικών μετρήσεων και μοντέλων.



Σχήμα 2.14: Ελεγκτές με συγχρονισμένες μετρήσεις φασιτετών.

### • Σταθερότητα ΣΗΕ

Η ικανότητα μια μονάδας PMU να ελέγχει τάσεις και γωνίες σε πραγματικό χρόνο είναι ένα πολύτιμο εργαλείο για την ανάλυση σταθερότητας του δικτύου. Πολλές φορές όταν

ένα σύστημα κινδυνεύει με αστάθεια, αυτό μπορεί να αναγνωριστεί μέσω των τιμών των γωνιών ή των μέτρων τάσεως, όταν αυτά προσεγγίζουν ένα κρίσιμο σημείο. Αν δοθεί στον χειριστή προειδοποίηση για αστάθεια, πρέπει να γίνουν άμεσες διορθωτικές κινήσεις για να αποφευχθεί μια πιθανώς επικίνδυνη κατάσταση για το δίκτυο. Οι αποκλίσεις στις φασικές γωνίες μπορούν να παρατηρηθούν άμεσα από τα δεδομένα συγχρονισμένων μετρήσεων. Αντίθετα, η κατάρρευση τάσεως απαιτεί επιπλέον υπολογισμούς για να αναγνωριστεί. Στην περίπτωση απόκλισης συχνότητας, γίνονται διορθωτικές κινήσεις που περιλαμβάνουν διαίρεση του συστήματος σε τομείς με κοινή συχνότητα, που ονομάζονται «νησίδες». Ο σκοπός είναι η διαίρεση του συστήματος ενώ ακόμα διατηρείται η ισορροπία παραγωγής-κατανάλωσης ισχύος στο σύστημα. Ο καλύτερος τρόπος διαίρεσης επιτυγχάνεται μέσω της off-line ανάλυσης, η οποία βασίζεται σε υπολογισμούς για υποθετικές συμπεριφορές του δικτύου. Σε ένα σύστημα που γίνεται ασταθές, το θεωρητικό μοντέλο του δικτύου που υπολογίζεται μπορεί να είναι ανακριβές. Οι συγχρονισμένες μετρήσεις μπορούν να δώσουν στο χειριστή δεδομένα πραγματικού χρόνου από το σύστημα, δίνοντας μια πιο ξεκάθαρη εικόνα των συνεπειών της διαίρεσης του δικτύου σε νησίδες. Συχνά, όταν αποκαθίσταται η σταθερότητα στο δίκτυο, οι νησίδες επανασυνδέονται ώστε να επιστρέψει το δίκτυο στη κανονική του λειτουργία. Όταν δυο ζυγοί, που διαχωρίζονται από μία γραμμή με ανοιχτούς διακόπτες, πρόκειται να επανασυνδεθούν, είναι σημαντικό οι γωνίες των δυο ζυγών να είναι πανομοιότυπες. Αν η διαφορά γωνιών είναι αρκετά μεγάλη, το σύστημα είναι πιθανό να ξαναγίνει ασταθές. Οι μονάδες PMU μπορούν να ελέγχουν τα δεδομένα των γωνιών από τους ζυγούς, κάνοντας την επανασύνδεση ασφαλέστερη και πιο αξιόπιστη.

### • Προστασία ΣΗΕ

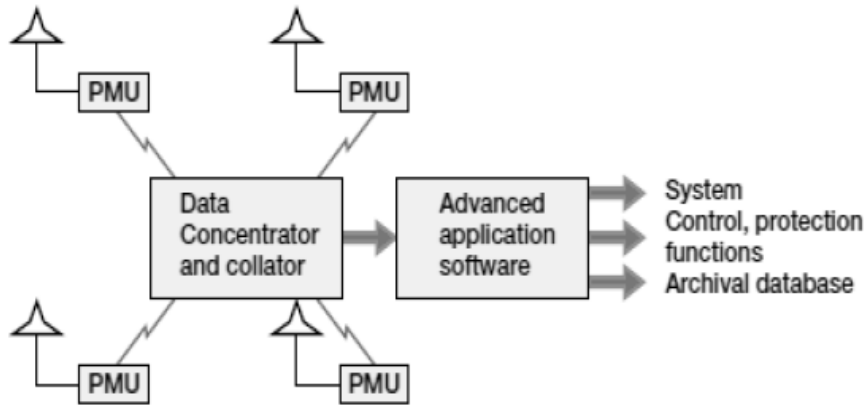
Τομείς της προστασίας στους οποίους οι συγχρονισμένες μετρήσεις φασιθετών μπορούν να παίξουν κάποιο ρόλο, είναι η ασφάλεια και η αξιοπιστία. Το υπάρχον σύστημα προστασίας χαρακτηρίζεται από ένα πολύ αποτελεσματικό πρωταρχικό πλάνο σε συνδυασμό με πολλά εφεδρικά. Έτσι είναι εξαιρετικά αξιόπιστο και σχεδόν όλα τα σφάλματα αντιμετωπίζονται επιτυχώς. Παρόλα αυτά, καθώς το σύστημα εξελίσσεται, βρέθηκε ότι κατά τη διάρκεια μεγάλων διαταραχών μπορεί να προκληθεί ακόμα και κατάρρευση του συστήματος. Οι μετρήσεις των PMU μπορούν να δώσουν λύση, βοηθώντας στη πρόβλεψη τέτοιων καταστάσεων.

Άλλη μια δημοφιλής καινοτομία στα σύγχρονα συστήματα προστασίας είναι η αυξανόμενη χρήση των Remedial Action Schemes (RAS), ή όπως έχουν τώρα μετονομαστεί System Integrity Protection Schemes (SIPS). Αυτά τα σχέδια χρησιμοποιούν μετρήσεις από μια ευρεία περιοχή ώστε να αναγνωριστούν οι συνθήκες κάτω από τις οποίες πρέπει να γίνουν έκτακτες ενέργειες για την πρόληψη μεγάλων διαταραχών στο δίκτυο. Είναι γνωστό από τη θεωρία μας ότι κάτω από τέτοιες συνθήκες, αν ελαττωθούν τα φορτία του δικτύου τότε το σύστημα θα συνεχίσει να λειτουργεί ενώ αντίθετα αν τα φορτία συνεχίσουν να τροφοδοτούνται στη πλειονότητά τους, τότε το σύστημα είναι πολύ πιθανό να οδηγηθεί σε μπλακάουτ.

### • Καταγραφή Σφαλμάτων

Οι μονάδες PMU μπορούν να παρέχουν κυματομορφές με συχνότητα 60Hz κατά τη διάρκεια σφαλμάτων στο δίκτυο, χρησιμοποιώντας ξεχωριστά κανάλια. Αυτό το χαρακτηριστικό δίνει στο χειριστή μια γραφική αναπαράσταση πραγματικού χρόνου του συστήματος κατά τη διάρκεια σφαλμάτων, και επίσης επιτρέπει μεταβατικές αναλύσεις

πραγματικού χρόνου. Οι μετρήσεις PMU μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν για τον ακριβή καθορισμό της τοποθεσίας, του χρόνου και των συνεπειών κάθε σφάλματος που είναι δύσκολο να προσομοιωθεί, αποδεικνύοντας ότι οι εφαρμογές που χρησιμοποιούν δεδομένα συγχρονισμένων μετρήσεων είναι πολύ σημαντικές για την ανάλυση του συστήματος κατά τη διάρκεια διαταραχών.



Σχήμα 2.15: Εφαρμογές των PMUs στα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας.

## 2.10 Σύγκριση του συστήματος SCADA με τα PMUs

Στον παρακάτω πίνακα, γίνεται μια μικρή σύγκριση των ιδιοτήτων του συστήματος SCADA, με τις μονάδες PMU:

| Attribute              | SCADA                           | PMUs                            |
|------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| Μετρήσεις              | Αναλογικές                      | Ψηφιακές                        |
| Ανάλυση                | 2 ~ 4 δείγματα ανά δευτερόλεπτο | Έως 60 δείγματα το δευτερόλεπτο |
| Παρατηρησιμότητα       | Μόνιμη Κατάσταση                | Μόνιμη και Μεταβατική Κατάσταση |
| Εποπτεία               | Τοπική                          | Ευρείας περιοχής                |
| Μέτρηση φασικής γωνίας | Όχι                             | Ναι                             |

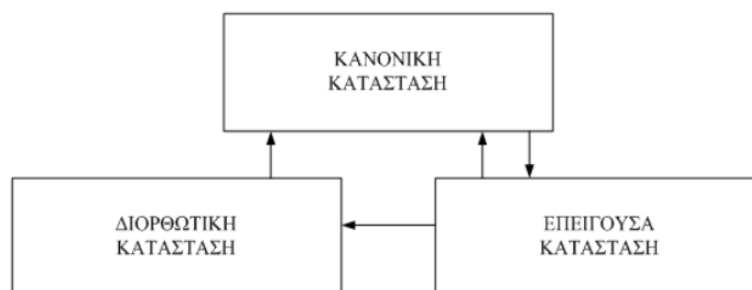
Πίνακας 2.1: Σύγκριση συστημάτων SCADA και PMU

# Κεφάλαιο 3

## Εφαρμογή Εκτίμησης Κατάστασης

### 3.1 Εισαγωγικά

Οι συνθήκες κάτω από τις οποίες λειτουργεί ένα Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας(Σ.Η.Ε.) ανά πάσα χρονική στιγμή, μπορούν να προσδιοριστούν πλήρως αν είναι γνωστό το μοντέλο του δικτύου και οι παραστατικοί μιγαδικοί των τάσεων(μέτρο και γωνία) κάθε ζυγού. Εφόσον οι παραστατικοί μιγαδικοί των τάσεων προσδιορίζουν πλήρως το σύστημα, αναφέρονται ως στατική κατάσταση συστήματος. Υπάρχουν τρεις πιθανές καταστάσεις για ένα σύστημα, η κανονική, η επείγουσα και η διορθωτική με τη σχέση που φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.

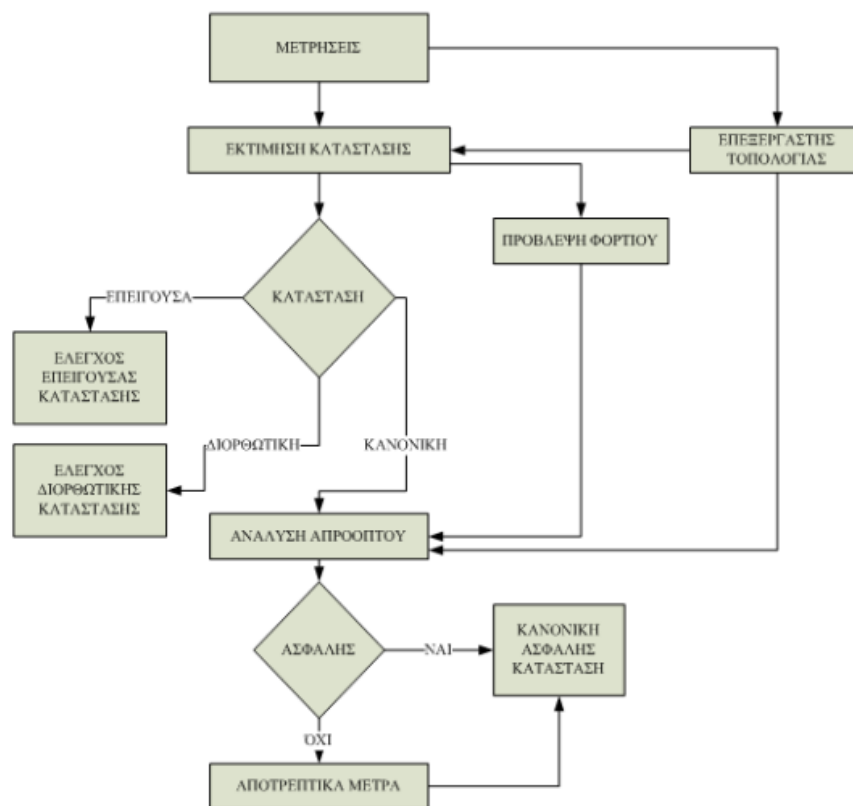


Η εισαγωγή της εκτίμησης κατάστασης στα Κέντρα Ελέγχου Ενέργειας διέυρνε τις δυνατότητες των συστημάτων SCADA, τα οποία οδήγησαν στα Συστήματα Διαχείρισης Ενέργειας (Energy Management Systems—EMS). Για να αναγνωριστεί η τρέχουσα λειτουργική κατάσταση του συστήματος, οι εκτιμητές κατάστασης διευκολύνουν στην ακριβή και αποδοτική παρακολούθηση των λειτουργικών περιορισμών ορισμένων ποσοτήτων, όπως η φόρτιση των γραμμών μεταφοράς ή τα μέτρα τάσεων των ζυγών. Επίσης, παρέχουν μια βάση δεδομένων του συστήματος, πραγματικού χρόνου, περιλαμβανομένης της τρέχουσας κατάστασης, πάνω στην οποία μπορούν να εφαρμοστούν λειτουργίες ελέγχου ασφάλειας του συστήματος. Συνήθως, οι εκτιμητές κατάστασης περιλαμβάνουν τις παρακάτω λειτουργίες:

- **Επεξεργαστής Τοπολογίας:** Συγκεντρώνει δεδομένα κατάστασης των αποζευκτών και διακοπών και παράγει το τρέχον μονογραμμικό διάγραμμα του συστήματος.

- **Ανάλυση Παρατηρησιμότητας:** Προσδιορίζει αν μπορεί να ληφθεί μία λύση από τον εκτιμητή κατάστασης, χρησιμοποιώντας το διαθέσιμο σύνολο μετρήσεων. Επίσης, αναγνωρίζει μη παρατηρήσιμους κλάδους και παρατηρήσιμες νησίδες του συστήματος, αν υπάρχουν.
- **Εκτίμηση κατάστασης:** Προσδιορίζει τη βέλτιστη εκτίμηση για την κατάσταση του συστήματος. Αυτή αποτελείται από τα μέτρα και τις γωνίες των τάσεων όλων των ζυγών του συστήματος.
- **Επεξεργασία μη αποδεκτών δεδομένων:** Εντοπίζει τα μεγάλα σφάλματα στο σύνολο των μετρήσεων. Επιπλέον, αναγνωρίζει και εξαλείφει μη αποδεκτές μετρήσεις, με την προϋπόθεση να υπάρχει πλεόνασμα μετρήσεων.
- **Επεξεργασία παραμέτρων και δομικών σφαλμάτων:** Κάνει εκτίμηση διάφορων παραμέτρων του δικτύου. Εντοπίζει δομικά σφάλματα στην τρέχουσα διαμόρφωση του δικτύου και αναγνωρίζει τους αποζεύκτες που αναφέρουν λανθασμένη κατάσταση.

Από τα παραπάνω, είναι εμφανές ότι ο εκτιμητής κατάστασης είναι ο «πυρήνας» της ανάλυσης ασφάλειας. Λειτουργεί ως φίλτρο ανάμεσα στις ακατέργαστες μετρήσεις και τις υπόλοιπες εφαρμογές που απαιτούν αξιόπιστα δεδομένα.



Σχήμα 3.1: μπλοκ διάγραμμα της ανάλυσης ασφάλειας

## 3.2 Ανάλυση Παρατηρησιμότητας

Λαμβάνοντας υπόψη το διαθέσιμο σύνολο μετρήσεων, η ανάλυση παρατηρησιμότητας προσδιορίζει εάν ολόκληρο το διάνυσμα κατάστασης, δηλαδή οι γωνίες και τα μέτρα των τάσεων των ζυγών του δικτύου, μπορεί να εκτιμηθεί ή κάποια τμήματά τους. Το δίκτυο είναι παρατηρήσιμο αν όλο το διάνυσμα κατάστασης μπορεί να εκτιμηθεί, ειδικά τα μέρη του δικτύου που μπορούν να εκτιμηθούν ονομάζονται παρατηρήσιμες 'νησίδες'. Ο αλγόριθμος της ανάλυσης παρατηρησιμότητας χωρίζεται σε δυο κατηγορίες: αριθμητική και τοπολογική παρατηρησιμότητα.

### 3.2.1 Αριθμητική Παρατηρησιμότητα

Το δίκτυο είναι παρατηρήσιμο, αν ο αριθμός των ανεξάρτητων στηλών της Ιακωβιανής μήτρας  $H(x)$  είναι ίσος με το μέγεθος του διανύσματος κατάστασης πλην ένα. Διαφορετικά, υπάρχουν παρατηρήσιμες νησίδες. Ένας ακόμα αριθμητικός τρόπος είναι ο έλεγχος της διαγωνίου της μήτρας κέρδους  $G(x)$ . Συγκεκριμένα, το δίκτυο είναι παρατηρήσιμο αν η μήτρα κέρδους μπορεί να υπολογιστεί χωρίς να προκύψουν μηδενικά στα διαγώνια στοιχεία της. Αλλιώς, εισάγονται ψευδομετρήσεις γωνίας τάσεως ή έγχυσης ισχύος στους μη παρατηρήσιμους ζυγούς ώστε να εξαλειφθούν τα αντίστοιχα μηδενικά στη διαγώνιο της  $G(x)$  ή θεωρούνται μη παρατηρήσιμες νησίδες και εκτιμώνται οι υπόλοιποι ζυγοί.

Ο αλγόριθμος αυτός είναι πολύ απλός και εύκολος και χρησιμοποιείται στην εκτίμηση κατάστασης. Το μοναδικό του πρόβλημα είναι ότι πολύ μικρές τιμές συνήθως στρογγυλοποιούνται στο μηδέν στους υπολογισμούς, κι αυτό κάνει δύσκολη την επιλογή των σωστών μη παρατηρήσιμων νησίδων με βάση τα διαγώνια στοιχεία της μήτρας κέρδους.

### 3.2.2 Τοπολογική Παρατηρησιμότητα

Χωρίς να χρησιμοποιεί τις αριθμητικές τιμές των μετρήσεων, ο αλγόριθμος της τοπολογικής παρατηρησιμότητας χρησιμοποιεί την συνδεσιμότητα του δικτύου σε συνδυασμό με την τοπολογία των μετρήσεων και καθορίζει αν το δίκτυο είναι παρατηρήσιμο ή προσδιορίζει τις παρατηρήσιμες νησίδες. Η επαρκής και απαραίτητη συνθήκη για να είναι παρατηρήσιμο το δίκτυο, είναι οι μετρήσεις να δημιουργούν τουλάχιστον ένα δέντρο που να περιέχει όλους τους ζυγούς (όχι απαραίτητα και όλους τους κλάδους). Αν όχι, τότε ο αλγόριθμος ψάχνει για παρατηρήσιμες νησίδες με την ίδια μέθοδο μικρών δέντρων, ή προσθέτει ψευδομετρήσεις για να δημιουργήσει δέντρο μετρήσεων και να κάνει παρατηρήσιμο το δίκτυο.

Τα παραπάνω υλοποιούνται με δυο βήματα. Όλοι οι αλγόριθμοι τοπολογικής παρατηρησιμότητας αρχικά φτιάχνουν θεμελιώδη δέντρα με βάση τις ροές ισχύος, και καθορίζουν τους οριακούς ζυγούς οι οποίοι είτε συνδέουν αυτά τα δέντρα μεταξύ τους είτε συνδέονται με μη παρατηρήσιμους κόμβους. Στη συνέχεια, οι περισσότεροι αλγόριθμοι τοποθετούν μετρήσεις έγχυσης ισχύος σε γειτονικούς τους ζυγούς. Υπάρχουν και αρκετοί αλγόριθμοι που αντιμετωπίζουν το δεύτερο βήμα με διαφορετικό τρόπο.

### 3.3 Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης

Η στατική εκτίμηση κατάστασης αναφέρεται στη διαδικασία λήψης των μετρήσεων τάσεων (μέτρου και φάσης), σε όλους τους ζυγούς του συστήματος, κάθε χρονική στιγμή. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με άμεση λήψη συγχρονισμένων μετρήσεων από όλους τους ζυγούς του συστήματος. Ωστόσο, μια τέτοια μέθοδος δεν θα ήταν αξιόπιστη, εξαιτίας των σφαλμάτων των μετρήσεων αλλά και της αδυναμίας απόλυτα ταυτόχρονης λήψης μετρήσεων από απομακρυσμένους ζυγούς. Αντί αυτής της μεθόδου, η εκτίμηση κατάστασης χρησιμοποιεί ένα επαρκές σύνολο μετρήσεων, προκειμένου να φιλτράρει τα σφάλματα και να υπολογίσει τη βέλτιστη εικόνα του συστήματος. Όπως προαναφέρθηκε, ταυτόχρονες μετρήσεις από διαφορετικά μέρη του συστήματος είναι πρακτικά αδύνατες και γι' αυτό το λόγο μια χρονική απόκλιση ανάμεσα στις μετρήσεις είναι ανεκτή. Η ανοχή δικαιολογείται εξαιτίας των αργά μεταβαλλόμενων συνθηκών ενός Σ.Η.Ε. στην κανονική λειτουργία.

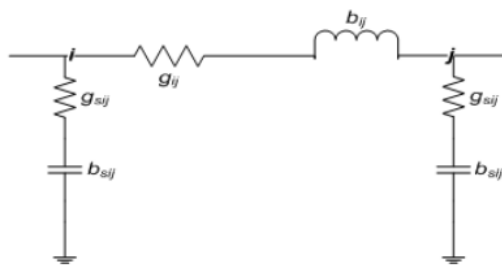
Ο ορισμός της κατάστασης του συστήματος περιλαμβάνει μόνο τις μιγαδικές τάσεις των ζυγών του συστήματος, στη μόνιμη κατάσταση. Βέβαια, υπονοείται ότι η τοπολογία του δικτύου και οι παράμετροί του είναι πλήρως γνωστά. Ωστόσο, σφάλματα στις παραμέτρους ή την τοπολογία εμφανίζονται μερικές φορές, εξαιτίας βλαβών σε εξοπλισμό. Τέτοια σφάλματα μπορούν να αντισταθμιστούν από τον εκτιμητή κατάστασης.

#### 3.3.1 Υποθέσεις

Το Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας θεωρείται ότι λειτουργεί στη μόνιμη συμμετρική κατάσταση. Αυτό σημαίνει ότι όλα τα φορτία, οι ροές ισχύος, οι γραμμές μεταφοράς και οι εγκάρσιες αγωγιμότητες του δικτύου θα είναι τριφασικά και συμμετρικά μεγέθη. Οι παραπάνω προϋποθέσεις επιτρέπουν τη χρήση του μονοφασικού ισοδύναμου για την εξαγωγή των μοντέλων των διαφόρων στοιχείων και τελικά του μοντέλου όλου του συστήματος. Επιπλέον, όλα τα μεγέθη εκφράζονται στο ανά - μονάδα σύστημα. Τα ακόλουθα μοντέλα στοιχείων θα χρησιμοποιηθούν στην ανάλυση του ΣΗΕ.

##### 3.3.1.1 Γραμμές Μεταφοράς

Οι γραμμές μεταφοράς αναπαρίστανται με το δίθυρο ισοδύναμο “π”. Το μοντέλο μιας τέτοιας γραμμής μεταφοράς, που συνδέει το ζυγό  $i$  με το ζυγό  $j$ , αποτελείται από μία εν σειρά σύνθετη αγωγιμότητα  $y_{ij} = g_{ij} + jb_{ij}$  και δύο εγκάρσιες σύνθετες αγωγιμότητες  $y_{sij} = g_{sij} + jb_{sij}$ , μία συνδεδεμένη στο ζυγό  $i$  και μία στο ζυγό  $j$ . Το σχήμα του μοντέλου φαίνεται στο σχήμα 3.2.

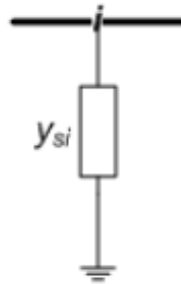


Σχήμα 3.2: π μοντέλο



### 3.3.1.2 Εγκάρσια Στοιχεία

Τα εγκάρσια στοιχεία μπορεί να είναι είτε πυκνωτές είτε αυτεπαγωγές και χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο της τάσης ή της άεργου ισχύος. Αναπαρίστανται με μία εγκάρσια φανταστική αγωγιμότητα  $y_{si} = jb_{si}$ . Το πρόσημο της τιμής της αγωγιμότητας καθορίζει τον τύπο του εγκάρσιου στοιχείου: αν είναι θετικό ( $b_{si} > 0$ ) αντιστοιχεί σε εγκάρσιο πυκνωτή, ενώ αν είναι αρνητικό ( $b_{si} < 0$ ) αντιστοιχεί σε εγκάρσια αυτεπαγωγή. Το σχήμα του μοντέλου φαίνεται στο σχήμα 3.3.



Σχήμα 3.3: εγκάρσιος πυκνωτής

### 3.3.1.3 Φορτία και Γεννήτριες

Τα φορτία σταθερής ισχύος και οι γεννήτριες αναπαρίστανται ως ισοδύναμες μιγαδικές εγχύσεις ισχύος και ως εκ τούτου δεν έχουν καμία επίδραση στο μοντέλο του δικτύου. Η γεννήτρια έχει μιγαδική έγχυση  $\tilde{S}_{Gi} = P_{Gi} + jQ_{Gi}$  με θετική ενεργό ισχύ, ενώ το φορτίο σταθερής ισχύος έχει μιγαδική έγχυση  $\tilde{S}_{Di} = P_{Di} + jQ_{Di}$  με αρνητική ενεργό ισχύ. Αντίθετα, τα φορτία σταθερής αγωγιμότητας έχουν επίδραση στο μοντέλο του δικτύου και αναπαρίστανται ως εγκάρσιες σύνθετες αγωγιμότητες  $y_{si} = g_{si} + jb_{si}$ . Στο Σχήμα 3.4 φαίνονται τα σχήματα για φορτίο σταθερής αγωγιμότητας, σταθερής ισχύος και γεννήτριας αντίστοιχα.

|                              | Ενεργός Ισχύς P   | Άεργος Ισχύς Q    |
|------------------------------|-------------------|-------------------|
| Φορτίο Σταθερής Αγωγιμότητας | $P > 0$ ή $P < 0$ | $Q > 0$ ή $Q < 0$ |
| Φορτίο Σταθερής Ισχύος       | $P < 0$           | $Q > 0$ ή $Q < 0$ |
| Γεννήτρια                    | $P > 0$           | $Q > 0$ ή $Q < 0$ |



Σχήμα 3.4: φορτίο σταθερής αγωγιμότητας, σταθερής ισχύος και γεννήτριας

### 3.3.1.4 Μετασχηματιστές

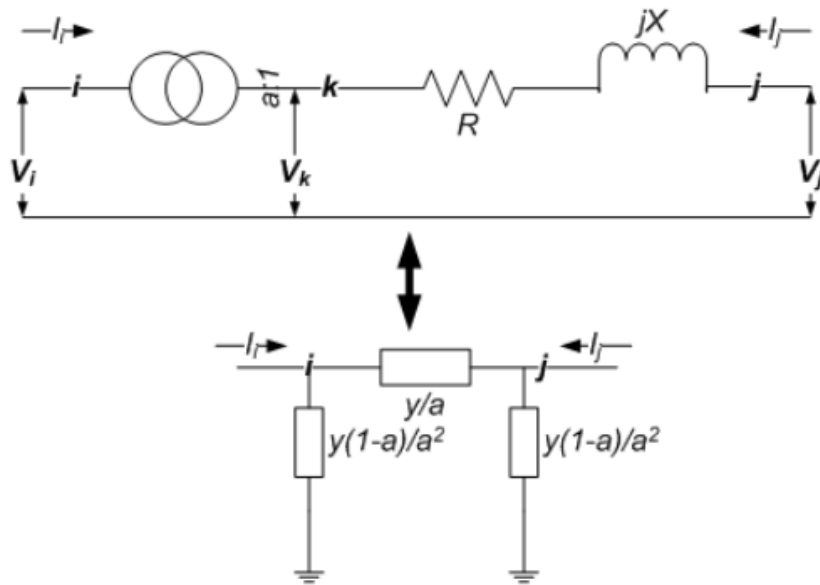
Ο πραγματικός μετασχηματιστής μοντελοποιείται ως ένας ιδανικός μετασχηματιστής, με λόγο μετασχηματισμού  $a$  εν σειρά με μια ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση  $Z = R + jX$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.5. Οι ακροδέκτες του πραγματικού μετασχηματιστή αντιστοιχούν στους ζυγούς  $i$  και  $j$ . Οι εξισώσεις κόμβων του δίφυρου δικτύου προκύπτουν αν εκφραστούν κατάλληλα τα ρεύματα  $I_{kj}$  και  $I_j$  στα άκρα του κλάδου της σύνθετης αντίστασης. Αν η σύνθετη αγωγιμότητα του κλάδου  $k$ - $\theta$  είναι  $y = \frac{1}{Z}$ , τότε τα ρεύματα συναρτήσει των τάσεων  $v_k$  και  $v_j$  δίνονται από το σύστημα εξισώσεων :

$$\begin{bmatrix} I_{kj} \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & -y \\ -y & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{kj} \\ v_j \end{bmatrix}$$

Αν αντικατασταθούν το ρεύμα  $I_{kj}$  και η τάση  $v_k$  με  $\begin{cases} I_{kj} = \alpha \cdot I_i \\ v_k = \frac{v_i}{\alpha} \end{cases}$ , τότε:

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y}{a^2} & \frac{-y}{a} \\ \frac{-y}{a} & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \end{bmatrix}$$

Το σχήμα του τελικού μοντέλου του μετασχηματιστή φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 3.5: μοντέλο μετασχηματιστή

### 3.3.1.5 Γενικευμένος Ζυγός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας - Διάνυσμα κατάστασης σε πολικές συντεταγμένες

Ας θεωρήσουμε το γενικευμένο ζυγό  $i$  ενός ΣΗΕ. Σε αυτόν συνδέεται μια γραμμή μεταφοράς, της οποίας το άλλο άκρο συνδέεται στο ζυγό  $j$  και παριστάνεται με το ισοδύναμο  $\pi$  μοντέλο. Στο ζυγό  $i$  είναι επίσης συνδεδεμένη μία εγκάρσια σύνθετη αγωγιμότητα  $y_{si}$ , που παριστάνει οποιονδήποτε συνδυασμό πυκνωτών, αυτεπαγωγών ή φορτίων σταθερής σύνθετης αγωγιμότητας. Η γεννήτρια που συνδέεται στο ζυγό  $i$  εγχέει μιγαδική ισχύ  $\tilde{S}_{Gi}$ , ενώ το αντίστοιχο φορτίο σταθερής ισχύος απορροφά μιγαδική ισχύ  $\tilde{S}_{Di}$ . Η μιγαδική τάση στο ζυγό  $i$  συμβολίζεται με  $\tilde{V}_i$  και η μιγαδική τάση στο ζυγό  $j$  με  $\tilde{V}_j$ . Μετασχηματιστής δεν υπάρχει στο ζυγό  $i$ , αλλά αν υπήρχε θα ήταν συνδεδεμένος εν σειρά με τη γραμμή μεταφοράς, οπότε θα μπορούσε να υπολογιστεί ένα ισοδύναμο κύκλωμα που θα αποτερείτο από μία σύνθετη αγωγιμότητα γραμμής  $y_{ij}$  και δύο εγκάρσιες αγωγιμότητες  $y_{sij}$ , όπως στο σχήμα 3.6. Τα μιγαδικά μεγέθη των τάσεων μπορούν να εκφραστούν σε τριγωνομετρική μορφή, ενώ οι σταθερές σύνθετες αγωγιμότητες σε καρτεσιανή μορφή:

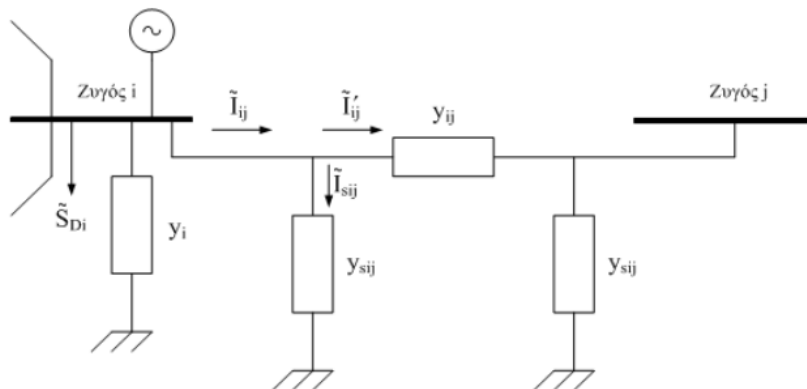
$$\tilde{V}_i = V_i \cos \delta_i + j \sin \delta_i$$

$$\tilde{V}_j = V_j \cos \delta_j + j \sin \delta_j$$

$$y_{ij} = g_{ij} + j b_{ij}$$

$$y_{sij} = g_{sij} + j b_{sij}$$

$$y_i = g_i + j b_i$$



Σχήμα 3.6: Γενικευμένος Ζυγός

Οι εξισώσεις έγχυσης και ροής ισχύος συναρτήσεσι των μέτρων τάσεων, γωνιών τάσεων και αγωγιμοτήτων, είναι οι παρακάτω:

$$P_i = V_i^2 \sum_{j \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + V_i^2 g_i - V_i \sum_{j \in a(i)} V_j \{ g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \}$$

$$Q_i = -V_i^2 \sum_{j \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) + V_i^2 b_i - V_i \sum_{j \in a(i)} V_j \{g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)\}$$

$$P_{ij} = V_i^2 (g_{ij} + g_{sij}) - V_i V_j \sum_{j \in a(i)} V_j \{g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)\}$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) - V_i V_j \sum_{j \in a(i)} V_j \{g_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) - b_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)\}$$

όπου,

$\mathbf{P}_i, \mathbf{Q}_i$ , η έγχυση ενεργού (αέργου) ισχύος στο ζυγό  $i$

$\mathbf{P}_{ij}, \mathbf{Q}_{ij}$ , η ροή ενεργού (αέργου) ισχύος στη γραμμή  $i-j$

$\mathbf{V}_i, \delta_i$ , το μέτρο και το όρισμα της τάσης του ζυγού  $i$

Στις εξισώσεις ισχύος το σύνολο  $a(i)$  είναι το σύνολο των ζυγών οι οποίοι είναι συνδεδεμένοι με το ζυγό  $i$  και η διαφορά  $\delta_i - \delta_j$  γράφεται για λόγους συντομίας ως  $\delta_{ij}$ .

Εάν θέσουμε:

$$a_{ij} = g_{ij} \cos(\delta_{ij}) + b_{ij} \sin(\delta_{ij})$$

$$\beta_{ij} = g_{ij} \sin(\delta_{ij}) - b_{ij} \cos(\delta_{ij})$$

Τότε οι εκφράσεις ενεργού και αέργου ισχύος, γίνονται:

$$P_i = V_i^2 \sum_{j \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + V_i^2 g_i - V_i \sum_{j \in a(i)} V_j a_{ij}$$

$$Q_i = -V_i^2 \sum_{j \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) + V_i^2 b_i - V_i \sum_{j \in a(i)} V_j \beta_{ij}$$

$$P_{ij} = V_i^2 (g_{ij} + g_{sij}) - V_i V_j a_{ij}$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 (b_{ij} + b_{sij}) - V_i V_j \beta_{ij}$$

Παράλληλα, η τιμή του ρεύματος που διαρρέει τη γραμμή  $i-j$  υπολογίζεται με βάση τον 1ο κανόνα του Kirchhoff:

$$\tilde{I}_{ij} = \tilde{V}_i y_{sij} + (\tilde{V}_i - \tilde{V}_j) y_{ij} = \tilde{V}_i (y_{sij} + y_{ij}) - \tilde{V}_j y_{ij}$$

ή

$$\tilde{I}_{ij} = \{V_i [(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j]\} + \\ j \{V_i [(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [b_{ij} \cos \delta_j - g_{ij} \sin \delta_j]\}$$

Θεωρώντας ότι το πραγματικό και φανταστικό μέρος του ρεύματος συμβολίζονται με  $I_{ij,r}$  και  $I_{ij,i}$ , αντίστοιχα θα έχουμε ότι:

$$I_{ij,r} = V_i [(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j]$$

$$I_{ij,i} = V_i [(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [b_{ij} \cos \delta_j - g_{ij} \sin \delta_j]$$

Η πολική μορφή της μιγαδικής έκφρασης του ρεύματος, θα είναι:

$$\tilde{I}_{ij} = I_{ij} \angle \theta_{ij}$$

όπου  $I_{ij} = \sqrt{I_{ij,r}^2 + I_{ij,i}^2}$  το μέτρο και  $\theta_{ij} = \arctan\left(\frac{I_{ij,i}}{I_{ij,r}}\right)$  το όρισμα του μιγαδικού. Πιο αναλυτικά οι εκφράσεις για το μέτρο και το όρισμα, δίνονται από τις σχέσεις:

$$I_{ij} = \sqrt{A_{ij} V_i^2 B_{ij} V_j^2 + 2C_{ij} V_i V_j}$$

όπου

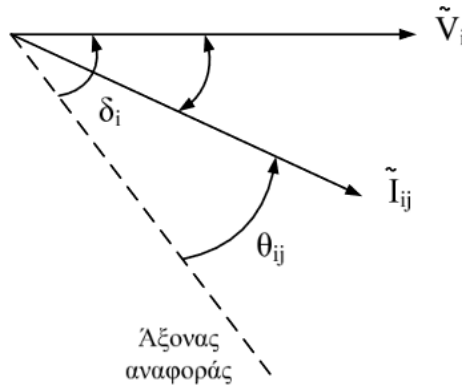
$$A_{ij} = [(g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2]$$

$$B_{ij} = (g_{ij}^2 + g_{sij}^2)$$

$$C_{ij} = [(b_{ij} + b_{sij}) \beta_{ij} - (g_{ij} + g_{sij}) a_{ij}]$$

$$\theta_{ij} = \arctan \left\{ \frac{V_i [(b_{ij} + b_{sij}) \cos \delta_i + (g_{ij} + g_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [b_{ij} \cos \delta_j - g_{ij} \sin \delta_j]}{V_i [(g_{ij} + g_{sij}) \cos \delta_i - (b_{ij} + b_{sij}) \sin \delta_i] - V_j [g_{ij} \cos \delta_j - b_{ij} \sin \delta_j]} \right\}$$

Παραστατικά η γωνία αυτή φαίνεται στο σχήμα 3.7.



Σχήμα 3.7: Γωνίες Διανυσμάτων

### 3.3.1.6 Γενικευμένος Ζυγός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας - Διάνυσμα κατάστασης σε καρτεσιανές συντεταγμένες

Ας θεωρήσουμε και πάλι το γενικευμένο ζυγό ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας  $i$ , όπως φαίνεται στο σχήμα 3.8. Εάν το διάνυσμα κατάστασης είναι εκπεφρασμένο σε καρτεσιανές συντεταγμένες, τότε τα διανύσματα των τάσεων και του ρεύματος μπορούν να γραφούν ως εξής:

$$\tilde{V}_i = E_i + jF_i$$

$$\tilde{V}_j = E_j + jF_j$$

$$\tilde{I}_{ij} = I_{ij,r} + jI_{ij,i}$$

Η αναλυτική έκφραση του ρεύματος, εφαρμόζοντας και πάλι τον 1ο κανόνα του Kirchhoff, θα δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{ij} = & \{ (g_{sij} + g_{ij}E_i - (b_{sij} + b_{ij}F_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j)) \} + \\ & j \{ (g_{sij} + g_{ij}F_i - (b_{sij} + b_{ij}E_i - g_{ij}F_j - b_{ij}E_j)) \} \end{aligned}$$

και επομένως το πραγματικό και φανταστικό μέρος του ρεύματος  $I_{ij,r}$  και  $I_{ij,i}$  θα δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις :

$$I_{ij,r} = [ (g_{sij} + g_{ij}E_i - (b_{sij} + b_{ij}F_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j)) ]$$

$$I_{ij,i} = [ g_{sij} + g_{ij}F_i - (b_{sij} + b_{ij}E_i - g_{ij}F_j - b_{ij}E_j) ]$$

Οι σχέσεις αυτές εκφράζουν τις μετρήσεις ρεύματος σε καρτεσιανή μορφή.

Η μιγαδική ροή ισχύος ορίζεται ως  $S_{ij} = V_i I_{ij}^*$ . Επομένως:

$$\begin{aligned} S_{ij} &= (E_i + jF_i)(I_{ij,r} - jI_{ij,i}) = E_i I_{ij,r} + F_i I_{ij,i} - jE_i I_{ij,i} + jF_i I_{ij,r} \\ &= (E_i I_{ij,r} + F_i I_{ij,i}) + j(F_i I_{ij,r} - E_i I_{ij,i}) \end{aligned}$$

Η ισχύς αυτή μπορεί να εκφρασθεί ως  $S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij}$ , όπου  $P_{ij} = E_i I_{ij,r} + F_i I_{ij,i}$  και  $Q_{ij} = F_i I_{ij,r} - E_i I_{ij,i}$  οι ροές ενεργού και αέργου ισχύος στη γραμμή  $i-j$ . Πιο αναλυτικά, τόσο οι εκφράσεις των ροών όσο και των εγχύσεων, θα δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$P_{ij} = (g_{sij} + g_{ij})(E_i^2 + F_i^2) + E_i(-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j) - F_i(g_{ij}F_j + b_{ij}E_j)$$

$$Q_{ij} = -(b_{sij} + b_{ij})(E_i^2 + F_i^2) + E_i(g_{ij}F_j + b_{ij}E_j) + F_i(-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j)$$

$$P_i = (E_i^2 + F_i^2) \sum_{j \in a(i)} (g_{sij} + g_{ij}) + E_i \sum_{j \in a(i)} (-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j) - F_i \sum_{j \in a(i)} (g_{ij}F_j + b_{ij}E_j)$$

$$Q_i = -(E_i^2 + F_i^2) \sum_{j \in a(i)} (b_{sij} + b_{ij}) + E_i \sum_{j \in a(i)} (g_{ij}F_j + b_{ij}E_j) + \sum_{j \in a(i)} (-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j)$$

όπου και πάλι  $a(i)$  είναι το σύνολο των ζυγών που είναι συνδεδεμένοι με το ζυγό  $i$ .

### 3.3.2 Εκτίμηση Μέγιστης Πιθανοφάνειας

Ο στόχος της εκτίμησης κατάστασης είναι ο προσδιορισμός της πιο πιθανής κατάστασης του συστήματος, βάσει κάποιων μετρούμενων ποσοτήτων. Ένας τρόπος να επιτευχθεί αυτός ο στόχος, είναι με τη χρήση της Εκτίμησης Μέγιστης Πιθανοφάνειας. Τα σφάλματα των μετρήσεων υποτίθεται ότι έχουν γνωστή κατανομή πιθανότητας με άγνωστες παραμέτρους. Η μικτή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας όλων των μετρήσεων, μπορεί να γραφεί βάσει αυτών των άγνωστων παραμέτρων. Αυτή η συνάρτηση αναφέρεται ως συνάρτηση πιθανοφάνειας και παίρνει τη μέγιστη τιμή της όταν οι άγνωστες παράμετροι επιλεγούν ώστε να είναι πιο «κοντά» στις πραγματικές τους τιμές. Επομένως, ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μπορεί να οριστεί, προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η συνάρτηση πιθανοφάνειας, συναρτήσει των άγνωστων παραμέτρων. Η λύση θα δώσει την εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας για τις παραμέτρους που μας ενδιαφέρουν.

Συνήθως, τα σφάλματα των μετρήσεων υποτίθεται πως έχουν κανονική κατανομή, της οποίας οι παράμετροι είναι η μέση τιμή  $\mu$  και η διασπορά  $\sigma^2$ . Κατόπιν, το πρόβλημα της εκτίμησης μέγιστης πιθανοφάνειας επιλύεται γι' αυτές τις δύο παραμέτρους.

#### 3.3.2.1 Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας Κανονικής Κατανομής

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κανονικής κατανομής για μια τυχαία μεταβλητή  $z$  ορίζεται ως:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2} \left\{ \frac{z - \mu}{\sigma} \right\}^2}$$

όπου

$z$ : τυχαία μεταβλητή

$\mu$ : μέση τιμή της  $z (= E(z))$

$\sigma$ : τυπική απόκλιση της  $z$

Η συνάρτηση  $f(z)$  αλλάζει σχήμα ανάλογα με τις τιμές των παραμέτρων  $\mu$  και  $\sigma$ . Ωστόσο, το σχήμα μπορεί να κανονικοποιηθεί εφαρμόζοντας αλλαγή μεταβλητής:

$$u = \frac{z - \mu}{\sigma}$$

όποτε:

$$E(u) = \frac{1}{\sigma}(E(z) - \mu) = 0$$

$$Var(u) = \frac{1}{\sigma^2}Var(z - \mu) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1$$

Η νέα συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μετασχηματίζεται στην:

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{u^2}{2}}$$

### 3.3.2.2 Η Συνάρτηση Πιθανοφάνειας

Έστω η μικτή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που αναπαριστά την πιθανότητα μέτρησης  $m$  ανεξάρτητων μετρήσεων, κάθε μία από τις οποίες έχει την ίδια κανονική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Η μικτή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μπορεί να εκφραστεί ως γινόμενο όλων των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας, αφού κάθε μέτρηση θεωρείται ανεξάρτητη από τις άλλες:

$$f_m(z) = f(z_1)f(z_2)\dots f(z_m)$$

όπου  $z_i$  : η  $i$ -οστή μέτρηση

$$z^T : [z_1, z_2, \dots, z_m]$$

Η συνάρτηση  $f_m(z)$  ονομάζεται συνάρτηση πιθανοφάνειας της τυχαίας μεταβλητής  $z$ . Ουσιαστικά, εκφράζει ένα μέτρο της πιθανότητας να παρατηρηθεί ένα συγκεκριμένο σύνολο μετρήσεων στο διάνυσμα  $z$ .

Ο στόχος της εκτίμησης μέγιστης πιθανοφάνειας είναι η μεγιστοποίηση της συνάρτησης πιθανοφάνειας, μεταβάλλοντας, εν προκειμένω, τις παραμέτρους  $\mu$  και  $\sigma$ . Για διευκόλυνση στους υπολογισμούς, η συνάρτηση αντικαθίσταται από το λογάριθμό της. Η νέα συνάρτηση λέγεται συνάρτηση Λογαριθμου-Πιθανοφάνειας, συμβολίζεται με  $L$  και δίνεται από:

$$\begin{aligned} L &= \log f_m(z) = \sum_{i=1}^m \log f(z_i) = \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left( \frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 - \frac{m}{2} \log 2\pi - \sum_{i=1}^m \log \sigma_i \end{aligned}$$

Για να μεγιστοποιηθεί η συνάρτηση Λογαριθμου-Πιθανοφάνειας, πρέπει:

- να μεγιστοποιηθεί η  $\log f_m(z)$
- να ελαχιστοποιηθεί το  $\sum_{i=1}^m \left( \frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2$



αφού οι υπόλοιποι όροι του αθροίσματος είναι σταθεροί. Το πρόβλημα ελαχιστοποίησης μπορεί να γραφεί συναρτήσει της διαφοράς  $r_i = z_i - \mu_i = z_i - E(z_i)$ . Η μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής,  $\mu$ , μπορεί να εκφραστεί ως  $h_i(x)$ , δηλαδή ως μία μη γραμμική συνάρτηση που συνδέει το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος  $x$  με την  $i$ -οστή μέτρηση. Το τετράγωνο της διαφοράς  $r_i^2$  πολλαπλασιάζεται με το βάρος  $W_{ii} = \sigma_i^{-2}$ . Τελικά, το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του όρου  $\sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i}\right)^2$  θα είναι ισοδύναμο με το παρακάτω:

$$\begin{aligned} & \text{ελαχιστοποίηση του } \sum_{i=1}^m W_{ii} r_i^2 \\ & \text{με } z_i = h_i(x) + r_i, i = 1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

Η λύση του παραπάνω προβλήματος λέγεται σταθμισμένη εκτιμήτρια ελαχίστων τετραγώνων για το διάνυσμα κατάστασης  $x$ .

### 3.3.2.3 Μοντέλο Μετρήσεων και Υποθέσεις

Έστω το παρακάτω σύνολο μετρήσεων:

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ h_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \cdot \\ \cdot \\ h_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ e_m \end{bmatrix} = h(x) + e$$

όπου

$$h^T = [h_1(x), h_2(x), \dots, h_m(x)]$$

$h_i(x)$  είναι η μη γραμμική συνάρτηση που συνδέει την  $i$ -οστή μέτρηση με το διάνυσμα κατάστασης  $x$ .

$$x^T = [x_1, x_2, \dots, x_m]$$

$$e^T = [e_1, e_2, \dots, e_m]$$

Συνήθως, γίνονται οι παρακάτω υποθέσεις, σχετικά με τις στατιστικές ιδιότητες των σφαλμάτων των μετρήσεων:

- $E(e_i) = 0, i = 1, \dots, m$
- Τα σφάλματα των μετρήσεων είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους:  $E[e_i e_j] = 0$  Άρα,  $Cov(e) = E[ee^T] = R = \text{diag}\{\sigma_1^2, \sigma_1^2, \dots, \sigma_m^2\}$ .

Η σταθμισμένη εκτιμήτρια ελαχίστων τετραγώνων θα πρέπει να ελαχιστοποιήσει την παρακάτω συνάρτηση:

$$J(x) = \sum_{i=1}^m \left( \frac{(z_i - h_i(x))^2}{R_{ii}} \right) = [z - h(x)]^T \cdot R^{-1} \cdot [z - h(x)]$$

Για να είναι ελάχιστη η  $J(x)$  πρέπει να ικανοποιούνται τουλάχιστον οι συνθήκες πρώτης τάξης, δηλαδή:

$$g(x) = \frac{\partial J(x)}{\partial x} = -H^T(x)R^{-1}[z - h(x)] = 0$$

$$\text{όπου } H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x}$$

Αναπτύσσουμε την  $g(x)$  σε σειρά Taylor, γύρω από το σημείο  $x^k$ :

$$g(x) = g(x^k) + G(x^k)(x - x^k) + \dots = 0$$

Αγνοούμε τους όρους υψηλότερης τάξης ώστε να φτάσουμε σε μια επαναληπτική λύση, που είναι γνωστή ως μέθοδος Gauss-Newton:

$$x^{k+1} = x^k - [G(x^k)]^{-1} \cdot g(x^k)$$

όπου

$k$  είναι ο δείκτης της επανάληψης

$x^k$  είναι το διάνυσμα κατάστασης στην επανάληψη  $k$ ,

$$G(x^k) = \frac{\partial g(x^k)}{\partial x} = H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot H(x^k), \quad g(x^k) = -H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot (z_i - h(x^k))$$

Ο πίνακας  $G(x)$  λέγεται μήτρα κέρδους. Είναι αραιός, θετικά ορισμένος και συμμετρικός, υπό την προϋπόθεση ότι το σύστημα είναι πλήρως παρατηρήσιμο. Γενικά, κατά την επίλυση, ο  $G(x)$  δεν αντιστρέφεται, αλλά παραγοντοποιείται σε δύο τριγωνικούς πίνακες (έναν άνω και έναν κάτω τριγωνικό) και κατόπιν το σύστημα εξισώσεων επιλύεται με εμπρός - πίσω αντικατάσταση σε κάθε επανάληψη  $k$ :

$$G(x^k)\Delta x^{k+1} = H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot [(z_i - h(x^k))]$$

$$\text{όπου } \Delta x^{k+1} = x^{k+1} - x^k$$

Το παραπάνω σύνολο εξισώσεων αναφέρεται ως “ Κανονικές Εξισώσεις ” (Normal Equations).

### 3.3.3 Αλγόριθμος Εκτίμησης Κατάστασης Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων

Η λύση των Κανονικών Εξισώσεων είναι επαναληπτική και γι' αυτό το λόγο απαιτείται μια αρχική εικάσια για το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος  $x_0$ . Στην περίπτωση των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας θεωρούμε μοναδιαία μέτρα τάσεων ( ανά - μονάδα ) και μηδενικές γωνίες τάσεων (rad). Τα βήματα του αλγορίθμου είναι τα ακόλουθα:

1. Εκκίνηση επαναλήψεων και ορισμός του δείκτη επανάληψης  $k = 0$ .
2. Αρχικοποίηση του διανύσματος κατάστασης στην τιμή  $x^0$ , που αναφέρθηκε πριν.
3. Υπολογισμός του πίνακα κέρδους  $G(x^k)$ .

4. Υπολογισμός του δεξιού μέλους  $t^k = H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot (z_i - h(x^k))$
5. Παραγοντοποίηση του  $G(x^k)$  και επίλυση για την εύρεση του  $\Delta x^{k+1}$ .
6. Έλεγχος για σύγκλιση, αν το  $\max|\Delta x^{k+1}| \leq \epsilon$ , όπου  $\epsilon$  το μέγιστο σφάλμα.
7. Αν όχι,  $x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$ ,  $k = k + 1$  και επιστροφή στο βήμα 3. Αν ναι, τέλος.

Ο παραπάνω αλγόριθμος περιλαμβάνει τους εξής υπολογισμούς σε κάθε επανάληψη  $k$ :

1. Υπολογισμός του δεξιού μέλους  $t^k = H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot (z_i - h(x^k))$ 
  - (α') Υπολογισμός της συνάρτησης μετρήσεων,  $h(x^k)$ .
  - (β') Δημιουργία της Ιακωβιακής μετρήσεων,  $H(x^k)$ .
2. Υπολογισμός της  $G(x^k)$  και επίλυση των Κανονικών εξισώσεων.
  - (α') Δημιουργία του πίνακα κέρδους  $G(x^k)$ .
  - (β') Παραγοντοποίηση του  $G(x^k)$  σε LU.
  - (γ') Εφαρμογή εμπρος - πίσω αντικατάστασης για την εύρεση του  $\Delta x^{k+1}$ .

### 3.3.3.1 Μη Γραμμική Συνάρτηση Μετρήσεων $h(x^k)$ - Διάνυσμα κατάστασης σε πολικές συντεταγμένες

Οι μετρήσεις μπορεί να είναι διαφόρων ειδών. Όμως, οι πιο συνηθισμένοι τύποι μετρήσεων είναι ροές ισχύος γραμμών, εγχύσεις ισχύος ζυγών και μέτρα τάσεων ζυγών. Αυτές οι μετρήσεις μπορούν να εκφραστούν συναρτήσει των μεταβλητών κατάστασης του διανύσματος κατάστασης  $x^k$ , είτε σε καρτεσιανό είτε σε πολικό σύστημα συντεταγμένων. Αν χρησιμοποιηθεί πολικό σύστημα συντεταγμένων για ένα σύστημα  $n$  ζυγών, το διάνυσμα κατάστασης  $x^k$  θα έχει  $2n$  στοιχεία, εφόσον μιλάμε για ύπαρξη PMUs και αναφορά το GPS,  $n$  μέτρα τάσεων ζυγών και  $n$  γωνίες τάσεων ζυγών. Δηλαδή, το διάνυσμα  $x^k$  θα είναι:

$$x^T = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n, V_1, V_2, \dots, V_n]$$

### 3.3.3.2 Ιακωβιανή Μήτρα Μετρήσεων $H$ - Διάνυσμα κατάστασης σε πολικές συντεταγμένες

Η δομή της Ιακωβιανής Μήτρας έχει την παρακάτω δομή:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \delta} & \frac{\partial P_i}{\partial V} \\ \frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta} & \frac{\partial P_{ij}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \delta} & \frac{\partial Q_i}{\partial V} \\ \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta} & \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V} \\ 0 & \frac{\partial V_i}{\partial V} \end{bmatrix}$$

Με παραγωγή των εξισώσεων έγχυσης και ροής ισχύος, προκύπτουν οι ακόλουθες αναλυτικές εκφράσεις των επιμέρους στοιχείων:

- Μετρήσεις έγχυσης ενεργού ισχύος

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = V_i \sum_{j \in a(i)} V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij}) = V_i \sum_{j \in a(i)} V_j \beta_{ij}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -V_i V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij}) = -V_i V_j \beta_{ij}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i}{\partial V_i} &= 2V_i \sum_{j \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + 2V_i g_i - \sum_{j \in a(i)} V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}) = \\ &= 2V_i \sum_{j \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + 2V_i g_i - \sum_{j \in a(i)} V_j a_{ij} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}) = -V_i a_{ij}$$

- Μετρήσεις έγχυσης αέργου ισχύος

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = -V_i \sum_{j \in a(i)} V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}) = -V_i \sum_{j \in a(i)} V_j a_{ij}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = V_i V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}) = V_i V_j a_{ij}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} &= -2V_i \sum_{j \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - 2V_i b_i - \sum_{j \in a(i)} V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij}) = \\ &= -2V_i \sum_{j \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) - 2V_i b_i - \sum_{j \in a(i)} V_j \beta_{ij} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij}) = -V_i \beta_{ij}$$

- Μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_i} = V_i V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij}) = V_i V_j \beta_{ij}$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \delta_j} = -V_i V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij}) = -V_i V_j \beta_{ij}$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} = -V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}) + 2V_i (g_{ij} + g_{sij}) = -V_j a_{ij} + 2V_i (g_{ij} + g_{sij})$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}) = -V_i a_{ij}$$

- Μετρήσεις ροής αέργου ισχύος

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_i} = -V_i V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}) = -V_i V_j a_{ij}$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_j} = V_i V_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}) = V_i V_j a_{ij}$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} = -V_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij}) - 2V_i (b_{ij} + b_{sij}) = -V_j \beta_{ij} - 2V_i (b_{ij} + b_{sij})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = -V_i (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij}) = -V_i \beta_{ij}$$

- Μετρήσεις μέτρων τάσεων

$$\frac{\partial V_i}{\partial V_i} = 1, \frac{\partial V_i}{\partial V_j} = 0, \frac{\partial V_i}{\partial \delta_i} = 0, \frac{\partial V_i}{\partial \delta_j} = 0$$

Η Ιακωβιανή μήτρα μπορεί να διευρυνθεί ακόμη περισσότερο, ώστε να συμπεριλάβει μετρήσεις γωνιών και ρευμάτων. Έτσι έχουμε :

- Μετρήσεις ορισμάτων τάσεων

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial V_i} = 0, \frac{\partial \delta_i}{\partial V_j} = 0, \frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_i} = 1, \frac{\partial \delta_i}{\partial \delta_j} = 0$$

- Μετρήσεις μέτρων ρευμάτων

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i V_j D_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial \delta_j} = -\frac{V_i V_j D_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_i} = \frac{V_i A_{ij} + V_j C_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

$$\frac{\partial I_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_j B_{ij} + V_i C_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

- Μετρήσεις ορισμάτων ρευμάτων

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{V_i^2 A_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_i} = -\frac{V_j D_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

$$\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial V_j} = \frac{V_i D_{ij}}{\sqrt{V_i^2 A_{ij} + V_j^2 B_{ij} + 2V_i V_j C_{ij}}}$$

όπου

$$A_{ij} = (g_{ij} + g_{sij})^2 + (b_{ij} + b_{sij})^2$$

$$B_{ij} = (g_{ij}^2 + b_{ij}^2)$$

$$C_{ij} = [-(g_{ij} + g_{sij})a_{ij} + (b_{ij} + b_{sij})\beta_{ij}]$$

$$D_{ij} = [(g_{ij} + g_{sij})\beta_{ij} + (b_{ij} + b_{sij})a_{ij}]$$

Εάν οι μετρήσεις ρεύματος εκφράζονται σε καρτεσιανή μορφή, τότε οι αντίστοιχες παράγωγοι είναι οι ακόλουθες:

- Μετρήσεις πραγματικού μέρους ρευμάτων

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial \delta_i} = -V_i [(g_{ij} + g_{sij})\sin\delta_i + (b_{ij} + b_{sij})\cos\delta_i]$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial \delta_j} = V_j [g_{ij}\sin\delta_j + b_{ij}\cos\delta_j]$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial V_i} = [(g_{ij} + g_{sij})\cos\delta_i - (b_{ij} + b_{sij})\sin\delta_i]$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial V_j} = -[g_{ij}\cos\delta_j - b_{ij}\sin\delta_j]$$

- Μετρήσεις φανταστικού μέρους ρευμάτων

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial \delta_i} = V_i [(g_{ij} + g_{sij})\cos\delta_i - (b_{ij} + b_{sij})\sin\delta_i]$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial \delta_j} = -V_j [g_{ij}\cos\delta_j - b_{ij}\sin\delta_j]$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial V_i} = [(b_{ij} + b_{sij})\cos\delta_i + (g_{ij} + g_{sij})\sin\delta_i]$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial V_j} = -[b_{ij}\cos\delta_j + g_{ij}\sin\delta_j]$$

### 3.3.3.3 Ιακωβιανή Μήτρα Μετρήσεων H - Διάνυσμα κατάστασης σε καρτεσιανές συντεταγμένες

Η δομή της ιακωβιανής μήτρας μετρήσεων έχει την παρακάτω δομή:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{ij}}{\partial E} & \frac{\partial P_{ij}}{\partial F} \\ \frac{\partial P_i}{\partial E} & \frac{\partial P_i}{\partial F} \\ \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial F}{\partial F} \\ \frac{\partial Q_{ij}}{\partial E} & \frac{\partial Q_{ij}}{\partial F} \\ \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial F}{\partial F} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial E} & \frac{\partial Q_i}{\partial F} \\ \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial F}{\partial F} \\ \frac{\partial V_i}{\partial E} & 0 \\ \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial F}{\partial F} \\ 0 & \frac{\partial V_i}{\partial F} \end{bmatrix}$$

Με παραγωγή των εξισώσεων έγχυσης και ροής ισχύος προκύπτουν οι ακόλουθες αναλυτικές εκφράσεις των επιμέρους στοιχείων:

- Μετρήσεις έγχυσης ενεργού ισχύος

$$\frac{\partial P_i}{\partial E_i} = 2E_i \sum_{j \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) + \sum_{j \in a(i)} (-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial E_j} = -g_{ij}E_i - b_{ij}F_i$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial F_i} = 2F_i \sum_{j \in a(i)} (g_{ij} + g_{sij}) - \sum_{j \in a(i)} (g_{ij}F_j + b_{ij}E_j)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial F_j} = -g_{ij}F_i - b_{ij}E_i$$

- Μετρήσεις έγχυσης αέργου ισχύος

$$\frac{\partial Q_i}{\partial E_i} = -2E_i \sum_{j \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) + \sum_{j \in a(i)} (g_{ij}F_j + b_{ij}E_j)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial E_j} = -g_{ij}F_i - b_{ij}E_i$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial F_i} = -2F_i \sum_{j \in a(i)} (b_{ij} + b_{sij}) + \sum_{j \in a(i)} (-g_{ij}E_j + b_{ij}F_j)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial F_j} = g_{ij}E_i + b_{ij}F_i$$

- Μετρήσεις ροής ενεργού ισχύος

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial E_i} = 2(g_{sij} + g_{ij})E_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial E_j} = -g_{ij}E_i - b_{ij}F_i$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial F_i} = 2(g_{sij} + g_{ij})F_i - g_{ij}F_j - b_{ij}E_j$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial F_j} = -g_{ij}F_i + b_{ij}E_i$$

- Μετρήσεις ροής αέργου ισχύος

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial E_i} = -2(b_{sij} + b_{ij})E_i + g_{ij}F_j + b_{ij}E_j$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial E_j} = -g_{ij}F_i + b_{ij}E_i$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial F_i} = -2(b_{sij} + b_{ij})E_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial F_j} = g_{ij}E_i + b_{ij}F_i$$

- Μετρήσεις μέτρων τάσεων

$$\frac{\partial V_i}{\partial E_i} = \frac{E_i}{\sqrt{E_i^2 + F_i^2}}, \frac{\partial V_i}{\partial E_j} = 0, \frac{\partial V_i}{\partial F_i} = \frac{F_i}{\sqrt{E_i^2 + F_i^2}}, \frac{\partial V_i}{\partial F_j} = 0$$

Η Ιακωβιανή μήτρα μπορεί να διευρυνθεί ακόμη περισσότερο, ώστε να συμπεριλάβει και μετρήσεις ρευμάτων. Έτσι έχουμε:

- Μετρήσεις πραγματικού μέρους ρευμάτων

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial E_i} = g_{sij} + g_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial E_j} = -g_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial F_i} = -(b_{sij} + b_{ij})$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial F_j} = b_{ij}$$



- Μετρήσεις φανταστικού μέρους ρευμάτων

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial E_i} = b_{sij} + b_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial E_j} = -b_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial F_i} = g_{sij} + g_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial F_j} = -g_{ij}$$

### 3.3.3.4 Μήτρα Κέρδους G

Η μήτρα κέρδους G σχηματίζεται από την ιακωβιανή H και τον πίνακα αυτομεταβλητότητας των σφαλμάτων R.

$$G(x^k) = H^T R^{-1} H$$

Ο πίνακας R θεωρείται ότι είναι διαγώνιος, με διαγώνια στοιχεία τις διασπορές των μετρήσεων. Οι ιδιότητες του G είναι οι εξής:

1. Είναι δομικά και αριθμητικά συμμετρικός.
2. Είναι αραιός, αλλά λιγότερο αραιός από την H.
3. Γενικά, όλες οι ιδιοτιμές του είναι μη αρνητικές και αν το δίκτυο είναι παρατηρήσιμο, είναι επιπλέον θετικά ορισμένος.

### 3.3.3.5 Παραγοντοποίηση του G και Επίλυση Κανονικών Εξισώσεων

Ο πίνακας κέρδους μπορεί να γραφεί ως γινόμενο δύο τριγωνικών πινάκων, ενός κάτω L και ενός άνω U. Δηλαδή είναι:

$$G = L \cdot U$$

Αφού ο G είναι πλέον παραγοντοποιημένος, το επόμενο βήμα είναι η επίλυση των κανονικών εξισώσεων:

$$LU \Delta x^k = t^k$$

Η λύση υπολογίζεται σε δύο βήματα και δεδομένου του κλάσματος του αριθμού των μηδενικών στοιχείων προς τον αριθμό των συνολικών στοιχείων (sparsity) των πινάκων L και U υπολογίζεται πολύ αποδοτικά. Τα δύο βήματα υπολογισμού είναι:

1. Εμπρός -Αντικατάσταση:  $U \Delta x^k = u$
2. Πίσω-Αντικατάσταση:  $LU = t^k$

Επίσης, ένα άλλος τρόπος παραγοντοποίησης της  $G$  είναι η μέθοδος Cholesky. Η μήτρα κέρδους μπορεί να γραφεί ως το γινόμενο μιας κάτω τριγωνικής μήτρας  $L$  με την αντίστροφή της:

$$G = L \cdot L^T$$

Αυτή η παραγοντοποίηση όμως, μπορεί να γίνει μόνο για πλήρως παρατηρήσιμα δίκτυα.

### 3.4 Ανίχνευση και εντοπισμός σφαλμάτων

Στο σύνολο των μετρήσεων, υπάρχουν σχεδόν πάντα εσφαλμένα δεδομένα για διάφορους λόγους, όπως τυχαία σφάλματα ή σφάλματα κατά τη μετάδοσή τους. Αυτά τα σφάλματα επηρεάζουν σημαντικά το αποτέλεσμα της εκτίμησης κατάστασης, επομένως η ανίχνευση και ταυτοποίηση των εσφαλμένων μετρήσεων αποτελεί βασική λειτουργία του εκτιμητή. Όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος εκτίμησης WLS, η λειτουργία αυτή μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω των 'υπολοίπων' των μετρήσεων. Η απόδοση αυτής της λειτουργίας εξαρτάται σημαντικά από την περίσσεια των μετρήσεων (περίσσεια είναι ο λόγος του αριθμού των μετρήσεων προς τον αριθμό των αγνώστων), καθώς και από τον αριθμό των εσφαλμένων μετρήσεων. Από την άλλη, αν οι μετρήσεις δεν είναι αρκετές, μπορεί να υπάρξουν 'κρίσιμες' μετρήσεις. Επίσης, εσφαλμένα δεδομένα εισέρχονται στις μετρήσεις με διάφορους τρόπους ανάλογα τον τύπο, την θέση και τον αριθμό τους. Μπορούν να ταξινομηθούν ως εξής: (1) μια εσφαλμένη μέτρηση, που σημαίνει ότι μόνο μία από τις μετρήσεις έχει μεγάλη σφάλμα, (2) πολλές εσφαλμένες μετρήσεις, δηλαδή παραπάνω από μία μέτρηση έχει σφάλμα. Η συνηθέστερη μέθοδος για την ανίχνευση των σφαλμάτων είναι το τεστ τετραγώνων (chi-square test ή  $x^2$  test), και η μέθοδος για τον εντοπισμό τους είναι η χρήση των κανονικοποιημένων υπολοίπων (Largest Normalized Residual ή LNR).

Γενικά, θεωρώντας ένα σύνολο από  $n$  τυχαίες ανεξάρτητες μεταβλητές  $X_1, X_2, \dots, X_n$  κάθε μια εκ των οποίων ακολουθεί την Κανονική κατανομή  $X_i \sim N(0, 1)$ , τότε η τυχαία μεταβλητή  $Y = \sum_{i=1}^n X_i^2$  ακολουθεί την  $x^2$  κατανομή, με  $n$  βαθμούς ελευθερίας. Για τον αλγόριθμο εκτίμησης κατάστασης, σχηματίζουμε την εξής σχέση:

$$J(x) = \sum_{i=1}^m \frac{e_i^2}{R_{ii}} = \sum_{i=1}^m \left( \frac{e_i}{\sqrt{R_{ii}}} \right) = \sum_{i=1}^m (e_i^N)^2$$

όπου  $e_i^N \sim N(0, 1)$ .

Η συνάρτηση  $J(x)$  ακολουθεί την  $x^2$ -κατανομή με  $m-n$  βαθμούς ελευθερίας.  $m-n$  είναι ο αριθμός των πλεοναζόντων μετρήσεων του συστήματος,  $m, n$  είναι ο αριθμός των μετρήσεων και των αγνώστων αντίστοιχα.

Έτσι, μαζί με την εκτίμηση κατάστασης με τη μέθοδο WLS, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και η παραπάνω λειτουργία για τις εσφαλμένες μετρήσεις. Τα βήματα που ακολουθούνται είναι τα εξής:

1. Επίλυση της μεθόδου WLS, και υπολογισμός της παρακάτω συνάρτησης:

$$J(x) = \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - h_i(\bar{x}))^2}{\sigma_i^2}$$

όπου  $\bar{x}$  είναι το διάνυσμα κατάστασης, με  $n$  στοιχεία.

2. Αναζήτηση μιας τιμής από το πίνακα κατανομής  $x^2$  που αντιστοιχεί σε βαθμό εμπιστοσύνης με πιθανότητα  $p$  (π.χ. 0.95), και  $m-n$  βαθμούς ελευθερίας, έστω η  $x_{m-n,p}^2$ .
3. Αν  $J(x) \geq x_{m-n,p}^2$  τότε υπάρχει εσφαλμένη μέτρηση, διαφορετικά δεν υπάρχουν σφάλματα στο σύνολο των μετρήσεων.

Από τη στιγμή που θα ανιχνευτεί εσφαλμένη μέτρηση, θα πρέπει να προσδιοριστεί και να αφαιρεθεί από το σύνολο των μετρήσεων. Η μέθοδος των κανονικοποιημένων υπόλοιπων χρησιμοποιείται ευρέως σήμερα για τον προσδιορισμό των εσφαλμένων μετρήσεων. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε την εξής μορφή εξίσωσης μετρήσεων, όπως είδαμε και παραπάνω:

$$z = h(x) + e$$

Το αποτέλεσμα της μεθόδου WLS δίνεται από το τύπο:

$$\Delta x = (H^T \cdot R^{-1} \cdot H)^{-1} \cdot H^T \cdot R^{-1} \Delta z$$

όπου  $\Delta x = x^{k+1} - x^k$ ,  $\Delta z = z - h(x)$  και  $G = H^T \cdot R^{-1} \cdot H$ .

Η εκτιμώμενη τιμή των μετρήσεων δίνεται από τον τύπο:

$$\Delta \bar{z} = H \cdot \Delta x = K \cdot \Delta z$$

όπου  $K = H \cdot G^{-1} \cdot H^T \cdot R^{-1}$ . Επίσης ισχύει η ιδιότητα  $K \cdot H = H \cdot G^{-1} \cdot H^T \cdot R^{-1} \cdot H = H$ .

Τα κανονικοποιημένα υπόλοιπα ορίζονται ως εξής:

$$r = \Delta z - \Delta \bar{z} = (I - K) \cdot \Delta z = (I - K) \cdot (H \cdot \Delta x + e) = (I - K) \cdot e = S \cdot e$$

Η μήτρα  $S$  ονομάζεται μήτρα ευαισθησίας υπολοίπων. Επίσης, η μήτρα συσχετισμού του διανύσματος των υπολοίπων δίνεται από την σχέση:

$$\Omega = Cov(r) = E[rr^T] = S \cdot E[ee^T] \cdot S^T = S \cdot R \cdot S^T = S \cdot R$$

Επομένως, τα υπόλοιπα ακολουθούν την κατανομή  $r \sim N(0, \Omega)$ , και το κανονικοποιημένο υπόλοιπο της μέτρησης  $i$  δίνεται από τον τύπο:

$$r_i^N = \frac{|r_i|}{\sqrt{\Omega_{ii}}} = \frac{|r_i|}{\sqrt{R_{ii} \cdot S_{ii}}}$$

που σημαίνει ότι  $r_i^N \sim N(0, 1)$ . Έτσι, το μεγαλύτερο κανονικοποιημένο υπόλοιπο μπορεί να συγκριθεί με ένα στατιστικό όριο (π.χ. 3) ώστε να καθοριστεί αν είναι εσφαλμένη μέτρηση ή όχι.

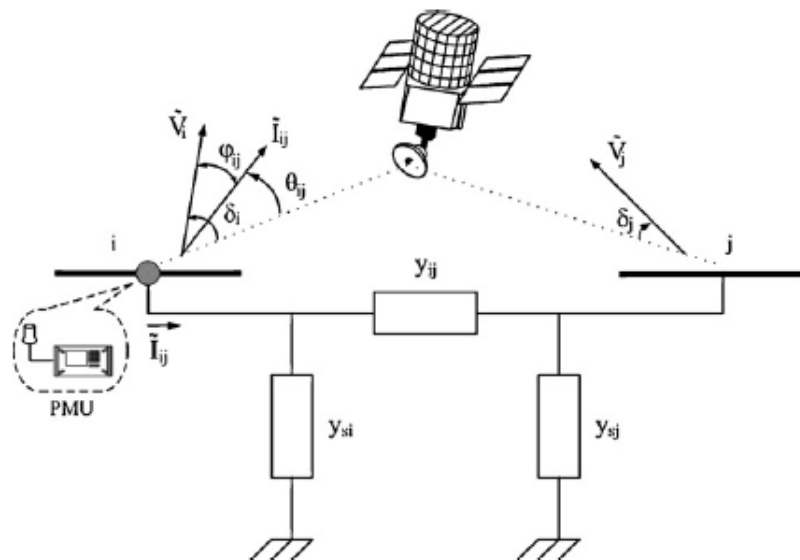
Το κύριο μειονέκτημα της μεθόδου LNR είναι ότι βασίζεται στα υπόλοιπα τα οποία είναι πλήρως συσχετισμένα μεταξύ τους. Ως εκ τούτου, σε περίπτωση πολλών εσφαλμένων μετρήσεων, τα κανονικοποιημένα υπόλοιπα των σωστών μετρήσεων είναι σε συγκρίσιμα

μεγέθη με αυτά των εσφαλμένων. Επομένως, υπάρχουν κι άλλοι τρόποι προσδιορισμού των σφαλμάτων στις μετρήσεις, όπως η εκτίμηση των εσφαλμένων μετρήσεων άμεσα με την μέθοδο Ελέγχου Υποθέσεων.

### 3.5 Εκτίμηση κατάστασης με συγχρονισμένες μετρήσεις

Σε αυτή τη ενότητα να αναλύσουμε το μοντέλο εκτίμησης κατάστασης μόνο για συγχρονισμένες μετρήσεις. Μια μονάδα PMU εγκατεστημένη σε ένα ζυγό μετράει τη τάση στο ζυγό αυτό καθώς και τα ρεύματα στους κλάδους που συνδέονται με αυτόν.

Για να κατασκευαστεί το μαθηματικό μοντέλο του αλγορίθμου εκτίμησης κατάστασης, θα χρησιμοποιήσουμε εκ νέου το μοντέλο «Π» για να αναπαράστησουμε τον κλάδο που συνδέει το ζυγό  $i$  που υπάρχει μονάδα PMU, με το ζυγό  $j$  χωρίς μονάδα PMU. Τα μοντέλο αυτό φαίνεται στο σχήμα 3.8, όπου ορίζουμε την αντίσταση σειράς του κλάδου  $i$ - $j$  ως  $y_{ij} = g_{ij} + jb_{ij}$ , την εγκάρσια αντίσταση του ζυγού  $i$  ως  $y_{si} = g_{si} + jb_{si}$ , και με  $\tilde{V}_i = V_i \angle \delta_i$  και  $\tilde{V}_j = V_j \angle \delta_j$  τα διανύσματα τάσεως των ζυγών  $i$  και  $j$  αντίστοιχα.



Σχήμα 3.8: Αναπαράσταση τάσεων-ρεύματων σε ένα κλάδο με το μοντέλο PMU.

Το ρεύμα  $\tilde{I}_{ij}$  είναι το ρεύμα που μετράει η μονάδα PMU και διαρρέει το κλάδο  $i$ - $j$  και διαιρείται σε δύο ρεύματα, τα  $\tilde{I}_{si}$  και  $\tilde{I}'_{ij}$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Άρα ισχύει η σχέση:

$$\tilde{I}_{ij} = \tilde{I}_{si} + \tilde{I}'_{ij}$$

και όπως έχουμε αναλύσει παραπάνω προκύπτουν το πραγματικό και το φανταστικό μέρος του ρεύματος ως εξής:

$$I_{ij,r} = [(g_{ij} + g_{sij})E_i - (b_{ij} + b_{sij})F_i - g_{ij}E_j + b_{ij}F_j]$$

$$I_{ij,i} = [(g_{ij} + g_{sij})F_i + (b_{ij} + b_{sij})E_i - g_{ij}F_j - b_{ij}E_j]$$

Το αρχικό διάνυσμα μετρήσεων που λαμβάνουμε είναι της μορφής:

$$z = \begin{bmatrix} V \\ \delta \\ I_{ij,r} \\ I_{ij,i} \end{bmatrix}$$

και μετασχηματίζεται ως εξής:

$$z = \begin{bmatrix} E \\ F \\ I_{ij,r} \\ I_{ij,i} \end{bmatrix}$$

Εδώ θα αναλύσουμε μόνο την περίπτωση των ρευμάτων και τάσεων σε καρτεσιανές συντεταγμένες χάριν απλότητας των υπολογισμών. Άρα έχουμε την παρακάτω Ιακωβιανή:

$$H_{rec} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E_i}{\partial E} & \frac{\partial E_i}{\partial F} \\ \frac{\partial F_i}{\partial E} & \frac{\partial F_i}{\partial F} \\ \frac{\partial E}{\partial I_{ij,r}} & \frac{\partial F}{\partial I_{ij,r}} \\ \frac{\partial E}{\partial I_{ij,i}} & \frac{\partial F}{\partial I_{ij,i}} \end{bmatrix}$$

Το κάθε στοιχείο της H δίνεται αναλυτικά παρακάτω:

- Μετρήσεις πραγματικού και φανταστικού μέρους τάσεων

$$\frac{E_i}{E_i} = 1 \quad \frac{F_i}{E_i} = 0$$

$$\frac{E_i}{E_j} = 0 \quad \frac{F_i}{E_j} = 0$$

$$\frac{E_i}{F_i} = 0 \quad \frac{F_i}{F_i} = 1$$

$$\frac{E_i}{F_j} = 0 \quad \frac{F_i}{F_j} = 0$$

- Μετρήσεις πραγματικού μέρους ρευμάτων

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial E_i} = g_{sij} + g_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial E_j} = -g_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial F_i} = -(b_{sij} + b_{ij})$$

$$\frac{\partial I_{ij,r}}{\partial F_j} = b_{ij}$$

- Μετρήσεις φανταστικού μέρους ρευμάτων

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial E_i} = b_{sij} + b_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial E_j} = -b_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial F_i} = g_{sij} + g_{ij}$$

$$\frac{\partial I_{ij,i}}{\partial F_j} = -g_{ij}$$

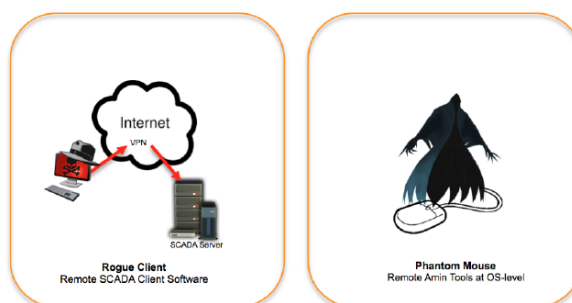
# Κεφάλαιο 4

## Κυβερνοεπιθέσεις

Προτού αναλυθούν οι κυβερνοεπιθέσεις στον εκτιμητή κατάσταση, που αποτελεί και το αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής, θα γίνει μια γρήγορη προεπισκόπηση των τρόπων με τους οποίους οι επιτιθέμενοι εισβάλλουν στα δίκτυα των κέντρων ελέγχου ενέργειας, ώστε μετέπειτα να αλλοιώσουν τα δεδομένα και να προκαλέσουν ζημιά στο σύστημα.

Όπως παρατηρήθηκε και από επιθέσεις στο παρελθόν (π.χ. Στην Ουκρανία στις 23 Δεκεμβρίου 2015) οι επιτιθέμενοι έχουν επιδείξει μια ποικιλία δυνατοτήτων, συμπεριλαμβανομένων ηλεκτρονικών μηνυμάτων, ηλεκτρονικού "ψαρέματος"(spear phishing), παραλλαγές του κακόβουλο λογισμικού BlackEnergy 3 (Trojan, που χρησιμοποιείται για την πραγματοποίηση επιθέσεων DDoS, επιθέσεων ηλεκτρονικής κατασκοπείας και καταστροφής πληροφοριών), καθώς και τη χειραγώγηση των εγγράφων του Microsoft Office που περιέχουν το κακόβουλο λογισμικό για να εισχωρήσει στα δίκτυα πληροφορικής (IT) των εταιρειών ηλεκτρικής ενέργειας. Έτσι έχουν την δυνατότητα να συλλέξουν τα απαραίτητα διαπιστευτήρια και πληροφορίες για να αποκτήσουν πρόσβαση στο δίκτυο ICS. Επιπλέον, οι επιτιθέμενοι έχουν επιδείξει εμπειρογνωμοσύνη όχι μόνο σε υποδομές συνδεδεμένες στο δίκτυο, όπως για παράδειγμα στις συσκευές αδιάλειπτης παροχής ισχύος ή Uninterruptable Power Supplies (UPSs), αλλά και στη διαχείριση των ICS μέσω του συστήματος εποπτείας, όπως η διεπαφή ανθρώπου μηχανής ή Human Machine Interface (HMI).

### SCADA Hijacking Techniques



Σχήμα 4.1: Control and Operate: SCADA Hijacking Techniques

Τέλος οι επιτιθέμενοι έχουν την ικανότητα να στοχεύσουν συσκευές πεδίου (field de-

vices) στους υποσταθμούς, να γράψουν ειδικά προσαρμοσμένο κακόβουλο λογισμικό και έτσι να καταστήσουν συσκευές, όπως serial-to-ethernet μετατροπείς, ακατάλληλες για λειτουργία και μη ανακτήσιμες. Σε μια περίπτωση, οι επιτιθέμενοι χρησιμοποίησαν επίσης τηλεφωνικά συστήματα για τη δημιουργία χιλιάδων κλήσεων προς το τηλεφωνικό κέντρο της εταιρείας ενέργειας, για να αρνηθεί την πρόσβαση σε πελάτες που ανέφεραν διακοπές. Ωστόσο, η ισχυρότερη ικανότητα των επιτιθέμενων δεν είναι στην επιλογή των εργαλείων ή στην εμπειρία τους, αλλά στην ικανότητά τους να εκτελούν μακροπρόθεσμα τις δραστηριότητες αναγνώρισης που απαιτούνται για την εκμάθηση του περιβάλλοντος και τοπολογίας του δικτύου και την εκτέλεση κατάλληλα συγχρονισμένων, πολλαπλών επιθέσεων.

Παρακάτω παρουσιάζεται ένας ενοποιημένος κατάλογος των τεχνικών συστατικών που χρησιμοποιούνται από τους εισβολείς:

- Ηλεκτρονικό ψάρεμα για την αποκτηση πρόσβασης στα επιχειρησιακά δίκτυα των εταιριών ηλεκτρικής ενέργειας.
- Χρησιμοποίηση του BlackEnergy 3 σε κάθε μία από τις 'πληγείσες' εταιρίες.
- Κλοπή διαπιστευτηρίων από τα επιχειρησιακά δίκτυα.
- Η χρήση εικονικών ιδιωτικών δικτύων (VPN) για την είσοδο στο δίκτυο ICS
- Η χρήση υπαρχόντων εργαλείων απομακρυσμένης πρόσβασης στο περιβάλλον ή η έκδοση εντολών απευθείας από ένα απομακρυσμένο σταθμό παρόμοιο με το HMI.
- Συσκευές επικοινωνίας σειριακού-ασύρματου δικτύου που επηρεάζονται σε επίπεδο firmware.
- Η χρήση ενός τροποποιημένου KillDisk (πρόγραμμα καταστροφής δεδομένων που μπορεί να διαγράψει με ασφάλεια κάθε αρχείο σε σκληρό δίσκο) για τη διαγραφή της κύριας εγγραφής εκκίνησης των επηρεασμένων συστημάτων οργάνωσης, όπως και την στοχοθετημένη διαγραφή ορισμένων αρχείων καταγραφής.
- Χρήση συστημάτων UPS για να επηρεαστούν συνδεδεμένα φορτία με προγραμματισμένη διακοπή λειτουργίας.
- Επίθεση άρνησης εξυπηρέτησης (Denial-of-Service) στο τηλεφωνικό κέντρο μέσω τηλεφωνικού συστήματος.

## 4.1 Κυβερνοασφάλεια (Cyber Security) στα ΣΗΕ

Οι νέες τεχνολογίες στα ΣΗΕ εισήγαγαν μια αυξανόμενη εξάρτηση από τους πόρους του κυβερνοχώρου. Η τεχνολογική αυτή ανάπτυξη, όπως αναλύθηκε στην εισαγωγή της διπλωματικής και στην εισαγωγή αυτού του κεφαλαίου καθιστά το σύστημα ευάλωτο σε επιθέσεις.

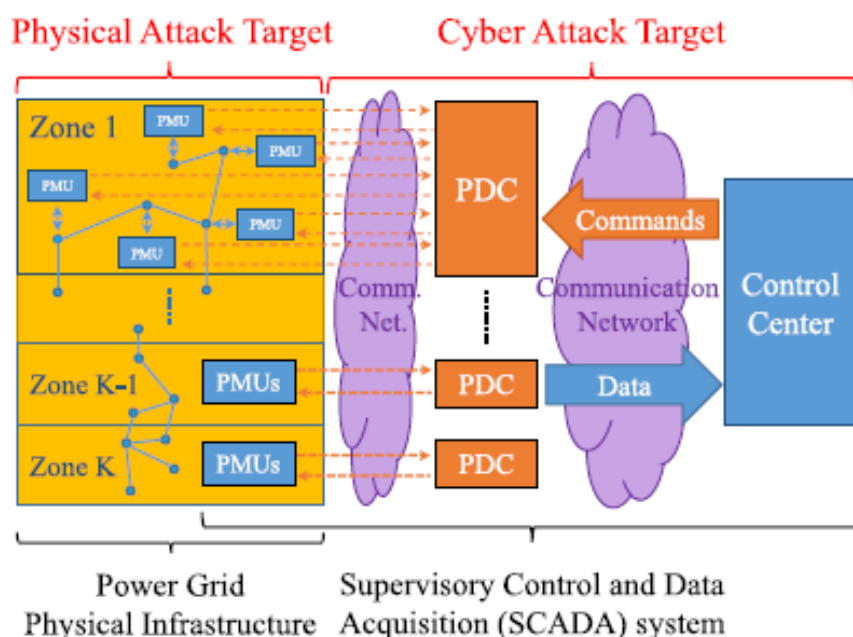
Ο στόχος των κυβερνοεπιθέσεων μπορεί να είναι να προκαλέσουν ζημιά, να κλέψουν, να αλλάξουν ή να κλέψουν συγκεκριμένες πληροφορίες 'χαχάροντας' μέσα σε ένα κατάλληλο σύστημα επικοινωνιών. Εκτός των φυσικών επιπτώσεων που μπορούν να έχουν οι



κυβερνοεπιθέσεις αυτές, μπορούν να προκαλέσουν επίσης οικονομικές απώλειες. Μεταξύ όλων των πιθανών συνεπειών αυτών των κυβερνοεπιθέσεων, μία είναι να προκαλέσουν σημαντικά σφάλματα στους αλγόριθμους εκτίμησης κατάστασης. Αυτό θα μπορούσε να παραπλανήσει το κέντρο ελέγχου, ώστε να πάρει λάθος αποφάσεις. Όλα αυτά κατέστησαν αναγκαία την ανάπτυξη της κυβερνοάμυνας.

Οι κυβερνοεπιθέσεις στα ΣΗΕ μπορεί να προκαλέσουν blackouts μεγάλης έκτασης, με αποτέλεσμα το domino στις γραμμές μεταφοράς και με τεράστια επιδραση στην καθημερινή ζωή των ανθρώπων. Για παράδειγμα, το Δεκέμβρη του 2015 οι κυβερνοεπιθέσεις στο δίκτυο της Ουκρανίας άφησαν 225,000 κατοίκους χωρίς ρεύμα για μέρες.

Τα ΣΗΕ αποτελούνται από 2 συστατικά: (i) τη φυσική υποδομή των γραμμών μεταφοράς ισχύος(γραμμές,υποσταθμοί,σταθμοί) και (ii )το σύστημα SCADA που ελέγχει και ρυθμίζει το δίκτυο. Έτσι έχουμε:



Σχήμα 4.2: Στοιχεία του ηλεκτρικού δικτύου και πιθανών επιθέσεων: οι φυσικές επιθέσεις αφορούν τη φυσική υποδομή (γραμμές, υποσταθμοί κλπ.). Οι επιθέσεις στον κυβερνοχώρο στοχεύουν στο σύστημα SCADA - ο επιτιθέμενος μπορεί να παρεμποδίσει τη ροή πληροφοριών από τα PMU στο κέντρο ελέγχου.

Εδώ θα μελετηθούν κυβερνοφυσικά μοντέλα επίθεσεων και θα χρησιμοποιηθεί η γραμμικοποιημένη μέθοδος εκτίμησης κατάστασης σε ένα τροποποιημένο δίκτυο που περιέχει μόνο μετρητές PMU, όπως φαίνεται και στο σχήμα.

Στη συνέχεια παρατίθεται ο ορισμός της επίθεσης με έγχυση λανθασμένων δεδομένων (false data injection attack) και της μη ανιχνεύσιμης επίθεσης. Ο ορισμός των μη ανιχνεύσιμων επιθέσεων θα χρησιμοποιηθεί επίσης για να χαρακτηριστούν οι πληροφορίες του μοντέλου που πρέπει να διαθέτει ο επιτιθέμενος προκειμένου να παρακάμψει τον ανιχνευτή σφαλμάτων του συμβατικού εκτιμητή κατάστασης.

## 4.2 Επίθεση με Έγχυση Λανθασμένων Δεδομένων

Ο τύπος επίθεσης που έχει εξεταστεί σε μεγαλύτερο βαθμό στη βιβλιογραφία είναι η έγχυση λανθασμένων δεδομένων. Είναι γνωστό ότι αν ο επιτιθέμενος αποκτήσει πρόσβαση στις μετρήσεις μπορεί να τροποποιήσει τις πληροφορίες που μεταφέρουν. Από την πλευρά του επιτιθέμενου, η απόκτηση πρόσβασης περιλαμβάνει μερική ή πλήρη γνώση της δομής του συστήματος και της μεθόδου εκτίμησης κατάστασης και ανίχνευσης σφαλμάτων. Μπορεί, επίσης, να διεισδύσει στην υποδομή υποστήριξης, η οποία μπορεί να έχει τρωτά σημεία που σχετίζονται με το λογισμικό διαχείρισης, τη διαμόρφωση του συστήματος ελέγχου ταυτότητας και το σχεδιασμό του δικτύου.

Μια άρχική ταξινόμηση των επιθέσεων μπορεί να είναι:

- Ισχυρό καθεστώς επίθεσης (strong attack regime), όπου ο επιτιθέμενος έχει πρόσβαση σε όλες τις μετρήσεις που συλλέγονται από τους αισθητήρες. Μπορεί να καταστρέψει όλες ή κάποιες από αυτές. Αυτό σημαίνει ότι έχει πλήρη γνώση της τοπολογίας του δικτύου.
- Αδύναμο καθεστώς επίθεσης (weak attack regime), όπου ο επιτιθέμενος έχει πρόσβαση σε περιορισμένο αριθμό μετρήσεων. Αυτό σημαίνει ότι έχει ελλιπή γνώση της τοπολογίας του δικτύου.

Στην εξεταζόμενη περίπτωση, θεωρείται ότι ο επιτιθέμενος έχει πρόσβαση στην Ιακωβιανή μήτρα και στις μετρήσεις, όντας σε θέση να αλλάζει μερικές ή όλες από αυτές. Έτσι από το διάνυσμα μετρήσεων  $z$  προκύπτει το  $z_a = z + a$ . Το διάνυσμα επίθεσης  $a$  είναι το σφάλμα που προστίθεται στις πραγματικές μετρήσεις. Αυτό επιτρέπει στον επιτιθέμενο να πετύχει την αλλαγή της μετρήσης ενός επιλεγμένου μετρητή  $z_k$  σε  $z_{k,a} = z_k + a_k$ , για οποιοδήποτε  $k$  και για ένα σταθερό διάνυσμα  $a_k$ , το οποίο πρέπει να προστεθεί στη μέτρηση.

Μια μη ανιχνεύσιμη επίθεση (stealthy cyber attack) δεν ενεργοποιεί το σύστημα ανίχνευσης σφαλμάτων. Αν δεν υπάρχει επίθεση, ο ανιχνευτής σφαλμάτων ενεργοποιεί το συναγερμό μόνο όταν η μέτρηση αποκλίνει πάρα πολύ από μια πιθανή φυσική κατάσταση, τουλάχιστον όσο το γραμμικό μοντέλο είναι έγκυρο. Διαισθητικά, μια μέτρηση ροής ισχύος η οποία χρειάζεται περισσότερες και μεγαλύτερες επιθέσεις για να επηρεαστεί μη ανιχνεύσιμα θεωρείται πιο ασφαλής.

Παρακάτω δίνονται μερικοί σημαντικοί ορισμοί και θεωρήματα χρήσιμα την κατανόηση του αντικειμένου. Όπως έχουμε δει παραπάνω, το μοντέλο του δικτύου δίνεται από την σχέση:

$$z = Hx + e \quad (4.1)$$

όπου  $z \in \mathbb{R}^m$  είναι το διάνυσμα των μετρήσεων της ροής ισχύος,  $x \in \mathbb{R}^n$  είναι το διάνυσμα κατάστασης,  $H$  είναι η ιακωβιανή μήτρα που συσχετίζει τις μετρήσεις με τις καταστάσεις και  $e \in \mathbb{R}^m$  είναι το διάνυσμα θορύβου των μετρήσεων, το οποίο θεωρείται ότι έχει μηδενική μέση τιμή και διασπορά  $R$ . Εδώ, επειδή υπάρχουν μόνο μετρήσεις από PMUs δεν έχουμε ζυγό αναφοράς με γωνία 0 και η αναφορά είναι το GPS. Άρα, η

Ιακωβιανή μήτρα  $H$  έχει διαστάσεις  $m \times 2n$ , όπου  $m$  είναι ο αριθμός μετρήσεων και  $n$  ο αριθμός των ζυγών του δικτύου.

- **Ορισμός 1.** Μία επίθεση  $A = (S, a)$  είναι ένα σύνολο από  $|S|$  επηρεασμένους μετρητές. Τα μη μηδενικά στοιχεία του διανύσματος επίθεσης  $a$  αντιστοιχίζονται στους επηρεασμένους μετρητές  $S$ . Η αραιότητα (sparsity) του  $A$  προκύπτει από τον αριθμό των επηρεασμένων μετρητών  $|S|$ . Υπό την επίθεση  $a$ , οι μετρήσεις μεταβάλλονται, από τον επιτιθέμενο, από τις αρχικές τους τιμές  $z$  στις επηρεασμένες μετά την επίθεση τιμές  $z + a$ .
- **Ορισμός 2.** Μία επίθεση  $A = (S, a)$  ονομάζεται μη ανιχνεύσιμη (unobservable), όσον αναφορά το μοντέλο του ΣΗΕ, αν υπάρχει κάποια κατάσταση του συστήματος συνεπής με τις αλλοιωμένες μετρήσεις. Αυτό σημαίνει ότι η επίθεση  $A = (S, a)$  είναι μη ανιχνεύσιμη, αν και μόνο αν, η εξίσωση  $a = Hc$  μπορεί να επιλυθεί, η οποία είναι απαραίτητη για να παράξει τις επιθυμητές αλλοιωμένες μετρήσεις, όπου  $c$  είναι το διάνυσμα που πρέπει να προστεθεί στο διάνυσμα κατάστασης του συστήματος πριν την επίθεση. Αυτό συμβαίνει, επειδή το μοντέλο που αναλύεται στην παρούσα διπλωματική είναι γραμμικό.

Οπότε, για μια μεταβολή  $z + a = H(x + c)$  προκύπτει ότι  $a = Hc$ . Από την τελευταία σχέση, είναι εμφανές ότι η έλλειψη ικανότητας του ανιχνευτή εσφαλμένων δεδομένων να ανιχνεύσει την επίθεση δεν εξαρτάται καθόλου από το διάνυσμα κατάστασης, αλλά αποκλειστικά από τη θέση των μετρήσεων στο δίκτυο. Πρέπει να σημειωθεί εδώ, ότι το κέντρο ελέγχου παραπλανάται και οδηγείται στην λανθασμένη πεποίθηση ότι εκτιμάει την κατάσταση του δικτύου  $x$ , ενώ στην πραγματικότητα εκτιμάει μια αλλοιωμένη κατάσταση  $x+c$ .

- **Ορισμός 3.** Μία επίθεση  $A = (S, a)$  χαρακτηρίζεται μη αναγώγιμη (irreducible), εάν δεν υπάρχει κάποια μη ανιχνεύσιμη επίθεση  $A' = (S', a')$ , με  $S' \not\subseteq S$ .

Έστω ότι το σύνολο των μη ανιχνεύσιμων επιθέσεων, έχει χαρακτηριστεί ως  $a = Hc$ . Έτσι από εδώ και στο εξής, ως υποθέσουμε ότι ο επιτιθέμενος γνωρίζει όλη τη μήτρα  $H$  και στοχεύει στην έγχυση εσφαλμένων μετρήσεων στο σύστημα παραμένοντας μη αντιληπτός. Επιπλέον, ο επιτιθέμενος θέλει να ελαχιστοποιήσει τον αριθμό των αλλοιωμένων μετρήσεων, αφού χρειάζονται λιγότεροι πόροι γι' αυτό το σκοπό. Παρακάτω δίνεται η **απόδειξη** για την μη ανιχνεύσιμη επίθεση:

Το διάνυσμα  $\hat{x}_a$  είναι το εκτιμώμενο διάνυσμα κατάστασης που έχει προκύψει από την εκτίμηση κατάστασης με τις αλλοιωμένες μετρήσεις  $z_a$ .

$$\hat{x}_a = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T z_a = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} (z + a) = \hat{x} + (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} a$$

Οπότε για  $a = Hc$  η ευκλείδεια νόρμα των υπολοίπων των μετρήσεων είναι:

$$\begin{aligned} \|z_a - H\hat{x}_a\| &= \\ \|z + a - H(\hat{x} + (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} a)\| &= \\ \|z - H\hat{x} + (a - H(H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} a)\| &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \|z - H\hat{x} + (Hc - H(H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} Hc)\| = \\ \|z - H\hat{x} + (Hc - Hc)\| = \|z - H\hat{x}\| \end{aligned}$$

Αν δεν υπάρχει εσφαλμένη μέτρηση χωρίς επίθεση, δεν θα εμφανιστεί σφάλμα ούτε μετά την επίθεση, καθώς όπως φαίνεται από την παραπάνω απόδειξη, τα υπόλοιπα των μετρήσεων από τις εκτιμώμενες δεν μεταβάλλονται. Πρακτικά, το σφάλμα που εισάγεται είναι:

$$\hat{x}_a - \hat{x} = H(H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} a = c$$

### 4.3 Σχέση μη ανιχνεύσιμων επιθέσεων και παρατηρησιμότητας του δικτύου

Κατασκευάζουμε την μήτρα  $K$  διαγράφοντας από την  $H$  όλες τις γραμμές που αντιστοιχούν στις γραμμές του διανύσματος επίθεσης, στις οποίες υπάρχουν τιμές, δηλαδή αλλοιωμένες μετρήσεις:

1. Η επίθεση είναι μη ανιχνεύσιμη αν και μόνο αν  $\text{rank}(K) < 2n$ .
2. Το διάνυσμα επίθεσης  $a$  είναι μη μηδενικό και πρέπει να ανήκει στον υποχώρο:  $T = \{a \in \mathbb{R}^{m+2n} : a = Hc, Kc = 0\}$ .

**Απόδειξη** Χωρίς βλάβη της γενικότητας, διαχωρίζουμε την  $H$  σε  $H^T = [H_1^T | H_2^T]$  και θεωρούμε ότι η μήτρα  $H_1$  δεν έχει μέγιστη τάξη στηλών, οπότε υπάρχει διάνυσμα  $c$ , έτσι ώστε  $H_1 c = 0$  (Θεώρημα τάξης και μηδενικότητας). Έχουμε τώρα ένα διάνυσμα  $a = Hc \in A_k$ , το οποίο είναι μη ανιχνεύσιμο εξ ορισμού. Αντιστρόφως, έστω ότι έχουμε ένα μη ανιχνεύσιμο διάνυσμα επίθεσης  $a = Hc \in A_k$ . Χωρίς βλάβη της γενικότητας, θεωρούμε ότι τα πρώτα  $m-k$  στοιχεία του  $a$  είναι 0. Επομένως, υπάρχει ένα διάνυσμα  $c$ , τέτοιο ώστε  $H_1 c = 0$ ,  $H_1$  είναι ο υποπίνακας της μήτρας  $H$ , ο οποίος περιέχει τις πρώτες  $m-k$  γραμμές της.

Συμπεραίνουμε λοιπόν, ότι αφαιρώντας  $k$  μετρήσεις από το δίκτυο, γίνεται μη παρατηρήσιμο, καθώς υπάρχει κάποια κατάσταση του δικτύου, η οποία γίνεται γνωστή μόνο μέσω αυτών. Το κέντρο ελέγχου, δηλαδή, θα χρειαστεί σίγουρα κάποιον από τους αλλοιωμένους μετρητές.

Για τις μη αναγώγιμες επιθέσεις (Ορισμός 3), κατασκευάζουμε την μήτρα  $L$ , που περιέχει όλες τις γραμμές της μήτρας  $H$ , που αντιστοιχούν στις γραμμές του διανύσματος επίθεσης  $a$ , στις οποίες υπάρχει τιμή, δηλαδή αλλοιωμένες μετρήσεις. Προκύπτουν οι ακόλουθες ιδιότητες:

1. Αν  $c \neq 0, Kc = 0$ , τότε όλα τα στοιχεία του διανύσματος  $Lc$  είναι μη μηδενικά.
2.  $\text{Rank}(K) = 2n - 1$
3. Το διάνυσμα επίθεσης  $a$  είναι μη μηδενικό και ανήκει στον μονοδιάστατο υποχώρο  $T = \{a \in \mathbb{R}^{m+2n} : a = Hc, Kc = 0\}$ .

### Απόδειξη

1. Έστω μια επίθεση  $A=(S,\alpha)$  μη αναγώγιμη και  $c \neq 0, Kc = 0$ . Θεωρούμε ότι το  $i$ -στοιχείο του  $Lc$  είναι ίσο με 0. Θέτουμε  $S' = S'/i$ , δηλαδή η επίθεση  $A'=(S',\alpha')$  είναι μη ανιχνεύσιμη και αλλοιώνει μια λιγότερη μέτρηση από την  $A$ . Αδύνατο, λόγω μη-αναγωγιμότητας της  $A$ .
2. Αφού η  $A$  είναι μη ανιχνεύσιμη, όπως αποδείχθηκε,  $rank(K) < 2n$ . Έστω  $rank(K) < 2n - 1$ .  $\exists$  δύο ανεξάρτητα διανύσματα  $c_1, c_2$ , ώστε  $Kc_1 = Kc_2 = 0$ . Από την (1) προκύπτει ότι: τα στοιχεία των  $p = Lc_1$  και  $q = Lc_2$  είναι μη μηδενικά. Θέτουμε  $z = p_1c_1 - q_1c_2$ . Τα διανύσματα  $c_1, c_2$  δεν είναι γραμμικά εξαρτημένα και ισχύει  $p_1, q_1 \neq 0$ , άρα και  $z \neq 0$ . Όμως,  $Kz=0$ . Από κατασκευής, το πρώτο στοιχείο του  $Lz = p_1(Lc_1)_1 - q_1(Lc_2)_1 = 0$ , το οποίο παραβιάζει την (1), άρα  $rank(K) = 2n - 1$ .
3. Ισχύει, αφού η  $A$  είναι μη ανιχνεύσιμη.

## 4.4 Κατασκευή μεθόδου βελτιστοποίησης

Μια επίθεση που επηρεάζει μια συγκεκριμένη μέτρηση  $k$  μπορεί να κατασκευαστεί μαθηματικά από την ανάλυση της ιακωβιανής μήτρας  $H$ .

- Μία πρώτη μαθηματική διατύπωση δίνεται από τη δεύτερη νόρμα του διανύσματος επίθεσης. Το μη ανιχνεύσιμο διάνυσμα επίθεσης ( $a$ ) της ελάχιστης ευκλείδειας νόρμας  $\|a\|_2 = \sqrt{a'a}$  που ικανοποιεί τη σχέση  $z_{k,a} = z_k + a_k$  δίνεται από:

$$a = \frac{a_k}{P_{k,k}} P_{\cdot,k} \quad (4.2)$$

όπου  $P_{\cdot,k}$  είναι η  $k$ -στήλη του πίνακα προβολής θέτοντας  $R = I$ . Η κατασκευή του διανύσματος δεν είναι αραιή, άρα δεν είναι η βέλτιστη λύση από την πλευρά του επιτιθέμενου.

- Μια δεύτερη λύση λαμβάνεται από την παρατήρηση των υπολοίπων και υπολογίζεται από το σύστημα ανίχνευσης σφαλμάτων:

$$\hat{r} = z - \hat{z} = z - Pz = (I - P)z$$

Αν ο επιτιθέμενος παραποιήσει το διάνυσμα μετρήσεων  $z$  ως  $z_a = z + a$  και με δεδομένο ότι  $a = Hc \in \mathfrak{R}(H)$ , όπου  $c$  είναι ένα αυθαίρετο διάνυσμα, εξ' ορισμού, η επίθεση είναι μη ανιχνεύσιμη (αφού το  $a$  είναι μη ανιχνεύσιμο, Ορισμός 2). Αυτό σημαίνει πρακτικά ότι το υπόλοιπο δεν επηρεάζεται επειδή το  $z_a$  αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη φυσική κατάσταση του συστήματος στα δίκτυα ισχύος. Επιπλέον σημαίνει ότι το  $a$  ανήκει στον μηδενοχώρο (nullspace) του  $(I - P)$ . Έτσι, διατυπώνεται το ακόλουθο:

$$\min \|Hc\|_0 \quad (4.3)$$

$$s.t. \sum_i H_{ki}c_i = a_k$$

όπου η νόρμα  $\|Hc\|_0$  συμβολίζει τον αριθμό των μη μηδενικών στοιχείων στο διάνυσμα  $a = Hc$  και  $H_{ki}$  είναι το στοιχείο  $(k, i)$  της μήτρας  $H$ .

Ο περιορισμός  $\sum_i H_{ki}c_i = a_k$  σημαίνει ότι το  $k$  στοιχείο του διανύσματος επίθεσης, που δίνεται με τον τύπο  $a = Hc$  πρέπει να είναι ίσο με  $a_k$ , γιατί αυτή είναι η μέτρηση που πρέπει να παραποιηθεί.

Η επίλυση αυτού του προβλήματος σημαίνει βελτιστοποίηση συνολικά των επιθέσεων  $a = Hc \in \mathfrak{R}(H)$  που δεν εντοπίζονται από το σύστημα ανίχνευσης σφαλμάτων. Μία λύση  $c^*$  μπορεί να ανακατασκευαστεί για να προκύψει το διάνυσμα  $a^* = Hc^*$ , έτσι ώστε το διάνυσμα μετρήσεων μετά την επίθεση,  $z_a = z + a$ , να επαληθεύει τη συνθήκη  $z_{k,a} = z_k + a_k$ , που είναι ο αρχικός στόχος του επιτιθέμενου, παραποιώντας όσο το δυνατόν λιγότερες μετρήσεις γίνεται. Το πλήθος των αλλοιωμένων μετρητών  $S$  θα είναι  $|S| = \|a^*\|_0$ . Το πρόβλημα είναι μη κυρτό και είναι δύσκολο να επιλυθεί για μεγάλα μοντέλα.

Η λύση του προβλήματος (4.3) είναι ένα διάνυσμα επίθεσης μη ανιχνεύσιμο και μη αναγώγιμο. Η επίλυση αυτού του προβλήματος οδηγεί στην ελαχιστοποίηση του αριθμού των μη μηδενικών στοιχείων του διανύσματος επίθεσης, έτσι ώστε να αλλοιώσει όσο το δυνατόν λιγότερες μετρήσεις σύμφωνα με τον ορισμό 3. Ένα άλλο χαρακτηριστικό που πρέπει να έχει, είναι όσο δυνατόν πιο μικρό μέτρο, το οποίο μαζί με μια καλή τιμή αραιότητας παράγουν μια βέλτιστη συντονισμένη επίθεση για την αλλοίωση ενός συνόλου μετρητών.

Στην πραγματικότητα, η τιμή των στοιχείων σε ένα τυχαίο αραιό διάνυσμα που προέκυψε από την επίλυση του προβλήματος, μπορεί να είναι πολύ μεγάλη. Έτσι μπορεί να φέρει τον εκτιμητή σε μη γραμμική περιοχή, το οποίο θα οδηγούσε σε ενεργοποίηση του συναγερμού ανίχνευσης σφαλμάτων. Γενικά όμως ο επιτιθέμενος έχει την ικανότητα να ελέγξει το μέγεθος της επίθεσης, δηλαδή να αποφύγει τη μεγάλη τιμή του μέτρου του διανύσματος επίθεσης.

## Κεφάλαιο 5

# Προτεινόμενοι Αλγόριθμοι και Παραδείγματα

Αφού αναπτύχθηκε το μαθηματικό υπόβαθρο για όλες τις διαδικασίες που μας ενδιαφέρουν, στην παρούσα διπλωματική θα αναλυθούν οι αλγόριθμοι που υλοποιήθηκαν στο περιβάλλον MATLAB. Στη συνέχεια θα περιγραφεί αναλυτικά η εφαρμογή τους στο δίκτυο των 14 ζυγών του IEEE για διαφορετικά σενάρια εκτέλεσης των αλγορίθμων και θα αναλυθούν τα αποτελέσματα. Για τα ίδια σενάρια θα παραθέσουμε τα αποτελέσματα της εκτέλεσης του προγράμματος για το δίκτυο των 118 ζυγών του IEEE. Πιο συγκεκριμένα θα παρουσιαστούν οι αλγόριθμοι του εκτιμητή κατάστασης, της βελτιστοποίησης της μη ανιχνεύσιμης επίθεσης έγχυσης εσφαλμένων μετρήσεων στον συγκεκριμένο εκτιμητή και τέλος θα αποδειχθεί ότι με αυτόν τον τρόπο δεν ενεργοποιείται το σύστημα ανίχνευσης εσφαλμένων μετρήσεων, δηλαδή δεν εντοπίζεται η επίθεση.

### 5.1 Περιγραφή θεωρίας Αλγορίθμων

#### 5.1.1 Εκτίμηση Κατάστασης PMU και Ανίχνευση Εσφαλμένων Μετρήσεων

Εδώ θα εξεταστεί ένα διαφορετικό είδος εκτιμητή κατάστασης από τα ήδη υπάρχοντα, που περιέχουν μετρήσεις SCADA και PMU και είναι μη γραμμικά. Όπως έχει αναφερθεί το μοντέλο που θα μελετηθεί εδώ αφορά αποκλειστικά μετρήσεις PMU δηλαδή είναι γραμμικό.

Για τον εκτιμητή αυτόν, χρησιμοποιείται όλη η θεωρία που περιγράψαμε σε προηγούμενα κεφάλαια όπως η μέθοδος σταθμισμένων ελαχίστων τετραγώνων (WLS) για την εκτίμηση κατάστασης, η ανίχνευση και ο εντοπισμός σφαλμάτων με το τεστ τετραγώνων και τα κανονικοποιημένα υπόλοιπα (LNR) αντίστοιχα. Στη συνέχεια, θα αναλυθεί λεπτομερώς ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί ο υλοποιημένος αλγόριθμος.

Η ύπαρξη του γραμμικού εκτιμητή με μετρήσεις PMU σημαίνει ότι έχουμε συγχρονισμένες μετρήσεις φασιθετών τάσης και ρεύματος. Αυτές φαίνονται συνοπτικά και στον παρακάτω πίνακα.

| Κατηγορία μετρήσεων       | Συμβολισμός |
|---------------------------|-------------|
| Μέτρο τάσης               | $V_i$       |
| Φασική γωνία τάσης        | $\delta_i$  |
| Πραγματικό μέρος τάσης    | $E_i$       |
| Φανταστικό μέρος τάσης    | $F_i$       |
| Πραγματικό μέρος ρεύματος | $Ire_{ij}$  |
| Φανταστικό μέρος ρεύματος | $Iim_{ij}$  |

Να σημειωθεί εδώ ότι οι φασιθέτες ρεύματος είναι σε καρτεσιανή μορφή, ώστε να αποφεύγονται τυχόν απροσδιοριστίες κατά το σχηματισμό της Ιακωβιανής μήτρας. Οι φασιθέτες τάσης χρησιμοποιούνται και αυτοί σε καρτεσιανή μορφή όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενο κεφάλαιο λόγω ευκολίας στην κατασκευή της Ιακωβιανής μήτρας, αν και παίρνονται σε πολική μορφή από το διάνυσμα κατάστασης όπως προέκυψε από τη ροή ισχύος. Οι απαραίτητες μετατροπές από πολική σε καρτεσιανή μορφή των μετρήσεων τάσης έγιναν μέσα στο πρόγραμμα.

$$E_i = V_i \cdot \cos(\delta_i)$$

$$F_i = V_i \cdot \sin(\delta_i)$$

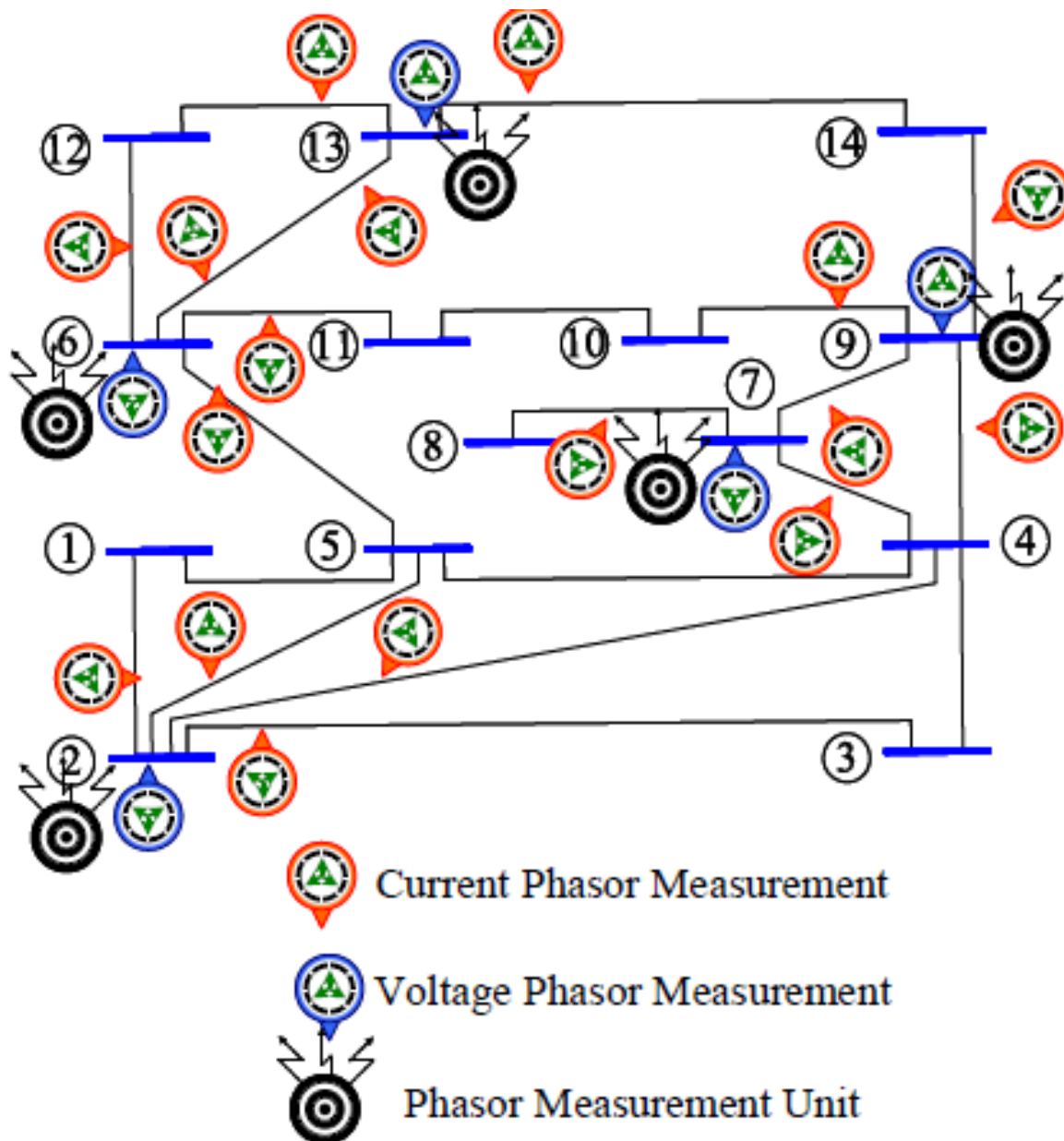
Στο πρώτο βήμα, το πρόγραμμα δέχεται σαν εισόδους τις συγχρονισμένες μετρήσεις και τα δεδομένα του δικτύου και εκτιμώνται οι φασιθέτες τάσεως των ζυγών που έχουν εγκατεστημένα PMUs, καθώς και οι φασιθέτες ρεύματος μεταξύ των ζυγών που έχουν PMUs και όλων των ζυγών που συνδέονται άμεσα με αυτούς. Εφαρμόζονται λοιπόν οι εξισώσεις της εκτίμησης κατάστασης και υπολογίζεται η μήτρα  $H$  με τη μορφή που περιγράφηκε στην ενότητα 3.5.

Σε αυτό το βήμα, επίσης, γίνεται ανίχνευση και εντοπισμός σφαλμάτων σύμφωνα με τη θεωρία που αναλύθηκε στην ενότητα 3.4. Έτσι, σε κάθε εκτέλεση του προγράμματος υπολογίζεται η αντικειμενική συνάρτηση και με βάση την κατανομή  $\chi^2$  ελέγχεται η ύπαρξη εσφαλμένων μετρήσεων. Οπότε, αν η αντικειμενική συνάρτηση είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή, ανάλογα με το επίπεδο σημαντικότητας που έχουμε ορίσει, το πρόγραμμα καλείται να βρεί τη θέση ή τις θέσεις στις οποίες εντοπίζεται εσφαλμένη μέτρηση.

Για να κατανοηθεί πλήρως η θεωρία, θα χρησιμοποιήσουμε το ακόλουθο παράδειγμα στο σύστημα των 14 ζυγών του IEEE, στο οποίο φαίνεται σε ποιους ζυγούς του δικτύου τοποθετείται PMU. Αναλυτικότερα, με ξεχωριστά σύμβολα απεικονίζονται στο σχήμα τα σημεία στα οποία υπάρχει μέτρηση τάσης και ρεύματος.

Η επιλογή των ζυγών στους οποίους υπάρχει μετρητής PMU έχει γίνει μετά από ανάλυση παρατηρησιμότητας στο δίκτυο αυτό. Η ανάλυση αυτή δεν εμφανίζεται στην παρούσα εργασία καθώς δεν είναι το αντικείμενο που εξετάζεται και λαμβάνεται έτοιμη από άλλες μελέτες.





Σχήμα 5.1: Σενάριο με μετρήσεις PMU στο δίκτυο 14 ζυγών.

Όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα έχουμε εγκατεστημένα PMUs στους ζυγούς 2, 6, 7, 9 και 13, οπότε έχουμε μέτρηση τάσης στους αντίστοιχους ζυγούς και μέτρηση ρεύματος σε όλους τους κλάδους που αναχωρούν από αυτούς, με φορά από τον ζυγό που υπάρχει εγκατεστημένο PMU προς τους γειτονικούς.

### 5.1.2 Βελτιστοποίηση της κυβερνοεπίθεσης - Ελαχιστοποίηση γραμμικής συνάρτησης

Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, το πρόβλημα βελτιστοποίησης που παρουσιάστηκε είναι μη κυρτό και πολύ δύσκολο να επιλυθεί, ειδικά για αρκετά μεγάλα δίκτυα. Για να ξεπεραστεί αυτό, αντικαθιστούμε την παραπάνω μηδενική νόρμα με την



μέτρηση  $i$  προκύπτει επίθεση, τότε το προηγούμενο γινόμενο παίρνει τιμή από  $-M$  έως  $M$ , που είναι πρακτικά τεράστιο εύρος τιμών επειδή το  $M$  είναι πού μεγάλο. Π.χ.αν μετά την βελτιστοποίηση προέκυπτε  $x_2 = 1$ , τότε ισχύει  $a_2 = \sum_{j=1}^{2n} H_{2j}c_j$ , που σημαίνει πρακτικά ότι το διάνυσμα  $a$  προκύπτει ως γραμμικός συνδυασμός της ιακωβιανής μήτρας  $H$ .

Ο περιορισμός ισότητας  $\sum_{j=1}^{2n} H_{ij}c_j = a_k$  δείχνει ποιά μέτρηση ήθελε να μεταβάλλει εξάρχης ο επιτιθέμενος και τι τιμή ήθελε να της προσθέσει. Συγκεκριμένα, η σταθερά  $a_k$  είναι η τιμή που θα έχει το διάνυσμα επίθεσης στην θέση  $i_k$ . Για παράδειγμα αν ο επιτιθέμενος θέλει να αλλάξει την τιμή της τέταρτης μέτρησης κατά  $+2$  τότε θα ισχύει  $\sum_{j=1}^{2n} H_{4j}c_j = 2 = a(4)$ .

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης (5.1), όπως αναφέρθηκε είναι ένα πρόβλημα γραμμικού πρόγραμματισμού με ακέραιες και συνεχείς μεταβλητές (MILP). Η επιλογή της σταθεράς  $M$  της big M method είναι πολύ σημαντική για την επίλυσή του, θα την αναλύσουμε όμως σε επόμενη ενότητα.

## 5.2 Αρχεία εισόδου

Το πρόγραμμα λαμβάνει τα δεδομένα του δικτύου και των μετρήσεων από το ίδιο αρχείο excel. Πιο αναλυτικά, από αυτά τα αρχεία δίνεται ο αριθμός των ζυγών του δικτύου, μια σταθερά  $k$ , που χρησιμοποιείται στην κατασκευή της τυπικής απόκλισης κάθε μέτρησης, οι τιμές των αντιστάσεων  $g, b, b_s$  και οι θέσεις τους μέσα στο δίκτυο. Επίσης δίνεται το διάνυσμα κατάστασης με τις τιμές των γωνιών και τα μέτρα των τάσεων ζυγών όπως προκύπτει από την ροή ισχύος που εκτελέστηκε στο matpower. Όσον αφορά τις μετρήσεις, δίνονται οι θέσεις των μετρητών PMU, δηλαδή των τάσεων και των ρευμάτων που μετρώνται. Από το αρχείο εισόδου λαμβάνεται και ο πίνακας πιθανοτήτων της  $\chi^2$ -κατανομής (Chi-squared distribution), ο οποίος χρησιμοποιείται στην ανίχνευση εσφαλμένων δεδομένων. Ξεχωριστά, σε ένα .txt αρχείο δίνονται τα στοιχεία της επίθεσης που γίνεται στην εκτίμηση κατάστασης, δηλαδή ο αριθμός των επιθέσεων και οι μετρήσεις τις οποίες θέλει να μεταβάλλει ο επιτιθέμενος. Παρακάτω δίνεται το διάνυσμα θέσεων των μετρήσεων για το δίκτυο των 14 ζυγών.

## 5.3 Ανάλυση των αλγορίθμων στον κώδικα

Αφού διαβαστούν τα δεδομένα που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα από τα αρχεία εισόδου, γίνεται αρχικά η μετατροπή του διανύσματος κατάστασης από την πολική στην καρτεσιανή μορφή. Στη συνέχεια υπολογίζονται τα πραγματικά και φανταστικά μέτρα των ρευμάτων από τις εξισώσεις ροής ισχύος. Έτσι, έχουμε δημιουργήσει το διάνυσμα των μετρήσεων από τη ροή ισχύος και στη συνέχεια προστίθεται το σφάλμα το οποίο είναι ίσο με το γινόμενο τυπικής απόκλισης της κάθε μέτρησης με μια τυχαία σταθερά από το 0 έως 1. Η τυπική απόκλιση δίνεται από τον τύπο:

$$s(i) = \frac{0.02 * |A|}{3} + 0.0001$$

και η τιμή κάθε μέτρησης μετά το σφάλμα δίνεται από τη σχέση:

|    |                           |    |                             |    |                            |
|----|---------------------------|----|-----------------------------|----|----------------------------|
| i  | z                         | 16 | <i>Ire</i> <sub>6-11</sub>  | 32 | <i>Im</i> <sub>2-5</sub>   |
| 1  | <i>E</i> <sub>2</sub>     | 17 | <i>Ire</i> <sub>6-12</sub>  | 33 | <i>Im</i> <sub>6-5</sub>   |
| 2  | <i>E</i> <sub>6</sub>     | 18 | <i>Ire</i> <sub>6-13</sub>  | 34 | <i>Im</i> <sub>6-11</sub>  |
| 3  | <i>E</i> <sub>7</sub>     | 19 | <i>Ire</i> <sub>7-4</sub>   | 35 | <i>Im</i> <sub>6-12</sub>  |
| 4  | <i>E</i> <sub>9</sub>     | 20 | <i>Ire</i> <sub>7-8</sub>   | 36 | <i>Im</i> <sub>6-13</sub>  |
| 5  | <i>E</i> <sub>13</sub>    | 21 | <i>Ire</i> <sub>7-9</sub>   | 37 | <i>Im</i> <sub>7-4</sub>   |
| 6  | <i>F</i> <sub>2</sub>     | 22 | <i>Ire</i> <sub>9-4</sub>   | 38 | <i>Im</i> <sub>7-8</sub>   |
| 7  | <i>F</i> <sub>6</sub>     | 23 | <i>Ire</i> <sub>9-7</sub>   | 39 | <i>Im</i> <sub>7-9</sub>   |
| 8  | <i>F</i> <sub>7</sub>     | 24 | <i>Ire</i> <sub>9-10</sub>  | 40 | <i>Im</i> <sub>9-4</sub>   |
| 9  | <i>F</i> <sub>9</sub>     | 25 | <i>Ire</i> <sub>9-14</sub>  | 41 | <i>Im</i> <sub>9-7</sub>   |
| 10 | <i>F</i> <sub>13</sub>    | 26 | <i>Ire</i> <sub>13-6</sub>  | 42 | <i>Im</i> <sub>9-10</sub>  |
| 11 | <i>Ire</i> <sub>2-1</sub> | 27 | <i>Ire</i> <sub>13-12</sub> | 43 | <i>Im</i> <sub>9-14</sub>  |
| 12 | <i>Ire</i> <sub>2-3</sub> | 28 | <i>Ire</i> <sub>13-14</sub> | 44 | <i>Im</i> <sub>13-6</sub>  |
| 13 | <i>Ire</i> <sub>2-4</sub> | 29 | <i>Im</i> <sub>2-1</sub>    | 45 | <i>Im</i> <sub>13-12</sub> |
| 14 | <i>Ire</i> <sub>2-5</sub> | 30 | <i>Im</i> <sub>2-3</sub>    | 46 | <i>Im</i> <sub>13-14</sub> |
| 15 | <i>Ire</i> <sub>6-5</sub> | 31 | <i>Im</i> <sub>2-4</sub>    |    |                            |

$$z(i) = zz(i) + v(i) = zz(i) + s(i) * rand$$

όπου

$s(i)$ : η τυπική απόκλιση κάθε μέτρησης,

$A$ : η α.μ.τιμή της κάθε μέτρησης,

$z(i)$ : η τιμή κάθε μέτρησης μετά την προσθήκη τυχαίου σφάλματος,

$zz(i)$ : η τιμή κάθε μέτρησης πριν την προσθήκη σφάλματος, όπως προέκυψε από την ροή ισχύος,

$rand$ : ένας τυχαίος αριθμός από 0 έως 1.

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι ο συντελεστής 0.02/3 που πολλαπλασιάζεται με την τιμή κάθε μέτρησης για την εύρεση της τυπικής απόκλισης δεν είναι σταθερός για όλα τα δίκτυα και προσαρμόζεται ανάλογα με τις μετρήσεις και τον αριθμό ζυγών κάθε δικτύου.

Στη συνέχεια κατασκευάζεται η ιακωβιανή μήτρα του δικτύου, η οποία έχει τη μορφή που αναλύσαμε στην ενότητα (3.5) και με βάση τη θεωρία της εκτίμησης κατάστασης που προηγήθηκε στο κεφάλαιο 3 προκύπτει η μήτρα κέρδους, το εκτιμώμενο διάνυσμα κατάστασης  $\hat{x}$ , το εκτιμώμενο διάνυσμα μετρήσεων  $z_{est}$  και η διαφορά  $\Delta z = z_{est} - z$ .

Σε αυτό το σημείο του κώδικα, αν δεν υπάρχει επίθεση, το πρόγραμμα προχωράει κανονικά στην ανίχνευση εσφαλμένων δεδομένων με χρήση της  $\chi^2$ -κατανομής. Οπότε, αν προκύψει σφάλμα στα δεδομένα το πρόγραμμα υπολογίζει τη μήτρα υπολοίπων και στη συνέχεια τα κανονικοποιημένα υπόλοιπα και βρίσκει το μεγαλύτερο από αυτά, ώστε να εντοπίσει τη λανθασμένη μέτρηση.

Αν υπάρχει επίθεση, τότε το πρόγραμμα διαβάζει το πλήθος των μετρήσεων στις οποίες γίνεται έγχυση ψευδών δεδομένων και το μέγεθος κατά το οποίο μεταβάλλονται. Έπειτα γίνεται η κατασκευή των ορισμάτων της έτοιμης συνάρτησης `intlinprog` του `matlab`, η οποία θα χρησιμοποιηθεί για την βελτιστοποίηση της επίθεσης βάσει της θεωρίας που αναπτύχθηκε στην υποενότητα (5.1.2). Η συγκεκριμένη συνάρτηση λύνει γραμμικά προβλήματα βελτιστοποίησης με μικτές μεταβλητές (ακέραιες και συνεχείς). Η εξερχόμενη

πληροφορία από αυτή είναι ένα διάνυσμα  $x$  με  $m+2n$  στοιχεία, το οποίο αποτελείται από  $m$  δυαδικές μεταβλητές, αλλά και  $2n$  συνεχείς μεταβλητές που σχηματίζουν το διάνυσμα  $c$ . Έτσι, πολλαπλασιάζοντας το διάνυσμα  $c$  με την ιακωβιανή μήτρα  $H$  προκύπτει το διάνυσμα  $a$ , το οποίο είναι το διάνυσμα επίθεσης. Το διάνυσμα αυτό προστίθεται έπειτα στο διάνυσμα των μετρήσεων  $z$  και προκύπτουν τελικά οι αλλοιωμένες μετρήσεις.

Όπως έχει αναλυθεί στη θεωρία της αόρατης επίθεσης, όταν υπολογιστεί η αντικειμενική συνάρτηση με το βελτιστοποιημένο διάνυσμα των ψευδών μετρήσεων δεν θα ξεπεράσει το όριο της κατανομής που έχει οριστεί, οπότε το πρόγραμμα δεν θα εντοπίσει εσφαλμένα δεδομένα.

## 5.4 Σενάρια Εκτέλεσης Αλγορίθμων

Το πρόγραμμα που περιγράφεται στις προηγούμενες ενότητες εκτελέστηκε για ένα σενάριο μετρήσεων στο δίκτυο των 14 ζυγών του IEEE και για ένα σενάριο στο δίκτυο των 118 ζυγών του IEEE, του οποίου τα αποτελέσματα θα παραθέσουμε σε επόμενη ενότητα. Το πρόγραμμα αυτό αναπτύχθηκε και εκτελέστηκε σε περιβάλλον Matlab 8.5.0.197613 – R2015a και σε υπολογιστή με επεξεργαστή Intel Core i7-5500U στα 2.4GHz και με μνήμη RAM 4GB.

Σε αυτή την ενότητα θα αναλυθούν διαφορετικά σενάρια εκτέλεσης για το δίκτυο των 14 ζυγών του IEEE. Τα σενάρια αυτά δίνονται επιγραμματικά:

- **Σενάριο 1:** Εκτέλεση του προγράμματος χωρίς επίθεση.
- **Σενάριο 2:** Με απλή επίθεση-έγχυση εσφαλμένων δεδομένων.
- **Σενάριο 3:** Με μη ανιχνεύσιμη επίθεση, χωρίς βελτιστοποίηση.
- **Σενάριο 4:** Με βελτιστοποιημένη μη ανιχνεύσιμη επίθεση.
  1. Εκτέλεση της παραπάνω επίθεσης για διαφορετικές τιμές του  $M$ .
  2. Με επίθεση σε μετρήσεις ακτινικών ζυγών.
- **Σενάριο 5:** Με πολλαπλή επίθεση.

Η ανάλυση και τα αποτελέσματα για διαφορετικές τιμές της σταθεράς  $M$  και η επίθεση σε συγκεκριμένες μετρήσεις ακτινικών ζυγών θα γίνει μόνο για το δίκτυο των 14 ζυγών και όχι για των 118, αφού ο τρόπος αντιμετώπισής τους είναι ο ίδιος. Επίσης, τα σενάρια 1 και 2 θα παραλειφθούν, αφού δεν χρίζουν περαιτέρω ενδιαφέροντος για το δίκτυο των 118 ζυγών.

### 5.4.1 Εκτέλεση του προγράμματος χωρίς επίθεση

Σε αυτό το σενάριο θα τρέξουμε το πρόγραμμα μόνο για την εκτίμηση κατάστασης. Παρακάτω φαίνεται το διάνυσμα κατάστασης με το πραγματικό και φανταστικό μέρος της τάσης στα σημεία που έχουμε μέτρηση, το εκτιμώμενο διάνυσμα κατάστασης και η διαφορά τους:

| i  | x                   | $\hat{x}$            | $\Delta x$             |
|----|---------------------|----------------------|------------------------|
| 1  | 1,06000000000000    | 1,06370592311780     | -0,00370592311780427   |
| 2  | 1,04100352162324    | 1,04142819323123     | -0,000424671607990312  |
| 3  | 0,974999343210801   | 0,975421409237194    | -0,000422066026392609  |
| 4  | 0,985830028660997   | 0,986249351452408    | -0,000419322791410992  |
| 5  | 0,996612379940113   | 0,997040187410392    | -0,000427807470278929  |
| 6  | 0,947430789158353   | 0,947825916331145    | -0,000395127172791998  |
| 7  | 0,962615884904542   | 0,962996725765181    | -0,000380840860638498  |
| 8  | 0,991792712195597   | 0,992186262002903    | -0,000393549807305882  |
| 9  | 0,932182167304350   | 0,932568043276869    | -0,000385875972518823  |
| 10 | 0,925545960663521   | 0,925937750158348    | -0,000391789494826766  |
| 11 | 0,932076382124789   | 0,932487218203022    | -0,000410836078232779  |
| 12 | 0,927386709265011   | 0,927783827258733    | -0,000397117993722440  |
| 13 | 0,922169738962326   | 0,922567707396629    | -0,000397968434303730  |
| 14 | 0,903252580284886   | 0,903657004450644    | -0,000404424165757589  |
| 15 | 0                   | -0,00101805558623134 | 0,00101805558623134    |
| 16 | -0,0913053556370798 | -0,0911920739941615  | -0,000113281642918267  |
| 17 | -0,220437189120604  | -0,220417891056660   | -1,92980639443507e- 05 |
| 18 | -0,176798103826284  | -0,176700221570769   | -9,78822555147973e- 05 |
| 19 | -0,151621411393028  | -0,151518154005399   | -0,000103257387628786  |
| 20 | -0,252529820888293  | -0,252351324940246   | -0,000178495948046309  |
| 21 | -0,234190178555896  | -0,234047346071225   | -0,000142832484671090  |
| 22 | -0,241288468226926  | -0,241152316759223   | -0,000136151467702350  |
| 23 | -0,259948832142029  | -0,259801661120138   | -0,000147171021890546  |
| 24 | -0,262029147433124  | -0,261894565465765   | -0,000134581967358827  |
| 25 | -0,258881607031205  | -0,258727039558134   | -0,000154567473071188  |
| 26 | -0,264694583988085  | -0,264541076073820   | -0,000153507914265161  |
| 27 | -0,264680535513400  | -0,264506024550040   | -0,000174510963359964  |
| 28 | -0,275612201032774  | -0,275484833595143   | -0,000127367437630754  |

Στη συνέχεια φαίνονται τα διανύσματα μετρήσεων, εκτιμώμενων μετρήσεων και η διαφορά τους:

| i  | z                   | $z_{est}$           | r                      |
|----|---------------------|---------------------|------------------------|
| 1  | 1,04107662471204    | 1,04119843605472    | -0,000121811342680633  |
| 2  | 0,947448368118396   | 0,947616691100281   | -0,000168322981885294  |
| 3  | 0,962980190896056   | 0,962796216000031   | 0,000183974896025618   |
| 4  | 0,932382925240307   | 0,932362426672420   | 2,04985678867731e- 05  |
| 5  | 0,922412591573370   | 0,922344250505595   | 6,83410677753127e- 05  |
| 6  | -0,0912591295498138 | -0,0912398877979777 | -1,92417518360827e- 05 |
| 7  | -0,252483958311983  | -0,252446226704951  | -3,77316070314659e- 05 |
| 8  | -0,234087916214881  | -0,234104856564214  | 1,69403493325560e- 05  |
| 9  | -0,259758164453629  | -0,259861176553612  | 0,000103012099982702   |
| 10 | -0,264624228231023  | -0,264596143651566  | -2,80845794571882e- 05 |
| 11 | -1,48543016396376   | -1,48543016396378   | 1,99840144432528e- 14  |

| i  | z                   | $z_{est}$           | r                      |
|----|---------------------|---------------------|------------------------|
| 12 | 0,694655772385463   | 0,694655772385463   | 3,33066907387547e- 16  |
| 13 | 0,532140596378345   | 0,532162561056050   | -2,19646777053217e- 05 |
| 14 | 0,390435459090711   | 0,390403624314085   | 3,18347766254390e- 05  |
| 15 | -0,400327526335044  | -0,400288107229550  | -3,94191054934878e- 05 |
| 16 | 0,0561076537676684  | 0,0561076537676686  | -1,52655665885959e- 16 |
| 17 | 0,0692607778670998  | 0,0692895893957682  | -2,88115286684043e- 05 |
| 18 | 0,152547844994774   | 0,152465430561786   | 8,24144329885646e- 05  |
| 19 | -0,274178311417979  | -0,274132656202886  | -4,56552150923661e- 05 |
| 20 | 0,0403874886378258  | 0,0403874886378259  | -9,71445146547012e- 17 |
| 21 | 0,234322239757800   | 0,234127079260047   | 0,000195160497752478   |
| 22 | -0,149311710401821  | -0,149381389216702  | 6,96788148813743e- 05  |
| 23 | -0,233949729007890  | -0,234127079260047  | 0,000177350252157621   |
| 24 | 0,0475380955557464  | 0,0475380955557472  | -7,28583859910259e- 16 |
| 25 | 0,0887918471320041  | 0,0888089254356249  | -1,70783036207850e- 05 |
| 26 | -0,152422975406730  | -0,152465430561786  | 4,24551550557151e- 05  |
| 27 | -0,0129243387817357 | -0,0129389909177733 | 1,46521360375497e- 05  |
| 28 | 0,0469445678097684  | 0,0469294971768706  | 1,50706328978581e- 05  |
| 29 | -0,138871313412559  | -0,138871313412554  | -4,94049245958195e- 15 |
| 30 | -0,146163976949763  | -0,146163976949763  | 4,44089209850063e- 16  |
| 31 | -0,120295250478287  | -0,120297715987052  | 2,46550876509266e- 06  |
| 32 | -0,109876716422104  | -0,109874732842179  | -1,98357992430009e- 06 |
| 33 | 0,195237027190889   | 0,195226881714730   | 1,01454761593789e- 05  |
| 34 | -0,0504156613319473 | -0,0504156613319479 | 5,96744875736022e- 16  |
| 35 | -0,0450464364761128 | -0,0450434715919102 | -2,96488420253177e- 06 |
| 36 | -0,116502558046036  | -0,116579813948139  | 7,72559021029601e- 05  |
| 37 | 0,111090907886315   | 0,111115931793578   | -2,50239072627362e- 05 |
| 38 | 0,165706410378813   | 0,165706410378814   | -7,21644966006352e- 16 |
| 39 | -0,276367450011030  | -0,276645662463507  | 0,000278212452476778   |
| 40 | 0,0965489943663445  | 0,0964981714270261  | 5,08229393184068e- 05  |
| 41 | 0,276885725385353   | 0,276645662463507   | 0,000240062921846085   |
| 42 | -0,0606120929122896 | -0,0606120929122906 | 1,08246744900953e- 15  |
| 43 | -0,0652581328941711 | -0,0652579981931372 | -1,34701033979723e- 07 |
| 44 | 0,116654640977437   | 0,116579813948139   | 7,48270292986186e- 05  |
| 45 | 0,0118903586350103  | 0,0118821533948932  | 8,20524011713522e- 06  |
| 46 | -0,0312999415921298 | -0,0313002843064045 | 3,42714274736977e- 07  |

Μπορεί να παρατηρήσει κανείς ότι οι διαφορές τόσο του διανύσματος μετρήσεως όσο και του διανύσματος κατάστασης με τα αντίστοιχα εκτιμώμενα είναι αρκετά μικρή, άρα έχουμε καλή εκτίμηση. Επίσης η αντικειμενική συνάρτηση J ισούται περίπου με 3.9694 και το όριο για την ανίχνευση εσφαλμένων δεδομένων είναι 28.8690.

#### 5.4.2 Απλή επίθεση-έγχυση εσφαλμένων δεδομένων

Σε αυτό το σενάριο εκτέλεσης θα προσθέσουμε έναν αριθμό σε μια τυχαία μέτρηση π.χ στην 15η, η οποία αντιστοιχεί στο πραγματικό μέρος της τιμής του ρεύματος από τον 6

στον 5 ζυγό. Άρα έχουμε  $z(15) = z(15) + 1$ . Αφού τρέξουμε το πρόγραμμα παίρνουμε αντίστοιχα με το σενάριο 1 τα εξής αποτελέσματα:

| i  | x                   | $\hat{x}$           | $\Delta x$           |
|----|---------------------|---------------------|----------------------|
| 1  | 1,06000000000000    | 1,05986059884493    | 0,000139401155075047 |
| 2  | 1,04100352162324    | 1,03755077588929    | 0,00345274573394483  |
| 3  | 0,974999343210801   | 0,971633185184119   | 0,00336615802668194  |
| 4  | 0,985830028660997   | 0,993521143543164   | -0,00769111488216656 |
| 5  | 0,996612379940113   | 0,985831631243997   | 0,0107807486961159   |
| 6  | 0,947430789158353   | 0,944397949089381   | 0,00303284006897209  |
| 7  | 0,962615884904542   | 0,967737416957090   | -0,00512153205254751 |
| 8  | 0,991792712195597   | 0,996922682508727   | -0,00512997031312956 |
| 9  | 0,932182167304350   | 0,936384322628964   | -0,00420215532461321 |
| 10 | 0,925545960663521   | 0,929747147417260   | -0,00420118675373882 |
| 11 | 0,932076382124789   | 0,929031087747170   | 0,00304529437761936  |
| 12 | 0,927386709265011   | 0,924523793384134   | 0,00286291588087650  |
| 13 | 0,922169738962326   | 0,919550891294088   | 0,00261884766823706  |
| 14 | 0,903252580284886   | 0,904503480926119   | -0,00125090064123234 |
| 15 | 0                   | -0,0576764988945519 | 0,0576764988945519   |
| 16 | -0,0913053556370798 | -0,147982671999193  | 0,0566773163621128   |
| 17 | -0,220437189120604  | -0,276939083992266  | 0,0565018948716616   |
| 18 | -0,176798103826284  | -0,182352812943739  | 0,00555470911745531  |
| 19 | -0,151621411393028  | -0,248597283309698  | 0,0969758719166701   |
| 20 | -0,252529820888293  | -0,188305920411528  | -0,0642239004767650  |
| 21 | -0,234190178555896  | -0,217317040462258  | -0,0168731380936387  |
| 22 | -0,241288468226926  | -0,224419976387741  | -0,0168684918391847  |
| 23 | -0,259948832142029  | -0,240431894580372  | -0,0195169375616566  |
| 24 | -0,262029147433124  | -0,242524434696486  | -0,0195047127366380  |
| 25 | -0,258881607031205  | -0,194684354457155  | -0,0641972525740496  |
| 26 | -0,264694583988085  | -0,202579519545802  | -0,0621150644422828  |
| 27 | -0,264680535513400  | -0,203874516425665  | -0,0608060190877354  |
| 28 | -0,275612201032774  | -0,236965149921755  | -0,0386470511110194  |

και για τις μετρήσεις:

| i  | z                   | $z_{est}$          | r                    |
|----|---------------------|--------------------|----------------------|
| 1  | 1,04144583592689    | 1,03755077588929   | 0,00389506003759310  |
| 2  | 0,947957413023842   | 0,944397949089381  | 0,00355946393446105  |
| 3  | 0,962697779758205   | 0,967737416957090  | -0,00503963719888512 |
| 4  | 0,932338469262336   | 0,936384322628964  | -0,00404585336662799 |
| 5  | 0,922749442343900   | 0,919550891294088  | 0,00319855104981182  |
| 6  | -0,0912830490249052 | -0,147982671999193 | 0,0566996229742874   |
| 7  | -0,252293159661065  | -0,188305920411528 | -0,0639872392495371  |
| 8  | -0,233953630389439  | -0,217317040462258 | -0,0166365899271814  |
| 9  | -0,259945346045584  | -0,240431894580372 | -0,0195134514652120  |
| 10 | -0,264576268113294  | -0,203874516425665 | -0,0607017516876292  |



| i  | z                   | $z_{est}$           | r                      |
|----|---------------------|---------------------|------------------------|
| 11 | -1,48597393207826   | -1,48597393207828   | 1,95399252334028e- 14  |
| 12 | 0,694710465770383   | 0,694710465770383   | 4,44089209850063e- 16  |
| 13 | 0,531989825864494   | 0,252583209478688   | 0,279406616385806      |
| 14 | 0,390386475352218   | 0,613126575051601   | -0,222740099699384     |
| 15 | 0,599944014373018   | 0,239232453369455   | 0,360711561003563      |
| 16 | 0,0561564360330407  | 0,0561564360330410  | -3,05311331771918e- 16 |
| 17 | 0,0692742114013284  | 0,0756597510143897  | -0,00638553961306126   |
| 18 | 0,152564887748450   | 0,172010562452571   | -0,0194456747041205    |
| 19 | -0,274426425233706  | -0,167196956381591  | -0,107229468852115     |
| 20 | 0,0403232241015236  | 0,0403232241015237  | -7,63278329429795e- 17 |
| 21 | 0,234158434378371   | 0,210115935988680   | 0,0240424983896908     |
| 22 | -0,149409552627230  | -0,104424973275977  | -0,0449845793512524    |
| 23 | -0,234109852130502  | -0,210115935988680  | -0,0239939161418224    |
| 24 | 0,0475885895945516  | 0,0475885895945525  | -9,22872889219661e- 16 |
| 25 | 0,0887089685390773  | 0,0348975490234175  | 0,0538114195156598     |
| 26 | -0,152242374786226  | -0,172010562452571  | 0,0197681876663445     |
| 27 | -0,0128748514382399 | -0,0152939756844052 | 0,00241912424616527    |
| 28 | 0,0468913242309678  | 0,0937124255900416  | -0,0468211013590738    |
| 29 | -0,138916005435450  | -0,138916005435449  | -1,33226762955019e- 15 |
| 30 | -0,146118533470512  | -0,146118533470512  | -6,10622663543836e- 16 |
| 31 | -0,120417095814298  | -0,149660920416460  | 0,0292438246021613     |
| 32 | -0,109813361347445  | -0,0795163475602985 | -0,0302970137871468    |
| 33 | 0,195362825440483   | 0,164406325508358   | 0,0309564999321244     |
| 34 | -0,0504430520251000 | -0,0504430520251006 | 5,89805981832114e- 16  |
| 35 | -0,0449889883240094 | -0,0413385548182934 | -0,00365043350571600   |
| 36 | -0,116371494873962  | -0,103389568504296  | -0,0129819263696655    |
| 37 | 0,111182229086293   | 0,123296320706170   | -0,0121140916198771    |
| 38 | 0,165684164357860   | 0,165684164357860   | -5,55111512312578e- 16 |
| 39 | -0,276383464211267  | -0,285002220962877  | 0,00861875675161011    |
| 40 | 0,0965632159528397  | 0,102730808217125   | -0,00616759226428504   |
| 41 | 0,276674966772839   | 0,285002220962877   | -0,00832725419003794   |
| 42 | -0,0606317417361094 | -0,0606317417361106 | 1,25593979660721e- 15  |
| 43 | -0,0652148058730150 | -0,101505341543303  | 0,0362905356702878     |
| 44 | 0,116650946004384   | 0,103389568504296   | 0,0132613775000882     |
| 45 | 0,0117946960233395  | 0,00797557025138684 | 0,00381912577195264    |
| 46 | -0,0313064935127069 | 0,00278965156639327 | -0,0340961450791001    |

Τέλος έχουμε τα κανονικοποιημένα υπόλοιπα:

| i | $r_n$        | i  | $r_n$                  |
|---|--------------|----|------------------------|
| 1 | 5,404800657  | 24 | -9,22872889219661e- 13 |
| 2 | 5,458410599  | 25 | 1046,598719            |
| 3 | -7,595724665 | 26 | 129,2546922            |
| 4 | -6,314175194 | 27 | 38,42800387            |
| 5 | 5,051623203  | 28 | -1028,341351           |

| i  | $r_n$                  | i  | $r_n$                  |
|----|------------------------|----|------------------------|
| 6  | 486,6788139            | 29 | -1,33226762955019e- 12 |
| 7  | -262,4896803           | 30 | -0,000237371           |
| 8  | -72,06910637           | 31 | 522,1379106            |
| 9  | -78,08903814           | 32 | -597,7139229           |
| 10 | -240,1446384           | 33 | 253,6349856            |
| 11 | 0,000548185            | 34 | 0,000324249            |
| 12 | 4,44089209850063e- 13  | 35 | -39,68803647           |
| 13 | 1112,807617            | 36 | -96,56905615           |
| 14 | -1469,413116           | 37 | -153,6529956           |
| 15 | 1636,924571            | 38 | -0,000215792           |
| 16 | -3,05311331771918e- 13 | 39 | 41,31022368            |
| 17 | -59,5037824            | 40 | -40,86379892           |
| 18 | -127,1459347           | 41 | -39,91303423           |
| 19 | -683,3285005           | 42 | 1,25593979660721e- 12  |
| 20 | -7,63278329429795e- 14 | 43 | 641,6492223            |
| 21 | 130,391603             | 44 | 98,64781789            |
| 22 | -253,2638809           | 45 | 58,09171703            |
| 23 | -130,128123            | 46 | -655,9430729           |

Παρατηρούμε ότι πράγματι το μεγαλύτερο κανονικοποιημένο υπόλοιπο είναι της 15ης μέτρησης, άρα επιβεβαιώνεται ότι έχουμε εσφαλμένο δεδομένο σε αυτή την μέτρηση. Η τιμή της J βγαίνει περίπου  $2.679527 * 10^6$ , πολύ μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή του πίνακα πιθανοτήτων.

### 5.4.3 Μη ανιχνεύσιμη επίθεση, χωρίς βελτιστοποίηση

Όπως έχει αναλυθεί στην θεωρία μια μη ανιχνεύσιμη επίθεση συμβαίνει όταν το διάνυσμα επίθεσης αποτελεί γραμμικό συνδυασμό της ιακωβιανής μήτρας και του διανύσματος  $c$ . Έτσι απλά θα οριστεί ένα τυχαίο διάνυσμα  $c$ , θα πολλαπλασιαστεί με την  $H$  ώστε να προκύψει το διάνυσμα  $a$  και στη συνέχεια θα προστεθεί στο αρχικό διάνυσμα μετρήσεων. Όπως είναι λογικό, δεν εμφανίζονται εσφαλμένα δεδομένα και προκύπτουν τα ακόλουθα αποτελέσματα:

| i  | x                 | $\hat{x}$         | c                   |
|----|-------------------|-------------------|---------------------|
| 1  | 1,06000000000000  | 1,06380936002083  | -0,544137992891005  |
| 2  | 1,04100352162324  | 1,04152089299119  | 1,46313010111265    |
| 3  | 0,974999343210801 | 0,975495378621977 | 2,09364830858073    |
| 4  | 0,985830028660997 | 0,986349890357209 | 2,54686681982361    |
| 5  | 0,996612379940113 | 0,997119393421156 | -2,23974923001422   |
| 6  | 0,947430789158353 | 0,947928930443562 | 1,79702676853675    |
| 7  | 0,962615884904542 | 0,963109705062998 | 1,55098003973841    |
| 8  | 0,991792712195597 | 0,992298286063410 | -3,37388264805369   |
| 9  | 0,932182167304350 | 0,932684064928280 | -3,81002318441623   |
| 10 | 0,925545960663521 | 0,926048475484815 | -0,0163594801785703 |
| 11 | 0,932076382124789 | 0,932573899633013 | 4,59743958516081    |

| i  | x                   | $\hat{x}$             | c                  |
|----|---------------------|-----------------------|--------------------|
| 12 | 0,927386709265011   | 0,927875563927455     | -1,59614273333867  |
| 13 | 0,922169738962326   | 0,922668972700180     | 0,852677509797774  |
| 14 | 0,903252580284886   | 0,903767403120424     | -2,76188060508863  |
| 15 | 0                   | -0,000981177730025852 | 2,51267059305653   |
| 16 | -0,0913053556370798 | -0,0911968540594450   | -2,44904884540731  |
| 17 | -0,220437189120604  | -0,220438382202709    | 0,0595705166514238 |
| 18 | -0,176798103826284  | -0,176737442800392    | 1,99076722656686   |
| 19 | -0,151621411393028  | -0,151551657453173    | 3,90903252535798   |
| 20 | -0,252529820888293  | -0,252408015774226    | 4,59291425205444   |
| 21 | -0,234190178555896  | -0,234076051335764    | 0,472155299638031  |
| 22 | -0,241288468226926  | -0,241195782992040    | -3,61375557171321  |
| 23 | -0,259948832142029  | -0,259831390901035    | -3,50705994440943  |
| 24 | -0,262029147433124  | -0,261923800104423    | -2,42491745876264  |
| 25 | -0,258881607031205  | -0,258764264079162    | 3,40717255983663   |
| 26 | -0,264694583988085  | -0,264593548213585    | -2,45717821028469  |
| 27 | -0,264680535513400  | -0,264560814800968    | 3,14284826068816   |
| 28 | -0,275612201032774  | -0,275529856729026    | -2,56475031275011  |

Από τη θεωρία επαληθεύεται ότι  $\hat{x} = x + c$ . Το διάνυσμα μετρήσεων μετά την επίθεση θα γίνει  $z_{att} = z + a$ :

| i  | $z_{att}$          | z                   | $\alpha$           |
|----|--------------------|---------------------|--------------------|
| 1  | 2,50478051808275   | 1,04165041697010    | 1,46313010111265   |
| 2  | 2,74512025652923   | 0,948093487992482   | 1,79702676853675   |
| 3  | 2,51369011674973   | 0,962710077011328   | 1,55098003973841   |
| 4  | -2,87718205489807  | 0,932841129518166   | -3,81002318441623  |
| 5  | 1,77529924833588   | 0,922621738538105   | 0,852677509797774  |
| 6  | -2,54033850966662  | -0,0912896642593150 | -2,44904884540731  |
| 7  | 4,34045916729269   | -0,252455084761757  | 4,59291425205444   |
| 8  | 0,238105192514724  | -0,234050107123307  | 0,472155299638031  |
| 9  | -3,76674708984914  | -0,259687145439717  | -3,50705994440943  |
| 10 | 2,87843447302238   | -0,264413787665785  | 3,14284826068816   |
| 11 | -67,1178858999665  | -1,48598505647711   | -65,6319008434894  |
| 12 | -11,9629378478757  | 0,694952738200056   | -12,6578905860757  |
| 13 | -23,9665846601379  | 0,532378764603830   | -24,4989634247417  |
| 14 | -26,2913823869589  | 0,390547185510387   | -26,6819295724692  |
| 15 | 2,31349624166706   | -0,400104768952970  | 2,71360101062002   |
| 16 | -0,564329927248562 | 0,0560424769339513  | -0,620372404182513 |
| 17 | 27,6379888923608   | 0,0692831020532274  | 27,5687057903076   |
| 18 | 11,9284875604451   | 0,152619634694706   | 11,7758679257504   |
| 19 | -7,53613773871001  | -0,274221485224794  | -7,26191625348522  |
| 20 | 23,2360522452882   | 0,0404185731267438  | 23,1956336721615   |
| 21 | 36,4057119548980   | 0,234316226805519   | 36,1713957280925   |
| 22 | -10,0344743310354  | -0,149496138766202  | -9,88497819226920  |
| 23 | -36,4053265582289  | -0,233930830136388  | -36,1713957280925  |

| i  | $z_{att}$           | $z$                 | $\alpha$            |
|----|---------------------|---------------------|---------------------|
| 24 | -25,9723160797367   | 0,0475810448863013  | -26,0198971246230   |
| 25 | -4,25811519623823   | 0,0887490082512645  | -4,34686420448950   |
| 26 | -11,9281501478542   | -0,152282222103770  | -11,7758679257504   |
| 27 | 18,6934185125922    | -0,0128727998052613 | 18,7062913123974    |
| 28 | 17,3694802572442    | 0,0468665694939364  | 17,3226136877503    |
| 29 | -55,5659235948895   | -0,138893804787897  | -55,4270297901016   |
| 30 | 0,0535391580919773  | -0,146224051795725  | 0,199763209887702   |
| 31 | -2,03687274461097   | -0,120290717084808  | -1,91658202752616   |
| 32 | -30,1331021394490   | -0,109943454459836  | -30,0231586849891   |
| 33 | -15,8224678558664   | 0,195213274801637   | -16,0176811306681   |
| 34 | 13,7328191519530    | -0,0504379907056947 | 13,7832571426587    |
| 35 | -0,0634561251587376 | -0,0450836096640082 | -0,0183725154947294 |
| 36 | -1,38584486930557   | -0,116361523557627  | -1,26948334574794   |
| 37 | 4,87340382261834    | 0,111129625577397   | 4,76227419704094    |
| 38 | -27,7926432403729   | 0,165702986093738   | -27,9583462264667   |
| 39 | -49,0083375063420   | -0,276374737915118  | -48,7319627684269   |
| 40 | 11,5260185792318    | 0,0964633916309105  | 11,4295551876009    |
| 41 | 49,0087325713481    | 0,276769802921203   | 48,7319627684269    |
| 42 | 35,0396300626956    | -0,0606158154512581 | 35,1002458781468    |
| 43 | 1,76780810717538    | -0,0652145657107188 | 1,83302267288610    |
| 45 | 1,38613245990597    | 0,116649114158028   | 1,26948334574794    |
| 46 | 8,43572612852159    | 0,0118036070167144  | 8,42392252150488    |
|    | -1,90936785615859   | -0,0313040746539478 | -1,87806378150464   |

Συγκρίνοντας τα υπόλοιπα των μετρήσεων από τις εκτιμώμενες, φαίνεται ότι είναι ίσα  $r - r_{att} = 0$ .

| i  | $r$                   | $r_{att}$             | $r - r_{att}$         |
|----|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1  | 0,000129523978916302  | 0,000129523978930290  | -1,39888101102770ε-14 |
| 2  | 0,000164557548919864  | 0,000164557548943733  | -2,38697950294409ε-14 |
| 3  | -0,000399628051669376 | -0,000399628051654499 | -1,48769885299771ε-14 |
| 4  | 0,000157064589886291  | 0,000157064589901612  | -1,53210777398272ε-14 |
| 5  | -4,72341620753047ε-05 | -4,72341620518790ε-05 | -2,34257058195908ε-14 |
| 6  | -9,28101998700637ε-05 | -9,28101999142506ε-05 | 4,41868763800812ε-14  |
| 7  | -4,70689875308739ε-05 | -4,70689875733399ε-05 | 4,24660306919122ε-14  |
| 8  | 2,59442124566078ε-05  | 2,59442124062037ε-05  | 5,04041253179821ε-14  |
| 9  | 0,000144245461318637  | 0,000144245461267456  | 5,11812814352197ε-14  |
| 10 | 0,000147027135183164  | 0,000147027135141808  | 4,13558076672871ε-14  |
| 11 | 1,88737914186277ε-14  | 5,68434188608080ε-14  | -3,79696274421804ε-14 |
| 12 | 5,55111512312578ε-16  | -1,77635683940025ε-15 | 2,33146835171283ε-15  |
| 13 | 0,000196456392668631  | 0,000196456392696831  | -2,81996648254790ε-14 |
| 14 | -4,21392076537797ε-05 | -4,21392076646043ε-05 | 1,08246744900953ε-14  |
| 15 | 8,71139176485958ε-05  | 8,71139176510383ε-05  | -2,44249065417534ε-15 |
| 16 | -7,00828284294630ε-16 | -3,77475828372553ε-15 | 3,07392999943090ε-15  |
| 17 | -1,84942438830604ε-05 | -1,84942438892222ε-05 | 6,16173778666962ε-15  |

| i  | r                     | $r_{att}$             | $r - r_{att}$         |
|----|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 18 | 0,000175298952703074  | 0,000175298952694192  | 8,88178419700125ε-15  |
| 19 | -3,15056180054674ε-05 | -3,15056180131279ε-05 | 7,66053886991358ε-15  |
| 20 | 1,11022302462516ε-16  | 1,06581410364015ε-14  | -1,05471187339390ε-14 |
| 21 | 0,000198059681880386  | 0,000198059681892460  | -1,20736753927986ε-14 |
| 22 | -9,49591109761783ε-05 | -9,49591109797865ε-05 | 3,60822483003176ε-15  |
| 23 | 0,000187336987250680  | 0,000187336987238496  | 1,21846976952611ε-14  |
| 24 | -9,92261828258734ε-16 | 7,10542735760100ε-15  | -8,09768918585974ε-15 |
| 25 | 2,00780811927537ε-05  | 2,00780811727697ε-05  | 1,99840144432528ε-14  |
| 26 | 0,000162113638232902  | 0,000162113638241479  | -8,57647286522933ε-15 |
| 27 | 1,28189583156572ε-05  | 1,28189583143978ε-05  | 1,25940924355916ε-15  |
| 28 | -1,73361119704951ε-05 | -1,73361119522042ε-05 | -1,82909243306995ε-14 |
| 29 | -1,02695629777827ε-15 | -2,84217094304040ε-14 | 2,73947531326257ε-14  |
| 30 | -8,88178419700125ε-16 | -1,80411241501588ε-15 | 9,15933995315754ε-16  |
| 31 | 2,50891456775315ε-05  | 2,50891456765601ε-05  | 9,71445146547012ε-16  |
| 32 | -1,55509336145498ε-05 | -1,55509336110526ε-05 | -3,49720252756924ε-15 |
| 33 | 2,85157444449291ε-05  | 2,85157444093187ε-05  | 3,56104035148519ε-14  |
| 34 | 9,71445146547012ε-16  | -8,88178419700125ε-15 | 9,85322934354826ε-15  |
| 35 | 1,04340216557294ε-05  | 1,04340216506849ε-05  | 5,04457586814056ε-15  |
| 36 | 0,000133179244621334  | 0,000133179244617310  | 4,02455846426619ε-15  |
| 37 | -3,62468183774667ε-06 | -3,62468184711418ε-06 | 9,36750677027476ε-15  |
| 38 | 8,88178419700125ε-16  | 7,10542735760100ε-15  | -6,21724893790088ε-15 |
| 39 | 0,000196847710899284  | 0,000196847710903114  | -3,83026943495679ε-15 |
| 40 | -2,66393463437820ε-05 | -2,66393463483894ε-05 | 4,60742555219440ε-15  |
| 41 | 0,000198217295185710  | 0,000198217295178438  | 7,27196081129478ε-15  |
| 42 | 2,04697370165263ε-15  | 0                     | 2,04697370165263ε-15  |
| 43 | 2,07604744203310ε-05  | 2,07604744257850ε-05  | -5,45397060847108ε-15 |
| 45 | 0,000154411355779469  | 0,000154411355783424  | -3,95516952522712ε-15 |
| 46 | -2,97858477365381ε-06 | -2,97858477438240ε-06 | 7,28583859910259ε-16  |
|    | -1,93680435850510ε-05 | -1,93680435871535ε-05 | 2,10248485288389ε-15  |

Αυτό σημαίνει ότι η μη ανιχνεύσιμη επίθεση δεν επηρεάζει το διάνυσμα υπολοίπων των μετρήσεων, ούσα πρακτικά άορατη από τον εκτιμητή κατάστασης και από την ανίχνευση λανθασμένων δεδομένων. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης J είναι ίση με 2.191483, δηλαδή είναι πολύ μικρότερη από την κρίσιμη τιμή.

#### 5.4.4 Βελτιστοποιημένη μη ανιχνεύσιμη επίθεση

Σε αυτήν την υποενότητα θα εκτελεστεί πάλι το πρόγραμμα με μη ανιχνεύσιμη επίθεση, με τη διαφορά όμως ότι θα γίνει βελτιστοποίηση με την συνάρτηση `intlinprog` του `matlab`, όπως αναλύθηκε στη ενότητα (5.3). Η σταθερά M για αυτή την εκτέλεση τίθεται ίση με  $10^3$ . Επίσης η επίθεση γίνεται στην 5η μέτρηση που αντιστοιχεί στο πραγματικό μέρος της τάσης στον 13 ζυγό.

| i | $\hat{x}$        | x                | c |
|---|------------------|------------------|---|
| 1 | 1,06365054507422 | 1,06000000000000 | 0 |

|    | $\hat{x}$            | x                   | c                |
|----|----------------------|---------------------|------------------|
| 2  | 1,04136623529060     | 1,04100352162324    | 0                |
| 3  | 0,975373150131426    | 0,974999343210801   | 0                |
| 4  | 0,986189893366165    | 0,985830028660997   | 0                |
| 5  | 0,996965258930765    | 0,996612379940113   | 0                |
| 6  | 12,9477520378492     | 0,947430789158353   | 12,0000000000000 |
| 7  | 0,962962174936285    | 0,962615884904542   | 0                |
| 8  | 0,992150708193736    | 0,991792712195597   | 0                |
| 9  | 0,932534354604088    | 0,932182167304350   | 0                |
| 10 | 0,925895782508286    | 0,925545960663521   | 0                |
| 11 | 12,9324011748479     | 0,932076382124789   | 12,0000000000000 |
| 12 | 12,9277052982226     | 0,927386709265011   | 12,0000000000000 |
| 13 | 12,9224977339921     | 0,922169738962326   | 12               |
| 14 | 0,903601144287481    | 0,903252580284886   | 0                |
| 15 | -0,00106248732636144 | 0                   | 0                |
| 16 | -0,0912619358073363  | -0,0913053556370798 | 0                |
| 17 | -0,220408944146651   | -0,220437189120604  | 0                |
| 18 | -0,176784942676477   | -0,176798103826284  | 0                |
| 19 | -0,151611490657381   | -0,151621411393028  | 0                |
| 20 | -0,252464013828328   | -0,252529820888293  | 0                |
| 21 | -0,234134273073988   | -0,234190178555896  | 0                |
| 22 | -0,241249504153858   | -0,241288468226926  | 0                |
| 23 | -0,259897319562309   | -0,259948832142029  | 0                |
| 24 | -0,261988602982971   | -0,262029147433124  | 0                |
| 25 | -0,258837739803783   | -0,258881607031205  | 0                |
| 26 | -0,264665932816150   | -0,264694583988085  | 0                |
| 27 | -0,264620580395418   | -0,264680535513400  | 0                |
| 28 | -0,275578653181468   | -0,275612201032774  | 0                |

Όπως και πριν βλέπουμε ότι επαληθεύεται ότι  $\hat{x} = x + c$ . Για τις μετρήσεις έχουμε:

| i  | $z_{att}$           | z                   | $\alpha$         |
|----|---------------------|---------------------|------------------|
| 1  | 1,04118531183734    | 1,04118531183734    | 0                |
| 2  | 12,9479004481201    | 0,947900448120092   | 12,0000000000000 |
| 3  | 0,962975246831274   | 0,962975246831274   | 0                |
| 4  | 0,932291717455820   | 0,932291717455820   | 0                |
| 5  | 12,9227286505609    | 0,922728650560908   | 12               |
| 6  | -0,0912891710435288 | -0,0912891710435288 | 0                |
| 7  | -0,252450906994986  | -0,252450906994986  | 0                |
| 8  | -0,234129380782045  | -0,234129380782045  | 0                |
| 9  | -0,259803744707507  | -0,259803744707507  | 0                |
| 10 | -0,264655240270733  | -0,264655240270733  | 0                |
| 11 | -1,48571486864410   | -1,48571486864410   | 0                |
| 12 | 0,694465374946937   | 0,694465374946937   | 0                |
| 13 | 0,531994654738387   | 0,531994654738387   | 0                |
| 14 | 0,390654918937235   | 0,390654918937235   | 0                |

| i  | $z_{att}$           | z                   | $\alpha$               |
|----|---------------------|---------------------|------------------------|
| 15 | -0,400291431807063  | -0,400291431807063  | 0                      |
| 16 | 0,0561058836304507  | 0,0561058836304507  | 0                      |
| 17 | 0,0693624108600356  | 0,0693624108600356  | 0                      |
| 18 | 0,152522199866039   | 0,152522199866032   | 7,10542735760100e- 15  |
| 19 | -0,274249061586137  | -0,274249061586137  | 0                      |
| 20 | 0,0403930234451956  | 0,0403930234451956  | 0                      |
| 21 | 0,234259091392122   | 0,234259091392122   | 0                      |
| 22 | -0,149372386429700  | -0,149372386429700  | 0                      |
| 23 | -0,234120183618232  | -0,234120183618232  | 0                      |
| 24 | 0,0475810141618675  | 0,0475810141618675  | 0                      |
| 25 | 0,0886708492966155  | 0,0886708492966155  | 0                      |
| 26 | -0,152381332579902  | -0,152381332579895  | -7,10542735760100e- 15 |
| 27 | -0,0128668576706808 | -0,0128668576706772 | -3,55271367880050e- 15 |
| 28 | 13,6908089775756    | 0,0468790838996570  | 13,6439298936759       |
| 29 | -0,138871939329108  | -0,138871939329108  | 0                      |
| 30 | -0,146179648546403  | -0,146179648546403  | 0                      |
| 31 | -0,120368797264820  | -0,120368797264820  | 0                      |
| 32 | -0,109942518331754  | -0,109942518331754  | 0                      |
| 33 | -47,4199641493512   | 0,195304480122710   | -47,6152686294739      |
| 34 | -0,0503867580400227 | -0,0503867580400227 | 0                      |
| 35 | -0,0450374878893929 | -0,0450374878893929 | 0                      |
| 36 | -0,116399474472563  | -0,116399474472549  | -1,42108547152020e- 14 |
| 37 | 0,111019057641121   | 0,111019057641121   | 0                      |
| 38 | 0,165702715057912   | 0,165702715057912   | 0                      |
| 39 | -0,276425224381707  | -0,276425224381707  | 0                      |
| 40 | 0,0965721597051238  | 0,0965721597051238  | 0                      |
| 41 | 0,276680658804062   | 0,276680658804062   | 0                      |
| 42 | -0,0606511246782746 | -0,0606511246782746 | 0                      |
| 43 | -0,0653111983696716 | -0,0653111983696716 | 0                      |
| 44 | 0,116509218632285   | 0,116509218632271   | 1,42108547152020e- 14  |
| 45 | 0,0118290864938612  | 0,0118290864938576  | 3,55271367880050e- 15  |
| 46 | -27,8108457281502   | -0,0312840268859760 | -27,7795617012642      |

Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί το διάνυσμα επίθεσης  $\alpha$  με το διάνυσμα των  $x_i$ , που προκύπτει από την βελτιστοποίηση της επίθεσης και δείχνει τις θέσεις του διανύσματος επίθεσης στις οποίες το πρόγραμμα εισάγει ψευδή δεδομένα, ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη μη ανιχνεύσιμη επίθεση.

| i  | z             | $x_i$ | $\alpha$              |
|----|---------------|-------|-----------------------|
| 1  | $E_2$         | 0     | 0                     |
| 2  | $E_6$         | 1     | 12                    |
| 3  | $E_7$         | 0     | 0                     |
| 4  | $E_9$         | 0     | 0                     |
| 5  | $E_{13}$      | 1     | 12                    |
| 6  | $F_2$         | 0     | 0                     |
| 7  | $F_6$         | 0     | 0                     |
| 8  | $F_7$         | 0     | 0                     |
| 9  | $F_9$         | 0     | 0                     |
| 10 | $F_{13}$      | 0     | 0                     |
| 11 | $Ire_{2-1}$   | 0     | 0                     |
| 12 | $Ire_{2-3}$   | 0     | 0                     |
| 13 | $Ire_{2-4}$   | 0     | 0                     |
| 14 | $Ire_{2-5}$   | 0     | 0                     |
| 15 | $Ire_{6-5}$   | 0     | 0                     |
| 16 | $Ire_{6-11}$  | 0     | 0                     |
| 17 | $Ire_{6-12}$  | 0     | 0                     |
| 18 | $Ire_{6-13}$  | 0     | 7,10542735760100e-15  |
| 19 | $Ire_{7-4}$   | 0     | 0                     |
| 20 | $Ire_{7-8}$   | 0     | 0                     |
| 21 | $Ire_{7-9}$   | 0     | 0                     |
| 22 | $Ire_{9-4}$   | 0     | 0                     |
| 23 | $Ire_{9-7}$   | 0     | 0                     |
| 24 | $Ire_{9-10}$  | 0     | 0                     |
| 25 | $Ire_{9-14}$  | 0     | 0                     |
| 26 | $Ire_{13-6}$  | 0     | -7,10542735760100e-15 |
| 27 | $Ire_{13-12}$ | 0     | -3,55271367880050e-15 |
| 28 | $Ire_{13-14}$ | 1     | 13,64392989           |
| 29 | $Iim_{2-1}$   | 0     | 0                     |
| 30 | $Iim_{2-3}$   | 0     | 0                     |
| 31 | $Iim_{2-4}$   | 0     | 0                     |
| 32 | $Iim_{2-5}$   | 0     | 0                     |
| 33 | $Iim_{6-5}$   | 1     | -47,61526863          |
| 34 | $Iim_{6-11}$  | 0     | 0                     |
| 35 | $Iim_{6-12}$  | 0     | 0                     |
| 36 | $Iim_{6-13}$  | 0     | -1,42108547152020e-14 |
| 37 | $Iim_{7-4}$   | 0     | 0                     |
| 38 | $Iim_{7-8}$   | 0     | 0                     |
| 39 | $Iim_{7-9}$   | 0     | 0                     |
| 40 | $Iim_{9-4}$   | 0     | 0                     |
| 41 | $Iim_{9-7}$   | 0     | 0                     |
| 42 | $Iim_{9-10}$  | 0     | 0                     |
| 43 | $Iim_{9-14}$  | 0     | 0                     |
| 44 | $Iim_{13-6}$  | 0     | 1,42108547152020e-14  |
| 45 | $Iim_{13-12}$ | 0     | 3,55271367880050e-15  |



| i  | z            | $x_i$ | $\alpha$    |
|----|--------------|-------|-------------|
| 46 | $Im_{13-14}$ | 1     | -27,7795617 |

Όπως παρατηρείται στο διάνυσμα  $\alpha$  έχουμε τιμές στις θέσεις, όπου  $x_i = 1$ , εκτός από μερικές πολύ μικρές τιμές, το οποίο είναι είναι σφάλμα ακρίβειας του matlab. Στη συνέχεια δίνεται η διαφορά των υπόλοιπων των μετρήσεων από τις εκτιμώμενες:

| i  | r                      | $r_{att}$              | $r - r_{att}$          |
|----|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1  | -0,000180923454718762  | -0,000180923453262594  | -1,45616851909836e- 12 |
| 2  | 0,000148410269388832   | 0,000148410270858435   | -1,46960221769632e- 12 |
| 3  | 1,30718935393848e- 05  | 1,30718949890030e- 05  | -1,44961820325307e- 12 |
| 4  | -0,000242637149720837  | -0,000242637148268443  | -1,45239376081463e- 12 |
| 5  | 0,000230916567299566   | 0,000230916568769501   | -1,46993528460371e- 12 |
| 6  | -2,72352362243461e- 05 | -2,72352361925382e- 05 | -3,1807889655107e- 14  |
| 7  | 1,31068332974160e- 05  | 1,31068333414364e- 05  | -4,40203429263875e- 14 |
| 8  | 4,89229190644980e- 06  | 4,89229194261531e- 06  | -3,61655150271645e- 14 |
| 9  | 9,35748547657989e- 05  | 9,35748548024917e- 05  | -3,66928709638614e- 14 |
| 10 | -3,46598753593885e- 05 | -3,46598753157568e- 05 | -4,36317648677687e- 14 |
| 11 | 1,70974345792274e- 14  | 1,62092561595273e- 14  | 8,88178419700125e- 16  |
| 12 | 3,33066907387547e- 16  | -7,77156117237610e- 16 | 1,11022302462516e- 15  |
| 13 | -0,000107816069567557  | -0,000107816069577660  | 1,01030295240889e- 14  |
| 14 | 9,26189134523581e- 05  | 9,26189134033972e- 05  | 4,89608353859694e- 14  |
| 15 | -0,000114766578341141  | -0,000114766578323489  | -1,76525460915400e- 14 |
| 16 | -1,45716771982052e- 16 | 7,63278329429795e- 17  | -2,22044604925031e- 16 |
| 17 | 1,88838931013124e- 05  | 1,88838930974267e- 05  | 3,88578058618805e- 15  |
| 18 | 7,23927297945903e- 05  | 7,23927297903715e- 05  | 4,21884749357560e- 15  |
| 19 | -7,81064166111012e- 06 | -7,81064165356060e- 06 | -7,54951656745106e- 15 |
| 20 | -4,16333634234434e- 17 | 1,06858966120171e- 15  | -1,11022302462516e- 15 |
| 21 | 7,08677004478686e- 05  | 7,08677004429836e- 05  | 4,88498130835069e- 15  |
| 22 | 6,19277956044606e- 05  | 6,19277956082909e- 05  | -3,83026943495679e- 15 |
| 23 | 6,80400734416609e- 05  | 6,80400734465458e- 05  | -4,88498130835069e- 15 |
| 24 | 1,31838984174237e- 16  | 6,79317713192518e- 15  | -6,66133814775094e- 15 |
| 25 | -2,97517157055172e- 05 | -2,97517157294980e- 05 | 2,39808173319034e- 14  |
| 26 | 6,84745563426237e- 05  | 6,84745563468425e- 05  | -4,21884749357560e- 15 |
| 27 | -7,23476426427692e- 06 | -7,23476426605328e- 06 | 1,77635683940025e- 15  |
| 28 | 2,62335457286711e- 05  | 2,62335457463792e- 05  | -1,77080572427712e- 14 |
| 29 | -3,88578058618805e- 16 | 3,99680288865056e- 15  | -4,38538094726937e- 15 |
| 30 | 5,55111512312578e- 16  | 6,27276008913213e- 15  | -5,71764857681956e- 15 |
| 31 | 6,59671205610612e- 06  | 6,59671206293400e- 06  | -6,82787160144471e- 15 |
| 32 | -5,72823724416527e- 06 | -5,72823720858262e- 06 | -3,55826479392363e- 14 |
| 33 | 2,94182961803890e- 05  | 2,94182961440015e- 05  | 3,63875596320895e- 14  |
| 34 | 7,42461647718073e- 16  | -1,92207361138230e- 15 | 2,66453525910038e- 15  |
| 35 | 1,05036946039389e- 05  | 1,05036946071585e- 05  | -3,21964677141295e- 15 |
| 36 | 4,90487103277926e- 05  | 4,90487103273485e- 05  | 4,44089209850063e- 16  |
| 37 | -5,45767787548668e- 05 | -5,45767787362150e- 05 | -1,86517468137026e- 14 |
| 38 | -3,88578058618805e- 16 | 4,99600361081320e- 16  | -8,88178419700125e- 16 |

| i  | r                      | $r_{att}$              | $r - r_{att}$          |
|----|------------------------|------------------------|------------------------|
| 39 | 0,000166179419708423   | 0,000166179419731516   | -2,30926389122033e- 14 |
| 40 | 0,000100623939583849   | 0,000100623939585626   | -1,77635683940025e- 15 |
| 41 | 8,92550026462824e- 05  | 8,92550026231898e- 05  | 2,30926389122033e- 14  |
| 42 | 8,60422844084496e- 16  | -1,11299858218672e- 14 | 1,19904086659517e- 14  |
| 43 | -1,34955716736551e- 06 | -1,34955715470897e- 06 | -1,26565424807268e- 14 |
| 44 | 6,06954493943546e- 05  | 6,06954493947987e- 05  | -4,44089209850063e- 16 |
| 45 | -1,10993076351800e- 05 | -1,10993076362902e- 05 | 1,11022302462516e- 15  |
| 46 | 1,62334582470836e- 06  | 1,62334580267043e- 06  | 2,20379270388094e- 14  |

Η διαφορά των δύο υπολοίπων είναι πρακτικά 0 όπως αναμενόταν. Η τιμή της J προκύπτει περίπου ίση με 2.42215 και είναι αρκετά μικρότερη από την κρίσιμη τιμή, οπότε δεν εμφανίζεται εσφαλμένο δεδομένο.

Είναι εμφανές ότι μετά τη βελτιστοποίηση το διάλυμα  $\alpha$  έχει πού λιγότερα στοιχεία από το αντίστοιχο στο σενάριο 3, άρα ουσιαστικά ο επιτιθέμενος δύναται να επιτύχει μη ανιχνεύσιμη έγχυση εσφαλμένων δεδομένων αλλοιώνοντας αρκετά μικρότερο αριθμό μετρήσεων.

#### 5.4.4.1 Εκτέλεση της παραπάνω επίθεσης για διαφορετικές τιμές της σταθεράς M

Στο σενάριο 4 που αναλύθηκε παραπάνω η σταθερά M της big M method, που επιλύει το γραμμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης με την προγραμματιστική μέθοδο MILP, ορίζεται ίση με  $10^3$ . Αυτή η επιλογή δεν είναι ακριβώς τυχαία, καθώς έχει άμεση σχέση με τη σύγκλιση της συγκεκριμένης μεθόδου. Η τιμή του M πρέπει να είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να υπάρχει η δυνατότητα καλύτερης επιλογής λύσεων για τις μη δυαδικές τιμές του μοντέλου, αλλά όχι πολύ μεγαλύτερη από όσο χρειάζεται, επειδή εμφανίζονται προβλήματα στην ακρίβεια των υπολογισμών και αυξάνεται αρκετά ο χρόνος επίλυσης. Γενικά, παρατηρείται ότι η κατάλληλη τιμή του M πρέπει να είναι το λιγότερο 100 φορές μεγαλύτερη από τη μεγαλύτερη μεταβλητή του προβλήματος. Σε αυτό το σημείο θα δοκιμαστεί η αποδοτικότητα της μεθόδου σε προγραμματιστικό και λογικό επίπεδο για διάφορες τιμές του M. Συγκεκριμένα θα εξετάζεται το διάλυμα που προκύπτει από την βελτιστοποίηση, το οποίο περιέχει τις τιμές των  $x_i$  και το διάλυμα επίθεσης.

- Για  $M=10$ :

Για τη συγκεκριμένη τιμή της σταθεράς M, το πρόγραμμα δεν μπορεί να βρει λύση που να ικανοποιεί ταυτόχρονα τους περιορισμούς του προβλήματος.

- Για  $M = 10^2$ :

| i | $x_i$             | $\alpha$          |
|---|-------------------|-------------------|
| 1 | 0                 | 0                 |
| 2 | 0,999999999999996 | 12,00000000000000 |
| 3 | 0                 | 0                 |
| 4 | 0                 | 0                 |
| 5 | 1                 | 12                |
| 6 | 0                 | 0                 |

| i  | $x_i$                 | $\alpha$               |
|----|-----------------------|------------------------|
| 7  | 0                     | 0                      |
| 8  | 3,15879968916398e- 07 | 0                      |
| 9  | 3,15879968929614e- 07 | 0                      |
| 10 | 0                     | 0                      |
| 11 | 0                     | 0                      |
| 12 | 0                     | 0                      |
| 13 | 0                     | 0                      |
| 14 | 0                     | 0                      |
| 15 | 0                     | 0                      |
| 16 | 0                     | 0                      |
| 17 | 0                     | -1,06581410364015e- 14 |
| 18 | 0                     | -2,13162820728030e- 14 |
| 19 | 0                     | 0                      |
| 20 | 0                     | 0                      |
| 21 | 0                     | 0                      |
| 22 | 0                     | 0                      |
| 23 | 0                     | 0                      |
| 24 | 0                     | 0                      |
| 25 | 0                     | 0                      |
| 26 | 0                     | 2,13162820728030e- 14  |
| 27 | 0                     | 0                      |
| 28 | 1                     | 13,6439298936759       |
| 29 | 0                     | 0                      |
| 30 | 0                     | 0                      |
| 31 | 0                     | 0                      |
| 32 | 0                     | 0                      |
| 33 | 1                     | -47,6152686294738      |
| 34 | 0                     | 0                      |
| 35 | 0                     | 2,13162820728030e- 14  |
| 36 | 0                     | 4,26325641456060e- 14  |
| 37 | 0                     | 0                      |
| 38 | 0                     | 0                      |
| 39 | 0                     | 0                      |
| 40 | 0                     | 0                      |
| 41 | 0                     | 0                      |
| 42 | 0                     | 0                      |
| 43 | 0                     | 0                      |
| 44 | 0                     | -4,26325641456060e- 14 |
| 45 | 0                     | 0                      |
| 46 | 1                     | -27,7795617012642      |

Παρατηρούμε ότι οι τιμές των δύο διανυσμάτων συμφωνούν προσεγγιστικά, όμως μερικές τιμές του  $x_i$  αποκλίνουν από την τιμή 0 ή 1, που σημαίνει ότι δεν τηρούνται οι περιορισμοί για τους ακεραίους.

- Για  $M = 10^3$ :

Τα αποτελέσματα για το συγκεκριμένο  $M$  φαίνονται παραπάνω και η μέθοδος λειτουργεί ορθά.

- Για  $M = 10^4$ :

| i  | $x_i$                 | $\alpha$               |
|----|-----------------------|------------------------|
| 1  | 1                     | 12,0361946473465       |
| 2  | 1                     | 12                     |
| 3  | 1                     | 12,0001286260450       |
| 4  | 1                     | 12,0001286260450       |
| 5  | 1                     | 12                     |
| 6  | 1,18942596412696e- 06 | -0,0118942596412696    |
| 7  | 0                     | 0                      |
| 8  | 3,15882946245450e- 09 | 3,15882946245451e- 05  |
| 9  | 3,15882946245451e- 09 | 3,15882946245451e- 05  |
| 10 | 0                     | 0                      |
| 11 | 0                     | -3,25572901971327e- 14 |
| 12 | 0                     | -3,27298951829924e- 15 |
| 13 | 0                     | 2,31864766102319e- 15  |
| 14 | 0                     | -1,49533163629201e- 14 |
| 15 | 0                     | 0                      |
| 16 | 0                     | 1,06581410364015e- 14  |
| 17 | 0                     | -1,06581410364015e- 14 |
| 18 | 0                     | 0                      |
| 19 | 0                     | 0                      |
| 20 | 0                     | -2,71050543121376e- 20 |
| 21 | 0                     | -5,42101086242752e- 20 |
| 22 | 0                     | 1,35525271560688e- 20  |
| 23 | 0                     | 5,42101086242752e- 20  |
| 24 | 0                     | 0                      |
| 25 | 0                     | 3,55268657374619e- 15  |
| 26 | 0                     | 0                      |
| 27 | 0                     | -1,42108547152020e- 14 |
| 28 | 2,19372809983659e- 08 | -0,000219372809984221  |
| 29 | 0                     | -7,26502191739087e- 15 |
| 30 | 0                     | 7,76483911890669e- 15  |
| 31 | 0                     | -2,40423525814555e- 14 |
| 32 | 0                     | 1,00197627972420e- 14  |
| 33 | 0                     | 1,42108547152020e- 14  |
| 34 | 0                     | -2,13162820728030e- 14 |
| 35 | 0                     | 1,42108547152020e- 14  |
| 36 | 0                     | 0                      |
| 37 | 0                     | -4,26325641456060e- 14 |
| 38 | 0                     | 4,26325641456060e- 14  |
| 39 | 0                     | -5,68434188608080e- 14 |

| i  | $x_i$                 | $\alpha$               |
|----|-----------------------|------------------------|
| 40 | 0                     | -3,55271367880050e- 15 |
| 41 | 0                     | 5,68434188608080e- 14  |
| 42 | 0                     | 0                      |
| 43 | 0                     | -6,77626357803440e- 21 |
| 44 | 0                     | 0                      |
| 45 | 0                     | 1,06581410364015e- 14  |
| 46 | 2,61848889641869e- 08 | 0,000261848889640821   |

Εδώ οι τιμές των δύο διανυσμάτων συμφωνούν πάλι προσεγγιστικά, αλλά αρχίζουν και αποκλίνουν περισσότερο από τις επιθυμητές τιμές.

- Για  $M = 10^5$ :

| i  | $x_i$                  | $\alpha$               |
|----|------------------------|------------------------|
| 1  | 1                      | 12,0360656347198       |
| 2  | 1                      | 12,00000000000000      |
| 3  | 1                      | 12,00000000000000      |
| 4  | 1                      | 12                     |
| 5  | 1                      | 12                     |
| 6  | 1,18941321500047e- 07  | -0,0118941321500047    |
| 7  | 0                      | 0                      |
| 8  | 3,15879560400701e- 10  | 3,15879560400701e- 05  |
| 9  | 0                      | 0                      |
| 10 | 0                      | 0                      |
| 11 | 0                      | -3,89688281643430e- 14 |
| 12 | 0                      | -4,67507976775750e- 16 |
| 13 | 0                      | -1,58565380877634e- 14 |
| 14 | 0                      | 8,25728374564960e- 16  |
| 15 | 0                      | 0                      |
| 16 | 0                      | 3,55271367880050e- 15  |
| 17 | 0                      | 1,06581410364015e- 14  |
| 18 | 0                      | 2,13162820728030e- 14  |
| 19 | 0                      | 2,71050543121376e- 20  |
| 20 | 0                      | 2,71050543121376e- 20  |
| 21 | 2,87137133352151e- 09  | 0,000287137133352151   |
| 22 | 5,67944838722538e- 10  | -5,67944838722538e- 05 |
| 23 | -2,87137133352151e- 09 | -0,000287137133352151  |
| 24 | 0                      | -2,84217094304040e- 14 |
| 25 | 0                      | 0                      |
| 26 | 0                      | -2,13162820728030e- 14 |
| 27 | 0                      | 0                      |
| 28 | 0                      | 0                      |
| 29 | 0                      | 1,04180553073263e- 13  |
| 30 | 0                      | -5,85339068881474e- 15 |
| 31 | 0                      | -9,78966799118630e- 17 |

| i  | $x_i$                 | $\alpha$               |
|----|-----------------------|------------------------|
| 32 | 0                     | -3,59989815734707e- 14 |
| 33 | 5,10374836485539e- 09 | -0,000510374836494520  |
| 34 | 0                     | -7,10542735760100e- 15 |
| 35 | 0                     | -2,13162820728030e- 14 |
| 36 | 0                     | -4,26325641456060e- 14 |
| 37 | 0                     | -7,10542735760100e- 15 |
| 38 | 0                     | -2,84217094304040e- 14 |
| 39 | 0                     | -2,84217094304040e- 14 |
| 40 | 0                     | 0                      |
| 41 | 0                     | 2,84217094304040e- 14  |
| 42 | 0                     | 8,52651282912120e- 14  |
| 43 | 0                     | 0                      |
| 44 | 0                     | 4,26325641456060e- 14  |
| 45 | 0                     | 0                      |
| 46 | 0                     | 0                      |

Τα αποτελέσματα είναι παρόμοια με προηγουμένως, απλά η απόκλιση από τις λογικά αποδεκτές τιμές αυξάνεται.

- Για  $M = 10^6$ :

| i  | $x_i$                 | $\alpha$               |
|----|-----------------------|------------------------|
| 1  | 0                     | -1,52789403923680e- 10 |
| 2  | 1                     | 12,00000000000000      |
| 3  | 0                     | 0                      |
| 4  | 0                     | 0                      |
| 5  | 1                     | 12                     |
| 6  | 0                     | 0                      |
| 7  | 3,93029675638372e- 06 | -3,93029675638372      |
| 8  | 0                     | 0                      |
| 9  | 0                     | 0                      |
| 10 | 3,93029675638371e- 06 | -3,93029675638371      |
| 11 | 0                     | -7,63814337421965e- 10 |
| 12 | 0                     | -1,73418905834584e- 10 |
| 13 | 0                     | -2,57608000078022e- 10 |
| 14 | 0                     | -2,59909427313687e- 10 |
| 15 | 0                     | -2,66453525910038e- 14 |
| 16 | 0                     | -7,10542735760100e- 15 |
| 17 | 0                     | -1,59872115546023e- 14 |
| 18 | 0                     | -3,19744231092045e- 14 |
| 19 | 0                     | 0                      |
| 20 | 0                     | 0                      |
| 21 | 0                     | 0                      |
| 22 | 0                     | 0                      |
| 23 | 0                     | 0                      |

| i  | $x_i$                 | $\alpha$               |
|----|-----------------------|------------------------|
| 24 | 0                     | 0                      |
| 25 | 0                     | 0                      |
| 26 | 0                     | 3,19744231092045e- 14  |
| 27 | 0                     | -1,24344978758018e- 14 |
| 28 | 4,54543645632260e- 06 | 4,54543645632260       |
| 29 | 0                     | 2,33203789191216e- 09  |
| 30 | 0                     | 7,27271932655744e- 10  |
| 31 | 0                     | 7,79048468513211e- 10  |
| 32 | 1                     | 69,0131124921642       |
| 33 | 0                     | -7,10542735760100e- 14 |
| 34 | 0                     | -3,55271367880050e- 15 |
| 35 | 0                     | 0                      |
| 36 | 0                     | -4,97379915032070e- 14 |
| 37 | 0                     | 0                      |
| 38 | 0                     | 0                      |
| 39 | 0                     | 0                      |
| 40 | 0                     | 0                      |
| 41 | 0                     | 0                      |
| 42 | 0                     | 0                      |
| 43 | 0                     | 0                      |
| 44 | 0                     | 4,97379915032070e- 14  |
| 45 | 0                     | 1,95399252334028e- 14  |
| 46 | 1                     | -32,2482861517177      |

Για αυτήν την τιμή του  $M$  υπάρχει λογική ασυμφωνία μεταξύ των δυαδικών τιμών και των αντίστοιχων του διανύσματος επίθεσης. Οι περιορισμοί της μεθόδου δεν ικανοποιούνται και τα αποτελέσματα που προκύπτουν δεν είναι λογικά αποδεκτά.

Για τιμές του  $M$  άνω του  $10^6$  οι τιμές συνεχίζουν των  $x_i$  συνεχίζουν να μη συμφωνούν με τις τιμές του διανύσματος επίθεσης. Από τους παραπάνω πίνακες είναι εμφανές ότι η επιλογή του  $M$  είναι πού σημαντική για το πρόβλημα και επηρεάζει πολύ τα αποτελέσματα. Εδώ θα πρέπει να πούμε ότι η ακέραιες τιμές 0 και 1 που παίρνουμε σαν αποτέλεσμα από το πρόγραμμα για  $M = 10^3$  δεν είναι ακριβώς ακέραιες, απλώς η απόκλισή τους από τις τιμές αυτές είναι μικρότερες από την ακρίβεια του matlab.

#### 5.4.4.2 Επίθεση σε μετρήσεις ακτινικών ζυγών

Σε αυτό το σημείο θα πραγματοποιηθεί επίθεση σε μέτρηση τάσης ή ρεύματος σε ζυγό που έχει μόνο έναν γειτονικό ζυγό. Συγκεκριμένα στο δίκτυο των 14 ζυγών είναι μόνο ο ζυγός 8. Οπότε, το πρόγραμμα θα εκτελεστεί για επίθεση στη μέτρηση 38, η οποία αντιστοιχεί στο φανταστικό μέρος του ρεύματος από τον 7 στον 8 ζυγό  $I_{im7-8}$ . Το διάνυσμα  $\alpha$  προκύπτει:

| i  | $\alpha$ | i  | $\alpha$ | i  | $\alpha$ | i  | $\alpha$ |
|----|----------|----|----------|----|----------|----|----------|
| 1  | 0        | 13 | 0        | 25 | 0        | 37 | 0        |
| 2  | 0        | 14 | 0        | 26 | 0        | 38 | 3        |
| 3  | 0        | 15 | 0        | 27 | 0        | 39 | 0        |
| 4  | 0        | 16 | 0        | 28 | 0        | 40 | 0        |
| 5  | 0        | 17 | 0        | 29 | 0        | 41 | 0        |
| 6  | 0        | 18 | 0        | 30 | 0        | 42 | 0        |
| 7  | 0        | 19 | 0        | 31 | 0        | 43 | 0        |
| 8  | 0        | 20 | 0        | 32 | 0        | 44 | 0        |
| 9  | 0        | 21 | 0        | 33 | 0        | 45 | 0        |
| 10 | 0        | 22 | 0        | 34 | 0        | 46 | 0        |
| 11 | 0        | 23 | 0        | 35 | 0        |    |          |
| 12 | 0        | 24 | 0        | 36 | 0        |    |          |

Παρατηρούμε ότι το πρόβλημα βελτιστοποίησης λύθηκε μεταβάλλοντας μόνο μια τιμή του διανύσματος επίθεσης, ώστε να γίνει μη ανιχνεύσιμο από τον ανιχνευτή εσφαλμένων δεδομένων. Αυτό είναι λογικό, επειδή ο ζυγός αυτός, όπως αναφέρθηκε, δεν επικοινωνεί άμεσα με παραπάνω από ένα ζυγό, οπότε βγάζοντας την αντίστοιχη γραμμή από την ιακωβιανή μήτρα, το δίκτυο καθίσταται άμεσα μη παρατηρήσιμο. Άρα πρακτικά μεταβάλλοντας την τιμή μίας μόνο μέτρησης επιτυγχάνεται μη ανιχνεύσιμη επίθεση.

#### 5.4.5 Πολλαπλή επίθεση

Σε αυτή την υποενότητα, θα αναλυθούν τα αποτελέσματα του προγράμματος για επίθεση σε πολλές διαφορετικές μετρήσεις ταυτόχρονα. Η θέση των μετρήσεων στις οποίες εγχέονται ψευδή δεδομένα και η τιμή τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

| Μέτρηση      | i  | $a_i$ |
|--------------|----|-------|
| $E_{13}$     | 5  | 3     |
| $Ire_{6-5}$  | 20 | 10    |
| $Iim_{6-13}$ | 36 | 15    |

Έχουμε τα εξής αποτελέσματα για  $M = 10^2$ :

| i  | $\hat{x}$         | x                 | c                |
|----|-------------------|-------------------|------------------|
| 1  | 1,06376634897345  | 1,06000000000000  | 0                |
| 2  | 1,04148897849193  | 1,04100352162324  | 0                |
| 3  | 0,975504049855064 | 0,974999343210801 | 0                |
| 4  | 0,986330216479154 | 0,985830028660997 | 0                |
| 5  | 0,997110790657797 | 0,996612379940113 | 0                |
| 6  | 1,99386987983140  | 0,947430789158353 | 1,04595000000000 |
| 7  | 0,963093240285471 | 0,962615884904542 | 0                |
| 8  | 0,992292537841646 | 0,991792712195597 | 0                |
| 9  | 0,932646939893806 | 0,932182167304350 | 0                |
| 10 | 0,926015359895485 | 0,925545960663521 | 0                |



| i  | $\hat{x}$             | x                   | c                  |
|----|-----------------------|---------------------|--------------------|
| 11 | 1,97852364263812      | 0,932076382124789   | 1,045950000000000  |
| 12 | 3,92788053484658      | 0,927386709265011   | 3                  |
| 13 | 3,92266057369184      | 0,922169738962326   | 3                  |
| 14 | 0,903734228950641     | 0,903252580284886   | 0                  |
| 15 | -0,000991926361820703 | 0                   | 0                  |
| 16 | -0,0911941662755094   | -0,0913053556370798 | 0                  |
| 17 | -0,220380611122577    | -0,220437189120604  | 0                  |
| 18 | -0,176723542529543    | -0,176798103826284  | 0                  |
| 19 | -0,151556335951077    | -0,151621411393028  | 0                  |
| 20 | -0,252442081055890    | -0,252529820888293  | 0                  |
| 21 | -0,234107585421085    | -0,234190178555896  | 0                  |
| 22 | -2,00271914548632     | -0,241288468226926  | -1,761500000000000 |
| 23 | -0,259869816095577    | -0,259948832142029  | 0                  |
| 24 | -0,261955474702427    | -0,262029147433124  | 0                  |
| 25 | -0,258811257864670    | -0,258881607031205  | 0                  |
| 26 | -1,25686157491030     | -0,264694583988085  | -0,992250000000000 |
| 27 | -1,25683749173174     | -0,264680535513400  | -0,992250000000000 |
| 28 | -0,275568139064410    | -0,275612201032774  | 0                  |

Για τις μετρήσεις και το διάνυσμα επίθεσης:

| i  | $z_{att}$           | z                   | $\alpha$               |
|----|---------------------|---------------------|------------------------|
| 1  | 1,04173463432593    | 1,04173463432593    | 0                      |
| 2  | 1,99374530451168    | 0,947795304511676   | 1,045950000000000      |
| 3  | 0,962821802158290   | 0,962821802158290   | 0                      |
| 4  | 0,932652932975463   | 0,932652932975463   | 0                      |
| 5  | 3,92282540846136    | 0,922825408461357   | 3                      |
| 6  | -0,0912233374881441 | -0,0912233374881441 | 0                      |
| 7  | -0,252268392652594  | -0,252268392652594  | 0                      |
| 8  | -0,234139649980567  | -0,234139649980567  | 0                      |
| 9  | -0,259918445276184  | -0,259918445276184  | 0                      |
| 10 | -1,25684833055931   | -0,264598330559313  | -0,992250000000000     |
| 11 | -1,48572457315441   | -1,48572457315441   | 0                      |
| 12 | 0,694643212968081   | 0,694643212968081   | 0                      |
| 13 | 0,532085213290732   | 0,532085213290732   | 0                      |
| 14 | 0,390622285835342   | 0,390622285835342   | 0                      |
| 15 | -0,400364707893707  | -0,400364707893707  | 0                      |
| 16 | 0,0560782154169133  | 0,0560782154169137  | -4,44089209850063e- 16 |
| 17 | 0,238798169872786   | 0,0692646025855892  | 0,169533567287197      |
| 18 | 0,152496797638109   | 0,152496797638109   | 0                      |
| 19 | -0,274415781848617  | -0,274415781848617  | 0                      |
| 20 | 10,0403721831691    | 0,0403721831690918  | 10,0000000000000       |
| 21 | 0,234220698263017   | 0,234220698263017   | 0                      |
| 22 | -0,149472276294343  | -0,149472276294343  | 0                      |

| i  | $z_{att}$           | z                   | $\alpha$              |
|----|---------------------|---------------------|-----------------------|
| 23 | -0,234148123162867  | -0,234148123162867  | 0                     |
| 24 | 0,0474954272389639  | 0,0474954272389639  | 0                     |
| 25 | 0,0887286562259220  | 0,0887286562259220  | 0                     |
| 26 | -0,152259405934296  | -0,152259405934296  | 0                     |
| 27 | -0,0129489403118622 | -0,0129489403118622 | 0                     |
| 28 | 1,16089377931954    | 0,0469338140738430  | 1,11395996524569      |
| 29 | -0,138994866459753  | -0,138994866459753  | 0                     |
| 30 | -0,146093195903637  | -0,146093195903637  | 0                     |
| 31 | -0,120273694722773  | -0,120273694722773  | 0                     |
| 32 | -0,109789902755216  | -0,109789902755216  | 0                     |
| 33 | -3,95508470357128   | 0,195181148345230   | -4,15026585191651     |
| 34 | -0,0503767133885417 | -0,0503767133885435 | 1,77635683940025e- 15 |
| 35 | 7,67509000625708    | -0,0450435723960955 | 7,72013357865318      |
| 36 | 14,8835230097778    | -0,116476990222199  | 15,00000000000000     |
| 37 | 0,111108806605672   | 0,111108806605672   | 0                     |
| 38 | 0,165763823764832   | 0,165763823764832   | 0                     |
| 39 | -0,276584015454148  | -0,276584015454148  | 0                     |
| 40 | 0,0965431596679896  | 0,0965431596679896  | 0                     |
| 41 | 0,276926365494248   | 0,276926365494248   | 0                     |
| 42 | -0,0606005971343262 | -0,0606005971343262 | 0                     |
| 43 | -0,0652247065859322 | -0,0652247065859322 | 0                     |
| 44 | -14,8834190725652   | 0,116580927434769   | -15,00000000000000    |
| 45 | 0,0117872026147752  | 0,0117872026147752  | 0                     |
| 46 | -8,10440076399928   | -0,0313278855999000 | -8,07307287839938     |

Είναι φανερό, ότι με τη μεταβολή των επιθυμητών μετρήσεων από τον επιτιθέμενο μεταβάλλονται μόνο οι μετρήσεις που έχουν σχέση με την αλλοιωμένη. Για την αντιστοίχιση του διανύσματος επίθεσης με τις θέσεις  $x_i$ :

| i  | z           | $x_i$ | $\alpha$ |
|----|-------------|-------|----------|
| 1  | $E_2$       | 0     | 0        |
| 2  | $E_6$       | 1     | 1,04595  |
| 3  | $E_7$       | 0     | 0        |
| 4  | $E_9$       | 0     | 0        |
| 5  | $E_{13}$    | 1     | 3        |
| 6  | $F_2$       | 0     | 0        |
| 7  | $F_6$       | 0     | 0        |
| 8  | $F_7$       | 0     | 0        |
| 9  | $F_9$       | 0     | 0        |
| 10 | $F_{13}$    | 1     | -0,99225 |
| 11 | $Ire_{2-1}$ | 0     | 0        |
| 12 | $Ire_{2-3}$ | 0     | 0        |
| 13 | $Ire_{2-4}$ | 0     | 0        |
| 14 | $Ire_{2-5}$ | 0     | 0        |

| i  | z             | $x_i$ | $\alpha$               |
|----|---------------|-------|------------------------|
| 15 | $Ire_{6-5}$   | 0     | 0                      |
| 16 | $Ire_{6-11}$  | 0     | -4,44089209850063e- 16 |
| 17 | $Ire_{6-12}$  | 1     | 0,169533567            |
| 18 | $Ire_{6-13}$  | 0     | 0                      |
| 19 | $Ire_{7-4}$   | 0     | 0                      |
| 20 | $Ire_{7-8}$   | 1     | 10                     |
| 21 | $Ire_{7-9}$   | 0     | 0                      |
| 22 | $Ire_{9-4}$   | 0     | 0                      |
| 23 | $Ire_{9-7}$   | 0     | 0                      |
| 24 | $Ire_{9-10}$  | 0     | 0                      |
| 25 | $Ire_{9-14}$  | 0     | 0                      |
| 26 | $Ire_{13-6}$  | 0     | 0                      |
| 27 | $Ire_{13-12}$ | 0     | 0                      |
| 28 | $Ire_{13-14}$ | 1     | 1,113959965            |
| 29 | $Im_{2-1}$    | 0     | 0                      |
| 30 | $Im_{2-3}$    | 0     | 0                      |
| 31 | $Im_{2-4}$    | 0     | 0                      |
| 32 | $Im_{2-5}$    | 0     | 0                      |
| 33 | $Im_{6-5}$    | 1     | -4,150265852           |
| 34 | $Im_{6-11}$   | 0     | 1,77635683940025e- 15  |
| 35 | $Im_{6-12}$   | 1     | 7,720133579            |
| 36 | $Im_{6-13}$   | 1     | 15                     |
| 37 | $Im_{7-4}$    | 0     | 0                      |
| 38 | $Im_{7-8}$    | 0     | 0                      |
| 39 | $Im_{7-9}$    | 0     | 0                      |
| 40 | $Im_{9-4}$    | 0     | 0                      |
| 41 | $Im_{9-7}$    | 0     | 0                      |
| 42 | $Im_{9-10}$   | 0     | 0                      |
| 43 | $Im_{9-14}$   | 0     | 0                      |
| 44 | $Im_{13-6}$   | 1     | -15                    |
| 45 | $Im_{13-12}$  | 0     | 0                      |
| 46 | $Im_{13-14}$  | 1     | -8,073072878           |

Όπως έχει ήδη αναφερθεί οι ελάχιστες αποκλίσεις στο διάνυσμα  $\alpha$ , οφείλονται σε θέματα υπολογιστικής ακρίβειας του matlab. Για τα υπόλοιπα έχουμε:

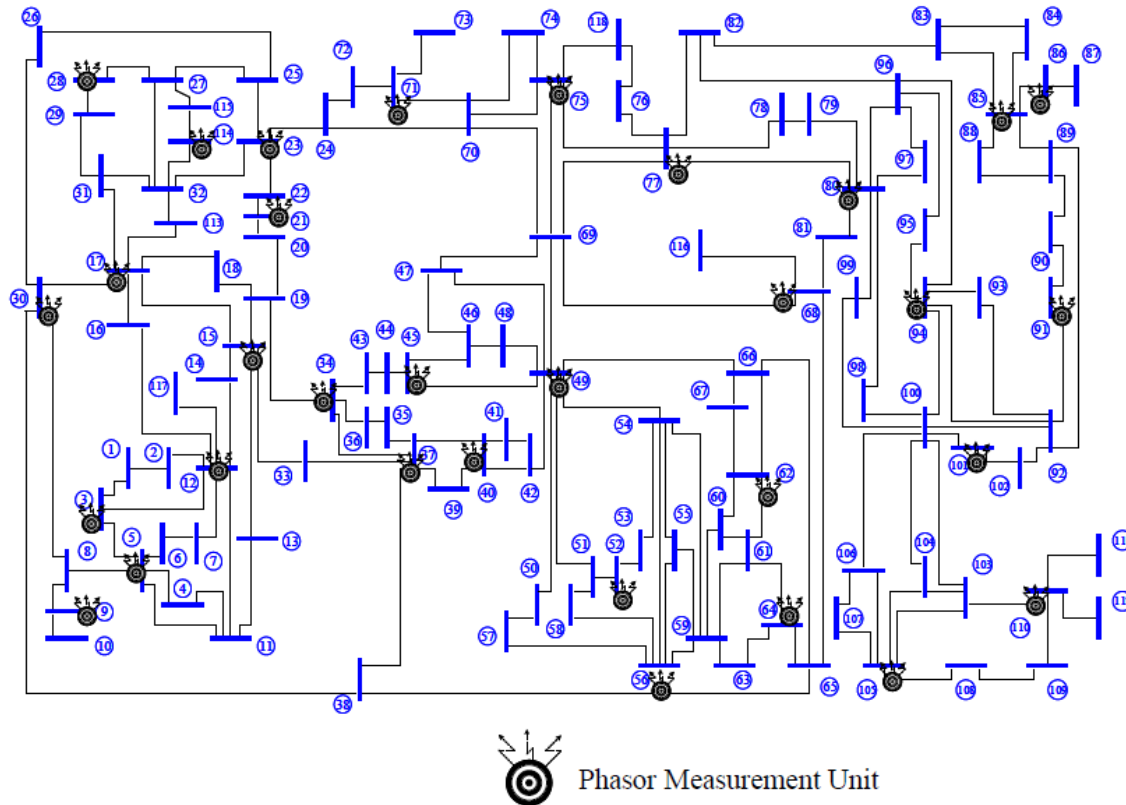
| i | r                      | $r_{att}$              | $r - r_{att}$          |
|---|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1 | 0,000245655833861935   | 0,000245655833996494   | -1,34559030584569e- 13 |
| 2 | -0,000124575319860987  | -0,000124575319725873  | -1,35114142096882e- 13 |
| 3 | -0,000271438127314672  | -0,000271438127181001  | -1,33670852164869e- 13 |
| 4 | 5,99308152249289e- 06  | 5,99308165694090e- 06  | -1,34448008282106e- 13 |
| 5 | 0,000164834769387112   | 0,000164834769522226   | -1,35114142096882e- 13 |
| 6 | -2,91712126355842e- 05 | -2,91712126346960e- 05 | -8,88178419700125e- 16 |
| 7 | 0,000173688403295014   | 0,000173688403295846   | -8,32667268468867e- 16 |

| i  | r                      | $r_{att}$              | $r - r_{att}$          |
|----|------------------------|------------------------|------------------------|
| 8  | -3,20645594833469e- 05 | -3,20645594819591e- 05 | -1,38777878078145e- 15 |
| 9  | -4,86291806074402e- 05 | -4,86291806060524e- 05 | -1,38777878078145e- 15 |
| 10 | -1,08388275739668e- 05 | -1,08388275732452e- 05 | -7,21644966006352e- 16 |
| 11 | 1,93178806284777e- 14  | 1,86517468137026e- 14  | 6,66133814775094e- 16  |
| 12 | 1,11022302462516e- 16  | -9,99200722162641e- 16 | 1,11022302462516e- 15  |
| 13 | -1,90498646909232e- 05 | -1,90498646930326e- 05 | 2,10942374678780e- 15  |
| 14 | 3,44042015390511e- 05  | 3,44042015369972e- 05  | 2,05391259555654e- 15  |
| 15 | -5,62200561812221e- 05 | -5,62200561831094e- 05 | 1,88737914186277e- 15  |
| 16 | -6,73072708679001e- 16 | 6,59194920871187e- 16  | -1,33226762955019e- 15 |
| 17 | 3,53406565295616e- 05  | 3,53406565289927e- 05  | 5,68989300120393e- 16  |
| 18 | 9,95704676834130e- 05  | 9,95704676843012e- 05  | -8,88178419700125e- 16 |
| 19 | -8,53772303449629e- 06 | -8,53772303371914e- 06 | -7,77156117237610e- 16 |
| 20 | -1,24900090270330e- 16 | 3,55271367880050e- 15  | -3,67761376907083e- 15 |
| 21 | 3,98903865310718e- 05  | 3,98903865310718e- 05  | 0                      |
| 22 | 2,29834525622974e- 05  | 2,29834525625749e- 05  | -2,77555756156289e- 16 |
| 23 | 3,26847136180863e- 05  | 3,26847136180863e- 05  | 0                      |
| 24 | -3,26128013483640e- 16 | 2,78249645546680e- 15  | -3,10862446895044e- 15 |
| 25 | 5,78483644733674e- 06  | 5,78483644567140e- 06  | 1,66533453693773e- 15  |
| 26 | 0,000137821236129404   | 0,000137821236128516   | 8,88178419700125e- 16  |
| 27 | -1,05633624798099e- 05 | -1,05633624814753e- 05 | 1,66533453693773e- 15  |
| 28 | -5,12683366657440e- 06 | -5,12683366804545e- 06 | 1,47104550762833e- 15  |
| 29 | -4,19109191795997e- 15 | 2,77555756156289e- 17  | -4,21884749357560e- 15 |
| 30 | 6,38378239159465e- 16  | 2,02615701994091e- 15  | -1,38777878078145e- 15 |
| 31 | -1,06236024127737e- 06 | -1,06236023827977e- 06 | -2,99760216648792e- 15 |
| 32 | 4,94235383340091e- 06  | 4,94235383440012e- 06  | -9,99200722162641e- 16 |
| 33 | -5,38774870720293e- 06 | -5,38774870983971e- 06 | 2,63677968348475e- 15  |
| 34 | 1,39471767468535e- 15  | 1,28369537222284e- 15  | 1,11022302462516e- 16  |
| 35 | 3,04137698825535e- 05  | 3,04137698856621e- 05  | -3,10862446895044e- 15 |
| 36 | 3,66319643656382e- 05  | 3,66319643649860e- 05  | 6,52256026967280e- 16  |
| 37 | -9,09791653545822e- 06 | -9,09791653012915e- 06 | -5,32907051820075e- 15 |
| 38 | 5,27355936696949e- 16  | 1,41553435639707e- 15  | -8,88178419700125e- 16 |
| 39 | 0,000175373616519869   | 0,000175373616526975   | -7,10542735760100e- 15 |
| 40 | 2,17518767203079e- 05  | 2,17518767207520e- 05  | -4,44089209850063e- 16 |
| 41 | 0,000166976423580822   | 0,000166976423573717   | 7,10542735760100e- 15  |
| 42 | 2,89351875792931e- 15  | -3,98986399474666e- 15 | 6,88338275267597e- 15  |
| 43 | -1,14433706695227e- 06 | -1,14433706439876e- 06 | -2,55351295663786e- 15 |
| 44 | 6,73052482041553e- 05  | 6,73052482049741e- 05  | -8,18789480661053e- 16 |
| 45 | -2,79610788917924e- 05 | -2,79610788913483e- 05 | -4,44089209850063e- 16 |
| 46 | 9,79327038214128e- 07  | 9,79327037242683e- 07  | 9,71445146547012e- 16  |

Η διαφορά είναι προσεγγιστικά 0 και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι  $J = 2.73799$ , πολύ μικρότερη από την κρίσιμη τιμή στην κατανομή, άρα δεν εμφανίζονται εσφαλμένα δεδομένα. Από την εκτέλεση αυτού του σεναρίου μπορεί να συμπεράνει κανείς ότι είναι εφικτή η μη ανιχνεύσιμη ταυτόχρονη αλλοίωση περισσότερων μετρήσεων από το επιθυμητό.

## 5.5 Εκτέλεση των Αλγορίθμων για το δίκτυο των 118 ζυγών

Σε αυτή την ενότητα θα γίνει η προσομοίωση των παραπάνω σεναρίων υλοποίησης των αλγορίθμων και θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα για το δίκτυο των 118 ζυγών του IEEE. Παρακάτω φαίνεται το σχήμα του δικτύου με τις μετρήσεις.



Σχήμα 5.2: Μετρήσεις PMU στο δίκτυο 118 ζυγών.

Όπως στο δίκτυο των 14 ζυγών, στους ζυγούς που έχουμε PMU υπάρχουν μετρήσεις της τάσης στον συγκεκριμένο ζυγό και των ρευμάτων από τον ζυγό αυτό προς τους γειτονικούς. Δίνονται οι μετρήσεις αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα:

| i | z        | i   | z             | i   | z             |
|---|----------|-----|---------------|-----|---------------|
| 1 | $E_3$    | 110 | $Ire_{37-36}$ | 219 | $Im_{17-18}$  |
| 2 | $E_5$    | 111 | $Ire_{37-38}$ | 220 | $Im_{17-30}$  |
| 3 | $E_9$    | 112 | $Ire_{37-39}$ | 221 | $Im_{17-31}$  |
| 4 | $E_{12}$ | 113 | $Ire_{37-40}$ | 222 | $Im_{17-113}$ |
| 5 | $E_{15}$ | 114 | $Ire_{40-37}$ | 223 | $Im_{21-20}$  |
| 6 | $E_{17}$ | 115 | $Ire_{40-39}$ | 224 | $Im_{21-22}$  |
| 7 | $E_{21}$ | 116 | $Ire_{40-41}$ | 225 | $Im_{23-22}$  |
| 8 | $E_{23}$ | 117 | $Ire_{40-42}$ | 226 | $Im_{23-24}$  |
| 9 | $E_{28}$ | 118 | $Ire_{45-44}$ | 227 | $Im_{23-25}$  |

| i  | z         | i   | z              | i   | z            |
|----|-----------|-----|----------------|-----|--------------|
| 10 | $E_{30}$  | 119 | $Ire_{45-46}$  | 228 | $Im_{23-32}$ |
| 11 | $E_{34}$  | 120 | $Ire_{45-49}$  | 229 | $Im_{28-27}$ |
| 12 | $E_{37}$  | 121 | $Ire_{49-42}$  | 230 | $Im_{28-29}$ |
| 13 | $E_{40}$  | 122 | $Ire_{49-45}$  | 231 | $Im_{30-8}$  |
| 14 | $E_{45}$  | 123 | $Ire_{49-47}$  | 232 | $Im_{30-17}$ |
| 15 | $E_{49}$  | 124 | $Ire_{49-48}$  | 233 | $Im_{30-26}$ |
| 16 | $E_{52}$  | 125 | $Ire_{49-50}$  | 234 | $Im_{30-38}$ |
| 17 | $E_{56}$  | 126 | $Ire_{49-51}$  | 235 | $Im_{34-19}$ |
| 18 | $E_{62}$  | 127 | $Ire_{49-54}$  | 236 | $Im_{34-36}$ |
| 19 | $E_{64}$  | 128 | $Ire_{49-66}$  | 237 | $Im_{34-37}$ |
| 20 | $E_{68}$  | 129 | $Ire_{49-69}$  | 238 | $Im_{34-43}$ |
| 21 | $E_{71}$  | 130 | $Ire_{52-51}$  | 239 | $Im_{37-33}$ |
| 22 | $E_{75}$  | 131 | $Ire_{52-53}$  | 240 | $Im_{37-35}$ |
| 23 | $E_{77}$  | 132 | $Ire_{56-57}$  | 241 | $Im_{37-36}$ |
| 24 | $E_{80}$  | 133 | $Ire_{56-58}$  | 242 | $Im_{37-38}$ |
| 25 | $E_{85}$  | 134 | $Ire_{56-55}$  | 243 | $Im_{37-39}$ |
| 26 | $E_{86}$  | 135 | $Ire_{56-54}$  | 244 | $Im_{37-40}$ |
| 27 | $E_{91}$  | 136 | $Ire_{56-59}$  | 245 | $Im_{40-37}$ |
| 28 | $E_{94}$  | 137 | $Ire_{62-60}$  | 246 | $Im_{40-39}$ |
| 29 | $E_{101}$ | 138 | $Ire_{62-61}$  | 247 | $Im_{40-41}$ |
| 30 | $E_{105}$ | 139 | $Ire_{62-66}$  | 248 | $Im_{40-42}$ |
| 31 | $E_{110}$ | 140 | $Ire_{62-67}$  | 249 | $Im_{45-44}$ |
| 32 | $E_{114}$ | 141 | $Ire_{64-61}$  | 250 | $Im_{45-46}$ |
| 33 | $F_3$     | 142 | $Ire_{64-63}$  | 251 | $Im_{45-49}$ |
| 34 | $F_5$     | 143 | $Ire_{64-65}$  | 252 | $Im_{49-42}$ |
| 35 | $F_9$     | 144 | $Ire_{68-65}$  | 253 | $Im_{49-45}$ |
| 36 | $F_{12}$  | 145 | $Ire_{68-69}$  | 254 | $Im_{49-47}$ |
| 37 | $F_{15}$  | 146 | $Ire_{68-81}$  | 255 | $Im_{49-48}$ |
| 38 | $F_{17}$  | 147 | $Ire_{68-116}$ | 256 | $Im_{49-50}$ |
| 39 | $F_{21}$  | 148 | $Ire_{71-70}$  | 257 | $Im_{49-51}$ |
| 40 | $F_{23}$  | 149 | $Ire_{71-72}$  | 258 | $Im_{49-54}$ |
| 41 | $F_{28}$  | 150 | $Ire_{71-73}$  | 259 | $Im_{49-66}$ |
| 42 | $F_{30}$  | 151 | $Ire_{75-69}$  | 260 | $Im_{49-69}$ |
| 43 | $F_{34}$  | 152 | $Ire_{75-70}$  | 261 | $Im_{52-51}$ |
| 44 | $F_{37}$  | 153 | $Ire_{75-74}$  | 262 | $Im_{52-53}$ |
| 45 | $F_{40}$  | 154 | $Ire_{75-77}$  | 263 | $Im_{56-57}$ |
| 46 | $F_{45}$  | 155 | $Ire_{75-118}$ | 264 | $Im_{56-58}$ |
| 47 | $F_{49}$  | 156 | $Ire_{77-69}$  | 265 | $Im_{56-55}$ |
| 48 | $F_{52}$  | 157 | $Ire_{77-75}$  | 266 | $Im_{56-54}$ |
| 49 | $F_{56}$  | 158 | $Ire_{77-76}$  | 267 | $Im_{56-59}$ |
| 50 | $F_{62}$  | 159 | $Ire_{77-78}$  | 268 | $Im_{62-60}$ |
| 51 | $F_{64}$  | 160 | $Ire_{77-80}$  | 269 | $Im_{62-61}$ |
| 52 | $F_{68}$  | 161 | $Ire_{77-82}$  | 270 | $Im_{62-66}$ |
| 53 | $F_{71}$  | 162 | $Ire_{80-77}$  | 271 | $Im_{62-67}$ |
| 54 | $F_{75}$  | 163 | $Ire_{80-79}$  | 272 | $Im_{64-61}$ |

| i  | z              | i   | z               | i   | z              |
|----|----------------|-----|-----------------|-----|----------------|
| 55 | $F_{77}$       | 164 | $Ire_{80-81}$   | 273 | $Im_{64-63}$   |
| 56 | $F_{80}$       | 165 | $Ire_{80-96}$   | 274 | $Im_{64-65}$   |
| 57 | $F_{85}$       | 166 | $Ire_{80-97}$   | 275 | $Im_{68-65}$   |
| 58 | $F_{86}$       | 167 | $Ire_{80-98}$   | 276 | $Im_{68-69}$   |
| 59 | $F_{91}$       | 168 | $Ire_{80-99}$   | 277 | $Im_{68-81}$   |
| 60 | $F_{94}$       | 169 | $Ire_{85-83}$   | 278 | $Im_{68-116}$  |
| 61 | $F_{101}$      | 170 | $Ire_{85-84}$   | 279 | $Im_{71-70}$   |
| 62 | $F_{105}$      | 171 | $Ire_{85-86}$   | 280 | $Im_{71-72}$   |
| 63 | $F_{110}$      | 172 | $Ire_{85-88}$   | 281 | $Im_{71-73}$   |
| 64 | $F_{114}$      | 173 | $Ire_{85-89}$   | 282 | $Im_{75-69}$   |
| 65 | $Ire_{3-1}$    | 174 | $Ire_{86-85}$   | 283 | $Im_{75-70}$   |
| 66 | $Ire_{3-5}$    | 175 | $Ire_{86-87}$   | 284 | $Im_{75-74}$   |
| 67 | $Ire_{3-12}$   | 176 | $Ire_{91-90}$   | 285 | $Im_{75-77}$   |
| 68 | $Ire_{5-3}$    | 177 | $Ire_{91-92}$   | 286 | $Im_{75-118}$  |
| 69 | $Ire_{5-4}$    | 178 | $Ire_{94-92}$   | 287 | $Im_{77-69}$   |
| 70 | $Ire_{5-6}$    | 179 | $Ire_{94-93}$   | 288 | $Im_{77-75}$   |
| 71 | $Ire_{5-8}$    | 180 | $Ire_{94-95}$   | 289 | $Im_{77-76}$   |
| 72 | $Ire_{5-11}$   | 181 | $Ire_{94-96}$   | 290 | $Im_{77-78}$   |
| 73 | $Ire_{9-10}$   | 182 | $Ire_{94-100}$  | 291 | $Im_{77-80}$   |
| 74 | $Ire_{12-2}$   | 183 | $Ire_{101-100}$ | 292 | $Im_{77-82}$   |
| 75 | $Ire_{12-3}$   | 184 | $Ire_{101-102}$ | 293 | $Im_{80-77}$   |
| 76 | $Ire_{12-7}$   | 185 | $Ire_{105-103}$ | 294 | $Im_{80-79}$   |
| 77 | $Ire_{12-11}$  | 186 | $Ire_{105-104}$ | 295 | $Im_{80-81}$   |
| 78 | $Ire_{12-14}$  | 187 | $Ire_{105-106}$ | 296 | $Im_{80-96}$   |
| 79 | $Ire_{12-16}$  | 188 | $Ire_{105-107}$ | 297 | $Im_{80-97}$   |
| 80 | $Ire_{12-117}$ | 189 | $Ire_{105-108}$ | 298 | $Im_{80-98}$   |
| 81 | $Ire_{15-13}$  | 190 | $Ire_{110-103}$ | 299 | $Im_{80-99}$   |
| 82 | $Ire_{15-14}$  | 191 | $Ire_{110-109}$ | 300 | $Im_{85-83}$   |
| 83 | $Ire_{15-17}$  | 192 | $Ire_{110-111}$ | 301 | $Im_{85-84}$   |
| 84 | $Ire_{15-19}$  | 193 | $Ire_{110-112}$ | 302 | $Im_{85-86}$   |
| 85 | $Ire_{15-33}$  | 194 | $Ire_{114-32}$  | 303 | $Im_{85-88}$   |
| 86 | $Ire_{17-15}$  | 195 | $Ire_{114-115}$ | 304 | $Im_{85-89}$   |
| 87 | $Ire_{17-16}$  | 196 | $Im_{3-1}$      | 305 | $Im_{86-85}$   |
| 88 | $Ire_{17-18}$  | 197 | $Im_{3-5}$      | 306 | $Im_{86-87}$   |
| 89 | $Ire_{17-30}$  | 198 | $Im_{3-12}$     | 307 | $Im_{91-90}$   |
| 90 | $Ire_{17-31}$  | 199 | $Im_{5-3}$      | 308 | $Im_{91-92}$   |
| 91 | $Ire_{17-113}$ | 200 | $Im_{5-4}$      | 309 | $Im_{94-92}$   |
| 92 | $Ire_{21-20}$  | 201 | $Im_{5-6}$      | 310 | $Im_{94-93}$   |
| 93 | $Ire_{21-22}$  | 202 | $Im_{5-8}$      | 311 | $Im_{94-95}$   |
| 94 | $Ire_{23-22}$  | 203 | $Im_{5-11}$     | 312 | $Im_{94-96}$   |
| 95 | $Ire_{23-24}$  | 204 | $Im_{9-10}$     | 313 | $Im_{94-100}$  |
| 96 | $Ire_{23-25}$  | 205 | $Im_{12-2}$     | 314 | $Im_{101-100}$ |
| 97 | $Ire_{23-32}$  | 206 | $Im_{12-3}$     | 315 | $Im_{101-102}$ |
| 98 | $Ire_{28-27}$  | 207 | $Im_{12-7}$     | 316 | $Im_{105-103}$ |
| 99 | $Ire_{28-29}$  | 208 | $Im_{12-11}$    | 317 | $Im_{105-104}$ |

| i   | z             | i   | z             | i   | z              |
|-----|---------------|-----|---------------|-----|----------------|
| 100 | $Ire_{30-8}$  | 209 | $Im_{12-14}$  | 318 | $Im_{105-106}$ |
| 101 | $Ire_{30-17}$ | 210 | $Im_{12-16}$  | 319 | $Im_{105-107}$ |
| 102 | $Ire_{30-26}$ | 211 | $Im_{12-117}$ | 320 | $Im_{105-108}$ |
| 103 | $Ire_{30-38}$ | 212 | $Im_{15-13}$  | 321 | $Im_{110-103}$ |
| 104 | $Ire_{34-19}$ | 213 | $Im_{15-14}$  | 322 | $Im_{110-109}$ |
| 105 | $Ire_{34-36}$ | 214 | $Im_{15-17}$  | 323 | $Im_{110-111}$ |
| 106 | $Ire_{34-37}$ | 215 | $Im_{15-19}$  | 324 | $Im_{110-112}$ |
| 107 | $Ire_{34-43}$ | 216 | $Im_{15-33}$  | 325 | $Im_{114-32}$  |
| 108 | $Ire_{37-33}$ | 217 | $Im_{17-15}$  | 326 | $Im_{114-115}$ |
| 109 | $Ire_{37-35}$ | 218 | $Im_{17-16}$  |     |                |

Σενάριο 4: Μη ανιχνεύσιμη βελτιστοποιημένη επίθεση.

Εισάγεται επίθεση στην 119η μέτρηση με τιμή  $a = 5$ .

| i  | z         | $x_i$ | $\alpha$    | i   | z               | $x_i$ | $\alpha$ |
|----|-----------|-------|-------------|-----|-----------------|-------|----------|
| 1  | $E_3$     | 0     | 0           | 164 | $Ire_{80-81}$   | 0     | 0        |
| 2  | $E_5$     | 0     | 0           | 165 | $Ire_{80-96}$   | 0     | 0        |
| 3  | $E_9$     | 0     | 0           | 166 | $Ire_{80-97}$   | 0     | 0        |
| 4  | $E_{12}$  | 0     | 0           | 167 | $Ire_{80-98}$   | 0     | 0        |
| 5  | $E_{15}$  | 0     | 0           | 168 | $Ire_{80-99}$   | 0     | 0        |
| 6  | $E_{17}$  | 0     | 0           | 169 | $Ire_{85-83}$   | 0     | 0        |
| 7  | $E_{21}$  | 0     | 0           | 170 | $Ire_{85-84}$   | 0     | 0        |
| 8  | $E_{23}$  | 0     | 0           | 171 | $Ire_{85-86}$   | 0     | 0        |
| 9  | $E_{28}$  | 0     | 0           | 172 | $Ire_{85-88}$   | 0     | 0        |
| 10 | $E_{30}$  | 0     | 0           | 173 | $Ire_{85-89}$   | 0     | 0        |
| 11 | $E_{34}$  | 0     | 0           | 174 | $Ire_{86-85}$   | 0     | 0        |
| 12 | $E_{37}$  | 0     | 0           | 175 | $Ire_{86-87}$   | 0     | 0        |
| 13 | $E_{40}$  | 0     | 0           | 176 | $Ire_{91-90}$   | 0     | 0        |
| 14 | $E_{45}$  | 1     | 0,344841161 | 177 | $Ire_{91-92}$   | 0     | 0        |
| 15 | $E_{49}$  | 0     | 0           | 178 | $Ire_{94-92}$   | 0     | 0        |
| 16 | $E_{52}$  | 0     | 0           | 179 | $Ire_{94-93}$   | 0     | 0        |
| 17 | $E_{56}$  | 0     | 0           | 180 | $Ire_{94-95}$   | 0     | 0        |
| 18 | $E_{62}$  | 0     | 0           | 181 | $Ire_{94-96}$   | 0     | 0        |
| 19 | $E_{64}$  | 0     | 0           | 182 | $Ire_{94-100}$  | 0     | 0        |
| 20 | $E_{68}$  | 0     | 0           | 183 | $Ire_{101-100}$ | 0     | 0        |
| 21 | $E_{71}$  | 0     | 0           | 184 | $Ire_{101-102}$ | 0     | 0        |
| 22 | $E_{75}$  | 0     | 0           | 185 | $Ire_{105-103}$ | 0     | 0        |
| 23 | $E_{77}$  | 0     | 0           | 186 | $Ire_{105-104}$ | 0     | 0        |
| 24 | $E_{80}$  | 0     | 0           | 187 | $Ire_{105-106}$ | 0     | 0        |
| 25 | $E_{85}$  | 0     | 0           | 188 | $Ire_{105-107}$ | 0     | 0        |
| 26 | $E_{86}$  | 0     | 0           | 189 | $Ire_{105-108}$ | 0     | 0        |
| 27 | $E_{91}$  | 0     | 0           | 190 | $Ire_{110-103}$ | 0     | 0        |
| 28 | $E_{94}$  | 0     | 0           | 191 | $Ire_{110-109}$ | 0     | 0        |
| 29 | $E_{101}$ | 0     | 0           | 192 | $Ire_{110-111}$ | 0     | 0        |



| i  | z            | $x_i$ | $\alpha$    | i   | z               | $x_i$ | $\alpha$ |
|----|--------------|-------|-------------|-----|-----------------|-------|----------|
| 30 | $E_{105}$    | 0     | 0           | 193 | $Ire_{110-112}$ | 0     | 0        |
| 31 | $E_{110}$    | 0     | 0           | 194 | $Ire_{114-32}$  | 0     | 0        |
| 32 | $E_{114}$    | 0     | 0           | 195 | $Ire_{114-115}$ | 0     | 0        |
| 33 | $F_3$        | 0     | 0           | 196 | $Im_{3-1}$      | 0     | 0        |
| 34 | $F_5$        | 0     | 0           | 197 | $Im_{3-5}$      | 0     | 0        |
| 35 | $F_9$        | 0     | 0           | 198 | $Im_{3-12}$     | 0     | 0        |
| 36 | $F_{12}$     | 0     | 0           | 199 | $Im_{5-3}$      | 0     | 0        |
| 37 | $F_{15}$     | 0     | 0           | 200 | $Im_{5-4}$      | 0     | 0        |
| 38 | $F_{17}$     | 0     | 0           | 201 | $Im_{5-6}$      | 0     | 0        |
| 39 | $F_{21}$     | 0     | 0           | 202 | $Im_{5-8}$      | 0     | 0        |
| 40 | $F_{23}$     | 0     | 0           | 203 | $Im_{5-11}$     | 0     | 0        |
| 41 | $F_{28}$     | 0     | 0           | 204 | $Im_{9-10}$     | 0     | 0        |
| 42 | $F_{30}$     | 0     | 0           | 205 | $Im_{12-2}$     | 0     | 0        |
| 43 | $F_{34}$     | 0     | 0           | 206 | $Im_{12-3}$     | 0     | 0        |
| 44 | $F_{37}$     | 0     | 0           | 207 | $Im_{12-7}$     | 0     | 0        |
| 45 | $F_{40}$     | 0     | 0           | 208 | $Im_{12-11}$    | 0     | 0        |
| 46 | $F_{45}$     | 1     | 0,933330273 | 209 | $Im_{12-14}$    | 0     | 0        |
| 47 | $F_{49}$     | 0     | 0           | 210 | $Im_{12-16}$    | 0     | 0        |
| 48 | $F_{52}$     | 0     | 0           | 211 | $Im_{12-117}$   | 0     | 0        |
| 49 | $F_{56}$     | 0     | 0           | 212 | $Im_{15-13}$    | 0     | 0        |
| 50 | $F_{62}$     | 0     | 0           | 213 | $Im_{15-14}$    | 0     | 0        |
| 51 | $F_{64}$     | 0     | 0           | 214 | $Im_{15-17}$    | 0     | 0        |
| 52 | $F_{68}$     | 0     | 0           | 215 | $Im_{15-19}$    | 0     | 0        |
| 53 | $F_{71}$     | 0     | 0           | 216 | $Im_{15-33}$    | 0     | 0        |
| 54 | $F_{75}$     | 0     | 0           | 217 | $Im_{17-15}$    | 0     | 0        |
| 55 | $F_{77}$     | 0     | 0           | 218 | $Im_{17-16}$    | 0     | 0        |
| 56 | $F_{80}$     | 0     | 0           | 219 | $Im_{17-18}$    | 0     | 0        |
| 57 | $F_{85}$     | 0     | 0           | 220 | $Im_{17-30}$    | 0     | 0        |
| 58 | $F_{86}$     | 0     | 0           | 221 | $Im_{17-31}$    | 0     | 0        |
| 59 | $F_{91}$     | 0     | 0           | 222 | $Im_{17-113}$   | 0     | 0        |
| 60 | $F_{94}$     | 0     | 0           | 223 | $Im_{21-20}$    | 0     | 0        |
| 61 | $F_{101}$    | 0     | 0           | 224 | $Im_{21-22}$    | 0     | 0        |
| 62 | $F_{105}$    | 0     | 0           | 225 | $Im_{23-22}$    | 0     | 0        |
| 63 | $F_{110}$    | 0     | 0           | 226 | $Im_{23-24}$    | 0     | 0        |
| 64 | $F_{114}$    | 0     | 0           | 227 | $Im_{23-25}$    | 0     | 0        |
| 65 | $Ire_{3-1}$  | 0     | 0           | 228 | $Im_{23-32}$    | 0     | 0        |
| 66 | $Ire_{3-5}$  | 0     | 0           | 229 | $Im_{28-27}$    | 0     | 0        |
| 67 | $Ire_{3-12}$ | 0     | 0           | 230 | $Im_{28-29}$    | 0     | 0        |
| 68 | $Ire_{5-3}$  | 0     | 0           | 231 | $Im_{30-8}$     | 0     | 0        |
| 69 | $Ire_{5-4}$  | 0     | 0           | 232 | $Im_{30-17}$    | 0     | 0        |
| 70 | $Ire_{5-6}$  | 0     | 0           | 233 | $Im_{30-26}$    | 0     | 0        |
| 71 | $Ire_{5-8}$  | 0     | 0           | 234 | $Im_{30-38}$    | 0     | 0        |
| 72 | $Ire_{5-11}$ | 0     | 0           | 235 | $Im_{34-19}$    | 0     | 0        |
| 73 | $Ire_{9-10}$ | 0     | 0           | 236 | $Im_{34-36}$    | 0     | 0        |
| 74 | $Ire_{12-2}$ | 0     | 0           | 237 | $Im_{34-37}$    | 0     | 0        |

| i   | z              | $x_i$ | $\alpha$  | i   | z             | $x_i$ | $\alpha$  |
|-----|----------------|-------|-----------|-----|---------------|-------|-----------|
| 75  | $Ire_{12-3}$   | 0     | 0         | 238 | $Im_{34-43}$  | 0     | 0         |
| 76  | $Ire_{12-7}$   | 0     | 0         | 239 | $Im_{37-33}$  | 0     | 0         |
| 77  | $Ire_{12-11}$  | 0     | 0         | 240 | $Im_{37-35}$  | 0     | 0         |
| 78  | $Ire_{12-14}$  | 0     | 0         | 241 | $Im_{37-36}$  | 0     | 0         |
| 79  | $Ire_{12-16}$  | 0     | 0         | 242 | $Im_{37-38}$  | 0     | 0         |
| 80  | $Ire_{12-117}$ | 0     | 0         | 243 | $Im_{37-39}$  | 0     | 0         |
| 81  | $Ire_{15-13}$  | 0     | 0         | 244 | $Im_{37-40}$  | 0     | 0         |
| 82  | $Ire_{15-14}$  | 0     | 0         | 245 | $Im_{40-37}$  | 0     | 0         |
| 83  | $Ire_{15-17}$  | 0     | 0         | 246 | $Im_{40-39}$  | 0     | 0         |
| 84  | $Ire_{15-19}$  | 0     | 0         | 247 | $Im_{40-41}$  | 0     | 0         |
| 85  | $Ire_{15-33}$  | 0     | 0         | 248 | $Im_{40-42}$  | 0     | 4,44E-16  |
| 86  | $Ire_{17-15}$  | 0     | 0         | 249 | $Im_{45-44}$  | 0     | -6,66E-16 |
| 87  | $Ire_{17-16}$  | 0     | 0         | 250 | $Im_{45-46}$  | 0     | -4,44E-16 |
| 88  | $Ire_{17-18}$  | 0     | 0         | 251 | $Im_{45-49}$  | 0     | 0         |
| 89  | $Ire_{17-30}$  | 0     | 0         | 252 | $Im_{49-42}$  | 0     | 4,44E-16  |
| 90  | $Ire_{17-31}$  | 0     | 0         | 253 | $Im_{49-45}$  | 0     | 0         |
| 91  | $Ire_{17-113}$ | 0     | 0         | 254 | $Im_{49-47}$  | 0     | 0         |
| 92  | $Ire_{21-20}$  | 0     | 0         | 255 | $Im_{49-48}$  | 0     | 0         |
| 93  | $Ire_{21-22}$  | 0     | 0         | 256 | $Im_{49-50}$  | 0     | 0         |
| 94  | $Ire_{23-22}$  | 0     | 0         | 257 | $Im_{49-51}$  | 0     | 0         |
| 95  | $Ire_{23-24}$  | 0     | 0         | 258 | $Im_{49-54}$  | 0     | 0         |
| 96  | $Ire_{23-25}$  | 0     | 0         | 259 | $Im_{49-66}$  | 0     | 0         |
| 97  | $Ire_{23-32}$  | 0     | 0         | 260 | $Im_{49-69}$  | 0     | 0         |
| 98  | $Ire_{28-27}$  | 0     | 0         | 261 | $Im_{52-51}$  | 0     | 0         |
| 99  | $Ire_{28-29}$  | 0     | 0         | 262 | $Im_{52-53}$  | 0     | 0         |
| 100 | $Ire_{30-8}$   | 0     | 0         | 263 | $Im_{56-57}$  | 0     | 0         |
| 101 | $Ire_{30-17}$  | 0     | 0         | 264 | $Im_{56-58}$  | 0     | 0         |
| 102 | $Ire_{30-26}$  | 0     | 0         | 265 | $Im_{56-55}$  | 0     | 0         |
| 103 | $Ire_{30-38}$  | 0     | 0         | 266 | $Im_{56-54}$  | 0     | 0         |
| 104 | $Ire_{34-19}$  | 0     | 0         | 267 | $Im_{56-59}$  | 0     | 0         |
| 105 | $Ire_{34-36}$  | 0     | 0         | 268 | $Im_{62-60}$  | 0     | 0         |
| 106 | $Ire_{34-37}$  | 0     | 0         | 269 | $Im_{62-61}$  | 0     | 0         |
| 107 | $Ire_{34-43}$  | 0     | 0         | 270 | $Im_{62-66}$  | 0     | 0         |
| 108 | $Ire_{37-33}$  | 0     | 0         | 271 | $Im_{62-67}$  | 0     | 0         |
| 109 | $Ire_{37-35}$  | 0     | 0         | 272 | $Im_{64-61}$  | 0     | 0         |
| 110 | $Ire_{37-36}$  | 0     | 0         | 273 | $Im_{64-63}$  | 0     | 0         |
| 111 | $Ire_{37-38}$  | 0     | 0         | 274 | $Im_{64-65}$  | 0     | 0         |
| 112 | $Ire_{37-39}$  | 0     | 0         | 275 | $Im_{68-65}$  | 0     | 0         |
| 113 | $Ire_{37-40}$  | 0     | 0         | 276 | $Im_{68-69}$  | 0     | 0         |
| 114 | $Ire_{40-37}$  | 0     | 0         | 277 | $Im_{68-81}$  | 0     | 0         |
| 115 | $Ire_{40-39}$  | 0     | 0         | 278 | $Im_{68-116}$ | 0     | 0         |
| 116 | $Ire_{40-41}$  | 0     | 0         | 279 | $Im_{71-70}$  | 0     | 0         |
| 117 | $Ire_{40-42}$  | 0     | -5,33E-15 | 280 | $Im_{71-72}$  | 0     | 0         |
| 118 | $Ire_{45-44}$  | 0     | 8,88E-16  | 281 | $Im_{71-73}$  | 0     | 0         |
| 119 | $Ire_{45-46}$  | 1     | 5         | 282 | $Im_{75-69}$  | 0     | 0         |

| i   | z                            | $x_i$ | $\alpha$     | i   | z                             | $x_i$ | $\alpha$ |
|-----|------------------------------|-------|--------------|-----|-------------------------------|-------|----------|
| 120 | <i>Ire</i> <sub>45-49</sub>  | 0     | 0            | 283 | <i>Iim</i> <sub>75-70</sub>   | 0     | 0        |
| 121 | <i>Ire</i> <sub>49-42</sub>  | 1     | -5,020719932 | 284 | <i>Iim</i> <sub>75-74</sub>   | 0     | 0        |
| 122 | <i>Ire</i> <sub>49-45</sub>  | 0     | 0            | 285 | <i>Iim</i> <sub>75-77</sub>   | 0     | 0        |
| 123 | <i>Ire</i> <sub>49-47</sub>  | 0     | 0            | 286 | <i>Iim</i> <sub>75-118</sub>  | 0     | 0        |
| 124 | <i>Ire</i> <sub>49-48</sub>  | 0     | 0            | 287 | <i>Iim</i> <sub>77-69</sub>   | 0     | 0        |
| 125 | <i>Ire</i> <sub>49-50</sub>  | 0     | 0            | 288 | <i>Iim</i> <sub>77-75</sub>   | 0     | 0        |
| 126 | <i>Ire</i> <sub>49-51</sub>  | 0     | 0            | 289 | <i>Iim</i> <sub>77-76</sub>   | 0     | 0        |
| 127 | <i>Ire</i> <sub>49-54</sub>  | 0     | 0            | 290 | <i>Iim</i> <sub>77-78</sub>   | 0     | 0        |
| 128 | <i>Ire</i> <sub>49-66</sub>  | 0     | 0            | 291 | <i>Iim</i> <sub>77-80</sub>   | 0     | 0        |
| 129 | <i>Ire</i> <sub>49-69</sub>  | 0     | 0            | 292 | <i>Iim</i> <sub>77-82</sub>   | 0     | 0        |
| 130 | <i>Ire</i> <sub>52-51</sub>  | 0     | 0            | 293 | <i>Iim</i> <sub>80-77</sub>   | 0     | 0        |
| 131 | <i>Ire</i> <sub>52-53</sub>  | 0     | 0            | 294 | <i>Iim</i> <sub>80-79</sub>   | 0     | 0        |
| 132 | <i>Ire</i> <sub>56-57</sub>  | 0     | 0            | 295 | <i>Iim</i> <sub>80-81</sub>   | 0     | 0        |
| 133 | <i>Ire</i> <sub>56-58</sub>  | 0     | 0            | 296 | <i>Iim</i> <sub>80-96</sub>   | 0     | 0        |
| 134 | <i>Ire</i> <sub>56-55</sub>  | 0     | 0            | 297 | <i>Iim</i> <sub>80-97</sub>   | 0     | 0        |
| 135 | <i>Ire</i> <sub>56-54</sub>  | 0     | 0            | 298 | <i>Iim</i> <sub>80-98</sub>   | 0     | 0        |
| 136 | <i>Ire</i> <sub>56-59</sub>  | 0     | 0            | 299 | <i>Iim</i> <sub>80-99</sub>   | 0     | 0        |
| 137 | <i>Ire</i> <sub>62-60</sub>  | 0     | 0            | 300 | <i>Iim</i> <sub>85-83</sub>   | 0     | 0        |
| 138 | <i>Ire</i> <sub>62-61</sub>  | 0     | 0            | 301 | <i>Iim</i> <sub>85-84</sub>   | 0     | 0        |
| 139 | <i>Ire</i> <sub>62-66</sub>  | 0     | 0            | 302 | <i>Iim</i> <sub>85-86</sub>   | 0     | 0        |
| 140 | <i>Ire</i> <sub>62-67</sub>  | 0     | 0            | 303 | <i>Iim</i> <sub>85-88</sub>   | 0     | 0        |
| 141 | <i>Ire</i> <sub>64-61</sub>  | 0     | 0            | 304 | <i>Iim</i> <sub>85-89</sub>   | 0     | 0        |
| 142 | <i>Ire</i> <sub>64-63</sub>  | 0     | 0            | 305 | <i>Iim</i> <sub>86-85</sub>   | 0     | 0        |
| 143 | <i>Ire</i> <sub>64-65</sub>  | 0     | 0            | 306 | <i>Iim</i> <sub>86-87</sub>   | 0     | 0        |
| 144 | <i>Ire</i> <sub>68-65</sub>  | 0     | 0            | 307 | <i>Iim</i> <sub>91-90</sub>   | 0     | 0        |
| 145 | <i>Ire</i> <sub>68-69</sub>  | 0     | 0            | 308 | <i>Iim</i> <sub>91-92</sub>   | 0     | 0        |
| 146 | <i>Ire</i> <sub>68-81</sub>  | 0     | 0            | 309 | <i>Iim</i> <sub>94-92</sub>   | 0     | 0        |
| 147 | <i>Ire</i> <sub>68-116</sub> | 0     | 0            | 310 | <i>Iim</i> <sub>94-93</sub>   | 0     | 0        |
| 148 | <i>Ire</i> <sub>71-70</sub>  | 0     | 0            | 311 | <i>Iim</i> <sub>94-95</sub>   | 0     | 0        |
| 149 | <i>Ire</i> <sub>71-72</sub>  | 0     | 0            | 312 | <i>Iim</i> <sub>94-96</sub>   | 0     | 0        |
| 150 | <i>Ire</i> <sub>71-73</sub>  | 0     | 0            | 313 | <i>Iim</i> <sub>94-100</sub>  | 0     | 0        |
| 151 | <i>Ire</i> <sub>75-69</sub>  | 0     | 0            | 314 | <i>Iim</i> <sub>101-100</sub> | 0     | 0        |
| 152 | <i>Ire</i> <sub>75-70</sub>  | 0     | 0            | 315 | <i>Iim</i> <sub>101-102</sub> | 0     | 0        |
| 153 | <i>Ire</i> <sub>75-74</sub>  | 0     | 0            | 316 | <i>Iim</i> <sub>105-103</sub> | 0     | 0        |
| 154 | <i>Ire</i> <sub>75-77</sub>  | 0     | 0            | 317 | <i>Iim</i> <sub>105-104</sub> | 0     | 0        |
| 155 | <i>Ire</i> <sub>75-118</sub> | 0     | 0            | 318 | <i>Iim</i> <sub>105-106</sub> | 0     | 0        |
| 156 | <i>Ire</i> <sub>77-69</sub>  | 0     | 0            | 319 | <i>Iim</i> <sub>105-107</sub> | 0     | 0        |
| 157 | <i>Ire</i> <sub>77-75</sub>  | 0     | 0            | 320 | <i>Iim</i> <sub>105-108</sub> | 0     | 0        |
| 158 | <i>Ire</i> <sub>77-76</sub>  | 0     | 0            | 321 | <i>Iim</i> <sub>110-103</sub> | 0     | 0        |
| 159 | <i>Ire</i> <sub>77-78</sub>  | 0     | 0            | 322 | <i>Iim</i> <sub>110-109</sub> | 0     | 0        |
| 160 | <i>Ire</i> <sub>77-80</sub>  | 0     | 0            | 323 | <i>Iim</i> <sub>110-111</sub> | 0     | 0        |
| 161 | <i>Ire</i> <sub>77-82</sub>  | 0     | 0            | 324 | <i>Iim</i> <sub>110-112</sub> | 0     | 0        |
| 162 | <i>Ire</i> <sub>80-77</sub>  | 0     | 0            | 325 | <i>Iim</i> <sub>114-32</sub>  | 0     | 0        |
| 163 | <i>Ire</i> <sub>80-79</sub>  | 0     | 0            | 326 | <i>Iim</i> <sub>114-115</sub> | 0     | 0        |

Από αυτή την εκτέλεση μπορούμε να συμπεράνουμε πόσο σημαντική είναι η ικανότητα του επιτιθέμενου να υλοποιήσει μια αρκετά αραιή επίθεση, που θα επηρεάσει όσο το δυνατόν λιγότερες μετρήσεις. Ειδικότερα, σε δίκτυα μεγάλου αριθμού ζυγών, η ανάγκη για αραιές επιθέσεις αυξάνεται σε τεράστιο βαθμό, όπως φαίνεται από την διαφορά των αλλοιωμένων μετρήσεων σε αυτό το σενάριο και το προηγούμενο. Είναι εμφανές, επίσης, ότι η επιλογή των μετρήσεων, στις οποίες προστίθεται σφάλμα, ώστε να υλοποιηθεί

### Σενάριο 5: Πολλαπλή επίθεση.

| Μέτρηση      | i   | $a_i$ |
|--------------|-----|-------|
| $E_{15}$     | 5   | 3     |
| $Ire_{30-8}$ | 100 | 10    |
| $Im_{85-83}$ | 300 | 5     |

| i  | z         | $x_i$ | $\alpha$ | i   | z               | $x_i$ | $\alpha$         |
|----|-----------|-------|----------|-----|-----------------|-------|------------------|
| 1  | $E_3$     | 0     | 0        | 164 | $Ire_{80-81}$   | 0     | 0                |
| 2  | $E_5$     | 0     | 0        | 165 | $Ire_{80-96}$   | 0     | 0                |
| 3  | $E_9$     | 0     | 0        | 166 | $Ire_{80-97}$   | 0     | 0                |
| 4  | $E_{12}$  | 0     | 0        | 167 | $Ire_{80-98}$   | 0     | 0                |
| 5  | $E_{15}$  | 1     | 3        | 168 | $Ire_{80-99}$   | 0     | 0                |
| 6  | $E_{17}$  | 0     | 0        | 169 | $Ire_{85-83}$   | 0     | 8,881784197e- 16 |
| 7  | $E_{21}$  | 0     | 0        | 170 | $Ire_{85-84}$   | 0     | 0                |
| 8  | $E_{23}$  | 0     | 0        | 171 | $Ire_{85-86}$   | 0     | 0                |
| 9  | $E_{28}$  | 0     | 0        | 172 | $Ire_{85-88}$   | 0     | 0                |
| 10 | $E_{30}$  | 0     | 0        | 173 | $Ire_{85-89}$   | 0     | 0                |
| 11 | $E_{34}$  | 0     | 0        | 174 | $Ire_{86-85}$   | 0     | 0                |
| 12 | $E_{37}$  | 0     | 0        | 175 | $Ire_{86-87}$   | 0     | 0                |
| 13 | $E_{40}$  | 0     | 0        | 176 | $Ire_{91-90}$   | 0     | 0                |
| 14 | $E_{45}$  | 0     | 0        | 177 | $Ire_{91-92}$   | 0     | 0                |
| 15 | $E_{49}$  | 0     | 0        | 178 | $Ire_{94-92}$   | 0     | 0                |
| 16 | $E_{52}$  | 0     | 0        | 179 | $Ire_{94-93}$   | 0     | 0                |
| 17 | $E_{56}$  | 0     | 0        | 180 | $Ire_{94-95}$   | 0     | 0                |
| 18 | $E_{62}$  | 0     | 0        | 181 | $Ire_{94-96}$   | 0     | 0                |
| 19 | $E_{64}$  | 0     | 0        | 182 | $Ire_{94-100}$  | 0     | 0                |
| 20 | $E_{68}$  | 0     | 0        | 183 | $Ire_{101-100}$ | 0     | 0                |
| 21 | $E_{71}$  | 0     | 0        | 184 | $Ire_{101-102}$ | 0     | 0                |
| 22 | $E_{75}$  | 0     | 0        | 185 | $Ire_{105-103}$ | 0     | 0                |
| 23 | $E_{77}$  | 0     | 0        | 186 | $Ire_{105-104}$ | 0     | 0                |
| 24 | $E_{80}$  | 0     | 0        | 187 | $Ire_{105-106}$ | 0     | 0                |
| 25 | $E_{85}$  | 0     | 0        | 188 | $Ire_{105-107}$ | 0     | 0                |
| 26 | $E_{86}$  | 0     | 0        | 189 | $Ire_{105-108}$ | 0     | 0                |
| 27 | $E_{91}$  | 0     | 0        | 190 | $Ire_{110-103}$ | 0     | 0                |
| 28 | $E_{94}$  | 0     | 0        | 191 | $Ire_{110-109}$ | 0     | 0                |
| 29 | $E_{101}$ | 0     | 0        | 192 | $Ire_{110-111}$ | 0     | 0                |
| 30 | $E_{105}$ | 0     | 0        | 193 | $Ire_{110-112}$ | 0     | 0                |
| 31 | $E_{110}$ | 0     | 0        | 194 | $Ire_{114-32}$  | 0     | 0                |

| i  | z            | $x_i$ | $\alpha$    | i   | z               | $x_i$ | $\alpha$          |
|----|--------------|-------|-------------|-----|-----------------|-------|-------------------|
| 32 | $E_{114}$    | 0     | 0           | 195 | $Ire_{114-115}$ | 0     | 0                 |
| 33 | $F_3$        | 0     | 0           | 196 | $Iim_{3-1}$     | 0     | 0                 |
| 34 | $F_5$        | 0     | 0           | 197 | $Iim_{3-5}$     | 0     | 0                 |
| 35 | $F_9$        | 0     | 0           | 198 | $Iim_{3-12}$    | 0     | 0                 |
| 36 | $F_{12}$     | 0     | 0           | 199 | $Iim_{5-3}$     | 0     | 0                 |
| 37 | $F_{15}$     | 1     | 9,921303808 | 200 | $Iim_{5-4}$     | 0     | 0                 |
| 38 | $F_{17}$     | 0     | 0           | 201 | $Iim_{5-6}$     | 0     | 0                 |
| 39 | $F_{21}$     | 0     | 0           | 202 | $Iim_{5-8}$     | 0     | 0                 |
| 40 | $F_{23}$     | 0     | 0           | 203 | $Iim_{5-11}$    | 0     | -3,274820555e- 14 |
| 41 | $F_{28}$     | 0     | 0           | 204 | $Iim_{9-10}$    | 0     | 0                 |
| 42 | $F_{30}$     | 0     | 0           | 205 | $Iim_{12-2}$    | 0     | 0                 |
| 43 | $F_{34}$     | 0     | 0           | 206 | $Iim_{12-3}$    | 0     | 0                 |
| 44 | $F_{37}$     | 0     | 0           | 207 | $Iim_{12-7}$    | 0     | 0                 |
| 45 | $F_{40}$     | 0     | 0           | 208 | $Iim_{12-11}$   | 0     | 0                 |
| 46 | $F_{45}$     | 0     | 0           | 209 | $Iim_{12-14}$   | 0     | -2,842170943e- 14 |
| 47 | $F_{49}$     | 0     | 0           | 210 | $Iim_{12-16}$   | 0     | 0                 |
| 48 | $F_{52}$     | 0     | 0           | 211 | $Iim_{12-117}$  | 0     | 0                 |
| 49 | $F_{56}$     | 0     | 0           | 212 | $Iim_{15-13}$   | 0     | -5,329070518e- 15 |
| 50 | $F_{62}$     | 0     | 0           | 213 | $Iim_{15-14}$   | 0     | 0,005096173       |
| 51 | $F_{64}$     | 0     | 0           | 214 | $Iim_{15-17}$   | 0     | -2,131628207e- 14 |
| 52 | $F_{68}$     | 0     | 0           | 215 | $Iim_{15-19}$   | 0     | -5,684341886e- 14 |
| 53 | $F_{71}$     | 0     | 0           | 216 | $Iim_{15-33}$   | 1     | 0,273068912       |
| 54 | $F_{75}$     | 0     | 0           | 217 | $Iim_{17-15}$   | 0     | 2,13162820e- 14   |
| 55 | $F_{77}$     | 0     | 0           | 218 | $Iim_{17-16}$   | 0     | 0                 |
| 56 | $F_{80}$     | 0     | 0           | 219 | $Iim_{17-18}$   | 0     | 0                 |
| 57 | $F_{85}$     | 0     | 0           | 220 | $Iim_{17-30}$   | 0     | 0                 |
| 58 | $F_{86}$     | 0     | 0           | 221 | $Iim_{17-31}$   | 0     | 0                 |
| 59 | $F_{91}$     | 0     | 0           | 222 | $Iim_{17-113}$  | 0     | 0                 |
| 60 | $F_{94}$     | 0     | 0           | 223 | $Iim_{21-20}$   | 0     | 0                 |
| 61 | $F_{101}$    | 0     | 0           | 224 | $Iim_{21-22}$   | 0     | 0                 |
| 62 | $F_{105}$    | 0     | 0           | 225 | $Iim_{23-22}$   | 0     | 0                 |
| 63 | $F_{110}$    | 0     | 0           | 226 | $Iim_{23-24}$   | 0     | 0                 |
| 64 | $F_{114}$    | 0     | 0           | 227 | $Iim_{23-25}$   | 0     | 0                 |
| 65 | $Ire_{3-1}$  | 0     | 0           | 228 | $Iim_{23-32}$   | 0     | 0                 |
| 66 | $Ire_{3-5}$  | 0     | 0           | 229 | $Iim_{28-27}$   | 0     | 0                 |
| 67 | $Ire_{3-12}$ | 0     | 0           | 230 | $Iim_{28-29}$   | 0     | 0                 |
| 68 | $Ire_{5-3}$  | 0     | 0           | 231 | $Iim_{30-8}$    | 1     | 0,85515873        |
| 69 | $Ire_{5-4}$  | 0     | 0           | 232 | $Iim_{30-17}$   | 0     | 0                 |
| 70 | $Ire_{5-6}$  | 0     | 0           | 233 | $Iim_{30-26}$   | 0     | 0                 |
| 71 | $Ire_{5-8}$  | 0     | 0           | 234 | $Iim_{30-38}$   | 0     | 0                 |
| 72 | $Ire_{5-11}$ | 1     | 19,01444697 | 235 | $Iim_{34-19}$   | 0     | 1,776356839e- 15  |
| 73 | $Ire_{9-10}$ | 0     | 0           | 236 | $Iim_{34-36}$   | 0     | 0                 |
| 74 | $Ire_{12-2}$ | 0     | 0           | 237 | $Iim_{34-37}$   | 0     | 0                 |
| 75 | $Ire_{12-3}$ | 0     | 0           | 238 | $Iim_{34-43}$   | 0     | 0                 |
| 76 | $Ire_{12-7}$ | 0     | 0           | 239 | $Iim_{37-33}$   | 0     | 0                 |

| i   | z              | $x_i$ | $\alpha$          | i   | z              | $x_i$ | $\alpha$ |
|-----|----------------|-------|-------------------|-----|----------------|-------|----------|
| 77  | $Ire_{12-11}$  | 0     | 0                 | 240 | $Iim_{37-35}$  | 0     | 0        |
| 78  | $Ire_{12-14}$  | 1     | -139,5750937      | 241 | $Iim_{37-36}$  | 0     | 0        |
| 79  | $Ire_{12-16}$  | 0     | 0                 | 242 | $Iim_{37-38}$  | 0     | 0        |
| 80  | $Ire_{12-117}$ | 0     | 0                 | 243 | $Iim_{37-39}$  | 0     | 0        |
| 81  | $Ire_{15-13}$  | 0     | -2,842170943e- 14 | 244 | $Iim_{37-40}$  | 0     | 0        |
| 82  | $Ire_{15-14}$  | 0     | -1,421085471e- 14 | 245 | $Iim_{40-37}$  | 0     | 0        |
| 83  | $Ire_{15-17}$  | 1     | 226,831988        | 246 | $Iim_{40-39}$  | 0     | 0        |
| 84  | $Ire_{15-19}$  | 1     | 478,514661        | 247 | $Iim_{40-41}$  | 0     | 0        |
| 85  | $Ire_{15-33}$  | 1     | 79,52602438       | 248 | $Iim_{40-42}$  | 0     | 0        |
| 86  | $Ire_{17-15}$  | 1     | -227,0522409      | 249 | $Iim_{45-44}$  | 0     | 0        |
| 87  | $Ire_{17-16}$  | 0     | 0                 | 250 | $Iim_{45-46}$  | 0     | 0        |
| 88  | $Ire_{17-18}$  | 0     | 0                 | 251 | $Iim_{45-49}$  | 0     | 0        |
| 89  | $Ire_{17-30}$  | 0     | 0                 | 252 | $Iim_{49-42}$  | 0     | 0        |
| 90  | $Ire_{17-31}$  | 0     | 0                 | 253 | $Iim_{49-45}$  | 0     | 0        |
| 91  | $Ire_{17-113}$ | 0     | 0                 | 254 | $Iim_{49-47}$  | 0     | 0        |
| 92  | $Ire_{21-20}$  | 0     | 0                 | 255 | $Iim_{49-48}$  | 0     | 0        |
| 93  | $Ire_{21-22}$  | 0     | 0                 | 256 | $Iim_{49-50}$  | 0     | 0        |
| 94  | $Ire_{23-22}$  | 0     | 0                 | 257 | $Iim_{49-51}$  | 0     | 0        |
| 95  | $Ire_{23-24}$  | 0     | 0                 | 258 | $Iim_{49-54}$  | 0     | 0        |
| 96  | $Ire_{23-25}$  | 0     | 0                 | 259 | $Iim_{49-66}$  | 0     | 0        |
| 97  | $Ire_{23-32}$  | 0     | 0                 | 260 | $Iim_{49-69}$  | 0     | 0        |
| 98  | $Ire_{28-27}$  | 0     | 0                 | 261 | $Iim_{52-51}$  | 0     | 0        |
| 99  | $Ire_{28-29}$  | 0     | 0                 | 262 | $Iim_{52-53}$  | 0     | 0        |
| 100 | $Ire_{30-8}$   | 1     | 10                | 263 | $Iim_{56-57}$  | 0     | 0        |
| 101 | $Ire_{30-17}$  | 0     | 0                 | 264 | $Iim_{56-58}$  | 0     | 0        |
| 102 | $Ire_{30-26}$  | 0     | 0                 | 265 | $Iim_{56-55}$  | 0     | 0        |
| 103 | $Ire_{30-38}$  | 0     | 0                 | 266 | $Iim_{56-54}$  | 0     | 0        |
| 104 | $Ire_{34-19}$  | 1     | 36,1962964        | 267 | $Iim_{56-59}$  | 0     | 0        |
| 105 | $Ire_{34-36}$  | 0     | 0                 | 268 | $Iim_{62-60}$  | 0     | 0        |
| 106 | $Ire_{34-37}$  | 0     | 0                 | 269 | $Iim_{62-61}$  | 0     | 0        |
| 107 | $Ire_{34-43}$  | 0     | 0                 | 270 | $Iim_{62-66}$  | 0     | 0        |
| 108 | $Ire_{37-33}$  | 0     | 0                 | 271 | $Iim_{62-67}$  | 0     | 0        |
| 109 | $Ire_{37-35}$  | 0     | 0                 | 272 | $Iim_{64-61}$  | 0     | 0        |
| 110 | $Ire_{37-36}$  | 0     | 0                 | 273 | $Iim_{64-63}$  | 0     | 0        |
| 111 | $Ire_{37-38}$  | 0     | 0                 | 274 | $Iim_{64-65}$  | 0     | 0        |
| 112 | $Ire_{37-39}$  | 0     | 0                 | 275 | $Iim_{68-65}$  | 0     | 0        |
| 113 | $Ire_{37-40}$  | 0     | 0                 | 276 | $Iim_{68-69}$  | 0     | 0        |
| 114 | $Ire_{40-37}$  | 0     | 0                 | 277 | $Iim_{68-81}$  | 0     | 0        |
| 115 | $Ire_{40-39}$  | 0     | 0                 | 278 | $Iim_{68-116}$ | 0     | 0        |
| 116 | $Ire_{40-41}$  | 0     | 0                 | 279 | $Iim_{71-70}$  | 0     | 0        |
| 117 | $Ire_{40-42}$  | 0     | 0                 | 280 | $Iim_{71-72}$  | 0     | 0        |
| 118 | $Ire_{45-44}$  | 0     | 0                 | 281 | $Iim_{71-73}$  | 0     | 0        |
| 119 | $Ire_{45-46}$  | 0     | 0                 | 282 | $Iim_{75-69}$  | 0     | 0        |
| 120 | $Ire_{45-49}$  | 0     | 0                 | 283 | $Iim_{75-70}$  | 0     | 0        |
| 121 | $Ire_{49-42}$  | 0     | 0                 | 284 | $Iim_{75-74}$  | 0     | 0        |

| i   | z              | $x_i$ | $\alpha$ | i   | z              | $x_i$ | $\alpha$ |
|-----|----------------|-------|----------|-----|----------------|-------|----------|
| 122 | $Ire_{49-45}$  | 0     | 0        | 285 | $Im_{75-77}$   | 0     | 0        |
| 123 | $Ire_{49-47}$  | 0     | 0        | 286 | $Im_{75-118}$  | 0     | 0        |
| 124 | $Ire_{49-48}$  | 0     | 0        | 287 | $Im_{77-69}$   | 0     | 0        |
| 125 | $Ire_{49-50}$  | 0     | 0        | 288 | $Im_{77-75}$   | 0     | 0        |
| 126 | $Ire_{49-51}$  | 0     | 0        | 289 | $Im_{77-76}$   | 0     | 0        |
| 127 | $Ire_{49-54}$  | 0     | 0        | 290 | $Im_{77-78}$   | 0     | 0        |
| 128 | $Ire_{49-66}$  | 0     | 0        | 291 | $Im_{77-80}$   | 0     | 0        |
| 129 | $Ire_{49-69}$  | 0     | 0        | 292 | $Im_{77-82}$   | 0     | 0        |
| 130 | $Ire_{52-51}$  | 0     | 0        | 293 | $Im_{80-77}$   | 0     | 0        |
| 131 | $Ire_{52-53}$  | 0     | 0        | 294 | $Im_{80-79}$   | 0     | 0        |
| 132 | $Ire_{56-57}$  | 0     | 0        | 295 | $Im_{80-81}$   | 0     | 0        |
| 133 | $Ire_{56-58}$  | 0     | 0        | 296 | $Im_{80-96}$   | 0     | 0        |
| 134 | $Ire_{56-55}$  | 0     | 0        | 297 | $Im_{80-97}$   | 0     | 0        |
| 135 | $Ire_{56-54}$  | 0     | 0        | 298 | $Im_{80-98}$   | 0     | 0        |
| 136 | $Ire_{56-59}$  | 0     | 0        | 299 | $Im_{80-99}$   | 0     | 0        |
| 137 | $Ire_{62-60}$  | 0     | 0        | 300 | $Im_{85-83}$   | 1     | 5        |
| 138 | $Ire_{62-61}$  | 0     | 0        | 301 | $Im_{85-84}$   | 0     | 0        |
| 139 | $Ire_{62-66}$  | 0     | 0        | 302 | $Im_{85-86}$   | 0     | 0        |
| 140 | $Ire_{62-67}$  | 0     | 0        | 303 | $Im_{85-88}$   | 0     | 0        |
| 141 | $Ire_{64-61}$  | 0     | 0        | 304 | $Im_{85-89}$   | 0     | 0        |
| 142 | $Ire_{64-63}$  | 0     | 0        | 305 | $Im_{86-85}$   | 0     | 0        |
| 143 | $Ire_{64-65}$  | 0     | 0        | 306 | $Im_{86-87}$   | 0     | 0        |
| 144 | $Ire_{68-65}$  | 0     | 0        | 307 | $Im_{91-90}$   | 0     | 0        |
| 145 | $Ire_{68-69}$  | 0     | 0        | 308 | $Im_{91-92}$   | 0     | 0        |
| 146 | $Ire_{68-81}$  | 0     | 0        | 309 | $Im_{94-92}$   | 0     | 0        |
| 147 | $Ire_{68-116}$ | 0     | 0        | 310 | $Im_{94-93}$   | 0     | 0        |
| 148 | $Ire_{71-70}$  | 0     | 0        | 311 | $Im_{94-95}$   | 0     | 0        |
| 149 | $Ire_{71-72}$  | 0     | 0        | 312 | $Im_{94-96}$   | 0     | 0        |
| 150 | $Ire_{71-73}$  | 0     | 0        | 313 | $Im_{94-100}$  | 0     | 0        |
| 151 | $Ire_{75-69}$  | 0     | 0        | 314 | $Im_{101-100}$ | 0     | 0        |
| 152 | $Ire_{75-70}$  | 0     | 0        | 315 | $Im_{101-102}$ | 0     | 0        |
| 153 | $Ire_{75-74}$  | 0     | 0        | 316 | $Im_{105-103}$ | 0     | 0        |
| 154 | $Ire_{75-77}$  | 0     | 0        | 317 | $Im_{105-104}$ | 0     | 0        |
| 155 | $Ire_{75-118}$ | 0     | 0        | 318 | $Im_{105-106}$ | 0     | 0        |
| 156 | $Ire_{77-69}$  | 0     | 0        | 319 | $Im_{105-107}$ | 0     | 0        |
| 157 | $Ire_{77-75}$  | 0     | 0        | 320 | $Im_{105-108}$ | 0     | 0        |
| 158 | $Ire_{77-76}$  | 0     | 0        | 321 | $Im_{110-103}$ | 0     | 0        |
| 159 | $Ire_{77-78}$  | 0     | 0        | 322 | $Im_{110-109}$ | 0     | 0        |
| 160 | $Ire_{77-80}$  | 0     | 0        | 323 | $Im_{110-111}$ | 0     | 0        |
| 161 | $Ire_{77-82}$  | 0     | 0        | 324 | $Im_{110-112}$ | 0     | 0        |
| 162 | $Ire_{80-77}$  | 0     | 0        | 325 | $Im_{114-32}$  | 0     | 0        |
| 163 | $Ire_{80-79}$  | 0     | 0        | 326 | $Im_{114-115}$ | 0     | 0        |

Παρατηρούμε ότι οι μετρήσεις που αλλοιώνονται από τη ρουτίνα βελτιστοποίησης, ώστε η επίθεση να είναι αόρατη από τον έλεγχο του ανιχνευτή εσφαλμένων δεδομένων, έχουν

άμεση σχέση με αυτές που θέλει να επηρεάσει ο επιτιθέμενος.

| i  | r                      | $r_{att}$              | $r - r_{att}$          |
|----|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1  | -0,317129124686459     | -0,317129124718249     | 3,17899040425118e- 11  |
| 2  | 0,0826240217469341     | 0,0826240217151768     | 3,17572634855878e- 11  |
| 3  | 6,12843109593086e- 14  | 6,15063555642337e- 14  | -2,22044604925031e- 16 |
| 4  | 0,0416529495228266     | 0,0416529494913658     | 3,14608339380129e- 11  |
| 5  | 0,0666153871371955     | 0,0666153871042630     | 3,29325455794560e- 11  |
| 6  | -0,0506411896769567    | -0,0506411897098265    | 3,28697069562622e- 11  |
| 7  | 0,117659885158768      | 0,117659885158799      | -3,08642000845794e- 14 |
| 8  | -0,0366199472013973    | -0,0366199472013680    | -2,93098878501041e- 14 |
| 9  | 5,60462787291272e- 12  | 5,76938496976709e- 12  | -1,64757096854373e- 13 |
| 10 | 0,443669531863056      | 0,443669531829908      | 3,31483729354432e- 11  |
| 11 | 0,338408770279812      | 0,338408770245420      | 3,43913786338135e- 11  |
| 12 | 0,156724016535870      | 0,156724016502189      | 3,36810579426583e- 11  |
| 13 | 0,260821434780710      | 0,260821434748983      | 3,17272874639230e- 11  |
| 14 | 0,324148013490384      | 0,324148013457713      | 3,26711990794593e- 11  |
| 15 | 0,442930713126724      | 0,442930713093890      | 3,28332916410545e- 11  |
| 16 | 0,401110485548102      | 0,401110485515395      | 3,27071703054571e- 11  |
| 17 | -0,134556443554971     | -0,134556443587407     | 3,24356097536338e- 11  |
| 18 | -0,141470222806665     | -0,141470222839071     | 3,24060778211788e- 11  |
| 19 | -0,0519581168846659    | -0,0519581169169761    | 3,23101545518512e- 11  |
| 20 | -0,228080196554219     | -0,228080196586159     | 3,19397841508362e- 11  |
| 21 | -0,122746539137944     | -0,122746539169514     | 3,15707460174508e- 11  |
| 22 | -0,234394110156801     | -0,234394110188551     | 3,17503801028352e- 11  |
| 23 | 0,337272875952147      | 0,337272875920432      | 3,17150750106521e- 11  |
| 24 | 0,419013623449096      | 0,419013623417420      | 3,16757731155803e- 11  |
| 25 | 0,236676357186364      | 0,236676357186419      | -5,48450174164827e- 14 |
| 26 | -0,245196102998127     | -0,245196102998072     | -5,48450174164827e- 14 |
| 27 | 0,0967208536480684     | 0,0967208536164377     | 3,16306980607806e- 11  |
| 28 | -0,245417075069342     | -0,245417075100817     | 3,14743786589133e- 11  |
| 29 | 0,0456259109752486     | 0,0456259109440365     | 3,12121439804969e- 11  |
| 30 | 0,245868626727131      | 0,245868626726993      | 1,38555833473220e- 13  |
| 31 | -0,258071007218524     | -0,258071007218663     | 1,38555833473220e- 13  |
| 32 | -0,0794036144230348    | -0,0794036144230046    | -3,01980662698043e- 14 |
| 33 | -0,0387770749618089    | -0,0387770749624284    | 6,19559958892069e- 13  |
| 34 | 0,00280399123958741    | 0,00280399123890052    | 6,86894985335584e- 13  |
| 35 | -9,99200722162641e- 16 | -9,99200722162641e- 16 | 0                      |
| 36 | -0,0466306936151270    | -0,0466306936157818    | 6,54754028772686e- 13  |
| 37 | 0,00614024211775283    | 0,00614024211700937    | 7,43460848440236e- 13  |
| 38 | 0,0363396726086087     | 0,0363396726079214     | 6,87283563394203e- 13  |
| 39 | 0,00376473521575937    | 0,00376473521578058    | -2,12052597703405e- 14 |
| 40 | 0,173174114719382      | 0,173174114719406      | -2,48689957516035e- 14 |
| 41 | -2,15383266777280e- 14 | -2,02615701994091e- 14 | -1,27675647831893e- 15 |
| 42 | -0,0116966438445373    | -0,0116966438452241    | 6,86728451881891e- 13  |
| 43 | -0,0945326180160018    | -0,0945326180167672    | 7,65332242025352e- 13  |



| i  | r                      | $r_{att}$              | $r - r_{att}$          |
|----|------------------------|------------------------|------------------------|
| 44 | -0,0268655771928762    | -0,0268655771935934    | 7,17204073907851e- 13  |
| 45 | -0,187713128739300     | -0,187713128739928     | 6,27886631576757e- 13  |
| 46 | 0,153760344755255      | 0,153760344755333      | -7,78821451774547e- 14 |
| 47 | 0,216750570713842      | 0,216750570713825      | 1,73194791841524e- 14  |
| 48 | 7,30125606263066e- 05  | 7,30125606493992e- 05  | -2,30926389122033e- 14 |
| 49 | -0,0318375800871158    | -0,0318375800871257    | 9,82547376793264e- 15  |
| 50 | 0,305228422176925      | 0,305228422176953      | -2,81996648254790e- 14 |
| 51 | 0,329218428783139      | 0,329218428783169      | -3,00870439673417e- 14 |
| 52 | 0,148299083739891      | 0,148299083739957      | -6,58917365115030e- 14 |
| 53 | 0,0483747609805437     | 0,0483747609807571     | -2,13384865332955e- 13 |
| 54 | 0,0358849035608120     | 0,0358849035608201     | -8,04911692853239e- 15 |
| 55 | 0,331940712245351      | 0,331940712245412      | -6,10622663543836e- 14 |
| 56 | 0,496455998463456      | 0,496455998463505      | -4,90718576884319e- 14 |
| 57 | 0,0248658697510979     | 0,0248658697510995     | -1,55431223447522e- 15 |
| 58 | -0,0219462477084821    | -0,0219462477084806    | -1,44328993201270e- 15 |
| 59 | 0,557931031768148      | 0,557931031768575      | -4,26991775270835e- 13 |
| 60 | 0,112028258064906      | 0,112028258065284      | -3,77420317221322e- 13 |
| 61 | 0,462678887944662      | 0,462678887944986      | -3,24018589736852e- 13 |
| 62 | 0,0611934130892922     | 0,0611934130892897     | 2,49800180540660e- 15  |
| 63 | -0,0485029071870375    | -0,0485029071870402    | 2,66453525910038e- 15  |
| 64 | -0,0835195850816349    | -0,0835195850816042    | -3,06976666308856e- 14 |
| 65 | -3,98602262308145e- 11 | -6,84586831667389e- 11 | 2,85984569359243e- 11  |
| 66 | 0,395635196473142      | 0,395635196473681      | -5,38236122338276e- 13 |
| 67 | 0,0258661824272858     | 0,0258661824269301     | 3,55715457089900e- 13  |
| 68 | 0,256429466791487      | 0,256429466790967      | 5,19584375524573e- 13  |
| 69 | -6,93067825352500e- 12 | -7,05857594596182e- 12 | 1,27897692436818e- 13  |
| 70 | -3,21964677141295e- 14 | -2,77555756156289e- 14 | -4,44089209850063e- 15 |
| 71 | -1,61334413760264      | -1,61334413760424      | 1,60049751229963e- 12  |
| 72 | -0,0203843711862777    | -0,0203843711868110    | 5,33351141029925e- 13  |
| 73 | 0                      | -3,55271367880050e- 15 | 3,55271367880050e- 15  |
| 74 | 1,31350486043402e- 12  | 1,18294263273810e- 12  | 1,30562227695918e- 13  |
| 75 | 0,0343767612912298     | 0,0343767612916113     | -3,81472631261204e- 13 |
| 76 | 2,56739074444567e- 15  | -4,18415302405606e- 14 | 4,44089209850063e- 14  |
| 77 | 0,00269506749991175    | 0,00269506749997214    | -6,03961325396085e- 14 |
| 78 | -0,0414276594820336    | -0,0414276594815419    | -4,91662266455251e- 13 |
| 79 | 0,00763381349108534    | 0,00763381349135002    | -2,64677169070637e- 13 |
| 80 | -9,57983692373432e- 13 | -7,78127562384157e- 13 | -1,79856129989275e- 13 |
| 81 | 6,03163352597136e- 15  | -1,79819700796280e- 13 | 1,85851334322251e- 13  |
| 82 | 0,0119722332957825     | 0,0119722332934468     | 2,33568719920640e- 12  |
| 83 | 1,03292895521037       | 1,03292895520880       | 1,57140966905445e- 12  |
| 84 | -0,0133530320245753    | -0,0133530320221098    | -2,46550002636070e- 12 |
| 85 | -0,0109659399534948    | -0,0109659399520297    | -1,46518908117343e- 12 |
| 86 | 0,0692686903823225     | 0,0692686903839501     | -1,62758695410048e- 12 |
| 87 | -0,0701126946455200    | -0,0701126946474094    | 1,88937754330709e- 12  |
| 88 | -1,31894495325469e- 13 | -8,03801469828613e- 14 | -5,15143483426073e- 14 |

| i   | r                      | $r_{att}$              | $r - r_{att}$          |
|-----|------------------------|------------------------|------------------------|
| 89  | 1,33226762955019e- 15  | 4,44089209850063e- 15  | -3,10862446895044e- 15 |
| 90  | 1,23751009439843e- 12  | -2,78771450368254e- 12 | 4,02522459808097e- 12  |
| 91  | -0,00132409866964697   | -0,00132409866966118   | 1,42108547152020e- 14  |
| 92  | -2,25375273998907e- 14 | -2,47579734491410e- 14 | 2,22044604925031e- 15  |
| 93  | -0,00189642287377961   | -0,00189642287378761   | 7,99360577730113e- 15  |
| 94  | 0,00459052296269602    | 0,00459052296271023    | -1,42108547152020e- 14 |
| 95  | 3,85802501057242e- 15  | 7,41073868937292e- 15  | -3,55271367880050e- 15 |
| 96  | 3,66373598126302e- 14  | 4,10782519111308e- 14  | -4,44089209850063e- 15 |
| 97  | -0,128360390248418     | -0,128360390248463     | 4,52970994047064e- 14  |
| 98  | 7,02216063075412e- 15  | 5,24580379135387e- 15  | 1,77635683940025e- 15  |
| 99  | -1,05471187339390e- 15 | -1,49880108324396e- 15 | 4,44089209850063e- 16  |
| 100 | -0,0699289366468314    | -0,0699289366491573    | 2,32591723658970e- 12  |
| 101 | -3,18367554541510e- 12 | -6,35047570085590e- 12 | 3,16680015544080e- 12  |
| 102 | -0,471166074025014     | -0,471166074025000     | -1,42108547152020e- 14 |
| 103 | -0,266030599017002     | -0,266030599015545     | -1,45750078672791e- 12 |
| 104 | 0,00797223182648008    | 0,00797223182516404    | 1,31603061781505e- 12  |
| 105 | -1,11022302462516e- 14 | -1,28785870856518e- 14 | 1,77635683940025e- 15  |
| 106 | -0,118059965751520     | -0,118059965775437     | 2,39168684856850e- 11  |
| 107 | -5,86614090636317e- 14 | 7,81555375972687e- 13  | -8,40216785036319e- 13 |
| 108 | 0,0806433524525184     | 0,0806433524525343     | -1,59872115546023e- 14 |
| 109 | -3,40733219417189e- 10 | -1,45635947745859e- 10 | -1,95097271671330e- 10 |
| 110 | 3,61536240049095e- 08  | 3,61536137908577e- 08  | 1,02140518265514e- 14  |
| 111 | -1,79542675209101      | -1,79542675209512      | 4,10826928032293e- 12  |
| 112 | 0,348800868483737      | 0,348800868485356      | -1,61826108069363e- 12 |
| 113 | 0,560024315998488      | 0,560024316002625      | -4,13646894514841e- 12 |
| 114 | -0,329501897276045     | -0,329501897265735     | -1,03099750958791e- 11 |
| 115 | -2,10886863527548e- 13 | 3,37119221427429e- 13  | -5,48006084954977e- 13 |
| 116 | 0,0761110276925068     | 0,0761110276919994     | 5,07371922253697e- 13  |
| 117 | 2,34534613952064e- 15  | 6,34214902817121e- 15  | -3,99680288865056e- 15 |
| 118 | 2,78665979180914e- 13  | -1,34603439505554e- 12 | 1,62470037423645e- 12  |
| 119 | 0,0895697706440074     | 0,0895697706447393     | -7,31859017832903e- 13 |
| 120 | -0,645559477045580     | -0,645559477043999     | -1,58095758706622e- 12 |
| 121 | 1,67955452237642       | 1,67955452237569       | 7,32969240857528e- 13  |
| 122 | -1,11022302462516e- 15 | 7,77156117237610e- 15  | -8,88178419700125e- 15 |
| 123 | 1,41553435639707e- 15  | 1,20736753927986e- 14  | -1,06581410364015e- 14 |
| 124 | -3,21964677141295e- 15 | -1,29896093881143e- 14 | 9,76996261670138e- 15  |
| 125 | 0,00663386467791660    | 0,00663386467742722    | 4,89386309254769e- 13  |
| 126 | -0,0365877735469298    | -0,0365877735476790    | 7,49178497017056e- 13  |
| 127 | 0,393793523101572      | 0,393793523099840      | 1,73194791841524e- 12  |
| 128 | -2,35369216481829      | -2,35369216481931      | 1,01385566608769e- 12  |
| 129 | -0,00144038534792290   | -0,00144038534778168   | -1,41220368732320e- 13 |
| 130 | -2,36366481942696e- 13 | -2,49911202843123e- 13 | 1,35447209004269e- 14  |
| 131 | 6,44554706890621e- 05  | 6,44554706357714e- 05  | 5,32907051820075e- 14  |
| 132 | -1,57016621926687e- 11 | -1,54778412309042e- 11 | -2,23820961764432e- 13 |
| 133 | -4,90579799006241e- 15 | -8,45851166886291e- 15 | 3,55271367880050e- 15  |

| i   | r                      | $r_{att}$              | $r - r_{att}$          |
|-----|------------------------|------------------------|------------------------|
| 134 | -2,07789341288844e- 12 | -2,06723527185204e- 12 | -1,06581410364015e- 14 |
| 135 | 3,54831719562299e- 11  | 3,54551943360093e- 11  | 2,79776202205539e- 14  |
| 136 | -2,97489810563434e- 12 | -2,98822078192984e- 12 | 1,33226762955019e- 14  |
| 137 | 0,00618039905645817    | 0,00618039905641199    | 4,61852778244065e- 14  |
| 138 | -0,101634101679350     | -0,101634101679105     | -2,45581333047085e- 13 |
| 139 | -2,31564767361192e- 13 | -2,16021645016440e- 13 | -1,55431223447522e- 14 |
| 140 | -2,91433543964104e- 15 | 2,90600876695635e- 14  | -3,19744231092045e- 14 |
| 141 | -0,00397440945324250   | -0,00397440945326914   | 2,66453525910038e- 14  |
| 142 | 0,855540436273794      | 0,855540436272195      | 1,59872115546023e- 12  |
| 143 | -0,660313577569407     | -0,660313577568199     | -1,20792265079217e- 12 |
| 144 | 0,105114018381880      | 0,105114018381916      | -3,55271367880050e- 14 |
| 145 | -0,276467612146729     | -0,276467612147063     | 3,33955085807247e- 13  |
| 146 | -4,94049245958195e- 15 | -4,75730566051880e- 14 | 4,26325641456060e- 14  |
| 147 | -0,0182940488474070    | -0,0182940488467906    | -6,16395823271887e- 13 |
| 148 | 1,08246744900953e- 15  | -1,13520304267922e- 14 | 1,24344978758018e- 14  |
| 149 | -6,43929354282591e- 15 | -1,35447209004269e- 14 | 7,10542735760100e- 15  |
| 150 | -0,000557309335692598  | -0,000557309335690821  | -1,77635683940025e- 15 |
| 151 | 0,0494772218020763     | 0,0494772218005890     | 1,48725476378786e- 12  |
| 152 | 1,75207071073658e- 15  | -1,77878545226662e- 14 | 1,95399252334028e- 14  |
| 153 | 0,548361166575094      | 0,548361166574802      | 2,91988655476416e- 13  |
| 154 | 5,82867087928207e- 15  | -4,03566069451244e- 14 | 4,61852778244065e- 14  |
| 155 | 0,577445366711223      | 0,577445366711760      | -5,36459765498876e- 13 |
| 156 | -0,308071662404748     | -0,308071662404457     | -2,90212298637016e- 13 |
| 157 | -2,04436467754476e- 12 | -2,01394456667003e- 12 | -3,04201108747293e- 14 |
| 158 | 3,26627613844721e- 13  | 3,72812891669128e- 13  | -4,61852778244065e- 14 |
| 159 | 0,672831476815850      | 0,672831476815826      | 2,48689957516035e- 14  |
| 160 | 1,81632486828676e- 13  | 1,50990331349021e- 13  | 3,06421554796543e- 14  |
| 161 | 0,00862598003980081    | 0,00862598003982035    | -1,95399252334028e- 14 |
| 162 | 7,59392548843607e- 13  | 7,56728013584507e- 13  | 2,66453525910038e- 15  |
| 163 | 0,383043683234288      | 0,383043683232582      | 1,70619074424394e- 12  |
| 164 | -8,88178419700125e- 16 | -8,88178419700125e- 16 | 0                      |
| 165 | 5,55111512312578e- 16  | -1,18793863634892e- 14 | 1,24344978758018e- 14  |
| 166 | -4,44089209850063e- 15 | -2,10942374678780e- 14 | 1,66533453693773e- 14  |
| 167 | 0,0479616552709022     | 0,0479616552708916     | 1,06581410364015e- 14  |
| 168 | -3,38062910998360e- 14 | -3,51385587293862e- 14 | 1,33226762955019e- 15  |
| 169 | -2,22044604925031e- 15 | -4,44089209850063e- 16 | -1,77635683940025e- 15 |
| 170 | 0,0103068678549816     | 0,0103068678549825     | -8,88178419700125e- 16 |
| 171 | -4,99600361081320e- 16 | 1,27675647831893e- 15  | -1,77635683940025e- 15 |
| 172 | 5,55111512312578e- 16  | 5,55111512312578e- 16  | 0                      |
| 173 | 0,0638407927635732     | 0,0638407927635715     | 1,77635683940025e- 15  |
| 174 | 2,77555756156289e- 17  | 4,71844785465692e- 16  | -4,44089209850063e- 16 |
| 175 | 1,64104840827406e- 14  | -4,22092916174677e- 14 | 5,86197757002083e- 14  |
| 176 | -0,000582746746883002  | -0,000582746746878561  | -4,44089209850063e- 15 |
| 177 | 0,00380022278874612    | 0,00380022278873679    | 9,32587340685132e- 15  |
| 178 | -3,88578058618805e- 16 | -3,05311331771918e- 15 | 2,66453525910038e- 15  |

| i   | r                      | $r_{att}$              | $r - r_{att}$          |
|-----|------------------------|------------------------|------------------------|
| 179 | -6,66133814775094e- 16 | -1,13242748511766e- 14 | 1,06581410364015e- 14  |
| 180 | -0,0640266962767503    | -0,0640266962762840    | -4,66293670342566e- 13 |
| 181 | 0,00194774286358376    | 0,00194774286353935    | 4,44089209850063e- 14  |
| 182 | -0,0103290175550723    | -0,0103290175550222    | -5,01820807130571e- 14 |
| 183 | -4,71844785465692e- 16 | -4,91273688396632e- 15 | 4,44089209850063e- 15  |
| 184 | -0,00877865693301094   | -0,00877865693300961   | -1,33226762955019e- 15 |
| 185 | -6,63968879877075e- 13 | -6,74627020913476e- 13 | 1,06581410364015e- 14  |
| 186 | -8,43769498715119e- 15 | -1,02140518265514e- 14 | 1,77635683940025e- 15  |
| 187 | -1,40443212615082e- 14 | -1,58206781009085e- 14 | 1,77635683940025e- 15  |
| 188 | -3,05311331771918e- 15 | -2,16493489801906e- 15 | -8,88178419700125e- 16 |
| 189 | 0,00405515277119933    | 0,00405515277119889    | 4,44089209850063e- 16  |
| 190 | 8,99280649946377e- 15  | 8,99280649946377e- 15  | 0                      |
| 191 | 4,44089209850063e- 16  | 4,44089209850063e- 16  | 0                      |
| 192 | 3,41393580072236e- 15  | 1,63757896132211e- 15  | 1,77635683940025e- 15  |
| 193 | 0,0293269467986433     | 0,0293269467986531     | -9,76996261670138e- 15 |
| 194 | -4,04259958841635e- 13 | -4,04259958841635e- 13 | 0                      |
| 195 | 0,0158143747938755     | 0,0158143747938755     | 0                      |
| 196 | 8,12364064906035e- 12  | 1,02013425484770e- 10  | -9,38897848357101e- 11 |
| 197 | 2,08322231684382e- 05  | 2,08322231375740e- 05  | 3,08642000845794e- 14  |
| 198 | 0,0987919173516849     | 0,0987919173529847     | -1,29984911723113e- 12 |
| 199 | 0,0501295812849062     | 0,0501295812849370     | -3,08642000845794e- 14 |
| 200 | -7,34134975033385e- 15 | -3,37743721878780e- 13 | 3,30402372128447e- 13  |
| 201 | 6,32827124036339e- 15  | -5,44009282066327e- 15 | 1,17683640610267e- 14  |
| 202 | -0,526822366425596     | -0,526822366422182     | -3,41415784532728e- 12 |
| 203 | -0,0295479802512844    | -0,0295479802538964    | 2,61202171003561e- 12  |
| 204 | 2,99760216648792e- 15  | -7,77156117237610e- 16 | 3,77475828372553e- 15  |
| 205 | 1,38639100200066e- 14  | -2,69922972861991e- 14 | 4,08562073062058e- 14  |
| 206 | 0,00156904183254367    | 0,00156904183124382    | 1,29984911723113e- 12  |
| 207 | -4,78783679369599e- 15 | -3,32095462241000e- 14 | 2,84217094304040e- 14  |
| 208 | 0,0785287337681375     | 0,0785287337676197     | 5,17808018685173e- 13  |
| 209 | -0,000638364934273848  | -0,000638364934588263  | 3,14415160573844e- 13  |
| 210 | 0,00299441361369210    | 0,00299441361265782    | 1,03428376974080e- 12  |
| 211 | 1,96023752785379e- 15  | 1,79595921467879e- 13  | -1,77635683940025e- 13 |
| 212 | -4,70110061989715e- 14 | 5,41962308364674e- 13  | -5,88973314563646e- 13 |
| 213 | 0,0252664528190935     | 0,0252664528266550     | -7,56145146496579e- 12 |
| 214 | 0,0520592379595142     | 0,0520592379597349     | -2,20712337295481e- 13 |
| 215 | 0,0332129340584676     | 0,0332129340489113     | 9,55635570676350e- 12  |
| 216 | 0,0846860544968167     | 0,0846860544928214     | 3,99524857641609e- 12  |
| 217 | 0,00974537817968002    | 0,00974537817945931    | 2,20712337295481e- 13  |
| 218 | -0,0227545994969737    | -0,0227545994892487    | -7,72504282764430e- 12 |
| 219 | 1,45716771982052e- 15  | 2,16632267679984e- 14  | -2,02060590481779e- 14 |
| 220 | 7,77156117237610e- 16  | -3,10862446895044e- 15 | 3,88578058618805e- 15  |
| 221 | -8,73703887016575e- 13 | 1,24183302530057e- 11  | -1,32920341400222e- 11 |
| 222 | -0,0213951988480807    | -0,0213951988552572    | 7,17648163117701e- 12  |
| 223 | 2,72837308301632e- 14  | 3,03923552991137e- 14  | -3,10862446895044e- 15 |

| i   | r                      | $r_{att}$              | $r - r_{att}$          |
|-----|------------------------|------------------------|------------------------|
| 224 | 9,05267654262715e- 05  | 9,05267654262715e- 05  | 0                      |
| 225 | -0,000312954242308483  | -0,000312954242295882  | -1,26010313294955e- 14 |
| 226 | -1,18655085756814e- 15 | -1,49533163629201e- 14 | 1,37667655053519e- 14  |
| 227 | -4,32986979603811e- 15 | -7,21644966006352e- 15 | 2,88657986402541e- 15  |
| 228 | -0,00290796026991930   | -0,00290796026991785   | -1,44328993201270e- 15 |
| 229 | 2,64371857738865e- 15  | 2,31065167000111e- 15  | 3,33066907387547e- 16  |
| 230 | 2,33146835171283e- 15  | 2,22044604925031e- 16  | 2,10942374678780e- 15  |
| 231 | 0,398722171499957      | 0,398722171534140      | -3,41826567051839e- 11 |
| 232 | 6,35091979006575e- 12  | 3,88893361957798e- 11  | -3,25384164057141e- 11 |
| 233 | -0,139635429753232     | -0,139635429746055     | -7,17648163117701e- 12 |
| 234 | -0,00748356039990580   | -0,00748356040251860   | 2,61279886615284e- 12  |
| 235 | -0,0169789045272187    | -0,0169789045222806    | -4,93810548007900e- 12 |
| 236 | -2,48412401759879e- 15 | 8,41132719031634e- 14  | -8,65973959207622e- 14 |
| 237 | 0,0347985821419316     | 0,0347985822108205     | -6,88888945887811e- 11 |
| 238 | 4,75331579652405e- 14  | -3,44045451849961e- 12 | 3,48798767646485e- 12  |
| 239 | -0,0475274664080185    | -0,0475274664055654    | -2,45314879521175e- 12 |
| 240 | 1,70680081179597e- 10  | -7,10809022752557e- 10 | 8,81489103932154e- 10  |
| 241 | 9,88782151086111e- 08  | 9,88782158857672e- 08  | -7,77156117237610e- 16 |
| 242 | -0,921275008527286     | -0,921275008517819     | -9,46720479788610e- 12 |
| 243 | 0,0589129263200106     | 0,0589129263403606     | -2,03499439521693e- 11 |
| 244 | 0,210986279791410      | 0,210986279781943      | 9,46720479788610e- 12  |
| 245 | -0,0356693278724779    | -0,0356693279005696    | 2,80917511474854e- 11  |
| 246 | 2,84508527848004e- 13  | -1,68236258257792e- 12 | 1,96687111042593e- 12  |
| 247 | 0,000104072471031717   | 0,000104072470538778   | 4,92939022933570e- 13  |
| 248 | -3,38618022510673e- 15 | 1,49324996812084e- 14  | -1,83186799063151e- 14 |
| 249 | 2,98899793804708e- 13  | 5,76808045771315e- 12  | -5,46918066390845e- 12 |
| 250 | 0,0129226314992760     | 0,0129226314979498     | 1,32627242521721e- 12  |
| 251 | -0,00608546490070469   | -0,00608546489032555   | -1,03791419903132e- 11 |
| 252 | 0,732462691651629      | 0,732462691652955      | -1,32627242521721e- 12 |
| 253 | 3,33066907387547e- 16  | -1,78745906964650e- 14 | 1,82076576038526e- 14  |
| 254 | 1,94289029309402e- 15  | -1,58206781009085e- 14 | 1,77635683940025e- 14  |
| 255 | -1,19071419391048e- 14 | -4,03288513695088e- 14 | 2,84217094304040e- 14  |
| 256 | -0,000271093099012965  | -0,000271093099040165  | 2,72004641033163e- 14  |
| 257 | 6,79524037459911e- 06  | 6,79524050038738e- 06  | -1,25788268690030e- 13 |
| 258 | 0,000410710664590072   | 0,000410710664219258   | 3,70814490224802e- 13  |
| 259 | -0,768785104234732     | -0,768785104233585     | -1,14708242904271e- 12 |
| 260 | 0,00187016156911624    | 0,00187016156889530    | 2,20934381900406e- 13  |
| 261 | -2,48065457064683e- 16 | 2,22894619428260e- 14  | -2,25375273998907e- 14 |
| 262 | -8,04756494776626e- 09 | -8,04752942062947e- 09 | -3,55271367880050e- 14 |
| 263 | -2,06452910322952e- 13 | -9,72950886524160e- 13 | 7,66497976201208e- 13  |
| 264 | 3,43128303548212e- 15  | -1,21430643318377e- 16 | 3,55271367880050e- 15  |
| 265 | -8,91647866652079e- 16 | 4,10435574416113e- 15  | -4,99600361081320e- 15 |
| 266 | -1,56667213924155e- 15 | -6,22960884266721e- 15 | 4,66293670342566e- 15  |
| 267 | 7,72715225139109e- 14  | 1,59872115546023e- 13  | -8,26005930321117e- 14 |
| 268 | 4,25858252090690e- 05  | 4,25858252512575e- 05  | -4,21884749357560e- 14 |

| i   | r                      | $r_{att}$              | $r - r_{att}$          |
|-----|------------------------|------------------------|------------------------|
| 269 | -0,0584882220219024    | -0,0584882220245792    | 2,67674771237125e- 12  |
| 270 | -2,23779328401008e- 16 | -1,77809156287623e- 15 | 1,55431223447522e- 15  |
| 271 | -1,02903796594944e- 14 | -2,58335020042466e- 14 | 1,55431223447522e- 14  |
| 272 | -0,0129680745578610    | -0,0129680745615842    | 3,72324393538293e- 12  |
| 273 | 0,00218616325216248    | 0,00218616325249910    | -3,36619621066347e- 13 |
| 274 | -0,00125717399004177   | -0,00125717399034153   | 2,99760216648792e- 13  |
| 275 | 0,427826093008332      | 0,427826093008836      | -5,04485342389671e- 13 |
| 276 | -0,0948748844629082    | -0,0948748844628451    | -6,30606677987089e- 14 |
| 277 | -2,74641420716648e- 14 | 3,89091536767694e- 13  | -4,16555678839359e- 13 |
| 278 | -0,0183456880211983    | -0,0183456880248216    | 3,62332386316666e- 12  |
| 279 | -1,72084568816899e- 15 | 1,12687636999453e- 14  | -1,29896093881143e- 14 |
| 280 | 1,40165656858926e- 15  | 6,93473056756488e- 14  | -6,79456491070596e- 14 |
| 281 | 0,00364755824583882    | 0,00364755824641802    | -5,79203351946944e- 13 |
| 282 | 0,00218438010619557    | 0,00218438010660346    | -4,07895939247283e- 13 |
| 283 | -5,55111512312578e- 16 | -2,54241072639161e- 14 | 2,48689957516035e- 14  |
| 284 | 0,0860227801294669     | 0,0860227801287650     | 7,01882996168024e- 13  |
| 285 | -6,07847105982273e- 15 | -1,49602552568240e- 14 | 8,88178419700125e- 15  |
| 286 | -0,0518955742830389    | -0,0518955742832566    | 2,17603712826531e- 13  |
| 287 | 0,0948792252947731     | 0,0948792252954749     | -7,01882996168024e- 13 |
| 288 | -8,49320613838245e- 15 | -5,91193760612896e- 14 | 5,06261699229071e- 14  |
| 289 | 1,49880108324396e- 15  | 1,11632925126059e- 13  | -1,10134124042816e- 13 |
| 290 | 0,0504516732754011     | 0,0504516732754651     | -6,39488462184090e- 14 |
| 291 | 4,35762537165374e- 15  | 1,27953203588049e- 14  | -8,43769498715119e- 15 |
| 292 | -0,0152497368298690    | -0,0152497368299329    | 6,39488462184090e- 14  |
| 293 | -3,39173134022985e- 14 | -3,02535774210355e- 14 | -3,66373598126302e- 15 |
| 294 | 0,000305989979760009   | 0,000305989979791262   | -3,12527781431982e- 14 |
| 295 | 3,83026943495679e- 15  | -1,19348975147204e- 14 | 1,57651669496772e- 14  |
| 296 | -1,13797860024079e- 15 | 5,30131494258512e- 15  | -6,43929354282591e- 15 |
| 297 | 2,13717932240343e- 15  | -1,12965192755610e- 14 | 1,34336985979644e- 14  |
| 298 | 0,0197970919126670     | 0,0197970919126315     | 3,55271367880050e- 14  |
| 299 | 1,60982338570648e- 15  | 2,05391259555654e- 15  | -4,44089209850063e- 16 |
| 300 | 3,21964677141295e- 15  | 4,44089209850063e- 15  | -1,22124532708767e- 15 |
| 301 | -0,0173631082373727    | -0,0173631082373725    | -2,22044604925031e- 16 |
| 302 | -7,77156117237610e- 16 | -2,10942374678780e- 15 | 1,33226762955019e- 15  |
| 303 | -1,11022302462516e- 16 | 7,77156117237610e- 16  | -8,88178419700125e- 16 |
| 304 | -0,0400479058409559    | -0,0400479058409561    | 2,22044604925031e- 16  |
| 305 | -1,05471187339390e- 15 | -1,94289029309402e- 15 | 8,88178419700125e- 16  |
| 306 | -5,56499291093360e- 14 | 1,78163039876722e- 13  | -2,33812968986058e- 13 |
| 307 | -0,000126574695691953  | -0,000126574695755013  | 6,30606677987089e- 14  |
| 308 | 4,92696864498945e- 06  | 4,92696865786804e- 06  | -1,28785870856518e- 14 |
| 309 | 1,41553435639707e- 15  | -5,82867087928207e- 16 | 1,99840144432528e- 15  |
| 310 | -1,88737914186277e- 15 | 1,18793863634892e- 14  | -1,37667655053519e- 14 |
| 311 | -0,00155175978789562   | -0,00155175978802496   | 1,29340982368831e- 13  |
| 312 | 0,000990003750840740   | 0,000990003750916457   | -7,57172102794357e- 14 |
| 313 | -0,00994830092552779   | -0,00994830092660171   | 1,07391873171991e- 12  |

| i   | r                      | $r_{att}$              | $r - r_{att}$          |
|-----|------------------------|------------------------|------------------------|
| 314 | -5,36237720893951e- 14 | -8,91509088774001e- 14 | 3,55271367880050e- 14  |
| 315 | 0,00163234795548733    | 0,00163234795548645    | 8,88178419700125e- 16  |
| 316 | 4,14598910758457e- 15  | 2,45740927606875e- 14  | -2,04281036531029e- 14 |
| 317 | 1,02695629777827e- 15  | -3,19189119579733e- 15 | 4,21884749357560e- 15  |
| 318 | -8,13585310233123e- 16 | -8,13585310233123e- 16 | 0                      |
| 319 | -3,71924713249427e- 15 | 7,21644966006352e- 16  | -4,44089209850063e- 15 |
| 320 | -0,00127350846042351   | -0,00127350846042451   | 9,99200722162641e- 16  |
| 321 | -6,66133814775094e- 16 | -2,66453525910038e- 15 | 1,99840144432528e- 15  |
| 322 | -2,08166817117217e- 15 | 3,69149155687865e- 15  | -5,77315972805081e- 15 |
| 323 | 1,11022302462516e- 15  | 5,55111512312578e- 15  | -4,44089209850063e- 15 |
| 324 | 0,00361277143142857    | 0,00361277143143479    | -6,21724893790088e- 15 |
| 325 | 5,82173198537817e- 15  | 6,70991040507829e- 15  | -8,88178419700125e- 16 |
| 326 | 0,00902265602719844    | 0,00902265602719844    | 0                      |

Όπως φαίνεται από τις εκτελέσεις για το δίκτυο των 118 ζυγών, υπάρχει πλήρης λογική αντιστοιχία με τα αποτελέσματα των 14 ζυγών για το πρόγραμμα που υλοποιήθηκε. Επίσης, γίνεται ακόμα πιο κατανοητό ότι για να καταστεί η βελτιστοποιημένη αραιή επίθεση μη ανιχνεύσιμη, δεν επηρεάζονται τυχαίες μετρήσεις, αλλά σχετικές με τη επιθυμητή. Όπως περιμέναμε με βάση τη θεωρία για τη συγκεκριμένη μέθοδο βελτιστοποίησης, σε όλες τις παραπάνω εκτελέσεις με τις βελτιστοποιημένες επιθέσεις προκύπτει ότι ο βαθμός της μήτρας  $K$  είναι  $rank(K) = 2n - 1$ , δηλαδή 27 για τους 14 ζυγούς και 235 για τους 118 ζυγούς, καθώς παράγονται μη ανιχνεύσιμες και μη αναγώγιμες επιθέσεις.

Είναι σημαντικό να τονιστεί επίσης, όσον αφορά τη ρουτίνα βελτιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκε, ότι ο χρόνος που απαιτείται για την εκτέλεση του προγράμματος μαζί με την βελτιστοποίηση της επίθεσης αυξάνεται σε μεγάλο βαθμό καθώς αυξάνονται κατά πολύ οι δυαδικές μεταβλητές του προβλήματος, δηλαδή οι μετρήσεις. Συγκεκριμένα, για τους 14 ζυγούς ο χρόνος εκτέλεσης ήταν κάποια δευτερόλεπτα. Για τους 118 ζυγούς υπήρχε μεγάλη διαφορά ανάλογα με τον αριθμό των επιθέσεων. Για μία επιθυμητή αλλοιωμένη μέτρηση η μέθοδος branch and cut, η οποία χρησιμοποιείται από το matlab για να επιλύσει τέτοιου είδους προβλήματα βελτιστοποίησης, ο χρόνος εκτέλεσης ήταν περίπου 20 δευτερόλεπτα. Για τις 3 επιθέσεις όμως, που έγιναν στο τελευταίο σενάριο, το πρόγραμμα χρειάστηκε περίπου 2 ώρες για να βγάλει αποτελέσματα.





# Κεφάλαιο 6

## Επίλογος

### 6.1 Συμπεράσματα και Σχολιασμός Αποτελεσμάτων

Στο κεφάλαιο 5 έγινε η παρουσίαση των αλγορίθμων της εκτίμησης κατάστασης με PMU, που δημιουργήθηκε στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής και της βελτιστοποιημένης επίθεσης στο διάλυμα μετρήσεων. Αυτοί οι αλγόριθμοι χρησιμοποιήθηκαν για την εκτέλεση διαφορετικών σεναρίων για δύο συγκεκριμένα παρατηρήσιμα δίκτυα των 14 και 118 ζυγών του IEEE. Συμπεραίνουμε λοιπόν τα ακόλουθα.

Η εκτίμηση κατάστασης και ανίχνευση εσφαλμένων δεδομένων είναι μια αρκετά αξιόπιστη και άκρως απαραίτητη μέθοδος στην καθημερινή διαχείριση και εποπτεία όλου του Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας από τα κέντρα ελέγχου. Για να λειτουργήσει με έγκυρο και αποδοτικό τρόπο αυτή η μέθοδος γίνεται συλλογή μετρήσεων από διάφορα σημεία του δικτύου με κατάλληλο τρόπο που το καθιστά παρατηρήσιμο. Αυτό σημαίνει ότι η ακρίβεια και η συνέπεια των μετρήσεων αυτών καθίσταται αναγκαία για την ορθή λειτουργία του ΣΗΕ και κατέπекταση της αγοραπωλησίας ηλεκτρικής ενέργειας, αφού αυτή εξαρτάται άμεσα από την κατάσταση του δικτύου που λαμβάνει το κέντρο ελέγχου κάθε στιγμή.

Πέραν λοιπόν των συστηματικών σφαλμάτων που μπορεί να εμφανιστούν τυχαία στο δίκτυο π.χ. βραχυκύκλωση γραμμής και τα οποία εντοπίζονται από την ανίχνευση εσφαλμένων δεδομένων, υπάρχουν συστηματικά σφάλματα στις μετρήσεις του δικτύου που προέρχονται από κυβερνοεπιθέσεις. Από την εισαγωγή του κεφαλαίου 4 φαίνονται οι τρόποι με τους οποίους οι επιτιθέμενοι εισβάλλουν στα δίκτυα επικοινωνίας των κέντρων ελέγχου και μπορούν έτσι να αποκτήσουν πρόσβαση στα δεδομένα του δικτύου και των μετρήσεων που λαμβάνονται από τα PMU στην συγκεκριμένη περίπτωση.

Όπως φαίνεται από τα εκτελεσμένα σενάρια, αν ο επιτιθέμενος έχει ολική ή μερική γνώση της τοπολογίας του δικτύου μπορεί να παρέμβει και να προκαλέσει μη ανιχνεύσιμες αλλαγές στις μετρήσεις που λαμβάνει το κέντρο ελέγχου και να το οδηγήσει σε αποφάσεις που βασίζονται σε λανθασμένα συμπεράσματα, οι οποίες θα έχουν καταστροφικές συνέπειες για το σύστημα. Προφανώς, αν ο επιτιθέμενος μεταβάλλει μόνο τις μετρήσεις τις οποίες θέλει να επηρεάσει, τότε η επίθεση είναι ανιχνεύσιμη και η μέθοδος κανονικοποιημένων υπολοίπων του ανιχνευτή εσφαλμένων δεδομένων θα εντοπίσει το συστηματικό

σφάλμα του διανύσματος μετρήσεων και το κέντρο θα ειδοποιηθεί.

Για να εκτελεστεί λοιπόν μη ανιχνεύσιμη επίθεση έγχυσης εσφαλμένων δεδομένων στις μετρήσεις των PMU πρέπει πρακτικά ο επιτιθέμενος να προσθέσει στο διάνυσμα μετρήσεων ένα διάνυσμα να είναι γραμμικός συνδυασμός της ιακωβιανής μήτρας  $H$ . Με αυτόν τον τρόπο, οι διαφορές των μετρήσεων από τις εκτιμώμενες μετρήσεις δεν επηρεάζονται καθόλου, οπότε η αντικειμενική συνάρτηση  $J$  δεν γίνεται μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή της  $\chi^2$ -κατανομής και δεν εντοπίζεται από τον ανιχνευτή εσφαλμένων δεδομένων.

Είναι επίσης σημαντικό για τον επιτιθέμενο να επηρεάσει όσο γίνεται λιγότερους επιπλέον μετρητές για την επίτευξη του σκοπού του, ώστε η επίθεση να έχει μικρό κόστος. Αυτό επιτυγχάνεται με την κατάλληλη βελτιστοποίηση ώστε το διάνυσμα επίθεσης να περιέχει όσο το δυνατόν περισσότερα μηδενικά στοιχεία. Στην παρούσα διπλωματική χρησιμοποιείται η big M method για την ελαχιστοποίηση των μη μηδενικών στοιχείων του διανύσματος επίθεσης και προγραμματιστικά υλοποιείται στο matlab με Mixed Integer Linear Programming. Εν τέλει, από τις προσομοιώσεις φάνηκε ότι τα μη μηδενικά στοιχεία του διανύσματος μειώνονται αισθητά.

Σε αυτό το σημείο έγινε επίσης η ανάλυση της μεθόδου βελτιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκε για διάφορες τιμές της σταθεράς  $M$  και διαπιστώθηκε ότι τα αποτελέσματα της επίλυσης έχουν άμεση σχέση με την σταθερά αυτή. Συγκεκριμένα, πρέπει να γίνει κατάλληλη επιλογή της ώστε τα αποτελέσματα να ικανοποιούν τους περιορισμούς του μαθηματικού μοντέλου, αλλά και για να επαληθεύονται λογικά τα αποτελέσματα. Επιπλέον, αξίζει να σημειωθεί ότι η σταθερά  $M$  εξαρτάται αρκετά από το πλήθος των μεταβλητών του προβλήματος και για τα 2 δίκτυα των 14 και 118 ζυγών χρειάστηκε ξεχωριστή διερεύνηση.

Στα πλαίσια της βέλτιστης επίθεσης παρατηρήθηκε ότι ο επιτιθέμενος μπορεί να μεταβάλλει μια μέτρηση που επιθυμεί αν αυτή είναι κρίσιμη, δηλαδή ο ζυγός που βρίσκεται η συγκεκριμένη μέτρηση, σε περίπτωση που είναι μέτρηση τάσης, συνδέεται μόνο με έναν ζυγό. Ενώ αν είναι μέτρηση ρεύματος, το ρεύμα βρίσκεται μεταξύ του ακτινικού ζυγού και του γειτονικού ζυγού. Τέλος, από το τελευταίο σενάριο εκτέλεσης του προηγούμενου κεφαλαίου συμπεραίνουμε ότι ο επιτιθέμενος μπορεί να επηρεάσει ταυτόχρονα πολλές διαφορετικές τυχαίες μετρήσεις.

## 6.2 Μελλοντική Εργασία

Με την έρευνα που έγινε σε αυτή τη διπλωματική και το πρόγραμμα που κατασκευάστηκε γίνεται κατανοητή η επίδραση των κυβερνοεπιθέσεων και συγκεκριμένα της μη ανιχνεύσιμης έγχυσης εσφαλμένων μετρήσεων στον εκτιμητή κατάστασης των ΣΗΕ. Είδαμε δηλαδή τον τρόπο με τον οποίο ο επιτιθέμενος μπορεί να προκαλέσει αλλοίωση των δεδομένων του συστήματος μετρήσεων χωρίς να γίνει αντιληπτός από τον ανιχνευτή εσφαλμένων δεδομένων.

Έχοντας κατανοήσει τον τρόπο δράσης των επιτιθέμενων στο σύστημα και το μαθηματικό μοντέλο το οποίο χρησιμοποιείται για την υλοποίηση των επιθέσεων, επόμενο βήμα είναι η πρόταση μέτρων αντιμετώπισής τους. Επομένως, ένα θέμα που θα μπορούσε να γίνει μελλοντική εργασία είναι η κατασκευή αλγορίθμου εντοπισμού των μη ανιχνεύσιμων κυβερνοεπιθέσεων και στη συνέχεια κατάλληλης αντιμετώπισής τους. Για παράδειγμα υπάρχει η δυνατότητα από τους έξυπνους μετρητές να διατηρούν δεδομένα

από ένα διάστημα συλλογής δεδομένων 15 λεπτών, συχνότητα η οποία είναι πιθανό να βελτιωθεί περαιτέρω για την επίτευξη προηγμένων λειτουργιών του έξυπνου δικτύου. Έτσι, το πρόγραμμα μπορεί να λαμβάνει τις διαφορές στην κατάσταση του δικτύου από στιγμή σε στιγμή και να χρησιμοποιεί μεθόδους ανίχνευσης μέσω της κατανομής και του σφάλματος αυτών των διαφορών, καθώς η μήτρα  $H$  παραμένει σταθερή για 2 πολύ κοντινές μεταξύ τους χρονικές στιγμές.

Επίσης, σε δεύτερο στάδιο μπορεί να γίνει διερεύνηση της βελτιστοποίησης της μη ανιχνεύσιμης επίθεσης με διαφορετική μαθηματική έκφραση του προβλήματος. Πέρα από τη γραμμική επίλυσή του που αναλύθηκε στην παρούσα διπλωματική μπορεί να γίνει βελτιστοποίηση με μη γραμμικό μοντέλο. Βέβαια, με αυτόν τον τρόπο προκύπτουν εμπόδια με τις υπάρχουσες συναρτήσεις βελτιστοποίησης του matlab, τα οποία μπορούν να ξεπεραστούν με άλλα επαγγελματικά εργαλεία βελτιστοποίησης.



# Βιβλιογραφία

- [1] A. G. Phadke and J. S. Thorp, *Synchronized phasor measurements and their applications*, New York: Springer Science and Business Media, 2008.
- [2] A. G. Phadke, T. Helibka, and M. Ibrahim, *Fundamentals basis for distance relaying with symmetrical components*, IEEE Trans. Power App. Syst., vol. 96, no. 2, pp. 635-646, Mar./Apr. 1977.
- [3] A. G. Phadke, J. S. Thorp, and M. J. Adamiak, *A new measurement technique for tracking voltage phasors, local system frequency, and rate of change of frequency*, IEEE Trans. Power App. Syst., vol. 102, no.5, pp. 1025-1038, May 1983.
- [4] *IEEE Standard for Synchrophasors for Power Systems*, IEEE Standard 1344-1995, 1995.
- [5] *IEEE Standard for Synchrophasors for Power Systems*, IEEE Standard C37.118-2005, Jun. 2005.
- [6] *IEEE Standard Common Format for Transient Data Exchange (COMTRADE) for Power Systems*, IEEE Standard C37.111-1991, 1991.
- [7] S. H. Horowitz, A. G. Phadke, and J. S. Thorp, *Adaptive transmission system relaying*, IEEE Trans. Power Del., vol.3, no. 4, pp. 1436-1445, Oct. 1988.
- [8] J. Chen and A. Abur, *Improved bad data processing via strategic placement of PMUs*, in Proc. IEEE Power Eng. Soc. General Meeting, 2005, pp. 509–513.
- [9] J. Chen and A. Abur, *Placement of PMUs to enable bad data detection in state estimation*, IEEE Trans. Power Syst., vol. 21, no. 4, pp. 1608–1615, Nov. 2006.
- [10] N. M. Manousakis and G. N. Korres, *Observability Analysis for Power Systems including Conventional and Phasor Measurements*, in Proc. Mediterranean Conference and Exhibition on Power Generation, Transmission, Distribution and Energy Conversion, 2010.
- [11] G. N. Korres and N. M. Manousakis, *State estimation and bad data processing for systems including PMU and SCADA measurements*, Elect. Power Syst. Res., vol. 81, no. 7, pp. 1514-1524, Jul. 2011.
- [12] G. N. Korres and N. M. Manousakis, *Observability analysis and restoration for systems with conventional and phasor measurements*, Euro. Trans. Elect. Power, vol.3, no. 8, pp. 1548-1566, Nov. 2013.

- [13] G. N. Korres and N. M. Manousakis, *Observability Analysis and Restoration for State Estimation Using SCADA and PMU Data*, Proc. 2012 IEEE PES General Meeting.
- [14] J. S. Thorp, A.G. Phadke, and K. J. Karimi, *Real time voltage-phasor measurements for static state estimation*, IEEE Trans. Power App. Syst., vol. 104, no. 11, pp. 3098–3106, Nov. 1985.
- [15] A. G. Phadke, J. S. Thorp, and K. J. Karimi, *State estimation with phasor measurements*, IEEE Trans. Power Syst., vol. 1, no. 1, pp. 233–238, Feb. 1986.
- [16] Z. Jun and A. Abur, *Effect of Phasor Measurements on the Choice of Reference Bus for State Estimation*, in Proc. Power Eng. Soc. General Meeting, 2004, pp. 1–5.
- [17] M. Zhou, V. A. Centeno, and J. S. Thorp, A.G. Phadke, *An Alternative for Including Phasor Measurements in State Estimators*, IEEE Trans. Power Syst., vol. 21, no. 4, pp. 1930–1937, Nov. 2006.
- [18] Z. Jun and A. Abur, *Bad Data Identification When Using Phasor Measurements*, in Proc. Power Tech, 2007, pp.1676 - 1681.
- [19] M. Hurtgen, J.-C. Maun, *Advantages of power system state estimation using Phasor Measurement Units*, in Proc. Power Syst. Comp. Conf. (PSCC), 2008.
- [20] S. Chakrabarti, E. Kyriakides, G. Valverde, and V. Terzija, *State Estimation Including Synchronized Measurements*, in Proc. Power Tech, 2009.
- [21] S. Chakrabarti and E. Kyriakides, *PMU Measurement Uncertainty Considerations in WLS State Estimation*, IEEE Trans. Power Syst., vol. 24, no. 2, pp. 1062–1071, May 2009.
- [22] M. Zhou, V. A. Centeno, J. S. Thorp and A. G. Phadke, *An alternative for including phasor measurements in state estimators*, IEEE Trans. Power Syst., vol. 21, no. 4, pp. 1930–1937, Nov. 2006.
- [23] G. N. Korres and N. M. Manousakis, *State estimation and observability analysis for phasor measurement unit measured systems*, IET Gener. Transm. Distrib., vol. 6, no. 9, pp. 902–913, Sep. 2012.
- [24] R. Deng, G. Xiao and R. Lu, *Defending Against False Data Injection Attacks on Power System State Estimation*, IEEE Trans. on Industrial Informatics (TII), Feb. 2017.
- [25] Y.Liu, P.Ning, and M.K.Reiter, *False data injection attacks against state estimation in electric power grids*, in Proc. ACM CCS, 2009, pp. 21–32.
- [26] Y. Yuan, Z. Li, and K. Ren, *Modeling load redistribution attacks in power systems*, IEEE Transactions on Smart Grid, vol. 2, no. 2, pp. 382–390, 2011.

- [27] R. M. Lee, M. J. Assante, T. Conway, *Analysis of the cyber attack on the Ukrainian power grid*, Electricity Information Sharing and Analysis Center (E-ISAC), SANS (SysAdmin, Audit, Network, Security) Industrial Control Systems, Ukraine Defence Use Case (DUC), Washington DC, Mar. 2016.
- [28] M. A. Rahman and H. Mohsenian-Rad, *False data injection attacks with incomplete information against smart power grids*, in Global Communications Conference (GLOBECOM), IEEE, pp. 3153–3158., 2012.
- [29] L. Liu, M. Esmalifalak, Q. Ding, V. A. Emesih, Z. Han, *Detecting false data injection attacks on power grid by sparse optimization*, IEEE Trans. on Smart Grid, Vol. 5, No. 2, Mar. 2014.
- [30] T. T. Kim and H. V. Poor, *Strategic protection against data injection attacks on power grids*, IEEE Trans. Smart Grid, vol. 2, no. 2, pp. 326–333, Jun. 2011.
- [31] Y. Liu, M. K. Reiter, and P. Ning, *False data injection attacks against state estimation in electric power grids*, in Proc. 16th Association for Computing Machinery (ACM) Conf. Comput. Commun. Security, Chicago, IL, USA, Nov. 2009.
- [32] O. Kosut, L. Jia, R. Thomas and L. Tong, *Malicious data attacks on smart grid state estimation: Attack strategies and countermeasures*, in Proc. 1st IEEE Int. Conf. Smart Grid Communications, Gaithersburg, MD, pp. 220–225., Oct. 2010
- [33] A. Teixeira, I. Shames, H. Sandberg, and K. H. Johansson, *Revealing stealthy attacks in control systems*, in Proc. 50th Annu. Allerton Conf. Communication, Control, Computing, Allerton, IL, pp. 1806–1813., Oct. 2012.
- [34] E. Candes and T. Tao, *Decoding by linear programming*, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 51, no. 12, pp. 4203–4215, Dec. 2005.