



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

**ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**

**ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ**

**Παθητική Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίων
με Χρήση Γενετικών Αλγορίθμων**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Καραντινού Μαρία-Ελένη

Επιβλέπων : Ψαρράς Ιωάννης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Υπεύθυνος : Δρ Ξυδώνας Παναγιώτης

Αθήνα, Οκτώβριος 2018



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Παθητική Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίων με Χρήση Γενετικών Αλγορίθμων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Καραντινού Μαρία-Ελένη

Επιβλέπων : Ψαρράς Ιωάννης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.
Υπεύθυνος : Δρ. Ξυδώνας Παναγιώτης

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 4^η Οκτωβρίου 2018.

.....
Ψαρράς Ι.
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Ασκούνης Δ.
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Δούκας Χ.
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2018

Καραντινού Μαρία-Ελένη

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Καραντινού Μαρία-Ελένη, 2018.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Ευχαριστίες

Η ενασχόλησή μου με το πεδίο του *Financial Engineering* αποτελεί τα τελευταία χρόνια μια επιθυμία της οποίας η αρχή πραγματοποιήθηκε μέσω αυτής της διπλωματικής εργασίας.

Για τον λόγο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερος τον επιβλέποντα Δρ Πάνο Ξυδώνα, για το χρόνο που αφιέρωσε, για τη δημιουργική καθοδήγηση και εποικοδομητική κριτική, στοιχεία τα οποία μετά το πέρας των σπουδών μου θα αποτελέσουν σημαντικά εφόδια για την επαγγελματική μου σταδιοδρομία.

Θα ήθελα ακόμα να ευχαριστήσω τις φίλες και συναδέλφους μου, Μαρία Αποστολάκη, Κωνσταντίνα Μπενάκη και Δανάη Παπαευαγγέλου για την συμπαράσταση και τις συμβουλές που μου προσέφεραν σε τεχνικά κυρίως θέματα το τελευταίο έτος των σπουδών μου.

Τέλος, οφείλω να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, για την στήριξη και τη βοήθεια που μου παρείχαν καθόλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Μαρία Ελένη Καραντινού

Οκτώβριος 2018

.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία εστιάζεται στη δημιουργία ενός πληροφοριακού συστήματος με σκοπό την βελτιστοποίηση ενός δεδομένου χαρτοφυλακίου.

Αρχικά πραγματοποιείται μία σύντομη βιβλιογραφική αναφορά στα μοντέλα που έχουν προταθεί και αφορούν την παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίου. Από τα μοντέλα αυτά επιλέχθηκε το μοντέλο βελτιστοποίησης του Beasley (2003). Με βάση τη προσέγγιση αυτή, αναπτύχθηκε ένα πρόγραμμα εφαρμόζοντας μικτό ακέραιο γραμμικό προγραμματισμό σε συνδυασμό με γενετικούς αλγορίθμους. Το πρόγραμμα αυτό ελέγχθηκε ως προς την εγκυρότητα του, με πραγματικά δεδομένα από τέσσερις χρηματιστηριακούς δείκτες. Καταδείχθηκε ότι το πρόγραμμα παρέχει ικανοποιητική εγκυρότητα ως προς την επιλογή του χαρτοφυλακίου, με βάση τον δείκτη που ακολουθεί. Στα πλαίσια της παρούσας προταθήκαν επιμέρους ενσωματώσεις περιορισμών για το παθητικό μοντέλο που εξετάστηκε, καθώς επίσης υποδείχθηκε περαιτέρω ενσωμάτωση λειτουργικότητας στο πρόγραμμα.

Λέξεις Κλειδιά: Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίων, Παθητικά Χαρτοφυλάκια, Γενετικοί Αλγόριθμοι, Γραμμικός Ακέραιος Προγραμματισμός, Μοντέλο Beasley, Παρακολούθηση Δείκτη.

ABSTRACT

The current dissertation focuses on the development of a *software program* that optimizes passive investment portfolio allocation.

Firstly, the existing models for portfolio allocation under financial uncertainty were discussed. Among the available models, the Index-Tracking optimization model (Beasley 2003) was selected since it most accurately tracks financial historical data. Using the approach developed by Beasley along with genetic algorithm and mixed integer programming, a MATLAB code was developed to suggest the number, symbols and weighting of portfolio components. that better track financial index historical data. The *software program* was tested against real data using four stock indices (DAX30, CAC40, DJ, EUROSTOXX50). It was proven that the *software program* provides the user with efficient validity regarding the selection of portfolio in relation to the stock index it tracks. In the context of this dissertation suggestions were made regarding (i) incorporating additional restrictions to the model (ii) modifying the objective function to account for optimization under uncertainty (i.e. CVaR optimization) or rate of return and (iii) improving the performance and accuracy of the developed *software program*.

Keywords: Index Tracking, Beasley Model, Passive Portfolio Optimization, Mixed Integer Linear Programming , Genetic Algorithms.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1	Εισαγωγή	1
1.2	Στόχος και αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας.....	2
1.3	Συμβολή.....	3
1.4	Η δομή της διπλωματικής Εργασίας.....	3
2	Θεωρητικό πλαίσιο.....	5
2.1	Εισαγωγή	5
2.2	Η έννοια της απόδοσης και του κινδύνου.....	5
2.3	Η αρχή της διαφοροποίησης.....	6
2.4	Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίων.....	11
2.5	Γραμμικός Προγραμματισμός	14
2.5.1	Βασικές έννοιες	14
2.5.2	Στοιχεία Επίλυσης	16
2.5.3	Μικτός ακέραιος προγραμματισμός.....	17
2.6	Γενετικοί Αλγόριθμοι	17
2.6.1	Εισαγωγή	17
2.6.2	Δομή γενετικών αλγορίθμων.....	18
2.6.3	Συμπεράσματα από τη χρήση γενετικών αλγορίθμων	20
3	Επισκόπηση Βιβλιογραφίας	21
3.1	Εισαγωγή	21
3.2	Επισκόπηση Βιβλιογραφίας.....	21
3.3	Συγκριτική ανάλυση	37
3.4	Προσέγγιση στην επιλογή μοντέλου	37
4	Ανάλυση Πληροφοριακού Συστήματος	39
4.1	Εισαγωγή	39
4.2	Προτεινόμενη Προσέγγιση	39
4.2.1	Ελαχιστοποίηση Σφάλματος Αποτύπωσης	39
4.2.2	Παράμετροι Μοντέλου-Προγράμματος προς Ανάπτυξη	40

4.2.3	Περιορισμοί.....	41
4.2.4	Αντικείμενο Βελτιστοποίησης.....	42
4.3	Πληροφοριακό Σύστημα.....	42
4.3.1	Απαιτήσεις δεδομένων	42
4.3.2	Λογικό διάγραμμα	43
4.3.3	Επιλογές Παραμετροποίησης (Input).....	44
4.3.4	Διαδικασία Βελτιστοποίησης-Τρόπος Λειτουργίας Προγράμματος.....	45
4.3.5	Αποτελέσματα (Output)	46
4.3.6	Απαιτήσεις σε Υλισμικό (Hardware)	48
5	Εφαρμογή Μοντέλου-Λογισμικού	50
5.1	Εισαγωγή	50
5.2	Παραμετροποίηση και διαδικασία βελτιστοποίησης.....	50
5.3	Περιγραφή δεικτών.....	51
5.3.1	Δείκτης DAX.....	52
5.3.2	Δείκτης CAC40	53
5.3.3	Δείκτης Dow Jones.....	53
5.3.4	Δείκτης Euro Stoxx 50	54
5.4	Παρουσίαση Αποτελεσμάτων βελτιστοποίησης	55
5.4.1	Μορφή Παρουσίασης.....	56
5.4.2	Αποτελέσματα Δείκτη DAX	56
5.4.3	Αποτελέσματα Δείκτη CAC40.....	63
5.4.4	Αποτελέσματα δείκτη DOW JONES	68
5.4.5	Αποτελέσματα Δείκτη EuroStoxx50	74
5.5	Σχολιασμός αποτελεσμάτων.....	79
6	Συμπεράσματα.....	81
6.1	Εισαγωγή	81
6.2	Γενικά συμπεράσματα	81
6.3	Μελλοντικές Επεκτάσεις	82
7	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: Παρουσίαση Κώδικα.....	83
8	Βιβλιογραφία.....	109

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ 3-1: Δημοσιεύσεις που μελετήθηκαν.....	21
ΠΙΝΑΚΑΣ 4-1: Παράμετροι Μοντέλου.....	40
ΠΙΝΑΚΑΣ 4-2 : Μεταβλητές Απόφασης Μοντέλου.....	40
ΠΙΝΑΚΑΣ 4-3: Ελάχιστες Προδιαγραφές Υλισμικού.....	48
Πίνακας 5-1: Χρηματικές μονάδες των δεικτών:.....	51
Πίνακας 5-2: Αναλυτικά δεδομένα αποδόσεων και σφάλματος δείκτη DAX.....	58
Πίνακας 5-3: Αναλυτικά δεδομένα εκτίμησης πορείας δείκτη DAX.....	59
Πίνακας 5-4: Αναλυτικά δεδομένα αποδόσεων και σφάλματος.....	65
-Πίνακας 5-5: Αναλυτικά δεδομένα εκτίμησης πορείας δείκτη CAC40.....	65
Πίνακας 5-6: Αναλυτικά δεδομένα αποδόσεων και σφάλματος.....	70
Πίνακας 5-7: Αναλυτικά δεδομένα εκτίμησης πορείας δείκτη DOW30.....	71
Πίνακας 5-8: Αναλυτικά δεδομένα αποδόσεων και σφάλματος.....	77
Πίνακας 5-9: Αναλυτικά δεδομένα εκτίμησης πορείας δείκτη EuroStoxx50.....	77
Εικόνα 2-1: Διαδικασία Γενετικών Αλγορίθμων.....	19
Εικόνα 4-1: Διάγραμμα Ροής "IndexTracker".....	43
Εικόνα 5-1: Πορεία δείκτη DAX τα τελευταία πέντε χρόνια.....	52
Εικόνα 5-2: Πορεία δείκτη CAC40 τα τελευταία πέντε χρόνια.....	53
Εικόνα 5-3: Πορεία δείκτη DOW τα τελευταία πέντε χρόνια.....	54
Εικόνα 5-4: Πορεία δείκτη EuroStoxx 50 τα τελευταία πέντε χρόνια.....	55
Εικόνα 5-5 Πορεία απόδοσης σε σχέση με την τιμή του δείκτη DAX.....	56
Εικόνα 5-6 Αρχική συμμετοχή κάθε μετοχής στον δείκτη DAX.....	57
Εικόνα 5-7 Τελική/Διαμορφωμένη συμμετοχή στο βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο του δείκτη DAX.....	57
Εικόνα 5-8 Μεταβολή του Tracking Error στον δείκτη DAX.....	58
Εικόνα 5-9 Απόδοση Βελτιστοποιημένων Χαρτοφυλακίων δείκτη DAX.....	58
Εικόνα 5-10 Εκτίμηση πορείας βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου.....	59
Εικόνα 5-11 Αποτελεσματικό Μέτωπο δείκτη DAX.....	60
Εικόνα 5-12 Πορεία απόδοσης σε σχέση με την τιμή του δείκτη CAC40.....	63
Εικόνα 5-13 Αρχική συμμετοχή κάθε μετοχής στον δείκτη CAC40.....	63
Εικόνα 5-14 Τελική/Διαμορφωμένη συμμετοχή στο βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο του δείκτη CAC40.....	64
Εικόνα 5-15 Μεταβολή του Tracking Error στον δείκτη CAC40.....	64
Εικόνα 5-16 Απόδοση Βελτιστοποιημένων Χαρτοφυλακίων δείκτη CAC40.....	65
Εικόνα 5-17 Εκτίμηση πορείας βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου.....	65

Εικόνα 5-18 Αποτελεσματικό Μέτωπο δείκτη CAC40.....	67
Εικόνα 5-19 Πορεία απόδοσης σε σχέση με την τιμή του δείκτη DOW30.....	68
Εικόνα 5-20 Αρχική συμμετοχή κάθε μετοχής στον δείκτη DOW30	69
Εικόνα 5-21 Τελική/Διαμορφωμένη συμμετοχή στο βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο του δείκτη DOW30	69
Εικόνα 5-22 Μεταβολή του Tracking Error στον δείκτη DOW30.....	70
Εικόνα 5-23 Απόδοση Βελτιστοποιημένων Χαρτοφυλακίων δείκτη DOW30	70
Εικόνα 5-24 Εκτίμηση πορείας βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου	71
Εικόνα 5-25 Αποτελεσματικό Μέτωπο δείκτη DOW30	72
Εικόνα 5-26 Πορεία απόδοσης σε σχέση με την τιμή του δείκτη EuroStoxx50	75
Εικόνα 5-27 Αρχική συμμετοχή κάθε μετοχής στον δείκτη EuroStoxx50.....	75
Εικόνα 5-28 Τελική/Διαμορφωμένη συμμετοχή στο βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο του δείκτη EuroStoxx50	76
Εικόνα 5-29 Μεταβολή του Tracking Error στον δείκτη EuroStoxx50	76
Εικόνα 5-30 Απόδοση Βελτιστοποιημένων Χαρτοφυλακίων δείκτη EuroStoxx50....	76
Εικόνα 5-31 Εκτίμηση πορείας βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου	77
Εικόνα 5-32:Αποτελεσματικό Μέτωπο Δείκτη EuroStoxx5	78

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τις τελευταίες δεκαετίες, πραγματοποιούνται με ταχύτατους ρυθμούς έντονες οικονομικές, κοινωνικές και πολιτικές εξελίξεις οι οποίες αδιαμφισβήτητα επηρεάζουν τις παγκόσμιες χρηματοοικονομικές αγορές. Η γενική ρευστότητα και η αστάθεια που παρατηρείται στην πλειοψηφία των χρηματοοικονομικών αγορών είναι ένα φαινόμενο που προβληματίζει, τόσο τους χρηματοοικονομικούς αναλυτές, όσο και τους επενδυτές.

Η ριζική αναμόρφωση του ρόλου και της φύσης της χρηματοοικονομικής επιστήμης καθίσταται πλέον απαραίτητη για τη μείωση της έκθεσης του κινδύνου των επενδυτών λόγω του πλήθους των νέων χρηματοοικονομικών προϊόντων που είναι σήμερα διαθέσιμα σε επιχειρήσεις, οργανισμούς και επενδυτές.

Η αυξημένη πολυπλοκότητα που χαρακτηρίζει πλέον το χώρο της Χρηματοοικονομικής Διοίκησης, καθιστά αναγκαία την προσαρμογή των διαδικασιών αντιμετώπισης των προβλημάτων και λήψης χρηματοοικονομικών αποφάσεων. Οι εμπειρικές προσεγγίσεις είναι πλέον ανεπαρκείς, και σταδιακά, σε παγκόσμιο επίπεδο εντοπίζεται η χρησιμότητα περισσότερο εμπειρισταωμένων αναλύσεων που βασίζονται σε σύγχρονες ποσοτικές μεθόδους, όπως η στατιστική, η βελτιστοποίηση, η πρόβλεψη, οι στοχαστικές διαδικασίες, τα νευρωνικά δίκτυα, αλλά και η πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων.

Η έρευνα και η διάδοση των μαθηματικών αυτών εργαλείων γνώρισε ιδιαίτερη άνθηση μετά τη δεκαετία του 1950 με τη δημοσίευση των εργασιών του Νομπελίστα Harry Markowitz, ο οποίος διατύπωσε το πρόβλημα της σύνθεσης και διαχείρισης ενός χαρτοφυλακίου χρεογράφων. Με τον όρο διαχείριση χαρτοφυλακίου ορίζεται: (α) η διαδικασία συνδυασμού διαφόρων χρεογράφων σε ένα χαρτοφυλάκιο που δημιουργείται βασιζόμενο στις ανάγκες του κάθε επενδυτή, (β) η παρακολούθηση του χαρτοφυλακίου, και τέλος, (γ) η αποτίμηση της απόδοσης του.

Το γενικό θεματικό πλαίσιο μέσα στο οποίο τοποθετείται η παρούσα διπλωματική εργασία είναι η Διαχείριση Χαρτοφυλακίου (Portfolio Management). Η θεωρία χαρτοφυλακίου κατέχει τις τελευταίες δεκαετίες πρωταρχική θέση στο ευρύτερο πεδίο

της Οικονομικής Επιστήμης και ειδικότερα της Χρηματοοικονομικής Διοίκησης, τόσο σε ερευνητικό αλλά και σε επίπεδο εφαρμογής.

Η διαδικασία της Επιλογής Χαρτοφυλακίου (Portfolio Selection) αποτελείται από δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο, ο επενδυτής καλείται να ξεχωρίσει και να επιλέξει τα χρεόγραφα εκείνα που παρουσιάζουν το υψηλότερο επενδυτικό ενδιαφέρον από ένα σύνολο διαθέσιμων προς αγορά χρεογράφων. Το στάδιο αυτό είναι απαραίτητο, ιδιαίτερα στην περίπτωση όπου τα εξεταζόμενα χρεόγραφα αφορούν μετοχές. Ο μεγάλος αριθμός μετοχών που διαπραγματεύονται στις χρηματιστηριακές αγορές, καθιστά προφανώς πολύ δύσκολη τη σύνθεση ενός χαρτοφυλακίου διερευνώντας ταυτόχρονα τις εκατοντάδες ή και χιλιάδες μετοχές που είναι διαθέσιμες ως επενδυτικές επιλογές. Στο δεύτερο στάδιο, ο επενδυτής έχοντας εντοπίσει έναν περιορισμένο αριθμό κατάλληλων χρεογράφων, καλείται να αποφασίσει την κατανομή του διαθέσιμου κεφαλαίου του σε αυτά, συνθέτοντας έτσι το βέλτιστο κατά τη δική του άποψη χαρτοφυλάκιο. Η σύνθεση, όμως, αυτού του "βέλτιστου" χαρτοφυλακίου πρέπει να πραγματοποιείται μέσω μίας μεθόδου που να επιτρέπει την ενσωμάτωση πολλαπλών κριτηρίων προκειμένου να επιτύχει το μέγιστο προσδοκώμενο όφελος.

Η πολυπλοκότητα και η αβεβαιότητα που χαρακτηρίζουν τη διαδικασία λήψης χρηματοοικονομικών αποφάσεων, καθιστά σαφή την ανάγκη για την ύπαρξη υποστηρικτικών εργαλείων απόφασης. Τα εργαλεία αυτά θα πρέπει να έχουν σαν σκοπό να ενθαρρύνουν τους επενδυτές στη χρήση σύγχρονων μεθόδων ανάλυσης για τη λήψη επενδυτικών αποφάσεων εγκαταλείποντας τις αποκλειστικά και μόνο εμπειρικές μεθόδους.

1.2 ΣΤΟΧΟΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάζει μια σύντομη βιβλιογραφική αναφορά στο αντικείμενο της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου και εστιάζεται κατά κύριο αντικείμενο: στην ανάλυση, στον σχεδιασμό και στην ανάπτυξη ενός πληροφοριακού συστήματος βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου.

Ο στόχος του πληροφοριακού συστήματος που παρουσιάζεται, είναι η υποβοήθηση του εκάστοτε επενδυτή στο πρόβλημα της δημιουργίας και διαχείρισης ενός παθητικού μετοχικού χαρτοφυλακίου. Ως παθητικό χαρτοφυλάκιο ορίζεται ένα σύνολο μετοχών το οποίο στοχεύει στην αντιγραφή (replication) των αποδόσεων ενός δείκτη προτύπου (benchmark index).

Το πληροφοριακό σύστημα που αναπτύχθηκε, επιχειρεί να συμβάλλει στη δημιουργία χαρτοφυλακίων που θα ακολουθούν όσο το δυνατόν πιστότερα συγκεκριμένους

χρηματιστηριακούς δείκτες υπό συγκεκριμένους περιορισμούς. Η ανάπτυξη πραγματοποιείται με τη χρήση μικτού ακέραιου Προγραμματισμού (*Mixed Integer Programming - MIP*), σε συνδυασμό με γενετικούς αλγορίθμους.

Η εφαρμογή και η αξιολόγηση του συστήματος πραγματοποιήθηκε για συνολικά τέσσερις χρηματιστηριακούς δείκτες, έναν των ΗΠΑ και τρεις ευρωπαϊκούς, κάνοντας χρήση ιστορικών ημερησίων τιμών κλεισίματος.

1.3 ΣΥΜΒΟΛΗ

Από την ανάλυση που έγινε στο εισαγωγικό τμήμα του κεφαλαίου αυτού, γίνεται αντιληπτό ότι, εξαιτίας της πολυπλοκότητας του προβλήματος βελτιστοποίησης, υφίσταται η ανάγκη για ολοκληρωμένα πληροφοριακά συστήματα, τα οποία θα ανταποκρίνονται στην πολυδιάστατη φύση του προβλήματος της σύνθεσης και αξιολόγησης χρηματιστηριακών μετοχικών χαρτοφυλακίων.

Ένεκα αυτού, η χρήση του συστήματος που αναπτύχθηκε προσφέρει οφέλη σε όποιον επιθυμεί να ασχοληθεί με τη σύνθεση παθητικών μετοχικών χαρτοφυλακίων. Αρχικά, επιτρέπει σε μη ιδιαίτερος έμπειρους με το χώρο της Χρηματοοικονομικής Διοίκησης επενδυτές, να συνθέσουν το δικό τους παθητικό μετοχικό χαρτοφυλάκιο, το οποίο θα ανταποκρίνεται στις δικές τους απαιτήσεις, χωρίς να είναι αναγκαίο να μισθώσουν για το σκοπό αυτό τις υπηρεσίες εξειδικευμένων επενδυτικών γραφείων. Επιπρόσθετα, η εφαρμογή προσφέρει τη δυνατότητα προσαρμογής σε παρούσες ανάγκες και στις ιδιαίτερες απαιτήσεις του αποφασίζοντα.

1.4 Η ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία είναι δομημένη σε έξι κεφάλαια, καθένα εκ των οποίων συμβάλλει με σαφή τρόπο στην αποτελεσματική παρουσίαση του θέματος της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου καθώς επίσης και στην ανάδειξη της μεθόδου/λογισμικού που αναπτύχθηκε και εφαρμόστηκε.

Κεφάλαιο 1ο

Παρουσιάζει το πλαίσιο το οποίο θα εξετάσει η εργασία, όπως επίσης τους στόχους, τη συμβολή και το αντικείμενο της.

Κεφάλαιο 2^ο

Πραγματοποιεί μια ανάλυση του προβλήματος της διαχείρισης παθητικών μετοχικών χαρτοφυλακίων. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζει τις βασικές θεωρητικές έννοιες καθώς επίσης και τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται στην παρούσα διπλωματική.

Κεφάλαιο 3^ο

Παραθέτει μια σύντομη βιβλιογραφική επισκόπηση αναφορικά με τα μοντέλα βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων από τα τέλη του προηγούμενου αιώνα, δίνοντας έμφαση σε μοντέλα που έχουν εφαρμογή σε παθητικές στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίων.

Κεφάλαιο 4^ο

Περιγράφει στο απαιτούμενο βάθος το μοντέλο βελτιστοποίησης και πραγματοποιεί την ανάλυση του πληροφοριακού συστήματος. Ειδικότερα, περιγράφει τις προδιαγραφές και τα γενικά χαρακτηριστικά του πληροφοριακού συστήματος και αναλύει τη δομή και τη λειτουργία του προγράμματος που αναπτύχθηκε .

Κεφάλαιο 5^ο

Παρουσιάζει εν συντομία τους δείκτες που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση του μοντέλου. Στην συνέχεια, παραθέτει διαγραμματικά τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του μοντέλου/λογισμικού και ακολουθεί ο κριτικός σχολιασμός αυτών.

Κεφάλαιο 6^ο

Παρουσιάζει μια σύνοψη του λογισμικού και προσδιορίζει τις μελλοντικές του εφαρμογές και επεκτάσεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο

2 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σκοπός της παρούσας ενότητας είναι η εξοικείωση του αναγνώστη με τις βασικές θεωρητικές έννοιες καθώς επίσης και με τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται στην παρούσα διπλωματική. Αρχικά, παρέχονται με ακρίβεια οι ορισμοί και εισάγεται η ορολογία του προβλήματος. Παρουσιάζονται οι έννοιες της απόδοσης, του κινδύνου, της διαφοροποίησης και της βελτιστοποίησης. Η ανάλυση αυτή γίνεται με απώτερο στόχο την ανάδειξη της έννοιας της διαχείρισης χαρτοφυλακίων ως μια δυναμική διαδικασία, η οποία προϋποθέτει τη λήψη πολλαπλών διαδοχικών αποφάσεων. Παράλληλα, πραγματοποιείται μία εισαγωγή στο γραμμικό προγραμματισμό και εν συνεχεία στον μικτό αέριο προγραμματισμό. Τέλος, στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζονται οι γενετικοί αλγόριθμοι. Πιο αναλυτικά, επεξηγείται η δομή αυτών, η λειτουργία τους όπως επίσης και τα πλεονεκτήματά τους.

2.2 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται βασικοί ορισμοί για την κατανόηση του θέματος που θα αναπτυχθεί στις επόμενες ενότητες.

Η έννοια της απόδοσης (return) ορίζεται ως η ποσοστιαία μεταβολή της αξίας της επένδυσης κατά τη διάρκεια ενός δεδομένου χρονικού διαστήματος. Θεωρώντας ότι η αξία κτήσης ενός χρεογράφου τη χρονική στιγμή t είναι S_t και η αξία του σε μια προηγούμενη χρονική στιγμή $t-1$ είναι S_{t-1} , η απόδοση της επένδυσης στο χρεόγραφο για τη χρονική διάρκεια $[t-1, t]$ είναι :

$$r = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} \quad (1)$$

Η απόδοση που υπολογίζεται κατά τον τρόπο αυτό αναφέρεται ως *αριθμητική απόδοση* (arithmetic return).

Δεδομένων των αποδόσεων r_1, r_2, \dots, r_T για μια σειρά δεδομένων T περιόδων, η συνολική απόδοση R μπορεί εύκολα να υπολογιστεί ως :

$$R = \prod_{i=1}^T (1 + r_i) - 1 \quad (2)$$

ενώ η αναμενόμενη (μέση) αριθμητική απόδοση είναι :

$$E(r) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T r_i \quad (3)$$

Η μέση αριθμητική απόδοση παρέχει μια εκτίμηση για την απόδοση στην αμέσως επόμενη χρονική περίοδο. Η χρήση της για πολλαπλές χρονικές περιόδους υποθέτει ότι το επενδυμένο κεφάλαιο παραμένει σταθερό.

Εναλλακτικά της αριθμητικής απόδοσης, ορίζεται η γεωμετρική απόδοση :

$$r^G = \ln \frac{S_t}{S_{t-1}} \quad (4)$$

Σύμφωνα με τον πλέον διαδεδομένο ορισμό, ως κίνδυνος θεωρείται κάθε απόκλιση από το αναμενόμενο αποτέλεσμα. Άρα μπορεί να χρησιμοποιηθεί το κριτήριο της διασποράς, το οποίο ορίζεται ως εξής. Δεδομένων των αποδόσεων μίας επένδυσης σε μία σειρά T περιόδων, η διασπορά σ^2 των αποδόσεων ορίζεται ως εξής:

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T [r_i - E(r)]^2 \quad (5)$$

Γίνεται αντιληπτό ότι όσο υψηλότερη η διασπορά, τόσο υψηλότερος ο κίνδυνος. Εναλλακτικά της διασποράς, πρόσφατα έχουν αναπτυχθεί άλλα κριτήρια κινδύνου τα οποία δίνουν έμφαση στην εκτίμηση των πιθανών ζημιών σε μία επενδυτική θέση. Ένα τέτοιο κριτήριο είναι η αξία σε κίνδυνο (value at risk), που ορίζεται ως η μέγιστη αναμενόμενη ζημία που μπορεί να υποστεί ένας επενδυτής σε δεδομένο χρονικό διάστημα για ένα επιλεγόμενο επίπεδο βεβαιότητας (εμπιστοσύνης).

2.3 Η ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗΣ

Τα κριτήρια της απόδοσης και του κινδύνου μπορούν να οριστούν και για χαρτοφυλάκια χρεογράφων. Με τον όρο χαρτοφυλάκιο εννοείται ένα σύνολο χρεογράφων κάθε ένα από τα οποία συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο με κάποια αναλογία. Η αναλογία αυτή προσδιορίζεται βάσει της αξίας του κάθε χρεογράφου σε σχέση με τη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου.

Έστω, αρχικά, ότι εξετάζεται η περίπτωση δύο χρεογράφων με αναμενόμενες αποδόσεις $E(r_1), E(r_2)$ και διασπορές σ_1^2 και σ_2^2 . Συμβολίζοντας ως w_1 και w_2 το ποσοστό του διαθέσιμου κεφαλαίου που επενδύεται σε κάθε χρεόγραφο, η απόδοση και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου που διαμορφώνεται είναι :

$$E(w_1r_1 + w_2r_2) = w_1E(r_1) + w_2E(r_2) \quad (6)$$

$$COV(r_1, r_2) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [r_{1t} - E(r_1)][r_{2t} - E(r_2)] \quad (7)$$

όπου $w_1 + w_2 = 1$ και $COV(r_1, r_2)$ είναι η συνδιακύμανση των αποδόσεων των δύο χρεογράφων :

Η συνδιακύμανση $COV(r_i, r_j)$ συμβολίζεται και ως σ_{ij} . Η συνδιακύμανση σχετίζεται με τις τυπικές αποκλίσεις των αποδόσεων βάσει της σχέσης $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$, όπου ως ρ_{ij} ορίζεται ο συντελεστής συσχέτισης των αποδόσεων των χρεογράφων. Ο συντελεστής αυτός υπολογίζει τη συσχέτιση των αποδόσεων των χρεογράφων σε μια κλίμακα από το -1 έως το +1. Εάν ο συντελεστής συσχέτισης είναι -1, τότε οι αποδόσεις των δύο χρεογράφων είναι γραμμικά συσχετισμένες αλλά μεταβάλλονται προς αντίθετες κατευθύνσεις. Εάν, αντίθετα, ο συντελεστής συσχέτισης είναι +1, τότε οι αποδόσεις των δύο χρεογράφων είναι γραμμικά συσχετισμένες και μεταβάλλονται προς την ίδια κατεύθυνση.

Γενικεύοντας, στην περίπτωση ενός χαρτοφυλακίου P αποτελούμενου από m χρεόγραφα, ο υπολογισμός της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου του χαρτοφυλακίου πραγματοποιείται ως εξής:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^m w_i E(r_i) \quad (8)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^m w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j \sigma_{ij} \quad (9)$$

Σε μορφή πινάκων οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να αποδοθούν πιο απλά ως εξής:

$$E(r_p) = r^T w \quad (10)$$

$$\sigma_p^2 = w^T V w \quad (11)$$

όπου:

- r είναι ένα διάνυσμα διαστάσεων $m \times 1$ με τις αναμενόμενες αποδόσεις των χρεογράφων και r^T το αντίστοιχο ανάστροφο διάνυσμα,

- w είναι ένα διάνυσμα διαστάσεων $m \times 1$ με τα ποσοστά συμμετοχής των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο
- V είναι ένας συμμετρικός πίνακας διαστάσεων $m \times m$ ο οποίος ονομάζεται πίνακας διακύμανσης/συνδιακύμανσης. Τα στοιχεία της διαγωνίου του πίνακα αυτού αντιστοιχούν στη διακύμανση (διασπορά) των αποδόσεων των χρεογράφων, ενώ τα στοιχεία εκτός της διαγωνίου αντιστοιχούν στις συνδιακυμάνσεις.

Από τις παραπάνω σχέσεις καταδεικνύεται ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου χρεογράφων είναι μια γραμμική συνάρτηση των αποδόσεων των επιμέρους χρεογράφων που το αποτελούν. Άρα θεωρώντας ότι $w \geq 0$, το χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης βρίσκεται εύκολα θέτοντας $w_{i^*} = 1$, όπου i^* είναι το χρεόγραφο με τη μεγαλύτερη απόδοση και $w_j = 0$ για κάθε άλλο χρεόγραφο $j \neq i^*$.

Σε αντίθεση όμως με την απόδοση, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι μη γραμμική συνάρτηση των ποσοστών συμμετοχής των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο. Συνεπώς, είναι ενδιαφέρον να εξεταστεί η συμπεριφορά του κινδύνου του χαρτοφυλακίου.

Αρχικά εξετάζεται η περίπτωση όπου οι αποδόσεις των χρεογράφων είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, δηλαδή $\sigma_{ij} = 0$ για κάθε ζεύγος χρεογράφων i και j . Στην περίπτωση αυτή ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου σ_p^2 το οποίο αποτελείται από m χρεόγραφα είναι :

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^m w_i^2 \sigma_i^2 \quad (12)$$

Ένας εμπειρικός τρόπος επένδυσης του κεφαλαίου στα χρεόγραφα του χαρτοφυλακίου είναι να ισοκατανέμεται το κεφάλαιο στα χρεόγραφα, δηλαδή $w_i = 1/m$, για κάθε $i = 1, 2, \dots, m$. Στην περίπτωση αυτή ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{m} \right)^2 \sigma_i^2 = \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^m \frac{\sigma_i^2}{m} \right) \quad (13)$$

Σχολιάζοντας την εξίσωση 13 ο όρος εντός των παρενθέσεων είναι μια μέση τιμή και συγκεκριμένα αναπαριστά τη μέση διασπορά των αποδόσεων των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο. Συμβολίζοντας αυτή τη μέση διασπορά ως $\bar{\sigma}^2$, η παραπάνω σχέση διαμορφώνεται ως εξής:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{m} \bar{\sigma}^2 \quad (14)$$

Από τη σχέση αυτή γίνεται εμφανές ότι καθώς το m τείνει το άπειρο, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου τείνει στο μηδέν. Το αποτέλεσμα αυτό δείχνει ότι εάν ένας επενδυτής είχε τη δυνατότητα να κατασκευάσει ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από άπειρο αριθμό ανεξάρτητων χρεογράφων, τότε ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα ήταν μηδενικός. Άρα ο επενδυτής θα είχε τη δυνατότητα να απολαύει μια σίγουρη απόδοση.

Στην πράξη βέβαια δεν υπάρχει ένας αυθαίρετα μεγάλος αριθμός χρεογράφων με ανεξάρτητες αποδόσεις. Έστω λοιπόν η πιο γενική και ρεαλιστική περίπτωση όπου η συνδιακύμανση των χρεογράφων i, j είναι διάφορη του μηδενός, δηλαδή $\sigma_{ij} \neq 0$. Ακολουθώντας και στην περίπτωση αυτή την αφελή τακτική της ισοκατανομής του κεφαλαίου στα διαθέσιμα χρεόγραφα, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι ο ακόλουθος :

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{m}\right)^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{m}\right) \left(\frac{1}{m}\right) \sigma_{ij} \\ &= \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{m} \right) + \frac{m-1}{m} \left(\sum_{i=1}^m \sum_{i=1}^m \frac{\sigma_{ij}}{m(m-1)} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

Όπως ήδη αναφέρθηκε ο πρώτος όρος μέσα στις παρενθέσεις είναι η μέση διασπορά των αποδόσεων των χρεογράφων του χαρτοφυλακίου. Αντίστοιχα, και ο δεύτερος όρος σε αγκύλες είναι και αυτός μια μέση τιμή. Αυτό γίνεται εμφανές αν ληφθεί υπόψη ότι το πλήθος των όρων που αφορούν τη συνδιακύμανση είναι $m(m-1)$. Άρα λοιπόν ο δεύτερος όρος σε αγκύλες στην παραπάνω σχέση αναπαριστά τη μέση συνδιακύμανση των αποδόσεων των χρεογράφων που εντάσσονται στο χαρτοφυλάκιο. Άρα λοιπόν ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μπορεί να εκφραστεί πιο απλά ως εξής:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{m} \overline{\sigma^2} + \frac{m-1}{m} \overline{\sigma_{ij}} = \frac{1}{m} \overline{\sigma^2} + \overline{\sigma_{ij}} - \frac{1}{m} \overline{\sigma_{ij}} \quad (16)$$

Δηλαδή:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sigma_p^2 = \overline{\sigma_{ij}}$$

Το αποτέλεσμα αυτό οδηγεί στο ακόλουθο σημαντικό συμπέρασμα. Εάν ο επενδυτής έχει τη δυνατότητα να συνθέσει ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από έναν αυθαίρετα μεγάλο αριθμό χρεογράφων, τότε ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου προσδιορίζεται μόνο από τις συνδιακυμάνσεις των χρεογράφων που το αποτελούν. Ο κίνδυνος που προέρχεται από το κάθε ανεξάρτητο χρεόγραφο εξαλείφεται.

Το παραπάνω σημαντικό συμπέρασμα αποτελεί το βασικό αποτέλεσμα της αρχής της διαφοροποίησης (diversification) σύμφωνα με την οποία ο επενδυτής πρέπει να συνθέτει χαρτοφυλάκια με επαρκή διασπορά όσον αφορά τα χρεόγραφα που περιλαμβάνουν, με στόχο τη μείωση του επενδυτικού κινδύνου.

Συμπερασματικά, η παραπάνω ανάλυση δείχνει ότι ο ολικός κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου περιλαμβάνει δύο μέρη:

1. Ένα μέρος το οποίο μπορεί να εξαλειφθεί εφαρμόζοντας μια κατάλληλη στρατηγική διαφοροποίησης. Το τμήμα αυτό του κινδύνου ονομάζεται *μη συστηματικός κίνδυνος* (non-systematic risk). Ο μη συστηματικός κίνδυνος αφορά αποκλειστικά το κάθε χρεόγραφο του χαρτοφυλακίου και δεν επηρεάζεται από τη συμπεριφορά των υπόλοιπων χρεογράφων.
2. Το δεύτερο μέρος δεν μπορεί να εξαλειφθεί μέσω της διαφοροποίησης, δηλαδή μέσω της επένδυσης σε πολλά χρεόγραφα της ίδιας μορφής. Το τμήμα αυτό του κινδύνου αναπαριστά τον *συστηματικό κίνδυνο* (systematic risk). Για τη μέτρηση του συστηματικού κινδύνου χρησιμοποιείται ο συντελεστής β_p ο οποίος ορίζεται ως ο λόγος της συνδιακύμανσης σ_{PM} των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου P σε σχέση με τις αποδόσεις της αγοράς M (γενικός δείκτης του χρηματιστηρίου) προς τη διασπορά των αποδόσεων της αγοράς:

$$\beta_p = \frac{\sigma_{PM}}{\sigma_M^2} \quad (17)$$

Γενικά, χαρτοφυλάκια ή χρεόγραφα με συστηματικό κίνδυνο (σε απόλυτη τιμή) υψηλότερο από τη μονάδα αναμένεται να παρουσιάζουν υψηλότερες μεταβολές σε σχέση με την αγορά. Επιπλέον, δεδομένου ότι εμπεριέχουν υψηλότερο κίνδυνο από την αγορά (ο συστηματικός κίνδυνος της αγοράς είναι εξ'ορισμού ίσος με τη μονάδα) θα πρέπει να έχουν και μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση. Αντίθετα, χαρτοφυλάκια ή χρεόγραφα με συστηματικό κίνδυνο (σε απόλυτη τιμή) μικρότερο από τη μονάδα αναμένεται να παρουσιάζουν μικρότερες μεταβολές σε σχέση με την αγορά. Επιπλέον, δεδομένου ότι εμπεριέχουν μικρότερο κίνδυνο από την αγορά θα πρέπει να έχουν και χαμηλότερη αναμενόμενη απόδοση. *Χαρτοφυλάκια ή χρεόγραφα με συστηματικό κίνδυνο μηδέν είναι ακίνδυνα*, καθώς δεν επηρεάζονται από τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται η αγορά.

2.4 ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ

Από την παραπάνω ανάλυση παρατηρείται ότι είναι δυνατή η μείωση του επενδυτικού κινδύνου ακολουθώντας μία κατάλληλη στρατηγική διαφοροποίησης. Ωστόσο, ο σχεδιασμός μια τέτοιας στρατηγικής, απαιτεί τον προσδιορισμό της κατάλληλης σύνθεσης ενός χαρτοφυλακίου πολλαπλών χρεογράφων που στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Οι βάσεις για την ανάπτυξη του μεθοδολογικού πλαισίου που θα αντιμετωπίζει το πρόβλημα αυτό, τέθηκαν από τον Harry Markowitz (1952).

Η κύρια έννοια του μεθοδολογικού πλαισίου που ανέπτυξε ο Markowitz είναι αυτή του *αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου (efficient portfolio)*. Θεωρώντας ότι η ανάλυση βασίζεται στα κριτήρια της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου, ένα χαρτοφυλάκιο P ονομάζεται *αποτελεσματικό* εάν και μόνο εάν δεν υπάρχει κανένα άλλο χαρτοφυλάκιο P' τέτοιο ώστε $E(r_{P'}) \geq E(r_P)$ και $\sigma_{P'} \leq \sigma_P$, με μία τουλάχιστον από τις δύο ανισότητες να είναι αυστηρή. Δηλαδή το χαρτοφυλάκιο P είναι αποτελεσματικό εάν δεν υπάρχει ένα άλλο χαρτοφυλάκιο το οποίο να υπερτερεί έναντι του P όσον αφορά στην απόδοση και στον κίνδυνο. Το σύνολο των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων ονομάζεται απλά αποτελεσματικό σύνολο.

Μέσα στο πλαίσιο που αναλύθηκε μέχρι τώρα, ο κύριος στόχος της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων είναι ο εντοπισμός του συνόλου των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων. Στην πιο απλή περίπτωση θεωρείται ότι επιτρέπονται ανοιχτές πωλήσεις, οπότε ο μόνος περιορισμός για τα ποσοστά συμμετοχής των χρεογράφων είναι ότι $w_1 + w_2 + \dots + w_m = 1$.

Παρακάτω αναλύεται η γενική περίπτωση στην οποία το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από m χρεόγραφα. Σκοπός της ανάλυσης αυτής, είναι η κατασκευή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου κινδύνου δεδομένου ότι η επιθυμητή αναμενόμενη απόδοση είναι R . Στην περίπτωση αυτή πρέπει να λυθεί το επόμενο πρόβλημα βελτιστοποίησης :

$$\min \sigma_p^2 = \frac{1}{2} w^T V w \quad (18)$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$e^T w = 1 \quad (19)$$

$$r^T w = R \quad (20)$$

$$w \in R \quad (21)$$

όπου e είναι το μοναδιαίο διάνυσμα-στήλη: $e = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$. Ο πίνακας V θεωρείται ότι είναι θετικά ορισμένος, γεγονός που σημαίνει ότι όλα τα χρεόγραφα (και συνδυασμοί αυτών) εμπεριέχουν κάποιον κίνδυνο. Συνεπώς, και ως αποτέλεσμα της υπόθεσης αυτής, η συνάρτηση του κινδύνου είναι αυστηρά κυρτή.

Συμβολίζοντας λ_1 και λ_2 τους πολλαπλασιαστές Lagrange των δύο περιορισμών, διαμορφώνεται η ακόλουθη συνάρτηση:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}w^T V w + \lambda_1(1 - e^T w) + \lambda_2(R - r^T w) \quad (22)$$

Παραγωγίζοντας τη συνάρτηση αυτή προκύπτουν οι εξής σχέσεις :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w} = 0 \Rightarrow Vw - \lambda_1 e - \lambda_2 r = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w} = 0 \Rightarrow Vw - \lambda_1 e - \lambda_2 r = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = 0 \Rightarrow r^T w = R \quad (25)$$

Από την σχέση (23) προκύπτει:

$$w = \lambda_1 V^{-1} e + \lambda_2 V^{-1} r \quad (26)$$

Αντικαθιστώντας το w που προκύπτει από τη σχέση (26) στις (24) και (25) διαμορφώνεται το ακόλουθο σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων:

$$\begin{cases} \lambda_1 e^T V^{-1} e + \lambda_2 e^T V^{-1} r = 1 \\ \lambda_1 r^T V^{-1} e + \lambda_2 r^T V^{-1} r = R \end{cases} \quad (27)$$

Δεδομένου ότι ο πίνακας V^{-1} είναι συμμετρικός, ισχύει:

$$e^T V^{-1} r = r^T V^{-1} e \quad (28)$$

Θέτοντας

$$\alpha = e^T V^{-1} e \quad (29)$$

$$b = e^T V^{-1} r = r^T V^{-1} e \quad (30)$$

$$c = r^T V^{-1} r \quad (31)$$

το σύστημα (27) προκύπτει σε πιο απλή μορφή:

$$\begin{cases} \alpha \lambda_1 + b \lambda_2 = 1 \\ b \lambda_1 + c \lambda_2 = R \end{cases} \quad (32)$$

Συνεπώς οι λύσεις του συστήματος είναι οι εξής:

$$\lambda_1 = \frac{c - bR}{ac - b^2} \quad (33)$$

$$\lambda_2 = \frac{aR - b}{ac - b^2} \quad (34)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (33) και (34) στην (2.21) υπολογίζεται ο κίνδυνος του βέλτιστου χαρτοφυλακίου :

$$Vw - \lambda_1 e - \lambda_2 r = 0 \Rightarrow$$

$$w^T V w - \lambda_1 w^T e - \lambda_2 w^T r = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma_p^2 - \lambda_1 - \lambda_2 R = 0 \Rightarrow Vw - \lambda_1 e - \lambda_2 r = 0 \Rightarrow w^T V w - \lambda_1 w^T e - \lambda_2 w^T r = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma_p^2 = \frac{aR^2 - 2bR + c}{ac - b^2} \quad (35)$$

Υπολογίζοντας τα a , b και c (τα οποία είναι ανεξάρτητα του επιθυμητού επιπέδου της απόδοσης R του χαρτοφυλακίου), η παραπάνω διαδικασία χρησιμοποιείται για τον καθορισμό της σύνθεσης και του κινδύνου του βέλτιστου χαρτοφυλακίου το οποίο ανταποκρίνεται στην επιθυμητή απόδοση. Εάν στην παραπάνω ανάλυση, δεν ληφθεί υπόψη ο περιορισμός που αφορά το επίπεδο της επιθυμητής απόδοσης, υπολογίζεται το χαρτοφυλάκιο ελάχιστου κινδύνου.

Στην περίπτωση αυτή τίθεται $\lambda_2 = 0 \Rightarrow R = b/a$. Οπότε $\lambda_1 = 1/a$.

Έτσι από τις σχέσεις (26) και (35) προσδιορίζονται η σύνθεση και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου ελάχιστου κινδύνου ως εξής:

$$w = \lambda_1 V^{-1} e + \lambda_2 V^{-2} r = \frac{1}{\alpha} V^{-1} e = \frac{V^{-1} e}{e^T V^{-1} e} \quad (36)$$

$$\sigma_p^2 = \lambda_1 + \lambda_2 R = \frac{1}{a} \quad (37)$$

Όλη η παραπάνω διαδικασία υποθέτει ότι υπάρχει δυνατότητα πραγματοποίησης ανοιχτών πωλήσεων. Πράγματι η επίλυση του παραπάνω προβλήματος βελτιστοποίησης δεν διασφαλίζει ότι $w \geq 0$. Επιπλέον, έμμεσα θεωρείται ότι όλα τα εξεταζόμενα χρεόγραφα εμπεριέχουν κάποιο βαθμό κινδύνου.

Στην παραπάνω ανάλυση, ο περιορισμός ότι το άθροισμα των ποσοστών συμμετοχής των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο θα πρέπει να είναι ίσο με τη μονάδα δεν διασφαλίζει ότι τα ποσοστά συμμετοχής θα είναι μη αρνητικά. Έτσι χρεόγραφα με αρνητικά ποσοστά συμμετοχής πρέπει να πωληθούν ανοιχτά. Εάν δεν υπάρχει δυνατότητα πραγματοποίησης ανοιχτών πωλήσεων, τότε αυτό συνεπάγεται ότι όλα τα ποσοστά συμμετοχής θα πρέπει να είναι μη αρνητικά. Θεωρώντας επιπλέον ότι δεν υπάρχει κάποιο ακίνδυνο χρεόγραφο, τότε το πρόβλημα βελτιστοποίησης για την κατασκευή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου διαμορφώνεται υπό τη μορφή του ακόλουθου τετραγωνικού προγράμματος :

Λόγω των περιορισμών μη αρνητικότητας, η διαδικασία που χρησιμοποιήθηκε προηγούμενα υπό την υπόθεση των ανοιχτών πωλήσεων δεν μπορεί πλέον να εφαρμοστεί ώστε να βρεθεί η σύνθεση του χαρτοφυλακίου αναλυτικά. Η λύση πλέον βρίσκεται χρησιμοποιώντας διαδικασίες τετραγωνικού προγραμματισμού.

2.5 ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Μία από τις πρακτικές προσέγγισης του προβλήματος είναι ο γραμμικός προγραμματισμός

2.5.1 Βασικές έννοιες

Ο γραμμικός προγραμματισμός (linear programming) αποτελεί μία από τις πιο διαδεδομένες μεθόδους επίλυσης προβλημάτων βελτιστοποίησης. Πιο συγκεκριμένα, το αντικείμενο του αναφέρεται στην επίλυση προβλημάτων της ακόλουθης μορφής:

$$\text{Μεγιστοποίηση} \quad c^T x \quad (38)$$

$$\text{Υπό τους περιορισμούς} \quad Ax \leq b \quad (39)$$

$$x \geq 0 \quad (40)$$

όπου:

- $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ είναι ένα διάνυσμα-στήλη που αναφέρεται στις μεταβλητές απόφασης

- $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ είναι ένα διάνυσμα-στήλη με τους συντελεστές των μεταβλητών απόφασης στη συνάρτηση μεγιστοποίησης
- A είναι ένας πίνακας διαστάσεων $m \times n$ κάθε στοιχείο a_{ij} του οποίου αντιστοιχεί στο συντελεστή της μεταβλητής απόφασης x_j στον περιορισμό i ,
- $b = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ είναι ένα διάνυσμα στήλη με τα δεξιά μέλη των περιορισμών.

Κάθε πρόβλημα που διατυπώνεται στη γενική μορφή αναφέρεται ως γραμμικό πρόβλημα (linear program) και αφορά στη μεγιστοποίηση μιας γραμμικής συνάρτησης (f , αντικειμενική συνάρτηση) υπό m γραμμικούς περιορισμούς και επιπλέον περιορισμούς μη αρνητικότητας για τις μεταβλητές απόφασης ($x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$).

Όπως φαίνεται από τη γενική μορφή (38) ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού, τα κύρια στοιχεία που απαιτούνται για τη διαμόρφωση ενός γραμμικού προγράμματος περιλαμβάνουν τις μεταβλητές απόφασης, την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς.

Μεταβλητές Απόφασης

Το πρώτο στάδιο της διαδικασίας μοντελοποίησης ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού είναι ο σωστός προσδιορισμός των μεταβλητών απόφασης (decision variables). Ο σωστός προσδιορισμός των μεταβλητών απόφασης είναι εξαιρετικά σημαντικός, καθώς έχει άμεσα αντίκτυπο τόσο στη μορφή που θα λάβει το γραμμικό πρόγραμμα, όσο και στην απάντηση που θα δοθεί.

Για τον ορθό προσδιορισμό των μεταβλητών απόφασης, πρέπει να προσδιοριστούν επακριβώς τα στοιχεία της απόφασης. Ουσιαστικά, οι μεταβλητές απόφασης αντιστοιχούν στα στοιχεία εκείνα τα οποία πρέπει να υπολογιστούν ως αποτέλεσμα της ανάλυσης προκειμένου να δοθεί απάντηση στο εξεταζόμενο πρόβλημα.

Αντικειμενική συνάρτηση

Η αντικειμενική συνάρτηση (objective function) αναπαριστά το κριτήριο βάσει του οποίου αξιολογείται κάθε πιθανή λύση του προβλήματος. Δηλαδή, η αντικειμενική συνάρτηση προσδιορίζει το κριτήριο επιλογής της κατάλληλης λύσης. Στα πλαίσια του γραμμικού προγραμματισμού, η αντικειμενική συνάρτηση θεωρείται ως μία γραμμική συνάρτηση των μεταβλητών απόφασης, δηλαδή :

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (41)$$

Ανάλογα με το τι εκφράζει η αντικειμενική συνάρτηση το γραμμικό πρόγραμμα μπορεί να διατυπωθεί ως πρόβλημα μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης. Ο συντελεστής c_j της μεταβλητής απόφασης x_j στην αντικειμενική συνάρτηση αναπαριστά τη συνεισφορά κάθε μονάδας της μεταβλητής στον στόχο της ανάλυσης. Οι συντελεστές των μεταβλητών στην αντικειμενική συνάρτηση είναι παράμετροι του μοντέλου και προκύπτουν από τα δεδομένα του προβλήματος.

Περιορισμοί

Οι περιορισμοί (constraints) ενός γραμμικού προγράμματος αναφέρονται συνήθως στους διαθέσιμους πόρους που περιορίζουν τη λήψη της απόφασης. Όπως και στη περίπτωση της αντικειμενικής συνάρτησης κάθε περιορισμός i εκφράζεται ως μια γραμμική συνάρτηση των μεταβλητών απόφασης, δηλαδή:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (42)$$

Το δεξιό μέλος b_i κάθε περιορισμού i αναπαριστά το ύψος του αντίστοιχου πόρου που είναι διαθέσιμος, ενώ ο συντελεστής a_{ij} αναπαριστά τη ποσότητα του πόρου i που απαιτεί κάθε μονάδα της x_j . Τόσο τα δεξιά μέλη των περιορισμών, όσο και οι συντελεστές των μεταβλητών στους περιορισμούς είναι παράμετροι του μοντέλου και προκύπτουν από τα δεδομένα του προβλήματος.

2.5.2 Στοιχεία Επίλυσης

Το αντικείμενο της επίλυσης ενός γραμμικού προγράμματος αναφέρεται στον προσδιορισμό των κατάλληλων τιμών για τις μεταβλητές απόφασης, έτσι ώστε να ικανοποιούνται όλοι οι περιορισμοί του προβλήματος και να μεγιστοποιείται ή να ελαχιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση.

Κάθε διάνυσμα x με οποιοδήποτε τιμές για τις μεταβλητές απόφασης ονομάζεται λύση (solution). Κάθε λύση που ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς ονομάζεται εφικτή λύση (feasible solution). Δηλαδή στη γενική μορφή ενός γραμμικού προγράμματος, μία λύση x είναι εφικτή αν και μόνο αν $Ax \leq b$ και $x \geq 0$. Το σύνολο των εφικτών λύσεων ονομάζεται εφικτή περιοχή (feasible region).

Κάθε γραμμικό πρόγραμμα για το οποίο το σύνολο των εφικτών λύσεων είναι κενό θεωρείται αδύνατο (infeasible). Ουσιαστικά, ένα γραμμικό πρόγραμμα είναι αδύνατο αν υπάρχουν αντικρουόμενοι περιορισμοί. Κάθε γραμμικό πρόγραμμα μεγιστοποίησης για το οποίο η μέγιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι το $+\infty$ ονομάζεται μη φραγμένο (unbounded). Περιπτώσεις γραμμικών προγραμμάτων που είναι είτε

αδύνατα είτε μη φραγμένα υποδεικνύουν ότι έχουν γίνει λάθη στη μοντελοποίηση του προβλήματος με την εσφαλμένη διαμόρφωση περιορισμών, ή και τη μη ενσωμάτωση κατάλληλων περιορισμών στο πρόβλημα, ή και την εσφαλμένη διατύπωση της αντικειμενικής συνάρτησης.

2.5.3 Μικτός ακέραιος προγραμματισμός

Ο ακέραιος προγραμματισμός ασχολείται με προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού στα οποία μερικές ή όλες οι μεταβλητές είναι ακέραιες. Στην πράξη ωστόσο εμφανίζονται προβλήματα που θα πρέπει να συμπεριλάβουν και διακριτές μεταβλητές που αναπαριστούν συνήθως κάποια απόφαση, όπως η επιλογή μιας μετοχής σε ένα χαρτοφυλάκιο. Οι μεταβλητές απόφασης παίρνουν τις τιμές 0,1. Μια επέκταση του ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού, ώστε να συμπεριληφθούν και οι διακριτές μεταβλητές απόφασης είναι ο μεικτός ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός (mixed-integer linear programming).

2.6 ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

2.6.1 Εισαγωγή

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι αποτελούν ένα σύστημα επίλυσης προβλημάτων το οποίο είναι βασισμένο στις αρχές της Φυσικής Εξέλιξης. Ειδικότερα, έχουν υιοθετηθεί στο κλάδο της επιστήμης υπολογιστών και αποτελούν μια μέθοδο αναζήτησης βέλτιστων λύσεων σε συστήματα τα οποία περιγράφουν ένα μαθηματικό πρόβλημα.

Σε συνδυασμό με τον Εξελικτικό Προγραμματισμό (Evolutionary Programming), τις Στρατηγικές Εξέλιξης (Evolution Strategies), τα Συστήματα Ταξινόμησης (Classifier Systems) και το Γενετικό Προγραμματισμό (Genetic Programming), αποτελούν μια κατηγορία συστημάτων που είναι ευρύτερα γνωστή με τον όρο Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (Evolutionary Algorithms).

Η πρώτη τους εμφάνιση χρονολογείται στις αρχές του 1950, όταν βιολόγοι επιστήμονες προσπάθησαν να χρησιμοποιήσουν υπολογιστές προκειμένου να προσομοιώσουν πολύπλοκα βιολογικά συστήματα. Η συστηματική τους ανάπτυξη ωστόσο, η οποία οδήγησε και στη μορφή με την οποία είναι γνωστοί σήμερα ως γενετικοί αλγόριθμοι πραγματοποιήθηκε στις αρχές του 1970 από τον John Holland [Holland, 1975] και τους συνεργάτες του στο Πανεπιστήμιο του Michigan.

2.6.2 Δομή γενετικών αλγορίθμων

Οι γενετικοί αλγόριθμοι (Γ.Α) οι οποίοι αντλούν την έμπνευσή τους από τη βιολογία, στηρίζονται στη λογική της επιβίωσης του βέλτιστου ατόμου (καλύτερης λύσης) ανάμεσα σε διαφορετικές γενιές ενός πληθυσμού. Κάθε γενιά που δημιουργείται, αποτελείται από ένα πληθυσμό διαφορετικών χαρακτήρων τα οποία αντιστοιχούν στα χρωμοσώματα του ανθρώπινου DNA. Κάθε άτομο αποτελεί μία πιθανή λύση στο χώρο αναζήτησης λύσεων. Τα άτομα αυτά εισάγονται σε μια διαδικασία εξέλιξης προκειμένου να εντοπιστεί η καταλληλότερη λύση.

Οι βασικές αρχές που ακολουθεί η διαδικασία εξέλιξης είναι οι εξής:

1. Αρχικά, τα άτομα ενός πληθυσμού ανταγωνίζονται για πόρους και για κατάλληλους συντρόφους.
2. Τα πιο αποδοτικά άτομα στην ανταγωνιστική αυτή διαδικασία, είναι και αυτά τα οποία θα παράγουν απογόνους.
3. Τα γονίδια από αποδοτικά άτομα (μέρη αποδοτικών λύσεων) διαδίδονται στο πλήθος με αποτέλεσμα οι νεότερες γενιές να περιέχουν αποδοτικά στοιχεία και από τους δύο γονείς κι συνεπώς να είναι βελτιωμένες.

Όπως προαναφέρθηκε, κάθε άτομο του πληθυσμού αποτελεί και μια πιθανή λύση του προβλήματος. Κάθε μία από τις λύσεις αυτές, αναπαρίσταται με ένα πεπερασμένου μήκους διάνυσμα μεταβλητών το οποίο κωδικοποιείται στο δυαδικό σύστημα. Σε αναλογία με τη γενετική διαδικασία, οι λύσεις αντιστοιχούν στα χρωμοσώματα και οι μεταβλητές/χαρακτήρες αντίστοιχα στα γονίδια.

Ο αλγόριθμος στην αφετηρία του εισάγει ένα αρχικό σύνολο λύσεων. Με τη βοήθεια μιας αντικειμενικής συνάρτησης (*συνάρτηση ικανότητας*), η οποία έχει οριστεί με βάση το αρχικό πρόβλημα και το μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιείται, σε κάθε πιθανή λύση αντιστοιχίζεται μια βαθμολογία απόδοσης (*fitness score*). Η βαθμολογία αυτή αντικατοπτρίζει την ικανότητα του ατόμου να ανταγωνιστεί. Στη συνέχεια, ο *τελεστής της επιλογής* είναι υπεύθυνος για την προτίμηση των πιο αποδοτικών ατόμων, επιτρέποντας τους να περάσουν τα γονίδια τους στις επόμενες γενιές.

Ο *τελεστής της διασταύρωσης* αποτελεί χαρακτηριστικό των γενετικών αλγορίθμων σε σχέση με άλλες τεχνικές βελτιστοποίησης. Η επιλογή των ατόμων που θα αναπαραχθούν, δηλαδή των λύσεων που θα συνδυαστούν για να προκύψουν νέες λύσεις, γίνεται με βάση το βαθμό απόδοσης τους. Η αναπαραγωγική διαδικασία ακολουθεί ένα συγκεκριμένο πρότυπο. Απαραίτητη προϋπόθεση για την επιτυχημένη έκβαση της αναζήτησης αποτελεί η εξισορρόπηση δυο διαδικασιών:

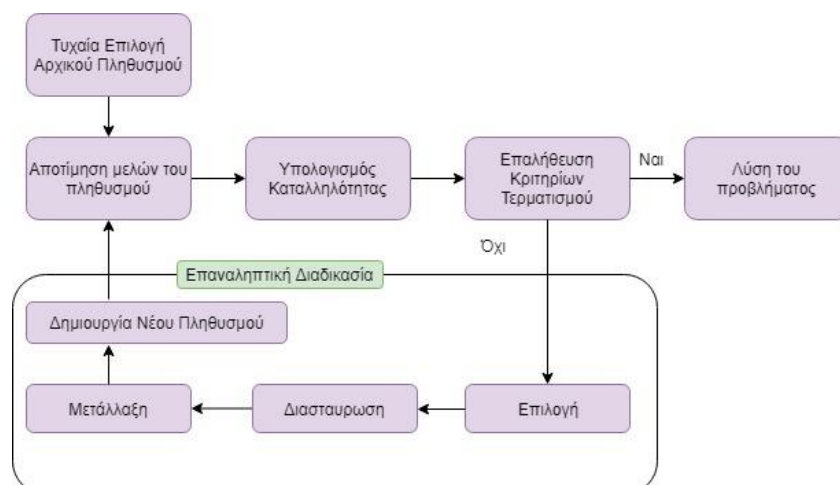
- της εκμετάλλευσης και διατήρησης των καλύτερων λύσεων και
- της όσο το δυνατόν καλύτερης εξερεύνησης όλου του χώρου πιθανών λύσεων.

Οι αποδοτικότερες λύσεις έχουν περισσότερες πιθανότητες να αναπαραχθούν και οι νέες γενιές λύσεων υιοθετούν χαρακτηριστικά αυτών των λύσεων. Αφού επιλεγθούν δύο άτομα (λύσεις) από τον πληθυσμό με χρήση του τελεστή της επιλογής, επιλέγεται με τυχαίο τρόπο ο βαθμός διασταύρωσης των δύο λύσεων. Οι δύο νέες λύσεις που προκύπτουν από τη διασταύρωση θα προστεθούν στη νέα γενιά του πληθυσμού αντικαθιστώντας δύο παλιότερες με μικρό βαθμό απόδοσης. Επομένως, λύσεις απομακρύνονται από τον αρχικό πληθυσμό και αντικαθίστανται από νέες λύσεις δημιουργώντας καθ' αυτόν τον τρόπο τις νέες γενιές λύσεων, οι οποίες ιδανικά είναι και βέλτιστες.

Ο τελεστής μετάλλαξης χρησιμοποιείται προκειμένου να αποφευχθεί η σύγκλιση αλγορίθμου σε μικρό χρονικό διάστημα σε κάποια λύση η οποία αποτελεί τοπικό μέγιστο ή ελάχιστο. Έτσι σε κάθε νέα γενιά λύσεων ένα μικρό ποσοστό επιδέχεται κάποιου είδους αλλαγή (για παράδειγμα αναστροφή κάποιων χαρακτήρων του δυαδικού συστήματος).

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται όσο οι νέες γενιές λύσεων περιέχουν καλύτερα γονίδια, δηλαδή παρουσιάζουν υψηλότερο βαθμό απόδοσης από τις προηγούμενες γενιές. Κάποια στιγμή ο αλγόριθμος αρχίζει και συγκλίνει, δηλαδή παράγονται παρόμοιες λύσεις και τα νέα άτομα παρουσιάζουν μεγάλη ομοιότητα με εκείνα των προηγούμενων γενεών. Όταν συμβεί αυτό, ο αλγόριθμος επιλέγει τη βέλτιστη λύση με κριτήριο το βαθμό απόδοσης (Fitness score).

Κατωτέρω παρουσιάζεται μια διαγραμματική απεικόνιση της διαδικασίας του γενετικού αλγορίθμου.



Εικόνα 2-1: Διαδικασία Γενετικών Αλγορίθμων

Η χρήση και των τριών τελεστών (δηλαδή του τελεστή της επιλογής, της διασταύρωσης και της μετάλλαξης) κρίνεται απαραίτητη.

Διαφορετικά, με τη χρήση αποκλειστικά του τελεστή της επιλογής ο αρχικός πληθυσμός θα γέμιζε με αντίγραφα της καλύτερης λύσης που εμπεριέχεται στον αρχικό πληθυσμό ή διαφορετικά με τη χρήση αποκλειστικά και μόνο των τελεστών της επιλογής και της διασταύρωσης, ο αλγόριθμος θα συνεκλινε σε μία βέλτιστη λύση η οποία όμως θα ήταν πιθανώς κάποιο τοπικό μέγιστο. Τέλος, χρησιμοποιώντας αποκλειστικά τον τελεστή της μετάλλαξης, θα προκαλούνταν μια τυχαία αναζήτηση στο χώρο των πιθανών λύσεων.

Συνοψίζοντας, η χρήση των τριών τελεστών (επιλογής, διασταύρωσης, μετάλλαξης) αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση για την εύρεση της αποδοτικότερης λύσης.

Ο τερματισμός του γενετικού αλγορίθμου δεν τερματίζει απαραίτητα όταν έχει βρεθεί η βέλτιστη λύση. Άλλοι παράγοντες που μπορούν να οδηγήσουν σε τερματισμό είναι οι εξής:

- έχει δοθεί συγκεκριμένος αριθμός γενεών στον οποίο τερματίζεται ο Γ.Α.
- έχει δοθεί συγκεκριμένος χρόνος εκτέλεσης για τερματισμό του Γ.Α., καθώς η διαδικασία απαιτεί σημαντική υπολογιστική δύναμη και αντίστοιχο χρόνο για να τερματίσει από μόνη της
- οι νέες γενεές συγκλίνουν και δεν παράγουν καλύτερα αποτελέσματα από τις προηγούμενες

2.6.3 Συμπεράσματα από τη χρήση γενετικών αλγορίθμων

Εν κατακλείδι, οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι ένα πεπερασμένο σύνολο οδηγιών για την εκπλήρωση ενός έργου, το οποίο δεδομένης μιας αρχικής κατάστασης θα οδηγήσει σε μια αναγνωρίσιμη τελική κατάσταση, και το οποίο προσπαθεί να μιμηθεί τη διαδικασία της βιολογικής εξέλιξης. Οι γενετικοί αλγόριθμοι προσπαθούν να βρουν τη λύση ενός προβλήματος με το να προσομοιώνουν την εξέλιξη ενός πληθυσμού 'λύσεων' του προβλήματος. Οι λύσεις εξελίσσονται μέχρι να φτάσουν, μέσω μεταλλάξεων, διασταυρώσεων και φυσικής επιλογής, σε μια αποτελεσματική φόρμουλα η οποία θα εκτελεί με τον καλύτερο δυνατό τρόπο μια συγκεκριμένη εργασία.

Η συνολική από κοινού επίδραση των γενετικών τελεστών στη λειτουργία της εξέλιξης και εύρεσης της βέλτιστης λύσης είναι καθοριστικής σημασίας. Σε συνδυασμό με τη χρήση ικανοποιητικής αρχικής λύσης μπορούν να αυξήσουν την ταχύτητα εύρεσης της βέλτιστης δυνατής λύσης. (Potvin J.Y. (1996), Genetic Algorithms for the traveling salesman problem).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

3 ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου περιλαμβάνει (α) τη δημιουργία εκτιμήσεων της μελλοντικής συμπεριφοράς των διαθέσιμων επιλογών, στη συνέχεια (β) τον καθορισμό ενός αποδοτικού συνόλου από χαρτοφυλάκια με κριτήριο τις παραπάνω εκτιμήσεις και τελικά, (γ) την επιλογή ενός χαρτοφυλακίου το οποίο ανταποκρίνεται στις προτιμήσεις του επενδυτή (Markowitz 1952). Κατ' επέκταση της θεωρίας αυτής, η σύνθεση ενός αποδοτικού χαρτοφυλακίου έχει αποτελέσει αντικείμενο εκτεταμένης έρευνας τα προηγούμενα χρόνια.

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μία επισκόπηση των μεθόδων στις οποίες στηρίζεται το μοντέλο που θα αναπτυχθεί, προκειμένου αποκτηθεί μια πληρέστερη εικόνα για την πορεία και την εξέλιξη του προβλήματος της βελτιστοποίησης.

3.2 ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

Έως και το 2003, η πλειοψηφία των δημοσιεύσεων που αφορούσαν στο πρόβλημα βελτιστοποίησης ασχολούνταν με τη δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου, το οποίο θα αντιγράφει την πορεία των αποδόσεων ενός δείκτη, μη λαμβάνοντας ωστόσο υπόψη στις αναλύσεις τους, τα υπεισερχόμενα κόστη συναλλαγών και τους περιορισμούς που συνεπάγονται αυτά.

Στα χρόνια που ακολούθησαν ωστόσο, τα κόστη συναλλαγών αποτέλεσαν βασική παράμετρο στην προσπάθεια της βελτιστοποίησης και οι ερευνητές εισήγαγαν τον επιπλέον αυτό περιορισμό στη διαδικασία.

Στον πίνακα που παρατίθεται, αναφέρονται ενδεικτικά, ο τίτλος, οι συγγραφείς, καθώς και το έτος δημοσίευσης σημαντικών μελετών που αφορούν στο αντικείμενο της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων¹.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3-1: Δημοσιεύσεις που μελετήθηκαν

Τίτλος	Συγγραφείς	Περιοδικό	Έτος
--------	------------	-----------	------

¹ An evolutionary heuristic for the index tracking problem, J.E.Beasley,N.Meade,T.J Chan -2003

Mixed-integer programming approaches for index tracking and enhanced indexation, N.A Canakgoz, J.E Beasley-2008

Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίων με Παθητικές Στρατηγικές και Χρήση Γενετικών Αλγορίθμων: Συγκριτική Αξιολόγηση Μοντέλων, Καραϊσκος Σωτήριος, 2013

Optimal selection of passive portfolios	A.Rudd	<i>Financial Management</i>	1980
Tracking the Euro-Pac index	W.M. Toy, M.A. Zurack	<i>The Journal of Portfolio Management</i> 15 (2)	1989
Developing and maintaining an equity index fund	N. Meade, G.R. Salkin	<i>Journal of the Operational Research Society</i> 40	1990
A simple algorithm to incorporate transaction costs in quadratic optimization	C.J. Adcock, N. Meade	<i>European Journal of Operational Research</i> 79	1994
Integrated simulation and optimization models for tracking indices of fixed-income securities	K.J. Worzel, C. Vassiadou-Zeniou, S.A. Zenios	<i>Operations Research</i> 42	1994
Integrated simulation and optimization models for tracking international fixed income indices	A. Consiglio, S.A. Zenios	<i>Mathematical Programming</i> 89	2001
Cash management for index tracking	G. Connor, H. Leland	<i>Financial Analysts Journal</i> 51 (6)	1995
Optimal index tracking under transaction costs and impulse control	I.R.C. Buckley, R. Korn	<i>International Journal of Theoretical and Applied Finance</i> 1	1998
Bicriteria optimization problem of designing an index fund	Y. Tabata, E. Takeda	<i>Journal of the Operational Research Society</i> 46	1995
Optimal hedging using co-integration	C.Alexander	<i>Mathematical, Physical and Engineering Sciences</i> 357	1999
Beating a moving target: Optimal portfolio strategies for outperforming a stochastic benchmark	S. Browne	<i>Finance and Stochastics</i> 3	1999
A note on the exact replication of a stock index with a multiplier rounding method	G. Dorfleitner	<i>OR Spektrum</i> 21	1999
A linear model for tracking error minimization	M. Rudolf, H.-J. Wolter, H. Zimmermann	<i>Journal of Banking & Finance</i> 23	1999
Equity index replication with standard and robust regression estimators	G. Bamberg, N. Wagner	<i>Financial Analysts Journal</i> 57 (2)	2000
Tracking error and tactical asset allocation	M. Ammann, H. Zimmermann	<i>Financial Analysts Journal</i> 57 (2)	2001
The threshold accepting heuristic for index tracking	M. Gilli, E. Kellezi	<i>Financial Engineering E-Commerce and Supply Chain</i>	2002
Optimal benchmark tracking with small portfolios	R. Jansen, R. VanDijk	<i>Journal of Portfolio Management</i> 28	2002
An evolutionary heuristic for the index tracking problem	J.E. Beasley, N. Meade,	<i>European Journal of Operational Research</i> 148	2003

	T.-J. Chang		
Meta-heuristic based decision support for portfolio optimization with a case study on tracking error minimization in passive portfolio management	U. Derigs, N.-H. Nickel	<i>OR Spectrum 25</i>	2003
Index tracking with constraint aggregation	N. Okay, U. Akman	<i>Applied Economics Letters 10</i>	2003
A methodology for index tracking based on time series clustering	S.M. Focardi, F.J. Fabozzi	<i>Quantitative Finance 4</i>	2004
Optimal portfolio selection and dynamic benchmark tracking	A.A. Gaivoronoski, S. Krylov, N. van der Wijst	<i>European Journal of Operational Research 163</i>	2005
Using genetic algorithm to support portfolio optimization for index fund management	K.J. Oh, T.Y. Kim, S. Min	<i>Expert Systems with Applications 28</i>	2005
Factor based index tracking	F. Corielli, M. Marcellino	<i>Journal of Banking and Finance 30</i>	2006
Tracking a financial benchmark using a few assets	D.D. Yao, S. Zhang, X.Y. Zhou	<i>Operations Research 54</i>	2006
A downside risk analysis based on financial index tracking model	L. Yu, S. Zhang, X.Y. Zhou,	<i>Stochastic Finance</i>	2006
A two-stage stochastic mixed-integer programming approach to the index tracking problem	A.S.J. Stoyan, B.R.H. Kwon	<i>Optimization and Engineering 11</i>	2007
Enhanced index investing based on goal programming	L.C. Wu, S.C. Chou, C.C. Yang, C.S. Ong	<i>International Journal of Production Economics, Elsevier, vol. 193</i>	2007
Hedging diffusion processes by local risk minimization with applications to index tracking	D. Colwell, N. El-Hassan, O.K. Kwon	<i>Journal of Economic Dynamics and Control 31</i>	2007
Mixed-integer programming approaches for index tracking and enhanced indexation	N.A Canakgoz, J.E Beasley	<i>European Journal of Operational Research 196</i>	2008
Transaction Cost Analysis to Optimize Trading Strategies	C. Gomes, H. Waelbroeck	<i>The Journal of Trading</i>	2010
Why track inefficiency?	B. Boscaljon, G. Filbeck, X. Zhao	<i>The Journal of Index Investing</i>	2011
Detection of momentum effects using an index out-performance strategy	N.Meade, J.E. Beasley	<i>Quantitative Finance 11 (2)</i>	2011

Kernel Search: An application to the index tracking problem	G.Guastaroba, M.G.Speranza	<i>European Journal of Operational Research</i> 217 (1)	2012
Portfolio rebalancing with an investment horizon and transaction costs	J.E. Beasley, M. Woodside-Oriakhi, C. Lucas	<i>Omega</i> 41 (2)	2013
Quantile regression for index tracking and enhanced indexation	J.E. Beasley, H. Mezali	<i>Journal of Operational Research Society</i> 64	2013
Portfolio optimization: models and solution approaches	J.E. Beasley	<i>The institute for Operations Research and Management Sciences</i>	2013
Stock index tracking by Pareto efficient genetic algorithm	He Ni , Yongqiao Wang	<i>Applied Soft Computing</i> (13)	2013
Enhanced index tracking with multiple time-scale analysis	Qian Li, Liang Bao	<i>Economic Modelling</i> 39 .	2014
Enhanced index tracking optimal portfolio selection	Wanderlei Limade Paulo, Estela Marade Oliveira, Oswaldo Luizdo, Valle Costa	<i>Finance Research Letters</i> vol.16	2016
A heuristic framework for the bi-objective enhanced index tracking problem	C.Filippi, G.Guastaroba, M.G.Speranza	<i>Omega, Elsevier, vol. 65(C)</i>	2016
A constrained cluster-based approach for tracking the S&P	Dexiang Wu, Roy H. Kwon, Giorgio Costa	<i>International Journal of Production Economics, Elsevier, vol. 193</i>	2017
Index tracking with controlled number of assets using a hybrid heuristic combining genetic algorithm and non-linear programming	Leonardo Riegel Sant'Anna , Tiago Pascoal Filomena & Pablo Cristini Guedes & Denis Borenstein	<i>Annals OR</i>	2017
Dynamic Index Tracking and Risk Exposure Control Using Derivatives	T. Leung B. Ward		2017
Optimal construction and rebalancing of index-tracking portfolios	O. Strub, P. Baumann	<i>European Journal of Operational Research, Elsevier, vol. 264(1)</i>	2018
Diversity and Sparsity: A New Perspective on Index Tracking	Yongxin Yang & Yu Zheng & Timothy M. Hospedales,		2018

Στο κείμενο που ακολουθεί παρατίθεται μία συνοπτική αναφορά των δημοσιεύσεων που έχουν γίνει στα παρελθόντα έτη.

Ο Rudd (1980) δημιούργησε έναν ευριστικό (heuristic) αλγόριθμο βελτιστοποίησης ενώ παράλληλα παρουσίασε ένα μοντέλο παραγόντων (factor model). Το μοντέλο

παραγόντων αποτελεί ένα εργαλείο το οποίο συσχετίζει την απόδοση μιας μετοχής με έναν ή περισσότερους οικονομικούς παράγοντες. Για παράδειγμα, ένα μοντέλο παράγοντα, εκτελεί μία γραμμική παλινδρόμηση για την απόδοση κάθε μετοχής σε σχέση με την απόδοση του δείκτη στον οποίο ανήκει. Για κάθε μετοχή i , δημιουργείται μία εξίσωση της μορφής :

$$\text{stock return } i = \text{constant} + \beta_i * \text{index Return} \quad (43)$$

η οποία υπολογίζει την απόδοση του δείκτη. Στην συνέχεια κατασκευάζεται ένα μοντέλο που στοχεύει στην ελαχιστοποίηση της διακύμανσης, με τον περιορισμό ότι ο συντελεστής βήτα (beta) του χαρτοφυλακίου είναι ίσος με 1 (αφού ο συντελεστής παλινδρόμησης του δείκτη είναι ίσος με 1), και επιλύεται το σύστημα προκειμένου να βρεθεί το χαρτοφυλάκιο που ακολουθεί καλύτερα τον δείκτη. Επιπλέον, ο Rudd πρότεινε να συμπεριληφθούν τα κόστη συναλλαγών στην αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου παραγόντων, εισάγοντας μία παράμετρο στάθμισης, προκειμένου να αποθαρρύνει τις επιπλέον συναλλαγές μετά τη δημιουργία του αρχικού χαρτοφυλακίου. Η προσέγγισή του ανταποκρίνεται σε περιπτώσεις στις οποίες τα κόστη συναλλαγών δεν είναι περιορισμένα και καλύπτονται από ξεχωριστό λογαριασμό. Παρουσίασε αποτελέσματα για σύνθεση χαρτοφυλακίων που ακολουθούν τον δείκτη S&P 500.

Οι Toy και Zurack (1989) μελέτησαν τη διαδικασία δημιουργίας παθητικών χαρτοφυλακίων χρησιμοποιώντας αφενός τον δείκτη Euro-Pac, ο οποίος περιλάμβανε 1650 μετοχές, και αφετέρου τον δείκτη FT, ο οποίος περιλάμβανε περίπου 2400 μετοχές σε 24 χώρες καλύπτοντας 36 βιομηχανικούς κλάδους. Αρχικά, η προσέγγιση τους στόχευε στη δημιουργία παθητικών χαρτοφυλακίων που ακολουθούν δείκτες μεμονωμένων χωρών και εν συνεχεία στη δημιουργία ενός ‘γενικού’ χαρτοφυλακίου από το συνδυασμό των παραπάνω. Η έρευνα αυτή ήταν θεωρητική καθώς δεν ασχολήθηκαν με τον τρόπο με τον οποίο θα γίνεται η βελτιστοποίηση και χρησιμοποιήθηκε λογισμικό βελτιστοποίησης το οποίο ήταν διαθέσιμο στο εμπόριο.

Οι Meade και Salkin (1989) όρισαν το σφάλμα αποτύπωσης (tracking error) το 1989. Η διατύπωση τους συνέβαλλε στην επίλυση του προβλήματος κάνοντας χρήση τετραγωνικού προγραμματισμού. Επιπλέον, μελέτησαν τις επιπτώσεις που θα είχε το χαρτοφυλάκιο εάν προχωρούσαν σε περαιτέρω περιορισμό του, ώστε να έχει αντίστοιχα χαρακτηριστικά με αυτά του δείκτη. Χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα από την αγορά του Τόκιο, απέδειξαν ότι ο περιορισμός αυτός δεν αποδίδει κάποιο όφελος. Στη συνέχεια, το 1990 μελέτησαν τη διαδικασία της βελτιστοποίησης με δεδομένη την παραδοχή ότι οι αποδόσεις των μετοχών και του δείκτη ακολουθούν μία

παλινδρομική γύρω από τον εαυτό τους πορεία με συγκεκριμένους φυσικά περιορισμούς. Χρησιμοποιώντας την παραδοχή αυτή, επέλυσαν το πρόβλημα βελτιστοποίησης με χρήση τετραγωνικού προγραμματισμού, και κάνοντας χρήση ιστορικών δεδομένων από το χρηματιστήριο του Λονδίνου. Με αυτόν τον τρόπο αποδείχθηκε η αποτελεσματικότητα της περιοδικής αναπροσαρμογής του παθητικού χαρτοφυλακίου που κατασκευάστηκε με το μοντέλο τους. Στη μελέτη λήφθηκαν υπόψη τα κόστη συναλλαγών σε κάθε αναπροσαρμογή του χαρτοφυλακίου, αλλά δεν προστέθηκε κάποιος επιπλέον περιορισμός στη μοντελοποίηση τους, ως προς το ποσοστό της επένδυσης που δαπανούν.

Οι Adcock και Meade (1994) ασχολήθηκαν με το πρόβλημα της ανακατανομής των μετοχών ενός παθητικού χαρτοφυλακίου, στην οποία επιβάλλονται κόστη συναλλαγών σε κάθε αγοροπωλησία. Τα κόστη αυτά συμπεριλαμβάνονται με τη χρήση ενός παράγοντα στάθμισης στην αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου, ωστόσο δεν είναι λεπτομερώς ορισμένα, καθώς δεν υπάρχει κάποιος περιορισμός ως προς το ποσοστό του διαθέσιμου κεφαλαίου που καταναλώνεται σε αυτά.

Οι Worzel et al. (1994) παρουσίασαν μία προσέγγιση η οποία βασιζόταν στην εκτέλεση πολλαπλών πιθανών σεναρίων δημιουργίας χαρτοφυλακίων, κατά την παρακολούθηση ενός συγκεκριμένου δείκτη (mortgage index). Η μοντελοποίηση του προβλήματος, το οποίο εξετάζει τα ιστορικά στοιχεία μίας μόνο περιόδου, είναι σχεδιασμένο ώστε να μεγιστοποιεί την αναμενόμενη απόδοση ενώ ταυτόχρονα να περιορίζει, σε κάθε πιθανό σενάριο, την πιθανότητα η απόδοση του χαρτοφυλακίου να πέσει κάτω από την απόδοση του δείκτη. Η συγκεκριμένη μοντελοποίηση συμπεριλαμβάνει τα κόστη συναλλαγής, αλλά και σε αυτήν την έρευνα δεν υπάρχει κάποιος περιορισμός ως προς το ποσό που δαπανάται σε αυτά.

Μία παρόμοια προσέγγιση χρησιμοποιήθηκε από τους Consiglio και Zenios (2001) με στόχο την παρακολούθηση ενός δείκτη ομολόγων. Στοχεύοντας στην παρακολούθηση του δείκτη ομολόγων αλλά σε διάρκεια πολλών χρονικών περιόδων, οι Zenios et al. παρουσίασαν ένα νέο μοντέλο στο οποίο χρησιμοποιείται στοχαστικός προγραμματισμός (stochastic programming). Πραγματοποιούνται επίσης εκτενή πειράματα, ώστε να επικυρωθεί η αποτελεσματικότητα του μοντέλου έναντι της αβεβαιότητας και να αξιολογηθεί η απόδοση του έναντι των αντίστοιχων μοντέλων που εξετάζουν μία χρονική περίοδο. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι με τη χρήση του μοντέλου αυτού, η απόδοση ήταν σημαντικά ανώτερη.

Οι Connor και Leland (1995) ερεύνησαν το πρόβλημα διαχείρισης κεφαλαίου στις περιπτώσεις όπου το υπό εξέταση χαρτοφυλάκιο υπόκειται σε τυχαίες εισροές ή εκροές χρημάτων. Σε αυτές τις περιπτώσεις και προκειμένου να αποφευχθεί η απώλεια

ποσοστού του συνολικού κεφαλαίου σε κόστη συναλλαγής, είναι προτιμότερο ένα ποσοστό του κεφαλαίου να ρευστοποιείται ή να επενδύεται σε διαφορετικούς πόρους και να μην συμμετέχει στο σχηματισμό του χαρτοφυλακίου. Στην προσέγγιση τους θεωρούν ως δεδομένο ότι το παθητικό χαρτοφυλάκιο ακολουθεί τη στρατηγική της πλήρους αντιγραφής (full replication), και ότι δεν υπάρχει περιορισμός στο ποσό που δαπανάται σε κόστη συναλλαγής

Οι Buckley και Korn (1998) στηριζόμενοι στο μοντέλο αυτό, επεκτάθηκαν και θεώρησαν τα κόστη συναλλαγής ως προκαθορισμένες σταθερές.

Οι Tabata και Takeda (1995) ασχολήθηκαν με το πρόβλημα της βελτιστοποίησης και εστίασαν στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης μεταξύ της απόδοσης ενός δείκτη και της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου που παρακολουθεί το δείκτη αυτόν. Επιπρόσθετα, εισήγαγαν έναν περιορισμό για τον ακριβή αριθμό των μετοχών που θα συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο. Παρουσίασαν έναν ευριστικό αλγόριθμο για τη λύση του προβλήματος, και πραγματοποίησαν μια προσομοίωση που περιλάμβανε 15 μετοχές.

Αργότερα, το 1999 η Alexander χρησιμοποίησε ιστορικά δεδομένα τόσο των μετοχών ενός δείκτη όσο και του ίδιου του δείκτη, ώστε να βρει ποιές από τις μετοχές ακολουθούσαν μία στατιστική ιδιότητα κοινή με την αντίστοιχη του δείκτη (cointegration). Οι μετοχές που επικρατούσαν επιλέγονταν για τη σύσταση του χαρτοφυλακίου και δόθηκε μια προσομοίωση της προσέγγισης αυτής με χρήση του δείκτη MSCIEAFE.

Ο Browne (1999) αντιμετώπισε το πρόβλημα κατασκευής χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας μεγέθη γεωμετρικής απόδοσης (continuous-time) και θεωρώντας ότι το αντικείμενο του επενδυτή είναι απλά να ξεπεράσει την απόδοση ενός δείκτη αναφοράς. Ερεύνισε τρόπους για να βρεθεί κάθε φορά η κατάλληλη παθητική στρατηγική διαχείρισης, ώστε η απόδοση του χαρτοφυλακίου που κατασκευάζεται να ξεπερνάει κατά ένα προκαθορισμένο ποσοστό την απόδοση του δείκτη αναφοράς, χωρίς όμως να πέφτει ποτέ χαμηλότερα από αυτήν (επίσης κατά ένα προκαθορισμένο ποσοστό). Επίσης συμπεριέλαβε στην έρευνα του στόχους που έχουν σχέση με την ελαχιστοποίηση του απαραίτητου χρόνου μέχρι η απόδοση του χαρτοφυλακίου να φτάσει στα επιθυμητά επίπεδα. Χρησιμοποίησε ένα στοχαστικό πλαίσιο ελέγχου για τη διαδικασία βελτιστοποίησης, αλλά δεν συμπεριέλαβε σε αυτήν τα κόστη συναλλαγής.

Ο Dorfleitner (1999) μελετώντας την περίπτωση της πλήρους αντιγραφής, εστίασε στο πρόβλημα της στρογγυλοποίησης του αριθμού των κομματιών της κάθε μετοχής που

συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο. Η προσομοίωση και η παρουσίαση αποτελεσμάτων στηρίχτηκε στον γερμανικό δείκτη DAX.

Οι Rudolf et al. (1999) πρότειναν τέσσερις διαφορετικούς γραμμικούς ορισμούς του σφάλματος αποτύπωσης. Σε όλες τις περιπτώσεις έγινε χρήση της απόλυτης τιμής της διαφοράς μεταξύ της απόδοσης του χαρτοφυλακίου και του δείκτη που αυτός ακολουθεί. Τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν, σχετίζονταν με την ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης για τη δημιουργία του χαρτοφυλακίου, και στηρίχτηκαν στην παγκόσμια αγορά MSCI χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα έξι δεικτών διαφορετικών χωρών.

Οι Bamberg και Wagner (2000) αναλογίστηκαν το πρόβλημα της δημιουργίας παθητικών χαρτοφυλακίων με τη μέθοδο της γραμμικής παλινδρόμησης, χρησιμοποιώντας ένα σταθερό υποσύνολο των μετοχών του δείκτη. Παρουσίασαν αποτελέσματα προσομοιώνοντας ένα χαρτοφυλάκιο με 20 μετοχές.

Οι Ammann και Zimmermann (2001) ερεύνησαν την σχέση μεταξύ στατιστικών μέτρων του σφάλματος αποτύπωσης και της ύπαρξης περιορισμών στα ποσοστά συμμετοχής χρεογράφων σε παθητικά χαρτοφυλάκια. Ειδικότερα ασχολήθηκαν με τον εντοπισμό των σφαλμάτων αποτύπωσης που θα εμφανίζονταν αν η σύσταση του χαρτοφυλακίου απέκλινε από τη σύσταση του αντίστοιχου δείκτη, με μέτρο το ποσοστό που κατέχει η κάθε μία από τις βασικές κατηγορίες χρεογράφων. Οι μετρήσεις έγιναν σε χαρτοφυλάκια που εμφάνιζαν τη μικρότερη συσχέτιση (στη σύστασή τους) με το δείκτη, σύμφωνα με το παραπάνω μέτρο.

Οι Gilli και Kellezi (2001) παρουσίασαν έναν αλγόριθμο για τη λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης, ο οποίος περιόριζε τα κόστη συναλλαγής κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο. Η επιλογή νέων λύσεων βασίζεται στη διαφορά που έχουν οι λύσεις σε σχέση με την καλύτερη, μέχρι το σημείο αυτό, λύση. Αν η διαφορά αυτή δεν υπερβαίνει ένα όριο, τότε η αντίστοιχη λύση επιλέγεται για το σχηματισμό της νέας γενιάς, μέχρι να βρεθεί η βέλτιστη λύση. Ο αλγόριθμος κινείται μεταξύ των λύσεων επιλέγοντας ένα χρεόγραφο για αγορά και ένα για πώληση. Παρουσιάστηκαν αποτελέσματα εφαρμογής του αλγορίθμου σε προβλήματα που περιλάμβαναν μέχρι και 528 χρεόγραφα. Το λογισμικό που ανέπτυξαν επέλυσε το πρόβλημα της βελτιστοποίησης με τα περισσότερα χρεόγραφα σε 22 sec (χρησιμοποιώντας έναν PentiumIII, 800Mhz).

Οι Jansen και vanDijk (2002) ασχολήθηκαν με την ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης σε προβλήματα στα οποία παρουσιάζοταν περιορισμός ως προς τον αριθμό των μετοχών που θα συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο. Στην προσέγγισή τους δημιούργησαν μια αντικειμενική συνάρτηση η οποία στόχευε στην ελαχιστοποίηση

του σφάλματος αποτύπωσης για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο και για ένα συγκεκριμένο αριθμό μετοχών. Αφού γινόταν η επιλογή των μετοχών που θα συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο, τα βάρη της καθεμίας αποφασίζονταν με χρήση τετραγωνικού προγραμματισμού. Παρουσίασαν τα υπολογιστικά αποτελέσματα σε προσομοιώσεις που έγιναν σε δείκτες μέχρι και 250 μετοχών, αλλά δεν συμπεριέλαβαν στην παρουσίαση τους λεπτομερείς χρόνους εκτέλεσης. Με τον ίδιο τρόπο εργάστηκαν και οι Coleman et al.(2006), οι οποίοι παρουσίασαν αποτελέσματα της προσομοίωσης που πραγματοποίησαν σε δείκτες όπως οι HangSeng, και DAX, αλλά δεν έδωσαν χρόνους εκτέλεσης.

Οι Beasley et al. (2003) ασχολήθηκαν με το πρόβλημα βελτιστοποίησης και παρουσίασαν έναν ευριστικό αλγόριθμο, ο οποίος βασίζεται στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης σε σχέση με την απόδοση που ξεπερνάει το δείκτη. Στο μοντέλο που παρουσιάστηκε, λήφθηκαν υπόψη και τα κόστη συναλλαγής, καθώς υπάρχει η δυνατότητα αναπροσαρμογής ενός χαρτοφυλακίου σε κάποια χρονική στιγμή, και όχι μόνο στη δημιουργία του. Επίσης, περιορίζεται ο αριθμός των μετοχών που δύνανται να συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο που δημιουργείται. Παρουσιάστηκαν τέλος αποτελέσματα για πέντε διαφορετικές προσομοιώσεις, με βάση ιστορικά στοιχεία από σημαντικές αγορές (S&P, Nikkei, HangSeng, DAX, FTSE).

Οι Derigs και Nickel (2003) παρουσίασαν μια προσομοίωση ανακατασκευής χαρτοφυλακίου με τη χρήση ενός ευριστικού αλγόριθμου. Στο μοντέλο αυτό, η απόδοση και η διακύμανση των μετοχών προέρχονται από ένα γραμμικό μοντέλο πολλών παραγόντων. Οι προαναφερόμενοι παράγοντες είναι βασισμένοι σε μακροοικονομικά μεγέθη. Παρουσίασαν περιορισμένα αποτελέσματα προσομοιώσεων που έγιναν σε 202 μετοχές, του γερμανικού δείκτη DAX30 και του STOXX200. Επιπρόσθετα, ανέφεραν ότι ο χρόνος εκτέλεσης του προγράμματος που ανέπτυξαν ανερχόταν στα 118 δευτερόλεπτα με τη χρήση ενός PentiumIII. Τέλος, δήλωσαν ότι το μοντέλο τους χρειαζόταν μερικά λεπτά για να λύσει το πρόβλημα της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίων που ακολουθούν δείκτες 500 μετοχών, όπως ο δείκτης MSCI World Developed Market.

Οι Okay και Akman (2003) χρησιμοποίησαν συσχετισμό περιορισμών (constraint aggregation). Στηριζόμενοι στο μοντέλο των Beasley et al., αφού επεκτάθηκαν στη συνάθροιση περιορισμών δημιούργησαν ένα μη-γραμμικό μοντέλο μικτού ακέραιου προγραμματισμού. Χρησιμοποιώντας δεδομένα 31 μετοχών του χρηματιστηρίου του HangSeng, πραγματοποίησαν μια προσομοίωση η οποία έδειξε ότι τα αποτελέσματα του αρχικού μοντέλου και του μοντέλου μετά την προσθήκη της πρόσθεσης περιορισμών είναι περίπου τα ίδια. Η διαφορά έγκειται στους χρόνους εκτέλεσης των

μοντέλων, με το αρχικό να χρειάζεται 487 δευτερόλεπτα ενώ το δικό τους 117 δευτερόλεπτα στην ίδια ακριβώς προσομοίωση.

Οι Focardi και Fabozzi (2004) υποστήριξαν τη χρήση της ομαδοποίησης δεδομένων (clustering) για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Στην προσέγγιση τους χρησιμοποιούν τις ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των χρονοσειρών των τιμών των διαφόρων μετοχών σαν βάση για μια ιεραρχική ομαδοποίηση. Με το σχηματισμό των ομάδων των μετοχών, επιλέγεται μία (ή περισσότερες) μετοχές από κάθε ομάδα για να συμπεριληφθεί στο χαρτοφυλάκιο. Τα υπολογιστικά αποτελέσματα της έρευνας αυτής ωστόσο, δεν παρουσιάστηκαν.

Οι Gaiivoronoski et al. (2005) ερεύνησαν το πρόβλημα του προσδιορισμού της διαφοράς μεταξύ της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου που ακολουθεί ένα δείκτη, και της απόδοσης του ίδιου του δείκτη. Ασχολήθηκαν επιπρόσθετα, με διάφορους τρόπους αναπροσαρμογής ενός τέτοιου χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας έναν ευριστικό αλγόριθμο. Στον αλγόριθμο αυτό, η αρχική επιλογή των μετοχών προκύπτει από τη λύση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμό στο πλήθος τους. Στη συνέχεια, οι μετοχές κατατάσσονται με βάση την εμφάνιση τους στο μη-περιορισμένο χαρτοφυλάκιο. Η προσομοίωση πραγματοποιήθηκε σε 65 μετοχές από το χρηματιστήριο του Όσλο, αλλά δεν δόθηκαν οι χρόνοι εκτέλεσης του μοντέλου.

Οι Oh et al. (2005) ξεκίνησαν ορίζοντας μία συνάρτηση προτεραιότητας για κάθε μετοχή, η οποία προσέθετε με διαφορετικά βάρη την κεφαλαιοποίηση της μετοχής, τον αριθμό των αγοραπωλησιών στις οποίες υπόκεινται τα κομμάτια της και το συντελεστή βήτα ως ορίστηκε στη σχέση (43). Εφαρμόστηκε ένας απλός ευριστικός αλγόριθμος που χρησιμοποιούσε τις συναρτήσεις προτεραιότητας, προκειμένου να βρεθεί η συμμετοχή της κάθε μετοχής στο παθητικό χαρτοφυλάκιο. Στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε ένας άλλος γενετικός αλγόριθμος προκειμένου να αποφασιστούν τα βάρη της κάθε μετοχής. Τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν αφορούσαν τον κορεάτικο δείκτη KOPSI 200, αλλά δεν δόθηκαν χρόνοι εκτέλεσης της προσομοίωσης.

Οι Corielli και Marcellino (2006) παρουσίασαν μία στρατηγική βελτιστοποίησης, η οποία στηρίζεται στην παραδοχή ότι οι τιμές των μετοχών εξαρτώνται από ένα μοντέλο παραγόντων. Στην προσέγγιση τους, ο δείκτης και το χαρτοφυλάκιο ακολουθούν κοινή δομή παραγόντων. Με βάση έναν ευριστικό αλγόριθμο πραγματοποιείται η επιλογή των μετοχών του χαρτοφυλακίου, ο οποίος αρχικά ελέγχει ορισμένους παράγοντες του δείκτη και στη συνέχεια αναζητά ποιος συνδυασμός μετοχών ανταποκρίνεται καλύτερα σε αυτούς. Ο συνδυασμός ο οποίος παρουσιάζει τη μικρότερη διαφορά με τους επιλεγμένους παράγοντες επιλέγεται για τη σύνθεση του χαρτοφυλακίου. Τα αποτελέσματα της μεθόδου αυτής αφορούσαν μια τροποποιημένη εκδοχή του

Eurostoxx 50, χωρίς να παρουσιαστούν οι χρόνοι προσομοίωσης. Ο νέος δείκτης ο οποίος αποτελούσε την τροποποιημένη εκδοχή προέκυψε από την κανονικοποίηση του αρχικού με βάση τις μετοχές που είναι διαθέσιμες για επιλογή.

Οι Yao et al. (2006) εξέτασαν το πρόβλημα παρακολούθησης ενός δείκτη αναφοράς (benchmark) με τη χρήση ενός χαρτοφυλακίου αποτελούμενου από μικρό πλήθος μετοχών. Το πρόβλημα βελτιστοποίησης μοντελοποιήθηκε ως ένα στοχαστικό γραμμικό πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού, το οποίο απαιτούσε να είναι γνωστός ο ακριβής αριθμός των μετοχών που θα συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο. Τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν παρακολουθούσαν το δείκτη HangSeng και τα χαρτοφυλάκια αποτελούνταν από τέσσερις ή πέντε μετοχές (χωρίς περιορισμό στις ανοιχτές πωλήσεις), αλλά δεν δόθηκαν οι αντίστοιχοι χρόνοι. Τέλος, στο μοντέλο τους δεν συμπεριέλαβαν τα κόστη συναλλαγής.

Οι Yu et al. (2006) παρουσίασαν ένα τροποποιημένο μοντέλο του Markowitz για παθητικά χαρτοφυλάκια. Το μοντέλο αυτό, προϋποθέτει ότι η παρακολούθηση ενός δείκτη σχετίζεται με τον περιορισμό της πιθανότητας η απόδοση του χαρτοφυλακίου να πέσει κάτω από την απόδοση του σχετικού δείκτη (downside risk). Στην προσέγγιση τους επιτρέπονται οι ανοιχτές πωλήσεις και υπάρχει η υπόθεση ότι οι αποδόσεις των μετοχών ακολουθούν κανονική κατανομή. Παρουσίασαν επίσης ένα μικρό αριθμητικό παράδειγμα χρησιμοποιώντας μετοχές από τον δείκτη HangSeng.

Οι Stoyan και Kwon (2007) παρουσίασαν μία προσέγγιση της διαδικασίας βελτιστοποίησης βασισμένη σε ένα στοχαστικό μοντέλο δύο φάσεων. Το αντικείμενο τους είναι ένα μη-σταθμισμένο άθροισμα τριών στοιχείων. Τα στοιχεία αυτά είναι (α) η απόλυτη τιμή της διαφοράς μεταξύ της τιμής του χαρτοφυλακίου και της τιμής του αντίστοιχου δείκτη, (β) η απόλυτη τιμή των διαφοροποιήσεων από την αναμενόμενη επένδυση σε συγκεκριμένους τομείς, και (γ) ο αριθμός των κομματιών των μετοχών που συναλλάσσονται. Παρουσιάστηκαν αποτελέσματα που αφορούσαν το δείκτη του Καναδά S&P/TSX σε μια προσομοίωση με 1150 μετοχές .

Οι Wu et al. (2007) παρουσίασαν ένα μοντέλο, αντικείμενο του οποίου ήταν η παρακολούθηση και στη συνέχεια η προσπάθεια να ξεπεραστεί σε ένα βαθμό η απόδοση ενός δείκτη. Το μοντέλο αυτό είχε δύο στόχους. Ο πρώτος στόχος σχετίζεται με την αναμενόμενη απόδοση, ενώ ο δεύτερος με το αναμενόμενο σφάλμα. Στην εργασία τους εμφανίζεται η υπόθεση ότι η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου σχετίζεται με την απόδοση του δείκτη. Παρουσιάστηκαν αποτελέσματα από προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν στο χρηματιστήριο της Ταϊλάνδης, αλλά δεν δόθηκαν οι αντίστοιχοι χρόνοι.

Οι Colwell et al. (2007) προκειμένου να επιλέξουν το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο υιοθέτησαν μία δυναμική προσέγγιση, η οποία έγκειται στην ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Το χαρτοφυλάκιο που επιλέγεται είναι αυτό το οποίο παρουσιάζει το μικρότερο κίνδυνο ανάμεσα στα χαρτοφυλάκια που δημιουργούνται με τη χρήση παθητικών στρατηγικών. Η μοντελοποίηση ωστόσο αυτή δεν εξετάζει τα κόστη συναλλαγής, ούτε περιορίζει τη δυνατότητα ανοιχτών πωλήσεων. Το μοντέλο εφαρμόστηκε σε χαρτοφυλάκια, στα οποία συμμετέχουν οι εννιά από τις δέκα ισχυρότερες μετοχές του S&P 500.

Οι Canakgoz και Beasley (2008) παρουσίασαν μία μοντελοποίηση του προβλήματος βελτιστοποίησης, στην οποία χρησιμοποιούν μικτό ακέραιο γραμμικό προγραμματισμό. Το μοντέλο είναι τριών φάσεων και στοχεύει στην επιλογή του καλύτερου χαρτοφυλακίου που ακολουθεί έναν δείκτη. Στη πρώτη φάση επιχειρείται να τεθεί το σημείο τομής με τον άξονα (regression intercept) στην ελάχιστη δυνατή απόσταση από το μηδέν. Σε δεύτερη φάση γίνεται προσπάθεια να τεθεί η κλίση της παλινδρόμησης (regression slope) με τη βέλτιστη λύση να προσεγγίζει τη μονάδα. Στην τρίτη και τελευταία φάση πραγματοποιείται η ελαχιστοποίηση των εξόδων συναλλαγής με βάση τις τιμές των παραγόντων που προσδιορίστηκαν στις προηγούμενες δύο φάσεις.

Επιπρόσθετα, προκειμένου να ξεπεραστεί η απόδοση του δείκτη, προτείνουν ένα μοντέλο δύο φάσεων. Στο δεύτερο αυτό μοντέλο, σε πρώτη φάση γίνεται προσπάθεια να τεθεί η κλίση της παλινδρόμησης (regression slope) όσο πιο κοντά στη μονάδα είναι δυνατόν, υπό έναν περιορισμό αναφορικά με την τιμή του σημείου τομής με τον άξονα (regression intercept). Στη δεύτερη φάση πραγματοποιείται η ελαχιστοποίηση των εξόδων συναλλαγής με βάση την τιμή της κλίσης που βρέθηκε προηγουμένως. Τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν αφορούσαν προσομοιώσεις που έγιναν σε ένα αριθμό δεδομένων τα οποία ανήκουν σε 2.151 μετοχές, με τους αντίστοιχους χρόνους να μην ξεπερνούν τα 70 δευτερόλεπτα.

Οι Gomes και Waelbroeck (2010) ασχολήθηκαν με την μελέτη και την ανάλυση των εξόδων συναλλαγής- Trading Costs Analysis (TCA)- και ανέλυσαν τα οφέλη που προκύπτουν από την ελαχιστοποίησή τους. Η ανάλυση τους βασίστηκε σε οικονομικούς δείκτες που αφορούν στην διαχείριση χαρτοφυλακίων με στόχο την υποστήριξη των επενδυτών και την ανάδειξη της TCA σε βασικό εργαλείο υποβοήθησης τους για τη λήψη αποδοτικών αποφάσεων.

Οι Boscailjon et al. (2011) εξετάζουν την αποτελεσματικότητα χαρτοφυλακίων σε σχέση με κάποιους δείκτες οι οποίοι θεωρούνται ως δείκτες αναφοράς. Ερευνούν σε τι βαθμό τα παθητικά χαρτοφυλάκια, τα οποία αποτελούνται από λιγότερες μετοχές από

το δείκτη, αλλά αντιπροσωπεύουν σε μεγαλύτερο βαθμό όλους τους βιομηχανικούς τομείς, μπορούν να εμφανίζουν καλύτερες αποδόσεις από τον δείκτη σε βάθος χρόνου. Τα αποτελέσματα που παρουσίασαν ήταν θετικά όταν εξετάστηκε ο δείκτης S&P 500.

Οι Meade και Beasley (2011), παρατήρησαν ότι στοιχεία ερευνών έδειχναν ότι ένα σημαντικό ποσοστό των κερδών που προέρχονταν από μη ρευστοποιήσιμες επενδύσεις και από ανοιχτές πωλήσεις, περιείχε αφύσικα μεγάλο κόστος συναλλαγών. Αυτό τους οδήγησε στο να επικεντρωθούν αποκλειστικά σε ρευστοποιήσιμες και μακροπρόθεσμες επενδύσεις, και να εξετάσουν την τάση αυτή χρησιμοποιώντας σαν μέθοδο την επιλογή χαρτοφυλακίου αντιστοίχισης που ξεπερνά τον δείκτη (χρήση του Sortino ratio) μέσα από δεδομένα που καθορίστηκαν από 11 διεθνείς δείκτες ιδίων κεφαλαίων. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η πιθανότητα μια μετοχή να ξεπεράσει τον δείκτη στον οποίον συμμετέχει για N διαδοχικές εβδομάδες, δεδομένου ότι αυτές περιλαμβάνουν και το προηγούμενο έτος, μπορεί να προβλέψει επιτυχώς την τάση και να δώσει τη δυνατότητα να διαχωρίσουμε τους χρηματοοικονομικούς δείκτες σε τρεις επιμέρους κατηγορίες. Αυτούς που παρουσιάζουν έντονη, ισχυρή ή και καμία ένδειξη τάσης. Από τη μελέτη και την ανάλυση που πραγματοποιήθηκε και παρουσιάζεται προκύπτει ότι υπάρχουν σημαντικά κέρδη τάσης (που περιλαμβάνουν κόστη συναλλαγών σε λογικά επίπεδα) σε επτά δείκτες.

Οι G.Guastaroba και M.G.Speranza (2012) εξέτασαν το πρόβλημα της αναπαραγωγής της απόδοσης ενός δείκτη χρηματιστηριακής αγοράς, εισάγοντας στοιχεία μικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού για τα προβλήματα του index-tracking και του enhanced indexation. Επιπλέον, παρουσίασαν ένα ευριστικό πλαίσιο. Στην εργασία αναλύεται και αξιολογείται η συμπεριφορά αρκετών υλοποιήσεων του πλαισίου αναζήτησης και στη λύση του προβλήματος παρακολούθησης δείκτη. Εξετάζεται η αποτελεσματικότητα του πλαισίου που συγκρίνει τις επιδόσεις αυτών των ευριστικών μεθόδων με εκείνες ενός προγράμματος επίλυσης γενικού σκοπού. Τα υπολογιστικά πειράματα διεξήχθησαν χρησιμοποιώντας δείκτες αναφοράς και νεοσύστατους δείκτες.

Ο Beasley et al. (2013) διερευνούν περαιτέρω την επίπτωση που έχουν τα κόστη συναλλαγής στην αναθεώρηση χρηματοοικονομικών χαρτοφυλακίων. Σε αυτή τη δημοσίευση αναλύουν τη σημασία που έχει στη βελτιστοποίηση ο χρονικός ορίζοντας της επένδυσης. Επίσης, αναδεικνύουν την αποτελεσματικότητα του μοντέλου στην περίπτωση που συμπεριληφθούν στην ανάλυση και τα κόστη συναλλαγής. Παράλληλα, προτείνουν τρόπους με τους οποίους μπορεί να επεκταθεί το υπό εξέταση μοντέλο, προκειμένου να συμπεριλάβει περιορισμούς στο πλήθος των μετοχών, ώστε να επιτευχθούν καλύτεροι υπολογιστικοί χρόνοι. Τέλος, παρατίθενται τα αποτελέσματα της μελέτης, που πραγματοποιήθηκαν για περισσότερα από 1.317 χρεόγραφα.

Οι Mezali και Beasley (2013) αξιοποίησαν τη διαφορά που υπάρχει μεταξύ της γραμμικής παλινδρόμησης και της τεταρτημοριακής παλινδρόμησης (Quantile Regression). Η τεταρτημοριακή παλινδρόμηση εφαρμόστηκε σε δύο βασικά πεδία που αφορούν την κατασκευή χρηματοοικονομικών χαρτοφυλακίων. Τα πεδία αυτά ήταν (α) η στρατηγική αντιστοίχισης δείκτη και (β) η στρατηγική ενισχυμένης αντιστοίχισης δείκτη. Συμπεριέλαβαν στο μοντέλο τους και τα κόστη συναλλαγών, τον περιορισμό του πλήθους των διαφορετικών μετοχών που συμμετέχουν και περιόρισαν το συνολικό ύψος του κόστους συναλλαγών που μπορεί να υπεισέλθει στην κατασκευή του. Παρουσίασαν αποτελέσματα για 8 διαφορετικούς δείκτες.

Ο Beasley (2013) εξέτασε το πρόβλημα της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου, δίνοντας έμφαση σε εφαρμογές χρηματοοικονομικών. Σε αυτήν την περίπτωση, το πρόβλημα έγκειται στην επιλογή των χρεογράφων που θα χρησιμοποιηθούν και που έχουν τα επιθυμητά χαρακτηριστικά. Επισήμανε τα μαθηματικά μοντέλα βελτιστοποίησης που μπορούν να υιοθετηθούν όπως επίσης και τις μεθόδους επίλυσης που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για διάφορα προβλήματα χαρτοφυλακίων. Τα προβλήματα χαρτοφυλακίων που εξετάστηκαν είναι (α) η θεωρία μέσου-διακύμανσης του Markowitz, (β) η στρατηγική αντιστοίχισης δείκτη, (γ) η ενισχυμένη αντιστοίχιση δείκτη και τέλος, (δ) αυτό του προβλήματος της απόλυτης απόδοσης, κατά το οποίο στόχος είναι η επίτευξη αποδόσεων ανεξαρτήτως από το πώς κινήθηκε η αγορά, όπως αυτή αντιπροσωπεύεται από τον δείκτη.

Οι He Ni et al. (2013) πρότειναν μία ευριστική προσέγγιση αναζήτησης. Εισηγάγαν μία επιπλέον μεταβλητή η οποία περιόριζε τον αριθμό των περιττών επενδύσεων σε λιγότερο σημαντικά στοιχεία. Το προτεινόμενο μαθηματικό μοντέλο βασίζεται σε έναν υβριδικό γενετικό αλγόριθμο με έναν αυτό-προσαρμόσιμο εξελισσόμενο μηχανισμό. Προκειμένου να βελτιωθεί η αποτελεσματικότητα του μοντέλου, βελτιστοποιήθηκε ο αρχικός γενετικός αλγόριθμος εφαρμόζοντας την αποδοτικότητα Pareto ως μέτρο χρησιμότητας και εντάχθηκε ο προγραμματισμός στόχων για τις αναπόφευκτες συγκρούσεις πολλαπλών συμφερόντων. Η προτεινόμενη προσέγγιση παρέχει μια ολοκληρωμένη λύση για το πρόβλημα της παρακολούθησης δείκτη, λαμβάνοντας υπόψη όσο το δυνατόν περισσότερα πρακτικά ζητήματα. Από πειράματα στους δείκτες CSI300, FTSE100 και HSI παρατηρήθηκε ότι το νέο χαρτοφυλάκιο παρουσιάζει ικανοποιητική απόδοση.

Οι QianLi et al (2014) με βάση τις εργασίες του Brandt et al. (2009), διαμόρφωσαν ένα μοντέλο, χρησιμοποιώντας μια παραμετρική προσέγγιση η οποία επιτρέπει τη διαχείριση λειτουργιών μη γραμμικών και μη συνεκτικών στόχων. Επιπρόσθετα, η προσέγγιση αυτή παρέχει στον επενδυτή περισσότερες πληροφορίες σχετικά με την κατοχή χαρτοφυλακίου, δεδομένου ότι η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται σε σχέση

με τις στρατηγικές χαρτοφυλακίου. Τέλος, παρουσιάζεται μια εμπειρική εφαρμογή και μια ανάλυση επιλεγμένων χαρακτηριστικών για τον δείκτη S&P500.

Οι Wanderlei et.al (2016) εστίασαν στην υλοποίηση ενός χαρτοφυλακίου με προκαθορισμένο αριθμό μετοχών στο οποίο η συνάρτηση αποτελεσματικότητας υπολογίζει την καλύτερη αντιστάθμιση σφάλματος-απόδοσης που εξισορροπούνται με την κατάλληλη επιλογή παραμέτρου ελαχιστοποίησης κινδύνου.

Οι Filippi et al. (2016) μελέτησαν το πρόβλημα της δημιουργίας ενός χαρτοφυλακίου όταν λαμβάνονται υπόψη δύο ανταγωνιστικοί στόχοι. Ο πρώτος στόχος εστιάζεται στην αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου ώστε αυτή να ξεπερνά ένα σημείο αναφοράς, ενώ ο δεύτερος στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης. Προτάθηκε ένας αλγόριθμος αμφίδρομου μικτού γραμμικού ακέραιου προγραμματισμού για το πρόβλημα. Στη συνέχεια, σχεδιάστηκε μια ευρετική διαδικασία ώστε να δημιουργήσει μια προσέγγιση του συνόλου των βέλτιστων λύσεων Pareto. Η προτεινόμενη διαδικασία δοκιμάστηκε σε μια σειρά αναφοράς βέλτιστων λύσεων Pareto. Τα υπολογιστικά αποτελέσματα έδειξαν ότι η διαδικασία είναι σημαντικά ταχύτερη από άλλες μεθόδους και παρέχει μια εξαιρετικά ακριβή προσέγγιση.

Οι Dexiang et al.(2017) εξέτασαν το πρόβλημα της παρακολούθησης ενός χαρτοφυλακίου αναφοράς και εστίασαν στον δείκτη S & P 500. Δημιούργησαν μοντέλα γραμμικού ακεραίου προγραμματισμού με σκοπό να παρακολουθήσουν ένα χαρτοφυλάκιο στόχο χρησιμοποιώντας ένα αυστηρό υποσύνολο τίτλων του χαρτοφυλακίου αναφοράς. Τα μοντέλα αντιπροσωπεύουν μια προσέγγιση ομαδοποίησης για την επιλογή τίτλων και περιλαμβάνουν επιπλέον περιορισμούς που στοχεύουν στον έλεγχο του κινδύνου και του κόστους συναλλαγών. Χρησιμοποιήθηκαν Lagrangian και οι ημι-Lagrangian μέθοδοι για τον υπολογισμό λύσεων στα μοντέλα παρακολούθησης. Τα υπολογιστικά αποτελέσματα επικύρωσαν την αποτελεσματικότητα των μοντέλων γραμμικής παρακολούθησης και των υπολογιστικών μεθόδων στην παρακολούθηση του S & P 500.

Οι Riegel et al (2017) ασχολήθηκαν με την ανάλυση της στρατηγικής παρακολούθησης δείκτη χρησιμοποιώντας μαθηματικό προγραμματισμό. Αρχικά, χρησιμοποιήθηκε μια μη γραμμική διατύπωση για το πρόβλημα παρακολούθησης δείκτη, λαμβάνοντας υπόψη ένα περιορισμένο αριθμό περιουσιακών στοιχείων. Δεδομένου ότι το πρόβλημα είναι δύσκολο να λυθεί σε εύλογο χρόνο από εμπορικά μαθηματικά πακέτα, εφαρμόστηκε μια προσέγγιση υβριδικών λύσεων, που συνδυάζει μαθηματικό προγραμματισμό και γενετικούς αλγορίθμους. Τα υπολογιστικά πειράματα επικεντρώθηκαν στην Ibovespa της βραζιλιάνικης αγοράς, αλλά παρουσιάστηκαν και

αποτελέσματα για ενοποιημένες αγορές όπως οι S & P 100 (ΗΠΑ), FTSE 100 (UK) και DAX (Γερμανία). Το προτεινόμενο πλαίσιο απέδειξε την ικανότητά του να επιτυγχάνει πολύ καλά αποτελέσματα (κενά από τη βέλτιστη λύση μικρότερη από 5% σε 8 λεπτά της χρονικής διάρκειας CPU) ακόμη και για δείκτη εξαιρετικά ευμετάβλητο από αναπτυσσόμενη χώρα.

Οι Leung και Ward (2017) ανέπτυξαν μια μεθοδολογία για την παρακολούθηση δείκτη και τον έλεγχο της έκθεσης στον κίνδυνο, χρησιμοποιώντας χρηματοοικονομικά παράγωγα. Παρουσίασαν μια προσέγγιση για την κατασκευή δυναμικών χαρτοφυλακίων παραγώγων, προκειμένου να πραγματοποιηθεί έκθεση σε έναν δείκτη ή / και σε παράγοντες της αγοράς που μπορεί να μην είναι άμεσα εμπορεύσιμοι. Στην εφαρμογή του μοντέλου εφάρμοσαν μια διαδικασία ολίσθησης που ερευνούσε πώς η απόδοση του χαρτοφυλακίου αποκλίνει από την απόδοση-στόχο. Εφαρμόστηκαν διαφορετικές στρατηγικές παρακολούθησης και συγκρίθηκαν οι επιδόσεις όταν χρησιμοποιούνταν διαφορετικά παράγωγα, όπως τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης.

Οι Strub et al (2018) ασχολήθηκαν με το πρόβλημα του επαναπροσδιορισμού της σύνθεσης του χαρτοφυλακίου που παρακολουθείται, χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες της αγοράς έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η ακρίβεια παρακολούθησης του χαρτοφυλακίου. Παρουσιάστηκε μια μέθοδος μικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού με ένα νέο κριτήριο βελτιστοποίησης που εξετάζει το αντιστάθμισμα (tradeoff) μεταξύ κόστους συναλλαγής και ομοιότητας της απόδοσης με την πορεία του δείκτη. Η προτεινόμενη μεθοδολογία εφαρμόστηκε σε ένα σύνολο πραγματικών προβλημάτων και επέδειξε σημαντικά υψηλότερη ακρίβεια παρακολούθησης από ό, τι οι σύγχρονες συνθέσεις.

Οι Yang et al (2018) αντιμετώπισαν το πρόβλημα της μερικής παρακολούθησης δείκτη, αντιγράφοντας έναν δείκτη αναφοράς χρησιμοποιώντας ένα μικρό αριθμό περιουσιακών στοιχείων. Παρουσιάστηκε μία μέθοδος παρακολούθησης δείκτη που βελτιστοποιεί επακριβώς τόσο την ποικιλομορφία όσο και την επιλογή περιορισμένου αριθμού μετοχών σε ένα ενιαίο κοινό πλαίσιο. Τέλος, καταδείχθηκε ότι ο τρόπος με τον οποίο μοντελοποιήθηκε η ποικιλομορφία του χαρτοφυλακίου οδηγεί σε μια εύκολη λύση για την επιλογή, επιτρέποντας την βελτιστοποίηση και των δύο περιορισμών εύκολα και αποτελεσματικά. Το μοντέλο ελέγχθηκε σε δεδομένα μεγάλου διαστήματος 15 ετών (2003 - 2018), καταδεικνύοντας την υπεροχή του προτεινόμενου αλγορίθμου.

3.3 ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Όλες οι αναφορές που προηγήθηκαν έχουν ως αντικειμενικό σκοπό ή την ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης ή τη μεγιστοποίηση της απόδοσης του παθητικού χαρτοφυλακίου. Ενδεικτικά, και όχι περιοριστικά οι κρίσιμοι παράμετροι που εξετάζονται είναι: (α) η προ-επιλογή του χαρτοφυλακίου, (β) οι μαθηματικοί μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος, (γ) οι ευριστικοί μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος, (δ) οι επιλογές ως προς τα κόστη συναλλαγής και τέλος (ε) τα κριτήρια απόφασης. Στις αναφορές της προηγούμενης παραγράφου έχει καταδειχθεί ότι ορισμένοι ερευνητές έχουν υλοποιήσει μικτές μεθόδους, ήτοι μαθηματικές μεθόδους επίλυσης του προβλήματος σε συνδυασμό με ευριστικές.

Γίνεται αντιληπτό ότι τα προαναφερόμενα μοντέλα ανεξαρτήτως του τρόπου επίλυσης (μαθηματική, ευριστική, μαθηματική και ευριστική προσέγγιση) είναι πολυπαραμετρικά, πολυπαραγοντικά και πολυκριτηριακά.

3.4 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Η βασική μέθοδος που παρουσιάζεται και υλοποιείται από το πληροφοριακό σύστημα είναι αυτή η οποία προτάθηκε από τους J.E. Beasley και Canakgoz στη δημοσίευση τους με τίτλο *Mixed-integer programming approaches for index tracking and enhanced indexation*, το έτος 2008.

Η πρόταση τους αποτέλεσε μέχρι εκείνη τη χρονική στιγμή την καλύτερη από πλευράς επιδόσεων και ταχύτητας μέθοδο για την αντιμετώπιση του προβλήματος αντιστοίχισης δείκτη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η βάση της προτεινόμενης μεθόδου, στηρίζεται στο γεγονός ότι τα ιστορικά δεδομένα συμβάλλουν στην αποδοτική λήψη επενδυτικών αποφάσεων. Συνεπώς, έχει δημιουργηθεί η ανάγκη υλοποίησης πληροφοριακών συστημάτων τα οποία θα είναι ικανά να επεξεργάζονται μεγάλο όγκο ιστορικών δεδομένων.

Το πληροφοριακό σύστημα το οποίο αναλύθηκε, σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε, στοχεύει να αποτελέσει ένα εργαλείο υποβοήθησης του χρήστη στη διαδικασία λήψης επενδυτικών αποφάσεων.

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η προσέγγιση στο πρόβλημα, καθώς επίσης η δομή και η λειτουργία του πληροφοριακού συστήματος που υλοποιήθηκε. Αρχικά, παρουσιάζεται: αναλυτικά το μοντέλο, το αντικείμενο βελτιστοποίησης και οι περιορισμοί αυτού. Στη συνέχεια, περιγράφεται η δομή του προγράμματος και η διαδικασία αλληλεπίδρασης του συστήματος με τον χρήστη. Τέλος, πραγματοποιείται μια αναλυτική περιγραφή του πληροφοριακού συστήματος, καθώς επίσης και της χρησιμοποιούμενης σε αυτό τεχνολογίας.

4.2 ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Στην ενότητα αυτή εξηγείται το μοντέλο δημιουργίας παθητικού χαρτοφυλακίου που θα αναπτυχθεί. Πιο συγκεκριμένα, αναλύεται η σημειολογία του μοντέλου, το αντικείμενο βελτιστοποίησης και οι περιορισμοί αυτού.

4.2.1 Ελαχιστοποίηση Σφάλματος Αποτύπωσης

Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος στηρίζεται στην παρατήρηση των τιμών των N μετοχών ενός δείκτη, καθώς επίσης και της τιμής του δείκτη σε μία περίοδο $0,1,2,\dots,T$. Δεδομένων αυτών, το πληροφοριακό σύστημα καλείται να επιλέξει το βέλτιστο σύνολο k μετοχών, όπου $k \leq N$ καθώς επίσης και τις ακριβείς ποσότητες των μετοχών αυτών, ώστε να ακολουθήσουμε όσο το δυνατόν πιστότερα τον δείκτη σε μελλοντικό χρόνο.

4.2.2 Παράμετροι Μοντέλου-Προγράμματος προς Ανάπτυξη

Προκειμένου να διατυπωθεί το πρόβλημα βελτιστοποίησης που στηρίζεται στις αρχές του Beasley κρίνεται απαραίτητη η παρουσίαση των βασικών παραμέτρων.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4-1:Παράμετροι Μοντέλου

Σύμβολο	Ερμηνεία
N	ο συνολικός αριθμός των μετοχών του δείκτη
k	ο αριθμός μετοχών που θέλουμε να συμπεριλάβουμε στο χαρτοφυλάκιο
ϵ_i	το ελάχιστο ποσοστό συμμετοχής (proportion) της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο
δ_i	το μέγιστο ποσοστό συμμετοχής της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο
X_i	ο αριθμός των τεμαχίων της μετοχής i στο χαρτοφυλάκιο
V_{it}	η αξία της μετοχής i την χρονική περίοδο t
T	το χρονικό σημείο κατά το οποίο μέσω της βελτιστοποίησης, εξετάζουμε αν θα μεταβούμε από το χαρτοφυλάκιο $TP[X_i]$ σε ένα νέο χαρτοφυλάκιο TP . Τα ιστορικά στοιχεία που έχουμε είναι για την περίοδο $[0, T]$.
I_t	η αξία του δείκτη κατά τη χρονική στιγμή t
C	συνολική αξία του παρόντος χαρτοφυλακίου $TP[X_i]$ στη χρονική στιγμή T υπολογίζοντας ταυτόχρονα οποιαδήποτε αλλαγή στο διαθέσιμο κεφάλαιο (cashchange), η οποία μπορεί να είναι αποτέλεσμα είτε της ύπαρξης νέων διαθέσιμων κεφαλαίων για επένδυση, είτε της ανάγκης για απόσυρση μέρους του ήδη υπάρχοντος κεφαλαίου από το χαρτοφυλάκιο στη χρονική στιγμή T), οπότε:
	$C = \sum_{i=1}^n V_{iT} X_i + CashChange \quad (44)$
γ	το μέγιστο ποσοστό του C που επιτρέπεται να καταναλωθεί σε κόστη συναλλαγής (transaction costs)

Οι μεταβλητές απόφασης καθορίζονται ως εξής:

ΠΙΝΑΚΑΣ 4-2 : Μεταβλητές Απόφασης Μοντέλου

Σύμβολο	Ερμηνεία
x_i	ο αριθμός των τεμαχίων της μετοχής i που θα συμμετάσχουν στο νέο χαρτοφυλάκιο TP
z_i	=1 αν η μετοχή i επιλέγεται να συμμετάσχει στο χαρτοφυλάκιο =0 σε αντίθετη περίπτωση

4.2.3 Περιορισμοί

Οι περιορισμοί που συνδέονται με το συγκεκριμένο μοντέλο είναι οι ακόλουθοι:

$$\sum_{i=1}^N z_i = k \quad (45)$$

$$\varepsilon_i z_i \leq V_{iT} x_i / C \leq \delta_i z_i \quad (46)$$

$$C_{trans} = \sum_{i=1}^N Transaction\ Cost(X_i \rightarrow x_i) \quad (47)$$

$$C_{trans} \leq \gamma C \quad (48)$$

$$\sum_{i=1}^N V_{iT} x_i = C - C_{trans} \quad (49)$$

$$x_i \geq 0 \quad (50)$$

$$z_i \in [0,1] \quad (51)$$

Όλες οι προαναφερθείσες παράμετροι έχουν οριστεί αναλυτικά στους πίνακες 4.1,4.2 στην προηγούμενη σελίδα.

Ακολουθεί σύντομη επεξήγηση των περιορισμών του προβλήματος:

Η εξίσωση (45) βεβαιώνει ότι κατά την επιλογή του νέου χαρτοφυλακίου θα συμπεριληφθούν ακριβώς k διαφορετικές μετοχές.

Η ανισότητα (46) έχει διπλό ρόλο. Αρχικά, διαβεβαιώνει ότι οι μετοχές οι οποίες δεν επιλέγονται να συμπεριληφθούν στο νέο χαρτοφυλάκιο, δηλαδή αυτές για τις οποίες θα ισχύει $z_i = 0$ θα έχουν και $x_i = 0$. Επιπλέον, εξασφαλίζει ότι οι μετοχές οι οποίες εντέλει επιλέγονται στο νέο χαρτοφυλάκιο, φράσσονται από τα ποσοστιαία άνω και κάτω όρια (δ_i, ε_i) που έχουν καθοριστεί από τον επενδυτή και ορίζονται στον πίνακα 4.1.

Η εξίσωση (47) χρησιμοποιείται προκειμένου να καθοριστούν τα κόστη συναλλαγής. Τα κόστη συναλλαγής ορίζονται ως το άθροισμα των δαπανών από τις αγοραπωλησίες των τεμαχίων των N μετοχών.

Η ανισότητα (48) περιορίζει τα κόστη συναλλαγής που υπεισέρχονται από τις αγοραπωλησίες των μετοχών και διασφαλίζει ότι τα κόστη αυτά θα παραμείνουν κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο το οποίο αποτελεί παράμετρο που ορίζει ο επενδυτής.

Η σχέση (49) ορίζει και φράζει την αξία του νέου χαρτοφυλακίου σε σχέση με την αξία του παλιού χαρτοφυλακίου και των πραγματοποιημένων δαπανών σε κόστη

συναλλαγών. Ουσιαστικά, χρησιμοποιείται προκειμένου να εξασφαλιστεί η ισορροπία ανάμεσα στα κόστη συναλλαγών και στην αξία του νέου χαρτοφυλακίου.

Η ανισότητα (50) διασφαλίζει ότι ο αριθμός των τεμαχίων των μετοχών που θα επιλεγθούν δεν θα λάβει αρνητικές τιμές.

Τέλος, ο περιορισμός (51) χρησιμοποιείται προκειμένου να διασφαλιστεί ότι ο περιορισμός που αφορά την επιλογή μιας μετοχής στο νέο χαρτοφυλάκιο λαμβάνει τις αποκλειστικές τιμές 0 ή 1.

4.2.4 Αντικείμενο Βελτιστοποίησης

Σε κάθε χρονική στιγμή t η γεωμετρική απόδοση του δείκτη R_t ορίζεται ως

$$R_t = \log_e (I_t / I_{t-1}) \quad (52)$$

Η απόδοση r_t του χαρτοφυλακίου TP σε κάθε χρονική περίοδο ορίζεται ως εξής :

$$r_t = \log_e \left[\left(\frac{\sum_{i=1}^N V_{it} x_i}{\sum_{i=1}^N V_{i,t-1} x_i} \right) \right] \quad (53)$$

Ιδανικά, προκειμένου ο δείκτης να ακολουθείται με τον καλύτερο δυνατό τρόπο, θα πρέπει η απόδοση r_t να είναι ίση με R_t σε κάθε χρονική περίοδο t , δηλαδή $R_t = r_t$.

Συνεπώς, το αντικείμενο βελτιστοποίησης είναι η **ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης**:

$$\min \sum_{t=0}^T \frac{(r_t - R_t)^2}{T} \quad \min \sum_{t=0}^T \frac{(r_t - R_t)^2}{T} \quad (54)$$

υπό τους περιορισμούς που παρουσιάστηκαν προηγουμένως.

4.3 ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

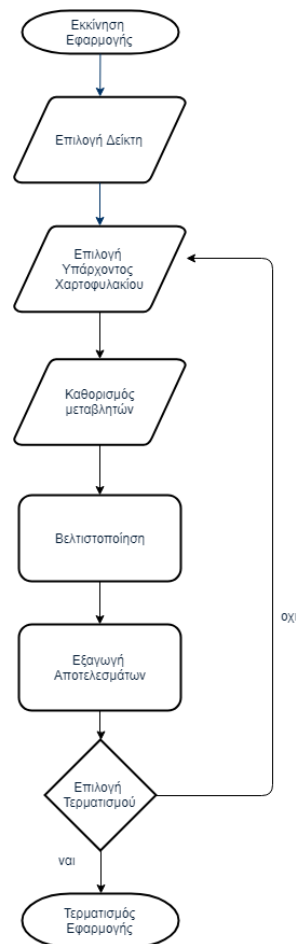
4.3.1 Απαιτήσεις δεδομένων

Επειδή η λειτουργία του μοντέλου του Beasley βασίζεται στην αξιοποίηση ιστορικών δεδομένων των τιμών ενός δείκτη, ο χρήστης για τη λειτουργία του προγράμματος θα πρέπει να έχει στη διάθεση του (α) τα ιστορικά κλεισίματα του δείκτη που τον ενδιαφέρει και (β) τα ιστορικά κλεισίματα των μετοχών που αποτελούν τον δείκτη. Τα στοιχεία αυτά θα πρέπει να αφορούν ένα σημαντικό χρονικό διάστημα, ιδανικά μεγαλύτερο ή ίσο του ενός έτους, ούτως ώστε να διασφαλιστεί η αποτελεσματική λειτουργία του μοντέλου και κατά συνέπεια του συστήματος.

4.3.2 Λογικό διάγραμμα

Για τις ανάγκες της μοντελοποίησης αναπτύχθηκε ένα πρόγραμμα "IndexTracker" το οποίο αναλύεται στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α. Το εν λόγω πρόγραμμα αναπτύχθηκε σε περιβάλλον Matlab, χρησιμοποιώντας ρουτίνες γενετικών αλγορίθμων διαθέσιμων στο MathWorks γραμμένες από τον Oren Rosen. Επιπρόσθετα, τροποποιήθηκαν ρουτίνες που είχαν αναπτυχθεί στη διπλωματική εργασία του Καραΐσκου Σωτήριου με τίτλο Βελτιστοποίηση Χαρτοφυλακίων με Παθητικές Στρατηγικές και Χρήση Γενετικών Αλγορίθμων: Συγκριτική Αξιολόγηση Μοντέλων, 2013. Οι ρουτίνες αυτές τροποποιήθηκαν για να προσαρμοστούν στις ανάγκες του υφιστάμενου λογισμικού.

Προκειμένου να παρουσιαστεί η λειτουργία του πληροφοριακού συστήματος, παρατίθεται παρακάτω το διάγραμμα ροής, ώστε ο αναγνώστης να αποκτήσει μία συνολική εικόνα της ροής του προγράμματος.



Εικόνα 4-1: Διάγραμμα Ροής "IndexTracker"

Όπως φαίνεται από το διάγραμμα ροής, η εκκίνηση του προγράμματος ακολουθείται από την επιλογή του δείκτη ο οποίος θα εξεταστεί. Ο χρήστης στο σημείο αυτό καλείται

να επιλέξει τον δείκτη της προτίμησης του και στη συνέχεια να επιλέξει αν θέλει να βελτιστοποιήσει κάποιο υπάρχον χαρτοφυλάκιο ή να δημιουργήσει ένα νέο.

Στη συνέχεια, ακολουθεί η παραμετροποίηση της διαδικασίας στην οποία ορίζονται όλες οι επιθυμητές μεταβλητές και με τη χρήση αυτών, πραγματοποιείται η διαδικασία της βελτιστοποίησης η οποία θα αναλυθεί εκτενώς παρακάτω.

Στο επισυναπτόμενο CD στο ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α εσωκλείονται οδηγίες για την εγκατάσταση και τη χρήση του.

Μετά την εξαγωγή αποτελεσμάτων από τη διαδικασία βελτιστοποίησης, ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει εάν θέλει να επαναπροσδιορίσει το χαρτοφυλάκιο που δημιουργήθηκε ή εάν θέλει να τερματίσει την εφαρμογή.

4.3.3 Επιλογές Παραμετροποίησης (Input)

Πριν ξεκινήσει η περιγραφή της διαδικασίας βελτιστοποίησης, και για να γίνει αυτή κατανοητή από τον αναγνώστη, περιγράφονται οι κύριες παράμετροι της διαδικασίας.

Κατά το κάλεσμα της κύριας συνάρτησης, ορίζονται οι τιμές των κύριων παραμέτρων που απαιτούνται για τον προσδιορισμό του βέλτιστου χαρτοφυλακίου.

Οι παράμετροι αυτές είναι οι εξής:

- το πλήθος των μετοχών που θα αποτελέσουν το νέο χαρτοφυλάκιο. Συγκεκριμένα, ο χρήστης ορίζει ένα εύρος τιμών στο οποίο θα υλοποιηθεί η βελτιστοποίηση. Ορίζεται ο κατώτατος και ο ανώτατος αριθμός μετοχών στις οποίες επιθυμεί να επενδύσει και η βελτιστοποίηση εξετάζει κάθε πιθανό πλήθος. Σε περίπτωση που ο επενδυτής επιλέξει να επενδύσει σε συγκεκριμένο αριθμό μετοχών, το άνω και το κάτω όριο πρέπει να λάβουν την ίδια τιμή.
- το συνολικό διαθέσιμο κεφάλαιο που θα επενδυθεί στο χαρτοφυλάκιο
- τα άνω και κάτω όρια του ποσοστού συμμετοχής της καθεμίας από τις μετοχές που θα συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο
- τις μετοχές που αποτελούν το τρέχον χαρτοφυλάκιο, σε περίπτωση που η διαδικασία γίνεται με στόχο τον επαναπροσδιορισμό του συγκεκριμένου χαρτοφυλακίου τη χρονική στιγμή T.
- το ποσοστό του συνολικού διαθέσιμου κεφαλαίου το οποίο δύναται να καταναλωθεί σε κόστη συναλλαγής (αγορά/ πώληση μετοχικών τίτλων), και
- το ποσοστό που διακρατείται σε κόστη συναλλαγής από αγοραπωλησίες μετοχών

4.3.4 Διαδικασία Βελτιστοποίησης-Τρόπος Λειτουργίας Προγράμματος

Σκοπός της διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι να επιλεγθεί το πλήθος και ο συνδυασμός των μετοχών αυτών που θα παρουσιάσουν το μικρότερο σφάλμα αποτύπωσης.

Η διαδικασία της βελτιστοποίησης ξεκινά με την επιλογή του αριθμού των μετοχών. Έστω n ο ελάχιστος αριθμός μετοχών που έχει επιλεγθεί να συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο και m ο μέγιστος. Η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται για κάθε πιθανό k όπου $k \in [n, m]$. Για κάθε k , ο γενετικός αλγόριθμος "γεννά" τυχαίες δυαδικές λύσεις οι οποίες αναπαριστούν τις μετοχές που θα συμμετάσχουν στο νέο χαρτοφυλάκιο. Προκειμένου, να επιλεγθούν οι βέλτιστες λύσεις γίνεται χρήση της συνάρτησης ικανότητας η οποία υπολογίζει το βαθμό ικανότητας του κάθε χαρτοφυλακίου που εξετάζεται. Ο βαθμός ικανότητας αφορά στο σφάλμα αποτύπωσης και επιλέγεται το χαρτοφυλάκιο που παρουσιάζει το ελάχιστο σφάλμα.

Στη συνέχεια, ακολουθούν οι διαδικασίες της διασταύρωσης και της μετάλλαξης με σκοπό να εξεταστούν τα χαρτοφυλάκια αυτά, τα οποία κράτησαν τα καλά στοιχεία από τις προηγούμενες γενεές. Ο γενετικός αλγόριθμος εξετάζει τα νέα αυτά χαρτοφυλάκια και τελικώς επιλέγει αυτό το οποίο παρουσίασε το καλύτερο βαθμό ικανότητας, δηλαδή αυτό με το μικρότερο σφάλμα αποτύπωσης.

Προκειμένου να υπολογιστεί ο βαθμός ικανότητας, χρησιμοποιείται η συνάρτηση ικανότητας/αντικειμενική συνάρτηση `minRet` η οποία παρατίθεται παρακάτω:

```
function
[values, fval]=minRet(indexRet, prices, lowerbound, upperbound, totalValue, CurStock, sError )

    x0 = ones(size(prices,2),1);
    % Constrain about C
    Aeq = prices(end,:);
    beq = totalValue;
    % Constrains
    lb = ((lowerbound*totalValue)./prices(end,:))';
    ub = ((upperbound*totalValue)./prices(end,:))';
    options = optimset('Display','off','Algorithm','interior-point','MaxFunEvals',9000);
    objFunction = @(x) indTrack(x,prices,indexRet);
    [values, fval]=fmincon(objFunction,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@mycon, options);
function [c, ceq] = mycon(x)
    c = (0.005 * (prices(end,:) * (abs(CurStock - x)))) +
        sError - 0.0025*totalValue ;
```

```

ceq = [];
end

function [minDif] = indTrack (x,prices,indexRet)
    sum1 = prices * x;
    returns1 = [0 log(sum1(2:end)./sum1(1:end-1))'];
    dif = returns1 - indexRet;
    minDif = (dif * dif')/(size(prices,1)-1);
end
end

```

Η λειτουργία της συνάρτησης αυτής έγκειται στην ελαχιστοποίηση του σφάλματος αποτύπωσης, υπό τους περιορισμούς που έχουν αναφερθεί, για τις μετοχές που αντιστοιχούν στην εκάστοτε λογική ακολουθία του γενετικού αλγορίθμου και στη συνέχεια η εξαγωγή των βαρών με τα οποία συμμετέχει η κάθε μετοχή στο χαρτοφυλάκιο. Επιπλέον, μέσα σε αυτήν περιλαμβάνονται όλοι οι περιορισμοί του μοντέλου.

Η υλοποίηση της ξεκινά με την κλήση της `fmincon` η οποία αποτελεί ένα μη γραμμικό προγραμματιστικό εργαλείο που παρέχεται από το Optimization Toolbox του Matlab. Για την ορθή επίλυση του προβλήματος ορίζονται η αντικειμενική συνάρτηση, καθώς επίσης και οι μη γραμμικοί περιορισμοί. Η αντικειμενική συνάρτηση είναι η

$$\min \sum_{t=0}^T \frac{(r_t - R_t)^2}{T}$$

και υλοποιείται από τη φωλιασμένη συνάρτηση `indTrack` ενώ οι μη γραμμικοί περιορισμοί που αφορούν τα κόστη συναλλαγών υπολογίζονται από την `mycon`.

Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται $m-n+1$ φορές ώστε να καλυφθεί όλο το εύρος τιμών. Οι βέλτιστες τιμές του σφάλματος αποτύπωσης για κάθε k αποθηκεύονται σε έναν πίνακα και από αυτές επιλέγεται ο αριθμός k που παρουσιάζει την ελάχιστη τιμή.

Εν συνεχεία, για τον συγκεκριμένο αριθμό k υπολογίζονται το ποσοστό συμμετοχής της κάθε μετοχής και τα τεμάχια που πρέπει να συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο.

4.3.5 Αποτελέσματα (Output)

Τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης εξάγονται σε μορφή πινάκων και εν συνεχεία μορφοποιούνται σε διαγράμματα. Τα δεδομένα τα οποία εξάγονται είναι τα ακόλουθα:

1. η απόδοση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου κατά το διάστημα $[0, T]$ στο οποίο πραγματοποιείται η βελτιστοποίηση (με την ονομασία `portRet`).

2. ο πίνακας με την ονομασία *results*, ο οποίος περιλαμβάνει τα ονόματα των μετοχών που επιλέχθηκαν να συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο καθώς επίσης και τη συμμετοχή (βάρος) της κάθε μίας από αυτές. (Διάγραμμα 3)
3. ο πίνακας με την ονομασία *units* που περιέχει τα τεμάχια των μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο

Πέρα από το τελικό χαρτοφυλάκιο ωστόσο, το πρόγραμμα έχει τη δυνατότητα δημιουργίας εναλλακτικών χαρτοφυλακίων με όλα τα διαφορετικά πλήθη μετόχων που ορίζονται από τον εκάστοτε επενδυτή. Αναλυτικότερα, αν $n \leq k \leq m$ όπου n το ελάχιστο και m το μέγιστο πλήθος μετοχών που έχει ορίσει ο επενδυτής, το σύστημα επιλύει και δημιουργεί τα βέλτιστα χαρτοφυλάκια για κάθε k . Συνεπώς, όσον αφορά στα δευτερεύοντα αυτά χαρτοφυλάκια, τα αποτελέσματα που προκύπτουν απεικονίζονται στους ακόλουθους πίνακες:

1. πίνακας *numBits* ο οποίος αναπαρίσταται σε δυαδική μορφή και απεικονίζει τις μετοχές που επιλέχθηκαν να συμμετάσχουν σε κάθε πιθανό χαρτοφυλάκιο ανάλογα με το πλήθος k ,
2. πίνακας *numErr* ο οποίος περιέχει το σφάλμα αποτύπωσης που προκύπτει από το βελτιστοποιημένο συνδυασμό μετοχών για κάθε πιθανό πλήθος μετοχών k .
3. πίνακας *allReturns* στον οποίο περιλαμβάνονται οι αποδόσεις που θα προέκυπταν αν αντί για το αρχικό χαρτοφυλάκιο είχε επιλεγθεί το βελτιστοποιημένο με k μετοχές.
4. πίνακας *weightsf* ο οποίος απεικονίζει τη συμμετοχή (βάρος) της κάθε μετοχής σε όλα τα χαρτοφυλάκια που δημιουργούνται, ανάλογα με το πλήθος των μετοχών που συμμετέχουν σε αυτά.

Τέλος, προκειμένου να υλοποιηθεί η αξιολόγηση της αποδοτικότητας του μοντέλου, χρησιμοποιείται ο πίνακας *ValidationRet* ο οποίος περιλαμβάνει τις αποδόσεις που αφορούν την περίοδο εκτός του δείγματος που εξετάζεται.

Χρησιμοποιώντας τα προαναφερθέντα αποτελέσματα και συνδυάζοντας τα, προκύπτουν τα εξής διαγράμματα:

- Η εξέλιξη της πορείας της τιμής σε σχέση με την απόδοση του δείκτη για το διάστημα που μελετήθηκε.-*Διάγραμμα 1*
- Η συμμετοχή κάθε μετοχής στο αρχικό χαρτοφυλάκιο (βάρος), *Διάγραμμα 2*
- Η διαμορφωμένη συμμετοχή της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο που διαμορφώθηκε-βελτιστοποιήθηκε, *Διάγραμμα 3*
- Η μεταβολή του σφάλματος αποτύπωσης σε σχέση με τον αριθμό των μετοχών, *Διάγραμμα 4*.

- Σύγκριση της απόδοσης των βελτιστοποιημένων χαρτοφυλακίων με την απόδοση του αρχικού χαρτοφυλακίου, *Διάγραμμα 5*
- Εκτίμηση της απόδοσης του βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου σε μελλοντικό χρόνο, *Διάγραμμα 6*
- Μέση συμμετοχή της κάθε μετοχής στα χαρτοφυλάκια, *Διάγραμμα 7*

4.3.6 Απαιτήσεις σε Υλισμικό (Hardware)

Η ανάπτυξη του συστήματος υλοποιήθηκε με τη χρήση της έκδοσης Matlab R2017a και του πακέτου Financial Toolbox της ίδιας εταιρίας, το οποίο αποτελεί επέκταση των βασικών λειτουργιών και περιλαμβάνει βασικές συναρτήσεις που χρειάστηκαν για την υλοποίηση του προγράμματος. Η χρήση του προγράμματος απαιτεί την παρουσία του προαναφερόμενου λογισμικού στον υπολογιστή του χρήστη.

Προκειμένου να εξασφαλιστεί η εύρυθμη λειτουργία του Matlab R2017a απαιτούνται τα ακόλουθα χαρακτηριστικά.

α) Ένα λειτουργικό σύστημα από τα κάτωθι:

- Windows 10
- Windows 8
- Windows 8.1
- Windows 7 Service Pack 1
- Windows Server 2012
- Windows Server 2008 R2 Service Pack 1

β) Θα πρέπει να ικανοποιούνται οι εξής απαιτήσεις:

ΠΙΝΑΚΑΣ 4-3: Ελάχιστες Προδιαγραφές Υλισμικού

Επεξεργαστής	Οποιοσδήποτε Intel ή AMD x86-64 επεξεργαστής
Ελεύθερος	2 GB για την εγκατάσταση του MATLAB
Αποθηκευτικός χώρος RAM	4-6 GB διαθέσιμα για την εγκατάσταση επεκτάσεων του 2 GB
Σκληρός Δίσκος	Τουλάχιστον 128GB

Τέλος, δεν υπάρχει ανάγκη για σύνδεση του υπολογιστή στο διαδίκτυο. Το πληροφοριακό σύστημα δεν χρησιμοποιεί κανένα πόρο του διαδικτύου, οπότε είναι απολύτως εφικτή η λειτουργία του σε αποσυνδεδεμένη κατάσταση (offline mode).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ-ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η εφαρμογή και τα αποτελέσματα της μεθόδου που προτάθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια.

Αρχικά, θα αναφερθούν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του πεδίου εφαρμογής καθώς επίσης και οι παράμετροι που επιλέχθηκαν. Στη συνέχεια, θα παρουσιαστούν οι δείκτες οι οποίοι θα αποτελέσουν το υπό αξιολόγηση σύνολο και θα συμμετάσχουν στη διαδικασία της βελτιστοποίησης.

Τέλος, θα παρουσιαστούν και θα σχολιαστούν σε κάποιο βαθμό τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου για το συγκεκριμένο σύνολο μετοχών

5.2 ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Στην παρούσα ενότητα αναλύονται οι παράμετροι της βελτιστοποίησης όπως αυτές επιλέχθηκαν για την ορθή και αποδοτική λειτουργία του πληροφοριακού συστήματος.

Η βελτιστοποίηση ξεκινά με τη δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας τα επίσημα βάρη του κάθε δείκτη. Εξετάστηκαν μεμονωμένα οι δείκτες DAX, CAC40, DOW και EuroStoxx50. Με βάση το μεμονωμένο χαρτοφυλάκιο του κάθε δείκτη, και τα ιστορικά δεδομένα των τιμών της κάθε μετοχής του εκάστοτε δείκτη, πραγματοποιείται η αναπροσαρμογή του χαρτοφυλακίου. Αναφορικά με τα ιστορικά κλεισίματα των μετοχών, χρησιμοποιήθηκαν ημερήσια κλεισίματα της περιόδου, Ιανουάριος του 2014 - Ιανουάριος του 2016.

Στη συνέχεια εξετάστηκε η απόδοση του χαρτοφυλακίου στα ιστορικά δεδομένα των επόμενων 6 ημερών (out-of-sample validation), ώστε να έχουμε ένα μέτρο της αποτελεσματικότητας του μοντέλου σε πραγματικά δεδομένα.

Οι τιμές που δόθηκαν στις παραμέτρους και τους περιορισμούς του μοντέλου για την εφαρμογή του στους τέσσερις δείκτες ήταν οι ακόλουθες:

- Διαθέσιμο κεφάλαιο (C) ίσο με 30000 χρηματικές μονάδες του αντίστοιχου δείκτη. Οι χρηματικές μονάδες του εκάστοτε δείκτη παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 5-1: Χρηματικές μονάδες των δεικτών:

Index	Currency
DAX	EUR
CAC40	EUR
DOW	USD
EuroStoxx50	EUR

- Το εύρος του αριθμού των μετοχών που συμμετέχουν στο εκάστοτε χαρτοφυλάκιο (k) διαφέρει για κάθε δείκτη, δεδομένου ότι αλλάζουν τα μεγέθη των συνολικών μετοχών που τους συνθέτουν. Οι τιμές που δόθηκαν στην παράμετρο k ανάλογα με τον δείκτη που εξετάζεται παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 5-2: Πλήθος συμμετεχόντων μετοχών σε κάθε δείκτη

Index	K
DAX	12-25
CAC40	15-35
DOW	12-25
EuroStoxx50	20-40

- Το ποσοστό (γ) που δαπανάται σε κόστη συναλλαγών(αγοραπωλησίες) είναι ίσο με το 0.25% της συνολικής αξίας του διαθέσιμου επενδυτικού κεφαλαίου.
- Ελάχιστο ποσοστό συμμετοχής της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο (ϵ_i) ίσο με 1%, κοινό για όλους τους δείκτες.
- Μέγιστο ποσοστό συμμετοχής της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο (δ_i) ίσο με 90%, κοινό για όλους τους δείκτες.
- Αριθμός γενεών Γ.Α. ίσος με 30.

5.3 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΕΙΚΤΩΝ

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν συνοπτικά οι δείκτες στους οποίους θα υλοποιηθεί η βελτιστοποίηση.

5.3.1 Δείκτης DAX

Ο DAX είναι ο βασικός δείκτης της αγοράς μετοχών στη Γερμανία. Παρακολουθεί την απόδοση 30 γερμανικών εταιρειών υψηλής κεφαλαιοποίησης (blue-chip) οι οποίες είναι εισηγμένες στο Χρηματιστήριο μετοχών της Φρανκφούρτης. Αποτελεί τον πιο δημοφιλή δείκτη για τη γερμανική αγορά μετοχών και έναν από τους σημαντικότερους δείκτες της παγκόσμιας αγοράς .

Οι τιμές που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό του DAX αντλούνται από το ηλεκτρονικό σύστημα συναλλαγών Xetra, που διαχειρίζεται η Deutsche Börse.

Ο DAX δημιουργήθηκε το 1987 με αξία βάσης τις 1.000 μονάδες. Έσπασε το όριο των 12.000 μονάδων για πρώτη φορά το 2015. Η σύνθεση του δείκτη αναθεωρείται τακτικά. Εταιρείες που δεν ανήκουν πλέον στη λίστα με τις 45 μεγαλύτερες επιχειρήσεις αφαιρούνται από τον δείκτη.

Αντίθετα με τους περισσότερους δείκτες, ο DAX ενημερώνεται αφού κλείσει η βασική συνεδρίαση του χρηματιστηρίου και χρησιμοποιεί τις τιμές των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης (Futures) για την επόμενη ημέρα.

Περιλαμβάνει εταιρίες κολοσσούς της Γερμανικής αγοράς, όπως είναι οι Adidas, Allianz, BMW, Deutsche Bank, Siemens, VW Group, κ.α. ²

Στο γράφημα που ακολουθεί, παρουσιάζεται η πορεία του δείκτη DAX τα τελευταία 5 χρόνια:



Εικόνα 5-1: Πορεία δείκτη DAX τα τελευταία πέντε χρόνια

² <https://capital.com/el/deiktes-dax-orismos>

5.3.2 Δείκτης CAC40

Ο δείκτης CAC40 (Cotation Assistée en Continu) αποτελεί το βασικό δείκτη του Euronext Paris (γνωστού στο παρελθόν ως Paris Bourse) και είναι ένας από τους κύριους εθνικούς δείκτες.

Υπολογίζεται με βάση την τιμή και τη στάθμιση των 40 σημαντικότερων μετοχών στο Παρίσι. Η αρχική τιμή βάσης των 1.000 μονάδων ορίστηκε στις 31 Δεκεμβρίου 1987, η υψηλότερη τιμή καταγράφηκε το Σεπτέμβριο του 2000 και σήμερα κινείται περίξ των 4.500 μονάδων (σχεδόν 40% κάτω από το υψηλότερο).

Στο γράφημα που ακολουθεί, παρουσιάζεται η πορεία του δείκτη CAC 40 για τα τελευταία 5 χρόνια:



Εικόνα 5-2: Πορεία δείκτη CAC40 τα τελευταία πέντε χρόνια

5.3.3 Δείκτης Dow Jones

Πρόκειται για τον πιο γνωστό και σημαντικό χρηματιστηριακό δείκτη παγκοσμίως και το πλήρες του όνομα είναι **Dow Jones Industrial Average (DJIA)**. Ιδιοκτήτης του δείκτη είναι η εταιρεία Dow Jones Corporation, η οποία δημιουργήθηκε (όπως και ο δείκτης), από τον Charles Dow, ιδρυτή της εταιρείας. Συνεισφορά στο δείκτη είχε και ο στατιστικολόγος Edward Jones, τότε συνεργάτης του Dow, ο οποίος συνεισέφερε τις γνώσεις του και βέβαια το όνομά του. Παρακολουθεί τις τιμές των μετοχών 30 εταιρειών τις οποίες επιλέγουν οι συντάκτες της Wall Street Journal και ανάμεσά τους περιλαμβάνονται μερικές από τις πιο γνωστές παγκοσμίως εταιρίες, κυρίως του βιομηχανικού κλάδου.

Ο Dow Jones διαφοροποιεί τη βαρύτητα της κάθε μετοχής στο δείκτη, ανάλογα με την ονομαστική της αξία, πράγμα που σημαίνει ότι οι εταιρείες που δεν έχουν κάνει split στις μετοχές τους έχουν μεγαλύτερη επίδραση στην πορεία του δείκτη.

Για πρώτη φορά ο δείκτης Dow Jones υπολογίστηκε το Μάιο του 1896 και έκτοτε αποτελεί στοιχείο αναφοράς στις χρηματαγορές, αλλά και στην πολιτική οικονομία, σε όλο τον κόσμο.



Εικόνα 5-3: Πορεία δείκτη DOW τα τελευταία πέντε χρόνια

5.3.4 Δείκτης Euro Stoxx 50

Ο Euro Stoxx 50 είναι ένας δείκτης μετοχών, αποτελούμενος από ευρωπαϊκές εταιρίες και σχεδιασμένος από την STOXX, έναν πάροχο δεικτών της Deutsche Börse Group και την SIX Group. Αποτελείται από 50 μετοχές των μεγαλύτερων και μεγαλύτερης κινητικότητας εταιριών. Τα παράγωγα του δείκτη, που γίνονται αντικείμενα συναλλαγών στον Eurex, είναι μεταξύ των περισσότερο κινητικών τέτοιων χρεογράφων στην Ευρώπη και σε ολόκληρο τον κόσμο.

Ο Euro Stoxx 50 κατασκευάστηκε τον Φεβρουάριο του έτους 1998. Η σύνθεση του αναθεωρείται σε ετήσια βάση κάθε Σεπτέμβρη. Ο δείκτης είναι διαθέσιμος τόσο σε EUR, USD, CAD, GBP, JPY ισοτιμίες και σε διάφορες μορφές απόδοσης (Τιμή, Καθαρή Απόδοση, Μεικτή Απόδοση). Η τιμή του δείκτη ανανεώνεται κάθε 15'' μεταξύ 09:00 CET και 18:00 CET για τις συνιστώσες των EUR και USD, ενώ οι υπόλοιπες είναι διαθέσιμες μόνο στο τέλος της ημέρας (18:00 CET).

Ο δείκτης χρησιμοποιείται από διάφορα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα για ένα ευρύ φάσμα επενδυτικών προϊόντων, όπως τα ETF's, futures καθώς και options. Επιπλέον περιλαμβάνει το 60% περίπου της συνολικής αξίας κεφαλαιοποίησης του τομέα της ελεύθερης αγοράς του δείκτη Euro Stoxx Total Market Index (TMI), που με τη σειρά

του περιλαμβάνει περίπου το 95% της αντίστοιχης κεφαλαιοποίησης των χωρών που συμμετέχουν σε αυτόν. Το μεγαλύτερο ποσοστιαίο τμήμα του δείκτη, σε αξία κεφαλαιοποίησης, καταλαμβάνουν οι τράπεζες, και ακολουθούν οι εταιρίες χημικών και οι πετρελαιοβιομηχανίες. Η μέθοδος για την επιλογή των εταιριών διασφαλίζει μια σταθερή και ενημερωμένη σύνθεση του δείκτη.

Στο γράφημα που ακολουθεί, παρουσιάζεται η πορεία του δείκτη EuroStoxx50 για τα τελευταία 5 χρόνια:



Εικόνα 5-4: Πορεία δείκτη EuroStoxx 50 τα τελευταία πέντε χρόνια

5.4 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Στην παρούσα ενότητα, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από τις προσομοιώσεις για τους δείκτες DAX, CAC40, DOW και EuroStoxx50 που, ως αναφέρθηκε, χρησιμοποιήθηκαν.

Σκοπός της βελτιστοποίησης είναι να ελεγχθεί η εγκυρότητα του μοντέλου, έτσι ώστε να μας παρέχει εχέγγυα για μελλοντική χρήση και εφαρμογή.

Συνοπτικά, για τους τέσσερις δείκτες που πραγματοποιήθηκε η βελτιστοποίηση/αξιολόγηση, παρήχθη ένα σύνολο αποτελεσμάτων, που καταδεικνύει ότι το χαρτοφυλάκιο που επιλέχθηκε για κάθε δείκτη ακολουθεί τη τάση του δείκτη, που ήταν το κύριο αντικείμενο της παρούσας Διπλωματικής.

Στις εικόνες -5.5-5.32 και στους πίνακες 5.2 – 5.9 που ακολουθούν, φαίνονται οι τιμές των αντικειμένων βελτιστοποίησης όπως αυτές προέκυψαν. Προτού, ωστόσο, προχωρήσουμε σε παρουσίαση των αποτελεσμάτων, κρίνεται σκόπιμο να

επεξηγήσουμε τη μορφή παρουσίασης τους, στους αντίστοιχους πίνακες και στα αντίστοιχα διαγράμματα, καθώς επίσης και να γίνει μια πρόβλεψη των αποτελεσμάτων αυτών.

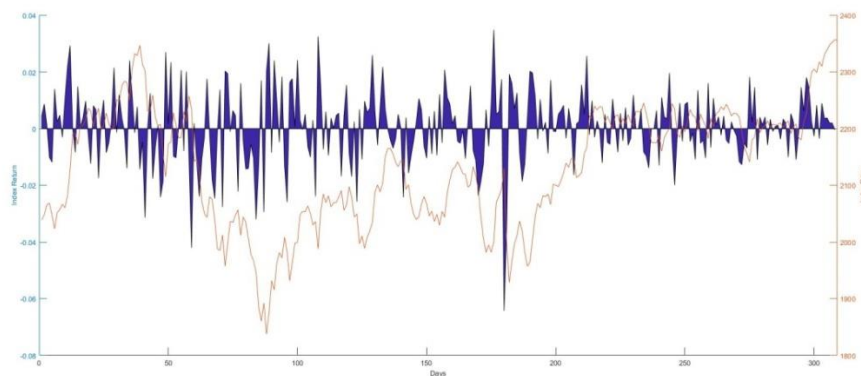
5.4.1 Μορφή Παρουσίασης

Η βελτιστοποίηση για κάθε δείκτη ξεκινά στηριζόμενη στο γεγονός ότι προϋπάρχει χαρτοφυλάκιο το οποίο θα βελτιστοποιηθεί.

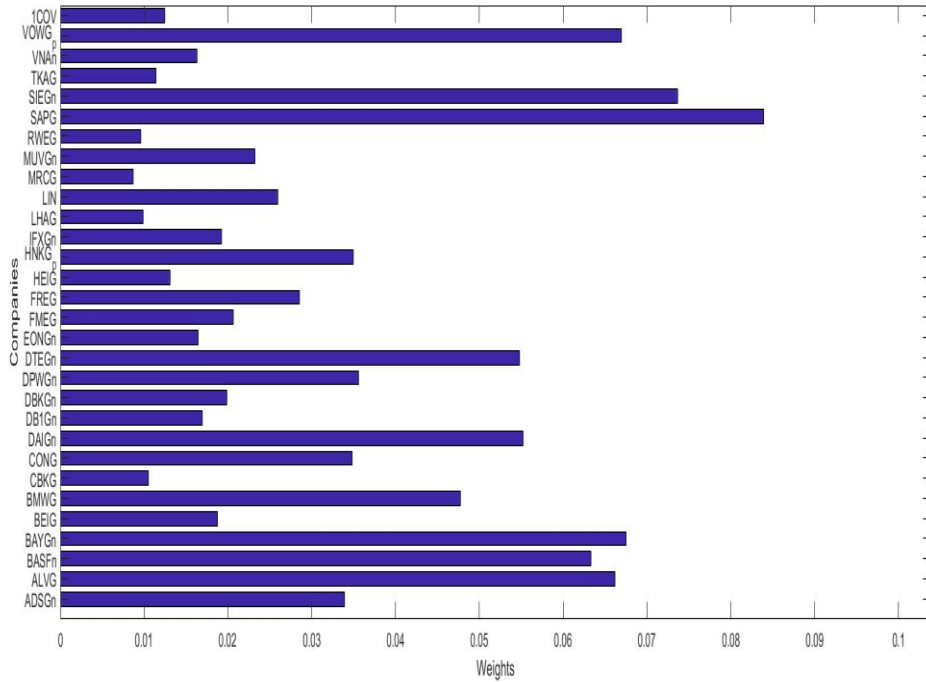
Για κάθε δείκτη θα ακολουθήσουν τα εξής διαγράμματα:

- *Διάγραμμα 1:* Η εξέλιξη της πορείας της τιμής σε σχέση με την απόδοση του δείκτη για το διάστημα που μελετήθηκε.
- *Διάγραμμα 2:* Η αρχική συμμετοχή κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο (βάρος).
- *Διάγραμμα 3:* Η διαμορφωμένη συμμετοχή της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο που διαμορφώθηκε-βελτιστοποιήθηκε .
- *Διάγραμμα 4:* Η μεταβολή του σφάλματος αποτύπωσης σε σχέση με τον αριθμό των μετοχών .
- *Διάγραμμα 5:* Σύγκριση της απόδοσης των βελτιστοποιημένων χαρτοφυλακίων με την απόδοση του αρχικού χαρτοφυλακίου.
- *Διάγραμμα 6:* Εκτίμηση της απόδοσης του βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου σε μελλοντικό χρόνο
- *Διάγραμμα 7:* Μέση συμμετοχή της κάθε μετοχής στα χαρτοφυλάκια

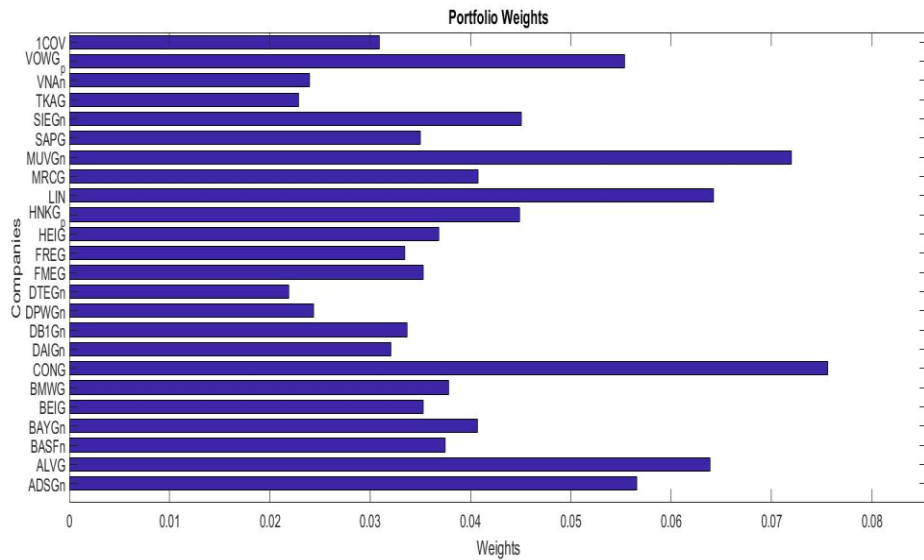
5.4.2 Αποτελέσματα Δείκτη DAX



Εικόνα 5-5 Πορεία απόδοσης σε σχέση με την τιμή του δείκτη DAX

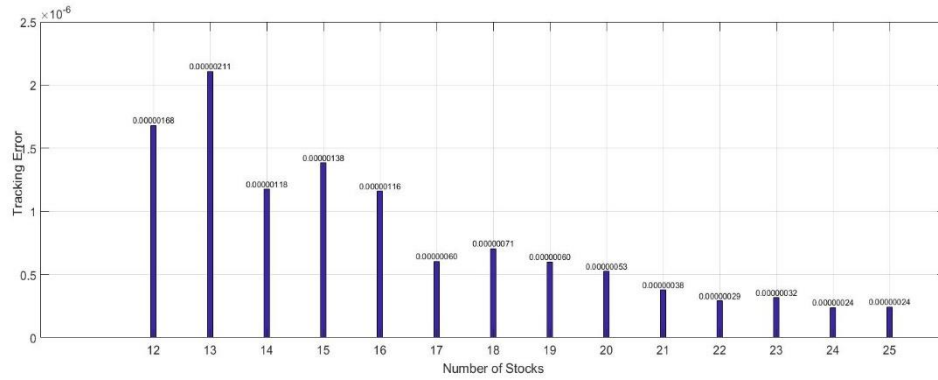


Εικόνα 5-6 Αρχική συμμετοχή κάθε μετοχής στον δείκτη DAX

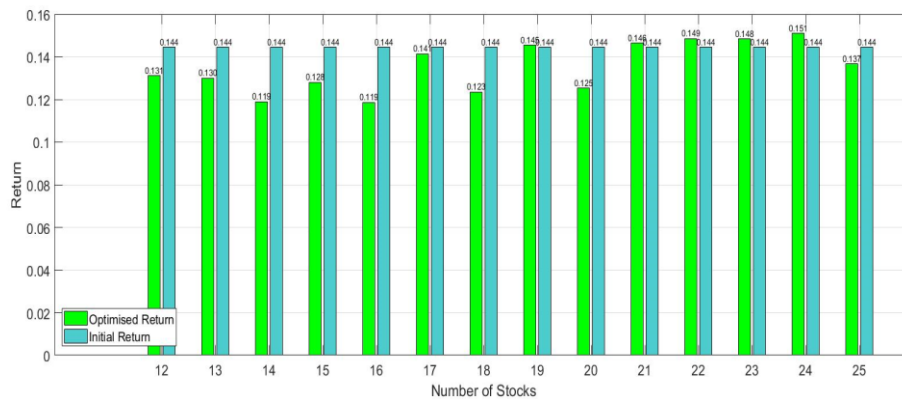


e

Εικόνα 5-7 Τελική/Διαμορφωμένη συμμετοχή στο βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο του δείκτη DAX



Εικόνα 5-8 Μεταβολή του Tracking Error στον δείκτη DAX

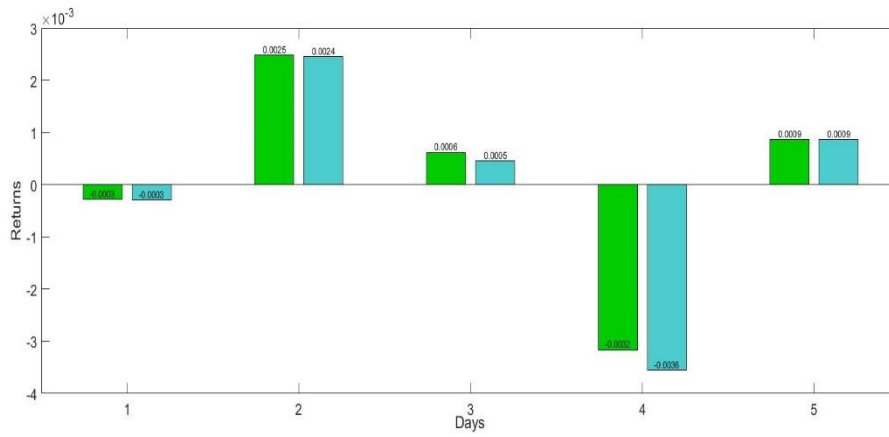


Εικόνα 5-9 Απόδοση Βελτιστοποιημένων Χαρτοφυλακίων δείκτη DAX

Πίνακας 5-2: Αναλυτικά δεδομένα αποδόσεων και σφάλματος δείκτη DAX

Number of Stocks	Optimized Return	Deviation from the INDEX ³	Tracking Error
12	0,131115	-0,09252	1,68*10 ⁻⁶
13	0,13006	-0,09982	2,11*10 ⁻⁶
14	0,118887	-0,17715	1,18*10 ⁻⁶
15	0,127971	-0,11428	1,38*10 ⁻⁶
16	0,118662	-0,17871	1,16*10 ⁻⁶
17	0,141307	-0,02198	6,04*10 ⁻⁷
18	0,12347	-0,14543	7,06*10 ⁻⁷
19	0,145375	0,006176	5,98*10 ⁻⁷
20	0,12527	-0,13297	5,26*10 ⁻⁷
21	0,146362	0,013006	3,78*10 ⁻⁷
22	0,148566	0,028262	2,90*10 ⁻⁷
23	0,148389	0,027038	3,15*10 ⁻⁷
24	0,150923	0,044575	2,38*10 ⁻⁷
25	0,136735	-0,05362	2,43*10 ⁻⁷

³ Deviation from the INDEX = (optimized return-Index Return)/ (Index Return)

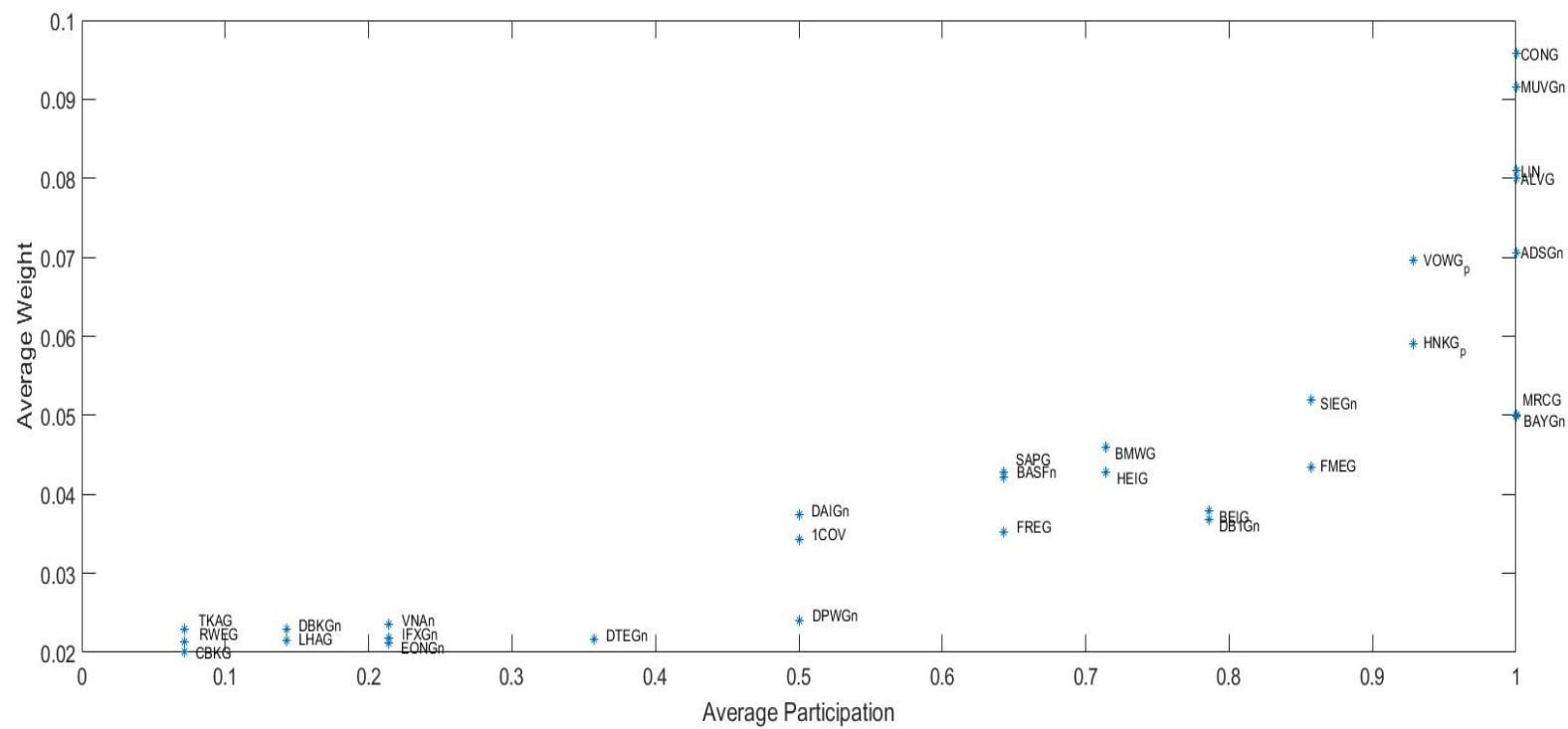


Εικόνα 5-10 Εκτίμηση πορείας βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου

Πίνακας 5-3: Αναλυτικά δεδομένα εκτίμησης πορείας δείκτη DAX

Out-of-sample Validation

Days	1	2	3	4	5
<i>Index Return</i>	-0,0003	0,0024	0,00058	-0,0036	0,0009
<i>Optimized Return</i>	-0,0003	0,0025	0,0005	-0,0032	0,0009
<i>Deviation from the INDEX</i>	0,0000	0,0417	0,2000	-0,1111	0,0000



Εικόνα 5-11 Αποτελεσματικό Μέτωπο δείκτη DAX

Στο διάγραμμα 5.5 απεικονίζεται η απόδοση του δείκτη για την περίοδο που εξετάστηκε με τη μπλε γραμμή ενώ η τιμή τις αντίστοιχες μέρες παρουσιάζεται με την κόκκινη γραμμή.

Στο διάγραμμα 5.6 παρουσιάζεται η αναλογία των μετοχών που συμμετέχουν στο αρχικό χαρτοφυλάκιο τη χρονική στιγμή $t=0$ της βελτιστοποίησης. Πρόκειται για τα ονόματα και τα αντίστοιχα βάρη των μετοχών που απαρτίζουν τον δείκτη. Παρατηρείται ότι με εξαίρεση έξι μετοχών, όλες οι υπόλοιπες συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο με πολύ μικρό ποσοστό.

Στο διάγραμμα 5.7 παρουσιάζεται η συμμετοχή των επιλεγμένων μετοχών στο νέο βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο που προκύπτει στο τέλος της περιόδου, που αποτελεί και την πρόταση για την επένδυση στην επόμενη χρονική περίοδο. Η ανάλυση του διαγράμματος αυτού θα πραγματοποιηθεί παρακάτω, σε συνδυασμό με τα διαγράμματα 5.6 και 5.11.

Στο διάγραμμα 5.8 παρουσιάζεται η μεταβολή του σφάλματος αποτύπωσης της απόδοσης του βελτιστοποιημένου, ανά πλήθος μετοχών, χαρτοφυλακίου σε σχέση με το αρχικό χαρτοφυλάκιο. Στη συγκεκριμένη περίπτωση το μοντέλο ανταποκρίθηκε σύμφωνα με τη προσδοκώμενη συμπεριφορά. Φαίνεται δηλαδή ότι όσες περισσότερες μετοχές περιλαμβάνει το χαρτοφυλάκιο, τόσο μικρότερη η έκθεση σε κίνδυνο.(diversity).

Το διάγραμμα 5.9 χρησιμοποιείται προκειμένου να συγκριθεί η απόδοση του αρχικού χαρτοφυλακίου με τα νέα βελτιστοποιημένα. Συγκεκριμένα, οι πράσινες γραμμές απεικονίζουν την απόδοση που θα παρουσίαζε το χαρτοφυλάκιο την περίοδο που εξετάστηκε, εάν αντί για το χαρτοφυλάκιο με όλες τις μετοχές του δείκτη είχε επιλεγθεί το χαρτοφυλάκιο με k μετοχές. Αντίστοιχα, η μπλε γραμμή απεικονίζει την απόδοση του αρχικού αυτούσιου χαρτοφυλακίου όπως αυτή προέκυψε μετά το πέρας της χρονικής περιόδου T . Παρατηρείται ότι για μικρό αριθμό μετοχών η βελτιστοποιημένη απόδοση αποκλίνει από την πραγματική απόδοση του δείκτη ενώ σε μεγαλύτερα πλήθη μετοχών φαίνεται να ακολουθεί καλύτερα τον δείκτη.

Συνδυάζοντας τα αποτελέσματα των διαγραμμάτων 5.8 και 5.9 παρατηρείται ότι ενώ το σφάλμα αποτύπωσης είναι το μικρότερο όταν επιλέγονται 22 μετοχές, η συνολική απόδοση του νέου χαρτοφυλακίου παρουσιάζει μεγαλύτερη συσχέτιση με αυτή του δείκτη στις 19 μετοχές. Από αυτό συμπεραίνεται ότι το μοντέλο εξετάζει το σφάλμα διαδοχικά για κάθε υποπερίοδο του δείγματος.

Ο Πίνακας 5.2, παρουσιάζει αναλυτικά τις τιμές που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση για κάθε πιθανό πλήθος μετοχών. Πέρα από τις τιμές της νέας απόδοσης και του σφάλματος αποτύπωσης σε κάθε πιθανό k έχει υπολογιστεί και η ποσοστιαία μεταβολή της απόδοσης που θα παρουσίαζε σε κάθε περίπτωση το βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο. Όπως φαίνεται και στο προηγούμενο διάγραμμα για μικρό πλήθος παρατηρείται μείωση της απόδοσης που στη χειρότερη περίπτωση φτάνει το 17% ενώ αντίθετα, σε μεγάλα πλήθη παρατηρείται αύξηση σε μικρότερα ωστόσο ποσοστά. Στο σύνολο, η μέση ποσοστιαία μεταβολή της απόδοσης ανέρχεται στο -0,0641.

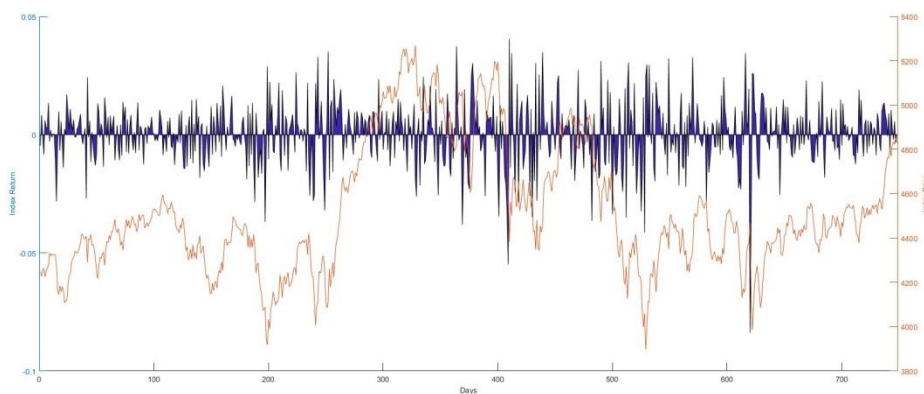
Το διάγραμμα 5.10 και ο Πίνακας 5.3 χρησιμοποιούνται με σκοπό την αξιολόγηση του αποτελέσματος. Όπως έχει προαναφερθεί, η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε σε ένα διάστημα $[0, T]$ και από αυτήν προέκυψε ένα νέο χαρτοφυλάκιο. Στο διάγραμμα αυτό, με μπλε χρώμα παρουσιάζεται η απόδοση του δείκτη- ενώ με πράσινο η απόδοση του νέου βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου για το διάστημα $[T, \xi]$ όπου ξ μία χρονική στιγμή στο μέλλον. Παρατηρείται ότι έχει επιτευχθεί ο στόχος του μοντέλου, να ακολουθείται δηλαδή σε μελλοντικό χρόνο η απόδοση του δείκτη. Όπως φαίνεται και από το διάγραμμα αλλά και από τον πίνακα με τις αναλυτικές τιμές, η απόδοση που παρουσιάζει ο δείκτης με την απόδοση που παρουσιάζει το νέο χαρτοφυλάκιο στη πλειοψηφία των περιπτώσεων είναι σχεδόν ταυτόσημες με πολύ μικρές αποκλίσεις. Ωστόσο, στη περίπτωση μικρών τιμών απόδοσης, το δείγμα φαίνεται να παρουσιάζει μεγαλύτερη ποσοστιαία απόκλιση, που ωστόσο, εξαιτίας των πολύ μικρών τιμών που μελετούνται, η ανάλυση της απόκλισης αυτής μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένα συμπεράσματα.

Συσχετίζοντας τώρα τα διαγράμματα 5.9 και 5.10 μπορεί να γίνει η εξής παρατήρηση: Στις ημερήσιες προβλέψεις της περιόδου $[T, \xi]$ η μέση ποσοστιαία μεταβολή της απόδοσης του βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου από την απόδοση του δείκτη είναι 0,026111 ενώ παρατηρώντας όλο το δείγμα της βελτιστοποίησης η διαφορά ανέρχεται στο 0,044575.

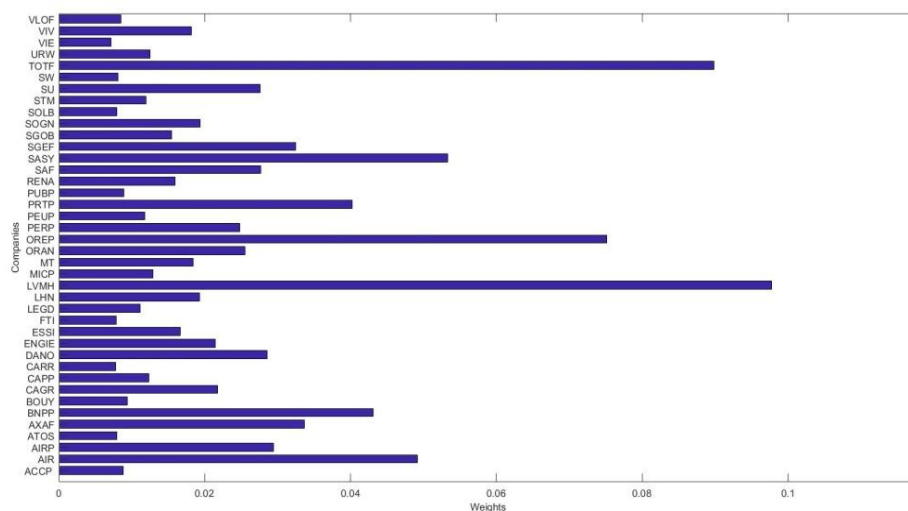
Το τελευταίο διάγραμμα αναπαριστά το αποτελεσματικό μέτωπο. Πιο συγκεκριμένα, στο διάγραμμα αυτό τοποθετούνται όλες οι μετοχές που περιλαμβάνει ο δείκτης ανάλογα με τη ποσοστιαία συμμετοχή τους στα βελτιστοποιημένα χαρτοφυλάκια. Οι μετοχές που βρίσκονται στο πάνω δεξιά τεταρτημόριο αποτελούν τις μετοχές που συμμετείχαν στα περισσότερα χαρτοφυλάκια, με τη μεγαλύτερη συμμετοχή. Οι μετοχές που βρίσκονται πάνω στην τεταρτημένη $x=1$, είναι οι μετοχές οι οποίες έχουν συμμετάσχει σε όλα τα πιθανά χαρτοφυλάκια που δημιουργήθηκαν για το σύνολο των $n-m+1$ πλήθος μετοχών.

Παρατηρείται εδώ ότι στο βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο που αποτελεί και έξοδο του προγράμματος, οι μετοχές που έχουν το μεγαλύτερο βάρος είναι αυτές οι οποίες βρίσκονται στη καλύτερη θέση του αποτελεσματικού μετώπου. Πιο συγκεκριμένα, με σειρά φθίνουσας συμμετοχής οι πέντε επικρατέστερες μετοχές του τελικού χαρτοφυλακίου είναι οι : CONG, MUVG_n, LIN, ALVG και η VGWG_p. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα 5.11, όλες οι μετοχές αυτές βρίσκονται στο δεξί τεταρτημόριο γεγονός που δείχνει ότι το πρόγραμμα επιλέγει τις αποτελεσματικότερες για αυτό μετοχές παρέχοντας μεγάλη σε αυτές συμμετοχή.

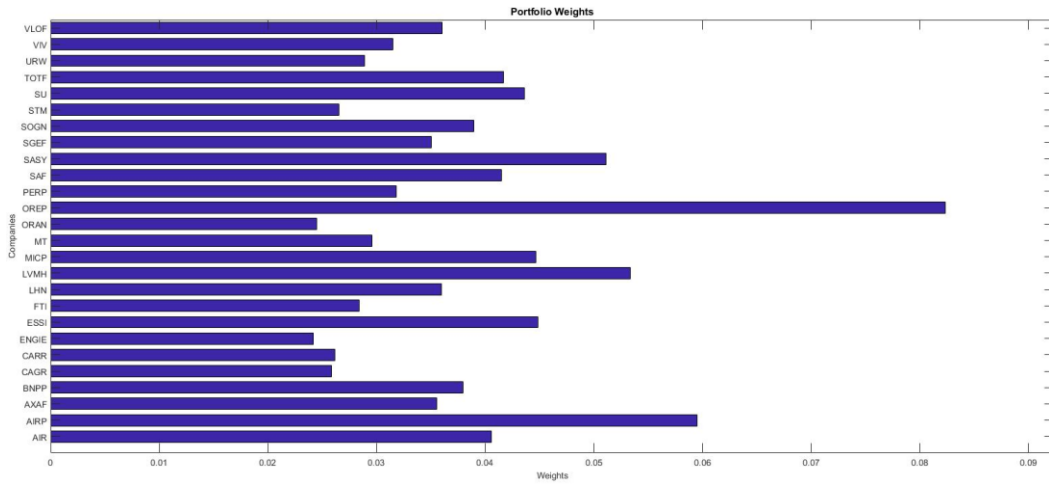
5.4.3 Αποτελέσματα Δείκτη CAC40



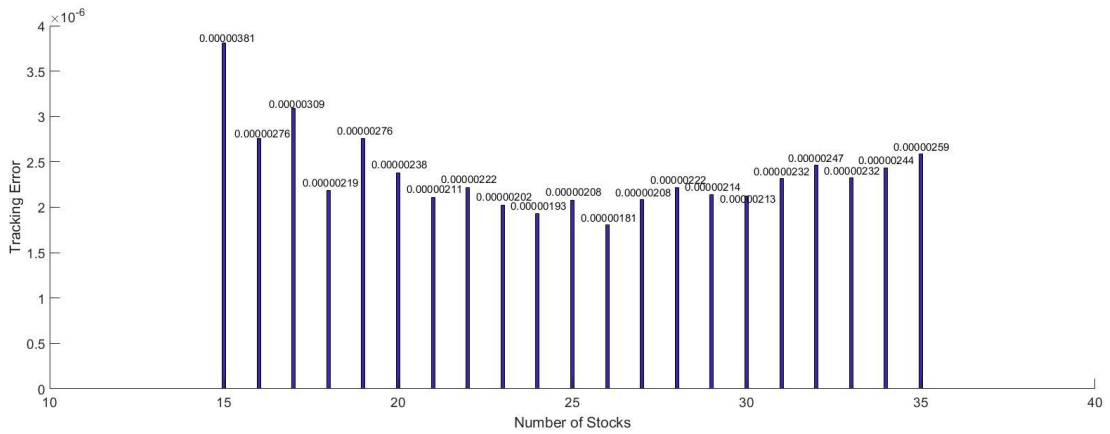
Εικόνα 5-12 Πορεία απόδοσης σε σχέση με την τιμή του δείκτη CAC40



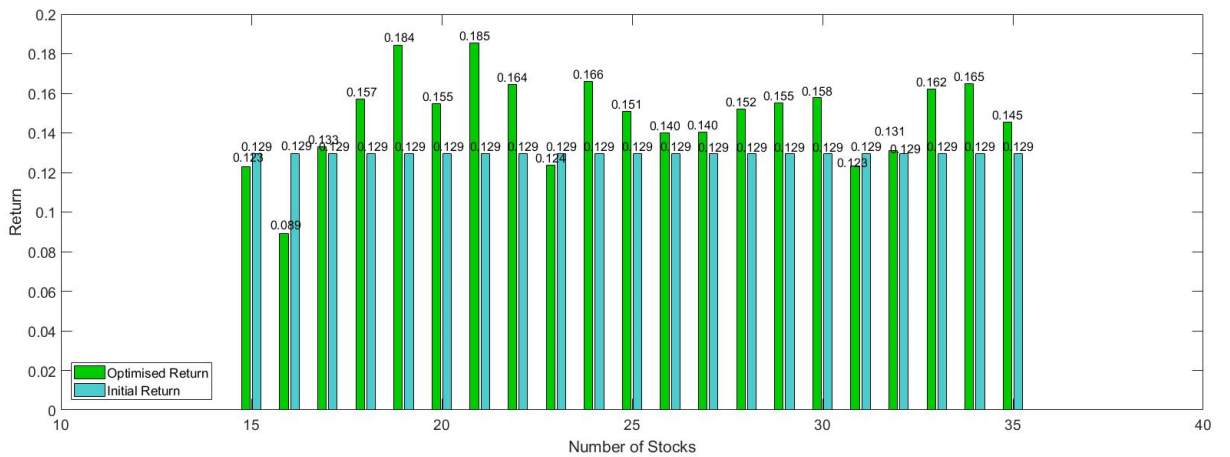
Εικόνα 5-13 Αρχική συμμετοχή κάθε μετοχής στον δείκτη CAC40



Εικόνα 5-14 Τελική/Διαμορφωμένη συμμετοχή στο βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο του δείκτη CAC40



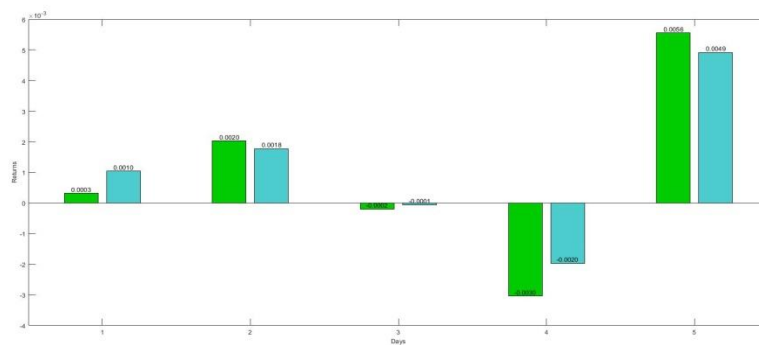
Εικόνα 5-15 Μεταβολή του Tracking Error στον δείκτη CAC40



Εικόνα 5-16 Απόδοση Βελτιστοποιημένων Χαρτοφυλακίων δείκτη CAC40

Πίνακας 5-4: Αναλυτικά δεδομένα αποδόσεων και σφάλματος

Number of Stocks	Optimized Return	Deviation from the Index	Tracking Error
15	0,122983	-0,04987	3,81*10 ⁻⁶
16	0,089169	-0,31111	2,76*10 ⁻⁶
17	0,132865	0,026467	3,09*10 ⁻⁶
18	0,156913	0,21226	2,19*10 ⁻⁶
19	0,184363	0,424327	2,76*10 ⁻⁶
20	0,154667	0,194908	2,38*10 ⁻⁶
21	0,185432	0,432582	2,11*10 ⁻⁶
22	0,164414	0,270208	2,22*10 ⁻⁶
23	0,12361	-0,04503	2,02*10 ⁻⁶
24	0,165883	0,281553	1,93*10 ⁻⁶
25	0,150828	0,165243	2,08*10 ⁻⁶
26	0,139838	0,080342	1,81*10 ⁻⁶
27	0,140218	0,083281	2,08*10 ⁻⁶
28	0,152071	0,17485	2,22*10 ⁻⁶
29	0,155175	0,198831	2,14*10 ⁻⁶
30	0,157827	0,219322	2,13*10 ⁻⁶
31	0,123482	-0,04602	2,32*10 ⁻⁶
32	0,131099	0,012831	2,47*10 ⁻⁶
33	0,162071	0,252109	2,32*10 ⁻⁶
34	0,164728	0,272634	2,44*10 ⁻⁶
35	0,145397	0,123289	2,59*10 ⁻⁶



Εικόνα 5-17 Εκτίμηση πορείας βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου

-Πίνακας 5-5: Αναλυτικά δεδομένα εκτίμησης πορείας δείκτη CAC40

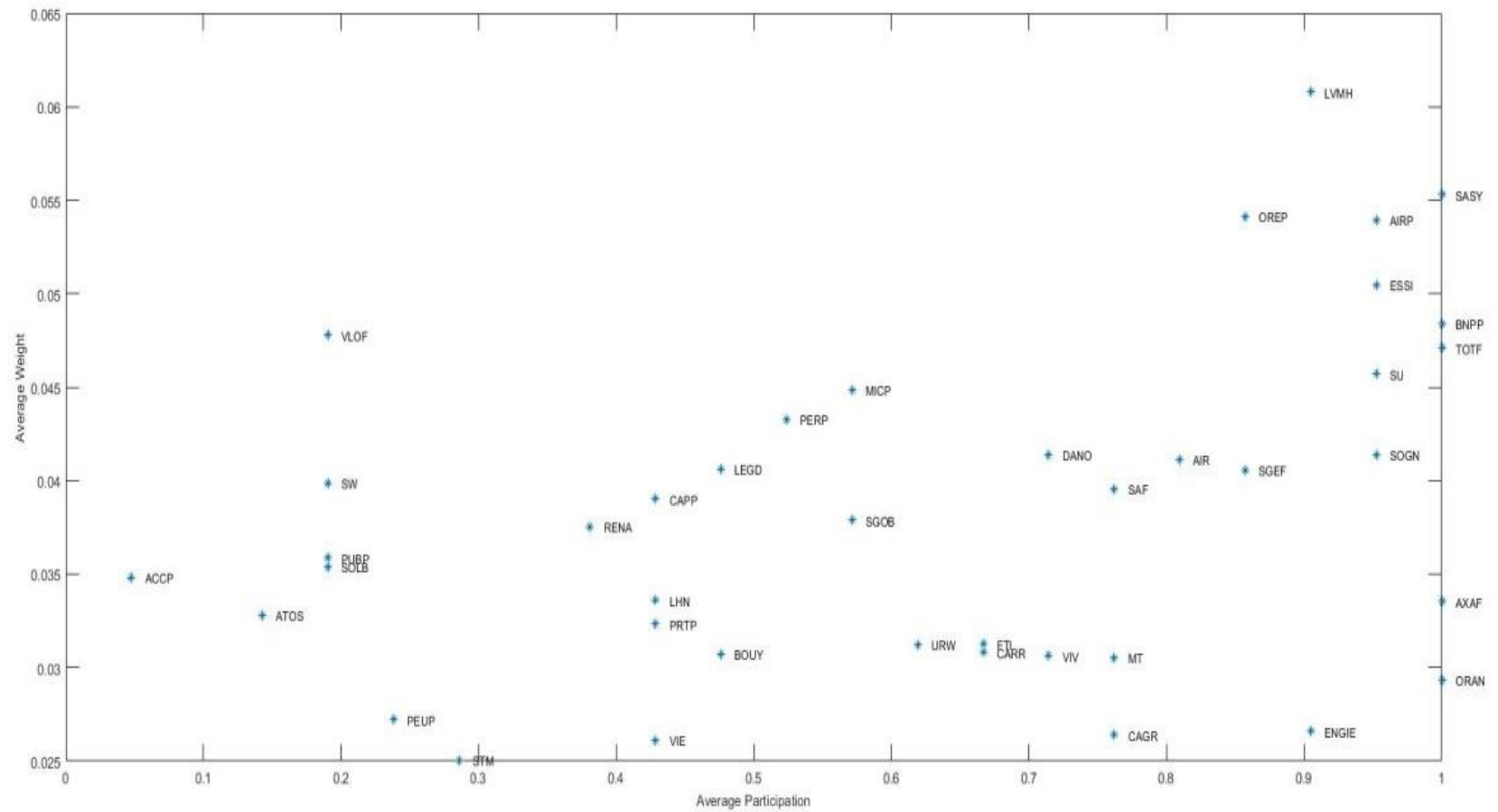
Out-of-Sample

Days

Index Return

Days	1	2	3	4	5
Index Return	0,0100	0,0018	-0,0001	-0,002	0,0049

<i>Optimized Return</i>	0,0003	0,0020	-0,00011	-0,003	0,0056
<i>Deviation from the Index</i>	-0,970	0,1111	0,1	0,500	0,1428



Εικόνα 5-18 Αποτελεσματικό Μέτωπο δείκτη CAC40

Εξετάζοντας τον δείκτη CAC40 και σε αντιστοιχία με την ανάλυση που προηγήθηκε για τον δείκτη DAX παρατηρείται ότι όσον αφορά το σφάλμα αποτύπωσης, το μοντέλο δεν ανταποκρίθηκε σύμφωνα με την προσδοκώμενη συμπεριφορά της διαφοροποίησης. Παρατηρείται δηλαδή, ότι το σφάλμα αποτύπωσης μειώνεται μέχρι και την επιλογή των 26 μετοχών και στη συνέχεια παρουσιάζει ανοδική πορεία.

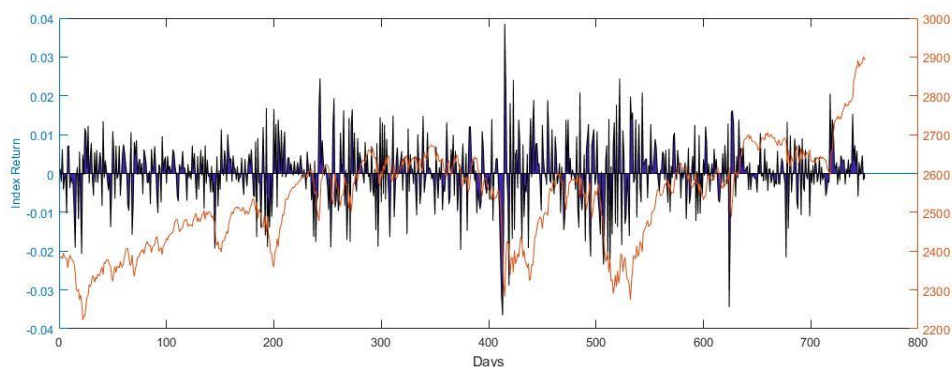
Η επιλογή και η κατασκευή του δείκτη με 26 μετοχές στο σύνολο της εξεταζόμενης περιόδου παρουσίασε αυξημένη κατά 8% απόδοση, σε σχέση με την απόδοση του δείκτη.

Επιπλέον, όπως προκύπτει από το διάγραμμα 5.16 τα χαρτοφυλάκια που επιλέχθηκαν ως βέλτιστα για κάθε πλήθος μετοχών, φαίνεται να παρουσιάζουν καλύτερη συνολική απόδοση σε σχέση με το δείκτη, με εξαίρεση ελάχιστες περιπτώσεις.

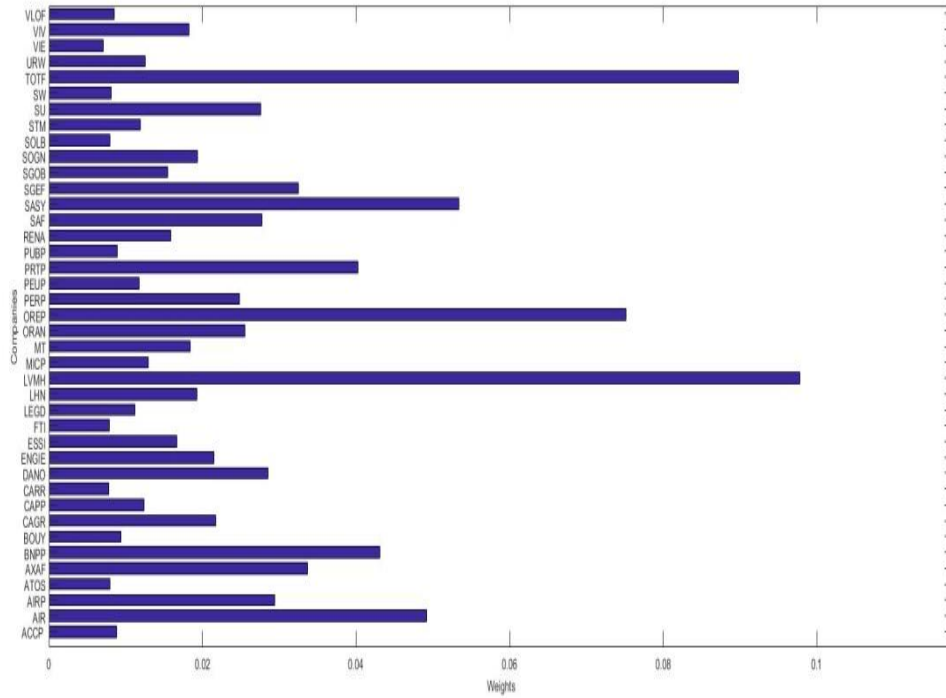
Σχετικά με την αξιολόγηση του βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου, παρατηρείται ότι το νέο χαρτοφυλάκιο παρουσιάζει καλή συμπεριφορά ακολουθώντας την πορεία του δείκτη με τη μέση ποσοστιαία απόκλιση από την απόδοση του δείκτη να ανέρχεται στο -2.3%

Εξετάζοντας τώρα το αποτελεσματικό μέτωπο, παρατηρείται ότι στο βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο που αποτελεί και έξοδο του προγράμματος οι μετοχές που έχουν το μεγαλύτερο βάρος είναι αυτές οι οποίες βρίσκονται στη καλύτερη θέση του αποτελεσματικού μετώπου.

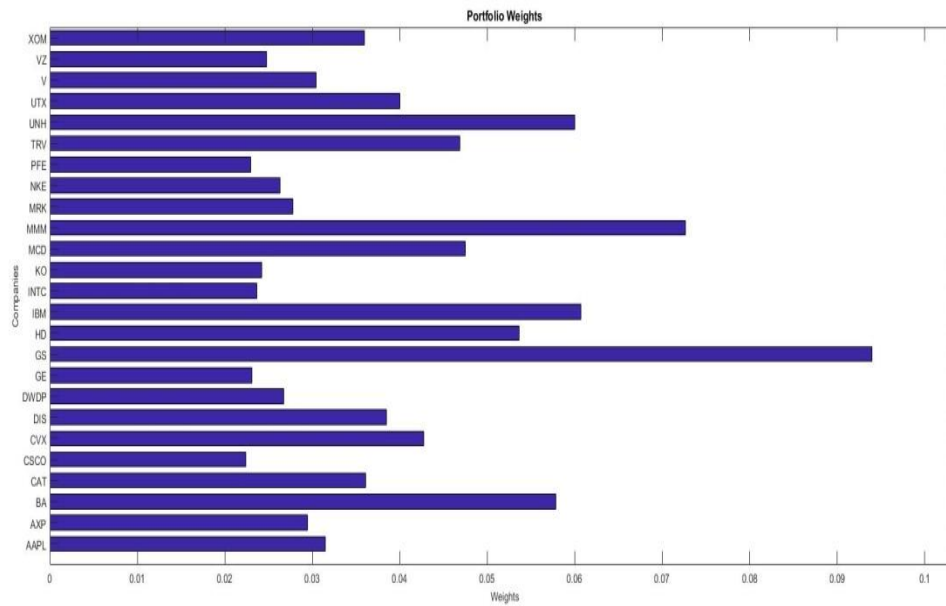
5.4.4 Αποτελέσματα δείκτη DOW JONES



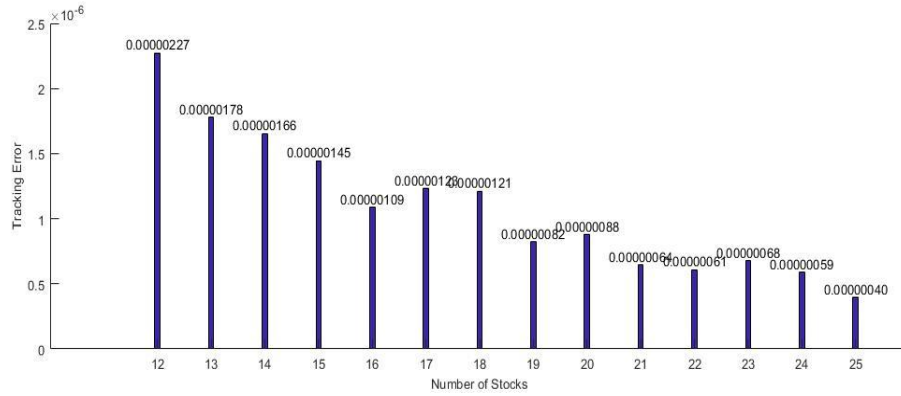
Εικόνα 5-19 Πορεία απόδοσης σε σχέση με την τιμή του δείκτη DOW30



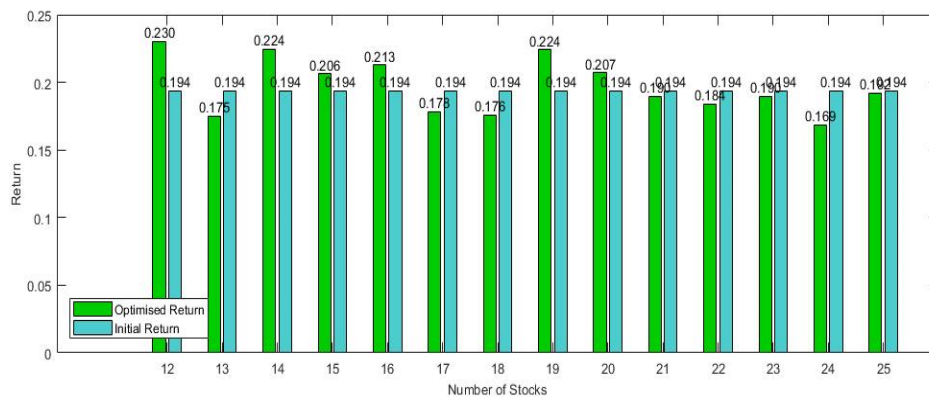
Εικόνα 5-20 Αρχική συμμετοχή κάθε μετοχής στον δείκτη DOW30



Εικόνα 5-21 Τελική/Διαμορφωμένη συμμετοχή στο βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο του δείκτη DOW30



Εικόνα 5-22 Μεταβολή του Tracking Error στον δείκτη DOW30

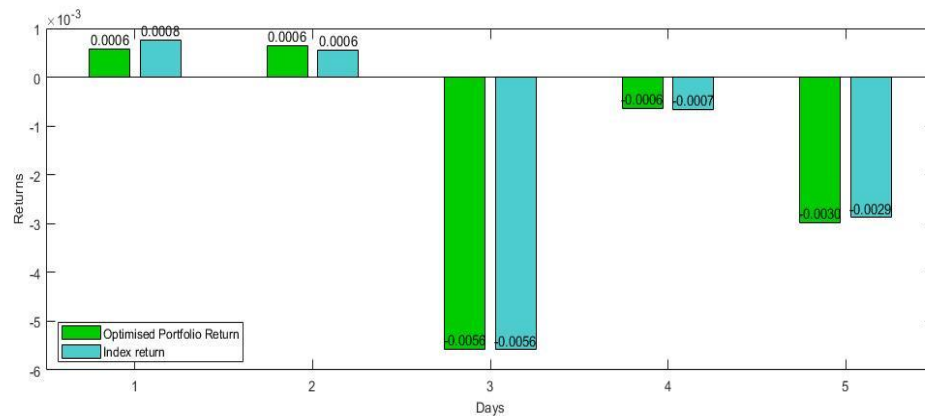


Εικόνα 5-23 Απόδοση Βελτιστοποιημένων Χαρτοφυλακίων δείκτη DOW30

Πίνακας 5-6: Αναλυτικά δεδομένα αποδόσεων και σφάλματος

Number of Stocks	Optimized Return	Deviation from the Index	Tracking Error
12	0,230366595	0,189296	2,27*10 ⁻⁶
13	0,175306618	-0,09496	1,78*10 ⁻⁶
14	0,224484052	0,158926	1,66*10 ⁻⁶
15	0,206388418	0,065506	1,458*10 ⁻⁶
16	0,212748652	0,098341	1,09*10 ⁻⁶
17	0,178222543	-0,0799	1,23*10 ⁻⁶
18	0,17602773	-0,09124	1,21*10 ⁻⁶
19	0,224170401	0,157307	8,21*10 ⁻⁷
20	0,207143187	0,069402	8,77*10 ⁻⁷
21	0,189610454	-0,02111	6,43*10 ⁻⁷
22	0,184049382	-0,04982	6,09*10 ⁻⁷
23	0,189732012	-0,02049	6,79*10 ⁻⁷
24	0,168560655	-0,12978	5,87*10 ⁻⁷
25	0,192360051	-0,00692	3,97*10 ⁻⁷

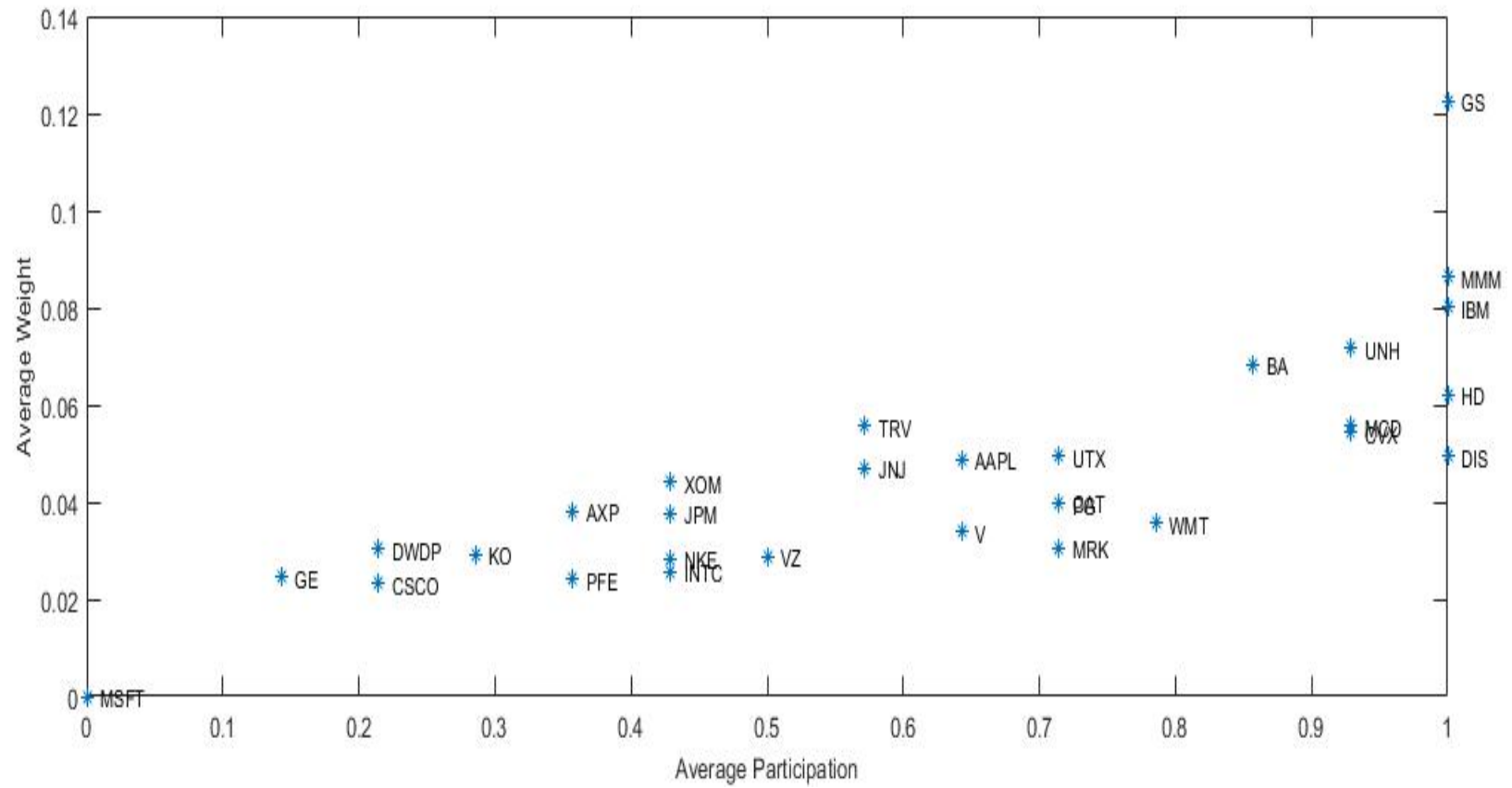
Εικόνα 5-24 Εκτίμηση πορείας βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου



Πίνακας 5-7: Αναλυτικά δεδομένα εκτίμησης πορείας δείκτη DOW30

Out-of-Sample Validation

Days	1	2	3	4	5
<i>Optimized Return</i>	0,0006	0,0006	-0,0056	-0,0006	-0,0029
<i>Index Return</i>	0,0008	0,0006	-0,0056	-0,0007	-0,0029
<i>Deviation from the Index</i>	-0,2500	0,0000	0,0000	-0,1428	0,0000



Εικόνα 5-25 Αποτελεσματικό Μέτωπο δείκτη DOW30

Αναλύοντας τα δεδομένα που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση του δείκτη DOW JONES παρατηρείται ότι ως προς την αρχή της διαφοροποίησης το μοντέλο ανταποκρίνεται σχεδόν ιδανικά. Ως καλύτερη επιλογή για τη σύνθεση του νέου χαρτοφυλακίου επιλέγεται το χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από 25 μετοχές, που ήταν και ο μέγιστος δυνατός αριθμός.

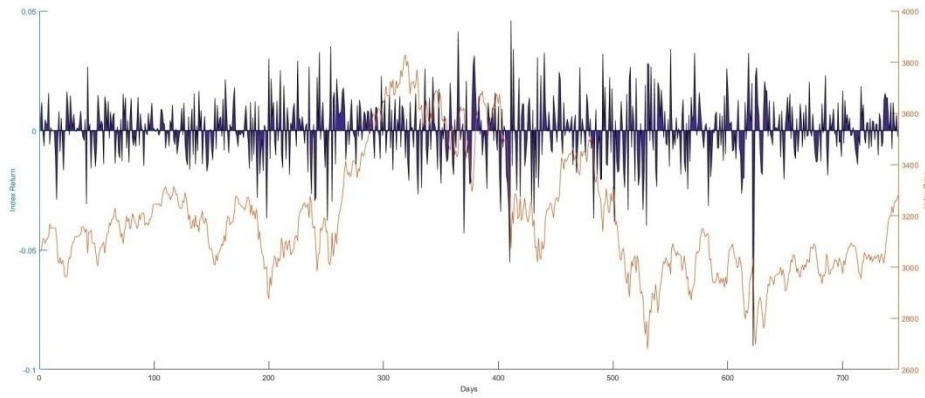
Εξετάζοντας τη συνολική απόδοση που παρουσίασε το βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο στη διάρκεια της προσομοίωσης - Διάγραμμα 5.23, παρατηρείται ότι η τιμή της ήταν πολύ κοντά με την τιμή της απόδοσης του δείκτη. Συγκεκριμένα, η ποσοστιαία διαφορά τους ήταν 0,7% με την απόδοση του βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου να παρουσιάζει χαμηλότερη τιμή.

Επιπλέον, από το διάγραμμα 5.23 φαίνεται ότι σε όλα τα χαρτοφυλάκια που δημιουργήθηκαν, η συνολική απόδοση λάμβανε τιμές παρόμοιες με αυτές του δείκτη.

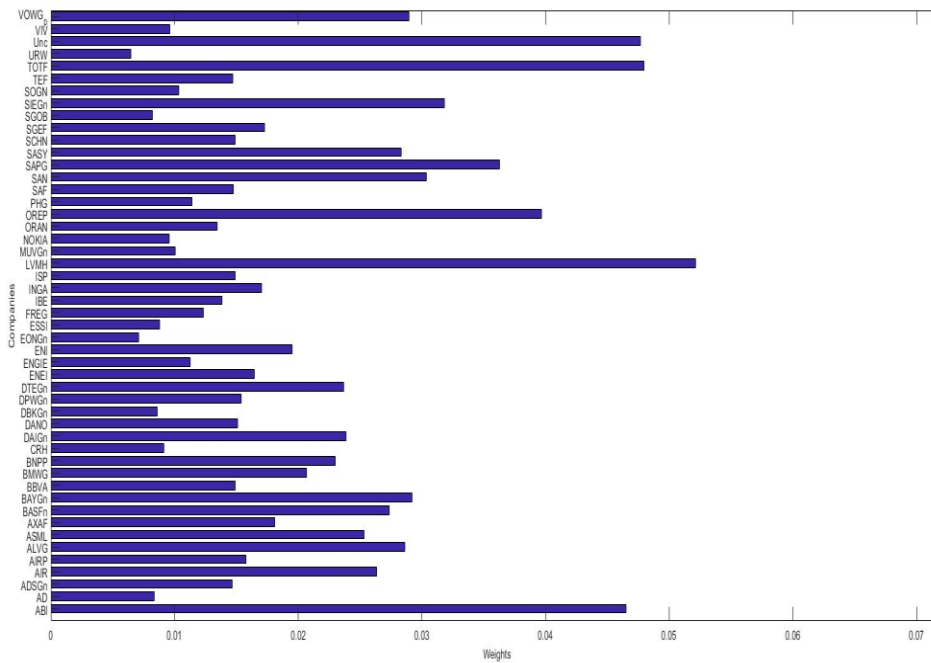
Σχετικά με την αξιολόγηση του βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου, παρατηρείται ότι το νέο χαρτοφυλάκιο παρουσιάζει γενικά καλή συμπεριφορά ακολουθώντας την πορεία του δείκτη. Στις τρεις από τις πέντε περιόδους που εξετάστηκαν η απόδοση του βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου ταυτίζεται με την απόδοση του δείκτη, ενώ στις άλλες δύο περιπτώσεις η ποσοστιαία απόκλιση φτάνει το 25%, τιμή οριακά αποδεκτή. Στο σύνολο, η μέση ποσοστιαία απόκλιση από την απόδοση του δείκτη ανέρχεται στο -7,8%

Εξετάζοντας τώρα το αποτελεσματικό μέτωπο, παρατηρείται όπως και στους προηγούμενους δείκτες ότι στο βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο που αποτελεί και έξοδο του προγράμματος οι μετοχές που έχουν το μεγαλύτερο βάρος είναι αυτές οι οποίες βρίσκονται στη καλύτερη θέση του αποτελεσματικού μετώπου.

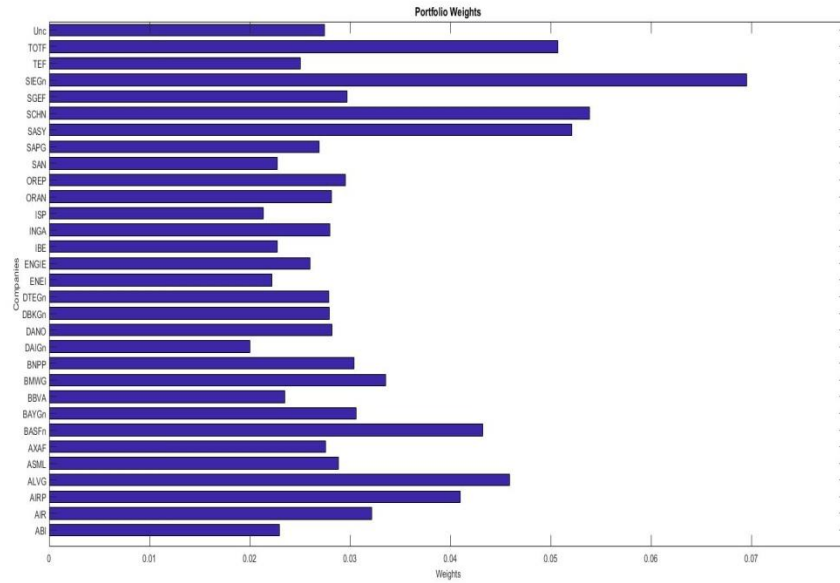
5.4.5 Αποτελέσματα Δείκτη EuroStoxx50



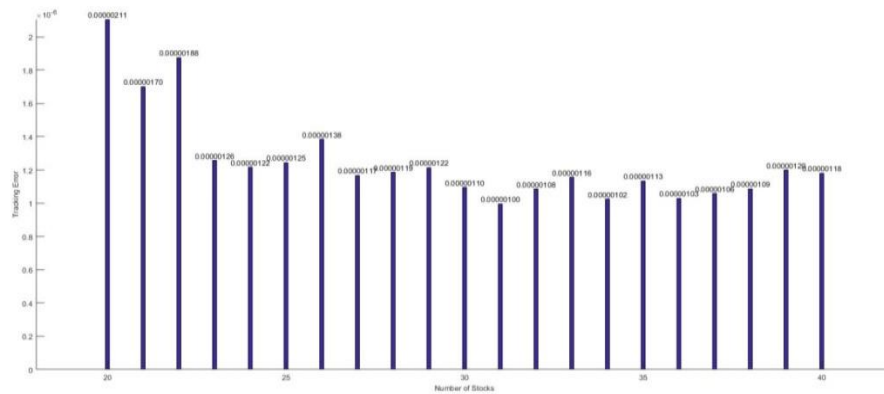
Εικόνα 5-26 Πορεία απόδοσης σε σχέση με την τιμή του δείκτη EuroStoxx50



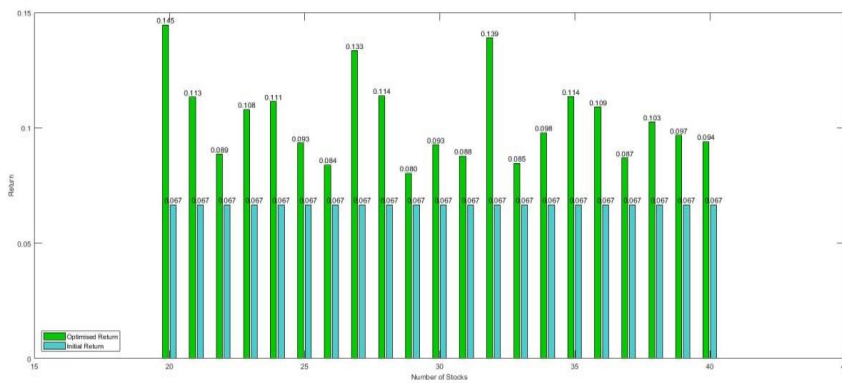
Εικόνα 5-27 Αρχική συμμετοχή κάθε μετοχής στον δείκτη EuroStoxx50



Εικόνα 5-28 Τελική/Διαμορφωμένη συμμετοχή στο βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο του δείκτη EuroStoxx50



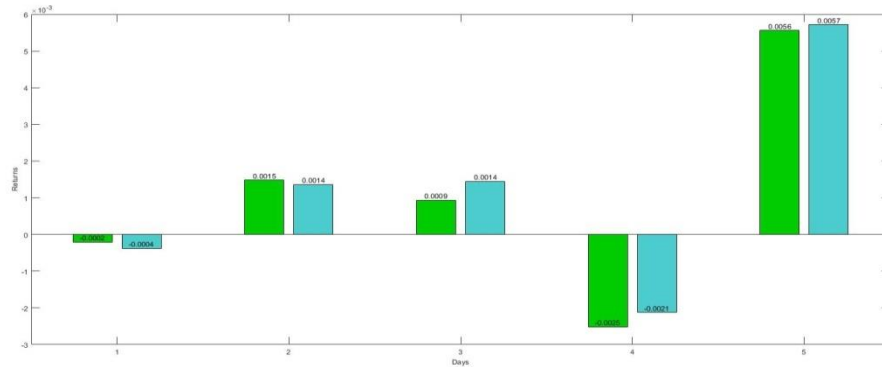
Εικόνα 5-29 Μεταβολή του Tracking Error στον δείκτη EuroStoxx50



Εικόνα 5-30 Απόδοση Βελτιστοποιημένων Χαρτοφυλακίων δείκτη EuroStoxx50

Πίνακας 5-8: Αναλυτικά δεδομένα αποδόσεων και σφάλματος

Number of Stocks	Optimized Return	Deviation from the Index	Tracking Error
20	0,144665	1,171254	2,11*10 ⁻⁶
21	0,113319	0,700788	1,70*10 ⁻⁶
22	0,088667	0,330787	1,88*10 ⁻⁶
23	0,107913	0,619657	1,26*10 ⁻⁶
24	0,111375	0,671613	1,22*10 ⁻⁶
25	0,093442	0,402464	1,25*10 ⁻⁶
26	0,083983	0,260492	1,38*10 ⁻⁶
27	0,133447	1,002887	1,17*10 ⁻⁶
28	0,113936	0,710049	1,19*10 ⁻⁶
29	0,080366	0,206205	1,22*10 ⁻⁶
30	0,092744	0,391976	1,10*10 ⁻⁶
31	0,087836	0,318322	9,96*10 ⁻⁷
32	0,139024	1,086592	1,08*10 ⁻⁶
33	0,084689	0,271091	1,16*10 ⁻⁶
34	0,097914	0,469577	1,02*10 ⁻⁶
35	0,113616	0,705242	1,13*10 ⁻⁶
36	0,10905	0,636724	1,03*10 ⁻⁶
37	0,086965	0,305249	1,06*10 ⁻⁶
38	0,102559	0,539293	1,09*10 ⁻⁶
39	0,096807	0,452966	1,20*10 ⁻⁶
40	0,094063	0,411776	1,18*10 ⁻⁶

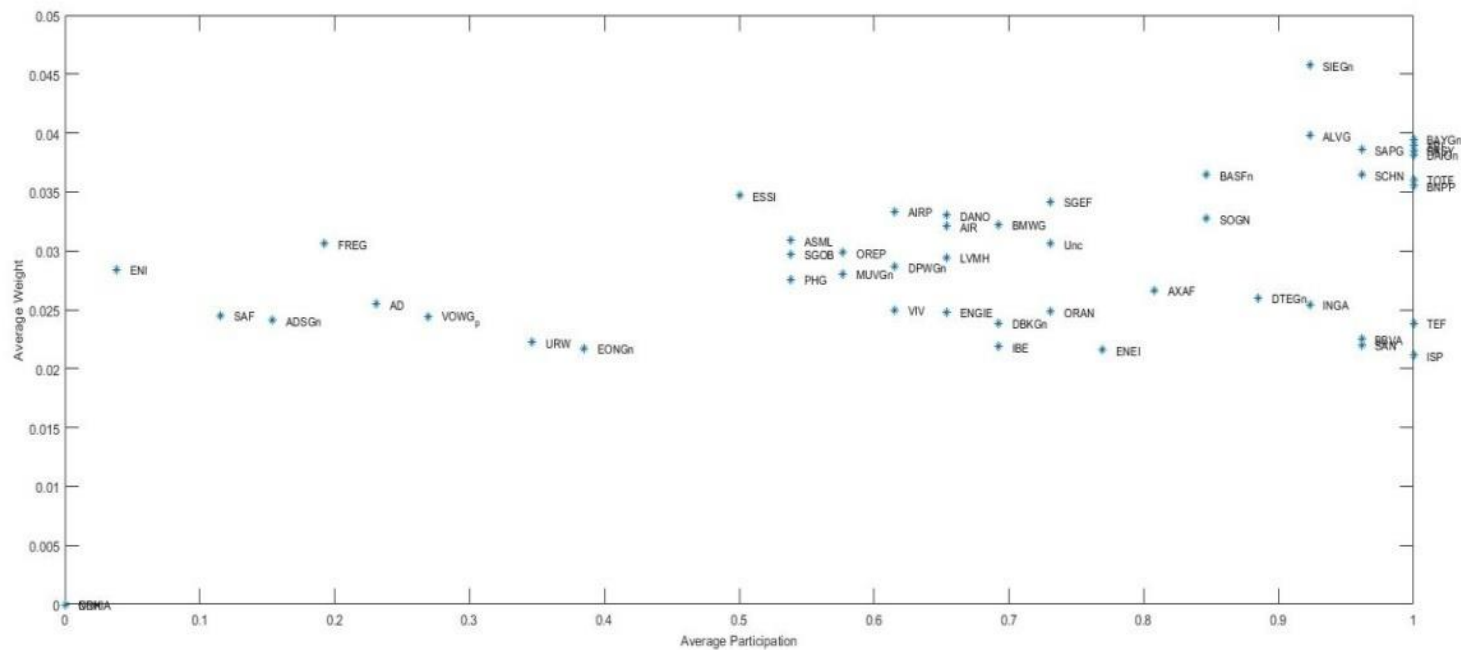


Εικόνα 5-31 Εκτίμηση πορείας βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου

Πίνακας 5-9: Αναλυτικά δεδομένα εκτίμησης πορείας δείκτη EuroStoxx50

Out-of-sample

Days	1	2	3	4	5
Index Return	-0,0004	0,0014	0,0014	-0,0021	0,0057
Optimized Return	-0,0002	0,0015	0,0009	-0,0025	0,0056
Deviation from the Index	-0,5000	0,0714	-0,3571	0,1904	-0,0175



Εικόνα 5-32: Αποτελεσματικό Μέτωπο Δείκτη EuroStoxx5

Αναλύοντας τα δεδομένα που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση του δείκτη EuroStoxx 50, παρατηρείται ότι όπως και στη περίπτωση του CAC40 το σφάλμα αποτύπωσης προσεγγίζει ένα κάτω όριο και στη συνέχεια λαμβάνει τιμές μεγαλύτερες από αυτό. Στην βελτιστοποίηση του δείκτη αυτού, το μικρότερο σφάλμα αποτύπωσης παρουσιάστηκε με την επιλογή 31 μετοχών.

Εξετάζοντας τη συνολική απόδοση που παρουσίασε το βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο στη διάρκεια της προσομοίωσης - Διάγραμμα 5.30, παρατηρείται ότι οι αποδόσεις που παρουσίασαν όλα τα βελτιστοποιημένα χαρτοφυλάκια ήταν σαφώς καλύτερες από την απόδοση που παρουσίασε ο δείκτης. Αυτό ενδεχομένως οφείλεται στο γεγονός ότι ο δείκτης παρουσίαζε ελαφρά πτωτική τάση για το διάστημα που εξετάστηκε, και ταυτόχρονα το μοντέλο επιλέγει τις αποδοτικότερες μετοχές.

Συγκεκριμένα, και σε αντίθεση με τις προηγούμενες προσομοιώσεις, η ποσοστιαία διαφορά της απόδοσης μεταξύ δείκτη και βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου ανέρχεται στο 31.8%. Η τιμή αυτή είναι πολύ μεγαλύτερη από τις αποδεκτές (5-20%).

Σχετικά με την αξιολόγηση του βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου συνδυάζοντας το διάγραμμα 5.1 και τον πίνακα 5.9 παρατηρείται ότι το νέο χαρτοφυλάκιο ακολουθεί την πορεία του δείκτη, παρουσιάζοντας ωστόσο μεγάλες αποκλίσεις, με τη μέση ποσοστιαία απόκλιση να ανέρχεται στο 12,56%

Τέλος, ως προς το αποτελεσματικό μέτωπο, επιβεβαιώνεται το αποτέλεσμα των προηγούμενων δεικτών. Όπως και στους προηγούμενους δείκτες στο βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο που αποτελεί και έξοδο του προγράμματος οι μετοχές που έχουν το μεγαλύτερο βάρος είναι αυτές οι οποίες βρίσκονται στη καλύτερη θέση του αποτελεσματικού μετώπου.

5.5 ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Στην προηγούμενη παράγραφο παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα της συμπεριφοράς του μοντέλου/προγράμματος όταν αυτό εφαρμόστηκε στους δείκτες: DAX, CAC40, Dow Jones και EuroStoxx 50.

Συγκεκριμένα, και στις τέσσερις περιπτώσεις θεωρήσαμε ότι το αρχικό χαρτοφυλάκιο περιλαμβάνει όλες τις μετοχές του δείκτη με τα βάρη που ορίζει ο δείκτης. Στη συνέχεια, ο αλγόριθμος δοκιμάζει πιθανούς συνδυασμούς πλήθους και συμμετοχής των μετοχών ώσπου να καταλήξει στο χαρτοφυλάκιο που θα παρουσιάσει το μικρότερο σφάλμα αποτύπωσης.

Το μοντέλο/πρόγραμμα θεωρεί ότι έχουμε για μια δεδομένη χρονική περίοδο ένα χαρτοφυλάκιο μετοχών με την αναλογία του δείκτη, και εξετάζει για αυτήν τη χρονική περίοδο ποιος θα ήταν ο βέλτιστος αριθμός k μετοχών και ποιες οι αντίστοιχες συμμετοχές τους, ώστε να είχε ακολουθηθεί καλύτερα ο δείκτης την περίοδο αυτή. Στη συνέχεια, θεωρεί ότι αυτός ο συνδυασμός και η αναλογία μετοχών θα είναι ο αποδοτικότερος/ βέλτιστος για την επόμενη χρονική περίοδο.

Κρίνοντας από τα αποτελέσματα, το μοντέλο φαίνεται να είναι αποδοτικό ως προς την παρακολούθηση του δείκτη. Πιο συγκεκριμένα, σε όλους τους δείκτες που εξετάστηκαν, η πορεία της απόδοσης του βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου ταυτίζεται με την πορεία του δείκτη, είτε αυτή είναι θετική είτε είναι αρνητική.

Παρατηρείται ωστόσο, ότι το μοντέλο ανταποκρίνεται καλύτερα στη βελτιστοποίηση δεικτών που περιλαμβάνουν λιγότερες μετοχές παρουσιάζοντας μικρότερα ποσοστά απόκλισης από την απόδοση του δείκτη. Επιπλέον, στις περιπτώσεις του DAX και του DOW JONES το μοντέλο λειτουργεί σύμφωνα με την αρχή της διαφοροποίησης,

Τέλος, παρατηρήθηκε, ότι για κάθε δείκτη, το μοντέλο ξεχώριζε τις αποτελεσματικότερες μετοχές και τις περιελάμβανε σε κάθε πιθανό χαρτοφυλάκιο που δημιουργούσε ανάλογα με το πλήθος k .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο

6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό παρατίθενται τα γενικά συμπεράσματα και πραγματοποιείται μια σύνοψη του μοντέλου και του λογισμικού που αναπτύχθηκε. Παρατίθενται τα πλεονεκτήματα της χρήσης του, και στη συνέχεια αναπτύσσονται οι προοπτικές που παρουσιάζει το μοντέλο, τόσο σε θεωρητική όσο και σε αλγοριθμική ανάπτυξη.

Επιπλέον, καταγράφονται τα στοιχεία για μελλοντική βελτίωση του υπολογιστικού συστήματος που υλοποιήθηκε και προτείνονται λύσεις, όπου αυτό είναι εφικτό.

6.2 ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Το πρόγραμμα που υλοποιήθηκε χρησιμοποιεί παθητικές στρατηγικές διαχείρισης χαρτοφυλακίων και ειδικότερα την στρατηγική αντιστοίχισης δείκτη.

Τα βασικά πλεονεκτήματα μιας στρατηγικής αντιστοίχισης είναι τα χαμηλά έξοδα συναλλαγής ως αποτέλεσμα των περιορισμένων αγοραπωλησιών, καθώς και τα χαμηλά πάγια έξοδα διαχείρισης του χαρτοφυλακίου. Εξάλλου, η συγκεκριμένη στρατηγική/τακτική συνεπάγεται για τον επενδυτή, την ανάληψη μόνο του συστηματικού κινδύνου που ενσωματώνεται στον δείκτη που ακολουθείται και όχι των ειδικών κινδύνων που συνδέονται με κάθε επιχείρηση ξεχωριστά.

Από την άλλη πλευρά, το κύριο θέμα μιας στρατηγικής αντιστοίχισης, έχει να κάνει με το ότι, καθώς η απόδοση του παθητικού χαρτοφυλακίου ακολουθεί την απόδοση του δείκτη, μια καθοδική πορεία της αγοράς θα επηρεάσει αναπόφευκτα και την παθητική τοποθέτηση.

Επιπλέον, η αντιστοίχιση δεικτών μεγάλου πλήθους χρεογράφων, πέρα από διαχειριστικές δυσκολίες, εξαιτίας των συχνών διαφοροποιήσεων της σύνθεσής τους, ενδεχομένως τελικά να συνεπάγεται και την αύξηση των εξόδων συναλλαγής.

Επισημαίνεται ότι το λογισμικό που εφαρμόστηκε για τους τέσσερις δείκτες ως προαναφέρθηκαν, επιβεβαίωσε την ανωτέρω συμπεριφορά του μοντέλου και της πρακτικής.

6.3 ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

Οι μελλοντικές προοπτικές και επεκτάσεις που αφορούν το μοντέλο που υλοποιήθηκε μπορούν να διαχωριστούν σε δύο επιμέρους κατευθύνσεις.

Περαιτέρω βελτίωση του Θεωρητικού Μοντέλου: Αναφορικά με τις επεκτάσεις ως προς το μοντέλο της βελτιστοποίησης, σημαντική είναι η δυνατότητα εύκολης προσθήκης επιπλέον περιορισμών και παραμέτρων. Ορισμένες προτάσεις περιορισμών οι οποίες μπορούν να διατυπωθούν σε γραμμική μορφή και που θα μπορούσαν να επεκτείνουν το μοντέλο και να δώσουν περισσότερες επιλογές στον επενδυτή είναι οι ακόλουθες:

- *Περιορισμοί κλάδων.* Στην περίπτωση αυτή θα δίνεται η δυνατότητα να καθοριστούν τα άνω και κάτω όρια του ποσοστού του συνολικού κεφαλαίου το οποίο θα επενδυθεί στον κάθε κλάδο. Για τον σκοπό αυτόν, ωστόσο, απαιτείται πέρα από την προσαρμογή του μοντέλου, η εύρεση της πληροφορίας για την κατηγοριοποίηση των μετοχών σε κλάδους.
- *Περιορισμοί που αφορούν το πλήθος των μετοχών.* Το πλήθος των μετοχών $[x_i]$ που διατηρούνται από κάθε μετοχή να μην ξεπερνά μια προκαθορισμένη τιμή που θα ορίζει ο χρήστης,
- *Επέκταση του κριτηρίου βελτιστοποίησης.* Ειδικότερα, μία καλή εναλλακτική βελτιστοποίησης θα ήταν να επιλέγεται το χαρτοφυλάκιο το οποίο παρουσιάζει την καλύτερη σχέση απόδοσης-σφάλματος
- *Ύπαρξη κριτηρίου απόφασης (threshold)* που σε πτωτικές καταστάσεις του δείκτη να υφίσταται εκ μέρους του λογισμικού ένδειξη πώλησης του χαρτοφυλακίου.
- *Δυνατότητα συνεκτίμησης εξωγενών παραγόντων* για τις μετοχές του επιλεγμένου χαρτοφυλακίου.

Περαιτέρω βελτιώσεις επί του λογισμικού: Στην παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύχθηκε και ελέγχθηκε το πρόγραμμα βελτιστοποίησης παθητικού χαρτοφυλακίου. Για την εμπορική εκμετάλλευσή του εν λόγω προγράμματος απαιτείται σε δεύτερο χρόνο:

- η χρήση καλύτερου user interface
- η ενδεχόμενη εισαγωγή άλλων λειτουργιών λήψης δεδομένων από βάσεις χρηματιστηρίων,
- η λήψη στοιχείων σε πραγματικό χρόνο (real time) για άμεση παρακολούθηση της πορείας του χαρτοφυλακίου

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

7 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΩΔΙΚΑ

Στο παράρτημα αυτό, θα γίνει μια εκτενής παρουσίαση του κώδικα του συστήματος που υλοποιήθηκε. Προκειμένου η παρουσίαση να είναι κατανοητή και ολοκληρωμένη, οι συναρτήσεις θα παρουσιάζονται με τη σειρά κλήσης τους.

Το πρόγραμμα ξεκινά με την κλήση του script **Run.m**. Το script αυτό χρησιμοποιείται για να ορίσει ο χρήστης τις μεταβλητές εισόδου, δηλαδή τον δείκτη που θα υλοποιηθεί η προσομοίωση, το αν θα αναδιαρθρωθεί κάποιο υπάρχον χαρτοφυλάκιο ή θα δημιουργηθεί κάποιο νέο καθώς και το ελάχιστο και το μέγιστο πλήθος μετοχών. Αφού επιλέξει τον επιθυμητό δείκτη, καλείται η `readInput.m` στην οποία πραγματοποιείται η ανάγνωση και η αποθήκευση των ιστορικών στοιχείων. Στη συνέχεια, πέρα από την οριστικοποίηση του μέγιστου και του ελάχιστου πλήθους από το χρήστη, γίνονται και οι δηλώσεις των άλλων παραμέτρων απαραίτητων για την υλοποίηση του μοντέλου.

Το `Run.m` είναι υπεύθυνο για την κλήση των συναρτήσεων που θα συμβάλλουν στην εξαγωγή των τελικών αποτελεσμάτων. Αφού ολοκληρωθούν οι διαδικασίες παραμετροποίησης καλείται η `index_tracking.m`, η `plotgraph.m` και τέλος η `ValidationRet.m` οι οποίες θα επεξηγηθούν σε μεταγενέστερο χρόνο.

Παρακάτω παρατίθεται ο κώδικας της **Run.m**

```
%Choosing index to evaluate
list = {'DAX30','EuroStoxx50','DOW30','CAC40'};
[indx,tf] = listdlg("ListString", list, ...
    "SelectionMode", "Single", ...
    "Name", "Index Selection", ...
    "PromptString", {"Select an index..."});
if tf==1

[ names, weights, prices, indexprice, indexRet, validationPrices, validationIndexPrice, units]=readInput(indx);

%Choose between new or existing portfolio
choice=chooseport;
exit=0;
%disp(choice);
if choice==1
    CurrentStocks = zeros(size(prices,2),1);
elseif choice==2
    CurrentStocks=units;
```

```

else
    exit=1;
end

if exit~=1
%Specifying portfolio size
lower=size(names,2)+1;
while lower>size(names,2) ||lower<1
    prompt = {'Enter the lower number of stocks'};
    titleK = 'Input ';
    definput = {''};
    opts.Interpreter = 'tex';
    lower = (inputdlg(prompt,titleK,[1 40],definput,opts));
    lower=str2double(lower);
        if lower>size(names,2)
            warningMessage = sprintf('Warning: Number k cannot be
greater than total number of units');
            uiwait(msgbox(warningMessage));
            end
            if lower<1
                warningMessage = sprintf('Warning: Number k must be greater
than 1');
                uiwait(msgbox(warningMessage));
                end
                if isempty(lower)==1
                    break
                end
            end
        end

if isempty(lower)~=1

upper=-1;

while upper<=lower || upper>size(names,2)
    prompt = {'Enter the upper number of stocks'};
    titleK = 'Input 2 ';
    definput = {''};
    opts.Interpreter = 'tex';
    upper = (inputdlg(prompt,titleK,[1 40],definput,opts));
    upper=str2double(upper);
        if upper>size(names,2)
            warningMessage = sprintf('Warning: Number k cannot be
greater than total number of units');
            uiwait(msgbox(warningMessage));
            end
            if upper<=lower
                warningMessage = sprintf('Warning: Number k must be greater
than minimum number of units');
                uiwait(msgbox(warningMessage));
                end
                if upper==NaN
                    warningMessage = sprintf('Warning: Number k must be greater
than minimum number of units');
                    uiwait(msgbox(warningMessage));
                    end
                    if isempty(upper)==1
                        break
                    end
                end
            end
        end
end

```

```

if isempty(upper)~=1

plotinitial;
lowerbound=0.02;
upperbound=0.7;
totalValue=30000;

%Run on 4 Cores
delete(gcp('nocreate'));
files = dir;
files = {files(3:end).name};
myCluster = parcluster('local');
myCluster.NumWorkers = 4; % 'Modified' property now TRUE
saveProfile(myCluster); % 'local' profile now updated,
                        % 'Modified' property now FALSE
%parpool('open','speedy-4core',4,'FileDependencies',files)
parpool(4)
tic;

[portRet, results,
units,numBits,numErr,allReturns,weightsf,indexErr] =
index_tracking(prices,indexprice,names,lowerbound,upperbound,lower,
upper,30000,CurrentStocks);
plotgraph;
validationRet=Validation(units,validationPrices,validationIndexPrice);

end
end
end
end

```

Πριν περάσουμε στην ανάλυση της `index_tracking.m` η οποία αποτελεί κύρια συνάρτηση του προγράμματος, θα προηγηθεί η `ReadInput.m` η οποία καλείται στην αρχή της `Run.m` και χρησιμοποιείται για το διάβασμα των ιστορικών δεδομένων από τα αντίστοιχα αρχεία. Η συνάρτηση αυτή δέχεται ως παράμετρο την μεταβλητή `deiktis` η οποία αντιστοιχεί στον δείκτη που επέλεξε ο χρήστης, και διαβάζονται τα σχετικά αρχεία. Η αποθήκευση των δεδομένων γίνεται αυτόματα και δημιουργούνται οι εξής πίνακες:

- **prices** - Πίνακας διαστάσεων $n \times m$ ο οποίος περιλαμβάνει τις τιμές της κάθε μετοχής για το διάστημα που πραγματοποιείται η βελτιστοποίηση
- **names** - Πίνακας διαστάσεων $1 \times n$ που περιλαμβάνει τα ονόματα όλων των μετοχών του δείκτη
- **weights** - Πίνακας διαστάσεων $1 \times n$ που περιλαμβάνει τα αρχικά βάρη του χαρτοφυλακίου
- **totalValue** - Το συνολικό ποσό που επιλέγεται να επενδυθεί

- **indexprice** - Πίνακας διαστάσεων $n \times 1$ ο οποίος περιλαμβάνει την τιμή του δείκτη για το διάστημα που πραγματοποιείται η βελτιστοποίηση
- **validationPrices** - Πίνακας που περιλαμβάνει τις τιμές των μετοχών την περίοδο που θα πραγματοποιηθεί η αξιολόγηση του μοντέλου
- **validationIndexPrice** - Πίνακας που περιλαμβάνει τις τιμές που έλαβε ο δείκτης την περίοδο που θα πραγματοποιηθεί η αξιολόγηση του μοντέλου
- **units** - Τα κομμάτια μετοχών που περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο

```
function
[ names, weights, prices, indexprice, indexRet, validationPrices, validationIndexPrice, units ] = readInput( deiktis )
%Συνάρτηση για την αναγωγή και αποθήκευση ιστορικών δεδομένων

if deiktis==1
    ExcelFilename = "DAX30.xlsx";

    if exist(ExcelFilename, 'file')
        sheetName = 'MarketCap';
        PricesSheetName= 'StockData';

        [~, names] = xlsread(ExcelFilename, sheetName, 'a2:a31');
        weights = xlsread(ExcelFilename, sheetName, 'c2:c31');
        names=names';
        weights=weights';
        totalValue=xlsread(ExcelFilename, sheetName, 'b33');
        prices=xlsread(ExcelFilename, PricesSheetName, 'b2:ae310');
        indexprice=xlsread(ExcelFilename, PricesSheetName, 'ag2:ag310');
        validationPrices=xlsread(ExcelFilename, PricesSheetName, 'b310:ae315');
        validationIndexPrice=xlsread(ExcelFilename, PricesSheetName, 'ag310:ag315');

    else
        % File does not exist.
        warningMessage = sprintf('Warning: file does not exist:\n%s', ExcelFilename);
        uiwait(msgbox(warningMessage));
    end

elseif deiktis==2
    ExcelFilename = "EuroStoxx50.xlsx";
```

```

    if exist(ExcelFilename, 'file')
        sheetName = 'MarketCap';
        PricesSheetName= 'StockData';
        [~,names] = xlsread(ExcelFilename,sheetName,'a2:a51');
        weights = xlsread(ExcelFilename,sheetName,'c2:c51');
        names=names';
        weights=weights';
        prices=xlsread(ExcelFilename,PricesSheetName,'b2:ay310');
        totalValue= xlsread(ExcelFilename,sheetName,'b53');
        indexprice=xlsread(ExcelFilename,PricesSheetName,'ba2:ba310
                                                                    ');

        validationPrices=xlsread(ExcelFilename,PricesSheetName,'b31
                                                                    0:ay315');
        validationIndexPrice=xlsread(ExcelFilename,PricesSheetName,
                                                                    'ba310:ba315
                                                                    ');

    else
        % File does not exist.
        warningMessage = sprintf('Warning: file does not
                                exist:\n%s', ExcelFilename);
        uiwait(msgbox(warningMessage));

    end

elseif deiktis==3
    ExcelFilename ="Dow30.xlsx";

    if exist(ExcelFilename, 'file')
        sheetName = 'MarketCap';
        PricesSheetName= 'StockData';
        [~,names] = xlsread(ExcelFilename,sheetName,'a2:a31');

        weights = xlsread(ExcelFilename,sheetName,'c2:c31');
        names=names';
        weights=weights';
        totalValue= xlsread(ExcelFilename,sheetName,'b33');

        prices = xlsread(ExcelFilename,PricesSheetName,'b2:ae752');
        indexprice=xlsread(ExcelFilename,PricesSheetName,'ag2:ag752
');

        validationPrices=xlsread(ExcelFilename,PricesSheetName,'b75
                                                                    2:ae757');
        validationIndexPrice=xlsread(ExcelFilename,PricesSheetName,
                                                                    'ag752:ag757
                                                                    ');

```

```

    else
% File does not exist.
        warningMessage = sprintf('Warning: file does not
                                exist:\n%s',      ExcelFilename);
        uiwait(msgbox(warningMessage));
    end

else

ExcelFilename ="CAC40.xlsx";

if exist(ExcelFilename, 'file')
sheetName = 'MarketCap';
PricesSheetName= 'StockData';
[~,names] = xlsread(ExcelFilename,sheetName,'a2:a33');
weights = xlsread(ExcelFilename,sheetName,'c2:c33');
names=names';
weights=weights';
totalValue= xlsread(ExcelFilename,sheetName,'b43');
prices = xlsread(ExcelFilename,PricesSheetName,'b2:af350');
indexprice=xlsread(ExcelFilename,PricesSheetName,'aq2:aq350
                    ');

validationPrices=xlsread(ExcelFilename,PricesSheetName,'b35
                        0:af355');
validationIndexPrice=xlsread(ExcelFilename,PricesSheetName,
                              'aq350:aq355');

else
% File does not exist.
        warningMessage = sprintf('Warning: file does not
                                exist:\n%s',      ExcelFilename);
        uiwait(msgbox(warningMessage));
    end

end

b = ones(1,size(prices,2));
    for i = 1:size(prices,1)
        for j = 1:size(prices,2)
            if isnan(prices(i,j)) == 1
                b(j) = 0;
            end
            if prices(i,j) == 0
                b(j) = 0;
            end
        end
    end

```



```

        end
        if weights(j) == 0
            b(j) = 0;
        end
        if isnan(weights(j)) == 1
            b(j) = 0;
        end
    end

end
end
b = logical(b);
names = names(b);
prices = prices(:,b);
weights=weights(b);

w =(weights);
units = ((w*totalValue)./prices(end,:))';

indexRet = [ log(indexprice(2:end)./indexprice(1:end-1))'];
xdimen = size(indexprice,1),1;

figure('units','normalized','outerposition',[0 0 1 1])
holdon

yyaxisleft
plot(indexRet)
ylabel('Index Return','fontsize',10);

yyaxisright
plot(indexprice)
xlim([0 xdimen]);
ylabel('Index Price','fontsize',10);
xlabel('Days','fontsize',10);
ylabel('Index Price','fontsize',10);

holdoff

maxw=max(weights);
figure('units','normalized','outerposition',[0 0 1 1])
%subplot(2,1,1)
barh(weights,0.7);
axis([0 maxw+0.02 0 size(names,2)+0.5]);
set(gca, 'YTickLabel',names, 'YTick',1:numel(names));

```

```
xlabel('Weights','fontsize',10);
ylabel('Companies','fontsize',10);
get(gca)
axison
```

Αφού αποθηκευτούν οι πίνακες που αφορούν τα δεδομένα του επιθυμητού δείκτη, καλείται η συνάρτηση `chooseport.m`. Με την `chooseport.m` εμφανίζεται στην οθόνη του χρήστη, ένα παράθυρο επιλογής. Από το παράθυρο αυτό ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει αν θα επεξεργαστεί κάποιο υπάρχον χαρτοφυλάκιο ή αν θα δημιουργήσει ένα καινούργιο. Επιπλέον, υπάρχει η επιλογή `Cancel` με την οποία τερματίζεται η εφαρμογή.

```
function choice = chooseport
    answer = questdlg('Create new portfolio?', ...
        'Portfolio choice', ...
        'Yes', 'No', 'Cancel', 'Cancel');
    % Handle response
    switch answer
    case 'Yes'
        % disp([answer ' coming right up.'])
        choice = 1;
    case 'No'
        % disp([answer ' coming right up.'])
        choice = 2;
    case 'Cancel'
        %disp('I'll bring you your check.')
        choice = 0;
    end
end
```

Όπως προαναφέρθηκε, η `Run.m` καλεί την `index_tracking.m`. Η τελευταία, είναι υπεύθυνη για την έναρξη του γενετικού αλγορίθμου, την υλοποίηση όλων των σταδίων αυτού, την επιλογή της βέλτιστης λύσης και τέλος την εξαγωγή του τελικού βελτιστοποιημένου χαρτοφυλακίου. Αναλυτικότερα, η συνάρτηση αυτή ξεκινάει με την αρχικοποίηση των μεταβλητών της. Στη συνέχεια, για κάθε πιθανό πλήθος μετοχών δημιουργεί με τη χρήση του γενετικού αλγορίθμου το χαρτοφυλάκιο που παρουσιάζει το μικρότερο `Tracking Error`. Διευκρινίζεται εδώ, ότι η διαδικασία και οι συναρτήσεις του γενετικού αλγορίθμου θα αναλυθούν παρακάτω. Προκειμένου να επιλεγεί το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο, ο γενετικός αλγόριθμος χρησιμοποιεί τη συνάρτηση

rankport(k) η οποία αποτελεί και τη συνάρτηση ικανότητας. Η rankport δέχεται ως παράμετρο μια δυαδική ακολουθία που αντιστοιχεί στις μετοχές που επιλέγονται, με μήκος ίσο με τον αριθμό των μετοχών του δείκτη, όπου ο άσσος συμβολίζει ότι η μετοχή συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο και το μηδενικό ότι δεν συμμετέχει και εξετάζει το βαθμό ικανότητας τους. Προκειμένου να εκτιμηθεί ο βαθμός ικανότητας η συνάρτηση αυτή καλεί την minRet.m στην οποία γίνεται η ελαχιστοποίηση του tracking error. Για κάθε πιθανό x -όπου x το πλήθος των μετοχών που θα συμμετάσχουν στο χαρτοφυλάκιο επιλέγεται ο συνδυασμός αυτός των μετοχών, ο οποίος παρουσιάζει τον καλύτερο βαθμό ικανότητας, δηλαδή το μικρότερο tracking error.

Ακολουθεί ο κώδικας της συνάρτησης index_tracking.m:

```
function [portRet, results,
units,numBits,numErr,allReturns,weightsf,indexErr] =
index_tracking(prices,indexprice,names,lowerbound,upperbound,
lower, upper,totalValue,CurrentStocks)

%
% This function implements a custom portfolio optimization routine:
%
% Find the number k that minimize portfolio average squared error
with
% constraints that require a given percentage of transaction cost
and a maximum
% number of non-zero weights (cardinality constraint).
%
% Inputs:
%
% prices      - 2D Matrix of the prices of each stock during the
whole period.
% names      - Matrix of names of each stock.
% lowerbound  -
% upperbound  -
% lower      - Minimum number of stocks to invest.
% upper      - Maximum number of stocks to invest.
% totalValue  - Total amount of money available.
% CurrentStock - The portfolio at the moment.
% IndexRet    -
%
% Outputs:
%
%
% portRet    - Total return of optimal portfolio (should match
targetRet).
% results    - Vector of optimal weights. Length equal to universe
size.
% units      - Vector of integers dictating which equities are
included in
%              the portfolio.
%
% The implementation of this routine is done with nested
optimization
% routines. The outer layer uses a custom genetic algorithm based
on a bit
```

```

% string data type. The bit string has length equal to the number
of
% equities in the universe, and a 1 (or 0) represents that an
equity is
% included (not included) in the current portfolio. The portfolio
% cardinality constraint is built into the genetic algorithm
evolution
% functions:
%
% generateinitpopNcK(...)
% crossoverNcK(...)
% mutationNcK(...)
%
% The genetic algorithm determines which equities are included in
the best
% portfolio.
%
%% Genetic algorithm

    if lowerbound*upper > 1
        error('Lowerbound value too high, or upper value too low')
    end

    if upperbound*lower < 1
        error('Upperbound value too low, or lower value too high')
    end

    if lowerbound < 0
        error('Lowerbound value must be greater than or equal
zero')
    end

    warning off

    indexRet = [0 log(indexprice(2:end)./indexprice(1:end-1))'];
    portBits = [];
    indexErr = [];
    allReturns=[];
    weightsall=[];
    returns=[];
    portRetf=[];
    weightsf=[];
    unitsf=[];

    a = ones(1,size(prices,2));
    CS = CurrentStocks';
    univSize = size(prices,2);

    for portSize = lower:upper

        %disp(portSize);
        iPop = generateinitpop(univSize,portSize);

        %displays a complete list of parameters with their valid
values

        options = gaoptimset;

```

```

        %Size of the population.
        options = gaoptimset(options,'PopulationSize' , univSize );
        %Initial population used to seed the genetic algorithm
        options = gaoptimset(options,'InitialPopulation' , iPop);
        % Positive integer specifying how many individuals in the
current
generation
        %generation are guaranteed to survive to the next
generation
        options = gaoptimset(options,'EliteCount' , 1);

        %The fraction of the population at the next generation, not
including elite children, that the crossover function creates.
        options = gaoptimset(options, 'CrossoverFraction', 0.9);
        %Function that creates the initial population
        options = gaoptimset(options,'CrossoverFcn' ,
@crossoverNcK);
        % Function that produces mutation children.
        options = gaoptimset(options,'MutationFcn' , @mutationNcK);

        % options = gaoptimset(options,'Display' , 'off');

        options = gaoptimset(options,'Generations',30);

        [pBits,fval] = ga(@rankport,univSize,[],[],[],[],[],
[],[],options);

        portBits = [portBits ; pBits];
        indexErr = [indexErr ; fval];
        disp(indexErr);

    end

%% Finding best portfolio and displaying results

    numBits=portBits;
    numErr=indexErr;
    [~,I] = min(indexErr);
    portBits = portBits(I,:);

    %For every number of stocks,numBits represents the stocks that
should be
    %chosen.
    %portBits has the num
    [allReturns]=olatareturnf( prices, names,lowerbound,upperbound,
lower, upper,totalValue,CurrentStocks,numBits,indexRet)

    [portRet, results, units,~] = finalResults( prices,
names,lowerbound,upperbound, lower,
upper,totalValue,CurrentStocks,portBits,indexRet);

    for row=1:size(numBits,1)

        tabit=numBits(row,:);
        [~, ~, ~,weightsall] = finalResults( prices,
names,lowerbound,upperbound, lower,
upper,totalValue,CurrentStocks,tabit,indexRet);
        weightsf=[weightsf;weightsall];
    end

```

```

end

[averageWeights, averagePart
]=Participation(weightsf, upper, lower, names);

warning on

%%Fitness Function

function sqrError = rankport(k)

    minus = a - k ;
    prices1 = prices(:, logical(minus));
    Cs1 = CS(logical(minus))';
    sError = 0.005 * (prices1(end,:) * Cs1);
    k = logical(k);
    pricesM = prices(:, k);
    Cs2 = CS(k)';
    [~, fval] =
minRet(indexRet, pricesM, lowerbound, upperbound, totalValue, Cs2, sError
);
    sqrError = fval;

end
end

```

Η κλήση της συνάρτησης `minRet.m` πραγματοποιείται από τη `rankport` προκειμένου να εκτιμηθεί ο βαθμός ικανότητας κάθε πιθανού χαρτοφυλακίου.

Η `minRet.m` δέχεται ως είσοδο τις εξής μεταβλητές:

- **indexRet** : Πίνακας που περιλαμβάνει τις τιμές της απόδοσης που παρουσίασε το χαρτοφυλάκιο την περίοδο που εξετάζεται.
- **prices** : Πίνακας με τις τιμές της κάθε μετοχής την περίοδο που εξετάζεται
- **lowerbound**: Το κατώτατο όριο συμμετοχής της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο
- **upperbound**: Το ανώτατο όριο συμμετοχής της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο
- **totalValue** : Το συνολικό ποσό που ο χρήστης επιθυμεί να επενδύσει
- **CurStock**: Ένας δυαδικός πίνακας που απεικονίζει ποιες μετοχές συμμετέχουν στο τρέχον χαρτοφυλάκιο
- **sError**

και με τη σειρά της επιστρέφει τα :

- **values** : Διάνυσμα που περιλαμβάνει τα κομμάτια της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο
- **fval**: Η τιμή του τετραγωνικού σφάλματος

Η λειτουργία της συνάρτησης αυτής έγκειται στην ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος, υπό τους περιορισμούς που έχουν αναφερθεί, για τις μετοχές που αντιστοιχούν στην εκάστοτε λογική ακολουθία του γενετικού αλγορίθμου και η εξαγωγή των βαρών με τα οποία συμμετέχει η κάθε μετοχή στο χαρτοφυλάκιο. Επιπλέον, μέσα σε αυτήν περιλαμβάνονται όλοι οι περιορισμοί του μοντέλου, εκτός από αυτόν που αφορά τον αριθμό των μετοχών που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο,

$$\text{δηλαδή τον } \sum_{i=1}^N z_i = K .$$

Η υλοποίηση της ξεκινά με την κλήση της `fmincon` η οποία αποτελεί ένα μη γραμμικό προγραμματιστικό εργαλείο που παρέχεται από το Optimization Toolbox του Matlab. Για την ορθή επίλυση του προβλήματος ορίζονται η αντικειμενική συνάρτηση, καθώς επίσης και οι μη γραμμικοί περιορισμοί. Η αντικειμενική συνάρτηση είναι η

$$\min \sum_{t=0}^T \frac{(r_t - R_t)^2}{T} \quad (\text{σχέση (54)}) \quad \text{και υλοποιείται από τη φωλιασμένη συνάρτηση}$$

`indTrack` ενώ οι μη γραμμικοί περιορισμοί αφορούν τα κόστη συναλλαγών και υπολογίζονται από την `mycon`.

```
function
[values, fval]=minRet(indexRet,prices,lowerbound,upperbound,totalValue,
CurStock,sError )

    x0 = ones(size(prices,2),1);
    % Constrain about C
    Aeq = prices(end,:);
    beq = totalValue;
    % Constrains
    lb = ((lowerbound*totalValue)./prices(end,:))';
    ub = ((upperbound*totalValue)./prices(end,:))';
    options = optimset('Display','off','Algorithm','interior-
point','MaxFunEvals',9000);

    objFunction = @(x) indTrack(x,prices,indexRet);

    [values, fval]=fmincon(objFunction,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@mycon,options);

function [c,ceq] = mycon(x)
```

```

        c = (0.005 * (prices(end,:) * (abs(CurStock - x)))) +
            sError - 0.0025*totalValue ;
        ceq = [];
    end

    function [minDif] = indTrack (x,prices,indexRet)
        sum1 = prices * x;
        returns1 = [0 log(sum1(2:end)./sum1(1:end-1))'];
        dif = returns1 - indexRet;
        minDif = (dif * dif')/(size(prices,1)-1);
    end
end

```

Μετά την παρουσίαση των βασικών αυτών συναρτήσεων θα ακολουθήσει η περιγραφή της ροής του γενετικού αλγορίθμου που χρησιμοποιείται. Ο γενετικός αλγόριθμος στον οποίο στηρίχτηκε η παρούσα διπλωματική έχει γραφεί από τον Oren Rosen και παρέχεται δωρεάν από το MathWorks. Με βάση τον αλγόριθμο αυτόν, πραγματοποιήθηκαν μεταβολές ώστε να ανταποκρίνεται βέλτιστα στο πρόβλημα που καλείται να επιλύσει η εργασία αυτή.

Αρχικά, παρουσιάζεται η συνάρτηση **generateinitpop.m**, η οποία δημιουργεί τον αρχικό πληθυσμό λύσεων του γενετικού αλγορίθμου. Ο αλγόριθμος αυτός δέχεται ως είσοδο δύο μεταβλητές. Η πρώτη ορίζει το συνολικό πλήθος των μετοχών του χαρτοφυλακίου και η δεύτερη το πόσες μετοχές επέλεξε ο χρήστης. Η **generateinitpop.m** καλείται κάθε φορά που αλλάζει το πλήθος των μετοχών που θα συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο και επιστρέφει τον `initPop` - έναν πίνακα με συγκεκριμένο αριθμό άσων και μηδενικών ανάλογα με την επιλογή του χρήστη.

```

function initPop = generateinitpop(n,k)
% This function is used for the N-choose-K bit-string genetic
algorithm.
% It is used to generate an initial population.
rows = n;
columns = n;
onesPerColumn = k;
% Initialize matrix.
m = zeros(rows, columns);

for col = 1 : columns
    % Get random order of rows.
    randRows = randperm(rows);
    % Pick out "onesPerColumn" rows that will be set to 1.
    rowsWithOne = randRows(1:onesPerColumn);
    % Set those rows only to 1 for this column.
    m(rowsWithOne, col) = 1;
end

```



```

end
% Display m

initPop=transpose(m);
disp(initPop);

```

Στην συνέχεια πραγματοποιείται η διαδικασία της διασταύρωσης. Στην συνάρτηση διασταύρωσης, τα παιδιά (children) που έχουν προκύψει από 2 γονείς (parents) θα έχουν τα ίδια 'γονίδια' (genes) για κάθε στοιχείο στο οποίο συμφωνούν οι γονείς. Δηλαδή σε όποια στήλη τα διανύσματα των γονιών έχουν το ίδιο στοιχείο (0 ή 1), το στοιχείο αυτό θα περάσει και στην στήλη του παιδιού. Αντίθετα, στις στήλες στις οποίες οι γονείς δεν συμφωνούν, το διάνυσμα του παιδιού θα έχει τυχαία ένα από τα δύο αυτά στοιχεία. Η τυχαία αυτή επιλογή έχει κατασκευαστεί με τέτοιο τρόπο, ώστε τα διανύσματα των παιδιών να έχουν τον ίδιο ακριβώς αριθμό άσων με τα διανύσματα των γονιών.

```

Function xoverKids=
crossoverNcK(parents,options,GenomeLength,FitnessFcn,unused,thisPop
ulation)
% Oren Rosen
% 4/1/2008
% Copyright 2008 TheMathWorks, Inc.
%
% This function is used for the N-choose-K bit-string genetic
%algorithm. The crossover algorithm is written to work on a
%population of length N bit strings, each with exactly K bits equal
%to one. The children that are produced from each pair of parents
%will have the same bits for every element they agree on, and random
%choices of zeros and ones for the elements they don't agree on. The
%random choices are made in a way that the "K bits equal to one"
%constraint is automatically satisfied.

% How many children to produce?
nKids = length(parents)/2;

% Allocate space for the kids
xoverKids = zeros(nKids,GenomeLength);

% To move through the parents twice as fast as the kids are
% being produced, a separate index for the parents is needed
index = 1;

% *** Initialize ***
% Assumes all members of thisPopulation have the same number of ones.
num1s = sum(thisPopulation(1,:));
indexVec = 1:GenomeLength;

```

```

% for each kid...
fori=1:nKids

% *** Get parents ***
    r1 = parents(index);
    index = index + 1;
    r2 = parents(index);
    index = index + 1;

    p1 = thisPopulation(r1,:);
    p2 = thisPopulation(r2,:);

% *** Find Matching 1's and 0's ***
% Ex: If          p1 == [ 1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 ]
%                p2 == [ 1 0 0 1 0 0 1 0 1 0 ]
% Then matching1s == [ 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 ]
% Then matching0s == [ 0 1 0 0 1 0 0 1 0 1 ]
    matching1s = ~xor(p1,p2) & (p1 == 1);
    matching0s = ~xor(p1,p2) & (p1 == 0);

% *** Find Matching Indices ***
% If          matching1s == [ 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 ]
%            matching0s == [ 0 1 0 0 1 0 0 1 0 1 ]
% Then matching1sIndx == [ 1 7 ]
%            matching0sIndx == [ 2 5 8 10 ]
%            nonmatchingIndx == [ 3 4 6 9 ]
    matching1sIndx = indexVec(matching1s);
    matching0sIndx = indexVec(matching0s);
    nonmatchingIndx
=
setdiff(indexVec,[matching0sIndx,matching1sIndx]);

% *** Create Child ***
% Ex: If  num1s == 4
%        matching1sIndx == [ 1 7 ]
%        nonmatchingIndx == [ 3 4 6 9 ]
% Then numMatching1s == 2
% num1sToFill == 2
% Indx1sToFill == 2 random choices from [ 3 4 6 9 ]
    numMatching1s = numel(matching1sIndx);
    num1sToFill = num1s - numMatching1s;
    Indx1sToFill = randsample(nonmatchingIndx,num1sToFill);

% *** Fill in 1s ***
% Ex: If          p1 == [ 1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 ]
%                p2 == [ 1 0 0 1 0 0 1 0 1 0 ]
% Then xoverKids(i,:) == [ 1 0 ? ? 0 ? 1 0 ? 0 ]

```

```

% With exactly 2 of the '?' equal to 1, the rest 0.
xoverKids(i,matching1sIndx) = 1;
xoverKids(i,Indx1sToFill) = 1;
end

```

Τέλος, ακολουθεί η συνάρτηση μετάλλαξης, η οποία όπως και η συνάρτηση διασταύρωσης, δημιουργήθηκε για να δουλεύει σε ένα πληθυσμό που αποτελείται από οριζόντια διανύσματα (vectors), τα οποία έχουν μόνο άσους και μηδενικά και επιπλέον έχουν όλα τον ίδιο αριθμό άσων. Σκοπός της είναι να αλλάζει τη θέση των στοιχείων στα διανύσματα των γονιών, ώστε στη συνέχεια να προκύψουν τα μεταλλαγμένα παιδιά.

```

function mutationChildren =
mutationNcK(parents,options,GenomeLength,FitnessFcn,state,thisScore
,thisPopulation)

% Oren Rosen
% TheMathWorks
% 8/29/2007
%
% This custom mutation function is written to work on a population
of
% vectors of zeros and ones with the same amount of ones in each
%vector. The mutated child is formed by randomly permuting the
%elements of the parent

mutationChildren = zeros(length(parents),GenomeLength);
numVars = length(thisPopulation(1,:));

for i=1:length(parents)
    child = thisPopulation(parents(i),:);
    mutationChildren(i,:) = child( randperm(numVars) );
end

end

```

Συμπεραίνεται λοιπόν από τις συναρτήσεις διασταύρωσης και μετάλλαξης, ότι ο γενετικός αλγόριθμος που χρησιμοποιείται στα μοντέλα, στοχεύει στο να κρατήσει τα "καλά" στοιχεία της κάθε γενιάς, δηλαδή τα στοιχεία τα οποία εμφανίζονται στα περισσότερα διανύσματα των γονέων, για να τα περάσει στην νέα εξελιγμένη γενιά και ούτω καθεξής. Με τον τρόπο αυτό προσπαθεί να συγκλίνει στο διάνυσμα το οποίο θα αντιπροσωπεύει τη βέλτιστη λύση του συστήματος.

Μετά το πέρας του γενετικού αλγορίθμου, στην `index_tracking.m` έχουν επιστραφεί οι τιμές του τετραγωνικού σφάλματος καθώς και το διάνυσμα που απεικονίζει ποιες

μετοχές θα συμμετέχουν σε κάθε χαρτοφυλάκιο ανάλογα με τον αριθμό μετοχών που συμμετέχουν σε αυτό.

Ωστόσο, τα τελικά αποτελέσματα, αφορούν τη συμμετοχή, δηλαδή τα βάρη της κάθε μετοχής καθώς επίσης και τα κομμάτια της που αντιστοιχούν στο χαρτοφυλάκιο, ανάλογα με την τιμή της κάθε μετοχής. Για την εξαγωγή των δύο αυτών παραμέτρων, υλοποιήθηκε η `finalResults.m` η οποία επιστρέφει την απόδοση που θα πρόεκυπτε αν είχε επιλεγθεί το βελτιστοποιημένο χαρτοφυλάκιο, τα βάρη συμμετοχής της κάθε μετοχής καθώς επίσης και τα κομμάτια στο βελτιστοποιημένο αυτό χαρτοφυλάκιο.

```
function [ portRet, results, units ] = finalResults( prices,
names, lowerbound, upperbound, lower, upper, totalValue, CurrentStocks, po
rtBits, indexRet )

    a = ones(1, size(prices,2));
    CS = CurrentStocks';
    minus = a - portBits ;
%to prices1 exei mono tis times oswn den simmetexoy(n x
arithmososwnden)
%m x n-k
    prices1 = prices(:,logical(minus));
%(n-k x 1)
    Cs1 = CS(logical(minus))';
%transaction cost gia ayta poy exw kai thelw na poulisw
    sError = 0.005 * (prices1(end,:) * Cs1);

    finalPortBits = logical(portBits);
    pricesM = prices(:,finalPortBits);
    Cs2 = CS(finalPortBits)';

    [subVals, sqrError] = minRet(indexRet, pricesM, lowerbound,
upperbound, totalValue, Cs2, sError);
    sum2 = pricesM * subVals;
    portRet = log(sum2(size(prices,1))/sum2(1));
    weights = zeros(1, size(pricesM,2));

    for i = 1:size(pricesM,2)
        weights(i) = (pricesM(end,i)*subVals(i)) / totalValue;
        temp=round(weights(i));
        if temp>weights(i)
            temp=temp-1;
        end
        weights(i)=temp;
    end
```

```

portIndx = names(finalPortBits);
strVals = num2cell(weights);
results = [portIndx;strVals];
temp2 = results;
temp2{2,size(prices,2)} = 0;
compare = [names;(num2cell(zeros(1,size(prices,2))))];

for i = 1:size(prices,2)
    for j = 1:upper
        if strcmp(compare{1,i},temp2{1,j}) == 1
            compare{2,i} = temp2{2,j};
        end
    end

    w = cell2mat(compare(2,:));
    units = ((w*totalValue)./prices(end,:))';

    warningon
end

```

Επιπλέον, προκειμένου να δημιουργηθεί η σχέση του τετραγωνικού σφάλματος με την αντίστοιχη απόδοση, υλοποιήθηκε η συνάρτηση `olatareturnf.m` με την οποία υπολογίζονται αρχικά τα βάρη του κάθε χαρτοφυλακίου και στη συνέχεια η απόδοση που θα προέκυπτε με την επένδυση σε αυτό.

```

function [returns]=olatareturnf( prices,
names,lowerbound,upperbound, lower,
upper,totalValue,CurrentStocks,numBits,indexRet)
%This function calculates the returns of all possible portolios
returns=[];
weightsall=[];

for row=1:size(numBits,1)

    tabit=numBits(row,:);
    %disp(tabit);
    a = ones(1,size(prices,2));
    CS = CurrentStocks';

    minus = a - tabit ;
    %to prices1 exei mono tis times oswn den simmetexoy(n x
arithmososwnden)
    %m x n-k
    prices1 = prices(:,logical(minus));
    %(n-k x 1)

```

```

        Cs1 = CS(logical(minus))';
%transaction cost giaaytapoyexwkaithelwnapoulisw
        sError = 0.005 * (prices1(end,:) * Cs1);

        finalPortBits = logical(tabit);
        pricesM = prices(:,finalPortBits);
        Cs2 = CS(finalPortBits)';

        [subVals,sqrError] = minRet(indexRet,pricesM,lowerbound,
                                    upperbound,totalValue,Cs2,sError);
        sum2 = pricesM * subVals;

%APODOSI PORTFOLIO

        portRet = log(sum2(size(prices,1))/sum2(1));
        returns = [returns ; portRet];

end
end

```

Η τελευταία λειτουργία του προγράμματος, είναι να υπολογίζει τις αποδοτικότερες μετοχές. Αυτό υλοποιείται με την συνάρτηση Participation.m η οποία δέχεται ως είσοδο :

- τον πίνακα **weightsf** ο οποίος περιλαμβάνει όλα τα στοιχεία για τα βάρη των μετοχών, σε σχέση με το πλήθος των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο
- την μεταβλητή **upper** που περιγράφει τον μέγιστο αριθμό μετοχών στο χαρτοφυλάκιο
- την μεταβλητή **lower** που περιγράφει τον ελάχιστο αριθμό μετοχών στο χαρτοφυλάκιο
- τον πίνακα **names** που περιέχει τα ονόματα των μετοχών του δείκτη

Μετά το πέρας της συνάρτησης αυτής, επιστρέφονται ο μέσος όρος συμμετοχής της κάθε μετοχής στα χαρτοφυλάκια που δημιουργήθηκαν - averageWeights, καθώς επίσης και το ποσοστό στο οποίο κάθε μετοχή συμμετέχει στα χαρτοφυλάκια-averagePart.

```

function
[averageWeights,averagePart]=Participation(weightsf,upper,lower,na
mes )
%This function calculates the average Weights of all stocks of the
%index in all TPs.
        averageWeights=zeros(1,size(weightsf,2));
        averagePart=zeros(1,size(weightsf,2));

```

```

        sumWeights=sum(weightsf);
for j=1:size(weightsf,2)
    plithos(j)=0;
    for i=1:size(weightsf,1)
        if weightsf(i,j)~=0
            plithos(j)=plithos(j)+1;

        end
    end
end

diff=upper-lower+1;
    for i=1:size(weightsf,2)
        if plithos(i)~=0
            averageWeights(i)= sumWeights(i)/plithos(i);
        end
        averagePart(i)= plithos(i)/diff;

    end

figure(7);
plot(averagePart,averageWeights,'*');
for k = 1:length(names)
text(averagePart(k) + 0.01, averageWeights(k), names{k}, 'FontSize',
8);
end

ylabel('Average Weight','fontsize',10);
xlabel('Average Participation','fontsize',10);

end

```

Προκειμένου να εξεταστεί αν το χαρτοφυλάκιο που δημιουργήθηκε ακολουθεί τον δείκτη, πραγματοποιείται μια αξιολόγηση για ένα δείγμα ημερών. Συγκεκριμένα, ελέγχεται η εξέλιξη της απόδοσης του νέου χαρτοφυλακίου συγκριτικά με την απόδοση του δείκτη. Η λειτουργία αυτή υλοποιείται με τη χρήση της Validation.m. Πέρα από τον υπολογισμό των αποδόσεων αυτών, η συνάρτηση προχωρά και στην δημιουργία διαγράμματος το οποίο αναπαριστά σε μορφή μπαρών τις δύο αυτές αποδόσεις.

```

function [ validationRet] = Validation(
units,validationPrices,validationIndexPrice )

```

```

%Checking new portfolio's return

    sum2 = validationPrices * units;
    validationRet = [log(sum2(2:end)./sum2(1:end-1))'];
    disp(validationRet);
    totalValidationRet=sum(validationRet);
    b=size(validationRet,2);

realRet=[log(validationIndexPrice(2:end)./validationIndexPrice(1:en
d-1))'];
    disp('real=')
    disp(realRet);
    disp(validationRet);

    totalrealRet=sum(realRet);
    disp(totalrealRet);
    disp(totalValidationRet);
    figure(5)
    xdata = [1: b];
    disp(size(xdata,2));

    for i=1:b
        printReturns(i,1)=validationRet(1,i);
        printReturns(i,2)=realRet(1,i);
    end

    clr = [0 0.8 0;
          0.3 0.8 0.8;]

    colormap(clr);
    bar(xdata, printReturns);
    barvalues([],4 );
    % plot(xdata, printReturns);
    ylabel('Returns','fontsize',10);
    xlabel('Days','fontsize',10);

end

```

Το πρόγραμμα πέρα από τον υπολογισμό των βαρών και της απόδοσης του νέου χαρτοφυλακίου, δημιουργεί διαγράμματα ώστε να γίνεται πιο εύκολη η παρατήρηση των αποτελεσμάτων. Η δημιουργία διαγραμμάτων πραγματοποιείται από το script `plotgraph.m` το οποίο παρατίθεται παρακάτω:

```

% Creating plotgraph with portfolio weights, units, TE and return

str = cell(size(results,2),1);
xdata = [lower:upper];
xdata2=[lower:40];
maxw=0;
for i=1:size(results,2)

```



```

    wts(i) = results{2,i};
    str{i} = results{1,i};
    %to wts einai ta vari
    %to str ta names
    if wts(i)>maxw
        maxw=wts(i);
    end
end
j=0;
max=units(1);
maxj=0;
for i=1:size(units,1)
    if units(i)~=0
        j=j+1;
        un(j) = units(i);
        if un(j)>max
            max=un(j);
            maxj=j;
        end
    end
end
end

%WEIGHTS

figure('units','normalized','outerposition',[0 0 1 1])
%subplot(2,1,1)

barh(wts,0.7);
axis([0 maxw+0.01 0 size(results,2)+0.5]);
set(gca, 'YTickLabel',str, 'YTick',1:numel(str));
title('Portfolio Weights');
xlabel('Weights','fontsize',10);
ylabel('Companies','fontsize',10);

%Tracking Error

figure('units','normalized','outerposition',[0 0 1 1])
%bar(xdata2, numer2,0.1);
bar(xdata, numErr,0.1);
barvalues([],8 );

box off
ylabel('Tracking Error','fontsize',10);
xlabel('Number of Stocks','fontsize',10);

box off
totalInitialReturn=log(indexprice(2:end)./indexprice(1:end-1));
totalInitialReturn=sum(totalInitialReturn);
%totalInitialReturn=log(indexprice(size(indexprice,1))/indexprice(1));
figure(4)
printReturns=zeros(size(allReturns,1),1);
for i=1:size(allReturns,1)

```

```

    printReturnsns(i,1)=allReturns(i);
    printReturnsns(i,2)=totalInitialReturn;

end
clr = [0 0.8 0;
       0.3 0.8 0.8;]
colormap(clr);
axis([2 42 0 inf]);

bar(xdata, printReturnsns);
%bar(xdata2, printret2);
barvalues([],3);
legend('Optimised Return','Initial Return','Location','southwest')
ylabel('Return','fontsize',10);
xlabel('Number of Stocks','fontsize',10);

```

Τέλος, παρατίθεται η `barvalues.m` η οποία χρησιμοποιείται προκειμένου να φαίνονται οι τιμές της κάθε στήλης στα bargraphs. Πρόκειται για έτοιμη συνάρτηση η οποία παρέχεται από το MathWorks.

```

function varargout = barvalues(h,precision)
% BARVALUES Display bar values ontop of bars in bar or histogram
plot.
% SYNTAX:
% barvalues; - operates on currnet axes.
% barvalues(h); - operates on h.
% barvalues(_,precision); - additionally, specifies the
precision of
% displayed values. or format.
% t = barvalues(_,_); - returns the handles to the value
text objects.
%
% h - handle to axes or bar (operates on specified object only)
% or figure (operates on all child axes).
%
% precision - Decimal precision to display (0-10),
% or 'formatSpec' as in num2str. (default:'% .0f')
%
% t - handles to the text objects.
%
% For more information about 'formatSpec':
% See also NUM2STR.

%Author: Elimelech Schreiber, 11/2017
% ver 2.1 - updated 04/2018

t=[];

if nargin>1 && ~isempty(precision) % Parse precision
    if isnumeric(precision) && precision >=0 && precision <=10
        precision = ['% .',int2str(precision),'f'];
    elseif ~ischar(precision) && ~isstring(precision)
        error('Precision format unsupported.');
```

```

else
    precision = '% .0f';
end

if nargin<1 || isempty(h)    % parse h (handle)
    h =gca;
elseif isaType(h,'figure')
    B = findobj(h,'type','bar','-or','type','Histogram'); % apply to
multiple axes in figure.
    for b =B'
        t = [t; {barvalues(b,precision)}]; % Return array of
text objects                                     % for each bar plot.
    end
    if nargin>0
        varargout{1}=t;
    end
    return;
end
if isaType(h,'axes')
    h = findobj(h,'type','bar','-or','type','Histogram','-
or','type','patch');
    if isempty(h)
        return; % silently. to support multiple axes in figure.
    end
end
h = h(isaType(h,'bar') | isaType(h,'patch') |
isaType(h,'histogram'));
if isempty(h)
    error('Cannot find bar plot.');
```

```

end
if size(h,1)>size(h,2)
    h=h';
end
for hn = h
    axes(ancestor(hn,'axes')); % make intended axes curent.
    if isaType(hn,'histogram')
        t =[t; histvalues(hn,precision)];
        continue;
    end
    if isfield(hn,'XOffset')&&~isempty(hn.XOffset)
        XOffset = hn.XOffset;
    else
        XOffset = 0;
    end
    if isfield(hn,'YOffset')&&~isempty(hn.YOffset)
        YOffset = hn.YOffset;
    else
        YOffset = 0;
    end
    xData = hn.XData +XOffset;
    yData = hn.YData +YOffset;
    if size(xData,1)==4
        xData=mean(xData);
        yData=yData(2,:);
    end
    t = [t; text(xData,yData,... %position
        arrayfun(@ (x) num2str(x,precision),yData,'UniformOutput'
, false),... %text to display
```

```

'HorizontalAlignment','center','VerticalAlignment','bottom']);
end
if nargout>0
    varargout{1}=t;
end

function flag =isaType(h,type)
try
    flag =strcmpi(get(h, 'type'), type);
catch
    flag =false;
end

function flag = isfield(h,fld)
flag =true;
try
    get(h,fld);
catch
    flag =false;
end

function t =histvalues(h,precision)
hn=h;
axes(ancestor(hn,'axes')); % make intended axes curent.
% if isfield(hn,'XOffset')&&~isempty(hn.XOffset), XOffset =
hn.XOffset; else XOffset = 0; end
% if isfield(hn,'YOffset')&&~isempty(hn.YOffset), YOffset =
hn.YOffset; else YOffset = 0; end
xData = (hn.BinEdges(1:end-1) + hn.BinEdges(2:end))/2; yData =
hn.Values;

t = text(xData,yData,... %position
    arrayfun(@ (x) num2str(x,precision),yData,'UniformOutput'
,false),... %text to display
'HorizontalAlignment','center','VerticalAlignment','bottom');

```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

8 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Adcock, C., & Meade, N. (1994). European Journal of Operational Research 79. *A simple algorithm to incorporate transaction costs in quadratic optimisation* , σσ. 85–94.

Alexander, C. (1999). Optimal hedging using cointegration. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A – Mathematical Physical and Engineering Sciences* 357 , σσ. 2039–2058.

Ammann, M., & Zimmermann, H. (2001). Tracking error and tactical asset allocation. *Financial Analysts Journal* 57 (2) , σσ. 32-43.

Bamberg, G., & Wagner, N. (2000). Equity index replication with standard and robust regression estimators. *OR Spektrum* 22 , σσ. 525-543.

Beasley, J., & Mezali, H. (2013). Quantile regression for index tracking and enhanced indexation. *Journal of Operational Research Society* 64 , σσ. 1676-1692.

Beasley, J., Meade, N., & Chang, T.-J. (2003). An evolutionary heuristic for the index tracking problem. *European Journal of Operational Research* 148 , σσ. 621–643.

Beasley, J., Woodside-Oriakhi, M., & Lucas., C. (2013). Portfolio rebalancing with an investment horizon and transaction costs. *Omega* 41 (2) , σσ. 406-420.

Boscaljon, B., Filbeck, G., & Zhao, X. (n.d.). Why track inefficiency? *The Journal of Index Investing, Winter 2011, Vol. 2, No. 3* , σσ. 28-36.

Browne, S. (1999). Beating a moving target: Optimal portfolio strategies for outperforming a stochastic benchmark. *Finance and Stochastics* 3 , σσ. 275–294.

Buckley, I., & Korn, R. (1998). Optimal index tracking under transaction costs and impulse control. *International Journal of Theoretical and Applied Finance* 1 (3) , σσ. 315–330.

Canakgoz, N., & Beasley, J. (2008). Mixed-integer programming approaches for index tracking and enhanced indexation. *European Journal of Operational Research* 196 , σσ. 384–399.

-
- Colwell, N. D., El-Hassan, N., & Kwon, O. (2007). Hedging diffusion processes by local risk minimization with applications to index tracking. *Journal of Economic Dynamics and Control* 31 , σσ. 2135–2151.
- Connor, G., & Leland, H. (1995). Cash management for index tracking. *Financial Analysts Journal* 51 (6) , σσ. 75-80.
- Consiglio, A., & Zenios, S. (2001). Integrated simulation and optimization models for tracking international fixed income indices. *Mathematical Programming* 89 , σσ. 311–339.
- Corielli, F., & Marcellino, M. (2006). Factor based index tracking. *Journal of Banking and Finance* 30 , σσ. 2215–2233.
- Derigs, U., & Nickel, N.-H. (2003). Meta-heuristic based decision support for portfolio optimisation with a case study on tracking error minimization in passive portfolio management. *OR Spectrum* 25 , σσ. 345–378.
- Dorfleitner, G. (1999). A note on the exact replication of a stock index with a multiplier rounding method. *OR Spektrum* 21 , σσ. 493–502.
- Filippi, C., Guastaroba, G., & Speranza, M. (2016). A heuristic framework for the bi-objective enhanced index tracking problem. *Omega, Elsevier, vol. 65(C)* , σσ. 122-137.
- Focardii, S., & Fabozz, F. (2004). A methodology for index tracking based on timeseries clustering. *Quantitative Finance* 4 , σσ. 417–425.
- Franks, E. (1992). Targeting excess-of-benchmark returns. *The Journal of Portfolio Management* 18 (4) , σσ. 6–12.
- Gaivoronoski, A., Krylov, S., & Vander Wijst, N. (2005). Optimal portfolio selection and dynamic benchmark tracking. *European Journal of Operational Research* 163 , σσ. 115–131.
- Gilli, M., & Kellezi, E. (2002). The threshold accepting heuristic for index tracking, in: P. Pardalos, V.K. Tsitsiringos (Eds.). *Financial Engineering E-Commerce and Supply Chain Kluwer Applied Optimization Series* , σσ. 1-18.
- Gomes, C., & Waelbroeck, H. (2010). Transaction Cost Analysis to Optimize Trading Strategies. *The Journal of Trading* , σσ. 29-38.
- Guastaroba, G., & Speranza, M. (2012). Kernel Search: An application to the index tracking problem. *European Journal of Operational Research* 217 (1) , σσ. 54-68.
-

-
- Jansen, R., & VanDijk, R. (2002). Optimal benchmark tracking with small portfolios. *Journal of Portfolio Management* 28 , σσ. 33-39.
- Leung, T., & Ward, B. (2017). "Dynamic Index Tracking and Risk Exposure Control Using Derivatives.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance* 7 , σσ. 77–91.
- Meade, N., & Salkin, G. (1990). Developing and maintaining an equity index fund. *Journal of the Operational Research Society* 41 , σσ. 599–607.
- Meade, N., & Salkin, G. (1989). Index funds—construction and performance measurement. *Journal of the Operational Research Society* 40 , σσ. 871–879.
- N.Meade, N., & Beasley, J. (2011). Detection of momentum effects using an index out-performance strategy. *Quantitative Finance* 11 (2) , σσ. 313-326.
- Ni, H., & Wang, Y. (2013). Stock index tracking by Pareto efficient genetic algorithm. *Applied Soft Computing* (13) , σσ. 4519-4535.
- Oh, K., Kim, T., & Min, S. (2005). Using genetic algorithm to support portfolio optimization for index fund management. *Expert Systems with Applications* 28 , σσ. 371-379.
- Okay, N., & Akman, U. (2003). Index tracking with constraint aggregation. *Applied Economics Letters* 10 , σσ. 913-16.
- Pascoal, L. R. (2017). Index tracking with controlled number of assets using a hybrid heuristic combining genetic algorithm and non-linear programming. *Leonardo Riegel Sant'Anna & Tiago Pascoal Filomena & Pablo Cristini Guedes & Denis Borenstein* .
- Paulo, W. L., Oliveira, E. M., & Costab, O. L. (2016). Enhanced index tracking optimal portfolio selection. *Finance Research Letters* 16 , σσ. 93-102.
- Qian, L., & Liang, B. (2014). Enhanced index tracking with multiple time-scale analysis. *Economic Modelling* 39 .
- Rudd, A. (n.d.). Optimal selection of passive portfolios. *Financial Management (Spring 1980)* , σσ. 57–66.
- Rudolf, M., Wolter, H.-J., & Zimmermann, H. (1999). A linear model for tracking error minimization. *Journal of Banking & Finance* 23 , σσ. 85–103.
-

- Stoyan, A., & Kwon, B. (2007). A two-stage stochastic mixed-integer programming approach to the index tracking problem. *available from the first author at Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Toronto, Toronto, Canada.*
- Strub, O., & Baumann, P. (2018). Optimal construction and rebalancing of index-tracking portfolios,". *European Journal of Operational Research, Elsevier, vol. 264(1)* , σσ. 370-387.
- Tabata, Y., & Takeda, E. (1995). Bicriteria optimization problem of designing an index fund. *Journal of the Operational Research Society 46* , σσ. 1023–1032.
- Toy, W., & Zurack, M. (1989). Tracking the Euro-Pac index. *The Journal of Portfolio Management 15 (2)* , σσ. 55–58.
- Worzel, K., Vassiadou-Zeniou, C., & Zenios, S. (1994). Integrated simulation and optimization models for tracking indices of fixed-income securities. *Operations Research 42* , σσ. 223-233.
- Wu, D. &. (2017). A constrained cluster-based approach for tracking the S&P 500 index. *International Journal of Production Economics, Elsevier, vol. 193(C)* , σσ. 222-243.
- Xidonas, P., Mavrotas, G., Askounis, . D., & Psarras, J. (2009). Portfolio engineering using the IPSSIS multiobjective optimization decision support system. *International Journal of Decision Sciences* .
- Yang, C., Chou, S., Yang, C., & Ong, C. (2007). Enhanced index investing based on goal programming. *Journal of Portfolio Management 33 (3)* , σσ. 49–56.
- Yao, D., Zhang, S., & Zhou, X. (2006). Tracking a financial benchmark using a few assets. *Operations Research 54* , σσ. 232–246.
- Yu, L., Zhang, S., & Zhou, X. (2006). A downside risk analysis based on financial index tracking models, in: A.N. Shiryaev, M.R. Grossinho, P.E. Oliveira, M.L. Esquivel (Eds.). *Stochastic Finance, Springe* , σσ. 213–236.
- Δούμπος, Μ. (2008). Μαθηματικός Χρηματοοικονομικός Λογισμός. *Πολυτεχνείο Κρήτης* .
- Δούμπος, Μ. Μεθοδολογία Επιχειρησιακής Έρευνας . *Πολυτεχνείο Κρήτης*.
- Ευδώνας, Π., Ψαρράς, Ι., & Ζοπουνίδης, Κ. (2010). *Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου*. Κλειδάριθμος.

