



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Επανασχεδιασμός της Κατανομής Πόρων σε
Ασύρματα Δίκτυα με Χρήση Θεωρίας Παιγνίων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΠΡΟΜΠΟΝΑ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗ

Επιβλέπων: Συμεών Παπαβασιλείου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2019



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής και Συστημάτων Πληροφορικής

Επανασχεδιασμός της Κατανομής Πόρων σε Ασύρματα Δίκτυα με Χρήση Θεωρίας Παιγνίων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

ΠΡΟΜΠΙΟΝΑ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗ

Επιβλέπων: Συμεών Παπαβασιλείου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 7η Μαρτίου 2019.

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

.....
Συμεών Παπαβασιλείου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....
Θεοδώρα Βαρβαρίγου
Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

.....
Ιωάννα Ρουσσάκη
Επίκουρη Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Μάρτιος 2019



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής και Συστημάτων Πληροφορικής

Copyright ©–All rights reserved Παναγιώτης Προμπονάς, 2019.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

(Υπογραφή)

.....
ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΠΡΟΜΠΟΝΑΣ

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

© 2019– All rights reserved

Η αύξηση της δημοτικότητας των έξυπνων συσκευών, καθώς και η ανάγκη εξατομικευμένων υπηρεσιών με διαφορετικές απαιτήσεις ποιότητας υπηρεσίας (QoS), δημιούργησε ένα αυξημένο ενδιαφέρον για ενεργειακά αποδοτικά πλαίσια διαχείρισης πόρων σε ασύρματα δίκτυα, όπου οι ενέργειες και οι αποφάσεις των χρηστών είναι αλληλεξαρτώμενες. Εστιάζουμε στον μετασχηματισμό και την επεξεργασία του προβλήματος ελέγχου ισχύος ανερχόμενης ζεύξης μέσω του πλαισίου της θεωρίας των παιγνίων σε μορφή ικανοποίησης. Εφαρμόζεται η νέα έννοια της βέλτιστης ισοροπίας ικανοποίησης (MESE) και οι ιδιότητές της διερευνώνται διεξοδικά. Συγκεκριμένα, λαμβάνοντας υπόψη ότι κάθε χρήστης συνδέεται με μια συνάρτηση κόστους που συσχετίζεται με τις ενέργειές του, το σημείο MESE ορίζει την ισχύ μετάδοσης κάθε χρήστη ενώ ικανοποιεί τις προϋποθέσεις QoS του με το χαμηλότερο κόστος. Αποδεικνύουμε ότι στο σημείο MESE, όχι μόνο το σύστημα επιτυγχάνει το χαμηλότερο δυνατό αθροιστικό κόστος αλλά και κάθε χρήστης τιμωρείται με το ελάχιστο κόστος σε σύγκριση με το αντίστοιχο οποιοδήποτε σημείου αποδοτικής ισορροπίας ικανοποίησης (ESE). Η ύπαρξη, η μοναδικότητα και τα οφέλη του σημείου MESE μελετώνται διεξοδικά, ενώ προτείνεται ένας κατανομημένος και χαμηλής πολυπλοκότητας αλγόριθμος βασισμένος στο Best Response Dynamics που συγκλίνει στο σημείο MESE. Μέσα από τη μοντελοποίηση και την προσομοίωση, αξιολογούνται οι επιδόσεις και οι εγγενείς ιδιότητες του προτεινόμενου νέου πλαισίου διαχείρισης πόρων και αποκαλύπτονται τα οφέλη του.

Λέξεις Κλειδιά

Ισοροπία ικανοποίησης, ενεργειακή απόδοση, θεωρία παιγνίων, έλεγχος ισχύος, συνάρτηση χρησιμότητας, κατανομή πόρων

Abstract

The rise in popularity of smartphones, along with the need for personalized services with different Quality of Service (QoS) requirements, has created an increased interest for energy-efficient resource management frameworks in wireless networks, where user actions and decisions are interdependent. Our focus is placed on the transformation and treatment of the uplink power control problem under the perspective of game theory in satisfaction form. The novel concept of Minimum Efficient Satisfaction Equilibrium (MESE) is introduced and its properties are thoroughly investigated. In particular, considering that each user is associated with a cost function with respect to its actions, the MESE point defines each user's transmission power that satisfies its QoS prerequisites with the lowest cost. We prove that at the MESE point, not only the system achieves the lowest possible cumulative cost, but also each user individually is penalized with the minimum cost compared to the corresponding cost of any Efficient Satisfaction Equilibrium (ESE) point. The existence, uniqueness and benefits of the MESE are thoroughly studied, while a distributed and low complexity algorithm based on the Best Response Dynamics that converges to the MESE point is proposed. Through modeling and simulation, the performance and inherent attributes of the proposed novel resource management framework are evaluated, and its benefits are revealed.

Keywords

Satisfaction Equilibrium, Energy Efficiency, Game Theory, Power Control, Utility Function, Resource Management.

Ευχαριστίες

Κατά την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, απέκτησα γνώσεις και εμπειρίες για τις οποίες θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Συμεών Παπαβασιλείου. Ήταν τιμή μου να με καθοδηγεί και να με συμβουλεύει ένας τόσο έμπειρος και χαρισματικός ερευνητής και καθηγητής. Ακόμα, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στην δρ Ειρήνη Ελένη Τσιροπούλου, που παρά το βεβαρυμένο πρόγραμμα της, κατάφερε να μου παρέχει την πολύτιμη βοήθεια της όποτε τη χρειαζόμουν. Η συμμετοχή της στην εργασία ήταν καθοριστική.

Με αφορμή την ολοκλήρωση των σπουδών μου, θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, η οποία αποτελεί για μένα σημαντικό στήριγμα και χωρίς αυτήν δεν θα είχα καταφέρει τίποτα. Εκτός αυτού, ευχαριστώ θερμά όλους τους ανθρώπους που στάθηκαν δίπλα μου αυτά τα χρόνια και ιδιαίτερα τους φίλους μου Γιάννη, Γρηγόρη, Κυριάκο και Ορφέα για τις αμέτρητες ώρες που περάσαμε μαζί, την βοήθεια και την συμπαράσταση τους. Τέλος, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στην Αλεξάνδρα για την πολύτιμη στήριξη που μου παρείχε στις εύκολες και στις δύσκολες στιγμές.

Περιεχόμενα

Περίληψη	1
Abstract	3
Ευχαριστίες	5
Περιεχόμενα	9
Κατάλογος Σχημάτων	11
1 Εισαγωγή	13
1.1 Πρόλογος	13
1.2 Σχετική Έρευνα	13
1.3 Συνεισφορά	14
1.4 Διάρθρωση της Διπλωματικής Εργασίας	15
2 Συνοπτική Εισαγωγή στην Θεωρία των Παιγνίων	17
2.1 Ιστορικά Σημεία της Θεωρίας των Παιγνίων και η Σχέση της με τα Ασύρματα Δίκτυα	17
2.2 Παίγνια σε Κανονική Μορφή Αναπαράστασης	18
2.3 Ισορροπία κατά Nash	19
2.4 Γενικευμένη Ισορροπία κατά Nash	20
2.5 Βέλτιστη Απόκριση	21
2.6 Βέλτιστες Στρατηγικές κατά Pareto	21
3 Εισαγωγή στο Πρόβλημα Κατανομής Πόρων σε Ασύρματα Δίκτυα	23
3.1 Εισαγωγή	23
3.2 Κατανομή Ισχύος Εκπομπής ως μη Συνεργατικό Παίγνιο (NPG)	23
3.3 Προσδιορισμός Ισορροπίας Nash στο Παίγνιο	24

3.4	Βελτιστοποίηση κατά Pareto της Ισορροπίας του Παιγνίου	26
3.5	Μη Συνεργατικό Παιγνιο Κατανομής Ισχύος με Εφαρμογή Κοστολόγησης (NPGP)	28
3.5.1	Γραμμική Μορφή Συνάρτησης Κοστολόγησης	29
3.5.2	Γενίκευση Συνάρτησης Κοστολόγησης σε μη Γραμμική Μορφή	30
4	Πρώτα Βήματα της Έννοιας της Ικανοποίησης στο Πρόβλημα Κατανομής Πόρων στα Ασύρματα Δίκτυα - Σχετικό Έργο	35
4.1	Διατύπωση του Προβλήματος	35
4.2	Παιγνιο σε Μορφή Ικανοποίησης και Ισορροπία Ικανοποίησης	35
4.3	Ύπαρξη Ισορροπίας Ικανοποίησης	36
4.3.1	Πληθικότητα των Ισορροπιών Ικανοποίησης και Επιλογή Ισορροπίας	38
4.4	Ύπαρξη και Πληθικότητα των Αποδοτικών Ισορροπιών Ικανοποίησης	39
4.4.1	Ύπαρξη Αποδοτικής Ισορροπίας Ικανοποίησης	39
4.4.2	Πληθικότητα Αποδοτικής Ισορροπίας Ικανοποίησης	39
4.5	Ισορροπία Ικανοποίησης και Άλλες Ισορροπίες	40
4.5.1	Παιγνία σε Κανονική Μορφή και σε Μορφή Ικανοποίησης: Διαφορές	40
4.5.2	Ισορροπία Ικανοποίησης και Ισορροπία κατά Nash	40
4.5.3	Ισορροπία Ικανοποίησης και Γενικευμένη Ισορροπία κατά Nash	41
5	Επανασχεδιασμός της Κατανομής Πόρων σε Ασύρματα Δίκτυα με Χρήση του Σκελετού Ικανοποιησιμότητας	43
5.1	Εμπλουτισμός του Πλαισίου Ικανοποίησης με την Βέλτιστη Ισορροπία Ικανοποίησης	43
5.2	Επανεξέταση του Προβλήματος Κατανομή Ισχύος στη Ζεύξη Ανόδου	44
5.2.1	Ύπαρξη Αποδοτικής Ισορροπίας Ικανοποίησης	46
5.2.2	Ύπαρξη Βέλτιστης Ισορροπίας Ικανοποίησης	47
5.2.3	Η Μοναδικότητα και τα Οφέλη της Βέλτιστης Ισορροπίας Ικανοποίησης	47
5.3	Προτεινόμενος Αλγόριθμος και Σύγκλιση	51
5.3.1	Η Δυναμική των Βέλτιστων Αποκρίσεων στο Πρόβλημα της Κατανομής Ισχύος Βάσει του Σκελετού Ικανοποίησης	51
5.3.2	Η Δυναμική των Βέλτιστων Αποκρίσεων Ελάχιστης Προσπάθειας	51
5.3.3	Σύγκλιση	52
5.3.4	Πολυπλοκότητα	55
5.3.5	Χαλάρωση των Προϋποθέσεων	55
6	Αριθμητικά Αποτελέσματα Συμπεράσματα	57
6.1	Καθαρή Λειτουργία	57
6.2	Αποτίμηση Πολυπλοκότητας	59
6.3	Συγκριτικά Αποτελέσματα	60
6.4	Συμπεράσματα και Μελλοντική Έρευνα	61

Βιβλιογραφία

67

Γλωσσάριο

71

Κατάλογος Σχημάτων

2.1	Πίνακας ωφέλειας του διλήμματος των φυλλακισμένων	19
3.1	Το διάνυσμα ισχύων x κυριαρχεί κατά Pareto το διάνυσμα ισχύων y	27
3.2	Μετακίνηση της ελάχιστης και μέγιστης ισορροπίας συναρτήσει θετικής παραμέτρου	30
3.3	Κυρτή συνάρτηση κοστολόγησης ως προς την ισχύ εξαγωγής	32
4.1	Παράδειγμα στρατηγικών και ωφέλειας παιγνίων σε κανονική μορφή και μορφή ικανοποίησης δύο χρηστών	41
6.1	Σύγκλιση του MEBRD αλγορίθμου σε ένα παίγνιο ελέγχου ισχύος 2 χρηστών	57
6.2	Κόστος διαφορετικών σημείων ESE σε ξεχωριστούς χρήστες	58
6.3	Χρόνος εκτέλεσης του MEBRD αλγορίθμου ως συνάρτηση του αριθμού των δυνατών σταθμών ισχύος κάθε χρήστη	60
6.4	Χρόνος εκτέλεσης του MEBRD αλγορίθμου ως συνάρτηση του αριθμού των χρηστών στο σύστημα	61
6.5	Σύγκριση των στρατηγικών προφίλ που συγκλίνουν οι αλγόριθμοι MEBRD, Energy-Efficiency Maximization και Shannon Maximization	62

1.1 Πρόλογος

Ο όγκος της κυκλοφορίας δεδομένων και ο αριθμός των συνδεδεμένων συσκευών αυξάνονται συνεχώς, ενώ αυτή η τάση αναμένεται να ενταθεί περαιτέρω με την εμφάνιση των δικτύων 5G και την εξέλιξη του Internet of Things (IoT). Μέχρι το 2021, τα δίκτυα 5G αναμένεται να παράγουν επτά φορές περισσότερη επισκεψιμότητα δεδομένων, με 1,5 συνδεδεμένες συσκευές κατά κεφαλήν και 75% κίνησης δεδομένων κινητής τηλεφωνίας (π.χ. βίντεο, online τυχερά παιχνίδια) [Ind]. Αυτή η μαζική επέκταση δημιουργεί ακόμη πιο ανταγωνιστικά περιβάλλοντα επικοινωνίας που προκαλούν περιορισμούς όσον αφορά τη διαθεσιμότητα των πόρων τους, καθιστώντας το πρόβλημα της διαχείρισης των πόρων ακόμη πιο απαιτητικό. Σε τέτοια ανταγωνιστικά και καταναμημένα συστήματα επικοινωνιών, οι χρήστες εξελίσσονται με άλλους, ενώ οι αποφάσεις και οι ενέργειές τους αλληλεξαρτώνται. Έτσι, δεδομένου αυτού του περιβάλλοντος και ανταποκρινόμενοι στην ανάγκη για καταναμημένες λύσεις, η θεωρία των παιγνίων αναδεικνύεται ως μια φυσική επιλογή και ένα ισχυρό εργαλείο για να αντιμετωπίσει την εγωιστική και ανταγωνιστική συμπεριφορά των χρηστών όσον αφορά τη διαδικασία ενορχήστρωσης των πόρων μέσα στα αναδυόμενα δίκτυα 5G.

1.2 Σχετική Έρευνα

Η πλειοψηφία της υπάρχουσας βιβλιογραφίας, σχετικά με τη διαχείριση των πόρων σε ασύρματα δίκτυα, επικεντρώνεται στα προβλήματα *Expected Maximization Utility*, όπου οι χρήστες στοχεύουν στη μεγιστοποίηση της προσωπικής χρησιμότητάς τους με εγωιστικό τρόπο που στοχεύει στην υψηλότερη δυνατή απόδοση [TVP17b]. Στην πρόσφατη βιβλιογραφία έχουν εξετασθεί διάφορα προβλήματα διαχείρισης πόρων, τα οποία αφορούν: (1) έναν μοναδικό πόρο που θα διατεθεί στους χρήστες, π.χ. έλεγχος ισχύος [TKP12; Zha+14] και (2) η κατανομή πολλαπλών πόρων, π.χ., έλεγχος ισχύος [TVP13] ή υποκαναλιού, ρυθμός και κατανομή ισχύος [SNS12; Zha+10]. Σε αυτές τις προσεγγίσεις υιοθετείται η θεωρία των μη συνεργατικών παιγνίων για τη διατύπωση των προβλημάτων διαχείρισης πόρων και οι λύσεις τους καταλήγουν σε σημεία ισορροπίας Nash που αποτελούν σταθερά σημεία λειτουργίας για

όλους τους χρήστες του δικτύου.

Ωστόσο, είναι γνωστό ότι τα σημεία ισορροπίας Nash που προέρχονται από την εγωιστική λήψη αποφάσεων των χρηστών είναι γενικά αναποτελεσματικά. Έτσι, ένα πρώτο βήμα για την αντιμετώπιση αυτής της πρόκλησης και για την καθοδήγηση των χρηστών προς ένα πιο αποτελεσματικό σημείο λειτουργίας ήταν η εισαγωγή μηχανισμών τιμολόγησης, στους οποίους οι χρήστες τιμωρούνται σε σχέση με την κατανάλωση των πόρων τους [TVP12; Sen+13]. Παρά τις σχετικές βελτιώσεις που επιτεύχθηκαν με την υιοθέτηση της έννοιας της τιμολόγησης των πόρων, αυτές οι προσεγγίσεις δεν μπόρεσαν να αντιμετωπίσουν το κεντρικό μειονέκτημα των σημείων ισορροπίας κατά Nash με έναν ολιστικό τρόπο. Συγκεκριμένα, απαιτούνται ευρεστικοί μηχανισμοί τιμολόγησης κάθε φορά για να αντιμετωπίζονται διαφορετικοί τύποι πόρων και διαφορετικά περιβάλλοντα δικτύων. Επιπλέον, ακόμη και όταν λαμβάνεται υπόψη η τιμολόγηση, κατ' αρχήν, κάθε χρήστης επιδιώκει να μεγιστοποιήσει τη δική του αντιληπτή Ποιότητα Υπηρεσίας (QoS). Έτσι, η υλοποίηση του προαναφερθέντος στόχου μεγιστοποίησης τελικά δεν επιφέρει ουσιαστική διαφορά στην λαμβανόμενη ικανοποίηση.

Ως εκ τούτου, η πρωτοφανής ανάγκη επανεξέτασης της διαδικασίας ενορχήστρωσης των πόρων δημιουργείται στα ασύρματα δίκτυα 5G για την ικανοποίηση και την επιτυχή αντιμετώπιση των απαιτήσεων QoS του σημαντικά αυξημένου αριθμού χρηστών. Προς αυτή την κατεύθυνση, εισάγεται μια νέα έννοια ισορροπίας: *Ισοροπία Ικανοποίησης*, στην οποία οι χρήστες επιδιώκουν να ικανοποιήσουν τις ελάχιστες απαιτήσεις QoS αντί να στοχεύσουν στη μεγιστοποίηση τους [FTP18; Elh+17]. Perlaza et al. στα [Per+10] και [Per+12] έχουν συζητήσει λεπτομερώς τον ορισμό της Ισορροπίας Ικανοποίησης (SE) και τις γενικές προϋποθέσεις για την εξέταση της ύπαρξής της. Επίσης, εισήγαγαν την έννοια της προσπάθειας των χρηστών να επιτύχουν την SE, προτείνοντας έτσι μια ειδίκευση της SE, δηλαδή την αποδοτική SE (ESE). Στο σημείο ESE, όλοι οι χρήστες καταλήγουν σε ένα σημείο κατανομής πόρων, δηλαδή στρατηγική, η οποία απαιτεί τη μικρότερη προσπάθεια για να ικανοποιηθούν τα ελάχιστα προαπαιτούμενα QoS. Στο [Goo+16] και [Mér+12], οι έννοιες SE και ESE εφαρμόζονται σε ένα απλοποιημένο πρόβλημα ελέγχου ισχύος ανερχόμενης ζεύξης λαμβάνοντας υπόψη τα κανάλια παρεμβολής σε περιβάλλον ασύρματης επικοινωνίας ενός κυττάρου. Επιπλέον, έχουν εισαχθεί αλγόριθμοι ενίσχυτικής μάθησης στο [SK16] και [Ros+11] για τον προσδιορισμό των SE και ESE υπό διαφορετικές συνθήκες. Παρ' όλα αυτά, οι προαναφερθείσες προσεγγίσεις παραμένουν πρωτόγονες όσον αφορά το πρόβλημα της κατανομής των πόρων στο περιβάλλον του προβλήματος της ισχύος μετάδοσης στην άνω ζεύξη. Ως αποτέλεσμα, δεν έχουν αποκλυφθεί ακόμη πολλές ενδιαφέρουσες ιδιότητες που εμφανίζονται όταν εφαρμόζεται το πλαίσιο ικανοποίησης σε αυτό το περιβάλλον. Η δουλειά μας στοχεύει στην κάλυψη αυτού του κενού και επικεντρώνεται στη μετατροπή και επεξεργασία του προβλήματος ελέγχου ισχύος στην άνω ζεύξη υπό την προοπτική της θεωρίας των παιγνίων σε μορφή ικανοποίησης.

1.3 Συνεισφορά

Συγκεκριμένα, μελετάμε λεπτομερώς τα σημεία ισορροπίας ικανοποίησης για την παροχή υπηρεσιών QoS σε ασύρματα δίκτυα, όπου οι ενέργειες και οι αποφάσεις των χρηστών είναι

αλληλεξαρτώμενες. Αυτό επιτυγχάνεται με την εξέταση του προβλήματος ελέγχου ισχύος στην άνω ζεύξη για ένα γενικό σύνολο ρεαλιστικών συναρτήσεων χρησιμότητας των χρηστών, οι οποίες αυξάνονται σε σχέση με την ισχύ μετάδοσης ανερχόμενης ζεύξης του χρήστη και μειώνονται σε σχέση με την παρεμβολή. Ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα (αλλά δεν περιορίζεται σε αυτό) είναι ο τύπος του Shannon. Εφαρμόζεται η καινοτόμος έννοια της «βέλτιστης ισοροπίας ικανοποίησης» (MESE), η οποία αποδεικνύεται ότι παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον μεταξύ των σημείων ισορροπίας ικανοποίησης που έχουν ήδη προταθεί στη βιβλιογραφία, δηλαδή Ισορροπία Ικανοποίησης (SE) και Αποδοτική Ισορροπία Ικανοποίησης (ESE).

Υποθέτοντας ότι κάθε χρήστης συνδέεται με μια συνάρτηση κόστους αυθαίρετης μορφής σε σχέση με την εκπεμπόμενη ισχύ, στο σημείο MESE κάθε χρήστης μεταδίδει σε επίπεδο ισχύος που ικανοποιεί τις προϋποθέσεις QoS του με το χαμηλότερο κόστος. Αποδεικνύουμε ότι στο σημείο MESE, όχι μόνο το σύστημα επιτυγχάνει το χαμηλότερο δυνατό ανθρωπιστικό κόστος, αλλά και κάθε χρήστης τιμωρείται με το ελάχιστο κόστος σε σύγκριση με το αντίστοιχο κόστος σε κάθε άλλο σημείο ESE. Η ύπαρξη και η μοναδικότητα του σημείου MESE μελετάται διεξοδικά.

Προτείνεται ένας καταναμημένος και χαμηλής πολυπλοκότητας Αλγόριθμος Δυναμικής των Βέλτιστων Αποκρίσεων Ελάχιστης Προσπάθειας MEBRD, ο οποίος βασίζεται στην δυναμική των βέλτιστων αποκρίσεων και συγκλίνει στο σημείο MESE που είναι επίσης το πιο ενεργειακά αποδοτικό από όλα τα υπάρχοντα ESEs. Μια σειρά πειραμάτων εκτελούνται για την αξιολόγηση των επιδόσεων και των χαρακτηριστικών του προτεινόμενου νέου πλαισίου διαχείρισης πόρων που βασίζεται σε παίγνια σε μορφή ικανοποίησης. Μια βασική συγκριτική μελέτη υποδεικνύει την υπεροχή και τα οφέλη της όσον αφορά στην εξοικονόμηση ενέργειας και στη βελτιωμένη χωρητικότητα του δικτύου, έναντι προσεγγίσεων που στοχεύουν στην ενεργειακή απόδοση ή/και τη μεγιστοποίηση της ωφέλειας.

1.4 Διάρθρωση της Διπλωματικής Εργασίας

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι απαραίτητοι ορισμοί και έννοιες από την θεωρία των παιγνίων που θα χρησιμοποιηθούν στο σύνολο της παρούσας εργασίας. Το τρίτο κεφάλαιο εισάγει το πρόβλημα της κατανομής των πόρων σε ασύρματα δίκτυα και συγκεκριμένα ασχολείται με την κατανομή ισχύος εκπομπής στην άνω ζεύξη. Ενώ αρχικά παρουσιάζει την κωδικοποίηση του προβλήματος, στην συνέχεια σχηματίζει την κύρια έρευνα που είχε προηγηθεί στο υπό μελέτη πρόβλημα, πριν δηλαδή εισαχθεί το πλαίσιο της ικανοποίησης. Το πλαίσιο αυτό παρουσιάζεται στο τέταρτο κεφάλαιο μαζί με μία σύγκριση του με τις ήδη υπάρχουσες μοντελοποιήσεις που προσφέρει η θεωρία των παιγνίων. Στο πέμπτο κεφάλαιο, εμπλουτίζουμε το πλαίσιο των παιγνίων σε μορφή ικανοποίησης με την Βέλτιστη Ισοροπία Ικανοποίησης, παρουσιάζοντας κάποιες από τις βασικές ιδιότητες της καθώς και ο προτεινόμενος αλγόριθμος, MEBRD, για την εύρεση του. Το έκτο κεφάλαιο αφιερώνεται στην παρουσίαση πειραματικών αποτελεσμάτων για την ανάδειξη των εννοιών του προηγούμενου κεφαλαίου.

Συνοπτική Εισαγωγή στην Θεωρία των Παιγνίων

2.1 Ιστορικά Σημεία της Θεωρίας των Παιγνίων και η Σχέση της με τα Ασύρματα Δίκτυα

Η Θεωρία των Παιγνίων θεωρείται κλάδος των εφαρμοσμένων μαθηματικών που ασχολείται με τη μελέτη καταστάσεων που περιλαμβάνουν αντικρουόμενα συμφέροντα. Συγκεκριμένα, η Θεωρία των Παιγνίων στοχεύει στη μαθηματική καταγραφή της συμπεριφοράς ατόμων σε στρατηγικές καταστάσεις, στις οποίες η επιτυχία ενός να λαμβάνει αποφάσεις εξαρτάται από τις επιλογές των υπολοίπων. Ο κλάδος γεννήθηκε με το έργο του John von Neumann και Oskar Morgenstern [VM07], αν και η θεωρία αναπτύχθηκε εκτενώς στη δεκαετία του 1950 όταν ο John Nash εισήγαγε την έννοια της ισορροπίας κατά Nash [Nas51]. Από τότε, πολλοί ερευνητές συνέβαλαν στη θεωρία των παιγνίων και σε εφαρμογές αυτής σε πληθώρα πεδίων, μεταξύ αυτών, και στις τηλεπικοινωνίες.

Οι πρόσφατες τεχνολογικές εξελίξεις και η συνεχώς αυξανόμενη ανάγκη διάχυτης υπολογιστικής και επικοινωνίας έχουν γεννήσει μια ανάγκη για καινοτόμα αναλυτικά πλαίσια που να είναι κατάλληλα για την αντιμετώπιση των πολυάριθμων τεχνικών προκλήσεων που συνοδεύουν τα τρέχοντα και μελλοντικά ασύρματα και επικοινωνιακά δίκτυα. Ένα τέτοιο πλαίσιο είναι και η θεωρία των παιγνίων που τα τελευταία χρόνια έχει αναδειχθεί ως κεντρικό εργαλείο για το σχεδιασμό μελλοντικών ασύρματων και επικοινωνιακών δικτύων. Η επιλογή αυτή οφείλεται κυρίως στην ανάγκη ενσωμάτωσης των αποφάσεων και των τεχνικών λήψης αποφάσεων σε ασύρματους και επικοινωνιακούς κόμβους επόμενης γενιάς, ώστε να μπορούν να λειτουργούν αποτελεσματικά και να ανταποκρίνονται στις ανάγκες των χρηστών όσον αφορά τις υπηρεσίες επικοινωνίας.

Ένα από τα δημοφιλέστερα παραδείγματα της θεωρίας των παιγνίων σε ασύρματα δίκτυα αφορά στη μοντελοποίηση του προβλήματος του ελέγχου της ισχύος σε κυψελοειδή δίκτυα χρησιμοποιώντας μη συνεργατικά παίγνια [TVP17α]. Για παράδειγμα, στην ανερχόμενη ζεύξη ενός κυψελοειδούς συστήματος, ερευνητές και οι μηχανικοί ασχολήθηκαν με το πρόβλημα του σχεδιασμού ενός μηχανισμού που επιτρέπει στους χρήστες (χρησιμοποιώντας μια κοινή συχνότητα όπως σε ένα CDMA σύστημα [KTP08]) να ρυθμίζουν την ισχύ μετάδοσης τους,

δεδομένης της παρεμβολής που προκαλούν (ή που προκαλείται από τους άλλους χρήστες) στο δίκτυο. Σε ένα μη συνεργατικό παιχνίδι, το πλήθος των παικτών-χρηστών εμπλέκεται σε μια ανταγωνιστική κατάσταση στην οποία, κάθε φορά που ένας παίκτης κάνει μια κίνηση (ή επιλέγει μια στρατηγική), η κίνηση αυτή έχει θετικό ή αρνητικό αντίκτυπο στη χρησιμότητα (π.χ. άλλους παίκτες). Ομοίως, σε ένα παιχνίδι ελέγχου ισχύος, έχουμε μια ανταγωνιστική κατάσταση στην οποία το επίπεδο ισχύος μετάδοσης (στρατηγική) ενός ασύρματου χρήστη μπορεί να επηρεάσει θετικά ή αρνητικά (λόγω παρεμβολής) στο ρυθμό μετάδοσης και στην ποιότητα της υπηρεσίας (QoS) του άλλου. Ως εκ τούτου, η επίλυση ενός παιχνιδιού ελέγχου ισχύος έχει αποδειχθεί ότι είναι ισοδύναμη με την επίλυση ενός μη συνεργατικού παιχνιδιού. Ο έλεγχος ισχύος είναι μόνο ένα παράδειγμα στο οποίο η θεωρία των παιγνίων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το σχεδιασμό ασύρματων και επικοινωνιακών δικτύων επόμενης γενιάς. Στην πραγματικότητα, μετά από τις πρώτες εργασίες για παιχνίδια που δεν συνεργάστηκαν στον έλεγχο της εξουσίας, εμφανίστηκε πληθώρα νέων πεδίων εφαρμογής για τη θεωρία των παιχνιδιών στις κοινότητες ασύρματων επικοινωνιών και επεξεργασίας σημάτων.

Η βασική πρόκληση στην εφαρμογή της θεωρίας των παιχνιδιών σε ένα περιβάλλον επικοινωνίας έγκειται στο γεγονός ότι η θεωρία των παιγνίων αναπτύχθηκε ως εργαλείο που χρησιμοποιείται στις οικονομικές και κοινωνικές επιστήμες. Συνεπώς, η χρήση της σε εφαρμογές μηχανικής συνοδεύεται από πολλές δυσκολίες. Για παράδειγμα, οι ερευνητές που ενδιαφέρονται να εφαρμόσουν παιγνιοθεωρητικά μοντέλα σε προβλήματα ασυρμάτων δικτύων και δικτύων επικοινωνίας συναντούν πολλά εμπόδια στην εξεύρεση αναλυτικών μοντέλων και λύσεων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα υπάρχοντα παιγνιοθεωρητικά μοντέλα δεν είναι προσαρμοσμένα για να αντιμετωπίσουν συγκεκριμένα ζητήματα μηχανικής, όπως η μοντελοποίηση χρονομεταβλητών ασύρματων καναλιών, η ανάπτυξη συναρτήσεων χρησιμότητας που εξαρτώνται από μετρικές επικοινωνίας (π.χ. ρυθμό μετάδοσης, καθυστέρηση, σηματοθορυβικός λόγος [TKP09]). Η δυσκολία αυτή και η άμεση ανάγκη για έναν κατάλληλο σχεδιασμό μελλοντικών ασυρμάτων δικτύων έχει οδηγήσει πολλούς ερευνητές να ψάχνουν αναλυτικά παιγνιοθεωρητικά μοντέλα που να περιγράφουν κατάλληλα τους περιορισμούς και τις ιδιότητες τους [Han+12], [Tsi+15].

2.2 Παιγνία σε Κανονική Μορφή Αναπαράστασης

Τα παίγνια σε κανονική μορφή (ή σε στρατηγική μορφή) απαρτίζονται από τρεις βασικές συνιστώσες. Συμβολίζουμε σαν K το σύνολο των παικτών, A_k το σύνολο όλων των πιθανών στρατηγικών του παίκτη k και σαν $u_k : A \rightarrow \mathbb{R}$ την συνάρτηση ωφέλειας/ευχαρίστησης του k . Η αποτίμηση της συνάρτησης αυτής, αποτυπώνει για κάθε παίκτη το αποτέλεσμα που λαμβάνει δεδομένου των επιλογών των υπολοίπων, δηλαδή του στρατηγικού προφίλ του παιγνίου. Το παραπάνω παίγνιο σε κανονική μορφή συμβολίζεται σαν $G = \langle K, \{A_k\}_{k \in K}, \{u_k\}_{k \in K} \rangle$.

Ένα παίγνιο σε κανονική μορφή, συνήθως εκφράζεται ως ένας πίνακας που απαρτίζεται από τους παίκτες, τις στρατηγικές τους και τις ωφέλειες τους. Έτσι, σε περίπτωση παίγνιου δύο παικτών, όπως και στο παρακάτω παράδειγμα, ο ένας παίκτης θεωρείται ο παίκτης "γραμμών" και ο άλλος ο παίκτης "στηλών". Κάθε γραμμή και στήλη εκφράζει μία στρατηγική και κάθε

κουτί εκφράζει τις ωφέλειες των παικτών για κάθε συνδυασμό στρατηγικών. Η λύση τέτοιου είδους παιχνιδιών εκφράζεται με την έννοια της ισορροπίας κατά Nash που εισάγεται στην επόμενη ενότητα.

Παρακάτω φαίνεται το δίλημμα των φυλλακισμένων ως ένα παράδειγμα παιγνίου σε κανονική μορφή. Το πρόβλημα αυτό χρησιμοποιείται κατά κόρον ως εισαγωγικό παράδειγμα στην θεωρία παιγνίων.

Παράδειγμα 2.1 (Το δίλημμα των φυλλακισμένων). Σε αυτό το παίγνιο θεωρούμε ότι η αστυνομία κρατάει δύο υπόπτους ενός εγκλήματος σε ξεχωριστά δωμάτια. Στον καθένα προσφέρεται η εξής συμφωνία: αν καταδώσει τον άλλον κρατούμενο και αυτός παραμείνει σιωπηλός τότε θα μειωθεί η πηγή του. Αν όμως και οι δύο παραμείνουν σιωπηλοί ή και οι δύο καταδώσουν τον άλλον, θα καταλήξουν στην φυλακή για δύο και πέντε χρόνια αντίστοιχα.

Συμβαδίζοντας με τον παραπάνω αυστηρό συμβολισμό, έχουμε $K = \{1, 2\}$, $A_k = \{Quiet, Fink\}$ και συνάρτηση ωφέλειας την $u_k : A_k \times A_k \rightarrow \mathbb{R}$. Αν και οι δύο παίκτες μείνουν σιωπηλοί θα έχουν ωφέλεια -2 και αν και οι δύο καταδώσουν τον άλλον θα έχουν -5 . Εάν ο ένας καταδώσει τον άλλον και ο άλλος μείνει σιωπηλός θα έχουν ωφέλεια -1 και -10 αντίστοιχα.

Μπορούμε να συμβολίσουμε το παίγνιο αυτό σε κανονική μορφή με τον παρακάτω πίνακα ωφέλειας. Οι πιθανές στρατηγικές του παίκτη 1 είναι στις γραμμές του πίνακα ενώ του 2 στις στήλες του πίνακα. Κάθε κελί αντιπροσωπεύει τις ωφέλειες στην μορφή $u_1(a_1, a_2), u_2(a_1, a_2)$ για τις επιλαχούσες στρατηγικές $a_1 \in A_1$ και $a_2 \in A_2$.

		Player 2	
		Quiet	Fink
Player 1	Quiet	$-2, -2$	$-10, -1$
	Fink	$-1, -10$	$-5, -5$

Σχήμα 2.1: Πίνακας ωφέλειας του διλήμματος των φυλλακισμένων

2.3 Ισορροπία κατά Nash

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η λύση σε ένα παίγνιο όπως αυτό ορίστηκε παραπάνω, συνήθως θεωρείται η ισορροπία κατά Nash η οποία ορίζεται ως:

Ορισμός 2.1 (Ισορροπία κατά Nash). Η ισορροπία κατά Nash σε ένα παίγνιο σε κανονική μορφή με συνιστώσες K , $\{A_k\}_{k \in K}$, $\{u_k\}_{k \in K}$ είναι ένα προφίλ στρατηγικών $\mathbf{a} \in A$ για το οποίο ισχύει:

$$u_k(a_k, \mathbf{a}_{-k}) \geq u_k(a'_k, \mathbf{a}_{-k}) \quad \forall a'_k \in A_k, \forall k \in K$$

Όπου a_k είναι η στρατηγική του παίκτη k και \mathbf{a}_{-k} οι στρατηγικές των υπολοίπων παικτών.

Συνοπτικά, στην ισορροπία κατά Nash κανένας παίκτης δεν μπορεί να αυξήσει την ωφέλεια του αν μονομερώς αλλάξει την στρατηγική του. Από τον ορισμό αυτόν, φαίνεται η σημασία του στρατηγικού προφίλ αυτού, αφού για να μελετήσουμε την απόκριση ενός συστήματος δεν χρειάζεται να δούμε πως αυτό συμπεριφέρεται σε κάθε πιθανό συνδυασμό στρατηγικών αλλά μονάχα στις ισορροπίες κατά Nash.

Θεώρημα 2.1 (Θεώρημα Σταθερού σημείου του Kakutani). Έστω X ένα συμπαγές και κυρτό υποσύνολο του \mathbb{R}^n και $f : X \rightarrow X$ συνάρτηση τέτοια ώστε το σύνολο $f(x)$ να είναι μη κενό και κυρτό για κάθε $x \in X$ και το γράφημα της f να είναι κλειστό. Τότε, υπάρχει $x^* \in X$ τέτοιο ώστε $x^* \in f(x^*)$.

Όπως φαίνεται και στο [S+02] μπορούμε να βασιστούμε στο παραπάνω για να διατυπώσουμε το εξής θεώρημα για την ύπαρξη ισορροπίας κατά Nash.

Θεώρημα 2.2. Υπάρχει ισορροπία κατά Nash στο παίγνιο $G = \langle K, \{A_k\}_{k \in K}, \{u_k\}_{k \in K} \rangle$ εάν $\forall k \in K$

1. Το A_i είναι μη κενό, κυρτό και συμπαγές υποσύνολο κάποιου Ευκλείδειου χώρου \mathbb{R}^n .
2. Η συνάρτηση $u_k(\mathbf{a})$ είναι συνεχής στο \mathbf{a} και *quasiconcave* στο a_k .

2.4 Γενικευμένη Ισορροπία κατά Nash

Μέχρι τώρα, έχουν δοθεί πολλές επεκτάσεις της ισορροπίας κατά Nash: για ασυνεχείς συναρτήσεις ωφέλειας [D+86], μη κοίλες συναρτήσεις ωφέλειας [BTZ93] και περιορισμένο σύνολο στρατηγικών [Dut13]. Η τελευταία επέκταση είναι αυτή που ασχολούμαστε σε αυτή την ενότητα, στην οποία κάθε παίκτης έχει ένα σύνολο στρατηγικών το οποίο εξαρτάται κάθε φορά από τις επιλαχούσες στρατηγικές των υπολοίπων παικτών. Αυτή η γενίκευση οδηγεί στην λεγόμενη Γενικευμένη Ισορροπία κατά Nash.

Έστω 2^X το δυναμοσύνολο του συνόλου X . Τότε, έστω $C_k : A_{-k} \rightarrow 2^{A_k}$ οι περιορισμοί του παίκτη k , δηλαδή μία συνάρτηση αντιστοίχισης από το στρατηγικό προφίλ των υπολοίπων σε υποσύνολο του συνόλου στρατηγικών του παίκτη k . Τυπικά, οι περιορισμοί C_k ορίζονται από ένα παραμετροποιημένο σύνολο στρατηγικών σαν $C_k = \{a_k \in A_k : g_k(a_k, \mathbf{a}_{-k}) \geq 0\}$, όπου $g_k : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι μία συνάρτηση περιορισμών. Στην ειδική περίπτωση όπου η g_k δεν εξαρτάται από το στρατηγικό προφίλ των υπολοίπων, \mathbf{a}_{-k} , έχουμε ένα παίγνιο σε κανονική (ή στρατηγική) μορφή, όπως ορίστηκε παραπάνω. Ένα γενικευμένο παίγνιο περιγράφεται από το σύνολο $(K, \{A_k\}_{k \in K}, \{u_k\}_{k \in K}, \{C_k\}_{k \in K})$ και καλείται σαν αφηρημένη οικονομία [AD54].

Ορισμός 2.2 (Γενικευμένη Ισορροπία κατά Nash). Η Γενικευμένη Ισορροπία κατά Nash για ένα γενικευμένο παίγνιο $(K, \{A_k\}_{k \in K}, \{u_k\}_{k \in K}, \{C_k\}_{k \in K})$, ορίζεται σαν το στρατηγικό προφίλ \mathbf{a}^* στο οποίο για κάθε παίκτη $k \in K$ λύνει το πρόβλημα βελτιστοποίησης:

$$a_k^* \in \arg \max_{a_k \in C_k(\mathbf{a}_{-k}^*)} u_k(a_k, \mathbf{a}_{-k}^*)$$

Παρόμοια με την ισορροπία κατά Nash, κάθε παίκτης στο συγκεκριμένο στρατηγικό προφίλ δεν έχει κέρδος να αλλάξει μονομερώς την στρατηγική του. Η διαφορά είναι ότι σε αυτήν την περίπτωση πρέπει κάθε παίκτης k να καταλήξει σε στρατηγική που οι περιορισμοί του, C_k , του το επιτρέπουν.

2.5 Βέλτιστη Απόκριση

Μία ακόμα βασική έννοια στην θεωρία των παιγνίων είναι η Βέλτιστη Απόκριση ή *Best Response*. Η βέλτιστη απόκριση ενός παίκτη είναι η στρατηγική εκείνη η οποία του δίνει την μέγιστη δυνατή ωφέλεια δεδομένου των στρατηγικών των υπολοίπων. Έστω ότι βρισκόμαστε στην θέση του παίκτη k και οι υπόλοιποι έχουν καταλήξει στο στρατηγικό προφίλ \mathbf{a}_{-k} . Τότε η βέλτιστη απόκριση μας θα είναι η στρατηγική a_k για την οποία ισχύει:

$$u_k(a_k, \mathbf{a}_{-k}) \geq u_k(a'_k, \mathbf{a}_{-k}), \quad \forall a'_k \in A_k$$

Η έννοια της βέλτιστης απόκρισης χρησιμοποιείται κατα κόρον στην αλγοριθμική θεωρία παιγνίων αφού περιγράφει μια πολύ απλή και διαισθητική διαδικασία η οποία βασίζεται στην εγωιστική συμπεριφορά των παικτών. Συνεπώς, όταν σχεδιάζεται ένα παιγνιοθεωρητικό μοντέλο, είναι σημαντικό να ελεγχθεί που οδηγεί το σύστημα αν όλοι επιλέγουν την βέλτιστη απόκριση τους, κάθε φορά που καλούνται να λάβουν μία απόφαση. Η δυναμική αυτή, στην οποία κάθε παίκτης επιλέγει την βέλτιστη απόκριση του σε κάθε απόφαση λέγεται *Δυναμική Βέλτιστης Απόκρισης* ή *Best Response Dynamics*. Με βάση τα παραπάνω μπορούμε να ορίσουμε αυστηρά την συνάρτηση βέλτιστης απόκρισης.

Ορισμός 2.3 (Συνάρτηση Βέλτιστης Απόκρισης). Το σύνολο των ορισμάτων που μεγιστοποιούν την συνάρτηση $u_k(\cdot, \mathbf{a}_{-k})$ στο συμπαγές σύνολο A_k ονομάζεται βέλτιστη απόκριση και τη συμβολίζουμε με $BR_k(\mathbf{a}_{-k})$. Η συνάρτηση αντιστοίχισης $BR_k : A_{-k} \rightarrow A_k$ και ορίζεται ως:

$$BR_k(\mathbf{a}_{-k}) = \{a_k \in A_k : u_k(a_k, \mathbf{a}_{-k}) \geq u_k(a'_k, \mathbf{a}_{-k}), \quad \forall a'_k \in A_k\}$$

Η συνάρτηση βέλτιστης απόκρισης, συνδέεται πολύ συχνά στην βιβλιογραφία με την ισορροπία κατά Nash αφού ένα σταθερό σημείο της συνάρτησης, περιγράφει μία τέτοια ισορροπία. Αυτό το επιχείρημα χρησιμοποιείται και για την απόδειξη του Θεωρήματος 2.2 [S+02].

2.6 Βέλτιστες Στρατηγικές κατά Pareto

Ένα μειονέκτημα της ισορροπίας κατά Nash είναι ότι εν γένει δεν αποτελεί ένα κοινωνικά βέλτιστο αποτέλεσμα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι υπάρχει περίπτωση, αν όλοι οι παίκτες αποφασίσουν συλλογικά να αλλάξουν στρατηγική από αυτή της ισορροπίας κατά Nash να αυξήσουν την ωφέλεια τους. Μία κατά Pareto βέλτιστη ισορροπία περιγράφει μια κοινωνική βελτιστότητα με την έννοια ότι κανένας παίκτης δεν μπορεί να αυξήσει την ωφέλεια του χωρίς να μειώσει την ωφέλεια κάποιου άλλου παίκτη.

Ορισμός 2.4 (Κυριάρχον κατά Pareto Στρατηγικό Προφίλ). Ένα στρατηγικό προφίλ $\hat{\mathbf{a}}$ κυριαρχεί κατά Pareto ένα άλλο στρατηγικό προφίλ \mathbf{a} αν για κάθε παίκτη $k \in K$, $u_k(\hat{\mathbf{a}}) \geq u_k(\mathbf{a})$ και για κάποιον παίκτη $j \in K$, $u_j(\hat{\mathbf{a}}) > u_j(\mathbf{a})$.

Ορισμός 2.5 (Pareto Βέλτιστο Στρατηγικό Προφίλ). Ένα στρατηγικό προφίλ \mathbf{a}^* είναι βέλτιστο κατά Pareto εάν δεν υπάρχει άλλο στρατηγικό προφίλ \mathbf{a} τέτοιο ώστε $u_k(\mathbf{a}) \geq u_k(\mathbf{a}^*)$ για κάθε παίκτη $k \in K$ και $u_j(\mathbf{a}) > u_j(\mathbf{a}^*)$ για κάποιον παίκτη $j \in K$.

Από τον παραπάνω ορισμό, παρατηρούμε ότι αν ένα στρατηγικό προφίλ είναι βέλτιστο κατά Pareto τότε δεν υπάρχει κάποιο άλλο προφίλ που να το κυριαρχεί κατά Pareto. Όμως, ένα Pareto Βέλτιστο Στρατηγικό Προφίλ δεν κυριαρχεί κατά Pareto όλα τα πιθανά στρατηγικά προφίλ του παιγνίου.

Στο επόμενο κεφάλαιο, θα δούμε πως, χρησιμοποιώντας τους παραπάνω ορισμούς, θα βρούμε σε ένα παίγνιο καλύτερη λύση από αυτήν που δίνει η ισορροπία κατά Nash.

Εισαγωγή στο Πρόβλημα Κατανομής Πόρων σε Ασύρματα Δίκτυα

3.1 Εισαγωγή

Καθώς αυξάνεται η ζήτηση για ασύρματες υπηρεσίες, αυξάνεται η σημασία της αποδοτικής χρήσης των πόρων. Μία θεμελιώδης συνιστώσα της διαχείρισης των ραδιοφωνικών πόρων είναι ο έλεγχος ισχύος του πομπού. Είναι γνωστό ότι η ελαχιστοποίηση της παρεμβολής χρησιμοποιώντας τον έλεγχο ισχύος αυξάνει την χωρητικότητα [Yat+95] και επίσης αυξάνει τη διάρκεια ζωής της μπαταρίας. Πρόσφατα, υπήρξε μια εναλλακτική προσέγγιση στο πρόβλημα του ελέγχου ισχύος σε ασύρματα συστήματα με βάση ένα οικονομικό μοντέλο [Fam+02]. Σε αυτό το μοντέλο, οι προτιμήσεις υπηρεσίας για κάθε χρήστη αντιπροσωπεύονται από μια συνάρτηση χρησιμότητας.

Η συνάρτηση χρησιμότητας ποσοτικοποιεί το επίπεδο ικανοποίησης που λαμβάνει ένας χρήστης από τη χρήση των πόρων του συστήματος. Οι παιγνιοθεωρητικές μέθοδοι εφαρμόζονται για να μελετήσουν τον έλεγχο ισχύος σύμφωνα με αυτό το νέο μοντέλο. Η θεωρία των παιγνίων είναι ένα ισχυρό εργαλείο για τη μοντελοποίηση αλληλεπιδράσεων μεταξύ των ενδιαφερομένων χρηστών και την πρόβλεψη της επιλογής τους των στρατηγικών. Κάθε παίκτης στο παίγνιο μεγιστοποιεί κάποια συνάρτηση χρησιμότητας με κατανομημένο τρόπο. Το παίγνιο εγκαθίσταται σε μια ισορροπία Nash αν υπάρχει. Δεδομένου ότι οι χρήστες ενεργούν εγωιστικά, το σημείο ισορροπίας δεν είναι αναγκαστικά το καλύτερο σημείο λειτουργίας από κοινωνική άποψη. Η κοστολόγηση των πόρων του συστήματος φαίνεται να είναι ένα καλό εργαλείο για πιο "κοινωνικά" αποτελέσματα.

3.2 Κατανομή Ισχύος Εκπομπής ως μη Συνεργατικό Παίγνιο (NPG)

Εστω $G = \langle K, \{P_k\}_{k \in K}, \{u_k\}_{k \in K} \rangle$ ένα μη συνεργατικό παίγνιο κατανομής ισχύος (NPG) με K να είναι το σύνολο των χρηστών του δικτύου αυτή την στιγμή, P_k το σύνολο των στρατηγικών και $u_k(\cdot)$ η συνάρτηση ωφέλειας του παίκτη-χρήστη k . Κάθε χρήστης

διαλέγει μία ισχύ p_k τέτοια ώστε $p_k \in P_k$. Όπως είδαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, το αποτέλεσμα ενός τέτοιου παιγνίου είναι ένα στρατηγικό προφίλ απο τις επιλαχούσες ισχύς \mathbf{p} με $\mathbf{p} = [p_1, \dots, p_{|K|}]$. Συμβαδίζοντας με τους συμβολισμούς του συνόλου στρατηγικών έχουμε ότι $\mathbf{p} \in P$ όπου $P = P_1 \times P_2 \times \dots \times P_{|K|}$. Για καλύτερο συμβολισμό, αλλάξαμε το σύνολο στρατηγικών από A σε P για να γίνεται σαφές ότι οι στρατηγικές στο συγκεκριμένο παίγνιο είναι πιθανές ισχύς εκπομπής για τους χρήστες.

Για αυτό το κεφάλαιο θα θεωρήσουμε ότι η συνάρτηση χρησιμότητας κάθε παίκτη k που εκπέμπει με ισχύ p_k είναι αυτή που προτάθηκε απο τους *Famolari, Mandayam, Goodman, Shah* στο [Fam+02]:

$$u_k(p_k, \mathbf{p}_{-k}) = \frac{LR}{Mp_k} f(\gamma_k) \quad (3.1)$$

Όπου L τα *bits* που εκπέμπει κάθε χρήστης σε μέγεθος πακέτου $M > L$ σε R *bits/second*. Ενώ γ_k είναι το *SIR* του χρήστη k και ορίζεται σαν:

$$\gamma_k = \frac{W}{R} \frac{h_k p_k}{\sum_{j \neq k} h_j p_j + \sigma^2} \quad (3.2)$$

Όπου W είναι το διαθέσιμο *bandwidth* σε *Hz*, σ^2 ο θόρυβος στον δέκτη σε *Watts* και h_k το κέρδος διαδρομής από το κινητό προς το σταθμό βάσης. Θα υποθέσουμε ότι το σύνολο στρατηγικών P_k για κάθε παίκτη k είναι συμπαγές, κυρτό με ελάχιστη, p_k^{min} , και μέγιστη, p_k^{max} , ισχύ. Στην ενότητα αυτή θα υποθέσουμε ότι $p_k^{min} = 0$. Στην 3.1 η συνάρτηση $f(\cdot)$ μπορεί να προσαρμοστεί ανάλογα με το μοντέλο που θέλουμε να προσομοιώσουμε και τις απαιτήσεις του συστήματος και των χρηστών. Ένα ευρέως χρησιμοποιούμενο παράδειγμα είναι η συνάρτηση απόδοσης

$$f(\gamma_k) = (1 - e^{-a\gamma_k})^M \quad (3.3)$$

Με a μία σταθερά.

Μπορούμε πλέον, να ορίσουμε το *NPG* σαν κάθε χρήστης k να πρέπει να λύσει ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης.

$$\begin{aligned} \max_{p_k} & u_k(p_k, \mathbf{p}_{-k}) \\ \text{s.t.} & p_k \in P_k. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Αφού η συνάρτηση χρησιμότητας εξαρτάται από τα επίπεδα ισχύος όλων των χρηστών, υπάρχει αλληλοεξάρτηση μεταξύ των κινήσεων που κάθε χρήστης κάνει για να μεγιστοποιήσει την ωφέλεια του. Συνεπώς, για να μελετήσουμε ενδελεχώς το σύστημα, θα πρέπει πρώτα να ελέγξουμε αν υπάρχει κάποια ισορροπία *Nash*.

3.3 Προσδιορισμός Ισορροπίας *Nash* στο Παίγνιο

Για να αποδείξουμε την ύπαρξη ισορροπίας *Nash* στο *NPG* μπορούμε να βασιστούμε στο Θεώρημα 2.2. Η αναλυτική απόδειξη βρίσκεται στο [S+02] και αναγάζεται στο να δείξουμε ότι η συνάρτηση ωφέλειας που δίνεται από τις σχέσεις 3.1 και 3.3 είναι *quasiconcave*.

Από τον ορισμό του NPG (3.4), και παραγωγίζοντας μία φορά την συνάρτηση βελτιστοποίησης παρατηρούμε ότι δεδομένου του στρατηγικού προφίλ των υπολοίπων \mathbf{p}_{-k} , για την ισχύ p_k που την μεγιστοποιεί, θα πρέπει αναγκαστικά να ισχύει:

$$f'(\gamma_k)\gamma_k - f(\gamma_k) = 0, \quad \forall k \in K \quad (3.5)$$

Κατά αυτόν τον τρόπο, μπορούμε να πάρουμε κλειστό τύπο για τις ισχύς της ισορροπίας. Αφού για κάθε χρήστη ισχύει η 3.5 και λόγω των 3.1, 3.2, 3.3 μπορεί κάποιος να δει ότι υπάρχει μόνο μία κοινή τιμή του γ_i -έστω η γ^* - που ικανοποιεί την πρώτη. Όταν όλοι οι χρήστες καταφέρνουν SIR $\gamma_k = \gamma^*$ και ισχύει $p_k \leq p_k^{max}$ τότε η ισορροπία κατά Nash είναι μοναδική [S+02]. Παρατηρούμε ότι η τιμή του γ^* εξαρτάται από την συνάρτηση $f(\cdot)$ που επιλέξαμε, στην συγκεκριμένη περίπτωση την συνάρτηση απόδοσης. Το επόμενο ερώτημα είναι αν πράγματι υπάρχει κάποιο στρατηγικό προφίλ κατά το οποίο κάθε χρήστης πετυχαίνει γ^* SIR.

Δείξαμε ότι στην ισορροπία ισχύει για κάθε χρήστη $k \in K$ ότι

$$\gamma_k = \frac{W}{R} \frac{h_k p_k}{\sum_{j \neq k} h_j p_j + \sigma^2} = \gamma^* \quad (3.6)$$

Εκτός αυτού, θα πρέπει η λύση της παραπάνω να είναι στο διάστημα $p_k^{min} \leq p_k \leq p_k^{max}$, κάτι το οποίο για τώρα το παίρνουμε σαν υπόθεση. Εάν αντικαταστήσουμε $q_k = h_k p_k$ που συμβολίζει την λαμβανόμενη ισχύ στη βάση και λύσουμε ως προς αυτό στην 3.6 παίρνουμε:

$$q_k = \frac{R\gamma^*}{W} \left(\sum_{j \neq k} q_j + \sigma^2 \right) \quad (3.7)$$

Συνεπώς, για να δούμε αν υπάρχουν πράγματι τέτοια επίπεδα ισχύος για κάθε παίκτη ώστε να έχουμε ισορροπία κατά Nash στο NPG αρκεί να έχει λύση για κάθε παίκτη k η 3.7. Με χρήση πινάκων, η παραπάνω εξίσωση μπορεί να γίνει:

$$\mathbf{q} = \frac{R\gamma^*}{W} (\mathbf{U} - \mathbf{I})\mathbf{q} + \frac{R}{W} \gamma^* \sigma^2 \mathbf{u} \Rightarrow (\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{q} = \frac{R}{W} \gamma^* \sigma^2 \mathbf{u} \quad (3.8)$$

Όπου \mathbf{U} είναι ο $|K| \times |K|$ πίνακας με άσσους, \mathbf{u} ο $1 \times |K|$ πίνακας με άσσους και $\mathbf{A} = \frac{R\gamma^*}{W} (\mathbf{U} - \mathbf{I})$. Έτσι, υπάρχει μοναδική λύση στην 3.8 εάν ο πίνακας $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$ είναι αντιστρέψιμος. Άρα λόγω της υπόθεσης μας ότι $p_k^{min} \leq p_k \leq p_k^{max}$ το πρόβλημα αναγάγεται στην εύρεση ενός $\mathbf{q} \geq 0$ τ.ω:

$$\mathbf{q} = \frac{R}{W} \gamma^* \sigma^2 (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{u} \quad (3.9)$$

Επομένως αν ο πίνακας $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ ορίζεται καλώς και είναι θετικός, υπάρχει εφικτό στρατηγικό προφίλ ώστε να ισχύουν όλα τα παραπάνω. Από το θεώρημα του Perron-Frobenius η μέγιστη ιδιοτιμή ενός θετικού πίνακα είναι πραγματική και θετική και το ίδιο συμβαίνει και για κάθε συνιστώσα του αντίστοιχου ιδιοδιανύσματος [HHJ90]. Έτσι, στην περίπτωση μας η κατάλληλη συνθήκη ώστε ο $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ να είναι θετικός είναι ότι η μέγιστη ιδιοτιμή του \mathbf{A} θα πρέπει να

είναι μικρότερη της μονάδας ή ισοδύναμα $[S+02]$:

$$|K| < 1 + \frac{W}{R\gamma^*}. \quad (3.10)$$

Αν στην 3.7 προσθέσουμε κατά μέλος τον όρο $\frac{R\gamma^*}{W}q_k$ προκύπτει:

$$q_k(1 + \frac{R\gamma^*}{W}) = \frac{R\gamma^*}{W}(\sum_{j \in K} q_j + \sigma^2) \quad (3.11)$$

Αφού δεξί μέλος είναι ανεξάρτητο του δείκτη k προκύπτει το συμπέρασμα ότι το ίδιο θα πρέπει να ισχύει και για το αριστερό μέλος. Συνεπώς, καταλήγουμε ότι $h_k p_k = h_j p_j \quad \forall k, j \in K$. Το γεγονός αυτό μπορεί να μας δώσει και ένα τελικό τύπο για το (κοινό) γ^* . Από την 3.6 παίρνουμε:

$$\gamma^* = \frac{W}{R} \frac{h_k p_k}{h_k p_k (|K| - 1) + \sigma^2} \quad (3.12)$$

Το οποίο τελικά μας δίνει για κάθε παίκτη k την ισχύ που πρέπει να εκπέμψει στην ισορροπία Nash:

$$p_k = \frac{\gamma^* \sigma^2}{h_k (\frac{W}{R} - \gamma^* (|K| - 1))}. \quad (3.13)$$

Με τις παραπάνω σχέσεις, τονίζεται ότι όσο πιο κοντά είναι κάποιος χρήστης στον σταθμό βάσης, τόσο πιο χαμηλή ισχύ χρειάζεται ώστε να φτάσει το γ^* άρα και στην ισορροπία.

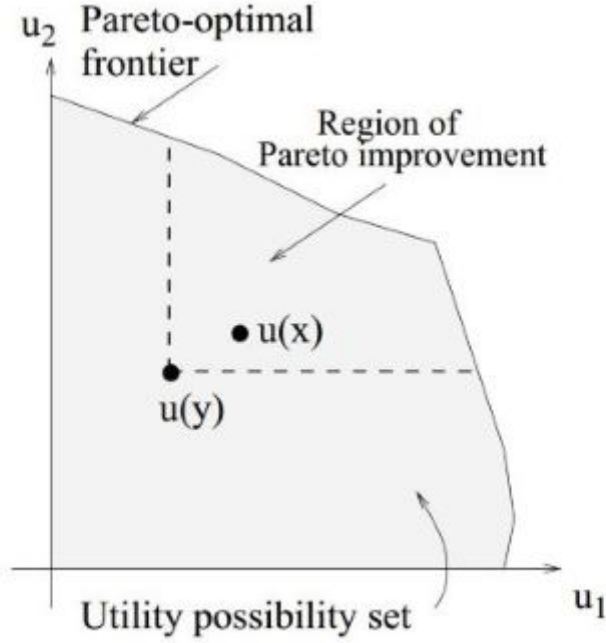
Όλα τα παραπάνω ισχύουν υπό την προϋπόθεση 3.10 αλλά και $p_k^{min} \leq p_k \leq p_k^{max}$ αφού η μόνη συνθήκη που προσέξαμε συνειδητά στην παραπάνω ανάλυση είναι θετικά \mathbf{q} . Σε περίπτωση που η λύση της 3.13 ξεπερνάει το p_k^{max} ή το πλήθος των χρηστών του ασύρματου δικτύου παραβιάζει την 3.10 τότε κάποιοι χρήστες θα φτάσουν $\gamma_k = \gamma^*$ ενώ κάποιοι άλλοι θα καταλήξουν με $p_k = p_k^{max}$ χωρίς να το καταφέρουν.

3.4 Βελτιστοποίηση κατά Pareto της Ισορροπίας του Παιγνίου

Το επόμενο βήμα είναι να προσπαθήσουμε να βελτιστοποιήσουμε το αποτέλεσμα που πήραμε στην προηγούμενη ενότητα για το NPG. Πρέπει δηλαδή να δούμε αν γίνεται να πάρουμε στρατηγικά προφίλ που κυριαρχούν κατά Pareto την ισορροπία κατά Nash που βρήκαμε.

Το σχήμα 3.1 περιγράφει ένα παίγνιο κατανομής ισχύος NPG μεταξύ δύο χρηστών. Η σκιασμένη περιοχή είναι οι πιθανές αποτιμήσεις ωφέλειας κάθε πιθανού στρατηγικού προφίλ (ή διανύσματος ισχύων στο NPG). Παρατηρούμε ότι για να κυριαρχήσει κάποιο στρατηγικό προφίλ κατά Pareto του \mathbf{y} θα πρέπει να παρέχει μεγαλύτερη ωφέλεια σε τουλάχιστον έναν εκ των δύο χρηστών και ίση η μεγαλύτερη ωφέλεια στον άλλον. Έτσι, σχηματίζεται η περιοχή πιθανής βελτίωσης κατά Pareto (ή Region of Pareto improvement), στην οποία όλα τα στρατηγικά προφίλ κυριαρχούν κατά Pareto του \mathbf{y} .

Με σκοπό να δούμε αν είναι εφικτό να βελτιώσουμε κατά Pareto την Nash ισορροπία της προηγούμενης ενότητας, υποθέτουμε ότι κάθε χρήστης (ή τερματικό) μειώνει την ισχύ που



Σχήμα 3.1: Το διάνυσμα ισχύων x κυριαρχεί κατά Pareto το διάνυσμα ισχύων y

εκπέμπει στην ισορροπία (έστω p) κατά ένα συντελεστή μ , με $0 < \mu \leq 1$. Το νέο διάνυσμα ισχύος που προκύπτει είναι το $\mu p = (\mu p_1, \dots, \mu p_{|K|})$. Έτσι, η νέα ωφέλεια που λαμβάνει ο χρήστης k δίνεται με αντικατάσταση στις 3.1, 3.2:

$$u_k(\mu) = \frac{LR}{M\mu p_k} f(\gamma_k^\mu) \quad (3.14)$$

όπου

$$\gamma_k^\mu = \frac{W}{R} \frac{\mu h_k p_k}{\sum_{j \neq k} \mu h_j p_j + \sigma^2} \quad (3.15)$$

Αυτό που έχει ενδιαφέρον να δούμε μετά από αυτόν τον μετασχηματισμό είναι πως αλλάζει η ωφέλεια κάθε χρήστη όσο μεταβάλλεται ο συντελεστής μ . Παρατηρούμε ότι όσο μειώνεται ο συντελεστής αυτός, θα μειώνεται και η ισχύς που θα εκπέμπει ο κάθε χρήστης-τερματικό. Εάν αυτή η μείωση του μ δίνει ταυτόχρονα και αυξανόμενες ωφέλειες στους χρήστες, έχουμε αποδείξει με επιτυχία ότι υπάρχει στρατηγικό προφίλ που κυριαρχεί κατά Pareto την ισορροπία κατά Nash. Παραγωγίζοντας την 3.14 ως προς μ και αποτιμώντας την για $\mu = 1$, λαμβάνουμε την έκφραση:

$$\left. \frac{\partial u_k(\mu)}{\partial \mu} \right|_{\mu=1} = \frac{LR}{M p_k} f(\gamma_k) \left(\frac{\sigma^2}{\sum_{j \neq k} h_j p_j + \sigma^2} - 1 \right) \quad (3.16)$$

Παρατηρούμε ότι η παραπάνω ποσότητα είναι αρνητική ($\left. \frac{\partial u_k(\mu)}{\partial \mu} \right|_{\mu=1} < 0$). Αυτό σημαίνει ότι όσο μικραίνει το μ (σε περιοχή κοντά στην μονάδα), η ωφέλεια του κάθε χρήστη k τείνει να αυξηθεί. Συνεπώς, μόλις δείξαμε ότι, πράγματι, μπορεί να βρεθεί καλύτερη κατανομή καταναλωτών

λύση στο NPG από την ισορροπία κατά Nash. Αξίζει να σημειωθεί ότι η παράμετρος μ επιλέχθηκε ίδια για κάθε χρήστη μονάχα για απλότητα στην παραπάνω ανάλυση. Κατά αυτόν τον τρόπο, καλούμαστε να χρησιμοποιήσουμε κατάλληλα μία τέτοια παράμετρο, εν γένει διαφορετική για κάθε χρήστη, ώστε να αυξήσουμε τις ωφέλειες των χρηστών από την ισορροπία αυτή.

3.5 Μη Συνεργατικό Παίγνιο Κατανομής Ισχύος με Εφαρμογή Κοστολόγησης (NPGP)

Για να βελτιώσουμε την προηγούμενη ισορροπία που κάθε χρήστης πετυχαίνει ίσο SIR, γ^* , λαμβάνοντας υπόψη και την ανάλυση της προηγούμενης ενότητας προκύπτει η ανάγκη εισαγωγής κοστολόγησης στους χρήστες. Κατά αυτόν τον τρόπο, ωθούμε τους χρήστες να λειτουργούν πιο κοινωνικά ενώ ταυτόχρονα διατηρούμε την μη συνεργατική φύση του μοντέλου.

Για να καταλάβουμε καλύτερα πως πρέπει να εισάγουμε την κοστολόγηση θα πρέπει να εμβαθύνουμε πρώτα σε κάποιες ιδιότητες της ισορροπίας. Όπως δείξαμε προηγουμένως, το γινόμενο $q_k = h_k p_k$ και η σταθερά γ_k είναι ίδια για κάθε παίκτη k . Έτσι, εάν $h_i > h_j$ για κάποιους παίκτες i, j τότε στην ισορροπία θα ισχύει $u_i > u_j$. Συνεπώς, όσο πιο κοντά κάποιος χρήστης είναι στον σταθμό βάσης τόσο πιο μικρή ισχύ θα χρειαστεί για να αποκτήσει SIR γ^* με αποτέλεσμα να έχει γενικά μεγαλύτερη ωφέλεια στην ισορροπία. Μία ακόμα παρατήρηση που πηγάζει από την μορφή της συνάρτησης ωφέλειας είναι ότι με όσο μεγαλύτερη ισχύ εκπέμπει ένα τερματικό, τόσο πιο μεγάλη παρεμβολή θα εισάγει στο σύστημα. Σαν αποτέλεσμα αυτού, θα πρέπει η συνάρτηση κόστους που θα επιβάλλουμε σε κάθε χρήστη να αυξάνεται με την εκπεμπόμενη ισχύ.

Έχοντας σαν κατευθυντήριες γραμμές όλα τα παραπάνω, αναπτύσσουμε το παρακάτω μη συνεργατικό παίγνιο με κοστολόγηση. Έστω, $G_c = \langle K, \{P_k\}_{k \in K}, \{u_k^c\}_{k \in K} \rangle$ το εν λόγω μη συνεργατικό παίγνιο κατανομής ισχύος με $|K|$ το πλήθος χρήστες και με εφαρμογή κοστολόγησης (NPGP). Μετασχηματίζουμε τις συναρτήσεις ωφέλειας ως:

$$u_k^c(\mathbf{p}) = u_k(\mathbf{p}) - c_k(p_k, \mathbf{p}_{-k}) \quad (3.17)$$

όπου $c_k : P \rightarrow \mathbb{R}_+$ είναι η συνάρτηση κοστολόγησης για κάθε παίκτη $k \in K$. Όπως κάναμε και στο NPG, και σε αυτή την περίπτωση μπορούμε να εκφράσουμε το πρόβλημα σαν $|K|$ αλληλοεξαρτώμενα προβλήματα βελτιστοποίησης σαν:

$$\begin{aligned} \max_{p_k} \quad & u_k^c(p_k, \mathbf{p}_{-k}) = u_k(\mathbf{p}) - c_k(p_k, \mathbf{p}_{-k}) \\ \text{s.t} \quad & p_k \in P_k. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Μέχρι στιγμής, η μόνη απαίτηση για την συνάρτηση κοστολόγησης $c_k(\cdot)$ είναι ο διαισθητικός κανόνας που αναφέραμε προηγουμένως, ότι δηλαδή πρέπει να αυξάνει με την αύξηση της εκπεμπόμενης ισχύος.

3.5.1 Γραμμική Μορφή Συνάρτησης Κοστολόγησης

Η πρώτες έρευνες που ασχολήθηκαν με την εισαγωγή κοστολόγησης στο μη συνεργατικό παίγνιο του ελέγχου ισχύος [S+02], [Fam+02], περιόρισαν την συνάρτηση κοστολόγησης σε γραμμική μορφή. Δηλαδή,

$$c_k(p_k, \mathbf{p}_{-k}) = ca_k p_k \quad (3.19)$$

Με $c, \{a_k\}$ να είναι θετικές παράμετροι.

Ο σκοπός είναι, να ρυθμίσουμε την παράμετρο c ώστε να κατευθύνουμε την εγωιστική συμπεριφορά των χρηστών να οδηγήσει σε λύση που να είναι καλύτερη για όλο το σύστημα. Επαναδιατυπώνουμε το NPGP στην μορφή προβλήματος βελτιστοποίησης για τον χρήστη k με χρήση της παραπάνω γραμμικής κοστολόγησης:

$$\begin{aligned} \max_{p_k} \quad & u_k(\mathbf{p}) - ca_k p_k \\ \text{s.t} \quad & p_k \in P_k. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Δυστυχώς, για την ύπαρξη ισορροπίας Nash στο καινούργιο παίγνιο δεν μπορούμε να βασιστούμε στο θεώρημα 2.2 αφού η καινούργια συνάρτηση ωφέλιμης δεν είναι *quasiconcave*. Η θεωρία που πρέπει να στραφούμε για να αποδείξουμε την ύπαρξη ισορροπίας είναι τα *submodular games* τα οποία πρωτοεισήχθησαν στην θεωρία των παιγνίων από τον *Topkis* [Top79] το 1979. Στο [S+02], χρησιμοποιείται αναλυτικά το πλαίσιο των *submodular games* και τα αποτελέσματα που προέκυψαν συνοψίζονται στο παρακάτω θεώρημα.

Θεώρημα 3.3 (Ισορροπία Nash στο NPGP). Έστω η παραλλαγή το NPGP που περιγράφεται από το παίγνιο $\Gamma = \langle K, \{\hat{P}_k\}_{k \in K}, \{u_k^c\}_{k \in K} \rangle$ με αλλαγμένο το σύνολο στρατηγικών για κάθε παίκτη k στο $\hat{P}_k = [p_k^m, p_k^{max}]$ όπου το p_k^m είναι τέτοιο ώστε $\gamma_k^m \geq 2 \ln M$. Τότε ισχύουν ότι:

1. Το σύνολο των ισορροπιών κατά Nash, E , είναι μη κενό. Επίσης το σύνολο αυτό έχει μικρότερο και μεγαλύτερο κατά συνιστώσες στοιχείο \mathbf{p}_{min} και \mathbf{p}_{max} αντίστοιχα.
2. Υπάρχει εξάρτηση του \mathbf{p}_{min} και του \mathbf{p}_{max} από το c . Μάλιστα, τα $\mathbf{p}_{min}(c)$ και $\mathbf{p}_{max}(c)$ αυξάνονται ή μένουν σταθερά όσο μειώνεται το c (σχήμα 3.2).

Από το παραπάνω θεώρημα καταλαβαίνουμε ότι όσο αυξάνουμε την παράμετρο c , τόσο θα μειώνεται (η θα μένουν σταθερά) κατα συνιστώσες και τα στρατηγικά προφίλ $\mathbf{p}_{min}(c)$ και $\mathbf{p}_{max}(c)$. Συνεπώς, για το παίγνιο Γ έχουμε περιορίσει όλες τις ισορροπίες κατά Nash στο διάστημα $E = \{\mathbf{p} \in \hat{P} : \mathbf{p}_{min}(c) \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}_{max}(c)\}$.

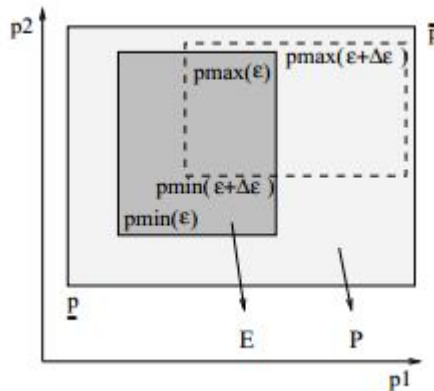
Αφού αναλύθηκε διεξοδικά η ύπαρξη και οι ιδιότητες των ισορροπιών το παρακάτω θεώρημα υποδεικνύει τον αλγόριθμο που πρέπει να ακολουθηθεί για να φτάσουμε σε τέτοιο στρατηγικό προφίλ.

Θεώρημα 3.4 (Σύγκλιση σε Ισορροπία στο NPGP με Γραμμική Κοστολόγηση). Έστω ότι όλοι οι χρήστες ξεκινάνε από το \mathbf{p}_{min} και με *Round-Robin* τρόπο κάθε χρήστης απαντάει με την βέλτιστη απόκριση του. Τότε το σύστημα θα φτάσει στο $\mathbf{p}_{min}(c)$.

Η απόδειξη φαίνεται στο [S+02]. Παρομοίως, αν το αρχικό στρατηγικό προφίλ ήταν το \mathbf{p}_{max} το σύστημα θα συνέκλινε στο στρατηγικό προφίλ $\mathbf{p}_{max}(c)$. Στην ίδια έρευνα διατυπώνεται και αποδύκνείται το παρακάτω θεώρημα.

Θεώρημα 3.5 (Βέλτιστη κατά Pareto ισορροπία Nash στο NPGP με γραμμική κοστολόγηση). Για το παίγνιο Γ , η ισορροπία $\mathbf{p}_{min}(c)$ κυριαρχεί κατά Pareto όλες τις άλλες ισορροπίες κατά Nash του παιγνίου.

Έχοντας όλα τα παραπάνω θεωρήματα μπορούμε να εξάγουμε τα εξής συμπεράσματα. Για δεδομένο c η καλύτερη ισορροπία που μπορούμε να έχουμε κατα συνιστώσες είναι η $\mathbf{p}_{min}(c)$ στην οποία όχι μόνο οι χρήστες εκπέμπουν με την χαμηλότερη δυνατή ισχύ (από όλες τις άλλες ισορροπίες), αλλά απολαμβάνουν και την μεγαλύτερη ωφέλεια. Εκτός των άλλων, παρατηρήσαμε ότι όσο αυξάνουμε την - ίδια για όλους τους χρήστες - παράμετρο c , τόσο μειώνεται και η ισχύς που εκπέμπει κάθε χρήστης στο διάνυσμα ισχύων $\mathbf{p}_{min}(c)$. Έτσι, διαισθητικά, περιμένουμε όσο αυξάνουμε το c να βελτιώνεται και η ωφέλεια των χρηστών. Όμως, παρατηρείται, ότι αν ξεπεράσει μία συγκεκριμένη τιμή, την c_{best} που εξαρτάται από τις παραμέτρους του συστήματος, κάποιος χρήστης απολαμβάνει μικρότερη ωφέλεια όσο αυξάνει το c . Τέλος, αυτό που καταφέραμε με την εφαρμογή κοστολόγησης στο NPG δεν είναι απλά μια πιο καλή λύση συνολικά για το σύστημα, αλλά και για κάθε χρήστη ξεχωριστά.



Σχήμα 3.2: Μετακίνηση της ελάχιστης και μέγιστης ισορροπίας συναρτήσει θετικής παραμέτρου

3.5.2 Γενίκευση Συνάρτησης Κοστολόγησης σε μη Γραμμική Μορφή

Η κοστολόγηση των πόρων του συστήματος φαίνεται να είναι ένα σημαντικό εργαλείο για να πάρουμε ένα πιο ωφέλιμο κοινωνικά αποτέλεσμα. Η γραμμική μορφή της κοστολόγησης σε σχέση με την ισχύ, [S+02], [MB02], [Liu+04], χρησιμοποιήθηκε αρχικά στην βιβλιογραφία με σκοπό την ενθάρυνση των χρηστών να χρησιμοποιούν τους πόρους του συστήματος πιο αποδοτικά. Έτσι, καταφέραμε να οδηγήσουμε την ισορροπία κατά Nash του παιγνίου σε βέλτιστη κατά Pareto λύση. Ωστόσο, η απλούστευση ότι η δυσχέρεια που προκαλεί κάποιος

χρήστης-τερματικό στους υπόλοιπους χρήστες είναι ανάλογη με την ισχύ που αυτός εκπέμπει δεν είναι ακριβής. Ως άμεση συνέπεια αυτού είναι η ανάγκη για εισαγωγή και μελέτη μη γραμμικών κοστολογήσεων [JT06], [TKP10], [TKP12].

Πριν εισαγάγουμε την κυρτή κοστολόγηση, αξίζει να παρατηρήσουμε πιο διεξοδικά την συμπεριφορά της συνάρτησης χρησιμότητας που θεωρήσαμε για κάθε χρήστη στην 3.1 στο NPG. Αφού η συνάρτηση f που επιλέξαμε στην 3.3 είναι σιγμοειδής συνάρτηση συνεπάγεται ότι και η συνάρτηση $T(p_k) = \frac{LR}{M} f(\gamma_k)$ θα είναι επίσης σιγμοειδής συνάρτηση συναρτήσει του p_k για κάθε χρήστη k με μοναδικό σημείο καμπής το p_k^{infl} . Σε προηγούμενη ενότητα είδαμε επίσης ότι η συνάρτηση $u_k(p_k) = \frac{T(\gamma_k)}{p_k}$ έχει ένα μέγιστο, όταν η ισχύς (έστω p_k^*), είναι τέτοια ώστε ο χρήστης να πετυχαίνει σηματοθορυβικό λόγο γ^* . Σε περίπτωση που κάποιος χρήστης δεν μπορεί να φτάσει το γ^* στο διάστημα των πιθανών ισχύων του $[0, p_k^{max}]$, έχουμε δείξει ότι $p_k^* = p_k^{max}$.

Ορμώμενοι λοιπόν από την ανάγκη εισαγωγής μη γραμμικής κοστολόγησης, εισαγάγουμε το παίγνιο NPGCP το οποίο εφαρμόζει σε κάθε χρήστη παρόμοια συνάρτηση χρησιμότητας με την 3.17 με την διαφορά ότι, πλέον, η συνάρτηση κόστους $c_k : P \rightarrow \mathbb{R}_+$, είναι κυρτή ως προς την ισχύ εκπομπής για τον χρήστη k . Χωρίς βλάβη της γενικότητας και αποκλειστικά για λόγους παρουσίασης, στην συγκεκριμένη ενότητα υιοθετείται μία εκθετική κυρτή συνάρτηση κοστολόγησης ως προς την ισχύ εκπομπής των χρηστών:

$$c_k(p_k, \mathbf{p}_{-k}) = c(e^{p_k} - 1) \quad (3.21)$$

Με $c \in \mathbb{R}_+$ να είναι ο συντελεστής κοστολόγησης. Στο σχήμα 3.3 φαίνεται το γράφημα της εν λόγω συνάρτησης. Η τιμή p_{thres} που φαίνεται στο σχήμα, είναι ένα κατώφλι ισχύος, πάνω από το οποίο αν εκπέμψει κάποιος χρήστης μπορεί να έχει καταστροφικές συνέπειες για το δίκτυο. Συνεπώς, πάνω από το κατώφλι αυτό, ένας χρήστης πρέπει να κοστολογείται με πιο γρήγορο ρυθμό από γραμμικό.

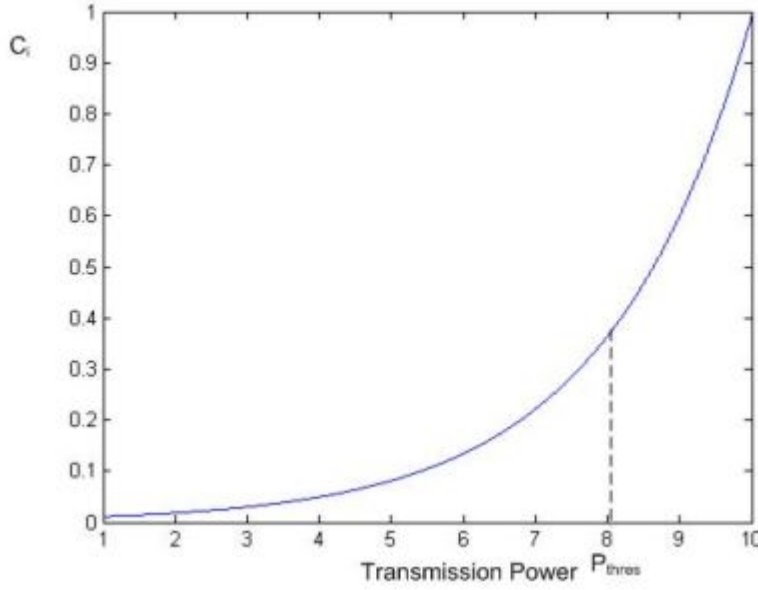
Με παρόμοιο τρόπο, μπορούμε να ορίσουμε το NPGCP σαν ένα σύστημα από $|K|$ προβλήματα βελτιστοποίησης, ένα για κάθε χρήστη, σαν:

$$\begin{aligned} \max_{p_k} \quad & u_k^c(p_k, \mathbf{p}_{-k}) = u_k(\mathbf{p}) - c_k(p_k, \mathbf{p}_{-k}) \\ \text{s.t} \quad & p_k \in P_k. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Βλέπουμε ότι το πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι σαν συμβολισμός ίδιος με το 3.18, με την συνάρτηση κόστους να είναι όμως της μορφής 3.21. Όπως και στο NPGP η συνάρτηση χρησιμότητας κάθε χρήστη k , δεν είναι *quasiconcave* ώστε να βγάλουμε κατευθείαν το συμπέρασμα ότι υπάρχει ισορροπία κατά Nash. Έτσι, για ακόμη μία φορά καλούμαστε να προχωρήσουμε σε αναλυτική μαθηματική προσέγγιση για τον προσδιορισμό του.

Η προσέγγιση αυτή, ξεκινά βρίσκοντας τις σχετικές θέσεις δύο χαρακτηριστικών τιμών ισχύος που συζητήθηκαν προηγουμένως, αυτές των p_k^{infl} και p_k^* . Υπενθυμίζεται ότι για τα σημεία αυτά θεωρούμε δεδομένο το στρατηγικό προφίλ των υπολοίπων χρηστών.

Λήμμα 3.1. Δεδομένης της συνάρτησης επιτευξιμού ρυθμού μετάδοσης $T(p_k)$, η οποία είναι σιγμοειδής ως προς την ισχύ εκπομπής p_k και έχει μοναδικό σημείο καμπής p_k^{infl} , και



Σχήμα 3.3: Κυρτή συνάρτηση κοστολόγησης ως προς την ισχύ εκπομπής

της συνάρτησης $u_k(p_k) = \frac{T(\gamma_k)}{p_k}$, η οποία είναι *quasiconcave* ως προς την ισχύ εκπομπής p_k και έχει μοναδικό σημείο μεγίστου το p_k^* , τότε αποδεικνύεται δια της εις άτοπον απαγωγής ([TKP12] Παράρτημα Β) ότι ισχύει:

$$p_k^{infl} < p_k^* \quad \forall k \in K \quad (3.23)$$

Λήμμα 3.2. Δεδομένης της συνάρτησης επιτεύξιμου ρυθμού μετάδοσης $T(p_k)$, η οποία είναι σιγμοειδής ως προς την ισχύ εκπομπής p_k και έχει μοναδικό σημείο καμπής p_k^{infl} , και της συνάρτησης $u_k(p_k) = \frac{T(\gamma_k)}{p_k}$, η οποία είναι *quasiconcave* ως προς την ισχύ εκπομπής p_k και έχει μοναδικό σημείο μεγίστου το p_k^* , τότε υπάρχει μία κρίσιμη τιμή της ισχύος εκπομπής $p_k^{crit} \in [p_k^{infl}, p_k^*]$ τέτοια ώστε η συνάρτηση χρησιμότητας $u_k^c(p_k, \mathbf{p}_{-k}) = u_k(\mathbf{p}) - c_k(p_k, \mathbf{p}_{-k})$ να είναι γνησίως φθίνουσα συνάρτηση ως προς την ισχύ εκπομπής στο διάστημα $p \in [p_k^{crit}, +\infty)$.

Το προηγούμενο λήμμα αποδεικνύεται αναλυτικά στο [TKP12] Παράρτημα C. Για την απόδειξη πρέπει κάποιος να παρατηρήσει ότι στο διάστημα $p_k \in (p_k^{infl}, p_k^*)$ η συνάρτηση $u_k^c(p_k, \mathbf{p}_{-k})$ για κάθε παίκτη k , είναι κοίλη.

Τα προηγούμενα λήμματα αναδεικνύουν το γεγονός ότι το ολικό μέγιστο της $u_k^c(p_k, \mathbf{p}_{-k})$ βρίσκεται στο διάστημα $(0, p_k^{crit}]$ για κάθε χρήστη k , [TKP12], [Gof71]. Το παρακάτω θεώρημα συνοψίζει την ύπαρξη και την θέση του εν λόγω σημείου μεγίστου:

Θεώρημα 3.6. Το σημείο μεγίστου της συνάρτησης $u_k^c(p_k, \mathbf{p}_{-k})$ για κάθε χρήστη k , δεδομένου του στρατηγικού προφίλ των υπολοίπων δίνεται από την τιμή \hat{p}_k , $\hat{p}_k \in (0, p_k^{crit}]$

$$\hat{p}_k = \min\left\{\min_{\Lambda_k}\left(\operatorname{argmax}_{\Lambda_k}(u_k^c(\Lambda_k))\right), p_k^{max}\right\} \quad (3.24)$$

Όπου Λ_k είναι το σύνολο των τοπικών μεγίστων για τον παίκτη k της συνάρτησης χρησιμότητας $u_k^c(p_k, \mathbf{p}_{-k})$ δεδομένου του \mathbf{p}_{-k} στο υπό μελέτη διάστημα $(0, p_k^{crit}]$. Παρατηρούμε ότι από όλες τις πιθανές τιμές που μεγιστοποιούν την συνάρτηση χρησιμότητας εμείς διαλέγουμε το \hat{p}_k να είναι η μικρότερη ισχύς.

Με γνώμονα το προηγούμενο θεώρημα μπορούμε να ορίσουμε σαν την συνάρτηση βέλτιστης απόκρισης του παίκτη k , $BR_k()$ ως:

$$BR_k(\mathbf{p}_{-k}) = \min_{\Lambda_k} \left\{ \min_{\Lambda_k} \left(\operatorname{argmax}_{\Lambda_k} (u_k^c(\Lambda_k)) \right), p_k^{max} \right\} \quad (3.25)$$

Θεώρημα 3.7. Αν στο παίγνιο NPGCP, όπως αυτό ορίστηκε παραπάνω, όλοι οι παίκτες επιλέγουν σαν ισχύ την βέλτιστη απόκριση τους, τότε αυτό καταλήγει στην μοναδική ισορροπία κατά Nash όποιο και αν είναι το αρχικό στρατηγικό προφίλ

Το παραπάνω θεώρημα αποδεικνύεται από τους Τσιροπούλου, Κατσίνη και Παπαβασιλείου στο [TKP12] (Παράρτημα E).

Πρώτα Βήματα της Έννοιας της Ικανοποίησης στο Πρόβλημα Κατανομής Πόρων στα Ασύρματα Δίκτυα - Σχετικό Έργο

4.1 Διατύπωση του Προβλήματος

Θεωρούμε ένα πλήρως αποκεντρωμένο δίκτυο όπου οι πομποί επικοινωνούν με τους αντίστοιχους δέκτες τους, μοιράζοντας ένα κοινό σύνολο ραδιοφωνικών πόρων και, συνεπώς, υπόκεινται σε ανταγωνιστική αλληλεπίδραση. Για παράδειγμα, η χρήση των ίδιων ζωνών συχνοτήτων φέρνει μια συνθήκη αμοιβαίας παρεμβολής. Σε αυτό το πλαίσιο, κάθε ραδιοσυσκευή, είτε ένας πομπός είτε ένας δέκτης, στοχεύει να προσαρμόσει αυτόνομα τη διαμόρφωση εκπομπής / λήψης ώστε να εξασφαλίσει επικοινωνία με ένα ορισμένο επίπεδο QoS. Το QoS μπορεί να περιγραφεί από διάφορες παραμέτρους ανάλογα με τον τύπο των υπηρεσιών. Ορισμένα κλασσικά παραδείγματα αποτελούν περιορισμούς όσον αφορά τα ποσοστά μετάδοσης και τις μέγιστες καθυστερήσεις. Το βασικό σημείο είναι ότι η σκοπιμότητα του QoS κάθε ραδιοσυσκευής εξαρτάται από τις διαμορφώσεις που υιοθετούνται από όλες τις άλλες συσκευές του δικτύου.

Θεωρούμε ότι οι ραδιοσυσκευές είναι εγωιστικές οντότητες που στοχεύουν στην ικανοποίηση των προσωπικών τους περιορισμών QoS. Κάθε συσκευή είναι αδιάφορες για το αν οι άλλες συσκευές επιτυγχάνουν ή όχι το απαιτούμενο QoS. Στη συνέχεια αυτής της ενότητας, σκοπεύουμε να παρέχουμε ένα μαθηματικό πλαίσιο για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος χρησιμοποιώντας εργαλεία από τη θεωρία παιγνίων.

4.2 Παίγνιο σε Μορφή Ικανοποίησης και Ισορροπία Ικανοποίησης

Σε αυτή την ενότητα, παρουσιάζουμε μια νέα διατύπωση παιγνίων όπου η ιδέα της βελτιστοποίησης της απόδοσης, δηλαδή η μεγιστοποίηση της χρησιμότητας ή η ελαχιστοποίηση του κόστους, σε αντίθεση με τις υπάρχουσες μορφές (π.χ. κανονική μορφή) δεν υπάρχει. Στη διατύπωσή μας, στην οποία αναφέρεται ως μορφή ικανοποίησης, ο στόχος των παικτών

είναι να υιοθετήσουν οποιεσδήποτε από τις στρατηγικές που τους επιτρέπουν να ικανοποιήσουν μια συγκεκριμένη προϋπόθεση, λαμβάνοντας υπόψη τις στρατηγικές που επέλεξαν όλοι οι άλλοι παίκτες. Στο πλαίσιο αυτής της μορφής παιγνίων, εισάγουμε την έννοια της ισορροπίας ικανοποίησης.

Ένα παίγνιο σε μορφή ικανοποίησης περιγράφεται από την τριπλέτα:

$$\hat{G} = \langle K, \{A_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K} \rangle \quad (4.1)$$

Παρόμοια με την κανονική μορφή παιγνίων, το σύνολο $K = \{1, \dots, |K|\}$, περιγράφει το σύνολο των παικτών ενώ το σύνολο $A_k = \{A_k^{(1)}, \dots, A_k^{(N_k)}\}$ περιγράφει το σύνολο των N_k στρατηγικών διαθέσιμες στον παίκτη/χρήστη k . Ένα στρατηγικό προφίλ $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_{|K|}) \in A$, όπου,

$$A = A_1 \times \dots \times A_{|K|}. \quad (4.2)$$

Θεωρούμε ότι τα σύνολα K και $\{A_k\}_{k \in K}$ είναι πεπερασμένα και μη κενά. Συμβολίζουμε σαν $\mathbf{a}_{-k} = (a_1, \dots, a_{k-1}, a_{k+1}, \dots, a_{|K|}) \in A_{-k}$, όπου,

$$A_{-k} = (A_1 \times \dots \times A_{k-1} \times A_{k+1} \times \dots \times A_{|K|}). \quad (4.3)$$

το διάνυσμα που προκύπτει αφαιρώντας την k -οστή συνιστώσα ενός στρατηγικού προφίλ \mathbf{a} . Η συνάρτηση αντιστοίχισης $f_k : A_{-k} \rightarrow 2^{A_k}$ καθορίζει το σύνολο των στρατηγικών με τις οποίες ο παίκτης k μένει ικανοποιημένος δεδομένου των στρατηγικών που επέλεξαν οι υπόλοιποι παίκτες. Παρατηρούμε ότι το δυναμοσύνολο 2^{A_k} περιέχει και το κενό σύνολο, ώστε να μοντελοποιήσουμε και την κατάσταση που σε κάποιο \mathbf{a}_{-k} ο παίκτης k δεν ικανοποιείται από καμία στρατηγική. Πολλές φορές, η περίπτωση αυτή, εισάγει πολύ αυστηρούς μαθηματικούς περιορισμούς οπότε σε πολλά θεωρήματα και αναλύσεις θα υποθέσουμε ότι η συνάρτηση $f()$ είναι μη κενή για κάθε πιθανό όρισμα.

Ένα σημαντικό αποτέλεσμα σε ένα παίγνιο ικανοποίησης είναι όταν όλοι οι χρήστες είναι ικανοποιημένοι. Θα αναφερόμαστε σε αυτό το αποτέλεσμα σαν ισορροπία ικανοποίησης.

Ορισμός 4.6 (Ισορροπία Ικανοποίησης SE). Ένα στρατηγικό προφίλ \mathbf{a}^+ είναι SE ισορροπία για το παίγνιο $\hat{G} = (K, \{A_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K})$ εάν

$$\forall k \in K, \quad a_k^+ \in f_k(\mathbf{a}_{-k}^+). \quad (4.4)$$

Παρατηρούμε ότι σύμφωνα με αυτή τη διατύπωση, το αποτέλεσμα όπου όλοι οι παίκτες είναι ικανοποιημένοι είναι φυσικά μια ισορροπία. Εδώ, δεδομένου ότι ο στόχος κάθε παίκτη είναι να ικανοποιηθεί, κανένας από αυτούς δεν έχουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για να αλλάξουν την στρατηγική τους όταν βρίσκονται στην SE. Μια σημαντική παρατήρηση, είναι ότι οι παίκτες είναι αδιάφοροι αν οι υπόλοιποι παίκτες μπορούν να ικανοποιήσουν ή όχι τους δικούς τους QoS περιορισμούς.

4.3 Ύπαρξη Ισορροπίας Ικανοποίησης

Για να μελετήσουμε την ύπαρξη μίας ισορροπίας ικανοποίησης στο παίγνιο $\hat{G} = (K, \{A_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K})$ θα χρησιμοποιήσουμε την συνάρτηση αντιστοίχισης: $F : A \rightarrow 2^A$ η οποία ορίζεται ως:

$$F(\mathbf{a}) = f_1(\mathbf{a}_{-1}) \times \cdots \times f_{|K|}(\mathbf{a}_{-|K|}) \quad (4.5)$$

Έτσι, θα υπάρχει μία ισορροπία ικανοποίησης αν και μόνο αν:

$$\exists \mathbf{a} \in A : \mathbf{a} \in F(\mathbf{a}) \quad (4.6)$$

Συνεπώς μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε θεωρήματα σταθερού σημείου που υπάρχουν στην βιβλιογραφία για να αποδείξουμε την ύπαρξη κάποιας ισορροπίας ικανοποίησης. Για παράδειγμα, μπορούμε να βασιστούμε στο θεώρημα του Knaster και Tarski για να διατυπώσουμε το παρακάτω θεώρημα:

Θεώρημα 4.8 (Ύπαρξη SE σε πεπερασμένα παίγνια). Έστω παίγνιο $\hat{G} = (K, \{A_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K})$ και έστω ότι το σύνολο A έχει μία δυαδική σχέση, \preceq . Έστω επίσης:

1. $V = \langle A, \preceq \rangle$ να είναι ένα συμπληρωμένο δικτυωτό,
2. $F(\mathbf{a})$ είναι μη κενή για κάθε $\mathbf{a} \in A$,
3. η $F(\mathbf{a})$ ικανοποιεί ότι $\forall (\mathbf{a}, \mathbf{a}') \in A^2$, τέτοιο ώστε $\mathbf{a} \preceq \mathbf{a}'$ ισχύει

$$\forall (\mathbf{b}, \mathbf{b}') \in F(\mathbf{a}) \times F(\mathbf{a}'), \quad \mathbf{b} \preceq \mathbf{b}' \quad (4.7)$$

Τότε το παίγνιο διαθέτει τουλάχιστον μια ισορροπία ικανοποίησης. Ακολουθούν τρεις ορισμοί για λόγους πληρότητας.

Ορισμός 4.7 (Μερικώς διατεταγμένο σύνολο). Μία σχέση R σε ένα σύνολο A καλείται μερική διάταξη αν είναι ανακλαστική, αντι-συμμετρική και μεταβατική. Ένα σύνολο A μαζί με την μερική διάταξη R λέγεται μερικώς διατεταγμένο σύνολο ή poset και συμβολίζεται με $\langle S, R \rangle$.

Ορισμός 4.8 (Δικτυωτή δομή). Ένα μερικώς διατεταγμένο σύνολο $\langle S, R \rangle$, στο οποίο κάθε ζευγάρι στοιχείων έχει ελάχιστο άνω και μέγιστο κάτω φράγμα λέγεται δικτυωτή δομή.

Ορισμός 4.9 (Ολοκληρωμένη δικτυωτή δομή). Ένα μερικώς διατεταγμένο σύνολο $\langle S, R \rangle$, στο οποίο κάθε του υποσύνολο έχει ελάχιστο άνω και μέγιστο κάτω φράγμα λέγεται ολοκληρωμένη δικτυωτή δομή. Σημαντική παρατήρηση, είναι ότι το κενό δικτυωτό δεν είναι ολοκληρωμένο δικτυωτό.

Παρατηρούμε ότι το θεώρημα 4.8, προϋποθέτει ότι για κάθε στρατηγικό προφίλ $\mathbf{a} \in A$, το σύνολο $F(\mathbf{a})$ είναι μη κενό, δηλαδή:

$$\forall k \in K, \forall \mathbf{a}_{-k} \in A_{-k}, \quad \exists a_k \in A_k : a_k \in f_k(\mathbf{a}_{-k}) \quad (4.8)$$

Σε ορισμένες περιπτώσεις, η προϋπόθεση αυτή μπορεί να φαίνεται περιοριστική. Ωστόσο, στο γενικότερο πλαίσιο των ασύρματων επικοινωνιών, όταν μια ραδιοφωνική συσκευή δεν μπορεί να φτάσει το επιθυμητό QoS της, η προεπιλεγμένη ενέργεια είναι απλά να μπαίνει σε κατάσταση αναμονής. Αυτό μπορεί να υποδηλώνει την ύπαρξη μιας ενέργειας "μηγάνης" με την οποία η $f_k(\cdot)$ είναι πάντα μη κενή. Η μοντελοποίηση της εν λόγω στρατηγικής εξαρτάται κυρίως από το σενάριο. Στο πρόβλημα της κατανομής ισχύος, μια τέτοια ενέργεια μπορεί να είναι η μηδενική μετάδοση ισχύος.

4.3.1 Πληθικότητα των Ισορροπιών Ικανοποίησης και Επιλογή Ισορροπίας

Γενικά, είναι δύσκολο να μελετηθούν οι συνθήκες για την ύπαρξη μοναδικής ισορροπίας ικανοποίησης για ένα γενικό σύνολο αντιστοιχιών $\{f_k\}_{k \in K}$. Όπως θα δούμε, το σύνολο των *SE* συχνά δεν αποτελείται από ένα μόνο στοιχείο σε παιχνίδια που μοντελοποιούν αποκεντρωμένα αυτοδιαμορφωτικά ασύρματα δίκτυα και έτσι μπορεί να απαιτείται μια διαδικασία επιλογής ισορροπίας.

Η εκπομπή υψηλής ισχύος πολλές φορές συνεπάγεται και αυξημένη κατανάλωση ενέργειας και άρα μείωση της διάρκειας ζωής της μπαταρίας των πομπών. Σε αυτήν την περίπτωση, οι χρήστες θα ενδιαφερόντουσαν στην ικανοποίηση των *QoS* απαιτήσεων τους με την ελάχιστη δυνατή ισχύ.

Συνεπώς, για περεταίρω μείωση των ισορροπιών, μπορούμε να στρέψουμε το ενδιαφέρον μας ώστε να επιλέξουμε ένα στρατηγικό προφίλ που θα επιτρέπει σε όλους τους παίκτες να ικανοποιηθούν με τη χαμηλότερη προσπάθεια. Αναφερόμαστε σε αυτό το προφίλ ως αποδοτική ισορροπία ικανοποίησης (*ESE*).

Το παίγνιο στο οποίο κάθε παίκτης αποσκοπεί στην επίτευξη των *QoS* απαιτήσεων τους με την ελάχιστη δυνατή προσπάθεια μπορεί να αναπαρασταθεί ως ένα παίγνιο σε κανονική μορφή με περιορισμένο σύνολο στρατηγικών ως:

$$\hat{G} = (K, \{A_k\}_{k \in K}, \{c_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K}) \quad (4.9)$$

Εδώ $\forall k \in K$, η συνάρτηση κόστους $c_k : A_k \rightarrow [0, 1]$ και ικανοποιεί την συνθήκη: $\forall (a_k, a'_k) \in A_k^2$ ισχύει ότι

$$c_k(a_k) < c_k(a'_k) \quad (4.10)$$

αν και μόνο αν, η στρατηγική a_k χρειάζεται μικρότερη προσπάθεια από ότι η a'_k όταν διαλέγεται από τον παίκτη k . Για παράδειγμα, εάν οι πομποί επιλέγουν τη στάθμη ισχύος εκπομπής τους, μπορεί να θεωρηθεί η συνάρτηση κόστους $c_k(a_k)$ ως η ταυτοτική συνάρτηση, δηλαδή οι πομποί θεωρούν σαν 'προσπάθεια' την ποσότητα ισχύος που χρησιμοποιούν στις μεταδόσεις τους.

Θεωρούμε, ότι το σύνολο των αποδοτικών ισορροπιών ικανοποίησης *ESE* του παιγνίου σε μορφή ικανοποίησης $\hat{G} = (K, \{A_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K})$ με συναρτήσεις κόστους για κάθε παίκτη k , $c_k(a_k)$ είναι το ίδιο με το σύνολο των γενικευμένων ισορροπιών κατά *Nash GNE* του παιγνίου σε κανονική μορφή $\hat{G} = (K, \{A_k\}_{k \in K}, \{c_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K})$. Αξίζει να σημειωθεί ότι στο παίγνιο \hat{G} στην κανονική του μορφή ο ανταγωνισμός των παικτών δεν μοντελοποιείται μέσω της συνάρτησης κόστους τους αλλά μέσω της συνάρτησης που εισάγει τους περιορισμούς (f). Σύμφωνα με αυτήν την παρατήρηση θεωρούμε ότι για τον παίκτη k η συνάρτηση κόστους του $c_k()$ εξαρτάται μόνο από την στρατηγική του a_k ενώ η συνάρτηση αντιστοίχισης f_k εξαρτάται από τις στρατηγικές των υπολοίπων \mathbf{a}_{-k} .

Έτσι όπως μοντελοποιήσαμε το παίγνιο, αν όλοι οι παίκτες συνδέσουν όλες τις στρατηγικές τους με το ίδιο κόστος, το σύνολο των *ESE* ταυτίζεται με αυτό των *SE*. Συνεπώς, καταλήγουμε στο ότι η νέα μοντελοποίηση μας οδηγεί σε σωστή κατεύθυνση ώστε να προσπαθήσουμε να ξεχωρίσουμε από τις ισορροπίες ικανοποίησης κάποιες πιο αποδοτικές όταν αυτό γίνεται.

Ορισμός 4.10 (Αποδοτική Ισορροπία Ικανοποίησης ESE). Ένα στρατηγικό προφίλ \mathbf{a}^* είναι ESE ισορροπία για το παίγνιο $\hat{G} = (K, \{A_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K})$ με συναρτήσεις κόστους $\{c_k\}_{k \in K}$ εάν

$$\forall k \in K, \quad a_k^* \in f_k(\mathbf{a}_{-k}^*). \quad (4.11)$$

και

$$\forall k \in K, \forall a_k \in f_k(\mathbf{a}_{-k}^*), \quad c_k(a_k) \geq c_k(a_k^*). \quad (4.12)$$

4.4 Ύπαρξη και Πληθικότητα των Αποδοτικών Ισορροπιών Ικανοποίησης

4.4.1 Ύπαρξη Αποδοτικής Ισορροπίας Ικανοποίησης

Τα κύρια αποτελέσματα που έχουμε για την ύπαρξη αποδοτικών ισορροπιών ικανοποίησης οφείλονται στην παρατήρηση ότι το παίγνιο σε μορφή ικανοποιησιμότητας, κάτω από κάποιους αυστηρούς μαθηματικούς περιορισμούς είναι *potential game* [MS96], [Per+12]. Χωρίς να μπορούμε σε λεπτομέρειες στην παρούσα εργασία για τα *potential games*, αξίζει να υποθεί ότι ενώ είναι ένα ειδικό είδος παιγνίου κανονικής μορφής πρέπει να πάρουμε κάποιους περιορισμούς στο παίγνιο μας ώστε να το προσαρμόσουμε σε παίγνια σε μορφή ικανοποίησης. Οι περιορισμοί αυτοί, φαίνονται στις προϋποθέσεις του παρακάτω θεωρήματος για την ύπαρξη αποδοτικής ισορροπίας ικανοποίησης σε στο παίγνιο \hat{G} όπως ορίστηκε παραπάνω.

Θεώρημα 4.9. Το παίγνιο $\hat{G} = (K, \{A_k\}_{k \in K}, \{c_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K})$ έχει τουλάχιστον μία αποδοτική ισορροπία ικανοποίησης ESE εάν τα γραφήματα των συναρτήσεων αντιστοίχισης $f_1, \dots, f_{|K|}$ είναι μη κενά και ίσα [Per+12].

Σαν γράφημα της f_k θεωρούμε το σύνολο όλων των πιθανών προφίλ στρατηγικών που βρίσκουν ικανοποιημένο τον παίκτη k . Συνεπώς, ο περιορισμός του παραπάνω θεωρήματος σημαίνει ότι δεν πρέπει να υπάρχει στρατηγικό προφίλ το οποίο να ικανοποιεί κάποιον χρήστη και να μην ικανοποιεί κάποιον άλλον. Αυτόν τον αυστηρό περιορισμό θα τον χαλαρώσουμε στο επόμενο κεφάλαιο όταν θα ασχοληθούμε με το πρόβλημα κατανομής ισχύος εκπομπής.

4.4.2 Πληθικότητα Αποδοτικής Ισορροπίας Ικανοποίησης

Γενικά, η μελέτη της πληθικότητας των αποδοτικών ισορροπιών ικανοποίησης σε ένα παίγνιο σε μορφή ικανοποίησης είναι ένα αρκετά δύσκολο πρόβλημα. Η ιδανική περίπτωση θα είναι να είναι μοναδική ώστε η μελέτη του συστήματος να είναι αρκετά απλή και να αναγάζεται στην μελέτη της απόκρισης του στο μοναδικό αυτό στρατηγικό προφίλ. Ωστόσο, σε πολλές περιπτώσεις δεν είναι μοναδική κάτι το οποίο είτε οδηγεί στην περεταίρω διαχωρισμό των ισορροπιών (Κεφάλαιο 5 παρούσας εργασίας) είτε στην μελέτη όσως περισσότερων γίνεται.

4.5 Ισορροπία Ικανοποίησης και Άλλες Ισορροπίες

Στη συνέχεια, υπογραμμίζουμε τις κύριες διαφορές μεταξύ της SE και άλλων εννοιών ισορροπίας όπως η NE και η GNE . Ωστόσο, πριν ξεκινήσουμε, επισημαίνουμε τις διαφορές μεταξύ της κανονικής μορφής και των μορφών ικανοποίησης.

4.5.1 Παίγνια σε Κανονική Μορφή και σε Μορφή Ικανοποίησης: Διαφορές

Η κύρια διαφορά μεταξύ της κανονικής μορφής $G = \langle K, \{A_k\}_{k \in K}, \{u_k\}_{k \in K} \rangle$ και της μορφής ικανοποίησης $\hat{G} = \langle K, \{A_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K} \rangle$ είναι ότι η πρώτη ορίζει μια σειρά προτίμησης, η οποία μπορεί να διαμορφωθεί από μια οικογένεια συναρτήσεων χρησιμότητας u_1, \dots, u_K με την έννοια του von Neumann - Morgenstern [VM07], δηλαδή, δεδομένου ενός στρατηγικού προφίλ $\mathbf{a}_{-k} \in A_{-k}$, ο παίκτης k μπορεί να κατατάξει οποιοδήποτε ζευγάρι των στρατηγικών του $(a_k, a'_k) \in A_k^2$ έτσι ώστε είτε $u_k(a_k, \mathbf{a}_{-k}) < u_k(a'_k, \mathbf{a}_{-k})$, $u_k(a_k, \mathbf{a}_{-k}) = u_k(a'_k, \mathbf{a}_{-k})$, $u_k(a_k, \mathbf{a}_{-k}) > u_k(a'_k, \mathbf{a}_{-k})$. Στο τελευταίο, ο παίκτης k καθορίζει μόνο εάν μια ενέργεια ικανοποιεί τις ατομικές του συνθήκες ή όχι, δηλαδή $a_k \in f_k(\mathbf{a}_{-k})$ ή $a_k \notin f_k(\mathbf{a}_{-k})$, αντίστοιχα. Ως εκ τούτου, η μορφή ικανοποίησης δεν απαιτεί την ύπαρξη μιας συνάρτησης χρησιμότητας αλλά μια αντιστοιχία ικανοποίησης f_k , η οποία μπορεί να θεωρηθεί ως πρόσθετος βαθμός ελευθερίας αυτής της διατύπωσης.

Μια ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι ότι, υποθέτοντας μια συνάρτηση χρησιμότητας της μορφής $u_k : A \rightarrow \{0, 1\}$ ένα παίγνιο σε κανονική μορφή μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει μια κατάσταση όπου οι παίκτες ενδιαφέρονται μόνο για την ικανοποίηση των ατομικών περιορισμών τους. Παρ' όλα αυτά, οι έννοιες της ισορροπίας NE και της SE δεν αντιστοιχούν κατ' ανάγκη μεταξύ τους.

4.5.2 Ισορροπία Ικανοποίησης και Ισορροπία κατά Nash

Για να μπορέσουμε να συγκρίνουμε τις δύο αυτές ισορροπίες θα θεωρήσουμε δύο παίγνια, ένα σε κανονική μορφή, G και ένα σε μορφή ικανοποίησης, \hat{G} ως εξής:

$$\hat{G} = \langle K, \{A_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K} \rangle \quad (4.13)$$

$$G = \langle K, \{A_k\}_{k \in K}, \{u_k\}_{k \in K} \rangle \quad (4.14)$$

με $u_k : A \rightarrow \{0, 1\}$ και συγκεκριμένα:

$$u_k(a_k, \mathbf{a}_{-k}) = \mathbb{1}_{\{a_k \in f_k(\mathbf{a}_{-k})\}} \quad (4.15)$$

Τώρα, μπορούμε να συγκρίνουμε το σύνολο A_{SE} των SE του παίγνιου \hat{G} με το σύνολο A_{NE} των NE του G . Από τους ορισμούς των εν λόγω ισορροπιών προκύπτει κατευθείαν ότι κάθε στοιχείο στο A_{SE} ανήκει σίγουρα και στο A_{NE} . Αυτό συμβαίνει επειδή αφού στην ισορροπία ικανοποίησης όλοι οι παίκτες είναι ικανοποιημένοι σημαίνει ότι στο αντίστοιχο παίγνιο όλοι

θα έχουν ωφέλεια μονάδα και δεν θα γίνεται να την αυξήσουν εξ ορισμού της συνάρτησης χρησιμότητας. Το αντίστροφο δεν ισχύει. Ένα αντιπαράδειγμα φαίνεται στο σχήμα το οποίο αντιπροσωπεύει τις πιθανές στρατηγικές και ωφέλειες δύο παικτών. Παρατηρούμε ότι το στρατηγικό προφίλ $(A_1^{(2)}, A_2^{(1)})$ ανήκει στο A_{NE} αλλά δεν ανήκει στο A_{SE} . Το παράδειγμα αυτό υποδεικνύει το γεγονός ότι στην κανονική μορφή μπορεί να πάρουμε κάποια ισορροπία στην οποία κάποιος παίκτης δεν είναι ικανοποιημένος παρότι υπάρχει SE στο \hat{G} .

Με το παραπάνω επιχείρημα μπορούμε να καταλήξουμε στο ότι η κανονική μορφή, χωρίς κάποιους επιπλέον περιορισμούς δεν μπορεί να μοντελοποιήσει επαρκώς την κατάσταση στην οποία οι παίκτες αδιαφορούν για το αν θα αποκτήσουν ωφέλεια μεγαλύτερη από ένα κατώφλι. Επιπρόσθετα καταλήγουμε στην σχέση:

$$A_{SE} \subseteq A_{NE} \subseteq A \quad (4.16)$$

$P_1 \setminus P_2$	$A_2^{(1)}$	$A_2^{(2)}$
$A_1^{(1)}$	(0, 0)	(1, 1)
$A_1^{(2)}$	(1, 0)	(0, 0)

Σχήμα 4.1: Παράδειγμα στρατηγικών και ωφέλειας παιγνίων σε κανονική μορφή και μορφή ικανοποίησης δύο χρηστών

4.5.3 Ισορροπία Ικανοποίησης και Γενικευμένη Ισορροπία κατά Nash

Υπενθυμίζουμε ότι στην γενικευμένη ισορροπία κατά Nash, κάθε παίκτης k μεγιστοποιεί την συνάρτηση ωφέλειας του ενώ παράλληλα η στρατηγική που ακολουθεί ανήκει στο περιορισμένο σύνολο στρατηγικών του που εξαρτάται από τις επιλογές των υπολοίπων. Αυτή η μοντελοποίηση φαίνεται να ταιριάζει περισσότερο με το πρόβλημα που έχουμε ορίσει σε αυτό το κεφάλαιο. Η θεμελιώδης διαφορά των δύο παιγνίων είναι ότι στην μορφή ικανοποίησης ο χρήστης δεν προσπαθεί να μεγιστοποιήσει την οφέλεια του. Για να μπορέσουμε να τα συγκρίνουμε τις δύο ισορροπίες θα θεωρήσουμε πρώτα δύο παίγνια, ένα σε κανονική μορφή με περιορισμούς G και ένα σε μορφή ικανοποίησης \hat{G} :

$$\hat{G} = \langle K, \{A_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K} \rangle \quad (4.17)$$

$$G = \langle K, \{A_k\}_{k \in K}, \{u_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K} \rangle \quad (4.18)$$

με

$$u_k(a_k, \mathbf{a}_{-k}) = c, \quad c \in \mathbb{R}_+. \quad (4.19)$$

Με τις παραπάνω θεωρήσεις γίνεται φανερό ότι το σύνολο A_{GNE} του παιγνίου G και το σύνολο A_{SE} του παιγνίου \hat{G} είναι ίδια. Με παρόμοιο συμβολισμό A_{GNE} θεωρούμε το σύνολο των γενικευμένων ισορροπιών κατά Nash του G . Αυτή η παρατήρηση δεν υποδηλώνει ότι η μορφή ικανοποίησης καθώς και η έννοια της SE είναι ειδικές περιπτώσεις της κανονικής μορφής με περιορισμένο σύνολο ενεργειών και της έννοιας της GNE [Deb52], [Per+12]. Υπάρχουν κάποιες λεπτές διαφορές οι οποίες όμως είναι θεμελιώδεις:

1. Στο παιχνίδι G , το σύνολο των διαθέσιμων στρατηγικών για τον παίκτη k καθορίζεται από τις επιλογές των υπολοίπων \mathbf{a}_{-k} . Αντίθετα, στο παιχνίδι \hat{G} , το σύνολο των διαθέσιμων στρατηγικών του παίκτη k είναι πάντα το σύνολο A_k .
2. Στο παιχνίδι G , ένας παίκτης k καθορίζει τη στρατηγική του a_k για να παίξει ακολουθώντας δύο διαφορετικά βήματα. Πρώτα, καθορίζει το σύνολο των διαθέσιμων ενεργειών $f_k(\mathbf{a}_k)$ και δεύτερον, καθορίζει τις στρατηγικές $a_k \in f_k(\mathbf{a}_k)$ που μεγιστοποιούν την u_k . Αντίθετα, στο παιχνίδι \hat{G} , ο παίκτης k δεν ενδιαφέρεται να βελτιστοποιήσει την ωφέλεια του.

Σαν ενδεικτικό παράδειγμα θεωρούμε την ερμηνεία της κατάστασης $f_k(\mathbf{a}_k) = \emptyset$. Στο παιχνίδι G κάτι τέτοιο θα σήμαινε ότι ο παίκτης k δεν μπορεί να επιλέξει καμία στρατηγική δεδομένου ότι το στρατηγικό προφίλ των υπολοίπων είναι \mathbf{a}_k . Αντίθετα, στο παιχνίδι \hat{G} ο παίκτης μπορεί να επιλέξει οποιαδήποτε στρατηγική θέλει από το σύνολο A_k απλά στην προκύπτουσα κατάσταση του παιγνίου δεν θα είναι ικανοποιημένος.

Επανασχεδιασμός της Κατανομής Πόρων σε Ασύρματα Δίκτυα με Χρήση του Σκελετού Ικανοποιησιμότητας

5.1 Εμπλουτισμός του Πλαισίου Ικανοποίησης με την Βέλτιστη Ισορροπία Ικανοποίησης

Όπως τονίσαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, σε ένα παίγνιο σε μορφή ικανοποίησης μπορεί να υπάρχουν πολλές αποδοτικές ισορροπίες ικανοποίησης (*ESEs*). Αυτό, κάνει την μελέτη του συστήματος αρκετά πιο δύσκολη αφού το να βρούμε όλα τα πιθανά *ESE* είναι ένα δύσκολο πρόβλημα και να προβλέψουμε σε ποια ισορροπία απο αυτές θα καταλήξουν οι παίκτες πολλές φορές είναι αδύνατο. Για αυτόν τον λόγο, αλλά όπως θα φανεί και στην συνέχεια για λόγους απόδοσης, εισάγουμε την βέλτιστη ισορροπία ικανοποίησης ή *MESE* (*Minimum Efficient Satisfaction Equilibrium*) ως:

Ορισμός 5.11. Ένα στρατηγικό προφίλ \mathbf{a}^\dagger είναι μια βέλτιστη ισορροπία ικανοποίησης, *Minimum Efficient Satisfaction Equilibrium* (*MESE*), για το παίγνιο $\hat{G} = (K, \{A_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K})$, με συναρτήσεις κόστους $\{c_k\}_{k \in K}$, και ένα σύνολο από όλες τις αποδοτικές ισορροπίες ικανοποίησης (*ESEs*) $\{E\}$ αν

$$\forall k \in K, \quad a_k^\dagger \in f_k(\mathbf{a}_{-k}^\dagger),$$

$$\forall k \in K, \quad \forall a_k \in f_k(\mathbf{a}_{-k}^\dagger), c_k(a_k) \geq c_k(a_k^\dagger), \quad (5.1)$$

$$\forall \mathbf{e} \in E, \quad \sum_{k \in K} c_k(e_k) \geq \sum_{k \in K} c_k(a_k^\dagger).$$

Με λίγα λόγια, για να είναι ένα στρατηγικό προφίλ βέλτιστη ισορροπία ικανοποίησης, θα πρέπει να πληρεί τα κριτήρια μίας *ESE* ενώ ταυτόχρονα θα πρέπει το συνολικό αθροιστικό κόστος που χρεώνονται όλοι οι χρήστες θα πρέπει να είναι το μικρότερο δυνατό από κάθε πιθανή *ESE* που υπάρχει στο παίγνιο.

Παρατηρούμε και από τον ορισμό, ότι πράγματι, η *MESE* ισορροπία είναι μια ειδική περίπτωση μίας *ESE*. Επίσης, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι σε περίπτωση που είμαστε σε μία αποδοτική ισορροπία *ESE* δεν μπορούμε να ξέρουμε, χωρίς προηγούμενη ανάλυση, αν αυτή η κατάσταση είναι *MESE*. Συνεπώς, από την οπτική γωνία ενός χρήστη, δεν έχει διαφορά το να βρίσκεται σε *ESE* με το να βρίσκεται σε *MESE*. Ωστόσο, υπάρχει μία βελτίωση από την οπτική γωνία του συστήματος κατά έναν κοινωνικό τρόπο. Εκτός αυτού, όπως θα δούμε και παρακάτω, στην περίπτωση του προβλήματος κατανομής ισχύος, υπάρχει βελτίωση και σε κάθε χρήστη ξεχωριστά.

5.2 Επανεξέταση του Προβλήματος Κατανομή Ισχύος στη Ζεύξη Ανόδου

Οι προαναφερθέντες ορισμοί και έννοιες, μαζί με την πιεστική ανάγκη για οικονομικά αποδοτικές λύσεις στην εποχή των ασύρματων επικοινωνιών, παρακινούν και υποστηρίζουν την επανεξέταση και τον επαναπροσδιορισμό του προβλήματος ελέγχου ισχύος στα ασύρματα δίκτυα. Εξετάζουμε $|K|$ ζεύγη πομπού/δέκτη που δηλώνεται με το δείκτη $k \in K$. Για κάθε $k \in K$, ο πομπός k χρησιμοποιεί το επίπεδο ισχύος $p_k \in A_k$, με το A_k να ορίζεται γενικά ως ένα συμπαγές υποδίκτυωτό. Για κάθε παίκτη $k \in K$, υποδηλώνουμε τα p_k^{\min} και p_k^{\max} τα ελάχιστα και μέγιστα επίπεδα ισχύος στο A_k . Για κάθε ζεύγος συσκευών $(i, j) \in K^2$, g_{ij} είναι ο συντελεστής κέρδους καναλιού μεταξύ του πομπού i και του δέκτη j .

Για το υπόλοιπο τμήμα αυτού του τμήματος, θα μελετήσουμε τα παίγνια ελέγχου ισχύος ανερχόμενης ζεύξης, στα οποία κάθε παίκτης έχει μια συνάρτηση χρησιμότητας που αυξάνει σε σχέση με τη δική του ισχύ μετάδοσης και μειώνεται σε σχέση με τη συνολική άθροιση των ισχύων των υπόλοιπων παικτών, καθώς η τελευταία ποσότητα ενεργεί ως παρεμβολή στη μετάδοση του εξεταζόμενου παίκτη. Ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα μιας τέτοιας χρησιμότητας που ικανοποιεί την προαναφερθείσα ρεαλιστική υπόθεση είναι η κοινώς αποδεκτή χωρητικότητα Σηαννον η οποία δίνεται από:

$$u_k(p_k, \mathbf{p}_{-k}) = \log_2 \left(1 + \frac{W}{R_{fixed}} \frac{p_k g_{kk}}{\sigma_k^2 + \sum_{j \neq k} p_j g_{jk}} \right) \left[\frac{\text{bps}}{\text{Hz}} \right] \quad (5.2)$$

όπου σ_k^2 είναι η διακύμανση του θορύβου στον δέκτη k , R_{fixed} είναι ο σταθερός ρυθμός δεδομένων που ζητήθηκε και το W το εύρος ζώνης του συστήματος.

Πριν δούμε πως θα χρησιμοποιήσουμε το πλαίσιο της ικανοποιησιμότητας στο παίγνιο ελέγχου ισχύος αξίζει να σχολιάσουμε την αλλαγή της συνάρτησης χρησιμότητας από την 3.1 στην παραπάνω. Αρχικά, την συνάρτηση $f(\cdot)$ την είχαμε διαλέξει έτσι, ώστε να εκφράζει τις απαιτήσεις του συστήματος και των χρηστών. Ωστόσο, αυτό δεν είναι αναγκαίο πλέον αφού θα χρησιμοποιήσουμε το πλαίσιο της ικανοποιησιμότητας ώστε να γίνει αυτό χωρίς να το θέσουμε ρητά στην συνάρτηση χρησιμότητας. Ένα δεύτερο σχόλιο, είναι ότι για να προκύψει η συνάρτηση χρησιμότητας 3.1, είχαμε διαιρέσει την $f(\cdot)$ με την ισχύ που σκοπεύει να μεταδώσει ο χρήστης ώστε να εκφράσουμε την επιθυμία του για αυξημένη διάρκεια μπαταρίας.

Παρομοίως, όπως θα γίνει φανερό σε επόμενες ενότητες, το πρόβλημα αυτό θα λυθεί χωρίς να χρειαστεί να το εξαναγκάσουμε μέσω της συνάρτησης χρησιμότητας.

Η απαιτούμενη απαίτηση QoS για κάθε χρήστη k είναι να έχει μια χωρητικότητα καναλιού $u_k(p_k, \mathbf{p}_{-k})$ υψηλότερη από ένα δεδομένο όριο $u_{thr}[\frac{bps}{Hz}]$. Η συνάρτηση αντιστοίχισης ικανοποίησης του χρήστη k εκφράζεται στη συνέχεια ως εξής:

$$\begin{aligned} f_k(\mathbf{p}_{-k}) &= \{p_k \in A_k \mid u_k(p_k, \mathbf{p}_{-k}) \geq u_{thr}\} \\ &= \{p_k \in A_k \mid p_k \geq \frac{R_{fixed}}{W} (2^{u_{thr}} - 1) \frac{\sigma_k^2 + \sum_{j \neq k} p_j g_{jk}}{g_{kk}}\} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Στην παραπάνω ανισότητα, σημειώστε ότι αν ένας χρήστης αυξήσει την ισχύ μετάδοσης, τότε κάποιοι άλλοι χρήστες ενδέχεται επίσης να χρειαστεί να αυξήσουν τις δυνάμεις μετάδοσης τους για να ικανοποιηθούν. Επίσης, λαμβάνοντας υπόψη το προφίλ στρατηγικής των άλλων χρηστών \mathbf{p}_{-k} , η ακόλουθη δήλωση ισχύει για κάθε χρήστη k :

$$p \in f_k(\mathbf{p}_{-k}) \Rightarrow \forall p^* \in A_k : p^* \geq p, p^* \in f_k(\mathbf{p}_{-k}). \quad (5.4)$$

Έτσι, λαμβάνοντας υπόψη τις στρατηγικές των άλλων χρηστών, δηλαδή το \mathbf{p}_{-k} , υπάρχει μια ισχύς μετάδοσης p_k^{MSP} που ικανοποιεί αφενός τις προϋποθέσεις QoS του εξεταζόμενου χρήστη k , αλλά από την άλλη πλευρά αν διαλέξει χαμηλότερη ισχύ θα μείνει δυσαρεστημένος. Αντιθέτως, εάν ο χρήστης μεταδίδει με μεγαλύτερη ισχύ, τότε θα παραμείνει ικανοποιημένος. Θα αναφερόμαστε σε αυτήν την ισχύ p_k^{MSP} ως Ελάχιστη Ικανοποιητική Ισχύ (Minimum Satisfying Power, MSP) του χρήστη k δεδομένου του \mathbf{p}_{-k} . Σημειώστε ότι κάτω από την παραδοχή που κάναμε για τις μονότονες συναρτήσεις χρησιμότητας, η ανισότητα 5.4 θα ισχύει για την υπόλοιπη ανάλυση.

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε από τον ορισμό των παιγνίων σε μορφή ικανοποίησης, η ύπαρξη μιας SE εξαρτάται από το αν μπορούν να ικανοποιηθούν οι περιορισμοί που επιβάλλονται στις συναρτήσεις χρησιμότητας του παίκτη. Για το παίγνιο ελέγχου ισχύος, δεν χρειάζεται να βασιστούμε στο θεώρημα 4.8, αφού σε περίπτωση που η $f_k(\cdot)$ είναι μη κενή για κάθε παίκτη k τότε θα υπάρχει σίγουρα μία ισορροπία SE.

Θεώρημα 5.10. Για ένα παίγνιο κατανομής ισχύος σε μορφή ικανοποίησης, \hat{G} , όπως ορίστηκε παραπάνω, με σύνολο ισορροπιών SE το S ισχύει ότι:

$$f_k(\mathbf{p}_{-k}) \neq \emptyset, \forall k \in K, \forall \mathbf{p}_{-k} \in A_{-k} \iff (p_1^{max}, \dots, p_{|K|}^{max}) \in S. \quad (5.5)$$

Το παραπάνω θεώρημα μπορεί εύκολα κάποιος να το επαληθεύσει αν σκεφτεί ότι ισχύει η σχέση 5.4. Εκφράζει πιο αυστηρά, το γεγονός ότι για δεδομένο \mathbf{p}_{-k} για να έχει ο παίκτης k μη κενό σύνολο ισχύων που τον ικανοποιούν, θα πρέπει σίγουρα $p_k^{max} \in f_k(\mathbf{p}_{-k})$.

Στην επόμενη υποενότητα εξετάζουμε την ύπαρξη ESE στο παίγνιο ελέγχου ισχύος ανερχόμενης ζεύξης $\hat{G} = (K, \{A_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K})$ με συναρτήσεις κόστους $\{c_k\}_{k \in K}$ και συναρτήσεις ωφέλειας/χρησιμότητας $\{u_k\}_{k \in K}$ (5.2).

5.2.1 Ύπαρξη Αποδοτικής Ισορροπίας Ικανοποίησης

Για να αποδείξουμε την ύπαρξη τουλάχιστον ενός σημείου *ESE* στο παίγνιο ελέγχου εξουσίας ανερχόμενης ζεύξης \hat{G} , αναφέρουμε πρώτα το θεώρημα σταθερού σημείου *Tarski* και *Knaster* [KT28].

Θεώρημα 5.11. Έστω ότι το \mathcal{L} είναι ένα πλήρες δικτυωτό και επίσης $f : \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ μία *order-preserving* συνάρτηση. Τότε, το σύνολο σταθερών σημείων της f στο \mathcal{L} είναι επίσης ένα πλήρες δικτυωτό.

Έστω A το σύνολο του στρατηγικού χώρου του παιγνίου \hat{G} όπως ορίζεται παραπάνω. Ας ορίσουμε επίσης το δικτυωτό $\mathcal{L} = \langle A, \preceq \rangle$, όπου \preceq είναι το κατα συνιστώσες μικρότερο ή ίσο. Σημειώστε ότι το \mathcal{L} είναι ένα πλήρες δικτυωτό, καθώς όλα τα υποσύνολα του έχουν τόσο *supremum* όσο και *infimum*. Το επόμενο βήμα είναι να κατασκευάσουμε μια κατάλληλη συνάρτηση $g : \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$. Για το σκοπό αυτό, για ακόμη μία φορά, θα χρησιμοποιήσουμε το συμβολισμό $BR_k(\mathbf{p}_{-k})$ ως την βέλτιστη απόκριση του χρήστη k , ενώ οι στρατηγικές των υπόλοιπων χρηστών είναι \mathbf{p}_{-k} . Δηλαδή, η ισχύς μετάδοσης $p_k \in A_k : p_k = \arg \min_{p_k \in f_k(\mathbf{p}_{-k})} c(p_k)$. Ας ορίσουμε τη συνάρτηση $g : \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ ως εξής:

$$g(\mathbf{p}) = (BR_1(\mathbf{p}_{-1}), \dots, BR_{|K|}(\mathbf{p}_{-|K|})) \quad \forall \mathbf{p} \in A$$

Σημειώστε ότι αν το $f_k(\cdot) \neq \emptyset$ για κάθε χρήστη k , τότε $BR_k(\mathbf{p}_{-k}) \in A_k, \forall \mathbf{p}_{-k} \in A_{-k}, \forall k \in K$. Μετά από αυτούς τους ορισμούς καταλήγουμε στην ακόλουθη πρόταση:

Πρόταση 5.1. Αν ένα παίγνιο ελέγχου ισχύος ανερχόμενης ζεύξης σε μορφή ικανοποίησης, \hat{G} με συνάρτηση κόστους $\{c_k\}_{k \in K}$ και συνάρτηση χρησιμότητας $\{u_k\}_{k \in K}$ έχει τις f_k συναρτήσεις για κάθε χρήστη k μη κενές για κάθε είσοδο τότε διαθέτει τουλάχιστον ένα *ESE*.

Απόδειξη. Για την απόδειξη, θα χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα 5.11. Όπως αναφέρθηκε, το \mathcal{L} είναι ένα πλήρες δικτυωτό. Επίσης, παρατηρούμε ότι $\forall \mathbf{p}, \mathbf{p}' \in A : \mathbf{p} \preceq \mathbf{p}'$ ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} (BR_1(\mathbf{p}_{-1}), \dots, BR_{|K|}(\mathbf{p}_{-|K|})) &\preceq \\ (BR_1(\mathbf{p}'_{-1}), \dots, BR_{|K|}(\mathbf{p}'_{-|K|})) & \end{aligned}$$

Η ισοδύναμη $g(\mathbf{p}) \preceq g(\mathbf{p}')$. Αυτό σημαίνει ότι για κάθε χρήστη k , όταν οι υπόλοιποι χρήστες έχουν παίξει \mathbf{p}_{-k} και στη συνέχεια αυξάνουν τις ισχύεις τους, η βέλτιστη απόκριση του k θα είναι μεγαλύτερη ή ίση ισχύς από αυτή που ήταν πριν. Το τελευταίο ισχύει εξαιτίας της μονοτονίας που υποθέσαμε στις συναρτήσεις χρησιμότητας και έτσι είτε η βέλτιστη απόκριση του k θα ικανοποιεί ακόμα -παρά την αλλαγή- τις απαιτήσεις QoS που έχει, ή θα πρέπει να αυξήσει την ισχύ του για να ικανοποιηθούν, αναπόφευκτα πληρώνοντας ισχύ που σχετίζεται με μεγαλύτερο κόστος από ότι η προηγούμενη. Κατά αυτόν τον τρόπο αποδείξαμε ότι η συνάρτηση g είναι *order-preserving*. Έτσι, το θεώρημα *Tarski-Kraskel* εξασφαλίζει την ύπαρξη σταθερού σημείου της συνάρτησης g . Δηλαδή, $\exists \mathbf{p} \in A :$

$$\mathbf{p} = g(\mathbf{p}) \Leftrightarrow$$

$$(p_1, \dots, p_{|K|}) = (BR_1(\mathbf{p}_{-1}), \dots, BR_{|K|}(\mathbf{p}_{-|K|}))$$

Αυτό σημαίνει ότι για το προφίλ στρατηγικής \mathbf{p} , κάθε χρήστης έχει παίξει την βέλτιστη απόκριση του δεδομένων των στρατηγικών των υπόλοιπων χρηστών. Έτσι, το \mathbf{p} είναι ESE για το παίγνιο \hat{G} . ■

Με το παραπάνω θεώρημα, καταφέραμε με πιο χαλαρούς περιορισμούς από ότι στο θεώρημα 4.9, να αποδείξουμε την ύπαρξη μιας ESE στο υπό μελέτη παίγνιο.

5.2.2 Ύπαρξη Βέλτιστης Ισορροπίας Ικανοποίησης

Στην προηγούμενη υποενότητα αποδείξαμε ότι κάτω από ορισμένες υποθέσεις το σύνολο όλων των ESE $\{E\}$ του παιγνίου \hat{G} είναι μη κενό. Ας ορίσουμε τώρα μια δυαδική σχέση \preceq_c στο $\{E\}$ τέτοια ώστε:

$$\mathbf{a} \preceq_c \mathbf{b} \Leftrightarrow \sum_{k=1}^{|K|} c_k(\mathbf{a}_{-k}) \leq \sum_{k=1}^{|K|} c_k(\mathbf{b}_{-k})$$

Σημειώστε ότι το \preceq_c είναι ολική διάταξη για το σύνολο $\{E\}$. Επομένως, το $\{E\}$ διαθέτει τουλάχιστον μία ελάχιστη τιμή. Αυτό σημαίνει ότι:

$$\exists \mathbf{e}^* \in \{E\} : \forall \mathbf{e} \in \{E\}, \mathbf{e}^* \preceq_c \mathbf{e}$$

Σημειώστε ότι το \mathbf{e}^* είναι ένα MESE για το παίγνιο \hat{G} . Έτσι, με τις ίδιες υποθέσεις όπως και πριν, μπορούμε εύκολα να αποδείξουμε την ύπαρξη τουλάχιστον ενός MESE.

5.2.3 Η Μοναδικότητα και τα Οφέλη της Βέλτιστης Ισορροπίας Ικανοποίησης

Στην παρακάτω υποενότητα παραθέτουμε κάποιες προτάσεις που ισχύουν στο υπο εξέταση παίγνιο ελέγχου ισχύος ανερχόμενης ζεύξης, για να δείξουμε τα κύρια οφέλη του σημείου MESE και τις συγκεκριμένες συνθήκες υπό τις οποίες είναι μοναδικό. Υποθέτουμε ότι οι συναρτήσεις ικανοποίησης f_k είναι μη κενές για κάθε είσοδο και κάθε παίκτη k , όπου αυτή η υπόθεση εξασφαλίζει την ύπαρξη τουλάχιστον ενός ESE (Πρόταση 5.1).

Πρόταση 5.2. Σε ένα παίγνιο ελέγχου ισχύος ανερχόμενης ζεύξης \hat{G} όπως αναφέρθηκε παραπάνω, εάν ένα στρατηγικό προφίλ \mathbf{p}^+ είναι SE του παιγνίου και ισχύει ότι $\forall k \in K, \forall p_k \in A_k : p_k \geq p_k^+, c_k(p_k) \geq c_k(p_k^+)$ τότε υπάρχει ένα στρατηγικό προφίλ \mathbf{p}^* που είναι ESE για το οποίο ισχύει ότι $c_k(p_k^+) \geq c_k(p_k^*), \forall k \in K$.

Απόδειξη. Για την απόδειξη διαγράφουμε κάθε ισχύ $p_d : p_d > p_k^+, \forall k \in K$. Έτσι, το τροποποιημένο σύνολο στρατηγικών το συμβολίζουμε με A'_k , και το αντίστοιχο παίγνιο με \hat{G}' . Στο παίγνιο \hat{G}' , γνωρίζουμε ότι η στρατηγική p_k^+ θα ικανοποιήσει τον χρήστη k , $\forall k \in K$, ανεξάρτητα από τις στρατηγικές των υπόλοιπων χρηστών (σχέση 5.4). Μπορούμε τώρα να εφαρμόσουμε την πρόταση 5.1, η οποία αποδεικνύει την ύπαρξη στρατηγικού προφίλ \mathbf{p}^* που είναι ESE για \hat{G}' . Δεδομένου ότι πρόκειται για ESE σε αυτό το παίγνιο, έχουμε ότι:

$$\forall k \in K, \forall p_k \in A'_k : p_k \in f_k(\mathbf{p}_{-k}^*), \quad c_k(p_k) \geq c_k(p_k^*) \quad (5.6)$$

Επειδή εξ ορισμού, το p_k^+ είναι η μέγιστη ισχύς μετάδοσης που ανήκει στο σύνολο A'_k του k -οστού χρήστη στο \hat{G} , αυτό σημαίνει ότι $p_k^+ \geq p_k^*$ και συνεπώς $c_k(p_k^+) \geq c_k(p_k^*)$ με βάση την Εξ. 5.6. Έτσι, το παραπάνω σε συνδυασμό με την παραδοχή μας σχετικά με τη μονοτονία της συνάρτησης χρησιμότητας, μας επιτρέπεται να καταλήξουμε στην ακόλουθη δήλωση σχετικά με το αρχικό παίγνιο \hat{G} :

$$\forall k \in K, \quad \forall p \in A_k : p \in f_k(\mathbf{p}_{-k}^*), \quad c_k(p) \geq c_k(p_k^*)$$

Λόγω του παραπάνω και δεδομένου ότι το \mathbf{p}^* είναι σίγουρα SE στο \hat{G} , καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το \mathbf{p}^* είναι επίσης ESE στο \hat{G} . Με την απόδειξη αυτού, έχουμε επίσης αποδειξει επίσης ότι $\sum_{k \in K} c_k(p_k^+) \geq \sum_{k \in K} c_k(p_k^*)$. ■

Με την υπόθεση ότι η συνάρτηση χρησιμότητας αυξάνεται σε σχέση με τη ισχύ μετάδοσης του χρήστη k και μειώνεται σε σχέση με τη συνολική ισχύ των υπόλοιπων χρηστών, προκύπτει μια αύξουσα μονοτονία στις συναρτήσεις κόστους στο σύνολο των ESEs με τρόπο που περιγράφεται από την ακόλουθη πρόταση.

Πρόταση 5.3. Σε ένα παίγνιο ελέγχου ισχύος ανερχόμενης ζεύξης \hat{G} έστω δύο στρατηγικά προφίλ $\mathbf{p}^{*(1)}$, $\mathbf{p}^{*(2)}$ να είναι ESEs. Τότε για κάθε χρήστη k ισχύει ότι $c_k(p_k^{*(1)}) > c_k(p_k^{*(2)})$ αν $p_k^{*(1)} > p_k^{*(2)}$.

Απόδειξη. Η πρόταση αυτή αποδεικνύεται δια της ατόπου απαγωγής, ως εξής. Αν $c_k(p_k^{*(1)}) > c_k(p_k^{*(2)})$ και ίσχυε ότι $p_k^{*(1)} < p_k^{*(2)}$, αυτό θα σήμαινε ότι στο προφίλ στρατηγικής $\mathbf{p}^{*(1)}$ ο χρήστης k θα παρέμενε ικανοποιημένος αν έπαιζε $p_k^{*(2)}$ (Εξίσωση 5.4), κάτι που θα μείωνε το κόστος του. Αυτή είναι μια αντίφαση επειδή το $\mathbf{p}^{*(1)}$ είναι ένα ESE. Επιπλέον, το $p_k^{*(1)} = p_k^{*(2)}$ δεν μπορεί να ισχύει γιατί $c_k(p_k^{*(1)}) \neq c_k(p_k^{*(2)})$.

Τώρα, για το αντίστροφο, υποθέτουμε ότι $p_k^{*(1)} > p_k^{*(2)}$. Αυτό θα σήμαινε ότι στο προφίλ στρατηγικής $\mathbf{p}^{*(2)}$ ο χρήστης k θα παρέμενε ικανοποιημένος αν έπαιζε $p_k^{*(1)}$. Έτσι, επειδή αυτά τα στρατηγικά προφίλ είναι ESEs, θα πρέπει να ισχύει ότι $c_k(p_k^{*(1)}) > c_k(p_k^{*(2)})$. ■

Ας χρησιμοποιήσουμε όλα τα προηγούμενα ώστε να αποδείξουμε την ακόλουθη πρόταση που μας επιτρέπει να μελετήσουμε την πληθικότητα του συνόλου των σημείων MESE.

Πρόταση 5.4. Για κάθε ζευγάρι από MESEs $\mathbf{p}^{\dagger(1)}$, $\mathbf{p}^{\dagger(2)}$ ισχύει ότι $c_k(p_k^{\dagger(1)}) = c_k(p_k^{\dagger(2)})$, $\forall k \in K$.

Απόδειξη. Έστω $\{E\}$ το σύνολο των στρατηγικών προφίλ που είναι ESEs. Έστω επίσης, δύο MESEs του παιγνίου, $\mathbf{p}^{\dagger(1)}$ και $\mathbf{p}^{\dagger(2)}$ τέτοια ώστε για κάποιον χρήστη k να ισχύει ότι $c_k(p_k^{\dagger(1)}) \neq c_k(p_k^{\dagger(2)})$. Για να είναι αυτά τα δύο στρατηγικά προφίλ MESEs θα πρέπει να ισχύει ότι:

$$\forall \mathbf{p}^* \in E, \quad \sum_{k \in K} c_k(p_k^*) \geq \sum_{k \in K} c_k(p_k^{\dagger(1)}) = \sum_{k \in K} c_k(p_k^{\dagger(2)}) \quad (5.7)$$

Όπως υποθέσαμε, υπάρχει ένας χρήστης k για τον οποίο $c_k(p_k^{\dagger(1)}) \neq c_k(p_k^{\dagger(2)})$ και συνεπώς $p_k^{\dagger(1)} \neq p_k^{\dagger(2)}$. Χωρίς βλάβη της γενικότητας, υποθέτουμε ότι $c_k(p_k^{\dagger(1)}) < c_k(p_k^{\dagger(2)})$. Λόγω του γεγονότος ότι $\mathbf{p}^{\dagger(1)}$ και $\mathbf{p}^{\dagger(2)}$ είναι ESEs, από την πρόταση 5.3 παίρνουμε ότι $p_k^{\dagger(1)} < p_k^{\dagger(2)}$. Συνεπώς, το συνολικό άθροισμα στα κόστη όλων των χρηστών στο $\mathbf{p}^{\dagger(1)}$ θα ήταν μικρότερο από αυτό του $\mathbf{p}^{\dagger(2)}$ αν δεν διαφοροποιούντουσαν σε κάποια άλλη ισχύ. Αυτό, υποδεικνύει το γεγονός ότι πρέπει να υπάρχει κάποιος άλλος χρήστης j ($j \neq k$) έτσι ώστε $c_j(p_j^{\dagger(1)}) > c_j(p_j^{\dagger(2)})$. Με το ίδιο επιχείρημα ισχύει ότι $p_j^{\dagger(1)} > p_j^{\dagger(2)}$.

Έστω \mathbf{p}^+ ένα στρατηγικό προφίλ με $p_k^+ = p_k^{\dagger(1)}$ και $p_j^+ = p_j^{\dagger(2)}$. Παρατηρούμε ότι το \mathbf{p}^+ έχει μικρότερο συνολικό άθροισμα στα κόστη των χρηστών k, j και από το $\mathbf{p}^{\dagger(1)}$ και από το $\mathbf{p}^{\dagger(2)}$. Συνεχίζοντας κατά αυτόν τον τρόπο το, το \mathbf{p}^+ στρατηγικό προφίλ 'διαλέγει' για κάθε παίκτη k την ισχύ που του δίνει το μικρότερο κόστος από τα $p_k^{\dagger(1)}$ και $p_k^{\dagger(2)}$. Λόγω της πρότασης 5.3, η ισχύς αυτή θα είναι πάντα η μικρότερη από τις δύο. Στην περίπτωση που $c_k(p_k^{\dagger(1)}) = c_k(p_k^{\dagger(2)})$, έστω ότι η στρατηγική p_k^+ είναι η μικρότερη ισχύς από τις δύο. Παρατηρούμε ότι το \mathbf{p}^+ είναι SE αφού κάθε χρήστης k ήταν ικανοποιημένος παίζοντας p_k^+ είτε στο $\mathbf{p}^{\dagger(1)}$ είτε στο $\mathbf{p}^{\dagger(2)}$ στα οποία οι υπόλοιποι χρήστες είχαν επιλέξει μεγαλύτερα ή ίσα επίπεδα ισχύος 5.4. Έτσι, στο \mathbf{p}^+ ισχύει ότι:

$$\sum_{k \in K} c_k(p_k^+) < \sum_{k \in K} c_k(p_k^{\dagger(1)}) = \sum_{k \in K} c_k(p_k^{\dagger(2)}) \quad (5.8)$$

Παρατηρούμε ότι για να κατασκευάσουμε το στρατηγικό προφίλ \mathbf{p}^+ διαλέξαμε από στρατηγικές μεταξύ δύο ESEs. Έτσι, εξαιτίας της σχέσης 5.4 και του ορισμού των ESEs παίρνουμε ότι $\forall k \in K, \forall p \in A_k : p \geq p_k^+, c_k(p) \geq c_k(p_k^+)$. Έτσι, χρησιμοποιώντας την πρόταση 5.2 στο \mathbf{p}^+ παίρνουμε ένα ESE \mathbf{p}^\dagger με

$$\sum_{k \in K} c_k(p_k^\dagger) \geq \sum_{k \in K} c_k(p_k^+) \quad (5.9)$$

Συνδυάζοντας τις ανισότητες 5.8, 5.9 συμπεραίνουμε ότι:

$$\sum_{k \in K} c_k(p_k^\dagger) \leq \sum_{k \in K} c_k(p_k^+) < \sum_{k \in K} c_k(p_k^{\dagger(1)}) = \sum_{k \in K} c_k(p_k^{\dagger(2)})$$

το οποίο οδηγεί σε άτοπο με την 5.7 αφού \mathbf{p}^\dagger είναι ESE. Συνεπώς, $c_k(p_k^{\dagger(1)}) = c_k(p_k^{\dagger(2)})$, $\forall k \in K$, που ολοκληρώνει την απόδειξη. ■

Η παραπάνω πρόταση, δείχνει ότι κάθε σημείο MESE δίνει το ίδιο κόστος σε ένα συγκεκριμένο χρήστη. Συνεπώς, αν $\forall k \in K, \forall p_1, p_2 \in A_k : (p_1 \neq p_2), c_k(p_1) \neq c_k(p_2)$ (που είναι μια κοινή περίπτωση στον έλεγχο ισχύος ανερχόμενης ζεύξης), τότε το σημείο MESE είναι μοναδικό. Η ακόλουθη πρόταση δείχνει ότι κάθε χρήστης επιτυγχάνει το ελάχιστο κόστος σε ένα σημείο MESE σε σύγκριση με το κόστος που θα μπορούσε να λάβει σε οποιοδήποτε σημείο ESE.

Πρόταση 5.5. Στο υπο εξέταση παίγνιο ελέγχου ισχύος ανερχόμενης ζεύξης, έστω \mathbf{p}^\dagger ένα MESE του παιγνίου και $\{E\}$ το σύνολο των ESEs, ισχύει ότι $c_k(p_k^\dagger) \leq c_k(p_k^*), \forall k \in K, \forall \mathbf{p}^* \in E$.

Απόδειξη. Για την απόδειξη θα επικεντρωθούμε στο στρατηγικό προφίλ \mathbf{p} για το οποίο ισχύει ότι:

$$\forall k \in K, \quad \forall \mathbf{p}^* \in E, \quad p_k = \arg \min_{p_k^*} c_k(p_k^*) \quad (5.10)$$

Έτσι, το προφίλ στρατηγικής \mathbf{p} παίρνει για κάθε χρήστη την ισχύ που του δίνει το χαμηλότερο κόστος από όλες τις στρατηγικές του που ανήκουν στο σύνολο των ESEs. Σε περίπτωση ισοπαλίας (περισσότερες από μία στρατηγικές που ελαχιστοποιούν το κόστος), επιλέγει τη μικρότερη στρατηγική απ' αυτές. Ας επικεντρωθούμε σε έναν τυχαίο χρήστη k . Έστω ότι \mathbf{p}^* είναι ένα ESE τέτοιο ώστε $p_k = p_k^*$. Έτσι, από όλα τα ESE του παιχνιδιού, το \mathbf{p}^* δίνει το χαμηλότερο κόστος στο χρήστη k , $c_k(p_k^*)$. Εξαιτίας της εξίσωσης 5.10:

$$\forall i \in K, c_i(p_i) \leq c_i(p_i^*)$$

Για τους χρήστες i' που ισχύει $c_{i'}(p_{i'}) < c_{i'}(p_{i'}^*)$, η πρόταση 5.3 δίνει ότι $p_{i'} < p_{i'}^*$. Για τους χρήστες i'' που ισχύει ότι $c_{i''}(p_{i''}) = c_{i''}(p_{i''}^*)$ ο τρόπος που σπάσαμε τις ισοπαλίες δίνει ότι $p_{i''} \leq p_{i''}^*$. Άρα, συνδυάζοντας τα παραπάνω, έχουμε αποδείξει συνολικά ότι $\forall i \in K, p_i \leq p_i^*$.

Λόγω των παραπάνω, ο χρήστης k θα είναι σίγουρα ικανοποιημένος στο προφίλ στρατηγικής \mathbf{p} επειδή ήταν ικανοποιημένος στο ESE \mathbf{p}^* στο οποίο οι άλλοι χρήστες παίζουν μεγαλύτερες ή ίσες ισχύς (Εξίσωση 5.4). Η παραπάνω ανάλυση ισχύει για κάθε χρήστη k , έτσι κάθε χρήστης στο προφίλ στρατηγικής \mathbf{p} είναι ικανοποιημένος, έτσι το \mathbf{p} είναι SE. Σημειώστε ότι για να κατασκευάσουμε το \mathbf{p} , επιλέξαμε στρατηγικές μεταξύ προφίλ στρατηγικής που είναι ESEs. Έτσι, με βάση την εξίσωση 5.4 και του ορισμού των ESEs παίρνουμε ότι $\forall k \in K, \forall p \in A_k : (p \geq p_k), c_k(p) \geq c_k(p_k)$. Τώρα, μπορούμε να εφαρμόσουμε την πρόταση 5.2 που μας δίνει ένα ESE \mathbf{p}^\dagger τ.ω:

$$\forall k \in K \quad c_k(p_k) \geq c_k(p_k^\dagger) \quad (5.11)$$

και άρα,

$$\sum_{k \in K} c_k(p_k) \geq \sum_{k \in K} c_k(p_k^\dagger) \quad (5.12)$$

Λαμβάνοντας υπόψιν την 5.10 συμπεραίνουμε ότι μόνο η ισότητα μπορεί να ισχύει στις 5.11, 5.12. Άρα,

$$\forall k \in K \quad c_k(p_k) = c_k(p_k^\dagger)$$

$$\sum_{k \in K} c_k(p_k) = \sum_{k \in K} c_k(p_k^\dagger)$$

Σημειώστε ότι δεν μπορούμε να βρούμε ένα ESE που έχει χαμηλότερο συνολικό κόστος από \mathbf{p} . Έτσι, το στρατηγικό προφίλ \mathbf{p}^\dagger είναι σίγουρα ένα MESE. Λόγω της πρότασης 5.4 όμως, κάθε MESE δίνει το ίδιο κόστος σε ένα δεδομένο χρήστη. Αυτό σημαίνει ότι κάθε MESE εφαρμόζει σε κάθε χρήστη το ελάχιστο κόστος που θα μπορούσε ενδεχομένως να έχει σε ένα ESE όπως ακριβώς κάνει το \mathbf{p} . ■

Μια τελευταία παρατήρηση είναι ότι αν η συνάρτηση κόστους κάθε χρήστη αυξάνεται σε σχέση με την ισχύ μετάδοσης, το *MESE* θα είναι μοναδικό και δεν θα υπάρχει κανένα προφίλ στρατηγικής που να ικανοποιεί όλους τους χρήστες και ταυτόχρονα να κατανέμει σε οποιονδήποτε χρήστη χαμηλότερο κόστος από ότι το *MESE*. Αυτό μπορεί εύκολα να αποδειχθεί αν εφαρμοστεί η πρόταση 5.2 για το μοναδικό *MESE*.

5.3 Προτεινόμενος Αλγόριθμος και Σύγκλιση

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζουμε έναν κατανομημένο αλγόριθμο που συγκλίνει σε μια βέλτιστη ισορροπία ικανοποίησης (*MESE*) του παιγνίου $\hat{G} = (K, \{A_k\}_{k \in K}, \{f_k\}_{k \in K})$. Για το σκοπό αυτό, παρουσιάζουμε πρώτα την δυναμική *Best Response Dynamics* (*BRD*) στο πλαίσιο του παιγνίου ελέγχου ισχύος σε μορφή ικανοποίησης.

5.3.1 Η Δυναμική των Βέλτιστων Αποκρίσεων στο Πρόβλημα της Κατανομής Ισχύος Βάσει του Σκελετού Ικανοποίησης

Η δυναμική βέλτιστης απόκρισης ορίζεται ως ο κανόνας συμπεριφοράς στον οποίο κάθε χρήστης επιλέγει πάντοτε την ισχύ εκπομπής ανερχόμενης ζεύξης ως την βέλτιστη απόκριση (*BR*) όπως αυτή ορίστηκε προηγουμένως, ανάλογα με τις επιλογές των υπόλοιπων χρηστών. Στο πλαίσιο αυτής της εργασίας, η δυναμική δεν πρέπει οπωσδήποτε να είναι διαδοχική αλλά μπορεί να είναι και ασύγχρονη. Αυτό σημαίνει ότι κάθε χρήστης μπορεί να παίζει μια στρατηγική όποτε έχει μια απάντηση, ωστόσο οι χρήστες δεν θα πρέπει να επιλέγουν τις στρατηγικές τους ταυτόχρονα. Όπως φαίνεται στο [Mér+12], όταν το *BRD* ξεκινά από ένα *SE* ως αρχικό προφίλ στρατηγικής, συγκλίνει μονοτονικά σε ένα *ESE*. Ο αλγόριθμος που μελετάται στην επόμενη ενότητα είναι το *BRD* που αρχίζει με το στρατηγικό προφίλ που σχετίζεται με το χαμηλότερο κόστος για κάθε χρήστη. Θα δείξουμε ότι η θεωρούμενη μονοτονία της συνάρτησης χρησιμότητας μειώνει την πολυπλοκότητα που χρειάζεται ώστε κάθε χρήστης να καθορίσει την βέλτιστη ανταπόκρισή του. Έτσι, επιτυγχάνεται η αποτελεσματική εφαρμογή του *BRD* στο πρόβλημα μας.

5.3.2 Η Δυναμική των Βέλτιστων Αποκρίσεων Ελάχιστης Προσπάθειας

Αρχικά, κάθε χρήστης k προ-επεξεργάζεται τα δεδομένα του με το *Phase Preparation* βήμα του αλγόριθμου *Minimum Effort Best Response Dynamics* (*MEBRD*) ή Δυναμική των Βέλτιστων Αποκρίσεων Ελάχιστης Προσπάθειας. Σημειώστε ότι μετά την εκτέλεση της φάσης προετοιμασίας του αλγορίθμου *MEBRD*, κάθε χρήστης k έχει υπολογίσει το διάνυσμα $\mathcal{S}_k[\cdot]$. Το στοιχείο $\mathcal{S}_k[j]$ δηλώνει την ισχύ εκπομπής ανερχόμενης ζεύξης που παρέχει το ελάχιστο κόστος μεταξύ των ισχύων $P_k[j], \dots, P_k[|A_k| - 1]$. Συνεπώς αν η ελάχιστη ισχύς ικανοποίησης (*MSP*) είναι μία ισχύς $p_k^{MSP} = P_k[i] \in A_k, \forall k \in K$ δεδομένου \mathbf{p}_{-k} τότε $BR_k(\mathbf{p}_{-k}) = \mathcal{S}_k[i]$.

Algorithm 1 Preparation Phase

```

1: Sort in ascending order all powers  $p_k$  in a vector  $P_k[]$ ;
2:  $power \leftarrow P_k[|A_k| - 1]$ ;
3:  $min \leftarrow c_k(power)$ ;
4:  $\mathcal{S}_k[|A_k| - 1] \leftarrow power$ ;
5: for  $p \leftarrow |A_k| - 2, 0$  do
6:   if  $c_k(P_k[p]) \leq min$  then
7:      $\mathcal{S}_k[p] \leftarrow P_k[p]$ ;
8:      $power \leftarrow P_k[p]$ ;
9:      $min \leftarrow c_k(P_k[p])$ ;
10:     $indexOfMin \leftarrow p$ ;
11:   else
12:      $\mathcal{S}_k[p] \leftarrow power$ ;
13:   end if
14: end for
15:  $Msp \leftarrow P_k[0]$ ;
16:  $IndexOfMsp \leftarrow 0$ 
17: play  $\mathcal{S}_k(0)$ ;
    =0

```

Μετά τη φάση προετοιμασίας *Preperation Step*, κάθε χρήστης επιλέγει την ισχύ που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση του κόστους. Επομένως, το προφίλ στρατηγικής εκκίνησης της δυναμικής θα είναι: $\mathbf{p}_{start} = (\mathcal{S}_1[0], \dots, \mathcal{S}_{|K|}[0])$. Στη συνέχεια, κάθε χρήστης που με τη σειρά του παίζει εκτελεί το *Turn Phase* του αλγορίθμου *MEBRD*. Τα βοηθητικά διανύσματα $\mathcal{S}_k[]$ θα βοηθήσουν κάθε χρήστη να υπολογίσει το *BR* του σε κάθε γύρο με δυαδική αναζήτηση. Λόγω της μονοτονίας που υποθέσαμε στην συνάρτησης χρησιμότητας και του γεγονότος ότι κάθε χρήστης είτε δεν αλλάζει είτε αυξάνει την ισχύ μετάδοσης σε κάθε γύρο (όπως θα αποδείξουμε στο τμήμα σύγκλισης), ο χρήστης k θα πρέπει να κάνει μόνο δυαδική αναζήτηση από το *MSP* του στον προηγούμενο γύρο μέχρι και το p_k^{max} . Με τη δυαδική αναζήτηση κάθε χρήστης k αναζητά τη μικρότερη τιμή $P_k[]$ που ικανοποιεί το $u_k(p, \mathbf{p}_{-k}) \geq u_{thr}$, που είναι το *MSP* του παίκτη k δεδομένου \mathbf{p}_{-k} . Ο αλγόριθμος σταματά όταν κανένας χρήστης δεν έχει μια νέα στρατηγική βέλτιστης απόκρισης για να επιλέξει.

5.3.3 Σύγκλιση

Σε αυτή την ενότητα αποδεικνύουμε ότι ο παραπάνω αλγόριθμος συγκλίνει, κάτω από πεπερασμένο αριθμό βημάτων, σε ένα *MESE* του εξεταζόμενου παιχνιδιού ελέγχου ισχύος ανερχόμενης ζεύξης. Για τον λόγο αυτόν, αποδεικνύουμε μια σειρά προτάσεων ως εξής:

Πρόταση 5.6. Ο αλγόριθμος *MEBRD* συγκλίνει μονοτονικά σε ένα προφίλ στρατηγικής $\mathbf{p}^\dagger \in A$.

Απόδειξη. Στον πρώτο γύρο του κάθε χρήστη k , αυτός εξετάζει αν είναι ικανοποιημένος ή θα

Algorithm 2 Turn Phase

```

1: if still satisfied then
2:   do not change transmission power;
3: else
4:    $[M_{sp}, IndexOfM_{sp}] \leftarrow BinarySearch(P_k[], M_{sp}, |A_k|, u_k(), \mathbf{p}_{-k});$  {Finds new
     lower limit (as the vector  $\mathbf{p}_{-k}$  has changed) using binary search in  $P_k[]$  from previous
      $M_{sp}$  to  $P_{max}$  using the utility function of the player}
5:   play  $S_k(IndexOfM_{sp});$  {When all of  $P_k[indexOfM_{sp}]$  to  $P_k[|A_k - 1|](= P_{max})$ 
     strategies satisfies you play the power that gives the lowest cost}
6: end if
   =0

```

πρέπει να αυξήσει την ισχύ του για να ικανοποιηθεί. Λόγω της δυναμικής, δεν θα επιλέξει χαμηλότερη ισχύ μετάδοσης, αφού ξεκίνησε ο καθένας με αυτή που συνδέεται με το χαμηλότερο κόστος, $S_k(0)$. Αυτό το γεγονός δείχνει ότι στον πρώτο γύρο, κάθε χρήστης k παίζει και πάλι $S_k(0)$ (αν είναι ακόμα ικανοποιημένος) ή αυξάνει την ισχύ του.

Λόγω του γεγονότος ότι οι συναρτήσεις χρησιμότητας u_k μειώνονται σε σχέση με τη συνολικό άθροισμα των ισχύων των υπόλοιπων χρηστών, εάν ένα σύνολο χρηστών αυξάνει τα επίπεδα ισχύος του και κανένας χρήστης δεν κάνει το αντίθετο, ένα άτομο που διατηρεί την ισχύ του αμετάβλητη, ικανοποιείται τώρα από μεγαλύτερα επίπεδα ισχύος από ό, τι πριν (ή με ακριβώς τα ίδια). Λαμβάνοντας υπόψη το παραπάνω γεγονός και ότι στον πρώτο γύρο όλοι οι χρήστες είτε αύξησαν την ισχύ τους είτε την διατηρούν, μπορούμε να συμπεράνουμε την ακόλουθη δήλωση. Σε κάθε γύρο, όλοι οι χρήστες είτε θα διατηρήσουν τα επίπεδα ισχύος του προηγούμενου γύρου (αν είναι ακόμα ικανοποιημένοι) είτε θα τα αυξήσουν (για να ικανοποιηθούν). Σημειώνεται ότι λόγω της παραδοχής ότι το $f_k()$ είναι μη κενό για κάθε \mathbf{p}_{-k} , ο χρήστης k θα έχει πάντα βέλτιστη απόκριση. Επομένως, για κάθε χρήστη k , η ακολουθία των παιγμένων στρατηγικών $\{p_k\}$ αυξάνεται μέσω ενός πεπερασμένου συνόλου, έτσι η στρατηγική του τελικά συγκλίνει (μονοτονικά) σε μια στρατηγική p_k^\dagger . ■

Πρόταση 5.7. Το p^\dagger είναι ένα ESE.

Απόδειξη. Σε αυτόν τον αλγόριθμο, όταν τρέχει η φάση αρχικοποίησης ενός χρήστη k , αυτός, επιλέγει την ισχύ μετάδοσης που τον ικανοποιεί, αλλά έχει επίσης το ελάχιστο κόστος. Όταν η προηγούμενη ισχύς που έχει επιλέξει ο χρήστης, δεν είναι εκείνη που αναφέρθηκε παραπάνω, θα πρέπει να αλλάξει στρατηγική όταν έρθει η σειρά του. Λόγω της πρότασης 5.6, όλοι οι χρήστες τελικά θα συγκλίνουν σε μια ισχύ μετάδοσης που έχει αυτές τις δύο ιδιότητες. Έτσι, λόγω της δυναμικής και της σύγκλισης της, το p^\dagger είναι ένα ESE. ■

Πρόταση 5.8. Το p^\dagger είναι ένα MESE.

Απόδειξη. Έστω $\mathbf{p}^* = (p_1^*, \dots, p_{|K|}^*)$ ένα ESE του παιγνίου και $\mathbf{p}^\dagger = (p_1^\dagger, \dots, p_{|K|}^\dagger)$ το στρατηγικό προφίλ στο οποίο συγκλίνει ο αλγόριθμος μας. Πριν συνεχίσουμε παρατηρήστε ότι

λόγω της σχέσης 5.4 και του ορισμού των ESEs ισχύει ότι:

$$\forall k \in K, \quad \mathcal{S}_k(0) \leq p_k^* \quad (5.13)$$

Τώρα θα διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

Υπάρχει περίπτωση για έναν παίκτη i , να ισχύει ότι $p_i^\dagger > p_i^*$;

Λόγω της εξίσωσης 5.13 και λόγω του γεγονότος ότι σε κάθε γύρο ένας χρήστης δεν γίνεται να μειώσει την ισχύ του, για να ισχύει αυτό, ένας χρήστης j πρώτα από όλους τους χρήστες, έχει παίξει μια ισχύ που υπερβαίνει το p_j^* σε έναν από τους γύρους του. Έστω το \mathbf{p} να είναι το προφίλ στρατηγικής του παιχνιδιού πριν από αυτή τη στροφή. Λόγω των παραπάνω έχουμε:

$$\forall k \in K, \quad p_k \leq p_k^* \quad (5.14)$$

Έτσι, ο παίκτης j επέλεξε να εκπέμψει με την στάθμη ισχύος $p_j^{exc} \in A_j$ η οποία

$$p_j \leq p_j^* < p_j^{exc} \quad (5.15)$$

Επειδή το στρατηγικό προφίλ $\mathbf{p}^* = (p_1^*, \dots, p_{|K|}^*)$ είναι ESE, από την σχέση 5.4 και από τον ορισμό των ESEs, λαμβάνουμε επίσης ότι:

$$\forall p \in A_j : (p \geq p_j^*), \quad c_j(p) \geq c_j(p_j^*) \quad (5.16)$$

Εξαιτίας του γεγονότος ότι \mathbf{p}^* είναι SE, παίρνουμε ότι $p_j^* \in f_j(\mathbf{p}_{-j}^*)$. Εξαιτίας της σχέσης 5.14 και του γεγονότος ότι η συνάρτηση χρησιμότητας είναι φθίνουσα σε σχέση με το συνολικό άθροισμα των σταθμών των ισχύων των υπόλοιπων χρηστών παίρνουμε ότι:

$$p_j^* \in f_j(\mathbf{p}_{-j}^*). \quad (5.17)$$

Συνδυάζοντας τις 5.15, 5.16 και 5.17, η βέλτιστη απόκριση του παίκτη j δεν μπορεί να είναι ούτε p_j^{exc} , ούτε οποιαδήποτε ισχύ που να είναι αυστηρά μεγαλύτερη από την p_j^* . Συνεπώς, ο χρήστης j δεν θα επιλέξει στάθμη ισχύος μεγαλύτερη από το p_j^* . Έτσι, η απάντηση στην προηγούμενη ερώτηση είναι αρνητική.

Λαμβάνοντας υπόψιν το προηγούμενο επιχείρημα, παρατηρούμε ότι, $\forall k \in K, p_k^\dagger \leq p_k^*$. Επιπρόσθετα, αφού τα στρατηγικά προφίλ \mathbf{p}^* και \mathbf{p}^\dagger είναι ESEs, θα ισχύει ότι για κάθε χρήστη k :

$$\forall p \in A_k : p \geq p_k^\dagger, \quad c_k(p) \geq c_k(p_k^\dagger) \quad (5.18)$$

$$\forall p \in A_k : p \geq p_k^*, \quad c_k(p) \geq c_k(p_k^*). \quad (5.19)$$

Όμως αποδείξαμε ότι για κάθε παίκτη k ισχύει ότι $p_k^* \geq p_k^\dagger$, συνεπώς βάσει της σχέσης 5.18 λαμβάνουμε ότι:

$$\forall k \in K, \quad c_k(p_k^\dagger) \leq c_k(p_k^*)$$

Συνεπώς,

$$\sum_{k \in K} c_k(p_k^\dagger) \leq \sum_{k \in K} c_k(p_k^*).$$

Δεδομένου ότι η παραπάνω ανάλυση ισχύει για κάθε ESE \mathbf{p}^* , θα ισχύει και για το MESE με τις μικρότερες δυνατές στάθμες ισχύων. Συνεπώς το \mathbf{p}^\dagger είναι ένα MESE. ■

Ένα αποτέλεσμα του παραπάνω είναι ότι:

$$\forall \mathbf{p}^* \in E, \forall k \in K, \quad p_k^\dagger \leq p_k^* \quad (5.20)$$

Αποδείξαμε επίσης ότι από όλα τα ESEs, το \mathbf{p}^\dagger είναι το πιο αποδοτικό και από την άποψη της ισχύος.

5.3.4 Πολυπλοκότητα

Σε αυτή την υποενότητα, μελετάται η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου στην περίπτωση που οι χρήστες παίζουν διαδοχικά με δεδομένη σειρά. Ας επικεντρωθούμε σε ένα χρήστη k για να καθορίσουμε την πολυπλοκότητα του χρόνου CPU, εξαιρουμένης της χρονικής διάρκειας που λαμβάνουν οι άλλοι χρήστες προκειμένου να λάβουν τις αποφάσεις τους. Αρχικά, ο χρήστης k θα πρέπει να ταξινομήσει το διάνυσμα $P_k[]$, κατά την οποία χρεώνεται χρονική πολυπλοκότητα $\mathcal{O}(|A_k| \cdot \log_2(|A_k|))$. Σε κάθε κύκλο από γύρους, όλοι θα πρέπει πάντα να αυξάνουν την ισχύ τους, μέχρι ο αλγόριθμος να συγκλίνει στο \mathbf{p}^\dagger . Η χειρότερη περίπτωση οριοθετείται από την περίπτωση όπου το παίγνιο θα έχει $\mathcal{C} = |A_1| + \dots + |A_{|K|}$ κύκλους γύρων. Έτσι, σε $\mathcal{C} - |A_k|$ κύκλους, ο χρήστης k θα βρει, σε σταθερό χρόνο, ότι έχει παίξει την βέλτιστη απόκριση του. Από την άλλη πλευρά, σε $|A_k|$ κύκλους γύρων ο χρήστης θα πρέπει να κάνει μια δυαδική αναζήτηση στο $P_k[]$ για να βρει την επόμενη στρατηγική του. Επομένως, για όλους τους κύκλους θα δαπανηθεί εξ ολοκλήρου $\mathcal{O}((\mathcal{C} - |A_k|) + |A_k| \cdot \log_2(|A_k|))$. Έτσι, η συνολική χρονική πολυπλοκότητα είναι $\mathcal{O}((\mathcal{C} - |A_k|) + |A_k| \cdot \log_2(|A_k|))$. Σημειώστε ότι αν ο κάθε χρήστης έχει την ίδια πληθικότητα στα σύνολο στρατηγικών του, έστω N , η συνολική πολυπλοκότητα θα είναι $\mathcal{O}(|K| \cdot N + N \cdot \log_2(N))$.

5.3.5 Χαλάρωση των Προϋποθέσεων

Μέχρι τώρα, υποθέσαμε ότι για κάθε παίκτη k , το $f_k(\cdot)$ είναι μη κενό ανεξάρτητα από το τι έχουν επιλέξει οι άλλοι παίκτες. Για να χαλαρώσουμε αυτή την υπόθεση, ας προσθέσουμε μία βοηθητική στάθμη ισχύος μετάδοσης, p_k^M , σε κάθε παίκτη k έτσι ώστε:

$$\forall \mathbf{p}_{-k} \in A_{-k}, \quad p_k^M \in f_k(\mathbf{p}_{-k}). \quad (5.21)$$

Σημειώστε ότι αυτή η ισχύς μετάδοσης δεν έχει φυσική σημασία για τον παίκτη k . Ας θέσουμε μια εικονική τιμή για αυτήν την ισχύ, όπως $p_k^M = +\infty$ και $c_k(p_k^M) = +\infty$. Σημειώνεται ότι σε αυτό το βοηθητικό παίγνιο με τον ενισχυμένο στρατηγικό χώρο, κάθε υπόθεση που κάναμε στην προηγούμενη ανάλυση ισχύει.

Εάν εκτελέσουμε τον προτεινόμενο αλγόριθμο στο βοηθητικό παίγνιο, μπορούμε τώρα να ελέγξουμε αν το αρχικό παίγνιο έχει ESE ή όχι. Αν έχει ESE, ο αλγόριθμος θα βρει ένα MESE καθώς οι προτάσεις 5.6, 5.7, 5.8 εξακολουθούν να ισχύουν. Για την άλλη περίπτωση, ας διατυπώσουμε την ακόλουθη πρόταση.

Πρόταση 5.9. Το αρχικό παίγνιο δεν διαθέτει κανένα ESE αν τρέχοντας τον προτεινόμενο αλγόριθμο στο βοηθητικό παίγνιο συγκλίνει στο $\mathbf{p}^\dagger = (p_1^M, \dots, p_{|K|}^M)$.

Απόδειξη. Ας μελετήσουμε πρώτα το ευθύ. Εάν το αρχικό παίγνιο δεν διαθέτει ESE, τότε το μόνο ESE του βοηθητικού παιγνίου θα είναι το \mathbf{p}^\dagger . Έτσι, λόγω του αλγορίθμου μας πάντοτε συγκλίνει σε MESE θα συγκλίνει στο \mathbf{p}^\dagger .

Αντίθετα, αν ο αλγόριθμός μας συγκλίνει στο \mathbf{p}^\dagger στο βοηθητικό παίγνιο αυτό σημαίνει ότι το \mathbf{p}^\dagger είναι το MESE αυτού του παιγνίου. Ως εκ τούτου, επειδή έχουμε θέσει για κάθε παίκτη k , $c_k(p_k^M) = +\infty$ δεν γίνεται να υπάρχει κάποιο ESE στο αρχικό παίγνιο. ■

Η περίπτωση που το παίγνιο μας δεν έχει κανένα ESE δεν παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον αφού σε κάθε προφίλ στρατηγικής, τουλάχιστον ένας παίκτης θα έχει κίνητρο να αλλάξει την ισχύ του κάνοντας έτσι το παιχνίδι απρόβλεπτο. Έτσι, ο προτεινόμενος αλγόριθμος είναι επίσης ένα εργαλείο για να μελετήσει αν το υπό μελέτη παίγνιο είναι προβλέψιμο με αυτόν τον τρόπο.

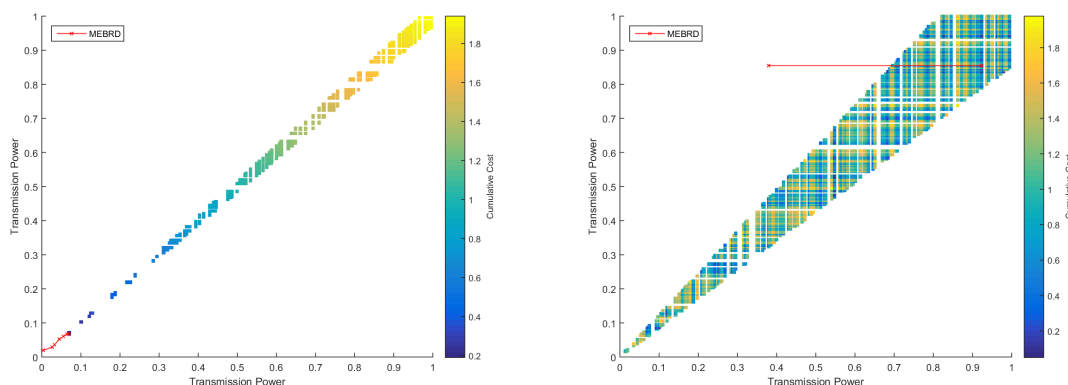
Μια άλλη χρήση του προτεινόμενου αλγορίθμου είναι ότι αν θέσουμε την συνάρτηση κόστους κάθε παίκτη να αυξάνεται σε σχέση με τη δύναμή του, μπορούμε επίσης να εντοπίσουμε αν υπάρχει κάποιο SE στο παίγνιο. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, μπορούμε να ελέγξουμε αν το αρχικό μας παιχνίδι διαθέτει τουλάχιστον ένα ESE. Αν δεν υπάρχει ESE, δεν θα υπάρχει επίσης SE. Αυτό συμβαίνει επειδή αν υπήρχε κάποιο προφίλ στρατηγικής \mathbf{p}^+ που είναι SE, λόγω της μονοτονίας των συναρτήσεων κόστους μπορούμε να εφαρμόσουμε την πρόταση 5.2 και να φτάσουμε σε μια αντίφαση. Για την αντίθετη κατεύθυνση, είναι τετριμμένο να διαπιστώσουμε ότι εάν δεν υπάρχει SE στο παιχνίδι, δεν θα υπάρξει επίσης ESE.

Αριθμητικά Αποτελέσματα Συμπεράσματα

Σε αυτή την ενότητα παρέχουμε ορισμένα ενδεικτικά αριθμητικά αποτελέσματα για την αξιολόγηση της απόδοσης του αλγορίθμου *MEBRD*, ενώ παράλληλα υποδεικνύουμε τα βασικά πλεονεκτήματα του σημείου *MESE*. Για λόγους επίδειξης, η συνάρτηση χρησιμότητας κάθε χρήστη θεωρείται ότι ακολουθεί την εξίσωση 5.2. Η απόσταση $d_k, \forall k \in K$ από τον σταθμό βάσης κατανέμεται τυχαία και ομοιόμορφα στην περιοχή από 1 έως 50 m. Το κέρδος g_k του κάθε χρήστη k είναι αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης d_k , δηλαδή $g_k = \frac{1}{d_k^2}$. Κάθε χρήστης θεωρείται ότι έχει ένα πεπερασμένο αριθμό σταθμών ισχύος, με μέγιστη ισχύ αυτή του 1Watt.

6.1 Καθαρή Λειτουργία

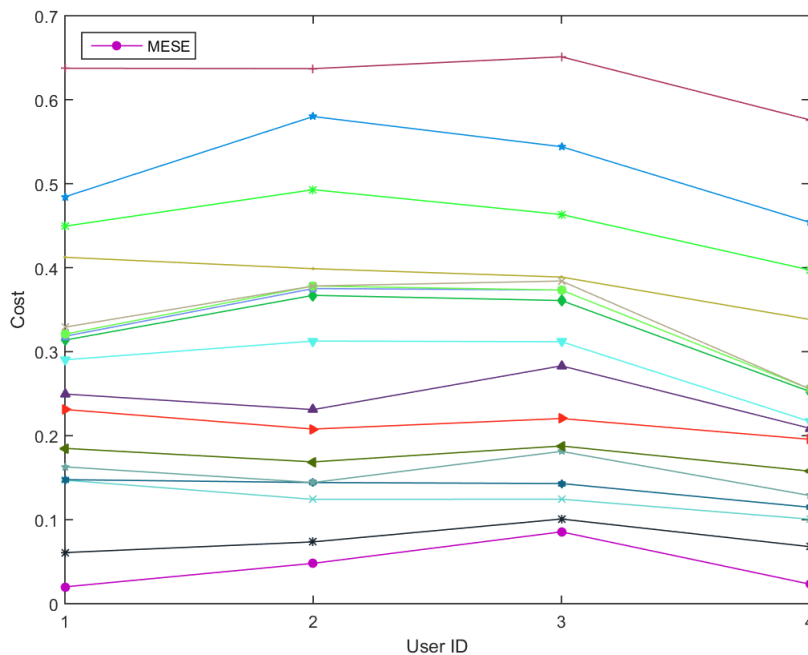
Το Σχήμα 16.4 παρουσιάζει, για ένα παίγνιο ελέγχου ισχύος με ζεύξη ανόδου δύο χρηστών, τα βήματα του *MEBRD* που συγκλίνουν σε ένα σημείο *MESE* σε σχέση με την ισχύ μετάδοσης κάθε χρήστη, υποθέτοντας είτε αύξουσες συναρτήσεις κόστους (Σχήμα 6.1α') είτε τυχαία επιλεγμένες συναρτήσεις κόστους (6.1β'). Η έγχρωμη περιοχή αντιπροσωπεύει όλα τα προφίλ στρατηγικής που είναι *SE* και το χρώμα κάθε σημείου εξαρτάται από το αθροιστικό κόστος των δύο χρηστών, όπου το ανοιχτό και το σκούρο χρώμα αντιπροσωπεύουν υψηλό και



α': Αύξουσες συναρτήσεις κόστους

β': Αυθαίρετες συναρτήσεις κόστους

Σχήμα 6.1: Σύγκλιση του *MEBRD* αλγορίθμου σε ένα παίγνιο ελέγχου ισχύος 2 χρηστών



Σχήμα 6.2: Κόστος διαφορετικών σημείων ESE σε ξεχωριστούς χρήστες

χαμηλό κόστος αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι στο σχήμα 6.1α' κάθε χρήστης ξεκινά με τη χαμηλότερη ισχύ μετάδοσης και μονοτονικά συγκλίνει προς το μοναδικό MESE που είναι επίσης η SE που χρεώνει κάθε χρήστη με το χαμηλότερο δυνατό κόστος και ισχύ. Σημειώστε επίσης ότι στα σχήματα 6.1α' και 6.1β', η γραμμική τάση της περιοχής ικανοποίησης προκύπτει από την επιλογή της τιμής u_{thr} , η οποία στην περίπτωσή μας αντιπροσωπεύει τη ωφέλεια που κάθε χρήστης θα κερδίσει εάν μεταδώσει με μια ενδιάμεση ισχύ, δηλαδή περίπου $0,5W$, στην εφικτή περιοχή ισχύος. Στο υπόλοιπο μέρος αυτής της ενότητας εξετάζουμε μόνο αύξουσες συναρτήσεις κόστους σε σχέση με την ισχύ μετάδοσης του χρήστη.

Υποθέτοντας ότι κάθε χρήστης είναι εφικτό να επιτύχει τις προϋποθέσεις QoS, είναι πολύ πιθανό το παιχνίδι να διαθέτει πολλαπλά ESE. Στο Σχήμα 6.2, συγκρίνουμε την κατανομή κόστους των διαφορετικών ESEs (διαφορετικές καμπύλες) ενός παιχνιδιού ελέγχου ισχύος ανερχόμενης ζεύξης με τέσσερις χρήστες. Επιβεβαιώνουμε ότι το MESE επιτυγχάνει το χαμηλότερο σωρευτικό κόστος αναθέτοντας σε κάθε χρήστη την ισχύ μετάδοσης που σχετίζεται με τη χαμηλότερη προσπάθεια σε σύγκριση με κάθε ESE, όπως υποστηρίζεται στην Πρόταση 5.5. Μία ακόμη παρατήρηση είναι ότι η μία καμπύλη ESE βρίσκεται κάτω από την άλλη υποκείμενη μία διάταξη σε κατά συνιστώσες μορφή. Ο λόγος που ισχύει αυτό είναι ότι η συνάρτηση χρησιμότητας που ακολουθήσαμε εκφράζεται από την 5.2 και στο παράρτημα A διατίθεται η εξήγηση σε μορφή απόδειξης.

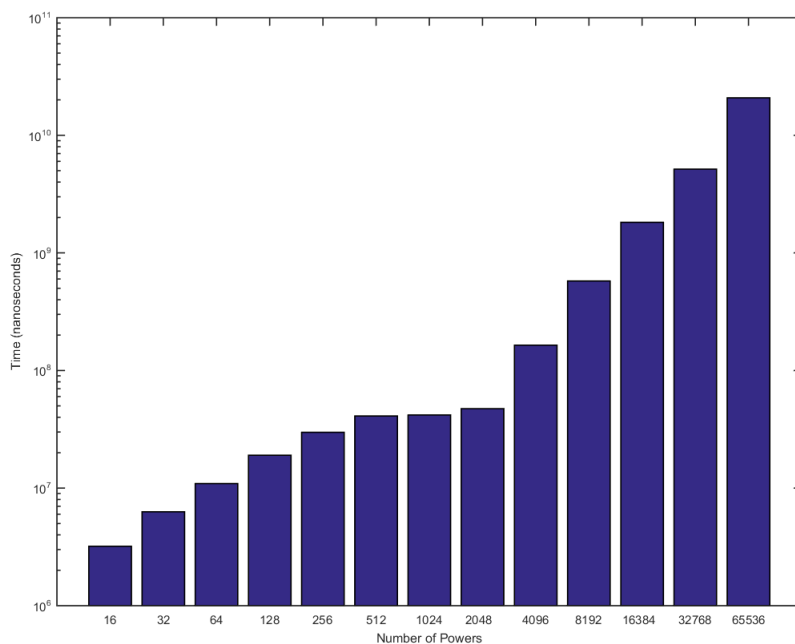
6.2 Αποτίμηση Πολυπλοκότητας

Η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου *MEBRD*, όπως αναλύεται στην προηγούμενη ενότητα εξαρτάται κυρίως από τον αριθμό των χρηστών του συστήματος και από τον δυνατό αριθμό των επιπέδων ισχύος μετάδοσης που διαθέτει κάθε χρήστης. Συνεπώς, το σχήμα ;; παρουσιάζει τη συμπεριφορά του χρόνου εκτέλεσης του αλγορίθμου *MEBRD* σε σχέση με τον αριθμό των επιπέδων ισχύος μετάδοσης κάθε χρήστη. Λαμβάνοντας υπόψη ένα σύστημα με 35 χρήστες παρατηρούμε ότι ο αλγόριθμος μπορεί να χειριστεί αποτελεσματικά (δηλαδή, λιγότερο από 10 δευτερόλεπτα χρόνου εκτέλεσης) έναν μεγάλο αριθμό επιπέδων ισχύος (δηλ. 65536) και έτσι μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ως προσέγγιση για συνεχή σύνολα πιθανών στρατηγικών.

Η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου *MEBRD* εξαρτάται επίσης από κάθε παράμετρο του παιχνιδιού, όπως για παράδειγμα το κατώτατο όριο του χρήστη u_{thr} , πάνω από το οποίο ο χρήστης θεωρείται ικανοποιημένος. Για παράδειγμα, εάν κάθε χρήστης ικανοποιηθεί με πολύ χαμηλό *bit rate*, οι περισσότερες από τις δυνατές στάθμες μετάδοσης θα ικανοποιήσουν τον χρήστη ανεξάρτητα από τις επιλογές των άλλων, επομένως το *MESE* που συγκλίνει ο αλγόριθμος *MEBRD* θα αποτελείται από χαμηλές στάθμες ισχύων και θα συγκλίνει γρήγορα. Συγκεκριμένα, το σχήμα 6.3 παρουσιάζει το χρόνο που χρειάζεται για να συγκλίνει ο αλγόριθμος στο *MESE* της ως συνάρτηση του αριθμού των χρηστών στο σύστημα, υποθέτοντας 150 διαφορετικά επίπεδα ισχύος μετάδοσης που διατίθενται σε κάθε χρήστη. Συγκεκριμένα, μελετώνται δύο περιπτώσεις σε σχέση με την παράμετρο κατωφλίου u_{thr} κάθε χρήστη: (α) υψηλό όριο (σχήμα 6.4α') και (β) χαμηλό όριο (σχήμα 6.4β'). Στην τελευταία περίπτωση, είναι ευκολότερο να ικανοποιηθούν οι απαιτήσεις και αναμένεται να υπάρχουν περισσότερες *SE*. Σημειώστε επίσης ότι τα χαμηλά όρια έχουν επιλεγεί έτσι ώστε στο παίγνιο να υπάρχει τουλάχιστον μία ισορροπία ακόμα και με 400 χρήστες.

Η πάνω καμπύλη σε κάθε υπογράφημα (που αναφέρεται ως *Static*) αντιπροσωπεύει το χρόνο που απαιτείται για να συγκλίνει ο αλγόριθμος *MEBRD*. Για παράδειγμα, όταν το παιχνίδι αποτελείται από μικρότερο αριθμό χρηστών (π.χ. 100), κάθε χρήστης ικανοποιείται εύκολα, αντιμετωπίζοντας έτσι μια γρήγορη σύγκλιση. Από την άλλη πλευρά, όταν ο αριθμός των χρηστών πλησιάζει τα 400, ο αλγόριθμος χρειάζεται περισσότερες επαναλήψεις για σύγκλιση. Μετά από αυτόν τον αριθμό, το σύστημα δεν διαθέτει σημεία ισορροπίας. Σε αυτήν την περίπτωση, ο αριθμός των απαιτούμενων επαναλήψεων μειώνεται, δεδομένου ότι κάθε χρήστης κάνει μεγαλύτερα βήματα αυξάνοντας τη δύναμή του μετάδοσης προκειμένου να ανταποκριθεί στις προϋποθέσεις *QoS* του και τελικά να αποτύχει.

Η δεύτερη καμπύλη στα δύο υπογραφήματα του Σχήματος 6.3 (αναφερόμενη ως *Dynamic Entrance*) υποδηλώνει το χρόνο που απαιτείται για να συγκλίνει ο αλγόριθμος *MEBRD*, όταν κάθε τραίξιμο του *MEBRD* δεν είναι ανεξάρτητη όπως πριν. Αντίθετα, 5 χρήστες κάθε φορά εισέρχονται στο παιχνίδι, ενώ ο προηγούμενος αριθμός χρηστών έχει συγκλίνει στο *MESE* και χρησιμοποιεί αυτό το σημείο για να προετοιμάσει τις στρατηγικές τους στο νέο τρέξιμο. Καθώς ο αλγόριθμος δεν χρειάζεται να είναι σε διαδοχικούς γύρους, θα συγκλίνει ακόμα στο *MESE* για τον νέο αριθμό χρηστών, ενώ παρατηρείται χαμηλότερος χρόνος σύγκλισης



Σχήμα 6.3: Χρόνος εκτέλεσης του MEBRD αλγορίθμου ως συνάρτηση του αριθμού των δυνατών σταθμών ισχύος κάθε χρήστη

από πριν (π.αν καμπύλη). Τέλος, παρατηρείται ότι στην τελευταία περίπτωση ο χρόνος που απαιτείται για τη σύγκλιση δεν αυξάνεται αναγκαστικά αυστηρά σε σχέση με τον αριθμό των χρηστών.

Αυτό είναι λογικό, καθώς αν και ο αριθμός των χρηστών αυξάνεται, οι επαναλήψεις που απαιτούνται για τη σύγκλιση στο MESE ενδέχεται να μειωθούν. Για παράδειγμα, για k παίκτες μπορεί να χρειαστούν επαναλήψεις $n > k + 5$ για σύγκλιση, αλλά για χρήστες $k + 5$ μπορεί να χρειαστεί μια επανάληψη για κάθε παίκτη μόνο για να δει ότι είναι ικανοποιημένοι είτε παίζοντας τις προηγούμενες στρατηγικές (οι πρώτοι k παίκτες) ή παίζοντας το επίπεδο ισχύος που σχετίζεται με τη χαμηλότερη προσπάθεια (οι τελευταίοι 5 παίκτες).

6.3 Συγκριτικά Αποτελέσματα

Σε αυτήν την υποενότητα, συγκρίνουμε το MESE ως προφίλ στρατηγικών, με τα αντίστοιχα που θα συγκλίνουν ένας αλγόριθμος μεγιστοποίησης *Energy Efficiency* ή ο αλγόριθμος μεγιστοποίησης της συνάρτησης *Shannon Capacity* σε σχέση με διαφορετικές μετρικές απόδοσης. Συγκεκριμένα, σε αυτό το σενάριο, 6 χρήστες θεωρούνται στο σύστημα και βρίσκονται σε φθίνουσες αποστάσεις από το σταθμό βάσης. Επομένως, οι χρήστες με χαμηλότερο ID έχουν τις υψηλότερες αποστάσεις από το σταθμό βάσης, κι έτσι χειρότερες συνθήκες καναλιού. Αναφορικά με την περίπτωση μεγιστοποίησης της ενεργειακής απόδοσης *Energy Efficiency*, υιοθετήθηκε μια συνάρτηση χρησιμότητας που αντιπροσωπεύει τον επιτεύξιμο ρυθμό δεδο-

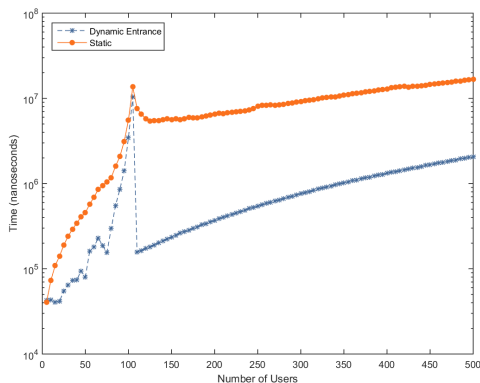
μένων έναντι της αντίστοιχης σπατάλης ισχύος (εκφρασμένη σε *bits / joule*), όπως συνήθως ορίζεται και χρησιμοποιείται στην αντίστοιχη βιβλιογραφία [TKP12].

Και στις δύο περιπτώσεις των συναρτήσεων ωφέλειας *Shannon* και ενεργειακής απόδοσης *Energy Efficiency*, θέσαμε $R_{fixed} = 64\text{Kbps}$ και $W = 10^6\text{Hz}$. Συγκεκριμένα, το Σχ. 6.5α' υποδηλώνει ότι για τους πρώτους 3 χρήστες (τους 3 χρήστες που είναι οι πλέον απομακρυσμένοι από τον σταθμό βάσης) ο αλγόριθμος μεγιστοποίησης της ενεργειακής απόδοσης, όπως αναμένεται, πετυχαίνει υψηλότερη μετρική ενεργειακής απόδοσης. Ωστόσο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.5β', αυτό συμβαίνει με το κόστος ότι κάθε ένας από τους τρεις χρήστες μεταδίδει με πολύ υψηλή ισχύ μετάδοσης σε σύγκριση με το *MESE*, με αποτέλεσμα να πετυχαίνει υψηλότερο *bit rate* από τις απαραίτητες *QoS* απαιτήσεις τους (Σχήμα 6.5). Έτσι, το προφίλ στρατηγικής *MESE* συγκλίνει σε αρκετά χαμηλά επίπεδα ισχύος μετάδοσης, ενώ εκχωρεί σε κάθε χρήστη *bit rate* που είναι κοντά στο κατώφλι του (πράσινη γραμμή στο σχήμα 6.5) και επομένως ικανοποιεί τις απαιτήσεις κάθε χρήστη. Τα άλλα δύο προφίλ στρατηγικής δεν προσαρμόζονται σωστά στις ανάγκες των χρηστών, καθώς είτε υπερβαίνουν το κατώτατο όριο αναγκάζοντας τους να μεταδίδουν με υψηλή ισχύ είτε αφήνουν τους χρήστες δυσαρεστημένους.

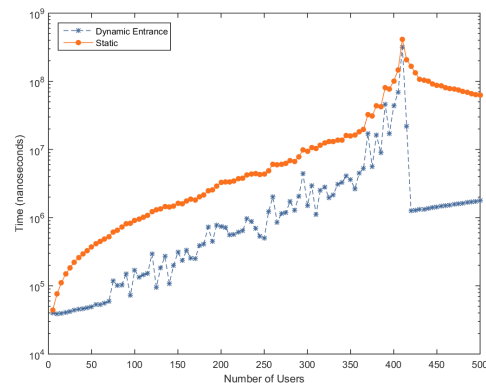
6.4 Συμπεράσματα και Μελλοντική Έρευνα

Σε αυτή την εργασία υιοθετήσαμε τη θεωρία των παιγνίων σε μορφή ικανοποίησης, για να επαναπροσδιορίσουμε και να επεξεργαστούμε το πρόβλημα ελέγχου ισχύος ανερχόμενης ζήτησης σε ασύρματα δίκτυα, για ένα γενικό σύνολο πραγματικών συναρτήσεων χρησιμότητας των χρηστών, οι οποίες θεωρείται ότι αυξάνονται σε σχέση με της μετάδοσης ισχύος και μειώνεται σε σχέση με την παρεμβολή. Δεδομένης αυτής της παραδοχής, αρχικά ορίσαμε και συζητήσαμε τα διαφορετικά σημεία ισορροπίας, δηλ. *Ισορροπία Ικανοποίησης (SE)*, *Αποδοτική Ισορροπία Ικανοποίησης (ESE)* και *Βέλτιστη Ισορροπία Ικανοποίησης (MESE)*. Μεταξύ αυτών, το *MESE* φάνηκε να έχει υψηλό θεωρητικό και πρακτικό ενδιαφέρον και επομένως οι ιδιότητές του εξετάστηκαν διεξοδικά.

Ειδικότερα, αποδεικνύεται ότι στο σημείο *MESE*, για κάθε αυθαίρετη συνάρτηση κόστους,

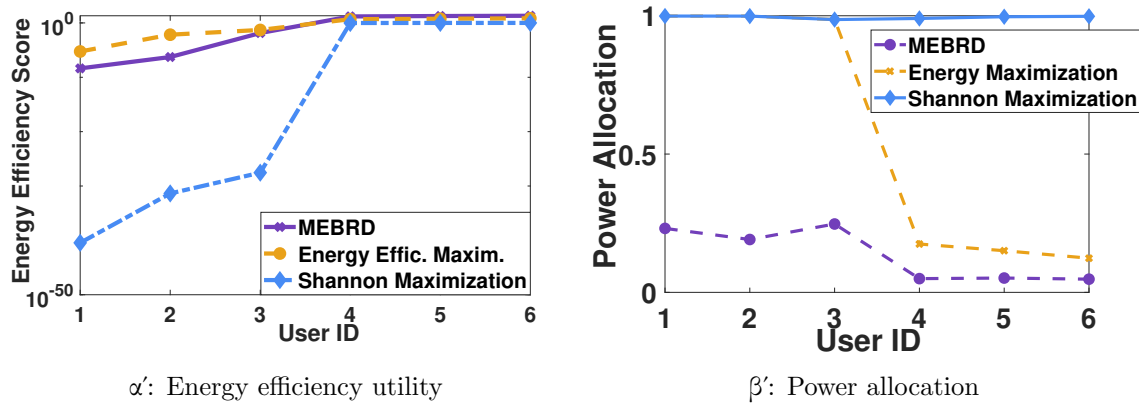


α': Υψηλό κατώφλι



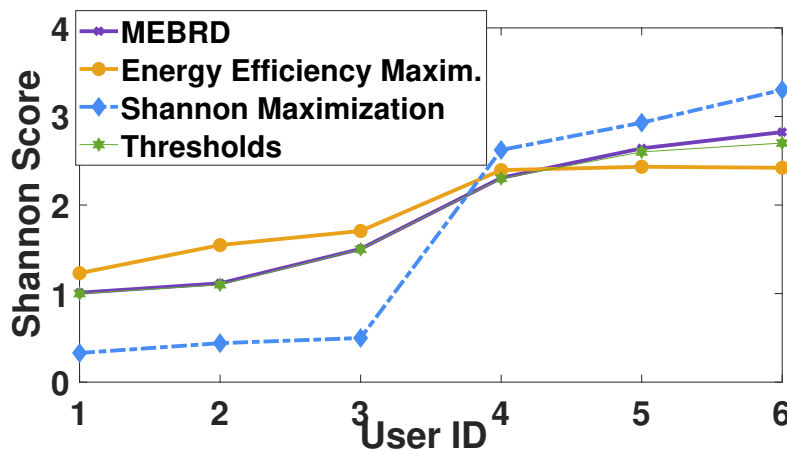
β': Χαμηλό κατώφλι

Σχήμα 6.4: Χρόνος εκτέλεσης του *MEBRD* αλγορίθμου ως συνάρτηση του αριθμού των χρηστών στο σύστημα



α': Energy efficiency utility

β': Power allocation



γ': Shannon utility

Σχήμα 6.5: Σύγκριση των στρατηγικών προφίλ που συγκλίνουν οι αλγόριθμοι MEBRD, Energy-Efficiency Maximization και Shannon Maximization

κάθε χρήστης μεταδίδει με επίπεδο ισχύος το οποίο ικανοποιεί τις προϋποθέσεις QoS του με το χαμηλότερο κόστος όχι μόνο από δική του οπτική αλλά και από όλη την προοπτική του συστήματος. Παρουσιάστηκε η ύπαρξη και η μοναδικότητα του σημείου MESE και εισήχθη ένας καταναμημένος αλγόριθμος βέλτιστων αποκρίσεων ελάχιστης προσπάθειας για τον προσδιορισμό του σημείου MESE. Παρουσιάστηκαν λεπτομερή αριθμητικά και συγκριτικά αποτελέσματα για να επισημανθούν και να αποκαλυφθούν τα οφέλη του σημείου MESE σε σύγκριση με άλλα είδη ισορροπίας (π.χ. σημείο ESE) και την υπεροχή του προτεινόμενου νέου πλαισίου διαχείρισης πόρων όσον αφορά την εξοικονόμηση ενέργειας και τη βελτιωμένη χωρητικότητα του δικτύου.

Με βάση τις παρατηρήσεις που αντλήθηκαν από τα αντίστοιχα αποτελέσματα ως μέρος της τρέχουσας και μελλοντικής εργασίας μας, σχεδιάζουμε να διερευνήσουμε και να ποσοτικοποιήσουμε περαιτέρω την "αποτελεσματικότητα" που εισάγουν οι κοινώς υιοθετημένες λύσεις στη βιβλιογραφία που στοχεύουν άμεσα στη μεγιστοποίηση της ενεργειακής απόδοσης. Ως εκ τούτου, αξιοποιώντας το εισαγόμενο πλαίσιο, θα μελετήσουμε το πρόβλημα ελέγχου της ισχύος ανερχόμενης ζεύξης μέσω της θεωρίας των παιγνίων σε μορφή ικανοποίησης, ενώ η

συνάρτηση χρησιμότητας του χρήστη σχετίζεται με την επιτευχθείσα ενεργειακή απόδοση *energy-efficiency*.

Παράρτημα Α

Στο παράρτημα αυτό, αποδεικνύεται αναλυτικά γιατί η μορφή του σχήματος 6.2 είναι σε αυτή την μορφή. Θεωρούμε την υπό μελέτη μορφή παίγνιου με την ειδικέυση ότι η συναρτήσεως χρησιμότητας των χρηστών είναι της μορφής Shannon χρησιμότητας 5.2. Για την απόδειξη και για λόγους διευκόλυνσης του συμβολισμού, θα συμβολίζουμε την ποσότητα $2^{u_{thr}^k} - 1$ που προκύπτει από αναδιάταξη των όρων της 5.2 σαν u_{thr}^k .

Πρόταση 6.10. Έστω δύο ESEs του παίγνιου \mathbf{a} και \mathbf{b} , τότε αν για έναν παίκτη i ισχύει ότι $a_i < b_i$ θα ισχύει και ότι $\forall k \in K, a_k \leq b_k$.

Απόδειξη. Για την απόδειξη, ας θεωρήσουμε έναν παίκτη j τέτοιο ώστε $a_j > b_j$. Από την πρόταση 5.3 έχουμε ότι $c_j(a_j) > c_j(b_j)$. Λόγω του γεγονότος ότι το \mathbf{a} είναι ένα ESE, αυτό θα σήμαινε ότι στο \mathbf{a}_{-j} ο χρήστης j δεν είναι ικανοποιημένος παίζοντας b_j . Έτσι, λόγω της συνάρτησης Shannon capacity θα σήμαινε ότι:

$$\frac{g_j b_j}{\sum_{k \neq j} g_k a_k} < u_{thr}^j \quad (6.1)$$

Αφού το στρατηγικό προφίλ \mathbf{b} είναι ESE έχουμε επίσης ότι:

$$\frac{g_j b_j}{\sum_{k \neq j} g_k b_k} \geq u_{thr}^j \quad (6.2)$$

Από 6.1, 6.2 παίρνουμε ότι:

$$\frac{g_j b_j}{\sum_{k \neq j} g_k a_k} < \frac{g_j b_j}{\sum_{k \neq j} g_k b_k} \iff \sum_{k \neq j} g_k b_k < \sum_{k \neq j} g_k a_k \quad (6.3)$$

Τώρα ας επικεντρωθούμε στον παίκτη i . Στο ESE \mathbf{b} δεν επιλέγει στρατηγική a_i αν και δίνει το χαμηλότερο κόστος. Αυτό θα σήμαινε ότι δεν ικανοποιεί τον παίκτη i στο \mathbf{b}_{-i} . Έτσι και πάλι, λόγω της συνάρτησης Shannon θα έχουμε:

$$\frac{g_i a_i}{\sum_{k \neq i} g_k b_k} < u_{thr}^i \quad (6.4)$$

Αφού το στρατηγικό προφίλ \mathbf{b} είναι ESE έχουμε επίσης ότι:

$$\frac{g_i a_i}{\sum_{k \neq i} g_k a_k} \geq u_{thr}^i \quad (6.5)$$

Από 6.4, 6.5 παίρνουμε ότι:

$$\frac{g_i a_i}{\sum_{k \neq i} g_k b_k} < \frac{g_i a_i}{\sum_{k \neq i} g_k a_k} \iff \sum_{k \neq i} g_k a_k < \sum_{k \neq i} g_k b_k \quad (6.6)$$

Τελικά, ξεκινώντας με την σχέση 6.3:

$$\begin{aligned} \sum_{k \neq j} g_k b_k &< \sum_{k \neq j} g_k a_k \stackrel{6.6}{\iff} \\ \sum_{k \neq j} g_k b_k + g_j a_j - g_i a_i &< \sum_{k \neq i} g_k b_k \iff \\ -g_j b_j + g_i b_i + g_j a_j - g_i a_i &< 0 \iff \\ g_i (b_i - a_i) + g_j (a_j - b_j) &< 0 \end{aligned}$$

άτοπο αφού $b_i > a_i$ και $a_j > b_j$. ■

Βιβλιογραφία

- [AD54] Kenneth J Arrow and Gerard Debreu. “Existence of an equilibrium for a competitive economy”. In: *Econometrica: Journal of the Econometric Society* (1954), pp. 265–290.
- [BTZ93] Michael R Baye, Guoqiang Tian, and Jianxin Zhou. “Characterizations of the existence of equilibria in games with discontinuous and non-quasiconcave payoffs”. In: *The Review of Economic Studies* 60.4 (1993), pp. 935–948.
- [D+86] Partha Dasgupta, Eric Maskin, et al. “The existence of equilibrium in discontinuous economic games, I: Theory”. In: *Review of Economic Studies* 53.1 (1986), pp. 1–26.
- [Deb52] Gerard Debreu. “A social equilibrium existence theorem”. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 38.10 (1952), pp. 886–893.
- [Dut13] Christophe Dutang. “Existence theorems for generalized Nash equilibrium problems: an analysis of assumptions”. In: *Journal of Nonlinear Analysis and Optimization* 4.2 (2013), pp. 115–126.
- [Elh+17] Hajar Elhammouti et al. “Self-organized connected objects: Rethinking qos provisioning for iot services”. In: *IEEE Comm. Magazine* 55.9 (2017), pp. 41–47.
- [Fam+02] David Famolari et al. “A new framework for power control in wireless data networks: Games, utility, and pricing”. In: *Wireless Multimedia Network Technologies*. Springer, 2002, pp. 289–309.
- [FTP18] Michail Fasoulakis, Eirini-Eleni Tsiropoulou, and Symeon Papavassiliou. “A New Theoretical Evaluation Framework for Satisfaction Equilibria in Wireless Networks”. In: *arXiv preprint arXiv:1806.01905* (2018).
- [Gof71] Casper Goffman. *The Calculus: An Introduction*. Harper & Row, 1971.

- [Goo+16] Mathew Goonewardena et al. “Generalized satisfaction equilibrium: A model for service-level provisioning in networks”. In: *22th European Wireless Conference*. 2016, pp. 1–5.
- [Han+12] Zhu Han et al. *Game theory in wireless and communication networks: theory, models, and applications*. Cambridge university press, 2012.
- [HHJ90] Roger A Horn, Roger A Horn, and Charles R Johnson. *Matrix analysis*. Cambridge university press, 1990.
- [Ind] Cisco Visual Networking Index. *Global Mobile Data Traffic Forecast Update, 2016? 2021 White Paper [Internet]*.
- [JT06] Ramesh Johari and John N Tsitsiklis. “A scalable network resource allocation mechanism with bounded efficiency loss”. In: *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 24.5 (2006), pp. 992–999.
- [KT28] B. Knaster and A. Tarski. “Un theoreme sur les fonctions d’ensembles”. In: *Ann. Soc. Polon. Math.* 6 (1928), pp. 133–134.
- [KTP08] Timotheos Kastrinogiannis, Eirini-Eleni Tsiropoulou, and Symeon Papavassiliou. “Utility-based uplink power control in CDMA wireless networks with real-time services”. In: *International Conference on Ad-Hoc Networks and Wireless*. Springer. 2008, pp. 307–320.
- [Liu+04] Peijuan Liu et al. “Single-cell forward link power allocation using pricing in wireless networks”. In: *IEEE Transactions on Wireless Communications* 3.2 (2004), pp. 533–543.
- [MB02] Peter Marbach and Randall Berry. “Downlink resource allocation and pricing for wireless networks”. In: *Proceedings. Twenty-First Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies*. Vol. 3. IEEE. 2002, pp. 1470–1479.
- [Mér+12] François Mériaux et al. “Achievability of efficient satisfaction equilibria in self-configuring networks”. In: *Int. Conf. on Game Theory for Networks*. Springer. 2012, pp. 1–15.
- [MS96] Dov Monderer and Lloyd S Shapley. “Potential games”. In: *Games and economic behavior* 14.1 (1996), pp. 124–143.
- [Nas51] John Nash. “Non-cooperative games”. In: *Annals of mathematics* (1951), pp. 286–295.
- [Per+10] Samir M Perlaza et al. “Satisfaction equilibrium: A general framework for QoS provisioning in self-configuring networks”. In: *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM)*. 2010, pp. 1–5.
- [Per+12] Samir M Perlaza et al. “Quality-of-service provisioning in decentralized networks: A satisfaction equilibrium approach”. In: *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing* 6.2 (2012), pp. 104–116.

- [Ros+11] Luca Rose et al. “Learning equilibria with partial information in decentralized wireless networks”. In: *IEEE communications Magazine* 49.8 (2011), pp. 136–142.
- [S+02] Cem U Saraydar, Narayan B Mandayam, David J Goodman, et al. “Efficient power control via pricing in wireless data networks”. In: *IEEE transactions on Communications* 50.2 (2002), pp. 291–303.
- [Sen+13] Soumya Sen et al. “Smart data pricing (SDP): Economic solutions to network congestion”. In: *Recent advances in networking* 1 (2013), pp. 221–274.
- [SK16] Paweł Sroka and Adrian Kliks. “Playing Radio Resource Management Games in Dense Wireless 5G Networks”. In: *Mobile Information Systems* (2016).
- [SNS12] Azamossadat Hosseinzadeh Salati, Masoumeh Nasiri-Kenari, and Parastoo Sadeghi. “Distributed subband, rate and power allocation in OFDMA based two-tier femtocell networks using Fractional Frequency Reuse”. In: *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*. 2012, pp. 2626–2630.
- [TKP09] Eirini Eleni Tsiropoulou, Timotheos Kastrinogiannis, and Symeon Papavassiliou. “Uplink power control in qos-aware multi-service cdma wireless networks”. In: *Journal of Communications* 4.9 (2009), pp. 654–668.
- [TKP10] Eirini Eleni Tsiropoulou, Georgios K Katsinis, and Symeon Papavassiliou. “Utility-based power control via convex pricing for the uplink in CDMA wireless networks”. In: *2010 European Wireless Conference (EW)*. IEEE. 2010, pp. 200–206.
- [TKP12] Eirini Eleni Tsiropoulou, Georgios K Katsinis, and Symeon Papavassiliou. “Distributed uplink power control in multiservice wireless networks via a game theoretic approach with convex pricing”. In: *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems* 23.1 (2012), pp. 61–68.
- [Top79] Donald M Topkis. “Equilibrium points in nonzero-sum n-person submodular games”. In: *Siam Journal on control and optimization* 17.6 (1979), pp. 773–787.
- [Tsi+15] Eirini Eleni Tsiropoulou et al. “Combined power and rate allocation in self-optimized multi-service two-tier femtocell networks”. In: *Computer Communications* 72 (2015), pp. 38–48.
- [TVP12] Eirini Eleni Tsiropoulou, Panagiotis Vamvakas, and Symeon Papavassiliou. “Energy efficient uplink joint resource allocation non-cooperative game with pricing”. In: *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*. 2012, pp. 2352–2356.

- [TVP13] Eirini Eleni Tsiropoulou, Panagiotis Vamvakas, and Symeon Papavassiliou. “Joint utility-based uplink power and rate allocation in wireless networks: a non-cooperative game theoretic framework”. In: *Physical Communication* 9 (2013), pp. 299–307.
- [TVP17 α] Eirini Eleni Tsiropoulou, Panagiotis Vamvakas, and Symeon Papavassiliou. “Joint customized price and power control for energy-efficient multi-service wireless networks via S-modular theory”. In: *IEEE Transactions on Green Communications and Networking* 1.1 (2017), pp. 17–28.
- [TVP17 β] Eirini Eleni Tsiropoulou, Panagiotis Vamvakas, and Symeon Papavassiliou. “Supermodular game-based distributed joint uplink power and rate allocation in two-tier femtocell networks”. In: *IEEE Transactions on Mobile Computing* 16.9 (2017), pp. 2656–2667.
- [VM07] John Von Neumann and Oskar Morgenstern. *Theory of games and economic behavior (commemorative edition)*. Princeton university press, 2007.
- [Yat+95] Roy D. Yates et al. “A framework for uplink power control in cellular radio systems”. In: *IEEE Journal on selected areas in communications* 13.7 (1995), pp. 1341–1347.
- [Zha+10] Jianmin Zhang et al. “Optimal distributed subchannel, rate and power allocation algorithm in OFDM-based two-tier femtocell networks”. In: *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC 2010-Spring)*. 2010, pp. 1–5.
- [Zha+14] Jun Zhao et al. “Game theory based energy-aware uplink resource allocation in OFDMA femtocell networks”. In: *International Journal of Distributed Sensor Networks* 10.3 (2014), p. 658158.

Ελληνικός όρος

διάχυτη υπολογιστική
παίγνια σε κανονική μορφή αναπαράστασης
γενικευμένη ισορροπία κατά Nash
βέλτιστη απόκριση
δυναμική των βέλτιστων αποκρίσεων
παίγνια σε μορφή ικανοποίησης
ισορροπία ικανοποίησης
αποδοτική ισορροπία ικανοποίησης
κατανομή ισχύος εκπομπής
συνάρτηση ευχαρίστησης
βέλτιστη ισορροπία ικανοποίησης
στρατηγικό προφίλ
διάνυσμα ισχύων
κατά συνιστώσες
κυριαρχεί κατά Pareto
βέλτιστο κατά Pareto
δικτυωτή δομή
συμπληρωμένο δικτυωτό

Αγγλικός όρος

pervasive computing
games in normal form
generalized nash equilibrium
best response correspondence
best response dynamics
games in satisfaction form
satisfaction equilibrium
efficient satisfaction equilibrium
power control
utility function
minimum efficient satisfaction equilibrium
strategy profile
power vector
componentwise
Pareto Dominates
Pareto optimal
lattice
complete lattice

