

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Τομεασ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΌΦΑΣΕΩΝ

**Μέτρηση ομοφωνίας βάση πολυκριτήριας ανάλυσης αβεβαιοτήτων που σχετίζονται με πολλαπλούς αποφασίζοντες, με εφαρμογή σε κλιματική πολιτική**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΥ Ε. ΝΑΖΟΥ

**Επιβλέπων**: Χάρης Δούκας

Αναπλ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούνιος 2020



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Τομεας ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΌΦΑΣΕΩΝ

**Μέτρηση ομοφωνίας βάση πολυκριτήριας ανάλυσης αβεβαιοτήτων που σχετίζονται με πολλαπλούς αποφασίζοντες, με εφαρμογή σε κλιματική πολιτική**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΥ Ε. ΝΑΖΟΥ

|  |  |
| --- | --- |
| Επιβλέπων: | Χάρης Δούκας |
|  | Αναπλ. Καθηγητής Ε.Μ.Π. |

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 16η Ιουλίου 2020.

................................... ................................... ...................................

Χ. Δούκας Ι. Ψαρράς Δ. Ασκούνης

Αναπλ. Καθηγητής ΕΜΠ Καθηγητής ΕΜΠ Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούνιος 2020

...................................

**ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΣ ΝΑΖΟΣ**

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Eλευθέριος Νάζος, 2020

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, απόθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, απόθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

**Περίληψη**

Πέρα από την πολυκριτήρια ανάλυση προβλημάτων εξίσου σημαντική είναι η μέτρηση ομοφωνίας. Ο σκοπός της εργασίας είναι η παρουσίαση, και εκτενής ανάλυση μεθόδων ομοφωνίας σε περιβάλλοντα που προκύπτουν από ΤOPSIS ανάλυση. Συγκεκριμένα αναλύονται τρεις μέθοδοι μέτρησης της ομοφωνίας με πολλαπλούς αποφασίζοντες. Στόχος είναι και η αυτοματοποίηση των μεθόδων, αλγοριθμικά, κατά το μέγιστον δυνατό. H υπολογιστική υλοποίηση γίνεται με γλώσσα Python. Η ομοφωνία μετριέται επίσης και από την σκοπιά της στατιστικής και γίνεται αναφορά στην ατομική και συλλογική συνέπεια των αποφασιζόντων. Εξετάζονται τρόποι βελτίωσης της ομοφωνίας, και αναλύεται μια μέθοδος προσδιορισμού των βαρών των αποφασιζόντων για την εύρεση μια συλλογικής απόφασης αξιοποιώντας την έννοια της συνεργατικότητας. Επιπλέον, συνδυάζεται η μέτρηση της ομοφωνίας με την έννοια του κόστους. Τέλος, οι τρεις βασικές μέθοδοι αξιοποιούνται πρακτικά για μια εφαρμογή στον τομέα της χαλυβουργίας στην Αυστρία, στην απoτίμηση ρίσκων αξιολογημένα ως προς κάποια κριτήρια, με στόχο την μείωση εκπομπών διοξειδίου του άνθρακα στην ατμόσφαιρα.

**Λέξεις-Κλειδιά**: μέτρηση ομοφωνίας, , πολυκριτήρια ανάλυση αποφάσεων, TOPSIS ανάλυση, συλλογική απόφαση, πολλαπλοί αποφασίζοντες, μέθοδος αναλυτικής ιεράρχησης, βελτιστοποίηση, σύνολα ασαφών προτιμήσεων, μέτρηση διαφωνίας, μέτρηση συνεργατικότητας, ατομική συνέπεια, συλλογική συνέπεια, βελτίωση ομοφωνίας, κλιματική πολιτική.

**Αbstract**

Apart from multicriteria decision analysis of problems, it is equally important to measure consensus. The purpose of this work is to present, and extensively analyze, methods of consensus measuring mainly in environments arising from TOPSIS multicriteria analysis. Specifically, three methods of measuring consensus are analyzed. At the same time, the goal is to automate the methods, algorithmically as much as possible. Python programming language has been used for implementation.   
Consensus is also measured from the statistical point of view and reference is made to the individual and collective consistency of the decision makers. Within the methods that are analyzed, ways to improve the level of consensus are explored, and a method of determining the weights of decision-makers are analyzed in order to find a collective decision utilizing he concept of cooperation. At the same time, consensus is analyzed in respect with utility and cost. Finally, the three methods of measuring consensus that are proposed are practically implemented for an application regarding the Austrian steel sector, evaluating certain risks against some criteria, with the aim of reducing the level of carbon dioxide emissions into the atmosphere.

**Key Words**: consensus measuring, multicriteria-objective decision aid, TOPSIS analysis, group solution, Analytic Hierarchy Process, multiple decision makers, optimization, fuzzy preference relations, dissimilarity measuring, cooperativeness measuring, individual consistency, collective consistency, improving consensus, climate policy

**Πρόλογος**

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματοποιήθηκε στον τομέα Ηλεκτρικών Βιομηχανικών Διατάξεων και Συστημάτων Αποφάσεων της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Ε.Μ.Π., στα πλαίσια των ερευνητικών δραστηριοτήτων του Εργαστηρίου Συστημάτων Αποαπότίμησηφάσεων και Διοίκησης.

Με την ευκαιρία που μου δίνεται μέσω της ολοκλήρωσης της διπλωματικής εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή του Ε.Μ.Π. κ. Χάρη Δούκα για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε για την ανάληψη της συγκεκριμένης διπλωματικής και την ευκαιρία να ασχοληθώ με ενα πολύ ενδιαφέρον θέμα.

Στη συνέχεια, ευχαριστώ ιδιαιτέρως τον Διδάκτορα Αλέξανδρο Νίκα, οπού βοηθούσε διαρκώς με επίλυση απόριών, με καθοδηγούσε κατάλληλα όταν αντιμετώπιζα κάποιες δυσκολίες με το βιβλιογραφικό υλικό και πρότεινε εναλλακτικές λύσεις ορισμενα σημαντικά σημεία της εκπόνησης της διπλωματικής. Επίσης ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλω και στον υποψήφιο Διδάκτορα Aποστόλη Αρσενόπουλο. Η εκτενής βοήθεια του στα πλαίσια του κομματιού της εφαρμογής και οι υποδείξεις του ήταν απαραίτητες για την επιτυχή ολοκλήρωση της εργασίας.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου που με υποστήριξαν ώστε να πετύχω τους στόχους μου, και τους φίλους μου Άγγελο, Aποστόλη και Περικλή που αποτέλεσαν πυλώνες συνεργατικότητας καθ’ όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

**Περιεχόμενα**

[1. Εισαγωγή 14](#_Toc45580485)

[2. Μέτρηση ομοφωνίας βάσει της συλλογικής απόφασης 17](#_Toc45580486)

[2.1 Ανάλυση μεθόδου 17](#_Toc45580487)

[2.2 Εφαρμογή μεθόδου με τιμές TOPSIS 20](#_Toc45580488)

[2.3 Εφαρμογή μεθόδου με ακέραιες τιμές κατάταξης 27](#_Toc45580489)

[3. Μέτρηση ομοφωνίας με ζεύγη διαφωνιών 29](#_Toc45580490)

[3.1 Aνάλυσημεθόδου 29](#_Toc45580491)

[3.2 Ενσωμάτωση της δεύτερης μεθόδου ομοφωνίας για τη μέθοδο TOPSIS 33](#_Toc45580492)

[3.3 Εφαρμογή μεθόδου με τιμές TOPSIS 34](#_Toc45580493)

[3.4 Εφαρμογή μεθόδου με ακέραιες τιμές κατάταξης 37](#_Toc45580494)

[3.5 Αδιαφορία εναλλακτικών με τιμές TOPSIS 41](#_Toc45580495)

[4. Μέτρησης ομοφωνίας με σχέσεις προτιμήσεων & διαδικασία βελτίωσης ομοφωνίας 42](#_Toc45580496)

[4.1 Aνάλυση μεθόδου 42](#_Toc45580497)

[4.2 Εφαρμογή με τιμές TOPSIS 45](#_Toc45580498)

[5. Aνασκόπηση εργαλείων και δεικτών γύρω από την μελέτη ομοφωνίας 53](#_Toc45580499)

[5.1 Σύνολα ασαφούς προτίμησης 53](#_Toc45580500)

[5.2 Μετασχηματισμός δεδομένων σε σχέσεις ασαφούς προτίμησης 53](#_Toc45580501)

[5.3 Aτομική και συλλογική συνέπεια 55](#_Toc45580502)

[5.4 Βελτίωση ομοφωνίας και προσδιορισμός βαρών των αποφασιζόντων βάση της συνεργατικότητας. 57](#_Toc45580503)

[5.5 Aνασκόπηση τρόπων μέτρησης ομοφωνίας εναλλακτικών 59](#_Toc45580504)

[5.6 Mέτρηση ομοφωνίας με δύο στατιστικά μέτρα απόκλισης. 60](#_Toc45580505)

[5.7 Ανάλυση και μέτρηση ομοφωνίας με ανάλυση κόστους 62](#_Toc45580506)

[6. Aξιολογώντας το ρίσκο αλλαγής σε εναλλακτικές χαμηλών εκπομπών στον τομέα χαλυβουργιάς στην Αυστρία 66](#_Toc45580507)

[6.1 Εφαρμογή με την μέτρηση ομοφωνίας βάσει της συλλογικής λύσης 68](#_Toc45580508)

[6.2 Εφαρμογή μέτρησης ομοφωνίας με την μέθοδο διαφωνίας ζευγών αποφασιζόντων 73](#_Toc45580509)

[6.3 Εφαρμογή μέτρησης ομοφωνίας με σχέσεις προτίμησης & βελτίωση της ομοφωνίας 79](#_Toc45580510)

[6.4 Έλεγχος συνέπειας τελικού πίνακα 86](#_Toc45580511)

[7. Συμπεράσματα και Προοπτικές 88](#_Toc45580512)

[8. Βιβλιογραφία 90](#_Toc45580513)

[9. Παράρτημα 93](#_Toc45580514)

# Εισαγωγή

Το πρόβλημα συνδυασμού συνόλων κατάταξης εναλλακτικών σε ενα γενικό σύνολο κατάταξης, που να αντιπροσωπεύει ορθά τις προτιμήσεις πιθανών αποφασιζόντων αποτελεί πεδίο μελέτης πάνω από 200 χρόνια.Η λεγόμενη θεωρία αποφάσεων είναι ένα σύμπλεγμα τεχνικών και διαδικασιών για να αξιοποιηθούν και να χρησιμοποιηθούν προτιμήσεις. Στην πολυκριτήρια ανάλυση προβλημάτων με πολλαπλούς αποφασίζοντες, η ομάδα των αποφασιζόντων μπορεί να είναι ετερογενής η ομοιογενής. Στις ετερογενείς ομάδες αποδίδονται διαφορετικά βάρη στους αποφασίζoντες για εκτέλεση διαδικασιών, και την εύρεση μιας ομαδικής λύσης, ενώ στις ομοιογενής όχι. Mε βάση τον τύπο και τα χαρακτηριστικά του προβλήματος, έχουν αναπτυχθεί πολλοί τρόποι προσέγγισης όπως, απλοί μέθοδοι βαρών, ΑΗP τύπου (Chiclana , Herrera, & Herrera-Viedma, 2001), (Van Den Honert & Lootsma, 1997) κατάταξης (Hong-gang, Wang, & Hong-yu, 2020), μεγίστου-ελαχίστου, λεξικογραφικοί μέθοδοι (Αlonso, Cabrerizo, Perez, & Herrera-Viedma, 2013), (Herrera, Herrera-Viedma , & Verdegay, 1995), (Wu & Xu, 2012) και ασαφούς προτίμησης (Xu Z. , 2009).

Βάσει αυτών, ορίζεται η oμοφωνία των αποτελεσμάτων ενός πολυκριτηριακού προβλήματος. Η ομοφωνία είναι ως έννοια η αυστηρή συμφωνία όλων των αποφασιζόντων για όλες τις πιθανές εναλλακτικές λύσεις. Ορίζεται ως ‘μια απόφαση που επιτυγχάνεται όταν τα περισσότερα μέλη της ομάδας συμφωνούν για μια σαφή επιλογή και οι λίγοι που αντιτίθενται σε αυτήν πιστεύουν πως είχαν μια ευκαιρία να επηρεάσουν την επιλογή. Όλα τα μέλη της ομάδας συμφωνούν να στηρίξουν την απόφαση. (Ness & Hoffman, 1998). Όταν μια ομάδα λειτουργεί με ένα τρόπο που δεν φοβάται την διαφωνία και δεν είναι εχθρική σε αυτήν, χτίζεται μια ισχυρότερη βάση για πιο δημιουργικές αποφάσεις. Είναι μια οδός για μια πραγματική ομαδική επιλογή. Για τον σκοπό αυτό χρειάζονται: ισχυρή ηγεσία, μέλη τα οποία είναι πρόθυμα να εξηγήσουν τις απόψεις τους, μια ανοικτή ατμόσφαιρα ειλικρίνειας μεταξύ των μελών και πρόθεση να αντιμετωπιστούν διαφορές. Πρέπει να εκληφθεί ως μια δημιουργική διαδικασία και όχι ως αδιέξοδο πρωτοβουλίας, κάτι που δυσκολεύει τα έργα.

Αν χρειάζεται να βελτιωθεί η ομοφωνία, με την βοήθεια ενός μηχανισμού ανάδρασης, οι αποφασίζοντες αλλάζουν τις αποφάσεις τους περί των εναλλακτικών, μεθοδικά, μέχρι να επιτευχθεί συνολικά το επιθυμητό επίπεδο ομοφωνίας. Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι η διαδικασία επιλογής αλλαγής τιμών μπορεί να είναι ανεξάρτητη από αυτήν της ομοφωνίας. Πραγματοποιείται στο σημείο της ανάδρασης ώστε να παράγεται μια προσωρινή συλλογική λύση ή για την επιλογή συγκεκριμένων αποφασιζόντων που πρέπει να διαμορφώσουν την άποψη τους έναντι ορισμένων ή όλων των εναλλακτικών.

Πιο τεχνικά, μας απασχολούν τα εξής θέματα:

Α) Ο τρόπος ποσοτικοποίησης του επιπέδου ομοφωνίας, και η διαμόρφωση δεικτών που χρειάζονται για αυτήν.

Β) Αν η ομοφωνία δεν ικανοποιεί ένα επιθυμητό επίπεδο, πώς συστήνουμε αλλαγές για την βελτίωση επιπέδου ομοφωνίας.

Γ) Ο τρόπος με τον οποίο καταλήγουμε σε μια ομαδική λύση, που είναι ικανοποιητική για όλους όταν δεν έχουμε 100% ομοφωνία, και οι αποφασίζοντες δεν μπορούν να αλλάξουν περαιτέρω τις απόψεις τους.

Στην πραγματικότητα, η διαφωνία μεταξύ των αποφασιζόντων είναι αναπόφευκτη και ακόμη και χρήσιμη. Η απόλυτη συμφωνία μεταξύ αποφασιζόντων αποτελεί ένδειξη ότι το πρόβλημα είναι ασήμαντο και δεν απαιτεί πολλούς αποφασίζοντες (Ζhifeng, 2005). Κάποια από τα βασικά θέματα και δυσκολίες που παρουσιάζονται συχνά είναι σε θέματα ομοφωνίας είναι:

* Ο τομέας στον οποίον εργάζονται οι αποφασίζοντες είναι πολύ περίπλοκος, με κάποια μερική διαφωνία να είναι αναπόφευκτη. Ενδεχομένως υπάρχει ενιαία βέλτιστη λύση.
* Η κατηγοριοποίηση εναλλακτικών, όπου οι αποφασίζοντες διαφωνούν σε κάποιες εναλλακτικές, αλλά συμφωνούν σε κάποιες άλλες.
* Οι αποφασίζοντες εργάζονται γενικά σε δυναμικές καταστάσεις που χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητα με συχνή ενημέρωση Έτσι, τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι ειδικοί είναι απρόβλεπτα, με εξελισσόμενους περιορισμούς.
* Οι αποφασίζοντες εργάζονται σε τομείς όπου η επιστήμη εξελίσσεται διαρκώς, με αποτέλεσμα οι τιμές εναλλακτικών να μην θεωρούνται αξιόπιστες, έχοντας μεταβλητό χαρακτήρα.

Συνήθως, ένα μοντέλο απόφασης ακολουθεί μια μαθηματική διαδικασία. Το μοντέλο αυτό μπορεί να επιβάλλει συνέπεια και ακρίβεια στις αποφάσεις. Οι αποφασίζοντες όμως, δεν είναι κατανάγκην ελαστικοί ώστε να ακολουθούν τις αποφάσεις και οδηγίες που προκύπτουν από το μοντέλο. Η διαδικασία της βελτιστοποίησης για μια ομαδική απόφαση, είναι κατά ένα βαθμό αντίθετη με τις έννοια της ομοφωνίας. Χρειάζεται λοιπόν να υπάρχει πλήρη συνεργασία για να πετυχαίνεται μέγιστη ομοφωνία (Qingxing Dong, 2016). Δεν καθορίζεται μόνο από το άτομο εάν μια συγκεκριμένη ανησυχία εμποδίζει τη ομοφωνία. Αποφασίζεται σε συνεργασία με ολόκληρη την ομάδα.

Στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας επιλέγεται αρχικά μια πολυκριτήρια μέθοδος συσσωμάτωσης, για την άντληση μιας συλλογικής απόφασης, η οποία είναι η TOPSIS. Το στάδιο συσσωμάτωσης αποτελεί βασικό μέρος για την μελέτη της ομοφωνίας, αφού η διαφορετική συλλογική αποφάση σημαίνει και διαφορετική μέτρηση ομοφωνίας. Για τον σκοπό της διπλωματικής εξετάζουμε το πρόβλημα ομοφωνίας τόσο από τη σκοπιά της συμφωνίας όσο και από αυτή της διαφωνίας. Στις μεθόδους μέτηρης ομοφωνίας χρησιμοποιείται μια απλή συνάρτηση απόστασης *d* (*V i, V c*), όπου το *V i* είναι ένα διάνυσμα που περιέχει την τιμή θέσης κάθε εναλλακτικής *xj* στην κατάταξη, και ένα διάνυσμα *V c* που περιέχει τις τιμές της συλλογικής λύσης. Σε αυτή την εργασία ερευνούνται τρεις διαδικασίες. H διαδικασία για την εύρεση βαθμού ομοφωνίας, η διαδικασία αξιολόγησης αυτού, και η βελτίωση της ομοφωνίας. Το κύριο μέρος της εργασίας αποτελούν τρεις βασικοί μέθοδοι μέτρησης της ομοφωνίας οι οποίες αναλύονται με παραδείγματα.

Η διπλωματική εργασία διαρθρώνεται ως εξής:

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται μια μέθοδος μέτρησης ομοφωνίας που αξιοποιεί την συλλογική λύση και αξιολογεί την εγγύτητα των αποφασιζόντων συναρτήσει της συλλογικής λύσης. Βάση αυτών, δίνονται παραδείγματα με ακέραιες τιμές κατάταξης και τιμές που προκύπτουν απο πολυκριτήρια ανάλυσης TOPSIS.

Στο Κεφάλαιο 3 αναλύεται μια μέθοδος που βασίζεται στα ζεύγη διαφωνιών των αποφασιζόντων, και προτείνεται μια συλλογική λύση ως αποτέλεσμα ελαχιστοποίησης των διαφωνιών έναντι πιθανών θέσεων κατάταξης. Επιπλέον προτείνουμε μια διαφορετική προσέγγιση μέτρηση της ομοφωνίας της μεθόδου ώστε να μην υπάρχει απώλεια πληροφορίας και να είναι συμβατή με τα δεδομένα TOPSIS. Αναλύεται το ίδιο παράδειγμα του κεφαλαίου 2 με τιμές TOPSIS αλλά και με ακέραιες τιμές κατάταξης. Eπίσης συνδυάζεται η περίπτωση αδιαφορίας εναλλακτικών για τιμές TOPSIS.

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται μια μέθοδος μέτρησης ομοφωνίας η οποία χρησιμοποιεί AHP τιμές. Η βασική διαφορά με τις δύο προηγούμενες μεθόδους είναι πως αναλύεται μια αλγοριθμική διαδικασία βελτίωσης της ομοφωνίας, η οποία μεταχειρίζεται τις διαφωνίες των αποφασιζόντων ως πιθανότητες αλλαγής απόψεων. Όπως στα κεφάλαια 2 και 3, αναλύεται ένα παράδειγμα με τιμές ΤΟPSIS.

Στο Κεφάλαιο 5 γίνεται βιβλιογραφική ανασκόπηση εργαλείων που σχετίζονται άμεσα με την διαδικασία μέτρησης της ομοφωνίας. Γίνεται μια σύντομη εισαγωγή των ασαφών συνόλων προτιμήσεων που αξιοποιούνται για την μέτρηση της ατομικής, και της συλλογικής συνέπειας των αποτελεσμάτων ενός προβλήματος μέτρησης ομοφωνίας. Εισάγεται μια μέθοδος που βασίζεται σε δύο μέτρα στατιστικής απόκλισης και επιπλέον προσδιορίζονται τα βάρη των αποφασίζοντων για την διαμόρφωση της συλλογικής απόφασης κατά τη διάρκεια βελτίωσης της ομοφωνίας αξιοποιώντας την έννοια της συνεργατικότητα.

Στο Κεφάλαιο 6 οι τρεις μέθοδοι των κεφαλαίων 2, 3 και 4 εφαρμόζονται για την ανάλυση ενός προβλήματος κλιματικής πολιτικής, στον τομέα της χαλυβουργίας στην Αυστρία.

Στο Κεφάλαιο 7 αναλύουμε συμπεράσματα στα οποία καταλήγουμε με βάση τις αναλύσεις των προηγούμενων κεφαλαίων, επαναδιατυπώνουμε πλεονέκτηματα και μειονεκτήματα των τριών βασικών μεθόδων και προσδιορίζουμε προοπτικές που παρουσιάζονται γύρω από την μέτρηση ομοφωνίας.

Στο Κεφάλαιο 8 καταγράφεται η βιβλιογραφία που χρησιμοποιήθηκε για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής, και στο Κεφάλαιο 9 παρατίθενται οι πίνακες και η αλγοριθμική διαδικασία της 3ης μεθόδου που χρειάστηκαν για την εφαρμογή στο κεφάλαιο 6.

# Μέτρηση ομοφωνίας βάσει της συλλογικής απόφασης

## 2.1 Ανάλυση μεθόδου

Η μελέτη των μεθόδων μέτρησης ομοφωνίας είναι ένας σημαντικός τομέας έρευνας στην ανάλυση αποφάσεων και στη λήψη πολυκριτηριακών αποφάσεων. Oι (Bender & Simonovic, 1997) υποστήριξαν ότι ο βαθμός ομοφωνίας μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μέτρο αειφορίας για σχέδια ανάπτυξης, περιγράφοντας το επίπεδο στο οποίο οι υπεύθυνοι λήψης αποφάσεων είναι ικανοποιημένοι με τη λύση της ομάδας. Υλοποίησαν πέντε μεθόδους μέτρησης ομοφωνίας για ενα πρόβλημα υδατικών πόρων (Kuncheva, 1994). Παράλληλα, την τελευταία δεκαετία, έχουν προταθεί αρκετά νέα μοντέλα μέτρησης ομοφωνίας από επιστήμονες στον τομέα της τεχνητής νοημοσύνης συστημάτων. Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η μέθοδος μέτρησης ομοφωνίας των (Chiclana, , Herrera , & Herrera-Viedma, 2002) και παρουσιάζονται τα ειδικά χαρακτηριστικά της με λεπτομέρεια.

Γενικά τα δεδομένα εισόδου είναι μορφής *k* [*N*∗*Μ*] πινάκων ή *k* [N\*1] πινάκων (Ν εναλλακτικές, Μ κριτήρια). Η πρώτη μορφή υποδηλώνει την συγκέντρωση k πινάκων, έναν για κάθε αποφασίζοντα, οι οποίοι είναι πολυκριτηριακοί μορφής Ν\*Μ. Αν είναι μορφής σχέσεων προτίμησης θα είναι μορφής Ν\*Ν, όπου οι γραμμές και οι στήλες αναφέρονται σε εναλλακτικές. Τα κριτήρια αξιολόγησης των εναλλακτικών δεν είναι αναγκαστικά όσα και οι εναλλακτικές, και μπορεί να είναι ή μορφής αξίας, ή μορφής ρίσκου.

Στόχος είναι η κατάταξη των εναλλακτικών για κάθε αποφασίζοντα . Ως αποτέλεσμα έχουμε ένα σύνολο όπου m είναι το πλήθος των εναλλακτικών και k το πλήθος αποφασιζόντων. Το στοιχείο είναι η τιμή της θέσης κατάταξης της i εναλλακτικής του k αποφασίζοντα. Έπειτα υπoλογίζεται η εγγύτητα της κάθε εναλλακτικής ανά αποφασίζοντα , συγκρίνοντας τις θέσεις κατάταξης του αποφασίζοντα με τη συλλογική κατάταξη. Αυτή η συνάρτηση διαφωνίας είναι της μορφής *f*(*x*) = (*a* ∗ *x*) *b, b* ≥ 0.

(2.1)

όπου το b μπορεί να είναι 1, ½ , , . Η μεταβλητή *Ric*  είναι η τιμή της θέσης κατάταξης της συγκεκριμένης εναλλακτικής στην ομαδική λύση. Όσο μικρότερη είναι η τιμή του b τόσο ανάλογα μικρότερη θα είναι και η τιμή της συνάρτησης διαφωνίας. Η επιλογή για τη παράμετρο b είναι προαιρετική. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περιπτώσεις που οι πιθανές διαφορές σημαίνουν μεγάλο πρόβλημα για την επιλογή απόφασης, δηλαδή με λίγα λόγια και η λίγη διαφωνία είναι ανεπιθύμητη. Έπειτα ακολουθεί η άθροιση των διαφορών της εξίσωσης 1.1 για κάθε αποφασίζοντα, κάθε φορά ανά μια εναλλακτική.

(2.2)

Έχοντας τον βαθμό ομοφωνίας κάθε εναλλακτικής, υπολογίζεται ο κατάλληλα σταθμισμένος μέσος όρο των παραπάνω δεικτών, αντιστοιχώντας βάρη από την μια στον μέσο όρο των δεικτών , και από την άλλη στον δείκτη που αντιστοιχεί στην εναλλακτική που βρίσκεται πρώτη στην κατάταξη της συλλογικής λύσης. Aυτό αναπαριστά η παράμετρος β. Έτσι λαμβάνουμε τον βαθμό ομοφωνίας. (Yager & FIlev, 1994).

(2.3)

Η σταθερά β καθορίζει την επίδραση της λύσης βαθμού ομοφωνίας κάθε εναλλακτικής, στη διαδικασία συσσωμάτωσης, για τον υπολογισμό του μέτρου ομοφωνίας. Οι (Chiclana , Herrera, & Herrera-Viedma, 2001) προτείνουν πως οι κατάλληλες τιμές του β βρίσκονται στο διάστημα [0.7,0.9]. Ακολουθεί η μέτρηση της εγγύτητας κάθε αποφασίζοντα με την ομαδική λύση. Παρόμοια δίνεται βαρύτητα στην εγγύτητα της εναλλακτικής που βρίσκεται στην πρώτη θέση στην συλλογική λύση. Αυτό αναπαριστά η μεταβλητή *Dsolk,* , υποδηλώνοντας το κατάλληλο στοιχείο .

(2.4)

Όσο μεγαλύτερος είναι ο δείκτης εγγύτητας τόσο μεγαλύτερη είναι και η συμφωνία του αποφασίζοντα με την ομαδική γνώμη. Όταν το μέτρο ομοφωνίας δεν βρίσκεται στο απαιτούμενο επίπεδο, οι απόψεις των αποφασιζόντων πρέπει να αλλάξουν. Απαίτηση είναι κάθε φορά να μειώνεται η διαφορά κενού μεταξύ των αποτελεσμάτων των εναλλακτικών και της ομαδικής λύσης. Αν *Vic* −*Vik <* 0, τότε αυξάνεται η τιμή στο xi αλλιώς μειώνεται. Αν *Vjc* −*Vji* = 0 δεν πραγματοποιείται καμία αλλαγή. Αυτή η διαδικασία μπορεί να εφαρμοστεί πολλές φορές έως ότου να ικανοποιηθεί το όριο ομοφωνίας. Βασική προϋπόθεση για την ομαλή διεξαγωγή της διαδικασίας είναι η μείωση διαφωνίας μεταξύ των αποτελεσμάτων των εναλλακτικών κάθε αποφασίζοντα και της συλλογικής λύσης. (Boroushaki & Malczewski, 2010).

Στους παρακάτω πίνακες 1 με 3, αναλύεται ένα παράδειγμα με την προαναφερθείσα διαδικασία υπολογισμού της ομοφωνίας με επιλεγμένες τιμές 0.7 και 0.8 για το β και με μια μέθοδο κανονικοποιημένων βαρών.

* Στον πίνακα 2.1, παραχωρούνται πρώτα οι τιμές αναφοράς και μετατρέπονται σε διακριτές θέσεις κατάταξης για τον υπολογισμό του .
* Γίνεται σύγκριση των τιμών κατάταξης κάθε εναλλακτικής με την αντίστοιχη θέση κατάταξης της συλλογικής λύσης του πίνακα 2.2, για κάθε αποφασίζοντα (DM). Οι τιμές του για κάθε ενδιαφερόμενο, για κάθε εναλλακτική λύση βρίσκονται στην περιοχή (0,1), αφού διαιρούμε με το πλήθος των αποφασιζόντων.
* Αθροίζοντας κατά στήλη λαμβάνουμε το SumDi και διαιρούμε με το πλήθος των εναλλακτικών. Αυτό αντιπροσωπεύεται από το CDi.
* Συγκεντρώνουμε τις τιμές αυτές, αποδίδοντας βάρος β στην CDi της εναλλακτικής λύσης που κατατάσσεται πρώτη στην συλλογική κατάταξη και βάρος 1-β στο μέσο όρο των τιμών CDi. Εναλλακτικά αποδίδουμε κατάλληλα βάρη σε κάθε εναλλακτική, διαιρώντας την τιμή της κατάταξης κάθε εναλλακτικής με το άθροισμα των τιμών αυτών. Ο τύπος είναι ο εξής: Το αποτέλεσμα φαίνεται στην τελευταία γραμμή του πίνακα 2.1.

**Πίνακας 2.1** Διαδικασία μέτρησης ομοφωνίας, με δύο τρόπους (με παράμετρο β και με σταθμισμένο μέσο όρο)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** | **A5** |
| **DM1** | 0,73485 | 0,56925 | 0,68724 | 0,824895 | 0,54855 |
| **DM2** | 0,2898 | 0,18423 | 0 | 0,005175 | 0,27945 |
| **DM3** | 0,7245 | 0,49266 | 0,4347 | 0,54855 | 0,54855 |
| **DM4** | 0,25875 | 0 | 0 | 0 | 0,25875 |
| **DM5** | 0,4347 | 0,3312 | 0,18837 | 0,359145 | 0,433665 |
| **DM6** | 0,36225 | 0,005175 | 0,00207 | 0,052785 | 0,261855 |
|  |  |  |  |  |  |
| **DM1** | 2 | 4 | 3 | 1 | 5 |
| **DM2** | 2 | 3 | 5 | 4 | 1 |
| **DM3** | 1 | 3 | 4 | 2 | 2 |
| **DM4** | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| **DM5** | 1 | 4 | 5 | 3 | 2 |
| **DM6** | 1 | 4 | 5 | 3 | 2 |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
| **DM1** | 0,25 | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 0,75 |
| **DM2** | 0,25 | 0 | 0 | 0 | 0,25 |
| **DM3** | 0 | 0 | 0,25 | 0,5 | 0 |
| **DM4** | 0 | 0,25 | 0,75 | 0,5 | 0,25 |
| **DM5** | 0 | 0,25 | 0 | 0,25 | 0 |
| **DM6** | 0 | 0,25 | 0 | 0,25 | 0 |
|  |  |  |  |  |  |
| **SumDi** | 0,5 | 1 | 1,5 | 2,25 | 1,25 |
|  |  |  |  |  |  |
| **CDi** | 0,9167 | 0,8333 | 0,75 | 0,625 | 0,79167 |
| **CM(β=0,7)** | 0,8767 |  |  |  |  |
| **CM(β=0,8)** | 0,89 |  |  |  |  |
| **CM (weights)** | 0,8354 |  |  |  |  |

**Πίνακας 2.2** Συλλογική λύση και συλλογική κατάταξη

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Συλλογικές τιμές** | **Κατάταξη** |
| **A1** | 0,401775 | 1 |
| **A2** | 0,13351 | 3 |
| **A3** | 0,03726 | 5 |
| **A4** | 0,063135 | 4 |
| **A5** | 0,36432 | 2 |
|  |  |  |

Τα αποτελέσματα εξόδου διαφέρουν στην τάξη του 5%, αφού δεν υπάρχει μεγάλη διακύμανση στις τιμές αρχικών δεδομένων. Για το σκοπό της διπλωματικής έχει επιλεχθεί η σταθμισμένη κατανεμημένη μέθοδος, επειδή μετρά κάθε τιμή CDi με βάση την ακριβή θέση της μέσα στην συλλογική λύση. Αυτός ο τρόπος αποδίδει βάρη, κατάλληλα σε κάθε εναλλακτική αναλόγως με την συλλογική τιμή του πίνακα 2.2 της εναλλακτικής αυτής. Στην συνέχεια, για τον υπολογισμό του μέτρου εγγύτητας κατασκευάζουμε την 1-Di μήτρα, που φαίνεται στο πρώτο μέρος του πίνακα 2.3, προκειμένου να μετατρέψουμε τη μετρική διαφωνίας σε ένα μέτρο ομοιότητας. Οι μικρότερες διαφορές μεταξύ των υπευθύνων λήψης αποφάσεων και του συνόλου σημαίνουν μεγαλύτερη εγγύτητα για τον αποφασίζοντα. Στον πίνακα 2.3 απεικονίζονται τα αποτελέσματα του μέτρου εγγύτητας για όλους τους αποφασίζοντες, για β=0,7 και για την σταθμισμένη μέθοδο βαρών.

**Πίνακας 2.3** Υπολογισμός εγγύτητας αποφασιζόντων με δύο τρόπους

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **βάρη** | **0,401775** | **0,13351** | **0,03726** | **0,063135** | **0,36432** |
|  |  |  |  |  |  |
| **DM1** | 0,75 | 0,75 | 0,5 | 0,25 | 0,25 |
| **DM2** | 0,75 | 1 | 1 | 1 | 0,75 |
| **DM3** | 1 | 1 | 0,75 | 0,5 | 1 |
| **DM4** | 1 | 0,75 | 0,25 | 0,5 | 0,75 |
| **DM5** | 1 | 0,75 | 1 | 0,75 | 1 |
| **DM6** | 1 | 0,75 | 1 | 0,75 | 1 |
|  |  |  |  |  |  |
|  | **PM(β=0,7)** | **PM (W)** |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| **DM1** | 0,675 | 0,5269 |  |  |  |
| **DM2** | 0,795 | 0,8084 |  |  |  |
| **DM3** | 0,955 | 0,9591 |  |  |  |
| **DM4** | 0,895 | 0,816 |  |  |  |
| **DM5** | 0,97 | 0,9508 |  |  |  |
| **DM6** | 0,97 | 0,9508 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Με την σταθμισμένη μέθοδο, παρατηρούμε ότι οι τιμές είναι συνολικά μόνο ελαφρώς μικρότερες από αυτές για β = 0,7.

## 2.2 Εφαρμογή μεθόδου με τιμές TOPSIS

Η τεχνική TOPSIS είναι μια πολυκριτήρια μέθοδος ανάλυσης, που αναπτύχθηκε αρχικά από τους (Hwang & Yoon, Multiple Attrictue Decision Making: Methods and Applications, 1981) και εξελίχθηκε από τους (Hwang , Lai, & Liu, 1993). Η μέθοδος TOPSIS βασίζεται στην ιδέα μιας εναλλακτικής που έχει τη μικρότερη γεωμετρική απόσταση από μια ιδανική και θετική παράμετρο και τη μεγαλύτερη δυνατή γεωμετρική απόσταση από το λιγότερο ιδανική παράμετρο. Ενα δεδομένο της TOPSIS είναι ότι τα κριτήρια αυξάνονται ή μειώνονται μονοτονικά. Συνήθως απαιτείται κανονικοποίηση, καθώς οι παράμετροι ή τα κριτήρια είναι συχνά ασυνήθιστες διαστάσεις σε προβλήματα πολλαπλών κριτηρίων. Οι αντισταθμιστικές μέθοδοι όπως η TOPSIS επιτρέπουν την αντιστάθμιση μεταξύ κριτηρίων, όπου ένα κακό αποτέλεσμα σε ένα κριτήριο μπορεί να αναιρεθεί από ένα καλό αποτέλεσμα σε ένα άλλο κριτήριο (Assari, Mahesh, & Assari, 2012).

* Έχοντας ως αναφορά έναν πίνακα, τον κανονικοποιούμε, διαιρώντας κάθε τιμή με το RSS (root square sum value) .
* Πολλαπλασιάζουμε αυτές τις νέες τιμές με τα αντίστοιχα βάρη των αποφασιζόντων. Αν δεν υπάρχει πληροφορία για βάρος, τότε το βάρος θα είναι το ίδιο για όλους (1 / n).
* Στη συνέχεια, επιλέγεται η χειρότερη και την καλύτερη περίπτωση από κάθε στήλη και έπειτα υπολογίζουμε την ευκλείδεια απόσταση από τη χειρότερη και την καλύτερη περίπτωση αντίστοιχα για κάθε σειρά.

, είναι η απόσταση από την ιδανική θετική περίπτωση.

, είναι η απόσταση από την ιδανική αρνητική περίπτωση.

* To τελικό score υπολογίζεται ως .

Παρακάτω παρουσιάζεται ο πίνακας τιμών TOPSIS που θα αξιοποιηθεί σε όλα τα επόμενα παραδείγματα των κεφαλαίων που ακολουθούν. Ο πίνακας 2.4 απεικονίζει τα αποτελέσματα που προέκυψαν απο την εφαρμογή της ΤΟPSIS σε ένα πρόβλημα με 6 αποφασίζοντες και 12 εναλλακτικές. Παραχωρούνται επίσης η μέση τιμή και διακύμανση των τιμών κάθε αποφασίζοντα.

**Πίνακας 2.4** Τιμές TOPSIS εναλλακτικών παραδείγματος

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** |
| **A1** | 0,46287 | 0,46960 | 0,42885 | 0,54259 | 0,52279 | 0,32016 |
| **A2** | 0,34726 | 0,53342 | 0,46015 | 0,33766 | 0,46853 | 0,55092 |
| **A3** | 0,48739 | 0,44674 | 0,47238 | 0,41470 | 0,51566 | 0,30327 |
| **A4** | 0,54393 | 0,52430 | 0,61564 | 0,36597 | 0,47180 | 0,55033 |
| **A5** | 0,48555 | 0,52463 | 0,33515 | 0,44340 | 0,47494 | 0,39397 |
| **A6** | 0,65775 | 0,53148 | 0,58640 | 0,67022 | 0,40644 | 0,40093 |
| **A7** | 0,42159 | 0,42052 | 0,27788 | 0,32681 | 0,22684 | 0,66228 |
| **A8** | 0,45693 | 0,35513 | 0,41124 | 0,34160 | 0,36953 | 0,58983 |
| **A9** | 0,31998 | 0,46892 | 0,33103 | 0,52993 | 0,35118 | 0,35522 |
| **A10** | 0,34109 | 0,46452 | 0,40311 | 0,48166 | 0,51240 | 0,34180 |
| **A11** | 0,82483 | 0,76456 | 0,78330 | 0,93017 | 0,80435 | 0,74119 |
| **A12** | 0,83630 | 0,84103 | 0,68449 | 0,95558 | 0,84120 | 0,58890 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| **μ** | 0,51545 | 0,52874 | 0,48247 | 0,52836 | 0,49714 | 0,48323 |
| **σ** | 0,16666 | 0,13322 | 0,14753 | 0,20914 | 0,16704 | 0,14152 |

Αρχικά για την εκτέλεση της μεθόδου TOPSIS χρειαζόμαστε την συλλογική κατάταξη των εναλλακτικών. Για αυτό, θα εφαρμόσουμε την μέθοδο TOPSIS. Στον πίνακα 2.5 φαίνεται το πρώτο στάδιο της ανάλυσης, όπου διαιρούμε τις τιμές του πίνακα 2.4 με τη ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των τιμών, ανα στήλη. Οι τιμές είναι RSS=[1,88. 1,89. 1,75. 1,97. 1,82. 1,74] αντίστοιχα για κάθε αποφασίζοντα.

**Πίνακας 2.5** Διαίρεση με RSS (διαδικασία TOPSIS)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0,1667** | **0,1667** | **0,1667** | **0,1667** | **0,1667** | **0,1667** |
| **Α1** | 0,246652 | 0,248618 | 0,245379908 | 0,275644 | 0,287764 | 0,183546 |
| **Α2** | 0,185049 | 0,282407 | 0,263284896 | 0,171533 | 0,257894 | 0,315845 |
| **Α3** | 0,259719 | 0,236515 | 0,270285531 | 0,210672 | 0,283834 | 0,173864 |
| **Α4** | 0,289849 | 0,277579 | 0,352256426 | 0,185918 | 0,259693 | 0,315508 |
| **Α5** | 0,258741 | 0,277754 | 0,191764548 | 0,225253 | 0,261426 | 0,225864 |
| **Α6** | 0,350499 | 0,28138 | 0,335524402 | 0,340483 | 0,223721 | 0,229853 |
| **Α7** | 0,224658 | 0,222633 | 0,158995004 | 0,166022 | 0,124859 | 0,379686 |
| **Α8** | 0,243488 | 0,188012 | 0,235302774 | 0,173539 | 0,203402 | 0,338151 |
| **Α9** | 0,170511 | 0,248257 | 0,189407327 | 0,269213 | 0,193302 | 0,203651 |
| **Α10** | 0,181759 | 0,245929 | 0,230650175 | 0,244692 | 0,282044 | 0,195956 |
| **Α11** | 0,439533 | 0,404774 | 0,448187064 | 0,472539 | 0,44274 | 0,424927 |
| **Α12** | 0,445645 | 0,445258 | 0,391647227 | 0,485448 | 0,463023 | 0,33762 |

Στο πίνακα 2.6 φαίνονται οι κανονικοποιημένες τιμές του πίνακα 2.5 πολλαπλασιασμένες με τα βάρη των αποφασιζόντων. Υποθέτουμε ομοιόμορφη κατανομή βαρών. Άρα για κάθε αποφασίζοντα το βάρος λαμβάνεται ίσο με 0.1667.

**Πίνακας** 2.**6** Τιμές πολλαπλασιασμένες με κατάλληλα βάρη (διαδικασία TOPSIS)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **A1** | 0,04111 | 0,041437 | 0,040897 | 0,045942 | 0,047962 | 0,030592 |
| **A2** | 0,030842 | 0,047069 | 0,043882 | 0,028589 | 0,042983 | 0,052642 |
| **A3** | 0,043287 | 0,03942 | 0,045048 | 0,035113 | 0,047307 | 0,028978 |
| **A4** | 0,048309 | 0,046264 | 0,058711 | 0,030987 | 0,043283 | 0,052586 |
| **A5** | 0,043124 | 0,046293 | 0,031961 | 0,037543 | 0,043572 | 0,037645 |
| **A6** | 0,058418 | 0,046898 | 0,055922 | 0,056748 | 0,037288 | 0,03831 |
| **A7** | 0,037444 | 0,037106 | 0,0265 | 0,027671 | 0,02081 | 0,063282 |
| **A8** | 0,040582 | 0,031336 | 0,039218 | 0,028924 | 0,033901 | 0,05636 |
| **A9** | 0,028419 | 0,041377 | 0,031569 | 0,04487 | 0,032218 | 0,033942 |
| **A10** | 0,030294 | 0,040989 | 0,038442 | 0,040783 | 0,047008 | 0,03266 |
| **A11** | 0,073257 | 0,067464 | 0,074699 | 0,078758 | 0,073792 | 0,070823 |
| **A12** | 0,074276 | 0,074211 | 0,065276 | 0,08091 | 0,077172 | 0,056271 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| **V+** | 0,074276 | 0,074211 | 0,074699 | 0,08091 | 0,077172 | 0,070823 |
| **V-** | 0,028419 | 0,031336 | 0,0265 | 0,027671 | 0,02081 | 0,028978 |

Για την υλοποίηση του πίνακα 2.7, αφαιρούνται από κάθε τιμή του πίνακα 6 οι τιμές V- και V+, κατάλληλα για κάθε στήλη.

**Πίνακας 2.7**  Υπολογισμοί αποστάσεων από τις μέγιστες αρνητικές και θετικές τιμές (διαδικασία TOPSIS)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | **Χ(V-)** |  |  |  |
| **A1** | -0,0332 | -0,0328 | -0,0338 | -0,0350 | -0,0292 | -0,0402 |
| **A2** | -0,0434 | -0,0271 | -0,0308 | -0,0523 | -0,0342 | -0,0182 |
| **A3** | -0,0310 | -0,0348 | -0,0297 | -0,0458 | -0,0299 | -0,0418 |
| **A4** | -0,0260 | -0,0279 | -0,0160 | -0,0499 | -0,0339 | -0,0182 |
| **A5** | -0,0312 | -0,0279 | -0,0427 | -0,0434 | -0,0336 | -0,0332 |
| **A6** | -0,0159 | -0,0273 | -0,0188 | -0,0242 | -0,0399 | -0,0325 |
| **A7** | -0,0368 | -0,0371 | -0,0482 | -0,0532 | -0,0564 | -0,0075 |
| **A8** | -0,0337 | -0,0429 | -0,0355 | -0,0520 | -0,0433 | -0,0145 |
| **A9** | -0,0459 | -0,0328 | -0,0431 | -0,0360 | -0,0450 | -0,0369 |
| **A10** | -0,0440 | -0,0332 | -0,0363 | -0,0401 | -0,0302 | -0,0382 |
| **A11** | -0,0010 | -0,0067 | 0,0000 | -0,0022 | -0,0034 | 0,0000 |
| **A12** | 0,0000 | 0,0000 | -0,0094 | 0,0000 | 0,0000 | -0,0146 |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | **X(V+)** |  |  |  |
| **A1** | 0,0127 | 0,0101 | 0,0144 | 0,0183 | 0,0272 | 0,0016 |
| **A2** | 0,0024 | 0,0157 | 0,0174 | 0,0009 | 0,0222 | 0,0237 |
| **A3** | 0,0149 | 0,0081 | 0,0185 | 0,0074 | 0,0265 | 0,0000 |
| **A4** | 0,0199 | 0,0149 | 0,0322 | 0,0033 | 0,0225 | 0,0236 |
| **A5** | 0,0147 | 0,0150 | 0,0055 | 0,0099 | 0,0228 | 0,0087 |
| **A6** | 0,0300 | 0,0156 | 0,0294 | 0,0291 | 0,0165 | 0,0093 |
| **A7** | 0,0090 | 0,0058 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0343 |
| **A8** | 0,0122 | 0,0000 | 0,0127 | 0,0013 | 0,0131 | 0,0274 |
| **A9** | 0,0000 | 0,0100 | 0,0051 | 0,0172 | 0,0114 | 0,0050 |
| **A10** | 0,0019 | 0,0097 | 0,0119 | 0,0131 | 0,0262 | 0,0037 |
| **A11** | 0,0448 | 0,0361 | 0,0482 | 0,0511 | 0,0530 | 0,0418 |
| **A12** | 0,0459 | 0,0429 | 0,0388 | 0,0532 | 0,0564 | 0,0273 |

Σύμφωνα με τους τύπους, , υπολογίζουμε τις τιμές του πίνακα 2.8 χρησιμοποιώντας τις τιμές του πίνακα 2.7. Το διάνυσμα Pi προκύπτει απο τον τύπο .

**Πίνακας 2.8** Αποτελέσματα ΤΟPSIS (διαδικασία TOPSIS)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Si+ | Si- | Pi |
| **Α1** | 0,083733 | 0,039294 | 0,3194 |
| **Α2** | 0,088373 | 0,0401 | 0,3121 |
| **Α3** | 0,088262 | 0,037255 | 0,2968 |
| **Α4** | 0,075394 | 0,052243 | 0,4093 |
| **Α5** | 0,087674 | 0,034065 | 0,2798 |
| **Α6** | 0,067689 | 0,056673 | 0,4557 |
| **Α7** | 0,105472 | 0,035938 | 0,2541 |
| **Α8** | 0,094956 | 0,035105 | 0,2699 |
| **Α9** | 0,098596 | 0,024023 | 0,1959 |
| **Α10** | 0,091264 | 0,033334 | 0,2675 |
| **Α11** | 0,007914 | 0,113167 | 0,9346 |
| **Α12** | 0,017336 | 0,110457 | 0,8643 |

Με αναφορά την στήλη Pi, η οποία αντιπροσωπεύει την συλλογική απόφαση, συνεχίζουμε με την διαδικασία της ομοφωνίας. Αντί των τιμών κατάταξης θα χρησιμοποιηθούν οι αρχικές τιμές TOPSIS και θα εφαρμοστεί η μέθοδος του κεφαλαίου με κατάλληλες προσαρμογές όπου χρειάζεται. Υπολογίζεται για κάθε ενδιαφερόμενο η διαφορά μεταξύ του ατομικού του σκορ και του αντίστοιχου σκορ του Pi. Αυτό εμφανίζεται παρακάτω στον πίνακα 2.9. Δεδομένου ότι δεν χρησιμοποιήθηκαν θέσεις κατάταξης για την κατασκευή αυτού του πίνακα, δεν διαιρούμε τις τιμές διαφοράς Di με τον αριθμό των εναλλακτικών. Η εξίσωση 2.1 είναι τροποποιημένη ως εξής: Ο τύπος για τον υπολογισμό του CDi παραμένει ο ίδιος. Για παράδειγμα, στον πίνακα 9 στην πρώτη εναλλακτική Α1 το CDi θα είναι . Στη συνέχεια, υπολογίζεται το μέτρο ομοφωνίας για όλες τις προτεινόμενες β τιμές. Προτιμάται η σταθμισμένη κατανεμημένη μορφή, αφού σε αυτή την περίπτωση δεν επιλέγεται μόνο μία εναλλακτική λύση, κάτι που είναι πιο δημοκρατικό.

**Πίνακας 2.9** Υπολογισμός ομοφωνίας για διαφορετικές τιμές β

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Di** | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** | **CD(Xj)** |
| **A1** | 0,14348 | 0,15021 | 0,10946 | 0,22320 | 0,20340 | 0,00076 | 0,8616 |
| **A2** | 0,03513 | 0,22130 | 0,14802 | 0,02553 | 0,15640 | 0,23880 | 0,8625 |
| **A3** | 0,19058 | 0,14993 | 0,17557 | 0,11789 | 0,21884 | 0,00646 | 0,8568 |
| **A4** | 0,13462 | 0,11499 | 0,20633 | 0,04334 | 0,06249 | 0,14102 | 0,8829 |
| **A5** | 0,20573 | 0,24481 | 0,05533 | 0,16358 | 0,19512 | 0,11415 | 0,8369 |
| **A6** | 0,20203 | 0,07577 | 0,13069 | 0,21451 | 0,04927 | 0,05478 | 0,8788 |
| **A7** | 0,16745 | 0,16638 | 0,02374 | 0,07267 | 0,02730 | 0,40814 | 0,8557 |
| **A8** | 0,18701 | 0,08521 | 0,14133 | 0,07169 | 0,09961 | 0,31992 | 0,8493 |
| **A9** | 0,12407 | 0,27301 | 0,13511 | 0,33402 | 0,15527 | 0,15931 | 0,8032 |
| **A10** | 0,07356 | 0,19699 | 0,13558 | 0,21413 | 0,24487 | 0,07427 | 0,8434 |
| **A11** | 0,10982 | 0,17009 | 0,15134 | 0,00447 | 0,13029 | 0,19345 | **0,8734** |
| **A12** | 0,02804 | 0,02332 | 0,17985 | 0,09124 | 0,02314 | 0,27544 | 0,8965 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **CM** |  |  |  |  |  |  |
| β=0.7 | 0.8689 |  |  |  |  |  |  |
| β=0.8 | 0.8704 |  |  |  |  |  |  |
| β=0.9 | 0.8719 |  |  |  |  |  |  |

Στον πίνακα 2.10 κατασκευάζεται η στήλη W, που περιέχει τα βάρη κάθε εναλλακτικής, και προκύπτει απο τον τύπο . Πολλαπλασιάζοντας την τελευταία στήλη του πίνακα 9, η οποία προκύπτει απο τον υπολογισμό της εξίσωσης 2.2 για κάθε εναλλακτική, με την στήλη W του πίνακα 10 λαμβάνουμε τις τιμές CD(xj)\*W, που χρειάζονται για τον υπολογισμό του συνολικού βαθμού ομοφωνίας CMw σύμφωνα με την εξίσωση 2.3 , ο οποίος τελικά είναι 0,86.

**Πίνακας 2.10**  Υπολογισμός ομοφωνίας με σταθμισμένο μέσο όρο κανονικοποιημένων βαρών

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Pi** | **W** | **CD(xj)\*W** |
| **A11** | 0,9346 | 0,1923 | 0,1657 |
| **A12** | 0,8643 | 0,1779 | 0,1534 |
| **A6** | 0,4557 | 0,0938 | 0,0803 |
| **A4** | 0,4093 | 0,0842 | 0,0744 |
| **A1** | 0,3194 | 0,0657 | 0,0550 |
| **A2** | 0,3121 | 0,0642 | 0,0564 |
| **A3** | 0,2968 | 0,0611 | 0,0523 |
| **A5** | 0,2798 | 0,0576 | 0,0489 |
| **A8** | 0,2699 | 0,0555 | 0,0446 |
| **A10** | 0,2675 | 0,0551 | 0,0464 |
| **A7** | 0,2541 | 0,0523 | 0,0457 |
| **A9** | 0,1959 | 0,0403 | 0,0361 |
|  |  |  |  |
|  |  | **CMw** | 0,8593 |

Για τον υπολογισμό του μέτρου εγγύτητας με την σταθμισμένη μέθοδο βαρών όπως και παραπάνω, κατασκευάζεται ο πίνακας (1-Di) έχοντας αναφορά τον πίνακα 2.9, πολλαπλασιάζεται κάθε τιμή με τα αντίστοιχα βάρη W της 3ης στήλης του πίνακα 2.10 και στη συνέχεια αθροίζεται κάθε στήλη (όλες οι εναλλακτικές για κάθε αποφασίζοντα) για να λάβουμε το PM(W) σύμφωνα με την εξίσωση 2.4. Επίσης δίνεται η εγγύτητα των αποφασιζόντων για τρεις πιθανές τιμές του β.

**Πίνακας 2.11**  Εγγύτητα αποφασιζόντων, για διαφορετικές τιμές β και για σταθμισμένο μέσο όρο

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1-Di** | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** |
| **A1** | 0,8565 | 0,8498 | 0,8905 | 0,7768 | 0,7966 | 0,9992 |
| **A2** | 0,9649 | 0,7787 | 0,8520 | 0,9745 | 0,8436 | 0,7612 |
| **A3** | 0,8094 | 0,8501 | 0,8244 | 0,8821 | 0,7812 | 0,9935 |
| **A4** | 0,8654 | 0,8850 | 0,7937 | 0,9567 | 0,9375 | 0,8590 |
| **A5** | 0,7943 | 0,7552 | 0,9447 | 0,8364 | 0,8049 | 0,8859 |
| **A6** | 0,7980 | 0,9242 | 0,8693 | 0,7855 | 0,9507 | 0,9452 |
| **A7** | 0,8326 | 0,8336 | 0,9763 | 0,9273 | 0,9727 | 0,5919 |
| **A8** | 0,8130 | 0,9148 | 0,8587 | 0,9283 | 0,9004 | 0,6801 |
| **A9** | 0,8759 | 0,7270 | 0,8649 | 0,6660 | 0,8447 | 0,8407 |
| **A10** | 0,9264 | 0,8030 | 0,8644 | 0,7859 | 0,7551 | 0,9257 |
| **A11** | 0,8902 | 0,8299 | 0,8487 | 0,9955 | 0,8697 | 0,8066 |
| **A12** | 0,9720 | 0,9767 | 0,8202 | 0,9088 | 0,9769 | 0,7246 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| **PM** |  |  |  |  |  |  |
| **β=0,7** | 0,8831 | 0,8341 | 0,8543 | 0,9575 | 0,8696 | 0,8149 |
| **β=0,8** | 0,8855 | 0,8327 | 0,8524 | 0,9702 | 0,8697 | 0,8121 |
| **β=0,9** | 0,8878 | 0,8313 | 0,8505 | 0,9828 | 0,8697 | 0,8093 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| **(1-Di) \*W** |  |  |  |  |  |  |
| **A1** | 0,0563 | 0,0559 | 0,0585 | 0,0511 | 0,0524 | 0,0657 |
| **A2** | 0,0620 | 0,0500 | 0,0547 | 0,0626 | 0,0542 | 0,0489 |
| **A3** | 0,0494 | 0,0519 | 0,0504 | 0,0539 | 0,0477 | 0,0607 |
| **A4** | 0,0729 | 0,0745 | 0,0668 | 0,0806 | 0,0790 | 0,0723 |
| **A5** | 0,0457 | 0,0435 | 0,0544 | 0,0482 | 0,0463 | 0,0510 |
| **A6** | 0,0748 | 0,0867 | 0,0815 | 0,0737 | 0,0892 | 0,0886 |
| **A7** | 0,0435 | 0,0436 | 0,0511 | 0,0485 | 0,0509 | 0,0310 |
| **A8** | 0,0452 | 0,0508 | 0,0477 | 0,0516 | 0,0500 | 0,0378 |
| **A9** | 0,0353 | 0,0293 | 0,0349 | 0,0268 | 0,0341 | 0,0339 |
| **A10** | 0,0510 | 0,0442 | 0,0476 | 0,0433 | 0,0416 | 0,0510 |
| **A11** | 0,1712 | 0,1596 | 0,1632 | 0,1915 | 0,1673 | 0,1551 |
| **A12** | 0,1729 | 0,1737 | 0,1459 | 0,1616 | 0,1737 | 0,1289 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| **PM(W)** | 0,8802 | 0,8637 | 0,8567 | 0,8932 | 0,8862 | 0,8248 |

## 2.3 Εφαρμογή μεθόδου με ακέραιες τιμές κατάταξης

Σε αυτό το υποκεφάλαιο αναλύεται η μέθοδος κατάταξης της βιβλιογραφίας, έχοντας ως αναφορά τον πίνακα 2.4. Έτσι, μετατρέπουμε τις τιμές TOPSIS σε θέσεις κατάταξης και εφαρμόζουμε την ίδια διαδικασία. Στο πίνακα 2.12 φαίνεται η διαδικασία μέχρι και τον υπολογισμό του βαθμού ομοφωνίας CMw, η οποία βασίζεται στην ίδια λογική με αυτήν του υποκεφαλαίου 2.2.

* Για τον υπολογισμό της στήλης CDi χρειάζεται να υπολογιστoύν τα αθροίσματα των διαφωνίων για κάθε εναλλακτική, τα οποία καταγράφονται στην στήλη SumDi. To CDi προκύπτει σύμφωνα με την εξίσωση 2.2.
* Πολλαπλασίαζοντας κάθε τιμή της CDi στήλης με τα βάρη που αντιστοιχούν κάθε εναλλακτικής, λαμβάνεται η τελευταία στήλη του πίνακα 2.12
* Αθροίζοντας τις τιμές της στήλης αυτής λαμβάνουμε τον βαθμό ομοφωνίας CM(w).

**Πίνακας 2.12**  Μέτρηση ομοφωνίας με διακριτές θέσεις κατάταξης

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **κατάταξη** | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** |  | **Συλλογική λύση** |  |
| **A1** | 7 | 7 | 7 | 4 | 3 | 11 |  | 5 |  |
| **A2** | 10 | 3 | 6 | 11 | 8 | 5 |  | 6 |  |
| **A3** | 5 | 10 | 5 | 8 | 4 | 12 |  | 7 |  |
| **A4** | 4 | 6 | 3 | 9 | 7 | 6 |  | 4 |  |
| **A5** | 6 | 5 | 10 | 7 | 6 | 8 |  | 8 |  |
| **A6** | 3 | 4 | 4 | 3 | 9 | 7 |  | 3 |  |
| **A7** | 9 | 11 | 12 | 12 | 12 | 2 |  | 11 |  |
| **A8** | 8 | 12 | 8 | 10 | 10 | 3 |  | 9 |  |
| **A9** | 12 | 8 | 11 | 5 | 11 | 9 |  | 12 |  |
| **A10** | 11 | 9 | 9 | 6 | 5 | 10 |  | 10 |  |
| **A11** | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 |  | 1 |  |
| **A12** | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 4 |  | 2 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Di** | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** | **sumDi** | **CDi** | **CDi\*W** |
| **A1** | 0,1818 | 0,1818 | 0,1818 | 0,0909 | 0,1818 | 0,5455 | 1,3636 | 0,7727 | 0,0508 |
| **A2** | 0,3636 | 0,2727 | 0,0000 | 0,4545 | 0,1818 | 0,0909 | 1,3636 | 0,7727 | 0,0496 |
| **A3** | 0,1818 | 0,2727 | 0,1818 | 0,0909 | 0,2727 | 0,4545 | 1,4546 | 0,7576 | 0,0463 |
| **A4** | 0,0000 | 0,1818 | 0,0909 | 0,4545 | 0,2727 | 0,1818 | 1,1818 | 0,8030 | 0,0676 |
| **A5** | 0,1818 | 0,2727 | 0,1818 | 0,0909 | 0,1818 | 0,0000 | 0,9091 | 0,8485 | 0,0489 |
| **A6** | 0,0000 | 0,0909 | 0,0909 | 0,0000 | 0,5455 | 0,3636 | 1,0909 | 0,8182 | 0,0767 |
| **A7** | 0,1818 | 0,0000 | 0,0909 | 0,0909 | 0,0909 | 0,8182 | 1,2727 | 0,7879 | 0,0412 |
| **A8** | 0,0909 | 0,2727 | 0,0909 | 0,0909 | 0,0909 | 0,5455 | 1,1818 | 0,8030 | 0,0446 |
| **A9** | 0,0000 | 0,3636 | 0,0909 | 0,6364 | 0,0909 | 0,2727 | 1,4546 | 0,7576 | 0,0305 |
| **A10** | 0,0909 | 0,0909 | 0,0909 | 0,3636 | 0,4545 | 0,0000 | 1,0909 | 0,8182 | 0,0450 |
| **A11** | 0,0909 | 0,0909 | 0,0000 | 0,0909 | 0,0909 | 0,0000 | 0,3636 | 0,9394 | 0,1807 |
| **A12** | 0,0909 | 0,0909 | 0,0000 | 0,0909 | 0,0909 | 0,1818 | 0,5455 | 0,9091 | 0,1617 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | **CM(w)** | 0,844 |

Για το μέτρο εγγύτητας, όπως και στο υποκεφάλαιο 2.2, κατασκευάζεται ο πίνακας (1-Di) και πολλαπλασιάζονται όλες οι τιμές κάθε γραμμής με το βάρος της αντίστοιχης εναλλακτικής. Αυτά τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 2.13. Με αναφορά την εξίσωση 2.4, αθροίζεται κάθε στήλη (όλες οι εναλλακτικές για κάθε αποφασίζοντα) για να λάβουμε τους δείκτες εγγύτητας PMκ των αποφασιζόντων, που φαίνονται στην τελευταία γραμμή του πίνακα 2.13.

**Πίνακας 2.13** Yπολογισμός εγγύτητας αποφασιζόντων με τον σταθμισμένο μέσο όρο

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **(1-Di)\*W** | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** |
| **A1** | 0,0538 | 0,0538 | 0,0538 | 0,0597 | 0,0538 | 0,0299 |
| **A2** | 0,0409 | 0,0467 | 0,0642 | 0,0350 | 0,0526 | 0,0584 |
| **A3** | 0,0500 | 0,0444 | 0,0500 | 0,0555 | 0,0444 | 0,0333 |
| **A4** | 0,0842 | 0,0689 | 0,0766 | 0,0459 | 0,0613 | 0,0689 |
| **A5** | 0,0471 | 0,0419 | 0,0471 | 0,0523 | 0,0471 | 0,0576 |
| **A6** | 0,0938 | 0,0852 | 0,0852 | 0,0938 | 0,0426 | 0,0597 |
| **A7** | 0,0428 | 0,0523 | 0,0475 | 0,0475 | 0,0475 | 0,0095 |
| **A8** | 0,0505 | 0,0404 | 0,0505 | 0,0505 | 0,0505 | 0,0252 |
| **A9** | 0,0403 | 0,0257 | 0,0366 | 0,0147 | 0,0366 | 0,0293 |
| **A10** | 0,0500 | 0,0500 | 0,0500 | 0,0350 | 0,0300 | 0,0551 |
| **A11** | 0,1748 | 0,1748 | 0,1923 | 0,1748 | 0,1748 | 0,1923 |
| **A12** | 0,1617 | 0,1617 | 0,1779 | 0,1617 | 0,1617 | 0,1455 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| **PM(w)** | 0,8899 | 0,8459 | 0,9318 | 0,8266 | 0,8030 | 0,7647 |

Ο βαθμός ομοφωνίας είναι σχεδόν ο ίδιος με την ανάλυση με τιμές ΤOPSIS (απόκλιση περίπου 1%). Υπάρχει μια διαφορά όμως στους βαθμούς ομοφωνίας CDi, αφού με την μετατροπή σε αντίστοιχες ακέραιες τιμές εξαλείφουμε τη σύγκλιση μεταξύ τιμών των εναλλακτικών, ουσιαστικά οριοθετώντας ελάχιστο όριο διαφοράς. Δεν υπάρχουν απροσδόκητα αποτελέσματα και παρατηρούμε λίγο μεγαλύτερη διασπορά στις τιμές των μετρήσεων CDi και PM (1-2%), για τον λόγο που αναφέραμε παραπάνω.

# Μέτρηση ομοφωνίας με ζεύγη διαφωνιών

## 3.1 Aνάλυσημεθόδου

Αρκετές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για μια κοινωνική επιλογή, πολυκριτηριακού χαρακτήρα αξιοποιούν την έννοια της διακριτής ακέραιας κατάταξης (Cook, 2006). Οι , ανέπτυξαν αρχικά ένα μοντέλο που ως αποτέλεσμα είχε μόνο μια πλήρη διακριτή κατάταξη ως τελική λύση. Έχοντας επίγνωση αυτού του περιορισμού, οι (Cook & Seiford, 1978) και οι (Armstrong, Cook, & Seiford, 1982) επέκτειναν το μοντέλο, σε μια πιο γενική περίπτωση επιτρέποντας του να παράγει λύσεις σε μορφή δεσμών (ισοδυναμίες εναλλακτικών). Πρόσφατα, προτάθηκε μια διαφορετική μέθοδος (Hou F. , 2015) για την απόκτηση λύσεων σε μορφή δεσμών ή ισοδυναμιών για τις εναλλακτικές. Το συγκεκριμένο μοντέλο ελαχιστοποιεί μια προμετρική παρά μια μέτρηση απόστασης. Η προμετρική είναι «σχεδόν» μέτρηση, επειδή δεν ικανοποιεί απαραίτητα την τριγωνική ανισότητα που αναφέραμε παραπάνω. Η διαφωνία, σε αντίθεση με τη ομοφωνία, έχει επίσης εξεταστεί σε ομαδικές αποφάσεις (Ray & Triantaphyllou, 1999). Η επίτευξη συλλογικής λύσης με τη μέγιστη ομοφωνία, σημαίνει συχνά την επίτευξη συλλογικής λύσης με την ελάχιστη διαφωνία. Για αυτό, η προσέγγιση μιας συλλογικής λύσης (με μια αλγοριθμική διαδικασία) για ένα πρόβλημα ομαδικής λήψης αποφάσεων πραγματοποιείται συχνά βελτιώνοντας την συμφωνία ή μειώνοντας τις διαφωνίες.

Όπως και στην πρώτη μέθοδο που παρουσιάστηκε, το σύνολο *A* = {*A*1*, A*2*, ..., An*} είναι το σύνολο με τις εναλλακτικές λύσεις, και το {*E*1*, E*2, *..., En*} το σύνολο των αποφασιζόντων. Οι εναλλακτικές σε ισοπαλία έχουν ίδια θέση κατάταξης, λαμβάνοντας τιμές διαδοχικών θετικών ακεραίων. Αυτή η κατάταξη μπορεί να αναπαρασταθεί με μια συγκεκριμένη αναπαράσταση προτιμήσεων. (Hou, Fujun, & Triantaphyllou, 2018)

**Ορισμός 1a**: (Hou F. , 2015b) H ακολουθία (*ξi*) *n*∗*i* ονομάζεται ακολουθία υπεροχής του συνόλου Α, αν και μόνο αν, *ξi* = {*Ak* | *Ak* ∈ *A, Ai* ≺ *Ak*}.

Για παράδειγμα, αν και οι ασθενείς σχέσεις κατάταξης είναι: . Τότε η ακολουθία υπεροχής είναι ξ=({Α3}, {Α3},0, {Α1, Α2, Α3}). Το πρώτο και το δεύτερο στοιχείο έχουν και τα δύο ίδια τιμή Α3, επειδή A3A1, και ταυτόχρονα υπάρχει αδιαφορία των εναλλακτικών Α1 και Α2.

**Ορισμός 1b**: H σειρά (*ηi*) *n*∗*i* ονομάζεται σειρά αδιαφορίας του συνόλου Α αν και μόνο αν ισχύει το εξής: *ξi* = {*Ak* | *Ak* ∈ *A, Ai* ∼ *Ak*}

Χρησιμοποιώντας ακριβώς το προηγούμενο παράδειγμα, *η* = ({*A*1*, A*2}*,* {*A*1*, A*2}*,* {*A*3}*,* {*A*4}) ^T.

Τα πρώτα δύο στοιχεία του παραπάνω συνόλου Α1, Α2 είναι αδιάφορα μεταξύ τους, και τα Α3, Α4 είναι αδιάφορα με τον εαυτό τους (κάτι που είναι συνεπές), ή ίδιας σημασίας με τον εαυτό τους. Aυτό διαμορφώνεται έτσι διότι για τον ορισμό 1b μετράμε την αδιαφορία.

**Ορισμός 2**: Η σειρά (*ζi*) *n*∗*i* ονομάζεται χάρτης προτιμήσεων PM του Α, αν και μόνο αν ισχύει το εξής: *ζi* = {|*ξi*| + 1*,* |*ξi*| + 2*...,* |*ξi*| +|*ηi*|}

Πάνω στο παράδειγμα, το PM (σύνολο προτίμησης) θα είναι: *ζ* = ({2*,*3}*,* {2*,*3}*,*{1}*,*{4})>.

Το δεύτερο στοιχείο του συνόλου θα είναι *ζ*2 = {|*ξ*2| + 1*,* |*ξ*2| + 2}

Έτσι θα ικανοποιείται πλήρως η ασθενής σχέση .

Για παράδειγμα μια κατάταξη ({1}*,* {2*,*4}*,* {3}*,* {2*,*4}) δεν είναι επιτρεπτή, αφού οι αριθμοί 2,4 στις θέσεις 2 και 4 δεν είναι διαδοχικοί. Για να έχουν δύο εναλλακτικές ίδια σημασία, θα πρέπει να βρίσκονται σε διαδοχικές θέσεις, σε ένα σύνολο της μορφής αυτής. Θα ορίσουμε ένα μέτρο διαφωνίας μεταξύ των εμπειρογνώμων, που συμπεριαμβάνει και περιπτώσεις αδιαφορίας. Η διαφορά μεταξύ δύο τέτοιων PM’s ποσοτικοποιείται με τον παράκατω τρόπο.

**Ορισμός 3a:**

(3.1)

όπου είναι η τιμή κατάταξης της i εναλλακτικής του j αποφασίζοντα. Το *δ* (*x, y*) παράγει ως έξοδο την ελάχιστη διαφορά σε τιμή κατάταξης διαφορετικών αποφασιζόντων. Αν έχουμε έναν αποφασίζοντα που δείχνει αδιαφορία σε δύο εναλλακτικές, με την κατάταξη να είναι {2,3}, και έναν άλλον με {4,5}, τότε η διαφορά μεταξύ τους θα είναι 1.

**Ορισμός 3β:** Ας υποθέσουμε ότι, (*Ti)n*∗1*, j* = 1*,*2*,*3*..., m*, είναι τα PMs των αποφασιζόντων. Ορίζουμε έναν καινούριο πίνακα διαφωνίας, *DispM =* (*Sik*)*n*∗*n*, όπου,

(3.2)

όπου , *δ*(*x, y*) = max{0*,*min *x* – max *y,* min *y* – max *x*}

Γίνεται σύγκριση μεταξύ κάθε εναλλακτικής επιλογής με κάθε πιθανή κατάταξη θέσης k αυτής της εναλλακτικής συναρτήσει όλων των αποφασιζόντων κάθε φορά. Οπότε αν έχουμε n εναλλακτικές λύσεις, υπάρχουν n διαφορετικές θέσεις κατάταξης. Επομένως, ο πίνακας διαφορών θα είναι μορφής n\*n. Δημιουργείται μια μήτρα διαφωνίας, για να επιλεχθούν οι ελάχιστες διαφωνίες μεταξύ των αποφασιζόντων. Συγκεκριμένα πραγματοποιούνται ανά ζεύγη συγκρίσεις για την εισαγωγή των δεδομένων. Με αναφορά τον την εξίσωση 3.1, λόγω όλων των πιθανών συνδυασμών κατασκευάζεται ο πίνακας, *D* = (∆*jk*) *m*∗*m*, όπου ∆*jk* = ∆ (*Tj, Tk*). Ο πίνακας είναι συμμετρικός αφού πάντα ισχύει Δjk = Δkj και Δjj = 0, επειδή ο αποφασίζοντας δεν γίνεται να εκδηλώνει διαφωνία με τον εαυτό του. Έπειτα κατασκευάζεται ένας δείκτη ομοφωνίας, ο δείκτης GCI , ο οποίος μετρά το επίπεδο ομοφωνίας ολόκληρης της ομάδας.

Ο **δείκτης ομαδικής ομοφωνίας** είναι:

*,* όπου, (3.3)

Τα παραπάνω, εκφράζουν τον βαθμό ομοφωνίας των αποφασιζόντων. Αν GCI=1, τότε οι αποφασίζοντες βρίσκονται σε πλήρη συμφωνία, αν GCI=0 , τότε εκφράζουν μέγιστη διαφωνία. Με την μελέτη παραδειγμάτων που γίνεται παρακάτω, παρατηρείται πως αυτές οι δύο περιπτώσεις ικανοποιούνται πολύ σπάνια. Όλες οι ενδιάμεσες περιπτώσεις δεν καλύπτονται. Ακολουθεί ένα απλό παράδειγμα:Aς υποθέσουμε ότι ένα GDM πρόβλημα (group decision making), περιλαμβάνει 4 αποφασίζοντες και 4 εναλλακτικές. Έστω ότι οι σχέσεις προτίμησης είναι αυτές:

Σύμφωνα με τον ορισμό 1, τα PMs των αποφασιζόντων είναι:

**Πίνακας 3.1** Κατάταξη εναλλακτικών για κάθε αποφασίζοντα

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| A1: | {3} | {2} | {1,2} | {2} |
| A2: | {2} | {1} | {1,2} | {1} |
| A3: | {1} | {3} | {4} | {3,4} |
| A4: | {4} | {4} | {3} | {3,4} |

Η μήτρα διαφωνίας είναι:

To GCI που αντιστοιχεί στην μήτρα διαφωνίας, υπολογίζεται σύμφωνα με την εξίσωση 3.3 και είναι . Μετράμε τα μηδενικά στον άνω ή κάτω τριγωνικό πίνακα, και έπειτα διαιρούμε με τον αριθμό των στοιχείων του. Το αποτέλεσμα αυτό αποδίδει το ποσοστό των αποφασιζόντων που είναι σε πλήρη συμφωνία με κάποιον άλλον. Για να βελτιώσουμε την ομοφωνία, όταν οι αποφασίζοντες δεν βρίσκονται σε τέλεια ομοφωνία, είναι αναγκαίο να εισάγουμε κάποιους όρους και δείκτες που στοχεύουν σε σημαντικές διαφωνίες. Ορίζουμε το δείκτη δυαδικών διαφωνιών και το ζευγάρι των ενδείξεων αυτής της μέγιστη διαφωνίας που έχει ως εξής:

Το PDisal αντιπροσωπεύει τη μέγιστη διαφωνία μεταξύ των αποφασιζόντων και το MDP είναι η θέση στον πίνακα Δ που υπάρχει αυτή η διαφωνία. Η συνθήκη j<k υπάρχει επειδή η μήτρα είναι συμμετρική, με τη διαγώνιο να αποτελείται από μηδενικές τιμές. Σε αυτό το παράδειγμα Pdisal = 5 και MDP = {(1,3)}. Προφανώς για να υπάρχει πλήρη ομοφωνία το Pdisal πρέπει να είναι 0.

Για να αναγνωριστεί σε ποιες πιθανές εναλλακτικές λύσεις, οι αποφασίζοντες έχουν διαφωνία, εισάγεται ένα δείκτης διαφορών Mdisp, που δηλώνει την θέση που εκδηλώνεται η μέγιστη διαφωνία. Το πρόβλημα είναι η ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων σε ένα πρόβλημα ομαδικών αποφάσεων. Συγκεκριμένα υπολογίζεται η συλλογική διαφωνία για κάθε εναλλακτική λύση, αν έπρεπε να ταξινομηθεί σε μια συγκεκριμένη θέση, συγκεντρώνοντας αθροιστικά κάθε γνώμη των αποφασιζόντων για αυτήν τη πιθανή θέση. Ως εκ τούτου, λαμβάνουμε τη μήτρα διαφωνίας *DispM* = (*Sik*)*n*∗*n*. . Εάν η τιμή ενός στοιχείου του πίνακα DispM, είναι Sik = 0, (καλύτερη περίπτωση διαφωνίας), τότε η κατάταξη της Ai εναλλακτικής σε θέση k είναι απολύτως αποδεκτή από όλους τους αποφασίζοντες, διαφορετικά υπάρχει διαφωνία.

Ορίζουμε τα εξής:

Ο δείκτης μέγιστης διαφωνίας και η θέση που εμφανίζεται αυτή η διαφωνία είναι αντίστοιχα:

*MdispI* = *maxi mink* {*Sik*}

*MDA* = {*i*|*Sik* = *MdispI, Sik>* 0}.

Ο δείκτης MdispI επιλέγει την ελάχιστη τιμή από κάθε στήλη και από αυτό το σύνολο αυτό επιλέγει τη μέγιστη τιμή. Με άλλα λόγια, μετρά τη μέγιστη διαφωνία, από το καθοριστικό σύνολο των εναλλακτικών επιλογών, και στη συνέχεια η MDA απεικονίζει σε ποια θέση αυτή η διαφωνία εκδηλώνεται. Συγκεκριμένα, στο παράδειγμα μας ο πίνακας Sik θα είναι:

**Πίνακας 3.2** Διαφωνία εναλλακτικών σε πιθανές θέσεις κατάταξης

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | {1} | {2} | {3} | {4} |
| **Α1** | 4 | 1 | 3 | 7 |
| **Α2** | 1 | 2 | 6 | 4 |
| **Α3** | 7 | 5 | 3 | 4 |
| **Α4** | 10 | 6 | 2 | 1 |

Ελέγχοντας το επίπεδο ομοφωνίας της ομάδα, προσδιορίζονται τα ζεύγη με διαφωνία, καθώς και επισημαίνονται οι εναλλακτικές λύσεις στις οποίες οι αποφασίζοντες διαφωνούν ως προς μια συλλογική θέση κατάταξης. Έχοντας όλους αυτούς τους δείκτες συγκεντρωμένους μαζί, εκφράζονται σε μια σειρά αξιολόγησης: *CES* = [*GCI, MDP, PdisaI, MDA, MdispI*]

Η CES είναι ενα σύνολο δεικτών που αντικατοπτρίζουν το επίπεδο ομοφωνίας αποφασιζόντων και προσδιορίζουν ποιοτικά την έννοια των διαφωνιών των αποφασιζόντων. Η CES είναι χρήσιμη επειδή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να χαρακτηρίσει το συνολικό επίπεδο ομοφωνίας της ομάδας, να αναγνωρίσει ποιο ζευγάρι των αποφασιζόντων έχει διαφωνίες και να προσδιορίσει ποιες εναλλακτικές λύσεις οι εμπειρογνώμονες έχουν τη μεγαλύτερη διαφωνία. Επομένως, μπορεί να παρέχει καθοδήγηση στην ομάδα αποφασιζόντων σχετικά με τον τρόπο προσαρμογής των προτιμήσεων τους προκειμένου να επιτευχθεί καλύτερη ομοφωνία.

Τελικός στόχος είναι να δημιουργηθεί μια τελική κατάταξη μέσα από την διαδικασία της ομοφωνίας. Με αναφορά τις διαφωνίες του Sik πίνακα εισάγεται μια μέθοδος βελτιστοποίησης, ώστε να παραχθεί μια συλλογική λύση. Ο πίνακας διαφορών χρησιμοποιείται ως μήτρα εκχώρησης για τη μέθοδο. Ελαχιστοποιείται το συνολικό κενό ομοφωνίας του πίνακα Sik, κατατάσσοντας τις εναλλακτικές λύσεις σε μια συγκεκριμένη σειρά. Προκειμένου να βελτιωθεί η ομοφωνία για την κατάταξη, μπορούμε να επιλέξουμε οποιοδήποτε ζεύγος της μήτρας Δ και να προτείνουμε στους αποφασίζοντες να τροποποιήσουν τις απόψεις τους. Παρακάτω λύνεται ένα πρόβλημα μήτρας ελαχιστοποίησης με κάποιους περιορισμούς.

Για κάθε θέση κατάταξης επιλέγουμε μία εναλλακτική, στην οποία το επιλεγμένο τελικό σετ ελαχιστοποιεί την τιμή της συνάρτησης f. Οι περιορισμοί, μας επιτρέπουν να επιλέγουμε μόνο στοιχεία που δεν εμφανίζονται στην ίδια στήλη ή γραμμή. Το πρόβλημα λύνεται με τη χρήση της λεγόμενης μεθόδου ‘’Hungarian Method” που χρησιμοποιείτε σε πολλά προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας που αφορούν, για παράδειγμα, τη μεταφορά ή την ανάθεση εργασιών (Hou F. , 2015).

Διαδικασία Hungarian Method:

Bήμα 1: Στον πίνακα m \* m, βρίσκουμε το ελάχιστο στοιχείο σε κάθε σειρά. Αφαιρείται κάθε τιμή από το ελάχιστο στη σειρά της. Στη νέα μήτρα, εντοπίζεται η ελάχιστη τιμή σε κάθε στήλη. Από κάθε τιμή αφαιρείται η ελάχιστη τιμή που αντιστοιχεί σε κάθε στήλη

Βήμα 2: Σχεδιάζεται ο ελάχιστος αριθμό γραμμών (γραμμών ή στηλών) για να καλυφθούν όλα τα μηδενικά. Εάν ο αριθμός γραμμών είναι m, τότε υπάρχει μια βέλτιστη λύση που αντιστοιχεί στα καλυμμενα μηδενικά. Αν ο αριθμός των γραμμών < m, μεταβαίνουμε στο βήμα 3.

Βήμα 3: Εντοπίζεται το μικρότερο μη-μηδενικό στοιχείο (k τιμής) που δεν καλύπτεται από τις γραμμές του βήματος 2. Στη συνέχεια αφαιρείται το k από κάθε στοιχείο που δεν καλύπτεται και προσθέτουμε το k σε κάθε στοιχείο που καλύπτεται από δύο γραμμές και επιστρέφουμε στο βήμα 2.

Στο παραπάνω παράδειγμα του πίνακα 2, η λύση είναι: Λ = ({*A*2}*,* {*A*1}*,* {*A*3}*,* {*A*4}}, αφού παράγει το ελάχιστο δυνατό άθροισμα διαφωνίας. Σε πολλές περιπτώσεις, σε καταστάσεις όπου δεν έχουμε τόσες πολλές εναλλακτικές λύσεις βρίσκεται εύκολα η λύση χωρίς την αυστηρή εφαρμογή της μεθόδου. Πρώτα επιλέγεται το στοιχείο με την ελάχιστη τιμή από κάθε στήλη και αν έχουμε ελάχιστες τιμές στις ίδιες σειρές ή στις ίδιες στήλες, εξετάζουμε περαιτέρω πιθανούς συνδυασμούς με τις επόμενες ελάχιστες τιμές της γραμμής αυτής. Στην περίπτωσή μας βλέπουμε ότι τα *S*4*,*3*, S*4*,*4 είναι τα ελάχιστα για τις στήλες {3} και {4}. Οι αμέσως επόμενες ελάχιστες τιμές στις στήλες {3} και {4} είναι 3 και 4 αντίστοιχα. Έτσι τώρα μπορούμε να εξετάσουμε μόνο την υπο-μήτρα (A3, A4) \* ({3}, {4}) και να πάρουμε το ελάχιστο διαγώνιο άθροισμα της μήτρας.

## 3.2 Ενσωμάτωση της δεύτερης μεθόδου ομοφωνίας για τη μέθοδο TOPSIS

Ρυθμίζoντας τη συνάρτηση της παραμέτρου ρij λαμβάνουμε ένα γραμμικό αποτέλεσμα εισόδου-εξόδου. Ο τρόπος που προτείνεται για την προαναφερθείσα μέτρηση επικεντρώνεται στις τιμές κατάταξης και εφαρμόζεται σε μικρό αριθμό εναλλακτικών επιλογών. Έχοντας πολλές εναλλακτικές λύσεις ή έχοντας βαθμολογίες με πραγματικούς αριθμούς στο εύρος του [0,1] για παράδειγμα, πολλές τιμές Δij θα ήταν μηδενικές, χάνοντας έτσι τη πληροφορία εισόδου. Εάν χρησιμοποιηθεί το προτεινόμενο μοντέλο, η GCI είναι μηδενική. Έτσι, προτείνεται η ακόλουθη εναλλαγή: Προσδιορίζουμε μια θεωρητικά ιδανική τιμή χειρότερης περίπτωσης για το Δij. Το σενάριο χειρότερης περίπτωσης για τη μέτρηση ei – ej είναι 1 για μια συγκεκριμένη εναλλακτική (ένα από τα οποία έχει βαθμολογία 1 και το άλλο 0). Λαμβάνοντας υπόψη την κάθε εναλλακτική, δεδομένου ότι δεν έχουμε καμία αδιαφορία στις εναλλακτικές, και ότι εργαζόμαστε σε ενα περιβάλλον TOPSIS θέτουμε: Δij (max) = m, όπου m είναι ο αριθμός εναλλακτικών λύσεων. Στη συνέχεια, κάθε τιμή Δij θα είναι μικρότερη ή ίση του Δijmax=m. H νέα παράμετρος μας είναι:

.

Η εξίσωση για τον υπολογισμό του GCI δεν αλλάζει. Εναλλακτικά, αναλόγως με το πρόβλημα που εξετάζεται, για το επιλέγεται η τιμή που εκφράζει την μεγαλύτερη διαφορά, πολλαπλασιασμένη με τον αριθμό των εναλλακτικών επιλογών.

Στην περίπτωση μας το Δmax ισούται με 12 και η βαθμολογία GCI με 0,89. Επιλέχθηκε ο υπολογισμός του GCI με τον πρώτο τρόπο. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης TOPSIS δεν συγκεντρώνονται γύρω από ένα σημείο. Συνήθως τα αποτελέσματα TOPSIS καλύπτουν ένα μεγάλο εύρος τιμών. Το βασικό θέμα είναι ότι το θεωρητικό σενάριο της μηδενικής ομοφωνίας μεταξύ των δύο υπεύθυνων λήψης αποφάσεων είναι πρακτικά ανέφικτο.

## 3.3 Εφαρμογή μεθόδου με τιμές TOPSIS

Ως πίνακας αναφοράς για τα δεδομένα χρησιμοποιείται ο πίνακας 2.4. Η μέθοδος TOPSIS για την εύρεση του διανύσματος Pi παρακάμπτεται, αφού έχει παρασχεθεί σε παραδείγματα πριν. Aντί να χρησιμοποιηθούν οι τιμές κατάταξης για να σχεδιάσουμε έ

ναν δείκτη ομοφωνίας, θα χρησιμοποιηθούν οι τιμές TOPSIS. Επίσης δεν θα γίνει αναφορά στην συλλογική λύση ΤΟPSIS όπως έγινε στο κεφάλαιο 2.Αρχικά, λαμβάνεται η διαφορά στις τιμές TOPSIS για κάθε ζευγάρι αποφασιζόντων για όλες τις εναλλακτικές λύσεις. Αυτό απεικονίζεται παρακάτω στους πίνακες 3.3α και 3.3β , καθώς και το άθροισμα αυτών των διαφωνιών για κάθε αποφασίζοντα, το οποίο θα μας χρειαστεί παρακάτω. Σε αυτό το βήμα, δεν είναι προβληματικό ότι δεν έχουμε τιμές κατάταξης. Αξιοποιώντας την ευκλείδια απόσταση έχουμε 15 διαφορετικές τιμές Δij, σε δεκαδική μορφή.

**Πίνακας 3.3α** Διαφωνίες αποφασιζόντων ανα ζεύγη έναντι εναλλακτικών.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E1-E2** | **E1-E3** | **E1-E4** | **E1-E5** | **E1-E6** | **E2-E3** | **E2-E4** | **E2-E5** | **E2-E6** |
| **A1** | 0,007 | 0,034 | 0,080 | 0,060 | 0,143 | 0,041 | 0,073 | 0,053 | 0,149 |
| **A2** | 0,186 | 0,113 | 0,010 | 0,121 | 0,204 | 0,073 | 0,196 | 0,065 | 0,017 |
| **A3** | 0,041 | 0,015 | 0,073 | 0,028 | 0,184 | 0,026 | 0,032 | 0,069 | 0,143 |
| **A4** | 0,020 | 0,072 | 0,178 | 0,072 | 0,006 | 0,091 | 0,158 | 0,053 | 0,026 |
| **A5** | 0,039 | 0,150 | 0,042 | 0,011 | 0,092 | 0,189 | 0,081 | 0,050 | 0,131 |
| **A6** | 0,126 | 0,071 | 0,012 | 0,251 | 0,257 | 0,055 | 0,139 | 0,125 | 0,131 |
| **A7** | 0,001 | 0,144 | 0,095 | 0,195 | 0,241 | 0,143 | 0,094 | 0,194 | 0,242 |
| **A8** | 0,102 | 0,046 | 0,115 | 0,087 | 0,133 | 0,056 | 0,014 | 0,014 | 0,235 |
| **A9** | 0,149 | 0,011 | 0,210 | 0,031 | 0,035 | 0,138 | 0,061 | 0,118 | 0,114 |
| **A10** | 0,123 | 0,062 | 0,141 | 0,171 | 0,001 | 0,061 | 0,017 | 0,048 | 0,123 |
| **A11** | 0,060 | 0,042 | 0,105 | 0,020 | 0,084 | 0,019 | 0,166 | 0,040 | 0,023 |
| **A12** | 0,005 | 0,152 | 0,119 | 0,005 | 0,247 | 0,157 | 0,115 | 0,000 | 0,252 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **sum** | 0,859 | 0,911 | 1,180 | 1,054 | 1,626 | 1,049 | 1,145 | 0,828 | 1,586 |
| **Δij** | Δ12 | Δ13 | Δ14 | Δ15 | Δ16 | Δ23 | Δ24 | Δ25 | Δ26 |

**Πίνακας 3.3β** Διαφωνίες αποφασιζόντων ανά ζεύγη έναντι εναλλακτικών.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E3-E4** | **E3-E5** | **E3-E6** | **E4-E5** | **E4-E6** | **E5-E6** |
| **A1** | 0,114 | 0,094 | 0,109 | 0,020 | 0,222 | 0,203 |
| **A2** | 0,122 | 0,008 | 0,091 | 0,131 | 0,213 | 0,082 |
| **A3** | 0,058 | 0,043 | 0,169 | 0,101 | 0,111 | 0,212 |
| **A4** | 0,250 | 0,144 | 0,065 | 0,106 | 0,184 | 0,079 |
| **A5** | 0,108 | 0,140 | 0,059 | 0,032 | 0,049 | 0,081 |
| **A6** | 0,084 | 0,180 | 0,185 | 0,264 | 0,269 | 0,006 |
| **A7** | 0,049 | 0,051 | 0,384 | 0,100 | 0,335 | 0,435 |
| **A8** | 0,070 | 0,042 | 0,179 | 0,028 | 0,248 | 0,220 |
| **A9** | 0,199 | 0,020 | 0,024 | 0,179 | 0,175 | 0,004 |
| **A10** | 0,079 | 0,109 | 0,061 | 0,031 | 0,140 | 0,171 |
| **A11** | 0,147 | 0,021 | 0,042 | 0,126 | 0,189 | 0,063 |
| **A12** | 0,271 | 0,157 | 0,096 | 0,114 | 0,367 | 0,252 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| **sum** | 1,550 | 1,009 | 1,464 | 1,230 | 2,504 | 1,808 |
| **Δij** | Δ34 | Δ35 | Δ36 | Δ45 | Δ46 | Δ56 |

Στο πρώτο μέρος του πίνακα 3.4 βρίσκονται συγκεντρωμένα τα αθροίσματα της γραμμής ‘sum’ από τους πίνακες 3.3α και 3.3β. Ακριβώς απο κάτω υπολογίζονται τα στοιχεία . Το Δmax επιλέγεται με βάση το υποκεφάλαιο 3.2 και ισούται με τον αριθμό των εναλλακτικών αφού εργαζόμαστε στο διάστημα (0,1). Το GCI θα είναι ο μέσος όρος αυτού του τριγωνικού πίνακα.

**Πίνακας 3.4** Υπολογισμός του δείκτη συνολικής ομοφωνίας

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Δij** | 0 | 0,859 | 0,911 | 1,18 | 1,054 | 1,626 |
|  |  | 0 | 1,049 | 1,145 | 0,828 | 1,586 |
|  |  |  | 0 | 1,55 | 1,009 | 1,464 |
|  |  |  |  | 0 | 1,23 | 2,504 |
|  |  |  |  |  | 0 | 1,808 |
|  |  |  |  |  |  | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| **1-Δ/Δmax** | 0 | 0,928 | 0,924 | 0,902 | 0,912 | 0,865 |
|  |  | 0 | 0,913 | 0,905 | 0,931 | 0,868 |
|  |  |  | 0 | 0,871 | 0,916 | 0,878 |
|  |  |  |  | 0 | 0,897 | 0,791 |
|  |  |  |  |  | 0 | 0,849 |
|  |  |  |  |  |  | 0 |
|  | **Δmax** | 12 |  |  |  |  |
|  | **GCI** | 0,890 |  |  |  |  |

Επόμενο μέρος της ανάλυσης είναι η δημιουργία του πίνακα Sik, η οποία απεικονίζεται στο πίνακα 3.5. Ο πίνακας είναι τετραγωνικός στον οποίο αξιολογούνται όλοι οι αποφασίζοντες ως προς την διαφωνία κάθε εναλλακτικής αν είχε μια συγκεκριμένη θέση κατάταξης στη υποτιθέμενη συλλογική λύση. Δεδομένου ότι εργαζόμαστε στο εύρος (0,1) και δεν έχουμε θέσεις κατάταξης ακέραιων αριθμών, έχουμε δημιουργήσει «υποθετικά» ισοδύναμες, ομοιόμορφα κατανεμημένες θέσεις κατάταξης στο μοναδιαίο διάστημα. Σε αυτό το παράδειγμα έχουμε 12 εναλλακτικές λύσεις, επομένως οι θέσεις θα υπολογίζονται από την ακόλουθη ακολουθία. Αυτή η μέθοδος παράγει ένα σύνολο λύσεων (το συλλογικό σύνολο λύσεων) χωρίς τη χρήση TOPSIS αλλά επιλέγοντας τον συνδυασμό εναλλακτικών που ελαχιστοποιεί τη συνολική διαφωνία μεταξύ των αποφασιζόντων. Παρακάτω παραχωρείται ο κώδικας για τον εντοπισμό αυτού του συνδυασμού.

**Πίνακας 3.5** Συνολικές διαφωνίες αποφασίζοντων έναντι πιθανών τιμών TOPSIS

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Sik** | **1** | **0,91** | **0,82** | **0,73** | **0,64** | **0,55** | **0,46** | **0,36** | **0,27** | **0,18** | **0,09** | **0** |
| **A1** | 3,253 | 2,708 | 2,162 | 1,617 | 1,071 | 0,526 | 0,34 | 0,652 | 1,111 | 1,656 | 2,201 | 2,747 |
| **A2** | 3,302 | 2,757 | 2,211 | 1,666 | 1,12 | 0,586 | 0,419 | 0,601 | 1,062 | 1,607 | 2,152 | 2,698 |
| **A3** | 3,36 | 2,814 | 2,269 | 1,724 | 1,178 | 0,633 | 0,311 | 0,579 | 1,004 | 1,549 | 2,095 | 2,64 |
| **A4** | 2,928 | 2,383 | 1,837 | 1,292 | 0,746 | 0,351 | 0,522 | 0,89 | 1,436 | 1,981 | 2,527 | 3,072 |
| **A5** | 3,342 | 2,797 | 2,251 | 1,706 | 1,161 | 0,615 | 0,313 | 0,533 | 1,021 | 1,567 | 2,112 | 2,658 |
| **A6** | 2,747 | 2,201 | 1,656 | 1,11 | 0,675 | 0,576 | 0,729 | 1,071 | 1,617 | 2,162 | 2,708 | 3,253 |
| **A7** | 3,664 | 3,119 | 2,573 | 2,028 | 1,534 | 1,17 | 0,807 | 0,673 | 0,791 | 1,245 | 1,79 | 2,336 |
| **A8** | 3,476 | 2,93 | 2,385 | 1,839 | 1,294 | 0,837 | 0,478 | 0,404 | 0,888 | 1,433 | 1,979 | 2,524 |
| **A9** | 3,644 | 3,098 | 2,553 | 2,007 | 1,462 | 0,916 | 0,551 | 0,369 | 0,72 | 1,265 | 1,811 | 2,356 |
| **A10** | 3,455 | 2,91 | 2,364 | 1,819 | 1,274 | 0,728 | 0,373 | 0,452 | 0,908 | 1,454 | 1,999 | 2,545 |
| **A11** | 1,152 | 0,648 | 0,298 | 0,485 | 1,03 | 1,576 | 2,121 | 2,667 | 3,212 | 3,757 | 4,303 | 4,848 |
| **A12** | 1,253 | 0,8 | 0,564 | 0,746 | 1,024 | 1,475 | 2,02 | 2,566 | 3,111 | 3,657 | 4,202 | 4,747 |

Παρακάτω παρουσιάζεται ο κώδικας εύρεσης του συνδυασμού που παράγει το ελάχιστο άθροισμα διαφωνίας, σε γλώσσα Python.

Import numpy as np

import pandas as pd

import matplotlib.pyplot as plt

from sympy import symbols

df = pd.read\_excel (‘consensus models2.xlsx’, sheet\_name = ’ hungarian method matrix ’)

print (df)

from scipy.optimize import linear\_sum\_assignment

col\_ind, row\_ind = linear\_sum\_assignment(df)

print(row\_ind)

print(col\_ind)

sum = 0; a = 0; b = 0;

for i in range (12):

a = row\_ind[i]

b = col\_ind[i]

sum = sum + df[a][b]

print (sum)

Έξοδος:

[5, 3, 11, 4, 6, 2, 10, 7, 8, 9, 1, 0]

[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]

Sum=13,8148

Το σύνολο ομαδικής λύσης των εναλλακτικών είναι (Α12, Α11, Α6, Α2, Α4, Α1, Α5, Α8, Α9, Α10, Α7, Α3) από το καλύτερο στο χειρότερο. Παρατηρούμε πως για m αποφασίζοντες, η περίπτωση για τον Sik πίνακα που μαθηματικά εκφράζει μέγιστη διαφωνία πραγματοποιείται όταν αυτοί εκφράζουν πλήρη αδιαφορία ως προς τη κατάταξη των εναλλακτικών. Δηλαδή η περίπτωση της αδιαφορίας οδηγεί στην μέγιστη συνολική διαφωνία, για οποιαδήποτε επιλογή συνδυασμού εναλλακτικών ως συλλογική λύση. Από μαθηματική άποψη στη περίπτωση αυτή το άθροισμα διαφωνιών, υπολογίζεται από τον τύπο. Άρα για 6 αποφασίζοντες το άθροισμα είναι 36. Απεναντίας, η καλύτερη περίπτωση πραγματοποιείται όταν οι αποφασίζοντες διακρίνονται από τέλεια ομοφωνία. Σε περιβάλλον TOPSIS, θα έπρεπε τα διανύσματα των εναλλακτικών να είναι ακριβώς τα ίδια για όλους. Έτσι το άθροισμα διαφωνιών του επιλεγμένου συνδυασμού εναλλακτικών είναι 0. Με άλλα λόγια, το καλύτερο σενάριο επιτυγχάνεται μόνο εάν η συλλογική απόφαση εκφράσει τέλεια συμφωνία, πράγμα που σημαίνει ότι εάν είχαμε για παράδειγμα τέσσερεις εναλλακτικές λύσεις, οι τιμές όλων των αποφασιζόντων για τις εναλλακτικές είναι ίδιες.

Ορίζοντας τον λόγο (όπου r είναι το εύρος κατάταξης), μετράμε πόσο απέχουμε από την ιδανικά χειρότερη περίπτωση. Έτσι αξιολογείται η λύση που προκύπτει από τον Siκ. Ο λόγος λ είναι μια άλλη μετρική για την αξιολόγηση της ομοφωνίας, μαζί με την GCI. Στο παράδειγμα μας το λ είναι 38%.

Το μόνο πρόβλημα που παρουσιάζεται με αυτή τη μέτρηση είναι ότι για μια περίπτωση πλήρους αδιαφορίας ο λόγος λ ισούται με 1 και αντιστοιχεί στην βέλτιστη επιλογή εναλλακτικών για την εύρεση συλλογικής λύσης και έτσι αυτό σημαίνει ότι μαθηματικά εκδηλώνεται η χειρότερη περίπτωση. Η πλήρης αδιαφορία θα μπορούσε να ισοδυναμεί με πλήρη ομοφωνία. Έτσι, η αναπαράσταση με το Sik και η ακόλουθη μέτρηση δεν είναι ιδανική για περιπτώσεις που προσεγγίζουν την αδιαφορία.

## 3.4 Εφαρμογή μεθόδου με ακέραιες τιμές κατάταξης

Έχοντας ως αναφορά τον πίνακα 2.4 και ακολουθώντας την διαδικασία όπως και στο 3.3, μετατρέπονται οι τιμές TOPSIS σε τιμές διακριτών θέσεων κατάταξης, οι οποίες αναφέρονται στον πίνακα 3.6 και υπολογίζονται όλες οι διαφορές μεταξύ όλων των πιθανών ζευγαριών των αποφασιζόντων στους πίνακες 3.7β και 3.7β.

**Πίνακας 3.6** Κατάταξη εναλλακτικών για κάθε αποφασίζοντα

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **κατάταξη** | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** |
| **A1** | 7 | 7 | 7 | 4 | 3 | 11 |
| **A2** | 10 | 3 | 6 | 11 | 8 | 5 |
| **A3** | 5 | 10 | 5 | 8 | 4 | 12 |
| **A4** | 4 | 6 | 3 | 9 | 7 | 6 |
| **A5** | 6 | 5 | 10 | 7 | 6 | 8 |
| **A6** | 3 | 4 | 4 | 3 | 9 | 7 |
| **A7** | 9 | 11 | 12 | 12 | 12 | 2 |
| **A8** | 8 | 12 | 8 | 10 | 10 | 3 |
| **A9** | 12 | 8 | 11 | 5 | 11 | 9 |
| **A10** | 11 | 9 | 9 | 6 | 5 | 10 |
| **A11** | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| **A12** | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 4 |

**Πίνακας 3.7α** Διαφωνίες αποφασιζόντων ανα ζεύγη έναντι εναλλακτικών

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E1-E2** | **E1-E3** | **E1-E4** | **E1-E5** | **E1-E6** | **E2-E3** | **E2-E4** | **E2-E5** | **E2-E6** |
| **A1** | 0 | 0 | 3 | 4 | 4 | 0 | 3 | 4 | 4 |
| **A2** | 7 | 4 | 1 | 2 | 5 | 3 | 8 | 5 | 2 |
| **A3** | 5 | 0 | 3 | 1 | 7 | 5 | 2 | 6 | 2 |
| **A4** | 2 | 1 | 5 | 3 | 2 | 3 | 3 | 1 | 0 |
| **A5** | 1 | 4 | 1 | 0 | 2 | 5 | 2 | 1 | 3 |
| **A6** | 1 | 1 | 0 | 6 | 4 | 0 | 1 | 5 | 3 |
| **A7** | 2 | 3 | 3 | 3 | 7 | 1 | 1 | 1 | 9 |
| **A8** | 4 | 0 | 2 | 2 | 5 | 4 | 2 | 2 | 9 |
| **A9** | 4 | 1 | 7 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 |
| **A10** | 2 | 2 | 5 | 6 | 1 | 0 | 3 | 4 | 1 |
| **A11** | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| **A12** | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 | 1 | 0 | 0 | 3 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **sum** | 28 | 18 | 30 | 28 | 44 | 26 | 28 | 32 | 38 |
| **Δij** | Δ12 | Δ13 | Δ14 | Δ15 | Δ16 | Δ23 | Δ24 | Δ25 | Δ26 |

**Πίνακας 3.7β** Διαφωνίες αποφασιζόντων ανά ζεύγη έναντι εναλλακτικών

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E3-E4** | **E3-E5** | **E3-E6** | **E4-E5** | **E4-E6** | **E5-E6** |
| **A1** | 3 | 4 | 4 | 1 | 7 | 8 |
| **A2** | 5 | 2 | 1 | 3 | 6 | 3 |
| **A3** | 3 | 1 | 7 | 4 | 4 | 8 |
| **A4** | 6 | 4 | 3 | 2 | 3 | 1 |
| **A5** | 3 | 4 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| **A6** | 1 | 5 | 3 | 6 | 4 | 2 |
| **A7** | 0 | 0 | 4 | 0 | 10 | 10 |
| **A8** | 2 | 2 | 5 | 0 | 7 | 7 |
| **A9** | 6 | 0 | 2 | 6 | 4 | 2 |
| **A10** | 3 | 4 | 1 | 1 | 4 | 5 |
| **A11** | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| **A12** | 1 | 1 | 2 | 0 | 3 | 3 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| **sum** | 34 | 28 | 30 | 24 | 54 | 52 |
| **Δij** | Δ34 | Δ35 | Δ36 | Δ45 | Δ46 | Δ56 |

**Πίνακας 3.8** Υπολογισμός του δείκτη συνολικής ομοφωνίας, με ακέραιες θέσεις κατάταξης

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Δij** | 0 | 28 | 18 | 30 | 28 | 44 |
|  |  | 0 | 26 | 28 | 32 | 38 |
|  |  |  | 0 | 34 | 28 | 30 |
|  |  |  |  | 0 | 24 | 54 |
|  |  |  |  |  | 0 | 52 |
|  |  |  |  |  |  | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| **1-Δ/Δmax** | 0 | 0,611 | 0,750 | 0,583 | 0,611 | 0,389 |
|  |  | 0 | 0,639 | 0,611 | 0,556 | 0,472 |
|  |  |  | 0 | 0,528 | 0,611 | 0,583 |
|  |  |  |  | 0 | 0,667 | 0,250 |
|  |  |  |  |  | 0 | 0,278 |
|  |  |  |  |  |  | 0 |
|  | **Δmax** | 72 |  |  |  |  |
|  | **GCI** | 0,543 |  |  |  |  |

Αφού οι υπολογισμοί γίνονται με ακέραιες τιμές κατάταξης και δεδομένου ότι δεν υπάρχουν ισοδυναμίες, το Δmax υπολογίζεται από τον τύπο , όπου n ο αριθμός των εναλλακτικών. Η διαφορά στο αποτέλεσμα σε σχέση με τον πίνακα 3.4 προκύπτει από τον αποκλεισμό μικρών διαφωνιών που υπήρχαν μεταξύ κάποιων αποφασιζόντων. Αυτό γίνεται λόγω της μετατροπής των δεδομένων απο δεκαδική σε ακέραια μορφή που σημαίνει απώλεια πληροφορίας. O πίνακας 3.9 είναι παρόμοιας λογικής με το πίνακα 3.5. Αντί ομοιόμορφων πιθάνων θέσεων κατάταξης στο διάστημα (0,1) η κατάταξη πιθανών θέσεων γίνεται με ακέραιες τιμές. Το γεγονός ότι η πρώτη θέση στον πίνακα 3.9 είναι 0, δεν αποτελεί πρόβλημα. Επιλέχθηκε αυτή η αναπαράσταση για να υπάρχει ένα προς ένα αντιστοιχία με τα στοιχεία εξόδου της γλώσσας Python.

**Πίνακας 3.9**  Συνολικές διαφωνίες αποφασίζοντων έναντι πιθανών ακέραιων τιμών κατάταξης

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Sik** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** |
| **A1** | 39 | 33 | 27 | 21 | 17 | 15 | 13 | 11 | 15 | 19 | 23 | 27 |
| **A2** | 43 | 37 | 31 | 25 | 21 | 17 | 15 | 15 | 15 | 17 | 19 | 23 |
| **A3** | 44 | 38 | 32 | 26 | 20 | 16 | 16 | 16 | 16 | 18 | 20 | 24 |
| **A4** | 35 | 29 | 23 | 17 | 13 | 11 | 9 | 11 | 15 | 19 | 25 | 31 |
| **A5** | 42 | 36 | 30 | 24 | 18 | 12 | 8 | 8 | 10 | 14 | 18 | 24 |
| **A6** | 30 | 24 | 18 | 12 | 10 | 12 | 14 | 16 | 20 | 24 | 30 | 36 |
| **A7** | 58 | 52 | 46 | 42 | 38 | 34 | 30 | 26 | 22 | 18 | 16 | 14 |
| **A8** | 51 | 45 | 39 | 33 | 29 | 25 | 21 | 17 | 13 | 13 | 13 | 17 |
| **A9** | 56 | 50 | 44 | 38 | 32 | 26 | 22 | 18 | 14 | 12 | 12 | 12 |
| **A10** | 50 | 44 | 38 | 32 | 26 | 20 | 16 | 14 | 12 | 10 | 12 | 16 |
| **A11** | 10 | 4 | 2 | 8 | 14 | 20 | 26 | 32 | 38 | 44 | 50 | 56 |
| **A12** | 10 | 4 | 6 | 10 | 14 | 20 | 26 | 32 | 38 | 44 | 50 | 56 |

Έξοδος:

[7, 2, 5, 4, 6, 3, 11, 8, 10, 9, 0, 1]

[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]

Sum=13.8148

Η συλλογική λύση είναι (A11, A12, A2, A6, A4, A3, A,5, A1, A8, A10, A9, A7). O συντελεστής λ είναι: . Το ανώτατο όριο του εύρους κατάταξης είναι 11. Ο συντελεστής λ ισούται με αυτόν του υποκεφαλαίου 3.3 κάτι που αναμενόταν αφού είναι ένας λόγος και η μόνη αλλαγή είναι η κλίμακα των θέσεων κατάταξης. Παρακάτω στις τρεις πρώτες στήλες του πίνακα 3.10 φαίνονται καταγραμένες οι συλλογικές λύσεις, της συλλογικής ανάλυσης TOPSIS και των συλλογικών λύσεων που προκύπτουν απο την μήτρα διαφωνιών Sik με τους δύο τρόπους επίλυσης των κεφαλαίων 3.3 και 3.4 (με τιμές TOPSIS και με ακέραιες τιμές κατάταξης αντίστοιχα).

**Πίνακας 3.10** Σύγκριση αποτελεσμάτων Sik πίνακα συνολικά, σε σχέση με την συλλογική λύση TOPSIS

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Sik** | **Topsis** | **(0,1)** | **ακέραιες** |  | **diff1** | **diff2** |
| **A1** | 5 | 6 | 8 |  | 3 | 1 |
| **A2** | 6 | 4 | 3 |  | 3 | 2 |
| **A3** | 7 | 12 | 6 |  | 1 | 5 |
| **A4** | 4 | 5 | 5 |  | 1 | 1 |
| **A5** | 8 | 7 | 7 |  | 1 | 1 |
| **A6** | 3 | 3 | 4 |  | 1 | 0 |
| **A7** | 11 | 11 | 12 |  | 1 | 0 |
| **A8** | 9 | 8 | 9 |  | 0 | 1 |
| **A9** | 12 | 9 | 11 |  | 1 | 3 |
| **A10** | 10 | 10 | 10 |  | 0 | 0 |
| **A11** | 1 | 2 | 1 |  | 0 | 1 |
| **A12** | 2 | 1 | 2 |  | 0 | 1 |
|  |  |  |  | **sum** | 12 | 16 |

Οι λύσεις που προτείνονται από τη μέθοδο βελτιστοποίησης της μήτρας Sik είναι διαφορετικές από την κατάταξη που προτείνεται από την ανάλυση TOPSIS. Για την αξιολόγηση των απoτελεσμάτων σε σχέση με την συλλογική λύση που παράγεται απο την TOPSIS λαμβάνονται οι διαφορές των απoτελεσμάτων των συλλογικών λύσεων. Συγκεντρώνονται οι διαφορές για κάθε εναλλακτική και αθροίζονται. Αυτό φαίνεται στις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα 3.10. Στο παράδειγμα μας, για 12 εναλλακτικές λύσεις, το μέγιστο δυνατό άθροισμα διαφορών είναι 72. Έτσι, στην περίπτωση που επιλογής ακέραιων τιμών κατάταξης υπάρχει ομοιότητα με την συλλογική λύση απο την ανάλυση TOPSIS, και στην περίπτωση τιμών Topsis .

## 3.5 Αδιαφορία εναλλακτικών με τιμές TOPSIS

Εάν είχαμε m εναλλακτικές λύσεις και αναλύαμε το πρόβλημα ομοφωνία με διακριτές τιμές κατάταξης, η χαμηλότερη διαφορά xj – xi σε σύγκριση με τον εύρος τιμών είναι c = 1/n. Για παράδειγμα, εάν είχαμε 30 εναλλακτικές λύσεις, το c ισούται με 3,4483%. Συνολικά, όσο περισσότερο είναι οι εναλλακτικές, τόσο μικρότερο θα είναι το χάσμα μεταξύ της θέσης της κατάταξης και των τιμών TOPSIS, δουλεύοντας με διακριτές τιμές κατάταξης. Σκοπός είναι η σύνδεση της αδιαφορίας με τα αποτελέσματα TOPSIS βάση της απόστασης μεταξύ των βαθμολογιών τους. Παραδείγματος χάρη στον πίνακα 3 υπάρχουν τιμές όπως 0.46452 και 0.46892 οι οποίες θα μπορούσαν να θεωρηθούν ταξινομημένες στην ίδια θέση. Η περίπτωση αδιαφορίας λαμβάνει υπόψη την απόσταση μεταξύ των τιμών και τον αριθμό των εναλλακτικών επιλογών. Για έναν μεγαλύτερο αριθμό εναλλακτικών οι τιμές κατάταξης τείνουν να αποκλίνουν λιγότερο από τις αντίστοιχες τιμές TOPSIS. Όσο περισσότερες εναλλακτικές λύσεις υπάρχουν, τόσο μικρότερη σημασία έχουν οι μικρές διαφορές τιμών μεταξύ των εναλλακτικών Επομένως, συσχετίζουμε το περιθώριο αδιαφορίας με τον αριθμό των εναλλακτικών επιλογών. Προτείνουμε ένα όριο απόστασης . Δηλαδή, αν τα αποτελέσματα της TOPSIS ήταν ομοιόμορφα κατανεμημένα, για αδιαφορία θα λαμβάναμε το 1/n της απόστασης μεταξύ δύο διαδοχικών τιμών.

# Μέτρησης ομοφωνίας με σχέσεις προτιμήσεων & διαδικασία βελτίωσης ομοφωνίας

## 4.1 Aνάλυση μεθόδου

Υπάρχουν αρκετά μοντέλα για την μέτρηση ομοφωνίας σε ΑΗP και AHP-fuzzy περιβάλλοντα. Παρατίθενται δύο σημαντικά, στα οποία βασίζεται η μέθοδος του κεφαλαίου αυτού: το πρώτο πραγματεύεται ένα μοντέλο βελτιστοποίησης απόκλισης της ομοφωνίας και αποδεικνύει ότι ο βαθμός ομοφωνίας συγκλίνει με την αύξηση του αριθμού των ενδιαφερόμενων (Gong, Forrest, Zhao , & Yang , 2012). Το δεύτερο παρουσιάζει ένα μοντέλο με μια αλγοριθμική επαναληπτική μέθοδο βελτίωσης της ομοφωνίας. Και τα δύο αυτά όμως, χρησιμοποιούν ως σημείο αναφοράς για το κομμάτι της επαναληπτικής μεθόδου, τη συλλογική απόφαση της ομάδας (Xu, Li, & Wang , 2013). Oι (Μata, Martinez, & Herrera-Viedma, 2019) ανέπτυξαν ένα μοντέλο ομοφωνίας που προσαρμόζει κάθε φορά των αριθμό των αλλαγών που χρειάζεται από τους αποφασίζοντες, σύμφωνα με το επίπεδο ομοφωνίας σε κάθε γύρω. Οι (Chen, Lee, Yang, & Sheu, 2012) πρότειναν ένα μοντέλο που αλλάζει τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων με στόχο τη βελτίωση της σύγκλισης των απόψεων τους.

Στην μέθοδο που θα αναλύεται σε αυτό το κεφάλαιο τα δεδομένα εισόδου είναι της μορφής πολλαπλασιαστικών σχέσεων AHP. Χρησιμοποιείται μια αλυσιδωτή μέθοδος ώστε να παρέχει την μέτρηση της ομοφωνίας και να υπολογίζει τα βάρη των υπευθύνων λήψης αποφάσεων για τον προσδιορισμό της συλλογικής προτίμησης ομάδας με βάση τις πιθανότητες μετάβασης προτιμήσεων των αποφασιζόντων. Επιπλέον η διαδικασία εμπεριέχει έναν μηχανισμό αυτόματης ανάδρασης, μέχρι να επιτευχθεί το επιθυμητό επίπεδο ομοφωνίας (Qingxing Dong, 2016). Η μαρκοβιανή αλυσίδα πεπερασμένων καταστάσεων, χρησιμοποιείται με στόχο την ανάπτυξη μιας μεθόδου στάθμισης, βάσει των πιθανοτήτων μεταβάσεων απόψεων. Tο υπόβαθρο είναι το ίδιο όπως και στα κεφάλαια 2 και 3, με n εναλλακτικές και m αποφασίζοντες. Οι πολλαπλασιαστικές σχέσεις που θα χρησιμοποιηθούν είναι μορφής προτιμήσεων *aij*  , οι οποίες ανήκουν στην κλίμακα του (Saaty, 1994) (1-9 κλίμακας, μορφής y=ax). Η γνώμη του υπεύθυνου για τη λήψη αποφάσεων εκφράζεται από τη μήτρα PCM (pairwise comparison) που περιέχει τα ζεύγη σύγκρισης **A***k* = (*aij*(*k*))*n*∗*n*. Εφόσον χρησιμοποιείται η TOPSIS, χρειάζεται να μετατραπούν οι τιμές σε μορφή δεδομένων ahp. Αυτό γίνεται λαμβάνοντας όλα τα πιθανά ζεύγη τιμών για κάθε αποφασίζοντα αξιοποιώντας την σχέση , κατασκευάζοντας έτσι έναν n\*n πίνακα προτιμήσεων. Για την μέτρηση του επιπέδου ομοφωνίας, υπολογίζεται η απόσταση απόψεων μεταξύ όλων των πιθανών ζευγαριών των υπευθύνων λήψης αποφάσεων. Έτσι, δημιουργείται ένας n\*n πίνακας στον οποίο κάθε στοιχείο αντιπροσωπεύει τη διαφωνία μεταξύ δύο υπεύθυνων λήψης αποφάσεων. Αυτή η εγγύτητα δύο PCMs μπορεί να βρεθεί μέσω του ακόλουθου δείκτη συμβατότητας.

(4.1)

Αν *Ak* = *Al* τότε c=1. Τυπικά ονομάζεται ο παραπάνω δείκτης, ατομικός δείκτης συμφωνίας. Μεταξύ δύο αποφασιζόντων θα γράφουμε *ICIkl* = *c* (*Ak, Al*), όπου *ICP >*= 1, από την στιγμή που η τιμή 1 δηλώνει πλήρης συμφωνία, και είναι το κατώτερο όριο τιμών. Ο(Saaty, 1994)προτείνει γενικά πως η τιμή c=1.1 θεωρείται ένα οριακό σημείο μεταξύ καλής και κακής ομοφωνίας. Τελικά παράγεται ένας *Om*∗*m* πίνακα που περιέχει όλα τα *c* (*Ak, Al*) ζεύγη και ο οποίος διαμορφώνεται κατάλληλα βάση της ανάδρασης, για την οποία θα γίνει αναφορά παρακάτω. Ορίζεται το βάρος των αποφασιζόντων για το τελικό στάδιο της διαδικασίας συγκρίνοντας το επίπεδο ομοφωνίας κάθε ατόμου με κάθε άλλο. Τα βάρη προκύπτουν από τις πιθανότητες μετάβασης της γνώμης των DMs. Οι διαφορετικές εγγύτητες μεταξύ των υπευθύνων λήψης αποφάσεων αποτελούν τη βάση για τις πιθανότητες μετάβασης. Λαμβάνοντας υπόψη το δείκτη ICI ως ανεξάρτητη μεταβλητή, έχουμε :

(4.2)

όπου Οι τιμές pvs μπορούν να θεωρηθούν ως δεσμευμένες πιθανότητες. Συγκεντρωτικά αποτελούν έναν n\*n πίνακα που περιέχει όλες τις τιμές p μετάβασης απόψεων. Η περιοριστική ή στατική κατανομή αυτής της αλυσίδας μπορεί να θεωρηθεί ως η κατανομή βάρους των αποφασιζόντων ενός προβλήματος απόφασης. Συνοψίζοντας, έχουμε ένα σύστημα με m εξισώσεις και και m μεταβλητές οι οποίες είναι οι τιμές βάρους, *ρ* = (*ρ*1*, ρ*2*, ρm*). Λύνοντας το σύστημα ρT \* Pn∗n = ρT λαμβάνουμε τα βάρη. (Ross, 2009). Ο P πίνακας είναι μη υποβιβάσιμος και εργοδικός αφού δεν υπάρχει κατάσταση εγκλωβισμού και όλα τα στοιχεία του πίνακα είναι θετικά, έτσι δεν παρουσιάζεται κανέναν πρόβλημα στην αριθμητική επίλυση (Kijima, 1997).

Για τις κεντροθετημένες μεθόδους, χρειάζεται πάντα μια κατάλληλη συνάρτηση συσσωμάτωσης, που δεν σχετίζεται απαραίτητα με την διαδικασία της ομοφωνίας. Για τις κεντροθετημένες μεθόδους, χρειαζόμαστε πάντα μια κατάλληλη συνάρτηση συσσωμάτωσης, που δεν σχετίζεται απαραίτητα με την διαδικασία της ομοφωνίας. Στις περισσότερες περιπτώσεις των μοντέλων μέτρησης ομοφωνίας, ο φορέας βάρους των ατόμων συνδέεται άρρηκτα με την συλλογική λύση των εναλλακτικών. Στη συγκεκριμένη περίπτωση χρησιμοποιείται η αθροιστική συμφωνία ενός αποφασίζοντα με όλους τους υπόλοιπους, η οποία μετατρέπεται σε ένα μέτρο διαφωνίας (1/ΙCIvs). Έτσι αξιοποιείται η ατομική εγγύτητα.

Σε αρκετά μοντέλα ομοφωνίας υπάρχει ένας διαμεσολαβητής που προτείνει αλλαγές στις απόψεις με βάση την ανομοιογένεια και τους επιθυμητούς στόχους του προβλήματος. Προτείνεται ένα μοντέλο ομοφωνίας βάσει τιμών AHP που ενσωματώνει αλγοριθμικές επαναλήψεις. Χωρίς απώλεια της γενικότητας, επιλέγονται δύο υπεύθυνοι λήψης αποφάσεων a και b για την t επανάληψη. Το χρησιμοποιείται ως κριτήριο ελέγχου για την επιλογή αλλαγής απόψεων των αποφασιζόντων σε κάθε επανάληψη. Οι νέοι πίνακες προτιμήσεων και των εκάστοτε αποφασιζόντων κατασκευάζονται με τους δύο ακόλουθους τύπους.

(4.3)

H παράμετρος δηλώνει το ποσοστό του αρχικού PCM του αποφασίζοντα τ, το οποίο πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για τη διαμόρφωση της νέας μήτρας του ίδιου του αποφασίζοντα. Αυτό συμβαίνει σε κάθε γύρο της διαδικασίας βελτίωης της ομοφωνίας. Όπως φαίνεται στις εξισώσεις 4.3, αλλάζει ένα PCM με βάση δύο είδη υπάρχοντα PCM. Το υποδηλώνει το ζευγάρι που εκφράζει την υψηλότερη ανομοιογένεια. Επίσης, αναφέροντας το ποσό διατήρησης της αρχικής γνώμης, καθορίζεται έμμεσα ποιός αποφασίζοντας είναι πιο υπεύθυνος και αξιόπιστος. Το ύψος της διατήρησης της κρίσης () για κάθε υπεύθυνο λήψης αποφάσεων ελέγχεται από το βαθμό διαφωνίας σε σχέση με τους αποφασίζοντες που δεν ανήκουν στο ζευγάρι διαμόρφωσης, με το οποίο ασχολούμαστε. Οι παράμετροι είναι:

(4.4)

Από την πρώτη εξίσωση παρατηρείται πως (0.5,1). Η πολλαπλασιαστική τιμή 2 στον παρονομαστή σε κάθε παραπάνω κλάσμα της 4.4, υπάρχει για να ικανοποιείται ένα κατώτερο όριο, το 0.5. Αυτό γίνεται επειδή οι ενδιαφερόμενοι πρέπει να διατηρούν την κυριαρχία τους και να μην αλλάζουν εντελώς τις τιμές εισόδου των εναλλακτικών απoφάσεων.

Δεύτερον, αν , τότε . (Αν το ICI είναι 1 τότε έχουμε πλήρης ομοφωνία.) Αναλυτικότερα, αυτό σημαίνει ότι εάν ένας από τους δύο αποφασίζοντες έχει χαμηλότερο βαθμό ομοφωνίας με τα υπόλοιπα μέλη τότε έχει χαμηλότερη αξιοπιστία και κατά συνέπεια θα αλλάξει περισσότερο τις προτιμήσεις του σε σχέση με τον άλλον αποφασίζοντα. Σε περίπτωση που η προηγούμενη ανισότητα γίνει ισότητα τότε σημαίνει ότι οι δύο αυτοί αποφασίζοντες έχουν το ίδιο επίπεδο αξιοπιστίας.

Για κάθε επιλογή ζεύγους αντιστοιχεί μία επανάληψη. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρις ότου κάθε ζεύγος ικανοποιήσει το όριο της ομοφωνίας. Εν τέλη λαμβάνεται τον τελικό πίνακα . Υπολογίζονται τα βάρη *ρ* = (*ρ*1*, ρ*2*, ρm*) όλων των αποφασιζόντων με την προαναφερθείσα μέθοδο της μαρκοβιανής αλυσίδας. Αξιοποιώντας τον σταθμισμένο γεωμετρικό μέσο όρο, υπολογίζεται ο συλλογικός πίνακας G= (*gij*)*n*∗*n.*

(4.5)

Tέλος, η σύγκλιση είναι ένας ιδανικός τρόπος για την επικύρωση της μεθόδου.

Η μέθοδος είναι συγκλίνουσα. Χρειάζεται να εγγυηθούμε ότι το επίπεδο ομοφωνίας θα βελτιώνεται όσο αυξάνονται οι επαναλήψεις. Η απόδειξη αξιοποιεί το γεγονός ότι ο αριθμητικός μέσος είναι μεγαλύτερος από τον γεωμετρικό μέσο. Αυτό δείχνει ότι η τιμή του δείκτη ICI για ένα τυχαίο ζευγάρι αποφασιζόντων θα είναι πάντα χαμηλότερη για κάθε επόμενη επανάληψη. .

## 4.2 Εφαρμογή με τιμές TOPSIS

Ως πίνακας αναφοράς για τα δεδομένα χρησιμοποιείται ο πίνακας 2.4. Αρχικά μετατρέπονται οι τιμές του πίνακα 2.4 σε σχέσεις προτιμήσεων σύμφωνα με την σχέση Κάθε στήλη αποφασίζοντα αντιστοιχεί σε έναν 12x12 πίνακα. Στους πίνακες 4.1α και 4.1β φαίνονται οι πίνακες προτιμήσεων των 6 αποφασιζόντων.

**Πίνακας 4.1α** Σχέσεις προτιμήσεων Ε1, Ε2, Ε3, έναντι 10 εναλλακτικών

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | **E1** |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 1,333 | 0,950 | 0,851 | 0,953 | 0,704 | 1,098 | 1,013 | 1,447 | 1,357 | 0,561 | 0,553 |
| 0,750 | 1,000 | 0,712 | 0,638 | 0,715 | 0,528 | 0,824 | 0,760 | 1,085 | 1,018 | 0,421 | 0,415 |
| 1,053 | 1,404 | 1,000 | 0,896 | 1,004 | 0,741 | 1,156 | 1,067 | 1,523 | 1,429 | 0,591 | 0,583 |
| 1,175 | 1,566 | 1,116 | 1,000 | 1,120 | 0,827 | 1,290 | 1,190 | 1,700 | 1,595 | 0,659 | 0,650 |
| 1,049 | 1,398 | 0,996 | 0,893 | 1,000 | 0,738 | 1,152 | 1,063 | 1,517 | 1,424 | 0,589 | 0,581 |
| 1,421 | 1,894 | 1,350 | 1,209 | 1,355 | 1,000 | 1,560 | 1,439 | 2,056 | 1,928 | 0,797 | 0,786 |
| 0,911 | 1,214 | 0,865 | 0,775 | 0,868 | 0,641 | 1,000 | 0,923 | 1,318 | 1,236 | 0,511 | 0,504 |
| 0,987 | 1,316 | 0,938 | 0,840 | 0,941 | 0,695 | 1,084 | 1,000 | 1,428 | 1,340 | 0,554 | 0,546 |
| 0,691 | 0,921 | 0,657 | 0,588 | 0,659 | 0,486 | 0,759 | 0,700 | 1,000 | 0,938 | 0,388 | 0,383 |
| 0,737 | 0,982 | 0,700 | 0,627 | 0,702 | 0,519 | 0,809 | 0,746 | 1,066 | 1,000 | 0,414 | 0,408 |
| 1,782 | 2,375 | 1,692 | 1,516 | 1,699 | 1,254 | 1,956 | 1,805 | 2,578 | 2,418 | 1,000 | 0,986 |
| 1,807 | 2,408 | 1,716 | 1,538 | 1,722 | 1,271 | 1,984 | 1,830 | 2,614 | 2,452 | 1,014 | 1,000 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **E2** |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 0,880 | 1,051 | 0,896 | 0,895 | 0,884 | 1,117 | 1,322 | 1,001 | 1,011 | 0,614 | 0,558 |
| 1,136 | 1,000 | 1,194 | 1,017 | 1,017 | 1,004 | 1,268 | 1,502 | 1,138 | 1,148 | 0,698 | 0,634 |
| 0,951 | 0,837 | 1,000 | 0,852 | 0,852 | 0,841 | 1,062 | 1,258 | 0,953 | 0,962 | 0,584 | 0,531 |
| 1,116 | 0,983 | 1,174 | 1,000 | 0,999 | 0,986 | 1,247 | 1,476 | 1,118 | 1,129 | 0,686 | 0,623 |
| 1,117 | 0,984 | 1,174 | 1,001 | 1,000 | 0,987 | 1,248 | 1,477 | 1,119 | 1,129 | 0,686 | 0,624 |
| 1,132 | 0,996 | 1,190 | 1,014 | 1,013 | 1,000 | 1,264 | 1,497 | 1,133 | 1,144 | 0,695 | 0,632 |
| 0,895 | 0,788 | 0,941 | 0,802 | 0,802 | 0,791 | 1,000 | 1,184 | 0,897 | 0,905 | 0,550 | 0,500 |
| 0,756 | 0,666 | 0,795 | 0,677 | 0,677 | 0,668 | 0,844 | 1,000 | 0,757 | 0,764 | 0,464 | 0,422 |
| 0,999 | 0,879 | 1,050 | 0,894 | 0,894 | 0,882 | 1,115 | 1,320 | 1,000 | 1,009 | 0,613 | 0,558 |
| 0,989 | 0,871 | 1,040 | 0,886 | 0,885 | 0,874 | 1,105 | 1,308 | 0,991 | 1,000 | 0,608 | 0,552 |
| 1,628 | 1,433 | 1,711 | 1,458 | 1,457 | 1,439 | 1,818 | 2,153 | 1,630 | 1,646 | 1,000 | 0,909 |
| 1,791 | 1,577 | 1,883 | 1,604 | 1,603 | 1,582 | 2,000 | 2,368 | 1,794 | 1,811 | 1,100 | 1,000 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **E3** |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 0,932 | 0,908 | 0,697 | 1,280 | 0,731 | 1,543 | 1,043 | 1,296 | 1,064 | 0,547 | 0,627 |
| 1,073 | 1,000 | 0,974 | 0,747 | 1,373 | 0,785 | 1,656 | 1,119 | 1,390 | 1,141 | 0,587 | 0,672 |
| 1,101 | 1,027 | 1,000 | 0,767 | 1,409 | 0,806 | 1,700 | 1,149 | 1,427 | 1,172 | 0,603 | 0,690 |
| 1,436 | 1,338 | 1,303 | 1,000 | 1,837 | 1,050 | 2,216 | 1,497 | 1,860 | 1,527 | 0,786 | 0,899 |
| 0,782 | 0,728 | 0,709 | 0,544 | 1,000 | 0,572 | 1,206 | 0,815 | 1,012 | 0,831 | 0,428 | 0,490 |
| 1,367 | 1,274 | 1,241 | 0,953 | 1,750 | 1,000 | 2,110 | 1,426 | 1,771 | 1,455 | 0,749 | 0,857 |
| 0,648 | 0,604 | 0,588 | 0,451 | 0,829 | 0,474 | 1,000 | 0,676 | 0,839 | 0,689 | 0,355 | 0,406 |
| 0,959 | 0,894 | 0,871 | 0,668 | 1,227 | 0,701 | 1,480 | 1,000 | 1,242 | 1,020 | 0,525 | 0,601 |
| 0,772 | 0,719 | 0,701 | 0,538 | 0,988 | 0,565 | 1,191 | 0,805 | 1,000 | 0,821 | 0,423 | 0,484 |
| 0,940 | 0,876 | 0,853 | 0,655 | 1,203 | 0,687 | 1,451 | 0,980 | 1,218 | 1,000 | 0,515 | 0,589 |
| 1,827 | 1,702 | 1,658 | 1,272 | 2,337 | 1,336 | 2,819 | 1,905 | 2,366 | 1,943 | 1,000 | 1,144 |
| 1,596 | 1,488 | 1,449 | 1,112 | 2,042 | 1,167 | 2,463 | 1,664 | 2,068 | 1,698 | 0,874 | 1,000 |

**Πίνακας 4.1β** Σχέσεις προτιμήσεων Ε4, Ε5, Ε6, έναντι 10 εναλλακτικών

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | **E4** |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 1,607 | 1,308 | 1,483 | 1,224 | 0,810 | 1,660 | 1,588 | 1,024 | 1,126 | 0,583 | 0,568 |
| 0,622 | 1,000 | 0,814 | 0,923 | 0,762 | 0,504 | 1,033 | 0,988 | 0,637 | 0,701 | 0,363 | 0,353 |
| 0,764 | 1,228 | 1,000 | 1,133 | 0,935 | 0,619 | 1,269 | 1,214 | 0,783 | 0,861 | 0,446 | 0,434 |
| 0,674 | 1,084 | 0,883 | 1,000 | 0,825 | 0,546 | 1,120 | 1,071 | 0,691 | 0,760 | 0,393 | 0,383 |
| 0,817 | 1,313 | 1,069 | 1,212 | 1,000 | 0,662 | 1,357 | 1,298 | 0,837 | 0,921 | 0,477 | 0,464 |
| 1,235 | 1,985 | 1,616 | 1,831 | 1,512 | 1,000 | 2,051 | 1,962 | 1,265 | 1,391 | 0,721 | 0,701 |
| 0,602 | 0,968 | 0,788 | 0,893 | 0,737 | 0,488 | 1,000 | 0,957 | 0,617 | 0,678 | 0,351 | 0,342 |
| 0,630 | 1,012 | 0,824 | 0,933 | 0,770 | 0,510 | 1,045 | 1,000 | 0,645 | 0,709 | 0,367 | 0,357 |
| 0,977 | 1,569 | 1,278 | 1,448 | 1,195 | 0,791 | 1,622 | 1,551 | 1,000 | 1,100 | 0,570 | 0,555 |
| 0,888 | 1,426 | 1,161 | 1,316 | 1,086 | 0,719 | 1,474 | 1,410 | 0,909 | 1,000 | 0,518 | 0,504 |
| 1,714 | 2,755 | 2,243 | 2,542 | 2,098 | 1,388 | 2,846 | 2,723 | 1,755 | 1,931 | 1,000 | 0,973 |
| 1,761 | 2,830 | 2,304 | 2,611 | 2,155 | 1,426 | 2,924 | 2,797 | 1,803 | 1,984 | 1,027 | 1,000 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **E5** |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 1,116 | 1,014 | 1,108 | 1,101 | 1,286 | 2,305 | 1,415 | 1,489 | 1,020 | 0,650 | 0,621 |
| 0,896 | 1,000 | 0,909 | 0,993 | 0,986 | 1,153 | 2,065 | 1,268 | 1,334 | 0,914 | 0,582 | 0,557 |
| 0,986 | 1,101 | 1,000 | 1,093 | 1,086 | 1,269 | 2,273 | 1,395 | 1,468 | 1,006 | 0,641 | 0,613 |
| 0,902 | 1,007 | 0,915 | 1,000 | 0,993 | 1,161 | 2,080 | 1,277 | 1,343 | 0,921 | 0,587 | 0,561 |
| 0,908 | 1,014 | 0,921 | 1,007 | 1,000 | 1,169 | 2,094 | 1,285 | 1,352 | 0,927 | 0,590 | 0,565 |
| 0,777 | 0,867 | 0,788 | 0,861 | 0,856 | 1,000 | 1,792 | 1,100 | 1,157 | 0,793 | 0,505 | 0,483 |
| 0,434 | 0,484 | 0,440 | 0,481 | 0,478 | 0,558 | 1,000 | 0,614 | 0,646 | 0,443 | 0,282 | 0,270 |
| 0,707 | 0,789 | 0,717 | 0,783 | 0,778 | 0,909 | 1,629 | 1,000 | 1,052 | 0,721 | 0,459 | 0,439 |
| 0,672 | 0,750 | 0,681 | 0,744 | 0,739 | 0,864 | 1,548 | 0,950 | 1,000 | 0,685 | 0,437 | 0,417 |
| 0,980 | 1,094 | 0,994 | 1,086 | 1,079 | 1,261 | 2,259 | 1,387 | 1,459 | 1,000 | 0,637 | 0,609 |
| 1,539 | 1,717 | 1,560 | 1,705 | 1,694 | 1,979 | 3,546 | 2,177 | 2,290 | 1,570 | 1,000 | 0,956 |
| 1,609 | 1,795 | 1,631 | 1,783 | 1,771 | 2,070 | 3,708 | 2,276 | 2,395 | 1,642 | 1,046 | 1,000 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **E6** |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 0,581 | 1,056 | 0,582 | 0,813 | 0,799 | 0,483 | 0,543 | 0,901 | 0,937 | 0,432 | 0,544 |
| 1,721 | 1,000 | 1,817 | 1,001 | 1,398 | 1,374 | 0,832 | 0,934 | 1,551 | 1,612 | 0,743 | 0,936 |
| 0,947 | 0,550 | 1,000 | 0,551 | 0,770 | 0,756 | 0,458 | 0,514 | 0,854 | 0,887 | 0,409 | 0,515 |
| 1,719 | 0,999 | 1,815 | 1,000 | 1,397 | 1,373 | 0,831 | 0,933 | 1,549 | 1,610 | 0,742 | 0,935 |
| 1,231 | 0,715 | 1,299 | 0,716 | 1,000 | 0,983 | 0,595 | 0,668 | 1,109 | 1,153 | 0,532 | 0,669 |
| 1,252 | 0,728 | 1,322 | 0,729 | 1,018 | 1,000 | 0,605 | 0,680 | 1,129 | 1,173 | 0,541 | 0,681 |
| 2,069 | 1,202 | 2,184 | 1,203 | 1,681 | 1,652 | 1,000 | 1,123 | 1,864 | 1,938 | 0,894 | 1,125 |
| 1,842 | 1,071 | 1,945 | 1,072 | 1,497 | 1,471 | 0,891 | 1,000 | 1,660 | 1,726 | 0,796 | 1,002 |
| 1,110 | 0,645 | 1,171 | 0,645 | 0,902 | 0,886 | 0,536 | 0,602 | 1,000 | 1,039 | 0,479 | 0,603 |
| 1,068 | 0,620 | 1,127 | 0,621 | 0,868 | 0,853 | 0,516 | 0,579 | 0,962 | 1,000 | 0,461 | 0,580 |
| 2,315 | 1,345 | 2,444 | 1,347 | 1,881 | 1,849 | 1,119 | 1,257 | 2,087 | 2,168 | 1,000 | 1,259 |
| 1,839 | 1,069 | 1,942 | 1,070 | 1,495 | 1,469 | 0,889 | 0,998 | 1,658 | 1,723 | 0,795 | 1,000 |

Έχοντας ως αναφορά τους πίνακες σύγκρισης ανά ζεύγη για κάθε υπεύθυνο λήψης απoφάσεων, ακολουθεί ο υπολογισμός της εγγύτητας ανα ζεύγη των αποφασιζόντων σύμφωνα με τον τύπο 4.1. Τα αποτελέσματα για κάθε ζευγάρι φαίνονται στον πίνακα 3. Παρακάτω παρατίθεται η υλοποίηση για την μέτρηση ομοφωνίας σε γλώσσα Python,

ahp1=pd.read\_excel(‘consensus models2.xlsx’, sheet\_name=’ahpe1’)

ahp2=pd.read\_excel(‘consensus models2.xlsx’, sheet\_name=’ahpe2’)

ahp3=pd.read\_excel(‘consensus models2.xlsx’, sheet\_name=’ahpe3’)

ahp4=pd.read\_excel(‘consensus models2.xlsx’, sheet\_name=’ahpe4’)

ahp5=pd.read\_excel(‘consensus models2.xlsx’, sheet\_name=’ahpe5’)

ahp6=pd.read\_excel(‘consensus models2.xlsx’, sheet\_name=’ahpe6’)

m = 12

matrix = []

summ = 0

for q in range (6):

for k in range (6):

for i in range (12):

for j in range (12):

c=list[q][i][j]\*list[k][j][i]

summ = summ + c

matrix.append(summ/m\*\*2)

summ=0

matrix2 = np.array([matrix])

matrix2 = np.reshape(matrix, (6,6))

print (matrix2)

**Πίνακας 4.2** Αρχικός ΙCI πίνακας ομοφωνίας,

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** |
| **E1** | 1,000 | 1,227 | 1,039 | 1,066 | 1,082 | 1,107 |
| **E2** | 1,227 | 1,000 | 1,271 | 1,364 | 1,331 | 1,210 |
| **E3** | 1,039 | 1,271 | 1,000 | 1,081 | 1,045 | 1,130 |
| **E4** | 1,066 | 1,364 | 1,081 | 1,000 | 1,068 | 1,213 |
| **E5** | 1,082 | 1,331 | 1,045 | 1,068 | 1,000 | 1,210 |
| **E6** | 1,107 | 1,210 | 1,130 | 1,213 | 1,210 | 1,000 |

Aυτός είναι o ή αλλιώς πίνακας. Αφού ο πίνακας είναι συμμετρικός, επιλέγοντας την άνω τριγωνική μήτρα, υπολογίζεται ο μέσος όρος που είναι 1.167. Επιλέγεται ένα όριο ομοφωνίας 10% (c = 1,10) για κάθε ζεύγος. Διακρίνεται το στοιχείο με την υψηλότερη τιμή και διαμορφώνεται αναλόγως ως προς τις τιμές που σχετίζονται με τους εκάστοτε δύο αποφασίζοντες.. Έτσι, αλλάζουμε τις αξίες του πρώτου και του δεύτερου ενδιαφερόμενου. Με τη βοήθεια των παρακάτω λειτουργιών επιτυγχάνουμε τις νέες αξίες. Στο συγκεκριμένο βήμα θα χρησιμοποιήσουμε τους ακόλουθους τύπους:

Άρα έχοντας ως αναφορά τον 2ο και 4ο αποφασίζοντα, οι παραπάνω σχέσεις διαμορφώνονται ως εξής:

Με την τιμή, συνεπάγεται ότι ο δεύτερος αποφασίζoντας (Ε2) διαμορφώνει τις προτιμήσεις του με συντελεστή 0.734 με βάση τις αρχικές του προτιμήσεις και με (1-0.734) = 0.266, με βάση τις προτιμήσεις του 4ου υπεύθυνου λήψης αποφάσεων. Αντίστοιχα, ο 4ος αποφασίζοντα διατηρεί τις προτιμήσεις του με συντελεστή 0.766 και ενσωματώνει τις προτιμήσεις του 2ου αποφασίζοντα με συντελεστή (1-0.766) = 0.234. Αυτό υποδηλώνουν οι εξισώσεις . Oπότε,

Έτσι οι πίνακες προτιμήσεων των Ε2, Ε4 είναι διαφορετικοί. Υπολογίζοντας τις ανανεωμένες τιμές, λαμβάνεται ο νέος πίνακα ομοφωνίας ΙCI, ο οποίος φαίνεται στον πίνακα 4.3.

**Πίνακας 4.3**  Δεύτερος πίνακας ομοφωνίας

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** |
| **E1** | 1,000 | 1,146 | 1,039 | 1,053 | 1,082 | 1,107 |
| **E2** | 1,146 | 1,000 | 1,146 | 1,104 | 1,181 | 1,137 |
| **E3** | 1,039 | 1,146 | 1,000 | 1,064 | 1,045 | 1,128 |
| **E4** | 1,053 | 1,104 | 1,064 | 1,000 | 1,061 | 1,161 |
| **E5** | 1,082 | 1,181 | 1,045 | 1,061 | 1,000 | 1,211 |
| **E6** | 1,107 | 1,137 | 1,128 | 1,161 | 1,211 | 1,000 |

Επειδή έχουν αλλάξει οι τιμές του 2ου και του 4ου υπεύθυνου λήψης αποφάσεων, οποιαδήποτε ζεύγη που τα περιέχουν θα αλλάξουν. Όλες οι τιμές της 2ης και της 4ης στήλης, και της 2ης και 4ης σειράς θα αλλάξουν (και εκτός από τις διαγώνιες τιμές δεδομένου ότι πάντα ο υπεύθυνος λήψης αποφάσεων βρίσκεται σε πλήρη συμφωνία με τον εαυτό του). Έτσι ο ICI είναι διαφορετικός και το νέο μέγιστο είναι . Ακολουθείται η ίδια αλγοριθμική διαδικασία όπως έγινε για τον πρώτο πίνακα. Μέχρι και τον πίνακα 4.6 παρατίθεται κυκλικά η αλγοριθμική διαδικασία.

**Πίνακας 4.4** Tρίτος πίνακας ομοφωνίας

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** |
| **E1** | 1,000 | 1,146 | 1,039 | 1,053 | 1,051 | 1,071 |
| **E2** | 1,146 | 1,000 | 1,146 | 1,104 | 1,130 | 1,113 |
| **E3** | 1,039 | 1,146 | 1,000 | 1,064 | 1,028 | 1,079 |
| **E4** | 1,053 | 1,104 | 1,064 | 1,000 | 1,048 | 1,109 |
| **E5** | 1,051 | 1,130 | 1,028 | 1,048 | 1,000 | 1,062 |
| **E6** | 1,071 | 1,113 | 1,079 | 1,109 | 1,062 | 1,000 |

**Πίνακας 4.5**  Tέταρτος πίνακας ομοφωνίας

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** |
| **E1** | 1,000 | 1,089 | 1,036 | 1,053 | 1,051 | 1,071 |
| **E2** | 1,089 | 1,000 | 1,045 | 1,065 | 1,074 | 1,075 |
| **E3** | 1,036 | 1,045 | 1,000 | 1,049 | 1,025 | 1,063 |
| **E4** | 1,053 | 1,065 | 1,049 | 1,000 | 1,048 | 1,109 |
| **E5** | 1,051 | 1,074 | 1,025 | 1,048 | 1,000 | 1,062 |
| **E6** | 1,071 | 1,075 | 1,063 | 1,109 | 1,062 | 1,000 |

**Πίνακας 4.6**  Πέμπτος πίνακας ομοφωνίας

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** |
| **E1** | 1,000 | 1,089 | 1,036 | 1,037 | 1,051 | 1,051 |
| **E2** | 1,089 | 1,000 | 1,045 | 1,047 | 1,074 | 1,056 |
| **E3** | 1,036 | 1,045 | 1,000 | 1,032 | 1,025 | 1,044 |
| **E4** | 1,037 | 1,047 | 1,032 | 1,000 | 1,031 | 1,034 |
| **E5** | 1,051 | 1,074 | 1,025 | 1,031 | 1,000 | 1,042 |
| **E6** | 1,051 | 1,056 | 1,044 | 1,034 | 1,042 | 1,000 |

Αυτός είναι και ο τελικός πίνακας ICI, αφού ικανοποιείται το φράγμα ομοφωνίας e=10%. Το τελευταίο βήμα μένει στο να απόκτήσουμε την ομαδική λύση προτίμησης χρησιμοποιώντας τον γεωμετρικό μέσο όρο. Ακολουθεί η εύρεση των δεσμευμένων πιθανοτήτων, οι οποίες δείχνουν το ύψος της συμφωνίας μεταξύ δύο υπεύθυνων λήψης αποφάσεων. Ολόκληρη η μήτρα p μπορεί να θεωρηθεί ως μια μαρκοβιανή αλυσίδα. Ο υπολογισμός πιθανοτήτων Pvs γίνεται με τον παρακάτω πίνακα. Το αποτέλεσμα βρίσκεται στον πίνακα 4.7.

p= []

c = 0

def rowssumofmatrix2 (k):

d = 0

for j in range (6):

d = 1/πίνακας2[j][k] + d

return (d)

for i in range (6):

for j in range (6):

c = (1/matrix2[i][j])/(rowssumof matrix 2(i))

p.append()

c = 0

p = np.around([p], decimals=4 )

p = np.reshape(p, (6,6))

print (“\n”)

print (p)

print («\n»)

**Πίνακας 4.7** Μαρκοβιανός πίνακας αποφασιζόντων

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0,1739 | 0,1597 | 0,1678 | 0,1677 | 0,1655 | 0,1655 |
| 0,1609 | 0,1752 | 0,1677 | 0,1673 | 0,1631 | 0,1658 |
| 0,1657 | 0,1644 | 0,1717 | 0,1663 | 0,1676 | 0,1645 |
| 0,1656 | 0,164 | 0,1663 | 0,1717 | 0,1664 | 0,1661 |
| 0,1644 | 0,1609 | 0,1686 | 0,1675 | 0,1728 | 0,1657 |
| 0,1646 | 0,1637 | 0,1657 | 0,1673 | 0,1659 | 0,1729 |

Παρακάτω δίδεται ο κώδικας για τον υπολογισμό των βαρών των αποφασιζόντων, ο οποίος βασίζεται στα δεδομένα του πίνακα 4.7. Σκοπός είναι η λύση της εξίσωσης ρT \* Pn∗n = ρT, όπου ρ είναι το διάνυσμα βαρών των αποφασιζόντων.

x0, x1, x2, x3, x4, x5 = sy.symbols(“x1, x2, x3, x4, x5, x6”, real=True)

X = sy. matrix ([x0,x1,x2,x3,x4,x5])

X = X.transpose()

b = [0,0,0,0,0,0]

b = np.transpose(b)

for i in range(6):

p[i][i] = p[i][i]-1

sums=0

z = np.linalg.solve(p,b)

print(z)

for i in range(6):

sums = sums+z[i]

print (sums)

for i in range(6):

z[i] = z[i]/sums

print (z)

Τα βάρη των αποφασιζόντων που προκύπτουν από την αναλλοίωτη κατανομή του Pvs πίνακα είναι: [0.166,0.165,0.168,0.167,0.168,0.167]. Με τον γεωμετρικό μέσο, στον πίνακα 9 συγκεντρώνουμε κάθε στοιχείο των 6 αρχικών μητρών PCM με τον συνδυασμό των παραπάνω βαρών.

qq = [0.166,0.165,0.168,0.167,0.168,0.167]

gπίνακας = np.ones((12,12))

for i in range(12):

for j in range(12):

for q in range(6):

g matrix [i][j] = gmatrix [i][j]\*list[q][i][j]\*\*qq[q]

gmatrix = np.reshape(g matrix, (12,12))

print (g matrix)

**Πίνακας 4.8** Τελικός συνολικός πίνακας προτιμήσεων αποφασιζόντων

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** | **A5** | **A6** | **A7** | **A8** | **A9** | **A10** | **A11** | **A12** |
| **A1** | 1 | 0,95 | 0,975 | 1,097 | 0,938 | 1,144 | 0,848 | 1,007 | 0,855 | 0,931 | 1,573 | 1,472 |
| **A2** | 1,053 | 1 | 1,027 | 1,155 | 0,988 | 1,204 | 0,892 | 1,06 | 0,9 | 0,98 | 1,655 | 1,55 |
| **A3** | 1,025 | 0,974 | 1 | 1,125 | 0,962 | 1,173 | 0,869 | 1,033 | 0,877 | 0,954 | 1,613 | 1,51 |
| **A4** | 0,911 | 0,866 | 0,889 | 1 | 0,855 | 1,043 | 0,773 | 0,918 | 0,779 | 0,848 | 1,433 | 1,342 |
| **A5** | 1,066 | 1,012 | 1,039 | 1,169 | 1 | 1,219 | 0,903 | 1,073 | 0,911 | 0,992 | 1,676 | 1,569 |
| **A6** | 0,874 | 0,83 | 0,852 | 0,959 | 0,82 | 1 | 0,741 | 0,88 | 0,747 | 0,813 | 1,375 | 1,287 |
| **A7** | 1,18 | 1,121 | 1,151 | 1,294 | 1,107 | 1,35 | 1 | 1,188 | 1,009 | 1,098 | 1,855 | 1,737 |
| **A8** | 0,993 | 0,943 | 0,968 | 1,09 | 0,932 | 1,136 | 0,842 | 1 | 0,849 | 0,924 | 1,562 | 1,462 |
| **A9** | 1,17 | 1,111 | 1,141 | 1,283 | 1,097 | 1,338 | 0,991 | 1,178 | 1 | 1,088 | 1,839 | 1,722 |
| **A10** | 1,074 | 1,021 | 1,048 | 1,179 | 1,008 | 1,229 | 0,911 | 1,082 | 0,919 | 1 | 1,69 | 1,582 |
| **A11** | 0,636 | 0,604 | 0,62 | 0,698 | 0,597 | 0,728 | 0,539 | 0,64 | 0,544 | 0,592 | 1 | 0,936 |
| **A12** | 0,679 | 0,645 | 0,662 | 0,745 | 0,637 | 0,777 | 0,576 | 0,684 | 0,581 | 0,632 | 1,068 | 1 |

Ο πίνακας 4.8 είναι ο τελικός πίνακας προτίμησης όλων των αποφασιζόντων, και ικανοποιεί την ζητούμενη στάθμη ομοφωνίας. Δεδομένου ότι δεν είναι εφικτό να ανακτηθούν τιμές μορφής TOPSIS που είχαμε αρχικά, χρησιμοποιώντας την ΑΗP μέθοδο μπορούμε να κατατάξουμε τις εναλλακτικές, έχοντας επιτύχει τον επιθυμητό βαθμό ομοφωνίας.

# Aνασκόπηση εργαλείων και δεικτών γύρω από την μελέτη ομοφωνίας

## 5.1 Σύνολα ασαφούς προτίμησης

Τα σύνολα ασαφούς προτίμησης αναπτύχθηκαν από τον (Zadeh, 1965), όταν έγινε η δημοσίευση “fuzzy sets”. Η θεωρία ασαφών συνόλων έχει σκοπό να βελτιώσει απλά μοντέλα αναπτύσσοντας ένα πιο ισχυρό και ευέλικτο μοντέλο για την επίλυση σύνθετων προβλημάτων του σύγχρονου κόσμου. Κυρίως εφαρμόζεται σε συστήματα ελέγχου, θεωρίες βελτιστοποίησης, στη τεχνητή νοημοσύνη και σε μοντέλα ανθρώπινης συμπεριφοράς. Στη λογική και τα μαθηματικά , όταν έχουμε ένα σύνολο , και χρειάζεται να δειχθεί αν κάτι ανήκει στο σύνολο, χρησιμοποιούνται οι τιμές 0 και 1. Μια τέτοια ισχυρή αρχή αναπόφευκτα αντιμετωπίζει φιλοσοφικά προβλήματα. Τα σύνολα ασαφούς προτίμησης προσφέρουν μια λογική που είναι πιο κοντά στην ανθρώπινη σκέψη, επιτρέποντας πιθανοτικούς λογισμούς. Επιτρέπει προτάσεις που είναι ούτε μόνο αληθής, ούτε μόνο ψευδής, αλλά συνδυασμό των δύο. Αυτός ο βαθμός συνηθίζεται να περιορίζεται στο διάστημα (0,1). Ένα ασαφές υποσύνολο Α ενός σετ Χ, αποδίδει ένα βαθμό (degree of membership) για το στοιχείο x. , όπου μ είναι συνάρτηση του x στο F.

Για τον σκοπό της διπλωματικής, από την σκοπιά των ασαφών συνόλων προτίμησης μετριέται η ατομική συνέπεια κάθε αποφασίζοντα, ξεχωριστά, καθώς και η συνέπεια της ομαδικής λύσης, στο υποκεφάλαιο 5.3. Αρχικά, ορίζονται κάποιες πιθανές περιπτώσεις δεδομένων εισόδου που υπάρχουν. Γίνεται επικέντρωση σε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις δεδομένων, με *X* = *x*1*, x*2*, x*3*, xN,* να είναι οι εναλλακτικές και *E* = *e*1*, e*2*, e*3*...eκ* οι αποφασίζοντες. Στο υποκεφάλαιο 5.2 με την βοήθεια κάποιων συναρτήσεων, μετατρέπονται αυτές οι τιμές στην μορφή ασαφών προτιμήσεων μορφής ενός πίνακα, με τελικό στόχο να βελτιωθεί και να μετρηθεί η συνέπεια της συλλογικής και ατομικής απόφασης των αποφασιζόντων. Επίσης οι ασαφές σχέσεις χρησιμοποιούνται στα υποκεφάλαια 5.4 και 5.6 (Guiqing , Yucheng, & Yinfeng, 2012)

## 5.2 Μετασχηματισμός δεδομένων σε σχέσεις ασαφούς προτίμησης

Η ομοφωνία μπορεί να είναι δύσκολο να επιτευχθεί, ιδιαίτερα σε μεγάλη και διαφοροποιημένη ομάδα ή άτομα. Η πλήρης ιδανική συμφωνία δεν είναι απαραίτητη, κάτι που είναι συμβατό με την σύγχρονη πραγματικότητα. (Chiclana, , Herrera , & Herrera-Viedma, 2002). Η εμφάνιση διαφωνίας μεταξύ των ομάδων είναι αναπόφευκτη και η συσσωμάτωση αντιφατικών απόψεων μπορεί να οδηγήσει σε μια λύση, η οποία μπορεί να μην είναι ικανοποιητική για όλους. Όπως είδη αναλύσαμε στα κεφάλαια 2 και 3, το μέτρο εγγύτητας στη διαδικασία ομοφωνίας χρησιμοποιείται ως μηχανισμός ανατροφοδότησης, για να καθοδηγήσει κατάλληλα τους υπεύθυνους λήψης αποφάσεων να αλλάξουν τις απόψεις τους. Παρακάτω παρουσιάζονται συνοπτικά πιθανοί τρόποι με τους οποίους μας παρέχονται δεδομένα εισόδου από τους αποφασίζοντες, και πως με κατάλληλες συναρτήσεις μπορούν να αναπαριστώνται στο διάστημα (0,1) των ασαφών σχέσεων προτίμησης.

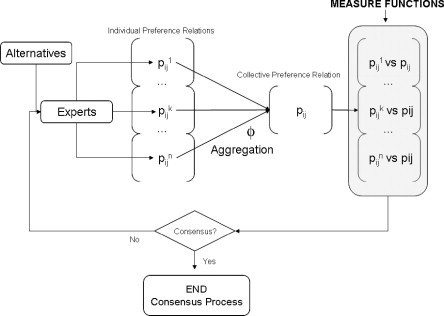
Διακριτές τιμές κατάταξης: Είναι ένας φορέας [1 × N] για κάθε αποφασίζοντα k, διατάσσοντας τις εναλλακτικές λύσεις. Μετρατρέπονται οι τιμές κατάταξης σε σχέσεις ασαφούς προτίμησης με την βοήθεια της ακόλουθης συνάρτησης:

Τιμές χρησιμότητας: Εάν η είσοδος δεδομένων δίνεται στη δομή των τιμών χρησιμότητας (υπολογισμός της απόδοσης μέσω μιας συνάρτησης χρησιμότητας) τότε εφαρμόζεται η ακόλουθη συνάρτηση:

Σχέσεις ασαφούς προτίμησης: Είναι μια μορφή µ*pk:* [*X* ∗*X*] [0*,*1], όπου *µpk* (*xi, xj*) = *pkij.* Αυτό υποδηλώνει τον βαθμό προτιμήσεων ή την ισχύ της εναλλακτικής xi έναντι xj. Αυτό είναι και το περιβάλλον στο οποίο θα γίνει η μέτρηση της συνέπειας των αποφασιζόντων.

Πολλαπλασιαστικές σχέσεις: O λόγος προτίμησης Aij μπορεί να λάβει τιμές από 1 έως 9 και υποδηλώνει πόσες φορές το xi είναι καλύτερο σε σχέση με την εναλλακτική λύση xj.

* Αν και με , τότε γίνεται εύρεση μιας συνάρτησης F(*Ak*) = *Pk*.
* Επομένως, χρειαζόμαστε μια κλάση συναρτήσεων που επιβεβαιώνει τα εξής: *f*(*x*) + *f*(1*/x*) = 1, με *f* (9) = 1.
* Ορίζεται η f με μια βοηθητική συνάρτηση h όπου *f*(*x*) = ½ – *h*(*x*), και *h*(*x*) = ½ – *f*(1*/x*)*.*
* Παράλληλα *h*(*x*) + *h*(1*/x*) = 0.
* Επίσης γνωρίζουμε πως η μορφή λύσης της ταυτότητας *r* (*x* ∗ *y*) = *r*(*x*) + *r*(*y*) είναι η συνάρτηση *r*(*z*) = *c* ∗ *lnz, με c* παράμετρο.
* Συγκεκριμένα ισχύει *y* = 1*/x*. Για *x* = 1 => *y* = 1, άρα: 2\**h* (1) = 0 = *h* (*x* ∗ *y*). Οπότε η h(x) ικανοποιεί την παραπάνω εξίσωση.
* Από την στιγμή που h (9) = ½, then we have *c* = 1*/* (2 ∗ *ln*9). So, *h*(*z*) = *lnz/* (2 ∗ *ln9*) = ½ ∗ *log*9*Z*.



**Εικόνα 5.1** Διαδικασία ομοφωνίας με σχέσεις ασαφούς προτίμησης (del Moral M. , Chiclana, Tapia, Tapia-Garcia, & Herrera-Viedma, 2019)

## 5.3 Aτομική και συλλογική συνέπεια

Οι προσεγγίσεις με βάση την απόσταση στοχεύουν στην εύρεση μιας βέλτιστης συλλογικής κατάταξης που κατά κάποιο τρόπο είναι ‘’κοντά’’ στις προτιμήσεις των αποφασιζόντων. Η έννοια του «πλησιέστερου» ποσοτικοποιείται χρησιμοποιώντας μια μέτρηση απόστασης που ικανοποιεί πάντα ορισμένες μαθηματικές ιδιότητες. Οι μετρικές αποστάσεων χρειάζεται να ικανοποιούν την τριγωνική ανισότητα. Η χαλάρωση της απαίτησης αυτής μπορεί όμως να υπάρχει σε μια κοινωνική επιλογή. Για παράδειγμα δύο εμπειρογνώμονες Α και Β ενδέχεται να έχουν κάποιες κοινές προτιμήσεις, όπως και οι εμπειρογνώμονες Β και Γ, αλλά αντιθέτως οι εμπειρογνώμονες Α και Γ να μην έχουν καμία κοινή προτίμηση (Ζhifeng, 2005).

Η έλλειψη συνέπειας στα προβλήματα ανάλυσης αποφάσεων οδηγεί ασυνεπή συμπεράσματα. Για αυτό, είναι σημαντικό να μελετηθούν οι συνθήκες υπό τις οποίες επιτυγχάνεται η συνοχή. Είναι προτιμότερο τα άτομα να είναι συνεπή στις προτιμήσεις τους. Υπάρχουν ορισμένες ιδιότητες που μετράνε το παραπάνω. Θα βασιστούμε στην έννοια της μεταβατικής ιδιότητας για την μέτρηση της ατομικής συνέπειας των υπευθύνων λήψης αποφάσεων: *pij + pjk + pki = 1.5 i, j, k.*  (5.3.1)

* Έστω ότι υπάρχουν τρεις διαφορετικές εναλλακτικές *xi, xj, xk*, και η πληροφορία που κατέχουμε για αυτές είναι: *xi < xj* ⇔ *pij <* 0*.*5.
* Αν είχαμε *pjk* = 0*.*5 τότε έχουμε αδιαφορία επιλέγοντας ένα από τα *xj, xk* έναντι της *xi*.
* Οπότε , καθώς *xj* ∼ *xk.*  -> *pji* = *pki* και γιαυτό *pij* + *pjk* + *pki* = *pij* + *pjk* + *pji* = 1 + 0*.*5 = 1*.*5
* Από την άλλη, αν είχαμε *pjk <* 0*.*5 αυτό σημαίνει οτί το *xk* προτιμάται έναντι του *xi.*Για παράδειγμα, ένας καταναλωτής θεωρείται λογικός, που σημαίνει ότι αν προτιμά το α έναντι του b, και b έναντι του c, θα προτιμούσε και το α από c.
* Επίσης η τιμή *pki* πρέπει να είναι μεγαλύτερη από το *pji,* αφού *xk > xj > xi*. Το κατά πόσο προτιμάται η *xk* από την *xi*, ισούται με το επιμέρους άθροισμα προτιμήσεων όταν έχουμε ένα ενδιάμεσο σημείο .
* Αυτό σημαίνει ότι *pki*−0*.*5 = (*pkj* −0*.*5) + (*pji*− 0*.*5). Έτσι η 5.3.1 ικανοποιείται. Το ίδιο ισχύει αν έχουμε *pjk >* 0*.*5. (Herrera-Viedma, Herrera, Chiclana, & Luque, 2004).

Για την πιθανότητα ασυνεπούς εισαγωγής δεδομένων, δημιουγείται ένας νέος συνεκτικός πίνακας ασαφών σχέσεων. Για κάθε αποφασίζοντα επίσης δημιουργείται ένας νέος συνεπής πίνακας ασαφών σχέσεων. Έχοντας ως αναφορά τον αρχικό , παρατίθεται η ακόλουθη αναδιαμόρφωση (Wu & Xu, 2012). Από τον ορισμό της μεταβατικής ιδιότητας συνεπάγεται ότι:

*Pij* + *pjk* + *pki* = 1*.*5 ⇒ *pij* = *pik* – *pjk* + 0*.*5 = *pkj* – *pki* + *pkk*

Αθροίζοντας και τις δύο πλευρές από το 1 εως n έχουμε:

(5.1)

Υπολογίζοντας κάθε στοιχείο g, κατασκευάζεται ο 100% συνεπής πίνακας. Στη συνέχεια, ελέγχεται η ατομική συνέπεια υπολογίζοντας μια απόσταση μεταξύ των δύο μητρών. Ο δείκτης Consistency Index (CI) είναι:

(5.2)

To *CI*(*P*) λαμβάνει δεδομένα μόνο από την άνω τριγωνική πλευρά κάθε μήτρας, καθώς ο πίνακας είναι συμμετρικός. To α είναι ένα προκαθορισμένο όριο ομοφωνίας. Αν δεν είναι ικανοποιημένο τότε συντονίζονται οι τιμές *ij* συναρτήσει των *gij* ως εξής:

*P*(*r*+1) = *β* ∗ *P*(*r*) + (1 – *β*) ∗ *G*, όπου *β* ∈ (0*,*1). (5.3)

Ο συλλογικός πίνακας ασαφών προτιμήσεων είναι:

(5.4)

O B υπολογίζεται αξιoποιώντας τα βάρη λ των αποφασιζόντων. Ο δείκτης ομοφωνίας του αποφασίζοντα k σε σχέση με την ομαδική προτίμηση δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

(5.5)

Όσο πιο κοντά βρίσκεται το GCI στο 0 ,τόσο καλύτερη είναι η ομοφωνία. Αν υπάρχει ένα συγκεκριμένο φράγμα που πρέπει να ικανοποιείται, και δεν ικανοποιείται με τις τιμές που έχουμε τότε αλλάζουν οι πίνακες των αποφασιζόντων σύμφωνα με τον τύπο 5.3.5, ώστε να ομοιάζουν περισσότερο με τον ομαδικό πίνακα

(5.6)

Παρακάτω δίνεται περίπτωση εύρεσης του 100% συνεπή πίνακα από έναν πίνακα Α4χ4, ασαφών προτιμήσεων, με χρήση κώδικα. Παραδείγματος χάρη, το στοιχείο της δεύτερης στήλης και τρίτης γραμμής υποδηλώνει την προτίμηση της 3ης εναλλακτικής έναντις της δεύτερης.

**Πίνακας 5.1** Δεδομένα ασαφών προτιμήσεων του πίνακα Α

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Α1** | **Α2** | **Α3** | **Α4** |
| **A1** | 0,5 | 0,2 | 0,6 | 0,9 |
| **A2** | 0,8 | 0,5 | 0,7 | 0,4 |
| **A3** | 0,4 | 0,3 | 0,5 | 0,6 |
| **A4** | 0,1 | 0,6 | 0,4 | 0,5 |

A=[[0,5, 0,2, 0,6, 0,9], [0,8, 0,5, 0,7, 0,4], [0,4, 0,3, 0,5, 0,6], [0,1, 0,6, 0,4, 0,5]]

c = len(A)

D = np.reshape(A,(4,4))

i = 0

j = 0

def Zebra(a,b,c):

 g = 0

 for v in range(0,c):

    g = g+A[a][v]+A[v][b]

 return ((g/c)-0.5)

v = 0

t = 0

B = []

for v in range (0, c):

    for t in range (0, c):

        B.append(Zebra(v,t,c))

G = np.array(B)

G = np.reshape(G, (4,4))

print (G)

**Πίνακας 5.2** Δεδομένα ασαφών προτιμήσεων συνεπή πίνακα G

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Α1** | **Α2** | **Α3** | **Α4** |
| **A1** | 0,5 | 0,45 | 0,6 | 0,65 |
| **A2** | 0,55 | 0,5 | 0,65 | 0,7 |
| **A3** | 0,4 | 0,35 | 0,5 | 0,55 |
| **A4** | 0,35 | 0,3 | 0,45 | 0,5 |

Ο παραπάνω πίνακας G ειναι ο συνεπής πίνακας που προκύπτει από τον Α. Ο CI(P) δείκτης είναι .

## 5.4 Βελτίωση ομοφωνίας και προσδιορισμός βαρών των αποφασιζόντων βάση της συνεργατικότητας.

Αντίθετα με τα κλασικά προβλήματα GDM με λίγους υπεύθυνους λήψης αποφάσεων (λιγότερα από δέκα) τα προβλήματα GDM με μεγάλο αριθμό αποφασιζόντων (από δεκάδες έως αρκετές χιλιάδες) παρουσιάζουν περισσότερες δυσκολίες για τον εντοπισμό και την αντιμετώπιση αποφασιζόντων που προσπαθούν να χειραγωγούν ή να μην συνεργάζονται με την διαδικασία της ομοφωνίας. H μεθοδολογία που παρουσιάζεται προσδιορίζει τα βάρη των αποφασιζόντων βάση της συνεργατικότητας τους, κατα τη διάρκεια βελτίωσης της ομοφωνίας. (Quesada, Palomares, & Martinez, 2015).

Διεξάγονται τα δύο επόμενα βήματα: (i) υπολογίζεται ένας συντελεστή συνεργασίας για κάθε αποφασίζοντας και (ii) υπολογίζεται ένας βαθμό συνεργασίας με βάση την τιμή του συντελεστή συνεργασίας. Σκοπός είναι η αποτίμηση της συμπεριφοράς κάθε αποφασίζοντα στο εκάστοτε γύρω βελτίωσης της ομοφωνίας. Ο συντελεστής συνεργασίας εξαρτάται από το πλήθος των προτάσεων που του προτείνονται και το πλήθος των αξιολογήσεων που τροποποιούνται τελικά σύμφωνα με αυτές τις προτάσεις. Ορίζεται ότι το είναι το πλήθος των προτάσεων που προτείνονται στον αποφασίζοντα i στον γύρω t διαμόρφωσης της ομοφωνίας και το πλήθος των προτάσεων που δέχθηκε να εφαρμόσει ο αποφασίζοντας. Τότε ο δείκτης συνεργατικότητας είναι:

(5.4.1)

‘Οσο πιο μεγάλη είναι η διαφορά τόσο μικρότερο είναι το . O αριθμός κανονίζει που δίνεται έμφαση, δηλαδή ή στον αριθμό των προτάσεων που υπήρχαν, ή στο βαθμό τον οποίο ο αποφασίζοντα εφαρμόζει τις προτάσεις. Έχει σημαντικό ρόλο η παράμετρος n, αφού αν είχαμε ADV=1 και ACP=0 με n=0.5, και τέσσερεις εναλλακτικές, τότε το CCi θα ισούταν με 0.458. Παρότι το γεγονός ότι ο αποφασίζοντα είχε 100% μη συνεργασία, υπάρχει ένας σχετικός βαθμός συνεργασίας, για αυτό είναι κρίσιμη η επιλογή του . O βαθμός συνεργασίας υπολογίζεται κάθε φορά στον τρέχων γύρω ομοφωνίας για κάθε αποφασίζοντα και εξαρτάται από το στάδιο της αλγοριθμικής επανάληψης στο οποία βρισκόμαστε. Ο βαθμός συνεργασίας αντικατοπτρίζει την έκταση στην οποία η αξία της CCti ικανοποιεί την έννοια της συνεργασίας που καθορίζεται στο συγκεκριμένο πρόβλημα GDM, σε ένα συγκεκριμένο στάδιο βελτίωσης της ομοφωνίας.

(5.7)

Επιλέγονται δύο οριακές τιμές στις οποίες ανάμεσα θα αξιολογείται το . Αν ισχύει για παράδειγμα CCit =0,4 με α=0,2, β=0,5 τότε Όσο μεγαλύτερες οι τιμές του α και β, τόσο πιο δύσκολα αξιολογούνται με υψηλό βαθμό συνεργασίας οι αλλαγές του αποφασίζοντα. Οι τιμές του α και β αλλάζουν σε κάθε επανάληψη. Αποφασίζοντες που συνεργάζονται μερικώς σε συνεχόμενα στάδια επανάληψης, ποινικοποιούνται περισσότερο σε επακόλουθες επαναλήψεις. Σκοπός είναι, στο τέλος των επαναλήψεων σύμφωνα με τους τελικούς βαθμούς συνεργασίας για κάθε αποφασίζοντα, να οριοθετηθούν καινούρια βάρη για τους αποφασίζοντες. Χρησιμοποιούνται κατάλληλες νόρμες για τον υπολογισμό βαρών, ελέγχοντας τον τρόπο αλλαγής των βαρών σε κάθε στάδιο. Αν η συμπεριφορά ενός αποφασίζοντα στο εκάστοτε στάδιο και στο προηγούμενο του είναι αρκετά συνεργατική, τότε η τιμή του βάρους ενισχύεται, αλλιώς γίνεται το αντίθετο. Η ακόλουθη συνάρτηση επιστρέφει το βάρος του αποφασίζοντα e στον γύρω t.

(5.8)

Η τιμή g είναι η τιμή του CD για των πρώτο γύρω. Παρατηρείται ότι η παραπάνω συνάρτηση έχει μνήμη, αφού εξαρτάται από κάθε προηγούμενη τιμή w. Mε μέσο φράγμα την τιμή λ=0.5 και σύμφωνα με τον (Fodor, Yagar, & Rybalov , 1997), παραχωρούνται οι νόρμες για τον υπολογισμό των βαρών αναλόγως με τον συνδυασμό τιμών α και β.

(5.9)

Αν η λύση αποτελούνταν από 5 στάδια (άρα δηλαδή 5 τιμές CD) τότε τα βάρη του αποφασίζοντα για κάποια δεδομένα CDi τα οποία καταγράφονται στο διάνυσμα x1, είναι:

x1 = [0.6, 0.85, 0.45, 0.65, 0.7]

w = [0.5]

for i in range (0,5):

if ((x1[i]>=0) and (w[i]<=0.5)):

c = (2\*x1[i]\*w[i])

if ((x1[i] >= 0.5) and (w[i] <= 1)):

c = (2\*(x1[i]+w[i]-x1[i]\*w[i]-0.5))

if ((min(x1[i], w[i])) < 0.5 and (max(x1[i], w[i]) > 0.5)):

c = ((x1[i]+w[i])/2)

w.append(c)

for i in range (0,6):

print ("%.3f" % round(w[i],3))

Έξοδος:

[0,5, 0,6, 0,88, 0,665, 0,766, **0,859]**

Το μη κανονικοποιημένο βάρος του αποφασίζοντα είναι 0.859. Εν τέλη έχουμε m βάρη όπου m ο αριθμός των αποφασιζόντων. Εφαρμόζοντας , για κάθε i, λαμβάνουμε τα σωστά βάρη, ώστε . Αυτά τα βάρη αξιοποιούνται για τον υπολογισμό της συλλογικής απόφασης.

## 5.5 Aνασκόπηση τρόπων μέτρησης ομοφωνίας εναλλακτικών

H (Kuncheva, 1994) προτείνει 5 διαφορετικούς τρόπους μέτρησης της ομοφωνίας εναλλακτικών με πολλαπλούς αποφασίζοντες.

* Το *u,* είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των αποφασίζοντων για μία εναλλακτική. Οι 2 πρώτοι τύποι επιλέγουν για επίπεδο ομοφωνίας την καλύτερη και χειρότερη περίπτωση διαφωνίας αντίστοιχα. Οι περιπτώσεις με μικρή διασπορά στις γνώμες των αποφασιζόντων για κάποια εναλλακτική, με έστω κάποια ακραία τιμή, θα δημιουργούσαν πρόβλημα αφού, ο δείκτης δεν θα ήταν αντιπροσωπευτικός του συνολικού της ομάδας.
* Διαφορετικά, ο 3ος τύπος συγκρίνει τη σταθμισμένη γνώμη κάθε αποφασίζοντα με το u διαιρεμένο με q ώστε να αντιστοιχεί κατα μέγεθος με κάθε αποφασίζοντα.
* Ο 5ος τύπος ακολουθεί την ίδια λογική, με την διαφορά ότι επιλέγεται η μέγιστη διαφορά από όλα τα πιθανά ζευγάρια.
* Tέλος ο 4ος τύπος, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί σε σχέσεις προτίμησεις όπως ασαφών προτιμήσεων και AHP περιβάλλοντα. Παρόμοιο τύπο χρησιμοποιήσαμε στο κεφάλαιο 2 και 3. Oυσιαστικά λαμβάνουμε όλες τις πιθανές διαφορές των αποφασιζόντων για μια εναλλακτική, και βρίσκουμε τον μέσο όρο. Όσο μικρότερος είναι, τόσο καλύτερη ομοφωνία έχουμε.

Επιπλέον υπάρχουν αρκετές διαφορετικές συναρτήσεις απόστασης όπως η Manhattan, η Euclidean, cosine, dice και Jaccard, που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την μέτρηση της ομοφωνίας.

Συναρτήσεις απόστασης:

∗ Manhattan *d*1(*a, b*) =

∗ Euclidean

\* Cosine

∗ Dice

∗ Jaccard

Οι συναρτήσεις Manhattan και Euclidean, μεγαλώνουν τον τελικό βαθμό ομοφωνίας καθώς αυξάνεται ο αριθμός των αποφασιζόντων. Η cosine και dice συναρτήσεις είναι παρόμοιες μεταξύ τους, και έχουν σταθερό βαθμό ομοφωνίας ανεξάρτητα από το πλήθος των αποφασιζόντων. Το πιο σημαντικό όμως είναι πως στις Manhattan και Euclidean, σε κάθε ανάδραση, η ομοφωνία συγκλίνει πιο γρήγορα, και παράλληλα, τα μέτρα εγγύτητας είναι τα ελάχιστα σε σχέση με τις υπόλοιπες τρεις (Chiclana, , Herrera , & Herrera-Viedma, 2002).

## 5.6 Mέτρηση ομοφωνίας με δύο στατιστικά μέτρα απόκλισης.

Η τυπική απόκλιση και η μέση τυπική απόκλιση είναι δύο στατιστικά ποσά που χρησιμοποιούνται συνήθως για τον ποσοτικό προσδιορισμό της μεταβλητότητας, αλλά επίσης μπορούν να γίνουν ένα ενδιαφέρον εργαλείο για τον καθορισμό των ομοφωνίας. Οι δείκτες που θα παρουσιαστούν αρχικά διαφέρουν μεταξύ τους και διαφέρουν αρκετά και από τις συναρτήσεις απόστασης. Για τον προσδιορισμό των συνθηκών υλοποίησης, θα βασιστούμε κυρίως στα προαναφερόμενα, στα ασαφή σύνολα προτιμήσεων. (del Moral M. , Chiclana, Tapia, Tapia-Garcia, & Herrera-Viedma, 2019). Οι τιμές του επιπέδου ομοφωνίας επηρεάζονται όχι μόνο από τη συνάρτηση απόστασης (εν μέρη η τυπική απόκλιση, περιέχει προφανώς την έννοια της απόστασης) αλλά και από τον τελεστή συνάθροισης που χρησιμοποιείται στον υπολογισμό της ομοφωνίας, αφου έχουμε *ν* αποφασίζοντες και *m* εναλλακτικές. Προκειμένου να ποσοτικοποιηθεί η ομοφωνία έχουν προταθεί διαφορετικά μέτρα βάσει της στατιστικής μεταβλητότητας. Η υψηλή διαφωνία μεταξύ των αποφασιζόντων θα υποδηλώνεται από την υψηλή αξία της μεταβλητότητας. Αφού παρουσιαστεί το μοντέλο , θα γίνει συγκριτική ανάλυση με ορισμένες από τις σύνηθες χρησιμοποιούμενες συναρτήσεις απόστασης για την μέτρηση ομοφωνίας(del Moral M. , Chiclana, Tapia , & Herrera-Viedma E., 2017). Έχοντας n αποφασίζοντες και m εναλλακτικές, λαμβάνουμε τις ασαφής προτιμήσεις των αποφασιζόντων σε ν πίνακες. Ορίζουμε την τυπική απόκλιση μεταξύ των τιμών των αποφασιζόντων και της μέσης τιμής του ζευγαριού ij. H μέση τιμή αυτών των τιμών έχει τον ρόλο της συλλογικής προτίμησης.

(5.10)

(5.11)

O SDC πίνακας αντιπροσωπεύει των βαθμό ομοφωνίας για κάθε ζεύγος εναλλακτικών, συνολικά, για όλους τους αποφασίζοντες. Η τυπική απόκλιση κανονικοποιείται συναρτήσει της μέσης προτίμησης και του αριθμού των αποφασιζόντων. Όσο μικρότερο είναι το κλάσμα, δηλαδή όσο μικρότερη είναι η τυπική απόκλιση ή μεγαλύτερο το γινόμενο συλλογικής λύσης με τον αριθμό αποφασιζόντων, τόσο μεγαλύτερος είναι ο βαθμός ομοφωνίας στο ζεύγος ij. Ο συνολικός βαθμός ομοφωνίας είναι ο μέσος όρος του SDC πίνακα. Όμοια λογική ακολουθείται και στη δεύτερη μέθοδο.

H δεύτερη μέθοδος, προσεγγίζει το θέμα από την σκοπιά της διαφωνίας μεταξύ κάθε αποφασίζοντα και της συλλογικής λύσης.

(5.12)

(5.13)

Για την συγκριτική ανάλυση χρησιμοποιήθηκαν 50 τυχαία GDM προβλήματα με συγκεκριμένο αριθμό εναλλακτικών και αποφασιζόντων (τρία και τέσσερα αντίστοιχα). Οι ΟWA αποστάσεις που έχουν χρησιμοποιηθεί είναι η Euclidean (d1), cosine (d2) και jaccard (d3) και φαίνονται στο πίνακα 3. Επιπλέον, θεωρούνται ομοιόμορφα βάρη για τους αποφασίζοντες. Τα δύο μέτρα SDC και MAC, συγκρίθηκαν με καθεμία από τις παραπάνω αποστάσεις και συγκρίθηκαν επίσης μεταξύ τους. Η στατιστική δοκιμή που χρησιμοποιήθηκε για τη σύγκριση των διαφόρων μετρήσεων ήταν η δοκιμή Wilcoxon. Τα αποτελέσματα αυτής της διαδικασίας φαίνονται στον παρακάτω πίνακα .

**Πίνακας 5.3** P-values του wilcoxon test. Πηγή : (del Moral M. , Chiclana , Tapia, & Herrera-Viedma, 2019)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Mετρικές | SDC & d1 | SDC & d2 | SDC & d3 | SDC & MAD |
| P-value | 0 | 0.073 | 0.023 | 0 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Μετρικές | MAD&d1 | MAD&d2 | MAD&d3 |
| P-value | 0 | 0 | 0.813 |

Aυτά τα αποτελέσματα δείχνουν πως οι δείκτες MAD και SDC διαφέρουν αρκετά μεταξύ τους (p-value<0.05). Παρατηρείται επίσης ότι τα MAD και SDC είναι αρκετά διαφορετικά από την ευκλείδεια απόσταση D1 σε επίπεδο σημαντικότητας p=0.05. Η ΜAD είναι αρκετά διαφορετική από την D2, και η SDC από την Jaccard d3. H ανάλυση των 50 GDM δείχνει πως τα επίπεδα ομοφωνίας του SDC και MAD προσεγγίζουν αρκετά τις συναρτήσεις αποστάσεων Di, όταν δουλεύουμε σε ένα περιβάλλον ασαφών προτιμήσεων. Συμπεραίνουμε ότι οι δείκτες SDC & MAD μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε προβλήματα ασαφούς προτίμησης χωρίς κανένα πρόβλημα. Χρησιμοποιώντας τους βαθμούς ομοφωνίας που λαμβάνονται από 50 τυχαία προβλήματα GDM για καθένα από τα διαφορετικά μέτρα, καθορίζουμε μια ταξινόμηση αυτών των μέτρων. Αυτή η ταξινόμηση γίνεται συγκρίνοντας, για το ίδιο πρόβλημα, τους διαφορετικούς βαθμούς ομοφωνίας, ταξινομώντας τους από την υψηλότερη στην χαμηλότερη τιμή. Αυτές οι τιμές κανονικοποιούνται, και τέλος εκφράζονται ως ποσοστά για μια απλούστερη ερμηνεία. Ο Πίνακας 4 απεικονίζει τα τελικά αποτελέσματα. (Kacprzyk, 1986)

**Πίνακας 5.4** Μέση ομοφωνία μετρικών του πειράματος 50 GDM. Πηγή : (del Moral M. , Chiclana , Tapia, & Herrera-Viedma, 2019)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Μετρικές | D1 | D2 | D3 | MAD | SDC |
| Βαθμοί ομοφωνίας | 63 | 100 | 79 | 79 | 97 |

Από τις μετρήσεις παρατηρήθηκε ότι το υψηλότερο επίπεδο επιτυγχάνεται με την D2 (cosine), και η μικρότερη τιμή με την ευκλείδεια D1. Για τα SDC, και MAD έχουμε τιμές ενδιάμεσα, με το SDC να βρίσκεται κοντά στην cosine, και η Mad κοντά στη Jaccard. Έτσι επιβεβαιώνεται, ότι οι SDC & MAD είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Έτσι, οι SDC και οι δείκτες MAD είναι εργαλεία που θα μπορούσαν να εφαρμοστούν στον υπολογισμό της ομοφωνίας για προβλήματα λήψης αποφάσεων.

## 5.7 Ανάλυση και μέτρηση ομοφωνίας με ανάλυση κόστους

Oι (Subramanian & Venkataraman, 1998) αναπτύσσουν έναν αλγόριθμο βασισμένο στο κόστος που λαμβάνει ένα σχέδιο επεξεργασίας ‘queries’ (αίτημα ανάκτησης πληροφοριών απο μια βάση δεδομένων ή ενός συστήματος πληροφοριών) ως είσοδο και δημιουργεί ένα βέλτιστο "σχέδιο κάλυψης", ελαχιστοποιώντας περιττές διαδικασίες όπως η επαναλαμβανόμενη πρόσβαση στην ίδια πηγή δεδομένων και τη πολλαπλή εκτέλεση παρόμοιων ακολουθιών επεξεργασίας. Η ελαχιστοποίηση αυτών των διαδικασιών μειώνει σημαντικά το κόστος επεξεργασίας για την επίλυση προβλημάτων.

Παράλληλα, ο (Trull, 1966) ερευνά 100 περιπτώσεις προβλημάτων ομοφωνίας για να κατανοήσει τους μηχανισμούς που εμπλέκονται σε αποφάσεις όπου δεν υπάρχει αποτελεσματικότητα. Η εξέταση των περιπτώσεων έδειξε ότι (παρόλο που η διαδικασία λήψης αποφάσεων δεν ήταν σαφής αρκετές φορές), μια ορισμένη ομάδα βασικών μεταβλητών ή αποφασιζόντων ήταν κατά κύριο τρόπο υπεύθυνες για την συλλογική απόφαση. Μερικές από αυτές είναι η συμβατότητα με ήδη υπάρχοντα λειτουργικά προβλήματα και περιορισμούς και η αναγκαιότητα επίτευξης βέλτιστου χρόνου για εκτέλεση διαδικασιών, συναρτήσει του ποσού πληροφορίας. Κατά δεύτερον, παράγοντες που επηρεάζουν την εκτέλεση της απόφασης, είναι η αποφυγή πιθανών συγκρούσεων που φέρνουν δυσαρέσκεια και υποβαθμίζουν την συνεργατικότητα, και παράγοντες απόδοσης/κινδύνου. O (Lee, 2002) προτείνει ένα μοντέλο ομοφωνίας που είναι επέκταση αυτού του (Hsu & Chen , 1996). Αυτή η μέθοδος μπορεί να συμπεράνει εάν τα βάρη συνάθροισης των αποφασιζόντων που προέρχονται από το SAM (μέθοδος συνάθροισης) είναι βέλτιστα ή όχι. O Lee επέλεξε την μετρική του (Tong R.M. & Bonissone , 1980), για τον υπολογισμό της ομοφωνίας. O παρακάτω τύπος δίνεται για δύο αποφασίζοντες και τέσσερεις εναλλακτικές.

(5.14)

(5.15)

Ο δεύτερος τύπος, είναι μέτρο ομοφωνίας, με καλύτερη περίπτωση το 1, και χειρότερη το 0. Δείχνει το ποσό εγγύτητας, του αποφασίζοντα Α και Β. Επίσης, u= max(U)-min(U). Το u είναι η μέγιστη δυνατή διαφορά μεταξύ δύο αποφασιζόντων. Ορίζεται και η διαφωνία που θα είναι (A, B). Κατα συνέπεια, ελαχιστοποιείται το άθροισμα των σταθμισμένων διαφωνιών, μεταξύ της συλλογικής γνώμης και κάθε αποφασίζοντα ξεχωριστά.

(5.16)

Είναι πολύ σπάνιο όλοι οι αποφασίζοντες να μοιράζονται την ίδια γνώμη για τις εναλλακτικές. Υπάρχουν αρκετοί λόγοι που δεν επιτρέπουν τους αποφασίζοντες να συγκλίνουν σε μια απόφαση χωρίς προβλήματα. Η διαδικασία της ομοφωνίας μπορεί να είναι πολύ χρονοβόρα. Σε προβλήματα που συνδυάζεται η έννοια τους κόστους με την βελτίωση της ομοφωνίας, η ανάλυση κόστους είναι πολύ σημαντική. Σε ένα περιβάλλον, στο οποίο οι πόροι αυξάνονται διαρκώς, η ανάλυση κόστους αξιοποιείται για να αυξήσει την αποτελεσματικότητα, συνδέοντας τα κόστη με την ομαδική απόφαση με συγκεκριμένο επίπεδο ομοφωνίας. Αυτή η ανάλυση είναι μια διοικητική διαδικασία. Η ανάλυση κόστους είναι ένα εργαλείο για την κατανόηση των υπηρεσιών που παρέχονται(Weiss & Shanteau )

Υπάρχουν δύο είδη κόστους: άμεσο κόστος και έμμεσο κόστος. Οι άμεσες δαπάνες χωρίζονται σε δαπάνες προσωπικού που αποτελούνται από μισθούς, παροχές, εξοπλισμό που χρησιμοποιείται, και προμήθειες που καταναλώνονται κατά την παροχή μιας υπηρεσίας. Υπάρχουν δύο τύποι έμμεσων δαπανών: το έμμεσο κόστος υπηρεσίας και το έμμεσο διοικητικό κόστος. Οι έμμεσες διοικητικές δαπάνες σχετίζονται με δραστηριότητες που πρέπει να αναληφθούν από τον ίδιο τον οργανισμό ή τους αποφασίζοντες, αλλά οι οποίες δεν ωφελούν άμεσα καμία λειτουργία παροχής υπηρεσιών.

Σε περίπτωση βελτίωση της ομοφωνίας, στη λήψη ομαδικών αποφάσεων, το κύριο κόστος σχετίζεται με το χρόνο, ο οποίος συνδέεται με το άμεσο κόστος, όπως η χρήση των πόρων των αποφασιζόντων και το έμμεσο κόστος που σχετίζεται με την διαχείριση. Θεωρείται, ότι το κόστος είναι συνάρτηση του χρόνου για τη βελτίωση της ομοφωνίας. Χρησιμοποιείται ένας συντελεστής αντίστασης ε που σχετίζεται με κάθε αποφασίζοντα, και είναι ένας δείκτης των προσπαθειών που απαιτούνται για να πείσουμε τον αποφασίζοντα να τις αλλαγές που απαιτούνται. Αυτός ο συντελεστής αντίστασης αντιπροσωπεύει το χρόνο, επομένως το κόστος για ομοφωνία. Γίνεται η υπόθεση επίσης ότι είναι γνωστός ο συντελεστής αντίστασης ε σε κάθε αποφασίζοντα. Στην πράξη, αυτή η τιμή μπορεί να κατασκευαστεί από δεδομένα ιστορικού ή να εκτιμηθεί με βάση την εμπειρία ή την προσωπικότητα και την πληροφορία γύρω από κάθε αποφασίζοντα. Μια περαιτέρω υπόθεση είναι ότι ο συντελεστής αντίστασης ε, είναι μια σταθερή τιμή. Μια εναλλακτική προσέγγιση θα μπορούσε να αποδίδει μεταβαλλόμενη τιμή στην ε. Δεν θεωρείται κάποιος περιορισμό προϋπολογισμού, καθώς γίνεται επικέντρωση στο κόστος της ομοφωνίας. Με αυτόν τον τρόπο βρίσκουμε ποια ομοφωνία αντιστοιχεί στην καλύτερη αξία της επένδυσης. (Dopuch , Birnberg , & Demski, 1982). Άρα έχουμε q συντελεστές αντίστασης, έναν για κάθε κ αποφασίζοντα. Όπως αναφέραμε, αυτό αντικατοπτρίζει την θέληση του κ να πειστεί και να αλλάξει την απόφαση του. Αν ε=0, τότε ο αποφασίζοντας πείθεται με μηδενικό πρόβλημα για αλλαγή, χωρίς επιπλέον κόστος. Το συνολικό κόστος διαμόρφωσης αποφάσεων καταγράφεται ως:

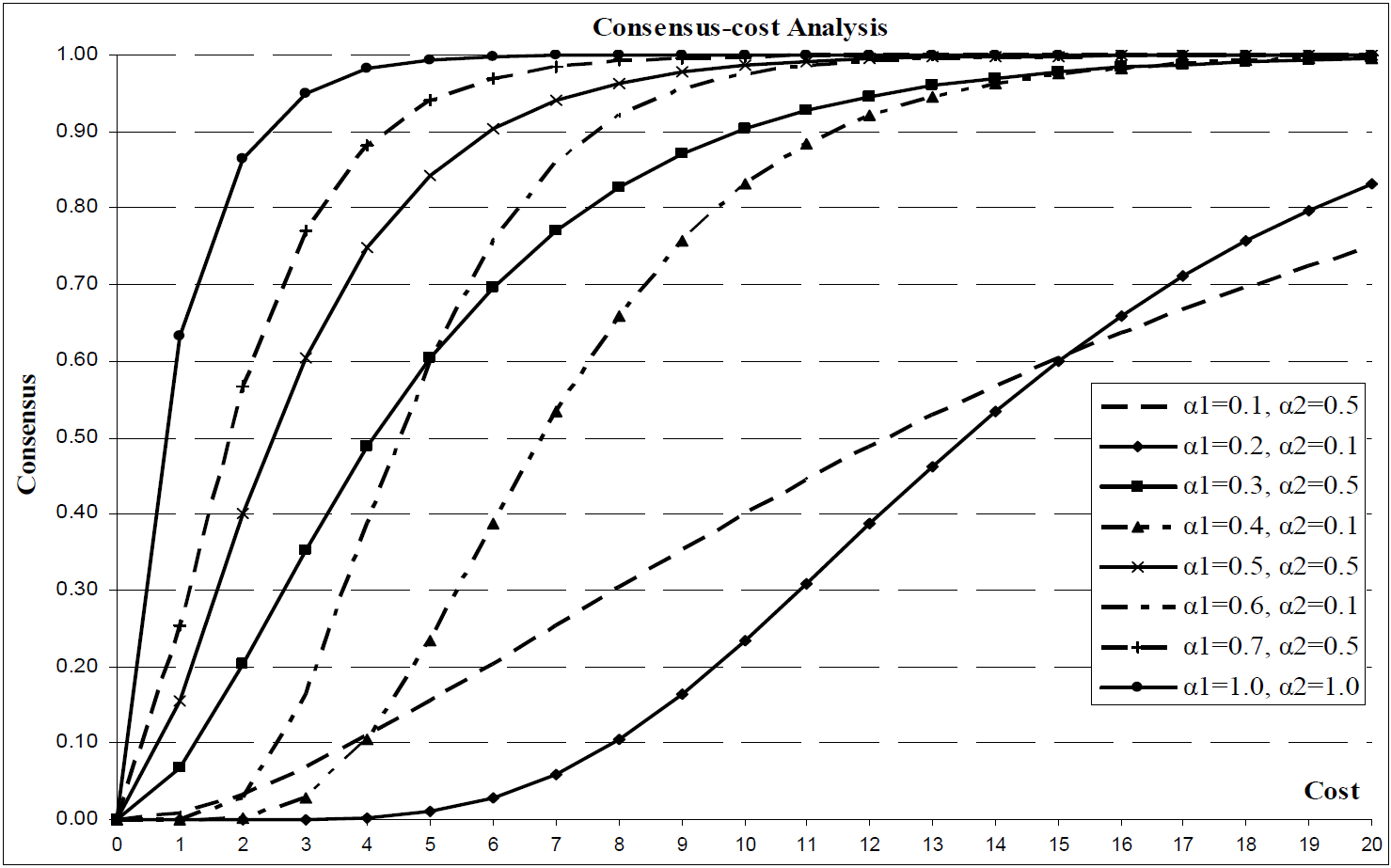
(5.17)

Το είναι η ζητούμενη τιμή προς επίλυση, και το είναι η αρχική τιμή του αποφασίζοντα, q οι αποφασίζοντες και n οι εναλλακτικές. Η επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης ανήκει στη κατηγορία ΝLP (μη γραμμικά προβλήματα) και αξιοποιεί την λογική του Βreadth-First Search αλγορίθμου. Με επανάληψη βρίσκεται μια λύση που αθροιστικά ελαχιστοποιεί το . Επιπλέον, το κόστος συσχετίζεται με τη χρησιμότητα, και κατ’επέκταση με την ομοφωνία. Δεδομένου ενός ανώτατου ορίου κόστους, εντοπίζουμε την καλύτερη επιτρεπτή ομοφωνία(περισσότερη δαπάνη σημαίνει περαιτέρω βελτίωση ομοφωνίας). Σε αυτό το σημείο, χρησιμοποιείται η θεωρία χρησιμότητας για την επιλογή του επιθυμητού επιπέδου ομοφωνίας με την καλύτερη( συναρτήσει) χρηματική αξία. Για αυτό, κάνουμε δύο υποθέσεις.

* Η ομάδα λήψης αποφάσεων παραχωρεί τις συναρτήσεις χρησιμότητας του κόστους
* Δίνεται επίσης η χρησιμότητα της επιθυμητής ομοφωνίας.

Η χρησιμότητα του κόστους αντιπροσωπεύει τη χρηματική αξία του προϋπολογισμού, δηλαδή την αναμενόμενη απόδοση που αναμένουν οι υπεύθυνοι λήψης αποφάσεων ως προς το κόστος. Η συνάρτηση χρησιμότητας μπορεί να διατυπωθεί ως : . Όπου x, αντιστοιχεί το δεδομένο επίπεδο προϋπολογισμού και η παράμετρος α1 αντιπροσωπεύει τη στάση κινδύνου που έχουν οι υπεύθυνοι λήψης αποφάσεων. Η χρησιμότητα της ομοφωνίας αντιπροσωπεύει το όφελος της ομοφωνίας που αναμένουν οι υπεύθυνοι λήψης αποφάσεων. Ομοίως, η συνάρτηση χρησιμότητας της ομοφωνίας μπορεί να διατυπωθεί ως: , όπου το α2 είναι συντελεστής ρίσκου. Δεδομένου των δύο εξισώσεων, μπορούμε να υπολογίσουμε την ομοφωνία συναρτήσει του κόστους. Συνδυαστικά με αναφορά τους τύπους και και επιλύοντας ως προς y λαμβάνουμε:

(5.18)

Αυτό δείχνει την ιδανική σχέση μεταξύ κόστους και ομοφωνίας. Οι καμπύλες με διαφορετικές τιμές α1 και α2 δίνονται στο παρακάτω σχήμα. Συγκρίνοντας την επιθυμητή ομοφωνία και την καλύτερη ομοφωνία που θα μπορούσαμε να έχουμε για ένα πρόβλημα, είμαστε σε θέση να επιλέξουμε ποιο κόστος δίνει την καλύτερη αξία ή απόδοση, που είναι ο καλύτερος περιορισμός του προϋπολογισμού που πρέπει να χρησιμοποιηθεί.

**Εικόνα 5.2** Ανάλυση ομοφωνίας-κόστους με διαφορετικούς χαρακτήρες ρίσκου. Πηγή: (Ζhifeng, 2005)

# 6. Aξιολογώντας το ρίσκο αλλαγής σε εναλλακτικές χαμηλών εκπομπών στον τομέα χαλυβουργιάς στην Αυστρία

Το θέμα εφαρμογής που τείθεται προς εξέταση σύμφωνα με τους μεθόδους μέτρησης ομοφωνίας που παρουσιάστηκαν, είναι η αξιολόγηση ρίσκου και επιπτώσεων στον τομέα της χαλυβουργίας στην Αυστρία, λόγω της προσπάθειας στροφής από τρόπους που επιβαρύνουν πολύ το περιβάλλον με C02 και άλλους ρύπους. Το περιβάλλον του προβλήματος περιλαμβάνει 10 αποφασίζοντες, 25 εναλλακτικές (μορφή ρίσκων) και 4 κριτήρια (κόστους), στα οποία οι εναλλακτικές αυτές βαθμολογούνται. Tα κριτήρια κόστους είναι τα εξής:

* Πιθανότητα να πραγματοποιηθεί (ρίσκο 1)
* Επίπεδο επιπτώσεων στο πλαίσιο της πολιτικής (ρίσκο 2)
* Έλλειψη δυνατότητας αλλαγής απόφασης (ρίσκο 3)
* Eπίπεδο σημαντικότητας (ρίσκο 4)

Oι εναλλακτικές του προβλήματος είναι ομαδοποιημένες σε 5 κατηγορίες ανάλογα με το πεδίο εφαρμογής τους. Χωρίζονται σε ενεργειακό, περιβαλλοντικό, οικονομικό, καινοτομικό, πολιτικό. Για την αρχική πολυκριτήρια ανάλυση για την κατάταξη των εναλλακτικών χρησιμοποιείται η λεξικογραφική 2-tuple TOPSIS. Συνολικά συνδυάζοντας όλους τους αποφασίζοντες παίρνουμε ένα διάνυσμα με τιμές που αντιστοιχούν και σε ενα linguistic scale: None, Low, Medium, High, Perfect (0-4). Επιλέγουμε την TOPSIS η οποία αναπτύχθηκε εναλλακτικά αντι των μεθόδων ELECTRE, είναι μια μέθοδος αντισταθμιστικής συσσωμάτωσης και βασίζεται στην ιδέα ότι η επιλεγμένη εναλλακτική λύση πρέπει να έχει τη μικρότερη απόσταση από τη θετική ιδανική λύση και τη μεγαλύτερη από την αρνητική. (Nikas, Doukas, & Lopez, 2018). Στον πίνακα 6,1 υποδεικνύονται τομείς στους οποίους έχει χρησιμοποιηθεί η TOPSIS.

**Πίνακας 6.1** Επισκόπηση των εφαρμογών TOPSIS που χρησιμοποιούνται στη βιβλιογραφία για κλιματική πολιτική. To bold formatting υποδεικνύει ότι χρησιμοποιήθηκε fuzzy TOPSIS. Πηγή: (Nikas, Doukas, & Lopez, 2018)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Study** | **Stakeholders** | **Sensitivity Analysis** | **Integration with modelling frameworks** |
| Alameraz et al, 2013 | Individual |  | Portfolio Analysis (e-constraint) |
| Balezentis and Streimikeine, 2017, | Individual | yes |  |
| Brand and Missaoui, 2014 | Group | yes | Integrated Assessment4 Modelling (TIAM, WITCH); Monte Carlo Analysis |
| Buyukozkan and Guleryuz, 2107 | Group | yes | Electricity System Modelling |
| Dace and Blumberga, 2016 | Individual |  |  |
| **Jun etl al, 2013** | **Group** |  |  |
| **Kaya and Kahraman, 2011** | **Group** | **yes** | **Climate System Modelling (CCSM3, MM5)** |
| Maimoun et al, 2016 | Individual | yes |  |
| Montanari, 2004 | Group |  |  |
| Mourhir et al, 2016 | Group |  | Fuzzy Cognitive Mapping, Integrated Environmental Assessment (Driving Forces-Pressures-State Impact-Response) |
| **Onu et al, 2017** | **Group** |  |  |
| Ramazankhani et al, 2016 | Individual | yes |  |
| **Sadeghi et al, 2012** | **Individual** |  |  |
| Sakthivel et al, 2015 | Group |  |  |
| **Sengul et al, 2015** | **Individual** | yes |  |
| Streimikiene et al, 2012 | Individual |  |  |
| Streimikiene and Balezentis, 2013a | Individual |  |  |

Στον πίνακα 6.2 καταγράφονται οι αξιολογήσεις της σημαντικότητας των κριτηρίων κάθε αποφασίζοντα.

**Πίνακας 6.2** Αξιολόγηση κριτηρίων από τους 10 αποφασίζοντες, σε κλίμακα 1-4, με το 4 να υποδηλώνει ύψιστη σημαντικότητα.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **risk1** | **risk2** | **risk3** | **risk4** |
| **E1** | 1 | 3 | 2 | 4 |
| **E2** | 3 | 4 | 1 | 2 |
| **E3** | 2 | 3 | 1 | 4 |
| **E4** | 2 | 1 | 3 | 4 |
| **E5** | 4 | 4 | 3 | 3 |
| **E6** | 3 | 1 | 2 | 4 |
| **E7** | 1 | 2 | 3 | 4 |
| **E8** | 4 | 4 | 2 | 1 |
| **E9** | 1 | 3 | 3 | 4 |
| **E10** | 4 | 2 | 1 | 3 |

Οι πίνακες εναλλακτικών έναντι κριτηρίων, μορφής ρίσκου για κάθε έναν από τους 10 αποφασίζοντες απεικονίζονται στο παράρτημα στους πίνακες 9.2 με 9.12. Ο άξονας y των πινάκων 9.2 εως 9.12 απεικονίζει το εύρος της σημαντικότητας των ρίσκων. Στον άξονα x, φαίνονται οι 4 αξιολογήσεις των ρίσκων για κάθε μια από τις 25 εναλλακτικές. Στον πίνακα 6.3 δαιτυπώνεται το αποτέλεσμα του υπολογισμού της ομαδικής λύσης με την 2-tuple TOPSIS μέθοδο, σε κλίμακα 1-4 με την βοήθεια λογισμικού FLINTSTONES, χρησιμοποιώντας ως δεδομένα τους πίνακες 9.2 με 9.12.

**Πίνακας 6.3**  Συλλογική λύση 2-tuple ΤΟPSIS

## 6.1 Εφαρμογή με την μέτρηση ομοφωνίας βάσει της συλλογικής λύσης

Αρχικά υπολογίζεται η ομοφωνία βάση του κεφαλαίου 2. Για τον υπολογισμό της ομοφωνίας, έχει επιλεχθεί ο τρόπος συνάθροισης με συντελεστή τα βάρη των εναλλακτικών που προκύπτουν από την ομαδική λύση. H ανάλυση έχει γίνει έτσι ώστε η εναλλακτική με την μεγαλύτερη βαθμολογία να είναι η λιγότερο επιφορτική, αφού τα κριτήρια μας έχουν μορφή ρίσκου. Αφού οι εναλλακτικές είναι κατηγοριοποιημένες και σε ομάδες υπολογίζονται οι βαθμολογίες ανά ομάδα, και στην συνέχεια να μελετάται η ομοφωνία ανά ομάδα εναλλακτικών. Υπολογίζοντας τον μέσο όρο τιμών κάθε ομάδας, με αναφορά τον πίνακα 6.5 λαμβάνουμε:

**Πίνακας 6.4** Κατάταξη ομάδων εναλλακτικών

|  |  |
| --- | --- |
|  | **group sums** |
| Energy | 2,25755 |
| Environment | 2,12122 |
| Financial | 1,83638 |
| Innovation | 1,99495 |
| Political | 1,86064 |

Στον πίνακα 6.5 καταγράφονται τα αποτελέσματα της 2-tuple TOPSIS ανάλυσης για κάθε έναν από τους πίνακες 6.3.1 εως 6.3.10 ξεχωριστά, καθώς και τα αποτελέσματα της συνολικής TOPSIS ανάλυσης, που παράγει την συλλογική λύση του πίνακα 6.3.11, η οποία φαίνεται στην τελευταία στήλη.

**Πίνακας 6.5** Τιμές 2-tuple ΤOPSIS αποφασιζόντων έναντι εναλλακτικών, και συλλογικό σκορ.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** | **E7** | **E8** | **E9** | **E10** | **Συλλογική** |
| **A1** | EnergyA1 | 2,543 | 2,550 | 1,885 | 2,644 | 1,832 | 2,415 | 2,843 | 2,088 | 2,649 | 2,791 | 2,818 |
| **A2** | EnergyA2 | 1,612 | 1,817 | 2,575 | 2,730 | 1,832 | 2,671 | 2,476 | 2,554 | 1,556 | 2,000 | 2,303 |
| **A3** | EnergyA3 | 2,078 | 1,377 | 1,655 | 1,614 | 1,721 | 1,776 | 2,403 | 1,621 | 1,898 | 2,072 | 1,788 |
| **A4** | EnergyA4 | 1,535 | 1,524 | 3,035 | 2,386 | 1,497 | 2,352 | 2,330 | 2,204 | 2,580 | 1,281 | 2,121 |
| **A5** | EnvironmentA1 | 1,845 | 2,183 | 1,885 | 2,558 | 2,279 | 2,479 | 2,330 | 2,554 | 2,375 | 1,784 | 2,455 |
| **A6** | EnvironmentA2 | 2,000 | 1,670 | 1,885 | 1,528 | 1,274 | 1,265 | 2,330 | 2,787 | 1,556 | 2,216 | 1,788 |
| **A7** | EnvironmentA3 | 2,853 | 2,110 | 2,115 | 2,472 | 2,670 | 1,585 | 2,256 | 1,738 | 1,829 | 1,712 | 2,364 |
| **A8** | EnvironmentA4 | 1,612 | 1,670 | 2,115 | 2,215 | 2,838 | 1,329 | 2,183 | 2,029 | 1,693 | 1,856 | 1,939 |
| **A9** | EnvironmentA5 | 1,768 | 2,769 | 1,655 | 1,871 | 2,391 | 1,585 | 2,183 | 2,146 | 2,307 | 1,065 | 2,061 |
| **A10** | FinancialA1 | 1,380 | 2,916 | 1,885 | 1,356 | 2,782 | 1,393 | 2,110 | 2,088 | 2,171 | 1,496 | 1,939 |
| **A11** | FinancialA2 | 1,768 | 1,451 | 2,575 | 2,816 | 2,559 | 1,393 | 2,110 | 1,621 | 1,693 | 1,784 | 2,000 |
| **A12** | FinancialA3 | 1,768 | 1,011 | 1,425 | 1,614 | 1,553 | 2,479 | 2,110 | 2,787 | 1,693 | 2,000 | 1,697 |
| **A13** | FinancialA4 | 1,612 | 1,158 | 1,425 | 1,356 | 2,168 | 1,329 | 2,110 | 2,146 | 1,693 | 1,712 | 1,485 |
| **A14** | FinancialA5 | 2,155 | 1,597 | 2,345 | 2,386 | 1,218 | 1,457 | 1,963 | 2,554 | 1,625 | 2,000 | 2,061 |
| **A15** | InnovationA1 | 1,845 | 2,183 | 1,885 | 1,957 | 2,112 | 1,904 | 1,890 | 1,913 | 2,034 | 2,504 | 2,242 |
| **A16** | InnovationA2 | 1,690 | 2,183 | 2,115 | 2,129 | 2,503 | 1,713 | 1,817 | 1,563 | 1,693 | 2,288 | 2,000 |
| **A17** | InnovationA3 | 2,543 | 1,451 | 2,575 | 1,185 | 2,950 | 2,352 | 1,817 | 1,854 | 2,444 | 2,144 | 2,364 |
| **A18** | InnovationA4 | 1,612 | 1,817 | 1,425 | 1,957 | 1,832 | 1,393 | 1,817 | 2,496 | 2,444 | 1,712 | 1,970 |
| **A19** | InnovationA5 | 1,457 | 1,890 | 1,885 | 2,215 | 1,274 | 1,265 | 1,817 | 2,204 | 2,512 | 1,712 | 1,758 |
| **A20** | InnovationA6 | 1,768 | 1,158 | 1,425 | 1,700 | 1,888 | 1,585 | 1,744 | 2,962 | 1,829 | 1,640 | 1,636 |
| **A21** | PoliticalA1 | 2,620 | 1,817 | 2,805 | 2,043 | 2,335 | 1,585 | 1,744 | 1,738 | 2,649 | 2,863 | 2,546 |
| **A22** | PoliticalA2 | 2,620 | 1,231 | 1,655 | 2,215 | 1,497 | 1,521 | 1,524 | 1,213 | 2,034 | 1,353 | 1,697 |
| **A23** | PoliticalA3 | 2,543 | 1,084 | 1,655 | 1,957 | 2,279 | 1,713 | 1,524 | 2,321 | 1,761 | 1,209 | 1,849 |
| **A24** | PoliticalA4 | 1,690 | 1,817 | 1,425 | 2,215 | 1,665 | 1,713 | 1,377 | 1,971 | 2,171 | 1,496 | 1,788 |
| **A25** | PoliticalA5 | 1,302 | 1,744 | 1,885 | 2,129 | 1,330 | 1,265 | 1,377 | 1,096 | 1,352 | 1,784 | 1,424 |

Σύμφωνα με την μέθοδο του κεφαλαίου 2, οι πίνακες 6.6, 6.7 και 6.8 αξιοποιούνται για την εύρεση του συνολικού βαθμού ομοφωνίας (πίνακας 6.8), και τον υπολογισμό της εγγύτητας των αποφασιζόντων συναρτήσει της συλλογικής απόφασης που φαίνεται στον πίνακα 6.7. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται είναι αυτή των κανονικοποιημένων σταθμισμένων βαρών για τον υπολογισμό του τελικού δείκτης ομοφωνίας CM(w), σύμφωνα με την εξίσωση 2.3. Για την κατασκευή του πίνακα 6.6 χρησιμοποιείται η εξίσωση 2.1.

**Πίνακας 6.6** Υπολογισμός διαφωνιών αποφασιζόντων με την ομαδική λύση

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Pk(xi)** | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** | **E7** | **E8** | **E9** | **E10** |
| **A1** | 0,069 | 0,067 | 0,233 | 0,044 | 0,246 | 0,101 | 0,006 | 0,183 | 0,042 | 0,007 |
| **A2** | 0,173 | 0,122 | 0,068 | 0,107 | 0,118 | 0,092 | 0,043 | 0,063 | 0,187 | 0,076 |
| **A3** | 0,072 | 0,103 | 0,033 | 0,044 | 0,017 | 0,003 | 0,154 | 0,042 | 0,027 | 0,071 |
| **A4** | 0,147 | 0,149 | 0,228 | 0,066 | 0,156 | 0,058 | 0,052 | 0,021 | 0,115 | 0,210 |
| **A5** | 0,152 | 0,068 | 0,142 | 0,026 | 0,044 | 0,006 | 0,031 | 0,025 | 0,020 | 0,168 |
| **A6** | 0,053 | 0,029 | 0,024 | 0,065 | 0,129 | 0,131 | 0,135 | 0,250 | 0,058 | 0,107 |
| **A7** | 0,122 | 0,063 | 0,062 | 0,027 | 0,077 | 0,195 | 0,027 | 0,157 | 0,134 | 0,163 |
| **A8** | 0,082 | 0,067 | 0,044 | 0,069 | 0,225 | 0,153 | 0,061 | 0,022 | 0,062 | 0,021 |
| **A9** | 0,073 | 0,177 | 0,101 | 0,047 | 0,083 | 0,119 | 0,031 | 0,021 | 0,062 | 0,249 |
| **A10** | 0,140 | 0,244 | 0,014 | 0,146 | 0,211 | 0,137 | 0,043 | 0,037 | 0,058 | 0,111 |
| **A11** | 0,058 | 0,137 | 0,144 | 0,204 | 0,140 | 0,152 | 0,027 | 0,095 | 0,077 | 0,054 |
| **A12** | 0,018 | 0,172 | 0,068 | 0,021 | 0,036 | 0,196 | 0,103 | 0,273 | 0,001 | 0,076 |
| **A13** | 0,032 | 0,082 | 0,015 | 0,032 | 0,171 | 0,039 | 0,156 | 0,165 | 0,052 | 0,057 |
| **A14** | 0,024 | 0,116 | 0,071 | 0,081 | 0,211 | 0,151 | 0,024 | 0,123 | 0,109 | 0,015 |
| **A15** | 0,099 | 0,015 | 0,089 | 0,071 | 0,033 | 0,085 | 0,088 | 0,082 | 0,052 | 0,065 |
| **A16** | 0,078 | 0,046 | 0,029 | 0,032 | 0,126 | 0,072 | 0,046 | 0,109 | 0,077 | 0,072 |
| **A17** | 0,045 | 0,228 | 0,053 | 0,295 | 0,147 | 0,003 | 0,137 | 0,127 | 0,020 | 0,055 |
| **A18** | 0,089 | 0,038 | 0,136 | 0,003 | 0,034 | 0,144 | 0,038 | 0,132 | 0,119 | 0,064 |
| **A19** | 0,075 | 0,033 | 0,032 | 0,114 | 0,121 | 0,123 | 0,015 | 0,112 | 0,189 | 0,011 |
| **A20** | 0,033 | 0,120 | 0,053 | 0,016 | 0,063 | 0,013 | 0,027 | 0,331 | 0,048 | 0,001 |
| **A21** | 0,019 | 0,182 | 0,065 | 0,126 | 0,053 | 0,240 | 0,200 | 0,202 | 0,026 | 0,079 |
| **A22** | 0,231 | 0,117 | 0,010 | 0,129 | 0,050 | 0,044 | 0,043 | 0,121 | 0,084 | 0,086 |
| **A23** | 0,174 | 0,191 | 0,048 | 0,027 | 0,108 | 0,034 | 0,081 | 0,118 | 0,022 | 0,160 |
| **A24** | 0,025 | 0,007 | 0,091 | 0,107 | 0,031 | 0,019 | 0,103 | 0,046 | 0,096 | 0,073 |
| **A25** | 0,031 | 0,080 | 0,115 | 0,176 | 0,024 | 0,040 | 0,012 | 0,082 | 0,018 | 0,090 |

* Για τον υπολογισμό των βαρών W για κάθε εναλλακτική επιλογή, διαιρείται κάθε τιμή της τελευταίας στήλης του πίνακα 6.5 με το άθροισμα των τιμών της ίδιας στήλς.
* Σύμφωνα με τον τύπο , κατασκευάζεται ο πίνακας 6.7.
* Αθροίζοντας τις τιμές του πίνακα 6.7 ανά στήλη λαμβάνεται η εγγύτητα κάθε αποφασίζοντα συναρτήσει της 2-tuple συλλογικής λύσης.

**Πίνακας 6.7** Υπολογισμός διαφωνιών αποφασιζόντων με την ομαδική λύση

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **[1-Pk(xi)]\*W** | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** | **E7** | **E8** | **E9** | **E10** |
| **A1** | 0,052 | 0,052 | 0,043 | 0,054 | 0,042 | 0,051 | 0,056 | 0,046 | 0,054 | 0,056 |
| **A2** | 0,038 | 0,040 | 0,043 | 0,041 | 0,041 | 0,042 | 0,044 | 0,043 | 0,037 | 0,042 |
| **A3** | 0,033 | 0,032 | 0,035 | 0,034 | 0,035 | 0,036 | 0,030 | 0,034 | 0,035 | 0,033 |
| **A4** | 0,036 | 0,036 | 0,033 | 0,040 | 0,036 | 0,040 | 0,040 | 0,041 | 0,037 | 0,033 |
| **A5** | 0,042 | 0,046 | 0,042 | 0,048 | 0,047 | 0,049 | 0,047 | 0,048 | 0,048 | 0,041 |
| **A6** | 0,034 | 0,035 | 0,035 | 0,033 | 0,031 | 0,031 | 0,031 | 0,027 | 0,034 | 0,032 |
| **A7** | 0,041 | 0,044 | 0,044 | 0,046 | 0,044 | 0,038 | 0,046 | 0,040 | 0,041 | 0,040 |
| **A8** | 0,036 | 0,036 | 0,037 | 0,036 | 0,030 | 0,033 | 0,036 | 0,038 | 0,036 | 0,038 |
| **A9** | 0,038 | 0,034 | 0,037 | 0,039 | 0,038 | 0,036 | 0,040 | 0,040 | 0,039 | 0,031 |
| **A10** | 0,033 | 0,029 | 0,038 | 0,033 | 0,031 | 0,033 | 0,037 | 0,037 | 0,036 | 0,034 |
| **A11** | 0,038 | 0,034 | 0,034 | 0,032 | 0,034 | 0,034 | 0,039 | 0,036 | 0,037 | 0,038 |
| **A12** | 0,033 | 0,028 | 0,032 | 0,033 | 0,033 | 0,027 | 0,030 | 0,025 | 0,034 | 0,031 |
| **A13** | 0,029 | 0,027 | 0,029 | 0,029 | 0,025 | 0,028 | 0,025 | 0,025 | 0,028 | 0,028 |
| **A14** | 0,040 | 0,036 | 0,038 | 0,038 | 0,032 | 0,035 | 0,040 | 0,036 | 0,037 | 0,041 |
| **A15** | 0,040 | 0,044 | 0,041 | 0,042 | 0,043 | 0,041 | 0,041 | 0,041 | 0,042 | 0,042 |
| **A16** | 0,037 | 0,038 | 0,039 | 0,039 | 0,035 | 0,037 | 0,038 | 0,036 | 0,037 | 0,037 |
| **A17** | 0,045 | 0,036 | 0,045 | 0,033 | 0,040 | 0,047 | 0,041 | 0,041 | 0,046 | 0,045 |
| **A18** | 0,036 | 0,038 | 0,034 | 0,039 | 0,038 | 0,034 | 0,038 | 0,034 | 0,035 | 0,037 |
| **A19** | 0,032 | 0,034 | 0,034 | 0,031 | 0,031 | 0,031 | 0,035 | 0,031 | 0,028 | 0,035 |
| **A20** | 0,032 | 0,029 | 0,031 | 0,032 | 0,031 | 0,032 | 0,032 | 0,022 | 0,031 | 0,033 |
| **A21** | 0,050 | 0,042 | 0,048 | 0,044 | 0,048 | 0,039 | 0,041 | 0,041 | 0,050 | 0,047 |
| **A22** | 0,026 | 0,030 | 0,034 | 0,029 | 0,032 | 0,032 | 0,032 | 0,030 | 0,031 | 0,031 |
| **A23** | 0,030 | 0,030 | 0,035 | 0,036 | 0,033 | 0,036 | 0,034 | 0,033 | 0,036 | 0,031 |
| **A24** | 0,035 | 0,035 | 0,032 | 0,032 | 0,035 | 0,035 | 0,032 | 0,034 | 0,032 | 0,033 |
| **A25** | 0,028 | 0,026 | 0,025 | 0,023 | 0,028 | 0,027 | 0,028 | 0,026 | 0,028 | 0,026 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **PM(W)** | 0,914 | 0,893 | 0,917 | 0,916 | 0,891 | 0,903 | 0,933 | 0,884 | 0,929 | 0,913 |

* Συγκεντρώνοντας τις τιμές στην πρώτη στήλη του πίνακα 6.8 για κάθε εναλλακτική, κατασκευάζεται η τελευταία στήλη του πίνακα 6.8 .
* Αθροίζοντας κάθε τιμή τηε στήλης αυτής, λαμβάνεται ο συνολικός βαθμός ομοφωνίας που ισούται με 0.9094.

**Πίνακας 6.8** Yπολογισμός συνολικής ομοφωνίας με τον σταθμισμένο μέσο όρο κανονικοποιημένων βαρών βάση της ομαδικής λύσης.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **CD(xi)** | **βάρη** | **CD(xi)\*W** |
| **A1** | 0,900 | 0,056 | 0,0506 |
| **A2** | 0,895 | 0,046 | 0,0412 |
| **A3** | 0,943 | 0,036 | 0,0337 |
| **A4** | 0,880 | 0,042 | 0,0373 |
| **A5** | 0,932 | 0,049 | 0,0457 |
| **A6** | 0,902 | 0,036 | 0,0322 |
| **A7** | 0,897 | 0,047 | 0,0423 |
| **A8** | 0,920 | 0,039 | 0,0356 |
| **A9** | 0,904 | 0,041 | 0,0372 |
| **A10** | 0,886 | 0,039 | 0,0343 |
| **A11** | 0,891 | 0,040 | 0,0356 |
| **A12** | 0,904 | 0,034 | 0,0306 |
| **A13** | 0,920 | 0,030 | 0,0273 |
| **A14** | 0,907 | 0,041 | 0,0373 |
| **A15** | 0,932 | 0,045 | 0,0417 |
| **A16** | 0,931 | 0,040 | 0,0372 |
| **A17** | 0,889 | 0,047 | 0,0420 |
| **A18** | 0,920 | 0,039 | 0,0362 |
| **A19** | 0,918 | 0,035 | 0,0322 |
| **A20** | 0,930 | 0,033 | 0,0304 |
| **A21** | 0,881 | 0,051 | 0,0448 |
| **A22** | 0,908 | 0,034 | 0,0308 |
| **A23** | 0,904 | 0,037 | 0,0333 |
| **A24** | 0,940 | 0,036 | 0,0336 |
| **A25** | 0,933 | 0,028 | 0,0265 |
|  |  |  |  |
|  |  | **CM(w)** | **0,9094** |

Tέλος, με αναφορά την στήλη των βαθμών ομοφωνίας CD(xi) του πίνακα 6.8 των εναλλακτικών, υπολογίζονται οι βαθμούς ομοφωνίας των ομάδων ξεχωριστά, ακολουθώντας την ίδια διαδικασία.

**Πίνακας 6.9**  Μέτρηση ομοφωνίας ανα κατηγορία

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **CD(xi)** | **Βάρη ανά κατηγορία** | **C(xi)\*wgrp** |  |  |
| **Α1** | 0,9 | 0,312 | 0,2809 |  |  |
| **Α2** | 0,895 | 0,255 | 0,2283 |  |  |
| **Α3** | 0,943 | 0,198 | 0,1868 |  |  |
| **Α4** | 0,88 | 0,235 | 0,2067 | **CM(Energy)** | 0,902738 |
| **Α5** | 0,932 | 0,231 | 0,2156 |  |  |
| **Α6** | 0,902 | 0,169 | 0,152 |  |  |
| **Α7** | 0,897 | 0,223 | 0,2 |  |  |
| **Α8** | 0,92 | 0,183 | 0,1681 |  |  |
| **Α9** | 0,904 | 0,194 | 0,1756 | **CM(Envir)** | 0,911382 |
| **Α10** | 0,886 | 0,211 | 0,1872 |  |  |
| **Α11** | 0,891 | 0,218 | 0,1941 |  |  |
| **Α12** | 0,904 | 0,185 | 0,167 |  |  |
| **Α13** | 0,92 | 0,162 | 0,1488 |  |  |
| **Α14** | 0,907 | 0,224 | 0,2037 | **CM(Fin)** | 0,900763 |
| **Α15** | 0,932 | 0,187 | 0,1746 |  |  |
| **Α16** | 0,931 | 0,167 | 0,1556 |  |  |
| **Α17** | 0,889 | 0,197 | 0,1756 |  |  |
| **Α18** | 0,92 | 0,165 | 0,1514 |  |  |
| **Α19** | 0,918 | 0,147 | 0,1347 |  |  |
| **Α20** | 0,93 | 0,137 | 0,1271 | **CM(Innov)** | 0,919033 |
| **Α21** | 0,881 | 0,274 | 0,241 |  |  |
| **Α22** | 0,908 | 0,182 | 0,1657 |  |  |
| **Α23** | 0,904 | 0,199 | 0,1796 |  |  |
| **Α24** | 0,94 | 0,192 | 0,1807 |  |  |
| **Α25** | 0,933 | 0,153 | 0,1429 | **CΜ(Polit)** | 0,909897 |

Για την εύρεση των βαθμών ομοφωνίας των κατηγοριών έχουν υπολογιστεί τα κανονικοποιημένα βάρη από την συλλογική λύση. Αθρoίζοντας τα αποτέλεσματα ανά κατηγορία λαμβάνουμε την ομοφωνία κάθε ομάδας. Υπάρχει υψηλός βαθμός ομοφωνίας σε κάθε ομάδα με πολύ μικρές αποκλίσεις μεταξύ τους. Οι διαφορές μεταξύ των βαθμών ομοφωνίας των ομάδων και του συνολικού βαθμού είναι της τάξης γυρω του 1%+\_. Είναι σημαντικό να τονιστεί, πως επειδή η ομαδική λύση δεν παρουσιάζει μεγάλη διασπορά (0.33), και επειδή για τους τελικούς υπολογισμούς χρησιμοποιείται η σταθμισμένη μέθοδο βαρών, τα αποτελέσματα θα τείνουν να έχουν ομαλή συμπεριφορά, αφού δεν θα εξαρτατούνται από την καλύτερη εναλλακτική, όπως προτείνεται από την βιβλιογραφία στη μέθοδο ομοφωνίας του κεφαλαίου 2

## 6.2 Εφαρμογή μέτρησης ομοφωνίας με την μέθοδο διαφωνίας ζευγών αποφασιζόντων

Σύμφωνα με την μέθοδο του κεφαλαίου 3, παραθέτονται οι διαφορές μεταξύ όλων των αποφασιζόντων, οι οποίες παραθέτονται στους πίνακες 6.10.1 εώς 6.10.5, και προκύπτουν από την υλοποίηση του παρακάτω κώδικα.

matrix = pd.read\_excel('austria results\_all experts\_scale.xlsx', sheet\_name='general matrix')

c = []

for i in range(0,9):

for j in range (i+1,10):

k = abs(matrix.iloc[:,i]-matrix.iloc[:,j])

c.append(k)

df = pd.DataFrame(data = c)

df = df.transpose()

print (df)

**Πίνακας 6.10** Διαφωνίες αποφασιζόντων ανά ζεύγη έναντι εναλλακτικών.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E1-E2** | **E1-E3** | **E1-E4** | **E1-E5** | **E1-E6** | **E1-E7** | **E1-E8** | **E1-E9** | **E1-E10** |
| **Α1** | 0,007 | 0,658 | 0,101 | 0,710 | 0,127 | 0,300 | 0,455 | 0,106 | 0,249 |
| **Α2** | 0,205 | 0,962 | 1,117 | 0,220 | 1,059 | 0,864 | 0,942 | 0,056 | 0,388 |
| **Α3** | 0,700 | 0,422 | 0,464 | 0,357 | 0,301 | 0,325 | 0,457 | 0,180 | 0,006 |
| **Α4** | 0,011 | 1,500 | 0,851 | 0,038 | 0,817 | 0,795 | 0,669 | 1,045 | 0,254 |
| **Α5** | 0,338 | 0,040 | 0,713 | 0,434 | 0,634 | 0,485 | 0,709 | 0,531 | 0,061 |
| **Α6** | 0,330 | 0,115 | 0,472 | 0,726 | 0,735 | 0,330 | 0,787 | 0,444 | 0,216 |
| **Α7** | 0,743 | 0,738 | 0,381 | 0,182 | 1,268 | 0,596 | 1,115 | 1,023 | 1,140 |
| **Α8** | 0,058 | 0,503 | 0,602 | 1,226 | 0,283 | 0,571 | 0,417 | 0,081 | 0,244 |
| **Α9** | 1,002 | 0,112 | 0,104 | 0,624 | 0,183 | 0,416 | 0,378 | 0,540 | 0,703 |
| **Α10** | 1,536 | 0,505 | 0,024 | 1,402 | 0,013 | 0,730 | 0,708 | 0,791 | 0,117 |
| **Α11** | 0,317 | 0,807 | 1,048 | 0,791 | 0,375 | 0,342 | 0,147 | 0,075 | 0,017 |
| **Α12** | 0,757 | 0,342 | 0,154 | 0,214 | 0,712 | 0,342 | 1,020 | 0,075 | 0,233 |
| **Α13** | 0,455 | 0,187 | 0,256 | 0,555 | 0,283 | 0,498 | 0,533 | 0,081 | 0,100 |
| **Α14** | 0,558 | 0,190 | 0,231 | 0,937 | 0,698 | 0,192 | 0,399 | 0,531 | 0,155 |
| **Α15** | 0,338 | 0,040 | 0,112 | 0,267 | 0,059 | 0,045 | 0,068 | 0,189 | 0,659 |
| **Α16** | 0,493 | 0,425 | 0,439 | 0,813 | 0,023 | 0,127 | 0,127 | 0,003 | 0,598 |
| **Α17** | 1,092 | 0,032 | 1,358 | 0,407 | 0,191 | 0,726 | 0,688 | 0,099 | 0,399 |
| **Α18** | 0,205 | 0,187 | 0,345 | 0,220 | 0,220 | 0,205 | 0,883 | 0,831 | 0,100 |
| **Α19** | 0,433 | 0,428 | 0,757 | 0,184 | 0,192 | 0,360 | 0,747 | 1,055 | 0,255 |
| **Α20** | 0,610 | 0,342 | 0,068 | 0,121 | 0,183 | 0,024 | 1,195 | 0,062 | 0,127 |
| **Α21** | 0,803 | 0,185 | 0,577 | 0,285 | 1,035 | 0,877 | 0,883 | 0,028 | 0,243 |
| **Α22** | 1,389 | 0,965 | 0,406 | 1,123 | 1,099 | 1,096 | 1,407 | 0,586 | 1,268 |
| **Α23** | 1,458 | 0,887 | 0,586 | 0,263 | 0,830 | 1,019 | 0,222 | 0,782 | 1,334 |
| **Α24** | 0,127 | 0,265 | 0,525 | 0,025 | 0,023 | 0,313 | 0,281 | 0,481 | 0,194 |
| **Α25** | 0,441 | 0,583 | 0,827 | 0,027 | 0,037 | 0,075 | 0,206 | 0,049 | 0,482 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **sum** | 14,405 | 11,419 | 12,517 | 12,152 | 11,380 | 11,650 | 15,441 | 9,721 | 9,538 |

**Πίνακας 6.11** Διαφωνίες αποφασιζόντων ανά ζεύγη έναντι εναλλακτικών.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E2-E3** | **E2-E4** | **E2-E5** | **E2-E6** | **E2-E7** | **E2-E8** | **E2-E9** | **E2-E10** |
| **Α1** | 0,664 | 0,094 | 0,717 | 0,134 | 0,293 | 0,462 | 0,099 | 0,242 |
| **Α2** | 0,758 | 0,913 | 0,016 | 0,854 | 0,659 | 0,737 | 0,261 | 0,183 |
| **Α3** | 0,278 | 0,236 | 0,343 | 0,399 | 1,026 | 0,244 | 0,520 | 0,695 |
| **Α4** | 1,511 | 0,863 | 0,027 | 0,828 | 0,806 | 0,680 | 1,056 | 0,243 |
| **Α5** | 0,298 | 0,375 | 0,096 | 0,296 | 0,147 | 0,371 | 0,192 | 0,399 |
| **Α6** | 0,215 | 0,142 | 0,397 | 0,405 | 0,659 | 1,117 | 0,114 | 0,546 |
| **Α7** | 0,005 | 0,362 | 0,561 | 0,525 | 0,147 | 0,372 | 0,281 | 0,398 |
| **Α8** | 0,445 | 0,544 | 1,168 | 0,341 | 0,513 | 0,359 | 0,023 | 0,186 |
| **Α9** | 1,114 | 0,898 | 0,378 | 1,185 | 0,586 | 0,624 | 0,462 | 1,704 |
| **Α10** | 1,031 | 1,560 | 0,134 | 1,523 | 0,806 | 0,828 | 0,745 | 1,419 |
| **Α11** | 1,124 | 1,365 | 1,108 | 0,058 | 0,659 | 0,171 | 0,242 | 0,334 |
| **Α12** | 0,414 | 0,603 | 0,542 | 1,468 | 1,099 | 1,776 | 0,682 | 0,989 |
| **Α13** | 0,268 | 0,199 | 1,010 | 0,172 | 0,952 | 0,988 | 0,535 | 0,555 |
| **Α14** | 0,748 | 0,789 | 0,379 | 0,140 | 0,366 | 0,957 | 0,028 | 0,403 |
| **Α15** | 0,298 | 0,226 | 0,071 | 0,279 | 0,293 | 0,271 | 0,149 | 0,321 |
| **Α16** | 0,068 | 0,054 | 0,320 | 0,471 | 0,366 | 0,620 | 0,490 | 0,105 |
| **Α17** | 1,124 | 0,266 | 1,499 | 0,901 | 0,366 | 0,404 | 0,993 | 0,693 |
| **Α18** | 0,392 | 0,140 | 0,016 | 0,424 | 0,000 | 0,679 | 0,627 | 0,105 |
| **Α19** | 0,005 | 0,325 | 0,616 | 0,625 | 0,073 | 0,314 | 0,622 | 0,178 |
| **Α20** | 0,268 | 0,542 | 0,731 | 0,427 | 0,586 | 1,805 | 0,672 | 0,483 |
| **Α21** | 0,988 | 0,226 | 0,518 | 0,232 | 0,073 | 0,079 | 0,832 | 1,046 |
| **Α22** | 0,424 | 0,984 | 0,266 | 0,290 | 0,293 | 0,018 | 0,803 | 0,122 |
| **Α23** | 0,571 | 0,873 | 1,195 | 0,628 | 0,440 | 1,236 | 0,677 | 0,124 |
| **Α24** | 0,392 | 0,398 | 0,152 | 0,104 | 0,440 | 0,154 | 0,354 | 0,321 |
| **Α25** | 0,142 | 0,385 | 0,414 | 0,478 | 0,366 | 0,647 | 0,392 | 0,041 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **sum** | 13,543 | 13,361 | 12,674 | 13,187 | 12,015 | 15,912 | 11,851 | 11,832 |

**Πίνακας 6.12** Διαφωνίες αποφασιζόντων ανά ζεύγη έναντι εναλλακτικών.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E3-E4** | **E3-E5** | **E3-E6** | **E3-E7** | **E3-E8** | **E3-E9** | **E3-E10** |
| **Α1** | 0,759 | 0,053 | 0,53 | 0,957 | 0,202 | 0,763 | 0,906 |
| **Α2** | 0,155 | 0,742 | 0,096 | 0,099 | 0,021 | 1,018 | 0,575 |
| **Α3** | 0,041 | 0,065 | 0,121 | 0,748 | 0,034 | 0,242 | 0,417 |
| **Α4** | 0,648 | 1,537 | 0,683 | 0,705 | 0,83 | 0,454 | 1,754 |
| **Α5** | 0,673 | 0,394 | 0,594 | 0,445 | 0,669 | 0,49 | 0,101 |
| **Α6** | 0,357 | 0,611 | 0,62 | 0,445 | 0,902 | 0,329 | 0,331 |
| **Α7** | 0,357 | 0,556 | 0,53 | 0,142 | 0,377 | 0,286 | 0,403 |
| **Α8** | 0,1 | 0,723 | 0,786 | 0,068 | 0,086 | 0,422 | 0,259 |
| **Α9** | 0,216 | 0,736 | 0,071 | 0,528 | 0,491 | 0,652 | 0,59 |
| **Α10** | 0,529 | 0,897 | 0,492 | 0,225 | 0,202 | 0,286 | 0,389 |
| **Α11** | 0,241 | 0,016 | 1,182 | 0,465 | 0,954 | 0,882 | 0,791 |
| **Α12** | 0,188 | 0,128 | 1,054 | 0,685 | 1,362 | 0,268 | 0,575 |
| **Α13** | 0,069 | 0,742 | 0,096 | 0,685 | 0,72 | 0,268 | 0,287 |
| **Α14** | 0,041 | 1,127 | 0,888 | 0,381 | 0,209 | 0,72 | 0,345 |
| **Α15** | 0,072 | 0,227 | 0,019 | 0,005 | 0,027 | 0,149 | 0,619 |
| **Α16** | 0,014 | 0,388 | 0,402 | 0,298 | 0,552 | 0,422 | 0,173 |
| **Α17** | 1,39 | 0,375 | 0,223 | 0,758 | 0,72 | 0,131 | 0,431 |
| **Α18** | 0,532 | 0,407 | 0,032 | 0,392 | 1,07 | 1,018 | 0,287 |
| **Α19** | 0,33 | 0,611 | 0,62 | 0,068 | 0,319 | 0,627 | 0,173 |
| **Α20** | 0,274 | 0,463 | 0,159 | 0,318 | 1,537 | 0,404 | 0,215 |
| **Α21** | 0,762 | 0,469 | 1,22 | 1,061 | 1,067 | 0,156 | 0,059 |
| **Α22** | 0,559 | 0,158 | 0,135 | 0,131 | 0,442 | 0,379 | 0,303 |
| **Α23** | 0,302 | 0,624 | 0,057 | 0,131 | 0,666 | 0,106 | 0,447 |
| **Α24** | 0,789 | 0,24 | 0,287 | 0,048 | 0,546 | 0,745 | 0,071 |
| **Α25** | 0,244 | 0,556 | 0,62 | 0,508 | 0,789 | 0,534 | 0,101 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **sum** | 9,643 | 12,845 | 11,518 | 10,294 | 14,795 | 11,751 | 10,598 |

**Πίνακας 6.13** Διαφωνίες αποφασιζόντων ανά ζεύγη έναντι εναλλακτικών.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E4-E5** | **E4-E6** | **E4-E7** | **E4-E8** | **E4-E9** | **E4-E10** | **E5-E6** | **E5-E7** | **E5-E8** | **E5-E9** | **E5-E10** |
| **Α1** | 0,811 | 0,229 | 0,199 | 0,556 | 0,005 | 0,148 | 0,583 | 1,010 | 0,255 | 0,816 | 0,959 |
| **Α2** | 0,897 | 0,059 | 0,253 | 0,176 | 1,173 | 0,730 | 0,839 | 0,644 | 0,722 | 0,276 | 0,168 |
| **Α3** | 0,107 | 0,163 | 0,789 | 0,007 | 0,284 | 0,458 | 0,056 | 0,682 | 0,100 | 0,177 | 0,351 |
| **Α4** | 0,889 | 0,035 | 0,057 | 0,182 | 0,194 | 1,106 | 0,854 | 0,833 | 0,707 | 1,083 | 0,217 |
| **Α5** | 0,279 | 0,079 | 0,228 | 0,004 | 0,183 | 0,774 | 0,200 | 0,050 | 0,275 | 0,096 | 0,495 |
| **Α6** | 0,254 | 0,263 | 0,802 | 1,259 | 0,028 | 0,688 | 0,009 | 1,056 | 1,513 | 0,283 | 0,942 |
| **Α7** | 0,198 | 0,887 | 0,216 | 0,735 | 0,643 | 0,760 | 1,086 | 0,414 | 0,933 | 0,841 | 0,958 |
| **Α8** | 0,623 | 0,886 | 0,031 | 0,185 | 0,522 | 0,359 | 1,509 | 0,655 | 0,809 | 1,145 | 0,982 |
| **Α9** | 0,520 | 0,287 | 0,312 | 0,275 | 0,436 | 0,806 | 0,806 | 0,208 | 0,245 | 0,084 | 1,326 |
| **Α10** | 1,426 | 0,037 | 0,754 | 0,731 | 0,815 | 0,140 | 1,389 | 0,672 | 0,695 | 0,611 | 1,286 |
| **Α11** | 0,257 | 1,423 | 0,706 | 1,195 | 1,123 | 1,031 | 1,166 | 0,449 | 0,938 | 0,866 | 0,775 |
| **Α12** | 0,061 | 0,866 | 0,496 | 1,174 | 0,079 | 0,386 | 0,926 | 0,557 | 1,234 | 0,140 | 0,447 |
| **Α13** | 0,811 | 0,027 | 0,754 | 0,790 | 0,337 | 0,356 | 0,839 | 0,058 | 0,022 | 0,475 | 0,455 |
| **Α14** | 1,168 | 0,929 | 0,423 | 0,168 | 0,762 | 0,386 | 0,239 | 0,746 | 1,336 | 0,407 | 0,782 |
| **Α15** | 0,155 | 0,053 | 0,067 | 0,045 | 0,077 | 0,547 | 0,208 | 0,222 | 0,199 | 0,078 | 0,392 |
| **Α16** | 0,374 | 0,416 | 0,312 | 0,566 | 0,436 | 0,159 | 0,790 | 0,686 | 0,940 | 0,810 | 0,215 |
| **Α17** | 1,765 | 1,167 | 0,632 | 0,670 | 1,259 | 0,959 | 0,598 | 1,133 | 1,095 | 0,506 | 0,806 |
| **Α18** | 0,125 | 0,564 | 0,140 | 0,539 | 0,487 | 0,245 | 0,440 | 0,016 | 0,663 | 0,611 | 0,120 |
| **Α19** | 0,941 | 0,949 | 0,398 | 0,011 | 0,297 | 0,502 | 0,009 | 0,543 | 0,930 | 1,238 | 0,439 |
| **Α20** | 0,189 | 0,115 | 0,044 | 1,263 | 0,130 | 0,059 | 0,304 | 0,145 | 1,074 | 0,059 | 0,248 |
| **Α21** | 0,292 | 0,458 | 0,299 | 0,305 | 0,606 | 0,820 | 0,751 | 0,592 | 0,598 | 0,313 | 0,528 |
| **Α22** | 0,717 | 0,694 | 0,691 | 1,002 | 0,181 | 0,862 | 0,024 | 0,027 | 0,284 | 0,537 | 0,145 |
| **Α23** | 0,322 | 0,245 | 0,433 | 0,364 | 0,196 | 0,749 | 0,567 | 0,756 | 0,041 | 0,518 | 1,071 |
| **Α24** | 0,550 | 0,502 | 0,837 | 0,244 | 0,044 | 0,718 | 0,048 | 0,288 | 0,306 | 0,506 | 0,168 |
| **Α25** | 0,799 | 0,864 | 0,752 | 1,033 | 0,777 | 0,345 | 0,064 | 0,048 | 0,233 | 0,022 | 0,455 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **sum** | 14,531 | 12,194 | 10,625 | 13,475 | 11,071 | 14,093 | 14,300 | 12,485 | 16,147 | 12,497 | 14,728 |

**Πίνακας 6.14** Διαφωνίες αποφασιζόντων ανά ζεύγη έναντι εναλλακτικών.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **E6-E7** | **E6-E8** | **E6-E9** | **E6-E10** | **E7-E8** | **E7-E9** | **E7-E10** | **E8-E9** | **E8-E10** | **E9-E10** |
| **Α1** | 0,427 | 0,328 | 0,233 | 0,376 | 0,755 | 0,194 | 0,051 | 0,561 | 0,704 | 0,143 |
| **Α2** | 0,195 | 0,117 | 1,115 | 0,671 | 0,078 | 0,920 | 0,476 | 0,998 | 0,554 | 0,444 |
| **Α3** | 0,627 | 0,155 | 0,121 | 0,296 | 0,782 | 0,505 | 0,331 | 0,277 | 0,451 | 0,174 |
| **Α4** | 0,022 | 0,147 | 0,229 | 1,071 | 0,126 | 0,251 | 1,049 | 0,376 | 0,924 | 1,300 |
| **Α5** | 0,150 | 0,075 | 0,104 | 0,695 | 0,224 | 0,046 | 0,546 | 0,179 | 0,770 | 0,591 |
| **Α6** | 1,065 | 1,522 | 0,291 | 0,951 | 0,458 | 0,773 | 0,114 | 1,231 | 0,571 | 0,660 |
| **Α7** | 0,672 | 0,153 | 0,245 | 0,128 | 0,519 | 0,427 | 0,544 | 0,092 | 0,025 | 0,117 |
| **Α8** | 0,854 | 0,700 | 0,364 | 0,527 | 0,154 | 0,490 | 0,327 | 0,336 | 0,173 | 0,163 |
| **Α9** | 0,598 | 0,561 | 0,722 | 0,520 | 0,037 | 0,124 | 1,118 | 0,161 | 1,081 | 1,242 |
| **Α10** | 0,717 | 0,695 | 0,778 | 0,104 | 0,022 | 0,061 | 0,614 | 0,083 | 0,591 | 0,674 |
| **Α11** | 0,717 | 0,228 | 0,300 | 0,391 | 0,489 | 0,417 | 0,326 | 0,072 | 0,163 | 0,091 |
| **Α12** | 0,369 | 0,308 | 0,786 | 0,479 | 0,677 | 0,417 | 0,110 | 1,094 | 0,787 | 0,307 |
| **Α13** | 0,781 | 0,817 | 0,364 | 0,383 | 0,036 | 0,417 | 0,398 | 0,453 | 0,433 | 0,019 |
| **Α14** | 0,507 | 1,097 | 0,168 | 0,543 | 0,591 | 0,339 | 0,037 | 0,929 | 0,554 | 0,375 |
| **Α15** | 0,014 | 0,008 | 0,130 | 0,600 | 0,022 | 0,144 | 0,614 | 0,122 | 0,591 | 0,470 |
| **Α16** | 0,104 | 0,150 | 0,020 | 0,575 | 0,254 | 0,124 | 0,471 | 0,130 | 0,725 | 0,595 |
| **Α17** | 0,535 | 0,497 | 0,092 | 0,208 | 0,037 | 0,627 | 0,327 | 0,589 | 0,290 | 0,300 |
| **Α18** | 0,424 | 1,103 | 1,051 | 0,319 | 0,679 | 0,627 | 0,105 | 0,052 | 0,783 | 0,731 |
| **Α19** | 0,552 | 0,939 | 1,247 | 0,447 | 0,387 | 0,695 | 0,105 | 0,308 | 0,492 | 0,800 |
| **Α20** | 0,159 | 1,377 | 0,245 | 0,056 | 1,219 | 0,086 | 0,103 | 1,133 | 1,322 | 0,189 |
| **Α21** | 0,159 | 0,153 | 1,064 | 1,279 | 0,006 | 0,905 | 1,120 | 0,911 | 1,126 | 0,215 |
| **Α22** | 0,003 | 0,308 | 0,513 | 0,168 | 0,311 | 0,510 | 0,171 | 0,821 | 0,140 | 0,682 |
| **Α23** | 0,189 | 0,608 | 0,049 | 0,504 | 0,797 | 0,237 | 0,315 | 0,560 | 1,112 | 0,553 |
| **Α24** | 0,335 | 0,258 | 0,458 | 0,216 | 0,594 | 0,793 | 0,119 | 0,200 | 0,474 | 0,674 |
| **Α25** | 0,112 | 0,169 | 0,086 | 0,519 | 0,281 | 0,026 | 0,407 | 0,255 | 0,688 | 0,433 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **sum** | 10,285 | 12,473 | 10,774 | 12,024 | 9,534 | 10,155 | 9,896 | 11,922 | 15,524 | 11,941 |

* Έχοντας όλα τα αθρόισματα των διαφορών των αποφασιζόντων ανά δύο, στις γραμμές ‘sum’ των πινάκων 6.10 εως 6.14 κατασκευάζεται ο πίνακας Δij.
* Δεδομένου του Δ, υπολογίζεται ο πίνακας.
* Ο συνολικός βαθμός ομοφωνίας, το GCI δηλαδή, προκύπτει από τον μέσο του τριγωνικού πίνακα . Αυτά βρίσκονται συγκεντρωμένα στον πίνακα 6.15.

**Πίνακας 6.15** Υπολογισμός του δείκτη συνολικής ομοφωνίας GCI

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Δij** | **E1** | **E2** | **E3** | **E4** | **E5** | **E6** | **E7** | **E8** | **E9** | **E10** |
| **E1** | 0,000 | 14,405 | 11,419 | 12,517 | 12,152 | 11,380 | 11,650 | 15,441 | 9,721 | 9,538 |
| **E2** | 14,405 | 0,000 | 13,543 | 13,361 | 12,674 | 13,187 | 12,015 | 15,912 | 11,851 | 11,832 |
| **E3** | 11,419 | 13,543 | 0,000 | 9,643 | 12,845 | 11,518 | 10,294 | 14,795 | 11,751 | 10,598 |
| **E4** | 12,517 | 13,361 | 9,643 | 0,000 | 14,531 | 12,194 | 10,625 | 13,475 | 11,071 | 14,093 |
| **E5** | 12,152 | 12,674 | 12,845 | 14,531 | 0,000 | 14,300 | 12,485 | 16,147 | 12,497 | 14,728 |
| **E6** | 11,380 | 13,187 | 11,518 | 12,194 | 14,300 | 0,000 | 10,285 | 12,473 | 10,774 | 12,024 |
| **E7** | 11,650 | 12,015 | 10,294 | 10,625 | 12,485 | 10,285 | 0,000 | 9,534 | 10,155 | 9,896 |
| **E8** | 15,441 | 15,912 | 14,795 | 13,475 | 16,147 | 12,473 | 9,534 | 0,000 | 11,922 | 15,524 |
| **E9** | 9,721 | 11,851 | 11,751 | 11,071 | 12,497 | 10,774 | 10,155 | 11,922 | 0,000 | 11,941 |
| **E10** | 9,538 | 11,832 | 10,598 | 14,093 | 14,728 | 12,024 | 9,896 | 15,524 | 11,941 | 0,000 |
| **1-Δ/Δmax** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **E1** | 1,000 | 0,835 | 0,869 | 0,857 | 0,861 | 0,870 | 0,867 | 0,824 | 0,889 | 0,891 |
| **E2** | 0,835 | 1,000 | 0,845 | 0,847 | 0,855 | 0,849 | 0,863 | 0,818 | 0,865 | 0,865 |
| **E3** | 0,869 | 0,845 | 1,000 | 0,890 | 0,853 | 0,868 | 0,882 | 0,831 | 0,866 | 0,879 |
| **E4** | 0,857 | 0,847 | 0,890 | 1,000 | 0,834 | 0,861 | 0,879 | 0,846 | 0,873 | 0,839 |
| **E5** | 0,861 | 0,855 | 0,853 | 0,834 | 1,000 | 0,837 | 0,857 | 0,815 | 0,857 | 0,832 |
| **E6** | 0,870 | 0,849 | 0,868 | 0,861 | 0,837 | 1,000 | 0,882 | 0,857 | 0,877 | 0,863 |
| **E7** | 0,867 | 0,863 | 0,882 | 0,879 | 0,857 | 0,882 | 1,000 | 0,891 | 0,884 | 0,887 |
| **E8** | 0,824 | 0,818 | 0,831 | 0,846 | 0,815 | 0,857 | 0,891 | 1,000 | 0,864 | 0,823 |
| **E9** | 0,889 | 0,865 | 0,866 | 0,873 | 0,857 | 0,877 | 0,884 | 0,864 | 1,000 | 0,864 |
| **E10** | 0,891 | 0,865 | 0,879 | 0,839 | 0,832 | 0,863 | 0,887 | 0,823 | 0,864 | 1,000 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **Δmax** | 87,5 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **GCI** | 0,8732 |  |  |  |  |  |  |  |  |

Παραπάνω, είναι συγκεντρωμένες όλες οι διαφωνίες, κάθε Ei,Ej αποφασίζoντα. Σύμφωνα με το κεφάλαιο 3 για το Δmax έπρεπε να έχουμε επιλέξει την μέγιστη πιθανή διαφορά (4) πολλαπλασιάζοντας με τον αριθμό των αποφασιζόντων. Δηλαδή, με Δ=100, κάποιος αποφασίζοντας να έχει μηδενικό σκορ σε όλες τις εναλλακτικές, δηλαδή εκφράζοντας καμία προτίμηση και τέλεια αδιαφορία. Αντίστοιχα ο άλλος με σκορ 4 παντού, θα εκφράζει θετική τέλεια αδιαφορία. Στη πραγματικότητα αυτό δεν θα πραγματοποιηθεί ποτέ, ιδίως όταν έχουμε μεγάλο πλήθος εναλλακτικών και κριτηρίων. Θα μπορούσαμε για αυτό να θέσουμε το διάστημα διαφορών [3.5,4] ώς τέλεια διαφωνία, ώστε η επιλογή του Δmax να είναι αντιπροσωπευτική και κατεπέκταση να έχουμε μεγαλύτερο επηρεασμό στο GCI. Συγκεκριμένα για μείωση του Δmax κατα 12,5% (3.5\*25) έχουμε μείωση του GCI κατά 1.78%. Με αυτό το σκεπτικό οι πιθανές θέσεις κατάταξης είναι η ομοιόμορφη κατανομή 25 στοιχείων στο εύρος [0, 3.5]. Στον πίνακα 6.16 απεικονίζονται οι πιθανές συνολικές διαφονίες για όλεςτις διαφορετικές κατατάξεις των 25 εναλλακτικών.

**Πίνακας 6.16** Διαφωνίες αποφασιζόντων έναντι εναλλακτικών για πιθανές θέσεις κατάταξης.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Sik** | **3,5** | **3,35** | **3,21** | **3,06** | **2,92** | **2,77** | **2,63** | **2,48** | **2,33** | **2,19** | **2,04** | **1,9** | **1,75** | **1,6** | **1,46** | **1,31** | **1,17** | **1,02** | **0,87** | **0,73** | **0,58** | **0,44** | **0,29** | **0,15** | **0** |
| **A1** | 10,8 | 9,3 | 7,84 | 6,39 | 4,93 | 3,65 | 2,86 | 2,84 | 3,3 | 3,88 | 4,55 | 5,43 | 6,74 | 8,2 | 9,66 | 11,1 | 12,6 | 14 | 15,5 | 17 | 18,4 | 19,9 | 21,3 | 22,8 | 24,2 |
| **A2** | 13,2 | 11,7 | 10,3 | 8,8 | 7,34 | 5,89 | 4,73 | 4,19 | 4,19 | 4,19 | 4,19 | 4,4 | 4,99 | 5,88 | 7,24 | 8,7 | 10,2 | 11,6 | 13,1 | 14,5 | 16 | 17,5 | 18,9 | 20,4 | 21,8 |
| **A3** | 16,8 | 15,3 | 13,9 | 12,4 | 11 | 9,49 | 8,04 | 6,58 | 5,26 | 4,09 | 3,06 | 2,48 | 2,24 | 2,63 | 3,79 | 5,09 | 6,55 | 8,01 | 9,46 | 10,9 | 12,4 | 13,8 | 15,3 | 16,8 | 18,2 |
| **A4** | 14,3 | 12,8 | 11,4 | 9,9 | 8,68 | 7,51 | 6,35 | 5,38 | 4,65 | 4,67 | 4,97 | 5,26 | 5,55 | 5,84 | 6,49 | 7,66 | 9,06 | 10,5 | 12 | 13,4 | 14,9 | 16,4 | 17,8 | 19,3 | 20,7 |
| **A5** | 12,7 | 11,3 | 9,81 | 8,35 | 6,89 | 5,44 | 3,98 | 2,83 | 2,33 | 2,5 | 3,08 | 3,66 | 4,77 | 6,23 | 7,69 | 9,15 | 10,6 | 12,1 | 13,5 | 15 | 16,4 | 17,9 | 19,4 | 20,8 | 22,3 |
| **A6** | 16,5 | 15 | 13,6 | 12,1 | 10,7 | 9,23 | 8,06 | 6,9 | 5,73 | 4,9 | 4,32 | 3,95 | 3,92 | 4,06 | 4,68 | 5,56 | 6,84 | 8,3 | 9,76 | 11,2 | 12,7 | 14,1 | 15,6 | 17,1 | 18,5 |
| **A7** | 13,7 | 12,2 | 10,7 | 9,28 | 7,83 | 6,53 | 5,46 | 4,58 | 3,98 | 3,54 | 3,53 | 3,82 | 4,27 | 5,34 | 6,76 | 8,22 | 9,67 | 11,1 | 12,6 | 14,1 | 15,5 | 17 | 18,4 | 19,9 | 21,3 |
| **A8** | 15,5 | 14 | 12,5 | 11,1 | 9,63 | 8,3 | 7,14 | 5,97 | 4,8 | 3,69 | 3,24 | 3,22 | 3,43 | 4,05 | 5,22 | 6,42 | 7,87 | 9,33 | 10,8 | 12,3 | 13,7 | 15,2 | 16,6 | 18,1 | 19,5 |
| **A9** | 15,3 | 13,8 | 12,3 | 10,9 | 9,43 | 7,97 | 6,8 | 5,63 | 4,58 | 3,95 | 3,85 | 3,85 | 4,13 | 4,82 | 5,94 | 7,11 | 8,28 | 9,53 | 11 | 12,5 | 13,9 | 15,4 | 16,8 | 18,3 | 19,7 |
| **A10** | 15,4 | 14 | 12,5 | 11,1 | 9,59 | 8,44 | 7,57 | 6,69 | 5,82 | 4,94 | 4,56 | 4,56 | 4,83 | 5,12 | 5,49 | 6,45 | 7,91 | 9,37 | 10,8 | 12,3 | 13,7 | 15,2 | 16,7 | 18,1 | 19,6 |
| **A11** | 15,2 | 13,8 | 12,3 | 10,9 | 9,4 | 8,03 | 6,86 | 6,05 | 5,46 | 4,88 | 4,43 | 4,14 | 3,95 | 4,46 | 5,33 | 6,64 | 8,1 | 9,56 | 11 | 12,5 | 13,9 | 15,4 | 16,9 | 18,3 | 19,8 |
| **A12** | 16,6 | 15,1 | 13,6 | 12,2 | 10,7 | 9,3 | 8,13 | 6,97 | 6,09 | 5,22 | 4,48 | 4,1 | 3,85 | 4,04 | 4,82 | 5,92 | 7,08 | 8,25 | 9,69 | 11,2 | 12,6 | 14,1 | 15,5 | 17 | 18,4 |
| **A13** | 18,3 | 16,8 | 15,4 | 13,9 | 12,5 | 11 | 9,54 | 8,08 | 6,62 | 5,17 | 4,3 | 3,72 | 3,14 | 2,96 | 3,26 | 3,89 | 5,06 | 6,5 | 7,96 | 9,42 | 10,9 | 12,3 | 13,8 | 15,3 | 16,7 |
| **A14** | 15,7 | 14,2 | 12,8 | 11,3 | 9,87 | 8,41 | 6,95 | 5,64 | 4,6 | 4,02 | 3,66 | 3,72 | 4,01 | 4,34 | 5,2 | 6,36 | 7,63 | 9,09 | 10,6 | 12 | 13,5 | 14,9 | 16,4 | 17,8 | 19,3 |
| **A15** | 14,8 | 13,3 | 11,9 | 10,4 | 8,94 | 7,48 | 6,02 | 4,61 | 3,45 | 2,28 | 1,54 | 1,4 | 2,73 | 4,18 | 5,64 | 7,1 | 8,56 | 10 | 11,5 | 12,9 | 14,4 | 15,9 | 17,3 | 18,8 | 20,2 |
| **A16** | 15,3 | 13,9 | 12,4 | 10,9 | 9,47 | 8,02 | 6,56 | 5,15 | 3,98 | 3,01 | 2,74 | 2,74 | 2,88 | 3,73 | 5,11 | 6,57 | 8,03 | 9,48 | 10,9 | 12,4 | 13,9 | 15,3 | 16,8 | 18,2 | 19,7 |
| **A17** | 13,7 | 12,2 | 10,8 | 9,31 | 7,92 | 6,75 | 5,59 | 4,74 | 4,41 | 4,41 | 4,62 | 4,91 | 5,54 | 6,42 | 7,29 | 8,44 | 9,65 | 11,1 | 12,6 | 14 | 15,5 | 16,9 | 18,4 | 19,9 | 21,3 |
| **A18** | 16,5 | 15 | 13,6 | 12,1 | 10,7 | 9,2 | 7,74 | 6,32 | 5,37 | 4,5 | 3,62 | 2,87 | 2,72 | 3,24 | 4,12 | 5,38 | 6,84 | 8,3 | 9,76 | 11,2 | 12,7 | 14,1 | 15,6 | 17,1 | 18,5 |
| **A19** | 16,8 | 15,3 | 13,9 | 12,4 | 10,9 | 9,48 | 8,02 | 6,63 | 5,46 | 4,38 | 3,8 | 3,21 | 3,31 | 3,82 | 4,41 | 5,28 | 6,56 | 8,02 | 9,48 | 10,9 | 12,4 | 13,9 | 15,3 | 16,8 | 18,2 |
| **A20** | 17,3 | 15,8 | 14,4 | 12,9 | 11,6 | 10,4 | 9,23 | 8,06 | 6,89 | 5,73 | 4,56 | 3,39 | 2,7 | 2,95 | 3,78 | 4,88 | 6,05 | 7,49 | 8,95 | 10,4 | 11,9 | 13,3 | 14,8 | 16,2 | 17,7 |
| **A21** | 12,8 | 11,3 | 9,89 | 8,43 | 6,97 | 5,76 | 4,94 | 4,63 | 4,35 | 4,35 | 4,35 | 4,64 | 5,07 | 6,19 | 7,61 | 9,07 | 10,5 | 12 | 13,5 | 14,9 | 16,4 | 17,8 | 19,3 | 20,7 | 22,2 |
| **A22** | 18,1 | 16,7 | 15,2 | 13,8 | 12,3 | 10,9 | 9,39 | 8,21 | 7,05 | 5,93 | 5,06 | 4,46 | 3,88 | 3,39 | 3,44 | 4,1 | 5,2 | 6,65 | 8,11 | 9,57 | 11 | 12,5 | 14 | 15,4 | 16,9 |
| **A23** | 17 | 15,5 | 14 | 12,6 | 11,1 | 9,66 | 8,2 | 6,87 | 5,71 | 4,99 | 4,41 | 3,95 | 3,68 | 4 | 4,71 | 5,58 | 6,54 | 7,84 | 9,3 | 10,8 | 12,2 | 13,7 | 15,1 | 16,6 | 18,1 |
| **A24** | 17,5 | 16 | 14,5 | 13,1 | 11,6 | 10,2 | 8,71 | 7,25 | 5,79 | 4,39 | 3,48 | 2,76 | 2,31 | 2,52 | 3,18 | 4,41 | 5,87 | 7,33 | 8,79 | 10,3 | 11,7 | 13,2 | 14,6 | 16,1 | 17,5 |
| **A25** | 19,7 | 18,3 | 16,8 | 15,4 | 13,9 | 12,4 | 11 | 9,53 | 8,07 | 6,61 | 5,33 | 4,16 | 3,33 | 3,03 | 2,74 | 2,69 | 3,74 | 5,06 | 6,51 | 7,97 | 9,43 | 10,9 | 12,4 | 13,8 | 15,3 |

H κατάταξη που εκφράζει την μικρότερη διαφωνία είναι από το πρώτο στο τελευταίο και είναι η ακόλουθη:

(Α5, Α6, Α14, Α3, Α8, Α19, Α4, Α11, Α9, Α16, Α7, Α25, Α23, Α17, Α12, Α10, Α2, Α13, Α21, Α18, Α1, Α24, Α22, Α15, Α20). Το άθροισμα της διαφωνίας για αυτήν την κατάταξη είναι 91.62. O συντελεστής % υποδικνύει ότι η λύση βρίσκεται 26% μακριά από την αντίστοιχη ιδανική. Για να είναι το άθροισμα των εναλλακτικών επιλογής μηδέν θα πρέπει οι αποφασίζοντες να έχουν για κάθε εναλλακτική σκορ ίδιο με αυτό της ψευδοθέσης κατάταξης. Αν χρησιμοποιούνταν ακέραιες θέσεις κατάταξης, τότε οι αληθινές διαφορές για τις πιθανές κατατάξεις εναλλακτικών χάνονται.

## 6.3 Εφαρμογή μέτρησης ομοφωνίας με σχέσεις προτίμησης & βελτίωση της ομοφωνίας

Ακολουθείται η διαδικασία εύρεσης ομοφωνίας της μεθόδου του 4ου κεφαλαίου. Mετατρέπονται οι τιμές TOPSIS σε σχέσεις προτίμησης σύμφωνα με τον ορισμό, που έχει δωθεί παραπάνω. Με αναφορά τους πίνακες 9.1 και 9.2 του παραρτήματος, οι οποίοι περιέχουν τις σχέσεις προτίμησης των 10 αποφασιζόντων, κατασκευάζεται ο πίνακας διαφωνίας των αποφασιζόντων ανα ζεύγη.

**Πίνακας 6.17** Αρχικόςπίνακας ομοφωνίας ΙCI

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ICI** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **0** | 1,000 | 1,046 | 1,050 | 1,047 | 1,055 | 1,046 | 1,044 | 1,035 | 1,036 | 1,026 |
| **1** | 1,046 | 1,000 | 1,051 | 1,037 | 1,036 | 1,056 | 1,055 | 1,022 | 1,068 | 1,065 |
| **2** | 1,050 | 1,051 | 1,000 | 1,051 | 1,028 | 1,050 | 1,038 | 1,038 | 1,046 | 1,054 |
| **3** | 1,047 | 1,037 | 1,051 | 1,000 | 1,026 | 1,030 | 1,018 | 1,046 | 1,037 | 1,040 |
| **4** | 1,055 | 1,036 | 1,028 | 1,026 | 1,000 | 1,037 | 1,039 | 1,042 | 1,046 | 1,048 |
| **5** | 1,046 | 1,056 | 1,050 | 1,030 | 1,037 | 1,000 | 1,041 | 1,054 | 1,021 | 1,027 |
| **6** | 1,044 | 1,055 | 1,038 | 1,018 | 1,039 | 1,041 | 1,000 | 1,053 | 1,037 | 1,042 |
| **7** | 1,035 | 1,022 | 1,038 | 1,046 | 1,042 | 1,054 | 1,053 | 1,000 | 1,050 | 1,042 |
| **8** | 1,036 | 1,068 | 1,046 | 1,037 | 1,046 | 1,021 | 1,037 | 1,050 | 1,000 | 1,028 |
| **9** | 1,026 | 1,065 | 1,054 | 1,040 | 1,048 | 1,027 | 1,042 | 1,042 | 1,028 | 1,000 |

. Επιλέγεται ένα πιο αυστηρό e-threshold 6%, σε σχέση με το 10% του κεφαλαίου 4. Ο αρχικός δείκτης ομοφωνίας είναι Αvg(ICI0)=1.089. Για την υλοποίηση της αλγοριθμικής διαδικασίας θα χρησιμοποιούνται οι παρακάτω τύποι ενημέρωσης των σχέσεων προτιμήσεως των αποφασιζόντων

import numpy as np

import pandas as pd

import matplotlib.pyplot as plt

from IPython.display import display

import sympy as sy

from scipy.linalg import solve

from sympy.solvers import solve

from sympy import Symbol

import sys

ahp1 = pd.read\_excel('austria results\_all experts\_scale.xlsx', sheet\_name='ahpe1')

ahp2 = pd.read\_excel('austria results\_all experts\_scale.xlsx', sheet\_name='ahpe2')

ahp3 = pd.read\_excel('austria results\_all experts\_scale.xlsx', sheet\_name='ahpe3')

ahp4 = pd.read\_excel('austria results\_all experts\_scale.xlsx', sheet\_name='ahpe4')

ahp5 = pd.read\_excel('austria results\_all experts\_scale.xlsx', sheet\_name='ahpe5')

ahp6 = pd.read\_excel('austria results\_all experts\_scale.xlsx', sheet\_name='ahpe6')

ahp7 = pd.read\_excel('austria results\_all experts\_scale.xlsx', sheet\_name='ahpe7')

ahp8 = pd.read\_excel('austria results\_all experts\_scale.xlsx', sheet\_name='ahpe8')

ahp9 = pd.read\_excel('austria results\_all experts\_scale.xlsx', sheet\_name='ahpe9')

ahp10 = pd.read\_excel('austria results\_all experts\_scale.xlsx', sheet\_name='ahpe10')

Παραχωρείται ο κώδικας της αλγοριθμικής διαδικασίας για τον υπολογισμό του τελικού πίνακα ICI.

list1 = [ahp1, ahp2, ahp3, ahp4, ahp5, ahp6, ahp7, ahp8, ahp9, ahp10]

m = 25

f = True

klist = []

u = 0

a\_a = []

a\_b = []

while (f==True):

matrix = [] #ICI calculation

summ = 0

for q in range (10):

for k in range (10):

for i in range (25):

for j in range(25):

c = list1[q][i][j]\*list1[k][j][i]

summ = summ+c

matrix.append(summ/m\*\*2)

summ = 0

matrix2 = np.array(matrix, dtype=np.float64)

matrix2 = np.reshape(matrix, (10,10))

b=0

for i in range(10): ## έλεγχος βαθμού ομοφωνίας

for j in range(10):

if matrix 2[i][j]<1.06:

b=b+1

if (b < 100):

u = u+1 ;

df2 = pd.DataFrame(data=matrix 2)

df2 = df2.transpose()

print (df2)

if u==1:

df2.to\_excel("initial consensus matrix 3rd model.xlsx")

k = np.argmax(matrix2)

klist.append(k)

print (k)

if (k>=10):

digits = []

digits = [int(x) for x in str(k)]

else :

digits = []

digits.append(0)

digits.append(k)

print (digits)

print (np.amax(matrix2))

print (u, "round")

sum1 = 0

sum2 = 0

for i in range (10):

if (i==digits[0] or i==digits[1]):

continue

sum1 = sum1+ matrix2[digits[0]][i]

for i in range(10):

if (i==digits[0] or i==digits[1]):

continue

sum2 = sum2+ matrix[digits[1]][i]

c1 = 0; c2 = 0;

c1 = 1-sum1/(2\*(sum1+sum2))

c2 = 1-sum2/(2\*(sum1+sum2))

c1 = round(c1,5)

c2 = round(c2,5)

a\_a.append(c1)

a\_b.append(c2)

new1 = []

for i in range(25):

for j in range(25):

c = list1[digits[0]][i][j]\*\*c1

new1.append(c)

new2 = []

for i in range(25):

for j in range(25):

c = list1[digits[1]][i][j]\*\*(1-c1)

new2.append(c)

new3 = []

new1 = np.array(new1)

np.reshape(new1, (25,25))

new2 = np.array(new2)

np.reshape(new2, (25,25))

new3 = new1\*new2

new4 = []

for i in range(25):

for j in range(25):

c = list1[digits[1]][i][j]\*\*c2

new4.append(c)

new 5 = []

for i in range(25):

for j in range(25):

c = list1[digits[0]][i][j]\*\*(1-c2)

new5.append(c)

new6 = []

new4 = np.array (new4)

new5 = np.array (new5)

new4 = np.reshape(new4, (25,25))

new5 = np.reshape(new5, (25,25))

new3 = np.reshape(new3, (25,25))

new6 = new4\*new5

list1[digits[0]] = pd.DataFrame (new3)

list1[digits[1]] = pd.DataFrame (new6)

else:

f = False

k = np.argmax(matrix2)

df2=pd.DataFrame(data=matrix2)

print (df2)

df2.to\_excel ("3rd model final ICI.xlsx")

if (k>=10):

digits = []

digits = [int(x) for x in str(k)]

else :

digits = []

digits.append(0)

digits.append(k)

print (digits)

print ("ICI\_max is", np.amax(matrix2),"and it took", u, "iterations")

Έτσι ολοκληρώνεται η αλγοριθμική διαδικασία εύρεσης και βελτίωσης της ομοφωνίας σύμφωνα με το 3ο μοντέλο. Στο παράρτημα, στις εικόνες 9.1, 9.2 και 9.3 καταγράφεται ο αριθμός του κελιού που βρίσκεται η μεγαλύτερη τιμή ΙCI, καθώς και η ίδια η τιμή. Επίσης στις εικόνες 9.1, 9.2 και 9.3 του παραρτήματος, φαίνονται οι έξοδοι κάθε σταδίου της αλγοριθμικής διαδικασίας. Συγκεκριμένα καταγράφεται το ζευγάρι στο οποίο υπάρχει η μέγιστη διαφωνία, και η τιμή αυτής. Συνολικά χρειάστηκαν 10 επαναλήψεις για να επιτευχθεί ο ζητούμενος βαθμός ομοφωνίας. Ο πίνακας 6.18 είναι ο τελικός ΙCI πίνακας που ικανοποιεί το φράγμα ομοφωνίας.

**Πίνακας 6.18** Τελικός πίνακας ομοφωνίας ΙCI

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ICIfinal | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **0** | 1,000 | 1,046 | 1,050 | 1,047 | 1,055 | 1,046 | 1,044 | 1,035 | 1,036 | 1,026 |
| **1** | 1,046 | 1,000 | 1,051 | 1,037 | 1,036 | 1,056 | 1,055 | 1,022 | 1,068 | 1,065 |
| **2** | 1,050 | 1,051 | 1,000 | 1,051 | 1,028 | 1,050 | 1,038 | 1,038 | 1,046 | 1,054 |
| **3** | 1,047 | 1,037 | 1,051 | 1,000 | 1,026 | 1,030 | 1,018 | 1,046 | 1,037 | 1,040 |
| **4** | 1,055 | 1,036 | 1,028 | 1,026 | 1,000 | 1,037 | 1,039 | 1,042 | 1,046 | 1,048 |
| **5** | 1,046 | 1,056 | 1,050 | 1,030 | 1,037 | 1,000 | 1,041 | 1,054 | 1,021 | 1,027 |
| **6** | 1,044 | 1,055 | 1,038 | 1,018 | 1,039 | 1,041 | 1,000 | 1,053 | 1,037 | 1,042 |
| **7** | 1,035 | 1,022 | 1,038 | 1,046 | 1,042 | 1,054 | 1,053 | 1,000 | 1,050 | 1,042 |
| **8** | 1,036 | 1,068 | 1,046 | 1,037 | 1,046 | 1,021 | 1,037 | 1,050 | 1,000 | 1,028 |
| **9** | 1,026 | 1,065 | 1,054 | 1,040 | 1,048 | 1,027 | 1,042 | 1,042 | 1,028 | 1,000 |

Ακολουθεί σε κώδικα, η διαδικασία για την εύρεση του συλλογικού πίνακα αποφάσεων.

p = []

c = 0

def rowssumof matrix2 (k): ## υπολογισμός Markov chain πίνακα

d = 0

for j in range (10):

d = 1/ matrix2[j][k] + d

return (d)

for i in range (10):

for j in range (10):

c=(1/matrix2[i][j])/(rowssumof matrix2(i))

p.append(c)

c=0

p = np.around([p], decimals=4 )

p = np.reshape(p, (10,10))

print ("\n")

print (p)

print ("\n")

state = np.array([[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]]) ## στατική κατανομή

stateHist = state

dfStateHis t= pd.DataFrame(state)

distr\_hist = [[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0]]

for x in range(1):

state = np.dot(state,p)

print (state)

stateHist = np.append(stateHist,state,axis=0)

dfDistrHist = pd.DataFrame(stateHist)

dfDistrHist.plot()

plt.show()

gmatrix = np.ones((25,25))

state = [0.1038, 0.0993 ,0.0989, 0.0991, 0.0984 ,0.0993, 0.0994, 0.1003 ,0.1002, 0.1012]

gmatrix = np.ones((25,25)) ## υπολογισμός συλλογικού πίνακα αποφάσεων

for i in range(25):

for j in range(25):

for q in range(10):

gmatrix[i][j] = gmatrix[i][j]\*(list1[q][i][j])\*\*state[q]

gmatrix = np.reshape(gmatrix, (25,25))

print (gmatrix)

gmatrix = pd.DataFrame(gmatrix)

gmatrix. to\_excel ("final group matrix.3rd model.xlsx").

Tα βάρη των αποφασιζόντων είναι: state=[0.1038, 0.0993, 0.0989, 0.0991, 0.0984, 0.0993, 0.0994, 0.1003, 0.1002, 0.1012]. Υψώνεται κάθε πίνακας στην αντίστοιχη δύναμη από την λίστα state, και έπειτα οι πίνακες πολλαπλασιάζονται μεταξύ τους για να βρεθεί ο πίνακας της συλλογικής προτίμησης, ο οποίος είναι ο πίνακας 6.19.

**Πίνακας 6.19** Τελικός συλλογικός πίνακας σχέσεων προτίμησης αποφασιζόντων για τις 25 εναλλακτικές

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **G** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | **21** | **22** | **23** | **24** |
| **0** | 1,00 | 1,00 | 0,98 | 0,95 | 1,03 | 0,93 | 0,97 | 1,04 | 0,96 | 0,98 | 1,03 | 1,04 | 1,02 | 0,95 | 1,04 | 1,04 | 0,98 | 1,05 | 1,01 | 1,05 | 1,02 | 0,97 | 1,01 | 1,06 | 1,01 |
| **1** | 1,00 | 1,00 | 0,98 | 0,95 | 1,04 | 0,93 | 0,97 | 1,04 | 0,96 | 0,98 | 1,03 | 1,04 | 1,02 | 0,95 | 1,04 | 1,04 | 0,98 | 1,06 | 1,01 | 1,05 | 1,02 | 0,98 | 1,01 | 1,06 | 1,01 |
| **2** | 1,03 | 1,02 | 1,00 | 0,97 | 1,06 | 0,95 | 0,99 | 1,07 | 0,98 | 1,00 | 1,06 | 1,06 | 1,05 | 0,98 | 1,06 | 1,07 | 1,01 | 1,08 | 1,03 | 1,08 | 1,04 | 1,00 | 1,04 | 1,08 | 1,03 |
| **3** | 1,06 | 1,05 | 1,03 | 1,00 | 1,09 | 0,98 | 1,02 | 1,10 | 1,01 | 1,03 | 1,09 | 1,09 | 1,08 | 1,00 | 1,10 | 1,10 | 1,04 | 1,11 | 1,06 | 1,11 | 1,08 | 1,03 | 1,07 | 1,12 | 1,07 |
| **4** | 0,97 | 0,97 | 0,94 | 0,92 | 1,00 | 0,90 | 0,93 | 1,01 | 0,92 | 0,95 | 1,00 | 1,00 | 0,99 | 0,92 | 1,00 | 1,01 | 0,95 | 1,02 | 0,97 | 1,02 | 0,98 | 0,94 | 0,98 | 1,02 | 0,98 |
| **5** | 1,08 | 1,07 | 1,05 | 1,02 | 1,11 | 1,00 | 1,04 | 1,12 | 1,03 | 1,05 | 1,11 | 1,11 | 1,10 | 1,02 | 1,12 | 1,12 | 1,05 | 1,13 | 1,08 | 1,13 | 1,10 | 1,05 | 1,09 | 1,14 | 1,08 |
| **6** | 1,04 | 1,04 | 1,01 | 0,98 | 1,07 | 0,96 | 1,00 | 1,08 | 0,99 | 1,02 | 1,07 | 1,07 | 1,06 | 0,99 | 1,08 | 1,08 | 1,02 | 1,09 | 1,04 | 1,09 | 1,06 | 1,01 | 1,05 | 1,10 | 1,05 |
| **7** | 0,96 | 0,96 | 0,94 | 0,91 | 0,99 | 0,89 | 0,93 | 1,00 | 0,92 | 0,94 | 0,99 | 0,99 | 0,98 | 0,91 | 1,00 | 1,00 | 0,94 | 1,01 | 0,97 | 1,01 | 0,98 | 0,94 | 0,97 | 1,02 | 0,97 |
| **8** | 1,05 | 1,05 | 1,02 | 0,99 | 1,08 | 0,97 | 1,01 | 1,09 | 1,00 | 1,03 | 1,08 | 1,08 | 1,07 | 1,00 | 1,09 | 1,09 | 1,03 | 1,10 | 1,06 | 1,10 | 1,07 | 1,02 | 1,06 | 1,11 | 1,06 |
| **9** | 1,02 | 1,02 | 1,00 | 0,97 | 1,06 | 0,95 | 0,99 | 1,06 | 0,98 | 1,00 | 1,05 | 1,06 | 1,04 | 0,97 | 1,06 | 1,06 | 1,00 | 1,08 | 1,03 | 1,07 | 1,04 | 0,99 | 1,03 | 1,08 | 1,03 |
| **10** | 0,97 | 0,97 | 0,95 | 0,92 | 1,01 | 0,90 | 0,94 | 1,01 | 0,93 | 0,95 | 1,00 | 1,01 | 0,99 | 0,92 | 1,01 | 1,01 | 0,95 | 1,02 | 0,98 | 1,02 | 0,99 | 0,95 | 0,98 | 1,03 | 0,98 |
| **11** | 0,97 | 0,96 | 0,94 | 0,92 | 1,00 | 0,90 | 0,93 | 1,01 | 0,92 | 0,95 | 0,99 | 1,00 | 0,99 | 0,92 | 1,00 | 1,01 | 0,95 | 1,02 | 0,97 | 1,02 | 0,98 | 0,94 | 0,98 | 1,02 | 0,98 |
| **12** | 0,98 | 0,98 | 0,95 | 0,93 | 1,01 | 0,91 | 0,94 | 1,02 | 0,93 | 0,96 | 1,01 | 1,01 | 1,00 | 0,93 | 1,02 | 1,02 | 0,96 | 1,03 | 0,99 | 1,03 | 1,00 | 0,95 | 0,99 | 1,03 | 0,99 |
| **13** | 1,05 | 1,05 | 1,03 | 1,00 | 1,09 | 0,98 | 1,02 | 1,10 | 1,00 | 1,03 | 1,08 | 1,09 | 1,08 | 1,00 | 1,09 | 1,10 | 1,03 | 1,11 | 1,06 | 1,11 | 1,07 | 1,02 | 1,06 | 1,11 | 1,06 |
| **14** | 0,96 | 0,96 | 0,94 | 0,91 | 1,00 | 0,90 | 0,93 | 1,00 | 0,92 | 0,94 | 0,99 | 1,00 | 0,99 | 0,92 | 1,00 | 1,00 | 0,94 | 1,02 | 0,97 | 1,01 | 0,98 | 0,94 | 0,97 | 1,02 | 0,97 |
| **15** | 0,96 | 0,96 | 0,94 | 0,91 | 0,99 | 0,89 | 0,93 | 1,00 | 0,92 | 0,94 | 0,99 | 0,99 | 0,98 | 0,91 | 1,00 | 1,00 | 0,94 | 1,01 | 0,97 | 1,01 | 0,98 | 0,94 | 0,97 | 1,02 | 0,97 |
| **16** | 1,02 | 1,02 | 1,00 | 0,97 | 1,06 | 0,95 | 0,98 | 1,06 | 0,97 | 1,00 | 1,05 | 1,06 | 1,04 | 0,97 | 1,06 | 1,06 | 1,00 | 1,08 | 1,03 | 1,07 | 1,04 | 0,99 | 1,03 | 1,08 | 1,03 |
| **17** | 0,95 | 0,95 | 0,93 | 0,90 | 0,98 | 0,88 | 0,92 | 0,99 | 0,91 | 0,93 | 0,98 | 0,98 | 0,97 | 0,90 | 0,99 | 0,99 | 0,93 | 1,00 | 0,96 | 1,00 | 0,97 | 0,92 | 0,96 | 1,00 | 0,96 |
| **18** | 0,99 | 0,99 | 0,97 | 0,94 | 1,03 | 0,92 | 0,96 | 1,03 | 0,95 | 0,97 | 1,02 | 1,03 | 1,02 | 0,94 | 1,03 | 1,03 | 0,97 | 1,05 | 1,00 | 1,04 | 1,01 | 0,97 | 1,00 | 1,05 | 1,00 |
| **19** | 0,95 | 0,95 | 0,93 | 0,90 | 0,99 | 0,89 | 0,92 | 0,99 | 0,91 | 0,93 | 0,98 | 0,99 | 0,97 | 0,91 | 0,99 | 0,99 | 0,93 | 1,00 | 0,96 | 1,00 | 0,97 | 0,93 | 0,96 | 1,01 | 0,96 |
| **20** | 0,98 | 0,98 | 0,96 | 0,93 | 1,02 | 0,91 | 0,95 | 1,02 | 0,94 | 0,96 | 1,01 | 1,02 | 1,00 | 0,93 | 1,02 | 1,02 | 0,96 | 1,04 | 0,99 | 1,03 | 1,00 | 0,96 | 0,99 | 1,04 | 0,99 |
| **21** | 1,03 | 1,03 | 1,00 | 0,97 | 1,06 | 0,96 | 0,99 | 1,07 | 0,98 | 1,01 | 1,06 | 1,06 | 1,05 | 0,98 | 1,07 | 1,07 | 1,01 | 1,08 | 1,04 | 1,08 | 1,05 | 1,00 | 1,04 | 1,09 | 1,04 |
| **22** | 0,99 | 0,99 | 0,97 | 0,94 | 1,02 | 0,92 | 0,96 | 1,03 | 0,95 | 0,97 | 1,02 | 1,03 | 1,01 | 0,94 | 1,03 | 1,03 | 0,97 | 1,04 | 1,00 | 1,04 | 1,01 | 0,96 | 1,00 | 1,05 | 1,00 |
| **23** | 0,95 | 0,94 | 0,92 | 0,90 | 0,98 | 0,88 | 0,91 | 0,99 | 0,90 | 0,93 | 0,97 | 0,98 | 0,97 | 0,90 | 0,98 | 0,99 | 0,93 | 1,00 | 0,95 | 0,99 | 0,96 | 0,92 | 0,96 | 1,00 | 0,95 |
| **24** | 0,99 | 0,99 | 0,97 | 0,94 | 1,03 | 0,92 | 0,96 | 1,03 | 0,95 | 0,97 | 1,02 | 1,03 | 1,01 | 0,94 | 1,03 | 1,03 | 0,97 | 1,05 | 1,00 | 1,04 | 1,01 | 0,97 | 1,00 | 1,05 | 1,00 |

Προκύπτει μια συλλογική απόφαση μέσα από την διαδικασία της μελέτης της ομοφωνίας, ελαχιστοποιώντας τη διαφωνία κατάλληλα. Αθροίζοντας τα στοιχεία κάθε γραμμής του πίνακα 6.19, υπολογίζεται η συλλογική προτίμηση κάθε εναλλακτικής. Η εναλλακτική με το μεγαλύτερο άθροισμα είναι η καλύτερη προτίμηση. Έχοντας 10 τελικούς πίνακες προτιμήσεων για κάθε αποφασίζοντα, μπορεί να γίνει το ίδιο για κάθε αποφασίζοντα. Εναλλακτικά εφαρμόζοντας την ΑΗP μέθοδο, υπολογίζεται μια διαφορετική κατάταξη εναλλακτικών.

## 6.4 Έλεγχος συνέπειας τελικού πίνακα

Σε αυτό το μέρος επιβεβαιώνεται ότι τα αποτελέσματα είναι συνεπή και δεν παρουσιάζεται κάπου κάποια σχέση τιμών που δεν βγάζει πρακτικό νόημα. Για αυτό θα ελέγξουμε την ομαδική συνέπεια, μετατρέποντας τις σχέσεις προτίμησης σε ασαφές τιμές προτιμήσεων, σύμφωνα με την μέθοδος του κεφαλαίου 5.3. Δημιουργούμε τον διαμορφωμένο 100% συνεπή πίνακα και τον συγκρίνουμε με τον αρχικό. Ακολουθεί ο κώδικας για την υλοποίηση της διαδικασίας. Ορίζεται ως D, o αρχικός πίνακας 6.15, και ως G o συνεπής.

f = pd.read\_excel("final group πίνακας.3rd model.xlsx", sheet\_name='pinakas')

c = len(f)

f = np.array(f)

D = np.reshape(f,(25,25))

for i in range(25):

for j in range(25):

w = D[i][j]

D[i][j] = (0.5)\*(1+math.log(w,9))

print (D)

print ("\n")

def fnt(a,b):

g = 0

for r in range(0,c):

g =g+D[a][r]+D[r][b]

return ((g/c-0.5))

B = [ ]

for v in range(0,c):

for t in range (0,c):

B.append(fnt(v,t))

G = np.array(B)

G = np.reshape(G,(25,25))

print (G)

sum1 = 0

for i in range (c-1):

for j in range(i+1,c):

sum1 = sum1 + (abs(D[i][j]-G[i][j]))

CI = sum1/((c\*(c-1))/2)

print (CI)

Τα αποτέλεσματα έχουν προέλθει από τιμές TOPSIS που είναι ταξινομημένες. Λόγω του πλήθους των εναλλακτικών, της μικρής διασποράς των τιμών, και του πολύ υψηλού βαθμού ομοφωνίας, αναμένεται πολύ καλή ή τέλεια συνέπεια. Τελικά παρατηρείται πως ο συνεπής πίνακας είναι ίδιος με τον αρχικό της τάξης του 10ου δεκαδικού ψηφίου.

GCI =

Oπότε σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο τα αποτελέσματα εκφράζουν 100% συνέπεια. , όπου D o αρχικός πίνακας ασαφών προτιμήσεων , και G o ιδανικά συνεπής πίνακαs που προκύπτει από τον D.

# 7. Συμπεράσματα και Προοπτικές

Η πρώτη και η δεύτερη μέθοδος δεν περιέχουν κάποια επαναληπτική διαδικασία. Η πρώτη κατά δική μας θεώρηση, είναι η πιο απλή, και η πιο γρήγορη. Η δεύτερη και η τρίτη αξιοποιούν τις ανά δύο συγκρίσεις των αποφασιζόντων, και στηρίζονται στις μεταξύ τους διαφωνίες. Δεν αξιοποιούν την γενική λύση από την πολυκριτήρια ανάλυση, και παράγουν ομαδική λύση, μέσα από την ίδια διαδικασία της ομοφωνίας, και προσπαθώντας να ελαχιστοποιήσουν την διαφωνία μεταξύ των αποφασιζόντων καταλήγουν σε μια συλλογική κατάταξη. Ένα θέμα που προκύπτει στις μεθόδους του δεύτερου και τρίτου κεφαλαίου είναι η επιλογή οριακών περιπτώσεων, και η αβεβαιότητα επιλογής φράγματος ομοφωνίας για την επαναληπτική διαδικασία.

Στο κεφάλαιο 3, υπήρξε προβληματισμός για την κατάλληλη επιλογή της τιμής Δmax, δηλαδή του θεωρητικού μεγίστου διαφωνίας μεταξύ δύο αποφασιζόντων. Πέρα από τις συνθήκες της πολυκριτήριας ανάλυσης στις οποίες εργαζόμαστε, θα ήταν εύλογο να αποδίδεται στην τιμή του Δmax μια πιθανοτική κατανομή. Συγκεκριμένα αντί να επιλέγεται μια τελείως ακραία τιμή, θα μπορούσε να επιλέγεται η μέση τιμή, τυχαίων οριακών τιμών. Για κάτι τέτοιο, θα γινόταν μια στατιστική ανάλυση δεδομένων, ελέγχοντας πολλά προβλήματα τυχαίων τιμών εισόδου, συγκεντρώνοντας όλα τα Δmax, και αναλόγως της κατανομής Δmax που θα προέκυπτε, θα επιλεγόταν μια κατάλληλη τιμή (π.χ. μέση τιμή ή διάμεσος).

Ένα βασικό πρόβλημα της μεθόδου του κεφαλαίου 4 είναι πως από τους τελικούς πίνακες, λόγω έλλειψης μνήμης δεν υπάρχει δυνατότητα επιστροφής σε μορφή του αρχικού πίνακα, ώστε να λαμβάνουμε τις TOPSIS τιμές μετά το τέλος των επαναλήψεων. Η μέθοδος θα ήταν χρήσιμη και σε περίπτωση που είχαμε απάντηση από τους αποφασίζοντες σε κάθε επανάληψη. Σε αυτήν την εργασία δεν ασχοληθήκαμε με ανανέωση εισόδων, και περιπτώσεις μη συνεργατικότητας. Σε συνδυασμό με το κεφάλαιο 5.4 η μέθοδος του κεφαλαίου 4, θα μπορούσε με μια δυναμική διαδικασία, να διαμορφώνει επιπλέον τις επιλογές και την βαρύτητα των αποφασιζόντων. Μια επίσης παρατήρηση στη μέθοδο του κεφαλαίου 4 είναι πως υπάρχει η περίπτωση ο συνολικός δείκτης ομοφωνίας του ICI να είναι χαμηλός, και να υπάρχουν μεμονωμένα κάποιες τιμές που αποκλίνουν αρκετά από τον μέσο όρο των τιμών του πίνακα ομοφωνίας. Επειδή όμως ελέγχεται η μέγιστη τιμή του πίνακα για την εύρεση της ομοφωνίας και επειδή οι τιμές του πίνακα είναι όλες συνδεδεμένες μεταξύ τους, η διαμόρφωση των τιμών ενός μεμονομένου ζευγαριού συνεπάγεται στην διαμόρφωση πολλών άλλων τιμών. Αν παρουσιαζόταν αυτό το πρόβλημα διασποράς σε μία ή δύο τιμές, θα μπορούσαμε εναλλακτικά, χωρίς να ακολουθήσουμε την αλγοριθμική διαδικασία, να μειώσουμε ραγδαία τις συγκεκριμένες τιμές.

Εμφανίζονται και προοπτικές στα πλαίσια της εργασίας αυτής. Όσον αφορά το κεφάλαιο 4, ένα θέμα που παρουσιάζεται είναι το εξής: η επιστροφή στην μορφή αρχικών τιμών TOPSIS, μετά την εύρεση του συλλογικού πίνακα αποφάσεων, δεν είναι εφικτή αφού για 10 αποφασίζοντες θα παρουσιαζόταν προς επίλυση ένα σύστημα 10 εξισώσεων με 45 αγνώστους, δηλαδή ένα αόριστο σύστημα. Χρειάζονται αναγκαστικά περιοριστικοί παράγοντες ως προς την διαφορική αλλαγή των τιμών, και άλλοι ανισοτικοί περιορισμοί, όχι αυθαίρετοι, αλλά να προκύπτουν από το περιβάλλον ή τα ζητούμενα και τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων (π.χ μόνο μείωση ή μονο αύξηση των τιμών). Έτσι με μια αριθμητική μέθοδο, θα ήταν εφικτή η επιστροφή από τις σχέσεις προτιμήσεων στις αρχικές τιμές εισόδου.Επέκταση των μεθόδων που παρουσίαστηκαν σε αυτή τη διπλωματική εργασία μπορεί να γίνει σε συνθήκες όπου οι αποφασίζοντες συμπεριφέρονται δυναμικά ή ανταγωνιστικά στους γύρους αλλαγής των προτιμήσεων, δηλαδή σε περιπτώσεις που τα δεδομένα αλλάζουν βάσει ήδη υπάρχοντων αλλαγών, ή σε περιπτώσεις μη δεκτικότητας των αλλαγών στις προτιμήσεις.

Βιβλιογραφικά παρατηρήθηκε μεγάλο εύρος μελέτης ομοφωνίας σε περιβάλλοντα ασαφών προτιμήσεων. Ενστερνίστηκαν τεχνικές και διαδικασίες, ώστε να μπορούν να αξιοποιηθούν σε περιβάλλον πολυκριτήριας ανάλυσης, και κυρίως σε TOPSIS περιβάλλον. Η έρευνα σε ασαφή περιβάλλοντα προτιμήσεων σε θέματα ομοφωνίας είναι πολύ σημαντική, ιδίως σε καταστάσεις με πάρα πολλές εναλλακτικές (LSGDM). Παράλληλα, υπάρχει δυνατότητα μελέτης καταστάσεων στις οποίες εμπεριέχεται δυναμικά η έννοια του κόστους. Εφαρμογές υπάρχουν σε συστήματα μηχανικής μάθησης και όρασης συστημάτων, όπου το σύστημα αντλεί δεδομένα, αποδίδει πιθανότητες σε συμβάντα, και λαμβάνει αποφάσεις.

# 8. Βιβλιογραφία

Armstrong, R., Cook, W., & Seiford, L. (1982). Priority ranking and consensus formationa: The case of ties. *Management Science, 28*, 638-645.

Bender, M., & Simonovic, S. (1997). Consensus as the measure of sustainability. *Hydrological Sciences Journal, 42*, 493-500.

Boroushaki, S., & Malczewski, J. (2010). Measuring consensus for collaborative decision-making: A GIS-based approach. *Computers, Environment and Urban Systems. 34*, 322-332.

Chen, S., Lee, L.-W., Yang, S. W., & Sheu, T. W. (2012). Adaptive consensus support model for gorup decision making systems. *Expert Systems with Applications, 39*, 12580-12588.

Chiclana , F., Herrera, F., & Herrera-Viedma, E. (2001). ntegrating multiplicative preference relations in a multipurpose decision-making model based on fuzzy preference relations. *Fuzzy Sets and Systems, 122*, 277-291.

Chiclana, , F., Herrera , F., & Herrera-Viedma, E. (2002). "A consensus model for multiperson decision making with different preference structures. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans, 32*(3), 394-402.

Cook, W. (2006). Distance-based and ad hoc consensus models in ordinal preference ranking. *European Journal of Operational Research, 172*, 369-385.

Cook, W., & Seiford, L. (1978). Priority ranking and consensus formation. *Management Science, 24*, 1721-1732.

del Moral , M., Chiclana, F., Tapia , J., & Herrera-Viedma E. (2017). An alternative calculation of the consensus degree in group decision making problems. *Procedia Comput. Science, 122*, 735-742.

del Moral, M., Chiclana , F., Tapia, J., & Herrera-Viedma, E. (2019). A Variance–Based Consensus Degree in Group Decision Making Problems. *e 52nd Hawaii International Conference on System Sciences*, (p. 5). Hawaii. Retrieved from ScholarSPace.

del Moral, M., Chiclana, F., Tapia, J., Tapia-Garcia, C., & Herrera-Viedma, E. (2019). A comparative analysis between two statistical deviation–based consensus measures in Group Decision Making problems. *Procedia COmputer Science, 162*, 571-578.

Dopuch , N., Birnberg , J., & Demski, J. (1982). *Cost Accounting: Accounting Data for Management's Decision* (3rd ed.). Harcourt Brace Jovanovich, Inc.

Fodor, J., Yagar, R., & Rybalov , A. (1997). Structure of uninorms. *Fuzziness Knowledge based systems, 5*, 411-427.

Gong, Z., Forrest, J., Zhao , Y., & Yang , Y. (2012). The optimal group consensus deviation measure for multiplicative preference relations. *Expert Systems with Applications, 39*, 11548-11555.

Guiqing , Z., Yucheng, D., & Yinfeng, X. (2012). Linear optimization modeling of consistency issues in group decision making based on fuzzy preference relations. *Expert Systems with Applications, 39*, 2415-2420.

Herrera, F., Herrera-Viedma , E., & Verdegay, J. (1995). A sequential selection process in group decision making with a linguistic assessment approach. *Information Sciences, 85*, 223-239.

Herrera-Viedma, E., Herrera, F., Chiclana, F., & Luque, M. (2004). Some issues on consistency of fuzzy preference relations. *European Journal of Operational Research, 154*(1), 98-109.

Hong-gang, P., Wang, J.-q., & Hong-yu, Z. (2020). Multi-criteria outranking method based on probability distribution with probabilistic linguistic information. *Computers & Industrial Engineering, 141, 141*.

Hou, F. (2015). A consensus gap indicator and its application to group decision making . *Group Decision and Negotiation, 24*, 415-428.

Hou, F. (2015b). The prametric-based GDM selection procedure under linguistic assessments. fuzzy systems. *Proceedings of the 2015 IEEE international conference on fuzzy systems, IEEE*, 1-8.

Hou, Fujun, & Triantaphyllou, E. (2018). An Iterative Approach for Achieving Consensus When Ranking a Finite Set of Alternatives by a Group of Experts. *European Journal of Operational Research*.

Hsu, H., & Chen , C. (1996). Aggregation of fuzzy opinions under group decision making . *Fuzzy Sets and Systems*, 279-285.

Hwang , C., Lai, Y., & Liu, T. (1993). A new approach for multiple objective decision making. *Computers and Operational Research*, 889-899.

Hwang, C., & Yoon, K. (1981). Multiple Attrictue Decision Making: Methods and Applications. *Springer-Verlag*.

Kacprzyk, J. (1986). Group decision making with a fuzzy linguistic majority. *Fuzzy Sets & Systems, 18*, 105-118.

Kijima, M. (1997). Markov processes for stochastic modeling. *Chapman & Hall*.

Kuncheva, L. (1994). Pattern recognition with a model of fuzzy neuron using degree of consensus. *Fuzzy Set and Systems, 66*(2), 240-251.

Lee, H. (2002). Optimal consensus of fuzzy opinions under group decision making environment. *Fuzzy Sets and Systems*, 303-315.

Ness, & Hoffman. (1998). Putting sense into consensus: Solving the puzzle of making team decisions. *VISTA Associates*.

Nikas, A., Doukas, H., & Lopez, L. M. (2018). A group decision making tool for assessing climate policy risks against multiple criteria. *Heliyon, 4*(3).

Qingxing Dong, O. (2016). A peer-to-peer dynamic adaptive consensus reaching model for the group AHP decision making. *European Journal of Operational Research, Volume 250, Issue 2*, 521-530.

Quesada, F., Palomares, I., & Martinez, L. (2015). Managing experts behaviour in large-scale consensus reaching processes with uninorm aggregation operatos. *Applied Soft Computing, 35*, 873-887.

Ray, T., & Triantaphyllou, E. (1999). Procedures for the evaluation of conflicts in rankings of alternatives. *Computers & Industrial Engineering, 36*, 35-44.

Ross, S. (2009). Introduction to probability models. *Academic press*.

Saaty, T. (1994). A ratio scale metric and the compatibility of ratio scales: The possibility of arrow's impossibility theorem. *Applied Mathematics Letters, 7*, 45-49.

Subramanian, S., & Venkataraman, S. (1998). Cost-based optimization of decision support queries using transientz views. *In proceedings of ACM SIGMOD Conference on Management of Data* , (pp. 319-330). Seattle, WA, USA.

Tong R.M., & Bonissone , P. (1980). Linguistic approach to decision making with fuzzy sets. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 10*(11), 716-723.

Trull, S. (1966). Some Factos Involved in Determining Total Decision Success. *Management Science, 12*(5), B270-B280.

Van Den Honert, R., & Lootsma, F. (1997). Group preference aggregation in the multiplicative AHP the model of the group decision process and Pareto optimality. *European Journal of Operational Research, 96*, 363-370.

Weiss, D., & Shanteau , J. (n.d.). The vice of consensus and the virtue of consistency. *Psychological explorations of competent decision making*.

Wu, Z., & Xu, J. (2012). A concise consensus support model for group decision making with reciprocal preference relations based on deviation measures. *Fuzzy Sets and Systems, 206*, 58-73.

Wu, Z., & Xu, J. (2012). Consensus reaching models of linguistic preference relations based on distance functions. *Soft Computing, 16*, 577-589.

Xu , Z. (2009). An automatic approach to reaching consensus in multiple attribute group decision making. *Computers & Industrial Engineering, 56*, 1369-1374.

Xu, Y., Li, K., & Wang , H. (2013). Distance-based consensus models for fuzzy and multiplicative preference relations. *Information Sciences, 253* , 56-73.

Yager, R., & FIlev, D. (1994). Parameterized and-like and or-like OWA operators. *International Journal of General Systems, 22*, 297-316.

Yoon, K., & Kim, W. (2017). The behavioural TOPSIS. *Expert systems with applications*, 266-269.

Zadeh, L. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control, 8*(3), 338-353.

Αlonso, S., Cabrerizo, F. J., Perez, I. J., & Herrera-Viedma, E. (2013). A linguistic consensus model for Web 2.0 communities. *Applied Soft Computing, 13*, 149-157.

Ζhifeng, C. (2005). *Consensus in group decision making under linguistic assessments.* Department of Industrial Engineering, Kansas S. University.

Μata, F., Martinez, L., & Herrera-Viedma, E. (2019). An Adaptive consensus support model for group decision-making problems in a multigranular fuzzy linguistic context. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 17*, 279-290.

# 9. Παράρτημα

**Πίνακας 9.1** Σχέσεις προτίμησης αποφασιζόντων, Ε1,Ε2,Ε3,Ε4,Ε5 της εφαρμογής (κεφάλαιο 6.3)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **E1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 1,577 | 1,224 | 1,657 | 1,378 | 1,271 | 0,891 | 1,577 | 1,439 | 1,843 | 1,439 | 1,439 | 1,577 | 1,180 | 1,378 | 1,505 | 1,000 | 1,577 | 1,745 | 1,439 | 0,970 | 0,970 | 1,000 | 1,505 | 1,952 |
| 0,634 | 1,000 | 0,776 | 1,050 | 0,874 | 0,806 | 0,565 | 1,000 | 0,912 | 1,168 | 0,912 | 0,912 | 1,000 | 0,748 | 0,874 | 0,954 | 0,634 | 1,000 | 1,106 | 0,912 | 0,615 | 0,615 | 0,634 | 0,954 | 1,238 |
| 0,817 | 1,288 | 1,000 | 1,354 | 1,126 | 1,039 | 0,728 | 1,288 | 1,175 | 1,506 | 1,175 | 1,175 | 1,288 | 0,964 | 1,126 | 1,229 | 0,817 | 1,288 | 1,425 | 1,175 | 0,793 | 0,793 | 0,817 | 1,229 | 1,595 |
| 0,604 | 0,952 | 0,739 | 1,000 | 0,832 | 0,767 | 0,538 | 0,952 | 0,868 | 1,112 | 0,868 | 0,868 | 0,952 | 0,712 | 0,832 | 0,908 | 0,604 | 0,952 | 1,053 | 0,868 | 0,586 | 0,586 | 0,604 | 0,908 | 1,179 |
| 0,726 | 1,144 | 0,888 | 1,202 | 1,000 | 0,922 | 0,647 | 1,144 | 1,044 | 1,337 | 1,044 | 1,044 | 1,144 | 0,856 | 1,000 | 1,092 | 0,726 | 1,144 | 1,266 | 1,044 | 0,704 | 0,704 | 0,726 | 1,092 | 1,417 |
| 0,787 | 1,240 | 0,963 | 1,303 | 1,084 | 1,000 | 0,701 | 1,240 | 1,132 | 1,449 | 1,132 | 1,132 | 1,240 | 0,928 | 1,084 | 1,184 | 0,787 | 1,240 | 1,372 | 1,132 | 0,763 | 0,763 | 0,787 | 1,184 | 1,536 |
| 1,122 | 1,769 | 1,373 | 1,859 | 1,546 | 1,426 | 1,000 | 1,769 | 1,614 | 2,067 | 1,614 | 1,614 | 1,769 | 1,324 | 1,546 | 1,688 | 1,122 | 1,769 | 1,957 | 1,614 | 1,089 | 1,089 | 1,122 | 1,688 | 2,191 |
| 0,634 | 1,000 | 0,776 | 1,050 | 0,874 | 0,806 | 0,565 | 1,000 | 0,912 | 1,168 | 0,912 | 0,912 | 1,000 | 0,748 | 0,874 | 0,954 | 0,634 | 1,000 | 1,106 | 0,912 | 0,615 | 0,615 | 0,634 | 0,954 | 1,238 |
| 0,695 | 1,096 | 0,851 | 1,152 | 0,958 | 0,884 | 0,620 | 1,096 | 1,000 | 1,281 | 1,000 | 1,000 | 1,096 | 0,820 | 0,958 | 1,046 | 0,695 | 1,096 | 1,213 | 1,000 | 0,675 | 0,675 | 0,695 | 1,046 | 1,357 |
| 0,543 | 0,856 | 0,664 | 0,899 | 0,748 | 0,690 | 0,484 | 0,856 | 0,781 | 1,000 | 0,781 | 0,781 | 0,856 | 0,640 | 0,748 | 0,817 | 0,543 | 0,856 | 0,947 | 0,781 | 0,527 | 0,527 | 0,543 | 0,817 | 1,060 |
| 0,695 | 1,096 | 0,851 | 1,152 | 0,958 | 0,884 | 0,620 | 1,096 | 1,000 | 1,281 | 1,000 | 1,000 | 1,096 | 0,820 | 0,958 | 1,046 | 0,695 | 1,096 | 1,213 | 1,000 | 0,675 | 0,675 | 0,695 | 1,046 | 1,357 |
| 0,695 | 1,096 | 0,851 | 1,152 | 0,958 | 0,884 | 0,620 | 1,096 | 1,000 | 1,281 | 1,000 | 1,000 | 1,096 | 0,820 | 0,958 | 1,046 | 0,695 | 1,096 | 1,213 | 1,000 | 0,675 | 0,675 | 0,695 | 1,046 | 1,357 |
| 0,634 | 1,000 | 0,776 | 1,050 | 0,874 | 0,806 | 0,565 | 1,000 | 0,912 | 1,168 | 0,912 | 0,912 | 1,000 | 0,748 | 0,874 | 0,954 | 0,634 | 1,000 | 1,106 | 0,912 | 0,615 | 0,615 | 0,634 | 0,954 | 1,238 |
| 0,848 | 1,337 | 1,037 | 1,404 | 1,168 | 1,078 | 0,755 | 1,337 | 1,219 | 1,562 | 1,219 | 1,219 | 1,337 | 1,000 | 1,168 | 1,275 | 0,848 | 1,337 | 1,479 | 1,219 | 0,823 | 0,823 | 0,848 | 1,275 | 1,655 |
| 0,726 | 1,144 | 0,888 | 1,202 | 1,000 | 0,922 | 0,647 | 1,144 | 1,044 | 1,337 | 1,044 | 1,044 | 1,144 | 0,856 | 1,000 | 1,092 | 0,726 | 1,144 | 1,266 | 1,044 | 0,704 | 0,704 | 0,726 | 1,092 | 1,417 |
| 0,665 | 1,048 | 0,813 | 1,101 | 0,916 | 0,845 | 0,592 | 1,048 | 0,956 | 1,225 | 0,956 | 0,956 | 1,048 | 0,784 | 0,916 | 1,000 | 0,665 | 1,048 | 1,160 | 0,956 | 0,645 | 0,645 | 0,665 | 1,000 | 1,298 |
| 1,000 | 1,577 | 1,224 | 1,657 | 1,378 | 1,271 | 0,891 | 1,577 | 1,439 | 1,843 | 1,439 | 1,439 | 1,577 | 1,180 | 1,378 | 1,505 | 1,000 | 1,577 | 1,745 | 1,439 | 0,970 | 0,970 | 1,000 | 1,505 | 1,952 |
| 0,634 | 1,000 | 0,776 | 1,050 | 0,874 | 0,806 | 0,565 | 1,000 | 0,912 | 1,168 | 0,912 | 0,912 | 1,000 | 0,748 | 0,874 | 0,954 | 0,634 | 1,000 | 1,106 | 0,912 | 0,615 | 0,615 | 0,634 | 0,954 | 1,238 |
| 0,573 | 0,904 | 0,702 | 0,950 | 0,790 | 0,729 | 0,511 | 0,904 | 0,825 | 1,056 | 0,825 | 0,825 | 0,904 | 0,676 | 0,790 | 0,862 | 0,573 | 0,904 | 1,000 | 0,825 | 0,556 | 0,556 | 0,573 | 0,862 | 1,119 |
| 0,695 | 1,096 | 0,851 | 1,152 | 0,958 | 0,884 | 0,620 | 1,096 | 1,000 | 1,281 | 1,000 | 1,000 | 1,096 | 0,820 | 0,958 | 1,046 | 0,695 | 1,096 | 1,213 | 1,000 | 0,675 | 0,675 | 0,695 | 1,046 | 1,357 |
| 1,030 | 1,625 | 1,261 | 1,707 | 1,420 | 1,310 | 0,918 | 1,625 | 1,482 | 1,899 | 1,482 | 1,482 | 1,625 | 1,216 | 1,420 | 1,550 | 1,030 | 1,625 | 1,798 | 1,482 | 1,000 | 1,000 | 1,030 | 1,550 | 2,012 |
| 1,030 | 1,625 | 1,261 | 1,707 | 1,420 | 1,310 | 0,918 | 1,625 | 1,482 | 1,899 | 1,482 | 1,482 | 1,625 | 1,216 | 1,420 | 1,550 | 1,030 | 1,625 | 1,798 | 1,482 | 1,000 | 1,000 | 1,030 | 1,550 | 2,012 |
| 1,000 | 1,577 | 1,224 | 1,657 | 1,378 | 1,271 | 0,891 | 1,577 | 1,439 | 1,843 | 1,439 | 1,439 | 1,577 | 1,180 | 1,378 | 1,505 | 1,000 | 1,577 | 1,745 | 1,439 | 0,970 | 0,970 | 1,000 | 1,505 | 1,952 |
| 0,665 | 1,048 | 0,813 | 1,101 | 0,916 | 0,845 | 0,592 | 1,048 | 0,956 | 1,225 | 0,956 | 0,956 | 1,048 | 0,784 | 0,916 | 1,000 | 0,665 | 1,048 | 1,160 | 0,956 | 0,645 | 0,645 | 0,665 | 1,000 | 1,298 |
| 0,512 | 0,808 | 0,627 | 0,848 | 0,706 | 0,651 | 0,457 | 0,808 | 0,737 | 0,944 | 0,737 | 0,737 | 0,808 | 0,604 | 0,706 | 0,771 | 0,512 | 0,808 | 0,894 | 0,737 | 0,497 | 0,497 | 0,512 | 0,771 | 1,000 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **E2** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 1,403 | 1,851 | 1,673 | 1,168 | 1,526 | 1,208 | 1,526 | 0,921 | 0,874 | 1,758 | 2,522 | 2,203 | 1,596 | 1,168 | 1,168 | 1,758 | 1,403 | 1,349 | 2,203 | 1,403 | 2,071 | 2,351 | 1,403 | 1,462 |
| 0,713 | 1,000 | 1,319 | 1,192 | 0,832 | 1,088 | 0,861 | 1,088 | 0,656 | 0,623 | 1,253 | 1,797 | 1,570 | 1,138 | 0,832 | 0,832 | 1,253 | 1,000 | 0,961 | 1,570 | 1,000 | 1,476 | 1,676 | 1,000 | 1,042 |
| 0,540 | 0,758 | 1,000 | 0,904 | 0,631 | 0,825 | 0,653 | 0,825 | 0,497 | 0,472 | 0,950 | 1,362 | 1,190 | 0,862 | 0,631 | 0,631 | 0,950 | 0,758 | 0,729 | 1,190 | 0,758 | 1,119 | 1,270 | 0,758 | 0,790 |
| 0,598 | 0,839 | 1,106 | 1,000 | 0,698 | 0,912 | 0,722 | 0,912 | 0,550 | 0,523 | 1,051 | 1,507 | 1,316 | 0,954 | 0,698 | 0,698 | 1,051 | 0,839 | 0,806 | 1,316 | 0,839 | 1,238 | 1,405 | 0,839 | 0,874 |
| 0,856 | 1,202 | 1,585 | 1,433 | 1,000 | 1,307 | 1,035 | 1,307 | 0,788 | 0,749 | 1,505 | 2,159 | 1,886 | 1,367 | 1,000 | 1,000 | 1,505 | 1,202 | 1,155 | 1,886 | 1,202 | 1,774 | 2,013 | 1,202 | 1,252 |
| 0,655 | 0,919 | 1,213 | 1,096 | 0,765 | 1,000 | 0,792 | 1,000 | 0,603 | 0,573 | 1,152 | 1,652 | 1,443 | 1,046 | 0,765 | 0,765 | 1,152 | 0,919 | 0,884 | 1,443 | 0,919 | 1,357 | 1,540 | 0,919 | 0,958 |
| 0,828 | 1,161 | 1,532 | 1,385 | 0,966 | 1,263 | 1,000 | 1,263 | 0,762 | 0,724 | 1,455 | 2,087 | 1,823 | 1,321 | 0,966 | 0,966 | 1,455 | 1,161 | 1,116 | 1,823 | 1,161 | 1,714 | 1,946 | 1,161 | 1,210 |
| 0,655 | 0,919 | 1,213 | 1,096 | 0,765 | 1,000 | 0,792 | 1,000 | 0,603 | 0,573 | 1,152 | 1,652 | 1,443 | 1,046 | 0,765 | 0,765 | 1,152 | 0,919 | 0,884 | 1,443 | 0,919 | 1,357 | 1,540 | 0,919 | 0,958 |
| 1,086 | 1,524 | 2,011 | 1,817 | 1,268 | 1,658 | 1,312 | 1,658 | 1,000 | 0,950 | 1,909 | 2,739 | 2,392 | 1,734 | 1,268 | 1,268 | 1,909 | 1,524 | 1,465 | 2,392 | 1,524 | 2,250 | 2,554 | 1,524 | 1,588 |
| 1,144 | 1,605 | 2,117 | 1,913 | 1,336 | 1,746 | 1,382 | 1,746 | 1,053 | 1,000 | 2,010 | 2,884 | 2,519 | 1,826 | 1,336 | 1,336 | 2,010 | 1,605 | 1,543 | 2,519 | 1,605 | 2,369 | 2,689 | 1,605 | 1,672 |
| 0,569 | 0,798 | 1,053 | 0,952 | 0,664 | 0,868 | 0,687 | 0,868 | 0,524 | 0,497 | 1,000 | 1,435 | 1,253 | 0,908 | 0,664 | 0,664 | 1,000 | 0,798 | 0,767 | 1,253 | 0,798 | 1,179 | 1,338 | 0,798 | 0,832 |
| 0,397 | 0,556 | 0,734 | 0,663 | 0,463 | 0,605 | 0,479 | 0,605 | 0,365 | 0,347 | 0,697 | 1,000 | 0,873 | 0,633 | 0,463 | 0,463 | 0,697 | 0,556 | 0,535 | 0,873 | 0,556 | 0,821 | 0,932 | 0,556 | 0,580 |
| 0,454 | 0,637 | 0,840 | 0,760 | 0,530 | 0,693 | 0,549 | 0,693 | 0,418 | 0,397 | 0,798 | 1,145 | 1,000 | 0,725 | 0,530 | 0,530 | 0,798 | 0,637 | 0,612 | 1,000 | 0,637 | 0,940 | 1,068 | 0,637 | 0,664 |
| 0,626 | 0,879 | 1,160 | 1,048 | 0,732 | 0,956 | 0,757 | 0,956 | 0,577 | 0,548 | 1,101 | 1,580 | 1,380 | 1,000 | 0,732 | 0,732 | 1,101 | 0,879 | 0,845 | 1,380 | 0,879 | 1,298 | 1,473 | 0,879 | 0,916 |
| 0,856 | 1,202 | 1,585 | 1,433 | 1,000 | 1,307 | 1,035 | 1,307 | 0,788 | 0,749 | 1,505 | 2,159 | 1,886 | 1,367 | 1,000 | 1,000 | 1,505 | 1,202 | 1,155 | 1,886 | 1,202 | 1,774 | 2,013 | 1,202 | 1,252 |
| 0,856 | 1,202 | 1,585 | 1,433 | 1,000 | 1,307 | 1,035 | 1,307 | 0,788 | 0,749 | 1,505 | 2,159 | 1,886 | 1,367 | 1,000 | 1,000 | 1,505 | 1,202 | 1,155 | 1,886 | 1,202 | 1,774 | 2,013 | 1,202 | 1,252 |
| 0,569 | 0,798 | 1,053 | 0,952 | 0,664 | 0,868 | 0,687 | 0,868 | 0,524 | 0,497 | 1,000 | 1,435 | 1,253 | 0,908 | 0,664 | 0,664 | 1,000 | 0,798 | 0,767 | 1,253 | 0,798 | 1,179 | 1,338 | 0,798 | 0,832 |
| 0,713 | 1,000 | 1,319 | 1,192 | 0,832 | 1,088 | 0,861 | 1,088 | 0,656 | 0,623 | 1,253 | 1,797 | 1,570 | 1,138 | 0,832 | 0,832 | 1,253 | 1,000 | 0,961 | 1,570 | 1,000 | 1,476 | 1,676 | 1,000 | 1,042 |
| 0,741 | 1,040 | 1,372 | 1,240 | 0,866 | 1,132 | 0,896 | 1,132 | 0,683 | 0,648 | 1,303 | 1,870 | 1,633 | 1,183 | 0,866 | 0,866 | 1,303 | 1,040 | 1,000 | 1,633 | 1,040 | 1,536 | 1,743 | 1,040 | 1,084 |
| 0,454 | 0,637 | 0,840 | 0,760 | 0,530 | 0,693 | 0,549 | 0,693 | 0,418 | 0,397 | 0,798 | 1,145 | 1,000 | 0,725 | 0,530 | 0,530 | 0,798 | 0,637 | 0,612 | 1,000 | 0,637 | 0,940 | 1,068 | 0,637 | 0,664 |
| 0,713 | 1,000 | 1,319 | 1,192 | 0,832 | 1,088 | 0,861 | 1,088 | 0,656 | 0,623 | 1,253 | 1,797 | 1,570 | 1,138 | 0,832 | 0,832 | 1,253 | 1,000 | 0,961 | 1,570 | 1,000 | 1,476 | 1,676 | 1,000 | 1,042 |
| 0,483 | 0,677 | 0,894 | 0,808 | 0,564 | 0,737 | 0,583 | 0,737 | 0,444 | 0,422 | 0,849 | 1,217 | 1,063 | 0,771 | 0,564 | 0,564 | 0,849 | 0,677 | 0,651 | 1,063 | 0,677 | 1,000 | 1,135 | 0,677 | 0,706 |
| 0,425 | 0,597 | 0,787 | 0,712 | 0,497 | 0,649 | 0,514 | 0,649 | 0,392 | 0,372 | 0,748 | 1,073 | 0,937 | 0,679 | 0,497 | 0,497 | 0,748 | 0,597 | 0,574 | 0,937 | 0,597 | 0,881 | 1,000 | 0,597 | 0,622 |
| 0,713 | 1,000 | 1,319 | 1,192 | 0,832 | 1,088 | 0,861 | 1,088 | 0,656 | 0,623 | 1,253 | 1,797 | 1,570 | 1,138 | 0,832 | 0,832 | 1,253 | 1,000 | 0,961 | 1,570 | 1,000 | 1,476 | 1,676 | 1,000 | 1,042 |
| 0,684 | 0,960 | 1,266 | 1,144 | 0,799 | 1,044 | 0,826 | 1,044 | 0,630 | 0,598 | 1,202 | 1,725 | 1,506 | 1,092 | 0,799 | 0,799 | 1,202 | 0,960 | 0,922 | 1,506 | 0,960 | 1,417 | 1,608 | 0,960 | 1,000 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **E3** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 0,732 | 1,139 | 0,621 | 1,000 | 1,000 | 0,891 | 0,891 | 1,139 | 1,000 | 0,732 | 1,323 | 1,323 | 0,804 | 1,000 | 0,891 | 0,732 | 1,323 | 1,000 | 1,323 | 0,672 | 1,139 | 1,139 | 1,323 | 1,000 |
| 1,366 | 1,000 | 1,556 | 0,848 | 1,366 | 1,366 | 1,217 | 1,217 | 1,556 | 1,366 | 1,000 | 1,806 | 1,806 | 1,098 | 1,366 | 1,217 | 1,000 | 1,806 | 1,366 | 1,806 | 0,918 | 1,556 | 1,556 | 1,806 | 1,366 |
| 0,878 | 0,643 | 1,000 | 0,545 | 0,878 | 0,878 | 0,783 | 0,783 | 1,000 | 0,878 | 0,643 | 1,161 | 1,161 | 0,706 | 0,878 | 0,783 | 0,643 | 1,161 | 0,878 | 1,161 | 0,590 | 1,000 | 1,000 | 1,161 | 0,878 |
| 1,610 | 1,179 | 1,833 | 1,000 | 1,610 | 1,610 | 1,435 | 1,435 | 1,833 | 1,610 | 1,179 | 2,129 | 2,129 | 1,294 | 1,610 | 1,435 | 1,179 | 2,129 | 1,610 | 2,129 | 1,082 | 1,833 | 1,833 | 2,129 | 1,610 |
| 1,000 | 0,732 | 1,139 | 0,621 | 1,000 | 1,000 | 0,891 | 0,891 | 1,139 | 1,000 | 0,732 | 1,323 | 1,323 | 0,804 | 1,000 | 0,891 | 0,732 | 1,323 | 1,000 | 1,323 | 0,672 | 1,139 | 1,139 | 1,323 | 1,000 |
| 1,000 | 0,732 | 1,139 | 0,621 | 1,000 | 1,000 | 0,891 | 0,891 | 1,139 | 1,000 | 0,732 | 1,323 | 1,323 | 0,804 | 1,000 | 0,891 | 0,732 | 1,323 | 1,000 | 1,323 | 0,672 | 1,139 | 1,139 | 1,323 | 1,000 |
| 1,122 | 0,821 | 1,278 | 0,697 | 1,122 | 1,122 | 1,000 | 1,000 | 1,278 | 1,122 | 0,821 | 1,484 | 1,484 | 0,902 | 1,122 | 1,000 | 0,821 | 1,484 | 1,122 | 1,484 | 0,754 | 1,278 | 1,278 | 1,484 | 1,122 |
| 1,122 | 0,821 | 1,278 | 0,697 | 1,122 | 1,122 | 1,000 | 1,000 | 1,278 | 1,122 | 0,821 | 1,484 | 1,484 | 0,902 | 1,122 | 1,000 | 0,821 | 1,484 | 1,122 | 1,484 | 0,754 | 1,278 | 1,278 | 1,484 | 1,122 |
| 0,878 | 0,643 | 1,000 | 0,545 | 0,878 | 0,878 | 0,783 | 0,783 | 1,000 | 0,878 | 0,643 | 1,161 | 1,161 | 0,706 | 0,878 | 0,783 | 0,643 | 1,161 | 0,878 | 1,161 | 0,590 | 1,000 | 1,000 | 1,161 | 0,878 |
| 1,000 | 0,732 | 1,139 | 0,621 | 1,000 | 1,000 | 0,891 | 0,891 | 1,139 | 1,000 | 0,732 | 1,323 | 1,323 | 0,804 | 1,000 | 0,891 | 0,732 | 1,323 | 1,000 | 1,323 | 0,672 | 1,139 | 1,139 | 1,323 | 1,000 |
| 1,366 | 1,000 | 1,556 | 0,848 | 1,366 | 1,366 | 1,217 | 1,217 | 1,556 | 1,366 | 1,000 | 1,806 | 1,806 | 1,098 | 1,366 | 1,217 | 1,000 | 1,806 | 1,366 | 1,806 | 0,918 | 1,556 | 1,556 | 1,806 | 1,366 |
| 0,756 | 0,554 | 0,861 | 0,470 | 0,756 | 0,756 | 0,674 | 0,674 | 0,861 | 0,756 | 0,554 | 1,000 | 1,000 | 0,608 | 0,756 | 0,674 | 0,554 | 1,000 | 0,756 | 1,000 | 0,508 | 0,861 | 0,861 | 1,000 | 0,756 |
| 0,756 | 0,554 | 0,861 | 0,470 | 0,756 | 0,756 | 0,674 | 0,674 | 0,861 | 0,756 | 0,554 | 1,000 | 1,000 | 0,608 | 0,756 | 0,674 | 0,554 | 1,000 | 0,756 | 1,000 | 0,508 | 0,861 | 0,861 | 1,000 | 0,756 |
| 1,244 | 0,911 | 1,417 | 0,773 | 1,244 | 1,244 | 1,109 | 1,109 | 1,417 | 1,244 | 0,911 | 1,645 | 1,645 | 1,000 | 1,244 | 1,109 | 0,911 | 1,645 | 1,244 | 1,645 | 0,836 | 1,417 | 1,417 | 1,645 | 1,244 |
| 1,000 | 0,732 | 1,139 | 0,621 | 1,000 | 1,000 | 0,891 | 0,891 | 1,139 | 1,000 | 0,732 | 1,323 | 1,323 | 0,804 | 1,000 | 0,891 | 0,732 | 1,323 | 1,000 | 1,323 | 0,672 | 1,139 | 1,139 | 1,323 | 1,000 |
| 1,122 | 0,821 | 1,278 | 0,697 | 1,122 | 1,122 | 1,000 | 1,000 | 1,278 | 1,122 | 0,821 | 1,484 | 1,484 | 0,902 | 1,122 | 1,000 | 0,821 | 1,484 | 1,122 | 1,484 | 0,754 | 1,278 | 1,278 | 1,484 | 1,122 |
| 1,366 | 1,000 | 1,556 | 0,848 | 1,366 | 1,366 | 1,217 | 1,217 | 1,556 | 1,366 | 1,000 | 1,806 | 1,806 | 1,098 | 1,366 | 1,217 | 1,000 | 1,806 | 1,366 | 1,806 | 0,918 | 1,556 | 1,556 | 1,806 | 1,366 |
| 0,756 | 0,554 | 0,861 | 0,470 | 0,756 | 0,756 | 0,674 | 0,674 | 0,861 | 0,756 | 0,554 | 1,000 | 1,000 | 0,608 | 0,756 | 0,674 | 0,554 | 1,000 | 0,756 | 1,000 | 0,508 | 0,861 | 0,861 | 1,000 | 0,756 |
| 1,000 | 0,732 | 1,139 | 0,621 | 1,000 | 1,000 | 0,891 | 0,891 | 1,139 | 1,000 | 0,732 | 1,323 | 1,323 | 0,804 | 1,000 | 0,891 | 0,732 | 1,323 | 1,000 | 1,323 | 0,672 | 1,139 | 1,139 | 1,323 | 1,000 |
| 0,756 | 0,554 | 0,861 | 0,470 | 0,756 | 0,756 | 0,674 | 0,674 | 0,861 | 0,756 | 0,554 | 1,000 | 1,000 | 0,608 | 0,756 | 0,674 | 0,554 | 1,000 | 0,756 | 1,000 | 0,508 | 0,861 | 0,861 | 1,000 | 0,756 |
| 1,488 | 1,089 | 1,694 | 0,924 | 1,488 | 1,488 | 1,326 | 1,326 | 1,694 | 1,488 | 1,089 | 1,968 | 1,968 | 1,196 | 1,488 | 1,326 | 1,089 | 1,968 | 1,488 | 1,968 | 1,000 | 1,694 | 1,694 | 1,968 | 1,488 |
| 0,878 | 0,643 | 1,000 | 0,545 | 0,878 | 0,878 | 0,783 | 0,783 | 1,000 | 0,878 | 0,643 | 1,161 | 1,161 | 0,706 | 0,878 | 0,783 | 0,643 | 1,161 | 0,878 | 1,161 | 0,590 | 1,000 | 1,000 | 1,161 | 0,878 |
| 0,878 | 0,643 | 1,000 | 0,545 | 0,878 | 0,878 | 0,783 | 0,783 | 1,000 | 0,878 | 0,643 | 1,161 | 1,161 | 0,706 | 0,878 | 0,783 | 0,643 | 1,161 | 0,878 | 1,161 | 0,590 | 1,000 | 1,000 | 1,161 | 0,878 |
| 0,756 | 0,554 | 0,861 | 0,470 | 0,756 | 0,756 | 0,674 | 0,674 | 0,861 | 0,756 | 0,554 | 1,000 | 1,000 | 0,608 | 0,756 | 0,674 | 0,554 | 1,000 | 0,756 | 1,000 | 0,508 | 0,861 | 0,861 | 1,000 | 0,756 |
| 1,000 | 0,732 | 1,139 | 0,621 | 1,000 | 1,000 | 0,891 | 0,891 | 1,139 | 1,000 | 0,732 | 1,323 | 1,323 | 0,804 | 1,000 | 0,891 | 0,732 | 1,323 | 1,000 | 1,323 | 0,672 | 1,139 | 1,139 | 1,323 | 1,000 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **E4** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 0,969 | 1,638 | 1,108 | 1,034 | 1,730 | 1,069 | 1,194 | 1,413 | 1,949 | 0,939 | 1,638 | 1,949 | 1,108 | 1,351 | 1,242 | 2,232 | 1,351 | 1,194 | 1,556 | 1,294 | 1,194 | 1,351 | 1,194 | 1,242 |
| 1,032 | 1,000 | 1,692 | 1,144 | 1,067 | 1,787 | 1,104 | 1,233 | 1,459 | 2,013 | 0,969 | 1,692 | 2,013 | 1,144 | 1,395 | 1,282 | 2,304 | 1,395 | 1,233 | 1,606 | 1,336 | 1,233 | 1,395 | 1,233 | 1,282 |
| 0,610 | 0,591 | 1,000 | 0,676 | 0,631 | 1,056 | 0,653 | 0,729 | 0,862 | 1,190 | 0,573 | 1,000 | 1,190 | 0,676 | 0,825 | 0,758 | 1,362 | 0,825 | 0,729 | 0,950 | 0,790 | 0,729 | 0,825 | 0,729 | 0,758 |
| 0,903 | 0,874 | 1,479 | 1,000 | 0,933 | 1,562 | 0,965 | 1,078 | 1,275 | 1,760 | 0,848 | 1,479 | 1,760 | 1,000 | 1,219 | 1,121 | 2,015 | 1,219 | 1,078 | 1,404 | 1,168 | 1,078 | 1,219 | 1,078 | 1,121 |
| 0,968 | 0,937 | 1,585 | 1,072 | 1,000 | 1,674 | 1,035 | 1,155 | 1,367 | 1,886 | 0,909 | 1,585 | 1,886 | 1,072 | 1,307 | 1,202 | 2,159 | 1,307 | 1,155 | 1,505 | 1,252 | 1,155 | 1,307 | 1,155 | 1,202 |
| 0,578 | 0,560 | 0,947 | 0,640 | 0,597 | 1,000 | 0,618 | 0,690 | 0,817 | 1,127 | 0,543 | 0,947 | 1,127 | 0,640 | 0,781 | 0,718 | 1,290 | 0,781 | 0,690 | 0,899 | 0,748 | 0,690 | 0,781 | 0,690 | 0,718 |
| 0,935 | 0,906 | 1,532 | 1,036 | 0,966 | 1,618 | 1,000 | 1,116 | 1,321 | 1,823 | 0,878 | 1,532 | 1,823 | 1,036 | 1,263 | 1,161 | 2,087 | 1,263 | 1,116 | 1,455 | 1,210 | 1,116 | 1,263 | 1,116 | 1,161 |
| 0,838 | 0,811 | 1,372 | 0,928 | 0,866 | 1,449 | 0,896 | 1,000 | 1,184 | 1,633 | 0,787 | 1,372 | 1,633 | 0,928 | 1,132 | 1,040 | 1,870 | 1,132 | 1,000 | 1,303 | 1,084 | 1,000 | 1,132 | 1,000 | 1,040 |
| 0,708 | 0,686 | 1,160 | 0,784 | 0,732 | 1,225 | 0,757 | 0,845 | 1,000 | 1,380 | 0,665 | 1,160 | 1,380 | 0,784 | 0,956 | 0,879 | 1,580 | 0,956 | 0,845 | 1,101 | 0,916 | 0,845 | 0,956 | 0,845 | 0,879 |
| 0,513 | 0,497 | 0,840 | 0,568 | 0,530 | 0,888 | 0,549 | 0,612 | 0,725 | 1,000 | 0,482 | 0,840 | 1,000 | 0,568 | 0,693 | 0,637 | 1,145 | 0,693 | 0,612 | 0,798 | 0,664 | 0,612 | 0,693 | 0,612 | 0,637 |
| 1,065 | 1,031 | 1,745 | 1,180 | 1,101 | 1,843 | 1,139 | 1,271 | 1,505 | 2,076 | 1,000 | 1,745 | 2,076 | 1,180 | 1,439 | 1,323 | 2,377 | 1,439 | 1,271 | 1,657 | 1,378 | 1,271 | 1,439 | 1,271 | 1,323 |
| 0,610 | 0,591 | 1,000 | 0,676 | 0,631 | 1,056 | 0,653 | 0,729 | 0,862 | 1,190 | 0,573 | 1,000 | 1,190 | 0,676 | 0,825 | 0,758 | 1,362 | 0,825 | 0,729 | 0,950 | 0,790 | 0,729 | 0,825 | 0,729 | 0,758 |
| 0,513 | 0,497 | 0,840 | 0,568 | 0,530 | 0,888 | 0,549 | 0,612 | 0,725 | 1,000 | 0,482 | 0,840 | 1,000 | 0,568 | 0,693 | 0,637 | 1,145 | 0,693 | 0,612 | 0,798 | 0,664 | 0,612 | 0,693 | 0,612 | 0,637 |
| 0,903 | 0,874 | 1,479 | 1,000 | 0,933 | 1,562 | 0,965 | 1,078 | 1,275 | 1,760 | 0,848 | 1,479 | 1,760 | 1,000 | 1,219 | 1,121 | 2,015 | 1,219 | 1,078 | 1,404 | 1,168 | 1,078 | 1,219 | 1,078 | 1,121 |
| 0,740 | 0,717 | 1,213 | 0,820 | 0,765 | 1,281 | 0,792 | 0,884 | 1,046 | 1,443 | 0,695 | 1,213 | 1,443 | 0,820 | 1,000 | 0,919 | 1,652 | 1,000 | 0,884 | 1,152 | 0,958 | 0,884 | 1,000 | 0,884 | 0,919 |
| 0,805 | 0,780 | 1,319 | 0,892 | 0,832 | 1,393 | 0,861 | 0,961 | 1,138 | 1,570 | 0,756 | 1,319 | 1,570 | 0,892 | 1,088 | 1,000 | 1,797 | 1,088 | 0,961 | 1,253 | 1,042 | 0,961 | 1,088 | 0,961 | 1,000 |
| 0,448 | 0,434 | 0,734 | 0,496 | 0,463 | 0,775 | 0,479 | 0,535 | 0,633 | 0,873 | 0,421 | 0,734 | 0,873 | 0,496 | 0,605 | 0,556 | 1,000 | 0,605 | 0,535 | 0,697 | 0,580 | 0,535 | 0,605 | 0,535 | 0,556 |
| 0,740 | 0,717 | 1,213 | 0,820 | 0,765 | 1,281 | 0,792 | 0,884 | 1,046 | 1,443 | 0,695 | 1,213 | 1,443 | 0,820 | 1,000 | 0,919 | 1,652 | 1,000 | 0,884 | 1,152 | 0,958 | 0,884 | 1,000 | 0,884 | 0,919 |
| 0,838 | 0,811 | 1,372 | 0,928 | 0,866 | 1,449 | 0,896 | 1,000 | 1,184 | 1,633 | 0,787 | 1,372 | 1,633 | 0,928 | 1,132 | 1,040 | 1,870 | 1,132 | 1,000 | 1,303 | 1,084 | 1,000 | 1,132 | 1,000 | 1,040 |
| 0,643 | 0,623 | 1,053 | 0,712 | 0,664 | 1,112 | 0,687 | 0,767 | 0,908 | 1,253 | 0,604 | 1,053 | 1,253 | 0,712 | 0,868 | 0,798 | 1,435 | 0,868 | 0,767 | 1,000 | 0,832 | 0,767 | 0,868 | 0,767 | 0,798 |
| 0,773 | 0,748 | 1,266 | 0,856 | 0,799 | 1,337 | 0,826 | 0,922 | 1,092 | 1,506 | 0,726 | 1,266 | 1,506 | 0,856 | 1,044 | 0,960 | 1,725 | 1,044 | 0,922 | 1,202 | 1,000 | 0,922 | 1,044 | 0,922 | 0,960 |
| 0,838 | 0,811 | 1,372 | 0,928 | 0,866 | 1,449 | 0,896 | 1,000 | 1,184 | 1,633 | 0,787 | 1,372 | 1,633 | 0,928 | 1,132 | 1,040 | 1,870 | 1,132 | 1,000 | 1,303 | 1,084 | 1,000 | 1,132 | 1,000 | 1,040 |
| 0,740 | 0,717 | 1,213 | 0,820 | 0,765 | 1,281 | 0,792 | 0,884 | 1,046 | 1,443 | 0,695 | 1,213 | 1,443 | 0,820 | 1,000 | 0,919 | 1,652 | 1,000 | 0,884 | 1,152 | 0,958 | 0,884 | 1,000 | 0,884 | 0,919 |
| 0,838 | 0,811 | 1,372 | 0,928 | 0,866 | 1,449 | 0,896 | 1,000 | 1,184 | 1,633 | 0,787 | 1,372 | 1,633 | 0,928 | 1,132 | 1,040 | 1,870 | 1,132 | 1,000 | 1,303 | 1,084 | 1,000 | 1,132 | 1,000 | 1,040 |
| 0,805 | 0,780 | 1,319 | 0,892 | 0,832 | 1,393 | 0,861 | 0,961 | 1,138 | 1,570 | 0,756 | 1,319 | 1,570 | 0,892 | 1,088 | 1,000 | 1,797 | 1,088 | 0,961 | 1,253 | 1,042 | 0,961 | 1,088 | 0,961 | 1,000 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **E5** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 1,000 | 1,065 | 1,224 | 0,804 | 1,439 | 0,686 | 0,646 | 0,766 | 0,659 | 0,716 | 1,180 | 0,845 | 1,505 | 0,868 | 0,732 | 0,621 | 1,000 | 1,439 | 0,970 | 0,785 | 1,224 | 0,804 | 1,101 | 1,378 |
| 1,000 | 1,000 | 1,065 | 1,224 | 0,804 | 1,439 | 0,686 | 0,646 | 0,766 | 0,659 | 0,716 | 1,180 | 0,845 | 1,505 | 0,868 | 0,732 | 0,621 | 1,000 | 1,439 | 0,970 | 0,785 | 1,224 | 0,804 | 1,101 | 1,378 |
| 0,939 | 0,939 | 1,000 | 1,149 | 0,755 | 1,351 | 0,644 | 0,606 | 0,720 | 0,618 | 0,672 | 1,108 | 0,794 | 1,413 | 0,815 | 0,688 | 0,583 | 0,939 | 1,351 | 0,911 | 0,737 | 1,149 | 0,755 | 1,034 | 1,294 |
| 0,817 | 0,817 | 0,870 | 1,000 | 0,657 | 1,175 | 0,561 | 0,528 | 0,626 | 0,538 | 0,585 | 0,964 | 0,691 | 1,229 | 0,709 | 0,598 | 0,508 | 0,817 | 1,175 | 0,793 | 0,641 | 1,000 | 0,657 | 0,899 | 1,126 |
| 1,244 | 1,244 | 1,325 | 1,522 | 1,000 | 1,789 | 0,854 | 0,803 | 0,953 | 0,819 | 0,891 | 1,468 | 1,052 | 1,872 | 1,079 | 0,911 | 0,773 | 1,244 | 1,789 | 1,207 | 0,976 | 1,522 | 1,000 | 1,369 | 1,714 |
| 0,695 | 0,695 | 0,740 | 0,851 | 0,559 | 1,000 | 0,477 | 0,449 | 0,533 | 0,458 | 0,498 | 0,820 | 0,588 | 1,046 | 0,603 | 0,509 | 0,432 | 0,695 | 1,000 | 0,675 | 0,545 | 0,851 | 0,559 | 0,765 | 0,958 |
| 1,457 | 1,457 | 1,552 | 1,784 | 1,172 | 2,096 | 1,000 | 0,941 | 1,117 | 0,960 | 1,044 | 1,719 | 1,232 | 2,193 | 1,265 | 1,067 | 0,905 | 1,457 | 2,096 | 1,414 | 1,144 | 1,784 | 1,172 | 1,604 | 2,008 |
| 1,549 | 1,549 | 1,649 | 1,896 | 1,245 | 2,228 | 1,063 | 1,000 | 1,187 | 1,020 | 1,109 | 1,827 | 1,309 | 2,330 | 1,344 | 1,134 | 0,962 | 1,549 | 2,228 | 1,503 | 1,215 | 1,896 | 1,245 | 1,705 | 2,134 |
| 1,305 | 1,305 | 1,390 | 1,597 | 1,049 | 1,877 | 0,895 | 0,843 | 1,000 | 0,859 | 0,934 | 1,540 | 1,103 | 1,963 | 1,132 | 0,955 | 0,811 | 1,305 | 1,877 | 1,266 | 1,024 | 1,597 | 1,049 | 1,436 | 1,798 |
| 1,518 | 1,518 | 1,617 | 1,858 | 1,221 | 2,184 | 1,042 | 0,980 | 1,164 | 1,000 | 1,087 | 1,791 | 1,283 | 2,284 | 1,317 | 1,112 | 0,943 | 1,518 | 2,184 | 1,473 | 1,191 | 1,858 | 1,221 | 1,671 | 2,092 |
| 1,396 | 1,396 | 1,487 | 1,709 | 1,123 | 2,009 | 0,958 | 0,902 | 1,070 | 0,920 | 1,000 | 1,647 | 1,180 | 2,101 | 1,212 | 1,022 | 0,867 | 1,396 | 2,009 | 1,355 | 1,096 | 1,709 | 1,123 | 1,537 | 1,924 |
| 0,848 | 0,848 | 0,903 | 1,037 | 0,681 | 1,219 | 0,582 | 0,547 | 0,650 | 0,558 | 0,607 | 1,000 | 0,717 | 1,275 | 0,735 | 0,621 | 0,527 | 0,848 | 1,219 | 0,822 | 0,665 | 1,037 | 0,681 | 0,933 | 1,168 |
| 1,183 | 1,183 | 1,260 | 1,448 | 0,951 | 1,702 | 0,812 | 0,764 | 0,907 | 0,779 | 0,847 | 1,396 | 1,000 | 1,780 | 1,026 | 0,866 | 0,735 | 1,183 | 1,702 | 1,148 | 0,928 | 1,448 | 0,951 | 1,302 | 1,630 |
| 0,665 | 0,665 | 0,708 | 0,813 | 0,534 | 0,956 | 0,456 | 0,429 | 0,509 | 0,438 | 0,476 | 0,784 | 0,562 | 1,000 | 0,577 | 0,487 | 0,413 | 0,665 | 0,956 | 0,645 | 0,522 | 0,813 | 0,534 | 0,732 | 0,916 |
| 1,152 | 1,152 | 1,227 | 1,410 | 0,926 | 1,658 | 0,791 | 0,744 | 0,883 | 0,759 | 0,825 | 1,360 | 0,974 | 1,734 | 1,000 | 0,844 | 0,716 | 1,152 | 1,658 | 1,118 | 0,904 | 1,410 | 0,926 | 1,268 | 1,588 |
| 1,366 | 1,366 | 1,455 | 1,672 | 1,098 | 1,965 | 0,937 | 0,882 | 1,047 | 0,900 | 0,978 | 1,611 | 1,155 | 2,055 | 1,185 | 1,000 | 0,848 | 1,366 | 1,965 | 1,325 | 1,072 | 1,672 | 1,098 | 1,503 | 1,882 |
| 1,610 | 1,610 | 1,714 | 1,970 | 1,294 | 2,316 | 1,105 | 1,039 | 1,234 | 1,060 | 1,153 | 1,899 | 1,361 | 2,422 | 1,397 | 1,179 | 1,000 | 1,610 | 2,316 | 1,562 | 1,263 | 1,970 | 1,294 | 1,772 | 2,218 |
| 1,000 | 1,000 | 1,065 | 1,224 | 0,804 | 1,439 | 0,686 | 0,646 | 0,766 | 0,659 | 0,716 | 1,180 | 0,845 | 1,505 | 0,868 | 0,732 | 0,621 | 1,000 | 1,439 | 0,970 | 0,785 | 1,224 | 0,804 | 1,101 | 1,378 |
| 0,695 | 0,695 | 0,740 | 0,851 | 0,559 | 1,000 | 0,477 | 0,449 | 0,533 | 0,458 | 0,498 | 0,820 | 0,588 | 1,046 | 0,603 | 0,509 | 0,432 | 0,695 | 1,000 | 0,675 | 0,545 | 0,851 | 0,559 | 0,765 | 0,958 |
| 1,031 | 1,031 | 1,097 | 1,261 | 0,828 | 1,482 | 0,707 | 0,665 | 0,790 | 0,679 | 0,738 | 1,216 | 0,871 | 1,550 | 0,894 | 0,754 | 0,640 | 1,031 | 1,482 | 1,000 | 0,809 | 1,261 | 0,828 | 1,134 | 1,420 |
| 1,274 | 1,274 | 1,357 | 1,560 | 1,025 | 1,833 | 0,874 | 0,823 | 0,977 | 0,839 | 0,913 | 1,504 | 1,077 | 1,917 | 1,106 | 0,933 | 0,792 | 1,274 | 1,833 | 1,237 | 1,000 | 1,560 | 1,025 | 1,403 | 1,756 |
| 0,817 | 0,817 | 0,870 | 1,000 | 0,657 | 1,175 | 0,561 | 0,528 | 0,626 | 0,538 | 0,585 | 0,964 | 0,691 | 1,229 | 0,709 | 0,598 | 0,508 | 0,817 | 1,175 | 0,793 | 0,641 | 1,000 | 0,657 | 0,899 | 1,126 |
| 1,244 | 1,244 | 1,325 | 1,522 | 1,000 | 1,789 | 0,854 | 0,803 | 0,953 | 0,819 | 0,891 | 1,468 | 1,052 | 1,872 | 1,079 | 0,911 | 0,773 | 1,244 | 1,789 | 1,207 | 0,976 | 1,522 | 1,000 | 1,369 | 1,714 |
| 0,909 | 0,909 | 0,968 | 1,112 | 0,730 | 1,307 | 0,623 | 0,587 | 0,696 | 0,598 | 0,651 | 1,072 | 0,768 | 1,367 | 0,788 | 0,665 | 0,564 | 0,909 | 1,307 | 0,882 | 0,713 | 1,112 | 0,730 | 1,000 | 1,252 |
| 0,726 | 0,726 | 0,773 | 0,888 | 0,583 | 1,044 | 0,498 | 0,468 | 0,556 | 0,478 | 0,520 | 0,856 | 0,613 | 1,092 | 0,630 | 0,531 | 0,451 | 0,726 | 1,044 | 0,704 | 0,569 | 0,888 | 0,583 | 0,799 | 1,000 |

**Πίνακας 9.2** Σχέσεις προτίμησης αποφασιζόντων, Ε6,Ε7,Ε8,Ε9,Ε10 της εφαρμογής (κεφάλαιο 6.3)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **E6** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 0,904 | 1,360 | 1,027 | 0,974 | 1,909 | 1,524 | 1,817 | 1,524 | 1,734 | 1,734 | 0,974 | 1,817 | 1,658 | 1,268 | 1,410 | 1,027 | 1,734 | 1,909 | 1,524 | 1,524 | 1,588 | 1,410 | 1,410 | 1,909 |
| 1,106 | 1,000 | 1,504 | 1,136 | 1,077 | 2,111 | 1,685 | 2,010 | 1,685 | 1,918 | 1,918 | 1,077 | 2,010 | 1,833 | 1,403 | 1,560 | 1,136 | 1,918 | 2,111 | 1,685 | 1,685 | 1,756 | 1,560 | 1,560 | 2,111 |
| 0,735 | 0,665 | 1,000 | 0,755 | 0,716 | 1,404 | 1,121 | 1,336 | 1,121 | 1,275 | 1,275 | 0,716 | 1,336 | 1,219 | 0,933 | 1,037 | 0,755 | 1,275 | 1,404 | 1,121 | 1,121 | 1,168 | 1,037 | 1,037 | 1,404 |
| 0,974 | 0,880 | 1,324 | 1,000 | 0,948 | 1,859 | 1,484 | 1,769 | 1,484 | 1,688 | 1,688 | 0,948 | 1,769 | 1,614 | 1,235 | 1,373 | 1,000 | 1,688 | 1,859 | 1,484 | 1,484 | 1,546 | 1,373 | 1,373 | 1,859 |
| 1,026 | 0,928 | 1,396 | 1,054 | 1,000 | 1,960 | 1,565 | 1,865 | 1,565 | 1,780 | 1,780 | 1,000 | 1,865 | 1,702 | 1,302 | 1,448 | 1,054 | 1,780 | 1,960 | 1,565 | 1,565 | 1,630 | 1,448 | 1,448 | 1,960 |
| 0,524 | 0,474 | 0,712 | 0,538 | 0,510 | 1,000 | 0,798 | 0,952 | 0,798 | 0,908 | 0,908 | 0,510 | 0,952 | 0,868 | 0,664 | 0,739 | 0,538 | 0,908 | 1,000 | 0,798 | 0,798 | 0,832 | 0,739 | 0,739 | 1,000 |
| 0,656 | 0,593 | 0,892 | 0,674 | 0,639 | 1,253 | 1,000 | 1,192 | 1,000 | 1,138 | 1,138 | 0,639 | 1,192 | 1,088 | 0,832 | 0,925 | 0,674 | 1,138 | 1,253 | 1,000 | 1,000 | 1,042 | 0,925 | 0,925 | 1,253 |
| 0,550 | 0,498 | 0,748 | 0,565 | 0,536 | 1,051 | 0,839 | 1,000 | 0,839 | 0,954 | 0,954 | 0,536 | 1,000 | 0,912 | 0,698 | 0,776 | 0,565 | 0,954 | 1,051 | 0,839 | 0,839 | 0,874 | 0,776 | 0,776 | 1,051 |
| 0,656 | 0,593 | 0,892 | 0,674 | 0,639 | 1,253 | 1,000 | 1,192 | 1,000 | 1,138 | 1,138 | 0,639 | 1,192 | 1,088 | 0,832 | 0,925 | 0,674 | 1,138 | 1,253 | 1,000 | 1,000 | 1,042 | 0,925 | 0,925 | 1,253 |
| 0,577 | 0,522 | 0,784 | 0,592 | 0,562 | 1,101 | 0,879 | 1,048 | 0,879 | 1,000 | 1,000 | 0,562 | 1,048 | 0,956 | 0,732 | 0,813 | 0,592 | 1,000 | 1,101 | 0,879 | 0,879 | 0,916 | 0,813 | 0,813 | 1,101 |
| 0,577 | 0,522 | 0,784 | 0,592 | 0,562 | 1,101 | 0,879 | 1,048 | 0,879 | 1,000 | 1,000 | 0,562 | 1,048 | 0,956 | 0,732 | 0,813 | 0,592 | 1,000 | 1,101 | 0,879 | 0,879 | 0,916 | 0,813 | 0,813 | 1,101 |
| 1,026 | 0,928 | 1,396 | 1,054 | 1,000 | 1,960 | 1,565 | 1,865 | 1,565 | 1,780 | 1,780 | 1,000 | 1,865 | 1,702 | 1,302 | 1,448 | 1,054 | 1,780 | 1,960 | 1,565 | 1,565 | 1,630 | 1,448 | 1,448 | 1,960 |
| 0,550 | 0,498 | 0,748 | 0,565 | 0,536 | 1,051 | 0,839 | 1,000 | 0,839 | 0,954 | 0,954 | 0,536 | 1,000 | 0,912 | 0,698 | 0,776 | 0,565 | 0,954 | 1,051 | 0,839 | 0,839 | 0,874 | 0,776 | 0,776 | 1,051 |
| 0,603 | 0,545 | 0,820 | 0,620 | 0,588 | 1,152 | 0,919 | 1,096 | 0,919 | 1,046 | 1,046 | 0,588 | 1,096 | 1,000 | 0,765 | 0,851 | 0,620 | 1,046 | 1,152 | 0,919 | 0,919 | 0,958 | 0,851 | 0,851 | 1,152 |
| 0,788 | 0,713 | 1,072 | 0,810 | 0,768 | 1,505 | 1,202 | 1,433 | 1,202 | 1,367 | 1,367 | 0,768 | 1,433 | 1,307 | 1,000 | 1,112 | 0,810 | 1,367 | 1,505 | 1,202 | 1,202 | 1,252 | 1,112 | 1,112 | 1,505 |
| 0,709 | 0,641 | 0,964 | 0,728 | 0,691 | 1,354 | 1,081 | 1,288 | 1,081 | 1,229 | 1,229 | 0,691 | 1,288 | 1,175 | 0,899 | 1,000 | 0,728 | 1,229 | 1,354 | 1,081 | 1,081 | 1,126 | 1,000 | 1,000 | 1,354 |
| 0,974 | 0,880 | 1,324 | 1,000 | 0,948 | 1,859 | 1,484 | 1,769 | 1,484 | 1,688 | 1,688 | 0,948 | 1,769 | 1,614 | 1,235 | 1,373 | 1,000 | 1,688 | 1,859 | 1,484 | 1,484 | 1,546 | 1,373 | 1,373 | 1,859 |
| 0,577 | 0,522 | 0,784 | 0,592 | 0,562 | 1,101 | 0,879 | 1,048 | 0,879 | 1,000 | 1,000 | 0,562 | 1,048 | 0,956 | 0,732 | 0,813 | 0,592 | 1,000 | 1,101 | 0,879 | 0,879 | 0,916 | 0,813 | 0,813 | 1,101 |
| 0,524 | 0,474 | 0,712 | 0,538 | 0,510 | 1,000 | 0,798 | 0,952 | 0,798 | 0,908 | 0,908 | 0,510 | 0,952 | 0,868 | 0,664 | 0,739 | 0,538 | 0,908 | 1,000 | 0,798 | 0,798 | 0,832 | 0,739 | 0,739 | 1,000 |
| 0,656 | 0,593 | 0,892 | 0,674 | 0,639 | 1,253 | 1,000 | 1,192 | 1,000 | 1,138 | 1,138 | 0,639 | 1,192 | 1,088 | 0,832 | 0,925 | 0,674 | 1,138 | 1,253 | 1,000 | 1,000 | 1,042 | 0,925 | 0,925 | 1,253 |
| 0,656 | 0,593 | 0,892 | 0,674 | 0,639 | 1,253 | 1,000 | 1,192 | 1,000 | 1,138 | 1,138 | 0,639 | 1,192 | 1,088 | 0,832 | 0,925 | 0,674 | 1,138 | 1,253 | 1,000 | 1,000 | 1,042 | 0,925 | 0,925 | 1,253 |
| 0,630 | 0,569 | 0,856 | 0,647 | 0,613 | 1,202 | 0,960 | 1,144 | 0,960 | 1,092 | 1,092 | 0,613 | 1,144 | 1,044 | 0,799 | 0,888 | 0,647 | 1,092 | 1,202 | 0,960 | 0,960 | 1,000 | 0,888 | 0,888 | 1,202 |
| 0,709 | 0,641 | 0,964 | 0,728 | 0,691 | 1,354 | 1,081 | 1,288 | 1,081 | 1,229 | 1,229 | 0,691 | 1,288 | 1,175 | 0,899 | 1,000 | 0,728 | 1,229 | 1,354 | 1,081 | 1,081 | 1,126 | 1,000 | 1,000 | 1,354 |
| 0,709 | 0,641 | 0,964 | 0,728 | 0,691 | 1,354 | 1,081 | 1,288 | 1,081 | 1,229 | 1,229 | 0,691 | 1,288 | 1,175 | 0,899 | 1,000 | 0,728 | 1,229 | 1,354 | 1,081 | 1,081 | 1,126 | 1,000 | 1,000 | 1,354 |
| 0,524 | 0,474 | 0,712 | 0,538 | 0,510 | 1,000 | 0,798 | 0,952 | 0,798 | 0,908 | 0,908 | 0,510 | 0,952 | 0,868 | 0,664 | 0,739 | 0,538 | 0,908 | 1,000 | 0,798 | 0,798 | 0,832 | 0,739 | 0,739 | 1,000 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **E7** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 1,148 | 1,183 | 1,220 | 1,220 | 1,220 | 1,260 | 1,302 | 1,302 | 1,347 | 1,347 | 1,347 | 1,347 | 1,448 | 1,504 | 1,564 | 1,564 | 1,564 | 1,564 | 1,630 | 1,630 | 1,865 | 1,865 | 2,064 | 2,064 |
| 0,871 | 1,000 | 1,031 | 1,063 | 1,063 | 1,063 | 1,097 | 1,134 | 1,134 | 1,174 | 1,174 | 1,174 | 1,174 | 1,261 | 1,310 | 1,363 | 1,363 | 1,363 | 1,363 | 1,420 | 1,420 | 1,625 | 1,625 | 1,798 | 1,798 |
| 0,845 | 0,970 | 1,000 | 1,031 | 1,031 | 1,031 | 1,065 | 1,101 | 1,101 | 1,139 | 1,139 | 1,139 | 1,139 | 1,224 | 1,271 | 1,323 | 1,323 | 1,323 | 1,323 | 1,378 | 1,378 | 1,577 | 1,577 | 1,745 | 1,745 |
| 0,820 | 0,941 | 0,970 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,032 | 1,067 | 1,067 | 1,104 | 1,104 | 1,104 | 1,104 | 1,187 | 1,233 | 1,282 | 1,282 | 1,282 | 1,282 | 1,336 | 1,336 | 1,529 | 1,529 | 1,691 | 1,691 |
| 0,820 | 0,941 | 0,970 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,032 | 1,067 | 1,067 | 1,104 | 1,104 | 1,104 | 1,104 | 1,187 | 1,233 | 1,282 | 1,282 | 1,282 | 1,282 | 1,336 | 1,336 | 1,529 | 1,529 | 1,691 | 1,691 |
| 0,820 | 0,941 | 0,970 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,032 | 1,067 | 1,067 | 1,104 | 1,104 | 1,104 | 1,104 | 1,187 | 1,233 | 1,282 | 1,282 | 1,282 | 1,282 | 1,336 | 1,336 | 1,529 | 1,529 | 1,691 | 1,691 |
| 0,794 | 0,911 | 0,939 | 0,969 | 0,969 | 0,969 | 1,000 | 1,034 | 1,034 | 1,069 | 1,069 | 1,069 | 1,069 | 1,149 | 1,194 | 1,242 | 1,242 | 1,242 | 1,242 | 1,294 | 1,294 | 1,481 | 1,481 | 1,638 | 1,638 |
| 0,768 | 0,882 | 0,909 | 0,937 | 0,937 | 0,937 | 0,968 | 1,000 | 1,000 | 1,035 | 1,035 | 1,035 | 1,035 | 1,112 | 1,155 | 1,202 | 1,202 | 1,202 | 1,202 | 1,252 | 1,252 | 1,433 | 1,433 | 1,585 | 1,585 |
| 0,768 | 0,882 | 0,909 | 0,937 | 0,937 | 0,937 | 0,968 | 1,000 | 1,000 | 1,035 | 1,035 | 1,035 | 1,035 | 1,112 | 1,155 | 1,202 | 1,202 | 1,202 | 1,202 | 1,252 | 1,252 | 1,433 | 1,433 | 1,585 | 1,585 |
| 0,742 | 0,852 | 0,878 | 0,906 | 0,906 | 0,906 | 0,935 | 0,966 | 0,966 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,075 | 1,116 | 1,161 | 1,161 | 1,161 | 1,161 | 1,210 | 1,210 | 1,385 | 1,385 | 1,532 | 1,532 |
| 0,742 | 0,852 | 0,878 | 0,906 | 0,906 | 0,906 | 0,935 | 0,966 | 0,966 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,075 | 1,116 | 1,161 | 1,161 | 1,161 | 1,161 | 1,210 | 1,210 | 1,385 | 1,385 | 1,532 | 1,532 |
| 0,742 | 0,852 | 0,878 | 0,906 | 0,906 | 0,906 | 0,935 | 0,966 | 0,966 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,075 | 1,116 | 1,161 | 1,161 | 1,161 | 1,161 | 1,210 | 1,210 | 1,385 | 1,385 | 1,532 | 1,532 |
| 0,742 | 0,852 | 0,878 | 0,906 | 0,906 | 0,906 | 0,935 | 0,966 | 0,966 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,075 | 1,116 | 1,161 | 1,161 | 1,161 | 1,161 | 1,210 | 1,210 | 1,385 | 1,385 | 1,532 | 1,532 |
| 0,691 | 0,793 | 0,817 | 0,843 | 0,843 | 0,843 | 0,870 | 0,899 | 0,899 | 0,931 | 0,931 | 0,931 | 0,931 | 1,000 | 1,039 | 1,081 | 1,081 | 1,081 | 1,081 | 1,126 | 1,126 | 1,288 | 1,288 | 1,426 | 1,426 |
| 0,665 | 0,763 | 0,787 | 0,811 | 0,811 | 0,811 | 0,838 | 0,866 | 0,866 | 0,896 | 0,896 | 0,896 | 0,896 | 0,963 | 1,000 | 1,040 | 1,040 | 1,040 | 1,040 | 1,084 | 1,084 | 1,240 | 1,240 | 1,372 | 1,372 |
| 0,639 | 0,734 | 0,756 | 0,780 | 0,780 | 0,780 | 0,805 | 0,832 | 0,832 | 0,861 | 0,861 | 0,861 | 0,861 | 0,925 | 0,961 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,042 | 1,042 | 1,192 | 1,192 | 1,319 | 1,319 |
| 0,639 | 0,734 | 0,756 | 0,780 | 0,780 | 0,780 | 0,805 | 0,832 | 0,832 | 0,861 | 0,861 | 0,861 | 0,861 | 0,925 | 0,961 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,042 | 1,042 | 1,192 | 1,192 | 1,319 | 1,319 |
| 0,639 | 0,734 | 0,756 | 0,780 | 0,780 | 0,780 | 0,805 | 0,832 | 0,832 | 0,861 | 0,861 | 0,861 | 0,861 | 0,925 | 0,961 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,042 | 1,042 | 1,192 | 1,192 | 1,319 | 1,319 |
| 0,639 | 0,734 | 0,756 | 0,780 | 0,780 | 0,780 | 0,805 | 0,832 | 0,832 | 0,861 | 0,861 | 0,861 | 0,861 | 0,925 | 0,961 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,042 | 1,042 | 1,192 | 1,192 | 1,319 | 1,319 |
| 0,613 | 0,704 | 0,726 | 0,748 | 0,748 | 0,748 | 0,773 | 0,799 | 0,799 | 0,826 | 0,826 | 0,826 | 0,826 | 0,888 | 0,922 | 0,960 | 0,960 | 0,960 | 0,960 | 1,000 | 1,000 | 1,144 | 1,144 | 1,266 | 1,266 |
| 0,613 | 0,704 | 0,726 | 0,748 | 0,748 | 0,748 | 0,773 | 0,799 | 0,799 | 0,826 | 0,826 | 0,826 | 0,826 | 0,888 | 0,922 | 0,960 | 0,960 | 0,960 | 0,960 | 1,000 | 1,000 | 1,144 | 1,144 | 1,266 | 1,266 |
| 0,536 | 0,615 | 0,634 | 0,654 | 0,654 | 0,654 | 0,675 | 0,698 | 0,698 | 0,722 | 0,722 | 0,722 | 0,722 | 0,776 | 0,806 | 0,839 | 0,839 | 0,839 | 0,839 | 0,874 | 0,874 | 1,000 | 1,000 | 1,106 | 1,106 |
| 0,536 | 0,615 | 0,634 | 0,654 | 0,654 | 0,654 | 0,675 | 0,698 | 0,698 | 0,722 | 0,722 | 0,722 | 0,722 | 0,776 | 0,806 | 0,839 | 0,839 | 0,839 | 0,839 | 0,874 | 0,874 | 1,000 | 1,000 | 1,106 | 1,106 |
| 0,485 | 0,556 | 0,573 | 0,591 | 0,591 | 0,591 | 0,610 | 0,631 | 0,631 | 0,653 | 0,653 | 0,653 | 0,653 | 0,701 | 0,729 | 0,758 | 0,758 | 0,758 | 0,758 | 0,790 | 0,790 | 0,904 | 0,904 | 1,000 | 1,000 |
| 0,485 | 0,556 | 0,573 | 0,591 | 0,591 | 0,591 | 0,610 | 0,631 | 0,631 | 0,653 | 0,653 | 0,653 | 0,653 | 0,701 | 0,729 | 0,758 | 0,758 | 0,758 | 0,758 | 0,790 | 0,790 | 0,904 | 0,904 | 1,000 | 1,000 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **E8** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 0,817 | 1,288 | 0,947 | 0,817 | 0,749 | 1,201 | 1,029 | 0,973 | 1,000 | 1,288 | 0,749 | 0,973 | 0,817 | 1,092 | 1,336 | 1,126 | 0,836 | 0,947 | 0,705 | 1,201 | 1,721 | 0,900 | 1,059 | 1,904 |
| 1,223 | 1,000 | 1,576 | 1,159 | 1,000 | 0,916 | 1,470 | 1,259 | 1,190 | 1,223 | 1,576 | 0,916 | 1,190 | 1,000 | 1,335 | 1,634 | 1,377 | 1,023 | 1,159 | 0,862 | 1,470 | 2,106 | 1,100 | 1,296 | 2,330 |
| 0,777 | 0,635 | 1,000 | 0,735 | 0,635 | 0,582 | 0,933 | 0,799 | 0,755 | 0,777 | 1,000 | 0,582 | 0,755 | 0,635 | 0,848 | 1,037 | 0,874 | 0,650 | 0,735 | 0,547 | 0,933 | 1,337 | 0,698 | 0,823 | 1,479 |
| 1,056 | 0,863 | 1,360 | 1,000 | 0,863 | 0,791 | 1,268 | 1,086 | 1,027 | 1,056 | 1,360 | 0,791 | 1,027 | 0,863 | 1,152 | 1,410 | 1,189 | 0,883 | 1,000 | 0,744 | 1,268 | 1,817 | 0,950 | 1,118 | 2,010 |
| 1,223 | 1,000 | 1,576 | 1,159 | 1,000 | 0,916 | 1,470 | 1,259 | 1,190 | 1,223 | 1,576 | 0,916 | 1,190 | 1,000 | 1,335 | 1,634 | 1,377 | 1,023 | 1,159 | 0,862 | 1,470 | 2,106 | 1,100 | 1,296 | 2,330 |
| 1,335 | 1,091 | 1,719 | 1,265 | 1,091 | 1,000 | 1,604 | 1,374 | 1,299 | 1,335 | 1,719 | 1,000 | 1,299 | 1,091 | 1,457 | 1,784 | 1,503 | 1,117 | 1,265 | 0,941 | 1,604 | 2,298 | 1,201 | 1,414 | 2,542 |
| 0,832 | 0,680 | 1,072 | 0,788 | 0,680 | 0,623 | 1,000 | 0,856 | 0,810 | 0,832 | 1,072 | 0,623 | 0,810 | 0,680 | 0,909 | 1,112 | 0,937 | 0,696 | 0,788 | 0,587 | 1,000 | 1,433 | 0,749 | 0,882 | 1,585 |
| 0,972 | 0,795 | 1,252 | 0,921 | 0,795 | 0,728 | 1,168 | 1,000 | 0,946 | 0,972 | 1,252 | 0,728 | 0,946 | 0,795 | 1,061 | 1,299 | 1,094 | 0,813 | 0,921 | 0,685 | 1,168 | 1,673 | 0,874 | 1,030 | 1,851 |
| 1,028 | 0,840 | 1,324 | 0,974 | 0,840 | 0,770 | 1,235 | 1,057 | 1,000 | 1,028 | 1,324 | 0,770 | 1,000 | 0,840 | 1,122 | 1,373 | 1,157 | 0,860 | 0,974 | 0,724 | 1,235 | 1,769 | 0,925 | 1,089 | 1,957 |
| 1,000 | 0,817 | 1,288 | 0,947 | 0,817 | 0,749 | 1,201 | 1,029 | 0,973 | 1,000 | 1,288 | 0,749 | 0,973 | 0,817 | 1,092 | 1,336 | 1,126 | 0,836 | 0,947 | 0,705 | 1,201 | 1,721 | 0,900 | 1,059 | 1,904 |
| 0,777 | 0,635 | 1,000 | 0,735 | 0,635 | 0,582 | 0,933 | 0,799 | 0,755 | 0,777 | 1,000 | 0,582 | 0,755 | 0,635 | 0,848 | 1,037 | 0,874 | 0,650 | 0,735 | 0,547 | 0,933 | 1,337 | 0,698 | 0,823 | 1,479 |
| 1,335 | 1,091 | 1,719 | 1,265 | 1,091 | 1,000 | 1,604 | 1,374 | 1,299 | 1,335 | 1,719 | 1,000 | 1,299 | 1,091 | 1,457 | 1,784 | 1,503 | 1,117 | 1,265 | 0,941 | 1,604 | 2,298 | 1,201 | 1,414 | 2,542 |
| 1,028 | 0,840 | 1,324 | 0,974 | 0,840 | 0,770 | 1,235 | 1,057 | 1,000 | 1,028 | 1,324 | 0,770 | 1,000 | 0,840 | 1,122 | 1,373 | 1,157 | 0,860 | 0,974 | 0,724 | 1,235 | 1,769 | 0,925 | 1,089 | 1,957 |
| 1,223 | 1,000 | 1,576 | 1,159 | 1,000 | 0,916 | 1,470 | 1,259 | 1,190 | 1,223 | 1,576 | 0,916 | 1,190 | 1,000 | 1,335 | 1,634 | 1,377 | 1,023 | 1,159 | 0,862 | 1,470 | 2,106 | 1,100 | 1,296 | 2,330 |
| 0,916 | 0,749 | 1,180 | 0,868 | 0,749 | 0,686 | 1,101 | 0,942 | 0,891 | 0,916 | 1,180 | 0,686 | 0,891 | 0,749 | 1,000 | 1,224 | 1,031 | 0,766 | 0,868 | 0,646 | 1,101 | 1,577 | 0,824 | 0,970 | 1,745 |
| 0,749 | 0,612 | 0,964 | 0,709 | 0,612 | 0,561 | 0,899 | 0,770 | 0,728 | 0,749 | 0,964 | 0,561 | 0,728 | 0,612 | 0,817 | 1,000 | 0,843 | 0,626 | 0,709 | 0,528 | 0,899 | 1,289 | 0,673 | 0,793 | 1,425 |
| 0,888 | 0,726 | 1,144 | 0,841 | 0,726 | 0,665 | 1,067 | 0,914 | 0,864 | 0,888 | 1,144 | 0,665 | 0,864 | 0,726 | 0,970 | 1,187 | 1,000 | 0,743 | 0,841 | 0,626 | 1,067 | 1,529 | 0,799 | 0,941 | 1,691 |
| 1,196 | 0,977 | 1,540 | 1,132 | 0,977 | 0,895 | 1,436 | 1,230 | 1,163 | 1,196 | 1,540 | 0,895 | 1,163 | 0,977 | 1,305 | 1,597 | 1,346 | 1,000 | 1,132 | 0,843 | 1,436 | 2,058 | 1,075 | 1,266 | 2,276 |
| 1,056 | 0,863 | 1,360 | 1,000 | 0,863 | 0,791 | 1,268 | 1,086 | 1,027 | 1,056 | 1,360 | 0,791 | 1,027 | 0,863 | 1,152 | 1,410 | 1,189 | 0,883 | 1,000 | 0,744 | 1,268 | 1,817 | 0,950 | 1,118 | 2,010 |
| 1,419 | 1,160 | 1,827 | 1,344 | 1,160 | 1,063 | 1,705 | 1,460 | 1,380 | 1,419 | 1,827 | 1,063 | 1,380 | 1,160 | 1,549 | 1,896 | 1,597 | 1,187 | 1,344 | 1,000 | 1,705 | 2,442 | 1,276 | 1,503 | 2,702 |
| 0,832 | 0,680 | 1,072 | 0,788 | 0,680 | 0,623 | 1,000 | 0,856 | 0,810 | 0,832 | 1,072 | 0,623 | 0,810 | 0,680 | 0,909 | 1,112 | 0,937 | 0,696 | 0,788 | 0,587 | 1,000 | 1,433 | 0,749 | 0,882 | 1,585 |
| 0,581 | 0,475 | 0,748 | 0,550 | 0,475 | 0,435 | 0,698 | 0,598 | 0,565 | 0,581 | 0,748 | 0,435 | 0,565 | 0,475 | 0,634 | 0,776 | 0,654 | 0,486 | 0,550 | 0,409 | 0,698 | 1,000 | 0,523 | 0,615 | 1,106 |
| 1,112 | 0,909 | 1,432 | 1,053 | 0,909 | 0,833 | 1,336 | 1,144 | 1,082 | 1,112 | 1,432 | 0,833 | 1,082 | 0,909 | 1,213 | 1,485 | 1,252 | 0,930 | 1,053 | 0,783 | 1,336 | 1,914 | 1,000 | 1,178 | 2,117 |
| 0,944 | 0,772 | 1,216 | 0,894 | 0,772 | 0,707 | 1,134 | 0,971 | 0,918 | 0,944 | 1,216 | 0,707 | 0,918 | 0,772 | 1,030 | 1,261 | 1,063 | 0,790 | 0,894 | 0,665 | 1,134 | 1,625 | 0,849 | 1,000 | 1,798 |
| 0,525 | 0,429 | 0,676 | 0,497 | 0,429 | 0,393 | 0,631 | 0,540 | 0,511 | 0,525 | 0,676 | 0,393 | 0,511 | 0,429 | 0,573 | 0,702 | 0,591 | 0,439 | 0,497 | 0,370 | 0,631 | 0,904 | 0,472 | 0,556 | 1,000 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **E9** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 1,702 | 1,396 | 1,026 | 1,115 | 1,702 | 1,448 | 1,564 | 1,148 | 1,220 | 1,564 | 1,564 | 1,564 | 1,630 | 1,302 | 1,564 | 1,084 | 1,084 | 1,054 | 1,448 | 1,000 | 1,302 | 1,504 | 1,220 | 1,960 |
| 0,588 | 1,000 | 0,820 | 0,603 | 0,655 | 1,000 | 0,851 | 0,919 | 0,675 | 0,717 | 0,919 | 0,919 | 0,919 | 0,958 | 0,765 | 0,919 | 0,637 | 0,637 | 0,620 | 0,851 | 0,588 | 0,765 | 0,884 | 0,717 | 1,152 |
| 0,716 | 1,219 | 1,000 | 0,735 | 0,799 | 1,219 | 1,037 | 1,121 | 0,823 | 0,874 | 1,121 | 1,121 | 1,121 | 1,168 | 0,933 | 1,121 | 0,777 | 0,777 | 0,755 | 1,037 | 0,716 | 0,933 | 1,078 | 0,874 | 1,404 |
| 0,974 | 1,658 | 1,360 | 1,000 | 1,086 | 1,658 | 1,410 | 1,524 | 1,118 | 1,189 | 1,524 | 1,524 | 1,524 | 1,588 | 1,268 | 1,524 | 1,056 | 1,056 | 1,027 | 1,410 | 0,974 | 1,268 | 1,465 | 1,189 | 1,909 |
| 0,897 | 1,526 | 1,252 | 0,921 | 1,000 | 1,526 | 1,299 | 1,403 | 1,030 | 1,094 | 1,403 | 1,403 | 1,403 | 1,462 | 1,168 | 1,403 | 0,972 | 0,972 | 0,946 | 1,299 | 0,897 | 1,168 | 1,349 | 1,094 | 1,758 |
| 0,588 | 1,000 | 0,820 | 0,603 | 0,655 | 1,000 | 0,851 | 0,919 | 0,675 | 0,717 | 0,919 | 0,919 | 0,919 | 0,958 | 0,765 | 0,919 | 0,637 | 0,637 | 0,620 | 0,851 | 0,588 | 0,765 | 0,884 | 0,717 | 1,152 |
| 0,691 | 1,175 | 0,964 | 0,709 | 0,770 | 1,175 | 1,000 | 1,081 | 0,793 | 0,843 | 1,081 | 1,081 | 1,081 | 1,126 | 0,899 | 1,081 | 0,749 | 0,749 | 0,728 | 1,000 | 0,691 | 0,899 | 1,039 | 0,843 | 1,354 |
| 0,639 | 1,088 | 0,892 | 0,656 | 0,713 | 1,088 | 0,925 | 1,000 | 0,734 | 0,780 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,042 | 0,832 | 1,000 | 0,693 | 0,693 | 0,674 | 0,925 | 0,639 | 0,832 | 0,961 | 0,780 | 1,253 |
| 0,871 | 1,482 | 1,216 | 0,894 | 0,971 | 1,482 | 1,261 | 1,363 | 1,000 | 1,063 | 1,363 | 1,363 | 1,363 | 1,420 | 1,134 | 1,363 | 0,944 | 0,944 | 0,918 | 1,261 | 0,871 | 1,134 | 1,310 | 1,063 | 1,707 |
| 0,820 | 1,395 | 1,144 | 0,841 | 0,914 | 1,395 | 1,187 | 1,282 | 0,941 | 1,000 | 1,282 | 1,282 | 1,282 | 1,336 | 1,067 | 1,282 | 0,888 | 0,888 | 0,864 | 1,187 | 0,820 | 1,067 | 1,233 | 1,000 | 1,606 |
| 0,639 | 1,088 | 0,892 | 0,656 | 0,713 | 1,088 | 0,925 | 1,000 | 0,734 | 0,780 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,042 | 0,832 | 1,000 | 0,693 | 0,693 | 0,674 | 0,925 | 0,639 | 0,832 | 0,961 | 0,780 | 1,253 |
| 0,639 | 1,088 | 0,892 | 0,656 | 0,713 | 1,088 | 0,925 | 1,000 | 0,734 | 0,780 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,042 | 0,832 | 1,000 | 0,693 | 0,693 | 0,674 | 0,925 | 0,639 | 0,832 | 0,961 | 0,780 | 1,253 |
| 0,639 | 1,088 | 0,892 | 0,656 | 0,713 | 1,088 | 0,925 | 1,000 | 0,734 | 0,780 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,042 | 0,832 | 1,000 | 0,693 | 0,693 | 0,674 | 0,925 | 0,639 | 0,832 | 0,961 | 0,780 | 1,253 |
| 0,613 | 1,044 | 0,856 | 0,630 | 0,684 | 1,044 | 0,888 | 0,960 | 0,704 | 0,748 | 0,960 | 0,960 | 0,960 | 1,000 | 0,799 | 0,960 | 0,665 | 0,665 | 0,647 | 0,888 | 0,613 | 0,799 | 0,922 | 0,748 | 1,202 |
| 0,768 | 1,307 | 1,072 | 0,788 | 0,856 | 1,307 | 1,112 | 1,202 | 0,882 | 0,937 | 1,202 | 1,202 | 1,202 | 1,252 | 1,000 | 1,202 | 0,832 | 0,832 | 0,810 | 1,112 | 0,768 | 1,000 | 1,155 | 0,937 | 1,505 |
| 0,639 | 1,088 | 0,892 | 0,656 | 0,713 | 1,088 | 0,925 | 1,000 | 0,734 | 0,780 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,042 | 0,832 | 1,000 | 0,693 | 0,693 | 0,674 | 0,925 | 0,639 | 0,832 | 0,961 | 0,780 | 1,253 |
| 0,923 | 1,570 | 1,288 | 0,947 | 1,029 | 1,570 | 1,336 | 1,443 | 1,059 | 1,126 | 1,443 | 1,443 | 1,443 | 1,504 | 1,201 | 1,443 | 1,000 | 1,000 | 0,973 | 1,336 | 0,923 | 1,201 | 1,388 | 1,126 | 1,808 |
| 0,923 | 1,570 | 1,288 | 0,947 | 1,029 | 1,570 | 1,336 | 1,443 | 1,059 | 1,126 | 1,443 | 1,443 | 1,443 | 1,504 | 1,201 | 1,443 | 1,000 | 1,000 | 0,973 | 1,336 | 0,923 | 1,201 | 1,388 | 1,126 | 1,808 |
| 0,948 | 1,614 | 1,324 | 0,974 | 1,057 | 1,614 | 1,373 | 1,484 | 1,089 | 1,157 | 1,484 | 1,484 | 1,484 | 1,546 | 1,235 | 1,484 | 1,028 | 1,028 | 1,000 | 1,373 | 0,948 | 1,235 | 1,426 | 1,157 | 1,859 |
| 0,691 | 1,175 | 0,964 | 0,709 | 0,770 | 1,175 | 1,000 | 1,081 | 0,793 | 0,843 | 1,081 | 1,081 | 1,081 | 1,126 | 0,899 | 1,081 | 0,749 | 0,749 | 0,728 | 1,000 | 0,691 | 0,899 | 1,039 | 0,843 | 1,354 |
| 1,000 | 1,702 | 1,396 | 1,026 | 1,115 | 1,702 | 1,448 | 1,564 | 1,148 | 1,220 | 1,564 | 1,564 | 1,564 | 1,630 | 1,302 | 1,564 | 1,084 | 1,084 | 1,054 | 1,448 | 1,000 | 1,302 | 1,504 | 1,220 | 1,960 |
| 0,768 | 1,307 | 1,072 | 0,788 | 0,856 | 1,307 | 1,112 | 1,202 | 0,882 | 0,937 | 1,202 | 1,202 | 1,202 | 1,252 | 1,000 | 1,202 | 0,832 | 0,832 | 0,810 | 1,112 | 0,768 | 1,000 | 1,155 | 0,937 | 1,505 |
| 0,665 | 1,132 | 0,928 | 0,683 | 0,741 | 1,132 | 0,963 | 1,040 | 0,763 | 0,811 | 1,040 | 1,040 | 1,040 | 1,084 | 0,866 | 1,040 | 0,721 | 0,721 | 0,701 | 0,963 | 0,665 | 0,866 | 1,000 | 0,811 | 1,303 |
| 0,820 | 1,395 | 1,144 | 0,841 | 0,914 | 1,395 | 1,187 | 1,282 | 0,941 | 1,000 | 1,282 | 1,282 | 1,282 | 1,336 | 1,067 | 1,282 | 0,888 | 0,888 | 0,864 | 1,187 | 0,820 | 1,067 | 1,233 | 1,000 | 1,606 |
| 0,510 | 0,868 | 0,712 | 0,524 | 0,569 | 0,868 | 0,739 | 0,798 | 0,586 | 0,623 | 0,798 | 0,798 | 0,798 | 0,832 | 0,664 | 0,798 | 0,553 | 0,553 | 0,538 | 0,739 | 0,510 | 0,664 | 0,767 | 0,623 | 1,000 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **E10** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1,000 | 1,396 | 1,347 | 2,180 | 1,565 | 1,260 | 1,630 | 1,504 | 2,622 | 1,865 | 1,565 | 1,396 | 1,630 | 1,396 | 1,115 | 1,220 | 1,302 | 1,630 | 1,630 | 1,702 | 0,975 | 2,064 | 2,310 | 1,865 | 1,565 |
| 0,716 | 1,000 | 0,965 | 1,562 | 1,121 | 0,903 | 1,168 | 1,078 | 1,878 | 1,337 | 1,121 | 1,000 | 1,168 | 1,000 | 0,799 | 0,874 | 0,933 | 1,168 | 1,168 | 1,219 | 0,698 | 1,479 | 1,655 | 1,337 | 1,121 |
| 0,742 | 1,036 | 1,000 | 1,618 | 1,161 | 0,935 | 1,210 | 1,116 | 1,946 | 1,385 | 1,161 | 1,036 | 1,210 | 1,036 | 0,828 | 0,906 | 0,966 | 1,210 | 1,210 | 1,263 | 0,724 | 1,532 | 1,714 | 1,385 | 1,161 |
| 0,459 | 0,640 | 0,618 | 1,000 | 0,718 | 0,578 | 0,748 | 0,690 | 1,203 | 0,856 | 0,718 | 0,640 | 0,748 | 0,640 | 0,512 | 0,560 | 0,597 | 0,748 | 0,748 | 0,781 | 0,447 | 0,947 | 1,060 | 0,856 | 0,718 |
| 0,639 | 0,892 | 0,861 | 1,393 | 1,000 | 0,805 | 1,042 | 0,961 | 1,676 | 1,192 | 1,000 | 0,892 | 1,042 | 0,892 | 0,713 | 0,780 | 0,832 | 1,042 | 1,042 | 1,088 | 0,623 | 1,319 | 1,476 | 1,192 | 1,000 |
| 0,794 | 1,108 | 1,070 | 1,730 | 1,242 | 1,000 | 1,294 | 1,194 | 2,081 | 1,481 | 1,242 | 1,108 | 1,294 | 1,108 | 0,885 | 0,969 | 1,034 | 1,294 | 1,294 | 1,351 | 0,774 | 1,638 | 1,833 | 1,481 | 1,242 |
| 0,613 | 0,856 | 0,826 | 1,337 | 0,960 | 0,773 | 1,000 | 0,923 | 1,608 | 1,144 | 0,960 | 0,856 | 1,000 | 0,856 | 0,684 | 0,748 | 0,799 | 1,000 | 1,000 | 1,044 | 0,598 | 1,266 | 1,417 | 1,144 | 0,960 |
| 0,665 | 0,928 | 0,896 | 1,449 | 1,040 | 0,838 | 1,084 | 1,000 | 1,743 | 1,240 | 1,040 | 0,928 | 1,084 | 0,928 | 0,741 | 0,811 | 0,866 | 1,084 | 1,084 | 1,132 | 0,648 | 1,372 | 1,536 | 1,240 | 1,040 |
| 0,381 | 0,532 | 0,514 | 0,831 | 0,597 | 0,481 | 0,622 | 0,574 | 1,000 | 0,712 | 0,597 | 0,532 | 0,622 | 0,532 | 0,425 | 0,465 | 0,497 | 0,622 | 0,622 | 0,649 | 0,372 | 0,787 | 0,881 | 0,712 | 0,597 |
| 0,536 | 0,748 | 0,722 | 1,169 | 0,839 | 0,675 | 0,874 | 0,806 | 1,405 | 1,000 | 0,839 | 0,748 | 0,874 | 0,748 | 0,598 | 0,654 | 0,698 | 0,874 | 0,874 | 0,912 | 0,523 | 1,106 | 1,238 | 1,000 | 0,839 |
| 0,639 | 0,892 | 0,861 | 1,393 | 1,000 | 0,805 | 1,042 | 0,961 | 1,676 | 1,192 | 1,000 | 0,892 | 1,042 | 0,892 | 0,713 | 0,780 | 0,832 | 1,042 | 1,042 | 1,088 | 0,623 | 1,319 | 1,476 | 1,192 | 1,000 |
| 0,716 | 1,000 | 0,965 | 1,562 | 1,121 | 0,903 | 1,168 | 1,078 | 1,878 | 1,337 | 1,121 | 1,000 | 1,168 | 1,000 | 0,799 | 0,874 | 0,933 | 1,168 | 1,168 | 1,219 | 0,698 | 1,479 | 1,655 | 1,337 | 1,121 |
| 0,613 | 0,856 | 0,826 | 1,337 | 0,960 | 0,773 | 1,000 | 0,923 | 1,608 | 1,144 | 0,960 | 0,856 | 1,000 | 0,856 | 0,684 | 0,748 | 0,799 | 1,000 | 1,000 | 1,044 | 0,598 | 1,266 | 1,417 | 1,144 | 0,960 |
| 0,716 | 1,000 | 0,965 | 1,562 | 1,121 | 0,903 | 1,168 | 1,078 | 1,878 | 1,337 | 1,121 | 1,000 | 1,168 | 1,000 | 0,799 | 0,874 | 0,933 | 1,168 | 1,168 | 1,219 | 0,698 | 1,479 | 1,655 | 1,337 | 1,121 |
| 0,897 | 1,252 | 1,208 | 1,955 | 1,403 | 1,130 | 1,462 | 1,349 | 2,351 | 1,673 | 1,403 | 1,252 | 1,462 | 1,252 | 1,000 | 1,094 | 1,168 | 1,462 | 1,462 | 1,526 | 0,874 | 1,851 | 2,071 | 1,673 | 1,403 |
| 0,820 | 1,144 | 1,104 | 1,786 | 1,282 | 1,032 | 1,336 | 1,233 | 2,148 | 1,529 | 1,282 | 1,144 | 1,336 | 1,144 | 0,914 | 1,000 | 1,067 | 1,336 | 1,336 | 1,395 | 0,799 | 1,691 | 1,893 | 1,529 | 1,282 |
| 0,768 | 1,072 | 1,035 | 1,674 | 1,202 | 0,968 | 1,252 | 1,155 | 2,013 | 1,433 | 1,202 | 1,072 | 1,252 | 1,072 | 0,856 | 0,937 | 1,000 | 1,252 | 1,252 | 1,307 | 0,749 | 1,585 | 1,774 | 1,433 | 1,202 |
| 0,613 | 0,856 | 0,826 | 1,337 | 0,960 | 0,773 | 1,000 | 0,923 | 1,608 | 1,144 | 0,960 | 0,856 | 1,000 | 0,856 | 0,684 | 0,748 | 0,799 | 1,000 | 1,000 | 1,044 | 0,598 | 1,266 | 1,417 | 1,144 | 0,960 |
| 0,613 | 0,856 | 0,826 | 1,337 | 0,960 | 0,773 | 1,000 | 0,923 | 1,608 | 1,144 | 0,960 | 0,856 | 1,000 | 0,856 | 0,684 | 0,748 | 0,799 | 1,000 | 1,000 | 1,044 | 0,598 | 1,266 | 1,417 | 1,144 | 0,960 |
| 0,588 | 0,820 | 0,792 | 1,281 | 0,919 | 0,740 | 0,958 | 0,884 | 1,540 | 1,096 | 0,919 | 0,820 | 0,958 | 0,820 | 0,655 | 0,717 | 0,765 | 0,958 | 0,958 | 1,000 | 0,573 | 1,213 | 1,357 | 1,096 | 0,919 |
| 1,026 | 1,432 | 1,382 | 2,236 | 1,605 | 1,292 | 1,672 | 1,543 | 2,689 | 1,913 | 1,605 | 1,432 | 1,672 | 1,432 | 1,144 | 1,252 | 1,336 | 1,672 | 1,672 | 1,746 | 1,000 | 2,117 | 2,369 | 1,913 | 1,605 |
| 0,485 | 0,676 | 0,653 | 1,056 | 0,758 | 0,610 | 0,790 | 0,729 | 1,270 | 0,904 | 0,758 | 0,676 | 0,790 | 0,676 | 0,540 | 0,591 | 0,631 | 0,790 | 0,790 | 0,825 | 0,472 | 1,000 | 1,119 | 0,904 | 0,758 |
| 0,433 | 0,604 | 0,583 | 0,944 | 0,677 | 0,545 | 0,706 | 0,651 | 1,135 | 0,808 | 0,677 | 0,604 | 0,706 | 0,604 | 0,483 | 0,528 | 0,564 | 0,706 | 0,706 | 0,737 | 0,422 | 0,894 | 1,000 | 0,808 | 0,677 |
| 0,536 | 0,748 | 0,722 | 1,169 | 0,839 | 0,675 | 0,874 | 0,806 | 1,405 | 1,000 | 0,839 | 0,748 | 0,874 | 0,748 | 0,598 | 0,654 | 0,698 | 0,874 | 0,874 | 0,912 | 0,523 | 1,106 | 1,238 | 1,000 | 0,839 |
| 0,639 | 0,892 | 0,861 | 1,393 | 1,000 | 0,805 | 1,042 | 0,961 | 1,676 | 1,192 | 1,000 | 0,892 | 1,042 | 0,892 | 0,713 | 0,780 | 0,832 | 1,042 | 1,042 | 1,088 | 0,623 | 1,319 | 1,476 | 1,192 | 1,000 |

**Πίνακας 9.4** Αξιολόγηση των 25 εναλλακτικών έναντι των τεσσάρων κριτηρίων κόστους του αποφασίζοντα Ε1

**Πίνακας 9.5** Αξιολόγηση των 25 εναλλακτικών έναντι των τεσσάρων κριτηρίων κόστους του αποφασίζοντα Ε2

**Πίνακας 9.6** Αξιολόγηση των 25 εναλλακτικών έναντι των τεσσάρων κριτηρίων κόστους του αποφασίζοντα Ε3

**Πίνακας 9.7** Αξιολόγηση των 25 εναλλακτικών έναντι των τεσσάρων κριτηρίων κόστους του αποφασίζοντα Ε4

**Πίνακας 9.8** Αξιολόγηση των 25 εναλλακτικών έναντι των τεσσάρων κριτηρίων κόστους του αποφασίζοντα Ε5

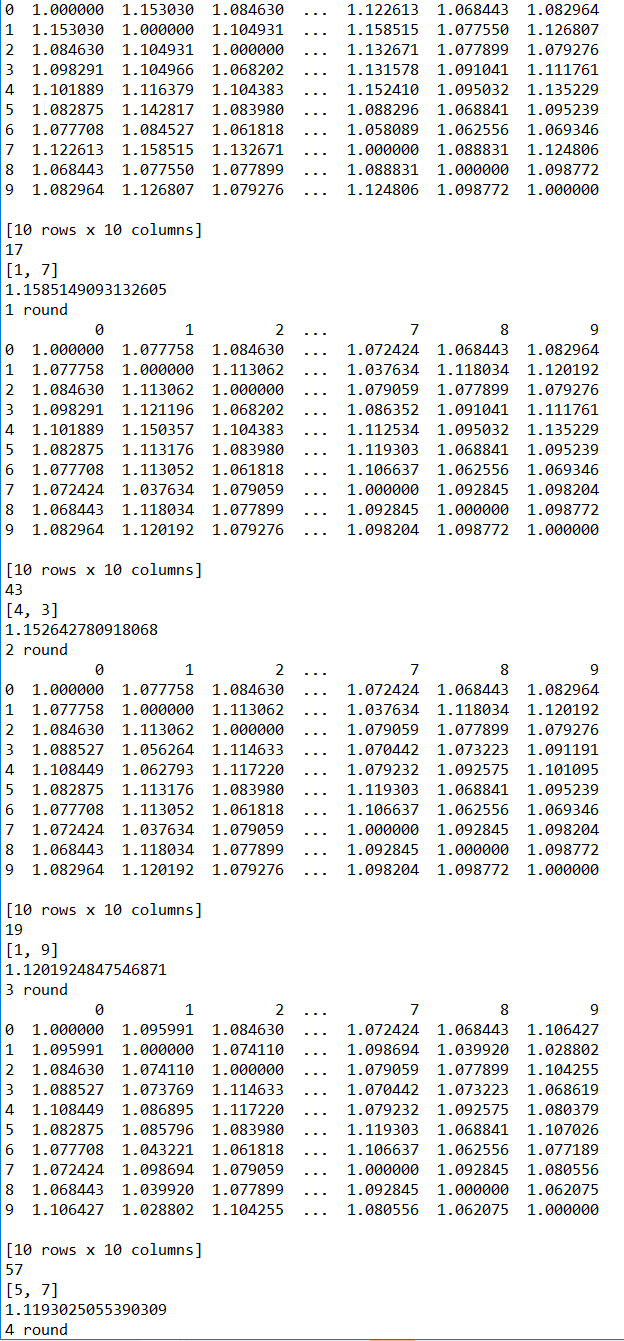
**Πίνακας 9.9** Αξιολόγηση των 25 εναλλακτικών έναντι των τεσσάρων κριτηρίων κόστους του αποφασίζοντα Ε6

**Πίνακας 9.10** Αξιολόγηση των 25 εναλλακτικών έναντι των τεσσάρων κριτηρίων κόστους του αποφασίζοντα Ε7

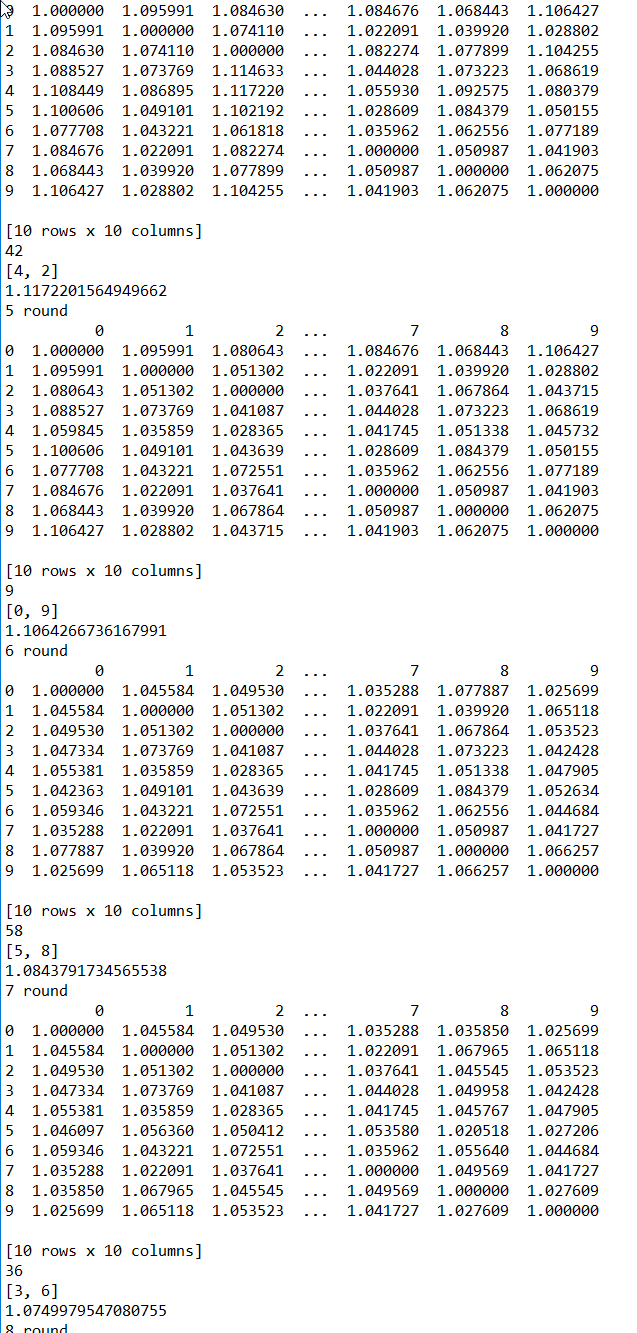
**Πίνακας 9.11** Αξιολόγηση των 25 εναλλακτικών έναντι των τεσσάρων κριτηρίων κόστους του αποφασίζοντα Ε8

**Πίνακας 9.12** Αξιολόγηση των 25 εναλλακτικών έναντι των τεσσάρων κριτηρίων κόστους του αποφασίζοντα Ε9

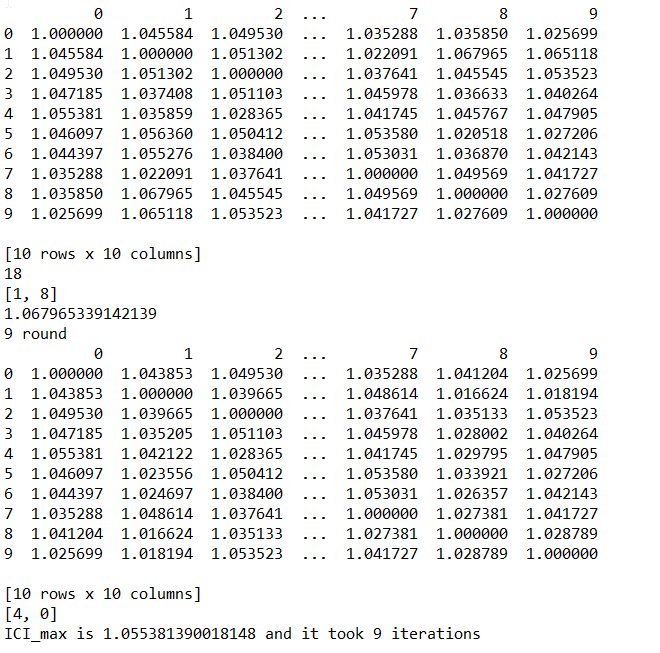
**Πίνακας 9.13** Αξιολόγηση των 25 εναλλακτικών έναντι των τεσσάρων κριτηρίων κόστους του αποφασίζοντα Ε10



**Eικόνα 9.1** Διαδικασία αλγοριθμικής διαδιασίας εφαρμογής (κεφάλαιο 6.3)



**Eικόνα 9.2** Διαδικασία αλγοριθμικής διαδιασίας εφαρμογής (κεφάλαιο 6.3)



**Eικόνα 9.3** Διαδικασία αλγοριθμικής διαδιασίας εφαρμογής (κεφάλαιο 6.3)