



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Σύγκριση τεχνικών ελέγχου μηχανής μονίμων μαγνητών για  
εφαρμογές ηλεκτροκίνησης**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΠΕΤΡΟΣ Α. ΗΛΙΑΔΗΣ**

**Επιβλέπων :** Αντώνιος Γ. Κλαδάς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

**Αθήνα, Αύγουστος 2020**





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

## Σύγκριση τεχνικών ελέγχου μηχανής μονίμων μαγνητών για εφαρμογές ηλεκτροκίνησης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΠΕΤΡΟΣ Α. ΗΛΙΑΔΗΣ

Επιβλέπων : Αντώνιος Γ. Κλαδάς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 13<sup>η</sup> Οκτωβρίου 2020.

.....  
Αντώνιος Κλαδάς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Στάυρος Παπαθανασίου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Αντώνιος Αντωνόπουλος  
Επίκουρος καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Αύγουστος 2020

.....  
**Πέτρος Α. Ηλιάδης**

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Πέτρος Α. Ηλιάδης, 2020

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, μελετώνται διαφορετικές στρατηγικές ελέγχου ενός συστήματος ηλεκτρικής κίνησης, κινητήρα μονίμων μαγνητών. Σε πρώτη φάση, πραγματοποιείται θεωρητική ανάλυση των επιμέρους στοιχείων του συστήματος κίνησης.

Στην συνέχεια αναλύονται οι τεχνικές ελέγχου, τόσο οι συνήθεις, αλλά και σπανιότερες, που όμως έχουν πολλές εφαρμογές σε άλλους τύπους συστημάτων που χρησιμοποιούνται στην βιομηχανία, αλλά και σε διάφορες συσκευές εμπορικής χρήσης.

Μετά, παρουσιάζονται μοντέλα προσομοίωσης, σε περιβάλλον Matlab/Simulink, που προσομοιώνουν το σύστημα κίνησης, με 4 διαφορετικά είδη ελεγκτών, και πιο συγκεκριμένα, ελεγκτή ανοικτού βρόχου σταθερού  $V/f$ , ελεγκτή προσανατολισμένου πεδίου (FOC), ελεγκτή γραμμικοποίησης ανάδρασης (Feedback Linearization), και ελεγκτή με χρήση γραμμικού τετραγωνικού ρυθμιστή (LQR).

Τέλος, πραγματοποιούνται οι προσομοιώσεις, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα αυτών, και εξάγονται συμπεράσματα που αφορούν τα χαρακτηριστικά επίδοσης των συστημάτων κίνησης για κάθε στρατηγική ελέγχου.

**Λέξεις κλειδιά**— Κινητήρας μονίμων μαγνητών, έλεγχος, συστήματα ελέγχου, τεχνικές ελέγχου, βαθμωτός έλεγχος, διανυσματικός έλεγχος, έλεγχος προσανατολισμένου πεδίου, γραμμικοποίηση ανάδρασης, LQR, PI ελεγκτής, αντιστροφείας, τεχνική διαμόρφωσης πλάτους με διανύσματα χώρου, συστήματα κίνησης, ηλεκτρικά οχήματα

## Abstract

This dissertation, investigates control techniques for PMSM-based electric motor systems. At first, the theory behind the components of an electric motor drive system, is explained.

Next, the control techniques often associated with motion control, as those associated with general applications are analyzed.

Subsequently, the models created in Matlab/Simulink, which simulate the behavior of a motor drive, with four different types of controller, are presented. More specifically, the techniques used are scalar V/f open-loop control, field-oriented control (FOC), feedback linearization, and LQR control.

Finally, the simulation results are presented and analysed, and conclusions pertaining to the behavior of the motor drive system, based on each of the four techniques, are reached.

**Keywords**— Permanent magnet synchronous machine, control, control systems, control techniques, scalar control, vector control, field-oriented control, feedback linearization, LQR, PI controller, inverter, SVPWM, motor drives, electric vehicles

## Ευχαριστίες

Με την περάτωση της διπλωματικής μου εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους βοήθησαν στην εκπόνησή της.

Συγκεκριμένα, ευχαριστώ τον καθηγητή μου κ. Αντώνιο Κλαδά, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε, καθοδηγώντας με στην επιλογή και την μελέτη του συγκεκριμένου θέματος, και τον καθηγητή μου κ. Αργύρη Σολδάτο, για την συζήτηση και την συνεργασία μας πάνω στο αντικείμενο των συστημάτων ελέγχου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, που με στήριξε κατά την διάρκεια των σπουδών μου, καθώς και τους φίλους μου.

# Πίνακας Περιεχομένων

<b>1 Εισαγωγή</b>	<b>3</b>
1.1 Σκοπός της εργασίας	3
1.2 Ηλεκτρικά οχήματα	3
1.3 Συστήματα ηλεκτρικής κίνησης	5
1.4 Δομή εργασίας	7
1.5 Συμβολή εργασίας	8
<b>2 Κινητήρας μονίμων μαγνητών</b>	<b>9</b>
2.1 Αρχή λειτουργίας και γενικά χαρακτηριστικά	9
2.2 Διαμορφώσεις κινητήρων μονίμων μαγνητών	9
2.2.1 Κινητήρες μονίμων μαγνητών με επιφανειακούς μαγνήτες	10
2.2.2 Κινητήρες μονίμων μαγνητών με εσωτερικούς μαγνήτες	10
2.3 Μαθηματική περιγραφή κινητήρα μονίμων μαγνητών	11
2.3.1 Τριφασικό μοντέλο μηχανής μονίμων μαγνητών	12
2.3.2 Μετασχηματισμοί Clarke και Park	15
2.3.3 Δυναμικό μοντέλο μηχανής μονίμων μαγνητών σε πλαίσιο d-q	17
<b>3 Τριφασικός αντιστροφέας πηγής τάσης</b>	<b>22</b>
3.1 Εισαγωγή	22
3.2 Τοπολογία	23
3.3 Τεχνικές διαμόρφωσης εύρους παλμών	28
3.3.1 Διαμόρφωση εύρους παλμών (PWM)	28
3.3.2 Ημιτονοειδής διαμόρφωση εύρους παλμών (SPWM)	28
3.3.3 Διαμόρφωση εύρους παλμών με διανύσματα χώρου (SVPWM)	33
3.3.4 Άλλες τεχνικές διαμόρφωσης εύρους παλμών	40
<b>4 Συστήματα ελέγχου ηλεκτρικών κινητήρων μονίμων μαγνητών</b>	<b>44</b>
4.1 Εισαγωγή	44
4.2 Συνήθεις τεχνικές ελέγχου ηλεκτρικών κινητήρων	44
4.2.1 Βαθμωτός έλεγχος σταθερού V/f ανοικτού βρόχου	44
4.2.2 Διανυσματικός έλεγχος προσανατολισμένου πεδίου (FOC)	47
4.2.3 Άμεσος Έλεγχος Ροπής (DTC)	52
4.2.4 Προβλεπτικός έλεγχος	56
4.3 Άλλα σχήματα ελέγχου	58
<b>5 Τεχνικές ελέγχου που εφαρμόστηκαν</b>	<b>59</b>
5.1 Τεχνικές συστημάτων ελέγχου	59
5.1.1 Γραμμικοποίηση με ανάδραση	59



5.1.1.1	Μαθηματική περιγραφή	60
5.1.1.2	Εφαρμογή στον κινητήρα μονίμων μαγνητών	62
5.1.2	Βέλτιστος έλεγχος με χρήση γραμμικού τετραγωνικού ρυθμιστή LQR	68
5.1.2.1	Μαθηματική Περιγραφή	68
5.1.2.2	Εφαρμογή στον κινητήρα μονίμων μαγνητών	71
<b>6 Μοντέλα συνιστωσών συστήματος ηλεκτρικής κίνησης</b>		<b>73</b>
6.1	Μοντέλο κινητήρα μονίμων μαγνητών	73
6.2	Μοντέλο τριφασικού αντιστροφέα	75
6.3	Μοντέλο μονάδας ελέγχου	78
6.3.1	Βαθμωτός έλεγχος σταθερού V/f	78
6.3.2	Διανυσματικός έλεγχος προσανατολισμένου πεδίου (FOC)	79
6.3.3	Γραμμικοποίηση ανάδρασης	81
6.3.4	Βέλτιστος έλεγχος με χρήση γραμμικού τετραγωνικού ρυθμιστή LQR	82
<b>7 Προσομοίωση συστήματος με πολλούς διαφορετικούς ελεγκτές</b>		<b>83</b>
7.1	Με χρήση βαθμωτού ελέγχου σταθερού V/f	83
7.1.1	Δοκιμές μεταβατικής κατάστασης	84
7.1.1.1	Βηματική μεταβολή ταχύτητας και σχόλια	84
7.2	Με χρήση ελέγχου προσανατολισμένου πεδίου (FOC)	87
7.2.1	Δοκιμές μεταβατικής κατάστασης	87
7.2.1.1	Βηματική μεταβολή ταχύτητας	87
7.2.1.2	Βηματική μεταβολή ροπής	90
7.2.2	Επιδόσεις μόνιμης κατάστασης	94
7.3	Με γραμμικοποίηση ανάδρασης	97
7.3.1	Δοκιμές μεταβατικής κατάστασης	98
7.3.1.1	Βηματική μεταβολή ταχύτητας	98
7.3.1.2	Βηματική μεταβολή ροπής	102
7.3.2	Επιδόσεις μόνιμης κατάστασης	105
7.4	Με χρήση LQR	107
7.4.1	Δοκιμές μεταβατικής κατάστασης	108
7.4.1.1	Βηματική μεταβολή ταχύτητας	108
7.4.1.2	Βηματική μεταβολή ροπής	112
7.4.2	Επιδόσεις μόνιμης κατάστασης	115
<b>8 Συμπεράσματα</b>		<b>118</b>
8.1	Κύρια συμπεράσματα	118
8.2	Σημεία προαγωγής της επιστήμης	121
8.3	Εργασίες για περαιτέρω διερεύνηση	122
<b>Παράρτημα Α: Γραμμικοποίηση γύρω από σημείο λειτουργίας</b>		<b>123</b>
<b>Παράρτημα Β: Ελεγκτής PID</b>		<b>124</b>

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

### 1.1 Σκοπός της εργασίας

Σκοπός της διπλωματικής εργασίας που εκπονήθηκε, είναι η σχεδίαση και η σύγκριση διαφόρων τύπων ελεγκτή για τον έλεγχο κινητήρα μονίμων μαγνητών για εφαρμογές ηλεκτροκίνησης. Αρχικά γίνεται σχεδίαση συνήθων ελεγκτών που βρίσκουν σημαντικές εφαρμογές σε συστήματα οδήγησης ηλεκτρικών κινητήρων. Στη συνέχεια εισάγονται τεχνικές από το ευρύτερο πεδίο της θεωρίας ελέγχου και εφαρμόζονται στα πλαίσια των ηλεκτρικών κινητήρων μόνιμου μαγνήτη. Τέλος, μετά την προσομοίωση των παραπάνω, γίνεται σύγκριση και εξάγονται συμπεράσματα για τις επιδόσεις της κάθε μεθόδου.

### 1.2 Ηλεκτρικά οχήματα

Η ιδέα της κατασκευής ηλεκτρικών οχημάτων πηγάζει πίσω στον 19<sup>ο</sup> αιώνα. Ενώ τότε ήταν σε ευρεία χρήση, με την ανάπτυξη των κινητήρων εσωτερικής καύσης και την κατασκευή μεγαλύτερων οδικών δικτύων, προέκυψαν προβλήματα που οδήγησαν στην εγκατάλειψη της παραγωγής τους για πολλά χρόνια. Η ηλεκτρική ενέργεια μέσω συσσωρευτών δεν μπορούσε να ανταγωνιστεί το καύσιμο σε αυτονομία και κόστος. Οι μετατροπείς ισχύος και οι κινητήρες συνεχούς ρεύματος παρουσίαζαν προβλήματα αξιοπιστίας. Η χρήση τους παρέμεινε κατά κύριο λόγο στα τρένα, τα οποία λάμβαναν ενέργεια απευθείας από το δίκτυο.

Από τα μέσα του 20<sup>ου</sup> αιώνα, λόγω της αύξησης των ιδιωτικών οχημάτων, παρατηρήθηκε αυξημένη ατμοσφαιρική ρύπανση από ουσίες που εκλύονται από τους κινητήρες εσωτερικής καύσης. Με σκοπό λοιπόν την μείωση των ρύπων, και λόγω της εξέλιξης στις τεχνολογίες των μπαταριών, των ηλεκτρονικών ισχύος και των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, πολλές αυτοκινητοβιομηχανίες στρέφονται όλο και περισσότερο στην τεχνολογία των ηλεκτρικών οχημάτων, είτε μέσω υβριδικών, τα οποία συνδυάζουν λειτουργία ενός κινητήρα εσωτερικής καύσης και ενός ή πολλών ηλεκτροκινητήρων, είτε μέσω αμιγώς ηλεκτρικών οχημάτων, ακόμα και οχήματα καύσης υδρογόνου μέσω κυψελών καυσίμου. Σαφώς, η τεχνολογία αυτή δεν περιορίζεται μόνο στα αυτοκίνητα, καθώς ηλεκτρικά πλοία και αεροσκάφη έχουν ήδη κάνει την εμφάνισή τους.



(α') Ηλεκτρικό αυτοκίνητο της Tesla Motors [33]



(β') Τρένο μαγνητικής αιώρησης της Hyundai Rotem [34]

Σχήμα 1.1: Ηλεκτρικά οχήματα

Συγκεκριμένα, τα ηλεκτρικά αυτοκίνητα εμφανίζουν σημαντικά πλεονεκτήματα έναντι των βενζινοκίνητων και πετρελαιοκίνητων. Ορισμένα από αυτά είναι τα εξής:

- Μηδενικοί ρύποι στις πόλεις και μείωση του νέφους
- Χαμηλότερο κόστος ενέργειας σε σχέση με την βενζίνη και το πετρέλαιο κίνησης
- Οι ηλεκτρικοί κινητήρες αγγίζουν αποδόσεις της τάξης του 99% σε σχέση με τις ΜΕΚ που αγγίζουν το πολύ το 40%
- Πολύ υψηλή ροπή σε μεγάλο εύρος ταχυτήτων σε αντίθεση με τις ΜΕΚ. Για τον λόγο αυτό δεν είναι αναγκαία η χρήση κιβωτίου ταχυτήτων στα ηλεκτρικά αυτοκίνητα.

- Χαμηλά επίπεδα θορύβου
- Απλούστερη αρχιτεκτονική. Μηχανικά μέρη όπως μπουζί, εκκεντροφόροι, στροφαλοφόροι δεν υφίστανται
- Μικρότερη συχνότητα συντήρησης. Η μηχανή δεν απαιτεί λίπανση όπως οι ΜΕΚ

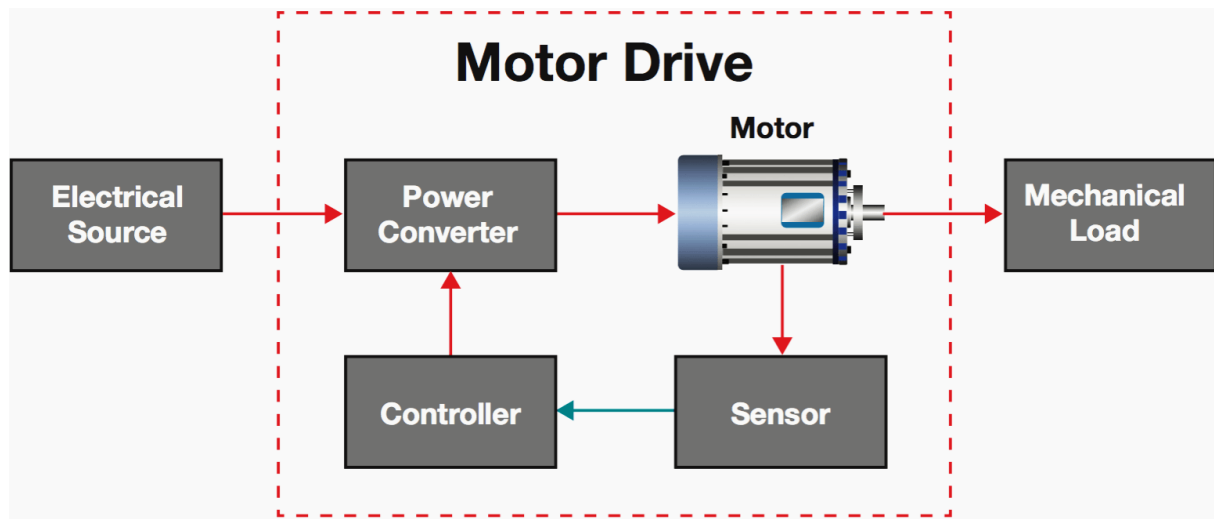
Σαφώς, υπάρχουν και μειονεκτήματα όπως τα εξής:

- Υψηλό κόστος παραγωγής
- Μικρή αυτονομία στα χαμηλότερου κόστους μοντέλα, η οποία όμως βελτιώνεται σημαντικά
- Μεγάλη διάρκεια φόρτισης, η οποία όμως μειώνεται
- Μικρός αριθμός σταθμών φόρτισης στα εθνικά οδικά δίκτυα καθώς η χρήση τους δεν είναι ακόμη διαδεδομένη
- Υψηλό κόστος μπαταρίας
- Σημαντικά μικρότερη πυκνότητα ισχύος (μονάδα ισχύος ανά μονάδα όγκου) σε σχέση με τη βενζίνη και το πετρέλαιο κίνησης που απαιτεί μεγάλο όγκο μπαταρίας

### 1.3 Συστήματα ηλεκτρικής κίνησης

Η βασική λειτουργία ενός ηλεκτρικού κινητήρα είναι η μετατροπή ηλεκτρικής ισχύος σε μηχανική ισχύ. Οι ηλεκτρικοί κινητήρες εναλλασσόμενου ρεύματος (AC motors), σε πολλές εφαρμογές, τροφοδοτούνται απευθείας από το δίκτυο, δηλαδή σε σταθερή τάση και συχνότητα και λειτουργούν στην ονομαστική τους ταχύτητα. Σε πολλές σύγχρονες εφαρμογές όμως, όπως είναι αυτές των ηλεκτρικών οχημάτων, υπάρχει ανάγκη λειτουργίας σε πολλές ταχύτητες, η οποία λειτουργία επιτυγχάνεται μέσω κατάλληλου ελέγχου. Έτσι τα σύγχρονα συστήματα ηλεκτρικής κίνησης, αποτελούνται από 5 κύριες συνιστώσες:

- Πηγή ισχύος
- Μετατροπέας ισχύος
- Ηλεκτρικός κινητήρας
- Μονάδα ελέγχου
- Αισθητήρες ή εκτιμητές



Σχήμα 1.2: Διάγραμμα συστήματος ηλεκτρικής κίνησης

**Πηγή ισχύος:** Η πηγή ισχύος μπορεί να είναι είτε πηγή συνεχούς ρεύματος (DC) είτε πηγή εναλλασσομένου ρεύματος (AC). Οι συνηθέστερες πηγές ισχύος είναι οι μπαταρίες, που παρέχουν σταθερή συνεχή τάση και η τροφοδοσία από το δίκτυο.

**Μετατροπέας ισχύος:** Οι μετατροπείς ισχύος μπορούν να μεταβάλλουν την μορφή της τάσης, αλλά και τα χαρακτηριστικά της, όπως είναι το πλάτος και η συχνότητα. Υπάρχουν λοιπόν, 4 είδη μετατροπέων ισχύος και είναι οι εξής:

- Μετατροπείς DC-DC
- Μετατροπείς AC-DC
- Μετατροπείς DC-AC
- Μετατροπείς AC-AC

Οι DC-DC μετατροπείς ονομάζονται μετατροπείς ανύψωσης ή υποβιβασμού τάσης και αλλάζουν το επίπεδο συνεχούς τάσης όπου αυτό απαιτείται. Οι AC-DC μετατροπείς ονομάζονται ανορθωτές τάσης και χρησιμοποιούνται συχνά για συσκευές που λειτουργούν με συνεχή τάση αλλά βρίσκονται κοντά σε τροφοδοσία του δικτύου. Αποτελούν απαραίτητο υποσύστημα ενός φορτιστή. Οι DC-AC μετατροπείς που θα μας απασχολήσουν περισσότερο, και θα αναλύσουμε εκτενέστερα στο κεφάλαιο 3, ονομάζονται αντιστροφείς, και βρίσκουν πολύ σημαντικές εφαρμογές σε συστήματα οδήγησης μεταβλητής ταχύτητας κινητήρων εναλλασσομένου ρεύματος. Οι AC-AC μετατροπείς πλέον αποτελούνται από την εν σειρά σύνδεση ενός AC-DC μετατροπέα και ενός DC-AC μετατροπέα. Υπάρχουν βέβαια διατάξεις, οι κυκλομετατροπείς, που εκτελούν απευθείας μετατροπή, αλλά η χρήση τους έχει εγκαταλειφθεί. Βρίσκουν εφαρμογή σε ηλεκτρικά τρένα, που έχουν το ηλεκτρικό δίκτυο ως πηγή ισχύος αλλά και σε ανεμογεννήτριες.

**Ηλεκτρικός κινητήρας:** Μετατρέπει την ηλεκτρική ισχύ στην είσοδο σε μηχανική ισχύ. Οι ηλεκτρικοί κινητήρες βέβαια, όπως όλες οι ηλεκτρικές μηχανές, μπορούν να λειτουργήσουν και αντίστροφα ως γεννήτριες. Το γεγονός αυτό, είναι χρήσιμο στα συστήματα αναγεννητικής πέδησης (Regenerative braking) των σύγχρονων ηλεκτρικών οχημάτων, κατά την οποία η ενέργεια που θα χανόταν με τη μορφή θερμότητας στα συμβατικά μηχανικά συστήματα πέδησης, τροφοδοτείται είτε πίσω στην μπαταρία υπό την μορφή χημικής ενέργειας, είτε σε πυκνωτές υπό την μορφή ηλεκτρικής ενέργειας, είτε σε σφονδύλους υπό την

μορφή μηχανικής ενέργειας. Ο ηλεκτρικός κινητήρας αποτελεί το σύστημα προς έλεγχο, έτσι ώστε να έχουμε τον επιθυμητό χειρισμό του μηχανικού φορτίου. Διακρίνονται στις εξής κατηγορίες:

- Κινητήρες συνεχούς ρεύματος
- Κινητήρες εναλλασσομένου ρεύματος
  - Μονοφασικοί
    - \* Σύγχρονοι
    - \* Ασύγχρονοι
  - Τριφασικοί
    - \* Σύγχρονοι
    - \* Ασύγχρονοι

Στις περισσότερες εφαρμογές κυριαρχούν οι τριφασικοί κινητήρες εναλλασσόμενου ρεύματος, ιδιαίτερα σε συστήματα κίνησης ηλεκτρικών οχημάτων, και χωρίζονται σε αρκετές υποκατηγορίες, ενώ οι κινητήρες συνεχούς ρεύματος κυριαρχούν σε εφαρμογές πολύ χαμηλής ισχύος.

**Μονάδα ελέγχου:** Αποτελεί το σύστημα που παράγει τους παλμούς οδήγησης του μετατροπέα ισχύος με βάση κάποια τεχνική ελέγχου. Οι τεχνικές ελέγχου υλοποιούνται ως αλγόριθμοι μέσω ψηφιακών μικροεπεξεργαστών (DSP). Πολλές από τις τεχνικές ελέγχου θα αναλύσουμε περισσότερο στα κεφάλαια 4 και 5. Στα ηλεκτρικά οχήματα, οι είσοδοι της μονάδας ελέγχου είναι οι εξωτερικοί χειρισμοί των οργάνων όπως το φρένο και το γκάζι καθώς και οι μετρήσεις ή εκτιμήσεις από τον κινητήρα.

**Αισθητήρες ή εκτιμητές:** Οι αισθητήρες λαμβάνουν μετρήσεις σε πραγματικό χρόνο για χρήσιμα μεγέθη, όπως είναι το ρεύμα, η ταχύτητα και η ροπή και τα τροφοδοτούν στην μονάδα ελέγχου για επεξεργασία. Πολλές φορές δεν είναι δυνατή η χρήση αισθητήρων, οπότε χρησιμοποιούμε βρόχους εκτίμησης που ονομάζονται και παρατηρητές, οι οποίοι εκμηδενίζουν το σφάλμα μεταξύ της πραγματικής τιμής και μίας εκτίμησης της ποσότητας.

## 1.4 Δομή εργασίας

Στο παρόν κεφάλαιο, παρουσιάστηκαν γενικά χαρακτηριστικά που αφορούν τα ηλεκτρικά οχήματα και πιο συγκεκριμένα, τα συστήματα κίνησης.

Στο κεφάλαιο 2, σε πρώτη φάση αναλύονται δομικά και σχεδιαστικά χαρακτηριστικά των μηχανών μονίμων μαγνητών, ενώ στην συνέχεια αναπτύσσονται τα δυναμικά μαθηματικά μοντέλα, που θα χρησιμοποιηθούν στην συνέχεια.

Στο κεφάλαιο 3, αναλύεται η αρχή λειτουργίας και η τοπολογία ενός τριφασικού αντιστροφέα, και η τεχνικές για τον έλεγχό του.

Στο κεφάλαιο 4, γίνεται αναφορά στις συνηθέστερες τεχνικές ελέγχου, που έχουν επικρατήσει στον έλεγχο κινητήρων μονίμων μαγνητών.

Στο κεφάλαιο 5, εισάγονται γενικότερες τεχνικές ελέγχου που χρησιμοποιούνται στον έλεγχο πολλών διαφορετικών τύπων συστημάτων, ενώ δίνεται έμφαση στην εφαρμογή τους στα πλαίσια του ελέγχου των συστημάτων κίνησης κινητήρων μονίμων μαγνητών.

Στο κεφάλαιο 6, παρουσιάζονται τα μοντέλα που σχεδιάστηκαν στο Simulink, για την προσομοίωση των τεχνικών που αναλύθηκαν σε προηγούμενα κεφάλαια.

Στο κεφάλαιο 7, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από τις προσομοιώσεις που εκτελέστηκαν.

Τέλος, στο κεφάλαιο 8 αναφέρονται τα κυριότερα συμπεράσματα που εξήχθησαν από την εκτέλεση των προσομοιώσεων, ενώ αναφέρονται θέματα που προέκυψαν και είναι ανοικτά για μελλοντική έρευνα.

## 1.5 Συμβολή εργασίας

Στα σύγχρονα συστήματα κίνησης, σε βιομηχανικές εφαρμογές, αλλά και σε ηλεκτρικά οχήματα, η χρήση των μηχανών μονίμων μαγνητών, ολοένα και αυξάνεται, καθώς παρουσιάζουν υψηλή απόδοση, υψηλή πυκνότητα ροπής στην μόνιμη κατάσταση, χαμηλή αδράνεια, αξιοπιστία, και χαμηλότερος κόστος των απαιτούμενων ηλεκτρονικών ισχύος, που είναι απαραίτητα για τον έλεγχο τους [15]. Μία από τις πρώτες τεχνικές ελέγχου, τόσο σε σύγχρονες μηχανές, αλλά και σε μηχανές επαγωγής, είναι αυτή του βαθμωτού ελέγχου σταθερού  $V/f$ , η οποία χρησιμοποιείται ακόμη, αλλά κυρίως σε εφαρμογές χαμηλής ισχύος. Λόγω του ότι οι μηχανές εναλλασσομένου ρεύματος, είναι μη γραμμικά, ισχυρά συζευγμένα συστήματα, ο βαθμωτός έλεγχος που δεν λαμβάνει υπόψη την δυναμική του συστήματος, είναι ανεπαρκής για τις περισσότερες σύγχρονες εφαρμογές. Με την εξέλιξη, λοιπόν, των ψηφιακών επεξεργαστών (DSP), έγινε δυνατή η χρήση διανυσματικών τεχνικών ελέγχου, όπου η μηχανή ελέγχεται βάσει συνιστωσών ορθού και καθέτου άξονα, και αντιμετωπίζεται σαν μηχανή συνεχούς ρεύματος. Σχεδόν όλοι οι βιομηχανικοί ελεγκτές, βασίζονται στην τεχνική προσανατολισμένου ελέγχου πεδίου (FOC) με PI ελεγκτές [4]. Οι ελεγκτές PI, βασίζονται σε τεχνικές γραμμικού ελέγχου, αλλά πολύ συχνά χρησιμοποιούνται σε μη γραμμικά συστήματα, αφού πρώτα εξεταστεί το περιθώριο ευστάθειάς τους. Λόγω της μη γραμμικής φύσης του συστήματος, πιθανές βελτιώσεις της απόκρισης προέρχονται από την χρήση μη γραμμικών τεχνικών ελέγχου, όπως είναι η γραμμικοποίηση ανάδρασης (Feedback Linearization). Αποτελεί μια ισχυρή τεχνική μη γραμμικού ελέγχου, που σύμφωνα με το [6] μπορεί σε εφαρμογές ελέγχου κινητήρων μονίμων μαγνητών, να εμφανίσει βελτιωμένη απόκριση. Απαιτεί μεγάλο υπολογιστικό κόστος, αλλά οι σύγχρονοι DSP, έχουν την υπολογιστική δυνατότητα για την υλοποίηση αυτής της τεχνικής [13]. Μεγάλη επίσης σημασία σε τέτοιου τύπου συστήματα, έχει η βελτιστοποίηση. Έτσι, μπορεί κανείς να εφαρμόσει τεχνικές εμπνευσμένες από την θεωρία του βέλτιστου ελέγχου, όπως είναι ο ελεγκτής LQR. Η τεχνική αυτή, απαιτεί γραμμικοποίηση του συστήματος γύρω από ένα σημείο λειτουργίας, και η βέλτιστη είσοδος υπολογίζεται γύρω από αυτό [24], με σκοπό την πιθανή βελτίωση των επιδόσεων.

Σε αυτή την εργασία, οι τέσσερις παραπάνω τεχνικές εφαρμόζονται σε επίπεδο προσομοίωσης, για ολοκληρωμένο σύστημα κίνησης, συγκρίνονται και εξάγονται συμπεράσματα για τις επιδόσεις τους.

## Κεφάλαιο 2

# Κινητήρας μονίμων μαγνητών

### 2.1 Αρχή λειτουργίας και γενικά χαρακτηριστικά

Ο κινητήρας μονίμων μαγνητών, ανήκει στην κατηγορία των σύγχρονων ηλεκτρικών μηχανών. Προτού όμως αναλύσουμε την αρχή λειτουργίας του κινητήρα μόνιμου μαγνήτη, θα αναφέρουμε ορισμένα γενικά χαρακτηριστικά των ηλεκτρικών μηχανών. Όλες οι ηλεκτρικές μηχανές, αποτελούνται από 2 κύρια μέρη, τον **στάτη** και τον **δρομέα**. Ο στάτης αποτελεί το σταθερό, εξωτερικό μέρος της μηχανής, ενώ ο δρομέας το στρεφόμενο, σταθερό της μέρος. Τα 2 αυτά μέρη, αποτελούνται από **τυλίγματα**, δηλαδή συστάδες αγωγών, συνήθως χαλκού. Λόγω βελτιωμένης απόδοσης και επίδοσης, έχει κυριαρχήσει η χρήση των τριφασικών μηχανών, δηλαδή 3 φάσεις τυλιγμάτων με διαφορά φάσης  $120^\circ$ . Η λειτουργία κάθε τύπου τριφασικής μηχανής εναλλασσομένου ρεύματος, διέπεται από μια βασική αρχή: *Εάν τα τυλίγματα του στάτη τροφοδοτηθούν με ένα τριφασικό σύστημα ρευμάτων, που έχουν ίδιο πλάτος αλλά διαφορά φάσης  $120^\circ$ , θα αναπτυχθεί ένα **στρεφόμενο μαγνητικό πεδίο** σταθερού πλάτους.* Συγκεκριμένα λοιπόν, τα τυλίγματα των σύγχρονων κινητήρων, τροφοδοτούνται όπως περιγράψαμε παραπάνω, ενώ τα τυλίγματα του δρομέα τροφοδοτούνται με συνεχές ρεύμα που καλείται **ρεύμα διέγερσης**. Το ρεύμα διέγερσης παράγει σταθερό μαγνητικό πεδίο. Τελικά, εντός του κινητήρα υπάρχουν 2 μαγνητικά πεδία, ένα στρεφόμενο λόγω του στάτη ( $\vec{B}_S$ ) και ένα σταθερό λόγω του δρομέα ( $\vec{B}_R$ ). Έτσι με την ύπαρξη ενός σταθερού και ενός στρεφόμενου πεδίου, παράγεται τέτοια ροπή, ώστε να τείνει να τα ευθυγραμμίσει, χωρίς όμως ποτέ να το καταφέρνει, άρα ο δρομέας συνεχίζει να στρέφεται με την λεγόμενη **σύγχρονη ταχύτητα**, όσο η τροφοδοσία του στάτη μένει σταθερή. Η μοναδική διαφορά στον κινητήρα μονίμων μαγνητών, είναι ότι η διέγερση του δρομέα, γίνεται μέσω μονίμων μαγνητικών υλικών αντί για χάλκινα τυλίγματα.

Η χρήση των κινητήρων μονίμων μαγνητών, παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον σε εφαρμογές που απαιτείται υψηλή απόδοση. Λόγω της μειωμένης χρήσης χαλκού, οι απώλειες χαλκού μειώνονται, με αποτέλεσμα η απόδοση να αγγίζει ακόμη και το 99%. Ο όγκος είναι μειωμένος, με αποτέλεσμα την μεγαλύτερη πυκνότητα ισχύος και την μάζα του κινητήρα. Βασικό μειονέκτημα είναι το κόστος των μαγνητικών υλικών και οι περιορισμένες πηγές προμήθειάς τους.

### 2.2 Διαμορφώσεις κινητήρων μονίμων μαγνητών

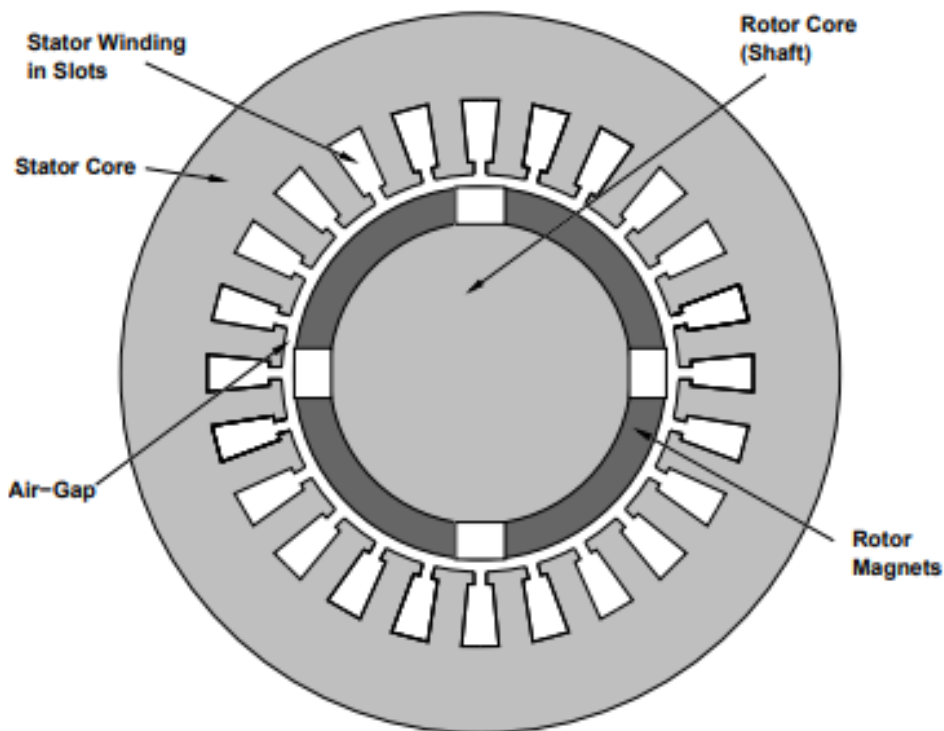
Οι μηχανές μονίμων μαγνητών, έχουν πολλές διαφορετικές διαμορφώσεις ανάλογα με την γεωμετρική τοποθέτηση των μονίμων μαγνητών στον δρομέα. Παρακάτω, θα αναφερθούμε



σε ορισμένα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα 2 από αυτών των διαμορφώσεων.

### 2.2.1 Κινητήρες μονίμων μαγνητών με επιφανειακούς μαγνήτες

Πρόκειται για μία από τις πιο συνηθισμένες διαμορφώσεις δρομέα μηχανών μονίμων μαγνητών. Σε αυτήν την διαμόρφωση, οι μαγνήτες τοποθετούνται ομοιόμορφα στην επιφάνεια του δρομέα. Η διαμόρφωση αυτή, προσφέρει ιδιαίτερα χαμηλή εκτυπότητα, εφόσον η μαγνητική διαπερατότητα του αέρα είναι σχεδόν παραπλήσια με αυτή του μαγνήτη, με αποτέλεσμα να μην έχουμε σημαντική ελάττωση της ροπής και να έχει κυρίαρχο ρόλο, η ροπή που οφείλεται στην αλληλεπίδραση των πεδίων στάτη και δρομέα. Οι μαγνήτες βρίσκονται πολύ κοντά στο διάκενο, όπου είναι συγκεντρωμένο το μεγαλύτερο μέρος της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας, επομένως αξιοποιούνται όσο δυνατόν καλύτερα. Η υλοποίηση της διαμόρφωσης είναι σχετικά απλή και οικονομική [12]. Ωστόσο, οι μαγνήτες αυτοί βρίσκονται εκτεθειμένοι σε πεδία απομαγνήτισης που οφείλονται στον στάτη [11]. Τέλος, σε λειτουργίες υψηλών ταχυτήτων περιστροφής, είναι δυνατή η αποκόλληση τους, λόγω των υψηλών φυγόκεντρων δυνάμεων που ασκούνται σε αυτούς, και για αυτό απαιτείται η ισχυρή μηχανική στήριξή τους. [12]

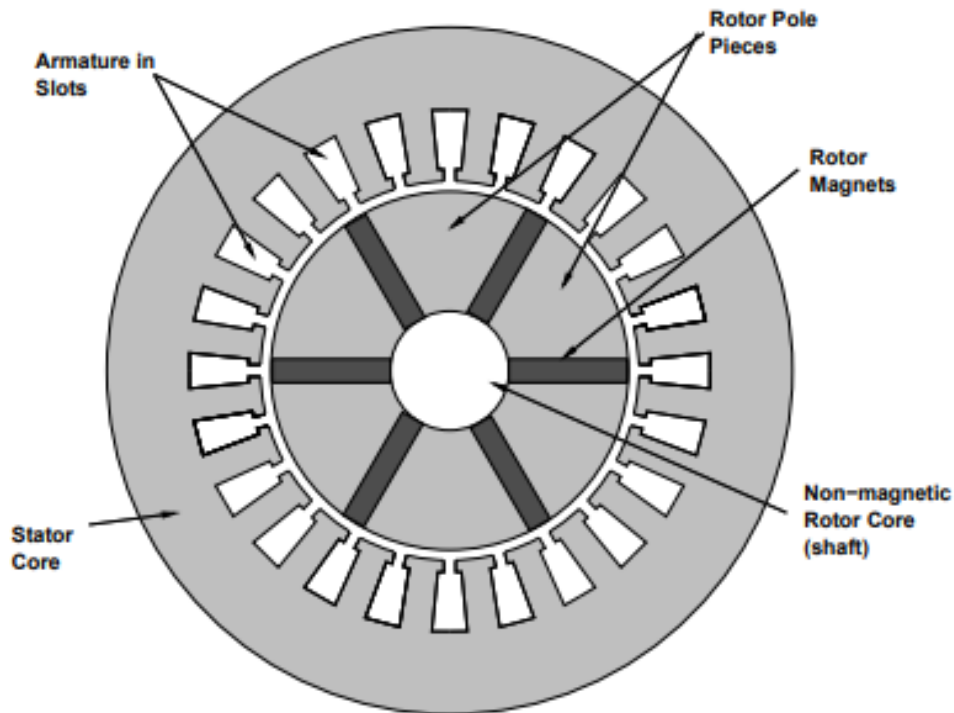


Σχήμα 2.1: Κινητήρας μονίμων μαγνητών με επιφανειακούς μαγνήτες. [35]

### 2.2.2 Κινητήρες μονίμων μαγνητών με εσωτερικούς μαγνήτες

Η διαμόρφωση εσωτερικών μαγνητών διακρίνεται από πολλές υποκατηγορίες. Αποτελεί μια πολυπλοκότερη διαμόρφωση, που αξιοποιεί τον όγκο του δρομέα και οδηγεί σε υψηλή πυκνότητα ισχύος. Η μηχανική αντοχή του δρομέα, διευκολύνει την λειτουργία σε υψηλές

ταχύτητες, και δεν υπάρχει κίνδυνος αποκόλλησης των μαγνητών, καθώς αυτοί είναι θωρακισμένοι από τον πυρήνα σιδήρου του δρομέα. Συχνά εμφανίζουν έντονη εκτυπότητα, αλλά αυξάνουν την ποιότητα ισχύος σε μεγαλύτερο εύρος ταχυτήτων από αυτό της διαμόρφωσης με επιφανειακούς μαγνήτες. Η διαμόρφωση αυτή, εμφανίζει σημαντική σχεδιαστική πολυπλοκότητα και υψηλό κόστος κατασκευής [12].



Σχήμα 2.2: Κινητήρας μονίμων μαγνητών με εσωτερικούς μαγνήτες. [35]

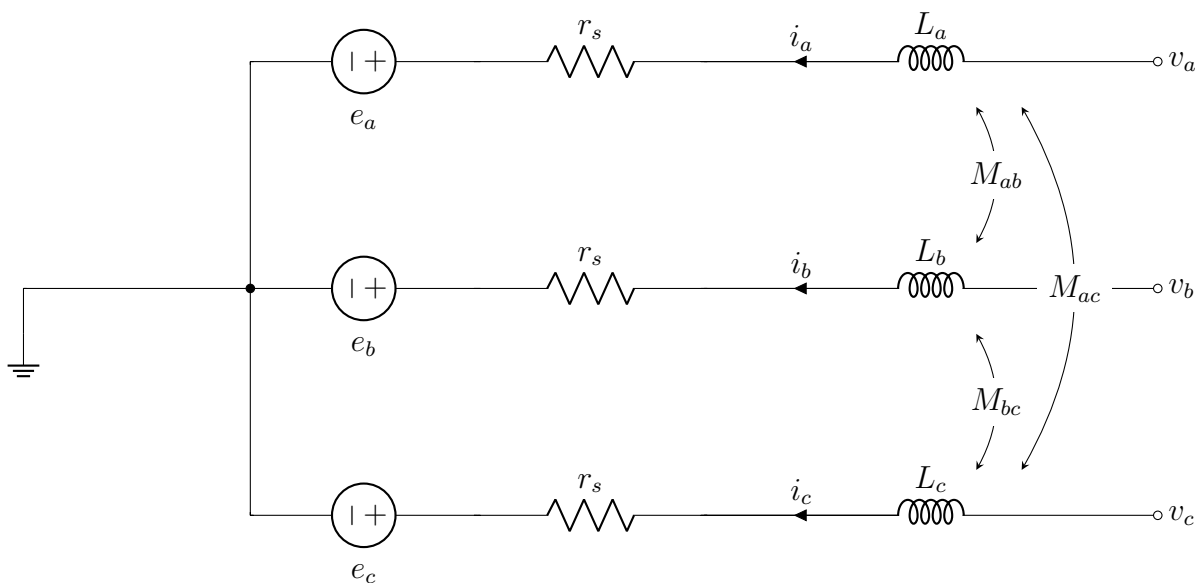
## 2.3 Μαθηματική περιγραφή κινητήρα μονίμων μαγνητών

Ο κινητήρας μονίμων μαγνητών, είναι ένα μη-γραμμικό, ηλεκτρομηχανικό σύστημα, όπου η πλήρης περιγραφή του, διέπεται από τις εξισώσεις της θεωρίας των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων, δηλαδή τις εξισώσεις του Maxwell. Λόγω όμως της μεγάλης πολυπλοκότητας των εξισώσεων αυτών, τόσο στον μαθηματικό χειρισμό, όσο και στην μοντελοποίηση των φαινομένων που εμφανίζονται εντός της μηχανής, η εξαγωγή ορισμένων χαρακτηριστικών επίδοσης και η υλοποίηση τεχνικής ελέγχου, κρίνονται ιδιαίτερα δύσκολες και ασύμφωτες μέσω αυτών. Η επίλυσή τους γίνεται με αριθμητικές μεθόδους, συνήθως σε επίπεδο σχεδίασης και κατασκευής ηλεκτρικών μηχανών, και συχνά καλούνται **πεδιακά μοντέλα**. Αντίθετα, κατά την σχεδίαση ελεγκτών για κινητήρες μονίμων μαγνητών, συνηθέστερη είναι η χρήση των **δυναμικών μοντέλων**, ώστε να είναι ευκολότερη η μελέτη της μεταβατικής συμπεριφοράς της μηχανής. Τα δυναμικά μοντέλα, φυσικά, μπορούν και αυτά να γίνουν εξαιρετικά πολύπλοκα, εάν λάβουμε υπόψη την επίδραση όλων των φαινομένων του κινητήρα. Στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας, που η έμφαση δίνεται στις τεχνικές ελέγχου, θα κάνουμε ορισμένες παραδοχές, χρησιμοποιώντας το βασικότερο και απλούστερο δυναμικό μοντέλο ενός κινητήρα μονίμων μαγνητών. Οι βασικότερες παραδοχές είναι:

- Απώλειες υστέρησης, κορεσμού και δινορευμάτων αμελούνται
- Τα τυλίγματα του στάτη έχουν ημιτονοειδή κατανομή μαγνητικού δυναμικού στο δι-άκενο, αμελώντας τις ανώτερες αρμονικές του μαγνητικού πεδίου
- Η μηχανή δεν διαθέτει τυλίγματα απόσβεσης
- Η αγωγιμότητα των μονίμων μαγνητών, είναι μηδενική
- Η επαγόμενη ΗΕΔ στα τυλίγματα του στάτη, είναι ημιτονοειδής
- Μηχανικά φαινόμενα όπως, ελαστικότητα άξονα, συντονισμός και μη γραμμικές αερο-δυναμικές απώλειες, αμελούνται

### 2.3.1 Τριφασικό μοντέλο μηχανής μονίμων μαγνητών

Η γενικότερη μαθηματική περιγραφή δυναμικού μοντέλου, είναι στο πλαίσιο των φασικών συνιστωσών a,b,c. Στο σχήμα 2.1, φαίνεται η ισοδύναμη κυκλωματική αναπαράσταση του στάτη μιας μηχανής μονίμων μαγνητών:



Σχήμα 2.3: Τριφασική κυκλωματική αναπαράσταση στάτη κινητήρα μονίμων μαγνητών σε συνδεσμολογία αστέρα

Για τις εξισώσεις λοιπόν, έχουμε:

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{e}_{abc} + \mathbf{r}_s \mathbf{i}_{abc} \quad (2.1)$$

όπου

$$\mathbf{v}_{abc} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_{abc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_s = \text{diag}[r_s, r_s, r_s] \quad \mathbf{e}_{abc} = \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}$$

η τριφασική επιβαλλόμενη τάση, το τριφασικό ρεύμα στάτη, η ωμική αντίσταση και η αντι-ΗΕΔ, αντίστοιχα. Επίσης η αντι-ΗΕΔ, δίνεται από την σχέση:

$$\mathbf{e}_{abc} = \frac{d\boldsymbol{\lambda}_{abc}}{dt} \quad (2.2)$$

όπου  $\boldsymbol{\lambda}_{abc}$  η πεπλεγμένη ροή.

Η πεπλεγμένη ροή, μπορεί να γραφτεί:

$$\boldsymbol{\lambda}_{abc} = \mathbf{L}_s \mathbf{i}_{abc} + \boldsymbol{\lambda}_m \quad (2.3)$$

όπου ο πρώτος όρος οφείλεται στις επαγωγές, ενώ ο δεύτερος στην επίδραση των μονίμων μαγνητών, πάντα στο πλαίσιο αναφοράς του στάτη.

Ο πίνακας επαγωγών  $\mathbf{L}_s$  έχει τη μορφή:

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_a(\theta_e) & M_{ab}(\theta_e) & M_{ac}(\theta_e) \\ M_{ba}(\theta_e) & L_b(\theta_e) & M_{bc}(\theta_e) \\ M_{ca}(\theta_e) & M_{cb}(\theta_e) & L_c(\theta_e) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Είναι λοιπόν, για κάθε  $i, j = a, b, c$  με  $i \neq j$ :

$L_i$ : Αυτεπαγωγή τυλίγματος φάσης  $i$ .

$M_{ij}$ : Αμοιβαία επαγωγή μεταξύ φάσεων  $i, j$ , όπου ισχύει  $M_{ij} = M_{ji}$ .

$\theta_e$ : Ηλεκτρική γωνία δρομέα. Κατά σύμβαση, η αρχή της μέτρησης της γωνίας ταυτίζεται με τον άξονα της φάσης a.

Όπως βλέπουμε, οι επαγωγές εξαρτώνται από την σχετική θέση δρομέα και στάτη. Αυτό είναι αναμενόμενο, λόγω του μη ιδανικού διακένου της μηχανής, που οφείλεται στην εκτυπότητα, τις οδοντώσεις, τους μαγνήτες, και σε άλλα γεωμετρικά και κατασκευαστικά χαρακτηριστικά των μηχανών. Μάλιστα με δεδομένο αυτό, μπορούμε να εξάγουμε κάποιες εκφράσεις για τα μεγέθη αυτά:

$$\begin{bmatrix} L_a \\ L_b \\ L_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_A + L_B \cos(2\theta_e) \\ L_{ls} + L_A + L_B \cos(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}) \\ L_{ls} + L_A + L_B \cos(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\begin{bmatrix} M_{ab} \\ M_{bc} \\ M_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{L_A}{2} + L_B \cos 2(\theta_e - \frac{\pi}{3}) \\ -\frac{L_A}{2} + L_B \cos 2(\theta_e + \pi) \\ -\frac{L_A}{2} + L_B \cos 2(\theta_e + \frac{\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

Η αυτεπαγωγή  $L_{ls}$  καλείται αυτεπαγωγή διαρροής στάτη. Ο όρος  $L_A$  αφορά μια μέση τιμή επαγωγής, ανεξαρτήτως από την θέση του δρομέα. Ο όρος  $L_B$  αποτελεί το πλάτος του μεταβαλλόμενου μέρους της ολικής επαγωγής, το οποίο εξαρτάται από την διπλάσια γωνία δρομέα, καθώς πετυχαίνει την μέγιστη τιμή 2 φορές ανά κύκλο. Στα πλαίσια αυτής της εργασίας, δεν θα αναλύσουμε λεπτομερώς την εξαγωγή αυτών των σχέσεων, παραμόνο θα τις εφαρμόσουμε για την ανάλυση του μοντέλου της μηχανής.

Για την πεπλεγμένη ροή που οφείλεται στον μόνιμο μαγνήτη, έχουμε:

$$\lambda_m = \lambda_m \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \\ \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Με την αντικατάσταση των σχέσεων (2.2)-(2.6) στην (2.1), προκύπτει η τελική μορφή του τριφασικού μοντέλου του κινητήρα μονίμων μαγνητών:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \omega_e \frac{d}{d\theta_e} \begin{bmatrix} L_a(\theta_e) & M_{ab}(\theta_e) & M_{ac}(\theta_e) \\ M_{ba}(\theta_e) & L_b(\theta_e) & M_{bc}(\theta_e) \\ M_{ca}(\theta_e) & M_{cb}(\theta_e) & L_c(\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} L_a(\theta_e) & M_{ab}(\theta_e) & M_{ac}(\theta_e) \\ M_{ba}(\theta_e) & L_b(\theta_e) & M_{bc}(\theta_e) \\ M_{ca}(\theta_e) & M_{cb}(\theta_e) & L_c(\theta_e) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - \lambda_m \omega_e \begin{bmatrix} \sin(\theta_e) \\ \sin(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} + \quad (2.7) \\ + \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

όπου  $\omega_e = \frac{d\theta_e}{dt}$  η ηλεκτρική ταχύτητα.

Για την ηλεκτρική και την μηχανική γωνία (αντίστοιχα, η ηλεκτρική και η μηχανική ταχύτητα), θα είναι:

$$\theta_e = \frac{P}{2} \theta_m \quad (2.8)$$

όπου  $P$  ο αριθμός των μαγνητικών πόλων της μηχανής.

Τέλος, η σχέση για τον υπολογισμό της παραγόμενης ηλεκτρομαγνητικής ροπής του κινητήρα, θα είναι:

$$T_{em} = \frac{P_{em}}{\omega_m} \quad (2.9)$$

όπου  $P_{em}$  η ηλεκτρομαγνητική ισχύς του κινητήρα και  $\omega_m$  η μηχανική γωνιακή ταχύτητα. Η παραπάνω σχέση αποτελεί τον γενικό ορισμό της ηλεκτρομαγνητικής ροπής. Θα εξάγουμε στην υποενότητα 2.3.3, μια πιο αναλυτική σχέση της ηλεκτρομαγνητικής ροπής, με βάση μαθηματικά εργαλεία που θα αναλυθούν στη συνέχεια.

### 2.3.2 Μετασχηματισμοί Clarke και Park

Το τριφασικό μοντέλο μίας μηχανής, αποτελεί ένα εργαλείο που εξυπηρετεί ιδιαίτερα, στην ανάλυση αρμονικών συνιστωσών. Λόγω όμως των πολλών παραμέτρων, της εξάρτησης των ποσοτήτων από την θέση του δρομέα, της μορφής αθροίσματος ημιτονοειδών κυματομορφών ρευμάτων και τάσεων (σε περίπτωση οδήγησης του κινητήρα από αντιστροφέα), η μελέτη των μεταβατικών χαρακτηριστικών και η σχεδίαση κατάλληλου ελέγχου, είναι ιδιαίτερα δύσκολες διαδικασίες με την χρήση του μοντέλου αυτού. Η απλοποίηση του μοντέλου, δίνεται από τους μετασχηματισμούς Clarke και Park, τους οποίους και θα αναλύσουμε σε αυτήν την υποενότητα.

#### Μετασχηματισμός Clarke:

Ο μετασχηματισμός Clarke είναι ένας στατικός μετασχηματισμός, που μετατρέπει ένα τριφασικό σύστημα, όπου οι φάσεις διαφέρουν κατά  $120^\circ$ , σε ένα ισοδύναμο διφασικό όπου οι 2 πλέον φάσεις θα διαφέρουν κατά  $90^\circ$ . Συχνά, καλείται και μετασχηματισμός  $\alpha\beta 0$ . Ο μετασχηματισμός δίνεται από τον εξής πίνακα:

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta 0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Ορίζεται και ο αντίστροφος μετασχηματισμός:

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Έτσι με την δράση σε ένα τριφασικό μέγεθος  $f_{abc}$ , έχουμε:

$$\mathbf{f}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \mathbf{f}_{abc}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix}$$

Τελικά προκύπτουν οι σχέσεις:

$$f_\alpha = \frac{2}{3}f_a - \frac{1}{3}f_b - \frac{1}{3}f_c$$

$$f_\beta = -\frac{\sqrt{3}}{2}f_b + \frac{\sqrt{3}}{2}f_c \quad (2.12)$$

$$f_0 = \frac{1}{3}(f_a + f_b + f_c)$$

Από τις σχέσεις (2.12), για ένα τριφασικό σύστημα της μορφής,

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = f \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \\ \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

προκύπτει τελικά:

$$f_\alpha = f_a$$

$$f_\beta = -\frac{\sqrt{3}}{2}f_b + \frac{\sqrt{3}}{2}f_c \quad (2.13)$$

$$f_0 = 0$$

Η συνιστώσα 0, αφορά ασυμμετρίες στο τριφασικό δίκτυο και στις περισσότερες περιπτώσεις είναι αμελητέα. Στο παρακάτω σχήμα, φαίνεται γραφικά ο μετασχηματισμός στο  $\alpha\beta 0$  πλαίσιο:

εικόνα

### Μετασχηματισμός Park:

Ο μετασχηματισμός Park, μετασχηματίζει το σύστημα σε πλαίσιο αναφοράς που περιστρέφεται με την ταχύτητα του δρομέα. Πραγματοποιείται με την δράση ενός μετασχηματισμού στροφής Clarke και ενός μετασχηματισμού στροφής, με γωνία ίση με την ηλεκτρική

γωνία του δρομέα. Συχνά, καλείται μετασχηματισμός  $dq0$ , και σκοπός του είναι τόσο η μετατροπή του συστήματος σε διφασικό, αλλά και η μετατροπή ορισμένων χρονικά μεταβαλλόμενων ποσοτήτων σε χρονικά αμετάβλητες. Έτσι, λόγω της απλότητας που προσφέρει, έχει επικρατήσει στην σχεδίαση ελεγκτών. Ο μετασχηματισμός λοιπόν είναι:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{dq0} &= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \sin(\theta_e) & 0 \\ -\sin(\theta_e) & \cos(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta_e) & -\sin(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Αντίστοιχα, ορίζεται και ο αντίστροφος μετασχηματισμός:

$$\mathbf{T}_{dq0}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & -\sin(\theta_e) & 1 \\ \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Έτσι για να περάσουμε στο d-q πλαίσιο, εφαρμόζουμε απευθείας τον μετασχηματισμό στις τριφασικές ποσότητες του πλαισίου abc :

$$\mathbf{f}_{dq0} = \mathbf{T}_{dq0} \mathbf{f}_{abc}$$

### 2.3.3 Δυναμικό μοντέλο μηχανής μονίμων μαγνητών σε πλαίσιο d-q

Όπως έχουμε εξηγήσει, το τριφασικό μοντέλο abc, δεν εξυπηρετεί τις ανάγκες σχεδίασης ελεγκτών κινητήρων μονίμων μαγνητών. Για τον λόγο αυτόν, σημαντικό εργαλείο αποτελεί ο μετασχηματισμός Park, που είδαμε στην προηγούμενη υποενοότητα. Αυτόν τον μετασχηματισμό, θα εφαρμόσουμε ώστε να μετατρέψουμε όλες τις τριφασικές ποσότητες σε διφασικές και χρονικά αμετάβλητες, αλλά και τις παραμέτρους με εξάρτηση από την θέση, σε σταθερές. Αξίζει να ειπωθεί, ότι η χρήση του μετασχηματισμού, δεν περιορίζονται στις μηχανές μονίμων μαγνητών, αλλά σε κάθε μηχανή εναλλασσομένου ρεύματος, με αποτέλεσμα μετά την εφαρμογή του, η τελική μορφή των εξισώσεων, να παρομοιάζει μηχανή συνεχούς ρεύματος.

Με την δράση του μετασχηματισμού (από αριστερά), στην εξίσωση (2.1), λόγω της (2.2):

$$\mathbf{T}_{dq0} \mathbf{v}_{abc} = \mathbf{T}_{dq0} \frac{d\boldsymbol{\lambda}_{abc}}{dt} + \mathbf{T}_{dq0} \mathbf{r}_s \mathbf{i}_{abc} \quad (2.16)$$

Γνωρίζουμε όμως ότι:



$$\mathbf{v}_{dq0} = \mathbf{T}_{dq0} \mathbf{v}_{abc} \quad \mathbf{i}_{abc} = \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq0} \quad \boldsymbol{\lambda}_{abc} = \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{dq0} \quad (2.17)$$

Με αντικατάσταση των (2.17) στην (2.16), θα είναι:

$$\mathbf{v}_{dq0} = \mathbf{T}_{dq0} \frac{d(\mathbf{T}_{dq0}^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{dq0})}{dt} + \mathbf{T}_{dq0} \mathbf{r}_s \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq0} \quad (2.18)$$

Θα αναλύσουμε τώρα, τον κάθε όρο της (2.18) ξεχωριστά:

$$\mathbf{T}_{dq0} \frac{d(\mathbf{T}_{dq0}^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{dq0})}{dt} = \mathbf{T}_{dq0} \frac{d\mathbf{T}_{dq0}^{-1}}{dt} \boldsymbol{\lambda}_{dq0} + \mathbf{T}_{dq0} \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \frac{d\boldsymbol{\lambda}_{dq0}}{dt} \quad (2.19)$$

Για τους όρους της (2.19) που εξαρτώνται από τον μετασχηματισμό Park, ισχύει:

$$\mathbf{T}_{dq0} \frac{d\mathbf{T}_{dq0}^{-1}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_e & 0 \\ \omega_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T}_{dq0} \mathbf{T}_{dq0}^{-1} = \mathbb{I}_3 \quad (2.20)$$

Από τις (2.20), η (2.19) γίνεται:

$$\mathbf{T}_{dq0} \frac{d(\mathbf{T}_{dq0}^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{dq0})}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_e & 0 \\ \omega_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{dq0} + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_{dq0}}{dt} \quad (2.21)$$

Για τον επόμενο όρο της (2.18), θα είναι:

$$\mathbf{T}_{dq0} \mathbf{r}_s \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq0} = \mathbf{T}_{dq0} r_s \mathbb{I}_3 \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq0} = r_s (\mathbf{T}_{dq0} \mathbf{T}_{dq0}^{-1}) \mathbf{i}_{dq0} = r_s \mathbf{i}_{dq0} \quad (2.22)$$

Έτσι, η (2.18) από τις (2.21),(2.22) θα είναι:

$$\mathbf{v}_{dq0} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_e & 0 \\ \omega_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{dq0} + \frac{d\boldsymbol{\lambda}_{dq0}}{dt} + r_s \mathbf{i}_{dq0} \quad (2.23)$$

Τώρα, θα υπολογίσουμε τον όρο  $\boldsymbol{\lambda}_{dq0}$ . Από την (2.3) και λόγω των (2.17), θα είναι:

$$\boldsymbol{\lambda}_{dq0} = \mathbf{T}_{dq0} \boldsymbol{\lambda}_{abc} = \mathbf{T}_{dq0} \mathbf{L}_s \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq0} + \mathbf{T}_{dq0} \boldsymbol{\lambda}_m \quad (2.24)$$

Για τον πρώτο όρο, προκύπτει:

$$\mathbf{T}_{dq0} \mathbf{L}_s \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq0} = \begin{bmatrix} L_{ls} + \frac{3}{2}(L_A - L_B) & & 0 \\ 0 & L_{ls} + \frac{3}{2}(L_A + L_B) & 0 \\ 0 & & L_{ls} \end{bmatrix} \mathbf{i}_{dq0} \quad (2.25)$$

Όπου θέτουμε:

$$L_d = L_{ls} + \frac{3}{2}(L_A - L_B) \quad L_q = L_{ls} + \frac{3}{2}(L_A + L_B) \quad L_o = L_{ls} \quad (2.26)$$

Οι αλγεβρικές πράξεις για το παραπάνω αποτέλεσμα, είναι ιδιαίτερα μακροσκελείς και δεν θα γίνονται στα πλαίσια της ανάλυσης.

Για τον επόμενο όρο, βρίσκουμε εύκολα, λόγω της (2.6):

$$\mathbf{T}_{dq0} \boldsymbol{\lambda}_m = \begin{bmatrix} \lambda_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Τελικά, λόγω των (2.25)-(2.27), θα πάρουμε:

$$\boldsymbol{\lambda}_{dq0} = \begin{bmatrix} L_d i_d + \lambda_m \\ L_q i_q \\ L_o i_o \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Θα προχωρήσουμε τώρα στον υπολογισμό της ηλεκτρομαγνητικής ροπής του κινητήρα, που ορίσαμε με την εξίσωση (2.9). Η ισχύς στην είσοδο του κινητήρα, θα είναι:

$$P_{in} = \mathbf{v}_{abc}^T \mathbf{i}_{abc} = (\mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{v}_{dq0})^T \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq0} = \mathbf{v}_{dq0}^T \mathbf{T}_{dq0}^{-1T} \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq0} \quad (2.29)$$

Εύκολα προκύπτει, ότι:

$$\mathbf{T}_{dq0}^{-1T} \mathbf{T}_{dq0}^{-1} = \frac{3}{2} \mathbb{I}_3 \quad (2.30)$$

Έτσι η (2.29), θα γίνει:

$$P_{in} = \frac{3}{2} \mathbf{v}_{dq0}^T \mathbf{i}_{dq0} \quad (2.31)$$

Από την (2.29), λόγω της (2.23), θα πάρουμε:

$$P_{in} = \underbrace{\frac{3}{2} r_s \mathbf{i}_{dq0}^T \mathbf{i}_{dq0}}_{\text{Απώλειες χαλκού}} + \underbrace{\frac{3}{2} \lambda_{dq0}^T \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{dq0}}_{\text{Μεταβολή μαγνητικής ισχύος}} + \underbrace{\frac{3}{2} \lambda_{dq0}^T \begin{bmatrix} 0 & -\omega_e & 0 \\ \omega_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \mathbf{i}_{dq0}}_{\text{Ηλεκτρομηχανική μετατροπή}} \quad (2.32)$$

Έτσι, η ηλεκτρομαγνητική ισχύς, οφείλεται στην ισχύ της ηλεκτρομηχανικής μετατροπής. Συνεπώς, η ισχύς θα είναι:

$$P_{em} = \frac{3}{2} \lambda_{dq0}^T \begin{bmatrix} 0 & -\omega_e & 0 \\ \omega_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \mathbf{i}_{dq0} = \frac{3}{2} \omega_e (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (2.33)$$

Άρα, από την (2.9) και λόγω της σχέσης  $\omega_e = \frac{P}{2} \omega_m$ , θα έχουμε για την ροπή:

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{\omega_e}{\omega_m} (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) = \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (2.34)$$

Σε λειτουργία κινητήρα, θα ισχύει επίσης:

$$T_{em} - T_L - B\omega_m = J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (2.35)$$

όπου:

$T_L$ : Η ροπή του μηχανικού φορτίου ( $N \cdot m$ )

$B$ : Συντελεστής τριβής δρομέα ( $N \cdot m \cdot s$ )

$J$ : Ροπή αδράνειας δρομέα ( $kg \cdot m^2$ )

$\omega_m$ : Μηχανική ταχύτητα δρομέα ( $rad/s$ )

Η (2.23), λόγω της (2.28) και της σχέσης  $\omega_e = \frac{P}{2} \omega_m$ , θα γίνει:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{P}{2} \omega_m L_q i_q + L_d \frac{di_d}{dt} + r_s i_d \\ \frac{P}{2} \omega_m L_d i_d + \frac{P}{2} \omega_m \lambda_m + L_q \frac{di_q}{dt} + r_s i_q \\ L_o \frac{di_o}{dt} + r_s i_o \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Η τελευταία εξίσωση, αφορά την συνιστώσα 0, που δεν θα μας απασχολήσει στο μοντέλο μας.

Έτσι, οι (2.36) και η (2.35) λόγω της (2.34), με κατάλληλη αναδιάταξη, θα μας δώσουν το τελικό μοντέλο του κινητήρα μονίμων μαγνητών, το οποίο θα εφαρμόσουμε για την σχεδίαση των ελεγκτών μας. Θα είναι:

$$\begin{aligned}
\frac{di_d}{dt} &= -\frac{R_s}{L_d}i_d + \frac{P}{2} \frac{L_q}{L_d} \omega_m i_q + \frac{1}{L_d} v_d \\
\frac{di_q}{dt} &= -\frac{R_s}{L_q}i_q - \frac{P}{2} \frac{L_d}{L_q} \omega_m i_d - \frac{P\lambda_m}{2L_q} \omega_m + \frac{1}{L_q} v_q \\
\frac{d\omega_m}{dt} &= \frac{3P}{4J} (\lambda_m i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) - \frac{B}{J} \omega_m - \frac{1}{J} T_L
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Για επιπλέον στοιχεία πάνω στα δυναμικά μοντέλα κινητήρων μονίμων μαγνητών, προτείνονται τα [\[1\]](#), [\[2\]](#), [\[3\]](#).

# Κεφάλαιο 3

## Τριφασικός αντιστροφέας πηγής τάσης

### 3.1 Εισαγωγή

Ο **αντιστροφέας**, είναι ένα είδος μετατροπέα, που μετατρέπει το συνεχές ρεύμα σε εναλλασσόμενο. Οι σύγχρονοι αντιστροφέες, είναι εξολοκλήρου ηλεκτρονικοί, ενώ παλαιότερα, διέθεταν στρεφόμενα μηχανικά μέρη. Τον κεντρικό ρόλο στην λειτουργία των αντιστροφέων, παίζουν τα ελεγχόμενα ημιαγωγικά στοιχεία, όπως τα IGBT, τα MOSFET, τα θυρίστορ, και τα GTO, τα οποία λειτουργούν ως διακόπτες. Η επιλογή ενός από αυτού του είδους ημιαγωγικών στοιχείων, έγκειται στις απαιτήσεις ισχύος και διακοπτικής συχνότητας της εφαρμογής που μας ενδιαφέρει. Οι διακόπτες αυτοί, οδηγούνται μέσω ενός μικροεπεξεργαστή, που έχει προγραμματιστεί να υλοποιεί κάποια τεχνική ελέγχου. Υπάρχουν πολλές τεχνικές ελέγχου, κάποιες από τις οποίες θα αναλύσουμε περισσότερο στην ενότητα 3.3. Οι αντιστροφέες, είναι ιδιαίτερα χρήσιμοι σε πολλές εφαρμογές όπως [\[7\]](#):

- Συστήματα ελέγχου ηλεκτρικών μηχανών εναλλασσομένου ρεύματος
- Συστήματα ανανεώσιμων πηγών ενέργειας
- Συστήματα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας
- Συστήματα παραγωγής και αποθήκευσης ηλεκτρικής ενέργειας
- Ενεργά φίλτρα για μείωση αρμονικών για τη βελτίωση της ποιότητα ηλεκτρικής ισχύος
- Ενεργά συστήματα αντιστάθμισης άεργου ισχύος
- Συστήματα αδιάκοπης παροχής ισχύος (UPS)

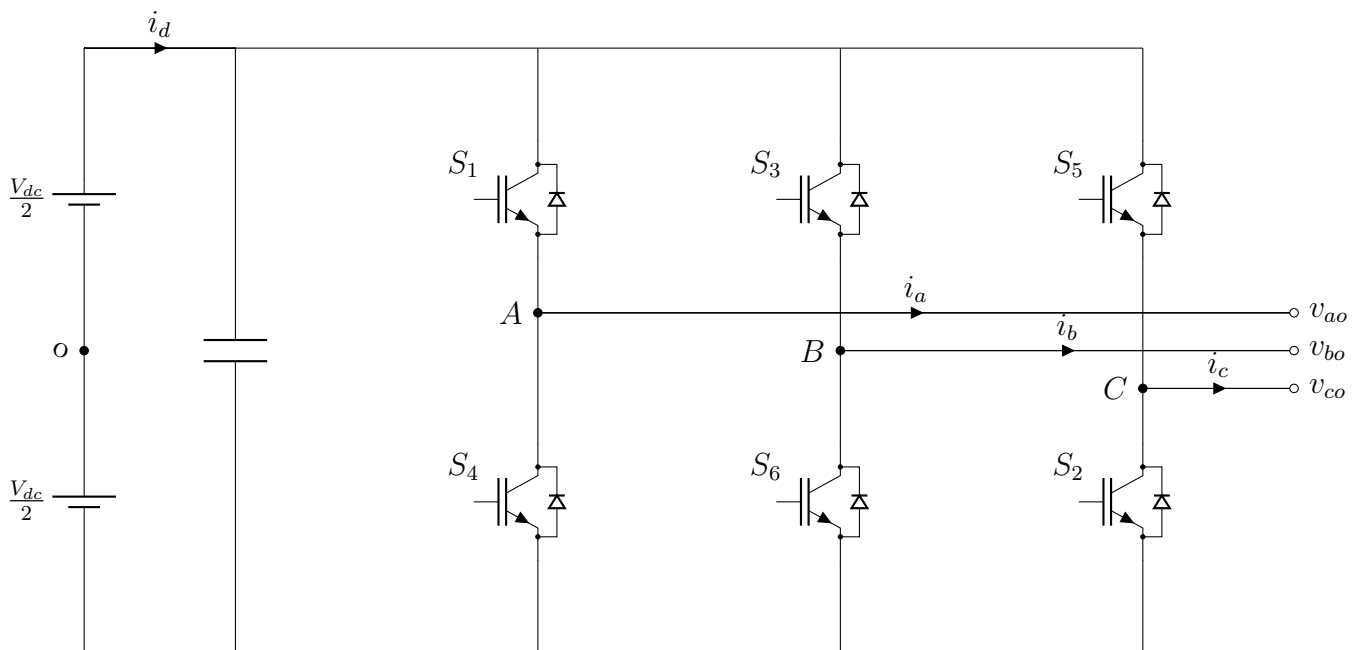
Χωρίζονται σε 2 βασικές κατηγορίες:

1. Αντιστροφέες που τροφοδοτούνται από πηγή συνεχούς τάσης (Voltage source inverter, VSI)
2. Αντιστροφέες που τροφοδοτούνται από πηγή συνεχούς ρεύματος (Current source inverter, CSI)

Οι 2 αυτές κατηγορίες, διακρίνονται όμως σε πολλές υποκατηγορίες που αφορούν τις φάσεις (μονοφασικοί αντιστροφείς, τριφασικοί αντιστροφείς), τις διαφορετικές συνδεσμολογίες (συνδεσμολογία ημιγέφυρας, συνδεσμολογία γέφυρας), και τα επίπεδα (διεπίπεδοι, πολυεπίπεδοι αντιστροφείς), τα οποία θα εξηγήσουμε συνοπτικά στη συνέχεια. Σε αυτήν την εργασία, θα επικεντρωθούμε στον διεπίπεδο τριφασικό αντιστροφήα.

## 3.2 Τοπολογία

Η πιο συνηθισμένη τοπολογία αντιστροφέα, είναι αυτή του διεπίπεδου τριφασικού αντιστροφέα, σε συνδεσμολογία γέφυρας (**2-L, 3-phase bridge inverter**). Σε αυτήν την ενότητα, θα αναλύσουμε την λειτουργία του αντιστροφέα, βάση της τοπολογίας που φαίνεται στο σχήμα 3.1, ενώ θα αναφέρουμε και κάποιες εναλλακτικές τοπολογίες.



Σχήμα 3.1: Τριφασικός αντιστροφέας 2 επιπέδων, σε συνδεσμολογία γέφυρας

Ο αντιστροφέας του σχήματος, αποτελείται από ελεγχόμενους διακόπτες IGBT, αλλά όπως αναφέραμε, είναι δυνατή η χρήση διαφόρων ειδών ελεγχόμενων διακοπών. Στην συγκεκριμένη τοπολογία, ο αντιστροφέας αποτελείται από 3 μονοφασικούς αντιστροφείς ημιγέφυρας σε παράλληλη σύνδεση, έναν για κάθε φάση, άρα συνολικά 6 ημιαγωγίμα στοιχεία. Το υποθετικό σημείο  $o$ , ορίζεται ως η ουδέτερη αναφορά των τάσεων, ως προς το οποίο, οι κυματομορφές τάσης εξόδου, έχουν διαφορά φάσης  $120^\circ$ . Θα ισχύει δηλαδή:

$$v_{ao}(\omega t) = v_{bo}(\omega t - 120^\circ) = v_{co}(\omega t - 240^\circ) \quad (3.1)$$

Για τις αντίστοιχες πολικές τάσεις, ισχύουν οι σχέσεις:

$$\begin{aligned}
v_{ab}(\omega t) &= v_{ao}(\omega t) - v_{bo}(\omega t) \\
v_{bc}(\omega t) &= v_{bo}(\omega t) - v_{co}(\omega t) \\
v_{ca}(\omega t) &= v_{co}(\omega t) - v_{ao}(\omega t)
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Είναι αδύνατο, τα ημιαγώγιμα στοιχεία της ίδια φάσης να άγουν ή να μην άγουν ταυτόχρονα. Σε περίπτωση ταυτόχρονης αγωγής, θα είχαμε βραχυκύκλωση της πηγής τάσης, ενώ σε περίπτωση ταυτόχρονης μη αγωγής, θα είχαμε μηδενικό ρεύμα της αντίστοιχης φάσης. Οι παραπάνω καταστάσεις, οδηγούν σε προβλήματα, και για αυτό αποφεύγονται. Έτσι οι διακόπτες της ίδιας φάσης, θα είναι συμπληρωματικοί. Οι δίοδοι, ονομάζονται δίοδοι ελεύθερης διέλευσης, και επιτρέπουν την επιστροφή του ρεύματος σε κατάσταση μη αγωγής κάποιου διακόπτη. Τα  $S_i$  (με  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ), στο σχήμα 3.1, αναπαριστούν τους διακόπτες και θα λέμε ότι παίρνουν την τιμή 0 σε κατάσταση μη αγωγής (OFF), και την τιμή 1 (ON), σε κατάσταση αγωγής. Σύμφωνα λοιπόν με τα παραπάνω, και τον συμβολισμό του σχήματος 3.1, θα έχουμε:

$$\begin{aligned}
S_4 &= \overline{S_1} \\
S_6 &= \overline{S_3} \\
S_2 &= \overline{S_5}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Μπορούμε για ευκολία συμβολισμού, να θέσουμε:

$$\begin{aligned}
S_1 &= S_a & \overline{S_1} &= \overline{S_a} \\
S_3 &= S_b & \overline{S_3} &= \overline{S_b} \\
S_5 &= S_c & \overline{S_5} &= \overline{S_c}
\end{aligned}$$

Κάθε φασική τάση, μπορεί να πάρει 2 τιμές, είτε  $+\frac{V_{dc}}{2}$  είτε  $-\frac{V_{dc}}{2}$ . Στο γεγονός αυτό, οφείλεται και ο χαρακτηρισμός του αντιστροφέα αυτού ως διεπίπεδος. Έτσι, οι φασικές τάσεις, μπορούν να γραφούν συναρτήσει των σημάτων ελέγχου των διακοπτικών στοιχείων, ως:

$$v_{ko} = V_{dc}(S_k - \frac{1}{2}) \quad \text{με } k = a, b, c \tag{3.4}$$

Όμως, οι φασικές τάσεις που μας ενδιαφέρουν, είναι αυτές ως προς τον ουδέτερο του φορτίου και όχι του αντιστροφέα. Υποθέτοντας ότι ο αντιστροφέας τροφοδοτεί συμμετρικό τριφασικό φορτίο σε συνδεσμολογία αστέρα, με ουδέτερο αγωγό N, θα ισχύει:

$$v_{aN} + v_{bN} + v_{cN} = 0 \tag{3.5}$$

Ισχύει επίσης:

$$\begin{aligned}v_{aN} &= v_{ao} - v_{No} \\v_{bN} &= v_{bo} - v_{No} \\v_{cN} &= v_{co} - v_{No}\end{aligned}\tag{3.6}$$

Από (3.5), (3.6), θα πάρουμε:

$$\begin{aligned}v_{ao} + v_{bo} + v_{co} &= 3v_{No} \\ \Rightarrow v_{No} &= \frac{1}{3}(v_{ao} + v_{bo} + v_{co})\end{aligned}\tag{3.7}$$

Έτσι, από τις (3.6) και την (3.7), για τις φασικές τάσεις ως προς τον ουδέτερο του φορτίου, θα είναι:

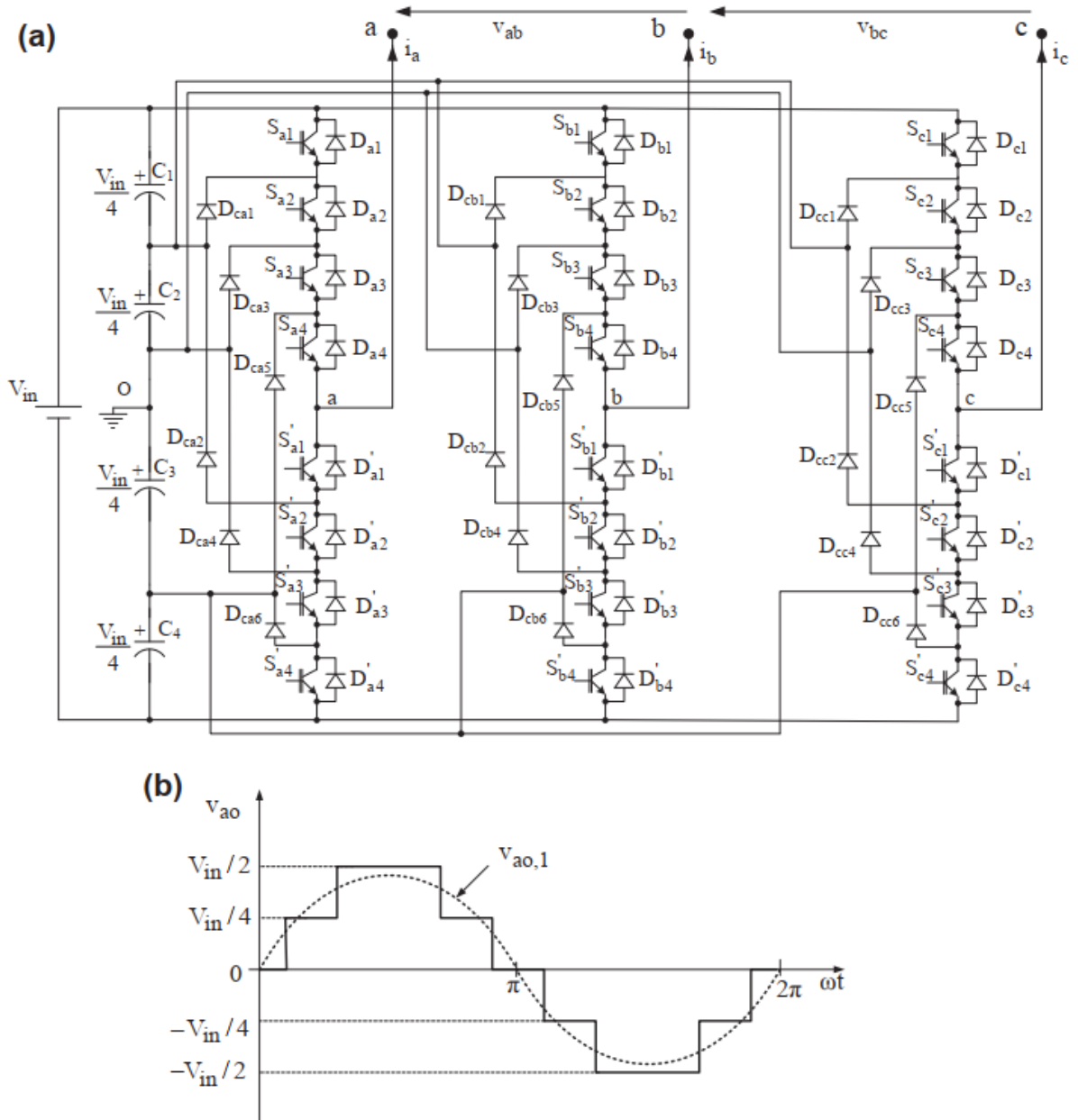
$$\begin{aligned}v_{aN} &= \frac{2}{3}v_{ao} - \frac{1}{3}v_{bo} - \frac{1}{3}v_{co} \\v_{bN} &= \frac{2}{3}v_{bo} - \frac{1}{3}v_{ao} - \frac{1}{3}v_{co} \\v_{cN} &= \frac{2}{3}v_{co} - \frac{1}{3}v_{ao} - \frac{1}{3}v_{bo}\end{aligned}\tag{3.8}$$

Η τελική λοιπόν σχέση, λόγω των (3.4) και (3.8), θα είναι:

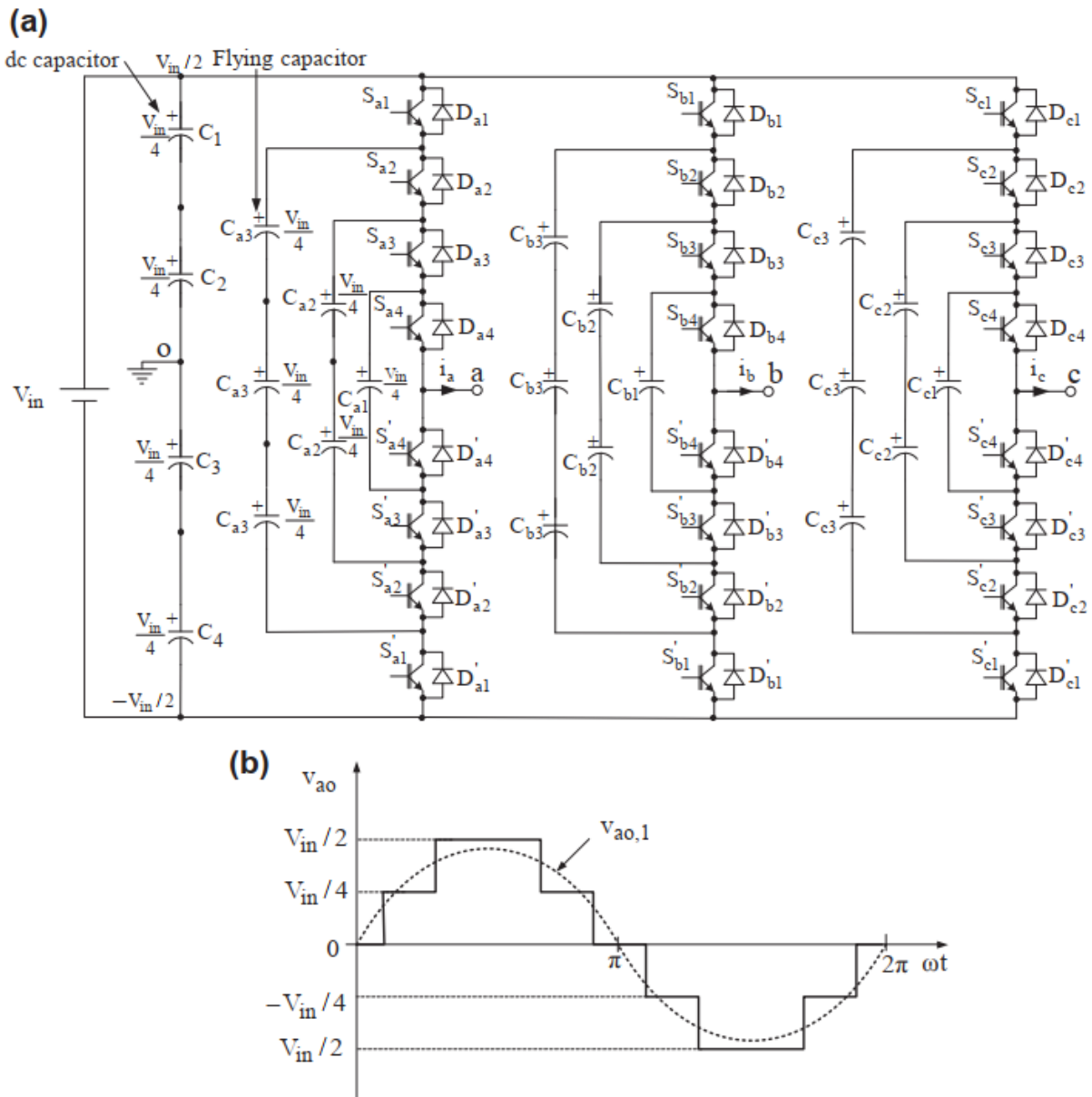
$$\begin{aligned}v_{aN} &= V_{dc}\left(\frac{2}{3}S_a - \frac{1}{3}S_b - \frac{1}{3}S_c\right) \\v_{bN} &= V_{dc}\left(\frac{2}{3}S_b - \frac{1}{3}S_a - \frac{1}{3}S_c\right) \\v_{cN} &= V_{dc}\left(\frac{2}{3}S_c - \frac{1}{3}S_a - \frac{1}{3}S_b\right)\end{aligned}\tag{3.9}$$

Παραπάνω αναφερθήκαμε στην λειτουργία ενός αντιστροφέα 2 επιπέδων. Υπάρχουν όμως πολυπλοκότερες τοπολογίες, όπου οι φασικές τάσεις εξόδου, εμφανίζουν περισσότερα από 2 επίπεδα τάσεις. Οι τοπολογίες αντιστροφέν αυτές, ονομάζονται πολυεπίπεδοι αντιστροφείς. Διακρίνονται σε πολλές διαφορετικές συνδεσμολογίες, όπως αντιστροφείς με διόδους περιορισμού (DCMI), αντιστροφείς με πυκνωτές περιορισμού (FCMI), και άλλα. Στα παρακάτω σχήματα, βλέπουμε αντιστροφείς 5 επιπέδων, των κατηγοριών που αναφέραμε:





Σχήμα 3.2: Τριφασικός αντιστροφέας με διόδους περιορισμού πέντε επιπέδων (DCMI) [7].  
 α) Κύκλωμα ισχύος. β) Κυματομορφή φασικής τάσης εξόδου.



Σχήμα 3.3: Τριφασικός αντιστροφέας με πυκνωτές περιορισμού πέντε επιπέδων (FCMI) [7].  
 a) Κύκλωμα ισχύος. b) Κυματομορφή φασικής τάσης εξόδου.

Μερικά από τα πλεονεκτήματα των πολυεπίδων αντιστροφέων, είναι η μείωση του συντελεστή αρμονικής παραμόρφωσης (THD), με αποτέλεσμα η τάση εξόδου να προσεγγίζει μια καθαρά ημιτονοειδή κυματομορφή, η δυνατότητα παραγωγής υψηλής τάσης και ισχύος, και η μείωση των απαιτήσεων στην διακοπτική συχνότητα. Είναι γνωστό, ότι οι υψηλές διακοπτικές συχνότητες, μπορούν να δημιουργήσουν προβλήματα στην λειτουργία των ημιαγωγικών στοιχείων, ή ακόμη και να τα καταστρέψουν. Τα διακοπτικά φαινόμενα επίσης, επηρεάζουν και την λειτουργία της ελεγχόμενης μηχανής, σε ένα σύστημα κίνησης. Τα πλεονεκτητά τους, τους καθιστούν ιδανικούς για εφαρμογές υψηλών τάσεων και υψηλής ισχύος, ενώ σπάνια χρησιμοποιούνται στον έλεγχο συστημάτων κίνησης, τόσο λόγω της μεγάλης τοπολογικής πολυπλοκότητας, όσο και λόγω της πολυπλοκότητας των τεχνικών ελέγχου.

### 3.3 Τεχνικές διαμόρφωσης εύρους παλμών

Αφού αναλύσαμε την τοπολογία και την λειτουργία ενός αντιστροφέα, θα αναλύσουμε τώρα τις τεχνικές ελέγχου του, ώστε να έχουν την επιθυμητή λειτουργία.

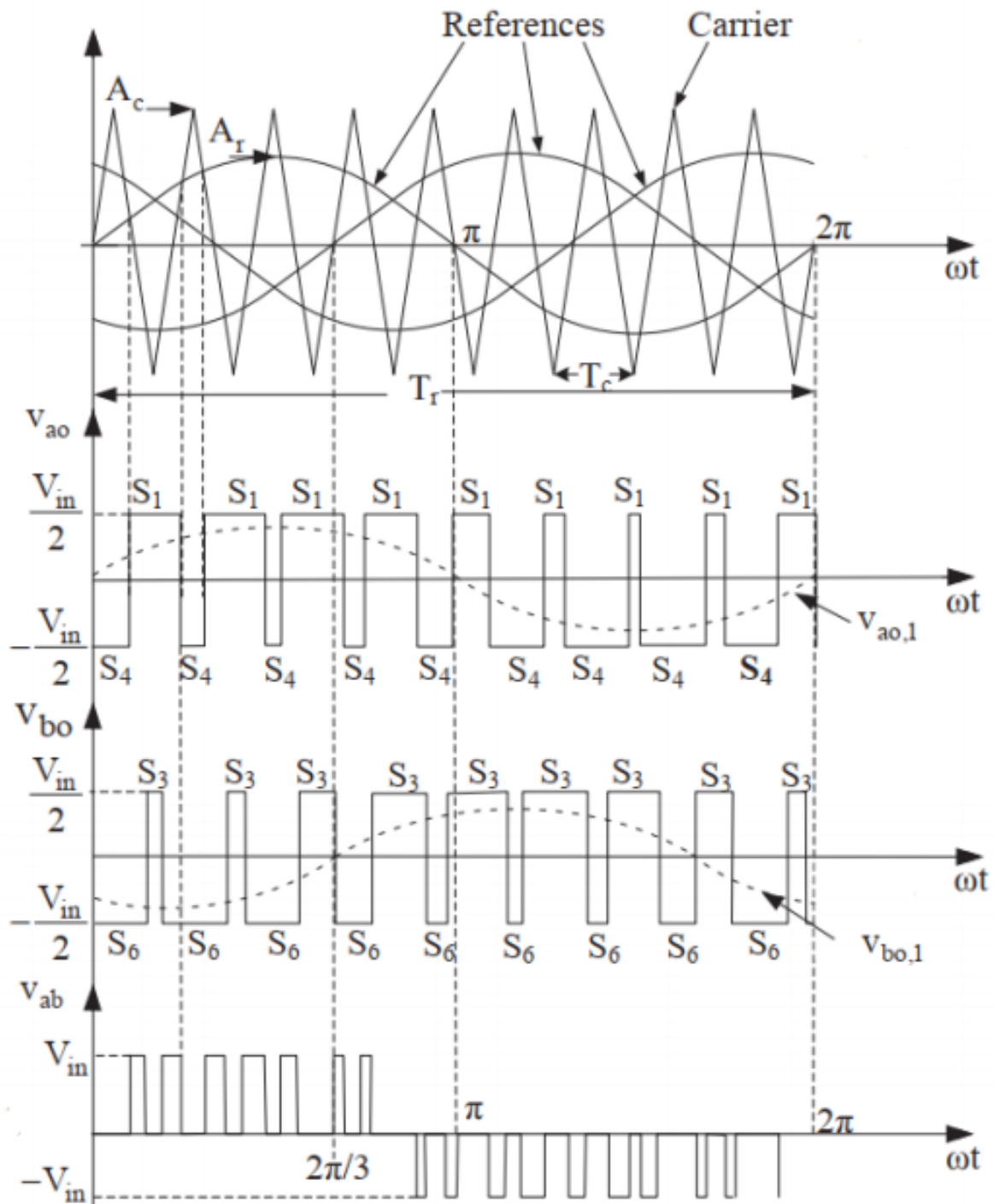
#### 3.3.1 Διαμόρφωση εύρους παλμών (PWM)

Η διαμόρφωση εύρους παλμών (PWM) αποτελεί την βάση στην οδήγηση ενός αντιστροφέα, αλλά και άλλων συστημάτων, όπως είναι οι DC-DC μετατροπείς. Οι αντιστροφείς, μπορούν να λειτουργήσουν με βάση τις παραπάνω εξισώσεις, με παλμούς οδήγησης εύρους  $180^\circ$  ή  $120^\circ$ . Η πρακτική αυτή, όμως, αποδεικνύεται ότι δημιουργεί κυματομορφές τάσης εξόδου, με υψηλό αρμονικό περιεχόμενο, που προκαλεί σημαντικά προβλήματα στην λειτουργία των συστημάτων κίνησης. Συγκεκριμένα, στην περίπτωση των ηλεκτρικών κινητήρων, τα αρμονικά φαινόμενα, προκαλούν απώλειες ισχύος, θέρμανση των εξαρτημάτων τους, λόγω αρμονικών ρευμάτων στις αντίστοιχες συχνότητες, θόρυβο, λόγω δονήσεων, και κυριότερα, ενδεχόμενη θραύση του άξονα. Έτσι, η μείωση των αρμονικών, είναι ζήτημα καίριας σημασίας. Η εξάλειψή τους, μπορεί να γίνει και μέσω ηλεκτρονικών φίλτρων, τα οποία τοποθετούνται στην έξοδο του αντιστροφέα, και πριν το φορτίο. Τα φίλτρα αυτά όμως, είναι ιδιαίτερα ακριβά και ογκώδη. Με την χρήση λοιπόν της PWM, το πρόβλημα αυτό μειώνεται σημαντικά. Η PWM, βασίζεται στην σύγκριση 2 σημάτων, το σήμα αναφοράς, και το φέρον σήμα. Τα σήματα αυτά, εισάγονται σε ένα αναλογικό ή ψηφιακό κύκλωμα συγκριτή, ο οποίος στην έξοδό του, στέλνει το κατάλληλο σήμα αγωγής ή μη αγωγής στους ελεγχόμενους διακόπτες του αντιστροφέα. Ανάλογα με τον τύπο του σήματος αναφοράς, η PWM, διακρίνεται στις κατηγορίες που θα αναλύσουμε στην συνέχεια.

#### 3.3.2 Ημιτονοειδής διαμόρφωση εύρους παλμών (SPWM)

Όπως ήδη είπαμε, κάθε τεχνική PWM, βασίζεται στην σύγκριση ενός σήματος αναφοράς και ενός φέροντος σήματος. Στην περίπτωση της SPWM, για τον τριφασικό αντιστροφέα, τα σήματα αυτά είναι 3 ημιτονοειδείς κυματομορφές, με διαφορά φάσης  $120^\circ$ . Το φέρον σήμα, είναι μία τριγωνική κυματομορφή, σταθερού πλάτους. Το κάθε ένα εκ των τριών σημάτων αναφοράς, αντιπροσωπεύει μία φάση.

Για παράδειγμα, αν η κυματομορφή της φάσης a, βρίσκεται πάνω από την κυματομορφή του φέροντος σήματος, ο συγκριτής θα δώσει σήμα ON στον διακόπτη  $S_1$ , του σχήματος 3.1, ενώ αν βρίσκεται από κάτω, θα δώσει σήμα OFF. Ο διακόπτης  $S_4$ , θα πάρει τα συμπληρωματικά σήματα κάθε περίπτωσης. Το ίδιο, προφανώς, ισχύει και για τις άλλες φάσεις. Στο σχήμα 3.4, παρατηρούμε σχηματικά, τόσο το φαινόμενο αυτό, όσο και τις εξόδους της φασικής και της πολικής τάσης:



Σχήμα 3.4: Ορισμός της τεχνικής SPWM για τριφασικούς αντιστροφείς [7].

α) Κυματομορφές αναφορών και φέροντος β) Κυματομορφή φασικής τάσης εξόδου  $v_{ao}$ .  
 γ) Κυματομορφή φασικής τάσης εξόδου  $v_{bo}$ . δ) Πολική τάση εξόδου  $v_{ab}$ .

Τώρα, θα ορίσουμε 2 πολύ σημαντικά μεγέθη, τον συντελεστή διαμόρφωσης πλάτους ( $m_a$ ), και τον συντελεστή διαμόρφωσης συχνότητας ( $m_f$ ). Οι 2 συντελεστές ορίζονται ως:

$$m_a = \frac{A_r}{A_c} \quad (3.10)$$

$$m_f = \frac{f_c}{f_r} \quad (3.11)$$

όπου:

$A_r$ : Το πλάτος των σημάτων αναφοράς

$A_c$ : Το πλάτος του φέροντος σήματος

$f_r$ : Η συχνότητα των σημάτων αναφοράς

$f_c$ : Η συχνότητα του φέροντος σήματος

Από το σχήμα 3.4, φαίνεται ότι για να γίνει αποδοτικά η σύγκριση μεταξύ των κυματομορφών, βασικό ρόλο παίζει η σχέση μεταξύ των πλατών τους. Έτσι διακρίνουμε 2 περιοχές λειτουργίας, ανάλογα με την τιμή του συντελεστή  $m_a$ . Οι 2 αυτές περιοχές θα είναι:

**Γραμμική περιοχή ( $m_a \leq 1$ ):**

Σε αυτήν την περιοχή λειτουργίας, το πλάτος της θεμελιώδους συνιστώσας της φασικής τάσης (έστω της φάσης  $a$ ), δίνεται από την σχέση:

$$\hat{V}_{ao,1} = m_a \frac{V_{dc}}{2} \quad (3.12)$$

Έτσι, η rms τιμή της πολικής τάσης, θα είναι:

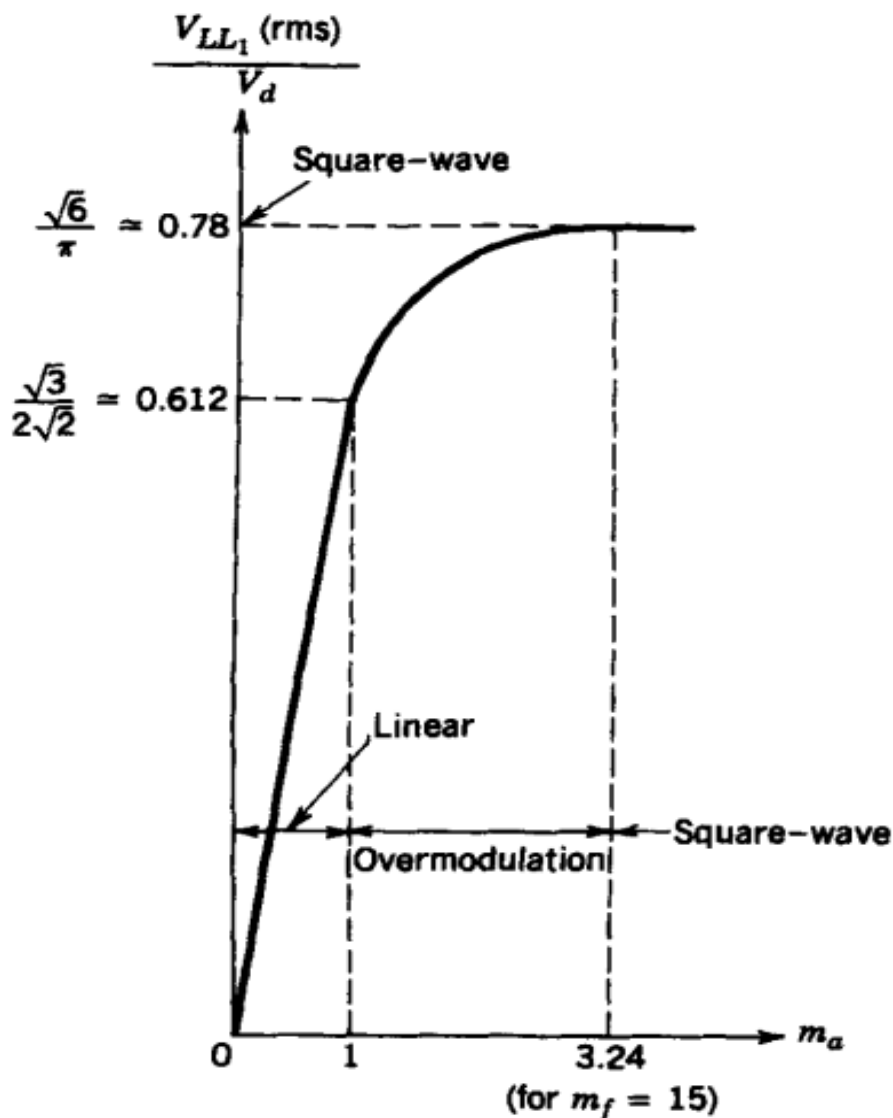
$$\tilde{V}_{ab,1} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} m_a V_{dc} \quad (3.13)$$

Η μέγιστη λοιπόν πολική, rms τάση, θα είναι:

$$\tilde{V}_{ab,1} (max) \approx 0.612 V_{dc} \quad (3.14)$$

### Υπερδιαμόρφωση ( $m_a > 1$ ):

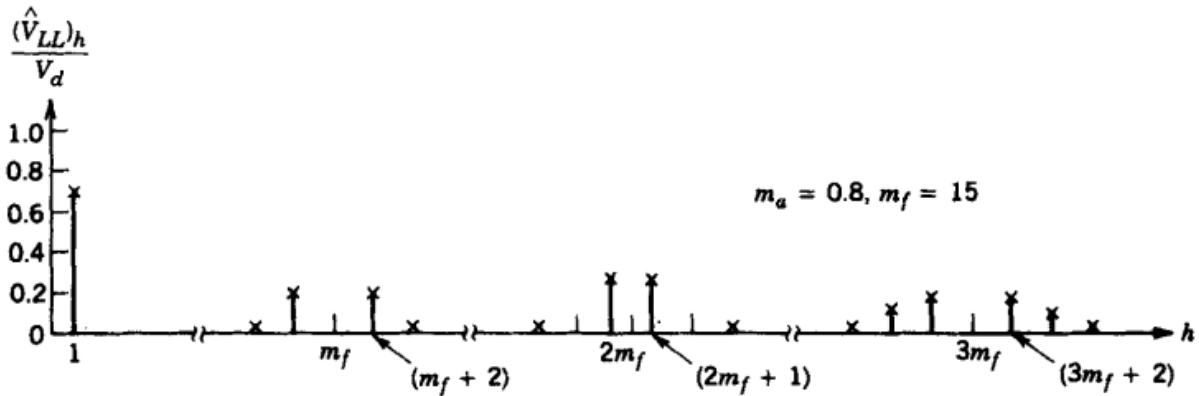
Σε αυτήν την περιοχή λειτουργίας, το πλάτος των σημάτων αναφοράς, ξεπερνάει το πλάτος του φέροντος σήματος. Το πλάτος της τάσης της θεμελιώδους συνιστώσας, δεν αυξάνεται πλέον γραμμικά με τον συντελεστή  $m_a$ , ενώ μετά από κάποια τιμή φτάνει στον κορεσμό, και ο αντιστροφέας βρίσκεται σε λειτουργία τετραγωνικού παλμού (διάρκεια παλμού οδήγησης  $180^\circ$ ) [26]. Στην υπερδιαμόρφωση, το αρμονικό περιεχόμενο αυξάνεται, και ο μόνος λόγος που θα ήταν επιθυμητή, είναι εάν έχουμε υψηλότερες απαιτήσεις σε τάση από την μέγιστη τάση της γραμμικής περιοχής. Σε γενικές όμως γραμμές, αποφεύγουμε την λειτουργία σε αυτήν την περιοχή. Στο σχήμα 3.5, διακρίνουμε τις περιοχές λειτουργίας.



Σχήμα 3.5: Ο λόγος πολικής, rms τάσης και της τάσης εισόδου, ως συνάρτηση του συντελεστή διαμόρφωσης πλάτους  $m_a$ , για  $m_f = 15$  [26].

Τέλος, θα μιλήσουμε για τον συντελεστή διαμόρφωσης συχνότητας  $m_f$ . Η συχνότητα των σημάτων αναφοράς, καθορίζει την θεμελιώδη συχνότητα της τάσης εξόδου. Σε συστήματα κίνησης μεταβλητής ταχύτητας, η μεταβολή αυτής της συχνότητας καθορίζει και

την αλλαγή στην ταχύτητα του κινητήρα. Η συχνότητα του φέροντος σήματος, είναι η λεγόμενη διακοπτική συχνότητα, και όσο μεγαλύτερη είναι, τόσο μικρότερη θα είναι η αρμονική παραμόρφωση. Φυσικά, όπως αναφέραμε νωρίτερα, δεν είναι δυνατή η αύξηση της συχνότητας πέραν κάποιον ορίων. Εμπειρικά δεδομένα, έχουν δείξει για ποιες τιμές του συντελεστή  $m_f$ , είναι μικρότερο το αρμονικό περιεχόμενο των κυματομορφών εξόδου. Συγκεκριμένα, το φάσμα των αρμονικών μοιάζει με αυτό στο σχήμα 3.6, ενώ ο πίνακας στο σχήμα 3.7, δείχνει κάποια εμπειρικά δεδομένα:



Σχήμα 3.6: Το αρμονικό φάσμα της πολικής τάσης εξόδου, για  $m_a = 0.8$ ,  $m_f = 15$ . [26]

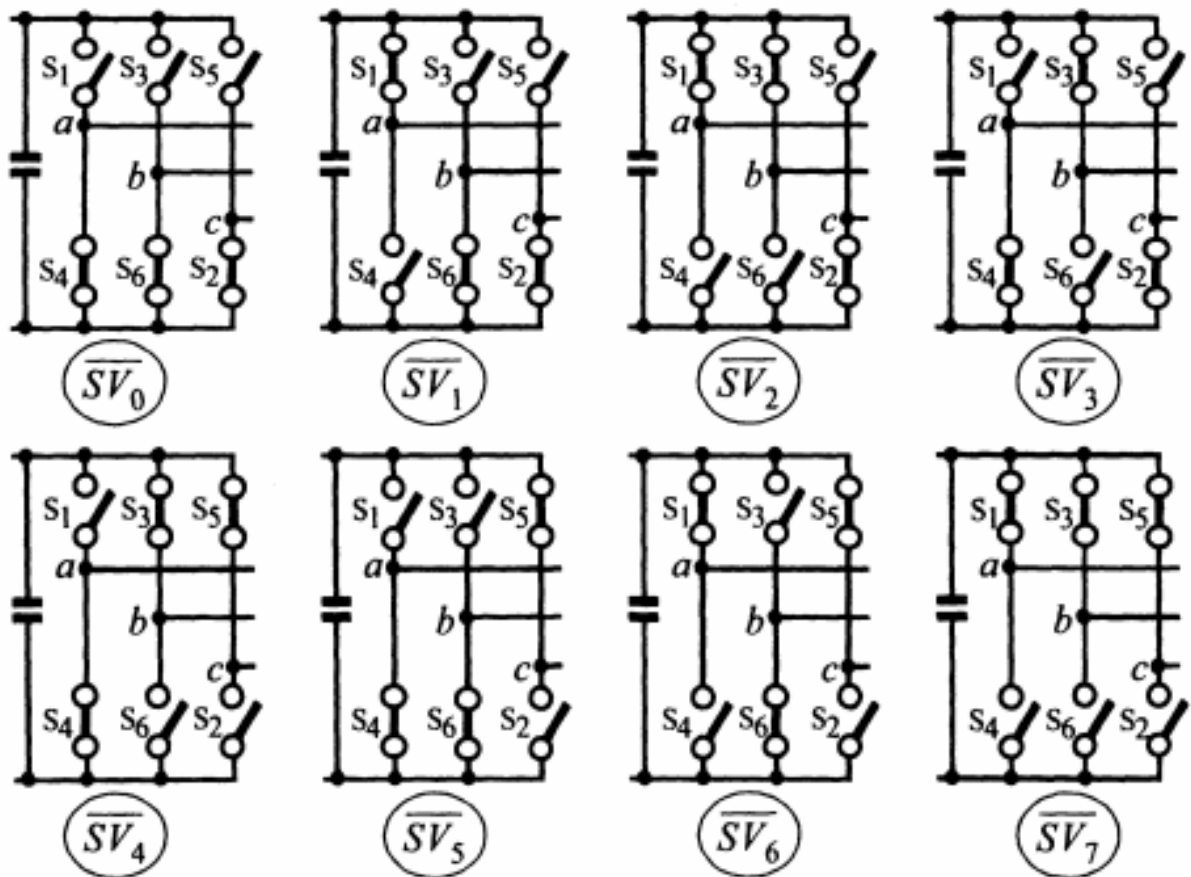
$h$ \ $m_a$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
1	0.122	0.245	0.367	0.490	0.612
$m_f \pm 2$	0.010	0.037	0.080	0.135	0.195
$m_f \pm 4$				0.005	0.011
$2m_f \pm 1$	0.116	0.200	0.227	0.192	0.111
$2m_f \pm 5$				0.008	0.020
$3m_f \pm 2$	0.027	0.085	0.124	0.108	0.038
$3m_f \pm 4$		0.007	0.029	0.064	0.096
$4m_f \pm 1$	0.100	0.096	0.005	0.064	0.042
$4m_f \pm 5$			0.021	0.051	0.073
$4m_f \pm 7$				0.010	0.030

Σχήμα 3.7: Εμπειρικά δεδομένα για υψηλό  $m_f$  που είναι περιττό πολλαπλάσιο του 3 [26].

Προκύπτει λοιπόν, ότι η τιμή του  $m_f$ , θα πρέπει να είναι ακέραια, ώστε να μην έχουμε μη ακέραιες αρμονικές και υποαρμονικές (αρμονικές κάτω από την θεμελιώδη συχνότητα) και επιπλέον, να είναι περιττό πολλαπλάσιο του 3, ώστε να μην υπάρχουν ζυγές αρμονικές. [26]

### 3.3.3 Διαμόρφωση εύρους παλμών με διανύσματα χώρου (SVPWM)

Η SVPWM, αποτελεί μια πολύ δυνατή τεχνική ελέγχου στα συστήματα κίνησης. Η τεχνική βασίζεται στο γεγονός, ότι οι δυνατοί συνδυασμοί λειτουργίας των διακοπών του αντιστροφέα είναι 8. Οι 2 από αυτούς, αφορούν βραχυκύκλωση των εξόδων, ενώ οι άλλοι 6, μπορούν να αναπαρασταθούν ως διανύσματα στο πλαίσιο α-β. Στο σχήμα 3.8, βλέπουμε αυτούς τους συνδυασμούς:



Σχήμα 3.8: Οι 8 πιθανές διακοπτικές καταστάσεις του τριφασικού αντιστροφέα [36].

Σύμφωνα λοιπόν με το παραπάνω, κάθε κατάσταση θα αντιπροσωπεύεται από ένα διάνυσμα χώρου. Θα εξάγουμε τώρα, το κάθε ένα από αυτά τα διανύσματα χώρου. Το διάνυσμα φασικής τάσης φορτίου, θα δίνεται από την σχέση:

$$\begin{aligned}
 \vec{V}_s &= \frac{2}{3}(v_{aN} + v_{bN}e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_{cN}e^{j\frac{4\pi}{3}}) \\
 \Rightarrow \vec{V}_s &= \frac{2}{3}[v_{aN} + v_{bN}(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}) + v_{cN}(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2})] \quad (3.15) \\
 \Rightarrow \vec{V}_s &= (\frac{2}{3}v_{aN} - \frac{1}{3}v_{bN} - \frac{1}{3}v_{cN}) + j(\frac{-\sqrt{3}}{3}v_{bN} + \frac{\sqrt{3}}{3}v_{cN})
 \end{aligned}$$



Για τον μετασχηματισμό στο πλαίσιο α-β, θα επικαλεστούμε τον μετασχηματισμό Clarke, για τον οποίο μιλήσαμε στην υποενότητα 2.3.2, αλλά χωρίς την συνιστώσα 0, που είναι ούτως ή άλλως μηδενική. Έτσι, θα είναι:

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{aN} \\ v_{bN} \\ v_{cN} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Η σχέση (3.15), λόγω των (3.16) θα γίνει:

$$\vec{V}_s = v_\alpha + jv_\beta \quad (3.17)$$

Έτσι, σε πολική μιγαδική μορφή, θα ισχύει για το μέτρο και την γωνία:

$$|\vec{V}_s| = \sqrt{v_\alpha^2 + v_\beta^2} \quad \phi = \arctan\left(\frac{v_\beta}{v_\alpha}\right) \quad (3.18)$$

Με την βοήθεια τώρα των σχέσεων (3.9), (3.16), (3.18), θα υπολογίσουμε τα 8 διανύσματα χώρου, τα οποία αντιστοιχούν στην κάθε διακοπτική κατάσταση:

Για  $[S_a, S_b, S_c]=[0, 0, 0]$  και  $[S_a, S_b, S_c]=[1, 1, 1]$ , έχουμε:

$$v_\alpha = v_\beta = 0$$

Επομένως, οι καταστάσεις αυτές, αναπαριστώνται από το μηδενικό διάνυσμα, και είναι οι 2 καταστάσεις που αφορούν βραχυκύκλωση των εξόδων.

Για  $[S_a, S_b, S_c]=[1, 0, 0]$ , έχουμε,

$$v_\alpha = \frac{2V_{dc}}{3}, \quad v_\beta = 0, \quad \text{άρα, } |\vec{V}_1| = \frac{2V_{dc}}{3}, \quad \phi = 0^\circ. \text{ επομένως,}$$

$$\vec{V}_1 = \frac{2}{3}V_{dc} \angle 0^\circ$$

Για  $[S_a, S_b, S_c]=[1, 1, 0]$ , έχουμε,

$$v_\alpha = \frac{V_{dc}}{3}, \quad v_\beta = \frac{V_{dc}}{\sqrt{3}} \text{ (1}^\circ \text{ τεταρτημόριο), } \text{άρα, } |\vec{V}_2| = \frac{2V_{dc}}{3}, \quad \phi = 60^\circ. \text{ επομένως,}$$

$$\vec{V}_2 = \frac{2}{3}V_{dc} \angle 60^\circ$$

Για  $[S_a, S_b, S_c]=[0, 1, 0]$ , έχουμε,

$v_\alpha = -\frac{V_{dc}}{3}$ ,  $v_\beta = \frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}$  (2° τεταρτημόριο), άρα,  $|\vec{V}_3| = \frac{2V_{dc}}{3}$ ,  $\phi = 120^\circ$ . επομένως,

$$\vec{V}_3 = \frac{2}{3}V_{dc} \angle 120^\circ$$

Για  $[S_a, S_b, S_c]=[0, 1, 1]$ , έχουμε,

$v_\alpha = -\frac{2V_{dc}}{3}$ ,  $v_\beta = 0$ , άρα,  $|\vec{V}_4| = \frac{2V_{dc}}{3}$ ,  $\phi = 120^\circ$ . επομένως,

$$\vec{V}_4 = \frac{2}{3}V_{dc} \angle 180^\circ$$

Για  $[S_a, S_b, S_c]=[0, 0, 1]$ , έχουμε,

$v_\alpha = -\frac{V_{dc}}{3}$ ,  $v_\beta = -\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}$  (3° τεταρτημόριο), άρα,  $|\vec{V}_5| = \frac{2V_{dc}}{3}$ ,  $\phi = 240^\circ$ . επομένως,

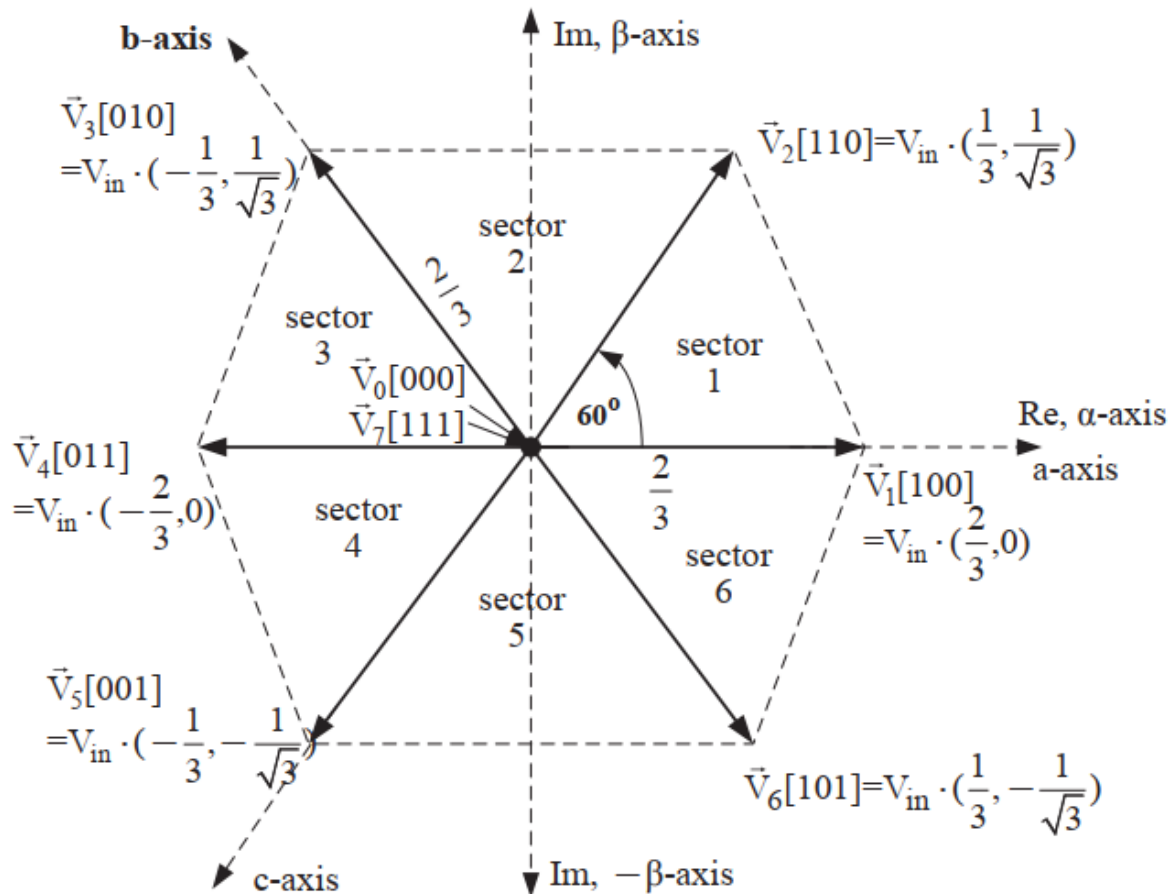
$$\vec{V}_5 = \frac{2}{3}V_{dc} \angle 240^\circ$$

Για  $[S_a, S_b, S_c]=[1, 0, 1]$ , έχουμε,

$v_\alpha = \frac{V_{dc}}{3}$ ,  $v_\beta = -\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}}$  (4° τεταρτημόριο), άρα,  $|\vec{V}_6| = \frac{2V_{dc}}{3}$ ,  $\phi = 300^\circ$ . επομένως,

$$\vec{V}_6 = \frac{2}{3}V_{dc} \angle 300^\circ$$

Στο σχήμα 3.9, βλέπουμε την αναπαράσταση των διανυσμάτων στο επίπεδο και επίσης, ότι ανάμεσα σε δύο διαδοχικά διανύσματα, υπάρχει τομέας  $60^\circ$ .



Σχήμα 3.9: Τα διανύσματα χώρου στο επίπεδο  $\alpha$ - $\beta$  [7].

Το παραπάνω σχήμα αποτελεί την βάση της τεχνικής SVPWM. Όπως και στην τεχνική SPWM, έχουμε είτε 3 σήματα αναφοράς σε πλαίσιο abc, είτε 2 σήματα σε πλαίσιο d-q, που σε κάθε περίπτωση, με την βοήθεια των μετασχηματισμών Clarke και Park, περνούν σε πλαίσιο  $\alpha$ - $\beta$ . Από αυτά τα σήματα εισόδου, η μονάδα υπολογισμού εκτιμά το μέτρο  $|\vec{V}_{ref}|$  και την γωνία  $\phi_{ref}$ , από τα μετασχηματισμένα σήματα. Το διάνυσμα αναφοράς  $\vec{V}_{ref}$ , θα ανήκει για δεδομένη χρονική στιγμή, σε κάποιον από τους 6 τομείς που φαίνονται στο σχήμα 3.9, και μπορεί να αναλυθεί, στο διανυσματικό άθροισμα των 2 διανυσμάτων, ανάμεσα στα οποία βρίσκεται. Για το μέτρο και την γωνία, θα είναι,

$$|\vec{V}_{ref}| = \sqrt{v_\alpha^2 + v_\beta^2} \quad \phi_{ref} = \arctan\left(\frac{v_\beta}{v_\alpha}\right) = \omega_{ref} t \quad (3.19)$$

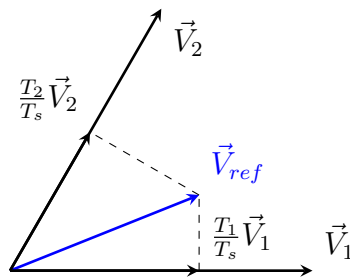
όπου  $\omega_{ref}$ , η κυκλική συχνότητα του διανύσματος, που ταυτίζεται με την συχνότητα της θεμελιώδους συνιστώσας του ρεύματος και της τάσης εξόδου.

Για να εκφράσουμε το διάνυσμα ως άθροισμα 2 διανυσμάτων χώρου, θα πρέπει πρώτα να γνωρίζουμε σε ποιόν τομέα βρίσκεται. Αυτό μπορεί εύκολα να υπολογιστεί μέσω του υπολογισμού της γωνίας. Το σήμα της γωνίας στη συνέχεια, τροφοδοτείται σε μια μονάδα επιλογής τομέα, ώστε να γίνουν σωστά οι υπολογισμοί που έπονται.

Ας υποθέσουμε, ότι το διάνυσμα αναφοράς, για κάποια χρονική στιγμή, βρίσκεται στον τομέα 1. Τότε θα είναι,

$$\vec{V}_{ref} = \frac{T_0}{T_s} \vec{V}_0 + \frac{T_1}{T_s} \vec{V}_1 + \frac{T_2}{T_s} \vec{V}_2 \quad (3.20)$$

όπου  $T_0, T_1, T_2$ , οι χρόνοι συμμετοχής του κάθε διανύσματος χώρου  $\vec{V}_0, \vec{V}_1, \vec{V}_2$  αντίστοιχα, και  $T_s$ , η διακοπτική περίοδος. Τα μηδενικά διανύσματα χρησιμοποιούνται απλώς για να συμπληρωθεί ο χρόνος της διακοπτικής περιόδου. Στο σχήμα 3.10, βλέπουμε πως προκύπτει η σχέση (3.20):



Σχήμα 3.10: Το διανυσματικό άθροισμα από το οποίο προκύπτει το  $\vec{V}_{ref}$ . Τονίζεται πως το  $\vec{V}_0$  είναι το μηδενικό διάνυσμα.

Έτσι από τη σχέση (3.20), θα πάρουμε:

$$T_s V_{ref} (\cos(\theta_{ref}) + j \sin(\theta_{ref})) = T_1 V_1 + T_2 V_2 (\cos(\frac{\pi}{3}) + j \sin(\frac{\pi}{3})) \quad (3.21)$$

Άρα, από την (3.21), όπου  $V_1 = V_2 = \frac{2V_{dc}}{3}$ , θα έχουμε:

$$\begin{aligned} T_s V_{ref} \cos(\theta_{ref}) &= \frac{2V_{dc}}{3} (T_1 + T_2 \cos(\frac{\pi}{3})) \\ T_s V_{ref} \sin(\theta_{ref}) &= \frac{2V_{dc}}{3} T_2 \sin(\frac{\pi}{3}) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Από τις (3.22), θα έχουμε τελικά:

$$T_1 = \frac{3T_s V_{ref}}{2V_{dc} \sin(\frac{\pi}{3})} (\sin(\frac{\pi}{3}) \cos(\theta_{ref}) - \sin(\theta_{ref}) \cos(\frac{\pi}{3})) = T_s \frac{\sqrt{3}V_{ref}}{V_{dc}} \sin(\frac{\pi}{3} - \theta_{ref}) \quad (3.23)$$

$$T_2 = \frac{3T_s V_{ref}}{2V_{dc} \sin(\frac{\pi}{3})} \sin(\theta_{ref}) = T_s \frac{\sqrt{3}V_{ref}}{V_{dc}} \sin(\theta_{ref}) \quad (3.24)$$

Για τον χρόνο συμμετοχής του μηδενικού διανύσματος  $T_0$ , θα είναι:

$$T_0 = T_s - T_1 - T_2 \quad (3.25)$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις, θέτουμε,

$$m_a = \frac{\sqrt{3}V_{ref}}{V_{dc}} \quad (3.26)$$

που είναι ο συντελεστής διαμόρφωσης πλάτους της τεχνικής SVPWM.

Οι σχέσεις (3.23), (3.24) όμως, αφορούν μόνο διανύσματα που βρίσκονται στον πρώτο τομέα. Έτσι, προκύπτουν οι γενικευμένες σχέσεις:

$$T_1 = T_s m_a \sin(\frac{\pi}{3} - \theta_{ref} - \frac{n-1}{3}\pi) \quad (3.27)$$

$$T_2 = T_s m_a \sin(\theta_{ref} - \frac{n-1}{3}\pi) \quad (n=1,2,3,4,5,6) \quad (3.28)$$

Εφόσον έχει γίνει και ο υπολογισμός των χρόνων συμμετοχής, θα πρέπει να επιλέξουμε την κατάλληλη αλληλουχία των διανυσμάτων χώρου, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η βέλτιστη αρμονική συμπεριφορά του αντιστροφέα, στην ελάχιστη δυνατή συχνότητα. Επίσης, θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε τις διακοπτικές αλλαγές, ώστε να γίνονται κάθε φορά στο ένα σκέλος του αντιστροφέα. Έτσι, σαν γενική πρακτική, επιθυμούμε η μετάβαση από μια διακοπτική κατάσταση σε μια άλλη, να αντιστοιχεί σε μετάβαση από ένα διάνυσμα κατάστασης στο αμέσως επόμενο του και μετά σε ένα από τα 2 μηδενικά διανύσματα. Για παράδειγμα, αν βρισκόμαστε στον τομέα 1, η αλληλουχία θα είναι της μορφής  $\vec{V}_0 - \vec{V}_1 - \vec{V}_2 - \vec{V}_7 - \vec{V}_7 - \vec{V}_2 - \vec{V}_1 - \vec{V}_0$  για 2 διακοπτικές περιόδους. Παρατηρούμε λοιπόν, ότι οι μεταβάσεις από μια διακοπτική κατάσταση σε μια άλλη, γίνονται αποκλειστικά με αλλαγή στο ένα σκέλος, ή σε κανένα, στην περίπτωση των μηδενικών διανυσμάτων  $\vec{V}_7$ . Για τον τομέα 2 αντίστοιχα, θα είναι,  $\vec{V}_0 - \vec{V}_3 - \vec{V}_2 - \vec{V}_7 - \vec{V}_7 - \vec{V}_2 - \vec{V}_3 - \vec{V}_0$ . Έτσι, στην περίπτωση των περιττών αριθμών τομέα, η αλληλουχία θα είναι

Πίνακας 3.1: Χρόνοι παραμονής διακοπτών ανά τομέα

Τομέας	Χρόνοι παραμονής πάνω διακοπτών $S_1, S_3, S_5$	Χρόνοι παραμονής κάτω διακοπτών $S_2, S_4, S_6$
1	$S_a = T_1 + T_2 + \frac{T_0}{2}$ $S_b = T_2 + \frac{T_0}{2}$ $S_c = \frac{T_0}{2}$	$\overline{S}_a = \frac{T_0}{2}$ $\overline{S}_b = T_1 + \frac{T_0}{2}$ $\overline{S}_c = T_1 + T_2 + \frac{T_0}{2}$
2	$S_a = T_1 + \frac{T_0}{2}$ $S_b = T_1 + T_2 + \frac{T_0}{2}$ $S_c = T_2 + \frac{T_0}{2}$	$\overline{S}_a = T_2 + \frac{T_0}{2}$ $\overline{S}_b = \frac{T_0}{2}$ $\overline{S}_c = T_1 + T_2 + \frac{T_0}{2}$
3	$S_a = \frac{T_0}{2}$ $S_b = T_1 + T_2 + \frac{T_0}{2}$ $S_c = T_2 + \frac{T_0}{2}$	$\overline{S}_a = T_1 + T_2 + \frac{T_0}{2}$ $\overline{S}_b = \frac{T_0}{2}$ $\overline{S}_c = T_1 + \frac{T_0}{2}$
4	$S_a = \frac{T_0}{2}$ $S_b = T_1 + \frac{T_0}{2}$ $S_c = T_1 + T_2 + \frac{T_0}{2}$	$\overline{S}_a = T_1 + T_2 + \frac{T_0}{2}$ $\overline{S}_b = T_2 + \frac{T_0}{2}$ $\overline{S}_c = \frac{T_0}{2}$
5	$S_a = T_2 + \frac{T_0}{2}$ $S_b = \frac{T_0}{2}$ $S_c = T_1 + T_2 + \frac{T_0}{2}$	$\overline{S}_a = T_1 + \frac{T_0}{2}$ $\overline{S}_b = T_1 + T_2 + \frac{T_0}{2}$ $\overline{S}_c = \frac{T_0}{2}$
6	$S_a = T_1 + T_2 + \frac{T_0}{2}$ $S_b = \frac{T_0}{2}$ $S_c = T_1 + \frac{T_0}{2}$	$\overline{S}_a = \frac{T_0}{2}$ $\overline{S}_b = T_1 + T_2 + \frac{T_0}{2}$ $\overline{S}_c = T_2 + \frac{T_0}{2}$

$\vec{V}_0 - \vec{V}_n - \vec{V}_{n+1} - \vec{V}_7 - \vec{V}_7 - \vec{V}_{n+1} - \vec{V}_n - \vec{V}_0$ , ενώ για την περίπτωση άρτιων αριθμών τομέα,  $\vec{V}_0 - \vec{V}_{n+1} - \vec{V}_n - \vec{V}_7 - \vec{V}_7 - \vec{V}_n - \vec{V}_{n+1} - \vec{V}_0$  (προφανώς για  $n = 6$ , θα είναι  $n + 1 = 1$ ). Το μοτίβο αυτό, καλείται και μοτίβο 7 τμημάτων. Υπάρχουν εναλλακτικά μοτίβα που μπορούν να εφαρμοσθούν, αλλά τα πλεονεκτήματά τους δεν είναι ιδιαίτερα σημαντικά έναντι αυτού. Στον πίνακα 3.1, θα δούμε τους χρόνους παραμονής του κάθε διακόπτη, ανάλογα με τον τομέα στον οποίον βρίσκεται το διάνυσμα αναφοράς.

Τέλος, για να δώσουμε τους παλμούς στα ημιαγωγικά στοιχεία, θα πρέπει οι παραπάνω συναρτήσεις χρόνων συμμετοχής, να συγκριθούν με μια τριγωνική κυματομορφή, συχνότητας  $f_s = \frac{1}{T_s}$ . Για την αποφυγή υποαρμονικών και για την ισοκατανομή της δειγματοληψίας στους τομείς, η κανονικοποιημένη δειγματοληπτική συχνότητα  $F_{sn} = \frac{f_s}{f_{ref}}$ , επιλέγεται να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του 6. Παρατηρούμε επίσης, ότι η μέγιστη τάση εξόδου, θα είναι,

$$\hat{V}_{ref,max} = \frac{V_{dc}}{\sqrt{3}} \quad (3.29)$$

χωρίς να εισέλθουμε στην περιοχή υπερδιαμόρφωσης. Βλέπουμε δηλαδή, μια αύξηση περίπου 15.5% στην τιμή σε σχέση με την SPWM. Η περιοχή υπερδιαμόρφωσης, όπως και στην τεχνική SPWM, δημιουργεί προβλήματα και αποφεύγεται, αλλά χρησιμοποιείται, ιδιαίτερα αν ο ελεγχόμενος κινητήρας απαιτείται να λειτουργήσει σε μέγιστη ισχύ ή ταχύτητα. Συγκεκριμένα, οι χρόνοι συμμετοχής  $T_1, T_2$ , θα αυξηθούν πάνω από την τιμή του τριγωνικού σήματος, και οι χρόνοι συμμετοχής των μηδενικών διανυσμάτων θα

μηδενιστούν. Οι κυματομορφές που θα προκύψουν θα είναι παραμορφωμένες, προκαλώντας προβλήματα στον κινητήρα, που έχουμε ήδη αναφέρει. Η τεχνική γενικεύεται και για πολυεπίπεδους αντιστροφείς, με περισσότερα διανύσματα χώρου.

#### **Πλεονεκτήματα της SVPWM έναντι της SPWM :**

- Μικρότερη αρμονική παραμόρφωση. THD.
- Καλύτερη αξιοποίηση της πηγής τάσης, χωρίς να εισέλθουμε στην περιοχή υπερδιαμόρφωσης.

#### **Μειονεκτήματα της SVPWM έναντι της SPWM:**

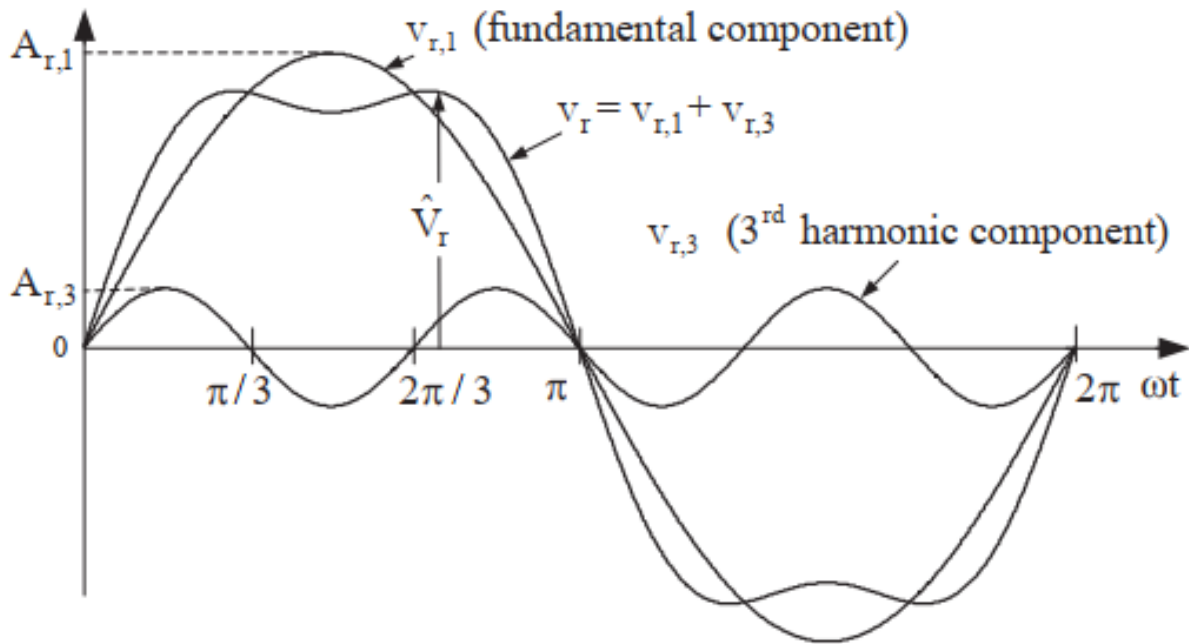
- Μεγάλη υπολογιστική πολυπλοκότητα.
- Ευκολότερη υλοποίηση.

### **3.3.4 Άλλες τεχνικές διαμόρφωσης εύρους παλμών**

Οι τεχνικές διαμόρφωσης εύρους παλμών, φυσικά, δεν είναι μόνο οι 2 που αναλύσαμε στις προηγούμενες υποενότητες. Υπάρχουν πάρα πολλές διαφορετικές τεχνικές, κάποιες από τις οποίες θα αναλύσουμε συνοπτικά.

#### **Τεχνική διαμόρφωσης εύρους παλμών με έγχυση τρίτης αρμονικής (THIPWM):**

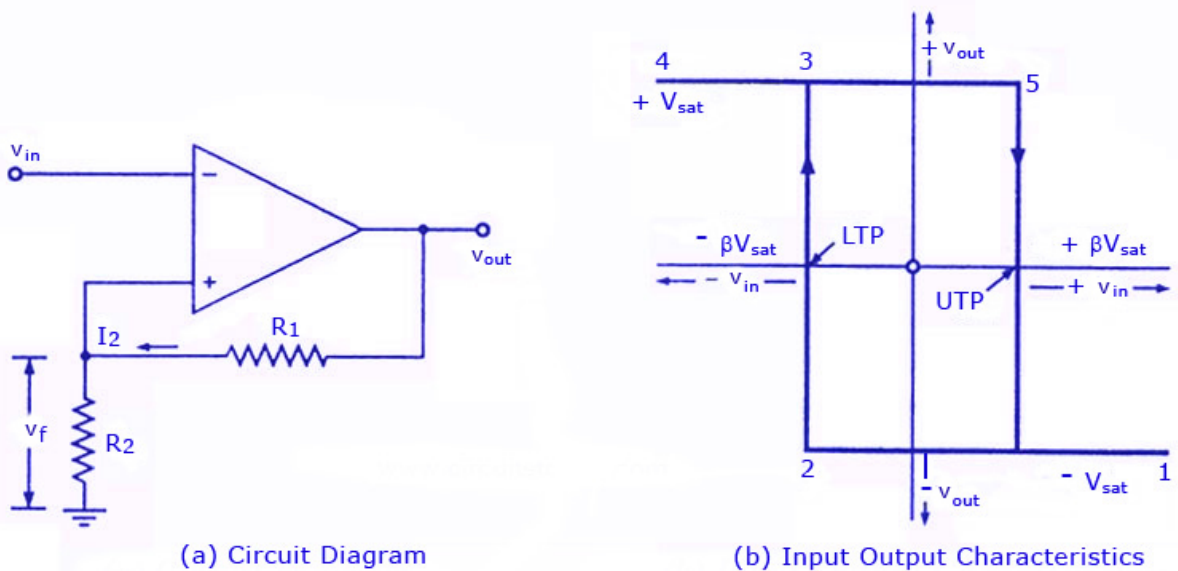
Η τεχνική αυτή, δεν διαφέρει ιδιαίτερα από την τεχνική SPWM. Η βασική διαφορά, είναι ότι στο ημιτονοειδές σήμα αναφοράς, προσθέτουμε ένα ημιτονοειδές σήμα τριπλάσιας συχνότητας της θεμελιώδους, με πλάτος, το  $\frac{1}{6}$  του θεμελιώδους [7]. Το σήμα αυτό μάλιστα, θυμίζει τα χρονικά σήματα που παράγονται στην τεχνική SVPWM, και φαίνεται στο σχήμα 3.11. Η τεχνική προσφέρει αυξημένη δυνατότητα αξιοποίησης της πηγής τάσης κατά 15.5%, αντίστοιχα με την SVPWM . Συχνά, χρησιμοποιείται για την οδήγηση αντιστροφέων φωτοβολταϊκών εγκαταστάσεων, που δεν έχουν μετασχηματιστή στην έξοδό τους, και υπάρχει ανάγκη εύκολης ρύθμισης της τάσης εξόδου [7]. Τονίζεται, ότι η τεχνική χρησιμοποιείται αποκλειστικά για τριφασικούς αντιστροφείς, καθώς η τρίτη αρμονική δεν εμφανίζεται στην πολική τάση εξόδου. Αυτό συμβαίνει λόγω του μηδενισμού που προκύπτει από τον συνδυασμό τριών φάσεων. Η αρμονική παραμόρφωση είναι μειωμένη σε σχέση με την SPWM, αλλά αυξημένη σε σχέση με την SVPWM.



Σχήμα 3.11: Σήμα αναφοράς μετά από πρόσθεση της τρίτης αρμονικής στο ημιτονοειδές σήμα. [7]

### Τεχνική ελέγχου ρεύματος με σταθερή ζώνη υστέρησης (HBCC-PWM):

Η τεχνική ελέγχου HBCC-PWM, είναι μια μέθοδος κατά την οποία το ρεύμα φορτίου, ακολουθεί συνεχώς την κυματομορφή ρεύματος αναφοράς, εντός μιας ζώνης υστέρησης. Η υστέρηση, είναι το φαινόμενο της εξάρτησης της κατάστασης ενός συστήματος σε προηγούμενες καταστάσεις. Αυτό το φαινόμενο, παρατηρείται σε πολλές περιπτώσεις στην φύση, ενώ υπάρχουν και ηλεκτρονικά κυκλώματα στα οποία εμφανίζεται. Ένα πολύ απλό από αυτά τα κυκλώματα, είναι το κύκλωμα Schmitt trigger, που φαίνεται στο σχήμα 3.12.



(a) Circuit Diagram

(b) Input Output Characteristics

### Schmitt Trigger

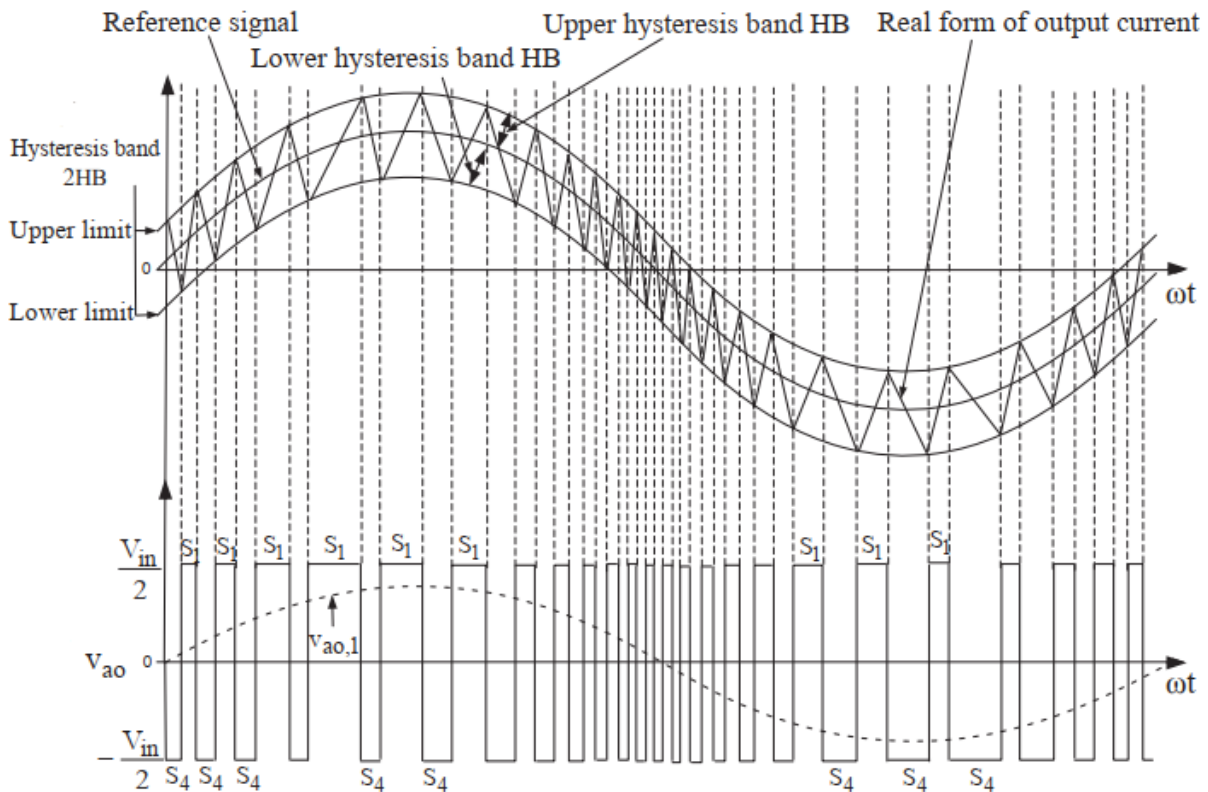
www.CircuitsToday.com

Σχήμα 3.12: (a) Κύκλωμα αναστρέφοντως Schmitt trigger.

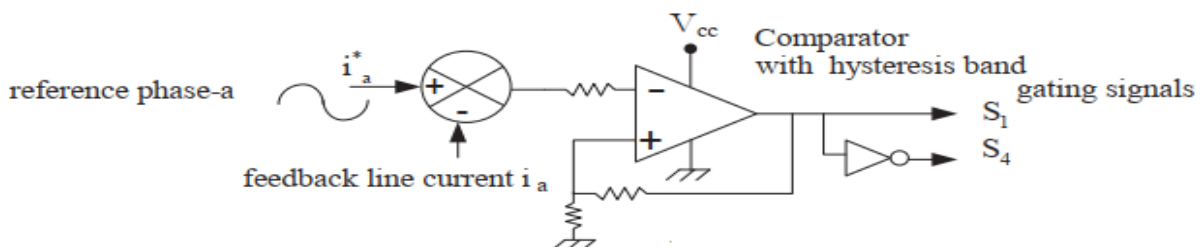
(b) Συνάρτηση μεταφοράς εξόδου-εισόδου του κυκλώματος. [37]



Το κύκλωμα αποτελείται από έναν τελεστικό ενισχυτή (OpAmp) , σε λειτουργία θετικής ανάδρασης. Η συνάρτηση μεταφοράς του σχήματος, είναι μια ζώνη υστέρησης. Αποτελείται από ένα κάτω όριο (lower threshold) και ένα άνω όριο (upper threshold). Όταν η είσοδος ξεπεράσει ένα από τα όρια, τότε θα πάρει τις τιμές κορεσμού,  $-V_{sat}$  και  $+V_{sat}$  του σχήματος. Έστω η τιμή της τάσης εισόδου είναι μικρότερη από την τιμή του κάτω ορίου. Τότε θα ισχύει  $V_{out} = V_{sat}$ . Τότε, όταν εισέλθει στην ζώνη υστέρησης, δεν θα αλλάξει τιμή, παραμόνο αν ξεπεράσει την τιμή του άνω ορίου, οπότε και θα είναι  $V_{out} = -V_{sat}$ . Το αντίστοιχο θα παρατηρηθεί, εάν ξεκινήσουμε από την περιοχή πέρα από το άνω όριο. Σε αυτό το φαινόμενο βασίζεται και η λειτουργία της τεχνικής HBCC-PWM.



Σχήμα 3.13: Αρχή λειτουργίας για μια φάση ελέγχου ρεύματος τριφασικού αντιστροφέα με ζώνη υστέρησης [7].



Σχήμα 3.14: Κύκλωμα ελέγχου μιας φάσης [7].

Το πραγματικό ρεύμα ρεύμα της κάθε φάσης, μετράται μέσω αισθητήρων και μέσω ανάδρασης φτάνει στην είσοδο ενός ανθροιστή-αφαιρέτη, όπου υπολογίζεται η διαφορά του με το ρεύμα αναφοράς. Όταν το πραγματικό ρεύμα ξεπεράσει το άνω όριο υστέρησης, ο άνω διακόπτης τίθεται εντός και η φασική τάση του αντιστροφέα αλλάζει από  $+0.5V_{dc}$  σε  $-0.5V_{dc}$  και το ρεύμα αρχίζει να μειώνεται. Το αντίστροφο συμβαίνει στην περίπτωση που το ρεύμα ξεπεράσει το κάτω όριο. Το φαινόμενο αυτό βλέπουμε στο σχήμα 3.13. Η κυμάτωση του ρεύματος και η διακοπτική συχνότητα καθορίζονται από το εύρος της ζώνης υστέρησης, όπου προφανώς η μείωση του εύρους, αυξάνει την διακοπτική συχνότητα και μειώνει την κυμάτωση. Το βέλτιστο εύρος, εξασφαλίζεται με την εξίσωση των διακοπτικών απωλειών και των απωλειών λόγω κυμάτωσης. Η σχεδίαση των κυκλωμάτων ελέγχου (σχήμα 3.14), είναι ιδιαίτερα απλή και οικονομική, και η δυναμική απόκριση ταχύτατη. Έτσι είναι μια ευρέως χρησιμοποιούμενη τεχνική. Η αυξημένη κυμάτωση του ρεύματος, η μεταβλητή διακοπτική συχνότητα, η εμφάνιση υποαρμονικών, και η ανεξαρτησία μεταξύ των κυκλωμάτων ελέγχου των φάσεων, δημιουργούν δυσχέρειες στα συστήματα κίνησης, με αποτέλεσμα να μην αποτελεί μια από τις κοινές τεχνικές ελέγχου.

## Κεφάλαιο 4

# Συστήματα ελέγχου ηλεκτρικών κινητήρων μονίμων μαγνητών

### 4.1 Εισαγωγή

Όπως αναφέραμε στο κεφάλαιο 1, ο εγκέφαλος ενός συστήματος κίνησης είναι η μονάδα ελέγχου. Μέσω πληροφοριών από τους αισθητήρες και τους εκτιμητές της διάταξης, και των εντολών στην είσοδό της, παράγει τα κατάλληλα σήματα που στέλνονται στον αντιστροφέα. Ο αντιστροφέας με τη σειρά του, παράγει τις κατάλληλες εξόδους, που θα εισαχθούν στον κινητήρα και θα ληφθεί η επιθυμητή απόκριση σύμφωνα με την εντολή που δόθηκε. Η σχεδίαση κατάλληλου ελεγκτή, είναι πολύ σημαντική για ένα σύστημα κίνησης, και αποτελεί μια ιδιαίτερα δύσκολη διαδικασία. Σε αυτό το κεφάλαιο, θα δούμε ορισμένες από τις συνήθεις τεχνικές ελέγχου, αλλά θα αναφέρουμε και ορισμένες εναλλακτικές.

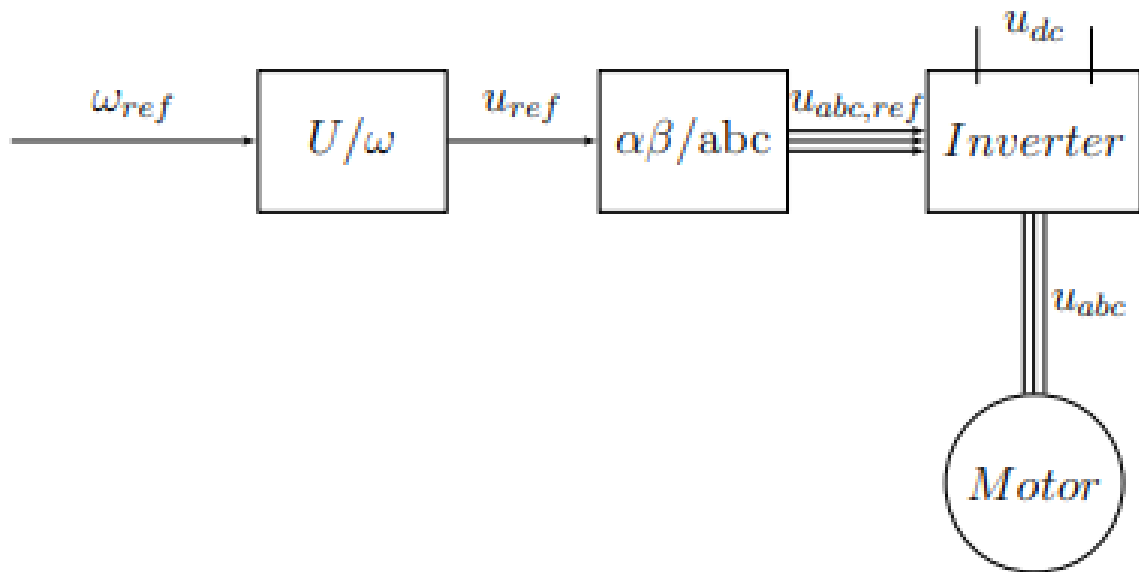
### 4.2 Συνήθεις τεχνικές ελέγχου ηλεκτρικών κινητήρων

Οι παρακάτω τεχνικές ελέγχου, αποτελούν τις συχνότερα χρησιμοποιούμενες στα συστήματα μεταβλητής ταχύτητας. Αφού αναλύσουμε την λειτουργία τους, δίνοντας περισσότερη έμφαση στις 2 πρώτες, για τις οποίες έχουμε υλοποιήσει και αντίστοιχα μοντέλα προσομοίωσης, θα αναφέρουμε ορισμένα από τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα τους.

#### 4.2.1 Βαθμωτός έλεγχος σταθερού $V/f$ ανοικτού βρόχου

Ο έλεγχος σταθερού  $V/f$  είναι μια κλασική τεχνική ελέγχου ανοικτού βρόχου (δηλαδή χωρίς βρόχους ανάδρασης), τόσο για μηχανές μονίμων μαγνητών, όσο και για μηχανές επαγωγής. Οι μηχανές επαγωγής δεν υποφέρουν από προβλήματα αποσυγχρονισμού, οπότε ο έλεγχος υλοποιείται ευκολότερα στην περίπτωσή τους. Παρόλα αυτά, οι μηχανές μονίμων μαγνητών εμφανίζουν σημαντικά πλεονεκτήματα ιδιαίτερα στην απόδοση, και η τεχνική εφαρμόζεται και στην περίπτωσή τους. Κάποτε ήταν η κυρίαρχη τεχνική οδήγησης μηχανών, αλλά με την εισαγωγή του διανυσματικού ελέγχου, παραμένει σε χρήση κυρίως σε εφαρμογές χαμηλής ισχύος, όπως σε κινητήρες που οδηγούν ανεμιστήρες και αντλίες. Η σχεδίασή της είναι ιδιαίτερα απλή και οικονομική, ενώ δεν απαιτεί μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Βασικό μειονέκτημα είναι το γεγονός πως μια μηχανή μονίμων μαγνητών είναι ένα μη-γραμμικό, ισχυρά συζευγμένο σύστημα, το οποίο αγνοεί η τεχνική, εφόσον βασίζεται καθαρά στην μεταβολή

των μεταβλητών ελέγχου. Για αυτόν τον λόγο, η χρήση της προτιμάται σε εφαρμογές που δεν έχουμε υψηλές απαιτήσεις ως προς την δυναμική απόκριση του συστήματος. Άλλο ένα μειονέκτημα, είναι η απώλεια της ευστάθειας σε υψηλότερες ταχύτητες, η οποία οδηγεί σε αποσυγχρονισμό της μηχανής, και ιδιαίτερα σε μηχανές που δεν διαθέτουν τυλίγματα απόσβεσης. Για αυτόν τον λόγο, πρέπει να μελετηθεί προσεκτικά η ευστάθεια ανοικτού βρόχου της μηχανής, ώστε να βρεθεί το μέγιστο όριο ταχύτητας, χωρίς να χάνεται η ευστάθεια. Για να αυξήσουμε το όριο, θα χρειαστεί να τροποποιήσουμε την τεχνική, προσθέτοντας αναδράσεις και μετατρέποντάς την σε τεχνική κλειστού βρόχου.



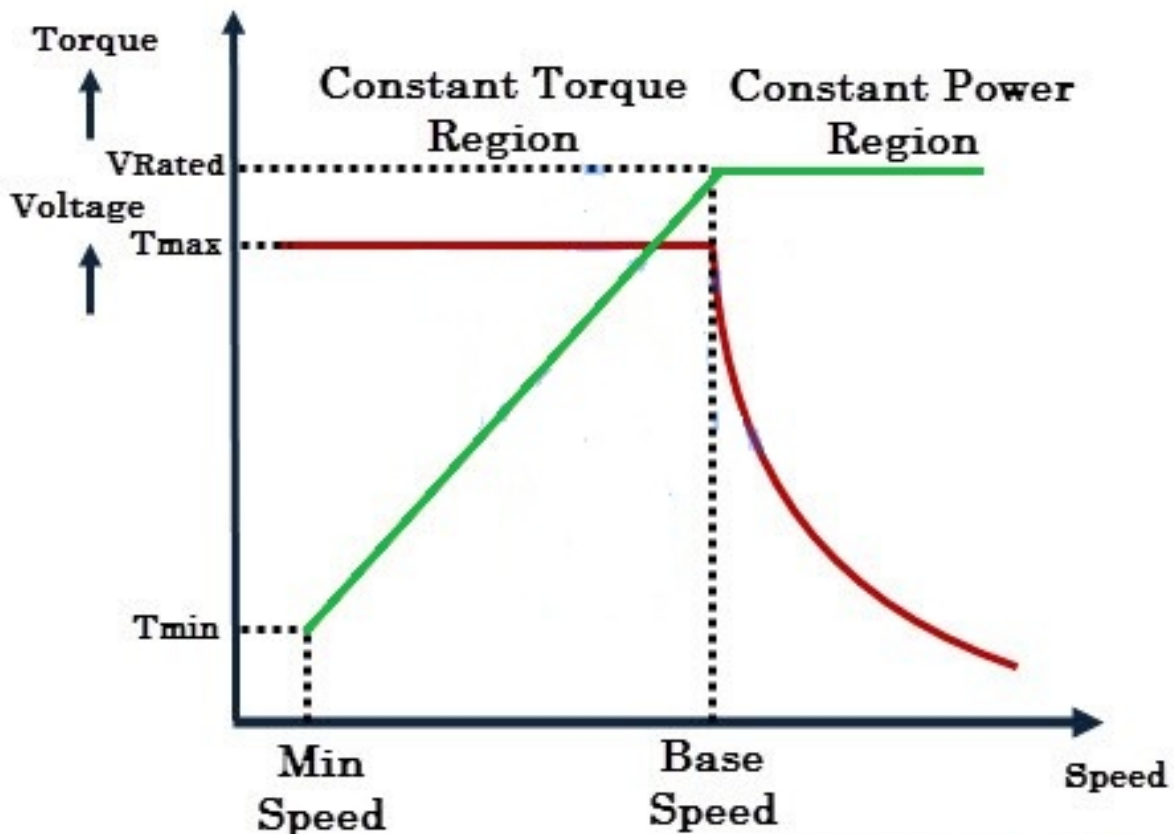
Σχήμα 4.1: Γενική τοπολογία συστήματος κίνησης με ελεγκτή σταθερού V/f ανοικτού βρόχου [14].

Όπως υποδηλώνει και το όνομα, ο λόγος του πλάτους της φασικής τάσης και ηλεκτρικής συχνότητας,  $\frac{V}{f}$ , διατηρείται σταθερός. Αυτό φυσικά διατηρεί σταθερή την μαγνητική ροή του στάτη, με σκοπό την μέγιστη ροπή. Δίνοντας λοιπόν μια εντολή φασικής τάσης, και μια εντολή ταχύτητας, σχηματίζεται ο αντίστοιχος λόγος  $\frac{V}{f}$ , ο οποίος με την μεταβολή της ταχύτητας, μεταβάλλει ανάλογα την τάση για την διατήρηση του λόγου, μέχρι ένα όριο κορεσμού της μέγιστης τάσης. Στις χαμηλές ταχύτητες η πτώση τάσης λόγω της αντίστασης του τυλίγματος του στάτη, είναι ιδιαίτερα σημαντική, με αποτέλεσμα να μειώνεται αρκετά η τιμή της παραγόμενης ροής. Έτσι, προστίθεται μια τάση ενίσχυσης σε λειτουργία χαμηλών στροφών, που γίνεται αμελητέα όσο αυτές αυξάνονται. Η εντολή επιθυμητής μηχανικής ταχύτητας, εφόσον μετατραπεί σε ηλεκτρική ταχύτητα, ολοκληρώνεται, με σκοπό να πάρουμε την ηλεκτρική γωνία. Έχοντας πλέον στη διάθεσή μας το πλάτος της φασικής τάσης και την ηλεκτρική γωνία, δημιουργούμε τα τριφασικά σήματα αναφοράς της τεχνικής SPWM, στα οποία αναφερθήκαμε στο κεφάλαιο 3. Τα σήματα συγκρίνονται με το τριγωνικό φέρον σήμα, και τροφοδοτούνται στον αντιστροφέα, ο οποίος παράγει τις τελικές τριφασικές τάσεις. Προφανώς, η αλλαγή της ταχύτητας γίνεται μέσω της μεταβολής της συχνότητας τροφοδοσίας. Ωστόσο, η συνθήκη σταθερού λόγου, δεν είναι δυνατό να ικανοποιείται για οσοδήποτε μεγάλη ταχύτητα. Στην ονομαστική ταχύτητα, η τάση θα φτάσει στον κορεσμό, με αποτέλεσμα η μηχανή να εισέρχεται στην περιοχή εξασθένισης πεδίου, και να μειώνεται η διαθέσιμη ροπή. Εάν η ταχύτητα συνεχίσει να αυξάνεται, η μηχανή θα αποσυγχρονιστεί λόγω αστάθειας. Ο

ρυθμός μεταβολής του σήματος αναφοράς ηλεκτρικής ταχύτητας, δίνεται από την μηχανική εξίσωση του δρομέα που είναι:

$$\frac{d\omega_e^*}{dt} = \frac{P}{2J}(T_{em} - T_L) \quad (4.1)$$

Ο ρυθμός μεταβολής του σήματος, λαμβάνει την μέγιστη τιμή του, όταν η ηλεκτρομαγνητική ροπή ισούται με την ονομαστική ροπή του κινητήρα.



Σχήμα 4.2: Περιοχές λειτουργίας συστήματος οδήγησης. Φαίνονται στο σχήμα η περιοχή σταθερής ροπής και η περιοχή που η ισχύς της μηχανής φτάνει στο μέγιστο, αλλά η ροπή εξασθενεί [38].

Η μελέτη της ευστάθειας ανοιχτού βρόχου, βασίζεται στην γραμμικοποίηση των εξισώσεων του συστήματος γύρω από κάποιο σημείο λειτουργίας (βλέπε παράρτημα Α). Από το δυναμικό μοντέλο d-q, τροποποιημένο όπως στο [14], και με μια εξίσωση επιπλέον, θα είναι,

$$\begin{aligned}
\frac{di_d}{dt} &= -\frac{R_s}{L_d}i_d + \frac{L_q}{L_d}\omega_e i_q - \frac{1}{L_d}v_s \sin \delta \\
\frac{di_q}{dt} &= -\frac{R_s}{L_q}i_q - \frac{L_d}{L_q}\omega_e i_d - \frac{\lambda_m}{L_q}\omega_e + \frac{1}{L_q}v_s \cos \delta \\
\frac{d\omega_e}{dt} &= \frac{3P^2}{8J}(\lambda_m i_q + (L_d - L_q)i_d i_q) - \frac{B}{J}\omega_e - \frac{P}{2} \frac{1}{J}T_L \\
\frac{d\delta}{dt} &= \omega_{e,vec} - \omega_e
\end{aligned} \tag{4.2}$$

όπου  $\delta$  είναι η γωνία ροπής, και  $\omega_{e,vec}$  είναι η ηλεκτρική γωνία περιστροφής του διανύσματος της φασικής τάσης  $v_s$ . Με γραμμικοποίηση των παραπάνω εξισώσεων γύρω από σημείο λειτουργίας, θα φέρουμε το σύστημα στην μορφή,

$$\frac{d\Delta x}{dt} = A(x_o)\Delta x + B(x_o)\Delta T_L \tag{4.3}$$

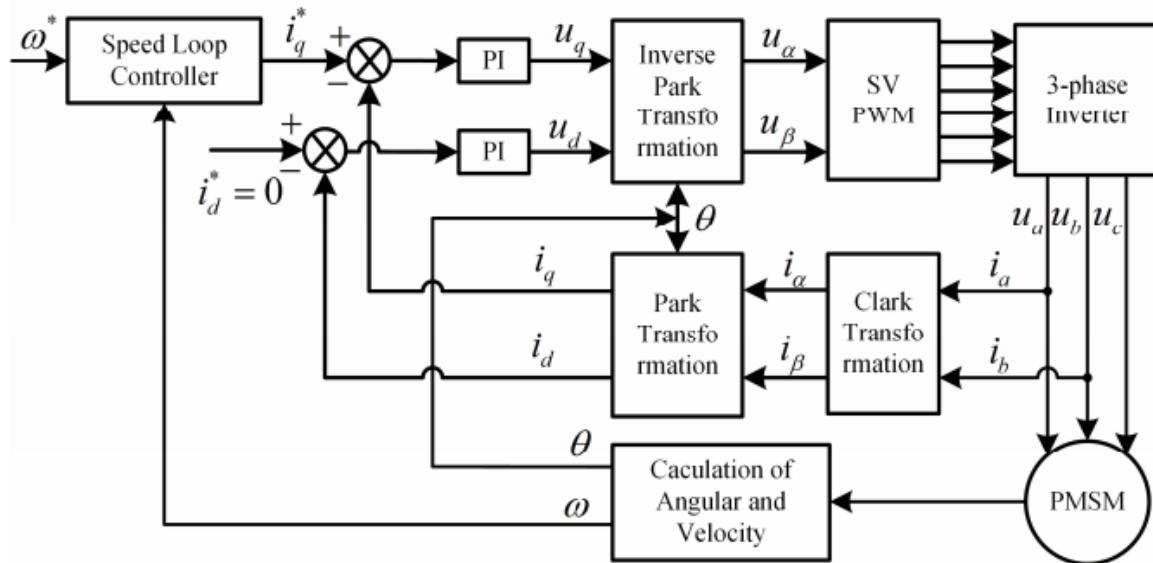
με  $\Delta x = [\Delta i_d \quad \Delta i_q \quad \Delta \omega_e \quad \Delta \delta]^T$ ,  $B(x_o) = [0 \quad 0 \quad -\frac{P}{2J} \quad 0]^T$  και

$$A(x_o) = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \frac{L_q}{L_d}\omega_{eo} & \frac{L_q}{L_d}i_{qo} & -\frac{v_s}{L_d} \cos \delta \\ -\frac{L_d}{L_q}\omega_{eo} & -\frac{R_s}{L_q} & -\frac{\lambda_m}{L_q} - \frac{L_d}{L_q}\omega_{eo} & -\frac{v_s}{L_q} \sin \delta \\ \frac{3P^2}{8J}(L_d - L_q)i_q & \frac{3P^2}{8J}(\lambda_m + (L_d - L_q)i_{do}) & -\frac{B}{J} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

Για την μελέτη της ευστάθειας, θα πρέπει να υπολογίσουμε τις ιδιοτιμές του πίνακα  $A(x_o)$ , και να βρούμε τις συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούν οι παράμετροι, ώστε αυτές να βρίσκονται στο αριστερό ημιπίεδο του μιγαδικού επιπέδου.

#### 4.2.2 Διανυσματικός έλεγχος προσανατολισμένου πεδίου (FOC)

Μέχρι τις αρχές του 1970, η πιο γνωστή τεχνική ελέγχου μηχανών εναλλασσομένου ρεύματος ήταν ο βαθμωτός έλεγχος V/f. Όμως, οι απαιτήσεις σε ταχύτητα δυναμικής απόκρισης, η μείωση της κυμάτωσης ροπής, και η αποφυγή διαφόρων άλλων προβλημάτων που σχετίζονται με τον βαθμωτό έλεγχο, οδήγησαν την έρευνα σε αναζήτηση βελτιωμένων τεχνικών ελέγχου. Στις αρχές της δεκαετίας του 70, από την πρωτοποριακή έρευνα των Hasse και Blaschke, προέκυψε μια τεχνική διανυσματικού ελέγχου, που είναι ευρέως γνωστή ως έλεγχος προσανατολισμένου πεδίου (FOC). Από τότε, ο έλεγχος αντικατέστησε τον βαθμωτό έλεγχο, στις περισσότερες βιομηχανικές εφαρμογές και παραμένει μέχρι σήμερα η πιο συνηθισμένη τεχνική ελέγχου υψηλών επιδόσεων, καθώς η εξέλιξη των ψηφιακών μικροεπεξεργαστών και



Σχήμα 4.3: Τοπολογία συστήματος κίνησης με έλεγχο προσανατολισμένου πεδίου.

η ραγδαία αύξηση υπολογιστικής δύναμης, καθιστούν την υλοποίησή του όλο και ευκολότερη. Σαφώς, η έννοια του διανυσματικού ελέγχου επεκτείνεται και σε άλλες τεχνικές. Το όνομα προέρχεται από τις δύο συνιστώσες ρεύματος και τάσης d-q, οι οποίες μπορούν να αναπαρασταθούν ως διανύσματα. Οι τεχνικές διανυσματικού ελέγχου είναι υπολογιστικά πιο κοστοβόρες από τον βαθμωτό έλεγχο, αλλά προσφέρουν υψηλής ποιότητας έλεγχο, αφού δεν αγνοούν την δυναμική των ελεγχόμενων μηχανών. Το βασικό υποσύστημα που φέρνει τις μεταβλητές κατάστασης των εξισώσεων (2.37),  $(i_d, i_q, \omega_m)$ , στις επιθυμητές τιμές, είναι ο PI ελεγκτής (βλέπε παράρτημα Β). Χρησιμοποιούνται τρεις PI ελεγκτές, ο καθένας από τους οποίους δέχεται την διαφορά ενός σήματος αναφοράς, και των πραγματικών μετρούμενων ή εκτιμώμενων τιμών των ρευμάτων και της ταχύτητας, μέσω ανάδρασης. Έτσι, έχουμε τρεις κλειστούς βρόχους, έναν για κάθε μεταβλητή κατάσταση. Στο σχήμα 4.3, φαίνονται δύο PI ελεγκτές για τα ρεύματα  $i_d, i_q$ , αλλά συνήθως και ο βρόχος ταχύτητας ελέγχεται με τον ίδιο τρόπο. Τα σήματα που θα παραχθούν από τους ελεγκτές των βρόχων ρευμάτων, αφορούν τα σήματα τάσης εισόδου, που βλέπουμε στις εξισώσεις (2.37). Αφού μετατραπούν στο πλαίσιο α-β, εισάγονται σε μονάδα PWM, που παράγει τα κατάλληλα σήματα οδήγησης για τον αντιστροφέα. Η οδήγηση του αντιστροφέα, γίνεται με την τεχνική SVPWM.

**Βρόχος ρεύματος  $i_d$ :** Για την αναφορά του ρεύματος  $i_d^*$ , συνήθως επιλέγεται  $i_d^* = 0$ . Ο έλεγχος σε αυτήν την περίπτωση, είναι ιδιαίτερα απλός, και προσφέρει σημαντικά πλεονεκτήματα, από τα οποία το κυριότερο, είναι η απόζευξη της ηλεκτρομαγνητικής ροπής της μηχανής, από το ρεύμα του άξονα d. Έτσι, η ροπή της μηχανής, θα πάρει, λόγω των εξισώσεων (2.28) και (2.34), τη μορφή:

$$T_{em} = \frac{3P}{2} \lambda_m i_q \quad (4.5)$$

Άλλα σημαντικά πλεονεκτήματα, είναι τα παρακάτω:

- Μείωση της κυμάτωσης της ροπής.

- Ικανοποιητικό εύρος ταχυτήτων λειτουργίας.
- Μηδενισμός των ωμικών απωλειών  $\frac{3}{2}R_s i_d^2$ .
- Προστασία από υπερτάσεις στην μηχανή, σε περίπτωση απώλειας του ελέγχου ρεύματος.
- Προστασία από τον απομαγνητισμό των μονίμων μαγνητών, σε ορισμένους τύπους μηχανών.

Υπάρχουν περιπτώσεις όμως, που οι απαιτήσεις σε ταχύτητα, είναι ακόμα υψηλότερες. Τότε, η μηχανή θα πρέπει να εισέλθει στην περιοχή εξασθένισης πεδίου, όπου η ροπή αρχίζει να μειώνεται, όσο η ταχύτητα αυξάνεται. Οι τεχνικές αυτές, ονομάζονται τεχνικές εξασθένισης πεδίου, και απαιτούν  $i_d^* \neq 0$ . Εφαρμόζονται σε μηχανές έκτυπων πόλων, όπου  $L_d \neq L_q$ . Για παράδειγμα, για τις μηχανές επιφανειακών μαγνητών έκτυπων πόλων, είναι  $L_d < L_q$ , ενώ για τις μηχανές ακτινικής ροής,  $L_d > L_q$ . Έτσι, αν θέλουμε λειτουργία εξασθένισης πεδίου, θα πρέπει στην πρώτη περίπτωση να είναι  $i_d^* < 0$ , ενώ στην δεύτερη  $i_d^* > 0$ . Οι στρατηγικές που καθορίζουν την τιμή του  $i_d^*$ , είναι αρκετές, όπως η στρατηγική μέγιστης ροπής, η στρατηγική μοναδιαίου συντελεστή ισχύος, στρατηγική μέγιστης ισχύος και άλλες. Τέλος, εφόσον σχηματιστεί η διαφορά του σήματος αναφοράς και πραγματικής τιμής του ρεύματος, ο ελεγκτής PI του βρόχου, παράγει το σήμα τάσης  $v_d$  που αποτελεί το σήμα εισόδου του συστήματος της μηχανής.

**Βρόχος ρεύματος  $i_q$ :** Ομοίως με τον βρόχο ρεύματος  $i_d$ , από την διαφορά του σήματος αναφοράς και της πραγματικής τιμής, και μέσω του ελεγκτή, παράγεται το σήμα τάσης εισόδου  $v_q$ . Η μοναδική διαφορά, είναι ότι το σήμα αναφοράς, παράγεται από τον ελεγκτή ταχύτητας, και δεν είναι εν γένει μηδενικό.

**Βρόχος ταχύτητας  $\omega_m$ :** Ο ελεγκτής δέχεται την εντολή ταχύτητας αναφοράς, από την οποία αφαιρείται η πραγματική ταχύτητα του δρομέα, και παράγει το σήμα αναφοράς για τον ελεγκτή του ρεύματος  $i_q$ .

Η μοναδική δυσκολία της μεθόδου, οφείλεται στην ρύθμιση των PI ελεγκτών, και σε φαινόμενα που σχετίζονται με τον ολοκληρωτικό του όρο. Η ρύθμιση, μπορεί να γίνει είτε εμπειρικά, είτε με την εφαρμογή διαφόρων πειραματικών μεθόδων. Θυμίζουμε, ότι το δυναμικό μοντέλο, θα είναι:

$$\begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= -\frac{R_s}{L_d}i_d + \frac{L_q}{L_d}\omega_e i_q + \frac{1}{L_d}v_d \\ \frac{di_q}{dt} &= -\frac{R_s}{L_q}i_q - \frac{L_d}{L_q}\omega_e i_d - \frac{\lambda_m}{L_q}\omega_e + \frac{1}{L_q}v_q \\ \frac{d\omega_m}{dt} &= \frac{3P}{4J}(\lambda_m i_q + (L_d - L_q)i_d i_q) - \frac{B}{J}\omega_m - \frac{1}{J}T_L \end{aligned} \quad (4.6)$$

Σύμφωνα με το [8], θα θέσουμε για τις εισόδους  $v_d, v_q$ ,

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v'_d \\ v'_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_{ad} & \omega_e L_q \\ -\omega_e L_d & R_{aq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_m \omega_e \end{bmatrix} \quad (4.7)$$



όπου ονομάζουμε τις  $R_{ad}$ ,  $R_{aq}$ , ενεργές αντιστάσεις d και q άξονα.

Για τις εξισώσεις (4.6) των ρευμάτων λοιπόν, θα ισχύει πλέον:

$$\begin{bmatrix} L_d \frac{di_d}{dt} \\ L_q \frac{di_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v'_d \\ v'_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_s + R_{ad} & 0 \\ 0 & R_s + R_{aq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Επιλέγουμε,

$$R_{ad} = \alpha_c L_d - R_s \quad (4.9)$$

$$R_{aq} = \alpha_c L_q - R_s$$

όπου  $\alpha_c$  το εύρος ζώνης του βρόχου ρεύματος.

Έτσι, θα έχουμε στο πεδίο της συχνότητας:

$$i_d(s) = \frac{1}{(s + \alpha_c)L_d} v'_d(s) \quad (4.10)$$

$$i_q(s) = \frac{1}{(s + \alpha_c)L_q} v'_q(s)$$

Οι όροι  $v'_d(s)$ ,  $v'_q(s)$ , παριστάνουν την επίδραση των ελεγκτών PI . Θα είναι λοιπόν,

$$v'_d(s) = (K_{pd} + \frac{K_{id}}{s})e_d(s) \quad (4.11)$$

$$v'_q(s) = (K_{pq} + \frac{K_{iq}}{s})e_q(s)$$

με  $e_d(s) = i_d^*(s) - i_d(s)$  και  $e_q(s) = i_q^*(s) - i_q(s)$  τα σφάλματα των τιμών αναφοράς με τα πραγματικά, των ρευμάτων ορθού και καθέτου άξονα αντίστοιχα. Λόγω των (4.11), οι (4.10), θα γίνουν:

$$i_d(s) = \frac{1}{(s + \alpha_c)L_d} \frac{(K_{pd}s + K_{id})}{s} e_d(s) \quad (4.12)$$

$$i_q(s) = \frac{1}{(s + \alpha_c)L_q} \frac{(K_{pq}s + K_{iq})}{s} e_q(s)$$

Επιλέγουμε για τα κέρδη των ελεγκτών:

$$\begin{aligned}
K_{pd} &= \alpha_c L_d & K_{id} &= \alpha_c^2 L_d \\
K_{pq} &= \alpha_c L_q & K_{iq} &= \alpha_c^2 L_q
\end{aligned}
\tag{4.13}$$

Με τα παραπάνω κέρδη, και με αντικατάσταση των σχέσεων των σφαλμάτων, θα πάρουμε τελικά:

$$\begin{aligned}
i_d(s) &= \frac{\alpha_c}{s + \alpha_c} i_d^*(s) \\
i_q(s) &= \frac{\alpha_c}{s + \alpha_c} i_q^*(s)
\end{aligned}
\tag{4.14}$$

Σύμφωνα με το [8], εφόσον επιλέξαμε τις ενεργές αντιστάσεις όπως στις (4.9), θα πρέπει το εύρος ζώνης να ικανοποιεί τη σχέση,

$$\alpha_c \leq 0.04\omega_s \tag{4.15}$$

όπου  $\omega_s$  η διακοπτική συχνότητα.

Για τον βρόχο ταχύτητας, θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε την τελευταία εξίσωση των (4.6). Παρατηρούμε ότι εμπλέκεται ένας όρος γινομένου των δύο ρευμάτων. Αφού όμως το ρεύμα  $i_d$  τείνει στο μηδέν, και η σταθερά χρόνου του ρεύματος είναι πολύ μικρότερη από την αντίστοιχη μηχανική, θα θεωρήσουμε πως ο όρος μηδενίζεται γρήγορα. Η ροπή φορτίου  $T_L$ , αποτελεί μια μη μετρήσιμη διαταραχή του συστήματος. Έτσι θα την αφαιρέσουμε από την ανάλυση μας προσωρινά, αλλά θα την λάβουμε υπόψη στο τελικό μοντέλο. Θα είναι στο πεδίο της συχνότητας:

$$s\omega_m(s) = \frac{3P\lambda_m}{4J} i_q(s) - \frac{B}{J} \omega_m(s) \tag{4.16}$$

Από την εξίσωση (4.14), για το ρεύμα  $i_q$ , η (4.16) θα γίνει:

$$s\omega_m(s) = \frac{3P\lambda_m}{4J} \frac{\alpha_c}{s + \alpha_c} i_q^*(s) - \frac{B}{J} \omega_m(s) \tag{4.17}$$

Ο ΠΙ ελεγκτής ταχύτητας, παράγει το σήμα αναφοράς του ρεύματος καθέτου άξονα. Θα είναι επομένως:

$$i_q^*(s) = (K_{ps} + \frac{K_{is}}{s}) e_s(s) \tag{4.18}$$

Επιλέγουμε,

$$K_{ps} = \alpha_s J \frac{4}{3P\lambda_m} \quad K_{is} = \alpha_s B \frac{4}{3P\lambda_m} \quad (4.19)$$

όπου  $\alpha_s$  το εύρος ζώνης του βρόχου ταχύτητας. Εκτελώντας τις πράξεις στην (4.17), λόγω των (4.18), (4.19), θα πάρουμε:

$$\omega_m(s) = \frac{\alpha_s \alpha_c}{s^2 + \alpha_c s + \alpha_s \alpha_c} \omega_m^*(s) \quad (4.20)$$

Για αποδοτική σύγκλιση στην ταχύτητα αναφοράς, θα πρέπει:

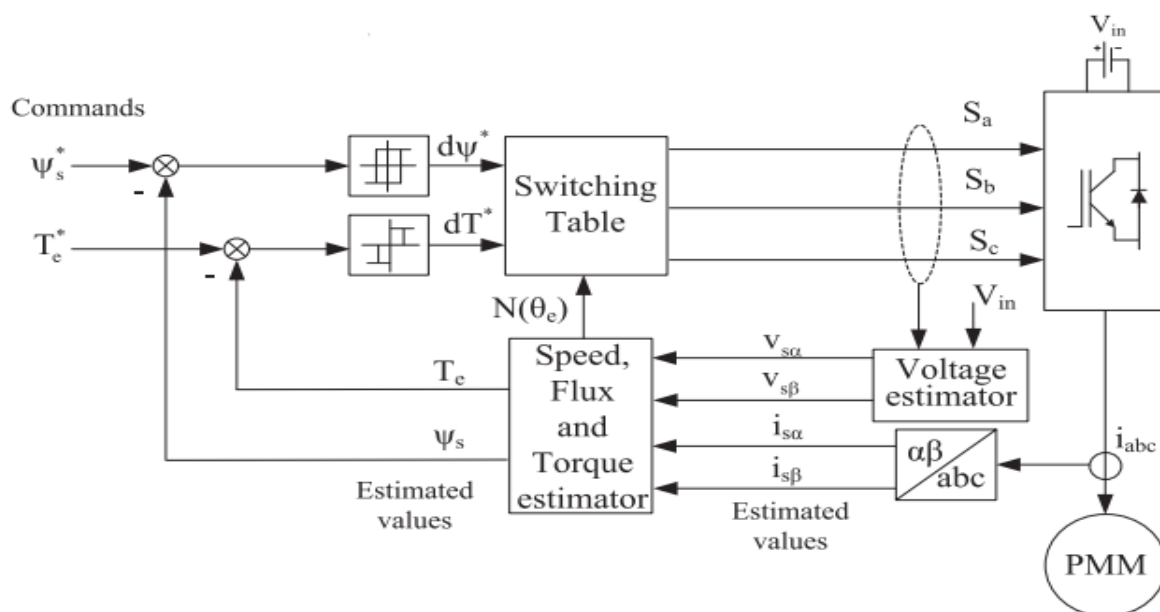
$$\alpha_s \leq 0.1 \alpha_c \quad (4.21)$$

Φυσικά, το [15], αναφέρει πως άλλη μια καλή επιλογή για τα κέρδη των ελεγκτών, είναι η εξής:

$$\begin{aligned} k_{pd} &= a_c \cdot L_d \\ k_{id} &= a_c \cdot R_s \\ k_{pq} &= a_c \cdot L_q \\ k_{iq} &= a_c \cdot R_s \\ k_{ps} &= a_s \cdot J \\ k_{is} &= a_s \cdot B \end{aligned} \quad (4.22)$$

### 4.2.3 Άμεσος Έλεγχος Ροπής (DTC)

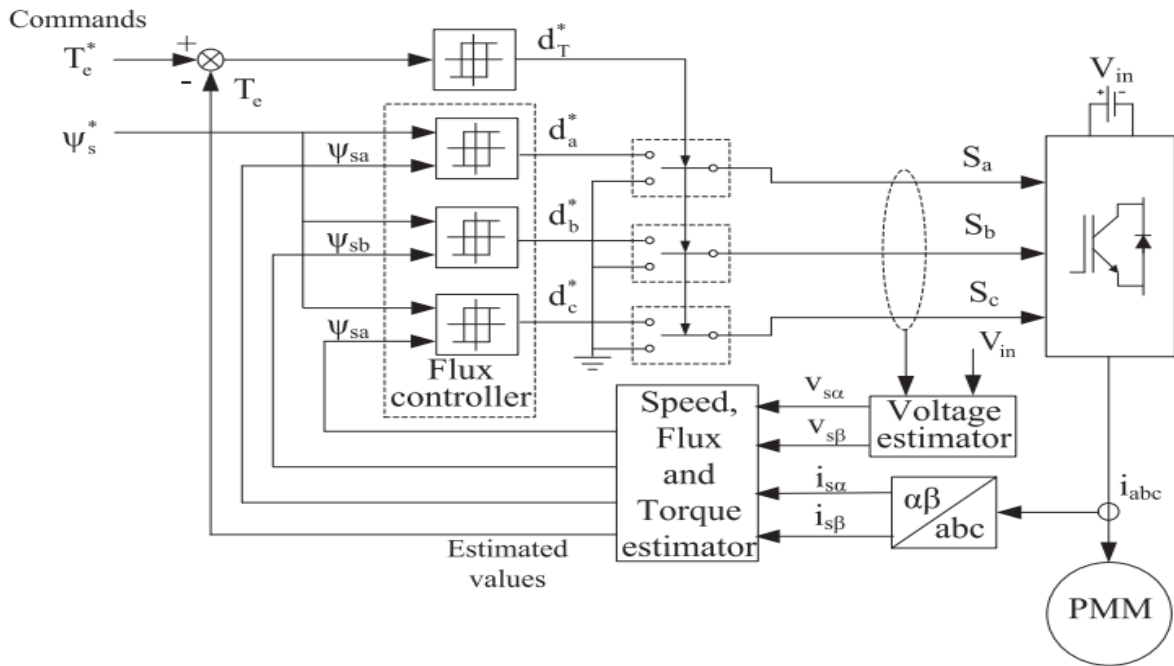
Την δεκαετία του 80, ενώ η τεχνική FOC επικρατούσε όλο και περισσότερο σε βιομηχανικές εφαρμογές. Όμως, έρευνα από τους Takahashi και Noguchi, και ταυτόχρονα από τον Depenbrock, οδήγησε στην ανακάλυψη της τεχνικής DTC (Direct Torque Control). Ανήκει στην κατηγορία των τεχνικών διανυσματικού ελέγχου, και βασίζεται στην απόζευξη ροπής και μαγνητικής ροής, σε αντίθεση με την τεχνική FOC, που πραγματοποιεί το αντίστοιχο για τα ρεύματα ορθού και καθέτου άξονα. Υπάρχουν πολλά διαφορετικά σχήματα ελέγχου για την υλοποίηση της τεχνικής, με τη γνωστότερη, να κάνει χρήση ελεγκτών υστέρησης (γνωστών και ως bang-bang controllers) και ενός πίνακα επιλογής διακοπτικών καταστάσεων για την οδήγηση του αντιστροφέα (ST-DTC).



Σχήμα 4.4: Τοπολογία συστήματος κίνησης τεχνικής ST-DTC. [7]

Σε αυτήν την τεχνική, οι τάσεις ορθού και καθέτου άξονα επιλέγονται με βάση σήματα αναφοράς πεπλεγμένης ροής και ροπής. Ένας εκτιμητής, με βάση το μοντέλο της μηχανής, εκτιμάει τις πραγματικές τιμές των μεγεθών που προαναφέρθηκαν, και τις αφαιρεί από τα σήματα αναφοράς. Τα σφάλματα με την σειρά τους εισέρχονται στους ελεγκτές υστέρησης, οι έξοδοι των οποίων εισέρχονται στον πίνακα επιλογής διακοπτικής κατάστασης. Η διακοπτική κατάσταση αφορά τα διανύσματα χώρου για τα οποία έχουμε μιλήσει στην τεχνική SVPWM. Σε αντίθεση με την τεχνική SVPWM όμως, δεν είναι δυνατή η σύνθεση ενδιάμεσων διανυσμάτων. Τέλος, οι παλμοί τροφοδοτούνται στον αντιστροφέα. Η διακοπτική συχνότητα καθορίζεται από το εύρος της ζώνης υστέρησης. Ο άμεσος έλεγχος ροπής, προσφέρει μειωμένο υπολογιστικό κόστος, και απλότητα, αφού δεν απαιτεί χρήση ελεγκτών PI και τεχνικής PWM. Επίσης, δεν απαιτείται η γνώση της γωνίας του δρομέα κάθε στιγμή. Βασικά μειονεκτήματα αφορούν την υψηλή κυμάτωση του ρεύματος στάτη, της ροπής και της πεπλεγμένης ροής, ενώ απαιτείται μεγάλη ακρίβεια στην τιμή της αντίστασης στάτη, που έχει σημαντικό ρόλο σε αυτήν την τεχνική. Εναλλακτικά σχήματα, όπως το DSC (Direct self-control) βελτιώνουν την δυναμική συμπεριφορά της ροπής, ενώ μειώνουν τις απαιτήσεις σε διακοπτική συχνότητα, πλεονεκτήματα που την καθιστούν προτιμότερη σε συστήματα κίνησης υψηλής ισχύος. Επιπλέον, η τεχνική μπορεί να υλοποιηθεί και μέσω τεχνικής SVPWM, αντικαθιστώντας τους ελεγκτές υστέρησης και βελτιώνοντας σημαντικά τις επιδόσεις, αλλά έτσι, χάνει ένα από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματά της, την απλότητα υλοποίησης της.

[27]



Σχήμα 4.5: Τοπολογία συστήματος κίνησης τεχνικής DSC. [7]

Η εκτίμηση της πεπλεγμένης ροής στάτη, σε στατό πλαίσιο με μηδενική ταχύτητα, γίνεται μέσω της εξίσωσης,

$$\lambda_{\alpha\beta} = \int (v_{\alpha\beta} - R_s i_{\alpha\beta}) dt \quad (4.23)$$

όπου το μέτρο της ροής, θα είναι:

$$\lambda_s = \sqrt{\lambda_\alpha^2 + \lambda_\beta^2} \quad (4.24)$$

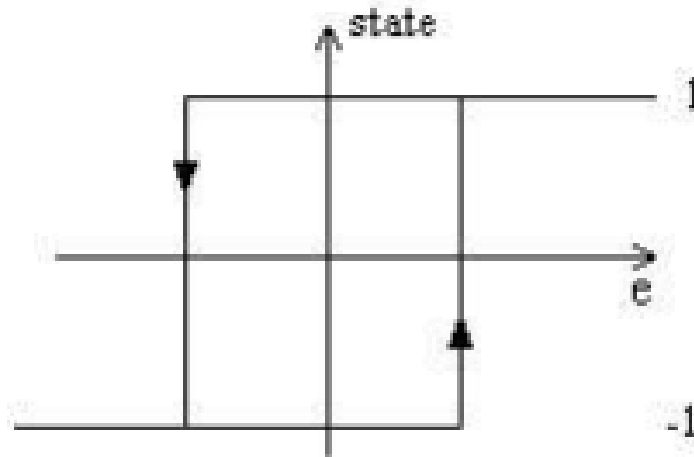
Από την εξίσωση (4.22), φαίνεται η μεγάλη εξάρτηση της ροής στην παράμετρο της αντίστασης στάτη. Αυτό αποτελεί σημαντικό μειονέκτημα της τεχνικής, καθώς η αντίσταση δεν μπορεί να μετρηθεί με μεγάλη ακρίβεια, ενώ έχει και εξάρτηση από την θερμοκρασία. Ο υπολογισμός του αντίστοιχου τομέα, γίνει μέσω της εξίσωσης:

$$\theta_s = \arctan\left(\frac{\lambda_\beta}{\lambda_\alpha}\right) \quad (4.25)$$

Η ροπή μπορεί να εκτιμηθεί από την σχέση,

$$T_{em} = \frac{3P}{4} (\lambda_\alpha i_{s\beta} - \lambda_\beta i_{s\alpha}) \quad (4.26)$$

η οποία ισχύει τόσο στο στρεφόμενο d-q, πλαίσιο, όσο και στο α-β. Τέλος, οι ελεγκτές υστέρησης μπορούν να είναι 2 επιπέδων ή περισσότερων, αν θέλουμε μεγαλύτερη ακρίβεια. Στην περίπτωση 2 επιπέδων, ανάλογα με τις τιμές των σφαλμάτων, ο ελεγκτής έχει έξοδο -1 ή 1, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



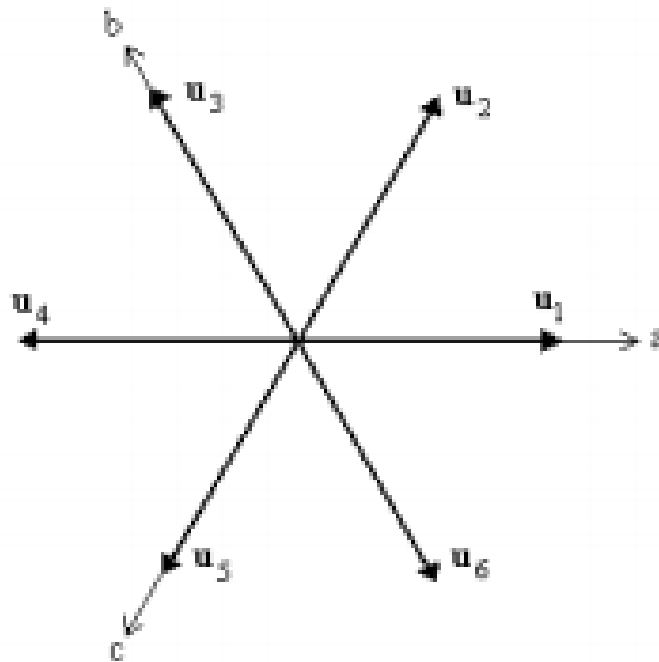
Σχήμα 4.6: Ελεγκτής υστέρησης. [27]

Ανάλογα λοιπόν με τις εξόδους των ελεγκτών, και τον τομέα που υπολογίστηκε, θα έχουμε πίνακα επιλογής του παρακάτω σχήματος,

		N					
$d_k$	$d_T$	1	2	3	4	5	6
-1	-1	$u_5$	$u_6$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$
	1	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$	$u_1$	$u_2$
1	-1	$u_6$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$
	1	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$	$u_1$

Σχήμα 4.7: Πίνακας επιλογής διακοπτικών καταστάσεων. [27]

όπου με  $u_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  συμβολίζουμε τα διανύσματα χώρου, τα οποία είναι:



Σχήμα 4.8: Διανύσματα χώρου. [27]

Το κάθε διάνυσμα καταλαμβάνει έναν τομέα  $60^\circ$ . Έτσι αν ανήκει στον τομέα 1, χρησιμοποιούνται τα διανύσματα  $u_2, u_3, u_5, u_6$ .

#### 4.2.4 Προβλεπτικός έλεγχος

Ο προβλεπτικός έλεγχος είναι ένα σύνολο τεχνικών ελέγχου, που ως κοινό χαρακτηριστικό έχουν την χρήση του μοντέλου του συστήματος για την πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών, βάσει κάποιου κριτηρίου βελτιστοποίησης [25]. Οι τεχνικές αυτές, απαιτούν μεγάλο υπολογιστική κόστος, και γίνονται όλο και περισσότερο διαδεδομένες, λόγω της ραγδαίας εξέλιξης των μικροεπεξεργαστών. Δύο από αυτές τις τεχνικές είναι η τεχνική FCS-MTC και ο έλεγχος deadbeat.

Η τεχνική FCS-MTC (Finite-Control-Set Model Predictive Control), βασίζεται στην βέλτιστη αξιοποίηση των διακοπτικών καταστάσεων του αντιστροφέα. Ο όρος FCS, αποδίδεται στο γεγονός ότι ο τριφασικός αντιστροφέας δύο επιπέδων, διαθέτει οκτώ πιθανές διακοπτικές καταστάσεις, ενώ η βελτιστοποίηση βασίζεται στο έλεγχο κυλιόμενου ορίζοντα (RHC: Receding Horizon Control), που αποτελεί τον πυρήνα του προβλεπτικού ελέγχου μοντέλου MPC [4]. Η τεχνική δεν απαιτεί χρήση τεχνικής PWM, και χαρακτηρίζεται από σχεδιαστική απλότητα. Λόγω της έλλειψης PWM, η παραγωγή των σημάτων ελέγχου γίνεται απευθείας, και η διακοπτική συχνότητα είναι μη σταθερή. Για την εφαρμογή της, απαιτείται χρήση του διακριτοποιημένου μοντέλου της μηχανής, με βάση την περίοδο δειγματοληψίας, και η δράση του ελεγκτή, πραγματοποιείται με σκοπό την επίλυση ενός προβλήματος ελαχιστοποίησης, μιας συνάρτησης κόστους. Η επιλογή κατάλληλης συνάρτησης κόστους δεν είναι μονοσήμαντη. Ο έλεγχος αρχικά, βασιζόταν σε ανάδραση υψηλού κέρδους, χωρίς τη χρήση ολοκληρωτή, αλλά η επίδοση ήταν μειωμένη λόγω σφαλμάτων μόνιμης κατάστασης [4]. Έτσι, στις σύγχρονες υλοποιήσεις, ενσωματώνεται ολοκληρωτής, που βελτιώνει σημαντικά την επίδοση, και ο έλεγχος καλείται I-FCS-MTC.

Ο έλεγχος deadbeat, ομοίως κάνει χρήση του διακριτοποιημένου μοντέλου, και πραγματοποιεί τοποθέτηση των πόλων του συστήματος στην αρχή των αξόνων του z-επιπέδου, εφόσον αυτό είναι ελέγξιμο [29]. Απαιτεί χρήση τεχνικής PWM, ενώ σε γενικές γραμμές, έχει εξαιρετική απόδοση και επίδοση, καθώς η ποιότητα του ρεύματος είναι πολύ υψηλή με μικρή παραμόρφωση, η ταχύτητα έχει χαμηλή κυμάτωση στην μόνιμη κατάσταση και καλή δυναμική απόκριση στις μεταβατικές καταστάσεις, ενώ η ροπή έχει μεγάλη ευστάθεια και ακρίβεια [28]. Εξαιτίας της τεχνικής PWM, ο ελεγκτής περιορίζεται από την απαίτηση γραμμικής λειτουργίας της, και το υπολογιστικό κόστος είναι ιδιαίτερα υψηλό. Ένα ακόμη σημαντικό πρόβλημα είναι η καθυστέρηση που προκύπτει λόγω των υπολογισμών των μελλοντικών τιμών, που επηρεάζει την σωστή εκτίμηση της θέσης δρομέα. Έτσι, απαιτούνται ειδικές τεχνικές διόρθωσης αυτού του σφάλματος.

Δεν θα γίνει λεπτομερής ανάλυση αυτών των τεχνικών, αλλά θα δειχθεί το διακριτοποιημένο μοντέλο που χρησιμοποιείται για την υλοποίησή τους. Με την παραδοχή ότι η ταχύτητα του δρομέα είναι σταθερή, και με την διακριτοποίηση των παραγώγων ως εξής,

$$\frac{di_d}{dt} \approx \frac{i_d(k+1) - i_d(k)}{T_s} \quad \frac{di_q}{dt} \approx \frac{i_q(k+1) - i_q(k)}{T_s} \quad (4.27)$$

με  $T_s$  την περίοδο δειγματοληψίας, το μοντέλο θα πάρει την μορφή:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_d(k+1) \\ i_q(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 - \frac{R_s T_s}{L_d} & \omega_e T_s \\ -\omega_e T_s & 1 - \frac{R_s T_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d(k) \\ i_q(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{T_s}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{T_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_e \lambda_m \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{T_s}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{T_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d(k) \\ v_q(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.28)$$



### 4.3 Άλλα σχήματα ελέγχου

Οι τεχνικές της προηγούμενης ενότητας, είναι οι συχνότερα χρησιμοποιούμενες. Ο βασικός περιορισμός για την υλοποίηση νέων τεχνικών, είναι η διαθέσιμη υπολογιστική ικανότητα των μικροεπεξεργαστών μας, η οποία αυξάνεται όλο και ταχύτερα. Σε αυτήν την ενότητα, θα αναφερθούν ορισμένες τεχνικές, οι οποίες είναι πολλά υποσχόμενες.

**Έλεγχος ολίσθησης επί επιφάνειας** (Sliding mode control): Ο έλεγχος ολίσθησης επί επιφάνειας, είναι μια τεχνική μη-γραμμικού ελέγχου, όπου ο νόμος ελέγχου που εφαρμόζεται είναι ασυνεχής. Ο νόμος ελέγχου δεν είναι σταθερός, και αλλάζει βάσει της τρέχουσας κατάστασης του συστήματος. Βασίζεται στον περιορισμό της κίνησης του συστήματος πάνω σε ένα επίπεδο  $s = 0$ , που καθορίζουμε ανάλογα με την δυναμική του συστήματος, και πάνω στο οποίο, η κίνηση του συστήματος εξαρτάται καθαρά από τις καταστάσεις του. Ο τελικός νόμος ελέγχου λοιπόν, μεταβάλλεται ασυνεχώς, ανάλογα με τη σχετική θέση των καταστάσεων του συστήματος και του επιπέδου, με σκοπό να επιτευχθεί κίνηση αποκλειστικά σε αυτό. Το γεγονός αυτό, είναι ιδιαίτερα χρήσιμο στην περίπτωση ελέγχου ηλεκτρικών μηχανών, καθώς ο νόμος ελέγχου, δεν θα εξαρτάται από τις παραμέτρους του συστήματος, οι οποίες όπως γνωρίζουμε, έχουν αβεβαιότητα. Για παράδειγμα, γνωρίζουμε πως η αύξηση της θερμοκρασίας σε μια μηχανή, αυξάνει την τιμή της αντίστασης στάτη. Η απόκριση του συστήματος είναι ιδιαίτερα γρήγορη, ενώ η ευρωστία και η ανοχή σε διαταραχές πολύ υψηλή [20]. (Για περισσότερες πληροφορίες στην εφαρμογή της τεχνικής ελέγχου, βλέπε [20, 23]).

**Νευροασαφής έλεγχος:** Μια ιδιαίτερα σύγχρονη τεχνική που βασίζεται στα νευρωνικά δίκτυα (neural networks) και του ελεγκτές ασαφούς λογικής (FLC). Τα νευρωνικά δίκτυα, είναι υπολογιστικά συστήματα, τα οποία βασίζονται στην λειτουργία των νευρώνων, δηλαδή των βασικών δομικών στοιχείων του εγκεφάλου των ανθρώπων και των ζώων. Κάθε νευρώνας του δικτύου, έχει δύο καταστάσεις, την ενεργή και την αδρανή. Οι νευρώνες είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους σε διάφορες τοπολογίες, και δέχονται εισόδους είτε εξωτερικά, είτε από άλλους νευρώνες, σχηματίζοντας στρώματα (layers). Τα δίκτυα αυτά, εκπαιδεύονται με βάση κάποιο κριτήριο κόστους που πρέπει να ελαχιστοποιήσουν, που επιλέγουμε βάσει της επιθυμητής λειτουργίας που θέλουμε να επιτυγχάνει. Οι ελεγκτές ασαφούς λογικής, λειτουργούν σύμφωνα με ένα σύνολο κανόνων, οι οποίοι χαρακτηρίζονται από τις λεγόμενες συναρτήσεις συμμετοχής (membership functions). Αυτές οι συναρτήσεις, δηλώνουν σε τι ποσοστό πραγματοποιείται ο καθένας από αυτούς τους κανόνες. Πολλές φορές, για τον έλεγχο ενός συστήματος, γίνεται συνδυασμένη χρήση των 2 εννοιών, με το νευρωνικό δίκτυο να ρυθμίζει επιθυμητά τις παραμέτρους που αφορούν τις συναρτήσεις συμμετοχής, και τον ελεγκτή ασαφούς λογικής να ελέγχει το σύστημα βάσει τον κανόνων του. Τα βασικά πλεονεκτήματα του ελέγχου, είναι η ανοχή σε διαταραχές και η ταχύτητα απόκρισης, όπως και στην περίπτωση του ελέγχου ολίσθησης επί επιφάνειας. Το θέμα αναλύεται παραπάνω στο [19].

# Κεφάλαιο 5

## Τεχνικές ελέγχου που εφαρμόστηκαν

Στο προηγούμενο κεφάλαιο, αναλύθηκαν μερικές συνήθεις τεχνικές ελέγχου κινητήρων μονίμων μαγνητών, αλλά αναφέρθηκαν και κάποιες πιο πρωτότυπες. Η θεωρία ελέγχου, διαθέτει ένα μεγάλο πλήθος γενικευμένων τεχνικών, που μπορούν να βρουν εφαρμογή σε πολλούς διαφορετικούς τύπους συστημάτων (π.χ. μηχανικά, υδραυλικά, ηλεκτρικά, χημικά). Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλυθούν δύο από αυτές, οι οποίες έχουν υλοποιηθεί μέσω προσομοιώσεων, στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

### 5.1 Τεχνικές συστημάτων ελέγχου

Οι δύο τεχνικές που θα αναλυθούν, είναι η γραμμικοποίηση με ανάδραση, και ο έλεγχος μέσω γραμμικού τετραγωνικού ρυθμιστή LQR. Παρακάτω, θα περιγράψουμε μαθηματικά την κάθε τεχνική, και θα την εφαρμόσουμε στα πλαίσια του ελέγχου του κινητήρα μονίμων μαγνητών.

#### 5.1.1 Γραμμικοποίηση με ανάδραση

Η γραμμικοποίηση με ανάδραση (feedback linearization), είναι μια πολύ ισχυρή τεχνική μη γραμμικού ελέγχου, βασισμένη στην διαφορική γεωμετρία, που πραγματοποιεί ολική ή μερική μετατροπή των διαφορικών εξισώσεων του συστήματος σε γραμμικές, χωρίς να κάνει προσέγγιση γύρω από κάποιο σημείο λειτουργίας. Χωρίζεται στην ολική γραμμικοποίηση κατάστασης (full-state linearization), όπου γραμμικοποιείται πλήρως το σύστημα εξισώσεων κατάστασης, και στην γραμμικοποίηση εισόδου-εξόδου (input-output linearization), όπου γραμμικοποιείται μόνο η απεικόνιση εισόδου-εξόδου, ενώ οι εξισώσεις κατάστασης γραμμικοποιούνται μερικώς. Έστω μη γραμμικό σύστημα, της μορφής:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad , \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad , \quad \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m \\ \mathbf{y} &= \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad , \quad \mathbf{y} \in \mathbb{R}^p\end{aligned}\tag{5.1}$$

Θέτουμε το ερώτημα, υπάρχει νόμος ελέγχου της μορφής,

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x})\mathbf{v}\tag{5.2}$$

και μετασχηματισμός συντεταγμένων,

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}(\mathbf{x}) \quad (5.3)$$

ώστε το σύστημα να μετατρέπεται σε ένα ισοδύναμο γραμμικό;

Στην περίπτωση του κινητήρα μονίμων μαγνητών, θα χρησιμοποιηθεί η τεχνική γραμμικοποίησης εισόδου-εξόδου. Παρακάτω θα αναφερθούν οι συνθήκες για την εφαρμογή της τεχνικής.

### 5.1.1.1 Μαθηματική περιγραφή

Έστω το μη γραμμικό σύστημα της εξίσωσης (5.1), όπου  $\mathbf{g}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  οι στήλες του πίνακα  $\mathbf{g}$ . Έστω επίσης  $D \subseteq \mathbb{R}^n$  μια περιοχή όπου τα διανυσματικά πεδία  $\mathbf{f} : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{g}_i : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ , και η απεικόνιση  $\mathbf{h} : D \rightarrow \mathbb{R}^p$  είναι επαρκώς ομαλά. Θα γράψουμε το σύστημα (5.1), ισοδύναμα στη μορφή:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^m \mathbf{g}_k(\mathbf{x})u_k \quad (5.4)$$

Τότε η παράγωγος της εξόδου  $\dot{y}_i$  δίνεται από την σχέση:

$$\dot{y}_i = \frac{\partial h_i}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^m \mathbf{g}_k(\mathbf{x})u_k) = L_{\mathbf{f}}h_i(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^m L_{\mathbf{g}_k}h_i(\mathbf{x})u_k$$

Η σχέση,

$$L_{\mathbf{f}}h_i(\mathbf{x}) = \frac{\partial h_i}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (5.5)$$

καλείται παράγωγος Lie (Lie derivative), της  $h_i$  ως προς  $\mathbf{f}$ .

Εάν στην εξίσωση (5.4), είναι  $L_{\mathbf{g}}h_i(\mathbf{x}) = 0$ , η έξοδος είναι ανεξάρτητη από την είσοδο. Έτσι, συνεχίζουμε την παραγωγή κατά τον ίδιο τρόπο, ώσπου να έχουμε εξάρτηση της εξόδου από την είσοδο. Η δεύτερη παράγωγος της εξόδου, θα είναι, για παράδειγμα,

$$y_i^{(2)} = L_{\mathbf{f}}^2h_i(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^m L_{\mathbf{g}_k}L_{\mathbf{f}}h_i(\mathbf{x})u_k$$

και γενικότερα,

$$y_i^{(r_i)} = L_f^{r_i} h_i(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^m L_{g_k} L_f^{r_i-1} h_i(\mathbf{x}) u_k \quad (5.6)$$

**Ορισμός 1.** Ορίζουμε σχετικό βαθμό  $r_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$  της αντίστοιχης εξόδου  $y_i$ , τον μικρότερο ακέραιο αριθμό  $1 \leq r_i \leq n$ , για τον οποίον ισχύει σε μια περιοχή  $D_o \subseteq D$ ,

$$L_{g_k} L_f^{j-1} h_i(\mathbf{x}) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, r_i - 1 \quad \text{και} \quad L_{g_k} L_f^{r_i-1} h_i(\mathbf{x}) \neq 0 \quad (5.7)$$

για ένα τουλάχιστον από τα  $k = 1, 2, \dots, m$ , για κάθε  $x \in D_o$ .

Επίσης ορίζεται και ο ολικός σχετικός βαθμός, που δίνεται από το άθροισμα των σχετικών βαθμών των εξόδων, ως εξής:

$$r = r_1 + r_2 + \dots + r_p \quad (5.8)$$

Εάν ο ολικός σχετικός βαθμός  $r$ , ισούται με την τάξη  $n$  του συστήματος, τότε επιτυγχάνεται γραμμικοποίηση εισόδου-κατάστασης, και οι καταστάσεις του ισοδύναμου συστήματος θα δίνονται από τον μετασχηματισμό [22]:

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} h_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{r_1-1} h_1(\mathbf{x}) \\ h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{r_2-1} h_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ h_p(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{r_p-1} h_1(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Στη περίπτωση που ο ολικός σχετικός βαθμός  $r$ , είναι μικρότερος από την τάξη  $n$  του συστήματος, τότε το σύστημα διαθέτει εσωτερική δυναμική τάξης  $n - r$ . Σε μορφή πινάκων, για όλες τις εξόδους  $y$ , θα είναι:

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ y_2^{(r_2)} \\ \vdots \\ y_p^{(r_p)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_f^{r_2} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{r_p} h_p(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + E(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (5.10)$$

Ο πίνακας  $E(\mathbf{x})$  είναι διάστασης  $p \times m$ , και έχει την μορφή:

$$E(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(\mathbf{x}) & L_{g_2} L_f^{r_1-1} h_1(\mathbf{x}) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_2(\mathbf{x}) & L_{g_2} L_f^{r_1-1} h_2(\mathbf{x}) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_p(\mathbf{x}) & L_{g_2} L_f^{r_1-1} h_p(\mathbf{x}) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_p(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Ο νόμος ελέγχου που θα εφαρμόσουμε στο σύστημα (5.10) λοιπόν, θα είναι,

$$\mathbf{u} = E^\dagger(\mathbf{x}) \left( - \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_f^{r_2} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{r_p} h_p(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \mathbf{v} \right) \quad (5.12)$$

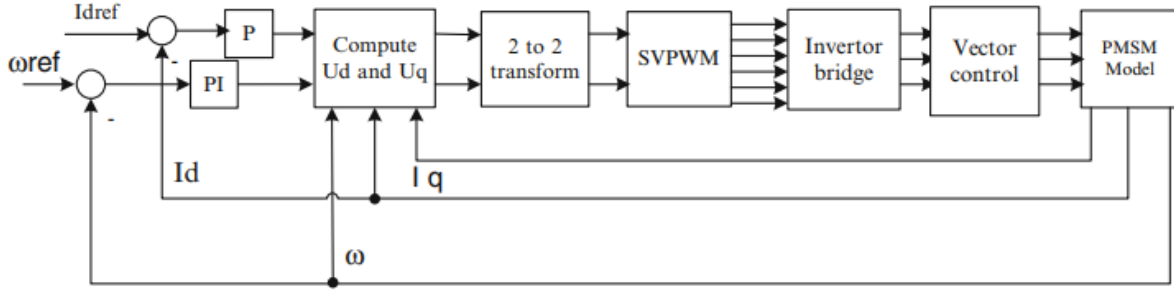
όπου  $E^\dagger(\mathbf{x}) = E^T(\mathbf{x})(E(\mathbf{x})E^T(\mathbf{x}))^{-1}$ , ο ψευδοαντίστροφος του πίνακα  $E(\mathbf{x})$ . Αν βέβαια ο πίνακας  $E(\mathbf{x})$  είναι τετραγωνικός, ο ψευδοαντίστροφος ταυτίζεται με τον αντίστροφο. Μετά την εφαρμογή του νόμου ελέγχου (5.12) στην (5.10), το σύστημα έχει μετασχηματιστεί σε γραμμικό, και θα είναι:

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ y_2^{(r_2)} \\ \vdots \\ y_p^{(r_p)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_p \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Σε αυτήν την μορφή πλέον, μπορεί να γίνει χρήση τεχνικών ελέγχου γραμμικών συστημάτων, οι οποίες σαφώς είναι απλούστερες από τις αντίστοιχες μη γραμμικές.

### 5.1.1.2 Εφαρμογή στον κινητήρα μονίμων μαγνητών

Αφού έχουμε θεμελιώσει μαθηματικά την μέθοδο, θα την εφαρμόσουμε στην περίπτωση του κινητήρα μονίμων μαγνητών, παρόμοια με τα [13], [21]. Το μοντέλο τελικά, θα έχει την ακόλουθη μορφή:



Σχήμα 5.1: Block διάγραμμα συστήματος κίνησης με ελεγκτή γραμμικοποίησης ανάδρασης.

9

Έχουμε το μοντέλο:

$$\begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= -\frac{R_s}{L_d}i_d + \frac{P}{2} \frac{L_q}{L_d} \omega_m i_q + \frac{1}{L_d} v_d \\ \frac{di_q}{dt} &= -\frac{R_s}{L_q}i_q - \frac{P}{2} \frac{L_d}{L_q} \omega_m i_d - \frac{P\lambda_m}{2L_q} \omega_m + \frac{1}{L_q} v_q \\ \frac{d\omega_m}{dt} &= \frac{3P}{4J} (\lambda_m i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) - \frac{B}{J} \omega_m - \frac{1}{J} T_L \end{aligned} \quad (5.14)$$

Για ευκολία, θα κάνουμε αλλαγές συμβόλων στο σύστημα (5.14). Θα θέσουμε:

$$\begin{aligned} \text{Καταστάσεις : } x_1 &= i_d & x_2 &= i_q & x_3 &= \omega_r \\ \text{Είσοδοι : } u_1 &= u_d & u_2 &= u_q \\ \text{Σταθερές παράμετροι : } a_1 &= -\frac{R_s}{L_d} & a_2 &= \frac{P}{2} \frac{L_q}{L_d} & l_d &= \frac{1}{L_d} \\ & b_1 = -\frac{R_s}{L_q} & b_2 &= -\frac{P}{2} \frac{L_d}{L_q} & b_3 &= -\frac{P}{2} \frac{\lambda_m}{L_q} & l_q &= \frac{1}{L_q} \\ & c_1 = \frac{3P\lambda_m}{4J} & c_2 &= \frac{3P(L_d - L_q)}{4J} & c_3 &= -\frac{B}{J} & c_4 &= -\frac{1}{J} \\ \text{Διαταραχές : } d_1 &= T_L \end{aligned}$$

Έτσι, το σύστημα (5.14), θα γίνει:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= a_1x_1 + a_2x_2x_3 + l_d u_1 \\ \frac{dx_2}{dt} &= b_1x_2 + b_2x_1x_3 + b_3x_3 + l_q u_2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= c_1x_2 + c_2x_1x_2 + c_3x_3 + c_4d_1\end{aligned}\tag{5.15}$$

Οι έξοδοι που μας ενδιαφέρουν, θα είναι οι  $y_1 = x_1$  και  $y_2 = x_3$ . Συνεπώς, έχουμε  $n = 3$  και  $m = p = 2$ . Το σύστημα στην μορφή (5.4), θα είναι,

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} a_1x_1 + a_2x_2x_3 \\ b_1x_2 + b_2x_1x_3 + b_3x_3 \\ c_1x_2 + c_2x_1x_2 + c_3x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ l_q \\ 0 \end{bmatrix} u_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_4 \end{bmatrix} d_1 \\ \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{5.16}$$

$$\text{με } \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} a_1x_1 + a_2x_2x_3 \\ b_1x_2 + b_2x_1x_3 + b_3x_3 \\ c_1x_2 + c_2x_1x_2 + c_3x_3 \end{bmatrix}, \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} l_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ l_q \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ και } \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix}.$$

Για την έξοδο  $y_1$ , θα έχουμε:

$$L_{\mathbf{g}_1}h_1(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = l_d \neq 0$$

Άρα, ο σχετικός βαθμός για την έξοδο  $y_1$ , είναι  $r_1 = 1$ .

Για την έξοδο  $y_2$ , θα έχουμε:

$$L_{g_1}h_2(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$L_{g_2}h_2(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ l_q \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$L_f h_2(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}) = f_3(\mathbf{x})$$

$$L_{g_1}L_f h_2(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = l_d \frac{\partial f_3}{\partial x_2} = l_d c_2 x_2$$

$$L_{g_2}L_f h_2(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ l_q \\ 0 \end{bmatrix} = l_q \frac{\partial f_3}{\partial x_2} = l_q (c_1 + c_2 x_1)$$

Άρα, ο σχετικός βαθμός για την έξοδο  $y_2$ , είναι  $r_2 = 2$ . Βλέπουμε λοιπόν, ότι ισχύει  $r_1 + r_2 = n$ . Άρα, μπορεί να επιτευχθεί γραμμικοποίηση εισόδου-κατάστασης.

Θα είναι λοιπόν:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f h_1(\mathbf{x}) \\ L_f^2 h_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{g_1} h_1(\mathbf{x}) & L_{g_2} h_1(\mathbf{x}) \\ L_{g_1} L_f h_2(\mathbf{x}) & L_{g_2} L_f h_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$



Για τον πίνακα  $E(\mathbf{x})$ , είναι,

$$E(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_{g_1}h_1(\mathbf{x}) & L_{g_2}h_1(\mathbf{x}) \\ L_{g_1}L_f h_2(\mathbf{x}) & L_{g_2}L_f h_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_d & 0 \\ l_d c_2 x_2 & l_q(c_1 + c_2 x_1) \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

οπότε για τον αντίστροφο  $E^{-1}(\mathbf{x})$ , έχουμε:

$$E^{-1}(\mathbf{x}) = \frac{1}{l_d l_q (c_1 + c_2 x_1)} \begin{bmatrix} l_q(c_1 + c_2 x_1) & 0 \\ -l_d c_2 x_2 & l_d \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Θα πρέπει να εξασφαλιστεί, ότι ο πίνακας είναι ομαλός. Αυτό συμβαίνει, εάν ισχύει η συνθήκη  $x_1 \neq -\frac{c_1}{c_2}$ . Εφόσον θέτουμε σαν αναφορά ρεύματος ορθού άξονα  $i_d^* = 0$ , η συνθήκη ισχύει πάντοτε. Θα έχουμε επίσης:

$$\begin{aligned} L_f h_1(\mathbf{x}) &= [1 \quad 0 \quad 0] \mathbf{f}(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) \\ L_f h_1(\mathbf{x}) &= f_3(\mathbf{x}) \\ L_f^2 h_2(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) \frac{\partial f_3}{\partial x_1} + f_2(\mathbf{x}) \frac{\partial f_3}{\partial x_2} + f_3(\mathbf{x}) \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{aligned} \quad (5.20)$$

Τέλος, ο νόμος ελέγχου, θα πάρει την μορφή,

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{1}{l_d} & 0 \\ -\frac{c_2 x_2}{l_q(c_1 + c_2 x_1)} & \frac{1}{l_q(c_1 + c_2 x_2)} \end{bmatrix} \left( - \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ c_2 x_2 f_1(\mathbf{x}) + (c_1 + c_2 x_2) f_2(\mathbf{x}) + c_3 f_3(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \right) \quad (5.21)$$

του οποίου η εφαρμογή στο σύστημα (5.17), θα δώσει:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Παρατήρηση: Η συνάρτηση  $f_3$ , περιέχει την διαταραχή που αφορά την ροπή φορτίου. Σε πραγματικές συνθήκες, σε εφαρμογή ηλεκτρικού οχήματος, είναι αδύνατη η μέτρηση της ροπής φορτίου, καθώς αυτή εξαρτάται από την κλίση του εδάφους, τον αεροδυναμικό σχεδιασμό του οχήματος, την σχέση μετάδοσης, και άλλες παραμέτρους. Τέτοιου τύπου μοντελοποίηση γίνεται στα [10, 11]. Είναι δυνατή όμως, η εκτίμησή της μέσω βρόχων εκτίμησης όπως στα [6, 16, 17, 18]. Στην παρούσα διπλωματική εργασία, δεν έχει υλοποιηθεί τέτοιος βρόχος, καθώς οι δοκιμές γίνονται με ροπή που επιλέγεται από τον χρήστη.

Οι νέες μεταβλητές κατάστασης, είναι  $z_1 = y_1$ ,  $z_2 = y_2$ ,  $z_3 = y_2$ , και το γραμμικό σύστημα

θα είναι:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= v_1 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= v_2\end{aligned}$$

Σε μορφή πινάκων, προκύπτει:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{v} \quad (5.23)$$

Έχουμε πλέον την δυνατότητα να εφαρμόσουμε γραμμικές τεχνικές ελέγχου. Επιλέγουμε εισόδους  $v_1, v_2$ , ώστε,

$$\begin{aligned}v_1 &= -k_d(y_1 - y_{1,ref}) + \dot{y}_{1,ref} \\ v_2 &= -k_s(y_2 - y_{2,ref}) - k_a(\dot{y}_2 - \dot{y}_{2,ref}) + \ddot{y}_{2,ref}\end{aligned} \quad (5.24)$$

όπου ορίζουμε  $e_1 = y_1 - y_{1,ref}$ ,  $e_2 = y_2 - y_{2,ref}$ , τα σφάλματα των εξόδων  $y_1, y_2$  από τις τιμές αναφοράς. Αντικαθιστώντας στην (5.22), θα πάρουμε:

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 + k_d e_1 &= 0 \\ \ddot{e}_2 + k_a \dot{e}_2 + k_s e_2 &= 0\end{aligned} \quad (5.25)$$

Στο πεδίο συχνότητας, θα είναι:

$$\begin{aligned}s + k_d &= 0 \\ s^2 + k_a s + k_s &= 0\end{aligned} \quad (5.26)$$

Σε αυτό το σημείο, μένει μονάχα να επιλεγθούν κατάλληλα τα κέρδη  $k_d, k_s, k_a$ , ώστε οι πόλοι του συστήματος να είναι ευσταθείς, και να συγκλίνουν οι καταστάσεις με επιθυμητό τρόπο στις αντίστοιχες τιμές αναφοράς. Αξίζει να αναφερθεί, ότι μπορούμε να προσθέσουμε ολοκληρωτικούς όρους του σφάλματος στον γραμμικό νόμο ελέγχου, καθώς στην πράξη μειώνουν σημαντικά το σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Στις παραπάνω εξισώσεις πεδίου συχνότητας, σε αυτήν την περίπτωση, η τάξη αυξάνεται κατά 1.

## 5.1.2 Βέλτιστος έλεγχος με χρήση γραμμικού τετραγωνικού ρυθμιστή LQR

Συχνά στην θεωρία ελέγχου, απαιτείται ρύθμιση παραμέτρων, για τις οποίες δεν υπάρχει μονοσήμαντη επιλογή. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η επιλογή γίνεται με βάση εμπειρικά και πειραματικά κριτήρια, ανάλογα με την φύση του ελεγχόμενου συστήματος, και τις παραμέτρους επίδοσης που μας αφορούν, όπως είναι ο χρόνος ανόδου, ο χρόνος αποκατάστασης, τα περιθώρια κέρδους και φάσης, και το εύρος ζώνης, ώστε η επίδοση να είναι αποδεκτή. Ένα τέτοιο παράδειγμα, είναι η διαδικασία ρύθμισης ελεγκτών PID (Παράρτημα Β). Οι εμπειρικές μέθοδοι όμως, δεν εγγυούνται βέλτιστη επίδοση και αξιοποίηση του συστήματος, ενώ συχνά η πολυπλοκότητα του συστήματος και των παραμέτρων ελέγχου, είναι σημαντική. Από τις ανάγκες αυτές, προέκυψε η θεωρία του βέλτιστου ελέγχου, η εφαρμογή της οποίας είναι δυνατή, λόγω της ραγδαίας εξέλιξης των υπολογιστικών συστημάτων. Ο κύριος στόχος του βέλτιστου ελέγχου, είναι η τήρηση των φυσικών περιορισμών του συστήματος από τις εισόδους, με ταυτόχρονη μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση ενός κριτηρίου επίδοσης. Για παράδειγμα, σε ένα σύστημα ελέγχου αεροσκάφους, είναι σημαντικό η σχεδίαση να είναι βελτιστοποιημένη ως προς την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου. Ταυτόχρονα όμως, πρέπει να ληφθεί υπόψη, ότι είναι αδύνατη η πραγματοποίηση οποιασδήποτε εντολής εισόδου, όπως για παράδειγμα η γωνία των φτερών του αεροσκάφους, που λαμβάνει ένα φραγμένο εύρος τιμών (για περισσότερη ανάλυση σε τέτοιου είδους προβλήματα, προτείνεται το [32]). Η τεχνική LQR, αποτελεί μία από τις απλούστερες τεχνικές βέλτιστου ελέγχου γραμμικών συστημάτων, στην οποία, η συνάρτηση κόστους περιγράφεται από τετραγωνικούς όρους, ενώ τα αποτελέσματά της είναι σαφώς βελτιωμένα σε σχέση με εμπειρικές τεχνικές τοποθέτησης πόλων.

### 5.1.2.1 Μαθηματική Περιγραφή

[30, 31] Έστω γραμμικό σύστημα, της μορφής,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$$

και,

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} dt + \frac{1}{2} \mathbf{x}(T)^T \mathbf{P}_1 \mathbf{x}(T) \quad (5.27)$$

τετραγωνικό κριτήριο κόστους, όπου  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{P}_1$  συμμετρικοί και θετικά ήμιορισμένοι πίνακες, και  $\mathbf{R}$  συμμετρικός και θετικά ορισμένος. Θεωρούμε επίσης, ότι η είσοδος δεν είναι περιορισμένη. Ζητείται κατάλληλος νόμος ελέγχου  $\mathbf{u}^*$ , τέτοιος ώστε, το συναρτησιακό κόστους  $J$ , να είναι ελάχιστο.

Για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος, θα υπολογίσουμε την συνάρτηση Hamiltonian, η οποία είναι:

$$H = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} + \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}) \quad (5.28)$$

Το διάνυσμα  $\boldsymbol{\lambda}$  καλείται πολλαπλασιαστής Lagrange, και θα προσδιοριστεί στη συνέχεια. Σύμφωνα με την αρχή του μεγίστου (Παράρτημα Δ), θα έχουμε:

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}} &= \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{A}\boldsymbol{x} + \mathbf{B}\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_o \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}} &= -\frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{x}} = \mathbf{Q}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{A} \quad \boldsymbol{\lambda}(T) = \mathbf{P}_1(T)\boldsymbol{x}(T) \\ \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{u}^*} &= 0 = \mathbf{R}\boldsymbol{u}^* + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{B}\end{aligned}\tag{5.29}$$

Από την τρίτη εξίσωση των (5.29), λαμβάνουμε:

$$\boldsymbol{u}^* = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\boldsymbol{\lambda}\tag{5.30}$$

Η έκφραση (5.30), δίνει τον βέλτιστο νόμο ελέγχου για την βελτιστοποίηση του κριτηρίου. Βεβαίως, θα πρέπει να αποδειχθεί ότι αυτό ελαχιστοποιεί το κριτήριο και δεν το μεγιστοποιεί. Έτσι, θα έχουμε:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial \boldsymbol{u}^2} = \mathbf{R} > 0$$

Εφόσον ο πίνακας  $\mathbf{R}$  είναι θετικά ορισμένος, ο νόμος ελέγχου ελαχιστοποιεί το κριτήριο κόστους. Αντικαθιστώντας την έκφραση (5.30) στην δεύτερη εξίσωση των (5.29), μπορούμε να λύσουμε την διαφορική εξίσωση, για την εύρεση του διανύσματος πολλαπλασιαστών Lagrange  $\boldsymbol{\lambda}$ , με αρχική συνθήκη  $\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_o$  και τελική συνθήκη  $\boldsymbol{\lambda}(T)$ . Η γενική λύση αυτού του προβλήματος, είναι ιδιαίτερα δύσκολη. Έτσι, λόγω της γραμμικής φύσης του συστήματος, θα δοκιμάσουμε πολλαπλασιαστές της μορφής  $\boldsymbol{\lambda}(t) = \mathbf{P}(t)\boldsymbol{x}(t)$ . Αντικαθιστώντας στην δεύτερη εξίσωση από τις (5.29), προκύπτει:

$$\dot{\mathbf{P}}\boldsymbol{x} + \mathbf{P}\dot{\boldsymbol{x}} = \mathbf{Q}\boldsymbol{x} + \mathbf{A}^T\mathbf{P}\boldsymbol{x}$$

Από την πρώτη εξίσωση των (5.29) και τον νόμο ελέγχου (5.30), θα είναι,

$$-\dot{\mathbf{P}}\boldsymbol{x} - \mathbf{P}\mathbf{A}\boldsymbol{x} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\boldsymbol{x} = \mathbf{Q}\boldsymbol{x} + \mathbf{A}^T\mathbf{P}\boldsymbol{x}$$

όπου για να ισχύει για κάθε  $\boldsymbol{x}$ , θα πρέπει:

$$-\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q}\tag{5.31}$$

Η εξίσωση (5.31) είναι διαφορική εξίσωση Ricatti σε μορφή πινάκων, με οριακές συνθήκες  $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \boldsymbol{\lambda}(T)$ . Από την επίλυσή της, θα προκύψει κατάλληλος πίνακας  $P$ , ενώ ο νόμος ελέγχου, θα έχει την μορφή:

$$\mathbf{u}^* = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t)\mathbf{x} \quad (5.32)$$

Η παραπάνω ανάλυση, αφορά πεπερασμένη τιμή του τελικού χρόνου  $T$ . Βλέπουμε όμως, ότι το κέρδος  $\mathbf{K}(t) = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t)$  είναι χρονοεξαρτώμενη ποσότητα. Έτσι μπορούμε να θέσουμε το ερώτημα, υπό ποιες συνθήκες οι ποσότητες γίνονται χρονικά ανεξάρτητες και ο έλεγχος παραμένει βέλτιστος κάθε χρονική στιγμή; Την απάντηση σε αυτό, θα πάρουμε θέτοντας  $T = \infty$ . Το πρόβλημα, υπό αυτή την συνθήκη, ονομάζεται LQR άπειρου ορίζοντα, και χαρακτηρίζεται από σημαντική σχεδιαστική απλότητα. Τότε το κριτήριο κόστους, παίρνει την απλούστερη μορφή:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} dt \quad (5.33)$$

Αντίστοιχα, η διαφορική εξίσωση (5.31), γίνεται,

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (5.34)$$

και ονομάζεται αλγεβρική εξίσωση Ricatti. Τέλος, ο βέλτιστος νόμος ελέγχου, θα είναι:

$$\mathbf{u}^* = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{x} \quad (5.35)$$

Μέχρι στιγμής, δεν έχει γίνει αναφορά στους πίνακες  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ , η επιλογή των οποίων, είναι αυθαίρετη. Το κριτήριο κόστους  $J$ , στην απλούστερή του μορφή, που είναι αυτή της εξίσωσης (5.33), διαθέτει έναν όρο που αφορά τις μεταβλητές κατάστασης, και έναν όρο που αφορά τις εισόδους. Η ελαχιστοποίησή του, εξασφαλίζει ότι οι αποκλίσεις των καταστάσεων από την επιθυμητή, καθώς και οι τιμές των εισόδων, θα είναι οι ελάχιστες δυνατές. Είναι ξεκάθαρο το πλεονέκτημα της μικρής απόκλισης για τις μεταβλητές κατάστασης, ενώ η ελαχιστοποίηση των εισόδων, διαθέτει φυσική ερμηνεία, και αφορά σε πολλά φυσικά συστήματα, την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης ενέργειας. Οι πίνακες  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ , λοιπόν, αποτελούν τα βάρη, για τις μεταβλητές κατάστασης και τις μεταβλητές εισόδου, αντίστοιχα, ενώ αφορούν την "αυστηρότητα" του ελέγχου. Για παράδειγμα, η επιλογή μεγάλων τιμών των στοιχείων του  $\mathbf{R}$ , ερμηνεύεται ως αυστηρός περιορισμός στις τιμές των εισόδων, και προσπάθεια ευσταθιοποίησης του συστήματος, με μικρή ενέργεια εισόδου, ενώ αντίστοιχα, για μικρές τιμές των στοιχείων του  $\mathbf{R}$ , ο έλεγχος ως προς τις εισόδους είναι πιο χαλαρός. Αντίστοιχα, μεγάλες τιμές των στοιχείων του  $\mathbf{Q}$ , επιφέρουν λιγότερες αλλαγές κατάστασης του συστήματος [39]. Είναι όμως αδύνατο, να επιβάλλουμε ταυτόχρονα μεγάλες τιμές και

στους δύο πίνακες, και να έχουμε ταυτόχρονα και τα δύο πλεονεκτήματα, καθώς αυξάνουμε πολύ το συνολικό κόστος. Επομένως, ανάλογα με την φύση και τις απαιτήσεις του ελεγχόμενου συστήματος, ο συγκερασμός των δύο πλεονεκτημάτων που αναφέρθηκαν, θα οδηγήσει στην καλύτερη δυνατή επιλογή των πινάκων αυτών.

Παρόλο που η συμπεριφορά του συστήματος, σε σχέση με τις τιμές των πινάκων είναι εμπειρικά γνωστή, δεν υπάρχει κάποια συγκεκριμένη μέθοδος επιλογής. Συνήθως, οι πίνακες επιλέγονται να είναι διαγώνιοι. Οι Bryson και Ho, προτείνουν την εξής μέθοδο: Σε πρώτη φάση, να επιλεγθούν τα διαγώνια στοιχεία των δύο πινάκων, ως το αντίστροφο του τετραγώνου της μέγιστης τιμής των αντίστοιχων μεταβλητών κατάστασης και εισόδου, και στη συνέχεια, την προσαρμογή των στοιχείων μετά από δοκιμές, ώστε να επιτευχθούν όσο δυνατόν περισσότερο τα απαιτούμενα κριτήρια επίδοσης.

### 5.1.2.2 Εφαρμογή στον κινητήρα μονίμων μαγνητών

Η μέθοδος LQR, όπως έχει ειπωθεί, αφορά τον έλεγχο γραμμικών συστημάτων. Όμως, το μοντέλο του κινητήρα μονίμων μαγνητών, είναι μη γραμμικό. Θα εκτελεστεί λοιπόν, γραμμικοποίηση του συστήματος γύρω από σημείο λειτουργίας (Παράρτημα Α). Για να βρούμε το σημείο λειτουργίας γύρω από το οποίο θα κάνουμε την γραμμικοποίηση, θα πρέπει να λυθεί το σύστημα (5.16), για  $\dot{\mathbf{x}} = 0$ , και να υπολογιστούν τα σημεία ισορροπίας του. Το γεγονός ότι έχουμε πέντε μεταβλητές που πρέπει να προσδιορίσουμε (τρεις κατάστασης και δύο εισόδου) και τρεις εξισώσεις, επιτρέπει την αυθαίρετη επιλογή για τις τιμές δύο από αυτών. Οι τιμές που θα επιλεγθούν, θα είναι αυτή του ρεύματος ορθού άξονα, και αυτή της μηχανικής ταχύτητας δρομέα, οι οποίες είναι και οι έξοδοι του συστήματος. Θα έχουμε δηλαδή:

$$\bar{x}_1 = i_{d, ref} = 0 \quad \bar{x}_3 = \omega_{r, ref}$$

Απο την επίλυση, αντικαθιστώντας τις παραπάνω τιμές, θα έχουμε:

$$\begin{aligned} \bar{x}_2 &= -\frac{c_3}{c_1}\omega_{r, ref} - \frac{c_4}{c_1}\hat{d}_1 \\ \bar{u}_1 &= -\frac{a_2}{l_d}\bar{x}_2\omega_{r, ref} \\ \bar{u}_2 &= -b_1\bar{x}_2 - b_3\omega_{r, ref} \end{aligned} \quad (5.36)$$

Παρατήρηση: Όπως έχει εξηγηθεί, η ροπή φορτίου αποτελεί διαταραχή του συστήματος, και βάσει των [6, 16, 17, 18] μπορεί να εκτιμηθεί.

Έτσι, οι πίνακες  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{E}$  του γραμμικού συστήματος,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) + \mathbf{B}(\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) + \mathbf{E}d \quad (5.37)$$

χρησιμοποιώντας το σύστημα (5.16), θα είναι:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2\omega_{r, ref} & a_2\bar{x}_2 \\ b_2\omega_{r, ref} & b_1 & b_3 \\ c_2\bar{x}_2 & c_1 & c_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} l_d & 0 \\ 0 & l_q \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Για την βελτίωση της απόκρισης μόνιμης κατάστασης, συχνά στα συστήματα ανάδρασης κατάστασης εισάγεται ολοκληρωτικός όρος στον νόμο ελέγχου [αστρομ μάρει]. Ο όρος θα ισούται με το ολοκλήρωμα της διαφοράς εξόδου με το σήμα αναφοράς. Έχουμε λοιπόν:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

Θα ορίσουμε λοιπόν μια νέα κατάσταση  $\mathbf{z} = \int \mathbf{y} - \mathbf{r} dt$ , και το επαυξημένο σύστημα, θα είναι συνολικά:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{O}_{3 \times 2} \\ \mathbf{C} & \mathbf{O}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ \mathbf{O}_{2 \times 2} & \mathbf{O}_{2 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 1} & \mathbf{O}_{3 \times 2} \\ \mathbf{O}_{2 \times 1} & -\mathbb{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ \mathbf{O}_{2 \times 1} & \mathbf{O}_{2 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.40)$$

Έτσι, οι επαυξημένοι πίνακες, θα είναι,

$$\mathbf{A}_{aug} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{O}_{3 \times 2} \\ \mathbf{C} & \mathbf{O}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_{aug} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ \mathbf{O}_{2 \times 2} & \mathbf{O}_{2 \times 1} \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

και θα χρησιμοποιηθούν για την εφαρμογή του LQR. Επιλεγοντας πίνακες  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$  το οποίο θα αναλυθεί περαιτέρω στο επόμενο κεφάλαιο, θα υπολογιστεί ο πίνακας  $\mathbf{P}$ , μέσω της αλγεβρικής εξίσωσης Ricatti, και το αντίστοιχο κέρδος του νόμου ελέγχου. Αυτό θα γίνει αριθμητικά, με χρήση εντολών του MATLAB.

## Κεφάλαιο 6

# Μοντέλα συνιστωσών συστήματος ηλεκτρικής κίνησης

Το κεφάλαιο αυτό, αποτελεί το πρώτο κεφάλαιο που αναδεικνύει την προσομοίωση των συστημάτων που αναλύθηκαν στα προηγούμενα. Τα μοντέλα σχεδιάστηκαν σε περιβάλλον MATLAB/Simulink.

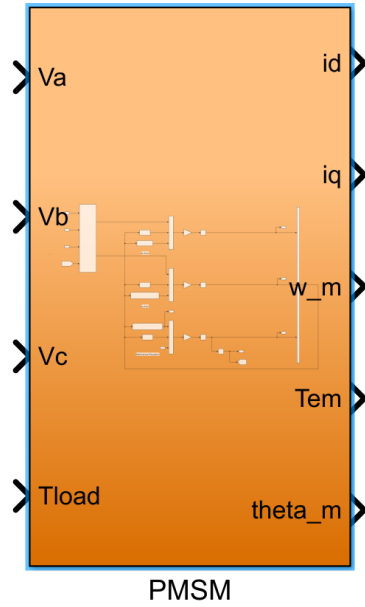
### 6.1 Μοντέλο κινητήρα μονίμων μαγνητών

Οι παράμετροι του κινητήρα, είναι οι εξής:

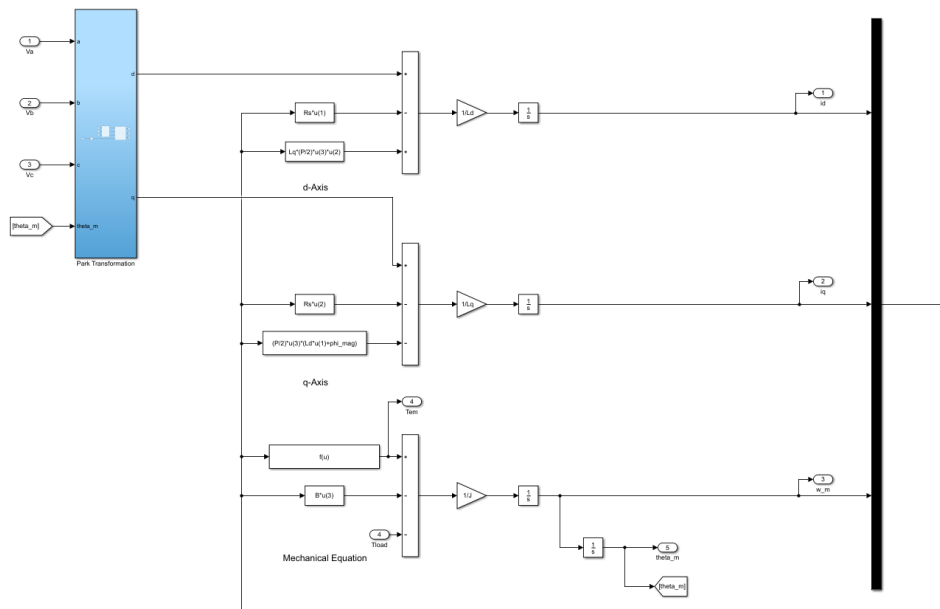
Παράμετροι	Τιμή
Τοπολογία	Εσωτερικού δρομέα
Ονομαστική ταχύτητα	3000 rpm
Ονομαστική ροπή	318 N · m
Ονομαστικό ρεύμα	321 A
Ονομαστική ισχύς	134 HP
Πόλοι	4
Αντίσταση στάτη	10 mΩ
Αυτεπαγωγή ορθού άξονα	0.2 mH
Αυτεπαγωγή καθέτου άξονα	0.4 mH
Μαγνητική ροή δρομέα	0.33 Wb
Ροπή αδράνειας	0.068 kg · m <sup>2</sup>
Σταθερά απόσβεσης	0.068 N · m · s



Παρακάτω θα δειχθεί το μοντέλο του κινητήρα μονίμων μαγνητών, όπως αυτό σχεδιάστηκε στο Simulink:



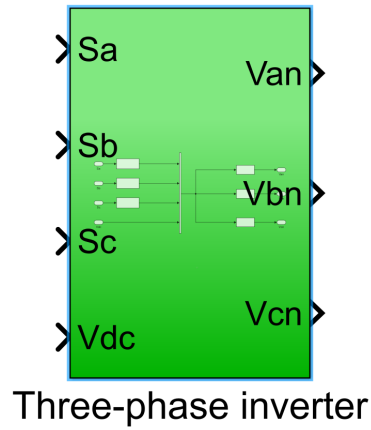
Σχήμα 6.1: Block κινητήρα μονίμων μαγνητών.



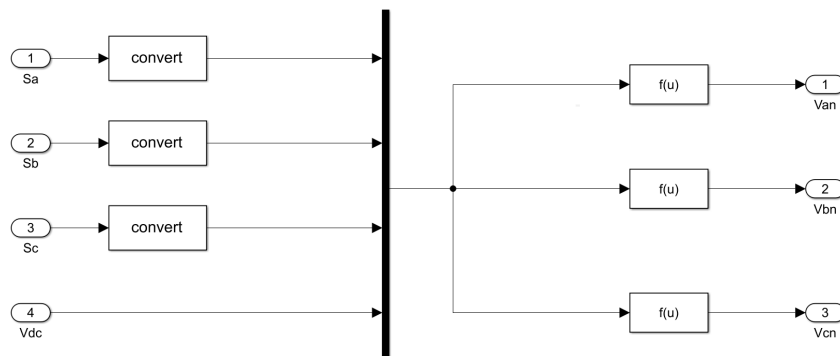
Σχήμα 6.2: Μοντέλο κινητήρα μονίμων μαγνητών εσωτερικά. Φαίνεται με γαλάζιο το υποσύστημα του μετασχηματισμού Park.

## 6.2 Μοντέλο τριφασικού αντιστροφέα

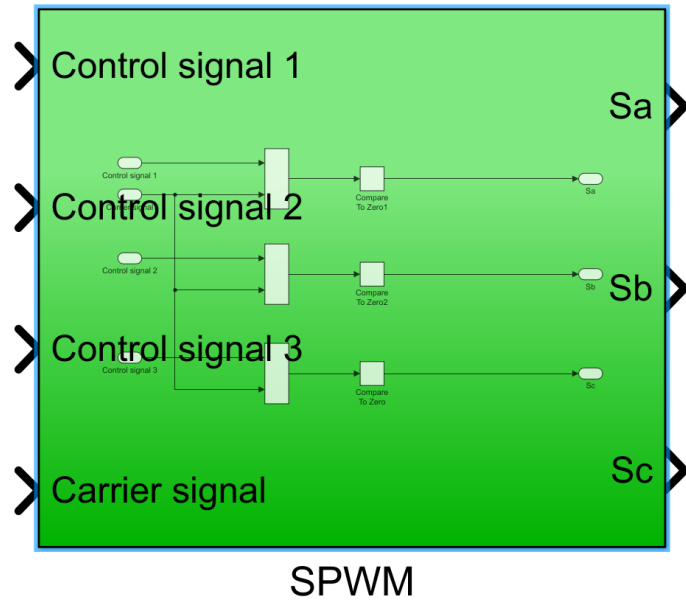
Ο αντιστροφέας που σχεδιάστηκε, αποτελεί ιδανικό μαθηματικό μοντέλο που περιγράφεται από τις εξισώσεις (3.9). Θα δειχθούν επίσης και τα συστήματα που υλοποιούν τις τεχνικές SPWM, SVPWM.



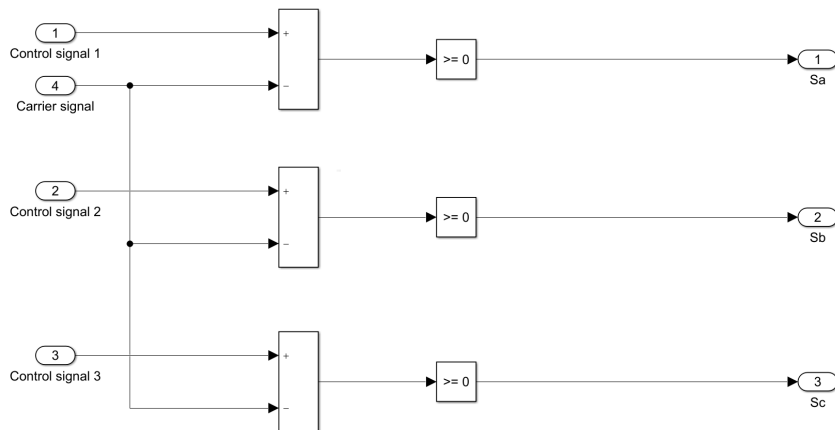
Σχήμα 6.3: Block αντιστροφέα.



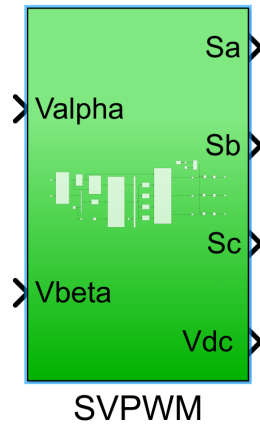
Σχήμα 6.4: Το σύστημα του αντιστροφέα εντός του block.



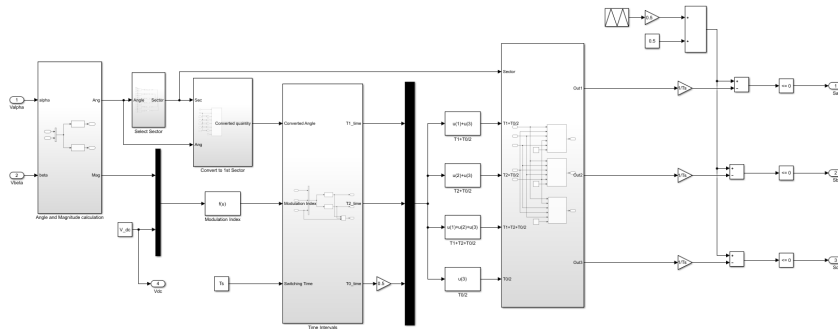
Σχήμα 6.5: Block που υπολογίζει την τεχνική SPWM.



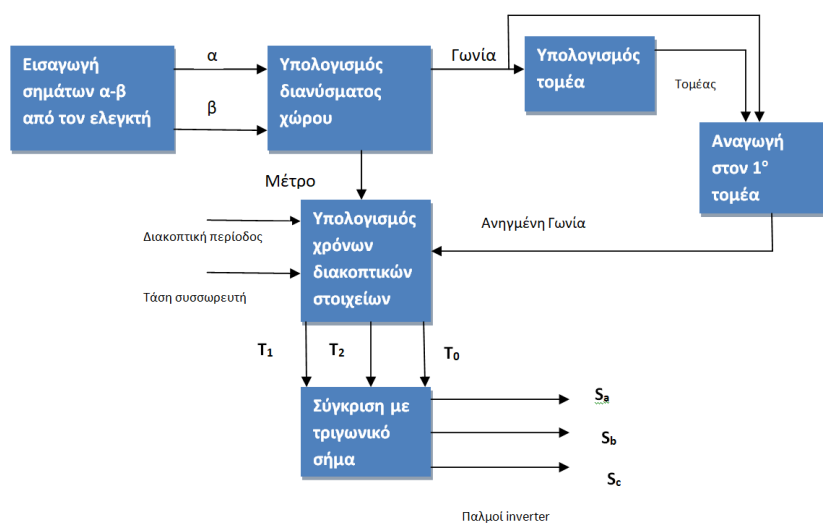
Σχήμα 6.6: Σύστημα SPWM εντός του block.



Σχήμα 6.7: Block που υπολοποιεί την τεχνική SVPWM. Παρατηρείται στην είσοδο ότι τα σήματα αναφοράς είναι σε πλαίσιο α-β.



Σχήμα 6.8: Σύστημα SVPWM εντός του block.

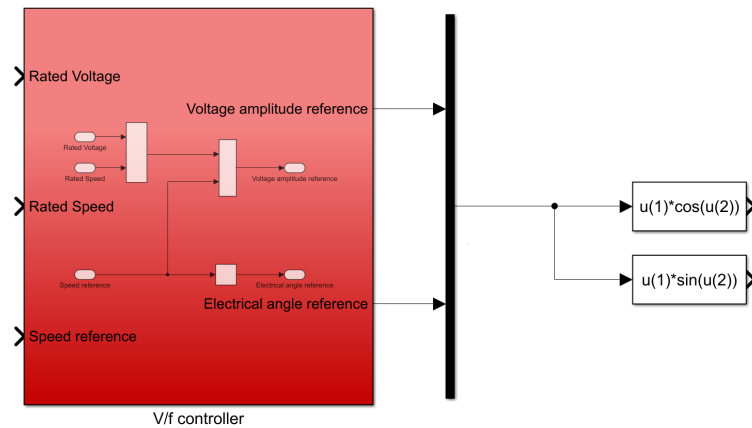


Σχήμα 6.9: Block διάγραμμα SVPWM.

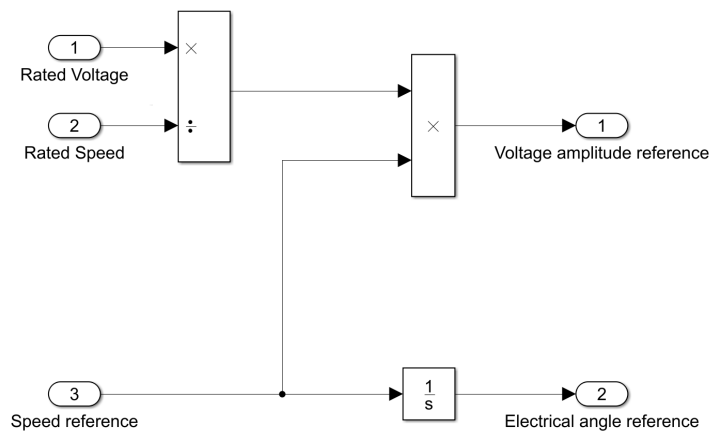
## 6.3 Μοντέλο μονάδας ελέγχου

Σε αυτήν την ενότητα, θα δειχθούν τα υποσυστήματα των μονάδων ελέγχου, για κάθε μία από τις περιπτώσεις.

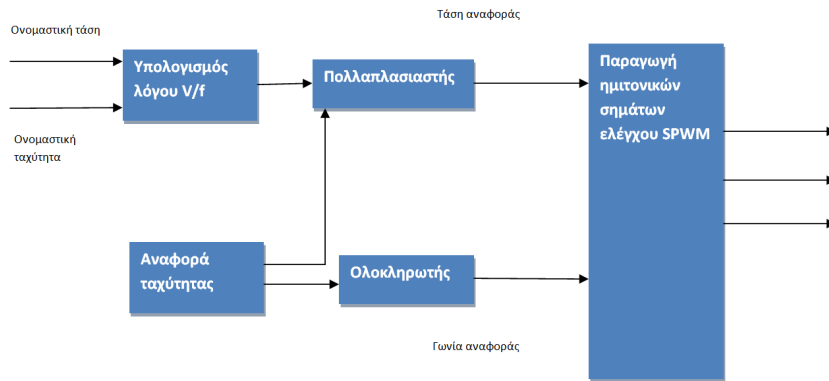
### 6.3.1 Βαθμωτός έλεγχος σταθερού V/f



Σχήμα 6.10: Block ελεγκτή σταθερού V/f ανοικτού βρόχου. Στην έξοδο, λαμβάνεται το πλάτος της τάσης αναφοράς και η ηλεκτρική γωνία αναφοράς που θα έχουν οι αντίστοιχες συνιστώσες α-β.

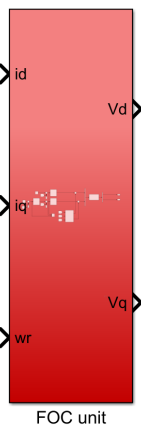


Σχήμα 6.11: Ελεγκτής σταθερού V/f εντός του block.

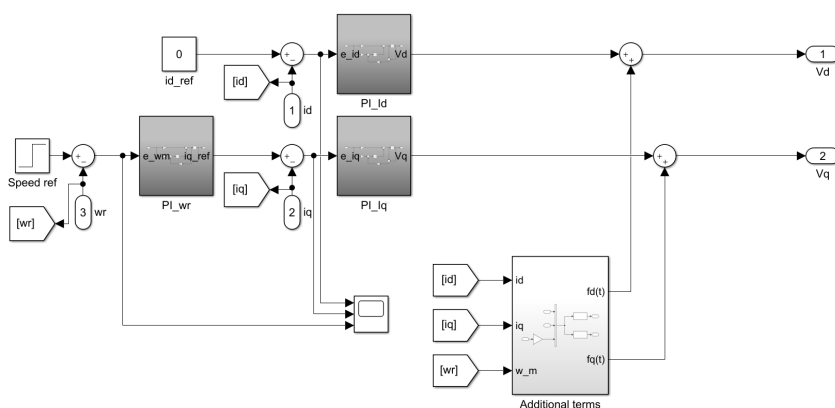


Σχήμα 6.12: Block διάγραμμα V/f ελεγκτή.

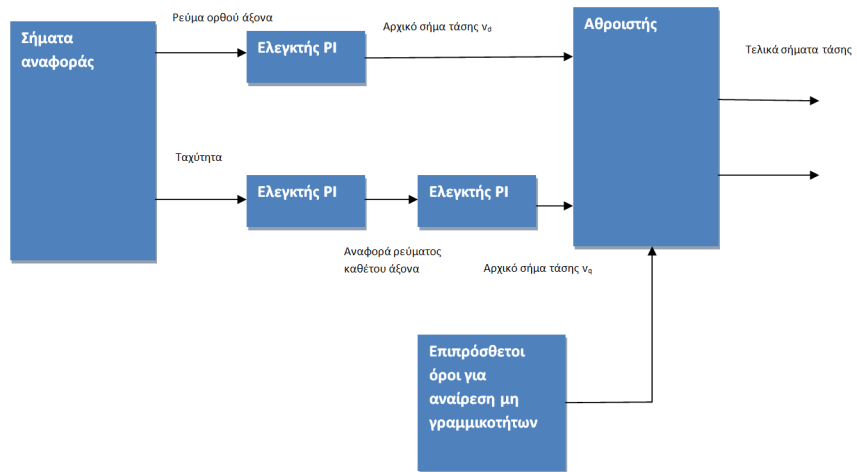
### 6.3.2 Διανυσματικός έλεγχος προσανατολισμένου πεδίου (FOC)



Σχήμα 6.13: Block ελεγκτή FOC.

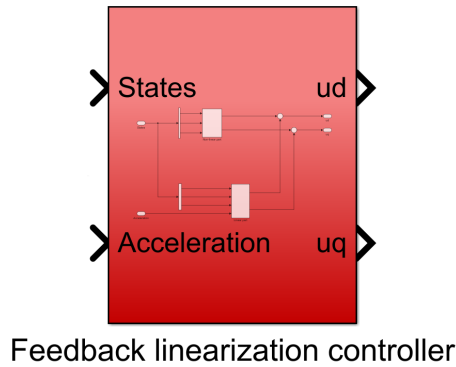


Σχήμα 6.14: Ελεγκτής FOC εντός του block.

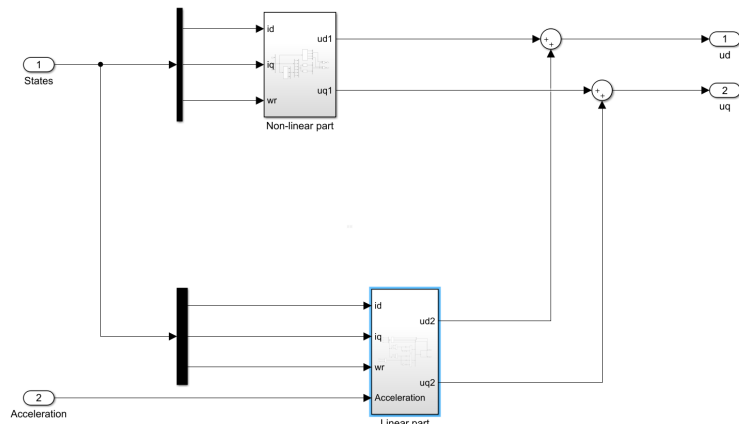


Σχήμα 6.15: Block διάγραμμα FOC ελεγκτή.

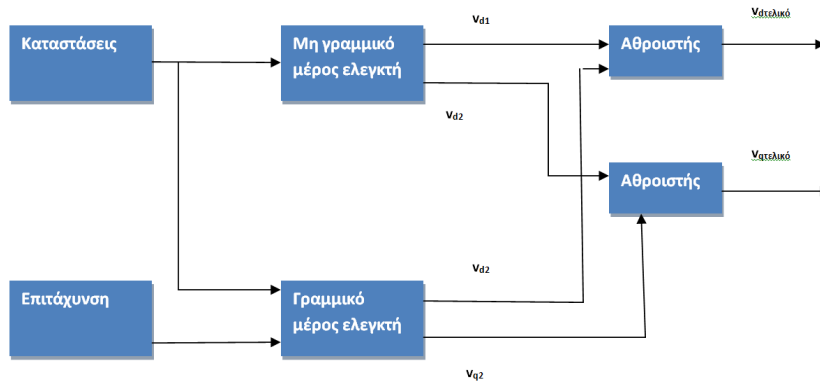
### 6.3.3 Γραμμικοποίηση ανάδρασης



Σχήμα 6.16: Block ελεγκτή γραμμικοποίησης ανάδρασης.



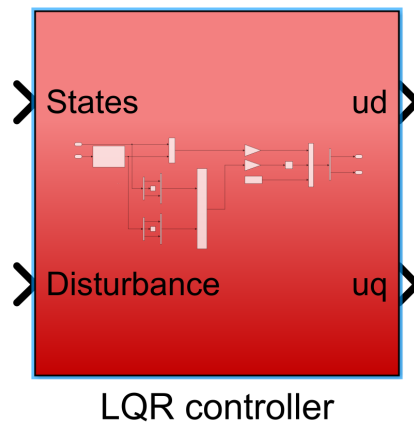
Σχήμα 6.17: Εσωτερικό block ελεγκτή γραμμικοποίησης ανάδρασης. Φαίνεται πως ο ελεγκτής αποτελείται από δύο βασικά υποσυστήματα, ένα που υλοποιεί τον μη γραμμικό έλεγχο και ένα τον γραμμικό.



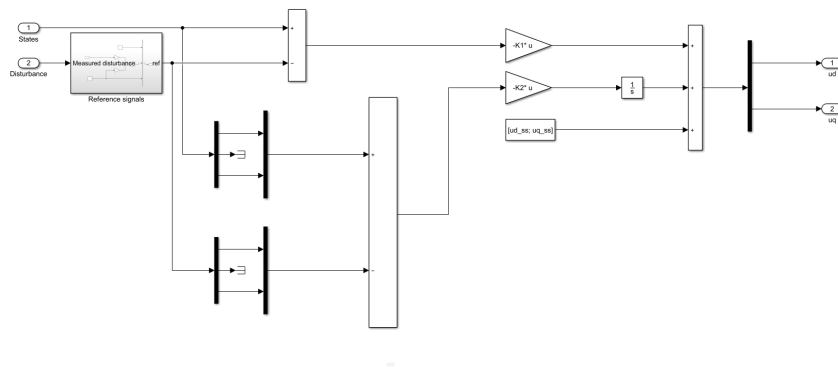
Σχήμα 6.18: Block διάγραμμα FL ελεγκτή.



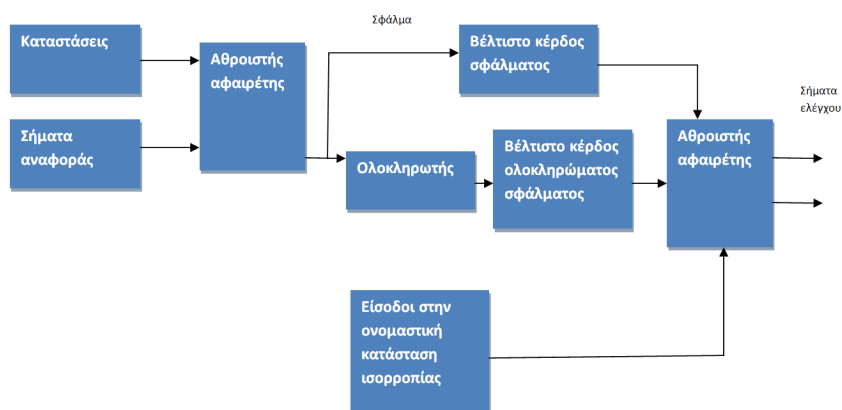
### 6.3.4 Βέλτιστος έλεγχος με χρήση γραμμικού τετραγωνικού ρυθμιστή LQR



Σχήμα 6.19: Block ελεγκτή LQR. Παρατηρείται πως μία εκ των εισόδων είναι η διαταραχή που όπως εξηγήθηκε μπορεί να εκτιμηθεί.



Σχήμα 6.20: Εσωτερικό του block ελεγκτή LQR.



Σχήμα 6.21: Block διάγραμμα ελεγκτή LQR.

Το κέρδος του LQR, υπολογίζεται μέσω της εντολής `lqr` του MATLAB.

## Κεφάλαιο 7

# Προσομοίωση συστήματος με πολλούς διαφορετικούς ελεγκτές

Σε αυτό το σημείο θα παρουσιαστούν και θα σχολιαστούν τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων. Σε κάθε μοντέλο, θα δοθούν τα στοιχεία προσομοίωσης του εκάστοτε μοντέλου. Οι δοκιμές μεταβατικής κατάστασης που πραγματοποιήθηκαν είναι οι εξής:

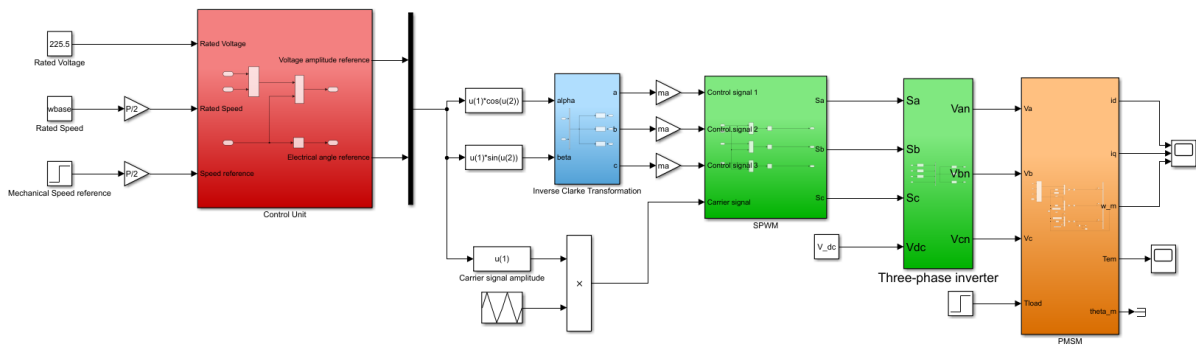
- Βήματα ταχύτητας από την μηδενική έως την ονομαστική ταχύτητα με αύξηση ανα 20% της ονομαστικής ταχύτητας.
- Βήματα ροπής από το κενό φορτίο έως το ονομαστικό φορτίο με αύξηση ανα 20% της ονομαστικής ροπής, σε ονομαστική ταχύτητα.

Στην περίπτωση του ελεγκτή σταθερού  $V/f$ , πραγματοποιήθηκε μόνο η δοκιμή ταχύτητας, με 10% αύξηση, σε κενό φορτίο. Αυτό θα εξηγηθεί στην αντίστοιχη ενότητα που αφορά τα αποτελέσματα του εν λόγω ελεγκτή.

Τέλος, έγινε ανάλυση των επιδόσεων μόνιμης κατάστασης, και συγκεκριμένα, το σφάλμα από την επιθυμητή τιμή και το αρμονικό περιεχόμενο.

### 7.1 Με χρήση βαθμωτού ελέγχου σταθερού $V/f$

Το ολοκληρωμένο μοντέλο με ελεγκτή σταθερού  $V/f$ , είναι ο εξής:



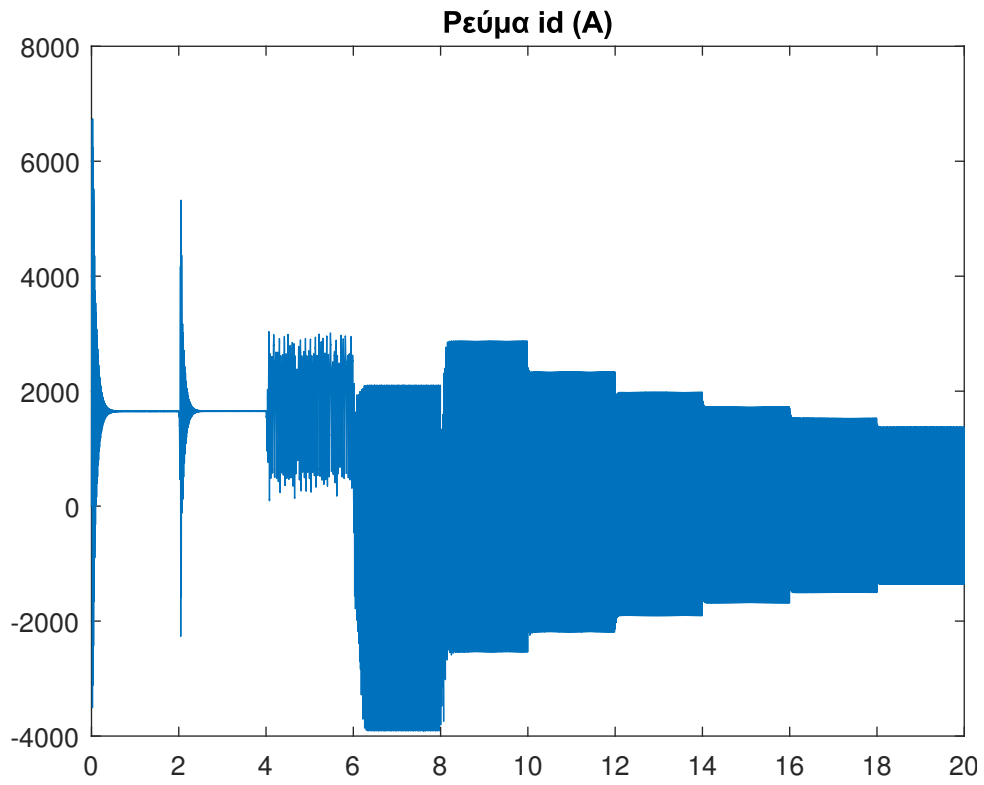
Σχήμα 7.1: Σύστημα κίνησης με ελεγκτή σταθερού V/f.

Έχει χρησιμοποιηθεί συντελεστής διαμόρφωσης πλάτους  $m_a = 0.8$  και συχνότητα φέρωντος  $f_c = 18300\text{Hz}$ .

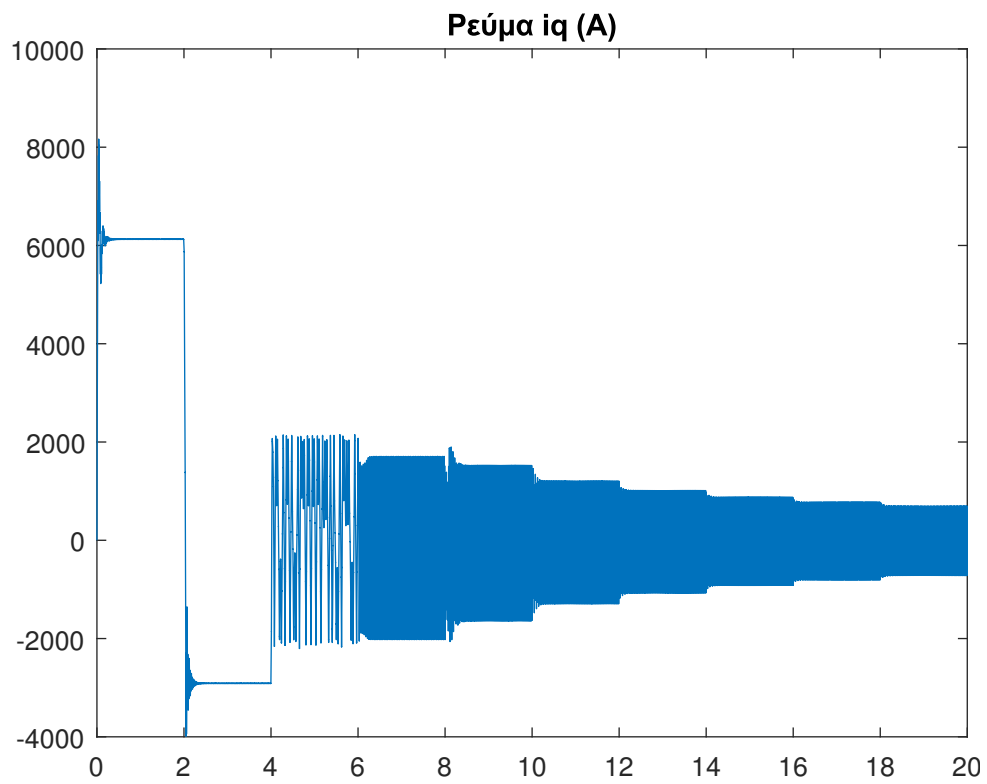
## 7.1.1 Δοκιμές μεταβατικής κατάστασης

### 7.1.1.1 Βηματική μεταβολή ταχύτητας και σχόλια

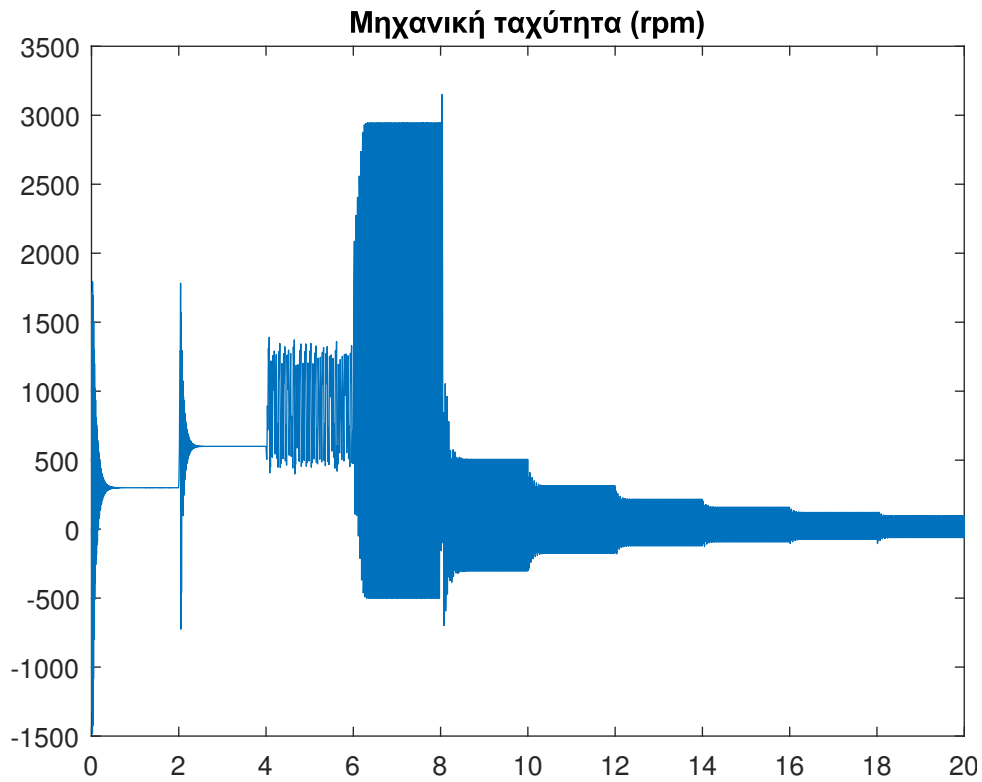
Για αυτήν την τεχνική ελέγχου, η δοκιμή ταχύτητας εκτελέστηκε σε συνθήκες κενού φορτίου. Παρακάτω θα δειχθούν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, τόσο για τις μεταβλητές κατάστασης (Ρεύματα ορθού και καθέτου άξονα, μηχανική ταχύτητα) όσο και για την παραγόμενη ηλεκτρομαγνητική ροπή.



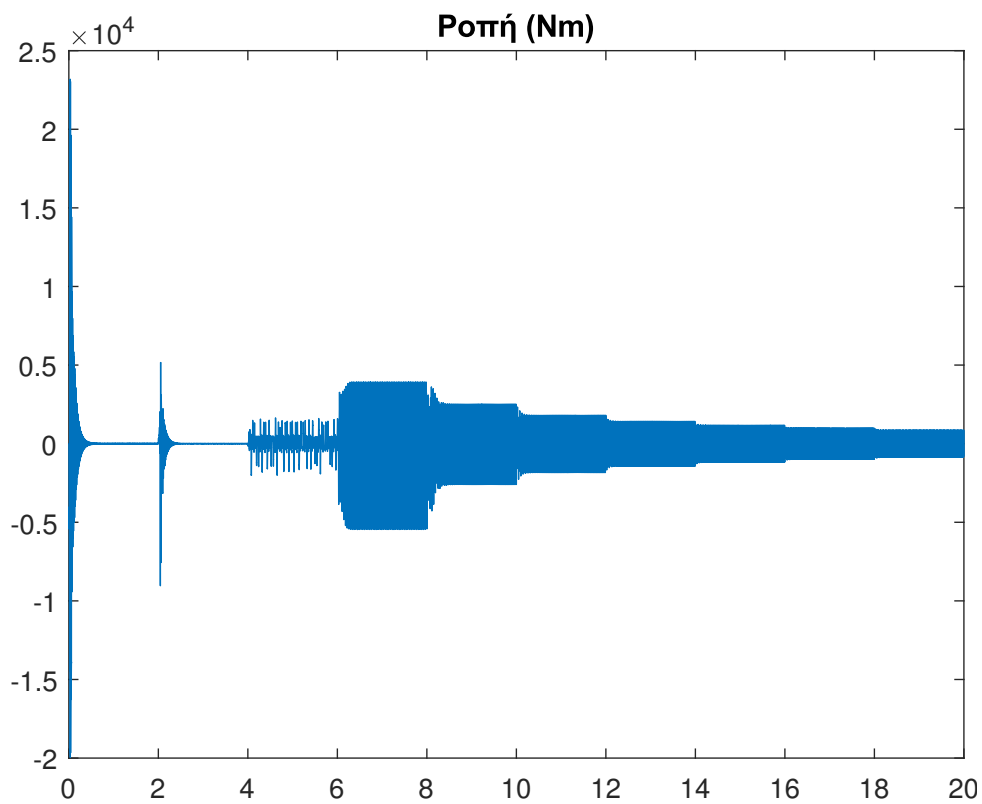
Σχήμα 7.2: Ρεύμα ορθού άξονα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε κενό φορτίο.



Σχήμα 7.3: Ρεύμα καθέτου άξονα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε κενό φορτίο.



Σχήμα 7.4: Μηχανική ταχύτητα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε κενό φορτίο.



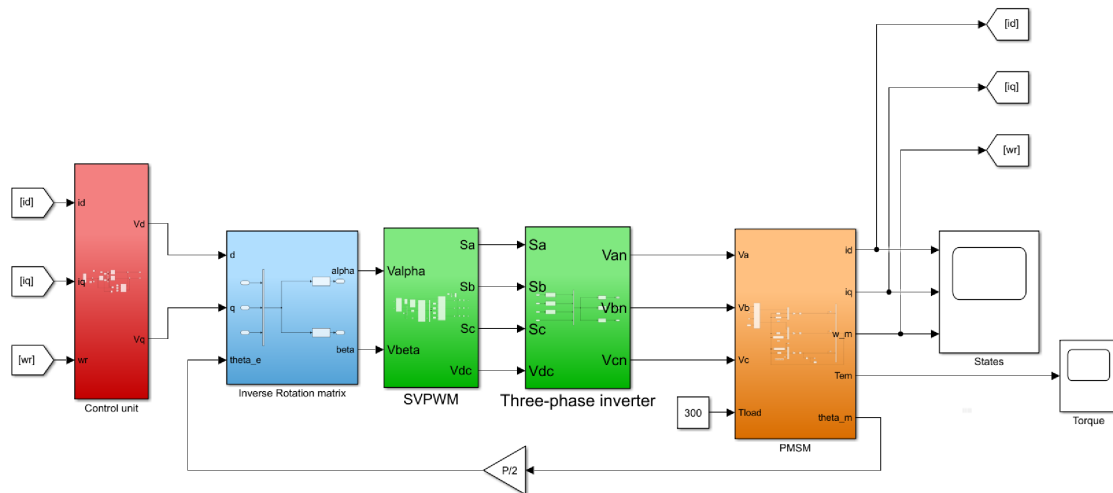
Σχήμα 7.5: Ηλεκτρομαγνητική ροπή για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε κενό φορτίο.

Παρατηρείται ότι η επίδοση του ελεγκτή αυτού, είναι ιδιαίτερα κακή. Όπως έχει ήδη εξηγηθεί, η τεχνική ελέγχου σταθερού  $V/f$ , χρησιμοποιείται εκτενώς για τον έλεγχο μηχανών

πολύ μικρής ισχύος, ενώ δεν λαμβάνει υπόψη την δυναμική της μηχανής. Έτσι, για την μηχανή που χρησιμοποιήθηκε, που προορίζεται για εφαρμογές ηλεκτρικών οχημάτων, παρατηρείται ότι ο ελεγκτής δεν δύναται να ακολουθήσει την ταχύτητα για πάνω από 20% της ονομαστικής ταχύτητας, και μάλιστα μόνο σε συνθήκες κενού φορτίου. Ακόμα και σε αυτά τα επίπεδα ταχυτήτων, παρατηρείται ότι στην μόνιμη κατάσταση, τα ρεύματα είναι πολύ υψηλότερα του ονομαστικού, λόγω της γραμμικής αύξησης της τάσης με την ταχύτητα. Έτσι, με αυτές τις επιδόσεις από αυτήν την δοκιμή, δεν έχει αξία η εκτέλεση επιπλέον δοκιμών.

## 7.2 Με χρήση ελέγχου προσανατολισμένου πεδίου (FOC)

Το ολοκληρωμένο μοντέλο με ελεγκτή FOC, είναι το εξής:



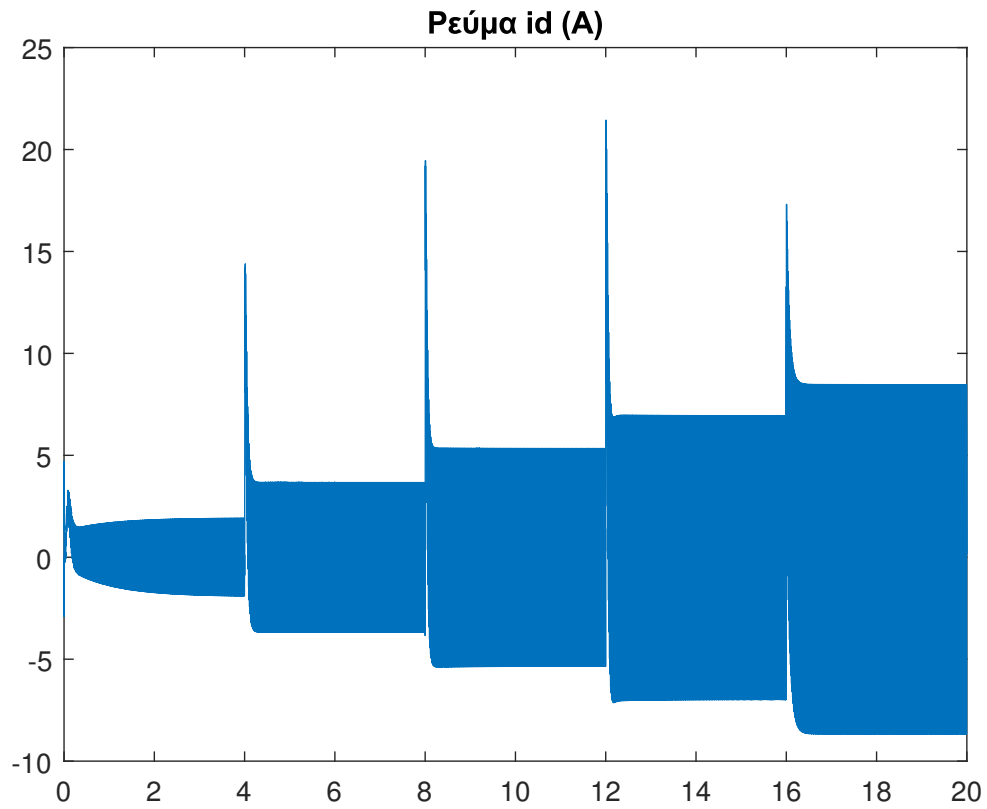
Σχήμα 7.6: Σύστημα κίνησης με ελεγκτή FOC.

Η διακοπτική συχνότητα έχει ρυθμιστεί στα 18kHz, ενώ η μέθοδος ρύθμισης των κερδών που χρησιμοποιήθηκε, είναι αυτή του [ ] που αναφέρεται στην ενότητα 4.4.2.

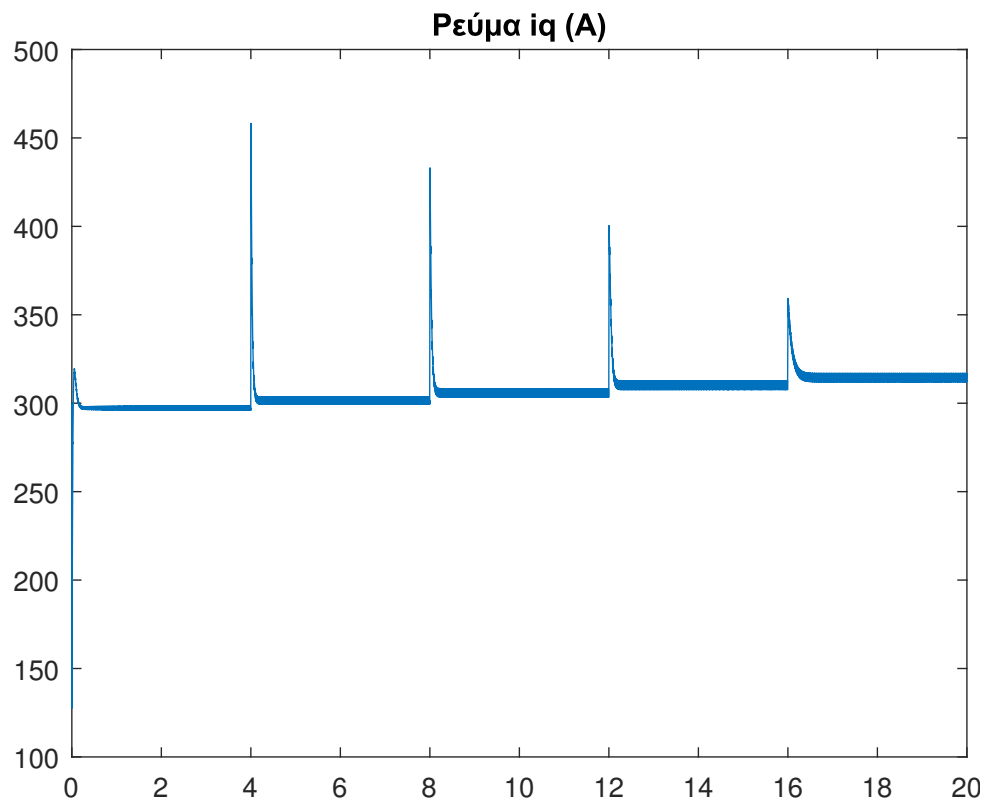
### 7.2.1 Δοκιμές μεταβατικής κατάστασης

#### 7.2.1.1 Βηματική μεταβολή ταχύτητας

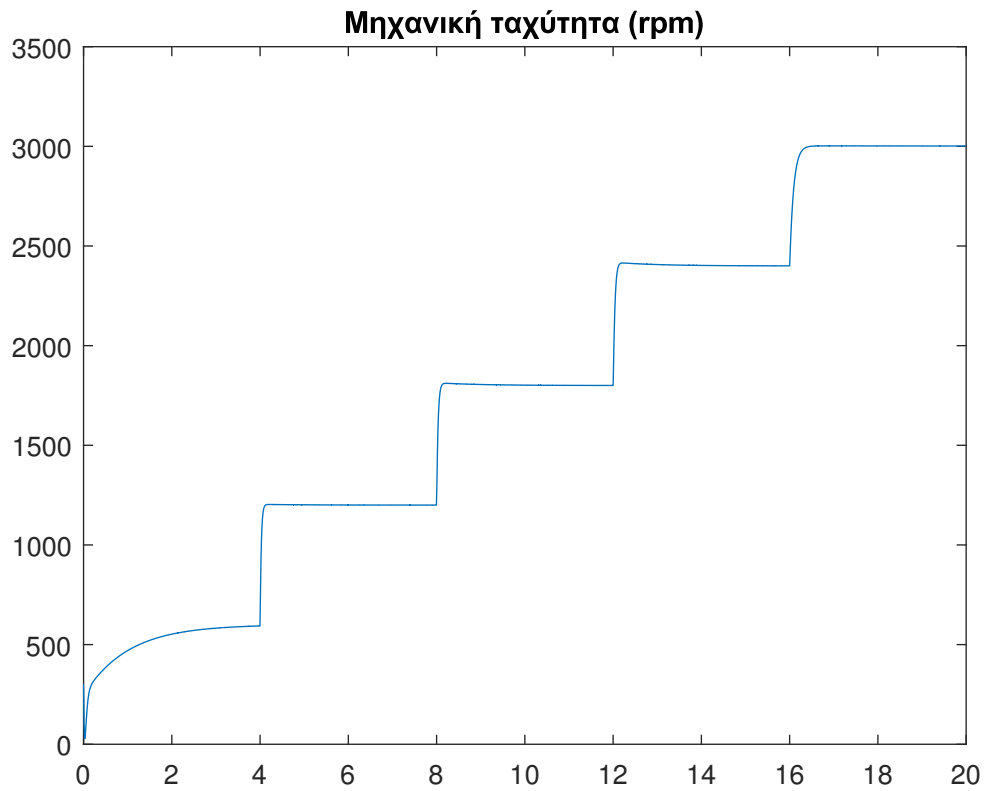
Από την δοκιμή βημάτων ταχύτητας 5 επιπέδων, σε συνθήκες ονομαστικού φορτίου, πήραμε τα εξής αποτελέσματα:



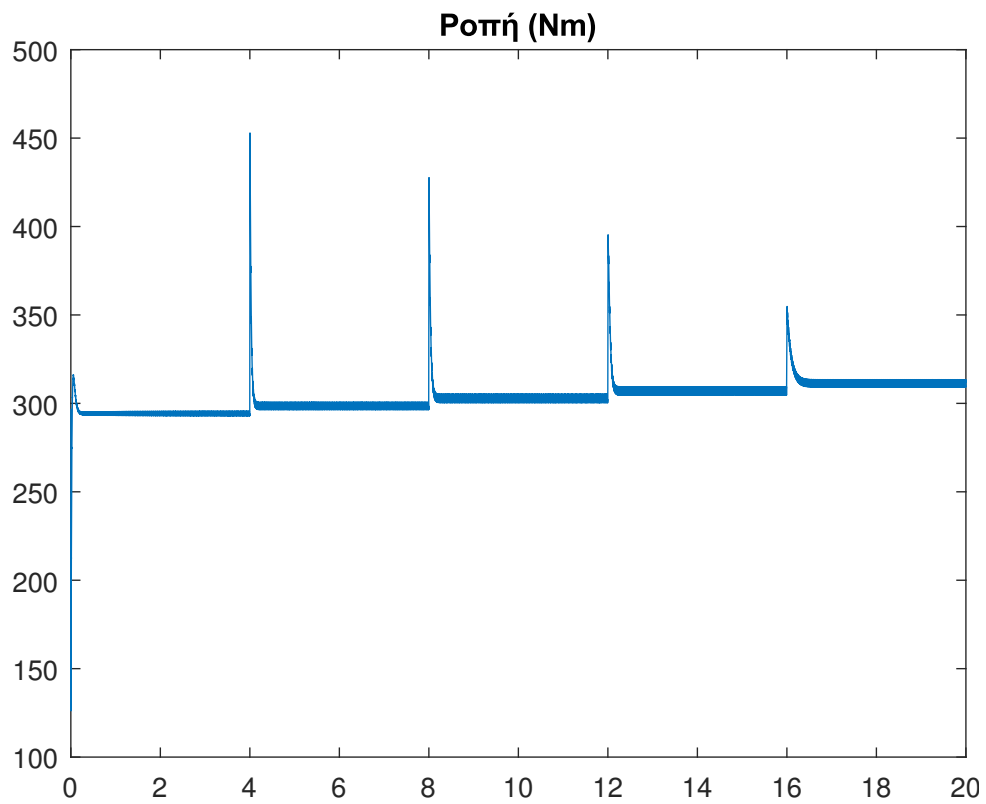
Σχήμα 7.7: Ρεύμα ορθού άξονα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.



Σχήμα 7.8: Ρεύμα καθέτου άξονα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.

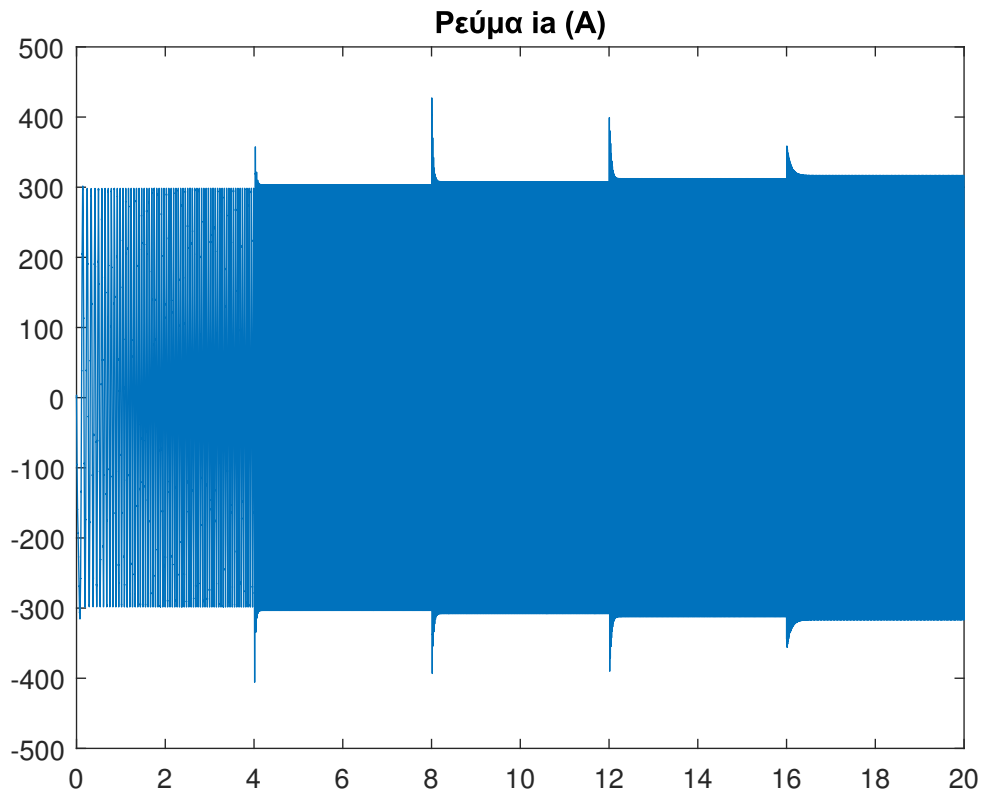


Σχήμα 7.9: Μηχανική ταχύτητα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.

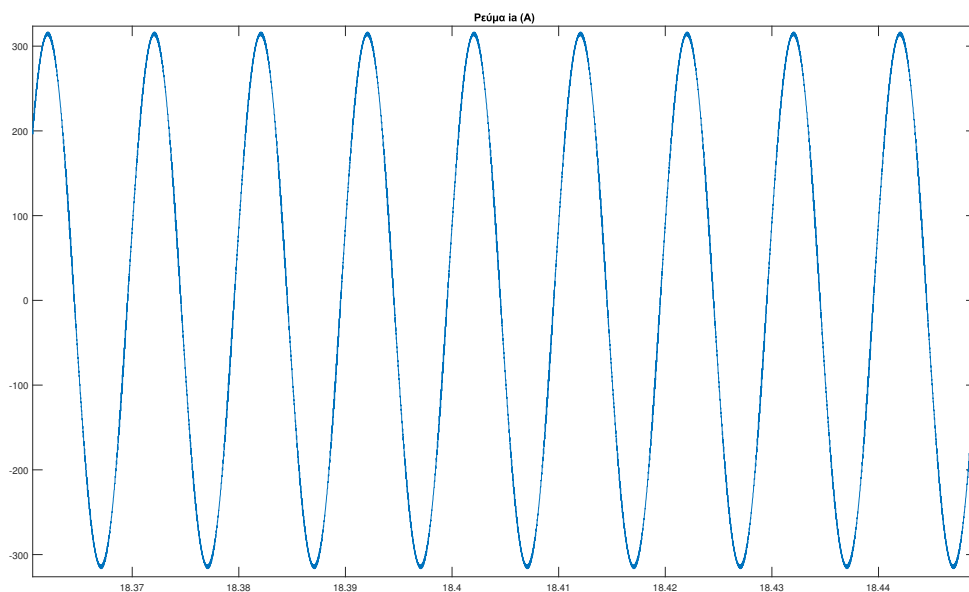


Σχήμα 7.10: Ηλεκτρομαγνητική ροπή για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.





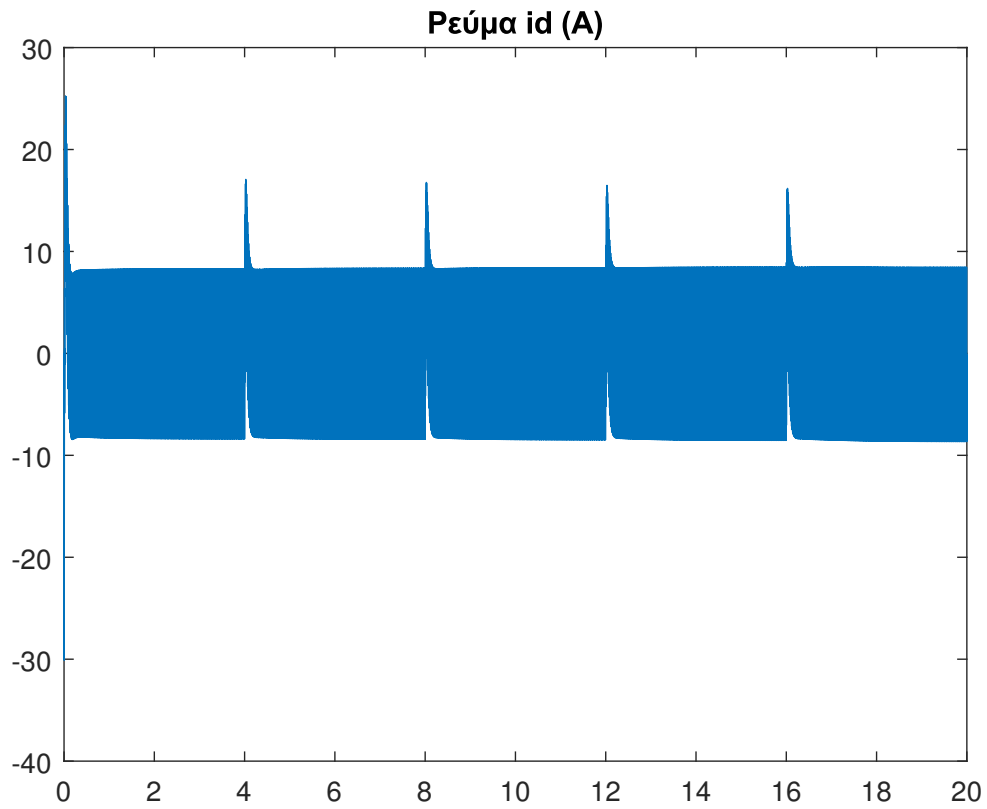
Σχήμα 7.11: Ρεύμα φάσης A για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.



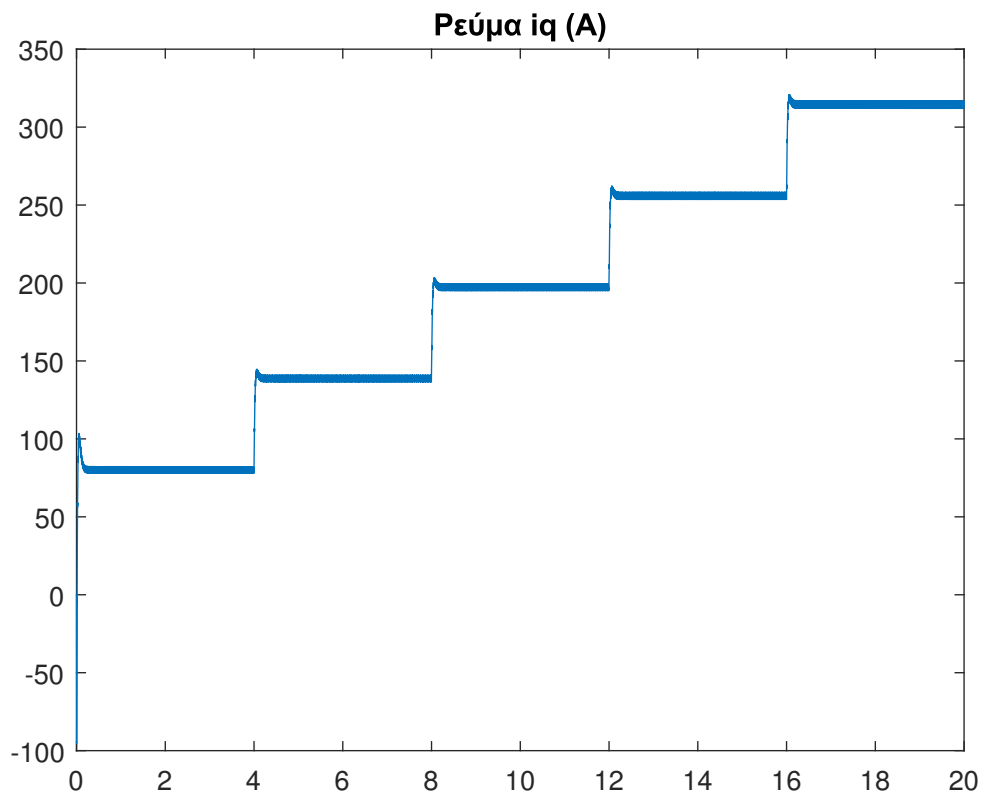
Σχήμα 7.12: Ρεύμα φάσης A για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο, μεγεθυμένο σε χρονικό πλαίσιο ονομαστικής ταχύτητας, ώστε να αναδεικνύεται η ημιτονική απόκριση.

### 7.2.1.2 Βηματική μεταβολή ροπής

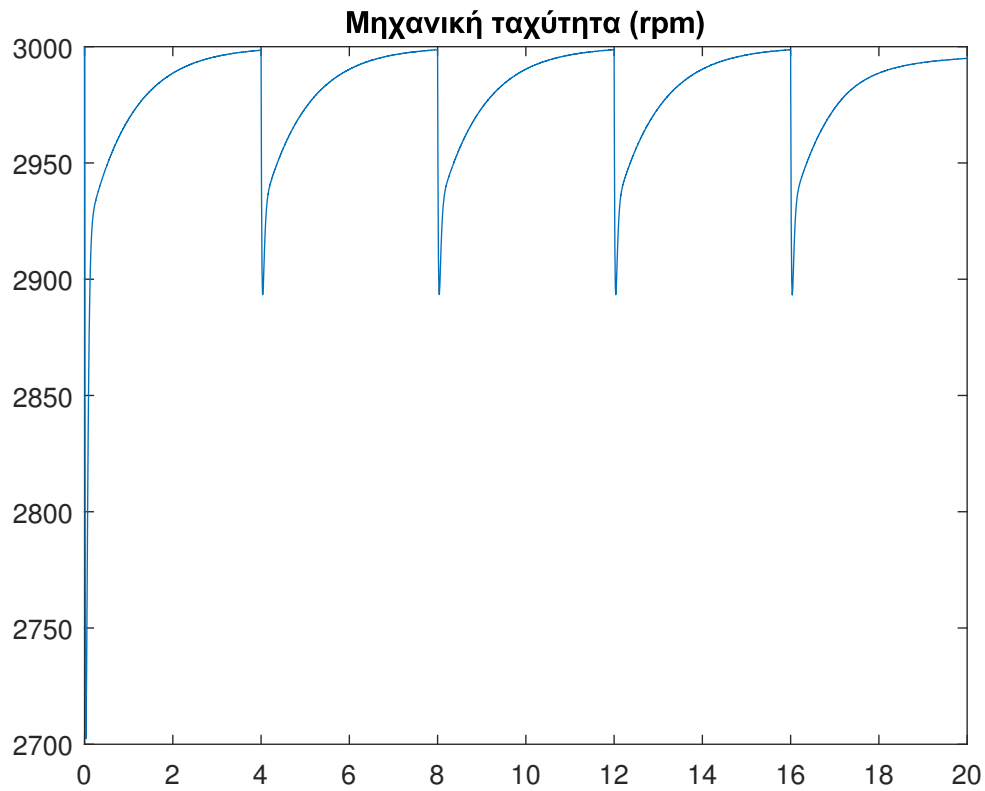
Από την δοκιμή βημάτων ταχύτητας 5 επιπέδων, σε ονομαστική ταχύτητα, πήραμε τα εξής αποτελέσματα:



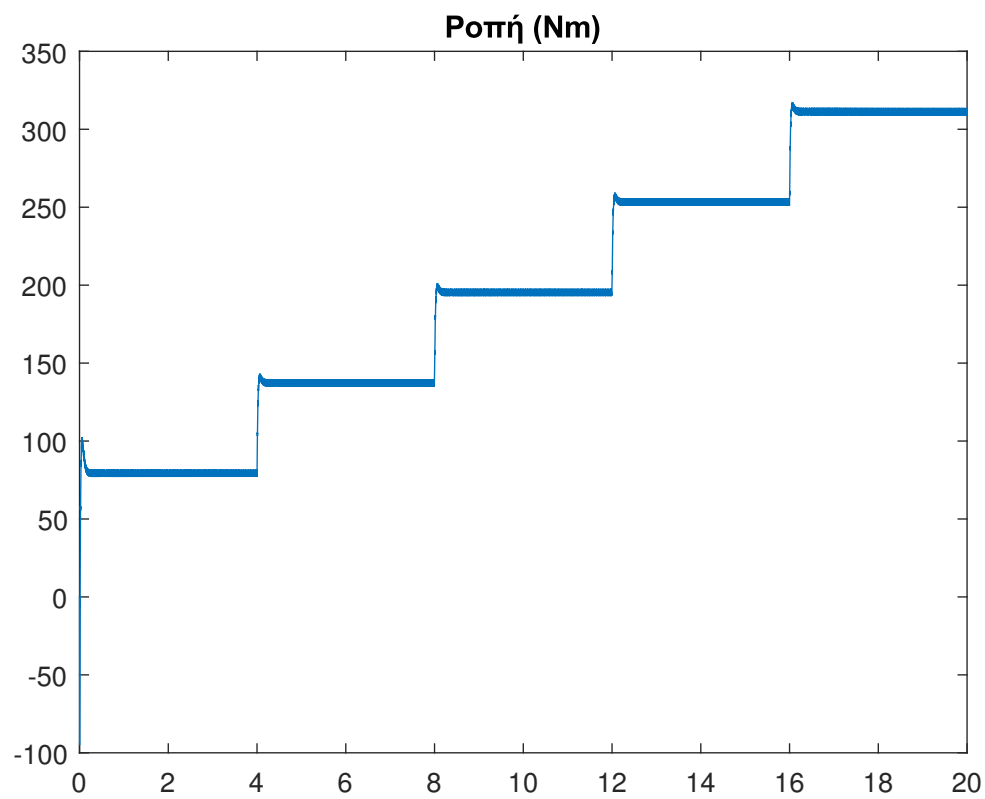
Σχήμα 7.13: Ρεύμα ορθού άξονα για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



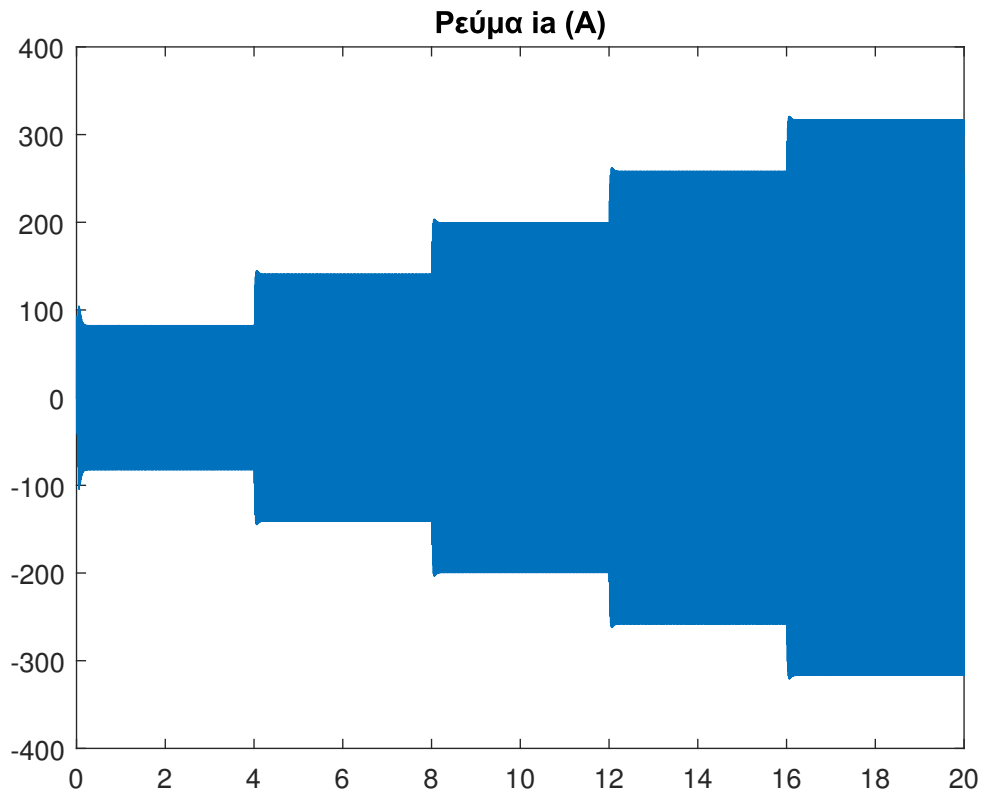
Σχήμα 7.14: Ρεύμα καθέτου άξονα για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



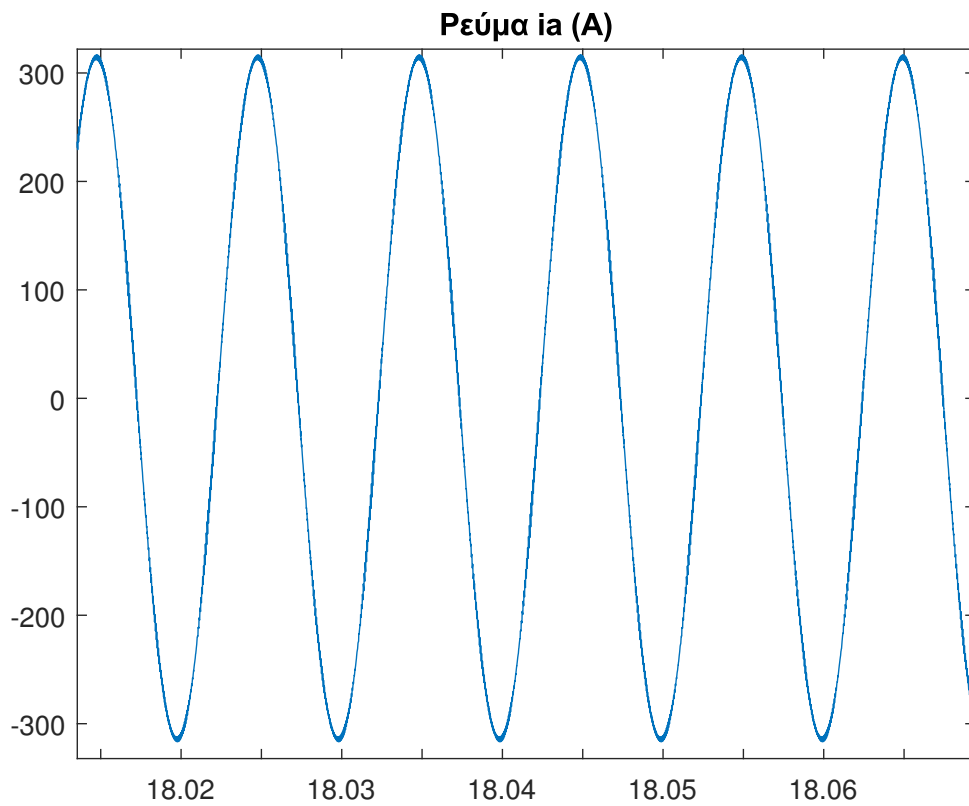
Σχήμα 7.15: Μηχανική ταχύτητα για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



Σχήμα 7.16: Ηλεκτρομαγνητική ροπή για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



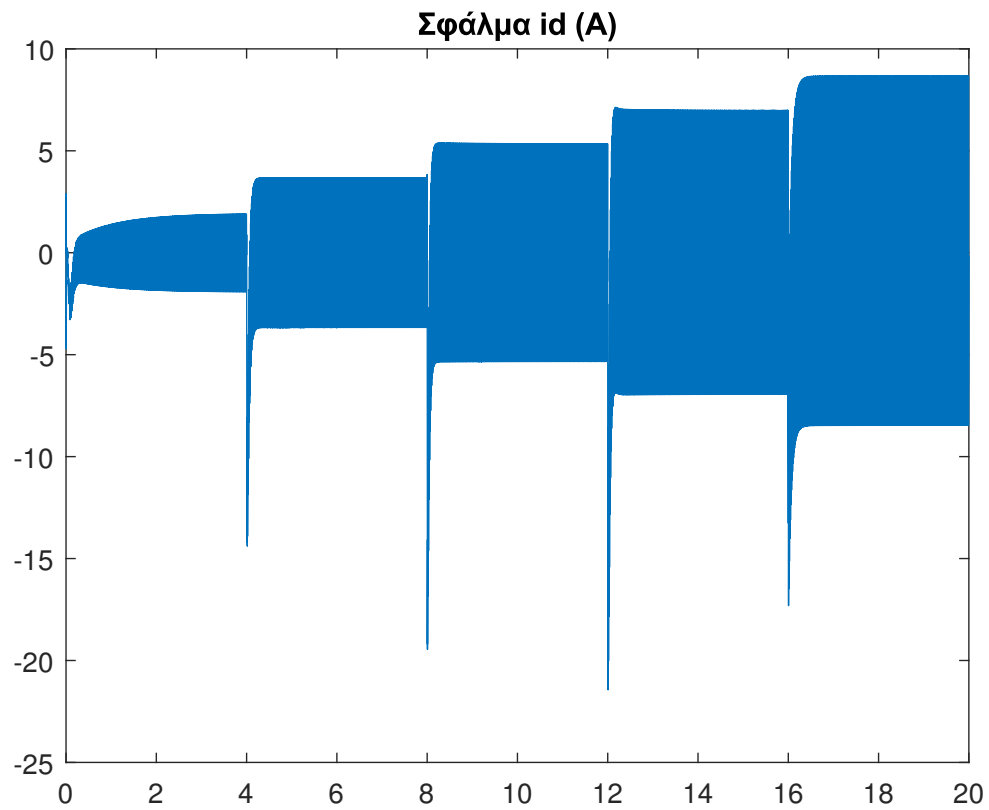
Σχήμα 7.17: Ρεύμα φάσης A για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



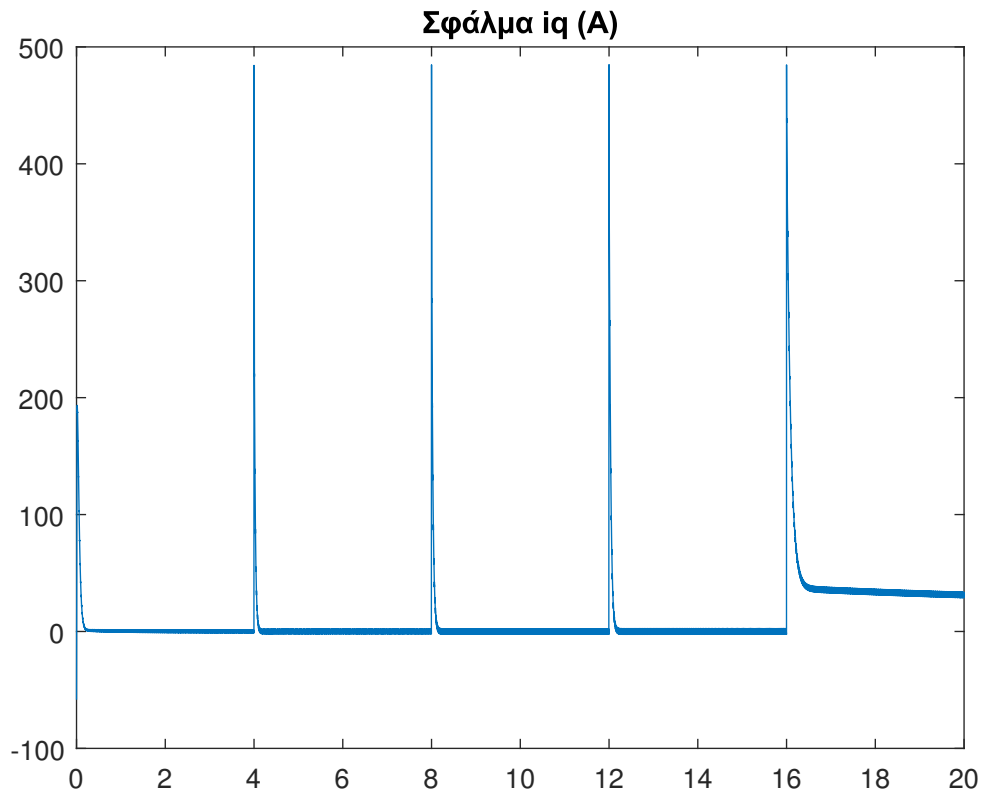
Σχήμα 7.18: Ρεύμα φάσης A για δοκιμή ροπής σε ονομαστική ταχύτητα, μεγεθυμένο σε χρονικό πλαίσιο ονομαστικής ταχύτητας, ώστε να αναδεικνύεται η ημιτονική απόκριση

### 7.2.2 Επιδόσεις μόνιμης κατάστασης

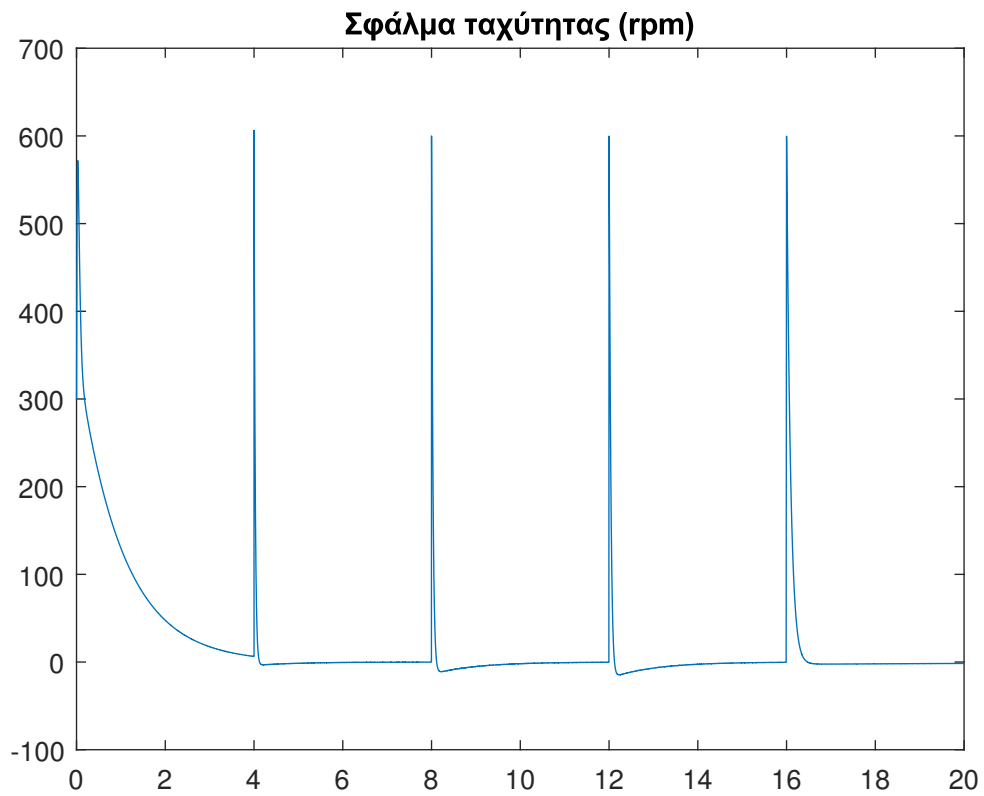
Για την μελέτη της συμπεριφοράς του μοντέλου στην μόνιμη κατάσταση, θα παρουσιαστούν οι καμπύλες σφάλματος των δύο προηγούμενων δοκιμών:



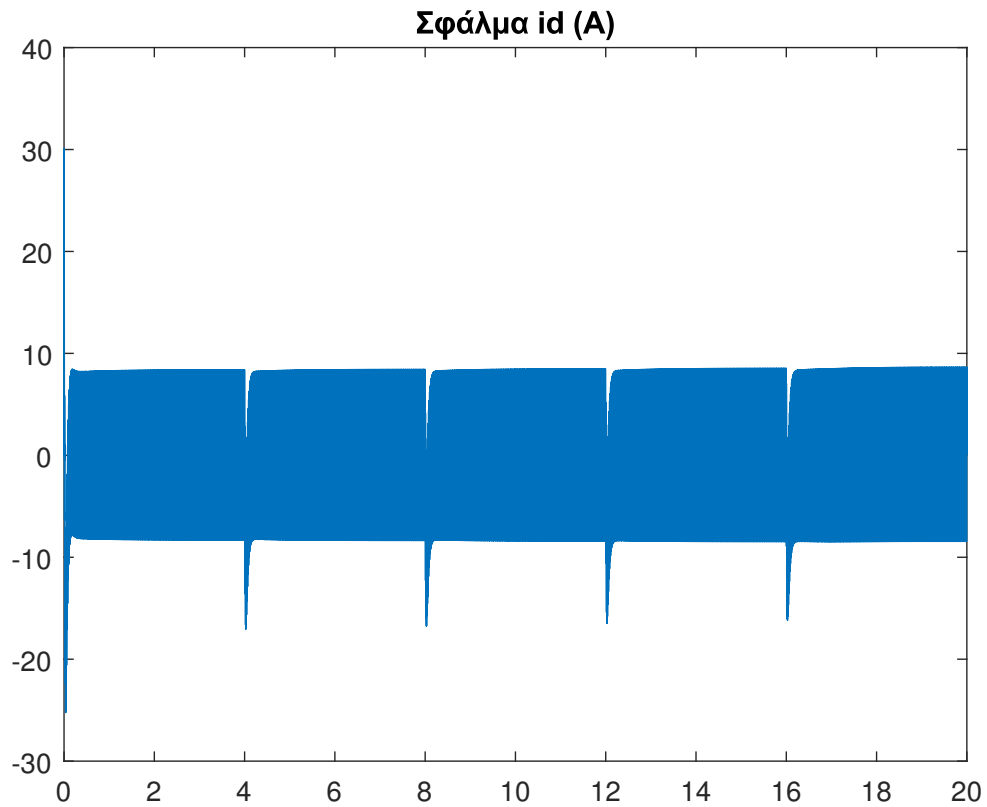
Σχήμα 7.19: Σφάλμα ρεύματος ορθού άξονα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.



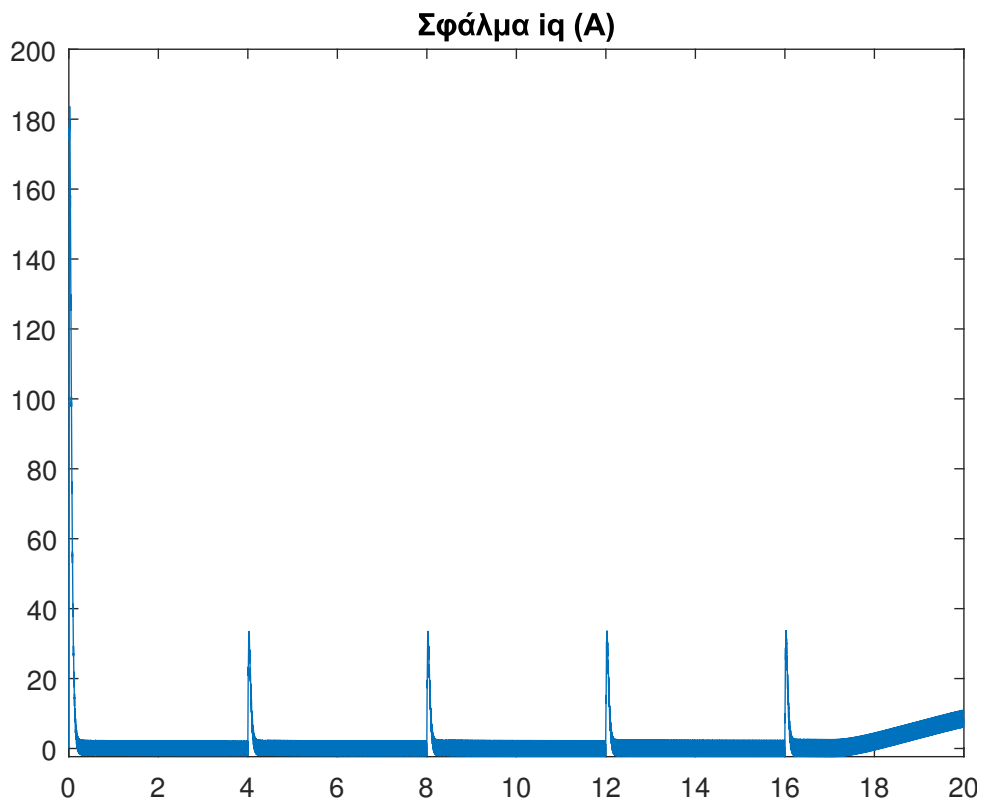
Σχήμα 7.20: Σφάλμα ρεύματος καθέτου άξονα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.



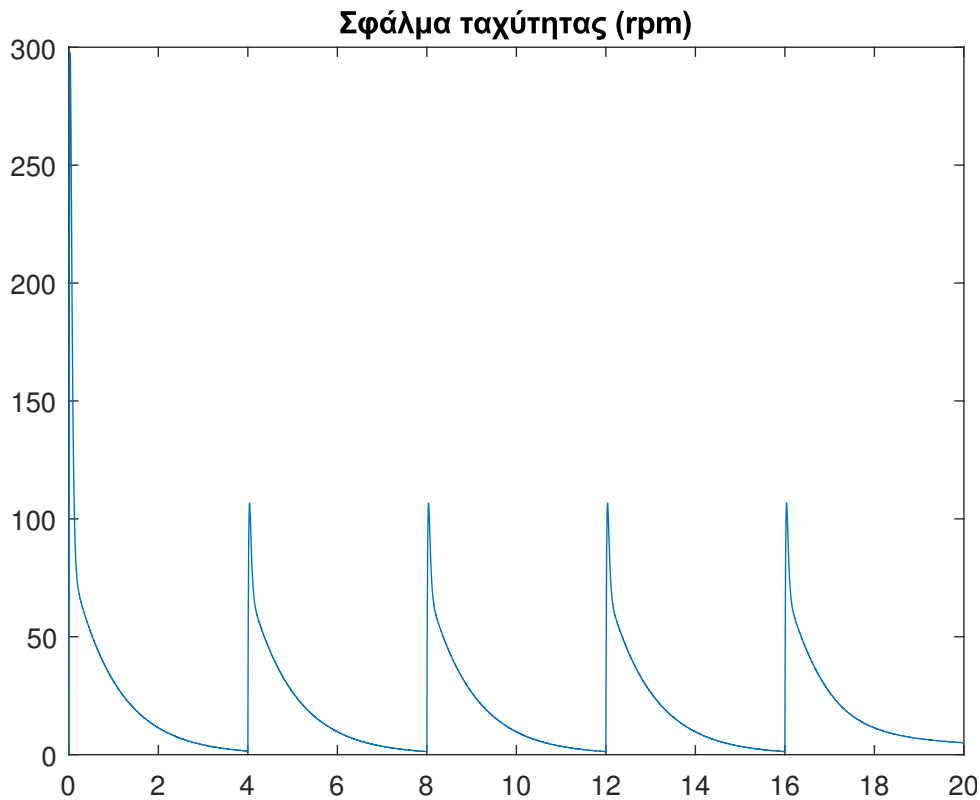
Σχήμα 7.21: Σφάλμα ταχύτητας για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.



Σχήμα 7.22: Σφάλμα ρεύματος οριζού άξονα για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



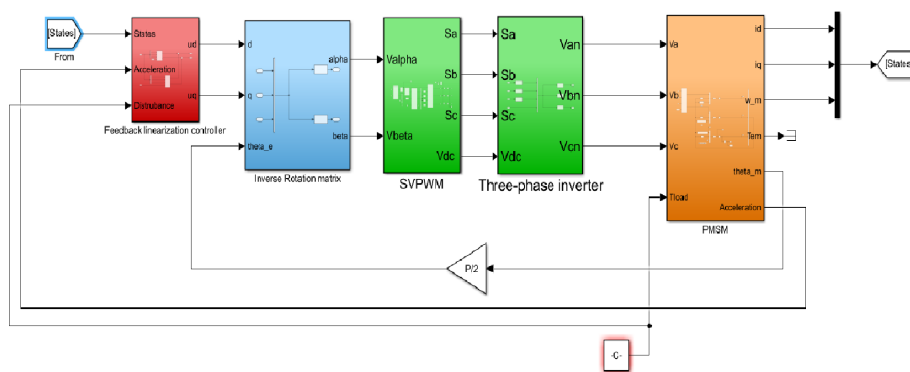
Σχήμα 7.23: Σφάλμα ρεύματος καθέτου άξονα για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



Σχήμα 7.24: Σφάλμα ταχύτητας για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.

### 7.3 Με γραμμικοποίηση ανάδρασης

Το ολοκληρωμένο μοντέλο με ελεγκτή γραμμικοποίησης ανάδρασης είναι το εξής:



Σχήμα 7.25: Σύστημα κίνησης με ελεγκτή γραμμικοποίησης ανάδρασης.

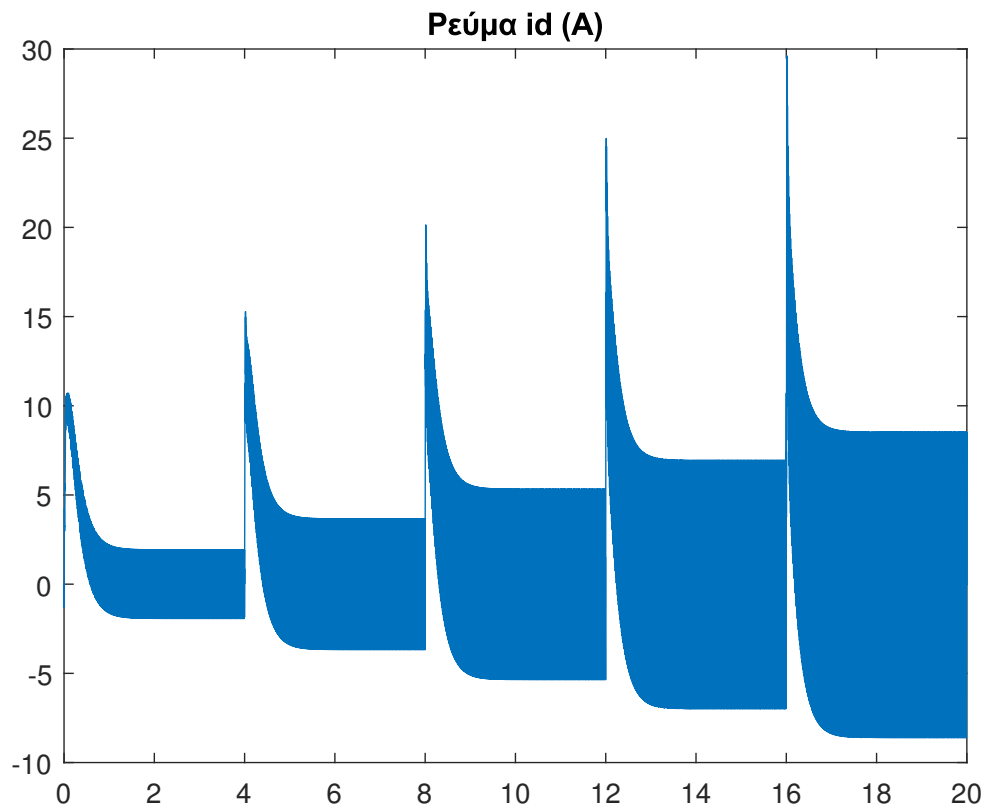
Η διακοπτική συχνότητα είναι ρυθμισμένη στα 18 kHz, όπως και στο προηγούμενο μοντέλο. Έχουν προστεθεί ολοκληρωτές στους γραμμικούς νόμους ελέγχου.



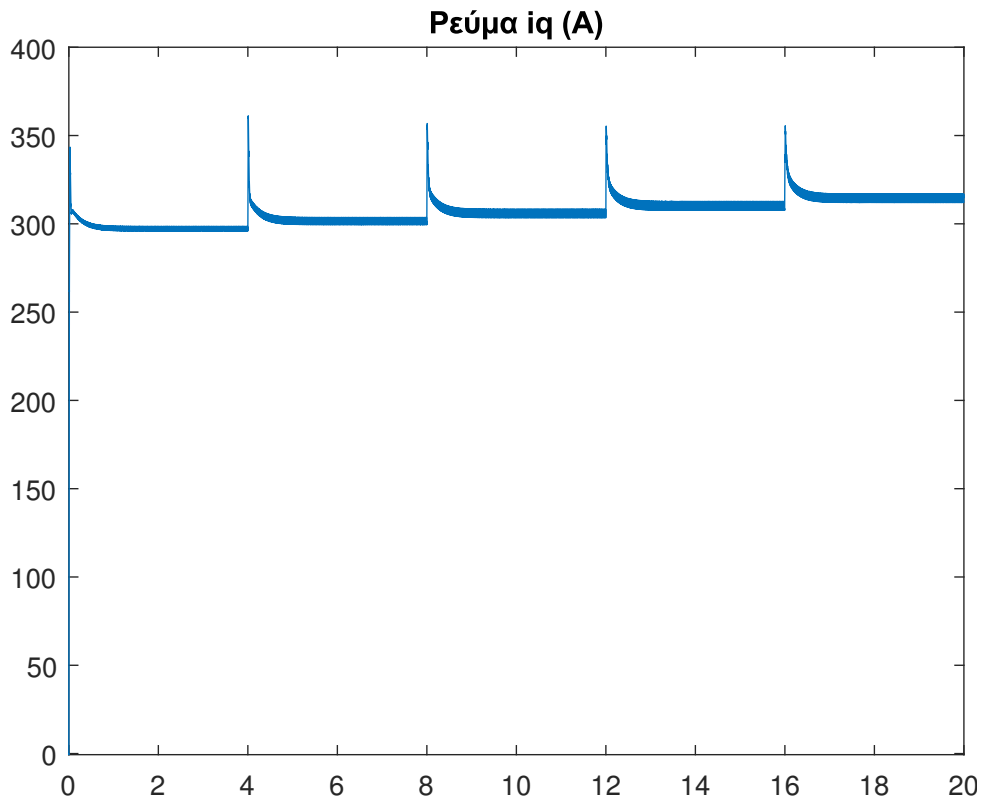
### 7.3.1 Δοκιμές μεταβατικής κατάστασης

#### 7.3.1.1 Βηματική μεταβολή ταχύτητας

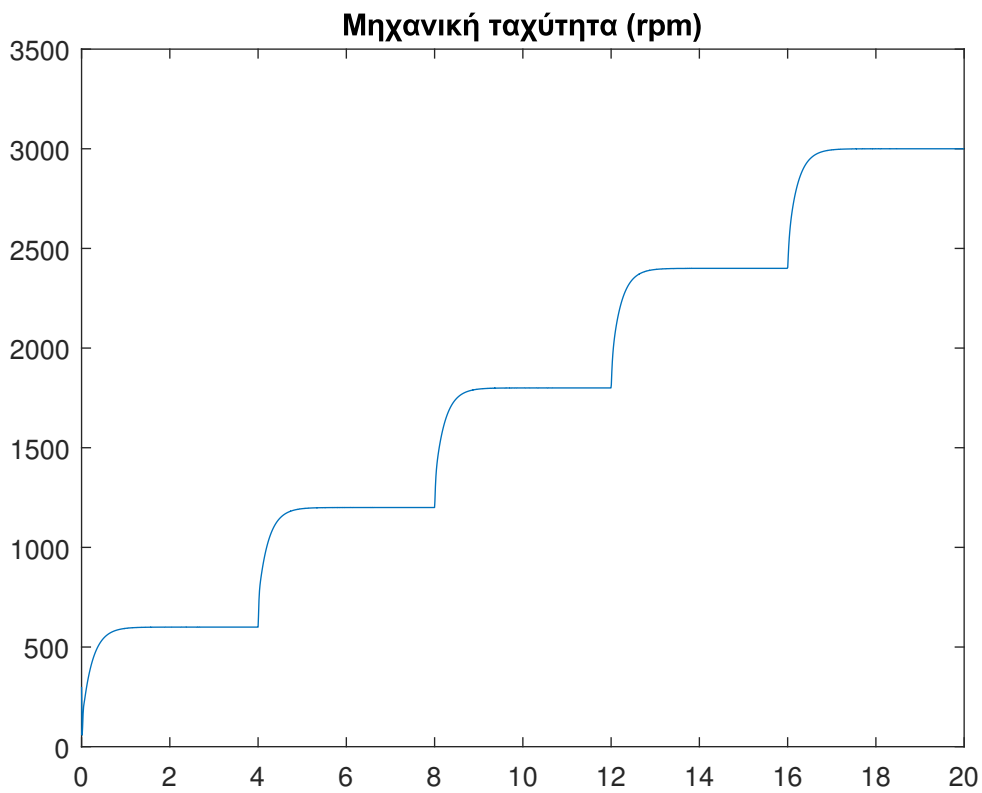
Από την δοκιμή βημάτων ταχύτητας 5 επιπέδων, σε συνθήκες ονομαστικού φορτίου, πήραμε τα εξής αποτελέσματα:



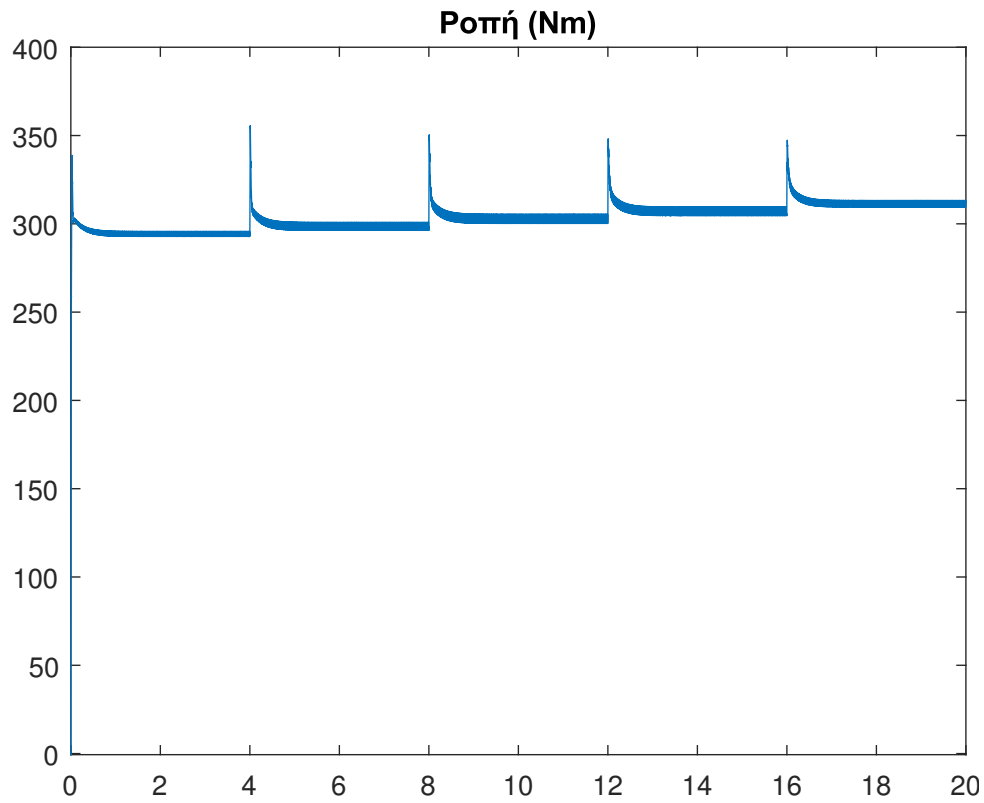
Σχήμα 7.26: Ρεύμα ορθού άξονα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.



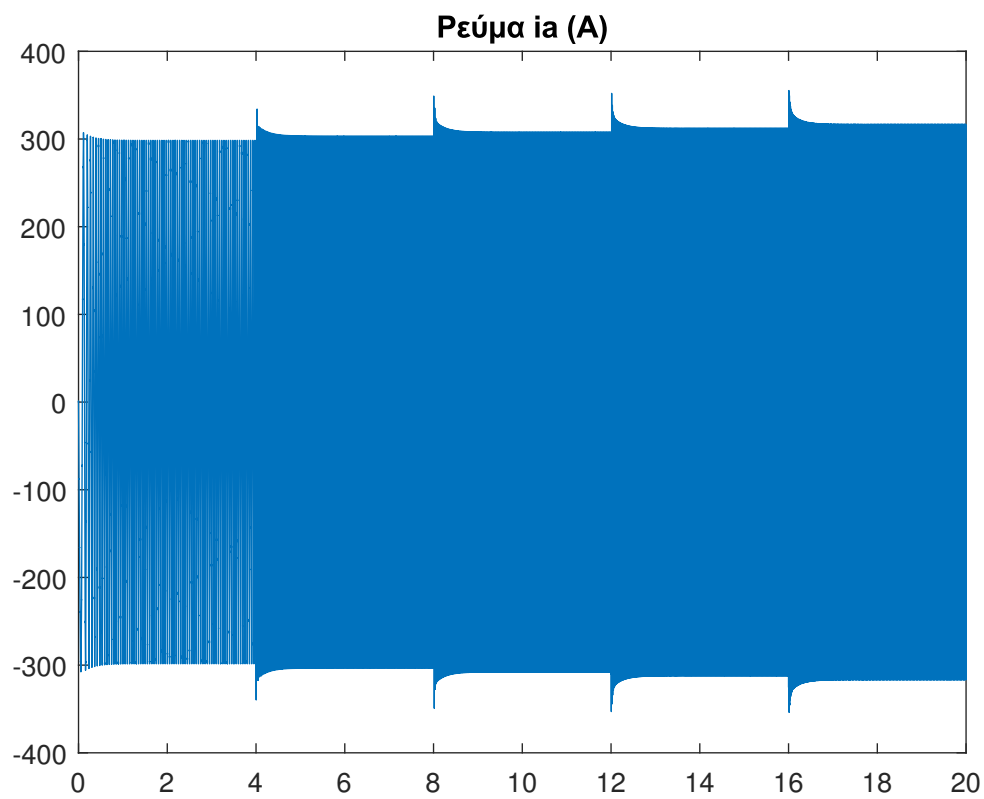
Σχήμα 7.27: Ρεύμα καθέτου άξονα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.



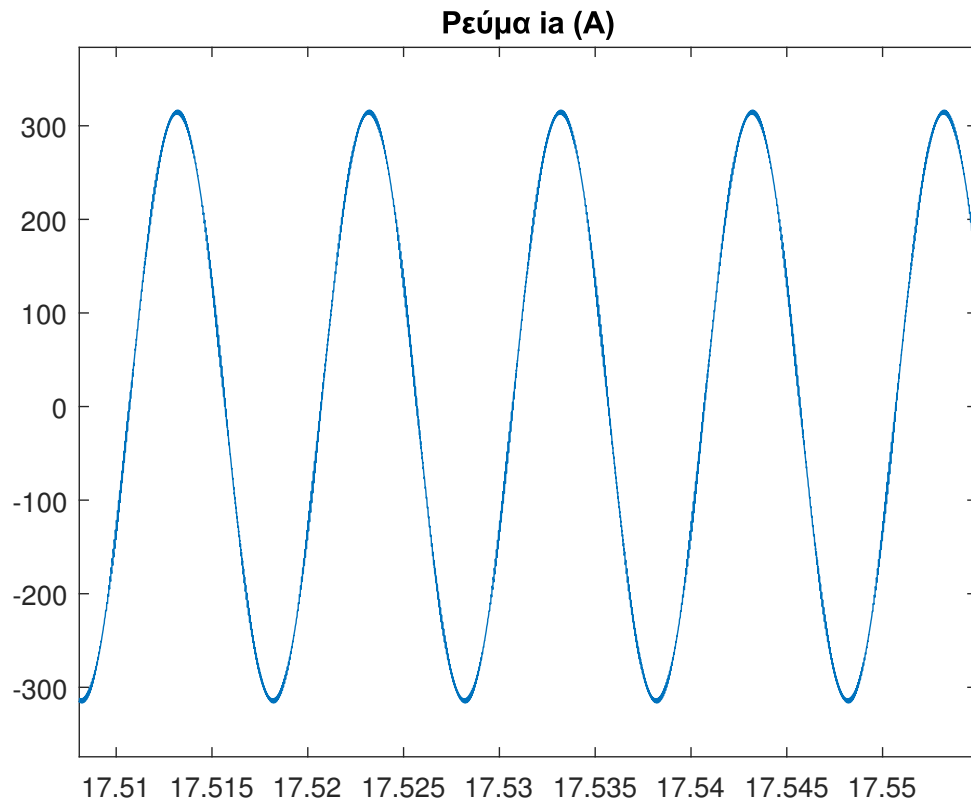
Σχήμα 7.28: Μηχανική ταχύτητα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.



Σχήμα 7.29: Ηλεκτρομαγνητική ροπή για δοκιμή βηματών ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.

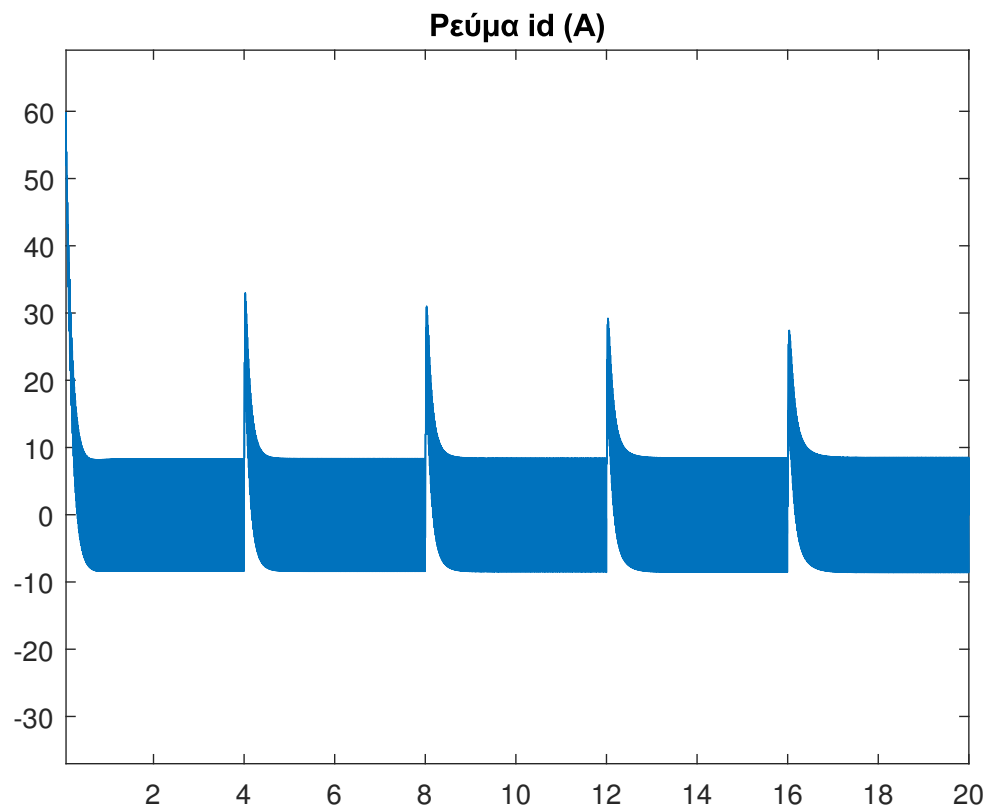


Σχήμα 7.30: Ρεύμα φάσης A για δοκιμή βηματών ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.

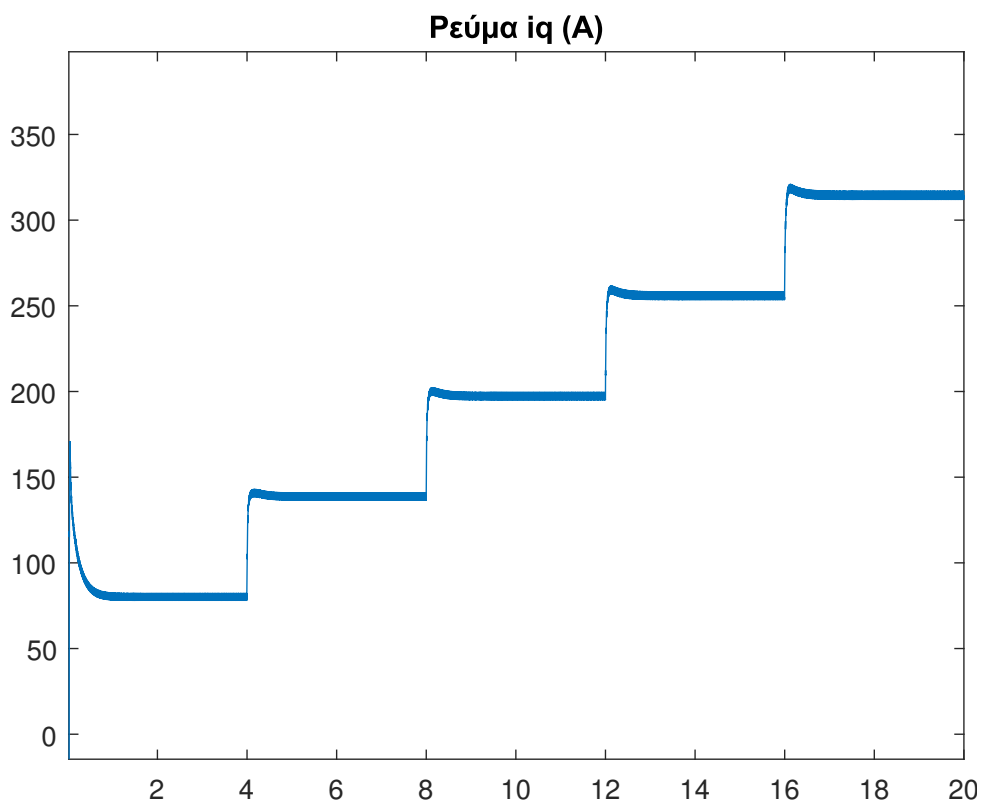


Σχήμα 7.31: Ρεύμα φάσης A για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο, μεγεθυμένο σε χρονικό πλαίσιο ονομαστικής ταχύτητας, ώστε να αναδεικνύεται η ημιτονική απόκριση.

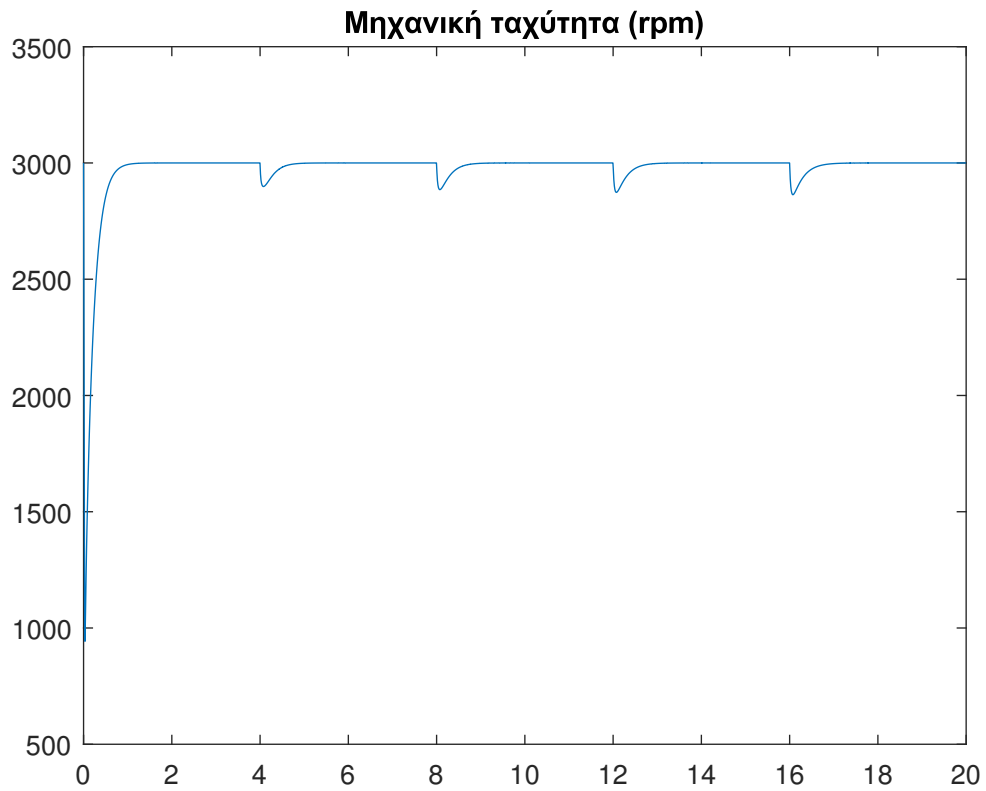
### 7.3.1.2 Βηματική μεταβολή ροπής



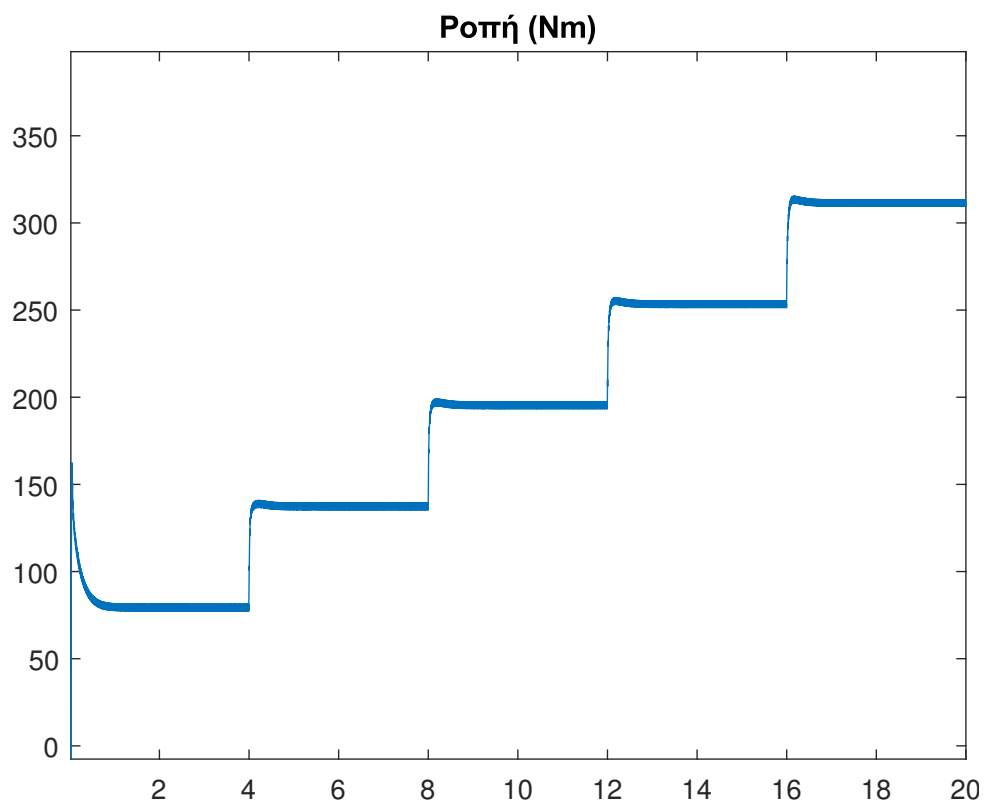
Σχήμα 7.32: Ρεύμα ορθού άξονα για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



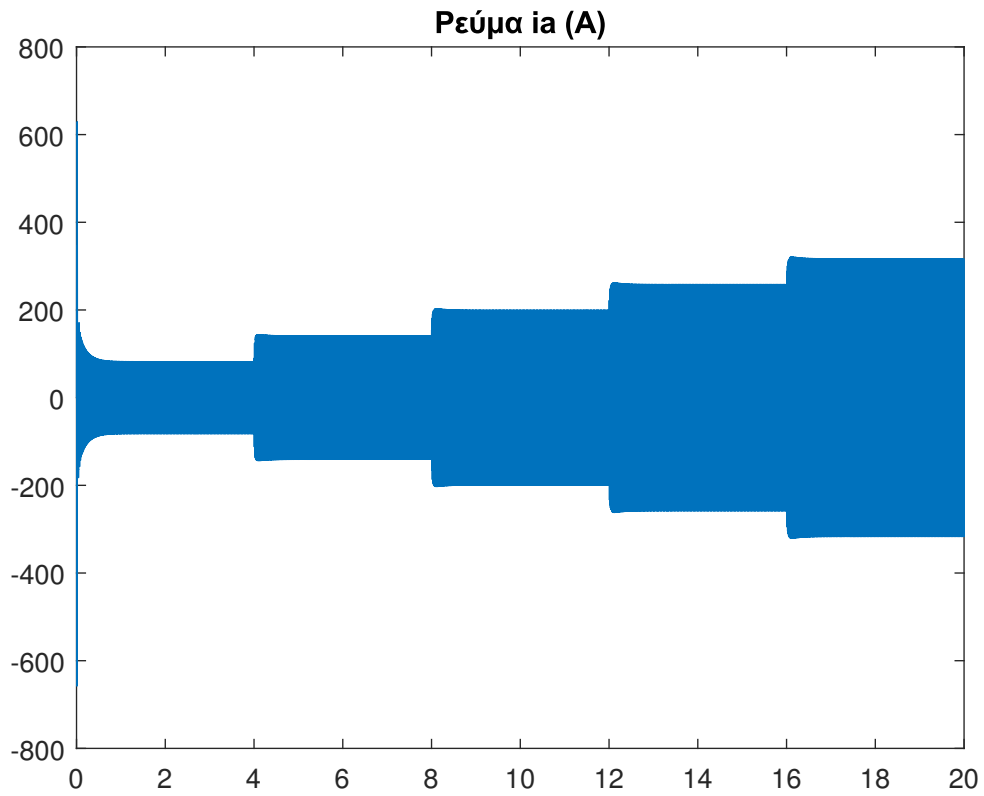
Σχήμα 7.33: Ρεύμα καθέτου άξονα για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



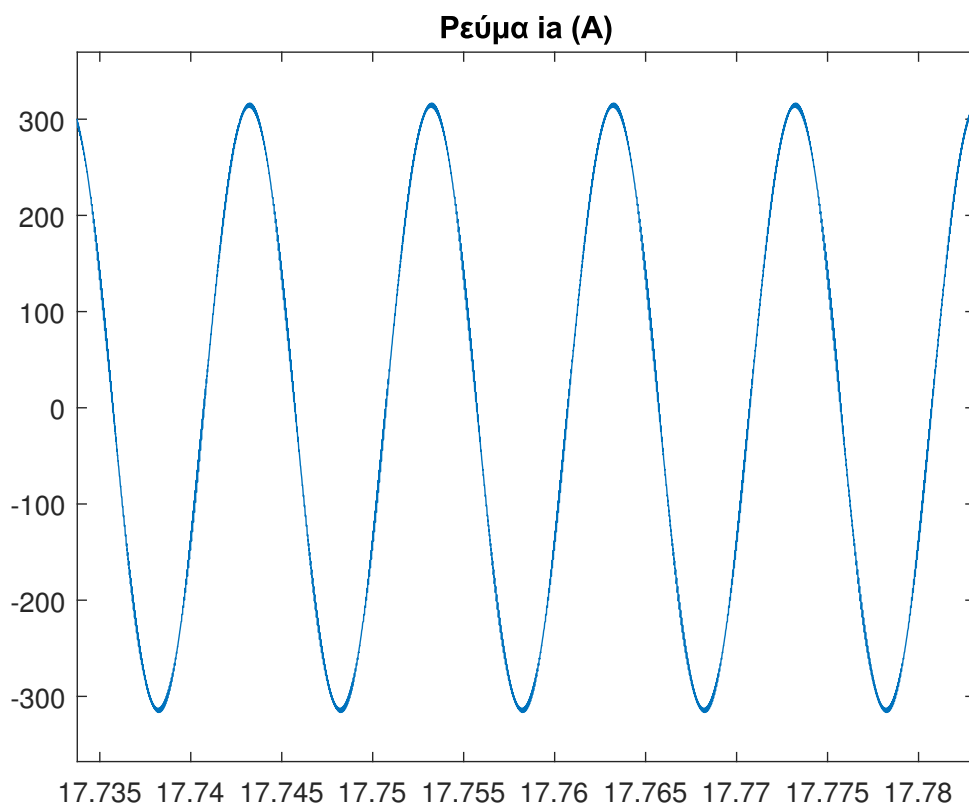
Σχήμα 7.34: Μηχανική ταχύτητα για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



Σχήμα 7.35: Ηλεκτρομαγνητική ροπή για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



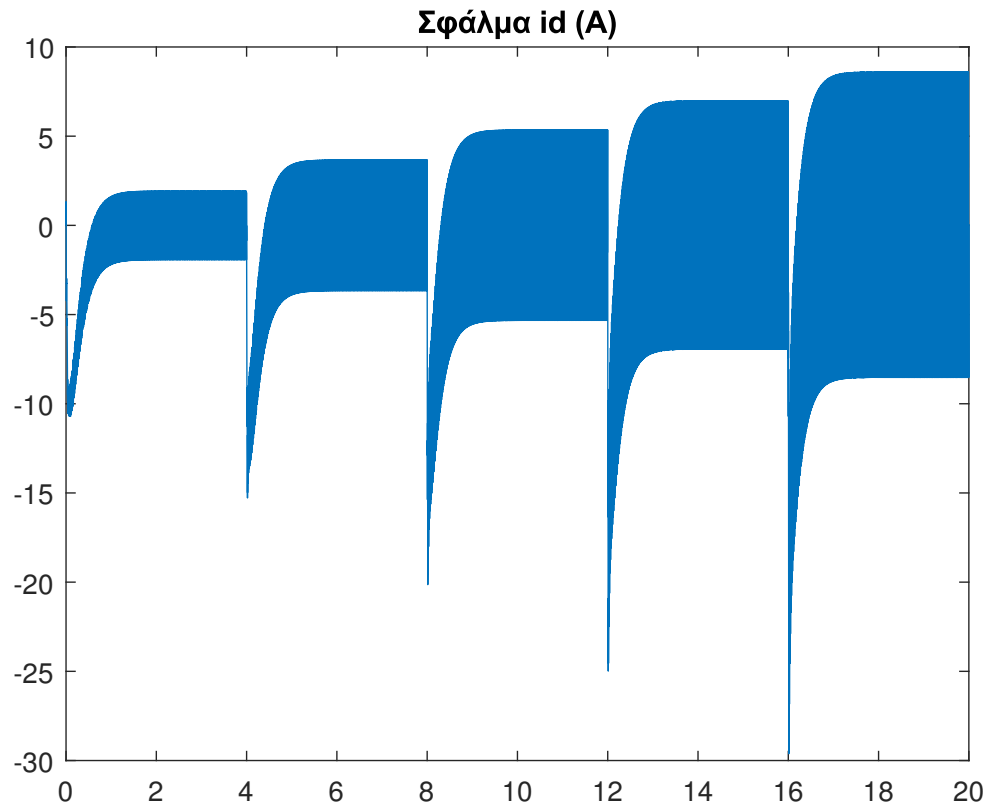
Σχήμα 7.36: Ρεύμα φάσης A για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



Σχήμα 7.37: Ρεύμα φάσης A για δοκιμή ροπής σε ονομαστική ταχύτητα, μεγεθυμένο σε χρονικό πλαίσιο ονομαστικής ταχύτητας, ώστε να αναδεικνύεται η ημιτονική απόκριση

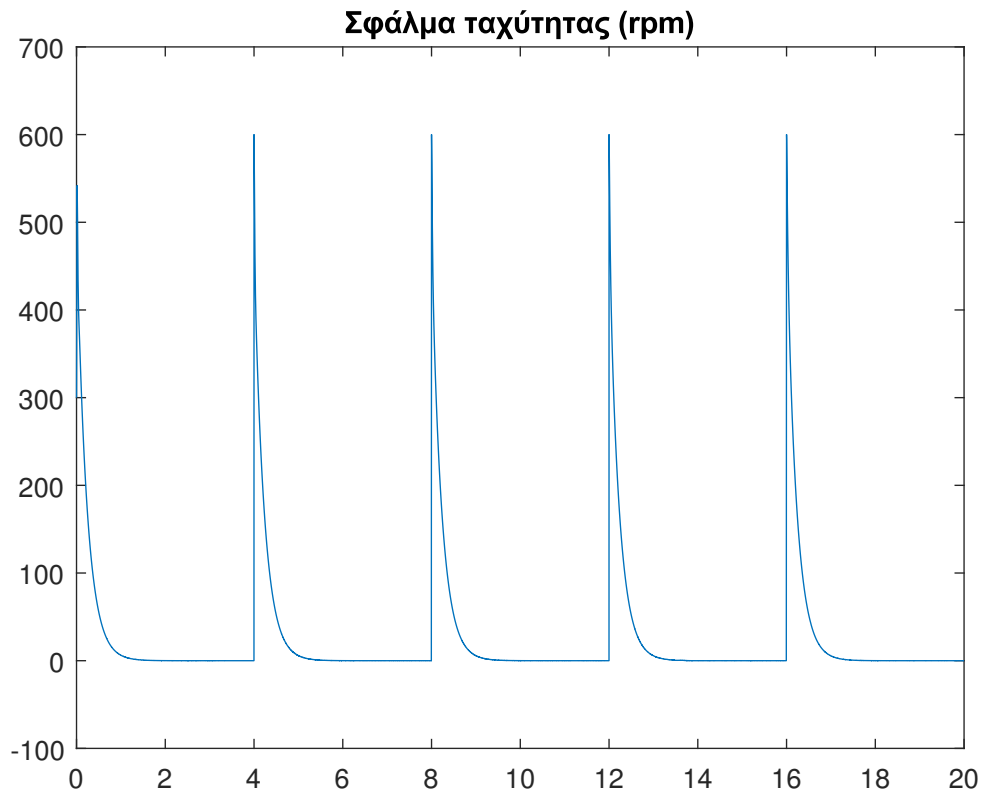
Η απόκριση δεν έχει μεγάλες απότομες μεταβολές σε κανέναν μέγεθος εκτός του ρεύματος ορθού άξονα που δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλη.

### 7.3.2 Επιδόσεις μόνιμης κατάστασης

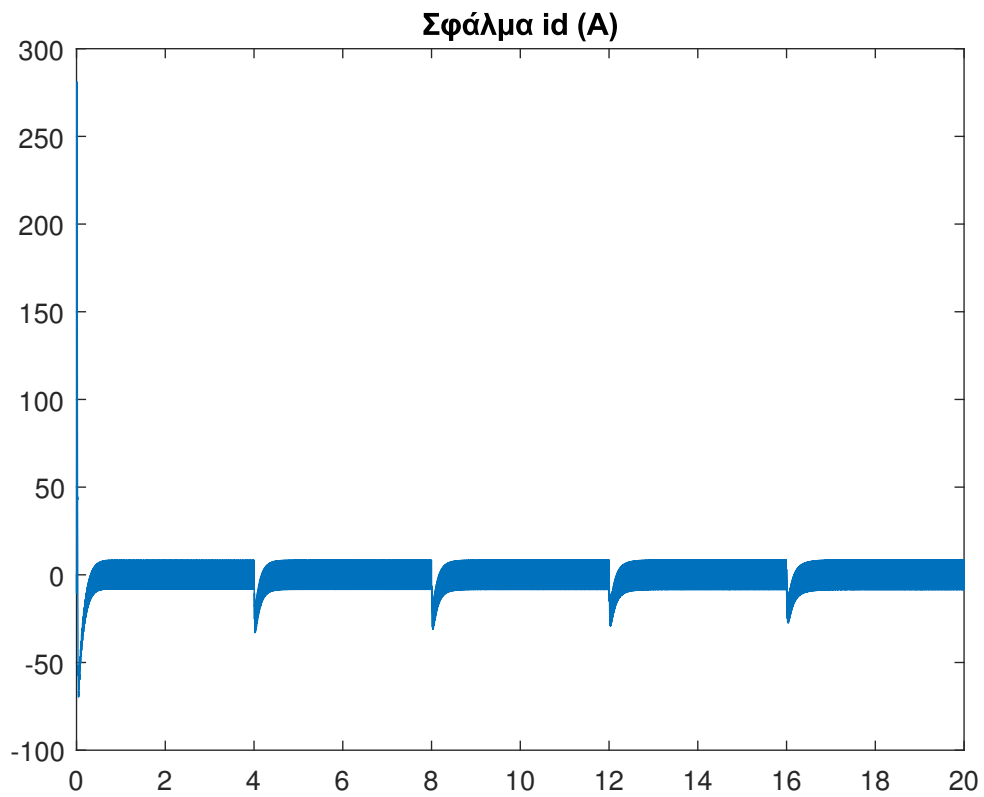


Σχήμα 7.38: Σφάλμα ρεύματος ορθού άξονα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.

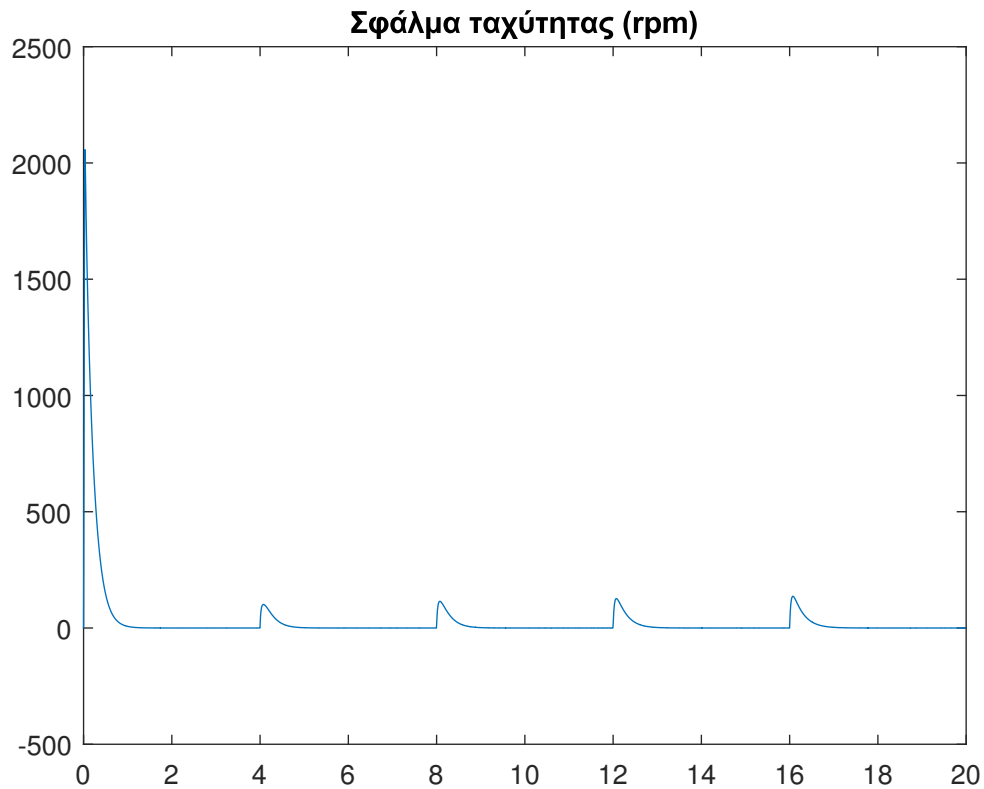




Σχήμα 7.39: Σφάλμα ταχύτητας για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.



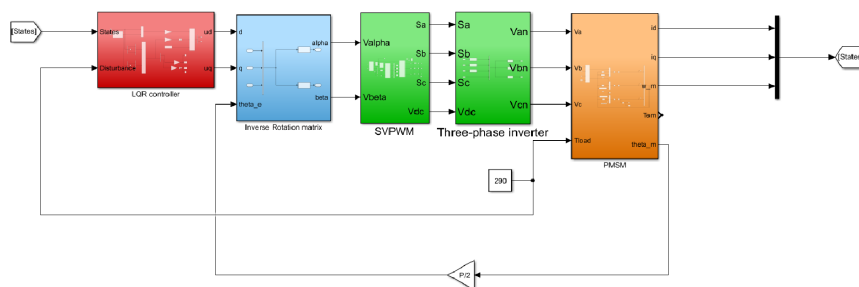
Σχήμα 7.40: Σφάλμα ρεύματος ορθού άξονα για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



Σχήμα 7.41: Σφάλμα ταχύτητας για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.

## 7.4 Με χρήση LQR

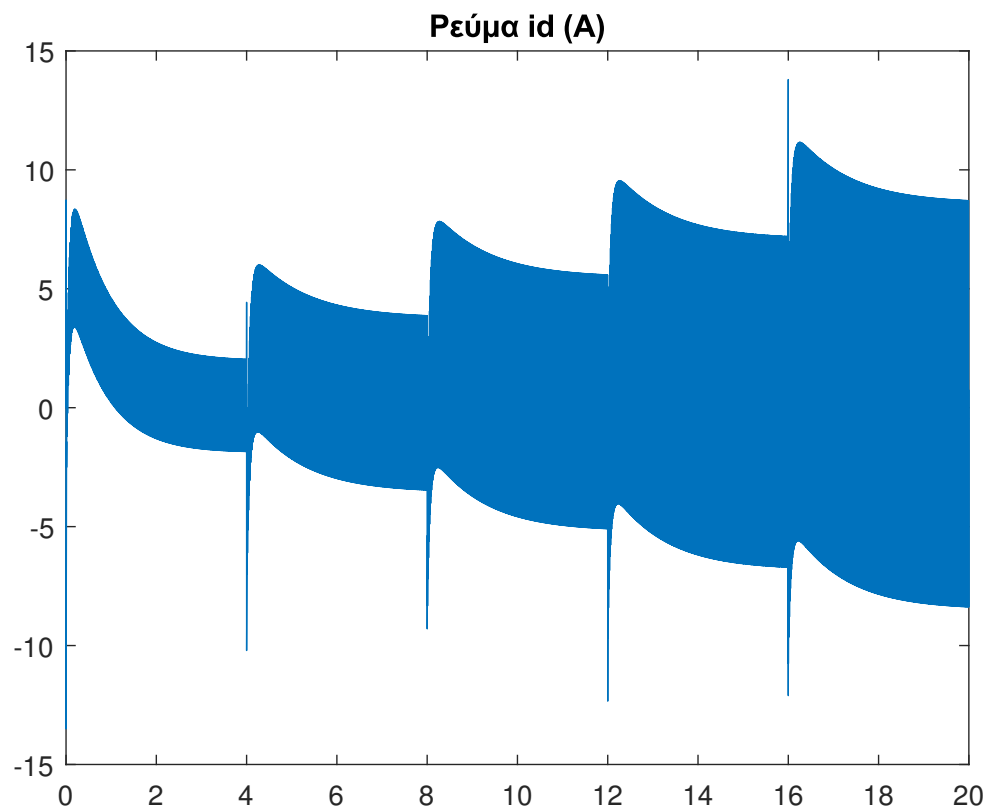
Το ολοκληρωμένο μοντέλο με ελεγκτή LQR, είναι το εξής:



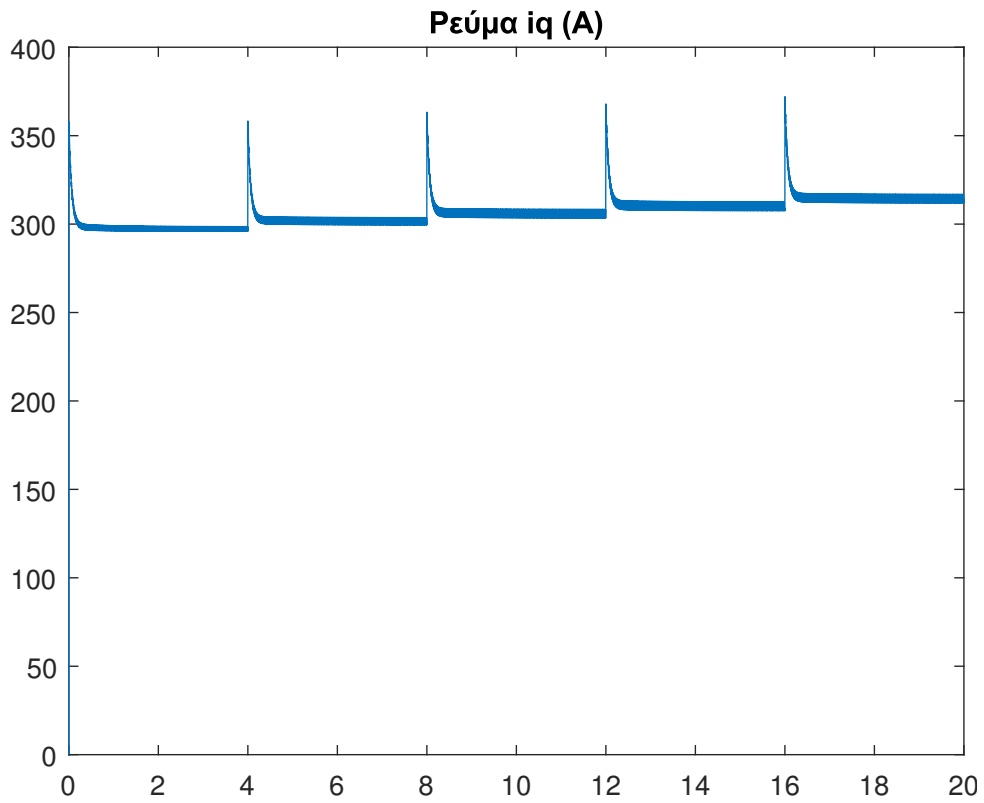
Σχήμα 7.42: Σύστημα κίνησης με ελεγκτή LQR.

## 7.4.1 Δοκιμές μεταβατικής κατάστασης

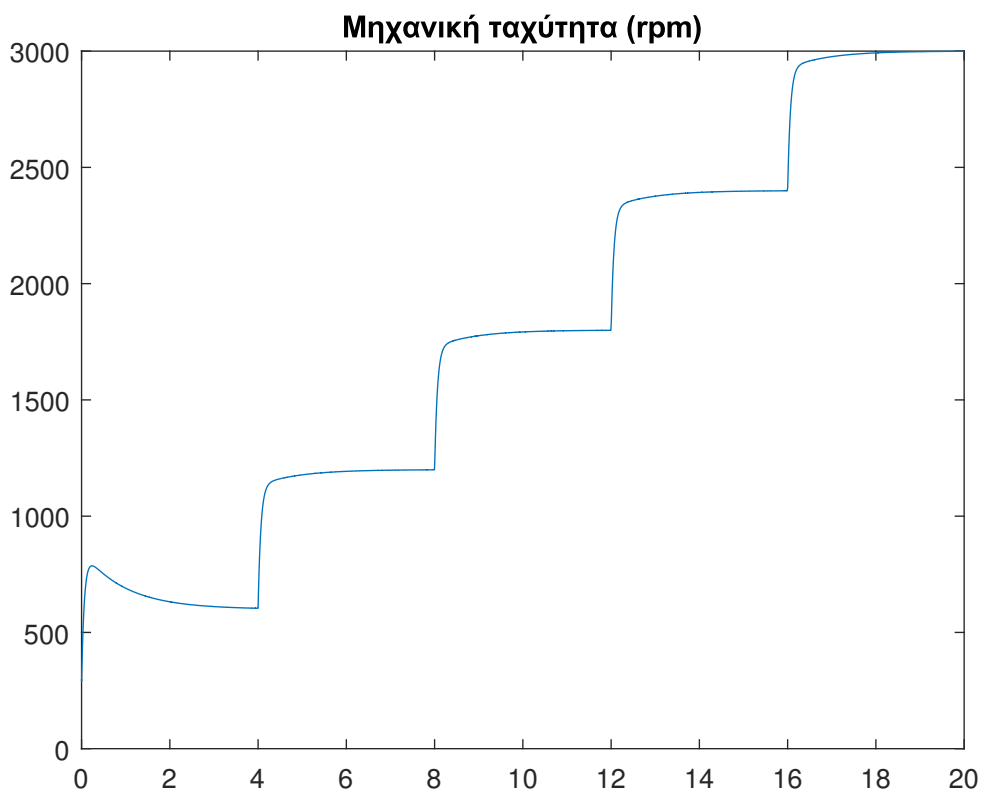
### 7.4.1.1 Βηματική μεταβολή ταχύτητας



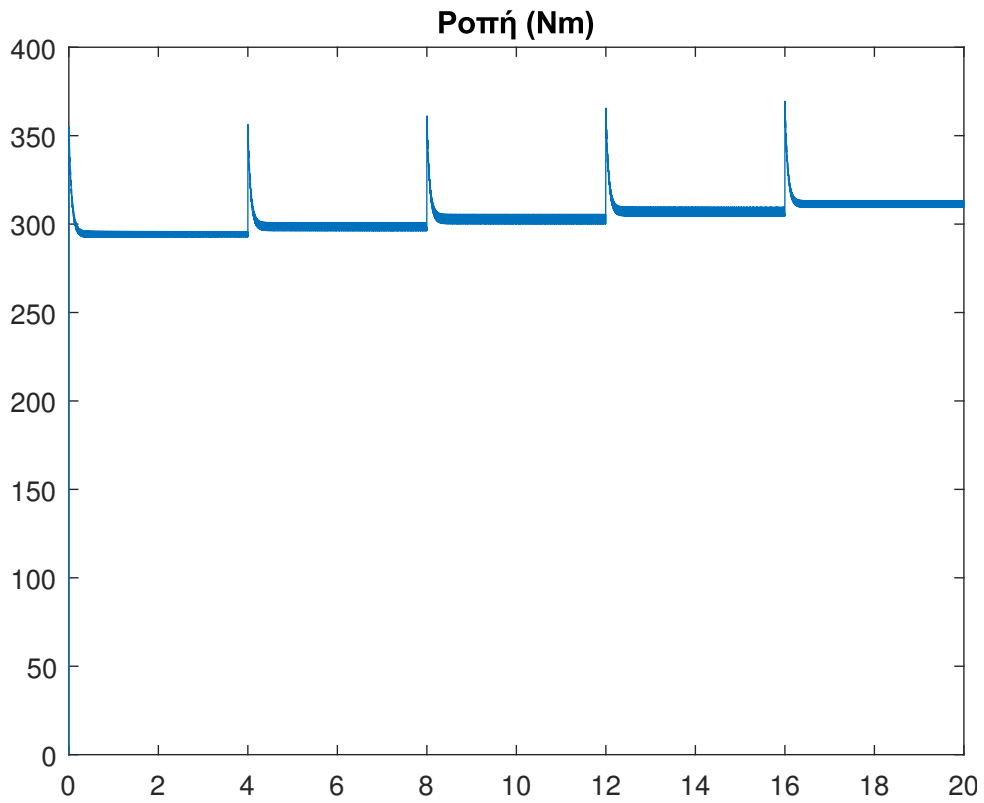
Σχήμα 7.43: Ρεύμα ορθού άξονα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.



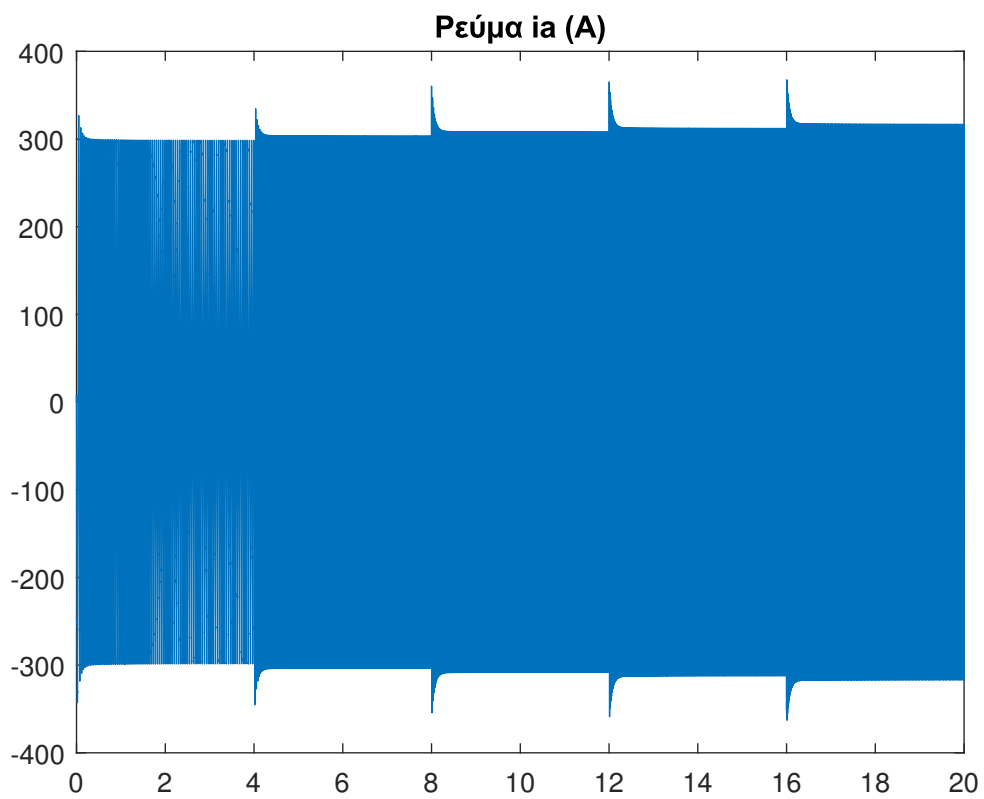
Σχήμα 7.44: Ρεύμα καθέτου άξονα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.



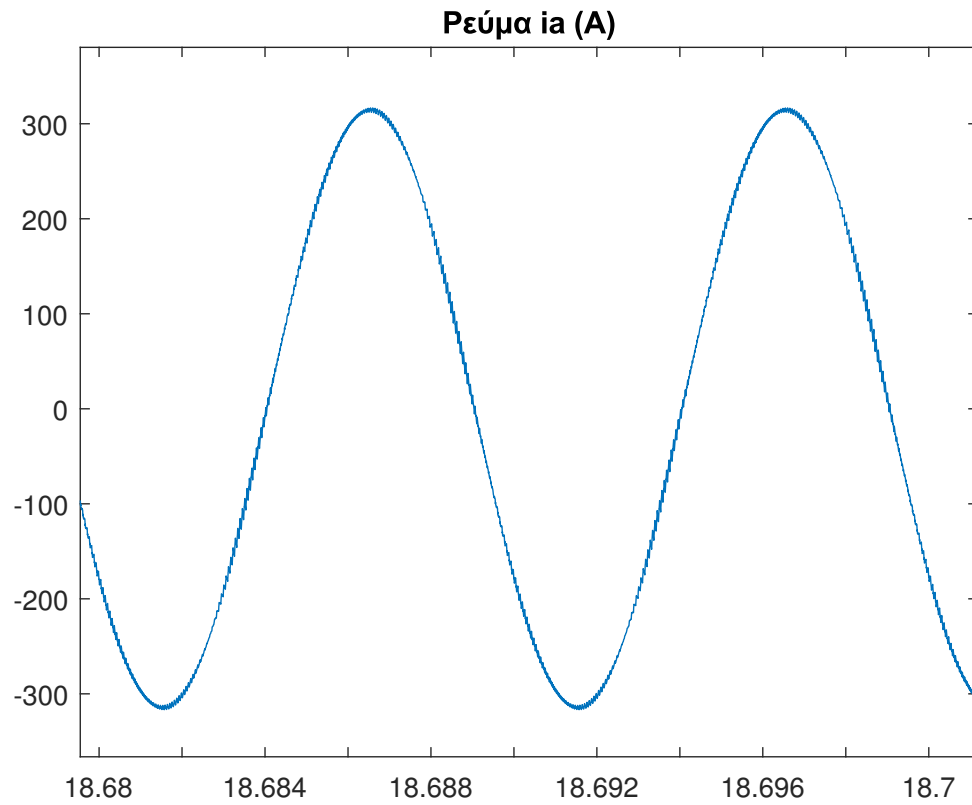
Σχήμα 7.45: Μηχανική ταχύτητα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.



Σχήμα 7.46: Ηλεκτρομαγνητική ροπή για δοκιμή βηματών ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.

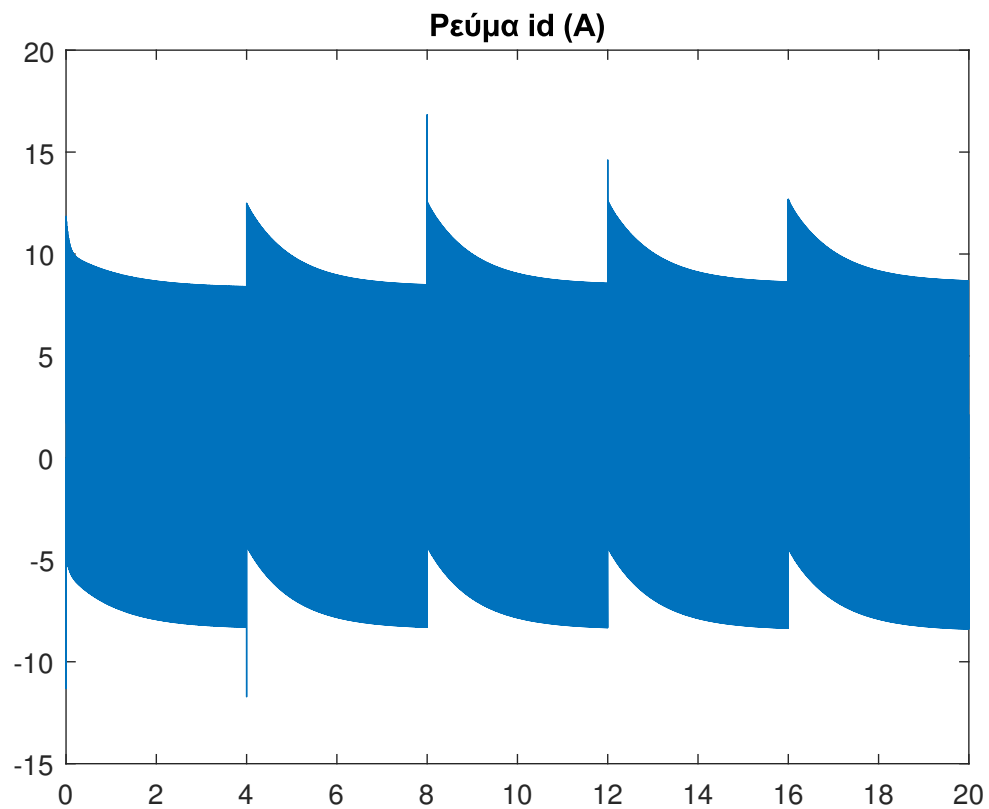


Σχήμα 7.47: Ρεύμα φάσης A για δοκιμή βηματών ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.

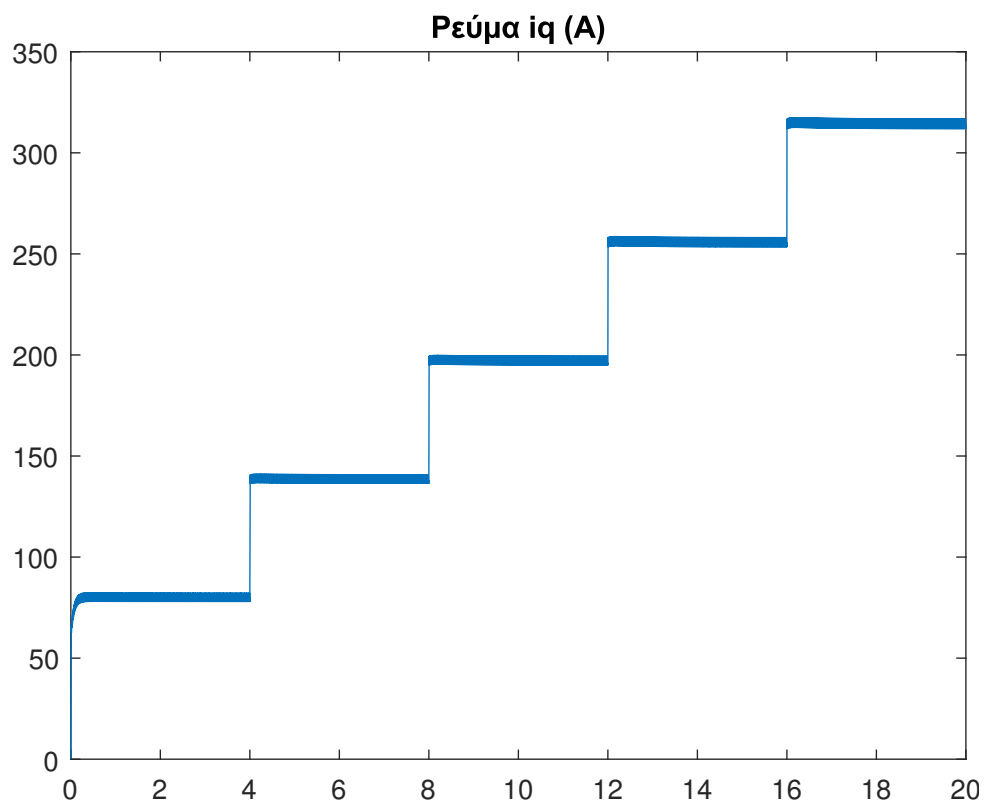


Σχήμα 7.48: Ρεύμα φάσης A για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο, μεγεθυμένο σε χρονικό πλαίσιο ονομαστικής ταχύτητας, ώστε να αναδεικνύεται η ημιτονική απόκριση.

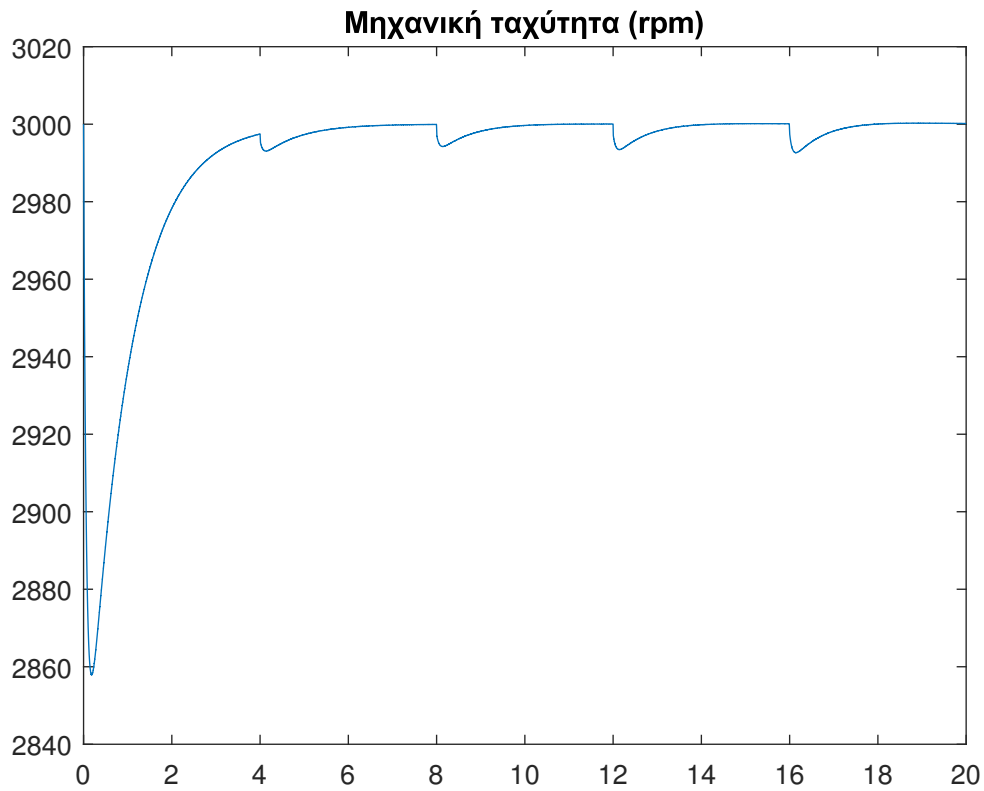
### 7.4.1.2 Βηματική μεταβολή ροπής



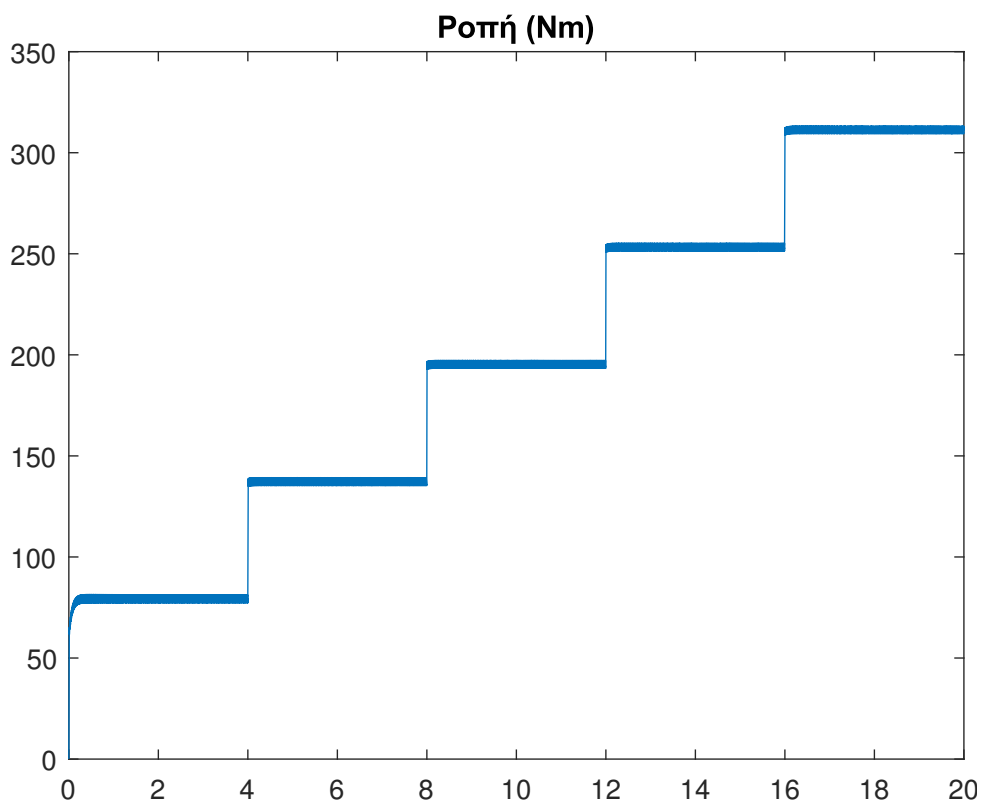
Σχήμα 7.49: Ρεύμα ορθού άξονα για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



Σχήμα 7.50: Ρεύμα καθέτου άξονα για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.

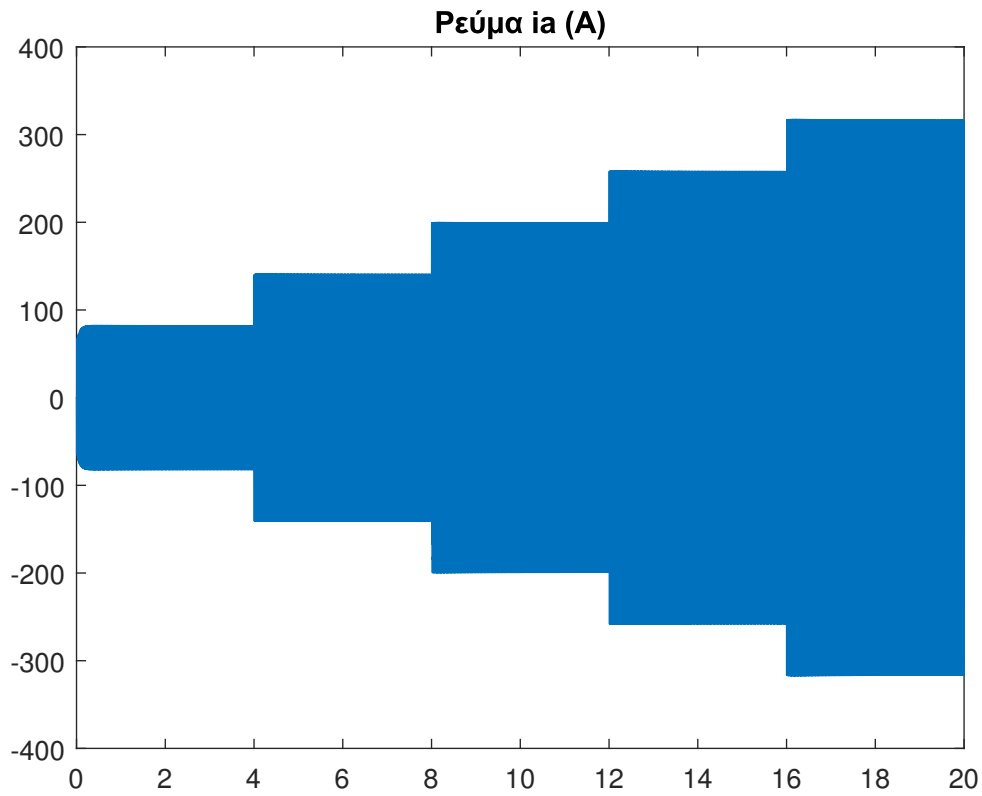


Σχήμα 7.51: Μηχανική ταχύτητα για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.

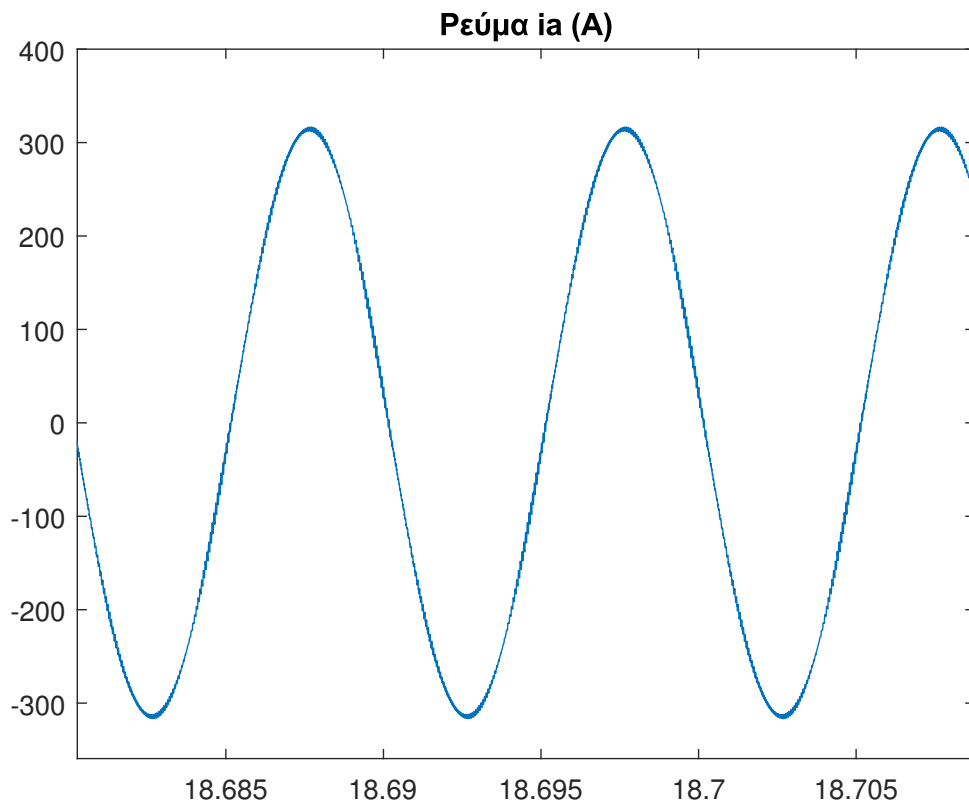


Σχήμα 7.52: Ηλεκτρομαγνητική ροπή για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



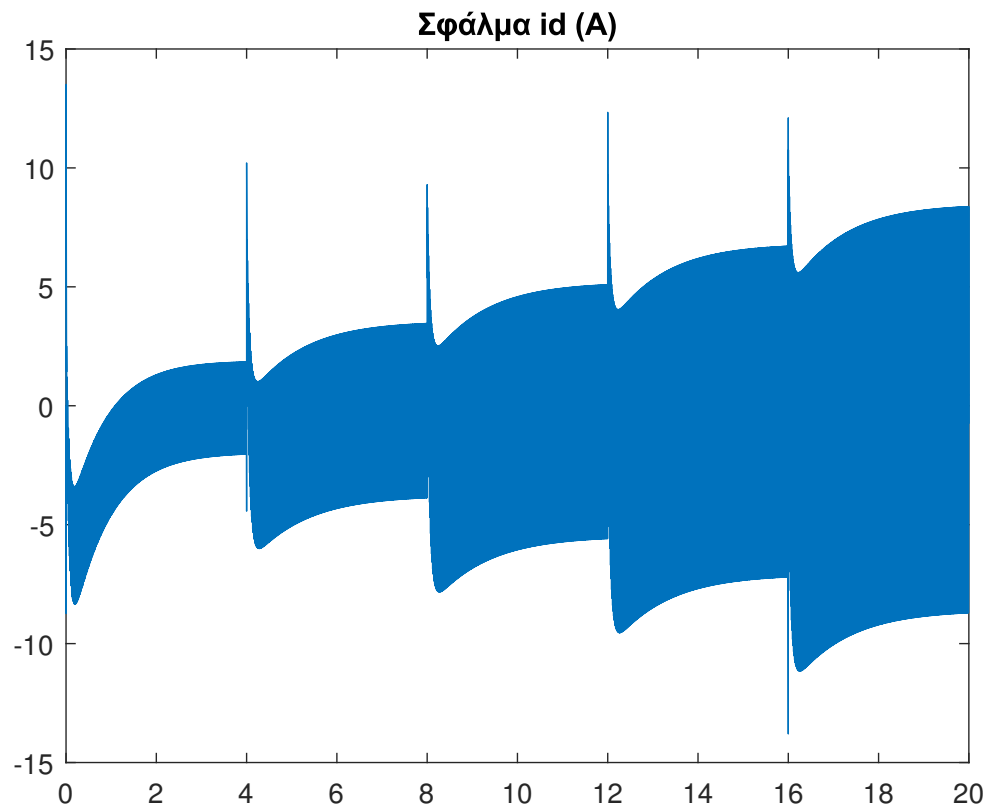


Σχήμα 7.53: Ρεύμα φάσης A για δοκιμή βηματικών ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.

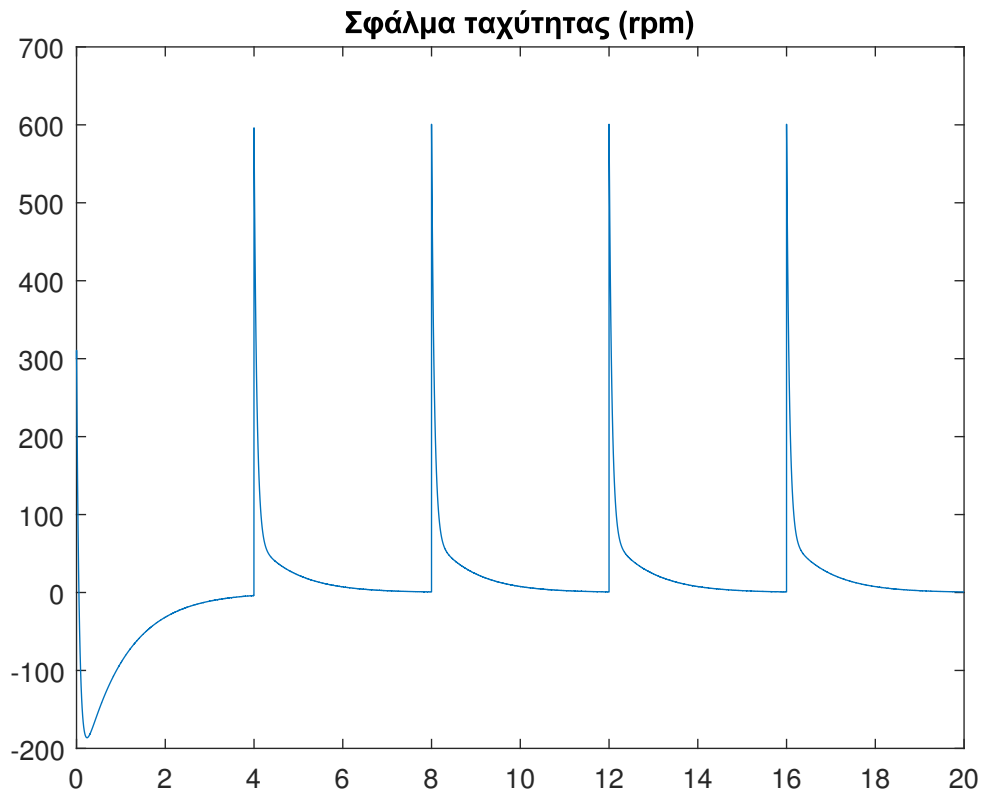


Σχήμα 7.54: Ρεύμα φάσης A για δοκιμή ροπής σε ονομαστική ταχύτητα, μεγεθυμένο σε χρονικό πλαίσιο ονομαστικής ταχύτητας, ώστε να αναδεικνύεται η ημιτονική απόκριση

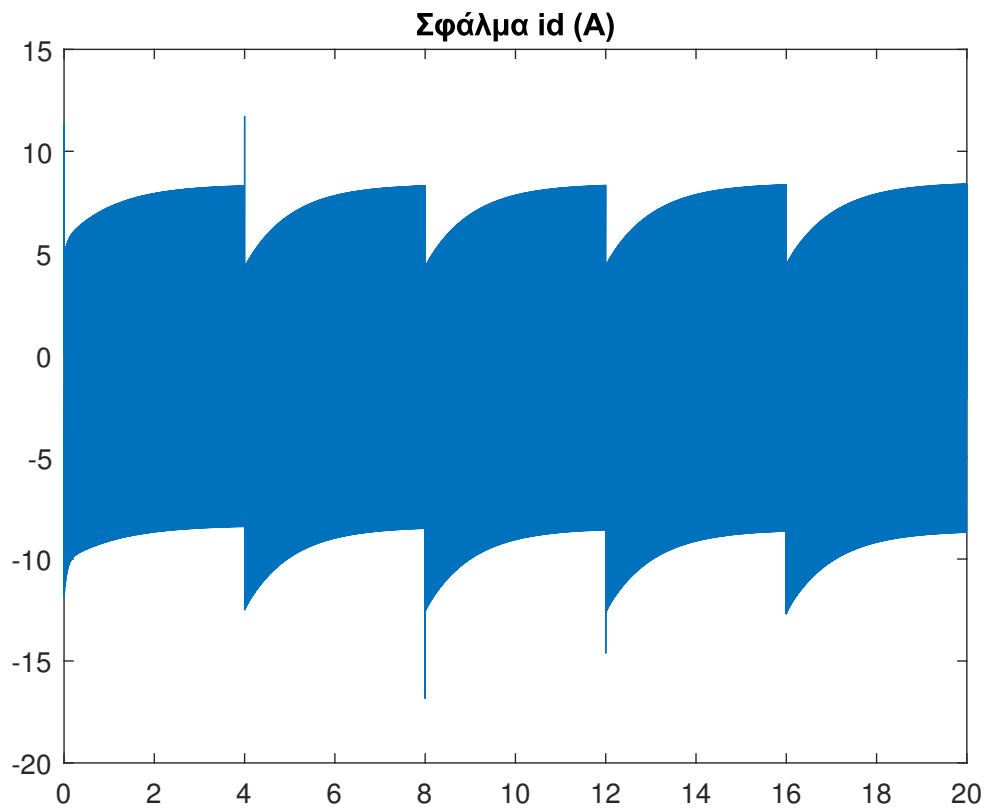
## 7.4.2 Επιδόσεις μόνιμης κατάστασης



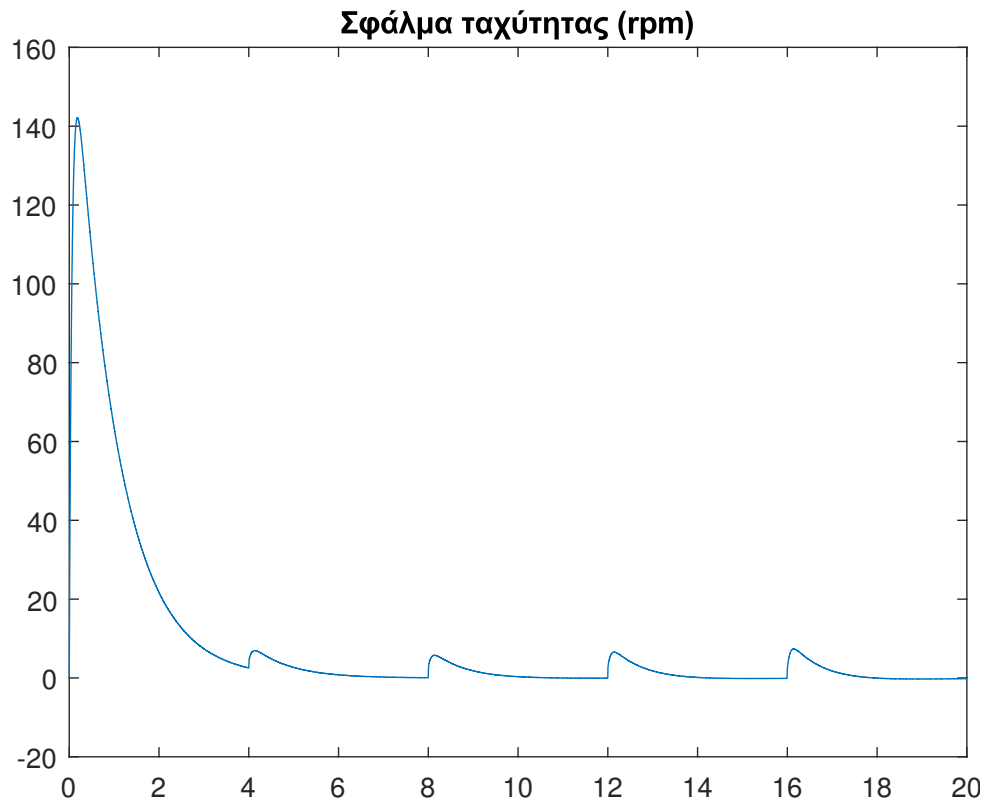
Σχήμα 7.55: Σφάλμα ρεύματος ορθού άξονα για δοκιμή βημάτων ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.



Σχήμα 7.56: Σφάλμα ταχύτητας για δοκιμή βηματών ταχύτητας σε ονομαστικό φορτίο.



Σχήμα 7.57: Σφάλμα ρεύματος ορθού άξονα για δοκιμή βηματών ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.



Σχήμα 7.58: Σφάλμα ταχύτητας για δοκιμή βημάτων ροπής σε ονομαστική ταχύτητα.

# Κεφάλαιο 8

## Συμπεράσματα

### 8.1 Κύρια συμπεράσματα

Τα κύρια συμπεράσματα που εξήχθησαν μετά τις προσομοιώσεις είναι τα εξής:

- Η τεχνική βαθμωτού ελέγχου σταθερού V/f ανοιχτού βρόχου, κρίνεται ακατάλληλη για τον επιτυχή και αποδοτικό έλεγχο κινητήρα μονίμων μαγνητών, που προορίζεται για εφαρμογή συστήματος κίνησης. Στην προσομοίωση που πραγματοποιήθηκε, με δοκιμή βημάτων ταχύτητας, δείχθηκε πώς ακόμη και στις χαμηλές ταχύτητες, όπου ο ελεγκτής παρακολουθεί επιτυχώς την ταχύτητα αναφοράς, τα ρεύματα ορθού και καθέτου άξονα, λαμβάνουν απαράδεκτα υψηλές τιμές, καθώς εκεί βρίσκεται η θέση ισορροπίας των μεταβλητών κατάστασης. Το συμπέρασμα αυτό ήταν αναμενόμενο, καθώς η δυναμική του συστήματος δεν λαμβάνεται υπόψη.
- Η τεχνική ελέγχου προσανατολισμένου πεδίου, έδειξε ικανοποιητική απόκριση του ελεγκτή στις δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν.
- Η χρήση ελεγκτών PI, δεσπόζει σε πολλών τύπων συστήματα, και χαρακτηρίζεται από μαθηματική απλότητα, ενώ υπάρχουν εμπειρικές τεχνικές και αλγόριθμοι, που δίνουν την δυνατότητα εύκολης ρύθμισης στον μηχανικό. Η χρήση τους όμως για τον έλεγχο μη γραμμικών συστημάτων, απαιτεί προσοχή.
- Η εν σειρά σύνδεση δύο ελεγκτών PI της FOC, φαίνεται να οδηγεί σε σφάλματα, καθώς στην ονομαστική λειτουργία, εντοπίστηκε σφάλμα στο ρεύμα καθέτου άξονα μεταξύ της πραγματικής τιμής και της τιμής αναφοράς.
- Η εμπειρική μέθοδος ρύθμισης των ελεγκτών PI, για το συγκεκριμένο σύστημα, φαίνεται να έχει καλύτερα αποτελέσματα από την θεωρητική.
- Η μέθοδος FOC, παρουσιάζει σημαντικά υπερρεύματα κατά την δοκιμή μεταβολή ταχύτητας, της τάξης του 150% του ονομαστικού, που όμως αποσβένονται ταχύτατα, ενώ δεν παρουσιάζεται πρόβλημα κατά την δοκιμή ροπής.
- Η μέθοδος γραμμικοποίησης ανάδρασης παρουσιάζει ταχύτερες αποκρίσεις στις μεταβολές και η μόνιμη κατάσταση επιτυγχάνεται γρηγορότερα από το αντίστοιχο μοντέλο προσανατολισμένου ελέγχου.
- Η γραμμικοποίηση ανάδρασης χαρακτηρίζεται από μαθηματική πολυπλοκότητα για την εφαρμογή της.

- Η γραμμικοποίηση ανάδρασης όπως εφαρμόστηκε, ανάγεται στην ρύθμιση 2 γραμμικών ελεγκτών, τύπου PI, για το ρεύμα ορθού άξονα, και τύπου PID, για την ταχύτητα. Διαφοροποιείται σημαντικά από την τεχνική προσανατολισμένου ελέγχου, καθώς δεν απαιτείται ελεγκτής για το ρεύμα καθέτου άξονα, ενώ ο έλεγχος που εφαρμόζεται έχει στόχο την αναίρεση των μη γραμμικών όρων, πράγμα που εξασφαλίζει την ευστάθεια πολύ καλύτερα από την απευθείας χρήση PI ελεγκτών.
- Τα κέρδη των ολοκληρωτών, είναι ιδιαίτερα υψηλά, για να επιτευχθεί ταχύτερη απόκριση. Αυτό, ενδεχομένως να προκαλέσει πρόβλημα κατά την υλοποίηση του ελέγχου σε DSP.
- Ο διαφορικός όρος της ταχύτητας, που αναφέρθηκε, προέρχεται από την μέτρηση ή την εκτίμηση της επιτάχυνσης και όχι από διαφοριστή. Η χρήση διαφοριστή θα προκαλέσει σημαντική αύξηση του θορύβου στο σύστημα.
- Το κέρδος του διαφορικού όρου της ταχύτητας, προτείνεται να παραμείνει όσο δυνατόν χαμηλότερο, καθώς επιταχύνει την απόκριση, αλλά επιφέρει αύξηση στην κυμάτωση των μεγεθών.
- Κατά την μέθοδο γραμμικοποίησης ανάδρασης, είναι ιδιαίτερα επιθυμητή η εκτίμηση της ροπής φορτίου.
- Τα υπερρεύματα σε σχέση με την τεχνική FOC, είναι σαφώς μειωμένα στον άξονα  $q$ , ενώ ελάχιστα αυξημένα στο άξονα  $d$ .
- Η τεχνική LQR εμφανίζει πολύ παρόμοια συμπεριφορά με την τεχνική γραμμικοποίησης ανάδρασης.
- Η ρύθμιση των πινάκων  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  παρουσιάζει δυσκολία για την επίτευξη καλής απόκρισης.
- Η επιλογή των βέλτιστων κερδών, επιτυγχάνει επιθυμητή απόκριση, ενώ η εμπειρική τοποθέτηση πόλων όχι.
- Δεν αξιοποιείται σημαντικά η ελαχιστοποίηση των εισόδων για την ελαχιστοποίηση της ενέργειας σε αυτήν την εφαρμογή, σε σχέση με τις προηγούμενες δύο μεθόδους, αλλά είναι σαφώς καλύτερη από την εμπειρική επιλογή πόλων.
- Η γραμμικοποίηση του συστήματος και ο υπολογισμός του βέλτιστου κέρδους, απαιτούν μεγάλη προσοχή, καθώς οι μεταβολές στο σύστημα μπορούν να επιφέρουν αστάθεια, αλλά συχνά, η γραμμικοποίηση γύρω από το ονομαστικό σημείο λειτουργίας αρκεί για την ευσταθή λειτουργία.
- Ο εκ νέου υπολογισμός κέρδους για κάθε μεταβολή της λειτουργίας του συστήματος, αν και επιθυμητός, δεν παρουσιάζει κανένα πλεονέκτημα σε αυτήν την εφαρμογή.
- Κατά την μέθοδο LQR, είναι ιδιαίτερα επιθυμητή η εκτίμηση της ροπής φορτίου.
- Όλα τα παραπάνω μοντέλα παρουσιάζουν παρόμοιο αρμονικό περιεχόμενο, που προέρχεται από τον μετατροπέα ισχύος.
- Οι αρμονικές δημιουργούν προβλήματα απωλειών, ενώ όσο αυξάνεται η ταχύτητα και η ροπή, ξεπερνούν το όριο γραμμικής λειτουργίας του αντιστροφέα, με αποτέλεσμα να λειτουργεί στην περιοχή υπερδιαμόρφωσης, ενώ ταλαιπωρούν τα διακοπτικά στοιχεία.

- Το ρεύμα ορθού άξονα δείχνει να επηρεάζεται περισσότερο από τις αρμονικές, και να εμφανίζει peak-to-peak κυμάτωση στην ονομαστική λειτουργία που ισούται με 16A. Το γεγονός αυτό, αυξάνει τις απώλειες, ταλαιπωρεί τα ρουλεμάν της μηχανής, και μειώνει τα όρια λειτουργίας της.
- Λόγω των αρμονικών, απαιτείται η χρήση των ολοκληρωτών στις μεθόδους γραμμικοποίησης ανάδρασης και LQR, ενώ διαφορετικά θα αρκούσε μονάχα ο έλεγχος μέσω αναλογικών όρων.
- Όλες οι παραπάνω τεχνικές, απαιτούν ακριβή γνώση των παραμέτρων, πράγμα που όπως έχει αναφερθεί, δεν επιτυγχάνεται πάντα στην πράξη.
- Σύμφωνα με τα παραπάνω συμπεράσματα, και τις αντίστοιχες αποκρίσεις, η γραμμικοποίηση ανάδρασης φαίνεται, παρά την μαθηματική της δυσκολία, να έχει την καλύτερη επίδοση σε ταχύτητα απόκρισης, και σε παρακολούθηση των μεγεθών αναφοράς. Είναι μέθοδος σχεδιασμένη για μη γραμμικά συστήματος, επομένως η ευστάθεια εξασφαλίζεται σε μεγαλύτερο βαθμό από την απευθείας χρήση PI, και την γραμμικοποίηση γύρω από σημείο λειτουργίας που εμφανίζεται στον ελεγκτή LQR.

## 8.2 Σημεία προαγωγής της επιστήμης

Η παρούσα διπλωματική εργασία ανέδειξε τα παρακάτω:

- Την μοντελοποίηση των συνιστωσών ενός συστήματος κίνησης ηλεκτρικού οχήματος.
- Την ανάπτυξη σπανιότερων τύπων ελεγκτών και την σύγκρισή τους με τους ευρέως χρησιμοποιούμενους, σε επίπεδο προσομοίωσης.
- Την εξαγωγή συμπερασμάτων με βάση τις αποκρίσεις του συστήματος κίνησης σε διαφορετικούς τύπους ελεγκτή, και την διερεύνηση των μεταβολών που επιφέρουν οι διαφορετικές παράμετροι ρύθμισής τους.
- Τα προβλήματα που παρουσιάζονται κατά την συνεργασία των συνιστωσών ενός συστήματος κίνησης.
- Τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα διαφόρων τύπων ελέγχου.



### 8.3 Εργασίες για περαιτέρω διερεύνηση

Κατά την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής, προέκυψαν ζητήματα που μπορούν να αποτελέσουν μελλοντικά αντικείμενα μελέτης:

- Η πειραματική επιβεβαίωση των παραπάνω αποτελεσμάτων.
- Η εύρεση τεχνικής καταστολής των αρμονικών, για πιο αποδοτική λειτουργία των παραπάνω μοντέλων.
- Η βελτίωση της μοντελοποίησης του αντιστροφέα, σε μοντέλο που ανταποκρίνεται περισσότερο στην πραγματική λειτουργία.
- Η σχεδίαση εκτιμητή ροπής φορτίου.
- Η επανασχεδίαση των παραπάνω ελεγκτών, με δεδομένα από την πλήρη δυναμική ενός οχήματος (τύπος οχήματος, αεροδυναμική, σχέσεις μετάδοσης, συνθήκες οδήγησης κ.τ.λ.).
- Η υλοποίηση τεχνικής ελέγχου, με μεγαλύτερη ανοχή στις διαταραχές τόσο τις εξωτερικές, όσο και τις παραμετρικές.

# Παράρτημα Α: Γραμμικοποίηση γύρω από σημείο λειτουργίας

Έστω μη γραμμικό σύστημα εξισώσεων:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

Το σημείο  $\bar{\mathbf{x}}$  για το οποίο ισχύει  $\mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}, t) = 0$ , με  $\bar{\mathbf{u}}$ , την αντίστοιχη είσοδο για την οποία ισχύει η συνθήκη, καλείται σημείο ισορροπίας. Συχνά, στις εφαρμογές, είναι και γνωστό ως **σημείο λειτουργίας**.

Τα περισσότερα συστήματα στη φύση, είναι μη γραμμικά, με αποτέλεσμα τις περισσότερες φορές, η μελέτη τους να είναι ιδιαίτερα δύσκολη. Έτσι, είναι δυνατόν να μελετήσουμε την συμπεριφορά του συστήματος τοπικά, γύρω από το δοσμένο σημείο λειτουργίας, αναπτύσσοντας το διανυσματικό πεδίο  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$  κατά Taylor, γύρω από το σημείο λειτουργίας, ως εξής:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \approx \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}, t) + \left. \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f} \right|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}} \cdot (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) = \left. \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f} \right|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}} \cdot (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})$$

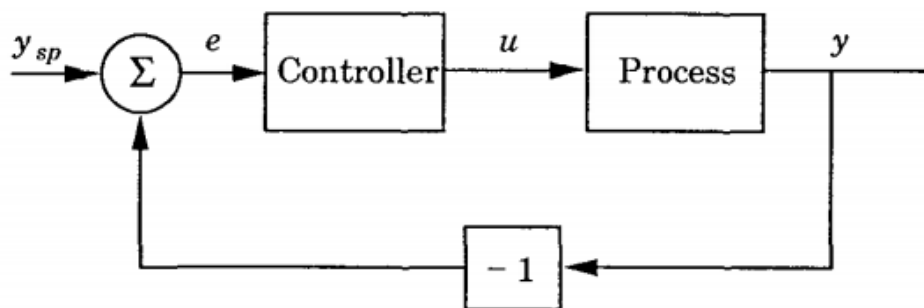
Ο όρος  $\left. \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f} \right|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}}$  ονομάζεται Ιακωβιανή μήτρα (Jacobian matrix), και δίνει το γραμμικοποιημένο σύστημα. Με αντίστοιχο τρόπο, αλλά παραγωγίζοντας ως προς τις εισόδους, μπορούμε να βρούμε έναν αντίστοιχο πίνακα για τις εισόδους. Θέτοντας  $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}$ ,  $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}$ , θα πάρουμε ένα σύστημα της μορφής:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \left. \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f} \right|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}} \cdot \Delta \mathbf{x} + \left. \nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{f} \right|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}=\bar{\mathbf{u}}} \cdot \Delta \mathbf{u}$$

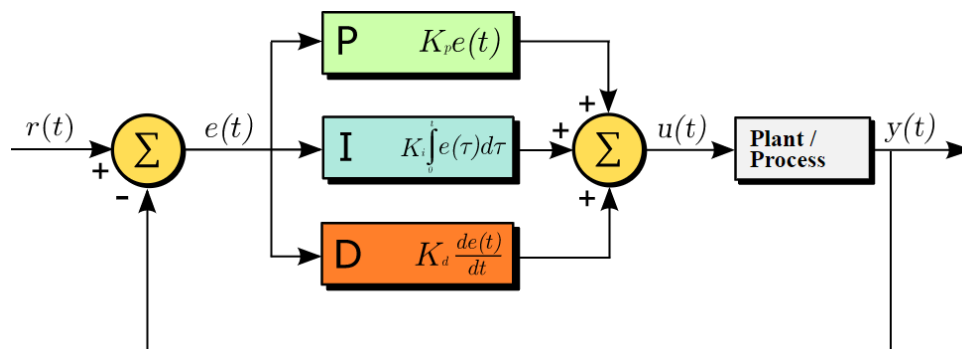
Το παραπάνω σύστημα μας δίνει την δυνατότητα μελέτης χαρακτηριστικών του συστήματος, όπως είναι η ευστάθεια, αλλά μόνο στην περιοχή του σημείου ισορροπίας. Η γραμμικοποίηση αποτελεί βασικό εργαλείο, όπως είδαμε και στην περίπτωση σχεδίασης του LQR, για τον έλεγχο μη γραμμικών συστημάτων, χρησιμοποιώντας γραμμικές τεχνικές. Σαφώς, θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στην ευστάθεια, ώστε κάτι τέτοιο να γίνει επιτυχώς.

## Παράρτημα Β: Ελεγκτής PID

Ο ελεγκτής PID (proportional-integral-derivative controller) αποτελεί τον πιο ευρέως χρησιμοποιούμενο ελεγκτή ανάδρασης. Η λειτουργία του, βασίζεται στον υπολογισμό του σφάλματος των εξόδων του ελεγχόμενου συστήματος, δηλαδή την διαφορά της επιθυμητής τιμής και της μετρούμενης πραγματικής τιμής.



Σχήμα 8.1: Block διάγραμμα συστήματος (Process) με ελεγκτή ανάδρασης (Controller). [5]



Σχήμα 8.2: Block διάγραμμα ελεγκτή PID όπου φαίνονται ο αναλογικός (P), ο ολοκληρωτικός (I), και ο διαφορικός όρος (D). [5]

Οι τρεις όροι του ελεγκτή, διαθέτουν από ένα κέρδος. Η ρύθμιση αυτών των κερδών, είναι το κύριο πρόβλημα προς επίλυση, ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή λειτουργία του συστήματος. Η ρύθμιση PID ελεγκτών, μπορεί να προσεγγιστεί είτε βάσει της αναλυτικής θεωρίας, αλλά συχνότερα, βάσει εμπειρικών μεθόδων ή αλγορίθμων. Κάθε όρος του ελεγκτή, εμφανίζει κάποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που αφορούν την επίδραση του στο σύστημα, και πολλές φορές, με βάση αυτά γίνεται η ρύθμιση. Πιο συγκεκριμένα, για τον κάθε όρο του ελεγκτή, έχουμε:

- **Αναλογικός όρος (P):** Η δράση του αναλογικού όρου, θεωρητικά μπορεί να ελέγξει πλήρως το σύστημα, μειώνοντας την δράση του όσο το σφάλμα μειώνεται. Η αύξησή του, μειώνει το σφάλμα, αλλά σπάνιο είναι αρκετή για να το εκμηδενίσει. Η υπερβολική αύξηση του, μπορεί να προκαλέσει ταλαντώσεις στο σύστημα, ή ακόμα και αστάθεια.
- **Ολοκληρωτικός όρος (I):** Ο ολοκληρωτικός όρος, αθροίζει το σφάλμα κατά την διάρκεια της λειτουργίας. Έτσι, ακόμα και η ύπαρξη μικρού σφάλματος, επιφέρει αντίστοιχη μεταβολή στο σήμα ελέγχου, μέχρι το σφάλμα να γίνει μηδενικό. Το γεγονός αυτό, αν και βοηθητικό, μπορεί να προκαλέσει μια προβληματική κατάσταση που σχετίζεται με τον κορεσμό του σήματος ελέγχου, που ονομάζεται windup, και θα αναλυθεί στη συνέχεια.
- **Διαφορικός όρος (D):** Ο διαφορικός όρος, κάνει το σύστημα να αντιδρά πιο ισχυρά στις οποιοδήποτε μεταβολές, επιταχύνοντας πολλές φορές την επίτευξη της εκμηδένισης του σφάλματος. Η χρήση του δεν συνηθίζεται, καθώς επιβάλλει πολύ μεγάλα σήματα με την παρουσία θορύβου, ο οποίος υπάρχει σε όλα τα συστήματα.

Στο πεδίο συχνότητας, ο ελεγκτής PID, έχει τη μορφή:

$$u(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + sK_d$$

Είναι συχνό φαινόμενο, να μην χρησιμοποιούνται όλοι οι όροι, και να υπάρχουν ελεγκτές τύπου P, PI, PD, με τον δεύτερο να έχει επικρατήσει στις περισσότερες εφαρμογές.

### Integrator windup

Στις περισσότερες εφαρμογές, το σήμα ελέγχου έχει μέγιστο και ελάχιστο όριο, όπως πχ μια βαλβίδα, δεν μπορεί να είναι κάτι περισσότερο από πλήρως ανοικτή, ή λιγότερο από πλήρως κλειστή, ή ένας κινητήρας, που έχει ένα μέγιστο όριο ταχύτητας. Έτσι, είναι δυνατόν, ένας ελεγκτής να φτάσει ένα από τα όρια, και να μείνει εκεί, λειτουργώντας πρακτικά σαν σύστημα ανοικτού βρόχου. Με την ύπαρξη ολοκληρωτή, το μη μηδενικό σφάλμα, θα συνεχίσει να ολοκληρώνεται, με αποτέλεσμα ο ολοκληρωτικός όρος να γίνει πολύ μεγάλος, και να χρειαστεί πολύ μεγάλος χρόνος για την αποκατάσταση του συστήματος. Για την αποφυγή αυτού του προβλήματος, υπάρχουν διάφοροι αλγόριθμοι τροποποίησης που μπορούμε να εφαρμόσουμε στον ελεγκτή. Ένας από αυτούς, είναι ο αλγόριθμος **back-calculation**, ο οποίος ανιχνεύει τον κορεσμό της εισόδου, και επανυπολογίζει τον ολοκληρωτικό όρο, ώστε η είσοδος να είναι εντός του αποδεκτού εύρους. Η επαναφορά του ολοκληρωτικού όρου από την παλιά, στην καινούργια τιμή, γίνεται με μια σταθερά χρόνου, που ρυθμίζεται από τον μηχανικό, καθώς είναι πιο επιθυμητή η συμπεριφορά του συστήματος, από την περίπτωση της ακαριαίας επαναφοράς. 5

# Βιβλιογραφία

- [1] Chee-Mun Ong. *Dynamic Simulations of Electric Machinery : Using MATLAB/SIMULINK*. English. 1997.
- [2] P.C. Krause. *Analysis of Electric Machinery*. Electrical Engineering Series. McGraw-Hill, 1986. ISBN: 9780070354364. URL: <https://books.google.gr/books?id=0-tSAAAAMAAJ%7D>.
- [3] Μιχ. Π. Παπαδόπουλος. *Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας, Ηλεκτρομηχανική Μετατροπή*. 1995.
- [4] L. Wang et al. *PID and Predictive Control of Electrical Drives and Power Converters using MATLAB / Simulink*. English. Wiley - IEEE. Wiley, 2015. ISBN: 9781118339442. URL: <https://books.google.gr/books?id=IVk0CgAAQBAJ>.
- [5] K.J. Åström and T. Hägglund. *Advanced PID Control*. English. ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006. ISBN: 9781556179426. URL: <https://books.google.gr/books?id=XcseAQAAIAAJ>.
- [6] S. Li et al. “Composite Anti-Disturbance Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Based on Feedback Linearization”. English. In: *2018 IEEE 8th Annual International Conference on CYBER Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems (CYBER)*. 2018, pp. 1237–1242.
- [7] S. Manias. *Power Electronics and Motor Drive Systems*. English. Elsevier Science, 2016. ISBN: 9780128118146. URL: <https://books.google.gr/books?id=8XSfDAAAQBAJ>.
- [8] O. Wallmark L. Harnefors M. Hinkkanen. *Control of VoltageSource Converters and Variable-Speed drives*, English.
- [9] W. Wang. *Mechatronics and Automatic Control Systems: Proceedings of the 2013 International Conference on Mechatronics and Automatic Control Systems (ICMS2013)*. English. Lecture Notes in Electrical Engineering. Springer International Publishing, 2013. ISBN: 9783319012735. URL: <https://books.google.gr/books?id=wxy4BAAAQBAJ>.
- [10] Αθανάσιος Γ. Σαρηγιαννίδης. «Βέλτιστος Σχεδιασμός και Διαχείριση Συστημάτων Κίνησης Ηλεκτρικών Οχημάτων». Διδακτορική διατριβή. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2016.
- [11] Γεώργιος Φ. Βαμβακάς και Ηλίας – Δημήτριος Χ. Αντωνακάκης. «Σχεδίαση Ηλεκτρικού Κινητήρα για Χρήση σε Όχημα Εξοικονόμησης Ενέργειας». Διπλωματική εργασία. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2019.
- [12] Κωνσταντίνος Ι. Λάσκαρης. «Σχεδιασμός και Κατασκευή Κινητήρων Μονίμων Μαγνητών για Ηλεκτρικά Οχήματα». Διδακτορική διατριβή. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2011.

- [13] Kaddouri et al. “Nonlinear feedback control of a permanent magnet synchronous motors”. English. In: *1994 Proceedings of Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*. 1994, 77–80 vol.1.
- [14] Jaakko Hurmola. “Enhanced scalar control of permanent magnet synchronous motors in electrical submersible pump applications”. English. In: 2019.
- [15] D. Vindel. “Design, Simulation and Implementation of a PMSM Drive System”. English. In: 2011.
- [16] J. Vittek et al. “State - Space Control of the Drive with PMSM and Flexible Coupling”. English. In: *Archives of Transport* 23 (Mar. 2011), pp. 77–90. DOI: [10.2478/v10174-011-0006-9](https://doi.org/10.2478/v10174-011-0006-9).
- [17] J.A. Solsona, Maria Valla, and Carlos Muravchik. “Nonlinear control of a permanent magnet synchronous motor with disturbance torque estimation”. English. In: *Energy Conversion, IEEE Transactions on* 15 (July 2000), pp. 163–168. DOI: [10.1109/60.866994](https://doi.org/10.1109/60.866994).
- [18] Mojtaba Babaei, Reza Asgharei, and Amir Ahmarinejad. “Electromagnetic Torque and Speed Estimators for Permanent Magnet Synchronous Motor Drive Systems”. English. In: *Energy Procedia* 100 (Nov. 2016), pp. 291–296. DOI: [10.1016/j.egypro.2016.10.180](https://doi.org/10.1016/j.egypro.2016.10.180).
- [19] Cetin Elmas, Oguz Ustun, and Hasan Sayan. “A neuro-fuzzy controller for speed control of a permanent magnet synchronous motor drive”. English. In: *Expert Systems with Applications* 34 (Jan. 2008), pp. 657–664. DOI: [10.1016/j.eswa.2006.10.002](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2006.10.002).
- [20] Weijie Lin et al. “On Sliding Mode Control of Permanent Magnet Synchronous Motor”. English. In: May 2014, pp. 4555–4559. ISBN: 978-1-4799-3708-0. DOI: [10.1109/CCDC.2014.6852985](https://doi.org/10.1109/CCDC.2014.6852985).
- [21] Z. Wu et al. “Feedback linearization control of PMSM based on differential geometry theory”. English. In: *2010 5th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*. 2010, pp. 2047–2051.
- [22] Αθανάσιος Γκολφάκης. «Γραμμικοποίηση με ανάδραση στον έλεγχο ενός αντικειμένου από ρομπότ με ελαστική επαφή.» Διπλωματική εργασία. Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, 2003.
- [23] H.K. Khalil. *Nonlinear Systems*. English. Pearson Education. Prentice Hall, 2002. ISBN: 9780130673893. URL: [https://books.google.gr/books?id=t%5C\\_d1QgAACAAJ](https://books.google.gr/books?id=t%5C_d1QgAACAAJ).
- [24] M. Brasel. “A gain-scheduled multivariable LQR controller for permanent magnet synchronous motor”. English. In: *2014 19th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*. 2014, pp. 722–725.
- [25] Αθανάσιος Ε. Κορρές. «Διανυσματικός έλεγχος κινητήρα μονίμων μαγνητών με χρήση PI ελεγκτών και προβλεπτικού ελέγχου.» Διδακτορική διατριβή. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2019.
- [26] Ned Mohan, Tore M. Undeland, and William P. Robbins. *Power Electronics. Converters, Applications and Design*. English. third. John Wiley and Sons, Inc, 2003.
- [27] David Ocen. “Direct Torque Control of a Permanent Magnet Synchronous Motor”. English. Master’s degree project. KTH, 2005.

- [28] Δημήτριος Τσιάκος. «Διανυσματικός Έλεγχος Διπολικής Σύγχρονης Μηχανής Μοτίμων Μαγνητών Υψηλής Ταχύτητας». Διπλωματική Εργασία. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2018.
- [29] Jesper Moos. “Predictive Deadbeat Control For PMSM Drive”. English. Master’s thesis. Power Electronics and Drives, Department of Energy Technology, Aalborg University, Denmark, 2014.
- [30] R. M. Murray. *Lecture 2 – LQR Control, Control and Dynamical Systems*. English. 2006. URL: <https://www.cds.caltech.edu/~murray/courses/cds110/wi06/lqr.pdf>.
- [31] R. M. Murray. *Optimization-Based Control*. English. 2008. URL: [http://www.cds.caltech.edu/~murray/books/AM08/pdf/obc08-complete\\_13Feb08.pdf](http://www.cds.caltech.edu/~murray/books/AM08/pdf/obc08-complete_13Feb08.pdf).
- [32] M. Athans and P.L. Falb. *Optimal Control: An Introduction to the Theory and Its Applications*. English. Lincoln Laboratory publications. McGraw-Hill, 1966. ISBN: 9780070024137. URL: <https://books.google.gr/books?id=pfJHAQAIAAJ>.
- [33] Carlquinn. *Tesla Model 3 parked, front driver side*. English. 2018. URL: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tesla\\_Model\\_3\\_parked,\\_front\\_driver\\_side.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tesla_Model_3_parked,_front_driver_side.jpg).
- [34] Brücke-Osteuropa. *Maglev in Daejeon 05*. English. 2011. URL: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Maglev\\_in\\_Daejeon\\_05.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Maglev_in_Daejeon_05.jpg).
- [35] James L. Kirtley Jr. *Class Notes 7: Permanent Magnet “Brushless DC” Motors*. English. 2005. URL: [http://ocw.raf.edu.rs/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-685-electric-machines-fall-2013/course-notes/MIT6\\_685F13\\_chapter7.pdf](http://ocw.raf.edu.rs/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-685-electric-machines-fall-2013/course-notes/MIT6_685F13_chapter7.pdf).
- [36] D.G. Holmes and T.A. Lipo. *Pulse Width Modulation for Power Converters: Principles and Practice*. English. IEEE Press Series on Power Engineering. Wiley, 2003. ISBN: 9780471208143. URL: <https://books.google.gr/books?id=8LGi1AjSfpcC>.
- [37] *Schmitt Trigger*. English. URL: <https://alectronicx.blogspot.com/2010/12/schmitt-trigger-using-op-amp.html>.
- [38] English. URL: <https://www.electronicselements.com/2017/11/electrical-drives-classification-of-ac.html>.
- [39] Amin Noshadi. *How to determine the values of the control matrices Q and R for the LQR strategy when numerically simulating the semi-active TLCD*. English. Oct. 2015.
- [40] Arturo Urquiza. *PID controller overview*. English. 2011. URL: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:PID\\_en.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:PID_en.svg).