



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ, ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΑΙΟΥ (ΑΚΕΔ)

**Οπτικοποίηση και δικτυακή ανάλυση των διακρατικών
καλλιτεχνικών αλληλεπιδράσεων στα πλαίσια δραστηριότητας
του ευρωπαϊκού δικτύου χορού Aerowaves**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σπυρίδων Ι. Μπεκιάρης

Επιβλέπων: Βύρων Καλδής

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2022



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ, ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΑΙΟΥ (ΑΚΕΔ)

**Οπτικοποίηση και δικτυακή ανάλυση των διακρατικών
καλλιτεχνικών αλληλεπιδράσεων στα πλαίσια δραστηριότητας
του ευρωπαϊκού δικτύου χορού Aerowaves**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σπυρίδων Ι. Μπεκιάρης

Επιβλέπων: Βύρων Καλδής

Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 9^η Νοεμβρίου 2022.

Βύρων Καλδής
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Ευστάθιος Συκάς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Ιωάννα Ρουσσάκη
Επικ. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2022

.....
Σπυρίδων Ι. Μπεκιάρης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Σπυρίδων Ι. Μπεκιάρης, 2022.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας αποτελεί η εφαρμογή της μεθοδολογίας αναπαράστασης και ανάλυσης δικτύων σε αναπτυσσόμενα κοινωνικά δίκτυα με στόχο την ανάδειξη των χαρακτηριστικών της δομής και της συμπεριφοράς τους. Για το σκοπό αυτό επιλέχθηκε το ευρωπαϊκό κοινωνικό δίκτυο καλλιτεχνικής δραστηριότητας Aerowaves, ένα δίκτυο που μελετάται για πρώτη φορά και στόχο έχει τη στήριξη νέων χορογράφων και ομάδων χορού και την προώθηση του καλλιτεχνικού τους έργου στις χώρες της Ευρώπης. Συγκεκριμένα, εξετάζουμε το πλέγμα των καλλιτεχνικών σχέσεων που καταγράφονται μεταξύ των χωρών της Ευρώπης λόγω των διακρατικών μετακινήσεων των καλλιτεχνών χορού που λαμβάνουν στήριξη από το δίκτυο Aerowaves.

Αρχικά, δημιουργούμε μια οπτική αναπαράσταση της δομής και της δραστηριότητας του δικτύου αξιοποιώντας το λογισμικό σχεδίασης γράφων Gephi και στη συνέχεια υπολογίζουμε τα χαρακτηριστικά δικτυακά του μεγέθη με τη βοήθεια εργαλείων στατιστικής ανάλυσης. Έπειτα, αξιοποιώντας την παραπάνω πληροφορία συμπεραίνουμε πως το δίκτυο Aerowaves είναι ένα διμερές, κατευθυνόμενο, δυναμικό δίκτυο με ομοιόμορφη κατανομή βαθμού, υψηλή σχετικά τάση ομαδοποίησης, ικανοποιητική συνδεσιμότητα και επικοινωνία μεταξύ των χωρών-μελών του και σαφή ιεράρχηση των τελευταίων βάσει της δραστηριότητας και της επιρροής τους στο υπόλοιπο δίκτυο. Τέλος, με βάση τα παραπάνω χαρακτηριστικά διαπιστώνουμε πως το εν λόγω δίκτυο διακρατικών καλλιτεχνικών αλληλεπιδράσεων μπορεί να ταξινομηθεί ως προς τη δομή και τη συμπεριφορά του σε μια κατηγορία δικτύων μικρής πυκνότητας, υψηλού συντελεστή ομαδοποίησης και ομοιόμορφης κατανομής βαθμού, στην οποία συμπεριλαμβάνονται δίκτυα περιγραφής των τροφικών σχέσεων μεταξύ των ειδών ενός οικοσυστήματος, όπως αυτά έχουν μελετηθεί στη διεθνή βιβλιογραφία.

Κλείνοντας, απώτερος στόχος του παρόντος πονήματος είναι να πείσει τον αναγνώστη πως ο κόσμος μας είναι τόσο στενά διασυνδεδεμένος και πολύπλοκος, ώστε η μελέτη των σχέσεων μεταξύ των οντοτήτων που τον συνθέτουν αποτελεί μια σίγουρα φιλόδοξη αλλά συνάμα υπέροχη απόπειρα κατανόησης του.

Λέξεις κλειδιά: δικτυακή ανάλυση, οπτικοποίηση δικτύου, θεωρία δικτύων, στατιστική κατανομή βαθμού, πολυπλοκότητα, δίκτυα μικρού κόσμου, σχεδίαση γράφων, λογισμικό Gephi, κοινωνικά δίκτυα, χορός, δίκτυα χορού, δίκτυο Aerowaves

ABSTRACT

The aim of this thesis is the application of the common methodology for network analysis and representation at specific developing social networks in order to explore their structural and behavioural characteristics. For this purpose, we have chosen the European social network of artistic activity called Aerowaves, a network which has been studied for the first time and aims to support new choreographers and dance companies and promote their artistic work across Europe. We examine the mesh of artistic connections among European countries, which is formed because of the international movement of dance artists, who are supported by the Aerowaves network.

At first, we create a visual representation of the network's structure and activity with the help of the graph drawing software Gephi and then we calculate the network properties by using tools of statistical analysis. The information that we collect from this process helps us to conclude that the Aerowaves network is a bipartite, directed and dynamic network with uniform degree distribution, relatively high clustering, adequate connectivity and communication among its countries-members and a clear hierarchy of these countries on the basis of their level of activity and influence on the total network. Finally, based on these characteristics we infer that our network of international artistic interaction can be classified, due to its structure and behaviour, in the category of networks with low density, high clustering and uniform distribution, which also includes many food webs describing the trophic links among the species of an ecosystem.

In conclusion, the ultimate purpose of this effort is to persuade the reader that our world is well interlinked and the study of the connections among its parts is an ambitious but wonderful attempt to understand its complexity.

Keywords: network analysis, network visual representation, network theory, statistical degree distribution, complexity, small-world networks, graph drawing, Gephi, social networks, dance, dance network, the Aerowaves network

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Δρ. Δημήτριο Ξενικό που επιδοκίμασε τη θεματική που πρότεινα ως αντικείμενο μελέτης της παρούσας διπλωματικής, μου απάντησε όλες τις ερωτήσεις που είχα ως προς το γνωστικό αντικείμενο και τη διαδικασία συγγραφής και με καθησύχαζε συνεχώς να συνεχίσω να εργάζομαι χωρίς άγχος μέχρι το τέλος. Ακόμα, ευχαριστώ τους καθηγητές Βύρωνα Καλδή και Ευστάθιο Συκά και την καθηγήτρια Ιωάννα Ρουσσάκη που αποτέλεσαν μέλη της τριμελούς εξεταστικής επιτροπής.

Έπειτα, θέλω να ευχαριστήσω τους γονείς μου που με στήριξαν και συνεχίζουν να με στηρίζουν τόσα χρόνια σε ό,τι κι αν κάνω, ακόμα και αν δε συμφωνούν με ορισμένα από αυτά. Η παρούσα εργασία είναι αφιερωμένη σε εκείνους μιας και είμαι σίγουρος πως είναι ιδιαίτερα περήφανοι και χαρούμενοι για τούτη την αποφοίτηση.

Τέλος, ευχαριστώ μέσα από την καρδιά μου τους φίλους μου και την αδερφή μου που αποτελούν την οικογένεια που επέλεξα να έχω και ήταν συνεχώς εκεί να ακούν τη γκρίνια και τις ανησυχίες μου και να προσπαθούν με κάθε τρόπο να με καθησυχάσουν. Την Ειρήνη, την Κωνσταντίνα, τη Δάφνη, τη Μαρία και όλους τους υπόλοιπους που με στήριξαν ψυχολογικά σ' αυτή μου την προσπάθεια.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	5
ABSTRACT	6
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	7
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ	8
ΠΙΝΑΚΑΣ ΕΙΚΟΝΩΝ	12
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΓΡΑΦΟΙ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑ	17
1.1. Εισαγωγή - Γράφοι και δίκτυα	18
1.2. Ιστορική αναδρομή	22
1.2.1. Οι επτά γέφυρες του Königsberg (1736)	22
1.2.2. 1736 έως σήμερα	25
1.3. Δυσκολίες στη μελέτη των δικτύων	29
1.4. Βασικά δικτυακά μεγέθη	30
1.4.1. Βαθμός (Degree)	31
1.4.2. Μέσος βαθμός (Mean degree)	31
1.4.3. Μέσος τετραγωνικός βαθμός (Mean squared degree)	31
1.4.4. Κατανομή βαθμού (Degree distribution)	32
1.4.5. Συντομότερο μονοπάτι (Shortest path)	32
1.4.6. Μέσο μήκος μονοπατιού (Average path length)	33
1.4.7. Πυκνότητα (Density)	34
1.4.8. Εκκεντρικότητα (Eccentricity)	34
1.4.9. Διάμετρος (Diameter)	34
1.4.10. Κεντρικότητα (Centrality)	34
1.4.10.1. Κεντρικότητα μεσολάβησης (Betweenness centrality)	35
1.4.10.2. Κεντρικότητα εγγύτητας (Closeness centrality)	35
1.4.11. Συντελεστής ομαδοποίησης (Clustering coefficient)	35

1.5. Κατηγοριοποίηση δικτύων	36
1.5.1. Τακτικά δίκτυα (Regular networks)	36
1.5.2. Τυχαία δίκτυα (Random networks)	38
1.5.3. Δίκτυα μικρού κόσμου (Small-world networks)	40
1.5.4. Δίκτυα χωρίς κλίμακα (Scale-free networks)	44
1.5.5. Σύγκριση δικτύων Ενοτήτων 1.5.1. έως 1.5.4.	47
1.5.6. Διμερή δίκτυα (Bipartite networks)	49
1.5.7. Άλλα δίκτυα	51
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΔΙΚΤΥΑ ΧΟΡΟΥ ΣΤΗΝ ΕΥΡΩΠΗ - ΤΟ ΔΙΚΤΥΟ AEROWAVES	53
2.1. Αναγκαιότητα δικτύωσης στο χώρο του χορού	54
2.2. Δίκτυα χορού με δράση στην Ευρώπη	57
2.2.1. Ευρωπαϊκά δίκτυα χορού επιχορηγούμενα από την Ευρωπαϊκή Ένωση	59
2.2.1.1. European Dancehouse Network (EDN)	59
2.2.1.2. danceWEB	60
2.2.1.3. IDOCDE-LEAP-REFLEX Europe	61
2.2.1.3.A. IDOCDE - International Documentation of Contemporary Dance Education	61
2.2.1.3.B. LEAP - Learn, Exchange, Apply, Practice	62
2.2.1.3.C. REFLEX Europe - MIND THE DANCE	63
2.2.2. Διεθνή δίκτυα με δράση στην Ευρώπη	64
2.2.2.1. Conseil International de la Danse (CID)	64
2.2.2.2. World DanceSport Federation (WDSF)	65
2.2.2.3. World Dance Council (WDC)	66
2.2.2.4. International Dance Organization (IDO)	67
2.2.2.5. World Dance Alliance (WDA)	67
2.2.2.6. dance and the Child international (daCi)	68
2.2.2.7. ASSITEJ International Organization of Theater for Children and Young People - Young Dance Network	69

2.2.2.8. Dance Critics Association (DCA)	70
2.2.2.9. Dance Films Association (DFA)	70
2.2.2.10. Dance Lab New York	71
2.2.2.11. Dance Studies Association (DSA)	71
2.2.2.12. Διεθνείς διοργανώσεις/φεστιβάλ χορού	72
2.2.3. Δίκτυα με αποκλειστικά διαδικτυακή δράση	73
2.2.3.1. International Choreographers' Organization and Networking Services (Dance ICONS)	73
2.2.3.2. Ιστότοποι ευκαιριών χορού	74
2.2.3.3. Ιστότοποι θεματολογίας σχετικής με το χορό (blogs χορού)	75
2.3. Το δίκτυο Aerowaves	75
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΓΡΑΦΩΝ ΚΑΙ ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ - ΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ GERHI	80
3.1. Σχεδίαση γράφων - Οπτικοποίηση δικτύων	81
3.1.1. Αναγκαιότητα οπτικοποίησης των δικτύων	81
3.1.2. Ο κλάδος της σχεδίασης γράφων	82
3.1.3. Βασικές αρχές σχεδίασης γράφων	83
3.1.4. Αξιολόγηση σχεδίασης γράφων	84
3.1.5. Διατάξεις γράφων (Graph layouts)	86
3.2. Ιστορική αναδρομή του κλάδου της σχεδίασης γράφων	90
3.2.1. Αρχαιότητα	90
3.2.2. Μεσαίωνας	91
3.2.3. Νεότερος και σύγχρονος κόσμος	94
3.3. Ψηφιακή οπτικοποίηση δικτύων – Πλεονεκτήματα	97
3.4. Λογισμικό GERHI	98
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΧΟΡΟΥ AEROWAVES - ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ & ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	100
4.1. Εισαγωγή - Δεδομένα	101

4.2. Οπτικοποίηση του δικτύου Aerowaves με χρήση του λογισμικού Gephi	102
4.2.1. Εισαγωγή δεδομένων στο Gephi	102
4.2.2. Συμβάσεις	104
4.2.3. Αναπαραστάσεις του δικτύου Aerowaves	107
4.3. Δικτυακή ανάλυση	112
4.3.1. Δικτυακή ανάλυση πρωτότυπου δικτύου Δ0	113
4.3.1.1. Κατανομή βαθμού - Μέσος βαθμός	113
4.3.1.2. Πυκνότητα	119
4.3.1.3. Μέσο μήκος μονοπατιού - Εκκεντρικότητα - Διάμετρος - Κεντρικότητα	120
4.3.1.4. Μέγεθος (πλήθος κόμβων/ακμών) δυναμικού δικτύου	120
4.3.2. 1η αναθεώρηση πρωτότυπου δικτύου	121
4.3.3. Δικτυακή ανάλυση αναθεωρημένου δικτύου Δ1	123
4.3.3.1. Κατανομή βαθμού - Μέσος βαθμός	123
4.3.3.2. Πυκνότητα	126
4.3.3.3. Μέσο μήκος μονοπατιού - Εκκεντρικότητα - Διάμετρος - Κεντρικότητα	126
4.3.4. 2η αναθεώρηση πρωτότυπου δικτύου	126
4.3.5. Δικτυακή ανάλυση αναθεωρημένου δικτύου Δ2	127
4.3.5.1. Κατανομή βαθμού - Μέσος βαθμός	127
4.3.5.2. Πυκνότητα	132
4.3.5.3. Μέσο μήκος μονοπατιού - Εκκεντρικότητα - Διάμετρος	133
4.3.5.4. Κεντρικότητα μεσολάβησης - Κεντρικότητα εγγύτητας	134
4.3.5.4.1. Επίδραση της κεντρικότητας μεσολάβησης και της κεντρικότητας εγγύτητας στο μέσο μήκος μονοπατιού και το συντελεστή ομαδοποίησης του δικτύου	136
4.3.5.5. Συντελεστής ομαδοποίησης	138
4.5. Χαρακτηρισμός δικτύου Aerowaves - Συμπεράσματα	140
ΕΠΙΛΟΓΟΣ	153
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	154

ΠΙΝΑΚΑΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1: Κατευθυνόμενος γράφος (directed graph).	20
Εικόνα 2: Μη κατευθυνόμενος γράφος (undirected graph).	20
Εικόνα 3: Γράφος με ακμές ίδιας βαρύτητας (unweighted graph).	20
Εικόνα 4: Γράφος με ακμές διαφορετικής βαρύτητας (weighted graph).	20
Εικόνα 5: Αναπαράσταση του World Wide Web (WWW) από το Opte Project του Barrett Lyon το 2003.	21
Εικόνα 6: Πλέγμα τροφικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των ειδών ενός οικοσυστήματος.	21
Εικόνα 7: Αναπαράσταση του σιδηροδρομικού δικτύου της Ουγγαρίας.	21
Εικόνα 8: Αναπαράσταση κοινωνικού δικτύου με χρωματική διαφοροποίηση των υποκοινοτήτων (κλικών).	22
Εικόνα 9: Η πόλη Königsberg: τέσσερα κομμάτια ξηράς που συνδέονται με επτά γέφυρες.	23
Εικόνα 10: Αφηρημένη αναπαράσταση του προβλήματος των επτά γεφυρών του Königsberg από τον L. Euler το 1736.	23
Εικόνα 11: Αναπαράσταση του προβλήματος των επτά γεφυρών του Königsberg βάσει των κανόνων της σύγχρονης σχεδίασης γράφων.	24
Εικόνα 12: Τρισδιάστατη απεικόνιση του κύκλου Hamilton στο δωδεκάεδρο του icosian game.	26
Εικόνα 13: Δισδιάστατη απεικόνιση του κύκλου Hamilton στο δωδεκάεδρο του icosian game.	26
Εικόνα 14: Υπολογισμός συντομότερου μονοπατιού σε γράφο με ακμές διαφορετικής βαρύτητας.	33
Εικόνα 15: Υπολογισμός μέσου μήκους μονοπατιού σε γράφο με ακμές ίδιας βαρύτητας.	33
Εικόνα 16: Τετραγωνικό πλέγμα 4ου βαθμού.	37
Εικόνα 17: Κυκλικό πλέγμα 4ου βαθμού.	37
Εικόνα 18: Τυχαίο δίκτυο με μικρό πλήθος ακμών και πολλά μικρά συμπλέγματα κόμβων (A).	40
Εικόνα 19: Τυχαίο δίκτυο με μεγάλο πλήθος ακμών και λίγα μεγάλα συμπλέγματα κόμβων (B) ή ένα γιγαντιαίο σύμπλεγμα (C).	40
Εικόνα 20: Το μοντέλο Watts-Strogatz παραγωγής ενός δικτύου μικρού κόσμου.	42
Εικόνα 21: Τα υποδίκτυα (κλίκες) σε ένα δίκτυο μικρού κόσμου.	43

Εικόνα 22: Δίκτυο χωρίς κλίμακα όπου αναπαρίστανται οι αντιδρούσες πρωτεΐνες στη μαγιά.	47
Εικόνα 23: Σύγκριση των βασικών δικτυακών μοντέλων με κριτήρια την τυχαιότητα (randomness), την ανομοιογένεια (heterogeneity) και την αρθρωτότητα (modularity).	48
Εικόνα 24: Αναπαράσταση διμερούς δικτύου.	50
Εικόνα 25: Αναπαράσταση κοινωνικού δικτύου ως διμερής (πάνω) και ως μονομερής (κάτω) γράφος.	51
Εικόνα 26: Τα μέλη του ευρωπαϊκού δικτύου χορού European Dancehouses Network (EDN) τον Ιούνιο του 2021.	60
Εικόνα 27: Οι συνεργάτες του δικτύου Aerowaves τον Ιούνιο του 2021.	77
Εικόνα 28: Οι διοργανώτριες χώρες του Spring Forward Festival στο διάστημα 2011-2021.	78
Εικόνα 29: Κατευθυνόμενος γράφος με επικεφαλίδες ως κόμβους και καμπύλες ακμές με βέλη.	83
Εικόνα 30: Κατευθυνόμενος γράφος με κυκλικούς κόμβους και ευθείες ακμές με μείωση διατομής.	83
Εικόνα 31: Κατευθυνόμενος γράφος με ακμές μόνο από χαμηλότερους προς υψηλότερους κόμβους.	84
Εικόνα 32: Γράφος με γωνιακή ανάλυση 45 μοίρες.	86
Εικόνα 33: Γράφος με ακμές τριών πιθανών κλίσεων.	86
Εικόνα 34: Γράφος με force-directed layout.	87
Εικόνα 35: Γράφος με spectral layout.	87
Εικόνα 36: Γράφος με orthogonal layout.	88
Εικόνα 37: Γράφος με tree layout.	88
Εικόνα 38: Γράφος με layered/hierarchical layout.	88
Εικόνα 39: Arc diagram.	89
Εικόνα 40: Γράφος με circular layout.	89
Εικόνα 41: Γράφος σχεδιασμένος βάσει dominance drawing.	90
Εικόνα 42: Αναπαράσταση σε χαρτί του παιχνιδιού Morris από το βιβλίο Book of games (13ος αιώνας μ.Χ.).	91
Εικόνα 43: Αναπαράσταση σε χαρτί του γενεαλογικού δέντρου των απογόνων του Νώε (11ος αιώνας μ.Χ.).	92
Εικόνα 44: Αναπαράσταση σε χαρτί του γενεαλογικού δέντρου της δυναστείας των Σαξόνων (12ος αιώνας μ.Χ.).	92

Εικόνα 45: Γραφικές αναπαραστάσεις των δέντρων των ελαττωμάτων (αριστερά) και των αρετών (δεξιά) (14ος αιώνας μ.Χ.).	93
Εικόνα 46: Το τετράγωνο των αντιθέσεων της φιλοσοφίας του Αριστοτέλη.	93
Εικόνα 47: Quipu, εργαλείο καταγραφής δεδομένων που προσομοιάζει σε γράφο και χρησιμοποιούνταν από τους Ίνκα.	93
Εικόνα 48: Μέρος του γράφου που σχεδίασε ο A. T. Vandermonde για να αποδώσει το πρόβλημα του ιπότη στο σκάκι το 1771.	95
Εικόνα 49: Παραδείγματα δέντρων από την εργασία του A. Cayley το 1857.	95
Εικόνα 50: Η πρώτη απεικόνιση του προβλήματος των επτά γεφυρών του Königsberg με τη μορφή γράφου από τον W. Rouse Ball το 1892.	95
Εικόνα 51: Τρισδιάστατη απεικόνιση κρυσταλλικών δομών με τη μορφή γράφων από τον R. J. Haüy το 1784.	96
Εικόνα 52: Απεικόνιση μοριακών δομών με τη μορφή γράφων από τον A. Brown το 1864.	96
Εικόνα 53: Πίνακας Excel κόμβων αναχώρησης δικτύου Aerowaves.	103
Εικόνα 54: Πίνακας Excel κόμβων άφιξης δικτύου Aerowaves.	103
Εικόνα 55: Πίνακας Excel ακμών δικτύου Aerowaves.	104
Εικόνα 56: Οι συνεργάτες-κόμβοι άφιξης του δικτύου Aerowaves κατά την περίοδο 2014-2021.	105
Εικόνα 57: Οι συνεργάτες-κόμβοι άφιξης του δικτύου Aerowaves κατά την περίοδο 2014-2021 (συνέχεια).	106
Εικόνα 58: Οι μετακινήσεις καλλιτεχνών στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves κατά την περίοδο 2014-2015.	108
Εικόνα 59: Οι μετακινήσεις καλλιτεχνών από (κόκκινο χρώμα) και προς (κίτρινο χρώμα) την Ελλάδα στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves κατά την περίοδο 2014-2015.	108
Εικόνα 60: Οι μετακινήσεις καλλιτεχνών στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves κατά τα μέσα Απριλίου 2015 (στιγμιότυπο από το δυναμικό γράφο 2014-2015).	109
Εικόνα 61: Οι μετακινήσεις καλλιτεχνών στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves κατά την περίοδο 2014-2021.	110
Εικόνα 62: Zoom-in της Εικόνας 61, όπου έχουν παραλειφθεί για λόγους ευκρίνειας οι δύο συνδέσεις προς τις απομακρυσμένες Ισλανδία και Ρωσία,	110
Εικόνα 63: Οι μετακινήσεις καλλιτεχνών από (κόκκινο χρώμα) και προς (κίτρινο χρώμα) τη Γαλλία στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves κατά την περίοδο 2014-2021.	111
Εικόνα 64: Οι μετακινήσεις καλλιτεχνών στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves κατά το πρώτο δίμηνο του 2016 (στιγμιότυπο από το δυναμικό γράφο 2014-2021).	112

Εικόνα 65: Οι κόμβοι άφιξης-συνεργάτες του πρωτότυπου δικτύου Δ0 με μέγεθος ανάλογο του βαθμού εισόδου τους.	115
Εικόνα 66: Οι κόμβοι αναχώρησης-χώρες του πρωτότυπου δικτύου Δ0 χρωματισμένοι ανάλογα με το βαθμό εξόδου τους.	115
Εικόνα 67: Η κατανομή του βαθμού εισόδου των κόμβων- χωρών άφιξης του πρωτότυπου δικτύου Δ0.	116
Εικόνα 68: Η κατανομή του βαθμού εξόδου των κόμβων-χωρών αναχώρησης του πρωτότυπου δικτύου Δ0.	116
Εικόνα 69: Η συμπληρωματική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για το βαθμό εισόδου των κόμβων-χωρών άφιξης του πρωτότυπου δικτύου Δ0.	117
Εικόνα 70: Κατάταξη των χωρών άφιξης του πρωτότυπου δικτύου Δ0 βάσει του βαθμού εισόδου τους.	118
Εικόνα 71: Η συμπληρωματική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για το βαθμό εξόδου των κόμβων-χωρών αναχώρησης του πρωτότυπου δικτύου Δ0.	118
Εικόνα 72: Κατάταξη των χωρών αναχώρησης του πρωτότυπου δικτύου Δ0 βάσει του βαθμού εξόδου τους.	119
Εικόνα 73: Το πλήθος των συνεργατών (κόμβων άφιξης) του δικτύου Aerowaves για κάθε έτος της περιόδου 2014-2021.	120
Εικόνα 74: Το πλήθος των μετακινήσεων καλλιτεχνών (ακμών) του δικτύου Aerowaves για κάθε έτος της περιόδου 2014-2021.	121
Εικόνα 75: Αναπαράσταση του αναθεωρημένου δικτύου Δ1 μη κατευθυνόμενων ακμών διαφορετικών συντελεστών βαρύτητας.	123
Εικόνα 76: Η κατανομή του βαθμού των κόμβων-χωρών του αναθεωρημένου δικτύου Δ1.	124
Εικόνα 77: Οι κόμβοι-χώρες του αναθεωρημένου δικτύου Δ1 χρωματισμένοι ανάλογα με το βαθμό τους.	124
Εικόνα 78: Η συμπληρωματική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για το βαθμό των κόμβων του αναθεωρημένου δικτύου Δ1 (σε ημι-λογαριθμικό διάγραμμα).	125
Εικόνα 79: Αναπαράσταση του αναθεωρημένου δικτύου Δ2 μη κατευθυνόμενων ακμών ίδιου συντελεστή βαρύτητας.	127
Εικόνα 80: Η κατανομή του βαθμού των κόμβων-χωρών του αναθεωρημένου δικτύου Δ2.	128
Εικόνα 81: Οι κόμβοι-χώρες του αναθεωρημένου δικτύου Δ2 χρωματισμένοι ανάλογα με το βαθμό τους.	128

Εικόνα 82: Η συμπληρωματική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για το βαθμό των κόμβων του αναθεωρημένου δικτύου Δ2.	129
Εικόνα 83: Η συμπληρωματική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για το βαθμό των κόμβων του αναθεωρημένου δικτύου Δ2 (σε ημι-λογαριθμικό διάγραμμα).	130
Εικόνα 84: Το πλήθος των κόμβων (S) και το πλήθος των συνδέσεων ανά κόμβο (L/S) για τα 16 τροφικά πλέγματα.	131
Εικόνα 85: Η συμπληρωματική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για το βαθμό των κόμβων των 16 τροφικών πλεγμάτων που μελετήθηκαν στην εργασία Food-web structure and network theory: The role of connectance and size (2002) (σε ημι-λογαριθμικό διάγραμμα).	132
Εικόνα 86: Η κατανομή της εκκεντρικότητας των κόμβων-χωρών του αναθεωρημένου δικτύου Δ2.	133
Εικόνα 87: Η κατανομή της κεντρικότητας μεσολάβησης των κόμβων-χωρών του αναθεωρημένου δικτύου Δ2.	134
Εικόνα 88: Οι κόμβοι-χώρες του αναθεωρημένου δικτύου Δ2 χρωματισμένοι ανάλογα με την τιμή της κεντρικότητας μεσολάβησης τους.	135
Εικόνα 89: Η κατανομή της κεντρικότητας εγγύτητας των κόμβων-χωρών του αναθεωρημένου δικτύου Δ2.	135
Εικόνα 90: Οι κόμβοι-χώρες του αναθεωρημένου δικτύου Δ2 χρωματισμένοι ανάλογα με την τιμή της κεντρικότητας εγγύτητας τους.	136
Εικόνα 91: Η κατανομή του τοπικού συντελεστή ομαδοποίησης των κόμβων-χωρών του αναθεωρημένου δικτύου Δ2.	139
Εικόνα 92: Οι κόμβοι-χώρες του αναθεωρημένου δικτύου Δ2 χρωματισμένοι ανάλογα με τον τοπικό συντελεστή ομαδοποίησης τους.	139
Εικόνα 93: Κατάταξη πραγματικών δικτύων και του αναθεωρημένου δικτύου Aerowaves Δ2 (κόκκινο χρώμα) με βάση το πλήθος των κόμβων τους και το λόγο Cemp/Crand.	150

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1:

ΓΡΑΦΟΙ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑ

Στο παρόν κεφάλαιο θα αναφερθούμε στην έννοια του δικτύου και θα δούμε πως ένα δίκτυο αναπαρίσταται από ένα γράφο, θα γνωρίσουμε πως η θεωρία των δικτύων αναπτύχθηκε μέσα στο χρόνο και θα παρουσιάσουμε ορισμένα βασικά δικτυακά μεγέθη τα οποία θα αξιοποιήσουμε στη συνέχεια για να κατηγοριοποιήσουμε και να μελετήσουμε τα δίκτυα εκείνα που συναντώνται συχνότερα στους διάφορους τομείς της ανθρώπινης δράσης.

1.1. Εισαγωγή - Γράφοι και δίκτυα

Στα αρχαία ελληνικά η λέξη δίκτυον σημαίνει δίχτυ, το συρμάτινο ή νημάτινο δηλαδή πλέγμα που χρησιμοποιούν οι ψαράδες και οι κυνηγοί για να παγιδεύουν τα θηράματα τους. Σήμερα, ο όρος δίκτυο χρησιμοποιείται περισσότερο για να περιγράψει ένα οργανωμένο σύνολο ανθρώπων ή αντικειμένων που συνδέονται μεταξύ τους με σύνθετο συχνά τρόπο, ώστε να εξυπηρετούν κάποιον ειδικό σκοπό. Έτσι, έχουμε τα κοινωνικά δίκτυα με στόχο την κοινωνική επαφή των ανθρώπων, τα τηλεφωνικά δίκτυα ή τα δίκτυα υπολογιστών για την εύκολη εξ αποστάσεως επικοινωνία, τα οδικά δίκτυα για την ασφαλή μετακίνηση από τόπο σε τόπο αλλά και τα δίκτυα ύδρευσης ή ηλεκτρισμού για την παροχή καθαρού νερού ή ενέργειας σε κάθε σπίτι.

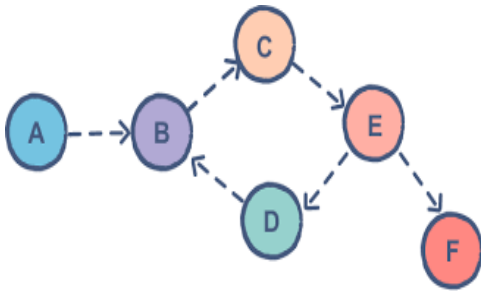
Ωστόσο, στην προηγούμενη παράγραφο αναφερθήκαμε μόνο σε δίκτυα ανθρώπων ή αντικειμένων, τα οποία έχουν κατασκευαστεί από τον άνθρωπο προκειμένου να εξυπηρετούν κάποιον ειδικό σκοπό. Αξίζει να τονιστεί πως δίκτυο θεωρείται οποιοδήποτε σύνολο διασυνδεδεμένων οντοτήτων με συγκεκριμένο σκοπό ανεξαρτήτως της δημιουργίας του ή μη από τον άνθρωπο και ως εκ τούτου τα δίκτυα προϋπάρχουν της εμφάνισης του ανθρώπου στον κόσμο. Κάνουμε λοιπόν λόγο για τροφικά δίκτυα μεταξύ των οργανισμών ενός οικοσυστήματος, δίκτυα αλληλεπίδρασης των πλανητικών και αστρικών βαρυτήτων, δίκτυα υδάτινων πόρων, δίκτυα περιγραφής της καταγωγής των ειδών, δίκτυα αντιδρώντων χημικών στοιχείων κ.α. Σε όλα τα παραπάνω δίκτυα μπορεί να αντιστοιχηθεί η επιτέλεση ενός συγκεκριμένου ή έστω πιο αφηρημένου σκοπού. Για παράδειγμα, στις προαναφερθείσες περιπτώσεις οι εξυπηρετούμενοι σκοποί είναι η εξασφάλιση τροφής για τους ζωντανούς οργανισμούς, η διατήρηση της κοσμικής βαρυτικής

ισορροπίας, η απρόσκοπτη ροή και ανακύκλωση των υδάτων, η επιβίωση και εξέλιξη των ειδών και η σύσταση χημικών ενώσεων αντίστοιχα.

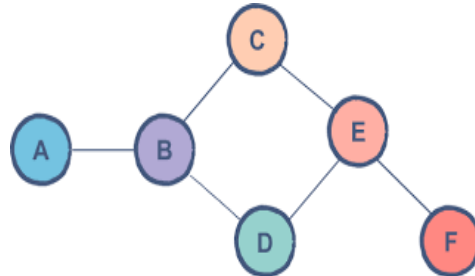
Λαμβάνοντας λοιπόν υπόψη την ετυμολογία της λέξης δίκτυο και το γεγονός πως κάθε δίκτυο εξυπηρετεί κι έναν συγκεκριμένο σκοπό θα μπορούσαμε να παρομοιάσουμε όλες τις δικτυακές σχέσεις ως τα “δίχτυα” εκείνα που απλώνονται γύρω μας για να κρατούν “παγιδευμένο” το κύριο “θήραμα” τους, που δεν είναι άλλο από την αυτοσυντήρηση του κόσμου μας. Με άλλα λόγια, η ύπαρξη και η ομαλή λειτουργία των διαφόρων δικτύων -συμπεριλαμβανομένων των πιθανών εσωτερικών συγκρούσεων- εξασφαλίζουν εν γένει την ισορροπία στον κόσμο αλλά και βοηθούν τον άνθρωπο συγκεκριμένα να αντιμετωπίζει τις δυσκολίες που ανακύπτουν.

Για την καλύτερη επομένως κατανόηση της δομής και της συμπεριφοράς των δικτύων και την αποτελεσματικότερη επέμβαση σε αυτά όταν χρειάζεται -με την προϋπόθεση να μη διαταράσσεται η ισορροπία τους, η επιστημονική κοινότητα έχει αναπτύξει τρόπους να τα αναπαριστά, να τα “μετρά” και να τα αποθηκεύει. Για να το πετύχει αυτό, καθοριστικός παράγοντας υπήρξε η αξιοποίηση των γράφων, μαθηματικών δομών που χρησιμοποιούνται για να μοντελοποιήσουν διμερείς σχέσεις μεταξύ ανθρώπων ή αντικειμένων. Ένας γράφος αποτελείται από κορυφές (vertices), ή αλλιώς κόμβους (nodes), που συνδέονται μεταξύ τους μέσω ακμών (edges), ή αλλιώς συνδέσεων (links). Οι ακμές ενός γράφου μπορεί να έχουν ή να μην έχουν κατεύθυνση, οπότε και ο γράφος χαρακτηρίζεται ως κατευθυνόμενος ή μη αντιστοιχώς. Σε έναν κατευθυνόμενο γράφο (directed graph) η σύνδεση μεταξύ δύο κόμβων είναι μονόδρομη (Εικόνα 1), ενώ είναι αμφίδρομη σε έναν μη κατευθυνόμενο (undirected graph) (Εικόνα 2). Ακόμα, οι ακμές ενός γράφου μπορεί να έχουν όλες την ίδια βαρύτητα ή κάποιες να είναι πιο σημαντικές και κάποιες άλλες λιγότερο, οπότε και διακρίνουμε τους γράφους σε “μη ζυγισμένους” (unweighted) (Εικόνα 3) και “ζυγισμένους” (weighted) (Εικόνα 4) αντίστοιχα. Όλα τα παραπάνω αποτελούν αντικείμενο μελέτης της θεωρίας των γράφων (graph theory), ενός ευρέως κλάδου των διακριτών μαθηματικών. Μάλιστα, συχνά γίνεται αναφορά του όρου θεωρία δικτύων, ως υποκλάδου της θεωρίας των γράφων, θέλοντας να τονιστεί η διαφορά μεταξύ γράφου και δικτύου· ένας γράφος είναι μια αφηρημένη μαθηματική δομή, ενώ ένα δίκτυο είναι ένα

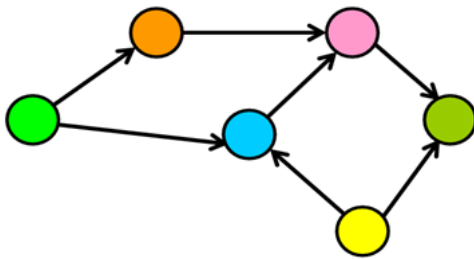
πραγματικό, ή τουλάχιστον ρεαλιστικό, συνδεδεμένο σύνολο οντοτήτων και συνεπώς κάθε κόμβος και/ή κάθε ακμή έχει ένα δοσμένο όνομα/χαρακτηριστικό (attribute).



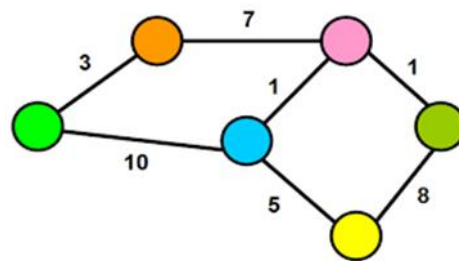
Εικόνα 1: Κατευθυνόμενος γράφος (directed graph).



Εικόνα 2: Μη κατευθυνόμενος γράφος (undirected graph).



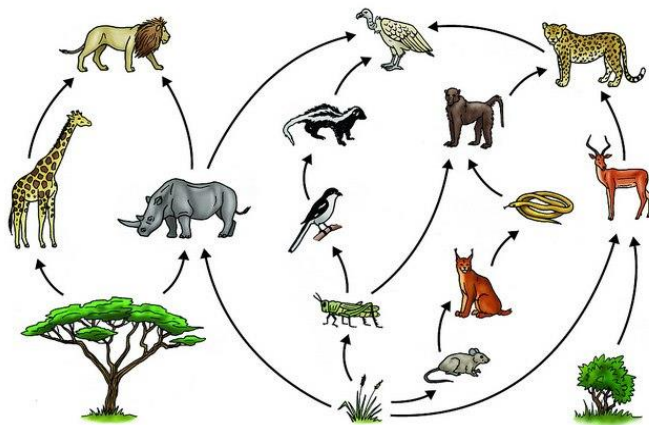
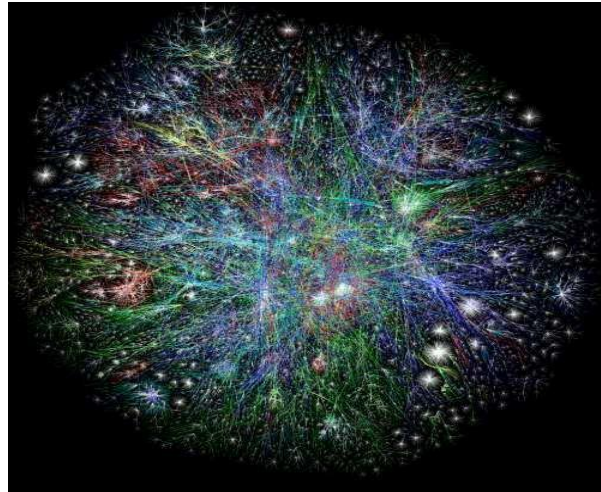
Εικόνα 3: Γράφος με ακμές ίδιας βαρύτητας (unweighted graph).



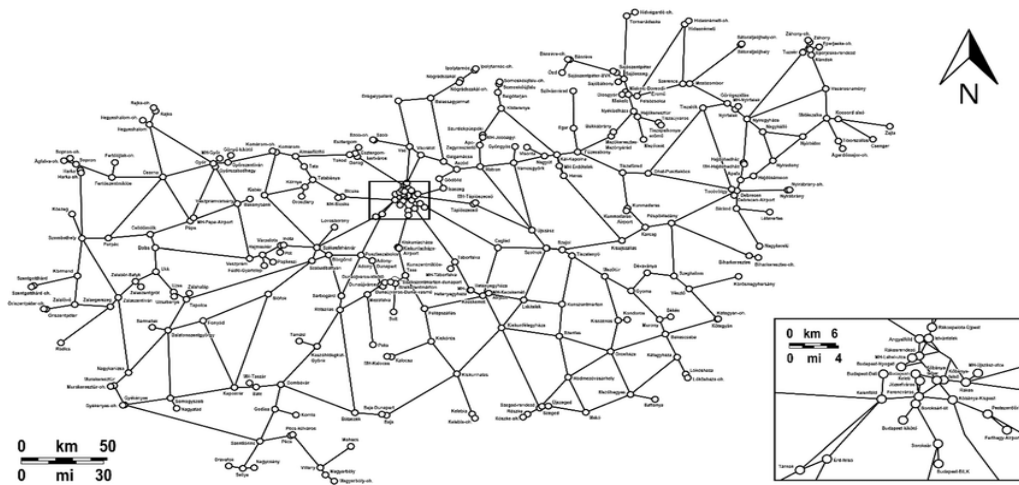
Εικόνα 4: Γράφος με ακμές διαφορετικής βαρύτητας (weighted graph).

Η θεωρία των δικτύων, και των γράφων γενικότερα, έχει πλέον εφαρμογές σε τόσους πολλούς τομείς της ανθρώπινης δράσης όπως τη φυσική, τη χημεία, τη βιολογία, την επιστήμη των υπολογιστών, τα οικονομικά, την οικολογία, τη δημόσια υγεία, την κοινωνιολογία, τη νευροεπιστήμη, τις μεταφορές κ.α. Μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα δικτύων είναι το World Wide Web με κόμβους τις ηλεκτρονικές ιστοσελίδες και ακμές τις υπερσυνδέσεις μεταξύ αυτών (Εικόνα 5), τα δίκτυα επιστημονικών αναφορών (scientific citations) με κόμβους τις επιστημονικές εργασίες και ακμές τις αναφορές μεταξύ αυτών, τα τροφικά πλέγματα με κόμβους τα διάφορα είδη οργανισμών και ακμές που υποδεικνύουν ποιος οργανισμός τρέφεται με ποιον (Εικόνα 6), τα δίκτυα μεταφορών με κόμβους τις διάφορες τοποθεσίες και ακμές που υποδηλώνουν τη σύνδεση τους μέσω κάποιου μέσου μεταφοράς (Εικόνα 7) και τα κοινωνικά δίκτυα με κόμβους τα άτομα και ακμές που υποδηλώνουν κάποια κοινωνική σχέση μεταξύ τους (Εικόνα 8).

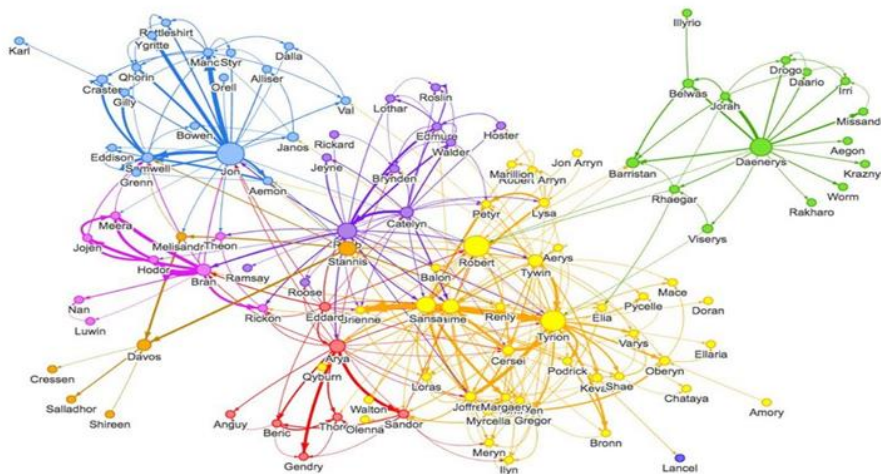
Εικόνα 5: Αναπαράσταση του World Wide Web (WWW) από το Opte Project του Barrett Lyon το 2003.



Εικόνα 6: Πλέγμα τροφικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των ειδών ενός οικοσυστήματος.



Εικόνα 7: Αναπαράσταση του σιδηροδρομικού δικτύου της Ουγγαρίας.



Εικόνα 8: Αναπαράσταση κοινωνικού δικτύου με χρωματική διαφοροποίηση των υποκοινοτήτων (κλικών).

1.2. Ιστορική αναδρομή

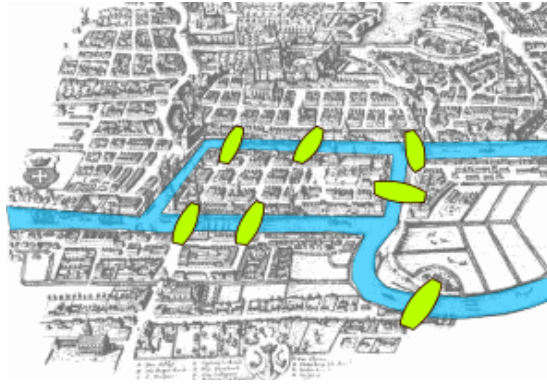
1.2.1. Οι επτά γέφυρες του Königsberg (1736)

Η εργασία *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*¹ του Leonhard Euler² για τις επτά γέφυρες του Königsberg που δημοσιεύτηκε το 1736 θεωρείται η πρώτη εργασία σχετική με τη θεωρία των γράφων και σηματοδοτεί τη γέννηση του συγκεκριμένου κλάδου των μαθηματικών.

Η πόλη Königsberg στην τότε Πρωσία (σημερινό Kaliningrad της Ρωσίας) είναι χτισμένη στις δύο πλευρές του ποταμού Pregel και περιλαμβάνει δύο μικρά νησιά που συνδέονται μεταξύ τους ή με κάποια από τις δύο πλευρές ξηράς μέσω επτά γεφυρών (Εικόνα 9). Το ερώτημα που απασχόλησε πολλούς επιστήμονες, μεταξύ αυτών και το μαθηματικό L. Euler, ήταν εάν είναι δυνατόν ένας επισκέπτης να επισκεφθεί όλα τα κομμάτια ξηράς της πόλης διασχίζοντας κάθε γέφυρα μια και μοναδική φορά.

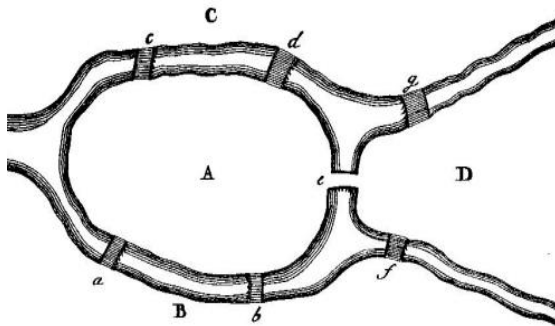
¹ Euler, L. *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*. Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae, vol.8, p.128-140 (1736).

² Leonhard Euler (1707-1783): Ελβετός μαθηματικός και φυσικός που ασχολήθηκε ιδιαίτερα με τον απειροστικό λογισμό, τη θεωρία των γραφημάτων, τη μαθηματική ανάλυση, τη φυσική και την αστρονομία.. Έζησε κυρίως στις σημερινές Ρωσία και Γερμανία. Θεωρείται ο κατ' εξοχήν μαθηματικός του 18ου αιώνα και ένας από τους μεγαλύτερους επιστήμονες όλων των εποχών.

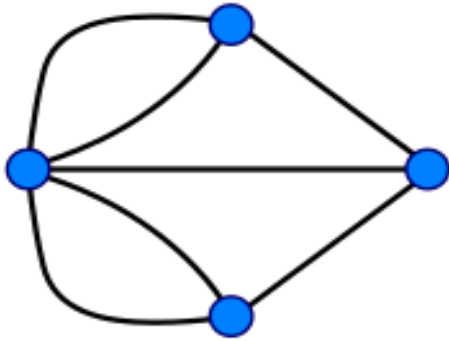


Εικόνα 9: Η πόλη Königsberg: τέσσερα κομμάτια ξηράς που συνδέονται με επτά γέφυρες.

Ο Euler κατάφερε να αποδείξει πως το πρόβλημα αυτό δεν επιδέχεται λύση. Αρχικά, τόνισε πως είναι εντελώς ασήμαντη η πορεία που θα ακολουθήσει ένας επισκέπτης σε οποιοδήποτε κομμάτι ξηράς κι αν βρίσκεται. Συνεπώς, ο μόνος καθοριστικός παράγοντας για το πρόβλημα είναι η σειρά με την οποία θα διασχίσει ένας επισκέπτης τις γέφυρες. Η παραπάνω διαπίστωση τού επέτρεψε να φανταστεί το πρόβλημα με έναν πιο αφηρημένο τρόπο (Εικόνα 10), λαμβάνοντας υπόψη μόνο τα τέσσερα διαθέσιμα κομμάτια ξηράς και τις επτά γέφυρες που τα ενώνουν, τα οποία αποτέλεσαν προδρόμους των κόμβων και των ακμών αντίστοιχα, όπως τα τελευταία ορίζονται από τη σύγχρονη θεωρία των γράφων. Αυτό σημαίνει πως δεν έχει καμία απολύτως σημασία ο τρόπος με τον οποίο αναπαριστώ γραφικά το πρόβλημα, με την προϋπόθεση να συμπεριλάβω όλα τα κομμάτια ξηράς και όλες τις γέφυρες που τα ενώνουν. Αξίζει να σημειωθεί πως ο Euler δεν σχεδίασε καθόλου το πρόβλημα με τη μορφή κόμβων και ακμών όπως θα το κάναμε σήμερα (Εικόνα 11) και για αυτό η εργασία του αποτελεί την απαρχή της θεωρίας των γράφων αλλά όχι και του κλάδου της σχεδίασης γράφων (βλ. Ενότητα 3.2.1.).



Εικόνα 10: Αφηρημένη αναπαράσταση του προβλήματος των επτά γεφυρών του Königsberg από τον L. Euler το 1736.



Εικόνα 11: Αναπαράσταση του προβλήματος των επτά γεφυρών του Königsberg βάσει των κανόνων της σύγχρονης σχεδίασης γράφων.

Έπειτα, ο Euler παρατήρησε πως οι φορές που ένας επισκέπτης εισέρχεται σε έναν μη τερματικό κόμβο ισούνται με τις φορές που εξέρχεται από αυτόν. Οπότε, αφού κάθε γέφυρα διασχίζεται μόνο μια φορά συμπεραίνουμε πως για κάθε κομμάτι ξηράς (εκτός από τα κομμάτια ξηράς που αποτελούν αφετηρία και τερματισμό) το πλήθος των γεφυρών που συνδέονται με αυτό πρέπει να είναι ζυγός αριθμός. Παρόλα αυτά και τα τέσσερα κομμάτια ξηράς του αρχικού προβλήματος συνδέονται με περιττό αριθμό γεφυρών - ένα κομμάτι συνδέεται με πέντε γέφυρες και τα υπόλοιπα τρία με τρεις. Συνεπώς, καθώς ο αριθμός κομματιών ξηράς που έχουν περιττό αριθμό συνδεδεμένων γεφυρών και μπορούν να αποτελέσουν αφετηρία ή/και τέρμα της διαδρομής δεν πρέπει να υπερβαίνει το δύο, καταλήγουμε σε άτοπο.

Ουσιαστικά, ο Euler απέδειξε πως η πιθανότητα να διασχίσω ένα γράφο περνώντας μόνο μια φορά από κάθε ακμή του εξαρτάται από τους βαθμούς των κόμβων του, τον αριθμό δηλαδή των ακμών που είναι συνδεδεμένες σ' αυτούς. Η εργασία του Euler έδειξε πως αναγκαία συνθήκη για μια διαδρομή μορφής όμοιας με αυτή του προβλήματος του Königsberg είναι ο εκάστοτε γράφος να είναι πλήρως συνδεδεμένος³ και να έχει ακριβώς μηδέν ή δύο κόμβους περιττού βαθμού - συνθήκη που αργότερα αποδείχθηκε και ικανή. Πλέον, προς τιμήν του, κάθε τέτοιο μονοπάτι όπου ένας γράφος διασχίζεται πλήρως περνώντας μια μόνο φορά από κάθε ακμή του ονομάζεται μονοπάτι Euler, ενώ εάν το μονοπάτι ξεκινά και καταλήγει στο ίδιο σημείο ονομάζεται κύκλος Euler.

³ Πλήρως συνδεδεμένος γράφος (θεωρία γράφων): ένας γράφος όπου κάθε ζευγάρι κόμβων του ενώνεται με ακριβώς μια ακμή.

1.2.2. 1736 έως σήμερα

Το 1736 είναι η χρονιά όπου έχουμε, όπως είδαμε, τα πρώτα δημοσιεύματα σχετικά με την επιστήμη των γράφων. Προφανώς προβλήματα που άπτονται του κλάδου της θεωρίας των γράφων απασχολούσαν τον άνθρωπο εκατοντάδες χρόνια πριν τα πρώτα αυτά δημοσιεύματα, ωστόσο η συστηματική μελέτη τους και η καταγραφή των σχετικών παρατηρήσεων και αποτελεσμάτων έχει μια ιστορία πολύ πιο σύντομη. Για παράδειγμα, το πρόβλημα της πορείας του ιππότη στο σκάκι, όπου αναζητείται μια πορεία τέτοια ώστε ο ιππότης να περάσει ακριβώς μια φορά από όλα τα 64 τετράγωνα της σκακιάρας και να καταλήξει στην αρχική του θέση, απασχολούσε τους μελετητές για εκατοντάδες χρόνια πριν τις πρώτες συστηματικές μελέτες από τον L. Euler το 1759⁴ και από το Γάλλο μαθηματικό, μουσικό και χημικό Alexandre-Théophile Vandermonde το 1771⁵. Το πρόβλημα του ιππότη στο σκάκι γενικεύτηκε αρκετά αργότερα, όταν το 1856 ο Βρετανός μαθηματικός Thomas Kirkman δημοσίευσε μια εργασία του⁶, όπου μελετούσε όλα εκείνα τα πολύεδρα⁷ για τα οποία μπορεί να βρεθεί μια διαδρομή που να περνά μια ακριβώς φορά από κάθε κορυφή τους. Λίγο αργότερα, ο Ιρλανδός μαθηματικός και αστρονόμος William Rowan Hamilton εφηύρε το μαθηματικό παιχνίδι icosian game⁸, στο οποίο σκοπός είναι να βρεθεί μια διαδρομή σε ένα δωδεκάεδρο που θα ξεκινά από μια κορυφή, θα περνάει μια ακριβώς φορά από κάθε άλλη κορυφή και θα καταλήγει εκεί όπου ξεκίνησε. Η λύση του παιχνιδιού είναι μια κλειστή διαδρομή που περνά από είκοσι ακμές του δωδεκαέδρου, εξ ου και το όνομα του παιχνιδιού (icosian > ελλην. είκοσι) (Εικόνα 12, Εικόνα 13). Σήμερα, προς τιμήν του Hamilton, οποιαδήποτε τέτοιο μονοπάτι σε ένα γράφο περνά μια ακριβώς φορά από κάθε κορυφή ονομάζεται μονοπάτι Hamilton, ενώ εάν το παραπάνω μονοπάτι ξεκινά και καταλήγει στην ίδια κορυφή τότε ονομάζεται κύκλος Hamilton.

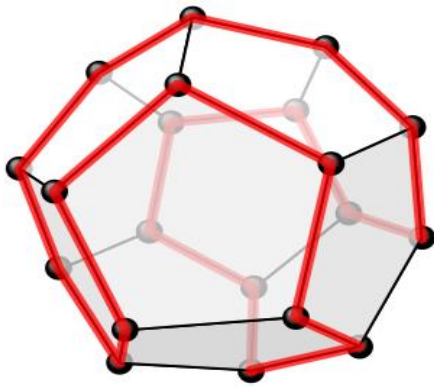
⁴ Euler, L. *Solution d' une question curieuse qui ne paraît soumise à aucune analyse*. Mémoires de l'académie des sciences de Berlin, vol.15, p.310-337 (1759).

⁵ Vandermonde, A.T. *Remarques sur les problèmes de situation*. Mem. Acad. Sci. Paris, p.556-574 (1771)

⁶ Kirkman, T. P. *On the representation of polyhedra*. Phil. Trans. Roy. Soc. London 146, p.413-418 (1856)

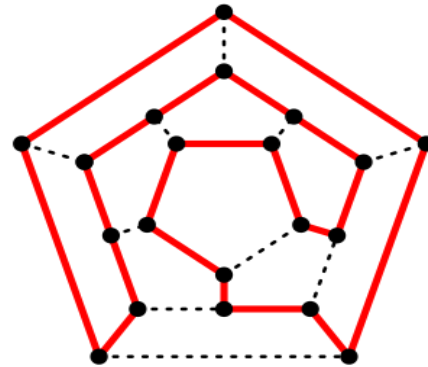
⁷ Πολύεδρο (γεωμετρία): ένα τρισδιάστατο στερεό με επίπεδες επιφάνειες και ορθές έδρες.

⁸ Hamilton, W. R. *Memorandum respecting a new system of roots of unity*. Phil. Mag. (4) 12, p.446. (1856).



Εικόνα 12: Τρισδιάστατη απεικόνιση του κύκλου Hamilton στο δωδεκάεδρο του icosian game.

Εικόνα 13: Δισδιάστατη απεικόνιση του κύκλου Hamilton στο δωδεκάεδρο του icosian game.



Το 1750 ο Euler αναφέρει: “σε κάθε στερεό που περικλείεται από επίπεδες όψεις, το άθροισμα του πλήθους των όψεων και του πλήθους των κορυφών υπερβαίνει κατά δύο το πλήθος των ακμών”⁹. Η πρόταση αυτή ονομάζεται σήμερα “τύπος του πολυέδρου” και χαρακτηρίζει κάθε κυρτό πολυέδρο. Για παράδειγμα, ένας κύβος αποτελείται από έξι όψεις, οκτώ κορυφές και δώδεκα ακμές, οπότε επαληθεύει τη σχέση: πλήθος όψεων (6) + πλήθος κορυφών (8) = πλήθος ακμών (12) + 2. Ο Euler δεν κατάφερε να αποδείξει την πρόταση του αυτή, όμως το 1794 ο Γάλλος μαθηματικός Adrien Marie Legendre κατάφερε την πλήρη απόδειξη του μαθηματικού τύπου¹⁰. Ο τύπος για τα πολυέδρα του Euler αποτελεί την αφετηρία για τη μελέτη της τοπολογίας των γράφων και μελετήθηκε εκτενώς αργότερα από τον Γάλλους Augustin Louis Cauchy και Henri Poincaré και τον Ελβετό Simon Antoine Jean L’ Huillier. Με τον καιρό, άρχισαν να μελετώνται και άλλα ζητήματα τοπολογίας γράφων. Χαρακτηριστικό παράδειγμα εκτεταμένης τοπολογικής μελέτης αποτελούν οι επίπεδοι γράφοι, οι γράφοι δηλαδή που μπορούν να σχεδιαστούν στο επίπεδο με τέτοιο τρόπο ώστε να μην υπάρχει καμία διασταύρωση μεταξύ των ακμών τους, με σημαντική τη συνεισφορά του Πολωνού μαθηματικού Kazimierz Kuratowski περί το 1930¹¹. Στα χρόνια που ακολούθησαν

⁹ Euler, L. *Elementa doctrinae solidorum*. Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae, vol.4, p.109–140 (1750)

¹⁰ Legendre, A. M. *Elements de Geometrie (1st ed.)*. Firmin Didot, Paris (1794)

¹¹ Kuratowski, K. *Sur le problème des courbes gauches en topologie*. Fund. Math. 15, p.271-283 (1930)

η μελέτη του Kuratowski για τους επίπεδους γράφους επεκτάθηκε και για γράφους που σχεδιάζονται πάνω σε άλλες μη επίπεδες επιφάνειες.

Η πρώτη έμμεση μελέτη των δέντρων¹² αποδίδεται στον Γερμανό φυσικό Gustav Kirchhoff περί το 1847¹³, ο οποίος αξιοποίησε τις ιδέες της θεωρίας των γράφων για να μελετήσει τα ρεύματα στα ηλεκτρικά κυκλώματα. Στη συνέχεια, τα δέντρα μελετήθηκαν εκτενώς από τους Βρετανούς μαθηματικούς Arthur Cayley και James Joseph Sylvester καθώς και από τον Ούγγρο George Pólya. Μάλιστα, ο Arthur Cayley ήταν ο πρώτος που χρησιμοποίησε τον όρο “δέντρο” το 1857¹⁴, ενώ ο J. Sylvester ήταν ο πρώτος που χρησιμοποίησε τον όρο “γράφος” σε μια εργασία του που δημοσιεύτηκε στο περιοδικό Nature το 1878¹⁵. Ήδη από τον 19ο αιώνα η θεωρία των γράφων και ιδιαίτερα των δέντρων άρχισε να χρησιμοποιείται για τη αναπαράσταση της δομής των μορίων των χημικών ενώσεων. Ο Σκωτσέζος χημικός Alexander Crum Brown ήταν ο πρώτος που εφάρμοσε την προϋπάρχουσα γνώση για τους γράφους, ώστε να απεικονίσει το μόριο της αιθανόλης και να οπτικοποιήσει τη διαφοροποίηση μεταξύ των ισομερών¹⁶ των χημικών ενώσεων (βλ. Ενότητα 3.2.3).

Το 1852 ο Νοτιοαφρικανός μαθηματικός και βοτανολόγος Francis Guthrie κι ενόσω ήταν ακόμα νεαρός φοιτητής έθεσε για πρώτη φορά το πρόβλημα των τεσσάρων χρωμάτων¹⁷, όπου αναζητείται το ελάχιστο πλήθος διαφορετικών χρωμάτων που απαιτούνται για το χρωματισμό των περιοχών ενός χάρτη, έτσι ώστε κανένα ζευγάρι γειτονικών περιοχών να έχει το ίδιο χρώμα. Το πρόβλημα λύθηκε οριστικά το 1977, όταν οι Kenneth Appel και Wolfgang Haken απέδειξαν με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή πως τέσσερα μόνο χρώματα είναι αρκετά

¹² Δέντρο (θεωρία των γράφων): ένας μη κατευθυνόμενος γράφος όπου οποιοσδήποτε δύο κορυφές συνδέονται με ακριβώς ένα μοναδικό μονοπάτι.

¹³ Kirchhoff, G. *Annalen der Physik und Chemie*. Poggendorff Annalen (1847)

¹⁴ Cayley, A. *On the Theory of the Analytical Forms Called Trees*. Philosophical Magazine, 4, 13, p.172–176 (1857)

¹⁵ Sylvester, J. J. *Chemistry and Algebra*. Nature. 17 (432), p.284 (1878)

¹⁶ Ισομερισμός (χημεία): το φαινόμενο κατά το οποίο δύο χημικές ενώσεις έχουν τον ίδιο μοριακό αριθμό, αλλά παρουσιάζουν διαφορετικές φυσικές και χημικές ιδιότητες.

¹⁷ McKay, B. *A note on the history of the four-color conjecture*. Journal of Graph Theory vol.72, issue 3, p.361–363 (2013)

για να ικανοποιηθεί η παραπάνω συνθήκη¹⁸. Με αφετηρία το πρόβλημα του χρωματισμού των γειτονικών περιοχών ενός χάρτη προέκυψαν με τον καιρό και άλλα ερωτήματα σχετικά με το χρωματισμό των κόμβων ή των ακμών ενός γράφου. Το 1941, ο Άγγλος μαθηματικός Rowland Leonard Brooks απέδειξε πως κάθε γράφος με κόμβους μέγιστου βαθμού k (βλ. Ενότητα 1.4.1.) χρειάζεται το πολύ $k+1$ διαφορετικά χρώματα, έτσι ώστε κανένα ζεύγος γειτονικών κόμβων να μην έχει το ίδιο χρώμα¹⁹. Το 1964, ο Ουκρανός μαθηματικός Vadim Georgievich Vizing απέδειξε πως η ίδια σχέση μεταξύ μέγιστου βαθμού k και πλήθους απαιτούμενων διαφορετικών χρωμάτων ισχύει και για το χρωματισμό των ακμών ενός γράφου²⁰.

Ήδη από τον 19ο αιώνα πολλοί μαθηματικοί άρχισαν να προσπαθούν να δημιουργήσουν αλγορίθμους²¹ που θα έλυναν συνήθη προβλήματα γράφων. Το 1831 εμφανίστηκε για πρώτη φορά το πρόβλημα του περιπλανώμενου πωλητή, στο οποίο ένας πωλητής προσπαθεί να περάσει ακριβώς μια φορά από κάθε περιοχή διανύοντας τη μικρότερη απόσταση ή σπαταλώντας το λιγότερο δυνατό χρόνο. Από τη δεκαετία του 1930 και έπειτα, αναπτύχθηκαν αρκετοί αλγόριθμοι υπολογισμού της βέλτιστης λύσης του παραπάνω προβλήματος. Το 1960, το πρόβλημα του κινέζου ταχυδρόμου που αναζητά το συντομότερο μονοπάτι για να διασχίσει κάθε ακμή ενός γράφου παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από τον κινέζο μαθηματικό Meigu Guan²². Το 1959, ο ειδικός στην επιστήμη των υπολογιστών Edsger Dijkstra δημοσίευσε τον αλγόριθμο που εφηύρε για την εύρεση του ελάχιστου μονοπατιού μεταξύ δύο κόμβων ενός γράφου, του μονοπατιού δηλαδή που ενώνει δύο συγκεκριμένους κόμβους για το οποίο το συνολικό βάρος των ακμών ελαχιστοποιείται²³. Αλγόριθμοι για την επίλυση παρόμοιων προβλημάτων εφευρίσκονται συνεχώς μέχρι και σήμερα διευκολύνοντας τη μελέτη των γράφων. Μάλιστα, η ανακάλυψη των ηλεκτρονικών υπολογιστών και η εξέλιξη της

¹⁸ Appel, K., Haken, W. *Every planar map is 4-colorable: Part 1. Discharging*. Illinois J. Math. 21 (3), p.429–490 (1977)

¹⁹ Brooks, R. L. *On colouring the nodes of a network*. Proc. Cambridge Philos. Soc. 37, p.194–197 (1941)

²⁰ Vizing, V. G. *On an estimate of the chromatic class of a p -graph*. Diskret. Analiz 3, p.25–30 (1964)

²¹ Αλγόριθμος: μια πεπερασμένη σειρά ενεργειών, αυστηρά καθορισμένων και εκτελέσιμων σε πεπερασμένο χρόνο που στοχεύουν στην επίλυση ενός προβλήματος.

²² Guan, M. *Graphic programming using odd or even points*. Acta Math. Sinica 10, p.263–266 (1960)

²³ Dijkstra, E. W. *A note on two problems in connection with graphs*. Numer. Math. 1, p.269–271 (1959)

επιστήμης των υπολογιστών συνετέλεσε σε μεγάλο βαθμό στην δημιουργία όλο και ταχύτερων αλγορίθμων και τη βελτιστοποίηση των αποτελεσμάτων αυτών.

Συνοψίζοντας, θεωρώντας ως σημείο μηδέν το έτος 1736, η θεωρία των γράφων εξελίσσεται σταθερά εδώ και τρεις περίπου αιώνες χάρη στο έργο σπουδαίων επιστημόνων. Έχοντας υπόψη πως οι γράφοι είναι αφηρημένες μαθηματικές δομές που αναδεικνύουν τις διμερείς σχέσεις μεταξύ αντικειμένων, μπορούμε πλέον να φανταστούμε σε πόσες στιγμές της ανθρώπινης ιστορίας θα μπορούσαν να έχουν βρει εφαρμογή διευκολύνοντας σημαντικά το ανθρώπινο έργο. Ωστόσο, η ιστορία της θεωρίας των γράφων είναι σχετικά σύντομη και ίσως να ήταν ακόμα συντομότερη εάν ορισμένοι σπουδαίοι επιστήμονες δεν αφοσιώνονταν στην επίλυση διάσημων άλυτων μαθηματικών προβλημάτων. Τα προβλήματα των γεφυρών του Königsberg, της πορείας του ιππότη στο σκάκι, του δωδεκαέδρου του Hamilton, των τεσσάρων χρωμάτων του χάρτη, του περιπλανώμενου πωλητή ή του κινέζου ταχυδρόμου αποτέλεσαν έναυσμα για την ανάπτυξη του επιστημονικού κλάδου των γράφων και ενέτειναν το επιστημονικό ενδιαφέρον για αυτόν. Με αυτόν τον τρόπο και με το πέρασμα των χρόνων η θεωρία των γράφων αναπτύχθηκε σε έναν ανεξάρτητο κλάδο των μαθηματικών με δικές του αρχές, θεωρήματα, εφαρμογές και ερωτήματα προς διερεύνηση.

1.3. Δυσκολίες στη μελέτη των δικτύων

Αν και από το 1736 που δημοσιεύτηκε η εργασία του Euler για τις επτά γέφυρες του Königsberg -δημιουργώντας τη βάση για την εξέλιξη της θεωρίας των γράφων- μέχρι και σήμερα, όπου η θεωρία των γράφων και των δικτύων αποτελεί έναν κλάδο με τεράστιο επιστημονικό, οικονομικό και κοινωνικό ενδιαφέρον, έχουν πραγματοποιηθεί πολλά σημαντικά βήματα, ωστόσο, η μελέτη των δικτύων παραμένει εξαιρετικά πολύπλοκη λόγω των παρακάτω δυσκολιών:

- μη διαχειρίσιμο μέγεθος και πολυπλοκότητα: υπάρχουν δίκτυα αποτελούμενα από εκατομμύρια ή και δισεκατομμύρια κόμβους και ακμές, η αναπαράσταση των οποίων οδηγεί συχνά σε ένα υπερβολικά μπλεγμένο “κουβάρι” σημείων και γραμμών

- δυναμική πολυπλοκότητα: οι κόμβοι ή/και οι ακμές ενός δικτύου μπορεί να αποτελούν δυναμικά ως προς το χρόνο συστήματα που μεταβάλλονται συνεχώς, καθιστώντας αδύνατη τη χρονικά στατική αναπαράσταση του δικτύου
- ποικιλία κόμβων ή/και συνδέσεων: οι κόμβοι ενός δικτύου μπορεί να είναι διαφορετικής μορφής (π.χ. κόμβοι αναχώρησης-κόμβοι άφιξης), ενώ οι συνδέσεις μεταξύ αυτών μπορεί να παρουσιάζουν μεγάλη ποικιλία ως προς τη βαρύτητα, την κατεύθυνση ή την πραγματική σημασία τους
- meta-complication: οι τρεις προηγούμενοι παράγοντες μπορεί να αλληλοεπηρεάζονται. Για παράδειγμα, όταν συγκεκριμένα ζευγάρια νευρώνων ενεργοποιούνται ταυτόχρονα και επαναλαμβανόμενα, η σύνδεση μεταξύ τους ενισχύεται, οπότε η δυναμική μεταβολή των κόμβων επιδρά στη βαρύτητα της σύνδεσης μεταξύ τους

Είναι προφανές πως δίκτυα δημιουργούνται, μεταβάλλονται ή καταστρέφονται συνεχώς και κάθε ένα από αυτά έχει τις δικές του ιδιαιτερότητες, οι οποίες πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όταν επιχειρούμε να τα αναπαραστήσουμε, να τα μελετήσουμε ή να κάνουμε προβλέψεις σχετικά με αυτά. Ακόμα και αν ορισμένες τέτοιες ιδιαιτερότητες εξακολουθούν να αποτελούν εμπόδιο στην εργασία μας ή αν ορισμένες νέες δυσκολίες ανακύπτουν είναι σημαντικό να μη ξεχνάμε πόσο έχει βελτιωθεί η ζωή μας χάρη στην επιστήμη των δικτύων και να συνεχίσουμε να εργαζόμαστε με πίστη για να κατανοήσουμε σε βάθος το διασυνδεδεμένο κόσμο μας.

1.4. Βασικά δικτυακά μεγέθη

Η εκτενής μελέτη των γράφων κατά τη διάρκεια των τριών τελευταίων αιώνων, είχε ως αποτέλεσμα τη επινόηση ορισμένων μαθηματικών μεγεθών προκειμένου να διευκολυνθεί η ποσοτική αλλά και ποιοτική ανάλυση ενός δικτύου. Παρακάτω παρουσιάζονται τα κυριότερα δικτυακά μεγέθη που χρησιμοποιούνται σήμερα για την περιγραφή των χαρακτηριστικών των δικτύων.

1.4.1. Βαθμός (Degree)

Ως βαθμό ενός κόμβου σε ένα δίκτυο ορίζουμε τον αριθμό των ακμών/συνδέσεων (edges/links) που έχει με άλλους κόμβους. Στην περίπτωση που ο γράφος είναι κατευθυνόμενος, τότε κάθε κόμβος έχει δύο βαθμούς, το βαθμό εισόδου (in-degree) και το βαθμό εξόδου (out-degree) και ο συνολικός βαθμός του ισούται με το άθροισμα των προηγούμενων δύο.

Ο βαθμός ενός κόμβου μας δείχνει πόσο “σημαντικός” είναι ένας κόμβος για το δίκτυο μας, υπό την έννοια πως ένας κόμβος με πολλές συνδέσεις μπορεί να επηρεάσει αισθητά τη συμπεριφορά του δικτύου. Για παράδειγμα, σε ένα δίκτυο υπολογιστών εάν ένας τέτοιος κόμβος δεχθεί κακόβουλη επίθεση θα επηρεαστεί άμεσα η συνδεσιμότητα μεγάλου μέρους του δικτύου, ενώ σε ένα επιδημιολογικό δίκτυο η μόλυνση ενός τέτοιου κόμβου συνεπάγεται σημαντική αύξηση των πιθανοτήτων ταχύτερης εξάπλωσης της νόσου.

1.4.2. Μέσος βαθμός (Mean degree)

Ο μέσος βαθμός ενός δικτύου ορίζεται ως ο μέσος όρος των ακμών ανά κόμβο και υπολογίζεται πολύ εύκολα από τον τύπο:

$$\text{μέσος βαθμός δικτύου} = \frac{\text{πλήθος ακμών δικτύου}}{\text{πλήθος κόμβων δικτύου}}$$

Ο μέσος βαθμός είναι ίσως ο πιο απλός δείκτης της συμπεριφοράς ενός δικτύου και μας πληροφορεί για το πλήθος των συνδέσεων που έχουν κατά μέσο όρο τα μέλη του, αποτελώντας ένα γενικό μέτρο της πυκνότητας του.

1.4.3. Μέσος τετραγωνικός βαθμός (Mean squared degree)

Ο μέσος τετραγωνικός βαθμός ενός δικτύου ορίζεται ως ο μέσος όρος των τετραγώνων των βαθμών όλων των κόμβων του δικτύου. Σε πολλές περιπτώσεις ο

μέσος τετραγωνικός βαθμός μπορεί να είναι περισσότερο αντιπροσωπευτικός της συμπεριφοράς ενός δικτύου σε σχέση με το μέσο βαθμό. Για παράδειγμα, έστω πως μελετούμε την ταχύτητα μετάδοσης μιας ασθένειας σε ένα δίκτυο ανθρώπων και έστω πως ένα μέλος έχει εκατό επαφές. Αυτό σημαίνει πως σε περίπτωση που ο συγκεκριμένος άνθρωπος προσβληθεί από την ασθένεια, θα είναι εκατό φορές πιο πιθανό να μεταδώσει την ασθένεια σε σχέση με ένα μέλος που έχει μια μόλις επαφή. Ωστόσο, για το μέλος με τις εκατό επαφές είναι ταυτόχρονα εκατό φορές πιο πιθανό να προσβληθεί από την ασθένεια μέσω κάποιας από τις εκατό επαφές του σε σχέση με ένα άτομο με μια επαφή. Συνεπώς, το μέλος με τις εκατό επαφές έχει $100^2=10.000$ φορές περισσότερες πιθανότητες να μεταδώσει την ασθένεια σε σχέση με ένα άτομο με μια μόνο επαφή. Προφανώς, η παραπάνω λογική δε βρίσκει εφαρμογή σε όλες τις περιπτώσεις δικτύων, αλλά υποδεικνύει σαφώς τη χρησιμότητα υπολογισμού του μέσου τετραγωνικού βαθμού σε ορισμένες δικτυακές δομές.

1.4.4. Κατανομή βαθμού (Degree distribution)

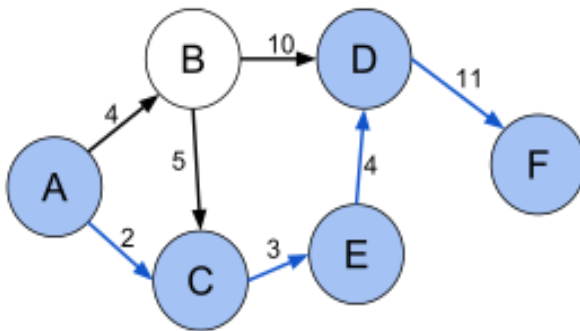
Η κατανομή του βαθμού k σε ένα δίκτυο συμβολίζεται με $P(k)$ και ορίζεται ως το κλάσμα των κόμβων του συνολικού δικτύου που έχουν βαθμό k . Συνεπώς, αν σε ένα δίκτυο υπάρχουν n κόμβοι και n_k από αυτούς έχουν βαθμό k , τότε η κατανομή $P(k)$ ισούται με $P(k) = \frac{n_k}{n}$. Διαφορετικά, η κατανομή βαθμού $P(k)$ δείχνει την πιθανότητα ένας τυχαία επιλεγμένος κόμβος του δικτύου να έχει βαθμό k .

Η κατανομή του βαθμού σε ένα δίκτυο μας δείχνει πως το δίκτυο διαμοιράζει τους πόρους του μεταξύ των κόμβων του. Υπάρχει άμεση συσχέτιση μεταξύ συγκεκριμένων κατανομών βαθμού και ορισμένων δικτυακών δομών.

1.4.5. Συντομότερο μονοπάτι (Shortest path)

Σε έναν μη ζυγισμένο γράφο, όπου όλες οι ακμές έχουν την ίδια βαρύτητα, το συντομότερο μονοπάτι μεταξύ δύο κόμβων είναι εκείνο που απαιτεί το μικρότερο

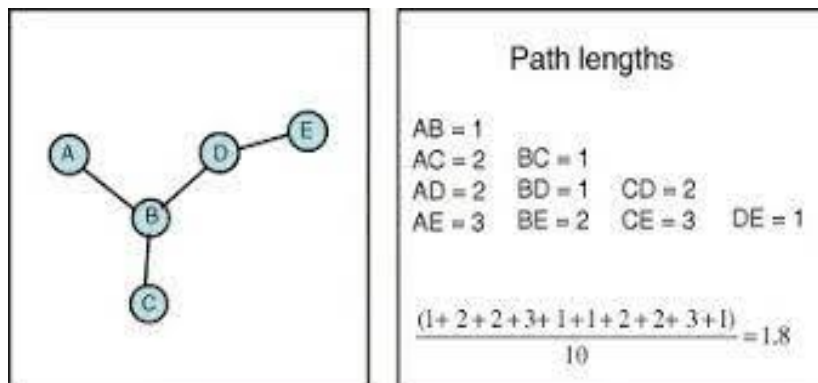
αριθμό βημάτων/μεταβάσεων, δηλαδή εκείνο με το μικρότερο μήκος. Σε ένα ζυγισμένο γράφο, όπου δεν έχουν όλες οι ακμές την ίδια βαρύτητα, το συντομότερο μονοπάτι είναι εκείνο για το οποίο ελαχιστοποιείται το άθροισμα των συντελεστών βαρύτητας των ακμών που το αποτελούν. Για παράδειγμα στην Εικόνα 14 το συντομότερο μονοπάτι μεταξύ των κόμβων A και F είναι το A-C-E-D-F, καθώς το άθροισμα των συντελεστών βαρύτητας των ακμών που το αποτελούν είναι 20 που είναι μικρότερο του αντίστοιχου αθροίσματος (25) για το μονοπάτι A-B-D-F.



Εικόνα 14: Υπολογισμός συντομότερου μονοπατιού σε γράφο με ακμές διαφορετικής βαρύτητας.

1.4.6. Μέσο μήκος μονοπατιού (Average path length)

Ως μέσο μήκος μονοπατιού ενός δικτύου ορίζουμε το μέσο αριθμό βημάτων που απαιτούνται για να μεταβούμε από έναν οποιοδήποτε κόμβο του δικτύου σε έναν άλλο. Το μέσο μήκος μονοπατιού ισούται με το μέσο όρο των μηκών των συντομότερων μονοπατιών (shortest paths) που προκύπτουν για όλα τα πιθανά ζευγάρια κόμβων του δικτύου (Εικόνα 15).



Εικόνα 15: Υπολογισμός μέσου μήκους μονοπατιού σε γράφο με ακμές ίδιας βαρύτητας.

1.4.7. Πυκνότητα (Density)

Η πυκνότητα ενός δικτύου ορίζεται ως ο κανονικοποιημένος μεταξύ 0 και 1 λόγος του πλήθους των υπαρκτών ακμών του δικτύου προς το πλήθος των πιθανών ακμών που το συγκεκριμένο δίκτυο θα μπορούσε να έχει. Πρακτικά, η πυκνότητα ενός δικτύου μας δίνει το ποσοστό των πιθανών ακμών που υπάρχουν όντως στο δίκτυο και προφανώς μας δίνει πληροφορίες για το πόσο αραιό ή πυκνό είναι το δίκτυο που μελετάμε.

1.4.8. Εκκεντρικότητα (Eccentricity)

Η εκκεντρικότητα ενός κόμβου σε ένα δίκτυο είναι η μέγιστη απόσταση μεταξύ του συγκεκριμένου κόμβου και οποιουδήποτε άλλου κόμβου του δικτύου. Θεωρείται πως σε ένα κοινωνικό -και όχι μόνο- δίκτυο ένας κόμβος με μικρή εκκεντρικότητα είναι σημαντικός για το δίκτυο καθώς απέχει μικρές αποστάσεις από όλους τους υπόλοιπους κόμβους και συνεπώς μπορεί να επηρεάσει άμεσα ολόκληρο το δίκτυο.

1.4.9. Διάμετρος (Diameter)

Η διάμετρος ενός δικτύου ορίζεται ως το μακρύτερο από όλα τα συντομότερα μονοπάτια του δικτύου. Πρακτικά, είναι η συντομότερη απόσταση μεταξύ των δύο πιο απομακρυσμένων κόμβων του δικτύου. Διαφορετικά η διάμετρος είναι η μεγαλύτερη εκκεντρικότητα του δικτύου. Η διάμετρος μας δίνει μια εικόνα του γραμμικού μεγέθους του δικτύου που μελετάμε.

1.4.10. Κεντρικότητα (Centrality)

Ο όρος κεντρικότητα είναι αρκετά ευρύς και περιλαμβάνει ένα σύνολο μεγεθών που χρησιμοποιούνται για να καθορίσουν πόσο “σημαντικός” είναι ένας κόμβος του

δικτύου. Συνήθως -χωρίς ωστόσο να είναι απόλυτο-, η σημαντικότητα ενός κόμβου καθορίζεται σε μεγάλο βαθμό από τα ελάχιστα μονοπάτια των οποίων αποτελεί κόμβο. Ανάλογα με τον τρόπο θεώρησης αυτών των ελαχίστων μονοπατιών διακρίνουμε τους διάφορους τύπους κεντρικότητας. Αξίζει να σημειωθεί πως δύο μέτρα κεντρικότητας μπορεί να διαφέρουν πολύ μεταξύ τους, καθώς κάθε ένα από αυτά υπολογίζεται για ένα συγκεκριμένο σκοπό. Παρακάτω θα αναφερθούμε μόνο στην κεντρικότητα μεσολάβησης και την κεντρικότητα εγγύτητας.

1.4.10.1. Κεντρικότητα μεσολάβησης (Betweenness centrality)

Η κεντρικότητα μεσολάβησης ενός κόμβου είναι ένα μέτρο κεντρικότητας σε ένα δίκτυο που ορίζεται ως το πλήθος των συντομότερων μονοπατιών ολόκληρου του γράφου που περνούν διαμέσου του συγκεκριμένου κόμβου. Προφανώς, ένας κόμβος με μεγάλη κεντρικότητα μεσολάβησης αποτελεί κομβικό σημείο ενός γράφου και καθορίζει σε σημαντικό βαθμό τη συνδεσιμότητα του.

1.4.10.2. Κεντρικότητα εγγύτητας (Closeness centrality)

Η κεντρικότητα εγγύτητας ενός κόμβου σε ένα δίκτυο είναι ακόμα ένα μέτρο κεντρικότητας που ορίζεται ως το αντίστροφο του αθροίσματος όλων των συντομότερων μονοπατιών από τον συγκεκριμένο κόμβο προς όλους τους υπόλοιπους κόμβους του δικτύου. Στην κανονικοποιημένη του μορφή, αντί του αθροίσματος των συντομότερων μονοπατιών χρησιμοποιούμε το μέσο όρο των συντομότερων αυτών μονοπατιών. Προφανώς, ένας κόμβος με μεγάλη κεντρικότητα εγγύτητας κατέχει μια κεντρική θέση στο δίκτυο και βρίσκεται κοντά στους περισσότερους κόμβους του γράφου.

1.4.11. Συντελεστής ομαδοποίησης (Clustering coefficient)

Στη θεωρία δικτύων ο συντελεστής ομαδοποίησης C είναι ένας δείκτης του κατά πόσο οι κόμβοι ενός δικτύου τείνουν να σχηματίζουν υποομάδες με μεγάλη πυκνότητα συνδέσεων μεταξύ τους (κλίκες). Η ιδιότητα αυτή παρατηρείται συχνά στα πραγματικά δίκτυα και ιδιαίτερα στα κοινωνικά δίκτυα, όπου κλίκες δημιουργούνται συνεχώς μεταξύ ατόμων που γνωρίζονται μεταξύ τους. Υπάρχουν δύο είδη συντελεστών ομαδοποίησης: ο καθολικός που υποδεικνύει την τάση ομαδοποίησης σε ολόκληρο το δίκτυο και ο τοπικός που δείχνει το ποσοστό ενσωμάτωσης κάθε μεμονωμένου κόμβου, το πόσο κοντά είναι δηλαδή οι γείτονες του κόμβου αυτού να σχηματίσουν μια κλίκα.

Ο καθολικός συντελεστής ομαδοποίησης βασίζεται στις τριπλέτες κόμβων. Μια τριπλέτα αποτελείται από τρεις κόμβους που συνδέονται μεταξύ τους με δύο (ανοιχτή τριπλέτα) ή τρεις ακμές (κλειστή τριπλέτα). Ο καθολικός συντελεστής ομαδοποίησης ισούται με το κλάσμα των κλειστών τριπλετών επί του συνολικού αριθμού τριπλετών (ανοιχτών και κλειστών) του δικτύου.

$$\text{συντελεστής ομαδοποίησης } C = \frac{\text{πλήθος κλειστών τριπλετών}}{\text{πλήθος κλειστών και ανοικτών τριπλετών}}$$

Πέρα από τον καθολικό συντελεστή ομαδοποίησης, το 1998 οι Duncan J. Watts και Steven Strogatz δημιούργησαν και το μέσο συντελεστή ομαδοποίησης, ο οποίος αποτελεί ένα ακόμα μέτρο της τάσης του συνολικού δικτύου να σχηματίσει κλίκες και υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των τοπικών συντελεστών ομαδοποίησης όλων των κόμβων του δικτύου. Πρακτικά, ο μέσος συντελεστής ομαδοποίησης δείχνει τη πιθανότητα δύο κόμβοι που είναι συνδεδεμένοι με έναν τυχαία επιλεγμένο κόμβο του δικτύου να είναι και μεταξύ τους συνδεδεμένοι.

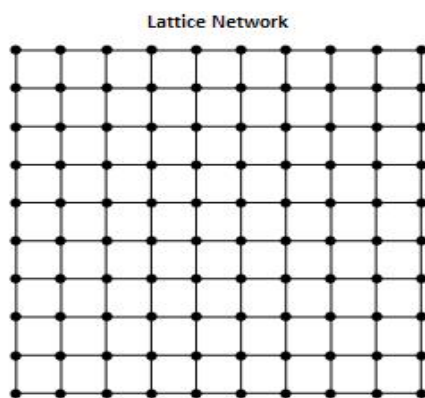
1.5. Κατηγοριοποίηση δικτύων

1.5.1. Τακτικά δίκτυα (Regular networks)

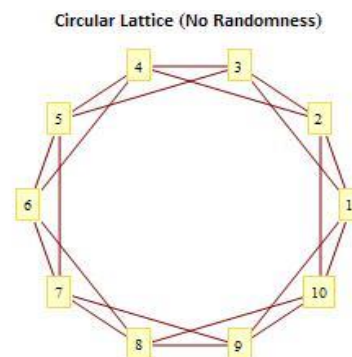
Στη θεωρία των γράφων, οι τακτικοί γράφοι ορίζονται ως οι γράφοι εκείνοι όπου κάθε κόμβος έχει τον ίδιο αριθμό συνδέσεων, ή αλλιώς όλοι οι κόμβοι έχουν τον

ίδιο βαθμό. Αν ο γράφος είναι κατευθυνόμενος, απαραίτητη προϋπόθεση για να είναι τακτικός είναι ο βαθμός εισόδου να ισούται με το βαθμό εξόδου σε κάθε κόμβο. Ένας τακτικός γράφος όπου κάθε κόμβος συνδέεται με k γείτονες ονομάζεται τακτικός γράφος k -βαθμού.

Δύο χαρακτηριστικά παραδείγματα τακτικών γράφων που έχουν μελετηθεί αρκετά από τους ειδικούς των δικτύων είναι το τετραγωνικό πλέγμα (square lattice) και το δαχτυλίδι (ring), ή αλλιώς κυκλικό πλέγμα (circular lattice). Ένα τετραγωνικό πλέγμα είναι ένας τακτικός γράφος, όπου κάθε κόμβος συνδέεται με όλους τους γειτονικούς του κόμβους (Εικόνα 16). Αν “λυγίσουμε” το τετραγωνικό πλέγμα και ενώσουμε τις άκρες του, ο γράφος μετατρέπεται σε ένα κυκλικό πλέγμα (Εικόνα 17), όπου είναι περισσότερο εμφανές πως επιδρά το μήκος του ελάχιστου μονοπατιού και το ποσοστό ομαδοποίησης στην συνδεσιμότητα ενός γράφου. Για παράδειγμα, στην Εικόνα 17 οι κόμβοι 1, 2, 3, 9 και 10 ανήκουν στην ίδια ομάδα, γιατί όλοι συνδέονται με τον κόμβο 1 και συνεπώς υπάρχει υψηλή συνδεσιμότητα μεταξύ αυτών. Οι κόμβοι 1 και 6 αντιθέτως, που βρίσκονται σε απέναντι πλευρές του πλέγματος ανήκουν σε ομάδες που δε διατέμνονται και επομένως ενώνονται με μονοπάτι μεγάλου μήκους (χαμηλή συνδεσιμότητα). Τέλος, κόμβοι που έχουν μέγιστη απόσταση μεταξύ τους τρεις ακμές, όπως οι κόμβοι 1 και 4, ανήκουν μεν σε διαφορετικές ομάδες, αλλά οι ομάδες αυτές διατέμνονται, γεγονός που εξασφαλίζει μια σχετικά καλή συνδεσιμότητα μεταξύ των κόμβων αυτών. Με ανάλογες τροποποιήσεις, ένας τακτικός γράφος k -βαθμού μπορεί να παρουσιαστεί με ποικίλες τοπολογίες όπως αστέρι, δέντρο κ.α.



Εικόνα 16: Τετραγωνικό πλέγμα 4ου βαθμού.



Εικόνα 17: Κυκλικό πλέγμα 4ου βαθμού.

Τα τακτικά δίκτυα είναι δίκτυα απόλυτης τάξης και συμμετρίας και ως τέτοια αδυνατούν να περιγράψουν ικανοποιητικά τα περισσότερα δίκτυα της καθημερινής ζωής, όπου ο τυχαίος παράγοντας είναι πάντοτε παρών. Πρακτικά, πλέγματα όπως εκείνα που είδαμε παραπάνω μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως μοντέλα για τη μελέτη ορισμένων δικτύων χαμηλής συνδεσιμότητας, όπου μακριά μονοπάτια ενώνουν τους κόμβους τους. Για παράδειγμα, μια χρονοβόρα αλυσίδα διαδοχικών χημικών αντιδράσεων θα μπορούσε να αναπαρασταθεί από το κυκλικό πλέγμα της Εικόνα 17, ξεκινώντας με ένα χημικό στοιχείο στον κόμβο 5 και μεταβαίνοντας σταδιακά μέσω αντιδράσεων σε μια χημική ένωση στον κόμβο 10. Ακόμα, πλέγματα όπως εκείνο της Εικόνα 16 μπορούν να προσομοιάσουν σμήνη, κοπάδια και αγέλες, όπου η συμπεριφορά κάθε κόμβου εξαρτάται στενά από τη συμπεριφορά όλων των κοντινότερων γειτόνων του.

1.5.2. Τυχαία δίκτυα (Random networks)

Ως τυχαία δίκτυα ορίζουμε όλα τα δίκτυα εκείνα που περιγράφονται πλήρως από μια κατανομή πιθανότητας²⁴ ή από μια τυχαία/στοχαστική διαδικασία²⁵ που τα δημιουργεί. Με απλά λόγια, ένα τυχαίο δίκτυο αποτελείται από ένα πλήθος -έστω N - κόμβων, όπου η πιθανότητα σύνδεσης μεταξύ δύο τυχαίων κόμβων ισούται με μια δοσμένη τιμή p . Ακόμα πιο απλά, σε ένα τυχαίο δίκτυο οι συνδέσεις μεταξύ των -έστω N - κόμβων του δικτύου είναι τυχαίες. Στα σχετικά μεγάλα τυχαία δίκτυα η κατανομή βαθμού είναι Poisson²⁶ και οι βαθμοί όλων των κόμβων δεν αποκλίνουν αρκετά από το μέσο βαθμό του συνολικού δικτύου. Η θεωρία των τυχαίων δικτύων βασίζεται στην συσχέτιση της θεωρίας των γράφων με τη θεωρία των πιθανοτήτων. Από μαθηματικής σκοπιάς, τα τυχαία δίκτυα χρησιμοποιούνται κυρίως ως μοντέλα για να απαντηθούν ερωτήματα σχετικά με τα συνήθη πραγματικά δίκτυα.

²⁴ Κατανομή πιθανότητας (θεωρία πιθανοτήτων): μια συνάρτηση που δίνει την πιθανότητα πραγματοποίησης κάθε ενός πιθανού αποτελέσματος σε ένα πείραμα τύχης.

²⁵ Στοχαστική/τυχαία διαδικασία (θεωρία πιθανοτήτων): μια συλλογή τυχαίων μεταβλητών, που αντιπροσωπεύουν την εξέλιξη κάποιου συστήματος με τυχαίες τιμές κατά τη πάροδο του χρόνου.

²⁶ Κατανομή Poisson (θεωρία πιθανοτήτων): διακριτή κατανομή πιθανότητας που εκφράζει την πιθανότητα ένα συγκεκριμένο πλήθος γεγονότων να συμβούν σε ένα δεδομένο χρόνο ή χώρο, εάν τα συγκεκριμένα γεγονότα συμβαίνουν με ένα σταθερό μέσο ρυθμό λ και ανεξάρτητα από το χρόνο που έχει μεσολαβήσει από το τελευταίο γεγονός.

Όταν μιλάμε για τυχαία δίκτυα, σχεδόν πάντοτε αναφερόμαστε στο μοντέλο των Ούγγρων μαθηματικών Paul Erdős –Alfréd Rényi²⁷ ή στο μοντέλο του Αμερικανού Edgar Gilbert²⁸ για τους τυχαίους γράφους. Ουσιαστικά, πρόκειται για δυο παρόμοια μοντέλα παραγωγής τυχαίων γράφων που αναπτύχθηκαν ταυτόχρονα, αλλά ανεξάρτητα το ένα από το άλλο. Στο μοντέλο των Erdős–Rényi όλοι οι πιθανοί γράφοι με συγκεκριμένο αριθμό κόμβων είναι ισοπίθανοι, ενώ στο μοντέλο του Gilbert κάθε πιθανή ακμή ενός δικτύου έχει συγκεκριμένη πιθανότητα ύπαρξης ή μη, που είναι όμως ανεξάρτητη από την ύπαρξη ή όχι άλλων ακμών. Πρακτικά, ένας τυχαίος γράφος μπορεί να δημιουργηθεί αν ξεκινήσουμε με ένα σύνολο n απομονωμένων κόμβων και προσθέσουμε διαδοχικά ακμές μεταξύ αυτών με τυχαίο τρόπο.

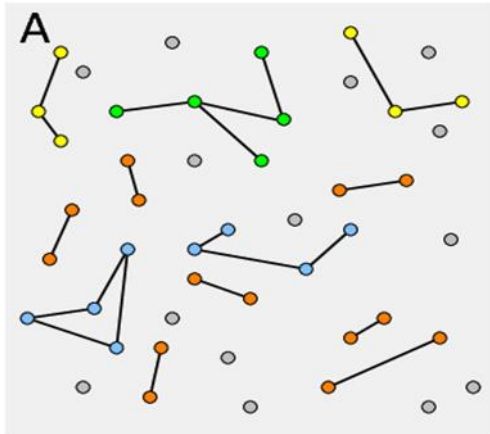
Οι Erdős και Rényi μελέτησαν πως μεταβάλλεται η τοπολογία ενός τυχαίου γράφου καθώς μεταβάλλεται το πλήθος των ακμών του m . Όταν το m είναι μικρό, ο γράφος είναι πιο πιθανό να διασπαστεί σε πολλά μικρά συμπλέγματα κόμβων (components) (Εικόνα 18). Καθώς το m αυξάνεται, τα συμπλέγματα αυτά μεγαλώνουν επίσης, δημιουργώντας συνδέσεις αρχικά με απομονωμένους κόμβους και αργότερα με άλλα όμοια συμπλέγματα (Εικόνα 19B). Οι δύο επιστήμονες παρατήρησαν πως υπάρχει μια φάση μετάβασης, όταν το πλήθος των ακμών ισούται περίπου με το ήμισυ του πλήθους των κόμβων ($m=n/2$), οπότε πολλά τέτοια συμπλέγματα κόμβων συνενώνονται αυθόρμητα για να δημιουργήσουν ένα και μόνο γιγαντιαίο σύμπλεγμα (Εικόνα 19C). Τέλος, για $m>n/2$ το μέγεθος του γιγαντιαίου συμπλέγματος αυξάνει γραμμικά καθώς αυξάνει το n . Παρατήρησαν ακόμη πως όλοι οι κόμβοι του γιγαντιαίου συμπλέγματος συνδέονται μεταξύ τους με σύντομα μονοπάτια.

Αν και τα τυχαία δίκτυα αποτελούν ιδιαίτερα χρήσιμα εργαλεία για την μελέτη άλλων πιο σύνθετων δικτύων, ωστόσο τα χαρακτηριστικά τους αποκλίνουν σημαντικά από εκείνα των πραγματικών δικτύων. Οι βασικότερες αποκλίσεις εντοπίζονται στο ότι τα τυχαία δίκτυα αφενός δεν αναδεικνύουν το φαινόμενο της τοπικής ομαδοποίησης κόμβων (κλίκες) που παρατηρείται συχνά στα κοινωνικά

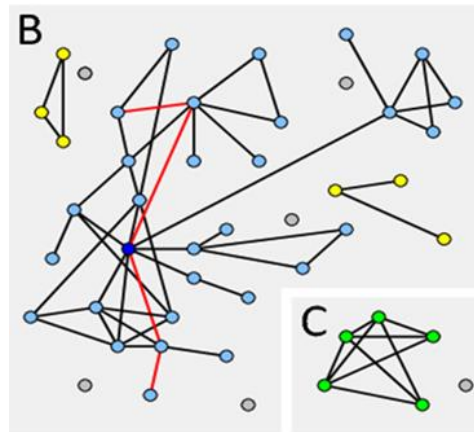
²⁷ Erdős, P., Rényi, A. *On Random Graphs I*. Publ. Math. Debrecen 6, p.290–297 (1959)

²⁸ Gilbert, E. N. *Random graphs*. Annals of Mathematical Statistics, 30 (4) p.1141–1144 (1959)

δίκτυα -πως δηλαδή αν οι κόμβοι 1 και 2 είναι συνδεδεμένοι με τον κόμβο 3 τότε πιθανότατα θα συνδέονται και μεταξύ τους- και αφετέρου δεν παρουσιάζουν δημοφιλείς κόμβους (hubs)²⁹ -κόμβους δηλαδή με ιδιαίτερα υψηλή συνδεσιμότητα- που πολλές φορές καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό τη συμπεριφορά ενός δικτύου.



Εικόνα 18: Τυχαίο δίκτυο με μικρό πλήθος ακμών και πολλά μικρά συμπλέγματα κόμβων (A).



Εικόνα 19: Τυχαίο δίκτυο με μεγάλο πλήθος ακμών και λίγα μεγάλα συμπλέγματα κόμβων (B) ή ένα γιγαντιαίο σύμπλεγμα (C).

1.5.3. Δίκτυα μικρού κόσμου (Small-world networks)

Οι αδυναμίες αυτές των τυχαίων δικτύων οδήγησαν τον Αυστραλιανό φυσικό και κοινωνιολόγο Duncan J. Watts και τον Αμερικανό μαθηματικό Steven Strogatz να αναφερθούν σε μια συγκεκριμένη κατηγορία δικτύων, τα λεγόμενα δίκτυα μικρού κόσμου (small world networks)³⁰. Οι δύο επιστήμονες εμπνεύστηκαν το όνομα από το φαινόμενο του μικρού κόσμου (small world phenomenon), σύμφωνα με το οποίο κάθε άτομο συνδέεται έμμεσα με οποιοδήποτε άλλο άτομο στον κόσμο μέσω ενός μικρού αριθμού μεσαζόντων. Η συγκεκριμένη αντίληψη έγινε γνωστή χάρη

²⁹ Δημοφιλής κόμβος (hub): ένας κόμβος που έχει περισσότερες συνδέσεις από το μέσο όρο των συνδέσεων όλων των κόμβων του δικτύου. Για παράδειγμα, στο διεθνές αεροπορικό δίκτυο έχουμε ορισμένα δημοφιλή αεροδρόμια (hub airports) που αξιοποιούνται κατά κόρον ως ενδιάμεσοι σταθμοί για ταξίδια μεγάλων αποστάσεων. Αν και οι δημοφιλείς κόμβοι ενός δικτύου είναι ελάχιστοι, ωστόσο καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό τις ιδιότητες του.

³⁰ Watts, D. J., Strogatz, H. *Collective dynamics of "small-world" networks*. Nature, vol.393, p.440-442 (1998)

στο κοινωνικό ψυχολόγο Stanley Milgram, ο οποίος διεξήγαγε ένα πείραμα όπου γράμματα στάλθηκαν σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα με τη βοήθεια μεσαζόντων, μεταξύ αγνώστων που κατοικούσαν σε διαφορετικές πολιτείες των Η.Π.Α³¹. Συγκεκριμένα, ζητήθηκε από κάθε συμμετέχοντα να προωθήσει το γράμμα που έλαβε, σε εκείνη την άμεση επαφή του που θεωρούσε πως θα βρίσκεται πιο κοντά στον τελικό προορισμό του μηνύματος. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως σύντομα μονοπάτια, μεταξύ πέντε και έξι βημάτων, ενώνουν οποιαδήποτε δύο μεμονωμένα άτομα ενός μεγάλου κοινωνικού δικτύου και πως αξιοποιώντας μόνο την περιορισμένη τοπική πληροφορία που διαθέτουν, τα άτομα είναι ικανά να βρουν αυτά τα μονοπάτια.

Ένα δίκτυο μικρού κόσμου λοιπόν, περιγράφεται από ένα μαθηματικό γράφο, όπου οι περισσότεροι κόμβοι δεν είναι γείτονες μεταξύ τους, αλλά οι γείτονες ενός συγκεκριμένου κόμβου είναι πολύ πιθανό να είναι και γείτονες μεταξύ τους, ενώ ταυτόχρονα ξεκινώντας από οποιοδήποτε κόμβο μπορούμε να φτάσουμε σε οποιοδήποτε άλλο κόμβο του δικτύου μέσω ενός μικρού αριθμού βημάτων/μεταβάσεων. Από μαθηματικής άποψης, ως δίκτυο μικρού κόσμου ορίζεται ένα δίκτυο όπου ο μέσος αριθμός βημάτων που απαιτούνται για να μεταβώ από έναν τυχαία επιλεγμένο κόμβο σε έναν άλλο επίσης τυχαία επιλεγμένο κόμβο του δικτύου (μέση μήκος μονοπατιού L) αυξάνεται ανάλογα με το λογάριθμο του πλήθους των κόμβων N του δικτύου, δηλαδή $L \propto \log N$, ενώ ταυτόχρονα ο μέσος συντελεστής ομαδοποίησης C δεν είναι μικρός.

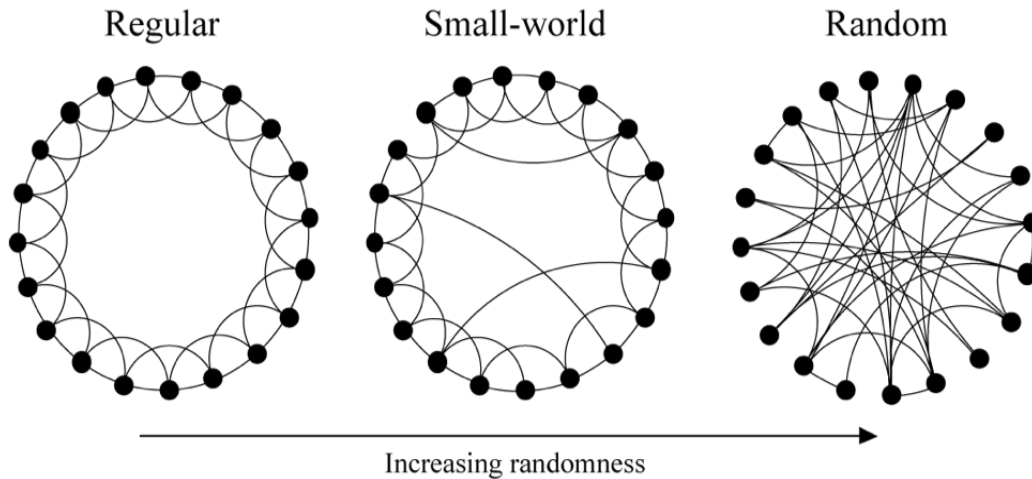
Το 1998 οι Duncan J. Watts και Steven Strogatz σε ένα άρθρο τους που δημοσιεύτηκε στο περιοδικό Nature πρότειναν ένα μοντέλο παραγωγής δικτύων μικρού κόσμου, το οποίο αργότερα έμεινε γνωστό με το όνομα τους³². Οι δυο τους πέτυχαν να δημιουργήσουν δίκτυα με υψηλό σχετικά συντελεστή ομαδοποίησης διατηρώντας ωστόσο χαμηλό το μέσο μήκος μονοπατιού. Το μοντέλο έχει ως εξής:

1. Αρχικά, δημιουργούμε ένα τακτικό γράφο με βαθμό k -ένα γράφο δηλαδή, όπου όλες οι κορυφές έχουν τον ίδιο αριθμό γειτόνων k . (αριστερά στην Εικόνα 20).

³¹ Milgram, S. *The small-world problem*. Psychology Today, vol.2, p.60-67 (1967)

³² Watts, D. J., Strogatz, H. *Collective dynamics of "small-world" networks*. Nature, vol.393, p.440-442 (1998)

2. Έπειτα επανασυνδέουμε κάθε ακμή (x,y) σε έναν κόμβο y' , δημιουργώντας έτσι μια νέα ακμή (x,y') , όπου ο κόμβος y' έχει επιλεγεί τυχαία από όλους τους πιθανούς κόμβους, με την προϋπόθεση να μη δημιουργηθούν αυτοβρόχοι (y' διάφορο του x) ή ακμές που ταυτίζονται (y' διάφορο του y). (δεξιά στην Εικόνα 20).



Εικόνα 20: Το μοντέλο Watts-Strogatz παραγωγής ενός δικτύου μικρού κόσμου.

Όπως είναι εμφανές και από την Εικόνα 20 τα δίκτυα μικρού κόσμου ταλαντεύονται μεταξύ της απόλυτης τάξης των τακτικών γράφων (αριστερά) και την πλήρη τυχαιότητα των τυχαίων γράφων (δεξιά).

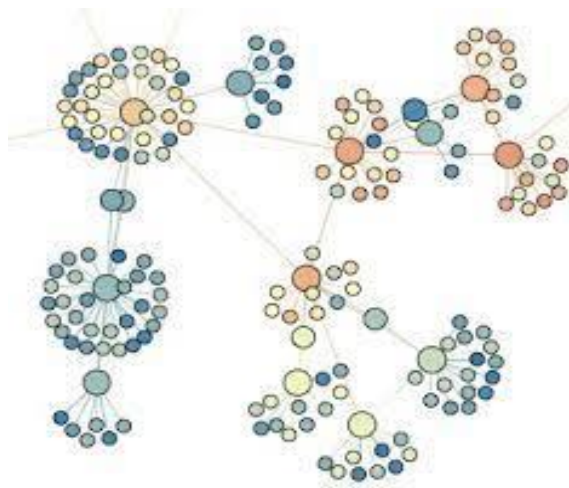
Συνοψίζοντας τα όσα προαναφέρθηκαν, τα δίκτυα μικρού κόσμου εμφανίζουν τις παρακάτω ιδιότητες:

- Παρουσιάζουν “κλίκες”, υποδίκτυα δηλαδή που έχουν συνδέσεις μεταξύ όλων σχεδόν των κόμβων από τους οποίους αποτελούνται (Εικόνα 21). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο συντελεστής ομαδοποίησης C να είναι σχετικά υψηλός.
- Το μέσο μήκος μονοπατιού είναι σχετικά μικρό, δηλαδή δυο οποιοδήποτε κόμβοι του δικτύου συνδέονται με μικρό σχετικά αριθμό βημάτων. Κατ’ επέκταση, δίκτυα μικρού κόσμου χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές όπου απαιτείται ταχύτατη επικοινωνία μεταξύ απομονωμένων κόμβων του δικτύου.
- Έχοντας υπόψη πως τα δίκτυα μικρού κόσμου ακολουθούν ομοιογενή κατανομή βαθμού μεταξύ των κόμβων τους, υποθέτουμε πως αν ένας τυχαίος κόμβος ενός τέτοιου δικτύου αφαιρεθεί, το μέσο μήκος μονοπατιού δε θα επηρεαστεί αισθητά, καθώς δεν υπάρχουν δημοφιλείς κόμβοι που να ανήκουν στα περισσότερα

ελάχιστα μονοπάτια. Συμπεραίνουμε επομένως, πως τα δίκτυα μικρού κόσμου είναι προστατευμένα από επιθέσεις σε τυχαίους κόμβους τους.

Μακριά από τον μαθηματικό κόσμο, ιδιότητες όμοιες με αυτές των δικτύων μικρού κόσμου εντοπίζονται σε πολλούς τομείς του πραγματικού κόσμου, όπως τα μενού πλοήγησης, τα τροφικά πλέγματα, τα δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας, τα δίκτυα νευρώνων του εγκεφάλου, τα δίκτυα ψηφοφόρων, τα δίκτυα τηλεφωνικών κλήσεων, τα αεροπορικά δίκτυα, τα κοινωνικά και τα πολιτισμικά δίκτυα.

Είναι βέβαιο πως τα δίκτυα μικρού κόσμου και το μοντέλο που δημιούργησαν οι Watts και Strogatz για να τα περιγράψουν αποτέλεσαν σαφώς μια μεγάλη καινοτομία για τη θεωρία των δικτύων, καθώς είναι μια ακριβέστερη, σε σχέση με τα τακτικά και τα τυχαία δίκτυα, προσέγγιση των πραγματικών δικτύων. Ωστόσο, παρουσιάζουν κι εκείνα αδυναμίες. Η βασικότερη αδυναμία τους είναι πως χαρακτηρίζονται από μια μη ρεαλιστική ομοιογενή κατανομή βαθμού που δεν προσεγγίζει το νόμο της δύναμης (power-law distribution)³³, όπως συμβαίνει με πληθώρα δικτύων του πραγματικού κόσμου. Ακόμα, το μοντέλο των Watts και Strogatz εφαρμόζεται μόνο σε δίκτυα με καθορισμένο αριθμό κόμβων και συνεπώς δεν μπορεί να περιγράψει την εξέλιξη ενός δυναμικού δικτύου.



Εικόνα 21: Τα υποδίκτυα (κλίκες) σε ένα δίκτυο μικρού κόσμου.

³³ Κατανομή του νόμου της δύναμης (power-law distribution) (θεωρία πιθανοτήτων): ο νόμος της δύναμης είναι μια συναρτησιακή σχέση μεταξύ δύο μεγεθών, όπου μια σχετική μεταβολή του ενός μεγέθους έχει ως αποτέλεσμα μια ανάλογη σχετική μεταβολή του άλλου μεγέθους, ανεξάρτητη από τις αρχικές τιμές των δυο μεγεθών. Πολλά πραγματικά φαινόμενα ακολουθούν την κατανομή του νόμου της δύναμης, όπως οι συχνότητες εμφάνισης των λέξεων στις περισσότερες γλώσσες, οι συχνότητες εμφάνισης των οικογενειακών επιθέτων, οι ποινές καταδίκης των εγκληματιών, οι ηφαιστειακές εκρήξεις κ.α.

1.5.4. Δίκτυα χωρίς κλίμακα (Scale-free networks)

Τα δίκτυα χωρίς κλίμακα (scale-free networks) ορίζονται ως τα δίκτυα εκείνα των οποίων η κατανομή βαθμού ακολουθεί -έστω και ασυμπτωτικά- το νόμο της δύναμης. Αυτό σημαίνει πως το κλάσμα $P(k)$ των κόμβων του δικτύου με βαθμό k ακολουθεί για μεγάλες τιμές του k τη σχέση $P(k) \sim k^{-\gamma}$, όπου το γ είναι παράμετρος με τιμές στο διάστημα (2,3). Παρατηρούμε δηλαδή, βάσει του ορισμού του νόμου της δύναμης, πως το πλήθος των κόμβων με βαθμό k είναι ανάλογο κάποιας δύναμης του k .

Ο Βρετανός φυσικός Derek de Solla Price, ύστερα από μελέτη ορισμένων δικτύων βιβλιογραφικών αναφορών μεταξύ επιστημονικών εργασιών, υποστήριξε το 1965³⁴, πως το πλήθος των αναφορών που δέχονται οι επιστημονικές εργασίες ακολουθεί την “κατανομή φαρδιάς ουράς” (fat-tailed distribution)³⁵³⁶ υπακούοντας στο νόμο της δύναμης. Το 1976³⁷, ο Price πρότεινε ένα μηχανισμό για να εξηγήσει την εφαρμογή του νόμου της δύναμης στα δίκτυα επιστημονικών αναφορών που μελετούσε, τον οποίο ονόμασε “σωρευτικό πλεονέκτημα” (cumulative advantage), αν και αργότερα έμεινε γνωστός με το όνομα “σύνδεση κατά προτίμηση” (preferential attachment)³⁸.

Σχετικά πρόσφατα, το 1999, ο φυσικός Albert-László Barabási και οι συνάδελφοι του στο Πανεπιστήμιο Notre Dame χαρτογράφησαν την τοπολογία ενός μέρους

³⁴ Price, D. S. *A General Theory of Bibliometric and Other Cumulative Advantage Processes*. Journal of the American Society for Information Science, vol.27, issue.5, p.292-306 (1976)

³⁵ Κατανομή “φαρδιάς ουράς” (θεωρία πιθανοτήτων): κατανομή πιθανότητας που παρουσιάζει μεγάλη παραμόρφωση ή κύρτωση σε σύγκριση με την κανονική ή την εκθετική κατανομή. Πολλές φορές αναφέρεται και ως κατανομή “μεγάλης ουράς”. Η κατηγορία των κατανομών “φαρδιάς ουράς” περιλαμβάνει κατανομές με ουρές που φθίνουν σύμφωνα με το νόμο της δύναμης, όπως η κατανομή του νόμου της δύναμης, αλλά και κατανομές με ουρές που φθίνουν αργά, όπως η λογαριθμική κανονική κατανομή.

³⁶ Εκθετική κατανομή (θεωρία πιθανοτήτων): η κατανομή πιθανότητας του χρόνου που μεσολαβεί μεταξύ δύο γεγονότων σε μια διαδικασία Poisson -μια διαδικασία όπου τα γεγονότα συμβαίνουν συνεχώς και ανεξάρτητα με ένα σταθερό μέσο ρυθμό.

³⁷ Price, D. S. *A General Theory of Bibliometric and Other Cumulative Advantage Processes*. Journal of the American Society for Information Science, vol. 27, issue.5, p.292-306 (1976)

³⁸ Σύνδεση κατά προτίμηση (preferential attachment): μια διαδικασία όπου ένα μέγεθος, συνήθως ο πλούτος ή το χρέος, διανέμεται μεταξύ ενός συνόλου ατόμων ή αντικειμένων σύμφωνα με την ποσότητα του μεγέθους που ήδη κατέχουν αυτά, έτσι ώστε όσοι έχουν μεγάλη ποσότητα αυτού του μεγέθους να την αυξάνουν ακόμα περισσότερο. Πολύ συχνά η διαδικασία αυτή ονομάζεται και “σωρευτικό πλεονέκτημα” (cumulative advantage) ή “ο πλούσιος γίνεται πλουσιότερος” (the rich gets richer).

του World Wide Web και διαπίστωσαν πως ο παγκόσμιος ιστός παρουσιάζει αφθονία δημοφιλών κόμβων και πως οι βαθμοί των κόμβων του κατανέμονται με βάση το νόμο της δύναμης³⁹. Εκείνοι ήταν οι πρώτοι που χρησιμοποίησαν τον όρο δίκτυα χωρίς κλίμακα για να περιγράψουν τέτοιου είδους δίκτυα, επειδή κανένα παραδοσιακό μέτρο (μέσος όρος, διάμεσος) δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν αντιπροσωπευτική τιμή τους.

Ο Albert-László Barabási σε συνεργασία με τη φυσικό Réka Albert ανέπτυξαν το δικό τους αλγόριθμο⁴⁰ για τη δημιουργία δικτύων χωρίς κλίμακα, αξιοποιώντας το μηχανισμό του “σφρευτικού πλεονεκτήματος” του Price. Ουσιαστικά, το μοντέλο που πήρε το όνομα τους, αποτελεί μια ειδική περίπτωση ενός γενικότερου μοντέλου δημιουργίας τέτοιων δικτύων που είχε αναπτύξει νωρίτερα ο Price. Ο αλγόριθμος έχει ως εξής: Ξεκινάμε με ένα αρχικό δίκτυο με n_0 συνδεδεμένους κόμβους. Νέοι κόμβοι προστίθενται στο δίκτυο, ένας κάθε φορά. Κάθε νέος κόμβος συνδέεται με $n \leq n_0$ υπάρχοντες κόμβους με πιθανότητα σύνδεσης ανάλογη του πλήθους των συνδέσεων που έχει ο κάθε ήδη υπάρχων κόμβος (σύνδεση κατά προτίμηση). Σταδιακά, οι κόμβοι με πολλές συνδέσεις τείνουν να συσσωρεύουν ακόμα περισσότερες συνδέσεις, ενώ οι κόμβοι με λίγες μόνο συνδέσεις είναι λιγότερο πιθανό να επιλεγθούν ως κόμβοι προορισμού για μια ακμή.

Συνοψίζοντας, τα δίκτυα χωρίς κλίμακα εμφανίζουν τις παρακάτω ιδιότητες:

- Είναι δυναμικά δίκτυα, που σημαίνει πως αναπτύσσονται καθώς νέες συνδέσεις δημιουργούνται συνεχώς.
- Κάθε νέα σύνδεση ακολουθεί τον κανόνα της σύνδεσης κατά προτίμηση, που σημαίνει πως ένας νέος κόμβος προτιμά να συνδεθεί με έναν υπάρχοντα κόμβο που έχει ήδη ένα μεγάλο αριθμό συνδέσεων. Κατ’ επέκταση, όλο και περισσότεροι νέοι κόμβοι θα συνδεθούν με εκείνους τους υπάρχοντες κόμβους με μεγάλο βαθμό, μετατρέποντας έτσι τους τελευταίους σε δημοφιλείς κόμβους.
- Η δημοφιλία αυτή ορισμένων κόμβων καθορίζει άμεσα την ευαλωτότητα αυτών των δικτύων. Αν ένας τυχαίος κόμβος ενός τέτοιου δικτύου δεχθεί επίθεση ή

³⁹ Barabási, A-L., Albert, R. *Emergence of scaling in random networks*. Science, vol.286, p.509-512 (1999)

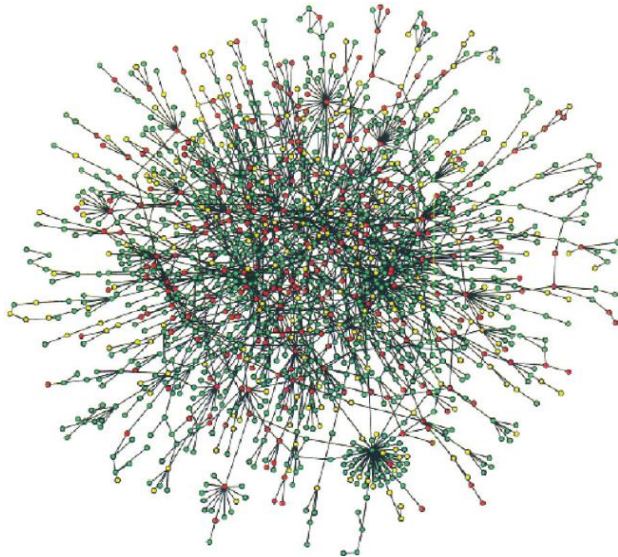
⁴⁰ Albert, R., Barabási, A-L. *Statistical mechanics of complex networks*. Review of Modern Physics, vol.74, p.47-91 (2002)

καταστραφεί και αφού η πλειονότητα των κόμβων έχουν μικρό βαθμό, η πιθανότητα ο κόμβος αυτός να είναι δημοφιλής είναι αμελητέα. Ακόμα κι αν ένας δημοφιλής κόμβος παρουσιάσει πρόβλημα, τέτοια δίκτυα δεν χάνουν την συνδεσιμότητα τους χάρη στους υπόλοιπους κόμβους. Ωστόσο, ένα δίκτυο χωρίς κλίμακα μπορεί να καταστραφεί πλήρως αν αρκετοί δημοφιλείς κόμβοι του δεχτούν επίθεση ταυτόχρονα. Με λίγα λόγια, τα δίκτυα χωρίς κλίμακα είναι καλά προστατευμένα από τυχαίες επιθέσεις, αλλά είναι ιδιαίτερα εκτεθειμένα σε στοχευμένες επιθέσεις.

- Ένα τελευταίο χαρακτηριστικό τους είναι πως ο συντελεστής ομαδοποίησης C μειώνεται καθώς αυξάνεται ο βαθμός ενός κόμβου. Αυτό σημαίνει πως οι κόμβοι λίγων συνδέσεων σχηματίζουν πολύ πυκνά υποδίκτυα και αυτά τα υποδίκτυα συνδέονται με άλλα όμοια μέσω των δημοφιλών κόμβων. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ένα κοινωνικό δίκτυο όπου οι άνθρωποι είναι οι κόμβοι και όσοι γνωρίζονται μεταξύ τους συνδέονται μέσω ακμών. Οι άνθρωποι τείνουν να σχηματίζουν κοινότητες, μικρότερα δίκτυα όπου όλοι γνωρίζονται μεταξύ τους. Επιπλέον, κάθε μέλος μιας κοινότητας γνωρίζει και άλλα άτομα εκτός κοινότητας. Ωστόσο, κάποιοι άνθρωποι είναι πιο δημοφιλείς από τους υπόλοιπους και ανήκουν σε πολλές κοινότητες αποτελώντας τελικά συνδετικό κρίκο μεταξύ αυτών.

Έχει διαπιστωθεί πως πολλά δίκτυα της καθημερινής μας ζωής είναι δίκτυα χωρίς κλίμακα. Μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν ορισμένα κοινωνικά δίκτυα, όπως δίκτυα συνεργατών, δίκτυα υπολογιστών -μεταξύ αυτών και το World Wide Web-, διατραπεζικά δίκτυα πληρωμών, αεροπορικά δίκτυα, δίκτυα επιστημονικών αναφορών κ.α.

Τα δίκτυα χωρίς κλίμακα και το μοντέλο των Barabási-Albert αποτέλεσαν εξίσου μια ακριβέστερη περιγραφή, σε σχέση με τα τυχαία δίκτυα, πολλών πραγματικών δικτύων, καθώς συμπεριλαμβάνουν δημοφιλείς κόμβους και μπορούν να εξελίσσονται. Παρόλα αυτά παρουσιάζουν κι αυτά ορισμένες αδυναμίες, καθώς δεν καταφέρνουν να παρουσιάσουν με ακρίβεια τις κλίκες που δημιουργούνται στα πλαίσια ενός δικτύου (μικρός σχετικά συντελεστής ομαδοποίησης).



Εικόνα 22: Δίκτυο χωρίς κλίμακα όπου αναπαρίστανται οι αντιδρούσες πρωτεΐνες στη μαγιά.

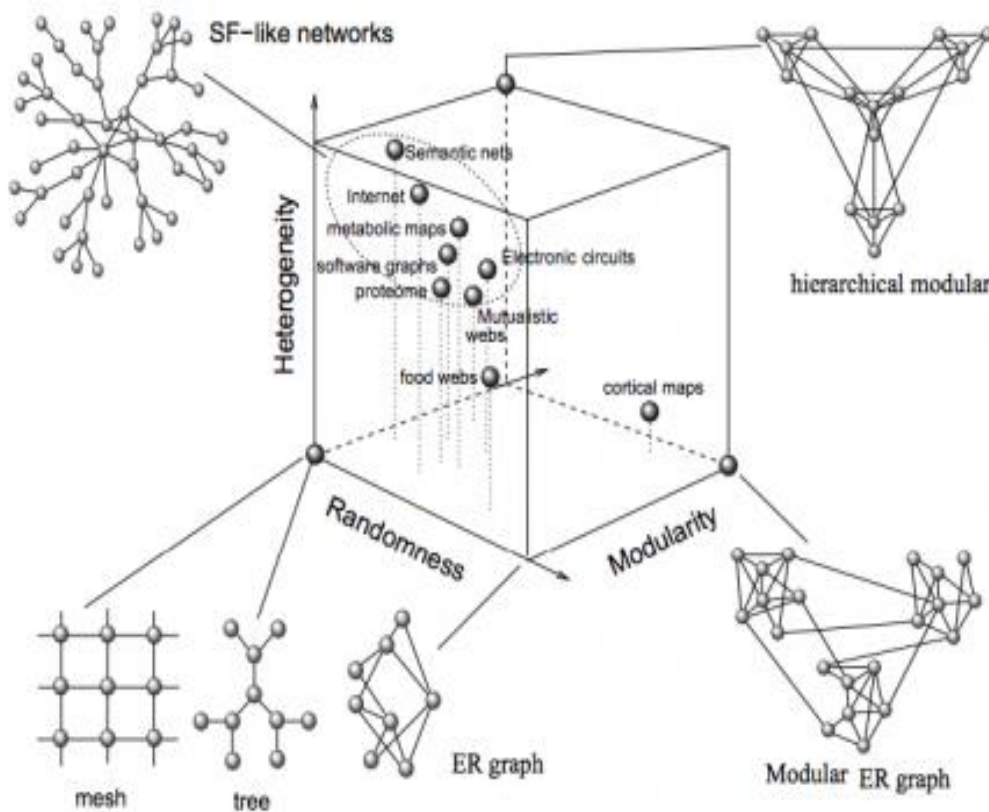
1.5.5. Σύγκριση δικτύων Ενοτήτων 1.5.1. έως 1.5.4.

Έχοντας παρουσιάσει ορισμένα από τα χαρακτηριστικότερα μοντέλα δικτύων που χρησιμοποιούνται ως εργαλεία για την αναπαράσταση και τη μελέτη πραγματικών δικτύων, θα επιχειρήσουμε στη συνέχεια μια συνοπτική σύγκριση των παραπάνω, ώστε να υπογραμμιστούν οι ομοιότητες και οι διαφορές μεταξύ αυτών. Ιδιαίτερα κατατοπιστικό είναι το παρακάτω γράφημα (Εικόνα 23) που δημοσιεύτηκε στην εργασία *Information Theory of Complex Networks: on evolution and architectural constraints* των Sole και Valverde⁴¹ και δείχνει ποια είναι η θέση διαφόρων τύπων δικτύων μέσα σε ένα τρισδιάστατο χώρο τριών αξόνων, όπου κάθε άξονας αντιστοιχεί σε μια από τις τρεις βασικές ιδιότητες όλων των δικτύων: τυχαιότητα (randomness), ανομοιογένεια (heterogeneity), αρθρωτότητα (modularity). Η τυχαιότητα προσδιορίζει προφανώς το κατά πόσο ένα δίκτυο είναι τυχαίο ή όχι, ενώ η ανομοιογένεια το πόσο ποικίλλουν οι βαθμοί των κόμβων του. Τέλος, η αρθρωτότητα -ελεύθερη μετάφραση της αγγλικής λέξης modularity- προσδιορίζει το κατά πόσο ένα δίκτυο είναι σπονδυλωτό, αποτελείται δηλαδή από διακριτά μέρη ή όχι.

⁴¹ Solé, R. V., Valverde, S. *Information Theory of Complex Networks: on evolution and architectural constraints*. Complex networks, Springer, p.189-207 (2004)

Ξεκινώντας από το σημείο εκκίνησης όλων των αξόνων, συναντάμε την οριακή περίπτωση των τακτικών γράφων, δηλαδή τα πλέγματα και τα δέντρα (mesh και tree στο γράφημα) (βλ. Υποσημείωση 12 και Ενότητα 1.5.1). Οι γράφοι αυτοί είναι συνήθως ανθρώπινα δημιουργήματα και παρουσιάζουν μηδενική τυχαιότητα (η πιθανότητα δύο τυχαίοι κόμβοι να ενώνονται μεταξύ τους είναι ελάχιστη), αμελητέα ετερογένεια (όλοι οι κόμβοι έχουν τον ίδιο περίπου αριθμό ακμών) και μηδενική αρθρωτότητα. Τα δίκτυα αυτά παρουσιάζουν μεγάλα μέσα μονοπάτια και υψηλό συντελεστή ομαδοποίησης (οι κόμβοι συσσωρεύονται σε πυκνές ομάδες).

Έπειτα, μια άλλη οριακή περίπτωση είναι εκείνη των τυχαίων δικτύων που προκύπτουν από το μοντέλο Erdős–Rényi (βλ. Ενότητα 1.5.2). Τα δίκτυα αυτά (ER graph στο γράφημα) χαρακτηρίζονται από μέγιστη τυχαιότητα (είναι εντελώς τυχαία), μικρή ετερογένεια (δεν υπάρχουν μεγάλες αποκλίσεις ως προς το βαθμό των κόμβων) και μηδενική αρθρωτότητα. Παρουσιάζουν επίσης σύντομα μέσα μονοπάτια και χαμηλή ομαδοποίηση.



Εικόνα 23: Σύγκριση των βασικών δικτυακών μοντέλων με κριτήρια την τυχαιότητα (randomness), την ανομοιογένεια (heterogeneity) και την αρθρωτότητα (modularity).

Παρόλα αυτά, τα περισσότερα πραγματικά δίκτυα έχουν κόμβους που παρουσιάζουν ποικιλία ως προς τον βαθμό τους και βάσει τυχαιότητας τοποθετούνται κάπου μεταξύ των τακτικών και των τυχαίων δικτύων. Το μοντέλο των Watts και Strogatz για τα δίκτυα μικρού κόσμου (βλ. Ενότητα 1.5.3.) κατάφερε να προσομοιώσει ακριβέστερα ορισμένα τέτοια πραγματικά δίκτυα με ιδιαίτερη επιτυχία στο τομέα των κοινωνικών δικτύων. Τα δίκτυα μικρού κόσμου παρουσιάζουν τυχαιότητα που κυμαίνεται μεταξύ των οριακών τιμών των τακτικών και των τυχαίων δικτύων, ετερογένεια μεγαλύτερη των τακτικών και των τυχαίων γράφων και συνήθως μεγάλη αρθρότητα (οι κόμβοι σχηματίζουν υποομάδες με μεγαλύτερη συνδεσιμότητα σε σχέση με το υπόλοιπο δίκτυο). Συνέπεια του τελευταίου είναι και ο υψηλός συντελεστής ομαδοποίησης, ενώ το μέσο μήκος μονοπατιού είναι σχετικά μικρό όπως και στα τυχαία δίκτυα. Στο γράφημα παραπάνω συμβολίζεται ένας συγκεκριμένος τύπος δικτύου μικρού κόσμου που αποκλίνει ελαφρώς από το μοντέλο των Watts και Strogatz και είναι χαρακτηριστικό των νευρωνικών δικτύων του εγκεφάλου (cortical maps στο γράφημα).

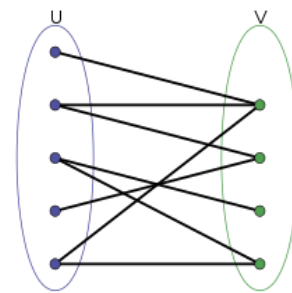
Τέλος, μια μεγάλη κατηγορία δικτύων που επίσης προσομοιώνουν με ακρίβεια αρκετά πραγματικά δίκτυα είναι τα δίκτυα χωρίς κλίμακα (SF-like networks στο γράφημα) (βλ. Ενότητα 1.5.4.). Τα δίκτυα αυτά παρουσιάζουν μεγάλη ετερογένεια (μερικοί δημοφιλείς κόμβοι με πάρα πολλές συνδέσεις και πολλοί κόμβοι με ελάχιστες), μικρή έως μεγάλη τυχαιότητα και υψηλή αρθρότητα.

1.5.6. Διμερή δίκτυα (Bipartite networks)

Σε όσα δίκτυα παρουσιάσαμε ως τώρα θεωρήσαμε δεδομένο πως σε κάθε δίκτυο όλοι οι κόμβοι του είναι της ίδιας μορφής όπως για παράδειγμα καλλιτέχνες που έχουν συνεργαστεί, οργανισμοί που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους σχηματίζοντας ένα τροφικό πλέγμα, υπολογιστές που είναι συνδεδεμένοι σε ένα εταιρικό δίκτυο υπολογιστών κ.α. Ωστόσο, υπάρχουν και δίκτυα όπου οι κόμβοι που τα αποτελούν δεν είναι υποχρεωτικά της ίδιας μορφής. Όταν σε ένα δίκτυο υπάρχουν δύο διαφορετικοί τύποι κόμβων, τότε το δίκτυο ονομάζεται διμερές, όταν υπάρχουν τρεις τύποι κόμβων ονομάζεται τριμερές κ.ο.κ.

Τα περισσότερα δίκτυα της παραπάνω μορφής που συναντάμε γύρω μας είναι διμερή. Από μαθηματικής σκοπιάς, ένα διμερές δίκτυο περιγράφεται από ένα γράφο του οποίου οι κόμβοι χωρίζονται σε δύο ξεχωριστά και ανεξάρτητα σύνολα U και V , έτσι ώστε κάθε ακμή να συνδέει έναν κόμβο του συνόλου U με έναν κόμβο του V (Εικόνα 24). Διαφορετικά, ένας γράφος είναι διμερής εάν δεν περιέχει κανέναν κύκλο περιττού αριθμού βημάτων. Εάν τα δύο σύνολα U και V έχουν ίδιο πλήθος κόμβων, τότε ο διμερής γράφος χαρακτηρίζεται ως ισορροπημένος.

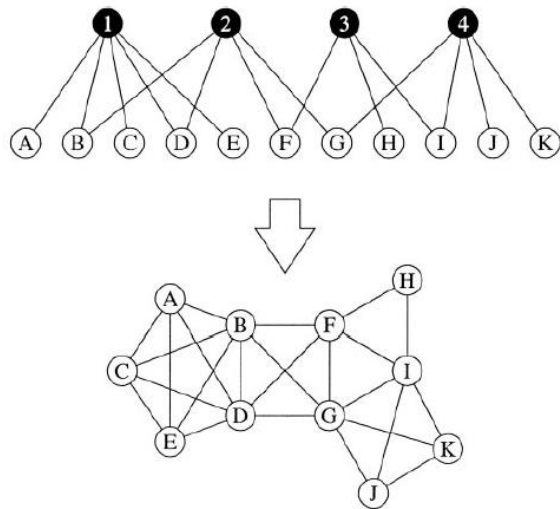
Πρακτικά, διμερή δίκτυα σχηματίζονται όταν θέλουμε να αναπαραστήσουμε σχέσεις μεταξύ δύο διαφορετικών ομάδων αντικειμένων ή ανθρώπων. Για παράδειγμα, για να αντιστοιχίσουμε τους ποδοσφαιριστές με τις ομάδες στις οποίες έχουν παίξει, τους επιστήμονες με τα πανεπιστήμια στα οποία έχουν σπουδάσει ή τους καλλιτέχνες με τις πόλεις στις οποίες έχουν παρουσιάσει έργα τους.



Εικόνα 24: Αναπαράσταση διμερούς δικτύου.

Αξίζει να σημειωθεί πως τα περισσότερα κοινωνικά δίκτυα (π.χ. δίκτυα ηθοποιών που έχουν συνεργαστεί στο παρελθόν, δίκτυα κοινωνικών επαφών ενός ατόμου, δίκτυα επιστημόνων με αλληλοαναφορές στις εργασίες τους), ενώ φαινομενικά αποτελούν μονομερή δίκτυα (δίκτυα με κόμβους ίδιας μορφής) και αναπαρίστανται ως τέτοια, ωστόσο θα ήταν πληρέστερη η αναπαράστασή τους ως διμερή δίκτυα. Σε ένα δίκτυο αναπαράστασης των συνεργασιών μεταξύ των ηθοποιών για παράδειγμα, οι ηθοποιοί συνδέονται μεταξύ τους επειδή έχουν συνεργαστεί στο παρελθόν σε μια κοινή παραγωγή, οπότε μια πληρέστερη αναπαράσταση του δικτύου θα αποτελούνταν από δύο είδη κόμβων: τους κόμβους-ηθοποιούς και τους κόμβους-παραγωγές. Κάθε ηθοποιός θα συνδέεται μέσω ακμών με τις παραγωγές όπου έχει συμμετάσχει και κατ' επέκταση οι ηθοποιοί θα συνδέονται έμμεσα μεταξύ τους. Ομοίως όταν αναπαριστούμε τις κοινωνικές επαφές ενός ατόμου μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα διμερές δίκτυο, όπου θα έχουμε κόμβους-άτομα και κόμβους-“τόπους” (με την ευρύτερη έννοια) όπου τα

εκάστοτε άτομα ανέπτυξαν κοινωνικές σχέσεις μεταξύ τους. Η παραπάνω διαδικασία αντιμετώπισης ενός κοινωνικού δικτύου ως διμερές δίκτυο περιγράφεται με σαφήνεια στην Εικόνα 25 που δανειστήκαμε από την εργασία *Random graph models of social networks* του M. E. J. Newman⁴². Στην Εικόνα 25 οι δύο γράφοι αναπαριστούν το ίδιο κοινωνικό δίκτυο, ωστόσο ο πάνω γράφος είναι διμερής με ακμές μόνο μεταξύ κόμβων διαφορετικού επιπέδου (αριθμοί και γράμματα), ενώ ο κάτω γράφος είναι μονομερής και περιλαμβάνει μόνο τους κόμβους του κάτω επιπέδου (γράμματα), οι συνδέσεις μεταξύ των οποίων προκύπτουν έμμεσα λόγω της αρχικής σύνδεσης τους με τον ίδιο κόμβο του πάνω επιπέδου (αριθμοί).



Εικόνα 25: Αναπαράσταση κοινωνικού δικτύου ως διμερής (πάνω) και ως μονομερής (κάτω) γράφος.

1.5.7. Άλλα δίκτυα

Στις Ενότητες 1.5.1. έως 1.5.6. παρουσιάστηκαν ορισμένοι τύποι δικτύων που έχουν μελετηθεί εκτενώς στην παγκόσμια βιβλιογραφία της ανάλυσης δικτύων, είτε διότι αποτελούν μοντέλα που περιγράφουν ικανοποιητικά συγκεκριμένα πραγματικά δίκτυα, όπως για παράδειγμα τα δίκτυα μικρού κόσμου, τα δίκτυα χωρίς κλίμακα και τα διμερή δίκτυα, είτε διότι αποτελούν ιδανικά μοντέλα, όπως τα τακτικά και τα τυχαία δίκτυα, που -αν και μη ρεαλιστικά- μας βοηθούν ως σημεία αναφοράς αλλά και από τη σκοπιά της δομημένης μαθηματικής δικτυακής ανάλυσης. Ωστόσο, εκτός από τους παραπάνω τύπους δικτύων που έχουν

⁴² Newman, M. E. J., Watts, D. J., Strogatz, S.H. Random graph models of social networks. PNAS, vol.99, No. suppl_1, p.2566-2572 (2002)

επικρατήσει και μελετηθεί περισσότερο, ο κόσμος γύρω μας είναι γεμάτος από δίκτυα κάθε μορφής· δίκτυα με κάθε είδους κατανομές βαθμού (π.χ. κατανομή Poisson, κατανομή του νόμου της δύναμης, εκθετική κατανομή, κατανομή μεγάλης ουράς, απροσδιόριστες κατανομές), δίκτυα αυστηρά δομημένα ή με μεγάλη τυχειότητα, δίκτυα που εμφανίζουν ή όχι το φαινόμενο του μικρού κόσμου, δίκτυα με αρκετούς ή κανένα δημοφιλή κόμβο, δίκτυα με υψηλή ή μηδενική ομαδοποίηση, δίκτυα μερικών δεκάδων ή μερικών εκατομμυρίων κόμβων/συνδέσεων. Όλα αυτά τα ποικίλα μη κατηγοριοποιημένα δίκτυα βρίσκονται εκεί έξω και περιμένουν να τα ανακαλύψουμε, να τα μελετήσουμε και να τα καταλάβουμε.

Συγκεφαλαιώνοντας, γίνεται φανερό από όσα είδαμε σε ολόκληρο το πρώτο κεφάλαιο πως από τη γέννηση του κλάδου της ανάλυσης δικτύων πριν από δύο περίπου αιώνες μέχρι και σήμερα έχει πραγματοποιηθεί μεγάλη πρόοδος στον τομέα της μελέτης των δικτύων, καθώς μεταξύ άλλων έχουν αναπτυχθεί τα κατάλληλα δικτυακά μεγέθη για την ποσοτική και ποιοτική ανάλυση ενός δικτύου, έχουν γίνει προσπάθειες να οριστούν σαφείς τύποι δικτύων με συγκεκριμένα δομικά και συμπεριφορικά χαρακτηριστικά, καθώς επίσης πολλά από τα δίκτυα που συναντώνται συχνά γύρω μας έχουν αναπαραχθεί ικανοποιητικά μέσω θεωρητικών μαθηματικών δικτυακών μοντέλων. Είναι ακόμα γνωστό πως τα δίκτυα βρίσκονται παντού γύρω μας και νέα δίκτυα με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά και εντελώς διαφορετική δομή και συμπεριφορά μεταξύ τους δημιουργούνται κάθε μέρα. Προκύπτει επομένως η ανάγκη, οπλισμένοι με την έως τώρα αποκτημένη γνώση, να συνεχίσουμε να εργαζόμαστε με υπομονή, επιμονή και πίστη προκειμένου να κατανοήσουμε ένα ακόμα μεγαλύτερο μέρος του δικτυωμένου κόσμου που μας περιτριγυρίζει, μας περιπλέκει αλλά και μας συνδέει.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2:
ΔΙΚΤΥΑ ΧΩΡΟΥ ΣΤΗΝ ΕΥΡΩΠΗ
-
ΤΟ ΔΙΚΤΥΟ AEROWAVES

Στο παρόν κεφάλαιο θα αναφερθούμε στους λόγους για τους οποίους είναι ιδιαίτερα σημαντική η ευρύτερη και αποτελεσματικότερη δικτύωση στο χώρο του χορού, θα κάνουμε μια σύντομη παρουσίαση των κυριότερων δικτύων χορού που δραστηριοποιούνται στον ευρωπαϊκό χώρο -όπως αυτός ορίζεται γεωγραφικά- και εν συνεχεία θα παρουσιάσουμε αναλυτικά το ευρωπαϊκό δίκτυο χορού Aerowaves, η μελέτη του οποίου αποτελεί και αντικείμενο της συγκεκριμένης εργασίας.

2.1. Αναγκαιότητα δικτύωσης στο χώρο του χορού

Ο χορός είναι η τέχνη της κίνησης του σώματος με τρόπο ρυθμικό, συχνά με συνοδεία μουσικής, που στόχο έχει είτε -όταν εξασκείται σε επαγγελματικό επίπεδο- να κεντρίσει τη σκέψη, να διεγείρει τα συναισθήματα και να τέρψει το κοινό στο οποίο απευθύνεται είτε -όταν εξασκείται ερασιτεχνικά- να ασκήσει το σώμα, το πνεύμα και την ψυχή του ασκούμενου και να του προσφέρει προσωπική ευχαρίστηση μέσω της σωματικής απελευθέρωσης. Από την ίδια την ουσία και τους σκοπούς του χορού προκύπτουν ορισμένες ιδιαιτερότητες, οι οποίες καθιστούν επιτακτική την ανάγκη ευρύτερης και αποδοτικότερης δικτύωσης στον καλλιτεχνικό αυτό χώρο.

Αρχικά, στο χορό ο καλλιτέχνης έχει ως αποκλειστικό -ή τουλάχιστον κύριο- εργαλείο του το ανθρώπινο σώμα και προσπαθεί κινώντας το με διάφορους τρόπους να δημιουργήσει εικόνες, να θέσει ερωτήματα και να διεγείρει συναισθήματα. Η ιδιότητα του αυτή είναι συνάμα απελευθερωτική και δεσμευτική. Απελευθερωτική, διότι ένα κινούμενο ανθρώπινο σώμα μπορεί να αποδώσει και την πιο λεπτή απόχρωση συναισθήματος και δεσμευτική, διότι στερούμενο τη δύναμη της ομιλίας -που αποτελεί το αμεσότερο και αποτελεσματικότερο εργαλείο επικοινωνίας μεταξύ των ανθρώπων- είναι καταδικασμένο να καταβάλλει μεγαλύτερη προσπάθεια για να αγγίξει το θεατή. Ίσως ο περιορισμός αυτός να είναι και ο βασικός λόγος που η τέχνη του χορού έχει αισθητά στενότερο πληθυσμιακά κοινό σε σχέση με άλλες παραστατικές μορφές τέχνης, όπως η μουσική ή το θέατρο. Σε μια παράσταση θεάτρου ή μουσικής, ο λόγος ή ο στίχος αντιστοίχως, ταξιδεύει κατευθείαν από το στόμα του καλλιτέχνη στο αυτί του θεατή και προκαλεί αναπόδραστα με τον πλέον άμεσο τρόπο

συνάψεις στον εγκέφαλο του. Η κυριαρχία αυτή του λόγου απουσιάζει (συνήθως) από τη χορευτική τέχνη, οπότε και το κοινό οφείλει κατά κάποιο τρόπο να είναι διαρκώς περισσότερο διαθέσιμο, για να μπορέσει να σκεφτεί ή να αισθανθεί τα όσα ξεπηδούν από το έργο. Προφανώς, τα παραπάνω δεν υπονοούν πως η τέχνη του χορού είναι πνευματικά ανώτερη από άλλες μορφές τέχνης, ωστόσο υποδεικνύουν πως ο χορός απαιτεί αρκετές φορές ένα κοινό περισσότερο εξοικειωμένο με την τεχνική του. Από την πραγματικότητα αυτή προκύπτει η ανάγκη αφενός προσέλκυσης μεγαλύτερης μερίδας του καλλιτεχνικού κοινού μέσω μιας ευρύτερης δικτύωσης και αποτελεσματικότερης προωθητικής πολιτικής και αφετέρου η εξοικείωση αυτού του κοινού με μια τέχνη όχι πάντοτε τόσο εύληπτη.

Μια άλλη ιδιαιτερότητα του χορού είναι πως αποτελεί τέχνη παραστατική, δηλαδή σε αντίθεση με άλλες τέχνες, όπως η ζωγραφική ή η γλυπτική, όπου το αντικείμενο της τέχνης έχει υλική υπόσταση, η πεμπτουσία του χορού είναι η ίδια η φευγαλέα κίνηση μιας ζωντανής επαγγελματικής παράστασης ή ενός μαθήματος χορού. Από την παραπάνω ιδιαιτερότητα προκύπτουν δύο τινά. Από τη μία, ακόμα και σήμερα όπου η βιντεοσκόπηση χρησιμοποιείται ευρέως και με μεγάλη ακρίβεια, παραμένει ιδιαίτερα δύσκολη η καταγραφή ενός χορευτικού έργου με τρόπο που να αναδεικνύονται όλες οι λεπτές αποχρώσεις του. Από την άλλη, ακόμα κι αν με κάποιο τρόπο ένα έργο καταγραφεί με ιδιαίτερα μεγάλη ακρίβεια, ο χορός ενός χορευτή επαναπροσδιορίζεται και μεταβάλλεται αισθητά ή ανεπαίσθητα, συνειδητά ή ασυνείδητα, σε κάθε παράσταση, καθώς επηρεάζεται από την ψυχολογική και σωματική κατάσταση εκείνου και των συγχορευτών του, από τη σχέση του κοινού με τους χορευτές και από άλλους απρόβλεπτους εξωτερικούς παράγοντες. Συνεπώς, ενώ ένας πίνακας ζωγραφικής ή ένα γλυπτό εκτίθεται αναλλοίωτο στο πέρασμα του χρόνου, είναι αδύνατη η πάγια αποτύπωση ενός έργου χορού. Κάτι αντίστοιχο συμβαίνει και με τη χορευτική εκπαίδευση, η οποία βασίζεται κατά κόρον στην προσωπική προφορική διδασκαλία του κάθε καθηγητή και ελάχιστα σε οργανωμένα γραπτά εγχειρίδια διδασκαλίας. Το παραπάνω έχει ως συνέπεια να είναι ιδιαίτερα δύσκολη η εργασία ενός νέου καθηγητή χορού, καθώς δεν υπάρχει αρκετό διαθέσιμο γραπτό υλικό για να συμβουλευτεί, να εμπνευστεί και να καθοδηγηθεί, με αποτέλεσμα να κωλύεται εν τέλει η συνολική εκπαιδευτική διαδικασία. Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, είναι εμφανής η

ανάγκη ανάπτυξης δικτύων χορού που σκοπό θα έχουν την συλλογή και τη διατήρηση αρχείου τόσο ολοκληρωμένων καλλιτεχνικών έργων όσο και αποτελεσματικών μεθόδων διδασκαλίας του χορού.

Έπειτα, στα επαγγέλματα που σχετίζονται με το χορό, όπως και στα περισσότερα καλλιτεχνικά επαγγέλματα, παρατηρείται συνήθως ασθενής συνδικαλισμός των εργαζομένων. Αυτή η έλλειψη καλλιτεχνικών σωματείων οφείλεται αφενός στην εποχικότητα του επαγγέλματος -μεγάλο μέρος των χορευτικών έργων είναι μεμονωμένες παραγωγές μικρών χρονικών περιόδων- που δυσχεραίνει το χρόνιο συνασπισμό και την ανάπτυξη συμπαγούς συνδικαλισμού και αφετέρου στην ελλιπή εκ μέρους των εθνικών κυβερνήσεων κατοχύρωση των δικαιωμάτων των εργαζομένων στο χώρο του χορού, που συνεπάγεται ανυπαρξία κάθε νομικής βάσης διεκδίκησης. Η ισχνή αυτή συνδικαλιστική δράση σε συνδυασμό με τον τεράστιο ανταγωνισμό που υπάρχει στο κλάδο λόγω της μεγάλης “ψαλίδας” μεταξύ ζήτησης και προσφοράς χορευτών εξαναγκάζει πολλούς χορευτές, ή άλλους παρομοίως απασχολούμενους, να εργαστούν με ελάχιστες ή και μηδαμινές αμοιβές και χωρίς νομική κάλυψη, με την ελπίδα να εξασφαλίσουν αργότερα ευνοϊκότερη μεταχείριση από τον εκάστοτε χορογράφο ή ομάδα χορού. Γίνεται αντιληπτό πως είναι επιτακτική η ανάγκη δικτύωσης των χορευτών, των χορογράφων, των καθηγητών χορού και όλων των απασχολούμενων στο χώρο του χορού με σκοπό την ομαδική κατοχύρωση των επαγγελματικών τους δικαιωμάτων -όπως αναγνώριση των πτυχίων τους και εξασφάλιση οικονομικών επιδομάτων- και τη διεκδίκηση ευνοϊκότερων συνθηκών εργασίας -όπως υψηλότερες αμοιβές και νομική κατοχύρωση.

Όπως προαναφέρθηκε, ο χορός εκφράζεται μέσω του ανθρώπινου σώματος και συνεπώς δεν απαιτείται η γνώση καμίας γλώσσας για την αφομοίωση του από το θεατή. Είναι με άλλα λόγια πανανθρώπινος και όπως κάθε μορφή τέχνης δε πρέπει να περιορίζεται από γεωγραφικά σύνορα και εθνικές αντιπαλότητες, αλλά αντιθέτως να “ρέει” μεταξύ εθνών, πολιτισμών, ομάδων και ανθρώπων. Χρειαζόμαστε λοιπόν δίκτυα, που να φέρνουν σε επαφή τους καλλιτέχνες από όλα τα μέρη του πλανήτη και να προωθούν τη συνεργασία και την ανταλλαγή μεταξύ αυτών, να ενημερώνουν τους σπουδαστές χορού για ευκαιρίες εκπαίδευσης ανά τον κόσμο, να πληροφορούν άμεσα και εύκολα τους χορευτές για τις νέες διεθνείς

ευκαιρίες απασχόλησης, να στηρίζουν την μετακίνηση δημιουργών χορού σε άλλες χώρες για να εξελίξουν τα έργα τους ή να τα παρουσιάσουν σε διεθνείς διοργανώσεις χορού και να προωθούν την κινητικότητα εκπαιδευτικών χορού για διδασκαλία σε χώρες διαφορετικές από τις δικές τους.

Τέλος, ο κλάδος του χορού είναι ελλιπώς συνδεδεμένος με ακαδημαϊκούς και επιστημονικούς φορείς. Η εκπαίδευση του χορού εξακολουθεί ακόμα και σήμερα να είναι κυρίως ιδιωτική στις περισσότερες χώρες του κόσμου και μάλιστα σε πολλές από αυτές το δίπλωμα που λαμβάνουν οι απόφοιτοι δεν αναγνωρίζεται ως ισότιμο προπτυχιακού τίτλου. Ακόμα, επιστημονικοί κλάδοι όπως η αρχιτεκτονική, η μηχανική, η φυσική, η ανατομία, η ιατρική, η φιλοσοφία, η επιστήμη των υπολογιστών, τα παιδαγωγικά και η ψυχολογία, οι οποίες συνδέονται άμεσα ή έμμεσα με επιμέρους κλάδους του χορού, παραμένουν δυστυχώς εντελώς αποκομμένες από αυτόν. Δίκτυα με όραμα τη ζεύξη της τέχνης του χορού με επιστήμες που άπτονται της ιδέας, της φύσης και της δραστηριότητας του καθίστανται πλέον απαραίτητα σε μια κοινωνία που προοδεύει μέσω της αλληλεγγύης και της συνεργασίας.

2.2. Δίκτυα χορού με δράση στην Ευρώπη

Όλοι οι παράγοντες που αναλύσαμε παραπάνω καθιστούν αναγκαία την ευρύτερη και αποδοτικότερη δικτύωση στο χώρο του χορού, ώστε όλοι εκείνοι που συνδέονται με το συγκεκριμένο καλλιτεχνικό κλάδο να οργανωθούν σε ισχυρά δίκτυα αμοιβαίας ανταλλαγής και αλληλοϋποστήριξης. Τις τελευταίες δεκαετίες έχουν παρατηρηθεί αρκετές ελπιδοφόρες πρωτοβουλίες ανάπτυξης δικτύων χορού παγκοσμίως: δίκτυα προώθησης καλλιτεχνών, δίκτυα προβολής της τέχνης του χορού και διεύρυνσης του κοινού του, δίκτυα διατήρησης αρχείου χορευτικών έργων, δίκτυα συγκέντρωσης υλικού για εκπαιδευτές χορού, δίκτυα σχολών χορού, δίκτυα ενημέρωσης για επαγγελματικές και εκπαιδευτικές ευκαιρίες χορού, δίκτυα πληροφόρησης για ποικίλα θέματα σχετικά με το χορό κ.α.

Στη συνέχεια, θα παρουσιαστούν χαρακτηριστικά παραδείγματα δικτύωσης στο χώρο του χορού με δράση στον ευρωπαϊκό χώρο, όπως αυτός ορίζεται

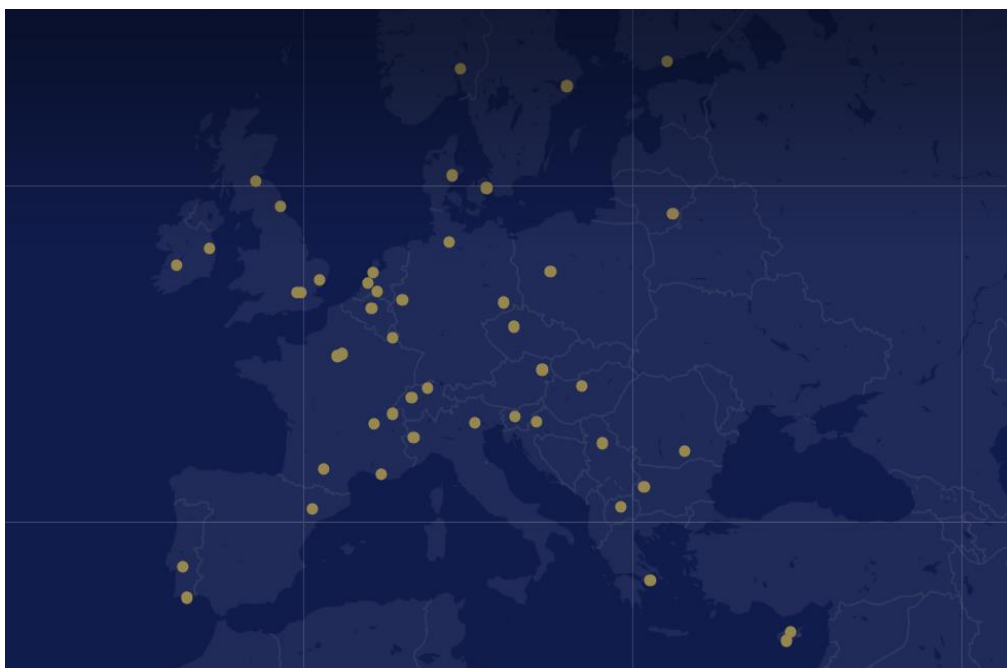
γεωγραφικά. Οι πληροφορίες για τη λειτουργία και τις δράσεις τους αντλήθηκαν κυρίως από τις διαδικτυακές ιστοσελίδες που διατηρούν, καθώς δεν υπάρχει σχετική βιβλιογραφία. Τα δίκτυα χορού που θα παρουσιαστούν έχουν ομαδοποιηθεί βάσει της φύσης και του σκοπού τους και έχουν διακριθεί σε τρεις κατηγορίες: τα ευρωπαϊκά δίκτυα που επιχορηγούνται στο μεγαλύτερο μέρος τους από την Ευρωπαϊκή Ένωση, τα διεθνή δίκτυα με παρουσία και στον ευρωπαϊκό χώρο και τα αμιγώς διαδικτυακά δίκτυα. Αξίζει να τονιστεί πως ο όγκος των δικτύων που δραστηριοποιούνται στο χώρο του χορού είναι αρκετά μεγάλος και συνεπώς η παρακάτω απόπειρα δεν αποτελεί μια εξαντλητική παρουσίαση όλων των πρωτοβουλιών δικτύωσης στον ευρωπαϊκό χώρο. Μάλιστα, προκειμένου να είναι ευκολότερη η επιλογή των δικτύων εκείνων που θα παρουσιαστούν ανάμεσα από το μεγάλο πλήθος αυτών, αποφασίστηκε να παρουσιαστούν μόνο δίκτυα που δραστηριοποιούνται αμιγώς στο χορευτικό τομέα -και όχι για παράδειγμα δίκτυα προώθησης της τέχνης εν γένει- και μόνο δίκτυα που διατηρούν μια ολιστική θεώρηση της τέχνης του χορού (π.χ. χορογραφική δημιουργία ή αγωνιστικός χορός) ή τουλάχιστον μιας πτυχής αυτού (π.χ. χορός για νέους), χωρίς να σχετίζονται στενά με ένα συγκεκριμένο στυλ χορού (π.χ. δίκτυα προώθησης αποκλειστικά του χορευτικού στυλ χιπ-χοπ). Ακόμα, έγινε προσπάθεια να παρουσιαστούν δίκτυα χαρακτηριστικά του χώρου δράσης τους, υπό την έννοια πως τα δίκτυα που επιλέχθηκαν παρουσιάζουν έντονη δραστηριότητα, χαίρουν ιδιαίτερης αναγνώρισης και έχουν συνήθως αρκετά μέλη/συνεργάτες. Τέλος, να σημειωθεί πως στις παρακάτω περιπτώσεις η έννοια της δικτύωσης λαμβάνεται στην ευρύτερη μορφή της, θεωρώντας ως δίκτυο οποιαδήποτε δομή αποτελούμενη από ανθρώπους ή αντικείμενα, μεταξύ των οποίων δημιουργούνται συνδέσεις οποιασδήποτε μορφής προκειμένου να επιτευχθεί ένας συγκεκριμένος στόχος. Για παράδειγμα, στα πλαίσια της εργασίας μας μια διαδικτυακή ιστοσελίδα όπου κριτικοί χορού από όλο τον κόσμο αρθρογραφούν και λάτρεις του χορού διαβάζουν τις αντίστοιχες κριτικές, εκλαμβάνεται ως ένα δίκτυο όπου κριτικοί και αναγνώστες συνδέονται έμμεσα με στόχο την ενημέρωση των τελευταίων.

2.2.1. Ευρωπαϊκά δίκτυα χορού επιχορηγούμενα από την Ευρωπαϊκή Ένωση

2.2.1.1. European Dancehouse Network (EDN)

Το European Dancehouse Network (EDN) είναι ένα δίκτυο προώθησης της εμπιστοσύνης και της συνεργασίας μεταξύ των ευρωπαϊκών κέντρων χορού και έχει ως όραμα την προώθηση της τέχνης του χορού πέραν των εθνικών συνόρων. Μερικοί από τους τομείς στους οποίους δραστηριοποιείται το δίκτυο είναι η ανάπτυξη ικανοτήτων διαχείρισης και προώθησης ενός καλλιτεχνικού έργου, η διαρκής εκπαίδευση του καλλιτεχνικού κοινού και η παροχή καθοδήγησης σε καλλιτέχνες ή φορείς για τη διεύρυνση του κοινού τους, η διατήρηση μιας πλατφόρμας διαπολιτισμικής ανταλλαγής και η προώθηση δράσεων αμοιβαίας κινητικότητας καλλιτεχνών, η υποστήριξη δράσεων ποικίλων πολιτισμικών θεμάτων και η ενσωμάτωση μειονοτήτων σ' αυτές.

Το EDN ξεκίνησε ανεπίσημα τη δράση του το 2004, όταν επτά διευθυντές ευρωπαϊκών κέντρων χορού συναντήθηκαν για να συζητήσουν τρόπους με τους οποίους θα μπορούσε να αυξηθεί η κινητικότητα καλλιτεχνών στην Ευρώπη. Το 2009 στη Βαρκελώνη το δίκτυο απέκτησε επίσημα νομική υπόσταση ως σύνδεσμος 16 μελών, μεταξύ των οποίων και το Κέντρο Μελέτης Χορού I. & P. Ντάνκαν στην Αθήνα. Το 2014 άρχισε να επιχορηγείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση ως επίσημο πλέον δίκτυο σύγχρονου χορού. Στη διάρκεια όλων αυτών των ετών το δίκτυο παρουσιάζει έντονη δραστηριότητα με πολυετή προγράμματα ή μεμονωμένες δράσεις, συνέδρια και συνεργασίες μεταξύ των φορέων, μετακινήσεις καλλιτεχνών σε όλη την Ευρώπη και όχι μόνο και εκστρατείες διεύρυνσης του χορευτικού κοινού, με αποτέλεσμα ο αριθμός των μελών του να αυξάνεται συνεχώς. Τον Ιούνιο του 2021, το EDN μέτρησε περήφανα 47 μέλη σε 28 χώρες (Εικόνα 26).



Εικόνα 26: Τα μέλη του ευρωπαϊκού δικτύου χορού European Dancehouses Network (EDN) τον Ιούνιο του 2021.

2.2.1.2. danceWEB

Το danceWEB αποτελεί ευρωπαϊκό δίκτυο προώθησης της διαπολιτισμικής ανταλλαγής μέσω της τέχνης του χορού. Ιδρύθηκε το 1996 στη Βιέννη ως μη κερδοσκοπικός οργανισμός που στόχο είχε την εκπόνηση δράσεων ενίσχυσης των επαγγελματικών ευκαιριών για ανερχόμενους χορογράφους σε συνεργασία με οργανισμούς-συνεργάτες από όλη την Ευρώπη.

Μέχρι και σήμερα η δράση του δικτύου αποτελείται από διαδοχικά ανεξάρτητα ευρωπαϊκά προγράμματα δικτύωσης όπως το CoDaCo, το danceWEB Europe, το Jardin d' Europe και το Life Long Burning. Το CoDaCo - Contemporary Dance Co Production (1999-2000) ήταν αφοσιωμένο στη χρηματοδότηση και την προώθηση έργων νέων χορογράφων, είχε 13 συνδιοργανωτές και υποστήριξε περισσότερους από 80 καλλιτέχνες από 18 διαφορετικές χώρες. Το danceWEB Europe (2002-2005) συνέχισε τη δράση του CoDaCo κάνοντας ευρύτερη χρήση πολυμέσων και υποστήριξε 600 περίπου καλλιτέχνες από 53 χώρες προβάλλοντας το έργο τους σε περισσότερους από 5 εκατομμύρια θεατές. Η ίδια δράση ενισχύθηκε τα επόμενα

τρία χρόνια με το Enhanced danceWEB Europe προωθώντας 650 ακόμα χορογράφους από 65 χώρες. Η πρωτοβουλία Jardin d' Europe (2008-2013) που ακολούθησε, στόχο είχε την δημιουργία μιας δομής για την εκπαίδευση επαγγελματιών χορευτών, χορογράφων και θεωρητικών χορού. Μεταξύ 2013 και 2018 το πρόγραμμα Life Long Burning χρηματοδοτήθηκε από την Ευρωπαϊκή Ένωση και είχε ως όραμα την υποστήριξη της κινητικότητας των καλλιτεχνών, τη διαπολιτισμική ανταλλαγή, τη διεύρυνση του χορευτικού κοινού και την δημόσια προβολή της τέχνης του χορού. Από το 2018 το danceWEB αποτελεί συντονιστή της πολυετούς δράσης Life Long Burning - Towards a Sustainable Ecosystem for Contemporary Dance in Europe που χρηματοδοτείται από το πρόγραμμα EU Creative Europe της Ευρωπαϊκής Ένωσης και συνδιοργανώνεται από δώδεκα ευρωπαϊκούς φορείς χορού. Κύριοι στόχοι της δράσης είναι η υποστήριξη νέων αλλά και έμπειρων χορογράφων, η αμοιβαία ανταλλαγή ιδεών και γνώσης και η προώθηση των διαδικασιών ανατροφοδότησης.

2.2.1.3. IDOCDE-LEAP-REFLEX Europe

2.2.1.3.A. IDOCDE - International Documentation of Contemporary Dance Education

Το International Documentation of Contemporary Dance Education (IDOCDE) είναι ένα επιχορηγούμενο από την Ευρωπαϊκή Ένωση διετές πρόγραμμα που στόχο είχε την καταγραφή των αποτελεσματικότερων πρακτικών διδασκαλίας σύγχρονου χορού, την ενίσχυση της δικτύωσης μεταξύ των δασκάλων σύγχρονου χορού και την αύξηση της δημοτικότητας της τέχνης του χορού εν γένει. Η αρχική πιλοτική του μορφή ξεκίνησε το 2011 και είχε διάρκεια δύο χρόνια, κατά τη διάρκεια των οποίων εκπαιδευτές χορού συναντήθηκαν αρκετές φορές προκειμένου να ανταλλάξουν απόψεις και εμπειρίες, να ερευνήσουν συνεργατικά και να δημιουργήσουν τον ιστότοπο www.idocde.net, όπου μπορεί κανείς να βρει πλήρη καταγεγραμμένα μαθήματα χορού, ιδέες και προτάσεις διδασκαλίας, πρακτικές ασκήσεις με αναλυτική περιγραφή, θεωρητικές επιστημονικές μελέτες περί της διδακτικής του χορού, συνεντεύξεις, συζητήσεις, άρθρα και σκέψεις σχετικά με την εκπαίδευση στο σύγχρονο χορό. Ακόμα, δίνεται η δυνατότητα στον

επισκέπτη να αναζητήσει τους εκπαιδευτικούς χορού που έχουν προσφέρει το υλικό τους στο δίκτυο και να έρθει σε επαφή μαζί τους. Η πιλοτική μορφή του προγράμματος ολοκληρώθηκε με ένα συμπόσιο (Symposium) το καλοκαίρι του 2013 στη Βιέννη, όπου συναντήθηκαν όλοι οι συνεργάτες της πρωτοβουλίας και παρουσίασαν τα αποτελέσματα της εργασίας τους. Έκτοτε, το IDOCDE συνεχίζει τη δράση του ως ένα δίκτυο εκπαιδευτικών χορού, εμπλουτίζοντας συνεχώς το διαθέσιμο ψηφιακό υλικό του, προσελκύοντας νέους συνεργάτες και φέρνοντας τους συνεχώς σε επαφή μέσω του καθιερωμένου πλέον ετήσιου συμποσίου και άλλων δράσεων του.

2.2.1.3.B. LEAP - Learn, Exchange, Apply, Practice

Το LEAP - Learn, Exchange, Apply, Practice αποτελεί εξελικτική συνέχεια του IDOCDE και πρόκειται ουσιαστικά για ένα επιχορηγούμενο από την Ευρωπαϊκή Ένωση διετές επαγγελματικό πρόγραμμα για εκπαιδευτές σύγχρονου χορού που στόχο είχε την συνδιαλλαγή σχετικά με τις πρακτικές διδασκαλίας του σύγχρονου χορού. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, στόχος του IDOCDE ήταν η δημιουργία μιας ψηφιακής πλατφόρμας, όπου θα ήταν διαθέσιμο χρήσιμο υλικό για τη διδασκαλία του σύγχρονου χορού. Το 2014, το LEAP ήρθε για να εξοικειώσει τους συνεργάτες του δικτύου και τους εκπαιδευτικούς χορού εν γένει με το πλούσιο υλικό που είχε ήδη συγκεντρωθεί στην παραπάνω πλατφόρμα.

Το πρόγραμμα δομήθηκε επί τεσσάρων κύριων δράσεων:

- LEAP Teaching Residency

Τρεις διεθνείς ομάδες συναντήθηκαν δύο φορές σε διάστημα δύο ετών και ερεύνησαν επί μια εβδομάδα κάθε φορά αποτελεσματικές πρακτικές διδασκαλίας του σύγχρονου χορού. Τα αποτελέσματα της έρευνας τους δημοσιεύτηκαν στον ιστότοπο www.idocde.net.

- LEAP Local Meetings

Οι συνεργάτες του δικτύου οργάνωσαν τοπικές συναντήσεις ανοιχτές προς όλους τους εκπαιδευτικούς χορού προκειμένου να μοιραστούν εμπειρίες, να

ανταλλάξουν απόψεις, να διδάξουν και να διδαχθούν σχετικά με ένα συγκεκριμένο θέμα κάθε φορά.

- LEAP Teaching Across Borders

Οι συνεργάτες του δικτύου προσέφεραν ευκαιρίες διδασκαλίας σε άλλους συνεργάτες ή εκπαιδευτικούς χορού εκτός δικτύου με στόχο την ενίσχυση της δικτύωσης των εκπαιδευτικών πέρα των εθνικών συνόρων και την πρακτική εξάσκηση τους σε χώρες πέρα από τη δική τους.

- LEAP - IDOCDE Symposium

Έπειτα από το πρώτο Symposium το 2013 στη Βιέννη, η μεγαλύτερη μη διαδικτυακή δράση του δικτύου πραγματοποιείται ανελλιπώς κάθε χρόνο μέχρι και σήμερα. Στο Symposium συνεργάτες του δικτύου, εκπαιδευτικοί χορού, ερευνητές χορού και ακαδημαϊκοί συγκεντρώνονται για να συνδιαλλαγούν, ενώ παράλληλα παρουσιάζονται και τα αποτελέσματα των επιμέρους δράσεων.

2.2.1.3.C. REFLEX Europe - MIND THE DANCE

Το 2016 εγκαινιάστηκε το επίσης επιχορηγούμενο από την Ευρωπαϊκή Ένωση πρόγραμμα REFLEX Europe ως καταληκτική συνέχεια των προηγούμενων δύο προγραμμάτων, IDOCDE και LEAP. Στόχο είχε την έρευνα σχετικά με τη διαδικασία της καταγραφής του χορού αλλά και τους τρόπους με τους οποίους τα προϊόντα της τελευταίας μπορούν να αξιοποιηθούν στην διδασκαλία του χορού. Με λίγα λόγια, το REFLEX Europe μελέτησε σε βάθος πιθανούς τρόπους καταγραφής του χορού, όπως η γραφή, το βίντεο ή το σχέδιο και δημιούργησε εργαλεία και οδηγούς, ώστε η εκπαιδευτική διαδικασία να μπορέσει να επωφεληθεί από την καταγραφή αυτή. Πυρήνα του REFLEX Europe αποτέλεσε η ερευνητική ομάδα του, αποτελούμενη από 11 καθηγητές χορού και ειδικούς στην γραπτή ή ψηφιακή καταγραφή της κίνησης, οι οποίοι επιμελήθηκαν το REFLEX Tool & Guide, ένα συμπυκνωμένο εγχειρίδιο επωφελούς χρήσης των καταγραφών χορού για δασκάλους χορού και όχι μόνο.

Ακόμα, στα πλαίσια του REFLEX Europe αναπτύχθηκε η πρωτοβουλία MIND THE DANCE. Πρόκειται για μια ηλεκτρονική (www.mindthedance.com) συλλογή άρθρων, δοκιμίων και οδηγιών που θίγουν ποικίλα θέματα γύρω από την καταγραφή της κίνησης και στόχο έχει να παρακινήσει τους εκπαιδευτικούς χορού, τους χορογράφους, τους ακαδημαϊκούς και όλους όσους ασχολούνται με την τέχνη του χορού να καταγράφουν τη δουλειά τους και τις σκέψεις τους, έτσι ώστε να διευκολύνουν την εκπαιδευτική διαδικασία και την δημιουργική δραστηριότητα των ίδιων αλλά και άλλων ομότεχनों τους. Στην ιστοσελίδα της πρωτοβουλίας οι αναγνώστες χορευτές, χορογράφοι και εκπαιδευτικοί παροτρύνονται θερμά να καταγράφουν και να κάνουν ορατή τη δουλειά τους στο ευρύ κοινό.

2.2.2. Διεθνή δίκτυα με δράση στην Ευρώπη

2.2.2.1. Conseil International de la Danse (CID)

Το Conseil International de la Danse (CID) είναι η επίσημη ανώτατη οργάνωση για όλες τις μορφές χορού σε όλες τις χώρες του κόσμου. Ιδρύθηκε ως μη κυβερνητική οργάνωση το 1973 στο μέγαρο της UNESCO στο Παρίσι, όπου και εδράζεται μέχρι και σήμερα. Είναι ανεξάρτητο από κυβερνήσεις, πολιτικές σκοπιμότητες και οικονομικά συμφέροντα. Το CID δέχεται ως μέλη οργανισμούς, ομοσπονδίες, ιδρύματα, σωματεία, σχολές και ομάδες χορού, φεστιβάλ αλλά και μεμονωμένους χορευτές, χορογράφους, εκπαιδευτικούς χορού, κριτικούς και ακαδημαϊκούς με επαρκές έργο στον τομέα του χορού. Το 2014 τα μέλη του ξεπερνούσαν τους 1.100 φορείς και τα 8.000 μεμονωμένα μέλη σε περισσότερες από 170 χώρες.

Οι αρχές του CID είναι η αντιμετώπιση όλων των ειδών χορού ως ισότιμες μορφές τέχνης, η ισότιμη αντιμετώπιση όλων των μελών του ανεξαρτήτως φύλου, φυλής, θρησκείας, ηλικίας, πολιτικών πεποιθήσεων ή κοινωνικής θέσης και η αυτοδιοίκηση του από μέλη που εκλέγονται δημοκρατικά και εργάζονται εθελοντικά.

Η δραστηριότητα του CID συνίσταται κυρίως στην ενημέρωση των μελών για ευκαιρίες εργασίας, σε καλέσματα καλλιτεχνών και δράσεις χορού -το CID Panorama αποτελεί την ιστοσελίδα για εκδηλώσεις χορού με τη μεγαλύτερη επισκεψιμότητα παγκοσμίως, στη διατήρηση του Global Dance Directory -του μεγαλύτερου ευρετηρίου στο χώρο των τεχνών με περισσότερες από 300.000 διευθύνσεις, στη διατήρηση ηλεκτρονικής βιβλιοθήκης χορού, στην προώθηση της επικοινωνίας, της συνεργασίας και της αλληλοϋποστήριξης μεταξύ των μελών του, στην παροχή νομικών συμβουλών στα μέλη του, στην παροχή εκπαίδευσης και πιστοποιητικών διδασκαλίας χορού και στη διεξαγωγή ετήσιων διεθνών συνεδρίων για το χορό. Το 1982 το CID καθιέρωσε την 29η Απριλίου ως παγκόσμια ημέρα χορού της UNESCO.

2.2.2.2. World DanceSport Federation (WDSF)

Το World DanceSport Federation (WDSF) αποτελεί το παγκόσμιο διοικητικό σώμα για τον αθλητικό χορό. Ιδρύθηκε το 1957 στη Γερμανία με την ονομασία International Council of Amateur Dancers (ICAD) και από το 1990 αποτελεί διεθνή μη κερδοσκοπικό οργανισμό με τη σημερινή του ονομασία και εδρεύει στην Λωζάνη της Ελβετίας. Το 1997 αναγνωρίστηκε επισήμως από τη Διεθνή Ολυμπιακή Επιτροπή ως διεθνής ομοσπονδία αθλητισμού. Το WDSF δέχεται ως μέλη του έναν μόνο εθνικό εκπρόσωπο αθλητικού χορού από κάθε κράτος και μετρά σήμερα μέλη σε 91 χώρες σε όλο τον κόσμο.

Το όραμα του WDSF είναι η ρύθμιση, η διοίκηση και η ανάπτυξη του αθλητικού χορού προς όφελος όλων των αθλητών σε ολόκληρο τον πλανήτη. Οι επιμέρους στόχοι του είναι κυρίως η θεσμοθέτηση ενός αντικειμενικού πλαισίου κανονισμών για τη διεξαγωγή των διεθνών διαγωνισμών χορού, η συγγραφή και η προβολή ενός κώδικα ηθικής δεοντολογίας τόσο για τους αθλητές όσο και για τους καθηγητές χορού, τους κριτές και όλους τους απασχολούμενους στον κλάδο, η υποστήριξη και η παροχή συμβουλών στα εθνικά σωματεία-μέλη του και στους συνεργαζόμενους φορείς σχετικά με την οργάνωση του κλάδου του αθλητικού χορού στις χώρες τους, η εκπροσώπηση του αθλητικού χορού στο Ολυμπιακό Ιδεώδες και η διοργάνωση από το 2013 και έπειτα διεθνών διαγωνισμών αθλητικού

χορού κάθε δύο ή τέσσερα χρόνια. Από το 2006 η δράση του επεκτάθηκε με τη σύσταση ανεξάρτητου Πειθαρχικού Συμβουλίου και Επιτροπής Αθλητών για την εξασφάλιση ενός υγιέστερου και δικαιότερου περιβάλλοντος συναγωνισμού, ενώ το 2007 υποστήριξε τους επαγγελματίες αθλητικού χορού προκειμένου να ιδρύσουν τη δική τους ομοσπονδία με το όνομα International Professional DanceSport Council (IPDSC). Ακόμα, από το 2008 συνεργάζεται με την Διεθνή Ολυμπιακή Επιτροπή με στόχο την ανάπτυξη και την υποστήριξη του αθλητικού χορού αναπήρων.

2.2.2.3. World Dance Council (WDC)

Το World Dance Council αποτελεί παγκόσμια αυθεντία στον τομέα του επαγγελματικού χορού ενσωματώνοντας την παγκόσμια επιτροπή διαγωνιστικού χορού και την παγκόσμια επιτροπή κοινωνικών χορών. Ιδρύθηκε το 1950 στο Εδιμβούργο της Σκωτίας με την αρχική ονομασία International Council of Ballroom Dancing (ICBD), μετονομάστηκε αργότερα σε World Dance & Dance Sport Council (WD & DSC) και από το 2006 έχει τη σημερινή του ονομασία.

Η δράση του δικτύου συνίσταται κυρίως στη διοργάνωση ευρωπαϊκών και διεθνών διαγωνισμών διαγωνιστικών (π.χ. latin, hip-hop) και κοινωνικών (π.χ. ballroom) χορών για τα μέλη του, όπου θα εξασφαλίζεται η αμεροληψία των κριτών, η ευγενής άμιλλα και το υψηλό επίπεδο των διαγωνιζόμενων. Ακόμα, το World Dance Council μέσω της πρωτοβουλίας του WDC Education μεριμνά για την εκπαίδευση καταρτισμένων χορευτών, δασκάλων και κριτών διαγωνιστικού χορού, την μεθόδευση και την ενίσχυση της διδασκαλίας αυτών των στυλ χορού και την ανάδειξη της διαφορετικότητας στο κλάδο ως πολύτιμο εργαλείο για την εξέλιξη της τέχνης του χορού εν γένει. Στον ευρωπαϊκό χώρο έχει διαμορφωθεί ένα παρακλάδι του δικτύου, το WDC European Dance Federation που στόχο έχει την ενίσχυση της συνεργασίας μεταξύ των ευρωπαϊκών μελών-οργανισμών του World Dance Council.

2.2.2.4. International Dance Organization (IDO)

Ο International Dance Organization (IDO) ιδρύθηκε ως ένας μη κερδοσκοπικός οργανισμός το 1981 στην Φλωρεντία της Ιταλίας με αρχικά μέλη την Ιταλία, τη Γαλλία, την Ελβετία και το Γιβραλτάρ. Το 1992 έγινε επίσημο μέλος του International Council of Ballroom Dancers (ICBD) -μετέπειτα World Dance Council (WDC)- και το 2004 έγινε μέλος του World DanceSport Federation (WDSF), εγκαινιάζοντας την συνεργασία του με την International Olympic Committee (IOC). Ο IDO έχει ως μέλη διεθνείς ομοσπονδίες αθλητικού χορού μη κερδοσκοπικού χαρακτήρα με παρουσία σε περισσότερες από 60 χώρες σε όλο τον κόσμο.

Στόχος του οργανισμού είναι η διοργάνωση διεθνών διαγωνισμών και πρωταθλημάτων για ερασιτέχνες και επαγγελματίες χορευτές όλων των ειδών χορού. Για το σκοπό αυτό εκπαιδεύει συνεχώς τους κριτές και επανεξετάζει τους κανονισμούς των διαγωνισμών του, φροντίζει για τη συμμετοχή διαγωνιζόμενων υψηλού τεχνικού επιπέδου και προσπαθεί να διατηρεί ένα περιβάλλον υγιούς ανταγωνισμού.

2.2.2.5. World Dance Alliance (WDA)

Το 1988 στο Χονγκ-Κονγκ ιδρύθηκε ο ανεξάρτητος, μη κερδοσκοπικός, πολιτικά ουδέτερος οργανισμός Asia Pacific Dance Alliance. Δύο χρόνια αργότερα ιδρύθηκε το παγκόσμιο δίκτυο World Dance Alliance (WDA) σε μια προσπάθεια διεύρυνσης της αρχικής πρωτοβουλίας και το 1993 το Asia Pacific Dance Alliance μετονομάστηκε σε World Dance Alliance Asia-Pacific ώστε να συνάδει με την ονομασία του διεθνούς πλέον δικτύου. Σήμερα, το World Dance Alliance αποτελείται από τρία επιμέρους τοπικά δίκτυα, το WDA Asia-Pacific για την Ασία και τον Ειρηνικό Ωκεανό, το WDA America για την αμερικανική ήπειρο και το WDA Europe για την Ευρώπη, με το τελευταίο από αυτά να βρίσκεται ακόμα υπό διαμόρφωση. Μέλος του δικτύου μπορεί να γίνει οποιοδήποτε μεμονωμένο άτομο

ή φορέας που απασχολείται στην τέχνη του χορού και συμφωνεί με τους στόχους του δικτύου.

Οι δράσεις του δικτύου στοχεύουν κυρίως στην ανάδειξη και την αναγνώριση όλων των μορφών χορού, στην διευκόλυνση της επικοινωνίας και της ανταλλαγής μεταξύ ατόμων και φορέων που απασχολούνται στο κλάδο του χορού, στην υποστήριξη της έρευνας, της εκπαίδευσης, της κριτικής και της δημιουργικής διαδικασίας του χορού και στον συντονισμό και τη συμμετοχή σε δραστηριότητες άλλων συνεργαζόμενων οργανισμών χορού παγκοσμίως.

2.2.2.6. dance and the Child international (daCi)

Το dance and the Child international (daCi) είναι ένας διεθνής μη κερδοσκοπικός οργανισμός που ιδρύθηκε το 1978 και αναγνωρίστηκε αμέσως ως ανεξάρτητο παρακλάδι του Conseil International de la Danse (CID) της UNESCO με στόχο την υποστήριξη και την ανάπτυξη του χορού για παιδιά και νέους με σεβασμό στις εθνικές, πολιτισμικές, οικονομικές, κοινωνικές, πνευματικές και σωματικές ιδιαιτερότητες του κάθε παιδιού. Μέλος του δικτύου μπορεί να γίνει έναντι συνδρομής οποιοδήποτε άτομο ή φορέας απασχολείται στο κλάδο του χορού και ονειρεύεται μια ευρύτερη και υγιέστερη σχέση των νέων με το χορό.

Οι δράσεις του δικτύου στοχεύουν κυρίως στην ανάπτυξη ευκαιριών βιωματικής επαφής των νέων με το χορό ως χορευτές, χορογράφοι ή θεατές, την υποστήριξη της κάθε είδους δράσης που αφορά τη σχέση των παιδιών με το χορό, την παρότρυνση των κυβερνήσεων παγκοσμίως να συμπεριλάβουν το χορό στην καθημερινή εκπαίδευση των νέων, την κινητικότητα νέων μεταξύ διαφορετικών χωρών με αφορμή το χορό, την διοργάνωση ενός διεθνούς συνεδρίου για τη σχέση χορού και νέων κάθε τρία χρόνια και την προβολή του χορού ως μια τέχνη συμπεριληπτική και οικουμενική.

2.2.2.7. ASSITEJ International Organization of Theater for Children and Young People - Young Dance Network

Το ASSITEJ International Organization of Theater for Children and Young People φέρνει σε επαφή θέατρα, οργανισμούς, δίκτυα επαγγελματιών, καλλιτεχνικά κέντρα και ανεξάρτητα μέλη από όλο τον κόσμο που δημιουργούν έργα παραστατικών τεχνών για παιδιά και νέους, προασπίζοντας τα καλλιτεχνικά, πολιτιστικά και εκπαιδευτικά δικαιώματα των παιδιών και των νέων παγκοσμίως ανεξαρτήτως εθνικότητας, πολιτισμικής ταυτότητας, φύλου ή θρησκείας.

Ένας από τους στόχους του ASSITEJ είναι και η ανάδειξη των πολλαπλών γλωσσών που προκύπτουν μέσω του χορού και της σωματικότητας και η διερεύνηση της δυνατότητας τους να ξεπερνούν τα στενά γλωσσικά σύνορα που μας χωρίζουν. Με λίγα λόγια, το δίκτυο αντιμετωπίζει την τέχνη του χορού ως έναν άμεσο και αποτελεσματικό τρόπο να έρθουν κοντά άνθρωποι από τελείως διαφορετικά μέρη του πλανήτη.

Υπό την αιγίδα του ASSITEJ δημιουργήθηκε το Young Dance Network (YDN), το οποίο αποτελεί ανεξάρτητο δίκτυο με αυτόνομη δράση, αλλά ταυτόχρονα εκμεταλλεύεται τις δραστηριότητες του προϋπάρχοντος ASSITEJ για περαιτέρω προώθηση και δικτύωση. Στόχος του Young Dance Network είναι η δημιουργία μιας πλατφόρμας όπου θα παρέχεται υποστήριξη σε κάθε είδους χορευτές, δραματουργούς και καλλιτεχνικούς παραγωγούς προκειμένου να δημιουργήσουν με άνεση, να ενισχύσουν και να προβάλλουν τον τομέα του σύγχρονου χορού για νεανικά κοινά. Η δράση της πλατφόρμας συνίσταται κυρίως στη διοργάνωση συναντήσεων ανταλλαγής εμπειριών, γνώσης και απόψεων μεταξύ των μελών του και στην εξοικείωση νέων καλλιτεχνών με την τέχνη του χορού για παιδιά και νέους.

2.2.2.8. Dance Critics Association (DCA)

Η Dance Critics Association δημιουργήθηκε το 1973, όταν μια ομάδα κριτικών χορού που παρακολούθησαν μαζί ένα καλλιτεχνικό συνέδριο, συμφώνησε επί της ανάγκης ύπαρξης ενός οργανισμού εκπροσώπησης όλων των επαγγελματιών κριτικών χορού. Κύριος σκοπός της πρωτοβουλίας ήταν και παραμένει μέχρι και σήμερα η διοργάνωση ενός ετήσιου συνεδρίου -αλλά και άλλων συναντήσεων- όπου κριτικοί χορού, εκδότες, συγγραφείς, ακαδημαϊκοί, χορευτές, χορογράφοι, καλλιτεχνικοί διευθυντές και εκπαιδευτικοί χορού από όλο τον κόσμο θα συναντώνται και θα συζητούνται για θέματα περί της τέχνης του χορού εν γένει και περί της κριτικής του χορού ειδικότερα. Ακόμα, η ένωση ενημερώνει τα μέλη της για σχετικά θέματα μέσω newsletter, τα υποστηρίζει παρέχοντας συμβουλές και τα συσπειρώνει ως επαγγελματικό κλάδο. Σήμερα, η Dance Critics Association μετρά περί τους 300 κριτικούς χορού-μέλη, οι οποίοι εργάζονται σε εφημερίδες, περιοδικά και ιστοσελίδες ανά τον κόσμο.

2.2.2.9. Dance Films Association (DFA)

Η Dance Films Association (DFA) ιδρύθηκε το 1951 -μεταξύ των ιδρυτικών μελών της ήταν και οι σπουδαίοι χορευτές, χορογράφοι και δάσκαλοι χορού Jose Limon και Ted Shawn- έχοντας ως όραμα να προάγει τη σύνδεση μεταξύ του χορού και του κινηματογράφου, να υποστηρίξει δημιουργούς ταινιών χορού και να τους προσφέρει ευκαιρίες συνεχούς εκπαίδευσης και να φέρει το κοινό σε επαφή με κλασικές αλλά και νέες ταινίες χορού.

Κάθε χρόνο από το 1971 μέχρι και σήμερα η DFA διοργανώνει το Dance on Camera Festival, όπου -ενθαρρύνοντας τη συνεργασία μεταξύ κινηματογραφιστών και χορογράφων- παρουσιάζονται νέες αλλά και κλασικές ταινίες χορού. Το Dance on Camera Festival περιλαμβάνει πλέον διεθνώς με περισσότερους από 114 συνεργάτες παγκοσμίως. Ακόμα, η DFA διατηρεί αρχείο με περισσότερες από 500 ταινίες χορού. Από το 2007 προσφέρει το Susan Braun Award σε ανερχόμενους κινηματογραφιστές που ασχολούνται με την κίνηση στην κάμερα. Το 2011

εγκαινίασε ένα διαγωνισμό ταινιών χορού για μαθητές λυκείου, όπου οι συμμετέχοντες εκπαιδεύονται στην τέχνη της βιντεοσκόπησης της κίνησης και οι νικητές παρουσιάζουν τα έργα τους στο Dance on Camera Festival ή/και στο Lincoln Center της Νέας Υόρκης. Τέλος, η πιο πρόσφατη πρωτοβουλία του δικτύου είναι η χρηματοδότηση συνεργασιών μεταξύ καταξιωμένων χορογράφων και κινηματογραφιστών, ώστε να δημιουργήσουν ταινίες χορού υψηλής ποιότητας κάνοντας χρήση τεχνολογίας HD και 3D.

2.2.2.10. Dance Lab New York

Το Dance Lab New York είναι ο μόνος ανεξάρτητος οργανισμός που δραστηριοποιείται αποκλειστικά στην προώθηση και την ανάπτυξη της χορογραφικής τέχνης προσφέροντας όλους τους απαραίτητους για τη χορογραφική σύνθεση πόρους σε ένα μεγάλο εύρος δημιουργών χορού. Συγκεκριμένα, το Dance Lab New York παρέχει στους επιλεγμένους χορογράφους ένα μεγάλο πλήρως εξοπλισμένο χώρο προβών για ένα ικανοποιητικό χρονικό διάστημα, έναν υπεύθυνο προβών, μια ομάδα επιλεγμένων επαγγελματιών χορευτών και κάθε είδους οργανωτική υποστήριξη για να αναπτύξουν τις ιδέες τους σε ένα επαγγελματικό, υποστηρικτικό και ήρεμο περιβάλλον, όπου περισσότερη βαρύτητα δίνεται στη διαδικασία της δημιουργίας παρά στο τελικό προϊόν αυτής. Αξίζει να σημειωθεί πως η δράση του Dance Lab New York βασίζεται στη προβολή της διαφορετικότητας, της ισότητας και της συμπερίληψης, καθώς οι χορογράφοι που επιλέγονται προέρχονται από εντελώς διαφορετικά κοινωνικά, οικονομικά, πολιτικά, θρησκευτικά, γεωγραφικά και ιδεολογικά περιβάλλοντα. Από το 2015 που ξεκίνησε τη δράση του έχει στηρίξει συνολικά περισσότερους από 70 χορογράφους από όλο τον κόσμο.

2.2.2.11. Dance Studies Association (DSA)

Το Dance Studies Association σχηματίστηκε το 2017 από τη συγχώνευση των Congress on Research in Dance (CORD) και Society of Dance History Scholars

(SDHS), διεθνών οργανισμών με δράση δεκαετιών. Το DSA φέρνει σε επαφή εκατοντάδες ακαδημαϊκούς σπουδών χορού και καλλιτέχνες από όλο τον κόσμο, επιμελούμενο δημοσιεύσεις -όπως τα Dance research journal, Conversations across the field of dance studies και Studies in dance history, ετήσια και θεματικά συνέδρια, ερευνητικές δράσεις, απονομές βραβείων σε υποδειγματικούς ακαδημαϊκούς και εξασφαλίζοντας προνόμια για τα μέλη του. Ακόμα, προωθεί πρωτότυπες προσεγγίσεις της τέχνης του χορού και πρεσβεύει τον συμπεριληπτικό και γεμάτο σεβασμό διάλογο στο χώρο του χορού και σε άλλους σχετικούς κλάδους.

2.2.2.12. Διεθνείς διοργανώσεις/φεστιβάλ χορού

Στις περισσότερες χώρες του ευρωπαϊκού χώρου λαμβάνουν χώρα αρκετές διεθνείς διοργανώσεις χορού, όπου καλλιτέχνες από όλο τον κόσμο καλούνται να παρουσιάσουν το έργο τους ή/και να παραδώσουν σεμινάρια της χορευτικής, χορογραφικής ή εκπαιδευτικής τεχνικής τους. Τα περισσότερα φεστιβάλ αυτού του είδους πραγματοποιούνται σε ετήσια βάση, ωστόσο υπάρχουν και μεγαλύτερες διοργανώσεις που λαμβάνουν χώρα κάθε δύο ή περισσότερα χρόνια. Ορισμένα από αυτά διοργανώνονται από ιδιώτες και άλλα από δημόσιους φορείς, ενώ είναι σύνηθες να λαμβάνουν κρατικές ή διεθνείς επιχορηγήσεις για τη υποστήριξη του σπουδαίου έργου τους. Η ύπαρξη τέτοιων διοργανώσεων προωθεί την κινητικότητα των καλλιτεχνών ανά τον κόσμο, φέρνει τον τοπικό πληθυσμό σε επαφή με νέα, διαφορετικά ερεθίσματα, δίνει την δυνατότητα σε χορευτές, χορογράφους και καθηγητές χορού να επιμορφωθούν με χαμηλό κόστος στη χώρα τους και ενισχύει εν γένει την παρουσία της τέχνης του χορού σε πρωτεύουσες, πόλεις ή μικρά χωριά, όπου η καλλιτεχνική δημιουργία είναι ισχνή.

Στην Ελλάδα το γνωστότερο διεθνές φεστιβάλ χορού, το Kalamata Dance Festival, λαμβάνει χώρα κάθε χρόνο ανελλιπώς τα τελευταία 25 και πλέον χρόνια στην πόλη της Καλαμάτας, έχοντας φιλοξενήσει εκατοντάδες εγχώριους και ξένους δημιουργούς. Άλλες ελληνικές διοργανώσεις με έντονη και πολυετή δραστηριότητα είναι το Arc for Dance Festival στην Αθήνα, το Dance Days Chania

στα Χανιά της Κρήτης, το Akropoditi DanceFest στο νησί της Σύρου και το Zante Dance Festival στη Ζάκυνθο.

2.2.3. Δίκτυα με αποκλειστικά διαδικτυακή δράση

2.2.3.1. International Choreographers' Organization and Networking Services (Dance ICONS)

Το International Choreographers' Organization and Networking Services ή εναλλακτικά Dance ICONS είναι ένα παγκόσμιο δίκτυο για χορογράφους οποιασδήποτε εθνικότητας, γένους, ηλικίας και εμπειρίας. Ιδρύθηκε το Φεβρουάριο του 2016 στην Ουάσιγκτον των Ηνωμένων Πολιτειών, όπου και εδράζεται μέχρι και σήμερα. Η επίσημη ονομασία του είναι International CONSortium for Advancement in Choreography και από τα αρχικά των δύο πρώτων λέξεων του προκύπτει η συντομογραφία του, Dance ICONS, επιδιώκοντας να εξάρει τις “εικονικές” χορογραφικές μορφές χάρη στη δραστηριότητα των οποίων ο χορός εξελίσσεται συνεχώς. Το Dance ICONS έχει σήμερα εκπροσώπους σε 81 χώρες παγκοσμίως, οι οποίοι είναι υπεύθυνοι για την υποστήριξη των χορογράφων, την προσέλκυση νέων μελών και τη δικτύωση των χορογραφικών πρωτοβουλιών στις χώρες τους.

Αποστολή του Dance ICONS είναι η διατήρηση μιας online πλατφόρμας - βασισμένης σε cloud τεχνολογίες- για παροχή πληροφοριών και γνώσης σε χορογράφους σε όλο τον κόσμο. Στην ηλεκτρονική ιστοσελίδα του υπάρχουν πληροφορίες -οι οποίες ανανεώνονται συνεχώς- σχετικά με ευκαιρίες εκπαίδευσης στη χορογραφία, χορογραφικούς διαγωνισμούς, υπηρεσίες προώθησης χορογραφικών έργων, φορείς και δίκτυα υποστήριξης χορογράφων, καλέσματα για residencies ή/και παρουσίαση έργων χορού, βιβλία και εγχειρίδια χορογραφικής σύνθεσης, αρχεία βιντεοσκοπημένων παραστάσεων, τρόπους καταγραφής χορογραφικών έργων, ακαδημαϊκές έρευνες για θέματα χορογραφίας, κριτική χορού, ιστοτόπους για το χορό, νομικά και ασφαλιστικά θέματα παραγωγών χορού κ.α. Στα πλαίσια των μελλοντικών του δράσεων του συγκαταλέγεται και η συγγραφή ενός εγχειριδίου χορογραφικής σύνθεσης, το οποίο θα προτείνει

μεθοδολογίες χορογραφικής σύνθεσης και τρόπους διδασκαλίας της τέχνης της χορογραφίας.

2.2.3.2. Ιστότοποι ευκαιριών χορού

Η τέχνη και κατ' επέκταση ο χορός δεν περιορίζεται -ή τουλάχιστον δε θα έπρεπε να περιορίζεται- από εθνικά σύνορα και τοπικές αντιπαλότητες, αλλά αντιθέτως δημιουργεί σχέσεις μεταξύ των ανθρώπων σε όποιο μέρος του κόσμου και αν βρίσκονται. Κατ' επέκταση, ο όγκος της πληροφορίας που δημιουργείται και αφορά επαγγελματικές ή εκπαιδευτικές ευκαιρίες στο χώρο του χορού είναι τεράστιος, ενώ παράλληλα η πληροφορία αυτή μπορεί να προέρχεται από μέρη που βρίσκονται ακόμα και εκατοντάδες χιλιάδες χιλιόμετρα μακριά. Τα τελευταία χρόνια χάρη στο διαδίκτυο, έχουν αναπτυχθεί αρκετές online πλατφόρμες, όπως διαδικτυακοί ιστότοποι, ομάδες/σελίδες σε social media και newsletters ηλεκτρονικού ταχυδρομείου που σκοπό έχουν να ενημερώνουν άμεσα, έγκαιρα και εύκολα τους επισκέπτες/μέλη/εγγεγραμμένους τους για όσα συμβαίνουν στο χορευτικό τομέα σε παγκόσμια ή μικρότερη κλίμακα. Συγκεκριμένα, οι περισσότερες πλατφόρμες ενημερώνουν τους επαγγελματίες χορευτές για ακροάσεις ομάδων χορού ή ανεξάρτητων χορογράφων, μαθήματα, εντατικά προγράμματα και σεμινάρια χορού, τους μελλοντικούς σπουδαστές χορού για ακροάσεις πανεπιστημιακών τμημάτων χορού αλλά και άλλων εκπαιδεύσεων χορού, τις ομάδες χορού και τους ανεξάρτητους δημιουργούς για ευκαιρίες υποστήριξης ή/και παρουσίασης των έργων τους και όλους τους απασχολούμενους σε κλάδους σχετικούς με το χορό για ευκαιρίας εργασίας ή εκπαίδευσης. Μερικοί από τους δημοφιλέστερους ιστοτόπους αναζήτησης ευκαιριών χορού στον ευρωπαϊκό χώρο είναι οι dancingopportunities.com, networkdance.com, auditions.com και danceeurope.net ενώ μερικές από τις σελίδες στα social media με χιλιάδες μέλη είναι οι [danceauditions](https://www.instagram.com/danceauditions) (Instagram), [Dance Auditions Europe](https://www.facebook.com/DanceAuditionsEurope), [Global Dance Network](https://www.facebook.com/GlobalDanceNetwork), [Dancer Jobs Network](https://www.facebook.com/DancerJobsNetwork) (Facebook).

2.2.3.3. Ιστότοποι θεματολογίας σχετικής με το χορό (blogs χορού)

Μια καινοτομία στον τομέα της δικτύωσης στο χώρο του χορού που οφείλεται στην ανακάλυψη του διαδικτύου είναι η δημιουργία ηλεκτρονικών ιστοσελίδων με ποικίλα θέματα σχετικά με το χορό (blogs). Τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί πολλές ιστοσελίδες με θεματικές που σχετίζονται με το χορό και απευθύνονται τόσο σε ερασιτέχνες και επαγγελματίες χορευτές, όσο και σε χορογράφους, δασκάλους χορού, θεωρητικούς και κριτικούς χορού και καθέναν που αγαπάει την τέχνη αυτή. Η θεματολογία τους είναι ευρεία: ιστορία χορού, χορευτικά στυλ, σωματική και ψυχική υγεία χορευτών, συμβουλευτική για χορευτές, χορογραφική δημιουργία, μουσική, εκπαιδευτικό υλικό για δασκάλους, επιστημονικές, φιλοσοφικές και κοινωνιολογικές μελέτες για το χορό, κριτικές χορού, λεξικά χορευτικών όρων, ευρετήρια σχολών, ομάδων, διαγωνισμών και φεστιβάλ χορού, ευκαιρίες εκπαίδευσης και εργασίας στο χορό, ηλεκτρονικά βιβλία, βίντεο και συνεντεύξεις, συμβουλευτική για γονείς, ενδυμασία και εξοπλισμός χορού, νέες παραγωγές χορού κ.α. Η επισκεψιμότητα αυτών των ιστοσελίδων αυξάνεται συνεχώς καθώς αποτελούν έναν εύκολο, γρήγορο και δωρεάν τρόπο ενημέρωσης και πληροφόρησης, με αποτέλεσμα ο κόσμος του χορού να διευρύνεται, να δικτυώνεται και να αλληλεπιδρά αποδοτικότερα. Ενδεικτικά blogs χορού με ποικιλία θεμάτων είναι τα contemporary-dance.org, 4dancers.org, danceadvantage.net και dance-enthusiast.com. Ακόμα, ιστότοποι όπου κριτικοί χορού αρθρογραφούν και μοιράζονται τις εμπειρίες τους σχετικά με όσα είδαν ή διάβασαν είναι ενδεικτικά οι criticaldance.org, artsjournal.com, danceviewtimes.com και thinkingdance.net.

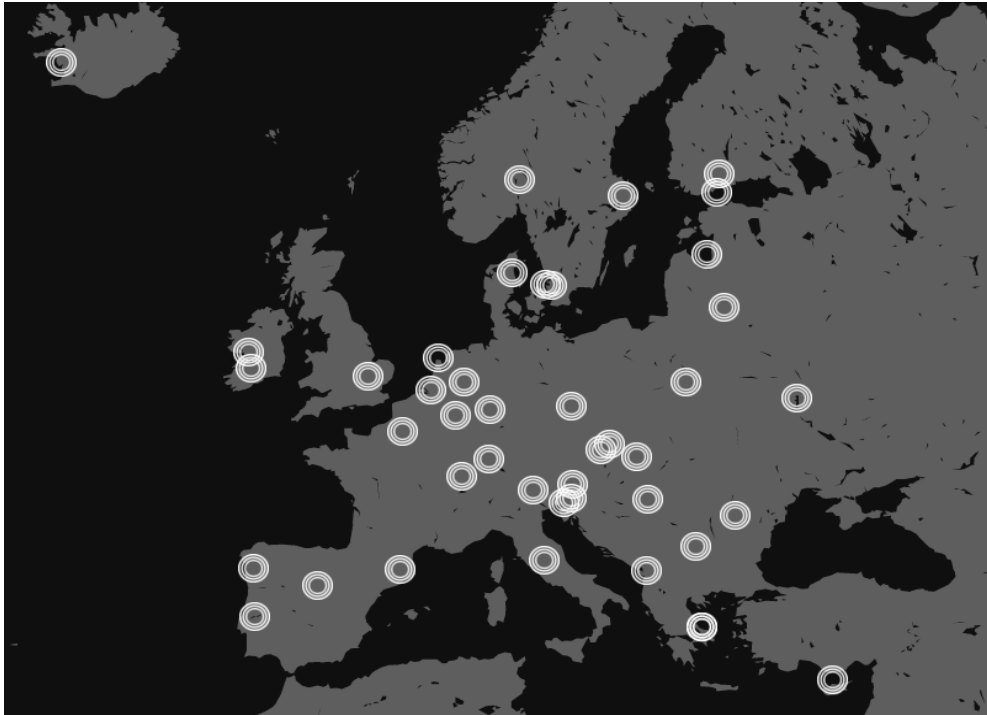
2.3. Το δίκτυο Aerowaves

Το Aerowaves είναι ένα ευρωπαϊκό δίκτυο χορού που δραστηριοποιείται τα τελευταία 25 χρόνια σε 33 ευρωπαϊκές χώρες και έχει ως όραμα την εξεύρεση υποσχόμενων έργων χορού νέων χορογράφων και την προώθηση τους σε φεστιβάλ και διοργανώσεις σε χώρες της Ευρώπης. Όπως αναφέρεται χαρακτηριστικά στην ηλεκτρονική ιστοσελίδα του δικτύου, το Aerowaves αποτελεί με περηφάνια έναν

μοναδικό συνδυαστικό κρίκο μεταξύ χορογράφων, διευθυντών διοργανώσεων χορού και θαυμαστών του χορού σε όλη την Ευρώπη.

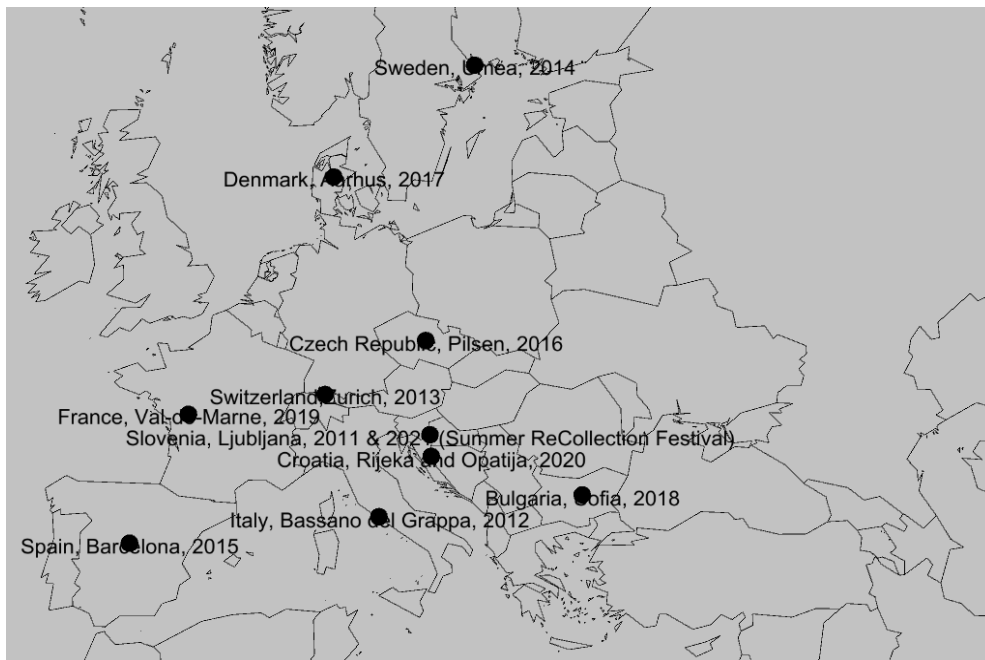
Το 1996 ο John Ashford, διευθυντής τότε του περίφημου θεάτρου χορού The Place στο Λονδίνο, μαζί με μερικούς ακόμα στενούς συνεργάτες του από το χώρο του χορού εμπνεύστηκαν και ίδρυσαν το δίκτυο χορού Aerowaves. Η ιδέα του Ashford ήταν, εκμεταλλευόμενος τη πείρα του και τη διεθνή φήμη του The Place, να παρακολουθήσει όλα τα έργα ανερχόμενων χορογράφων που είχε λάβει μέσω βίντεο και να επιλέξει δέκα από αυτά για να παρουσιαστούν στο θέατρο The Place στο Λονδίνο. Στη συνέχεια, οι αρχικοί του συνεργάτες αλλά και άλλοι παραγωγοί και διευθυντές φεστιβάλ από όλη την Ευρώπη προσκάλεσαν πολλά από τα έργα αυτά να παρουσιαστούν και στις χώρες τους.

Σήμερα, το δίκτυο έχει 44 συνεργάτες προερχόμενους από 33 διαφορετικές ευρωπαϊκές πόλεις (Εικόνα 27). Η Ελλάδα εκπροσωπείται από δύο συνεργάτες: τη Μαραγκοπούλου Βικτώρια, η οποία διετέλεσε διευθύντρια του Φεστιβάλ Χορού Καλαμάτας επί 21 χρόνια, και τη Φρόσω Τρούσα, η οποία διοργανώνει από το 2008 το Arc for Dance Festival στην Αθήνα. Κάθε χρόνο περισσότεροι από 600 ανερχόμενοι χορογράφοι αποστέλλουν τα βιντεοσκοπημένα έργα τους στο δίκτυο ευελπιστώντας να επιλεγούν ανάμεσα στους είκοσι Aerowaves καλλιτέχνες της χρονιάς. Κάθε Οκτώβρη οι συνεργάτες του δικτύου συνεδριάζουν, παρακολουθούν όλα τα έργα που έχουν αποσταλεί και στη συνέχεια η πολυετής επαγγελματική εμπειρία και η αγάπη τους για το χορό τους βοηθούν να επιλέξουν είκοσι καλλιτέχνες της χρονιάς, τα έργα των οποίων θα προωθηθούν από το δίκτυο. Ακόμα, κάθε συνεργάτης του δικτύου οφείλει κάθε χρόνο να προσκαλεί τουλάχιστον τρεις από τους επιλεγμένους χορογράφους στη διοργάνωση την οποία διευθύνει.



Εικόνα 27: Οι συνεργάτες του δικτύου Aerowaves τον Ιούνιο του 2021.

Το 2011, το δίκτυο Aerowaves έκανε ένα τολμηρό βήμα εγκαινιάζοντας τη μεγαλύτερη δράση του, το Spring Forward Festival. Τη διοργάνωση του πρώτου Spring Forward Festival ανέλαβε το Španski Borci Cultural Centre στη Λιουμπλιάνα της Σλοβενίας σε συνεργασία με το Aerowaves. Σκοπός αυτού του φεστιβάλ είναι να αποτελεί μια ετήσια πλατφόρμα, όπου οι είκοσι επιλεγμένοι καλλιτέχνες κάθε χρόνου θα παρουσιάζουν τα έργα τους. Παράλληλα, παραγωγοί χορού, διοργανωτές φεστιβάλ χορού και διευθυντές θεάτρων από όλο τον κόσμο είναι προσκεκλημένοι προκειμένου να παρακολουθήσουν τις παραστάσεις των νέων καλλιτεχνών και πιθανότατα να προσκαλέσουν κι αυτοί με τη σειρά τους ορισμένους από τους καλλιτέχνες αυτούς στη χώρα τους. Το φεστιβάλ παρακολουθούν τόσο κάτοικοι της πόλης διεξαγωγής της δράσης -κάθε χρονιά ένας διαφορετικός συνεργάτης αναλαμβάνει τη διεξαγωγή του φεστιβάλ στη χώρα του (Εικόνα 28), όσο και λάτρεις του χορού από όλο τον κόσμο, καθώς από το 2014 και έπειτα το φεστιβάλ μεταδίδεται ζωντανά μέσω διαδικτύου.



Εικόνα 28: Οι διοργανώτριες χώρες του Spring Forward Festival στο διάστημα 2011-2021.

Το Springback Academy αποτελεί μια ακόμα πρωτοβουλία του δικτύου Aerowaves, που από το 2014 έχει στόχο να εκπαιδεύσει κριτικούς χορού ικανούς να σχολιάζουν έργα χορού με αντικειμενικότητα, ανοιχτή σκέψη και καλοπροαίρετο λόγο. Το Springback Academy λαμβάνει χώρα ετησίως ταυτόχρονα με το Spring Forward Festival. Από το 2018 οι απόφοιτοι του Springback Academy συγγράφουν κάθε χρόνο το Springback Magazine, ένα ανεξάρτητο περιοδικό σχολιασμού των επιλεγμένων από το Aerowaves έργων και της γενικότερης δράσης του δικτύου, καθώς και άλλων δράσεων του ευρωπαϊκού χορευτικού γίγνεσθαι.

Μια ακόμα πρωτοβουλία επέκτασης του δικτύου πέρα από τα ευρωπαϊκά σύνορα αποτελεί η αλληλεπίδραση του δικτύου με την ιδιαίτερη χορευτική κουλτούρα της Ασίας. Συγκεκριμένα, το Aerowaves συνεργάζεται τα τελευταία χρόνια με χορευτικούς φορείς στην Ιαπωνία, την Κορέα και την Ταϊβάν. Κάθε χρόνο τουλάχιστον ένα έργο από αυτές τις χώρες παρουσιάζεται στο Spring Forward Festival, ενώ παράλληλα αρκετοί από τους επιλεγμένους χορογράφους του δικτύου προσκαλούνται να παρουσιάσουν τα έργα τους στην ασιατική ήπειρο.

Το 2020, η πανδημία του covid-19 και οι δυσάρεστες συνέπειες που είχε στον καλλιτεχνικό χώρο αποτέλεσαν έναυσμα για ένα νέο εγχείρημα του δικτύου, το

Springback Ringside. Στόχος της πρωτοβουλίας αυτής είναι η βιντεοσκόπηση ολοκληρωμένων έργων χορού και η προβολή τους ως έργα εικονικής πραγματικότητας. Σε καμία περίπτωση δεν αποτελεί βλέψη του δικτύου η δημιουργία έργων με σκοπό την ψηφιακή τους καταγραφή και μετέπειτα προβολή, όμως η αξιοποίηση της τεχνολογίας της εικονικής πραγματικότητας σαφώς μπορεί να αξιοποιηθεί για την αρχειοθέτηση παραστάσεων χορού και γιατί όχι την προβολή τους σε περιπτώσεις αδυναμίας διεξαγωγής ζωντανών παραστάσεων, όπως συνέβη κατά τη διάρκεια των lockdown λόγω της πανδημίας.

Από το 2010 το δίκτυο Aerowaves επιχορηγείται από το πρόγραμμα Creative Europe της Ευρωπαϊκής Ένωσης. Αρχικά, ο οργανισμός δεχόταν υποστήριξη μόνο για τα λειτουργικά του έξοδα και συγκέντρωνε τα χρήματα για τις υπόλοιπες δράσεις του, όπως το Spring Forward Festival, με δική του πρωτοβουλία. Από το 2014 και έπειτα λαμβάνει πλέον από την Ευρωπαϊκή Ένωση τη μεγαλύτερη δυνατή επιχορήγηση ως καλλιτεχνική πλατφόρμα. Με τα χρήματα αυτά το δίκτυο διοργανώνει τις δράσεις του και υποστηρίζει τους συνεργάτες του, καλύπτοντας κατά μέσο όρο τα μισά έξοδα για την ετήσια παρουσίαση των τριών έργων για την οποία είναι υπόχρεο κάθε μέλος. Οι τελευταίες δράσεις υποστηρίζονται συχνά και από εθνικές επιχορηγήσεις ή τοπικές ιδιωτικές δωρεές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3:
ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΓΡΑΦΩΝ ΚΑΙ
ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ
-
ΤΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΓΕΡΗΙ

Στο παρόν κεφάλαιο θα αναφερθούμε στην οπτικοποίηση των δικτύων και πως εκείνη επιτυγχάνεται μέσω της τεχνικής σχεδίασης γράφων, θα κάνουμε μια ιστορική αναδρομή για να γνωρίσουμε πως γεννήθηκε και εξελίχθηκε στο χρόνο ο κλάδος της σχεδίασης γράφων και θα παρουσιάσουμε τις βασικές αρχές του τελευταίου, θα μελετήσουμε τρόπους με τους οποίους μπορούμε να αναπαραστήσουμε ένα δίκτυο και τέλος θα αναφερθούμε στο λογισμικό σχεδίασης γράφων Gephi προκειμένου να γνωρίσουμε τις δυνατότητες που μας προσφέρει και να το αξιοποιήσουμε στο επόμενο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας για να αποδώσουμε οπτικά τη δραστηριότητα του δικτύου Aerowaves.

3.1. Σχεδίαση γράφων - Οπτικοποίηση δικτύων

3.1.1. Αναγκαιότητα οπτικοποίησης των δικτύων

Στο πρώτο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας ορίσαμε το δίκτυο ως ένα σύνολο οντοτήτων συνδεδεμένων μεταξύ τους με τρόπο συχνά δαιδαλώδη, ώστε να εξυπηρετείται ένας συγκεκριμένος σκοπός. Αναφερθήκαμε επίσης στην εξαιρετική πολυπλοκότητα ορισμένων πραγματικών δικτύων, καθώς και στις δυσκολίες που συναντά η επιστημονική κοινότητα όταν τα μελετά. Μια ιδιαιτερότητα των πραγματικών δικτύων που δεν αναφέρθηκε προηγουμένως, αλλά δυσχεραίνει αισθητά το έργο των ερευνητών, είναι το γεγονός πως ενώ τα διάφορα δίκτυα που μελετώνται υφίστανται στον πραγματικό κόσμο, ωστόσο (τις περισσότερες φορές) δεν γίνονται άμεσα αντιληπτά από τις ανθρώπινες αισθήσεις. Από τη μία, τα κοινωνικά δίκτυα, τα δίκτυα υπολογιστών, τα τροφικά πλέγματα, τα δίκτυα μεταφοράς, τα νευρωνικά δίκτυα και όλα τα πραγματικά παραδείγματα δικτύων παρουσιάζουν κόμβους οι οποίοι μπορεί να απέχουν από μερικά nanometers (10^{-9} μέτρα) (π.χ. αποστάσεις μεταξύ νευρώνων σε ένα νευρωνικό δίκτυο) έως μερικές χιλιάδες χιλιόμετρα (αποστάσεις μεταξύ δύο επαφών ενός διεθνούς μέσου κοινωνικής δικτύωσης) και οι συνδέσεις μεταξύ αυτών μπορεί να έχουν υλική υπόσταση (π.χ. καλώδια μεταξύ των μονάδων ενός δικτύου υπολογιστών) ή να είναι αφηρημένες εφευρέσεις του ανθρώπινου νου για να καταφέρει να αποδώσει την ύπαρξη διμερών σχέσεων (π.χ. σχέσεις σε ένα τροφικό πλέγμα). Από την άλλη, ο άνθρωπος νους δυσκολεύεται να αντιληφθεί οτιδήποτε

δεν εμπίπτει στη σφαίρα των αισθήσεων του, όπως για παράδειγμα μικροσκοπικά και μακροσκοπικά μεγέθη ή αφηρημένες έννοιες και δομές. Γίνεται λοιπόν προφανής η παρακάτω διαπίστωση: προκειμένου τα διάφορα πραγματικά δίκτυα να γίνουν περισσότερο κατανοητά από τον άνθρωπο και να μπορούν να μελετηθούν σε βάθος, είναι απαραίτητη η μετακίνηση τους από τη σφαίρα της νόησης στη σφαίρα των αισθήσεων.

Πέραν της αμεσότερης και βαθύτερης κατανόησης των πραγματικών δικτύων, η οπτικοποίηση δικτύων χρησιμοποιώντας κατάλληλους αλγόριθμους σχεδίασης γράφων επιδρά θετικά και σε άλλους τομείς εργασίας των μελετητών δικτύων. Χάρη στην τεχνολογία οι γράφοι σήμερα σχεδιάζονται με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή, γεγονός που επιτρέπει στο μελετητή να αποθηκεύει το τελικό αποτέλεσμα αλλά και όλα τα ενδιάμεσα στάδια σχεδίασης, να υπολογίζει άκοπα ποσοτικά και ποιοτικά μεγέθη του δικτύου, να παρατηρεί πως μεταβάλλεται το δίκτυο στο χρόνο (δυναμικά δίκτυα), να λαμβάνει αυτόματα πληροφορίες για ιδιομορφίες ή μοτίβα που παρουσιάζει το δίκτυο, να καθορίζει τη διάταξη που επιθυμεί και να επεμβαίνει με κάθε τρόπο στο δίκτυο για περαιτέρω βελτίωση.

3.1.2. Ο κλάδος της σχεδίασης γράφων

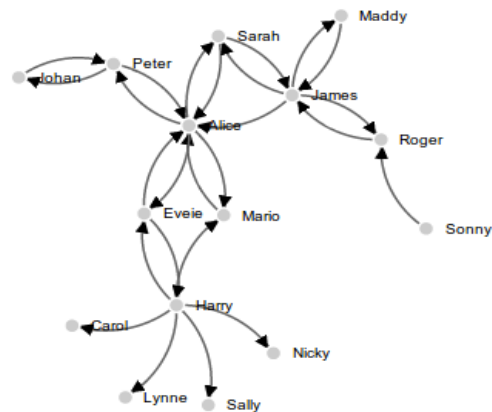
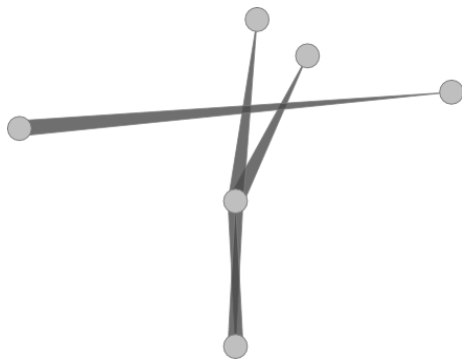
Για όλους τους παραπάνω λόγους γεννήθηκε ο κλάδος της σχεδίασης γράφων· ένας κλάδος που συνδυάζει το θεωρητικό υπόβαθρο της μαθηματικής θεωρίας των γράφων με τις πρακτικές της οπτικοποίησης της πληροφορίας ή/και της επιστήμης των υπολογιστών, προκειμένου να δημιουργήσει δισδιάστατες -ή ακόμα και τρισδιάστατες- απεικονίσεις γράφων ως αναπαραστάσεις πραγματικών δικτύων. Να τονίσουμε στο σημείο αυτό πως η απεικόνιση ενός γράφου δεν ταυτίζεται υποχρεωτικά με τον ίδιο το γράφο. Προφανώς, η απεικόνιση ενός γράφου αποτελείται από τους ίδιους κόμβους και τις ίδιες ακμές με το αρχικό γράφο, ωστόσο ο τρόπος με τον οποίο τα παραπάνω στοιχεία διατάσσονται στο χώρο μπορεί να διαφέρει σημαντικά μεταξύ δύο απεικονίσεων. Ο σχεδιαστής του γράφου καλείται να πάρει αποφάσεις σχετικά με τη διάταξη των στοιχείων του γράφου, έτσι ώστε να ικανοποιήσει τις απαιτήσεις που έχουν τεθεί ως προς την δυσκολία κατανόησης, την ευκολία τροποποίησης, το κόστος σχεδιασμού και την

αισθητική του σχεδίου. Για το λόγο αυτό, έχουν διαμορφωθεί ποικίλοι αλγόριθμοι σχεδίασης γράφων καθένας από τους οποίους δημιουργεί μια διαφορετική διάταξη με συγκεκριμένες ιδιότητες (βλ. Ενότητα 3.1.5.).

3.1.3. Βασικές αρχές σχεδίασης γράφων

Παρά την ύπαρξη πολλών διαφορετικών αλγορίθμων σχεδίασης, υπάρχουν ορισμένες βασικές αρχές που διέπουν κάθε τρόπο σχεδίασης των γράφων. Αρχικά, οι γράφοι απεικονίζονται (συνήθως) ως δισδιάστατα διαγράμματα κόμβων-ακμών, όπου οι κόμβοι αναπαρίστανται ως κύκλοι, τετράγωνα ή γραπτές επικεφαλίδες, ενώ οι ακμές ως ευθύγραμμα τμήματα ή καμπύλες γραμμές μεταξύ αυτών. Στην περίπτωση των κατευθυνόμενων γράφων η κατεύθυνση των ακμών υποδεικνύεται είτε με βέλη (Εικόνα 29), είτε μειώνοντας τη διατομή της ακμής καθώς κινούμαστε προς τον κόμβο άφιξης (Εικόνα 30). Για τους κατευθυνόμενους επίπεδους γράφους⁴³ (planar graphs) έχει αναπτυχθεί και η επίπεδη σχεδίαση προς τα πάνω (upward planar drawing), όπου κατόπιν σύμβασης κάθε ακμή κατευθύνεται μόνο από χαμηλότερο σε υψηλότερο κόμβο (Εικόνα 31).

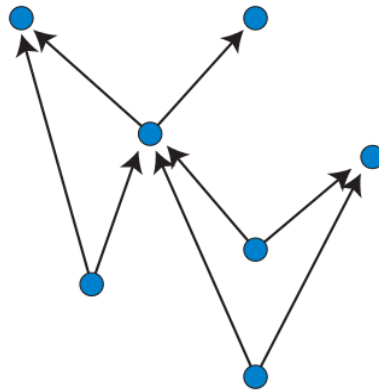
Εικόνα 29: Κατευθυνόμενος γράφος με επικεφαλίδες ως κόμβους και καμπύλες ακμές με βέλη.



Εικόνα 30: Κατευθυνόμενος γράφος με κυκλικούς κόμβους και ευθείες ακμές με μείωση διατομής.

⁴³ Επίπεδος γράφος (θεωρία γράφων): κάθε γράφος που μπορεί να σχεδιαστεί σε δισδιάστατο χώρο χωρίς να διασταυρώνονται οι ακμές του.

Εικόνα 31: Κατευθυνόμενος γράφος με ακμές μόνο από χαμηλότερους προς υψηλότερους κόμβους.



Πέρα από την σχεδίαση των γράφων ως διαγράμματα κόμβων-ακμών, έχουν αναπτυχθεί και άλλες μέθοδοι οπτικοποίησης των διμερών σχέσεων ενός δικτύου, όπου οι κόμβοι αναπαρίστανται ως συγκεκριμένες περιοχές του επιπέδου και οι συνδέσεις προκύπτουν από τα σημεία επαφής ή αλληλοκάλυψης των περιοχών αυτών ή οι κόμβοι αναπαρίστανται από οριζόντιες γραμμές και οι ακμές από κάθετες γραμμές ή ο πίνακας γειτνίασης του δικτύου οπτικοποιείται κ.α., ωστόσο οι απεικονίσεις αυτές δε θα χρησιμοποιηθούν στη μελέτη μας και συνεπώς δεν θα αναλυθούν στην παρούσα εργασία.

3.1.4. Αξιολόγηση σχεδίασης γράφων

Προτού παρουσιάσουμε τους βασικότερους αλγορίθμους σχεδίασης ενός γράφου είναι απαραίτητο να παρουσιαστούν ορισμένα ποιοτικά μεγέθη που έχουν διαμορφωθεί για την ποιοτική αξιολόγηση των διαφόρων διατάξεων των γράφων. Η γνώση των ποιοτικών μεγεθών ενός γράφου μας δίνει πληροφορίες για το πόσο κατανοητός, πόσο ευμετάβλητος, πόσο πρακτικός και πόσο αισθητικά ικανοποιητικός είναι ένας γράφος. Μάλιστα, πολλοί αλγόριθμοι σχεδίασης είναι κατασκευασμένοι με τέτοιο τρόπο ώστε να επιδιώκουν αυτομάτως την βελτιστοποίηση ορισμένων μεγεθών ποιότητας. Τα κυριότερα ποιοτικά μεγέθη ενός γράφου είναι:

1. Το πλήθος των διασταυρούμενων ακμών (crossings number): το πλήθος των ζευγαριών ακμών που διασταυρώνονται μεταξύ τους. Το μέγεθος αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία για το σχεδιασμό ενός γράφου, καθώς γράφοι με λιγότερες

διασταυρώσεις ακμών είναι περισσότερο κατανοητοί για έναν εξωτερικό παρατηρητή.

2. Η έκταση του σχεδίου (area): το μέγεθος του "μικρότερου κουτιού οριοθέτησης" (smallest bounding box), του χώρου δηλαδή με την μικρότερη έκταση που μπορεί να ενσωματώσει όλους τους κόμβους του δικτύου. Πρακτικά, ύστερα από εφαρμογή κατάλληλης κλίμακας, η έκταση του σχεδίου υπολογίζεται ως το γινόμενο της μεγαλύτερης απόστασης στον άξονα-x μεταξύ δύο κόμβων επί τη μεγαλύτερη απόσταση στον άξονα-y μεταξύ δύο κόμβων. Γενικότερα, γράφοι σχεδιασμένοι σε μικρότερη έκταση είναι περισσότερο ευανάγνωστοι καθώς είναι πιο εμφανή τα χαρακτηριστικά τους.

3. Η απεικόνιση των (πιθανών) συμμετριών (symmetry display): η ανάδειξη όσων περισσότερων (πιθανών) συμμετριών του γράφου είναι εφικτή. Προφανώς, η ανάδειξη των συμμετριών ενός γράφου διευκολύνει σε μεγάλο βαθμό την κατανόηση του και την επέμβαση σε αυτόν. Υπάρχουν αλγόριθμοι σχεδίασης που δημιουργούν αυτομάτως συμμετρικές αναπαραστάσεις γράφων και άλλες που μελετούν αρχικά τις (πιθανές) συμμετρίες του αρχικού γράφου και ύστερα σχεδιάζουν αναλόγως.

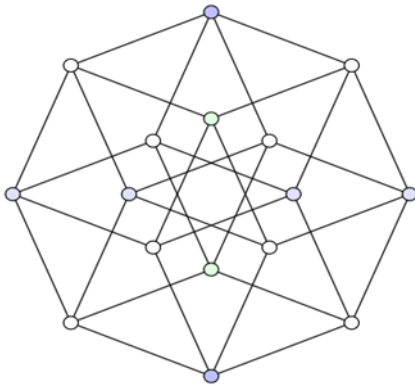
4. Η απλότητα των ακμών (edge simplicity): πόσες κυρτώσεις/διαφοροποιήσεις κατεύθυνσης παρουσιάζουν οι συνδέσεις μεταξύ των κόμβων. Όσο πιο απλή είναι μια ακμή τόσο πιο εύκολο είναι για το ανθρώπινο μάτι να την ακολουθήσει από την αρχή μέχρι το τέλος της.

5. Το μήκος των ακμών (edge length): η απόσταση που πρέπει να διανυθεί από έναν κόμβο εκκίνησης μέχρι έναν κόμβο άφιξης αλλά και το συνολικό μήκος όλων των ακμών του γράφου. Ομοίως με προηγουμένως, όσο πιο σύντομη είναι μια ακμή και όσο μικρότερο είναι το συνολικό μήκος όλων των ακμών του γράφου τόσο πιο εύκολο είναι για έναν μελετητή να περιηγηθεί μεταξύ των κόμβων.

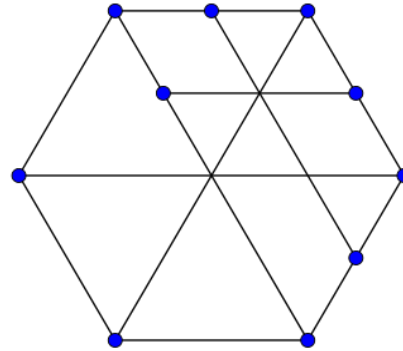
6. Η γωνιακή ανάλυση (angular resolution): η αιχμηρότερη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ δύο οποιονδήποτε ακμών που συναντώνται στον ίδιο κόμβο του δικτύου (Εικόνα 32). Η γωνία αυτή είναι άμεσα συνδεδεμένη με την κατανομή βαθμού των κόμβων. Γράφοι με κόμβους υψηλού βαθμού εμφανίζουν μικρότερη γωνία.

7. Ο αριθμός κλίσεων των ακμών του (slope number): το ελάχιστο πλήθος διαφορετικών κλίσεων ακμών που απαιτείται για να σχεδιαστεί ένας συγκεκριμένος γράφος με ευθείες ακμές (Εικόνα 33). Η κλίση μια ακμής

υποδηλώνει την κατεύθυνση της ως προς ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.



Εικόνα 32: Γράφος με γωνιακή ανάλυση 45 μοίρες.



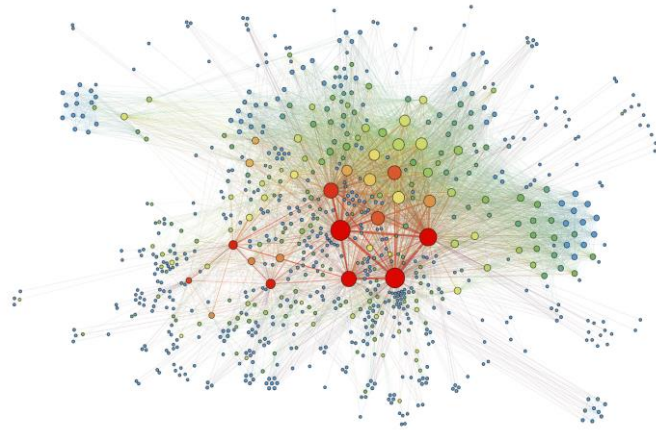
Εικόνα 33: Γράφος με ακμές τριών πιθανών κλίσεων.

3.1.5. Διατάξεις γράφων (Graph layouts)

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, μέχρι σήμερα έχουν αναπτυχθεί ποικίλοι αλγόριθμοι σχεδίασης γράφων, καθένας από τους οποίους διατάσσει τους κόμβους και τις ακμές με τέτοιο τρόπο ώστε να προκύπτουν συγκεκριμένα ποιοτικά χαρακτηριστικά. Οι κυριότερες διατάξεις γράφων που χρησιμοποιούνται ευρέως είναι:

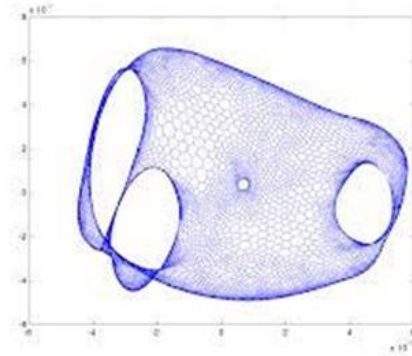
1. Force-directed layout: διατάσσει τους κόμβους ενός γράφου σε ένα δισδιάστατο ή τρισδιάστατο χώρο, έτσι ώστε όλες οι ακμές να έχουν περίπου το ίδιο, μικρό σχετικά μήκος (edge length), να υπάρχουν όσο το δυνατόν λιγότερες διασταυρώσεις ακμών (edge crossings), οι μεμονωμένοι κόμβοι να είναι απομακρυσμένοι από το κύριο σώμα του γράφου και να είναι προφανείς οι όποιες συμμετρίες. Αυτό επιτυγχάνεται προκαλώντας ελκτικές δυνάμεις σύμφωνα με το νόμο του Hooke μεταξύ των συνδεδεμένων κόμβων και απωστικές δυνάμεις σύμφωνα με το νόμο του Coulomb μεταξύ όλων των πιθανών ζευγαριών κόμβων (Εικόνα 34).

Εικόνα 34: Γράφος με *force-directed layout*.



2. Spectral layout: χρησιμοποιεί τα ιδιοδιανύσματα⁴⁴ ενός πίνακα γειτνίασης⁴⁵ του γράφου ως καρτεσιανές συντεταγμένες για να διατάξει τους κόμβους (Εικόνα 35).

Εικόνα 35: Γράφος με *spectral layout*.

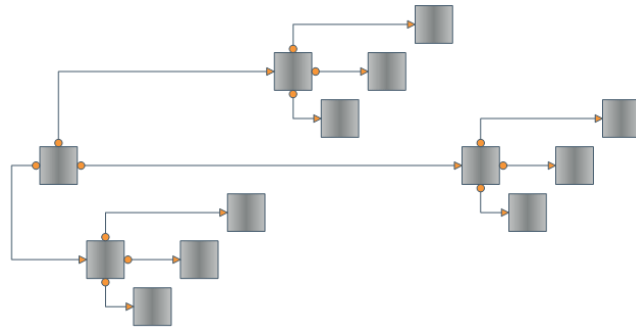


3. Orthogonal layout: τοποθετεί τις ακμές είτε οριζόντια είτε κάθετα, πάντοτε παράλληλα στους άξονες συντεταγμένων της διάταξης. Αναλυτικά, αρχικά εισάγεται ένας γράφος ο οποίος μετατρέπεται σε επίπεδο γράφο αντικαθιστώντας όλες τις διασταυρώσεις ακμών με νέους κόμβους, έπειτα οι ακμές ανακατευθύνονται ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι κυρτώσεις/αλλαγές κατεύθυνσης τους, οι κόμβοι προσαρμόζονται επίσης στις αλλαγές αυτές και τέλος η διάταξη συμπυκνώνεται για να ελαχιστοποιηθεί η έκταση του γράφου (Εικόνα 36).

⁴⁴ Ιδιοδιάνυσμα (γραμμική άλγεβρα): Ιδιοδιάνυσμα ενός τετραγωνικού πίνακα A ονομάζεται το μη μηδενικό διάνυσμα u που όταν πολλαπλασιαστεί με τον πίνακα A ισούται με το αρχικό διάνυσμα u πολλαπλασιασμένο με έναν αριθμό λ , δηλαδή: $A*u=\lambda*u$.

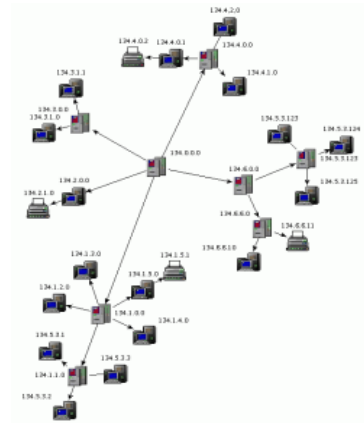
⁴⁵ Πίνακας γειτνίασης γράφου (θεωρία γράφων): ο πίνακας γειτνίασης ενός πεπερασμένου γράφου με n κόμβους είναι ένας τετραγωνικός πίνακας διαστάσεων $n*n$, όπου κάθε μη διαγώνιο στοιχείο a_{ij} είναι ο αριθμός των ακμών από τον κόμβο i στον κόμβο j και κάθε διαγώνιο στοιχείο a_{ii} είναι -ανάλογα τη σύμβαση- είτε το πλήθος είτε το διπλάσιο του πλήθους των ακμών από το κόμβο i στον εαυτό του.

Εικόνα 36: Γράφος με orthogonal layout.



4. Tree layout: διατάσσει τους κόμβους και τις ακμές του γράφου με τρόπο τέτοιο ώστε να σχηματιστεί ένα δέντρο. Στη θεωρία των γράφων ένας γράφος είναι δέντρο όταν οποιοδήποτε δύο κόμβοι του συνδέονται με ένα μοναδικό μονοπάτι (Εικόνα 37).

Εικόνα 37: Γράφος με tree layout.



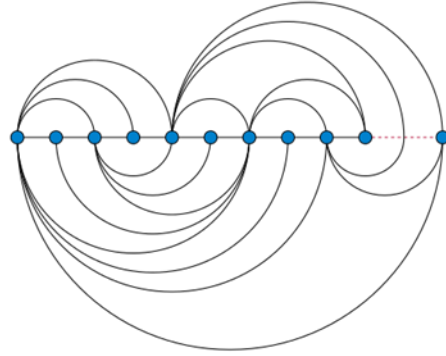
5. Layered/hierarchical layout: οι κόμβοι διατάσσονται σε οριζόντια στρώματα έτσι ώστε οι περισσότερες ακμές να κατευθύνονται από υψηλότερο προς χαμηλότερο στρώμα και στη συνέχεια οι κόμβοι κάθε οριζόντιου στρώματος αναδιατάσσονται για να ελαχιστοποιηθούν οι διασταυρώσεις ακμών (Εικόνα 38).



Εικόνα 38: Γράφος με layered/hierarchical layout.

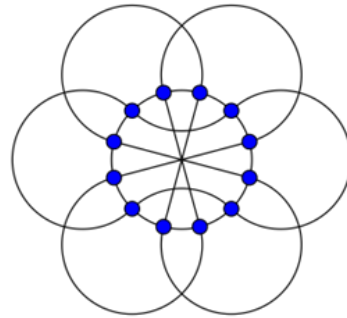
6. Arc diagram: διατάσσει τους κόμβους σε μια ευθεία γραμμή και οι ακμές σχεδιάζονται ως ημικύκλια σε ένα από τα δύο οριοθετημένα από την ευθεία γραμμή ημιεπίπεδα ή ως καμπύλες γραμμές που συνδέονται μεταξύ τους από πολλά ημικύκλια (Εικόνα 39). Σε μερικές περιπτώσεις τα ευθύγραμμα τμήματα της ευθείας πάνω στην οποία διατάσσονται οι κόμβοι λαμβάνονται επίσης ως ακμές μεταξύ γειτονικών κόμβων.

Εικόνα 39: Arc diagram.



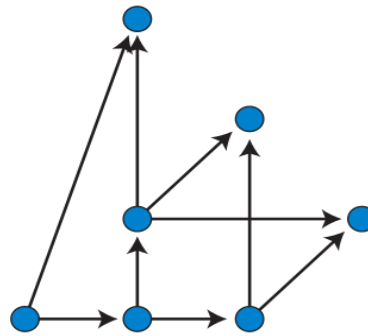
7. Circular layout: διατάσσει τους κόμβους του γράφου στην περιφέρεια ενός κύκλου επιλέγοντας προσεκτικά τη σειρά τοποθέτησης τους, έτσι ώστε να ελαχιστοποιούνται οι διασταυρώσεις ακμών και οι συνδεδεμένοι κόμβοι να τοποθετούνται κοντά ο ένας στον άλλο. Οι ακμές σχεδιάζονται είτε ως χορδές του κύκλου είτε ως τόξα εντός ή εκτός του κυκλικού δίσκου (Εικόνα 40).

Εικόνα 40: Γράφος με circular layout.



8. Dominance drawing: διατάσσει τους κόμβους σε συγκεκριμένα σημεία του Ευκλείδειου επιπέδου έτσι ώστε ο κόμβος α να είναι προσεγγίσιμος από τον κόμβο β αν και μόνο αν οι συντεταγμένες (τετμημένη x και τεταγμένη y) του κόμβου α είναι μεγαλύτερες ή ίσες με τις συντεταγμένες του κόμβου β . Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να είναι οπτικά εμφανής η πιθανότητα προσέγγισης ή μη ενός κόμβου ξεκινώντας από ένα δεδομένο κόμβο (Εικόνα 41). Οι ακμές σχεδιάζονται είτε ως ευθύγραμμα τμήματα είτε ως πολυγωνικές γραμμές.

Εικόνα 41: Γράφος σχεδιασμένος βάσει dominance drawing.



3.2. Ιστορική αναδρομή του κλάδου της σχεδίασης γράφων

3.2.1. Αρχαιότητα

Όπως είδαμε στο πρώτο κεφάλαιο, χρονική αφετηρία της θεωρίας των γράφων και των δικτύων θεωρείται το έτος 1736, όταν ο μαθηματικός Leonhard Euler δημοσίευσε την εργασία του *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentiis*⁴⁶, όπου απέδωσε το πρόβλημα των επτά γεφυρών του Königsberg με μια αφηρημένη τοπολογία κόμβων και ακμών και κατάφερε να αποδείξει πως το συγκεκριμένο πρόβλημα δεν επιδέχεται λύση (βλ. Ενότητα 1.2.). Αν και ο Euler θεωρείται ο πατέρας της θεωρίας των γράφων, ωστόσο ο ίδιος στην εργασία του δεν συμπεριέλαβε κανένα σχέδιο που να αναπαριστά την προσωπική του αφηρημένη σύλληψη του προβλήματος.

Εκατοντάδες χρόνια νωρίτερα, στην Αρχαία Αίγυπτο πρώιμες αναπαραστάσεις παιχνιδιών σκαλισμένες σε πέτρα φαίνονται να είναι τα πρώτα δείγματα σχεδίασης γράφων. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με περιγραφές του Henry Parker⁴⁷ οι αρχαιότερες αναπαραστάσεις γράφων που έχουν ανακαλυφθεί έως σήμερα είναι οι απεικονίσεις του παιχνιδιού Nine Men's Morris (ή αλλιώς Mills) στις πλάκες της οροφής ενός ναού στα χωριά Kurna της Αιγύπτου, οι οποίες χρονολογούνται πιθανότατα μεταξύ 1400-1366 π.Χ. Δυστυχώς, δεν υπάρχουν φωτογραφίες των

⁴⁶ Euler, L. *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*. *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, vol. 8, p.128-140 (1736)

⁴⁷ Parker, H. *Ancient Ceylon: An Account of the Aborigines and of Part of the Early Civilisation*. Luzan & Co, p.578 (1909)

σχεδίων της οροφής. Άλλα παραδείγματα σχεδίασης γράφων της αρχαιότητας είναι τα γενεαλογικά δέντρα που κοσμούσαν τα κεντρικά δωμάτια των κατοικιών των πατρικίων⁴⁸ της αρχαίας Ρωμαϊκής Αυτοκρατορίας, σύμφωνα με την Γαλλίδα ιστορικό C. Klapisch-Zuber⁴⁹. Δυστυχώς ούτε σ' αυτή την περίπτωση υπάρχουν φωτογραφίες των αναπαραστάσεων αυτών.

3.2.2. Μεσαίωνας

Περνώντας στον μεσαίωνα, οι παλαιότερες αναπαραστάσεις του παιχνιδιού Mills σε χαρτί προέρχονται από το βιβλίο *Book of Games*⁵⁰ που γράφτηκε με διαταγή του βασιλιά της Καστίλης και του Λεόν, Alfonso X. και χρονολογείται περί τον 13ο αιώνα μ.Χ. (Εικόνα 42). Λίγο νωρίτερα, περί τον 11ο αιώνα μ.Χ. χρονολογείται η παλαιότερη σωζόμενη αναπαράσταση γενεαλογικού δέντρου, όπου παρουσιάζονται οι απόγονοι του Νώε (Εικόνα 43), ενώ περί τον 12ο αιώνα μ.Χ. χρονολογείται το γενεαλογικό δέντρο της δυναστείας των Σαξόνων⁵¹ που φαίνεται στην Εικόνα 44. Θα λέγαμε πως οι παρακάτω αναπαραστάσεις σε χαρτί είναι τα παλαιότερα αρχειοθετημένα παραδείγματα γράφων που διασώζονται μέχρι και σήμερα.



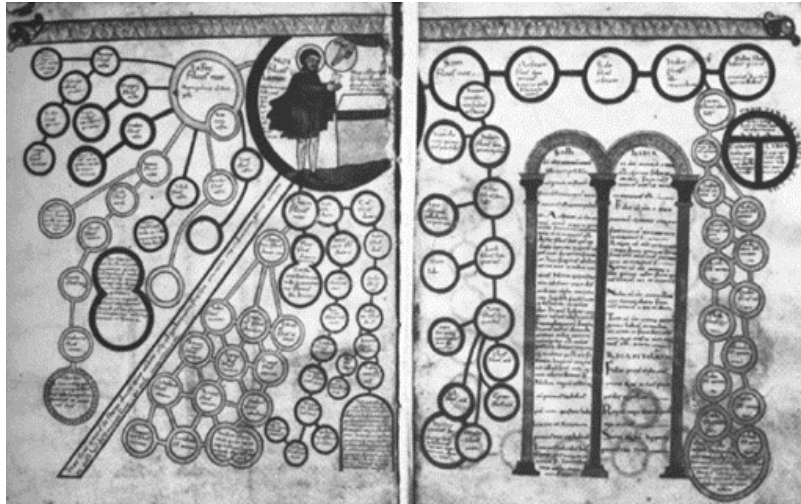
Εικόνα 42: Αναπαράσταση σε χαρτί του παιχνιδιού Morris από το βιβλίο *Book of games* (13ος αιώνας μ.Χ.).

⁴⁸ Πατρικοί: άρχουσα τάξη της Αρχαίας Ρώμης.

⁴⁹ Klapisch-Zuber, C. *The genesis of the family tree*. In W. Kaiser, editor, *I Tatti Studies: Essays in the Renaissance*, vol. 4. Leo S. Olschki, p.111 (1991)

⁵⁰ Alfonso X. King of Castile and Leon. *Libros del ajedrez, dados e tablas* (13ος αιώνας)

⁵¹ Δυναστεία των Σαξόνων: γενιά μοναρχών της Γερμανίας που έζησε στην περιοχή της Σαξονίας τον 11ο και 12ο αιώνα μ.Χ.

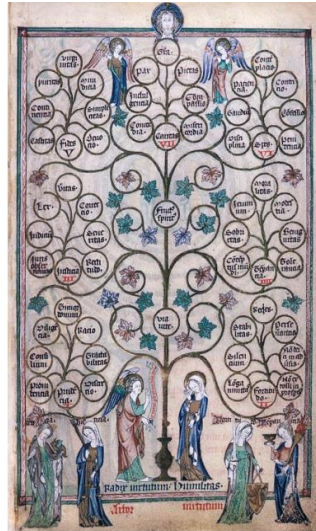
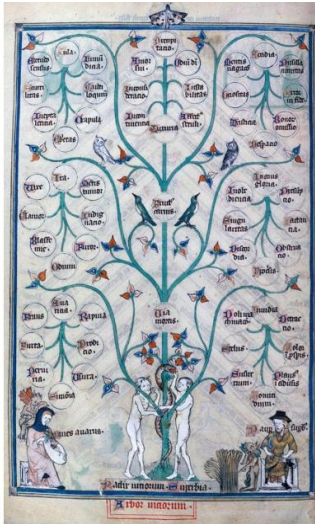


Εικόνα 43: Αναπαράσταση σε χαρτί του γενεαλογικού δέντρου των απογόνων του Νώε (11ος αιώνας μ.Χ.).

Εικόνα 44: Αναπαράσταση σε χαρτί του γενεαλογικού δέντρου της δυναστείας των Σαζόνων (12ος αιώνας μ.Χ.).

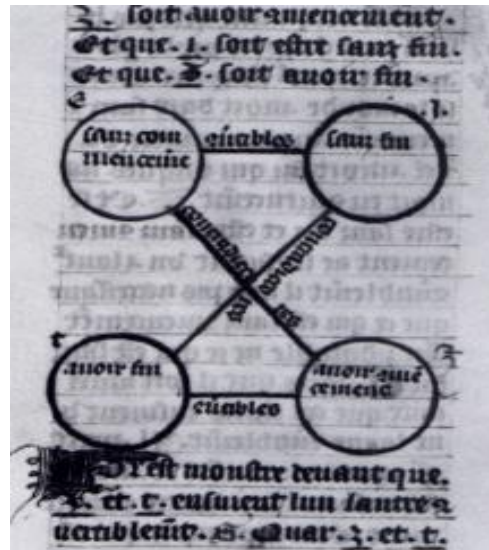


Πέρα από τις αναπαραστάσεις του παιχνιδιού Mills και τα γενεαλογικά δέντρα, πρώιμες μορφές γράφων χρησιμοποιήθηκαν και για άλλους σκοπούς. Στην Εικόνα 45 φαίνεται η χρήση των σύγχρονων δέντρων για την κατηγοριοποίηση των αρετών και των ελαττωμάτων κατά τον Μεσαίωνα. Ακόμα, πιο αφηρημένες μορφές γράφων χρησιμοποιήθηκαν στη φιλοσοφία για να συμπυκνώσουν τις συσχετίσεις μεταξύ προτάσεων ή συλλογισμών. Στην Εικόνα 46, φαίνεται ένα τετράγωνο αντιθέσεων, ένας γράφος δηλαδή που διευκόλυνε τους μαθητές να απομνημονεύσουν τις θέσεις της φιλοσοφίας του Αριστοτέλη (κόμβοι του γράφου) και τις σχέσεις μεταξύ αυτών (ακμές του γράφου).



Εικόνα 45: Γραφικές αναπαράστασεις των δέντρων των ελαττωμάτων (αριστερά) και των αρετών (δεξιά) (14ος αιώνας μ.Χ.).

Εικόνα 46: Το τετράγωνο των αντιθέσεων της φιλοσοφίας του Αριστοτέλη.



Εικόνα 47: Ουίρι, εργαλείο καταγραφής δεδομένων που προσομοιάζει σε γράφο και χρησιμοποιούνταν από τους Ίνκα.

Αξίζει να αναφερθεί πως πρώιμες ιδιαίτερες μορφές γράφων χρησιμοποιούσαν και οι πολιτισμοί της Λατινικής Αμερικής μεταξύ 13ου και 16ου αιώνα μ.Χ. προκειμένου να οπτικοποιούν την ιεραρχία διαφόρων δομών, χωρίς ωστόσο να έχει επιτευχθεί ακόμα η αποκωδικοποίησή τους. Ένα παράδειγμα αυτών των

απεικονίσεων φαίνεται στην Εικόνα 47, όπου απεικονίζεται ένα Quipu, ένα εργαλείο καταγραφής δεδομένων αλλά και οπτικοποίησης σχέσεων εξουσίας που χρησιμοποιούσαν οι Ίνκα και ήταν κατασκευασμένο από υφασμάτινες κλωστές.

3.2.3. Νεότερος και σύγχρονος κόσμος

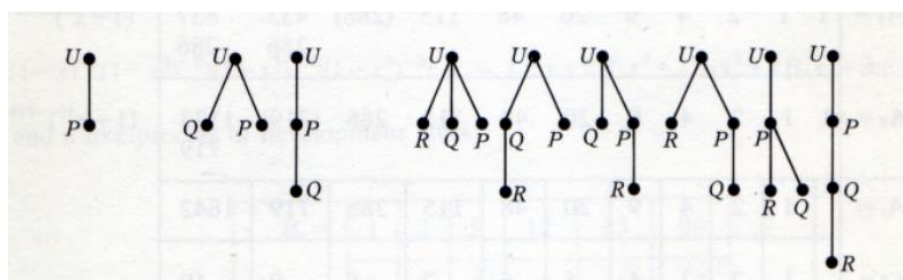
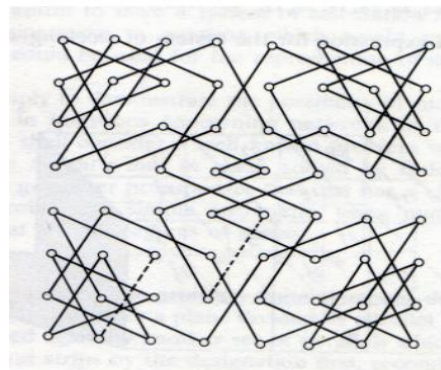
Παρόλο που η μετάβαση από τον μεσαίωνα στο σύγχρονο κόσμο για τον κλάδο της σχεδίασης γράφων δε συμπίπτει χρονικά με την απαρχή της θεωρίας των γράφων -ορίζοντας την τελευταία ως το έτος δημοσίευσης (1736) της εργασίας του Euler για το πρόβλημα των επτά γεφυρών του Königsberg, ωστόσο δεν έχει μεγάλη χρονική απόσταση από αυτή. Ήδη από τον 18ο αιώνα παρατηρείται αυξανόμενη χρήση των γράφων για την οπτικοποίηση της πληροφορίας σε διάφορους επιστημονικούς κλάδους. Στα μαθηματικά, η ανάπτυξη του θεωρητικού υποβάθρου της θεωρίας των γράφων συνοδεύτηκε από μια ανάλογη εξέλιξη στον τομέα της γραφικής σχεδίασης. Το 1771⁵² ο Γάλλος μαθηματικός Alexandre-Théophile Vandermonde απέδωσε το πρόβλημα της πορείας του ιππότη στο σκάκι (βλ. Ενότητα 1.2.2.) -το οποίο μελετήθηκε εκτενώς το 1759 από τον Euler χωρίς ωστόσο να αναπαρασταθεί γραφικά- σχεδιάζοντας ένα γράφο όπου κάθε κόμβος αντιστοιχεί σε ένα τετράγωνο του ταμπλό και οι ακμές δείχνουν τις πιθανές μετακινήσεις του ιππότη μεταξύ των τετραγώνων (Εικόνα 48). Το 1857 ο Βρετανός μαθηματικός Arthur Cayley δημοσίευσε την εργασία του⁵³ για την ειδική κατηγορία γράφων που αργότερα ονομάστηκαν δέντρα, παραθέτοντας αρκετά αντίστοιχα σχέδια (Εικόνα 49). Το 1892⁵⁴ ο Βρετανός μαθηματικός W. Rouse Ball έκανε την πρώτη απόπειρα απόδοσης του προβλήματος των επτά γεφυρών του Königsberg με τη μορφή γράφων -150 χρόνια μετά την επίλυση του από τον Euler, αναπαριστώντας τα κομμάτια ξηράς ως κόμβους και τις γέφυρες ως ακμές μεταξύ αυτών (Εικόνα 50).

⁵² Vandermonde, A. T. *Remarques sur les Problèmes de Situation*. Histoire de l'Académie des Sciences (1771)

⁵³ Cayley, A. *On the Theory of the Analytical Forms called Trees*. Philosophical Magazine 4 (13), p.172-176 (1857)

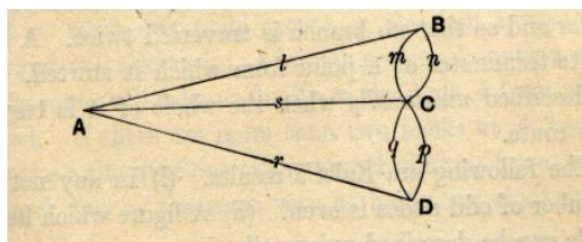
⁵⁴ Ball, W. R. *Mathematical Recreations and Essays*. The Macmillan Company, 11th edition (1892)

Εικόνα 48: Μέρος του γράφου που σχεδίασε ο A. T. Vandermonde για να αποδώσει το πρόβλημα του ιππότη στο σκάκι το 1771.



Εικόνα 49: Παραδείγματα δέντρων από την εργασία του A. Cayley το 1857.

Εικόνα 50: Η πρώτη απεικόνιση του προβλήματος των επτά γεφυρών του Königsberg με τη μορφή γράφου από τον W. Rouse Ball το 1892.

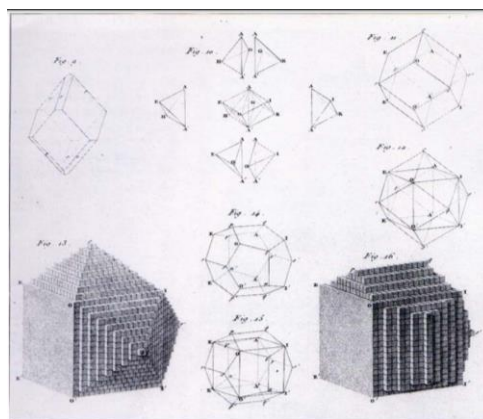


Ο Γάλλος René Just Haüy θεωρείται από τους πρωτοπόρους της επιστήμης της κρυσταλλογραφίας⁵⁵ και είναι ο πρώτος που εισήγαγε σχέδια κρυσταλλικών δομών στο έργο του *Essai d' une théorie sur la structure des cristaux* το 1784⁵⁶, συνδυάζοντας τη γεωμετρική σχεδίαση με την τρισδιάστατη απεικόνιση γράφων (Εικόνα 51). Στην παρακάτω απεικόνιση οι κόμβοι του γράφου αναπαριστούν τις κορυφές του κρυστάλλου και οι συνδέσεις τις ακμές του.

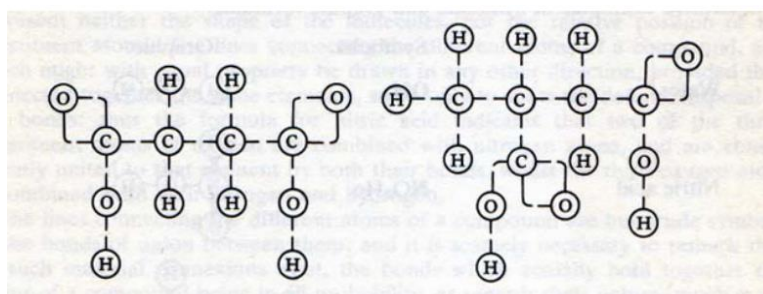
⁵⁵ Κρυσταλλογραφία: ο επιστημονικός κλάδος που μελετά τη γεωμετρική δομή των κρυστάλλων, των στερεών δηλαδή που παρουσιάζουν κανονική γεωμετρική διάταξη.

⁵⁶ Haüy, R. J. *Essai d' une théorie sur la structure des cristaux, appliquée a plusieurs genres de substances cristallisees* (1784)

Εικόνα 51: Τρισδιάστατη απεικόνιση κρυσταλλικών δομών με τη μορφή γράφων από τον R. J. Haüy το 1784.



Αντίστοιχα, στον τομέα της χημείας το 1864⁵⁷ ο Σκωτσέζος Alexander Crum Brown απεικόνισε τη δομή δύο μορίων κάνοντας χρήση της θεωρίας των γράφων. Στο σχέδιο του (Εικόνα 52) τα άτομα που συνθέτουν το μόριο απεικονίζονται ως κυκλικοί κόμβοι και οι χημικοί δεσμοί μεταξύ αυτών ως ακμές του γράφου.



Εικόνα 52: Απεικόνιση μοριακών δομών με τη μορφή γράφων από τον A. Brown το 1864.

Οι γράφοι που παρουσιάζονται παραπάνω είναι μερικά μόνο παραδείγματα της διάδοσης της σχεδίασης γράφων από τον 18ο αιώνα και ύστερα. Στη διάρκεια των τελευταίων τεσσάρων αιώνων η θεωρία των γράφων και η οπτικοποίηση των δικτύων -κάνοντας χρήση της τελευταίας- έχει βρει και συνεχίζει να βρίσκει εφαρμογές σε όλο και περισσότερους τομείς της ανθρώπινης δράσης. Γράφοι χρησιμοποιούνται εκτενώς πλέον στα μαθηματικά, τη φυσική, τη χημεία, τη βιολογία, την κοινωνιολογία, την οικονομική επιστήμη, την ιατρική, τη διατροφολογία, τις μεταφορές, την επιστήμη των υπολογιστών, την πληροφορική, τις τηλεπικοινωνίες, τη γλωσσολογία και αλλού, προκειμένου να οπτικοποιηθούν τα διάφορα δίκτυα.

⁵⁷ Brown, A. C. *On the Theory of Isomeric Compounds*. Transactions of the Royal Society Edinburgh, 23, p. 707-719 (1864)

3.3. Ψηφιακή οπτικοποίηση δικτύων – Πλεονεκτήματα

Από την αρχαιότητα μέχρι και σήμερα ο άνθρωπος έχει χρησιμοποιήσει διάφορα μέσα για να καταφέρει να αναπαραστήσει αφηρημένους γράφους ή πραγματικά δίκτυα. Άρχισε, όπως είδαμε προηγουμένως, σκαλίζοντας πάνω σε πέτρα παιχνίδια που προσομοίαζαν σε γράφους, χρησιμοποίησε υλικά όπως την κλωστή για να αποδώσει οπτικά την κοινωνική ιεραρχική δομή σε πολιτισμούς όπως οι Ίνκα, αξιοποίησε το μολύβι και τα χρώματα για να σχεδιάσει σε πάπυρο ή χαρτί γενεαλογικά δέντρα, γράφους λογικής, τοπολογίες προβλημάτων, χημικές ενώσεις, κοινωνικά και κάθε είδους δίκτυα. Αν και η σχεδίαση με το χέρι αποτέλεσε αποκλειστικό εργαλείο σχεδίασης για τους μελετητές των γράφων για εκατοντάδες χρόνια, η ανακάλυψη των ηλεκτρονικών υπολογιστών έφερε ριζικές αλλαγές στον κλάδο της οπτικοποίησης της πληροφορίας. Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής και τα λογισμικά γραφικής σχεδίασης που έχουν αναπτυχθεί τις τελευταίες δεκαετίες, έδωσαν στους μελετητές γράφων τη δυνατότητα να δημιουργούν ψηφιακές αναπαραστάσεις γράφων, αναπαραστάσεις που παρουσιάζουν σημαντικά πλεονεκτήματα έναντι της σχεδίασης με το χέρι. Αρχικά, η ψηφιακή σχεδίαση δεν προϋποθέτει την σχεδίαση ενός γράφου κόμβο προς κόμβο -αν και παρέχεται αυτή η δυνατότητα, καθώς συνήθως η τοποθέτηση των κόμβων και των ακμών γίνεται συνολικά και αυτόματα βάσει δεδομένων που εισάγονται εξ αρχής ως είσοδος στο πρόγραμμα. Έπειτα, τα προγράμματα που έχουν αναπτυχθεί δίνουν τη δυνατότητα επέμβασης στο υπάρχον σχέδιο άμεσα ή έμμεσα χωρίς να επηρεαστούν οι υπόλοιπες παράμετροι του σχεδίου, σε αντίθεση με τη σχεδίαση σε χαρτί όπου η διόρθωση απαιτεί πολλές φορές την ολική επανασχεδίαση. Ένα ακόμα πλεονέκτημα είναι η ευκολία αποθήκευσης και διατήρησης της εργασίας, καθώς τα σχέδια προστατεύονται από τη φθορά και είναι εύκολο να δημιουργηθούν πολλαπλά αντίγραφα ασφαλείας. Τέλος, τα λογισμικά σχεδίασης γράφων δίνουν τη δυνατότητα στον σχεδιαστή να εφαρμόσει αυτόματα οποιοδήποτε αλγόριθμο διάταξης επιθυμεί (βλ. Ενότητα 3.1.5.), να χρωματίσει τους κόμβους ή τις ακμές όπως επιθυμεί, να παραμετροποιήσει το μέγεθος των τελευταίων βάσει συγκεκριμένων χαρακτηριστικών τους, να καθορίσει τον τρόπο εμφάνισης του

τελικού σχεδίου, να δημιουργήσει δυναμικούς γράφους⁵⁸ και να τους προσομοιάσει σε πραγματικό χρόνο και να χρησιμοποιήσει δεκάδες άλλα εργαλεία για την βελτιστοποίηση της σχεδίασης του. Μερικά από τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα λογισμικά σχεδίασης γράφων είναι τα PGF/Tikz, Gephi, NetworkX, Cytoscape, MATLAB, Mathematica και GraphViz.

3.4. Λογισμικό GEPHI

Βασικός στόχος της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη των βασικών αρχών της θεωρίας των γράφων, η έρευνα σχετικά με το επίπεδο δικτύωσης στο χώρο της τέχνης του χορού και η μελέτη των τρόπων οπτικοποίησης των δικτύων προκειμένου να καταφέρουμε τελικά να δημιουργήσουμε μια ψηφιακή απεικόνιση του δικτύου χορού Aerowaves, να το αναλύσουμε και να εξαγάγουμε χρήσιμα συμπεράσματα για τη μορφή και τη συμπεριφορά του. Για το σκοπό αυτό, είναι απαραίτητη η χρήση ενός λογισμικού σχεδίασης δικτύων όπως εκείνα που αναφέρθηκαν παραπάνω. Ύστερα από έρευνα, πήραμε την απόφαση να αξιοποιήσουμε το λογισμικό Gephi καθώς επιτρέπει την εισαγωγή δεδομένων με τη μορφή αρχείων Excel, οπότε και μελετήσαμε τον τρόπο λειτουργίας του και τις δυνατότητες που προσφέρει στους χρήστες του.

Το Gephi είναι ένα λογισμικό ανοιχτού κώδικα που έχει δημιουργηθεί στη γλώσσα προγραμματισμού Java για την οπτικοποίηση και την ανάλυση δικτύων. Η πρώτη του έκδοση σχεδιάστηκε το 2008 από φοιτητές του University of Technology of Compiègne στη Γαλλία, ενώ αργότερα προέκυψαν και άλλες εκδόσεις του με την τελευταία να είναι διαθέσιμη από το Σεπτέμβριο του 2017. Το συγκεκριμένο λογισμικό υποστηρίζεται από τη γαλλική ακαδημαϊκή κοινότητα, διεθνείς επιχειρήσεις τεχνολογίας δικτύων και μεμονωμένους ιδιώτες και παρέχεται δωρεάν σε όλους. Στόχος των δημιουργών του είναι να παρέχει τη δυνατότητα στους χρήστες του να δημιουργούν απεικονίσεις δικτύων και στη συνέχεια να τις μελετούν προκειμένου να αντιληφθούν με ευκολία πιθανές επαναλαμβανόμενες

⁵⁸ Δυναμικός γράφος (θεωρία γράφων): ένας γράφος που μπορεί να μεταβάλλεται στο χρόνο, εμφανίζοντας νέους κόμβους ή/και ακμές ή καταστρέφοντας ήδη υπάρχοντες κόμβους ή/και ακμές.

συμπεριφορές, αποκλίσεις ή ιδιαίτερα χαρακτηριστικά. Δίνει μάλιστα τη δυνατότητα τρισδιάστατης σχεδίασης γράφων καθώς και δημιουργίας δυναμικών γράφων και παρουσίασης αυτών σε πραγματικό χρόνο. Το λογισμικό παρέχει δεκάδες εργαλεία επιτρέποντας στο χρήστη να σχεδιάσει, να χρωματίσει και να τροποποιήσει ένα δίκτυο, να καθορίσει τον τρόπο εμφάνισης του (π.χ. διάταξη, φίλτρα), να υπολογίσει αυτόματα τα βασικά δικτυακά μεγέθη του, να το αποθηκεύσει κ.α. Χάρη σε όλα τα παραπάνω το Gephi είναι ένα από τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα λογισμικά σχεδίασης γράφων και εξακολουθεί μέχρι και σήμερα να εμπλουτίζεται με νέα εργαλεία και δυνατότητες.

Απαραίτητη προϋπόθεση για να δημιουργήσεις ένα γράφο με το λογισμικό Gephi είναι η εισαγωγή δύο αρχείων Excel σε μορφή .csv. Το πρώτο αρχείο αφορά τους κόμβους του δικτύου και πρέπει να αποτελείται από δύο τουλάχιστον στήλες με ονόματα Id και Label, όπου η πρώτη είναι η ταυτότητα κάθε κόμβου (π.χ. αύξων αριθμός ή κάποια συντομογραφία) και η δεύτερη είναι η ετικέτα του που εμφανίζεται στην τελική διάταξη του δικτύου. Το δεύτερο αρχείο αφορά τις ακμές του δικτύου και πρέπει να αποτελείται από τέσσερις τουλάχιστον στήλες με ονόματα Source, Target, Type, Weight. Στην πρώτη στήλη γράφεται το Id του κόμβου εκκίνησης και στη δεύτερη το Id του κόμβου άφιξης της εκάστοτε ακμής, στη στήλη Type η ακμή χαρακτηρίζεται ως κατευθυνόμενη ή μη και στη τέταρτη στήλη δηλώνεται η βαρύτητα κάθε ακμής. Με την εισαγωγή των δύο παραπάνω αρχείων από το χρήστη, οι κόμβοι και οι συνδέσεις του δικτύου εμφανίζονται αυτόματα στην οθόνη και στη συνέχεια ο σχεδιαστής μπορεί να ξεκινήσει την επεξεργασία και τη μελέτη του δικτύου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:
ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑΚΗ
ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΧΟΡΟΥ
ΑΕΡΩΑΝΕΣ

-

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ & ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Το τέταρτο και τελευταίο κεφάλαιο αποτελεί το κυριότερο μέρος της παρούσας εργασίας, αφού στις επόμενες ενότητες θα γίνει η παρουσίαση, η ανάλυση και ο σχολιασμός του ευρωπαϊκού δικτύου χορού Aerowaves που αναφέραμε στην Ενότητα 2.3. και η μελέτη του οποίου αποτελεί τον κεντρικό άξονα του εν λόγω πονήματος. Αρχικά, θα δημιουργήσουμε με τη βοήθεια του εργαλείου Gephi μια δυναμική ως προς το χρόνο οπτική αναπαράσταση του δικτύου για το διάστημα 2014-2021, όπου θα είναι εμφανής η δραστηριότητα των μελών του και στη συνέχεια, βάσει της αναπαράστασης αυτής, θα υπολογίσουμε τα βασικά δικτυακά μεγέθη του. Έπειτα, θα αναθεωρήσουμε ορισμένα χαρακτηριστικά της δομής του προκειμένου να δημιουργήσουμε δύο νέες προσεγγίσεις του δικτύου, οι οποίες θα διευκολύνουν την έρευνα μας προσφέροντας μια πιο αναλυτική εικόνα των καλλιτεχνικών αλληλεπιδράσεων στα πλαίσια του τελευταίου. Τέλος, θα προσπαθήσουμε να λάβουμε υπόψη όλα τα παραπάνω προκειμένου να διαμορφώσουμε μια ολοκληρωμένη εικόνα του δικτύου, να συναγάγουμε συμπεράσματα για τη δομή και τη συμπεριφορά του, τις ιδιαιτερότητες και τις αδυναμίες του και -γιατί όχι;- να προτείνουμε και τρόπους για τη βελτίωση της δράσης του.

4.1. Εισαγωγή - Δεδομένα

Όπως αναφέρθηκε στην Ενότητα 2.3. το δίκτυο χορού Aerowaves είναι ένα ευρωπαϊκό δίκτυο χορού που δραστηριοποιείται τα τελευταία 25 χρόνια σε 33 ευρωπαϊκές χώρες και έχει ως όραμα την εξεύρεση υποσχόμενων έργων χορού νέων καλλιτεχνών και την προώθηση τους σε φεστιβάλ και διοργανώσεις σε χώρες της Ευρώπης. Σήμερα, το δίκτυο αποτελείται από 44 συνεργάτες, οι οποίοι συνεδριάζουν κάθε χρόνο και επιλέγουν 20 έργα χορού τα οποία παρουσιάζονται στο ετήσιο Spring Forward Festival και στη συνέχεια περιοδεύουν στην Ευρώπη κατόπιν πρόσκλησης από τους συνεργάτες του δικτύου. Αν και το δίκτυο ξεκίνησε τη δράση του με ατομική πρωτοβουλία του John Ashford, τότε διευθυντή του θεάτρου The Place στο Λονδίνο, από το 2010 και έπειτα το Aerowaves υποστηρίζεται από την Ευρωπαϊκή Ένωση και άλλους δημόσιους και ιδιωτικούς φορείς ως καλλιτεχνική πλατφόρμα.

Κατόπιν επικοινωνίας με το δίκτυο, συλλέχθηκαν δεδομένα της δραστηριότητας του δικτύου που θεωρήθηκαν πρόσφορα για την επιθυμητή δικτυακή ανάλυση της συγκεκριμένης εργασίας. Συγκεκριμένα, τα δεδομένα από τη δημιουργία του δικτύου μέχρι και το 2014 παρουσιάζουν αρκετές ελλείψεις και ασάφειες, οπότε αποφασίστηκε η ανάλυση του δικτύου από το 2014 και έπειτα, καθώς για την περίοδο αυτή υπάρχουν αναλυτικές αναφορές των ενεργειών του δικτύου που γράφτηκαν ως τεκμήριο της δράσης του προς τη διεύθυνση χρηματοδοτήσεων της Ευρωπαϊκής Ένωσης. Συνεπώς, τα δεδομένα που μελετάμε αφορούν στη χρονική περίοδο 1/10/2014 - 30/9/2021. Κάθε μια από τις 7 χρονικές περιόδους που μελετώνται ξεκινάει τον Οκτώβριο και ολοκληρώνεται τον Σεπτέμβριο του επόμενου ημερολογιακού έτους. Να σημειωθεί πως οι αναλυτικές αναφορές των ενεργειών του δικτύου που αποτελούν τη βασική μας πηγή δεδομένων αναφέρουν μόνο τις δράσεις των συνεργατών που ανήκουν στην επιχορηγούμενη από την Ευρωπαϊκή Ένωση πλατφόρμα Aerowaves, ενώ το δίκτυο διαθέτει και άλλους συνεργάτες οι δράσεις των οποίων δεν έχουν καταγραφεί και συνεπώς δεν λαμβάνονται υπόψη.

4.2. Οπτικοποίηση του δικτύου Aerowaves με χρήση του λογισμικού Gephi

4.2.1. Εισαγωγή δεδομένων στο Gephi

Για την ψηφιακή οπτική αναπαράσταση της δράσης του δικτύου κατά τη διάρκεια των επτά εν λόγω ετών χρησιμοποιήσαμε το λογισμικό σχεδίασης γράφων Gephi (έκδοση 0.9.3.). Αρχικά, δημιουργήσαμε ένα δυναμικό γράφο -ένα γράφο δηλαδή που μεταβάλλεται ως προς το χρόνο- για κάθε μια από τις επτά χρονιές δραστηριότητας του δικτύου που μας αφορούν, καθένας από τους οποίους παρουσιάζει τις μετακινήσεις των επιλεγμένων από το δίκτυο καλλιτεχνών από τη χώρα καταγωγής ή/και δραστηριοποίησης τους στη χώρα διεξαγωγής της εκάστοτε -οργανωμένης από τους συνεργάτες του δικτύου- δράσης. Για τη δημιουργία κάθε γράφου, δημιουργήσαμε τα απαραίτητα αρχεία Excel: ένα αρχείο για τους κόμβους αναχώρησης και ένα αρχείο για τους κόμβους άφιξης -όλοι οι γράφοι είναι κατευθυνόμενοι- και τέλος ένα αρχείο για τις ακμές του δικτύου. Στο αρχείο των

κόμβων αναχώρησης δημιουργήσαμε τέσσερις στήλες, όπως φαίνονται ενδεικτικά στην Εικόνα 53, όπου στη στήλη Id συμπληρώσαμε τις συντομογραφίες των χωρών προέλευσης των καλλιτεχνών, στη στήλη Label το πλήρες όνομα κάθε χώρας και στις στήλες lat και lng τα γεωγραφικά πλάτη και μήκη της πρωτεύουσας κάθε χώρας αντίστοιχα. Στο αρχείο των κόμβων άφιξης ακολουθήσαμε την ίδια λογική, με τη διαφορά πως στη στήλη Label συμπληρώσαμε την ονομασία του συνεργάτη του Aerowaves και τη χώρα και την πόλη δραστηριοποίησης του (Εικόνα 54).

1	Id	Label	lat	lng
2	AL	Albania	41.153332	20.168331
3	AD	Andorra	42.546245	1.601554
4	AM	Armenia	40.069099	45.038189
5	AT	Austria	47.516231	14.550072
6	AZ	Azerbaijan	40.143105	47.576927
7	BY	Belarus	53.709807	27.953389
8	BE	Belgium	50.503887	4.469936
9	BA	Bosnia and Herzegovina	43.915886	17.679076
10	BG	Bulgaria	42.733883	25.48583

Εικόνα 53: Πίνακας Excel κόμβων αναχώρησης δικτύου Aerowaves.

1	Id	Label	lat	lng
2	AT1	Austria, Oberwart, D.ID Dance Identity	47.52	14.550072
3	BG1	Bulgaria, Sofia, Art Link Foundation/Derida Dance Center	42.733883	25.48583
4	HR1	Croatia, San Vincenti, Zagreb Dance Company	45.1	15.2
5	HR2	Croatia, Rijeka, Croatian Cultural Center	45.1	15.2
6	CY1	Cyprus, Limassol, Dance House Lemosos	35.126413	33.429859
7	CZ1	Czech Republic, Prague, Tanec Praha	49.817492	15.472962
8	DK1	Denmark, Copenhagen, Danshallerne	56.26392	9.501785
9	DK2	Denmark, Aarhus, Bora Bora	56.26392	9.501785
10	FI1	Finland, Helsinki, Zodiak Center for New Dance	61.92411	25.748151

Εικόνα 54: Πίνακας Excel κόμβων άφιξης δικτύου Aerowaves.

Τέλος, κάθε ακμή υποδηλώνει τη μετακίνηση μιας χορευτικής ομάδας, ενός ή περισσότερων ανεξάρτητων καλλιτεχνών προκειμένου να παρουσιάσουν το έργο τους σε κάποια χώρα διαφορετική από εκείνη από την οποία προέρχονται και για να τις αναπαραστήσουμε δημιουργήσαμε ένα αρχείο Excel με έξι στήλες (Εικόνα 55). Η πρώτη στήλη ονομάζεται Source και περιέχει τις συντομογραφίες των χωρών προέλευσης των εκάστοτε μετακινούμενων καλλιτεχνών, η δεύτερη στήλη ονομάζεται Target και περιέχει τις συντομογραφίες των χωρών όπου έλαβαν χώρα

οι εκάστοτε διοργανώσεις, η τρίτη στήλη υποδεικνύει πως οι ακμές μας είναι κατευθυνόμενες και η τέταρτη υποδηλώνει το βάρος τους. Ως προς το βάρος όλες οι ακμές θεωρήθηκαν αρχικά ισότιμες με μοναδιαίο συντελεστή βαρύτητας, ωστόσο λόγω περιορισμών του Gephi τα βάρη των ακμών μεταβλήθηκαν στη συνέχεια για την πληρέστερη απόδοση του δικτύου (βλ. σύμβαση 6 Ενότητα 4.2.2.). Τέλος, η πέμπτη στήλη περιέχει τα ονόματα των μετακινούμενων καλλιτεχνών και τον τίτλο του έργου που παρουσίασαν στην εκάστοτε διοργάνωση, ενώ η τελευταία στήλη περιέχει την ημερομηνία διεξαγωγής της δράσης. Η τελευταία στήλη είναι απαραίτητη, ώστε οι γράφοι μας να είναι δυναμικοί, να μεταβάλλονται δηλαδή ως προς το χρόνο.

1	Source	Target	Type	Weight	Label	Timeset
2	GB	ES1	Directed	1.0	Dan Canham - 30 Cecil Street	2015-04-17
3	CY	ES1	Directed	1.0	Milena Ugren Koulas - Manlike	2015-04-17
4	CH	ES1	Directed	1.0	Tabea Martin - FIELD	2015-04-17
5	HU	ES1	Directed	1.0	Hodworks - Conditions of being a mortal movements I & II	2015-04-17
6	ES	ES1	Directed	1.0	Guy Nader & Maria Campos - Time takes the time time takes	2015-04-17
7	GR	ES1	Directed	1.0	Euripides Laskaridis - Relic	2015-04-17
8	LT	ES1	Directed	1.0	Vilma Pitrinaite, We Compagnie - Miss Lithuania	2015-04-17
9	BE	ES1	Directed	1.0	Meytal Blanaru - Aurora	2015-04-17
10	IT	ES1	Directed	1.0	Giorgia Nardin - All dressed up with nowhere to go	2015-04-17
11	CZ	ES1	Directed	1.0	Markéta Vacovská, Lenka Dusilová, Spitfire Company & Damúza - One step before the fall	2015-04-17
12	SK	ES1	Directed	1.0	BODY - BAKXEIA Dancing on the edge	2015-04-17
13	BE	ES1	Directed	1.0	Cie. Ayelen Parolin - Heretics /// Meytal Blanaru - Aurora	2015-04-17
14	PT	ES1	Directed	1.0	Marco da Silva Ferreira - Hu(r)mano	2015-04-17
15	NO	ES1	Directed	1.0	Berstad, Helgebostad & Wigdel -Jordjenta (Soilgirl)	2015-04-17
16	PT	ES1	Directed	1.0	Luis Guerra - FOG /// Marco da Silva Ferreira - Hu(r)mano	2015-04-17
17	AT	ES1	Directed	1.0	Deutinger & Gottfarb -Chivalry is dead	2015-04-17

Εικόνα 55: Πίνακας Excel ακμών δικτύου Aerowaves.

4.2.2. Συμβάσεις

Προτού προχωρήσουμε στη παρουσίαση των τελικών αναπαραστάσεων του δικτύου είναι απαραίτητο να αναφέρουμε ορισμένες συμβάσεις που θεωρήσαμε, ώστε να παραμείνει εφικτός ο στόχος μας και να επιτύχουμε την πληρέστερη και ακριβέστερη παρουσίαση των όσων επιθυμούμε. Οι συμβάσεις που θεωρήσαμε είναι:

1. Για λόγους απλοποίησης του δικτύου, οι γεωγραφικές συντεταγμένες των κόμβων αναχώρησης και άφιξης αφορούν την πρωτεύουσα κάθε χώρας, ακόμα και σε περιπτώσεις όπου είναι γνωστή η ακριβής τοποθεσία της εκάστοτε διοργάνωσης (π.χ. μια διοργάνωση στο Aarhus της Δανίας τοποθετείται στο χάρτη στην γεωγραφική θέση της Κοπεγχάγης).

2. Ως Id των κόμβων άφιξης χρησιμοποιούμε την επίσημη συντομογραφία της κάθε χώρας συνοδευμένη από τον αριθμό 1,2,3 ή 4, ώστε αφενός να μπορούμε να διακρίνουμε τους κόμβους άφιξης από τους κόμβους αναχώρησης και αφετέρου να διακρίνουμε ποιος είναι ο συνεργάτης του δικτύου που διοργανώνει τη δράση σε περιπτώσεις όπου δύο ή περισσότεροι συνεργάτες προέρχονται από την ίδια χώρα. Στις Εικόνες Εικόνα 56 και Εικόνα 57 παρουσιάζονται οι συνεργάτες του δικτύου που έχουν διοργανώσει τουλάχιστον μια δράση κατά τη διάρκεια των επτά ετών δράσης που μελετάμε και αποτελούν τους κόμβους άφιξης.

1	Id	Label
2	AT1	Austria, Oberwart, D.ID Dance Identity
3	BG1	Bulgaria, Sofia, Art Link Foundation/Derida Dance Center
4	HR1	Croatia, San Vincenti, Zagreb Dance Company
5	HR2	Croatia, Rijeka, Croatian Cultural Center
6	CY1	Cyprus, Limassol, Dance House Lemesos
7	CZ1	Czech Republic, Prague, Tanec Praha
8	DK1	Denmark, Copenhagen, Danshallerne
9	DK2	Denmark, Aarhus, Bora Bora
10	FI1	Finland, Helsinki, Zodiak Center for New Dance
11	FR1	France, Paris, La Briqueterie
12	DE1	Germany, Frankfurt, Künstlerhaus Mousonturm
13	DE2	Germany, Darmstadt, Staatstheater Darmstadt
14	GR1	Greece, Athens, Dance Cultural Center Unitiva
15	IE1	Ireland, Dublin, Dublin Dance Festival
16	IE2	Ireland, Limerick, Dance Limerick
17	IT1	Italy, Rome, Roma Europa
18	IT2	Italy, Bassano del Grappa, OperaEstate Veneto Festival
19	IT3	Italy, Sansepolcro, CapoTrave
20	LT1	Lithuania, Vilnius, Lithuanian Dance Information Center
21	LU1	Luxembourg, Luxembourg, TROIS-CL
22	NL1	Netherlands, Amsterdam, Dansmakers Amsterdam
23	NL2	Netherlands, Amsterdam, ICK Dans Amsterdam
24	NO1	Norway, Oslo, Dansens Hus Oslo
25	PL1	Poland, Poznan, Art Station Foundation
26	PL2	Poland, Lublin, Center for Culture Lublin
27	PL3	Poland, Krakow, Krakow Choreography Center
28	PL4	Poland, Krakow, TeatrKTO

Εικόνα 56: Οι συνεργάτες-κόμβοι άφιξης του δικτύου Aerowaves κατά την περίοδο 2014-2021.

29	PT1	Portugal, Guimarães, Centro Cultural Villar Flor
30	RO1	Romania, Bucharest, The National Center of Dance Bucharest /NCDB
31	RS1	Serbia, Novi Sad, Studentski Kulturni Centar Novi Sad / SKCNS
32	SI1	Slovenia, Ljubljana, EN-KNAP
33	ES1	Spain, Barcelona, Mercat de les flors
34	SE1	Sweden, Stockholm, Dansens Hus Stockholm
35	GB1	United Kingdom, London, The Place

Εικόνα 57: Οι συνεργάτες-κόμβοι άφιξης του δικτύου Aerowaves κατά την περίοδο 2014-2021 (συνέχεια).

3. Ως χώρες αναχώρησης των μετακινούμενων καλλιτεχνών θεωρούνται οι χώρες καταγωγής ή/και δραστηριοποίησης τους, όπως μας δόθηκαν από το δίκτυο Aerowaves. Σε περιπτώσεις όπου οι συνδημιουργοί ενός έργου προέρχονται από διαφορετικές χώρες, δημιουργήθηκαν για το ίδιο έργο τόσες ακμές όσες οι διαφορετικές χώρες προέλευσης των συμμετεχόντων καλλιτεχνών.

4. Αν και το δίκτυο Aerowaves είναι ένα ευρωπαϊκό δίκτυο χορού, ωστόσο τα τελευταία χρόνια διατηρεί μια μόνιμη συνεργασία με ορισμένες χώρες της Ασίας προωθώντας την ανταλλαγή καλλιτεχνών μεταξύ των δύο ηπείρων. Καθώς οι δράσεις αυτές ξεφεύγουν από το βασικό πυρήνα δράσης του δικτύου, δε λήφθηκαν υπόψη στη μελέτη μας οι μετακινήσεις καλλιτεχνών από και προς την ασιατική ήπειρο.

5. Κατά τη διάρκεια της πανδημίας του covid-19 πολλές δράσεις του δικτύου ακυρώθηκαν και άλλες διεξήχθησαν online. Καθώς οι online δράσεις του δικτύου λειτούργησαν με τρόπο παρόμοιο με τις δια ζώσης δράσεις και διαθέτουμε ακριβή δεδομένα για αυτές, αποφασίστηκε οι διαδικτυακές δράσεις να συμπεριληφθούν κανονικά στην ανάλυση μας.

6. Το λογισμικό Gephi δεν παρέχει τη δυνατότητα αναπαράστασης παράλληλων ακμών, ακμών δηλαδή που ξεκινούν από τον ίδιο κόμβο και καταλήγουν επίσης σε ίδιο. Καθώς τα δεδομένα περιέχουν πολλές τέτοιες ακμές, αποφασίστηκε οι παράλληλες ακμές-μετακινήσεις καλλιτεχνών να αναπαρίστανται από μια ακμή με βάρος ανάλογο του πλήθους των μετακινήσεων. Για παράδειγμα, τη χρονιά 2014-2015 οι καλλιτέχνες Igor & Moreno και Dan Canham ταξίδεψαν από τη Μεγάλη Βρετανία στην Ισπανία για να παρουσιάσουν τα έργα τους στο ετήσιο Spring Forward Festival, οπότε στο γράφο Gephi δημιουργήσαμε μια ακμή από την

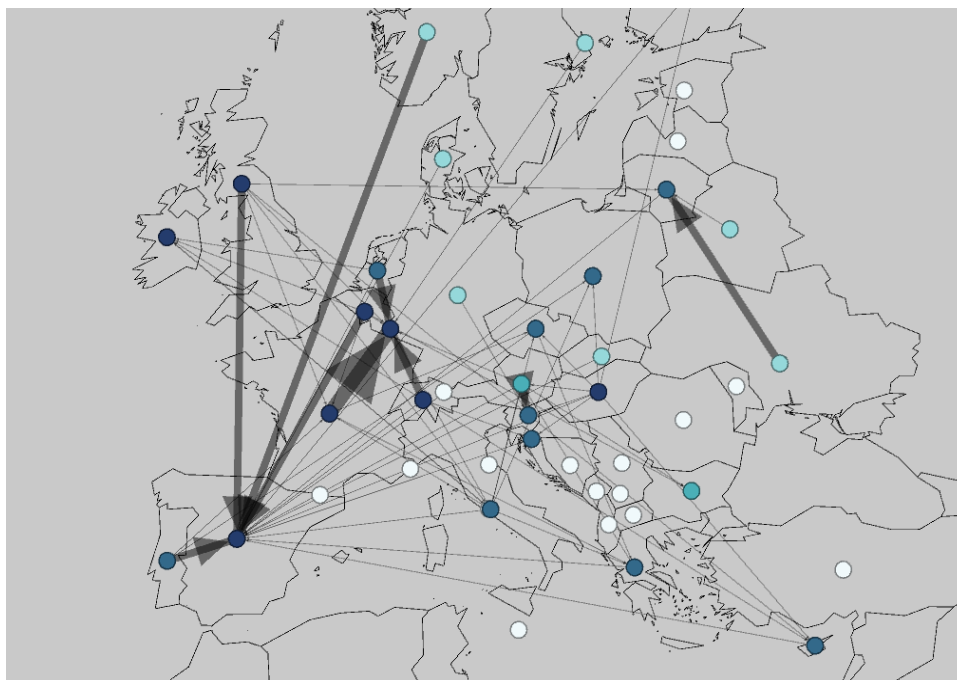
Αγγλία προς την Ισπανία με βάρος 2.0 και Label που περιέχει τα ονόματα και τα έργα και των δύο καλλιτεχνών.

7. Για τη δημιουργία των δυναμικών γράφων, ως χρονική περίοδος της κάθε μετακίνησης επιλέχθηκε η πρώτη ημέρα της αντίστοιχης δράσης, καθώς δεν είναι σαφές από τα δεδομένα ποια ακριβώς ημέρα των δράσεων παρουσιάστηκε το κάθε επιλεγμένο έργο.

4.2.3. Αναπαραστάσεις του δικτύου Aerowaves

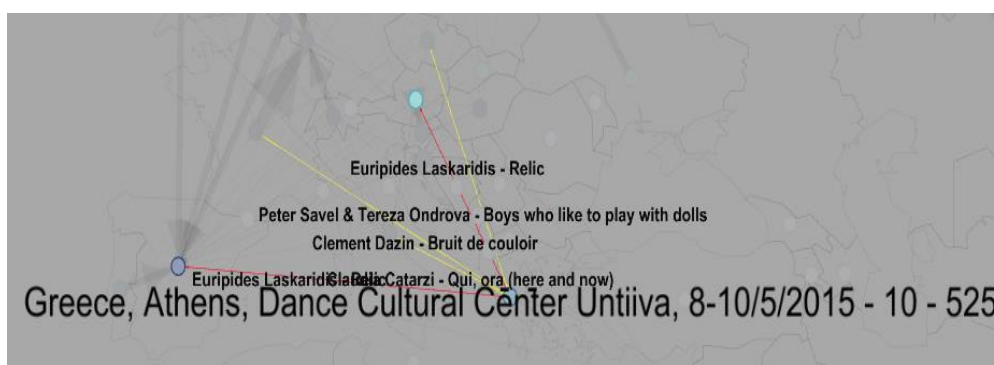
Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, για τον καλύτερο προσδιορισμό του χρόνου των δράσεων του δικτύου επιλέχθηκε η δημιουργία ενός δυναμικού γράφου. Αντίστοιχα, για τον καλύτερο προσδιορισμό του χώρου των δράσεων έγινε χρήση δύο layouts του Gephi (βλ. Ενότητα 3.1.5.). Η πρώτη διάταξη που εφαρμόστηκε είναι το Map of countries, το οποίο δημιουργεί αυτόματα ένα background παγκόσμιου χάρτη. Το δεύτερο layout ονομάζεται GeoLayout και ουσιαστικά αξιοποιεί τις γεωγραφικές συντεταγμένες των κόμβων (lat και lng από το αρχείο Excel) για να τοποθετήσει τους κόμβους στις σωστές γεωγραφικές θέσεις πάνω στον παγκόσμιο χάρτη. Ύστερα από την εφαρμογή των δύο αυτών layouts, ο χρήστης μπορεί να προσδιορίσει πολύ πιο εύκολα και γρήγορα τον τόπο προέλευσης και άφιξης κάθε μετακινούμενου καλλιτέχνη.

Στην Εικόνα 58 φαίνεται ο γράφος που οπτικοποιεί τη δραστηριότητα του δικτύου κατά την περίοδο Οκτώβριος 2014-Σεπτέμβριος 2015. Οι κόμβοι είναι χρωματισμένοι ανάλογα με το βαθμό τους (άθροισμα βαθμού εισόδου και βαθμού εξόδου) και κατά συνέπεια ανάλογα με το επίπεδο δραστηριοποίησης της εκάστοτε χώρας κατά τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο. Οι λευκοί κόμβοι έχουν βαθμό μηδέν και το χρώμα τείνει προς το σκούρο μπλε καθώς ο βαθμός του κόμβου αυξάνεται. Ακόμα, το βάρος των ακμών δηλώνεται κατ' αναλογία από τα πάχη των βελών που τις αναπαριστούν.



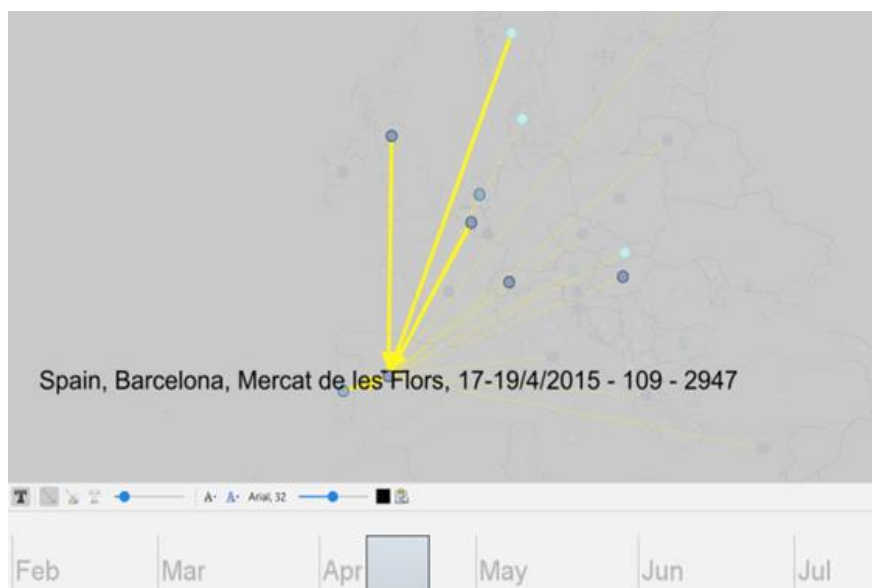
Εικόνα 58: Οι μετακινήσεις καλλιτεχνών στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves κατά την περίοδο 2014-2015.

Έπειτα, στην Εικόνα 59 έχει επιλεγθεί με τον κέρσορα η Ελλάδα, οπότε εμφανίζονται αφενός με κόκκινο χρώμα οι μετακινήσεις καλλιτεχνών με κόμβο αναχώρησης την Ελλάδα (Euripides Laskaridis-Relic) και αφετέρου με κίτρινο χρώμα οι μετακινήσεις καλλιτεχνών προς την Αθήνα (Peter Savel & Tereza Ondrova - Boys who like to play with dolls, Claudia Catarzi - Qui, ora (here and now), Clement Dazin - Bruit de couloir), ενώ την ίδια στιγμή φαίνεται το όνομα του συνεργάτη του δικτύου στην συγκεκριμένη πόλη (Dance Cultural Center Untiiva), η ημερομηνία διεξαγωγής της διοργάνωσης (8-10/5/2015), το πλήθος των καλλιτεχνών που ταξίδεψαν για τη διοργάνωση (10) και το κοινό που συγκέντρωσε συνολικά η συγκεκριμένη δράση (525).



Εικόνα 59: Οι μετακινήσεις καλλιτεχνών από (κόκκινο χρώμα) και προς (κίτρινο χρώμα) την Ελλάδα στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves κατά την περίοδο 2014-2015.

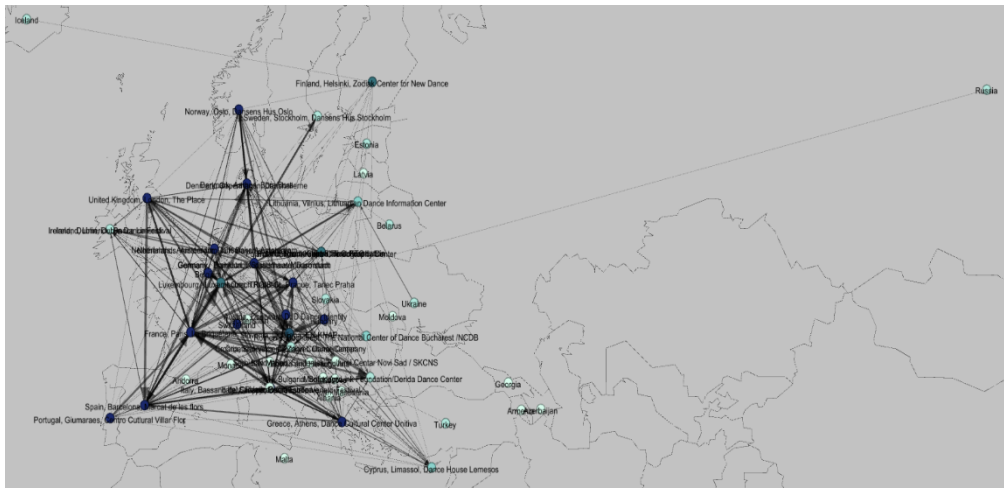
Τέλος, καθώς ο γράφος που δημιουργήσαμε είναι δυναμικός, μας δίνεται η δυνατότητα να δούμε πως εξελίσσεται η δραστηριότητα του δικτύου σε πραγματικό χρόνο. Αρκεί μόνο να ορίσουμε ένα βήμα προσπέλασης ως προς το χρόνο (π.χ. μια εβδομάδα, ένα δεκαπενθήμερο ή ένας μήνας) και να καθορίσουμε την ταχύτητα προσπέλασης. Έπειτα επιλέγοντας το Play, βλέπουμε τις διάφορες μετακινήσεις καλλιτεχνών κατά το χρονικό διάστημα που έχουμε επιλέξει. Στην Εικόνα 60, έχει διακοπεί η ροή του δυναμικού γράφου κοντά στα μέσα Απριλίου (βλ. χρονική κλίμακα στο κάτω μέρος της εικόνας), οπότε βλέπουμε πως εκείνη την περίοδο (17-19/4/2015) διεξήχθη το ετήσιο Spring Forward Festival στην Ισπανία.



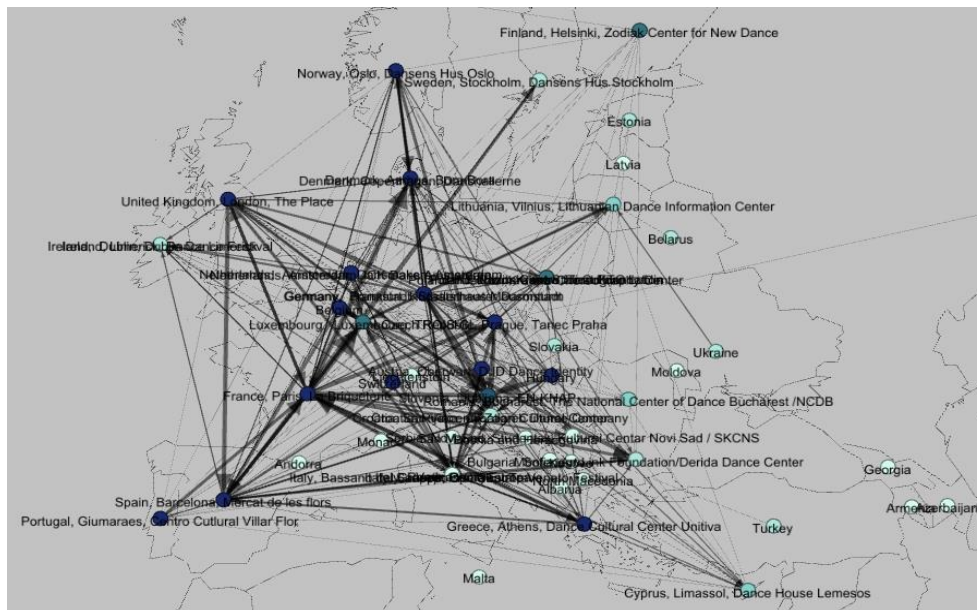
Εικόνα 60: Οι μετακινήσεις καλλιτεχνών στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves κατά τα μέσα Απριλίου 2015 (στιγμιότυπο από το δυναμικό γράφο 2014-2015).

Ομοίως με την περίοδο 2014-2015, δημιουργήθηκαν δυναμικοί γράφοι για όλες τις επτά ετήσιες περιόδους έως και τον Σεπτέμβριο του 2021. Στη συνέχεια οι γράφοι αυτοί συνενώθηκαν σε έναν ενιαίο γράφο που αναπαριστά τη συνολική δραστηριότητα του δικτύου για την περίοδο Οκτώβριος 2014-Σεπτέμβριος 2021 σε πραγματικό χρόνο. Δυστυχώς, η παρουσίαση του δυναμικού γράφου σε πραγματικό χρόνο δεν είναι δυνατή σε ένα αρχείο κειμένου. Ωστόσο, στις Εικόνες Εικόνα 61 και Εικόνα 62 φαίνεται η τελική -στατική ως προς το χρόνο- μορφή του συνολικού γράφου για την περίοδο 2014-2021, όπου είναι εμφανής η μεγαλύτερη πυκνότητα των ακμών σε σχέση με τους μεμονωμένους ετήσιους γράφους. Ο

ενιαίος γράφος αποτελείται από 33 ενεργούς⁵⁹ κόμβους αναχώρησης (χώρες), 34 κόμβους άφιξης⁶⁰ (συνεργάτες) και 540 κατευθυνόμενες ακμές ίσης μοναδιαίας βαρύτητας, οι οποίες όταν εισήχθησαν στο Gephi συγχωνεύτηκαν σε 340 κατευθυνόμενες ακμές διαφορετικής βαρύτητας σύμφωνα με τη σύμβαση 6 της Ενότητας 4.2.2.



Εικόνα 61: Οι μετακινήσεις καλλιτεχνών στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves κατά την περίοδο 2014-2021.

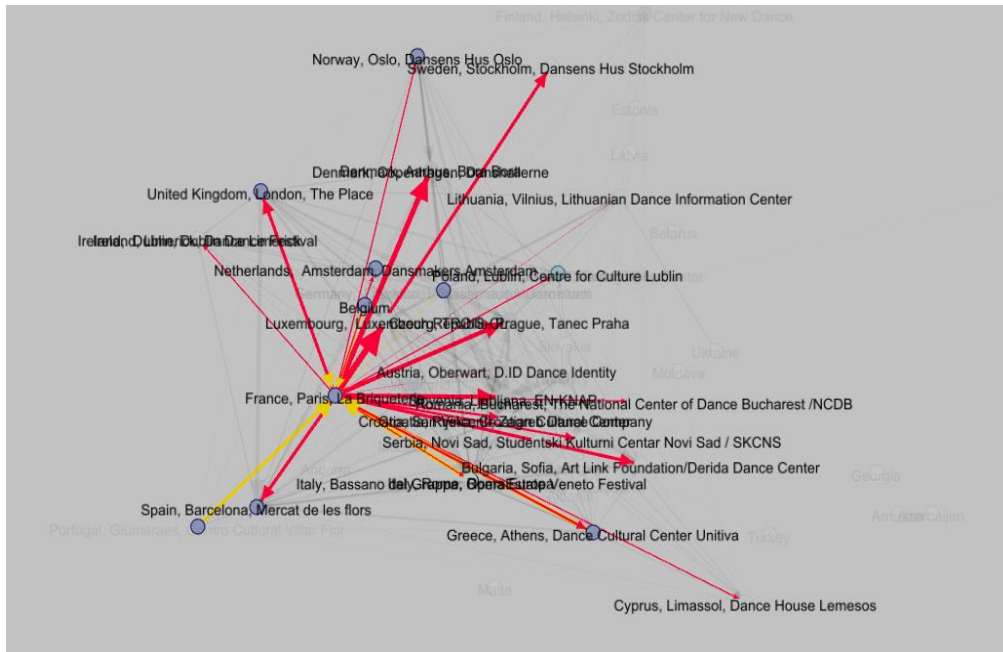


Εικόνα 62: Zoom-in της Εικόνας 61, όπου έχουν παραλειφθεί για λόγους ευκρίνειας οι δύο συνδέσεις προς τις απομακρυσμένες Ισλανδία και Ρωσία,

⁵⁹ Στο γράφο υπάρχουν 50 κόμβοι αναχώρησης, όσες και οι χώρες που ανήκουν στο διευρυμένο ευρωπαϊκό χώρο, ωστόσο μόνο οι 33 είναι ενεργοί υπό την έννοια πως αποτέλεσαν αφετηρία έστω και μιας μετακίνησης καλλιτέχνη στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves κατά τη διάρκεια των επτά ετών.

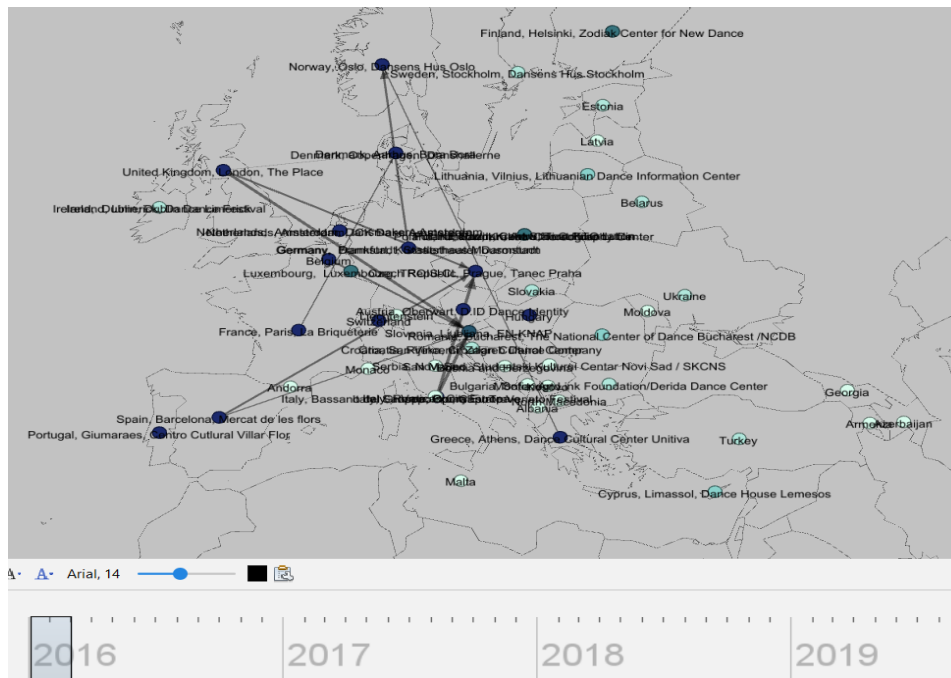
⁶⁰ Οι 34 κόμβοι άφιξης δεν ισοδυναμούν με 34 χώρες άφιξης, καθώς σε πολλές χώρες δραστηριοποιούνται δύο, τρεις ή και τέσσερις συνεργάτες του δικτύου που προσκαλούν καλλιτέχνες στις δράσεις που διοργανώνουν.

Ομοίως με προηγουμένως, στην Εικόνα 63 έχουμε επιλέξει με τον κέρσορα τη Γαλλία, οπότε εμφανίζονται αφενός με κίτρινο χρώμα όλες οι μετακινήσεις καλλιτεχνών προς το Παρίσι και αφετέρου με κόκκινο χρώμα όλες οι μετακινήσεις καλλιτεχνών από τη Γαλλία προς άλλες χώρες κατά τη διάρκεια των επτά υπό μελέτη ετών.



Εικόνα 63: Οι μετακινήσεις καλλιτεχνών από (κόκκινο χρώμα) και προς (κίτρινο χρώμα) τη Γαλλία στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves κατά την περίοδο 2014-2021.

Τέλος, στην Εικόνα 64 έχει επιλεγθεί ως βήμα προσπέλασης του χρόνου το διάστημα των δύο μηνών, οπότε έχει διακοπεί η ροή του δυναμικού γράφου κατά το πρώτο δίμηνο του 2016 (βλ. χρονική κλίμακα στο κάτω μέρος της εικόνας) με αποτέλεσμα να εμφανίζονται στην οθόνη μόνο οι μετακινήσεις καλλιτεχνών που έλαβαν χώρα εντός εκείνου του διαστήματος.



Εικόνα 64: Οι μετακινήσεις καλλιτεχνών στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves κατά το πρώτο δίμηνο του 2016 (στιγμιότυπο από το δυναμικό γράφο 2014-2021).

4.3. Δικτυακή ανάλυση

Αφού ολοκληρώσαμε με τη βοήθεια του εργαλείου Gephi την οπτικοποίηση του δικτύου Aerowaves για το διάστημα 2014-2021, θα ακολουθήσει η δικτυακή ανάλυση του τελευταίου. Συγκεκριμένα, με τη βοήθεια και πάλι του εργαλείου Gephi αλλά και με αναλυτικές μεθόδους θα υπολογιστούν για το δίκτυο μας τα βασικά δικτυακά μεγέθη που παρουσιάστηκαν στην Ενότητα 1.4. και θα παρουσιαστούν μερικά ακόμα βασικά ποσοτικά χαρακτηριστικά του. Βάσει αυτών των δεικτών θα εξαγάγουμε ορισμένα συμπεράσματα για τη δομή και τη συμπεριφορά του δικτύου μας κατά τη διάρκεια των επτά τελευταίων ετών. Στη συνέχεια, θα τροποποιήσουμε ελαφρώς το αρχικό μας δίκτυο - αρχικά θα μετατρέψουμε τις ακμές σε μη κατευθυνόμενες διαφορετικών συντελεστών βαρύτητας και στη συνέχεια σε μη κατευθυνόμενες ίδιας πλέον βαρύτητας- ώστε να το αναλύσουμε εκ νέου και να συγκεντρώσουμε ακόμα περισσότερα στοιχεία για αυτό, που ίσως φανούν χρήσιμα για τη βαθύτερη κατανόηση της δομής του και την περαιτέρω εξέλιξη της δράσης του.

Αξίζει να σημειωθεί πως σε όλο το εύρος της ενότητας 4.3. όπου υπάρχουν αναπαραστάσεις του υπό μελέτη δικτύου έχει αφαιρεθεί για λόγους απλοποίησης των υπολογισμών μας ο χάρτης της Ευρώπης, διατηρώντας ωστόσο τις πραγματικές σχετικές θέσεις των χωρών βάσει των γεωγραφικών τους συντεταγμένων. Ακόμα, σε αρκετές περιπτώσεις έχουν αφαιρεθεί οι ετικέτες των κόμβων με τα ονόματα των χωρών για λόγους απλότητας των αναπαραστάσεων.

4.3.1. Δικτυακή ανάλυση πρωτότυπου δικτύου Δ0

Το πρωτότυπο μας δίκτυο Δ0⁶¹ αποτελείται από 33 κόμβους αναχώρησης, απ' όπου ξεκινούν οι μετακινήσεις καλλιτεχνών και από 34 κόμβους άφιξης όπου πρακτικά κάθε κόμβος αντιπροσωπεύει έναν από τους συνεργάτες του δικτύου, οι οποίοι διοργανώνουν τις εκάστοτε καλλιτεχνικές δράσεις. Οι 34 συνεργάτες του δικτύου προέρχονται από 24 ευρωπαϊκές χώρες, καθώς υπάρχουν χώρες στις οποίες δραστηριοποιούνται περισσότεροι του ενός συνεργάτες. Οι κόμβοι αναχώρησης συνδέονται με τους κόμβους άφιξης μέσω 540 κατευθυνόμενων ακμών μοναδιαίου συντελεστή βαρύτητας, οι οποίες ωστόσο συγχωνεύονται στο Gerhi σε 340 κατευθυνόμενες ακμές διαφορετικών συντελεστών βαρύτητας.

4.3.1.1. Κατανομή βαθμού - Μέσος βαθμός

Καθώς ο γράφος του πρωτότυπου δικτύου μας είναι διμερής, κάνουμε λόγο για βαθμό εισόδου των κόμβων άφιξης και βαθμό εξόδου των κόμβων αναχώρησης. Με απλούς υπολογισμούς προκύπτει πως ο μέσος ζυγισμένος⁶² βαθμός εισόδου είναι 15.88, που σημαίνει πως κάθε συνεργάτης του δικτύου φιλοξένησε κατά μέσο όρο 16 συνολικά παραγωγές χορού στις δράσεις που διοργάνωσε στη διάρκεια των επτά ετών. Ακόμα, αν για κάθε χώρα συνυπολογίσουμε όλους τους συνεργάτες που δραστηριοποιούνται σε αυτή, τότε ο μέσος ζυγισμένος βαθμός για κάθε μια

⁶¹ Στο εξής δίκτυο Δ0.

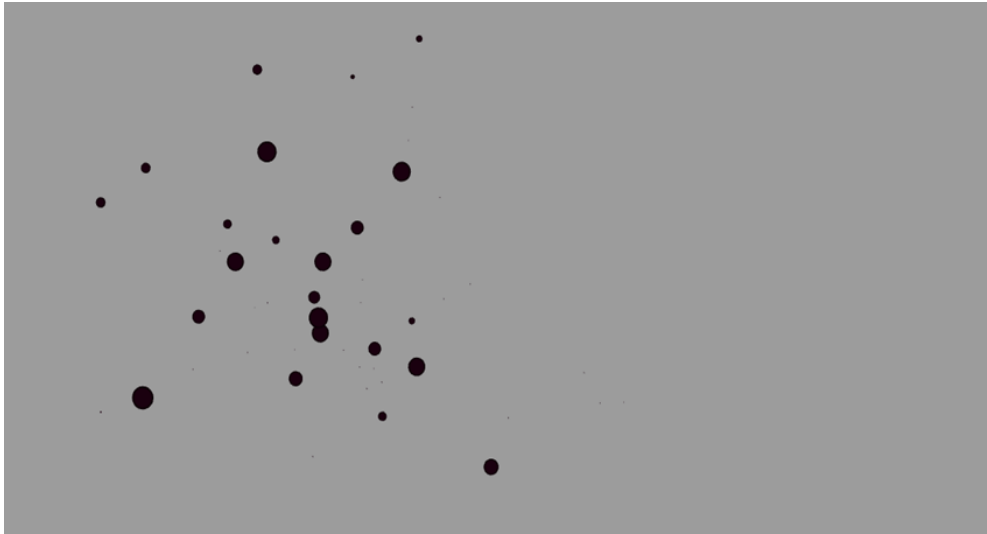
⁶² Λαμβάνουμε υπόψη τα βάρη των ακμών για τον υπολογισμό του μέσου βαθμού, διότι οι ακμές μη μοναδιαίας βαρύτητας προέρχονται από πολλαπλές παράλληλες ακμές (ίδιοι κόμβοι αναχώρησης και άφιξης) τις οποίες το Gerhi δε μπορεί να αναπαραστήσει ξεχωριστά (βλ. σύμβαση 6 Ενότητα 4.2.2.).

χώρα υποδοχής καλλιτεχνών είναι 22.5, που σημαίνει πως κάθε χώρα φιλοξένησε κατά μέσο όρο 22 χορευτικά έργα στις δράσεις που διοργάνωσε κατά τη διάρκεια των επτά ετών. Έπειτα, υπολογίστηκε πως ο μέσος ζυγισμένος βαθμός εξόδου είναι 16.36, που σημαίνει πως από κάθε χώρα του ευρωπαϊκού χώρου -μη λαμβάνοντας υπόψη χώρες που παρουσίασαν μηδαμινή δράση στα πλαίσια του δικτύου- αναχώρησαν κατά μέσο όρο 16 συνολικά παραγωγές χορού στο διάστημα των επτά ετών.

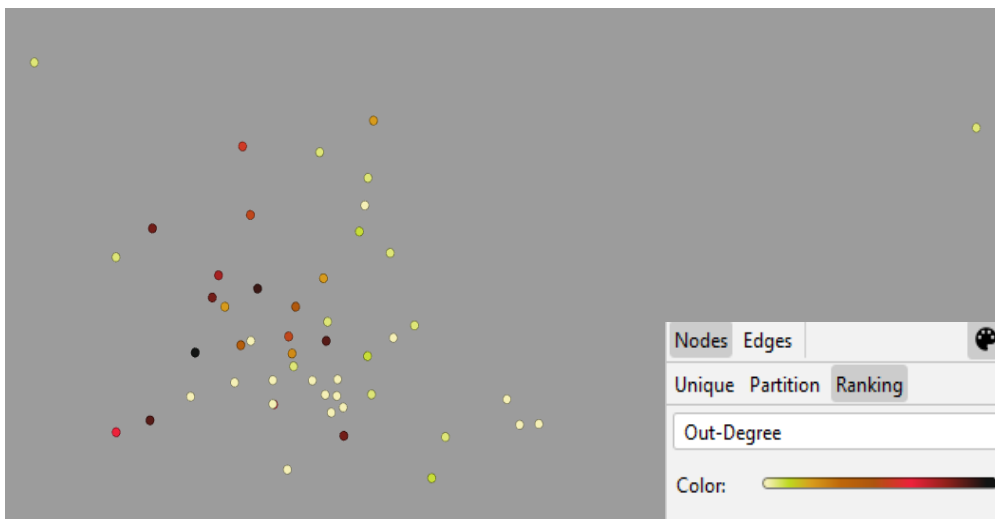
Στη συνέχεια, στην Εικόνα 65 οι κόμβοι του δικτύου αντιπροσωπεύουν τους συνεργάτες του δικτύου και έχουν μέγεθος ανάλογο με το βαθμό εισόδου τους. Οι συνεργάτες που αναπαρίστανται από τους μεγαλύτερους κόμβους (συνεργάτες στη Σλοβενία, την Ισπανία, τη Δανία, την Κροατία, το Λουξεμβούργο, τη Λιθουανία, τη Τσεχία και τη Βουλγαρία) είναι εκείνοι που υποδέχτηκαν τις περισσότερες παραγωγές χορού κατά το διάστημα 2014-2021 και προφανώς οι περισσότεροι από αυτούς είναι συνεργάτες που φιλοξένησαν το Spring Forward Festival κατά τη συγκεκριμένη επταετία. Ωστόσο, το Λουξεμβούργο και η Λιθουανία δεν υπήρξαν διοργανώτριες χώρες του Spring Forward Festival στη διάρκεια των επτά ετών, που σημαίνει πως οι συνεργάτες του δικτύου που δραστηριοποιούνται στις δύο αυτές χώρες (Trois C-L και Lithuanian Dance Information Center αντίστοιχα) καταφέρνουν με μεγάλη επιτυχία να διοργανώνουν τοπικές δράσεις με μεγάλο πλήθος συμμετεχόντων από άλλες ευρωπαϊκές χώρες. Αντίθετα, στην Εικόνα 65 υπάρχουν και κόμβοι οι οποίοι είναι τόσο μικροί που δε γίνονται αντιληπτοί υπό αυτή την κλίμακα αναπαράστασης και προφανώς αντιστοιχούν σε χώρες της Ευρώπης, όπου δε δραστηριοποιείται κανένας συνεργάτης του δικτύου όπως η Ρωσία, η Λετονία κ.α.

Παρομοίως στην Εικόνα 66, οι κόμβοι αναχώρησης του δικτύου έχουν χρωματιστεί ανάλογα με το βαθμό εξόδου τους σύμφωνα με την κλίμακα χρωμάτων στο κάτω δεξιά μέρος της εικόνας. Οι χώρες με μαύρο (Γαλλία) και σκούρο καφέ χρώμα (Γερμανία, Ουγγαρία, Ισπανία, Ελλάδα, Βέλγιο, Αγγλία) απέστειλαν τους περισσότερους καλλιτέχνες σε διεθνείς διοργανώσεις χορού άλλων χωρών στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves στο διάστημα 2014-2021. Αντίθετα, οι χώρες με ανοιχτό κίτρινο χρώμα, όπως η Μάλτα ή η Μολδαβία, δεν

αποτελέσαν χώρα εκκίνησης για κανένα καλλιτέχνη που ταξίδεψε στα πλαίσια της δραστηριότητας του δικτύου μας.



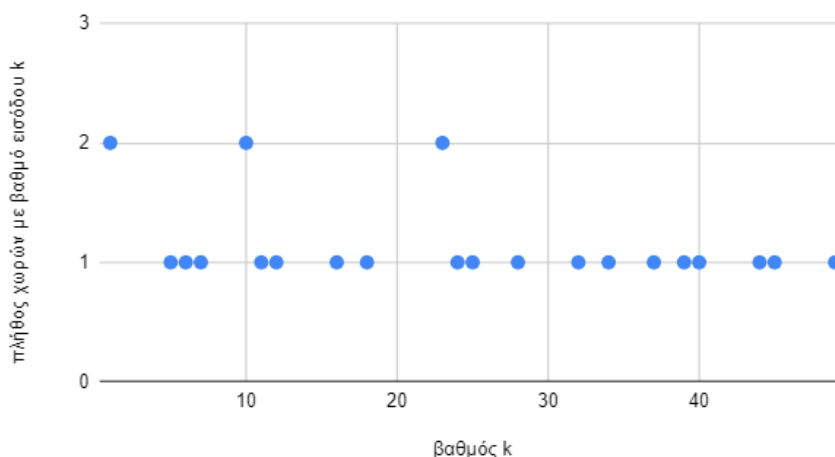
Εικόνα 65: Οι κόμβοι άφιξης-συνεργάτες του πρωτότυπου δικτύου Δ0 με μέγεθος ανάλογο του βαθμού εισόδου τους.



Εικόνα 66: Οι κόμβοι αναχώρησης-χώρες του πρωτότυπου δικτύου Δ0 χρωματισμένοι ανάλογα με το βαθμό εξόδου τους.

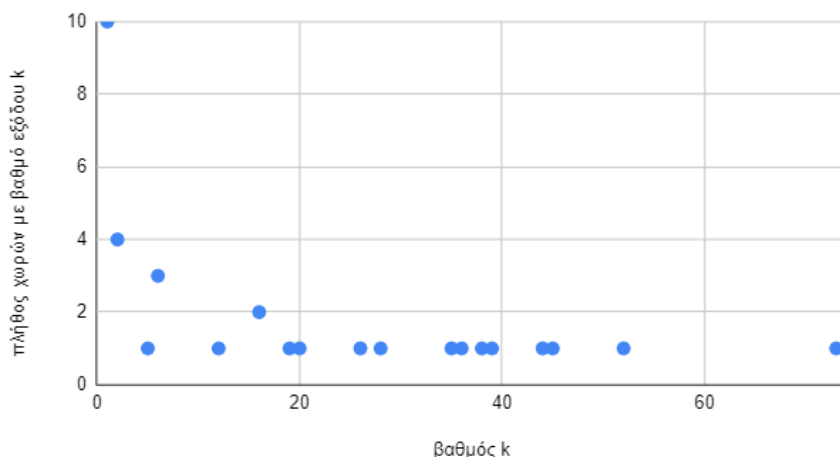
Παρακάτω στην Εικόνα 67, φαίνεται η κατανομή των βαθμών εισόδου για τις χώρες άφιξης (24 χώρες φιλοξενίας καλλιτεχνών), ενώ στην Εικόνα 68 η κατανομή των βαθμών εξόδου για τις χώρες αναχώρησης τους δικτύου μας (33 χώρες προέλευσης καλλιτεχνών). Ο οριζόντιος άξονας αντιστοιχεί στο βαθμό και ο κατακόρυφος στο πλήθος των χωρών που εμφανίζουν τον εκάστοτε βαθμό. Για το βαθμό εξόδου παρατηρούμε πως η ύπαρξη μιας χώρας αναχώρησης με ιδιαίτερα υψηλό βαθμό εξόδου σε σχέση με τις υπόλοιπες (Γαλλία με μαύρο χρώμα), όπως είδαμε και στην Εικόνα 66, επαληθεύεται.

κατανομή βαθμού εισόδου δικτύου Δ0



Εικόνα 67: Η κατανομή του βαθμού εισόδου των κόμβων- χωρών άφιξης του πρωτότυπου δικτύου Δ0.

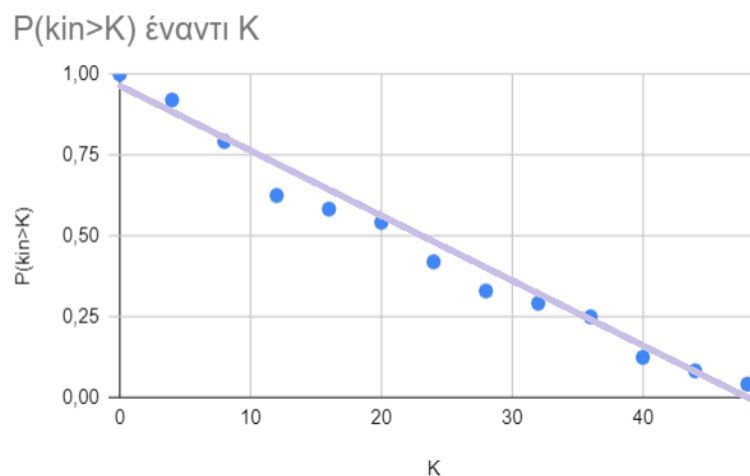
κατανομή βαθμού εξόδου δικτύου Δ0



Εικόνα 68: Η κατανομή του βαθμού εξόδου των κόμβων-χωρών αναχώρησης του πρωτότυπου δικτύου Δ0.

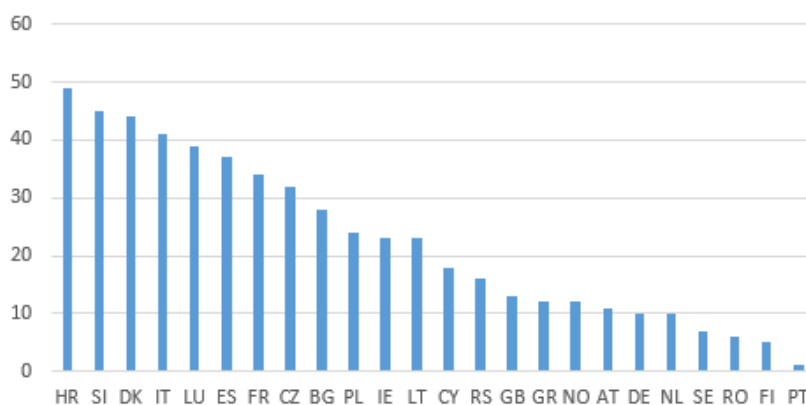
Από τα παραπάνω διαγράμματα είναι εμφανές πόσες χώρες του δικτύου έχουν βαθμό εισόδου/εξόδου 1, πόσες βαθμό 2 κ.ο.κ. Ωστόσο, τα συγκεκριμένα διαγράμματα δε μας βοηθούν στην προσπάθειά μας να κατατάξουμε (ει δυνατόν) το υπό μελέτη δίκτυο σε μια από τις βασικές κατηγορίες δικτύων που μελετήσαμε στην Ενότητα 1.5. ή έστω να εντοπίσουμε τις ομοιότητες του με άλλα παρόμοια δίκτυα της διεθνούς βιβλιογραφίας. Για το σκοπό αυτό δημιουργήσαμε το διάγραμμα στην Εικόνα 69, όπου φαίνεται η γραφική παράσταση της συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας για το βαθμό εισόδου k_{in} των χωρών άφιξης του δικτύου μας. Όπως είδαμε στην Ενότητα 1.5.2., η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας είναι μια συνάρτηση μιας

τυχαίας μεταβλητής -στην περίπτωση μας του βαθμού k_{in} , που για κάθε τιμή K μας δίνει την πιθανότητα η τυχαία μεταβλητή k_{in} να έχει τιμή μικρότερη ή ίση του K , δηλαδή την πιθανότητα $P(k_{in} \leq K)$. Επομένως, η συμπληρωματική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας, όπως δηλώνει και το όνομα της, συμπληρώνει την αθροιστική συνάρτηση και μας δίνει για κάθε τιμή K την πιθανότητα η τυχαία μεταβλητή k_{in} να έχει τιμή μεγαλύτερη του K , ή αλλιώς την πιθανότητα $P(k_{in} > K) = 1 - P(k_{in} \leq K)$. Παρατηρούμε στην Εικόνα 69 πως τα περισσότερα σημεία της γραφικής παράστασης ανήκουν στην ευθεία γραμμή που έχουμε χαράξει προσεγγιστικά με το χέρι ή έστω βρίσκονται πολύ κοντά σε αυτή. Αυτό σημαίνει πως η πιθανότητα $P(k_{in} > K)$ είναι αντιστρόφως ανάλογη του K , δηλαδή όσο μεγαλώνει ο αριθμός K τόσο αναλογικά μειώνεται και η πιθανότητα $P(k_{in} > K)$. Η παραπάνω ιδιότητα υποδηλώνει πως η τυχαία μεταβλητή k_{in} ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή, δηλαδή η πιθανότητα $p(k)$ να έχει ένας τυχαία επιλεγμένος κόμβος βαθμό εισόδου $k_{in} = k$ είναι σταθερή και ανεξάρτητη του k . Ομοιόμορφη κατανομή έχουμε για παράδειγμα όταν ρίχνουμε ένα ζάρι, όπου η πιθανότητα κάθε αριθμού από το ένα έως το έξι να εμφανιστεί είναι σταθερή και ανεξάρτητη του αριθμού ή όταν διαλέγουμε ένα τραπουλόχαρτο, όπου είναι εξίσου πιθανό το χαρτί που διαλέξαμε να είναι κούπα, ρόμβος, μπαστούνι ή σπαθί. Συνοψίζοντας, στο αρχικό δίκτυο $\Delta 0$ όλες οι πιθανές τιμές βαθμού εισόδου εντός του εύρους του δείγματος είναι ισοπίθανες για κάθε κόμβο άφιξης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργείται μια κατάταξη των χωρών άφιξης με βάση το βαθμό εισόδου τους, όπως φαίνεται στην Εικόνα 70.



Εικόνα 69: Η συμπληρωματική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για το βαθμό εισόδου των κόμβων-χωρών άφιξης του πρωτότυπου δικτύου $\Delta 0$.

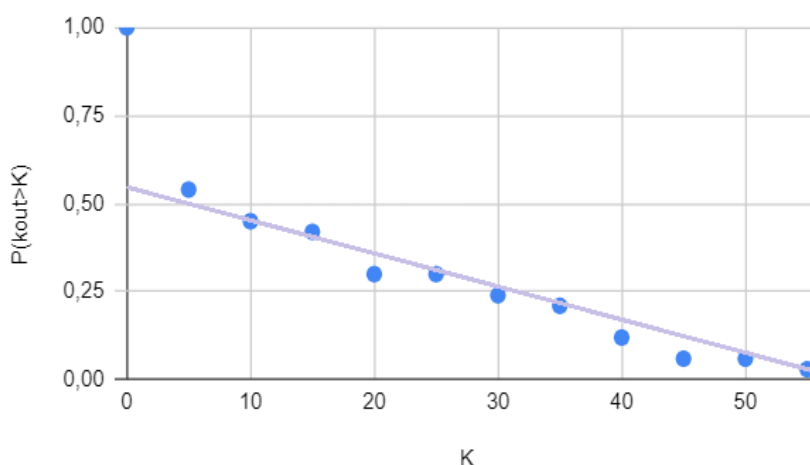
κατάταξη των χωρών άφιξης βάσει
του βαθμού εισόδου τους



Εικόνα 70: Κατάταξη των χωρών άφιξης του πρωτότυπου δικτύου Δ0 βάσει του βαθμού εισόδου τους.

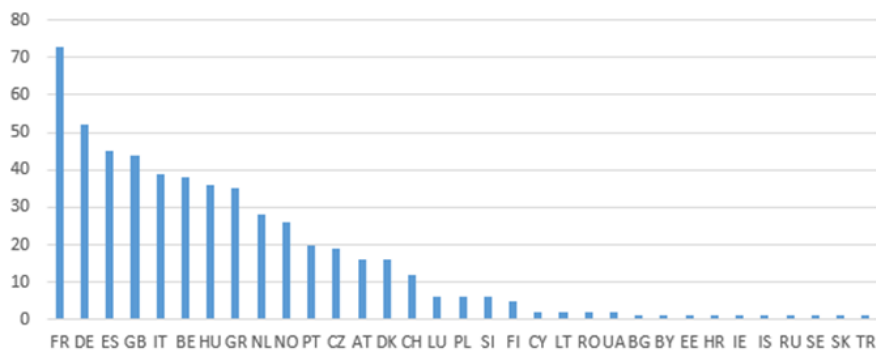
Αντίστοιχα, στο διάγραμμα της Εικόνα 71 φαίνεται η συμπληρωματική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για το βαθμό εξόδου των χωρών αναχώρησης, όπου τα σημεία της γραφικής παράστασης ανήκουν και πάλι σε μια ευθεία γραμμή ή βρίσκονται πολύ κοντά σε αυτή. Συνεπώς και ο βαθμός εξόδου k_{out} ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή, δηλαδή όλες οι πιθανές τιμές βαθμού εξόδου εντός του εύρους του δείγματος είναι ισοπίθανες για κάθε κόμβο αναχώρησης. Και πάλι δημιουργείται μια κατάταξη των χωρών αναχώρησης με βάση το βαθμό εξόδου τους, η οποία φαίνεται στην Εικόνα 72.

$P(k_{out} > K)$ έναντι K



Εικόνα 71: Η συμπληρωματική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για το βαθμό εξόδου των κόμβων-χωρών αναχώρησης του πρωτότυπου δικτύου Δ0.

κατάταξη των χωρών αναχώρησης βάσει
του βαθμού εξόδου τους



Εικόνα 72: Κατάταξη των χωρών αναχώρησης του πρωτότυπου δικτύου Δ0 βάσει του βαθμού εξόδου τους.

Τέλος, έγινε μια προσπάθεια εύρεσης στην παγκόσμια βιβλιογραφία δικτύων παρόμοιων με το δικό μας που να παρουσιάζουν ομοιόμορφες κατανομές βαθμού εισόδου και εξόδου. Αν και βρέθηκαν ορισμένες εργασίες που μελετούν δίκτυα παρόμοιας κατανομής βαθμού, ωστόσο όλα τα ήδη καταγεγραμμένα δίκτυα παρουσιάζουν μια διαφορά σε σχέση με το δικό μας: όλες οι ακμές τους έχουν τον ίδιο συντελεστή βαρύτητας. Αυτό καθιστά αδύνατη την άμεση σύγκριση του δικτύου μας με άλλα δίκτυα της βιβλιογραφίας, καθώς παρουσιάζουν ουσιαστική διαφορά στη δομή τους. Ωστόσο, στη συνέχεια της εργασίας μας θα απλοποιήσουμε το αρχικό δίκτυο μας ώστε να αποτελείται από ακμές ίδιας βαρύτητας, οπότε και θα μπορούμε να το αντιπαραθέσουμε με άλλα υπαρκτά δίκτυα που έχουν μελετηθεί (βλ. Ενότητα 4.3.5.).

4.3.1.2. Πυκνότητα

Μέσω του λογισμικού Gephi η πυκνότητα του δικτύου μας -κανονικοποιημένη μεταξύ των τιμών 0 και 1- υπολογίστηκε ίση με 0.044, τιμή που καθιστά το δίκτυο μας πολύ αραιό. Συμπεραίνουμε λοιπόν πως το δίκτυο χορού Aerowaves έχει ακόμα πολλά περιθώρια ενίσχυσης της δραστηριότητας του μέχρις ότου οι περισσότεροι χορογράφοι, ομάδες χορού, παραγωγοί χορού και διευθυντές δράσεων χορού από όλη την Ευρώπη συνδεθούν μεταξύ τους σχηματίζοντας ένα πυκνό πλέγμα αλληλοϋποστήριξης.

4.3.1.3. Μέσο μήκος μονοπατιού - Εκκεντρικότητα - Διάμετρος - Κεντρικότητα

Το μέσο μήκος μονοπατιού, η εκκεντρικότητα, η διάμετρος και η κεντρικότητα είναι δικτυακά μεγέθη που για τον υπολογισμό τους προϋποθέτουν τη χάραξη μονοπατιών μεταξύ των κόμβων του δικτύου. Ωστόσο, στο κατευθυνόμενο δίκτυό μας οι μετακινούμενοι καλλιτέχνες ακολουθούν διαδρομές ενός μόνο βήματος καθώς κάθε καλλιτέχνης ξεκινά από μια χώρα και καταλήγει άμεσα σε μια άλλη χωρίς ενδιάμεσες στάσεις. Συνεπώς, ο υπολογισμός των παραπάνω δικτυακών μεγεθών δεν είναι δυνατός για το δίκτυο Δ0 που μελετάμε.

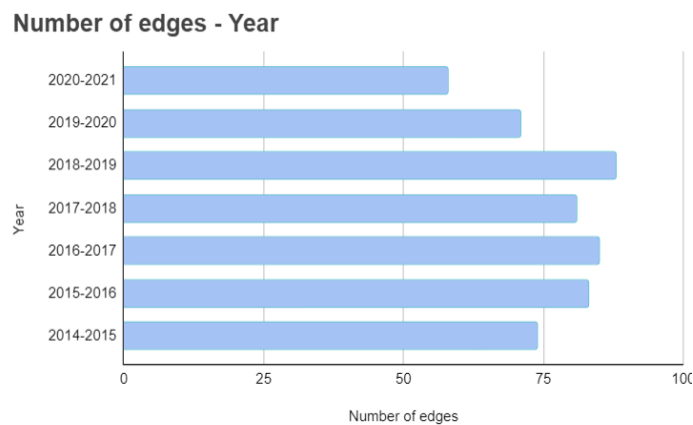
4.3.1.4. Μέγεθος (πλήθος κόμβων/ακμών) δυναμικού δικτύου

Προσπαθώντας να ερευνήσουμε το εάν και κατά πόσο μεταβλήθηκε το μέγεθος του δυναμικού δικτύου Aerowaves κατά τη διάρκεια των επτά ετών που μας απασχολούν, παρουσιάζουμε στην Εικόνα 73 το πλήθος των συνεργατών του δικτύου για κάθε έτος από το 2014 έως και το 2021. Συγκεκριμένα στη πρώτη στήλη φαίνεται το πλήθος των συνεργατών που ανήκουν στην χρηματοδοτούμενη από την Ευρωπαϊκή Ένωση πλατφόρμα του Aerowaves -και συνεπώς αποτελούν τους κόμβους άφιξης του υπό μελέτη δικτύου μας, ενώ στη δεύτερη στήλη το συνολικό πλήθος των συνεργατών του δικτύου ανά έτος. Παρατηρούμε πως το πλήθος των συνεργατών παραμένει σχετικά αμετάβλητο κατά την τελευταία επταετία, εξασφαλίζοντας έτσι μια συμπαγή δομή για το δίκτυο Aerowaves.

1	Year	Number of EU partners	Number of all partners
2	2014-2015	24	45
3	2015-2016	24	45
4	2016-2017	24	46
5	2017-2018	23	45
6	2018-2019	26	46
7	2019-2020	27	47
8	2020-2021	26	45

Εικόνα 73: Το πλήθος των συνεργατών (κόμβων άφιξης) του δικτύου Aerowaves για κάθε έτος της περιόδου 2014-2021.

Έπειτα, παρατηρώντας την Εικόνα 74 διαπιστώνουμε πως το πλήθος των ανεξάρτητων χορογράφων/ομάδων χορού που ταξίδεψαν κάθε χρονιά στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves για να παρουσιάσουν τα έργα τους σε άλλες χώρες της Ευρώπης -και αποτελούν επομένως τις ακμές του αναπαριστώμενου δικτύου μας- παραμένει σχετικά σταθερό για το διάστημα 2014-2021 και κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 70-90 ανά έτος. Μόνο κατά το έτος 2020-2021 παρατηρείται αισθητή μείωση των μετακινούμενων καλλιτεχνών, γεγονός που οφείλεται στην εξάπλωση της πανδημίας του covid-19 λόγω της οποίας πολλές δράσεις του δικτύου και των συνεργατών του ακυρώθηκαν. Συμπεραίνουμε λοιπόν, πως το δίκτυο Aerowaves παρουσιάζει αδιάλειπτη και ίδιας έντασης δραστηριότητα κάθε έτος από το 2014 μέχρι και σήμερα.



Εικόνα 74: Το πλήθος των μετακινήσεων καλλιτεχνών (ακμών) του δικτύου Aerowaves για κάθε έτος της περιόδου 2014-2021.

4.3.2. 1η αναθεώρηση πρωτότυπου δικτύου

Όπως είδαμε και στην εισαγωγή της Ενότητας 4.3., θα αναθεωρήσουμε το δίκτυο μας, έτσι ώστε να διατηρεί αμετάβλητα τα δομικά του στοιχεία (κόμβους και ακμές) καθώς και την κατανομή βαθμού του⁶³, αλλά να είναι πλέον μη κατευθυνόμενο⁶⁴ (Εικόνα 75). Με την αναθεώρηση αυτή του δικτύου,

⁶³ Εδώ ως κατανομή βαθμού θεωρούμε την κατανομή του συνολικού βαθμού, ο οποίος ισούται με το άθροισμα του βαθμού εισόδου και του βαθμού εξόδου για κάθε κόμβο.

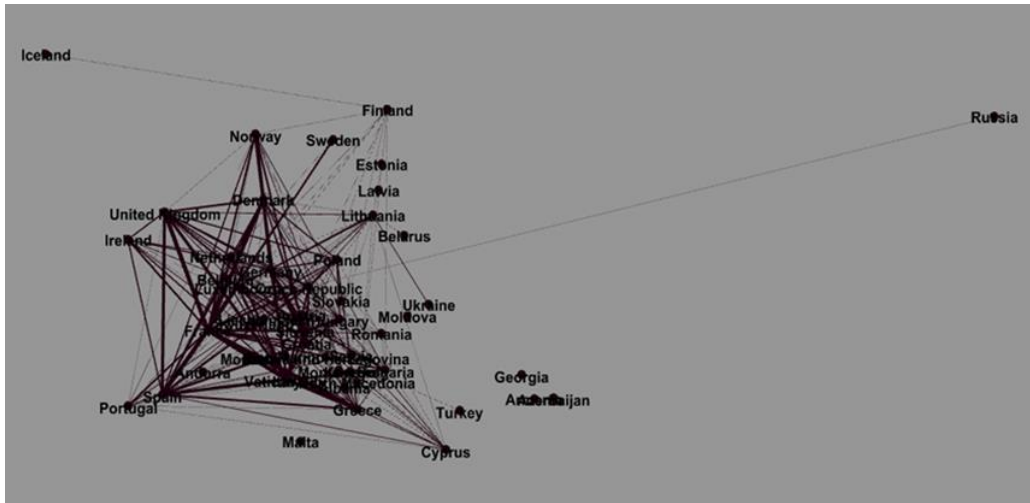
⁶⁴ Καταργούμε τη διάκριση των κόμβων σε κόμβους αναχώρησης και κόμβους άφιξης και έχουμε πλέον όμοιους κόμβους, που ο καθένας αντιστοιχεί σε μια χώρα της Ευρώπης. Για παράδειγμα, ο κόμβος αναχώρησης DK και οι κόμβοι άφιξης DK1, DK2, που αναφέρονται όλοι στη Δανία, συγχωνεύονται στο μοναδικό πλέον κόμβο DK.

αδιαφορούμε πλέον για το ποια είναι η αφετηρία και ποιο το τέρμα κάθε ακμής και ενδιαφερόμαστε μόνο για τη σύνδεση αυτή καθαυτή. Για παράδειγμα, αν στο αρχικό μας δίκτυο έχουμε έναν καλλιτέχνη που ταξιδεύει από την Ελλάδα προς την Αγγλία για να παρουσιάσει το έργο του εκεί, στο αναθεωρημένο δίκτυο Δ1⁶⁵ η σύνδεση αυτή μεταξύ των δύο χωρών διατηρείται, χωρίς ωστόσο να γνωρίζουμε αν ο καλλιτέχνης ταξίδεψε από την Ελλάδα προς την Αγγλία ή το αντίστροφο. Προφανώς, η θεώρηση αυτή μεταβάλλει αισθητά το αρχικό μας δίκτυο, ωστόσο η μελέτη του νέου αυτού αναθεωρημένου δικτύου μας προσφέρει σημαντικά συμπεράσματα για τη συνολική δραστηριότητα κάθε χώρας που συμμετέχει στο δίκτυο Aerowaves, ανεξαρτήτως αν αποστέλλει ή υποδέχεται καλλιτέχνες. Η ύπαρξη μιας σύνδεσης μεταξύ δύο χωρών ανεξαρτήτως της κατεύθυνσης της δείχνει πως οι δύο χώρες αυτές αλληλεπιδρούν μέσω μιας καλλιτεχνικής ανταλλαγής και η αλληλεπίδραση αυτή μπορεί σαφώς να οδηγήσει μελλοντικά σε περισσότερες καλλιτεχνικές ανταλλαγές ή συνεργασίες μεταξύ των χωρών αυτών ή και άλλων μελών του δικτύου. Έστω για παράδειγμα, πως σε ένα υποτιθέμενο δίκτυο υπάρχει μια σύνδεση μεταξύ της Αγγλίας και της Ιταλίας, μια σύνδεση μεταξύ της Αγγλίας και της Γερμανίας και μια σύνδεση μεταξύ της Γερμανίας και της Ελλάδας. Παρόλο που η Ελλάδα δεν αλληλεπιδρά άμεσα με την Ιταλία στο συγκεκριμένο δίκτυο, ωστόσο η δομή του τελευταίου μπορεί να οδηγήσει μελλοντικά στην άμεση σύνδεση των δύο αυτών χωρών, καθώς η διασυνοριακή καλλιτεχνική ανταλλαγή μπορεί να ακολουθήσει την πορεία Ελλάδα→ Γερμανία→ Αγγλία→ Ιταλία μέσω των επιμέρους τοπικών δράσεων και συναντήσεων. Ακόμα, στη συγκεκριμένη αναθεώρηση διατηρούμε, όπως στο πρωτότυπο δίκτυο Δ0, όλες τις παράλληλες ακμές, όλες δηλαδή τις ακμές που έχουν ίδιο κόμβο αναχώρησης και ίδιο κόμβο άφιξης, οι οποίες ωστόσο στο εργαλείο Gephi συγχωνεύονται σε μια ακμή μεγαλύτερης βαρύτητας⁶⁶. Οπότε οι ακμές του νέου αναθεωρημένου δικτύου εξακολουθούν να έχουν διαφορετικές βαρύτητες, δρώντας ως “ποσοτικοί” δείκτες της συχνότητας αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο συγκεκριμένων συνδεδεμένων χωρών. Συμπερασματικά, μελετώντας τα δικτυακά μεγέθη για το αναθεωρημένο μη κατευθυνόμενο δίκτυο Aerowaves που δημιουργήσαμε μπορούμε να συναγάγουμε συμπεράσματα για τη

⁶⁵ Στο εξής δίκτυο Δ1.

⁶⁶ Οι αρχικές 540 ακμές μοναδιαίας βαρύτητας συγχωνεύονται σε 340 ακμές διαφορετικής βαρύτητας, λόγω της αδυναμίας του Gephi να αναπαραστήσει παράλληλες ακμές.

συμπεριφορά του τελευταίου αλλά και του αρχικού δικτύου, καθώς και να προτείνουμε τρόπους για την περαιτέρω εξέλιξη τους.



Εικόνα 75: Αναπαράσταση του αναθεωρημένου δικτύου Δ1 μη κατευθυνόμενων ακμών διαφορετικών συντελεστών βαρύτητας.

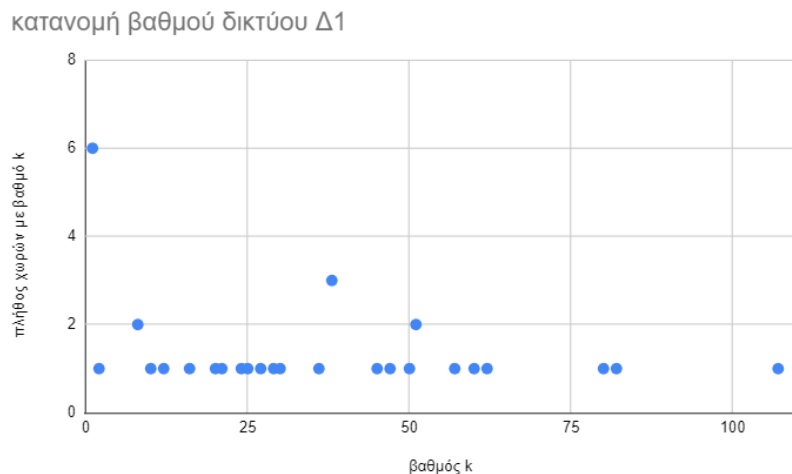
Αξίζει να σημειωθεί πως το μέγεθος του αναθεωρημένου δικτύου Δ1 παραμένει ουσιαστικά το ίδιο με το πρωτότυπο δίκτυο διατηρώντας τις 340 μη κατευθυνόμενες πλέον ακμές διαφορετικών συντελεστών βαρύτητας, με τους αρχικούς 33 κόμβους αναχώρησης και 34 κόμβους άφιξης να συγχωνεύονται πλέον σε 34 κόμβους ίδιας μορφής.

4.3.3. Δικτυακή ανάλυση αναθεωρημένου δικτύου Δ1

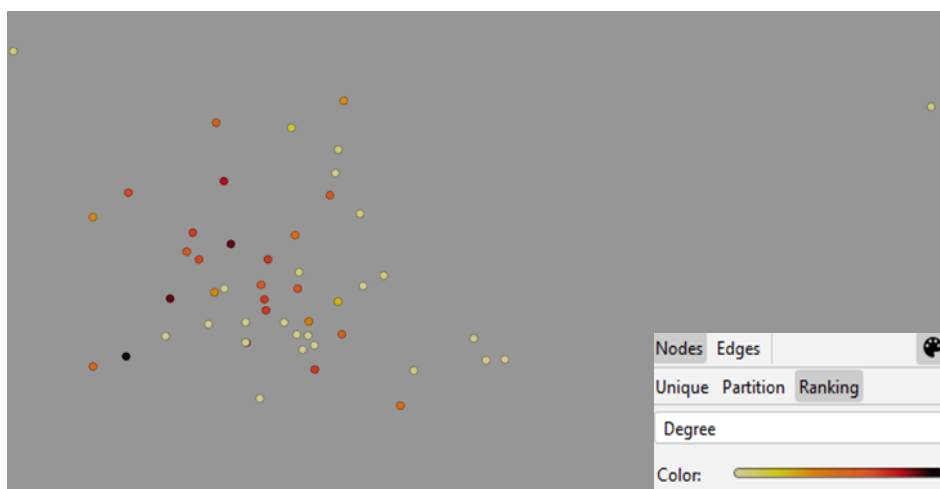
4.3.3.1. Κατανομή βαθμού - Μέσος βαθμός

Ο μέσος ζυγισμένος βαθμός για το αναθεωρημένο δίκτυο βρέθηκε ίσος με 21.6 και αποτελεί ουσιαστικά ένα δείκτη της συνολικής δραστηριότητας κάθε χώρας που συμμετείχε στο δίκτυο κατά το διάστημα 2014-2021. Επομένως, κάθε χώρα που εμφάνισε δραστηριότητα στα πλαίσια του δικτύου συμμετείχε κατά μέσο όρο σε 21.6 καλλιτεχνικές ανταλλαγές κατά το διάστημα των επτά ετών, συνυπολογίζοντας τόσο τις αποστολές καλλιτεχνών που κατάγονται από την εκάστοτε χώρα ή δραστηριοποιούνται σε αυτή όσο και τις προσκλήσεις προς καλλιτέχνες ξένων χωρών προκειμένου να παρουσιάσουν τα έργα τους στη συγκεκριμένη χώρα.

Στη συνέχεια, στην Εικόνα 76 φαίνεται η κατανομή βαθμού για το αναθεωρημένο δίκτυο Δ1. Παρατηρούμε πως στη διάρκεια των επτά ετών που μελετάμε μια χώρα είχε κατά πολύ εντονότερη δραστηριότητα από τις υπόλοιπες (δημοφιλής κόμβος), καθώς έχει βαθμό 107 έναντι των αμέσως μεγαλύτερων 82 και 80. Ακόμα, υπάρχουν 16 ευρωπαϊκές χώρες οι οποίες δεν εμφάνισαν καμία δραστηριότητα στα πλαίσια του δικτύου για το διάστημα 2014-2021. Τα ίδια συμπεράσματα συνάγονται και από την Εικόνα 77, όπου οι κόμβοι έχουν χρωματιστεί ανάλογα με το βαθμό τους σύμφωνα με τη χρωματική κλίμακα στο κάτω δεξιά μέρος της εικόνας. Από την οπτική αναπαράσταση είναι εμφανές πως ο κόμβος που αναπαριστά την Ισπανία είναι μαύρος και συνεπώς η Ισπανία είναι η χώρα με τη μεγαλύτερη δραστηριότητα στα πλαίσια του δικτύου, ενώ ακολουθούν η Γαλλία και η Γερμανία με σκούρο καφέ χρώμα (δημοφιλείς κόμβοι).

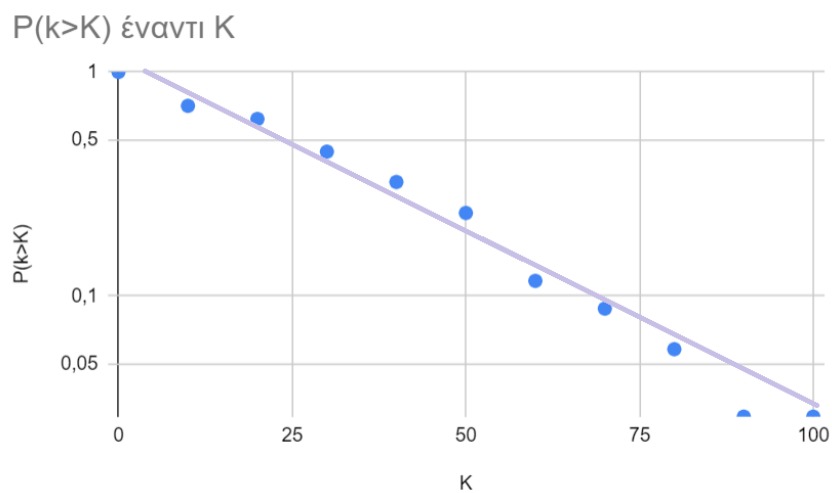


Εικόνα 76: Η κατανομή του βαθμού των κόμβων-χωρών του αναθεωρημένου δικτύου Δ1.



Εικόνα 77: Οι κόμβοι-χώρες του αναθεωρημένου δικτύου Δ1 χρωματισμένοι ανάλογα με το βαθμό τους.

Τέλος, στην Εικόνα 78 φαίνεται η γραφική παράσταση της συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας σε ημι-λογαριθμικό διάγραμμα (ο κατακόρυφος άξονας είναι σε λογαριθμική κλίμακα), όπου τα σημεία της προσεγγίζουν μια ευθεία γραμμή. Μια γραφική παράσταση τέτοιας μορφής υποδηλώνει πως ο βαθμός των κόμβων του δικτύου μας ακολουθεί εκθετική κατανομή. Η εκθετική κατανομή χρησιμοποιείται κυρίως για να περιγράψει το χρόνο που μεσολαβεί μεταξύ δύο ανεξάρτητων συμβάντων μιας τυχαίας διαδικασίας (π.χ. ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δύο σεισμών ή μεταξύ δύο εισερχόμενων κλήσεων σε ένα τηλεφωνικό κέντρο). Στην περίπτωση μας η εκθετική κατανομή βαθμού σημαίνει πως πλέον οι πιθανές τιμές βαθμού δεν είναι ισοπίθανες (όπως στο δίκτυο $\Delta 0$), αλλά υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης μικρού βαθμού και μικρότερη πιθανότητα εμφάνισης υψηλού βαθμού για κάθε κόμβο. Έχει διαπιστωθεί πως αρκετά πραγματικά δίκτυα ακολουθούν εκθετική κατανομή, όπως τα δίκτυα αναφορών (citations) των επιστημονικών εργασιών, ορισμένα δίκτυα παροχής ηλεκτρικής ενέργειας και αρκετά τροφικά πλέγματα και συνεπώς η κατανομή του δικτύου μας είναι συνήθης. Αυτή η διαφοροποίηση στην κατανομή βαθμού μεταξύ του αναθεωρημένου δικτύου $\Delta 1$ και του πρωτότυπου $\Delta 0$ οφείλεται πιθανότατα στην ύστερα από δική μας πρωτοβουλία- μετατροπή των ακμών από κατευθυνόμενες σε μη.



Εικόνα 78: Η συμπληρωματική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για το βαθμό των κόμβων του αναθεωρημένου δικτύου $\Delta 1$ (σε ημι-λογαριθμικό διάγραμμα).

4.3.3.2. Πυκνότητα

Η πυκνότητα του αναθεωρημένου δικτύου υπολογίστηκε με τη βοήθεια του Gephi ίση με 0.189, ελάχιστα μεγαλύτερη από εκείνη του αρχικού δικτύου παραμένοντας ωστόσο σε χαμηλά επίπεδα. Η μικρή αυτή διαφοροποίηση -παρόλο που το πλήθος των ακμών παρέμεινε σταθερό, οφείλεται στο ότι πλέον οι ακμές μας δεν είναι κατευθυνόμενες, οπότε η σύνδεση μεταξύ δύο κόμβων μπορεί να γίνει μόνο με μία αμφίδρομη ακμή, ενώ στο αρχικό δίκτυο η σύνδεση μεταξύ δύο κόμβων θεωρείται πλήρης αν υπάρχουν δύο αντίρροπες ακμές που τους ενώνουν, με αποτέλεσμα να απαιτούνται περισσότερες ακμές ώστε το αρχικό δίκτυο να είναι πλήρως συνδεδεμένο και να έχει πυκνότητα ίση με 1.

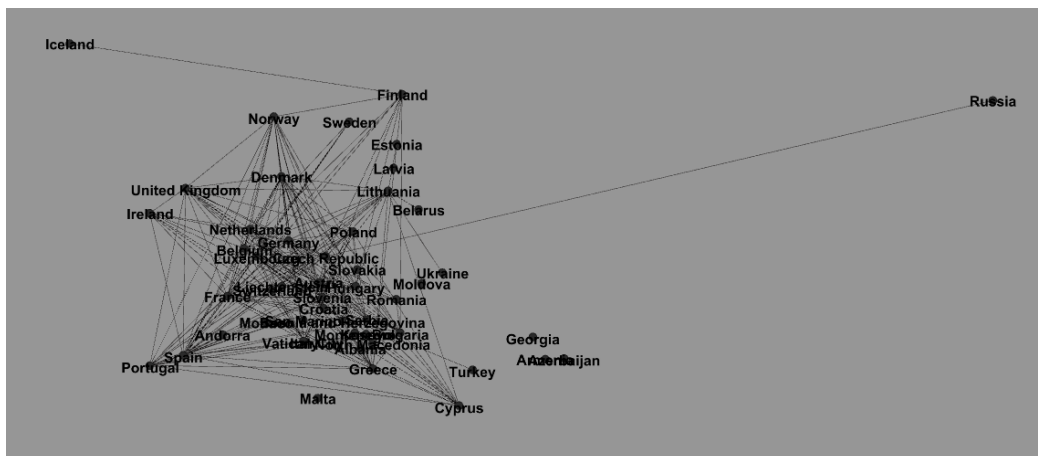
4.3.3.3. Μέσο μήκος μονοπατιού - Εκκεντρικότητα - Διάμετρος - Κεντρικότητα

Στο αναθεωρημένο δίκτυο Δ1 είναι πλέον δυνατή η χάραξη μονοπατιών μεταξύ των κόμβων οπότε και ο υπολογισμός των παραπάνω μεγεθών. Ωστόσο, το δίκτυο μας αποτελείται από ακμές με διαφορετικούς συντελεστές βαρύτητας, οι οποίοι όμως σε καμία περίπτωση δεν υποδεικνύουν το “κόστος” ή τη “σημαντικότητα” διάσχισης της εκάστοτε ακμής και συνεπώς δε στέκει από λογικής άποψης να λάβουμε υπόψη τα βάρη των ακμών για τον υπολογισμό του μέσου μήκους μονοπατιού, της εκκεντρικότητας, της διαμέτρου και της κεντρικότητας. Συνεπώς θα αναβάλουμε για άλλη μια φορά τον υπολογισμό των μεγεθών αυτών, μέχρις ότου το δίκτυο μας θα είναι μη κατευθυνόμενο και θα αποτελείται από ακμές μοναδιαίου βάρους (βλ. Ενότητα 4.3.5.3.).

4.3.4. 2η αναθεώρηση πρωτότυπου δικτύου

Ύστερα από την πρώτη αναθεώρηση του δικτύου μας, όπου το μετατρέψαμε από κατευθυνόμενο σε μη κατευθυνόμενο, τώρα θα επιχειρήσουμε να το απλοποιήσουμε ακόμα περισσότερο, ώστε να αναδείξουμε νέα χαρακτηριστικά

του και να μπορέσουμε να το συγκρίνουμε με άλλα παρόμοια δίκτυα που έχουν μελετηθεί στη διεθνή βιβλιογραφία. Συγκεκριμένα, θα θεωρήσουμε εκ νέου το δίκτυο μας, ώστε τώρα οι ακμές του πέραν από μη κατευθυνόμενες να είναι και της ίδιας βαρύτητας (μοναδιαίος συντελεστής βαρύτητας) (Εικόνα 79). Με την απλοποίηση αυτή ουσιαστικά παύει να μας ενδιαφέρει η συχνότητα αλληλεπίδρασης μεταξύ κάθε ζεύγους συνδεδεμένων χωρών και ενδιαφερόμαστε μόνο για αυτή καθ' αυτήν την ύπαρξη καλλιτεχνικής σύνδεσης μεταξύ αυτών. Προφανώς το νέο δίκτυο⁶⁷ που προκύπτει έχει λιγότερες ακμές από το πρωτότυπο Δ0 -ή το αναθεωρημένο δίκτυο Δ1, καθώς αγνοούμε όλες τις παράλληλες ακμές, οι οποίες πλέον συγχωνεύονται σε μια μοναδική ακμή μοναδιαίου βάρους. Το τελικό μέγεθος του νέου δικτύου είναι 34 κόμβοι ίδιας μορφής που συνδέονται μεταξύ τους με 231 μη κατευθυνόμενες ακμές, μοναδιαίου συντελεστή βαρύτητας.



Εικόνα 79: Αναπαράσταση του αναθεωρημένου δικτύου Δ2 μη κατευθυνόμενων ακμών ίδιου συντελεστή βαρύτητας.

4.3.5. Δικτυακή ανάλυση αναθεωρημένου δικτύου Δ2

4.3.5.1. Κατανομή βαθμού - Μέσος βαθμός

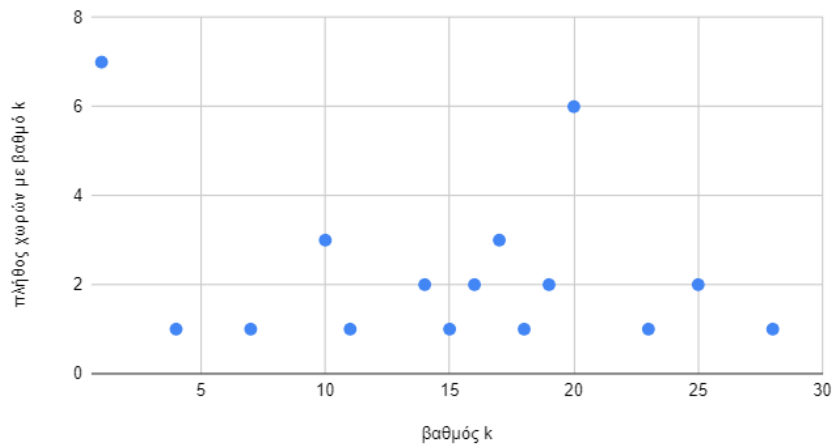
Αξιοποιώντας το εργαλείο Gephi, υπολογίσαμε το μέσο βαθμό ίσο με 9.24, που σημαίνει πως κάθε συμμετέχουσα χώρα στο δίκτυο αλληλεπιδρά με άλλες 9 περίπου χώρες είτε αποστέλλοντας καλλιτέχνες σε αυτές είτε υποδεχόμενη

⁶⁷ Στο εξής δίκτυο Δ2.

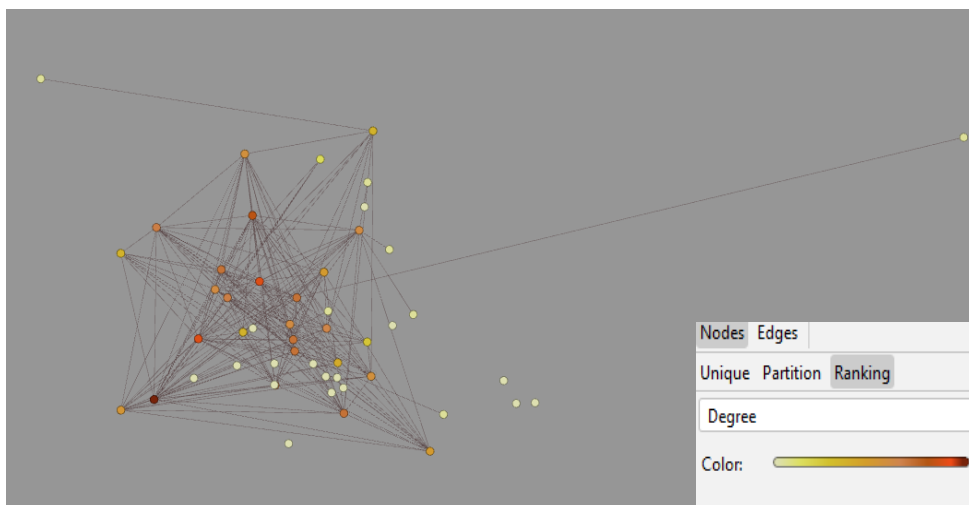
καλλιτέχνες προερχόμενους από αυτές. Αν λάβουμε υπόψη πως οι ενεργές χώρες του δικτύου είναι 34, η παραπάνω τιμή μας δείχνει πως κάθε χώρα αλληλεπιδρά με το $\frac{1}{4}$ περίπου του συνόλου των χωρών του δικτύου.

Στην Εικόνα 80, φαίνεται η κατανομή του βαθμού για όλους τους κόμβους του αναθεωρημένου δικτύου $\Delta 2$, όπου παρατηρούμε πως ένας κόμβος παρουσιάζει ιδιαίτερα υψηλότερο βαθμό σε σχέση με όλους τους υπόλοιπους, καθώς συνδέεται με τους 28 από τους 34 συνολικά κόμβους (δημοφιλής κόμβος). Ο κόμβος αυτός αντιστοιχεί στην Ισπανία, όπως φαίνεται από την Εικόνα 81, όπου οι κόμβοι έχουν χρωματιστεί ανάλογα με το βαθμό τους με βάση τη κλίμακα στο κάτω δεξιά μέρος της εικόνας.

κατανομή βαθμού δικτύου $\Delta 2$

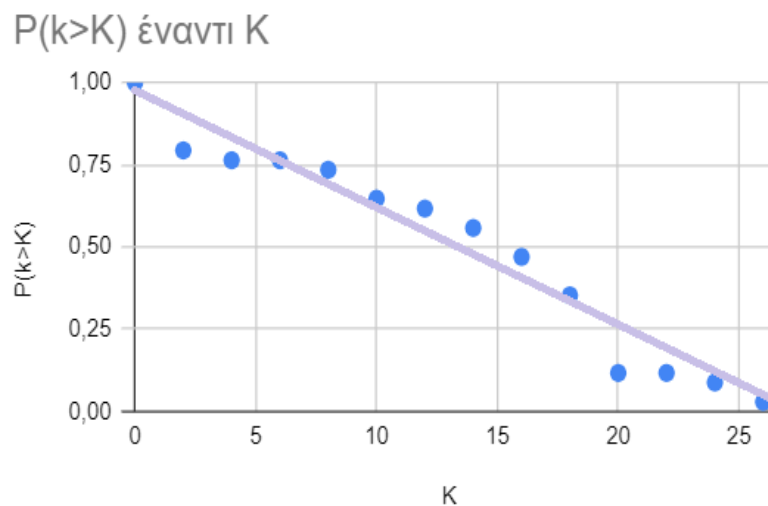


Εικόνα 80: Η κατανομή του βαθμού των κόμβων-χωρών του αναθεωρημένου δικτύου $\Delta 2$.



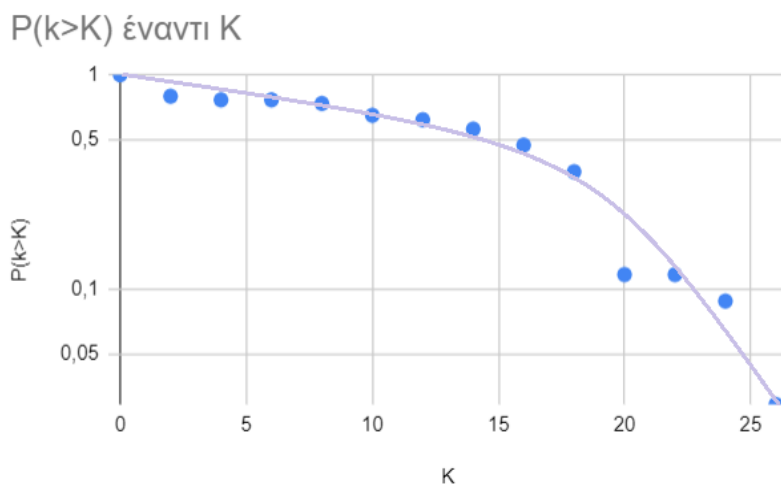
Εικόνα 81: Οι κόμβοι-χώρες του αναθεωρημένου δικτύου $\Delta 2$ χρωματισμένοι ανάλογα με το βαθμό τους.

Στην Εικόνα 82 φαίνεται η γραφική παράσταση της συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας για το βαθμό των κόμβων του δικτύου Δ2. Παρατηρούμε πως όταν οι άξονες είναι σε γραμμική κλίμακα τα σημεία της γραφικής παράστασης σχηματίζουν μια ιδιόμορφη καμπύλη γραμμής, η οποία να μην δεν αποκλίνει πολύ από μια ανάλογης κλίσης νοητή ευθεία γραμμή (βλ. μωβ χαραγμένη γραμμή στο διάγραμμα), αλλά δεν αποτελεί και ικανή συνθήκη για να κατονομάσουμε με σιγουριά τη συγκεκριμένη κατανομή βαθμού ως ομοιόμορφη. Επομένως, θα μπορούσαμε να καταλήξουμε πως η κατανομή του αναθεωρημένου δικτύου Δ2 προσομοιάζει πολύ στην ομοιόμορφη κατανομή, χωρίς ωστόσο να ταυτίζεται απόλυτα με αυτή.



Εικόνα 82: Η συμπληρωματική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για το βαθμό των κόμβων του αναθεωρημένου δικτύου Δ2.

Συνεχίζοντας, καθώς το αναθεωρημένο δίκτυο Δ2 είναι πλέον μη κατευθυνόμενο με ακμές μοναδιαίου βάρους μπορούμε τώρα να το αντιπαραθέσουμε με άλλα δίκτυα της βιβλιογραφίας που παρουσιάζουν παρόμοια δομή και όμοια κατανομή βαθμού. Για να διευκολύνουμε τη σύγκριση αυτή παραθέτουμε παρακάτω και το διάγραμμα της Εικόνα 83, όπου φαίνεται η γραφική παράσταση της συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής βαθμού σε ημι-λογαριθμικό διάγραμμα (ο άξονας ψ είναι σε λογαριθμική κλίμακα), μιας και η κατανομή αρκετών δικτύων της βιβλιογραφίας ερμηνεύεται μέσω παρόμοιων ημι-λογαριθμικών διαγραμμάτων.



Εικόνα 83: Η συμπληρωματική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για το βαθμό των κόμβων του αναθεωρημένου δικτύου Δ2 (σε ημι-λογαριθμικό διάγραμμα).

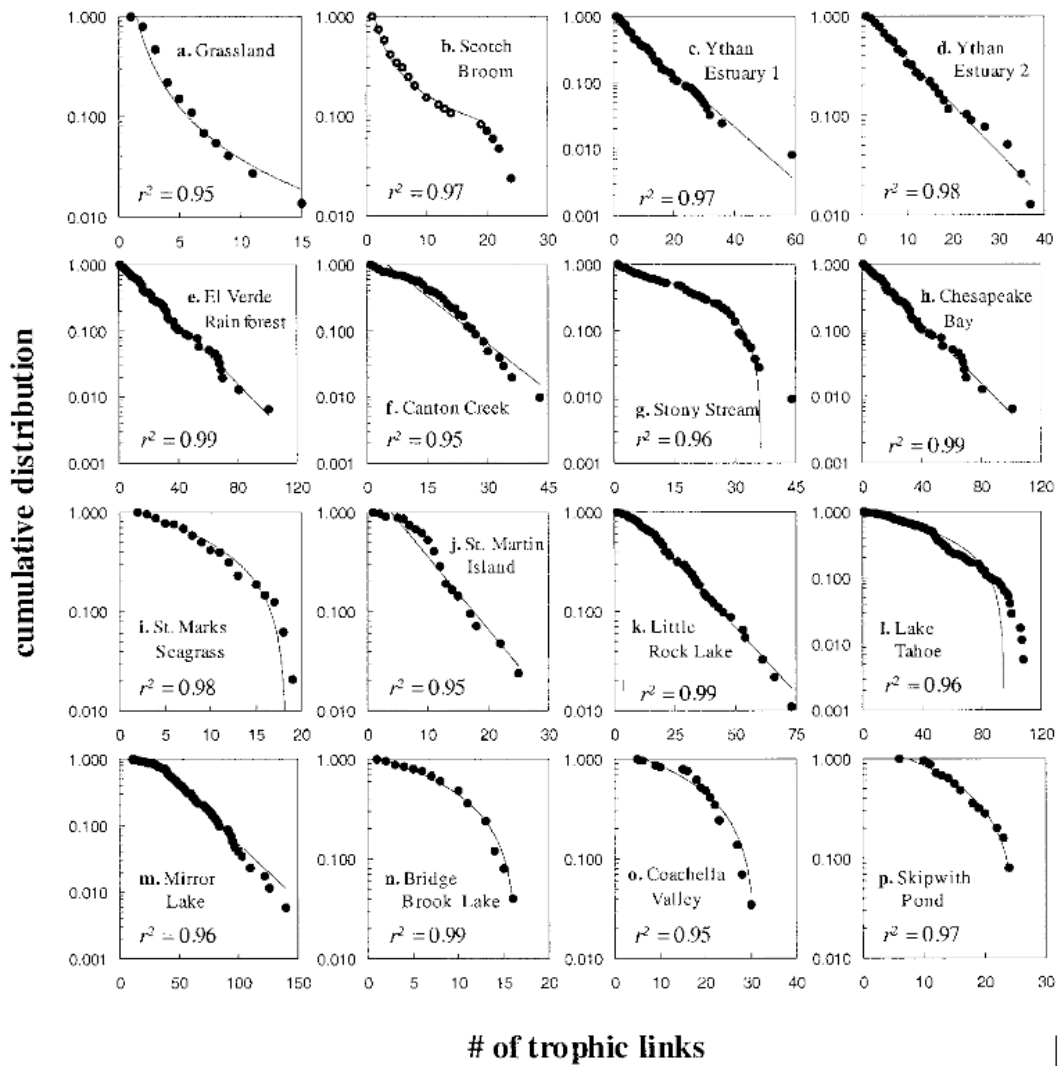
Αναζητώντας λοιπόν στην παγκόσμια βιβλιογραφία πραγματικά δίκτυα που έχουν μελετηθεί και ο βαθμός των κόμβων τους ακολουθεί κατανομή παρόμοια με εκείνη του δικτύου Δ2, οδηγηθήκαμε στην εργασία *Food-web structure and network theory: The role of connectance and size* όπου οι Jennifer A. Dunne, Richard J. Williams και Neo D. Martinez⁶⁸ μελέτησαν τις τροφικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ειδών σε δεκαέξι τροφικά πλέγματα. Συγκεκριμένα, σχεδίασαν για κάθε ένα από αυτά τα πλέγματα τη γραφική παράσταση της συμπληρωματικής αθροιστικής συνάρτησης κατανομής πιθανότητας για το βαθμό των κόμβων τους δοσμένη σε ημι-λογαριθμικό διάγραμμα (Εικόνα 85). Σε κάθε τροφικό πλέγμα οι οργανισμοί που ανήκουν σε αυτό αποτελούν τους κόμβους του δικτύου και οι τροφικές συνδέσεις μεταξύ αυτών (π.χ. ποιος οργανισμός τρέφεται με ποιον) αποτελούν τις ακμές του. Παρατηρούμε πως τα 16 δίκτυα παρουσιάζουν ποικίλες κατανομές: τα δίκτυα a και b κατανομή του νόμου της δύναμης, τα δίκτυα c, d, e, f, h, j, k και m εκθετική κατανομή (ευθεία γραμμή σε ημι-λογαριθμικό διάγραμμα) και τα δίκτυα g, i, l, n, o και p ομοιόμορφη κατανομή (ευθεία γραμμή σε γραμμικό διάγραμμα). Η καμπύλη που σχηματίζουν τα δίκτυα με ομοιόμορφη κατανομή είναι όμοια με την καμπύλη της Εικόνα 83 για το δίκτυο μας Δ2. Μάλιστα, τα τροφικά πλέγματα g, i, n, o και p έχουν εύρος τιμών στον οριζόντιο άξονα που βρίσκεται πολύ κοντά στο εύρος των πιθανών βαθμών του δικού μας δικτύου Δ2 (τιμές μεταξύ 0-40

⁶⁸ Dunne, J. A., Williams, R. J., Martinez, N. D. *Food-web structure and network theory: The role of connectance and size*. PNAS, vol.99, No.20, p.12917-12922 (2002)

συνδέσεων περίπου). Ακόμα, στον πίνακα της Εικόνα 84 που δανειστήκαμε από την εργασία των Dune, Williams και Martinez δίνονται το πλήθος των κόμβων (στήλη S) και ο μέσος όρος συνδέσεων ανά κόμβο (στήλη L/S) – όπου L το πλήθος των ακμών- για κάθε ένα από τα 16 τροφικά πλέγματα. Διαπιστώνουμε πως τα τροφικά οικοσυστήματα i, n, o και p έχουν πλήθος κόμβων ίδιας τάξης μεγέθους με το δίκτυο μας Δ2 (<50 κόμβοι) και μέσο όρο συνδέσεων ανά κόμβο μικρότερο από 10, όπως και το δίκτυο Δ2. Όλα τα παραπάνω οδηγούν στο συμπέρασμα πως το αναθεωρημένο δίκτυο Δ2 κατανέμει τις καλλιτεχνικές αλληλεπιδράσεις (μετακινήσεις καλλιτεχνών από χώρα σε χώρα) μεταξύ των χωρών (κόμβων) του με τρόπο παρόμοιο με τον τρόπο που ορισμένα υπαρκτά τροφικά οικοσυστήματα κατανέμουν τις τροφικές αλληλεπιδράσεις (ποιος οργανισμός τρέφεται με ποιον) μεταξύ των ειδών (κόμβων) που τα αποτελούν. Θα δούμε στη συνέχεια πως εκτός από παρόμοια κατανομή βαθμού τα τροφικά πλέγματα που αναφέραμε παρουσιάζουν και άλλες ομοιότητες με το δίκτυο Δ2.

	Ref.	Taxa	S	C(L/S ²)	L/S
Grassland	15	75	61	0.026	1.59
Scotch Broom	28	154	85	0.031	2.62
Ythan Estuary 1	29	134	124	0.038	4.67
Ythan Estuary 2	30	92	83	0.057	4.76
El Verde Rainforest	31	156	155	0.063	9.74
Canton Creek	32	108	102	0.067	6.83
Stony Stream	32	112	109	0.070	7.61
Chesapeake Bay	33	33	31	0.071	2.19
St. Marks Seagrass	34	48	48	0.096	4.60
St. Martin Island	35	44	42	0.116	4.88
Little Rock Lake	11	182	92	0.118	10.84
Lake Tahoe	*	800	172	0.131	22.59
Mirror Lake	*	586	172	0.146	25.13
Bridge Brook Lake	36	75	25	0.171	4.28
Coachella Valley	37	30	29	0.312	9.03
Skipwith Pond	9	35	25	0.315	7.88

Εικόνα 84: Το πλήθος των κόμβων (S) και το πλήθος των συνδέσεων ανά κόμβο (L/S) για τα 16 τροφικά πλέγματα.



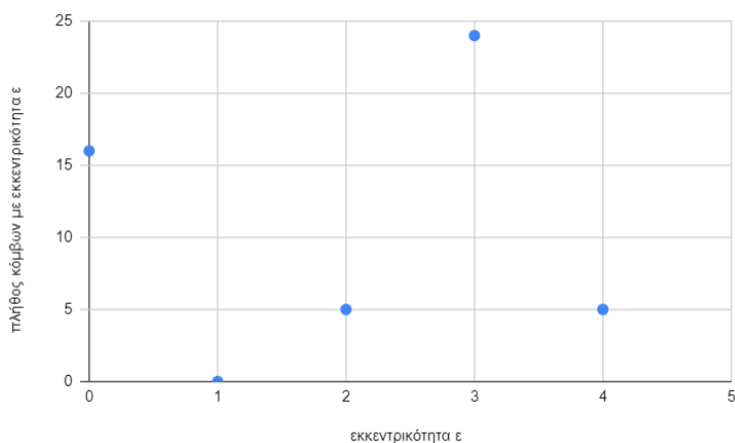
Εικόνα 85: Η συμπληρωματική αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για το βαθμό των κόμβων των 16 τροφικών πλεγμάτων που μελετήθηκαν στην εργασία. *Food-web structure and network theory: The role of connectance and size (2002)* (σε ημι-λογαριθμικό διάγραμμα).

4.3.5.2. Πυκνότητα

Προφανώς, η πυκνότητα του δικτύου Δ2 θα είναι ίδια με εκείνη του Δ1 (0,189) καθώς η πυκνότητα ως δικτυακό μέγεθος υπολογίζεται με βάση τις υπαρκτές συνδέσεις μεταξύ όλων των πιθανών ζευγαριών κόμβων και δεν λαμβάνεται υπόψη για τον υπολογισμό της το βάρος των συνδέσεων.

4.3.5.3. Μέσο μήκος μονοπατιού - Εκκεντρικότητα - Διάμετρος

Καθώς στο νέο δίκτυο ύστερα και από τη δεύτερη αναθεώρηση οι ακμές είναι μη κατευθυνόμενες και μοναδιαίου βάρους, μπορούμε πλέον να υπολογίσουμε για αυτό τα παραπάνω δικτυακά μεγέθη. Το μέσο μήκος μονοπατιού βρέθηκε ίσο με 1.768, που σημαίνει πως η επίτευξη της “πολιτισμικής αλληλεπίδρασης” μεταξύ δύο μη άμεσα συνδεδεμένων χωρών μπορεί να επιτευχθεί με τη μεσολάβηση μιας⁶⁹ κατά μέσο όρο άλλης χώρας που δρα ως μεσάζων επικοινωνίας, προσκαλώντας ή αποστέλλοντας καλλιτέχνες. Ακόμα, η διάμετρος του δικτύου υπολογίστηκε ίση με 4, οπότε οι πιο απομακρυσμένες χώρες του δικτύου απέχουν μεταξύ τους τέσσερα βήματα, απόσταση όχι και τόσο μεγάλη για ένα δίκτυο που περιλαμβάνει τις περισσότερες χώρες του ευρωπαϊκού χώρου. Τέλος, στο διάγραμμα της Εικόνα 86 φαίνεται η κατανομή της εκκεντρικότητας για όλους τους κόμβους του δικτύου, όπου φαίνεται πως για τις περισσότερες χώρες η απόσταση τους από τη πιο απομακρυσμένη προς αυτές χώρα του δικτύου είναι μικρότερη από τη διάμετρο του δικτύου (μόνο 5 χώρες έχουν εκκεντρικότητα ίση με τη διάμετρο). Η τελευταία αυτή ιδιότητα μας πληροφορεί πως το δίκτυο μας δεν εμφανίζει ιδιαίτερα μεγάλο πλήθος δυσπρόσιτων κόμβων.

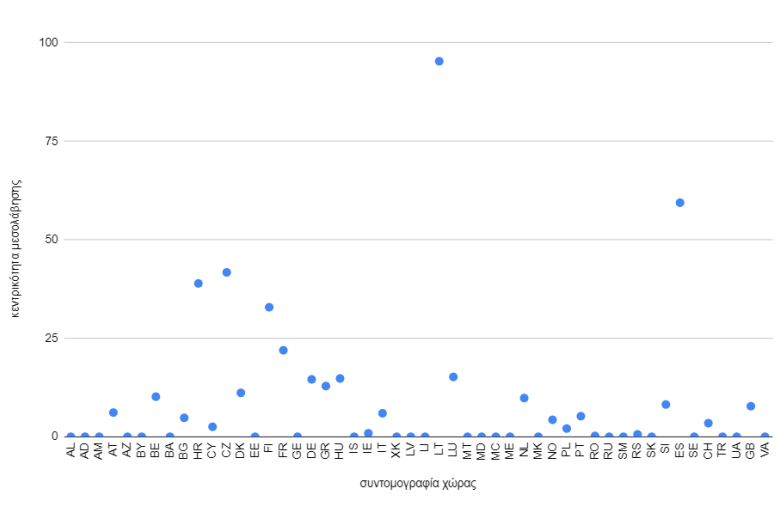


Εικόνα 86: Η κατανομή της εκκεντρικότητας των κόμβων-χωρών του αναθεωρημένου δικτύου Δ2.

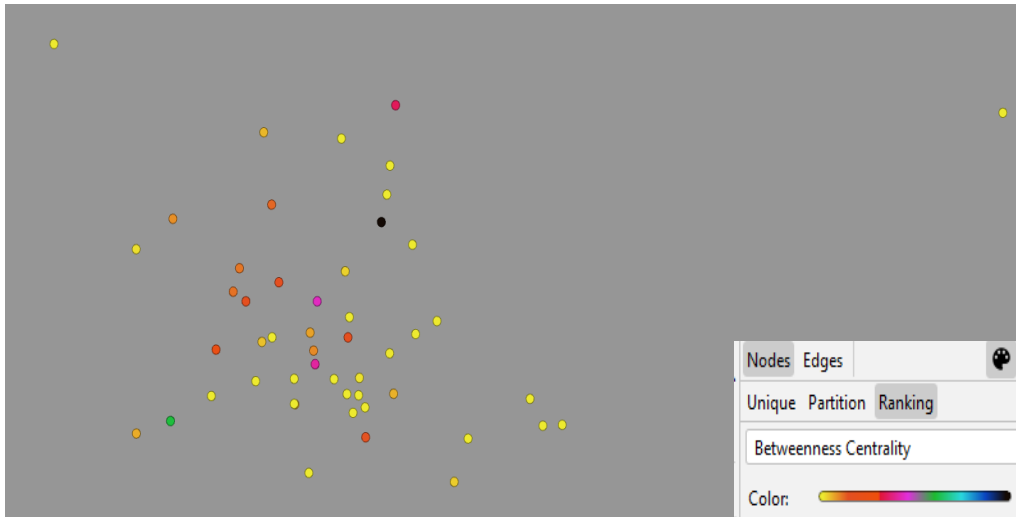
⁶⁹ Αφού το ελάχιστο μήκος μονοπατιού ισούται περίπου με δύο, σημαίνει πως απαιτούνται δύο κατά μέσο όρο βήματα για να μεταβώ από μια χώρα σε μια άλλη και κατ' επέκταση ένας μόνο ενδιάμεσος σταθμός (μεσάζων).

4.3.5.4. Κεντρικότητα μεσολάβησης - Κεντρικότητα εγγύτητας

Στη συνέχεια, το εργαλείο Gephi παράγαγε τα διαγράμματα των Εικόνων Εικόνα 87 και Εικόνα 89, όπου φαίνεται η κατανομή της κεντρικότητας μεσολάβησης και της κεντρικότητας εγγύτητας αντίστοιχα. Παρατηρούμε από την Εικόνα 87, πως μια χώρα του δικτύου έχει κεντρικότητα μεσολάβησης πολύ μεγαλύτερη από όλες τις υπόλοιπες χώρες και αν συμβουλευτούμε την Εικόνα 88, όπου όλοι οι κόμβοι έχουν χρωματιστεί ανάλογα με την τιμή της κεντρικότητας μεσολάβησης τους, συμπεραίνουμε πως η συγκεκριμένη χώρα είναι η Λιθουανία. Συνεπώς, θα μπορούσαμε να πούμε πως η Λιθουανία είναι η πιο κομβική χώρα του δικτύου Aegowaves, καθώς αποτελεί ενδιάμεσο σταθμό των περισσότερων συντομότερων μονοπατιών μεταξύ των διαφόρων χωρών του δικτύου και κατ' επέκταση συνεισφέρει σημαντικά ως διαμεσολαβητής επικοινωνίας μεταξύ των υπόλοιπων χωρών στο αναθεωρημένο δίκτυο Δ2.

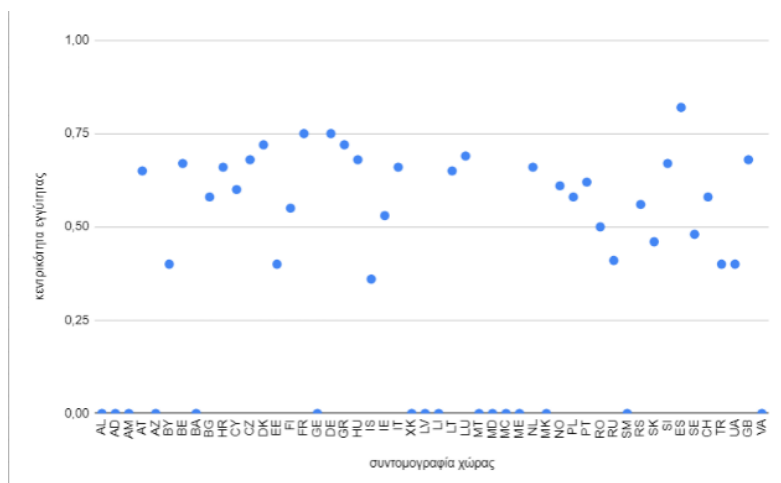


Εικόνα 87: Η κατανομή της κεντρικότητας μεσολάβησης των κόμβων-χωρών του αναθεωρημένου δικτύου Δ2.

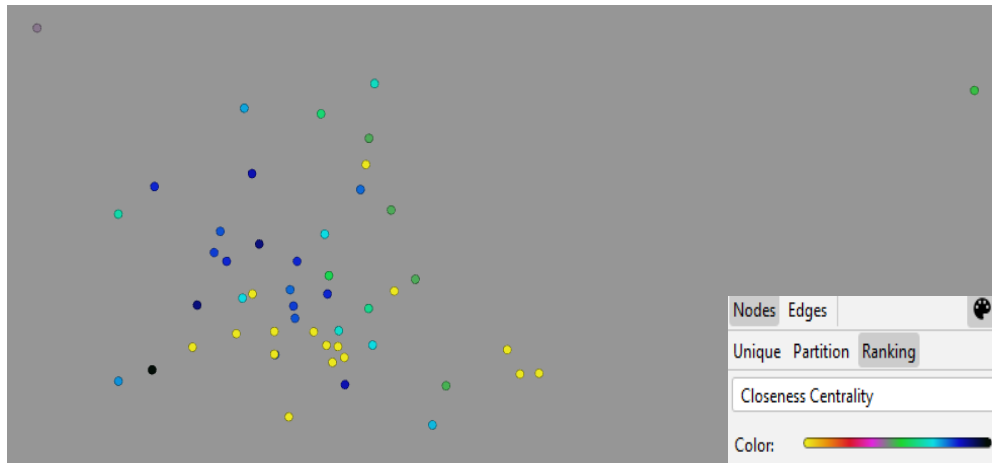


Εικόνα 88: Οι κόμβοι-χώρες του αναθεωρημένου δικτύου Δ2 χρωματισμένοι ανάλογα με την τιμή της κεντρικότητας μεσολάβησης τους.

Όσον αφορά την κεντρικότητα εγγύτητας το διάγραμμα της Εικόνα 89 δείχνει το πως η τελευταία κατανέμεται σε όλους τους κόμβους του δικτύου (κανονικοποιημένη μεταξύ 0 και 1). Παρατηρούμε πως και πάλι ένας και μόνο κόμβος έχει τη μεγαλύτερη τιμή κεντρικότητας εγγύτητας, γεγονός που τον καθιστά τον πιο κεντρικό κόμβο του δικτύου, υπό την έννοια πως απέχει τις μικρότερες συγκριτικά αποστάσεις από όλους τους υπόλοιπους κόμβους. Από την Εικόνα 90, όπου οι χώρες έχουν χρωματιστεί βάσει της τιμής κεντρικότητας εγγύτητας και σύμφωνα με τη χρωματική κλίμακα στο κάτω δεξιά μέρος της εικόνας, βλέπουμε πως η πιο κεντρική χώρα του δικτύου είναι η Ισπανία με μαύρο χρώμα, ενώ ακολουθούν η Γερμανία και η Γαλλία με σκούρο μπλε χρώμα.



Εικόνα 89: Η κατανομή της κεντρικότητας εγγύτητας των κόμβων-χωρών του αναθεωρημένου δικτύου Δ2.



Εικόνα 90: Οι κόμβοι-χώρες του αναθεωρημένου δικτύου Δ2 χρωματισμένοι ανάλογα με την τιμή της κεντρικότητας εγγύτητας τους.

4.3.5.4.1. Επίδραση της κεντρικότητας μεσολάβησης και της κεντρικότητας εγγύτητας στο μέσο μήκος μονοπατιού και το συντελεστή ομαδοποίησης του δικτύου

Όπως είδαμε παραπάνω, η κεντρικότητα μεσολάβησης και η κεντρικότητα εγγύτητας αποτελούν μεγέθη που αναφέρονται σε έναν κόμβο του δικτύου και προσδιορίζουν πόσο σημαντικός για το δίκτυο μας είναι ο τελευταίος λόγω της σχετικής ως προς τους υπόλοιπους κόμβους θέσης του. Ένας κόμβος με υψηλή κεντρικότητα μεσολάβησης, αποτελεί ενδιάμεσο κόμβο πολλών συντομότερων μονοπατιών, ενώ ένας κόμβος με υψηλή κεντρικότητα εγγύτητας βρίσκεται πολύ κοντά στους περισσότερους κόμβους του δικτύου. Πώς λοιπόν επηρεάζεται ένα δίκτυο αν οι πιο κεντρικοί -υπό την έννοια της υψηλής κεντρικότητας- κόμβοι του δεχτούν επίθεση, αφαιρεθούν ή εξαφανιστούν; Πώς επηρεάζεται το μέσο μήκος μονοπατιού όταν κεντρικοί κόμβοι διαγράφονται από ένα δίκτυο; Μεταβάλλεται η τάση του δικτύου να σχηματίζει υποομάδες, όταν κεντρικοί κόμβοι του αφαιρούνται;

Προκειμένου να απαντήσουμε στα παραπάνω ερωτήματα, αξιοποιήσαμε την αναπαράσταση του δικτύου μας στην εφαρμογή Gephi και εκκινώντας από το αρχικό μη κατευθυνόμενο δίκτυο Δ2 αρχίσαμε να αφαιρούμε έναν-έναν τους κόμβους του δικτύου με τη μεγαλύτερη κεντρικότητα μεσολάβησης και εγγύτητας

με φθίνουσα σειρά. Ύστερα από κάθε αφαίρεση υπολογίζαμε εκ νέου το μέσο μήκος μονοπατιού και το συντελεστή ομαδοποίησης του δικτύου. Στον Πίνακα 1, φαίνεται πως μεταβάλλονται τα παραπάνω μεγέθη όταν αφαιρούμε σταδιακά κόμβους μεγάλης κεντρικότητας μεσολάβησης, ενώ στον Πίνακα 2 όταν αφαιρούμε κόμβους μεγάλης κεντρικότητας εγγύτητας.

Πίνακας 1: Μεταβολή δικτυακών μεγεθών αναθεωρημένου δικτύου Δ2 λόγω αφαίρεσης κόμβων κατά φθίνουσα τιμή κεντρικότητας μεσολάβησης.

	μέσο μήκος μονοπ.	συντ. ομαδοποίησης
αρχικό δίκτυο	1.768	0.708
- Λιθουανία	1.611	0.724
- Ισπανία	1.608	0.697
- Κροατία	1.572	0.691
- Τσεχία	1.518	0.702
- Φινλανδία	1.394	0.727

Πίνακας 2: Μεταβολή δικτυακών μεγεθών αναθεωρημένου δικτύου Δ2 λόγω αφαίρεσης κόμβων κατά φθίνουσα τιμή κεντρικότητας εγγύτητας.

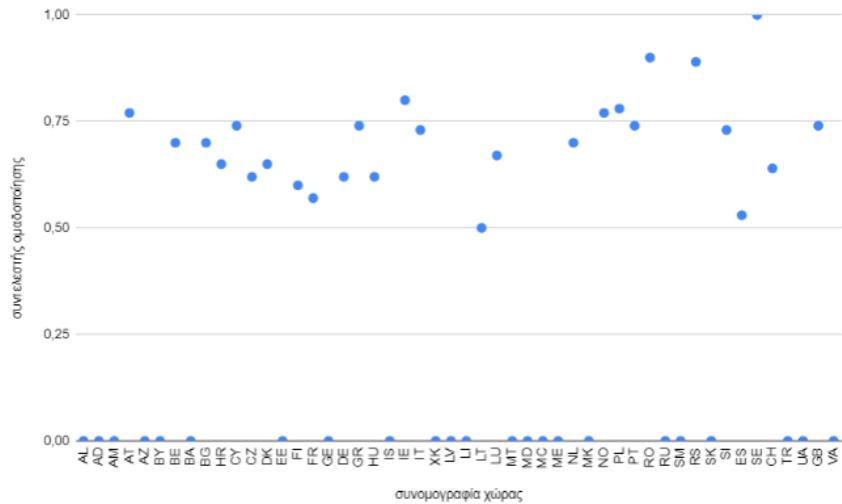
	μέσο μήκος μονοπ.	συντ. ομαδοποίησης
αρχικό δίκτυο	1.768	0.708
- Ισπανία	1.776	0.68
- Γερμανία	1.806	0.653
- Γαλλία	1.846	0.635
- Δανία	1.876	0.604
- Ελλάδα	1.91	0.587

Μελετώντας τους παραπάνω πίνακες παρατηρούμε πως καθώς αφαιρούμε κόμβους μεγάλης κεντρικότητας μεσολάβησης το μέσο μήκος μονοπατιού ελαττώνεται, ενώ όταν αφαιρούμε κόμβους μεγάλης κεντρικότητας εγγύτητας το μέσο μήκος μονοπατιού αυξάνεται. Προφανώς η αφαίρεση κόμβων μεγάλης κεντρικότητας μεσολάβησης και εγγύτητας επιδρούν αντίστροφα στο μέσο μήκος μονοπατιού.

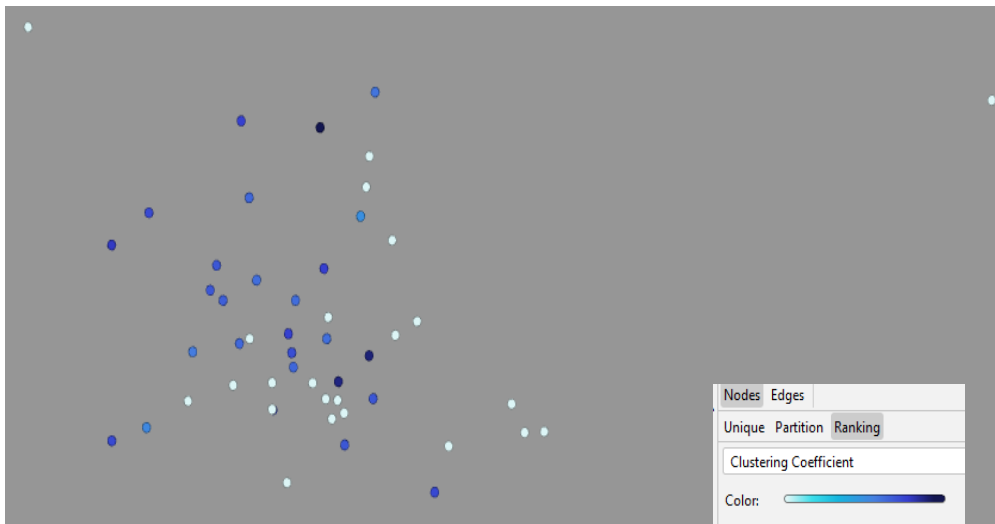
Έπειτα, τα αποτελέσματα για τη σχέση κεντρικότητας μεσολάβησης/εγγύτητας και συντελεστή ομαδοποίησης δεν είναι τόσο ξεκάθαρα, ώστε να μπορούμε εύκολα να συναγάγουμε συμπεράσματα. Το μόνο ίσως σαφές συμπέρασμα προκύπτει από τον Πίνακα 2, όπου παρατηρούμε πως καθώς αφαιρούμε κόμβους μεγάλης κεντρικότητας εγγύτητας, ο μέσος συντελεστής ομαδοποίησης του δικτύου ελαττώνεται. Θα μπορούσαμε να υποστηρίξουμε πως όσο μειώνονται οι κόμβοι που απέχουν μικρές αποστάσεις από τους περισσότερους κόμβους του δικτύου, τόσο εξασθενεί η τάση του δικτύου να σχηματίζει υποομάδες, συμπεριφορά που δικαιολογείται αφού με την παραπάνω παρέμβαση μειώνονται πλέον οι κεντρικοί κόμβοι που αποτελούν συνδετικούς κρίκους μεταξύ των μελών μιας σχηματιζόμενης υποομάδας.

4.3.5.5. Συντελεστής ομαδοποίησης

Το τελευταίο δικτυακό μέγεθος που υπολογίσαμε για το αναθεωρημένο δίκτυο Aerowaves Δ2 είναι ο τοπικός συντελεστής ομαδοποίησης για όλους τους κόμβους του δικτύου, η κατανομή του οποίου φαίνεται στο διάγραμμα της Εικόνα 91. Παρατηρούμε πως τρεις χώρες παρουσιάζουν αισθητά μεγαλύτερη τάση να σχηματίσουν υποομάδες (μεγάλη τιμή τοπικού συντελεστή ομαδοποίησης) και βάσει της Εικόνα 92 οι χώρες αυτές είναι η Σουηδία (μαύρο χρώμα), η Σερβία και η Ρουμανία (σκούρο μπλε χρώμα). Ο μέσος συντελεστής ομαδοποίησης υπολογισμένος επί του συνόλου των κόμβων ισούται με 0.708, τιμή υψηλή δεδομένου του εύρους των πιθανών τιμών.



Εικόνα 91: Η κατανομή του τοπικού συντελεστή ομαδοποίησης των κόμβων-χωρών του αναθεωρημένου δικτύου $\Delta 2$.



Εικόνα 92: Οι κόμβοι-χώρες του αναθεωρημένου δικτύου $\Delta 2$ χρωματισμένοι ανάλογα με τον τοπικό συντελεστή ομαδοποίησης τους.

Στη συνέχεια θα συγκρίνουμε την τιμή αυτή του συντελεστή ομαδοποίησης με την τιμή που θα είχε ο συντελεστής ομαδοποίησης σε ένα αντίστοιχο τυχαίο δίκτυο με το ίδιο πλήθος κόμβων και ακμών. Για τη σύγκριση αυτή είναι απαραίτητο να ορίσουμε το δικτυακό μέγεθος connectance⁷⁰. Η connectance C ορίζεται ως το κλάσμα των υπαρκτών συνδέσεων σε ένα δίκτυο προς το σύνολο όλων των δυνατών συνδέσεων μεταξύ των κόμβων του δικτύου και ισούται με $C=L/N^2$, όπου

⁷⁰ Δεν υπάρχει ακριβής μετάφραση του όρου στην ελληνική γλώσσα που να μην προκαλεί συγχύσεις με άλλα δικτυακά μεγέθη.

N το πλήθος των κόμβων και L το πλήθος των ακμών του δικτύου. Στα τυχαία δίκτυα ο συντελεστής ομαδοποίησης ισούται με την connectance, αφού η πιθανότητα ένας κόμβος να συνδέεται με έναν άλλο τυχαίο κόμβο ισούται με την πιθανότητα δύο γείτονες ενός συγκεκριμένου κόμβου να συνδέονται και μεταξύ τους⁷¹. Οπότε σε ένα τυχαίο δίκτυο με το ίδιο πλήθος κόμβων (N=34) και ακμών (L=231 με μοναδιαία βάρη) με το δικό μας η connectance και κατ' επέκταση ο συντελεστής ομαδοποίησης ισούται με $231/34^2=0.199$.

Επομένως, ο λόγος Cempirical/Crandom, όπου Cempirical είναι ο συντελεστής ομαδοποίησης όπως υπολογίστηκε από το Gephi για το δίκτυο Δ2 και Crandom είναι ο συντελεστής ομαδοποίησης ενός αντίστοιχου τυχαίου δικτύου με το ίδιο πλήθος κόμβων και ακμών ισούται με $Cemp/Crand = 0.708 / 0.199 = 3.557$. Καταλήγουμε λοιπόν, πως το δίκτυο Δ2 έχει τέσσερις φορές πιο ισχυρή τάση να σχηματίζει υποομάδες από ότι ένα ίδιου μεγέθους τυχαίο δίκτυο, χαρακτηριστικό που αποτελεί αναγκαία -αλλά όχι και ικανή- συνθήκη για να εμφανίζει ένα δίκτυο το φαινόμενο του μικρού κόσμου (small-world phenomenon)⁷².

4.5. Χαρακτηρισμός δικτύου Aerowaves - Συμπεράσματα

Στο παρόν κυριότερο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας ασχοληθήκαμε εκτενώς και αποκλειστικά με τη μελέτη της δραστηριότητας του ευρωπαϊκού δικτύου χορού Aerowaves κατά το διάστημα Οκτώβριος 2014-Σεπτέμβριος 2021 με κύριο σκοπό την κατανόηση της μορφής και της συμπεριφοράς του εν λόγω δικτύου. Στη συνέχεια θα γίνει μια προσπάθεια ανακεφαλαίωσης των κύριων σημείων του τέταρτου κεφαλαίου και σχολιασμού αυτών με στόχο να καταλήξουμε σε ορισμένα συμπεράσματα και να διαμορφώσουμε μια συνοπτική αλλά και ολοκληρωμένη εικόνα του δικτύου. Για το σκοπό αυτό στον Πίνακα 3 συγκεντρώνονται όλα τα

⁷¹ Dunne, J. A., Williams, R. J., Martinez, N. D. *Food-web structure and network theory: The role of connectance and size*. PNAS, vol.99, No.20, p.12917-12922 (2002)

⁷² Η δεύτερη και τελευταία συνθήκη για να χαρακτηριστεί ένα δίκτυο ως δίκτυο μικρού κόσμου είναι το μέσο μήκος μονοπατιού να αυξάνεται ανάλογα με το λογάριθμο του πλήθους των κόμβων. Για να ελεγχθεί η ισχύς αυτής της συνθήκης πρέπει να μελετήσουμε ένα δίκτυο δυναμικά, δηλαδή καθώς διαμορφώνεται με το πέρασμα του χρόνου, το οποίο είναι αδύνατο στην περίπτωση μας.

στοιχεία που έχουμε συλλέξει ή παραγάγει για το δίκτυο Aerowaves, ούτως ώστε να διευκολυνθεί η εποπτική κατανόηση αυτού.

Πίνακας 3: Η συνολική πληροφορία για τρία δίκτυα Aerowaves, Δ0, Δ1 και Δ2.

	αρχικό δίκτυο Δ0	1 ^ο αναθ. δίκτυο Δ1	2 ^ο αναθ. δίκτυο Δ2
διμερές	ναι	όχι	όχι
κατευθυνόμενο	ναι	όχι	όχι
διαφορετικοί συντ. βαρύτητας ακμών	ναι	ναι	όχι
πλήθος κόμβων	33 αναχώρ. & 34 άφιξης	34	34
πλήθος ακμών	340	340	231
κατανομή βαθμού	ομοιόμορφη	εκθετική	σχεδόν ομοιόμορφη
μέσος ζυγ. βαθμός	15.88 (εισόδου) & 16.36 (εξόδου)	21.6	—
μέσος βαθμός	—	—	9.24
πυκνότητα	0.044	0.189	0.189
μέσο μήκος μονοπ.	—	—	1.768
διάμετρος	—	—	4
συντ. ομαδοποίησης	—	—	0.708

Πρώτον, αξίζει να συνοψίσουμε ορισμένα βασικά στοιχεία του δικτύου Aerowaves με τη μελέτη του οποίου καταπιανόμαστε στην παρούσα εργασία. Το δίκτυο Aerowaves αποτελεί ένα ευρωπαϊκό δίκτυο χορού που δραστηριοποιείται τα τελευταία 25 χρόνια σε 34 ευρωπαϊκές χώρες. Στα πλαίσια της δράσης του παρατηρούνται διακρατικές καλλιτεχνικές αλληλεπιδράσεις. Συγκεκριμένα, οι 44 συνεργάτες του δικτύου που εδράζονται σε 33 χώρες προσκαλούν κάθε χρόνο στη

χώρα τους καλλιτέχνες προερχόμενους από άλλες χώρες της Ευρώπης να παρουσιάσουν τα επιλεγμένα έργα τους σε διεθνείς διοργανώσεις χορού. Στην εργασία μας επιλέξαμε για λόγους πληρότητας δεδομένων να μελετήσουμε τη χρονική περίοδο 2014-2021, όπου κάθε χρονιά ξεκινά τον Οκτώβριο και ολοκληρώνεται τον Σεπτέμβριο του επόμενου έτους. Η αναπαράσταση λοιπόν του παραπάνω δικτύου έγινε με τη χρήση του λογισμικού Gephi, το οποίο μας έδωσε τη δυνατότητα να δημιουργήσουμε ένα γράφο που προσομοιώνει με μεγάλη ακρίβεια το υπό μελέτη δίκτυο (βλ. Ενότητα 4.2.3.). Στο γράφο που δημιουργήσαμε οι κόμβοι αναπαριστούν τις ευρωπαϊκές χώρες εκκίνησης/προορισμού των μετακινούμενων καλλιτεχνών και οι ακμές αναπαριστούν τις εκάστοτε μετακινήσεις καλλιτεχνών από χώρα σε χώρα στο διάστημα των επτά ετών. Από το παραπάνω γίνεται εμφανές πως ο γράφος μας είναι διμερής, που σημαίνει πως οι κόμβοι του είναι δύο ειδών: 34 κόμβοι εκκίνησης που αναπαριστούν τις χώρες προέλευσης των μετακινούμενων καλλιτεχνών και 33 κόμβοι άφιξης που αναπαριστούν τις χώρες όπου δραστηριοποιούνται οι συνεργάτες του δικτύου, οι οποίοι και διοργανώνουν τις διάφορες δράσεις όπου προσκαλούνται οι μετακινούμενοι καλλιτέχνες. Κατά συνέπεια των παραπάνω οι ακμές του δικτύου είναι κατευθυνόμενες, προκειμένου να υποδεικνύουν την κατεύθυνση κίνησης των καλλιτεχνών. Ακόμα, οι ακμές του γράφου έχουν διαφορετικούς συντελεστές βαρύτητας, καθώς το εργαλείο Gephi αδυνατεί να αναπαραστήσει παράλληλες ακμές (ακμές με ίδιο κόμβο αναχώρησης και ίδιο κόμβο άφιξης) και ως εκ τούτου οι παράλληλες ακμές αντικαθίστανται από μια ακμή με βάρος ανάλογο του πλήθους των παράλληλων ακμών που αντικαθίστανται. Οι συνολικές μετακινήσεις καλλιτεχνών στα πλαίσια του δικτύου κατά το διάστημα 2014-2021 ήταν 540, οπότε έχουμε και 540 κατευθυνόμενες ακμές μοναδιαίου βάρους στο πρωτότυπο δίκτυο, οι οποίες στο γράφο που δημιουργήσαμε αποδόθηκαν με 340 κατευθυνόμενες ακμές διαφορετικών συντελεστών βαρύτητας. Τέλος, ο γράφος μας είναι δυναμικός, δηλαδή μεταβάλλεται ως προς το χρόνο, καθώς αποπειράται να προσομοιάσει τη δραστηριότητα του δικτύου Aerowaves σε πραγματικό χρόνο για το επιλεγμένο διάστημα των επτά ετών.

Δεύτερον, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε τα τρία δίκτυα Δ0, Δ1 και Δ2 που προαναφέραμε ως διαφορετικά στάδια ενός τρίπτυχου σταδιακής εξέλιξης ενός και

μόνο δικτύου, το οποίο ταυτίζουμε με το πραγματικό δίκτυο Aerowaves. Εν προκειμένω, μπορούμε να θεωρήσουμε πως το δίκτυο Δ2 (δίκτυο ύστερα από τη 2η αναθεώρηση) αποτελεί το πρώτο στάδιο του εν λόγω τρίπτυχου, καθώς αποτελείται από ακμές μη κατευθυνόμενες και ίδιου συντελεστή βαρύτητας. Έπειτα, λαμβάνοντας πλέον υπόψη τις παράλληλες ακμές (ακμές με ίδιο κόμβο αναχώρησης και ίδιο κόμβο άφιξης) δημιουργούμε το δίκτυο Δ1 (δίκτυο ύστερα από την πρώτη αναθεώρηση), όπου οι ακμές έχουν διαφορετικούς συντελεστές βαρύτητας. Τέλος, λαμβάνοντας υπόψη και τις κατευθύνσεις των ακμών καταλήγουμε στο δίκτυο Δ0 (πρωτότυπο δίκτυο), όπου έχουμε δύο είδη κόμβων που συνδέονται με κατευθυνόμενες πλέον ακμές. Η λογική στην οποία βασίζουμε τη συγκεκριμένη θεώρηση των τριών δικτύων είναι η εξής: Ξεκινάμε από το απλούστερο δίκτυο Δ2 όπου είναι εμφανείς μόνο οι καλλιτεχνικές συνδέσεις μεταξύ των χωρών που δραστηριοποιούνται στα πλαίσια του Aerowaves (βλ. ακμές μοναδιαίου βάρους). Έπειτα μεταβαίνουμε στο δίκτυο Δ1, όπου πλέον μας απασχολεί και η συχνότητα αλληλεπίδρασης μεταξύ των συνδεδεμένων χωρών (βλ. διαφορετικά βάρη ακμών). Τέλος, καταλήγουμε στο δίκτυο Δ0, το οποίο ταυτίζεται με το πρωτότυπο δίκτυο και όπου μας απασχολεί πλέον και η κατεύθυνση της κάθε αλληλεπίδρασης μεταξύ των συνδεδεμένων χωρών, ενώ οι τελευταίες διακρίνονται πλέον σε χώρες αποστολής καλλιτεχνών και χώρες δραστηριοποίησης των συνεργατών του δικτύου. Έχοντας λοιπόν την παραπάνω θεώρηση ως προς το τρίπτυχο σταδιακής παραγωγής του πρωτότυπου δικτύου Δ0 μπορούμε να διαμορφώσουμε μια συγκριτική εικόνα των τριών δικτύων αξιοποιώντας τα δικτυακά μεγέθη που έχουμε ήδη υπολογίσει για το καθένα (βλ. Πίνακας 3).

Ένα από τα πιο χαρακτηριστικά μεγέθη κάθε δικτύου είναι η κατανομή βαθμού, την οποία υπολογίσαμε και για τα τρία δίκτυα και διαπιστώσαμε πως είναι διαφορετική για κάθε ένα από αυτά. Το πρωτότυπο δίκτυο Δ0 (κατευθυνόμενες ακμές διαφορετικών συντελεστών βαρύτητας) παρουσιάζει ομοιόμορφη κατανομή βαθμού εισόδου και εξόδου, δηλαδή κάθε πιθανή τιμή βαθμού εισόδου ή εξόδου έχει την ίδια πιθανότητα εμφάνισης για κάθε κόμβο άφιξης ή αναχώρησης αντίστοιχα (όπως τα ισοπίθανα ενδεχόμενα εμφάνισης κάθε αριθμού από το 1 έως το 6 όταν ρίχνουμε ένα ζάρι). Έπειτα, το δίκτυο Δ1 (μη κατευθυνόμενες ακμές διαφορετικών συντελεστών βαρύτητας) ακολουθεί εκθετική κατανομή βαθμού.

Αυτό σημαίνει πως πλέον οι πιθανές τιμές βαθμού δεν είναι ισοπίθανες, αλλά υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης μικρού βαθμού και μικρότερη πιθανότητα εμφάνισης υψηλού βαθμού για κάθε κόμβο. Τέλος, το πιο απλοποιημένο δίκτυο Δ2 (μη κατευθυνόμενες ακμές μοναδιαίου συντελεστή βαρύτητας) παρουσιάζει μια κατανομή βαθμού, η οποία προσεγγίζει αρκετά την ομοιόμορφη κατανομή χωρίς ωστόσο να ταυτίζεται απόλυτα με αυτή. Ερευνώντας στη διεθνή βιβλιογραφία οδηγηθήκαμε στην εργασία *Food-web structure and network theory: The role of connectance and size των Dunne, Williams και Martinez*⁷³ με τη μελέτη της οποίας διαπιστώσαμε πως αυτό το είδος κατανομής βαθμού παρατηρείται και σε ορισμένα τροφικά πλέγματα, όπου οι κόμβοι είναι τα τροφικά είδη του εκάστοτε οικοσυστήματος και οι ακμές είναι οι τροφικές συνδέσεις μεταξύ αυτών (π.χ. ποιο είδος τρέφεται με ποιο). Ελέγξαμε μάλιστα και άλλα χαρακτηριστικά των εν λόγω τροφικών δικτύων προκειμένου να διαπιστώσουμε εάν και εκείνα είναι παρόμοια με τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά του δικτύου Δ2. Παρατηρήσαμε πως τα τροφικά πλέγματα που παρουσιάσαμε στην Ενότητα 4.3.5.1. και προέρχονται από την προαναφερθείσα εργασία έχουν αντίστοιχο μέγεθος με το δίκτυο Δ2 (κοντινές τιμές πλήθους κόμβων και ακμών) και αντίστοιχο εύρος πιθανών τιμών βαθμού. Συμπερασματικά, λαμβάνοντας υπόψη πως το αναθεωρημένο δίκτυο Δ2 παρουσιάζει απλώς τις διακρατικές καλλιτεχνικές συνδέσεις μεταξύ των ευρωπαϊκών χωρών που δημιουργούνται λόγω των μετακινούμενων καλλιτεχνών στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves, αγνοώντας τις κατευθύνσεις ή την (πιθανή) επαναληψιμότητα αυτών των συνδέσεων, μπορούμε να καταλήξουμε στο παρακάτω συμπέρασμα: κατά το διάστημα 2014-2021 στα πλαίσια της δραστηριότητας του ευρωπαϊκού δικτύου χορού Aerowaves οι διακρατικές καλλιτεχνικές συνδέσεις που δημιουργήθηκαν λόγω των μετακινούμενων καλλιτεχνών έχουν κατανεμηθεί μεταξύ των ευρωπαϊκών χωρών με τρόπο παρόμοιο με τον τρόπο με τον οποίο οι τροφικές συνδέσεις που δημιουργούνται λόγω της ανταλλαγής τροφής μεταξύ των οργανισμών ενός τροφικού οικοσυστήματος κατανέμονται μεταξύ των ειδών που το αποτελούν.

⁷³ Dunne, J. A., Williams, R. J. and Martinez, N. D. *Food-web structure and network theory: The role of connectance and size*. PNAS, vol.99, No.20, p.12917-12922 (2002)

Αξίζει να τονιστεί ακόμα πως οι κατανομές βαθμού των δικτύων Δ_0 , Δ_1 και Δ_2 (ομοιόμορφη και εκθετική) επιβεβαιώνουν πως το δίκτυο Aerowaves δεν αποτελεί σε καμία περίπτωση τακτικό δίκτυο (δεν έχουν όλοι οι κόμβοι τον ίδιο βαθμό), δεν αποτελεί τυχαίο δίκτυο (ο βαθμός των κόμβων του δεν ακολουθεί κατανομή Poisson) και τέλος δεν αποτελεί δίκτυο χωρίς κλίμακα (ο βαθμός των κόμβων του δεν ακολουθεί κατανομή σύμφωνη με το νόμο της δύναμης).

Είδαμε λοιπόν πως τα τρία δίκτυα Aerowaves που μελετήσαμε παρουσιάζουν διαφορετικές κατανομές βαθμού. Το ερώτημα που προκύπτει είναι: Πώς είναι δυνατόν ενώ αναφερόμαστε σε τρεις προσεγγίσεις του ίδιου δικτύου να κάνουμε λόγο για διαφορετικές κατανομές βαθμού, δεδομένου πως η κατανομή βαθμού είναι χαρακτηριστική για κάθε πραγματικό δίκτυο; Προφανώς, ο λόγος που η κατανομή βαθμού μεταβάλλεται καθώς -ξεκινώντας από το δίκτυο Δ_2 - συνθέτουμε σταδιακά το πρωτότυπο δίκτυο Δ_0 είναι οι αναθεωρήσεις που κάνουμε κάθε φορά ως προς τη δομή και τις ιδιότητες των ακμών του δικτύου. Για παράδειγμα, η μετατροπή των ακμών από ακμές ίδιας βαρύτητας σε ακμές διαφορετικών συντελεστών βαρύτητας -προκειμένου να λάβουμε πλέον υπόψη και τη συχνότητα των καλλιτεχνικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των χωρών- έχει ως αποτέλεσμα τη μεταβολή της κατανομής βαθμού από (σχεδόν) ομοιόμορφη σε εκθετική. Θα μπορούσε ωστόσο η συγκεκριμένη αλλαγή στην κατανομή του βαθμού να περιγραφεί πλήρως μέσω μιας ακριβούς μαθηματικής διαδικασίας; Το παραπάνω ερώτημα μας οδήγησε στην εργασία *Multiplicative processes as a source of fat-tail distributions* των Fabio G. Guerrero και Angel Garcia-Baños που δημοσιεύτηκε το 2020 στο επιστημονικό περιοδικό *Heliyon*⁷⁴. Στη συγκεκριμένη εργασία αποδεικνύεται πως κατανομές “φαρδιάς ουράς” (fat-tail distributions)⁷⁵ μπορούν να προκύψουν από διάφορες αρχικές κατανομές αν εφαρμόσουμε συγκεκριμένους πολλαπλασιαστικούς μετασχηματισμούς στις τελευταίες. Αποδεικνύεται με άλλα λόγια πως μικρές διαφορές στα αρχικά δεδομένα, όπως π.χ. οι διαφορές σε μια ομοιόμορφη κατανομή, μπορούν τελικά να οδηγήσουν σε μεγάλες διαφορές στις τελικές τιμές ύστερα από διαδοχικές εφαρμογές ενός

⁷⁴ Guerrero, F. G., Garcia-Baños, A. *Multiplicative processes as a source of fat-tail distributions*. *Heliyon*, vol.6, issue 7 (2020)

⁷⁵ Μια κατανομή “φαρδιάς ουράς” είναι μια κατανομή πιθανότητας που εμφανίζει μεγάλη κύρτωση σε σύγκριση με τη κανονική ή την εκθετική κατανομή.

συγκεκριμένου πολλαπλασιαστικού μετασχηματισμού. Μάλιστα φαίνεται πως οι διαφορές στις αρχικές συνθήκες, αν δηλαδή ξεκινάμε από μια ομοιόμορφη, μια σχεδόν ομοιόμορφη ή κάποιου άλλου είδους κατανομή σε μικρό βαθμό επηρεάζει το τελικό αποτέλεσμα. Θα αποδείξουμε στη συνέχεια πως ξεκινώντας από τη σχεδόν ομοιόμορφη κατανομή βαθμού του δικτύου $\Delta 2$ και εφαρμόζοντας διαδοχικά ένα δυναμικό πολλαπλασιαστικό μετασχηματισμό μπορούμε να καταλήξουμε στην εκθετική κατανομή του δικτύου $\Delta 1$ ύστερα από αρκετές επαναλήψεις.

Είδαμε πως στο δίκτυο $\Delta 2$ κάθε χώρα-μέλος έχει k διασυνδέσεις με άλλες χώρες-μέλη (μη κατευθυνόμενες ακμές μοναδιαίου συντελεστή βαρύτητας), όπου το k ακολουθεί σχεδόν ομοιόμορφη κατανομή. Θεωρούμε στο εξής πως ακολουθεί ακριβώς ομοιόμορφη κατανομή. Κάθε χρόνο στα πλαίσια δραστηριότητας του Aegowaves προκύπτουν νέες μετακινήσεις καλλιτεχνών μεταξύ των ήδη διασυνδεδεμένων χωρών του δικτύου $\Delta 2$ ⁷⁶, οι οποίες θα μπορούσαμε να πούμε πως καθορίζουν την “απόδοση” της κάθε χώρας για τη συγκεκριμένη χρονιά. Θεωρούμε κατά σύμβαση πως οι μετακινήσεις αυτές από/προς κάθε χώρα είναι κβαντισμένες σε χρονικές περιόδους -όχι απαραίτητα έτη- και πως κάθε τέτοια περίοδος θεωρείται ένα βήμα μετάβασης από το δίκτυο $\Delta 2$ στο δίκτυο $\Delta 1$. Ονομάζουμε λοιπόν αυτή την “κβαντισμένη απόδοση” κάθε χώρας-μέλους ανά βήμα μετάβασης ως μεταβλητή X και θεωρούμε πως ακολουθεί εκθετική κατανομή, δηλαδή έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f_X(x) = ae^{-ax}, \quad a \in \mathbb{R}^+, \quad x > 0$$

και αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας

$$F_X(x) = 1 - e^{-ax}, \quad x \geq 0.$$

Θεωρούμε λοιπόν έναν δυναμικό πολλαπλασιαστικό μετασχηματισμό της μορφής

$$Y = kX^\gamma, \quad k \in \mathbb{R}^+, \quad \gamma > 0$$

που επιδρά σε κάθε βήμα μετάβασης πάνω στην αρχική κατανομή των διασυνδέσεων k . Τότε, ύστερα από το πρώτο βήμα μετάβασης ($\gamma=1$) κάθε χώρα θα έχει $Y=kX$ διασυνδέσεις με άλλες χώρες, ενώ ύστερα από $\gamma>1$ βήματα οι

⁷⁶ Μεταβαίνοντας από το δίκτυο $\Delta 2$ στο δίκτυο $\Delta 1$ θεωρούμε δεδομένο πως δε δημιουργούνται νέες διασυνδέσεις μεταξύ χωρών, αλλά μόνο επιπρόσθετες μετακινήσεις καλλιτεχνών μεταξύ ήδη συνδεδεμένων χωρών.

διασυνδέσεις της θα είναι $Y=kX^\gamma$ ⁷⁷. Οπότε, η αθροιστική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας για τις τελικές διασυνδέσεις των χωρών θα είναι

$$F_Y(y)=P[Y\leq y]=P[kX^\gamma\leq y]=P[X\leq(\frac{y}{k})^{\frac{1}{\gamma}}]=F_X((\frac{y}{k})^{\frac{1}{\gamma}})=1-e^{-a(\frac{y}{k})^{\frac{1}{\gamma}}}.$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται πως εάν k = σταθερό, δηλαδή όλες οι χώρες στο αρχικό δίκτυο $\Delta 2$ έχουν ίδιο πλήθος διασυνδέσεων, τότε ύστερα από $\gamma=1$ μετάβαση η κατανομή των διασυνδέσεων θα είναι εκθετική, ενώ ύστερα από $\gamma>1$ μεταβάσεις η κατανομή θα είναι “απλωμένη εκθετική”⁷⁸. Δείξαμε επομένως πως ξεκινώντας από μια σταθερή κατανομή βαθμού k και εφαρμόζοντας σ’ αυτήν ένα δυναμικό πολλαπλασιαστικό μετασχηματισμό κατά τον οποίο μια μεταβλητή X εκθετικής κατανομής επιδρά στην κατανομή του βαθμού k καταλήγουμε τελικά σε μια μεταβλητή Y που ακολουθεί επίσης εκθετική κατανομή (τελική κατανομή βαθμού). Μάλιστα, με τρόπο ανάλογο με τον παραπάνω οι Guerrero και Garcia-Baños αποδεικνύουν στο τέλος της εργασίας τους⁷⁹ πως όμοια αποτελέσματα προκύπτουν και όταν το k δεν είναι σταθερό, αλλά ακολουθεί ομοιόμορφη -ή σχεδόν ομοιόμορφη- κατανομή, όπως στην περίπτωση του δικτύου μας $\Delta 2$!

Εν κατακλείδι, θα μπορούσαμε να υποστηρίξουμε πως όλοι εκείνοι οι παράγοντες που καθορίζουν κάθε χρόνο τις νέες μετακινήσεις καλλιτεχνών στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves (ετήσια καλλιτεχνική δραστηριότητα κάθε χώρας, καλλιτεχνικά κριτήρια επιλογής έργων, κοινωνικές σχέσεις μεταξύ των εμπλεκόμενων καλλιτεχνών, πολιτικές συμπερίληψης και αμεροληψίας του δικτύου, κόστος κάθε καλλιτεχνικής πρότασης κ.α.) θα μπορούσαν να συγχωνευθούν σε έναν ενιαίο παράγοντα υπό την έννοια της “απόδοσης” (ή της “δυναμικής”) κάθε χώρας, ο οποίος θα περιγράφεται από μαθηματικής άποψης μέσω μιας μεταβλητής X που ακολουθεί εκθετική κατανομή, κατανομή που μας πληροφορεί πως ορισμένες χώρες έχουν εκθετικά μεγαλύτερη “απόδοση” από κάποιες άλλες.

⁷⁷ Όπως ακριβώς ένα αρχικό κεφάλαιο k με απόδοση X ανά περίοδο, θα καταλήξει να είναι kX^γ ύστερα από γ τέτοιες περιόδους.

⁷⁸ Ο εκθέτης $1/\gamma$ θα είναι διάφορος του 0, οπότε η γραφική παράσταση θα είναι πιο “απλωμένη” απ’ ότι στην απλή εκθετική κατανομή.

⁷⁹ Guerrero, F. G., Garcia-Baños, A. *Multiplicative processes as a source of fat-tail distributions*. Heliyon, vol.6, issue 7 (2020)

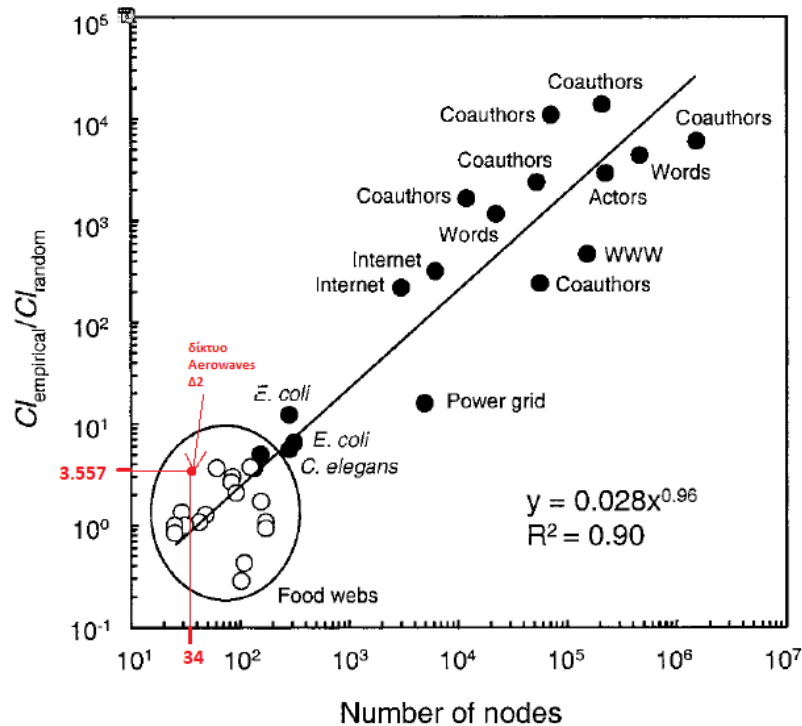
Τρίτον, το δίκτυο Aerowaves -σε όποιο στάδιο του τρίπτυχου και αν το εξετάσουμε- παρουσιάζει μια σχετικά μεγάλη τιμή συντελεστή ομαδοποίησης συγκρινόμενη με την αντίστοιχη τιμή ενός τυχαίου δικτύου με τον ίδιο αριθμό κόμβων και ακμών. Ο σχετικά μεγάλος συντελεστής ομαδοποίησης είναι χαρακτηριστικό που αποτελεί αναγκαία -αλλά όχι και ικανή- συνθήκη για να εμφανίζει ένα δίκτυο το φαινόμενο του μικρού κόσμου⁸⁰. Οι συνδέσεις επομένως μεταξύ των χωρών που οφείλονται στις αντίστοιχες μετακινήσεις καλλιτεχνών δεν είναι τυχαίες. Υπάρχουν χώρες που παρουσιάζουν συστηματικά πυκνότερες συνδέσεις μεταξύ τους και σχηματίζουν υποομάδες, συμπεριφορά που θα μπορούσε να ερμηνευθεί ως μια εντονότερη διάθεση συνεργασίας και καλλιτεχνικής ανταλλαγής μεταξύ αυτών των χωρών ή ακόμα και ως μεροληπτική επιλογή των διακρατικών διασυνδέσεων από πλευράς των χωρών που συνεπάγεται και τη δημιουργία “κλικών” στα πλαίσια του δικτύου. Ωστόσο, η αλήθεια πιθανότατα βρίσκεται κάπου στη μέση. Ο καλλιτεχνικός χορευτικός μικρόκοσμος κάθε χώρας διαμορφώνεται -αλλά και αναδιαμορφώνει φυσικά- από ορισμένα στοιχεία όπως η κουλτούρα της χώρας, η αισθητική του καλλιτεχνικού κοινού της, η δραστηριότητα των καλλιτεχνών της, οι επιλογές των καλλιτεχνικών φορέων, η κρατική μέριμνα της αντίστοιχης κυβέρνησης, η καλλιτεχνική εκπαίδευση, η διαφήμιση κ.α. Είναι φυσικό επομένως κάποιες χώρες που συγκλίνουν σε αρκετά από τα παραπάνω χαρακτηριστικά λόγω γεωγραφικής, πολιτισμικής, κοινωνικής ή οποιουδήποτε άλλου είδους γειννίας να τείνουν να αλληλεπιδρούν περισσότερο μεταξύ τους, καθώς συνειδητά ή ασυνείδητα οι ομοιότητες οδηγούν σε συμφωνία, υπό την έννοια της κοινής καλλιτεχνικής πλεύσης. Το ζήτημα που προκύπτει είναι κατά πόσο οι παραπάνω δικαιολογημένες καλλιτεχνικές συμπλεύσεις ή “αδυναμίες” επηρεάζουν σε υπέρμετρο βαθμό την αμεροληψία των επιλογών των συνεργατών του δικτύου. Εκεί λοιπόν κρίνεται και η τήρηση ή όχι της ηθικής υποχρέωσης των καλλιτεχνών για αξιοκρατική αντιμετώπιση όλων των καλλιτεχνικών προτάσεων αλλά και η επιτυχία ή όχι της διεύθυνσης του δικτύου Aerowaves να εντοπίζει τέτοιες μεροληπτικές συμπεριφορές και να τις περιορίζει. Γιατί από τη μια οι ομοιότητες μας ενώνουν, αλλά από την άλλη η θέαση του

⁸⁰ Η δεύτερη και τελευταία συνθήκη για να χαρακτηριστεί ένα δίκτυο ως δίκτυο μικρού κόσμου είναι το μέσο μήκος μονοπατιού να αυξάνεται ανάλογα με το λογάριθμο του πλήθους των κόμβων. Για να ελεγχθεί η ισχύς αυτής της συνθήκης πρέπει να μελετήσουμε ένα δίκτυο δυναμικά, δηλαδή καθώς διαμορφώνεται με το πέρασμα του χρόνου, το οποίο είναι αδύνατο στην περίπτωση μας.

διαφορετικού εμπλουτίζει με μια εναλλακτική σφαιρικότερη οπτική τον προσωπικό μας μικρόκοσμο!

Έπειτα, σε συνέχεια των όσων αναφέρθηκαν παραπάνω για την ομοιότητα του δικτύου Aerowaves με ορισμένα τροφικά οικοσυστήματα προσπαθήσαμε να κατατάξουμε το απλοποιημένο δίκτυο Δ2 βάσει της τάσης του για ομαδοποίηση σε σχέση με άλλα δίκτυα που έχουν μελετηθεί στη διεθνή βιβλιογραφία. Ιδιαίτερα χρήσιμο φάνηκε το διάγραμμα της Εικόνα 93, το οποίο δανειστήκαμε από την εργασία *Food-web structure and network theory: The role of connectance and size* των Dunne, Williams και Martinez⁸¹ και το οποίο τοποθετεί υπαρκτά δίκτυα ηθοποιών, συνεργαζόμενων συγγραφέων, ηλεκτρικής ενέργειας, ανταλλαγής τροφής και διαδικτύου σε σχετικές θέσεις μεταξύ τους βάσει του πλήθους των κόμβων τους και του λόγου Cemp/Crand που συγκρίνει την τάση ομαδοποίησης του κάθε δικτύου με την αντίστοιχη τάση ομαδοποίησης ενός τυχαίου δικτύου με το ίδιο πλήθος κόμβων και ακμών. Γνωρίζουμε πως το δίκτυο Δ2 έχει 34 κόμβους και είδαμε στην Ενότητα 4.3.5.5. πως ο λόγος του Cemp/Crand ισούται με 3.557. Επομένως, προσθέσαμε με κόκκινο χρώμα το δίκτυο Aerowaves Δ2 στην Εικόνα 93, όπου είναι εμφανές πως βρίσκεται πολύ κοντά στα τροφικά δίκτυα που έχουμε αναφέρει και προηγουμένως. Συμπερασματικά, θα λέγαμε πως οι χώρες που αλληλεπιδρούν καλλιτεχνικά στα πλαίσια του δικτύου Aerowaves τείνουν να σχηματίζουν υποομάδες με πυκνότερες συνδέσεις μεταξύ τους σε βαθμό αντίστοιχο με το βαθμό στον οποίο τα τροφικά είδη σε ορισμένα τροφικά δίκτυα τείνουν να σχηματίζουν κοινότητες, όπου οι τροφικές συνδέσεις μεταξύ των μελών είναι συχνότερες.

⁸¹ Dunne, Jennifer A., Williams, R. J. and Martinez, N. D. *Food-web structure and network theory: The role of connectance and size*. PNAS, vol.99, No.20, p.12917-12922 (2002)



Εικόνα 93: Κατάταξη πραγματικών δικτύων και του αναθεωρημένου δικτύου Aerowaves Δ2 (κόκκινο χρώμα) με βάση το πλήθος των κόμβων τους και το λόγο C_{emp}/C_{rand} .

Τέταρτον, είδαμε στην Ενότητα 4.3.5.4.1. πως ορισμένες χώρες του δικτύου Aerowaves Δ2 θεωρούνται πιο κεντρικές, είτε διότι διέρχονται από αυτές πολλά ελάχιστα μονοπάτια που ενώνουν τυχαία ζευγάρια χωρών, είτε διότι βρίσκονται σε κοντινές αποστάσεις από τις περισσότερες χώρες του δικτύου. Οι παραπάνω ιδιότητες των κόμβων υποδεικνύονται από την κεντρικότητα μεσολάβησης και την κεντρικότητα εγγύτητας αντίστοιχα. Πόσο λοιπόν σημαντικό ρόλο παίζουν οι συγκεκριμένες κεντρικές χώρες για την εύρυθμη λειτουργία του δικτύου μας και πώς επηρεάζεται το δίκτυο μας όταν κάποια από αυτές τις χώρες σταματήσει να είναι μέλος; Στην Ενότητα 4.3.5.4.2. αφαιρέσαμε σταδιακά από το δίκτυο μια μια τις χώρες-μέλη κατά φθίνουσα σειρά κεντρικότητας μεσολάβησης και εγγύτητας και παρατηρήσαμε πως μεταβάλλονται το μέσο μήκος μονοπατιού και ο συντελεστής ομαδοποίησης. Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι πως όταν αφαιρώ κόμβους μεγάλης κεντρικότητας μεσολάβησης το μέσο μήκος μονοπατιού ελαττώνεται, ενώ το τελευταίο αυξάνεται όταν αφαιρώ κόμβους μεγάλης κεντρικότητας εγγύτητας. Ακόμα, όταν αφαιρώ κόμβους υψηλής κεντρικότητας εγγύτητας μειώνεται και ο συντελεστής ομαδοποίησης του δικτύου. Επομένως, θα μπορούσαμε να υποστηρίξουμε πως εάν το δίκτυο Aerowaves επιθυμεί να ελαττώσει τις ενδιάμεσες (υποθετικές) αποστάσεις μεταξύ δύο οποιονδήποτε

χωρών-μελών του προκειμένου να διευκολύνει και να επιταχύνει τη διακρατική καλλιτεχνική επικοινωνία μέσω τρίτων χωρών τότε μια πιθανή πολιτική που θα μπορούσε να ακολουθήσει είναι να αυξήσει τους κόμβους με υψηλές τιμές κεντρικότητας εγγύτητας. Κάτι τέτοιο θα μπορούσε να επιτευχθεί διαμορφώνοντας ορισμένους κεντρικούς κόμβους που θα απέχουν πολύ μικρές αποστάσεις από όλους τους υπόλοιπους κόμβους του δικτύου. Αντίθετα, μια πολιτική που θα περιόριζε τους -υπό την παραπάνω έννοια- ιδιαίτερα κεντρικούς κόμβους, θα είχε ως αποτέλεσμα τη μείωση του συντελεστή ομαδοποίησης του δικτύου και ίσως συνέβαλε εν μέρει στην αποφυγή του σχηματισμού ‘κλικών’ και την εξασφάλιση της αμεροληψίας των επιλογών των συνεργατών του δικτύου. Τέλος, αν μελετούσαμε την ευαλωτότητα του δικτύου ως προς εξωγενείς “επιθέσεις” σε κόμβους του (π.χ. μια χώρα παύει να είναι μέλος του δικτύου λόγω διαφωνίας μεταξύ της διεύθυνσης του δικτύου και του αντίστοιχου εθνικού συνεργάτη), θα μπορούσαμε να υποστηρίξουμε πως το δίκτυο μας είναι ευαίσθητο σε “επιθέσεις” σε συγκεκριμένους κεντρικούς κόμβους του.

Πέμπτον, μελετήσαμε τη συνδεσιμότητα και τις δυνατότητες επικοινωνίας και καλλιτεχνικής αλληλεπίδρασης μεταξύ των χωρών-μελών του δικτύου Aerowaves. Σ’ αυτό μας βοήθησαν ιδιαίτερα ορισμένα δικτυακά μεγέθη, όπως η πυκνότητα, το μέσο μήκος μονοπατιού, η διάμετρος και η εκκεντρικότητα των κόμβων. Αρχικά, το δίκτυο μας είναι αρκετά αραιό (πυκνότητα με -κανονικοποιημένη μεταξύ 0 και 1- τιμή ίση με 0.189), γεγονός που σημαίνει πως υπάρχουν ακόμα περιθώρια επέκτασης και εξέλιξης του έως ότου αποτελέσει ένα πυκνό, πλήρως συνδεδεμένο πλέγμα επικοινωνίας και αλληλοϋποστήριξης μεταξύ των καλλιτεχνών του ευρωπαϊκού χώρου του χορού. Ωστόσο, το μέσο μήκος μονοπατιού στο δίκτυο Δ2 (ακμές ίδιας βαρύτητας) υπολογίστηκε ίσο με 1.77, που σημαίνει πως δύο τυχαία επιλεγμένες χώρες που δε συνδέονται άμεσα μεταξύ τους, μπορούν να έρθουν εύκολα σε επαφή μεταξύ τους με τη μεσολάβηση μιας μόνο κατά μέσο όρο τρίτης χώρας που θα δράσει ως μεσάζων επικοινωνίας (π.χ. διοργανώνοντας ένα φεστιβάλ χορού όπου οι δύο αρχικά μη συνδεδεμένες χώρες έρχονται σε επαφή). Τέλος, η διάμετρος του δικτύου είναι 4 και η εκκεντρικότητα είναι μικρότερη από 4 για τους περισσότερους κόμβους του, που σημαίνει πως η επικοινωνία μεταξύ της πλειονότητας των χωρών δεν απαιτεί συνήθως τη χάραξη μεγάλων διαδρομών και

κατ' επέκταση δεν υπάρχουν πολλά μέλη του δικτύου που είναι ιδιαίτερα απομονωμένα.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις είναι μερικά μόνο από τα συμπεράσματα που μπορούμε να συναγάγουμε άμεσα για το δίκτυο Aerowaves βασιζόμενοι στη δικτυακή ανάλυση που προηγήθηκε. Είναι εμφανές πως η μελέτη του συγκεκριμένου δικτύου αλλά και άλλων παρόμοιων με αυτό βρίσκεται ακόμα στην αρχή της και υπάρχουν πολλές ακόμα οπτικές με τις οποίες θα μπορούσαμε να τα προσεγγίσουμε. Εκείνο ωστόσο που έχει τελικά σημασία και θα πρέπει να αποτελέσει το πρωταρχικό μας μέλημα είναι το κατά πόσον οι συγκεκριμένες θεωρητικές παρατηρήσεις θα μετατραπούν στα χέρια μας σε χρήσιμα εργαλεία που θα μας βοηθήσουν να προβλέψουμε τη συμπεριφορά τέτοιων δικτύων, να τα προστατέψουμε από την επιρροή αρνητικών παραγόντων και να εξασφαλίσουμε την ευρωστία και την εξέλιξη τους.

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Φτάνοντας στο τέλος της παρούσας εργασίας και έχοντας πραγματοποιήσει μια εκτενή, λεπτομερή και ουσιαστική μελέτη γύρω από τα δίκτυα και τις περίπλοκες σχέσεις που αυτά περιγράφουν θεωρήσαμε πως αξίζει να ολοκληρώσουμε το εν λόγω εγχείρημα με την παρακάτω σκέψη:

Ας θεωρήσουμε τον κόσμο μας ως ένα αχανές, πολύπλοκο δίκτυο από πολύχρωμες κλωστές, όπου οι κλωστές αναπαριστούν τις συσχετίσεις μεταξύ των οντοτήτων που τον αποτελούν και οι οποίες μπερδεύονται συχνά σχηματίζοντας πολύχρωμα κουβάρια, τα οποία λογίζονται επίσης ως οντότητες. Ας θεωρήσουμε ακόμα πως - ως μέρη αυτού του κόσμου- είμαστε κι εμείς οι ίδιοι πολύχρωμα κουβάρια φτιαγμένα από ένα σύνολο χρωματιστών νημάτων που μας διαμορφώνουν. Και ας αναρωτηθούμε πόσο χρήσιμη θα μας ήταν η ικανότητα να μπορούμε να ακολουθούμε απρόσκοπτα κάθε κλωστή μας από την αρχή ως το τέλος της, όσο περίπλοκη κι αν είναι η διαδρομή της, και να επεμβαίνουμε σ' αυτήν με όποιον τρόπο επιθυμούμε, κόβοντας τη, λύνοντας τους κόμπους της ή συνδέοντάς την με άλλες κλωστές!

“Everything you want in life is a relationship away.”

Idowu Koyenikan

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Albert, R., Barabási, A. L. *Statistical mechanics of complex networks*. Review of Modern Physics, vol.74, p.47-91 (2002)
- Appel, K., Haken, W. *Every planar map is 4-colorable: Part 1. Discharging*. Illinois J. Math. 21, p.429–490 (1977)
- Barabási, A. L., Albert, R. *Emergence of scaling in random networks*. Science, vol.286, p.509-512 (1999)
- Barabási, A. L., Albert, R., Jeong, H. *Mean-field theory for scale-free random networks*. Physica, vol.393, p.440-442 (1998)
- Bastian, M., Heymann, S., Jacomy, M. *Gephi: an open-source software for exploring and manipulating networks*. In ICWSM, p.361-362 (2009)
- Biggs, N., Lloyd, E. K., Wilson, R. *Graph Theory, 1736-1936*. Clarendon Press, p.1-11, 21-36, 55-66, 74-104 (1986)
- Bondy, J. A., Murty, U. S. R. *Graph theory with applications*. Elsevier Science Publishing Co. Inc. p.51-69 (1976)
- Brooks, R. L. *On colouring the nodes of a network*. Proc. Cambridge Philos. Soc. 37, p.194–197 (1941)
- Cayley, A. *On the Theory of the Analytical Forms Called Trees*. Philosophical Magazine, 4, vol.13, p.172–176 (1857)
- Deng, W., Li, W., Cai, X., Wang, Q. A. *The exponential degree distribution in complex networks: Non-equilibrium network theory, numerical simulation and empirical data*. Physica A, Elsevier, vol.390(8), p.1481-1485 (2011)
- Diestel, R. *Graph Theory (fifth edition)*. Springer, p.1-18 (2016)
- Dunne, J. A., Williams, R. J., Martinez, N. D. *Food-web structure and network theory: The role of connectance and size*. PNAS, vol.99, No.20, p.12917-12922 (2002)
- Erdős, P., Rényi, A. *On Random Graphs I*. Publ. Math. Debrecen 6, p.290–297 (1959)
- Erdős, P., Rényi, A. *On the evolution of random graphs*. Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci., vol.5, p.17-60 (1959)
- Euler, L. *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*. Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae, vol.8, p.128-140 (1736)

- Euler, L. *Elementa doctrinae solidorum*. Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae, vol.4, p.109–140 (1750)
- Euler, L. *Solution d' une question curieuse qui ne paraît soumise à aucune analyse*. Mémoires de l' académie des sciences de Berlin, vol.15, p.310-337 (1759).
- Gilbert, E. N. *Random graphs*. Annals of Mathematical Statistics, 30 (4) p.1141–1144 (1959)
- Gross, L. J., Yellen, J., Zhang, P. *Handbook of graph theory*. CRC Press LLC, p.31-46 (2004)
- Guan, M. *Graphic programming using odd or even points*. Acta Math. Sinica 10, p.263–266; Chinese Math. 1, p.273–277 (1962)
- Guerrero, F. G., Garcia-Baños, A. *Multiplicative processes as a source of fat-tail distributions*. Heliyon, vol.6, issue 7 (2020)
- Hamilton, W. R. *Memorandum respecting a new system of roots of unity*. Phil. Mag. (4) 12, p.446. (1856)
- Junger, M., Mutzel, P. *Graph Drawing Software*. Springer-Verlag, p.1-53, 149-172 (2004)
- Kaufmann, M., Wagner, D. *Drawing Graphs: Methods and Models*. Lecture Notes in Computer Science, vol.2025, p.19-21 (2001)
- Kirchhoff, G. *Annalen der Physik und Chemie*. Poggendorff's Annalen (1847)
- Kirkman, T. P. *On the representation of polyedra*. Phil. Trans. Roy. Soc. London 146, p.413-418 (1856)
- Kruja, E., Marks, J., Blair, A., Waters, R. *A Short Note on the History of Graph Drawing*. In: Mutzel, P., Jünger, M., Leipert, S. *Graph Drawing. GD 2001. Lecture Notes in Computer Science*. Vol.2265, Springer (2002)
- Kuratowski, K. *Sur le problème des courbes gauches en topologie*. Fund. Math. 15, p.271-283 (1930)
- Latora, V., Nicosia, V., Russo, G. *Complex Networks: Principles, Methods and Applications*. Cambridge University Press, p.1-27, 31-55, 69-93, 107-134, 151-187, 206-223 (2017)
- Legendre, A. M. *Elements de Geometrie (1st ed.)*. Firmin Didot, Paris (1794)
- McKay, B. *A note on the history of the four-color conjecture*. J. Graph Theory 72, p.361–363 (2013)
- Milgram, S. *The small-world problem*. Psychology Today, vol.2, p.60-67 (1967)

- Newman, M. *The physics of networks*. Physics Today. vol. November 2008, p.33-38 (2008)
- Newman, M. *Networks (second edition)*. Oxford University Press, chapters 3, 6-8, 10-13 (2018)
- Newman, M. E. J., Watts, D. J., Strogatz, S. H. *Random graphs with arbitrary degree distributions and their applications*. Physical Review E. 64 (2) 026118 (2001)
- Newman, M. E. J., Watts, D. J., Strogatz, S. H. *Random graph models of social networks*. PNAS, vol.99, No suppl_1, p.2566-2572 (2002)
- Newman, M. E. J. *The structure and function of complex networks*. Department of Physics, University of Michigan, p.9-16, 20-35 (2003)
- Price, D. S. *A General Theory of Bibliometric and Other Cumulative Advantage Processes*. Journal of the American Society for Information Science, vol.27, issue 5, p.292-306 (1976)
- Solé, R. V., Valverde, S. *Information Theory of Complex Networks: on evolution and architectural constraints*. Complex networks, Springer, p.189-207 (2004)
- Strogatz, S. H. *Exploring complex networks*. Nature, vol.410, p.268-276 (2001)
- Sylvester, J. J. *Chemistry and Algebra*. Nature, vol.17, p.284 (1878)
- Tamassia, R. *Handbook of Graph Drawing and Visualization*. CRC Press, chapters 5-13 (2014)
- Vandermonde, A.T. *Remarques sur les problèmes de situation*. Mem. Acad. Sci. Paris, p.556-574 (1771)
- Vizing, V. G. *On an estimate of the chromatic class of a p-graph*. Diskret. Analiz 3, p.25–30 (1964)
- Wang, X. F. *Complex networks: topology, dynamics and synchronization*. Int. J. Bifurcation & Chaos, vol.12, no.5, p.885-916 (2002)
- Wang, X. F., Chen, G. *Complex networks: small-world, scale-free and beyond*. IEEE Circuits and Systems Magazine, vol.3, p.6-20 (2003)
- Watts, D. J., Strogatz, H. *Collective dynamics of “small-world networks”*. Nature, vol.393, p.440-442 (1998)
- Wilson, R. J. *Introduction to Graph Theory (fourth edition)*. Longman Group Ltd, p.1-6, 31-42, 60-72, 81-95 (1996)

Ξενικός, Δ. *Κοινωνικές αλληλεπιδράσεις και τηλεπικοινωνιακά δίκτυα-Η προσέγγιση της κοινωνικής φυσικής σε μελέτες τηλεπικοινωνιακής κίνησης, σχεδιασμού και λειτουργίας ασύρματων δικτύων* (2011)

**Διαδικτυακοί ιστότοποι απ' όπου αντλήσαμε υλικό για το 2^ο Κεφάλαιο
(τελευταία πρόσβαση: Μάρτιος 2022):**

<https://4dancers.org/about/>

<https://aerowaves.org/>

<https://www.assitej-international.org/en/2016/08/the-young-dance-network/>

<https://au-di-tions.com/>

<https://cid-world.org/gr/home-9/>

<https://www.contemporary-dance.org/>

<https://daci.international/>

<https://www.danceadvantage.net/>

<http://dancecritics.org/>

<https://www.dance-enthusiast.com/>

<https://www.danceeurope.net/>

<https://www.dancefilms.org/>

<https://www.danceicons.org/index.php#>

<https://www.dancelabny.org/>

<https://www.dancestudiesassociation.org/>

<http://www.danceweb.eu/>

<https://dancingopportunities.com/>

<https://www.ednetwork.eu/>

<http://www.idocde.net/>

<https://www.ido-dance.com/ceis/webHomeIdo.do>

<https://mindthedance.com/>

<https://www.networkdance.com/>

<http://www.wda-ap.org/>

<https://www.wdcdance.com/>

<https://www.worlddancesport.org/>