ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Συσκευή μικροσκοπίας λεπτών διάφανων επιφανειών με περιοδικές μικροδομές, με χρήση περίθλασης laser.

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Φώτιος-Κωνσταντίνος Γ. Περίχαρος

Επιβλέπων: Ευάγγελος Χριστοφόρου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούνιος 2025

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών
και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής και Συστημάτων
Πληροφορικής

Συσκευή μικροσκοπίας λεπτών διάφανων επιφανειών με περιοδικές μικροδομές, με χρήση περίθλασης laser.

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Φώτιος-Κωνσταντίνος Γ. Περίχαρος

Επιβλέπων: Ευάγγελος Χριστοφόρου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 30η Ιουνίου 2025.

....	....	....
Ευάγγελος Χριστοφόρου Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Γεώργιος Ματσόπουλος Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Ιωάννης Γκόνος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούνιος 2025

....

Φώτιος-Κωνσταντίνος Γ. Περίχαρος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Περίληψη

Τα διάφανα αγώγιμα φιλμ (Transparent Conductive Films - TCF) είναι λεπτές διάφανες επιφάνειες με συγκεκριμένη μικροδομή, τυχαία ή περιοδική. Η διαφάνειά τους οφείλεται στις διαστάσεις της μικροδομής τους, οι οποίες είναι αρκετά μικρές, ώστε να είναι σχεδόν διάφανες στο οπτικό πεδίο. Ακόμη, η μία διάσταση των υλικών αυτών είναι σημαντικά μικρότερη από τις άλλες δύο, καθιστώντας τα λεπτά φιλμ . Συγχρόνως, η μικροδομή των TCF κατασκευάζεται συνήθως από υλικά, όπως οξείδια Ινδίου-Κασσιτέρου, χάλκινα και ασημένια νανοκαλώδια ή πλέγματα, κ.α, προσδίδοντάς τους ηλεκτρική αγωγιμότητα. Ο συνδυασμός των παραπάνω ιδιοτήτων τα καθιστούν ιδιαίτερα ελκυστικά για εφαρμογές σε σύγχρονα ηλεκτρονικά, όπως στις οθόνες αφής, τα φωτοβολταϊκά πάνελ και τα wearables.

Η μικροδομή τους μπορεί, υπό κατάλληλες συνθήκες, να προκαλέσει περίθλαση μακρινού πεδίου, όταν τα υλικά διαπερνώνται από μονοχρωματικό φως, όπως αυτό ενός laser. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η παρατηρούμενη αποτύπωση της περίθλασης αντιστοιχεί στο τετράγωνο του μέτρου του δισδιάστατου μετασχηματισμού Fourier της μικροδομής του υλικού. Η αντίστροφη διαδικασία, λοιπόν, μπορεί να αποτελέσει μια δόκιμη διαδικασία εναλλακτικής μικροσκοπίας των υλικών αυτών.

Η παρούσα εργασία αποτελεί μια πλήρη μελέτη της προσπάθειας ανακατασκευής της μικροδομής ενός TCF με περιοδική μικροδομή, από φωτογραφίες περίθλασης laser του υλικού. Αρχικά, στο Κεφάλαιο 3, αναπτύχθηκαν ιδεατά μοντέλα μικροδομής του υλικού και υπολογίστηκαν οι αντίστοιχες περιθλάσεις στο μακρινό πεδίο. Σε αυτές τις συνθήκες προσομοίωσης, κατέστη εφικτή η δοκιμή και αξιολόγηση των χρησιμοποιούμενων μεθόδων, όπως αλγορίθμων ανάκτησης φάσης (Fienup, Hybrid Input-Output, Error Reduction, Shrinkwrap), με χρήση μετρικών όπως η SSIM και η ομοιότητα κατανομής ιδιαζουσών τιμών (SVD Similarity). Ταυτόχρονα, έγινε εξαγωγή παραμέτρων της μικροδομής του υλικού, μέσα από τις υπολογισμένες περιθλάσεις.

Στη συνέχεια, στο Κεφάλαιο 4, αναπτύχθηκε συσκευή χαμηλού κόστους για την πρακτική και ασφαλή λήψη πειραματικών φωτογραφιών περίθλασης laser των δειγμάτων, καθώς και διενεργήθηκε χαρακτηρισμός των διαστάσεων της μικροδομής των υλικών, από τις παρατηρούμενες αποτυπώσεις περίθλασης. Στο Κεφάλαιο 5, κατόπιν, αναλύθηκαν οι ληφθείσες φωτογραφίες και έγινε προσπάθεια ανακατασκευής. Η προεπεξεργασία (κατωφλίωση, μείωση ανάλυσης, περικοπή) των εικόνων της συσκευής κρίθηκε αναγκαία πριν την εφαρμογή των αλγορίθμων.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι βασικά χαρακτηριστικά της μικροδομής των υλικών μπορούν να ανακτηθούν με ικανοποιητική ακρίβεια, παρότι περιορίζονται από θόρυβο και οπτικές ανωμαλίες. Η εν λόγω εργασία υπογραμμίζει τις προοπτικές και τις προκλήσεις της ανάκτησης φάσης από μία μόνο μέτρηση έντασης περίθλασης. Προτείνει, επίσης, ένα λειτουργικό πλαίσιο αξιοποίησης οπτικών μεθόδων, εργαλείων επεξεργασίας εικόνων και αλγορίθμων ανάκτησης φάσης για την προσπάθεια ανακατασκευής και χαρακτηρισμού των μικροδομών των TCF, από εικόνες περίθλασης laser.

Λέξεις-Κλειδιά

Διάφανα αγώγιμα φιλμ, Περίθλαση laser, Περίθλαση μακρινού πεδίου, Δισδιάστατος μετασχηματισμός Fourier, Αλγόριθμοι Fienup, Πρόβλημα φάσης, Αλγόριθμοι ανάκτησης φάσης, Μικροσκοπία περίθλασης laser

Abstract

Transparent Conductive Films (TCF) are thin transparent surfaces with specific microstructures, either random or periodic. Their transparency lies in the dimensions of their microstructure, which are small enough to be nearly transparent in the optical range. Additionally, one of the materials' dimensions is significantly smaller than the other two, rendering them thin films. Furthermore, TCF microstructures usually consist of materials such as Indium Tin oxide, copper and silver nanowires or meshes, etc., granting them electrical conductivity. The combination of the above properties make TCF particularly attractive for applications in modern electronics, such as touchscreens, solar panels and wearables.

Under suitable conditions, the microstructure of TCF can induce far-field diffraction, when illuminated by monochromatic light, such as that of a laser. In such cases, the observed diffraction pattern corresponds to the square of the amplitude of the two-dimensional Fourier transform of the material's microstructure. Thus, the inverse process offers a promising alternative microscopy approach for these materials.

This thesis presents a comprehensive study on reconstructing the microstructure of a TCF with a periodic microstructure, using laser diffraction photographs of the material. Initially, in Chapter 3, idealized models of the material's microstructure were developed, and the corresponding far-field diffraction patterns were computed. These controlled conditions enabled the testing and evaluation of various phase retrieval algorithms (Fienup, Hybrid Input-Output, Error Reduction, Shrinkwrap), assessed using metrics such as Structural Similarity Index (SSIM) and Singular Value Decomposition (SVD) Similarity. Furthermore, parameters of the material's microstructure were extracted from the calculated diffraction patterns.

Subsequently, in Chapter 4, a custom low-cost device was developed to safely and practically acquire experimental laser diffraction photographs of real TCF samples, and characterization of the microstructure dimensions of the materials was carried out by observing the diffraction patterns. Following that, in Chapter 5, the acquired images are analyzed and reconstructed. Preprocessing (thresholding, resizing, cropping) of the device images was deemed necessary prior to applying phase retrieval algorithms.

The results demonstrated that key structural features of the TCF could be recovered with satisfactory accuracy, although some fine details were lost due to noise and optical anomalies. This work highlights both the potential and the limitations of phase retrieval from a single diffraction intensity measurement. It, moreover, proposes a functional framework for utilizing optical methods, image processing tools and phase retrieval algorithms to reconstruct and characterize TCF microstructures from laser diffraction images.

Keywords

Transparent Conductive Films (TCF), Laser Diffraction, Far-Field Diffraction, 2D Fourier Transform, Fienup Algorithms, Phase Problem, Phase Retrieval Algorithms, Laser Diffraction Microscopy

Αφιερώνεται στους γονείς μου, Γεώργιο και Γεωργία

και στις αδερφές μου, Δήμητρα και Σταυρούλα

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Ευάγγελο Χριστοφόρου για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε και την ευκαιρία που μου έδωσε να εκπονήσω τη διπλωματική μου εργασία στο εργαστήριό του.

Θα ήθελα, επίσης, να εκφράσω τις βαθύτατες ευχαριστίες μου στον Δρ. Δημήτριο Χ. Τζαρούχη, χωρίς τη συμβολή του οποίου δε θα ήταν εφικτή η εκπόνηση της συγκεκριμένης εργασίας. Είμαι ευγνώμων για την εξαιρετική συνεργασία που είχαμε και τον πολύτιμο χρόνο που αφιέρωσε καθόλη τη διάρκεια της παρούσας εργασίας, από τη σύλληψη της ιδέας μέχρι την τελική μορφή της. Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον κ. Ιωάννη Παπαδόπουλο, Αναπληρωτή Καθηγητή της ΣΕΜΦΕ, για την πολύτιμη καθοδήγηση και βοήθειά του για την υλοποίηση τούτου του εγχειρήματος.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου, Γεώργιο και Γεωργία και τις αδερφές μου Δήμητρα και Σταυρούλα για την αμέριστη στήριξή της καθόλη τη διάρκεια των σπουδών μου, καθώς επίσης και την καλή μου φίλη και συμφοιτήτρια Μαρία - Ελευθερία, χωρίς την οποία, η ολοκλήρωση των σπουδών μου θα ήταν αδύνατη.

Περιεχόμενα

Κατάλογος Εικόνων

Κατάλογος Πινάκων

Ακρωνύμια- Acronyms

TCF - Transparent Conductive Films - Διάφανα Αγώγιμα Φιλμ. 6, 8, 27, 28, 74, 186.

FT - Fourier Transform-Μετασχηματισμός Fourier. 35-40, 44,51, 54, 67-70, 75-80, 82-91, 93-95, 109-111 ,113, 116-120, 127-130, 132-136, 148-160, 164,1 65, 168-177, 179-184, 186, 187.

FD - Fraunhofer Diffraction - Περίθλαση Fraunhofer. 69, 70, 75, 76.

NW - NANOWEB®. 75-77, 85-94, 106-110, 112-115, 120-124, 127-137, 161-163, 187, 188.

ER - Error Reduction Algorithm - Αλγόριθμος μείωσης σφάλματος. 27, 80, 82, 85, 109-112, 116, 129, 131, 137, 138, 178-180, 186.

ZPR - Zero-Phase Reconstruction - Ανακατασκευή μηδενικής φάσης. 95-105, 107-110, 113-115, 155, 157, 161-163.

SVD - Singular Value Decomposition - Ανάλυση σε ιδιάζουσες τιμές .6,8, 27, 96, 99, 100, 102-104, 106, 107, 110-112, 115, 120-122, 124, 128-130, 186.

SSIM - Structural Similarity Index Metric. 6, 8, 27, 95, 96, 99, 100, 102-104, 106, 107, 110-112, 115, 120-122, 125, 126, 128-130, 186.

Κεφάλαιο 1 : Εισαγωγή

Τα διάφανα αγώγιμα φιλμ (Transparent Conductive Films - TCF) είναι λεπτές διάφανες επιφάνειες με συγκεκριμένη μικροδομή, τυχαία η περιοδική. Η διαφάνειά τους οφείλεται στις διαστάσεις της νανδομής τους, οι οποίες είναι αρκετά μικρές, ώστε να είναι σχεδόν διάφανες στο οπτικό πεδίο, ενώ η μια τους διάσταση είναι σημαντικά μικρότερη από τις άλλες δύο, καθιστώντας τα λεπτά φιλμ. Συγχρόνως, η μικροδομή των TCF κατασκευάζεται συνήθως από υλικά, όπως οξείδια Ινδίου-Κασσιτέρου, χάλκινα και ασημένια νανοκαλώδια ή πλέγματα, κ.α, προσδίδοντάς τους ηλεκτρική αγωγιμότητα. Τα τελευταία χρόνια, έχουν αποκτήσει ιδιαίτερη σημασία λόγω της ευρείας τους εφαρμογής σε προηγμένα ηλεκτρονικά συστήματα, όπως οι οθόνες αφής, τα φωτοβολταϊκά πάνελ και τα wearables [1]. Ο συνδυασμός οπτικής διαφάνειας με αγώγιμη συμπεριφορά καθιστά τα TCF χαρακτηριστικά παραδείγματα συνθετικών υλικών (artificial materials), τα οποία επιτυγχάνουν ιδιότητες που δεν απαντώνται στα συμβατικά υλικά.

Η εσωτερική μικροδομή των TCF παίζει σημαντικό ρόλο στον καθορισμό των ηλεκτρικών και οπτικών ιδιοτήτων τους. Η απεικόνιση και ο χαρακτηρισμός αυτής της μικροδομής αποτελούν προκλήσεις, ειδικά όταν απαιτείται μια μέθοδος μη καταστρεπτική, χαμηλού κόστους και χωρίς περίπλοκο εξοπλισμό. Μια εναλλακτική προσέγγιση μικροσκοπίας της μικροδομής των υλικών βασίζεται στην φυσική της περίθλασης. Όταν μονοχρωματικό φως (π.χ. από laser) διαπερνά ένα διάφραγμα ή ένα σύστημα διαφραγμάτων, του οποίου οι διαστάσεις είναι συγκρίσιμες με το μήκος κύματος του φωτός, τότε η προκύπτουσα εικόνα περίθλασης σε μακρινό πεδίο αντιστοιχεί στο τετράγωνο του μέτρου του δισδιάστατου μετασχηματισμού Fourier της δομής των διαφραγμάτων [2]. Αν η μικροδομή ενός TCF, περιοδική ή ημιπεριοδική, θεωρηθεί ως ένα σύστημα μικροοπών, τότε η περίθλαση που προκαλεί, συσχετίζεται με τον μετασχηματισμό Fourier της μικροδομής του. Με αυτόν τον τρόπο, και ακολουθώντας την αντίστροφη διαδικασία (αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier), είναι εφικτή η ανακατασκευή της μικροδομής, επιτυγχάνοντας έτσι μια εναλλακτική μορφή μικροσκοπίας.

Ωστόσο, κατά την καταγραφή της εικόνας περίθλασης αποτυπώνεται μόνο η ένταση και όχι η φάση του κύματος. Αυτή η απώλεια πληροφορίας καθιστά το πρόβλημα της ανακατασκευής πιο σύνθετο και οδηγεί στην ανάγκη εφαρμογής αλγορίθμων ανάκτησης φάσης (phase retrieval). Οι αλγόριθμοι ανάκτησης φάσης, όπως οι Error Reduction (ER), Hybrid Input-Output (HIO), Fienup και Shrinkwrap μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση του προβλήματος φάσης. Οι εν λόγω αλγόριθμοι αποτελούν επαναληπτικές μεθόδους, οι οποίες μέσα από επαναλαμβανόμενα περάσματα από το πραγματικό πεδίο στο αντίστροφο (κάνοντας χρήση μετασχηματισμού Fourier) και αξιοποίηση μετρήσεων ή γνωστών περιορισμών σε κάθε πεδίο, επιχειρούν να ανακτήσουν τα δεδομένα φάσης και να ανακατασκευάσουν επιτυχώς την προς ανακατασκευή εικόνα [3],[4]. Αν και η μέθοδος αυτή έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως σε πεδία όπως η κρυσταλλογραφία ή η οπτική αλληλεπίδραση, η εφαρμογή της στην ανακατασκευή TCFs από πραγματικές εικόνες περίθλασης είναι σχετικά ανεξερεύνητη.

Η παρούσα εργασία στοχεύει στην αξιολόγηση της δυνατότητας ανακατασκευής της μικροδομής TCF με περιοδικές δομές από φωτογραφίες περίθλασης των υλικών αυτών, και αποτελεί μια πλήρη μελέτη αυτής. Για τις ανάγκες του εν λόγω εγχειρήματος, αρχικά, ακολουθήθηκε διαδικασίας προσομοίωσης και αξιολόγησης των μεθόδων ανάκτησης φάσης σε ιδεατά μοντέλα μικροδομής και έντασης μετασχηματισμού Fourier. Η ποιότητα των ανακαστασκευών αξιολογήθηκε μέσω μετρικών σύγκρισης (SSIM, SVD Similarity) με τις εικόνες αναφοράς. Ταυτόχρονα, έγινε εξαγωγή παραμέτρων της μικροδομής του υλικού, μέσα από τις υπολογισμένες περιθλασεις.

Για το πέρασμα στις πραγματικές εικόνες, και με σκοπό την πρακτική και ασφαλή λήψη των φωτογραφιών, αναπτύχθηκε πρωτότυπη πειραματική διάταξη με laser. Η παρατήρηση και μέτρηση της περίθλασης μέσω της συσκευής, μπορεί να οδηγήσει, επιπλέον, σε εξαγωγή παραμέτρων διάστασης του υλικού. Τελικά, οι πραγματικές φωτογραφίες περίθλασης υπέστησαν προεπεξεργασία, πριν την μεταφορά τους στο πρόγραμμα και την χρήση των αλγορίθμων. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι βασικά χαρακτηριστικά της μικροδομής των υλικών μπορούν να ανακτηθούν με ικανοποιητική ακρίβεια, παρότι περιορίζονται από θόρυβο και οπτικές ανωμαλίες. Με αυτόν τον τρόπο, δημιουργήθηκε ένα λειτουργικό πλαίσιο αξιοποίησης οπτικών μεθόδων, εργαλείων επεξεργασίας εικόνων και αλγορίθμων ανάκτησης φάσης για την προσπάθεια ανακατασκευής και χαρακτηρισμού των μικροδομών των TCF, από εικόνες περίθλασης laser.

Η εργασία οργανώνεται ως εξής:

- Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται οι βασικές εισαγωγικές έννοιες. Συγκεκριμένα παρουσιάζεται το βασικό θεωρητικό υπόβαθρο των προς εξέταση επιστημονικών θεμάτων (θεωρία του μετασχηματισμού Fourier σε μια και δύο διαστάσεις, θεωρία της περίθλασης, φυσική των laser, θεωρία αλγορίθμων ανάκτησης φάσης), αλλά και η βασική υπόθεση του πειράματος και το πρόβλημα φάσης.
- Στο Κεφάλαιο 3 περιγράφονται τα προσομοιωμένα μοντέλα, οι μετρικές αξιολόγησης των διαφόρων πειραμάτων και αλγορίθμων και η διαδικασία εξαγωγής παραμέτρων από τις περιθλάσεις.
- Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται η υλοποίηση της πειραματικής διάταξης. Αρχικά, παρουσιάζονται οι βασικοί πυλώνες της σχεδίασης και η δημιουργία της συσκευής. Στη συνέχεια, αναφέρονται τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν και η κοστολόγησή τους. Τέλος, γίνεται βαθμονόμηση της συσκευής, χαρακτηρισμός των υλικών βάσει αποτύπωσης και παρουσιάζεται η διαδικασία απόκτησης φωτογραφιών.
- Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα πειράματα σε πραγματικές εικόνες και η προτεινόμενη μέθοδος ανακατασκευής από εικόνες περίθλασης laser.
- Στο Κεφάλαιο 6 γίνεται σύνοψη, εξαγωγή αποτελεσμάτων της έρευνας, καθώς και συζήτηση των περιορισμών και των μελλοντικών διαστάσεων του πειράματος.
- Στο Κεφάλαιο 7 παρουσιάζεται η βιβλιογραφία της εργασίας.

Κεφάλαιο 2 : Εισαγωγικές Έννοιες

Στόχο του παρόντος κεφαλαίου αποτελεί η παρουσίαση των βασικών εισαγωγικών εννοιών, που είναι απαραίτητες για την κατανόηση του πειράματος της εν λόγω εργασίας. Το πείραμα κάνει χρήση laser σε διάφανα υλικά με αποτέλεσμα την αποτύπωση σε μια οθόνη. Το αποτύπωμα αυτό μελετάται, αναλύεται και χρησιμοποιείται για την εξαγωγή πληροφοριών. Επομένως, κρίνεται σημαντική η μελέτη των laser ως πηγών οπτικών κυμάτων, αλλά και η μικροδομή των υλικών, η οποία υπαγορεύει το αποτύπωμα. Το παραπάνω πείραμα είναι κατ'αρχήν ένα πείραμα οπτικής και συγκεκριμένα περίθλασης. Οι ειδικοί μηχανισμοί πίσω από αυτό, αναγκαίοι για την ανάλυση και πρόβλεψη των αποτελεσμάτων, παρουσιάζονται επίσης στο Κεφάλαιο. Η σχέση του φαινομένου της περίθλασης με το μαθηματικό εργαλείο του μετασχηματισμού Fourier γίνεται γρήγορα αντιληπτή. Τέλος, η φύση του προβλήματος μας οδηγεί στην αναζήτηση λύσεων στο πρόβλημα φάσης (όπως αυτό θα αναλυθεί στη συνέχεια του κεφαλαίου), που είναι ένα σημαντικό βήμα για την εξαγωγή των επιθυμητών πληροφοριών.

Στο Κεφάλαιο 2.1, 2.2 αναλύονται οι βασικές αρχές του μαθηματικού εργαλείου του μετασχηματισμού Fourier, τόσο σε 1 όσο και σε 2 διαστάσεις. Η ενότητα 2.3 αναλύει την θεωρία της περίθλασης και ειδικότερα της περίθλασης μακρινού πεδίου (Fraunhofer). Στη συνέχεια, η ενότητα 2.4 δίνει βασικές πληροφορίες για την τεχνολογία των laser, η ενότητα 2.5 για τη δομή των υλικών που χρησιμοποιούμε. Η ενότητα 2.6 δένει όλα τα παραπάνω στοιχεία σε μια επιβεβαίωση της λειτουργίας του επιχειρούμενου πειράματος, ενώ η ενότητα 2.7 παρέχει πληροφορίες για το πρόβλημα φάσης, το οποίο αποτελεί απόρροια της επιθυμητής ανάλυσης των δεδομένων.

2.1 Μετασχηματισμός Fourier

Μια οποιαδήποτε σύνθετη συνάρτηση ή ένα οποιοδήποτε σύνθετο σήμα μπορεί να αναπαρασταθεί μαθηματικά ως ένα άπειρο άθροισμα απλών ημιτόνων και συνημιτόνων με διάφορα πλάτη και συχνότητες. Αυτό το άθροισμα ονομάζεται Σειρά Fourier (Fourier series). Όσο περισσότεροι όροι συμπεριλαμβάνονται στο άθροισμα, δηλαδή όσα περισσότερα ημίτονα και συνημίτονα προστίθενται, τόσο πιο ακριβής είναι η προσέγγιση του σήματος από τη σειρά [5].

Πρώτα θα αναλύσουμε την περίπτωση μιας περιοδικής συνάρτησης. Έστω, λοιπόν, συνάρτηση $f(x)$, περιοδική με περίοδο L. Η συνάρτηση αυτή εκφράζεται ως σειρά Fourier ως εξής [6]:

$$f(x) = a_o + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot cos(\frac{2\pi nx}{L}) + b_n \cdot sin(\frac{2\pi nx}{L}),$$

$$\text{όπου } a_0 = \frac{1}{L}\int_0^L f(x)\,dx$$

$$a_n = \frac{2}{L}\int_0^L f(x) \cdot cos(\frac{2\pi nx}{L})dx \text{ και}$$

$$b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cdot sin(\frac{2\pi nx}{L})\, dx$$

Η παραπάνω μορφή είναι η τριγωνομετρική μορφή της σειράς Fourier. Με χρήση της ταυτότητας του Euler, μπορούμε να αναπαραστήσουμε την σειρά Fourier και στην εκθετική της μορφή.

$$cosx = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}, \; sinx = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$$

Η $f(x)$ αποδεικνύεται ότι καταλήγει στη μορφή [6]:

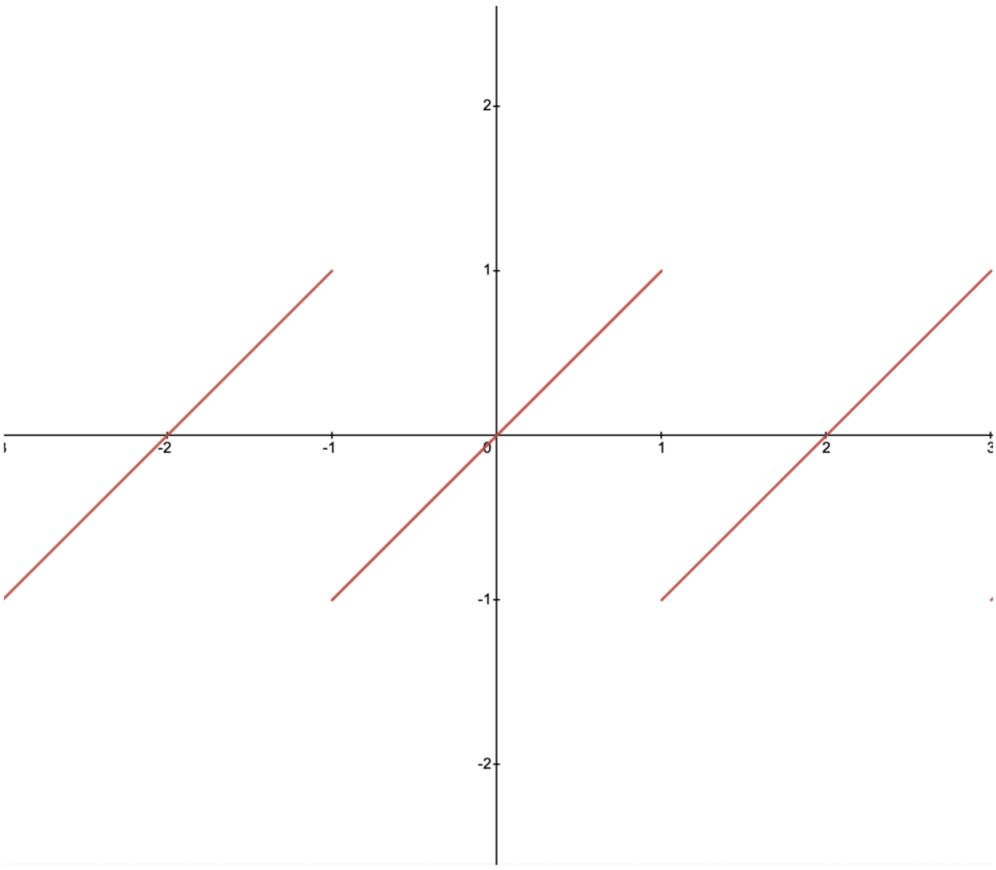
$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cdot e^{\frac{2j\pi nx}{L}}$$

$$\text{όπου } C_n = \frac{1}{L}\int_0^L f(x) \cdot e^{-j\frac{2\pi nx}{L}} dx$$

Επί παραδείγματι, έστω η περιοδική συνάρτηση:

$$f(x) = Ax \text{ , με } \frac{-L}{2} < x < \frac{L}{2} \text{ και περίοδο } L.$$

Η συνάρτηση $f(x)$ με $A = 1$ και $L = 2$ εμφανίζεται παρακάτω:



Εικόνα 1: Η συνάρτηση $f(x) = Ax$, με $\frac{-L}{2} < x < \frac{L}{2}$ όπου $A = 1$ και $L = 2$, *σε διάστημα 3 περιόδων (Εικόνα από [6]).*

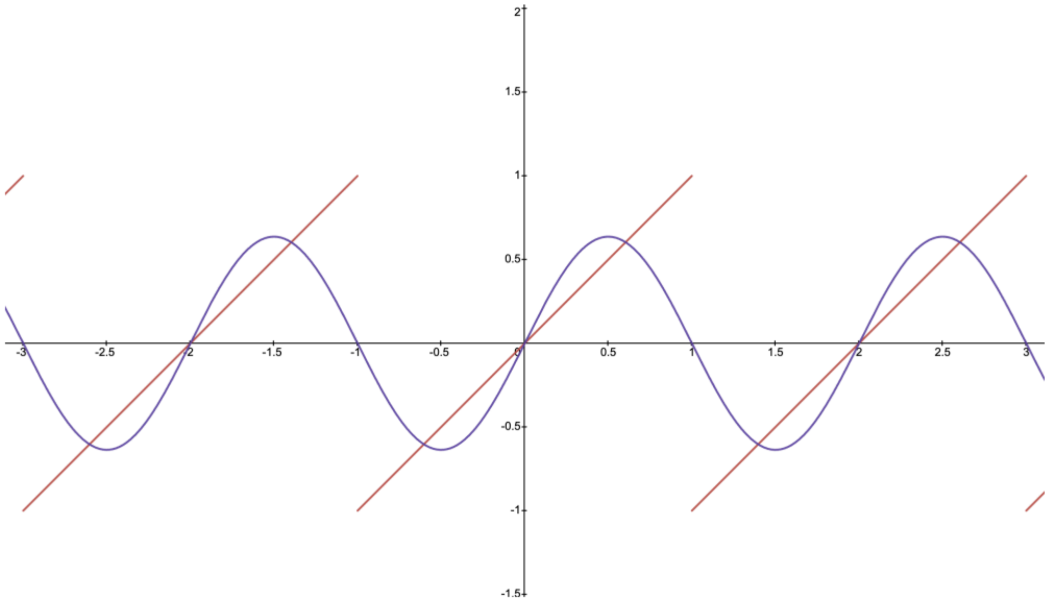
Χρησιμοποιώντας την τριγωνομετρική μορφή της σειράς Fourier καταλήγουμε στο παρακάτω αποτέλεσμα:

$$f(x) = \frac{AL}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \cdot sin(\frac{2\pi n x}{L})$$

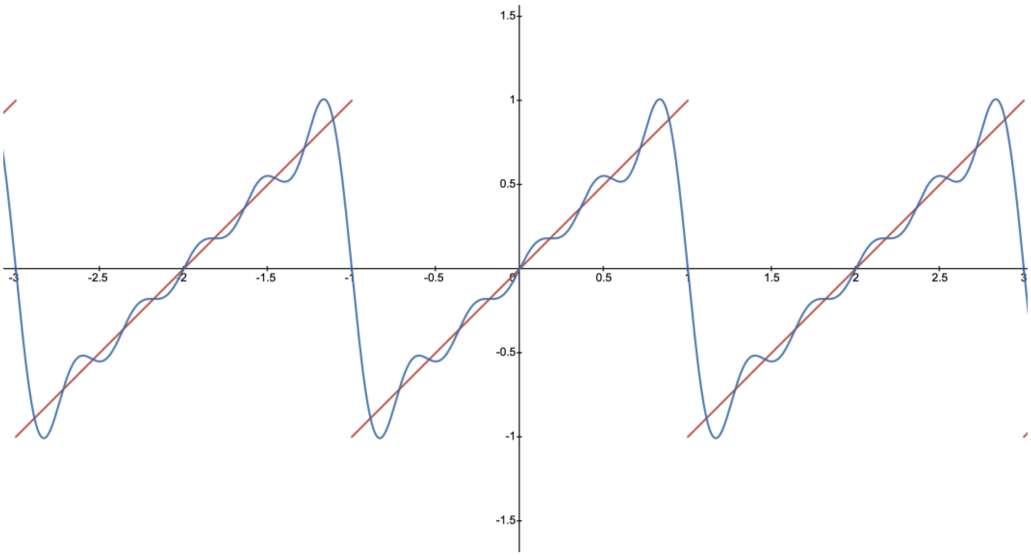
Για *A* = *1* και *L* = *2* και αναπτύσσοντας τους πρώτους όρους του αθροίσματος, έχουμε:

$$f(x) = \frac{2}{\pi}[sin(\pi x) - \frac{1}{2} sin(2\pi x) + \frac{1}{3} sin(3\pi x) - \ldots]$$

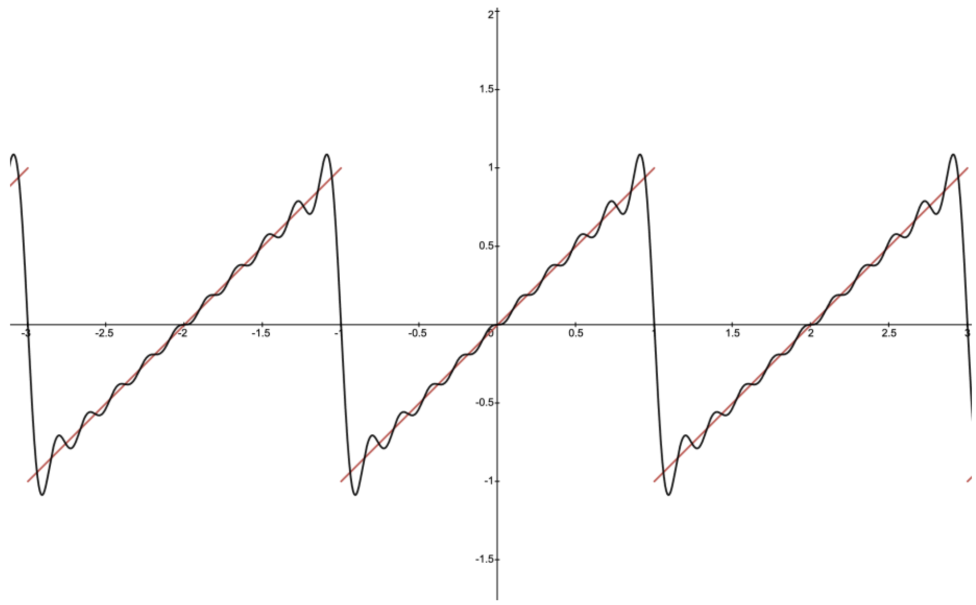
Παρακάτω φαίνεται η αναπαράσταση της συνάρτησης για διάφορα αθροίσματα όρων της σειράς [6].



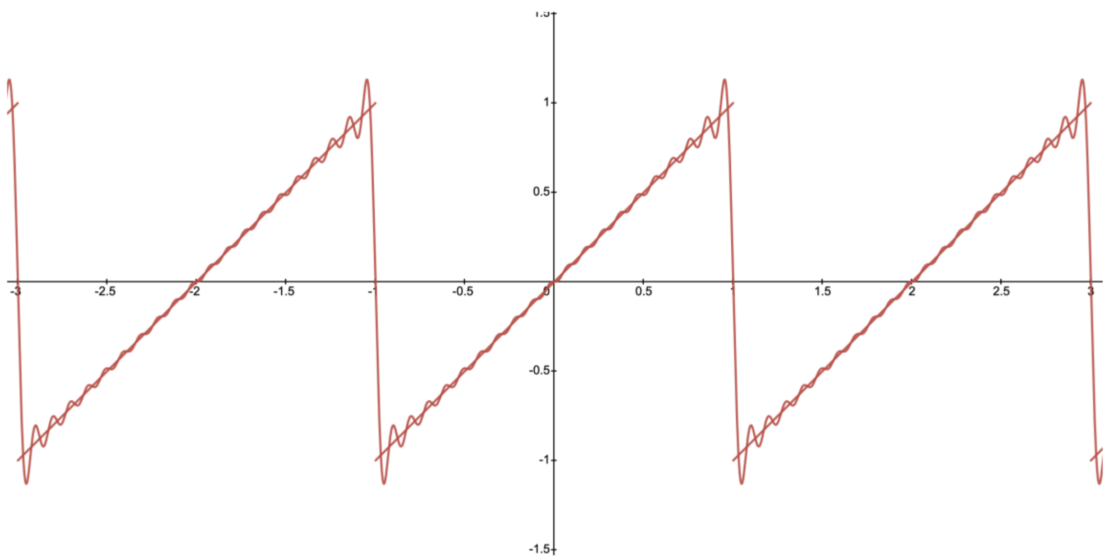
Εικόνα 2: Προσέγγιση της f(x) με A = 1 και L = 2 με 1 όρο της σειράς Fourier (με κόκκινο η συνάρτηση, με μπλε η προσέγγιση) (Εικόνα από [6]).



Εικόνα 3: Προσέγγιση της f(x) με A = 1 και L = 2 με 5 όρους της σειράς Fourier (με κόκκινο η συνάρτηση, με μπλε η προσέγγιση) (Εικόνα από [6]).



Εικόνα 4: Προσέγγιση της f(x) με A = 1 και L = 2 με 10 όρους της σειράς Fourier (με κόκκινο η συνάρτηση, με μαύρο η προσέγγιση) (Εικόνα από [6])



Εικόνα 5: Προσέγγιση της f(x) με A = 1 και L = 2 με 20 όρους της σειράς Fourier (Εικόνα από [6]).

Στην περίπτωση μιας μη περιοδικής συνάρτησης, η παραπάνω διαδικασία μπορεί να χρησιμοποιηθεί αρχικά για ένα μικρότερο διάστημα L και στη συνέχεια να επεκταθεί για $L \to \infty$. Διαισθητικά, μια απεριοδική συνάρτηση έχει περίοδο το άπειρο, καθώς δεν επαναλαμβάνεται ποτέ [6].

Για μια συνάρτηση $f(x)$ σε ένα διάστημα L, χρησιμοποιούμε την εκθετική αναπαράσταση:

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cdot e^{\frac{2j\pi nx}{L}}$$

$$\text{όπου } C_n = \frac{1}{L}\int_0^L f(x) \cdot e^{-j\frac{2\pi nx}{L}} dx$$

Έστω $k_n = \frac{n}{L}$, τότε $dk_n = dn \cdot \frac{1}{L}$.
Δεδομένου ότι το *n* εκτείνεται σε ακεραίους $dn = 1$. Η περίοδος L της συνάρτησής μας είναι το άπειρο, δεδομένου ότι είναι απεριοδική.

$$lim_{L\to\infty}(dk_n) = lim_{L\to\infty}(dn \frac{1}{L}) \to 0 \,,$$

$$lim_{L\to\infty}f(x) = lim_{L\to\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cdot e^{\frac{2j\pi nx}{L}} \Rightarrow$$

$$lim_{L\to\infty}f(x) = lim_{L\to\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cdot e^{\frac{2j\pi nx}{L}} \cdot dn \Rightarrow$$

$$lim_{L\to\infty}f(x) = lim_{L\to\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cdot L \cdot e^{2j\pi kx} \cdot dk_n$$

Καθώς $L \to \infty$, το dk_n γίνεται πολύ μικρό ($\to 0$), κι έτσι το διακριτό άθροισμα γίνεται συνεχές, δηλαδή ολοκλήρωμα.

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} C_n \cdot L \cdot e^{2\pi jkx} \cdot dk$$

Έστω $C_n \cdot L = F(k)$, έτσι:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(k) \cdot e^{2\pi jkx} \cdot dk$$

$$F(k) = L \cdot C_n = \frac{1}{L} \cdot L \int_0^L f(x) \cdot e^{-j2\pi kx} dx \Rightarrow$$

$$F(k) = \int_{0}^{L} f(x) \cdot e^{-j2\pi kx} dx$$

$$F(k) = \int_{0}^{L} f(x) \cdot e^{-j2\pi kx} dx$$

Γενικεύοντας για την απεριοδική συνάρτηση:

$$\boxed{F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot e^{-j2\pi kx} dx}$$

$$\boxed{f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(k) \cdot e^{j2\pi kx} \cdot dk}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις είναι οι εξισώσεις του μετασχηματισμού Fourier (Fourier Transform - FT) και του αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier (Inverse Fourier Transform) [7]. Είναι η ανάπτυξη της συνάρτησης σε σειρά Fourier για περίοδο που τείνει στο άπειρο. Ο FT είναι ένας μαθηματικός μετασχηματισμός, μέσω του οποίου μια συνάρτηση $f(x)$ μετασχηματίζεται στη συνάρτηση *F(k)*, περνώντας από το πραγματικό πεδίο (real space) στο αντίστροφο πεδίο (reciprocal space). Για ένα πραγματικό σήμα που εκτείνεται στον χρόνο, ο FT το περνάει από το πεδίο του χρόνου (πραγματικό πεδίο) στο πεδίο της συχνότητας (1/t) (αντίστροφο πεδίο).

Ο FT δίνει μια μετρική για την βαρύτητα των διαφόρων υπαρχουσών συχνοτήτων στο αρχικό σήμα. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμος στην επεξεργασία σημάτων, καθώς η επεξεργασία τους στο πεδίο της συχνότητας είναι συχνά πιο εύκολη και πιο αποτελεσματική. Συγκεκριμένα, το φιλτράρισμα των σημάτων, όπως η αφαίρεση θορύβου ή ο αποκλεισμός μεμονωμένων συχνοτήτων γίνονται πολύ πιο γρήγορα στο πεδίο της συχνότητας. Το πέρασμα από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας και αντίστροφα, μέσω του Αντίστροφου Μετασχηματισμού, είναι επίσης εφικτό και εύκολο. Με αυτόν τον τρόπο, αλλαγές στο πεδίο της συχνότητας μεταφράζονται και στο πεδίο του χρόνου [8].

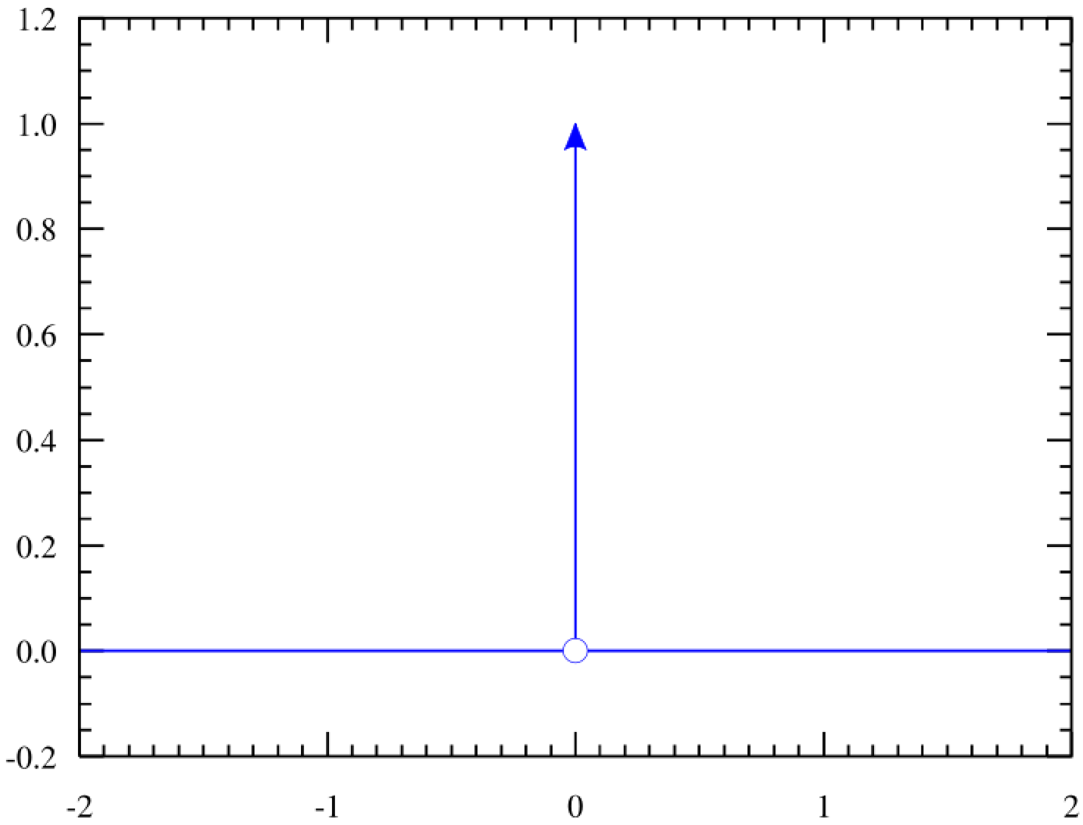
Ο FT ενός σήματος $f(x)$, *F(k)* είναι μια μιγαδική συνάρτηση συχνότητας. Μπορεί να αναπαρασταθεί στην εκθετική του μορφή ως:

$$F(k) = |F(k)| \cdot e^{j\vartheta(k)},$$

όπου $|F(k)|$ το πλάτος του μετασχηματισμού Fourier και $\vartheta(k)$ η φάση του [9]. Παρακάτω παρατίθεται ο FT γνωστών και χρήσιμων μονοδιάστατων σημάτων:

i) <u>Κρουστική συνάρτηση (Dirac):</u>

$$\delta(x) = \begin{cases} +\infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$$

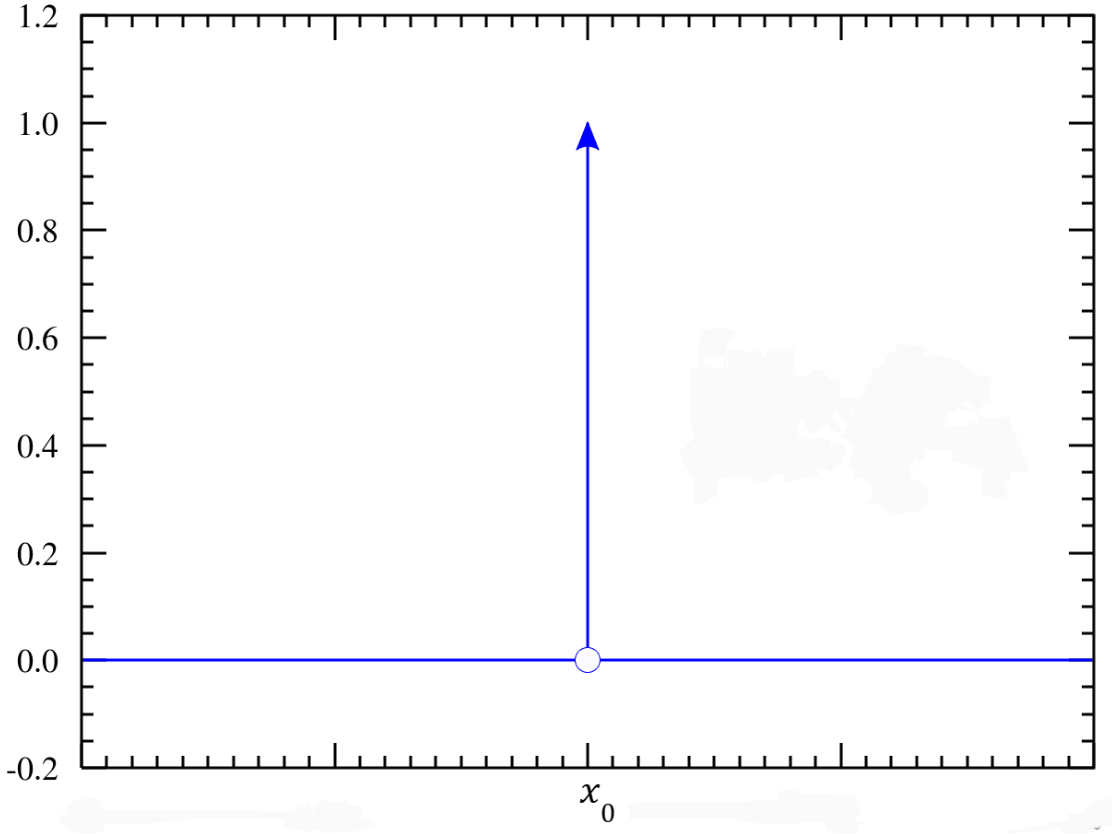


Εικόνα 6: Γραφική παράσταση της κρουστικής συνάρτησης δ(x). Το βέλος υποδεικνύει ότι εκτείνεται μέχρι το άπειρο (Εικόνα από [10]).

Ο FT της κρουστικής συνάρτησης είναι:

$$F[\delta(x)] = 1$$

Σε περίπτωση μετατόπισης στον άξονα x, η συνάρτηση παίρνει τη μορφή $\delta(x - x_0)$.

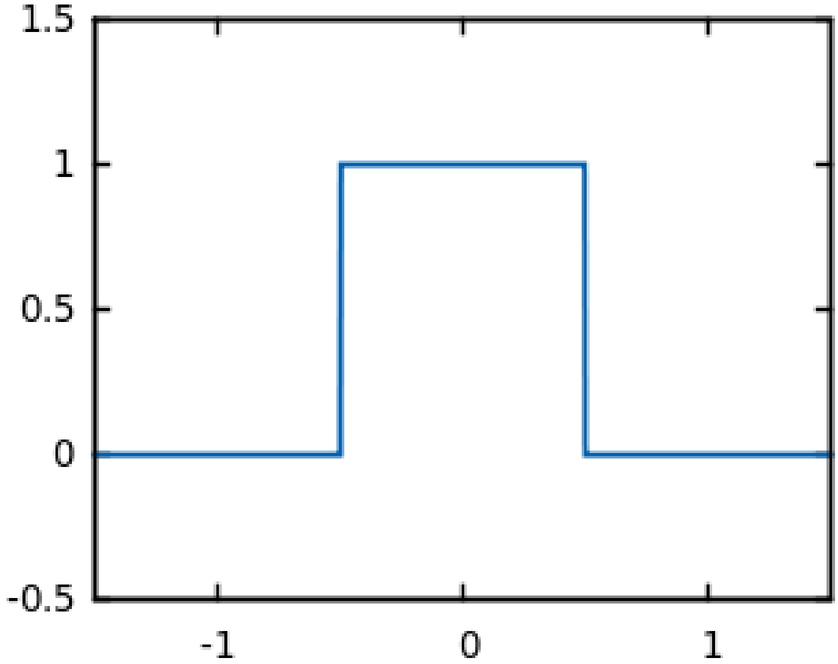


Εικόνα 7: Γραφική παράσταση της κρουστικής συνάρτησης $\delta(x - x_0)$. *Το βέλος υποδεικνύει ότι εκτείνεται μέχρι το άπειρο (Προσαρμοσμένη Εικόνα από [10]).*

Ο FT της, τότε, είναι:

$$F[\delta(x - x_0)] = e^{-j2\pi k x_0}$$

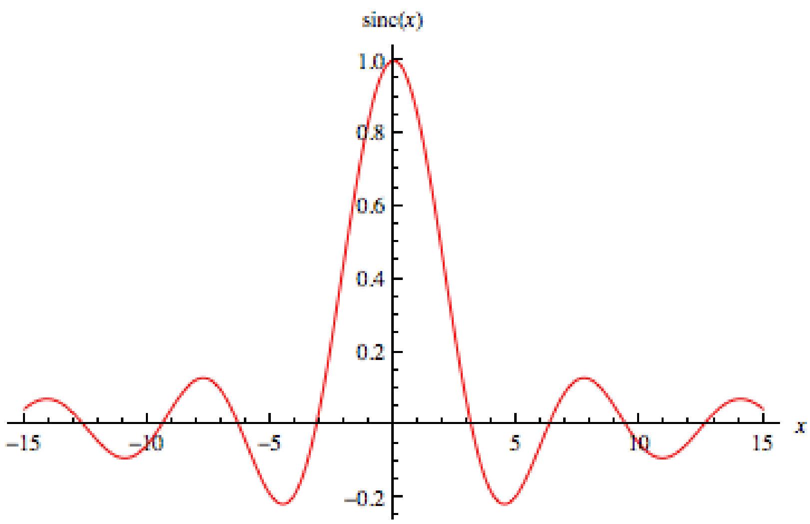
ii) Ορθογώνιος παλμός:



Εικόνα 8: Γραφική παράσταση του ορθογώνιου παλμού rect(t) (Εικόνα από [11]).

Ο FT του ορθογώνιου παλμού (μοναδιαίου πλάτους και μοναδιαίας διάρκειας με κέντρο το 0) είναι:

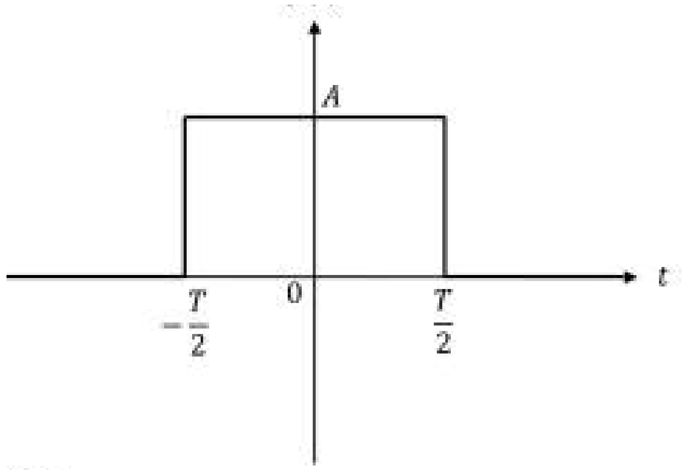
$$F[rect(x)] = sinc(k)$$



Εικόνα 9: Γραφική παράσταση της sinc(k), του μετασχηματισμού Fourier του ορθογώνιου παλμού (Εικόνα από [12]).

Για έναν ορθογώνιο παλμό με πλάτος A και διάρκεια T με κέντρο το 0 έχουμε:

$$f(x) \;=\; Arect(\frac{t}{T})$$



Εικόνα 10: Γραφική παράσταση της f(x), ορθογώνιου παλμού με πλάτος A και διάρκεια T με κέντρο το 0 (Προσαρμοσμένη Εικόνα από [13]).

Σε αυτήν την περίπτωση ο FT είναι:

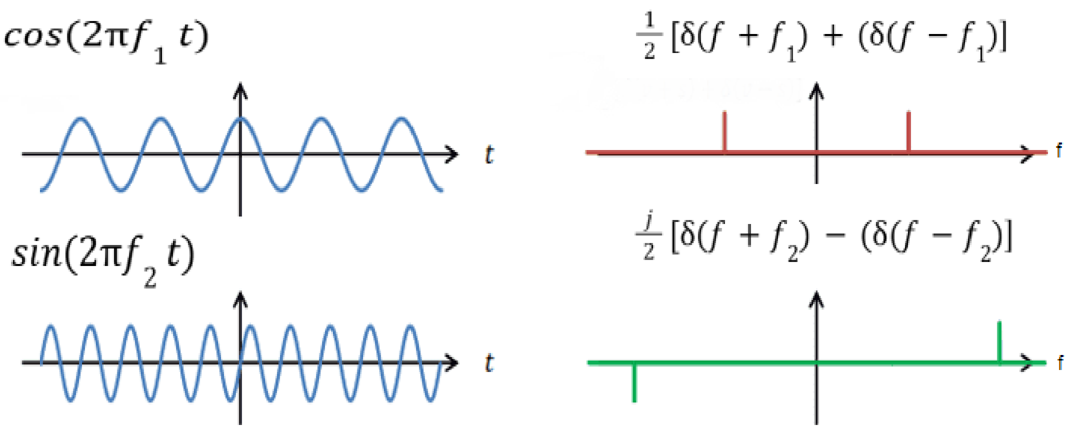
$$F[\mathrm{A}rect(\frac{t}{T})] \;=\; ATsinc(kT)$$

iii) Ημίτονο και συνημίτονο συχνότητας f_c :

Ο FT ενός ημιτόνου και συνημιτόνου με συχνότητα f_c είναι αντίστοιχα:

$$F[sin(2\pi f_c t)] = \frac{j}{2}[\delta(f + f_c) - (\delta(f - f_c)]$$

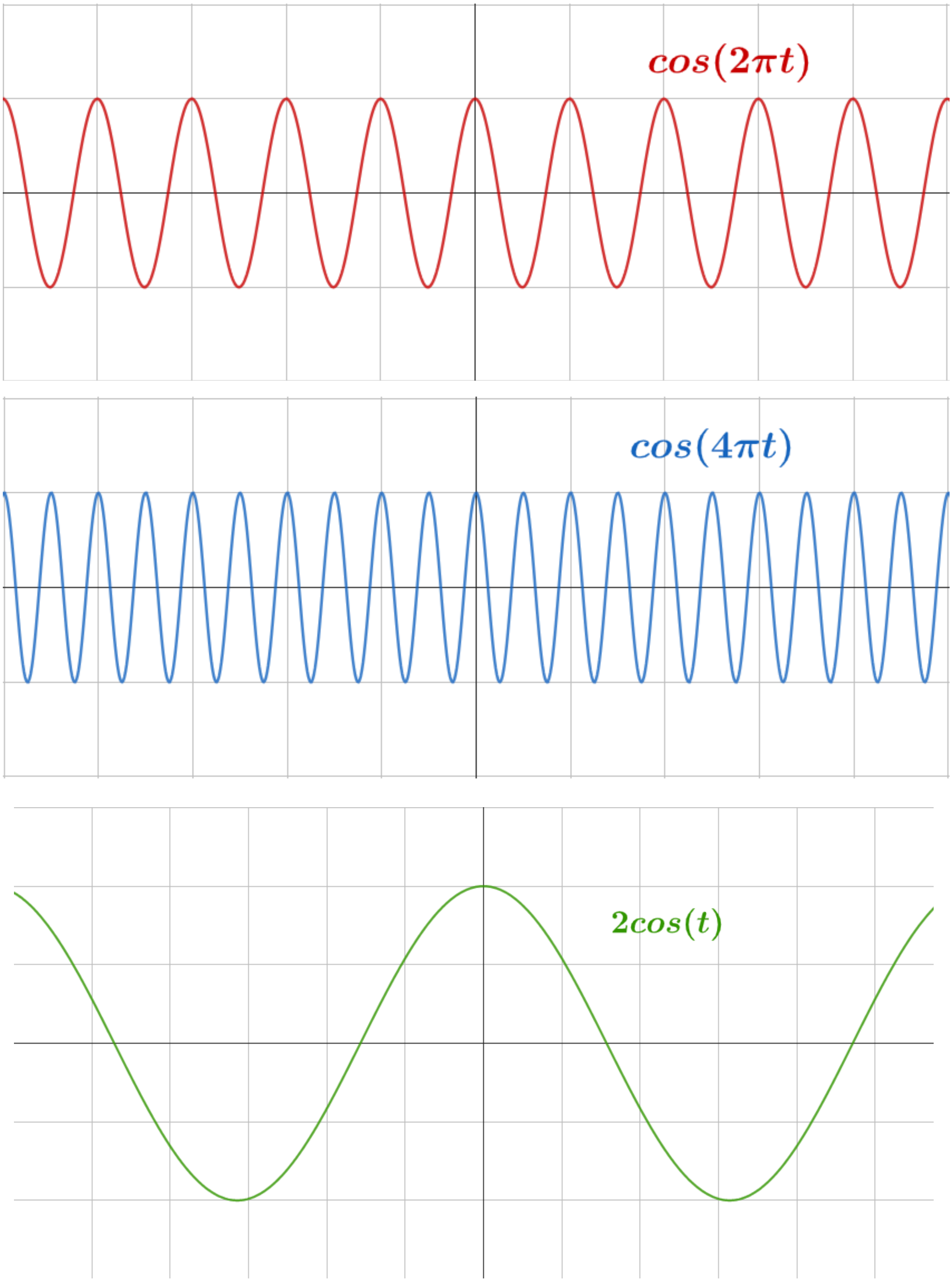
$$F[cos(2\pi f_c t)] = \frac{1}{2}[\delta(f + f_c) + (\delta(f - f_c)]$$



Εικόνα 11: Γραφικές παραστάσεις συνημιτόνου συχνότητας f_1 και ημιτόνου συχνότητας f_2 (αριστερά) και οι μετασχηματισμοί Fourier τους (δεξιά) (Προσαρμοσμένη Εικόνα από [14]).

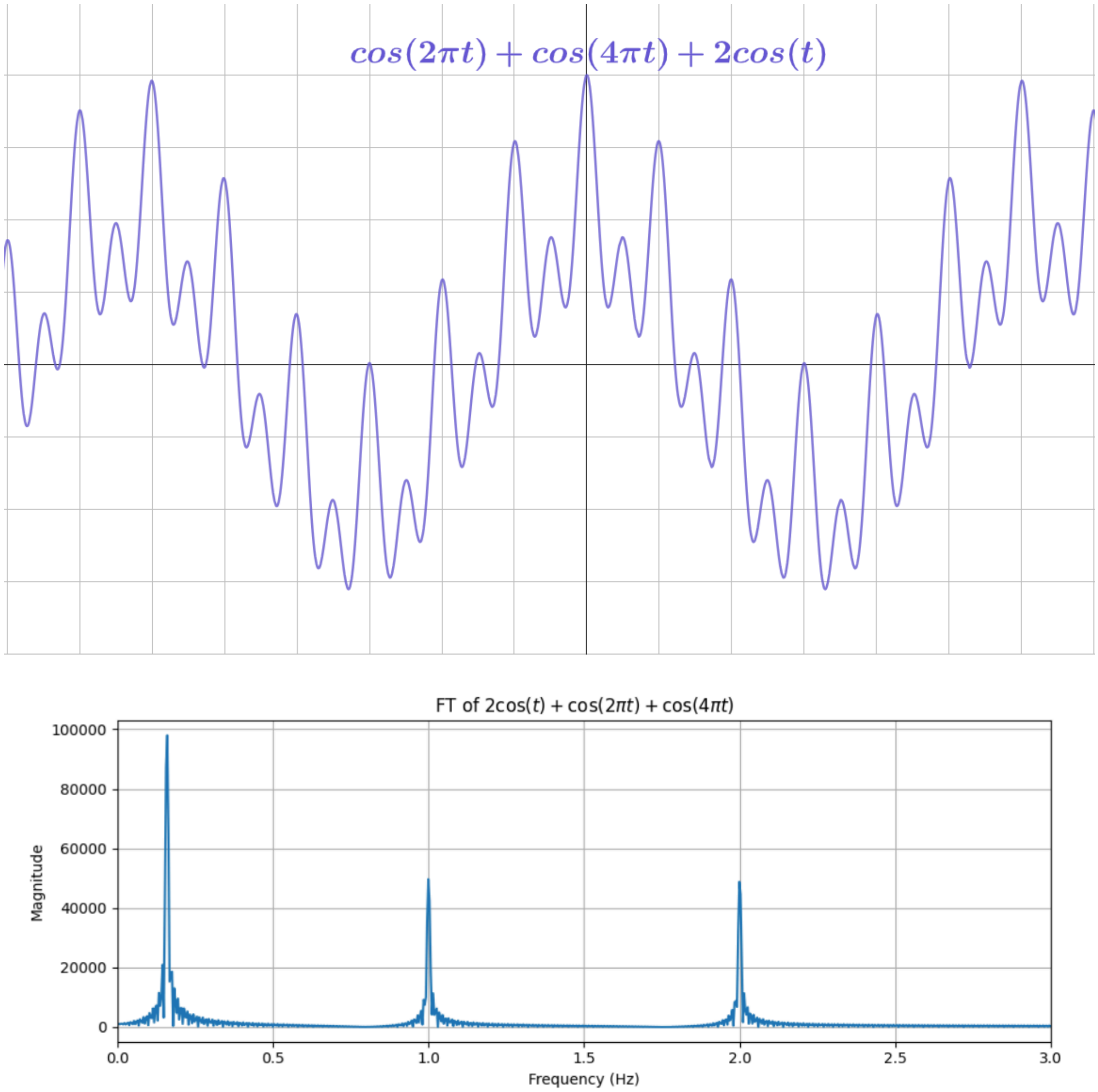
Παρατηρούμε ότι για αυτές τις δύο τριγωνομετρικές συναρτήσεις, οι μετασχηματισμοί Fourier είναι δυο κρουστικές συναρτήσεις σε απόσταση f_c από το σημείο 0. Είναι ενδεικτική λοιπόν η αποτύπωση τους στο πεδίο της συχνότητας, έχοντας συνιστώσες μόνο στα σημεία που αποτελούν την συχνότητά τους. Σε ένα πιο περίπλοκο σήμα, ο FT το χωρίζει σε συχνοτικές συνιστώσες και αποτυπώνει την ένταση αυτών. Κάποιες φορές μάλιστα, ένα φαινομενικά σύνθετο σήμα μπορεί στο πεδίο της συχνότητας να είναι πολύ απλούστερο. Ας πάρουμε για παράδειγμα ένα άθροισμα συνημιτόνων με διαφορετικές συχνότητες $f = 1, 2$ και $1/2\pi$ Hertz. Το συνημίτονο με συχνότητα $1/2\pi$ έχει πλάτος $A = 2$, ενώ τα άλλα δύο $A = 1$.
Έχουμε λοιπόν:

$$g(t) = 2cos(t) + cos(2\pi t) + cos(4\pi t)$$



Εικόνα 12: Γραφική παράσταση των συναρτήσεων cos(2πt) (κόκκινο), cos(4πt) (μπλε) και 2cos(t) (πράσινο).

Το άθροισμα τους είναι ένα πιο περίπλοκο σήμα, στο οποίο, εκ πρώτης όψεως, δεν είναι εμφανείς οι επιμέρους συνιστώσες. Περνώντας το στο πεδίο της συχνότητας, ωστόσο, και παρατηρώντας το θετικό κομμάτι του, αποτελείται από κρουστικές συναρτήσεις στα σημεία των συχνοτήτων των συνημιτόνων. Η συνιστώσα του σήματος 2cos(t), που έχει διπλάσιο πλάτος απεικονίζεται με διπλάσια ένταση στο πεδίο της συχνότητας. Είναι ένα παράδειγμα της ιδιότητας της γραμμικότητας του μετασχηματισμού Fourier.



Εικόνα 13: Γραφική παράσταση της g(t) (πάνω) και θετικό κομμάτι του σήματος στο πεδίο της συχνότητας (κάτω).

Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (DFT)

Συχνά, τα πραγματικά σήματα που μεταχειριζόμαστε δεν είναι οπωσδήποτε συνεχή, ούτε άπειρα. Ταυτόχρονα για την ανάλυση σημάτων μέσω υπολογιστή είναι αναγκαία η ψηφιοποίηση των σημάτων, καθιστώντας τα στην ουσία διακριτά και όχι συνεχή [6]. Σε αυτήν την περίπτωση, για να καταφέρουμε να πραγματοποιήσουμε την πολύ χρήσιμη συχνοτική ανάλυση, χρειαζόμαστε ένα επιπλέον μαθηματικό εργαλείο. Αυτό το εργαλείο είναι ο Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (Discrete Fourier transform). Στην ουσία, κάνουμε δειγματοληψία, παίρνοντας N δείγματα, με σταθερό βήμα, του σήματος $f(x)$ και καταλήγουμε στην διακριτή συνάρτηση της συχνότητας *F(k)*, ως εξής [8] :

$$\boxed{F(k) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cdot e^{-j2\pi \frac{k}{N} x}}$$

Ομοίως με τον Αντίστροφο Μετασχηματισμό Fourier, υπάρχει και ο Αντίστροφος Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier. Ο μαθηματικός του τύπος είναι ο εξής [8] :

$$\boxed{f(x) = \sum_{k=0}^{N-1} F(k) \cdot e^{j2\pi \frac{k}{N} x}}$$

2.2 Δισδιάστατος Μετασχηματισμός Fourier

Ο FT μπορεί να επεκταθεί σε 2, 3 ή και περισσοτερες διαστασεις. Θα αναφερθούμε στην περίπτωση των 2 διαστάσεων. Τέτοια σήματα έχουν μορφή $f(x, y)$ και μετασχηματίζονται στο πεδίο της συχνότητας στη μιγαδική συνάρτηση $F(k_x, k_y)$.

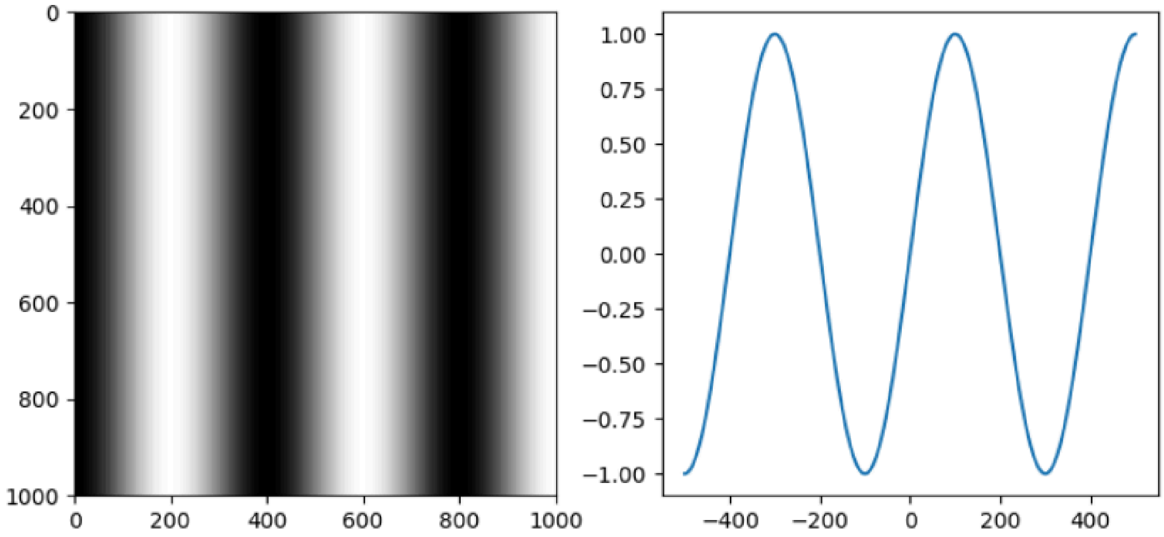
Δεδομένου ότι η παρούσα εργασία αναφέρεται κυρίως σε χρήση Μετασχηματισμού Fourier σε ψηφιακές εικόνες, το Κεφάλαιο αυτό θα εστιάσει σε αυτές ως δισδιάστατα σήματα. Πιο συγκεκριμένα, μια εικόνα είναι μια συνάρτηση $f(x, y)$, όπου x,y είναι οι χωρικές συντεταγμένες της εικόνας και $f(x, y)$ η φωτεινότητα της εικόνας σε κάθε σημείο. Μια ψηφιακή εικόνα είναι μια διακριτή συνάρτηση $f(x, y)$, η οποία απαρτίζεται από εικονοστοιχεία (pixels). Κάθε pixel αναπαριστά ένα ζευγάρι τιμών *x,y* στο διάστημα των διαστάσεων των εικόνων. Στη κλίμακα του γκρι, τα pixels μπορούν να έχουν 256 δυνατές τιμές φωτεινότητας (0: μαύρο -255: λευκό). Το μέγεθος της εικόνας σε pixels καθορίζεται από τον αριθμό των οριζοντίων και κάθετων pixel της εικόνας. Σε αναλογία με τα μονοδιάστατα σήματα, μια εικόνα, η οποία έχει χωρικές (spatial) διαστάσεις, περνάει μέσω του μετασχηματισμού Fourier στο πεδίο της "χωρικής" συχνότητας (*1/x*, *1/y*). Ο μετασχηματισμός αυτός των ψηφιακών εικόνων γίνεται μέσω του παρακάτω τύπου (Δισδιάστατος Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier) [15]:

$$\boxed{F(k_x, k_y) = \frac{1}{N^2} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot exp(-\, j2\pi(\frac{k_x x}{N} + \frac{k_y y}{N}))}$$

Ομοίως, με τον μονοδιάστατο μετασχηματισμό, το πέρασμα από το πεδίο της συχνότητας στο πεδίο των χωρικών διαστάσεων είναι επίσης εφικτό μέσω του αντίστροφου δισδιάστατου (διακριτού) μετασχηματισμού Fourier [15]:

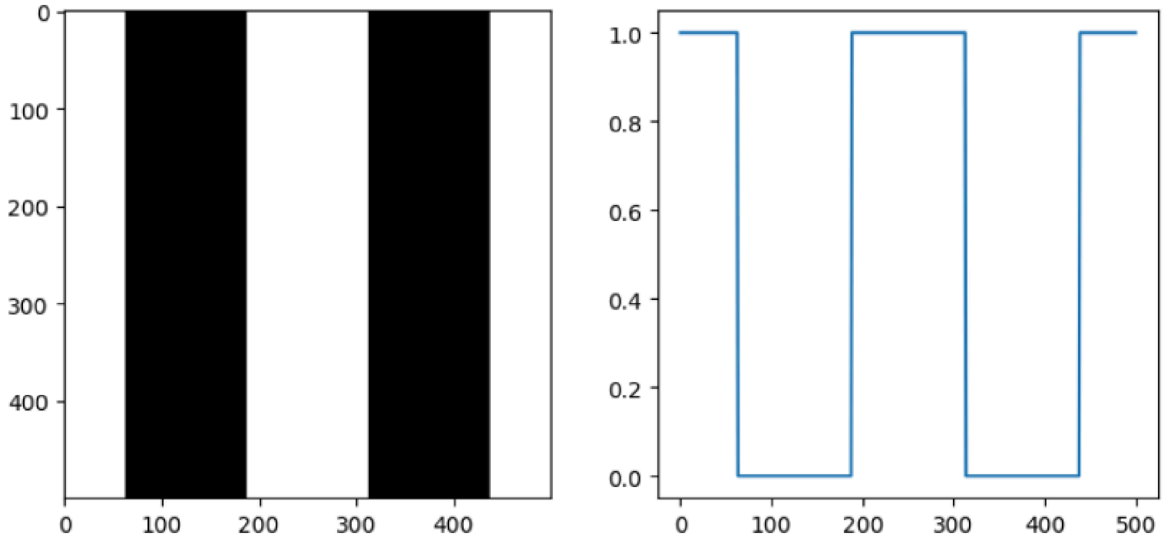
$$\boxed{f(x, y) = \sum_{k_x=0}^{N-1} \sum_{k_y=0}^{N-1} F(k_x, k_y) \cdot exp(j2\pi(\frac{k_x x}{N} + \frac{k_y y}{N}))}$$

Όπως τα μονοδιάστατα σήματα μπορούν να αναπαρασταθούν ως ένα άθροισμα ημιτόνων και συνημιτόνων, έτσι και κάθε εικόνα μπορεί να δημιουργηθεί προσθέτοντας αρκετά και κατάλληλα sine-wave gratings. Τα sine-wave gratings είναι εικόνες στις οποίες η φωτεινότητα των pixels μεταβάλλεται με ημιτονοειδή τρόπο κατά μήκος ενός άξονα της εικόνας.

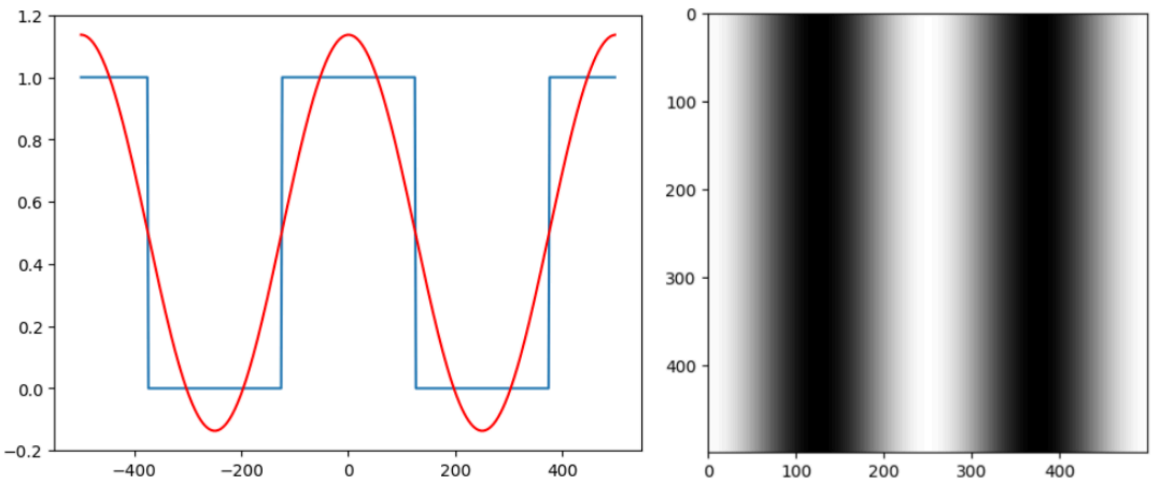


Εικόνα 14: Sine-wave grating με συχνότητα 3 επαναλήψεων (αριστερά) και η ημιτονοειδής συμπεριφορά της φωτεινότητας των pixel κατα μήκος του οριζόντιου άξονα (δεξιά).

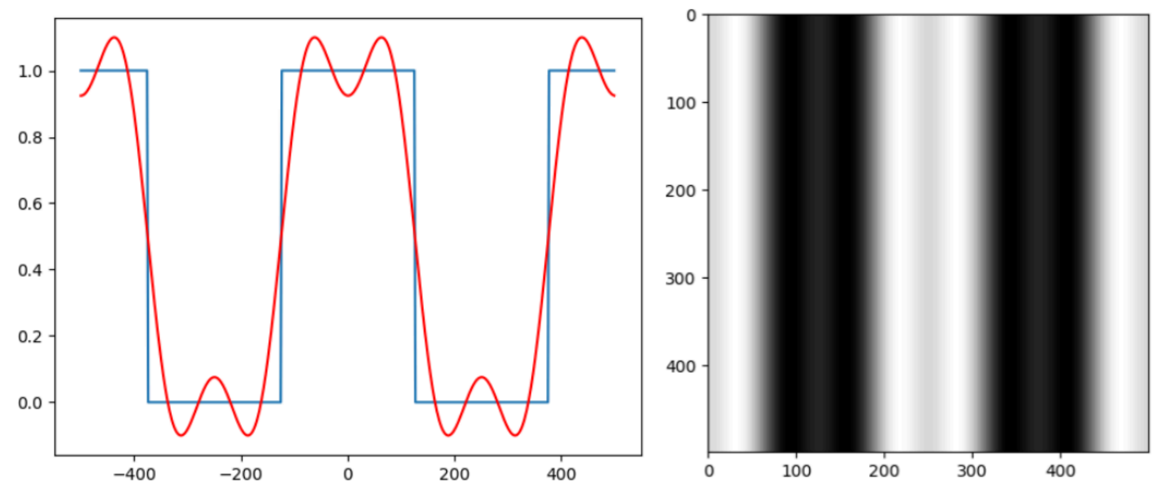
Στην Εικόνα 15 παρατηρούμε ένα παράδειγμα sine-wave grating. Η φωτεινότητα των pixels είναι στην αρχή του στο μαύρο χρώμα (ελάχιστη τιμή), σταδιακά αυξάνεται περνώντας από το γκρι και καταλήγει στο άσπρο (μέγιστη τιμή). Ύστερα, ακριβώς αντιστρόφως, επιστρέφει πάλι στο μαύρο χρώμα. Αυτή η επανάληψη λαμβάνει χώρα 3 φορές στην εικόνα. Επομένως, καταλαβαίνουμε ότι τα sine-wave gratings δρουν σαν ημίτονα και συνημίτονα στις 2 διαστάσεις. Με παρόμοιο τρόπο, λοιπόν, μια εικόνα (δισδιάστατο σήμα) μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα κατάλληλο άθροισμα gratings. Ένα παράδειγμα του παραπάνω αποτελεί μια εικόνα με ισόχωρες περιοχές μαύρου και άσπρου (στον οριζόντιο άξονα), αλλά χωρίς ενδιάμεσες τιμές φωτεινότητας (Εικόνα 15). Σε αυτήν την περίπτωση, αν αναπαραστήσουμε τις τιμές της φωτεινότητας της εικόνας κατά μήκος του οριζόντιου άξονα, αυτό που παρατηρούμε είναι ένας τετραγωνικός παλμός (rect function). Η εικόνα αυτή, λοιπόν, ένας τετραγωνικός παλμός σε 2 διαστάσεις. Όπως ένας τετραγωνικός παλμός μπορεί να συσταθεί ως άθροισμα ημιτόνων και συνημιτόνων, έτσι και η εικόνα μπορεί να αναπαραχθεί ως κατάλληλο άθροισμα sine-wave gratings. Οι τιμές της φωτεινότητας στα προστιθέμενα gratings καθορίζονται από την ημιτονοειδή συμπεριφορά και χαρακτηριστικά των όρων της σειράς Fourier. Παρακάτω φαίνονται οι αναπαραστάσεις του τετραγωνικού παλμού για διαφορετικό πλήθος όρων της σειράς Fourier και οι αναπαραστάσεις της εικόνας για ίδιο αριθμό sine-wave gratings.



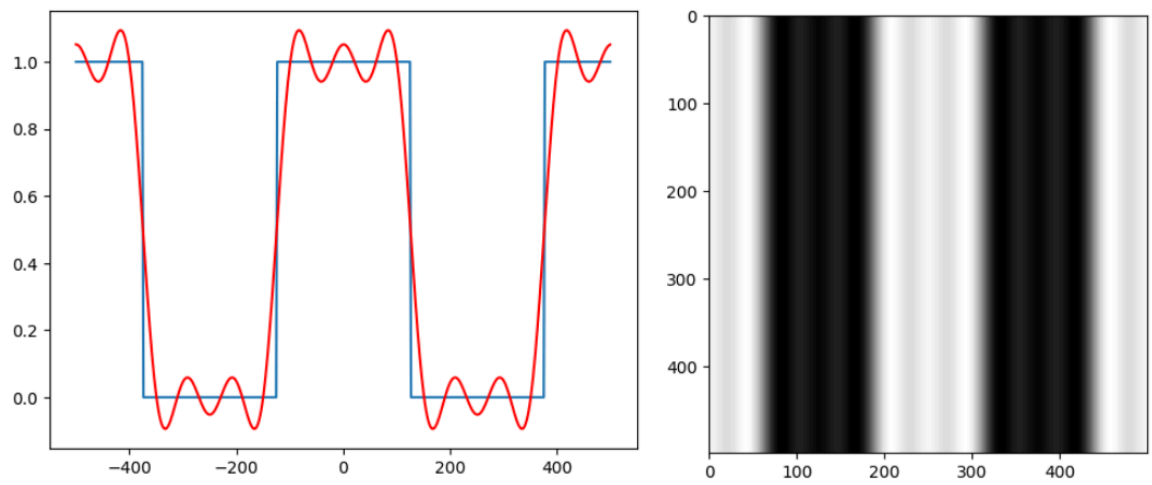
Εικόνα 15: Εικόνα με μοτίβο ισόχωρων περιοχών άσπρου-μαύρου χωρίς όμως ενδιάμεσες τιμές φωτεινότητας (αριστερά) και η συμπεριφορά της φωτεινότητας των pixel κατα μήκος του οριζόντιου άξονα (δεξιά).



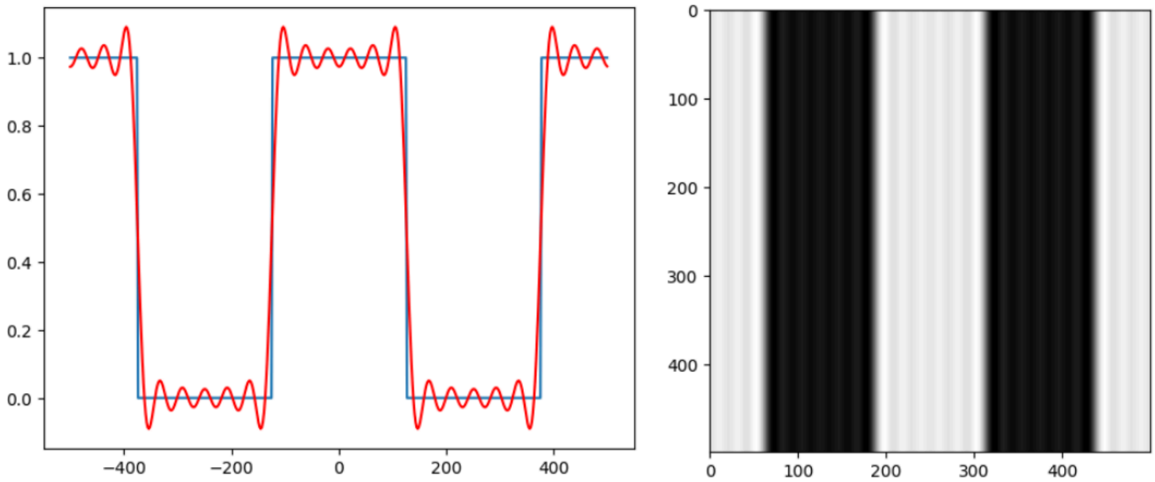
Εικόνα 16: Άθροισμα Fourier μέχρι τον 1ο όρο του αθροίσματος Fourier (a_1) (κόκκινο) και τετραγωνικός παλμός αναφοράς (μπλε) (αριστερά) και αντίστοιχο άθροισμα ενός sine-wave grating (δεξιά).



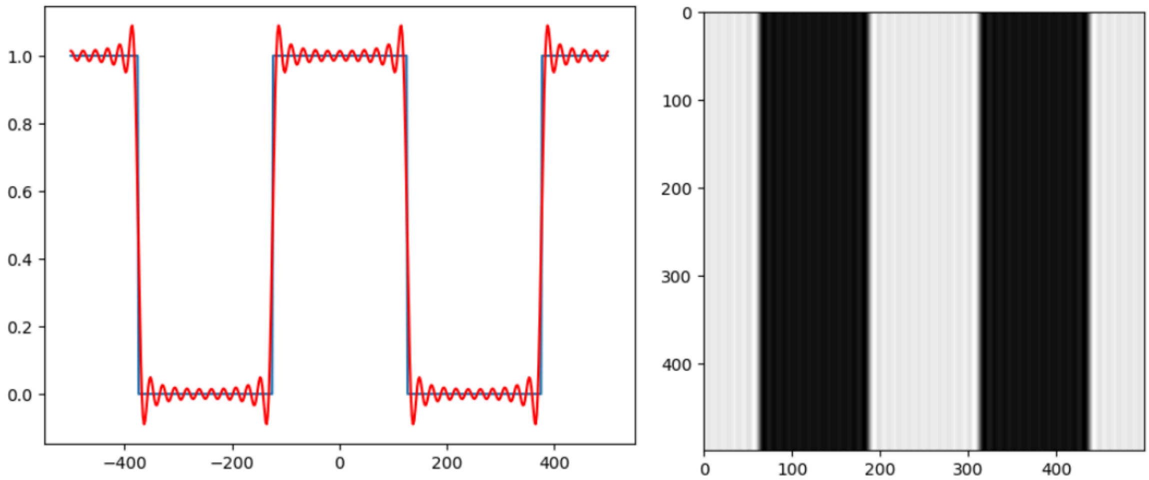
Εικόνα 17: Άθροισμα Fourier μέχρι τον 3ο όρο του αθροίσματος Fourier (a_3) (κόκκινο) και τετραγωνικός παλμός αναφοράς (μπλε) (αριστερά) και αντίστοιχο άθροισμα sine-wave gratings (δεξιά).



Εικόνα 18: Άθροισμα Fourier μέχρι τον 5ο όρο του αθροίσματος Fourier (a_5) (κόκκινο) και τετραγωνικός παλμός αναφοράς (μπλε) (αριστερά) και αντίστοιχο άθροισμα sine-wave gratings (δεξιά).

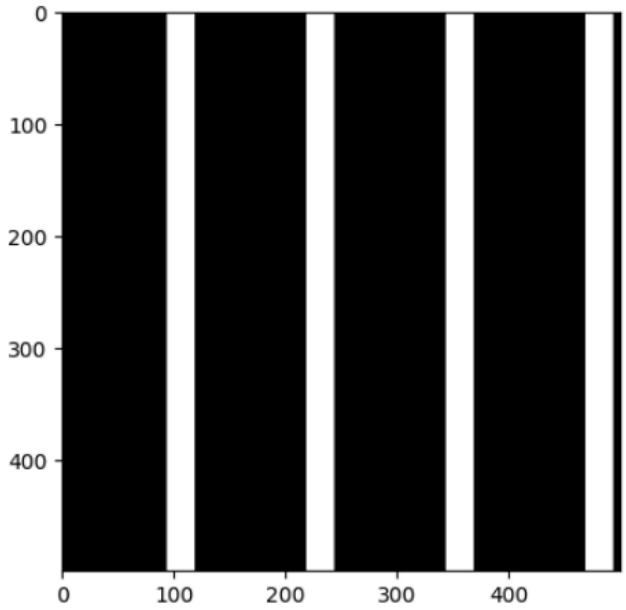


Εικόνα 19: Άθροισμα Fourier μέχρι τον 11ο όρο του αθροίσματος Fourier (a_{11}) (κόκκινο) και τετραγωνικός παλμός αναφοράς (μπλε) (αριστερά) και αντίστοιχο άθροισμα sine-wave gratings (δεξιά).



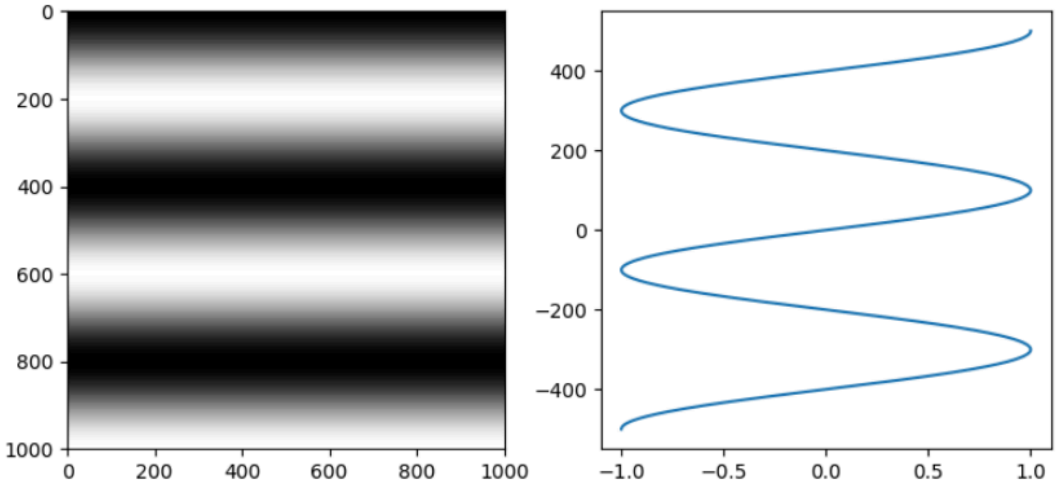
Εικόνα 20: Άθροισμα Fourier μέχρι τον 21ο όρο του αθροίσματος Fourier (a_{21}) (κόκκινο) και τετραγωνικός παλμός αναφοράς(μπλε) (αριστερά) και αντίστοιχο άθροισμα sine-wave gratings (δεξιά).

Στην Εικόνα 17 (αριστερά), η περιοχή της σειράς γύρω από την τιμή 1 στο γράφημα εμφανίζει δύο τοπικές μέγιστες τιμές μεγαλύτερες του 1 και μια τοπική ελάχιστη, λίγο μικρότερη του 1. Αυτή η συμπεριφορά, εμφανίζεται και στην αντίστοιχη Εικόνα (δεξια), όπου στις περιοχές μαύρου εμφανίζεται και μια γκρι. Στις επόμενες εικόνες (Εικόνες 18, 19, 20), οι όροι του αθροίσματος αυξάνονται, οι περιοχές γύρω από τα μέγιστα εμφανίζουν περισσότερα τοπικά ακρότατα, τα οποία ομως προσεγγίζουν όλο και πιο πολύ την μονάδα, τείνοντας να ευθυγραμμιστούν με τον τετραγωνικό παλμό με μεγαλύτερη ακρίβεια. Την ίδια αλλαγή παρατηρούμε και στην συμπεριφορά της φωτεινότητας των αντίστοιχων εικόνων κατά μήκος του οριζόντιου άξονα. Συμπεραίνουμε λοιπόν, ότι όσο πιο πολλά gratings (όροι) προστίθενται , τόσο πιο πολύ αποτυπώνεται η απότομη εναλλαγή του μαύρου (ελαχίστου) και άσπρου (μεγίστου) στην εικόνα. Τέτοιες εναλλαγές μεγίστου-ελαχίστου ονομάζονται άκρες (edges) και είναι δυνατόν να υπάρχουν με ακρίβεια σε μια εικόνα μόνο αν σε αυτή υπάρχουν όροι μεγάλων συχνοτήτων (high frequency components). Στην περίπτωση που ένας τετραγωνικός παλμός έχει duty cycle διαφορετικό από 50%, τότε αντίστοιχα στις 2 διαστάσεις, στον οριζόντιο άξονα οι περιοχές άσπρου και μαύρου δε θα είναι πλέον ισόχωρες, αλλά η μια θα υπερισχύει της άλλης.

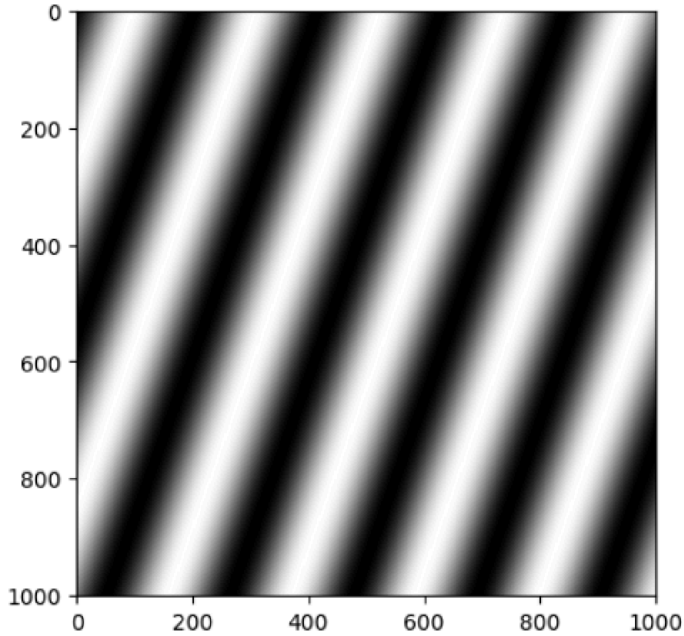


Εικόνα 21: Εικόνα όπου υπάρχει μοτίβο περιοχών άσπρου-μαύρου χωρίς όμως ενδιάμεσες τιμές φωτεινότητας με duty cycle 20%.

Η συχνότητα του κάθε grating συμπίπτει με τις φορές που η εναλλαγή μαύρου-άσπρου λαμβάνει χώρα στις εικόνες. Ο άξονας στον οποίο μεταβάλλεται η φωτεινότητα των pixels δεν είναι κατ'ανάγκη ο οριζόντιος, αλλά δύναται να είναι και ο κάθετος αλλά και οποιοσδήποτε ενδιάμεσος διαγώνιος.

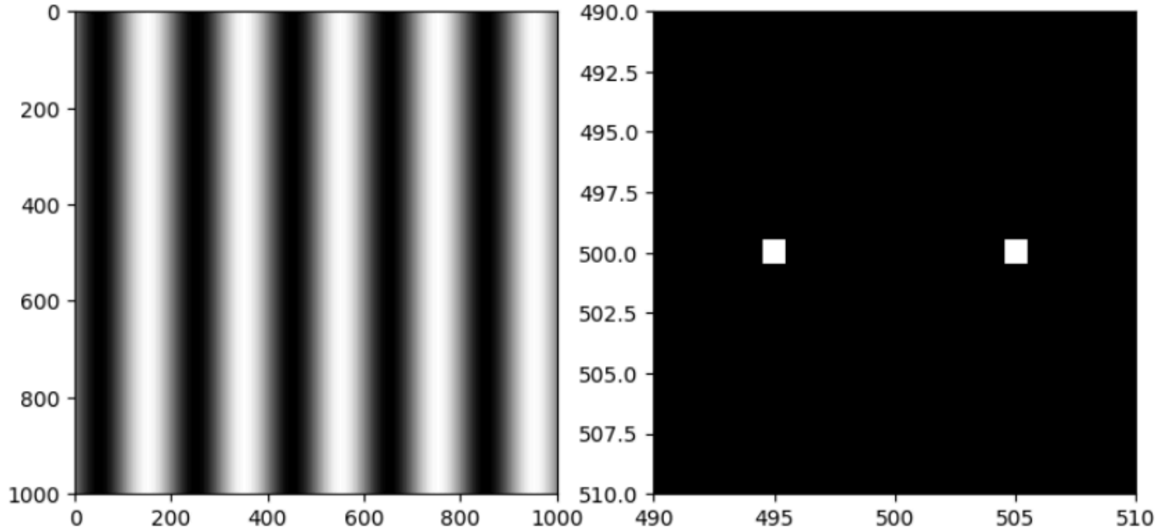


Εικόνα 22: Sine-wave grating κατά μήκος του κάθετου άξονα (αριστερά) και η ημιτονοειδής συμπεριφορά της φωτεινότητας των pixel (δεξιά).



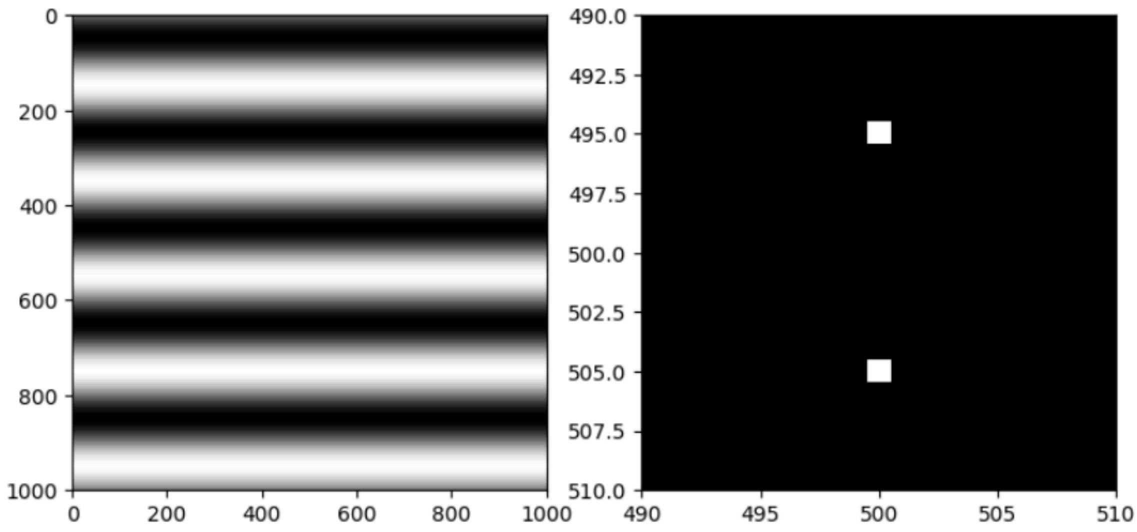
Εικόνα 23: Sine-wave grating κατά μήκος ενός διαγωνίου άξονα.

Δεδομένου ότι η συνάρτηση $F(k_x, k_y)$ στο πεδίο της χωρικής συχνότητας είναι μιγαδική, μας είναι χρήσιμο να αναπαραστήσουμε το πλάτος της (για κάθε συχνότητα) ή το φάσμα ενέργειάς της, δηλαδή το τετράγωνο του πλάτους της. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται ευκολότερη η ανίχνευση των υπαρχουσών συχνοτήτων στην εικόνα, αλλά και η επίδραση τους, αφού κάθε μία έχει διαφορετικό πλάτος. Οι πληροφορίες φάσης, ωστόσο, είναι εξίσου σημαντικές για την αναπαραγωγή του αρχικού σήματος. Αν παρατηρήσουμε το πλάτος του μετασχηματισμού Fourier ενός οριζόντιου sine-wave grating, είναι εμφανείς δύο λευκές κουκίδες, μεγέθους ενός pixels η καθεμία, στον οριζόντιο άξονα και στο μέσο του κάθετου, σε μια ευθεία απόσταση από το κέντρο της εικόνας, παρόλο που η αρχική εικόνα περιέχει μόνο μια συχνότητα στον οριζόντιο άξονα. Στα μονοδιάστατα σήματα, τα ημίτονα και συνημίτονα μιας συχνότητας εμφανίζουν δυο κορυφές στο πεδίο της συχνότητας, σε απόσταση ίση με τη συχνότητα τους, γύρω από το μηδέν. Με τον ίδιο τρόπο, στην περίπτωση των εικόνων εμφανίζονται δύο κουκίδες σε απόσταση ίση με τη συχνότητα του grating από το κέντρο, κατά μήκος του άξονα στον οποίο εκτείνεται το grating. Το κέντρο της εικόνας είναι το σημείο μηδενικής συχνότητας ή DC. Το σημείο αυτό αναπαριστά την μέση φωτεινότητα της εικόνας. Σε ένα τέλειο grating, η μέση φωτεινότητα είναι μηδέν.

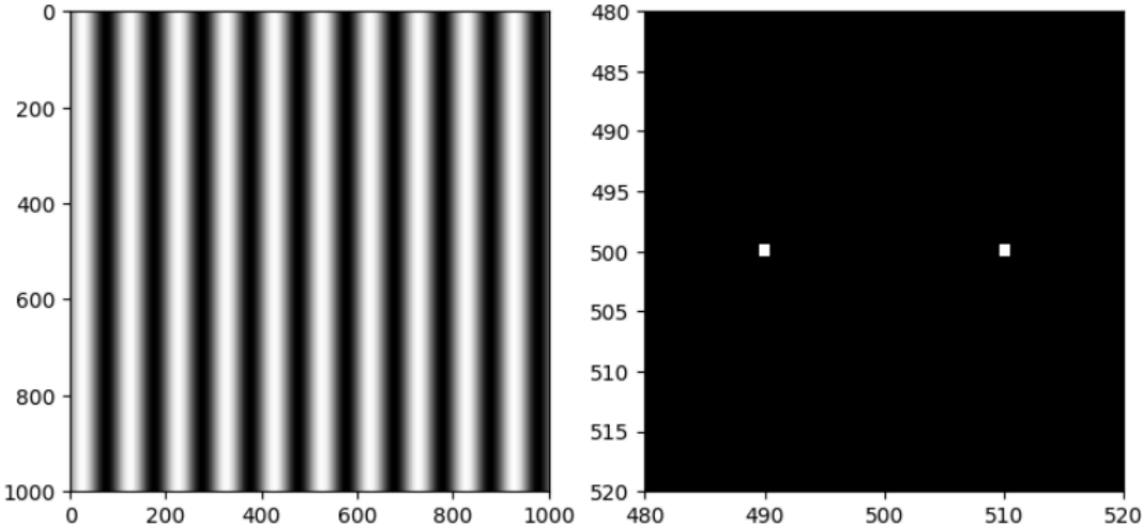


Εικόνα 24: Sine-wave grating κατά μήκος του οριζόντιου άξονα (αριστερά) και το πλάτος του μετασχηματισμού Fourier του, εστιασμένο σε περιοχή 5 pixels γύρω από το κέντρο της εικόνας, οριζόντια και κάθετα (δεξιά).

Στην Εικόνα 24, ο FT του grating, εμφανίζει δύο κουκίδες κατά μήκος του άξονα που εκτείνεται το grating, σε απόσταση ίση με τη συχνότητα του, δηλαδή 5. Ακριβώς 5 είναι και οι φορές επανάληψης του μοτίβου μέγιστου-ελάχιστου στο grating κατά μήκος του οριζόντιου άξονα. Στην Εικόνα 25, εμφανίζεται το αντίστοιχο για grating με ίση συχνότητα, που εκτείνεται κατά μήκος του κάθετου άξονα. Στην Εικόνα 26 φαίνεται το αντίστοιχο για οριζόντιο grating με μεγαλύτερη συχνότητα. Εκεί, οι κουκίδες απέχουν περισσότερο από το κέντρο της εικόνας.

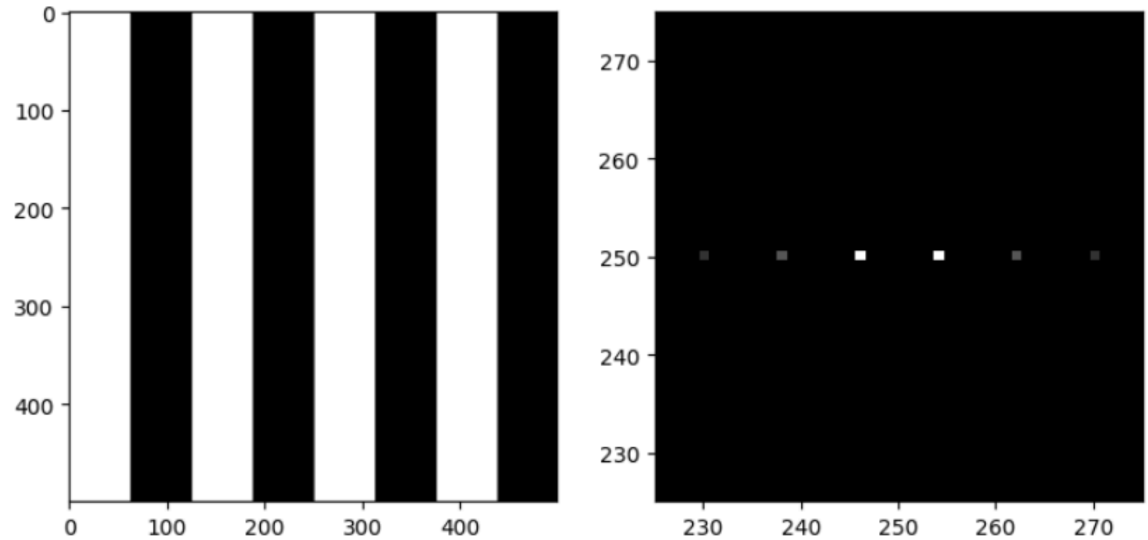


Εικόνα 25: Sine-wave grating κατά μήκος του κάθετου άξονα (αριστερά) και το πλάτος του μετασχηματισμού Fourier του, εστιασμένο σε περιοχή 10 pixels γύρω από το κέντρο της εικόνας, οριζόντια και κάθετα (δεξιά).

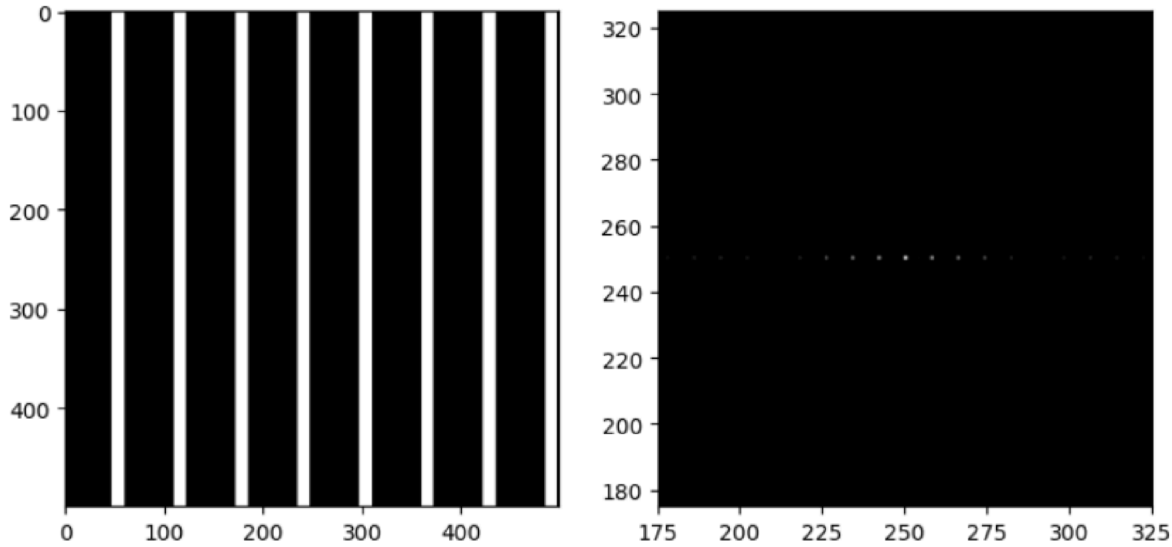


Εικόνα 26: Sine-wave grating κατά μήκος του οριζοντίου άξονα (αριστερά) και το πλάτος του μετασχηματισμού Fourier του, εστιασμένο σε περιοχή 20 pixels γύρω από το κέντρο της εικόνας, οριζόντια και κάθετα (δεξιά).

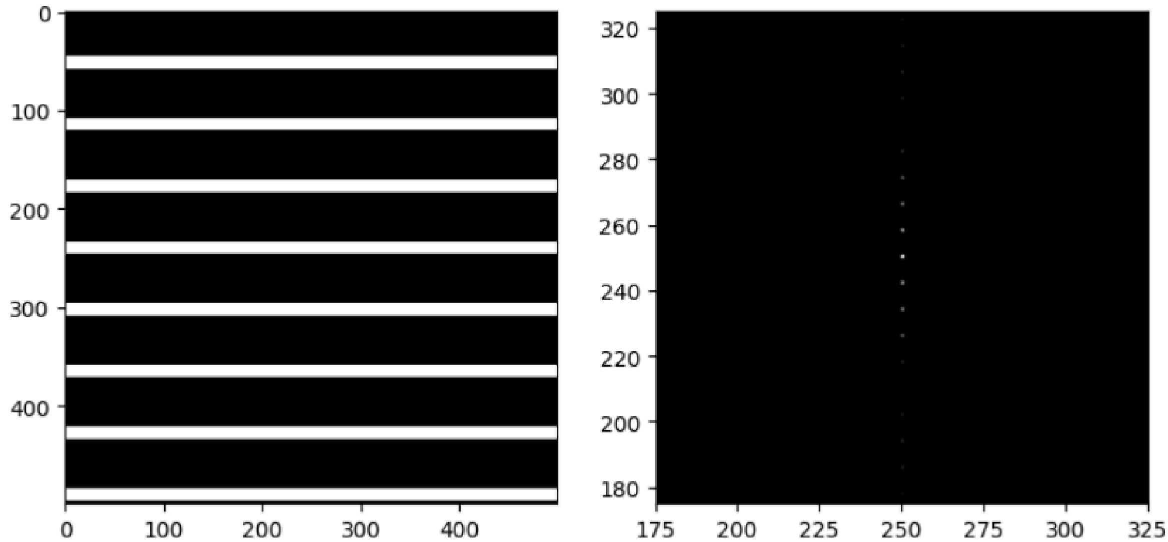
Μια πραγματική εικόνα είναι πιο περίπλοκη και περιέχει περισσότερες συχνότητες. Στο παράδειγμα του τετραγωνικού παλμού στις δύο διαστάσεις, συμπεράναμε ότι η εικόνα αυτή αποτελείται από πολλά gratings διαφορετικών συχνοτήτων και πλατών, ενώ περιέχει όρους υψηλών συχνοτήτων. Το πλάτος των συχνοτήτων, όσο αυτές αυξάνονται, μειώνεται. Έτσι και στο πεδίο της συχνότητας, όσο απομακρυνόμαστε από το κέντρο, η φωτεινότητα των κουκίδων μειώνεται (Εικόνα 27). Στον τετραγωνικό παλμό με duty cycle 20%, οι κουκίδες έχουν παρόμοια κατανομή στον χώρο, αλλά η μέση φωτεινότητα (σημείο μηδέν), δεν είναι πλέον μηδέν.



Εικόνα 27: Grating τετραγωνικού παλμού κατά μήκος του οριζόντιου άξονα (αριστερά) και το πλάτος του μετασχηματισμού Fourier του, εστιασμένο σε περιοχή 25 pixels γύρω από το κέντρο της εικόνας, οριζόντια και κάθετα (δεξιά).

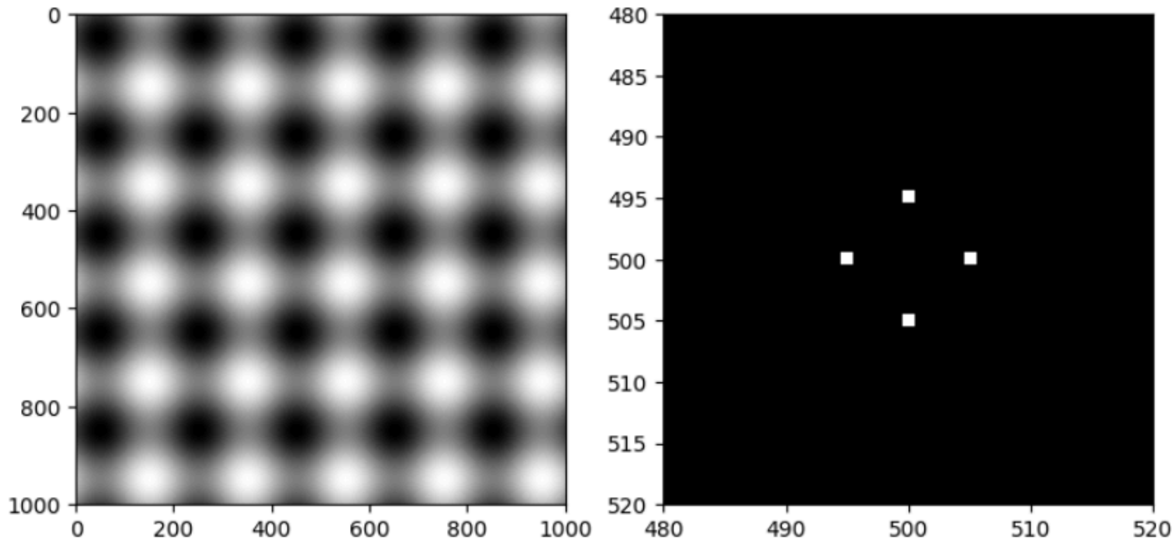


Εικόνα 28: Grating τετραγωνικού παλμού με 20% duty cycle κατά μήκος του οριζόντιου άξονα (αριστερά) και το πλάτος του μετασχηματισμού Fourier του, εστιασμένο σε περιοχή 75 pixels γύρω από το κέντρο της εικόνας, οριζόντια και κάθετα (δεξιά).

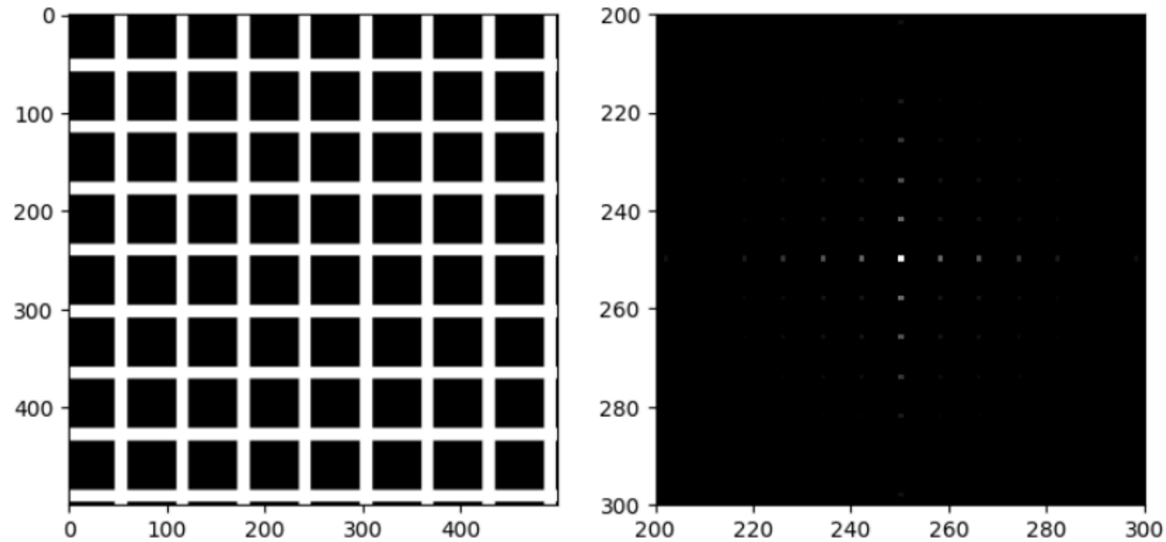


Εικόνα 29: Grating τετραγωνικού παλμού με 20% duty cycle κατά μήκος του οριζόντιου άξονα (αριστερά) και το πλάτος του μετασχηματισμού Fourier του, εστιασμένο σε περιοχή 75 pixels γύρω από το κέντρο της εικόνας, οριζόντια και κάθετα (δεξιά).

Μια πολύ σημαντική ιδιότητα του μετασχηματισμού Fourier είναι η γραμμικότητα. Σύμφωνα με αυτήν, αν δυο εικόνες προστεθούν, στο πεδίο της συχνότητας ο FT τους είναι το άθροισμα των μετασχηματισμών Fourier των δύο ξεχωριστών εικόνων. Στην Εικόνα 30, αριστερά φαίνεται το άθροισμα δυο gratings, ενός οριζοντίου και ενός καθέτου, με την ίδια συχνότητα. Στο πεδίο της συχνότητας (Εικόνα 30, δεξιά), παρατηρούμε ότι το πλάτος του είναι το άθροισμα των πλατών των 2 μετασχηματισμών των gratings (Εικόνα 24 και 25, δεξιά). Επιπρόσθετα, όμως, αυτή η ιδιότητα είναι χρήσιμη και σε πιο περίπλοκα σήματα. Για παράδειγμα, ένα πλέγμα (grid), μπορούμε να το αποσυνθέσουμε σε ένα οριζόντιο και ένα κάθετο τετραγωνικό παλμό με κατάλληλο duty cycle. Τέτοιο παράδειγμα φαίνεται στην Εικόνα 31, όπου το πλάτος στο πεδίο της συχνότητας είναι το άθροισμα των πλατών του μετασχηματισμού Fourier στους οριζόντιους και καθετους τετραγωνικούς παλμούς (Εικόνες 28 και 29, δεξιά).



Εικόνα 30: Άθροισμα 2 sine-wave gratings ίδιων συχνοτήτων, ενός κατά μήκος του κάθετου άξονα κι ενός του οριζοντίου (αριστερά) και το πλάτος του μετασχηματισμού Fourier του αθροίσματος, εστιασμένο σε περιοχή 20 pixels γύρω από το κέντρο της εικόνας, οριζόντια και κάθετα (δεξιά).



Εικόνα 31: Εικόνα ασπρόμαυρου πλέγματος (grid) (αριστερά) και και το πλάτος του μετασχηματισμού Fourier του, εστιασμένο σε περιοχή 50 pixels γύρω από το κέντρο της εικόνας, οριζόντια και κάθετα (δεξιά).

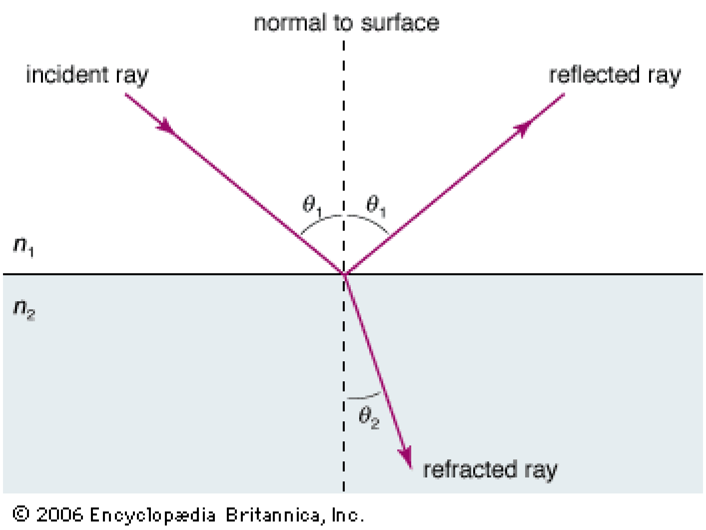
2.3 Περίθλαση

2.3.1 Διάθλαση, ανάκλαση και περίθλαση

Προτού περάσουμε στον ορισμό του φαινομένου της περίθλασης, είναι απαραίτητο να ορίσουμε δύο άλλα οπτικά φαινόμενα, ώστε να είναι εφικτή η διάκρισή τους. Συγκεκριμένα, θα ορίσουμε τα φαινόμενα της διάθλασης (refraction) και της ανάκλασης (reflection).

Ως διάθλαση ορίζουμε την κάμψη των ακτινών του φωτός, η οποία λαμβάνει χώρα όταν το φως περνάει από μια περιοχή, όπου υπάρχει διαβάθμιση στην ταχύτητα μετάδοσης του κύματος. Το πιο συχνό παράδειγμα είναι η συμπεριφορά του φωτός, όταν αυτό βρίσκει στο δρόμο του ένα απότομο όριο μεταξύ δύο περιοχών με διαφορετικό δείκτη διάθλασης (refractive index - n). Οι ακτίνες κάμπτονται στη διεπαφή των μέσων. Η ταχύτητα με την οποία ταξιδεύει το φως στα δύο μέσα (1,2) είναι [2]:

$$\upsilon_1 = \frac{c}{n_1}, \ \upsilon_2 = \frac{c}{n_2}$$



Εικόνα 32: Σχεδιάγραμμα του νόμου του Snell, με γωνίες πρόσπτωσης διάθλασης και ανάκλασης (Εικόνα από [16])

Οι γωνίες πρόσπτωσης ϑ_1 και διάθλασης ϑ_2 ακολουθούν τον νόμο του Snell, σύμφωνα με τον οποίο:

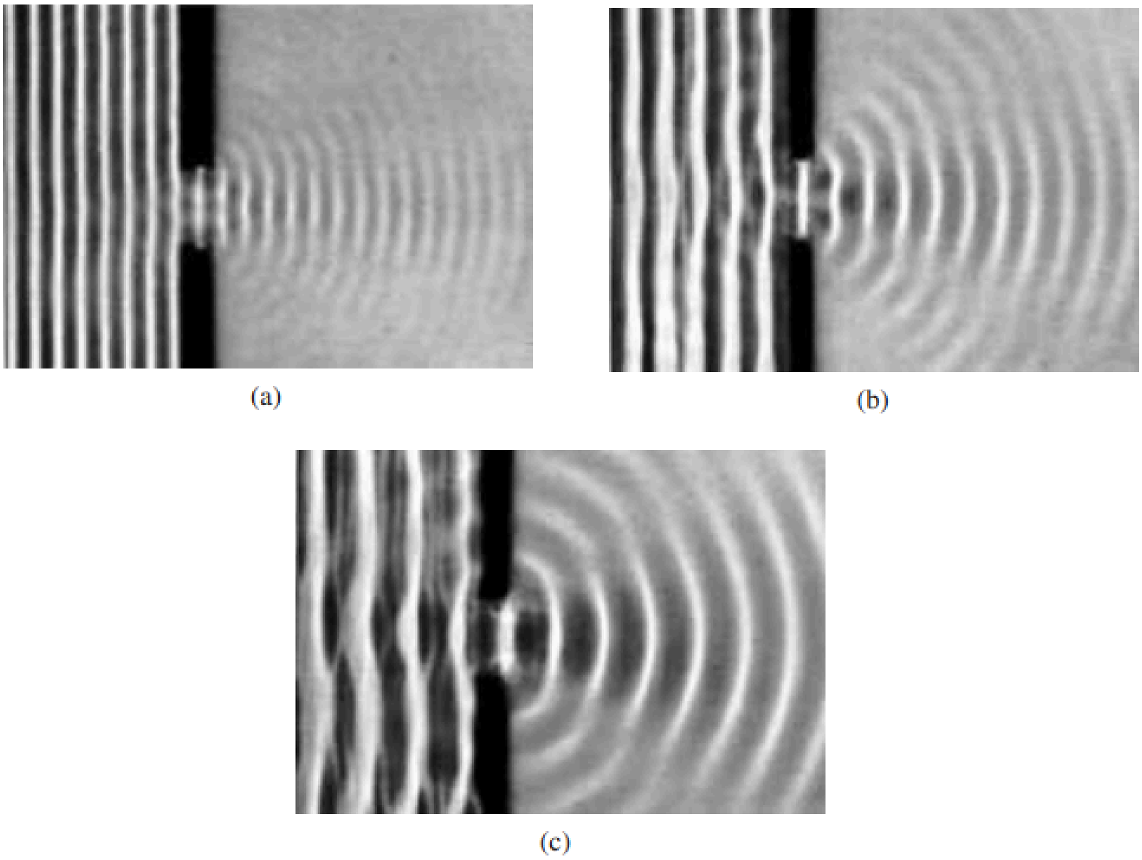
$$n_1 sin\vartheta_1 = n_2 sin\vartheta_2$$

Αν λοιπόν $n_2 > n_1$, τότε $\vartheta_2 < \vartheta_1$, όπως και στην Εικόνα 32.

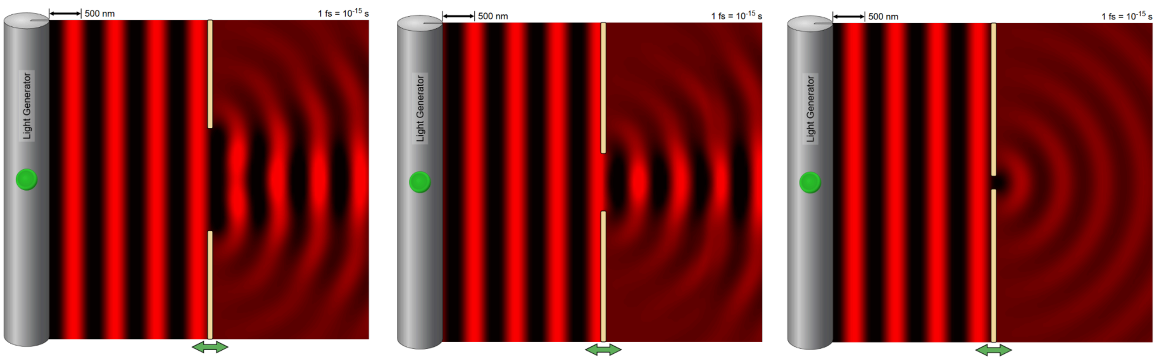
Κάμψη των ακτίνων του φωτός συμβαίνει, ωστόσο, και κατά την ανάκλαση. Ανάκλαση συμβαίνει στο όριο με ένα δεύτερο μέσο, μεταλλικό ή διηλεκτρικό. Η θεμελιώδης αρχή που καθορίζει το συγκεκριμένο φαινόμενο είναι η ισότητα της γωνίας ανάκλασης με τη γωνία πρόσπτωσης (ϑ_1 στην Εικόνα 32) [2]. Σε μια διεπαφή μπορεί να λάβει χώρα ταυτόχρονα και ανάκλαση και διάθλαση, με μέρος του φωτός να ανακλάται και μέρος του να διαθλάται.

Η Περίθλαση (diffraction) ορίζεται ως κάθε απόκλιση των ακτινών του φωτός από την ευθύγραμμη πορεία τους, η οποία δεν μπορεί να ερμηνευτεί ως ανάκλαση ή διάθλαση. Είναι αποτέλεσμα του περιορισμού της έκτασης ενός κύματος και είναι ευκολότερα διακριτή σε περιπτώσεις όπου το μέγεθος του περιορισμού είναι συγκρίσιμο με το μήκος κύματος (λ) του κύματος [2]. Τέτοιοι περιορισμοί προκύπτουν λόγω της ύπαρξης διαφραγμάτων (apertures) ή γενικά εμποδίων στην πορεία του κύματος.

Όταν, ως αποτέλεσμα ενός εμποδίου, έχουμε μεταβολή είτε του πλάτους είτε της φάσης του μετώπου του κύματος (wavefront), τότε υπάρχει περίθλαση του κύματος. Τα διάφορα μέρη του μετώπου του κύματος, που περνούν πέραν του εμποδίου, συμβάλλουν μεταξύ τους, δημιουργώντας μοτίβα περίθλασης (diffraction patterns) [17].



Εικόνα 33: Κύματα διαφορετικών μηκών κύματος (αυξανόμενων από το (α) προς το (c)) σε συσκευή κυματισμού (ripple tank), τα οποία περνούν μέσα από σχισμή σταθερού πλάτους και δημιουργούν μοτίβα περίθλασης (Προσαρμοσμένη Εικόνα από [17]).

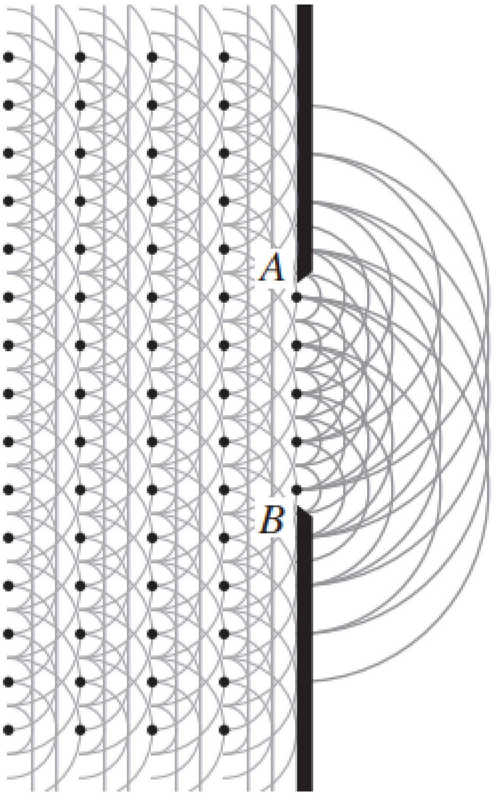


(a) : slit = 1600 nm (b): slit = 900 nm (c) : slit = 200 nm

Εικόνα 34: Επίδραση του μεγέθους της σχισμής στην περίθλαση φωτός κόκκινου laser (λ = 630 nm) μέσω προσομοιωτικού εργαλείου (a): μέγεθος σχισμής 1600 nm, (b): μέγεθος σχισμής 900 nm, (c): μέγεθος σχισμής 200nm (φωτογραφίες από πρόγραμμα προσομοίωσης PhET) (Παράχθηκε με λογισμικό από [18]).

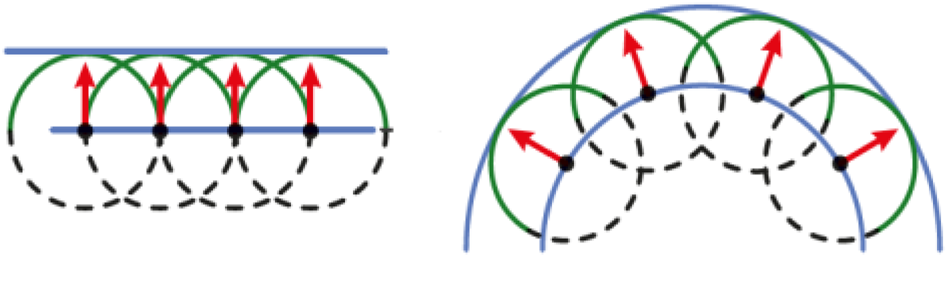
Παρόλο που ο παρατιθέμενος ορισμός της περίθλασης την περιορίζει σε οπτικά κύματα, είναι ένα φαινόμενο χαρακτηριστικό των κυμάτων, που παρατηρείται τόσο σε οπτικά όσο και σε ακουστικά και φυσικά κύματα [17]. Για λόγους κατανόησης, θα παρατεθούν παραδείγματα από φυσικά κύματα, αλλά η ανάλυσή μας θα εστιάσει στα οπτικά κύματα. Επί παραδείγματι, στην Εικόνα 33 παρατηρούμε το φαινόμενο της περίθλασης σε συσκευή κυματισμού (ripple tank) σε φυσικά κύματα. Στο (α) η διάσταση της σχισμής είναι πολύ μεγαλύτερη του μήκους κύματος, στην (b) το μήκος κύματος αυξάνεται , αλλά είναι και πάλι μικρότερο της σχισμής, ενώ στο (c) η σχισμή είναι συγκρίσιμη με το μήκος κύματος. Από το (α) στο (c), λοιπόν, παρατηρούμε όλο και εντονότερο το μοτίβο της περίθλασης, λόγω προσέγγισης του μήκους κύματος στη διάσταση της σχισμής. Αντίστοιχα αποτελέσματα βλέπουμε, διατηρώντας το μήκος κύματος σταθερό και μεταβάλλοντας το μέγεθος της σχισμής. Στην Εικόνα 34, τα οπτικά κύματα έχουν σταθερό και ίσο μήκος κύματος. Παρατηρούμε ότι μικρότερη σχισμή σημαίνει πιο “κυκλικά” περιθλασμένα κύματα [17].

Η ανάλυση του φαινομένου της περίθλασης ξεκινάει από την αρχή του Huygens (Huygens principle). Σύμφωνα με αυτήν, κάθε σημείο ενός μετώπου ενός κύματος μπορεί να θεωρηθεί ως μια δευτερεύουσα σημειακή πηγή σφαιρικών κυματίων (wavelets). Έτσι το νέο μέτωπο του κύματος σε ένα μεταγενέστερο σημείο είναι η περιβάλλουσα/εφαπτομενική επιφάνεια όλων των δευτερευόντων κυματίων και με αυτόν τον τρόπο η διάδοση τού κύματος στον χώρο μπορεί να καθοριστεί προσεγγιστικά [17].



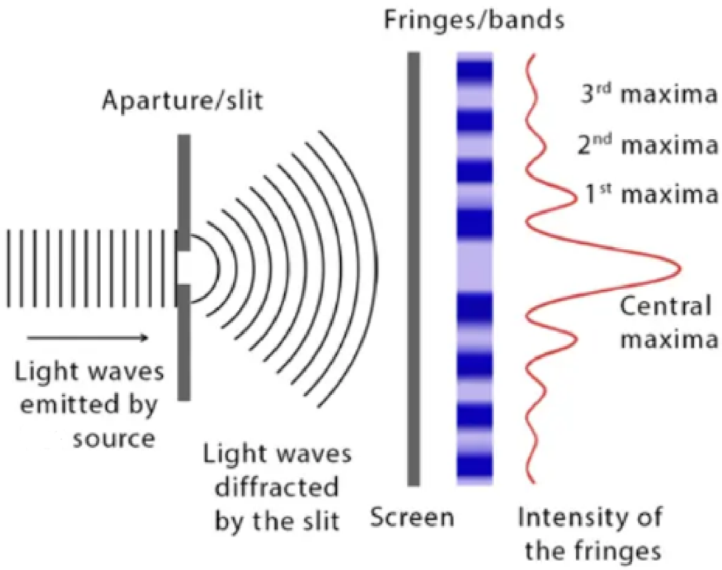
Εικόνα 35: Διάδοση ενός επίπεδου κύματος, το οποίο διέρχεται μέσα από σχισμή AB με βάση την αρχή του Huygens. Κάθε σημείο του κύματος μπορεί να αναπαρασταθεί ως δευτερεύον σφαιρικό κυμάτιο (Εικόνα από [17]).

Σε ένα επίπεδο κύμα, η περιβάλλουσα του κύματος είναι και πάλι το επίπεδο κύμα σε μεταγενέστερο σημείο, ενώ σε ένα σφαιρικό κύμα, η περιβάλλουσα διαμορφώνεται ανάλογα και προκύπτει ένα σφαιρικό μοτίβο περίθλασης (Εικόνα 36).



Εικόνα 36: Διάδοση ενός κύματος με βάση την αρχή του Huygens. Ένα επίπεδο κύμα, τα κυμάτια του και η αντίστοιχη περιβάλλουσα (αριστερά), ένα σφαιρικό κύμα, τα κυμάτια του και η αντίστοιχη περιβάλλουσα (δεξιά) (Προσαρμοσμένη Εικόνα από [19]).

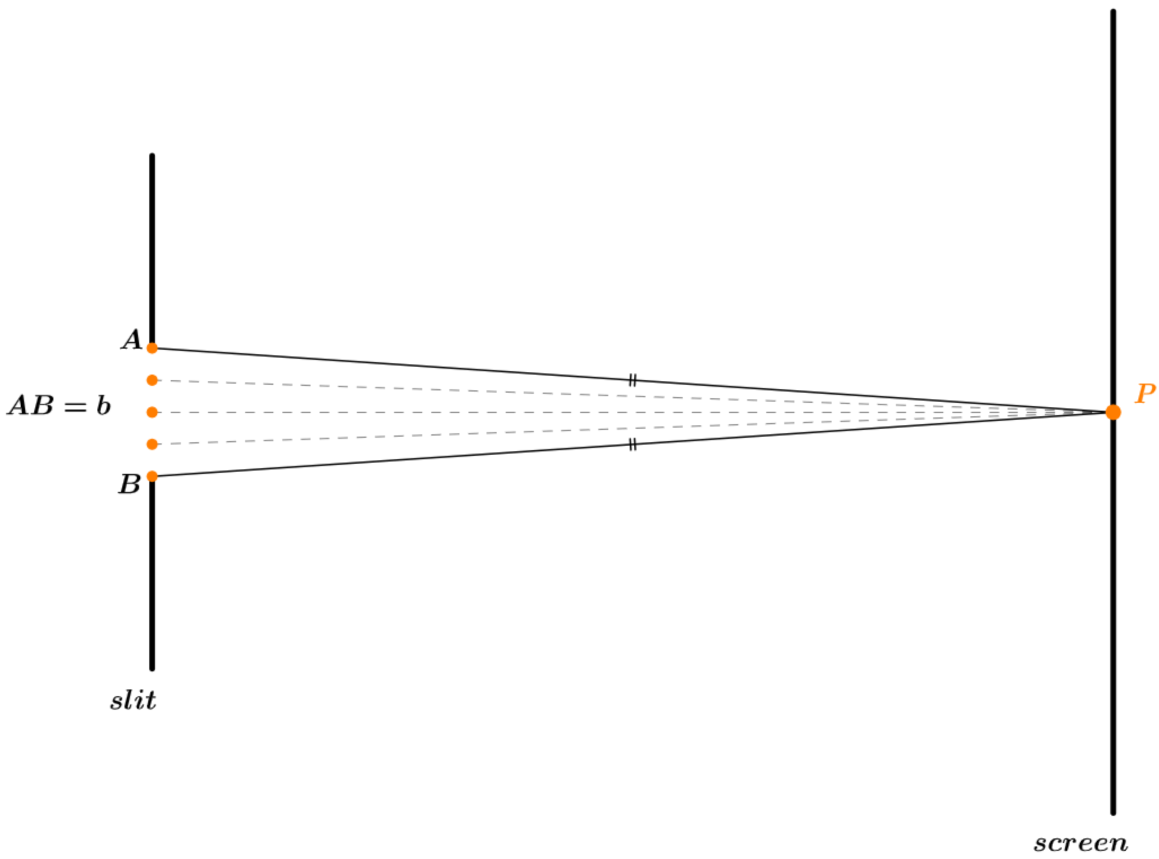
Ωστόσο, η αρχή του Huygens αγνοεί το μεγαλύτερο μέρος των κυματίων και εστιάζει μόνο στα κοινά τους σημεία, αδυνατώντας να παραθέσει λεπτομέρειες για τη διαδικασία της περίθλασης του κύματος. Λύση στο παραπάνω αποτελεί η συνεισφορά του Fresnel, ο οποίος εμπλούτισε την αρχή του Huygens με την έννοια της συμβολής. Σύμφωνα με την αρχή Huygens-Fresnel, κάθε μη εμποδιζόμενο σημείο ενός μετώπου ενός κύματος μπορεί να θεωρηθεί ως μια δευτερεύουσα πηγή σφαιρικών κυματίων ίδιας συχνότητας με του πρωτεύοντος κύματος. Το πλάτος του πεδίου σε οποιοδήποτε πέραν σημείο είναι η υπέρθεση όλων των κυματίων, λαμβάνοντας υπόψη τόσο το πλάτος όσο και τη φάση τους [17]. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να ερμηνεύσουμε το σφαιρικό κύμα που παρατηρούμε, αν στην πορεία διάδοσης ενός επίπεδου κύματος υπάρχει μια σχισμή συγκρίσιμη με το μήκος κύματος. Από το σημείο της σχισμής και έπειτα, τα δυνατά σημεία του κύματος είναι αυτά κατά μήκος της σχισμής. Αυτά τα πλέον περιορισμένα σημεία είναι πηγές δευτερευόντων κυματίων και συμβάλλουν μεταξύ τους. Η ύπαρξη ακριανών σημείων είναι αυτή που κάμπτει την περιβάλλουσα. Όσο πιο μικρή η σχισμή, τόσο πιο κυρτό το αποτέλεσμα, διότι υπάρχουν λιγότερες δευτερεύουσες πηγές να το "ευθυγραμμίζουν". Με αυτόν τον τρόπο, παρατηρούμε σφαιρικά κύματα επέκεινα της σχισμής. Όπως παρατηρήσαμε και παραπάνω (Εικόνα 34), μικρότερη σχισμή έχει ως αποτέλεσμα πιο "κυκλικά" περιθλασμένα κύματα.



Εικόνα 37: Πορεία επίπεδου κύματος σε περίθλαση μέσα από σχισμή και αποτύπωση της σε οθόνη, καθώς και η ένταση του μοτίβου περίθλασης με τα αντίστοιχα μέγιστα και ελάχιστα. (Προσαρμοσμένη Εικόνα από [20]).

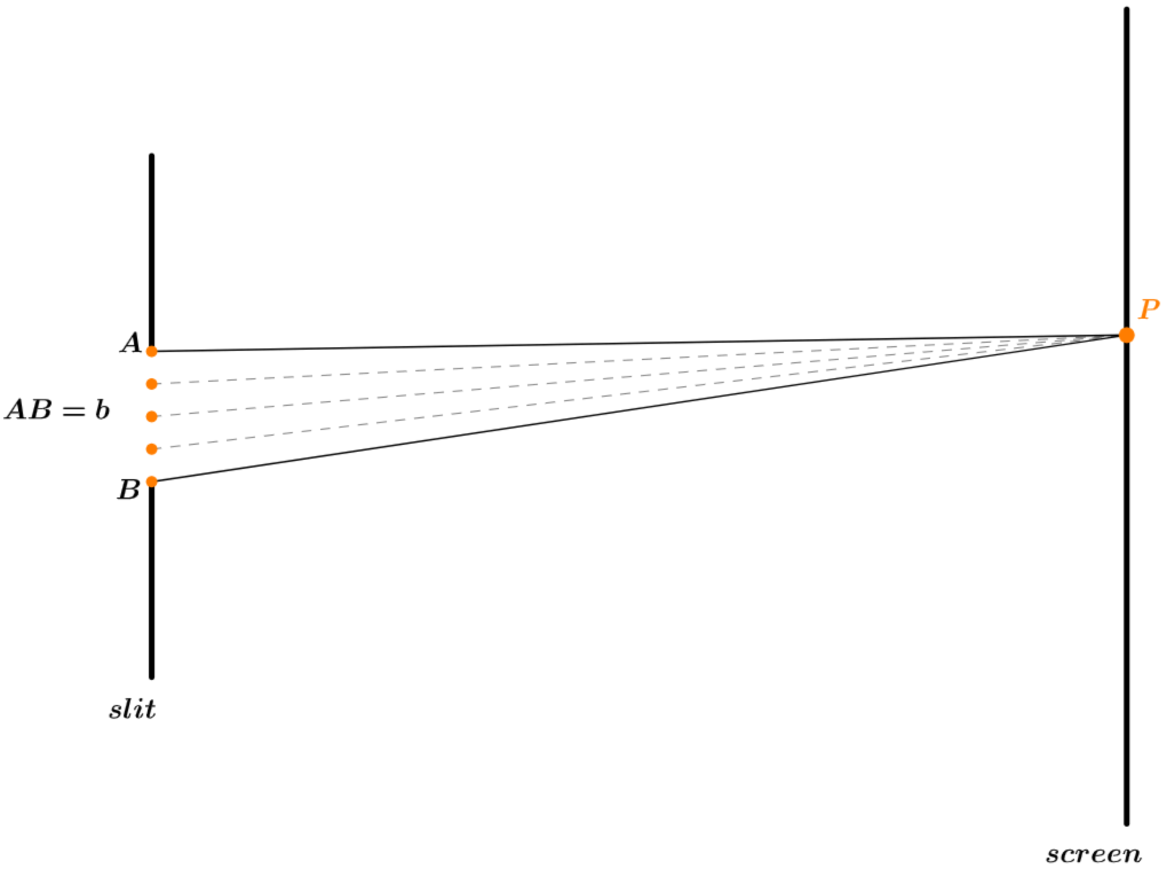
Έστω ότι τοποθετούμε μια οθόνη σε μια απόσταση από τη σχισμή (Εικόνα 37). Σε αυτήν την περίπτωση, αυτό που θα παρατηρήσουμε στην οθόνη είναι ένα μοτίβο περίθλασης, το οποίο προκύπτει ως αποτέλεσμα συμβολής των διαφόρων κυματίων. Στην Εικόνα 37 φαίνεται το προκύπτον μοτίβο. Έχουμε μια κεντρική συνιστώσα μεγίστου και όσο απομακρυνόμαστε από το κέντρο, η συνιστώσα μειώνεται μέχρι να φτάσει στο τοπικό ελάχιστο. Στη συνέχεια, καταλήγει ξανά σε τοπικό μέγιστο, πολύ μικρότερο του κεντρικού και αυτή η εναλλαγή μεγίστου-ελαχίστου-μεγίστου επαναλαμβάνεται για την έκταση της αποτύπωσης. Στην πραγματικότητα, για την περίπτωση της σχισμής, η ένταση του μοτίβου, ακολουθεί μια *sinc* κατανομή (βλέπε Εικόνα 9).

Ο λόγος που δημιουργούνται μέγιστα και ελάχιστα, δηλαδή έντονα και σκούρα σημεία στην οθόνη, είναι ο τρόπος με τον οποίο συμβάλλουν τα κυμάτια. Τα κυμάτια ταξιδεύουν μέχρι την απόσταση της οθόνης με ευθύγραμμη πορεία. Η Εικόνα 38 παρουσιάζει την απόσταση των σημειακών πηγών στο ύψος της σχισμής από το κεντρικό σημείο P της οθόνης. Χάριν ευκολίας και κατανόησης, φαίνονται 5 σημεία της σχισμής, ενώ στην πραγματικότητα υπάρχουν άπειρα. Για το κεντρικό σημείο της οθόνης P, τα 2 ακριανά κυμάτια (από σημεία A και B της σχισμής) θα διανύσουν την ίδια απόσταση μέχρι να φτάσουν στην οθόνη. Τα υπόλοιπα ενδιάμεσα σημεία θα διανύσουν επίσης σχεδόν ίση ή ίση απόσταση με αυτά. Έτσι, τα κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά, και ως αποτέλεσμα έχουμε την μεγάλη περιοχή μεγίστου στο κέντρο. Όσο απομακρυνόμαστε από το κέντρο της οθόνης, τα διαφορετικά κύματα διανύουν διαφορετικές αποστάσεις μέχρι το σημείο της οθόνης.

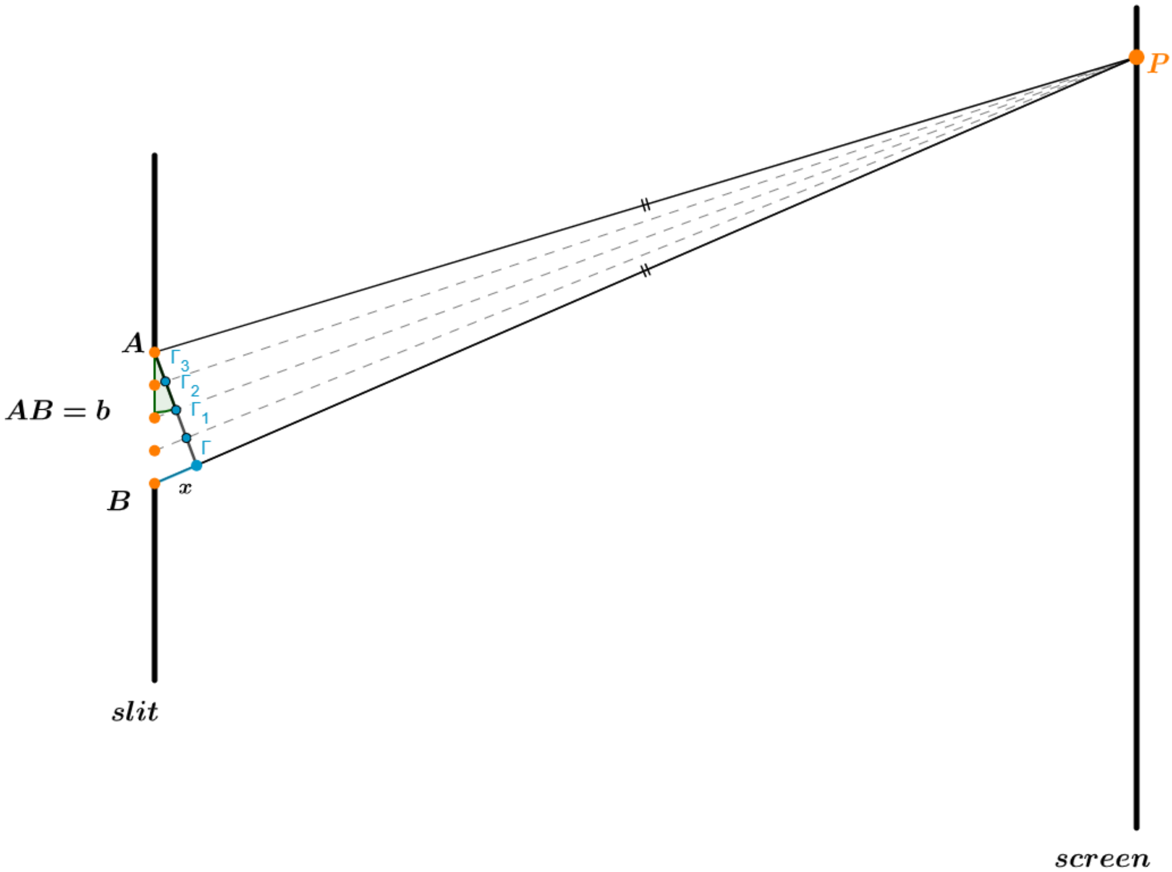


Εικόνα 38: Πορεία κυματίων σχισμής AB προς σημείο P στο κέντρο της οθόνης παρατήρησης της περίθλασης. Φαίνονται 5 σημεία εκκίνησης κατά μήκος της σχισμής AB.

Στην Εικόνα 39, το σημείο P είναι πιο πάνω από τη μέση. Η απόσταση του σημείου A από το σημείο P είναι η ελάχιστη συγκριτικά με τα άλλα, με τα πιο κάτω σημεία της σχισμής να διανύουν όλο και μεγαλύτερη απόσταση για το σημείο P. Έτσι, τα κύματα συμβάλλουν με διαφορετικές φάσεις και η συμβολή είναι λιγότερη ισχυρή. Σε κάποιο σημείο P της οθόνης, το οποίο βρίσκεται πιο πάνω από το κεντρικό, τα κυμάτια συμβάλλουν αποσβεστικά και για αυτό εμφανίζονται τα ελάχιστα/σκούρα τμήματα. Το σημείο στο οποίο γίνεται πρώτη φορά αυτό, είναι το σημείο στο οποίο τα δύο ακριανά κυμάτια (τα οποία ξεκινούν από σημεία A και B της σχισμής) θα έχουν διαφορά απόστασης από το σημείο P ίση με λ [17]. Η διαφορα αυτή σημειώνεται ως x στην εικόνα 40. Η γωνία που σχηματίζεται είναι η γωνία θ, και για $x = \lambda$, $\theta = \theta_1$ (Εικόνα 41).



Εικόνα 39: Πορεία κυματίων σχισμής AB προς σημείο P ελαφρώς υψηλότερα από το κέντρο της οθόνης παρατήρησης της περίθλασης. Φαίνονται 5 σημεία εκκίνησης κατά μήκος της σχισμής AB.



Εικόνα 40: Πορεία κυματίων σχισμής ΑΒ προς σημείο P υψηλότερα από το κέντρο της οθόνης παρατήρησης της περίθλασης. Φαίνονται 5 σημεία εκκίνησης κατά μήκος της σχισμής ΑΒ, η διαφορά μήκους μονοπατιού των δυο ακριανών σημείων x και τα σημεία που τέμνει τα ευθύγραμμα μονοπάτια η ευθεία ΑΓ.

Ισχύει ο τύπος:

$$sin\theta_1 = \frac{x}{b} \Rightarrow x = sin\theta_1 \cdot b$$

Όταν λοιπόν ισχύει x = λ:

$$\lambda = sin\theta_1 \cdot b$$

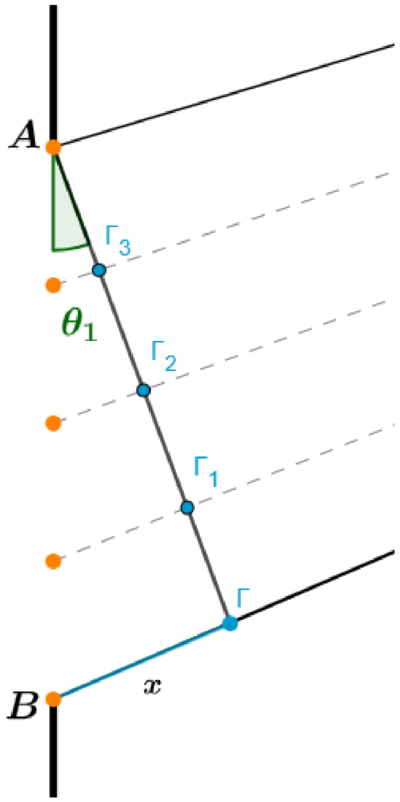
Η διαφορά απόστασης *x'* για ένα κυμάτιο από το μέσο σημείο της σχισμής, δηλαδή $\frac{b}{2}$, θα είναι:

$$x' = sin\theta_1 \cdot \frac{b}{2} \Rightarrow x' = \frac{\lambda}{2}$$

Το μεσαίο κυμάτιο αργεί κατά *λ/2* να φτάσει στο σημείο P συγκριτικά με το κορυφαίο κυμάτιο (από σημείο Α), κι έτσι υπάρχει ακυρωτική συμβολή. Αντίστοιχα, ένα κυμάτιο που ξεκινάει από σημείο λίγο κάτω από το κορυφαίο σημείο, ακυρώνεται από ένα σημείο λίγο κάτω από τη μέση. Με αυτόν τον τρόπο, κατά μήκος της σχισμής θα δημιουργηθούν ακυρωτικά ζεύγη κυματίων κι έτσι στην οθόνη θα αποτυπωθεί το ελάχιστο που βλέπουμε. Μάλιστα, τα ελάχιστα σημεία θα εμφανιστούν για:

$$b \cdot sin\theta_m = m \cdot \lambda,$$

όπου $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$



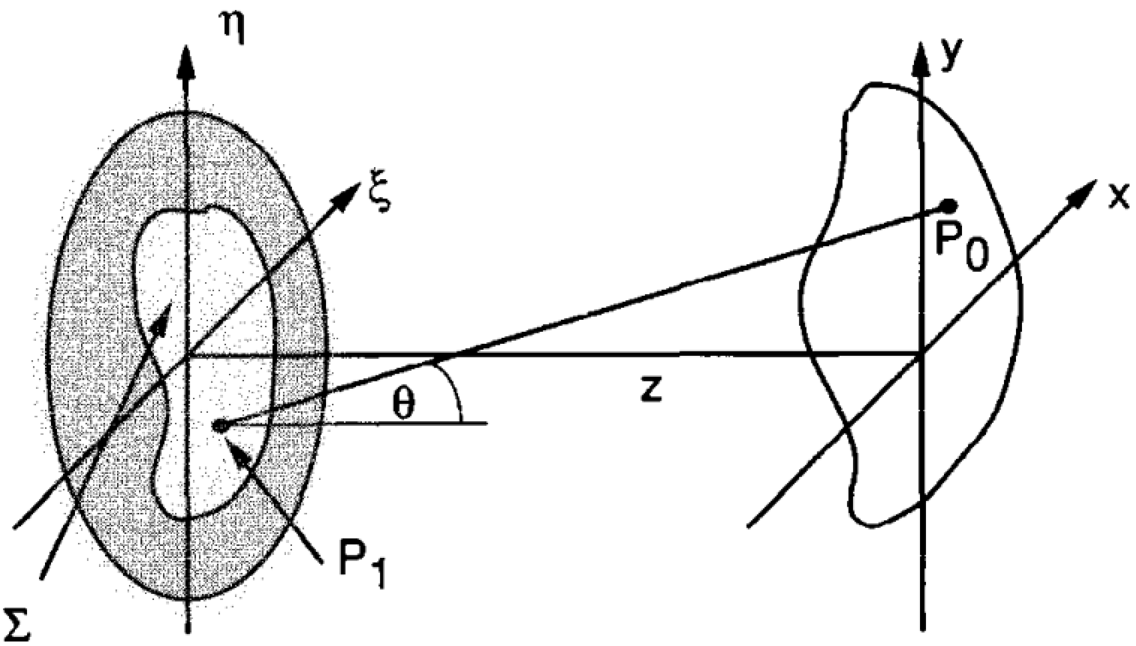
Εικόνα 41: Γωνία θ_1 *απέναντι από τη διαφορα μονοπατιού x = λ. Φαίνονται 5 σημεία εκκίνησης κατά μήκος της σχισμής AB, η διαφορά μήκους μονοπατιού των δυο ακριανών σημείων x και τα σημεία που τέμνει τα ευθύγραμμα μονοπάτια η ευθεία ΑΓ.*

Αν το σημείο P απομακρυνθεί ακόμα πιο πολύ από το κέντρο, η γωνία *θ* θα μεγαλώσει και σε ένα μεταγενέστερο σημείο, τα κυμάτια θα συμβάλλουν κυρίως ενισχυτικά, δημιουργώντας ένα δεύτερο, αλλά πολύ ασθενέστερο, τοπικό μέγιστο [17].

2.3.2 Περίθλαση μακρινού πεδίου/ Fraunhofer

Έστω ότι ένα διάφραγμα Σ στο επίπεδο *(ξ,η)* προκαλεί περίθλαση σε ένα οπτικό κύμα. Επιθυμούμε να μελετήσουμε το προκύπτον κύμα στο επίπεδο *(x,y)*, το οποίο είναι παράλληλο με το *(ξ,η)* και σε απόσταση *z* από αυτό. Ο άξονας *z* περνάει από τα κέντρα και των δύο επιπέδων. Το επίπεδο *(x,y)* είναι το πεδίο παρατήρησης και μπορεί να αποτελεί μια οθόνη στην οποία προβάλλουμε την περίθλαση, όπως εξετάσαμε παραπάνω.

Έστω λοιπόν ότι εξετάζουμε ένα σημείο P_0 του επιπέδου *(x,y)* κι ένα σημείο P_1 του διαφράγματος. Το ευθύγραμμο τμήμα, που τα ενώνει, ονομάζεται r_{01} και η γωνία, που σχηματίζει το τμήμα αυτό με τον ορίζοντα, είναι *θ*.



Εικόνα 42: Σχεδιάγραμμα περιγραφής περίθλασης φωτός από διάφραγμα στο επίπεδο (ξ,η) και προβολή του σε παράλληλο επίπεδο (x,y). (Προσαρμοσμένη Εικόνα από [2]).

Παρακάτω φαίνεται η αρχή Huygens-Fresnel μαθηματικά, με βάση τη διάταξη του σχήματος της Εικόνας 42 :

$$U(P_0) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U(P_1) \cdot \frac{exp(jkr_{01})}{r_{01}} cos\theta \, ds$$

Μη εμποδιζόμενα σημεία είναι τα σημεία του διαφράγματος, τα οποία δημιουργούν σφαιρικά κύματα της μορφής :

$$\frac{exp(jkr_{01})}{r_{01}}, \text{ όπου } k\text{: κυματαριθμός } = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Αυτά είναι ανάλογα με το πεδίο σε κάθε σημείο του διαφράγματος $U(P_1)$. Το προκύπτον πεδίο $U(P_0)$ είναι η υπέρθεση αυτών, δηλαδή το ολοκλήρωμα στον χώρο του διαφράγματος Σ .

$$\boxed{U(P_0) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U(P_1) \frac{exp(jkr_{01})}{r_{01}} cos\theta \, ds}$$

Ισχύει επίσης ότι :

$$cos\theta = \frac{z}{r_{01}}$$

$$r_{01} = \sqrt{z^2 + (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$$

Τελικά, η αρχή Huygens-Fresnel γράφεται:

$$\boxed{U(x, y) = \frac{z}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U(\xi, \eta) \frac{exp(jkr_{01})}{r_{01}^2} d\xi \, d\eta}$$

Για τον ευκολότερο υπολογισμό των αποτελεσμάτων της περίθλασης, εισάγεται η προσέγγιση Fresnel (Fresnel approximation) για την απόσταση r_{01} μεταξύ P_0 και P_1 [2].
Χρησιμοποιώντας τον παρακάτω τύπο ανάλυσης σε άθροισμα:

$$\sqrt{1 + b} = 1 + \frac{1}{2}b + \frac{1}{8}b^2 + \dots$$

κάνουμε προσέγγιση της ρίζας ως εξής:

$$r_{01} = z\sqrt{1 + (\frac{x-\xi}{z})^2 + (\frac{y-\eta}{z})^2}$$

$$r_{01} \approx z\,[1 + \frac{1}{2}(\frac{x-\xi}{z})^2 + \frac{1}{2}(\frac{y-\eta}{z})^2]$$

Ο όρος r_{01} εμφανίζεται δις στην αρχή Huygens-Fresnel, ως συντελεστής της εκθετικής και ως παρονομαστής. Το σφάλμα για την προσέγγιση του όρου r_{01}^2 στον παρονομαστή με μόνο ένα όρο του αθροίσματος (δηλαδή κρατώντας μόνο τον όρο *z*) είναι σχετικά μικρό και αποδεκτό. Αντιθέτως, στην εκθετική, το r_{01} πολλαπλασιάζεται με τον κυματαριθμο *k*. Στο οπτικό φάσμα, ο κυματαριθμός είναι πολύ μεγάλος κι έτσι το σφάλμα, το οποίο με τη σειρά του μεταφέρεται στη φάση και άρα στην εκθετική, δεν είναι αποδεκτό. Αλλαγή της τάξης ενός κλάσματος του ακτινίου, αλλάζει σημαντικά την τιμή της εκθετικής [2].

Τελικά, για το r_{01} στον παρονομαστή:

$$r_{01}^{\ 2} \approx z^2$$

και για τον όρο r_{01} στην εκθετική:

$$exp(jkr_{01}) \approx exp(jkz) \cdot exp\{\frac{jk}{2z}[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]\}$$

Μετά από τη προσέγγιση Fresnel έχουμε:

$$\boxed{U(x,y) = \frac{exp(jkz)}{j\lambda z} \int_{-\infty}^{+\infty}\int U(\xi,\eta)\, exp\{\frac{jk}{2z}[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]\}\, d\xi\, d\eta}$$

Ακόμα μια μορφή της παραπάνω εξίσωσης μπορεί να είναι η:

$$\boxed{U(x,y) = \frac{e^{(jkz)}}{j\lambda z} e^{\frac{jk}{2z}[x^2 + y^2]} \int_{-\infty}^{+\infty}\int \{U(\xi,\eta) e^{(\frac{jk}{2z}[\xi^2 + \eta^2])}\} \cdot exp\{-\frac{jk}{2z}[x\xi + y\eta]\}\, d\xi\, d\eta}$$

Το παραπάνω είναι, πέραν των παραγόντων, ο FT της κατανομής του Διαφράγματος επί μια εκθετική τετραγωνικής φάσης [2].

Και στις δύο περιπτώσεις μιλάμε για το ολοκλήρωμα της περίθλασης Fresnel (Fresnel diffraction integral). Όταν ισχύουν οι προσεγγίσεις Fresnel, το πεδίο παρατήρησης βρίσκεται στην περιοχή της περίθλασης Fresnel (Fresnel diffraction) ή στο κοντινό πεδίο (near-field) του διαφράγματος.

Η συνθήκη, που πρέπει να πληρείται σε αυτές τις περιπτώσεις (Fresnel approximation), είναι η παρακάτω. Μέσω αυτής εξασφαλίζεται ότι ο τρίτος όρος του αθροίσματος $\frac{1}{8}b^2$ πολλαπλασιαζόμενος με τον κυματαριθμο k στην εκθετική, έχει αθροιστική επίδραση μικρότερη του 1 ακτινίου.

$$z^3 >> \frac{\pi}{4\lambda}[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]^2_{max}$$

Για παράδειγμα, για κυκλική οπή διάστασης 1 cm, κυκλικό πεδίο παρατήρησης διάστασης 1 cm και $\lambda=0.5$ μm, η συνθήκη δίνει $z >> 25$ cm. Στην πραγματικότητα όμως, η προσέγγιση Fresnel λειτουργεί αρκετά καλά για αποστάσεις κοντά στο διάφραγμα. Η συνεισφορά του όρου του αθροίσματος δε χρειάζεται να είναι οπωσδήποτε μικρή, αλλά ασήμαντη στην αλλαγή του αποτελέσματος του ολοκληρώματος.

Μια ακόμα πιο αυστηρή συνθήκη που μπορούμε να εισάγουμε στο πρόβλημα της περίθλασης είναι η προσέγγιση Fraunhofer (Fraunhofer approximation). Η συνθήκη για να ισχύει η προσέγγιση αυτή είναι ο παράγοντας της εκθετικής τετραγωνικής φάσης ($\frac{jk}{2z}[\xi^2 + \eta^2]$) να είναι πολύ μικρότερος της μονάδας. Η συνθήκη για την απόσταση του πεδίου *(x,y)* καταλήγει να είναι:

$$z >> \frac{k}{2}(\xi^2 + \eta^2)_{max}$$

Μια εναλλακτική συνθήκη είναι ο τύπος σχεδίασης κεραιών (antenna designer's formula), βάσει του οποίου, για διάφραγμα μέγιστης διάστασης *D*, το πεδίο Fraunhofer βρίσκεται σε αποστάσεις για τις οποίες ισχύει:

$$z > \frac{2D^2}{\lambda}$$

Αν λάβουμε υπόψη τα παραπάνω, για μια περίπτωση όπου το μήκος κύματος είναι $\lambda = 0.6$ μm και το πάχος του διαφράγματος είναι *2.5 cm*, τότε οι δυο συνθήκες δίνουν αντίστοιχα:

$$z >> 1600\, m$$
$$z > 2000\, m$$

Και πάλι, στην πραγματικότητα, οι συνθήκες ικανοποιούνται σε μια πληθώρα σημαντικών προβλημάτων, ενώ μπορεί να ισχύσουν και σε κοντινότερες αποστάσεις [2].

Σε αυτήν την περίπτωση βρισκόμαστε στην περιοχή της περίθλασης Fraunhofer (Fraunhofer diffraction) ή στο μακρινό πεδίο (far-field). Ο τύπος για την περίθλαση μακρινού πεδίου/ Fraunhofer είναι ο εξής [2]:

$$\boxed{U(x,y) = \frac{e^{(jkz)}}{j\lambda z} e^{\frac{jk}{2z}(x^2+y^2)} \int_{-\infty}^{+\infty}\int U(\xi,\eta)\, exp\{-\frac{j2\pi}{\lambda z}[x\xi + y\eta]\}\, d\xi\, d\eta}$$

Στην ουσία, πέραν των παραγόντων εκτός του ολοκληρώματος, ο παραπάνω τύπος είναι πλέον ο FT της κατανομής του Διαφράγματος για συχνότητες:

$$f_x = \frac{x}{\lambda z},\ f_y = \frac{y}{\lambda z}$$

Παρακάτω παρατίθενται κάποια παραδείγματα μοτίβων FD:

i) Περίθλαση από ορθογώνια οπή:

Για κάθετα προσπίπτον, μονοχρωματικό και επίπεδο κύμα σταθερού πλάτους, η κατανομή οπής είναι:

$$U(\xi, \eta) \ = \ rect(\frac{\xi}{2w_x}) \ \cdot \ rect(\frac{\eta}{2w_y})$$

όπου w_x και w_y είναι το μισό του μήκους του οπής στους άξονες *ξ* και *η* αντίστοιχα.
Έτσι ο τύπος της FD μας δίνει:

$$U(x, y) \ = \ \frac{e^{(jkz)}}{j\lambda z} e^{\frac{jk}{2z}(x^2 + y^2)} F\{U(\xi, \eta)\} \,|_{f_x = \frac{x}{\lambda z},\ f_y = \frac{y}{\lambda z}}$$

Ανατρέχοντας στο Κεφάλαιο 2.1, ο FT μιας rect συνάρτησης, πλάτους *A* και διάρκειας *T* είναι:

$$F[A rect(\frac{t}{T})] \ = \ AT sinc(kT)$$

Εν προκειμένω, το πλάτος των δύο τετραγωνικών χωρικών παλμών είναι 1 και η διάρκεια τους $2w_x$ και $2w_y$. Επομένως:

$$F\{U(\xi, \eta)\} \ = \ 4w_x w_y \ sinc(2w_x f_x) \, sinc(2w_y f_y)$$

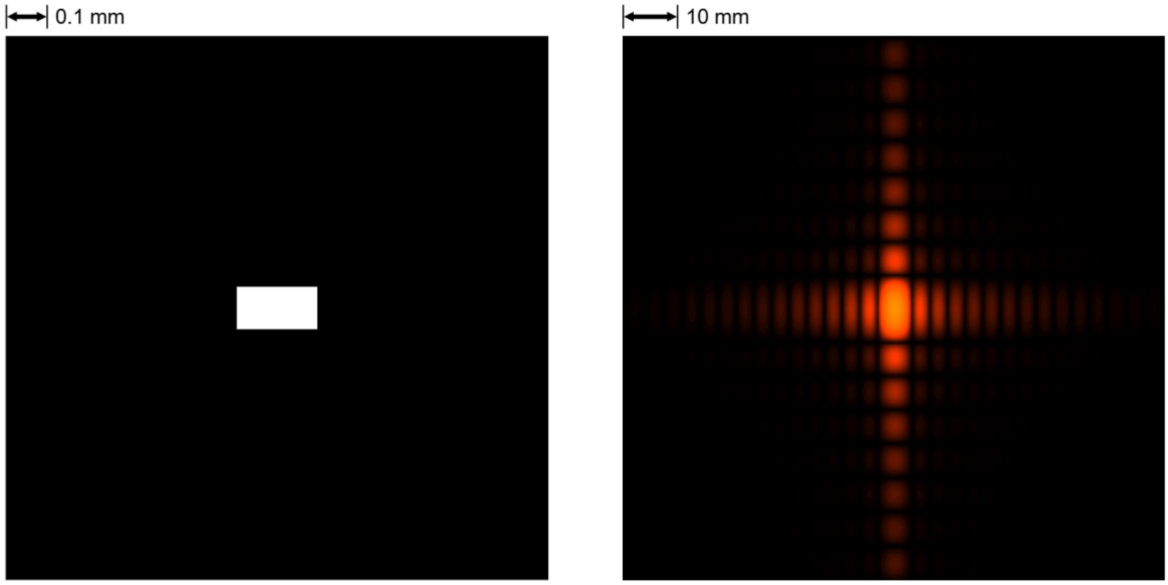
Τελικά το πεδίο είναι:

$$U(x, y) \ = \ \frac{e^{(jkz)}}{j\lambda z} e^{\frac{jk}{2z}(x^2 + y^2)} 4w_x w_y \ sinc(\frac{2w_x x}{\lambda z}) \, sinc(\frac{2w_y y}{\lambda z})$$

και η ένταση (τετράγωνο του πλάτους του πεδίου):

$$I(x, y) \ = \ (4w_x w_y)^2 \, sinc^2(\frac{2w_x x}{\lambda z}) \, sinc^2(\frac{2w_y y}{\lambda z})$$

Παρακάτω φαίνεται το μοτίβο περίθλασης για την εν λόγω σχισμή, για αναλογία $\frac{w_x}{w_y} \ = \ 2$, από το εργαλείο προσομοίωσης PhET.



Εικόνα 43: Εικόνα προσομοίωσης (προγράμματος PhET) περίθλασης μακρινού πεδίου φωτός laser με $\lambda = 630\ nm$ από ορθογώνια σχισμή με αναλογία $\frac{w_x}{w_y} = 2$. Η ορθογώνια σχισμή (αριστερά) και το μοτίβο περίθλασης (δεξιά) (Παράχθηκε με λογισμικό από [18]).

<u>ii) Περίθλαση από sine-wave grating:</u>

Έστω ότι έχουμε ένα sine-wave grating κατά μήκος του άξονα *ξ*. Για κάθετα προσπίπτον, μονοχρωματικό επίπεδο κύμα σταθερού πλάτους, η κατανομή του διαφράγματος είναι:

$$U(\xi, \eta) = \frac{1}{2} + \frac{m}{2} cos(2\pi f_0 \xi)$$

όπου *m*: παράγοντας διακύμανσης του πλάτους του κύματος από μέγιστο σε μέγιστο
και f_0 είναι η χωρική συχνότητα του grating.

Έτσι ο τύπος της FD μας δίνει:

$$U(x, y) = \frac{e^{(jkz)}}{j\lambda z} e^{\frac{jk}{2z}(x^2 + y^2)} F\{U(\xi, \eta)\} |_{f_x = \frac{x}{\lambda z},\ f_y = \frac{y}{\lambda z}}$$

Ανατρέχοντας στο Κεφάλαιο 2.1 για τον FT μιας *cos* συνάρτησης, θα έχουμε:

$$F\{U(\xi, \eta)\} = \frac{1}{2}\delta(f_x, f_y) + \frac{m}{4}\delta(f_x - f_0, f_y) + \frac{m}{4}\delta(f_x + f_0, f_y)$$

Τελικά το πεδίο είναι:

$$U(x, y) = \frac{e^{(jkz)}}{j\lambda z} e^{\frac{jk}{2z}(x^2 + y^2)} [\frac{1}{2}\delta(f_x, f_y) + \frac{m}{4}\delta(f_x - f_0, f_y) + \frac{m}{4}\delta(f_x + f_0, f_y)]$$

Στην πραγματικότητα, το αποτύπωμα θα είναι μια κεντρική συνιστώσα, και δυο εκατέρωθεν της μέσης στο x άξονα σε απόσταση f_0, κάτι το οποίο έχουμε αποδείξει και στο Κεφάλαιο 2.2.

2.4 Φυσική των laser

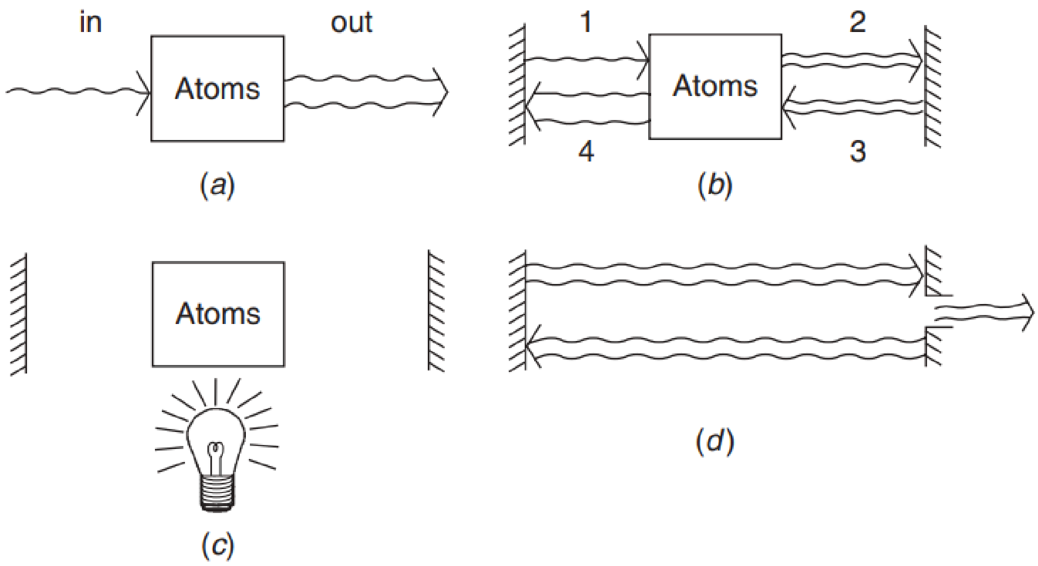
Το όνομα laser προκύπτει ως ακρωνύμιο της φράσης Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation, δηλαδή ενίσχυση φωτός με εξαναγκασμένη εκπομπή ακτινοβολίας. Στην πραγματικότητα, το παραπάνω περιγράφει την αρχή λειτουργίας της συσκευής. Τα laser χρησιμοποιούνται ως πηγές φωτός, αλλά και με άλλους τρόπους, εκπέμποντας συμφασικό, μονοχρωματικό φως με στενές δέσμες, το οποίο διαδίδεται σε συγκεκριμένη κατεύθυνση. Οι παραπάνω ιδιότητές του, το καθιστούν ιδανικό για την εν λόγω εργασία. Τα laser αξιοποιούνται ευρέως στη σύγχρονη εποχή και τα συναντάμε τόσο σε εφαρμογές και συσκευές, όπως ο σκληρός δίσκος ή η ολογραφία, αλλά και στις οπτικές επικοινωνίες, στην αστροφυσική και στην ιατρική. Τα laser βασίζονται σε 4 βασικά στοιχεία:

a) Ύπαρξη ενεργού μέσου/μέσου ενίσχυσης (active/gain medium), το οποίο ενισχύει το οπτικό σήμα που το διαπερνά,

b) Ύπαρξη οπτικής κοιλότητας (cavity), μέσα στην οποία περικλείεται το ενεργό μέσο, η οποία είναι ανακλαστική και έτσι διατηρεί το ενισχυμένο οπτικό σήμα εντός της, ενισχύοντάς το περαιτέρω,

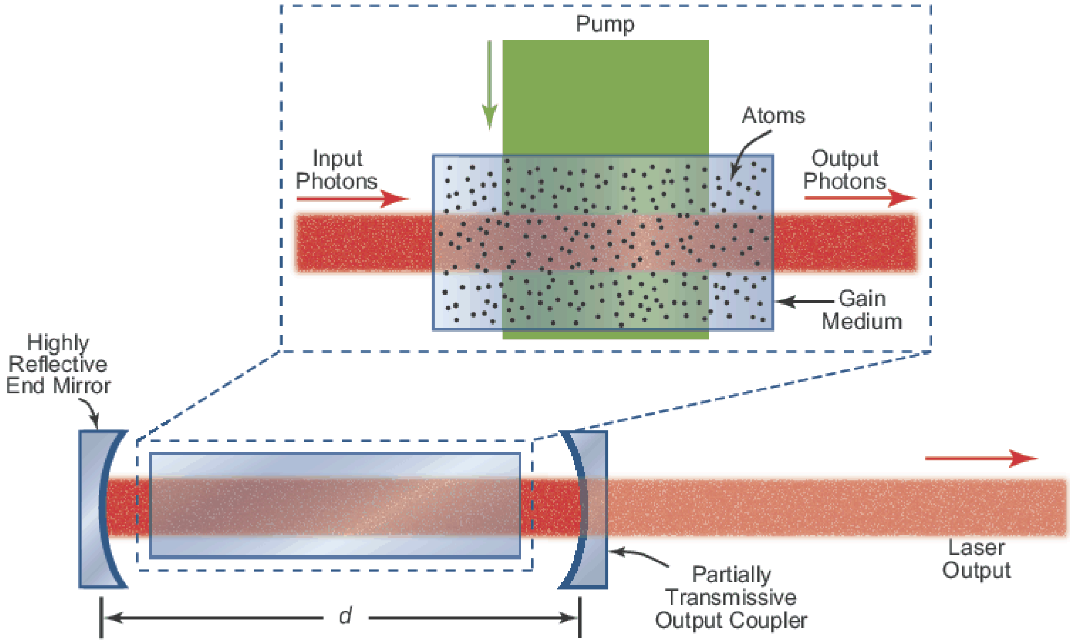
c) Ύπαρξη πηγής εισροής ενέργειας στο σύστημα, ώστε να είναι δυνατή η ενίσχυση,

d) Τρόπος εξαγωγής της ενισχυμένης δέσμης φωτός.



Εικόνα 44: Τα 4 βασικά στοιχεία των laser (a) το ενεργό μέσο που ενισχύει το σήμα, (b) η οπτική κοιλότητα που ανακλά τα φωτόνια, (c) η είσοδος ενέργειας στο σύστημα, (d) η εξαγωγή της δέσμης φωτός (Εικόνα από [21]).

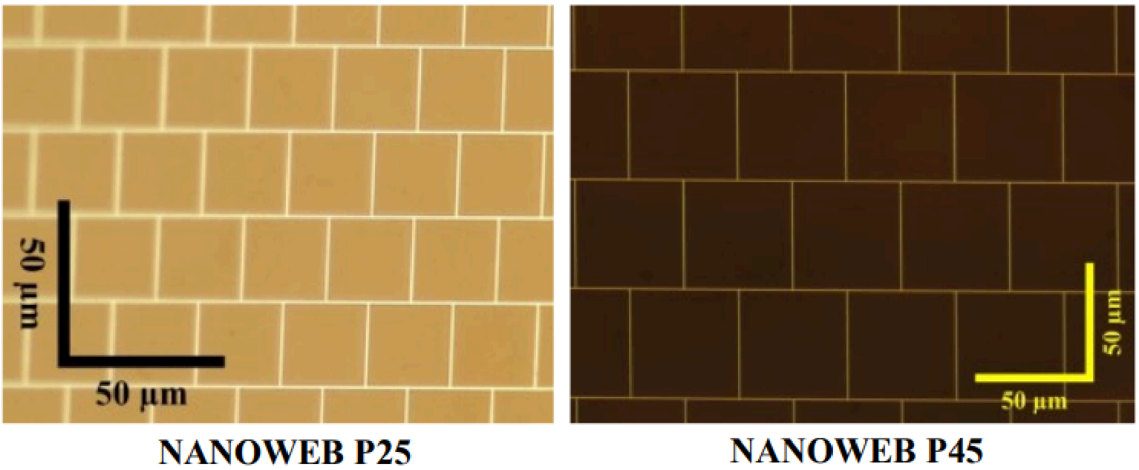
Η βασική κβαντομηχανική διαδικασία που λαμβάνει χώρα εντός του laser και της οπτικής κοιλότητας είναι η εξαναγκασμένη εκπομπή (Stimulated Emission). Ένα ηλεκτρόνιο έχει συγκεκριμένες ζώνες ενέργειας και τροχιές γύρω από τον πυρήνα του ατόμου. Όταν το άτομο προσλάβει ενέργεια μέσω της απορρόφησης (absorption), μεταβαίνει στην διεγερμένη κατάσταση. Το πλεόνασμα της ενέργειας σύντομα θα εκπεμφθεί, όταν το άτομο αποδιεγερθεί, συχνά με την εκπομπή ενός φωτονίου. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται αυθόρμητη εκπομπή (spontaneous emission). Ωστόσο, όταν ένα διεγερμένο άτομο έρθει σε επαφή με ένα προσπίπτον φωτόνιο, τότε το πλεόνασμα της ενέργειας μετατρέπεται σε ένα φωτόνιο πανομοιότυπο με το προσπίπτον, δηλαδή με ίδια συχνότητα, κατεύθυνση, πόλωση και φάση. Αυτό το φαινόμενο αποτελεί την εξαναγκασμένη εκπομπή. Συνολικά, η εισροή ενέργειας στην οπτική κοιλότητα δημιουργεί φωτόνια τα οποία αντιδρούν με τα άτομα του ενεργού μέσου. Αν τα άτομα είναι στη θεμελιώδη κατάσταση, τότε μπορεί να διεγερθούν, είτε λόγω της πηγής ενέργειας, είτε λόγω των φωτονίων που έχουν δημιουργηθεί στην κοιλότητα. Αν τα άτομα είναι στη διεγερμένη κατάσταση, τότε είτε θα συμβεί αυθόρμητη εκπομπή, είτε εξαναγκασμένη, είτε το πλεόνασμα ενέργειας θα απορριφθεί με άλλον τρόπο. Το στοίχημα, που πρέπει να κερδιθεί σε μια τέτοια συσκευή, είναι η εξαναγκασμένη εκπομπή να υπερισχύει των άλλων διαδικασιών. Όταν λοιπόν, ένα άτομο υποστεί εξαναγκασμένη εκπομπή, τότε το αρχικό φωτόνιο διπλασιάζεται, διατηρώντας τα χαρακτηριστικά του. Στη συνέχεια, τα φωτόνια ανακλώνται στην οπτική κοιλότητα, μέχρι να έρθουν ξανά σε επαφή με τα διεγερμένα άτομα κι έτσι τα συμφασικά φωτόνια να πολλαπλασιαστούν. Η μία από τις δύο επιφάνειες της κοιλότητας σχεδιάζεται με λιγότερη ανακλαστικότητα, έτσι ώστε όταν η δέσμη του φωτός γίνει ικανά ισχυρή, η επιφάνεια αυτή να διαπεραστεί και να λειτουργήσει ως έξοδος της δέσμης [21].



Εικόνα 45: Η εσωτερική λειτουργία ενός laser. Η ενέργεια από την πηγή (pump) αντιδρά με τα άτομα του μέσου. Η εξαναγκασμένη εκπομπή λόγω των φωτονίων, που ανακλώνται συνεχώς στις επιφάνειες, μέχρι να βρουν έξοδο στην επιφάνεια της μερικώς διαθλαστικής επιφάνειας (Εικόνα από[22]).

2.5 NANOWEB® / Διάφανες επιφάνειες με περιοδική μικροδομή

Στο πείραμα της εν λόγω εργασίας γίνεται χρήση λεπτών διάφανων επιφανειών με περιοδικές μικροδομές και, συγκεκριμένα, TCF. Η διαφάνεια του υλικού επιτρέπει στο φως να το διαπεράσει, ενώ η μικροδομή λειτουργεί σαν διάφραγμα (aperture) στο φως, δημιουργώντας μοτίβα περίθλασης στην οθόνη παρατήρησης. Το κύριο υλικό που χρησιμοποιείται είναι το NANOWEB® που προμηθευτήκαμε από την εταιρεία Meta Materials Inc. [23]. Το συγκεκριμένο υλικό αποτελείται από ένα διαφανές πλέγμα μεταλλικών νανοκαλωδίων, τοποθετημένα σε κατάλληλο υπόστρωμα. Τα καλώδια μπορούν να κατασκευαστούν από μέταλλα όπως άργυρος (Ag), αργίλιο (Al), λευκόχρυσο (Pt), χαλκό (Cu), ενώ το υπόστρωμα μπορεί να είναι γυαλί ή πλαστικό [23]. Το μοτίβο της μικροδομής, όπως φαίνεται από φωτογραφίες μικροσκοπίου [24], παρουσιάζεται στην Εικόνα 46. Οι χαρακτηριστικές παράμετροι του υλικού, που παρατηρούμε, βάσει δομής, είναι το pitch, δηλαδή η απόσταση μεταξύ των μεταλλικών καλωδίων και το width, δηλαδή το πάχος των μετάλλων. Το υλικό κατασκευάζεται σε διαφορετικές εκδοχές. Στην κατοχή μας έχουμε τα NANOWEB® P25, P45 και P90. Για τις πρώτες δύο εκδοχές, βάσει της φωτογραφίας και πηγών [24], συμπεραίνουμε ότι το pitch είναι ίσο με 25 και 45 μm για τα P25, P45 και υποθέτουμε ότι, αντίστοιχα, είναι 90 μm για το P90.

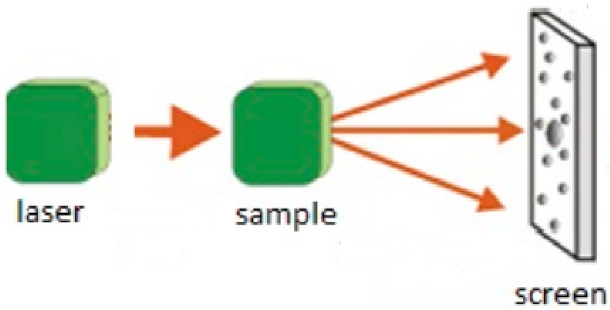


Εικόνα 46: Μικροδομή του NANOWEB® μέσα από εικόνες μικροσκοπίου: NANOWEB® P25 (αριστερά) και NANOWEB® P45 (δεξιά) (Εικόνα από [24]).

2.6 Βασική υπόθεση: Γιατί λειτουργεί το πείραμα

Το πείραμα είναι στην πραγματικότητα η διαπέραση laser μέσα από το διαφανές υλικό με μικροδομή και παρατήρηση της αποτύπωσης του στην οθόνη. Κατόπιν, λήψη φωτογραφίας της αποτύπωσης και πέρασμά της σε ηλεκτρονικό υπολογιστή, ώστε με ψηφιακά μέσα να πραγματοποιηθεί ανακατασκευή της αρχική μικροδομής. Το πείραμα στηρίζεται σε φαινόμενα που αναλύσαμε σε προηγούμενα κεφάλαια. Συγκεκριμένα, το κύριο φαινόμενο που λαμβάνει χώρα είναι η FD. Το αποτύπωμα στην οθόνη είναι ενδεικτικό της μικροδομής του υλικού, και ειδικότερα αποτελεί το πλάτος του δισδιάστατου FT της δομής του. Είναι εύλογο, λοιπόν, ερώτημα το αν είναι δυνατόν από την αποτύπωση αυτή να ανακατασκευαστεί, με την αντίστροφη διαδικασία, η μικροδομή του υλικού, έχοντας πετύχει έτσι μια εναλλακτική μικροσκοπία.

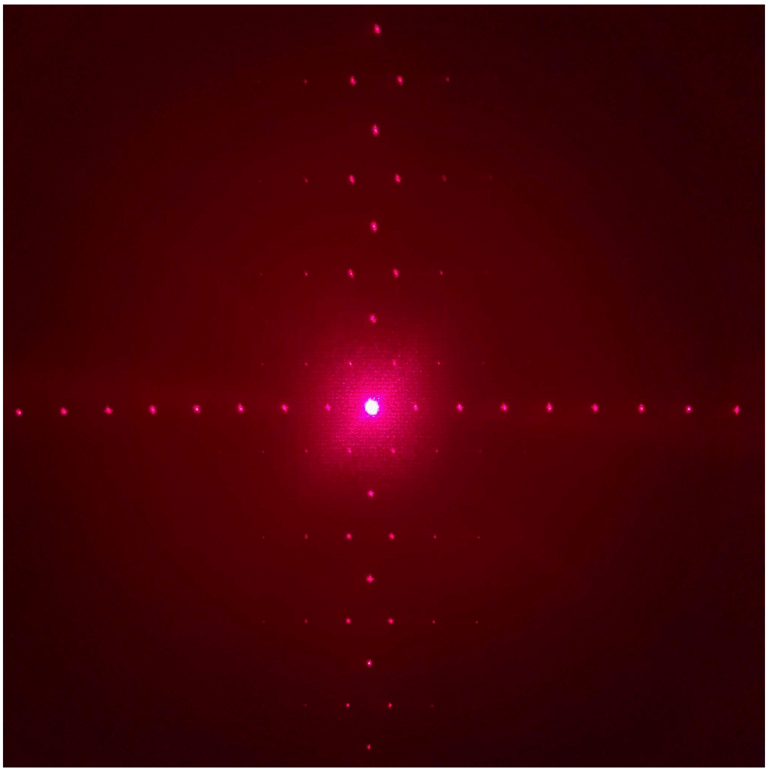
Η απλοποιημένη πειραματική διάταξη φαίνεται παρακάτω. Ένα συμβατικό laser του εμπορίου, που λειτουργεί με καλώδια, προηγείται ενός δείγματος NW και το αποτύπωμα προβάλλεται σε απομακρυσμένη οθόνη. Η αποτύπωση που παρατηρούμε στην οθόνη φαίνεται στην Εικόνα 48. Αν τώρα φτιάξουμε μια ιδεατή εικόνα της μικροδομής του NW, και πάρουμε τον FT της, τότε αυτό που θα παρατηρήσουμε είναι το ίδιο με το πειραματικό μας αποτέλεσμα (Εικόνα 49).



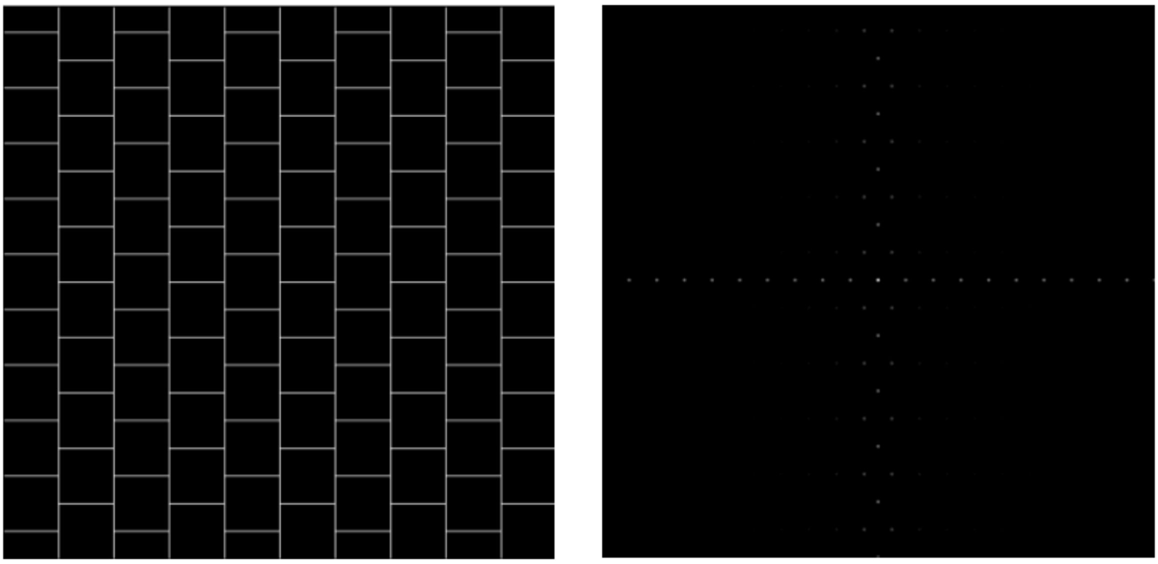
Εικόνα 47: Απλοποιημένη πειραματική διάταξη (Προσαρμοσμένη Εικόνα από [25]).

Καταλήγουμε λοιπόν στο συμπέρασμα ότι υπάρχει FD. Ας εξετάσουμε τις συνθήκες της περίθλασης για ένα δείγμα NW P45. Συμφωνα με τον τύπο σχεδίασης κεραιών, για να έχουμε FD, θα πρέπει η απόσταση του δείγματος από το πεδίο παρατήρησης (οθόνη) να ικανοποιεί τον παρακάτω περιορισμό:

$$z > \frac{2D^2}{\lambda}$$
$$D = 45\,\mu m,\ \lambda = 630\,nm$$
$$\Rightarrow z > 6,43\,mm$$

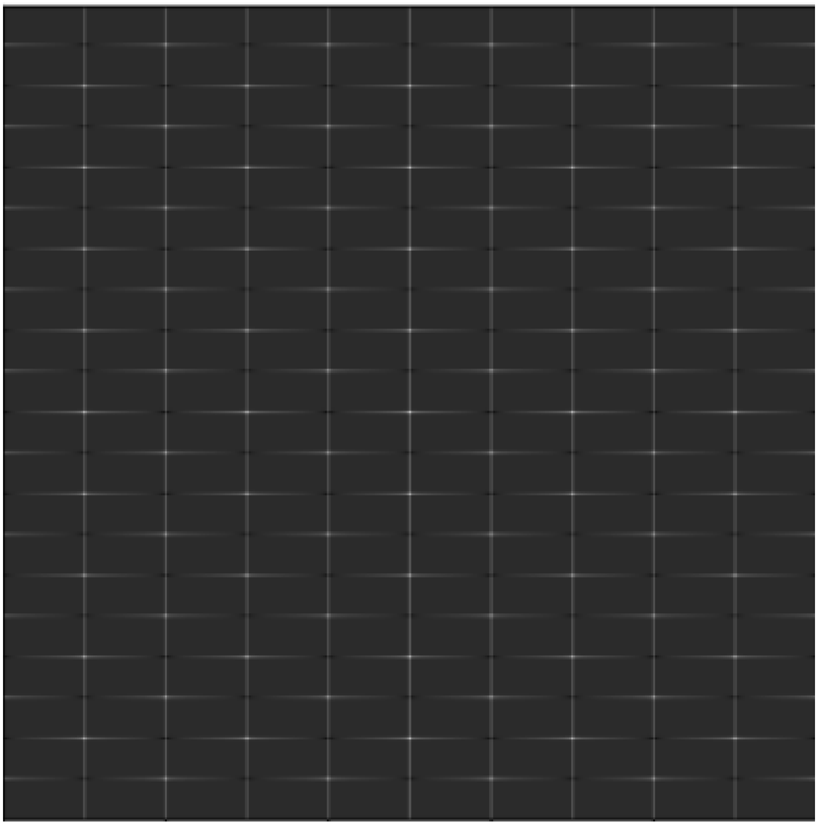


Εικόνα 48: Μοτίβο περίθλασης NW, όπως φαίνεται στην οθόνη παρατήρησης.



Εικόνα 49: Ιδανικό μοτίβο NW (αριστερά) και το πλάτος του FT του (δεξιά).

Παρατηρούμε ότι οι συνθήκες για FD για τη συγκεκριμένη περίπτωση είναι πολύ απλές και ικανοποιούνται εύκολα. Παρόμοιας ταξης περιορισμούς έχουμε και για τα άλλα pitches (P25, P90). Σημαντικό πρόβλημα, όμως, ανακύπτει στη δεύτερη φάση του πειράματος, δηλαδή στην ανακατασκευή της εικόνας. Κάνοντας αντίστροφο FT στην εικόνα του πλάτος (που είναι και αυτή που είναι διαθέσιμη ως αποτύπωση), οι πληροφορίες της φάσης αγνοούνται. Σε αυτήν την περίπτωση, η ανακατασκευή είναι ασυνεπής με την εικόνα του δείγματός μας (Εικόνα 50). Η ανακάλυψη αυτή μας ωθεί στο Πρόβλημα Φάσης, δηλαδή στην προσπάθεια ανάκτησης των πληροφοριών της φάσης του κύματος μέσω από τις πληροφορίες πλάτους που κατέχουμε. Αυτό το πρόβλημα και κάποιοι αλγόριθμοι λύσης του θα αναλυθούν στο επόμενο Κεφάλαιο.



Εικόνα 50: Ανακατασκευή της δομής του NW, μόνο μέσα από την εικόνα πλάτους του FT του.

2.7 Πρόβλημα Φάσης / Ανάκτηση φάσης με επαναληπτικούς αλγορίθμους

Υπάρχουν διαφόρων ειδών προσεγγίσεις για την αντιμετώπιση του προβλήματος φάσης, αλλά το Κεφάλαιο θα εστιάσει στις επαναληπτικές μεθόδους, οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν και για τις ανάγκες της εργασίας. Οι επαναληπτικές μέθοδοι κάνουν επαναλαμβανόμενα περάσματα από το πραγματικό πεδίο στο αντίστροφο μέσω FT και αξιοποίηση μετρήσεων ή γνωστών περιορισμών σε κάθε πεδίο για τη λύση του προβλήματος Φάσης [3]. Ανάλογα με το αν είναι διαθέσιμες μία ή δύο μετρήσεις έντασης, το πρόβλημα διατυπώνεται διαφορετικά. Στην περίπτωση των 2 μετρήσεων έντασης (μια στο πραγματικό και μία στο αντίστροφο πεδίο), τα σήματα *f(x,y) και F(v,w)* είναι μιγαδικά με μορφή:

$$f(x, y) = |f(x, y)| \cdot exp(j \cdot \eta(x, y))$$
$$F(v, w) = |F(v, w)| \cdot exp(j \cdot \psi(v, w))$$

Στόχος του αλγορίθμου είναι να ανακτηθεί η πληροφορία για κάποια φάση *η(x,y) / ψ(v,w)* από τις δύο μετρήσεις πλάτους *|f(x,y)| και |F(v,w)|* [3]. Στην περίπτωση της 1 μέτρησης έντασης (στο αντίστροφο πεδίο), το σήμα *F(v,w)* έχει μορφή:

$$F(v, w) = |F(v, w)| \cdot exp(j \cdot \psi(v, w))$$

Στόχος του αλγορίθμου αυτή τη φορά είναι να ανακτηθεί η πληροφορία για τη φάση *ψ(v,w)* ή για τη συνάρτηση *f(x,y)* από την μέτρηση πλάτους *|F(v,w)|* και από περιορισμούς στο πραγματικό πεδίο. Οι περιορισμοί που μπορούν να χρησιμοποιηθούν είναι ότι η *f(x,y)* είναι πραγματική και μη αρνητική , αλλά και η γνώση της διαμέτρου του αντικειμένου (support constraint), που συχνά είναι γνωστή λόγω της φύσης των προβλημάτων ή μέσω της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης (autocorrelation) του FT του αντικειμένου [3]. Τα προβλήματα που μεταχειριζόμαστε είναι προβλήματα Coherent diffractive imaging (CDI). Στα προβλήματα αυτά είναι διαθέσιμη μόνο η πληροφορία της έντασης του αντίστροφου πεδίου [4].

Οι περισσότεροι επαναληπτικοί αλγόριθμοι ανάκτησης φάσης (Iterative Phase Retrieval algorithms) βασίζονται στον αλγόριθμο Gerchberg-Saxton (GS), ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε προβλήματα με 2 μετρήσεις έντασης [4]. Αλγόριθμοι που βασίζονται και γενικεύουν τον GS για χρήση σε προβλήματα με 1 μέτρηση εντασης είναι οι Error Reduction (ER), Input-Output, Hybrid Input-Output και Shrinkwrap [3],[4]. Παρακάτω αναλύονται οι προαναφερθέντες αλγόριθμοι:

i) <u>Gerchberg-Saxton (GS):</u>
Ο αλγόριθμος ακολουθεί 4 βήματα, ξεκινώντας από μια προσέγγιση g_k της *f.* Σχηματικά τα βήματα παρουσιάζονται στην Εικόνα 51 [3].

Βήμα 1: FT της προσέγγισης της *f :*

$$G_k(v, w) = \left|G_k(v, w)\right| \cdot exp(j \cdot \varphi(v, w)) = F\{g_k(x, y)\}$$

Βήμα 2: Αντικατάσταση του πλάτους του FT της προσέγγισης με το μετρημένο πλάτος στο αντίστροφο πεδίο :

$$G_k'(v,w) = |F(v,w)| \cdot exp(j \cdot \varphi(v,w))$$

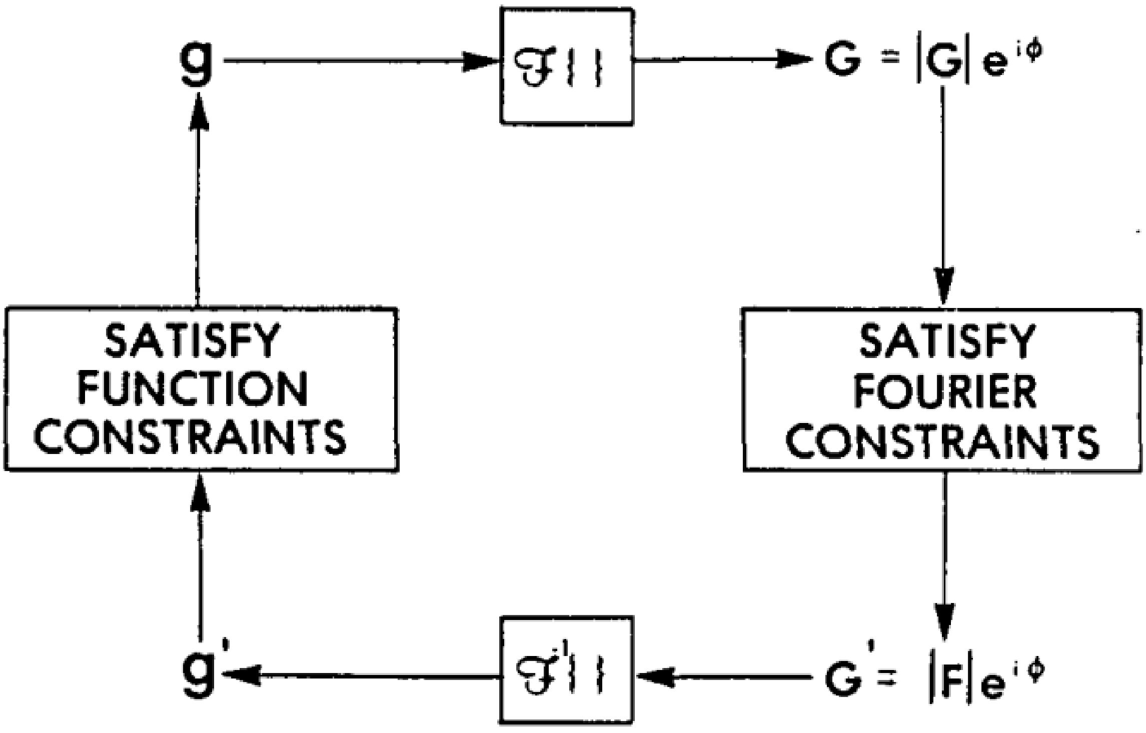
Βήμα 3: Διενέργεια Αντίστροφου FT στο παραπάνω:

$$g_k'(x,y) = \left|g_k'(x,y)\right| \cdot exp(j \cdot \theta_k'(x,y)) = F^{-1}\{G_k'(v,w)\}$$

Βήμα 4: Αντικατάσταση του πλάτους του αντίστροφου FT με το μετρημένο πλάτος στο πραγματικό πεδίο:

$$g_{k+1}(x,y) = |f(x,y)| \cdot exp(j \cdot \theta_{\kappa+1}(x,y)) = |f(x,y)| \cdot exp(j \cdot \theta_{\kappa}'(x,y))$$

όπου g_k, θ_k, φ, G_k' είναι προσεγγίσεις των *f*, *η*, *ψ* και *F* αντίστοιχα.



Εικόνα 51: Διάγραμμα του αλγορίθμου Gerchberg-Saxton (Εικόνα από [3]).

ii) <u>Error Reduction (ER):</u>
Ο ER αποτελεί γενίκευση του GS για προβλήματα με μία μέτρηση έντασης. Συνεπάγεται ότι τα πρώτα τρία βήματα του αλγορίθμου είναι τα ίδια, με μόνη διαφοροποίηση στο τέταρτο, εφόσον πλέον δεν έχουμε πληροφορία για το πλάτος στο πραγματικό πεδίο, αλλά γίνεται χρήση περιορισμού. Έτσι, το βήμα 4 για τον ER είναι η διενέργεια των ελάχιστων αλλαγών στη συνάρτηση g_k', ώστε να ικανοποιούνται οι περιορισμοί στο πραγματικό πεδίο. Αυτό σημαίνει,

διατήρηση της τιμής της συνάρτησης για τα σημεία στα οποία οι περιορισμοί τηρούνται και μηδενισμός της συνάρτησης παντού αλλού [3]. Μαθηματικά αυτό διατυπώνεται ως εξής:

$$g_{k+1}(x,y) = g_k'(x,y),\ if\ (x,y) \in \gamma \text{, και}$$
$$g_{k+1}(x,y) = 0,\ if\ (x,y) \notin \gamma$$

όπου γ είναι το σύνολο των σημείων στα οποία ικανοποιούνται οι περιορισμοί του πραγματικού πεδίου [4].

Στην πρώτη επανάληψη, για την προσέγγιση g_k της f, μπορεί να χρησιμοποιηθεί συνδυασμός της έντασης του FT με τυχαία φάση με τιμές στο διάστημα $-\pi$ εώς π ή μια τυχαία μιγαδική κατανομή επί τη γνωστή διάμετρο του αντικειμένου (εφόσον μπορεί να υπολογιστεί) [4].

Ο αλγόριθμος έχει πάρει το όνομα του από μια εσωτερική διαδικασία του, τη μείωση του παρακάτω τετραγωνικού σφάλματος. Με αυτή τη μετρική ελέγχεται και η σύγκλιση του αλγορίθμου [3].

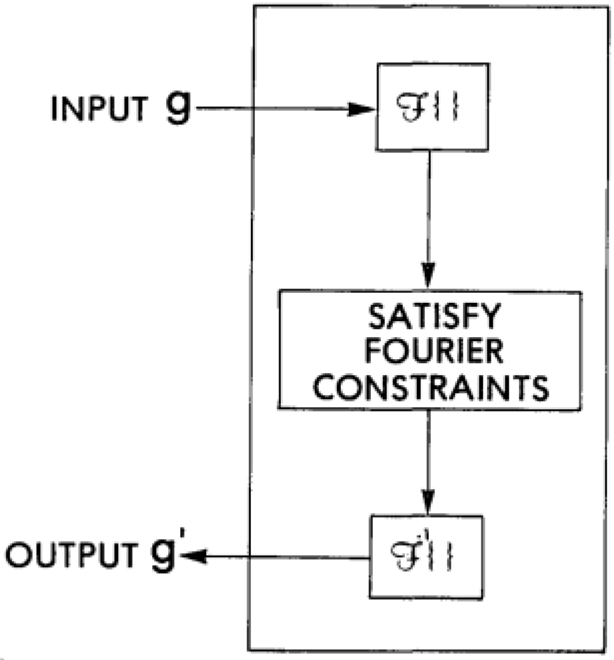
$$\mathrm{E}_{Fk}^{\ 2} = N^{-2} \sum_{u,w} [|G_k(v,w)| - |F(u,w)|]^2$$

Αυτό το σφάλμα υπολογίζεται για το αντίστροφο πεδίο και αποτελεί το άθροισμα των τετραγώνων των ποσοτήτων κατά τις οποίες παραβιάζονται οι περιορισμοί στο αντίστροφο πεδίο (ένταση πεδίου). Όταν το τετραγωνικό σφάλμα φτάσει στο μηδέν, ο αλγόριθμος έχει βρει λύση. Το σφάλμα αυτό μπορεί μόνο να παραμείνει ίδιο ή να μειωθεί. Στην πράξη, ο εν λόγω αλγόριθμος μειώνει το σφάλμα ταχέως για τις πρώτες επαναλήψεις και αργά στις επόμενες επαναλήψεις [3].

iii) Input-Output (IO)

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος ή, σαφέστερα, κλάση αλγορίθμων, αναπτύχθηκε για να καταπολεμήσει την αργή σύγκλιση του ER. Διαφοροποιείται από αυτόν μόνο στους περιορισμούς στο πραγματικό πεδίο. Μπορούμε να τον θεωρήσουμε ως ένα μη γραμμικό σύστημα με είσοδο *g* και έξοδο *g'* (Εικόνα 52) . Σε αντίθεση με τον ER, η συνάρτηση *g* δεν πρέπει να θεωρείται πλέον η καλύτερη μέχρι στιγμής προσέγγιση της *f*, αλλά συνάρτηση οδηγός για την έξοδο *g'*. Επίσης, η είσοδος *g* δεν ικανοποιεί κατ' ανάγκη τους περιορισμούς του πραγματικού πεδίου. Ωστόσο, η έξοδος *g'*, είναι πάντα μια συνάρτηση, της οποίας ο FT ικανοποιεί τους περιορισμούς του αντίστροφου πεδίου. Έτσι, αν, επιπλέον, η *g'* ικανοποιεί και τους περιορισμούς του πραγματικού πεδίου, τότε είναι λύση του προβλήματος [3] .

Η φύση του αλγορίθμου επιτρέπει για ευελιξία και εφευρετικότητα στην επιλογή των επόμενων εισόδων και ελέγχου του αποτελέσματος μέσω αυτών, ώστε να επιτευχθεί γρηγορότερη σύγκλιση. Ειδικότερα, αν επέλθει αλλαγή στην είσοδο, τότε στην έξοδο αυτή η αλλαγή θα εμφανιστεί πολλαπλασιαζόμενη επί έναν παράγοντα α μαζί με κάποιους μη γραμμικούς όρους. Η έξοδος *g'*, λοιπόν, μπορεί να οδηγηθεί στην γενική επιθυμητή κατεύθυνση μέσω της εισόδου. Αν για παράδειγμα, θέλουμε στην έξοδο του συστήματος να επιτύχουμε αλλαγή κατά $\Delta g(x,y)$, τότε μια λογική είσοδος στο σύστημα είναι η $\beta\Delta g(x,y)$, όπου β σταθερά, αντίστροφος της α *[3]*.



Εικόνα 52: Διάγραμμα του αλγορίθμου Input-Output (Εικόνα από [3]).

Σε ένα πρόβλημα μιας έντασης, η μεταβολή $\Delta g_k(x, y)$, που θέλουμε να επιφέρουμε στην έξοδο, θα επιλέξουμε, αρχικά, να είναι μηδέν στα σημεία που ικανοποιούνται οι περιορισμοί του πραγματικού πεδίου. Στα υπόλοιπα σημεία, θα επιλέξουμε να είναι ίση με $-\ g_k'(x, y)$, ώστε η επόμενη έξοδος να μηδενίζεται σε αυτά τα σημεία, ώστε να ικανοποιεί τους περιορισμούς του πραγματικού πεδίου. Για να εντάξουμε την μεταβολή αυτή στην εισοδο θα πρέπει να εμφανιστεί πολλαπλασιαζόμενη με τον παράγοντα *β*. Συνδυάζοντας τα παραπάνω, έχουμε τον παρακάτω τύπο για επιλογή της επόμενης εισόδου:

$$g_{k+1}(x,y) = g_k(x,y) + \beta\Delta g_k(x,y) \Rightarrow$$
$$g_{k+1}(x,y) = g_k(x,y),\ if\ (x,y) \in \gamma \text{ , και}$$
$$g_{k+1}(x,y) = g_k(x,y) - \beta g_k'(x,y),\ if\ (x,y) \notin \gamma$$

όπου *γ* είναι το σύνολο των σημείων στα οποία ικανοποιούνται οι περιορισμοί του πραγματικού πεδίου. Ο παραπάνω είναι ο βασικός αλγόριθμος Input-Output.

Μια έξοδος *g'* του συστήματος ικανοποιεί σίγουρα τους περιορισμούς του αντίστροφου πεδίου. Έτσι αν χρησιμοποιηθεί ως είσοδος, η έξοδος του συστήματος θα είναι πάλι *g'*. Μπορούμε πάντα, λοιπόν, να θεωρούμε λοιπόν ότι η έξοδος g' προέκυψε από τον εαυτό της. Έτσι μπορεί να χρησιμοποιηθεί και η παρακάτω προσέγγιση:

$$g_{k+1}(x,y) = g_k'(x,y) + \beta\Delta g_k(x,y) \Rightarrow$$
$$g_{k+1}(x,y) = g_k'(x,y),\ if\ (x,y) \in \gamma \text{ , και}$$

$$g_{k+1}(x,y) \;=\; g_k{}'(x,y) \;-\; \beta g_k{}'(x,y)\,,\; if\;(x,y) \;\notin\; \gamma$$

Ο παραπάνω είναι ο αλγόριθμος Output-Output. Αν το *β = 1,* τότε ο αλγόριθμος γίνεται ο ER [3]. Στους αλγορίθμους αυτής της κατηγορίας το σφάλμα $E_{Fk}^{\;2}$ δεν δίνει αποτελέσματα. Αντ' αυτού χρησιμοποιείται η παρακάτω μετρική σφάλματος $E_{0k}^{\;2}$:

$$E_{0k}^{\;2} \;=\; \sum_{x,y\,\in\gamma} [g_k{}'(x,y)]^2$$

iv) <u>Hybrid Input-Output (HIO)</u>
Ειδική κατηγορία IO στην οποία ο τύπος για την επιλογή της επόμενης εισόδου είναι:

$$g_{k+1}(x,y) = \; g_k{}'(x,y)\,,\; if\;(x,y) \;\in \gamma\,, \text{ και}$$
$$g_{k+1}(x,y) \;=\; g_k(x,y) \;-\; \beta g_k{}'(x,y)\,,\; if\;(x,y) \;\notin\; \gamma$$

Συχνά αναφέρεται ως Fienup (από τον δημιουργό του). Είναι μια προσέγγιση, που μπορεί να αντιμετωπίσει το προβλημα της δυσκολίας σύγκλισης των αλγορίθμων IO [3]. Τυπικά, η σταθερά *β* επιλέγεται ίση με 0.9 [4]. Ο αλγόριθμος, χρησιμοποιεί την έξοδο του συστήματος ως είσοδο στα σημεία, όπου τηρούνται οι περιορισμοί, ενώ χρησιμοποιεί την ίδια συνθήκη με τον κλασικό Input-Output στα σημεία όπου παραβιάζονται.

<u>v) Shrinkwrap</u>
Εξειδίκευση του αλγορίθμου HIO, ο οποίος υπολογίζει εξ' αρχής μια προσέγγιση της διαμέτρου του αντικειμένου, μέσω της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης (autocorrelation) του FT του αντικειμένου (support constraint). Κάθε 20η επανάληψη, ο περιορισμός για την διάμετρο στο πραγματικό πεδίο επαναξιολογείται και σε βάθος χρόνου γίνεται ίδιος με την διάμετρο (tight support) [4].

Οι παραπάνω αλγόριθμοι λειτουργούν αποτελεσματικά για το πρόβλημα φάσης. Είναι απαραίτητη, ωστόσο, η γνώση των παραμέτρων που επηρεάζουν την ποιότητα της ανακατασκευής και χρήσιμα βήματα προεπεξεργασίας πειραματικών δεδομένων [4] . Τα σημαντικότερα αναλύονται παρακάτω:

i) <u>Υπερδειγματοληψία (Oversampling):</u>
Η υπερδειγματοληψία είναι μια βασική προϋπόθεση για την καλύτερη ανακατασκευή της εικόνας. Η ανακατασκευή της εικόνας μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σύστημα εξισώσεων με αγνώστους προς επίλυση. Για ένα σήμα *n* διαστάσεων και μεγέθους *N* σε κάθε διάσταση, ο αριθμός των εξισώσεων είναι ίσος με τον αριθμό των γνωστών pixel έντασης στο αντίστροφο πεδίο, δηλαδή N^n. Στο πραγματικό πεδίο, ο συνολικός αριθμός των pixels είναι N^n, ενώ τα άγνωστα pixels, που μας ενδιαφέρουν, είναι M^n. Σύμφωνα με την αρχή του Friedel (Friedel's law), τα αντικείμενα με πραγματικές τιμές έχουν ένταση με κεντρική συμμετρία. Για την ένταση του πεδίου θα ισχύει

$I(\vec{u}) = I(-\vec{u})$, άρα οι διαθέσιμες εξισώσεις ειναι $N^n/2$, ενώ οι άγνωστοι M^n. Για να έχει λύση το πρόβλημα, πρέπει οι εξισώσεις να είναι περισσότερες από τους αγνώστους. Άρα :

$$\frac{N^n}{2} > M^n = (\frac{N}{M})^n > 2 \Rightarrow \sigma = \frac{N}{M} > 2^{\frac{1}{n}}$$

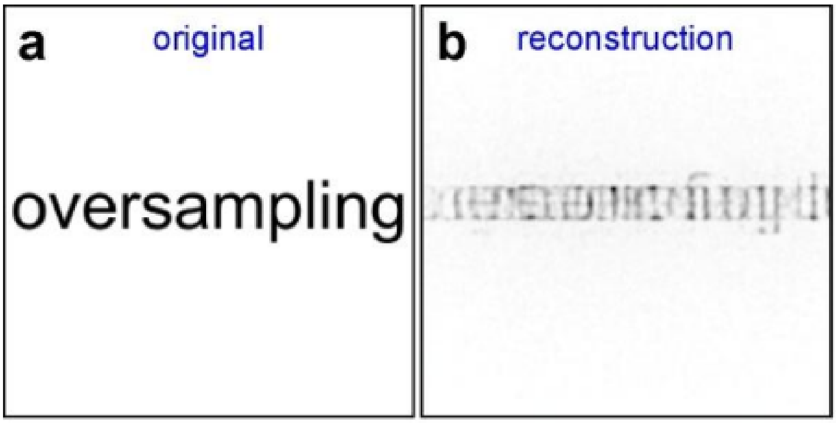
Ορίζουμε ως *στην* αναλογία υπερδειγματολήψιας σε κάθε διάσταση (oversampling ratio). Για ένα σήμα 2 διαστάσεων η αναλογία είναι:

$$\sigma = \frac{N}{M} > 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

Η συνθήκη αυτή πρέπει να ικανοποιείται σε όλες τις διαστάσεις ενός σήματος προς ανακατασκευή. Κι έτσι για 2 διαστάσεις καταλήγουμε στην ανάγκη για συνολική αναλογία σ_0 μεγαλύτερη από 2.

$$\sigma_0 = \frac{total\ number\ of\ pixels}{unknown\ pixels} > 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2$$

Έτσι, για να λυθεί το πρόβλημα φάσης, η ένταση του FT θα πρέπει να να έχει λόγο υπερδειγματοληψίας μεγαλύτερο του 2. Ένα παράδειγμα τήρησής της σε μια μόνο από τις δύο διαστάσεις της εικόνας φαίνεται στην Εικόνα 53 [4].



Εικόνα 53: Ανακατασκευή εικόνας στην οποία η αναλογία υπερδειγματοληψίας τηρήθηκε μόνο στην κάθετη διάσταση (Εικόνα από [4]).

ii) <u>Δυναμικό εύρος του Ανιχνευτή:</u>
Το δυναμικό εύρος του ανιχνευτή επηρεάζει σημαντικά τη ποιότητα της αποτύπωσης της έντασης. Καθορίζει τα πόσα διαθέσιμα επίπεδα του γκρι (για ασπρόμαυρες λήψεις) μπορεί να αναπαρασταθούν στο δείγμα έντασης. Όταν το δυναμικό εύρος είναι μικρό και τα διαθέσιμα επίπεδα του γκρι είναι λίγα, η ποιότητα της έντασης και, κατά συνέπεια της ανακατασκευής, μειώνεται. Για παράδειγμα, μια υψηλή συχνότητα έντασης μπορεί να είναι πολύ ασθενής και έτσι καταγράφεται ως μηδέν, με αποτέλεσμα απώλεια λεπτομερειών υψηλών συχνοτήτων, δηλαδή άκρων (edges) [4].

iii)Κατανομή του προσπίπτοντος κύματος

Στις πειραματικές διατάξεις, το προσπίπτον κύμα (πηγή φωτός) δεν είναι κατ' ανάγκη ιδανικό και συνεχές, αλλα πολλές φορές παρουσιάζει γκαουσιανή κατανομή. Η γκαουσιανή κατανομή (με εντονότερα τα σημεία γύρω από το κέντρο), λειτουργεί ως κατωδιαβατό φίλτρο (low pass filter), κι έτσι υπάρχει απώλεια άκρων (edges) και θόλωμα της εικόνας ανακατασκευής. Το αποτέλεσμα είναι πλέον συνέλιξη του FT της κατανομής του δείγματος και του FT της κατανομής της πηγής [4].

iv)Κεντράρισμα του μοτίβου περίθλασης

Το κέντρο του μοτίβου περίθλασης είναι το μέγιστο της έντασης. Απόκλιση από το κέντρο της τάξης του ενός μόνο pixel δημιουργεί δραματική διαφορά στην ανακατασκευή. Όσο μεγαλύτερο, όμως, είναι το oversampling ratio που έχουμε επιλέξει τόσο μικρότερη η επίδρασή του μη κεντραρίσματος [4].

v)Αγνοούμενη κεντρική συνιστώσα

Η κεντρική συνιστώσα περιέχει πληροφορίες χαμηλής συχνότητας, όπως το γενικό σχήμα του αντικειμένου. Απώλειά της συνεπάγεται απώλεια σημαντικών πληροφοριών για την ανακατασκευή του αντικειμένου [4].

vi) Σταθερό offset/ Θόρυβος

Αν υπάρχει κάποιο offset ή θόρυβος στην εικόνα έντασης, αυτό επηρεάζει την ανακατασκευή και σε μεγάλες τάξεις μεγέθους μπορεί να εμφανιστεί σαν μονά pixels στη μέση της εικόνας [4].

vii)Συμμετρικότητα

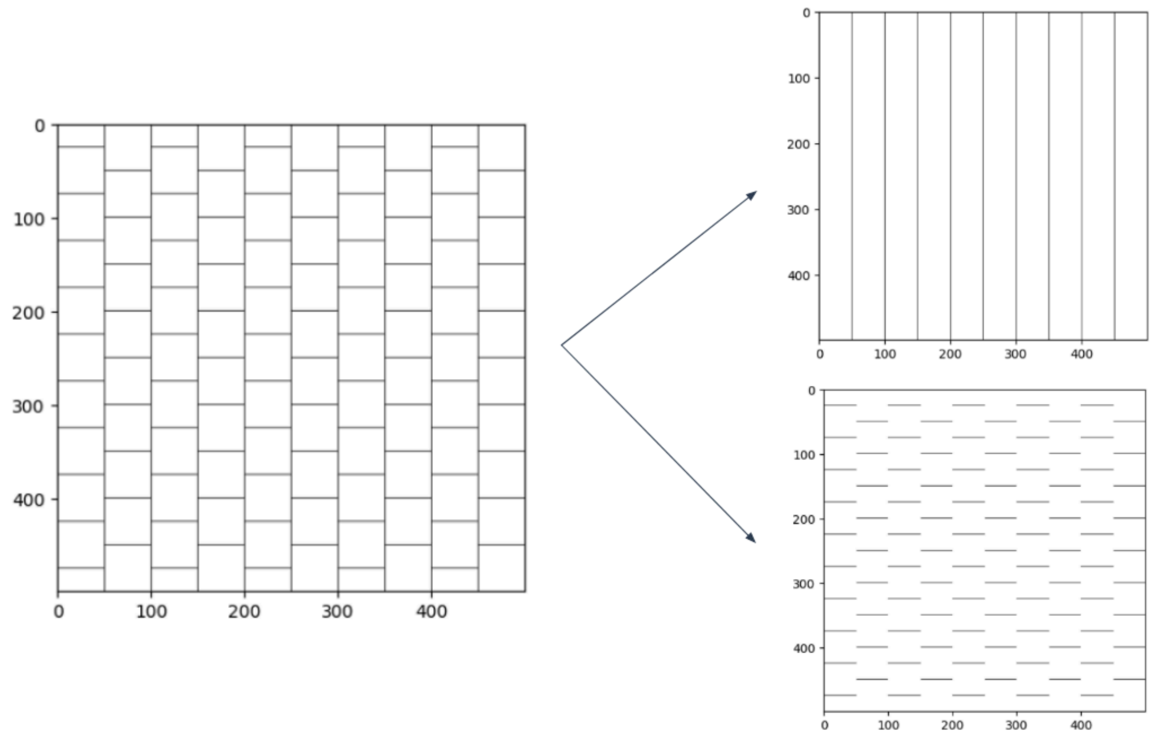
Τα αντικείμενα με πραγματικές τιμές έχουν ένταση με κεντρική συμμετρία (Αρχή του Friedel). Η ασυμμετρία οδηγεί σε μη μηδενικές τιμές της κατανομής της φάσης στο ανακατασκευασμένο αντικείμενο, που σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου έρχεται σε αντιπαράθεση με τον περιορισμό ότι το αντικείμενο πρέπει να είναι πραγματικό [4] .

Κεφάλαιο 3 : Ιδεατά μοντέλα υλικού, προσομοιώσεις και αλγόριθμοι ανάκτησης φάσης

Για τη σωστή διενέργεια του πειράματος, κρίνεται αναγκαία, ως είθισται, η προσομοίωση του πειράματος, εστιάζοντας σε ιδεατές περιπτώσεις. Αυτός είναι και ο στόχος του παρόντος κεφαλαίου. Με τον τρόπο αυτό, γίνεται μια αρχική κατανόηση, πρόβλεψη και ανάλυση των αποτελεσμάτων, αλλά και των αναδυόμενων προβλημάτων. Προβλήματα που εντοπίζονται στην ιδεατή περίπτωση, πολύ πιθανό να εμφανιστούν και στη μη ιδεατή/πειραματική περίπτωση. Ταυτόχρονα, γίνεται ανάπτυξη και δοκιμή εργαλείων που θα χρησιμοποιηθούν και στο πραγματικό πείραμα, όπως οι αλγόριθμοι επίλυσης του προβλήματος φάσης. Αρχικά, σε περιβάλλον python αναπτύσσονται συναρτήσεις με τις οποίες καθίσταται εφικτή η αναπαράσταση ιδεατών δομών NW και grid, με κατάλληλες μεταβλητές παραμέτρους.

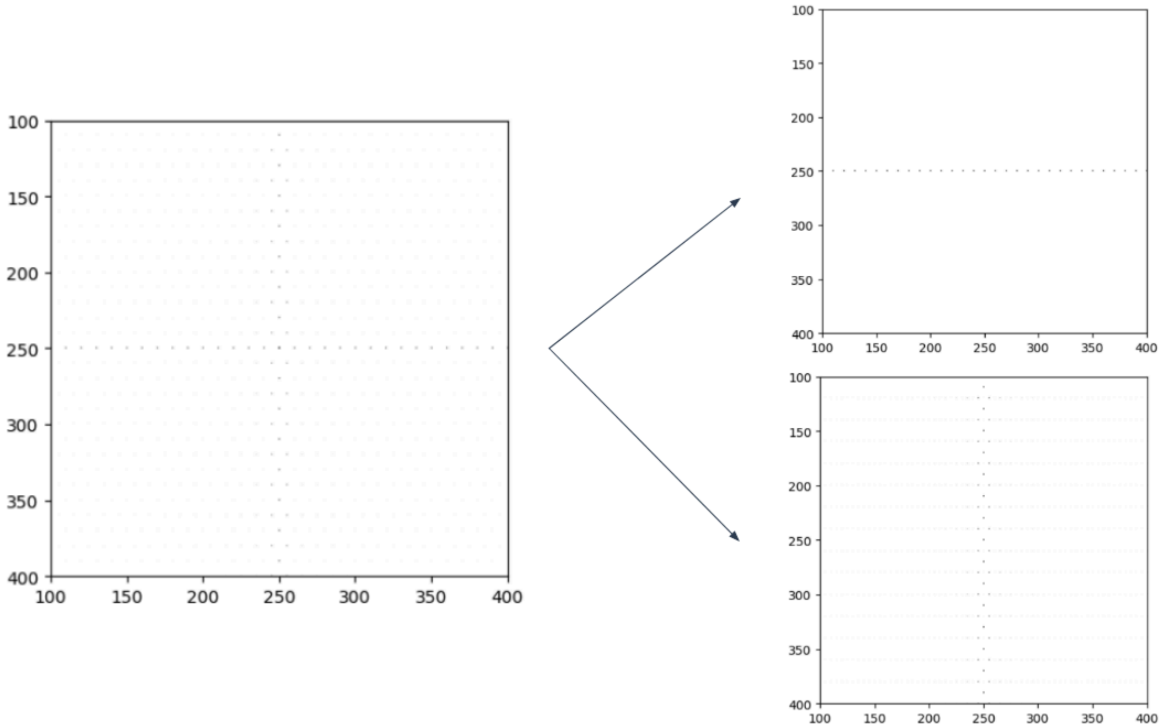
Στο Κεφάλαιο 3.1 μελετούνται τα ιδεατά μοντέλα για το grid και NW και η επίδραση των διαφορετικών παραμέτρων στον FT τους, αλλά και μια διαδικασία χαρακτηρισμού τους. Στην ενότητα 3.2 γίνεται μια αρχική ανακατασκευή από τις εντάσεις του FT, τόσο για το grid, όσο και για το NW και, πάλι, μελετώντας την επίδραση των διαφόρων παραμέτρων σε αυτή. Στη συνέχεια, στο Κεφάλαιο 3.3 γίνεται δημιουργία ιδεατών δομών έντασης FT του NW και δοκιμή ενός αλγορίθμου ER. Τέλος, στο Κεφάλαιο 3.4 δοκιμάζεται η απόδοση του αλγορίθμου Fienup, τόσο σε πραγματικές εικόνες, όσο και στις εικόνες NW, για διάφορες αρχικές συνθήκες και παραμέτρους.

Για ανάγκες ευκρίνειας, οι εικόνες εμφανίζονται με άσπρο φόντο και με μαύρες λεπτομέρειες. Το άσπρο χρώμα αντιστοιχεί σε τιμή 0 (ελάχιστο) , ενώ το μαύρο σε τιμή 1/255 (μέγιστο). Επιπλέον, εικόνες έντασης του FT μπορεί να εμφανίζονται εστιασμένες σε μικρότερη περιοχή της εικόνας. Εφόσον τα μοτίβα είναι περιοδικά, εκτείνονται με τον ίδιο τρόπο και παρακάτω.



Εικόνα 54: Η δομή του NW χωρισμένη σε κάθετη και οριζόντια συνιστώσα.

Κάνοντας μια ανάλυση παρόμοια με αυτές του Κεφαλαίου 2.2, παρατηρούμε ότι το NW φαίνεται να έχει δύο διακριτές συνιστώσες, μια κάθετη και μια οριζόντια. Στην κάθετη διάσταση έχουμε ένα μοτίβο που θυμίζει δομή σαν την Εικόνα 28. Δηλαδή έναν τετραγωνικό παλμό σε δύο διαστάσεις με μικρό duty cycle, πολύ μικρότερο του 50%. Το δεύτερο κομμάτι μοιάζει με το αντίστοιχο οριζόντιο, αλλά με ενδιάμεσο shift. Η οριζόντια συνιστώσα στο πεδίο της συχνότητας μας δίνει το μοτίβο που περιμένουμε, ενώ η κάθετη μας δίνει ένα μοτίβο 1-2 κουκίδων που εκτείνεται στην κάθετη διάσταση, γύρω από το κέντρο (Εικόνα 55).

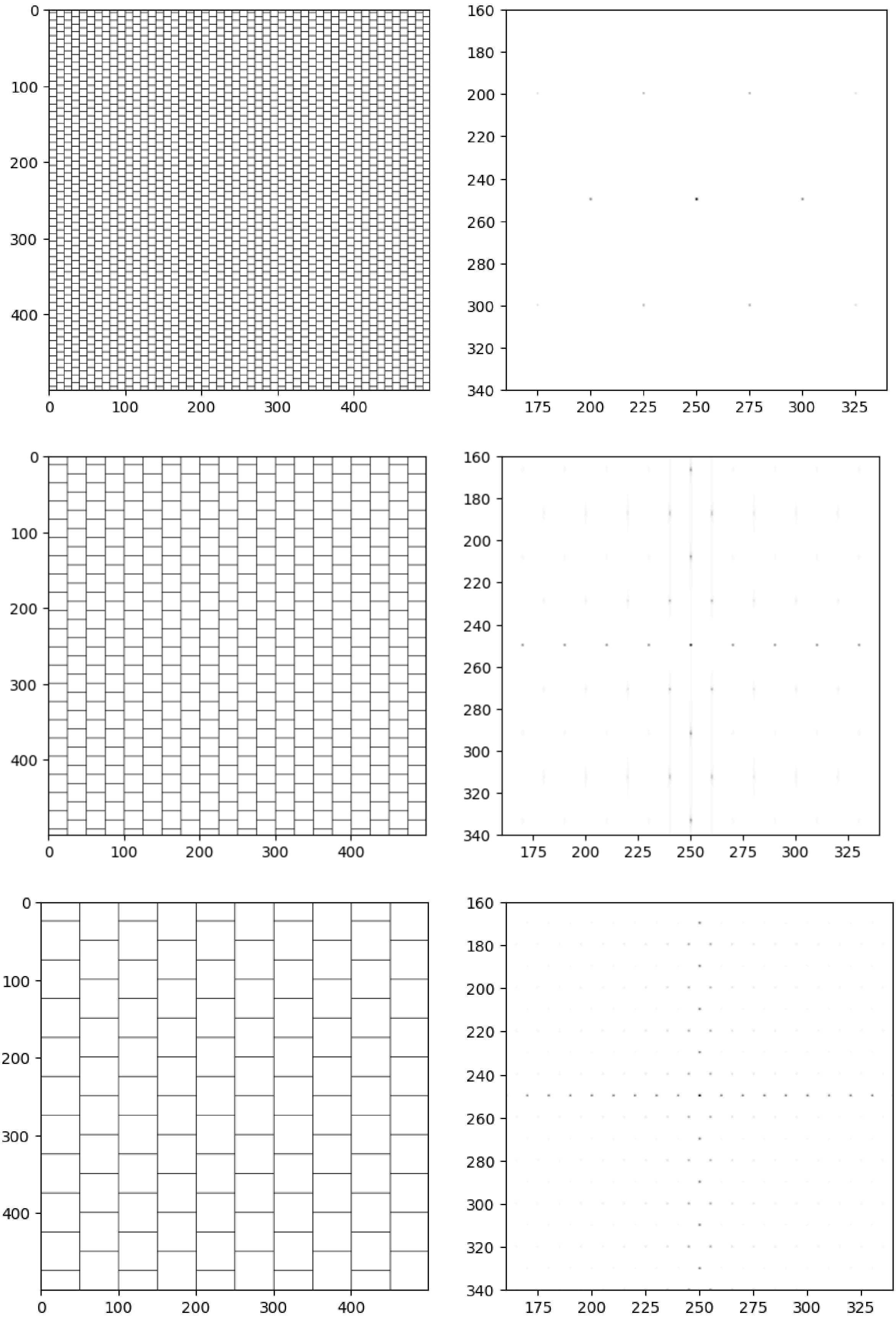


Εικόνα 55: Το πλάτος του FT του NW χωρισμένο σε κάθετη και οριζόντια συνιστώσα.

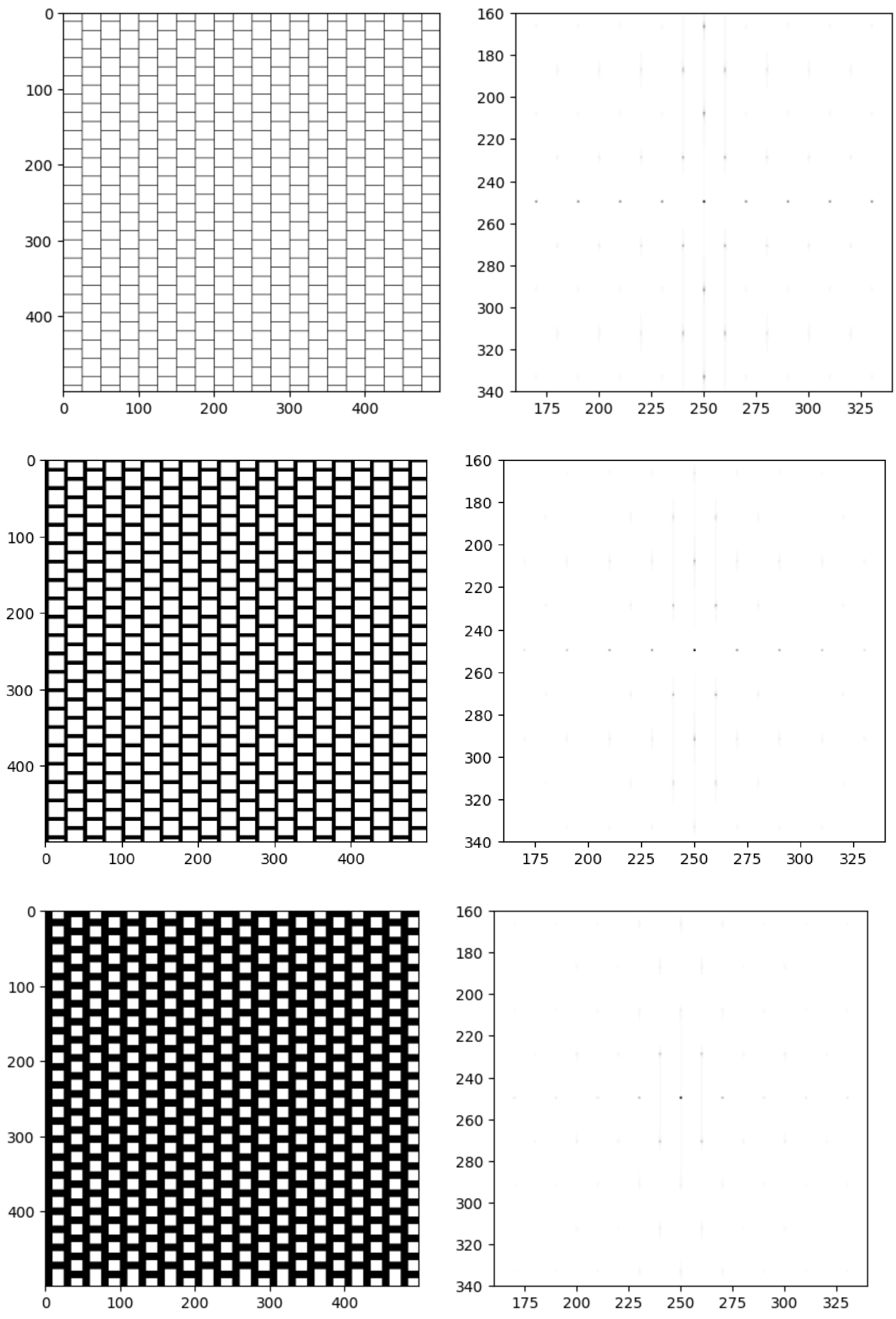
Το NW έχει δομή παρόμοια με ένα grid, αλλά με offset στη μια διάσταση, οπότε κρίθηκε χρήσιμη η μελέτη και του standard grid. Για τους λόγους αυτούς δημιουργήθηκαν οι παρακάτω συναρτήσεις (grid, nw_grid), μέσω των οποίων δημιουργούνται εικόνες παρόμοιες με την πραγματική μικροδομή.

```
def grid(pitch, width, pixels)
def nw_grid(pitch, width, pixels)
```

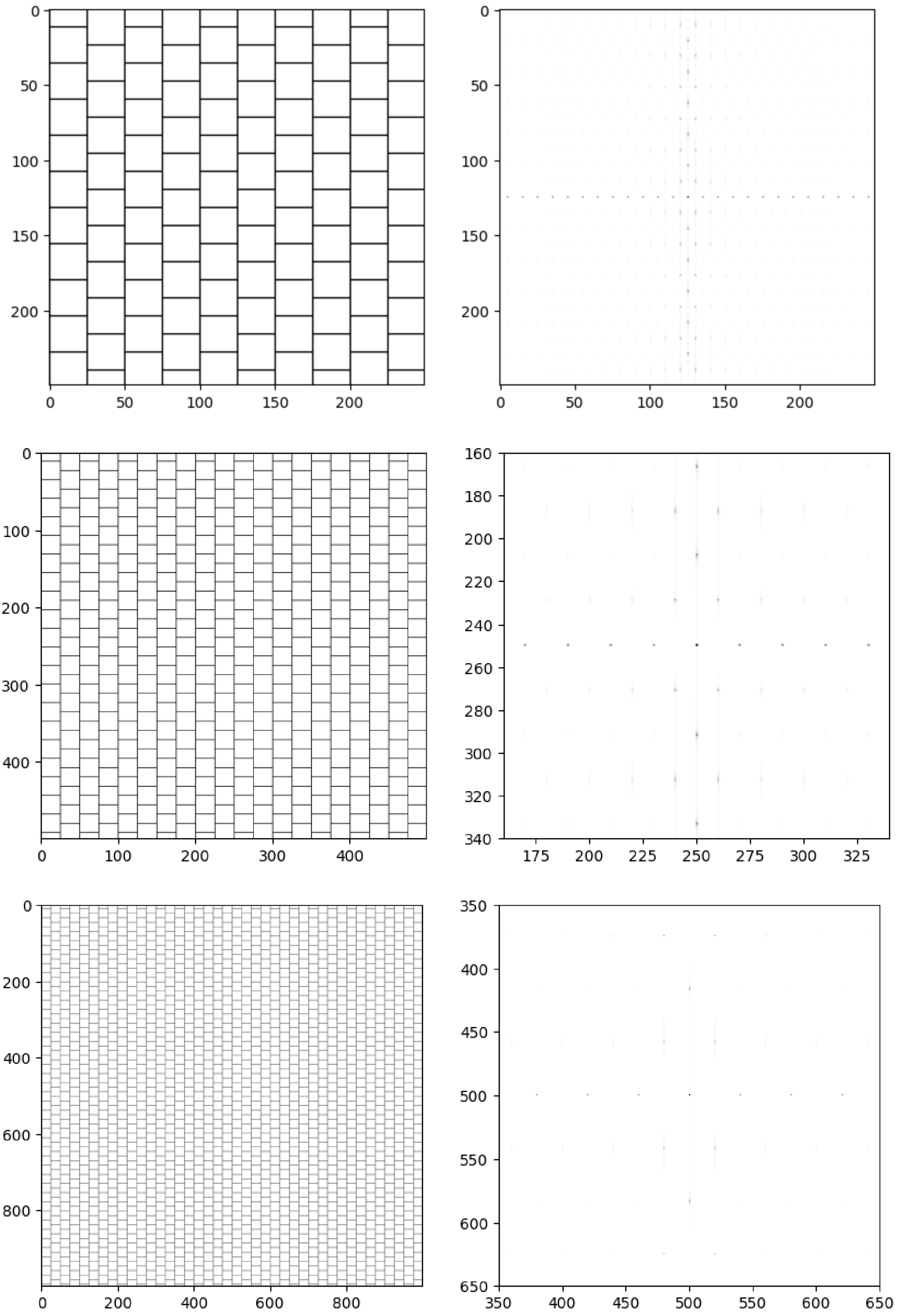
Οι παράμετροι των συναρτήσεων είναι οι pitch, width και pixels. Όλες αντιστοιχούν σε μέγεθος σε pixels. Δημιουργήθηκαν με βάση τις πραγματικές παραμέτρους του υλικού μας, όπως αναφέρθηκαν στο Κεφάλαιο 2.6. Ειδικότερα, το pitch αντιστοιχεί στην απόσταση μεταξύ των γραμμών, το width στο πάχος των γραμμών και η παράμετρος pixels, στο μέγεθος της εικόνας. Παρακάτω φαίνονται διαφορετικές δομές NW και οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία τους, καθώς και η ένταση του FT τους. Από δω και στο εξής, οι παράμετροι του NW και του grid μπορούν να αναφέρονται ως NW(x,y,z)/grid(x,y,z) με x : pitch, y: width, z: pixels.



Εικόνα 56: Επίδραση του pitch στην ένταση του FT του NW.



Εικόνα 57: Επίδραση του width στην ένταση του FT του NW.



Εικόνα 58: Επίδραση του image size στην ένταση του FT του NW.

Παρακάτω αναλύονται οι επιδράσεις των διαφόρων παραμέτρων στην ένταση του FT της εικόνας.

i) Επίδραση του pitch:

Στην Εικόνα 56 φαίνονται οι αναπαραστάσεις των ιδεατών μοντέλων NW (αριστερά) και του πλάτους του FT τους (δεξιά). Από πάνω προς τα κάτω έχουμε:
pitch = 10, 25, 50,
width = 1,
pixels = 500.

Το pitch αυξάνει την απόσταση των γραμμών στο πραγματικό πεδίο. Στο αντίστροφο πεδίο, η απόσταση θα είναι, αντίστοιχα, μικρότερη. Συνεπώς, μεγαλύτερο pitch σημαίνει μικρότερη απόσταση κουκίδων στο αντίστροφο πεδίο και αντίστροφα. Για αυτό, για μεγαλύτερο pitch, βλέπουμε στον ίδιο χώρο αυξημένο αριθμό κουκίδων από το κέντρο προς τις κάθετες και οριζόντιες διαστάσεις, με απόσταση μικρότερη μεταξύ τους.

Συγκεκριμένα ισχύει ότι η απόσταση των κουκίδων $d = image\,size/pitch = 500/(10,\ 25,\ 50) = (50,\ 20,\ 10)$.

ii) Επίδραση του width:

Στην Εικόνα 57 φαίνονται οι αναπαραστάσεις των ιδεατών μοντέλων NW (αριστερά) και του πλάτους του FT τους (δεξιά). Από πάνω προς τα κάτω έχουμε:
pitch = 25,
width = 1, 5, 10,
pixels = 500.

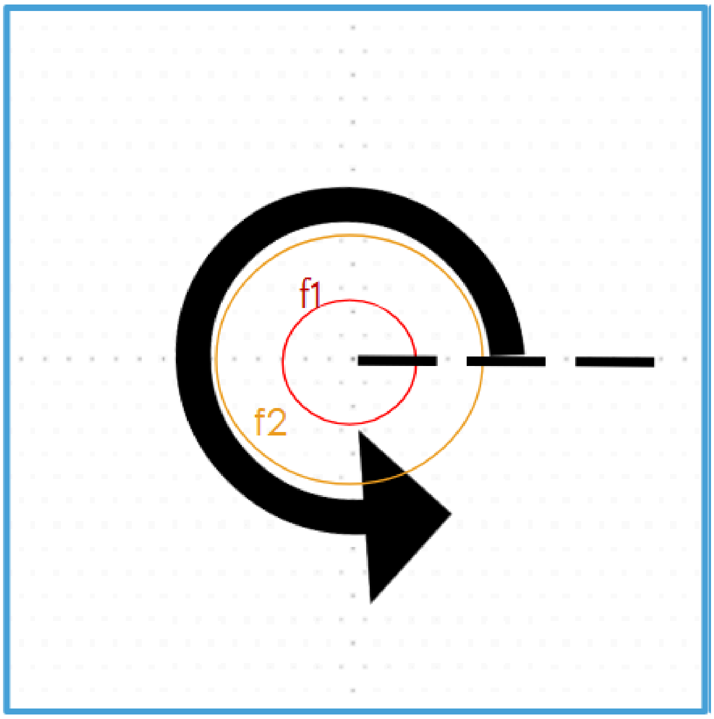
Το width δεν αλλάζει την απόσταση μεταξύ των κουκίδων, αλλά την ένταση τους όσο απομακρυνόμαστε από το κέντρο. Συγκεκριμένα, όσο αυξάνεται το width, τόσο γρηγορότερα μειώνεται η έντασή τους όσο απομακρυνόμαστε από το κέντρο.

iii) Επίδραση του image size:
Στην Εικόνα 58 φαίνονται οι αναπαραστάσεις των ιδεατών μοντέλων NW (αριστερά) και του πλάτους του FT τους (δεξιά). Από πάνω προς τα κάτω έχουμε:
pitch = 25,
width = 1,
pixels = 250, 500, 1000.

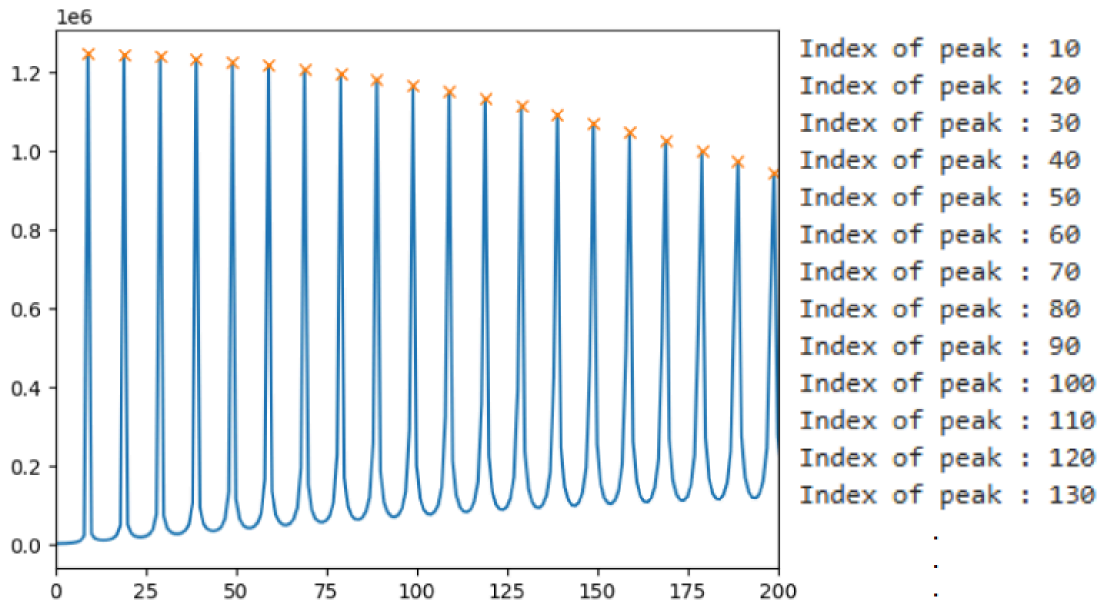
Και πάλι ισχύει ο τύπος $d = image\,size/pitch$, άρα με ίδιο pitch, όσο αυξάνεται το μέγεθος, αυξάνεται και η απόσταση των κουκίδων.

Τα παραπάνω μπορούν να επιβεβαιωθούν και με την παρακάτω μεθοδολογία. Στην ένταση του FT, το σημείο μηδέν είναι το κέντρο, με τις υπόλοιπες χωρικές συχνότητες σε απόσταση από το κέντρο σε κύκλο. Μετράμε τις τιμές έντασης για κάθε χωρική συχνότητα σε μια γραμμή από το κέντρο και τις αποθηκεύουμε. Στη συνέχεια, κάνουμε περιστροφές γύρω από το κέντρο και επαναλαμβάνουμε μέχρι την πλήρη περιστροφή. Στο τέλος, καταλήγουμε με έναν πίνακα εντάσεων για κάθε συχνότητα, αφού η κάθε συχνότητα εκτείνεται σε αυτόν τον κύκλο. Τέλος, παίρνουμε τον μέσο όρο της έντασης κάθε συχνότητας. Τη διαδικασία θα ονομάσουμε Εύρεση Εντάσεων συχνοτήτων. Δεδομένου ότι εδώ έχουμε κουκίδες με απόσταση συγκεκριμένη, αν σχεδιάσουμε τις τιμές έντασης, συναρτήσει της χωρικής συχνότητας, θα δούμε τοπικά μέγιστα, τη συχνότητα των οποίων θα ξέρουμε. Η απόσταση μεταξύ τους είναι η απόσταση των κουκίδων. Η διαδικασία, γραφικά, φαίνεται στην Εικόνα 59. Για παράδειγμα, για το NW (50,1,500) τα αποτελέσματα του αλγορίθμου φαίνονται στην Εικόνα 60. Η απόσταση μεταξύ των μεγίστων, άρα των κουκίδων, είναι $d = size/pitch = 500/50 = 10$, το οποίο επιβεβαιώνει και τα παραπάνω συμπεράσματα. Αντίστοιχα για NW (10,1,500) η απόσταση είναι ίση με 50 pixels

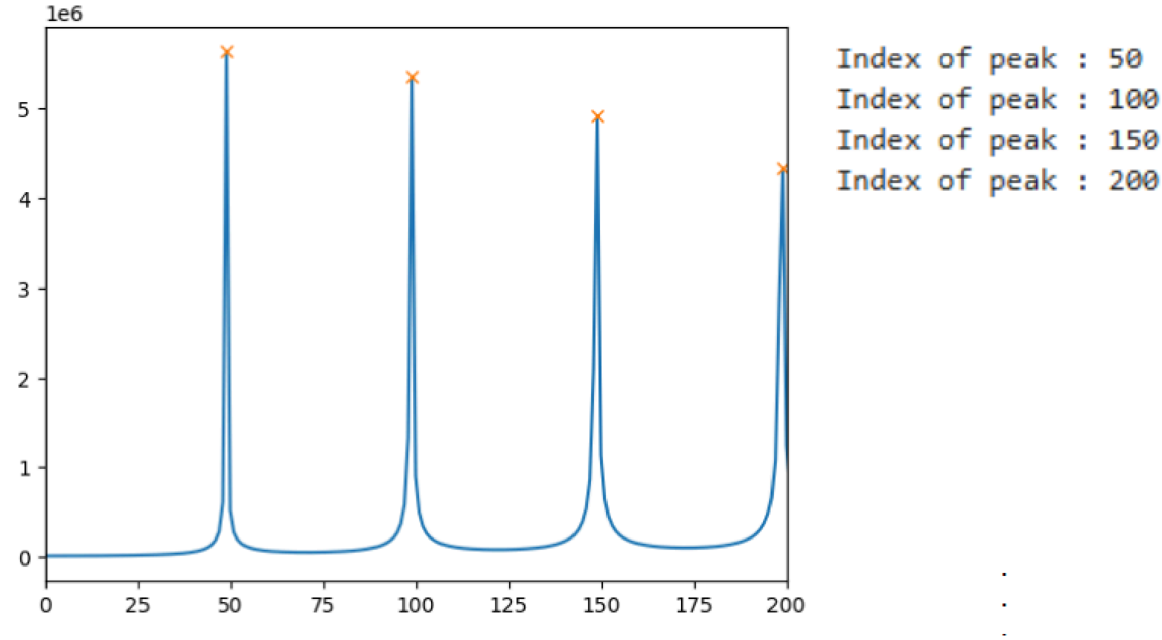
(Εικόνα 61). Η περιοδικότητα στην απόσταση των κορυφών μαρτυρά επίσης την περιοδικότητα της δομής του υλικού.



Εικόνα 59: Σχηματική αναπαράσταση του αλγορίθμου εύρεσης εντάσεων συχνοτήτων.



Εικόνα 60: Αλγόριθμος εύρεσης εντάσεων συχνοτήτων και οι δείκτες των συχνοτήτων μεγίστων για NW(50,1,500).

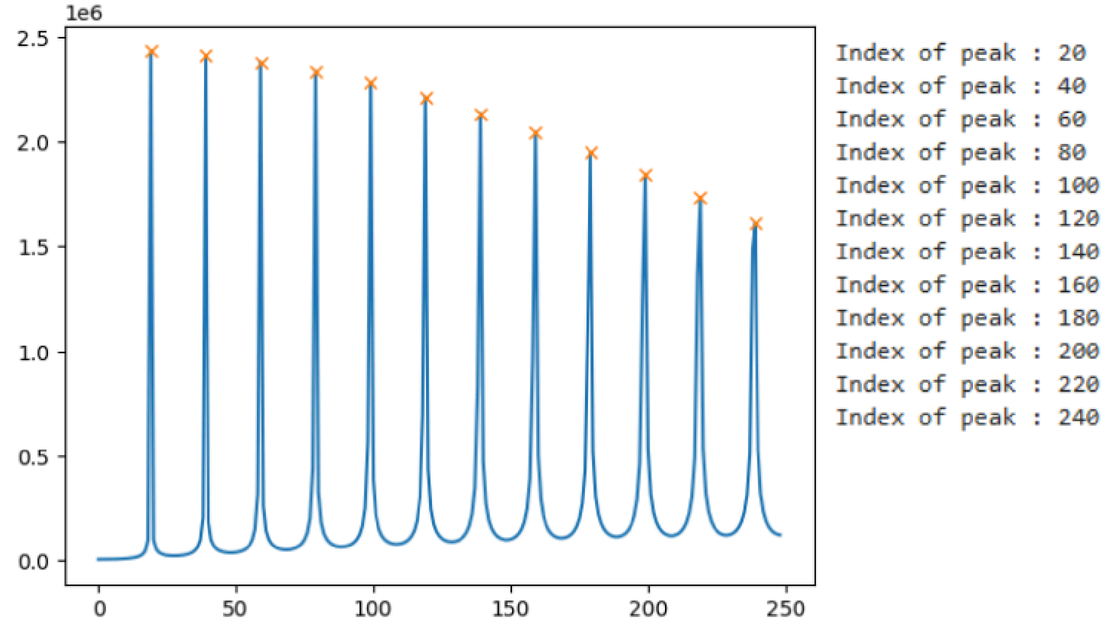


Εικόνα 61: Αλγόριθμος εύρεσης εντάσεων συχνοτήτων και οι δείκτες των συχνοτήτων μεγίστων για NW (10,1,500).

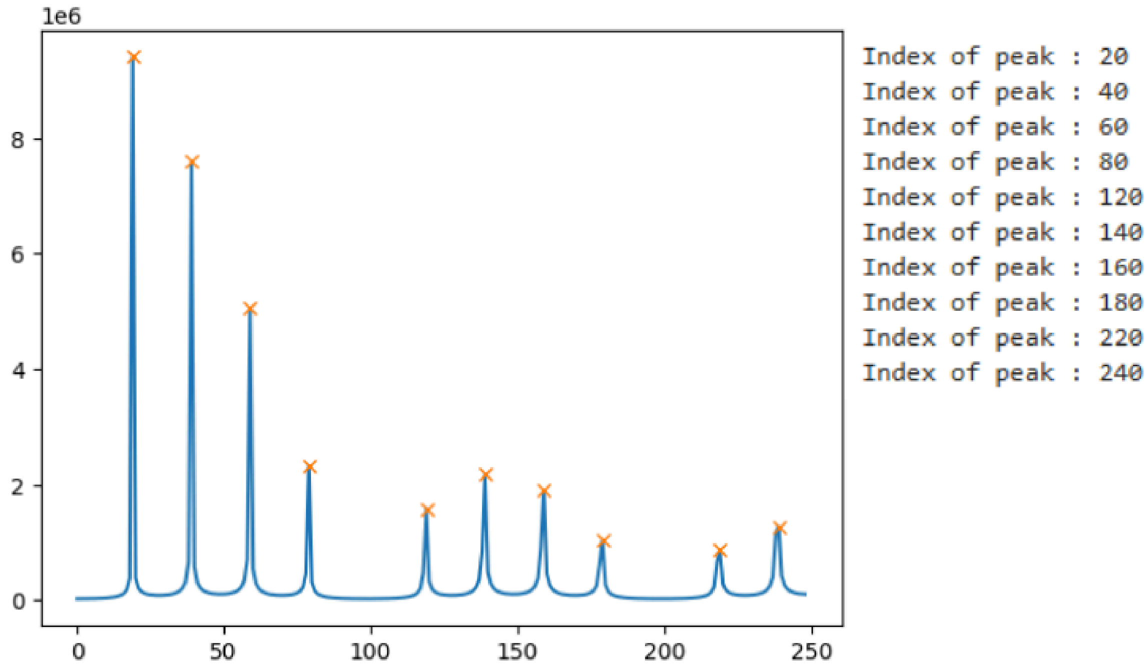
Με παρόμοιο τρόπο μελετάμε και την επίδραση του width στην ένταση του FT με βάση τον αλγόριθμο. Στις εικόνες 62 και 63 φαίνεται η κατανομή των κορυφών για NW (25,1,500) και NW(25,5,500). Στην δεύτερη περίπτωση (Εικόνα 63) έχουμε έναν ενδιάμεσο μηδενισμό των κουκίδων και έπειτα εμφάνιση πάλι κορυφών, που εκτείνονται και μηδενίζονται. Αυτό το μοτίβο φαίνεται να επαναλαμβάνεται δύο φορές στην έκτασή μας. Αυτό που μας προδίδει το width, είναι η απόσταση των μηδενισμών. Συγκεκριμένα, η απόσταση των μηδενισμών είναι :

$$d_0 = 100 - 0 = 200 - 100 = 100$$

$$width = 500/100 = 5$$



Εικόνα 62: Αλγόριθμος εύρεσης εντάσεων συχνοτήτων και οι δείκτες των συχνοτήτων μεγίστων για NW(25,1,500).



Εικόνα 63: Αλγόριθμος εύρεσης εντάσεων συχνοτήτων και οι δείκτες των συχνοτήτων μεγίστων για NW(25,5,500).

3.2 Ανακατασκευή από εντάσεις FT

Αρχικά, θα μελετήσουμε την επίδραση των διαφορετικών παραμέτρων στην ανακατασκευή μηδενικής φάσης (Zero-Phase Reconstruction - ZPR). Δηλαδή, στη διενέργεια κατευθείαν αντίστροφου FT στην ένταση των FT με μηδενική φάση. Θα μελετήσουμε, αρχικά, την επίδρασή τους στα ιδεατά μοντέλα grid .

Για την αξιολόγηση της ποιότητας των ανακατασκευών θα χρησιμοποιούμε κάποιες μετρικές. Η πρώτη μετρική, που χρησιμοποιούμε, είναι το Structural Similarity Index Metric (SSIM). Η μετρική αυτή δημιουργήθηκε με την αντίληψη ότι η ανθρώπινη όραση είναι πολύ ευαίσθητη σε παρατήρηση της δομής των αντικειμένων (structure). Συνδέει έτσι την αντικειμενική φύση μιας μετρικής με την υποκειμενική οπτική του ανθρώπου. Χρησιμοποιείται ευρέως στην επεξεργασία εικόνων και στην όραση υπολογιστών. Λειτουργεί συγκρίνοντας 2 εικόνες με βάσει 3 παραμέτρους, τη φωτεινότητά τους (luminance), την αντίθεσή τους (contrast) και τη δομή τους (structure) [26]. Έστω δύο εικόνες προς σύγκριση *x,y :*

$$SSIM(x, y) \;=\; = [l(x, y)]^{\alpha} \;+\; [c(x, y)]^{\beta} + \; [s(x, y)]^{\gamma}$$

α,β,γ: βάρος κάθε παραμέτρου, συνήθως 1 για απλότητα.

$$l(x, y) \;=\; \frac{2\mu_x\mu_y + C_1}{\mu_x^{\,2} + \mu_y^{\,2} + C_1}\,,$$

$$c(x, y) \;=\; \frac{2\sigma_x\sigma_y + C_2}{\sigma_x^{\,2} + \sigma_y^{\,2} + C_2}\,,$$

$$s(x, y) \;=\; \frac{\sigma_{xy} + C_3}{\sigma_x\;\sigma_y \;+ C_3}\,,$$

$$SSIM(x, y) \;=\; \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)\,(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^{\,2} + \mu_y^{\,2} + C_1)\,(\sigma_x^{\,2} + \sigma_y^{\,2} + C_2)}\,,$$

όπου $\mu_x\mu_y$: μέση τιμή φωτεινότητας των εικόνων x,y,

$\sigma_x\sigma_y$: τυπική απόκλιση (αντίθεση) των εικόνων x,y,

σ_{xy}: συνδιακύμανση των εικόνων,

$C_1 \;=\; (K_1L)^2$, όπου $K_1 \;=\; 0.01$ και $L \;=\; 255$ (για 8-bit εικόνες), σταθερά για να σταθμίσει το κλάσμα όταν ο παρονομαστής είναι πολύ μικρός,

$C_2 \;=\; (K_2L)^2$, όπου $K_2 \;=\; 0.03$ και $L \;=\; 255$ (για 8-bit εικόνες), σταθερά και

$C_3 \;=\; C_2/2$, σταθερά [26].

Η μετρική SSIM είναι πολύ ευαίσθητη σε shifts και λεπτομέρειες, κι έτσι, χρειαζόμαστε ακόμα μια μετρική, η οποία εστιάζει περισσότερο στην εγγενή ομοιότητα των γενικών χαρακτηριστικών της εικόνας και λιγότερα σε ειδικές λεπτομέρειες. Η μετρική που επιλέγουμε είναι η σύγκριση ιδιαζουσών τιμών (singular values) των δύο εικόνων (πινάκων). Στη γραμμική άλγεβρα, η ανάλυση σε ιδιάζουσες τιμές (Singular Value Decomposition - SVD) ενός πίνακα *A* μεγέθους *m* x *n* είναι μια παραγοντοποίησή του. Ειδικότερα, ο πίνακας *A* λαμβάνει τη μορφή:

$$\mathrm{A} = U \Sigma V^T ,$$

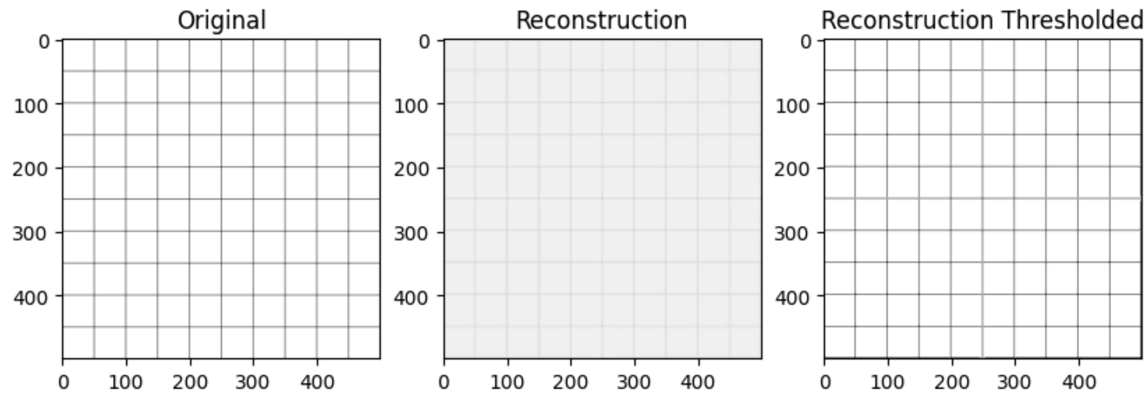
όπου *U* : ορθομοναδιαίος πίνακας *m* x *m*, *Σ*: διαγώνιος πίνακας *m* x *n*, που περιέχει όλες τις ιδιάζουσες τιμές του πίνακα (οι οποίες είναι μη-αρνητικές) και *V*: ορθομοναδιαίος πίνακας *n* x *n*. Η σημασία της συγκεκριμένης μετρικής έγκειται στις πληροφορίες που περικλείει. Ειδικότερα, το SVD ενός πίνακα μας δίνει πληροφορίες για τα εγγενή γεωμετρικά χαρακτηριστικά του, τον βαθμό του και την κατανομή της ενέργειάς του. Επίσης δεν επηρεάζεται από περιστροφές και ορθογώνιους μετασχηματισμούς της εικόνας [27]. Συγχρόνως, οι ιδιάζουσες τιμές του πίνακα συνδέονται και με τις ιδιοτιμές του. Συγκεκριμένα, η κάθε ιδιάζουσα τιμή του πίνακα αντιστοιχεί στη τετραγωνική ρίζα μιας ιδιοτιμής του πίνακα AA^T ή A^TA. Παρόμοιες ιδιοτιμές δύο πινάκων συνδέονται με την ομοιότητα των ίδιων των πινάκων. Με τις ιδιάζουσες τιμές γίνεται μια γενίκευση του παραπάνω με πιο συνεπή και κατατοπιστικό τρόπο. Σε εφαρμογές επεξεργασίας εικόνας, η σύγκριση SVD δύο εικόνων (μέσω της ευκλειδιας αποστασης τους ή μέσω της ομοιότητα συνημιτόνου (cosine similarity)) συχνά παρέχει πιο αξιόπιστα και ερμηνεύσιμα αποτελέσματα από τη σύγκριση ιδιοτιμών ή pixels [28]. Εμείς υπολογίζουμε το SVD των δύο εικόνων και συγκρίνουμε την ομοιότητα συνημιτόνου των κατανομών. Μετράμε την ομοιότητα μεταξύ των ιδιαζουσών τιμών, υπολογίζοντας το συνημίτονο της γωνίας μεταξύ των δύο διανυσμάτων και διαιρώντας το με το γινόμενο των μέτρων των διανυσμάτων. Αν το συνημίτονο είναι 1 τότε υπάρχει μέγιστη ομοιότητα, ενώ αν είναι 0 δεν υπάρχει κανένα κοινό στοιχείο ανάμεσα στα διανύσματα. Τελικά, καταλήγουμε με μια μετρική που συγκρίνει την γενικότερη γεωμετρική ομοιότητα και την κατανομή της ενέργειας των εικόνων, κι όχι τις τιμές έντασής της. Έτσι, εστιάζει πιο πολύ στις εγγενείς πληροφορίες της δομής του και λιγότερο σε λεπτομέρειες.

i) Επίδραση του pitch:
Στις Εικόνες 64, 65, 66 φαίνονται οι αναπαραστάσεις των ιδεατών μοντέλων grid (αριστερά) του ZPR τους (μέση) και η κατωφλίωση του ZPR (δεξιά). Από πάνω προς τα κάτω έχουμε:
pitch = 50, 25, 10
width = 1,
pixels = 500.

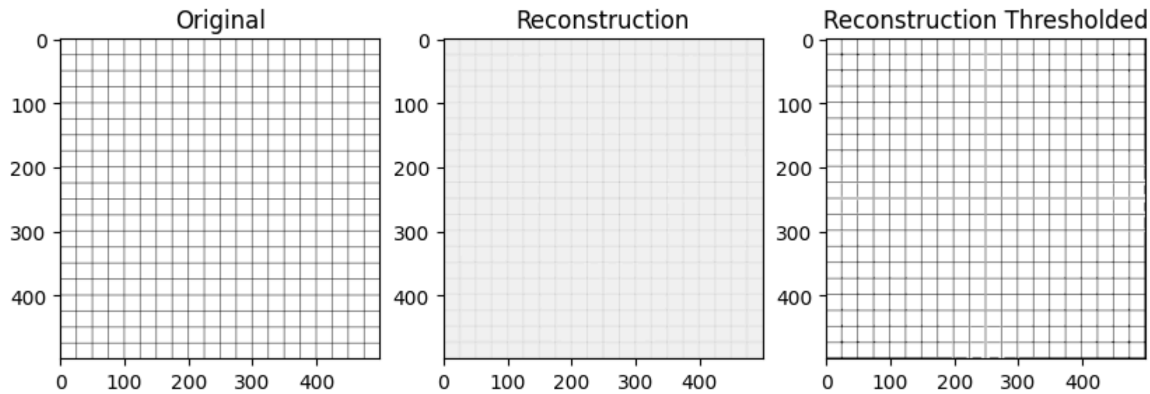
Στον πίνακα 1 φαίνονται οι τιμές των μετρικών SSIM και SVD Similarity για κάθε μία από τις ZPR και τις κατωφλίωσεις τους. Για τη μετρική SSIM, η μέγιστη τιμή επιτεύχθηκε για pitch = 50 χωρίς κατωφλίωση, με τιμή 0,7586. Η μικρότερη τιμή μετρήθηκε για pitch = 10 με κατωφλίωση, στην τιμή -0.044. Για τη συγκεκριμένη μετρική η κατωφλίωση σημειώνει μείωση τη μετρικής. Για ίδιο image size, εικόνες με μεγαλύτερο pitch επιτυγχάνουν καλύτερες τιμές στην μετρική, λόγω μικρότερης επιφάνειας ανακατασκευής και λιγότερων λεπτομερειών.

Για την μετρική SVD Similarity, η μέγιστη τιμή επιτεύχθηκε για pitch = 50 με κατωφλίωση, στην τιμή 0,9901, ενώ η μικρότερη, για pitch = 10 χωρίς κατωφλίωση, στην τιμή 0.9798. Παρατηρούμε ότι η μετρική αυξάνεται, όσο αυξάνεται το pitch, και ακόμα περισσότερο με την κατωφλίωση. Επίσης οι τιμές της είναι υψηλές για όλες τις ανακατασκευές, πραγμα που δηλώνει ότι υπάρχει βασική εγγενής ομοιότητα των εικόνων.

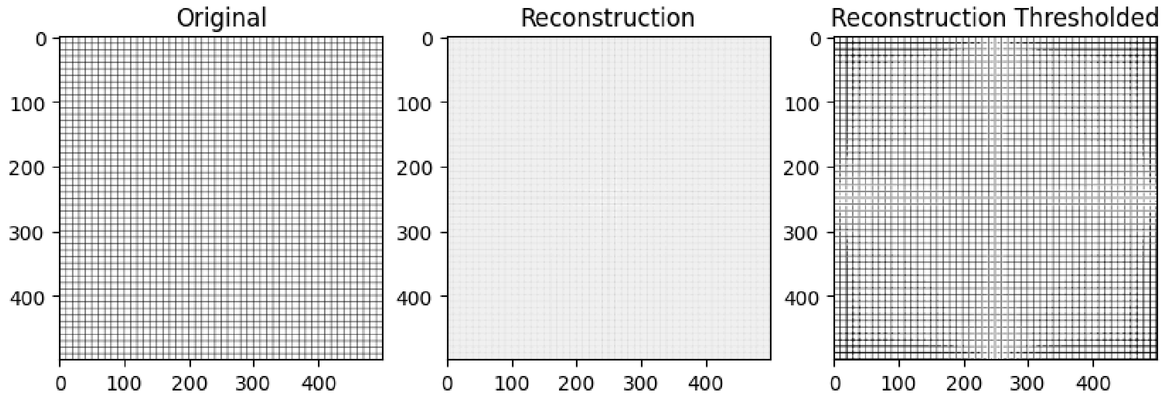
Συνολικά, έκπληξη προκαλεί η μείωση του SSIM μετά την κατωφλίωση. Αυτό εξηγείται από το γεγονός, ότι ειδικά στις μεγαλύτερες εικόνες, η ZPR έχει πολλά επίπεδα του γκρι που δεν μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σωστά από την κατωφλίωση. Οι εικόνες από την κατωφλίωση, οπτικά, φαίνονται σχεδόν πιστές με την εικόνα αναφοράς. Πράγματι, ίσως να μη χρειαζόμασταν καν εφαρμογή αλγορίθμου, αν εστιάζαμε σε αυτό. Στο επίπεδο των μετρικών, όμως, υπάρχει ασυνέπεια. Αυτό οφείλεται, και στο shift που έχει δημιουργήσει η έλλειψη γνώσης της φάσης (Εικόνα 67). Η φάση καθορίζει το πώς θα στοιχηθούν τα διαφορετικά στοιχεία της εικόνας σε αυτήν. Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι, και στην παραπάνω απλή περίπτωση, η έλλειψη φάσης είναι σημαντική.



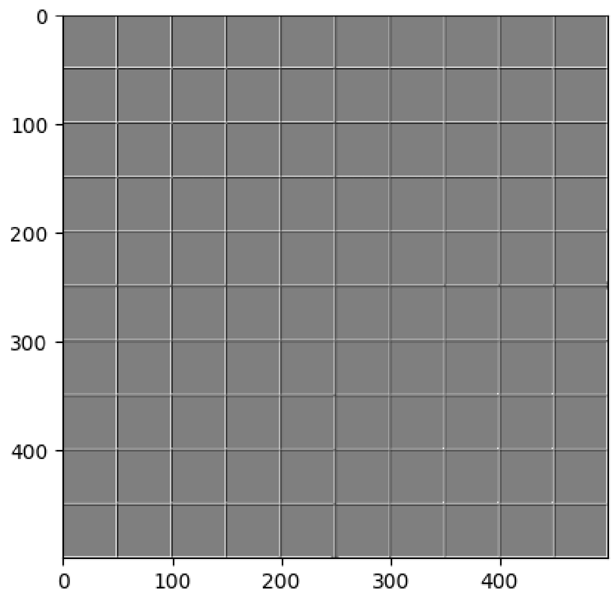
Εικόνα 64: Ιδεατό μοντέλο δομής grid(50,1,500) (αριστερά), το ZPR του (μέση) και η κατωφλίωση του ZPR του (δεξιά).



Εικόνα 65: Ιδεατό μοντέλο δομής grid(25,1,500) (αριστερά), το ZPR του (μέση) και η κατωφλίωση του ZPR του (δεξιά).



Εικόνα 66: Ιδεατό μοντέλο δομής grid(10,1,500) (αριστερά), το ZPR του (μέση) και η κατωφλίωση του ZPR του (δεξιά).

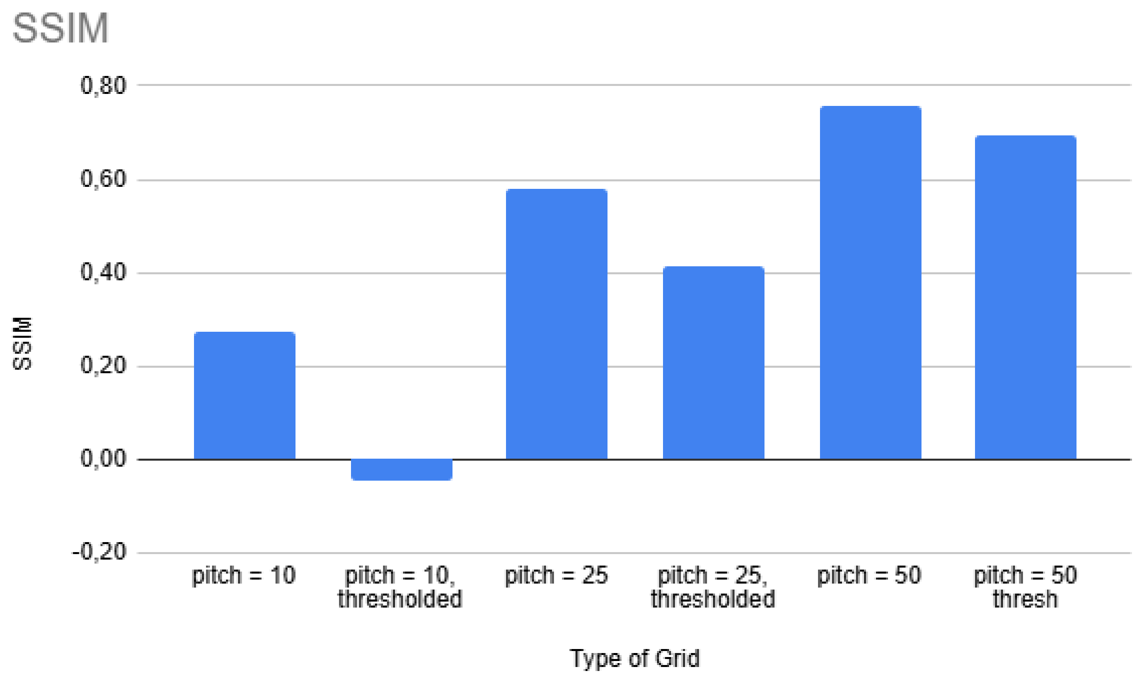


Εικόνα 67: Αναπαράσταση της εικόνας διαφοράς του grid(50,1,500) και της κατωφλίωσης του ZPR του.

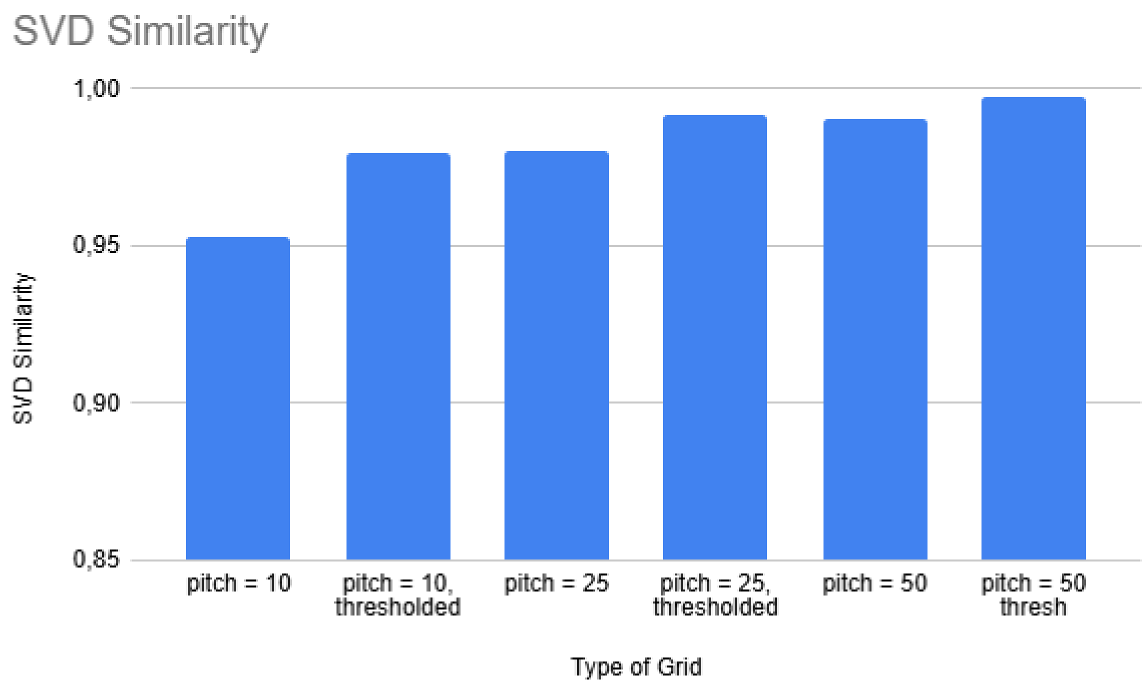
Type of Grid	*SSIM*	*SVD Similarity*
pitch = 10	*0,2721*	*0,9527*
pitch = 10, thresholded	*-0,044*	*0,9798*
pitch = 25	*0,5781*	*0,9804*
pitch = 25, thresholded	*0,4141*	*0,9917*
pitch = 50	*0,7586*	*0,9901*
pitch = 50 thresh	*0,6933*	*0,9972*

Πίνακας 1: Σύγκριση τιμών μετρικών SSIM και SVD Similarity για τα ZPR των ιδεατών μοντέλων grid και τις κατωφλιώσεις αυτών, για pitch = 10, 25 και 50.

Στις εικόνες 68 και 69 φαίνεται ο Πίνακας 1 σε ραβδογράμματα για κάθε μία μετρική ξεχωριστά.



Εικόνα 68: Ραβδόγραμμα των τιμών της μετρικής SSIM για κάθε κατηγορία του Πίνακα 1.



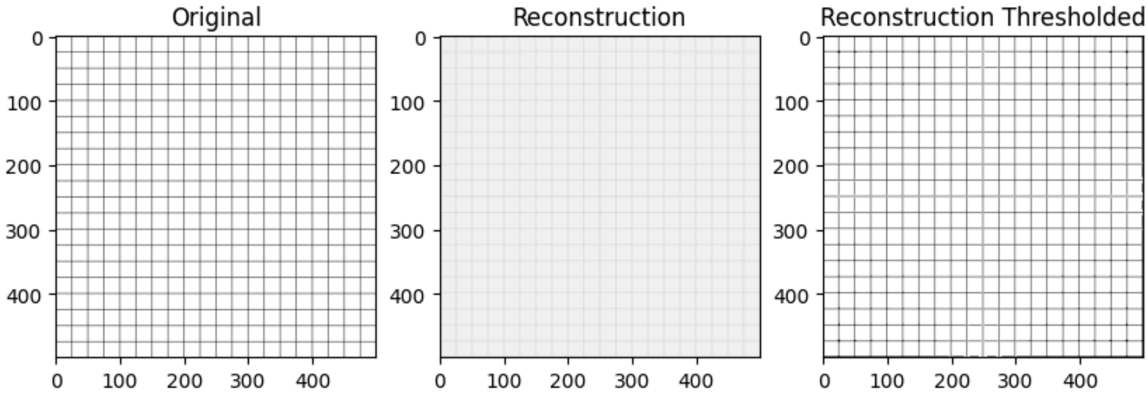
Εικόνα 69: Ραβδόγραμμα των τιμών της μετρικής SVD Similarity για κάθε κατηγορία του Πίνακα 1.

ii) Επίδραση του width:
Στις Εικόνες 70, 71, 72 φαίνονται οι αναπαραστάσεις των ιδεατών μοντέλων grid (αριστερά) του ZPR τους (μέση) και η κατωφλίωση του ZPR(δεξιά). Από πάνω προς τα κάτω έχουμε:
pitch = 25
width = 1, 5 ,10
pixels = 500.

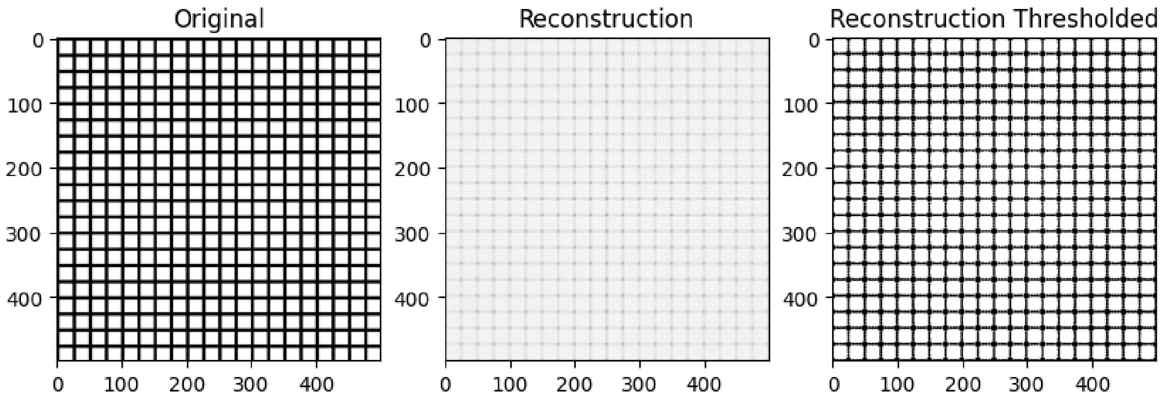
Στον Πίνακα 2 φαίνονται οι τιμές των μετρικών SSIM και SVD Similarity για κάθε μία από τις ZPR και τις κατωφλίωσεις τους. Για τη μετρική SSIM, η μέγιστη τιμή επιτεύχθηκε για width = 1 χωρίς κατωφλίωση, με τιμή 0,5781. Η μικρότερη τιμή μετρήθηκε για width = 10 με κατωφλίωση, στην τιμή 0.383. Για τη συγκεκριμένη μετρική παρατηρούμε ότι μειώνεται, όσο αυξάνεται το width. Η λεπτομέρεια του πάχους των γραμμών είναι ένα στοιχείο, το οποίο δεν μπορεί να ανακτηθεί από το ZPR, δηλαδή ελλείψει γνώσης φάσης. Επιπλέον, η κατωφλίωση, κι εδώ, δεν βοηθάει την μετρική.

Για την μετρική SVD Similarity, η μέγιστη τιμή επιτεύχθηκε για width = 1 με κατωφλίωση, στην τιμή 0,9917, ενώ η μικρότερη για width = 5 χωρίς κατωφλίωση, στην τιμή 0.9123. Παρατηρούμε ότι η μετρική, για width = 5 μειώνεται, και μετά για width = 10, βρίσκεται σε τιμές ενδιάμεσες των δυο. Αυξάνεται επίσης με την κατωφλίωση. Οι τιμές της είναι υψηλές για όλες τις ανακατασκευές, πραγμα που δηλώνει ότι υπάρχει βασική εγγενής ομοιότητα των εικόνων.

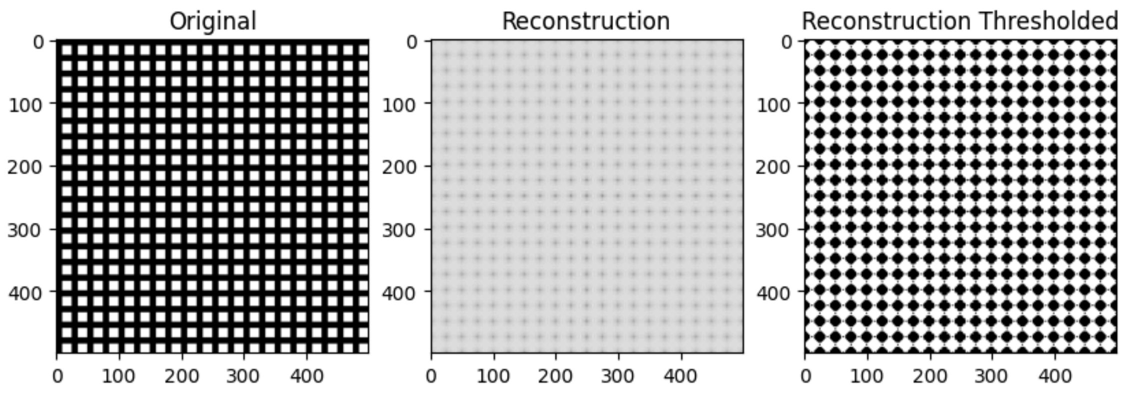
Συνολικά, έκπληξη προκαλεί η μείωση του SSIM μετά την κατωφλίωση. Στην εν λόγω περίπτωση, οι λεπτομέρειες του width δεν μπορούν να ανακτηθούν στη ZPR, ούτε και οπτικά.



Εικόνα 70: Ιδεατό μοντέλο δομής grid (25,1,500) (αριστερά), το ZPR του (μέση) και η κατωφλίωση του ZPR του (δεξιά).



Εικόνα 71: Ιδεατό μοντέλο δομής grid (25,5,500) (αριστερά), το ZPR του (μέση) και η κατωφλίωση του ZPR του (δεξιά).

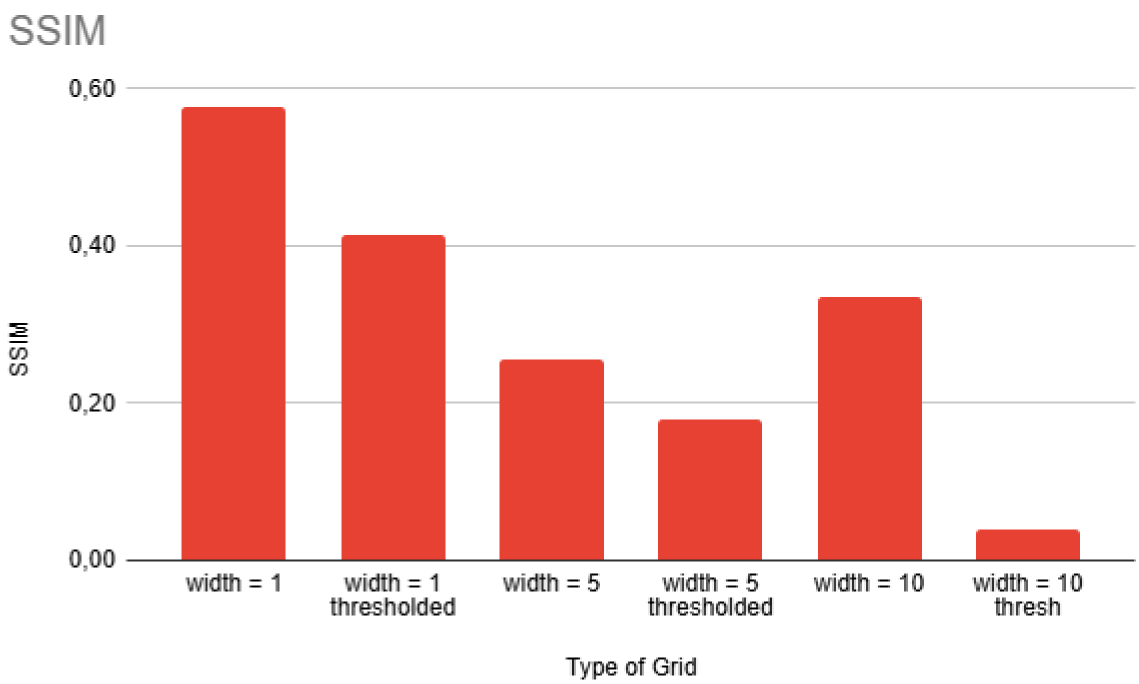


Εικόνα 72: Ιδεατό μοντέλο δομής grid (25,10,500) (αριστερά), το ZPR του (μέση) και η κατωφλίωση του ZPR του (δεξιά).

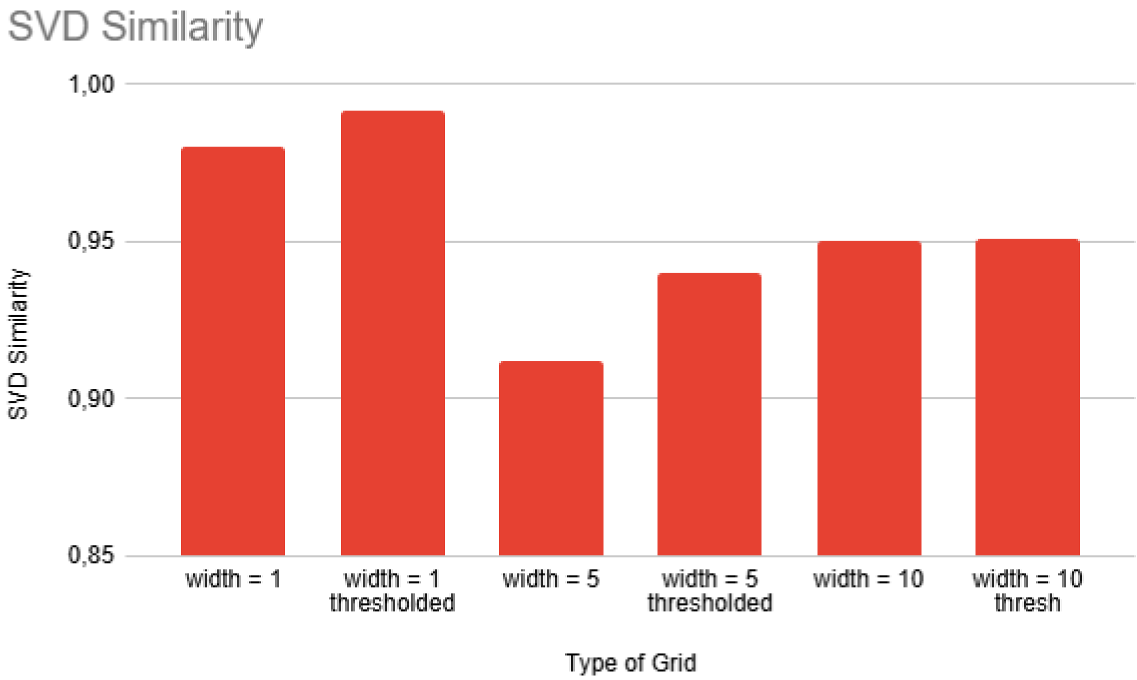
Type of Grid	*SSIM*	*SVD Similarity*
width = 1	*0,5781*	*0,9804*
width = 1 thresholded	*0,4141*	*0,9917*
width = 5	*0,2548*	*0,9123*
width = 5 thresholded	*0,1782*	*0,9402*
width = 10	*0,3356*	*0,9501*
width = 10 thresh	*0,0383*	*0,9507*

Πίνακας 2: Σύγκριση τιμών μετρικών SSIM και SVD Similarity για τα ZPR των ιδεατών μοντέλων grid και τις κατωφλιώσεις αυτών, για width = 1, 5 και 10.

Στις εικόνες 73 και 74 φαίνεται ο Πίνακας 2 σε ραβδογράμματα για κάθε μία μετρική ξεχωριστά.



Εικόνα 73: Ραβδόγραμμα των τιμών της μετρικής SSIM για κάθε κατηγορία του Πίνακα 2.



Εικόνα 74: Ραβδόγραμμα των τιμών της μετρικής SVD Similarity για κάθε κατηγορία του Πίνακα 2.

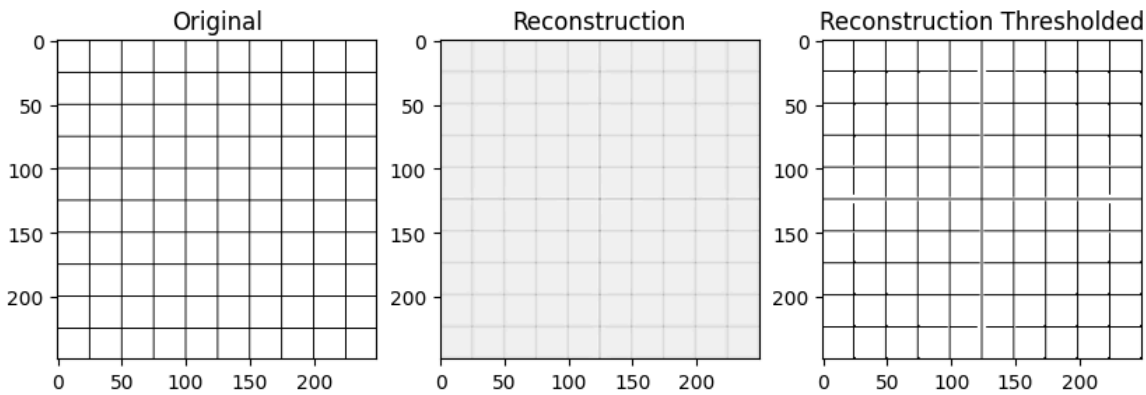
iii) <u>Επίδραση του image size:</u>
Στις Εικόνες 75, 76, 77 φαίνονται οι αναπαραστάσεις των ιδεατών μοντέλων grid (αριστερά) του ZPR τους (μέση) και η κατωφλίωση του ZPR (δεξιά). Από πάνω προς τα κάτω έχουμε:
pitch = 25
width = 1
pixels = 250, 500, 1000.

Στον Πίνακα 3 φαίνονται οι τιμές των μετρικών SSIM και SVD Similarity για κάθε μία από τις ZPR και τις κατωφλίωσεις τους. Για τη μετρική SSIM, η μέγιστη τιμή επιτεύχθηκε για image size = 1000 χωρίς κατωφλίωση, με τιμή 0.6165. Η μικρότερη τιμή μετρήθηκε για image size = 1000 με κατωφλίωση στην τιμή 0.4063. Για τη συγκεκριμένη μετρική παρατηρούμε ότι αυξάνεται όσο αυξάνεται το image size. Η κατωφλίωση, κι εδώ, δεν βοηθάει την μετρική. Η μετρική δεν παρουσιάζει μεγάλες διαφορές με την αλλαγή της παραμέτρου του image size, γιατί οι αναλογίες των μεγεθών παραμένουν ίδιες. Για την μετρική SVD Similarity, η μέγιστη τιμή επιτεύχθηκε για image size = 250 με κατωφλίωση, στην τιμή 0.9928, ενώ η μικρότερη για image size = 250 χωρίς κατωφλίωση, με τιμή 0.9803. Παρατηρούμε ότι η μετρική μειώνεται όσο αυξάνεται το image size. Αυξάνεται, επίσης, με την κατωφλίωση. Οι τιμές της είναι υψηλές για όλες τις ανακατασκευές, πραγμα που δηλώνει ότι υπάρχει βασική εγγενής ομοιότητα των εικόνων.

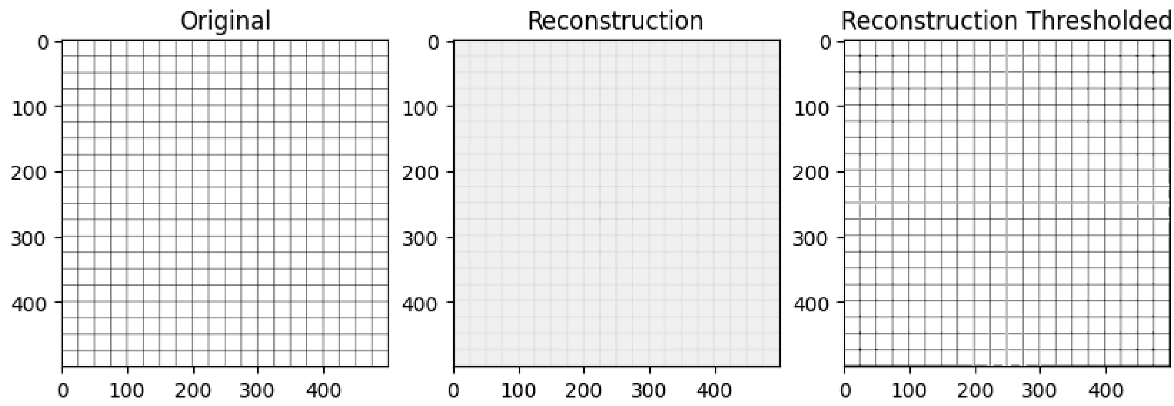
Συνολικά, έκπληξη προκαλεί η μείωση του SSIM μετά την κατωφλίωση. Οπτικά, οι ZPR είναι κοντά στην ιδεατή εικόνα. Και πάλι όμως παρατηρείται shift, λόγω έλλειψης φάσης. Οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές είναι για το ίδιο image size.

Type of Grid	*SSIM*	*SVD Similarity*
image size = 250	*0,54631*	*0,9803*
image size = 250 thresholded	*0,4298*	*0,9928*
image size = 500	*0,5782*	*0,9804*
image size = 500 thresholded	*0,4141*	*0,9917*
image size = 1000	*0,6165*	*0,9804*
image size = 1000 thresh	*0,4063*	*0,9904*

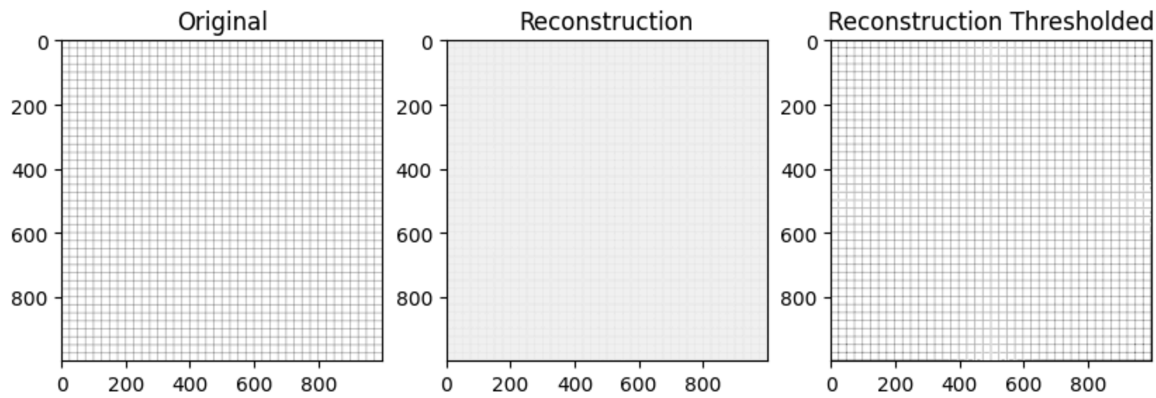
Πίνακας 3: Σύγκριση τιμών μετρικών SSIM και SVD Similarity για τα ZPR των ιδεατών μοντέλων grid και τις κατωφλιώσεις αυτών, για image size = 250, 500 και 1000.



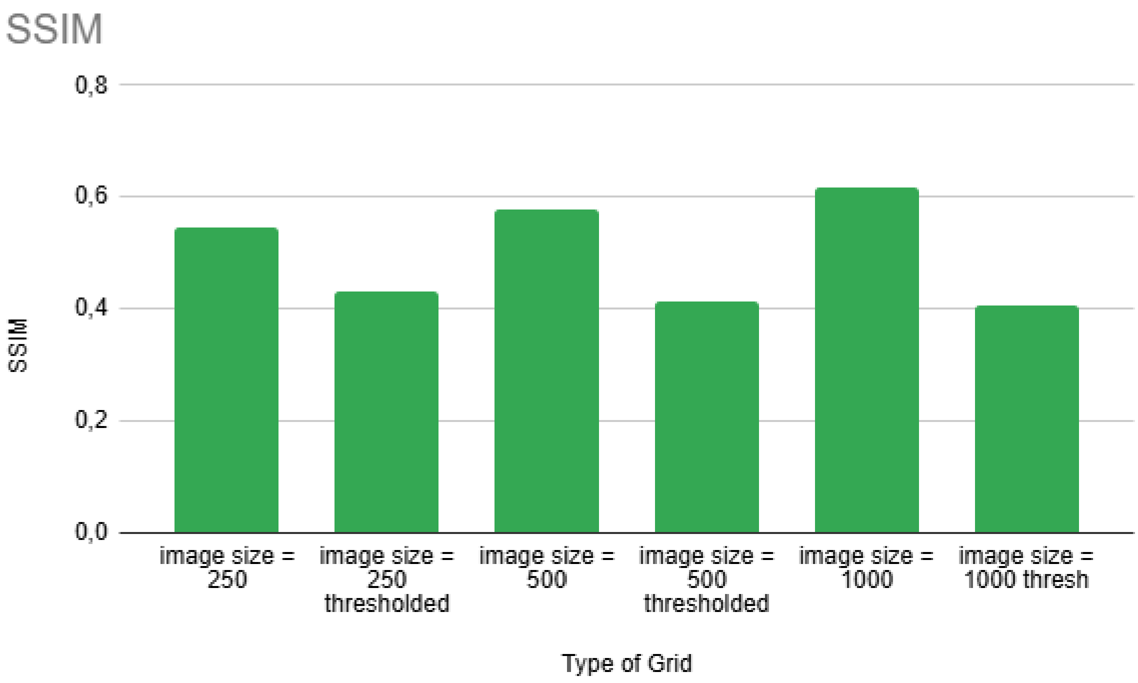
Εικόνα 75: Ιδεατό μοντέλο δομής grid (25,1,250) (αριστερά), το ZPR του (μέση) και η κατωφλίωση του ZPR του (δεξιά).



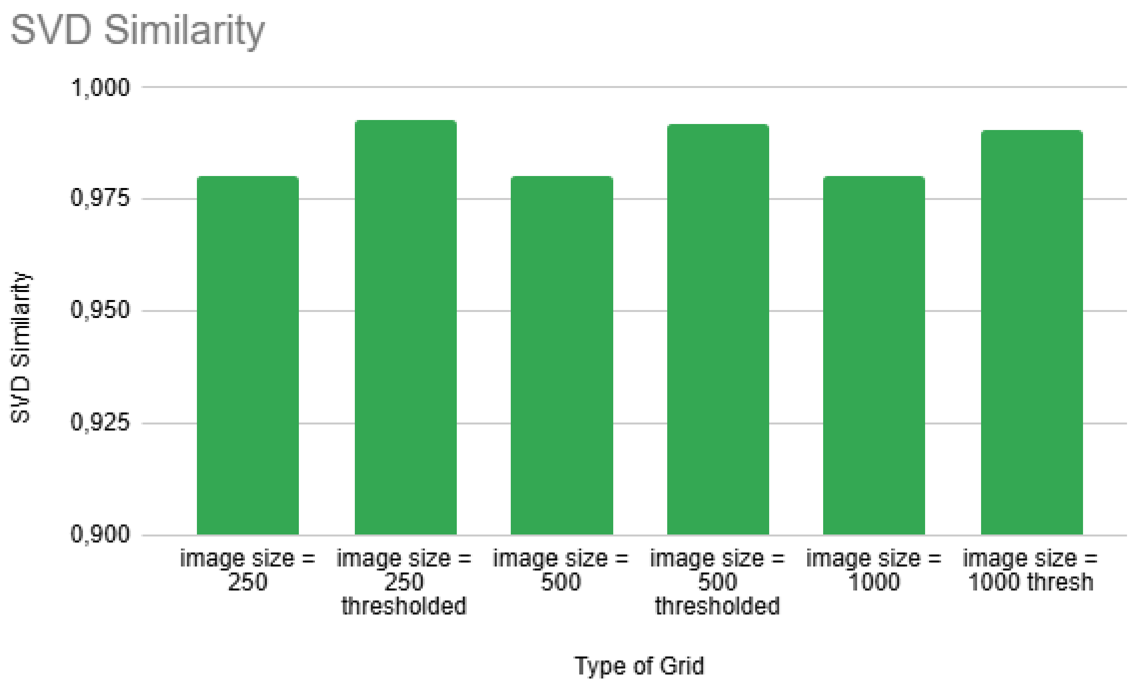
Εικόνα 76:Ιδεατό μοντέλο δομής grid (25,1,500) (αριστερά), το ZPR του (μέση) και η κατωφλίωση του ZPR του (δεξιά).



Εικόνα 77: Ιδεατό μοντέλο δομής grid (25,1,1000)(αριστερά), το ZPR του (μέση) και η κατωφλίωση του ZPR του (δεξιά).

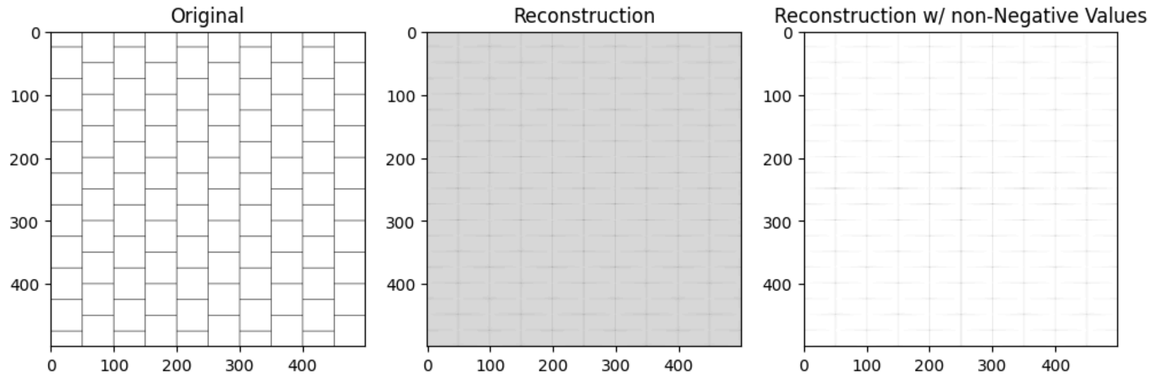


Εικόνα 78: Ραβδόγραμμα των τιμών της μετρικής SSIM για κάθε κατηγορία του Πίνακα 3.



Εικόνα 79:Ραβδόγραμμα των τιμών της μετρικής SVD Similarity για κάθε κατηγορία του Πίνακα 3.

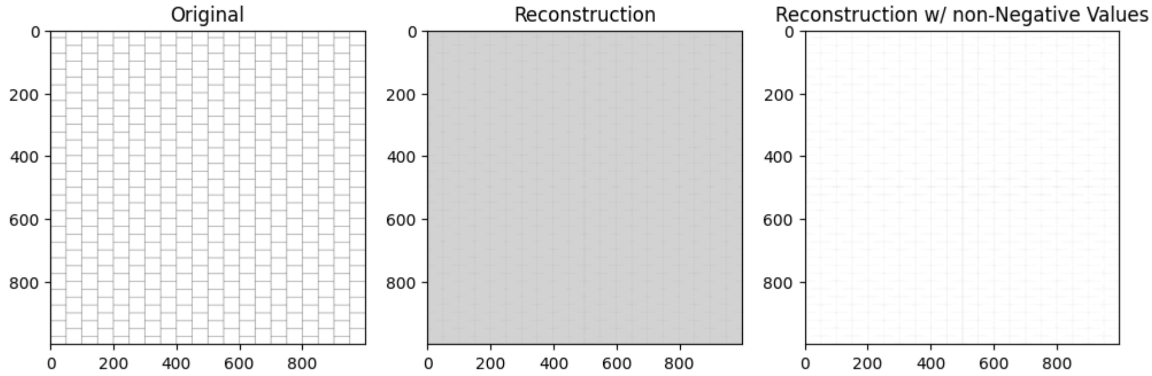
Για το ZPR του NW ας εξετάσουμε 2 διαφορετικά image sizes, 500 και 1000 pixels. Η επίδραση των διαφορετικών παραμέτρων αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 3.1. Η φύση της κάθετης συνιστώσας του μοτίβου μας, που ενέχει shift, είναι μια πληροφορία που δεν μπορεί να ανακτηθεί ελλείψει φάσης. Παρακάτω, παρατηρείται το ZPR για τα δύο διαφορετικά image sizes (Εικόνα 80 και 81) και οι τιμές των μετρικών (Πίνακας 4). Στις εικόνες 80 και 81, η άκρα δεξιά εικόνα είναι η εικόνα του ZPR, αλλά με μηδενισμό των μη θετικών τιμών. Αυτή τη συνθήκη υπαγορεύει η φύση του προβλήματος. Παρατηρούμε ότι η ZPR είναι ήδη αρκετά καλή σε επίπεδο μετρικών. Οπτικά, η επιβολή μη αρνητικών τιμών επιτυγχάνει αποτέλεσμα κοντινότερο στην εικόνα αναφοράς, αλλά, στις μετρικές αυτό δεν αποτυπώνεται. Το πρόβλημα φάσης έχει σημαντική επιρροή στην ανακατασκευή κι αυτό μας οδηγεί στην ανάπτυξη και χρήση αλγορίθμου ER.



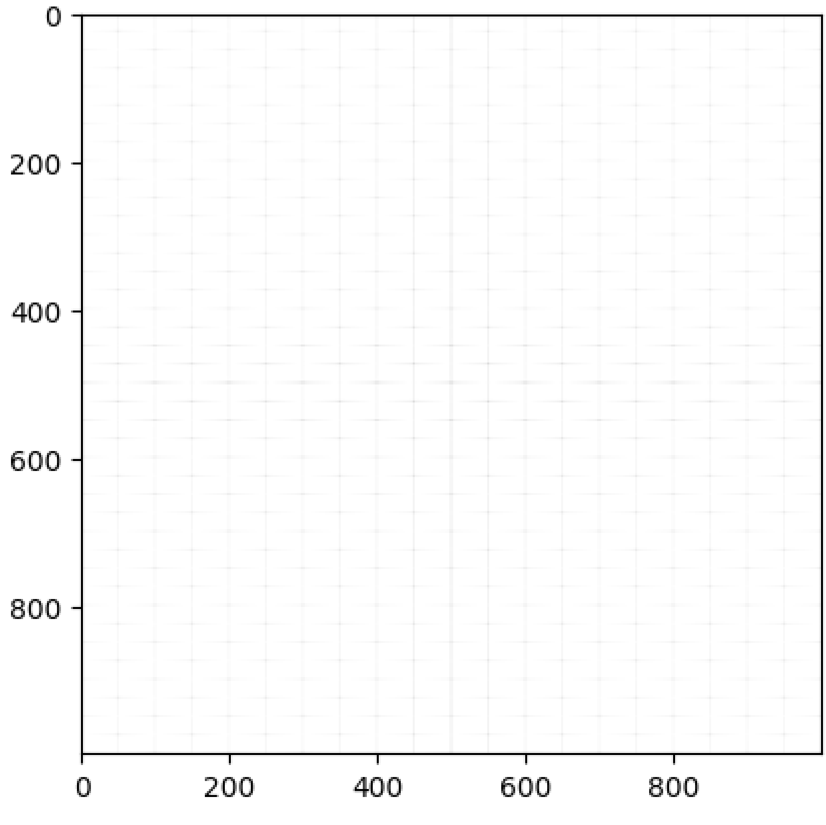
Εικόνα 80: Ιδεατό μοντέλο δομής NW (50,1,500) (αριστερά), το ZPR του (μέση) και το ZPR του με μη αρνητικές τιμές (δεξιά).

Type of NW	*SSIM*	*SVD Similarity*
(50,1,500)	*0.7442*	*0.9969*
(50,1,500), Non-zero	*0.7233*	*0.9948*
(50,1,1000)	*0.7788*	*0.9974*
(50,1,1000), Non-zero	*0.7516*	*0.9951*

Πίνακας 4: Σύγκριση τιμών μετρικών SSIM και SVD Similarity για τα ZPR των ιδεατών μοντέλων NW και τις μη αρνητικές εκδοχές αυτών, για NW(50,1,500) και NW(50,1,1000).



Εικόνα 81: Ιδεατό μοντέλο δομής NW (50,1,1000) (αριστερά), το ZPR του (μέση) και το ZPR του με μη αρνητικές τιμές(δεξιά).

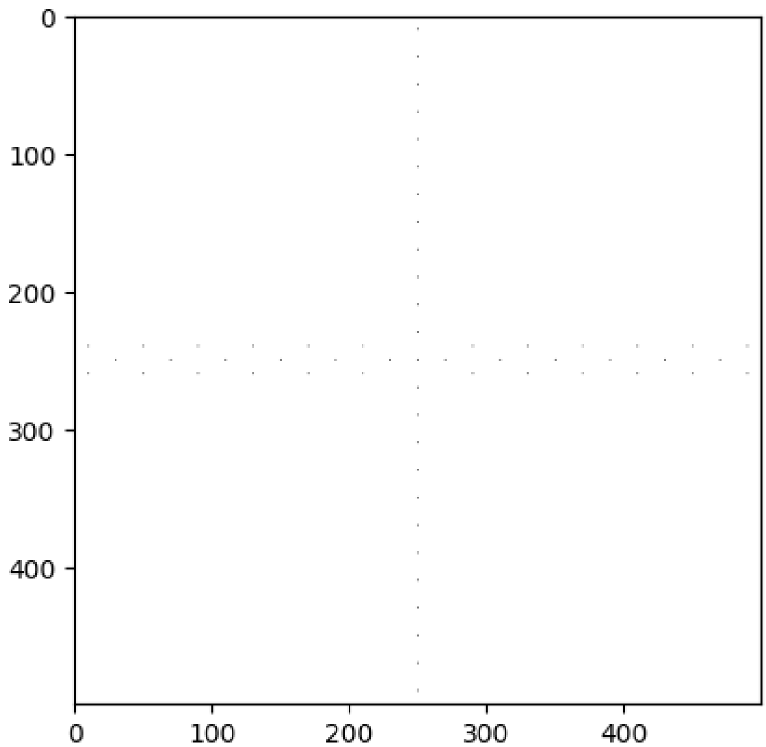


Εικόνα 82: ZPR του NW (50,1,1000) με μη αρνητικές τιμές

3.3 Ανάπτυξη αλγορίθμου ER

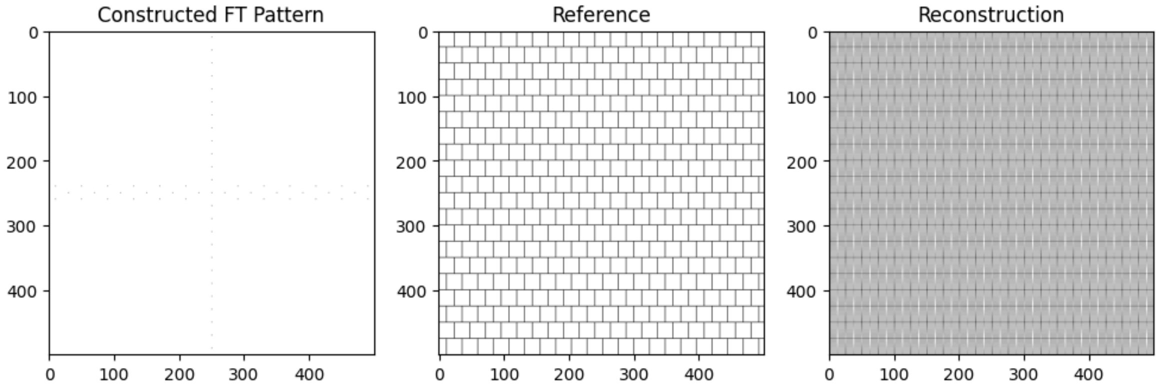
Μέχρι στιγμής, οι ZPR προέκυπταν από FT των ιδεατών μοντέλων και με αντίστροφο FT της έντασης τους. Σε πραγματικές συνθήκες, όπου η αρχική εικόνα μας θα είναι φωτογραφία έντασης, τα διαφορετικά επίπεδα του γκρι πιθανότατα να μην είναι τόσο διακριτά και διαχωρίσιμα. Στην ιδεατή περίπτωση, κουκίδες που παρατηρούμε πιο μακριά από το κέντρο έχουν σταδιακά μικρότερη τιμή, κάτι το οποίο στις φωτογραφίες μπορεί να μην είναι παρατηρήσιμο (βλέπε Εικόνα 48). Επίσης, ο θόρυβος που προκύπτει, τόσο από την ποιότητα της φωτογραφίας, όσο και από την παρεμβολή της DC συνιστώσας είναι σημαντικός και, πιθανώς, μια προεπεξεργασία, που μειώνει τα επίπεδα του γκρι, όπως η κατωφλίωση, να είναι αναγκαία. Έτσι, αποφασίσαμε, εκτός των ιδεατών μικροδομών, να κατασκευάσουμε και δομές εντάσεων FT. Για το NW, δημιουργήθηκαν μοτίβα έντασης, που ακολουθούν το μοτίβο 1-2 κουκίδων στη μια κάθετη διάσταση. Η μόνη διαφορά που υπάρχει σε σχέση με την ένταση από την ιδεατή μικροδομή, είναι η ίδια ένταση (μέγιστη) των κουκίδων σε όλο το μήκος της εικόνας. Αυτό είναι μια πρώτη πιο ρεαλιστική προσέγγιση στην προσομοίωσή μας, που θα μας βοηθήσει να φτάσουμε πιο κοντά στο πραγματικό μας πρόβλημα. Μια τέτοια δημιουργηθείσα δομή φαίνεται στην Εικόνα 83. Οι παράμετροι της συνάρτησης είναι distance, pixels, horizontal και vertical. Το distance αντιστοιχεί στην απόσταση των κουκίδων. Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 3.1, η απόσταση είναι ίση με *image size/pitch*. Η παράμετρος pixels αντιστοιχεί στο image size, ενώ οι Boolean horizontal και vertical καθορίζουν αν θα εμφανιστούν οι οριζόντιες και κάθετες συνιστώσες του μοτίβου.

```
def nw_ft_pattern(distance, pixels, horizontal = True, vertical = True)
```



Εικόνα 83: Ιδεατό μοντέλο έντασης FT του NW με παραμέτρους (20,500).

Από δω και στο εξής, θεωρούμε ότι οι Boolean μεταβλητές είναι πάντα αληθείς και οι παράμετροι μπορούν να εμφανίζονται στη μορφή (distance, pixels).Αν εξετάσουμε το ZPR του μοτίβου έντασης FT που δημιουργήσαμε, αυτό που παίρνουμε είναι η άκρα δεξιά εικόνα της Εικόνας 84. Στον Πίνακα 5 φαίνεται η ομοιότητα της ανακατασκευής μας, με βάση τις μετρικές μας, για μοτίβο με παραμέτρους (20,500). Με βάση τις υψηλές τιμές του SVD Similarity, διαπιστώνουμε ότι υπάρχει βασική ομοιότητα των εικόνων, αλλά με βάση την χαμηλή τιμή της SSIM η ακριβής δομή των εικόνων είναι πολύ διαφορετική, κάτι που φαίνεται και οπτικά.



Εικόνα 84: Ιδεατό μοντέλο έντασης FT του NW με παραμέτρους (20,500) (αριστερά), ιδεατό μοντέλο NW(25,1,500) (μέση) και ZPR του ιδεατού μοντέλου έντασης (δεξιά).

Type of FT pattern	*SSIM*	*SVD Similarity*
20.500	*0.1338*	*0.9882*

Πίνακας 5: Τιμές μετρικών SSIM και SVD Similarity για τα ZPR των ιδεατών μοντέλων έντασης FT του NW με παραμέτρους (20,500).

Κατά τον πειραματισμό μας, ανακαλύψαμε μια τεχνική για την εξαγωγή πληροφορίας φάσης από το αρχικό σήμα έντασης. Αυτή η φάση δεν είναι σε καμία περίπτωση η ιδανική για την ανακατασκευή. Άλλωστε αν ίσχυε αυτό, δε θα υπήρχε λόγος για χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων. Αντ' αυτού, η φάση αυτή, όπως θα δούμε παρακάτω, λειτουργεί αποτελεσματικά ως αρχική φάση με τον αλγόριθμο Fienup. Ειδικότερα, η διαδικασία απόκτησης αυτής της φάσης είναι η παρακάτω. Η ένταση του FT μας δίνει το ZPR με αντίστροφο FT. Έχουμε δηλαδή μια πραγματική εικόνα. Αν τώρα αυτό το ZPR το κάνουμε FT, θα καταλήξουμε με ένα μιγαδικό σήμα, το οποίο περιέχει και πλάτος και φάση. Αυτή η φάση είναι άλλη μια αρχική συνθήκη που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε στους επαναληπτικούς μας αλγορίθμους. Η διαδικασία αυτή θα αναφέρεται ως phase_get από δω και στο εξής. Το όνομα προκύπτει από την αντίστοιχη συνάρτηση που δημιουργήσαμε σε python.

Τα παραπάνω αποτελέσματα ZPR των εικόνων μας, μας οδηγούν στην ανάπτυξη ενός επαναληπτικού αλγορίθμου ανάκτησης φάσης. Αρχικά, έγινε μια προσπάθεια ανάπτυξης του πιο απλού αλγορίθμου, δηλαδή του ER. Η σύγκλιση του αλγορίθμου εποπτεύεται μέσω της παραμέτρου του σφάλματος, όπως αναφέρθηκε και στο Κεφάλαιο 2.7. Τρέχουμε τον αλγόριθμο για 15 βήματα, δοκιμάζοντας διαφορετικές αρχικές συνθήκες. Στην πρώτη σειρά εμφανίζεται η πορεία τους σφάλματος για αλγόριθμο με τυχαία φάση. Στη δεύτερη, με τυχαία φάση με τιμές στο διάστημα [-π,π] και στην τρίτη, με φάση που εξάγουμε από το πλάτος (phase_get).

	Σφαλμα Αλγορίθμου ER			
Αρχικές συνθήκες αλγορίθμου	*steps = 1*	*steps = 5*	*steps = 10*	*steps = 15*
random phase	*1.8498*	*0.9765*	*1.0327*	*1.0375*
random phase [-pi,pi]	*1.813*	*1.015*	*1.0354*	*1.043*
phase_get	*1.1429*	*1.1429*	*1.1429*	*1.1429*

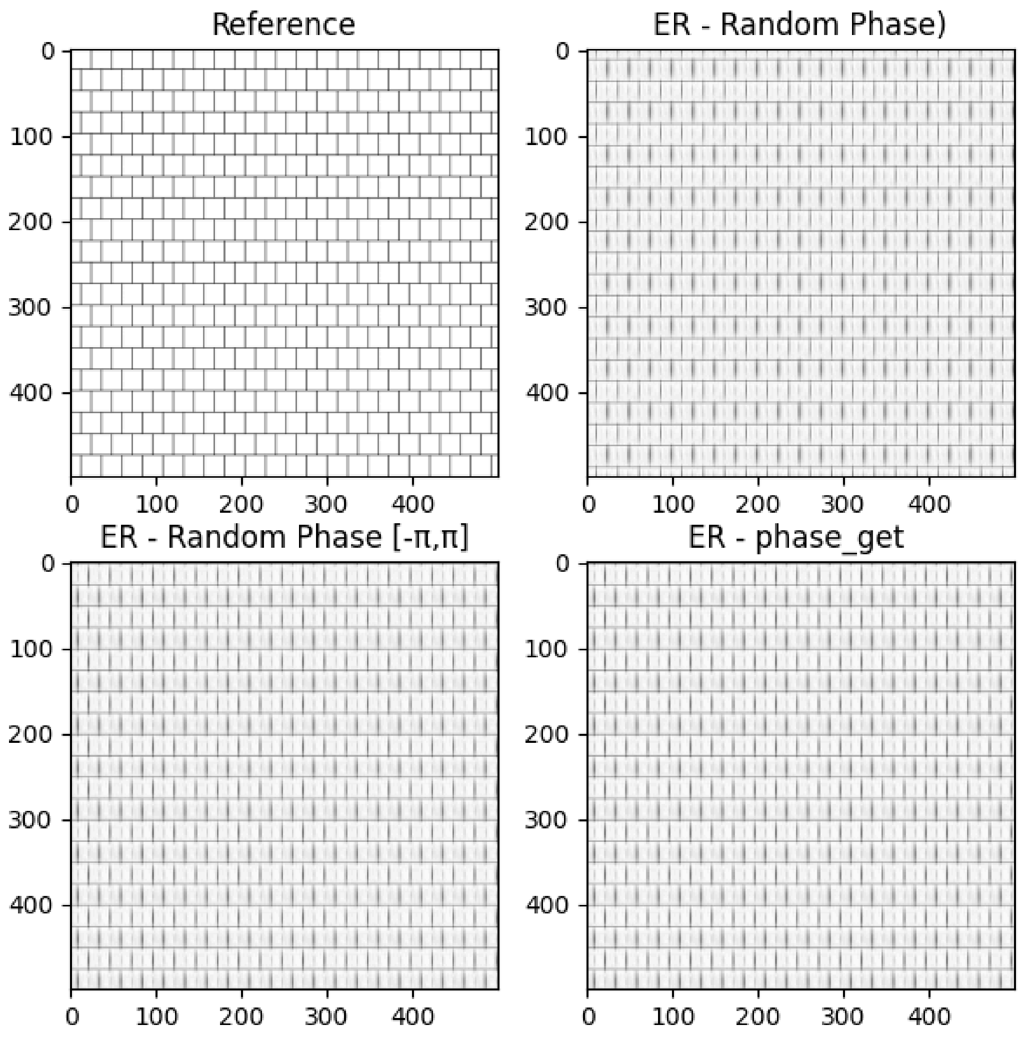
Πίνακας 6: Τιμές σφάλματος αλγορίθμου ER για βήματα 1,5, 10 και 15, για διαφορετικές αρχικές συνθήκες (τυχαία φάση, τυχαία φάση στο διάστημα -π εως π και με phase_get)

Τη μικρότερη, αλλά και μεγαλύτερη τιμή σφάλματος παρατηρούμε στην τυχαία φάση. Αυτό συμβαίνει, γιατί η τυχαία φάση στην αρχή μπορεί να λειτουργήσει αρνητικά για το σφάλμα. Ωστόσο, όπως αναφέρεται και στη θεωρία, στα πρώτα βήματα το σφάλμα μειώνεται, ενώ στη συνέχεια φτάνει σε πλατώ. Η phase_get περίπτωση κάνει stagnate πλήρως από την αρχή, καθώς οι περιορισμοί που εφαρμόζει ο αλγόριθμος πληρούνται από την αρχή και δεν μπορεί να γίνει κάποια διόρθωση. Η προσέγγιση της αρχικής φάσης στο διάστημα [-π,π], που προτάθηκε από τη βιβλιογραφία [4], δε φάνηκε να βελτιώνει τα αποτελέσματα σε σχέση με την τυχαία φάση, αλλά είναι μια καλή αρχική συνθήκη με καλά αποτελέσματα, που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε. Ο αλγόριθμος παρουσιάζει αύξηση του σφάλματος με το πέρας του στις δύο πρώτες περιπτώσεις, στοιχείο που υποδεικνύει κάποιο σφάλμα στην υλοποίησή του. Στην Εικόνα 85 φαίνονται τα αποτελέσματα με το μικρότερο σφάλμα για κάθε σετ αρχικών συνθηκών. Παρατηρούμε ότι, οπτικά, οι αναπαραστάσεις είναι πολύ κοντά στην εικόνα αναφοράς. Οι μετρικές για κάθε μία εικόνα φαίνονται στον Πίνακα 7. Για τις περιπτώσεις των τυχαίων αρχικών φάσεων διενεργούμε κατωφλίωση στην τελική εικόνα για να εξετάσουμε το αποτέλεσμα. Η κατωφλίωση αυξάνει τις μετρικές. Την καλύτερη μετρική SSIM έχει η αρχική συνθήκη τυχαίας φάσης με τιμές ανάμεσα στο -π και το π, με κατωφλίωση. Ενώ την καλύτερη τιμή SVD similarity έχει η τυχαία φάση με κατωφλίωση. Η μετρική SSIM έχει μεγάλη ευαισθησία στο shift. Παρόλο που λόγω περιοδικότητας της δομής των υλικών μας, οι αποδεκτές ανακατασκευές μπορούν να είναι είναι πολλαπλές, παρατηρούμε ότι αρχική φάση με τιμές από -π εως π, είναι η πιο πιστή στην εικόνα αναφοράς και βάσει μετρικών.

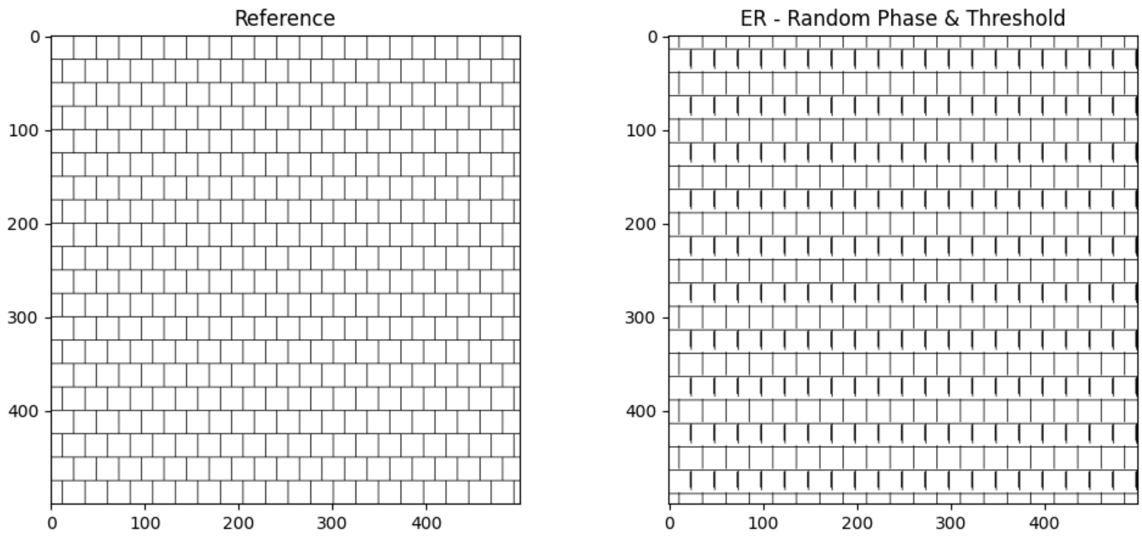
Ωστόσο, όπως είδαμε, υπάρχουν τρόποι εξαγωγής πληροφοριών για τις παραμέτρους των υλικών μας (αλγόριθμος Εύρεσης Εντάσεων συχνοτήτων). Έτσι, είναι σημαντικό να γίνεται πάντα μια αξιολόγηση των αποτελεσμάτων, τόσο βάσει οπτικού αποτελέσματος, όσο και μετρικών.

Τύπος ανακατασκευής	*SSIM*	*SVD Similarity*
random phase	*0.0059*	*0.9691*
random phase thresholded	*0.2245*	*0.9910*
random phase [-pi,pi]	*0.0112*	*0.9655*
random phase [-pi,pi] thresholded	*0.2983*	*0.9793*
phase_get	*0.0415*	*0.9738*

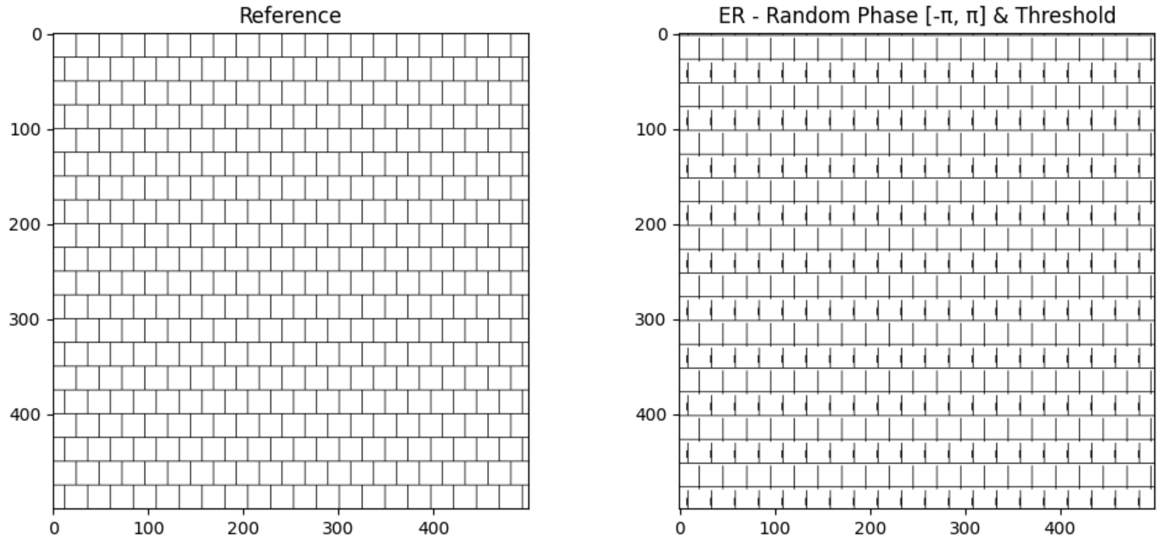
Πίνακας 7: Σύγκριση τιμών μετρικών SSIM και SVD Similarity για τα τις καλύτερες εικόνες του αλγορίθμου ER (για διαφορετικές αρχικές συνθήκες : τυχαία φάση, τυχαία φάση στο διάστημα -π έως π και με phase_get), καθώς και τις κατωφλίωσης τους.



Εικόνα 85: Ιδεατό μοντέλο NW και οι οπτικές αναπαραστάσεις των καλύτερων αποτελεσμάτων του αλγορίθμου ER για κάθε αρχική συνθήκη.

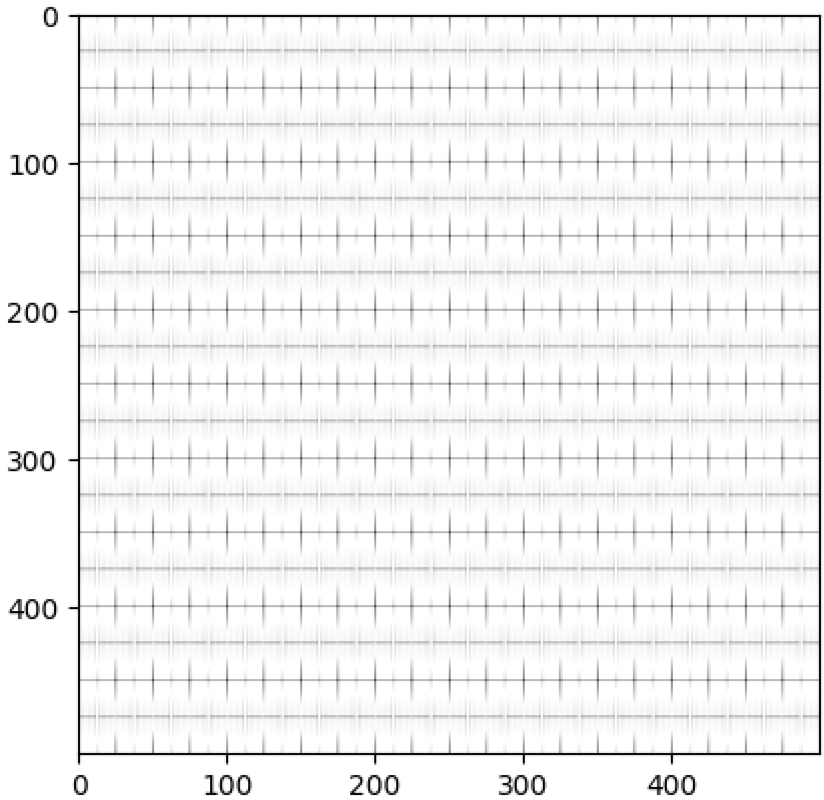


Εικόνα 86: Ιδεατή δομή NW (αριστερά) και η κατωφλιωμένη εικόνα αποτελέσματος τους αλγορίθμου ER για τυχαία αρχική φάση.

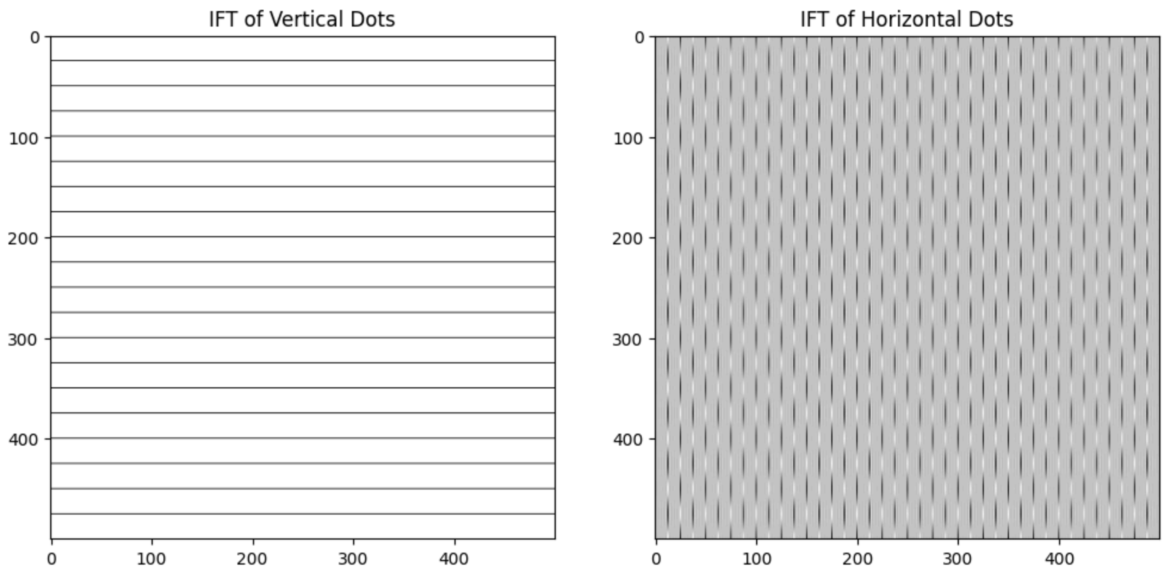


Εικόνα 87: Ιδεατή δομή NW (αριστερά) και η κατωφλιωμένη εικόνα αποτελέσματος τους αλγορίθμου ER για τυχαία αρχική φάση με τιμές απο -π έως π.

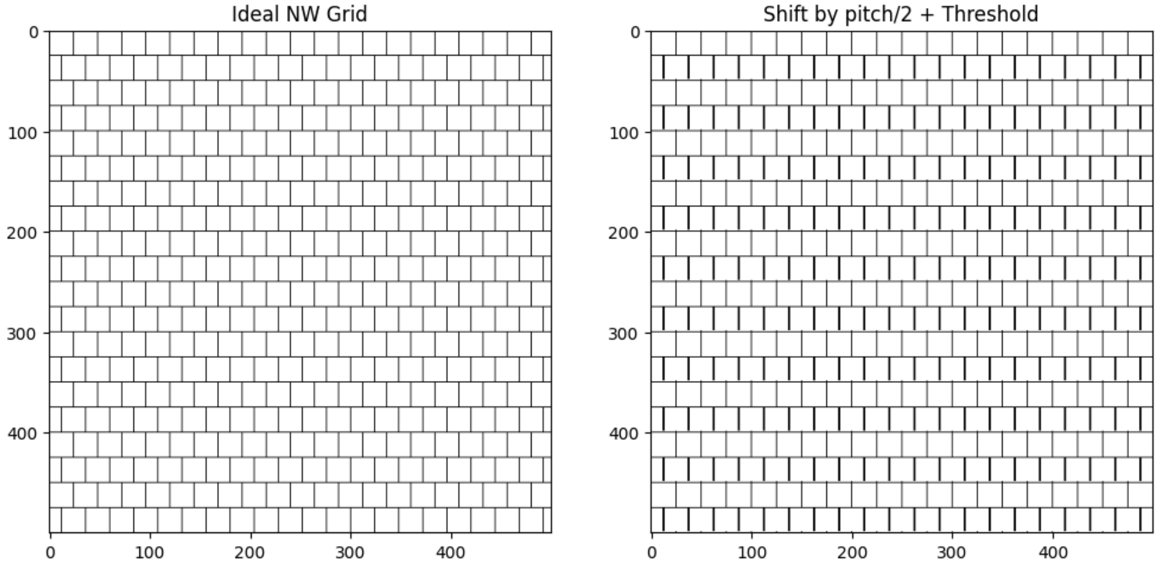
Διαισθητικά, και παρατηρώντας την εικόνα του ZPR με μη αρνητικές τιμες, έντασης NW (Εικόνα 88) , κάνουμε την διαπίστωση ότι στην κάθετη διάσταση χρειάζεται ένα shift κατά *pitch/2* προς τα κάτω και το αποτέλεσμα είναι σχεδόν συνεπές με την εικόνα αναφοράς. Χωρίζουμε το μοτίβο σε κάθετη και οριζόντια συνιστώσα. Κάνουμε αντίστροφο FT σε καθεμία από αυτές (Εικόνα 89). Στην κάθετη συνιστώσα διενεργούμε το εν λόγω shift. Ενώνουμε τις δύο ανακατασκευές. Στη συνέχεια, κάνουμε κατωφλίωση. Το αποτέλεσμα φαίνεται στην Εικόνα 90 δεξιά. Η ανακατασκευή είναι πολύ κοντά στο αρχικό reference. Οι μετρικές φαίνονται στον Πίνακα 8.



Εικόνα 88: ZPR με μη αρνητικές τιμές του μοντέλου έντασης FT του NW.



Εικόνα 89: ZPR της κάθετης συνιστώσας της δομής της έντασης του NW (αριστερά) και ZPR της οριζόντιας συνιστώσας της δομής της έντασης του NW.



Εικόνα 90: Ιδεατό μοντέλο δομής NW (αριστερά) και άθροισμα των ZPR της κάθετης συνιστώσας της έντασης του NW και ZPR της κάθετης με οριζόντια μετατόπισή του κατά pitch/2.

Τύπος εικόνας	*SSIM*	*SVD Similarity*
Shifted	*0.1079*	*0.99412*
Shifted thresh	*0.5318*	*0.9986*

Πίνακας 8: Τιμές μετρικών SSIM και SVD Similarity για τα ZPR των ιδεατών μοντέλων έντασης FT του NW, αφού μετακινηθεί η οριζόντια συνιστώσα κατά pitch/2 και της κατωφλίωσής του.

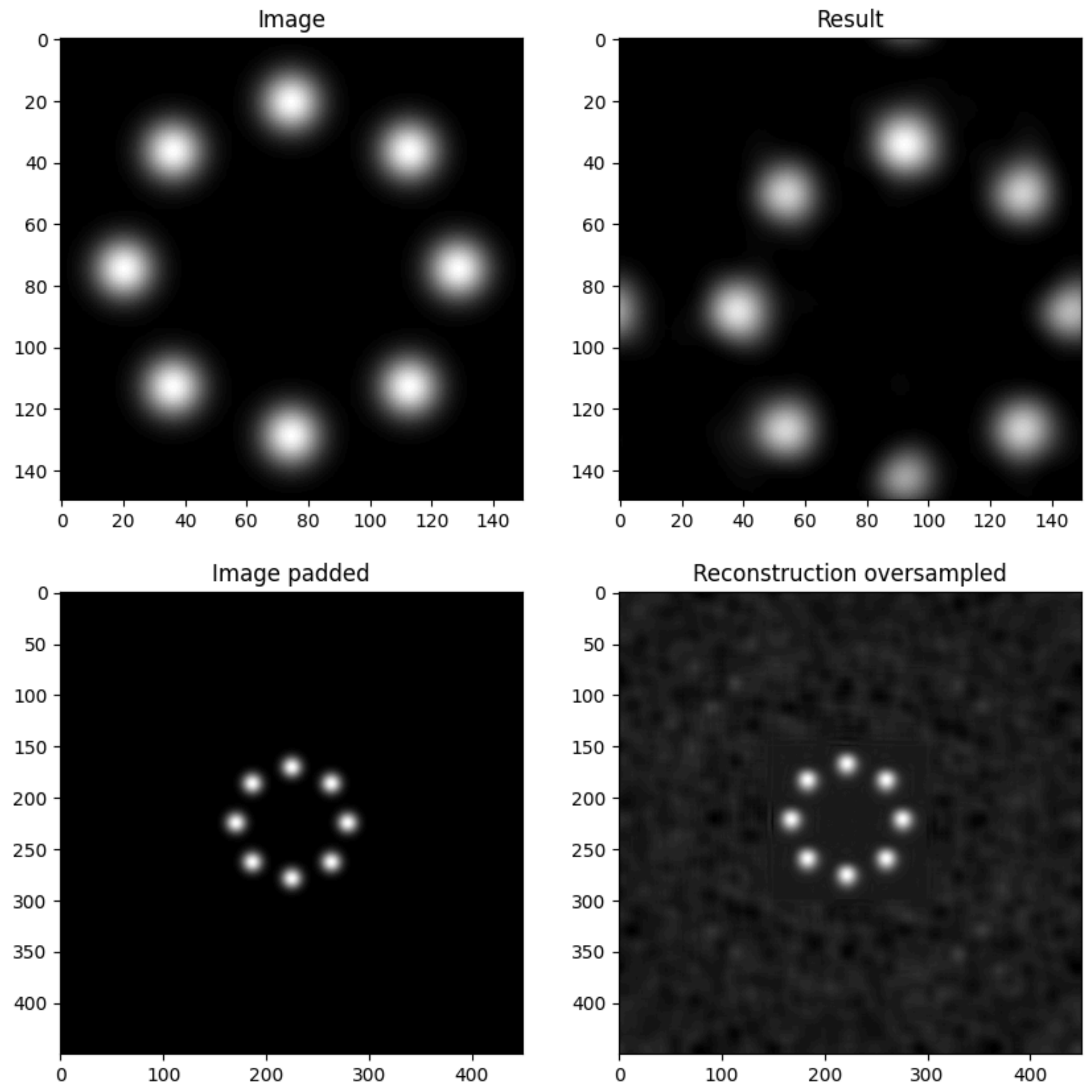
Το οπτικό αποτέλεσμα της συνέπειας των δυο εικόνων, επιβεβαιώνεται μερικώς από την μετρική SSIM, ενώ περισσότερο από τη μετρική SVD Similarity.

3.4 Αλγόριθμος Fienup

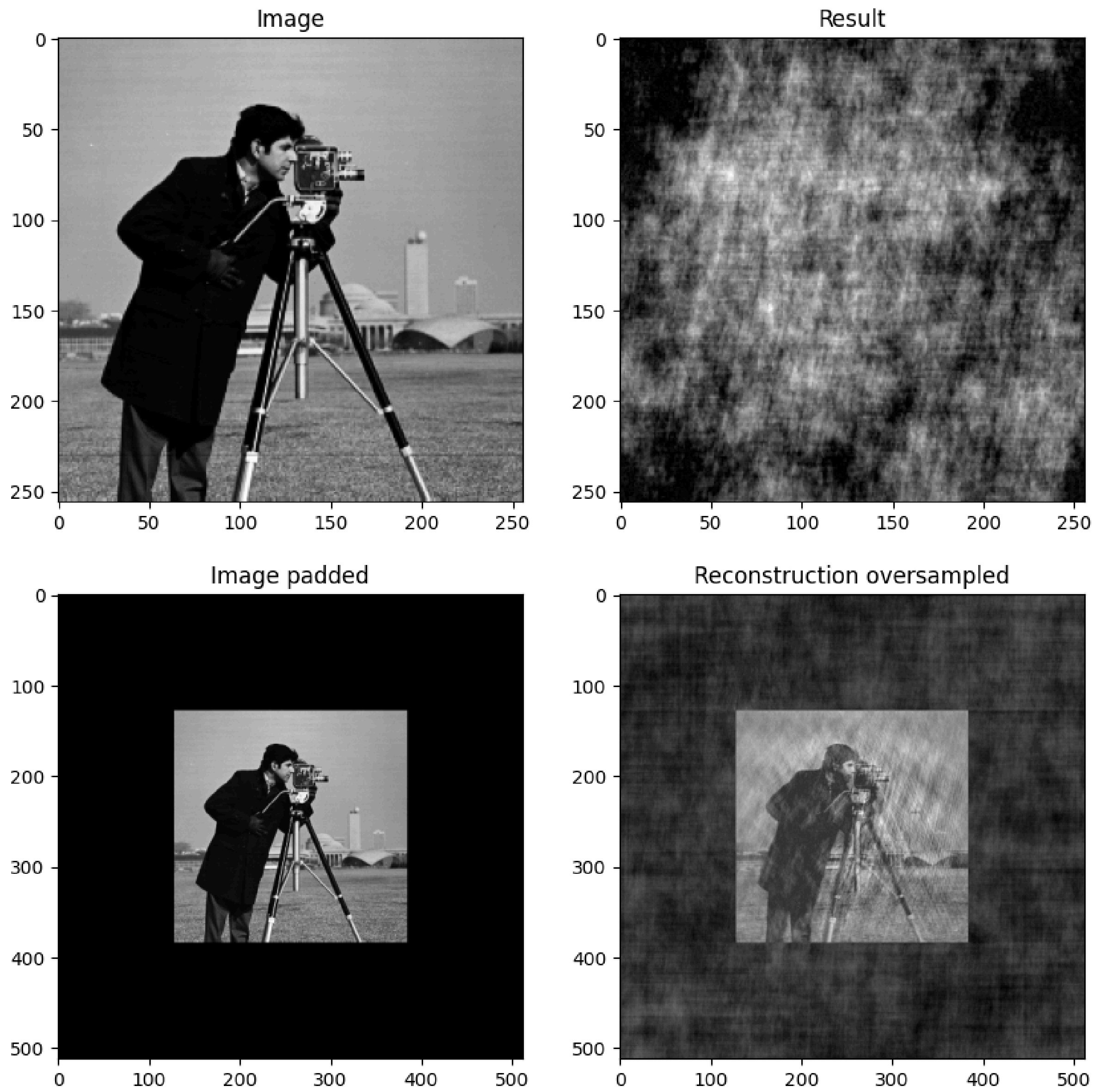
Πέραν του αλγορίθμου ER έγινε χρήση και αλγορίθμου Fienup (HIO). Ο αλγόριθμος βρέθηκε από την πλατφόρμα github και προσαρμόστηκε ανάλογα [29]. Η συγκεκριμένη υλοποίηση δέχεται ως είσοδο του αλγορίθμου την ένταση του FT του προς ανακατασκευή σήματος. Επιπλέον, ως παραμέτρους δέχεται την τιμή του beta (β) και τον αριθμό των βημάτων (επαναλήψεων) του αλγορίθμου. Δίνει τη δυνατότητα λειτουργίας με "μάσκα" της περιοχής ενδιαφέροντος, για χρήση με εικόνες με oversampling, αλλά και την επιλογή για αλγόριθμο "Input-Input", "Output-Output", "Hybrid Input-Output". Σε περίπτωση επιλογής "Output-Output" και παραμέτρου beta = 1, τότε ο αλγόριθμος λειτουργεί ως ER. Συγχρόνως, τροποποιούμε τον αλγόριθμο, για να μπορεί να δεχθεί και αρχική φάση, αντί για μόνο τυχαία (standard λειτουργία), ενώ επίσης τον εμπλουτίζουμε ώστε να μπορεί να λειτουργήσει ως Shrinkwrap. Καθ'όλη τη διάρκεια του κεφαλαίου, όπου αναφέρεται η χρήση αλγορίθμου Fienup και καμία άλλη πληροφορία ρητά, υπονοείται η χρήση αλγορίθμου HIO με beta = 0.8.

3.4.1 Χρήση σε πραγματικές εικόνες

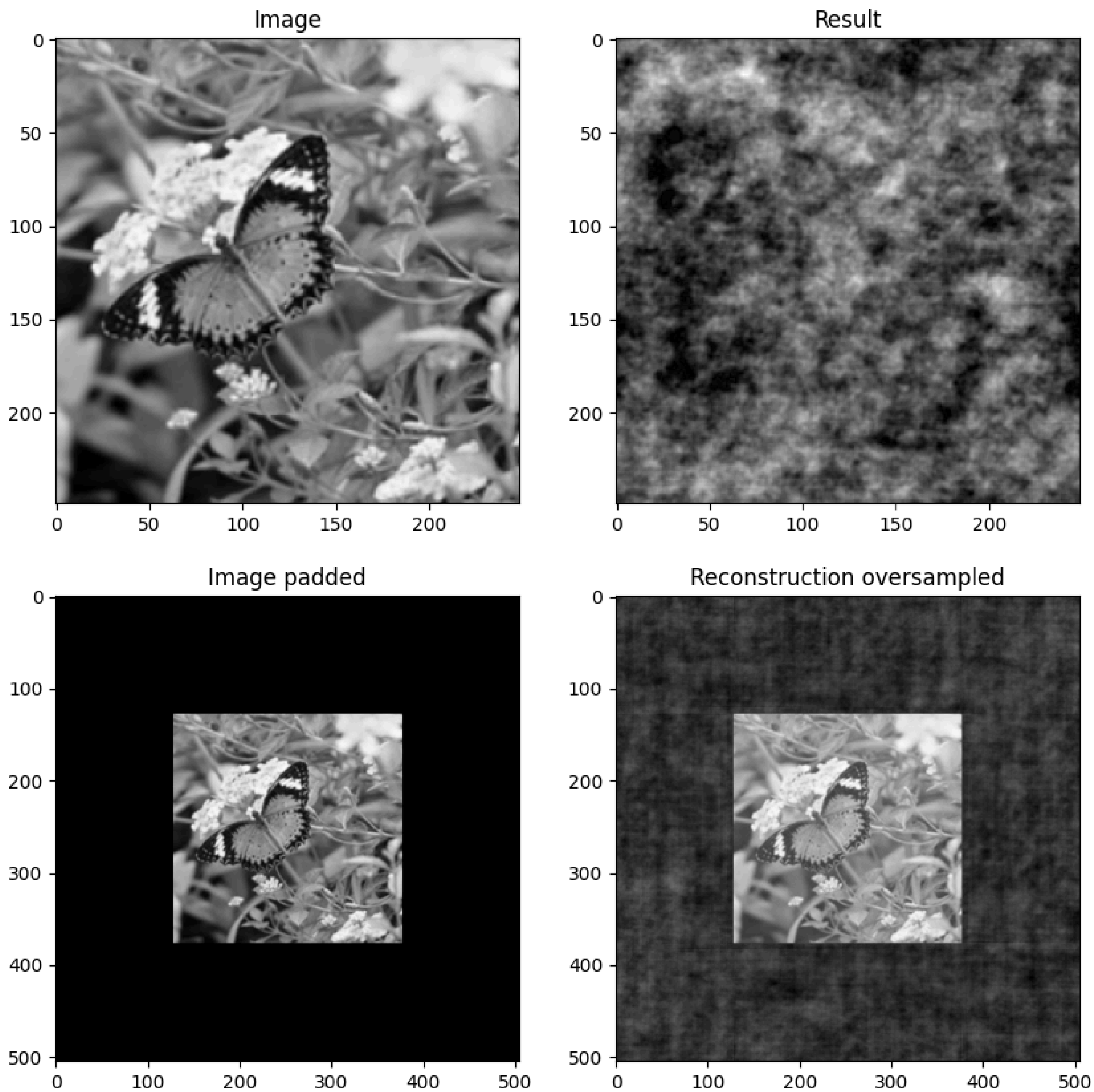
Ο αλγόριθμος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ένταση FT οποιασδήποτε εικόνας (δισδιάστατο σήμα). Παρακάτω φαίνεται η χρήση του σε απλούστερες συμμετρικές εικόνες και σε κλασικές εικόνες (butterfly, cameraman). Για τα πιο περίπλοκα και μη περιοδικά σήματα, ο απλός αλγόριθμος δεν λειτουργεί αποτελεσματικά. Για να μπορέσει να λειτουργήσει, χρειάζεται η χρήση oversampling. Κάτω δεξιά, σε όλες τις παρακάτω εικόνες (Εκόνες 91,92,93), εμφανίζεται το αποτέλεσμα μετά από oversampling.



Εικόνα 91: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup σε απλή συμμετρική ασπρόμαυρη εικόνα με χρήση oversampling και χωρίς.



Εικόνα 92: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup σε πραγματική εικόνα (cameraman) με χρήση oversampling και χωρίς.



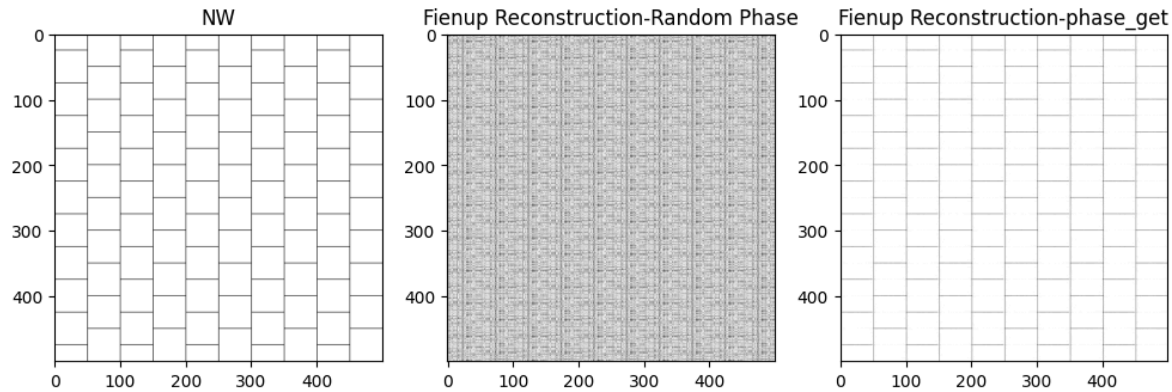
Εικόνα 93: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup σε πραγματική εικόνα (butterfly) με χρήση oversampling και χωρίς.

3.4.2 Χρήση αλγορίθμου σε μοντέλα NW

Ας δοκιμάσουμε τον αλγόριθμο σε εικόνες NW.

i) Ένταση από ιδεατό μοντέλο NW

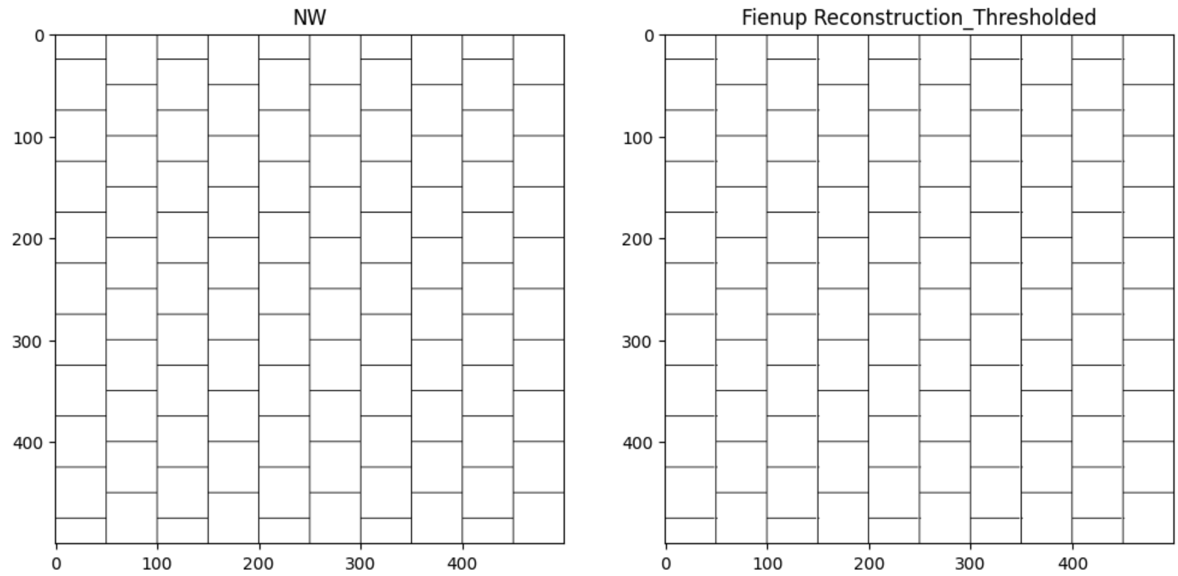
Αρχικά, θα χρησιμοποιήσουμε το πλάτος FT από ένα ιδεατό μοντέλο NW. Συγκεκριμένα, η παρακάτω ανάλυση αναφέρεται σε NW(50,1,500). Ο αλγόριθμος τροποποιήθηκε, ώστε να μπορεί να δέχεται αρχική φάση. Κατά την έρευνάς μας, μια αρχική φάση (phase_get) πιο εστιασμένη, μπορεί να βοηθήσει τον αλγόριθμο να συγκλίνει πιο εύκολα. Παρακάτω φαίνεται το αποτέλεσμα για 200 steps για αλγόριθμο με τυχαία φάση και με phase_get, χωρίς και με κατωφλίωση (Εικόνες 94, 95). Ο Πίνακας 9 παρουσιάζει την απόδοση των ανακατασκευών βάσει μετρικών. Με τυχαία φάση, το αποτέλεσμα δεν έχει καλό αποτέλεσμα ούτε οπτικά, ούτε με βάση τις μετρικές. Απεναντίας, η ανακατασκευή με μη phase_get είναι σχεδόν τέλεια, κι ακόμη καλύτερη με κατωφλίωση. Στην Εικόνα 95 παρουσιάζεται η σύγκριση της εικόνας αναφοράς με το αποτέλεσμα μετά από κατωφλίωση.



Εικόνα 94: Ιδεατή δομή NW (50,1,500) (αριστερά), το αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup για 200 steps με τυχαία αρχική φάση (μέση) και το αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup για 200 steps με αρχική φάση από phase_get (δεξιά).

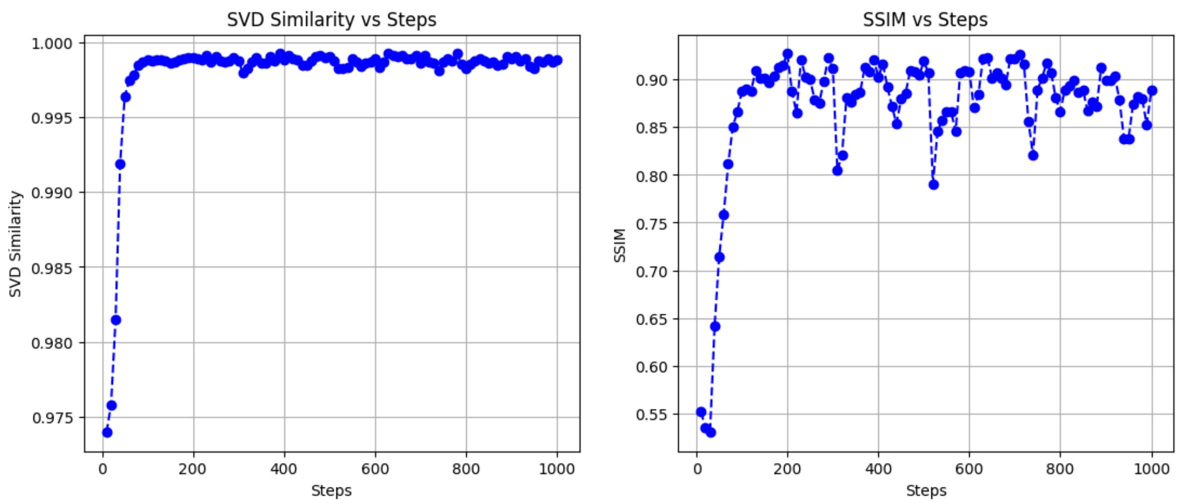
Αρχικές συνθήκες	*SSIM*	*SVD Similarity*
Random Phase	*-0.0007*	*0.8776*
phase_get	*0.9273*	*0.9989*
phase_get Thresholded	*0.9973*	*0.9999*

Πίνακας 9: Τιμές μετρικών SSIM και SVD Similarity για τα αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup για 200 βήματα με τυχαία αρχική φάση, με φάση από phase_get και η κατωφλίωση του δεύτερου.



Εικόνα 95: Ιδεατή δομή NW (50,1,500) (αριστερά) και το αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup για 200 steps με αρχική φάση από phase_get, μετά από κατωφλίωση (δεξιά).

Ένα εύλογο ερώτημα που προκύπτει είναι η απόδοση του αλγορίθμου με βάση τα βήματα. Παρακάτω φαίνεται η απόδοση του αλγορίθμου με phase_get βάσει μετρικών συναρτήσει των βημάτων του αλγορίθμου.



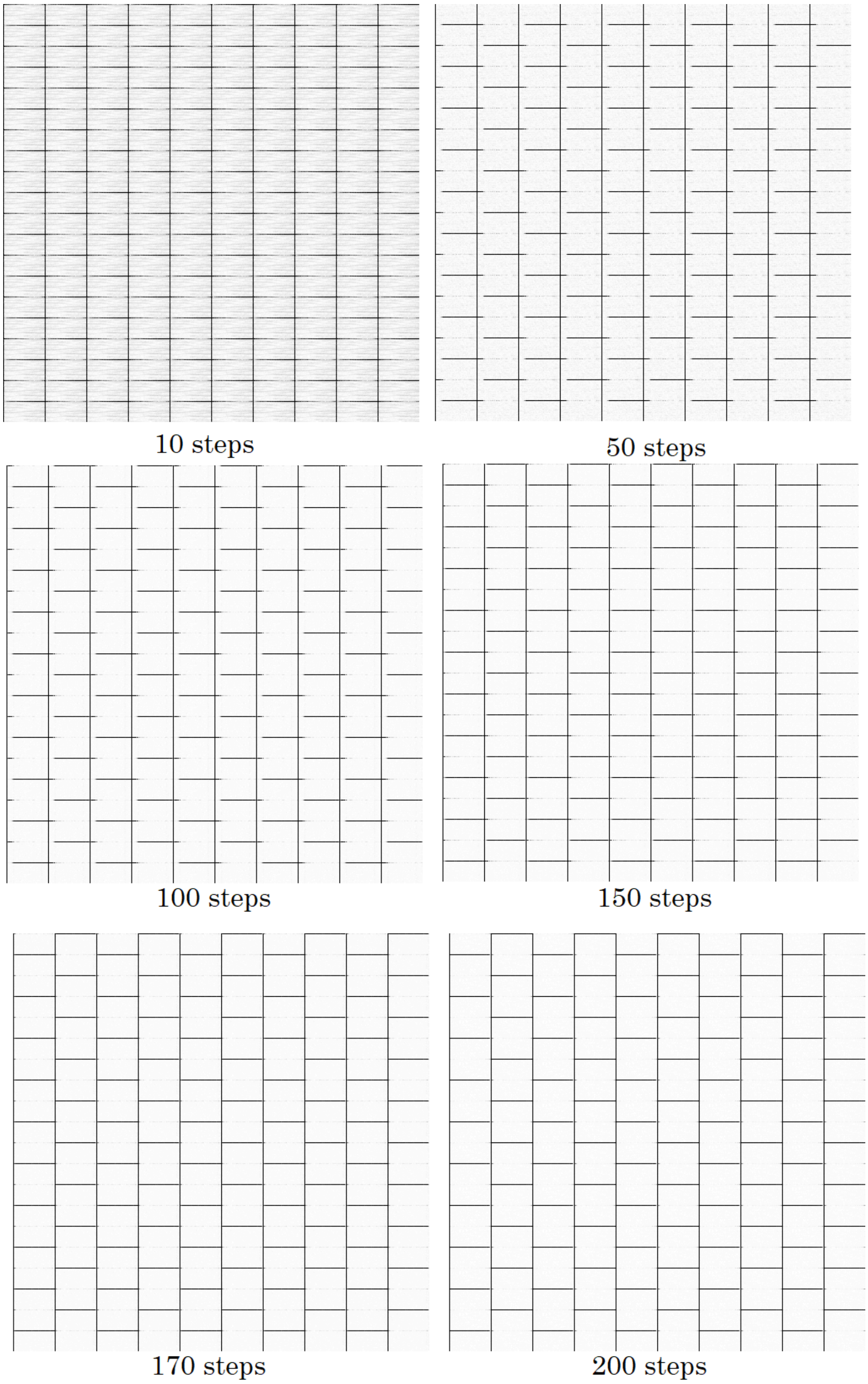
Εικόνα 96: Σχεδιάγραμμα μετρικής SVD Similarity συναρτήσει των βημάτων του αλγόριθμου Fineup με phase_get αρχική φάση, για Ιδεατό μοντέλο NW (50,1,500) (αριστερά) και σχεδιάγραμμα μετρικής SSIM συναρτήσει των βημάτων του αλγόριθμου Fineup για Ιδεατό μοντέλο NW (50,1,500) (δεξιά).

Παρατηρούμε ότι και οι δύο μετρικές φτάνουν στην περιοχή μεγίστων τιμών, όπου και παραμένουν, περίπου στα 200 βήματα. Στον πίνακα 10 φαίνονται οι τιμές των μετρικών για τα πρώτα 200 βήματα, με ενδιάμεσο βήμα 10.

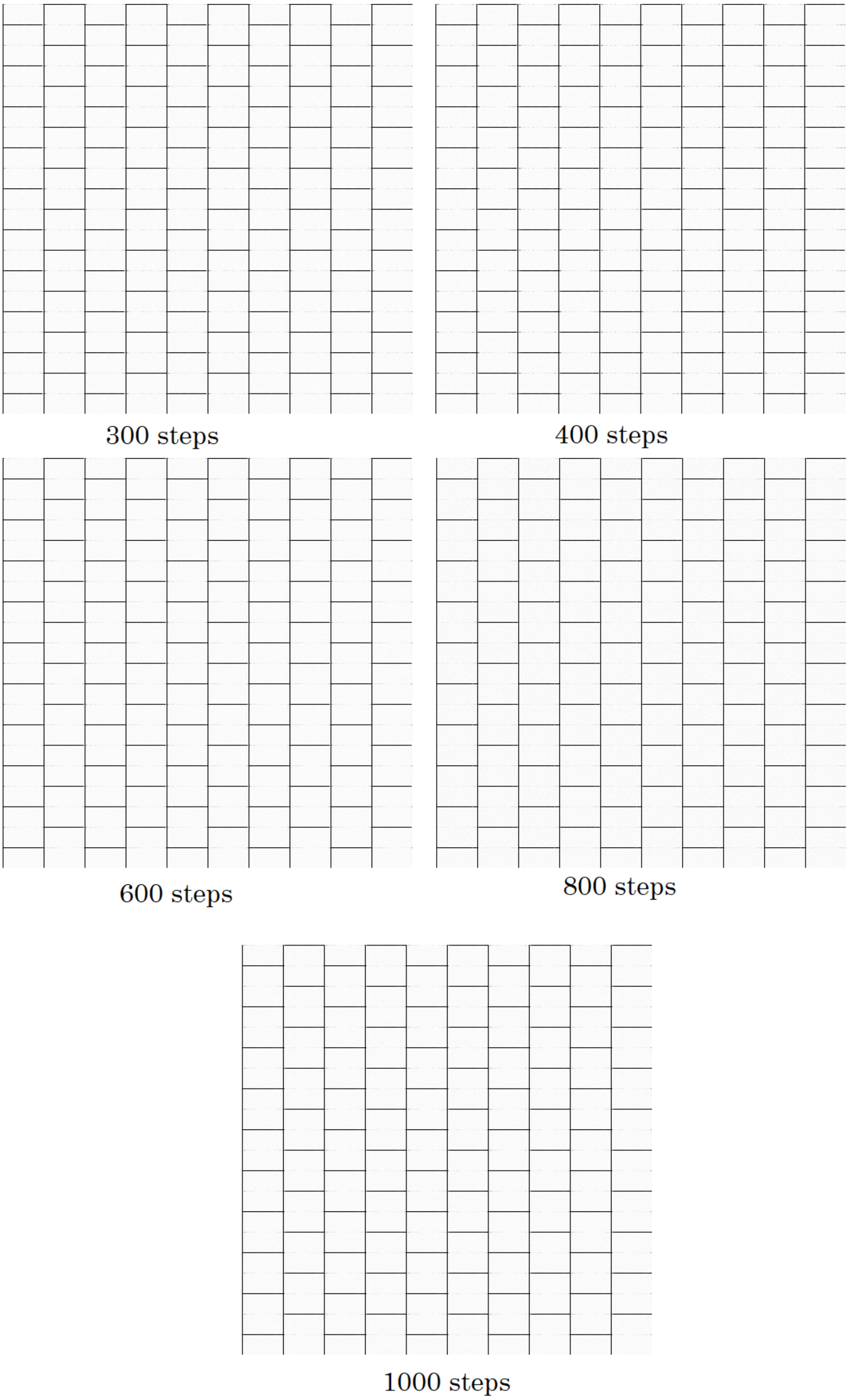
Steps	*SSIM*	*SVD Similarity*
10	*0.5515*	*0.9739*
20	*0.5347*	*0.9757*
30	*0.5300*	*0.9814*
40	*0.6410*	*0.9919*
50	*0.7139*	*0.9963*
60	*0.7585*	*0.9974*
70	*0.8115*	*0.9978*
80	*0.8504*	*0.9984*
90	*0.8662*	*0.9987*
100	*0.8879*	*0.9988*
110	*0.8904*	*0.9987*
120	*0.8875*	*0.9988*
130	*0.9090*	*0.9988*
140	*0.9011*	*0.9987*
150	*0.9014*	*0.9986*
160	*0.8966*	*0.9986*
170	*0.9033*	*0.9987*
180	*0.9133*	*0.9988*
190	*0.9148*	*0.9989*
200	*0.9273*	*0.9989*

Πίνακας 10: Τιμές μετρικών SSIM και SVD Similarity για κάθε 10 βήματα του αλγορίθμου Fineup μέχρι τα 200 βήματα, με αρχική φάση phase_get, από ιδεατή δομή NW(50,1,500).

Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα του αλγορίθμου για διάφορα βήματα (Εικόνες 97, 98). Παρατηρούμε ότι, όπως φαίνεται και στις μετρικές, υπάρχει σύγκλιση του αλγορίθμου περίπου στα 200 βήματα.

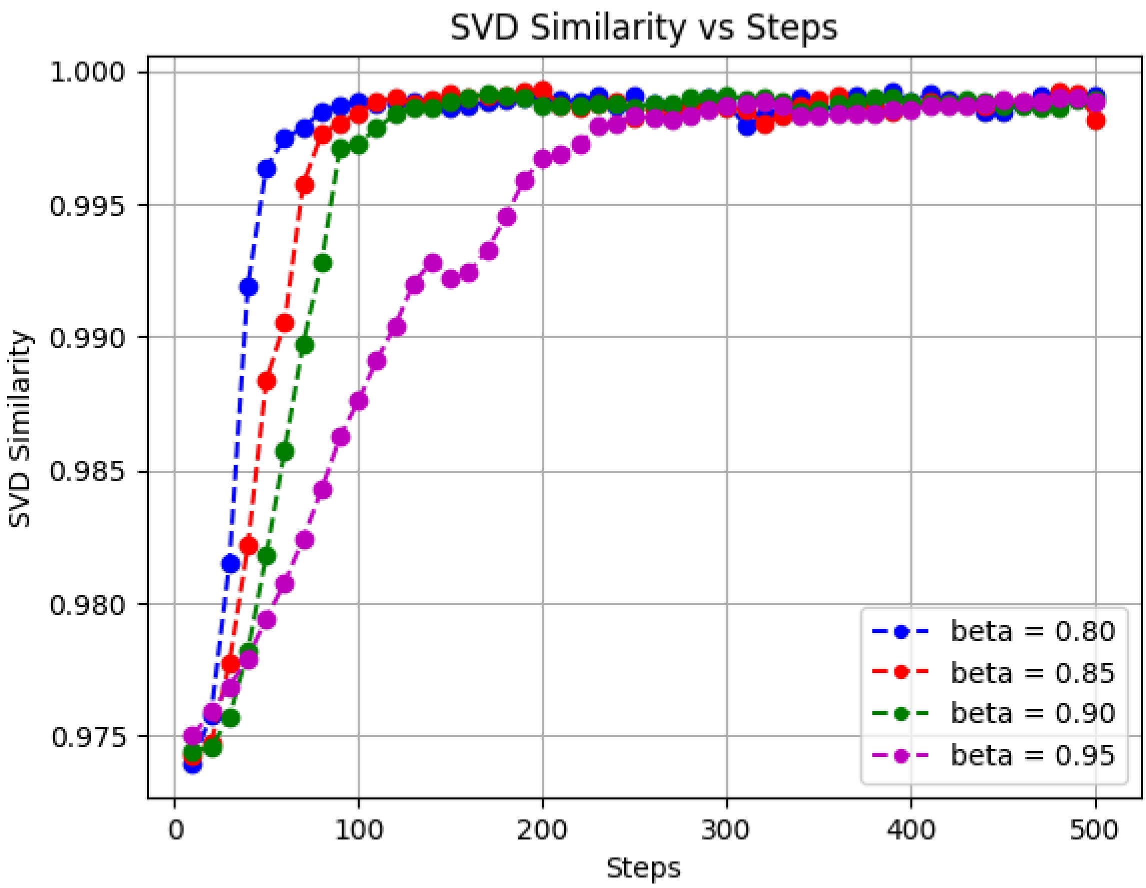


Εικόνα 97: Οπτικές αναπαραστάσεις των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου Fienup με αρχική φάση phase_get από ιδεατό μοντέλο NW(50,1,500) (10, 50, 100, 150, 170 , 200 βήματα).

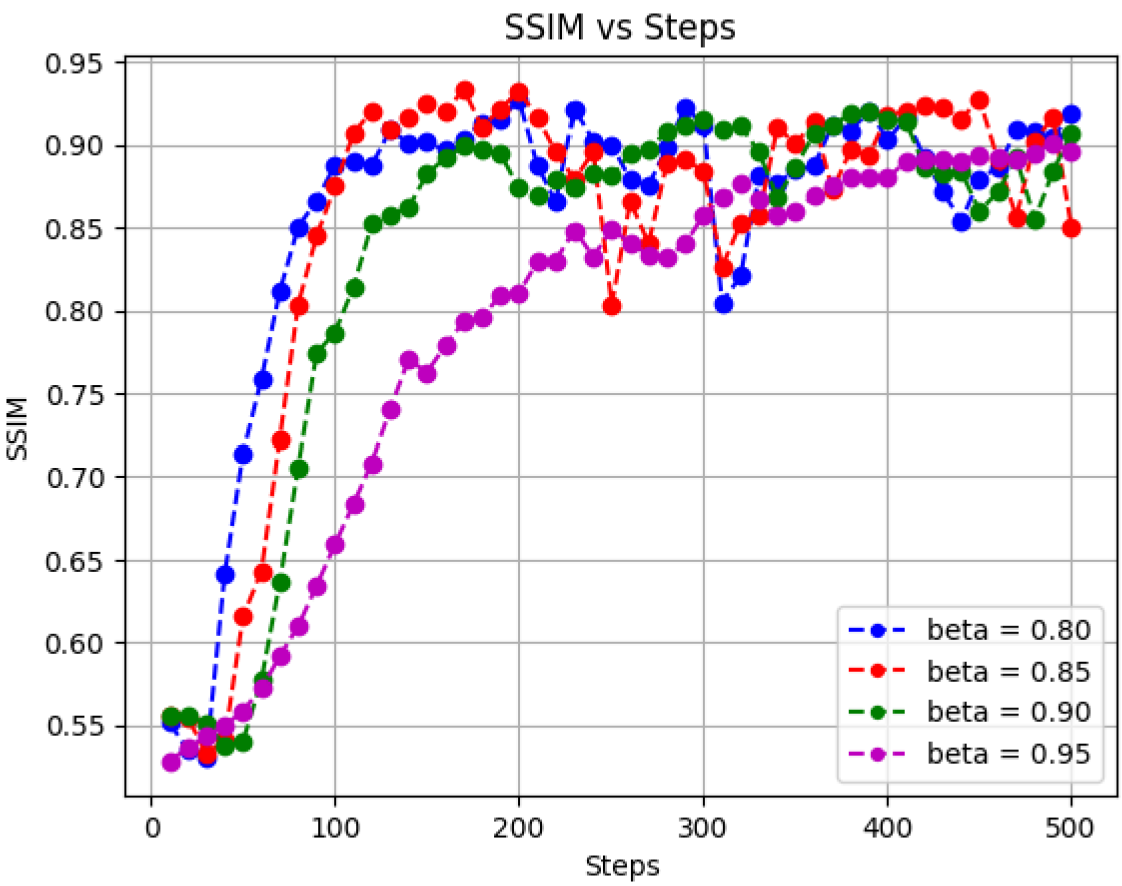


Εικόνα 98: Οπτικές αναπαραστάσεις των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου Fienup με αρχική φάση phase_get από ιδεατό μοντέλο NW(50,1,500) (300, 400, 600, 800, 1000 βήματα).

Μια δεύτερη παράμετρος που μπορούμε να μελετήσουμε είναι το beta. Συνήθως, η βιβλιογραφία προτείνει 0.8-0.9. Εδώ εξετάζουμε 4 τιμές beta : 0.8, 0.85, 0.9, 0.95 και μέχρι 500 steps. Η κοινή τάση και για τις δύο μετρικές είναι ότι, με την αύξηση του beta, οι μετρικές αργούν περισσότερο να φτάσουν σε μέγιστες τιμές, αλλά όλες τελικά συγκλίνουν. Χειρότερη απόδοση, συνολικά, έχει ο αλγόριθμος για beta 0.95. Για το SSIM, οι διακυμάνσεις των τιμών είναι πιο ήπιες όσο μεγαλύτερο είναι το beta. Επειδή, όμως, ο χρόνος είναι μια σημαντική παράμετρος του πειράματος, λιγότερα βήματα σημαίνουν λιγότερος χρόνος, οπότε θα επιλέξουμε την παράμετρο που θα μειώσει τον χρόνο χωρίς να μειώσει σημαντικά την απόδοση.



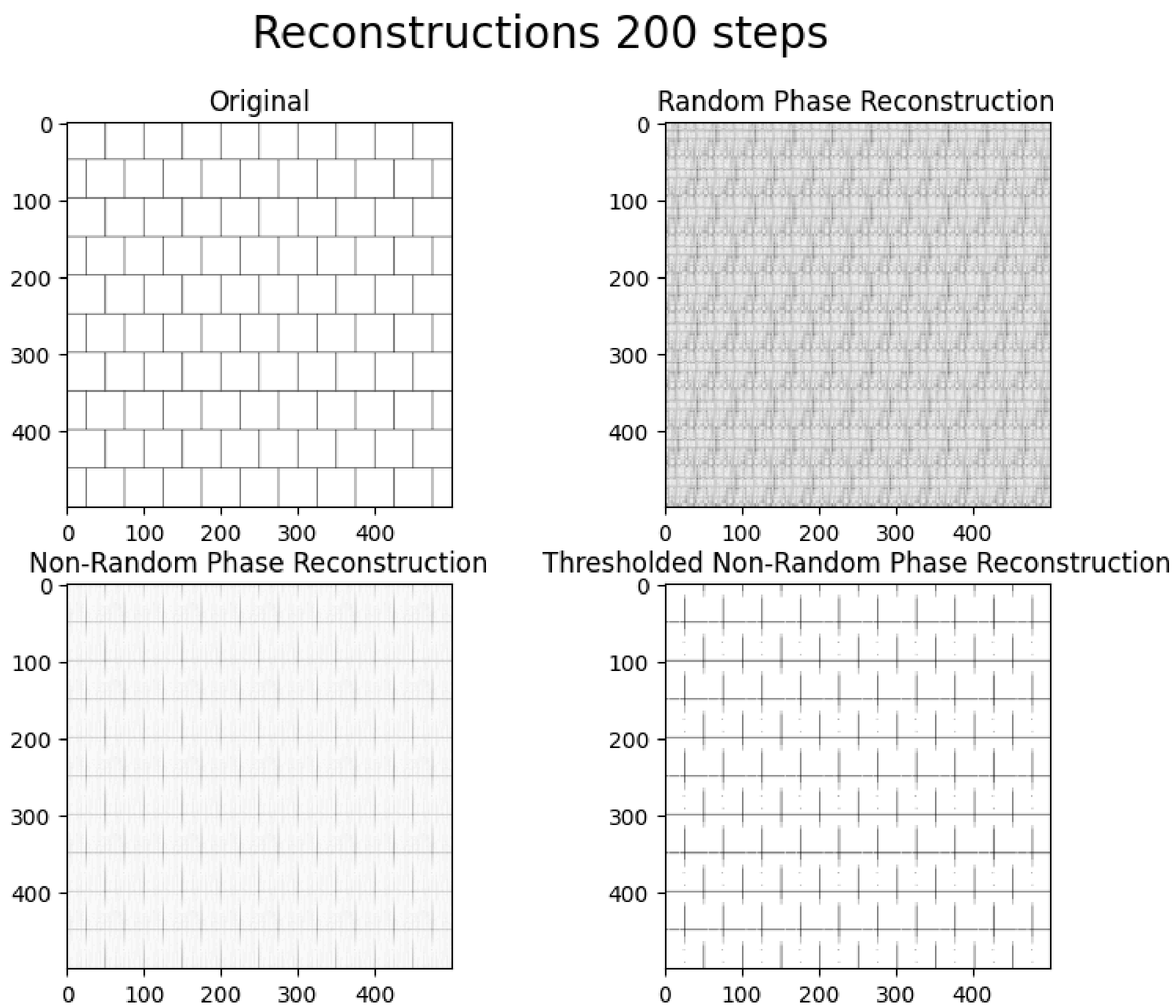
Εικόνα 99: Σχεδιάγραμμα μετρικής SVD Similarity συναρτήσει των βημάτων του αλγόριθμου Fineup για Ιδεατό μοντέλο NW (50,1,500) για παράμετρο beta = 0.8 - 0.95 με βήμα αύξησης 0.05.



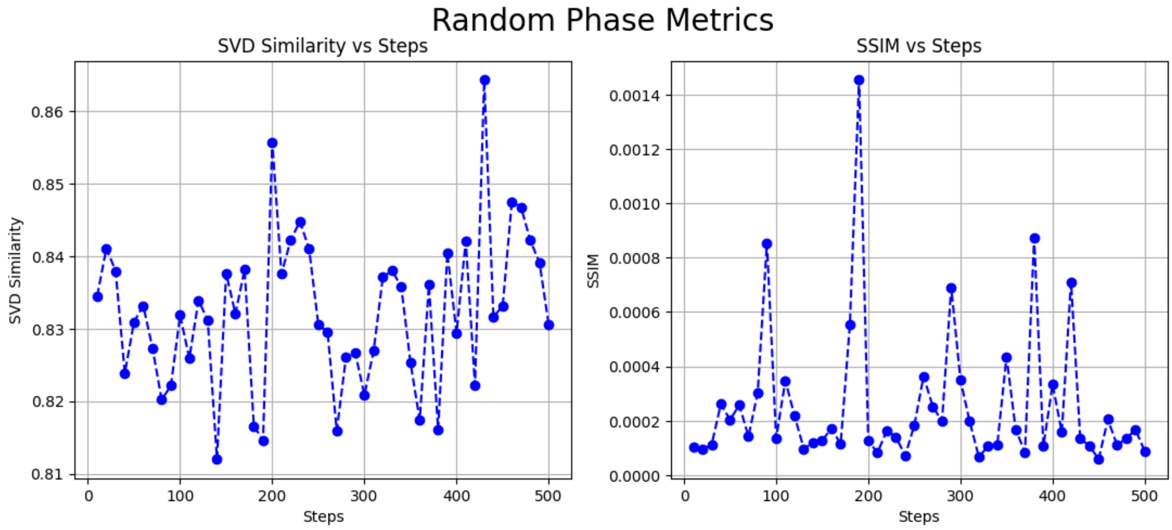
Εικόνα 100: Σχεδιάγραμμα μετρικής SSIM συναρτήσει των βημάτων του αλγόριθμου Fineup για Ιδεατό μοντέλο NW (50,1,500) (δεξιά)για παράμετρο beta = 0.8 - 0.95.

ii) Κατασκευασμένο FT μοτίβο έντασης

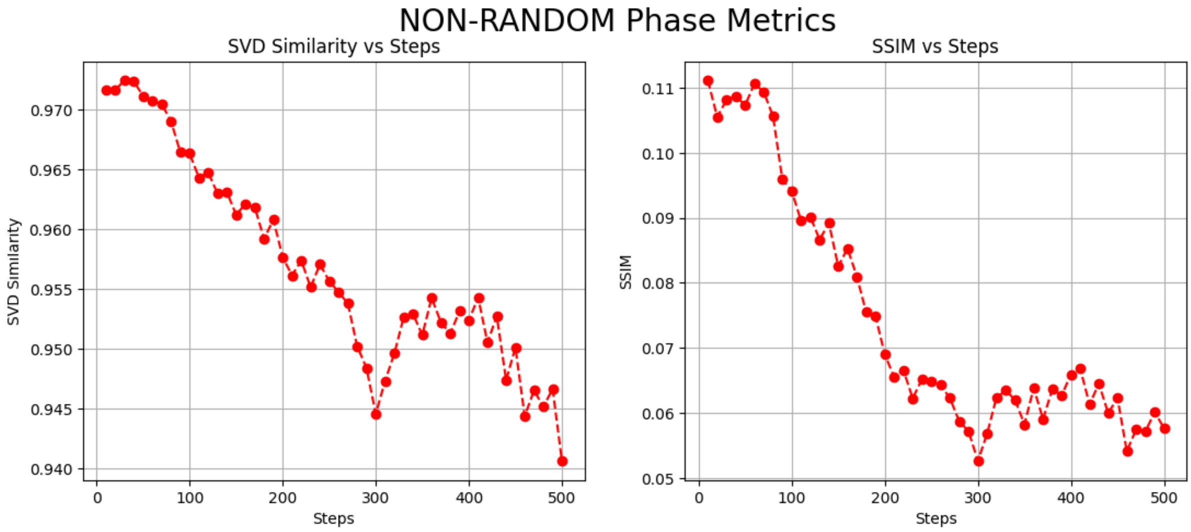
Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, τα κατασκευασμένα μοτίβα έντασης FT μπορούν να προσομοιώσουν καλύτερα τις πραγματικές συνθήκες. Για τη μελέτη της απόδοσης έχουμε δοκιμάσει 3 τρόπους λειτουργίας. Στον πρώτο, η ανακατασκευή γίνεται με τυχαία φάση. Στον δεύτερο, η ανακατασκευή γίνεται με phase_get και ο τρίτος είναι με ίδιες αρχικές συνθήκες με τον δεύτερο, αλλά με διενέργεια κατωφλίωσης μετά την ανακατασκευή. Το οπτικό αποτέλεσμα για τους 3 αυτούς τρόπους για 200 βήματα του αλγορίθμου φαίνεται στην Εικόνα 101 παρακάτω. Όπως και με τα ιδεατά μοντέλα NW, η τυχαία φάση δεν αποδίδει καλά αποτελέσματα. Στις επόμενες εικόνες φαίνεται η πορεία των τιμών των μετρικών για τις 3 αυτές κατηγορίες. Με μπλε φαίνεται η πρώτη, με κόκκινο η δεύτερη και με πράσινο η τρίτη.



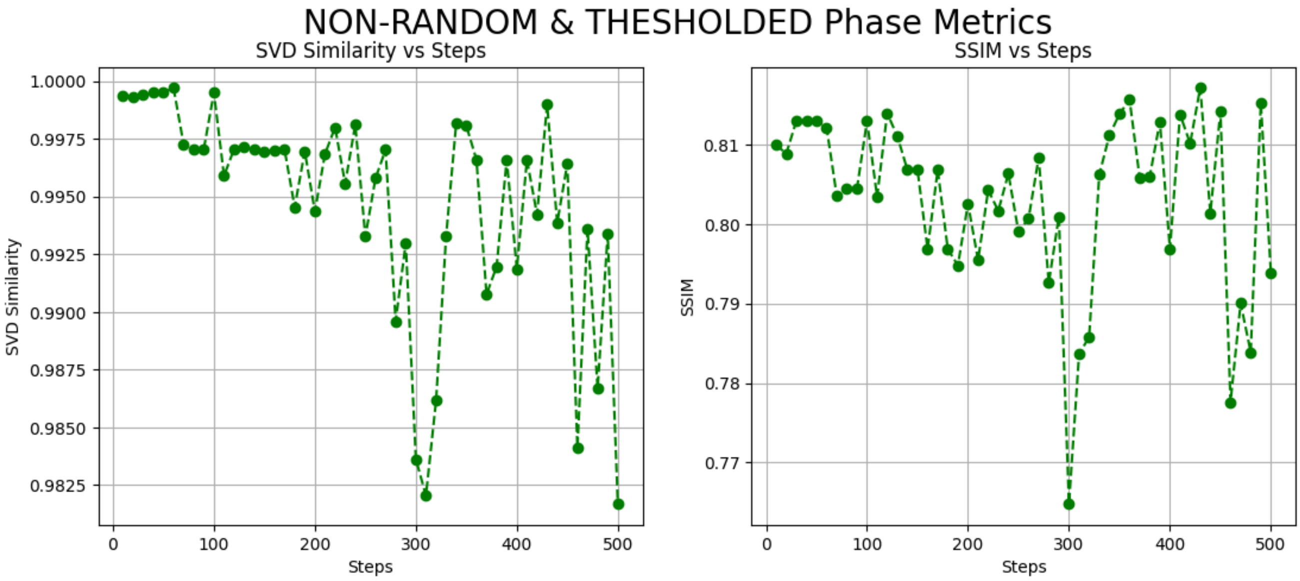
Εικόνα 101: Ιδεατή δομή NW (50,1,500) και αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup για 200 steps για δομή έντασης FT του NW (10,500) , για διαφορετικές συνθήκες του αλγορίθμου (τυχαία αρχική φάση, αρχική φάση από phase_get με και χωρίς κατωφλίωση).



Εικόνα 102: Σχεδιάγραμμα μετρικής SVD Similarity συναρτήσει των βημάτων του αλγόριθμου Fineup, με τυχαία αρχική φάση, για ένταση FT NW με παραμέτρους (10,500) (αριστερά) και σχεδιάγραμμα μετρικής SSIM συναρτήσει των βημάτων του αλγόριθμου Fineup, με τυχαία αρχική φάση, για ια ένταση FT NW με παραμέτρους (10,500) (δεξιά).



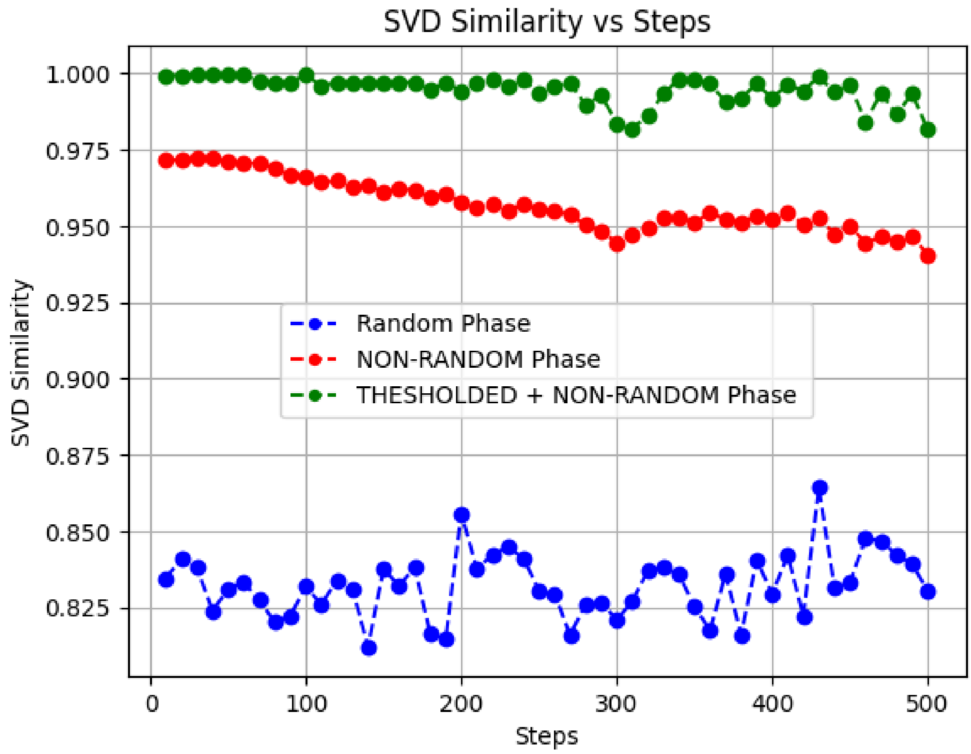
Εικόνα 103: Σχεδιάγραμμα μετρικής SVD Similarity συναρτήσει των βημάτων του αλγόριθμου Fineup, με φάση phase_get, για ένταση FT NW με παραμέτρους (10,500) και σχεδιάγραμμα μετρικής SSIM συναρτήσει των βημάτων του αλγόριθμου Fineup, με φάση phase_get, για ένταση FT NW με παραμέτρους (10,500) (δεξιά).



Εικόνα 104: Σχεδιάγραμμα μετρικής SVD Similarity συναρτήσει των βημάτων του αλγόριθμου Fineup, με φάση phase_get και κατωφλίωση, για ένταση FT NW με παραμέτρους (10,500) και σχεδιάγραμμα μετρικής SSIM συναρτήσει των βημάτων του αλγόριθμου Fineup, με φάση phase_get και κατωφλίωση, για ένταση FT NW με παραμέτρους (10,500) (δεξιά).

Συνολικά διαγράμματα φαίνονται στις παρακάτω Εικόνες 105 και 106. Την καλύτερη απόδοση έχει με διαφορά η τρίτη κατηγορία. Στην πρώτη περίπτωση, η μετρική SSIM δεν ξεπερνά την τιμή 0.015, ενώ η SVD δεν ξεπερνά την τιμή 0.87. Σε όλες τις ανακατασκευές μέχρι στιγμής βλέπουμε τιμές της μετρικής SVD Similarity περίπου στο 0.9. Για την 2η κατηγορία, οι τιμές της μετρικής SSIM είναι σε πολύ χαμηλά επίπεδα, χωρίς να ξεπερνά την τιμή 0.11, που είναι πολύ μακριά από το 1. Αξιοσημείωτο είναι ότι οι μετρικές σημειώνουν πτώση με την αύξηση των βημάτων. Οι τιμές της SVD είναι στο διάστημα [0.940, 0.970]. Για την τρίτη κατηγορία, η απόδοση είναι η μέγιστη, με τιμές στο διάστημα (0.76,0.82) για το SSIM για τις περισσότερες τιμές βημάτων και πολύ κοντά στη μονάδα για το SVD. Και σε αυτήν την περίπτωση, βλέπουμε υψηλές επιδόσεις από τα πρώτα βήματα, με γενική τάση πτώσης όσο τα βήματα αυξάνονται.

Κοιτώντας τις εικόνες, βλέπουμε ότι η αρχική φάση phase_get μας δίνει καλό αποτέλεσμα γρήγορα, αλλά σύντομα δημιουργεί stagnation. Το συμπέρασμα είναι ότι ο αλγόριθμος μπορεί να λειτουργήσει αποτελεσματικά και με λίγα βήματα, αλλά χρειάζεται προσθήκη έξτρα βήματος για την καταπολέμηση του stagnation. Για το υπόλοιπο του κεφαλαίου, θα γίνεται δοκιμή διαφορετικών τεχνικών για την επίλυση του stagnation. Συγκεκριμένα, θα ελεγχθεί η αποδοτικότητα της χρήσης διαφορετικών beta, oversampling, χρήση της επέκτασης του HIO, Shrinkwrap, καθώς και συνδυασμός αλγορίθμων Fienup και ER.



Εικόνα 105: Συνολικό διάγραμμα μετρικής SVD Similarity για διαφορετικές συνθήκες του αλγορίθμου Fienup συναρτήσει των βημάτων για ένταση FT NW με παραμέτρους (10,500).

Εικόνα 106: Συνολικό διάγραμμα μετρικής SSIM για διαφορετικές συνθήκες του αλγορίθμου Fienup συναρτήσει των βημάτων για ένταση FT NW με παραμέτρους (10,500).

Εκτελούμε τον αλγόριθμο, όπως υποδεικνύεται από τις οδηγίες χρήσης του για oversampling, παρομοίως με τον τρόπου που ακολουθήσαμε για τις πραγματικές εικόνες (Κεφάλαιο 3.4.1). Για τυχαία φάση, χρησιμοποιούμε oversampling ratio σ = 2 και το αποτέλεσμα φαίνεται στην Εικόνα 107. Για χρήση του αλγορίθμου με με phase_get δοκιμάζουμε oversampling ratio σ = 2 και σ > 2. Τα αποτελέσματα φαίνονται στις Εικόνες 108 και 109 αντίστοιχα . Οπτικά, τα αποτελέσματα είναι τα ίδια με πριν, δηλαδή η τυχαία φάση δε δίνει καλό αποτέλεσμα, ενώ η phase_get δημιουργεί stagnation και για τα δύο oversampling ratios. Στη συνέχεια, η χρήση διαφορετικών beta για τον ίδιο αριθμό steps (200) με phase_get δίνει παρόμοια αποτελέσματα και δε δείχνει δείγματα διαφυγής από το stagnation (Εικόνα 110).

Έπειτα, γίνεται χρήση του αλγορίθμου shrinkwrap προσθέτοντας support στον HIO για 300 και για 1000 βήματα, αλλά και πάλι τα αποτελέσματα παραμένουν τα ίδια, χωρίς υπερνίκηση του stagnation (Εικόνα 111) . Ομοίως και για δοκιμή shrinkwrap με oversampling ratio σ = 2 (Εικόνα 112).

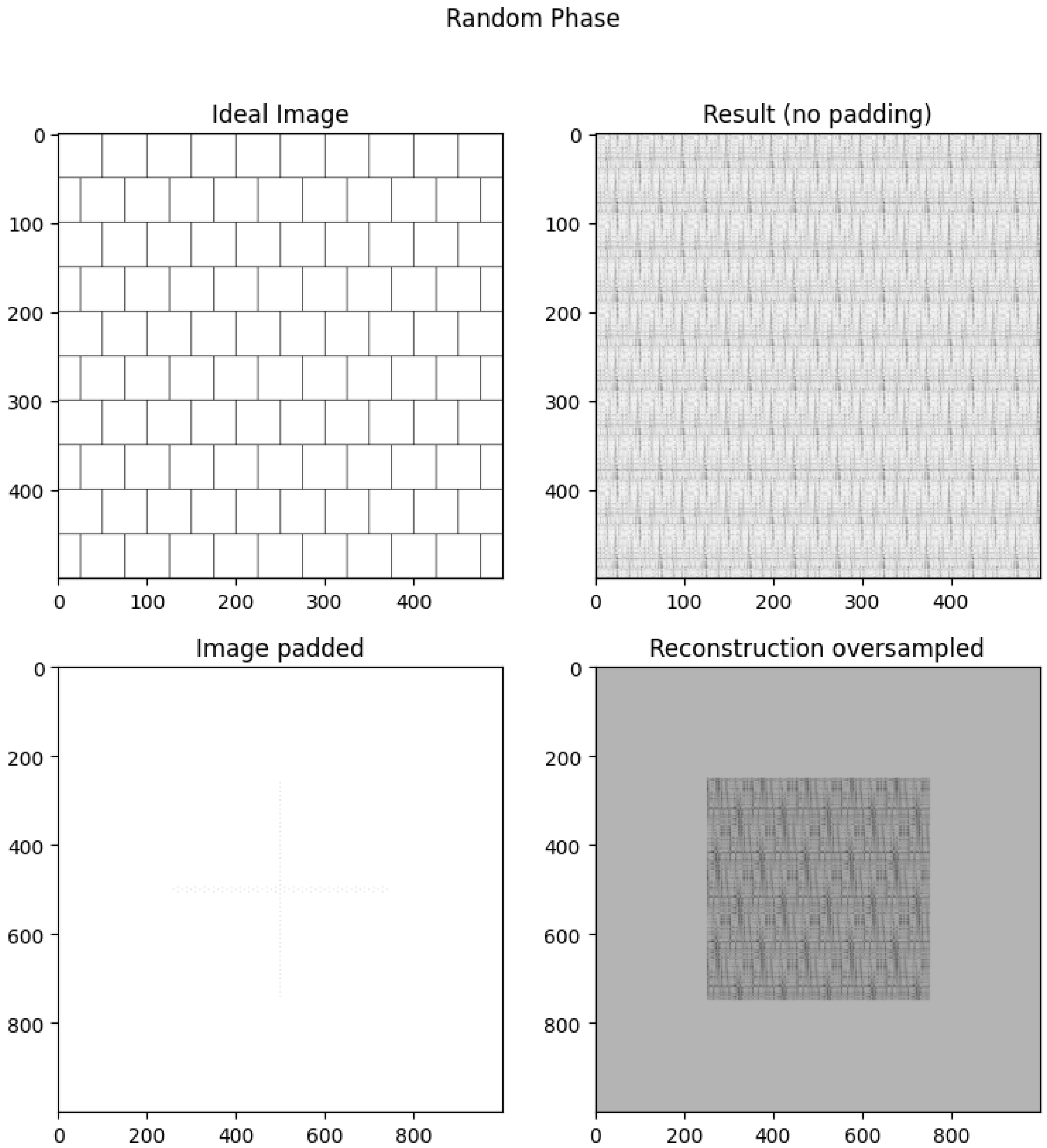
Οι τελικές δοκιμές μας εστίασαν σε συνδυασμό αλγορίθμων Fienup και ER για προσπάθεια επίλυσης του stagnation. Δοκιμάσαμε να ξεκινήσουμε από τον έναν αλγόριθμο για λίγα βήματα και να συνεχίσουμε το αποτέλεσμα αυτού ως είσοδο στον επόμενο. Ειδικότερα, στην Εικόνα 113 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για χρήση αλγορίθμου ER για 15 βήματα και, κατόπιν, Fienup για 200 βήματα. Στην Εικόνα 114 φαίνονται τα αποτελέσματα και για είσοδο του αποτελέσματος του ER αλγορίθμου σε Fienup και λειτουργία για 200, 500 και 1000 βήματα. Σημειώνεται ότι για αρχική φάση στον δεύτερο αλγόριθμο χρησιμοποιείται η προκύπτουσα από τον αλγόριθμο ER. Παρατηρούμε ότι η είσοδος του αποτελέσματος του ER στον Fienup δημιουργεί αποτελέσματα με πολύ θόρυβο, ωστόσο για αρκετά βήματα η εικόνα φαίνεται να περιέχει γεωμετρικές δομές παρόμοιες με το NW, πίσω από τον θόρυβο.

Ακόμη, γίνεται δοκιμή χρήσης, πρώτα του αλγορίθμου Fienup με phase_get και, κατόπιν, του αλγορίθμου ER. Στην Εικόνα 115 φαίνεται το αποτέλεσμα μετά το πρώτο βήμα της διαδικασίας και τα αποτελέσματα για χρήση του αλγορίθμου ER για 15 και 30 βήματα. Παρατηρούμε ότι ο ER διαφεύγει του stagnation, αλλά δίνει αποτέλεσμα με πολύ θόρυβο. Στην Εικόνα 116 βλέπουμε το αποτέλεσμα επαναχρησιμοποίησης αλγορίθμου Fienup, μετά από αλγόριθμο ER 30 βημάτων, για άλλα 200 βήματα. Η δεύτερη χρήση του αλγορίθμου Fienup γίνεται για 2 αρχικές συνθήκες: χρήση αρχικής φάσης από phase_get του προηγούμενου αποτελέσματος και χρήση της φάσης του αποτελέσματος. Και στις δύο περιπτώσεις, το αποτέλεσμα έχει πολύ θόρυβο και δεν προσομοιάζει στο επιθυμητό.

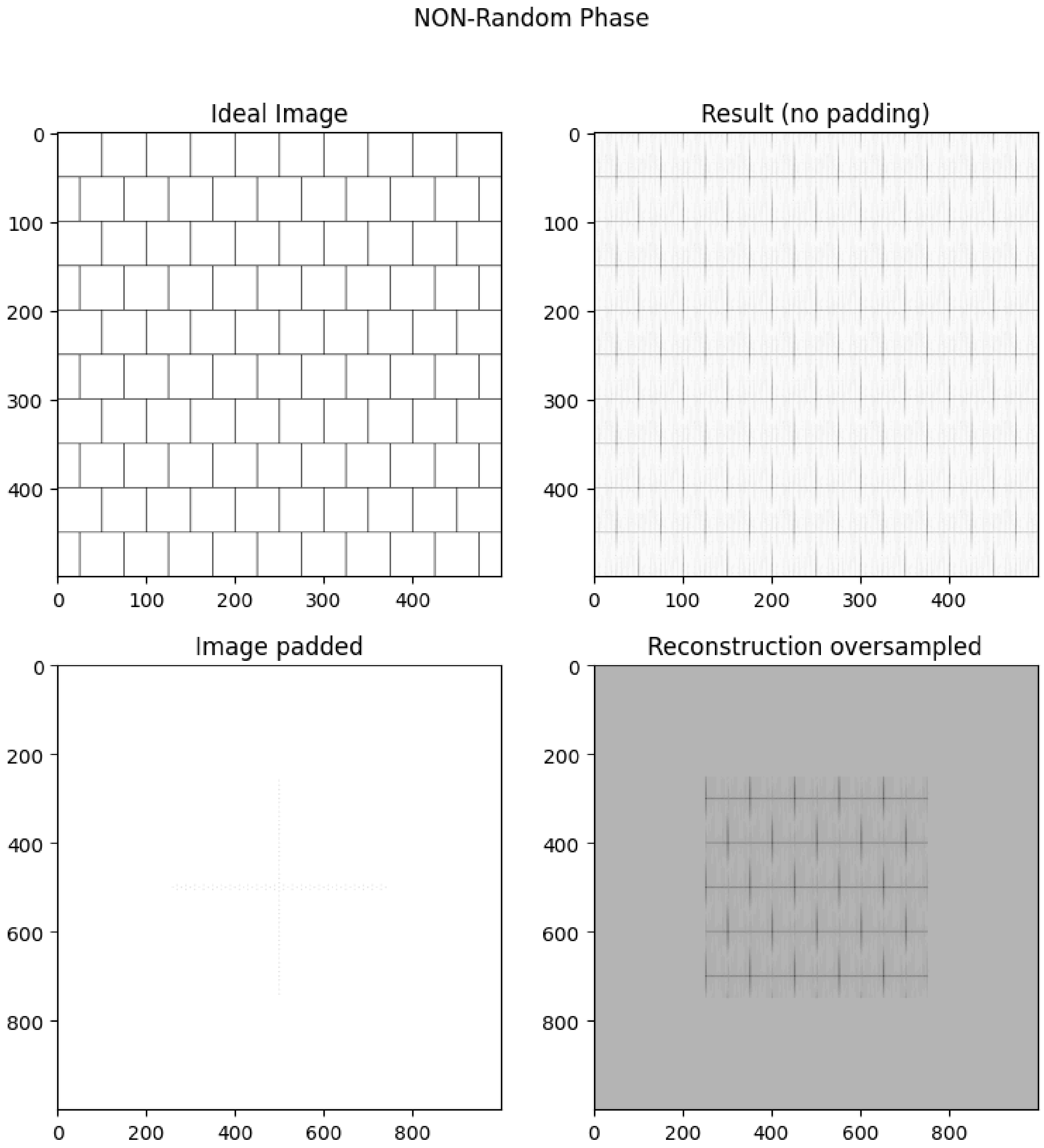
Τέλος, δοκιμάζουμε τη χρήση αλγορίθμου Fienup για 25 βήματα και κατόπιν χρήση αλγορίθμου “Output-Output” με beta = 1 για 200 βήματα (Εικόνα 117), το οποίο μας δίνει το επιθυμητό αποτέλεσμα. Η κατωφλίωση του αποτελέσματος καταπολεμά τον θόρυβο.

Συμπεραίνουμε, ότι η χρήση αρχικής φάσης phase_get μπορεί να δημιουργήσει stagnation κι έτσι ο συνδυασμός αλγορίθμων είναι ένα καλό εργαλείο που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε στις πραγματικές εικόνες. Ο αλγόριθμος που θα χρησιμοποιούμε, καταλήγουμε ότι είναι βέλτιστο να έχει παράμετρο beta = 0.8, αρχική φάση από phase_get και να χρησιμοποιείται πρώτα για λίγα βήματα κι αν δεν λειτουργεί αποτελεσματικά, για περίπου 200. Σε περιπτώσεις stagnation, προτείνεται η δοκιμή συνδυασμού αλγορίθμων.

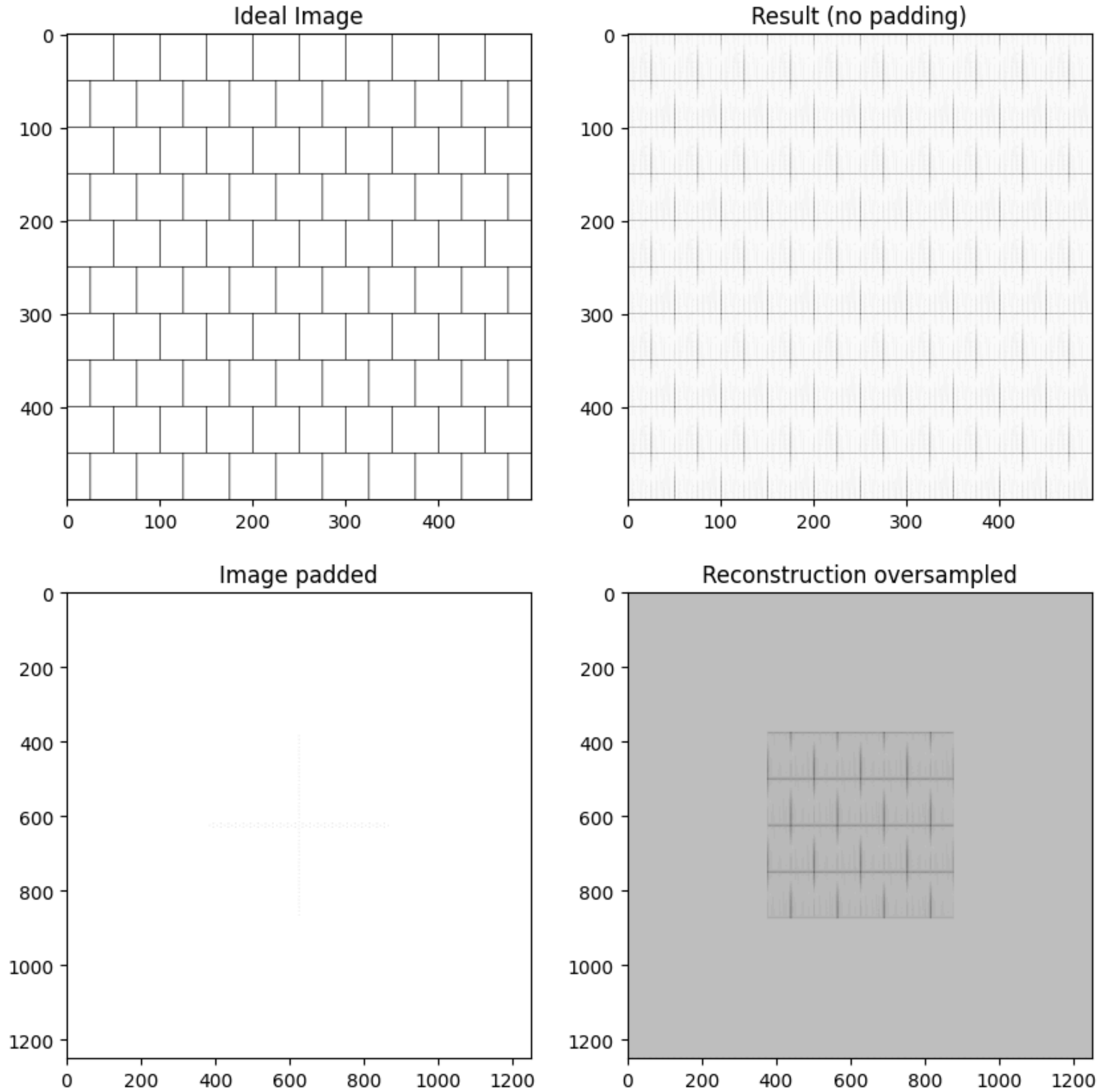
Σε πρακτικό επίπεδο, οι πραγματικές εικόνες παρουσιάζουν δυσκολίες που είναι προτιμότερο να αντιμετωπιστούν επί τούτου, παρά να γίνει προσπάθεια προσομοίωσης καθεμιας τους, τόσο για ευκολία χρόνου, αλλά και λόγω αδυναμίας πρόβλεψής τους.



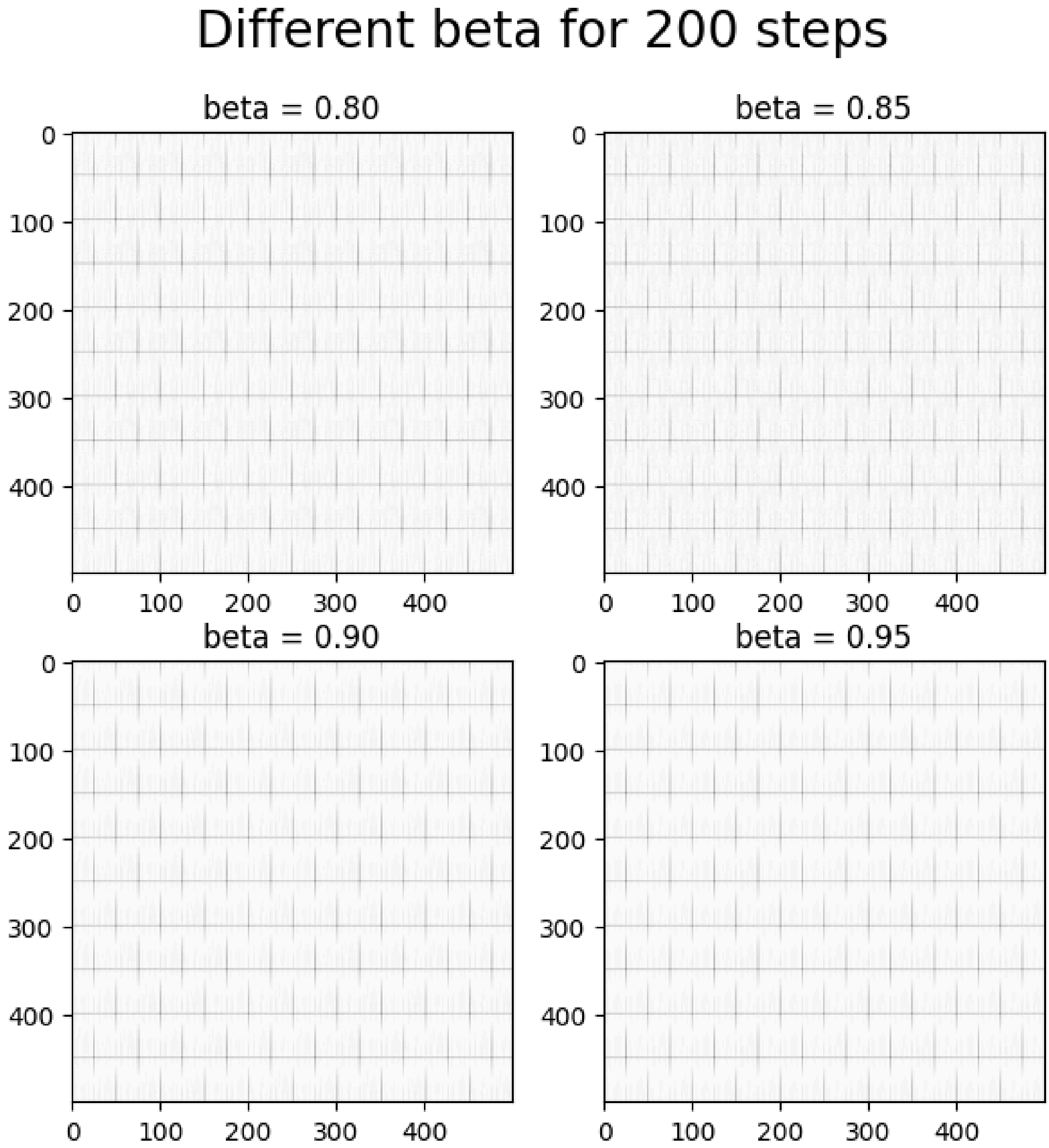
Εικόνα 107: Ιδεατή δομή NW (50,1,500) και αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup για 200 steps για δομή έντασης FT του NW (10,500) , για τυχαία αρχική φάση του αλγορίθμου και oversampling ratio = 2.



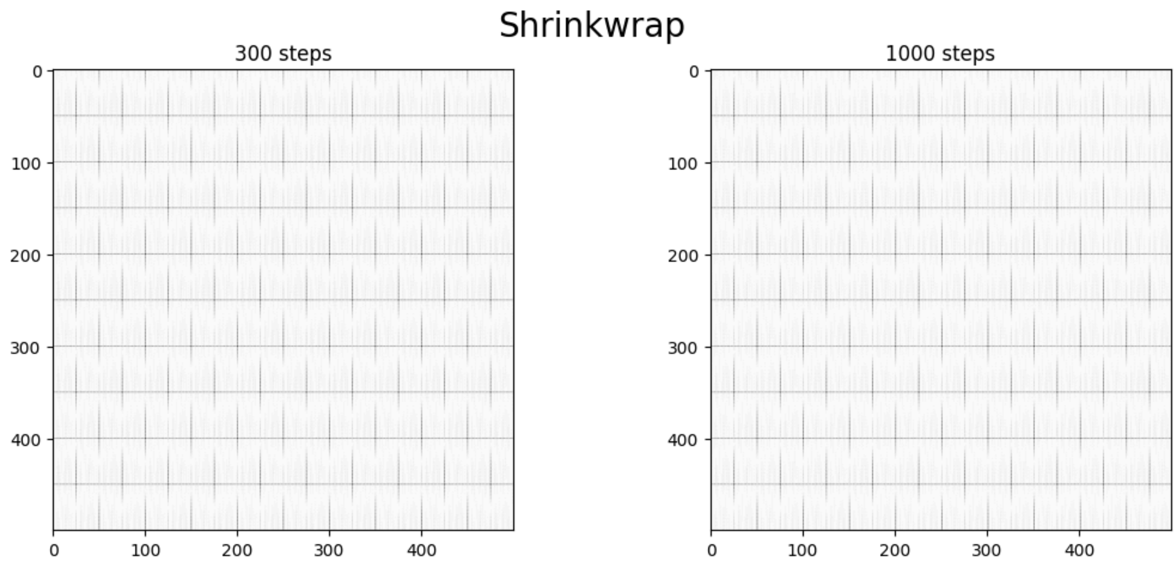
Εικόνα 108: Ιδεατή δομή NW (50,1,500) (πάνω αριστερά), αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup για 200 steps για δομή έντασης FT του NW (10,500) , για αρχική φάση από phase_get (πάνω δεξιά), η εικόνα έντασης με oversampling ratio σ = 2 (κάτω αριστερά) και το αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup για 200 steps για δομή έντασης FT του NW (10,500) , για αρχική φάση από phase_get και oversampling ratio σ = 2 (κάτω δεξιά).



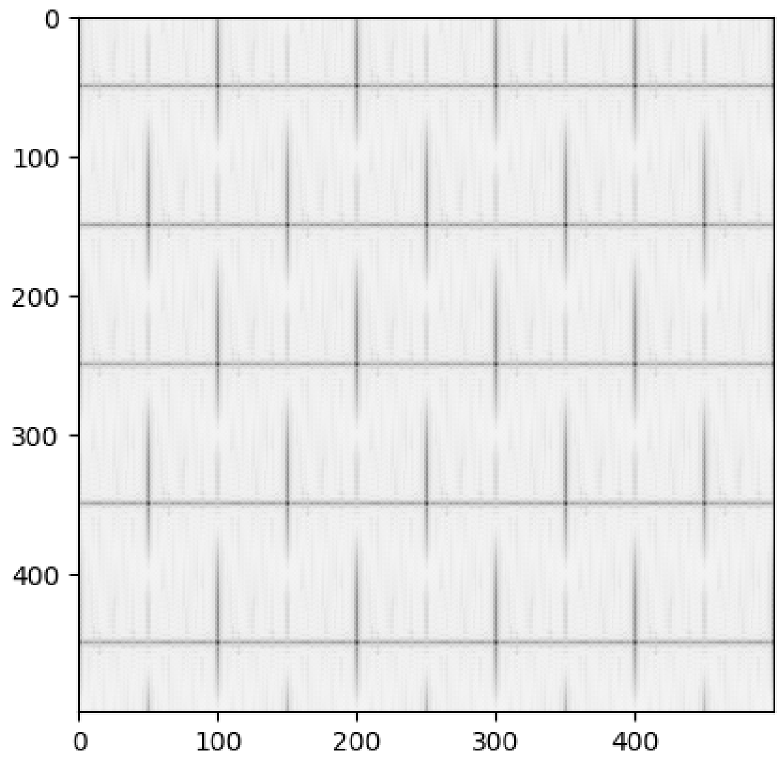
Εικόνα 109: Ιδεατή δομή NW (50,1,500) (πάνω αριστερά), αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup για 200 steps για δομή έντασης FT του NW (10,500) , για αρχική φάση από phase_get (πάνω δεξιά), η εικόνα έντασης με oversampling ratio σ> 2 (κάτω αριστερά) και το αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup για 200 steps για δομή έντασης FT του NW (10,500) , για αρχική φάση από phase_get και oversampling ratio σ > 2 (κάτω δεξιά).



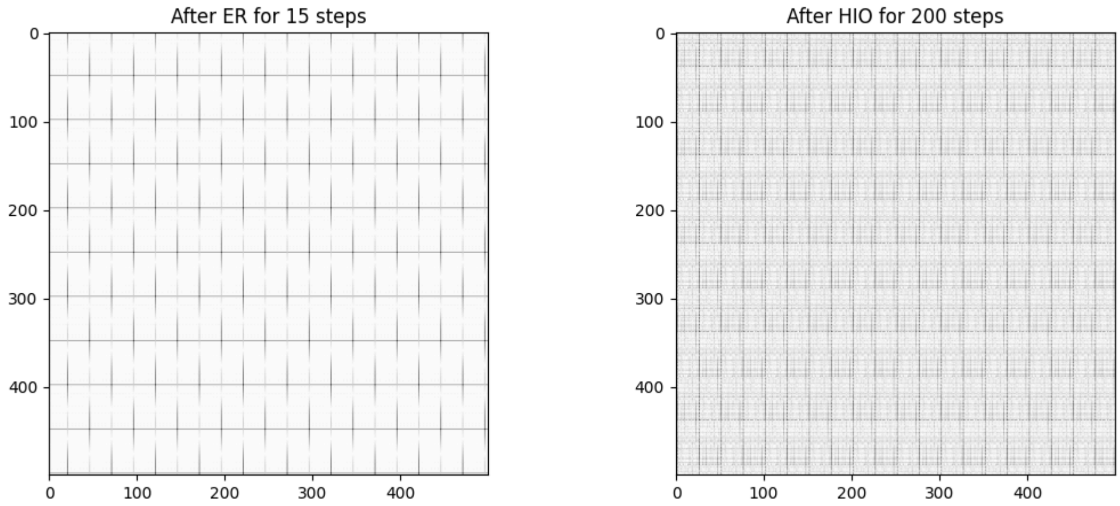
Εικόνα 110: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup για 200 steps για δομή έντασης FT του NW (10,500) , για αρχική φάση από phase_get, για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου beta = 0.8, 0.85, 0.9, 0.95.



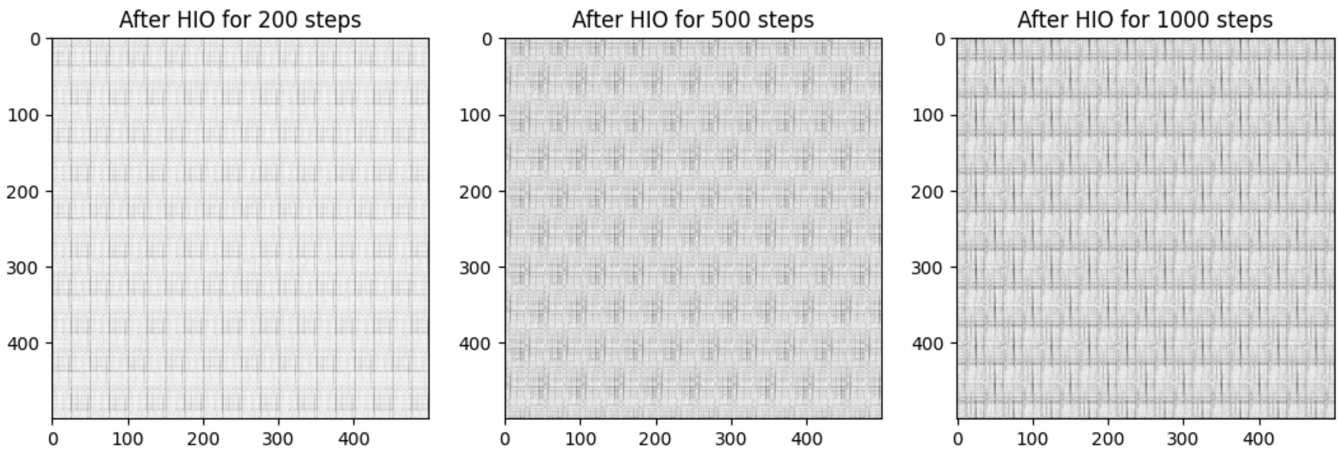
Εικόνα 111: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Shrinkwrap για δομή έντασης FT του NW (10,500), για 300 και 1000 steps.



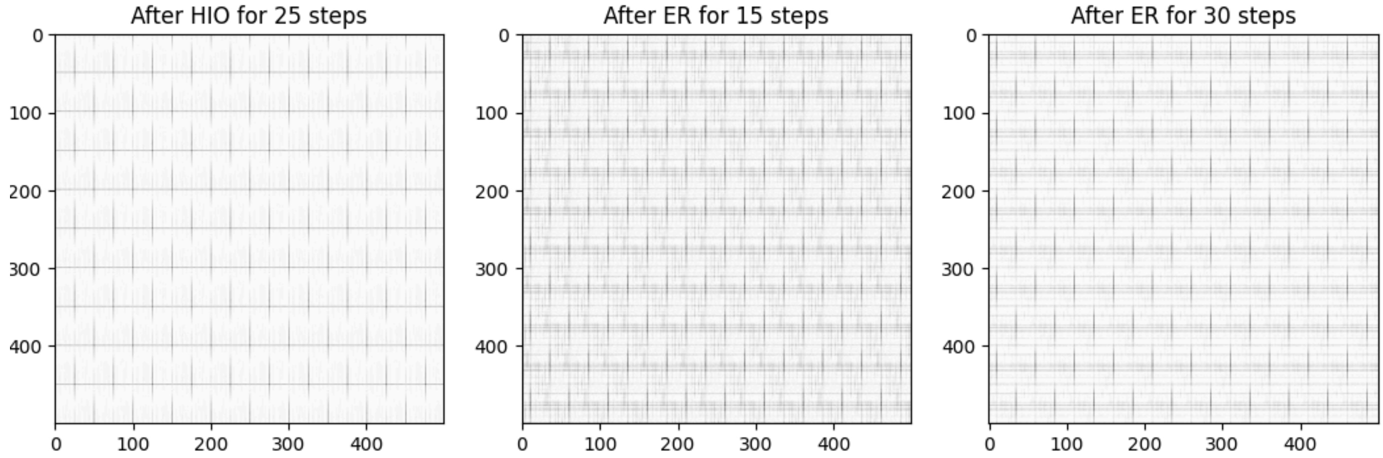
Εικόνα 112: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Shrinkwrap για ια δομή έντασης FT του NW (10,500), για 200 και oversampling ratio σ=2.



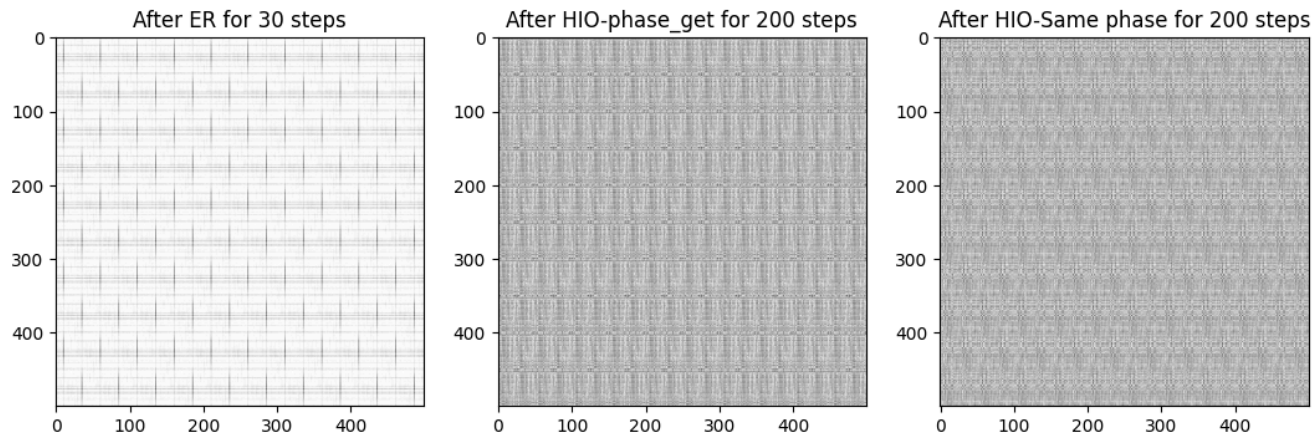
Εικόνα 113: Αποτελέσματα επαναληπτικών αλγορίθμων για δομή έντασης FT του NW (10,500): μετά από αλγόριθμο ER για 15 steps (αριστερά), μετά από ακόμη 200 steps αλγόριθμο Fienup (δεξιά).



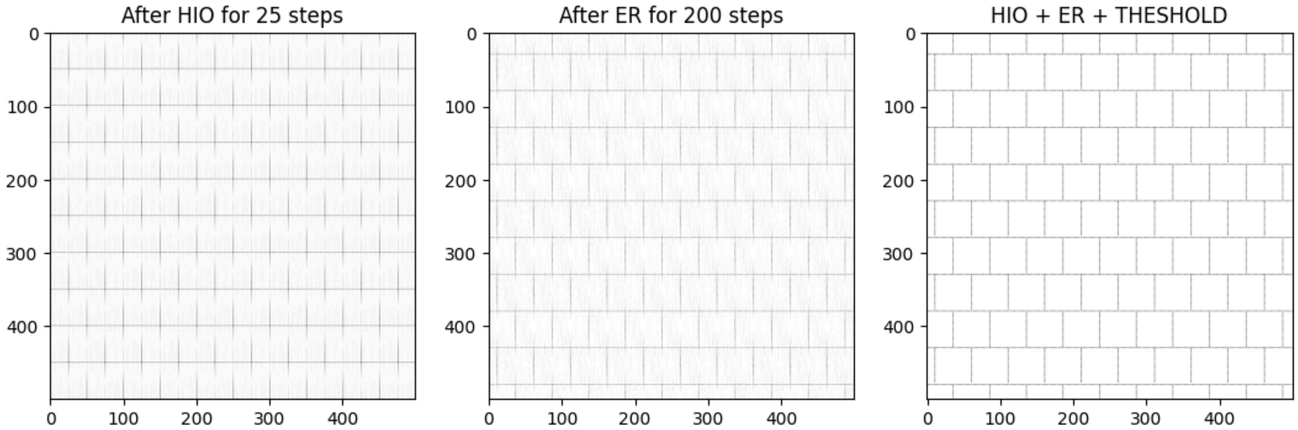
Εικόνα 114: Αποτελέσματα αλγορίθμου Fienup για αρχικά δεδομένα από αποτελέσματα ER αλγορίθμου για 15 βήματα, για βήματα = 200, 500, 1000.



Εικόνα 115: Αποτελέσματα διενέργειας αλγορίθμου Fienup για 25 βήματα (αριστερά) και κατόπιν διενέργεια αλγορίθμου ER για 15 (μέση) και 30 βήματα (δεξιά).



Εικόνα 116: Αποτελέσματα διενέργειας αλγορίθμου ER για 30 βήματα (αριστερά) και, κατόπιν, διενέργεια αλγορίθμου Fienup για 200 με αρχική φάση phase_get (μέση) και αρχική φάση το τελικό αποτέλεσμα φάσης του αλγορίθμου ER (δεξιά).



Εικόνα 117: Αποτελέσματα διενέργειας αλγορίθμου Fienup για 25 βήματα (αριστερά) και κατόπιν διενέργεια αλγορίθμου ER για 200 βήματα (μέση) και η κατωφλίωση αυτού του αποτελέσματος (δεξιά).

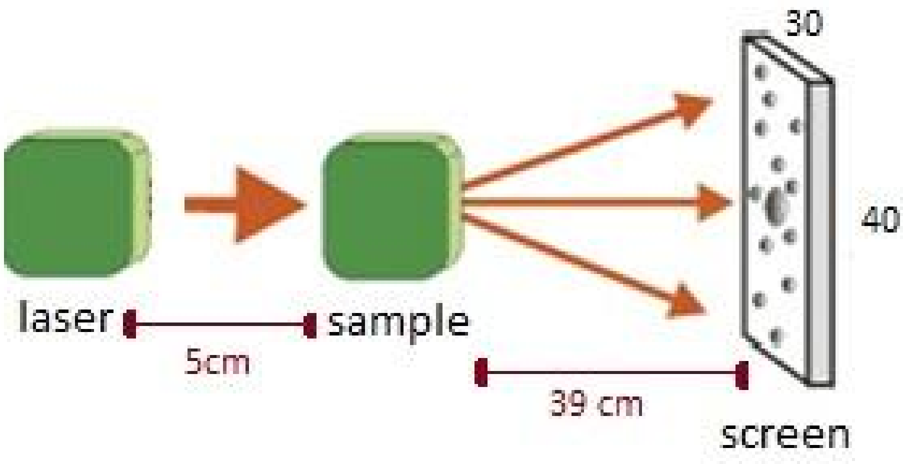
Στα επόμενα Κεφάλαια, θα γίνει δημιουργία πρωτοτύπου συσκευής ασφαλούς απόκτησης εικόνων δειγμάτων, καθώς και επεξεργασίας πραγματικών δεδομένων και εικόνων.

Κεφάλαιο 4 : Κατασκευή πειραματικής διάταξης : Η συσκευή

Για να μπορέσουμε να λάβουμε πραγματικές εικόνες περίθλασης laser από τα δείγματά μας, είναι αναγκαία η κατασκευή μιας συσκευής για την ασφαλή λήψη των φωτογραφιών. Το υπόστρωμα των διάφανων υλικών είναι πλαστικό κι έτσι, εκτός από το φως που το διαπερνά και δημιουργεί τα μοτίβα περίθλασης, υπάρχει ποσοστό του φωτός που ανακλάται και διαθλάται. Η επαφή του laser με τα μάτια είναι επικίνδυνη. Ως εκ τούτου, σχεδιάσαμε μια συσκευή για την ασφαλή διενέργεια του πειράματος.

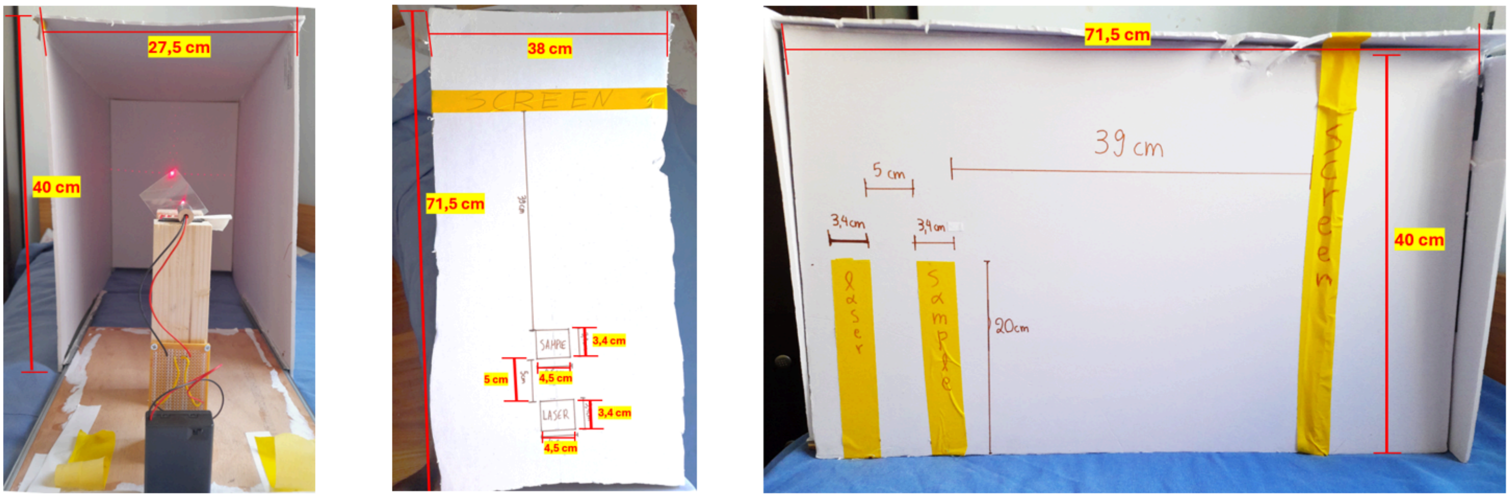
4.1 Βασική ιδέα συσκευής και κατασκευή πρωτότυπου

Ο πρώτος βασικός πυλώνας της σχεδίασης είναι, όπως αναφέραμε, η ασφάλεια και η ασφαλής απόκτηση φωτογραφιών. Για να είναι εφικτή η ασφαλής λήψη φωτογραφιών, χωρίς ο χρήστης να έρχεται σε επαφή με το laser, χρειάζεται η συσκευή να είναι έγκλειστη, για να μην διαφεύγουν ακτίνες φωτός. Επίσης, η λειτουργία του laser, πρέπει να μπορεί να ελέγχεται εξωτερικά. Συγχρόνως, όμως, χρειάζεται να μπορούμε να παρέμβουμε στον εσωτερικό χώρο, ώστε να αλλάζουμε τα δείγματα. Αυτός είναι ο δεύτερος πυλώνας της σχεδίασής μας. Ο τρίτος πυλώνας είναι η διασφάλιση της ποιότητας των φωτογραφιών, χωρίς να παρεμβάλλονται στην εικόνα τα υπόλοιπα στοιχεία της συσκευής.



Εικόνα 118: Απλοποιημένη μορφή της δομής της συσκευής (Προσαρμοσμένη Εικόνα από [25]).

Μετά από πειραματισμό, καταλήξαμε στην εξής πρωτότυπη συσκευή (prototype). Μια απλοποιημένη μορφή της φαίνεται στην Εικόνα 118. Το σημείο όπου βρίσκεται το laser προηγείται του δείγματος κατά 5 cm και η αποτύπωση φαίνεται σε οθόνη, σε απόσταση 39cm από το δείγμα. Το laser και το δείγμα θα βρίσκονται πάνω σε παραλληλόγραμμη βάση, στις δύο πλευρές της οποίας έχουν εγκατασταθεί οδηγοί συρταριού. Στις δύο πλευρές των οδηγών θα βάλουμε τα δυο τοιχώματα της συσκευής. Το τρίτο τοίχωμα θα είναι πάνω στη βάση και προς στην κάθετη διάσταση προς τα άλλα δύο τοιχώματα. Το τέταρτο τοίχωμα θα βρίσκεται σε μικρή απόσταση από την οθόνη και πίσω από αυτή. Με κατάλληλο στέγαστρο, δημιουργούμε έτσι, τον έγκλειστο χώρο. Οι οδηγοί επιτρέπουν στην βάση της συσκευής, όπου και στερεώνουμε τα στοιχεία μας (laser και δείγμα), να μετακινείται προς τα μέσα και προς τα έξω, καθιστώντας τη μια πλευρά του τοιχώματος αποσπώμενη, δίνοντας έτσι, πρόσβαση στο εσωτερικό και δυνατότητα επιστροφής στην κλειστή λειτουργία. Οι οδηγοί έχουν μια τελική εσωτερική θέση, ώστε να είναι συγκεκριμένη η απόσταση του δείγματος από την οθόνη (39 cm). Αναλυτικό σχέδιο της διάταξης φαίνεται στην Εικόνα 119. Ειδικότερα, στην Εικόνα 119 (αριστερά) φαίνεται η πρόσοψη της συσκευής, χωρίς το τοίχωμα που στερεώνεται στην άκρη του συρταριού, όταν το συρτάρι βρίσκεται στην εξωτερική του θέση. Έχει ενεργοποιηθεί, επιπλέον, το laser, δείχνοντας έτσι με ποιον τρόπο γίνεται η αποτύπωση στην οθόνη. Ακόμη, στην Εικόνα 119 (μέση) παρουσιάζεται η κάτοψη της συσκευής, με σημειωμένα τα σημεία των πυλώνων και κατάλληλη διαστασιολόγηση, ενώ στην Εικόνα 119 (δεξιά) μια πλάγια όψη, με σημειωμένη τη διαστασιολόγηση της διάταξης.

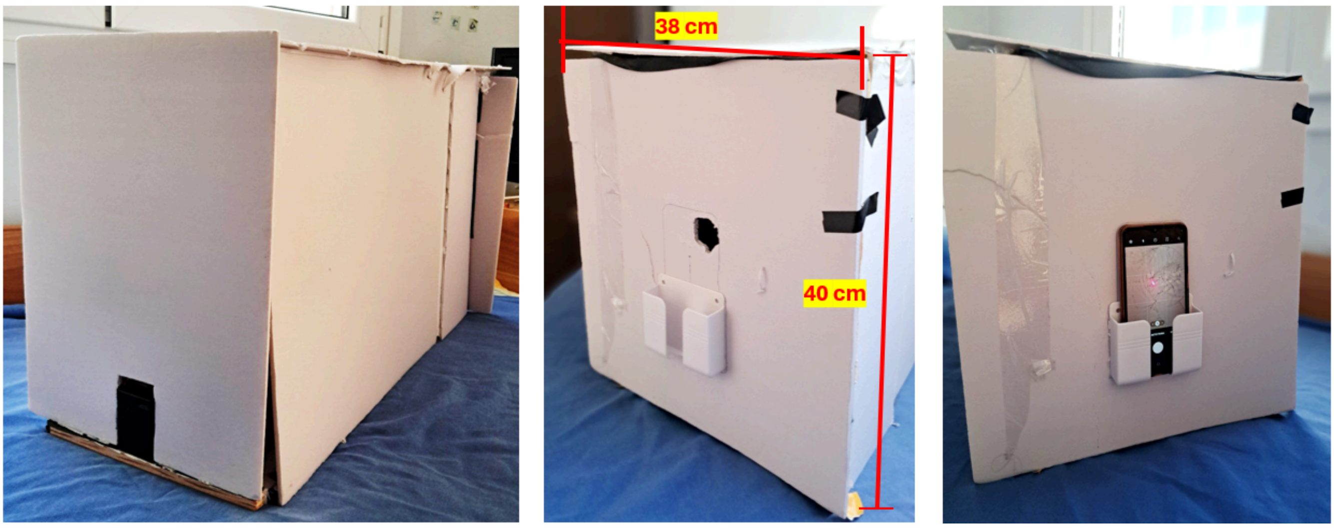


Πρόσοψη Κάτοψη Πλάγια όψη

Εικόνα 119: Φωτογραφία πρόσοψης συσκευής με αποσπασμένο συρτάρι, όπου φαίνεται και η λειτουργία του laser (αριστερά), φωτογραφία κάτοψης της συσκευής (μέση) και φωτογραφία πλάγιας όψης της συσκευής (δεξιά).

Το ένα τοίχωμα στο πίσω μέρος της βάσης, που μετακινείται μαζί της, έχει ένα άνοιγμα για την θήκη των μπαταριών του laser. Η θήκη των μπαταριών, που είναι συνδεδεμένη με τα καλώδια του laser, έχει διακόπτη λειτουργίας on/off, τον οποίο τοποθετούμε προς την εξωτερική μεριά του τοιχώματος, ώστε να μπορούμε να το ελέγχουμε εξωτερικά. Το laser και το δείγμα τοποθετούνται πάνω σε 2 πυλώνες ύψους 20 cm (Εικόνα 120, αριστερά). Το laser στερεώνεται στη μέση της πάνω βάσης του πυλώνα με ταινία διπλής όψεως. (Εικόνα 120, μέση). Σε απόσταση 5 cm από το laser στερεώνουμε το πυλώνα του δείγματος. Στη μια πλευρά του πυλώνα του δείγματος, αντίκρυ από τον πυλώνα του laser, κολλάμε το στήριγμα του δείγματος. Το κατασκευάζουμε από ένα παραλληλόγραμμο κομμάτι χαρτονιού λυγισμένο στη μέση, με κολλημένα μικρά μαγνητάκια στις εξωτερικές πλευρές, ώστε να μπορεί να ανοίγει και να κλείνει, περικλείοντας μέσα το δείγμα, χωρίς να του δημιουργεί παραμόρφωση (Εικόνα 120, δεξιά). Η οθόνη παρατήρησης είναι αρκετά διάφανη, ώστε στο πίσω μέρος της να διαγράφεται επίσης η αποτύπωση. Σε μικρή απόσταση από την οθόνη και προς την πίσω πλευρά βρίσκεται το τελευταίο τοίχωμα. Επάνω στο τοίχωμα και εξωτερικά του, δημιουργούμε μια τρύπα για κάμερα κινητού και εγκαθιστούμε μια βάση για το κινητό. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να κοιτάμε εντός της συσκευής με ασφάλεια, και να λαμβάνουμε φωτογραφίες της αποτύπωσης, χωρίς επαφή με το laser και χωρίς την παρεμβολή άλλων στοιχείων της διάταξης (Εικόνα 121).

Εικόνα 120: Φωτογραφία πλάγιας όψης εστιασμένης στους πυλώνες του δείγματος και του laser (αριστερά), Κοντινή φωτογραφία στον πυλώνα και τη συνδεσμολογία του laser (μέση) και κοντινή φωτογραφία στον πυλώνα του δείγματος, όπου φαίνεται το στήριγμα και το δείγμα (δεξιά).



Εικόνα 121: Φωτογραφία συσκευής με κλειστό το καπάκι από την μπροστά πλευρά, όπου φαίνεται και ο διακόπτης για το laser εξωτερικά (αριστερά), το πίσω μέρος της συσκευής, με τρύπα για την κάμερα του κινητού και βάση για το κινητό (μέση), το κινητό στερεωμένο στη βάση και η αποτύπωση της περίθλασης στην κάμερα του κινητού (δεξιά).

4.2 Επιλογή υλικών και κοστολόγηση

Δεδομένου ότι κατασκευάσαμε το αρχικό σχέδιο της συσκευής (prototype), επιλέξαμε υλικά οικονομικά και εύκολα στη διαχείριση. Τα τοιχώματα είναι φτιαγμένα από χαρτόνια μακέτας πάχους 3 και 5 mm και η βάση είναι ξύλινη. Σε ευθεία απόσταση 39cm από την τελική θέση του δείγματος πάνω στη βάση, βρίσκεται η οθόνη παρατήρησης της αποτύπωσης. Η οθόνη αυτή είναι ένα άσπρος καμβάς ζωγραφικής σε τελάρο, μεγέθους 30x40 cm. Ο καμβάς είναι αρκετά διάφανος, ώστε στο πίσω μέρος του να διαγράφεται επίσης η αποτύπωση. Το laser μας είναι laser του εμπορίου με καλώδια, ώστε να μπορούμε να το ελέγξουμε πιο εύκολα εξωτερικά. Τα καλώδια του laser κολλάμε πάνω σε μια πλακέτα ώστε να το συνδέσουμε με τα καλώδια της θήκης των μπαταριών. Οι συνδέσεις μεταξύ των κομματιών έχουν γίνει είτε με βίδες, είτε με κόλλα διπλής όψεως. Παρακάτω στον Πίνακα 11 αναφέρονται τα υλικά που χρησιμοποιήσαμε, καθώς και το κόστος τους, κατά την περίοδο αγοράς τους.

Υλικό	*Κόστος*
Ξύλινη βάση	*4,5*
Οδηγός συρταριού	*3.49*
Μακετόχαρτα (x5)	*1.99 x 5 = 10*
Laser	*3.9*
Πλακέτα prototyping	*1,5*
Θήκη μπαταριών	*0.81*
Μπαταρίες	*1,59*
Βάση κινητού	*0.99*
Βίδες	*1*
Ταινια διπλης οψης	*5*
Μαγνητακια	*0,1 x 2 = 0,2*
Ξυλινοι πυλώνες	*2,99*
Καμβάς ζωγραφικής	*2,99*
ΣΥΝΟΛΟ	*38,96*

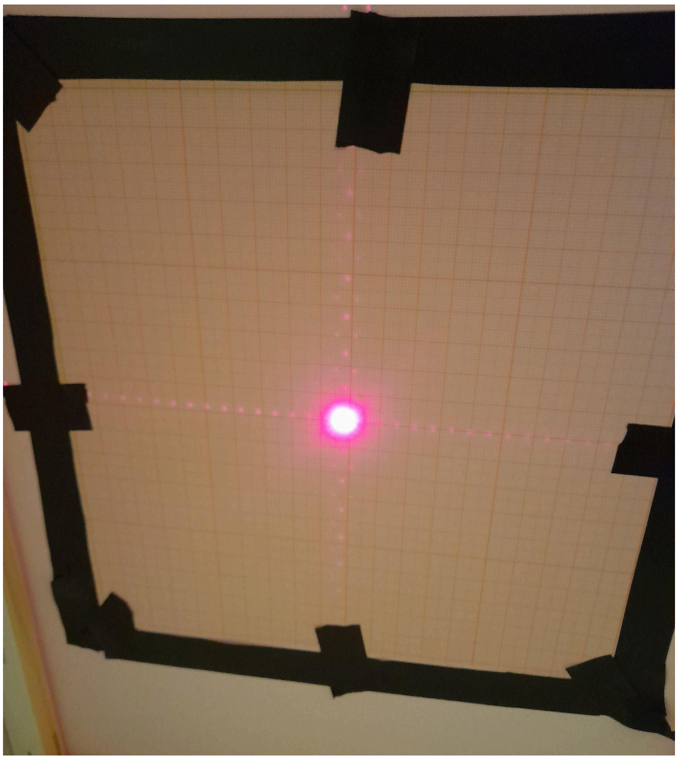
Πίνακας 11: Πίνακας κοστολόγησης υλικών συσκευής.

4.3 Βαθμονόμηση και εξαγωγή παραμέτρων

Για να επιβεβαιώσουμε την ακρίβεια των αποτυπώσεων και να κάνουμε μια πρώτη βαθμονόμηση, στο πίσω μέρος της οθόνης παρατήρησης σημειώνουμε, με μαύρη ταινία, μια περιοχή 20cm x 20cm γύρω από το κέντρο της οθόνης. Σε αυτήν τοποθετούμε χαρτί μιλιμετρέ, ώστε να μετρήσουμε τις αποστάσεις μεταξύ των κουκίδων (Εικόνα 122). Για δυο διπλανές κουκίδες στην αποτύπωση, ισχύει ο παρακάτω τύπος για την απόστασή τους *y*:

$$y = \lambda \cdot \frac{L}{d} = 650\, nm \cdot \frac{39\, cm}{pitch},$$

όπου λ το μήκος κύματος του laser, L η απόσταση των σχισμών (δείγματος) από την οθόνη παρατήρησης και d η απόσταση μεταξύ διπλανών σχισμών στο διάφραγμα, εν προκειμένω το pitch του υλικού.



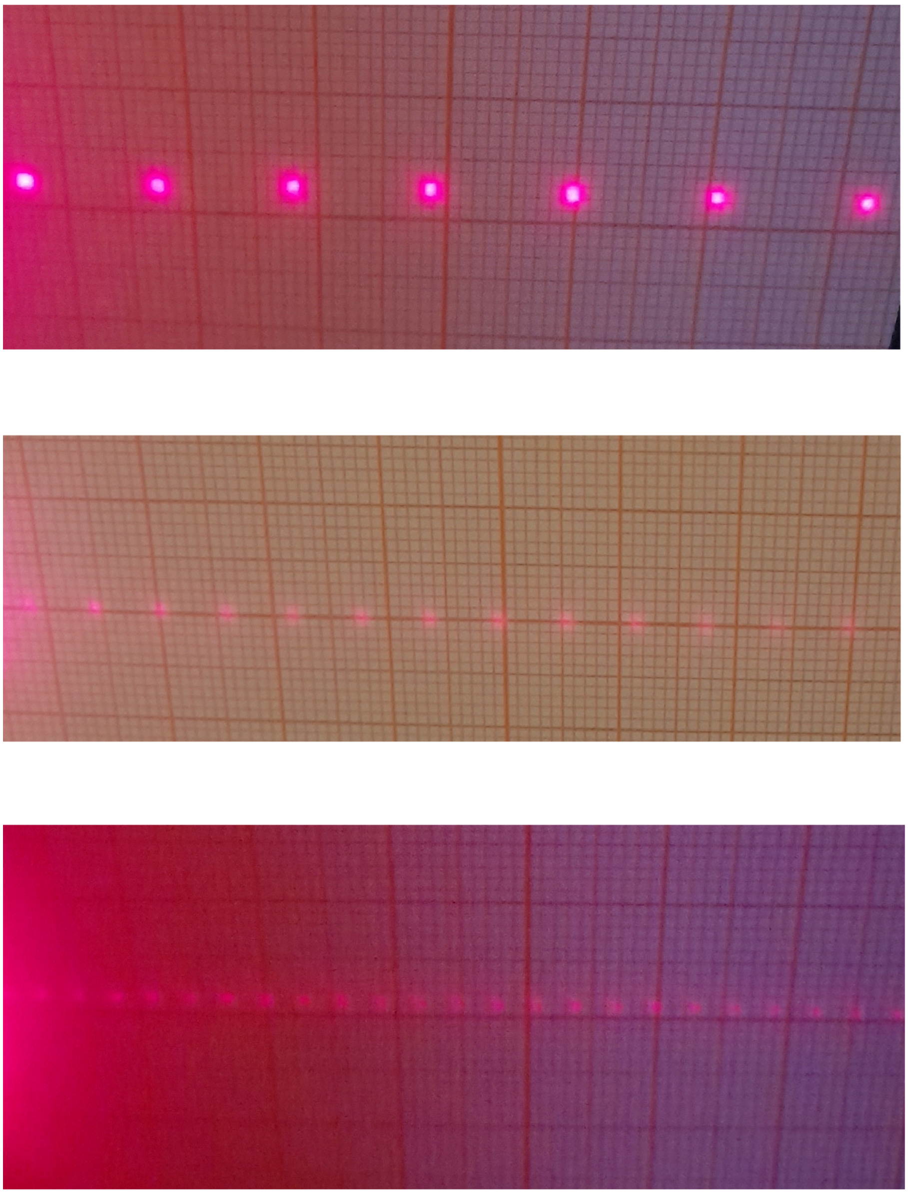
Εικόνα 122: Τοποθέτηση ταινίας και χαρτιού μιλιμετρέ σε περιοχή 20 cm x 20 cm γύρω από το κέντρο της οθόνης και η αποτύπωση του μοτίβου στο χαρτί μιλιμετρέ.

Για τις 3 εκδοχές του υλικού μας P25, P45, P90 έχουμε:

$$y_{P25} = 650\, nm \cdot \frac{39\, cm}{25\, \mu m} = 10.14\, mm$$

$$y_{P45} = 650\, nm \cdot \frac{39\, cm}{45\, \mu m} = 5.633 mm$$

$$y_{P90} = 650\, nm \cdot \frac{39\, cm}{90\, \mu m} = 2.8167\, mm$$



P25

P45

P90

Εικόνα 123: Αποτύπωση σε μιλιμετρέ χαρτί των κουκίδων των διαφορετικών εκδοχών του υλικού μας (P25, P45, P90).

Οι αποτυπώσεις στο μιλιμετρέ χαρτί φαίνονται στην Εικόνα 123. Η σύγκριση των θεωρητικών αποστάσεων με των μετρούμενων φαίνεται στον Πίνακα 12.

Type of NANOWEB®	*Θεωρητική απόσταση*	*Μετρούμενη απόσταση*
P25	*10,14 mm*	*~10.5 - 11mm*
P45	*5,633 mm*	*~5.5 - 6 mm*
P90	*2,8167 mm*	*~2.75 -3 mm*

Πίνακας 12: Σύγκριση των θεωρητικών αποστάσεων με των μετρούμενων αποστάσεων διπλανών κουκίδων στα μοτίβα περίθλασης των διαφορετικών pitches του υλικού μας.

Παρατηρούμε ότι οι θεωρητικές τιμές είναι πολύ κοντά στις μετρούμενες. Επίσης, μεγαλύτερο pitch, σημαίνει μικρότερη απόσταση των κουκίδων (αντίστροφο πεδίο) και συγκεκριμένα για το P90, η απόσταση είναι η μισή από το P45. Με αυτόν τον τρόπο, μπορούμε να εξάγουμε πληροφορίες για το υλικό μας πριν την ανακατασκευή της δομής του. Είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για την εξαγωγή της παραμέτρου του pitch.

4.4 Απόκτηση εικόνων

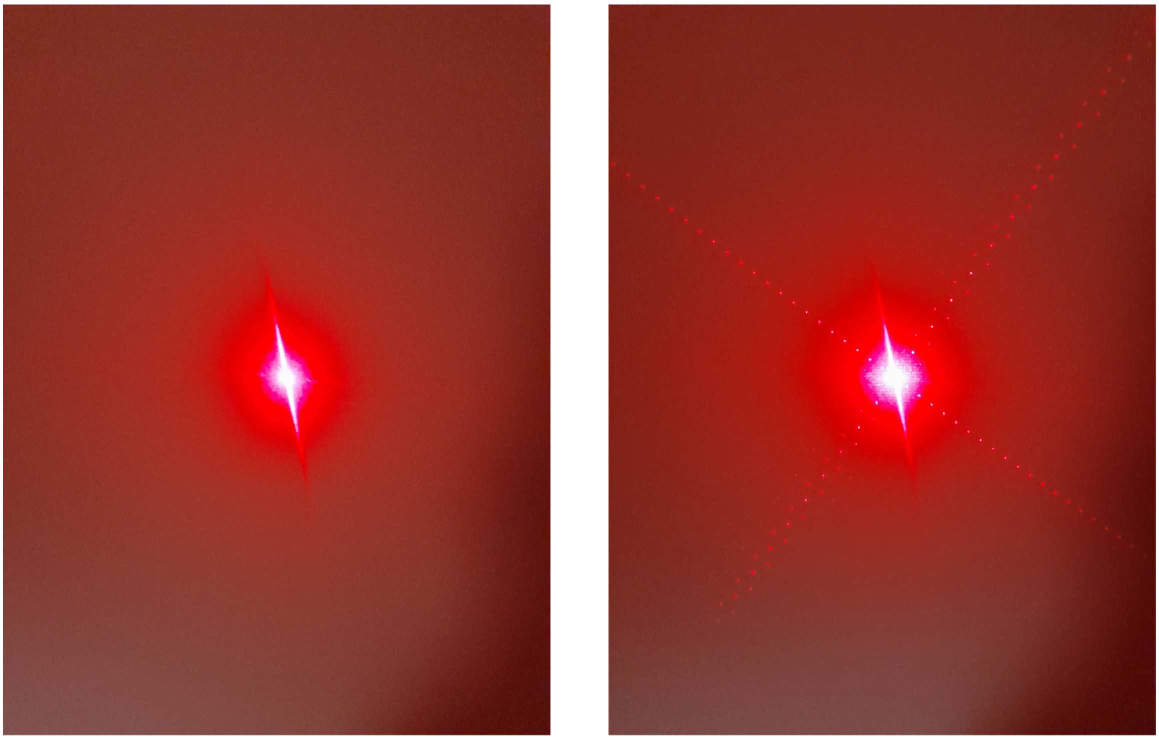
Η διαδικασία για την απόκτηση εικόνων περίθλασης laser μέσω της συσκευής είναι η παρακάτω. Τραβάμε προς τα έξω την αποσπώμενη βάση, έχοντας κλειστό το laser. Τοποθετούμε το δείγμα που επιθυμούμε στο στήριγμα του δείγματος. Επιστρέφουμε το συρτάρι στην εσωτερική του θέση κλείνοντας έτσι τη συσκευή. Ενεργοποιούμε το laser και μεταβαίνουμε στην πίσω πλευρά της συσκευής. Τοποθετούμε το κινητό στην ειδική βάση με την κάμερα να βλέπει εντός της συσκευής. Μέσω της οθόνης του κινητού ρυθμίζουμε την φωτογραφία και τραβάμε τη λήψη. Την φωτογραφία αυτή μεταφέρουμε στον υπολογιστή για προεπεξεργασία και ανάλυση.

Κεφάλαιο 5 : Το Πείραμα

Σε αυτό το Κεφάλαιο γίνεται προσπάθεια μικροσκοπίας των υλικών μας, μέσω των φωτογραφιών των μοτίβων περίθλασης. Οι εικόνες λαμβάνονται μέσω της συσκευής και υφίστανται προεπεξεργασία, ώστε να καταστεί εφικτή η ανακατασκευή τους. Γίνεται δοκιμή μεθόδων και τεχνικών για την αντιμετώπιση των προβλημάτων που ανακύπτουν. Τα αποτελέσματα κρίνονται κυρίως με βάση την συνέπεια με το γνωστό επιθυμητό μοντέλο, σε οπτικό επίπεδο.

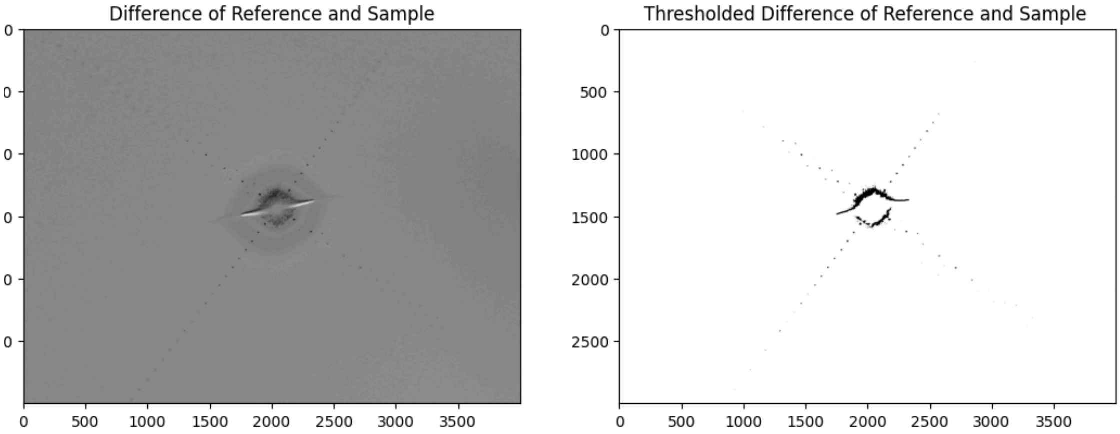
5.1 Ανάλυση φωτογραφίας περίθλασης χωρίς προεπεξεργασία

Αρχικά, παίρνουμε μια λήψη από την συσκευή. Δεδομένου ότι στις φωτογραφίες έχουμε μεγάλη επίδραση της DC συνιστώσας, προσπαθήσαμε να την αντισταθμίσουμε, λαμβάνοντας και μια εικόνα αναφοράς χωρίς το δείγμα και να την αφαιρέσουμε από την εικόνα με το δείγμα. Στην Εικόνα 124 φαίνεται η πρώτη φωτογραφία που λάβαμε από τη συσκευή μέσω του κινητού (δεξιά) και το η εικόνα αναφοράς της DC συνιστώσας (αριστερά), κι οι δύο μεγέθους 3000 x 4000 pixels.



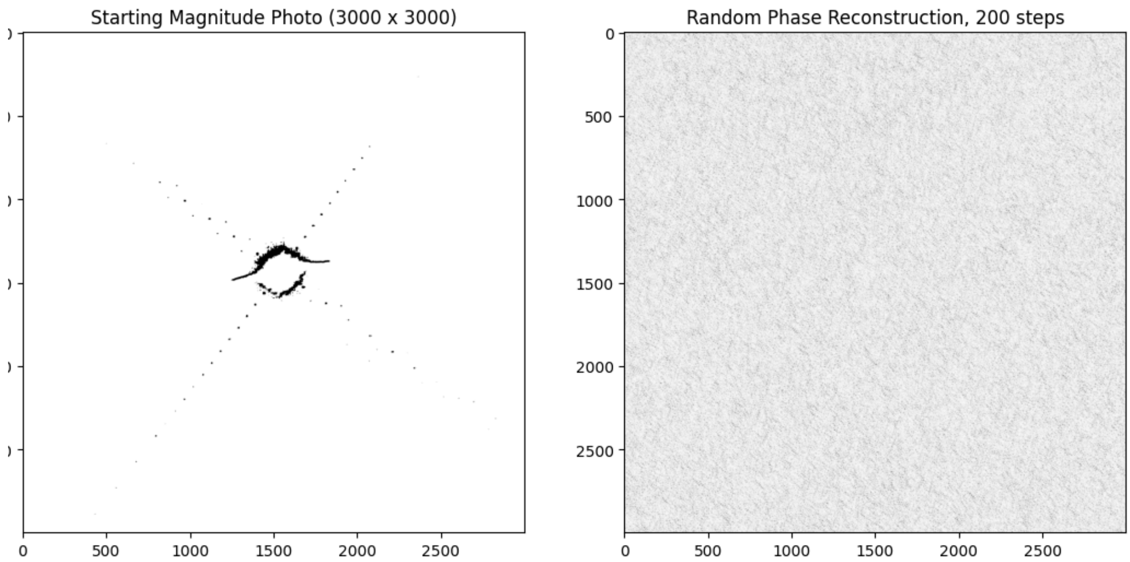
reference photo　　sample photo (P45)

Εικόνα 124: Φωτογραφίες συσκευής: φωτογραφία μόνο της αποτύπωσης του laser στην οθόνη, χωρίς δείγμα (αριστερά), φωτογραφία απεικόνισης του μοτίβου περίθλασης του laser με δείγμα P45 (δεξιά).

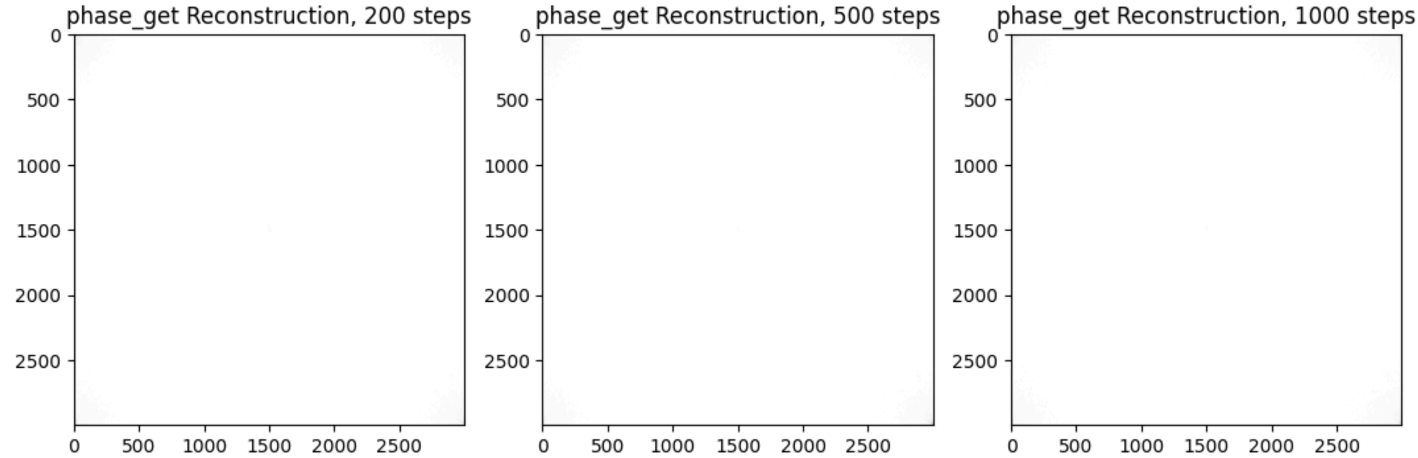


Εικόνα 125: Εικόνα διαφοράς των φωτογραφιών αναφοράς και δείγματος (αριστερά), κατωφλίωση της διαφοράς των κατωφλιώσεων των φωτογραφιών αναφοράς και δείγματος (δεξιά).

Αφαιρούμε την αναφορά από την τελική φωτογραφία. Η διαφορά τους μας δείχνει ότι οι DC συνιστώσες δεν ταυτίζονται (Εικόνα 125). Πιθανότατα να υπάρχει μια διάχυσή της, λόγω της παρεμβολής του δείγματος. Στη συνέχεια, κάνουμε κατωφλίωση στις δύο εικόνες, τις αφαιρούμε και πάλι κάνουμε κατωφλίωση (Εικόνα 125 δεξιά). Τέλος, η εικόνα λαμβάνει διαστάσεις 3000 x 3000 pixels και διενεργούμε αλγόριθμο Fienup σε αυτή. Τα αποτελέσματα για 200 βήματα χωρίς αρχική φάση φαίνονται στην Εικόνα 126, ενώ με phase_get για 200, 500 και 1000 steps στην Εικόνα 127.



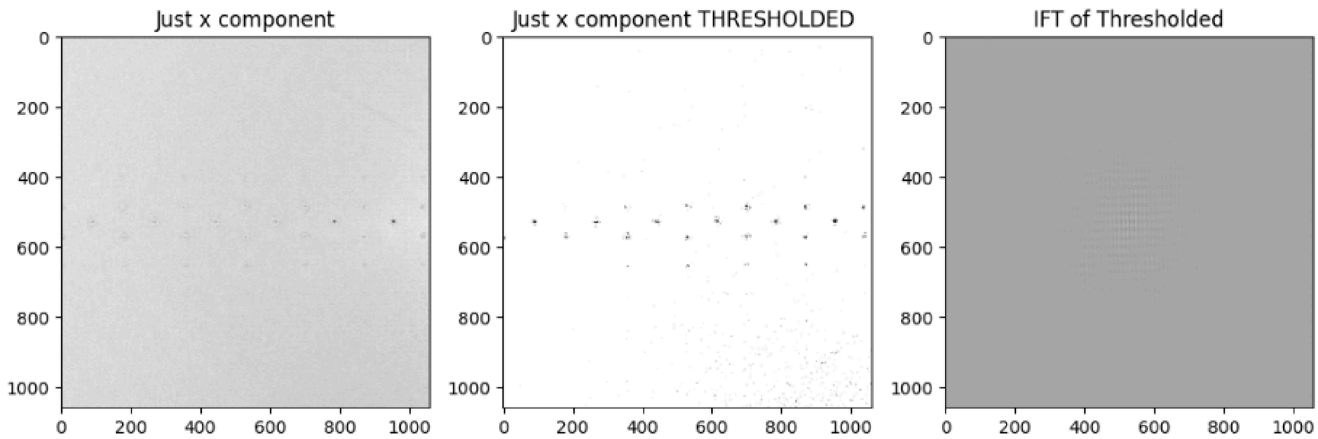
Εικόνα 126: Κατωφλιωμένη εικόνα έντασης FT με μέγεθος 3000x3000 (αριστερά) και το αποτελεσμα του αλγορίθμου Fienup με τυχαία αρχική φάση για 200 βήματα της εικόνας (δεξιά).



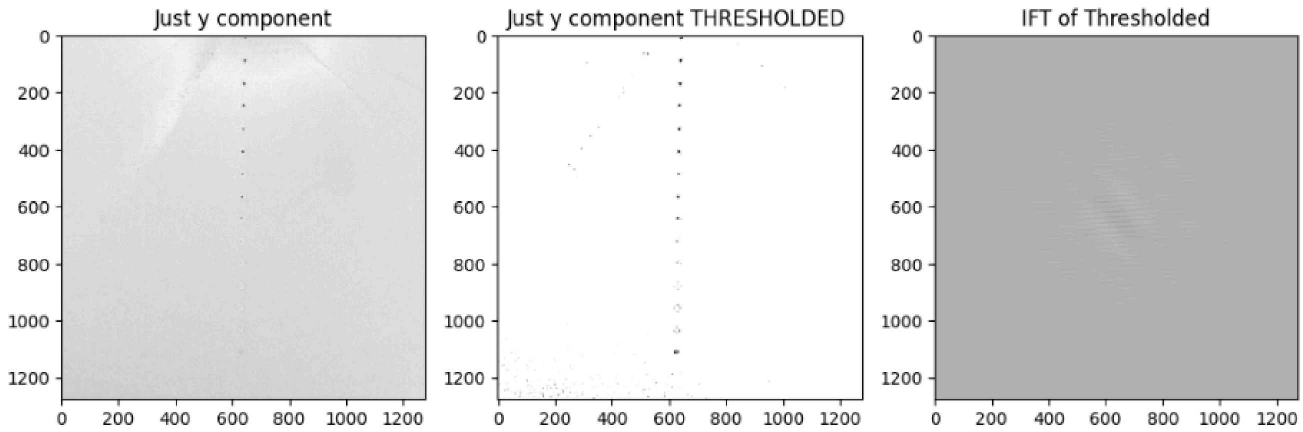
Εικόνα 127: Τα αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup της κατωφλιωμένης εικόνας έντασης FT με μέγεθος 3000 x 3000, με phase_get για 200 βήματα (αριστερά), 500 βήματα (μέση), 1000 βήματα (δεξιά).

Οπτικά, οι ανακατασκευές του σήματος από την φωτογραφία είναι πλήρως ασυνεπείς με το επιθυμητό αποτέλεσμα, και με και χωρίς αρχική φάση. Τα προβλήματα που μπορούμε να εντοπίσουμε και θα εξετάσουμε στη συνέχεια, είναι η ένταση της DC συνιστώσας, το μεγεθος της εικόνας, αλλά και η έλλειψη κεντραρίσματος της εικόνας (DC συνιστώσα εκτός κέντρου).

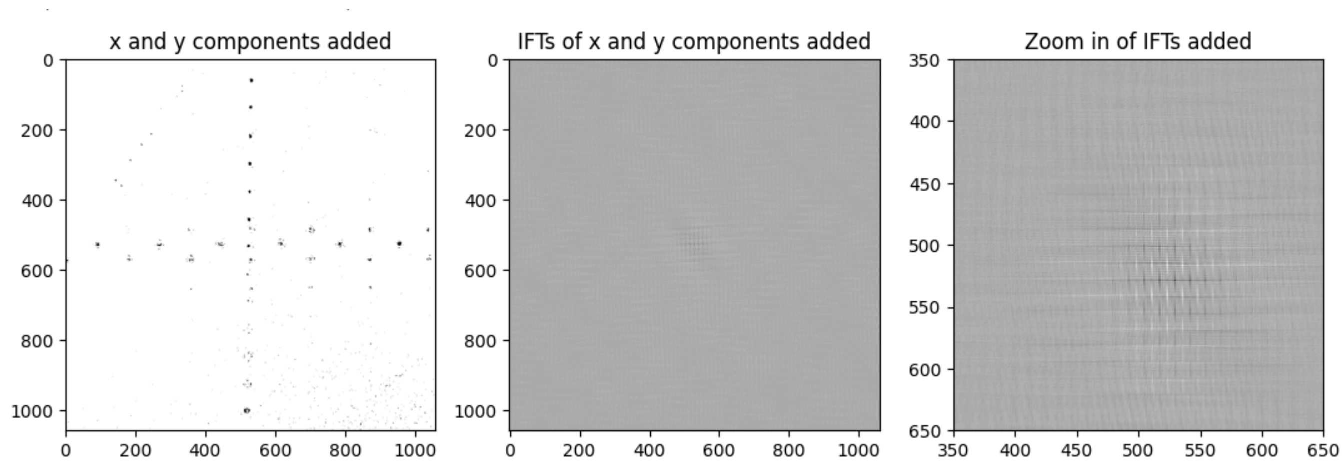
Δοκιμάζουμε να εξετάσουμε ξεχωριστά τις *x* και *y* συνιστώσες του μοτίβου, να τις ανακτασκευάσουμε ξεχωριστά, και μετά να τις προσθέσουμε . Φορτώνουμε την εικόνα σε grayscale και μετά την κάνουμε κατωφλίωση. Το ίδιο κάνουμε και για τις 2 συνιστώσες *(x,y)*. Ο αντίστροφος FT για την *x* συνιστώσα φαίνεται στην Εικόνα 128 και για την *y* συνιστώσα στην Εικόνα 129. Η πρόσθεση των δύο συνιστωσών, μας δίνει μια εικόνα χωρίς DC συνιστώσα (Εικόνα 130 - αριστερά). Η πρόσθεση των ανακατασκευών για κάθε συνιστώσα ξεχωριστά έχει πολύ θόρυβο και είναι δύσκολο να διακριθεί κάποιο συνεπές μοτίβο. Δοκιμάζουμε τον αλγόριθμο Fienup σε κάθε μια συνιστώσα ξεχωριστά για 200 steps. Τα αποτελέσματα φαίνονται στην Εικόνα 131. Όποια ομοιότητα με το επιθυμητό μοτίβο είναι κρυμμένη σε θόρυβο. Επιπλέον, οι εικόνες είναι μεγάλες και η χρήση του αλγορίθμου είναι πολύ χρονοβόρα, κάτι που είναι απαγορευτικό.



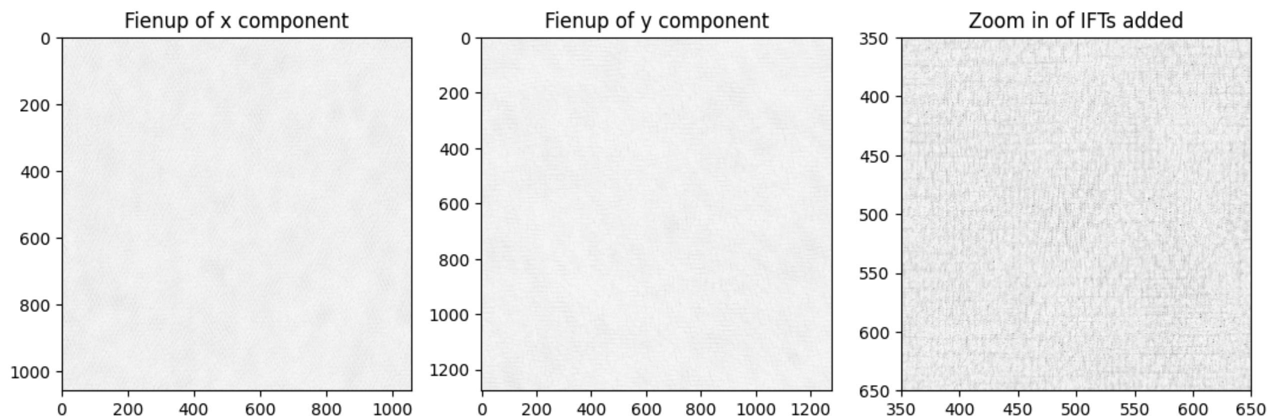
Εικόνα 128: Απομόνωση της x συνιστώσας της φωτογραφίας περίθλασης (αριστερά), η κατωφλιωμένη απομόνωση της x συνιστώσας της φωτογραφίας περίθλασης (μέση) και ο αντίστροφος FT της έντασης (δεξιά).



Εικόνα 129: Απομόνωση της y συνιστώσας της φωτογραφίας περίθλασης (αριστερά), η κατωφλιωμένη απομόνωση της x συνιστώσας της φωτογραφίας περίθλασης (μέση) και ο αντίστροφος FT της έντασης (δεξιά).



Εικόνα 130: Πρόσθεση των δυο απομονωμένων x και y συνιστωσών της φωτογραφίας περίθλασης (αριστερά), πρόσθεση των αντίστροφων FT των ίδιων (μέση) και εστιασμένη προβολή της πρόσθεσης των αντίστροφων FT των συνιστωσών της φωτογραφίας περίθλασης (δεξιά).



Εικόνα 131: Αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup της απομονωμένης x συνιστώσας (αριστερά), αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup της απομονωμένης y συνιστώσας (μέση), αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup της πρόσθεσης των x και y συνιστωσών (δεξιά).

5.2 Ανάλυση φωτογραφίας περίθλασης με προεπεξεργασία

5.2.1 Ανάλυση εικόνας P25 μειωμένης ανάλυσης

Για καλύτερα αποτελέσματα, είναι αναγκαία η λήψη μιας καλύτερης φωτογραφίας,. Αυτή την φορά, επιλέγουμε το P25. Η διαδικασία για την λήψη της καλύτερης φωτογραφίας είναι η εξής: στην κάμερα μας, μειώνουμε την εστιασμένη φωτεινότητα, ώστε η DC συνιστώσα να έχει μικρότερη έκταση. Στη νέα μας λήψη, θα δοκιμάσουμε να απομονώσουμε τους δύο άξονες x και y, καθώς και να μειώσουμε την ανάλυσή της (resizing) και να τη κεντράρουμε. Στην ουσία, θα προσπαθήσουμε, ξεκινώντας από μια φωτογραφία της συσκευής και δοκιμάζοντας κατάλληλη προεπεξεργασία, όσο το δυνατόν πιο γενική, να φτάσουμε στο επιθυμητό αποτέλεσμα, ώστε να επιβεβαιώσουμε μια πρώτη λειτουργία της συσκευής και του αλγορίθμου μας.

Η εικόνα που λαμβάνουμε, μετά από μείωση της ανάλυσης της εικόνας (resizing) σε μέγεθος 429x429 pixels, φαίνεται στην Εικόνα 132. Η μείωση της ανάλυσης της εικόνας έγινε με γνώμονα την προσαρμογή της στα προσομοιωτικά δεδομένα. Ειδικότερα, παρατηρούμε ότι οι μέχρι τώρα φωτογραφίες της συσκευής δε δίνουν κάποιο αποτέλεσμα, ούτε στον αντίστροφο FT. Ένας πιθανός λόγος είναι η μεγάλη διάσταση της εικόνας. Στα προσομοιωτικά δεδομένα, οι κουκίδες που βλέπουμε στη φωτογραφία ήταν μεγέθους 1 pixel και οι αποστάσεις τους ήταν της τάξης των 20 pixels. Με αυτή τη λογική επιλέγουμε οι αποστάσεις των κουκίδων να είναι 25 pixels. Από την βαθμονόμηση, οι κουκίδες έχουν απόσταση 10.5mm για το P25. Αν, λοιπόν, θέλουμε η απόσταση 10.5 mm να αντιστοιχεί σε 25 pixels τότε έχουμε την παρακάτω σχέση:

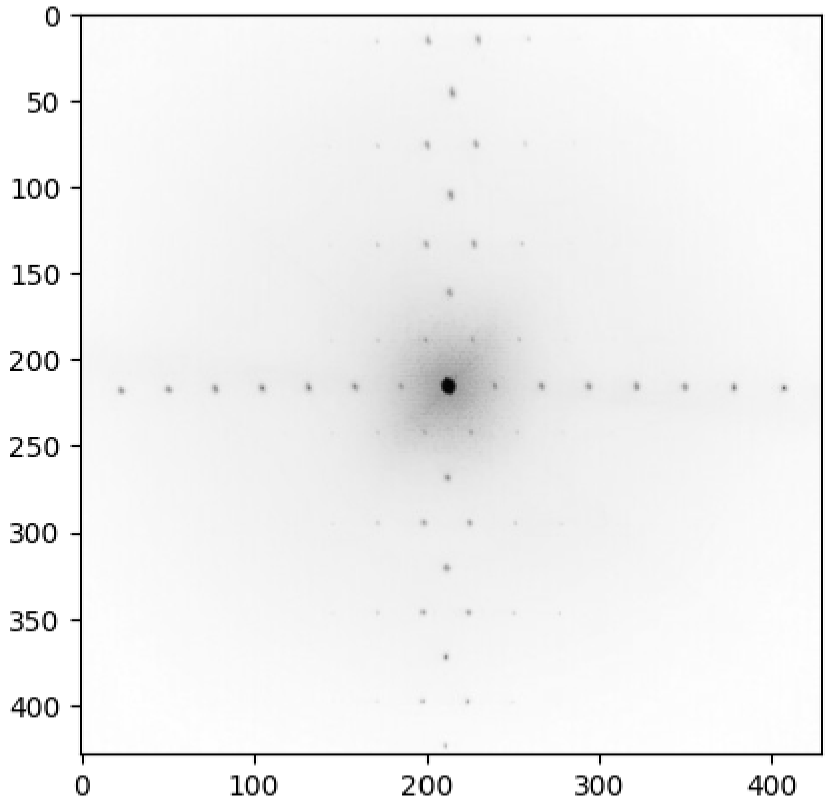
$$10.5mm = 25\,pixels \Rightarrow 1mm = 2.38\,pixels$$

Στην Εικόνα 122, όπου φαίνεται η οθόνη 20cm x 20cm, οι ταινίες στερέωσης στο εσωτερικό δίνουν ένα εσωτερικό μεγέθους 18cm x 18cm. Έτσι, η διάσταση της εικόνας σε pixels είναι:

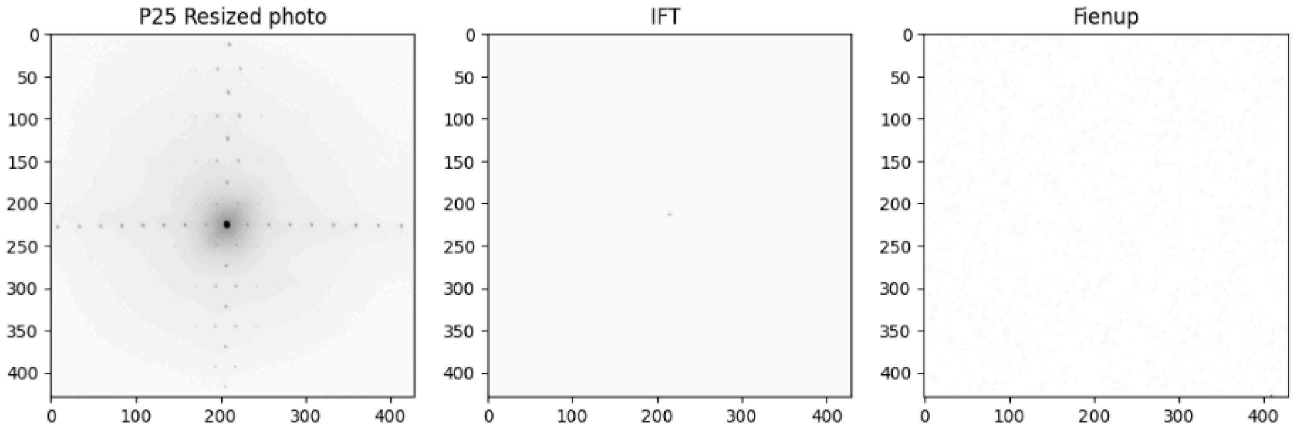
$$18cm = 180\,mm = 180mm * 25 = 428.4 = 429$$
pixels

Οι λόγοι για τους οποίους μπορεί να βοηθήσει η μείωση της ανάλυσης της εικόνας (resizing) είναι διάφοροι. Αρχικά, μειώνει τον χρόνο και την μνήμη που χρησιμοποιεί ο αλγόριθμος για τη διενέργεια των FT. Οι μεγαλύτερες εικόνες, με μεγαλύτερες πιθανές ανακρίβειες σε τιμές των pixels μπορεί να δυσκολεύσουν τη σύγκληση του αλγορίθμου Fienup. Ταυτόχρονα, μεγαλύτερες εικόνες σημαίνουν περισσότερα άγνωστα pixel προς ανακατασκευή, χωρίς να υπάρχει περισσότερη γνωστή πληροφορία (όπως, για παράδειγμα, αν είχε γίνει oversampling). Ταυτόχρονα, τόσο στις προσομοιώσεις μας, όσο και στις οδηγίες χρήσης του αλγορίθμου μας, οι εικόνες που χρησιμοποιήθηκαν είναι μικρές σε μέγεθος. Δεν υπάρχει εγγύηση λειτουργίας για μεγάλες εικόνες, αλλά, επίσης, οι παράμετροι του αλγορίθμου πιθανώς να είναι προσαρμοσμένοι σε μικρές εικόνες. Τελικά, η μείωση της ανάλυσης της εικόνας μπορεί να λειτουργήσει και ως φίλτρο για το θόρυβο των υψηλών συχνοτήτων.

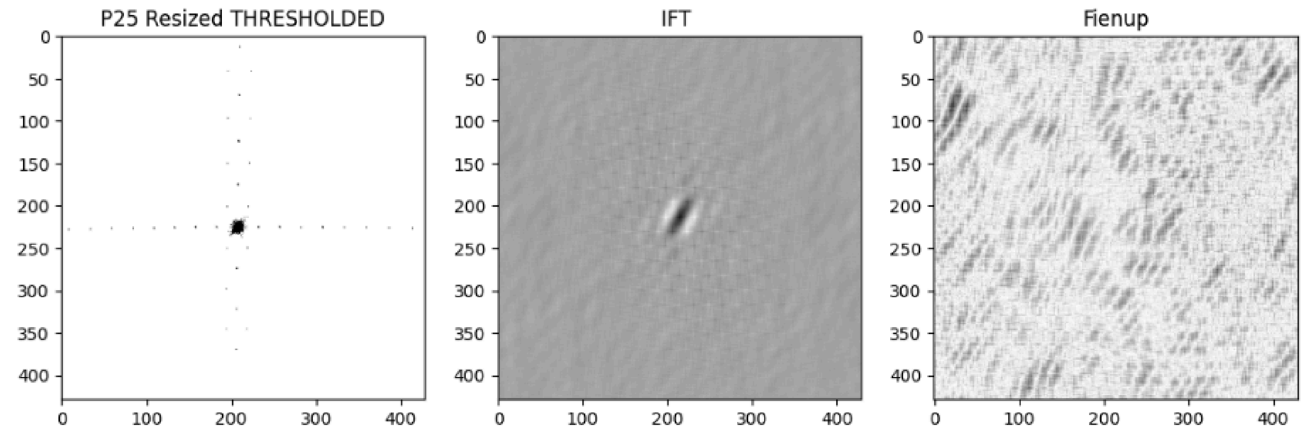
Πρώτα, διενεργούμε αντίστροφο FT και χρησιμοποιούμε αλγόριθμο Fienup, τόσο στην φωτογραφία ως έχει (Εικόνα 133-αριστερά), αλλά και ύστερα από κατωφλίωση (Εικόνα 134-αριστερά). Στην περίπτωση της κατωφλιωμένης εικόνας, υπάρχει και πάλι θόρυβος, που ίσως κρύβει κάποια γνωστή δομή. Δοκιμάζουμε, εκ νέου, ανάλυση και επεξεργασία των συνιστωσών *x* και *y* στην resized εικόνα.



Εικόνα 132: Καλύτερη λήψη φωτογραφίας της περίθλασης του P25, resized σε μέγεθος 427 x 427.

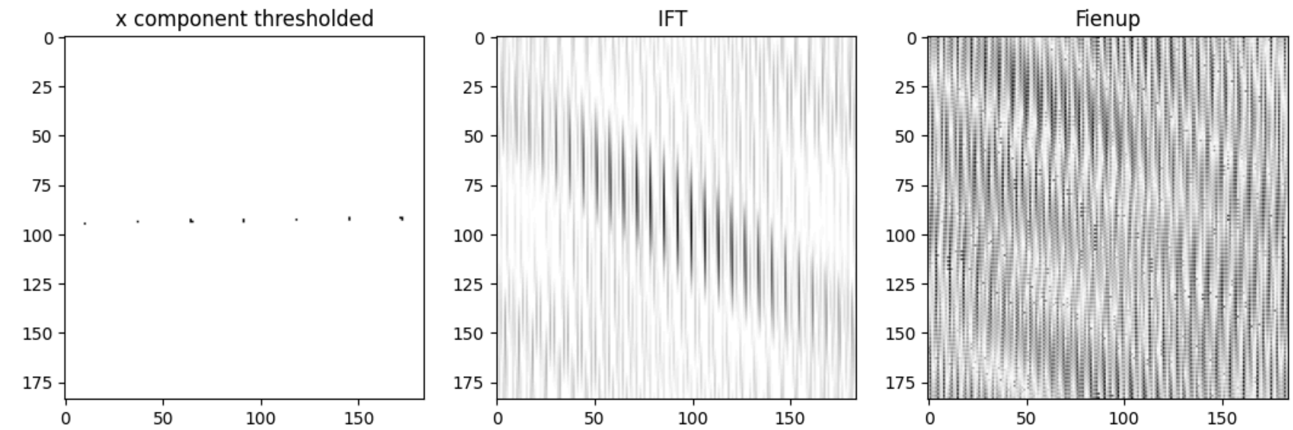


Εικόνα 133: Φωτογραφία του P25 resized (αριστερά), ο αντίστροφος FT της (μέση), και το αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup της φωτογραφίας (δεξιά).

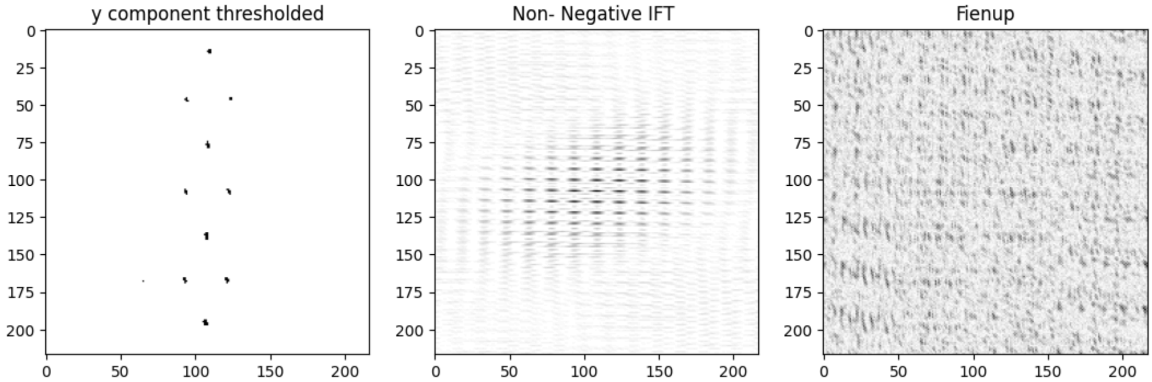


Εικόνα 134: Κατωφλιωμένη φωτογραφία του P25 resized (αριστερά), ο αντίστροφος FT της (μέση), και το αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup της φωτογραφίας (δεξιά).

Στην Εικόνα 135 φαίνεται η απομονωμένη *x* συνιστώσα, ο αντίστροφος FT της και το αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup. Ομοίως, για την *y* συνιστώσα στην Εικόνα 136. Προσθέτουμε τους αντίστροφους FT των δύο συνιστωσών, καθώς και τα αποτελέσματα των Fienup αλγορίθμων. Συγχρόνως, διενεργούμε αλγόριθμο Fienup στην πρόσθεση των αντίστροφων FT (Εικόνα 137).

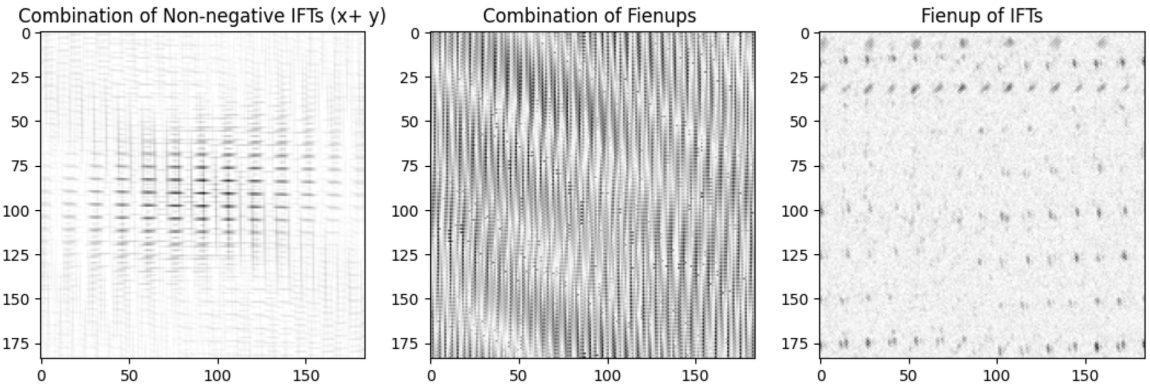


Εικόνα 135: Κατωφλίωση της απομόνωσης της x συνιστώσας της φωτογραφίας περίθλασης P25 - resized (αριστερά), ο αντίστροφος FT της (μέση), και το αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup της εικόνας (δεξιά).



Εικόνα 136: Κατωφλίωση της απομόνωσης της y συνιστώσας της φωτογραφίας περίθλασης P25 - resized (αριστερά), ο αντίστροφος FT της (μέση), και το αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup της εικόνας (δεξιά).

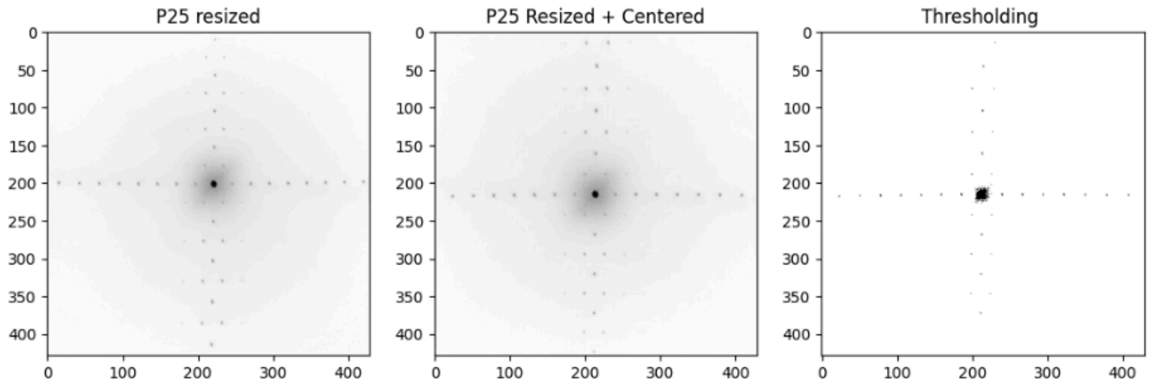
Η μόνη συνέπεια των παραπάνω με τα προσομοιωτικά αποτελέσματα ή με την ιδανική δομή, είναι η πρόσθεση των δύο συνιστωσών που προσομοιάζει σε ZPR ιδεατού μοντέλου. Ωστόσο, το ταίριασμα των δύο συνιστωσών χωρικά είναι δύσκολο, και τελικά το εργαλείο του επαναληπτικού αλγορίθμου δεν δίνει κάποιο αποτέλεσμα.



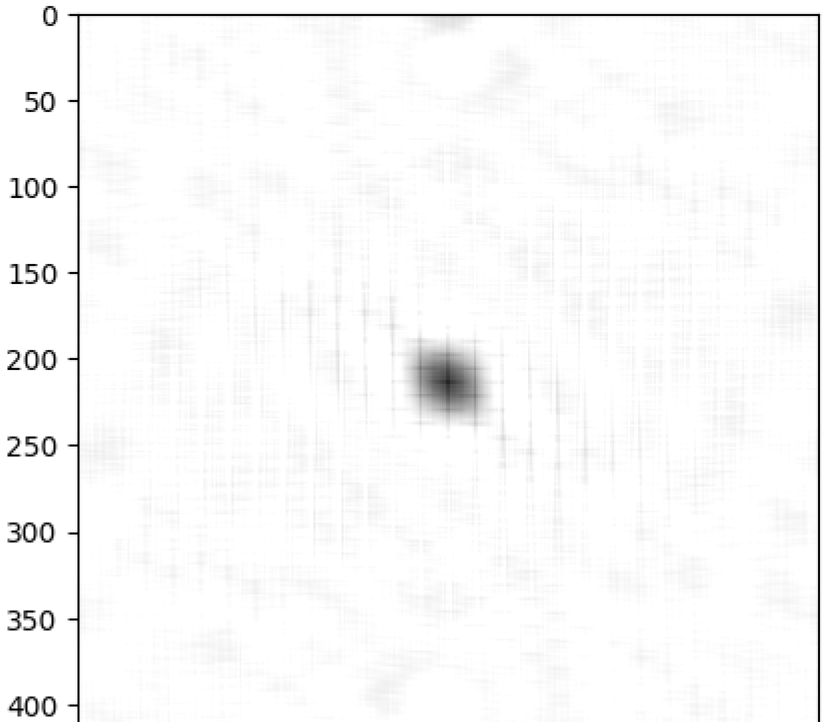
Εικόνα 137: Πρόσθεση των μη αρνητικών αντίστροφων FT των x και y συνιστωσών της φωτογραφίας περίθλασης P25-resized (αριστερά), πρόσθεση των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου Fineup της κάθε συνιστώσας ξεχωριστά (μέση) και αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup της εικόνας πρόσθεσης των συνιστωσών (δεξιά).

5.2.2 Ανάλυση εικόνας P25 μειωμένης ανάλυσης με κεντράρισμα

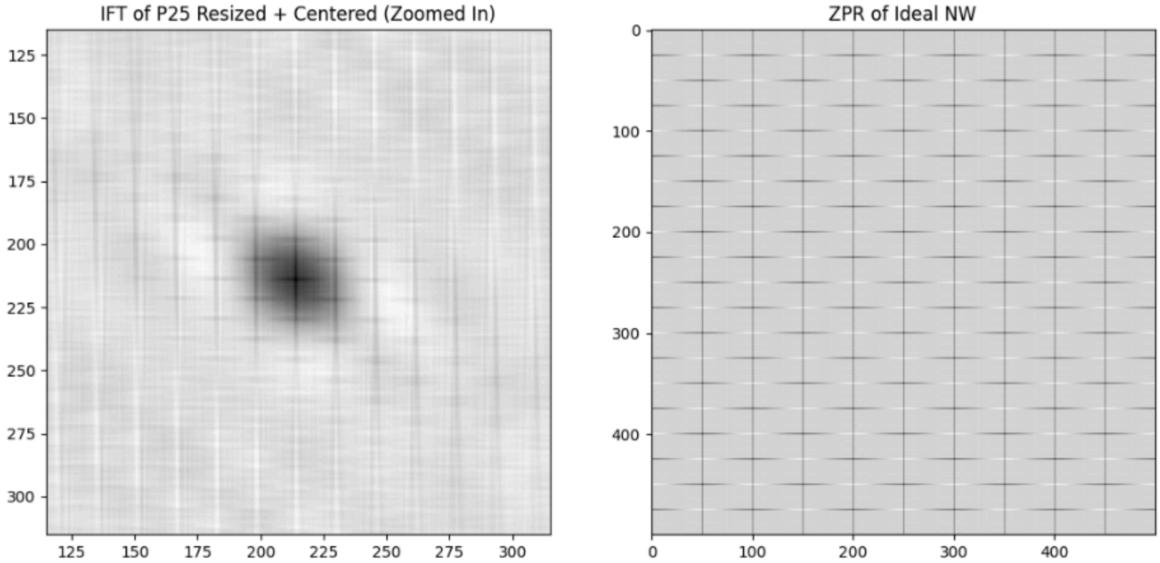
Το πρόβλημα που δεν έχουμε αντιμετωπίσει ακόμα είναι το κεντράρισμα της εικόνας. Επεξεργαζόμαστε την εικόνα, ώστε η DC συνιστώσα να βρίσκεται στο κέντρο και αναλύουμε τα αποτελέσματα. Στην Εικόνα 138 φαίνεται η σύγκριση των κεντραρισμένων και μή φωτογραφιών, καθώς και η κατωφλιωμένη κεντραρισμένη φωτογραφία. Από τον αντίστροφο FT της κατωφλιωμένης εικόνας, παρατηρούμε ότι στη μέση της εικόνας παρουσιάζεται ένα μοτίβο (Εικόνα 139), το οποίο θυμίζει το ZPR των ιδεατών μοτίβων (Εικόνα 140).



Εικόνα 138: Η φωτογραφία περίθλασης P25-resized (αριστερά), η ίδια κεντραρισμένη (μέση), η κεντραρισμένη εικόνα κατωφλιωμένη (δεξιά).

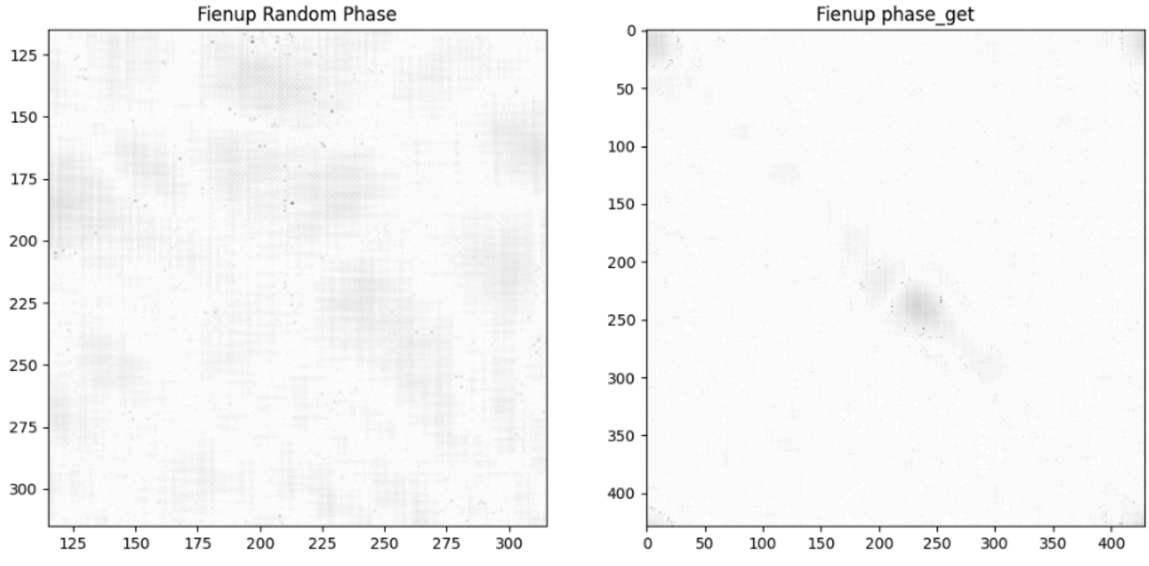


Εικόνα 139: Αντίστροφος FT της κεντραρισμένης και κατωφλιωμένης φωτογραφίας P25-resized.



Εικόνα 140: Αντίστροφος FT της κεντραρισμένης και κατωφλιωμένης φωτογραφίας P25-resized, εστιασμένος στο κέντρο (αριστερά), το ZPR ενός μοντέλου έντασης FT (δεξιά).

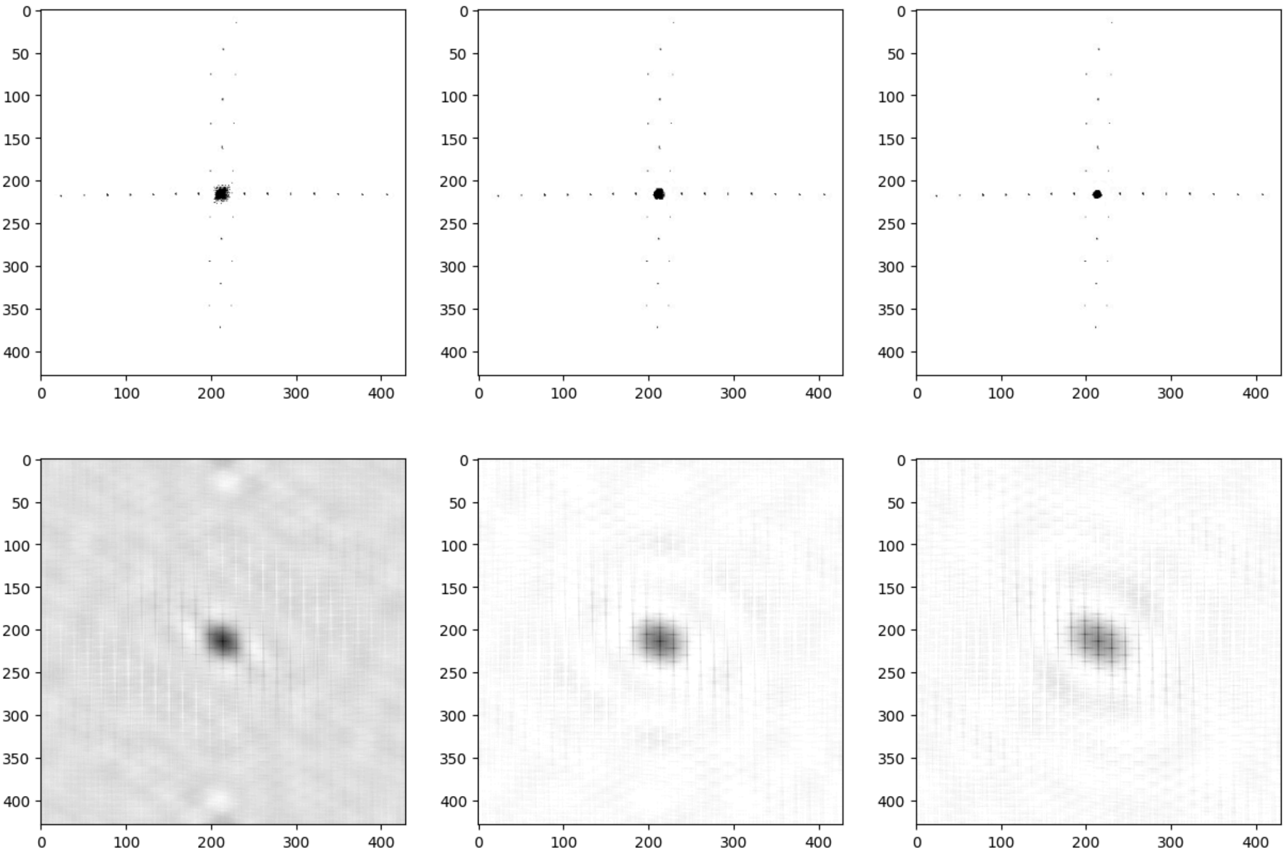
Η διαφορά μεταξύ των δύο αυτών έγκειται σε περιορισμό του επιθυμητού μοτίβου στο κέντρο της εικόνας, αλλά και σε ύπαρξη διαγώνιων συνιστωσών. Στην εικόνα είναι σαφής μόνο μια περιοχή γύρω από το κεντρο σε ελλειπτική μορφή. Στη συνέχεια, διενεργούμε αλγόριθμο Fienup στην εικόνα, χωρίς αρχική φάση, αλλά και με phase_get.



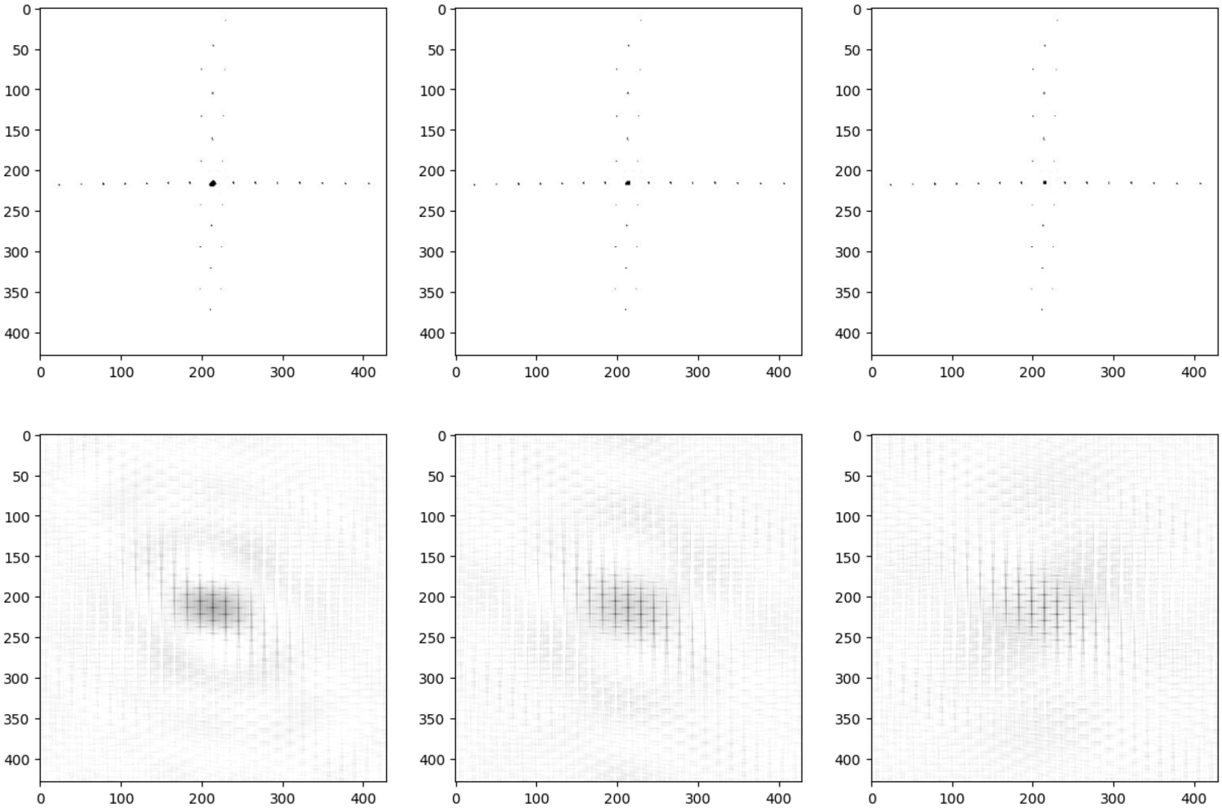
Εικόνα 141: Αποτελέσματα αλγορίθμου Fienup για τη φωτογραφία P25-resized : με τυχαία αρχική φάση (αριστερά), με phase_get (δεξιά).

5.3 Επίδραση της DC συνιστώσας

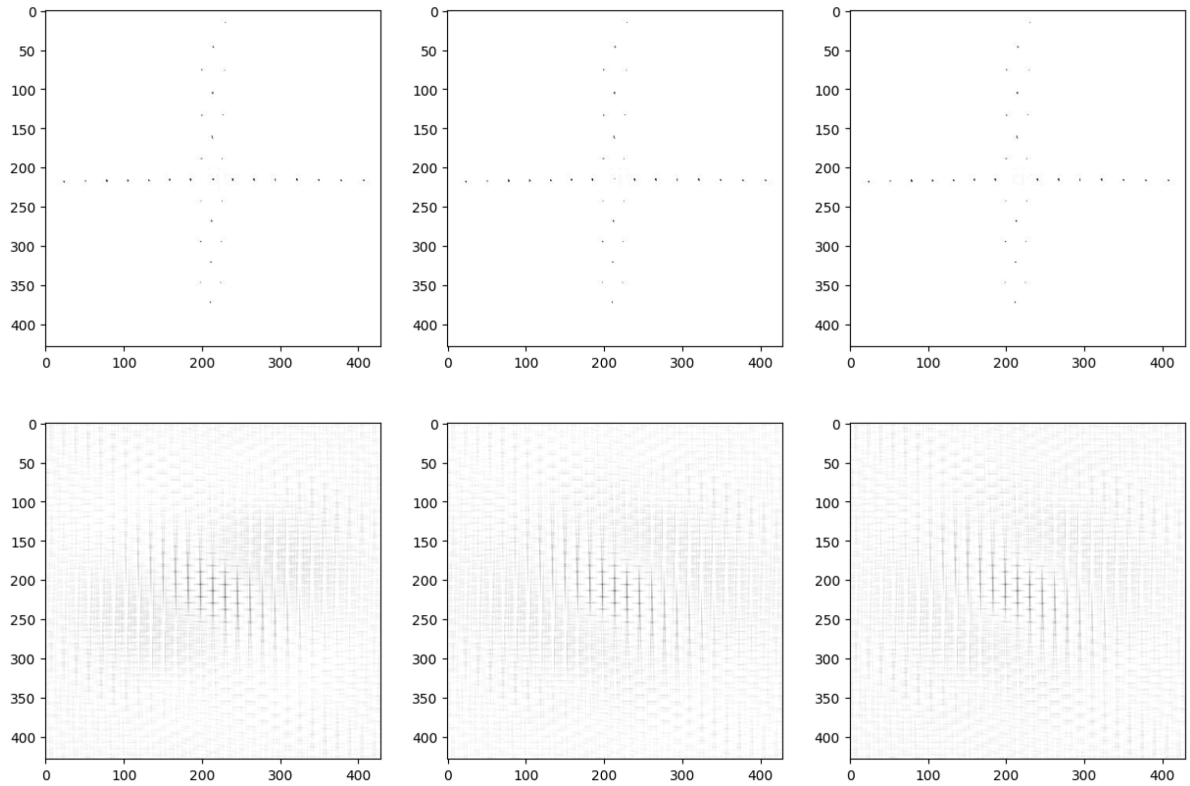
Παρατηρούμε ότι ο αλγόριθμος δε δίνει σωστά αποτέλεσμα. Η DC συνιστώσα είναι και πάλι πολύ έντονη, αλλά, επίσης, ο θόρυβος της εικόνας δυσχεραίνει το αποτέλεσμα. Ανακύπτει το ερώτημα του μεγέθους της επίδρασης της DC συνιστώσας. Για να εξετάσουμε την επίδρασή της, λοιπόν, την αφαιρούμε τεχνητά από την εικόνα με σταδιακό τρόπο. Έτσι, σταδιακα ζωγραφίζουμε τα pixel του κέντρο όλο και πιο άσπρα (φόντο). Στις Εικόνες 142, 143 και 144 φαίνονται οι απεικονίσεις με μειωμένη την επίδραση της DC συνιστώσας, καθώς και η μη αρνητική ZPR της κάθε απεικόνισης από κάτω. Παρουσιάζονται 9 εκδοχές της φωτογραφίας, κάθε μία με σταδιακή μείωση της DC συνιστώσας.. Παρατηρούμε ότι όσο μικρότερη είναι η DC συνιστώσα, περισσότερο από το μοτίβο εμφανίζεται πιο καθαρά και σε μεγαλύτερη έκταση χωρικά. Συνεχίζουν, ωστόσο, να υπάρχουν διαγώνιες συνιστώσες.



Εικόνα 142: Αποτύπωση της P25-resized με μειωμένη επίδραση της DC συνιστώσας (επάνω στήλη) και ο αντίστροφος FT της (κάτω στήλη) (1/3).



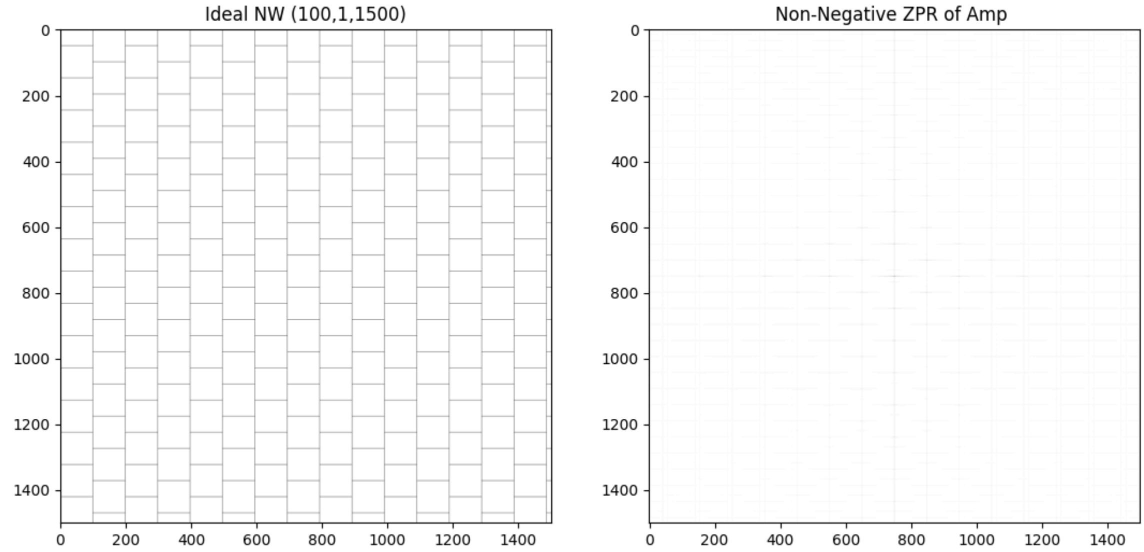
Εικόνα 143: Αποτύπωση της P25-resized με μειωμένη επίδραση της DC συνιστώσας (επάνω στήλη) και ο αντίστροφος FT της (κάτω στήλη) (2/3).



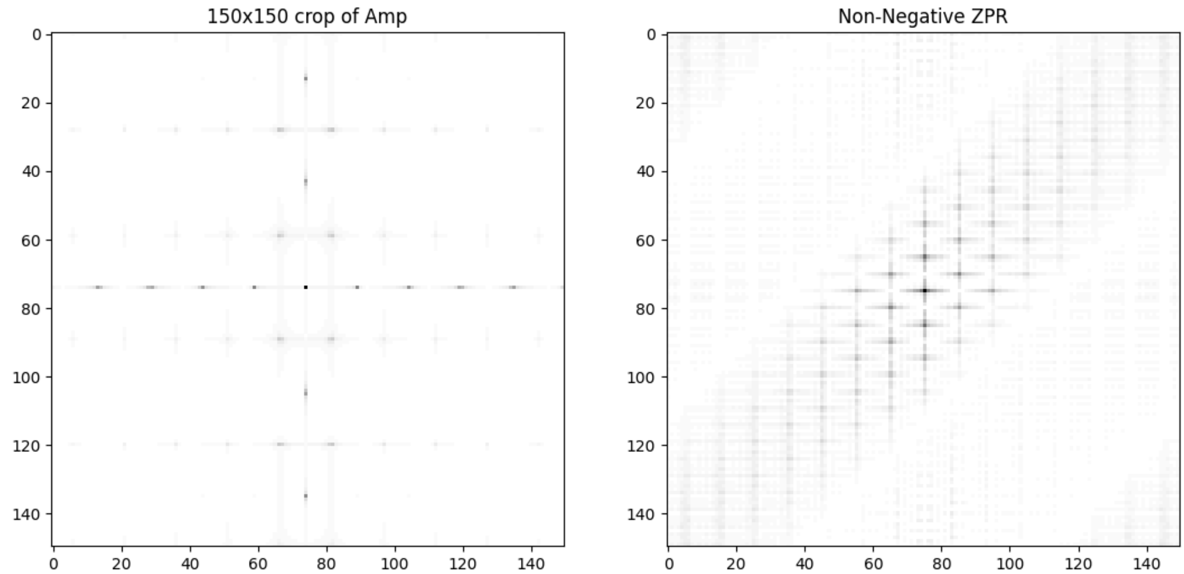
Εικόνα 144: Αποτύπωση της P25-resized με μειωμένη επίδραση της DC συνιστώσας (επάνω στήλη) και ο αντίστροφος FT της (κάτω στήλη) (3/3).

5.4 Μελέτη των διαγώνιων συνιστωσών των εικόνων

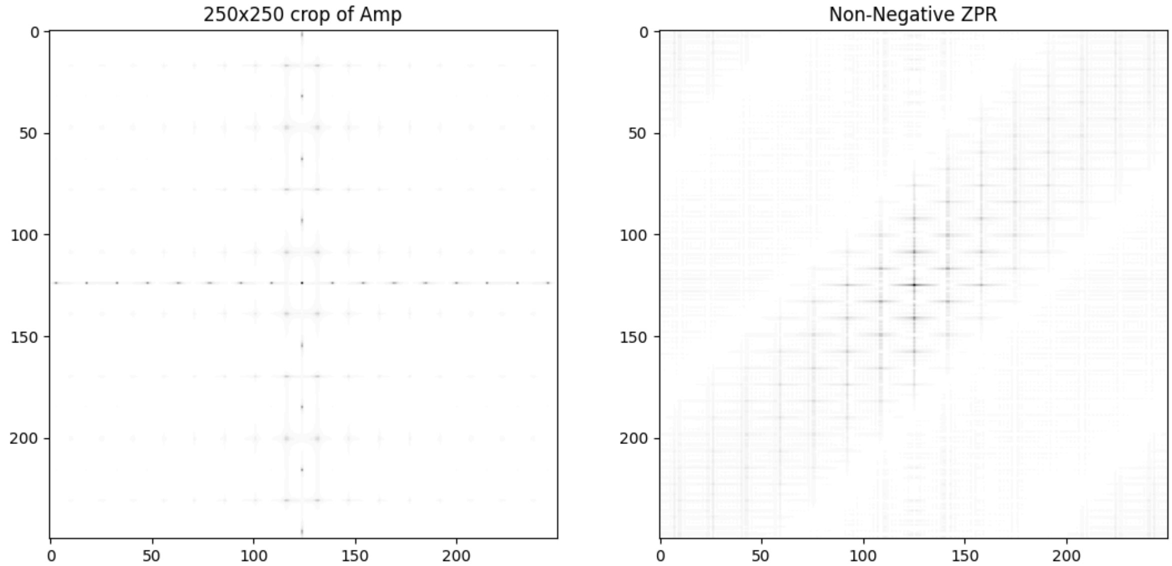
Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε πιθανές αιτίες ύπαρξης των διαγωνίων συνιστωσών στην εικόνα. Έτσι, ξεκινάμε με ένα ιδεατό μοτίβο NW(100,1,1500) και τον αντίστροφο FT του πλάτους του (Εικόνα 145). Επιλέγουμε, λοιπόν, μια εικόνα με μεγάλες διαστάσεις και σταδιακά, επεξεργαζόμαστε μικρότερες τετράγωνες περιοχές της εικόνας γύρω από το κέντρο. Εξετάζουμε τις διαστάσεις 150x150 (Εικόνα 146), 250x250 (Εικόνα 147), 500x500 ((Εικόνα 148), 750x750, 900x900, 1200x1200, 1400x1400 (Εικόνα 149) . Για κάθε μια εικόνα περιορισμένης τετράγωνης εικόνας της αρχικής, διενγερούμε αντίστροφο FT και παρατηρούμε το αποτέλεσμα. Η έλλειψη των μεγαλύτερων συχνοτήτων δημιουργεί ένα μοτίβο με διαγώνιες συνιστώσες. Συμβαίνει σε όλες τις περικομμένες εικόνες, με πιο έντονη επίδραση στις εικόνες με μικρότερο μέγεθος, όπου υπάρχουν λιγότερες συχνότητες. Παρομοιώς, η φωτογραφία που λαμβάνουμε από τη συσκευή είναι αδύνατο να περιέχει όλες τις συχνότητες, λόγω περιορισμού χώρου αλλά και ανάλυσης της φωτογραφίας. Ως εκ τούτου, το παραπάνω αποτελεί, ίσως, μια εξήγηση για την ύπαρξη των διαγωνίων συνιστωσών.



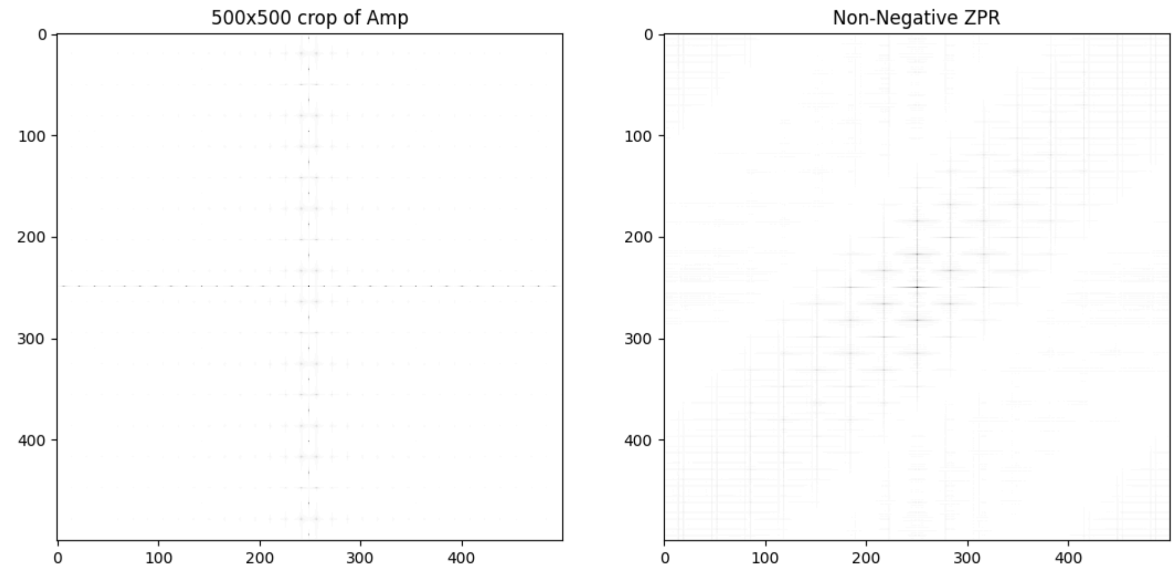
Εικόνα 145: Ιδεατό μοντέλο NW(100,1,1500) (αριστερά) και το μη αρνητικό ZPR του πλάτους του FT του (δεξιά).



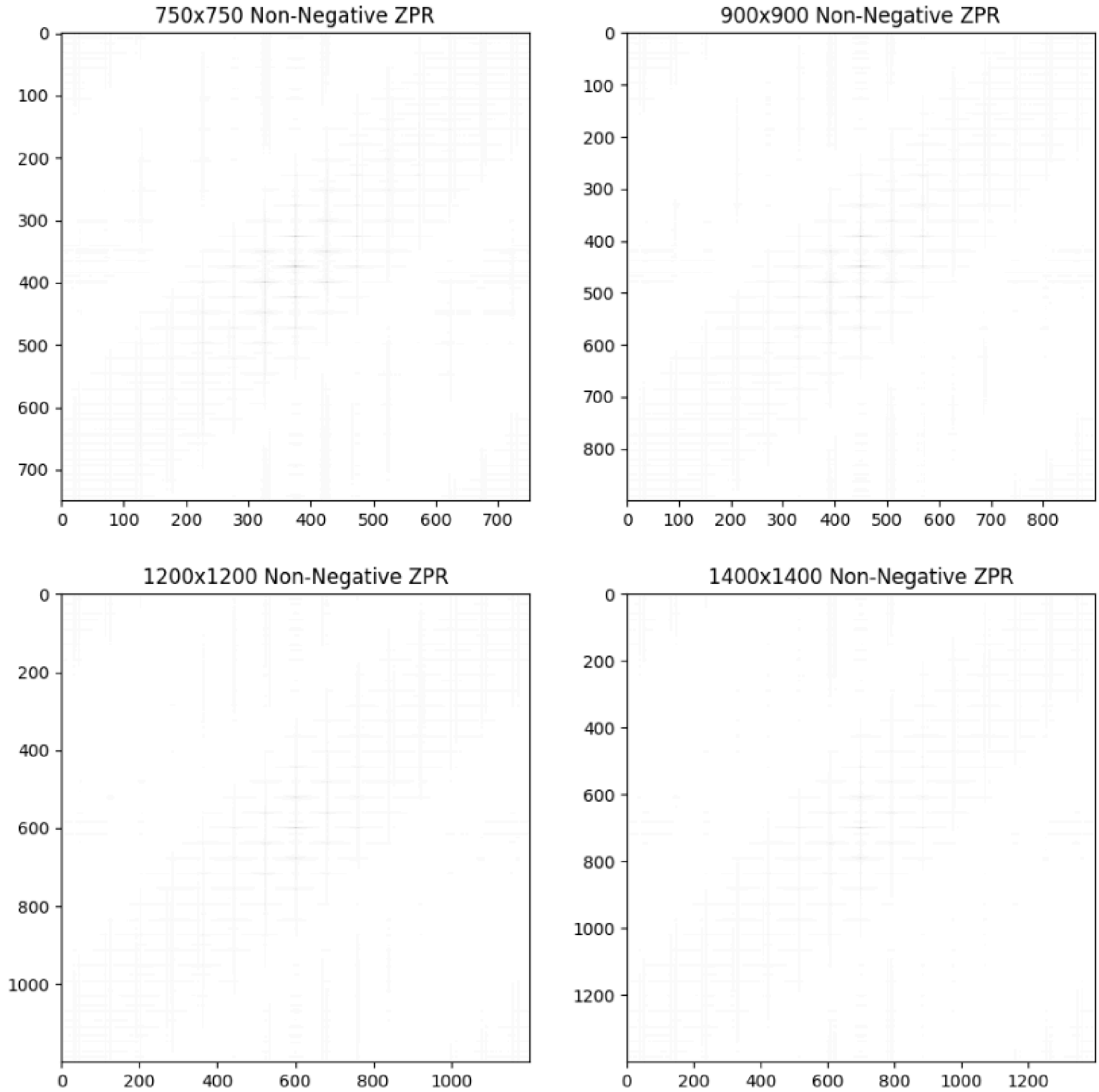
Εικόνα 146: Περικοπή της εικόνας πλάτους του NW(100,1,1500) σε περιοχή 150x150 γύρω από το κέντρο (αριστερά) και το ZPR του με μη αρνητικές τιμές (δεξιά).



Εικόνα 147: Περικοπή της εικόνας πλάτους του NW(100,1,1500) σε περιοχή 250x250 γύρω από το κέντρο (αριστερά) και το ZPR του με μη αρνητικές τιμές (δεξιά).



Εικόνα 148: Περικοπή της εικόνας πλάτους του NW(100,1,1500) σε περιοχή 500x500 γύρω από το κέντρο (αριστερά) και το ZPR του με μη αρνητικές τιμές (δεξιά).

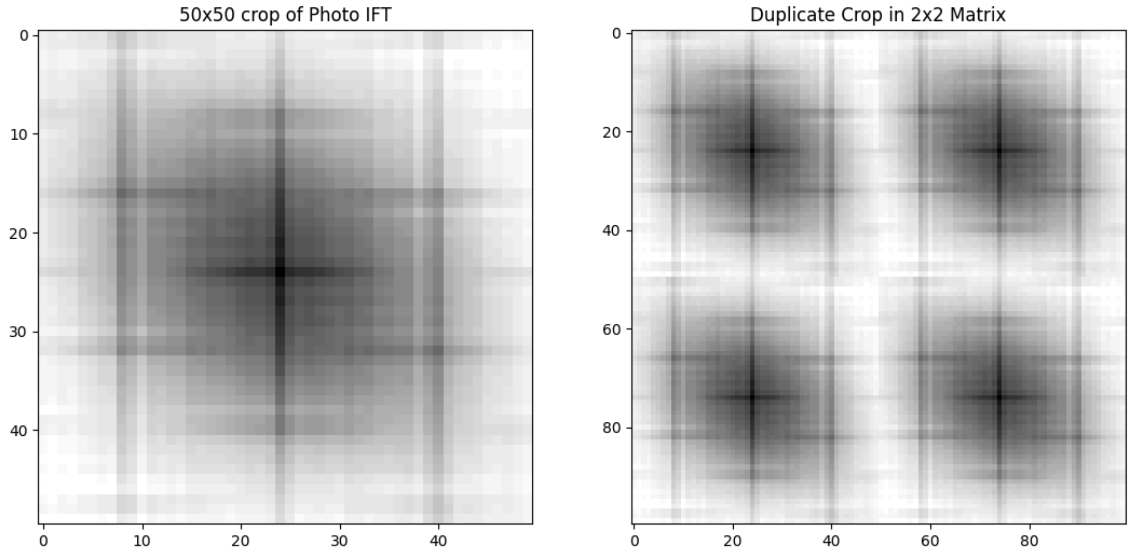


Εικόνα 149: ZPR της περικοπή της εικόνας πλάτους του NW(100,1,1500) σε περιοχή 750x750, 900x900, 1200x1200, 1400x1400.

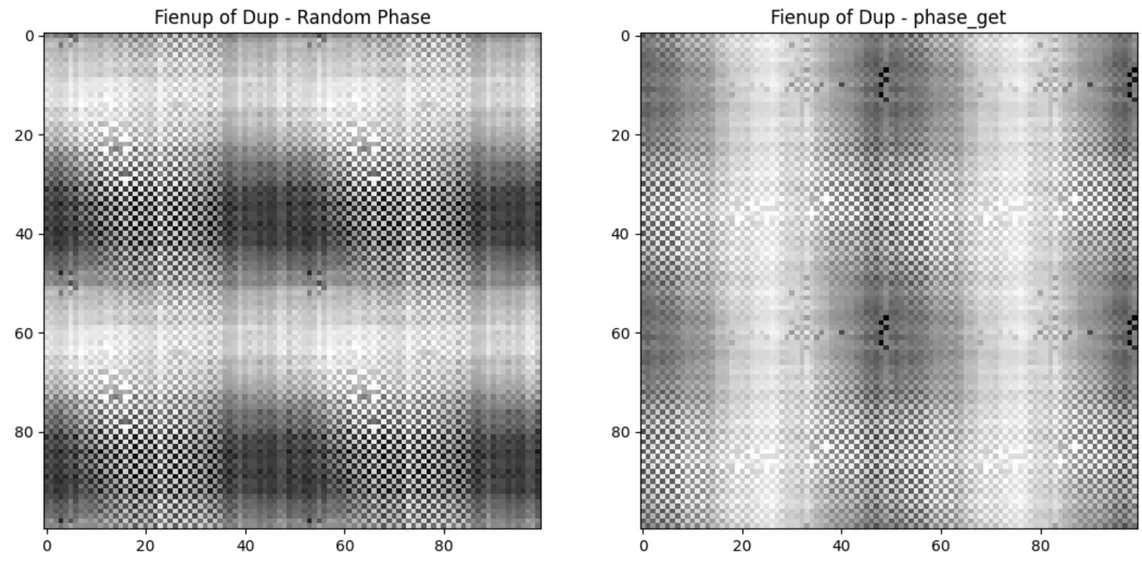
5.5 Επανάληψη μέρους εικόνας σε πλέγμα 2 x 2

Παρατηρούμε ότι το μοτίβο που εμφανίζεται στο κέντρο της εικόνας, μας θυμίζει ZPR έντασης NW, το οποίο έχουμε αναλύσει στα προηγούμενα κεφάλαια με επαναληπτικούς αλγορίθμους. Εφόσον το μοτίβο μας είναι περιοδικό, μπορούμε να επιλέξουμε μια εσωτερική περιοχή γύρω από το κέντρο, στην οποία να φαίνεται ξεκάθαρα το μοτίβο, και να την επαναλάβουμε, ώστε να πάρουμε ένα πιο καθαρό μοτίβο. Στην αρχή δημιουργούμε μια διάταξη πλέγματος 2 x 2 και επαναλαμβάνουμε 4 φορές την εικόνα, μια φορά σε κάθε θέση. Για μια περικομμένη εικόνα σε εσωτερική περιοχή 50 x 50 pixels, η επανάληψή της σε πλέγμα 2 x 2 φαίνεται στην Εικόνα 150. Για τη συγκεκριμένη εικόνα, η κατωφλίωση δεν λειτουργεί λόγω της έντασης της DC συνιστώσας. Δοκιμάζουμε αλγόριθμο Fienup, τόσο χωρίς φάση, όσο και με phase_get για 1000 βήματα (Εικόνα 151). Στη συνέχεια, δοκιμάζουμε τον αλγόριθμο με oversampling για 200 και 500 βήματα (Εικόνα

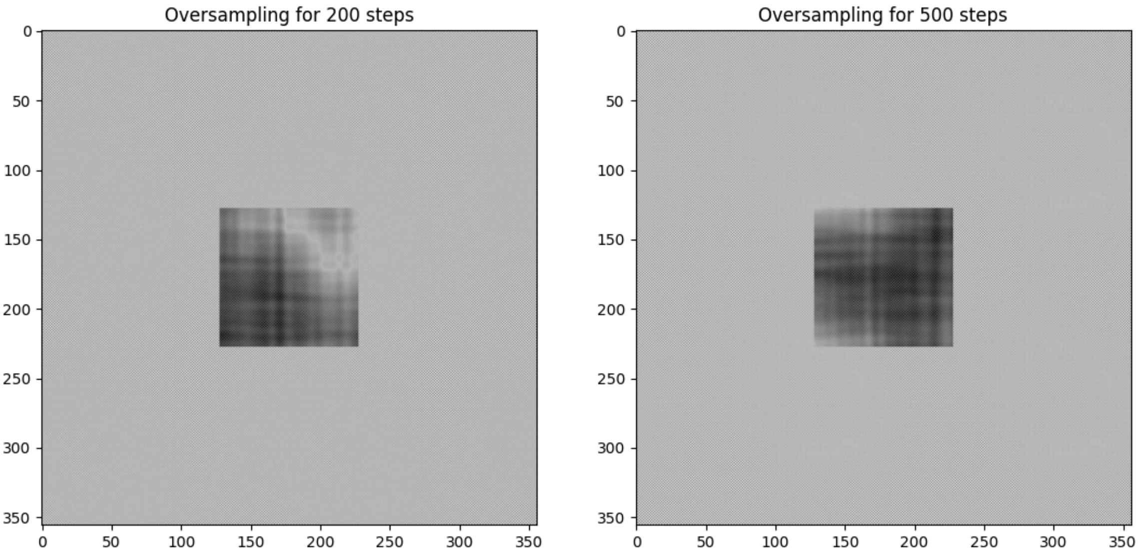
152). Σε όλα τα παραπάνω, τα αποτελέσματα είναι ασυνεπή με την επιθυμητή ανακατασκευή και ενέχουν πολύ θόρυβο. Τα παραπάνω οφείλονται, πιθανώς, σε ένα νούμερο παραγόντων. Αρχικά, με το πλέγμα 2 x 2, η κεντρική συνιστώσα δεν πλέον στο κέντρο της εικόνας, ενώ ταυτόχρονα η έντασή της κεντρικής συνιστώσας είναι ακόμη πολύ έντονη. Εκτός τούτου, παρατηρούμε ότι η στοίχιση των φωτογραφιών στο πλέγμα είναι προβληματική, καθώς δεν ευθυγραμμίζονται για να δημιουργήσουν μια δομή παρόμοια με την ιδεατή, κυρίως στον οριζόντιο άξονα.



Εικόνα 150: Περικοπή σε περιοχή 50 x 50 γύρω από το κέντρο, του αντίστροφου FT της κεντραρισμένης φωτογραφίας P25-resized (αριστερά), και η επανάληψη της εικόνας σε πλέγμα 2 x 2 (δεξιά).



Εικόνα 151: Αποτελέσματα αλγορίθμου Fienup για τη φωτογραφία περικοπης 50 x 50: με τυχαία αρχική φάση (αριστερά), με phase_get (δεξιά).

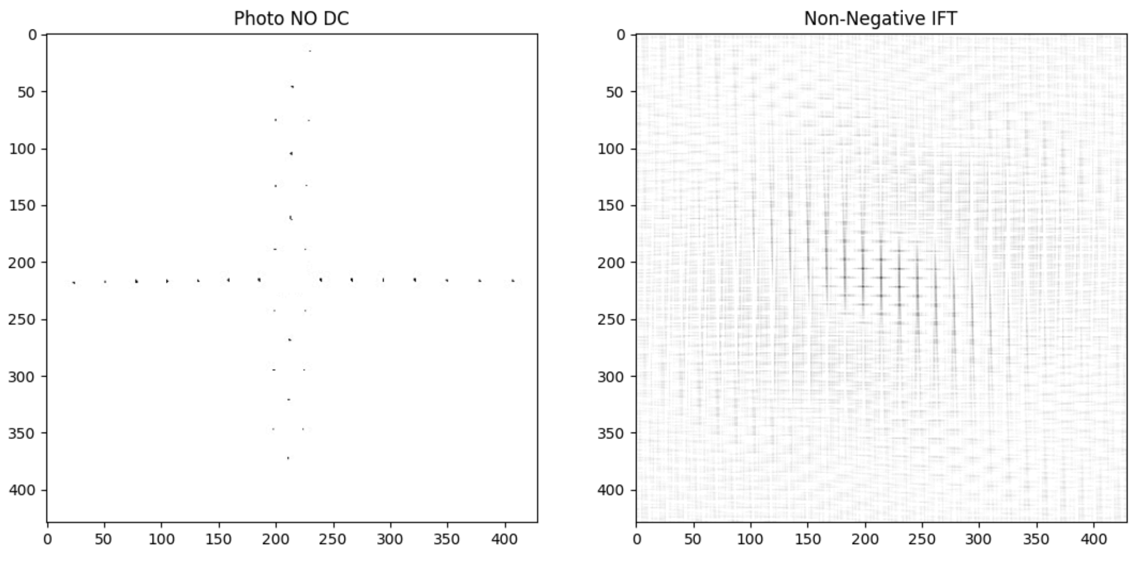


Εικόνα 152: Αποτελέσματα αλγορίθμου Fienup, με χρήση oversampling, για τη φωτογραφία περικοπης 50 x 50: για 200 βήματα (αριστερά), για 500 βήματα (δεξιά).

5.6 Ανάλυση εικόνας χωρίς DC συνιστώσα

5.6.1 Πλήρεις διαστάσεις

Για να καταπολεμήσουμε τα παραπάνω προβλήματα, θα δοκιμάσουμε να επεξεργαστούμε την εικόνα με την αφαίρεση της DC συνιστώσας. Αρχικά, επεξεργαζόμαστε την συνολική εικόνα. Στην Εικόνα 153 φαίνονται οι εικόνα χωρίς DC συνιστώσα και ο αντίστροφος FT της, με μη μηδενικές τιμές.

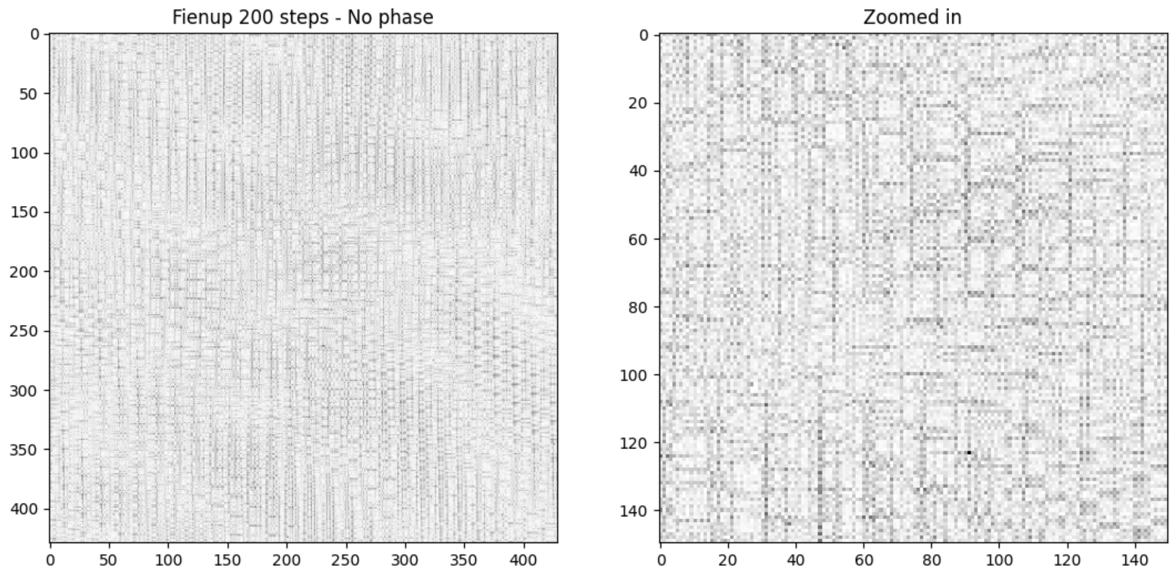


Εικόνα 153: Εικόνα P25-resized και κεντραρισμένη χωρίς DC συνιστώσα (αριστερά) και ο μη αρνητικός αντίστροφος FT της (δεξιά).

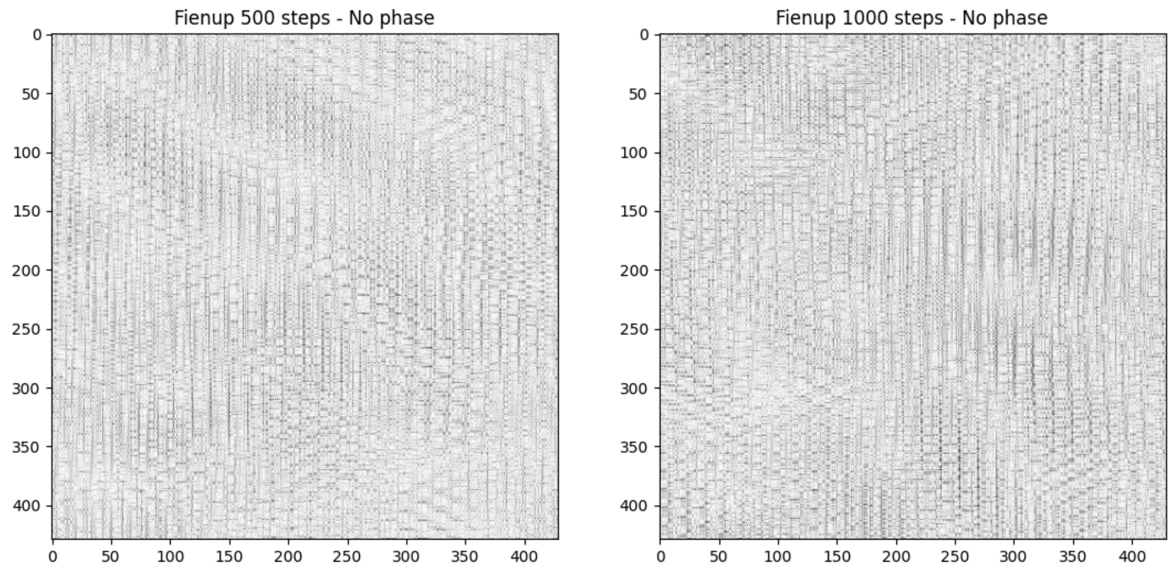
Αρχικά, θα δοκιμάσουμε να διενεργήσουμε αλγόριθμο Fienup, τόσο χωρίς αρχική φάση, όσο και με phase_get. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε και στις δύο περιπτώσεις για 200, 500 και 1000 βήματα. Για τυχαία αρχική φάση, το αποτέλεσμα για 200 βήματα σε πλήρεις διαστάσεις, καθώς και εστιασμένο σε μικρότερη περιοχή γύρω από το κέντρο, φαίνεται στην Εικόνα 154. Για 500 και 1000 βήματα, τα αποτελέσματα φαίνονται στην Εικόνα 155. Αντίστοιχα, για phase_get, τα αποτελέσματα, τόσο σε πλήρεις διαστάσεις, καθώς και εστιασμένα σε μικρότερη περιοχή γύρω από το κέντρο, φαίνονται στις Εικόνες 156,157 και 158.

Για τυχαία αρχική φάση, ο αλγόριθμος δίνει αποτελέσματα με δομές παρόμοιες με τις ιδεατές, ωστόσο ο θόρυβος και η κατανομή της πληροφορίας καθιστούν το αποτέλεσμα ανεπαρκές. Και πάλι, οι διαγώνιες συνιστώσες, και τα διαφορετικά μοτίβα που υπάρχουν πέραν του κέντρου της εικόνας, δημιουργούν ένα συγκεχυμένο αποτέλεσμα. Το παραπάνω φαίνεται πιο ξεκάθαρα και στις εστιασμένες εικόνες. Επιπλέον, η χρήση του αλγορίθμου με μεγαλύτερο αριθμό βημάτων δε φαίνεται να αλλάζει σημαντικά το αποτέλεσμα. Για την περίπτωση του phase_get, τα αποτελέσματα ακολουθούν την ίδια τάση με τα αποτελέσματα χωρίς φάση. Σε αυτή την περίπτωση, ο αλγόριθμος φτάνει σε stagnation, όπως παρατηρούμε εξετάζοντας τα διαφορετικά αποτελέσματα.

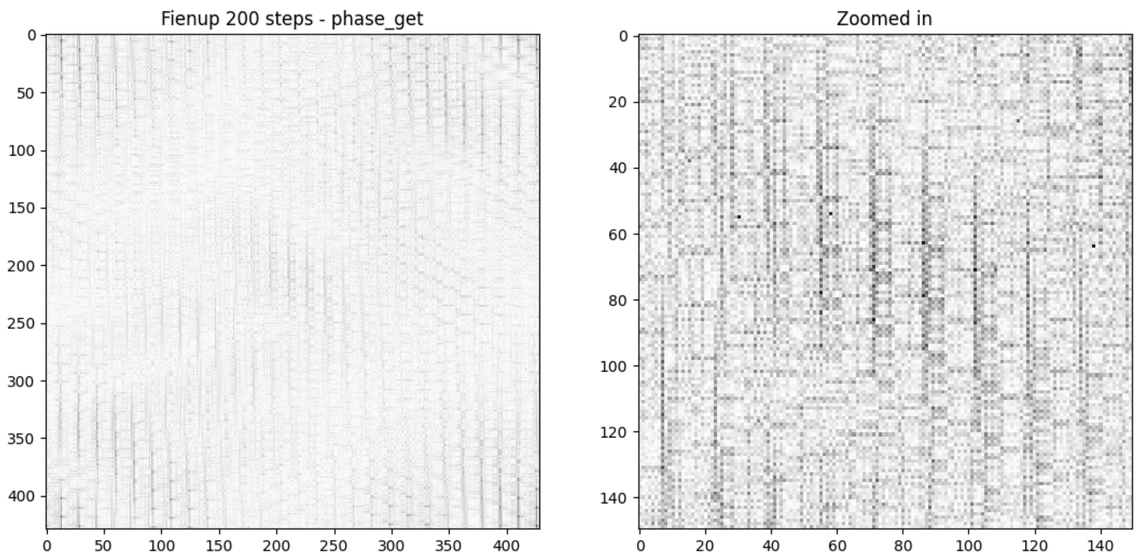
Συνολικά, οι επιπλέον πληροφορίες πέραν του κέντρου, δημιουργούν σύγχυση. Ως εκ τούτου, προσπαθούμε να εστιάσουμε και να επεξεργαστούμε την περιοχή της εικόνας με τον λιγότερο θόρυβο.



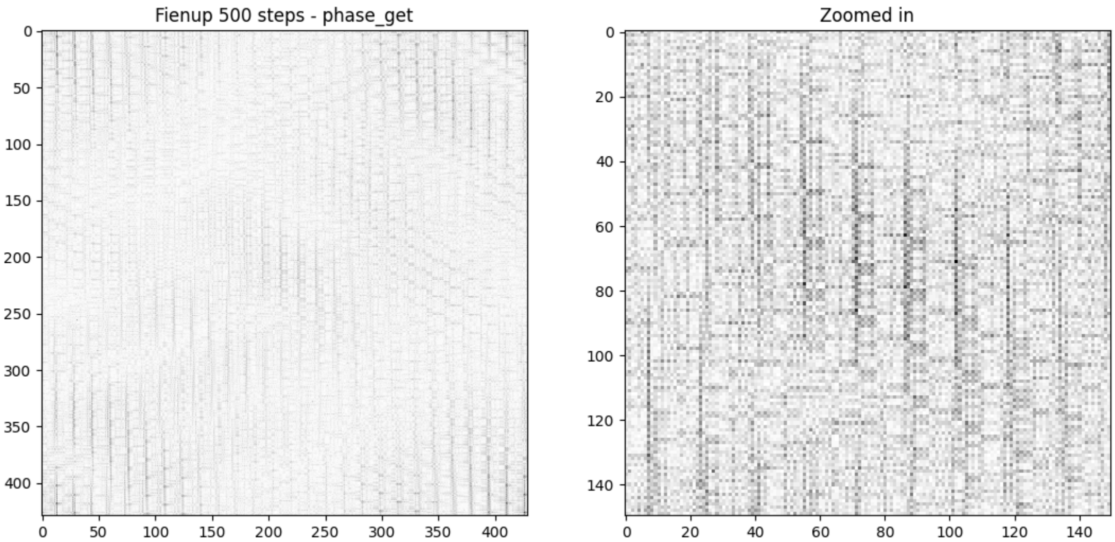
Εικόνα 154: Αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup με τυχαία αρχική φάση για 200 βήματα της εικόνας P25-resized, κεντραρισμένη και χωρίς DC συνιστώσα (αριστερά) και εστιασμένη προβολή γύρω από το κέντρο (δεξιά).



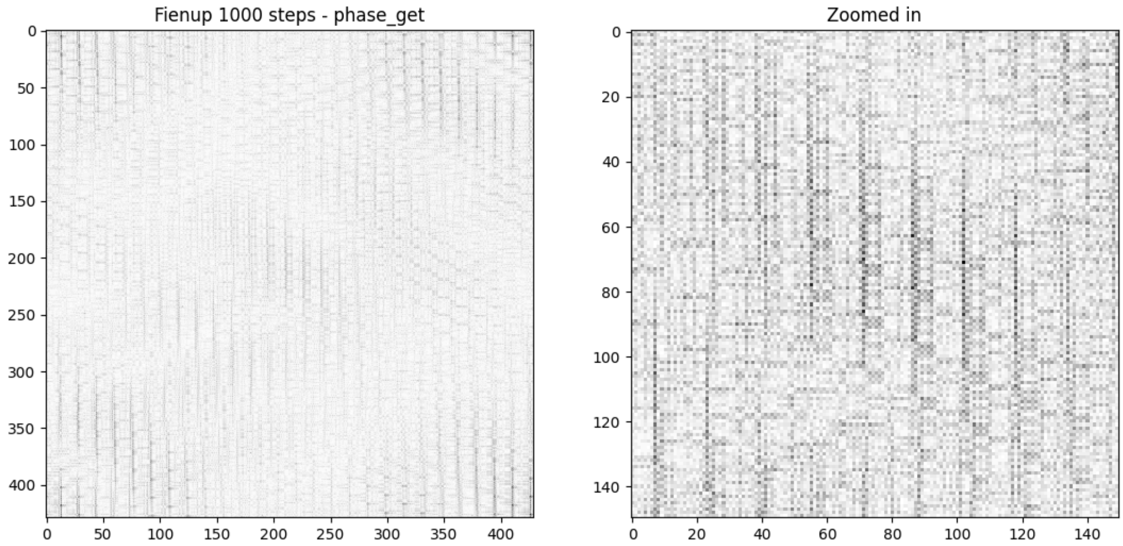
Εικόνα 155: Αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup με τυχαία αρχική φάση, της εικόνας P25-resized, κεντραρισμένη και χωρίς DC συνιστώσα : για 500 βήματα (αριστερά) και για 1000 βήματα (δεξιά).



Εικόνα 156: Αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup με phase_get για 200 βήματα της εικόνα P25-resized, κεντραρισμένη και χωρίς DC συνιστώσα (αριστερά) και εστιασμένη προβολή της γύρω από το κέντρο (δεξιά).



Εικόνα 157: Αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup με phase_get για 500 βήματα της εικόνα P25-resized, κεντραρισμένη και χωρίς DC συνιστώσα (αριστερά) και εστιασμένη προβολή της γύρω από το κέντρο (δεξιά).

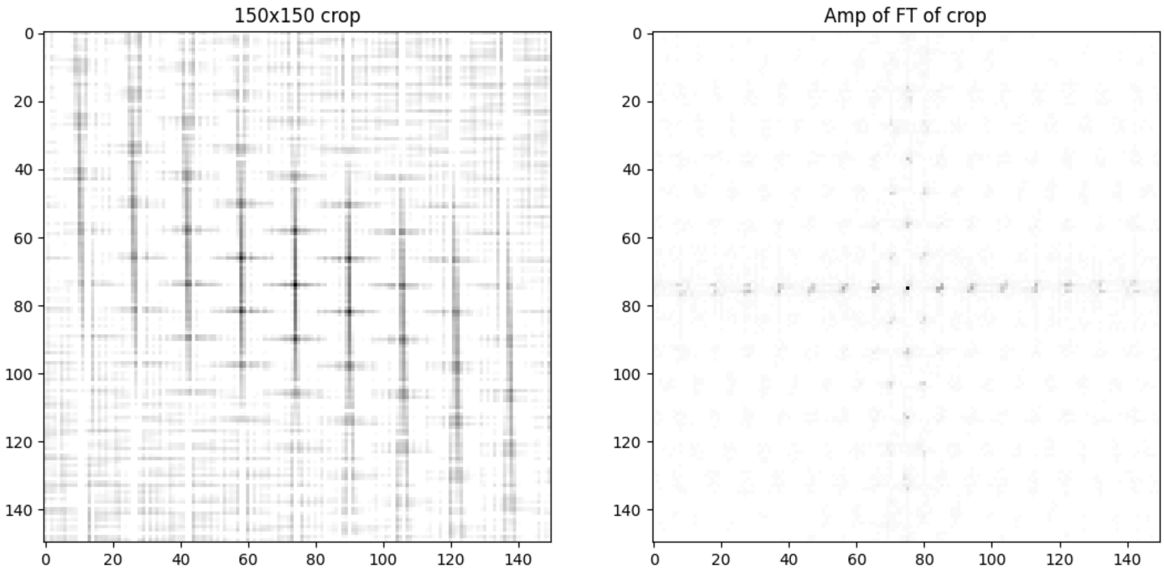


Εικόνα 158: Αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup με phase_get για 1000 βήματα της εικόνα P25-resized, κεντραρισμένη και χωρίς DC συνιστώσα (αριστερά) και εστιασμένη προβολή της γύρω από το κέντρο (δεξιά).

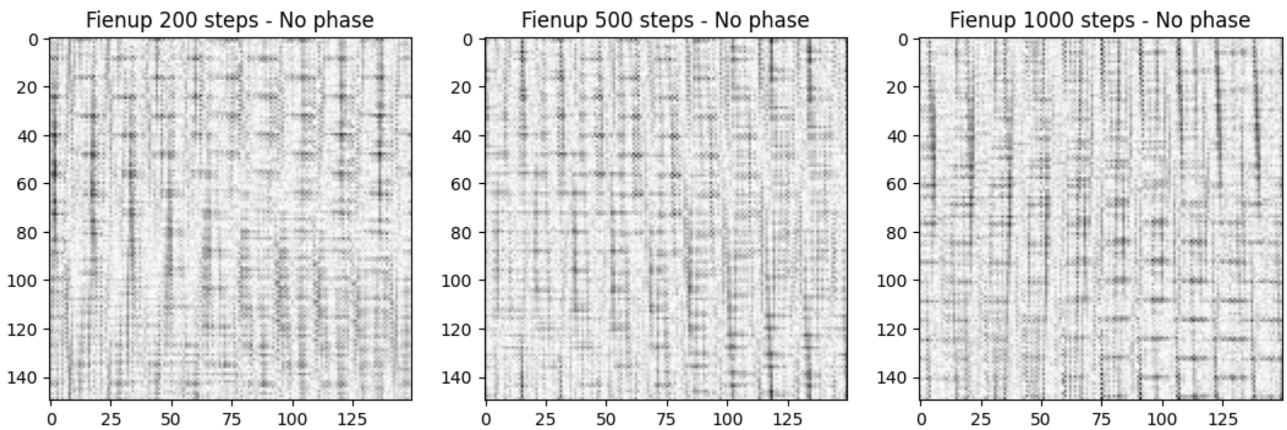
5.6.2 Εσωτερική περικοπή της εικόνας σε 150 x 150 pixel

Αρχικά, επιλέγουμε μια τετράγωνη περιοχή μεγέθους 150 x 150 γύρω από το κέντρο. Στην Εικόνα 159 φαίνεται η εστιασμένη εικόνα, καθώς και η ένταση του FT της. Δοκιμάζουμε αλγόριθμο Fienup, τόσο χωρίς αρχική φάση, όσο και με phase_get στην εικόνα. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε και στις δύο περιπτώσεις για 200, 500 και 1000 βήματα. Για τυχαία αρχική φάση, τα αποτελέσματα φαίνονται στην Εικόνα 160. Αντίστοιχα, για phase_get, τα αποτελέσματα φαίνονται στις Εικόνες 161.

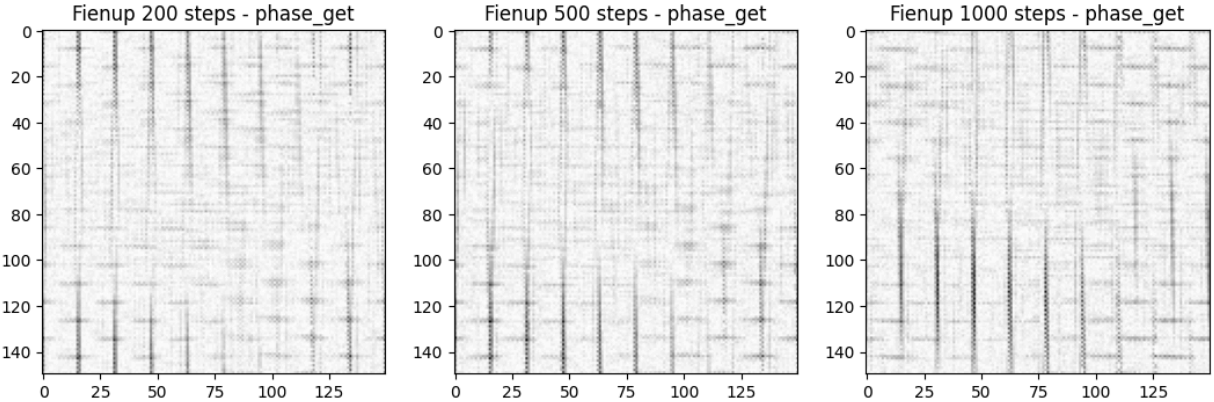
Έχοντας χρησιμοποιήσει μέρος της απεικόνισης με μεγαλύτερο ποσοστό χρήσιμης πληροφορίας, ο αλγόριθμος δίνει αποτελέσματα με λιγότερο θόρυβο και πιο ξεκάθαρη ομοιότητα με το επιθυμητό μοτίβο. Ωστόσο, και πάλι το αποτέλεσμα είναι συγκεχυμένο και όχι πλήρως ξεκάθαρο οπτικά. Εν προκειμένω, φαίνεται η χρήση του αλγορίθμου με phase_get να δίνει αποτελέσματα με λιγότερο θόρυβο και πιο ξεκάθαρες δομές. Άχρηστες πληροφορίες δημιουργούν θόρυβο στο τελικό αποτέλεσμα. Η χρήση του αλγορίθμου με μεγαλύτερο αριθμό βημάτων φαίνεται να βελτιώνει το αποτέλεσμα.



Εικόνα 159: Περικοπή σε περιοχή 150x150 γύρω από το κέντρο, του αντίστροφου FT της κεντραρισμένης και κατωφλιωμένης φωτογραφίας P25-resized, χωρίς την επίδραση της DC συνιστώσας (αριστερά), και το πλάτος του FT της (δεξιά).

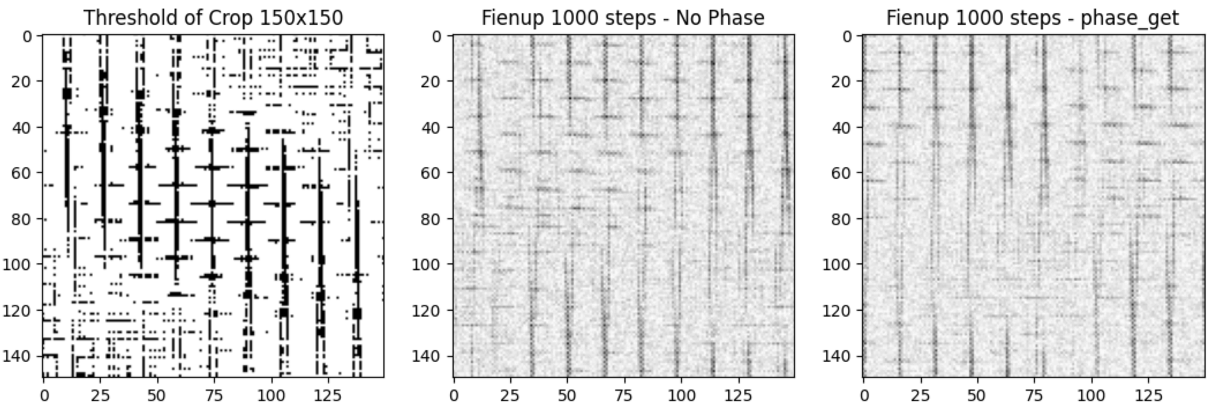


Εικόνα 160: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup με τυχαία αρχική φάση, της περικοπης 150x150 : για 200 βήματα (αριστερά), για 500 βήματα (μέση) και για 1000 βήματα (δεξιά).

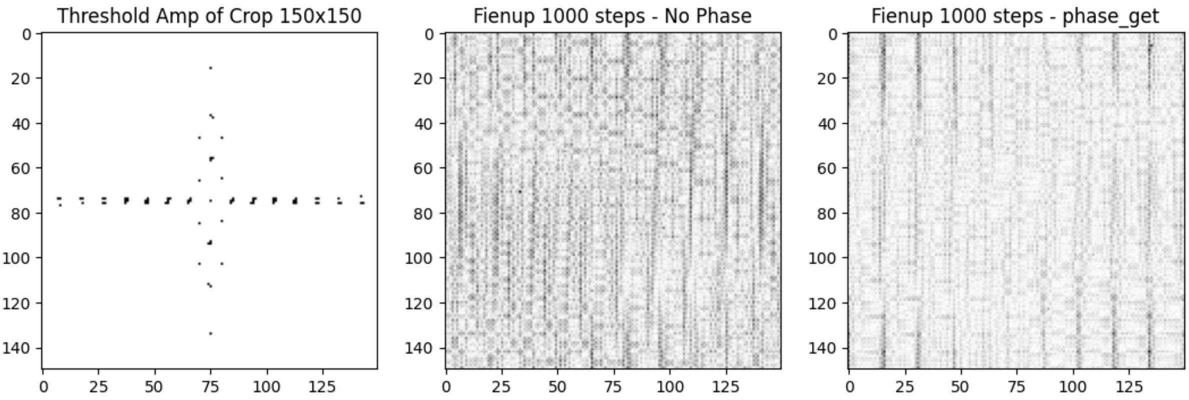


Εικόνα 161: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup με phase_get, της περικοπης 150x150 : για 200 βήματα (αριστερά), για 500 βήματα (μέση) και για 1000 βήματα (δεξιά).

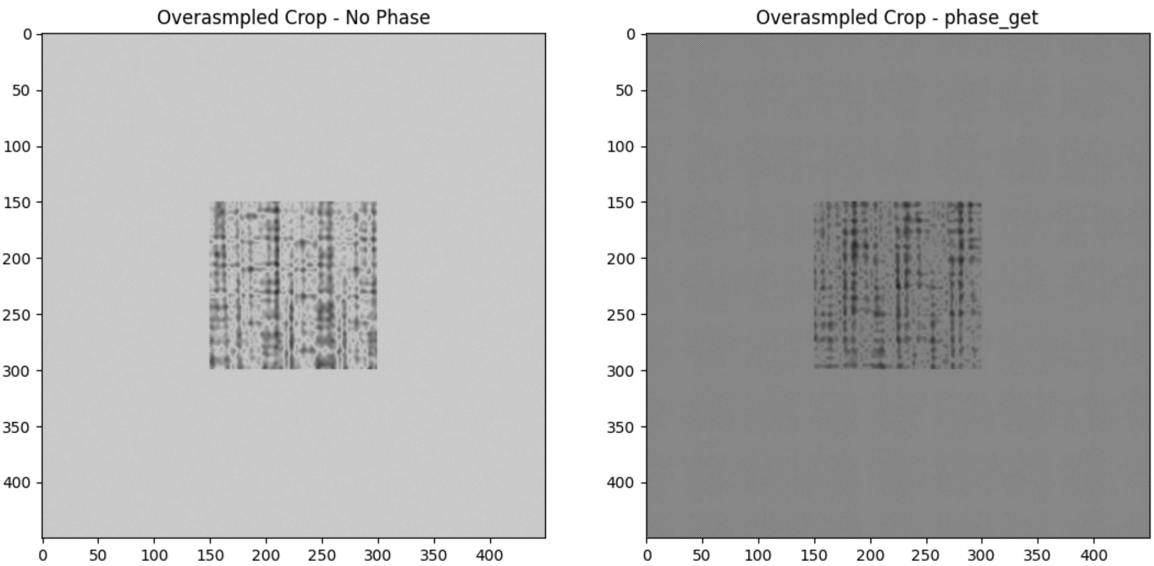
Μια πρώτη ιδέα για την αντιμετώπιση των επιπλέον άχρηστων πληροφοριών της εικόνας είναι η χρήση κατωφλίωσης, τόσο στην εστιασμένη εικόνα, όσο και στο πλάτος της. Η κατωφλίωση της εστιασμένης εικόνα, καθώς και τα αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup, τόσο χωρίς αρχική φάση, όσο και με phase_get, για 1000 βήματα φαίνονται στην εικόνα 162. Σε αυτήν την περίπτωση, τα αποτελέσματα παρουσιάζουν λιγότερη ομοιότητα με το επιθυμητό μοτίβο. Στην περίπτωση της κατωφλίωσης του πλάτους του FT, τα αποτελέσματα φαίνονται στην Εικόνα 163. Εδώ, η ανακατασκευή περιέχει δομές παρόμοιες με τις επιθυμητές, αλλά πολύ επιπλέον θόρυβο. Τέλος, δοκιμάζουμε χρήση του αλγορίθμου με oversampling, τόσο για την εστιασμένη εικόνα, όσο και για την κατωφλίωσή της. Όπως παρατηρούμε από τα αποτελέσματα στην Εικόνα 164 και 165, οι ανακαστασκευές είναι πλήρως ασυνεπείς με το επιθυμητό.



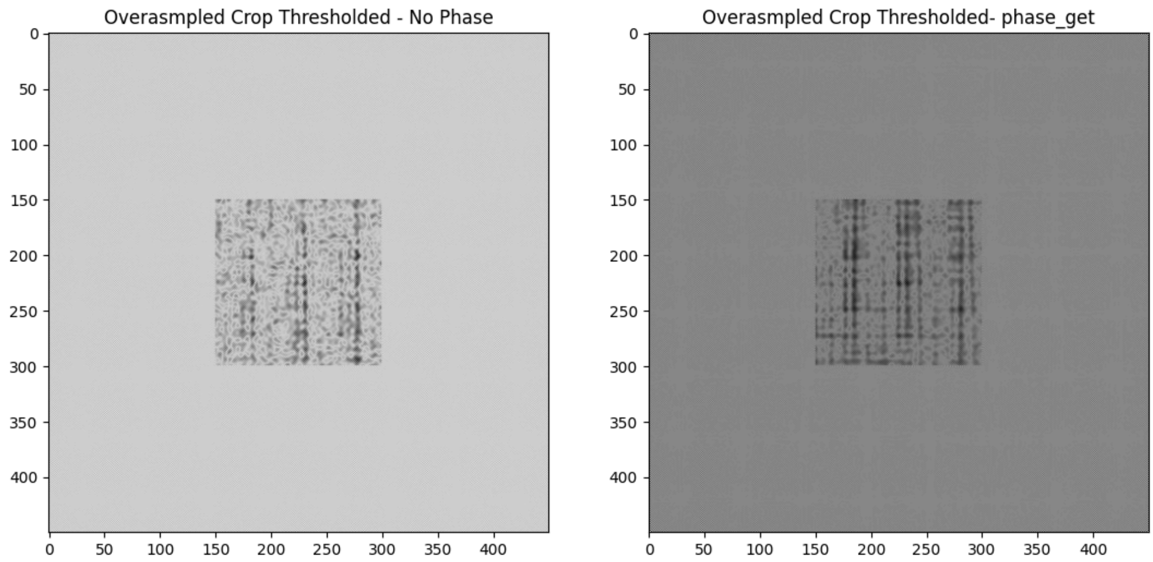
Εικόνα 162: Κατωφλίωση της περικοπης 150x150 (αριστερά), αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup για 1000 βήματα, της κατωφλιωμένης περικοπης 150x150 : για τυχαία αρχική φάση (μέση) και για phase_get (δεξιά).



Εικόνα 163: Κατωφλίωση του πλάτους του FT της περικοπης 150x150 (αριστερά), αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup για 1000 βήματα, του κατωφλιωμένου πλάτους : για τυχαία αρχική φάση (μέση) και για phase_get (δεξιά).



Εικόνα 164: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup με oversampling για 1000 βήματα, της περικοπής 150x150 : για τυχαία αρχικη φάση (αριστερά) και για phase_get (δεξιά).

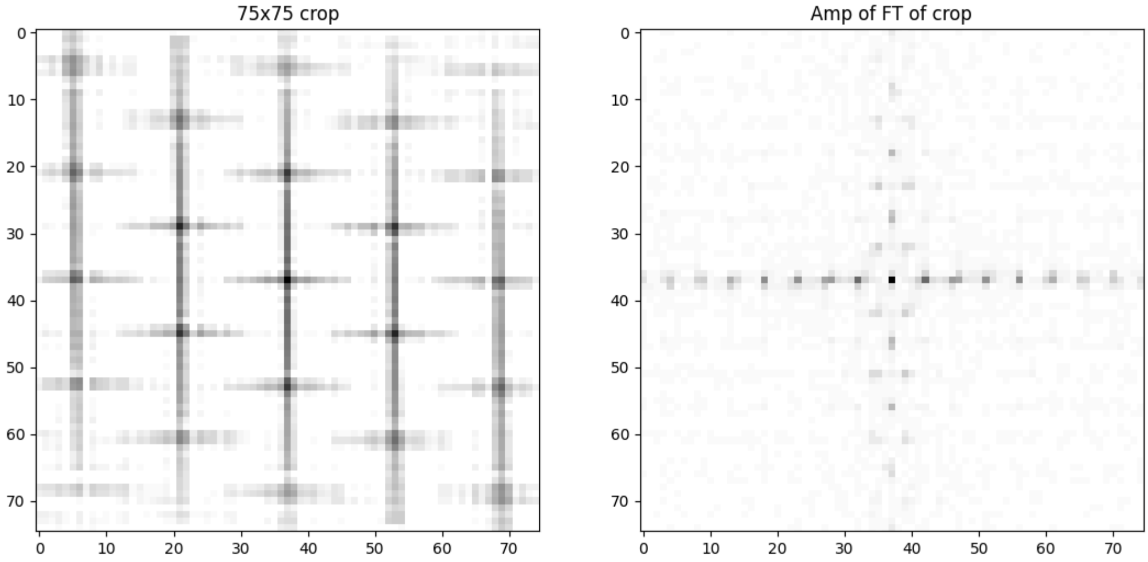


Εικόνα 165: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup με oversampling για 1000 βήματα, της κατωφλιωμένης περικοπής 150x150 : για τυχαία αρχικη φάση (αριστερά) και για phase_get (δεξιά).

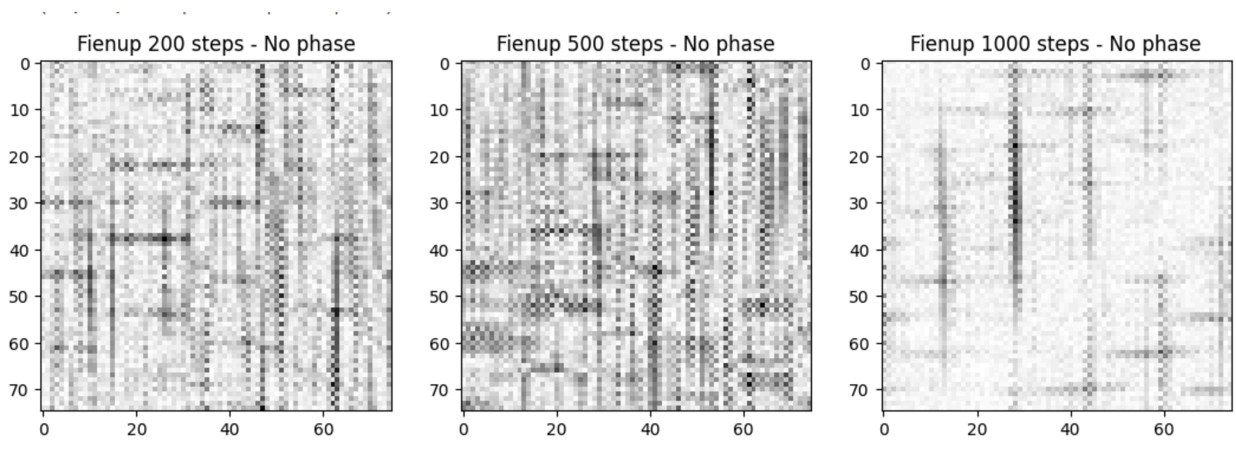
5.6.3 Εσωτερική περικοπή της εικόνας σε 75 x 75 pixel

Εφόσον το πρόβλημα των μη χρήσιμων πληροφοριών συντελεί κατά μεγάλο βαθμό στον θόρυβο των αποτελεσμάτων μας, εξετάζουμε εικόνες εστιασμένες σε ακόμα μικρότερη περιοχή γύρω από το κέντρο, όπου υπάρχει η χρήσιμη πληροφορία. Η επόμενη μας προσπάθεια αναλύει την εικόνα εστιασμένη σε περιοχή 75 x 75 γύρω από το κέντρο. Στην Εικόνα 166 φαίνεται η εστιασμένη εικόνα, καθώς και η ένταση του FT της. Δοκιμάζουμε τον αλγόριθμο Fienup, τόσο χωρίς αρχική φάση, όσο και με phase_get στην εικόνα. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε και στις δύο περιπτώσεις για 200, 500 και 1000 βήματα. Για τυχαία αρχική φάση, τα αποτελέσματα φαίνονται στην Εικόνα 167. Αντίστοιχα, για phase_get, τα αποτελέσματα φαίνονται στις Εικόνες 168.

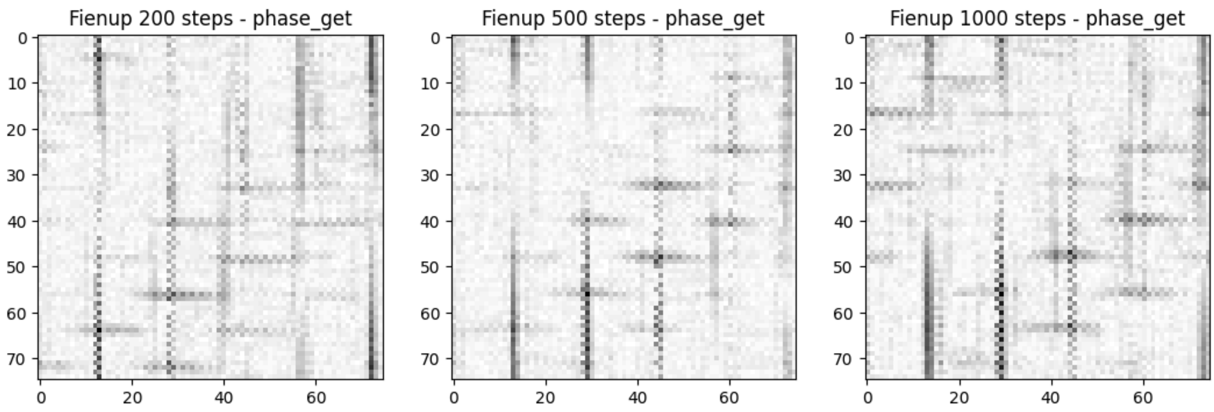
Το κοινό πρόβλημα των εν λόγω ανακατασκευών είναι η έλλειψη υψηλών συχνοτήτων και ως εκ τούτου, η έλλειψη λεπτομερειών. Και πάλι το αποτέλεσμα είναι συγκεχυμένο και όχι πλήρως ξεκάθαρο οπτικά.



Εικόνα 166: Περικοπή σε περιοχή 75x75 γύρω από το κέντρο, του αντίστροφου FT της κεντραρισμένης και κατωφλιωμένης φωτογραφίας P25-resized, χωρίς την επίδραση της DC συνιστώσας (αριστερά), και το πλάτος του FT της (δεξιά).

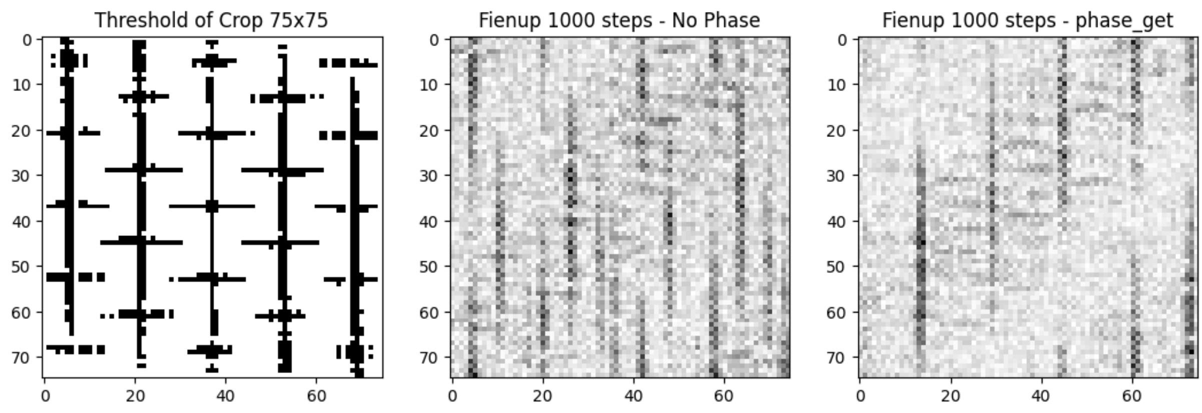


Εικόνα 167: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup με τυχαία αρχική φάση, της περικοπης 75x75 : για 200 βήματα (αριστερά), για 500 βήματα (μέση) και για 1000 βήματα (δεξιά).

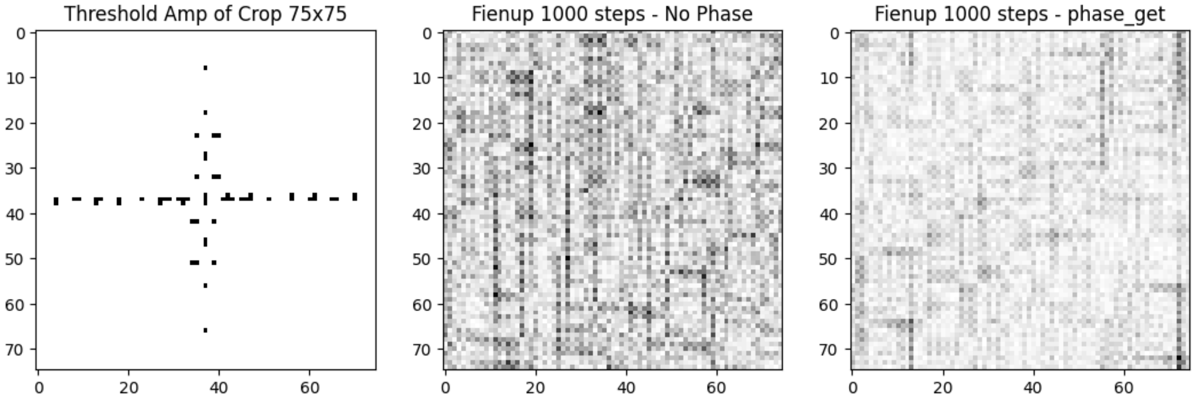


Εικόνα 168: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup με phase_get, της περικοπης 75x75 : για 200 βήματα (αριστερά), για 500 βήματα (μέση) και για 1000 βήματα (δεξιά).

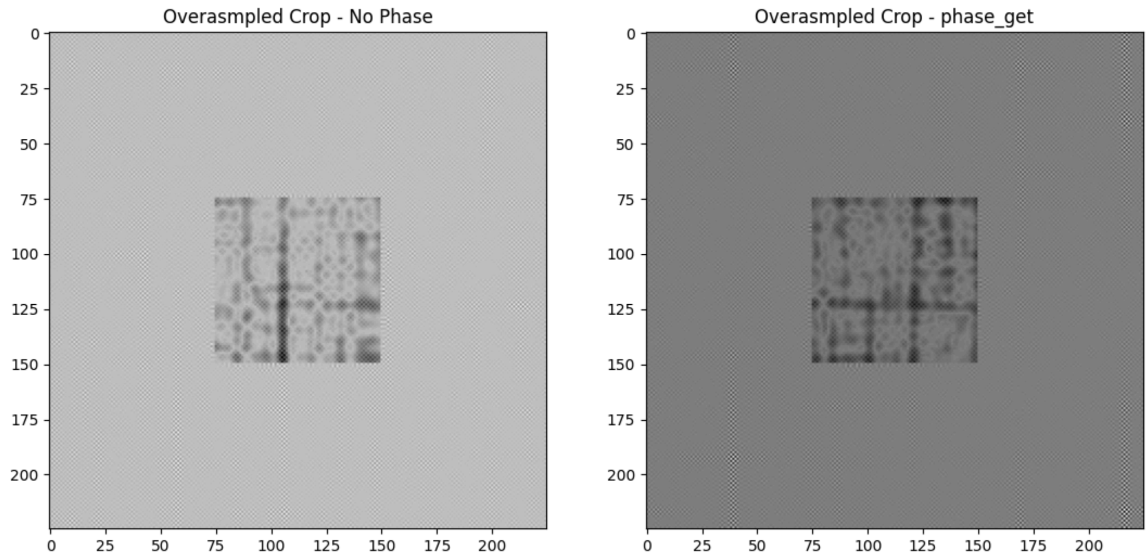
Θα δοκιμάσουμε και πάλι την χρήση κατωφλίωσης, τόσο στην εστισασμένη εικόνα, όσο και στο πλάτος της. Η κατωφλίωση της εστιασμένης εικόνας, καθώς και τα αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup, τόσο χωρίς αρχική φάση, όσο και με phase_get, για 1000 βήματα φαίνονται στην Εικόνα 169. Στην περίπτωση της κατωφλίωσης του πλάτους του FT, τα αποτελέσματα φαίνονται στην Εικόνα 170. Και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις, τα αποτελέσματα είναι παρόμοια με πριν, με δομές συγκεχυμένες και μη ξεκάθαρες. Τέλος, δοκιμάζουμε χρήση του αλγορίθμου με oversampling, τόσο για την εστιασμένη εικόνα, όσο και για την κατωφλίωσή της. Όπως παρατηρούμε από τα αποτελέσματα στην Εικόνα 171 και 172, οι ανακαστασκευές είναι πλήρως ασυνεπείς με το επιθυμητό μοτίβο.



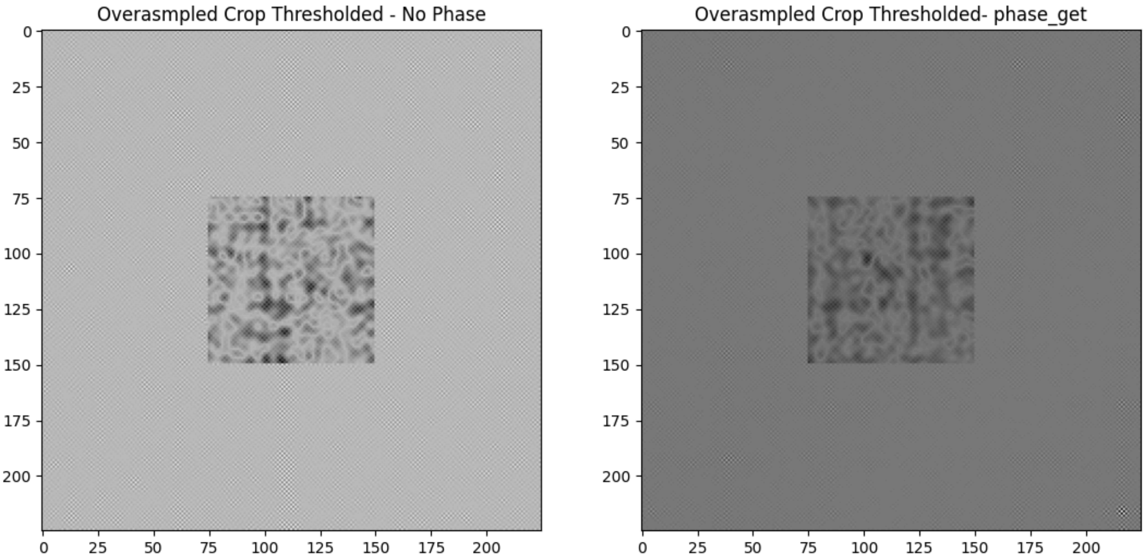
Εικόνα 169: Κατωφλίωση της περικοπης 75x75 (αριστερά), αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup για 1000 βήματα, της κατωφλιωμένης περικοπης 150x150 : για τυχαία αρχική φάση (μέση) και για phase_get (δεξιά).



Εικόνα 170: Κατωφλίωση του πλάτους του FT της περικοπης 75x75 (αριστερά), αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup για 1000 βήματα, του κατωφλιωμένου πλάτους : για τυχαία αρχικη φάση (μέση) και για phase_get (δεξιά).



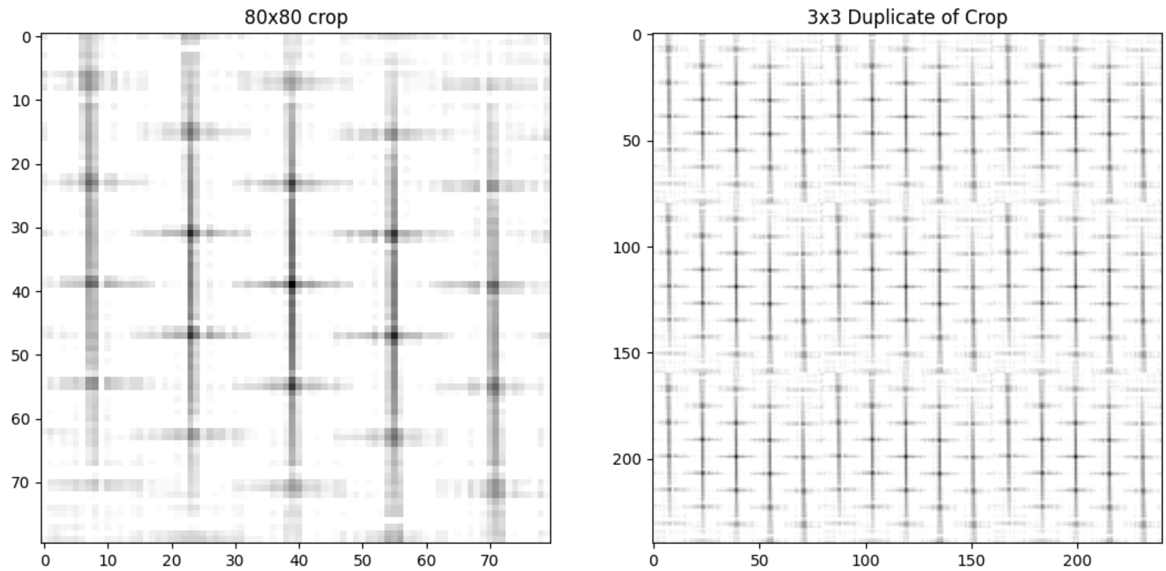
Εικόνα 171: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup με oversampling για 1000 βήματα, της περικοπής 75x75 : για τυχαία αρχικη φάση (αριστερά) και για phase_get (δεξιά).



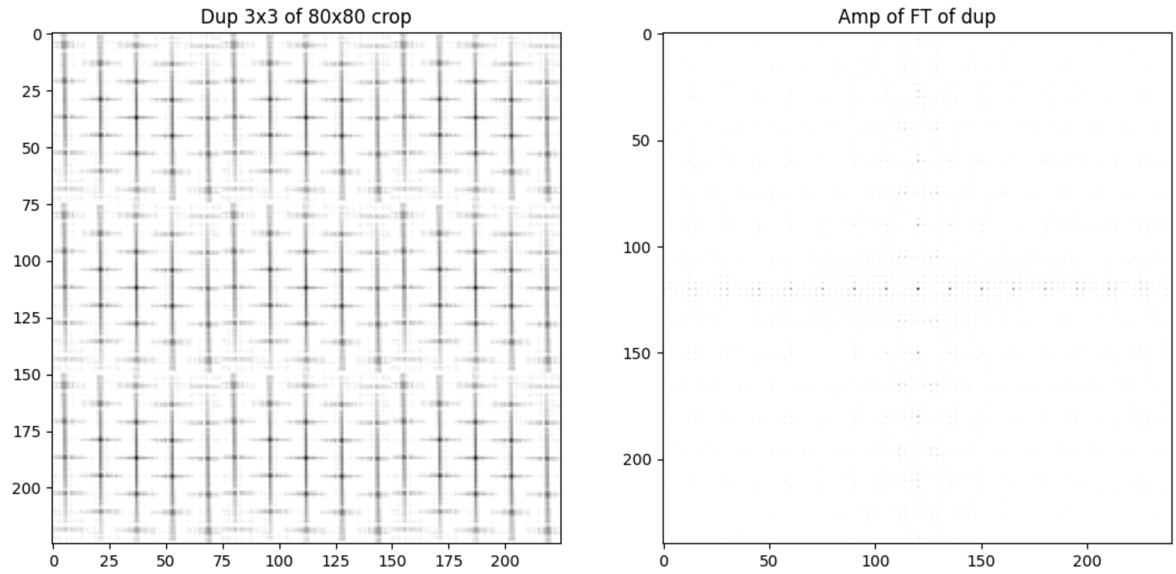
Εικόνα 172: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup με oversampling για 1000 βήματα, της κατωφλιωμένης περικοπής 75x75 : για τυχαία αρχικη φάση (αριστερά) και για phase_get (δεξιά).

5.6.4 Επανάληψη εικόνας 80 x 80 pixel, σε πλέγμα 3 x 3

Καταλήγουμε στο εξής πρόβλημα. Η χρήση μεγαλύτερης περιοχής περικοπής, επιτρέπει σε περισσότερες άχρηστες πληροφορίες να υπάρχουν στην τελική εικόνα. Από την άλλη, η χρήση μικρότερης περιοχής περικοπής, διατηρεί τις σημαντικές πληροφορίες, αλλά αποκρύπτει μεγαλύτερες συχνότητες της φωτογραφίας και επιτρέπει σε μικρότερο αριθμό επαναλήψεων του μοτίβου, κάτι που επηρεάζει αρνητικά την τελική ανακατασκευή, όπως είδαμε παραπάνω. Ο συμβιβασμός στα δύο παραπάνω έρχεται υπό τη μορφή του επαναληπτικού πλέγματος, όπως χρησιμοποιήσαμε παραπάνω. Αυτή τη φορά, θα προτιμήσουμε πλέγμα 3 x 3, ώστε να έχουμε μεγαλύτερες επαναλήψεις του μοτίβου, αλλά και να κεντράρεται η κεντρική συνιστώσα στην τελική εικόνα. Επίσης, ως εικόνα επανάληψης θα επιλέξουμε περιοχή μεγέθους 80 x 80 γύρω από το κέντρο, ώστε να πετύχουμε καλύτερη στοίχιση στο πλέγμα (κυρίως στην κάθετη διάσταση) και, έτσι, η τελική εικόνα να προσομοιάζει περισσότερο στο ιδανικό μοτίβο. Στην Εικόνα 173 φαίνεται η περικομμένη εικόνα 80 x 80 και το πλέγμα επανάληψής της σε πλέγμα 3 x 3. Με αυτόν τον τρόπο, καταλήγουμε με εικόνα μεγέθους 240 x 240 pixel προς επεξεργασία. Στην Εικόνα 174, παρουσιάζεται και το πλάτος του FT του επαναληπτικού πλέγματος. Θα δοκιμάσουμε τον αλγόριθμο Fienup στην εικόνα, τόσο χωρίς αρχική φάση, όσο και με phase_get. Στην Εικόνα 175 φαίνονται τα αποτελέσματα του αλγορίθμου, χωρίς αρχική φάση και για 200, 500 και 1000 βήματα.



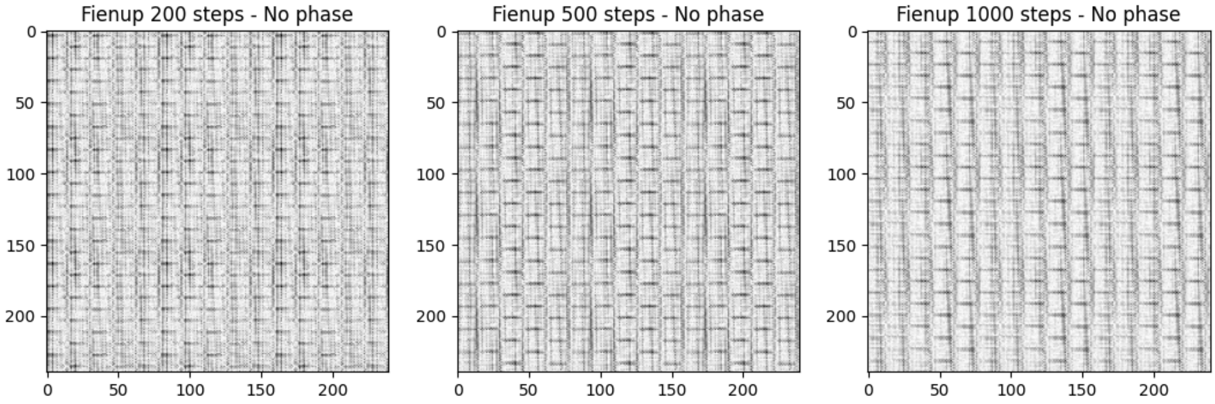
Εικόνα 173: Περικοπή σε περιοχή 80x80 γύρω από το κέντρο, του αντίστροφου FT της κενταρισμένης και κατωφλιωμένης φωτογραφίας P25-resized, χωρίς την επίδραση της DC συνιστώσας (αριστερά), και η επανάληψη της εικόνας σε πλέγμα 3x3 (δεξιά).



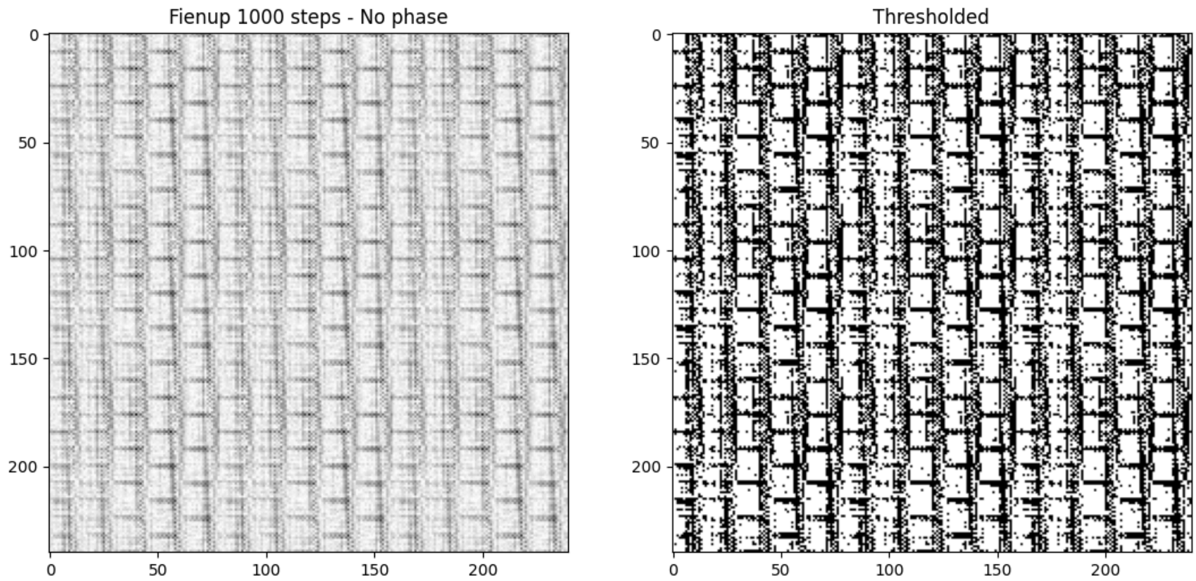
Εικόνα 174: Η επανάληψη της περικοπης 80x80 σε πλέγμα 3x3 (αριστερά) και το πλάτος του FT της (δεξιά).

Στα αποτελέσματά μας χωρίς αρχική φάση, παρατηρούμε ότι αρχίζουν να εμφανίζονται πιο ξεκάθαρες δομές, όμοιες με το ιδεατό μοτίβο, ενώ ο θόρυβος έχει σημαντικά μικρότερη επίδραση. Η κατωφλίωση του καλύτερου αποτελέσματος (1000 βήματα) παρουσιάζεται στην Εικόνα 176. Ένα μοτίβο που παρατηρούμε στις παραπάνω εικόνες ανακατασκευής, είναι η ύπαρξη 3 στηλών ιδεατού μοντέλου, ύστερα από 2 στήλες μη ιδεατού μοντέλου. Αυτό το μοτίβο επαναλαμβάνεται 3 φορές στην εικόνα. Αν ανατρέξουμε στην αρχική μας εικόνα επαναληπτικού πλέγματος (Εικόνα 173 - δεξιά), υπάρχουν διπλανές στήλες στη στοίχιση, οι οποίες είναι πανομοιότυπες και χωρίς offset, όπως στο ιδεατό μοτίβο. Αυτό είναι αποτέλεσμα λάθους στην οριζόντια στοίχιση στο πλέγμα.

Δυστυχώς, λόγω επιλογής των περιοχών περικοπης γύρω από το κέντρο, κατά μήκος του οριζοντίου άξονα, υπάρχουν στήλες, που θα είναι πανομοιότυπες, Αυτό συμβαίνει γιατί οι εστιασμένες ως προς το κέντρο εικόνες θα είναι συμμετρικές ως προς το κέντρο και θα έχουν πάντα ίδιες ακριανές στήλες. Δύο ακριανά σημεία των εικόνων στο πλέγμα, δηλαδή, θα είναι πανομοιότυπα και θα άπτονται.

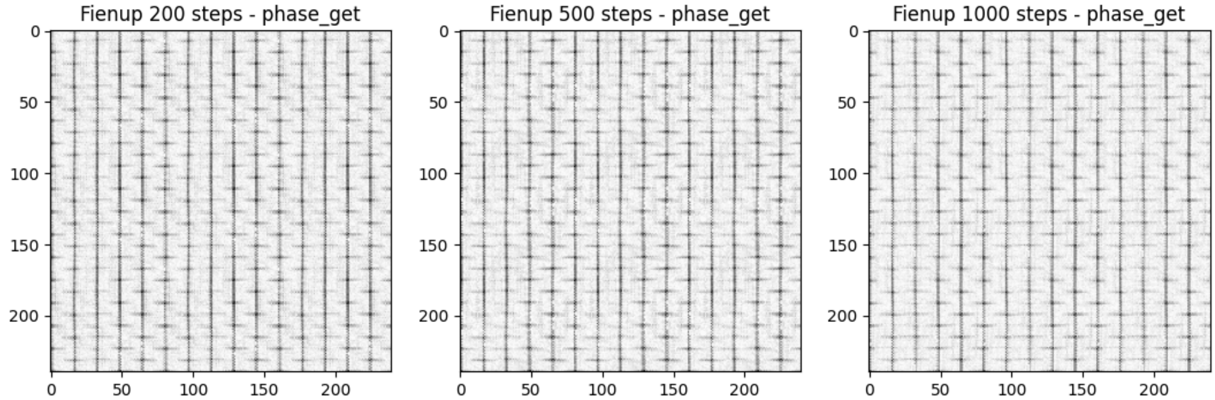


Εικόνα 175: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup με τυχαία αρχική φάση, του πλέγματος 3x3 της περικοπης 80x80 : για 200 βήματα (αριστερά), για 500 βήματα (μέση) και για 1000 βήματα (δεξιά).

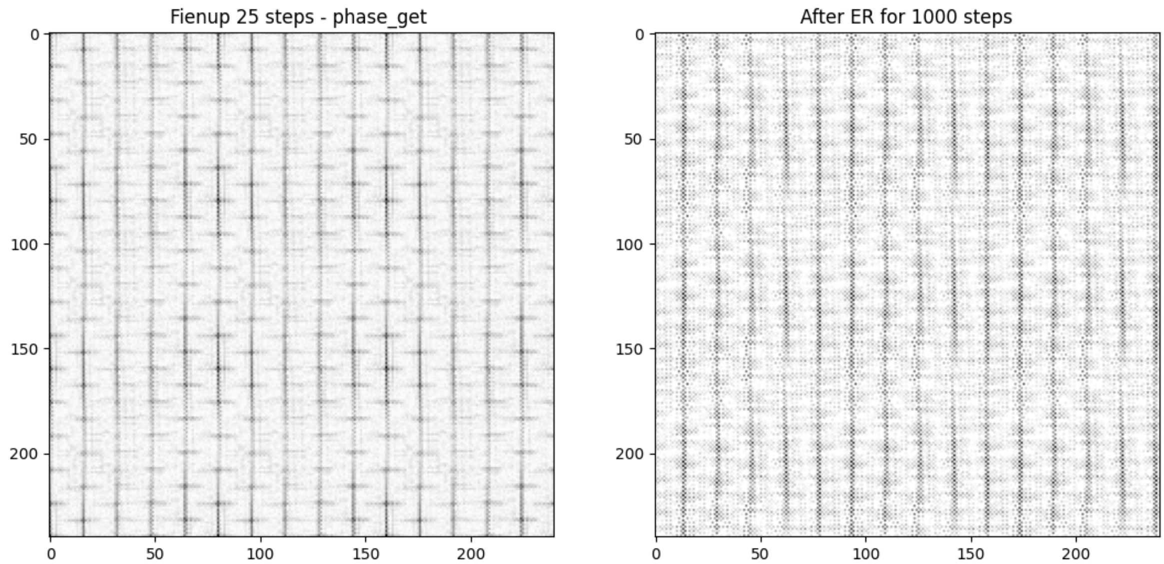


Εικόνα 176: Αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup με τυχαία αρχική φάση, του πλέγματος 3x3 της περικοπης 80x80 και για 1000 βήματα (αριστερά) και η κατωφλίωσή του (δεξιά).

Για την περίπτωση του αλγορίθμου με phase_get, τα αποτελέσματα φαίνονται στην εικόνα 177. Παρατηρούμε, και πάλι, stagnation του αποτελέσματος, κάτι που μας ήταν γνωστό και από την προσομοιωτική διαδικασία. Δοκιμάζουμε λοιπόν, διενέργεια Fineup για 25 βήματα και, κατόπιν, ER για 1000 βήματα (Εικόνα 178), χωρίς όμως σωστό αποτέλεσμα. Συγκεκριμένα, προκύπτει μια ανακατασκευή χωρίς λεπτομέρειες και με πολύ θόρυβο.



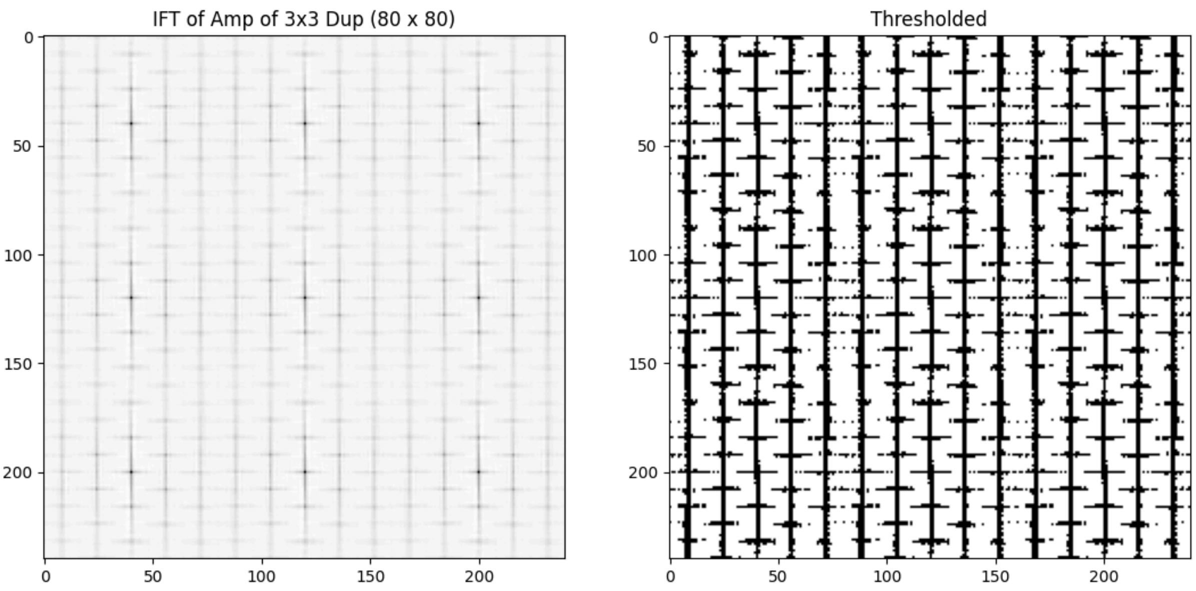
Εικόνα 177: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup με phase_get, του πλέγματος 3x3 της περικοπης 80x80 : για 200 βήματα (αριστερά), για 500 βήματα (μέση) και για 1000 βήματα (δεξιά).



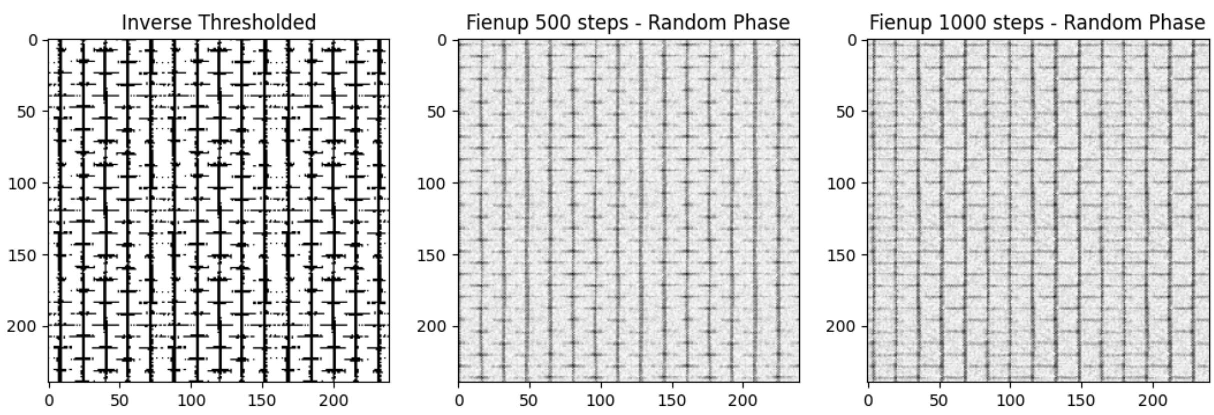
Εικόνα 178: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup με phase_get, του πλέγματος 3x3 της περικοπής 80x80 για 25 βήματα (αριστερά) και κατόπιν του ER για 1000 βήματα (δεξιά).

Δεδομένου ότι η οριζόντια στοίχιση στο πλέγμα επανάληψης, όπως εξηγήσαμε, είναι ένα πρόβλημα άλυτο, μπορούμε να δοκιμάσουμε να μειώσουμε τον θόρυβο στην ανακατασκευή. Κάτι που παρατηρήθηκε κατά τον πειραματισμό είναι ότι, αν η εικόνα μας περάσει από έναν κύκλο FT και αντίστροφου FT του πλάτους, η προκύπτουσα εικόνα είναι μια εικόνα με λιγότερο θόρυβο και πιο ομοιόμορφες λεπτομέρειες (Εικόνα 179- αριστερά). Αυτό εξηγείται λόγω των αλλεπάλληλων χρήσεων του FT χωρίς δεδομένα φάσης. Η φάση περιέχει τις πληροφορίες για την στοίχιση των στοιχείων στην ανακατασκευή, αλλά και λεπτομερειών. Έτσι, με κάθε κύκλο τα δεδομένα αυτά μειώνονται και καταλήγουμε με μια εικόνα με λιγότερες λεπτομέρειες και πιο ομοιόμορφη ένταση.

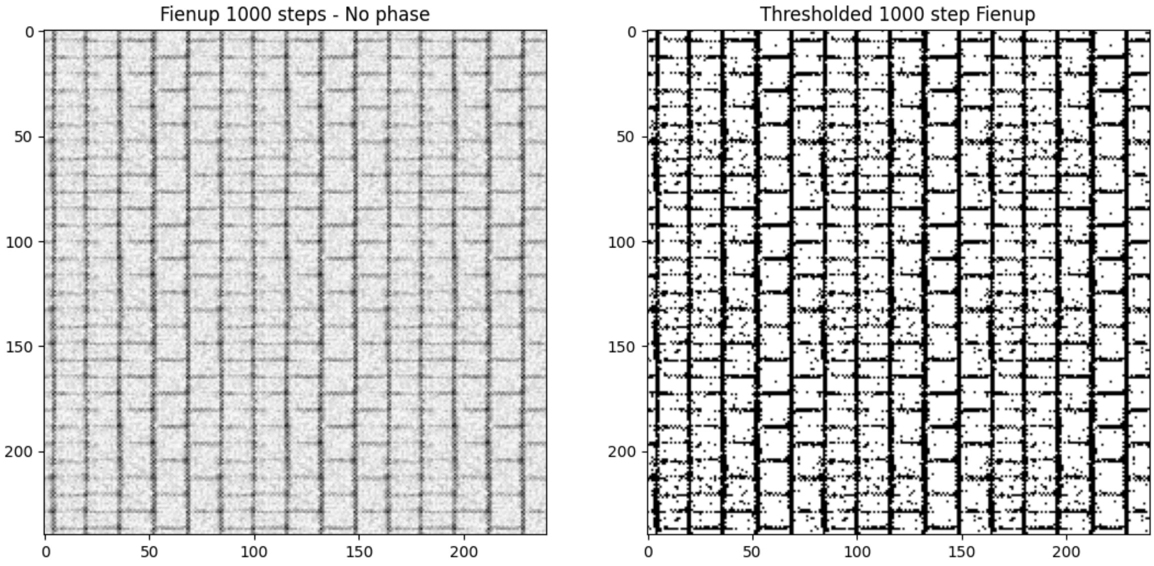
Σε αυτήν την εικόνα, λοιπόν, διενεργούμε κατωφλίωση (Εικόνα 179- δεξιά) και την χρησιμοποιούμε ως είσοδο στον αλγόριθμό μας για 500 και 100 βήματα, τόσο χωρίς αρχική φάση, όσο και με phase_get. Για την περίπτωση της τυχαίας αρχικής φάσης, στα 500 βήματα, ο αλγόριθμος δεν έχει φτάσει ακόμα σε σύγκλιση, ενώ για τα 1000 βήματα, το αποτέλεσμα είναι συγκρίσιμο με τα παραπάνω επιθυμητά αποτελέσματα. Σε αυτήν την περίπτωση, τα μοτίβα των στηλών παραμένουν, αλλά η ανακατασκευή έχει λιγότερο θόρυβο και πιο ξεκάθαρη δομή. Στην Εικόνα 181 φαίνεται και η κατωφλίωση του αποτελέσματος για 1000 βήματα. Για αυτές τις ανακατασκευές, ο θόρυβος είναι, πλέον, αποδεκτός και συγκρίσιμος με αποτελέσματα άλλων μεθόδων απεικόνισης. Για την περίπτωση της αρχικής φάσης phase_get, ανακύπτει εκ νέου το πρόβλημα της στασιμότητας των αποτελεσμάτων (Εικόνα 182). Η προσπάθεια καταπολέμησής του με χρήση ER για 1000 βήματα, δημιουργεί ασυνεπή ανακατασκευή με θόρυβο και χωρίς λεπτομέρειες (Εικόνα 182).



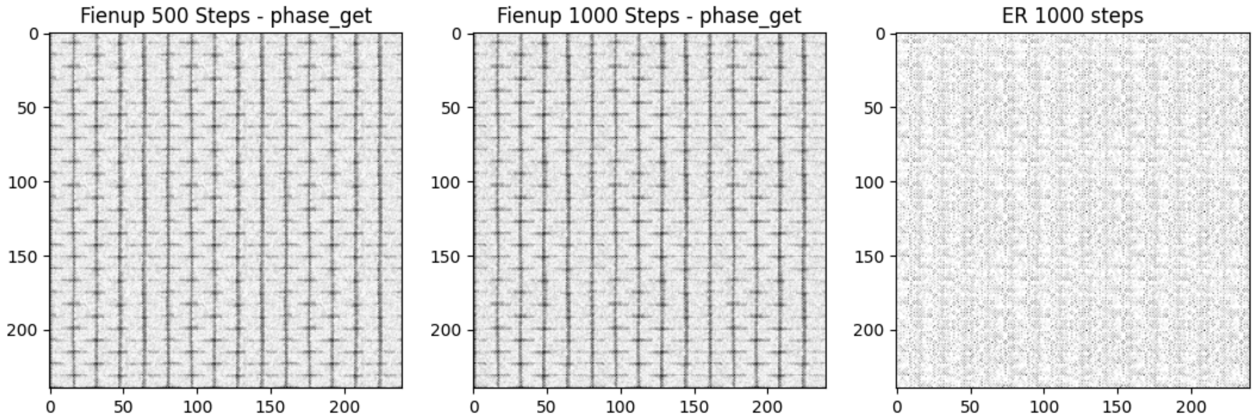
Εικόνα 179: Αντίστροφος FT του πλάτους της επανάληψης της περικοπης 80x80 σε πλέγμα 3x3 (αριστερά) και η κατωφλίωσή του (δεξιά).



Εικόνα 180: Η κατωφλίωση του αντίστροφου FT του πλάτους της επανάληψης της περικοπης 80x80 σε πλέγμα 3x3 (αριστερά), το αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup της εικόνας με τυχαία αρχική φάση: για 500 βήματα (μέση), για 1000 βήματα (δεξιά).



Εικόνα 181: Το αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup, της κατωφλίωσης του αντίστροφου FT του πλάτους της επανάληψη της περικοπης 80x80 σε πλέγμα 3x3, με τυχαία αρχική φάση: για 1000 βήματα (αριστερά) και η κατωφλίωσή του (δεξιά).

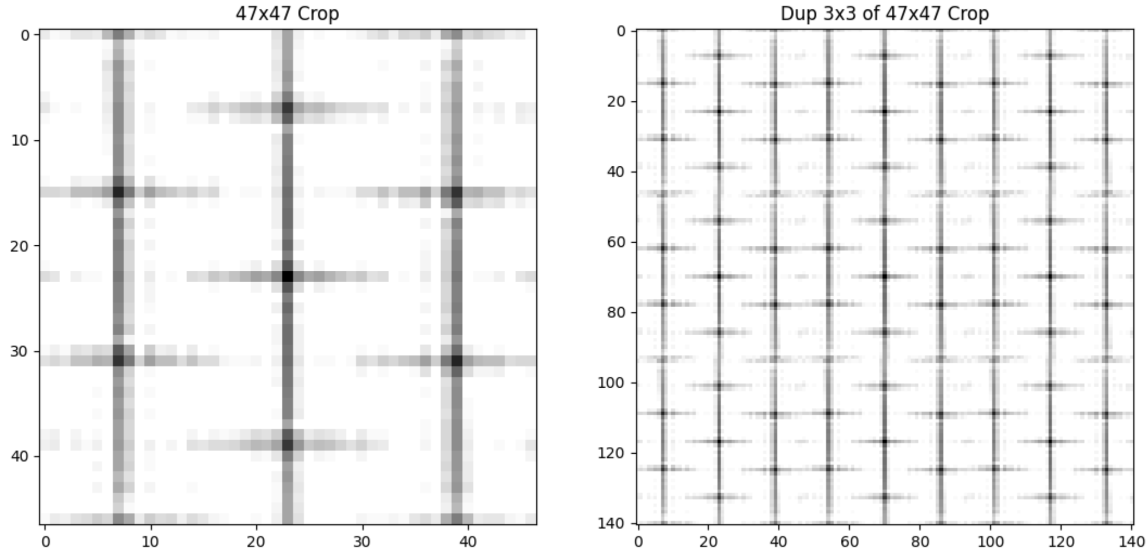


Εικόνα 182: Αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup, της κατωφλίωσης του αντίστροφου FT του πλάτους της επανάληψη της περικοπης 80x80 σε πλέγμα 3x3, με phase_get : για 500 βήματα (αριστερά), για 1000 βήματα (μέση) και, κατόπιν, μετά από ER για 1000 βήματα (δεξιά).

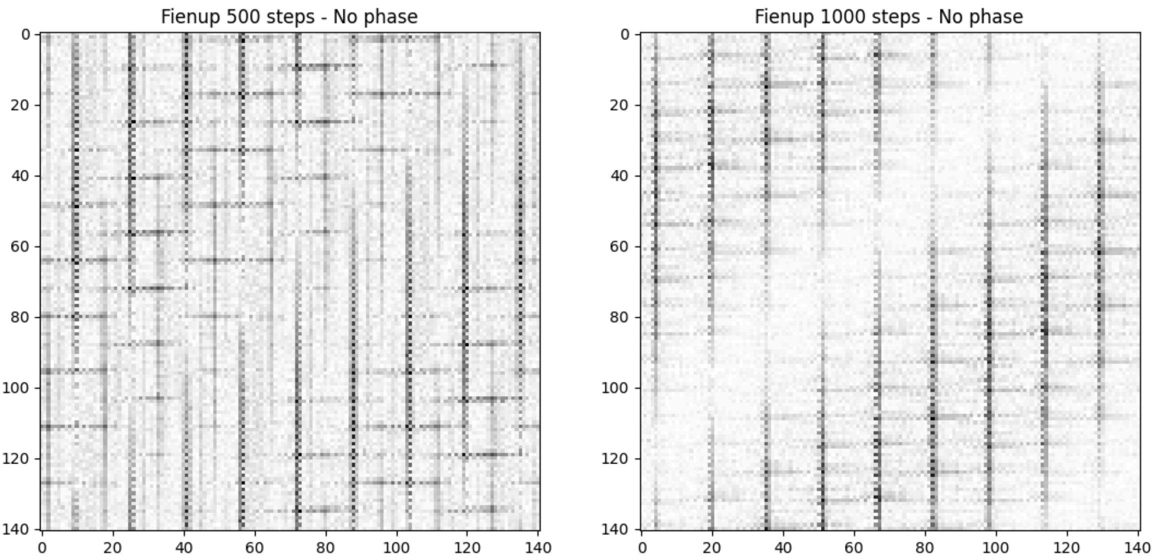
5.6.5 Επανάληψη εικόνας 47 x 47 pixel, σε πλέγμα 3 x 3

Εφόσον η επανάληψη των εικόνων σε πλέγμα 3 x 3 ήταν επιτυχής, εύλογο καθίσταται το ερώτημα του ιδανικού μεγέθους περικοπης της αρχικής εικόνας. Δοκιμάζουμε το πλέγμα 3 x 3 για εικόνα με περιοχή περικοπης 47 x 47 pixel, καταλήγοντας έτσι σε εικόνα μεγέθους 141 x 141. Το συγκεκριμένο μέγεθος δίνει σωστή κάθετη στοίχιση, αλλά και μικρότερο μέγεθος, δηλαδή μικρότερο χρόνο επεξεργασίας. Ένα προφανές πρόβλημα που υπάρχει είναι η οριζόντια στοίχιση, που πλέον έχει μεγαλύτερη επίδραση, λόγω μικρότερης έκτασης του πυρήνα του μοτίβου. Συγχρόνως, μικρότερη εικόνα σημαίνει λιγότερες επαναλήψεις του μοτίβου.

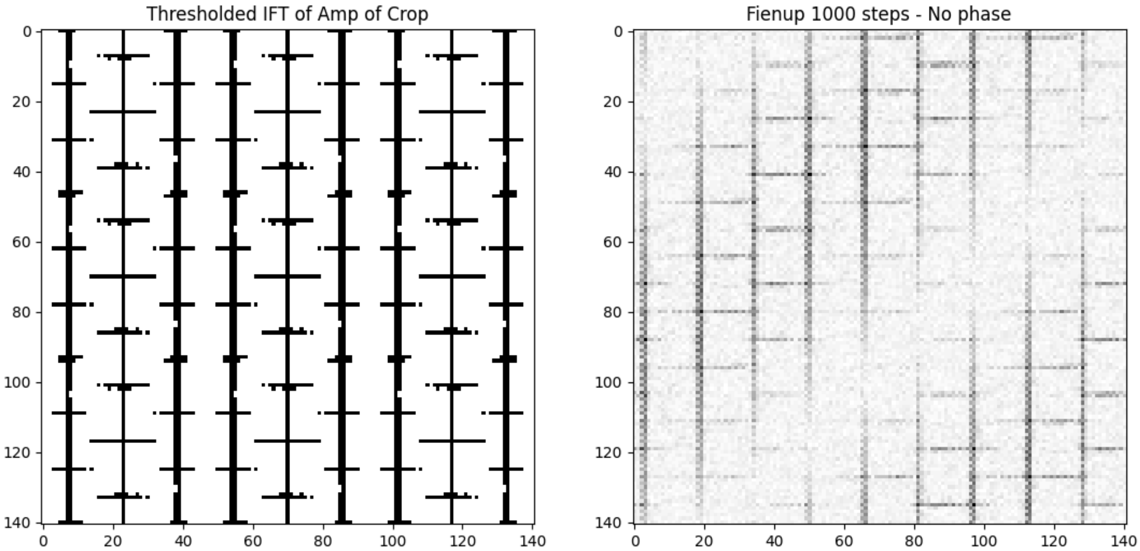
Δοκιμάζοντας αλγόριθμο Fienup, τόσο με τυχαία αρχική φάση, όσο και με phase_get για 1000 βήματα, καταλήγουμε στα αποτελέσματα των εικόνων 184 και 185 αντίστοιχα. Παρατηρούμε αποτελέσματα με διαγώνιες συνιστώσες, σημαντικό θόρυβο και θολές πληροφορίες και λεπτομέρειες. Κατωφλιώνοντας το πλέγμα, καταλήγουμε σε επιθυμητές δομές μοτίβου, οι οποίες όμως έχουν διαγώνιες συνιστώσες και είναι μικρές σε έκταση (Εικόνα 185).



Εικόνα 183: Περικοπή σε περιοχή 47x47 γύρω από το κέντρο, του αντίστροφου FT της κεντραρισμένης και κατωφλιωμένης φωτογραφίας P25-resized, χωρίς την επίδραση της DC συνιστώσας (αριστερά), και η επανάληψη της εικόνας σε πλέγμα 3x3 (δεξιά).



Εικόνα 184: Αποτελέσματα του αλγορίθμου Fienup με τυχαία αρχική φάση, του πλέγματος 3x3 της περικοπης 80x80 : για 500 βήματα (αριστερά) και για 1000 βήματα (δεξιά).



Εικόνα 185: Κατωφλίωση του αντίστροφου FT του πλάτους της επανάληψη της περικοπης 47x47 σε πλέγμα 3x3 (αριστερά) και το αποτέλεσμα του αλγορίθμου Fienup για αυτό, με τυχαία αρχική φάση για 1000 βήματα (δεξιά).

5.7 Συμπεράσματα και προτεινόμενη μεθοδολογία ανακατασκευής

Με βάση τα παραπάνω πειράματα, καταλήγουμε στα συμπεράσματα σωστής προεπεξεργασίας και λειτουργίας της συσκευής και του προγράμματος επεξεργασίας των εικόνων περίθλασης. Παρατηρούμε ότι η χρήση φωτογραφίας αναφοράς, χωρίς την ύπαρξη δείγματος, δεν είναι επιτυχής στην αφαίρεση της DC συνιστώσας σε εικόνες δείγματος. Επιπλέον, η χρήση των φωτογραφιών της συσκευής χωρίς επεξεργασία δεν καταλήγει σε επιθυμητά αποτελέσματα. Ταυτόχρονα, η ανάλυση των συνιστωσών του μοτίβου ξεχωριστά (x και y), σαν μέτρο απαλοιφής της DC συνιστώσας, καταλήγει σε παρόμοια αποτελέσματα.

Κρίνεται αναγκαία, λοιπόν, η προεπεξεργασία της φωτογραφίας. Είναι απαραίτητη, όπως έγινε ξεκάθαρο παραπάνω, όχι μόνο η μείωση της ανάλυσης της εικόνας, αλλά και το κεντράρισμα της κεντρικής (DC) συνιστώσας στην εικόνα, αλλά και η κατωφλίωσή της για αφαίρεση άσχετων πληροφοριών. Μόλις επεξεργαστούμε την εικόνα μας με τον παραπάνω τρόπο, το πρόγραμμά μας ξεκινάει να μας παρέχει αποτελέσματα που προσομοιάζουν στο επιθυμητό, αλλά με έντονη την επίδραση της DC συνιστώσας και διαγώνιων συνιστωσών και θορύβου στην ανακατασκευή.

Σε αυτό το πρόβλημα, οι επιλογές είναι δύο: είτε αφαιρούμε την DC συνιστώσα, είτε εστιάζουμε σε μικρότερη περιοχή της εικόνας με λιγότερο θόρυβο. Η ιδέα της επανάληψης μιας μικρής περιοχής της εικόνας, χωρίς την αφαίρεση της DC συνιστώσας, αναδεικνύει την αναγκαιότητα της αφαίρεσής της. Έτσι ,όταν στην αρχική φωτογραφία έχουμε επιβάλλει κεντράρισμα, κατωφλίωση, μείωση ανάλυσης και, τέλος, αφαίρεση DC συνιστώσας, τα αποτελέσματα αρχίζουν να προσομοιάζουν στα επιθυμητά.

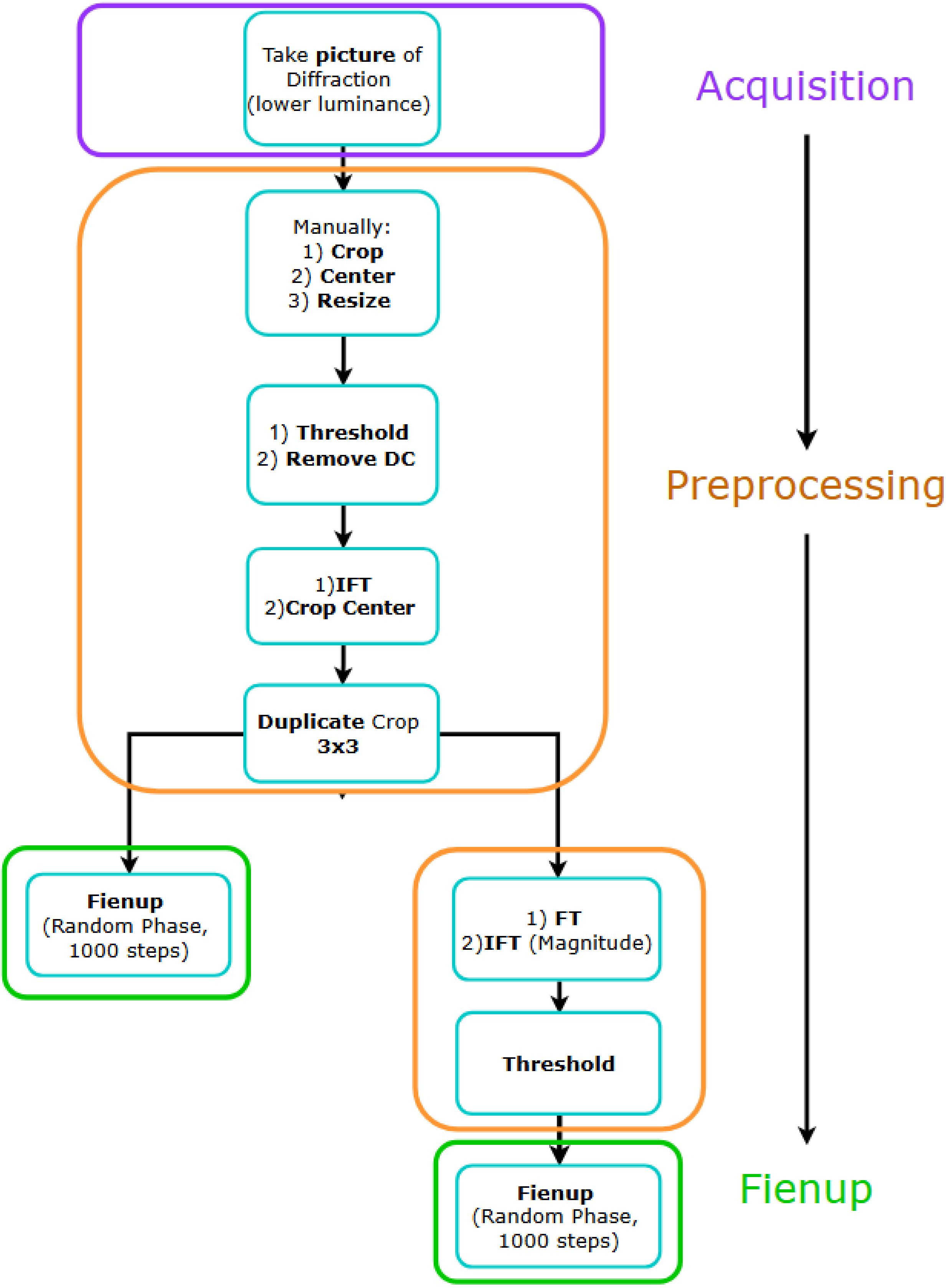
Αν επεξεργαστούμε ολόκληρη την εικόνα, διακριτές δομές αρχίζουν να διαγράφονται, αλλά πίσω από πολύ θόρυβο, λόγω επιπλέον άχρηστων πληροφοριών στην αρχική εικόνα. Η επιλογή μικρότερης εσωτερικής περιοχής, πάλι, βελτιώνει το πρόβλημα του θορύβου, αλλά πάσχει από έλλειψη λεπτομερειών. Όσο μικρότερη περιοχή επιλέγουμε, τόσο πιο μεγάλο το ποσοστό των χρήσιμων πληροφοριών, αλλά και τόσο μικρότερη η επανάληψη του μοτίβου.

Έτσι, καταλήγουμε πάλι στη χρήση ενός επαναληπτικού πλέγματος. Με αυτόν τον τρόπο, κρατάμε την χρήσιμη πληροφορία και την επαναλαμβάνουμε, ώστε να έχουμε περισσότερες επαναλήψεις του μοτίβου. Και σε αυτήν την περίπτωση, η επιλογή του μεγέθους της περιοχής είναι σημαντική. Πολύ μεγάλη επιλογή μεγέθους συνεπάγεται παραπάνω θόρυβος, ενώ για πολύ μικρή περιοχή, ο πυρήνας του μοτίβου επαναλαμβάνεται λίγες φορές και το αποτέλεσμά μας είναι και πάλι ασαφές.

Την καλύτερη απόδοση λάβαμε από την επανάληψη μια περικομμένης περιοχής της επεξεργασμένης μας εικόνας μεγέθους 80 x 80 pixel σε πλέγμα 3 x 3. Η εικόνα επανάληψης έχει την καλύτερη επίδοση για χρήση Fienup χωρίς αρχική φάση για 1000 βήματα. Η χρήση του αλγορίθμου με phase_get κατέληξε γρήγορα σε stagnation.

Λιγότερο θόρυβο μπορούμε να επιτύχουμε αν η εικόνα μας περάσει από έναν κύκλο FT και αντίστροφου FT του πλάτους. Έτσι έχουμε μια προκύπτουσα εικόνα με λιγότερο θόρυβο και πιο ομοιόμορφες λεπτομέρειες, την οποία μπορούμε να κατωφλιώσουμε και να πάρουμε ένα μοτίβο με λιγότερο θόρυβο. Και σε αυτήν την περίπτωση, ο αλγόριθμος Fienup λειτούργησε βέλτιστα για 1000 βήματα και χωρίς αρχική φάση.

Σημειωτέον, ότι το πρόβλημα οριζόντιας στοίχισης στο πλέγμα, δημιουργεί ανεπιθύμητες λεπτομέρειες στο τελικό αποτέλεσμα. Σύμφωνα με τα παραπάνω, η μεθοδολογία που προτείνουμε φαίνεται σχηματικά παρακάτω.



Εικόνα 186: Διάγραμμα προτεινόμενης μεθοδολογίας ανακατασκευής φωτογραφιών περίθλασης από τη συσκευή.

Κεφάλαιο 6 : Συμπεράσματα και Συζήτηση

6.1 Σύνοψη

Η παρούσα εργασία αφορά στην ανακατασκευή της περιοδικής μικροδομής ενός TCF, μέσα από φωτογραφίες περίθλασης laser. Για τις ανάγκες του πειράματος, αρχικά, δημιουργήθηκαν και αξιοποιήθηκαν ιδεατά μοντέλα μικροδομής του υλικού, σε κατάλληλο ψηφιακό περιβάλλον. Μέσω της εν λόγω προσομοίωσης, κατέστη εφικτή η μελέτη και κατανόηση της μικροδομής του υλικού, της συμπεριφοράς του υπό συνθήκες περίθλασης, μέσω του μετασχηματισμού Fourier, αλλά και η επίδραση των διαφόρων παραμέτρων του υλικού (pitch, width, image size) στον χαρακτηρισμό του. Έγιναν προσπάθειες ανακατασκευής της δομής του υλικού, τόσο από την ένταση του FT των ιδεατών μοντέλων, όσο και από κατασκευασμένα μοντέλα έντασης, τα οποία προσομοιάζουν περισσότερο σε πραγματικές συνθήκες.

Μια πρώτη μελέτη των μοτίβων περίθλασης των κατασκευασμένων μοντέλων εστίασε στην εξαγωγή παραμέτρων της μικροδομής του υλικού. Συγκεκριμένα, με τη χρήση της διαδικασίας Εύρεσης Εντάσεων συχνοτήτων, λαμβάνουμε τον μέσο όρο της έντασης κάθε χωρικής συχνότητας στο μοτίβο μας. Γνωρίζουμε ότι τα μοτίβα απαρτίζονται από κουκίδες, μεγέθους ενός pixel, με απόσταση συγκεκριμένη. Αν σχεδιάσουμε τις τιμές έντασης, που βρέθηκαν από τη διαδικασία, συναρτήσει της χωρικής συχνότητας, θα δούμε τοπικά μέγιστα σε κάποιες συχνότητες. Η απόσταση μεταξύ των μεγίστων είναι και η απόσταση των κουκίδων. Αυτή η πληροφορία σχετίζεται άμεσα με τις παραμέτρους pitch και width του υλικού, οι οποίες μπορούν να υπολογιστούν. Τυχούσα περιοδικότητα στην απόσταση των κορυφών μαρτυρά, επίσης, την περιοδικότητα της δομής του υλικού. Με αυτόν τον τρόπο, λοιπόν, γίνεται χαρακτηρισμός των παραμέτρων του υλικού και αξιολόγηση της περιοδικότητάς του.

Σύντομα, από τις προσπάθειες ανακατασκευής των μοτίβων, έγινε σαφής η σημαντικότητα των πληροφοριών της φάσης της περίθλασης, στοιχείων που απουσιάζουν από την πραγματική αποτύπωσή μας. Μοτίβα έντασης του υλικού, ελλείψει φάσης, οδήγησαν σε λανθασμένη ανακατασκευή, υπογραμμίζοντας έτσι την ανάγκη επίλυσης του προβλήματος φάσης. Λύση στο πρόβλημα αυτό αποτέλεσαν οι επαναληπτικοί αλγόριθμοι ανάκτησης φάσης. Συγκεκριμένα έγινε δοκιμή των Fienup - Hybrid Input-Output, Error Reduction, καθώς και συνδυασμός τους με διαφορετικές αρχικές φάσεις και τεχνικές, όπως το oversampling.

Σε επίπεδο προσομοίωσης, είσοδοι στους αλγορίθμους μας υπήρξαν τόσο η ένταση του ιδεατού μοντέλου, όσο και το πιο ρεαλιστικό κατασκευασμένο μοντέλο έντασης. Στην πρώτη περίπτωση, το ταίριασμα αλγορίθμου Fienup για 200 βήματα, με κατάλληλη αρχική φάση phase_get, παρουσίασε τη βέλτιστη επίδοση σε επίπεδο μετρικών με τιμές SSIM και SVD Similarity ίσες με 0,9273 και 0,9989 αντίστοιχα, ενώ η κατωφλίωση του αποτελέσματος 0,9973 και 0,999 αντίστοιχα. Στην πιο ρεαλιστική συνθήκη του κατασκευασμένου μοντέλου έντασης, βέλτιστη απόδοση είχε ο αλγόριθμος Fienup με αρχική φάση phase_get και κατωφλίωση του αποτελέσματος, με τιμές μετρικών SSIM και SVD Similarity στο διάστήμα (0.76,0.82) και πολύ κοντά στη μονάδα αντίστοιχα. Στην περίπτωση αυτή, ο αλγόριθμος δίνει γρήγορα καλό αποτέλεσμα, αλλά οδηγείται σε stagnation, για την αντιμετώπιση του οποίου αξιοποιήθηκε ο συνδυασμός και αλγορίθμου ER.

Η γνώση που κατακτήθηκε μέσω της προσομοιωτικής διαδικασίας αποτέλεσε έναν πρώτο οδηγό των δυνατοτήτων και των προκλήσεων, που πιθανότατα διέπουν και τα πειραματικά δεδομένα. Για το πέρασμα, όμως, στις πραγματικές συνθήκες, κρίθηκε αναγκαία η εύρεση ενός τρόπου, πρακτικής και ασφαλούς απόκτησης φωτογραφιών περίθλασης laser. Σε αυτήν την κατεύθυνση, έγινε έρευνα και κατασκευή πρωτότυπης συσκευής, η οποία αξιοποιεί οικονομικά και εύκολα στη χρήση υλικά, για την δημιουργία των επιθυμητών συνθηκών απόκτησης των φωτογραφιών.

Οι φωτογραφίες αποτύπωσης, πέραν από βάσεις για την οπτική ανακατασκευή των μικροδομών, παρέχουν σημαντικές πληροφορίες για τον χαρακτηρισμό του υλικού. Αναλυτικότερα, όπως σημειώθηκε και στο Κεφάλαιο 4.3, η μέτρηση των αποστάσεων των κουκίδων στην οθόνη της συσκευής, αποκαλύπτει μέσω μαθηματικού τύπου, τις διαστάσεις των pitch των υλικών. Για τις 3 εκδοχές του NW (P25, P45, P90), η θεωρητική απόσταση των κουκίδων συγκρίνεται με την πραγματική μετρούμενη απόσταση και η αριθμητική τους διαφορά είναι μικρή. Το παραπάνω, πέραν από επιβεβαίωση της σωστής λειτουργίας της συσκευής, παρέχει πληροφορίες χαρακτηρισμού του υλικού, αφού από την αποτύπωσή του και μόνο, μπορεί να γίνει εξαγωγή των διαστάσεων της μικροδομής του, συγκεκριμένα της παραμέτρου pitch.

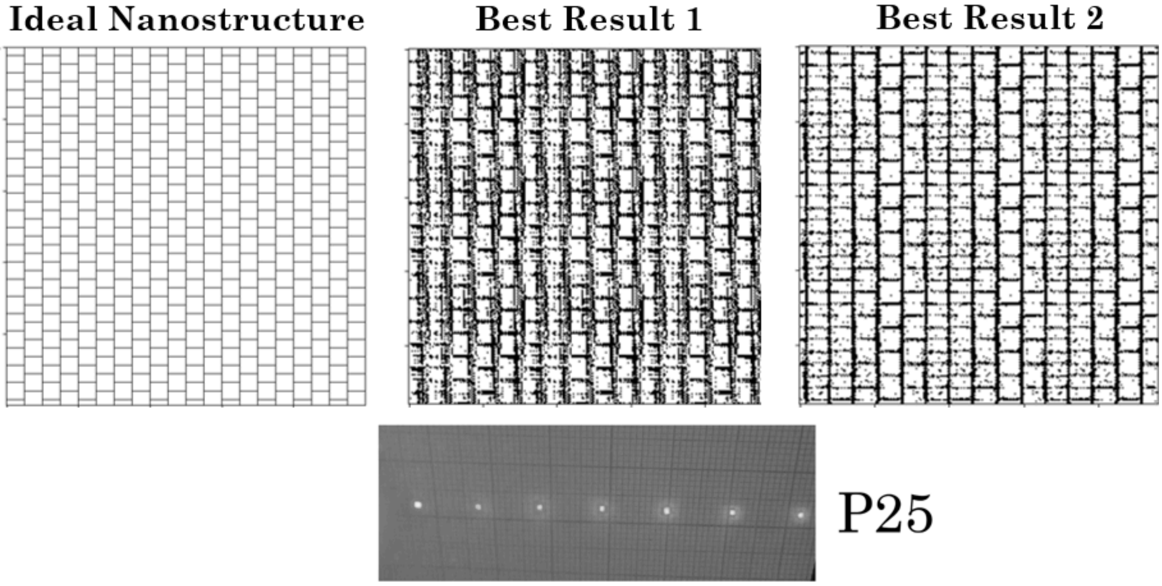
Μέσω της απόκτησης των εικόνων περίθλασης λοιπόν, ξεκίνησε η τελευταία φάση του πειράματος, δηλαδή η ανακατασκευή της μικροδομής των υλικών, από τις φωτογραφίες. Η προσπάθεια αυτή εστίασε στη δημιουργία ενός λειτουργικού πλαισίου κατάλληλων βημάτων και εργαλείων για την επιτυχία της ανακατασκευής. Η ανακατασκευή των φωτογραφιών χωρίς προεπεξεργασία σύντομα κατέδειξε τις τεχνικές δυσκολίες, που δημιουργεί η περιορισμένη ποιότητα των φωτογραφιών και η φύση των πειραματικών δεδομένων. Για την προσαρμογή των δεδομένων σε μορφή γνωστή σε μας από τις προσομοιώσεις, κρίθηκε αναγκαία η προεπεξεργασία των εικόνων, με απαραίτητα στάδια το κεντράρισμα των εικόνων, την κατωφλίωσή τους, τη μείωση της ανάλυσής τους, αλλά και την αφαίρεση της επίδρασης της κεντρικής (DC) συνιστώσας από την εικόνα.

Μια εικόνα που υφίσταται τις παραπάνω αλλαγές παρέχει ένα αποτέλεσμα παρόμοιο με τις ανακατασκευές μηδενικής φάσης των ιδεατών μοντέλων της προσομοίωσής, παρότι περιορισμένο χωρικά και περιβαλλόμενο από θόρυβο. Στην κατεύθυνση της ανακατασκευής του παραπάνω, έγινε πειραματισμός με ανακατασκευή της πλήρους εικόνας, αλλά και περικομμένων περιοχών γύρω από το κέντρο αυτής. Στην πρώτη περίπτωση, ο θόρυβος επισκίαζε το αποτέλεσμα, ενώ στη δεύτερη περίπτωση η μικρότερη ποσότητα πληροφοριών οδηγεί σε ανεπαρκή ανακατασκευή.

Τα παραπάνω αποτελέσματα επιβεβαιώθηκαν, όπως και στην προσομοίωση, από χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων Fienup και συνδυασμό τους με διαφορετικές αρχικές φάσεις και τεχνικές, όπως το oversampling. Λύση στον παραπάνω συμβιβασμό υπήρξε η επανάληψη της επιθυμητής περιοχής του μοτίβου σε πλέγμα μεγέθους 3 x 3. Έτσι, δημιουργήθηκε μεγαλύτερη ποσότητα χρήσιμης πληροφορίας, χωρίς άχρηστο θόρυβο. Μόνο μέσω του παραπάνω τεχνάσματος κατέστη εφικτή η σωστή ανακατασκευή της μικροδομής.

Σε αντίθεση με τα προσομοιωτικά μας δεδομένα, η χρήση αρχικής φάσης phase_get στα δεδομένα μας δεν βοήθησε την ανακατασκευή μας. Συγκεκριμένα, το καλύτερο αποτέλεσμα επετεύχθη με χρήση του αλγορίθμου Fienup χωρίς αρχική φάση για 1000 βήματα, τόσο στην εικόνα επανάληψης, όσο και στην κατωφλίωση της ανακατασκευής του FT του πλάτους της εικόνας επανάληψης.

Οι ανακατασκευές αυτές εμπλουτίζονται από τη γνώση του pitch του υλικού, λόγω της μέτρησης των αποστάσεων των σημείων στην οθόνη παρατήρησης. Συγκεκριμένα, η μετρημένη απόσταση μας παρέχει την πληροφορία ότι το pitch είναι ίσο με 24.14 μm. Τα καλύτερα αποτελέσματα των πειραματικών δεδομένων, συγκρινόμενα με την πραγματική μικροδομή του υλικού, καθώς και οι λεπτομέρειες του χαρακτηρισμού του υλικού φαίνονται στην Εικόνα 187.



$$pitch = \frac{650nm\ 39cm}{d} = \frac{650nm\ 39cm}{10{,}5\ mm} \Rightarrow \boxed{pitch = 24{,}14\ \mu m}$$

Εικόνα 187: Σύγκριση των καλύτερων ανακατασκευών (1 και 2) με την ιδανική μικροδομή του υλικού , καθώς και φωτογραφία απόστασης κουκίδων για NW P25 και εξαγωγή και υπολογισμός της παραμέτρου του pitch από την απόσταση.

6.2 Συμπεράσματα

Η παρούσα εργασία συμπεραίνει ότι η ανακατασκευή της μικροδομής διάφανων επιφανειών από μετρήσεις περίθλασης αποτελεί μια ρεαλιστική, χαμηλού κόστους και μη καταστροφική μέθοδο εναλλακτικής μικροσκοπίας. Παρότι, τα αποτελέσματα περιορίζονται από θόρυβο και οπτικές ανωμαλίες, τα βασικά χαρακτηριστικά της μικροδομής των υλικών μπορούν να ανακτηθούν με ικανοποιητική ακρίβεια.

Επισημαίνεται, η αναγκαιότητα της προεπεξεργασίας των πειραματικών δεδομένων, καθώς και η απαραίτητη ευελιξία και εφευρετικότητα των τεχνικών και των μεθόδων, που είναι αναγκαίες για τη επιτυχή ανακατασκευή των μικροδομών. Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν βασίζουν την επιτυχία τους κατά πολύ στην ποιότητα της εικόνας εισόδου. Έτσι, πληροφορίες από την ίδια εικόνα, μεταχειρισμένες διαφορετικά, καταλήγουν σε καλύτερα ή χειρότερα αποτελέσματα βάσει των μεθόδων επεξεργασίας τους.

Μια από αυτές τις τεχνικές μείωσης θορύβου και υποβοήθησης του αποτελέσματος, η οποία αναδείχθηκε μέσα από την έρευνά μας, ήταν η επανάληψη μέρους της εικόνας σε πλέγμα 3 x 3. Αποτέλεσε μια καλή τεχνική για επανάληψη χρήσιμης πληροφορίας, όταν αυτή είναι περιορισμένη, και κατέληξε σε καλά αποτελέσματα.

Σημειωτέον είναι, επίσης, ότι οι αποτυπώσεις της περίθλασης, πέραν από βάση για την οπτική ανακατασκευή των μικροδομών, αναδεικνύονται χρήσιμες και για τον χαρακτηρισμό του υλικού, σε προσομοιωτικό επίπεδο, αλλά και στις πραγματικές φωτογραφίες. Ειδικότερα, τόσο στην περίπτωση της προσομοίωσης (μέσα από τη διαδικασία Εύρεσης Εντάσεων συχνοτήτων), όσο και στην πειραματική διάταξη (μέσα από την μέτρηση των αποστάσεων σημείων στα μοτίβα περίθλασης και εφαρμογή κατάλληλου μαθηματικού τύπου), κατέστη εφικτή και η μέτρηση των διαστάσεων μεγεθών (pitch, width) της μικροδομής των υλικών.

Ο αρμονικός συνδυασμός τεχνικών επεξεργασίας εικόνων και επαναληπτικών μεθόδων ανάκτησης φάσης ήταν το κύριο εργαλείο για την ανακατασκευή μας. Για τον αλγόριθμο Fienup, καταλήγουμε ότι, στις πραγματικές εικόνες, μια τυχαία αρχική φάση συντελεί στην καλύτερη και ευκολότερη σύγκλιση του αλγορίθμου.

6.3 Περιορισμοί

Ένας σημαντικός περιορισμός της παρούσας εργασίας είναι το μικρό εύρος διαθέσιμων υλικών. Ειδικότερα, ήταν διαθέσιμος μόνο ένας τύπος υλικού, με συγκεκριμένη και περιοδική μικροδομή. Διαφορετικές δομές, περιοδικές και μη, θα συντελούσαν στην γενικότερη προσέγγιση του θέματος και γενίκευση της προσέγγισης της μικροσκοπίας για όλα τα υλικά της κατηγορίας. Έτσι, ο αλγόριθμος καταλήγει να είναι ειδικευμένος, χωρίς επιλογή για πρακτική δοκιμή του σε άλλου είδους υλικά. Ταυτόχρονα, ο παράγοντας του χρόνου και της υπολογιστική δύναμης και ταχύτητας των διαθέσιμων σε μας μέσων, περιόρισε την ποικιλία των εξετασμένων περιπτώσεων.

Στο πρακτικό κομμάτι, σημαντική θα ήταν η προσθήκη της ανάλυσης του υλικού με διαφορετικές τιμές resizing, με πηγές διαφορετικού μήκους κύματος, αλλά και ακολουθώντας διαφορετικά μονοπάτια ανάλυσης. Επιπλέον, περιορισμό αποτέλεσε η ευαισθησία της διάταξης σε οπτικό θόρυβο και ατέλειες. Αυτές οι ανεπιθύμητες προσθήκες είτε λόγω της ποιότητας της κάμερας του κινητού, είτε λόγω απώλειας πληροφορίας στη ψηφιοποίηση και επεξεργασία των δεδομένων, αποτελουν ένα ακόμα εμπόδιο για την επιτυχή ανακαστασκευή.

6.4 Μελλοντικές επεκτάσεις

Η παρούσα εργασία ανέδειξε τη δυνατότητα ανακατασκευής της μικροδομής διαφανών αγώγιμων φιλμ μέσω ανάκτησης φάσης από φωτογραφίες περίθλασης laser. Παρότι τα αποτελέσματα κρίνονται ενθαρρυντικά, υπάρχουν αρκετές δυνατότητες επέκτασης και βελτίωσης της προσέγγισης. Πρώτον, η ανάλυση των φωτογραφιών με διαφορετικές τιμές resizing και ακολουθώντας διαφορετικά μονοπάτια ανάλυσης, πιθανότατα να δημιουργήσει συνθήκες ακόμα ακριβέστερης ανακατασκευής και σφαιρικότερης προσέγγισης του θέματος. Παράλληλα, χρήσιμη θα ηταν και η αυτοματοποίηση της προεπεξεργασίας (μέσω έξυπνων φίλτρων ή adaptive thresholding). Επιπλέον, η αυτοματοποίηση κι άλλων διαδικασιών του πειράματος, όπως η ψηφιακή μεταφορά και λήψη της φωτογραφίας, το κεντράρισμα της εικόνας και η βαθμονόμηση της συσκευής θα συντελέσουν σε πιο αξιόπιστα αποτελέσματα.

Ακόμη, μελλοντική προέκταση αποτελεί και η αναπτυξη μιας δεύτερης εκδοχής της συσκευής. Για παραδειγμα, αυτο μπορει να επιτευχθεί με χρήση πιο στιβαρών και οικονομικών υλικών, όπως με χρήση 3D εκτύπωσης των μερών, για μείωση του κόστους. Ταυτόχρονος εμπλουτισμός της συσκευής με αυτοματισμούς και δυνατότητες για χρήση laser διαφορετικού μήκους κύματος ή καταγραφής πολλαπλών γωνιών ή λήψεων για το ίδιο δείγμα, θα αύξαναν τις γνωστές πληροφορίες για το προς ανακατασκευή υλικό.

Ενδιαφέρουσα εναλλακτική στους επαναληπτικούς αλγορίθμους ανάκτησης φάσης μπορεί να αποτελέσει και η αξιοποίηση αλγορίθμων μηχανικής μάθησης, όπως νευρωνικλων δικτύων, εκπαιδευμένα σε πραγματικά και συνθετικά δεδομένα περίθλασης, για ταχύτερη και πιο αξιόπιστη αναγνώριση μοτίβων, επιλογή της απαραίτητης φάσης και καλύτερη ανακατασκευή. Τέλος, μπορεί να διερευνηθεί η εφαρμογή της μεθοδολογίας σε διαφορετικές κατηγορίες διαφανών ή ημιδιάφανων υλικών, επεκτείνοντας τη χρηστικότητα της προσέγγισης και σε άλλα επιστημονικά πεδία.

Κεφάλαιο 7 : Βιβλιογραφία

[1] Z. Zhao, “Preparation Methods of Flexible Transparent Conductive Films: Comparison and Evaluation,” *Applied and Computational Engineering*, vol. 135, no. 1, pp. 76–85, Feb. 2025, doi: https://doi.org/10.54254/2755-2721/2025.21082.

[2] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill Science, Engineering & Mathematics, 1996.

[3] J. R. Fienup, “Phase retrieval algorithms: a comparison,” *Applied Optics*, vol. 21, no. 15, p. 2758, Aug. 1982, doi: https://doi.org/10.1364/ao.21.002758.

[4] T. Latychevskaia, “Iterative phase retrieval in coherent diffractive imaging: practical issues,” *Applied Optics*, vol. 57, no. 25, p. 7187, Aug. 2018, doi: https://doi.org/10.1364/ao.57.007187.

[5] T. A. Gallagher, A. J. Nemeth, and L. Hacein-Bey, “An Introduction to the Fourier Transform: Relationship to MRI,” *American Journal of Roentgenology*, vol. 190, no. 5, pp. 1396–1405, May 2008, doi: https://doi.org/10.2214/ajr.07.2874.

[6] J. Tarquino, “AN INTRODUCTION TO FOURIER SERIES AND TRANSFORMS.” Available: https://math.uchicago.edu/~may/REU2023/REUPapers/Tarquino.pdf

[7] W. L. Briggs and V. E. Henson, The DFT. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1995.

[8] Y. Yoo, “Tutorial on Fourier Theory,” 2001. Accessed: Mar. 20, 2025. [Online]. Available: http://www.cs.otago.ac.nz/cosc453/student_tutorials/fourier_analysis.pdf

[9] S. S. Haykin and M. Moher, *Communication systems*. Hoboken, Nj: Wiley, 2009.

[10] Wikipedia Contributors, “Dirac delta function,” *Wikipedia*, Nov. 11, 2019. Accessed: Mar. 20, 2025. [Online]. Available: ttps://en.wikipedia.org/wiki/Dirac_delta_function

[11]“Gnuplotting,” *Gnuplotting.org*, 2025. https://gnuplotting.org/page/7/ (accessed Mar. 20, 2025).

[12] M. G. Olmedo, “Processing wavelet compression artifacts in high-resolution satellite imagery,” Dec. 22, 2016. https://www.researchgate.net/publication/317950121_Processing_wavelet_compression_artifacts_in_high-resolution_satellite_imagery

[13] A. Grami, “Signals, Systems, and Spectral Analysis,” *Introduction to Digital Communications*, pp. 41–150, 2016, doi: https://doi.org/10.1016/b978-0-12-407682-2.00003-x.

[14] “Fourier Transform of a sin(2pi*x),” *Physics Forums: Science Discussion, Homework Help, Articles*, Oct. 2015. https://www.physicsforums.com/threads/fourier-transform-of-a-sin-2pi-x.835456/ (accessed Mar. 20, 2025).

[15] M. S. Rzeszotarski, F. L. Royer, and G. C. Gilmore, “Introduction to two-dimensional Fourier analysis,” *Behavior research methods and instrumentation*, vol. 15, no. 2, pp. 308–318, Mar. 1983, doi: https://doi.org/10.3758/bf03203566.

[16] Britannica, “Light - reflection and refraction,” *Encyclopædia Britannica*. 2019. Accessed: Mar. 30, 2025. [Online]. Available: https://www.britannica.com/science/light/Reflection-and-refraction

[17] E. Hecht, *Optics*. Boston: Pearson Education, Inc, 2017.

[18] "Wave Interference," *phet.colorado.edu*. https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/wave-interference_all.html (accessed Mar. 30, 2025).

[19] "Περίθλαση- Αρχή Huygens," *Τεχνική και Επαγγελματική Σχολή Εκπαίδευσης και Κατάρτισης Πάφου* . Mar. 27, 2020. Accessed: Mar. 30, 2025. [Online]. Available: https://tech-scholi-paf.schools.ac.cy/data/uploads/yliko_martios_20/fysiki_theoritiko3/perithlasi_arxi_huygens.pdf

[20] "Understanding the Phenomenon of Light Diffraction: Definition, Types, and Examples | Physics Girl," *Physics Girl*. Apr. 22, 2024. Accessed: Mar. 30, 2025. [Online]. Available: https://physicsgirl.in/understanding-the-phenomenon-of-light-diffraction-definition-types-and-examples/

[21] P. W. Milonni and J. H. Eberly, *Laser Physics*. John Wiley & Sons, 2010.

[22] "Critical Laser Components," *www.newport.com*. Accessed Apr. 02, 2025. [Online]. Available: https://www.newport.com/n/critical-laser-components (accessed Mar. 30, 2025).

[23] "NANOWEB ® Transparent, flexible, and energy-efficient film," Meta Materials Inc. Accessed: May 26, 2025. [Online]. Available: https://metamaterial.com/files/hubfs/1871983/20230927_nanoweb_brochure_digital.pdf

[24] A. Paraskevopoulos *et al.*, "Assessing Performance of Transparent Conductive Films for Microwave Industrial Applications," *2024 18th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*, pp. 1–3, Mar. 2024, doi: https://doi.org/10.23919/eucap60739.2024.10500939.

[25] C. Muthuselvi, "Vibrational, Optical and Antimicrobial Activity Studies on Diglycine Perchlorate Single Crystal," Dec. 08, 2020. https://www.researchgate.net/publication/346718577_Vibrational_Optical_and_Antimicrobial_Activity_Studies_on_Diglycine_Perchlorate_Single_Crystal

[26] Z. Wang, A. C. Bovik, H. R. Sheikh, and E. P. Simoncelli, "Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 13, no. 4, pp. 600–612, Apr. 2004, doi: https://doi.org/10.1109/tip.2003.819861.

[27] Per Christian Hansen, "The truncated SVD as a method for regularization," vol. 27, no. 4, pp. 534–553, Dec. 1987, doi: https://doi.org/10.1007/bf01937276.

[28] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Digital image processing*, 4th ed. New York, NY: Pearson, 2018.

[29] tuelwer, "GitHub - tuelwer/phase-retrieval: Python 3 implementation of Fienup's phase retrieval algorithms," *GitHub*, 2019. https://github.com/tuelwer/phase-retrieval?tab=readme-ov-file (accessed Sep. 19, 2024).