



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ Μ/Υ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑΣ ΚΑΙ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ
ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΤΕΧΝΟ-ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ»



ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ – ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΤΕΧΝΟ-ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ»

Επισκόπηση της πολυκριτηριακής μεθόδου VIKOR: σύγχρονες
επεκτάσεις και εφαρμογές

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αντωνία Π. Νικολοπούλου

Επιβλέπων: Ευάγγελος Μαρινάκης

Επικ. Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2025



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ Μ/Υ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑΣ ΚΑΙ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ
ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΤΕΧΝΟ-ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ»



ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ – ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΤΕΧΝΟ-ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ»

Επισκόπηση της πολυκριτηριακής μεθόδου VIKOR: σύγχρονες
επεκτάσεις και εφαρμογές

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αντωνία Π. Νικολοπούλου

Επιβλέπων: Ευάγγελος Μαρινάκης

Επικ. Καθηγητής ΕΜΠ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή τη 2^η Ιουλίου 2025.

.....
Ευάγγελος Μαρινάκης
Επικ. Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Ιωάννης Ψαρράς
Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Δημήτριος Ασκούνης
Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2025

.....

Αντωνία Π. Νικολοπούλου

Κάτοχος Μεταπτυχιακού Προγράμματος “Τεχνο-οικονομικά Συστήματα” της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών Ε.Μ.Π

Copyright © Αντωνία Νικολοπούλου, 2025.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία παρέχει μια εκτενή εξέταση της πολυκριτηριακής μεθόδου λήψης αποφάσεων VIKOR, δίνοντας έμφαση στις πρόσφατες βελτιώσεις και τις ποικίλες εφαρμογές σε πραγματικά προβλήματα. Η μέθοδος VIKOR, η οποία έχει σχεδιαστεί για να διευκολύνει τη λήψη αποφάσεων παρουσία αντικρουόμενων κριτηρίων, έχει επιδείξει σημαντικές βελτιώσεις τόσο στην προσέγγιση όσο και στην εφαρμογή. Η εργασία διερευνά κρίσιμες πτυχές της μεθοδολογικής προόδου, όπως οι αλγοριθμικές βελτιώσεις, συνδυασμένη χρήση με άλλες μεθόδους πολυκριτηριακής ανάλυσης όπως οι TOPSIS και AHP, ενισχυμένη διαχείριση της αβεβαιότητας μέσω διαφορετικών θεωρητικών πλαισίων, προσαρμογή σε δυναμικά περιβάλλοντα λήψης αποφάσεων και αυξημένη εμπλοκή των ενδιαφερόμενων μερών. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται και στις εξελίξεις που αφορούν τις μεθόδους στάθμισης των κριτηρίων στο πλαίσιο της VIKOR, καθώς η σωστή στάθμιση αποτελεί καθοριστικό παράγοντα για την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων. Η ευελιξία της μεθόδου αποδεικνύεται από την ευρεία εφαρμογή της σε διάφορους τομείς όπως η βιομηχανία (μεταποίηση, διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας, ενέργεια κ.α.), ο περιβαλλοντικός σχεδιασμός και η αειφορία (αστική ανάπτυξη, διαχείριση φυσικών πόρων κ.α.), η υγειονομική περίθαλψη (βελτιστοποίηση υπηρεσιών, αξιολόγηση πολιτικών κ.α.) και η χρηματοοικονομική (ανάλυση επενδύσεων, αξιολόγηση κινδύνων κ.α.). Συνολικά, η εργασία επιχειρεί μια χαρτογράφηση των μεθοδολογικών εξελίξεων και των τάσεων εφαρμογής της μεθόδου VIKOR, προσφέροντας έναν χρήσιμο οδηγό αναφοράς για ερευνητές και επαγγελματίες, καθώς και κατευθύνσεις για μελλοντικές ερευνητικές προσεγγίσεις.

Λέξεις κλειδιά: VIKOR, πολυκριτηριακή λήψη αποφάσεων, ανάλυση αποφάσεων, μοντελοποίηση αβεβαιότητας, στάθμιση κριτηρίων, ασαφή σύνολα, δυναμική λήψη αποφάσεων, πραγματικές εφαρμογές

Abstract

This thesis provides an extensive examination of the multi-criteria decision-making method VIKOR, with an emphasis on recent improvements and its diverse applications to real-world problems. The VIKOR method, designed to facilitate decision-making in the presence of conflicting criteria, has demonstrated significant advancements in both its approach and implementation. The study explores critical aspects of methodological progress, such as algorithmic enhancements, the combined use with other multi-criteria analysis methods such as TOPSIS and AHP, improved handling of uncertainty through various theoretical frameworks, adaptation to dynamic decision-making environments, and increased stakeholder involvement. Particular emphasis is also placed on developments concerning the methods of criteria weighting within the VIKOR framework, as proper weighting is a decisive factor for the reliability of the results. The flexibility of the method is demonstrated by its wide application across various fields such as industry (manufacturing, supply chain management, energy, etc.), environmental planning and sustainability (urban development, natural resource management, etc.), healthcare (service optimization, policy evaluation, etc.), and finance (investment analysis, risk assessment, etc.). Overall, the thesis attempts to map the methodological developments and application trends of the VIKOR method, offering a useful reference guide for researchers and professionals, as well as directions for future research approaches.

Keywords: VIKOR, multicriteria decision-making, decision analysis, uncertainty modeling, criteria weighting, fuzzy sets, dynamic decision-making, real-world applications

Ευχαριστίες / Πρόλογος

Με ιδιαίτερη ευγνωμοσύνη παραδίδω τη διπλωματική αυτή εργασία. Αποτελεί το αποκορύφωμα μιας πολύχρονης πορείας αναζήτησης γνώσης, ερευνητικής προσπάθειας και δημιουργικής έκφρασης. Η ολοκλήρωσή της είναι καρπός συστηματικής δουλειάς, επιμονής και αφοσίωσης στο αντικείμενο μελέτης.

Θα ήθελα να απευθύνω ένα θερμό ευχαριστώ στον κ. Γιώργο Τραχανά και στον κ. Αναστάση Καραμανέα, οι οποίοι στάθηκαν αρωγοί στην πορεία αυτή, προσφέροντάς μου την πολύτιμη στήριξη, καθοδήγηση και ενθάρρυνσή τους. Η συμβολή σας υπήρξε ανεκτίμητη και σας είμαι βαθύτατα ευγνώμων.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	5
Abstract	6
Ευχαριστίες / Πρόλογος.....	7
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή	11
1.1 Η μέθοδος VIKOR	13
Κεφάλαιο 2: Επεκτάσεις VIKOR με αλγοριθμικές βελτιώσεις	16
2.1 Νέες προσεγγίσεις συνάθροισης.....	16
2.1.1 Τελεστές επαγόμενης συνάθροισης στη μέθοδο VIKOR.....	16
2.1.1.1 Η μέθοδος IOWA-VIKOR.....	18
2.1.2 Τελεστές συνάθροισης και μέθοδος VIKOR βασισμένη σε σύνθετες q-βαθμίδες ορθόζευγων αβέβαιων γλωσσικών πληροφοριών	20
2.1.2.1 Η μέθοδος VIKOR- CQROULS.....	21
2.1.3 Επέκταση της μεθόδου VIKOR ενσωματώνοντας τη θεωρία Dempster-Shafer .	23
2.1.3.1 Η μέθοδος DS-VIKOR	23
2.2 Ενσωμάτωση της VIKOR με άλλες μεθόδους πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων	29
2.2.1 Ενσωμάτωση VIKOR-TOPSIS	30
2.2.1.1 Ο αλγόριθμος της συνδυαστικής μεθόδου VIKOR-TOPSIS	30
2.2.2 Προσέγγιση AHP-VIKOR	34
Κεφάλαιο 3: Χειρισμός της αβεβαιότητας	40
3.1 Μέθοδος VIKOR με ασαφή διστακτική πληροφορία	41
3.1.1 Αλγόριθμος Hesitant fuzzy multi-criteria -VIKOR.....	42
3.2 Εκτεταμένη μέθοδος VIKOR με ασαφή σύνολα διαστήματος τύπου 2 (Interval Type-2 Fuzzy Sets).....	45
3.2.1 Ο αλγόριθμος του προτεινόμενου VIKOR -IT2FS	45
3.3 Μέθοδος VIKOR πολλαπλών σε ασαφές περιβάλλον διαστήματος τύπου 2 (multiple at-tribute decision making under interval type-2 fuzzy environment)	48
3.3.1 Προτεινόμενος αλγόριθμος.....	49

3.4 Μέθοδος VIKOR με βάση ασαφή σύνολα αριθμών-διαστημάτων (interval-valued fuzzy sets).....	52
3.4.1 Ο αλγόριθμος IVF-VIKOR.....	53
3.5 Επέκταση μεθόδου VIKOR με διαισθητικά ασαφή συνόλα (Circular Intuitionistic Fuzzy Sets)	55
3.5.1 Ο αλγόριθμος CIF-VIKOR	56
3.6 Εκτενής μέθοδος VIKOR με βάση την χρήση αδρών συνόλων (Rough-Vikor)	59
3.6.1 Ο αλγόριθμος Rough-VIKOR.....	63
3.7 Εκτενής μέθοδος VIKOR με ασαφή σύνολα διαστήματος τύπου 2 και με βαθμούς πιθανοτήτων (IT2F-VIKOR)	66
3.7.1 Ο αλγόριθμος IT2F-VIKOR με βαθμούς πιθανοτήτων.....	66
Κεφάλαιο 4: Βελτιώσεις στάθμισης κριτηρίων: Διερεύνηση υποκειμενικών και αντικειμενικών μεθόδων στάθμισης στο πλαίσιο της μεθόδου VIKOR.....	73
4.1 Εκτενής μέθοδος VIKOR με χρήση ελλιπών βαρών κριτηρίων (Incomplete criteria weights)	73
4.1.1 Η μέθοδος VIKOR με ακριβή και ελλιπή στοιχεία	74
4.2 Η μέθοδος VIKOR με αριθμούς-διαστήματα και ελλιπή βάρη	76
4.2.1 Ο αλγόριθμος VIKOR για αριθμούς-διαστήματα και ελλιπή βάρη	77
Κεφάλαιο 5: Υβριδικά μοντέλα: Τεχνητή Νοημοσύνη, Μηχανική Μάθηση και Τεχνικές Βελτιστοποίησης.....	79
5.1 VIKOR και Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (ANNs).....	79
5.1.1 Βήματα υβριδικού αλγορίθμου.....	79
5.2 Fuzzy VIKOR και Τεχνητή Νοημοσύνη με Δεδομένα από Ηλεκτρονικά Αρχεία Υγείας.....	86
5.2.1 Βήματα υβριδικού αλγορίθμου.....	86
Κεφάλαιο 6: Εφαρμογές της μεθόδου VIKOR και των επεκτάσεών της	90
6.1 Βιομηχανικές εφαρμογές	90
6.1.1 Επιλογή προμηθευτών.....	90
6.1.2 Επιλογή της διαδικασίας παραγωγής.....	92
6.1.3 Επιλογή στρατηγικής για τη συντήρηση	93

6.1.4 Επιλογή βιομηχανικών ρομπότ.....	94
6.1.5 Βελτιστοποίηση της γραμμής παραγωγής.....	96
6.1.6 Επιλογή υλικών.....	97
6.2 Εφαρμογές Περιβάλλοντος και Βιωσιμότητας.....	98
6.2.1 Σχεδιασμός Αστικής Βιώσιμης Ανάπτυξης.....	99
6.2.2 Βιώσιμη Αστική Κινητικότητα.....	100
6.2.3 Αξιολόγηση Περιβαλλοντικού Κινδύνου.....	101
6.3 Εφαρμογές στον Τομέα της Υγείας.....	102
6.3.1 Εξατομικευμένη Φροντίδα Ηλικιωμένων.....	103
6.3.2 Αξιολόγηση Ποιότητας Υπηρεσιών Νοσοκομείων.....	104
6.3.3 Επιλογή Τεχνολογίας Επεξεργασίας Ιατρικών Αποβλήτων.....	105
6.4 Εφαρμογές στον Χρηματοοικονομικό Τομέα.....	106
6.4.1 Βέλτιστη Επιλογή Πωλητή σε Ηλεκτρονικές Αγορές.....	107
6.4.2 Βελτιστοποίηση Επενδυτικού Χαρτοφυλακίου.....	108
6.4.3 Αξιολόγηση Πιστωτικού Κινδύνου.....	109
6.5 Εφαρμογές στον Τομέα της Ενέργειας.....	111
6.5.1 Επιλογή Έργων Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας.....	111
6.5.2 Σχεδιασμός Εγκατάστασης Φωτοβολταϊκών (ΦΒ).....	112
6.5.3 Επιλογή Τοποθεσίας Πυρηνικού Σταθμού Ηλεκτροπαραγωγής.....	113
6.5.4 Βέλτιστη Επιλογή Καυσίμου για Οικολογικές Μεταφορές.....	114
Κεφάλαιο 7: Γενικά Συμπεράσματα και Μελλοντική Έρευνα.....	117
7.1: Συμπεράσματα.....	117
7.2: Περιορισμοί και Μελλοντικές Κατευθύνσεις.....	118
Βιβλιογραφία.....	120

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

Η λήψη αποφάσεων σε πολυκριτηριακά προβλήματα (Multi-Criteria Decision Making – MCDM) αποτελεί μια κρίσιμη διαδικασία σε ποικίλους τομείς, όπως η διοίκηση, η βιομηχανία, η οικονομία και η περιβαλλοντική διαχείριση. Ανάμεσα στις δημοφιλέστερες μεθόδους πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων συγκαταλέγεται η μέθοδος VIKOR, η οποία εστιάζει στην εύρεση μιας συμβιβαστικής λύσης για προβλήματα με αντικρουόμενα κριτήρια.

Η μέθοδος VIKOR, που προέρχεται από τη σερβική φράση "Vlsekriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje" (δηλαδή "Πολυκριτηριακή Βελτιστοποίηση και Συμβιβαστική Λύση"), είναι μια ευρέως γνωστή τεχνική λήψης αποφάσεων. Αναπτύχθηκε αρχικά από τον Serafim Opricovic το 1998 και στη συνέχεια τελειοποιήθηκε από τον Opricovic και τον Gwo-Hshiung Tzeng στις αρχές της δεκαετίας του 2000 (Thakkar, 2021). Δημιουργήθηκε ειδικά για την αντιμετώπιση των προκλήσεων που προκύπτουν στην πολυκριτηριακή λήψη αποφάσεων, όπου ο αποφασίζων καλείται να αξιολογήσει και να ιεραρχήσει τις εναλλακτικές επιλογές βάσει ανταγωνιστικών και συχνά μη συγκρίσιμων κριτηρίων. Η μέθοδος VIKOR εκτιμάται ιδιαίτερα για την έμφαση που δίνει στην επίτευξη μιας συμβιβαστικής λύσης, η οποία ορίζεται ως η λύση που βρίσκεται πλησιέστερα στο ιδανικό, λαμβάνοντας επίσης υπόψη την ισορροπία μεταξύ της συνολικής χρησιμότητας και της μεμονωμένης δυσарέσκειας. Αυτή η διπλή εστίαση διαφοροποιεί τη VIKOR από άλλες δημοφιλείς μεθόδους πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων, όπως η TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution), η AHP (Analytic Hierarchy Process) και η ELECTRE (Elimination and Choice Translating Reality).

Επιπλέον, η VIKOR είναι υπολογιστικά αποδοτική και μπορεί να εφαρμοστεί τόσο σε ακριβή όσο και σε ασαφή πλαίσια, γεγονός που ενισχύει τη χρησιμότητά της σε τομείς όπως η βιομηχανία, η περιβαλλοντική πολιτική, η υγειονομική περίθαλψη και η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας. Τα τελευταία χρόνια, η μέθοδος έχει επεκταθεί ώστε να ανταποκρίνεται σε πιο σύνθετα περιβάλλοντα λήψης αποφάσεων, συμπεριλαμβανομένων των δεδομένων διαστήματος, της διαισθητικής ασαφούς λογικής και των υβριδικών πλαισίων πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων, ενισχύοντας περαιτέρω τη σημασία και την ευελιξία της. Σε πολλές πραγματικές καταστάσεις, οι αποφασίζοντες αντιμετωπίζουν διλήμματα όπου η βελτίωση της απόδοσης σε ένα κριτήριο μπορεί να επιφέρει υποβάθμιση σε ένα άλλο. Οι παραδοσιακές προσεγγίσεις βελτιστοποίησης συχνά αποτυγχάνουν να προσφέρουν ικανοποιητικές λύσεις υπό τέτοιες συνθήκες. Η VIKOR εισάγει την έννοια της συμβιβαστικής λύσης, με στόχο τη συμφιλίωση των στόχων της πλειοψηφίας με τα συμφέροντα της μειοψηφίας.

Η παρούσα εργασία επιδιώκει να προσφέρει μια εκτενή «χαρτογράφηση» της μεθόδου VIKOR, εξετάζοντας το θεωρητικό της υπόβαθρο, τις σύγχρονες βελτιώσεις και τις πρακτικές εφαρμογές της. Μέσα από τη μελέτη αυτή γίνεται εμφανές ότι η μέθοδος VIKOR δεν παραμένει στάσιμη· εξελίσσεται συνεχώς και προσαρμόζεται στις αυξανόμενες ανάγκες των σύγχρονων προβλημάτων πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων. Παράλληλα, η σύγκριση με άλλες γνωστές μεθόδους και η

ανάλυση πρόσφατων περιπτώσεων εφαρμογής της δείχνουν έμπρακτα τη χρησιμότητά της (WIKIPEDIA, 2025) (Tzeng S. O.-H., 2007).

Τα κύρια χαρακτηριστικά που διαφοροποιούν τη μέθοδο VIKOR από άλλες μεθοδολογίες πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων είναι:

Κατάταξη Συμβιβασμού:

Σε αντίθεση με μεθόδους που δίνουν έμφαση στον εντοπισμό της απόλυτα βέλτιστης λύσης με βάση την απόστασή της από ένα ιδανικό σημείο (όπως η TOPSIS) ή βασίζονται σε ιεραρχική στάθμιση των κριτηρίων (όπως η AHP), η VIKOR έχει σχεδιαστεί με έναν διαφορετικό στόχο: να εντοπίζει τη συμβιβαστική λύση. Μια τέτοια λύση δεν είναι απαραίτητα η καλύτερη σε κάθε επιμέρους κριτήριο, αλλά αυτή που επιτυγχάνει τη βέλτιστη δυνατή ισορροπία σε σχέση με τις ιδανικές τιμές όλων των κριτηρίων συνολικά. Αυτό αποκτά ιδιαίτερη σημασία σε περιβάλλοντα με πολλούς εμπλεκόμενους, όπου είναι δύσκολο – αν όχι αδύνατο – να ικανοποιηθούν όλες οι προτιμήσεις ταυτόχρονα. Η VIKOR ενσωματώνει την έννοια του συμβιβασμού μέσα από έναν δείκτη κατάταξης που συνδυάζει δύο βασικά στοιχεία: τη συνολική χρησιμότητα και τη μεμονωμένη δυσaréσκεια (ή «λύπη»). Με αυτόν τον τρόπο, οδηγεί σε μια λύση που μπορεί να θεωρηθεί εύλογη και αποδεκτή από την πλειοψηφία των ενδιαφερομένων.

Μέτρα Χρησιμότητας και Δυσaréσκειας:

Μία από τις πιο ξεχωριστές και καινοτόμες πτυχές της μεθόδου VIKOR είναι η ταυτόχρονη αξιολόγηση της συνολικής χρησιμότητας και της δυσaréσκειας. Η ομαδική χρησιμότητα (S) εκφράζει το συνολικό επίπεδο ικανοποίησης ως προς όλα τα κριτήρια — ουσιαστικά πρόκειται για το άθροισμα των σταθμισμένων αποστάσεων από τις ιδανικές τιμές. Από την άλλη πλευρά, η μεμονωμένη δυσaréσκεια (R) αποτυπώνει τη χειρότερη επίδοση μιας εναλλακτικής, εστιάζοντας στο κριτήριο στο οποίο υστερεί περισσότερο. Αυτός ο διπλός τρόπος αξιολόγησης εξασφαλίζει ότι η τελική επιλογή δεν είναι μόνο συνολικά αποδοτική (με σκοπό τη μεγιστοποίηση του οφέλους), αλλά και δίκαιη σε τοπικό επίπεδο, καθώς προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει τη μέγιστη δυσaréσκεια σε κάθε επιμέρους στόχο. Είναι λίγες οι μέθοδοι πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων που καταφέρνουν να ισορροπήσουν με τόση ακρίβεια την αποδοτικότητα με τη «δικαιοσύνη», γεγονός που καθιστά τη VIKOR ένα εργαλείο που λαμβάνει υπόψη τις ανάγκες όλων των εμπλεκόμενων μερών.

Στάθμιση κριτηρίων:

Η μέθοδος VIKOR χρησιμοποιεί γραμμική κανονικοποίηση για να «αδιαστατοποιήσει» τις τιμές που εκφράζονται σε διαφορετικές μονάδες ή κλίμακες, διευκολύνοντας έτσι την ουσιαστική σύγκρισή τους. Παράλληλα, ενσωματώνει ένα σύστημα στάθμισης που αντικατοπτρίζει τη σχετική σημασία κάθε κριτηρίου, δίνοντας τη δυνατότητα στους αποφασίζοντες να δώσουν μεγαλύτερη βαρύτητα σε όσα στοιχεία θεωρούν πιο κρίσιμα. Η συνάθροιση των επιδόσεων μέσω των μέτρων S (ομαδική χρησιμότητα) και R (μέγιστη δυσaréσκεια) επιτρέπει την ενοποίηση της πληροφορίας από όλα τα κριτήρια, με

τρόπο που εξασφαλίζει ότι οι πιο σημαντικοί παράγοντες δεν επισκιάζονται ή παραμερίζονται από λιγότερο κρίσιμα στοιχεία. Αυτό καθιστά τη VIKOR ιδιαίτερα ευέλικτη και κατάλληλη για πολύπλοκα, ρεαλιστικά σενάρια, στα οποία οι αποφασίζοντες καλούνται να δώσουν προτεραιότητα σε συγκεκριμένους στόχους — όπως για παράδειγμα το κόστος, ο χρόνος ή ο κίνδυνος — έναντι άλλων λιγότερο καθοριστικών.

Δυνατότητα διαπραγμάτευσης και συμμετοχικότητα των ενδιαφερόμενων μερών:

Ένα από τα βασικά πλεονεκτήματα της μεθόδου VIKOR είναι η ικανότητά της να λειτουργεί ως εργαλείο υποστήριξης αποφάσεων με διαπραγματευτικό χαρακτήρα. Καθώς η συμβιβαστική λύση που προτείνει βασίζεται τόσο στις συλλογικές προτιμήσεις όσο και στην ελαχιστοποίηση των μεμονωμένων δυσανεκσιών, μπορεί να αξιοποιηθεί ως βάση για την επίτευξη συναίνεσης ανάμεσα σε διαφορετικές πλευρές. Αυτό αποκτά ιδιαίτερη σημασία σε περιβάλλοντα συμμετοχικής λήψης αποφάσεων, όπως η χάραξη δημόσιας πολιτικής, ο περιβαλλοντικός σχεδιασμός ή ο στρατηγικός σχεδιασμός σε επιχειρηματικά πλαίσια, όπου συχνά εμπλέκονται πολλαπλοί φορείς με διαφορετικές – και ενίοτε αντικρουόμενες – επιδιώξεις. Η μέθοδος VIKOR διευκολύνει τη διαμόρφωση καταστάσεων «αποδεκτού πλεονεκτήματος» και «σταθερότητας στη λήψη απόφασης», ενισχύοντας τη νομιμοποίηση της τελικής επιλογής ως μια δίκαιη και ορθολογική συμβιβαστική λύση.

1.1 Η μέθοδος VIKOR

Η μέθοδος VIKOR βασίζεται στην λεγόμενη L_p -μετρική

$$L_i^p = \left(\sum_{j=1}^n \left| \frac{f_j^* - f_{ij}}{f_j^* - f_j^-} \right|^p \right)^{\frac{1}{p}}, 1 \leq p \leq \infty \quad (1)$$

όπου :

f_j^* αντιστοιχεί στην καλύτερη επίδοση στο κριτήριο C_j

f_j^- αντιστοιχεί στη χειρότερη επίδοση στο κριτήριο C_j

- ΒΗΜΑ 1:

Προσδιορισμός των καλύτερων f_i^* και των χειρότερων f_i^- τιμών όλων των κριτηρίων, $i = 1, 2, \dots, n$

$$f_i^* = \max_j f_{ij}, f_i^- = \min_j f_{ij}, \text{ εάν το «i»-οστό κριτήριο αντιπροσωπεύει όφελος } (2)$$

$$f_i^* = \min_j f_{ij}, f_i^- = \max_j f_{ij}, \text{ αν το «i»-οστό κριτήριο αντιπροσωπεύει ένα κόστος. } (3)$$

- ΒΗΜΑ 2:

Υπολογισμός των τιμών S_j και R_j , $j = 1, 2, \dots, J$ με τις παρακάτω σχέσεις :

$$S_j = \sum_{i=1}^n \frac{w_i(f_i^* - f_{ij})}{(f_i^* - f_i^-)} \quad (4)$$

$$R_j = \max_i [w_i(f_i^* - f_{ij}) / (f_i^* - f_i^-)] \quad (5)$$

όπου w_i είναι τα βάρη των κριτηρίων, που εκφράζουν την προτίμηση του αποφασίζοντα ως τη σχετική σημασία των κριτηρίων.

- ΒΗΜΑ 3:

Υπολογισμός των τιμών $Q_j, j = 1, 2, \dots, J$,

$$Q_j = \frac{v(S_j - S^*)}{(S^- - S^*)} + \frac{(1 - v)(R_j - R^*)}{(R^- - R^*)} \quad (6)$$

όπου $S^* = \min_j S_j, S^- = \max_j S_j, R^* = \min_j R_j, R^- = \max_j R_j$ και το v εισάγεται για να σταθμίσει τη στρατηγική της μέγιστης ομαδικής χρησιμότητας, έναντι (με βάρος $1-v$) της στρατηγικής της μεμονωμένης δυσαρέσκειας.

- ΒΗΜΑ 4:

Κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων, ταξινομώντας κατά φθίνουσα σειρά τις τιμές S, R και Q . Τα αποτελέσματα είναι τρεις λίστες κατάταξης.

- ΒΗΜΑ 5:

Ως συμβιβαστική λύση ορίζεται η εναλλακτική λύση $(A^{(1)})$, η οποία είναι η καλύτερη στην κατάταξη με βάση το μέτρο Q (ελάχιστο) εάν πληρούνται οι ακόλουθες δύο προϋποθέσεις:

- Συνθήκη C1 (Συγκριτικό πλεονέκτημα):

$$Q(A^{(2)}) - Q(A^{(1)}) \geq D \quad (7)$$

όπου $A^{(2)}$ είναι η αμέσως επόμενη καλύτερη εναλλακτική στην Q -λίστα και $DQ = 1/(J - 1)$.

- Συνθήκη C2 (Ευστάθεια):

Η εναλλακτική $A^{(1)}$ είναι η καλύτερη (minimum) ως προς S ή/και R .

Αν δεν ικανοποιείται κάποια από τις συνθήκες, τότε οδηγούμαστε σε σύνολο λύσεων συμβιβασμού.

Συγκεκριμένα:

- Αν δεν ικανοποιείται μόνο η συνθήκη C2, τότε επιλέγουμε ως λύση τις $A^{(1)}$ και $A^{(2)}$.
- Αν δεν ικανοποιείται η C1, τότε θεωρούμε ως λύση τις εναλλακτικές

$$A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(M)} \quad (8)$$

όπου η $A^{(M)}$ προσδιορίζεται από τη σχέση

$$Q(A^{(M)}) - Q(A^{(1)}) < DQ \quad (9)$$

για το μέγιστο M που ισχύει η παραπάνω σχέση (εγγύτητα) (Tzeng S. O.-H., 2007) (Γιώργος Τραχανάς).

Κεφάλαιο 2: Επεκτάσεις VIKOR με αλγοριθμικές βελτιώσεις

2.1 Νέες προσεγγίσεις συνάθροισης

Καθώς η επιστήμη της λήψης αποφάσεων εξελίσσεται και τα περιβάλλοντα γίνονται ολοένα και πιο πολύπλοκα και δυναμικά, έχει γίνει σαφές ότι η παραδοσιακή μορφή της μεθόδου VIKOR δεν είναι πάντα επαρκής. Σε περιπτώσεις όπου τα δεδομένα είναι ασαφή, ελλιπή ή έντονα επηρεασμένα από την υποκειμενικότητα των αποφασιζόντων, τα αποτελέσματα ενδέχεται να μην είναι τόσο αξιόπιστα ή αντιπροσωπευτικά. Για να αντιμετωπιστούν αυτοί οι περιορισμοί, έχουν αναπτυχθεί και προταθεί διάφορες νέες τεχνικές συνάθροισης (aggregation approaches), οι οποίες στοχεύουν στη βελτίωση της ακρίβειας, της ευελιξίας και της προσαρμοστικότητας της μεθόδου VIKOR σε πιο ρεαλιστικές και απαιτητικές συνθήκες.

2.1.1 Τελεστές επαγόμενης συνάθροισης στη μέθοδο VIKOR

Έχει προταθεί μια υβριδική προσέγγιση λήψης αποφάσεων, η οποία ενσωματώνει τελεστές επαγόμενης συνάθροισης στη μέθοδο VIKOR, με στόχο την αποτελεσματικότερη αντιμετώπιση πολυκριτηριακών προβλημάτων που περιλαμβάνουν αντικρουόμενα ή και μη συμβατά κριτήρια (διαφορετικές μονάδες μέτρησης). Στο πλαίσιο αυτό, χρησιμοποιείται μια νέα μορφή απόστασης, γνωστή ως επαγόμενη διατεταγμένη σταθμισμένη μέση τυποποιημένη απόσταση (Induced Ordered Weighted Averaging Standardized Distance – IOWASD). Πρόκειται για έναν τελεστή συνάθροισης που καλύπτει ένα ευρύ φάσμα μέτρων τυποποιημένης απόστασης μεταξύ του μέγιστου και του ελάχιστου, κάνοντας χρήση της επαγόμενης εκδοχής του τελεστή OWA (Ordered Weighted Averaging), δηλαδή του IOWA. Το βασικό πλεονέκτημα της εκδοχής IOWA-VIKOR είναι ότι προσφέρει τη δυνατότητα να εκφράσει καλύτερα το σύνθετο, συχνά συμπεριφορικό χαρακτήρα του αποφασίζοντος, ενσωματώνοντας μεταβλητές που καθορίζουν τη σειρά προτίμησης. Έτσι, παράγει πιο λεπτομερείς και χρήσιμες πληροφορίες για τη διαδικασία λήψης απόφασης. Η IOWA-VIKOR αποτελεί μια εξελιγμένη εκδοχή πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων, σχεδιασμένη για περιπτώσεις όπου τα κριτήρια είναι αντικρουόμενα ή ασύμβατα. Τέλος, μπορεί να αποδειχθεί ιδιαίτερα χρήσιμη σε σενάρια όπου ο αποφασίζων επιθυμεί να κινηθεί συντηρητικά, υπο-εκτιμώντας τα αποτελέσματα προκειμένου να λάβει μια πιο επιφυλακτική και ασφαλή απόφαση σε σύγκριση με τις συνήθεις μεθόδους.

Ορισμός OWA

Ο τελεστής OWA (Ordered Weighted Averaging) αποτελεί μια παραμετροποιημένη οικογένεια τελεστών συνάθροισης, η οποία μπορεί να αναπαραστήσει διαφορετικές στρατηγικές απόφασης. Περιλαμβάνει, ως ειδικές περιπτώσεις, τον μέγιστο, τον ελάχιστο, τον απλό, καθώς και τον σταθμισμένο μέσο όρο, ανάλογα με το σύνολο των βαρών που χρησιμοποιούνται. Ένας τελεστής OWA διάστασης n είναι μια απεικόνιση OWA: $R^n \rightarrow R$ που έχει ένα σχετικό διάνυσμα στάθμισης

$$\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T, \omega_j \in [0,1] \text{ και } \sum_{j=1}^n \omega_j b_j \quad (10)$$

ώστε,

$$OWA(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n \omega_j b_j \quad (11)$$

όπου b_j είναι το j -οστό μεγαλύτερο από το a_i .

Ο τελεστής IOWA (Induced Ordered Weighted Averaging) προτάθηκε από τους Yager και Filev ως επέκταση του κλασικού τελεστή OWA (Hu-Chen Liua, 2013). Στον συντελεστή OWA, η αναδιάταξη γίνεται με βάση τις τιμές των ίδιων των στοιχείων (π.χ. κριτηρίων ή αποστάσεων). Αντίθετα στον συντελεστή IOWA η αναδιάταξη δεν βασίζεται άμεσα στις τιμές των στοιχείων, αλλά καθορίζεται από μεταβλητές που προκαλούν διάταξη (order-inducing variables). Αυτή η προσέγγιση επιτρέπει μια πιο σύνθετη και ευέλικτη διαδικασία αναδιάταξης, η οποία αντανακλά καλύτερα την πραγματική προτεραιοποίηση ή τη συμπεριφορική στάση του αποφασίζοντα.

Ένας τελεστής IOWA διάστασης n είναι μια απεικόνιση $IOWA: R^n \rightarrow R$ που έχει ένα σχετικό διάνυσμα στάθμισης

$$\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T, \omega_j \in [0,1] \text{ και } \sum_{j=1}^n \omega_j b_j \quad (12)$$

ώστε,

$$IOWA(\langle u_1, a_1 \rangle, \langle u_2, a_2 \rangle, \dots, \langle u_n, a_n \rangle,) = \sum_{j=1}^n \omega_j b_j \quad (13)$$

όπου b_j είναι η τιμή a_i του ζεύγους IOWA $\langle u_i, a_i \rangle$, που έχει την j -οστή μεγαλύτερη τιμή u_i , και u_i είναι η μεταβλητή που επάγει τη διάταξη (order-inducing variable), ενώ a_i είναι η μεταβλητή ορίσματος (argument variable).

Χρήση του επαγόμενου τελεστή τυποποιημένης απόστασης σταθμισμένου μέσου όρου διατεταγμένης τάξης (IOWASD) στη μέθοδο VIKOR

Ο τελεστής IOWASD (Induced Ordered Weighted Averaging Standardized Distance) είναι ένας τυποποιημένος τελεστής απόστασης που επεκτείνει τον IOWAD, με σκοπό την επίλυση πολυκριτηριακών προβλημάτων λήψης αποφάσεων που περιλαμβάνουν αντικρουόμενα και μη συγκρίσιμα κριτήρια. Η κύρια διαφορά είναι ότι στην περίπτωση αυτή, αναδιατάσσονται τα ορίσματα των επιμέρους τυποποιημένων αποστάσεων σύμφωνα με τις μεταβλητές που προκαλούν τάξη (order-inducing variables) επιτρέποντας έτσι μια πιο ευέλικτη και προσαρμοστική αντιμετώπιση της πολυπλοκότητας των δεδομένων.

Για τρία σύνολα : $F^* = \{f_1^*, f_2^*, \dots, f_n^*\}$, $R = \{f_{i1}^*, f_{i2}^*, \dots, f_{in}^*\}$ και $F^- = \{f_1^-, f_2^-, \dots, f_n^-\}$

ο τελεστής IOWASD μπορεί να οριστεί ως εξής:

Ένας τελεστής IOWASD διάστασης n είναι μια απεικόνιση IOWASD: $R^n \times R^n \times R^n \rightarrow R$ που έχει σχετικό συντελεστή στάθμισης το διάνυσμα

$$\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T, \omega_k \in [0,1] \text{ και } \sum_{k=1}^n \omega_k = 1 \quad (14)$$

ώστε,

$$\text{IOWASD}(\langle u_1, f_1^*, f_{11} \rangle, \dots, \langle u_n, f_n^*, f_{in} \rangle) = \sum_{k=1}^n \omega_k \bar{d}_k \quad (15)$$

όπου $\bar{d}_k$ αντιπροσωπεύει την $\left| \frac{f_j^* - f_{ij}}{f_j^* - f_j^-} \right|$ τιμή της τριπλέτας $\text{IOWASD}(\langle u_1, f_1^*, f_{11} \rangle$ που έχει το k -οστό μεγαλύτερο u_j και u_j είναι η μεταβλητή που επάγει τη διάταξη. $\frac{f_j^* - f_{ij}}{f_j^* - f_j^-}$ είναι η μεταβλητή του ορίσματος που αναπαρίσταται με τη μορφή ατομικών κανονικοποιημένων αποστάσεων, f_j^* και f_j^- είναι η καλύτερη και η χειρότερη τιμή του j -οστού κριτηρίου, αντίστοιχα, και f_{ij} είναι η επίδοση της i -οστής εναλλακτικής σε σχέση με το C_j , $i = 1, 2, \dots, m$.

2.1.1.1 Η μέθοδος IOWA-VIKOR

Έστω ένα πρόβλημα πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων που αντιστοιχεί σε m εναλλακτικές λύσεις A_i ($i = 1, 2, \dots, m$), και n κριτήρια απόφασης C_j ($j = 1, 2, \dots, n$). Κάθε εναλλακτική λύση αξιολογείται σε σχέση με τα n κριτήρια, και η συμβιβαστική κατάταξη θα μπορεί να προκύψει αξιοποιώντας την εγγύτητα από την ιδανική λύση F^* (τις καλύτερες τιμές των κριτηρίων). Οι επιδόσεις των εναλλακτικών λύσεων ως προς κάθε κριτήριο οργανώνονται σε έναν πίνακα αποφάσεων, ο οποίος συμβολίζεται $R = (f_{ij})_{m \times n}$.

	C_1	C_2	...	C_n
A_1	f_{11}	f_{12}	...	f_{1n}
A_2	f_{21}	f_{22}	...	f_{2n}
...	...	...	...	...
A_m	f_{m1}	f_{m2}	...	f_{mn}

Πίνακας 1: Πίνακας Απόφασης

Τα κύρια βήματα της προτεινόμενης IOWA-VIKOR μπορούν να περιγράψουν ως εξής:

- ΒΗΜΑ 1:

Καθορισμός της καλύτερης f_j^* και τις χειρότερης f_j^- τιμής όλων των κριτηρίων αξιολόγησης για κάθε $j = 1, 2, \dots, n$.

$$f_j^* = \begin{cases} \max_i f_{ij}, & \text{κριτήρια οφέλους} \\ \min_i f_{ij}, & \text{κριτήρια κόστους} \end{cases}, \text{ για κάθε } i = 1, 2, \dots, m \quad (16)$$

$$f_j^- = \begin{cases} \min_i f_{ij}, & \text{κριτήρια οφέλους} \\ \max_i f_{ij}, & \text{κριτήρια κόστους} \end{cases}, \text{ για κάθε } i = 1, 2, \dots, m \quad (17)$$

- ΒΗΜΑ 2:

Υπολογισμός των τιμών S_i και R_i , για κάθε $i = 1, 2, \dots, m$

$$S_i = IOWASD(\langle u_1, f_1^*, f_{i1} \rangle, \dots, \langle u_n, f_n^*, f_{in} \rangle) = \sum_{k=1}^n \omega_k \bar{d}_k \quad (18)$$

$$R_i = \max_k (\omega_k \bar{d}_k) \quad (19)$$

όπου ω_k είναι τα διατεταγμένα βάρη των κριτηρίων, που εκφράζουν τη σχετική σημασία των διατεταγμένων θέσεων τους.

- ΒΗΜΑ 3:

Υπολογισμός των τιμών Q_i για κάθε $i = 1, 2, \dots, m$

$$Q_i = u \frac{S_i - S^*}{S^- - S^*} + (1 - u) \frac{R_i - R^*}{R^- - R^*} \quad (20)$$

όπου, 20

$$R^* = \min_i R_i \quad R^- = \max_i R_i \quad S^* = \min_i S_i \quad S^- = \max_i S_i \quad (21)$$

και u είναι το βάρος της στρατηγικής της πλειοψηφίας των κριτηρίων (ή η μέγιστη συνολική χρησιμότητα), ενώ $1 - u$ είναι το βάρος της μεμονωμένης δυσαρέσκειας.

- ΒΗΜΑ 4:

Κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων, ταξινομώντας με βάση τις τιμές S , R και Q κατά αύξουσα σειρά. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι τρεις λίστες κατάταξης.

- ΒΗΜΑ 5:

Ως συμβιβαστική λύση προτείνετε η εναλλακτική λύση (A^1), η οποία είναι η καλύτερη στην κατάταξη με βάση το μέτρο Q (ελάχιστο), εφόσον πληρούνται οι ακόλουθες δύο προϋποθέσεις:

- Συνθήκη C1(Αποδεκτό πλεονέκτημα):

$$Q(A^2) - Q(A^1) \geq DQ \quad (22)$$

όπου A^2 είναι η εναλλακτική λύση με την δεύτερη θέση στον κατάλογο κατάταξης κατά Q.

$$DQ = \frac{1}{m-1} \quad (23)$$

όπου m είναι ο αριθμός των εναλλακτικών.

- Συνθήκη C2 (Ευστάθεια):

Η εναλλακτική A_0 πρέπει να είναι σε καλύτερη κατάταξη υπό το S ή /και το R. Αυτή η συμβιβαστική λύση θεωρείται ευσταθής μιας διαδικασίας λήψης αποφάσεων και μπορεί να είναι $u > 0.5$ όταν έχουμε πλειοψηφία ή $u \approx 0.5$ όταν έχουμε συναίνεση ή $u < 0.5$ όταν έχουμε το απόλυτο «with veto» και το u χαρακτηρίζει το βάρος την στρατηγικής λήψης αποφάσεων.

Εάν μία από τις προϋποθέσεις δεν ικανοποιείται, τότε αντί μοναδικής λύσης προτείνεται ένα σύνολο συμβιβαστικών λύσεων, το οποίο αποτελείται από:

- Τις εναλλακτικές λύσεις A'' και A'' εάν δεν ικανοποιείται μόνο η συνθήκη C2.
- Τις εναλλακτικές λύσεις $A'', A'', \dots A^{(M)}$ εάν δεν ικανοποιείται η συνθήκη C1. Η $A^{(M)}$ καθορίζεται από την σχέση $Q(A^{(M)}) - Q(A'') < DQ$ για το μέγιστο M.

Η καλύτερη εναλλακτική λύση, με βάση την κατάταξη Q, είναι αυτή με την ελάχιστη τιμή του Q (Hu-Chen Liua, 2013).

2.1.2 Τελεστές συνάθροισης και μέθοδος VIKOR βασισμένη σε σύνθετες q-βαθμίδες ορθόζευγων αβέβαιων γλωσσικών πληροφοριών

Το σύνθετο αβέβαιο γλωσσικό σύνολο βαθμίδας ορθοζεύγους q (complex q-rung orthopair uncertain linguistic set, CQROULS) αποτελεί μια προηγμένη προσέγγιση που συνδυάζει δύο ισχυρά θεωρητικά εργαλεία: το σύνθετο ασαφές σύνολο βαθμίδας ορθοζεύγους q (complex q-rung orthopair fuzzy set, CQROFS) και το σύνολο αβέβαιης γλωσσικής μεταβλητής (Uncertain Linguistic Variable Set, ULVS). Ο συνδυασμός αυτός προσφέρει μια ευέλικτη και ικανή τεχνική για την περιγραφή αβέβαιων, πολύπλοκων και δύσκολα ποσοτικοποιήσιμων πληροφοριών στο πλαίσιο της θεωρίας αποφάσεων. Το CQROULS ενσωματώνει γλωσσικές μεταβλητές με αβεβαιότητα, καθώς και βαθμούς αλήθειας και ψεύδους, επιτρέποντας στους αποφασίζοντες να εκφράσουν τις εκτιμήσεις και τις προτιμήσεις τους με μεγαλύτερη ελευθερία και ακρίβεια. Σε σύγκριση με το CQROFS και τις ειδικές περιπτώσεις του, το CQROULS προσφέρει διευρυνμένες δυνατότητες αναπαράστασης της αβεβαιότητας και συνεπώς πιο ρεαλιστική υποστήριξη στη διαδικασία λήψης αποφάσεων.

Ένα σύνολο CQROULS ορίζεται ως εξής:

$$Q_{CQUL} = \{ x, ([\dot{S}_{\theta(x)}, \dot{S}_{\varphi(x)}], (\mu^{Q_{CQUL}}(x), \eta^{Q_{CQUL}}(x))) : x \in R \} \quad (24)$$

όπου $\mu^{Q_{CQUL}} = \mu_{QRP} e^{i2\pi W_{\mu QIP}}$ και $\eta^{Q_{CQUL}} = \eta_{QRP} e^{i2\pi W_{\eta QIP}}$,

με τις εξής προϋποθέσεις:

$$0 \leq \mu_{QRP}^q(x) + \eta_{QIP}^q(x) \leq 1 \quad (25)$$

$$0 \leq W_{\mu_{QIP}}^{qSQ}(x) + W_{\eta_{QIP}}^{qSQ}(x) \leq 1 \quad (26)$$

με αβέβαιο σύνολο γλωσσικών μεταβλητών (ULV) $[\dot{S}_{\theta(x)}, \dot{S}_{\varphi(x)}]$.

2.1.2.1 Η μέθοδος VIKOR- CQROULS

Έστω ότι $X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$ είναι ένα σύνολο από m εναλλακτικές λύσεις και $\hat{A} = \{\hat{A}_1, \hat{A}_2, \dots, \hat{A}_m\}$ ένα σύνολο χαρακτήρων σε σχέση με το διάνυσμα βάρους $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^h$, όπου $\sum_j w_j = 1$.

Ο πίνακας αποφάσεων CQROULS είναι ο εξής: $R' = (r_{jk}^L)_{n \times m}$, όπου ένας σύνθετος αβέβαιος γλωσσικός αριθμός ορθό-ζεύγους q αναπαρίσταται ως εξής:

$$r_{jk}^L = ([\dot{S}_{\theta(x)}, \dot{S}_{\varphi(x)}], \left(\mu_{QRP} e^{i2\pi W_{\mu_{QIP}}^L - jk(x)}, \eta_{QRP} e^{i2\pi W_{\eta_{QIP}}^L - jk(x)} \right) \quad (27)$$

Τα κύρια βήματα της προτεινόμενης VIKOR- CQROULS μεθόδου μπορούν να περιγράψουν ως εξής:

- ΒΗΜΑ 1:

Κανονικοποίηση του πίνακα αποφάσεων

Στον πίνακα αποφάσεων, υπάρχουν δύο τύποι γνωρισμάτων: κριτήρια οφέλους (benefit-type criteria), που συμβολίζονται ως B , και κριτήρια κόστους (cost-type criteria), που συμβολίζονται ως C :

$$R_{DM}^L = (r_{jk}^L)_{m \times n} = \left([\dot{S}_{\theta(x)}, \dot{S}_{\varphi(x)}], \left(\mu_{QRP} e^{i2\pi W_{\mu_{QIP}}^L - jk(x)}, \eta_{QRP} e^{i2\pi W_{\eta_{QIP}}^L - jk(x)} \right) \right) \quad (28)$$

$$R_{DM}^L = (r_{jk}^L)_{m \times n} = ([\dot{S}_{\theta(x)}, \dot{S}_{\varphi(x)}], \left(\eta_{QRP} e^{i2\pi W_{\eta_{QIP}}^L - jk(x)}, \mu_{QRP} e^{i2\pi W_{\mu_{QIP}}^L - jk(x)} \right) \quad (29)$$

- ΒΗΜΑ 2:

Υπολογισμός των ιδεατών τιμών x_k^* (θετική) και x_k^- (αρνητική) υπό τις ιδιότητες $\hat{A}_j$:

$$x_k^* = \max_j (r_{jk}^L) \quad (30)$$

$$x_k^- = \min_j (r_{jk}^L) \quad (31)$$

- ΒΗΜΑ 3:

Υπολογισμός των τιμών της ομαδικής χρησιμότητας S_i και S'_i

$$S_i = \frac{\sum_j^J w_j (\|R_j^* - R_{ij}\|)}{(\|R_j^* - R_j^-\|)} \quad (32)$$

$$S'_i = \frac{\max_j w_j (\|R_j^* - R_{ij}\|)}{(\|R_j^* - R_j^-\|)} \quad (33)$$

όπου $\|R_i, R_j\|$ αντιπροσωπεύει την απόσταση μεταξύ δύο CQROULN η οποία ορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} d(R_i, R_j) &= \|R_i - R_j\| \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left| \mu_{Q^{RP-i}}^L q^{SC} - \mu_{Q^{RP-j}}^L q^{SC} \right| + \left| \eta_{Q^{RP-i}}^L q^{SC} - \eta_{Q^{RP-j}}^L q^{SC} \right| \\ &\quad + \left| W_{\mu_{Q^{IP-i}}}^L q^{SC} - W_{\mu_{Q^{IP-j}}}^L q^{SC} \right| + \left| W_{\eta_{Q^{IP-i}}}^L q^{SC} - W_{\eta_{Q^{IP-j}}}^L q^{SC} \right| \times (\dot{S}_{\varphi_j}^L, \dot{S}_{\theta_i}^L) \end{aligned} \quad (34)$$

- ΒΗΜΑ 4:

Υπολογισμός των τιμών Q_i , $i = 1, 2, \dots, m$

$$Q_i = u \frac{S_i - S^*}{S^- - S^*} + (1 - u) \frac{S'_i - R'^*}{S'^- - R'^*} \quad (35)$$

όπου $S^* = \min_i(S_i)$, $S^- = \max_i(S_i)$, $S'^* = \min_i(S'_i)$ και $S'^- = \max_i(S'_i)$. Το σύμβολο u είναι η παράμετρος ισορροπίας η οποία μπορεί να εξισορροπήσει τη συνολική ωφέλεια της ομάδας και τη μεμονωμένη δυσαρέσκεια.

Υπάρχουν τρεις δυνατότητες:

Αν $u > 0,5$ δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στη συνολική ωφέλεια της ομάδας.

Αν $u < 0,5$ δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στη δυσαρέσκεια.

Αν $u = 0,5$ επιτυγχάνεται ισορροπία μεταξύ ομαδικής ωφέλειας και μεμονωμένης δυσαρέσκειας.

- ΒΗΜΑ 5:

Κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων, ταξινομώντας με βάση τις τιμές S , S' και Q κατά αύξουσα σειρά. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι τρεις λίστες κατάταξης.

- ΒΗΜΑ 6:

Ως συμβιβαστική λύση προτείνεται η εναλλακτική X^1 που ικανοποιεί τις ακόλουθες δύο συνθήκες.

- Συνθήκη C1 Αποδεκτό πλεονέκτημα:

$$Q(X^2) - Q(X^1) \geq \frac{1}{m-1}, \quad (36)$$

όπου $Q(X^2)$ είναι η τιμή Q στη δεύτερη θέση όλων των εναλλακτικών επιλογών κατάταξης που προκύπτουν από την τιμή Q και m ο αριθμός εναλλακτικών.

- Συνθήκη C2 (Ευστάθεια):

Η εναλλακτική X^1 βρίσκεται στην πρώτη θέση όλων των εναλλακτικών λύσεων που προκύπτουν από τις τιμές των S ή S' (Ali1, 2020).

2.1.3 Επέκταση της μεθόδου VIKOR ενσωματώνοντας τη θεωρία Dempster-Shafer

Η θεωρία Dempster-Shafer (θεωρία D-S) χρησιμοποιείται με περισσότερη ευελιξία στη μοντελοποίηση αβεβαιότητας, στη λήψη αποφάσεων και στη διαχείριση συγκρούσεων λόγω των πλεονεκτημάτων της στο χειρισμό αβέβαιων πληροφοριών. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται για την επιλογή προμηθευτών σε συστήματα εφοδιαστικής αλυσίδας.

Ορισμός Dempster-Shafer:

Η θεωρία η οποία προϋποθέτει τον ορισμό ενός συνόλου στοιχειωδών υποθέσεων (elementary hypotheses), το οποίο ονομάζεται πλαίσιο διακριτότητας (frame of discernment), και ορίζεται ως:

$$\theta = \{H_1, H_2, \dots, H_N\} \quad (37)$$

όπου θ είναι ένα σύνολο αμοιβαία αποκλειόμενων και συλλογικά εξαντλητικών γεγονότων (collectively exhaustive event). Ως 2^θ συμβολίζεται το δυναμοσύνολο του θ .

2.1.3.1 Η μέθοδος DS-VIKOR

Έστω $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$, σύνολο που περιλαμβάνει m εναλλακτικές λύσεις, n πιθανά κριτήρια $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$, k αποφασίζοντες $E = \{E_1, E_2, \dots, E_k\}$ και το σύνολο των τιμών αξιολόγησης $X = \{x_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n\}$ το οποίο υποδηλώνει την αξιολόγηση για την i -οστη εναλλακτική λύση σύμφωνα με το j -οστο κριτήριο.

• BHMA 1:

Προσδιορισμός των γλωσσικών όρων.

Κατά τη διαδικασία λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια, οι αποφασίζοντες θα αξιολογήσουν όλες τις εναλλακτικές λύσεις με βάση τα διαφορετικά κριτήρια και σύμφωνα με την απόδοσή τους. Επομένως, είναι απαραίτητο να οριστούν τα επίπεδα αξιολόγησης και οι αντίστοιχες τιμές. Στον Πίνακα 2 δίνονται οι γλωσσικοί όροι, η συντομογραφία, η λεκτική κρίση και οι αντίστοιχες τιμές τους.

Σπουδαιότητα	Συντομογραφία	Γλωσσική Αξιολόγηση	Αντίστοιχες τιμές
Very low	VL	Σχεδόν καμία αναγνώριση της απόδοσης	1
Low	L	Χαμηλή αξιολόγηση της επίδοσης	2
Medium low	ML	Χαμηλό και μεσαίο επίπεδο απόδοσης	3
Medium	M	Το επίπεδο της επίδοσης είναι μέτριο	4
Medium high	MH	Ένα μεσαίο και υψηλό επίπεδο απόδοσης	5
High	H	Υψηλή αξιολόγηση της επίδοσης	6

Πίνακας 2:Γλωσσικοί Όροι (Hu, 2018)

- ΒΗΜΑ 2:

Ορισμός της κλίμακας του επιπέδου εμπιστοσύνης.

Κατά τη διαδικασία αξιολόγησης, οι αποφασίζοντες αξιολογούν κάθε εναλλακτική λύση με βάση την εμπειρία και την υποκειμενική τους κρίση. Αυτό μπορεί να οδηγήσει στην εμφάνιση ασάφειας και αβεβαιότητας. Έχει προταθεί μια πιο ευέλικτη μέθοδος για την έκφραση αβεβαιότητας της κρίσης τους. Δίνεται μια κλίμακα $[0,1]$ για να δηλωθεί το επίπεδο εμπιστοσύνης της αξιολόγησης των αποφασιζόντων. Η αριθμητική κλίμακα για την αναπαράσταση των επιπέδων εμπιστοσύνης των αποφασιζόντων δίνεται στον Πίνακα 3. Ο αριθμός 1 δηλώνει πλήρη εμπιστοσύνη στην κρίση τους, ενώ το 0 δεν προσδιορίζει κάποιο επίπεδο εμπιστοσύνης της κρίση τους.

Προσδιορισμός του επιπέδου εμπιστοσύνης	Κλίμακα
Πλήρως πεπεισμένος	1.0
Σχεδόν πεπεισμένος	0.8
Σωστά πεπεισμένος	0.6
Λίγο πεπεισμένος	0.4
Σχεδόν μη πεπεισμένος	0.2
Εντελώς μη πεπεισμένος	0.0
Ενδιάμεσες τιμές μεταξύ δύο γειτονικών επιπέδων	0.9, 0.7, 0.5, 0.3, 0.1

Πίνακας 3: Αναπαράσταση των Επιπέδων Εμπιστοσύνης (Hu, 2018)

- ΒΗΜΑ 3:

Οι αποφασίζοντες παρέχουν την αξιολόγησή τους και το αντίστοιχο επίπεδο εμπιστοσύνης με βάση την απόδοση κάθε εναλλακτικής λύσης και των διαφορετικών κριτηρίων. Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης προσδιορίζονται σύμφωνα με τις τιμές που ορίζονται στον πίνακα του βήματος 1 και το επίπεδο εμπιστοσύνης εκφράζεται από τις τιμές που καθορίζονται στον πίνακα του βήματος 2.

- ΒΗΜΑ 4:

Αξιολόγηση με χρήση συναρτήσεων βασικής πεποίθησης (BPAs – Basic Probability Assignments)

Στο πρώτο βήμα, ορίζονται επτά γλωσσικοί όροι, οι οποίοι παρουσιάζονται στον σχετικό πίνακα. Τα στοιχεία αυτά μπορούν να θεωρηθούν ως πλαίσιο διακριτότητας (frame of discernment) της θεωρία Dempster–Shafer (D–S). Αντίστοιχα, το επίπεδο αξιολόγησης των αποφασιζόντων θεωρείται ως στοιχείο εστίασης (focal element), και το επίπεδο εμπιστοσύνης εκφράζει την πεποίθηση (belief).

Έστω ότι το x_{ij} αντιπροσωπεύει το αποτέλεσμα αξιολόγησης για την i -οστή εναλλακτική λύση βάσει του j -οστού κριτηρίου. Αν υποθετικά τα γλωσσικά επίπεδα αξιολόγησης στο x_{ij} είναι $A, B, \dots$, και τα αντίστοιχα επίπεδα εμπιστοσύνης είναι $a, b, \dots$ τότε η συνάρτηση πεποίθησης (belief assignment – BBA) x_{ij} ορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 m(A) &= a \\
 m(B) &= b \\
 &\vdots \\
 m(\theta) &= 1 - a - b - \dots \quad (38)
 \end{aligned}$$

- ΒΗΜΑ 5:

Υπολογισμός των ελαττωμένων (discounted) συναρτήσεων βασικής πεποίθησης (BPAs), χρησιμοποιώντας τη προτεινόμενη μέθοδο σταθμισμένης έκπτωσης (weighted discounting method).

Στο τελικό στάδιο της διαδικασίας, οι αξιολογήσεις των αποφασιζόντων εκφράζονται με τη μορφή βασικών συναρτήσεων πεποίθησης (Basic Probability Assignments – BPAs). Προκειμένου να μειωθεί το επίπεδο αβεβαιότητας που εμπεριέχεται στις BPAs, εφαρμόζεται η προτεινόμενη μέθοδος σταθμισμένης προεξόφλησης (weighted discounting method).

Αρχικά, η εντροπία Deng και η μέγιστη εντροπία Deng ορίζονται από τους παρακάτω τύπους:

$$E = - \sum_i m(F_i) \log \frac{m(F_i)}{2^{|F_i|} - 1} \quad (39)$$

όπου F_i είναι μία πρόταση στη συνάρτηση μάζας m (is a proposition in mass function m) και $|F_i|$ είναι το πλήθος των στοιχείων του συνόλου F_i .

$$E_{max} = - \sum_i m(F_i) \log \frac{m(F_i)}{2^{|F_i|} - 1} \quad (40)$$

εάν και μόνο εάν $m(F_i) = \frac{2^{|F_i|} - 1}{\sum_i 2^{|F_i|} - 1}$.

Στη συνέχεια, το βάρος της BPA μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$w_i(BPA) = 1 - \frac{E(BPA_i)}{E_{max}(BPA_i)} \quad (41)$$

όπου E είναι ο «βαθμός» της εντροπίας Deng για μια συγκεκριμένη BPA.

Τέλος, για τον υπολογισμό των σταθμισμένων μειωμένων συναρτήσεων βασικής πεποίθησης (weighted discounting BPAs) χρησιμοποιείται η σχέση:

$$m_i^w(A) = w_i(BPA) \times m_i^w(A)$$

$$m_i^w(\theta) = (1 - w_i(BPA)) + w_i(BPA) \times m_i(\theta) \quad (42)$$

όπου θ είναι το καθολικό σύνολο της συνάρτησης μάζας.

- ΒΗΜΑ 6:

Συλλογή των εκτιμήσεων των αποφασιζόντων χρησιμοποιώντας τον συνδυαστικό κανόνα.

Συνήθως, υπάρχουν πολλοί αποφασίζοντες στην ομάδα και αξιολογούν κάθε εναλλακτική λύση με διαφορετικά κριτήρια. Όσον αφορά την ίδια εναλλακτική λύση για το ίδιο κριτήριο, η αξιολόγηση για περαιτέρω λήψη αποφάσεων γίνεται με βάση τον συνδυαστικό κανόνα και ως εξής:

$$m_i(BPA) = \bigoplus_{i=1}^R (m_i^w(BPA)) \quad (43)$$

όπου $\oplus$ είναι ο συνδυαστικός τελεστής (combination operator) και R είναι ο αριθμός των αποδεικτικών στοιχείων.

- ΒΗΜΑ 7:

Καθορίζονται τα βάρη των κριτηρίων βάσει της προτεινόμενης μεθοδολογίας προσδιορισμού βαρών με χρήση της εντροπίας Deng.

Πίνακας αποφάσεων :

$$\begin{array}{c}
 \\
 \\
 A_1 \\
 A_2 \\
 \vdots \\
 A_1, A_2 \\
 \vdots \\
 A_1, A_2, \dots, A_m
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 C_1 \quad C_2 \quad \dots \quad C_n \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 m_1(\{A_1\}) & m_2(\{A_1\}) & \dots & m_n(\{A_1\}) \\
 m_1(\{A_2\}) & m_2(\{A_2\}) & \dots & m_n(\{A_2\}) \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 m_1(\{A_m\}) & m_2(\{A_m\}) & \dots & m_n(\{A_m\}) \\
 m_1(\{A_1, A_2\}) & m_2(\{A_1, A_2\}) & \dots & m_n(\{A_1, A_2\}) \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 m_1(\{A_1, A_2, \dots, A_m\}) & m_2(\{A_1, A_2, \dots, A_m\}) & \dots & m_n(\{A_1, A_2, \dots, A_m\})
 \end{array} \right]
 \end{array} \quad (44)$$

όπου κάθε BPA μπορεί να θεωρηθεί ως ο βαθμός συνεισφοράς όλων των εναλλακτικών λύσεων για το j-οστό κριτήριο.

Το ποσό του βαθμού συνεισφοράς όλων των εναλλακτικών λύσεων για το κριτήριο C_j ορίζεται ως εξής:

$$BPA_j = \{m_j(\{A_1\}), m_j(\{A_1\}), \dots, m_j(\{A_m\}), m_j(\{A_1, A_2\}), \dots, m_j(\{A_1, A_2, \dots, A_m\})\} \quad (45)$$

Στη συνέχεια, η εντροπία Deng εφαρμόζεται για τον υπολογισμό της αβεβαιότητας του j-οστού κριτηρίου:

$$E_j = - \sum_i m(F_i) \log \frac{m(F_i)}{2^{|F_i|} - 1} \quad (46)$$

Η προκύπτουσα εντροπία Deng E_j πρέπει να κανονικοποιηθεί ώστε να μπορεί να ικανοποιεί τον περιορισμό $0 \leq E_j \leq 1$.

Το D_j αντιπροσωπεύει τη συνέπεια κάθε εναλλακτικής λύσης για το j-οστό κριτήριο και ορίζεται ως εξής:

$$D_j = 1 - E_j \quad (47)$$

Η βαρύτητα του j-οστού κριτηρίου ορίζεται ως εξής:

$$w_j = \frac{D_j}{\sum_{j=1}^n D_j} \quad (48)$$

- ΒΗΜΑ 8:

Καθορισμός του πίνακα απόφασης $F = (f_{ij})_{m \times n}$

Στο βήμα 6, έχουν προκύψει οι συγκεντρωτικές BPA για κάθε εναλλακτική λύση σύμφωνα με κάθε κριτήριο. Για τον προσδιορισμό του πίνακα απόφασης, χρησιμοποιείται η συνάρτηση πιθανοφάνειας BetP για τη μετατροπή των BPA σε κατανομή πιθανοτήτων μέσω της σχέσης:

$$BetP_m(w) = \sum_{A \subseteq \theta, w \in A} \frac{1}{|A|} \frac{m(A)}{1 - m(\emptyset)}, m(\emptyset) \neq 1 \quad (49)$$

όπου $|A|$ είναι το πλήθος του υποσυνόλου A και w είναι μία πρόταση-υποσύνολο μέσα στο A .

Στη συνέχεια, ορίζεται μια συνολική συνάρτηση για την ενσωμάτωση κάθε κατανομής πιθανότητας σε μια αριθμητική τιμή. Έστω ότι η σημαντικότητα σε γλωσσικούς όρους είναι $I_1, I_2, \dots, I_n$ και οι αντίστοιχες αριθμητικές τιμές είναι $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$. Η κατανομή πιθανότητας $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)^T$ ορίζεται ως εξής:

$$F(I_1, I_2, \dots, I_n) = PW = p_1 w_1 + p_2 w_2 + \dots + p_n w_n \quad (50)$$

όπου P είναι η κατανομή πιθανότητας που προκύπτει από την BetP.

Με την παραπάνω εξίσωση υπολογίζεται ο πίνακας απόφασης $F = (f_{ij})_{m \times n}$.

- ΒΗΜΑ 9:

Λήψη αποτελεσμάτων κατάταξης με τη μέθοδο VIKOR βάση του πίνακα αποφάσεων $F = (f_{ij})_{m \times n}$.

Με βάση των πίνακα αποφάσεων στο βήμα 8 προσδιορίζετε η καλύτερη f_i^* και η χειρότερη f_i^- τιμή για όλα τα κριτήρια.

$$f_i^* = \max_j (f_{ij}), f_i^- = \min_j (f_{ij}) \text{ το } i - \text{οστό κριτήριο δηλώνει όφελος} \quad (51)$$

$$f_i^* = \min_j (f_{ij}), f_i^- = \max_j (f_{ij}) \text{ το } i - \text{οστό κριτήριο δηλώνει κόστος} \quad (52)$$

Ακολούθως, υπολογίζονται οι τιμές S_j, R_j και Q_j

$$S_j = \sum_{i=1}^n w_i \frac{(f_i^* - f_{ij})}{(f_i^* - f_i^-)} \quad (53)$$

$$R_j = \max \left[w_i \frac{(f_i^* - f_{ij})}{(f_i^* - f_i^-)} \right] \quad (54)$$

όπου w_i αντιπροσωπεύει το βάρος του i -οστού κριτηρίου.

$$Q_i = u \frac{S_j - S^*}{S^- - S^*} + (1 - u) \frac{R_j - R^*}{S^- - R^*} \quad (55)$$

όπου $S^* = \min_j(S_j)$, $S^- = \max_j(S_j)$, $R^* = \min_j(R_j)$ και $R^- = \max_j(R_j)$. Το σύμβολο u είναι η παράμετρος ισορροπίας η οποία μπορεί να εξισορροπήσει τη συνολική ωφέλεια της ομάδας και τη μεμονωμένα δυσανεμία.

Κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων, ταξινομώντας με βάση τις τιμές S , R και Q κατά αύξουσα σειρά. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι τρεις λίστες κατάταξης.

Ως συμβιβαστική λύση προτείνετε η εναλλακτική λύση $A^{(1)}$ η οποία λαμβάνει την ελάχιστη τιμή κατά Q εφόσον πληρούνται οι ακόλουθες δύο συνθήκες:

- Συνθήκη C1 Αποδεκτό πλεονέκτημα:

$$Q(A^{(2)}) - Q(A^{(1)}) \geq DQ \quad (56),$$

όπου $A^{(2)}$ είναι η εναλλακτική με τη δεύτερη θέση στον κατάλογο κατάταξης κατά Q και $DQ=1/(n-1)$.

- Συνθήκη C2 (Ευστάθεια):

Αν η εναλλακτική λύση $A^{(1)}$ είναι η καλύτερη στην κατάταξη των S και R , τότε είναι η βέλτιστη επιλογή στη διαδικασία λήψης αποφάσεων.

Εάν δεν ικανοποιείται μία από τις δύο προϋποθέσεις, τότε οι συμβιβαστικές λύσεις προκύπτουν ως εξής:

- Οι εναλλακτικές λύσεις $A^{(1)}$ και $A^{(2)}$ μπορούν να θεωρηθούν ως συμβιβαστική λύση εάν δεν ικανοποιείται μόνο η συνθήκη 2, ή
- Οι συμβιβαστικές λύσεις είναι οι εναλλακτικές λύσεις $A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(N)}$ αν δεν ικανοποιείται η συνθήκη 1, και η $A^{(N)}$ καθορίζεται από τη σχέση $Q(A^{(N)}) - Q(A^{(1)}) < DQ$ για μέγιστο N . (Hu, 2018).

2.2 Ενσωμάτωση της VIKOR με άλλες μεθόδους πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων

Η ενσωμάτωση της μεθόδου VIKOR με άλλες τεχνικές πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων οδηγεί στη διαμόρφωση υβριδικών προσεγγίσεων, οι οποίες ενισχύουν τη διαδικασία λήψης αποφάσεων σε σύνθετα και απαιτητικά περιβάλλοντα. Συνδυάζοντας την μέθοδο VIKOR με άλλες μεθόδους όπως η TOPSIS και η AHP, οι υβριδικές προσεγγίσεις αξιοποιούν τα πλεονεκτήματα κάθε τεχνικής, με στόχο τη βελτιστοποίηση τόσο της στάθμησης των κριτηρίων όσο και της κατάταξης των εναλλακτικών λύσεων.

Για παράδειγμα, η υβριδική προσέγγιση AHP–VIKOR (Analytic Hierarchy Process – VIKOR) αξιοποιεί τις συγκρίσεις ανά ζεύγη της μεθόδου AHP για την εξαγωγή αξιόπιστων υποκειμενικών βαρών

για τα κριτήρια. Τα βάρη αυτά ενσωματώνονται στη μέθοδο VIKOR, η οποία κατατάσσει τις εναλλακτικές λύσεις με βάση την εγγύτητά τους προς τη συμβιβαστική λύση. Αντίστοιχα, ο συνδυασμός των μεθόδων VIKOR–TOPSIS ενσωματώνει την έννοια της συμβιβαστικής λύσης της VIKOR με τον μηχανισμό αξιολόγησης βάσει απόστασης της TOPSIS, οδηγώντας σε μια πιο ισορροπημένη και σταθερή τελική κατάταξη.

Οι υβριδικές αυτές προσεγγίσεις ενισχύουν την αποτελεσματικότητα της μεθοδολογίας, προσφέρουν αποτελεσματικότερη διαχείριση της αβεβαιότητας και οδηγούν σε πιο αξιόπιστα και εφαρμόσιμα αποτελέσματα, ιδίως σε πραγματικά περιβάλλοντα λήψης αποφάσεων, όπως η διαχείριση εφοδιαστικής αλυσίδας, η περιβαλλοντική αξιολόγηση και η επιλογή επενδυτικών χαρτοφυλακίων.

2.2.1 Ενσωμάτωση VIKOR-TOPSIS

Τα δεδομένα εισαγωγής είναι:

1. Ως V θεωρείτε ένα σύνολο με m εναλλακτικές λύσεις $V = \{V_1, V_2, \dots, V_m\}$.
2. Ως C θεωρείτε ένα σύνολο με n κριτήρια $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$. Ένα κριτήριο C_i από το σύνολο C υπολογίζεται χρησιμοποιώντας μια μονάδα μέτρησης και μπορεί να είναι κριτήριο μέγιστου (όφελος) ή ελάχιστου (κόστος). Για κάθε κριτήριο μπορεί να συσχετιστεί ένα βάρος. Το n -διάστατο διάνυσμα των βαρών συμβολίζεται ως εξής $w = (w_j)$. Τα βάρη έχουν συνήθως μια αριθμητική τιμή στο εύρος $(0,1)$ και $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ (κανονικοποιημένα βάρη). Το βάρος w_j δείχνει τη σχετική σημασία του κριτηρίου j .
3. Ως E θεωρείτε ο πίνακας αξιολόγησης $E = (e_{ij}), i = 1, 2, \dots, m$ και $j = 1, 2, \dots, n$.
4. e_{ij} είναι πραγματικοί αριθμοί και υποδηλώνουν την αξιολόγηση της i -οστής εναλλακτικής λύσης για το j -στό κριτήριο.
5. $v \in [0,1]$ (μόνο στη μέθοδο VIKOR) είναι μια παράμετρος που δείχνει τη στρατηγική λήψης αποφάσεων μεταξύ της υποκειμενικής συμμετοχής των αποφασιζόντων και της αντικειμενικής αξιολόγησης. Η περίπτωση $v > 0,5$ καλείται «Ψηφοφορία με κανόνα πλειοψηφίας». Η περίπτωση $v = 0,5$ ονομάζεται «με συναίνεση» και η περίπτωση $v < 0,5$ ονομάζεται «με βέτο».

2.2.1.1 Ο αλγόριθμος της συνδυαστικής μεθόδου VIKOR-TOPSIS

- ΒΗΜΑ 1:

Κανονικοποίηση για τη μέθοδο VIKOR

Υπολογίζονται οι ακόλουθοι δείκτες:

$$e_i^{max} = \begin{cases} \max_i e_{ij} & \text{αν } C_j \text{ είναι κριτήριο } \max \\ \min_i e_{ij} & \text{αν } C_j \text{ είναι κριτήριο } \min \end{cases} \quad (57)$$

$$e_i^{min} = \begin{cases} \min_i e_{ij} \text{ αν } C_j \text{ είναι κριτήριο } max \\ \max_i e_{ij} \text{ αν } C_j \text{ είναι κριτήριο } min \end{cases} \quad (58)$$

Ο σταθμισμένος κανονικοποιημένος πίνακας $\bar{E}^V = \bar{e}_{ij}^V$, υπολογίζεται ως εξής :

$$\bar{e}_{ij}^V = \frac{w_j(e_j^{max} - e_{ij})}{e_j^{max} - e_j^{min}}, i = 1, 2, \dots, m \text{ και } j = 1, 2, \dots, n \quad (59)$$

Κανονικοποίηση τη μεθόδου TOPSIS.

Ο σταθμισμένος κανονικοποιημένος πίνακας $\bar{E} = (\bar{e}_{ij})$, λαμβάνεται με βάση την κανονικοποίηση των παρακάτω διανυσμάτων:

$$\bar{e}_{ij} = \frac{e_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^m (e_{kj})^2}} \text{ για κριτήριο } max \quad (60)$$

$$\bar{e}_{ij} = 1 - \frac{e_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^m (e_{kj})^2}} \text{ για κριτήριο } min \quad (61)$$

Στη συνέχεια, οι πίνακες του σταθμισμένου κανονικοποιημένου πίνακα $\bar{E}^T = \bar{e}_{ij}^T$, υπολογίζονται ως εξής:

$$\bar{e}_{ij}^T = w_i * \bar{e}_{ij}, i = 1, 2, \dots, m \text{ και } j = 1, 2, \dots, n \quad (62)$$

- ΒΗΜΑ 2:

Υπολογισμός των αποστάσεων.

Για τη μέθοδο VIKOR τα διανύσματα $Q = (q_i)$ και $R = (r_i)$ υπολογίζονται ως εξής :

$$q_i = \sum_{j=1}^n [\bar{e}_{ij}^T], i = 1, 2, \dots, m \quad (63)$$

$$r_i = \max_{1 \leq j \leq n} \{\bar{e}_{ij}^T\}, i = 1, 2, \dots, m \quad (64)$$

όπου, q_i αντιπροσωπεύει το συνολικό όφελος της ομάδας και r_i την δυσαρέσκεια της i -οστής εναλλακτικής λύσης.

Η μέθοδος TOPSIS χρησιμοποιεί τις παρακάτω ευκλείδειες αποστάσεις:

Η θετική ιδανική και η αρνητική ιδανική λύση $A^+ = (a_i^+)$ και $A^- = (a_i^-)$, $i = 1, 2, \dots, m$ υπολογίζονται ως εξής :

$$a_j^+ = \begin{cases} \max_i \bar{e}_{ij}^T \text{ αν } C_j \text{ είναι ένα κριτήριο } max \\ \min_i \bar{e}_{ij}^T \text{ αν } C_j \text{ είναι ένα κριτήριο } min \end{cases}, j = 1, 2, \dots, n \quad (65)$$

$$a_j^- = \begin{cases} \min_i \overline{e_{ij}^T} & \text{αν } C_j \text{ είναι ένα κριτήριο } \max \\ \max_i \overline{e_{ij}^T} & \text{αν } C_j \text{ είναι ένα κριτήριο } \min \end{cases}, j = 1, 2, \dots, n \quad (66)$$

Για κάθε $i = 1, 2, \dots, m$, υπολογίζονται οι αποστάσεις από τις θετικές και αρνητικές ιδανικές λύσεις $D^+ = (d_i^+)$ και $D^- = (d_i^-)$:

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n |\overline{e_{ij}^T} - a_j^+|^2} \quad (67)$$

$$d_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n |\overline{e_{ij}^T} - a_j^-|^2} \quad (68)$$

- ΒΗΜΑ 3:

Κατάταξη

Στη μέθοδο VIKOR υπολογίζονται οι ακόλουθοι δείκτες:

$$q^{min} = \min_i q_i ; q^{max} = \max_i q_i ; i = 1, 2, \dots, m \quad (69)$$

$$r^{min} = \min_i r_i ; r^{max} = \max_i r_i ; i = 1, 2, \dots, m \quad (70)$$

Τα στοιχεία του διανύσματος $S^V = (s_i^V)$ υπολογίζονται ως εξής :

$$s_i^V = u \frac{q_i - q^{min}}{q^{max} - q^{min}} + (1 - u) \frac{r_i - r^{min}}{r^{max} - r^{min}} \quad (71)$$

Η επιλογή της παραμέτρου $u \in [0, 1]$ εκφράζει την ισορροπία μεταξύ του συνολικού οφέλους και της μέγιστης δυσαρέσκειας. Μεγαλύτερες τιμές του u δίνουν έμφαση στο όφελος, ενώ μικρότερες τιμές του u δίνουν έμφαση στη δυσαρέσκεια.

Κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων, ταξινομώντας με βάση τις τιμές S , R και Q κατά αύξουσα σειρά. Έστω α, β, γ είναι μεταθέσεις του συνόλου $\{1, 2, \dots, m\}$ τέτοιες ώστε:

$$s_{\alpha(1)}^V \leq s_{\alpha(2)}^V \leq \dots \leq s_{\alpha(m)}^V \quad (72)$$

$$q_{\beta(1)}^V \leq q_{\beta(2)}^V \leq \dots \leq q_{\beta(m)}^V \quad (73)$$

$$r_{\gamma(1)}^V \leq r_{\gamma(2)}^V \leq \dots \leq r_{\gamma(m)}^V \quad (74)$$

Η εναλλακτική $\alpha(1)$ είναι η καλύτερη κατάταξη (αντιστοιχεί στην ελάχιστη τιμή των εγγραφών του διανύσματος S^V) στη μέθοδο VIKOR εάν πληρούνται οι ακόλουθες δύο συνθήκες:

- Συνθήκη C1 Αποδεκτό πλεονέκτημα:

$$s_{a(2)}^V - s_{a(1)}^V \geq \frac{1}{m-1} \quad (75)$$

όπου η εναλλακτική $a(2)$ είναι η εναλλακτική λύση με τη δεύτερη καλύτερη κατάταξη στους πίνακες του διανυσματικού πίνακα κατάταξης S^V .

- Συνθήκη C2 Ευστάθεια στη λήψη αποφάσεων (stability in decision making):

Η εναλλακτική $a(1)$ πρέπει να είναι επίσης η καλύτερη σε κατάταξη στους πίνακες του διανύσματος Q ή R , δηλαδή $a(1) = \beta(1)$ ή $a(1) = \gamma(1)$.

Εάν μία από τις παραπάνω προϋποθέσεις δεν ικανοποιείται, τότε προτείνεται ένα σύνολο συμβιβαστικών λύσεων:

- Οι εναλλακτικές λύσεις $a(1)$ και $a(2)$ είναι οι καλύτερες εάν δεν ικανοποιείται μόνο η συνθήκη C2.

- Οι εναλλακτικές λύσεις $a(1), a(2), \dots, a(k)$ είναι οι καλύτερες, εάν δεν ικανοποιείται η συνθήκη C1, και

$$s_{a(i)}^V - s_{a(1)}^V \leq \frac{1}{m-1}, \text{ για κάθε } i = 1, 2, \dots, m \quad (76) \text{ και}$$

$$s_{a(k+1)}^V - s_{a(1)}^V > \frac{1}{m-1} \quad (77)$$

Για τη μέθοδο TOPSIS η σχετική εγγύτητα προς στις ιδανικές λύσεις υπολογίζεται με το παρακάτω διάνυσμα $S^T = (s_i^T)$ ως εξής:

$$s_i^T = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}; i = 1, 2, \dots, m \quad (78)$$

Η καλύτερη εναλλακτική λύση k είναι η εναλλακτική λύση για την οποία $s_k^T = \max_i s_i^T$.

Για την κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων, οι πίνακες του διανύσματος S^T ταξινομούνται κατά φθίνουσα σειρά.

- ΒΗΜΑ 4:

Ο δείκτης μιας εναλλακτικής λύσης της συνδυαστικής μεθόδου VIKOR-TOPSIS υπολογίζεται ως εξής:

$$s_{max}^V = \max_i s_i^V; s_{max}^V = \min_i s_i^V \quad (79)$$

$$s_{max}^T = \max_i s_i^T; s_{max}^T = \min_i s_i^T \quad (80)$$

$$c_i^V = (s_{max}^V - s_i^V) / (s_{max}^V - s_{min}^V) \quad (81)$$

$$c_i^T = (s_{max}^T - s_i^T) / (s_{max}^T - s_{min}^T) \quad (82)$$

Οι πίνακες του διανύσματος της συνδυαστικής μεθόδου VIKOR-TOPSIS $S^C = (s_i^C)$ είναι:

$$s_i^C = c_i^V + c_i^T, i = 1, 2, \dots, m \quad (83)$$

Ο βαθμός της καλύτερης εναλλακτικής λύσης k είναι:

$$s_k^C = \max_i s_i^C \quad (84)$$

Οι εναλλακτικές λύσεις του διανύσματος $S^C = (s_i^C)$ ταξινομούνται κατά φθίνουσα σειρά (Constanta Zoie Radulescu, 2022).

2.2.2 Προσέγγιση AHP-VIKOR

Για να υλοποιηθεί ο συνδυασμός των μεθόδων χρειάζονται δύο φάσεις.

Φάση 1: Υπολογισμός της βαρύτητας κάθε δείκτη αξιολόγησης μέσω AHP

- ΒΗΜΑ 1:

Κατασκευή μιας ιεραρχίας.

- ΒΗΜΑ 2:

Καθορισμός προτεραιότητας.

Μια θεμελιώδης κλίμακα αξιών, π.χ αυτές που παρουσιάζονται στον Πίνακα 4, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απλούστευση της αναπαράστασης του βαθμού των προτιμήσεων.

Κλίμακα AHP		
Αριθμητική αξιολόγηση	Ορισμός	Επεξήγηση
1	Με ίση προτίμηση	Δύο δραστηριότητες συμβάλλουν εξίσου στον στόχο
3	Μέτρια προτίμηση	Η εμπειρία και η κρίση ευνοούν ελαφρώς το ένα έναντι του άλλου
5	Προτιμάται ιδιαίτερα	Η εμπειρία και η κρίση ευνοούν έντονα τον ένα έναντι του άλλου
7	Πολύ έντονα προτιμώμενη	Μια δραστηριότητα ευνοείται έντονα και η κυριαρχία της αποδεικνύεται στην πράξη
9	Απόλυτα προτιμώμενη	Η σπουδαιότητα του ενός έναντι του άλλου επιβεβαιώνεται με την υψηλότερη δυνατή σειρά κατάταξης
2,4,6 και 8	Ενδιάμεσες τιμές	Χρησιμοποιείται για να αντιπροσωπεύει συμβιβασμό μεταξύ των προτεραιοτήτων που αναφέρονται παραπάνω
$\frac{1}{a_{ij}}$	Μια τιμή που αποδίδεται όταν η δραστηριότητα i συγκρίνεται με τη δραστηριότητα j και γίνεται η αντίστροφη όταν η j συγκρίνεται με την i.	

Πίνακας 4: Κλίμακα AHP (Tian, Zhou, Zhang, & Jia, 2016)

- ΒΗΜΑ 3:

Διαμόρφωση του πίνακα αξιολόγησης

Για την διαμόρφωση του πίνακα χρησιμοποιούνται οι τιμές ανά ζεύγη και ένας πίνακας αξιολόγησης A k-τάξης στον οποίο κάθε στοιχείο $a_{ij}, i, j \in \{1, 2, \dots, k\}$, εκφράζει την ατομική προτίμηση του αποφασίζοντα όσον αφορά την εναλλακτική A_i σε σύγκριση με την εναλλακτική A_j , όπως φαίνεται παρακάτω:

$$A = [a_{ij}], i, j \in \{1, 2, \dots, k\} \quad (85)$$

$$a_{ii} = 1, a_{ij} > 0, a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}}, \quad i, j \in \{1, 2, \dots, k\} \quad (86)$$

Επιπρόσθετα, ο τυχαίος δείκτης συνέπειας (Random Consistency Index – RI) που δίνεται στον Πίνακα 5, είναι ο διορθωτικός συντελεστής που εξαλείφει την επίδραση με διαφορετικό «k». Ο έλεγχος συνέπειας μπορεί να πραγματοποιηθεί σε πίνακα με τάξη $k \geq 3$ μέσω των τιμών του δείκτη συνέπειας (CI) και του τυχαίου δείκτη (RI).

ΔΕΙΚΤΗΣ ΤΥΧΑΙΑΣ ΣΥΝΕΠΕΙΑΣ (RI)										
k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0	0.58	0.9	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49

Πίνακας 5: Δείκτης Τυχαίας Συνέπειας (RI) (Tian, Zhou, Zhang, & Jia, 2016).

- ΒΗΜΑ 4:

Προσδιορισμός των βαρών των κριτηρίων

Το διάνυσμα των βαρών $w = (w_1, w_2, \dots, w_k)$ μπορεί να προσδιοριστεί από τον πίνακα συγκρίσεων ανά ζεύγη A, μέσω της μεθόδου των ιδιοδιανυσμάτων:

$$Aw = \lambda_{max} w \quad (87)$$

όπου w είναι το ιδιοδιάνυσμα που αντιστοιχεί στη μέγιστη ιδιοτιμή λ_{max} του πίνακα A.

- ΒΗΜΑ 5:

Έλεγχος συνέπειας

Υπολογισμός του τελικού λόγου συνέπειας (CR – Consistency Ratio),

$$CI = \frac{-1}{k-1} \sum_{k=2}^k \lambda_i = \frac{\lambda_{max} - k}{(k-1)} \quad (89)$$

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (90)$$

όπου CI είναι ο δείκτης συνέπειας και RI είναι ο τυχαίος δείκτης συνέπειας. Όσο μικρότερη είναι η τιμή CI, τόσο υψηλότερος είναι ο βαθμός συνέπειας ενός συγκριτικού πίνακα. Εάν $CR < 0,1$, ο πίνακας σύγκρισης είναι αποδεκτός. Διαφορετικά, ο A είναι μη αποδεκτός. Η επίτευξη συνέπειας στον πίνακα συγκρίσεων απαιτεί την αναθεώρηση και προσαρμογή των κρίσεων έως ότου ο δείκτης λόγου συνέπειας (CR) αποκτήσει τιμή μικρότερη του 0,1.

Συνοπτικά:

Πρώτα μέσα από την AHP σχηματίζεται μία ιεραρχία αποφάσεων και τα βάρη ενός δείκτη αξιολόγησης. Στη συνέχεια, δημιουργείται ένας πίνακας συγκρίσεων ανά ζεύγη, βασισμένος στις αξιολογήσεις του αποφασίζοντος προκειμένου να προσδιοριστούν τα βάρη των κριτηρίων χρησιμοποιώντας την κλίμακα του Πίνακα 5:

ΚΛΙΜΑΚΑ AHP		
Αριθμητική αξιολόγηση	Ορισμός	Επεξήγηση
1	Με ίση προτίμηση	Δύο δραστηριότητες συμβάλλουν εξίσου στον στόχο
3	Μέτρια προτίμηση	Η εμπειρία και η κρίση ευνοούν ελαφρώς το ένα έναντι του άλλου
5	Προτιμάται ιδιαίτερα	Η εμπειρία και η κρίση ευνοούν έντονα τον ένα έναντι του άλλου
7	Πολύ έντονα προτιμώμενη	Μια δραστηριότητα ευνοείται έντονα και η κυριαρχία της αποδεικνύεται στην πράξη
9	Απόλυτα προτιμώμενη	Η σπουδαιότητα του ενός έναντι του άλλου επιβεβαιώνεται με την υψηλότερη δυνατή σειρά κατάταξης
2,4,6 και 8	Ενδιάμεσες τιμές	Χρησιμοποιείται για να αντιπροσωπεύει συμβιβασμό μεταξύ των προτεραιοτήτων που αναφέρονται παραπάνω
$\frac{1}{a_{ij}}$	Μια τιμή που αποδίδεται όταν η δραστηριότητα i συγκρίνεται με τη δραστηριότητα j και γίνεται η αντίστροφη όταν η j συγκρίνεται με την i	

Πίνακας 6:Κλίμακα AHP (Tian, Zhou, Zhang, & Jia, 2016)

Με τον υπολογισμό του αριθμητικού μέσου των τιμών που προκύπτουν από τις επιμέρους αξιολογήσεις, διαμορφώνεται ο τελικός πίνακας αξιολόγησης. Το διάνυσμα βαρών εξάγεται από τον πίνακα συγκρίσεων ανά ζεύγη μέσω του ιδιοδιανύσματος του πίνακα.

Φάση 2: Αξιολόγηση των εναλλακτικών λύσεων σχεδιασμού και καθορισμός της τελικής κατάταξης με τη μέθοδο VIKOR.

- ΒΗΜΑ 1:

Υπολογισμός του κανονικοποιημένου πίνακα αποφάσεων $B = [b_{ij}]$.

Για το γνώρισμα ή τον παράγοντα οφέλους, η κανονικοποιημένη τιμή y_{ij} $i \in \{1, 2, \dots, n\}, j \in \{1, 2, \dots, J\}$ υπολογίζεται ως εξής:

$$b_{ij} = \frac{a_{ij}}{\max_i a_{ij}} \quad (91)$$

Για το γνώρισμα ή τον παράγοντα κόστους, η κανονικοποιημένη τιμή y_{ij} υπολογίζεται ως εξής:

$$b_{ij} = \frac{\min_i a_{ij}}{a_{ij}} \quad (92)$$

- BHMA 2:

Υπολογισμός του κανονικοποιημένου πίνακα απόφασης Z σε συνδυασμό με το διάνυσμα των βαρών

$$Z = \omega^T B \quad (93)$$

- BHMA 3:

Προσδιορισμός της καλύτερης f_i^* και της χειρότερης f_i^- τιμής όλων των συναρτήσεων κριτηρίων $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Εάν η i -οστή συνάρτηση αντιπροσωπεύει όφελος τότε:

$$f_i^* = \max_j z_{ij} \quad (94)$$

$$f_i^- = \min_j z_{ij} \quad (95)$$

- BHMA 4:

Υπολογισμός των τιμών S_j και $R_j, j \in \{1, 2, \dots, J\}$ μέσω των σχέσεων:

$$S_j = \sum_{i=1}^n w_i \frac{(f_i^* - f_{ij})}{(f_i^* - f_i^-)} \quad (96)$$

$$R_i = \max_j \left[w_i \frac{(f_i^* - f_{ij})}{(f_i^* - f_i^-)} \right] \quad (97)$$

όπου w_i είναι το βάρος του κριτηρίου, που εκφράζει τη σχετική σημασία της i -οστής συνάρτησης.

- BHMA 5:

Υπολογισμός των τιμών $Q_i, j \in \{1, 2, \dots, J\}$ από τις παρακάτω σχέσεις :

$$Q_j = v \frac{(S_j - S^*)}{(S^- - S^*)} + (1 - v) \frac{(R_j - R^*)}{(R^- - R^*)} \quad (98)$$

όπου ,

$$S^* = \min_i S_j, \quad S^- = \max_i S_j \quad (99)$$

$$R^* = \min_i R_j, \quad R^- = \max_i R_j \quad (100)$$

και το v εισάγεται ως το βάρος της στρατηγικής της "πλειοψηφίας των κριτηρίων".

- BHMA 6:

Τα κριτήρια αξιολόγησης είναι τα εξής:

- Συνθήκη C1 Αποδεκτό πλεονέκτημα:

$$Q_j'' - Q_j' \geq \frac{1}{j-1}, (101)$$

όπου Q_j'' είναι η δεύτερη καλύτερη εναλλακτική λύση, Q_j' είναι η καλύτερη εναλλακτική λύση και J είναι ο αριθμός των εναλλακτικών λύσεων.

- Συνθήκη C2 Ευστάθεια στη λήψη αποφάσεων:

Μία από τις εναλλακτικές λύσεις πρέπει να είναι επίσης η καλύτερη κατάταξη κατά S_j (ή R_j) στο Q . (Tian, Zhou, Zhang, & Jia, 2016).

Κεφάλαιο 3: Χειρισμός της αβεβαιότητας

Σε πραγματικά προβλήματα λήψης αποφάσεων, τα διαθέσιμα δεδομένα σπάνια είναι πλήρη, ακριβή ή απαλλαγμένα από την υποκειμενικότητα. Οι αξιολογήσεις των εναλλακτικών λύσεων και η στάθμιση των κριτηρίων χαρακτηρίζονται συχνά από ασάφεια, αβεβαιότητα και προσωπικές κρίσεις των αποφασίζοντων. Οι παραδοσιακές μέθοδοι πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων, όπως η μέθοδος VIKOR, συνήθως βασίζονται στην παραδοχή ότι τα δεδομένα είναι πλήρως αξιόπιστα και αντικειμενικά. Ωστόσο, αυτή η υπόθεση σπάνια αντανακλά την πραγματικότητα, ιδιαίτερα σε εφαρμογές που σχετίζονται με την περιβαλλοντική διαχείριση, τον στρατηγικό σχεδιασμό ή τις κοινωνικές επιστήμες, όπου η πολυπλοκότητα των προβλημάτων και η ανθρώπινη κρίση παίζουν σημαντικό ρόλο.

Για την αντιμετώπιση αυτού του περιορισμού, προτείνονται αρκετές τροποποιημένες εκδοχές των μεθόδων πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων που ενσωματώνουν θεωρίες αβεβαιότητας και μαθηματικά πλαίσια, τα οποία στοχεύουν στη διαχείριση ποιοτικών, μερικών ή διφορούμενων πληροφοριών.

Οι κυριότερες μεθοδολογίες περιλαμβάνουν:

- Ασαφή σύνολα (Fuzzy Sets): Βασισμένα στη θεωρία του Zadeh το 1965 (Zadeh, 2004). Τα ασαφή σύνολα επιτρέπουν την ποσοτική αναπαράσταση λεκτικών εκφράσεων όπως «πολύ καλό» ή «μέτριο», αποδίδοντας βαθμό συμμετοχής σε κάθε εναλλακτική. Η ενσωμάτωση της ασαφούς λογικής στη μέθοδο VIKOR οδηγεί στη συνδυαστική μέθοδο Fuzzy VIKOR, η οποία χρησιμοποιεί τους ασαφείς πίνακες απόφασης για να παράγει πιο ευέλικτα αποτελέσματα επιλογής.
- Διαισθητικά ασαφή σύνολα (Intuitionistic Fuzzy Sets – IFS): Αναπτύχθηκαν από τον Atanassov το 1983 (Kahraman N. A., 2023) και επεκτείνουν τη συμβιβαστική ασαφή λογική, ενσωματώνοντας τόσο τον βαθμό συμμετοχής όσο και τον βαθμό αποχής, μαζί με έναν δείκτη δισταγμού. Αυτή η προσέγγιση παρέχει μια πιο ολοκληρωμένη απεικόνιση της αβεβαιότητας και έχει οδηγήσει σε μεθόδους όπως η IFS-VIKOR, οι οποίες είναι ιδιαίτερα χρήσιμες σε περιβάλλοντα λήψης αποφάσεων με έντονη αμφιβολία ή αναποφασιστικότητα.
- Γκρίζα συστήματα (Grey Systems): Η θεωρία των γκρίζων συστημάτων επιτρέπει τη μοντελοποίηση ατελούς αλλά εν μέρει κατανοητής πληροφορίας, η οποία συνήθως εκφράζεται ως αριθμητικά διαστήματα (γκρίζοι αριθμοί). Η Grey VIKOR βασίζεται σε αυτή τη θεωρία για να διαχειρίζεται ελλιπή δεδομένα, χωρίς να απαιτείται πλήρης πιθανολογική ή ασαφής πληροφορία. (Yin, 2013)
- Ακατέργαστα σύνολα (Rough Sets): Η θεωρία των ακατέργαστων συνόλων εστιάζει στη διαχείριση της ατελούς γνώσης χωρίς την ανάγκη προγενέστερης πληροφορίας, όπως οι συναρτήσεις συμμετοχής ή τα βάρη. Στο πλαίσιο πολυκριτηριακών προβλημάτων, συμβάλλει στη μείωση των χαρακτηριστικών (attribute reduction) και στην εξαγωγή κανόνων απόφασης,

ενισχύοντας την ανάλυση συνόλων δεδομένων που ενδέχεται να είναι ασυνεπή ή ελλιπή. (Fernando Chacón-Gómez, 2023)

- Πιθανολογικές προσεγγίσεις (Probabilistic Approaches): Σε περιπτώσεις όπου είναι διαθέσιμα στατιστικά ή εμπειρικά δεδομένα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν πιθανολογικά μοντέλα για την αναπαράσταση της αβεβαιότητας. Η Probabilistic VIKOR ενσωματώνει κατανομές πιθανότητας στη διαδικασία λήψης απόφασης, προσφέροντας ένα στατιστικά θεμελιωμένο πλαίσιο για τη μοντελοποίηση της αβεβαιότητας και τη βελτίωση της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων. (Yuan Yuan Liu, 2022).

Η ενσωμάτωση των παραπάνω θεωρητικών προσεγγίσεων στη μέθοδο VIKOR επιτρέπει την προσαρμογή της σε πιο ρεαλιστικά περιβάλλοντα απόφασης, ενισχύοντας την ικανότητά της να ανταποκρίνεται στην πολυπλοκότητα και την ασάφεια που χαρακτηρίζουν τον πραγματικό κόσμο. Έτσι, προσφέρεται στους αποφασίζοντες μεγαλύτερη διαφάνεια και τεκμηρίωση, απαραίτητα στοιχεία για την έγκυρη και υπεύθυνη λήψη αποφάσεων.

3.1 Μέθοδος VIKOR με ασαφή διστακτική πληροφορία

Έστω ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής ανάλυσης που περιλαμβάνει ασαφή διστακτική πληροφορία, το οποίο αφορά ένα διακριτό σύνολο από I εναλλακτικές λύσεις $I, A = \{A_1, A_2, \dots, A_I\}$. Έστω ότι $C = \{C_1, C_2, \dots, C_J\}$ είναι το σύνολο όλων των κριτηρίων.

Ο ασαφής διστακτικός πίνακας αποφάσεων ορίζεται ως εξής:

	C_1	C_2	...	C_n
A_1	h_{11}	h_{12}	...	h_{1n}
A_2	h_{21}	h_{22}	...	h_{2n}
...	...	...	...	...
A_m	h_{m1}	h_{m2}	...	h_{mn}

Πίνακας 7: Πίνακας Απόφασης

όπου $A_1, A_2, \dots, A_m$ είναι οι δυνατές εναλλακτικές λύσεις μεταξύ το οποίων οι αποφασίζοντες καλούνται να επιλέξουν, $C_1, C_2, \dots, C_n$ είναι τα κριτήρια με βάση τα οποία αξιολογείται η απόδοση των εναλλακτικών και η τιμή h_{ij} αντιπροσωπεύει τη βαθμολογία της εναλλακτικής A_i ως προς το κριτήριο C_j , η οποία δεν είναι γνωστή με ακρίβεια. Είναι διαθέσιμη μόνο η εκτιμώμενη έκφρασή της ως:

$$h_{ij} = (h_{E(x)})_{ij} \text{ και } \omega_j \text{ είναι τα βάρη των κριτηρίων } C_j$$

Το διστακτικό ασαφές σύνολο C_j της i -οστής εναλλακτικής στο C δίνεται από τη σχέση:

$$C_j = \{ \langle A_i, h_{C_j}(A_i) \rangle \mid A_i \in A \} \quad (102),$$

όπου $h_{C_j}(A_i) = \{ \gamma \mid \gamma \in h_{C_j}(A_i), 0 \leq \gamma \leq 1, i = 1, 2, \dots, I, j = 1, 2, \dots, J \}$.

Η έκφραση $h_{C_j}(A_i)$ υποδηλώνει τους πιθανούς βαθμούς συμμετοχής της i -οστής εναλλακτικής A_i ως προς το j -οστό κριτήριο C_j , οι οποίοι αναπαρίστανται από ένα σύνολο πιθανών τιμών και μπορούν να εκφραστούν συνοπτικά ως ένα διστακτικό ασαφές στοιχείο (Hesitant Fuzzy Element – HFE) h_{ij} .

Ο διστακτικός ασαφής πίνακας απόφασης H γράφεται ως εξής:

$$H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1J} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2J} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{I1} & h_{I2} & & h_{IJ} \end{pmatrix} \quad (103)$$

Τα βάρη ω_j (για $j = 1, 2, \dots, J$) αντιπροσωπεύουν τους σχετικούς βαθμούς σημασίας, με:

$$0 \leq \omega_j \leq 1, j = 1, 2, \dots, J, \text{ και } \sum_j \omega_j = 1 \quad (104)$$

3.1.1 Αλγόριθμος Hesitant fuzzy multi-criteria -VIKOR

- BHMA 1:

Υπολογισμός της συνάρτησης βαθμολόγησης (score function) και της συνάρτησης διασποράς (variance function) για τις τιμές αξιολόγησης των εξεταζόμενων εναλλακτικών ως προς τα διάφορα κριτήρια, με βάση τη μορφή διστακτικών ασαφών στοιχείων (HFEs – Hesitant Fuzzy Elements):

$$A^* = \{h_1^*, \dots, h_n^*\} \quad (105)$$

όπου $h_j^* = \bigcup_{i=1}^m h_{ij} = \bigcup_{\gamma_{1j} \in h_{1j}, \dots, \gamma_{mj} \in h_{mj}} \max\{\gamma_{1j}, \dots, \gamma_{mj}\}$ για $j = 1, 2, \dots, n$

$$A^- = \{h_1^-, \dots, h_n^-\} \quad (106)$$

όπου $h_j^- = \bigcap_{i=1}^m h_{ij} = \bigcup_{\gamma_{1j} \in h_{1j}, \dots, \gamma_{mj} \in h_{mj}} \min\{\gamma_{1j}, \dots, \gamma_{mj}\}$ για $j = 1, 2, \dots, n$

Επιλογή των ιδανικών τιμών:

Καλύτερη και η χειρότερη τιμή της εναλλακτικής A_i ως προς το κριτήριο οφέλους:

$$h_j^* = \max_i h_{ij} \quad (107)$$

$$h_j^- = \min_i h_{ij} \quad (108)$$

Καλύτερη και η χειρότερη τιμή της εναλλακτικής A_i ως προς το κριτήριο κόστους:

$$h_j^* = \min_i h_{ij} \quad (109)$$

$$h_j^- = \max_i h_{ij} \quad (110)$$

- ΒΗΜΑ 2:

Υπολογισμός των τιμών S_i και R_i

$$S_i = \sum_{j=1}^n \omega_j \frac{|h_j^* - h_{ij}|}{|h_j^* - h_j^-|} \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, m \quad (111)$$

$$R_i = \max_j \omega_j \frac{|h_j^* - h_{ij}|}{|h_j^* - h_j^-|} \quad \text{για } i = 1, 2, \dots, m \quad (112)$$

Η τιμή S_i υποδηλώνει τη διστακτική ασαφή ομαδική ωφέλεια, καθώς συνενώνει τις κανονικοποιημένες αποστάσεις μεταξύ των ιδανικών και των πραγματικών τιμών αξιολόγησης όπως αυτές καθορίστηκαν από τους αποφασίζοντες για κάθε κριτήριο. Η τιμή R_i εκφράζει τη διστακτική ασαφή μεμονωμένα δυσαρέσκεια υπολογιζόμενη μέσω των σταθμισμένων, κανονικοποιημένων αποστάσεων Manhattan μεταξύ των ιδανικών και των πραγματικών τιμών αξιολόγησης, όπως προσδιορίστηκαν από τους αποφασίζοντες.

- ΒΗΜΑ 3:

Υπολογισμός των τιμών Q_i :

$$Q_i = u \frac{S_i - S^*}{S^- - S^*} + (1 - u) \frac{R_i - R^*}{R^- - R^*} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (113)$$

όπου,

$$S^* = \min_i S_i \quad S^- = \max_i S_i \quad (114)$$

$$R^* = \min_i R_i \quad R^- = \max_i R_i \quad (115)$$

και το v εισάγεται ως βάρος της στρατηγικής της «πλειοψηφίας των κριτηρίων».

- ΒΗΜΑ 4:

Κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων, ταξινομώντας κατά φθίνουσα σειρά τις τιμές S, R, Q .

Στο Πίνακα 8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που είναι τρεις λίστες κατάταξης.

	A ₁	A ₂	...	A _n	Ranking	Best solution
S	h ₁₁	h ₁₂	...	h _{1n}	Από το μεγαλύτερο στο μικρότερο	Η μικρότερη επιλογή
R	h ₂₁	h ₂₂	...	h _{2n}		
Q	h ₃₁	h ₃₂	...	h _n		

Πίνακα 8: Κατάταξη Αποτελεσμάτων

- ΒΗΜΑ 5:

Επιλογή της συμβιβαστικής λύσης.

Ως συμβιβαστική λύση επιλέγεται η εναλλακτική λύση A'' η οποία κατατάσσεται ως η καλύτερη με βάση το μέτρο Q (ελάχιστο) εάν πληρούνται οι ακόλουθες δύο συνθήκες:

- Συνθήκη C1 Αποδεκτό πλεονέκτημα:

$$Q(A'') - Q(A') \geq DQ \quad (116),$$

όπου A'' είναι η εναλλακτική λύση με την δεύτερη θέση στον κατάλογο κατάταξης κατά Q.

$$DQ = \frac{1}{m-1} \quad (117)$$

όπου m είναι ο αριθμός των εναλλακτικών.

- Συνθήκη C2 Ευστάθεια στη λήψη αποφάσεων:

Η εναλλακτική A_0 πρέπει να είναι καλύτερη στην κατάταξη υπό το S ή/και το R. Αυτή η συμβιβαστική λύση θεωρείται ευσταθής μιας διαδικασίας λήψης αποφάσεων και μπορεί να είναι $u > 0.5$ όταν έχω πλειοψηφία ή $u \approx 0.5$ όταν έχω συναίνεση ή $u < 0.5$ όταν έχω το απόλυτο «veto» και το u χαρακτηρίζει το βάρος την στρατηγικής λήψης αποφάσεων.

Εάν μία από τις προϋποθέσεις δεν ικανοποιείται, τότε προτείνεται ένα σύνολο συμβιβαστικών λύσεων, το οποίο αποτελείται από:

- Εναλλακτικές λύσεις A'' και A' εάν δεν ικανοποιείται μόνο η συνθήκη C2.
- Εναλλακτικές λύσεις $A'', A', \dots, A^{(M)}$ εάν δεν ικανοποιείται η συνθήκη C1 και τότε η $A^{(M)}$ καθορίζεται από την σχέση $Q(A^{(M)}) - Q(A'') < DQ$ για το μέγιστο M.

Η καλύτερη εναλλακτική λύση, με βάση την κατάταξη Q, είναι αυτή με την ελάχιστη τιμή του Q. (Nian Zhang, 2012) (Xu, 2013).

3.2 Εκτεταμένη μέθοδος VIKOR με ασαφή σύνολα διαστήματος τύπου 2

Η ασαφής μέθοδος VIKOR με ασαφή σύνολα διαστήματος τύπου 2 έχει αναπτυχθεί για τον προσδιορισμό της συμβιβαστικής λύσης σε προβλήματα πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων της μορφής:

$$mco_j\{(f_{ij}^{\sim}(A_j), j = 1, 2, \dots, J), i = 1, 2, \dots, n \} \quad (118)$$

όπου

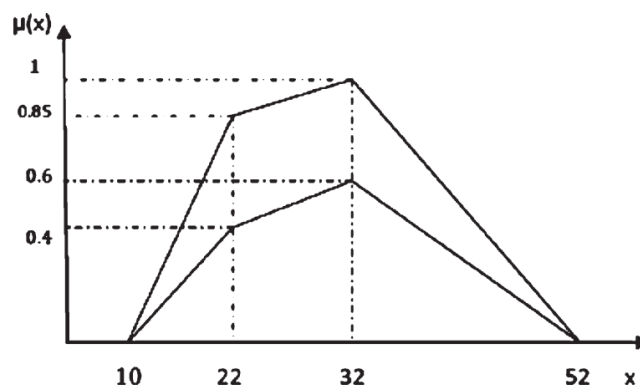
- J είναι ο αριθμός των εναλλακτικών λύσεων.
- A_j είναι η j -στη εναλλακτική λύση για το πρόβλημα.
- $\tilde{f}_{ij}$ είναι η ασαφής τιμή διαστήματος τύπου 2 του i -οστού γνωρίσματος για την j -οστή εναλλακτική λύση
- n είναι ο αριθμός των χαρακτηριστικών
- mco δηλώνει τον τελεστή της διαδικασίας πολυκριτηριακής λήψης απόφασης, που επιλέγει την καλύτερη (συμβιβαστική) εναλλακτική λύση με βάση πολλαπλά κριτήρια. Το σύνολο των κριτηρίων οφέλους συμβολίζεται με I^b ενώ, το σύνολο των κριτηρίων κόστους συμβολίζεται με I^c .

3.2.1 Ο αλγόριθμος του προτεινόμενου VIKOR -IT2FS

- ΒΗΜΑ 1:

Προσδιορισμός των ιδανικών και ελάχιστων τιμών όλων των συναρτήσεων γνωρισμάτων, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο κατάταξης.

Έστω $\tilde{A}_i$ είναι ένα τραπεζοειδές ασαφές σύνολο διαστήματος τύπου δύο όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.



Σχήμα 1: Τραπεζοειδές Ασαφές Σύνολο Διαστήματος Τύπου Δύο (Kahraman İ. Y., 2015).

Η τιμή κατάταξης ορίζεται από τον τύπο:

$$\begin{aligned}
(\tilde{A}_i) &= M_1(\tilde{A}_i^U) + M_1(\tilde{A}_i^L) + M_2(\tilde{A}_i^U) + M_2(\tilde{A}_i^L) + M_3(\tilde{A}_i^U) + M_3(\tilde{A}_i^L) \\
&- \frac{1}{4} \left(\begin{array}{c} S_1(\tilde{A}_i^U) + S_1(\tilde{A}_i^L) + \\ S_2(\tilde{A}_i^U) + S_2(\tilde{A}_i^L) + S_3(\tilde{A}_i^U) + \\ S_3(\tilde{A}_i^L) + S_4(\tilde{A}_i^U) + S_4(\tilde{A}_i^L) \end{array} \right) + H_1(\tilde{A}_i^U) + H_1(\tilde{A}_i^L) + H_2(\tilde{A}_i^U) \\
&+ H_2(\tilde{A}_i^L)
\end{aligned} \tag{119}$$

όπου $M_p(\tilde{A}_i^j)$ συμβολίζει το μέσο όρο των στοιχείων a_{ip}^j και $a_{i(p+1)}^j$, $M_p(\tilde{A}_i^j) = \frac{a_{ip}^j + a_{i(p+1)}^j}{2}$, $1 \leq p \leq 3$, $S_q(\tilde{A}_i^j) = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{k=q}^{q+1} \left(a_{ik}^j - \frac{1}{2} \sum_{k=q}^{q+1} a_{ik}^j \right)^2}$, $1 \leq q \leq 3$. Το $S_4(\tilde{A}_i^j)$ υποδηλώνει την τυπική απόκλιση των στοιχείων $a_{i1}^j, a_{i2}^j, a_{i3}^j, a_{i4}^j$. $S_4(\tilde{A}_i^j) = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 \left(a_{ik}^j - \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 a_{ik}^j \right)^2}$, $H_p(\tilde{A}_i^j)$ δηλώνει τον βαθμό συμμετοχής $a_{i(p+1)}^j$ στην τραπεζοειδή συνάρτηση συμμετοχής $\tilde{A}_i^j$, $1 \leq p \leq 2, j \in \{U, L\}$ και $1 \leq i \leq n$.

Στην παραπάνω σχέση το άθροισμα των $M_1(\tilde{A}_i^U), M_1(\tilde{A}_i^L), M_2(\tilde{A}_i^U), M_2(\tilde{A}_i^L), M_3(\tilde{A}_i^U), M_3(\tilde{A}_i^L)$ και $H_2(\tilde{A}_i^L), H_1(\tilde{A}_i^U), H_1(\tilde{A}_i^L), H_2(\tilde{A}_i^U)$ ονομάζεται βασική βαθμολογία κατάταξης και ο μέσος όρος των $S_1(\tilde{A}_i^L), S_2(\tilde{A}_i^U), S_2(\tilde{A}_i^L), S_3(\tilde{A}_i^U), S_3(\tilde{A}_i^L), S_4(\tilde{A}_i^U)$ και $S_4(\tilde{A}_i^L)$ αφαιρείται από τη βασική βαθμολογία κατάταξης προκειμένου να επιβληθεί ποινή στο διασκορπισμένο ασαφές σύνολο διαστήματος τύπου 2, όπου $1 \leq i \leq n$.

Στην συνέχεια υπολογίζονται οι συναρτήσεις κόστους και οφέλους:

$$\tilde{f}_i = \max_j \tilde{f}_{ij}, \tilde{f}_i^- = \min_j \tilde{f}_{ij}, \text{ for } i \in I^b \tag{120}$$

$$\tilde{f}_i^* = \min_j \tilde{f}_{ij}, \tilde{f}_i^- = \max_j \tilde{f}_{ij}, \text{ for } i \in I^c \tag{121}$$

$$i = 1, 2, \dots, n \cdot j = 1, 2, \dots, J \tag{122}$$

- ΒΗΜΑ 2:

Υπολογισμός $\tilde{S}_j$ και $\tilde{R}_j$ για όλες τις εναλλακτικές λύσεις με τις παρακάτω σχέσεις:

$$\tilde{S}_j = \sum_{i=1}^n \tilde{w}_i \otimes \left[\frac{\rho_{ij}}{\tau_{ij}} \right] j = 1, 2, \dots, J \tag{123}$$

$$\tilde{R}_j = \max_i \tilde{w}_i \otimes \left[\frac{\rho_{ij}}{\tau_{ij}} \right] j = 1, 2, \dots, J \tag{124}$$

όπου $\tilde{w}_i$ είναι το interval type-2 ασαφές βάρος του i-οστού κριτηρίου, ρ_{ij} είναι η αποσαφηνισμένη (defuzzified) τιμή του $(\tilde{f}_i^* - \tilde{f}_{ij})$ και τ_{ij} είναι η αποσαφηνισμένη τιμή του $(\tilde{f}_i^* - \tilde{f}_i^-)$.

- ΒΗΜΑ 3:

Υπολογισμός των τιμών $\tilde{Q}_j$ όλων των εναλλακτικών λύσεων από τη σχέση:

$$\tilde{Q}_j = \tilde{\vartheta} \left[\frac{\theta_j}{\Delta_j} \right] + (1 - \tilde{\vartheta}) \otimes \left[\frac{\gamma_j}{\varphi_j} \right], j = 1, 2, \dots, J \quad (125)$$

όπου $\tilde{S}^* = \min_j \tilde{S}_j, \tilde{S}^- = \max_j \tilde{S}_j, \tilde{R}^* = \min_j \tilde{R}_j$ και $\tilde{R}^- = \max_j \tilde{R}_j$, θ_j είναι η αποσαφηνισμένη τιμή της $(\tilde{S}_j - \tilde{S}^*)$, Δ_j είναι η αποσαφηνισμένη τιμή της $(\tilde{S}^- - \tilde{S}^*)$, γ_j είναι η αποσαφηνισμένη τιμή της $(\tilde{R}_j - \tilde{R}^*)$, φ_j είναι η αποσαφηνισμένη τιμή της $(\tilde{R}^- - \tilde{R}^*)$, $\tilde{\vartheta}$ και $(1 - \tilde{\vartheta})$ είναι τα interval type-2 ασαφή βάρη που χρησιμοποιούνται για τη σταθμισμένη στρατηγική ανάμεσα στις τιμές οφέλους και κόστους.

- ΒΗΜΑ 4:

Εύρεση των εναλλακτικών λύσεων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο κατάταξης της εξίσωσης του βήματος 1.

- ΒΗΜΑ 5:

Κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων, ταξινομώντας κατά φθίνουσα σειρά τις τιμές $\tilde{S}, \tilde{R}$ και $\tilde{Q}$.

- ΒΗΜΑ 6:

Προτείνεται ως συμβιβαστική λύση η καλύτερη σε κατάταξη εναλλακτική λύση $A^{(1)}$ σύμφωνα με το μέτρο $\tilde{Q}$, εφόσον ικανοποιούνται οι ακόλουθες δύο συνθήκες:

- Συνθήκη C1 Αποδεκτό πλεονέκτημα:

$$Adv. \geq DQ \quad (126)$$

όπου,

$$Adv. = [Q(A^{(2)}) - Q(A^{(1)})], DQ = \frac{1}{J-1} \quad (127)$$

- Συνθήκη C2 Ευστάθεια στη λήψη αποφάσεων:

Η εναλλακτική $A^{(1)}$ πρέπει επίσης να είναι η καλύτερη στην κατάταξη υπό το $\tilde{S}$ ή/και το $\tilde{R}$.

Εάν μία από τις προϋποθέσεις δεν ικανοποιείται, τότε προτείνεται ένα σύνολο συμβιβαστικών λύσεων:

- Αν δεν ικανοποιείται μόνο η συνθήκη C2, τότε επιλέγονται οι εναλλακτικές λύσεις $A^{(1)}$ και $A^{(1)}$.
- Επιλέγονται οι εναλλακτικές λύσεις $A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(M)}$ εάν δεν ικανοποιείται η συνθήκη C1. Η $A^{(M)}$ καθορίζεται από τη σχέση:

$$Q(A^{(M)}) - Q(A^{(1)}) < DQ \text{ για μέγιστο } M (128) \text{ (Kahraman İ. Y., 2015).}$$

3.3 Μέθοδος VIKOR πολλαπλών σε ασαφές περιβάλλον διαστήματος τύπου 2

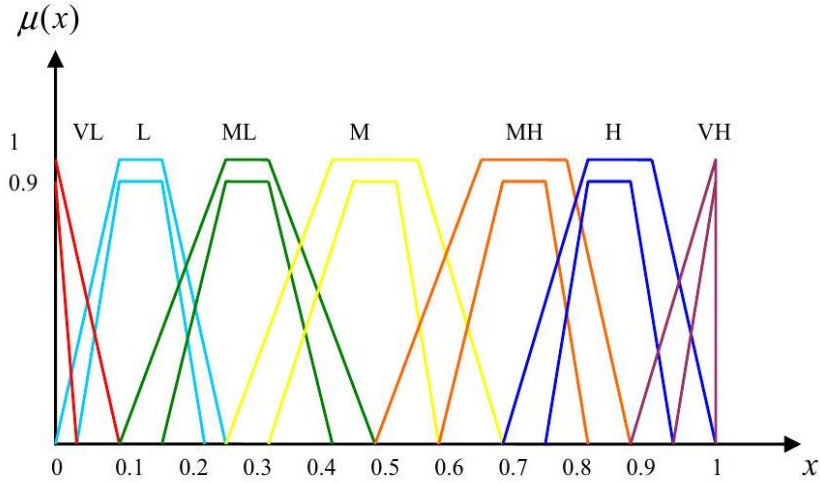
Για την υλοποίηση της μεθόδου, οι αποφασίζοντες χρησιμοποιούν μια προκαθορισμένη συλλογή γλωσσικών όρων (βλ. Πίνακα 1) για να εκφράσουν τις προτιμήσεις τους. Κάθε αποφασίζων επιλέγει έναν από τους διαθέσιμους γλωσσικούς όρους ώστε να αποδώσει γλωσσικά την αξιολόγησή του για κάθε εναλλακτική. Η έκφραση αυτή πραγματοποιείται με τη μορφή τραπεζοειδούς ασαφούς πληροφορίας διαστήματος τύπου 2.

Ο Πίνακας 9 παρουσιάζει τη συλλογή των γλωσσικών όρων: «Very Low» (VL), «Low» (L), «Medium Low» (ML), «Medium» (M), «Medium High» (MH), «High» (H), «Very High» (VH), μαζί με τα αντίστοιχα τραπεζοειδή ασαφή σύνολα διαστήματος τύπου 2 (trapezoid interval type-2 fuzzy set-TrIT2FS). Οι συναρτήσεις συμμετοχής που αντιστοιχούν στους παραπάνω όρους απεικονίζονται στο Σχήμα 1.

Επιπρόσθετα, οι συμπληρωματικές σχέσεις που σχετίζονται με τα ασαφή σύνολα διαστήματος τύπου 2 παρουσιάζονται στον Πίνακα 10.

Γλωσσικοί όροι	Τραπεζοειδές διάστημα ασαφούς συνόλου τύπου 2
Very Low (VL)	$[(0,0,0,0.1; 1), (0,0,0,0.05; 0.9)]$
Low (L)	$[(0,0.1,0.2,0.3; 1), (0.05,0.1,0.15,0.2; 0.9)]$
Medium Low (ML)	$[(0.1,0.3,0.4,0.5; 1), (0.2,0.3,0.35,0.4; 0.9)]$
Medium (M)	$[(0.3,0.5,0.6,0.7; 1), (0.4,0.5,0.55,0.6; 0.9)]$
Medium High (MH)	$[(0.5,0.7,0.8,0.9; 1), (0.6,0.7,0.75,0.8; 0.9)]$
High (H)	$[(0.7,0.9,0.95,1; 1), (0.8,0.85,0.9,0.95; 0.9)]$
Very High (VH)	$[(0.9,1,1,1; 1), (0.95,1,1,1; 0.9)]$

Πίνακας 9:Γλωσσικοί όροι και οι αντίστοιχοι TrIT2FS (Jindong Qina, 2015).



Σχήμα 2: Η συνάρτηση συμμετοχής των γλωσσικών όρων TrIT2FS (Jindong Qina, 2015)

Linguistic terms (L)	VL	L	ML	M	MH	H	VH
Complementary terms (L^c)	VH	H	MH	M	ML	L	VL

Πίνακας 10: Συμπληρωματικές σχέσεις (Jindong Qina, 2015)

3.3.1 Προτεινόμενος αλγόριθμος

Έστω $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ το σύνολο των εναλλακτικών λύσεων, και $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ το σύνολο των κριτηρίων, ενώ το $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$ είναι το διανυσματικό σύνολο των βαρών που τους αντιστοιχούν, με την προϋπόθεση ότι ισχύει: $\omega_j \in [0, 1]$ και $\sum_{j=1}^n \omega_j = 1$. Έστω επίσης ότι, $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{m \times n}$ είναι ένας πίνακας αποφάσεων (Πίνακας 11) ασαφών συνόλων διαστήματος τύπου 2, όπου κάθε στοιχείο $\tilde{a}_{ij}$ περιγράφεται από ένα αριθμό Τύπου-2 ασαφούς διαστήματος (IT2FN), που παρέχεται από τον αποφασίζοντα για κάθε εναλλακτική A_i ως προς το κριτήριο C_j .

Εναλλακτική	Χαρακτηριστικό			
	C_1	C_2	$\dots$	C_n
A_1	$\tilde{a}_{11}$	$\tilde{a}_{12}$	$\dots$	$\tilde{a}_{1n}$
A_2	$\tilde{a}_{21}$	$\tilde{a}_{22}$	$\dots$	$\tilde{a}_{2n}$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
A_m	$\tilde{a}_{m1}$	$\tilde{a}_{m2}$	$\dots$	$\tilde{a}_{mn}$

Πίνακας 11: Πίνακας Απόφασης

- ΒΗΜΑ 1:

Προσδιορισμός του αρχικού πίνακα αποφάσεων $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{m \times n}$ και υπολογισμός του κανονικοποιημένου πίνακα αποφάσεων $\tilde{\tilde{A}} = (\tilde{\tilde{a}}_{ij})_{m \times n}$.

Κανονικοποίηση του πίνακα αποφάσεων:

$$\tilde{\tilde{a}}_{ij} = \begin{cases} \tilde{a}_{ij} & \text{για το κριτήριο οφέλους } C_j \\ (\tilde{a}_{ij})^c & \text{για το κριτήριο κόστους } C_j \end{cases} \quad (129)$$

όπου, $(\tilde{a}_{ij})^c$ είναι το συμπλήρωμα (complement of) του $\tilde{a}_{ij}$, έτσι ώστε $(\tilde{a}_{ij})^c \in L^c$.

- ΒΗΜΑ 2:

Καθορισμός των βαρών των κριτηρίων από τους αποφασίζοντες.

Έστω ότι το γλωσσικό βάρος του κριτηρίου C_j που δίνεται από τον αποφασίζων, είναι $\tilde{\omega}_j \in L$, και ο αντίστοιχος ασαφής αριθμός τραπεζοειδούς διαστήματος τύπου 2 υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\tilde{\omega}_j = [\tilde{\omega}_j^L(x), \tilde{\omega}_j^U(x)] = \left[\left(\omega_{j1}^L, \omega_{j2}^L, \omega_{j3}^L, \omega_{j4}^L; h_{\omega_j}^L \right), \left(\omega_{j1}^U, \omega_{j2}^U, \omega_{j3}^U, \omega_{j4}^U; h_{\omega_j}^U \right) \right] \quad (130)$$

Για την κατανόηση της σημασίας κάθε κριτηρίου, εφαρμόζεται ο αλγόριθμος KM (Karnik–Mendel) για να προσδιοριστεί το κεντροειδές του ασαφούς συνόλου διαστήματος τύπου 2 (IT2FS) $\tilde{\omega}_j$, το οποίο μπορεί να υπολογιστεί από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\omega_j^L = \min_{\xi \in [a,b]} \frac{\int_a^\xi x \tilde{\omega}_j^U(x) dx + \int_\xi^b x \tilde{\omega}_j^L(x) dx}{\int_a^\xi \tilde{\omega}_j^U(x) dx + \int_\xi^b \tilde{\omega}_j^L(x) dx} \quad (131)$$

$$\omega_j^R = \max_{\xi \in [a,b]} \frac{\int_a^\xi x \tilde{\omega}_j^L(x) dx + \int_\xi^b x \tilde{\omega}_j^U(x) dx}{\int_a^\xi \tilde{\omega}_j^L(x) dx + \int_\xi^b \tilde{\omega}_j^U(x) dx} \quad (132)$$

Τα κανονικοποιημένα βάρη του κριτηρίου $\omega_j (j = 1, 2, \dots, n)$ υπολογίζονται ως εξής:

$$\omega_j = \frac{\omega_j^L + \omega_j^R}{\sum_{j=1}^n (\omega_j^L + \omega_j^R)} \quad (133)$$

όπου, $\omega_j (j = 1, 2, \dots, n)$ ικανοποιούν τις ακόλουθες συνθήκες: $\omega_j \geq 0 (j = 1, 2, \dots, n)$, και $\sum_{j=1}^n \omega_j = 1$.

- ΒΗΜΑ 3:

Προσδιορισμός του πίνακα προσδοκώμενης απόφασης $V_{ij} = (V_{ij})_{m \times n}$.

$$V_{ij} = \sum_{l=1}^m \sum_{s=1}^k \pi(p_s) v(\tilde{a}_{ijl}^s) \quad (134)$$

όπου,

$$\pi(p_s) = \begin{cases} \frac{p_s^v}{(p_s^v + (1 - p_s)^v)^{\frac{1}{v}}}, & \tilde{a}_{ij}^s > \tilde{a}_{ij}^s \\ \frac{p_s^s}{(p_s^s + (1 - p)^s)^{\frac{1}{s}}}, & \tilde{a}_{ij}^s < \tilde{a}_{ij}^s \end{cases} \quad (135)$$

$$v(\tilde{a}_{ijl}^s) = \begin{cases} \left(d(\tilde{a}_{ij}^s, \tilde{a}_{ij}^s) \right)^\alpha & \tilde{a}_{ij}^s > \tilde{a}_{ij}^s \\ -\lambda \left(d(\tilde{a}_{ij}^s, \tilde{a}_{ij}^s) \right)^\beta & \tilde{a}_{ij}^s < \tilde{a}_{ij}^s \end{cases} \quad (136)$$

για $l = 1, 2, \dots, m$ και $l \neq i$.

- BHMA 4:

Προσδιορισμός της ασαφούς θετικής ιδανικής λύσης διαστήματος τύπου 2 (Interval Type-2 Fuzzy Positive Ideal Solution, IT2F-PIS) και της ασαφούς αρνητικής ιδανικής λύσης διαστήματος τύπου 2 (Interval Type-2 Fuzzy Negative Ideal Solution, IT2F-NIS), αντίστοιχα.

$$V^* = \{\max V_{i1}, \max V_{i2}, \dots, \max V_{in}\} \quad (137)$$

$$V^- = \{\min V_{i1}, \min V_{i2}, \dots, \min V_{in}\} \quad (138)$$

- BHMA 5:

Υπολογισμός των τιμών S_i και R_i με τις ακόλουθες σχέσεις:

$$S_i = \sum_{j=1}^n \omega_j \frac{d(V_j^*, V_{ij})}{d(V_j^*, V_j^-)} \quad (139)$$

$$R_i = \max_j \left\{ \omega_j \frac{d(V_j^*, V_{ij})}{d(V_j^*, V_j^-)} \right\} \quad (140)$$

- BHMA 6:

Υπολογισμός των τιμών $Q_i (i = 1, 2, \dots, n)$.

$$Q_i = v \frac{S_i - S^-}{S^* - S^-} + (1 - v) \frac{R_i - R^-}{R^* - R^-} \quad (141)$$

όπου, $S^* = \max_i \{S_i\}$, $S^- = \min_i \{S_i\}$, $R^* = \max_i \{R_i\}$, $R^- = \min_i \{R_i\}$ και το v εισάγεται ως βάρος της στρατηγικής της «πλειοψηφίας των κριτηρίων».

- BHMA 7:

Κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων, ταξινομώντας με βάση τις τιμές S_i, R_i και Q_i σε αύξουσα σειρά. Τα αποτελέσματα εμφανίζονται ως τρεις λίστες κατάταξης.

- ΒΗΜΑ 8:

Προτείνεται ως συμβιβαστική λύση η καλύτερη σε κατάταξη εναλλακτική λύση ($A^{(1)}$), σύμφωνα με το μέτρο Q , εφόσον ικανοποιούνται οι ακόλουθες δύο συνθήκες:

- Συνθήκη C1 Αποδεκτό πλεονέκτημα:

$$Q(A^{(2)}) - Q(A^{(1)}) \geq \frac{1}{m-1}, (142)$$

όπου $A^{(2)}$ είναι η εναλλακτική λύση με τη δεύτερη θέση στον κατάλογο κατάταξης κατά Q και m είναι ο αριθμός των εναλλακτικών λύσεων.

- Συνθήκη C2 Ευστάθεια στη λήψη αποφάσεων:

Η εναλλακτική $A^{(1)}$ πρέπει να είναι σε καλύτερη στην κατάταξη υπό το S ή /και το R . Αυτή η συμβιβαστική λύση θεωρείται ευσταθής μιας διαδικασίας λήψης αποφάσεων και μπορεί να είναι $u > 0.5$ όταν έχουμε πλειοψηφία ή $u \approx 0.5$ όταν έχουμε συναίνεση ή $u < 0.5$ όταν έχουμε το απόλυτο «νετο» και το u χαρακτηρίζει το βάρος την στρατηγικής της λήψης αποφάσεων.

Εάν μία από τις προϋποθέσεις δεν ικανοποιείται, τότε προτείνεται ένα σύνολο συμβιβαστικών λύσεων:

- Εάν η συνθήκη C2 δεν ικανοποιείται, τότε τόσο το $A^{(1)}$ όσο και το $A^{(2)}$ είναι συμβιβαστικές λύσεις.
- Εάν η συνθήκη C1 δεν ικανοποιείται, τότε εξετάζεται η μέγιστη τιμή του N χρησιμοποιώντας την παρακάτω σχέση:

$$Q(A^{(N)}) - Q(A^{(1)}) < \frac{1}{m-1} (143)$$

Για τη μέγιστη τιμή του N , οι θέσεις αυτών των εναλλακτικών βρίσκονται σε σχέση «εγγύτητας» (Jindong Qina, 2015).

3.4 Μέθοδος VIKOR με βάση ασαφή σύνολα αριθμών-διαστημάτων

Για την αξιολόγηση της μεθόδου VIKOR με βάση ασαφή σύνολα αριθμών-διαστημάτων χρησιμοποιούνται γλωσσικοί όροι τόσο για τις τιμές αξιολόγησης των εναλλακτικών ως προς τα κριτήρια όσο και για τα βάρη των ίδιων κριτηρίων. Η εφαρμογή γλωσσικών μεταβλητών αποδεικνύεται ιδιαίτερα χρήσιμη σε περιπτώσεις όπου οι υπό εξέταση καταστάσεις είναι εξαιρετικά πολύπλοκες ή ασαφείς, καθιστώντας δύσκολη την ακριβή περιγραφή τους μέσω παραδοσιακών ποσοτικών μεθόδων.

Οι γλωσσικές μεταβλητές επιτρέπουν στους αποφασίζοντες να εκφράσουν τις εκτιμήσεις και τις προτιμήσεις τους με πιο φυσικό και διαισθητικό τρόπο. Οι λεκτικές αυτές αξιολογήσεις μετατρέπονται

στη συνέχεια σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς-διαστήματα (Interval-Valued Fuzzy Numbers, IVFN), ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν υπολογιστικά στο πλαίσιο της μεθόδου. Η αντιστοίχιση των γλωσσικών όρων με τις αντίστοιχες IVFN απεικονίζεται στους Πίνακες 12 και 13.

Very poor (VP)	$[(0,0); 0; (1,1.5)]$
Poor (P)	$[(0,0.5); 1; (2.5,3.5)]$
Moderately poor (MP)	$[(0,1.5); 3; (4.5,5.5)]$
Fair (F)	$[(2.5,3.5); 5; (6.5,7.5)]$
Moderately good (MG)	$[(4.5,5.5); 7; (8,9.5)]$
Good (G)	$[(5.5,7.5); 9; (9.5,10)]$
Very good (VG)	$[(8.5,9.5); 10; (10,10)]$

Πίνακας 12: Ορισμοί των γλωσσικών μεταβλητών για τις αξιολογήσεις (Behnam Vahdani, 2009)

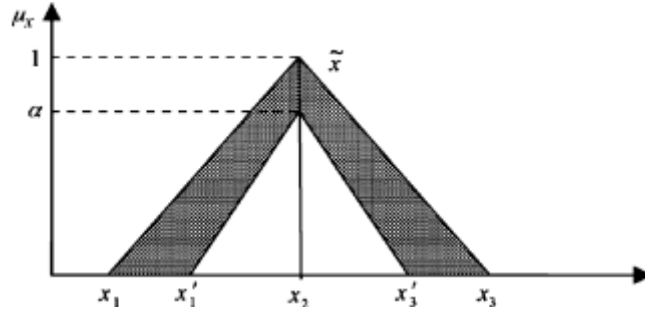
Very low (VL)	$[(0,0); 0; (0.1,0.15)]$
Low (L)	$[(0,0.05); 0.1; (0.25,0.35)]$
Medium low (ML)	$[(0,0.15); 0.3; (0.45,0.55)]$
Medium (M)	$[(0.25,0.35); 0.5; (0.65,0.75)]$
Medium high (MH)	$[(0.45,0.55); 0.7; (0.8,0.95)]$
High (H)	$[(0.55,0.75); 0.9; (0.95,1)]$
Very high (VH)	$[(0.85,0.95); 1; (1,1)]$

Πίνακας 13: Ορισμοί των γλωσσικών μεταβλητών για τη σημασία κάθε κριτηρίου (Behnam Vahdani, 2009).

3.4.1 Ο αλγόριθμος IVF-VIKOR

Έστω $\tilde{X} = [\tilde{x}_{ij}]_{n \times m}$ ένας ασαφής πίνακας αποφάσεων για ένα πολυκριτηριακό πρόβλημα λήψης αποφάσεων στο οποίο $A_1, A_2, \dots, A_m$ είναι η πιθανές εναλλακτικές λύσεις και $C_1, C_2, \dots, C_n$ είναι m κριτήρια. Η τιμή αξιολόγησης κάθε εναλλακτικής A_j ως προς το κριτήριο C_i συμβολίζεται με $\tilde{x}_{ij}$. Όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 3, τα $\tilde{x}_{ij}$ και $\tilde{w}_i$ εκφράζονται σε τριγωνικά IVFN.

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} x_1, x_2, x_3 \\ x'_1, x_2, x'_3 \end{pmatrix}. \quad (144)$$



Σχήμα 3: Τριγωνικός ασαφής αριθμός (Behnam Vahdani, 2009).

- BHMA 1:

Προσδιορισμός της καλύτερης $\tilde{f}_i^+$ και της χειρότερης $\tilde{f}_i^-$ κατάταξης για όλα τα κριτήρια. Για παράδειγμα, εάν το κριτήριο i συμβολίζει όφελος, τότε:

$$\tilde{f}_i^+ = \max_j \tilde{f}_{ij}, \tilde{f}_i^- = \min_j \tilde{f}_{ij} \quad (145)$$

- BHMA 2:

Υπολογισμός των τιμών $\tilde{S}_j$ και $\tilde{R}_j$ για $j = 1, \dots, m$, οι οποίες συμβολίζουν τη μέση και τη χειρότερη κατάταξη για κάθε εναλλακτική A_j , με τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_j &= \sum_{i=1}^n \frac{\tilde{w}_i \times (\tilde{f}_i^+ - \tilde{f}_{ij})}{(\tilde{f}_i^+ - \tilde{f}_i^-)} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{[(w_{1i}, w'_{1i}); w_{2i}; (w'_{3i}, w_{i3})] \times [(f_{1i}^+ - f_{3ij}; f_{1i}^+ - f'_{3ij}); f_{2i}^+ - f_{2ij}; (f_{3i}^+ - f'_{1ij} \cdot f_{3i}^+ - f_{1ij})]}{[(f_{1i}^+ - f_{3i}^-, f_{1i}^+ - f'_{3i}); f_{2i}^+ - f_{2i}^-; (f_{3i}^+ - f_{1i}^-, f_{3i}^+ - f_{1i}^-)]} \end{aligned} \quad (146)$$

$$\Rightarrow \tilde{S}_j = [(S_{1j}, S'_{1j}); S_{2j}; (S'_{3j}, S_{3j})]$$

$$\tilde{R}_j = \max_i \left[\frac{[(w_{1i}, w'_{1i}); w_{2i}; (w'_{3i}, w_{i3})] \times [(f_{1i}^+ - f_{3ij} f_{1i}^+ - f'_{3ij}); f_{2i}^+ - f_{ij} (f_{3i}^+ - f'_{1ij} \cdot f_{3i}^+ - f_{1ij})]}{[(f_{1i}^+ - f_{3i} f_{1i}^+ - f'_{3i}); f_{2i}^+ - f_{2i}^+; (f_{3i}^+ - f_{1i}^+ - f_{3i}^+ - f_{1i}^-)]} \right] \quad (147)$$

όπου w_i είναι τα βάρη σχετικής σημασίας των κριτηρίων που θέτει ο αποφασίζων. Οι μικρότερες τιμές των $\tilde{S}_j$ και $\tilde{R}_j$ υποδηλώνουν την καλύτερη μέση επίδοση και την χαμηλότερη χειρότερη τιμή κατάταξης, αντίστοιχα, για την εναλλακτική λύση A_j .

- BHMA 3:

Υπολογισμός των τιμών $\tilde{Q}_j$ για $j = 1, \dots, m$ ως εξής:

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_j &= \frac{\nu \times [(S_{1j} - S_{3j}^+, S'_{1j} - S'_{3j}); S_{2j} - S_{2j}^+; (S'_{3j} - S'_{1j}, S_{3j} - S_{1j}^+)]}{[(S_{1j}^- - S_{3j}^+, S'_{1j} - S_{3j}^+); S_{2j}^- - S_{2j}^-; (S_{3j}^- - S_{1j}^+, S_{3j}^- - S_{1j}^+)]} \\ &\Rightarrow \tilde{Q}_j = [(Q_{1j}, Q'_{1j}); Q_{2j}; (Q'_{3j}, Q_{3j})] \end{aligned} \quad (148)$$

όπου $\tilde{S}^+ = \min_j \tilde{S}_j$, $\tilde{S}^- = \max_j \tilde{S}_j$, $\tilde{R}^+ = \min_j \tilde{R}_j$, $\tilde{R}^- = \max_j \tilde{R}_j$, και το ν εισάγεται ως βάρος της στρατηγικής της «πλειοψηφίας των κριτηρίων». Ο συμβιβασμός μπορεί να επιλεγεί με «ψηφοφορία κατά πλειοψηφία» ($\nu > 0.5$), με «συναίνεση» ($\nu = 0.5$) ή με «βέτο» ($\nu < 0.5$).

Η τελική τιμή του $\tilde{Q}_j$, η οποία φαίνεται από το Q_j^* υπολογίζεται ως εξής:

$$Q_j^* = \frac{Q_{1j} + Q'_{1j} + 2Q_{2j} + Q'_{3j} + Q_{3j}}{6} \quad (149)$$

- ΒΗΜΑ 4:

Κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων ταξινομώντας κάθε τιμή $\tilde{S}$, $\tilde{R}$, και Q^* σε αύξουσα σειρά. Το αποτέλεσμα είναι τρεις λίστες κατάταξης που συμβολίζονται ως $\tilde{S}_{[.]}$, $\tilde{R}_{[.]}$, και $Q_{[.]}$.

- ΒΗΜΑ 5:

Προτείνετε η εναλλακτική j_1 που ισοδυναμεί με $Q_{[1]}^*$ (τη μικρότερη μεταξύ των τιμών Q_j^*) ως συμβιβαστική λύση εάν:

- Η εναλλακτική j_1 έχει αποδεκτό πλεονέκτημα- με άλλα λόγια, $Q_{[2]}^* - Q_{[1]}^* \geq DQ^*$ όπου $DQ^* = 1/(m - 1)$ και m είναι ο αριθμός των εναλλακτικών λύσεων.
- Η εναλλακτική j_1 είναι σταθερή εντός της διαδικασίας λήψης αποφάσεων δηλαδή είναι η καλύτερη ως προς κατάταξη στο $\tilde{S}_{[.]}$ ή στο $\tilde{R}_{[.]}$.

Εάν δεν ικανοποιείται μία από τις παραπάνω προϋποθέσεις, τότε προτείνεται ένα σύνολο συμβιβαστικών λύσεων:

- Εναλλακτικές λύσεις j_1 και j_2 όπου $Q_{j_2}^* = Q_{[2]}^*$ εάν δεν ικανοποιείται μόνο η συνθήκη 2.
- Εναλλακτικές λύσεις $j_1, j_2, \dots, j_k$ εάν δεν ικανοποιείται η συνθήκη 1 και η j_k προσδιορίζεται από τη σχέση $Q_k^* - Q_{[1]}^* < DQ^*$ για το μέγιστο k , όπου $Q_{jk}^* = Q_{[k]}^*$ (Behnam Vahdani, 2009).

3.5 Επέκταση μεθόδου VIKOR με διαισθητικά ασαφή συνόλα

Η παρούσα μεθοδολογική προσέγγιση βασίζεται στον υπολογισμό των αποστάσεων των εναλλακτικών λύσεων από τις θετικά και αρνητικά ιδεατές λύσεις, με στόχο την εξαγωγή συμβιβαστικών λύσεων που ενσωματώνουν όλα τα κριτήρια αξιολόγησης. Σε περιβάλλοντα υψηλής αβεβαιότητας, οι αποφασίζοντες συχνά προτιμούν τη χρήση γλωσσικών όρων για την έκφραση των εκτιμήσεών τους, αντί για ακριβείς αριθμητικές τιμές, καθώς αυτή η μορφή αναπαράστασης αντανακλά με μεγαλύτερη ακρίβεια την πολυπλοκότητα και ασάφεια της ανθρώπινης κρίσης.

Η θεωρία των ασαφών συνόλων παρέχει ένα κατάλληλο θεωρητικό υπόβαθρο για την αποτύπωση της εγγενούς υποκειμενικότητας και αβεβαιότητας που ενυπάρχουν στις γλωσσικές αξιολογήσεις. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα Κυκλικά Διαισθητικά Ασαφή Σύνολα (Circular Intuitionistic

Fuzzy Sets – C-IFS), τα οποία επεκτείνουν τα συμβατικά διαισθητικά ασαφή σύνολα επιτρέποντας την έκφραση τόσο του βαθμού συμμετοχής όσο και του βαθμού αποχής μέσω κυκλικών συναρτήσεων. Η συγκεκριμένη προσέγγιση προσφέρει αυξημένη ευελιξία και ακρίβεια στην αναπαράσταση πολύπλοκων, ενδεχομένως μη γραμμικών, προτιμήσεων στη διαδικασία λήψης αποφάσεων.

3.5.1 Ο αλγόριθμος CIF-VIKOR

- ΒΗΜΑ 1:

Τα κύρια κριτήρια $(C_j, j = 1, 2, \dots, n)$ και οι εναλλακτικές λύσεις $(A_i, i = 1, 2, \dots, m)$ προσδιορίζονται για το πρόβλημα πολυκριτηριακής λήψης απόφασης.

- ΒΗΜΑ 2:

Για τον προσδιορισμό των βαρών των κριτηρίων, οι κρίσεις συλλέγονται από τους αποφασίζοντες με τη χρήση γλωσσικής κλίμακας, η οποία αποδίδεται μέσω διαισθητικών ασαφών αριθμών (Intuitionistic Fuzzy – IF), όπως παρουσιάζονται στον Πίνακα 14. Για τους όρους "Ισοδύναμα" (Equal – E) και "Σχεδόν Ισοδύναμα" (Almost Equal – AE) χρησιμοποιούνται οι τιμές (0.5, 0.5) και (0.45, 0.45), αντίστοιχα. Όταν οι αποφασίζοντες αμφιταλαντεύονται μεταξύ δύο διαδοχικών γλωσσικών όρων, μπορούν να χρησιμοποιούν ενδιάμεσες τιμές.

Γλωσσικοί όροι	(μ, ν)	Γλωσσικοί όροι	(μ, ν)
Absolutely Low (AL)	(0.05,0.85)	Medium High (MH)	(0.55,0.35)
Very Low (VL)	(0.15,0.75)	High (H)	(0.65,0.25)
Low (L)	(0.25,0.65)	Very High (VH)	(0.75,0.15)
Medium Low (ML)	(0.35,0.55)	Absolutely High (AH)	(0.85,0.05)

Πίνακας 14: Γλωσσική κλίμακα με αριθμούς IF (Otaş, 2021).

- ΒΗΜΑ 3:

Οι αξιολογήσεις των κριτηρίων συλλέγονται λαμβάνοντας υπόψη τα βάρη των αποφασιζόμενων με βάση την παρακάτω εξίσωση:

Έστω ότι $\alpha_{jt} = (\mu_{\alpha_{jt}}, \nu_{\alpha_{jt}})$ ($j = 1, 2, \dots, n; t = 1, 2, \dots, k$) αποτελεί ένα σύνολο διαισθητικών ασαφών αριθμών (Intuitionistic Fuzzy Numbers – IFNs). Ο τελεστής σταθμισμένου μέσου όρου διαισθητικών ασαφών αριθμών (Intuitionistic Fuzzy Weighted Averaging- IFWA) ορίζεται ως μια απεικόνιση: $\Theta^n \rightarrow \Theta$, έτσι ώστε

$$\begin{aligned} \text{IFWA}(\alpha_{j1}, \alpha_{j2}, \dots, \alpha_{jt}) &= w_1 \alpha_{j1} \oplus \dots \oplus w_k \alpha_{jk} \\ &= \left(1 - \prod_{t=1}^k (1 - \mu_{\alpha_j})^{w_t}, \prod_{t=1}^k v_{\alpha_j}^{w_t} \right) = \langle \mu(C_j), v(C_j) \rangle, \forall j \end{aligned} \quad (150)$$

όπου, $w = (w_1, \dots, w_k)^T$ είναι το διάνυσμα στάθμισης των αποφασιζόντων $w_t \in [0,1]$ και $\sum_{t=1}^k w_t = 1$.

- ΒΗΜΑ 4:

Υπολογισμός των ευκλείδειων αποστάσεων μεταξύ της κρίσης κάθε αποφασίζοντα και της συνολικής (συγκεντρωτικής) τιμής των κριτηρίων, με σκοπό την εκτίμηση της συνοχής των αξιολογήσεων. Η απόσταση αυτή μετρά το πόσο αποκλίνει η ατομική κρίση ενός αποφασίζοντα από τη συλλογική γνώμη της ομάδας.

$$r_j = \max_{1 \leq t \leq k} \sqrt{(\mu(C_j) - \mu_{\alpha_{jt}})^2 + (v(C_j) - v_{\alpha_j})^2}, \forall j \quad (152)$$

Η ακτίνα « r » κάθε κριτηρίου ορίζεται ως η μέγιστη τιμή αυτών των αποστάσεων.

- ΒΗΜΑ 5:

Οι πίνακες απόφασης διαμορφώνονται με βάση τις αξιολογήσεις που συλλέγονται από τους αποφασίζοντες κατά τη διάρκεια των συναντήσεων και των συνεντεύξεων. Οι αποφασίζοντες χρησιμοποιούν τη γλωσσική κλίμακα που απεικονίζεται στον Πίνακα 1, η οποία βασίζεται σε Διαισθητικούς Ασαφείς Αριθμούς (Intuitionistic Fuzzy Numbers – IFNs), για να εκφράσουν τις κρίσεις τους σχετικά με κάθε εναλλακτική λύση ως προς τα αντίστοιχα κριτήρια.

- ΒΗΜΑ 6:

Ακολουθώντας παρόμοια διαδικασία με αυτή που περιγράφεται στα Βήματα 3 και 4, οι επιμέρους κρίσεις $(\tilde{x}_{ij})$ κάθε αποφασίζοντα στον πίνακα αποφάσεων συγκεντρώνονται μέσω κατάλληλου συναθροιστικού τελεστή. Στη συνέχεια, οι τιμές ακτίνας (ή βαθμοί αξιοπιστίας) υπολογίζονται επίσης σύμφωνα με τις εξισώσεις των Βημάτων 3 και 4, αποτυπώνοντας την απόσταση ή την ασάφεια που περιβάλλει τις συλλογικές κρίσεις.

Ως αποτέλεσμα, προκύπτει ένας συγκεντρωτικός πίνακας αποφάσεων, στον οποίο οι αξιολογήσεις εκφράζονται πλέον μέσω Κυκλικών Διαισθητικών Ασαφών Συνόλων (Circular Intuitionistic Fuzzy Sets – C-IF). Ο πίνακας αυτός εκφράζει την κοινή άποψη της ομάδας των αποφασιζόντων, ενσωματώνοντας ταυτόχρονα τόσο την αβεβαιότητα όσο και την αμφιταλάντευση που εμπεριέχεται στις επιμέρους κρίσεις.

- ΒΗΜΑ 7:

Προτεινόμενη συνάρτηση σχετικής αξιολόγησης (Relative Score Function – RSF) που βασίζεται στην κανονικοποίηση των διανυσμάτων και χρησιμοποιείται για την ασαφοποίηση των αξιολογήσεων στον συγκεντρωτικό πίνακα αποφάσεων.

$$RSF_j = \frac{(1 - v_j)(1 + \mu_j) + \mu_j}{3} \times \left(\frac{\frac{1}{r_j}}{\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{1}{r_3^2}}} \right) (152)^\tau$$

όπου τ είναι ένας τυχαίος μικρός αριθμός όπως 0,1 ή 0,01.

- BHMA 8:

Λαμβάνοντας υπόψη τις τιμές RSF, οι θετικές και αρνητικές ιδανικές λύσεις C-IF προσδιορίζονται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\tilde{x}_{j,C-IF}^* = \text{Max}_i \tilde{x}_{ij}, \tilde{x}_{j,C-IF}^- = \text{Min}_i \tilde{x}_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (153)$$

- BHMA 9:

Υπολογισμός των αποστάσεων για τις θετικές και αρνητικές ιδανικές λύσεις C-IF

$$D_p(\tilde{x}_{ij}, \tilde{x}_{j,C-IF}^*) = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\left((\mu_{\tilde{x}_{ij}} - r_{\tilde{x}_{ij}}) - (\mu_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*} + r_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*}) \right)^2 + \left((v_{\tilde{x}_{ij}} + r_{\tilde{x}_{ij}}) - (v_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*} - r_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*}) \right)^2 + (\pi_{\tilde{x}_{ij}} - \pi_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*})^2 \right)} \quad (154)$$

$$D_p(\tilde{x}_{j,C-IF}^-, \tilde{x}_{j,C-IF}^*) = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\left((\mu_{\tilde{x}_{j,C-IF}^-} - r_{\tilde{x}_{j,C-IF}^-}) - (\mu_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*} + r_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*}) \right)^2 + \left((v_{\tilde{x}_{j,C-IF}^-} + r_{\tilde{x}_{j,C-IF}^-}) - (v_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*} - r_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*}) \right)^2 + (\pi_{\tilde{x}_{j,C-IF}^-} - \pi_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*})^2 \right)} \quad (155)$$

$$D_o(\tilde{x}_{ij}, \tilde{x}_{j,C-IF}^*) = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\left((\mu_{\tilde{x}_{ij}} + r_{\tilde{x}_{ij}}) - (\mu_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*} - r_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*}) \right)^2 + \left((v_{\tilde{x}_{ij}} - r_{\tilde{x}_{ij}}) - (v_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*} + r_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*}) \right)^2 + (\pi_{\tilde{x}_{ij}} - \pi_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*})^2 \right)} \quad (156)$$

$$D_o(\tilde{x}_{j,C-IF}^-, \tilde{x}_{j,C-IF}^*) = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\left((\mu_{\tilde{x}_{j,C-IF}^-} + r_{\tilde{x}_{j,C-IF}^-}) - (\mu_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*} - r_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*}) \right)^2 + \left((v_{\tilde{x}_{j,C-IF}^-} - r_{\tilde{x}_{j,C-IF}^-}) - (v_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*} + r_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*}) \right)^2 + (\pi_{\tilde{x}_{j,C-IF}^-} - \pi_{\tilde{x}_{j,C-IF}^*})^2 \right)} \quad (157)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις, τα σύμβολα «p» και «o» αντιπροσωπεύουν την απαισιόδοξη και αισιόδοξη άποψη, αντίστοιχα.

- BHMA 10:

Υπολογισμός των τιμών της μέγιστης ομαδικής χρησιμότητας ($\tilde{S}_{i,p}, \tilde{S}_{i,o}$), της ελάχιστης δυσαρέσκειας ($\tilde{R}_{i,p}, \tilde{R}_{i,o}$) και $\tilde{Q}_{i,p}, \tilde{Q}_{i,o}$

$$\tilde{S}_{i,p} = \sum \tilde{w}_i \frac{D_p(\tilde{x}_{ij}, \tilde{x}_{j,C-IF}^*)}{D_p(\tilde{x}_{j,C-IF}^-, \tilde{x}_{j,C-IF}^*)}, \tilde{S}_{i,o} = \sum \tilde{w}_i \frac{D_o(\tilde{x}_{ij}, \tilde{x}_{j,C-IF}^*)}{D_o(\tilde{x}_{j,C-IF}^-, \tilde{x}_{j,C-IF}^*)} \quad (158)$$

$$\tilde{R}_{i,p} = \text{Max}_j \left(\tilde{w}_i \frac{D_p(\tilde{x}_{ij}, \tilde{x}_{j,C-IF}^*)}{D_p(\tilde{x}_{j,C-IF}^-, \tilde{x}_{j,C-IF}^*)} \right), \tilde{R}_{i,o} = \text{Max}_j \left(\tilde{w}_i \frac{D_o(\tilde{x}_{ij}, \tilde{x}_{j,C-IF}^*)}{D_o(\tilde{x}_{j,C-IF}^-, \tilde{x}_{j,C-IF}^*)} \right) \quad (159)$$

$$\tilde{Q}_{i,p} = v \frac{(\tilde{S}_{i,p} - \tilde{S}_p^*)}{(\tilde{S}_p^- - \tilde{S}_p^*)} + (1 - v) \frac{(\tilde{R}_{i,p} - \tilde{R}_p^*)}{(\tilde{R}_p^- - \tilde{R}_p^*)}, \tilde{Q}_{i,o} = v \frac{(\tilde{S}_{i,o} - \tilde{S}_o^*)}{(\tilde{S}_o^- - \tilde{S}_o^*)} + (1 - v) \frac{(\tilde{R}_{i,o} - \tilde{R}_o^*)}{(\tilde{R}_o^- - \tilde{R}_o^*)} \quad (160)$$

όπου, $\tilde{S}_p^* = \min_i \tilde{S}_{i,p}$, $\tilde{S}_p^- = \max_i \tilde{S}_{i,p}$, $\tilde{R}_p^* = \min_i \tilde{R}_{i,p}$, $\tilde{R}_p^- = \max_i \tilde{R}_{i,p}$, $\tilde{S}_o^* = \min_i \tilde{S}_{i,o}$, $\tilde{S}_o^- = \max_i \tilde{S}_{i,o}$, $\tilde{R}_o^* = \min_i \tilde{R}_{i,o}$, $\tilde{R}_o^- = \max_i \tilde{R}_{i,o}$ και v είναι το βάρος της μέγιστης ομαδικής χρησιμότητας.

- BHMA 11:

Κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων ταξινομώντας κάθε τιμή $\tilde{S}_{i,p}, \tilde{S}_{i,o}, \tilde{R}_{i,p}, \tilde{R}_{i,o}, \tilde{Q}_{i,p}$ και $\tilde{Q}_{i,o}$ σε αύξουσα σειρά. (Otay, 2021).

3.6 Εκτενής μέθοδος VIKOR με βάση την χρήση αδρών συνόλων

Πριν την παρουσίαση της μεθοδολογίας Rough-VIKOR, κρίνεται σκόπιμο να δοθεί ένας συνοπτικός ορισμός σε δύο βασικές έννοιες που αξιοποιούνται στην ανάλυση που ακολουθεί: τους αδρούς αριθμούς και τα χαρακτηριστικά σχεδίασης.

Οι αδροί αριθμοί (Rough Numbers) αποτελούν μια ποσοτική έκφραση αβεβαιότητας ή ασάφειας, και χρησιμοποιούνται κυρίως στο πλαίσιο της θεωρίας αδρών συνόλων. Αντί να αποδίδεται μια μοναδική τιμή σε μια αξιολόγηση, κάθε μέγεθος εκφράζεται ως διάστημα τιμών που περιλαμβάνει:

- το κατώτερο όριο (lower limit) και
- το ανώτερο όριο (upper limit) των πιθανών τιμών.

Αυτή η προσέγγιση επιτρέπει την αποτύπωση διαφοροποιημένων απόψεων από πολλαπλούς αποφασίζοντες ή την αναπαράσταση δεδομένων με ενδογενή ασάφεια, προσδίδοντας μεγαλύτερη ευελιξία και ρεαλισμό στη διαδικασία αξιολόγησης.

Τα χαρακτηριστικά σχεδίασης (Design Attributes – DAs) είναι τα κριτήρια ή ιδιότητες βάσει των οποίων αξιολογούνται οι διαθέσιμες εναλλακτικές λύσεις ενός σχεδιαστικού προβλήματος. Κάθε χαρακτηριστικό μπορεί να σχετίζεται με την απόδοση, το κόστος, την ποιότητα, την κατασκευαστική

ευκολία ή άλλες παραμέτρους που θεωρούνται κρίσιμες στο πλαίσιο της εφαρμογής. Τα χαρακτηριστικά αυτά κατηγοριοποιούνται ως προς τη σχετική σημασία τους (π.χ. υψηλής, μεσαίας ή χαμηλής σπουδαιότητας) και διαδραματίζουν ουσιώδη ρόλο στη μεθοδολογική υλοποίηση της Rough-VIKOR, καθώς καθορίζουν τα βάρη και επηρεάζουν άμεσα την επιλογή της θετικής και αρνητικής ιδανικής λύσης.

Η μεθοδολογική προσέγγιση διαρθρώνεται σε δύο διακριτές φάσεις. Στη Φάση I, προσδιορίζονται η σχετική ιεράρχηση και η σημασία κάθε κριτηρίου σχεδίασης, με τη χρήση της προσέγγισης των ενισχυμένων ασαφών συνόλων (enhanced fuzzy sets), βάσει ασαφών αριθμών. Στη Φάση II, τα αποτελέσματα της πρώτης φάσης (ταξινόμηση και σημασία των κριτηρίων) ενσωματώνονται στη μέθοδο VIKOR με αριθμούς διαστήματα (interval numbers), μαζί με τις προτιμήσεις κάθε αποφασίζοντα για τις προδιαγραφές σχεδίασης, οι οποίες εκφράζονται μέσω αδρών αριθμών (crisp values). Η διαδικασία αυτή καταλήγει στην ανάπτυξη μιας νέας μεθοδολογικής εκδοχής, η οποία ονομάζεται τροποποιημένη VIKOR με ακατέργαστη πληροφορία (Modified Rough, MR-VIKOR).

Φάση I:

Έστω ότι υπάρχουν m εναλλακτικές λύσεις σχεδιασμού $A_1, A_2, \dots, A_m$ και n χαρακτηριστικά σχεδίασης $DA_1, DA_2, \dots, DA_n$ τα οποία έχουν προταθεί από τους αποφασίζοντες.

Τα χαρακτηριστικά σχεδίασης συμβολίζονται ως πολυεπίπεδο διανυσματικό σύνολο: $DA = \{DA_1, DA_2, \dots, DA_n\}$. Επιπλέον, κάθε χαρακτηριστικό DA_j διαθέτει τιμές, οι οποίες συμβολίζονται ως εξής:

Για παράδειγμα, έστω ότι $DA_1 = \{AV_{11}, AV_{12}, \dots, AV_{1k}\}$ έχει k τιμές χαρακτηριστικών. Το στοιχείο AV_{11} , αντιπροσωπεύει την πρώτη τιμή του πρώτου χαρακτηριστικού σχεδίασης. Οι εναλλακτικές λύσεις σχεδιασμού δημιουργούνται με βάση το συνδυασμό των τιμών των χαρακτηριστικών και συμβολίζονται ως: $A_i = \{AV_{jp}\}$ όπου $j = 1, \dots, n$ και p είναι ο δείκτης της επιλεγόμενης τιμής από το χαρακτηριστικό DA_j .

Τα βασικά βήματα αυτής της φάσης είναι τα εξής:

- Καθορισμός χαρακτηριστικών σχεδιασμού, αναγκών των αποφασιζόντων και εναλλακτικών λύσεων σχεδιασμού.
- Συλλογή γλωσσικών και υποκειμενικών κρίσεων για κάθε χαρακτηριστικό σχεδιασμού, από τους αποφασίζοντες.
- Συγκέντρωση των κρίσεων των αποφασιζόντων για κάθε χαρακτηριστικό σχεδιασμού και μετατροπή τους σε αδρούς αριθμούς, με τη χρήση των ακόλουθων εξισώσεων:

Όλα τα αντικείμενα που περιγράφονται από πολλαπλά γνωρίσματα σε οποιονδήποτε πίνακα πληροφοριών αναπαρίστανται από το σύμπαν U . Ένα σύνολο με n τάξεις, δηλαδή $R = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$

διατεταγμένες κατά αύξουσα σειρά ως $C_1 < C_2 < \dots < C_n$ χρησιμοποιούνται για την ανάλυση των γνωρισμάτων των αντικειμένων. Για κάθε τάξη $C_i \in R$ και για οποιοδήποτε αντικείμενο $Y \in U$ ορίζονται τα εξής:

Κατώτερη προσέγγιση (lower approximation) του C_i

$$\underline{\text{Apr}}(C_i) = \cup \left\{ Y \in \frac{U}{R(Y)} \leq C_i \right\} \quad (161)$$

Ανώτερη προσέγγιση (upper approximation) του C_i

$$\overline{\text{Apr}}(C_i) = \cup \left\{ Y \in \frac{U}{R(Y)} \geq C_i \right\} \quad (162)$$

Σε ένα σύνολο διατεταγμένων τάξεων, όλα τα αντικείμενα του πίνακα πληροφορίας που έχουν τιμές τάξης ίσες ή μικρότερες από την τάξη C σχηματίζουν την κατώτερη προσέγγιση της τάξης C . Αντίστοιχα, τα αντικείμενα που έχουν τιμές τάξης ίσες ή μεγαλύτερες από το C σχηματίζουν την ανώτερη προσέγγιση της τάξης C . Όλα τα υπόλοιπα αντικείμενα του πίνακα πληροφοριών, τα οποία έχουν διαφορετικές τιμές τάξης από την C αποτελούν την οριακή περιοχή (boundary region) της τάξης C .

$$\text{Οριακή περιοχή} : \text{Bnd}(C_i) = \cup \left\{ Y \in \frac{U}{R(Y)} \neq C_i \right\} \quad (163)$$

Οι προσεγγίσεις μιας τάξης, όπως ορίστηκαν παραπάνω μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον καθορισμό του κατώτερου ορίου ($\underline{\text{Lim}}(C_i)$) και του ανώτερου ορίου ($\overline{\text{Lim}}(C_i)$) ενός αδρού αριθμού. Έτσι, κάθε τάξη μπορεί να αναπαρασταθεί αποτελεσματικά μέσω του αδρού αριθμού.

$$\underline{\text{Lim}}(C_i) = \frac{1}{M_L} \sum R(Y) \mid Y \in \underline{\text{Apr}}(C_i) \quad (164)$$

$$\overline{\text{Lim}}(C_i) = \frac{1}{M_U} \sum R(Y) \mid Y \in \overline{\text{Apr}}(C_i) \quad (165)$$

όπου M_L και M_U είναι, αντίστοιχα, ο αριθμός των αντικειμένων που περιλαμβάνονται στην κατώτερη και την ανώτερη προσέγγιση της τάξης C_i .

Το διάστημα των αδρών ορίων ($\text{RBnd}(C_i)$) είναι το διάστημα μεταξύ του κατώτερου και του ανώτερου ορίου και ορίζεται ως εξής:

$$\text{RBnd}(C_i) = \overline{\text{Lim}}(C_i) - \underline{\text{Lim}}(C_i) \quad (167)$$

Οι αδροί αριθμοί και το διάστημα των αδρών ορίων επιτρέπουν στον αποφασίζοντα να εκφράσει την ασάφεια οποιασδήποτε τάξης, καθώς όσο μεγαλύτερο είναι το αδρό οριακό διάστημα, τόσο λιγότερο ασαφής θεωρείται η τάξη.

Αν $[A_1, B_1]$ και $[A_2, B_2]$ είναι, αντίστοιχα, το κατώτερο και το ανώτερο όριο των αδρών αριθμών RN_1 και RN_2 και k είναι μια σταθερά, τότε:

$$RN_1 \times RN_2 = [A_1, B_1] \times [A_2, B_2] = [A_1 \times A_2, B_1 \times B_2] \quad (168)$$

$$RN_1 + RN_2 = [A_1, B_1] + [A_2, B_2] = [A_1 + A_2, B_1 + B_2] \quad (169)$$

$$RN_2 \times k = [A_2, B_2] \times k = [kA_2, kB_2] \quad (170)$$

- Κανονικοποίηση των αξιολογήσεων σημασίας των αδρών αριθμών για λόγους σύγκρισης και υπολογισμός της σχετικής κατάταξης σπουδαιότητας με βάση τους κανόνες διάταξης ως: «το πιο σημαντικό», «σημαντικό», «μεσαίας σπουδαιότητας» και «χαμηλής σπουδαιότητας». Οι κανόνες χρησιμοποιούνται για την κατάταξη των χαρακτηριστικών σχεδιασμού.

Φάση II:

Σε αυτή τη φάση, οι γλωσσικές κρίσεις που εκφράζουν τις προτιμήσεις των εναλλακτικών λύσεων σχεδιασμού (Attribute Value-AV), όπως αποδίδονται από τους αποφασίζοντες, καταγράφονται με τη χρήση αδρών αριθμητικών τιμών.

Η σχετική βαθμολογία και κατάταξη των χαρακτηριστικών σχεδιασμού (DAs), όπως υπολογίστηκαν στη Φάση I, συνδυάζονται με τις προτιμήσεις του κάθε αποφασίζοντα και εισάγονται στο πλαίσιο της εκτενούς μεθόδου VIKOR με αριθμούς διαστήματος, με στόχο την ανάπτυξη ενός μοντέλου αξιολόγησης για τη διαδικασία επιλογής σχεδιαστικής λύσης. Τα βασικά βήματα αυτής της φάσης είναι τα εξής:

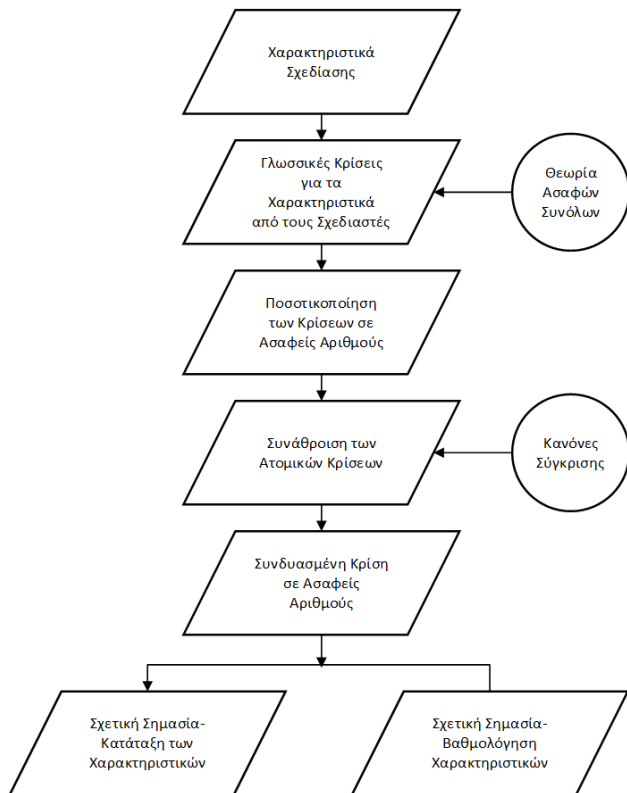
- Λήψη γλωσσικών και υποκειμενικών κρίσεων για τις τιμές κάθε σχεδιαστικού χαρακτηριστικού από τους αποφασίζοντες.
- Συγκέντρωση όλων των προτιμήσεων για κάθε εναλλακτική λύση σχεδιασμού (Attribute Value - AV) και μετατροπή τους σε αδρούς αριθμούς, σύμφωνα με το Βήμα 3 της Φάσης I. Το αποτέλεσμα είναι η δημιουργία ενός αδρού πίνακα ομαδικών προτιμήσεων, ο οποίος αποτυπώνει τη διακύμανση των αντιλήψεων των αποφασιζόντων ως προς κάθε AV.
- Κατασκευή του πλαισίου της τροποποιημένης μεθόδου VIKOR με αριθμούς διαστήματος:

Προσδιορισμός της Θετικής Ιδανικής Λύσης (Positive Ideal Solution-PIS) και της Αρνητικής Ιδανικής Λύσης (Negative Ideal Solution-NIS) από τον αδρό πίνακα ομαδικών προτιμήσεων, με βάση τη σχετική σημασία των χαρακτηριστικών σχεδιασμού (DA).

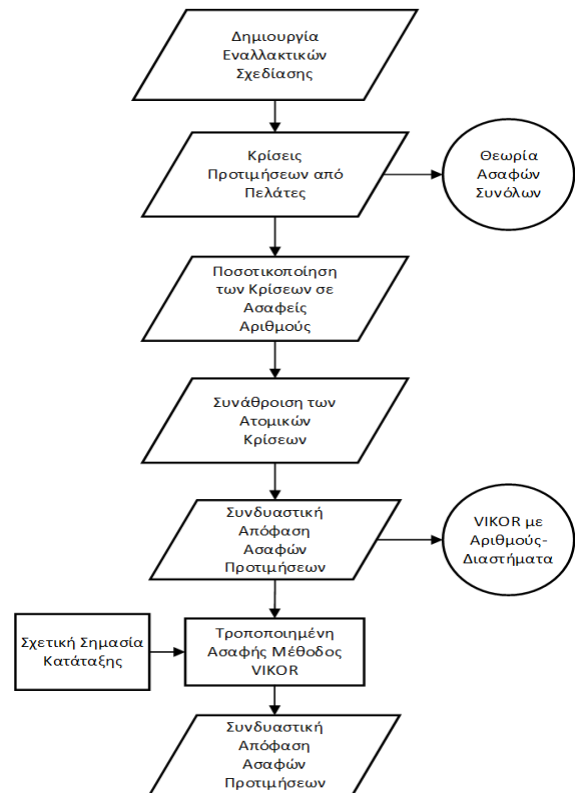
Οι κανόνες για την επιλογή των PIS και NIS στην προτεινόμενη μέθοδο είναι οι εξής:

- Η εναλλακτική λύση της οποίας η τιμή χαρακτηριστικού είναι η περισσότερο προτιμώμενη από τους αποφασίζοντες — στην περίπτωση χαρακτηριστικών σχεδίασης που θεωρούνται σημαντικά ή πολύ σημαντικά — αποτελεί τη Θετική Ιδανική Λύση (PIS), ενώ η λιγότερο προτιμώμενη τιμή χαρακτηριστικού αντιστοιχεί στην Αρνητική Ιδανική Λύση (NIS).

- Η εναλλακτική λύση της οποίας η τιμή χαρακτηριστικού είναι η λιγότερο προτιμώμενη από τους αποφασίζοντες — στην περίπτωση χαρακτηριστικών σχεδίασης χαμηλής σημασίας — αντιστοιχεί στη Θετικά Ιδανική Λύση (PIS), ενώ η περισσότερο προτιμώμενη τιμή χαρακτηριστικού αντιστοιχεί στην Αρνητικά Ιδανική Λύση (NIS).
- Υπολογισμός της συνάρτησης συγκέντρωσης (μέτρο κατάταξης) και κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων σύμφωνα με τη σχετική εγγύτητά τους προς την ιδανική λύση. Η διαδικασία εφαρμογής της προτεινόμενης προσέγγισης απεικονίζεται στα Σχήματα 4 και 5.



Σχήμα 4: Εφαρμογή της διαδικασίας της φάσης I (υπολογισμός της κατάταξης σχετικής σημασίας και της βαθμολογίας των DA) (Varun Tiwari, 2016).



Σχήμα 5: Διαδικασία υλοποίησης της φάσης II (ανάπτυξη μοντέλου αξιολόγησης για την επιλογή ιδεών) (Varun Tiwari, 2016).

3.6.1 Ο αλγόριθμος Rough-VIKOR

Μετά τον υπολογισμό της σχετικής κατάταξης σπουδαιότητας των DAs στη φάση I, ταξινομούνται σε κατηγορίες όπως: η πιο σημαντική DA, η σημαντική DA, η μέσης σπουδαιότητας DA και η χαμηλής σπουδαιότητας DA. Τα βήματα της τροποποιημένης μεθόδου Rough-VIKOR με αριθμούς διαστημάτων έχουν ως εξής:

- ΒΗΜΑ 1:

Έστω πίνακας απόφασης αδρών αριθμών, ο οποίος υπολογίζεται μέσω του βήματος 2 της Φάσης II έχει την ακόλουθη μορφή:

$$X = \begin{bmatrix} [x_{11}^-, x_{11}^+] & [x_{12}^-, x_{12}^+] & \dots & [x_{1n}^-, x_{1n}^+] \\ [x_{21}^-, x_{21}^+] & [x_{22}^-, x_{22}^+] & \dots & [x_{2n}^-, x_{2n}^+] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [x_{m1}^-, x_{m1}^+] & [x_{m2}^-, x_{m2}^+] & \dots & [x_{mn}^-, x_{mn}^+] \end{bmatrix} \quad (171)$$

όπου $[x_{ij}^-, x_{ij}^+]$ είναι η αξιολόγηση προτίμησης της εναλλακτικής A_i ως προς το χαρακτηριστικό σχεδιασμού DA_j που αποδίδεται από τους αποφασίζοντες με τη μορφή αδρών αριθμών. Το x_{ij}^- και x_{ij}^+ είναι το κατώτερο και το ανώτερο όριο, αντίστοιχα.

- ΒΗΜΑ 2:

Η δημιουργία Θετικής Ιδανικής Λύσης (PIS) και Αρνητικής Ιδανικής Λύσης (NIS) βασίζεται στην κατηγορία σπουδαιότητας κάθε χαρακτηριστικού σχεδιασμού (DA), και όχι στην παραδοσιακή διάκριση μεταξύ χαρακτηριστικών οφέλους και κόστους, όπως προτείνεται σε πολλά σύγχρονα πλαίσια αξιολόγησης εννοιών.

Συγκεκριμένα:

Για τα πιο σημαντικά ή πολύ σημαντικά χαρακτηριστικά σχεδιασμού (DA), η PIS καθορίζεται ως η μεγαλύτερη δυνατή τιμή προτίμησης που μπορούν να λάβουν οι αποφασίζοντες. Ειδικότερα, επιλέγεται το μέγιστο ανώτατο όριο όλων των αδρών αριθμών που αποδίδονται σε αυτές τις DA. Αντίστοιχα, η NIS προκύπτει από το ελάχιστο κατώτερο όριο όλων των αδρών αριθμών που αντιστοιχούν στις ίδιες DA. Αυτή η προσέγγιση εστιάζει στη σημασιολογική βαρύτητα των χαρακτηριστικών κατά τη διαδικασία επιλογής, επιτρέποντας μια πιο ευέλικτη και προσαρμοσμένη κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων. Παρόμοια ανάλυση εφαρμόζεται και για τα χαρακτηριστικά σχεδιασμού (DA) χαμηλής σημασίας, με βάση τους αντίστοιχους κανόνες προσδιορισμού της PIS και της NIS.

Όσον αφορά τα χαρακτηριστικά μεσαίας σημασίας, η προσέγγιση διαφοροποιείται ως εξής:

Η PIS καθορίζεται ως η μέση τιμή των ανώτερων ορίων όλων των αδρών αριθμών που αποδίδονται στη συγκεκριμένη DA. Αντίστοιχα, η NIS προσδιορίζεται ως η μέση τιμή των κατώτερων ορίων των αντιστοιχών αδρών αριθμών. Αυτή η σταθμισμένη προσέγγιση επιτρέπει την ισορροπημένη ενσωμάτωση των προτιμήσεων για DA με ενδιάμεση σημασία, διατηρώντας τη συνοχή της αξιολόγησης σε σχέση με τη σημασιολογική βαρύτητα των χαρακτηριστικών.

Για τις, πιο σημαντικές και σημαντικές DA:

$$PIS, x_j^* = \left(\max_i (x_{ij}^+) \mid j \in I \right) j = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m \quad (172)$$

$$NIS, x_j^- = \left(\min_i (x_{ij}^-) \mid j \in I \right) j = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m \quad (173)$$

Για της, μεσαίας σημασίας DA:

$$\text{PIS}, x_j^* = \left(\text{avg}_i(x_{ij}^+) \mid j \in J \right) j = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m \quad (174)$$

$$\text{NIS}, x_j^- = \left(\text{avg}_i(x_{ij}^-) \mid j \in J \right) j = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m \quad (175)$$

Για της, χαμηλής σημασίας DA:

$$\text{PIS}, x_j^* = \left(\min_i(x_{ij}^+) \mid j \in K \right) j = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m \quad (176)$$

$$\text{NIS}, x_j^- = \left(\max_i(x_{ij}^-) \mid j \in K \right) j = 1, 2, \dots, n; i \quad (177)$$

όπου το I αντιστοιχεί στα πιο σημαντικά και σημαντικά χαρακτηριστικά σχεδιασμού (DA), το J αναφέρεται στα χαρακτηριστικά μεσαίας σημασίας, ενώ το K αφορά τα χαρακτηριστικά χαμηλής σημασίας.

Η ιδανική λύση στην προτεινόμενη μεθοδολογία είναι η εναλλακτική που:

- Για τις DA των κατηγοριών I (υψηλής και πολύ υψηλής σημασίας), παρουσιάζει την περισσότερη προτιμώμενη τιμή του χαρακτηριστικού από τους περισσότερους αποφασίζοντες.
- Για τις DA της κατηγορίας J (μέσης σημασίας), διαθέτει τιμή χαρακτηριστικού που δεν είναι ούτε η πιο προτιμώμενη, ούτε η λιγότερο προτιμώμενη, αλλά ενδιάμεση.
- Για τις DA της κατηγορίας K (χαμηλής σημασίας), παρουσιάζει την χαμηλότερη προτιμώμενη τιμή του χαρακτηριστικού από τους αποφασίζοντες.

Αυτή η προσέγγιση επιτρέπει την ευέλικτη και διαφοροποιημένη αξιολόγηση των εναλλακτικών, λαμβάνοντας υπόψη τη βαθμίδα σημασίας κάθε χαρακτηριστικού σχεδιασμού στη διαμόρφωση της ιδανικής λύσης.

• ΒΗΜΑ 3:

Οι τιμές των $[S_i^-, S_i^+]$ και $[R_i^-, R_i^+]$ υπολογίζονται σύμφωνα με το επίπεδο σημασίας του σχεδιαστικού χαρακτηριστικού. Οι τροποποιημένοι τύποι είναι οι εξής:

$$S_i^- = \sum_{j \in I} w_j^- \left(\frac{x_j^* - x_{ij}^+}{x_j^* - x_j^-} \right) + \sum_{j \in J} w_j^- \left(\frac{\min(A, B)}{x_j^* - x_j^-} \right) + \sum_{j \in K} w_j^- \left(\frac{x_{ij}^- - x_j^*}{x_j^- - x_j^*} \right) \quad (178)$$

$$S_i^+ = \sum_{j \in I} w_j^+ \left(\frac{x_j^* - x_{ij}^-}{x_j^* - x_j^-} \right) + \sum_{j \in J} w_j^+ \left(\frac{\max(A, B)}{x_j^* - x_j^-} \right) + \sum_{j \in K} w_j^+ \left(\frac{x_{ij}^+ - x_j^*}{x_j^- - x_j^*} \right) \quad (179)$$

$$R_i^- = \max \left\{ \left(w_j^- \left(\frac{x_j^* - x_{ij}^+}{x_j^* - x_j^-} \right) \mid j \in I \right), \left(w_j^- \left(\frac{\min(A, B)}{x_j^* - x_j^-} \right) \mid j \in J \right) \right\} \quad (180),$$

$$R_i^+ = \max \left\{ \left(w_j^+ \left(\frac{x_j^* - x_{ij}^-}{x_j^* - x_j^-} \right) \mid j \in I \right), \left(w_j^+ \left(\frac{\max(A, B)}{x_j^* - x_j^-} \right) \mid j \in J \right) \right\} \quad (181),$$

όπου $w_j = [w_j^-, w_j^+]$ είναι τα βάρη του DA που υπολογίζονται στη φάση I. Οι τιμές των A και B εξαρτώνται από τους παρακάτω κανόνες:

- Αν $x_j^* > x_{ij}^+$, τότε: $A = x_j^* - x_{ij}^+$ και $B = x_j^* - x_{ij}^-$
- Αν $x_j^* < x_{ij}^+$ και $x_j^* > x_{ij}^-$, τότε: $A = -(x_j^* - x_{ij}^+)$ και $B = x_j^* - x_{ij}^-$
- Αν $x_j^* < x_{ij}^-$, τότε: $A = -(x_j^* - x_{ij}^+)$ και $B = -(x_j^* - x_{ij}^-)$
- ΒΗΜΑ 4:

Υπολογισμός του διαστήματος της συνάρτησης συγκέντρωσης $Q_i = [Q_i^-, Q_i^+]$

$$Q_i^- = v * \left(\frac{S_i^- - S^*}{S^- - S^*} \right) + (1 - v) * \left(\frac{R_i^- - R^*}{R^- - R^*} \right) \quad (182)$$

$$Q_i^+ = v * \left(\frac{S_i^+ - S^*}{S^+ - S^*} \right) + (1 - v) * \left(\frac{R_i^+ - R^*}{R^+ - R^*} \right) \quad (183)$$

όπου,

$$S^* = \min_i (S_i^-), \quad S^- = \max_i (S_i^+) \quad (184)$$

$$R^* = \min_i (R_i^-), \quad R^- = \max_i (R_i^+) \quad (185)$$

v = Βάρος της στρατηγικής των "κριτηρίων πλειοψηφίας" (Varun Tiwari, 2016).

3.7 Εκτενής μέθοδος VIKOR με ασαφή σύνολα διαστήματος τύπου 2 και με βαθμούς πιθανοτήτων

Οι δυνατότητες των Ασαφών Συνόλων Διαστήματος Τύπου 2 (Interval Type-2 Fuzzy Set -IT2FS) αξιοποιούνται για τη δημιουργία ενός νέου πίνακα αποφάσεων που περιέχει σαφέστερες πληροφορίες, μειώνοντας την πολυπλοκότητα που συνήθως συνοδεύει την επεξεργασία των IT2FS. Στο νέο πίνακα, οι αποφασίζοντες μπορούν να αξιολογούν τις εναλλακτικές λύσεις σε ζεύγη, προκειμένου να καθορίσουν ποιες παρουσιάζουν συγκριτικό πλεονέκτημα έναντι των υπολοίπων. Με την ενσωμάτωση των χαρακτηριστικών των IT2FS, η προτεινόμενη προσέγγιση παραμένει αποτελεσματική ακόμη και όταν οι διαφορές μεταξύ των εναλλακτικών είναι μικρές ή οριακές.

Η προτεινόμενη μέθοδος VIKOR βασισμένη στις δυνατότητες των IT2FS και των βαθμών πιθανοτήτων, συνιστάται για προβλήματα αξιολόγησης συστημάτων εμπορευματικών μεταφορών (Sepehr Hendiani, 2025). Παράλληλα, καταφέρνει να υπερβεί βασικούς περιορισμούς που εντοπίζονται σε παρδοσιακές μεθόδους Λήψης Αποφάσεων Πολλαπλών Κριτηρίων.

3.7.1 Ο αλγόριθμος IT2F-VIKOR με βαθμούς πιθανοτήτων

Παρουσιάζονται ο τελεστής συνάθροισης Bonferroni και άλλες βασικές έννοιες των Ασαφών Συνόλων Διαστήματος Τύπου 2 (IT2FS), τα οποία είναι καθοριστικής σημασίας κατά τη φάση μοντελοποίησης.

Έστω ότι ένα ασαφές σύνολο τύπου 2 (T2FS) ψ , ορισμένο στο X , μπορεί να παρασταθεί ως εξής:

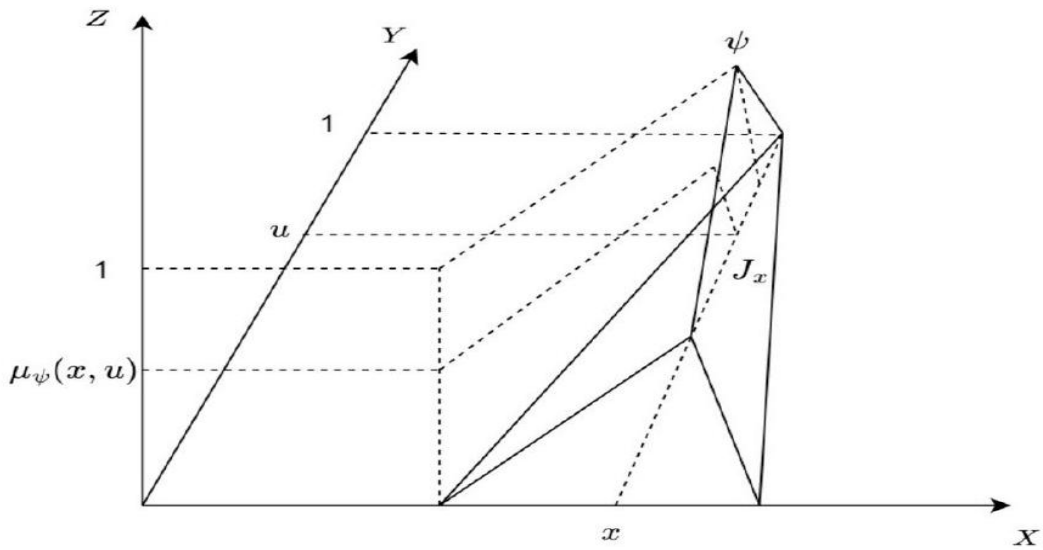
$$\psi = \{(x, u), \mu_\psi(x, u)\} \mid \forall x \in X, \forall u \in J_x \subseteq [0,1]\} \quad (186)$$

όπου x είναι η κύρια μεταβλητή, $J_x \subseteq [0,1]$ είναι η κύρια συνάρτηση συμμετοχής και u είναι η δευτερεύουσα μεταβλητή

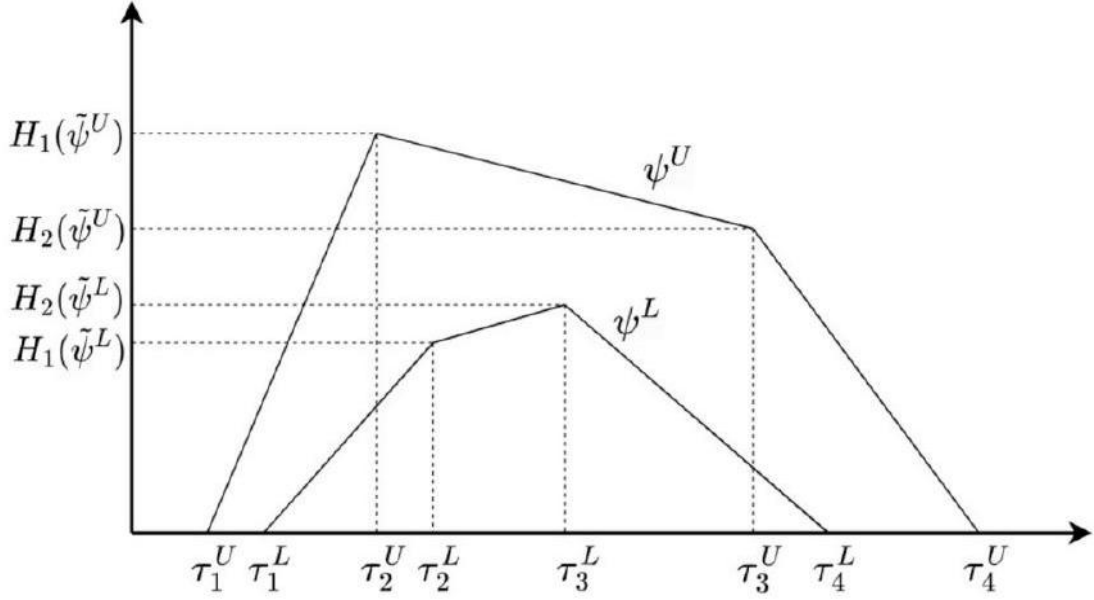
Η παραπάνω εξίσωση γράφεται και ως εξής :

$$\psi = \int_{x \in X} \int_{u \in J_x} \mu_\psi(x, u) / (x, u) = \int_{x \in X} \frac{\left(\int_{u \in J_x} \frac{\mu_\psi(x, u)}{u} \right)}{x} \quad (187)$$

όπου $\int_{u \in J_x} \mu_\psi(x, u) / u$ είναι η δεύτερη συμμετοχή στο x . Το ασαφές σύνολο ψ τύπου 2 παρουσιάζεται στο Σχήμα 6. Στο Σχήμα 7 απεικονίζεται το ασαφές σύνολο διαστήματος τύπου 2 τραπεζοειδούς τύπου.



Σχήμα 6: Ασαφές σύνολο τύπου 2 ψ (Sepehr Hendiani, 2025).



Σχήμα 7: Ασαφές σύνολο διαστήματος τύπου 2 (IT2FS) ψ (Sepehr Hendiani, 2025).

Έστω $\tilde{\psi} = \left[\left(\tau_1^U, \tau_2^U, \tau_3^U, \tau_4^U; H_1(\psi^U), H_2(\psi^U) \right), \left(\tau_1^L, \tau_2^L, \tau_3^L, \tau_4^L; H_1(\psi^L), H_2(\psi^L) \right) \right]$ και $\tilde{\phi} = \left[\left(v_1^U, v_2^U, v_3^U, v_4^U; H_1(\phi^U), H_2(\phi^U) \right), \left(v_1^L, v_2^L, v_3^L, v_4^L; H_1(\phi^L), H_2(\phi^L) \right) \right]$ είναι δύο IT2FS στο X που δεν είναι αρνητικά

Οι ορισμοί για τις πράξεις πρόσθεσης και πολλαπλασιασμού σε αυτά τα δύο IT2FS είναι:

$$\begin{aligned} & \tilde{\psi} + \tilde{\phi} \\ &= \left[\left(\tau_1^U + v_1^U, \tau_2^U + v_2^U, \tau_3^U + v_3^U, \tau_4^U + v_4^U; \min\{H_1(\psi^L), H_1(\phi^L)\}, \min\{H_2(\psi^L), H_2(\phi^L)\} \right), \right. \\ & \quad \left. \left(\tau_1^L + v_1^L, \tau_2^L + v_2^L, \tau_3^L + v_3^L, \tau_4^L + v_4^L; \min\{H_1(\psi^U), H_1(\phi^U)\}, \min\{H_2(\psi^U), H_2(\phi^U)\} \right) \right] \quad (189) \end{aligned}$$

Έστω $\tilde{\psi}_i = \left[\left(\tau_{1i}^U, \tau_{2i}^U, \tau_{3i}^U, \tau_{4i}^U; H_1(\phi_i^U), H_2(\phi_i^U) \right), \left(\tau_{1i}^L, \tau_{2i}^L, \tau_{3i}^L, \tau_{4i}^L; H_1(\phi_i^L), H_2(\phi_i^L) \right) \right], (i = 1, 2, \dots, n)$ είναι ένα σύνολο ασafών τραπεζοειδών διαστημάτων τύπου 2

$$\tilde{\psi} \otimes \tilde{\phi} = \left[\left(\tau_1^U \cdot v_1^U, \tau_2^U \cdot v_2^U, \tau_3^U \cdot v_3^U, \tau_4^U \cdot v_4^U; \min\{H_1(\psi^L), H_1(\phi^L)\}, \min\{H_2(\psi^L), H_2(\phi^L)\} \right), \right. \\ \left. \left(\tau_1^L \cdot v_1^L, \tau_2^L \cdot v_2^L, \tau_3^L \cdot v_3^L, \tau_4^L \cdot v_4^L; \min\{H_1(\psi^U), H_1(\phi^U)\}, \min\{H_2(\psi^U), H_2(\phi^U)\} \right) \right] \quad (190)$$

μεταβλητές των οποίων το διάνυσμα βάρους είναι $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ και $\sum_{i=1}^n w_i = 1$. Ο μέσος όρος ασafούς Bonferroni διαστήματος τύπου 2 (Interval Type-2 Fuzzy Bonferroni Mean-IT2FBM) υπολογίζεται ως εξής:

$$k\tilde{\psi} = \left[\left(k\tau_1^U, k\tau_2^U, k\tau_3^U, k\tau_4^U; H_1(\psi^U), H_2(\psi^U) \right), \left(k\tau_1^L, k\tau_2^L, k\tau_3^L, k\tau_4^L; H_1(\psi^L), H_2(\psi^L) \right) \right] \quad (191)$$

για $k > 0$

$$\text{IT2FBM}^{p,q}(\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \dots, \tilde{\psi}_n) = [\tilde{\psi}^U, \tilde{\psi}^L] \quad (192)$$

- ΒΗΜΑ 1:

Συγκέντρωση των αξιολογήσεων των αποφασιζόντων:

$\tilde{\psi}^U$

$$= \left(\left(\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j=1, i \neq j}^l (n \cdot w_i \cdot \tau_{1i}^U)^p (n \cdot w_j \cdot \tau_{1j}^U)^q \right)^{\frac{1}{p+q}}, \left(\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j=1, i \neq j}^l (n \cdot w_i \cdot \tau_{2i}^U)^p (n \cdot w_j \cdot \tau_{2j}^U)^q \right)^{\frac{1}{p+q}} \right) \\ = \left(\left(\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j=1, i \neq j}^l (n \cdot w_i \cdot \tau_{3i}^U)^p (n \cdot w_j \cdot \tau_{3j}^U)^q \right)^{\frac{1}{p+q}}, \left(\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j=1, i \neq j}^l (n \cdot w_i \cdot \tau_{4i}^U)^p (n \cdot w_j \cdot \tau_{4j}^U)^q \right)^{\frac{1}{p+q}} \right) \\ \min\{H_1(\psi_i^U)\}, \min\{H_2(\psi_i^U)\} \\ (193)$$

Οι αξιολογήσεις και οι κρίσεις του κάθε αποφασίζοντα συνδυάζονται ώστε να προκύψει μία ενιαία τιμή για περαιτέρω ανάλυση, η οποία ενσωματώνει όλες τις αβεβαιότητες που σχετίζονται με τις υποκειμενικές εκτιμήσεις των αποφασιζόντων.

$$L^+ (\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi}) = 1 (194)$$

Η εναλλακτική λύση A_i έχει καλύτερη απόδοση σε ένα κριτήριο οφέλους $c_j \in C_I$ εάν η $\tilde{\psi}_{ij}$ έχει μεγάλη πιθανότητα να είναι μεγαλύτερη ή ίση με $\tilde{\psi}_{i'j}$ για υπόλοιπες $n-1$ εναλλακτικές λύσεις, όπου $i' = 1, 2, \dots, n-1$ και $i \neq i'$. Αντίθετα, η εναλλακτική λύση A_i :

$\tilde{\psi}^L$

$$= \left(\left(\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j=1, i \neq j}^l (n \cdot w_i \cdot \tau_{1i}^L)^p (n \cdot w_j \cdot \tau_{1j}^L)^q \right)^{\frac{1}{p+q}}, \left(\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j=1, i \neq j}^l (n \cdot w_i \cdot \tau_{2i}^L)^p (n \cdot w_j \cdot \tau_{2j}^L)^q \right)^{\frac{1}{p+q}} \right) \\ = \left(\left(\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j=1, i \neq j}^l (n \cdot w_i \cdot \tau_{3i}^L)^p (n \cdot w_j \cdot \tau_{3j}^L)^q \right)^{\frac{1}{p+q}}, \left(\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j=1, i \neq j}^l (n \cdot w_i \cdot \tau_{4i}^L)^p (n \cdot w_j \cdot \tau_{4j}^L)^q \right)^{\frac{1}{p+q}} \right) \\ \min\{H_1(\psi_i^L)\}, \min\{H_2(\psi_i^L)\} \\ (195)$$

- ΒΗΜΑ 2:

Δομή νέου πίνακα αποφάσεων βασισμένο τις πιθανότητες.

Σε αυτό το βήμα, λαμβάνονται υπόψη οι συγκεντρωμένες τιμές από το Βήμα 1, προκειμένου να υπολογιστούν οι πιθανότητες και να κατασκευαστεί ο νέος πίνακας αποφάσεων βασισμένος στην πιθανότητα. Για δύο IT2FSs :

$$\tilde{\psi} = \left[\left(\tau_1^U, \tau_2^U, \tau_3^U, \tau_4^U; H(\psi^U) \right), \left(\tau_1^L, \tau_2^L, \tau_3^L, \tau_4^L; H(\psi^L) \right) \right] \quad (196)$$

$$\tilde{\phi} = \left[\left(v_1^U, v_2^U, v_3^U, v_4^U; H(\phi^U) \right), \left(v_1^L, v_2^L, v_3^L, v_4^L; H(\phi^L) \right) \right] \quad (197)$$

Η τιμή $L(\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi})$ ορίζει την πιθανότητα ότι το $\tilde{\phi}$ δεν είναι μεγαλύτερο από το $\tilde{\psi}$ και υπολογίζεται ως ο μέσος όρος της κατώτερης και της ανώτερης πιθανότητας, δηλαδή $L^-(\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi})$ και $L^+(\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi})$ αντίστοιχα. Αυτές οι κατώτερες, ανώτερες και μέσες δυνατότητες προέκυψαν ως εξής:

Η χαμηλότερη πιθανότητα:

Αποδίδει καλύτερα σε ένα κριτήριο κόστους $c_j \in C_{II}$, εάν $\tilde{\psi}_{ij}$ έχει μεγάλη πιθανότητα να είναι μικρότερη ή ίση με $\tilde{\psi}_{i'j}$ για άλλες $n-1$ εναλλακτικές λύσεις. Ο δείκτης απόδοσης βάσει πιθανότητας του $\tilde{\psi}_{ij}$ για τα κριτήρια οφέλους και κόστους θα προκύψει από τη σχέση:

$$P_{\tilde{\psi}_{ij}} = \begin{cases} \sum_{i'=1, i' \neq i}^n L(\tilde{\psi}_{ij} \geq \tilde{\psi}_{i'j}) \text{ if } c_j \in C_I \\ n-1 - \sum_{i'=1, i' \neq i}^n L(\tilde{\psi}_{ij} \geq \tilde{\psi}_{i'j}) \text{ if } c_j \in C_{II} \end{cases} \quad (198)$$

Ο πίνακας απόφασης με n γραμμές και m στήλες περιέχει πληροφορίες για εναλλακτικές αξιολογήσεις σχετικά με τα κριτήρια. Οι γραμμές αντιπροσωπεύουν τον αριθμό των εναλλακτικών και οι στήλες τον αριθμό των κριτηρίων. Ας υποθέσουμε ότι $P_{\tilde{\psi}_{ij}}$ είναι ο δείκτης απόδοσης βάσει πιθανοτήτων για την εναλλακτική i σε σχέση με το κριτήριο j . Ο νέος πίνακας αποφάσεων σχηματίζεται ως εξής:

$$L^-(\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi}) = \max \left\{ 1 - \max \left[\frac{\sum_{\xi=1}^4 \max(v_{\xi}^U - \tau_{\xi}^L, 0) + (v_4^U - \tau_1^L) + 2\max(h_{\phi}^U - h_{\psi}^L, 0)}{\sum_{\xi=1}^4 |v_{\xi}^U - \tau_{\xi}^L| + (\tau_4^L - \tau_1^L) + (v_4^U - v_1^U) + 2|h_{\phi}^U - h_{\psi}^L|}, 0 \right], 0 \right\} \quad (199)$$

Η ανώτερη πιθανότητα:

$$L^+(\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi}) = \max \left\{ 1 - \max \left[\frac{\sum_{\xi=1}^4 \max(v_{\xi}^L - \tau_{\xi}^U, 0) + (v_4^L - \tau_1^U) + 2\max(h_{\phi}^L - h_{\psi}^U, 0)}{\sum_{\xi=1}^4 |v_{\xi}^L - \tau_{\xi}^U| + (\tau_4^U - \tau_1^U) + (v_4^L - v_1^L) + 2|h_{\phi}^L - h_{\psi}^U|}, 0 \right], 0 \right\} \quad (200)$$

Συνολική πιθανότητα:

$$L(\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi}) = \frac{1}{2} (L^-(\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi}) + L^+(\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi})) \quad (201)$$

Οι κατώτερες $L^-(\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi})$ και ανώτερες $L^+(\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi})$ πιθανότητες της σχέσης προτίμησης $\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi}$ πληροί τις ακόλουθες ιδιότητες:

$$0 \leq L^-(\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi}) \leq 1 \quad (202)$$

$$0 \leq L^+(\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi}) \leq 1 \quad (203)$$

$$L^-(\tilde{\psi} \geq \tilde{\phi}) + (204)$$

$$Y_{n,m} = \begin{bmatrix} P_{\tilde{\psi}_{1,1}} & P_{\tilde{\psi}_{1,2}} & \cdots & P_{\tilde{\psi}_{1,m}} \\ P_{\tilde{\psi}_{2,1}} & P_{\tilde{\psi}_{2,2}} & \cdots & P_{\tilde{\psi}_{2,m}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{\tilde{\psi}_{n,1}} & P_{\tilde{\psi}_{n,2}} & \cdots & P_{\tilde{\psi}_{n,m}} \end{bmatrix} \quad (205)$$

- BHMA 3:

Προσδιορισμός θετικών και αρνητικών τιμών

Για τον προσδιορισμό του θετικού διανύσματος, $P^+_{\tilde{\psi}}$ η υψηλότερη τιμή μεταξύ κάθε στήλης θα επιλεγεί, αντιπροσωπεύοντας την τιμή με την καλύτερη απόδοση μεταξύ των εναλλακτικών λύσεων ως προς το κριτήριο j ως εξής:

$$P^+_{\tilde{\psi}} = (P^+_{\tilde{\psi}_1}, P^+_{\tilde{\psi}_2}, \dots, P^+_{\tilde{\psi}_m}) = \left(\max [P_{\tilde{\psi}_{1,1}}, P_{\tilde{\psi}_{2,1}}, \dots, P_{\tilde{\psi}_{n,1}}], \max [P_{\tilde{\psi}_{1,2}}, P_{\tilde{\psi}_{2,2}}, \dots, P_{\tilde{\psi}_{n,2}}], \dots, \max [P_{\tilde{\psi}_{1,m}}, P_{\tilde{\psi}_{2,m}}, \dots, P_{\tilde{\psi}_{n,m}}] \right) \quad (206)$$

Για τον προσδιορισμό του αρνητικού διανύσματος $P^-_{\tilde{\psi}}$, η χαμηλότερη τιμή των στηλών του πίνακα αποφάσεων αντιπροσωπεύει τη χειρότερη τιμή μεταξύ των εναλλακτικών λύσεων ως προς το κριτήριο j ως εξής:

$$P^-_{\tilde{\psi}} = (P^-_{\tilde{\psi}_1}, P^-_{\tilde{\psi}_2}, \dots, P^-_{\tilde{\psi}_m}) = \left(\min [P_{\tilde{\psi}_{1,1}}, P_{\tilde{\psi}_{2,1}}, \dots, P_{\tilde{\psi}_{n,1}}], \min [P_{\tilde{\psi}_{1,2}}, P_{\tilde{\psi}_{2,2}}, \dots, P_{\tilde{\psi}_{n,2}}], \dots, \min [P_{\tilde{\psi}_{1,m}}, P_{\tilde{\psi}_{2,m}}, \dots, P_{\tilde{\psi}_{n,m}}] \right) \quad (207)$$

- BHMA 4:

Υπολογισμός των δεικτών VIKOR και εναλλακτική κατάταξη

Το μέτρο ομαδικής χρησιμότητας S_i και το μέτρο δυσαρέσκειας R_i , για κάθε μία από τις πιθανές εναλλακτικές λύσεις, με τη βοήθεια της κανονικοποιημένης ευκλείδειας απόστασης και των κανονικοποιημένων βαρών των κριτηρίων υπολογίζεται ως εξής:

$$S_i = \sum_{j=1}^t w_j \frac{d(P^+_{\tilde{\psi}}, P_{\tilde{\psi}_{ij}})}{d(P^+_{\tilde{\psi}}, P^-_{\tilde{\psi}})} \quad (208)$$

$$R_i = \max_j \frac{d(P^+_{w_j}, P_{\tilde{\psi}_{ij}})}{d(P^+_{\tilde{\psi}_j}, P^-_{\tilde{\psi}_j})} \quad (209)$$

όπου $d(P^+_{\tilde{\psi}}, P^+_{\tilde{\psi}_{i,j}})$ είναι η απόσταση μεταξύ δύο ευκρινών αριθμών $P^+_{\tilde{\psi}}$ και $P^+_{\tilde{\psi}_{i,j}}$ η οποία προκύπτει από την απόλυτη τιμή του $|P^+_{\tilde{\psi}} - P^+_{\tilde{\psi}_{i,j}}|$. Το $d(P^+_{\tilde{\psi}}, P^-_{\tilde{\psi}})$ ορίζει επίσης την απόσταση μεταξύ δύο ευκρινών αριθμών $P^+_{\tilde{\psi}}$ και $P^-_{\tilde{\psi}}$, που προκύπτει από την απόλυτη τιμή του $|P^+_{\tilde{\psi}} - P^-_{\tilde{\psi}}|$.

Οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές των S_i και R_i υπολογίζονται ως εξής:

$$S^+ = \max_i S_i \quad (210)$$

$$S^- = \min_i S_i \quad (211)$$

$$R^+ = \max_i R_i \quad (213)$$

$$R^- = \min_i R_i \quad (214)$$

Προκειμένου να εκτιμηθεί το μέτρο κατάταξης χ_i για την εναλλακτική λύση A_i , τα χαρακτηριστικά της ομαδικής χρησιμότητας S_i και της δυσαρέσκειας R_i συνδυάζονται ως εξής:

$$\chi_i = \lambda \left(\frac{S_i - S^-}{S^+ - S^-} \right) + (1 - \lambda) \left(\frac{R_i - R^-}{R^+ - R^-} \right) \quad (215)$$

όπου η παράμετρος λ αντιπροσωπεύει τη βαρύτητα της στρατηγικής για την πλειοψηφία των κριτηρίων (τη μεγαλύτερη ομαδική χρησιμότητα). Οι εναλλακτικές λύσεις που τοποθετούνται πρώτες και δεύτερες αντίστοιχα, όσον αφορά το χ , χαρακτηρίζονται με $A^{(1)}$ και $A^{(2)}$. Εάν πληρούνται οι ακόλουθες προϋποθέσεις, η συμβιβαστική λύση περιλαμβάνει την εξής εναλλακτική λύση $A^{(1)}$:

$$\chi_{A^{(2)}} - \chi_{A^{(1)}} \geq DQ, \text{ όπου } DQ = \frac{1}{n-1} \quad (216)$$

και n ορίζει το συνολικό αριθμό των εναλλακτικών λύσεων.

Η εναλλακτική $A^{(1)}$ τοποθετείται επίσης στην πρώτη θέση της σειράς κατάταξης σύμφωνα με τις τιμές S ή R (Sepehr Hendiani, 2025).

Κεφάλαιο 4: Βελτιώσεις στάθμισης κριτηρίων: Διερεύνηση υποκειμενικών και αντικειμενικών μεθόδων στάθμισης στο πλαίσιο της μεθόδου VIKOR

Η ακρίβεια και η αξιοπιστία της πολυκριτηριακής μεθόδου VIKOR εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από τη διαδικασία στάθμισης των κριτηρίων, δηλαδή τον καθορισμό της σχετικής σημασίας κάθε κριτηρίου στη διαδικασία λήψης απόφασης. Μία από τις σημαντικές βελτιώσεις της μεθόδου είναι η ενσωμάτωση αριθμών-διαστημάτων (interval numbers), οι οποίοι επιτρέπουν την αποτύπωση της αβεβαιότητας στις αξιολογήσεις. Επιπλέον, η χρήση ελλιπών βαρών κριτηρίων (incomplete criteria weights) επιτρέπει την αντιμετώπιση περιπτώσεων όπου δεν είναι εφικτός ο πλήρης καθορισμός της σημασίας όλων των κριτηρίων. Αυτή η προσέγγιση επιτρέπει τη μοντελοποίηση προβλημάτων στα οποία οι διαθέσιμες πληροφορίες είναι μερικές, ασαφείς ή ανακριβείς, χωρίς να απαιτείται η παροχή ακριβών τιμών ή πλήρους στάθμισης. Ως αποτέλεσμα, η μέθοδος καθίσταται πιο ευέλικτη και ρεαλιστική, διευρύνοντας το πεδίο εφαρμογής της σε πολύπλοκα περιβάλλοντα λήψης αποφάσεων.

4.1 Εκτενής μέθοδος VIKOR με χρήση ελλιπών βαρών κριτηρίων

Ορισμός των Ελλιπών βαρών:

Τα ελλιπή βάρη μπορούν να πάρουν μία από τις ακόλουθες πέντε μορφές:

- Κατώτερα όρια (Lower Bounds -LB):

$$W_{LB} = \{\mathbf{w}: w_j \geq a_j > 0, j = 1, 2, \dots, n\} \quad (217)$$

- Ασθενείς ανισότητες (Weak inequalities -WI):

$$W_{WI} = \{\mathbf{w}: w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_n \geq 0\} \quad (218)$$

- Ανισότητες αναλογικής κλίμακας (Ratio scale inequalities-RI):

$$W_{RI} = \{\mathbf{w}: w_1 \geq a w_2, \dots, w_{n-1} \geq a_{n-1} w_n, w_n \geq 0, a_j > 0, \forall j\} \quad (219)$$

- Αυστηρές ανισότητες (Strict inequalities -SI):

$$W_{SI} = \{\mathbf{w}: w_j - w_{j+1} \geq \varepsilon_j > 0, j = 1, 2, \dots, n-1, w_n \geq \varepsilon_n > 0\} \quad (220)$$

- Ασθενείς ανισότητες διαφορών (Weak inequalities of differences -WID):

$$W_{ID} = \{\mathbf{w}: w_1 - w_2 \geq w_{2n-1} - w_n, w_n \geq 0\} \quad (221)$$

Η μορφή των ασθενών ανισοτήτων (WI) είναι η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη και απαντάται σε μελέτες που χρησιμοποιούν τη Μέθοδο Βαθμολόγησης Πολλαπλών Κριτηρίων με Κλίμακα Αιτίου (Simple Multi-Attribute Rating Technique using Swings -SMARTS). Η ανισότητα κλίμακας αναλογίας (RI) αποτελεί έναν τύπο αξιολόγησης που χρησιμοποιείται συχνά στην μέθοδο AHP, όπου μια αριθμητική τιμή, a_{ij} , αντιπροσωπεύει ένα επίπεδο προτίμησης μεταξύ του i -οστού διαδοχικού κριτηρίου και του j -οστού διαδοχικού κριτηρίου. Ο Cook και ο Kress το έτος 1991 (Jong Hyen Kim, 2014) υιοθέτησαν τη μορφή των αυστηρών διατακτικών προτιμήσεων (strict ordinal preferences) ώστε να

μεγιστοποιηθεί η διακριτική ικανότητα μεταξύ των υποψηφίων. Η μορφή των ανισοτήτων των ασθενών διαφορών εμφανίζει δύο επίπεδα ισχύος ως προς τη σημασία των κριτηρίων. Για παράδειγμα, μπορεί να εφαρμοστεί στην περίπτωση όπου το j -οστό κριτήριο θεωρείται εξαιρετικά σημαντικό για το $(j + 1)$ -οστό κριτήριο, ενώ το $(j + 1)$ -οστό κριτήριο θεωρείται ελάχιστα σημαντικό για το $(j + 2)$ -οστό κριτήριο.

4.1.1 Η μέθοδος VIKOR με ακριβή και ελλιπή στοιχεία

Θεωρείται ο Πίνακας 15 με ακριβή στοιχεία:

	C_1	C_2	...	C_n
A_1	f_{11}	f_{12}	...	f_{1n}
A_2	f_{21}	f_{22}	...	f_{2n}
...	...	...	...	...
A_m	f_{m1}	f_{m2}	...	f_{mn}

Πίνακας 15: Πίνακας Απόφασης

όπου $A_1, A_2, \dots, A_m$ είναι οι διαθέσιμες εναλλακτικές, $C_1, C_2, \dots, C_n$ είναι τα κριτήρια και f_{ij} είναι η επίδοση της εναλλακτικής A_i έναντι του κριτηρίου C_j .

Σε αυτή την περίπτωση, θεωρούμε ότι τα βάρη των κριτηρίων δεν είναι σαφώς καθορισμένα, αλλά παρέχονται με ελλιπή πληροφόρηση (incomplete information criteria weights). Όπως αναφέρθηκε παραπάνω χρησιμοποιούμε την πιο διαδεδομένη μορφή ελλιπούς πληροφόρησης, αυτή των ασθενών ανισοτήτων (weak inequalities). Πιο συγκεκριμένα, τα βάρη

$$(w_1, \dots, w_n) \quad (222)$$

ικανοποιούν τα εξής:

$$w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_n \geq 0 \quad (223)$$

$$\sum^n w_j = 1 \quad (224)$$

Για την αξιολόγηση των εναλλακτικών, θα χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο των ακραίων σημείων (extreme points method). Τα ελλιπή βάρη (WI) οδηγούν σε μια περιοχή βαρών κριτηρίων από την οποία μπορούμε να εντοπίσουμε πολλαπλά ακραία σημεία (Ahn (2015)).

Ακραία σημεία στην περίπτωση n κριτηρίων:

$$\lambda_1 = (1, 0, 0, \dots, 0) \quad (225)$$

$$\lambda_2 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, \dots, 0\right) \quad (226)$$

$$\lambda_{n-1} = \left(\frac{1}{n-1}, \dots, \frac{1}{n-1}, 0\right) \quad (227)$$

$$\lambda_n = \left(\frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}\right) \quad (228)$$

Τα κύρια βήματα της προτεινόμενης μεθόδου VIKOR για ακριβή και ελλιπή βάρη μπορούν να περιγραφούν ως εξής:

- ΒΗΜΑ 1:

Ορίζεται ο πίνακας:

$$E = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \quad (229)$$

ο οποίος έχει ως στήλες τα ακραία σημεία

Πίνακας ακραίων σημείων:

$$E = (\lambda_1 \dots \lambda_n) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \dots & \frac{1}{n} \\ 0 & \frac{1}{2} & \dots & \frac{1}{n} \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{n} \end{pmatrix} \quad (230)$$

όπου λ_i είναι το i -οστό διάνυσμα για το οποίο τα στοιχεία, είναι $1/i$ από την πρώτη έως την i -οστή θέση, ενώ τα υπόλοιπα είναι μηδενικά.

- ΒΗΜΑ 2:

Ορισμός του διανύσματος απόκλισης στο οποίο έστω ότι συμβολίζουμε με I το σύνολο των κριτηρίων οφέλους και με J το σύνολο των κριτηρίων κόστους.

Για κάθε εναλλακτική λύση ισχύει το διάνυσμα:

$$d_i = (d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{in}) \quad (231)$$

όπου

$$d_{ij} = \frac{f_j^* - f_{ij}}{f_j^* - f_j^-}, \quad \text{όταν } j \in I \text{ όφελός} \quad (232)$$

και

$$d_{ij} = \frac{f_{ij} - f_j^*}{f_j^- - f_j^*}, \quad \text{όταν } j \in J \text{ κόστος} \quad (233)$$

Είναι σημαντικό να σημειωθεί πως κάθε συνιστώσα του διανύσματος $\mathbf{d}_i$ εκφράζει την κανονικοποιημένη απόκλιση από την καλύτερη τιμή του κριτηρίου.

Η σειρά με την οποία «μπαίνουν» οι συνιστώσες d_{ij} μέσα στο διάνυσμα $\mathbf{d}_i$ εξαρτάται από τη σχετική σπουδαιότητα των κριτηρίων. Εδώ, το διάνυσμα $\mathbf{d}_i$ έχει την παραπάνω μορφή επειδή ακριβώς υποθέσαμε στην αρχή ότι

$$w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_n \quad (234)$$

- ΒΗΜΑ 3:

Για κάθε κάθε εναλλακτική λύση, υπολογίζεται το διάστημα

$$S_i = [S_i^L, S_i^U] \quad (235)$$

από τις σχέσεις

$$S_i^L = \min\{\mathbf{d}_i \mathbf{E}\} \quad (236)$$

$$S_i^U = \max\{\mathbf{d}_i \mathbf{E}\} \quad (237)$$

(Ι. ΨΑΡΡΑΣ & Χ. ΔΟΥΚΑΣ, 2019).

4.2 Η μέθοδος VIKOR με αριθμούς-διαστήματα και ελλιπή βάρη

Θεωρείται ο Πίνακας 16 με αριθμούς-διαστήματα:

	C_1	C_2	...	C_n
A_1	$[f_{11}^L, f_{11}^U]$	$[f_{12}^L, f_{12}^U]$	...	$[f_{1n}^L, f_{1n}^U]$
A_2	$[f_{21}^L, f_{21}^U]$	$[f_{22}^L, f_{22}^U]$	...	$[f_{2n}^L, f_{2n}^U]$
...	...	...	...	...
A_m	$[f_{m1}^L, f_{m1}^U]$	$[f_{m2}^L, f_{m2}^U]$	...	$[f_{mn}^L, f_{mn}^U]$

Πίνακας 16: Πίνακας Απόφασης

όπου $A_1, A_2, \dots, A_m$ είναι οι διαθέσιμες εναλλακτικές, $C_1, C_2, \dots, C_n$ είναι τα κριτήρια και $f_{ij} \in [f_{ij}^L, f_{ij}^U]$ είναι η επίδοση της εναλλακτικής A_i έναντι του κριτηρίου C_j και μπορεί να λάβει οποιαδήποτε τιμή μέσα στο διάστημα .

Ως βάρη χρησιμοποιείται η πιο διαδεδομένη μορφή ελλιπούς πληροφόρησης, αυτή των ασθενών ανισοτήτων (weak inequalities). Πιο συγκεκριμένα, τα βάρη

$$(w_1, \dots, w_n) \quad (238)$$

ικανοποιούν τα εξής:

$$w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_n \geq 0 \quad (239)$$

$$\sum^n w_j = 1 \quad (240)$$

4.2.1 Ο αλγόριθμος VIKOR για αριθμούς-διαστήματα και ελλιπή βάρη

- ΒΗΜΑ 1:

Προσδιορισμός της θετικής και αρνητικής ιδεατής λύσης

$$A^* = \{f_1^*, \dots, f_n^*\} = \left\{ \left(\max_i f_{ij}^U : j \in I \right) \text{ ή } \left(\min_i f_{ij}^L : i \in J \right) \right\} \quad (241)$$

$$A^- = \{f_1^-, \dots, f_n^-\} = \left\{ \left(\min_i f_{ij}^L : j \in I \right) \text{ ή } \left(\max_i f_{ij}^U : i \in J \right) \right\} \quad (242)$$

όπου I είναι τα κριτήρια οφέλους και J είναι τα κριτήρια κόστους, $|I| + |J| = n$.

- ΒΗΜΑ 2:

Για κάθε εναλλακτική προσδιορίζεται το διάστημα

$$S_i = [S_i^L, S_i^U] \quad (243)$$

από τις εξής σχέσεις:

$$S_i^L = \sum_{j \in I} w_j \frac{f_j^* - f_{ij}^U}{f_j^* - f_j^-} + \sum_{j \in J} w_j \frac{f_{ij}^L - f_j^*}{f_j^- - f_j^*} \quad i = 1, \dots, m \quad (245)$$

$$S_i^U = \sum_{j \in I} w_j \frac{f_j^* - f_{ij}^L}{f_j^* - f_j^-} + \sum_{j \in J} w_j \frac{f_{ij}^U - f_j^*}{f_j^- - f_j^*} \quad i = 1, \dots, m \quad (246)$$

- ΒΗΜΑ 3:

Η εναλλακτική λύση με το μικρότερο S είναι η ζητούμενη λύση

Σύγκριση αριθμών-διαστημάτων:

Έστω δύο αριθμοί-διαστήματα $[a^L, a^U]$ και $[b^L, b^U]$ από τους οποίους επιλέγεται ο μικρότερος. Έστω επίσης $0 < K \leq 1$.

Περιπτώσεις:

- Αν δεν τέμνονται, τότε ο μικρότερος αριθμός-διάστημα είναι αυτός που έχει τις μικρότερες τιμές. Δηλ. αν $a^U \leq b^L$, τότε επιλέγεται ο $[a^L, a^U]$ ως ο μικρότερος αριθμός-διάστημα.
- Αν οι δύο αριθμοί-διαστήματα ταυτίζονται, τότε έχουν την ίδια προτεραιότητα.
- Αν $a^L \leq b^L < b^U \leq a^U$, τότε: αν ισχύει

$$K(b^L - a^L) \geq (1 - K)(a^U - b^U) \quad (247)$$

ο $[a^L, a^U]$ είναι ο μικρότερος αριθμός-διάστημα. Αλλιώς, είναι ο $[b^L, b^U]$.

- Αν $a^L < b^L < a^U < b^U$, τότε: αν ισχύει

$$K(b^L - a^L) \geq (1 - K)(b^U - a^U) \quad (248)$$

ο $[a^L, a^U]$ είναι ο μικρότερος αριθμός-διάστημα. Αλλιώς, είναι ο $[b^L, b^U]$.

Ο αριθμός $0 < K \leq 1$ εκφράζει το επίπεδο αισιοδοξίας του αποφασίζοντα. Συνήθως επιλέγεται $K = 0.5$ (ορθολογικός αποφασίζων) (Ι. ΨΑΡΡΑΣ & Χ. ΔΟΥΚΑΣ, 2019) (Ahn, 2019).

Κεφάλαιο 5: Υβριδικά μοντέλα: Τεχνητή Νοημοσύνη, Μηχανική Μάθηση και Τεχνικές Βελτιστοποίησης

Η ραγδαία εξέλιξη της τεχνολογίας των υπολογιστών έχει ωθήσει την ακαδημαϊκή κοινότητα στην ανάπτυξη υβριδικών μοντέλων που συνδυάζουν την παραδοσιακή μέθοδο VIKOR με τεχνικές Τεχνητής Νοημοσύνης (AI), Μηχανικής Μάθησης (ML) και Βελτιστοποίησης. Τα υβριδικά αυτά μοντέλα στοχεύουν στην αντιμετώπιση συγκεκριμένων περιορισμών της συμβατικής μεθόδου VIKOR, ενισχύοντας παράλληλα την αποτελεσματικότητά της, στην επίλυση περίπλοκων, δυναμικών και υψηλής δυσκολίας προβλημάτων λήψης αποφάσεων. Η ενσωμάτωση της VIKOR με σύγχρονα ευφυή υπολογιστικά συστήματα επιτρέπει στους αποφασίζοντες να αξιοποιούν: τη σταθερή και ανθεκτική δομή της συμβιβαστικής λύσης της μεθόδου VIKOR, σε συνδυασμό με την προσαρμοστικότητα, την ικανότητα μάθησης και τις δυνατότητες πρόβλεψης που προσφέρουν οι μέθοδοι AI/ML και οι τεχνικές βελτιστοποίησης.

5.1 VIKOR και Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (ANNs)

Τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (Artificial Neural Networks – ANNs) ενσωματώνονται στη μέθοδο VIKOR με σκοπό την πρόβλεψη ελλείπων ή αβέβαιων τιμών κριτηρίων. Συμβάλλοντας έτσι σε ακριβέστερη και πιο αξιόπιστη λήψη αποφάσεων, σε περιπτώσεις όπου τα διαθέσιμα δεδομένα είναι ελλιπή, ασαφή ή θορυβώδη.

5.1.1 Βήματα υβριδικού αλγορίθμου

- ΒΗΜΑ 1:
Προετοιμασία δεδομένων.
- Συλλογή δεδομένων εναλλακτικών λύσεων και κριτηρίων.
 - ΒΗΜΑ 2:
Μοντέλο εκπαίδευσης.
- Εκπαίδευση ενός ANN χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα για να μάθει τις σχέσεις μεταξύ των κριτηρίων.
 - ΒΗΜΑ 3:
Πρόβλεψη.
- Πρόβλεψη των ελλειπόν ή αβέβαιων τιμών κριτηρίων με τη χρήση του εκπαιδευμένου ANN.
 - ΒΗΜΑ 4:
Συμπλήρωση δεδομένων.
- Συμπλήρωση ελλειπόντων δεδομένων με προβλέψεις ANN.

- ΒΗΜΑ 5:

Εφαρμογή VIKOR

Αφού καταρτιστεί ο πίνακας αποφάσεων, θα κανονικοποιηθεί με τη χρήση της γραμμικής κλίμακας

$$f_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}}. \quad (249)$$

Οι παραδοχές και τα βήματα αυτής της μεθόδου έχουν ως εξής:

Υπάρχουν K αποφασίζοντες, των οποίων η σημασία της απόφασης στην τελική απόφαση είναι διαφορετική ($k = 1, \dots, K$).

Υπάρχουν m εναλλακτικές λύσεις προς επιλογή ($i = 1, \dots, m$).

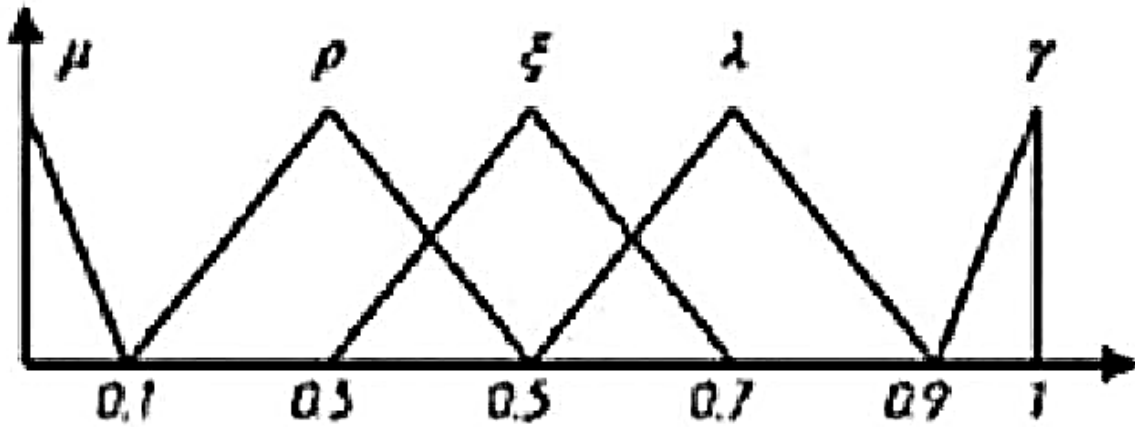
Υπάρχουν n κριτήρια/χαρακτηριστικά για τη λήψη αποφάσεων ($i = 1, \dots, m$).

- Διαμόρφωση του πίνακα κριτηρίων

Για τον προσδιορισμό των βαρών σπουδαιότητας των κριτηρίων, χρησιμοποιούνται K αποφασίζοντες και οι γλωσσικές μεταβλητές. Εάν $\tilde{x}_{jk}$ είναι μια γλωσσική μεταβλητή η οποία μπορεί να δείξει τους γλωσσικούς όρους Υψηλής Σημασίας, Σημαντικής, Μέτριας Σημασίας, Χαμηλής Σημασίας και Πολύ Χαμηλής Σημασίας του j -οστού κριτηρίου από τη σκοπιά του K -οστού αποφασίζοντα, είναι δυνατόν να αποδοθεί ένας τριγωνικός ασαφής αριθμός σε κάθε γλωσσικό όρο, σύμφωνα με τον Πίνακα 17.

Σύμβολα	Γλωσσικοί όροι	Τριγωνικοί ασαφείς αριθμοί
γ	Υψηλή σημασία	$\tilde{\gamma} = (\gamma^L, \gamma^m, \gamma^R)$
λ	Σημαντικό	$\tilde{\lambda} = (\lambda^L, \lambda^m, \lambda^R)$
ξ	Μέτρια σημασία	$\tilde{\xi} = (\xi^L, \xi^m, \xi^R)$
ρ	Χαμηλή σημασία	$\tilde{\rho} = (\rho^L, \rho^m, \rho^R)$
μ	Πολύ χαμηλή σημασία	$\tilde{\mu} = (\mu^L, \mu^m, \mu^R)$

Πίνακας 17: Οι τριγωνικοί ασαφείς αριθμοί που αποδίδονται σε κάθε γλωσσικό όρο (Mohammadkarim Bahadori a, 2017)



Σχήμα 8: Οι τριγωνικοί ασαφείς αριθμοί για τα βάρη σπουδαιότητας των κριτηρίων (Mohammadkarim Bahadori a, 2017).

Ο πίνακας κριτηρίων των αποφασιζόντων μπορεί να γραφεί ως εξής, όπου $\tilde{w}_j$ είναι το βάρος της ασαφούς σημασίας του j-οστού κριτηρίου.

$$\begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_n \end{matrix} \begin{bmatrix} D_1 & D_2 & \cdots & D_k & w_j \\ \tilde{x}_{11} & \tilde{x}_{12} & \cdots & \tilde{x}_{1k} & \tilde{w}_1 \\ \tilde{x}_{21} & \tilde{x}_{22} & \cdots & \tilde{x}_{2k} & \tilde{w}_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{x}_{n1} & \tilde{x}_{n2} & \cdots & \tilde{x}_{nk} & \tilde{w}_n \end{bmatrix} \quad (250)$$

$$\tilde{w}_j = (\min\{x_{j1}^L, x_{j2}^L, \dots, x_{jk}^L\}, \omega_1 x_{j1}^m + \omega_2 x_{j2}^m + \cdots + \omega_k x_{jk}^m, \max\{x_{j1}^R, x_{j2}^R, \dots, x_{jk}^R\}). \quad (251)$$

Εάν $\omega_k = [0,1]$ είναι η βαρύτητα της σχετικής σημασίας των σχολίων και των απόψεων του K-οστού αποφασίζοντα στη διαδικασία λήψης αποφάσεων, τότε:

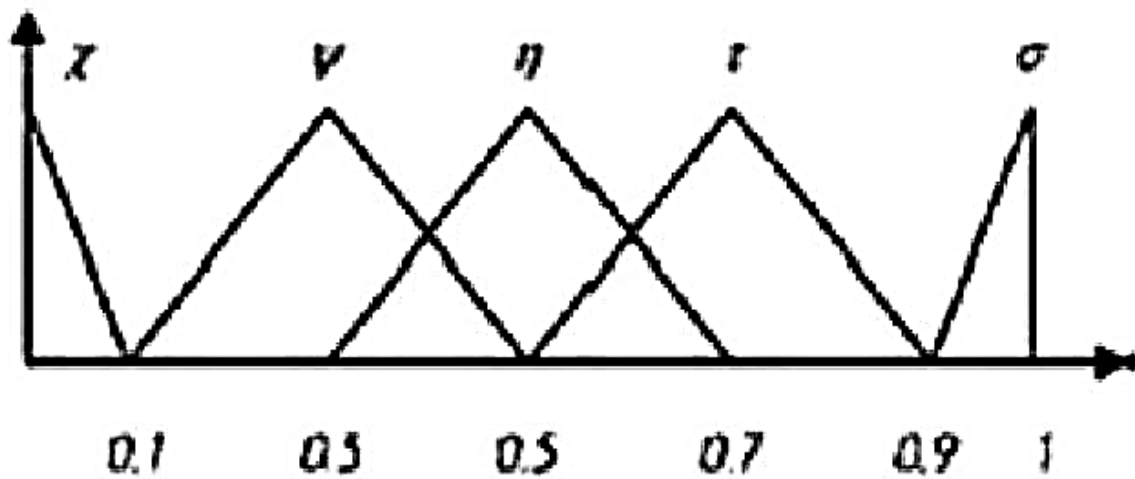
$$\tilde{w}_j = (\min\{x_{j1}^L, x_{j2}^L, \dots, x_{jk}^L\}, \omega_1 x_{j1}^m + \omega_2 x_{j2}^m \quad (252)$$

- Διαμόρφωση του πίνακα εναλλακτικών κριτηρίων ενός αποφασίζοντα

Για την κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων χρησιμοποιούνται K αποφασίζοντες και οι γλωσσικές μεταβλητές. Εάν $\tilde{y}_{kij}$ είναι μια γλωσσική μεταβλητή η οποία μπορεί να δείξει τους γλωσσικούς όρους Πολύ Υψηλή, Υψηλή, Μέτρια, Χαμηλή και Πολύ Χαμηλή της i-οστής εναλλακτικής από την άποψη του K-οστού αποφασίζοντα, είναι δυνατόν να αποδοθεί ένας τριγωνικός ασαφής αριθμός σε κάθε γλωσσικό όρο, σύμφωνα με τον Πίνακα 19.

Σύμβολα	Γλωσσικοί όροι	Τριγωνικοί ασαφείς αριθμοί
σ	Υψηλή σημασία	$\tilde{\sigma} = (\sigma^L, \sigma^m, \sigma^R)$
τ	Σημαντικό	$\tilde{\tau} = (\tau^L, \tau^m, \tau^R)$
η	Μέτρια σημασία	$\tilde{\eta} = (\eta^L, \eta^m, \eta^R)$
ψ	Χαμηλή σημασία	$\tilde{\psi} = (\psi^L, \psi^m, \psi^R)$
X	Πολύ χαμηλή σημασία	$\tilde{x} = (x^L, x^m, x^R)$

Πίνακας 18: Οι γλωσσικοί όροι που χρησιμοποιήθηκαν για την κατάταξη των εναλλακτικών επιλογών (Mohammadkarim Bahadori a, 2017).



Σχήμα 9: Οι τριγωνικοί ασαφείς αριθμοί που χρησιμοποιούνται για την κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων (Mohammadkarim Bahadori a, 2017).

Στο Πίνακας 20 παρουσιάζονται οι εναλλακτικές κριτηρίων των αποφασιζόντων

		C_1	C_2	...	C_n
D_1	A_1	$\tilde{y}_{111}$	$\tilde{y}_{112}$	...	$\tilde{y}_{11n}$
	A_2	$\tilde{y}_{121}$	$\tilde{y}_{122}$	...	$\tilde{y}_{12n}$
D_2	A_m	$\tilde{y}_{1m1}$	$\tilde{y}_{1m2}$	...	$\tilde{y}_{2mn}$
	A_1	$\tilde{y}_{211}$	$\tilde{y}_{212}$	...	$\tilde{y}_{21n}$
	A_2	$\tilde{y}_{221}$	$\tilde{y}_{222}$	...	$\tilde{y}_{22n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
	A_m	$\tilde{y}_{2m1}$	$\tilde{y}_{2m2}$	...	$\tilde{y}_{2mn}$
D_k	A_1	$\tilde{y}_{k11}$	$\tilde{y}_{k12}$	...	$\tilde{y}_{k1n}$
	A_2	$\tilde{y}_{k21}$	$\tilde{y}_{k22}$		$\tilde{y}_{k2n}$
	A_m	$\tilde{y}_{km1}$	$\tilde{y}_{km2}$		$\tilde{y}_{kmn}$

Πίνακας 19: Εναλλακτικές Κριτηρίων

- Συνδυασμός των κριτηρίων και των πινάκων εναλλακτικών κριτηρίων ενός αποφασίζοντα.

Εάν $\tilde{Z}_{ij}$ είναι μια ασαφής μεταβλητή της i-οστής εναλλακτικής λύσης με βάση το j-οστό κριτήριο, τότε μπορεί να γραφεί ο συνδυαστικός Πίνακας 21:

	C_1	C_2	$\dots C_n$
Βάρη κριτηρί- ων	$\tilde{W}_1$	$\tilde{W}_2$	$\dots \tilde{W}_n$
A_1	$\tilde{z}_{11} = (\min\{y_{111}^L, \dots, y_{k11}^L\}, \omega_1 x_{11}^m + \omega_k x_{k11}^m, \max\{y_{111}^R, \dots, y_{k11}^R\})$	$\tilde{z}_{12} = (\min\{y_{112}^L, \dots, y_{k12}^L\}, \omega_1 x_{12}^m + \omega_k x_{k12}^m, \max\{y_{112}^R, \dots, y_{k12}^R\})$	$\dots \tilde{z}_{1n} = (\min\{y_{11n}^L, \dots, y_{k1n}^L\}, \omega_1 x_{1n}^m + \omega_k x_{k1n}^m, \max\{y_{11n}^R, \dots, y_{k1n}^R\})$
A_2	$\tilde{z}_{21} = (\min\{y_{121}^L, \dots, y_{k21}^L\}, \omega_1 x_{21}^m + \omega_k x_{k21}^m, \max\{y_{121}^R, \dots, y_{k21}^R\})$	$\tilde{z}_{22} = (\min\{y_{122}^L, \dots, y_{k22}^L\}, \omega_1 x_{22}^m + \omega_k x_{k22}^m, \max\{y_{122}^R, \dots, y_{k22}^R\})$	$\dots \tilde{z}_{2n} = (\min\{y_{12n}^L, \dots, y_{k2n}^L\}, \omega_1 x_{2n}^m + \omega_k x_{k2n}^m, \max\{y_{12n}^R, \dots, y_{k2n}^R\})$
A_m	$\tilde{z}_{m1} = (\min\{y_{1m1}^L, \dots, y_{km1}^L\}, \omega_1 x_{m1}^m + \omega_k x_{km1}^m, \max\{y_{1m1}^R, \dots, y_{km1}^R\})$	$\tilde{z}_{m2} = (\min\{y_{1m2}^L, \dots, y_{km2}^L\}, \omega_1 x_{m2}^m + \omega_k x_{km2}^m, \max\{y_{1m2}^R, \dots, y_{km2}^R\})$	$\dots \tilde{z}_{mn} = (\min\{y_{1mn}^L, \dots, y_{kmn}^L\}, \omega_1 x_{mn}^m + \omega_k x_{kmn}^m, \max\{y_{1mn}^R, \dots, y_{kmn}^R\})$

Πίνακας 20: Συνδυαστικός Πίνακας

- Χρήση μιας μεθόδου ασαφοποίησης για τη μετατροπή ασαφών αριθμών σε ευκρινείς αριθμούς

Τα στοιχεία του Πίνακα 22 που προκύπτει στο Βήμα 3 μπορούν να μετατραπούν σε σχετικούς ασαφείς αριθμούς, χρησιμοποιώντας μία από τις διαθέσιμες μεθόδους αποσαφήνισης (defuzzification), έτσι ώστε:

	C_1	C_2	$\dots$	C_n
Τα βάρη των κριτηρίων	w_1	w_2	$\dots$	w_n
A_1	f_{11}	f_{12}	$\dots$	f_{1n}
A_2	f_{21}	f_{22}	$\dots$	f_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
A_m	f_{m1}	f_{m2}	$\dots$	f_{mn}

Πίνακας 21: Πίνακας Απόφασης

όπου w_i και f_{ij} είναι, αντίστοιχα, οι αποσαφηνισμένες τιμές των $\tilde{w}_i$ και $\tilde{z}_{ij}$.

- Καθορισμός των ιδανικών και αντι-ιδανικών τιμών των κριτηρίων

Εάν το j -οστό κριτήριο είναι το κέρδος, τότε οι ιδανικές και αντι-ιδανικές τιμές του είναι οι εξής:

$$f_j^+ = \max_i (f_{ij}), f_j^- = \min_i (f_{ij}). \quad (253)$$

Εάν το j-οστό κριτήριο είναι το κόστος, τότε οι ιδανικές και αντι-ιδανικές τιμές του είναι οι εξής:

$$f_j^+ = \min_i(f_{ij}), f_j^- = \max_i(f_{ij}). \quad (254)$$

- Υπολογισμός των τιμών S_i και R_i για όλες τις εναλλακτικές λύσεις

Εάν το j-οστό κριτήριο είναι το κέρδος, τότε οι τιμές των S_i και R_i θα είναι οι εξής:

$$S_i = \sum_{j=1}^n \frac{w_j(f_j^+ - f_{ij})}{f_j^+ - f_j^-} \quad (255),$$

$$R_i = \max_j \left\{ \frac{w_j(f_j^+ - f_{ij})}{f_j^+ - f_j^-} \right\} \quad (256).$$

τα S_i και R_i εκφράζουν, αντίστοιχα, το μέτρο της συνολικής χρησιμότητας και το μέτρο της μέγιστης δυσaréσκειας για την i-οστή εναλλακτική.

- Υπολογισμός των τιμών του Q_i για όλες τις εναλλακτικές λύσεις

$$Q_i = v \left(\frac{S_i - S^*}{S^- - S^*} \right) + (1 - v) \left(\frac{R_i - R^*}{R^- - R^*} \right) \quad (257).$$

Έτσι ώστε $S^* = \min_i\{S_i\}$, $S^- = \max_i\{S_i\}$, $R^* = \min_i\{R_i\}$ and $R^- = \max_i\{R_i\}$. Επίσης, Q_i είναι ο δείκτης VIKOR και δείχνει την τιμή VIKOR της i-οστής εναλλακτικής, v είναι ένα βάρος για τη στρατηγική μέγιστης ομαδικής χρησιμότητας.

- Κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων σε φθίνουσα σειρά με βάση τις τιμές που λαμβάνονται για τα Q_i, S_i, R_i
- Επιλογή της καλύτερης εναλλακτικής λύσης

Ως συμβιβαστική λύση προτείνετε η εναλλακτική λύση $(A^{(1)})$, η οποία είναι η καλύτερη κατάταξη με βάση το μέτρο Q (ελάχιστο) εάν πληρούνται οι ακόλουθες δύο προϋποθέσεις:

- Συνθήκη C1: Συγκριτικό πλεονέκτημα.

$$Q(A^{(2)}) - Q(A^{(1)}) \geq DQ \quad (258)$$

όπου $A^{(2)}$ είναι η αμέσως επόμενη καλύτερη εναλλακτική στην Q -λίστα και $DQ = 1/(J - 1)$.

- Συνθήκη C2: Ευστάθεια.

Η εναλλακτική $A^{(1)}$ είναι η καλύτερη (ελάχιστη) ως προς S ή/και R .

Αν δεν ικανοποιείται κάποια από τις συνθήκες, τότε οδηγούμαστε σε σύνολο λύσεων συμβιβασμού.

Συγκεκριμένα:

- Αν δεν ικανοποιείται μόνο η συνθήκη C2, τότε επιλέγουμε ως λύση τις $A^{(1)}$ και $A^{(2)}$.
- Αν δεν ικανοποιείται η C1, τότε θεωρούμε ως λύση τις εναλλακτικές

$$A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(M)} \quad (259)$$

όπου η $A^{(M)}$ προσδιορίζεται από τη σχέση

$$Q(A^{(M)}) - Q(A^{(1)}) < DQ \quad (260)$$

(Mohammadkarim Bahadori a, 2017).

5.2 Fuzzy VIKOR και Τεχνητή Νοημοσύνη με Δεδομένα από Ηλεκτρονικά Αρχεία Υγείας

Στην προτεινόμενη μεθοδολογία, τεχνικές Τεχνητής Νοημοσύνης (AI), και ειδικότερα μηχανισμοί αυτόματης ανάλυσης και επεξεργασίας δεδομένων από Ηλεκτρονικούς Ιατρικούς Φακέλους (Electronic Health Record-EHR), ενσωματώνονται πριν την εφαρμογή της μεθόδου Fuzzy VIKOR. Η χρήση της AI επιτρέπει την εξαγωγή, οργάνωση και γλωσσικοποίηση πολύπλοκων ή ελλιπών κλινικών δεδομένων, αλλά και την ενσωμάτωση των προτιμήσεων των ασθενών στο σύστημα υποστήριξης απόφασης. Με αυτόν τον τρόπο, βελτιώνεται η αξιοπιστία και η ακρίβεια της τελικής κατάταξης των εναλλακτικών, ιδίως σε περιβάλλοντα με αβεβαιότητα, υποκειμενικότητα ή ετερογενή δεδομένα. Η AI λειτουργεί εδώ ως καταλύτης για την προεπεξεργασία και "ευφυή μετάφραση" της πληροφορίας σε μορφή κατάλληλη για πολυκριτηριακή αξιολόγηση με ασαφή λογική.

5.2.1 Βήματα υβριδικού αλγορίθμου

- BHMA 1:

Συλλογή και επεξεργασία EHR δεδομένων με AI τεχνικές.

- Χρησιμοποιούνται αλγόριθμοι τεχνητής νοημοσύνης για την εξαγωγή και κατηγοριοποίηση ιατρικών δεδομένων, προτιμήσεων ασθενών, κόστους και αποτελεσματικότητας.
- Περιλαμβάνει εξόρυξη πληροφορίας (data mining), κανονικοποίηση και καθαρισμό δεδομένων.
- Τα δεδομένα μετατρέπονται σε γλωσσικές μεταβλητές (π.χ. "πολύ καλή", "μέτρια", κ.λπ.) ώστε να χρησιμοποιηθούν στη fuzzy λογική.

- BHMA 2:

Ανάλυση προτιμήσεων ασθενούς και κλινικών χαρακτηριστικών.

- Εφαρμόζονται τεχνικές AI για την ανίχνευση patterns σε προτιμήσεις και αντιδράσεις ασθενών με βάση ιστορικά δεδομένα.

- BHMA 3:

Δημιουργία ολοκληρωμένου προφίλ εναλλακτικών λύσεων.

- Οι επιλογές θεραπείας διαμορφώνονται αυτόματα από το σύστημα με βάση τις πολλαπλές πηγές δεδομένων (ιατρικά, οικονομικά, ψυχολογικά).

- ΒΗΜΑ 4:

Εφαρμογή Ασαφούς VIKOR

- Καταρτίζεται ένας αρχικός πίνακας αποφάσεων με βάση τις εναλλακτικές λύσεις και τα κριτήρια.
- Προσδιορισμός θετικής και αρνητικής ιδανικής λύσης από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\tilde{f}_j^* = \text{Max}_i \tilde{f}_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (261)$$

$$\tilde{f}_j^\circ = \text{Min}_i \tilde{f}_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (262)$$

Για ένα αρνητικό κριτήριο, η θετική ιδανική λύση $\tilde{f}_j^*$ και η αρνητική ιδανική λύση $\tilde{f}_j^\circ$ προκύπτουν χρησιμοποιώντας τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\tilde{f}_j^* = \text{Min}_i \tilde{f}_{ij}^i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (263)$$

$$\tilde{f}_j^\circ = \text{Max}_i \tilde{f}_{ij}^i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (264)$$

- Υπολογισμός του κανονικοποιημένου πίνακα απόφασης.

Ο κανονικοποιημένος πίνακας απόφασης προκύπτει με βάση τις θετικές και αρνητικές ιδανικές λύσεις, χρησιμοποιώντας τον καθορισμένο τύπο. Η διαδικασία αυτή εξασφαλίζει συνεπή αξιολόγηση σε όλα τα κριτήρια.

$$\tilde{d}_{ij} = (\tilde{f}_j^* \ominus \tilde{f}_{ij}) / (r_j^* - l_j^\circ) \quad \text{Θετική ιδανική λύση} \quad (265)$$

$$\tilde{d}_{ij} = \frac{(\tilde{f}_{ij} \ominus \tilde{f}_j^*)}{(r_j^\circ - l_j^*)} \quad \text{Αρνητική ιδανική λύση} \quad (267)$$

όπου,

$$\tilde{f}_j^* = (l_j^*, m_j^*, r_j^*) \quad (268)$$

$$\tilde{f}_j^\circ = (l_j^\circ, m_j^\circ, r_j^\circ) \quad (269)$$

Οι τιμές αυτές παρέχουν ένα τυποποιημένο πλαίσιο για τη σύγκριση των εναλλακτικών λύσεων με τα καθορισμένα κριτήρια, επιβεβαιώνοντας τη συνέπεια στη διαδικασία λήψης αποφάσεων.

- Υπολογισμός των τιμών $\tilde{S}_i$ και $\tilde{R}_i$.

Αρχικά, ο κανονικοποιημένος πίνακας μετατρέπεται σε σταθμισμένο κανονικοποιημένο πίνακα αποφάσεων, ενσωματώνοντας τη σημασία κάθε κριτηρίου. Στη συνέχεια, οι τιμές $\tilde{S}_i$ και $\tilde{R}_i$ υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\tilde{R}_i = (R_i^l, R_i^m, R_i^r) \text{ and } \tilde{s}_i = (s_i^l, s_i^m, s_i^r) \quad (270)$$

$$\text{Av}, \tilde{S}_i = \sum_{j=1}^J (\tilde{w}_j \otimes \tilde{d}_{ij}) \quad (271)$$

$$\tilde{R}_i = \max_j (\tilde{w}_j \otimes \tilde{d}_{ij}) \quad (272)$$

- Υπολογισμός του δείκτη Q

Ο υπολογισμός του δείκτη Q προσδιορίζεται με τον ακόλουθο τύπο:

$$\tilde{Q}_i = (Q_i^l, Q_i^m, Q_i^r) \quad (273)$$

$$\text{Av}, \tilde{Q}_i = v \frac{(\tilde{s}_i \ominus \tilde{s}^*)}{s^{\circ r} - s^{*l}} \oplus (1 - v) \frac{(\tilde{R}_i \ominus \tilde{R}^*)}{R^{\circ r} - R^{*l}} \quad (274)$$

όπου,

$$\tilde{s}^* = \min_i \tilde{s}_i \quad (275)$$

$$s^{\circ r} = \max_i s_i^r \quad (276)$$

$$\tilde{R}^* = \min_i \tilde{R}_i \quad (277)$$

$$R^{\circ r} = \max_i R_i^r \quad (278)$$

Για να διευκολυνθεί η λήψη σαφέστερων αποφάσεων, οι ασαφείς τιμές των S, R και Q μετατρέπονται σε ασαφείς τιμές, επιτρέποντας την ακριβέστερη σύγκριση των εναλλακτικών λύσεων. Η μετατροπή πραγματοποιείται με τον ακόλουθο τύπο:

Αν $\tilde{A} = (l, m, r)$ ($\tilde{A}$ είναι ένας ασαφής αριθμός) τότε:

$$\text{Crisp}(\tilde{A}) = \frac{2m + l + r}{4} \quad (279)$$

- Πρόταση συμβιβαστικής λύσης.
- Συνθήκη C1: Αποδεκτό πλεονέκτημα.

Η προϋπόθεση του αποδεκτού πλεονεκτήματος πληρούται εάν η διαφορά μεταξύ των τιμών Q των δύο πρώτων εναλλακτικών επιλογών είναι αρκετά μεγάλη. Συγκεκριμένα, η συνθήκη ορίζεται ως εξής:

$$Q(A^{(2)}) - Q(A^{(1)}) \geq 1/(m - 1) \quad (280)$$

όπου $A^{(1)}$ αντιπροσωπεύει την εναλλακτική που κατατάσσεται πρώτη, και το $A^{(2)}$ την εναλλακτική που κατατάσσεται δεύτερη. Η μεταβλητή m αναφέρεται στον συνολικό αριθμό των εξεταζόμενων εναλλακτικών.

- Συνθήκη C2: Ευστάθεια.

Για αυτή τη συνθήκη, η εναλλακτική που κατατάσσεται πρώτη $A^{(1)}$ πρέπει επίσης να είναι η κορυφαία επιλογή ως προς τουλάχιστον ένα από τα κριτήρια S ή/και R. Αυτό διασφαλίζει ότι η κατάταξη είναι σταθερή μεταξύ πολλών κριτηρίων, ενισχύοντας έτσι την αξιοπιστία της απόφασης. Αν δεν ικανοποιείται κάποια από τις δύο συνθήκες, προτείνονται μια σειρά από συμβιβαστικές λύσεις, ως εξής:

- Εάν η Συνθήκη C1 δεν ικανοποιείται, εξετάζεται μια λίστα εναλλακτικών που περιλαμβάνει τις $A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(M)}$. Εδώ, η $A^{(M)}$ είναι η εναλλακτική για την οποία ισχύει:

$$(A^{(M)}) - Q(A^{(1)}) < \frac{1}{m-1} \quad (281)$$

υποδηλώνοντας ότι αυτές οι εναλλακτικές έχουν παρόμοια απόδοση.

- Εάν παραβιάζεται μόνο η Συνθήκη C2, τότε οι δύο κορυφαίες εναλλακτικές $A^{(1)}$ και $A^{(2)}$ επιλέγονται για περαιτέρω αξιολόγηση.

Εάν ικανοποιούνται και οι δύο συνθήκες, επιλέγεται ως βέλτιστη η εναλλακτική με τη χαμηλότερη τιμή Q, γεγονός που υποδηλώνει ότι προσφέρει τη πιο ισορροπημένη συμβιβαστική λύση σε όλα τα κριτήρια (Aljohani, 2025).

Κεφάλαιο 6: Εφαρμογές της μεθόδου VIKOR και των επεκτάσεών της

Η μέθοδος VIKOR αναγνωρίζεται ως μία από τις πλέον αξιόπιστες τεχνικές πολυκριτηριακής ανάλυσης αποφάσεων, ιδίως σε περιπτώσεις όπου απαιτείται η εξισορρόπηση αντικρουόμενων κριτηρίων. Κύριος στόχος της είναι ο εντοπισμός συμβιβαστικών λύσεων, οι οποίες προσεγγίζουν σε ικανοποιητικό βαθμό την ιδανική απόφαση, χωρίς να ευνοούν δυσανάλογα κάποια συγκεκριμένη πτυχή του προβλήματος. Αυτή η προσέγγιση καθιστά τη μέθοδο ιδιαίτερα κατάλληλη για πολύπλοκα περιβάλλοντα λήψης αποφάσεων, στα οποία συνυπάρχουν και πρέπει να αξιολογηθούν ταυτόχρονα οικονομικοί, τεχνολογικοί, κοινωνικοί ή περιβαλλοντικοί παράγοντες. Η ικανότητα της μεθόδου VIKOR να παρέχει διαφανείς αξιολογήσεις, να υποστηρίζει την κατάταξη εναλλακτικών λύσεων και σε συνθήκες πολλών και συχνά αντικρουόμενων κριτηρίων, την καθιστά χρήσιμο οδηγό αναφοράς για ερευνητές και επαγγελματίες. Το παρόν κεφάλαιο παρουσιάζει ενδεικτικές εφαρμογές της κλασικής μεθόδου VIKOR, καθώς και των σύγχρονων επεκτάσεών της, αναδεικνύοντας τη σημαντική πρακτική της αξία και τις διευρυμένες δυνατότητες εφαρμογής της.

6.1 Βιομηχανικές εφαρμογές

Η μέθοδος VIKOR έχει εφαρμοστεί εκτενώς στη βιομηχανία και σε συναφείς τεχνικούς τομείς για την αντιμετώπιση σύνθετων προβλημάτων λήψης αποφάσεων που περιλαμβάνουν πολλαπλά αντικρουόμενα κριτήρια. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται αντιπροσωπευτικές εφαρμογές της μεθόδου καθώς και οι αντίστοιχες επεκτάσεις της, αναδεικνύοντας την ευελιξία και την προσαρμοστικότητα της σε ποικίλα πεδία.

6.1.1 Επιλογή προμηθευτών

Πλαίσιο εφαρμογής:

Η επιλογή προμηθευτών συνιστά ένα από τα πλέον καθοριστικά καθήκοντα στο πλαίσιο της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας, καθώς επηρεάζει άμεσα την παραγωγική αποδοτικότητα, τη διαμόρφωση του κόστους και την ποιότητα των τελικών προϊόντων. Η σχετική διαδικασία περιλαμβάνει, κατά κανόνα, την αξιολόγηση πολλαπλών και συχνά αντικρουόμενων κριτηρίων, όπως: το κόστος, η ποιότητα, η αξιοπιστία παράδοσης, το επίπεδο εξυπηρέτησης, οι περιβαλλοντικές επιπτώσεις, αλλά και παράγοντες όπως ο επιχειρηματικός κίνδυνος ή η ευελιξία.

Η διαδικασία λήψης τεκμηριωμένης απόφασης καθίσταται ακόμη πιο περίπλοκη όταν οι διαθέσιμες πληροφορίες είναι ελλιπείς, ασαφείς ή έντονα υποκειμενικές — ιδίως σε περιπτώσεις όπου οι αξιολογήσεις βασίζονται κυρίως στην κρίση των αποφασίζόντων και όχι σε αντικειμενικά, ποσοτικά δεδομένα.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Ασαφής VIKOR:

Κατά την επιλογή προμηθευτών, οι αποφασίζοντες συχνά καλούνται να αξιολογήσουν ποιοτικά κριτήρια, τα οποία εκφράζονται με γλωσσικούς όρους όπως «υψηλή αξιοπιστία» ή «χαμηλό κόστος», όροι που ενέχουν εγγενή ασάφεια. Η ασαφής μέθοδος VIKOR ενσωματώνει τη θεωρία των ασαφών συνόλων στη μεθοδολογία VIKOR, προκειμένου να μετατρέψει τις λεκτικές κρίσεις σε ασαφείς αριθμούς. Μέσω αυτής της προσέγγισης, οι ανθρώπινες αξιολογήσεις καθίστανται επεξεργάσιμες μαθηματικά, διατηρώντας παράλληλα τα χαρακτηριστικά αβεβαιότητας και υποκειμενικότητας που τις διέπουν.

Σε μια εκτεταμένη μελέτη του Shemshadi (2011), η ασαφής μέθοδος VIKOR ενισχύθηκε με την ενσωμάτωση αντικειμενικής στάθμισης μέσω του δείκτη εντροπίας, επιτρέποντας στον αλγόριθμο να αποδίδει βάρη στα κριτήρια ανάλογα με την πληροφοριακή τους συμβολή στη διαδικασία λήψης απόφασης. Η προσέγγιση αυτή εφαρμόστηκε στην επιλογή προμηθευτών στο Ιράν, όπου οι αποφασίζοντες αξιολόγησαν τις διαθέσιμες εναλλακτικές χρησιμοποιώντας ασαφείς γλωσσικές κλίμακες. Το προτεινόμενο μοντέλο διαχειρίστηκε αποτελεσματικά την υποκειμενική αβεβαιότητα παρέχοντας μια κατάταξη προμηθευτών ευθυγραμμισμένη με τις οργανωτικές προτεραιότητες. Η ενσωμάτωση της ασαφούς λογικής ενίσχυσε τη μοντελοποίηση της ασάφειας και ανακρίβειας των αξιολογήσεων, ενώ η χρήση της εντροπίας διασφάλισε μία ουδέτερη, δεδομενοκεντρική προσέγγιση, περιορίζοντας τις πιθανότητες μεροληψίας από υποκειμενικές κρίσεις (Ali Shemshadi, 2011).

- Υβριδικές προσεγγίσεις:

Για την περαιτέρω ενίσχυση της αξιοπιστίας των αποφάσεων, πολλές μελέτες έχουν προτείνει την ενσωμάτωση της μεθόδου VIKOR με άλλες τεχνικές λήψης αποφάσεων πολλαπλών κριτηρίων. Ένα από τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα υβριδικά μοντέλα είναι το AHP-VIKOR, στο οποίο η μέθοδος AHP αξιοποιείται για τον προσδιορισμό των υποκειμενικών βαρών των κριτηρίων μέσω συγκρίσεων ανά ζεύγη, ενώ η μέθοδος VIKOR εφαρμόζεται στη φάση της κατάταξης και της τελικής επιλογής των εναλλακτικών λύσεων.

Σε μια εφαρμογή που αφορούσε την επιλογή μετατροπέων DC-DC buck (Yingying Ma, 2025) – μια διαδικασία ανάλογη με την επιλογή προμηθευτή – η μέθοδος AHP χρησιμοποιήθηκε αρχικά για την αξιολόγηση κριτηρίων όπως το κόστος, η αποδοτικότητα και η αξιοπιστία. Στη συνέχεια, η μέθοδος VIKOR εφαρμόστηκε για την κατάταξη των σχεδιαστικών επιλογών, με βάση το βαθμό εγγύτητας προς μια ιδανική λύση. Αυτό το υβριδικό μοντέλο AHP-VIKOR αξιοποιεί τη δομημένη και ιεραρχική ανάλυση της AHP για την κατανόηση και στάθμιση πολύπλοκων κριτηρίων, ενώ ενσωματώνει την ικανότητα της VIKOR να διαχειρίζεται συμβιβαστικές λύσεις προσφέροντας μια ισχυρή και ολοκληρωμένη προσέγγιση λήψης απόφασης (Yingying Ma, 2025).

6.1.2 Επιλογή της διαδικασίας παραγωγής

Πλαίσιο εφαρμογής:

Η επιλογή της βέλτιστης παραγωγικής διαδικασίας αποτελεί μια κρίσιμη στρατηγική απόφαση, η οποία επηρεάζει καθοριστικά το κόστος, την ποιότητα, την αποδοτικότητα και τη βιωσιμότητα ενός προϊόντος. Συχνά, η απόφαση αυτή προϋποθέτει την αξιολόγηση πολλών και συχνά αντικρουόμενων κριτηρίων, όπως το κόστος των υλικών, ο χρόνος κύκλου, η κατανάλωση ενέργειας, ο περιβαλλοντικός αντίκτυπος και η τεχνική εφαρμογή. Με τις ραγδαίες εξελίξεις στις τεχνολογίες παραγωγής και τη συνεχώς αυξανόμενη σημασία της βιωσιμότητας και της λιτής παραγωγής, η επιλογή της καταλληλότερης διαδικασίας γίνεται ολοένα και πιο σύνθετη και απαιτητική.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Ενισχυμένη VIKOR (Enhanced VIKOR)

Αν και η κλασική μέθοδος VIKOR έχει αποδειχθεί αποτελεσματική σε ποικίλα προβλήματα λήψης αποφάσεων, σε ορισμένες περιπτώσεις ενδέχεται να υπερτονίσει τη συνιστώσα της «μέγιστης δυσαρέσκειας». Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε στρεβλώσεις στην τελική κατάταξη, ιδίως όταν το εξεταζόμενο πρόβλημα χαρακτηρίζεται από υψηλή ευαισθησία ή όταν τα κριτήρια παρουσιάζουν έντονες αποκλίσεις μεταξύ τους. Προκειμένου να αντιμετωπιστεί αυτή η πρόκληση, έχουν αναπτυχθεί βελτιωμένες εκδοχές της μεθόδου VIKOR, οι οποίες επιτρέπουν προσαρμογές στον υπολογισμό των συμβιβαστικών λύσεων. Οι επεκτάσεις αυτές επικεντρώνονται είτε στην ευέλικτη ρύθμιση της ισορροπίας μεταξύ των μεγεθών χρησιμότητας και δυσαρέσκειας, είτε στην υιοθέτηση εναλλακτικών τεχνικών κανονικοποίησης, ώστε να ενισχυθεί η ακρίβεια και η αξιοπιστία της διαδικασίας αξιολόγησης.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα εφαρμογής βελτιωμένης μεθόδου VIKOR αποτελεί η μελέτη των Bhuyan και Routara (2015), στην οποία προτείνεται ένα τροποποιημένο μοντέλο για την επιλογή κατάλληλης παραγωγικής διαδικασίας σε βιομηχανική περιοχή της Ινδίας. Η εν λόγω προσέγγιση στοχεύει στην ενίσχυση της αξιοπιστίας της μεθόδου και στην αντιμετώπιση της περιορισμένης ευαισθησίας της κλασικής μεθόδου VIKOR, ειδικά σε περιπτώσεις εναλλακτικών λύσεων με παρόμοια απόδοση. Το βελτιωμένο μοντέλο δοκιμάστηκε σε σενάρια επιλογής διεργασιών, όπως η χύτευση, η συγκόλληση και η μηχανική επεξεργασία, με βάση πολλαπλά κριτήρια, όπως ο ρυθμός αφαίρεσης υλικού, η ποιότητα επιφάνειας, το κόστος και οι περιβαλλοντικές επιπτώσεις. Τα αποτελέσματα της μελέτης κατέδειξαν ότι η βελτιωμένη VIKOR προσφέρει αυξημένη ικανότητα διάκρισης μεταξύ των εναλλακτικών και παρέχει σαφέστερη υποστήριξη στη διαδικασία λήψης απόφασης (Routara, 2015).

- Στάθμιση εντροπίας με VIKOR (Entropy Weight-VIKOR Hybrid Method)

Στο πλαίσιο πολύπλοκων τεχνικών ή βιομηχανικών αποφάσεων, η υποκειμενική στάθμιση των κριτηρίων — για παράδειγμα, βάσει της προσωπικής άποψης του αποφασίζοντα — μπορεί να οδηγήσει σε μεροληπτικά και ενδεχομένως μη ρεαλιστικά αποτελέσματα. Για να διασφαλιστεί η αντικειμενικότητα

στη διαδικασία αξιολόγησης, συχνά εφαρμόζεται η μέθοδος στάθμισης εντροπίας. Η συγκεκριμένη τεχνική αξιολογεί το πληροφοριακό περιεχόμενο κάθε κριτηρίου, στηριζόμενη στη διακύμανση των επιδόσεων των εναλλακτικών. Ένα κριτήριο το οποίο παρουσιάζει μεγαλύτερη διασπορά τιμών μεταξύ των εναλλακτικών φέρει υψηλότερη εντροπία, δηλαδή παρέχει περισσότερη πληροφορία για τη διάκριση μεταξύ τους. Συνεπώς, αποδίδεται μεγαλύτερη στατιστική βαρύτητα, χωρίς να απαιτείται ανθρώπινη κρίση.

Χαρακτηριστική εφαρμογή της μεθόδου είναι η αξιολόγηση των συστημάτων Head-Up Display (HUD) σε οχήματα, όπου η επιλογή της κατάλληλης διαδικασίας κατασκευής επηρεάζει κρίσιμα κριτήρια όπως η χρηστικότητα, η οπτική άνεση, η ενεργειακή απόδοση και το κόστος. Το 2023, εφαρμόστηκε ένα υβριδικό μοντέλο Εντροπίας–VIKOR για την αξιολόγηση εναλλακτικών σχεδιαστικών λύσεων για τα HUD, με στόχο τα βάρη των κριτηρίων να καθοριστούν με βάση τα δεδομένα και όχι τις υποκειμενικές εκτιμήσεις των εμπειρογνομόνων. Το μοντέλο αυτό συνέβαλε στην ισορροπία μεταξύ τεχνικής απόδοσης και σχεδιαστικών απαιτήσεων με επίκεντρο τον χρήστη, αναδεικνύοντας την ευελιξία της μεθόδου και πέρα από τα παραδοσιακά περιβάλλοντα μηχανουργικής παραγωγής (Xia Zhong Y. C., 2023).

6.1.3 Επιλογή στρατηγικής για τη συντήρηση

Πλαίσιο εφαρμογής:

Η επιλογή στρατηγικής συντήρησης αποτελεί μία κρίσιμη πτυχή των βιομηχανικών λειτουργιών, καθώς επηρεάζει άμεσα τη διαθεσιμότητα του εξοπλισμού, το λειτουργικό κόστος, την ποιότητα των παραγόμενων προϊόντων, αλλά και τη συμμόρφωση με τις προδιαγραφές ασφάλειας.

Οι οργανισμοί καλούνται συνήθως να επιλέξουν ανάμεσα σε διαφορετικές στρατηγικές, όπως:

- Διορθωτική συντήρηση (παρέμβαση μετά από βλάβη),
- Προληπτική συντήρηση (προγραμματισμένες και τακτικές εργασίες),
- Προγνωστική συντήρηση (χρήση αισθητήρων και ανάλυσης δεδομένων για πρόβλεψη βλαβών).

Κάθε στρατηγική φέρει συγκεκριμένους συμβιβασμούς. Για παράδειγμα, η προληπτική συντήρηση μπορεί να μειώσει τον χρόνο αδράνειας του εξοπλισμού, αλλά ενδέχεται να οδηγήσει σε αυξημένο κόστος λόγω περιττών παρεμβάσεων. Αντιθέτως, η διορθωτική συντήρηση μπορεί να είναι οικονομικά αποδοτική σε βραχυπρόθεσμο ορίζοντα, αλλά συνοδεύεται από υψηλό λειτουργικό ρίσκο και πιθανές απώλειες παραγωγής. Η επιλογή της καταλληλότερης στρατηγικής απαιτεί μια πολυκριτηριακή προσέγγιση λήψης αποφάσεων, ικανή να εξισορροπήσει οικονομικούς και τεχνικούς παράγοντες. Στο πλαίσιο αυτό, μέθοδοι όπως η VIKOR, καθώς και οι υβριδικές εκδοχές της (όπως fuzzy-VIKOR, entropy-VIKOR κ.ά.), προσφέρουν ισχυρά εργαλεία υποστήριξης αποφάσεων, ενσωματώνοντας μετρήσιμα και ποιοτικά κριτήρια, μαζί με τη διαχείριση της υποκειμενικότητας και της αβεβαιότητας.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Υβριδικά μοντέλα VIKOR

Στη βιομηχανία, και ειδικότερα σε σύνθετα περιβάλλοντα όπως εργοστάσια παραγωγής, ενεργειακά συστήματα και δίκτυα μεταφορών, η επιλογή της κατάλληλης στρατηγικής συντήρησης συνιστά μία ιδιαίτερα πολύπλοκη διαδικασία, η οποία δεν μπορεί να βασιστεί σε μία και μόνο μεθοδολογική προσέγγιση. Για τον λόγο αυτό, συχνά υιοθετούνται υβριδικά πολυκριτηριακά μοντέλα λήψης αποφάσεων, στα οποία η μέθοδος VIKOR συνδυάζεται με άλλες καθιερωμένες τεχνικές, όπως: η Ασαφής Αναλυτική Ιεραρχική Διαδικασία (Fuzzy Analytic Hierarchy Process -FAHP), η μέθοδος Delphi ή η TOPSIS. Οι συνδυαστικές αυτές προσεγγίσεις συμβάλλουν στην ενίσχυση της ακρίβειας, της ευρωστίας και της αξιοπιστίας των αποφάσεων, ιδιαίτερα σε περιβάλλοντα με υψηλό βαθμό αβεβαιότητας και πολυπλοκότητας.

Μια χαρακτηριστική μελέτη των Ilankumaran και Kumanan (2012) πρότεινε ένα υβριδικό μοντέλο FAHP-VIKOR για την επιλογή στρατηγικής συντήρησης σε ένα μεγάλο βιομηχανικό περιβάλλον. Η προσέγγιση ξεκινούσε με τη χρήση της Ασαφούς Αναλυτικής Ιεραρχικής Διαδικασίας (Fuzzy AHP) για τον καθορισμό της σχετικής βαρύτητας των κριτηρίων απόφασης, όπως το κόστος, ο χρόνος διακοπής λειτουργίας, η αξιοπιστία και η χρησιμότητα του εξοπλισμού. Τα προσδιορισμένα βάρη ενσωματώθηκαν στη συνέχεια στο μοντέλο VIKOR, το οποίο αξιολόγησε και κατέταξε τις εναλλακτικές στρατηγικές συντήρησης, προσδιορίζοντας εκείνη που βρισκόταν πλησιέστερα στη «συμβιβαστική ιδανική λύση». Η μελέτη ανέδειξε ότι το υβριδικό μοντέλο μπορούσε να ενσωματώσει τόσο την εμπειρική κρίση των αποφασιζόντων όσο και μια πιο αντικειμενική, πολυκριτηριακή ανάλυση, προσφέροντας αξιόπιστες και εύρωστες κατατάξεις ακόμη και σε σύνθετα και αβέβαια περιβάλλοντα λήψης αποφάσεων (Ilankumaran & Kumanan, 2012).

6.1.4 Επιλογή βιομηχανικών ρομπότ

Πλαίσιο εφαρμογής:

Στο πλαίσιο της Βιομηχανίας 4.0, τα βιομηχανικά ρομπότ αποτελούν αναπόσπαστο στοιχείο κρίσιμων τομέων, όπως η αυτοκινητοβιομηχανία, τα ηλεκτρονικά, τα φαρμακευτικά προϊόντα και τα συστήματα logistics. Η επιλογή του καταλληλότερου ρομπότ για μια συγκεκριμένη εφαρμογή προϋποθέτει την αξιολόγηση πολλαπλών και συχνά αντικρουόμενων κριτηρίων, όπως η ακρίβεια, η ταχύτητα, η επαναληψιμότητα, η χωρητικότητα ωφέλιμου φορτίου, η ευελιξία, η ασφάλεια και το κόστος. Πρόκειται για μια στρατηγική απόφαση που επηρεάζει άμεσα την αποδοτικότητα της παραγωγής, την ποιότητα του τελικού προϊόντος και την απόδοση των επενδύσεων σε τεχνολογίες αυτοματισμού. Επιπλέον, η ποικιλία διαθέσιμων ρομποτικών λύσεων στην αγορά καθιστά την επιλογή ακόμη πιο απαιτητική, αναδεικνύοντας την ανάγκη, για μεθοδολογικά τεκμηριωμένες προσεγγίσεις λήψης αποφάσεων πολλαπλών κριτηρίων.

Επεκτάσεις VIKOR και οι ρόλοι τους

- Υβριδική μέθοδος CRITIC-VIKOR(Criteria Importance Through Intercriteria Correlation -VIKOR)

Ένας σημαντικός περιορισμός σε πολλά πολυκριτηριακά μοντέλα λήψης αποφάσεων είναι η υποκειμενική στάθμιση των κριτηρίων, η οποία μπορεί να εισάγει μεροληψία ή ασυνέπειες — ιδιαίτερα όταν εμπλέκονται αποφασίζοντες με διαφορετικές απόψεις και προτεραιότητες. Η μέθοδος CRITIC προσφέρει μια αντικειμενική εναλλακτική, υπολογίζοντας τα βάρη των κριτηρίων βάσει δύο βασικών παραγόντων:

- Τη διακύμανση κάθε κριτηρίου μεταξύ των εναλλακτικών, η οποία αντανακλά την πληροφοριακή του αξία.
- Τη συσχέτιση του κριτηρίου με τα υπόλοιπα, ώστε να μειωθεί η επίδραση της πλεονασματικής πληροφορίας.

Όσο μεγαλύτερη είναι η διακύμανση και όσο χαμηλότερη η συσχέτιση ενός κριτηρίου, τόσο μεγαλύτερη είναι και η σημασία του στη λήψη απόφασης.

Η ενσωμάτωση των αντικειμενικών βαρών που παράγει η CRITIC στο μοντέλο VIKOR οδηγεί στη σύνθεση του υβριδικού μοντέλου CRITIC–VIKOR. Η προσέγγιση αυτή συνδυάζει τη δυναμική της αντικειμενικής στάθμισης με την ικανότητα της VIKOR να εντοπίζει συμβιβαστικές λύσεις, αξιολογώντας ταυτόχρονα τη χρησιμότητα και τη δυσαρέσκεια των εναλλακτικών. Η χρήση του CRITIC–VIKOR αποδεικνύεται ιδιαίτερα αποτελεσματική σε περιβάλλοντα που απαιτούν ακρίβεια, διαφάνεια και περιορισμό της υποκειμενικότητας, καθιστώντας το μοντέλο ιδανικό για εφαρμογές υψηλής πολυπλοκότητας.

Σε μια πρόσφατη μελέτη ο Zhao (2023), εφάρμοσε το υβριδικό μοντέλο CRITIC–VIKOR για την αξιολόγηση και επιλογή βιομηχανικών ρομπότ σε περιβάλλοντα με υψηλό βαθμό αβεβαιότητας και ασάφειας. Η μελέτη αξιοποίησε πιθανοτικά σύνολα γλωσσικών όρων (Probabilistic Linguistic Term Sets – PLTS) και ασαφή σύνολα ορθοζεύγους βαθμίδας q (q -rung orthopair fuzzy sets, q -ROFS) για να διαχειριστεί την αβεβαιότητα σε κρίσιμα κριτήρια, όπως:

- η πολυπλοκότητα των ανατιθέμενων εργασιών
- η προσαρμοστικότητα των ρομπότ στο περιβάλλον λειτουργίας
- η συμβατότητα ενσωμάτωσης με υπάρχοντα συστήματα

Το υβριδικό μοντέλο CRITIC–VIKOR χρησιμοποιήθηκε για την κατάταξη των διαθέσιμων εναλλακτικών, προσδιορίζοντας εκείνη που προσέφερε την πιο ισορροπημένη λύση για τις ανάγκες μιας σύγχρονης κατασκευαστικής εγκατάστασης. Η μελέτη ανέδειξε την αποτελεσματικότητα της προσέγγισης στη διαχείριση σύνθετων αποφάσεων υπό συνθήκες αβεβαιότητας και μεταβλητότητας (Sumera Naz, 2024).

6.1.5 Βελτιστοποίηση της γραμμής παραγωγής

Πλαίσιο εφαρμογής:

Η βελτιστοποίηση της γραμμής παραγωγής αποτελεί θεμελιώδες αντικείμενο στα συστήματα παραγωγής. Στοχεύει στον εντοπισμό της πλέον αποδοτικής διάταξης των διαδικασιών, του εξοπλισμού και των ροών εργασίας, με σκοπό τη μεγιστοποίηση της παραγωγικής απόδοσης, τη μείωση της σπατάλης και τη βελτίωση της ποιότητας του τελικού προϊόντος. Παράλληλα, καλείται να εξισορροπήσει περιορισμούς πόρων, όπως ο διαθέσιμος χώρος, το εργατικό δυναμικό, η ενεργειακή κατανάλωση και το κόστος. Στο πλαίσιο των σύγχρονων "έξυπνων εργοστασίων", η διαδικασία λήψης αποφάσεων καθίσταται ολοένα και πιο σύνθετη. Οι επιλεγμένες διαμορφώσεις παραγωγής πρέπει όχι μόνο να ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις της λιτής παραγωγής (lean manufacturing), αλλά και να ευθυγραμμίζονται με τις αρχές της Βιομηχανίας 4.0, ενσωματώνοντας ευέλικτες και προσαρμόσιμες λύσεις σε πραγματικό χρόνο. Η επιλογή της κατάλληλης διαμόρφωσης απαιτεί την αξιολόγηση πολλών, συχνά αντικρουόμενων, κριτηρίων — όπως η αποδοτικότητα, η εργονομία, το κόστος υλοποίησης, η δυνατότητα αναδιάταξης και η αξιοπιστία του εξοπλισμού. Οι λανθασμένες επιλογές μπορεί να οδηγήσουν σε αρνητικές συνέπειες, όπως συμφόρηση υλικών, απώλεια χρόνου, διακοπές λειτουργίας ή υπερβολικά λειτουργικά κόστη. Για τη διαχείριση αυτής της πολυπλοκότητας, είναι αναγκαία η υιοθέτηση πολυκριτηριακών μεθόδων λήψης αποφάσεων, οι οποίες επιτρέπουν μια συστηματική και διαφανή αξιολόγηση των εναλλακτικών λύσεων, ενσωματώνοντας τόσο ποσοτικά όσο και ποιοτικά δεδομένα. Η εφαρμογή αυτών των μεθόδων διασφαλίζει τη βέλτιστη ισορροπία μεταξύ απόδοσης, κόστους και λειτουργικής ευελιξίας, ενισχύοντας τη βιωσιμότητα και την ανταγωνιστικότητα της παραγωγικής δραστηριότητας.

Επεκτάσεις VIKOR και οι ρόλοι τους

- AHP-Improved VIKOR

Η AHP χρησιμοποιείται για τη δημιουργία μιας ιεραρχικής ανάλυσης του προβλήματος απόφασης και για την εξαγωγή βαρών των κριτηρίων μέσω συγκρίσεων ανά ζεύγη. Στη συνέχεια, η βελτιωμένη μέθοδος VIKOR επεξεργάζεται αυτά τα βάρη και κατατάσσει τις εναλλακτικές λύσεις, προσαρμόζοντας την προσέγγιση της συμβιβαστικής λύσης, για την καλύτερη διαχείριση των ακραίων περιπτώσεων (π.χ. πολύ κοντινές βαθμολογίες μεταξύ των κορυφαίων εναλλακτικών λύσεων).

Σε μια πρόσφατη μελέτη ο Zhang (2024), εφάρμοσε αυτό το πλαίσιο για τη βελτιστοποίηση των διατάξεων παραγωγής, σε έξυπνα εργοστάσια στην Κίνα. Οι ερευνητές εξέτασαν κριτήρια όπως η αποδοτικότητα του κόστους, η λειτουργική απλότητα, η ευελιξία της διάταξης και η ροή πληροφοριών. Το βελτιωμένο μοντέλο VIKOR προσέφερε μια πιο διαφοροποιημένη κατάταξη των διατάξεων, χειριζόμενο τόσο τις υποκειμενικές κρίσεις όσο και τις λειτουργικές μετρήσεις με στιβαρότητα (Zuzana Soltysova, 2022) (Pei Dang, 2024).

6.1.6 Επιλογή υλικών

Πλαίσιο εφαρμογής:

Η επιλογή των κατάλληλων υλικών είναι μια από τις πιο βασικές αποφάσεις στον μηχανολογικό σχεδιασμό και την κατασκευή. Επηρεάζει άμεσα την απόδοση, την αντοχή, την αποδοτικότητα και τη βιωσιμότητα του τελικού προϊόντος. Η σύγχρονη ανάπτυξη προϊόντων περιλαμβάνει όλο και περισσότερο πολύπλοκους συμβιβασμούς μεταξύ μηχανικών ιδιοτήτων (όπως αντοχή, ανθεκτικότητα και αντίσταση στη διάβρωση), οικονομικών παραγόντων (όπως κόστος και διαθεσιμότητα) και περιβαλλοντικών ανησυχιών (π.χ. ανακυκλωσιμότητα, αποτύπωμα άνθρακα). Αυτή η πολύπλευρη φύση της επιλογής υλικών την καθιστά ένα κλασικό πρόβλημα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Στοχαστική AHP και Προσέγγιση Fuzzy VIKOR

Σε μια μελέτη που διεξήχθη στην Τουρκία, ο Kahraman (2018) ανέπτυξε ένα Στοχαστικό μοντέλο AHP-Fuzzy VIKOR για την επίλυση ενός προβλήματος επιλογής τοποθεσίας αποθήκης.

Η μεθοδολογία περιλάμβανε τα εξής βήματα:

- Η Στοχαστική AHP χρησιμοποιήθηκε για να προκύψουν τα βάρη των κριτηρίων λαμβάνοντας υπόψη την μεταβλητότητα και την τυχαιότητα στις ζευγαρωτές συγκρίσεις.
- Η μέθοδος Fuzzy VIKOR στη συνέχεια αξιολόγησε τις εναλλακτικές τοποθεσίες χρησιμοποιώντας ασαφείς αριθμούς για τη μοντελοποίηση ασαφών δεδομένων εισόδου (π.χ., γλωσσικούς όρους όπως "υψηλή πρόσβαση" ή "μέτριο κόστος").
- Η τελική συμβιβαστική λύση προσέφερε μια ισχυρή κατάταξη των πιθανών τοποθεσιών, αντικατοπτρίζοντας τόσο τα αντικειμενικά δεδομένα όσο και τις υποκειμενικές αξιολογήσεις των αποφασιζόντων (Akkaya, 2018).

Στον Πίνακα 23 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά οι εφαρμογές

Application Area	VIKOR Extension(s) Utilized	Region	Uncertainty Handling	Type of Criteria	Reference(s)
Επιλογή προμηθευτών	Fuzzy VIKOR with Entropy Weighting	Iran	Ασαφή σύνολα	Κόστος, ποιότητα, παράδοση, ευελιξία	Shemshadi et al., 2011
Επιλογή της διαδικασίας παραγωγής	Enhanced VIKOR with Entropy Weighting	India	Στάθμιση με βάση την εντροπία	Αποδοτικότητα, κόστος, ποιότητα, βιωσιμότητα	Bhuyan & Routara, 2015
Επιλογή στρατηγικής για τη συντήρηση	Hybrid FAHP-VIKOR Model	India	Ασαφής AHP	Κόστος, χρόνος διακοπής λειτουργίας, αξιοπιστία	Ilankumaran & Kumanan, 2012
Επιλογή βιομηχανικών ρομπότ	CRITIC-VIKOR with q-ROF Sets	China	Πιθανοτικά, q-Rung Orthopair ασαφή σύνολα	Ακρίβεια, ταχύτητα, ωφέλιμο φορτίο, κόστος	Zhao et al., 2021
Βελτιστοποίηση της γραμμής παραγωγής	AHP-Improved VIKOR Framework	China	Υποκειμενικές κρίσεις αποφασίζόντων	Αποδοτικότητα κόστους, λειτουργική απλότητα, διαχείριση πληροφοριακών συστημάτων	Zhang et al., 2024
Επιλογή υλικών	Comprehensive VIKOR Method	India	Αριθμοί διαστήματος, υποκειμενικές εκτιμήσεις	Μηχανικές ιδιότητες, κόστος, διαθεσιμότητα, περιβαλλοντικές επιπτώσεις	Chatterjee et al., 2011
Τοποθεσία Εγκαταστάσεων	Stochastic AHP and Fuzzy VIKOR Approach	Turkey	Ασαφή σύνολα, Στοχαστική μοντελοποίηση	Εγγύτητα σε προμηθευτές/πελάτες, κόστος μεταφοράς, υποδομές	Seyma Emec et 2018

Πίνακας 22: Συγκεντρωτικός Πίνακας Βιομηχανικών Εφαρμογών.

6.2 Εφαρμογές Περιβάλλοντος και Βιωσιμότητας

Οι σύγχρονες προκλήσεις που σχετίζονται με το περιβάλλον και τη βιωσιμότητα απαιτούν την εξισορρόπηση μεταξύ οικονομικών, οικολογικών και κοινωνικών κριτηρίων. Στο πλαίσιο αυτό, η μέθοδος VIKOR έχει αξιοποιηθεί ευρέως για την αξιολόγηση εναλλακτικών στρατηγικών ανάπτυξης, λαμβάνοντας υπόψη παράγοντες όπως: η αποδοτικότητα χρήσης γης, ο περιβαλλοντικός αντίκτυπος, η

προσβασιμότητα από το κοινό, και το κόστος των υποδομών. Για την καλύτερη διαχείριση υποκειμενικών ή ασαφών εισροών, ιδίως όταν εμπλέκονται διαφορετικοί αποφασίζοντες με αντικρουόμενες προτεραιότητες, έχουν αναπτυχθεί επεκτάσεις της μεθόδου, όπως η Fuzzy VIKOR και η Rough VIKOR. Αυτές οι παραλλαγές ενισχύουν την ικανότητα του μοντέλου να λειτουργεί αξιόπιστα σε περιβάλλοντα με υψηλό βαθμό αβεβαιότητας, προσφέροντας πιο ρεαλιστικά και ισορροπημένα αποτελέσματα σε πολυδιάστατες αποφάσεις βιώσιμης ανάπτυξης.

6.2.1 Σχεδιασμός Αστικής Βιώσιμης Ανάπτυξης

Πλαίσιο Εφαρμογής:

Η βιώσιμη αστική ανάπτυξη είναι μια πολυδιάστατη και μακροπρόθεσμη πρόκληση στον σχεδιασμό. Απαιτεί την εξισορρόπηση της περιβαλλοντικής προστασίας, της κοινωνικής δικαιοσύνης και της οικονομικής ανάπτυξης. Οι πολεοδόμοι πρέπει να λαμβάνουν υπόψη τα ποικίλα συμφέροντα των ενδιαφερομένων—από κυβερνητικούς φορείς και επιχειρήσεις μέχρι κατοίκους και περιβαλλοντικούς υποστηρικτές—ενώ αντιμετωπίζουν ζητήματα όπως η χρήση γης, η στέγαση, η κινητικότητα, η διαχείριση αποβλήτων και η διατήρηση των πράσινων χώρων. Λόγω των εγγενών συμβιβασμών σε αυτόν τον σχεδιασμό, καμία μοναδική τεχνική ή λύση δεν μπορεί ταυτόχρονα να βελτιστοποιήσει όλους τους στόχους. Για παράδειγμα, η επέκταση των αστικών υποδομών μπορεί να ενισχύσει την οικονομική δραστηριότητα αλλά να επηρεάσει αρνητικά την ποιότητα του αέρα ή να οδηγήσει σε αστικοποίηση. Αυτό το περίπλοκο περιβάλλον λήψης αποφάσεων απαιτεί μια συστηματική, ευέλικτη και συμφιλιωτική προσέγγιση αξιολόγησης.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι τους

- Ασαφής VIKOR

Στο πλαίσιο της αστικής ανάπτυξης, τα διαθέσιμα δεδομένα είναι συχνά ελλιπή, ποιοτικά, ή υποκειμενικά, ιδιαίτερα όταν εμπλέκονται πολλοί δημόσιοι φορείς με ετερογενείς στόχους και αντιλήψεις. Οι αξιολογήσεις εκφράζονται συχνά μέσω γλωσσικών όρων, όπως «υψηλός κίνδυνος ρύπανσης» ή «χαμηλός κοινωνικός αντίκτυπος», οι οποίοι είναι δυσνόητοι προς άμεση ποσοτικοποίηση. Η θεωρία των ασαφών συνόλων προσφέρει μία κατάλληλη μαθηματική προσέγγιση, για την αντιμετώπιση τέτοιων περιπτώσεων, επιτρέποντας την αναπαράσταση των γλωσσικών μεταβλητών ως ασαφείς αριθμούς, με στόχο την ενσωμάτωση της αβεβαιότητας και της υποκειμενικότητας σε επίσημα μοντέλα λήψης απόφασης.

Μια πρόσφατη μελέτη εφάρμοσε αυτό το θεωρητικό πλαίσιο στην ιεράρχηση στρατηγικών βιώσιμης αστικής ανάπτυξης σε πόλη της Βραζιλίας. Οι ερευνητές ανέπτυξαν ένα σύστημα υποστήριξης αποφάσεων που συνδύαζε την ασαφή συνολική αξιολόγηση (fuzzy comprehensive evaluation) με τη μέθοδο Fuzzy VIKOR. Το προτεινόμενο πλαίσιο εξέτασε κοινωνικούς, οικονομικούς και περιβαλλοντικούς παράγοντες και επέτρεψε την κατάταξη εναλλακτικών στρατηγικών υπό συνθήκες

πληροφοριακής αβεβαιότητας και γνωστικής ασάφειας, αναδεικνύοντας τη χρησιμότητα της μεθοδολογίας για πολύπλοκες, πραγματικές αστικές πολιτικές (Adolfo Ren'e Santa Cruz Rodriguez, 2023).

6.2.2 Βιώσιμη Αστική Κινητικότητα

Πλαίσιο Εφαρμογής:

Καθώς οι αστικές περιοχές επεκτείνονται και οι πληθυσμοί αυξάνονται, η βιώσιμη διαχείριση των μεταφορικών συστημάτων καθίσταται μία από τις πλέον κρίσιμες προκλήσεις του σύγχρονου πολεοδομικού σχεδιασμού. Μία από τις πιο ευρέως εφαρμοσμένες λύσεις σε αυτό το πλαίσιο είναι τα συστήματα Park-and-Ride (P&R), τα οποία ενθαρρύνουν τους μετακινούμενους να σταθμεύουν τα ιδιωτικά τους οχήματα στην περιφέρεια των πόλεων και να συνεχίζουν τη διαδρομή τους με μέσα μαζικής μεταφοράς. Τα συστήματα P&R συμβάλλουν ουσιαστικά στη μείωση της κυκλοφοριακής συμφόρησης, στον περιορισμό των εκπομπών ρύπων και στην προώθηση βιώσιμων τρόπων μετακίνησης. Ωστόσο, η αποτελεσματικότητά τους εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τον στρατηγικό σχεδιασμό και, κυρίως, από την επιλογή της κατάλληλης τοποθεσίας εγκατάστασης, η οποία απαιτεί πολυκριτηριακή ανάλυση.

Τα βασικά κριτήρια που λαμβάνονται υπόψη περιλαμβάνουν:

- την προσβασιμότητα του σημείου,
- την περιβαλλοντική επίπτωση της εγκατάστασης,
- την ευκολία χρήσης από τους πολίτες,
- τον βαθμό ενσωμάτωσης με τα δημόσια μέσα μεταφοράς,
- την ασφάλεια των χρηστών και των οχημάτων,
- καθώς και την οικονομική βιωσιμότητα και αποδοτικότητα της επένδυσης.

Καθώς πολλά από τα παραπάνω κριτήρια είναι ποιοτικής φύσης ή χαρακτηρίζονται από γνωστική αβεβαιότητα, οι παραδοσιακές μεθοδολογίες αξιολόγησης συχνά αποτυγχάνουν να αποδώσουν επαρκώς την πολυπλοκότητα του προβλήματος. Καθίσταται, επομένως, απαραίτητη η χρήση ευέλικτων, πολυκριτηριακών και συχνά υβριδικών μεθόδων, όπως εκείνων που βασίζονται σε ασαφή σύνολα, συμβιβαστικές τεχνικές (π.χ. VIKOR) ή συνδυασμένες αξιολογήσεις ειδικών και πολιτών, ώστε να εξασφαλιστεί η βέλτιστη λήψη απόφασης για την ανάπτυξη τέτοιων υποδομών.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Τροποποιημένη Μέθοδος VIKOR

Σε σχετική μελέτη του Belin-Munoz Medina(2025) παρουσιάστηκε μια Τροποποιημένη Προσέγγιση VIKOR για την αξιολόγηση και κατάταξη αστικών εγκαταστάσεων Park-and-Ride (P&R) με βάση κριτήρια βιωσιμότητας. Η προσαρμοσμένη αυτή εκδοχή της μεθόδου VIKOR σχεδιάστηκε ώστε να μπορεί να διαχειρίζεται αποτελεσματικά τόσο ποσοτικά όσο και ποιοτικά κριτήρια, που συχνά

συνυπάρχουν σε τέτοιου είδους αστικές εφαρμογές. Στο προτεινόμενο πλαίσιο, οι εναλλακτικές αξιολογήθηκαν βάσει ενός συνόλου κριτηρίων βιωσιμότητας, κατανεμημένων σε τρεις διαστάσεις:

- Περιβαλλοντική: Μείωση εκπομπών CO₂, κατανάλωση ενέργειας, χρήση γης.
- Κοινωνική: Προσβασιμότητα, άνεση χρήστη, ασφάλεια, ενσωμάτωση εύάλωτων ομάδων.
- Οικονομική: Κόστος κατασκευής/συντήρησης, ενσωμάτωση με MMM, αποδοτικότητα λειτουργίας.

Το τροποποιημένο μοντέλο εισήγαγε έναν πιο λεπτομερή μηχανισμό κατάταξης για να διακρίνει εναλλακτικές με πολύ παρόμοια απόδοση και έδωσε έμφαση σε μια ισορροπημένη κατανομή των κριτηρίων. Επιπλέον, περιλάμβανε ανάλυση ευαισθησίας για τον έλεγχο της σταθερότητας των κατατάξεων σε αλλαγές των βαρών των κριτηρίων. (Belén Muñoz-Medina, 2025).

6.2.3 Αξιολόγηση Περιβαλλοντικού Κινδύνου

Πλαίσιο Εφαρμογής:

Η αξιολόγηση περιβαλλοντικού κινδύνου αποτελεί εργαλείο για την αναγνώριση και την αντιμετώπιση απειλών που σχετίζονται με τη ρύπανση του αέρα και του νερού, τις αποτυχίες στη διαχείριση αποβλήτων, την αποψίλωση των δασών και τους κινδύνους που σχετίζονται με την κλιματική αλλαγή. Οι αξιολογήσεις αυτές είναι σημαντικές καθώς τα επίπεδα ρύπανσης συχνά ξεπερνούν τα όρια ασφαλείας. Ο σχεδιασμός αποτελεσματικών στρατηγικών μετριασμού περιβαλλοντικού κινδύνου, απαιτεί εξισορρόπηση παραγόντων όπως το κόστος, τεχνικές εφαρμογές, οι επιπτώσεις στη δημόσια υγεία και ο χρόνος υλοποίησης.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Ασαφής VIKOR

Στη λήψη περιβαλλοντικών αποφάσεων, μεγάλο μέρος των δεδομένων είναι αβέβαιο ή ασαφές, ειδικά όταν οι αξιολογήσεις βασίζονται σε γνώμες ειδικών, εκτιμήσεις ή ποιοτικά δεδομένα περιβαλλοντικών επιπτώσεων. Για την αντιμετώπιση αυτής της αβεβαιότητας, η Ασαφής VIKOR ενσωματώνει τη θεωρία των ασαφών συνόλων, επιτρέποντας τη μαθηματική αναπαράσταση και την επεξεργασία γλωσσικών όρων (π.χ. «μέτριο κόστος», «υψηλή αποτελεσματικότητα»).

Μια σημαντική εφαρμογή της Ασαφής VIKOR, είχε ως στόχο την ιεράρχηση στρατηγικών μετριασμού της αιθαλομίχλης στο Πακιστάν, εξετάζοντας εναλλακτικές όπως:

- Μετάβαση σε ηλεκτρικά οχήματα.
- Μείωση βιομηχανικών εκπομπών.
- Υλοποίηση προγραμμάτων αστικής δενδροφύτευσης.
- Επιβολή αυστηρότερων πολιτικών τεχνικού ελέγχου οχημάτων.

Τα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν στη μελέτη περιλάμβαναν:

- Αποτελεσματικότητα στη μείωση PM 2.5 και NO_x .
- Κόστος υλοποίησης.
- Κοινωνική αποδοχή.
- Πολιτική και κανονιστική εφαρμογή.

Με τη χρήση τριγωνικών ασαφών αριθμών, η μελέτη μετέφρασε τις κρίσεις των αποφασιζόντων σε μορφή που μπορούσε να επεξεργαστεί η μέθοδος VIKOR. Το τελικό αποτέλεσμα ήταν μια κατάταξη των παρεμβάσεων, δείχνοντας ποιες στρατηγικές πέτυχαν τον καλύτερο συμβιβασμό μεταξύ κόστους και περιβαλλοντικού οφέλους (Khan, 2019).

Στον Πίνακα 24 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά οι εφαρμογές

Application Domain	Region	VIKOR Extension	Uncertainty Handling	Criteria Types	Reference
Σχεδιασμός Αστικής Βιώσιμης Ανάπτυξης	Brazil	Fuzzy VIKOR	Ασαφή σύνολα	Περιβαλλοντικά, κοινωνικά, οικονομικά	Adolfo Ren'e Santa Cruz Rodriguez, (2023)
Βιώσιμη Αστική Κινητικότητα	Lithuania	Modified VIKOR	Δεν προσδιορίζεται	Προσβασιμότητα, περιβαλλοντικές επιπτώσεις, ευκολία	Mardani, A., et al. (2023).
Αξιολόγηση Περιβαλλοντικού Κινδύνου	Pakistan	Fuzzy VIKOR	Ασαφή σύνολα	Επίπεδα ρύπανσης, οικολογικές επιπτώσεις και επιπτώσεις στην υγεία	Khan, M., et al. (2019).

Πίνακας 23: Συγκεντρωτικός Πίνακας Εφαρμογών Περιβάλλοντος και Βιωσιμότητας.

6.3 Εφαρμογές στον Τομέα της Υγείας

Η λήψη αποφάσεων στον τομέα της υγείας χαρακτηρίζεται από πολυπλοκότητα και υψηλή αβεβαιότητα, καθώς περιλαμβάνει κρίσιμες εκβάσεις που επηρεάζουν άμεσα την ανθρώπινη ζωή, ενώ εμπλέκονται πολλαπλοί φορείς — ιατροί, ασθενείς, διοικητικά στελέχη και κρατικοί οργανισμοί. Η μέθοδος VIKOR έχει αξιοποιηθεί ευρέως για την υποστήριξη τέτοιων σύνθετων αποφάσεων, προσφέροντας ένα εργαλείο κατάταξης και επιλογής υπό αντικρουόμενα κριτήρια. Ένα ενδεικτικό πεδίο εφαρμογής είναι

η επιλογή τοποθεσίας για την ανέγερση νοσοκομείων, όπου αξιολογούνται κριτήρια όπως: η εγγύτητα σε πυκνοκατοικημένες περιοχές, η διαθεσιμότητα υποδομών (π.χ. μεταφορές, ενέργεια), και το κόστος επένδυσης. Σε τέτοια προβλήματα, η χρήση ασαφών εκδοχών της μεθόδου VIKOR επιτρέπει την ενσωμάτωση της αβεβαιότητας στις γνώμες των ειδικών και στις ποιοτικά διατυπωμένες ανάγκες των ασθενών.

6.3.1 Εξατομικευμένη Φροντίδα Ηλικιωμένων

Πλαίσιο Εφαρμογής:

Οι ηλικιωμένοι ασθενείς αποτελούν μία από τις πιο ευάλωτες και σύνθετες πληθυσμιακές ομάδες στο σύστημα υγειονομικής περίθαλψης. Χαρακτηρίζονται συχνά από πολύπλοκα προφίλ υγείας, που περιλαμβάνουν: πολλαπλές χρόνιες παθήσεις, διαφορετικά επίπεδα γνωστικής και σωματικής λειτουργικότητας, καθώς και ποικίλες προσωπικές προτιμήσεις. Η παροχή εξατομικευμένων συστάσεων φροντίδας υγείας που λαμβάνουν υπόψη την αποτελεσματικότητα των θεραπειών, την ασφάλεια, τις προτιμήσεις των ασθενών και το κόστος, είναι καθοριστικής σημασίας για τη βελτίωση των αποτελεσμάτων υγείας και τη διατήρηση της βιωσιμότητας των υπηρεσιών φροντίδας.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Ασαφής VIKOR με την χρήση Τεχνητής Νοημοσύνης

Μια πρόσφατη μελέτη του Aljohani (2025) ανέπτυξε ένα πλαίσιο λήψης αποφάσεων με τεχνητή νοημοσύνη που συνδυάζει την Ασαφή VIKOR με δεδομένα από Ηλεκτρονικά Αρχεία Υγείας, με στόχο τη βελτίωση της εξατομικευμένης φροντίδας υγείας για ηλικιωμένους. Το πλαίσιο αξιοποιεί τεχνικές τεχνητής νοημοσύνης για την επεξεργασία ολοκληρωμένων κλινικών δεδομένων, ενώ η Ασαφής VIKOR διαχειρίζεται την αβεβαιότητα που είναι εγγενής στη λήψη ιατρικών αποφάσεων. Η ενσωμάτωση αυτή οδηγεί σε μια κατάταξη θεραπευτικών εναλλακτικών, προσαρμοσμένων στα χαρακτηριστικά και τις προτιμήσεις κάθε ασθενούς.

Βασικά Στοιχεία του Πλαισίου:

- Συλλογή Δεδομένων: Εξαγωγή σχετικών κλινικών και δημογραφικών πληροφοριών από τα Ηλεκτρονικά Αρχεία Υγείας.
- Καθορισμός Κριτηρίων: Προσδιορισμός των κριτηρίων απόφασης, όπως η αποτελεσματικότητα της θεραπείας, η ασφάλεια, οι προτιμήσεις του ασθενούς και το κόστος.
- Εφαρμογή μεθόδου: Αξιολόγηση και κατάταξη των θεραπευτικών επιλογών με χρήση ασαφούς λογικής για την επεξεργασία ασαφών δεδομένων.

Αποτελέσματα:

- Καλύτερη προσαρμογή των θεραπευτικών συστάσεων στις ανάγκες κάθε ασθενούς.

- Βελτιωμένη ακρίβεια στη λήψη αποφάσεων υπό συνθήκες αβεβαιότητας (Watson, 2016) (Aljohani, 2025).

6.3.2 Αξιολόγηση Ποιότητας Υπηρεσιών Νοσοκομείων

Πλαίσιο Εφαρμογής:

Η παροχή υψηλής ποιότητας νοσοκομειακών υπηρεσιών είναι καθοριστική για τη βελτίωση της υγειονομικής φροντίδας, την ενίσχυση της ασφάλειας των ασθενών και την καλλιέργεια εμπιστοσύνης του κοινού στο σύστημα υγείας. Η αξιολόγηση της ποιότητας υπηρεσιών στα νοσοκομεία περιλαμβάνει συνήθως τόσο ποσοτικά κριτήρια (π.χ. χρόνος αναμονής ασθενών, ποσοστά λοιμώξεων), όσο και ποιοτικά κριτήρια (π.χ. ικανοποίηση ασθενών, ανταπόκριση προσωπικού, αντιλαμβανόμενη ποιότητα φροντίδας). Επειδή πολλοί από αυτούς τους παράγοντες είναι υποκειμενικοί και δύσκολο να μετρηθούν με ακρίβεια, οι παραδοσιακές μέθοδοι αξιολόγησης συχνά δεν επαρκούν για την αντιμετώπιση της πολυπλοκότητας και της αβεβαιότητας.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Ασαφής VIKOR

Για την αντιμετώπιση της ασάφειας και της υποκειμενικότητας που είναι εγγενείς στις αξιολογήσεις ποιότητας υπηρεσιών, οι ερευνητές επέκτειναν την κλασική μέθοδο VIKOR με ασαφή λογική (fuzzy logic). Η θεωρία των ασαφών συνόλων επιτρέπει σε ειδικούς και ασθενείς να εκφράζουν τις απόψεις τους με γλωσσικές μεταβλητές (π.χ. «πολύ καλό», «μέτριο», «κακό»), οι οποίες στη συνέχεια μετατρέπονται σε ασαφείς αριθμούς για υπολογιστική ανάλυση.

Μια μελέτη που πραγματοποιήθηκε στην Ταϊβάν από τους Chen και Hsieh (2014) εφάρμοσε τη μέθοδο Ασαφούς VIKOR για την αξιολόγηση και σύγκριση της ποιότητας υπηρεσιών σε πολλαπλά νοσοκομεία. Τα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν βασίστηκαν στο γνωστό μοντέλο SERVQUAL (Service Quality Model ή Service Quality Framework), το οποίο περιλαμβάνει πέντε διαστάσεις ποιότητας υπηρεσιών:

- Υλικά στοιχεία: Εμφάνιση εγκαταστάσεων και εξοπλισμού
- Αξιοπιστία: Ικανότητα αξιόπιστης παροχής των υποσχόμενων υπηρεσιών
- Ανταπόκριση: Προθυμία για βοήθεια προς τους ασθενείς
- Εμπιστοσύνη: Γνώση και ευγένεια του προσωπικού
- Ενσυναίσθηση: Εξατομικευμένη φροντίδα προς τον ασθενή

Με τη χρήση ερωτηματολογίων που συμπληρώθηκαν από ασθενείς και επαγγελματίες υγείας, οι ερευνητές συνέλεξαν υποκειμενικές αξιολογήσεις των νοσοκομείων στις παραπάνω διαστάσεις. Η ασαφής λογική χρησιμοποιήθηκε για να μοντελοποιήσει την αβεβαιότητα αυτών των αξιολογήσεων, ενώ η μέθοδος VIKOR παρείχε μια συστηματική κατάταξη των νοσοκομείων βάσει των συνολικών δεικτών ποιότητας των υπηρεσιών τους (Chang, 2014).

6.3.3 Επιλογή Τεχνολογίας Επεξεργασίας Ιατρικών Αποβλήτων

Πλαίσιο Εφαρμογής:

Η διαχείριση των ιατρικών αποβλήτων αποτελεί ζήτημα για τη δημόσια υγεία και τη βιωσιμότητα του περιβάλλοντος. Η επιλογή κατάλληλων τεχνολογιών επεξεργασίας αποβλήτων απαιτεί την αξιολόγηση πολλών κριτηρίων, όπως η σχέση κόστους-αποτελεσματικότητας, η αποδοτικότητα επεξεργασίας, οι περιβαλλοντικές επιπτώσεις και η συμμόρφωση σε πρότυπα και κανονισμούς. Η διαδικασία επιλογής σωστών αποφάσεων είναι ιδιαίτερα σύνθετη, καθώς επηρεάζεται από αβεβαιότητα και ασάφεια, οι οποίες συχνά συνοδεύουν την αξιολόγηση τέτοιων ετερογενών και πολύπλευρων παραγόντων.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Fermatean Fuzzy BWM-VIKOR

Για την αντιμετώπιση της αβεβαιότητας και της πολυπλοκότητας που ενυπάρχουν στην επιλογή τεχνολογίας επεξεργασίας ιατρικών αποβλήτων, έχει προταθεί μια νέα προσέγγιση που συνδυάζει τη Μέθοδο Βέλτιστου-Χειρότερου (Best-Worst Method - BWM) με τη μέθοδο Fermatean Fuzzy VIKOR. Αυτή η υβριδική μέθοδος συνδυάζει τα πλεονεκτήματα και των δύο τεχνικών: η BWM προσδιορίζει αποδοτικά τα βάρη των κριτηρίων βάσει των εκτιμήσεων ειδικών, ενώ η Fermatean Fuzzy VIKOR διαχειρίζεται την ασάφεια και την αβεβαιότητα στην αξιολόγηση των εναλλακτικών.

Τα ασαφή σύνολα Fermat (Fermatean fuzzy sets), εξέλιξη των διαισθητικών(intuitionistic) και των Πυθαγόρειων ασαφών συνόλων (Pythagorean fuzzy sets), προσφέρουν ένα πιο ευέλικτο πλαίσιο μοντελοποίησης της αβεβαιότητας, επιτρέποντας μεγαλύτερο εύρος στην έκφραση βαθμών συμμετοχής και μη-συμμετοχής.

Βασικά Στοιχεία του Πλαισίου:

- Καθορισμός Βαρών Κριτηρίων: Χρήση της μεθόδου BWM για τον υπολογισμό της σχετικής σημασίας των κριτηρίων αξιολόγησης, βάσει εισροών από ειδικούς.
- Αξιολόγηση Εναλλακτικών: Εφαρμογή της Fermatean Fuzzy VIKOR για την ανάλυση και κατάταξη τεχνολογιών επεξεργασίας ιατρικών αποβλήτων, ενσωματώνοντας την αβεβαιότητα στις αξιολογήσεις απόδοσης.

Υποστήριξη Αποφάσεων: Παροχή ενός συστηματικού και διαφανούς εργαλείου λήψης αποφάσεων που βοηθά τους αποφασίζοντες και τους διαχειριστές υγείας να επιλέξουν την καταλληλότερη τεχνολογία επεξεργασίας αποβλήτων (Fei Gao, 2024).

Στον Πίνακα 25 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά οι εφαρμογές

Application Domain	Region	VIKOR Extension	Uncertainty Handling	Criteria Types	Reference
Εξατομικευμένη Φροντίδα Ηλικιωμένων	Global	Fuzzy VIKOR	Ασαφής σύνολα	Αποτελεσματικότητα της θεραπείας, ασφάλεια, προτιμήσεις των ασθενών, κόστος	(Watson, 2016) (Aljohani, 2025).
Αξιολόγηση Ποιότητας Υπηρεσιών Νοσοκομείων	Taiwan	Fuzzy VIKOR	Ασαφής σύνολα	Ικανοποίηση των ασθενών, αποτελεσματικότητα των υπηρεσιών, κλινικά αποτελέσματα	(Chang, 2014)
Επιλογή Τεχνολογίας Επεξεργασίας Ιατρικών Αποβλήτων	Not specified	Fermatean Fuzzy BWM-VIKOR	Ασαφής σύνολα Fermatean	Κόστος, αποδοτικότητα, περιβαλλοντικές επιπτώσεις, κανονιστική συμμόρφωση	(Fei Gao, 2024).

Πίνακας 24: Συγκεντρωτικός Πίνακας Εφαρμογών στον Τομέα της Υγείας.

6.4 Εφαρμογές στον Χρηματοοικονομικό Τομέα

Ο χρηματοοικονομικός τομέας περιλαμβάνει συχνά αποφάσεις υψηλού ρίσκου, με μεταβλητές και αβέβαιες πληροφορίες. Μία εφαρμογή στην οποία χρησιμοποιείται η μέθοδος VIKOR είναι η λήψη επενδυτικών αποφάσεων, όπου εναλλακτικές, όπως, μετοχές, χαρτοφυλάκια ή ακίνητα αξιολογούνται με βάση των κριτηρίων του κινδύνου, της απόδοσης, της ρευστότητας και ηθικών ζητημάτων. Η ασαφής VIKOR και η γκρίζα VIKOR χρησιμοποιούνται συχνά για την αντιμετώπιση ασαφών ή πιθανοκρατικών δεδομένων. Η αξιολόγηση πιστωτικού κινδύνου αποτελεί επίσης βασικό πεδίο εφαρμογής, όπου χρηματοπιστωτικά ιδρύματα χρησιμοποιούν μοντέλα βασισμένα στη VIKOR για την κατάταξη δανειοληπτών ή έργων σύμφωνα με την πιστοληπτική τους ικανότητα. Η ενσωμάτωση εργαλείων μηχανικής μάθησης έχει ενισχύσει την ικανότητα της VIKOR να διαχειρίζεται μεγάλα και σύνθετα σύνολα δεδομένων. Στον ασφαλιστικό και τραπεζικό τομέα, η μέθοδος VIKOR έχει εφαρμοστεί στην επιλογή προμηθευτών, στην αξιολόγηση σχεδιασμού προϊόντων και στην οικονομική πρόβλεψη. Οι εφαρμογές αυτές συχνά επωφελούνται από υβριδικές προσεγγίσεις που συνδυάζουν τη μέθοδο VIKOR

με μοντέλα βελτιστοποίησης ή αλγορίθμους τεχνητής νοημοσύνης για πιο βαθιές και ουσιαστικές αναλύσεις.

6.4.1 Βέλτιστη Επιλογή Πωλητή σε Ηλεκτρονικές Αγορές

Πλαίσιο Εφαρμογής:

Με την ανάπτυξη των πλατφορμών ηλεκτρονικού εμπορίου και των διαδικτυακών αγορών, οι καταναλωτές έρχονται αντιμέτωποι με πλήθος πωλητών που προσφέρουν παρόμοια προϊόντα, αλλά με διαφορές στην τιμή, την ποιότητα, την αξιοπιστία αποστολής και την εξυπηρέτηση πελατών. Για τους καταναλωτές αλλά και για τους διαχειριστές των πλατφορμών (όπως Amazon, eBay ή Alibaba), η επιλογή του πιο αξιόπιστου και αποδοτικού πωλητή είναι κρίσιμη για τη διατήρηση της εμπιστοσύνης και της ικανοποίησης του χρήστη.

Η διαδικασία επιλογής σωστής απόφασης περιπλέκεται λόγω της ύπαρξης αντικρουόμενων κριτηρίων. Για παράδειγμα, ο φθηνότερος πωλητής μπορεί να έχει κακή αξιοπιστία στην παράδοση, ενώ ο πιο αξιόπιστος μπορεί να προσφέρει υψηλότερες τιμές. Επιπλέον, η αφθονία δεδομένων που παράγονται από χρήστες (όπως αξιολογήσεις και κριτικές) εισάγει υποκειμενικά και ποιοτικά στοιχεία στη διαδικασία, καθιστώντας την ένα πρόβλημα λήψης απόφασης πολλαπλών κριτηρίων.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Υβριδικό Μοντέλο SMARTER–VIKOR

Η μέθοδος SMARTER (Simple Multi-Attribute Rating Technique Exploiting Ranks) αποτελεί μια απλοποιημένη τεχνική προσδιορισμού βαρών, η οποία βασίζεται στην κατάταξη των κριτηρίων κατά σειρά προτεραιότητας, χωρίς να απαιτείται η εκχώρηση ακριβών αριθμητικών τιμών από τους αποφασίζοντες. Λόγω της απλότητάς της, η SMARTER είναι ιδιαίτερα κατάλληλη για περιβάλλοντα λήψης αποφάσεων όπου συμμετέχουν μη εξειδικευμένοι χρήστες, διατίθενται περιορισμένα δεδομένα ή είναι δύσκολο να εκφραστούν με ακρίβεια ποσοτικές προτιμήσεις. Η μέθοδος βασίζεται σε μία προκαθορισμένη μαθηματική συνάρτηση, μέσω της οποίας η σειρά κατάταξης των κριτηρίων μετατρέπεται σε ποσοτικά βάρη. Με τον τρόπο αυτό, διασφαλίζεται σχετική αντικειμενικότητα, χωρίς να θυσιάζεται η ευχρηστία και η αξιοπιστία της διαδικασίας.

Σε μελέτη του Miftahul (2020), προτάθηκε ένα υβριδικό μοντέλο SMARTER–VIKOR για την αξιολόγηση και επιλογή πωλητών σε πολλαπλές διαδικτυακές αγορές. Η μεθοδολογία περιλάμβανε τα εξής στάδια:

Καθορισμός Κριτηρίων: Προσδιορίστηκαν βασικά χαρακτηριστικά, όπως:

- Ανταγωνιστικότητα τιμών
- Ποιότητα προϊόντος
- Χρόνος και αξιοπιστία παράδοσης

- Εξυπηρέτηση πελατών
- Αξιολογήσεις και κριτικές χρηστών

Καθορισμός Βαρών με SMARTER: Τα κριτήρια κατατάχθηκαν από τους αποφασίζοντες (π.χ. διαχειριστές πλατφορμών ή πελάτες), και τα βάρη τους υπολογίστηκαν με βάση τη σειρά προτεραιότητας.

Κατάταξη μέσω VIKOR: Στη συνέχεια, η μέθοδος VIKOR χρησιμοποιήθηκε για την κατάταξη των πωλητών βάσει της απόδοσής τους στα σταθμισμένα κριτήρια, εντοπίζοντας τον πωλητή που πλησιάζει περισσότερο το ιδανικό προφίλ.

Η μελέτη έδειξε ότι αυτή η υβριδική προσέγγιση βελτίωσε τη χρηστικότητα και μείωσε την υποκειμενικότητα κατά την ανάθεση βαρών, ενώ αξιοποίησε τη δύναμη της μεθόδου VIKOR στην εξισορρόπηση αντικρουόμενων στόχων και στον εντοπισμό συμβιβαστικών λύσεων (Miftahul Arif, 2020).

6.4.2 Βελτιστοποίηση Επενδυτικού Χαρτοφυλακίου

Πλαίσιο Εφαρμογής:

Ο στόχος στη διαδικασία επιλογής επενδύσεων είναι ο προσδιορισμός ενός βέλτιστου συνδυασμού χρηματοοικονομικών στοιχείων – όπως μετοχές, ομόλογα και αμοιβαία κεφάλαια – με τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο και τις μέγιστες αποδόσεις. Η επιλογή αυτή απαιτεί επίσης τη συνεκτίμηση πρόσθετων παραγόντων, όπως η ρευστότητα, η μεταβλητότητα της αγοράς, ο βαθμός διαφοροποίησης και οι επιμέρους επενδυτικοί στόχοι, είτε αυτοί αφορούν μεμονωμένους επενδυτές είτε θεσμικούς φορείς. Τα παραδοσιακά πρότυπα, όπως η Θεωρία Μέσης Απόδοσης–Διακύμανσης του Markowitz, επικεντρώνονται κυρίως σε δείκτες κινδύνου και απόδοσης, βασιζόμενα συχνά στην υπόθεση ότι η συμπεριφορά των επενδύσεων είναι προβλέψιμη και πλήρως γνωστή. Ωστόσο, στην πράξη, αυτή η υπόθεση σπάνια επαληθεύεται. Το σύγχρονο επενδυτικό περιβάλλον χαρακτηρίζεται από υψηλό βαθμό αβεβαιότητας, υποκειμενικότητα και ταχύτατες μεταβολές, στοιχεία που καθιστούν τα μοντέλα που στηρίζονται αποκλειστικά σε ποσοτικά δεδομένα ανεπαρκή για πλήρως τεκμηριωμένες αποφάσεις. Στην πραγματικότητα, οι επενδυτές συχνά βασίζονται σε ποιοτικές εκτιμήσεις, απόψεις ειδικών και γλωσσικές αξιολογήσεις (π.χ. «υψηλό δυναμικό», «μέτριος κίνδυνος») όταν τα διαθέσιμα δεδομένα είναι περιορισμένα ή όταν οι ιστορικές τάσεις θεωρούνται αναξιόπιστες.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Trapezoidal Bipolar Fuzzy VIKOR

Σε πρόσφατη μελέτη του Sharma (2025), αναπτύχθηκε ένα προηγμένο πλαίσιο λήψης αποφάσεων για την επιλογή βέλτιστων επενδυτικών χαρτοφυλακίων, το οποίο συνδυάζει τη μέθοδο Trapezoidal Bipolar Fuzzy VIKOR (TrBFV) με έναν υβριδικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης Boruta-GA (Genetic Algorithm). Η μελέτη αντιμετωπίζει αποτελεσματικά τις προκλήσεις που συνδέονται με την υποκειμενικότητα, την αβεβαιότητα και την αντίρροπη φύση επενδυτικών κριτηρίων, ενσωματώνοντας την

έννοια της διπολικής ασαφούς λογικής (bipolar fuzzy logic), όπου θετικές και αρνητικές εκτιμήσεις συνυπάρχουν και αναλύονται ταυτόχρονα.

Χρησιμοποιήθηκαν τραπεζοειδείς διπολικοί ασαφείς αριθμοί (TrBFNs) για την αναπαράσταση αξιολογήσεων, όπως: «πολύ υψηλή απόδοση», «μέτρια ρευστότητα», «χαμηλή διαφοροποίηση»

Τα βασικά κριτήρια αξιολόγησης των χαρτοφυλακίων περιλάμβαναν:

- Αναμενόμενη απόδοση (θετικό κριτήριο)
- Κίνδυνος (διακύμανση/μεταβλητότητα) (αρνητικό κριτήριο)
- Ρευστότητα(θετικό κριτήριο)
- Δυνατότητα διαφοροποίησης(θετικό κριτήριο)
- Συμμόρφωση με ESG (θεσμικά & ηθικά κριτήρια).

Η χρήση του Trapezoidal Bipolar Fuzzy VIKOR αποδείχθηκε ιδιαίτερα κατάλληλη για καταστάσεις όπου οι εκτιμήσεις είναι ασαφείς, πολωμένες ή αντιφατικές, ενώ η βελτιστοποίηση με GA επέτρεψε προσαρμογή στο δυναμικό περιβάλλον των χρηματοοικονομικών αγορών. Η μέθοδος απέδωσε ισχυρές, αξιόπιστες και ισορροπημένες λύσεις, συμβατές με τις απαιτήσεις των σύγχρονων επενδυτών (Sharma, 2025)

6.4.3 Αξιολόγηση Πιστωτικού Κινδύνου

Πλαίσιο Εφαρμογής:

Η αξιολόγηση πιστωτικού κινδύνου αποτελεί θεμελιώδη διαδικασία για χρηματοπιστωτικά ιδρύματα, ασφαλιστικές εταιρείες και πλατφόρμες δανεισμού. Περιλαμβάνει την εκτίμηση της πιθανότητας αθέτησης υποχρεώσεων εκ μέρους ενός δανειολήπτη. Η ακριβής αξιολόγηση προστατεύει τους δανειστές από οικονομικές απώλειες και διασφαλίζει την αποδοτική κατανομή του πιστωτικού κινδύνου, κάτι που είναι απαραίτητο για τη διατήρηση της σταθερότητας των χρηματοοικονομικών αγορών. Τα παραδοσιακά μοντέλα πιστοληπτικής αξιολόγησης (π.χ. FICO, πρότυπα Basel II) βασίζονται σε μεγάλο βαθμό σε ποσοτικά δεδομένα, όπως το ιστορικό πληρωμών, ο βαθμός χρήσης πίστωσης και οι πηγές εισοδήματος. Ωστόσο, σε πολλές πραγματικές περιπτώσεις—ειδικά στον δανεισμό μικρών επιχειρήσεων, στο peer-to-peer lending ή σε αναδυόμενες αγορές—τέτοια ακριβή και πλήρη δεδομένα μπορεί να μην είναι διαθέσιμα. Επιπλέον, οι συνθήκες της αγοράς και τα προφίλ των δανειοληπτών αλλάζουν συνεχώς, εισάγοντας αβεβαιότητα στη διαδικασία αξιολόγησης.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Fermatean Fuzzy VIKOR

Δεδομένης της υποκειμενικότητας και της ασάφειας που ενυπάρχει στις αξιολογήσεις πιστωτικού κινδύνου—ιδιαίτερα σε ποιοτικά κριτήρια όπως η φήμη, η εμπειρία διαχείρισης ή οι κίνδυνοι του κλάδου—οι ερευνητές έχουν ενσωματώσει τη θεωρία των ασαφών συνόλων στη μέθοδο VIKOR.

Η μελέτη των Yu-tong Luo & Mu Zhang (2023) παρουσιάζει μια βελτιωμένη εκδοχή της μεθόδου VIKOR για την αξιολόγηση του πιστωτικού κινδύνου σε εισηγμένες εταιρείες κατασκευής chip, χρησιμοποιώντας Fermatean fuzzy sets.

Τα βήματα που ακολουθήθηκαν είναι τα εξής:

- Εφαρμογή Fermatean fuzzy VIKOR

Χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος VIKOR, ενισχυμένη με τις δυνατότητες των Fermatean fuzzy sets, για την αποτύπωση όχι μόνο της «σαφούς» αβεβαιότητας αλλά και της λεπτής διαφοροποίησης των κρίσεων.

- Αντικειμενική αξιολόγηση πιστωτικού κινδύνου

Οι εταιρείες αξιολογήθηκαν με βάση ποικιλία κριτηρίων — οικονομικά, χρηματοοικονομικοί δείκτες, πιθανώς διαρθρωτικοί ή λειτουργικοί παράγοντες — που αποδίδονται ως Fermatean fuzzy αριθμοί, ώστε να αντικατοπτρίζεται η ένταση της αβεβαιότητας.

- Βελτιωμένη διακριτική ικανότητα

Τα ευρήματα δείχνουν ότι η χρήση Fermatean fuzzy VIKOR παρέχει ανώτερη διακριτική ικανότητα και ισχυρότερη αξιολόγηση πιστωτικού κινδύνου, συγκριτικά με παραδοσιακές μεθοδολογίες (Mu Zhang & Luo, 2023).

Στον Πίνακα 26 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά οι εφαρμογές

Application Domain	Region	VIKOR Extension	Uncertainty Handling	Criteria Types	Reference
Βέλτιστη Επιλογή Πωλητή σε Ηλεκτρονικές Αγορές	Global	SMARTER–VIKOR Hybrid	Αξιολόγηση με βάση την κατάταξη	Τιμή, ποιότητα, παράδοση, κριτικές πελατών	Miftahul Arif, (2020)
Βελτιστοποίηση Επενδυτικού Χαρτοφυλακίου	Global	Trapezoidal Bipolar Fuzzy VIKOR	Ασαφής σύνολα	Απόδοση, Κίνδυνος, Ρευστότητα, Διαφοροποίηση	Sunil Kumar Sharma(2025)
Αξιολόγηση Πιστωτικού Κινδύνου	China	Fermatean Fuzzy VIKOR	Ασαφής σύνολα	Βαθμός πιστοληπτικής ικανότητας, χρέος, εισόδημα, σταθερότητα	Mu Zhang, (2023)

6.5 Εφαρμογές στον Τομέα της Ενέργειας

Ο τομέας της ενέργειας, ο οποίος χαρακτηρίζεται από περίπλοκα σενάρια λήψης αποφάσεων με πολλαπλά αντικρουόμενα κριτήρια, έχει αξιοποιήσει ευρέως τη μέθοδο VIKOR και τις επεκτάσεις της για την αντιμετώπιση προκλήσεων στον σχεδιασμό ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, στην επιλογή τεχνολογιών και στην αξιολόγηση τοποθεσιών.

6.5.1 Επιλογή Έργων Ανανεώσιμων Πηγών Ενέργειας

Πλαίσιο Εφαρμογής:

Με τις διεθνείς τάσεις μετάβασης προς βιώσιμα ενεργειακά συστήματα, η επιλογή του καταλληλότερου έργου ανανεώσιμων πηγών ενέργειας έχει καταστεί στρατηγική προτεραιότητα για τις κυβερνήσεις και τους ενεργειακούς σχεδιαστές. Σε χώρες όπως η Ισπανία, όπου η ενεργειακή διαφοροποίηση, η περιβαλλοντική υπευθυνότητα και η ενεργειακή ανεξαρτησία, αποτελούν βασικούς στόχους πολιτικής, η επιλογή εναλλακτικών έργων ανανεώσιμων πηγών ενέργειας όπως ηλιακή, αιολική, υδροηλεκτρική και βιομάζα — απαιτεί προσεκτική αξιολόγηση της οικονομικής βιωσιμότητας, των περιβαλλοντικών επιπτώσεων και της κοινωνικής αποδοχής.

Τέτοιες αποφάσεις συχνά εμπλέκουν πολλούς φορείς με διαφορετικές προτεραιότητες:

- Οι κυβερνήσεις μπορεί να επικεντρώνονται στη δημιουργία θέσεων εργασίας και στη μείωση εκπομπών CO₂
- Οι επενδυτές δίνουν προτεραιότητα στην απόδοση και τον κίνδυνο
- Οι τοπικές κοινότητες ανησυχούν για την αισθητική επίδραση ή τη χρήση γης

Αυτή η πολυπλοκότητα καθιστά τον σχεδιασμό έργων ανανεώσιμων πηγών ενέργειας ένα κλασικό πρόβλημα λήψης αποφάσεων πολλαπλών κριτηρίων.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Η Μέθοδος VIKOR

Σε μελέτη του San Cristóbal (2011), εφαρμόστηκε η μέθοδος VIKOR για την αξιολόγηση και κατάταξη τεσσάρων εναλλακτικών έργων ανανεώσιμης ενέργειας στην Ισπανία:

- Αιολική ενέργεια
- Φωτοβολταϊκή ηλιακή ενέργεια
- Υδροηλεκτρική ενέργεια
- Ενέργεια από βιομάζα

Οι εναλλακτικές αξιολογήθηκαν με βάση ένα σύνολο προκαθορισμένων κριτηρίων, τα οποία περιλάμβαναν:

- Κόστος παραγωγής ενέργειας

- Μείωση εκπομπών CO₂
- Τεχνολογική ωριμότητα
- Δυνατότητα δημιουργίας θέσεων εργασίας
- Επίδραση στη/ο χρήση γης/περιβάλλον

Κάθε εναλλακτική βαθμολογήθηκε μέσω ενός κανονικοποιημένου πίνακα αποφάσεων και χρησιμοποιήθηκε ο κλασικός αλγόριθμος VIKOR για τον προσδιορισμό:

- Των ιδανικών (καλύτερων) και μη-ιδανικών (χειρότερων) τιμών για κάθε κριτήριο
- Της απόστασης κάθε εναλλακτικής από το ιδανικό
- Της τελικής συμβιβαστικής κατάταξης

Το έργο αιολικής ενέργειας αναδείχθηκε ως η πιο ισορροπημένη λύση, προσφέροντας ανταγωνιστικό κόστος ενέργειας, σημαντικά περιβαλλοντικά οφέλη και μέτριο κοινωνικό αντίκτυπο. Αν και η ηλιακή ενέργεια είχε καλύτερη περιβαλλοντική απόδοση, ήταν οικονομικά λιγότερο συμφέρουσα κατά την περίοδο της μελέτης (Cristóbal, 2011).

6.5.2 Σχεδιασμός Εγκατάστασης Φωτοβολταϊκών (ΦΒ)

Πλαίσιο Εφαρμογής:

Τα φωτοβολταϊκά συστήματα (ΦΒ) προσφέρουν μια υποσχόμενη, καθαρή και οικονομικά αποδοτική εναλλακτική λύση για την κάλυψη των τοπικών ενεργειακών αναγκών ειδικά σε απομακρυσμένες και υποανάπτυκτες περιοχές. Οι γεννήτριες πετρελαίου, οι οποίες χρησιμοποιούνται συνήθως σε απομονωμένες περιοχές είναι περιβαλλοντικά μη βιώσιμες, δαπανηρές και απαιτούν πρόσβαση σε υλικοτεχνική υποστήριξη. Ωστόσο, ο σχεδιασμός ΦΒ εγκαταστάσεων σε τέτοιες περιοχές απαιτεί τη διαχείριση ενός σύνθετου πλαισίου λήψης αποφάσεων. Οι υπεύθυνοι καλούνται να αξιολογήσουν κάθε εναλλακτική λύση με βάση πολλαπλές διαστάσεις:

- Τεχνική σκοπιμότητα (π.χ. απόδοση ισχύος, απόδοση συστήματος)
- Οικονομική βιωσιμότητα (π.χ. κόστος επένδυσης, κόστος λειτουργίας και συντήρησης, απόδοση επένδυσης)
- Περιβαλλοντικά οφέλη (π.χ. μείωση εκπομπών CO₂)
- Κοινωνικοπολιτική αποδοχή και ετοιμότητα υποδομών

Δεδομένης της ποικιλίας και της πιθανής σύγκρουσης αυτών των κριτηρίων, απαιτείται ένα ισχυρό πλαίσιο λήψης αποφάσεων πολλαπλών κριτηρίων για τη στήριξη διαφανών και τεκμηριωμένων επιλογών έργων.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Υβριδική Μέθοδος BWM-VIKOR

Σε μια μελέτη του Berawi, (2021), για το νησί Τομία, που αποτελεί μέρος του αρχιπελάγους Wakatobi στην Ινδονησία, προτάθηκε ένα υβριδικό πλαίσιο λήψης αποφάσεων που συνδυάζει:

- Best-Worst Method (BWM): Χρησιμοποιήθηκε για τον αποτελεσματικό και συνεπή προσδιορισμό των βαρών των κριτηρίων, βάσει προτιμήσεων των αποφασίζοντων.
- Μέθοδος VIKOR: Χρησιμοποιήθηκε για την αξιολόγηση και κατάταξη των εναλλακτικών συστημάτων ΦΒ, υποστηρίζοντας μια ισορροπημένη απόφαση.

Βασικά Κριτήρια Αξιολόγησης:

- Ικανότητα παραγωγής ισχύος – Αντικατοπτρίζει την τεχνική επάρκεια του συστήματος.
- Κόστος ενέργειας – Μακροπρόθεσμη οικονομική προσβασιμότητα και ανταγωνιστικότητα.
- Κόστος λειτουργίας & συντήρησης (O&M) – Επηρεάζει τη μακροχρόνια βιωσιμότητα.
- Οικονομικός δείκτης απόδοσης (ERR) – Υποδηλώνει την αποδοτικότητα του έργου.
- Μείωση εκπομπών CO₂ – Υποστηρίζει περιβαλλοντικούς στόχους και πολιτικές για το κλίμα.

Η μελέτη βασίστηκε σε αξιολογήσεις ειδικών από τον ενεργειακό τομέα και τοπικούς φορείς, με σκοπό την υποστήριξη τεκμηριωμένων αποφάσεων στον τομέα των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας. Η χρήση της μεθόδου BWM (Best–Worst Method) επέτρεψε έναν πιο συνεπή και αξιόπιστο καθορισμό των βαρών των κριτηρίων, σε σύγκριση με παραδοσιακές τεχνικές όπως η ΑΗΡ. Παράλληλα, η εφαρμογή της μεθόδου VIKOR προσέφερε τεκμηριωμένη κατάταξη των εναλλακτικών τεχνολογιών. Το τελικό αποτέλεσμα παρείχε στους αποφασίζοντες τη δυνατότητα να επιλέξουν την τεχνολογία φωτοβολταϊκών που προσφέρει τη βέλτιστη ισορροπία μεταξύ ενεργειακής ασφάλειας, κόστους και βιωσιμότητας, συμβάλλοντας σε στρατηγικές αποφάσεις μακροπρόθεσμου χαρακτήρα (Berawi, 2021).

6.5.3 Επιλογή Τοποθεσίας Πυρηνικού Σταθμού Ηλεκτροπαραγωγής

Πλαίσιο Εφαρμογής:

Η επιλογή κατάλληλης τοποθεσίας για την εγκατάσταση πυρηνικού σταθμού ηλεκτροπαραγωγής αποτελεί μία εξαιρετικά σύνθετη και ευαίσθητη απόφαση. Περιλαμβάνει την αξιολόγηση πλήθους κριτηρίων, όπως οι περιβαλλοντικές επιπτώσεις, η σεισμική δραστηριότητα, η διαθεσιμότητα νερού, η κοινωνική αποδοχή, η πρόσβαση σε υποδομές και η κανονιστική συμμόρφωση — ενώ ταυτόχρονα απαιτεί διαχείριση υψηλών επιπέδων αβεβαιότητας. Αυτή η πρόκληση είναι ιδιαίτερα έντονη σε χώρες όπως η Ινδονησία, όπου η γεωλογική ποικιλομορφία, η κατανομή πληθυσμού και ο δημόσιος σκεπτικισμός απέναντι στην πυρηνική ενέργεια εντείνουν την ανάγκη για ισχυρά εργαλεία υποστήριξης αποφάσεων. Η επιλογή τοποθεσίας δεν αποτελεί μόνο τεχνικό ζήτημα, αλλά στρατηγικό και πολιτικό, απαιτώντας συναίνεση ενδιαφερομένων και εγγυήσεις μακροχρόνιας ασφάλειας.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Ασαφής VIKOR

Σε μελέτη του Rida SN. Mahmudah (2014), αναπτύχθηκε ένα μοντέλο πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων βασισμένο στην Ασαφή VIKOR για την αξιολόγηση πιθανών τοποθεσιών πυρηνικών σταθμών στην Ινδονησία. Η μελέτη στόχευε στη στήριξη των υπευθύνων χάραξης πολιτικής στην ιεράρχηση των ασφαλέστερων και πιο φιλόξενων τοποθεσιών για μελλοντικές πυρηνικές υποδομές.

Η μέθοδος εφαρμόστηκε για να:

- Ενσωματώσει τις αξιολογήσεις ειδικών που εκφράζονται με γλωσσικούς όρους (π.χ. «μέτριος κίνδυνος», «υψηλή προσβασιμότητα»).
- Μετατρέψει αυτές τις αξιολογήσεις σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς.
- Πραγματοποιήσει ανάλυση κατάταξης και προσέγγισης συμβιβασμού μεταξύ πολλών εναλλακτικών

Βασικά Κριτήρια Αξιολόγησης στη Μελέτη:

- Περιβαλλοντική Επίδραση: Πιθανές επιπτώσεις σε οικοσυστήματα, βιοποικιλότητα και υδάτινους πόρους.
- Σεισμική & Γεωλογική Ασφάλεια: Κίνδυνος από σεισμούς και ηφαιστειακή δραστηριότητα.
- Διαθεσιμότητα Νερού: Απαραίτητη για την ψύξη του αντιδραστήρα.
- Κοινωνική Αποδοχή: Στήριξη από την τοπική κοινωνία και πυκνότητα πληθυσμού.
- Προσβασιμότητα Υποδομών: Οδικά δίκτυα, σύνδεση με το ηλεκτρικό δίκτυο, ετοιμότητα για καταστάσεις έκτακτης ανάγκης.
- Κανονιστική & Πολιτική Συμμόρφωση: Εναρμόνιση με τα πρότυπα πυρηνικής ασφάλειας της Ινδονησίας.

Αποτέλεσμα:

Μια ιεραρχημένη λίστα υποψήφιων τοποθεσιών, προσδιορίζοντας εκείνη που βρίσκεται πλησιέστερα στο ιδανικό προφίλ, υπό συνθήκες αβεβαιότητας (Rida SN. Mahmudah, 2014).

6.5.4 Βέλτιστη Επιλογή Καυσίμου για Οικολογικές Μεταφορές

Πλαίσιο Εφαρμογής:

Η αυξανόμενη ανάγκη για μείωση των εκπομπών αερίων του θερμοκηπίου στον τομέα των μεταφορών έχει καταστήσει την επιλογή βιώσιμων καυσίμων ζωτικής σημασίας. Στην περίπτωση των οδικών μεταφορών, όπου τα φορτηγά συμβάλλουν σημαντικά στις εκπομπές CO₂, η μετάβαση σε εναλλακτικά καύσιμα όπως το βιοντίζελ, το υδρογόνο ή το LNG (υγροποιημένο φυσικό αέριο) ενέχει πολλαπλά κριτήρια αξιολόγησης — περιβαλλοντικά, τεχνικά, οικονομικά και κοινωνικά. Ωστόσο, η αξιολόγηση αυτών των καυσίμων περιπλέκεται από:

- Αντικρουόμενα κριτήρια (π.χ., μείωση εκπομπών έναντι κόστους εγκατάστασης),
- Αβεβαιότητα σε ποιοτικά κριτήρια (π.χ., κοινωνική αποδοχή, επάρκεια υποδομών),

- Υποκειμενικότητα στις εκτιμήσεις των ειδικών.

Για την αντιμετώπιση αυτών των προκλήσεων, η μελέτη των Hendiani et al. (2025) προτείνει μία νέα επέκταση της μεθόδου VIKOR, βασισμένη σε interval type-2 fuzzy sets (IT2FS) και ένα πιθανοκρατικό πλαίσιο σύγκρισης εναλλακτικών.

Επεκτάσεις της VIKOR και οι Ρόλοι της

- Επέκταση της VIKOR με Τύπου-2 Ασαφή Σύνολα (IT2FS)

Η μελέτη των Hendiani et al. (2025) εισήγαγε μια καινοτόμο μέθοδο possibility-based IT2F-VIKOR, η οποία ενσωματώνει τύπου-2 ασαφή σύνολα (interval type-2 fuzzy sets) για να διαχειριστεί την αβεβαιότητα στις αξιολογήσεις από ειδικούς.

Κύρια Στάδια της Μεθοδολογίας:

- Συγκέντρωση εκτιμήσεων ειδικών υπό αβεβαιότητα με χρήση IT2FS.
- Ο σχεδιασμός πίνακα αποφάσεων βασισμένου σε πιθανότητες, χωρίς την ανάγκη κανονικοποίησης, επιτρέπει την εξάλειψη της μεροληψίας (bias) που συχνά εισάγεται από παραδοσιακές μεθόδους κανονικοποίησης και στάθμισης. Η προσέγγιση αυτή αξιοποιεί τις αρχικές πιθανοτικές κατανομές των κριτηρίων, διατηρώντας την ακεραιότητα των δεδομένων και επιτρέποντας πιο ουδέτερη και διαφανή σύγκριση των εναλλακτικών λύσεων.
- Κατάταξη εναλλακτικών με χρήση του δείκτη VIKOR, λαμβάνοντας υπόψη τη συλλογική ωφέλεια (S_i) και τη μέγιστη δυσαρέσκεια (R_i).
- Αξιολόγηση τόσο των θετικών (π.χ., οφέλη από τη χρήση καυσίμου) όσο και των αρνητικών κριτηρίων (π.χ., εμπόδια αγοράς, υποδομές).

Αποτέλεσμα:

Η εφαρμογή της μεθόδου για την επιλογή καυσίμων σε μεταφορές οδήγησε σε:

- Ακριβέστερη αποτύπωση της αβεβαιότητας που ενσωματώνεται σε γλωσσικούς όρους.
- Ανθεκτικά αποτελέσματα, ανεξαρτήτως μεθόδου κανονικοποίησης.
- Ενίσχυση της δυνατότητας διάκρισης μεταξύ παρόμοιων εναλλακτικών, λόγω της ευαισθησίας των πιθανοκρατικών δεικτών.

Η μέθοδος κρίνεται κατάλληλη για πολύπλοκα προβλήματα βιωσιμότητας όπου η αντικειμενικότητα των παραδοσιακών πολυκριτηριακών μεθόδων λήψης αποφάσεων είναι ανεπαρκής.

Στον Πίνακα 27 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά οι εφαρμογές

Application Domain	Region	VIKOR Extension	Uncertainty Handling	Criteria Types	Reference
Επιλογή Έργων Ανανεώσιμης Ενέργειας	Spain	Standard VIKOR	Καμία	Οικονομικά, περιβαλλοντικά, κοινωνικά	San Cristóbal, J. R. (2011)
Σχεδιασμός Εγκατάστασης Φωτοβολταϊκών (PV)	Indonesia	BWM-VIKOR Hybrid	Κρίση εμπειρογνομόνων	Παραγωγή ισχύος, κόστος, O&M, οικονομική απόδοση, μείωση CO ₂	Miraj, P., & Berawi, M. A. (2021)
Επιλογή Τοποθεσίας Πυρηνικού Σταθμού Ηλεκτροπαραγωγής	Indonesia	Fuzzy VIKOR	Ασαφής λογική	Περιβαλλοντικές επιπτώσεις, κοινωνική αποδοχή, τεχνική καταλληλότητα	(Rida SN, Mahmudah, 2014)
Βέλτιστη Επιλογή Καυσίμου για Οικολογικές Μεταφορές	Germany	IT2F-VIKOR with possibility degrees	Ασαφής λογική	Περιβαλλοντικές επιπτώσεις	(Sepehr Hendiani, 2025)

Πίνακας 26: Συγκεντρωτικός Πίνακας Εφαρμογών στην Ενέργεια.

Κεφάλαιο 7: Γενικά Συμπεράσματα και Μελλοντική Έρευνα

7.1: Συμπεράσματα

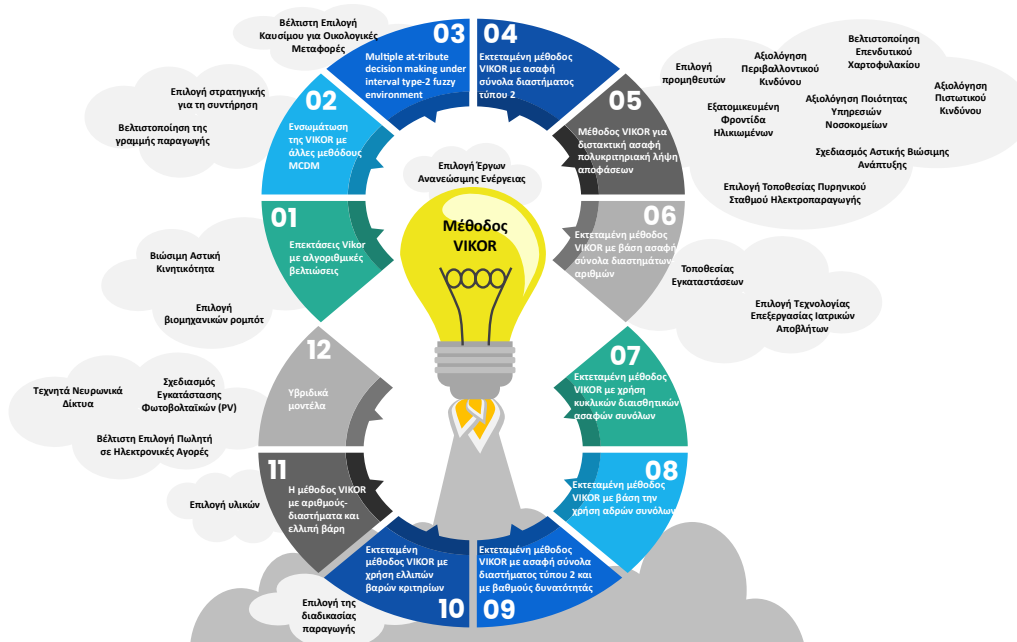
Η μέθοδος VIKOR παρουσιάστηκε αρχικά ως μια έξυπνη, υπολογιστικά απλή αλλά εννοιολογικά ισχυρή προσέγγιση για την επίλυση προβλημάτων λήψης απόφασης με πολλαπλά, αντικρουόμενα κριτήρια. Η βασική της καινοτομία εντοπίζεται στην ικανότητά της να εντοπίζει τη συμβιβαστική λύση, ισορροπώντας μεταξύ της συνολικής ωφέλειας για την ομάδα και της ελαχιστοποίησης της μέγιστης δυσανεξίας. Αυτή η φιλοσοφία την κατέστησε ιδανική για περιβάλλοντα όπου η συναίνεση και η διαφάνεια παίζουν καθοριστικό ρόλο.

Από την πρώτη της εμφάνιση, η μέθοδος VIKOR γνώρισε ραγδαία ερευνητική ανάπτυξη. Επιστήμονες και ερευνητές από διαφορετικά πεδία άρχισαν να προτείνουν μεθοδολογικές επεκτάσεις, είτε με ενσωμάτωση νέων τελεστών συνάθροισης, είτε με την αξιοποίηση ασαφών συνόλων (fuzzy sets), διαστήματα-αριθμών (interval numbers), αδρών και γκρίζων θεωριών, ή ακόμα και πιθανολογικών μοντέλων. Παράλληλα, η VIKOR συνδυάστηκε με άλλες πολυκριτηριακές μεθόδους (όπως AHP, TOPSIS, ELECTRE), δημιουργώντας ισχυρά υβριδικά μοντέλα που ενισχύουν την ευελιξία και την ακρίβειά της.

Σημαντική είναι και η πρακτική εφαρμογή της VIKOR σε πλήθος τομέων, όπως:

- η βιομηχανία (επιλογή προμηθευτών, βελτιστοποίηση παραγωγής κ.α),
- η ενέργεια (ανανεώσιμες πηγές, φωτοβολταϊκά, επιλογή καυσίμων κ.α),
- το περιβάλλον (αξιολόγηση κινδύνου, βιώσιμη αστική ανάπτυξη κ.α),
- η υγεία (ποιοτική αξιολόγηση υπηρεσιών, διαχείριση ιατρικών αποβλήτων κ.α),
- τα χρηματοοικονομικά (διαχείριση πιστωτικού κινδύνου, επενδυτικά χαρτοφυλάκια, επιλογή πωλητή κ.α).

Η παραστατική εικόνα συνοψίζει αυτή την πορεία εξέλιξης: ξεκινώντας από τις θεωρητικές και αλγοριθμικές επεκτάσεις, περνά στις σύγχρονες υβριδικές προσεγγίσεις και καταλήγει σε εφαρμογές με άμεση κοινωνική και οικονομική αξία. Ωστόσο, για την πλήρη αξιοποίηση της VIKOR σε ένα ευρύτερο φάσμα εφαρμογών και την ενίσχυση της επιστημονικής της απήχησης, είναι σημαντικό να αναγνωριστούν και να μελετηθούν ορισμένοι περιορισμοί που εξακολουθούν να υφίστανται στη σχετική βιβλιογραφία, καθώς και οι αντίστοιχες μελλοντικές κατευθύνσεις εξέλιξης.



Εικόνα 1: Η Εξέλιξη μιας Έξυπνης Ιδέας: Από τη Θεωρία της VIKOR στις Σύγχρονες Εφαρμογές

7.2: Περιορισμοί και Μελλοντικές Κατευθύνσεις

- Περιορισμοί της μεθόδου VIKOR

Παρά τη θεωρητική πληρότητα και τη λειτουργική ευελιξία της, η VIKOR παρουσιάζει ορισμένους περιορισμούς σε σχέση με άλλες μεθόδους πολυκριτηριακής ανάλυσης, όπως η TOPSIS. Ένα από τα βασικότερα μειονεκτήματα είναι η ευαισθησία της στο φαινόμενο αναστροφής κατάταξης (rank reversal), το οποίο μπορεί να οδηγήσει σε μη αξιόπιστα αποτελέσματα όταν τροποποιείται το σύνολο των εναλλακτικών (Shekhovtsov & Sałabun, 2020). Επίσης, σε πρόσφατη βιβλιογραφική ανασκόπηση που εστιάζει στη χρήση MCDM μεθόδων στην πανδημία COVID-19, η VIKOR παρουσιάζει πολύ μικρότερη συχνότητα χρήσης σε σύγκριση με την TOPSIS, η οποία χρησιμοποιείται στο 25 % των περιπτώσεων (Basilio, Pereira, & neiro, 2022). Τέλος, η VIKOR παραμένει περιορισμένη ως προς τις τεχνικές κανονικοποίησης που μπορεί να υποστηρίξει, καθώς βασίζεται σχεδόν αποκλειστικά σε γραμμική κανονικοποίηση (Zolfani, Yazdani, & Pamucar, 2020).

- Μελλοντικές κατευθύνσεις για την ανάπτυξη της VIKOR

Οι παραπάνω παρατηρήσεις δεν ακυρώνουν τη σημασία της VIKOR αλλά αναδεικνύουν το δυναμικό της για περαιτέρω εξέλιξη. Μια βασική κατεύθυνση αφορά την ενίσχυση της ευρωστίας της μεθόδου, ιδίως ως προς την αποφυγή rank reversal, μέσω προχωρημένων εκδοχών όπως fuzzy VIKOR ή hybrid VIKOR–AHP (Opricovic & Tzeng, 2024) (Opricovic S., 2011). Επιπλέον, η ενσωμάτωση εναλλακτικών τεχνικών κανονικοποίησης, όπως η λογαριθμική κανονικοποίηση, μπορεί να προσφέρει μεγαλύτερη ακρίβεια και σταθερότητα στην κατάταξη των εναλλακτικών (Zolfani, Yazdani, & Pamucar,

2020). Τέλος, η αξιοποίηση της VIKOR σε πιο σύνθετα και κρίσιμα περιβάλλοντα απόφασης, όπως η βιώσιμη ανάπτυξη, τα έξυπνα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων και η τεχνητή νοημοσύνη, αποτελεί ερευνητική πρόκληση και ευκαιρία για περαιτέρω ενσωμάτωσή της στην επιστημονική και επιχειρησιακή κοινότητα.

Αυτό δημιουργεί ένα εύφορο πεδίο για μελλοντική έρευνα και εξέλιξη, όπου η VIKOR μπορεί να προσαρμοστεί ακόμα περισσότερο στις ανάγκες του σύγχρονου περιβάλλοντος λήψης αποφάσεων, αξιοποιώντας τεχνολογίες αιχμής και αντιμετωπίζοντας προκλήσεις υψηλής αβεβαιότητας και πολυπλοκότητας.

Βιβλιογραφία

- Abbas Mardani, E. K. (2016, January 04). *VIKOR Technique: A Systematic Review of the State*. Ανάκτηση από MDPI: <https://www.mdpi.com/2071-1050/8/1/37>
- Adolfo Ren'e Santa Cruz Rodriguez, A. J. (2023, August 10). *A DECISION SUPPORT FRAMEWORK FOR PLANNING AND PRIORITIZING URBAN SUSTAINABLE DEVELOPMENT STRATEGIES UNDER UNCERTAINTY CONDITIONS: A CASE STUDY*. Ανάκτηση από ScieloBrazil: <https://www.scielo.br/j/pope/a/mG6ft4z7RctmnYcKY3fJKLF/?lang=en>
- Ahn, J. H. (2019, July 15). *Extended VIKOR method using incomplete criteria weights*. Ανάκτηση από ScienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417419301241>
- Akkaya, Ş. E. (2018, September). *Stochastic AHP and fuzzy VIKOR approach for warehouse location selection problem*. Ανάκτηση από ResearchGate: https://www.researchgate.net/publication/327943399_Stochastic_AHP_and_fuzzy_VIKOR_approach_for_warehouse_location_selection_problem
- Ali Shemshadi, H. S. (2011, September 15). *A fuzzy VIKOR method for supplier selection based on entropy measure for objective weighting*. Ανάκτηση από ScienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0957417411004350>
- Ali Shemshadia, H. S. (2011, September 27). *A fuzzy VIKOR method for supplier selection based on entropy measure for objective weighting*. Ανάκτηση από ResearchGate: https://www.researchgate.net/publication/220217673_A_fuzzy_VIKOR_method_for_supplier_selection_based_on_entropy_measure_for_objective_weighting
- Ali1, T. M. (2020, October 30). *Aggregation operators and VIKOR method based on complex q-rung orthopair uncertain linguistic informations and their applications in multi-attribute decision making*. Ανάκτηση από Springer Nature Link: <https://link.springer.com/article/10.1007/s40314-020-01332-2>
- Aljohani, A. (2025, March 08). *AI-Driven decision-making for personalized elderly care: a fuzzy MCDM-based framework for enhancing treatment recommendations*. Ανάκτηση από PubMed: <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/40055665/>
- Amirhossein Nafei, S. P.-Y. (2024, December 01). *Smart TOPSIS: A Neural Network-Driven TOPSIS with Neutrosophic Triplets for Green Supplier Selection in Sustainable Manufacturing*. Ανάκτηση από ScienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417424016117>
- Basilio, M. P., Pereira, V., & neuro. (2022, March). *Bibliometric analysis of scientific production on methods to aid decision making in the last 40 years*. Ανάκτηση από researchgate: https://www.researchgate.net/publication/359381293_Bibliometric_analysis_of_scientific_production_on_methods_to_aid_decision_making_in_the_last_40_years

Behnam Vahdani, H. H. (2009, August 21). *Extension of VIKOR method based on interval-valued fuzzy sets*. Ανάκτηση από Springer Nature Link: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00170-009-2241-2>

Belén Muñoz-Medina, J. O. (2025, March 05). *Achieving sustainable urban mobility with a modified VIKOR method to improve the selection of a park and ride system*. Ανάκτηση από Journal of Civil Engineering & Managment: <https://jest.vgtu.lt/index.php/JCEM/article/view/23300>

Berawi, P. M. (2021, February 10). *Multi-Criteria Decision Making for Photovoltaic Alternatives: A Case Study in Hot Climate Country*. Ανάκτηση από International Journal of Sustainable Energy Planning and Managment: <https://journals.aau.dk/index.php/sepm/article/view/5897>

Chang, T.-H. (2014, July 01). *Fuzzy VIKOR method: A case study of the hospital service evaluation in Taiwan*. Ανάκτηση από SienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020025514002242>

Chatterjee, P. K. (2021, March 1). *A hybrid MCDM-based approach for evaluating sustainable suppliers in the presence of incomplete information*. Ανάκτηση από SienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417420306680?via%3Dihub>

Constanta Zoie Radulescu, M. R. (2022, September 25). *A Combined VIKOR-TOPSIS Method with Application in Cloud Services Provider Selection*. Ανάκτηση από Springer Nature Link: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-16684-6_25

Cristóbal, J. S. (2011, February 18). *Multi-criteria decision-making in the selection of a renewable energy project in spain: The Vikor method*. Ανάκτηση από ScienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960148110003563>

Fei Gao, M. H. (2024, January). *A novel Fermatean fuzzy BWM-VIKOR based multi-criteria decision-making approach for selecting health care waste treatment technology*. Ανάκτηση από SienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0952197623016354>

Fernando Chacón-Gómez, M. E. (2023, August 10). *Decision Making in Fuzzy Rough Set Theory*. Ανάκτηση από MDPI: https://www.mdpi.com/2227-7390/11/19/4187?utm_source=chatgpt.com

Hu, L. F. (2018, September 24). *DS-VIKOR: A New Multi-criteria Decision-Making Method*. Ανάκτηση από Springer Nature Link: <https://link.springer.com/article/10.1007/s40815-018-0543-y>

Hu-Chen Liua, L.-X. M.-Y. (2013, May 1). *Induced aggregation operators in the VIKOR method and its application in material selection*. Ανάκτηση από SienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X13000486>

Ilangkumaran, & Kumanan. (2012). *Application of Hybrid VIKOR Model in Selection of Maintenance Strategy*. Ανάκτηση από IGI Global: <https://www.igi-global.com/article/application-hybrid-vikor-model-selection/65546>

ethod&ots=KpNXw8c8bZ&sig=VZVlCrj8CqiZwzvHwE_aKA9g5d0&redir_esc=y#v=onepage&q=Credit%20

Nian Zhang, G. W. (2012, October 16). *Extension of VIKOR method for decision making problem based on hesitant fuzzy set*. Ανάκτηση από ScienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X12006075>

Opricovic, S. (2011, September 11). *Fuzzy VIKOR with an application to water resources planning*. Ανάκτηση από ScienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417411006245>

Opricovic, S., & Tzeng, G. H. (2024, July 2004). *Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS*. *European Journal of Operational Research*, 156(2), 445–455. Ανάκτηση από ScienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221703000201?via%3Dihub>

Otay, C. K. (2021, August 24). *Extension of VIKOR Method Using Circular Intuitionistic Fuzzy Sets*. Ανάκτηση από Springer Nature Link: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-85577-2_6

Pei Dang, H. G. (2024, December 18). *The Supplier Selection of Prefabricated Component Production Line: A Lean-Based AHP–Improved VIKOR Framework*. Ανάκτηση από MDPI: <https://www.mdpi.com/2075-5309/14/12/4018>

Rida SN. Mahmudah, D. I. (2014, April 03). *Developing a Multi-Criteria Decision-Making model for nuclear power plant location selection using Fuzzy Analytic Hierarchy Process and Fuzzy VIKOR methods focused on socio-economic factors*. Ανάκτηση από ScienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S266679082400017X>

Routara, R. K. (2015, November 16). *Optimization the machining parameters by using VIKOR and Entropy Weight method during EDM process of Al–18% SiCp Metal matrix composite*. Ανάκτηση από Decision Science Letters : www.growingscience.com/dsl/Vol5/dsl_2015_46.pdf

Sanjay Kumar Vaid, G. V. (2021, November 05). *Application of multi-criteria decision-making theory with VIKOR-WASPAS-Entropy methods: A case study of silent Genset*. Ανάκτηση από ScienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214785321067663>

Sepehr Hendiani, A. E. (2025, August 1). *Leading the green charge: A novel type-2 fuzzy VIKOR method applied to eco-conscious freight transport*. Ανάκτηση από ScienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417425017038>

Sharma, S. K. (2025, January 2025). *Enhancing Stock Portfolio Selection with Trapezoidal Bipolar Fuzzy VIKOR Technique with Boruta-GA Hybrid Optimization Model: A Multicriteria Decision-Making Approach*. Ανάκτηση από Springer Nature Link: <https://link.springer.com/article/10.1007/s44196-025-00733-7>

- Shekhovtsov, A., & Sałabun, W. (2020). *A comparative case study of the VIKOR and TOPSIS rankings similarity*. Ανάκτηση από ScienceDirect:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050920319050>
- Shih, H. S. (2007, April 8). *An extension of TOPSIS for group decision making*. *Mathematical and Computer Modelling*, 45(7–8), 801–813. Ανάκτηση από ScienceDirect :
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0895717706003025?via%3Dihub>
- Sorin Nădăban, S. D. (χ.χ.). *Fuzzy TOPSIS: A General View*. Ανάκτηση από ScienceDirect:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187705091631273X>
- Sumera Naz, M. M. (2024, December 20). *Enhancing industrial robot selection through a hybrid novel approach: integrating CRITIC-VIKOR method with probabilistic uncertain linguistic q-rung orthopair fuzzy*. Ανάκτηση από Springer Nature Link: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10462-024-11001-z>
- Thakkar, J. J. (2021, February 09). *Vlsekriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje (VIKOR)*. Ανάκτηση από Springer Nature Link: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-981-33-4745-8_8
- Tian, G., Zhou, M., Zhang, H., & Jia, H. (2016, May 26). *An integrated AHP and VIKOR approach to evaluating green design alternatives*. Ανάκτηση από IEEE Xplore :
<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/7479010>
- Tzeng, S. O.-H. (2004, July 16). *Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS*. Ανάκτηση από ScienceDirect:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221703000201>
- Tzeng, S. O.-H. (2007, April 16). *Extended VIKOR method in comparison with outranking methods*. Ανάκτηση από ScienceDirect :
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221706000555>
- Varun Tiwari, P. K. (2016, January). *Product design concept evaluation using rough sets and VIKOR method*. Ανάκτηση από ScienceDirect:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474034615001299>
- Watson, A. R. (2016, January). *Impact of the Digital Age on Transforming Healthcare*. Ανάκτηση από ResearchGate:
https://www.researchgate.net/publication/300462291_Impact_of_the_Digital_Age_on_Transforming_Healthcare
- WIKIPEDIA, a. (2025). *VIKOR method*. Ανάκτηση από WIKIPEDIA:
https://en.wikipedia.org/wiki/VIKOR_method
- Xia Zhong, Y. C. (2023, March 16). *Evaluation and Optimization of In-Vehicle HUD Design by Applying an Entropy Weight-VIKOR Hybrid Method*. Ανάκτηση από MDPI:
<https://www.mdpi.com/2076-3417/13/6/3789>

- Xia Zhong, Y. C. (2023, March 16). *Evaluation and Optimization of In-Vehicle HUD Design by Applying an Entropy Weight-VIKOR Hybrid Method*. Ανάκτηση από Applied Sciences: <https://www.mdpi.com/2076-3417/13/6/3789>
- Xu, H. L. (2013, May 03). *A VIKOR-based method for hesitant fuzzy multi-criteria decision making*. Ανάκτηση από Springer Nature Link: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10700-013-9162-0>
- Yazdani, M. &. (2014, May). *VIKOR and its Applications: A State-of-the-Art Survey*. Ανάκτηση από ResearchGate: https://www.researchgate.net/publication/266731774_VIKOR_and_its_Applications_A_State-of-the-Art_Survey
- Ye, D. Y. (2024, May 31). *Uncovering the academic evolution of VIKOR method: a comprehensive main path analysis*. Ανάκτηση από Journal of the Operational Research Society : <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/01605682.2024.2359726>
- Yin, M.-S. (2013, June 01). *Fifteen years of grey system theory research: A historical review and bibliometric analysis*. Ανάκτηση από ScienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417412012122>
- Yingying Ma, G. Z. (2025, May). *Hybrid AHP-VIKOR methodology for multi-criteria decision-making in marine renewable energy systems: Optimizing DC-DC buck converters for*. Ανάκτηση από ScienceDirect: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0025326X2500284X>
- Yuanyuan Liu, Y. Y. (2022, January 2022). *An extended VIKOR method based on particle swarm optimization and novel operations of probabilistic linguistic term sets for multicriteria group decision-making problem*. Ανάκτηση από onlinelibrary: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/int.22796>
- Zadeh, L. (2004, November 29). *Fuzzy sets*. Ανάκτηση από ScienceDirect : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001999586590241X>
- Zavadskas, E. K. (2014). *tate of art surveys of overviews on MCDM/MADM methods. Technological and Economic Development of Economy, 20(1), 165–179*. Ανάκτηση από Vilnius Tech: <https://journals.vilniustech.lt/index.php/TEDE/article/view/3408>
- Zolfani, S. H., Yazdani, M., & Pamucar, D. (2020, June). *A VIKOR and TOPSIS focused reanalysis of the MADM methods based on logarithmic normalization*. Ανάκτηση από researchgate: https://www.researchgate.net/publication/342197949_A_VIKOR_and_TOPSIS_focused_reanalysis_of_the_MADM_methods_based_on_logarithmic_normalization
- Zuzana Soltysova, Z. S. (2022, January 14). *A Multi-Criteria Assessment of Manufacturing Cell Performance Using the AHP Method*. Ανάκτηση από MDPI: <https://www.mdpi.com/2076-3417/12/2/854>

Γιώργος Τραχανάς, Χ. Δ. (χ.χ.). *Η ΜΕΘΟΔΟΣ VIKOR*. Ανάκτηση από ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ: <https://academics.epu.ntua.gr/sites/default/files/2021-07/%CE%A0%CE%91%CE%91%20-%20%CE%A04.%20VIKOR.pdf>

Ι. ΨΑΡΡΑΣ & Χ. ΔΟΥΚΑΣ. (2019). *ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ: ΕΝΟΤΗΤΑ 9*. Ανάκτηση από DSSLAB: <https://academics.epu.ntua.gr/sites/default/files/2020-10/%CE%A0%CE%A3%CE%A5%CE%91%20-%20%CE%A39.%20%CE%95%CE%BD%CF%8C%CF%84%CE%B7%CF%84%CE%B1%209.pdf>