



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Αξιολόγηση της Κομβικής Τιμολόγησης στην Ενεργειακή
Αγορά της Ευρώπης**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αλέξιος Στελλάκος

Επίβλεψη: Αντώνιος Παπαβασιλείου, Επ. Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Οκτώβριος 2025



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Αξιολόγηση της Κομβικής Τιμολόγησης στην Ενεργειακή Αγορά της Ευρώπης

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αλέξιος Στελλάκος

Επίβλεψη: Αντώνιος Παπαβασιλείου, Επ. Καθηγητής ΕΜΠ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή στις 23 Οκτωβρίου 2025 .

Αντώνιος Παπαβασιλείου

Άρης-Ευάγγελος Δημέας

Πάυλος Γεωργιλάκης

Επ. Καθηγητής ΕΜΠ

Επ. Καθηγητής ΕΜΠ

Καθηγητής ΕΜΠ

.....

.....

.....

Αθήνα, Οκτώβριος 2025

.....
Αλέξιος Στελλάκος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © 2025- Αλέξιος Στελλάκος, 2025

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Η ζωνική αρχιτεκτονική της ευρωπαϊκής αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας εμφανίζει ολοένα και πιο έντονες αδυναμίες τα τελευταία χρόνια, ιδίως με την αυξημένη διείσδυση των ΑΠΕ και τις γεωγραφικές ανισορροπίες παραγωγής–κατανάλωσης. Οι ενδοζωνικές συμφορήσεις δεν αποτυπώνονται στην εκκαθάριση και καλύπτονται εκ των υστέρων με ιδιαίτερα κοστοβόρες παρεμβάσεις (ανακατανομή ισχύος). Η παρούσα εργασία διερευνά την εφαρμογή της κομβικής τιμολόγησης ως τεχνικά συνεπέστερου πλαισίου, όπου οι φυσικοί περιορισμοί του δικτύου λαμβάνονται εξ αρχής υπόψη. Το μοντέλο υλοποιείται με την γραμμική (DC) προσέγγιση ροής ισχύος και χρησιμοποιεί συντελεστές κατανομής μεταφοράς ισχύος (PTDF), ώστε οι περιορισμοί μεταφοράς να ενσωματωθούν απευθείας στην εκκαθάριση, ενώ εφαρμόζεται σε ρεαλιστική γεωγραφική κλίμακα για την περιοχή CORE της Ευρώπης. Ωστόσο, επειδή η πλήρης συμπερίληψη όλων των περιορισμών μεταφοράς ισχύος είναι υπολογιστικά δαπανηρή και οδηγεί σε μεγάλους χρόνους επίλυσης, υιοθετούνται μέθοδοι επιλεκτικής ενεργοποίησης περιορισμών μεταφοράς ισχύος (lazy constraints), που προσθέτουν μόνο όσους παραβιάζονται κατά την επίλυση. Η αξιολόγηση περιλαμβάνει δείκτες αποδοτικότητας (χρόνος, μνήμη) και συνοπτική ανάλυση των επιπτώσεων στις κομβικές τιμές και στη χωροχρονική εικόνα της συμφόρησης. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι επιλεκτικές μέθοδοι διατηρούν την ορθότητα της λύσης, μειώνουν σημαντικά το υπολογιστικό φορτίο και επιτρέπουν ακριβέστερη και διαφανή αποτύπωση της συμφόρησης και των σημάτων τιμολόγησης.

Λέξεις κλειδιά: κομβικό μοντέλο, κομβική τιμολόγηση, συντελεστές κατανομής μεταφοράς ισχύος, ροή ισχύος, επιλεκτική ενεργοποίηση περιορισμών, βελτιστοποίηση, εκκαθάριση αγοράς, συμφόρηση γραμμών μεταφοράς, χρόνος επίλυσης, κατανάλωση μνήμης.

Abstract

The zonal architecture of the European electricity market has been showing increasingly serious weaknesses in recent years, particularly with the increased penetration of RES and geographical imbalances between production and consumption. Intra-zonal congestion is not reflected in clearing and is covered ex post by particularly costly interventions (power redistribution). This thesis explores the application of nodal pricing as a more technically consistent framework, where the physical constraints of the network are considered from the outset. The model is implemented using the linear (DC) power flow approach and uses power transfer distribution factors (PTDF), so that transfer constraints are incorporated directly into the settlement, while being applied on a realistic geographical scale for the CORE region of Europe. However, because the full inclusion of all power transfer constraints is computationally expensive and leads to long solution times, methods of selective activation of power transfer constraints (lazy constraints) are adopted. The evaluation includes efficiency indicators (time, memory) and a summary analysis of the effects on nodal values and the spatiotemporal congestion picture. The results show that selective methods maintain the correctness of the solution, significantly reduce the computational load, and allow for a more accurate and transparent representation of congestion and pricing signals.

Keywords: nodal model, nodal pricing, power transfer distribution factors, power flow, selective activation of constraints, optimization, market clearing, transmission line congestion, solution time, memory consumption.

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κ. Αντώνη Παπαβασιλείου, Επίκουρο Καθηγητή ΕΜΠ, για την ευκαιρία συνεργασίας στην παρούσα εργασία πάνω σε ένα άκρως επίκαιρο θέμα και, κυρίως για το γεγονός ότι σε μία σχολή που προσφέρει ένα τόσο ευρύ φάσμα γνώσεων, με βοήθησε να καλλιεργήσω το μοναδικό μου ίσως ενδιαφέρον γι' αυτή.

Ιδιαίτερη μνεία θα ήθελα να απευθύνω στην Μαριλένα Ζαμπάρα, Υποψήφια Διδάκτορα ΕΜΠ, της οποίας η υποστήριξη και η καθοδήγηση υπήρξαν καθοριστικές στην διάρκεια του τελευταίου έτους, και γι' αυτό της είμαι ειλικρινά ευγνώμων.

Τέλος, δεν θα μπορούσα να ευχαριστήσω όσο θα ήθελα τους γονείς μου, Γιώργο και Χριστίνα, την αδερφή μου Πηνελόπη και την γιαγιά μου Πηνελόπη, για την αγάπη και την αμέριστη στήριξη τους όλα αυτά τα χρόνια. Το παρόν έργο αφιερώνεται στον παππού μου Κώστα, που δεν βρίσκεται πλέον μαζί μας και ελπίζω να είναι περήφανος από ψηλά.

Πίνακας περιεχομένων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1 Το ΖΩΝΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΚΚΑΘΑΡΙΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙ ΠΡΟΚΛΗΣΕΙΣ ΤΟΥ	1
1.2 ΤΡΕΧΟΥΣΑ ΣΥΓΚΥΡΙΑ ΚΑΙ ΕΥΡΩΠΑΪΚΕΣ ΜΕΤΑΡΡΥΘΜΙΣΕΙΣ	2
1.3 Το ΜΟΝΤΕΛΟ ΚΟΜΒΙΚΗΣ ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗΣ (LMP).....	3
1.4 Το ΖΩΝΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΗΣ ΙΤΑΛΙΑΣ	4
1.5 ΣΤΟΧΟΣ ΚΑΙ ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	5
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΡΟΩΝ ΙΣΧΥΟΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΙΣΧΥΟΣ (PTDF)	7
2.1 ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΘΕΜΕΛΙΩΣΗ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΙΣΧΥΟΣ (PTDF)	7
2.1.1 Δομή Δικτύου και Ισοζύγιο Καθαρών Εγχύσεων.....	7
2.1.2 Κόμβος αναφοράς.....	8
2.1.3 Μετάβαση από το AC στο DC Power Flow Μοντέλο: Απλοποιητικές Παραδοχές και Θεμελίωση.....	9
2.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ PTDF ΜΕΣΩ ΠΙΝΑΚΩΝ	10
2.2.1 Πίνακας Τοπολογίας (Incidence matrix) A.....	11
2.2.2 Πίνακας Αγωγιμότητας Γραμμών B.....	11
2.2.3 Υπολογισμός Πινάκων T και M.....	12
2.2.4 Τελικός Υπολογισμός του Πίνακα PTDF.....	13
2.2.5 Συνοπτική Ροή Υπολογισμού PTDF.....	13
2.3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ PTDF ΣΤΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΡΟΩΝ ΙΣΧΥΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟΥΣ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ	14
2.3.1 Γραμμική Σχέση Ροών και Εγχύσεων – Απόδειξη του Πίνακα PTDF.....	14
2.3.2 Παράδειγμα Υπολογισμού PTDF και Ροών σε Απλό Δίκτυο	16
2.3.3 Περιορισμοί μεταφοράς ισχύος με χρήση PTDF.....	21
2.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑ: ΣΥΓΚΡΙΣΗ PTDF ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΥ ΓΩΝΙΩΝ	23
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 – ΚΟΜΒΙΚΗ VS ΖΩΝΙΚΗ ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗ: ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΣΥΜΦΟΡΗΣΗΣ ΚΑΙ ΜΑΚΡΟΧΡΟΝΙΕΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΕΠΙΠΤΩΣΕΙΣ	25
3.1 ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΣΥΜΦΟΡΗΣΗΣ: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΟΣ 2.3.2	25
3.1.1 Κομβική προσέγγιση.....	25
3.1.2 Ζωνική προσέγγιση.....	26
3.1.3 Συγκριτική αποτίμηση και σύνδεση με κόστος.....	26
3.1.4 Σύνδεση με το αριθμητικό παράδειγμα.....	27
3.2 ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΣΗΜΑΤΑ, ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΕΣ ΕΠΙΠΤΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΔΙΕΘΝΕΙΣ ΕΜΠΕΙΡΙΕΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΚΟΜΒΙΚΗΣ ΚΑΙ ΖΩΝΙΚΗΣ ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗΣ	28
3.2.1 Ηνωμένες Πολιτείες (ERCOT – CAISO)	29
3.2.2 Νότια Κορέα	30
3.2.3 Ευρώπη και Γερμανία	31
3.2.4 Συμπεράσματα.....	32
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΚΟΜΒΙΚΗΣ ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗΣ.....	33
4.1 Το ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΕΣΜΕΥΣΗΣ ΜΟΝΑΔΩΝ	33
4.2 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ	34
4.2.1 Σύνολα (Sets).....	34
4.2.2 Μεταβλητές	35
4.2.3 Παράμετροι.....	36
4.2.4 Εξισώσεις του Μοντέλου και Ερμηνεία τους.....	39
4.3 ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ – ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗΣ.....	42
4.3.1 Κυρτότητα και Προβλήματα MIP.....	42
4.3.2 IP Pricing και Δυικές Μεταβλητές του Μοντέλου	43
4.3.3 Εναλλακτικές Μέθοδοι Τιμολόγησης	45

4.4 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΤΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ.....	45
4.4.1 Γλώσσα Προγραμματισμού και Περιβάλλον Ανάπτυξης.....	46
4.4.2 Επιλυτές και Αλγοριθμικές Μέθοδοι.....	46
4.4.3 Υπολογιστικό Περιβάλλον.....	47
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 – ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΕΚΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ	
ΙΣΧΥΟΣ.....	49
5.1 Η ΒΑΣΙΚΗ ΙΔΕΑ ΤΩΝ LAZY CONSTRAINTS.....	49
5.2 ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΘΗΚΗΣ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΩΝ PTDF.....	50
5.2.1 Διπλής Κατεύθυνσης.....	52
5.2.2 Μονής κατεύθυνσης.....	53
5.2.3 Καθολική Εισαγωγή.....	54
5.3 LAZY CONSTRAINTS ΜΕ GUROBI CALLBACK.....	55
5.3.1 Αλγόριθμος Branch and Bound.....	55
5.3.2 Χαλάρωση UC και Βοηθητική Μεταβλητή.....	56
5.3.3 Lazy Callback: Έλεγχος & Εισαγωγή Περιορισμών PTDF.....	57
5.4 ΠΟΙΟΤΙΚΗ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ.....	58
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ.....	60
6.1 ΒΑΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΡΥΘΜΙΣΕΙΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	60
6.1.1 Βάση Δεδομένων.....	60
6.1.2 Ρυθμίσεις Gurobi.....	62
6.2 ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΕΠΙΛΥΣΗΣ.....	63
6.2.1 Επαλήθευση Εγκυρότητας των Μεθόδων Επίλυσης.....	63
6.2.2 Χρόνος Επίλυσης.....	64
6.2.3 Μέγιστη Κατανάλωση Μνήμης RAM.....	67
6.2.4 Η Περίπτωση της Κεντροδυτικής Ευρώπης (Central Western Europe - CWE).....	69
6.3 ΣΥΜΦΟΡΗΣΕΙΣ.....	73
6.3.1 Χρονική Εξέλιξη του Πλήθους Συμφορήσεων στο CORE.....	73
6.3.2 Γεωγραφική Κατανομή Συμφόρησης στο CORE.....	74
6.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΙΜΩΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΟ ΚΟΜΒΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ.....	76
6.4.1 Χρονική Κατανομή Μέσων Κομβικών Τιμών στο CORE.....	76
6.4.2 Χωρική Κατανομή Μέσων Κομβικών Τιμών στο CORE.....	78
6.4.3 Μέσες Τιμές και Διασπορά ανά χώρα.....	80
6.5 ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΕΡΜΑΝΙΑΣ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ CORE ΚΑΙ CWE.....	83
6.5.1 Γεωγραφική Σύγκριση Τιμών και Σημείων Συμφόρησης.....	84
6.5.2 Σύγκριση Μέσων Τιμών και Τυπικής Απόκλισης.....	85
6.6 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΗΣ ΚΟΜΒΙΚΗΣ ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗΣ.....	87
6.6.1 Περίπτωση 1: Λειτουργία χωρίς Συμφόρηση.....	88
6.6.2 Περίπτωση 2: Συμφόρηση χωρίς Αποκοπή Φορτίου.....	89
6.6.3 Περίπτωση 3: Συμφόρηση με Αποκοπή Φορτίου.....	90
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ ΈΡΕΥΝΑΣ.....	91
7.1 ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ.....	91
7.2 ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ.....	92
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	93

Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 1: Ενδεικτικό δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας με κόμβους παραγωγής, κατανάλωσης και κόμβο αναφοράς.....	7
Εικόνα 2: Διαγραμματική απεικόνιση της μεθοδολογίας υπολογισμού των PTDF, μέσω των πινάκων A, B, T και M.	14
Εικόνα 3: Τριγωνικό δίκτυο τριών κόμβων του παραδείγματος 2.3.2, με τις καθαρές εγχύσεις των κόμβων (P_n) και τις αντιδράσεις των γραμμών (X).....	16
Εικόνα 4: Διαγραμματική απεικόνιση της λειτουργίας του βρόχου ενεργοποίησης περιορισμών PTDF.....	51
Εικόνα 5: Γεωγραφική απεικόνιση του δικτύου που μελετήθηκε	61
Εικόνα 6: Χρόνοι επίλυσης του πλήρους μοντέλου PTDF σε συνάρτηση με το μέγεθος του υπό μελέτη συστήματος.	65
Εικόνα 7: Σύγκριση χρόνων επίλυσης των μεθόδων ανά περίπτωση μελέτης.	65
Εικόνα 8: Σύγκριση κατανάλωσης μνήμης RAM των μεθόδων ανά περίπτωση μελέτης	68
Εικόνα 9: Χρόνος επίλυσης (s) για το CWE, ανά μεθοδολογία	70
Εικόνα 10: Κατανάλωση μνήμης RAM (MB) για το CWE, ανά μεθοδολογία.	71
Εικόνα 11: Ποσοστό (%) εισαχθέντων περιορισμών PTDF στο CWE, ανά μεθοδολογία.	72
Εικόνα 12: Πλήθος συμφορημένων γραμμών μεταφοράς ανά χρονική περίοδο, στο CORE.	73
Εικόνα 13: Γεωγραφική αποτύπωση των σημείων συμφόρησης στον χάρτη του CORE Region.....	75
Εικόνα 14: Μέση τιμή ηλεκτρικής ενέργειας ανά χρονική περίοδο t , στο CORE.....	77
Εικόνα 15: Μέση τιμή ανά κόμβο στο CORE Region (€/MWh). Με μαύρο απεικονίζονται τα σημεία συμφόρησης.....	78
Εικόνα 16: Μέση τιμή ηλεκτρικής ενέργειας ανά χώρα στο CORE Region	80
Εικόνα 17: Μέση τιμή και Διασπορά τιμών στο 10ο-90ό ποσοστημόριο, στην Γερμανία – CWE	86
Εικόνα 18: Μέση τιμή και Διασπορά τιμών στο 10ο-90ό ποσοστημόριο, στην Γερμανία - CORE	86
Εικόνα 19: Δίκτυο στη βορειοδυτική Γαλλία χωρίς συμφόρηση	88
Εικόνα 20: Δίκτυο στην βόρεια Γερμανία με συμφόρηση χωρίς αποκοπή φορτίου	89
Εικόνα 21: Δίκτυο στην περιοχή του Παρισιού με συμφόρηση και αποκοπή φορτίου...	90

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1: Δεδομένα παραδείγματος 2.3.2.....	16
Πίνακας 2: Χρόνος επίλυσης (s) κάθε περίπτωσης δικτύου ανά μέθοδο.....	64
Πίνακας 3: Μέγιστη κατανάλωση μνήμης RAM (MB) κάθε περίπτωση μελέτης ανά μέθοδο.	67
Πίνακας 4: Συγκεντρωτικά μεγέθη και αποτελέσματα για το δίκτυο CWE.....	70
Πίνακας 5: Συγκριτικά στατιστικά στοιχεία (Μέση τιμή και Διασπορά τιμών στο 10ο-90ό ποσοστημόριο) των τιμών ηλεκτρικής ενέργειας ανά χώρα.	82
Πίνακας 6: Μέσος όρος και μέση τυπική απόκλιση τιμών ενέργειας ανά χώρα.....	83
Πίνακας 7: Μέσες τιμές ανά κόμβο και σημεία συμφόρησης στην Γερμανία - CORE, CWE	84

Κεφάλαιο 1 - Εισαγωγή

Η ευρωπαϊκή αγορά ηλεκτρικής ενέργειας εξελίσσεται σε ένα περιβάλλον ριζικών αλλαγών που υπαγορεύονται από την ενεργειακή μετάβαση και την κλιματική πολιτική. Η αυξανόμενη διείσδυση των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, η σταδιακή απανθρακοποίηση του μίγματος παραγωγής και η ανάγκη για μεγαλύτερη διασυνοριακή συνεργασία θέτουν το πλαίσιο στο οποίο καλούνται να λειτουργήσουν οι αγορές. Στόχος της Ευρωπαϊκής Ένωσης, όπως αποτυπώνεται στο European Green Deal και στο πακέτο Fit-for-55, είναι η μείωση των εκπομπών κατά τουλάχιστον 55% έως το 2030 και η επίτευξη κλιματικής ουδετερότητας έως το 2050, μέσα από την αύξηση της διείσδυσης ΑΠΕ, την ενίσχυση της αποδοτικότητας και τη βελτιστοποίηση της χρήσης του δικτύου [26,27].

Σε αυτό το πλαίσιο, η επικρατούσα αρχιτεκτονική των αγορών βασίζεται στη ζωνική τιμολόγηση (zonal pricing), όπου το δίκτυο χωρίζεται σε μεγάλες γεωγραφικές ζώνες, συνήθως κατά μήκος εθνικών συνόρων, και για κάθε ζώνη προκύπτει μία ενιαία τιμή εκκαθάρισης ενέργειας. Το μοντέλο αυτό υπηρέτησε για χρόνια την ανάγκη για απλότητα και ρευστότητα στην εμπορία ενέργειας, όμως στηρίζεται στην παραδοχή ότι οι περιορισμοί μεταφοράς εντός κάθε ζώνης ικανοποιούνται και συνεπώς μπορούν να αγνοηθούν. Στην πράξη, η αυξανόμενη μεταβλητότητα της παραγωγής (κυρίως λόγω ΑΠΕ) και οι γεωγραφικές ανισορροπίες κατανάλωσης και παραγωγής καθιστούν την παραδοχή αυτή όλο και λιγότερο ρεαλιστική, οδηγώντας σε ενδοζωνικές συμφορήσεις, εκτεταμένα μέτρα redispatch και στρεβλά επενδυτικά σήματα. Μέσα σε αυτό το περιβάλλον, η προσοχή στρέφεται όλο και περισσότερο σε εναλλακτικές λύσεις, όπως στο κομβικό μοντέλο τιμολόγησης (nodal pricing ή locational marginal pricing, LMP). Σε αντίθεση με το ζωνικό, δεν περιορίζεται σε μια ενιαία τιμή για ολόκληρη τη ζώνη, αλλά αποδίδει ξεχωριστή τιμή σε κάθε κόμβο του συστήματος, ενσωματώνοντας εξαρχής τους φυσικούς περιορισμούς του δικτύου. Με αυτό τον τρόπο, οι τιμές αντανακλούν πιστότερα τις πραγματικές συνθήκες λειτουργίας και προσφέρουν καθαρότερα σήματα για τη λειτουργία και τις μελλοντικές επενδύσεις.

1.1 Το Ζωνικό Μοντέλο Εκκαθάρισης και οι Προκλήσεις του

Η ευρωπαϊκή αγορά ηλεκτρικής ενέργειας βασίζεται διαχρονικά στη ζωνική τιμολόγηση: κάθε ζώνη εκκαθαρίζεται με μία ενιαία τιμή, με την παραδοχή ότι εντός της δεν εμφανίζονται σημαντικοί περιορισμοί μεταφοράς. Η απλότητα αυτού του σχήματος συνέβαλε καθοριστικά στη διαμόρφωση μίας ενιαίας αγοράς και στη διευκόλυνση της συμμετοχής παραγωγών και καταναλωτών. Ωστόσο, σήμερα οι ενδοζωνικές συμφορήσεις αμφισβητούν όλο και περισσότερο αυτή την παραδοχή και αναδεικνύουν τα όρια του μοντέλου.

Στο τρέχον πλαίσιο, η εκκαθάριση της αγοράς γίνεται σε διακριτά στάδια με ζωνική τιμολόγηση, ξεκινώντας από την αγορά επόμενης ημέρας (day-ahead) και συνεχίζοντας με την ενδοημερήσια αγορά (intraday). Το δίκτυο χωρίζεται σε ζώνες υποβολής προσφορών, οι οποίες συχνά ταυτίζονται με τα εθνικά σύνορα, αν και υπάρχουν εξαιρέσεις (π.χ. Ιταλία, Σκανδιναβία). Για κάθε ζώνη προκύπτει μία ενιαία τιμή εκκαθάρισης που ισχύει για όλους τους παραγωγούς και καταναλωτές της. Η day-ahead αποτελεί την κεντρική αγορά, όπου οι NEMOs (Nominated Electricity Market Operators – οι φορείς που διαχειρίζονται τα χρηματιστήρια ηλεκτρικής ενέργειας) συγκεντρώνουν προσφορές και αιτήσεις και εκτελούν την εκκαθάριση σε ευρωπαϊκό επίπεδο με τον κοινό αλγόριθμο EUPHEMIA. Παράλληλα, οι TSOs (Transmission System Operators – οι Διαχειριστές Συστημάτων Μεταφοράς) παρέχουν στους NEMOs την επιτρεπόμενη διαζωνική ικανότητα μεταφοράς, η οποία υπολογίζεται με μεθόδους συζεύξεως βάσει ροών (flow-based market coupling) [2]. Με τον τρόπο αυτόν, το αποτέλεσμα της εκκαθάρισης σέβεται τα όρια του δικτύου μεταξύ ζωνών, όχι όμως και εντός τους.

Ακολουθεί η ενδοημερήσια αγορά (intraday), στο ίδιο ζωνικό πλαίσιο, που επιτρέπει τη βελτίωση των θέσεων καθώς πλησιάζει ο πραγματικός χρόνος λειτουργίας του συστήματος. Παρά ταύτα, όταν προκύπτουν ενδοζωνικές συμφορήσεις οι οποίες δεν έχουν αποτυπωθεί στην εκκαθάριση, οι TSOs αναγκάζονται να επέμβουν εκ των υστέρων με τεχνικά μέτρα, όπως το redispatch ή το countertrading, προκειμένου να διασφαλίσουν την ασφαλή λειτουργία του συστήματος.

Η βασική υπόθεση του υφιστάμενου μοντέλου είναι ότι οι περιορισμοί μεταφοράς εντός ζώνης είναι αμελητέοι. Στην πράξη, όμως, η αυξανόμενη διείσδυση ΑΠΕ και οι γεωγραφικές ανισορροπίες μεταξύ παραγωγής και κατανάλωσης κάνουν αυτή την παραδοχή όλο και λιγότερο ρεαλιστική. Έτσι, οι ζωνικές τιμές δεν ενσωματώνουν πλήρως την πραγματική κατάσταση του δικτύου, οδηγώντας σε εκτεταμένες εκ των υστέρων παρεμβάσεις και σε αδύναμα οικονομικά σήματα [3]. Αυτό τροφοδοτεί τη συζήτηση γύρω από την κομβική τιμολόγηση (LMP), όπου η εκκαθάριση γίνεται σε επίπεδο κόμβων και οι περιορισμοί του δικτύου εσωτερικεύονται εξ αρχής στις τιμές [12].

1.2 Τρέχουσα Συγκυρία και Ευρωπαϊκές Μεταρρυθμίσεις

Η συζήτηση για την κομβική τιμολόγηση (LMP) στην Ευρώπη δεν ξεκίνησε τυχαία, αλλά ως απάντηση στις διαπιστωμένες αδυναμίες του ζωνικού μοντέλου. Στο πλαίσιο του **Bidding Zone Review (BZR)**, της επίσημης διαδικασίας αξιολόγησης που συντονίζει ο ENTSO-E με στόχο να εξεταστεί αν τα όρια των ζωνών υποβολής προσφορών αντανακλούν σωστά τις πραγματικές συνθήκες του δικτύου, αναδείχθηκε η ανάγκη για πιο ακριβή αποτύπωση της συμφόρησης. Οι αναλύσεις του ENTSO-E ανέδειξαν ότι η συμφόρηση δεν περιορίζεται μόνο στα σύνορα των ζωνών, αλλά εκδηλώνεται έντονα και εντός αυτών. Αυτό σημαίνει ότι η παραδοχή του «ομοιόμορφου χώρου χωρίς εσωτερικούς περιορισμούς» δεν ισχύει στην πράξη, δημιουργώντας σημαντικές αποκλίσεις ανάμεσα στη φυσική και την εμπορική ροή.

Στη συνέχεια, μελέτες σε ευρωπαϊκό επίπεδο από τον μη κερδοσκοπικό οργανισμό **Agora Energiewende**, καθώς και ακαδημαϊκές αναλύσεις όπως των **Aravena et al.** και **Knörr et al.**, επιβεβαίωσαν ότι οι ενδοζωνικές συμφορήσεις οδηγούν σε εκτεταμένες εκ των υστέρων παρεμβάσεις (redispatch, countertrading), με αυξημένο κόστος και περιορισμένη διαφάνεια [3,4,6]. Οι μελέτες αυτές έφεραν στο επίκεντρο την ιδέα της κομβικής τιμολόγησης, ως μοντέλου που θα μπορούσε να μειώσει την εξάρτηση από τεχνικούς μηχανισμούς διόρθωσης και να αποτυπώσει πιο πιστά τις πραγματικές συνθήκες λειτουργίας του συστήματος.

Παράλληλα, ο **ACER** επεσήμανε ότι όσο περισσότεροι φυσικοί περιορισμοί ενσωματώνονται ήδη στο στάδιο της εκκαθάρισης, τόσο πιο αποδοτική γίνεται η αγορά [1]. Αν και η ίδια δεν εισηγείται άμεση μετάβαση σε LMP, τα συμπεράσματά της ενισχύουν το επιχείρημα υπέρ μιας πιο ρεαλιστικής αποτύπωσης του δικτύου στην τιμολόγηση. Τέλος, η επικείμενη αναθεώρηση του κανονισμού **CACM (2.0)**, με αναφορές σε μη ομοιόμορφους κανόνες τιμολόγησης, δείχνει ότι σε θεσμικό επίπεδο η Ευρώπη αφήνει πλέον ανοιχτό τον δρόμο για πιλοτικές ή μελλοντικές εφαρμογές κομβικής τιμολόγησης.

1.3 Το Μοντέλο Κομβικής Τιμολόγησης (LMP)

Η κομβική τιμολόγηση (Locational Marginal Pricing – LMP) αποτελεί μεθοδολογία καθορισμού τιμών ηλεκτρικής ενέργειας, στην οποία κάθε κόμβος του συστήματος μεταφοράς έχει τη δική του μοναδική τιμή εκκαθάρισης. Σε αντίθεση με το ζωνικό μοντέλο, όπου όλες οι συναλλαγές εντός μιας ευρείας γεωγραφικής περιοχής εκκαθαρίζονται σε μία ενιαία τιμή, στο κομβικό μοντέλο οι τιμές αποτυπώνουν τοπικές συνθήκες: προσφορά, ζήτηση και περιορισμούς μεταφοράς στον συγκεκριμένο κόμβο. Κάθε χώρα μοντελοποιείται πλέον, όχι ως ένα ενιαίο σημείο, αλλά ως σύνολο από επιμέρους κόμβους – δηλαδή φυσικά σημεία εισόδου/εξόδου ισχύος στο δίκτυο (υποσταθμοί ή συγκεντρωτικά σημεία φορτίου/παραγωγής).

Αυτή η διαφοροποίηση επιτρέπει τη ρεαλιστικότερη αναπαράσταση των φυσικών ροών ενέργειας και την εσωτερίκευση της συμφόρησης απευθείας στο μηχανισμό τιμολόγησης. Ωστόσο, συνεπάγεται και σημαντική αύξηση της υπολογιστικής πολυπλοκότητας. Το πλήθος των μεταβλητών αυξάνεται ραγδαία, καθώς το μοντέλο πρέπει να προσδιορίσει ξεχωριστή τιμή για κάθε κόμβο και να επιλύσει αντίστοιχους περιορισμούς ισοζυγίου ισχύος. Επιπλέον, η ανάγκη για λεπτομερή δεδομένα δικτύου (γραμμές, χωρητικότητες, τοπολογία) καθιστά το κομβικό μοντέλο πιο απαιτητικό τόσο σε είσοδο όσο και σε υπολογιστικούς πόρους.

Η αριθμητική επίλυση προβλημάτων στη βάση της οποιασδήποτε μορφής τιμολόγησης ξεκινάει, θεωρητικά, από το μοντέλο AC ροής ισχύος, το οποίο προσφέρει μια ρεαλιστική και ακριβή αποτύπωση της λειτουργίας του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας. Σε αυτό το μοντέλο, οι εξισώσεις είναι μη γραμμικές και περιλαμβάνουν μια

σειρά από φυσικά χαρακτηριστικά: ωμικές αντιστάσεις των γραμμών (που προκαλούν θερμικές απώλειες), άεργο ισχύ (που σχετίζονται με την τάση και τη σταθερότητα του συστήματος), και απόλυτα μέτρα τάσεων και γωνιών σε κάθε κόμβο. Αυτή η μη γραμμικότητα οδηγεί σε μεγάλο αριθμό εξισώσεων, που απαιτούν υπολογιστικά ακριβείς μεθόδους επίλυσης, όπως είναι οι επαναληπτικές Newton-Raphson ή Gauss-Seidel.

Επομένως, η χρήση του πλήρους AC μοντέλου για την προσομοίωση της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας και συγκεκριμένα για την εκκαθάριση του συστήματος, είναι συχνά ανεφάρμοστη λόγω του μεγάλου υπολογιστικού κόστους και της ανάγκης για απόλυτη αριθμητική ευστάθεια που απαιτείται. Για αυτόν τον λόγο, χρησιμοποιείται ευρέως η προσέγγιση DC power flow [8], η οποία αποτελεί μια γραμμικοποιημένη παραλλαγή του AC μοντέλου με τρεις βασικές υποθέσεις, στις οποίες θα γίνει εκτενής αναφορά παρακάτω.

Το αποτέλεσμα της DC προσέγγισης είναι ένα γραμμικό μοντέλο που μπορεί να υλοποιηθεί με δύο εναλλακτικές μεθοδολογίες. Η πρώτη βασίζεται στις γωνίες τάσης κάθε κόμβου και περιγράφει τις ροές μεταξύ κόμβων ως γραμμική συνάρτηση των διαφορών φάσης τους. Η δεύτερη μεθοδολογία που εξετάζεται στην παρούσα διπλωματική εργασία, αφορά την χρήση των συντελεστών PTDF (Power Transfer Distribution Factors).

Τα PTDF είναι σταθεροί γραμμικοί συντελεστές που εκφράζουν πόση ποσότητα ισχύος ρέει σε κάθε γραμμή μεταφοράς ως αποτέλεσμα της καθαρής έγχυσης ή απορρόφησης ισχύος σε έναν κόμβο. Με βάση την τοπολογία και τις παραμέτρους του συστήματος, υπολογίζονται μία φορά και χρησιμοποιούνται για να μετασχηματίσουν τον διανυσματικό χώρο των εγχύσεων ισχύος (net injections, καθώς επιτρέπει την άμεση ενσωμάτωση των περιορισμών μεταφοράς χωρίς την ανάγκη νέου υπολογισμού σε κάθε επανάληψη του μηχανισμού εκκαθάρισης. Σε σύγκριση με την εναλλακτική διατύπωση του μοντέλου που χρησιμοποιεί γωνίες τάσης ως κύριες μεταβλητές, η χρήση των PTDF περιορίζει το πλήθος των μεταβλητών και των περιορισμών, καθιστώντας το πρόβλημα πιο συμπαγές και αριθμητικά αποδοτικό, χωρίς να μειώνει τη δυνατότητα αναπαράστασης των φαινομένων συμφόρησης.

1.4 Το Ζωνικό Μοντέλο της Ιταλίας

Στην Ευρώπη, όπου η κομβική τιμολόγηση παραμένει κυρίως σε ερευνητικό στάδιο, μια ιδιαίτερη περίπτωση αποτελεί η Ιταλία. Ενώ το μοντέλο της είναι ζωνικό και βασίζεται στην αγορά επόμενης ημέρας, διαρθρώνεται σε επτά διακριτές γεωγραφικές ζώνες εκκαθάρισης, αντί μίας ενιαίας ζώνης για ολόκληρη την χώρα (NORD, CNOR, CSUD, SUD, CALA, SICI, SARD) [15]. Κάθε ζώνη εκκαθαρίζεται με δική της τιμή και η εκκαθάριση λαμβάνει υπόψη τα όρια μεταφοράς μεταξύ ζωνών· όταν τα όρια αυτά κορεστούν, οι τιμές αποκλίνουν από ζώνη σε ζώνη, όπως προβλέπεται από τον κανόνα της ζωνικής εκκαθάρισης του MGP (Mercato del Giorno Prima : η ιταλική αγορά επόμενης ημέρας).

Η υιοθέτηση αυτού του πολυζωνικού σχήματος προέκυψε από ρυθμιστική επιλογή που στηρίχθηκε σε γεωγραφικά και τεχνικά κριτήρια του ιταλικού συστήματος, όπως οι βασικές συμφορήσεις στις διασυνδέσεις, οι γεωγραφικοί διαχωρισμοί (ηπειρωτική χώρα – νησιά) και η ανισοκατανομή παραγωγής–ζήτησης [15].

Η γεωγραφική διάρθρωση του ιταλικού συστήματος οδηγεί σε χαρακτηριστικά μοτίβα ροών και τιμών: ο βόρειος κορμός (NORD) εμφανίζει την υψηλότερη ζήτηση και σημαντική υδραυλική παραγωγή, ενώ στον νότο και στα νησιά (SUD, SICI, SARD, καθώς και CALA) η παραγωγή από ΑΠΕ —ιδίως αιολικά και φωτοβολταϊκά— είναι πιο έντονη. Σε ώρες που οι μεταφορικές ικανότητες προς βορρά κορεστούν, οι νότιες ζώνες/νησιά μπορεί να εμφανίζουν χαμηλότερες τιμές λόγω τοπικής αφθονίας, ενώ οι ζώνες εισαγωγής (π.χ. CNOR/CSUD) τείνουν να τιμολογούνται υψηλότερα. [14]

Παρά τα παραπάνω, η ιταλική ρύθμιση παραμένει ζωνική και όχι κομβική: δεν τιμοδοτεί μεμονωμένους κόμβους αλλά μεγαλύτερες ζώνες και συνεπώς, οι ενδοζωνικοί περιορισμοί δεν εσωτερικεύονται πλήρως στην τιμή. Όπου προκύπτουν τέτοιοι περιορισμοί, αντιμετωπίζονται εκ των υστέρων μέσω του μηχανισμού MSD (Mercato per il Servizio di Disaccoppiamento) εξισορρόπησης/ανακατανομής. Ως εκ τούτου, το σχήμα προσεγγίζει ορισμένες ιδιότητες της κομβικής τιμολόγησης, χωρίς όμως να παρέχει την ίδια χωρική λεπτομέρεια.

1.5 Στόχος και Δομή της Διπλωματικής Εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως βασικό στόχο την ανάπτυξη, ανάλυση και εφαρμογή ενός αριθμητικού μοντέλου κομβικής τιμολόγησης (LMP) στο πλαίσιο της ευρωπαϊκής αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας. Εστιάζει στη θεωρητική θεμελίωση του LMP μοντέλου, στον υπολογισμό των PTDF και την σύνδεσή τους με τους περιορισμούς μεταφοράς, στην υλοποίηση του μοντέλου με χρήση δεδομένων δικτύου από το **RE-Europe Dataset** των Jensen και Pinson [28], καθώς και από τη διπλωματική εργασία του συμφοιτητή μου, Βασίλη Παπαζαχαρίου [29]. Επιπλέον, ερευνά εις βάθος τεχνικές επιτάχυνσης της επίλυσης, και συγκεκριμένα τα lazy constraints. Το έργο επιχειρεί να αποτιμήσει τη συμπεριφορά του μοντέλου σε περιβάλλοντα συμφόρησης και να εντοπίσει πιθανά σημεία αναποτελεσματικότητας.

Η μεθοδολογική προσέγγιση που ακολουθείται στη διπλωματική εργασία συνδυάζει τη θεωρητική ακρίβεια με την ανάγκη για υπολογιστική αποδοτικότητα. Αν και η διατύπωση μέσω PTDF παρέχει το απαραίτητο υπόβαθρο για την αναπαράσταση των περιορισμών μεταφοράς, το κύριο βάρος δίνεται στην αξιοποίηση των lazy constraints. Η επιλεκτική ενεργοποίηση των περιορισμών κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης καθιστά δυνατή τη σημαντική μείωση του υπολογιστικού κόστους και ανοίγει τον δρόμο για την εφαρμογή του μοντέλου σε μεγαλύτερη γεωγραφική κλίμακα, προσεγγίζοντας πιο ρεαλιστικά την πολυπλοκότητα του ευρωπαϊκού συστήματος. Παράλληλα, εξετάζονται ποιοτικά τα αποτελέσματα της εκκαθάρισης, ώστε να αναδειχθεί πώς η φιλοσοφία της κομβικής τιμολόγησης αποτυπώνεται στις τιμές

ενέργειας, στη διαχείριση της συμφόρησης και στα σήματα που προκύπτουν για τη λειτουργία της αγοράς.

Η δομή της εργασίας έχει ως εξής:

- **Κεφάλαιο 2:** Αναλύεται ο υπολογισμός των PTDF βάσει του DC μοντέλου και γίνεται ανάλυση της φυσικής σημασίας, της μαθηματικής διατύπωσης, της εφαρμογής των συντελεστών αυτών στο κομβικό μοντέλο, καθώς και της αποδοτικότητας τους.
- **Κεφάλαιο 3:** Συγκρίνονται η κομβική και η ζωνική τιμολόγηση ως προς την διαχείριση της συμφόρησης, και εξετάζονται τα οικονομικά σήματα και οι μακροχρόνιες επενδυτικές επιπτώσεις καθεμίας με διεθνείς εμπειρίες.
- **Κεφάλαιο 4:** Περιγράφεται το μοντέλο βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται για την αξιοποίηση της μεθόδου της κομβικής τιμολόγησης, και επεξηγούνται εις βάθος τα επί μέρους στοιχεία του.
- **Κεφάλαιο 5:** Παρουσιάζεται η χρήση των lazy constraints ως τεχνική μείωσης του μεγέθους του προβλήματος και συνεπώς της ταχύτερης επίλυσης του
- **Κεφάλαιο 6:** Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της LMP επίλυσης, σε διαφορετικά σενάρια εκτέλεσης και με διαφορετικές τεχνικές
- **Κεφάλαιο 7:** Παρατίθενται τα συμπεράσματα της μελέτης, οι προτάσεις για μελλοντική έρευνα και η συνολική αποτίμηση της αποτελεσματικότητας του κομβικού μοντέλου.

Η εργασία φιλοδοξεί να προσφέρει τόσο θεωρητική σαφήνεια όσο και πρακτική τεκμηρίωση για το κατά πόσο η κομβική τιμολόγηση μπορεί να αποτελέσει βιώσιμη λύση για την επόμενη ημέρα των ευρωπαϊκών αγορών ηλεκτρισμού.

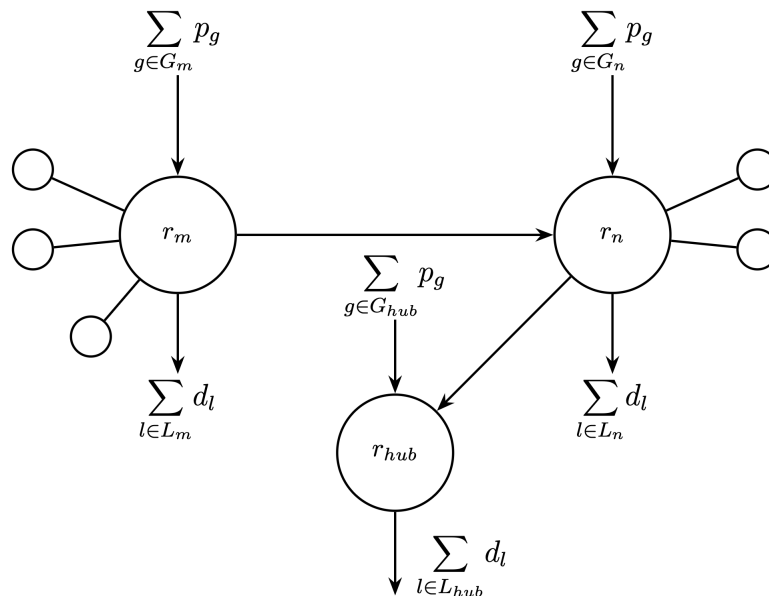
Κεφάλαιο 2 – Αναπαράσταση Ροών Ισχύος με χρήση Συντελεστών Κατανομής Μεταφοράς Ισχύος (PTDF)

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται η θεωρητική και υπολογιστική θεμελίωση των Συντελεστών Κατανομής Μεταφοράς Ισχύος (PTDF), οι οποίοι αποτελούν τον βασικό μηχανισμό για την αναπαράσταση των ροών ισχύος στο πλαίσιο κομβικών μοντέλων. Ξεκινώντας από την εννοιολογική εισαγωγή και τη σύνδεσή τους με το μοντέλο συνεχούς ροής ισχύος, εξετάζεται στη συνέχεια η μαθηματική τους διατύπωση, η μεθοδολογία υπολογισμού τους με χρήση πινάκων, καθώς και η πρακτική τους ενσωμάτωση σε προβλήματα βελτιστοποίησης. Η ενότητα ολοκληρώνεται με αξιολόγηση της αποδοτικότητας της μεθοδολογίας και με αναφορά σε συναφείς πρακτικές που εξετάζονται ή υλοποιούνται σε διεθνές επίπεδο.

2.1 Θεωρητική θεμελίωση των Συντελεστών Κατανομής Μεταφοράς Ισχύος (PTDF)

2.1.1 Δομή Δικτύου και Ισοζύγιο Καθαρών Εγχύσεων

Το Σχήμα που ακολουθεί απεικονίζει ένα ενδεικτικό δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας με πολλαπλούς κόμβους, στο οποίο ο καθένας μπορεί να περιλαμβάνει μονάδες παραγωγής, φορτία κατανάλωσης και να συνδέεται με άλλους κόμβους μέσω γραμμών μεταφοράς. Εισάγεται η έννοια της μεταφοράς ισχύος και του κόμβου αναφοράς που διαδραματίζει κεντρικό ρόλο στην ανάλυση. Το διάγραμμα είναι απλοποιημένο αλλά χρήσιμο, για να κατανοηθεί η βασική δομή του δικτύου και οι φυσικοί νόμοι που το διέπουν, και βασίζεται στο σύγγραμμα του Παπαβασιλείου [12].



Εικόνα 1: Ενδεικτικό δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας με κόμβους παραγωγής, κατανάλωσης και κόμβο αναφοράς.

Η λειτουργία και η ανάλυση ενός δικτύου μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας βασίζεται στην κατανόηση της σχέσης ανάμεσα στις καθαρές εγχύσεις ισχύος των κόμβων και στις ροές που αναπτύσσονται στις γραμμές μεταφοράς [9,12]. Η καθαρή έγχυση κάθε κόμβου n ισούται με τη συνολική του παραγωγή, μείον τη συνολική του κατανάλωση. Η σχέση αυτή αποτυπώνεται μαθηματικά ως εξής:

$$r_n = \sum_{g \in G} p_g - \sum_{l \in L} d_l, \quad n \in N, \quad g \in G, \quad l \in L$$

Οι Συντελεστές Κατανομής Μεταφοράς Ισχύος (Power Transfer Distribution Factors – PTDF) αποτελούν το βασικό εργαλείο για την περιγραφή αυτής της σχέσης στο πλαίσιο των γραμμικών προσεγγίσεων του μοντέλου συνεχούς ροής ισχύος (DC power flow) [9,12].

2.1.2 Κόμβος αναφοράς

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας που χαρακτηρίζει κάθε φυσικό σύστημα, επιβάλλει ότι το άθροισμα των καθαρών εγχύσεων όλων των κόμβων του συστήματος είναι μηδέν. Για τον λόγο αυτό, εισάγεται η έννοια του κόμβου αναφοράς (reference hub), ο οποίος αναλαμβάνει να απορροφά ή να παρέχει την ισχύ που υπολείπεται ώστε να εξισορροπούνται οι εγχύσεις όλων των υπόλοιπων κόμβων και να διασφαλίζεται η συνολική ισορροπία του συστήματος.

$$\sum_{n \in N} r_n = 0$$

Οι Συντελεστές Κατανομής Μεταφοράς Ισχύος (PTDF) οργανώνονται σε έναν πίνακα, στον οποίο κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε μια γραμμή μεταφοράς k και κάθε στήλη σε έναν κόμβο n . Ο πίνακας αυτός αποτυπώνει την ευαισθησία των ροών ισχύος στις γραμμές σε σχέση με τις καθαρές εγχύσεις των κόμβων. Κάθε στοιχείο F_{kn} του πίνακα εκφράζει το ποσοστό της ροής που θα περάσει από τη γραμμή k , αν διοχετευτεί μία ποσότητα ισχύος στον κόμβο n και αποσυρθεί από τον κόμβο αναφοράς. Ως αποτέλεσμα της προηγούμενης πρότασης, η αναλογική επίδραση του κόμβου αναφοράς στις ροές είναι μηδενική για όλες τις γραμμές, καθώς δεν νοείται η επιρροή της έγχυσης ισχύος του reference hub και η απορρόφηση της από τον ίδιο. Δηλαδή δεν υπάρχει καθαρή μεταφορά ισχύος. Άρα, εξ' ορισμού $F_{k,ref_hub} = 0$.

Τα στοιχεία που αφορούν αυτό τον κόμβο απαλείφονται από τον πίνακα των PTDF, καθώς σε διαφορετική περίπτωση το πρόβλημα παρουσιάζει πλεονασμό βαθμού ελευθερίας και βασικοί πίνακες που χρησιμοποιούνται κατά τον υπολογισμό δεν είναι αντιστρέψιμοι [9]. Επιπλέον, ο κόμβος αναφοράς επιλέγεται αυθαίρετα και η επιλογή του δεν επηρεάζει τα φυσικά αποτελέσματα [12], αλλά όπως αναφέρθηκε είναι κρίσιμη για τη μαθηματική ορθότητα του συστήματος.

2.1.3 Μετάβαση από το AC στο DC Power Flow Μοντέλο: Απλοποιητικές Παραδοχές και Θεμελίωση

Η ακριβής αναπαράσταση της ροής ισχύος σε ένα ηλεκτρικό δίκτυο μεταφοράς παρέχεται από το **AC μοντέλο ροής ισχύος**. Το μοντέλο αυτό περιγράφει με ακρίβεια τη συμπεριφορά του συστήματος, καθώς ενσωματώνει τα μέτρα των τάσεων, τις γωνίες τους, καθώς και τις παραμέτρους των γραμμών (αντιστάσεις, επαγωγικές αντιδράσεις). Οι γενικές μη-γραμμικές εξισώσεις για την ενεργό και την άεργο ισχύ ενός κόμβου n γράφονται ως εξής:

$$P_n = |V_n| \sum_q |V_q| [G_{nq} \cos(\theta_n - \theta_q) + B_{nq} \sin(\theta_n - \theta_q)],$$

$$Q_n = |V_n| \sum_q |V_q| [G_{nq} \sin(\theta_n - \theta_q) - B_{nq} \cos(\theta_n - \theta_q)],$$

όπου:

- P_n : ενεργός ισχύς που εγχέεται στον κόμβο n ,
- Q_n : άεργος ισχύς που εγχέεται στον κόμβο n ,
- $|V_n|, |V_q|$: τα μέτρα τάσης στους κόμβους n και q ,
- θ_n, θ_q : οι γωνίες φάσης των τάσεων στους κόμβους n και q ,
- G_{nq}, B_{nq} : τα στοιχεία του πίνακα αγωγιμοτήτων [9,12]

Η παραπάνω σχέση είναι **μη γραμμική** και απαιτεί επίλυση με επαναληπτικές μεθόδους όπως Gauss-Seidel ή Newton-Raphson [9,12]. Αυτές οι μέθοδοι παρέχουν ακριβή εικόνα του συστήματος, αλλά η χρήση τους σε μεγάλης κλίμακας προβλήματα (όπως day-ahead αγορές με χιλιάδες κόμβους) είναι υπολογιστικά απαγορευτική και πρακτικά ανέφικτη, εξαιτίας της συνήθους αστάθειας που διέπει το μαθηματικό μοντέλο που περιγράφει το σύστημα.

Για τον λόγο αυτό, στην ανάλυση αγοράς, όπως και στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιείται το **DC μοντέλο ροής ισχύος**, το οποίο προκύπτει από τρεις παραδοχές απλοποίησης του AC μοντέλου [9,12]:

- **Αμελητέες ωμικές αντιστάσεις**: θεωρούμε ότι $R_{ij} = 0$, οπότε αγνοούνται οι θερμικές απώλειες.
- **Σταθερά μέτρα τάσης**: υποθέτουμε ότι σε όλους τους κόμβους του δικτύου ισχύει, $|V_i| = 1 \text{ p.u.}$ (flat voltage profile).
- **Μικρές διαφορές γωνιών**: αν η γωνία μεταξύ δύο κόμβων είναι μικρή, τότε ισχύει

$$\sin(\delta_i - \delta_j) \approx \delta_i - \delta_j \quad \text{και} \quad \cos(\delta_i - \delta_j) \approx 1$$

Με τις παραδοχές αυτές, η εξίσωση του AC απλοποιείται σε:

$$P_{ij} = \frac{1}{X_{ij}} (\theta_i - \theta_j)$$

Ορίζοντας την **αγωγιμότητα** (susceptance) της γραμμής ως : $\gamma_k = 1/X_k$,

καταλήγουμε στην τελική μορφή της **DC εξίσωσης ροής ισχύος** :

$$f_k = \gamma_k (\theta_i - \theta_j),$$

όπου f_k , η ισχύς που ρέει στη γραμμή k. Η σχέση αυτή δείχνει ότι, υπό την DC προσέγγιση η ροή ισχύος μίας γραμμής, είναι μια απλή γραμμική συνάρτηση της διαφοράς γωνιών τάσης μεταξύ των κόμβων που την προσδιορίζουν[9]. Οι γωνίες αυτές δεν είναι ανεξάρτητες, αλλά προκύπτουν από το ισοζύγιο ισχύος κάθε κόμβου, δηλαδή από τη διαφορά μεταξύ παραγωγής και κατανάλωσης, που ορίστηκε στην ενότητα 2.1.1. Έτσι, οι καθαρές εγχύσεις στους κόμβους διαμορφώνουν τις αντίστοιχες γωνίες τάσης, οι οποίες με τη σειρά τους καθορίζουν τις ροές ισχύος στις γραμμές· συνεπώς, η αλληλουχία αυτή συνοψίζεται στη γραμμική σχέση *εγχύσεις* → *γωνίες* → *ροές*.

Σε αυτό το πλαίσιο εισάγονται οι **Συντελεστές Κατανομής Μεταφοράς Ισχύος**, οι οποίοι κωδικοποιούν ακριβώς αυτή τη γραμμική σχέση [2,4,9]. Με τη βοήθειά τους, οι ροές ισχύος σε όλες τις γραμμές μπορούν να εξαχθούν άμεσα από τις καθαρές εγχύσεις των κόμβων, χωρίς να απαιτείται κάθε φορά η επίλυση ενός πλήρους συστήματος εξισώσεων του AC μοντέλου [5,6,8]. Η διαφορά αυτή καθιστά το μοντέλο εξαιρετικά αποδοτικό υπολογιστικά και ταυτόχρονα ικανό να περιγράψει με ικανοποιητική ακρίβεια τα πραγματικά φαινόμενα.

Επιπλέον, οι απλοποιήσεις που οδήγησαν στην γραμμικότητα του μοντέλου, και ειδικά αυτή της απαλοιφής των ωμικών αντιστάσεων, έχει και σημαντική οικονομική ερμηνεία: στην προσέγγιση DC δεν υπάρχουν απώλειες, επομένως το οριακό κόστος σε κάθε κόμβο (Locational Marginal Pricing – LMP) διασπάται ποιοτικά σε δύο συνιστώσες. Η πρώτη είναι η ενεργειακή συνιστώσα, που αντιστοιχεί στο οριακό κόστος παραγωγής του συστήματος. Η δεύτερη, είναι η συνιστώσα συμφόρησης που εκφράζει την οικονομική επιβάρυνση που μετατίθεται στον κάθε κόμβο μέσω των PTDF, από τους περιορισμούς του δικτύου. Με τον τρόπο αυτό, το DC μοντέλο επηρεάζει άμεσα την τιμολόγηση της ενέργειας και αποτελεί την θεμελίωση για τη διαμόρφωση των LMP. [9, 11, 12]

2.2 Υπολογισμός Συντελεστών PTDF μέσω Πινάκων

Η διαδικασία υπολογισμού των συντελεστών PTDF βασίζεται σε μία καθαρά γραμμική προσέγγιση, η οποία αξιοποιεί την αναπαράσταση του δικτύου μέσω πινάκων τοπολογίας και αγωγιμότητας. Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται βήμα προς βήμα η

μαθηματική μέθοδος παραγωγής των PTDF, μέσω των πινάκων A, B, M και T, όπως εφαρμόζεται στην πράξη σε DC power flow μοντέλα και υλοποιείται και στη συγκεκριμένη εργασία [9,12].

2.2.1 Πίνακας Τοπολογίας (Incidence matrix) A

Ο πίνακας τοπολογίας $A \in \mathcal{R}^{|L| \times |N|}$ περιγράφει την σύνδεση των γραμμών με τους κόμβους του δικτύου. Για κάθε γραμμή $k \in L$ και κόμβο $n \in N$, έχουμε

$$A_{kn} = \begin{cases} +1, & \text{αν ο κόμβος } n \text{ είναι η πηγή της γραμμής } k \\ -1, & \text{αν ο κόμβος } n \text{ είναι ο αποδέκτης της γραμμής } k \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Ο πίνακας A έχει μία γραμμή για κάθε γραμμή μεταφοράς και μία στήλη για κάθε κόμβο του δικτύου. Ουσιαστικά, αποτυπώνει τον “χάρτη” του συστήματος: για κάθε κόμβο περιγράφει ποια γραμμή ξεκινά και ποια καταλήγει σε αυτόν, ανεξάρτητα από τις ηλεκτρικές του παραμέτρους.

Επιπλέον, ο πίνακας σχετίζεται άμεσα με τον **Νόμο Τάσεων του Kirchhoff (KVL)**, ο οποίος δηλώνει ότι το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών τάσης γύρω από οποιονδήποτε βρόχο είναι ίσο με μηδέν. Στην πράξη, αυτό σημαίνει ότι αν ακολουθήσουμε οποιαδήποτε κλειστή διαδρομή στο δίκτυο, οι πτώσεις τάσης που προκαλούνται από τις γραμμές ισορροπούν πλήρως με τις ανυψώσεις τάσης, ώστε η συνολική διαφορά να μηδενίζεται. Η κατασκευή του πίνακα A αποτελεί το πρώτο θεμελιώδες βήμα στον υπολογισμό των ροών, καθώς πάνω σε αυτόν θα βασιστούν οι επόμενοι πίνακες που εισάγουν τις ηλεκτρικές παραμέτρους του συστήματος και οδηγούν τελικά στη διαμόρφωση του πίνακα PTDF.

2.2.2 Πίνακας Αγωγιμότητας Γραμμών B

Ο πίνακας $B \in \mathcal{R}^{|L| \times |L|}$ είναι διαγώνιος και περιλαμβάνει τις αγωγιμότητες των γραμμών μεταφοράς του δικτύου:

$$B_d = \text{diag}(\gamma_k), \quad \text{όπου } \gamma_k = 1/X_k$$

Η ποσότητα X_k είναι η επαγωγική αντίδραση της γραμμής k. Ο πίνακας B_d εισάγοντας τα φυσικά χαρακτηριστικά των γραμμών ουσιαστικά κωδικοποιεί το πόσο «εύκολα» πραγματοποιείται η μεταφορά ενέργειας σε αυτήν. Όσο μικρότερη είναι η αντίδραση μιας γραμμής, τόσο μεγαλύτερη η αγωγιμότητά της και άρα τόσο μεγαλύτερη η ικανότητά της να μεταφέρει ισχύ. Έτσι, ο πίνακας B προσδίδει “βάρος” στις γραμμές ανάλογα με τη φυσική τους δυνατότητα μεταφοράς.

2.2.3 Υπολογισμός Πινάκων T και M

Με βάση τους δύο προηγούμενους πίνακες, κατασκευάζονται οι ενδιάμεσοι πίνακες:

- Πίνακας T (Admittance matrix)

$$T = A^T B_d A \in \mathcal{R}^{|N| \times |N|}$$

Ο πίνακας T αποτελεί τη λεγόμενη κομβική αγωγιμότητα (admittance matrix) και ισοδυναμεί με τον πίνακα αγωγιμότητας του συστήματος που συναντάται στους κλασικούς DC power flow υπολογισμούς. Μετά τον υπολογισμό του, αφαιρείται η γραμμή και η στήλη που αντιστοιχούν στον κόμβο αναφοράς, ώστε ο πίνακας να είναι αντιστρέψιμος, όπως αναλύθηκε στην ενότητα 2.1.1.

Σε φυσικό επίπεδο, ο πίνακας T εκφράζει τη σχέση ανάμεσα στις καθαρές εγχύσεις ισχύος και στις γωνίες τάσης των κόμβων, που θεωρητικά αναλύθηκε στην ενότητα 2.1.3. Με απλά λόγια, περιγράφει “πόση” γωνιακή διαφορά απαιτείται για να διοχετευθεί μια δεδομένη ποσότητα ισχύος στο δίκτυο, ανάλογα με την τοπολογία και τις αγωγιμότητες των γραμμών. Ουσιαστικά, ενσωματώνει τον **Νόμο Ρευμάτων Kirchhoff (KCL)**: το άθροισμα των εγχεόμενων και απορροφούμενων ρευμάτων σε κάθε κόμβο πρέπει να είναι μηδέν. Η μαθηματική του μορφή διασφαλίζει, ότι για κάθε κόμβο το ισοζύγιο ισχύος ικανοποιείται, καθώς οι γραμμές που τον συνδέουν με το υπόλοιπο σύστημα “μοιράζονται” τις ροές, με τρόπο που αντανακλά τις αντίστοιχες αγωγιμότητές τους.

Συνεπώς, ο πίνακας T δεν είναι μόνο μια ενδιάμεση μαθηματική κατασκευή, αλλά το θεμέλιο που συνδέει άμεσα την εξισορρόπηση ισχύος σε επίπεδο κόμβων με τις γωνίες τάσης, αποτελώντας κρίσιμο βήμα για τον τελικό υπολογισμό των PTDF. Η τελική του μορφή έχει διαστάσεις:

$$T \in \mathcal{R}^{(|N|-1) \times (|N|-1)}$$

- Πίνακας M (προσωρινός μετασχηματισμός)

$$M = B_d A \in \mathcal{R}^{|L| \times |N|}$$

Ο πίνακας M εκφράζει τη μετάβαση από τις γωνίες τάσης στις ροές γραμμών. Ουσιαστικά, ενσωματώνει την τοπολογική δομή (πίνακας A) και τα φυσικά χαρακτηριστικά των γραμμών (πίνακας B), αποτυπώνοντας ποιοι κόμβοι συνδέονται με κάθε γραμμή και με ποια “ένταση” συμμετέχουν στις ροές. Δηλαδή, κάθε γραμμή αποκτά βάρος ανάλογο με την αγωγιμότητά της, όπου όσο μικρότερη είναι η επαγωγική αντίδραση, τόσο μεγαλύτερη η συνεισφορά

της στη συνολική ροή του δικτύου. Έτσι, ο M δεν είναι απλώς ένα ενδιάμεσο βήμα στον υπολογισμό των PTDF, αλλά κωδικοποιεί ποιοτικά τη φυσική συμπεριφορά του συστήματος μεταφοράς. Η τελική του μορφή έχει διαστάσεις:

$$M \in \mathcal{R}^{L \times (N-1)}$$

2.2.4 Τελικός Υπολογισμός του Πίνακα PTDF

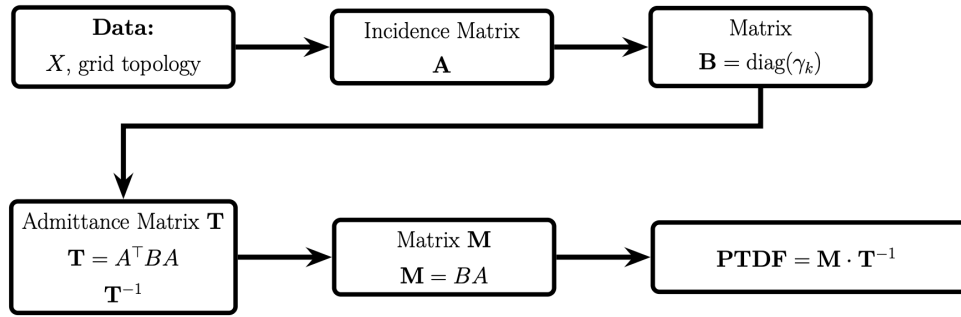
Η τελική μορφή του πίνακα PTDF, $F \in \mathcal{R}^{L \times (N-1)}$ ορίζεται από τη σχέση:

$$F = MT^{-1} = (B_d A)(A^T B_d A)^{-1}$$

Η εξίσωση αυτή εκφράζει την γραμμική απεικόνιση μεταξύ των καθαρών εγχύσεων στους κόμβους και των ροών ισχύος στις γραμμές του συστήματος, που είναι το ζητούμενο της μέχρι τώρα ανάλυσης. Πρακτικά, η σχέση αυτή συμπυκνώνει όλη τη διαδικασία: οι εγχύσεις στους κόμβους μετατρέπονται πρώτα σε γωνίες τάσης (μέσω του T^{-1}), και στη συνέχεια οι γωνίες αυτές μετασχηματίζονται σε ροές γραμμών (μέσω του M). Εξ' ορισμού, κάθε στοιχείο του πίνακα PTDF δείχνει πόσο ευαίσθητη είναι η ροή μιας συγκεκριμένης γραμμής, σε έγχυση 1 p.u. ισχύος σε έναν κόμβο, με ταυτόχρονη απορρόφηση της ίδιας ποσότητας από τον κόμβο αναφοράς. Σημειώνεται ότι οι τιμές των PTDF μπορούν να λάβουν θετικές ή αρνητικές τιμές, υποδηλώνοντας αύξησης ή μείωσης της ροής, ενώ σε ορισμένες περιπτώσεις το μέτρο τους μπορεί να είναι μεγαλύτερο της μονάδας, όταν η έγχυση σε έναν κόμβο προκαλεί μεταβολή εντονότερη από 1 p.u. σε κάποια γραμμή λόγω της τοπολογίας του δικτύου. Η ακριβής μαθηματική διατύπωση των PTDF είναι κρίσιμη, καθώς επηρεάζει άμεσα την αποτύπωση των ροών και, κατ' επέκταση, την ακρίβεια των τιμών που προκύπτουν από τα μοντέλα εκκαθάρισης αγορών [16].

2.2.5 Συνοπτική Ροή Υπολογισμού PTDF

Για λόγους πληρότητας, παρατίθεται συγκεντρωτικά η διαδικασία που ακολουθείται για τον υπολογισμό των Συντελεστών Κατανομής Μεταφοράς Ισχύος, η οποία παρουσιάστηκε αναλυτικά στην προηγούμενη ενότητα. Η συγκεκριμένη μεθοδολογία είναι ιδιαίτερα απλή στην εφαρμογή της, καθώς βασίζεται αποκλειστικά σε στοιχειώδεις πράξεις γραμμικής άλγεβρας και η διαδικασία είναι απολύτως τυποποιημένη, ακολουθώντας τα ίδια βήματα για οποιοδήποτε δίκτυο. Συνολικά μπορεί να συνοψιστεί στα εξής στάδια:



Εικόνα 2: Διαγραμματική απεικόνιση της μεθοδολογίας υπολογισμού των PTDF, μέσω των πινάκων A, B, T και M.

2.3 Εφαρμογή των PTDF στη Μοντελοποίηση Ροών Ισχύος και στους Περιορισμούς Μεταφοράς

Έχοντας πλέον κατασκευάσει αναλυτικά τον πίνακα PTDF με χρήση των πινάκων τοπολογίας και αγωγιμότητας, η παρούσα ενότητα επικεντρώνεται στη χρήση του πίνακα αυτού για την πλήρη μαθηματική θεμελίωση των ροών ισχύος και την επιβολή τεχνικών περιορισμών στο δίκτυο. Μέσω του πίνακα PTDF, οι ροές κάθε γραμμής μπορούν να εκφραστούν ως γραμμικές συναρτήσεις των καθαρών εγχύσεων στους κόμβους του συστήματος, επιτρέποντας την άμεση ενσωμάτωση του δικτύου σε μοντέλα βελτιστοποίησης όπως το DC-OPF [9,10,12]. Ακολουθεί πλήρης ανάπτυξη των μαθηματικών σχέσεων που περιγράφουν αυτές τις αλληλεπιδράσεις και συγκεκριμένα:

- πώς ορίζονται οι ροές ισχύος από τους πίνακες του συστήματος (A, B, T, M, F),
- πώς συνδέονται οι εγχύσεις, οι γωνίες τάσης και οι ροές,
- πώς ενσωματώνονται οι PTDF στο μοντέλο μεταφοράς,
- και πώς διατυπώνονται πρακτικά οι περιορισμοί ροής ανά γραμμή.

2.3.1 Γραμμική Σχέση Ροών και Εγχύσεων – Απόδειξη του Πίνακα PTDF

Η διαδικασία σύνδεσης των καθαρών εγχύσεων ισχύος με τις ροές στις γραμμές μπορεί να διατυπωθεί σε δύο διακριτά βήματα, τα οποία αντιστοιχούν σε δύο θεμελιώδεις νόμους της ανάλυσης ηλεκτρικών δικτύων. Η ανάλυση ξεκινά σε διανυσματικό επίπεδο και κατόπιν εξειδικεύεται ανά γραμμή.

(α) Από εγχύσεις σε γωνίες τάσης: $P \rightarrow \theta$, μέσω του πίνακα T

Ο πίνακας T (admittance matrix) συνδέει τις καθарές εγχύσεις στους κόμβους με τις γωνίες τάσης:

$$P = T \cdot \theta \Rightarrow \theta = T^{-1} \cdot P$$

Η εξίσωση αυτή ενσωματώνει τον **Νόμο Ρευμάτων του Kirchhoff (KCL)**, σύμφωνα με τον οποίο το ισοζύγιο ισχύος σε κάθε κόμβο πρέπει να είναι μηδενικό [9,12]. Η

απαλοιφή του κόμβου αναφοράς εξασφαλίζει την αντιστρεψιμότητα του T και άρα την εύρεση των γωνιών θ.

(β) Από γωνίες σε ροές: $\theta \rightarrow P_L$, μέσω του πίνακα M

Ο πίνακας M συνδέει τις γωνίες τάσης με τις ροές στις γραμμές:

$$P_L = M \cdot \theta ,$$

Η σχέση αυτή αποτυπώνει τον **Νόμο Τάσεων του Kirchhoff (KVL)**, καθώς οι ροές στις γραμμές εξαρτώνται από τις διαφορές γωνιών τάσης μεταξύ των άκρων τους [9]. Οι γραμμές με μικρότερη επαγωγική αντίδραση (δηλαδή μεγαλύτερη αγωγιμότητα) έχουν μεγαλύτερη συμμετοχή στη διαμόρφωση των συνολικών ροών.

(γ) Συνδυασμός (α) και (β): υπολογισμός PTDF

Συνδυάζοντας τα δύο βήματα, προκύπτει:

$$P_L = M \cdot T^{-1} \cdot P \Rightarrow P_L = F \cdot P$$

Η σχέση αυτή, δεν αποτελεί απλώς τυπικό ορισμό του πίνακα PTDF, αλλά τη βασική γραμμική απεικόνιση που διατρέχει όλη τη μεθοδολογία της κομβικής τιμολόγησης. Στην ουσία, εκφράζει ότι οι ροές σε κάθε γραμμή του δικτύου είναι γραμμικός συνδυασμός των καθαρών εγχύσεων στους κόμβους, με συντελεστές βαρύτητας τα στοιχεία του πίνακα PTDF. Άρα, οποιαδήποτε μεταβολή στην έγχυση ενός κόμβου «διαχέεται» στο σύστημα σύμφωνα με την τοπολογία και τις ηλεκτρικές παραμέτρους του, και η συνολική εικόνα των ροών προκύπτει με μία απλή αλγεβρική πράξη. Αυτό το συμπέρασμα είναι θεμελιώδες, καθώς επιτρέπει την άμεση και αποδοτική ενσωμάτωση των περιορισμών μεταφοράς στα μοντέλα εκκαθάρισης αγοράς [2].

Η ίδια λογική μπορεί να εκφραστεί και σε επίπεδο μεμονωμένης γραμμής. Η ροή στη γραμμή k προκύπτει ως άθροισμα των επιμέρους συνεισφορών όλων των κόμβων:

$$P_k = \sum_{n \in N \setminus \{ref\}} F_{kn} P_n$$

Κάθε όρος $F_{kn} P_n$ εκφράζει το μέρος της έγχυσης στον κόμβο n που «διαρρέει» τη γραμμή k. Εναλλακτικά, με πιο συμπαγή συμβολισμό, η ροή στη γραμμή k μπορεί να γραφεί ως:

$$P_k = F_{kn} \cdot P_n$$

Η παραπάνω εξίσωση, λοιπόν, αποδεικνύει την μαθηματική σχέση των PTDF και συμπυκνώνει σε μία μόνο πράξη την “αλυσίδα”: εγχύσεις $\rightarrow$ γωνίες $\rightarrow$ ροές. Η σημασία

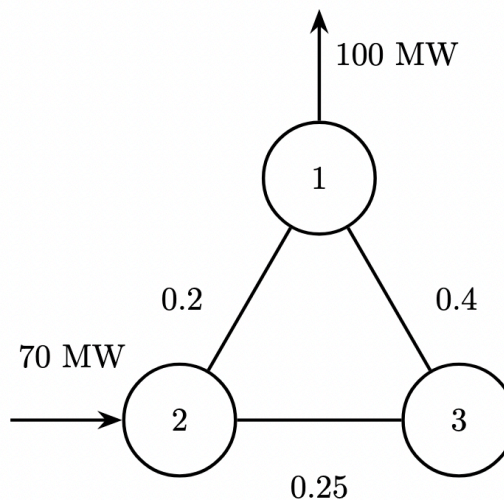
αυτής της διατύπωσης είναι διπλή. Αφενός παρέχει μια καθαρή φυσική ερμηνεία: οι εγχύσεις προκαλούν γωνιακές διαφοροποιήσεις που μετατρέπονται σε ροές σύμφωνα με την τοπολογία και τις ηλεκτρικές παραμέτρους του δικτύου. Αφετέρου, από υπολογιστική άποψη, καθιστά δυνατό τον άμεσο έλεγχο χιλιάδων περιορισμών μεταφοράς σε μεγάλης κλίμακας μοντέλα βελτιστοποίησης. Για τον λόγο αυτό η προσέγγιση PTDF έχει υιοθετηθεί εκτενώς στην ακαδημαϊκή βιβλιογραφία [9,10] και στα ευρωπαϊκά μοντέλα εκκαθάρισης αγοράς.

2.3.2 Παράδειγμα Υπολογισμού PTDF και Ροών σε Απλό Δίκτυο

Για την καλύτερη κατανόηση της διαδικασίας, χρησιμοποιείται ένα απλό τριγωνικό δίκτυο τριών κόμβων, το οποίο αποτελεί κλασικό παράδειγμα στη διεθνή βιβλιογραφία [9,12]. Το δίκτυο αυτό είναι αρκετά μικρό ώστε να επιτρέπει πλήρη χειροκίνητο υπολογισμό, αλλά ταυτόχρονα περιλαμβάνει όλα τα απαραίτητα στοιχεία για την παραγωγή του πίνακα PTDF και την φυσική διερμηνεία του.

Δεδομένα δικτύου

Θεωρούμε το τριγωνικό δίκτυο με τους κόμβους 1, 2, και 3, της παρακάτω εικόνας.



Εικόνα 3: Τριγωνικό δίκτυο τριών κόμβων του παραδείγματος 2.3.2, με τις καθαρές εγχύσεις των κόμβων (P_n) και τις αντιδράσεις των γραμμών (X)

Οι γραμμές και οι επαγωγικές τους αντιδράσεις X_k είναι:

Γραμμή (k)	Από κόμβο (n)	Προς κόμβο (n)	X_k (p.u.)*	$f_{k,max}$ (MW)
1	1	2	0,2	50
2	2	3	0,25	40
3	1	3	0,4	35

Πίνακας 1: Δεδομένα παραδείγματος 2.3.2

*Σημειώνεται ότι τα μεγέθη των αντιδράσεων των γραμμών δεν χρειάζεται να είναι p.u.

1. Πίνακας Τοπολογίας A

Όπως έχει ήδη αναλυθεί, κάθε γραμμή του πίνακα A αντιστοιχεί σε μία γραμμή μεταφοράς του δικτύου, και κάθε στήλη σε έναν κόμβο του. Τα στοιχεία A_{kn} συμπληρώνονται με την εξής απλή λογική:

- λαμβάνουν τιμή +1, αν ο n είναι ο κόμβος άφιξης της γραμμής k,
- λαμβάνουν τιμή -1, αν ο n είναι ο κόμβος προέλευσης της γραμμής k,
- και 0 στην περίπτωση που δεν συμμετέχει ο κόμβος n στην γραμμή k.

Επομένως, ο πίνακας A διαμορφώνεται όπως φαίνεται παρακάτω:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας τοπολογίας A καταγράφει τη συνδεσιμότητα του δικτύου και τον προσανατολισμό κάθε γραμμής, ενσωματώνοντας τον Νόμο Τάσεων του Kirchhoff (KVL). Δείχνει ποιοι κόμβοι ενώνονται από κάθε γραμμή και με ποια φορά.

2. Πίνακας Αγωγιμότητας B

Ο πίνακας B είναι διαγώνιος και περιέχει τις αγωγιμότητες των γραμμών ($1/X$). Οι γραμμές με μικρότερη επαγωγική αντίδραση μεταφέρουν περισσότερο φορτίο, και επομένως έχουν μεγαλύτερη συνεισφορά στις συνολικές ροές. Άρα έχουμε,

$$\gamma_k = 1/X_k \Rightarrow \gamma_1 = B_{11} = 5, \quad \gamma_2 = B_{22} = 4, \quad \gamma_3 = B_{33} = 2.5 \Rightarrow$$

$$B_d = \text{diag}(\gamma_k) = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2,5 \end{bmatrix}$$

3. Admittance matrix T, T^{-1}

Ο πίνακας T υπολογίζεται από τον τύπο $T = A^T B_d A$.

Αρχικά, θα υπολογιστεί η ποσότητα:

$$B_d A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -5 & 0 \\ 0 & 4 & -4 \\ 2,5 & 0 & -2,5 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -5 & 0 \\ 0 & 4 & -4 \\ 2,5 & 0 & -2,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,5 & -5 & -2,5 \\ -5 & 9 & -4 \\ -2,5 & -4 & 6,5 \end{bmatrix}$$

Αφαιρώντας την κατάλληλα στοιχεία του πίνακα που αφορούν τον reference hub, δηλαδή την τρίτη γραμμή και στήλη, η τελική και αντιστρέψιμη μορφή του T είναι η παρακάτω:

$$T = \begin{bmatrix} 7,5 & -5 \\ -5 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\text{Συνεπάγεται ότι } T^{-1} = \frac{1}{\det(T)} \text{adj}(T) = \frac{1}{42,5} \begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 5 & 7,5 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0,212 & 0,118 \\ 0,118 & 0,176 \end{bmatrix}.$$

Αξίζει σε αυτό το σημείο να πραγματοποιηθεί η δοκιμή της αντιστροφής του πίνακα T στην πρώτη μορφή του, πριν την αυθαίρετη αφαίρεση των στοιχείων του κόμβου αναφοράς, η οποία θα επιβεβαιώσει στην πράξη τους ισχυρισμούς της ενότητας 2.1.2.

$$\det(T) = 7,5 \cdot \begin{vmatrix} 9 & -4 \\ -4 & 6,5 \end{vmatrix} - (-5) \cdot \begin{vmatrix} -5 & -4 \\ -2,5 & 6,5 \end{vmatrix} + (-2,5) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 9 \\ -2,5 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\underline{1_{ος \text{ όρος}}}: 7,5 \cdot \begin{vmatrix} 9 & -4 \\ -4 & 6,5 \end{vmatrix} = 7,5 \cdot (9 \cdot 6,5 - 4^2) = 7,5 \cdot 42,5 = 318,75$$

$$\underline{2_{ος \text{ όρος}}}: -(-5) \cdot \begin{vmatrix} -5 & -4 \\ -2,5 & 6,5 \end{vmatrix} = 5 \cdot ((-5) \cdot 6,5 - 4 \cdot 2,5) = 5 \cdot (-42,5) = -212,5$$

$$\underline{3_{ος \text{ όρος}}}: (-2,5) \cdot \begin{vmatrix} -5 & 9 \\ -2,5 & -4 \end{vmatrix} = -2,5 \cdot (5 \cdot 4 + 9 \cdot 2,5) = -2,5 \cdot 42,5 = -106,25$$

Συνολικά έχουμε,

$$\det(T) = 318,75 - 212,5 - 106,25 = 0 \Rightarrow \text{Άρα ο } T \text{ δεν αντιστρέφεται.}$$

Παρατήρηση: Η γραμμική εξάρτηση που χαρακτηρίζει τον admittance matrix πριν την απαραίτητη επεξεργασία του, μπορεί να εντοπιστεί και ποιοτικά χωρίς τον υπολογισμό της ορίζουσας του πίνακα. Πιο συγκεκριμένα, εύκολα εντοπίζεται πως η τρίτη στήλη αποτελεί κατά στοιχείο, το αρνητικό άθροισμα των δύο πρώτων στηλών.

$$-\text{Στήλη } 1 - \text{Στήλη } 2 = - \begin{bmatrix} 7,5 \\ -5 \\ -2,5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 9 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,5 \\ -4 \\ 6,5 \end{bmatrix} = \text{Στήλη } 3 \quad (2)$$

Το ίδιο συμβαίνει και σε επίπεδο γραμμών, καθώς η τρίτη είναι το αποτέλεσμα του αθροίσματος των δύο άλλων γραμμών.

Επιπλέον, σε αυτό το σημείο της ανάλυσης φαίνεται καθαρά ο λόγος για τον οποίο η **λύση του γραμμικού συστήματος δεν επηρεάζεται από την επιλογή του κόμβου αναφοράς**. Σύμφωνα με την σχέση (2), η γραμμική εξάρτηση δεν ισχύει μόνο για την τρίτη στήλη. Αντιθέτως, καθεμία από τις στήλες του T μπορεί να εκφραστεί σαν συνδυασμός των υπόλοιπων.

$$\text{Στήλη } 1 = -\text{Στήλη } 2 - \text{Στήλη } 3 \quad ,$$

$$\text{Στήλη } 2 = -\text{Στήλη } 1 - \text{Στήλη } 3$$

Πρακτικά, αυτό σημαίνει ότι κάθε κόμβος μπορεί να εκτελέσει την λειτουργία του κόμβου αναφοράς. Δεδομένου ότι τα αρχικά data του συστήματος μένουν σταθερά, η μοναδική αλλαγή κατά την διαδικασία της επίλυσης, είναι ο πίνακας F των συντελεστών PTDF που προκύπτει, καθώς απαλείφονται διαφορετικά στοιχεία των πινάκων T και M. Αναλλοίωτα από την επιλογή του reference hub, παραμένουν τα αποτελέσματα των ροών ισχύος των γραμμών μεταφοράς του συστήματος, που αποτελούν το ζητούμενο του παρόν παραδείγματος, αλλά και θεμελιώδη δομική έννοια της κομβικής τιμολόγησης.

4. Πίνακας M

Από το προηγούμενο βήμα έχει υπολογιστεί πως :

$$B_d A = \begin{bmatrix} 5 & -5 & 0 \\ 0 & 4 & -4 \\ 2,5 & 0 & -2,5 \end{bmatrix} = M$$

Όμοια με τον T, απαλείφονται τα στοιχεία του κόμβου αναφοράς, δηλαδή η τελευταία στήλη. Επομένως, η τελική μορφή του πίνακα είναι :

$$M = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 0 & 4 \\ 2,5 & 0 \end{bmatrix}$$

Ένας εναλλακτικός και πιο ποιοτικός τρόπος υπολογισμού του πίνακα M, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως γρήγορο μέσο επαλήθευσης του αποτελέσματος, βασίζεται στην φυσική του σημασία. Ο πίνακας αυτός συνδυάζει την τοπολογία του δικτύου (πίνακας A) με τις αγωγιμότητες των γραμμών (πίνακας B), αποτυπώνοντας πώς κάθε γραμμή “μοιράζει” τις ροές ανάμεσα στους κόμβους που τη συνδέουν. Με απλά λόγια, κάθε στοιχείο του M μπορεί να συμπληρωθεί άμεσα αν ληφθεί υπόψη ότι η συμβολή μιας γραμμής εξαρτάται από το ποιος είναι ο κόμβος προέλευσης, ποιος ο κόμβος άφιξης και ποια είναι η αγωγιμότητα $1/X$ της γραμμής.

Με βάση αυτήν τη λογική, ο πίνακας μπορεί να συμπληρωθεί με ευκολία χωρίς ενδιάμεσους υπολογισμούς, ακολουθώντας το παρακάτω σκεπτικό για κάθε στοιχείο M_{kn} :

- $+\gamma_k$, αν ο n είναι ο κόμβος προέλευσης της γραμμής k
- $-\gamma_k$, αν ο n είναι ο κόμβος άφιξης της γραμμής k
- 0 , αν ο n δεν σχετίζεται με την γραμμή k

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η πρώτη γραμμή του M (που αντιστοιχεί στην γραμμή 1 του παραδείγματος, με κόμβο προέλευσης τον 1 και κόμβος άφιξης τον 2) είναι :

$$M_{12}^T = [5 \quad -5]$$

Το αποτέλεσμα είναι σε πλήρη συμφωνία με τον αλγεβρικό τρόπο και αντίστοιχα συμπληρώνεται και ο υπόλοιπος πίνακας.

5. Υπολογισμός πίνακα PTDF

Με βάση την σχέση $PTDF = M \cdot T^{-1}$, υπολογίζεται ο πίνακας PTDF του δικτύου.

$$F = MT^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 0 & 4 \\ 2,5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,212 & 0,118 \\ 0,118 & 0,176 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,47 & -0,29 \\ 0,472 & 0,704 \\ 0,53 & 0,295 \end{bmatrix}$$

Όπως αναμενόταν, ο πίνακας έχει δύο στήλες καθώς έχει αφαιρεθεί ο reference hub νωρίτερα στην επίλυση.

6. Υπολογισμός Ροών για Συγκεκριμένες Εγχύσεις

Έστω, ότι οι καθαρές εγχύσεις των κόμβων είναι $P_n = [100, -70]^T MW$. Προφανώς, για να διατηρείται η ισορροπία του συστήματος πρέπει να ισχύει ότι:

$$\sum_{n \in N} P_n = 0 \Rightarrow P_3 = -P_1 - P_2 = -100 + 70 = -30 MW$$

Με άλλα λόγια, ο κόμβος αναφοράς θα απορροφήσει 30 MW, για να παραμείνει μηδενική η συνολική ισχύς του δικτύου.

Τέλος, με χρήση του πίνακα PTDF και του διανύσματος των εγχύσεων P , υπολογίζονται οι πραγματικές ροές στις γραμμές.

$$P_k = F_{kn} \cdot P_n = \begin{bmatrix} 0,47 & -0,29 \\ 0,472 & 0,704 \\ 0,53 & 0,295 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ -70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 67,3 \\ -2,08 \\ 32,35 \end{bmatrix} MW$$

Οι αρνητικές τιμές στον πίνακα των ροών υποδηλώνουν, ότι η ροή στην εκάστοτε γραμμή έχει φορά αντίθετη από την συμβατική που έχει οριστεί εξ αρχής. Για παράδειγμα, η ροή στην γραμμή 2 των $-2,08 MW$, μεταφράζεται ως η μεταφορά αυτής της ποσότητας ενεργού ισχύος από τον κόμβο 3 προς τον κόμβο 2, αντίθετα από την κατεύθυνση της γραμμής που έχει οριστεί.

2.3.3 Περιορισμοί μεταφοράς ισχύος με χρήση PTDF

Στην προηγούμενη ενότητα παρουσιάστηκε μέσω ενός παραδείγματος ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζονται στην πράξη τα PTDF και πώς αυτοί επιτρέπουν τον υπολογισμό των ροών ισχύος στις γραμμές με βάση τις καθαρές εγχύσεις. Το επόμενο βήμα είναι να δούμε πώς οι ίδιοι αυτοί συντελεστές ενσωματώνονται στο μαθηματικό μοντέλο μέσω των περιορισμών μεταφοράς.

Κάθε γραμμή μεταφοράς στο δίκτυο έχει ένα **τεχνικό όριο μεταφορικής ικανότητας (thermal limit)**, δηλαδή μια μέγιστη ποσότητα ενεργού ισχύος που μπορεί να διέλθει από αυτήν με ασφάλεια [9]. Το όριο αυτό σχετίζεται με τα θερμικά χαρακτηριστικά του αγωγού, την αντοχή του εξοπλισμού και τους κανόνες ασφαλούς λειτουργίας του συστήματος και μπορεί να είναι διαφορετικό ανάλογα με τη φορά της ροής:

- f_k^+ για τη θετική κατεύθυνση, όταν η ροή ακολουθεί τη συμβατική φορά της γραμμής,
- f_k^- για την αρνητική κατεύθυνση, όταν η ροή έχει αντίθετη φορά από την συμβατική της γραμμής.

Εάν τα όρια είναι συμμετρικά, το σύμβολο της μεταφορικής ικανότητας της γραμμής, γίνεται και για τις δύο κατευθύνσεις $f_{k,max} = f_k^+ = f_k^-$.

Σε περίπτωση που η πραγματική ροή ισχύος υπερβεί το όριο, παρατηρείται υπερφόρτωση γραμμής, η οποία ενέχει κινδύνους, υπερθέρμανσης του αγωγού, παραμόρφωσης ή καταστροφής μονωτικών στοιχείων, ενεργοποίησης προστασιών που μπορούν να οδηγήσουν σε διακοπή της γραμμής, και τελικά αυξημένο κίνδυνο αστάθειας ή κατάρρευσης του συστήματος. [2]

Για τον λόγο αυτό, κάθε βήμα επίλυσης του μοντέλου πρέπει να διασφαλίζει ταυτόχρονα ότι:

$$P_{k,t} \leq f_k^+, \quad \forall k \in K, t \in T$$

$$P_{k,t} \geq -f_k^-, \quad \forall k \in K, t \in T$$

Στην πιο γενική και πρακτικά εφαρμόσιμη μορφή, ορίζονται δύο διαφορετικοί περιορισμοί για κάθε δυνατή κατεύθυνση της ροής ισχύος σε μία γραμμή:

$$\sum_{n \in N \setminus \{ref\}} PTDF_{k,n} \cdot r_{n,t} \leq f_k^+, \quad , \quad \forall k \in K, t \in T$$

$$\sum_{n \in N \setminus \{ref\}} PTDF_{k,n} \cdot r_{n,t} \geq -f_k^-, \quad , \quad \forall k \in K, t \in T$$

Αυτό σημαίνει ότι **κάθε γραμμή προσθέτει δύο γραμμικούς περιορισμούς στο μοντέλο για κάθε χρονική περίοδο**. Συνολικά, αν υπάρχουν K γραμμές και T χρονικές περίοδοι, ο αριθμός των περιορισμών ισούται με $2KT$ [9,10]. Στην περίπτωση των ευρωπαϊκών αγορών ηλεκτρικής ενέργειας, όπου ο χρονικός ορίζοντας ανάλυσης έχει βήμα 15 λεπτών, προκύπτουν $T=96$ περίοδοι ανά ημέρα. Αυτή η κλιμάκωση εξηγεί γιατί τα μοντέλα day-ahead αποκτούν τεράστιες διαστάσεις και απαιτούν αποδοτικές μεθόδους επίλυσης.[4]

Σύνδεση με το παράδειγμα της ενότητας 2.3.2

Επεκτείνοντας το αριθμητικό παράδειγμα της ενότητας 2.3.2, οι υπολογισμένες ροές μπορούν πλέον να συγκριθούν με τα όρια μεταφορικής ικανότητας κάθε γραμμής, ώστε να ελεγχθεί αν το δίκτυο λειτουργεί εντός των φυσικών του περιορισμών. Τα όρια αυτά αποτελούν δεδομένα του προβλήματος και καθορίζουν τη μέγιστη ισχύ που μπορεί να μεταφέρει με ασφάλεια κάθε γραμμή. Η ενσωμάτωση των περιορισμών χωρητικότητας αποτυπώνει την πρακτική λειτουργία του δικτύου, καθώς οι περιορισμοί αυτοί λειτουργούν ως μηχανισμός ασφαλείας, βεβαιώνοντας ότι το σύστημα δεν υπερφορτίζεται σε καμία χρονική περίοδο.

Στα δεδομένα του παραδείγματος, έχει υποτεθεί χάριν απλότητας ότι τα όρια μεταφοράς κάθε γραμμής για τις δύο δυνατές κατευθύνσεις που μπορεί να ακολουθήσει η ροή της ενέργειας ταυτίζονται, και συμβολίζονται με $f_{k,max}$.

7. Έλεγχος τήρησης των ορίων μεταφοράς ανά γραμμή

Εφαρμόζοντας τον κατάλληλο περιορισμό, ανάλογα με την κατεύθυνση της ροής συγκριτικά με την συμβατική φορά της γραμμής, προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα :

$$P_1 \leq f_{1,max} \Rightarrow 67,3 \text{ MW} \leq 50 \Rightarrow \text{Εκτός ορίων}$$

$$P_2 \geq -f_{2,max} \Rightarrow -2,08 \text{ MW} \leq -40 \Rightarrow \text{Εντός ορίων}$$

$$P_3 \leq f_{3,max} \Rightarrow 32,35 \text{ MW} \leq 35 \Rightarrow \text{Εντός ορίων}$$

Η ανάλυση δείχνει ότι, ενώ οι γραμμές 2 και 3 του δικτύου παραμένουν εντός των τεχνικών τους ορίων, η γραμμή 1 υπερβαίνει το καθορισμένο όριο μεταφορικής ικανότητας. Το γεγονός αυτό δεν αποτελεί απλώς μια μαθηματική παρατήρηση, αλλά έχει άμεση σημασία για την ασφαλή λειτουργία του συστήματος και ενεργοποιεί μηχανισμούς διαχείρισης συμφόρησης. Στις αγορές ηλεκτρικής ενέργειας, η υπέρβαση ενός τέτοιου ορίου οδηγεί στην ανάγκη λήψης διορθωτικών μέτρων, όπως το

redispatch, προκειμένου να μειωθεί η ροή στη συγκεκριμένη γραμμή και να διατηρηθεί η αξιοπιστία του δικτύου. Η μετάβαση από την ανίχνευση της συμφόρησης σε αυτές τις παρεμβάσεις, αποτελεί το αντικείμενο της επόμενης ενότητας, όπου εξετάζεται συγκριτικά πώς αντιμετωπίζεται το πρόβλημα υπό το πρίσμα της κομβικής και της ζωνικής προσέγγισης και πώς συνδέεται με το συνολικό κόστος λειτουργίας του συστήματος.

2.4 Υπολογιστική αποδοτικότητα: Σύγκριση PTDF και Μεθόδου Γωνιών

Η διατύπωση του προβλήματος μέσω συντελεστών PTDF αποτελεί κρίσιμη επιλογή για την αποδοτική επίλυση των αγορών ηλεκτρικής ενέργειας μεγάλης κλίμακας [1,2]. Όπως έχει ήδη αναλυθεί, οι περιορισμοί ενσωματώνονται απευθείας στο μαθηματικό μοντέλο βελτιστοποίησης, χωρίς πρόσθετο μη γραμμικό υπολογιστικό βάρος, και επιλύονται με LP (πολυωνυμικό χρόνο) ή MILP (πρόβλημα κλάσης NP-hard · πρακτικά αποδοτικό με σύγχρονους λύτες) [1,10,12]. Με αυτόν τον τρόπο, το PTDF λειτουργεί ως “γέφυρα” μεταξύ του φυσικού δικτύου και του μαθηματικού μοντέλου, επιτρέποντας την εφαρμογή τυπικών εργαλείων βελτιστοποίησης μεγάλης κλίμακας (Gurobi, CPLEX κ.λπ.) χωρίς ανάγκη εξειδικευμένων αλγορίθμων AC power flow. Στην πράξη, αυτό σημαίνει ότι χιλιάδες περιορισμοί ροών μπορούν να ληφθούν υπόψη ταυτόχρονα σε ένα day-ahead μοντέλο, χωρίς να δημιουργείται πρόβλημα ραγδαίας αύξησης του χρόνου επίλυσης. Στο DC πλαίσιο η εφαρμογή τους είναι άσκοπη, καθώς οι εξισώσεις είναι γραμμικές και λύνονται άμεσα με κλασικές γραμμικές μεθόδους ή μέσω PTDF. [1,2]

Η πολυπλοκότητα της προσέγγισης PTDF εστιάζεται κυρίως στο αρχικό βήμα υπολογισμού του πίνακα PTDF, το οποίο απαιτεί την αντιστροφή ενός πίνακα μεγέθους $(N-1) \times (N-1)$, με θεωρητική πολυπλοκότητα περίπου $O(N^3)$ [9,12]. Ωστόσο, η διαδικασία αυτή εκτελείται μόνο μία φορά κατά την προεπεξεργασία. Από εκεί και πέρα, κάθε χρήση του PTDF στο μοντέλο αντιστοιχεί σε απλούς πολλαπλασιασμούς πίνακα-διανύσματος, με πολυπλοκότητα $O(K \cdot T)$, όπου K το πλήθος των γραμμών και T ο αριθμός των χρονικών περιόδων [9]. Έτσι, το υπολογιστικό φορτίο αυξάνει γραμμικά με το μέγεθος του προβλήματος, καθιστώντας τη μέθοδο αποδοτική ακόμη και για δίκτυα με χιλιάδες κόμβους και εκατοντάδες χρονικές περιόδους.

Στην κλασική **B-θ διατύπωση** (ή μέθοδο των γωνιών), οι μεταβλητές απόφασης περιλαμβάνουν τις γωνίες τάσης όλων των κόμβων εκτός του κόμβου αναφοράς, η οποία θεωρείται μηδέν. Οι ροές στις γραμμές εκφράζονται ως γραμμικές συναρτήσεις της διαφοράς γωνιών μεταξύ των άκρων κάθε γραμμής, δηλαδή

$$f_k = \gamma_k (\theta_i - \theta_j),$$

όπου γ_k η αγωγιμότητα της γραμμής k που ορίζεται από τους κόμβους i, j . Παράλληλα, για κάθε κόμβο επιβάλλεται ισοζύγιο ισχύος, ώστε το άθροισμα παραγωγής, ζήτησης και ροών να ισούται με μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι σε κάθε χρονική περίοδο πρέπει να

λυθεί ένα μεγάλο σύστημα γραμμικών εξισώσεων, με περίπου $(N-1)$ γωνίες και K μεταβλητές ροών, το οποίο αυξάνει σημαντικά το μέγεθος του μοντέλου. Όπως δείχνει η διεθνής βιβλιογραφία, η θ -διατύπωση συνεπάγεται περισσότερες συνεχείς μεταβλητές και ισότητες, με αποτέλεσμα να διογκώνεται το σύστημα, αυξάνοντας τόσο τον χρόνο επίλυσης, όσο και τη μνήμη που απαιτείται [9,12]. Παρότι η προσέγγιση αυτή είναι φυσικά ακριβής και διατηρεί ρητά τις γωνίες, καθίσταται υπολογιστικά δυσχερής σε μεγάλα ευρωπαϊκά προβλήματα day-ahead, με χιλιάδες κόμβους και δεκάδες χρονικές περιόδους.

Σε αντιπαράβολή με τη μέθοδο των γωνιών, η PTDF-διατύπωση, όπως έχει ήδη εξηγηθεί, δεν εισάγει τις γωνίες τάσης ως μεταβλητές αλλά τις απαλείφει ήδη από το στάδιο της προεπεξεργασίας. Αυτό συνεπάγεται ότι το τελικό μοντέλο διαθέτει αισθητά λιγότερες μεταβλητές και περιορισμούς, ενώ οι ροές υπολογίζονται άμεσα από τις καθαρές εγχύσεις μέσω του πίνακα PTDF. Η διαφορά αυτή έχει άμεσο αντίκτυπο στη βελτιστοποίηση: στη B - θ διατύπωση ο solver πρέπει να χειριστεί ένα εκτεταμένο σύστημα εξισώσεων σε κάθε χρονική περίοδο, ενώ στην PTDF-διατύπωση οι περιορισμοί ροών ελέγχονται με μια απλή πράξη πίνακα-διανύσματος. Έτσι, το πρόβλημα κλιμακώνεται γραμμικά με το μέγεθος του δικτύου και τον αριθμό των χρονικών περιόδων, αντί να «φορτώνεται» με επιπλέον εξισώσεις που το διογκώνουν [9,12].

Η διεθνής εμπειρία έχει δείξει ότι σε μεσαίου και μεγάλου μεγέθους δίκτυα η μέθοδος των γωνιών οδηγεί σε σημαντικά μεγαλύτερους χρόνους επίλυσης και αυξημένη κατανάλωση μνήμης, ενώ η PTDF-διατύπωση επιτρέπει την ενσωμάτωση χιλιάδων περιορισμών μεταφοράς χωρίς εκρηκτική αύξηση της πολυπλοκότητας [1,2]. Με αυτόν τον τρόπο, καθίσταται δυνατή η εκκαθάριση day-ahead μοντέλων με εκατοντάδες χρονικές περιόδους και χιλιάδες κόμβους σε εύλογους χρόνους, κάτι που θα ήταν πρακτικά αδύνατο με την παραδοσιακή B - θ προσέγγιση.

Συνοψίζοντας, η βασική διαφοροποίηση μεταξύ των δύο μεθόδων είναι ότι η B - θ διατύπωση μεταφέρει την πλήρη πολυπλοκότητα του δικτύου στο μοντέλο, ενώ η PTDF την “συμπυκνώνει” και την διαχειρίζεται εξαρχής σε έναν πίνακα ευαισθησίας, ο οποίος καθιστά την ανάλυση υπολογιστικά περισσότερο αποδοτική. Αυτό το χαρακτηριστικό εξηγεί γιατί οι PTDF αποτελούν τη βάση όλων των πρακτικών εφαρμογών κομβικής τιμολόγησης μεγάλης κλίμακας, ενώ η μέθοδος των γωνιών χρησιμοποιείται κυρίως σε μελέτες λειτουργίας και ανάλυσης λεπτομερών AC ροών [9,12].

Κεφάλαιο 3 – Κομβική ή Ζωνική Τιμολόγηση: Διαχείριση Συμφόρησης και Μακροχρόνιες Οικονομικές Επιπτώσεις

3.1 Διαχείριση συμφόρησης: Σύγκριση και Ερμηνεία αποτελεσμάτων παραδείγματος 2.3.2

Η προηγούμενη ανάλυση έδειξε ότι οι περιορισμοί μεταφοράς μέσω PTDF εντοπίζουν με ακρίβεια τα σημεία όπου παρατηρείται υπερφόρτωση. Το ερώτημα που εν τέλει τίθεται είναι πώς αντιμετωπίζεται η συμφόρηση στο πλαίσιο της κομβικής τιμολόγησης και γιατί αποτελεί βελτίωση σε σχέση με τον τρέχον τρόπο αντιμετώπισης του ζωνικού μοντέλου.

3.1.1 Κομβική προσέγγιση

Στο κομβικό πλαίσιο, η εκκαθάριση της αγοράς, η οποία τυπικά διατυπώνεται ως ένα DC Optimal Power Flow – DCOPF, περιλαμβάνει από την αρχή όλους τους φυσικούς περιορισμούς του συστήματος: το ισοζύγιο ισχύος σε κάθε κόμβο, τα τεχνικά όρια των μονάδων παραγωγής και τους περιορισμούς μεταφοράς που εκφράζονται μέσω των PTDF. [9,11]

Όταν η ροή μιας γραμμής πλησιάσει ή υπερβεί το όριό της, ο αντίστοιχος περιορισμός ενεργοποιείται, δηλαδή καθίσταται δεσμευτικός. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η δυαδική μεταβλητή που τον συνοδεύει να λάβει θετική τιμή, εισάγοντας έτσι ένα **οριακό κόστος συμφόρησης** στο σύστημα. Η παρουσία αυτού του όρου αντανακλάται άμεσα στις Τοπικές Οριακές Τιμές – LMPs, οι οποίες διαμορφώνονται διαφορετικά σε κόμβους με περίσσεια παραγωγής (export-constrained nodes) και σε κόμβους που χρειάζονται πρόσθετη τοπική ισχύ (import-constrained nodes) λόγω της συμφόρησης. Συγκεκριμένα, στους πρώτους οι τιμές μειώνονται, καθώς η πρόσθετη έγχυση δεν μπορεί να διοχετευθεί και οδηγεί σε υπερβάλλουσα παραγωγή, ενώ στους δεύτερους οι τιμές αυξάνονται, καθώς απαιτείται τοπική ενίσχυση παραγωγής για να καλυφθεί η ζήτηση. Με άλλα λόγια, οι LMPs δεν αποτυπώνουν μόνο το οριακό κόστος παραγωγής αλλά και το πρόσθετο κόστος που προκαλείται από την περιορισμένη δυνατότητα μεταφοράς. [1,2]

Η επίδραση είναι άμεση: το ίδιο το πρόβλημα βελτιστοποίησης «αναδιατάσσει» την παραγωγή (endogenous redispatch), δίνοντας εντολή για μεγαλύτερη παραγωγή σε κόμβους με ευνοϊκά PTDF (ώστε να ανακουφίζεται η συμφόρηση) και μειώνοντας αντίστοιχα σε κόμβους με επιβαρυντικά PTDF. Έτσι, η τελική λύση που προκύπτει από το DCOPF είναι **φυσικά εφικτή**: οι ροές σε όλες τις γραμμές τηρούν τα τεχνικά τους όρια, και η εκκαθάριση αντικατοπτρίζει ταυτόχρονα την οικονομική και τη φυσική πραγματικότητα του συστήματος. Οι μετέπειτα παρεμβάσεις περιορίζονται μόνο σε έκτακτες καταστάσεις (π.χ. αστοχία γραμμής), όχι σε ενδημική ανάγκη διόρθωσης.

3.1.2 Ζωνική προσέγγιση

Αντίθετα, στο ζωνικό πλαίσιο η εκκαθάριση της αγοράς πραγματοποιείται με βάση μια απλοποιημένη αναπαράσταση, όπου οι κόμβοι έχουν συγκεντρωθεί σε ευρύτερες ζώνες. Η εκκαθάριση υπολογίζει ενιαία τιμή ενέργειας ανά ζώνη και δεν λαμβάνει υπόψη όλους τους επιμέρους περιορισμούς μεταφοράς στο στάδιο της βελτιστοποίησης [4]. Ως εκ τούτου, το αποτέλεσμα μπορεί να περιλαμβάνει **φυσικά ανεφάρμοστες ροές**, δηλαδή προγραμματισμούς που οδηγούν σε υπερβάσεις των ορίων κάποιων γραμμών.

Η διόρθωση πραγματοποιείται εκ των υστέρων, μέσω της διαδικασίας **redispatch**: οι Διαχειριστές Συστήματος καλούνται να επαναπρογραμματίσουν κάποιες μονάδες, μειώνοντας παραγωγή σε κόμβους που προκαλούν επιβάρυνση στις συμφορημένες γραμμές και αυξάνοντας σε άλλους που βοηθούν στην αποσυμφόρηση. Το redispatch έχει συνήθως σημαντικό κόστος, καθώς γίνεται εκτός της αρχικής αγοράς και με βάση πρόσθετες εντολές, συχνά σε μονάδες με υψηλότερο λειτουργικό κόστος.

Η πρακτική εμπειρία από αγορές όπως η γερμανική δείχνει ότι το κόστος redispatch μπορεί να ανέλθει σε δισεκατομμύρια ευρώ ετησίως, λόγω της συχνότητας και της κλίμακας των επεμβάσεων [3,6]. Επομένως, ενώ η ζωνική προσέγγιση έχει το πλεονέκτημα της απλότητας και της χαμηλότερης υπολογιστικής πολυπλοκότητας στην εκκαθάριση, δημιουργεί ένα σοβαρό μειονέκτημα: η ανάγκη συνεχών, κοστοβόρων και μη αποδοτικών εκ των υστέρων διορθώσεων.

3.1.3 Συγκριτική αποτίμηση και σύνδεση με κόστος

Η αντιπαραβολή των δύο προσεγγίσεων δείχνει ότι το κομβικό μοντέλο, με την ενσωμάτωση των PTDF και την παραγωγή LMPs, εσωτερικεύει τη συμφόρηση από το στάδιο της αγοράς και μειώνει την ανάγκη για uplift payments. Η λύση που προκύπτει είναι εκ των προτέρων εφικτή και η τιμολόγηση αντανακλά τοπικές συνθήκες του δικτύου. Αντιθέτως, το ζωνικό μοντέλο επιτυγχάνει αρχικά μόνο μια προσεγγιστική εκκαθάριση και μεταθέτει το βάρος της διαχείρισης της συμφόρησης στο redispatch, με αποτέλεσμα υψηλό οικονομικό και επιχειρησιακό κόστος. Στο πλαίσιο της διπλωματικής εργασίας, η κατανόηση της διαφοράς αυτής είναι κρίσιμη, καθώς το κεφάλαιο 3 θα προχωρήσει στην πλήρη διατύπωση του μοντέλου DCOPF, όπου οι LMPs θα προκύψουν ρητά ως αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης. [5,13]

Η σύγκριση αυτή αναδεικνύει τη σημασία των PTDF ως καθοριστικό δεδομένου στον σχεδιασμό της αγοράς. Στην ενότητα 2.5, θα καταστεί με πλήρη σαφήνεια η σημασία του παραπάνω ισχυρισμού.

3.1.4 Σύνδεση με το αριθμητικό παράδειγμα

Στο δίκτυο που αναλύθηκε στην ενότητα 2.3.2, διαπιστώθηκε ότι η Γραμμή 1 υπερβαίνει το τεχνικό της όριο. Η αντιμετώπιση αυτής της κατάστασης διαφέρει ριζικά ανάλογα με το πλαίσιο εκκαθάρισης.

Στη ζωνική εκκαθάριση, όλοι οι κόμβοι του παραδείγματος θεωρούνται ότι ανήκουν στην ίδια ζώνη. Το μοντέλο δεν ενσωματώνει ρητά τους περιορισμούς των επιμέρους γραμμών, αλλά μόνο τα συνολικά όρια μεταφοράς μεταξύ ζωνών. Επομένως, οι ροές που προκύπτουν δεν ταυτίζονται με εκείνες της κομβικής ανάλυσης, καθώς το μοντέλο είναι εν γένει διαφορετικό και λαμβάνει υπόψη διαφορετικές παραμέτρους. Ωστόσο, χάριν σύγκρισης με το κομβικό αποτέλεσμα, ας υποθεθεί ότι και στη ζωνική περίπτωση εμφανίζεται η ίδια παραβίαση στην γραμμή 1. Σε αυτή την περίπτωση, ο εντοπισμός της συμφόρησης θα γίνει μετά την εκκαθάριση και η αντιμετώπισης της θα πραγματοποιηθεί με μηχανισμό εκτός αγοράς, που ονομάζεται *redispatch*.

Συγκεκριμένα, αν στον Κόμβο 2 βρίσκεται μονάδα παραγωγής που συμβάλλει καθοριστικά στη ροή της γραμμής 1, ο Διαχειριστής θα έπρεπε να μειώσει την παραγωγή της ώστε να περιοριστεί η φόρτιση της γραμμής. Παράλληλα, θα ζητούσε αύξηση παραγωγής από μονάδα σε «φιλικότερο» κόμβο ως προς τη συμφόρηση, όπως ο Κόμβος 3, όπου η έγχυση διοχετεύεται χωρίς να επιβαρύνει τη γραμμή. Η διαδικασία αυτή αποκαθιστά την ασφάλεια του συστήματος αλλά δημιουργεί πρόσθετες οικονομικές υποχρεώσεις: η μονάδα του κόμβου 2 πρέπει να αποζημιωθεί για τη μείωση παραγωγής, ενώ η μονάδα του κόμβου 3 πρέπει να αμειφθεί για την επιπλέον παραγωγή. Ο μηχανισμός *redispatch*, που εκτελείται εκτός της αρχικής αγοράς, συνεπάγεται σημαντικό κόστος για τον Διαχειριστή.

Αντίθετα, στο nodal πλαίσιο η ίδια υπερφόρτωση θα είχε ενσωματωθεί εξ αρχής στους περιορισμούς ροής μέσω των PTDF. Κατά την επίλυση του DCOPF, η παραγωγή θα είχε κατανεμηθεί εκ νέου, ώστε η γραμμή 1 να μην υπερφορτωθεί: η παραγωγή σε κόμβους που αυξάνουν τη φόρτιση της γραμμής θα μειωνόταν, ενώ σε κόμβους που συμβάλλουν στην αποφόρτιση της γραμμής θα αυξανόταν. Η διαφοροποίηση αυτή θα αποτυπωνόταν άμεσα στις LMP. Στον κόμβο 1, ο οποίος αντιπροσωπεύει έναν *export-constrained* κόμβο της γραμμής 1, η τιμή θα ήταν χαμηλότερη, επειδή υπάρχει περίσσεια παραγωγής που δεν μπορεί να διοχετευθεί λόγω της συμφόρησης. Αντίθετα, στον κόμβο 2, που αποτελεί έναν *import-constrained* κόμβο, η τιμή θα ήταν υψηλότερη, καθώς εκεί απαιτείται πρόσθετη παραγωγή για την κάλυψη της ζήτησης χωρίς επιβάρυνση της γραμμής.

Με αυτόν τον τρόπο, στο nodal πλαίσιο οι συμφορήσεις δεν οδηγούν σε εκ των υστέρων διοικητικές παρεμβάσεις, αλλά αντικατοπτρίζονται άμεσα στο σήμα της τιμής. Η αγορά από μόνη της κατανέμει την παραγωγή με οικονομικά αποδοτικό τρόπο, ενώ ταυτόχρονα διαμορφώνει τιμές που είναι, κατά μία έννοια, και πιο δίκαιες: οι παραγωγοί σε κόμβους με πλεονάζουσα ισχύ αποζημιώνονται σε χαμηλότερη τιμή

(καθώς δεν μπορούν να διοχετεύσουν όλη την παραγωγή τους), ενώ οι καταναλωτές ή οι ελλειμματικοί κόμβοι σε συμφόρηση πληρώνουν υψηλότερη τιμή, καθώς απαιτείται περισσότερη και πιο δαπανηρή ισχύς για την κάλυψη των αναγκών τους.

3.2 Οικονομικά σήματα, Επενδυτικές επιπτώσεις και Διεθνείς εμπειρίες από την εφαρμογή της Κομβικής και Ζωνικής τιμολόγησης

Η επιλογή μεταξύ ζωνικής και κομβικής τιμολόγησης, δεν επηρεάζει μόνο τον τρόπο με τον οποίο κατανέμεται το βραχυχρόνιο κόστος του αγαθού της ηλεκτρικής ενέργειας, αλλά και τη μακροπρόθεσμη αποτελεσματικότητα των επενδυτικών αποφάσεων που καθορίζουν την εξέλιξη του ενεργειακού συστήματος. Στο ζωνικό πλαίσιο, η εκκαθάριση πραγματοποιείται σε επίπεδο ζωνών, με ενιαία τιμή ανά ζώνη. Αυτό σημαίνει ότι ενδοζωνικές συμφορήσεις απορροφώνται τεχνητά και δεν αποτυπώνονται στις τιμές, γεγονός που οδηγεί σε απώλεια της διαφάνειας σχετικά με το πραγματικό κόστος μεταφοράς και τα όρια του συστήματος. Η προσαρμογή των ροών στα πραγματικά φυσικά όρια του δικτύου γίνεται εκ των υστέρων, μέσω των μηχανισμών *redispatch*, δηλαδή με την αναγκαστική μείωση παραγωγής σε κάποιες μονάδες και την αύξηση σε άλλες, ώστε να μην παραβιαστούν τα όρια των γραμμών. Η διαδικασία αυτή όχι μόνο αυξάνει το συνολικό κόστος, αλλά και δημιουργεί στρεβλά επενδυτικά σήματα: μια περιοχή μπορεί να εμφανίζεται ελκυστική για επενδύσεις επειδή η ζωνική τιμή είναι χαμηλή, χωρίς όμως να λαμβάνονται υπόψη τα επαναλαμβανόμενα προβλήματα συμφόρησης που αντιμετωπίζει το δίκτυο στην πράξη. Η διάσταση αυτή είναι κρίσιμη, διότι ο σχεδιασμός της αγοράς δεν αποσκοπεί μόνο στη βραχυχρόνια αποδοτικότητα, αλλά ταυτόχρονα και στη δημιουργία αξιόπιστων σημάτων για μακροχρόνιες επενδύσεις σε δίκτυο και παραγωγή [1,2].

Αντίθετα, στο κομβικό μοντέλο οι τιμές ενέργειας (LMPs) ενσωματώνουν ρητά τόσο το οριακό κόστος παραγωγής, όσο και το οριακό κόστος συμφόρησης, αποτυπώνοντας πλήρως τις φυσικές συνθήκες του συστήματος σε κάθε χρονική περίοδο. Έτσι, εάν ένας κόμβος παρουσιάζει μόνιμα υψηλότερες τιμές από τους υπόλοιπους, αυτό δεν είναι τυχαίο: αποτελεί άμεσο οικονομικό σήμα ότι η περιοχή είτε στερείται επαρκούς τοπικής παραγωγής, είτε αντιμετωπίζει περιορισμούς μεταφοράς που δεν επιτρέπουν την εισαγωγή φθηνότερης ισχύος από αλλού. Οι υψηλές κομβικές τιμές στέλνουν συνεπώς ένα διαυγές μήνυμα στην αγορά: η εγκατάσταση νέων μονάδων στην περιοχή μπορεί να είναι πιο αποδοτική, ή εναλλακτικά απαιτείται ενίσχυση του δικτύου για να μειωθεί η συμφόρηση. Από την άλλη, κόμβοι με συστηματικά χαμηλότερες τιμές υποδεικνύουν πλεόνασμα παραγωγής ή περιορισμένη δυνατότητα εξαγωγών, αποθαρρύνοντας την περαιτέρω επενδυτική συγκέντρωση εκεί. Τα παραπάνω ζητήματα αποτυπώνονται καθαρά μέσα από τις εμπειρίες διαφορετικών αγορών, όπου η επιλογή μεταξύ ζωνικής και κομβικής τιμολόγησης είχε μετρήσιμες επιπτώσεις στο λειτουργικό κόστος και στα επενδυτικά σήματα. Στις ενότητες που ακολουθούν, παρουσιάζονται ενδεικτικά παραδείγματα από τις Ηνωμένες Πολιτείες, τη Νότια Κορέα και τη Γερμανία, που αναδεικνύουν στην πράξη τη σημασία της επιλογής σχήματος εκκαθάρισης.

3.2.1 Ηνωμένες Πολιτείες (ERCOT – CAISO)

Η εμπειρία των Ηνωμένων Πολιτειών αποτελεί το πλέον χαρακτηριστικό παράδειγμα για τη μετάβαση από ζωνική σε κομβική τιμολόγηση και τα οφέλη που αυτή αποφέρει, τόσο βραχυχρόνια, όσο και μακροχρόνια. Δύο από τα μεγαλύτερα συστήματα της χώρας, το **ERCOT** στο Τέξας και το **CAISO** στην Καλιφόρνια, ξεκίνησαν με ζωνικά μοντέλα, όπου η επικράτεια χωριζόταν σε λίγες μεγάλες ζώνες με ενιαίες τιμές. Ωστόσο, η υψηλή διείσδυση αιολικής παραγωγής στο Τέξας και οι ισχυρές ροές μεταξύ Βόρειας και Νότιας Καλιφόρνιας κατέδειξαν γρήγορα ότι τα όρια μεταφοράς παραβιάζονταν συχνά χωρίς να αποτυπώνονται στις τιμές της ενέργειας. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα την ανάγκη για εκτεταμένο **redispatch**, με σημαντικό λειτουργικό κόστος και στρεβλά επενδυτικά σήματα.

Για τον λόγο αυτό, ο CAISO το 2009 και ο ERCOT το 2010 μετέβησαν σε πλήρες κομβικό μοντέλο τιμολόγησης (nodal pricing μέσω LMP) [7]. Η μετάβαση αυτή είχε θεαματικά αποτελέσματα. Στην Καλιφόρνια, μελέτες έδειξαν ότι το νέο καθεστώς οδήγησε σε **μείωση του μέσου ημερήσιου κόστους ηλεκτρικής ενέργειας κατά 2–4 \$/MWh**, καθώς οι τιμές αποτύπωναν με μεγαλύτερη ακρίβεια τα τοπικά σημεία συμφόρησης και περιορίστηκε η ανάγκη για uplift payments και ακριβό redispatch [7,12]. Παράλληλα, η αποδοτικότητα των θερμικών μονάδων βελτιώθηκε, με **μείωση περίπου 2,5% στην κατανάλωση καυσίμου** των μονάδων φυσικού αερίου.

Στο Τέξας, η εφαρμογή του nodal σχεδιασμού είχε ακόμη πιο μετρήσιμα αποτελέσματα. Η συνολική λειτουργία του συστήματος βελτιώθηκε σημαντικά, με το **κόστος λειτουργίας να μειώνεται κατά 5–10%** σε σχέση με το προηγούμενο καθεστώς. Συγκεκριμένα, κατά το πρώτο έτος λειτουργίας του nodal market (2011), ο ERCOT κατέγραψε **εξοικονόμηση περίπου 323 εκατ. δολαρίων**, που αντιστοιχούσε σε **3,9% μείωση του ημερήσιου κόστους λειτουργίας των θερμικών μονάδων** [12]. Ταυτόχρονα, το κόστος redispatch, που υπό το ζωνικό καθεστώς ξεπερνούσε τα **600 εκατ. δολάρια ετησίως**, περιορίστηκε δραστικά, αφού πλέον η συμφόρηση ενσωματωνόταν απευθείας στις τιμές των κόμβων και όχι μέσω εκ των υστέρων παρεμβάσεων.

Τα παραπάνω αποτελέσματα ευθυγραμμίζονται και με εκθέσεις του **Federal Energy Regulatory Commission (FERC)** και του **ENTSO-E**, οι οποίες σημειώνουν ότι η υιοθέτηση LMP στις ΗΠΑ συνολικά οδήγησε σε **μέση μείωση 5–7% στις χονδρεμπορικές τιμές**, ενώ ταυτόχρονα έδωσε ξεκάθαρα επενδυτικά σήματα για το πού είναι αποδοτικό να εγκαθίστανται νέες μονάδες ή να επεκτείνεται το δίκτυο. Έτσι, το nodal pricing δεν απέδειξε μόνο ότι μειώνει το βραχυχρόνιο κόστος λειτουργίας, αλλά και ότι δημιουργεί ένα διαφανές πλαίσιο μακροχρόνιου σχεδιασμού. Επιπλέον, η FERC αναγνώρισε επισήμως τα LMPs ως τον “gold standard” μηχανισμό για αγορές με ISO/RTO, ακριβώς επειδή ελαχιστοποιούν την ανάγκη για uplift payments και αποκαθιστούν την οικονομική διαφάνεια στην αγορά [2,12].

3.2.2 Νότια Κορέα

Στην νότια Κορέα, το υφιστάμενο σχήμα χαρακτηρίζεται από **single-buyer** αρχιτεκτονική με **System Marginal Pricing (SMP)**. Στο μοντέλο single-buyer υπάρχει ένας κεντρικός αντισυμβαλλόμενος που αγοράζει όλη την ενέργεια από τους παραγωγούς και την μεταπωλεί στη λιανική· η ανταγωνιστική αλληλεπίδραση εκδηλώνεται περιορισμένα, καθώς οι αποφάσεις προμήθειας και η αποστολή ισχύος (dispatch) καθορίζονται κεντρικά. Η τιμολόγηση SMP είναι **μονοτιμολόγηση σε εθνικό επίπεδο**: για κάθε χρονική περίοδο καθορίζεται μία ενιαία χονδρική τιμή για όλο το σύστημα, ίση (κατά βάση) με το οριακό μεταβλητό κόστος της μονάδας που «κλείνει» το ισοζύγιο (marginal unit). Συχνά συνοδεύεται από χωριστή πληρωμή ισχύος (capacity/CP) ώστε να αποζημιωθούν οι πάγιες δαπάνες μονάδων που δεν ανακτώνται από το SMP [13]. Επειδή το SMP είναι χωρικά αδιαφοροποίητο, οι ενδοσυστημικοί περιορισμοί μεταφοράς (συμφόρηση, απώλειες) **δεν αποτυπώνονται στην τιμή**: όταν εμφανίζονται υπερφορτώσεις, η εφικτότητα εξασφαλίζεται εκ των υστέρων μέσω ανακατανομών (redispatch/constrained-on/off) και πρόσθετων πληρωμών (uplifts) προς τις επηρεαζόμενες μονάδες.

Οι συνέπειες αυτής της αρχιτεκτονικής είναι τριπλές. Πρώτον, τα **οικονομικά σήματα χωροθέτησης** είναι θαμπά: οι περιοχές με χρόνια συμφόρηση δεν εμφανίζουν συστηματικά υψηλότερη τιμή, άρα δεν παρέχεται καθαρό κίνητρο για εγκατάσταση νέας, φθηνότερης παραγωγής ή για ενίσχυση μεταφορικής ικανότητας εκεί όπου απαιτείται. Δεύτερον, το **λειτουργικό κόστος** αυξάνεται και γίνεται **μη διαφανές**, επειδή σημαντικό μέρος του μεταφέρεται σε εκτός-αγοράς πληρωμές redispatch και uplift, οι οποίες κοινωνικοποιούνται και δεν ενσωματώνονται στο σήμα της τιμής. Τρίτον, η **κατανομή κινδύνων** αποκλίνει από το οικονομικά αποδοτικό: οι παραγωγοί αμείβονται με ενιαία τιμή ανεξαρτήτως θέσης, ενώ το κόστος των δικτυακών περιορισμών επιμερίζεται διοικητικά, με αποτέλεσμα ασθενή κίνητρα για ευέλικτη λειτουργία και επενδύσεις στο «σωστό» σημείο του δικτύου.

Στο πλαίσιο αξιολόγησης εναλλακτικών, πρόσφατη κορεατική μελέτη [13] εξετάζει μεταξύ άλλων σενάρια ζωνικής και κομβικής τιμολόγησης ως αντικαταστάτες του SMP/single-buyer. Το **zonal** μοντέλο εισάγει ορισμένη χωρική διάκριση, αλλά εξακολουθεί να συγκεντρώνει κόμβους σε μεγάλες ζώνες και να απαιτεί εκ των υστέρων redispatch για τις ενδοζωνικές συμφορήσεις, διατηρώντας μέρος των στρεβλώσεων. Το nodal μοντέλο εφαρμόστηκε με βάση την προσέγγιση των **Locational Marginal Prices (LMPs)**, σε εκτεταμένη μορφή (**Extended LMP – ELMP**), ώστε να προσαρμοστεί στις ιδιαιτερότητες του κορεατικού συστήματος. Η μεθοδολογία αυτή επέτρεψε την ακριβή ενσωμάτωση των περιορισμών μεταφοράς στην ίδια την εκκαθάριση, αποτυπώνοντας με διαφάνεια τοπικές διαφορές κόστους και συμφόρησης. Η διαχρονική παρατήρηση τέτοιων διαφορών δημιουργεί **διαφανή επενδυτικά σήματα** για νέα ισχύ ή/και αναβαθμίσεις δικτύου ακριβώς εκεί όπου είναι κοινωνικά αποδοτικό, ενώ ταυτόχρονα περιορίζει την ανάγκη για μηχανισμούς ανακατανομής και τα συναφή uplifts.

Σε ποσοτικούς όρους, τα αποτελέσματα της μελέτης ήταν αποκαλυπτικά: η υιοθέτηση **nodal pricing** μείωσε το συνολικό κόστος λειτουργίας του συστήματος κατά **6–10% σε σχέση με το zonal** και πάνω από **15% σε σχέση με το SMP** [13]. Επιπλέον, το κόστος redispatch μειώθηκε δραστικά, ενώ η ακρίβεια των σημάτων για νέες επενδύσεις αυξήθηκε, καθώς οι κόμβοι με σταθερά υψηλές τιμές ταυτοποιήθηκαν ως «επενδυτικά hotspots» για νέες μονάδες ή για αναβαθμίσεις του δικτύου. Αντίθετα, στο ζωνικό πλαίσιο, οι ίδιες περιοχές εμφανίζονταν εικονικά “φθηνές” εξαιτίας της εξομάλυνσης της τιμής σε επίπεδο ζώνης, αποκρύπτοντας την πραγματική αξία των επενδύσεων. Η μελέτη αυτή δείχνει καθαρά ότι το SMP, ως ενιαία μονοτιμολόγηση, διαστρεβλώνει τα επενδυτικά σήματα και υπονομεύει την αποδοτικότητα του συστήματος. Η σύγκριση με zonal και nodal αναδεικνύει ότι μόνο η τελευταία προσέγγιση εσωτερικεύει πλήρως τα κόστη συμφόρησης και παρέχει κοινωνικά βέλτιστα κίνητρα για επενδύσεις.

3.2.3 Ευρώπη και Γερμανία

Η Ευρώπη παραμένει σε μεγάλο βαθμό προσανατολισμένη στη ζωνική τιμολόγηση, με ενιαίες τιμές που συχνά καλύπτουν εκτεταμένα και διεθνικά δίκτυα. Ωστόσο, οι αδυναμίες αυτής της προσέγγισης είναι ιδιαίτερα εμφανείς σε χώρες με υψηλή διείσδυση ΑΠΕ και γεωγραφική ανισορροπία μεταξύ παραγωγής και κατανάλωσης. Το χαρακτηριστικότερο παράδειγμα αποτελεί η Γερμανία.

Η χώρα αντιμετωπίζει χρόνια συμφόρηση στις γραμμές που συνδέουν τον ανεμοπαραγωγικό βορρά με τον βιομηχανικό νότο. Στο ζωνικό πλαίσιο, τα προβλήματα αυτά δεν αποτυπώνονται στην τιμή, με αποτέλεσμα εκτεταμένες παρεμβάσεις ανακατανομής (redispatch) και συναφών μέτρων. Τα σχετικά μεγέθη έχουν αυξηθεί σημαντικά τα τελευταία χρόνια, τόσο σε κόστος όσο και σε όγκο παρεμβάσεων, ενώ παρατηρούνται και απώλειες παραγόμενης αιολικής ενέργειας.

Σε επίπεδο μεγεθών, τα πρόσφατα στοιχεία είναι ενδεικτικά της κλίμακας του προβλήματος: το συνολικό κόστος redispatch αυξήθηκε από 1,3 δισ. € το 2019 σε 3,2 δισ. € το 2023· αν συνυπολογισθούν το countertrading και η Netzreserve (εκτός αγοράς εφεδρεία δικτύου από TSOs για ασφάλεια δικτύου και άρση συμφόρησης), η επιβάρυνση αντιστοιχεί σε 6,8 €/MWh τελικής κατανάλωσης. Για το 2027, οι προβλέψεις ανεβάζουν το ετήσιο κόστος στα 4,4 δισ. €. Σε όγκο, οι παρεμβάσεις εκτινάχθηκαν από 11–13 TWh το 2019–2020 σε 28 TWh το 2023, με αποτέλεσμα να χαθούν περίπου 8 TWh αιολικής παραγωγής μέσα στο 2023. Ήδη ο BNetzA έχει εξετάσει σενάρια για διάσπαση της Γερμανίας σε επιμέρους ζώνες (π.χ. βόρεια–νότια), ωστόσο η διεθνής εμπειρία δείχνει ότι μόνο η πλήρης μετάβαση σε nodal τιμολόγηση μπορεί να αντιμετωπίσει αποτελεσματικά τα αυξανόμενα κόστη redispatch [3,6].

Ποσοτικά, σύγκριση τριών σχημάτων χωρικής τιμολόγησης δείχνει την κατεύθυνση του αποτελέσματος: **σε μία ενιαία ζώνη**, το ενσωματωμένο κόστος redispatch (συμπερ. countertrading και Netzreserve) εκτιμάται σε **~5,3 €/MWh**· **σε τρεις ζώνες** περιορίζεται σε **~4,7 €/MWh**· ενώ με **τοπικές τιμές (nodal)** προσεγγίζει το **0 €/MWh**. Ταυτόχρονα, η

ύπαρξη διακριτών τιμών δημιουργεί έσοδα συμφόρησης που μπορούν να αξιοποιηθούν για επενδύσεις δικτύου ή/και στοχευμένη αντιστάθμιση επιπτώσεων.

Ως προς τη διαμόρφωση τιμών, η χωρική διαφοροποίηση που θα προέκυπτε από τοπικές τιμές είναι σαφής: στη βόρεια Γερμανία (π.χ. **Nord-Ostsee**) οι τοπικές τιμές εμφανίζονται κατά μέσο όρο **περίπου -23 €/MWh** κάτω από τη μέση εθνική, με αποκλίσεις έως **-57 €/MWh** σε ώρες έντονης συμφόρησης, ενώ στον νότο (π.χ. **Neckar hub**) οι τιμές είναι συστηματικά υψηλότερες, κατά **~+7 €/MWh** κατά μέσο όρο και έως **+24 €/MWh** σε περιόδους έντονης ροής. Η αποτύπωση αυτών των διαφορών περιορίζει την ανάγκη για εκ των υστέρων παρεμβάσεις και στέλνει καθαρά επενδυτικά σήματα για νέα ισχύ ή/και αναβαθμίσεις δικτύου κοντά στη ζήτηση. Παράλληλα, η μετάβαση σε τοπικές τιμές εκτιμάται ότι θα απέφερε **εξοικονόμηση ~1,2 δισ. €** ετησίως και **Engpassrenten (έσοδα συμφόρησης) ~1,2 δισ. €**, ενισχύοντας περαιτέρω τη χρηματοδότηση των αναγκαίων έργων [3,6]. Σημειώνεται, ωστόσο, ότι στα αποτελέσματα του παρόν μοντέλου τα παραπάνω μοτίβα δεν αναπαράγονται αυτούσια: οι χωρικές αποκλίσεις εμφανίζονται με διαφορετικό εύρος και γεωγραφική κατανομή, όπως συζητείται στα επόμενα κεφάλαια.

3.2.4 Συμπεράσματα

Η κομβική προσέγγιση δεν περιορίζεται μόνο στην αποδοτικότερη διαχείριση της λειτουργίας του συστήματος, αλλά συνιστά και έναν μηχανισμό στρατηγικού σχεδιασμού. Μέσω των τοπικών οριακών τιμών, οι οποίες ενσωματώνουν τους φυσικούς περιορισμούς και τις συμφορήσεις του δικτύου, δημιουργείται ένα διαρκές **feedback loop** που κατευθύνει την αγορά και τους επενδυτές προς βιώσιμες και αναγκαίες επενδύσεις [8]. Η πληροφορία αυτή επιτρέπει την καλύτερη σύγκλιση βραχυχρόνιας λειτουργίας και μακροχρόνιου σχεδιασμού, καθώς οι περιοχές με συστηματικά υψηλές τιμές υποδεικνύουν την ανάγκη για νέα παραγωγική ικανότητα ή ενίσχυση του δικτύου, ενώ οι περιοχές με χαμηλές τιμές αποθαρρύνουν την υπερσυγκέντρωση νέων έργων. Σε αντίθεση, η ζωνική τιμολόγηση αποκρύπτει τα πραγματικά σημεία συμφόρησης, επιβάλλοντας ομοιόμορφες τιμές που δεν αντικατοπτρίζουν τις τοπικές ιδιαιτερότητες και τελικά οδηγούν σε αναποτελεσματική κατανομή πόρων και υψηλότερες δαπάνες για ανακατανομή ισχύος (redispatch) [5]. Με αυτό τον τρόπο, η κομβική τιμολόγηση δεν αποτελεί απλώς μια τεχνικά ακριβέστερη μέθοδο εκκαθάρισης, αλλά έναν αξιόπιστο μηχανισμό αποστολής οικονομικών σημάτων σε πραγματικό χρόνο, που μειώνει την ανάγκη για δαπανηρές παρεμβάσεις, ενισχύει τη διαφάνεια και συμβάλλει στη μακροπρόθεσμη αποδοτικότητα του συστήματος.

Κεφάλαιο 4 - Το Μοντέλο Κομβικής Τιμολόγησης

Στο παρόν κεφάλαιο αναλύεται το κομβικό μοντέλο αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας που υλοποιείται στην εργασία και λειτουργεί ως το κεντρικό πλαίσιο προσομοίωσης, πάνω στο οποίο βασίζεται η εξαγωγή και η ανάλυση των αποτελεσμάτων. Αφού στο Κεφάλαιο 2 ορίστηκε το θεωρητικό πλαίσιο και η μεθοδολογία υπολογισμού των RTDF, τώρα ενσωματώνονται σε ένα πλήρες πρόβλημα βελτιστοποίησης, περιγράφοντας την εκκαθάριση της αγοράς υπό ρεαλιστικούς περιορισμούς. Η δομή του κεφαλαίου ξεκινά με την παρουσίαση της μαθηματικής μορφής του προβλήματος, συνεχίζει με την οικονομική ερμηνεία των συνθηκών βελτιστοποίησης, και καταλήγει στην υπολογιστική του υλοποίηση με εργαλεία λογισμικού και αλγορίθμους επίλυσης. Έτσι, επιτυγχάνεται μια ομαλή μετάβαση από τη θεωρία στην πράξη, δείχνοντας πώς οι φυσικοί κανόνες λειτουργίας του συστήματος μεταφράζονται σε εξισώσεις, πώς οι εξισώσεις αποκτούν οικονομικό περιεχόμενο, και τέλος πώς επιλύονται με σύγχρονα μαθηματικά εργαλεία.

4.1 Το Πρόβλημα Δέσμευσης Μονάδων

Το μοντέλο ανήκει στην κατηγορία των **Unit Commitment (UC)** προβλημάτων, τα οποία έχουν ως στόχο τον βέλτιστο προγραμματισμό λειτουργίας των μονάδων παραγωγής σε βραχυπρόθεσμο ορίζοντα. Ειδικότερα, πρόκειται για ένα μοντέλο εκκαθάρισης της **αγοράς της επόμενης ημέρας (day-ahead)**, στο οποίο δεν περιλαμβάνονται υπηρεσίες εφεδρείας· το μοντέλο επικεντρώνεται αποκλειστικά στην κάλυψη της ζήτησης μέσω της παραγωγής των διαθέσιμων μονάδων [12]. Στο πλαίσιο αυτό, για κάθε χρονική περίοδο λαμβάνονται αποφάσεις τόσο για το αν μία μονάδα θα τεθεί σε λειτουργία ή όχι, όσο και για το επίπεδο παραγωγής της, έτσι ώστε να ικανοποιείται το φορτίο με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Για την περιγραφή αυτών των αποφάσεων εισάγεται στο μαθηματικό υπόδειγμα μια βασική μεταβλητή, γνωστή ως **μεταβλητή δέσμευσης (unit commitment variable)**, η οποία δηλώνει την κατάσταση λειτουργίας κάθε μονάδας [12]. Πρόκειται για μια δυαδική μεταβλητή η οποία αποτυπώνει καταστάσεις on/off: παίρνει την τιμή 1 όταν μια μονάδα βρίσκεται σε λειτουργία και 0 όταν είναι απενεργοποιημένη. Το πρόβλημα συμπληρώνεται και από άλλες δυαδικές μεταβλητές, πχ. μεταβλητές που δείχνουν την εκκίνηση ή την παύση λειτουργίας μιας μονάδας.

Η ύπαρξη δυαδικών μεταβλητών καθιστά το πρόβλημα δέσμευσης μονάδων ένα πρόβλημα **Μικτού Ακέραιου Προγράμματος (Mixed Integer Problem – MIP)**. Τα μοντέλα MIP είναι υπολογιστικά πολυπλοκότερα των γραμμικών μοντέλων (δηλαδή μοντέλων των οποίων όλες οι μεταβλητές είναι συνεχείς), ωστόσο η επίλυσή τους είναι υπολογιστικά εφικτή μέσω σύγχρονων αλγορίθμων και εξελιγμένων επιλυτών (solvers) [9,11].

4.2 Μαθηματική Διατύπωση

Κάθε εξίσωση του μοντέλου που θα παρουσιαστεί στη συνέχεια αναπαριστά μια θεμελιώδη φυσική λειτουργία του συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας και είναι απαραίτητη για να εξασφαλίσει, ότι η εκκαθάριση της αγοράς αντανακλά τη ρεαλιστική λειτουργία του δικτύου. Το σύνολο των εξισώσεων συγκροτεί ένα συνεκτικό πρόβλημα βελτιστοποίησης, του οποίου ο στόχος αποτυπώνεται στην αντικειμενική συνάρτηση και είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους του συστήματος, ενσωματώνοντας όλες τις σχετικές συνιστώσες που απορρέουν από την παραγωγή και τη λειτουργία της αγοράς. Ωστόσο, πριν φτάσουμε στη διατύπωση της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών, είναι αναγκαίο να γίνουν κατανοητά και να παρουσιαστούν τα βασικά δομικά στοιχεία του μοντέλου, δηλαδή οι **μεταβλητές**, οι **παράμετροι** και τα **σύνολα** που χρησιμοποιούνται. Με τον τρόπο αυτό, η ανάλυση που ακολουθεί γίνεται πιο κατανοητή και το μαθηματικό υπόδειγμα αποκτά σαφές, φυσικό και οικονομικό περιεχόμενο.

4.2.1 Σύνολα (Sets)

Sets

- G : Σύνολο γεννητριών

Περιλαμβάνει όλες τις θερμικές και ανανεώσιμες μονάδες που συμμετέχουν στην αγορά. Αποτελεί την βάση για τον ορισμό των μεταβλητών παραγωγής, δέσμευσης και εκκίνησης.

- N : Σύνολο κόμβων συστήματος

Εκφράζει τους κόμβους του δικτύου, στους οποίους γίνεται η εκκαθάριση. Κάθε κόμβος συνδέεται με συγκεκριμένο φορτίο και παραγωγή.

- $G(n)$: Σύνολο γεννητριών που ανήκουν στον κόμβο n

Υποσύνολο του G . Περιλαμβάνει όλες τις μονάδες που είναι συνδεδεμένες στον κόμβο n , ώστε να γίνει σωστή αντιστοίχιση παραγωγής-κόμβου.

- $G_R(n)$: Σύνολο ανανεώσιμων γεννητριών που ανήκουν στον κόμβο n

Εξειδίκευση του $G(n)$, που περιλαμβάνει μόνο τις μονάδες ΑΠΕ (αιολικά, φωτοβολταϊκά, υδροηλεκτρικά) του κόμβο n . Είναι χρήσιμο για να διαχωρίζεται η παραγωγή ΑΠΕ από τη θερμική και να εφαρμόζονται ειδικοί περιορισμοί.

- T_{15} : Σύνολο χρονικών περιόδων 15 λεπτών σε 24ωρο ορίζοντα

Αποτελείται από 96 χρονικά βήματα και αντιπροσωπεύει τη διακριτοποίηση του χρονικού ορίζοντα της day-ahead αγοράς. Χρησιμοποιείται σε όλες τις βασικές μεταβλητές και σε αρκετές παραμέτρους.

- T_{60} : Σύνολο χρονικών περιόδων 1 ώρας σε 24ωρο ορίζοντα

Περιλαμβάνει 24 χρονικά βήματα και χρησιμοποιείται κυρίως σε περιορισμούς που αφορούν ωριαίες παραμέτρους ή συγκεντρωτικά μεγέθη.

- CB : Σύνολο γραμμών μεταφοράς (Critical Branches)

- FZ_k : Αφετηρία της γραμμής k

Δείχνει τον κόμβο από τον οποίο ξεκινά η γραμμή k . Πολύ σημαντικό για την περιγραφή της κατεύθυνσης των ροών.

- TZ_k : Τερματικός κόμβος της γραμμής k

Δείχνει τον κόμβο στον οποίο καταλήγει η γραμμή k . Σε συνδυασμό με το FZ_k αποτυπώνει την τοπολογία του δικτύου.

4.2.2 Μεταβλητές

Μεταβλητές

- w_{gt} : Δέσμευση της μονάδας g , στην χρονική περίοδο t

Δυαδική μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 αν η μονάδα g βρίσκεται σε λειτουργία, και 0 αν είναι απενεργοποιημένη. Είναι η θεμελιώδης μεταβλητή που καθιστά το πρόβλημα MIP, και η ύπαρξή της επιτρέπει την ενσωμάτωση τεχνικών χαρακτηριστικών, όπως οι ελάχιστοι χρόνοι λειτουργίας και οι περιορισμοί εκκίνησης. Ορίζεται για όλες τις συμβατικές μονάδες παραγωγής $g \in G$ και για όλα τα χρονικά διαστήματα $t \in T_{60}$.

- z_{gt} : Εκκίνηση της μονάδας g , στην χρονική περίοδο t

Συνεχής μη αρνητική μεταβλητή, που αποτυπώνει την ισχύ εκκίνησης μιας μονάδας στη χρονική περίοδο t . Συνδέεται με το κόστος εκκίνησης (start-up cost) και εξασφαλίζει ότι οι εκκινήσεις λαμβάνονται υπόψη στην αντικειμενική συνάρτηση. Ορίζεται για κάθε μονάδα παραγωγής $g \in G$ και κάθε χρονικό βήμα $t \in T_{60}$.

- p_{gt} : Παραγωγή της μονάδας g , την χρονική περίοδο t

Συνεχής μη αρνητική μεταβλητή που εκφράζει την ισχύ που παράγει κάθε θερμική μονάδα, σε κάθε χρονικό βήμα. Η τιμή της μεταβάλλεται μεταξύ του τεχνικού ελαχίστου και του τεχνικού μεγίστου της συμβατικής μονάδας $P_g^- \leq p_{gt} \leq P_g^+$. Ορίζεται για κάθε μονάδα παραγωγής $g \in G$ και κάθε χρονικό βήμα $t \in T_{15}$.

- ls_t : Αποκοπή φορτίου την χρονική περίοδο t

Συνεχής μη αρνητική μεταβλητή που εκφράζει την ποσότητα ενέργειας που περικόπεται από το φορτίο σε περίπτωση έλλειψης ισχύος. Πρόκειται για μια μεταβλητή ασφαλείας του συστήματος, η οποία ενεργοποιείται μόνο όταν δεν είναι δυνατόν να καλυφθεί πλήρως η ζήτηση. Στην αντικειμενική συνάρτηση επιβαρύνεται με πολύ υψηλό συντελεστή, ώστε το μοντέλο να επιλέγει load shedding μόνο ως έσχατη λύση. Ορίζεται για κάθε χρονικό βήμα $t \in T_{15}$.

- ps_{nt} : Αποκοπή παραγωγής στον κόμβο n , την χρονική περίοδο t

Συνεχής μη αρνητική μεταβλητή που εκφράζει την ποσότητα ισχύος η οποία θα μπορούσε να παραχθεί από τη μονάδα g , αλλά τελικά περικόπεται για λόγους ορθής λειτουργίας του συστήματος (π.χ. περιορισμοί δικτύου, τεχνικοί περιορισμοί ή συμφόρηση). Η μεταβλητή αυτή είναι ιδιαίτερα σημαντική για τις ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, όπου η παραγωγή εξαρτάται από σχετικά απρόβλεπτους πόρους (ήλιο, άνεμο) και σε περιπτώσεις συμφόρησης μπορεί να χρειαστεί να περιοριστεί. Ορίζεται για κάθε κόμβο $n \in N$ του συστήματος και για κάθε χρονικό βήμα $t \in T_{15}$.

- r_{nt} : Καθαρή έγχυση ενέργειας στον κόμβο n , την χρονική περίοδο t

Συνεχής μεταβλητή που εκφράζει τη διαφορά μεταξύ συνολικής παραγωγής και συνολικού φορτίου σε κάθε κόμβο. Χρησιμοποιείται στον υπολογισμό των ροών του δικτύου μέσω των PTDF και είναι απαραίτητη για να αποτυπωθεί η ισορροπία προσφοράς και ζήτησης σε χωρικό επίπεδο. Ορίζεται για κάθε κόμβο $n \in N$ και για κάθε χρονικό βήμα $t \in T_{15}$.

4.2.3 Παράμετροι

Παράμετροι

- MC_g : Οριακό κόστος μονάδας g

Το μεταβλητό κόστος καυσίμου/λειτουργίας συμπεριλαμβανομένου του κόστους CO2 που αναλογεί στην κάθε MWh παραγωγής μιας μονάδας g .

Μονάδες: €/MWh. Ορίζεται για κάθε μονάδα $g \in G$. Εισάγεται στην αντικειμενική συνάρτηση πολλαπλασιαζόμενο με την παραγωγή, και καθορίζει εν μέρει την προτεραιότητα ένταξης θερμικών μονάδων στο ενεργειακό μίγμα εκκαθάρισης.

- K_g : No-load cost της μονάδας g

Πάγιο ωριαίο κόστος λειτουργίας όταν η μονάδα είναι σε λειτουργία (ανεξάρτητο της ισχύος). Το κόστος αυτό προκύπτει από την κατανάλωση καυσίμου που απαιτείται όταν η μονάδα είναι ενεργοποιημένη, αλλά δεν παράγει ενέργεια, και ισούται με το γινόμενο της σταθερής κατανάλωσης (no load consumption) επί την τιμή του καυσίμου που χρησιμοποιεί. Μονάδες: €/h. Ορίζεται για κάθε μονάδα $g \in G$. Ενεργοποιείται στην αντικειμενική όταν $w_{gt} = 1$, μέσω του όρου $K_g w_{gt}$.

- S_g : Κόστος εκκίνησης μονάδας g

Κόστος που επιβαρύνει το σύστημα, όταν η μονάδα εκκινεί και μεταβαίνει από κατάσταση off σε on. Μονάδες: €. Ορίζεται για κάθε μονάδα $g \in G$. Ενεργοποιείται ως όρος εκκίνησης στην αντικειμενική, μέσω του όρου $S_g z_{gt}$.

- PR_g : Παραγωγή ΑΠΕ της μονάδας g

Προβλεπόμενο προφίλ διαθέσιμης ισχύος για μονάδες ΑΠΕ. Μονάδες: MW. Ορίζεται για κάθε μονάδα $g \in G_R$

- D_{nt} : Ζήτηση στον κόμβο n , την χρονική στιγμή t

Προβλεπόμενο φορτίο της αγοράς επόμενης ημέρας ανά κόμβο και 15λεπτο. Μονάδες: MW. Ορίζεται για κάθε κόμβο $n \in N$ και για κάθε χρονικό βήμα $t \in T_{15}$. Διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στον περιορισμό ισοζυγίου ισχύος και στον ορισμό των εγχύσεων r_{nt} .

- $PTDF_{kn}$: Συντελεστής PTDF του κόμβου n , στη γραμμή k

Καθορίζει την επιρροή της καθαρής έγχυσης του κόμβου n , στην ροή της γραμμής k , για δεδομένο reference hub. Είναι καθαρός αριθμός και ορίζεται για κάθε γραμμή $k \in CB$ και για κάθε κόμβο $n \in N$.

- RAM_k : Remaining available margin της γραμμής k

Διαθέσιμο περιθώριο μεταφορικής ικανότητας της γραμμής μέχρι να φθάσει το θερμικό της όριο. Μονάδες: MW. Ορίζεται για κάθε γραμμή $k \in CB$.

Χρησιμοποιείται στους περιορισμούς μεταφοράς ισχύος που συζητήθηκαν στην ενότητα 2.3.3. $\sum_{n \in N \setminus \{ref\}} PTDF_{k,n} \cdot r_{n,t} \leq RAM_k, \quad \forall k \in CB, t \in T_{15}.$

- P_g^+/P_g^- : Τεχνικό μέγιστο/ελάχιστο ισχύος μονάδας g

Μονάδες: MW. Ορίζεται για κάθε μονάδα $g \in G$.

- R_g^+/R_g^- : Ρυθμοί ανόδου/καθόδου μονάδας g

Εκφράζει την μέγιστη μεταβολή ισχύος μεταξύ δύο διαδοχικών χρονικών περιόδων t εκκαθάρισης. Μονάδες: MW/15'. Ορίζεται για κάθε $g \in G$.

- UT_g/DT_g : Ελάχιστος χρόνος on/off της μονάδας g

Ο περιορισμός αυτός εξασφαλίζει ότι, μόλις μια μονάδα τεθεί σε λειτουργία ή απενεργοποιηθεί, θα παραμείνει αντίστοιχα αναμμένη ή σβηστή για έναν ελάχιστο αριθμό διαδοχικών χρονικών περιόδων, ώστε να αποτυπώνονται οι τεχνικοί περιορισμοί εκκίνησης και παύσης λειτουργίας. Ορίζεται για κάθε $g \in G$ και χρησιμοποιείται στους χρονικούς περιορισμούς ακολουθίας στην δέσμευση w_{gt} .

- $VOLL$: Αξία Απολεσθέντος Φορτίου (Value of lost load)

Παράμετρος που εκφράζει τη χρηματική ποινή ανά MWh φορτίου που δεν εξυπηρετείται και αντιστοιχεί στη μεταβλητή ls_t . Η τιμή του ορίζεται σκόπιμα σε πολύ υψηλό επίπεδο, ώστε η περικοπή φορτίου να επιλέγεται από το μοντέλο μόνο ως έσχατη λύση, όταν όλες οι άλλες δυνατότητες κάλυψης της ζήτησης έχουν εξαντληθεί. Μονάδες: 3000 €/MWh. Με άλλα λόγια, είναι ο συντελεστής της μεταβλητής του load shedding στην αντικειμενική συνάρτηση.

4.2.4 Εξισώσεις του Μοντέλου και Ερμηνεία τους

Εξισώσεις Μοντέλου

$$\min \frac{1}{4} \left(\sum_{t \in T_{15}} \sum_{g \in G} MC_g p_{gt} + VOLL \, ls_t \right) + \sum_{t \in T_{60}} \sum_{g \in G} (K_g w_{gt} + S_g z_{gt}) \quad (1)$$

$$\sum_{g \in G(n)} p_{gt} + \sum_{g \in G_R(n)} PR_{gt} + ls_t - r_{nt} = D_{nt}, \quad t \in T_{15}, n \in N \quad (2)$$

$$p_{gt} \leq P_g^+ w_{gt}, \quad g \in G, \quad t \in T_{15} \quad (3)$$

$$p_{gt} \geq P_g^- w_{gt}, \quad g \in G, \quad t \in T_{15} \quad (4)$$

$$p_{gt} - p_{gt-1} \leq 15 R_g^+, \quad g \in G, \quad t \in T_{15} \quad (5)$$

$$p_{gt-1} - p_{gt} \geq 15 R_g^-, \quad g \in G, \quad t \in T_{15} \quad (6)$$

$$\sum_{q=t-UT_g+1}^t z_{gq} \leq w_{gt}, \quad g \in G, \quad t \geq UT_g \quad (7)$$

$$\sum_{q=t+1}^{t+Dt_g} z_{gq} \leq 1 - w_{gt}, \quad g \in G, \quad t \leq N - DT_g \quad (8)$$

$$z_{gt} \leq 1, \quad g \in G, \quad t \in T_{60} \quad (9)$$

$$z_{gt} \geq w_{gt} - w_{gt-1}, \quad g \in G, \quad t \in T_{60} \quad (10)$$

$$\sum_{n \in N} PTDF_{kn} r_{nt} \leq RAM_{k,forw}, \quad t \in T_{15}, \quad k \in CB \quad (11)$$

$$\sum_{n \in N} PTDF_{kn} r_{nt} \geq -RAM_{n,back}, \quad t \in T_{15}, \quad n \in CB \quad (12)$$

$$\sum_{z \in Z} r_{nt} = 0, \quad t \in T_{15} \quad (13)$$

$$ls_t \leq D_{nt}, \quad t \in T_{15}, \quad n \in N \quad (14)$$

$$p_{gt}, z_{gt}, ls_t \geq 0, \quad w_{gt} \in \{0,1\} \quad (15)$$

Η **εξίσωση (1)** είναι η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου, η οποία εκφράζει την ελαχιστοποίηση του συνολικού ημερήσιου κόστους λειτουργίας και την αποτελεσματικότερη δυνατή κατανομή των πόρων του συστήματος. Η διατύπωση χωρίζει σαφέστατα τη χρέωση σε δύο χρονικές κλίμακες: (i) σε 15λεπτα για την ενέργεια στο πρώτο άθροισμα και (ii) σε ώρες για τη δέσμευση μονάδων και τις εκκινήσεις στο δεύτερο άθροισμα. Ο συντελεστής $1/4$ μετατρέπει τα 96 βήματα των 15' σε ώρες, ώστε το άθροισμα κόστους να είναι συνεπές σε ωριαία βάση.

Στο πρώτο άθροισμα περιλαμβάνονται οι όροι $MC_g p_{gt}$, που εκφράζουν το μεταβλητό κόστος παραγωγής κάθε μονάδας, και $VOLL l_{st}$ που αντιστοιχεί στην ποινή μη εξυπηρετούμενου φορτίου. Ο συνδυασμός τους δείχνει πώς το μοντέλο λαμβάνει υπόψη τόσο το πραγματικό κόστος της παραγόμενης ενέργειας όσο και την ιδιαίτερα υψηλή επιβάρυνση που συνεπάγεται η περικοπή φορτίου, αποθαρρύνοντας έτσι την εμφάνισή της και ενθαρρύνοντας την πλήρη κάλυψη της ζήτησης.

Στο δεύτερο άθροισμα συγκεντρώνονται οι όροι $K_g w_{gt}$, που εκφράζουν το πάγιο κόστος ελάχιστης φόρτισης, και $S_g z_{gt}$ που αποτυπώνει το κόστος εκκίνησης όταν η μονάδα ανάβει. Οι όροι αυτοί ενσωματώνουν στην βελτιστοποίηση την πραγματικότητα ότι, πέρα από το μεταβλητό κόστος παραγωγής, υπάρχουν και σταθερές δαπάνες οι οποίες σχετίζονται με την κατάσταση και τη δυναμική λειτουργία των μονάδων.

Με αυτό τον τρόπο, η αντικειμενική συνάρτηση συνδυάζει όλα τα βασικά κόστη και ποινές που επηρεάζουν τη λειτουργία του συστήματος, και η ελαχιστοποίησή τους οδηγεί σε μια οικονομικά αποδοτική και αξιόπιστη εκκαθάριση της αγοράς. Σύμφωνα με την αρχή της δυϊκότητας στην βελτιστοποίηση, η διαδικασία αυτή ισοδυναμεί με τη μεγιστοποίηση του κοινωνικού οφέλους, καθώς εξασφαλίζεται η αποτελεσματική κατανομή των πόρων και η παραγωγή κομβικών τιμών που αντανakλούν τη φυσική πραγματικότητα του συστήματος [10-12].

Η **εξίσωση (2)** εκφράζει το ισοζύγιο ισχύος σε κάθε κόμβο του συστήματος για κάθε χρονική περίοδο. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται ότι η τοπική ζήτηση ισούται με το άθροισμα της τοπικής παραγωγής, της διαθέσιμης ενέργειας από ΑΠΕ και τυχόν περικοπής φορτίου, ενώ η διαφορά αποτυπώνεται ως καθαρή έγχυση στον κόμβο. Ο περιορισμός αυτός αποτελεί τον θεμέλιο λίθο του μοντέλου, καθώς διασφαλίζει τη συνεχή ισορροπία προσφοράς-ζήτησης σε χωρικό επίπεδο και συνδέει τη λειτουργία των μονάδων με το δίκτυο μεταφοράς. Επιπλέον, λειτουργεί ως το σημείο εκκίνησης για τον υπολογισμό των ροών ισχύος μέσω των PTDF και, κατά συνέπεια, για τον προσδιορισμό των κομβικών τιμών (LMPs) που αντανakλούν τόσο τις τοπικές συνθήκες όσο και τους περιορισμούς του δικτύου [9,11,12].

Οι **εξισώσεις (3)** και **(4)** διασφαλίζουν ότι η παραγωγή κάθε μονάδας p_{gt} , κυμαίνεται εντός των τεχνικών της ορίων. Συγκεκριμένα, η (3) επιβάλλει ότι όταν μια μονάδα είναι δεσμευμένη ($w_{gt} = 1$), η παραγωγή της δεν μπορεί να ξεπεράσει το μέγιστο επιτρεπτό

όριο P_g^+ , ενώ η (4) εξασφαλίζει ότι η παραγωγή δεν πέφτει κάτω από το ελάχιστο τεχνικό όριο P_g^- . Σε περίπτωση που η μονάδα είναι εκτός λειτουργίας ($w_{gt} = 0$), οι περιορισμοί αυτοί οδηγούν αυτόματα σε $p_{gt} = 0$.

Οι **εξισώσεις (5) και (6)** εκφράζουν τους δυναμικούς περιορισμούς ράμπας των μονάδων, σχετικά με το πόσο γρήγορα μπορούν να αυξήσουν ή να μειώσουν την παραγωγή τους. Συγκεκριμένα, η (5) περιορίζει την μεταβολή της ισχύος προς τα πάνω στο μέγιστο ρυθμό ανόδου R_g^+ , ενώ η (6) περιορίζει την μείωση ισχύος στο μέγιστο ρυθμό καθόδου R_g^- . Ο συντελεστής 15 προκύπτει επειδή η μονάδα μέτρησης των $R_g^\pm$ είναι MW/h, ενώ η διακριτοποίηση του μοντέλου είναι ανά 15 λεπτά, οπότε χρειάζεται αναγωγή στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα. Επομένως, οι περιορισμοί αυτοί εξασφαλίζουν ότι οι μονάδες μεταβάλλουν την παραγωγή τους με ρεαλιστικούς ρυθμούς, αποτρέποντας απότομες μεταβολές που θα ήταν τεχνικά αδύνατες ή επικίνδυνες για τη σταθερότητα του συστήματος. [9,11]

Η **εξίσωση (7)** επιβάλλει ότι, αν μια μονάδα g τεθεί σε λειτουργία την χρονική περίοδο t , τότε υποχρεούται να παραμείνει σε λειτουργία για τουλάχιστον UT_g διαδοχικές περιόδους. Αυτό εκφράζεται αθροίζοντας τις μεταβλητές εκκίνησης z_{gq} , σε ένα χρονικό διάστημα UT_g περιόδων και συγκρίνοντάς το με την τιμή της μεταβλητής δέσμευσης w_{gt} . Ουσιαστικά, η συνθήκη αυτή διασφαλίζει ότι δεν μπορεί να σβήσει αμέσως η μονάδα μετά την εκκίνησή της, αλλά θα παραμείνει αναμμένη για το ελάχιστο χρονικό διάστημα που ορίζεται από τα τεχνικά χαρακτηριστικά της. Αντικατοπτρίζει την πραγματικότητα ότι οι θερμικές μονάδες χρειάζονται χρόνο για να λειτουργήσουν αποδοτικά μετά την εκκίνησή τους και δεν μπορούν να απενεργοποιηθούν πρόωρα.

Η **εξίσωση (8)** επιβάλλει ότι, αν μια μονάδα g απενεργοποιηθεί την χρονική περίοδο t , τότε πρέπει να παραμείνει εκτός λειτουργίας για τουλάχιστον DT_g διαδοχικές περιόδους. Αυτό υλοποιείται αθροίζοντας τις μεταβλητές εκκίνησης z_{gq} στα επόμενα DT_g χρονικά βήματα και ορίζοντας ότι το άθροισμα αυτό δεν μπορεί να είναι θετικό όσο η μονάδα παραμένει εκτός λειτουργίας. Με τον τρόπο αυτό, το μοντέλο αποτυπώνει τον περιορισμό ότι μια μονάδα δεν μπορεί να εκκινήσει αμέσως μετά το “σβήσιμό” της, αλλά πρέπει να παραμείνει εκτός για το ελάχιστο διάστημα που ορίζει η τεχνολογία της για λόγους θερμικής κόπωσης και κόστους.

Η **εξίσωση (9)** δηλώνει ότι η μεταβλητή εκκίνησης z_{gt} δεν μπορεί ποτέ να υπερβεί τη μονάδα. Δηλαδή, σε κάθε χρονική περίοδο και για κάθε μονάδα, η εκκίνηση είναι ένα γεγονός δυαδικής φύσης: είτε πραγματοποιείται (1) είτε όχι (0). Με αυτόν τον τρόπο, το μοντέλο αποφεύγει κλασματικές εκκινήσεις, που θα ήταν αδύνατες φυσικά.

Η **εξίσωση (10)** συνδέει τη μεταβλητή εκκίνησης z_{gt} με τη μεταβλητή δέσμευσης w_{gt} . Συγκεκριμένα, αν μια μονάδα είναι εκτός λειτουργίας στη χρονική περίοδο $t-1$, και τίθεται σε λειτουργία την t ($w_{gt} - w_{gt-1} = 1$), τότε η z_{gt} παίρνει την τιμή 1, δηλώνοντας την εκκίνηση. Αντίθετα, όταν δεν υπάρχει τέτοια αλλαγή, η μεταβλητή

εκκίνησης παραμένει στο 0. Με αυτόν τον τρόπο, το μοντέλο καταγράφει με ακρίβεια τις στιγμές που ανάβει μια μονάδα.

Συνοπτικά οι δύο αυτοί περιορισμοί εξασφαλίζουν ότι η έννοια της εκκίνησης είναι πάντα δυαδικό γεγονός, και ενεργοποιείται μόνο όταν αλλάζει η κατάσταση της μονάδας από off σε on. Έτσι, το μοντέλο αποφεύγει ασυνέπειες και μπορεί να χρεώνει ορθά τα start-up costs.[11,12]

Οι εξισώσεις (11) και (12) εκφράζουν τους περιορισμούς μεταφοράς στο δίκτυο μέσω των PTDF. Συγκεκριμένα, η (11) περιορίζει τη ροή στη γραμμή k να μην ξεπερνά το διαθέσιμο περιθώριο στην θετική κατεύθυνση, ενώ η (12) επιβάλλει το αντίστοιχο όριο για τη ροή στην αντίθετη κατεύθυνση. Οι ροές υπολογίζονται ως γραμμικός συνδυασμός των καθαρών εγχύσεων r_{nt} στους κόμβους, σταθμισμένων με τους συντελεστές PTDF. Καμία γραμμή του δικτύου δεν υπερβαίνει τη μεταφορική της ικανότητα, και η συμφόρηση εσωτερικεύεται απευθείας κατά την βελτιστοποίηση, όπως έχει ήδη αναλυθεί στο κεφάλαιο 2.[2,9,12]

Η εξίσωση (13) δηλώνει ότι το άθροισμα των καθαρών εγχύσεων σε όλους τους κόμβους ισούται με μηδέν σε κάθε χρονική περίοδο. Δηλαδή, ό,τι «περισεύει» σε κάποιον κόμβο ως καθαρή παραγωγή, απορροφάται από κάποιον άλλο, διασφαλίζοντας τη συνολική ισορροπία του συστήματος. Πρόκειται για εξίσωση κρίσιμη, καθώς επιβάλλει την αρχή διατήρησης ενέργειας στο σύνολο του δικτύου και καθιστά εφικτό τον υπολογισμό των κομβικών τιμών με μοναδικό τρόπο. Στην πράξη, η συνθήκη αυτή προσομοιώνεται με την ύπαρξη ενός **κόμβου αναφοράς (slack bus)**, ο οποίος αναλαμβάνει τυχόν αριθμητικές αποκλίσεις και εξασφαλίζει τη μοναδικότητα των τιμών σε όλο το δίκτυο.

Η εξίσωση (14) θέτει ένα ανώτατο όριο στην αποκοπή φορτίου, ορίζοντας το μέγεθος αυτό να μην υπερβαίνει ποτέ τη ζήτηση D_{nt} . Αυτό είναι απαραίτητο για να αποφευχθεί η εμφάνιση μη ρεαλιστικών λύσεων, όπου το μοντέλο «περικόπτει» περισσότερο φορτίο από αυτό που πραγματικά υπάρχει. Η εξίσωση διασφαλίζει ότι η μεταβλητή λειτουργεί αποκλειστικά ως εργαλείο εξισορρόπησης και όχι ως τεχνητή ποσότητα.

Τέλος, η εξίσωση (15) καθορίζει τα επιτρεπτά πεδία τιμών για τις μεταβλητές του μοντέλου. Οι μεταβλητές της παραγωγής, της εκκίνησης και του load shedding είναι μη αρνητικές συνεχείς μεταβλητές, ενώ της δέσμευσης είναι δυαδική $\{0,1\}$ εκφράζοντας αν μια μονάδα βρίσκεται εκτός ή εντός λειτουργίας. Αυτός ο περιορισμός είναι τυπικός σε MIP διατυπώσεις και ολοκληρώνει τη μαθηματική θεμελίωση του μοντέλου.

4.3 Οικονομική Ερμηνεία – Θεωρητικό Πλαίσιο Τιμολόγησης

4.3.1 Κυρτότητα και Προβλήματα MIP

Η έννοια της **κυρτότητας** σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης σχετίζεται με την αντικειμενική συνάρτηση και το σύνολο των εφικτών λύσεων. Ένα πρόβλημα θεωρείται

κυρτό όταν: (α) ο χώρος των εφικτών λύσεων είναι κυρτό σύνολο, δηλαδή οποιοσδήποτε συνδυασμός δύο εφικτών λύσεων είναι επίσης εφικτός, και (β) η αντικειμενική συνάρτηση είναι κυρτή (στην ελαχιστοποίηση) ή κοίλη (στη μεγιστοποίηση). Σε τέτοιες περιπτώσεις, οποιοδήποτε τοπικό βέλτιστο σημείο ταυτίζεται με το **ολικό βέλτιστο**, γεγονός που εξασφαλίζει μοναδικότητα και σταθερότητα της λύσης. [12]

Η κυρτότητα έχει καίρια σημασία στην οικονομική ερμηνεία. Όταν το πρόβλημα είναι κυρτό, τότε οι δυικές μεταβλητές που προκύπτουν από τους περιορισμούς αποκτούν άμεση οικονομική σημασία ως **τιμές ισορροπίας Walras**. Αυτό συνεπάγεται ότι η ελαχιστοποίηση του κόστους λειτουργίας στο πρωτεύον πρόβλημα είναι ισοδύναμη με τη μεγιστοποίηση του κοινωνικού οφέλους στο δυικό, διασφαλίζοντας την ύπαρξη μιας ανταγωνιστικής ισορροπίας όπου κανένας συμμετέχων δεν έχει κίνητρο να αποκλίνει από την αγορά. [7]

Ωστόσο, τα unit commitment μοντέλα είναι διατυπωμένα ως MIP, τα οποία δεν είναι κυρτά. Ο λόγος είναι ότι περιλαμβάνουν δυαδικές μεταβλητές (π.χ. αν μια μονάδα είναι on/off στην παρούσα εργασία), οι οποίες εισάγουν διακριτές επιλογές και καταργούν την κυρτότητα του εφικτού χώρου [12]. Ο γραμμικός συνδυασμός ενός «on» και ενός «off» δεν έχει ενδιάμεση φυσική ερμηνεία, άρα δεν είναι αποδεκτή λύση. Εξαιτίας αυτής της μη-κυρτότητας, οι δυικές μεταβλητές που θα εξάγονταν από το MIP δεν μπορούν να ερμηνευθούν άμεσα ως τιμές αγοράς, κάτι που δημιουργεί το βασικό πρόβλημα στην εξαγωγή οικονομικής ερμηνείας και τιμών από τέτοιου τύπου μοντέλα [7,8].

4.3.2 IP Pricing και Δυικές Μεταβλητές του Μοντέλου

Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα της μη κυρτότητας, στη διεθνή βιβλιογραφία έχουν αναπτυχθεί ειδικές μέθοδοι τιμολόγησης για μη κυρτές αγορές [7,12]. Εκείνη που εφαρμόζεται για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων στα πλαίσια της παρούσας εργασίας είναι το **IP Pricing** (Integer Programming Pricing). Στην πράξη, επιλύεται το πλήρες unit commitment πρόβλημα με όλες τις δυαδικές μεταβλητές, ώστε να προκύψει η βέλτιστη ακέραια λύση, δηλαδή ποιες μονάδες τίθενται σε λειτουργία και πότε. Στην συνέχεια, οι δυαδικές μεταβλητές παγώνουν στις τιμές που έλαβαν από τη λύση του MIP και χαλαρώνουν σε συνεχείς μεταβλητές στο διάστημα $[0,1]$. Με αυτόν τον τρόπο διαμορφώνεται ένα νέο **γραμμικό πρόβλημα (LP)**, στο οποίο οι αποφάσεις ένταξης είναι σταθερές και η επίλυση γίνεται αποκλειστικά με συνεχείς μεταβλητές. Από τη λύση αυτού του LP προκύπτουν οι δυικές μεταβλητές των περιορισμών ισοζυγίου ισχύος και μεταφοράς, οι οποίες αποκτούν καθαρή οικονομική ερμηνεία: αντιστοιχούν στις κομβικές οριακές τιμές (LMPs) και στα σήματα συμφόρησης του δικτύου. Έτσι το IP Pricing γεφυρώνει το χάσμα ανάμεσα στη μη κυρτή διατύπωση του UC και στην ανάγκη για συνεπή οικονομική σηματοδότηση, αφού χρησιμοποιεί το MIP για τον ακριβή προγραμματισμό των μονάδων και το αντίστοιχο LP για την εξαγωγή τιμών. [7,12]

Το **γραμμικό πρόβλημα** που προκύπτει στο δεύτερο στάδιο διατηρεί την ίδια αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς του αρχικού μοντέλου, με τη διαφορά ότι οι μεταβλητές δέσμευσης w_{gt} αντιμετωπίζονται ως συνεχείς και σταθεροποιούνται στις τιμές που πήραν στη βέλτιστη MIP λύση [7]. Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζεται ότι το LP είναι συνεπές με τις τεχνικές αποφάσεις του UC, ενώ παράλληλα παρέχει τις δυϊκές μεταβλητές που χρειάζονται για τον υπολογισμό των LMPs [2]. Το γραμμικό πρόβλημα που αναπαριστά ποιοτικά αυτή την ανάλυση είναι το παρακάτω [12]:

$$\begin{aligned} (IP): \min_{p,r} \sum_{g \in G} TC_g(u_g^*, p_g) \\ (\lambda): \sum_{g \in G} p_g = D_t, \quad t \in T \\ h_g(p_g, r_g, u_g^*) \leq 0, \quad g \in G \end{aligned}$$

Στο γραμμικό πρόβλημα που παρουσιάστηκε, το u_g^* εκφράζει τις τιμές των δυαδικών μεταβλητών ένταξης μονάδων w_{gt} , όπως προέκυψαν από την επίλυση του αρχικού MIP προβλήματος. Στη φάση αυτή οι μεταβλητές αυτές θεωρούνται σταθερές και συνεχείς, επιτρέποντας να σχηματιστεί ένα αμιγώς γραμμικό πρόβλημα (LP). Η πρώτη εξίσωση αποτελεί την αντικειμενική συνάρτηση, η οποία ελαχιστοποιεί το άθροισμα των κόστους παραγωγής των μονάδων (TC_g) που είναι δεσμευμένες, λαμβάνοντας υπόψη τις τιμές u_g^* . Ακολουθεί το ισοζύγιο προσφοράς-ζήτησης, όπου το άθροισμα της παραγωγής όλων των μονάδων πρέπει να καλύπτει τη ζήτηση σε κάθε χρονική περίοδο. Τέλος, ο περιορισμός $h_g(p_g, r_g, u_g^*) \leq 0, \quad g \in G$, συνοψίζει όλους τους τεχνικούς περιορισμούς που διέπουν τη λειτουργία της κάθε μονάδας. Στην πράξη, ενσωματώνει τα όρια μέγιστης και ελάχιστης ισχύος, τους περιορισμούς ανόδου/καθόδου ισχύος (ramping), καθώς και τους ελάχιστους χρόνους λειτουργίας και παύσης, λαμβάνοντας υπόψη την κατάσταση δέσμευσης που προήλθε από το MIP. Στο μοντέλο που παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.2.4, αυτός ο γενικός περιορισμός αντιστοιχεί στο σύνολο των εξισώσεων (3)–(10), οι οποίες περιγράφουν αναλυτικά τις ίδιες τεχνικές συνθήκες.

Επομένως στο δυικό πρόβλημα αντιστοιχεί η παρακάτω μεταβλητή:

- **λ** : είναι η δυική του κομβικού ισοζυγίου ισχύος (**εξίσωση 2**). Οικονομικά είναι το LMP του κόμβου n , την χρονική περίοδο t . Έχει την κλασική ερμηνεία της οριακής αξίας μιας ακόμη MWh στον κόμβο n , ενσωματώνοντας την ενεργειακή συνιστώσα και (αν υπάρχουν δεσμευτικοί περιορισμοί ροής) τη συνιστώσα συμφόρησης.[2,12]

Ωστόσο, στην πράξη η μέθοδος αυτή δεν χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία, καθώς το μοντέλο δεν μπορούσε να λυθεί ως μικτό ακέραιο με τις μεθόδους που εξετάζονται σε αποδεκτό χρόνο. Συνεπώς, τα αποτελέσματα του Κεφαλαίου 6 έχουν εξαχθεί με χαλαρωμένο το μοντέλο.

4.3.3 Εναλλακτικές Μέθοδοι Τιμολόγησης

Εκτός από το IP Pricing, δύο ακόμη μέθοδοι που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία είναι η **γραμμική χαλάρωση** και το **κυρτό κέλυφος**. Στη γραμμική χαλάρωση οι δυαδικές μεταβλητές του MIP αντιμετωπίζονται ως συνεχείς στο $[0,1]$. Το πρόβλημα μετατρέπεται σε LP και οι δυικές μεταβλητές που προκύπτουν χρησιμοποιούνται ως τιμές εκκαθάρισης. Η μέθοδος είναι απλή και γρήγορη, αλλά οι τιμές που παράγει δεν συνδέονται πάντα με φυσικά εφαρμόσιμες ακέραιες λύσεις. Αντίθετα, η μέθοδος του κυρτού κελύφους κατασκευάζει το ελάχιστο κυρτό σύνολο που περιέχει όλες τις ακέραιες λύσεις, εξασφαλίζοντας τιμές πιο συνεπείς με την πραγματική οικονομική λογική του συστήματος και μειώνοντας την ανάγκη για uplift payments, αν και με αυξημένο υπολογιστικό κόστος. [7,12]

4.4 Προγραμματιστική Υλοποίηση και Εργαλεία Επίλυσης

Η μετάφραση των μαθηματικών εξισώσεων σε υπολογιστικό κώδικα αποτελεί κομβικό βήμα για τη μελέτη του συστήματος. Η υλοποίηση του μοντέλου σε κώδικα, συνιστά το στάδιο όπου οι θεωρητικές σχέσεις μετατρέπονται σε λειτουργικό εργαλείο, ικανό να προσομοιώσει την αγορά ηλεκτρικής ενέργειας, να επεξεργαστεί τα αποτελέσματα και να επιτρέψει την εκτέλεση πλήθους σεναρίων με διαφορετικά δεδομένα και παραδοχές. Η διαδικασία αυτή προσφέρει τη δυνατότητα επαλήθευσης της θεωρίας στην πράξη, επιτρέπει την ανάλυση της επίδρασης του μοντέλου σε ρεαλιστικά περιβάλλοντα και καθιστά δυνατή τη διερεύνηση της επίδρασης κρίσιμων παραμέτρων, όπως η ζήτηση, η παραγωγή από ΑΠΕ ή η τοπολογία του δικτύου.

Εξίσου σημαντική είναι η κατανόηση του τρόπου με τον οποίο αντιμετωπίζεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης σε επίπεδο υπολογισμού. Το υπό μελέτη μοντέλο, ως μικτό ακέραιο γραμμικό πρόγραμμα, απαιτεί εξειδικευμένους αλγορίθμους και ισχυρούς επιλυτές (solvers) για να καταστεί εφικτή η επίλυσή του. Οι επιλογές της γλώσσας προγραμματισμού, των βιβλιοθηκών μοντελοποίησης και των αλγοριθμικών μεθόδων που χρησιμοποιούν οι solvers, καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό την ακρίβεια, την ταχύτητα και την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων. Στις επόμενες υποενότητες παρουσιάζονται αναλυτικά οι βασικές επιλογές που υιοθετήθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας: η γλώσσα Julia και το περιβάλλον ανάπτυξης, οι αλγοριθμικές μέθοδοι που ενσωματώνουν οι επιλυτές όπως ο **Gurobi**, καθώς και το υπολογιστικό περιβάλλον μέσα στο οποίο εκτελέστηκαν οι προσομοιώσεις.

Αξίζει να υπογραμμιστεί ότι η υλοποίηση δεν ξεκίνησε από μηδενική βάση. Στηρίχθηκε σε προϋπάρχον μοντέλο κώδικα ζωνικής τιμολόγησης, το οποίο επεκτάθηκε και προσαρμόστηκε κατάλληλα ώστε να παράγει αποτελέσματα σε επίπεδο κόμβου (nodal pricing). Σε αυτήν την εμπλουτισμένη εκδοχή πραγματοποιήθηκαν οι προσομοιώσεις και αναλύθηκαν τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας.

4.4.1 Γλώσσα Προγραμματισμού και Περιβάλλον Ανάπτυξης

Για την υπολογιστική υλοποίηση του μοντέλου επιλέχθηκε η γλώσσα **Julia**, η οποία έχει αναπτυχθεί ειδικά για επιστημονικούς και αριθμητικούς υπολογισμούς. Η Julia είναι μια **δυναμική γλώσσα υψηλού επιπέδου**, που συνδυάζει την ευχρηστία γλωσσών όπως η Python ή η Matlab με επιδόσεις αντίστοιχες της C και της Fortran. Χάρη στη σχεδίασή της, προσφέρει τη δυνατότητα ταχείας ανάπτυξης αλγορίθμων, ενώ παραμένει επαρκώς αποδοτική ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μεγάλης κλίμακας μοντέλα. Η δυναμική φύση της γλώσσας θα αποδειχθεί ιδιαίτερα χρήσιμη και σε επόμενα στάδια της εργασίας, όπου απαιτούνται προσαρμογές και δοκιμές σε πολλαπλά σενάρια. Για περισσότερες πληροφορίες παρατίθεται ο σχετικός σύνδεσμος : [Julia Programming Language](#).

Η ανάπτυξη του κώδικα πραγματοποιήθηκε στο περιβάλλον **Visual Studio Code (VS Code)**, το οποίο υποστηρίζει εκτενή εργαλεία για debugging, διαχείριση αρχείων δεδομένων και οπτικοποίηση αποτελεσμάτων.

Κεντρικό ρόλο στη μοντελοποίηση παίζει το πακέτο **JuMP**, μια βιβλιοθήκη της Julia για μαθηματικό προγραμματισμό. Το JuMP επιτρέπει την εύκολη και αναγνώσιμη διατύπωση προβλημάτων γραμμικής, μη γραμμικής και μικτής ακέραιας βελτιστοποίησης, τα οποία στη συνέχεια επιλύονται από εξωτερικούς solvers. Η χρήση του, καθιστά τον κώδικα κοντά στη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος, διευκολύνοντας έτσι τη σύνδεση ανάμεσα στις εξισώσεις που παρουσιάστηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια και στην υπολογιστική τους επίλυση.

4.4.2 Επιλυτές και Αλγοριθμικές Μέθοδοι

Για την επίλυση του μοντέλου χρησιμοποιήθηκε ο **Gurobi Optimizer**, ένας από τους πλέον διαδεδομένους και αποδοτικούς επιλυτές μικτών ακέραιων και γραμμικών προβλημάτων. Ο Gurobi είναι διαθέσιμος για ακαδημαϊκή χρήση μέσω δωρεάν άδειας, γεγονός που καθιστά εφικτή την αξιοποίηση των πλήρων δυνατοτήτων του στο πλαίσιο πανεπιστημιακών εργασιών και ερευνητικών έργων. Για περισσότερες πληροφορίες παρατίθεται ο σχετικός σύνδεσμος: [Gurobi Optimizer](#).

Ο Gurobi αξιοποιεί διαφορετικές μεθόδους επίλυσης ανάλογα με τον τύπο του προβλήματος και το μέγεθος της χαλάρωσης στη ρίζα του (root relaxation). Στις προεπιλεγμένες ρυθμίσεις του, εφαρμόζει συνήθως concurrent methods για γραμμικά προβλήματα (ταυτόχρονη εκτέλεση περισσότερων μεθόδων ώστε να επιλεγεί η ταχύτερη), ενώ για τετραγωνικά ή μη γραμμικά προβλήματα επιλέγει τον αλγόριθμο Barrier. Στα μικτά ακέραια γραμμικά προγράμματα, το αρχικό χαλαρωμένο πρόβλημα αντιμετωπίζεται συνήθως με τους αλγόριθμους Dual Simplex ή Barrier, ανάλογα με το μέγεθος και τη δομή του μοντέλου. Από εκεί και πέρα, η βασική διαδικασία για την εύρεση ακέραιας λύσης είναι το Branch-and-Bound (B&B), το οποίο στηρίζεται στη συστηματική διάσπαση του αρχικού προβλήματος σε υποπροβλήματα και στην

εκτίμηση άνω και κάτω φραγμάτων για την αντικειμενική συνάρτηση. Η μέθοδος αυτή επιτρέπει την αποκοπή περιοχών του χώρου λύσεων που δεν μπορούν να οδηγήσουν σε βέλτιστο αποτέλεσμα, εστιάζοντας υπολογιστικούς πόρους στις πιο υποσχόμενες κατευθύνσεις.

Ο αλγόριθμος Barrier, αποτελεί μέθοδο εσωτερικού σημείου που μετατρέπει τους περιορισμούς ενός προβλήματος σε όρους που λειτουργούν ως φραγμοί. Αντί να κινείται στις ακμές ενός πολυέδρου όπως το simplex, ο barrier ακολουθεί “μονοπάτια” στο εσωτερικό της εφικτής περιοχής, συγκλίνει σε βέλτιστα σημεία με υψηλή ακρίβεια και είναι ιδιαίτερα αποδοτικός σε μεγάλα και πυκνά προβλήματα. Στην παρούσα εργασία, οι δύο αυτοί αλγόριθμοι – B&B και Barrier– βρέθηκαν στο επίκεντρο της διαδικασίας επίλυσης, καθώς ο solver προσαρμόστηκε ώστε να ανταποκρίνεται στις ανάγκες του μοντέλου.

Εκτός από τις ρυθμίσεις που αφορούν την επιλογή της μεθόδου βελτιστοποίησης (όπως ο Barrier ή το B&B), ο Gurobi προσφέρει και ένα πολύ ευρύτερο σύνολο παραμέτρων που δίνουν στον χρήστη τη δυνατότητα να ελέγξει σε βάθος τη συμπεριφορά του επιλυτή. Οι ρυθμίσεις αυτές εκτείνονται από βασικά όρια, όπως το MIPGap (επιθυμητή απόσταση από τη βέλτιστη λύση) και την ακρίβεια των αριθμητικών υπολογισμών, μέχρι την παρακολούθηση και διαχείριση του χρόνου εκτέλεσης και της χρήσης μνήμης. Αν και οι default ρυθμίσεις του Gurobi είναι συχνά παραπάνω από επαρκείς, η δυνατότητα αυτής της παραμετροποίησης επιτρέπει την προσαρμογή του solver στις ιδιαιτερότητες κάθε προβλήματος, είτε πρόκειται για επιτάχυνση της διαδικασίας, είτε για μεγαλύτερη αξιοπιστία στην εξαγωγή των αποτελεσμάτων. Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, οι δυνατότητες αυτές αξιοποιήθηκαν προκειμένου να βελτιστοποιηθεί η απόδοση του μοντέλου και να καταστεί δυνατή η επίλυση μεγάλων και απαιτητικών περιπτώσεων.

Ωστόσο, η αποδοτικότητα κάθε επίλυσης δεν εξαρτάται μόνο από τον solver, αλλά και από το υπολογιστικό περιβάλλον στο οποίο αυτός εκτελείται· στοιχείο που παρουσιάζεται στην επόμενη υποενότητα.

4.4.3 Υπολογιστικό Περιβάλλον

Οι προσομοιώσεις και τα πειραματικά αποτελέσματα της εργασίας υλοποιήθηκαν σε προσωπικό υπολογιστή Apple MacBook με επεξεργαστή M1 και μνήμη 8 GB RAM. Το λειτουργικό σύστημα ήταν macOS, ενώ για την ανάπτυξη και εκτέλεση του κώδικα, όπως έχει ήδη αναφερθεί, χρησιμοποιήθηκε το περιβάλλον VS Code.

Η καταγραφή του υπολογιστικού περιβάλλοντος είναι απαραίτητη, καθώς οι διαθέσιμοι πόροι (CPU, RAM) και τα χαρακτηριστικά του συστήματος επηρεάζουν άμεσα τον χρόνο επίλυσης και τη δυνατότητα αντιμετώπισης μεγάλων cases. Σε ορισμένες περιπτώσεις, η απόδοση του solver μπορεί να διαφοροποιηθεί σημαντικά ανάλογα με το hardware, καθιστώντας κρίσιμη τη σαφή αναφορά στο πλαίσιο μέσα

στο οποίο εκτελέστηκαν οι δοκιμές. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται διαφάνεια στην αξιολόγηση των αποτελεσμάτων και παρέχεται δυνατότητα σύγκρισης με άλλες μελέτες ή μελλοντικές επεκτάσεις της παρούσας εργασίας.

Κεφάλαιο 5 – Μέθοδοι Επιλεκτικής Ενεργοποίησης Περιορισμών Μεταφοράς Ισχύος

Αν και το κομβικό μοντέλο παρουσιάζει, όπως φάνηκε στις προηγούμενες ενότητες, σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τη ζωνική προσέγγιση, συνοδεύεται ταυτόχρονα από αυξημένη υπολογιστική πολυπλοκότητα. Ο πιο βασικός από τους παράγοντες που συμβάλλουν σε αυτή την πολυπλοκότητα, είναι οι περιορισμοί μεταφοράς ισχύος που εισάγονται μέσω των PTDF. Για κάθε χρονική περίοδο t και για κάθε γραμμή k του δικτύου, το μοντέλο απαιτεί την προσθήκη δύο περιορισμών (forward και backward), με αποτέλεσμα το συνολικό πλήθος τους να ανέρχεται σε $2KT$. Το ζήτημα αυτό γίνεται ακόμη πιο έντονο στην πράξη, καθώς η επίλυση σε εμπορικό υπολογιστή, όπως αυτόν που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία, με τα χαρακτηριστικά που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 4, καθίσταται πρακτικά ανέφικτη για αρκετές περιπτώσεις σε εύλογους χρόνους. Το ζήτημα αυτό έχει αναδειχθεί εκτενώς στη διεθνή βιβλιογραφία, καθώς παρόμοια προβλήματα εμφανίζονται σε μοντέλα βελτιστοποίησης υπό περιορισμούς ασφαλείας [16], σε δίκτυα διανομής με δομικούς περιορισμούς ακτινικότητας [17], αλλά και σε προχωρημένες διατυπώσεις δέσμευσης μονάδων με πρόσθετους περιορισμούς ασφάλειας [23].

Για την αντιμετώπιση της εκρηκτικής αύξησης των περιορισμών, η παρούσα εργασία εστιάζει στη χρήση των Μεθόδων Επιλεκτικής Ενεργοποίησης Περιορισμών Μεταφοράς Ισχύος (Lazy constraints), όπου οι περιορισμοί δεν φορτώνονται εξ αρχής όλοι στο μοντέλο αλλά εισάγονται σταδιακά μόνο όταν εντοπιστούν παραβιάσεις σε υποψήφιες λύσεις. Η προσέγγιση αυτή έχει ήδη εφαρμοστεί με επιτυχία σε μεγάλης κλίμακας προβλήματα ασφαλείας και αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας, μειώνοντας σημαντικά τους χρόνους επίλυσης χωρίς να θυσιάζεται η ορθότητα ή η βελτιστότητα της λύσης [16,22,25]. Συνεπώς, μαζί με την ανάπτυξη του κομβικού μοντέλου με χρήση PTDF, η υλοποίηση των lazy constraints συνιστά τον δεύτερο κεντρικό πυλώνα της διπλωματικής αυτής εργασίας, καθορίζοντας σε μεγάλο βαθμό την αποδοτικότητα και την πρακτική αξιοπιστία των αποτελεσμάτων που θα παρουσιαστούν στο επόμενο κεφάλαιο.

5.1 Η Βασική Ιδέα των Lazy Constraints

Η έννοια των lazy constraints αποκτά πραγματικό νόημα όταν συνδεθεί με την επίλυση συγκεκριμένων δικτυακών προβλημάτων. Στο παράδειγμα του τριγωνικού συστήματος που παρουσιάστηκε στην ενότητα 2.3.2, η αρχική επίλυση του χαλαρού μοντέλου (χωρίς περιορισμούς PTDF) οδήγησε σε παραβίαση του ορίου της Γραμμής 1. Η λύση αυτή είναι μεν οικονομικά αποδοτική, αλλά δικτυακά ανεφάρμοστη, αφού η γραμμή υπερφορτώνεται.

Η φιλοσοφία των lazy constraints προτείνει μια διαφορετική στρατηγική: αντί να φορτωθούν εξ αρχής όλοι οι περιορισμοί PTDF για όλες τις γραμμές και όλα τα χρονικά

βήματα, εισάγεται μόνο ο περιορισμός που αντιστοιχεί στη γραμμή και στην περίοδο όπου εντοπίστηκε η παραβίαση. Στο παράδειγμα, αυτό σημαίνει ότι το μοντέλο εμπλουτίζεται αποκλειστικά με τον περιορισμό της Γραμμής 1 για το συγκεκριμένο χρονικό βήμα, αφήνοντας ανέπαφες τις υπόλοιπες γραμμές. Με τον τρόπο αυτό, το μοντέλο δεν επιβαρύνεται με επιπλέον περιορισμούς, οι οποίοι ουσιαστικά δεν συνεισφέρουν στην ορθή επίλυση του συστήματος, αλλά προσθέτουν υπολογιστικό κόστος.

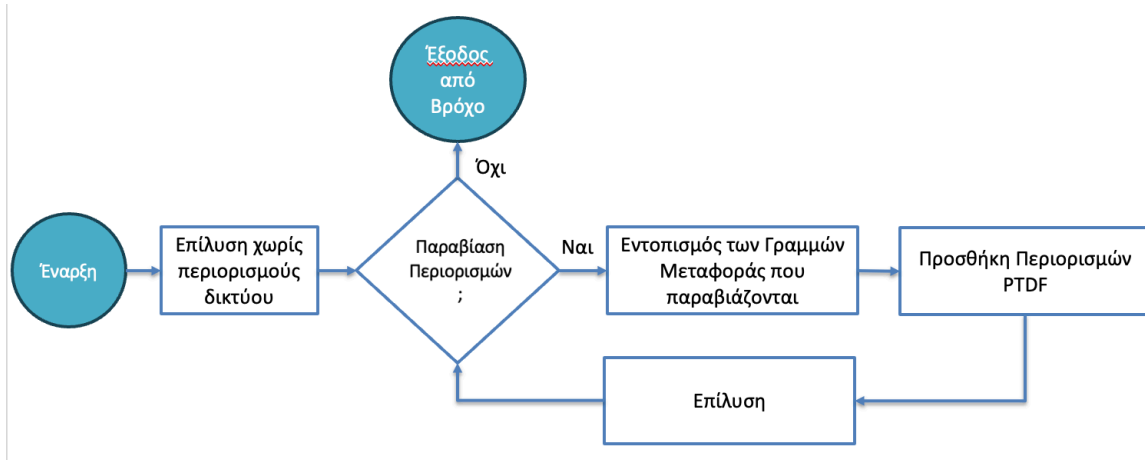
Στην παρούσα εργασία αναπτύχθηκαν τέσσερις διαφορετικές μέθοδοι, οι οποίες χωρίζονται σε δύο κύριες ομάδες με βάση τον τρόπο λειτουργίας τους. Η πρώτη ομάδα υλοποιείται μέσω κώδικα που εκτελείται εκτός του solver και κατευθύνει διαδοχικά τις επιλύσεις με βάση τις παραβιάσεις που εντοπίζονται. Η δεύτερη ομάδα, αντίθετα, αξιοποιεί ενσωματωμένους μηχανισμούς του Gurobi, ώστε οι περιορισμοί να εισάγονται δυναμικά. Με αυτό τον τρόπο αναδεικνύεται η γενικότερη λογική των lazy constraints, η οποία μπορεί να υλοποιηθεί είτε με εξωτερικό έλεγχο της λύσης, είτε με ενσωματωμένη διαχείριση εντός του αλγορίθμου επίλυσης. Για πλήρη κατανόηση, κάθε μέθοδος θα συνδεθεί με το παράδειγμα της ενότητας 2.3.2, με σκοπό την ανάδειξη των διαφορών ανάμεσα τους.

5.2 Επαναληπτικές Μέθοδοι Προσθήκης Περιορισμών PTDF

Η πρώτη ομάδα μεθόδων που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας δεν αξιοποιεί ενσωματωμένους μηχανισμούς του solver, αλλά εφαρμόζει μια εξωτερική επαναληπτική διαδικασία η οποία συγκλίνει σε κάθε βήμα προς την λύση. Η βασική φιλοσοφία στηρίζεται στη χρήση ενός **while βρόχου**, όπου σε κάθε επανάληψη επιλύεται το μοντέλο με το τρέχον σύνολο περιορισμών PTDF και κατόπιν ελέγχεται ποιες γραμμές παραβιάζουν τα όρια μεταφοράς τους. Στην αρχική επανάληψη το μοντέλο επιλύεται ως copper plate, δηλαδή χωρίς κανέναν περιορισμό μεταφοράς. Στην συνέχεια, για κάθε γραμμή της οποίας η ροή παραβιάζει το μεταφορικό της όριο, οι αντίστοιχοι περιορισμοί PTDF προστίθενται και το μοντέλο επιλύεται εκ νέου. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι να μην εμφανιστεί καμία νέα παραβίαση, οπότε και το loop τερματίζεται και η λύση που προκύπτει θεωρείται η τελική.

Η μεθοδολογία αυτή έχει δύο κύρια χαρακτηριστικά. Πρώτον, κάθε επιμέρους επίλυση σε κάθε επανάληψη του βρόχου απαιτεί σχετικά μικρό χρόνο, καθώς το μοντέλο περιλαμβάνει μόνο ένα υποσύνολο των περιορισμών ροής, γεγονός που μειώνει σημαντικά το μέγεθος του μοντέλου σε κάθε βήμα. Δεύτερον, κάθε περιορισμός προστίθεται μόνο μία φορά: μόλις μια γραμμή εντοπιστεί ως παραβιασμένη σε συγκεκριμένη χρονική περίοδο και επιβληθεί ο αντίστοιχος περιορισμός PTDF, στην επόμενη επανάληψη η γραμμή αυτή δεν εμφανίζει πλέον παραβίαση. Έτσι, το μοντέλο “χτίζει” σταδιακά το αναγκαίο σύνολο περιορισμών, αποφεύγοντας την εξ αρχής εισαγωγή όλων των 2KT περιορισμών που θα καθιστούσαν το πρόβλημα δυσανάλογα βαρύ.

Για να καταστεί πιο κατανοητή η λειτουργία του βρόχου επαναλήψεων, στο σχήμα που ακολουθεί αποτυπώνεται διαγραμματικά η διαδικασία. Συνοπτικά, το πρόβλημα επιλύεται αρχικά χωρίς περιορισμούς δικτύου. Στη συνέχεια, το μοντέλο εισέρχεται στη φάση του βρόχου: εφόσον εντοπιστεί παραβίαση σε γραμμή μεταφοράς, ο αντίστοιχος περιορισμός PTDF ενεργοποιείται και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Ο βρόχος συνεχίζεται μέχρι να μην ανιχνεύεται καμία παραβίαση, οπότε και η διαδικασία τερματίζει.



Εικόνα 4: Διαγραμματική απεικόνιση της λειτουργίας του βρόχου ενεργοποίησης περιορισμών PTDF.

Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι το μοντέλο επιλύεται σε χαλαρωμένη μορφή, καθώς η δυαδική μεταβλητή w_{gt} έχει συνεχές εύρος $[0,1]$. Με τον τρόπο αυτό, μειώνεται περαιτέρω η υπολογιστική πολυπλοκότητα, διευκολύνοντας την εκτέλεση των πολλαπλών επαναλήψεων του loop, διατηρώντας παράλληλα την ακρίβεια των αποτελεσμάτων.

Στις επόμενες υποενότητες παρουσιάζονται οι τρεις παραλλαγές που υλοποιούν αυτή τη φιλοσοφία, οι οποίες διαφοροποιούνται αποκλειστικά ως προς τον τρόπο με τον οποίο εισάγονται οι νέοι περιορισμοί PTDF κάθε φορά που εντοπίζεται παραβίαση. Η ανάλυση θα συνδεθεί με το παράδειγμα του τριγωνικού συστήματος της ενότητας 2.3.2, ώστε να γίνει πιο απτή η διαφοροποίηση μεταξύ των μεθόδων. Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι στην πράξη το μοντέλο day-ahead επιλύεται για όλες τις χρονικές περιόδους της ημέρας (96 βήματα), όπου η παραγωγή και το φορτίο των κόμβων μεταβάλλονται συνεχώς, και κατ' επέκταση αλλάζουν οι καθαρές εγχύσεις ανά κόμβο και οι ροές στις γραμμές. Συνεπώς, το παράδειγμα λειτουργεί ως ένα απλουστευμένο στιγμιότυπο για μία μεμονωμένη χρονική περίοδο t , που βοηθά στην κατανόηση της μεθοδολογίας, ενώ οι ίδιες αρχές εφαρμόζονται διαδοχικά σε όλα τα χρονικά βήματα του πλήρους προβλήματος.

5.2.1 Διπλής Κατεύθυνσης

Η πρώτη μέθοδος ονομάζεται Διπλής Κατεύθυνσης και στηρίζεται στην εξής λογική: όταν μια γραμμή k εντοπιστεί να υπερβαίνει το όριο μεταφοράς της σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο t , τότε στο μοντέλο εισάγονται και οι δύο περιορισμοί κατευθύνσεως (forward και backward) PTDF για τη γραμμή αυτή, αλλά αποκλειστικά για την περίοδο t . Με άλλα λόγια, το μοντέλο επιβάλλει τη μέγιστη και την ελάχιστη ροή της γραμμής για το συγκεκριμένο χρονικό βήμα, χωρίς να προσθέτει περιττούς περιορισμούς για άλλες περιόδους όπου δεν παρατηρείται παραβίαση.

Η διαδικασία υλοποιείται μέσω ενός while loop, το οποίο στην πρώτη επανάληψη λύνει το μοντέλο χωρίς κανέναν περιορισμό PTDF. Στη συνέχεια, για κάθε γραμμή και χρονική περίοδο όπου εμφανίζεται παραβίαση, προστίθενται οι περιορισμοί:

$$P_{k,t} \leq f_k^+, \quad P_{k,t} \geq -f_k^-$$

και το μοντέλο επιλύεται εκ νέου. Η επανάληψη συνεχίζεται μέχρι να μην προκύπτει καμία παραβίαση, οπότε και το loop τερματίζεται.

Η μέθοδος αυτή εξασφαλίζει ότι κάθε παραβίαση αντιμετωπίζεται τοπικά, δηλαδή στο ακριβές χρονικό σημείο όπου εντοπίζεται, ενώ ταυτόχρονα επιβάλλονται περιορισμοί και για τις δύο κατευθύνσεις της ροής. Με αυτόν τον τρόπο, μειώνεται δραστικά ο αριθμός των περιορισμών που πρέπει να φορτωθούν εξ αρχής στο μοντέλο, καθώς αποφεύγεται η περιττή επιβολή PTDF περιορισμών σε χρονικές περιόδους όπου οι γραμμές παραμένουν εντός ορίων.

Η λειτουργία της μεθόδου γίνεται πιο κατανοητή αν συνδεθεί με το παράδειγμα του τριγωνικού συστήματος της ενότητας 2.3.2. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, η αρχική λύση του μοντέλου χωρίς PTDF περιορισμούς οδηγεί σε υπέρβαση του ορίου της Γραμμής 1. Σύμφωνα με τη φιλοσοφία της μεθόδου Διπλής Κατεύθυνσης, στην επόμενη επανάληψη εισάγονται για τη Γραμμή 1, και μόνο για τη συγκεκριμένη περίοδο t , τόσο ο περιορισμός για τη μέγιστη όσο και για την ελάχιστη επιτρεπτή ροή. Έτσι, η νέα λύση που προκύπτει συμμορφώνεται με το όριο της γραμμής αυτής, ενώ οι υπόλοιπες γραμμές παραμένουν χωρίς πρόσθετους περιορισμούς, εφόσον δεν είχαν παραβιαστεί. Επομένως, στην περίπτωση αυτή, αντί να εισαχθούν εξ αρχής όλοι οι 2KT=6 περιορισμοί του παραδείγματος (τρεις γραμμές, μία χρονική περίοδος, δύο κατευθύνσεις ανά γραμμή), εισάγονται τελικά μόνο 2 περιορισμοί για τη Γραμμή 1. Η μείωση αυτή αποτυπώνει με σαφήνεια το όφελος, καθώς το μοντέλο επιβαρύνεται μόνο με τους περιορισμούς της γραμμής που εμφανίζει την συμφόρηση.

Η μέθοδος αυτή αποτελεί την πιο άμεση εκδοχή της λογικής των lazy constraints, καθώς εισάγει πάντα το πλήρες σετ περιορισμών για μια γραμμή όταν αυτή εντοπίζεται ως παραβιασμένη για δεδομένο χρονικό βήμα t , ανεξαρτήτου κατευθύνσεως της ροής. Αυτό οδηγεί σε μια σχετικά συντηρητική αλλά και σταθερή προσέγγιση, όπου

εξασφαλίζεται ότι η γραμμή δεν θα παραβιαστεί εκ νέου στην ίδια χρονική περίοδο, όποια και αν είναι η κατεύθυνση της ροής ισχύος. Η αποτελεσματικότητα αυτής της μεθόδου θα συγκριθεί με τις υπόλοιπες παραλλαγές στο επόμενο κεφάλαιο, ώστε να φανεί η διαφορά στον αριθμό περιορισμών που τελικά εισάγονται, στον συνολικό χρόνο επίλυσης, αλλά και στον αριθμό των επαναλήψεων που χρειάζεται να εκτελέσει το loop, για να βρεθεί η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

5.2.2 Μονής κατεύθυνσης

Η δεύτερη μέθοδος, που ονομάζεται Μονής Κατεύθυνσης, είναι παρόμοια με την προηγούμενη με την εξής σημαντική διαφορά. Συγκεκριμένα, όταν μια γραμμή k εντοπιστεί να υπερβαίνει το όριο μεταφοράς της σε μια χρονική περίοδο t , τότε στο μοντέλο εισάγεται μόνο ο περιορισμός που αντιστοιχεί στην κατεύθυνση της ροής που προκάλεσε την παραβίαση. Δηλαδή, αν η υπέρβαση αφορά θετική ροή, προστίθεται μόνο ο forward περιορισμός, ενώ αν αφορά αρνητική ροή, προστίθεται μόνο ο backward περιορισμός. Με αυτό τον τρόπο, το μοντέλο εμπλουτίζεται με τον απολύτως αναγκαίο περιορισμό για το συγκεκριμένο χρονικό βήμα, χωρίς να επιβαρύνεται με επιπλέον περιορισμούς που δεν είναι ενεργοί.

Αντίστοιχα κατά την πρώτη επανάληψη του while loop, το μοντέλο λύνεται ως copper plate, χωρίς PTDF περιορισμούς. Στη συνέχεια, για κάθε παραβιασμένη γραμμή, προστίθεται μόνο ο περιορισμός της κατεύθυνσης που εμφανίστηκε να υπερβαίνει το όριο:

$$P_{k,t} \leq f_k^+ \quad \text{ή} \quad P_{k,t} \geq -f_k^-$$

και το μοντέλο επιλύεται εκ νέου. Το loop συνεχίζεται μέχρι να μην εμφανίζονται νέες παραβιάσεις.

Η μέθοδος αυτή, εφαρμόζει μια πιο “ελαφριά” εκδοχή της λογικής των lazy constraints σε σχέση με την Διπλής Κατεύθυνσης, καθώς για κάθε παραβίαση εισάγεται μόνο ένας περιορισμός αντί για δύο. Αυτό σημαίνει ότι, σε σύγκριση με την προηγούμενη μέθοδο, ο τελικός αριθμός περιορισμών μεταφοράς που προστίθενται στο μοντέλο είναι μικρότερος, και σχεδόν υποδιπλάσιος, όπως θα αποδειχθεί παρακάτω.

Αν συνδεθεί με το παράδειγμα του τριγωνικού συστήματος της ενότητας 2.3.2, όπου η αρχική λύση οδηγεί σε υπέρβαση του ορίου της Γραμμής 1 με θετική ροή, τότε η μέθοδος Μονής Κατεύθυνσης θα προσθέσει μόνο τον forward περιορισμό για τη Γραμμή 1 στην συγκεκριμένη περίοδο t . Στη νέα επίλυση της επόμενης επανάληψης του βρόχου, η λύση προσαρμόζεται ώστε να συμμορφώνεται με τον περιορισμό αυτό, ενώ δεν εισάγεται ο αντίστοιχος backward περιορισμός που δεν ήταν ενεργός. Έτσι, αντί να εισαχθούν εξ αρχής όλοι οι $2KT=6$ περιορισμοί του παραδείγματος, εισάγεται τελικά μόνο ένας, γεγονός που αποτυπώνει με σαφήνεια το όφελος της μεθόδου.

Η Μονής Κατεύθυνσης μπορεί να θεωρηθεί πιο επιλεκτική και στοχευμένη στρατηγική, καθώς εισάγει αποκλειστικά και μόνο τον περιορισμό που είναι πραγματικά απαραίτητος. Αντιμετωπίζει τη συμφόρηση αυστηρά τη στιγμή που αυτή εμφανίζεται και μόνο για το συγκεκριμένο χρονικό βήμα. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε ακόμη μικρότερο υπολογιστικό βάρος, αλλά ταυτόχρονα ενδέχεται να απαιτεί περισσότερες επαναλήψεις του loop, ώστε να εντοπιστούν και να εισαχθούν σταδιακά όλοι οι αναγκαίοι περιορισμοί.

5.2.3 Καθολική Εισαγωγή

Η τρίτη παραλλαγή της επαναληπτικής διαδικασίας, που ονομάστηκε Καθολική Εισαγωγή, διαφοροποιείται σημαντικά από τις δύο προηγούμενες ως προς την έκταση των περιορισμών που εισάγονται κάθε φορά. Συγκεκριμένα, όταν μια γραμμή k εντοπιστεί να υπερβαίνει το όριο μεταφοράς της σε μια χρονική περίοδο t , τότε στο μοντέλο εισάγονται και οι δύο περιορισμοί κατευθύνσεως για τη γραμμή αυτή, αλλά όχι μόνο για τη συγκεκριμένη περίοδο — για **όλα τα χρονικά βήματα της ημέρας**. Με άλλα λόγια, μόλις μια γραμμή εμφανίσει παραβίαση, επιβάλλεται να σέβεται το όριο της σε όλο τον χρονικό ορίζοντα του προβλήματος.

Όμοια με τις προηγούμενες μεθόδους, κατά την πρώτη επανάληψη του while loop, το μοντέλο λύνεται ως copper plate, χωρίς PTDF περιορισμούς. Στη συνέχεια, για κάθε γραμμή που παραβιάζεται, προστίθενται οι περιορισμοί:

$$P_{k,t} \leq f_k^+, \quad P_{k,t} \geq -f_k^-, \quad \forall t \in T_{15}$$

και το μοντέλο επιλύεται εκ νέου. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να μην υπάρχουν παραβιάσεις, οπότε και το loop τερματίζεται.

Η μέθοδος αυτή είναι η πιο εκτενής στον τρόπο εισαγωγής περιορισμών, καθώς η παραβίαση μιας γραμμής σε μία μόνο περίοδο αρκεί για να επιβληθούν περιορισμοί σε όλες τις χρονικές περιόδους. Αυτό σημαίνει ότι το μοντέλο επιβαρύνεται με περισσότερους περιορισμούς σε σχέση με τις μεθόδους Διπλής Κατεύθυνσης και Μονής Κατεύθυνσης, αλλά ταυτόχρονα μειώνεται η πιθανότητα εμφάνισης παραβιάσεων στις επόμενες επαναλήψεις, καθώς πρακτικά καλύπτονται εκ των προτέρων παραβιάσεις που θα εμφανίζονταν σε μεταγενέστερα βήματα του loop.

Αν συνδεθεί με το παράδειγμα του τριγωνικού συστήματος της ενότητας 2.3.2, όπου στην αρχική επίλυση εμφανίζεται παραβίαση της Γραμμής 1, τότε η μέθοδος θα προσθέσει και τους δύο περιορισμούς για την εν λόγω γραμμή σε **όλες** τις χρονικές περιόδους της ημέρας. Έτσι, αντί να εισαχθούν εξ αρχής όλοι οι 2KT=6 περιορισμοί του παραδείγματος, εισάγονται οι 2 περιορισμοί για τη Γραμμή 1, αλλά όχι μόνο για το συγκεκριμένο t : επεκτείνονται σε όλο τον χρονικό ορίζοντα. Στο παράδειγμα υπάρχει μόνο ένα χρονικό βήμα και το αποτέλεσμα ταυτίζεται με τη μέθοδο Διπλής Κατεύθυνσης. Όμως, σε ένα πλήρες day-ahead μοντέλο, η ίδια παραβίαση θα

οδηγούσε στην εισαγωγή 192 νέων περιορισμών (2 κατευθύνσεις $\times$ 96 χρονικές περιόδους).

Η μέθοδος της Καθολικής Εισαγωγής επομένως, υιοθετεί μια πιο ολιστική και ταυτόχρονα προληπτική προσέγγιση: αντιμετωπίζει το πρόβλημα λιγότερο τοπικά και περισσότερο σε επίπεδο χρονικού ορίζοντα, καθώς δεν περιορίζεται μόνο στη διόρθωση της τρέχουσας παραβίασης αλλά προλαμβάνει και μελλοντικές παραβιάσεις που ενδέχεται να εμφανίζονταν σε επόμενες επαναλήψεις του Ιοορ. Είναι, επομένως, ενδιαφέρον να εξεταστεί πώς θα αποδώσει συγκριτικά με τις άλλες δύο μεθόδους ως προς τον συνολικό χρόνο επίλυσης, δεδομένου ότι αφενός εισάγει σημαντικά περισσότερους περιορισμούς και αφετέρου θα απαιτήσει λογικά λιγότερες επαναλήψεις του Ιοορ, για να καταλήξει σε βέλτιστη λύση χωρίς παραβιάσεις.

5.3 Lazy Constraints με Gurobi Callback

5.3.1 Αλγόριθμος Branch and Bound

Στη δεύτερη ομάδα μεθόδων, η λογική των lazy constraints υλοποιείται εντός του Gurobi. Αντί να περιβάλλουμε την επίλυση με εξωτερικό βρόχο τύπου while, αναθέτουμε στον ίδιο τον επιλυτή να εξερευνήσει τον χώρο λύσεων και να εισάγει δυναμικά τους απαραίτητους περιορισμούς. Η επίλυση βασίζεται στον αλγόριθμο B&B, ο οποίος αποτελεί το πρότυπο σχήμα για προβλήματα μικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP).

Σε υψηλό επίπεδο, ο B&B εκκινεί από τη γραμμική χαλάρωση του προβλήματος (χωρίς ακεραιότητες), η οποία παρέχει ένα **κάτω φράγμα** για την τιμή της αντικειμενικής. Στο παρόν πλαίσιο, η χαλάρωση αυτή ταυτίζεται ουσιαστικά με τη copper plate διατύπωση (LP μοντέλο χωρίς PTDF), οπότε η αντίστοιχη τιμή λειτουργεί ως συντηρητικό κάτω φράγμα για το πλήρες πρόβλημα με δίκτυο. Αν στη συνέχεια προκύψει ακέραια εφικτή λύση σε κάποιον κόμβο του δέντρου, αυτή καθίσταται τρέχουσα βέλτιστη (incumbent) και παρέχει άνω φράγμα. Διαφορετικά, επιλέγεται κλασματική ακέραια μεταβλητή και πραγματοποιείται διακλάδωση: δημιουργούνται υποπροβλήματα (κόμβοι) με πρόσθετους δεσμευτικούς περιορισμούς που αναγκάζουν τη μεταβλητή να λάβει ακέραιες τιμές σε διαφορετικές περιοχές του χώρου λύσεων. Κάθε κόμβος λύνει το δικό του LP, ενημερώνονται τα φράγματα και επιλέγεται ο επόμενος κόμβος σύμφωνα με στρατηγική εξερεύνησης. Κόμβοι «κλαδεύονται» όταν το LP είναι ανέφικτο, όταν το φράγμα τους δεν μπορεί να βελτιώσει την incumbent ή όταν παράγουν ακέραιο εφικτό σημείο. Η διαδικασία τερματίζει όταν το MIP gap μεταξύ συνολικού κάτω φράγματος και incumbent πέσει κάτω από την επιλεγμένη ανοχή, εξασφαλίζοντας βεβαιωμένα βέλτιστη λύση. [30]

Ο λόγος που ο B&B εφαρμόζεται σε MIP και όχι σε καθαρά LP είναι θεμελιώδης: στα LP ο εφικτός χώρος είναι κυρτός και η βέλτιστη λύση προκύπτει απευθείας χωρίς ανάγκη διακλάδωσης. Η παρουσία ακέραιων/δυαδικών μεταβλητών στα MIP καθιστά τον χώρο εφικτών λύσεων μη κυρτό· ο B&B εκμεταλλεύεται τις λύσεις των LP χαλαρώσεων για να

παρέχει αυστηρά φράγματα και να αποκλείει μεγάλα τμήματα του χώρου χωρίς εξαντλητική αναζήτηση, διατηρώντας έτσι πρακτική αποδοτικότητα και εγγύηση βέλτιστου. Στο παρόν πλαίσιο επιλέγουμε Gurobi + B&B ώστε, κατά την εξερεύνηση των κόμβων, για να ελέγχουμε υποψήφιας λύσεις και να επιβάλλουμε επιλεκτικά PTDF περιορισμούς ακριβώς όπου διαπιστώνονται παραβιάσεις. Βασική προϋπόθεση για να επιτραπεί αυτός ο μηχανισμός, είναι το πρόβλημα να αναγνωρίζεται ως MIP από τον επιλυτή.

5.3.2 Χαλάρωση UC και Βοηθητική Μεταβλητή

Στην παρούσα υλοποίηση οι μεταβλητές δέσμευσης μονάδων UC διατηρούνται χαλαρωμένες, δηλαδή συνεχείς στο διάστημα $[0,1]$, και δεν τίθενται ως δυαδικές. Ο λόγος είναι καθαρά υπολογιστικός, αφού όταν οι UC είναι δυαδικές, το πρόβλημα γίνεται ένα βαρύ MIP με μεγάλο δέντρο B&B, ιδιαίτερα όταν συνδυάζεται με δικτυακούς περιορισμούς τύπου PTDF που εισάγονται δυναμικά ως lazy constraints. Η αλληλεπίδραση μεταξύ χρονικά συσχετισμένων περιορισμών (όπως minimum up/down times και ramping), και των ροών του δικτύου αυξάνει σημαντικά το integrality gap και τον αριθμό κόμβων που πρέπει να εξεταστούν. Ειδικά σε υπολογιστικό περιβάλλον αντίστοιχο με εκείνο του Κεφαλαίου 3, αυτή η επιλογή οδηγεί σε χρόνους επίλυσης που δεν είναι ρεαλιστικοί για τη μελέτη.

Παρόλα αυτά, για να αξιοποιηθεί ο μηχανισμός των lazy constraints του Gurobi, το πρόβλημα πρέπει να αναγνωρίζεται ως MIP, διότι η σχετική **callback συνάρτηση** που καλείται από τον επιλυτή σε επιλεγμένα σημεία του B&B για να ελεγχθεί η τρέχουσα υποψήφια λύση και, όπου απαιτείται, να επιβληθούν δυναμικά πρόσθετοι περιορισμοί, ενεργοποιείται μόνο σε περιβάλλον MIP. Για να ικανοποιηθεί αυτή η προϋπόθεση χωρίς να αλλάξει η ουσία του οικονομικού καταμερισμού, εισάγεται μία βοηθητική («dummy») δυαδική μεταβλητή $y \in \{0,1\}$. Η μεταβλητή αυτή δεν συνδέεται με λειτουργικούς περιορισμούς του συστήματος, παρά εμφανίζεται μόνο στην αντικειμενική συνάρτηση με πολύ μεγάλο θετικό συντελεστή, στο κλασικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης που είναι το ζητούμενο επίλυσης:

$$\min Cost(p, \dots) + M y,$$

ώστε οποιαδήποτε άριστη λύση να ικανοποιεί $y=0$. Με αυτόν τον τρόπο ο επιλυτής αναγνωρίζει το μοντέλο ως MIP, ενεργοποιεί το B&B και επιτρέπει τον έλεγχο κάθε υποψήφιας λύσης μέσω callback και να επιβάλλουμε ακριβώς εκεί όπου χρειάζεται τους PTDF περιορισμούς ως lazy, χωρίς η dummy μεταβλητή να επηρεάζει τα οικονομικά αποτελέσματα ή να επιβαρύνει ουσιαστικά τον χρόνο επίλυσης.

Αφού ολοκληρωθεί η επίλυση με τον μηχανισμό των lazy constraints και έχουν ταυτοποιηθεί οι αναγκαίοι περιορισμοί ροής, πραγματοποιείται μία δεύτερη επίλυση για σκοπούς αναφοράς και εξαγωγής αποτελεσμάτων ως καθαρό LP. Η dummy χαλαρώνεται επίσης στο $[0,1]$ και το μοντέλο επιλύεται με τους ενεργοποιημένους

PTDF περιορισμούς. Με αυτό εξάγονται ομαλά οι ροές και οι τιμές (LMPs) από μια συνεχή λύση, ενώ έχει ήδη προηγηθεί η απαιτούμενη δικτυακή “θωράκιση”.

5.3.3 Lazy Callback: Έλεγχος & Εισαγωγή Περιορισμών PTDF

Στο πλαίσιο του B&B, η αναζήτηση εξελίσσεται πάνω σε δενδρική δομή κόμβων, όπου κάθε κόμβος αντιστοιχεί σε ένα υποπρόβλημα με συγκεκριμένους ενεργούς περιορισμούς και τοπικά δεσμευτικά όρια. Ο Gurobi επιλύει διαδοχικά—και, όπου υποστηρίζεται, παράλληλα—πλήθος τέτοιων υποπροβλημάτων, παράγοντας για το καθένα μια υποψήφια λύση που είναι εφικτή ως προς τους περιορισμούς του αντίστοιχου κόμβου. Προτού μια τέτοια λύση γίνει αποδεκτή ως incumbent ή χρησιμοποιηθεί για την ενημέρωση των ορίων του δένδρου, αξιολογείται η συμμόρφωσή της με τους δικτυακούς περιορισμούς ροής (PTDF) σε επίπεδο γραμμής και χρονικής περιόδου. Η εφαρμογή των περιορισμών του δικτύου πραγματοποιείται **στο επίπεδο του κόμβου/κλάδου** όπου ανακύπτει η ανάγκη, με αποτέλεσμα ο αντίστοιχος κλάδος να εξειδικεύεται περαιτέρω ή να αποκλείεται, και το δένδρο να κλαδεύεται αποτελεσματικότερα. Με τον τρόπο αυτό, το μοντέλο παραμένει υπολογιστικά συμπαγές (καθώς δεν επιβαρύνεται εκ των προτέρων με το πλήρες σύνολο των 2KT περιορισμών), ενώ η ορθότητα της τελικής λύσης διασφαλίζεται μέσω της επιλεκτικής επιβολής των δικτυακών δεσμεύσεων στις περιοχές του χώρου λύσεων όπου πράγματι είναι απαραίτητες.

Ο **Lazy Constraint Callback** είναι ακριβώς ο μηχανισμός ελέγχου δικτυακών περιορισμών που αντιστοιχεί στην προηγούμενη παράγραφο. Σε κάθε κόμβο του B&B, όταν ο επιλυτής διαθέτει υποψήφια λύση, ενεργοποιείται μια διαδικασία που υπολογίζει τις ροές με PTDF για κάθε γραμμή k και χρονική περίοδο t ,

$$P_k = \sum_{n \in N \setminus \{ref\}} PTDF_{kn} P_n$$

και τις συγκρίνει με τα όρια f_k^+ (forward) και f_k^- (backward) υπό κατάλληλη ανοχή. Αν διαπιστωθεί υπέρβαση μόνο στην «θετική» φορά ($P_k > f_k^+ + \varepsilon$), κατασκευάζεται και επιβάλλεται εκείνη τη στιγμή μόνο ο αντίστοιχος forward περιορισμός $P_k \leq f_k^+$ για το συγκεκριμένο (k,t) . Αντιστρόφως, αν η υπέρβαση αφορά την «αρνητική» φορά ($P_k < -f_k^- - \varepsilon$), επιβάλλεται μόνο ο backward περιορισμός $P_k \geq -f_k^-$. Δεν προστίθεται ο αντίθετος περιορισμός κατεύθυνσης όταν δεν είναι δεσμευτικός, ώστε το ενεργό μοντέλο να παραμένει ελάχιστο ως προς τους PTDF. Ο έλεγχος παραβίασης πραγματοποιείται με μικρή αριθμητική ανοχή $\varepsilon = 10^{-3}$, η οποία χρησιμοποιείται αποκλειστικά στην διαδικασία εύρεσης των παραβιάσεων, ώστε να αγνοούνται αποκλίσεις που οφείλονται σε στρογγυλοποιήσεις (floating-point) και στη συσσώρευση πράξεων. Έτσι, δεν προστίθενται άσκοπα περιορισμοί όταν η υπολογισμένη ροή φαίνεται να “αγγίζει” το όριο μόνο γι’ αυτούς τους λόγους, ενώ ο περιορισμός που τελικά υποβάλλεται ως lazy, επιβάλλεται χωρίς ανοχή. Ο μηχανισμός φροντίζει επίσης

για την αποφυγή διπλών προσθηκών στο ίδιο (k,t) , διατηρώντας βιβλιοθήκη των ήδη επιβληθέντων περιορισμών. Ο επιλυτής καλεί τον έλεγχο αυτό, μέσω της διεπαφής callback του JuMP/MathOptInterface, κάθε φορά που, σε κάποιον κόμβο του δέντρου, παράγεται υποψήφια λύση (πριν γίνει αποδεκτή ή χρησιμοποιηθεί για ενημέρωση ορίων), ώστε η επιβολή των απαραίτητων PTDF να πραγματοποιείται επιτόπου και ακριβώς στον κλάδο όπου απαιτείται.

Ο μηχανισμός έχει μορφή *callback* διότι ο B&B παράγει υποψήφιες λύσεις σε συγκεκριμένα “σημεία γεγονότων” (κόμβους) του δέντρου, όπου υπάρχουν πλέον αριθμητικές τιμές για όλες τις μεταβλητές· μόνο τότε είναι νοητή η αξιόπιστη αξιολόγηση των ροών και η ασφαλής προσθήκη των *lazy constraints*. Τα API των solvers εκθέτουν ακριβώς αυτά τα σημεία και επιτρέπουν την προσθήκη των περιορισμών εκεί, ώστε να “δεθούν” στη χαλάρωση του κόμβου και να ενημερωθούν σωστά τα φράγματα χωρίς επανεκκίνηση του αλγορίθμου. Στο JuMP/MathOptInterface αυτό υλοποιείται ως κλήση callback σε επίπεδο κόμβου.

Αφού τερματίσει η επίλυση του MIP με το callback και βρεθεί η βέλτιστη λύση, το σύνολο των ενεργοποιημένων *lazy* (δηλαδή τα (k,t) στα οποία χρειάστηκε να επιβληθεί περιορισμός) αποθηκεύεται και ξεκινά μια δεύτερη, καθαρή LP επίλυση. Για το reporting, συγκροτείται ισοδύναμο μοντέλο στο οποίο επιβάλλονται ρητά αποκλειστικά οι PTDF περιορισμοί που ενεργοποιήθηκαν κατά την επίλυση MIP, ενώ η dummy μεταβλητή χαλαρώνεται σε συνεχές $[0,1]$, ώστε οι ροές και οι κομβικές τιμές (LMPs) να υπολογιστούν από πλήρως συνεχή λύση.

5.4 Ποιοτική αποτίμηση

Η δυναμική ενεργοποίηση περιορισμών έχει καθιερωθεί ως σύγχρονη τεχνική για μεγάλης κλίμακας μοντέλα αγοράς και ασφάλειας, διότι επιτρέπει να διατηρείται μικρό το ενεργό σύνολο περιορισμών χωρίς απώλεια ορθότητας, με άμεσο όφελος στη δυνατότητα κλιμάκωσης και στους χρόνους επίλυσης. Το συμπέρασμα αυτό αναδεικνύεται από σύγχρονες επισκοπήσεις και εφαρμογές σε ενεργειακά προβλήματα και συγγενή βιομηχανικά περιβάλλοντα βελτιστοποίησης. [19,21,23,25]

Ως προς τη συγκριτική συμπεριφορά των τεσσάρων μεθόδων της παρούσας εργασίας, η μονής κατεύθυνσης και η υλοποίηση με callback μέσω του Gurobi αναμένεται να ενεργοποιούν τον ίδιο αριθμό PTDF περιορισμών, καθώς και οι δύο προσθέτουν ακριβώς τον παραβιασμένο περιορισμό (ανά γραμμή, περίοδο και κατεύθυνση) και τίποτε παραπάνω. Η Διπλής κατεύθυνσης τοποθετεί δύο κατευθύνσεις στο ίδιο t και, κατά κανόνα, ενεργοποιεί περισσότερους περιορισμούς από την Μονής, αλλά λιγότερους από την μέθοδο Καθολικής εισαγωγής, η οποία επιβάλει και τις δύο κατευθύνσεις σε όλον τον χρονικό ορίζοντα μόλις ανιχνευθεί μία παραβίαση. Σε αυτή την μέθοδο, η προληπτική διάχυση των περιορισμών τείνει να μειώνει τις επόμενες παραβιάσεις και τον αριθμό επαναλήψεων του βρόχου, με το αντίστοιχο τίμημα

περισσότερων δεσμευτικών ανισοτήτων· το καθαρό αποτέλεσμα σε συνολικό χρόνο εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του μοντέλου επίλυσης. [19,21,23,25]

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η υλοποίηση με Gurobi, καθώς το workflow περιλαμβάνει δύο διαδοχικές επιλύσεις: μία MIP με callback, όπου ανακαλύπτεται το ελάχιστο αναγκαίο σύνολο PTDF εντός του B&B, και μία LP για καθαρό reporting των ροών και των LMPs με τους ενεργοποιημένους περιορισμούς. Η βιβλιογραφία καταγράφει ότι η ενσωμάτωση της καθυστερημένης επιβολής εντός του B&B μπορεί να βελτιώσει το κλάδεμα του δέντρου και να μειώσει τον αριθμό επανεκκινήσεων/επανεπιλύσεων, αλλά το αν το συνολικό όφελος υπερκαλύπτει το κόστος της MIP φάσης εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της εκάστοτε περίπτωσης και πρέπει να αξιολογείται εμπειρικά. [19,21,23,25]

Η πρακτική εμπειρία από μοντέλα της αγοράς με ενσωματωμένους περιορισμούς ασφάλειας δείχνει ότι η “οικονομία” περιορισμών (δηλαδή η καθυστερημένη επιβολή τους μόνο όταν χρειάζεται) είναι συμβατή με μεγάλα μοντέλα δέσμευσης μονάδων και κατανομής ισχύος, και αξιοποιείται για να αποφευχθεί η εκθετική αύξηση του μεγέθους του προβλήματος. Αυτό ευθυγραμμίζεται πλήρως με τη φιλοσοφία των μεθόδων που αναλύονται στην παρούσα εργασία: ενεργοποίηση PTDF μόνο όταν και όπου χρειάζονται, διατηρώντας την εκκαθάριση ευέλικτη και τις LMPs δικτυακά συνεπείς [9,11,24]. Τέλος, οι αναλύσεις για την ενσωμάτωση προηγμένων μοντέλων ροών (DC/PTDF) σε day-ahead εκκαθαρίσεις, καθώς και τα ευρήματα από μελέτες LMP σε ευρωπαϊκό πλαίσιο, στηρίζουν την επιλογή lazy/iterative στρατηγικών ως καταλληλότερων για μεγάλα δίκτυα με υψηλή χρονική διακριτότητα, καθώς μειώνουν το ενεργό μέγεθος, διατηρούν την ακρίβεια των ροών και οδηγούν σε τιμές που αντανακλούν πιστά τη γεωγραφία των συμφορήσεων. [2,8,9,11]

Το επόμενο κεφάλαιο ποσοτικοποιεί τις παραπάνω ποιοτικές εκτιμήσεις, σε όρους συνολικού χρόνου επίλυσης, πλήθους ενεργοποιημένων περιορισμών PTDF, αριθμού επαναλήψεων/κόμβων, καθώς και απαιτήσεων μνήμης, ώστε να αναδειχθεί με αντικειμενικό τρόπο το πλεονέκτημα κάθε προσέγγισης στο συγκεκριμένο υπολογιστικό περιβάλλον. Η αξιολόγηση θα προκύψει από συστηματικές επιλύσεις σε πολλαπλά σενάρια, εφαρμόζοντας όλες τις μεθόδους υπό τα ίδια δεδομένα εισόδου, κοινές ρυθμίσεις/ανοχές επιλυτή και ενιαίες προϋποθέσεις. Φυσικά, θα αντιπαραβληθεί με την αρχική μέθοδο, όπου επιβάλλονται εξ αρχής όλοι οι PTDF περιορισμοί (2KT), ώστε οι συγκρίσεις να είναι δίκαιες και τα συμπεράσματα αδιαμφισβήτητα. Παράλληλα, θα παρουσιάζεται ερμηνεία των LMP σε καθεστώς συμφόρησης (χωρική διασπορά τιμών, δεσμευτικές γραμμές και συμβολή τους στις τιμές, ανακατανομή παραγωγής/ροών, μοτίβα συμφορήσεων), ώστε να τεκμηριώνεται όχι μόνο το υπολογιστικό αποτύπωμα κάθε μεθόδου αλλά και η οικονομική και δικτυακή συνέπεια των αποτελεσμάτων σε ευρύ φάσμα ρεαλιστικών σεναρίων.

Κεφάλαιο 6 – Αποτελέσματα και Συζήτηση

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της υλοποίησης του μοντέλου κομβικής τιμολόγησης, με χρήση της βάσης δεδομένων CORE. Η ανάλυση καλύπτει τόσο τις υπολογιστικές επιδόσεις των διαφορετικών μεθόδων, όσο και τα οικονομικά αποτελέσματα που προκύπτουν, με έμφαση στη χωρική και χρονική κατανομή της συμφόρησης και στις αντίστοιχες διακυμάνσεις των τιμών. Επιπλέον, εξετάζεται ως ειδική μελέτη περίπτωσης η Γερμανία, ώστε να συγκριθούν τα αποτελέσματα όταν η χώρα λύνει στο ολοκληρωμένο ευρωπαϊκό σύστημα που διατίθεται, σε σχέση με ένα μικρότερο μοντέλο της κεντροδυτικής Ευρώπης (CWE).

6.1 Βάση Δεδομένων και Ρυθμίσεις Μοντέλου

6.1.1 Βάση Δεδομένων

Η ανάλυση της παρούσας διπλωματικής βασίστηκε σε μια βάση δεδομένων για συνολικά 13 χώρες της Ευρώπης που συνιστούν το CORE region, ένα σύνολο χωρών των οποίων το ηλεκτρικό σύστημα είναι έντονα διασυνδεδεμένο. Συγκεκριμένα, το Core region συνιστούν οι χώρες Γερμανία, Αυστρία, Σλοβακία, Σλοβενία, Βέλγιο, Ολλανδία, Κροατία, Λουξεμβούργο, Ουγγαρία, Τσεχία, Γαλλία, Ρουμανία και Πολωνία. Η βάση δεδομένων χτίστηκε κυρίως πάνω στο επιστημονικό άρθρο των Jensen και Pinson: RE-Europe, a large-scale dataset for modeling a highly renewable European electricity system [28]. Η δομή της αποτυπώνει με υψηλή ανάλυση τα βασικά χαρακτηριστικά του δικτύου, από την τοπολογία και τις φυσικές παραμέτρους των γραμμών έως τις τεχνικές και οικονομικές ιδιότητες της παραγωγής και της κατανάλωσης. Με τον τρόπο αυτό, παρέχει ένα συνεκτικό υπόβαθρο για τη μοντελοποίηση και ανάλυση της κομβικής τιμολόγησης σε ρεαλιστικό περιβάλλον.

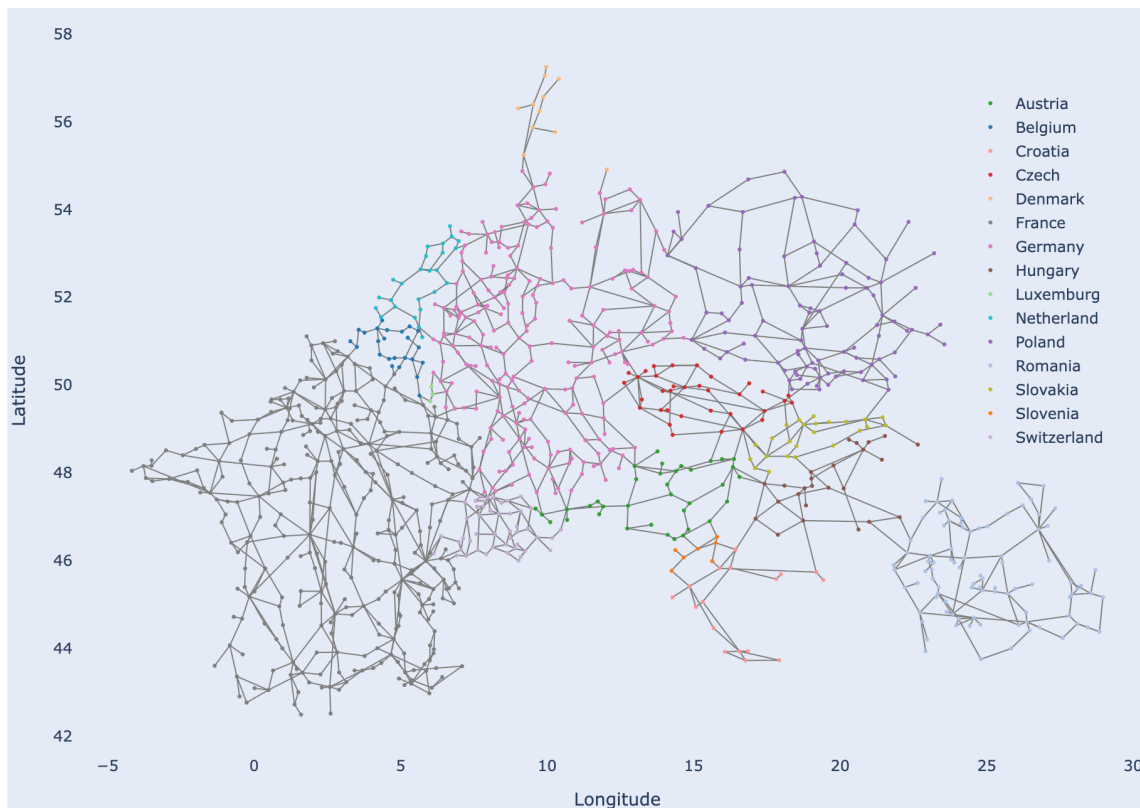
Οι κόμβοι του δικτύου, στους οποίους αντιστοιχούν τόσο οι ζώνες κατανάλωσης όσο και οι θέσεις παραγωγής, περιλαμβάνουν στοιχεία τοπολογίας αλλά και γεωγραφικές συντεταγμένες. Αυτό επιτρέπει την ακριβή αποτύπωση του συστήματος σε χάρτες και τη γεωγραφική ερμηνεία των φαινομένων συμφόρησης. Οι γραμμές μεταφοράς αποτυπώνουν τις συνδέσεις μεταξύ κόμβων και τα αντίστοιχα όρια ικανότητας, ενώ λαμβάνονται υπόψη και περιπτώσεις προγραμματισμένης μη διαθεσιμότητας, ώστε να εισάγονται στο μοντέλο παράμετροι λειτουργικής αβεβαιότητας. Οι μονάδες παραγωγής (συμβατικές και ανανεώσιμες) περιγράφονται με τεχνικά και οικονομικά χαρακτηριστικά, όπως η ισχύς, οι καμπύλες απόδοσης και οι τιμές καυσίμων, ενώ ενσωματώνονται επίσης οι χρονικά μεταβαλλόμενες εγχύσεις τους και τα σενάρια διαθεσιμότητας. Η ζήτηση αποτυπώνεται μέσω φορτίων συνδεδεμένων σε συγκεκριμένους κόμβους και η χρονική της εξέλιξη παρέχεται μέσω προφίλ κατανάλωσης που διαφοροποιούνται ανά εποχή και τύπο ημέρας (εργάσιμη ή μη). Επιπλέον, περιλαμβάνονται διαθέσιμα περιθώρια εφεδρειών, τα οποία αν και δεν αξιοποιούνται πλήρως στην παρούσα ανάλυση, αποτελούν χρήσιμο υπόβαθρο για

μελλοντικές επεκτάσεις του μοντέλου σε συν-βελτιστοποίηση ενέργειας και επικουρικών υπηρεσιών.

Συνολικά, η βάση δεδομένων που χρησιμοποιήθηκε συνιστά μια καλή προσέγγιση του πραγματικού ευρωπαϊκού δικτύου, τόσο ως προς την τοπολογία όσο και ως προς τη λειτουργική πολυπλοκότητα. Περιλαμβάνει **985 κόμβους** και **1.394 γραμμές μεταφοράς**, ενώ στο επίπεδο της παραγωγής ενσωματώνονται **331 συμβατικές μονάδες** και **2.297 μονάδες ανανεώσιμων πηγών ενέργειας**. Το δίκτυο καλύπτει τις χώρες του core region καθώς και την Ελβετία και την Δανία.

Για την αξιοποίησή της βάσης δεδομένων κρίθηκε απαραίτητη εκτενής επεξεργασία, καθώς απαιτήθηκε η κατάλληλη διασύνδεση των επιμέρους οντοτήτων (μονάδες, φορτία, στοιχεία δικτύου) στο επίπεδο των κόμβων πλέον. Η διαδικασία αυτή διαφοροποιείται ουσιαστικά ανάμεσα στη ζωνική και την κομβική προσέγγιση, καθώς στη δεύτερη απαιτείται ακριβέστερη χαρτογράφηση και αντιστοίχιση των δεδομένων, ώστε να αποδοθεί πιστά η φυσική λειτουργία του συστήματος. Με τον τρόπο αυτό κατέστη δυνατόν να εφαρμοστεί το μοντέλο κομβικής τιμολόγησης και να εξαχθούν τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στις επόμενες ενότητες.

Η γεωγραφική απεικόνιση του δικτύου αποτυπώνεται παρακάτω στην Εικόνα 5:



Εικόνα 5: Γεωγραφική απεικόνιση του δικτύου που μελετήθηκε

6.1.2 Ρυθμίσεις Gurobi

Για την επίλυση του μοντέλου χρησιμοποιήθηκε ο εμπορικός επιλυτής **Gurobi**, στον οποίο έχουμε ήδη αναφερθεί αναλυτικά σε προηγούμενο κεφάλαιο. Οι ρυθμίσεις που υιοθετήθηκαν στην παρούσα εργασία, για όλες τις μεθόδους που αξιοποιήθηκαν με σκοπό την εξαγωγή των αποτελεσμάτων, είναι οι εξής:

- **Method = 2:** Επιλέγει ως μέθοδο επίλυσης την Barrier Method (Interior Point) για το γραμμικό πρόβλημα χαλάρωσης. Η επιλογή αυτή είναι συνήθως πιο αποτελεσματική για μεγάλης κλίμακας προβλήματα, όπως αυτά των ενεργειακών αγορών με χιλιάδες περιορισμούς μεταφοράς.
- **Crossover = 0:** Στη μέθοδο barrier η λύση που προκύπτει είναι αποδεκτή και ακριβής, αλλά βρίσκεται εντός του πολυέδρου που ορίζουν οι περιορισμοί του προβλήματος και όχι στις ακμές του, όπως συμβαίνει με τον αλγόριθμο simplex. Το στάδιο crossover χρησιμοποιείται για να βελτιώσει την λύση που δίνει ο barrier, μετατοπίζοντάς την σε ακμή του πολυέδρου εφικτότητας. Στην παρούσα εργασία η επιλογή αυτή απενεργοποιήθηκε, καθώς η πληροφορία που παρέχει η λύση του barrier επαρκεί για τον υπολογισμό των κομβικών τιμών και των ροών, ενώ η παράλειψη του crossover μειώνει τον χρόνο επίλυσης.
- **MIPGap = 1e-3:** Ορίζει ως όριο ανοχής το 0,1%. Αυτό σημαίνει ότι ο επιλυτής σταματά όταν η τρέχουσα λύση απέχει το πολύ 0,1% από το θεωρητικό κατώτερο όριο. Με άλλα λόγια, επιτυγχάνεται μια λύση πρακτικά βέλτιστη, χωρίς να απαιτείται υπερβολικός υπολογιστικός χρόνος για την εύρεση της απόλυτης βέλτιστης και χωρίς να μειώνεται η ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Ισχύει μόνο για μικτά ακέραια προβλήματα. Δηλαδή, στην παρούσα εργασία η ρύθμιση αυτή ενεργοποιείται μόνο κατά την μέθοδο Gurobi callback.
- **LazyConstraints = 1** Η ρύθμιση αυτή ενεργοποιείται αποκλειστικά στις περιπτώσεις όπου εφαρμόζονται lazy constraints μέσω του Gurobi, ώστε ο solver να αναγνωρίζει τους περιορισμούς PTDF ως lazy και να τους εισάγει δυναμικά μόνο όταν απαιτείται κατά τη διαδικασία του Branch & Bound.

Η παραπάνω διαμόρφωση εξισορροπεί την ακρίβεια και την ταχύτητα, επιτρέποντας την εκτέλεση μεγάλων μοντέλων σε εύλογους χρόνους.

6.2 Αποδοτικότητα των Μεθόδων Επίλυσης

Για την αξιολόγηση της υπολογιστικής απόδοσης των διαφορετικών μεθόδων, ακολουθήθηκε μια λογική κλιμάκωσης του μεγέθους του προβλήματος που επιλυόταν κάθε φορά. Κάθε νέο υπό μελέτη δίκτυο προέκυπτε πρόκυπτε με την προσθήκη μίας ή δύο χωρών στο προηγούμενο, ξεκινώντας από τη Γερμανία και επεκτεινόμενο σταδιακά σε όλο το σύστημα. Με αυτό τον τρόπο, η πολυπλοκότητα του προβλήματος μεγαλώνει βήμα-βήμα και τα αποτελέσματα μπορούν να εκτιμηθούν σε άμεση συνάρτηση με το μέγεθος του δικτύου.

Σε κάθε περίπτωση καταγράφηκαν οι χρόνοι επίλυσης και η μέγιστη κατανάλωση μνήμης RAM (μέγιστη RSS).

6.2.1 Επαλήθευση Εγκυρότητας των Μεθόδων Επίλυσης

Προτού παρουσιαστούν τα συγκριτικά αποτελέσματα, επιβεβαιώθηκε ότι όλα τα σενάρια ανεξαρτήτως μεθόδου επίλυσης ,οδηγούν στην ίδια βέλτιστη λύση με το πλήρες PTDF μοντέλο, τόσο ως προς την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, όσο και ως προς τις κομβικές τιμές και τις ροές των γραμμών. Η ταύτιση αυτή λειτουργεί και ως τρόπος επαλήθευσης ότι οι μέθοδοι ταχύτερης επίλυσης εκκαθαρίζουν ομαλά την αγορά, επιτρέποντας η αξιολόγηση που ακολουθεί να εστιάζει αποκλειστικά στην υπολογιστική αποδοτικότητα.

Για την τεκμηρίωση της παραπάνω παρατήρησης παρατίθεται πίνακας με τα αποτελέσματα μιας ενδεικτικής περίπτωσης επίλυσης, η οποία αφορά δίκτυο της κεντροδυτικής Ευρώπης με τις χώρες: Γερμανία, Γαλλία, Αυστρία, Βέλγιο, Ολλανδία και Λουξεμβούργο (CWE). Στον πίνακα αυτόν φαίνεται ότι όλες οι μέθοδοι καταλήγουν στο ίδιο αντικειμενικό αποτέλεσμα, γεγονός που επιβεβαιώνει την ισοδυναμία τους ως προς την ορθότητα της λύσης και υποστηρίζει την εγκυρότητα της συγκριτικής αξιολόγησης που ακολουθεί.

CWE	Πλήρες PTDF Μοντέλο	Μονής Κατεύθυνσης	Διπλής Κατεύθυνσης	Καθολική Εισαγωγή	Gurobi Callback
Τιμή Αντικειμενικής Συνάρτησης	137,4 εκατ. €	137,4 εκατ. €	137,4 εκατ. €	137,4 εκατ. €	137,4 εκατ. €

6.2.2 Χρόνος Επίλυσης

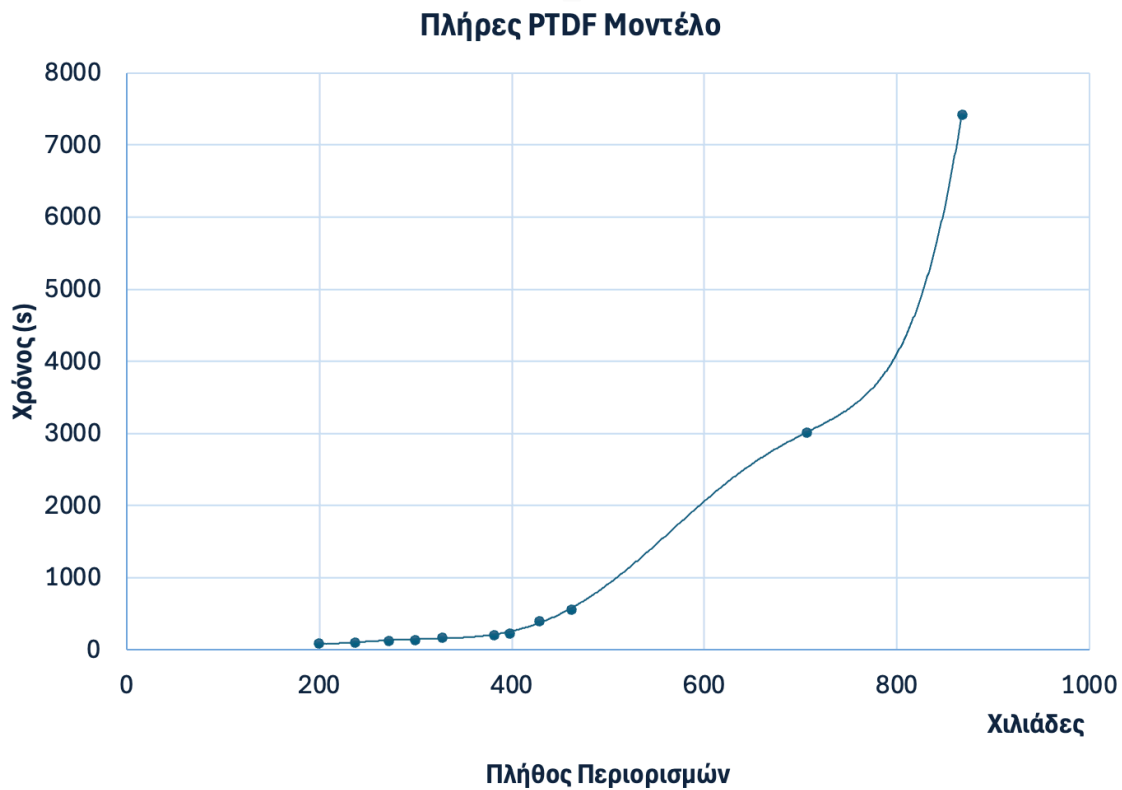
Παρακάτω παρουσιάζεται ο συγκεντρωτικός πίνακας με τους χρόνους επίλυσης κάθε περίπτωσης πλήθους χωρών, με την χρήση όλων των μεθόδων που έχουν ήδη αναλυθεί.

Πλήθος Χωρών	Διπλής Κατεύθυνσης	Καθολική Εισαγωγή	Μονής Κατεύθυνσης	Gurobi Callback	Πλήρες PTDF Μοντέλο
1	65	52	64	56	90
2	84	70	90	68	102
3	107	62	110	88	134
5	124	119	127	100	144
6	190	129	167	136	171
8	192	205	204	134	208
9	217	218	234	154	229
11	318	311	364	205	403
12	472	375	441	245	563
13	814	1812	936	654	3015
15	1546	4664	2289	2563	7421

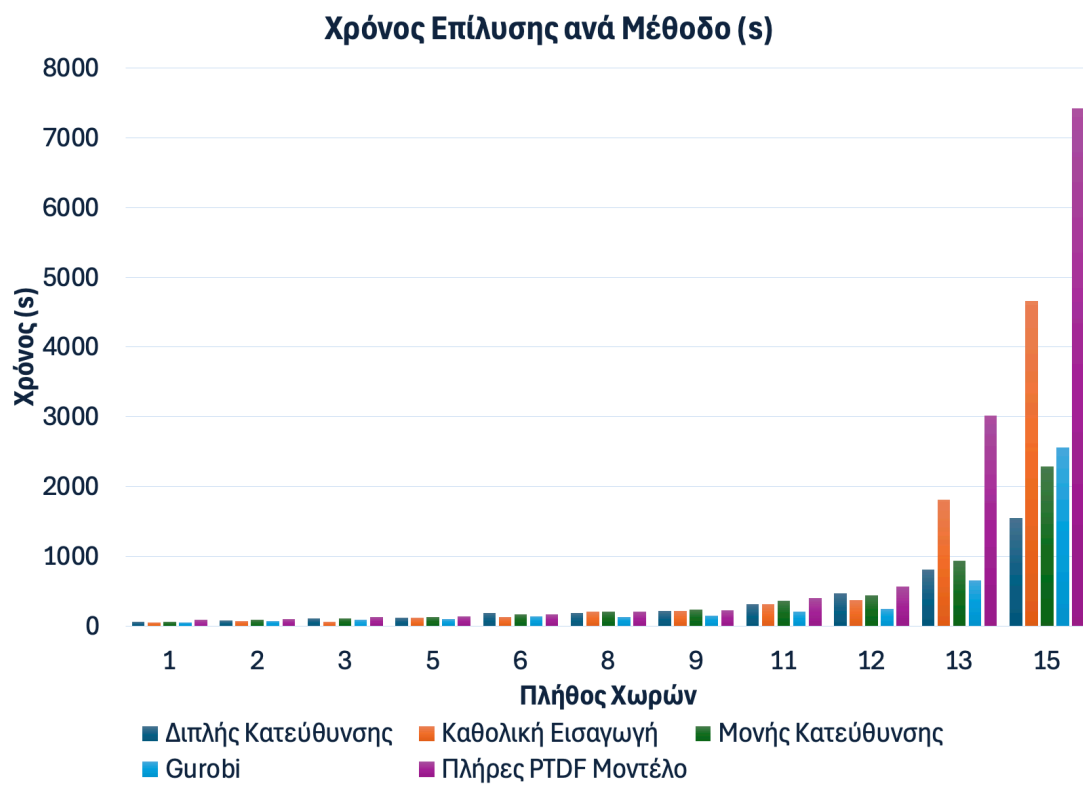
Πίνακας 2: Χρόνος επίλυσης (s) κάθε περίπτωσης δικτύου ανά μέθοδο.

Με βάση τον πίνακα 2, κατασκευάζονται γραφήματα που απεικονίζουν την εξέλιξη των χρόνων επίλυσης καθώς στο δίκτυο προστίθενται περισσότερες χώρες. Η οπτική αυτή αναπαράσταση αναδεικνύει καθαρά τη διαφορά ανάμεσα στις μεθόδους, τόσο ως προς την απόλυτη ταχύτητα όσο και ως προς τον ρυθμό αύξησης του χρόνου επίλυσης.

Η ανάλυση ξεκινά με την παρουσίαση των χρόνων επίλυσης για το πλήρες μοντέλο PTDF. Στο διάγραμμα διασποράς αποτυπώνεται η εξέλιξη του χρόνου καθώς το μέγεθος του συστήματος αυξάνεται, σύμφωνα με τα σενάρια που έχουν τρέξει κάθε φορά. Η γραφική απεικόνιση καταδεικνύει την κλιμάκωση της πολυπλοκότητας. Όσο προστίθενται χώρες και μεγαλώνει το δίκτυο και συνεπώς οι περιορισμοί που πρέπει να ικανοποιηθούν, οι χρόνοι επίλυσης αυξάνονται σημαντικά, υπογραμμίζοντας το υπολογιστικό βάρος της μεθόδου, ακόμα και αν επιλύεται το χαλαρωμένο μοντέλο. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται συγκριτικό διάγραμμα τύπου bar chart, στο οποίο για κάθε σενάριο εμφανίζονται παράλληλα οι χρόνοι επίλυσης όλων των μεθόδων. Με τον τρόπο αυτό αναδεικνύονται οι σχετικές διαφορές στην αποδοτικότητα, επιτρέποντας άμεση σύγκριση μεταξύ της πλήρους διατύπωσης PTDF, των παραλλαγών με lazy constraints και της προσέγγισης μέσω του Gurobi. Το γράφημα αυτό καθιστά εμφανές όχι μόνο το απόλυτο επίπεδο των χρόνων, αλλά και τον τρόπο με τον οποίο κλιμακώνονται οι διαφορετικές μέθοδοι καθώς αυξάνεται το μέγεθος του δικτύου.



Εικόνα 6: Χρόνοι επίλυσης του πλήρους μοντέλου PTDF σε συνάρτηση με το μέγεθος του υπό μελέτη συστήματος.



Εικόνα 7: Σύγκριση χρόνων επίλυσης των μεθόδων ανά περίπτωση μελέτης.

Η ανάλυση του **Πλήρους Μοντέλου PTDF** δείχνει ότι ο χρόνος επίλυσης ακολουθεί εκθετική τάση με τον αριθμό των περιορισμών του δικτύου. Η καμπύλη κλιμάκωσης παρουσιάζει έντονη απότομη αύξηση μετά από ένα συγκεκριμένο σημείο, γεγονός που καταδεικνύει τα όρια της μεθόδου σε μεγάλα συστήματα. Το αποτέλεσμα αυτό υπογραμμίζει την ανάγκη για πιο αποδοτικές προσεγγίσεις, όπως η επιλεκτική εφαρμογή περιορισμών PTDF.

Στο επόμενο συγκριτικό διάγραμμα, παρατηρούνται οι διαφοροποιήσεις ανάμεσα στις τρεις μεθόδους επιλεκτικής εφαρμογής περιορισμών. Μέχρι και το σενάριο 9, η μέθοδος της **Καθολικής Εισαγωγής** εμφανίζεται πιο αποδοτική χρονικά. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι, σε σχέση με τις μεθόδους μονής και διπλής κατεύθυνσης, απαιτεί λιγότερες επαναλήψεις στο επαναληπτικό βρόχο επίλυσης, καθώς η φιλοσοφία εισαγωγής των περιορισμών προλαμβάνει την εμφάνιση νέων παραβιάσεων. Ωστόσο, στα δύο τελευταία σενάρια, όπου το μοντέλο αυξάνεται σημαντικά, η εικόνα αντιστρέφεται: παρότι η μέθοδος εξακολουθεί να εκτελεί λιγότερες επαναλήψεις, έχει ενσωματώσει σημαντικά περισσότερους περιορισμούς από όσους είναι πραγματικά αναγκαίοι, με αποτέλεσμα να παρατηρείται απότομη αύξηση του χρόνου επίλυσης σε σχέση με τις άλλες δύο μεθόδους.

Η ανάλυση των μεθόδων **Μονής** και **Διπλής κατεύθυνσης** δείχνει ότι, σε γενικές γραμμές, εκτελούν τον ίδιο αριθμό επαναλήψεων και παρουσιάζουν παραπλήσιους χρόνους επίλυσης. Και οι δύο στρατηγικές οδηγούν σε περιορισμένο πλήθος πρόσθετων περιορισμών PTDF, οπότε οι διαφορές τους παραμένουν μικρές. Η ουσιαστική διαφοροποίηση προκύπτει σε περιπτώσεις μελέτης, όπου μία ή περισσότερες γραμμές χρήζουν επιβολή περιορισμών και για τις δύο κατευθύνσεις, για συγκεκριμένο t . Είναι σημαντικό να κατανοηθεί πως το γεγονός αυτό, δεν σημαίνει ταυτόχρονη παραβίαση και προς τις δύο κατευθύνσεις. Στη μέθοδο μονής κατεύθυνσης, στην επανάληψη i του βρόχου προστίθενται οι PTDF περιορισμοί που εντοπίστηκαν και το μοντέλο επιλύεται εκ νέου· στην επανάληψη $i+1$, επειδή το πρόβλημα λύνεται με επιπλέον περιορισμούς, οι ροές αλλάζουν και δεν υπάρχει καμία εγγύηση ότι η ίδια γραμμή δεν θα παραβιαστεί για το ίδιο t προς την αντίθετη κατεύθυνση, απαιτώντας νέο περιορισμό ο οποίος εντοπίζεται στην $i+1$ επανάληψη. Αντίθετα, η διπλής κατεύθυνσης προστατεύει εκ των προτέρων και τις δύο κατευθύνσεις των γραμμών, και σε αυτές τις περιπτώσεις συγκλίνει με λιγότερες επαναλήψεις του βρόχου. Αυτό ακριβώς παρατηρήθηκε και στην επίλυση του πλήρους σεναρίου CORE, εξηγώντας τη διαφορά χρόνου υπέρ της διπλής κατεύθυνσης.

Όσον αφορά την υλοποίηση με **Gurobi Callback**, αξίζει να τονιστεί ότι, λόγω της χρήσης της τεχνητής δυαδικής μεταβλητής, το πρόβλημα χαρακτηρίζεται από τον solver ως μικτό ακέραιο, παρότι στην πράξη παραμένει σχεδόν πλήρως γραμμικό. Ως αποτέλεσμα, ο Gurobi λύνει το μοντέλο ουσιαστικά ως γραμμικό πρόγραμμα στη χαλάρωση της ρίζας του δέντρου, χωρίς να εκτελεί πραγματική διαδικασία διακλάδωσης. Η ενεργοποίηση του μηχανισμού MIP επιτρέπει τη χρήση του Lazy

Constraints Callback: κάθε φορά που εντοπίζεται παραβίαση περιορισμού PTDF στη λύση της ρίζας, ο solver κατασκευάζει και εισάγει δυναμικά τον αντίστοιχο περιορισμό και προχωρά σε επανεπίλυση του ίδιου LP στη ρίζα, όσες φορές χρειαστεί μέχρι να μην υπάρχουν νέες παραβιάσεις. Η ιδιαιτερότητα αυτή εξηγεί γιατί στα μικρότερα σενάρια η μέθοδος Gurobi παρουσιάζει καλή απόδοση, καθώς ο αριθμός των παραβιάσεων που εντοπίζονται είναι περιορισμένος και οι δυναμικά παραγόμενοι περιορισμοί παραμένουν λίγοι. Αντίθετα, σε μεγαλύτερα δίκτυα η συσσώρευση παραβιάσεων αυξάνεται σημαντικά· κάθε φορά ο solver αναγκάζεται να τις ανιχνεύσει, να κατασκευάσει επί τόπου τους αντίστοιχους περιορισμούς και να ξαναλύσει το μοντέλο, διαδικασία που καθιστά την επίλυση λιγότερο αποδοτική σε σχέση με τις επιλεκτικές μεθόδους εισαγωγής περιορισμών.

Η ποσοστιαία εξοικονόμηση χρόνου σε σχέση με το πλήρες μοντέλο PTDF για την επίλυση του συνόλου του CORE αναδεικνύει ξεκάθαρα την υπεροχή των επιλεκτικών μεθόδων. Η μέθοδος Διπλής Κατεύθυνσης παρουσιάζει τη μεγαλύτερη βελτίωση, μειώνοντας τον χρόνο επίλυσης κατά περίπου **79%**, ενώ ακολουθεί η Μονής Κατεύθυνσης με **69%** και η υλοποίηση με Gurobi Callback με **65%**. Η Καθολικής Εισαγωγής, αν και ταχύτερη από το πλήρες μοντέλο, εμφανίζει σαφώς μικρότερη εξοικονόμηση (**37%**), γεγονός που επιβεβαιώνει τα συμπεράσματα περί αυξημένου υπολογιστικού βάρους που φέρει σε μεγάλης κλίμακας συστήματα.

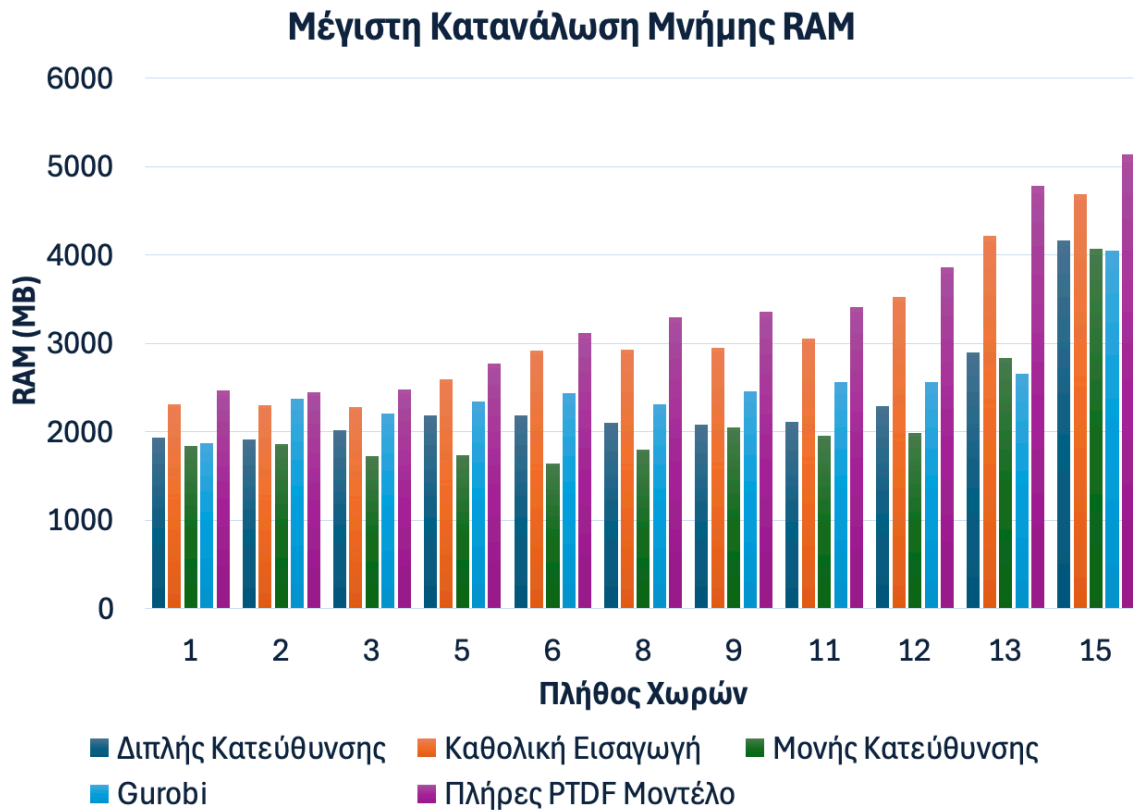
6.2.3 Μέγιστη Κατανάλωση Μνήμης RAM

Η ανάλυση των σεναρίων δεν περιορίζεται στους χρόνους επίλυσης, αλλά επεκτείνεται και στην καταγραφή της μνήμης RAM που απαιτείται για την εκτέλεση του μοντέλου. Η κατανάλωση μνήμης αποτελεί κρίσιμο δείκτη υπολογιστικής αποδοτικότητας, καθώς καθορίζει όχι μόνο την πρακτική δυνατότητα επίλυσης μεγαλύτερων περιπτώσεων, αλλά και την κλιμάκωση του μοντέλου σε πραγματικές εφαρμογές μεγάλης κλίμακας. Στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζονται συγκεντρωτικά οι τιμές κατανάλωσης RAM.

Πλήθος Χωρών	Διπλής Κατεύθυνσης	Καθολική Εισαγωγή	Μονής Κατεύθυνσης	Gurobi Callback	Πλήρες PTDF Μοντέλο
1	1937	2308	1837	1870	2566
2	1916	2301	1855	2372	2302
3	2013	2273	1728	2206	2481
5	2185	2596	1736	2344	2772
6	2180	2918	1636	2434	2621
8	2100	2924	1801	2305	2792
9	2082	2946	2049	2454	3256
11	2107	3051	1952	2561	3304
12	2292	3524	1985	2556	3458
13	2895	4216	2829	2650	4780
15	4165	4691	4065	4047	5139

Πίνακας 3: Μέγιστη κατανάλωση μνήμης RAM (MB) κάθε περίπτωση μελέτης ανά μέθοδο.

Με βάση τον πίνακα 3, δημιουργήθηκε και το αντίστοιχο διάγραμμα, το οποίο απεικονίζει γραφικά τη μνήμη που απαιτείται σε κάθε σενάριο, όπως έγινε αντίστοιχα προηγουμένως με τους χρόνους επίλυσης. Η γραφική απεικόνιση προσφέρει μια πιο ξεκάθαρη εικόνα της κλιμάκωσης, αναδεικνύοντας τις διαφορές ανάμεσα στις μεθόδους και αποτυπώνοντας το σημείο στο οποίο η κατανάλωση μνήμης καθίσταται περιοριστικός παράγοντας για την επίλυση.



Εικόνα 8: Σύγκριση κατανάλωσης μνήμης RAM των μεθόδων ανά περίπτωση μελέτης

Η εξέλιξη της μέγιστης κατανάλωσης μνήμης RAM αποτυπώνει με σαφήνεια την κλιμάκωση του προβλήματος, καθώς η αύξηση του μεγέθους του δικτύου συνεπάγεται και αυξανόμενες απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους. Ωστόσο, το πλέον κρίσιμο στοιχείο δεν είναι μόνο η συνολική τάση κλιμάκωσης, αλλά και η διαφοροποίηση που καταγράφεται ανάμεσα στις μεθόδους.

Το **Πλήρες Μοντέλο PTDF** εμφανίζει σταθερά τις υψηλότερες τιμές κατανάλωσης μνήμης, κάτι αναμενόμενο καθώς ενσωματώνει εξ αρχής το σύνολο των περιορισμών. Η αυξημένη μνήμη που απαιτείται το καθιστά τη λιγότερο αποδοτική επιλογή σε μεγάλης κλίμακας εφαρμογές, αναδεικνύοντας εκ νέου τη σημασία των μεθόδων επιλεκτικής εισαγωγής περιορισμών.

Ανάμεσα σε αυτές, η μέθοδος της **Καθολικής Εισαγωγής** παρουσιάζει την υψηλότερη κατανάλωση RAM, καθώς τείνει να προσθέτει μεγάλο αριθμό περιορισμών που καλύπτουν συνολικά χρονικά διαστήματα. Παρά το ότι σε όρους χρόνους επίλυσης εμφανίζεται αποδοτική έως ένα σημείο, το πλεονέκτημα αυτό αντισταθμίζεται από την υπερβολική κατανάλωση μνήμης για μεγαλύτερα μοντέλα.

Οι μέθοδοι **Μονής** και **Διπλής Κατεύθυνσης**, αντίθετα, χαρακτηρίζονται από χαμηλότερη, και παραπλήσια μεταξύ τους, κατανάλωση μνήμης, καθώς οι περιορισμοί εισάγονται πιο στοχευμένα και σε μικρότερο πλήθος. Η διαφορά μεταξύ τους παραμένει περιορισμένη, με τη διπλής κατεύθυνσης να εμφανίζει ελαφρώς μεγαλύτερη κατανάλωση, λόγω του ότι λαμβάνει υπόψη και τις δύο κατευθύνσεις ροής ισχύος.

Η μέθοδος **Gurobi Callback** καταλαμβάνει μια ενδιάμεση θέση: η μνήμη που απαιτείται είναι συγκρίσιμη με εκείνη των μεθόδων Μονής και Διπλής Κατεύθυνσης, αλλά με έντονη αυξητική τάση όσο το μοντέλο μεγαλώνει. Αυτό αποδίδεται στο γεγονός ότι οι περιορισμοί εισάγονται δυναμικά κατά την ανίχνευση παραβιάσεων, γεγονός που συγκρατεί τη μνήμη σε χαμηλά επίπεδα στα μικρότερα σενάρια, αλλά οδηγεί σε μεγαλύτερη επιβάρυνση όταν το δίκτυο αποκτά πολυπλοκότητα.

Συνολικά, η σύγκριση καταδεικνύει ότι οι μέθοδοι Μονής και Διπλής Κατεύθυνσης συνιστούν τις πιο αποδοτικές επιλογές από πλευράς μνήμης, ενώ η Καθολική Εισαγωγή, παρότι αποδοτική σε χρόνο, απαιτεί αρκετούς υπολογιστικούς πόρους. Το πλήρες PTDF μοντέλο, επιβεβαιώνεται ως η λιγότερο πρακτική λύση, δικαιολογώντας την ανάγκη για πιο οικονομικές υπολογιστικά προσεγγίσεις.

6.2.4 Η Περίπτωση της Κεντροδυτικής Ευρώπης (Central Western Europe - CWE)

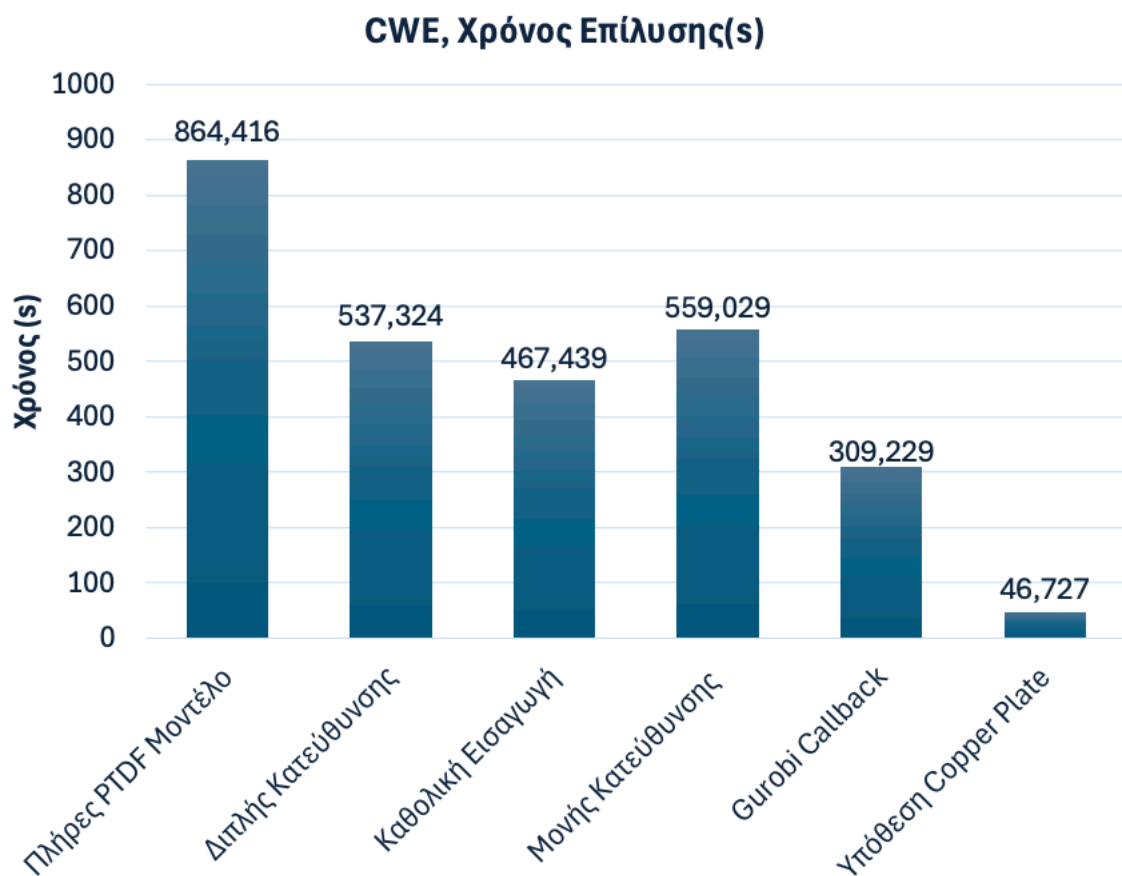
Η περιοχή της κεντροδυτικής Ευρώπης αποτελεί ένα ιδιαίτερα σημαντικό σημείο αναφοράς για την αξιολόγηση μοντέλων κομβικής τιμολόγησης και μεθόδων διαχείρισης συμφόρησης. Ο λόγος που εξετάζεται ξεχωριστά είναι διττός: αφενός περιλαμβάνει μεγάλες και ενεργειακά κρίσιμες χώρες της Δυτικής Ευρώπης, όπως η Γερμανία, η Γαλλία, το Βέλγιο, η Ολλανδία, η Αυστρία και το Λουξεμβούργο [4], αφετέρου έχει αποτελέσει αντικείμενο διεξοδικής μελέτης από τους ευρωπαϊκούς θεσμούς και συγκεκριμένα στην μελέτη του ACER [1].

Αρχικά παρατίθεται συγκεντρωτικός πίνακας με τα βασικά μεγέθη και τα αποτελέσματα, ενώ στη συνέχεια παρουσιάζονται τα σχετικά διαγράμματα, τα οποία θα αποτελέσουν τη βάση για την ανάλυση των χρόνων επίλυσης, της κατανάλωσης μνήμης και του ποσοστού εισαχθέντων περιορισμών PTDF.

CWE	Πλήρες PTDF Μοντέλο	Διπλής Κατεύθυνσης	Καθολική Εισαγωγή	Μονής Κατεύθυνσης	Gurobi Calback	Υπόθεση η Copper Plate
Χρόνος (s)	864,416	537,324	467,439	559,029	309,229	46,727
RAM (MB)	5141,72	2874,78	2651,42	2576,95	2363,34	1876,44
Επαναλήψεις Βρόχου	-	3	2	3	-	-
Εισαχθέντα PTDF (%)	100	6,69	16,14	3,346	3,346	0

Πίνακας 4: Συγκεντρωτικά μεγέθη και αποτελέσματα για το δίκτυο CWE

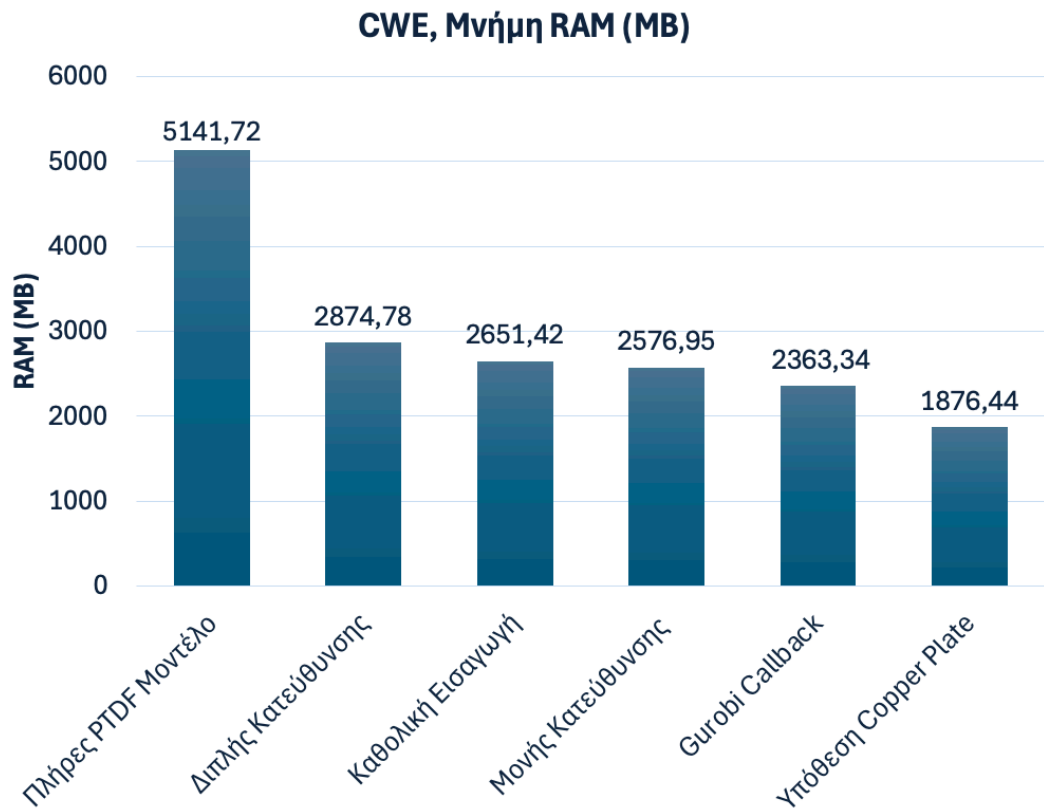
Με βάση τον πίνακα 4, δημιουργούνται τα παρακάτω διαγράμματα.



Εικόνα 9: Χρόνος επίλυσης (s) για το CWE, ανά μεθοδολογία

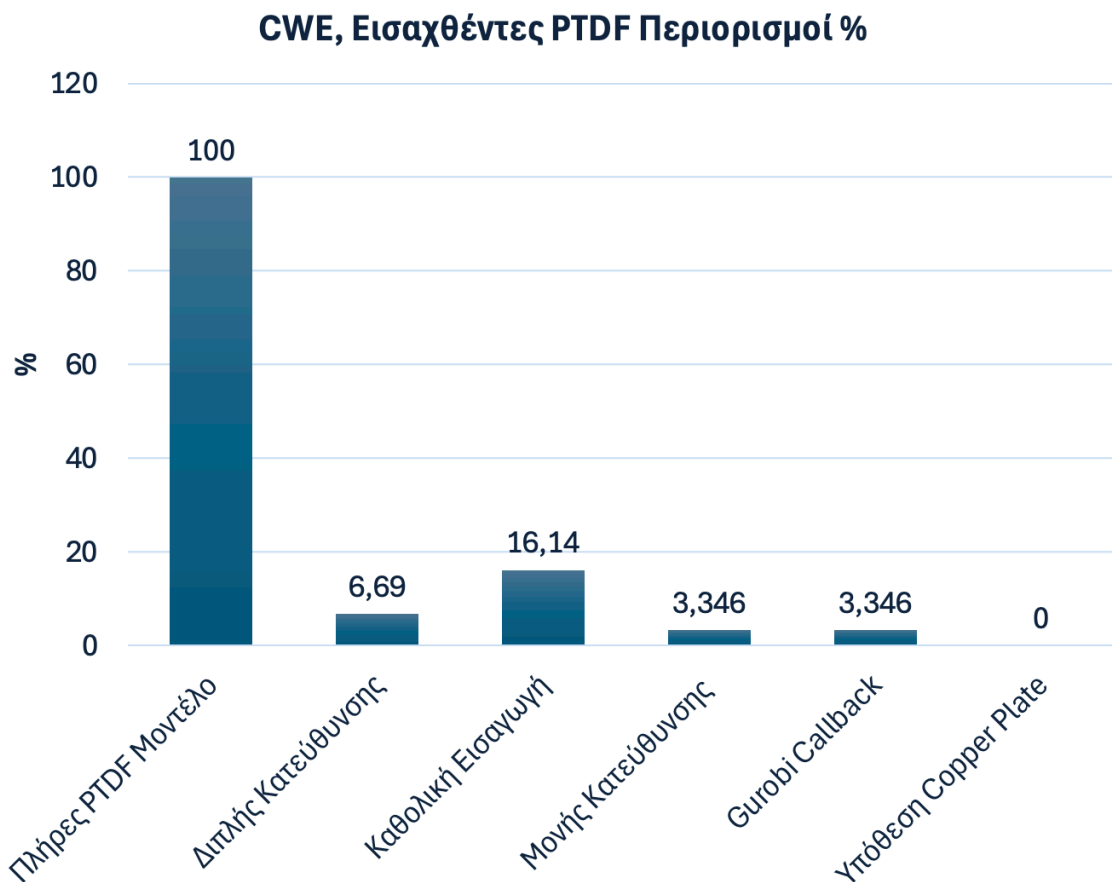
Στην περίπτωση του CWE, οι μέθοδοι επιλεκτικής εισαγωγής περιορισμών εμφανίζουν σαφώς καλύτερη απόδοση σε σχέση με το πλήρες PTDF μοντέλο, με εξοικονόμηση χρόνου που φτάνει έως και το **54%**. Ακόμη καλύτερη επίδοση καταγράφεται με την υλοποίηση μέσω Gurobi Calback, επιβεβαιώνοντας την αποδοτικότητα της μεθόδου σε μοντέλα μικρού μεγέθους. Η υπόθεση copper plate –όπου αγνοούνται πλήρως οι

περιορισμοί μεταφοράς– οδηγεί φυσιολογικά στον μικρότερο χρόνο, λειτουργώντας μόνο ως ιδεατή αναφορά. Αξιοσημείωτο είναι, ότι στο συγκεκριμένο δίκτυο η μέθοδος Καθολικής Εισαγωγής εμφανίζει μικρότερο χρόνο από τις μεθόδους Μονής και Διπλής Κατεύθυνσης, καθώς ολοκληρώνει τη διαδικασία με μία επανάληψη λιγότερη στον βρόχο εισαγωγής περιορισμών. Η παρατήρηση αυτή δείχνει ότι η αποδοτικότητα μιας μεθόδου εξαρτάται όχι μόνο από τη γενική της φιλοσοφία, αλλά και από τη δομή και τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του εκάστοτε συστήματος.



Εικόνα 10: Κατανάλωση μνήμης RAM (MB) για το CWE, ανά μεθοδολογία.

Η ανάλυση της κατανάλωσης μνήμης στο σενάριο του CWE αναδεικνύει τον καθοριστικό ρόλο των περιορισμών PTDF στη συνολική υπολογιστική επιβάρυνση. Η υπόθεση copper plate εμφανίζει τη χαμηλότερη χρήση μνήμης, καθώς δεν λαμβάνονται υπόψη περιορισμοί μεταφοράς, ενώ το Πλήρες PTDF Μοντέλο απαιτεί τη μέγιστη μνήμη, καταδεικνύοντας πόσο έντονα επιβαρύνουν οι περιορισμοί αυτοί το μαθηματικό πρόβλημα. Οι μέθοδοι επιλεκτικής εισαγωγής περιορισμών, επιτυγχάνουν σημαντική μείωση της κατανάλωσης μνήμης, ενώ η υλοποίηση με Gurobi Callback εμφανίζεται ακόμη πιο αποδοτική.



Εικόνα 11: Ποσοστό (%) εισαχθέντων περιορισμών PTDF στο CWE, ανά μεθοδολογία.

Η ανάλυση των αποτελεσμάτων για το CWE καταδεικνύει ότι, από το σύνολο των περιορισμών μεταφοράς ισχύος που θα μπορούσαν να ενεργοποιηθούν, στην πράξη μόνο ένα μικρό ποσοστό αυτών καθίσταται αναγκαίο για την εξασφάλιση της ορθής λειτουργίας του μοντέλου. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, μόλις το 3,3% των συνολικών περιορισμών χρειάστηκε να εισαχθεί, γεγονός που υπογραμμίζει τόσο την πλεονάζουσα φύση του πλήρους μοντέλου PTDF, όσο και την αποδοτικότητα των μεθόδων επιλεκτικής εφαρμογής.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι μέθοδοι Μονής Κατεύθυνσης και Gurobi Callback, οι οποίες εισάγουν ακριβώς τον ίδιο αριθμό περιορισμών. Το αποτέλεσμα αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς και οι δύο τεχνικές εισάγουν μόνο τους απολύτως αναγκαίους περιορισμούς που παραβιάζονται κατά την επίλυση. Η ταύτιση αυτή λειτουργεί επιπλέον ως μέσο επαλήθευσης της ορθότητας των αποτελεσμάτων. Το γεγονός ότι οι περιορισμοί που εισάγονται αντιστοιχούν περίπου στους μισούς από αυτούς της Διπλής Κατεύθυνσης ερμηνεύεται εύλογα, καθώς στη Διπλή Κατεύθυνση εφαρμόζεται η ίδια διαδικασία αλλά και για τις δύο κατευθύνσεις ροής κάθε γραμμής.

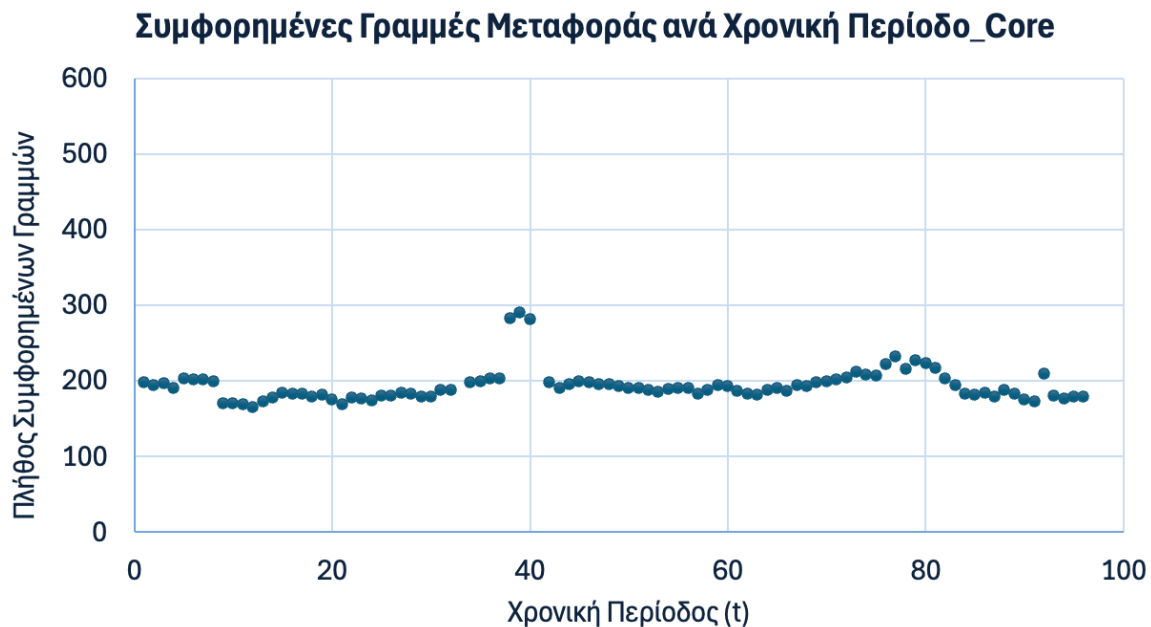
6.3 Συμφορήσεις

Το κομβικό μοντέλο μας επιτρέπει να παρατηρήσουμε τις συμφορήσεις εντός των χωρών, στις εσωτερικές γραμμές μεταφοράς. Ως συμφορημένες, ορίζονται οι γραμμές μεταφοράς των οποίων η ροή ισχύος που προκύπτει από την εκκαθάριση της αγοράς, υπερβαίνει την διαθέσιμη μεταφορική της ικανότητα. Σε αντίθεση με τα ζωνικά μοντέλα, όπου οι ενδοζωνικές συμφορήσεις αποκρύπτονται και αντιμετωπίζονται εκ των υστέρων, η κομβική τιμολόγηση εσωτερικεύει αυτούς τους περιορισμούς στην ίδια τη διαδικασία εκκαθάρισης, παρέχοντας ακριβέστερα σήματα τιμών και αποφεύγοντας σημαντικό μέρος του κόστους ανακατανομής. [3,6]

Στο πλαίσιο αυτό, η παρούσα ενότητα εστιάζει στη μελέτη των συμφορήσεων που παρατηρούνται στο CORE. Μέσα από τα αρχεία δεδομένων και τις γεωγραφικές απεικονίσεις, εξετάζονται οι γραμμές που εμφανίζουν τα πιο έντονα προβλήματα, οι συχνότητες εμφάνισης συμφορήσεων και τα σημεία του δικτύου που λειτουργούν ως συστηματικά σημεία συμφόρησης (bottlenecks). Η ανάλυση αυτή επιτρέπει την εξαγωγή ποιοτικών συμπερασμάτων σχετικά με τις γεωγραφικές περιοχές που παρουσιάζουν μόνιμη επιβάρυνση, καθώς και με τις διαρθρωτικές αδυναμίες του τωρινού συστήματος τιμολόγησης.

6.3.1 Χρονική Εξέλιξη του Πλήθους Συμφορήσεων στο CORE

Στην Εικόνα 12 παρουσιάζεται ο αριθμός των γραμμών που παραβιάζουν το όριο μεταφοράς τους, σε κάθε χρονική περίοδο της ημέρας.



Εικόνα 12: Πλήθος συμφορημένων γραμμών μεταφοράς ανά χρονική περίοδο, στο CORE.

Παρατηρείται ότι, για το μεγαλύτερο μέρος της ημέρας, οι παραβιάσεις κυμαίνονται σε σχετικά σταθερό επίπεδο γύρω στις 180–220 γραμμές, γεγονός που υποδηλώνει μια συνεχή και ομοιόμορφη χρονικά πίεση στο δίκτυο. Ωστόσο, κατά το χρονικό διάστημα των περιόδων $t = 38 - 40$ (9:15 με 10 το πρωί), ο αριθμός των παραβιάσεων φτάνει σχεδόν τις 300 γραμμές. Η αύξηση αυτή, στέλνει σαφές σήμα ότι πρόκειται για ζήτημα που πηγάζει από την ίδια τη λειτουργία του συστήματος.

6.3.2 Γεωγραφική Κατανομή Συμφόρησης στο CORE

Τα σημεία συμφόρησης αποτελούν κρίσιμο στοιχείο για την ανάλυση του δικτύου, καθώς είναι αυτά που σε μεγάλο βαθμό καθορίζουν πού και πότε εμφανίζεται η μεγαλύτερη πίεση στο δίκτυο. Η σημασία τους έγκειται στο ότι αποτελούν τα πιο ευαίσθητα σημεία του δικτύου, όπου η μεταφορική ικανότητα δοκιμάζεται περισσότερο, επηρεάζοντας άμεσα τις ροές, τις κομβικές τιμές και την ανάγκη για ανακατανομή παραγωγής.

Στην παρούσα εργασία, ως σημεία συμφόρησης ορίζονται οι γραμμές μεταφοράς, που κατά μέσο όρο υπερβαίνουν το 70% του μεταφορικού τους ορίου στη διάρκεια της ημέρας. Η συνεχής υψηλή ροή τους δείχνει ότι δεν πρόκειται για περιστασιακά φαινόμενα αλλά για δομικά προβλήματα του συστήματος, που επανεμφανίζονται ανεξάρτητα από τις συνθήκες ζήτησης ή παραγωγής.

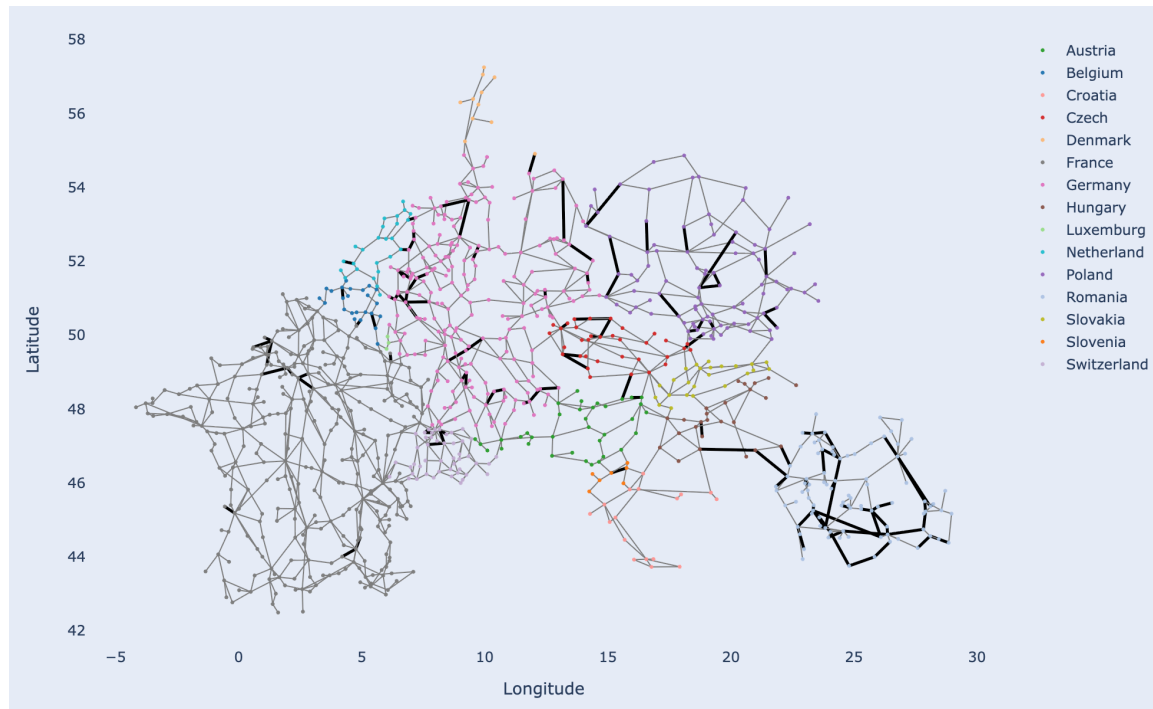
Η ανάλυση των αποτελεσμάτων δείχνει ότι τα περισσότερα σημεία συμφόρησης εντοπίζονται **εντός** των εθνικών δικτύων, με συνολικά **115 εσωτερικές γραμμές** να παραμένουν σε επίπεδα ροής πάνω από το 70% του ορίου τους. Η χώρα με τη μεγαλύτερη συγκέντρωση είναι η Ρουμανία, με 41 εσωτερικά σημεία συμφόρησης, γεγονός που υποδεικνύει έντονη εσωτερική πίεση στο δίκτυό της. Ακολουθούν η Γερμανία (28 σημεία) και η Πολωνία (16 σημεία), ενώ σημαντικά μεγέθη παρατηρούνται επίσης στην Γαλλία (12) και στην Τσεχία (6). Οι υπόλοιπες χώρες εμφανίζουν μικρότερο αλλά υπαρκτό αριθμό εσωτερικών σημείων συμφόρησης, αποδεικνύοντας ότι το φαινόμενο δεν είναι μεμονωμένο αλλά διαρθρωτικό σε όλο το CORE Region.

Παράλληλα, καταγράφηκαν **8 διασυνοριακές γραμμές** που λειτουργούν ως σημεία συμφόρησης. Αυτές είναι συνδέσεις: Βελγίου–Γαλλίας, Τσεχίας–Αυστρίας, Τσεχίας–Πολωνίας, Γερμανίας–Δανίας, Γερμανίας–Ολλανδίας (δύο γραμμές), Ρουμανίας–Ουγγαρίας (δύο γραμμές). Το εύρημα αυτό δείχνει ότι, αν και οι περισσότερες συμφορήσεις είναι εσωτερικές, οι διασυνοριακές συνδέσεις εξακολουθούν να παίζουν καθοριστικό ρόλο ως σημεία συμφόρησης, περιορίζοντας τις εμπορικές ροές μεταξύ περιφερειακών αγορών και κρατών.

Το γεγονός ότι περίπου το 93% των σημείων συμφόρησης εντοπίζεται εντός των χωρών καταδεικνύει ξεκάθαρα το πλεονέκτημα της κομβικής τιμολόγησης έναντι της ζωνικής. Στο ζωνικό μοντέλο τα σημεία αυτά θα αγνοούνταν στην εκκαθάριση και θα

αντιμετωπίζονταν εκ των υστέρων, οδηγώντας σε αναποτελεσματικότητα και αυξημένο κόστος ανακατανομής.

Μέσω του παρακάτω χάρτη αποτυπώνεται η χωρική κατανομή τους, ώστε να αναδειχθεί η γεωγραφική τους διάσταση και να διευκολυνθεί η ερμηνεία τους στον ευρωπαϊκό χώρο συνολικά.



Εικόνα 13: Γεωγραφική αποτύπωση των σημείων συμφόρησης στον χάρτη του CORE Region

Συνοπτικά:

1. **Κεντρικά και Ανατολικά:** Ισχυρή συγκέντρωση σημείων συμφόρησης στον άξονα Γερμανίας–Πολωνίας–Τσεχίας.
2. **Κεντρική Ευρώπη:** Σημαντικά σημεία συμφόρησης συγκεντρωμένα εσωτερικά της Ελβετίας, κοντά στα σύνορα με Γερμανία και Γαλλία, αλλά και στην νοτιοδυτική Γερμανία.
3. **Νοτιοανατολικά:** Η Ρουμανία εμφανίζει τον μεγαλύτερο αριθμό σημείων συμφόρησης.
4. **Δυτική Ευρώπη:** Στην Γαλλία οι συμφορήσεις εντοπίζονται κυρίως κοντά στο Παρίσι. Στην Ολλανδία και το Βέλγιο τα σημεία είναι περιορισμένα, και πιθανώς σχετίζονται με την πίεση που δέχεται το γερμανικό δίκτυο.

Η ανάλυση των σημείων συμφόρησης καθιστά σαφές ότι οι περιορισμοί μεταφοράς δεν αποτελούν απλώς τεχνικό ζήτημα, αλλά έχουν άμεσο αντίκτυπο στη διαμόρφωση των τιμών. Οι συμφορήσεις στο δίκτυο δημιουργούν τοπικές διαφοροποιήσεις στο κόστος εξυπηρέτησης της ζήτησης, οι οποίες αντανακλώνται στις κομβικές τιμές εκκαθάρισης. Συνεπώς, η μελέτη των συμφορήσεων αποτελεί το απαραίτητο βήμα για την κατανόηση των αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται στην επόμενη ενότητα, όπου αναλύονται οι τιμές ενέργειας.

Αξίζει να επισημανθεί ότι τα αποτελέσματα εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από τα δεδομένα εισόδου και την ποιότητά τους. Δεδομένου ότι η παρούσα εργασία βασίστηκε σε στοιχεία του 2017, τα οποία ενδέχεται να μην είναι πλήρως επικαιροποιημένα ή να περιέχουν ασυνέχειες, ορισμένα ευρήματα –όπως η υπερβολικά υψηλή συγκέντρωση συμφόρησης στη Ρουμανία– πιθανόν να αντανακλούν αυτές τις αδυναμίες. Ωστόσο, ο βασικός στόχος της ανάλυσης δεν είναι η εξαγωγή απόλυτων ποσοτικών συμπερασμάτων, αλλά η κατανόηση του τρόπου λειτουργίας της κομβικής τιμολόγησης και η ανάδειξη μεθοδολογικών βελτιώσεων που επιτρέπουν την ταχύτερη και αποδοτικότερη επίλυση του μοντέλου.

6.4 Ανάλυση Τιμών Ηλεκτρικής Ενέργειας στο Κομβικό Μοντέλο

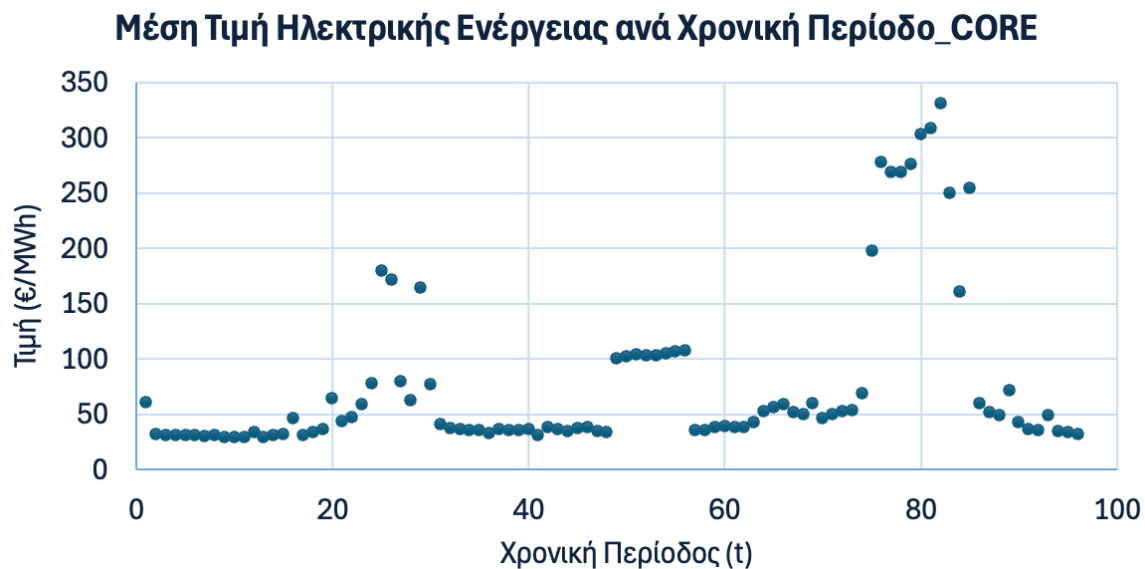
Η ενότητα αυτή εξετάζει τις τιμές ηλεκτρικής ενέργειας που προκύπτουν από το κομβικό μοντέλο εκκαθάρισης. Μέσα από τα αποτελέσματα αναδεικνύεται πώς οι φυσικοί περιορισμοί του συστήματος και οι γεωγραφικές ανισορροπίες μεταξύ παραγωγής και ζήτησης οδηγούν σε διαφοροποιήσεις στις τιμές ανά κόμβο και ανά χώρα. Η ανάλυση βασίζεται σε γεωγραφικά απεικονισμένα δεδομένα και στατιστικά στοιχεία, επιτρέποντας τη σύγκριση μεταξύ γεωγραφικών περιοχών και την ανάδειξη της σχέσης μεταξύ συμφόρησης και τιμών. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στη συγκριτική ανάλυση της Γερμανίας στο πλαίσιο των δύο βάσεων δεδομένων (CORE και CWE), ώστε να αναδειχθεί η σημασία του εύρους της περιοχής μελέτης στη διαμόρφωση των τιμών. Τέλος, εξετάζονται επιλεγμένες περιπτώσεις από το δίκτυο, με στόχο να καταδειχθεί στην πράξη η λειτουργία της κομβικής τιμολόγησης. Μέσα από παραδείγματα που καλύπτουν μεγάλο εύρος δυνατών καταστάσεων – από την ομαλή λειτουργία χωρίς περιορισμούς, έως την εμφάνιση συμφόρησης και την ακραία περίπτωση αποκοπής φορτίου – αναδεικνύεται πως οι κομβικές τιμές αντανακλούν άμεσα τις συνθήκες του συστήματος και παρέχουν τα κατάλληλα επενδυτικά και λειτουργικά σήματα.

6.4.1 Χρονική Κατανομή Μέσων Κομβικών Τιμών στο CORE

Για την αποτύπωση της χρονικής εξέλιξης των τιμών στο σύνολο της περιοχής CORE, υπολογίστηκε η μέση κομβική τιμή εκκαθάρισης ανά χρονική περίοδο της ημέρας (96 δεκαπεντάλεπτα). Το αποτέλεσμα παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 13, όπου φαίνεται η διακύμανση της μέσης τιμής ηλεκτρικής ενέργειας για όλη την περιοχή CORE κατά τη διάρκεια της ημέρας. Το διάγραμμα αυτό παρέχει την πρώτη γενική εικόνα για το

επίπεδο και τις τάσεις των τιμών, προτού εξεταστούν πιο αναλυτικά οι χωρικές διαφοροποιήσεις και οι αποκλίσεις ανά χώρα στις επόμενες υποενότητες.

Συγκεκριμένα, η ανάλυση των τιμών θα προσεγγιστεί από πολλαπλές σκοπιές, ώστε να διαμορφωθεί μια πλήρης εικόνα του φαινομένου: α) μέσω χαρτογράφησης των τιμών σε επίπεδο κόμβων για να αναδειχθούν γεωγραφικά πρότυπα, β) μέσω της στατιστικής παρουσίασης των μέσων τιμών ανά χώρα, και γ) με τη μελέτη της απόκλισης ώστε να φανεί ο βαθμός εσωτερικής ομοιογένειας κάθε αγοράς. Με αυτόν τον τρόπο, συνδέεται η χρονική εξέλιξη των τιμών με τη χωρική τους κατανομή, δίνοντας μια σφαιρική κατανόηση των μηχανισμών που οδηγούν στη διαμόρφωση τους.



Εικόνα 14: Μέση τιμή ηλεκτρικής ενέργειας ανά χρονική περίοδο t, στο CORE

Παρατηρείται ότι:

- Για το μεγαλύτερο μέρος της ημέρας, οι τιμές παραμένουν σε χαμηλά επίπεδα (30–60 €/MWh), υποδηλώνοντας μια σταθερή λειτουργία του συστήματος.
- Σε ορισμένες χρονικές περιόδους εμφανίζονται αιχμές τιμών, με τιμές που ξεπερνούν τα 150 €/MWh και φτάνουν έως περίπου 300 €/MWh. Οι αιχμές αυτές αποτελούν ενδείξεις περιόδων αυξημένης ζήτησης, που το σύστημα είναι στα όρια του.
- Η επάνοδος των τιμών σε χαμηλότερα επίπεδα μετά τις αιχμές καταδεικνύει ότι τα φαινόμενα αυτά είναι χρονικά περιορισμένα, και δεν χαρακτηρίζουν τη συνολική εικόνα της αγοράς.

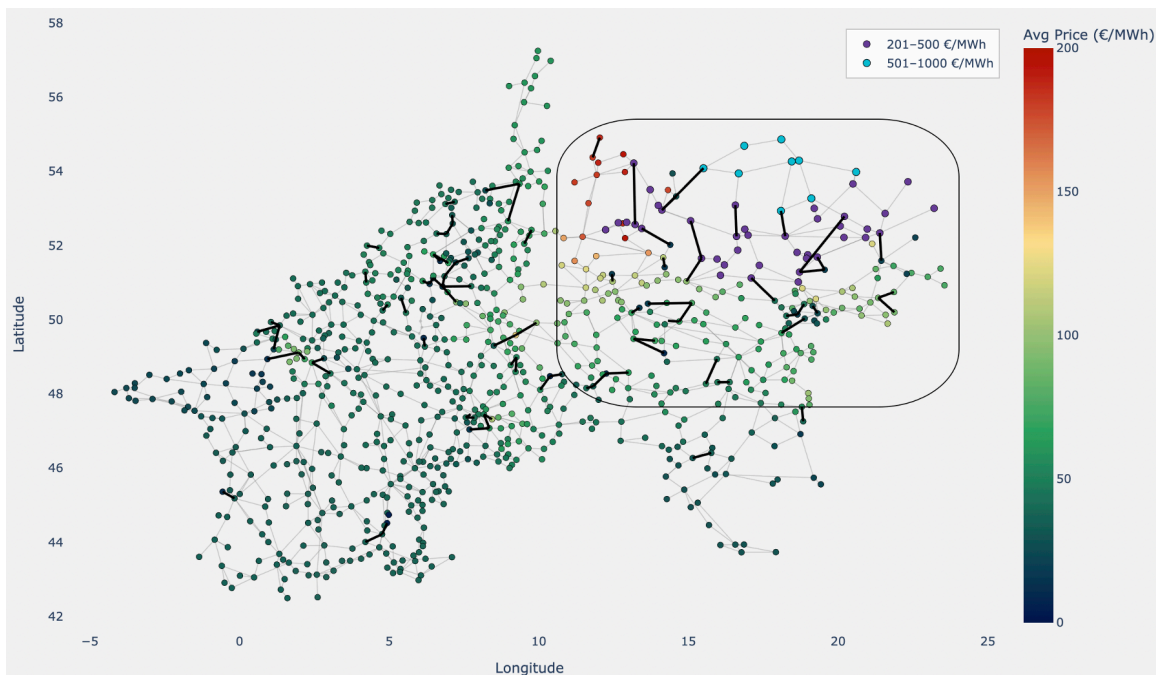
Η παρουσίαση αυτή δίνει τη γενική χρονική εικόνα των τιμών στο CORE, χωρίς όμως να αποκαλύπτει τις εσωτερικές χωρικές διαφοροποιήσεις που οδηγούν στα

παρατηρούμενα επίπεδα. Για τον λόγο αυτό, στην επόμενη υποενότητα η ανάλυση εστιάζει στη γεωγραφική διάσταση, μέσω χαρτογράφησης των κομβικών τιμών και συσχέτισής τους με τα σημεία συμφόρησης.

6.4.2 Χωρική Κατανομή Μέσων Κομβικών Τιμών στο CORE

Στην παρούσα υποενότητα, η ανάλυση στρέφεται στη χωρική κατανομή των τιμών ανά κόμβο, αξιοποιώντας χάρτες που αποτυπώνουν χρωματικά την κατανομή των μέσων τιμών στο δίκτυο του CORE. Μέσα από αυτή την προσέγγιση καθίσταται δυνατό να εντοπιστούν οι περιοχές με συστηματικά υψηλότερες ή χαμηλότερες τιμές, να αναδειχθεί η σύνδεση με τα σημεία συμφόρησης του δικτύου, και να κατανοηθεί καλύτερα πώς η φυσική τοπολογία και οι περιορισμοί μεταφοράς μεταφράζονται σε οικονομικά σήματα.

Σημείωση: Η Ρουμανία εξαιρέθηκε από την απεικόνιση, διότι σε αρκετές χρονικές περιόδους παρουσιάζει εξαιρετικά υψηλές τιμές (κοντά σε καθεστώς αποκοπής φορτίου $\sim 3000 \text{ €/MWh}$) λόγω πολύ έντονων και επίμονων συμφορήσεων, που οφείλεται σε πιθανές αδυναμίες ή ασυνέχειες στα δεδομένα εισόδου που αφορούν αυτή την χώρα.



Εικόνα 15: Μέση τιμή ανά κόμβο στο CORE Region (€/MWh). Με μαύρο απεικονίζονται τα σημεία συμφόρησης.

Ο χάρτης παρουσιάζει τη χωρική κατανομή των κομβικών τιμών εκκαθάρισης στην περιοχή CORE, με τις τιμές να αποδίδονται μέσω κλίμακας χρωμάτων. Παράλληλα έχουν σχεδιαστεί και τα σημεία συμφόρησης του δικτύου, ώστε να είναι ορατή η σύνδεση ανάμεσα στη φυσική λειτουργία των γραμμών μεταφοράς και στη διαμόρφωση των τιμών. Η απεικόνιση αυτή αναδεικνύει σαφώς ότι οι τιμές δεν

κατανέμονται απολύτως ομοιόμορφα στον χώρο, αλλά παρουσιάζουν συσσωρεύσεις υψηλών επιπέδων σε συγκεκριμένες γεωγραφικές περιοχές.

Πιο συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι στην Πολωνία οι τιμές βρίσκονται συστηματικά σε υψηλά επίπεδα, γεγονός που υποδηλώνει τη δυσκολία του συστήματος να εξυπηρετήσει τη ζήτηση με οικονομικά αποδοτικό τρόπο. Αντίστοιχα, ιδιαίτερα αυξημένες τιμές εμφανίζονται στην ευρύτερη περιοχή των συνόρων Γερμανίας–Τσεχίας–Πολωνίας, όπου το δίκτυο δέχεται ισχυρή πίεση και οι συμφορήσεις αντικατοπτρίζονται απευθείας στο επίπεδο των κομβικών τιμών. Μια ακόμη ενδιαφέρουσα παρατήρηση προκύπτει στη Γαλλία: ενώ το μεγαλύτερο μέρος της χώρας εμφανίζει χαμηλά και σταθερά επίπεδα, το Παρίσι και η ευρύτερη μητροπολιτική του περιοχή καταγράφουν αισθητά υψηλότερες τιμές. Αυτό δείχνει πως ακόμη και σε χώρες με συνολικά επαρκή ισορροπία παραγωγής και ζήτησης, υπάρχουν τοπικά αστικά κέντρα που λειτουργούν ως εστίες πίεσης, ανεβάζοντας την τοπική τιμή σε σύγκριση με την υπόλοιπη χώρα.

Συνολικά, ο χάρτης αποκαλύπτει μια ιδιαίτερα καθαρή γεωγραφική διάκριση στο εσωτερικό του CORE, η οποία πρακτικά χωρίζει την περιοχή σε δύο διακριτές ζώνες. Στην πρώτη ζώνη, που περιλαμβάνει τη Γαλλία, το Βέλγιο, την Ελβετία, την Αυστρία, την Κροατία, τη Σλοβενία, την Ουγγαρία καθώς και τη δυτική και νότια Γερμανία, οι κομβικές τιμές παραμένουν σε σχετικά χαμηλά επίπεδα και οι συμφορήσεις εμφανίζονται σποραδικά. Η εικόνα αυτή αντικατοπτρίζει ένα περιβάλλον με μεγαλύτερη τοπική επάρκεια παραγωγής και καλύτερη ισορροπία μεταξύ ζήτησης και διαθεσιμότητας δικτυακής ικανότητας, γεγονός που περιορίζει την εμφάνιση πιέσεων στις τιμές.

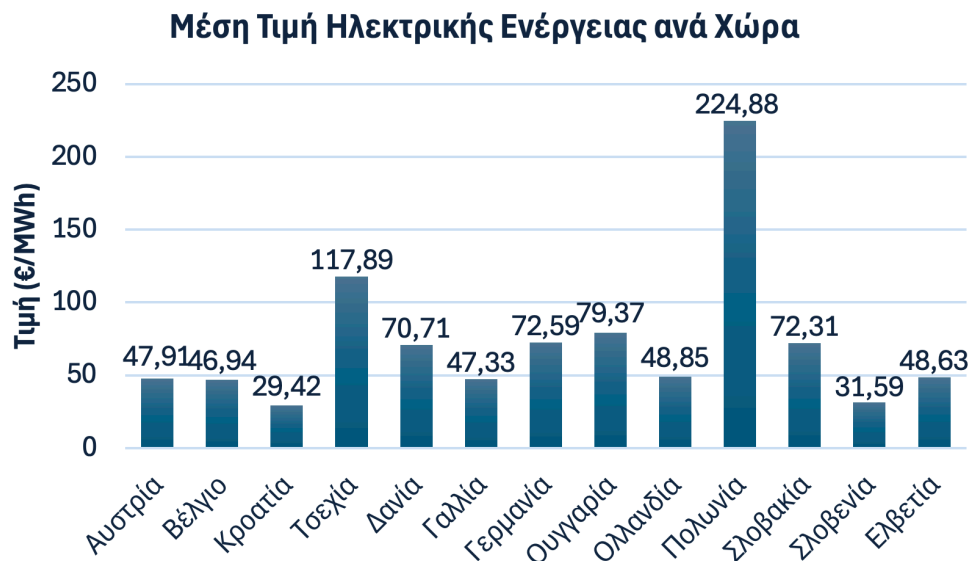
Αντίθετα, η δεύτερη ζώνη (που σημειώνεται πάνω στον χάρτη) εκτείνεται στην κεντρική και βορειοανατολική Γερμανία, την Δανία, την Πολωνία, την Τσεχία και τη Σλοβακία. Οι τιμές είναι συγκριτικά υψηλότερες και τα σημεία συμφορήσεων εμφανίζονται πολύ πιο έντονα και σε μεγαλύτερη συχνότητα. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι η περιοχή αυτή αποτελεί εστία συστηματικών ανισορροπιών, με τοπική ανεπάρκεια σε παραγωγική ισχύ ή με περιορισμένη ικανότητα δικτύου να εξυπηρετήσει τις ροές που απαιτούνται για την κάλυψη της ζήτησης. Οι υψηλές τιμές λειτουργούν ως σαφές οικονομικό σήμα ότι χρειάζονται κατάλληλες παρεμβάσεις, είτε με τη μορφή ενίσχυσης της τοπικής παραγωγικής βάσης, είτε με στοχευμένες επενδύσεις σε νέα έργα μεταφοράς.

Η αντίθεση ανάμεσα στις δύο ζώνες υπογραμμίζει ότι το CORE δεν είναι ένα ομοιογενές σύστημα ως προς τη διαμόρφωση τιμών, αλλά παρουσιάζει ισχυρές χωρικές διαφοροποιήσεις. Η παρατήρηση αυτή είναι ιδιαίτερα σημαντική για τον μελλοντικό σχεδιασμό του συστήματος, καθώς δείχνει ξεκάθαρα πού εστιάζονται οι μεγαλύτερες προκλήσεις και πού πρέπει να δοθεί προτεραιότητα σε επίπεδο ενεργειακής πολιτικής και επενδύσεων για τη διασφάλιση της ομαλής και αποδοτικής λειτουργίας της αγοράς.

6.4.3 Μέσες Τιμές και Διασπορά ανά χώρα

Η γενική εικόνα της εξέλιξης της μέσης τιμής στο σύνολο του CORE, που παρουσιάστηκε στις προηγούμενες υποενότητες, δεν επαρκεί για να καταδείξει τις διαφορές που παρατηρούνται μεταξύ χωρών. Για τον λόγο αυτό, εξετάζουμε αρχικά τη μέση ημερήσια τιμή κάθε χώρας, υπολογισμένη ως ο μέσος όρος όλων των κομβικών τιμών για όλες τις χρονικές περιόδους. Η ανάλυση αυτή παρέχει μια πρώτη συγκριτική ένδειξη για το επίπεδο τιμών που επικρατεί ανά χώρα και φανερώνει ποιες περιοχές τείνουν να βρίσκονται συστηματικά σε υψηλότερα ή χαμηλότερα επίπεδα σε σχέση με τον μέσο όρο του CORE.

Η ανάλυση των μέσων τιμών ανά χώρα επιτρέπει τον σαφή διαχωρισμό της περιοχής μελέτης σε τρία επίπεδα. Στο πρώτο επίπεδο, με **χαμηλές τιμές κάτω από τα 50 €/MWh**, συγκαταλέγονται χώρες όπως η **Αυστρία**, το **Βέλγιο**, η **Σλοβενία** και η **Γαλλία**, οι οποίες χαρακτηρίζονται από επαρκή παραγωγική βάση και περιορισμένη συχνότητα συμφορήσεων, γεγονός που συγκρατεί τις τιμές σε χαμηλά επίπεδα. Στο δεύτερο επίπεδο, με **ενδιάμεσες τιμές κοντά στα 70 €/MWh**, βρίσκονται χώρες όπως η **Γερμανία**, η **Ουγγαρία** και η **Σλοβακία**, όπου οι τιμές αντανακλούν μια πιο ισορροπημένη εικόνα μεταξύ παραγωγικής ικανότητας και τοπικών περιορισμών μεταφοράς. Τέλος, στο τρίτο επίπεδο ξεχωρίζουν οι χώρες με **ιδιαίτερα υψηλές τιμές**, δηλαδή η **Τσεχία** και η **Πολωνία**, που υπερβαίνουν τα **100 €/MWh** και **200 €/MWh** αντίστοιχα. Οι περιπτώσεις αυτές υποδηλώνουν συστηματικές πιέσεις στο δίκτυο, υψηλή συχνότητα συμφορήσεων και περιορισμένη δυνατότητα εισαγωγών ή εξισορρόπησης μέσω γειτονικών αγορών.

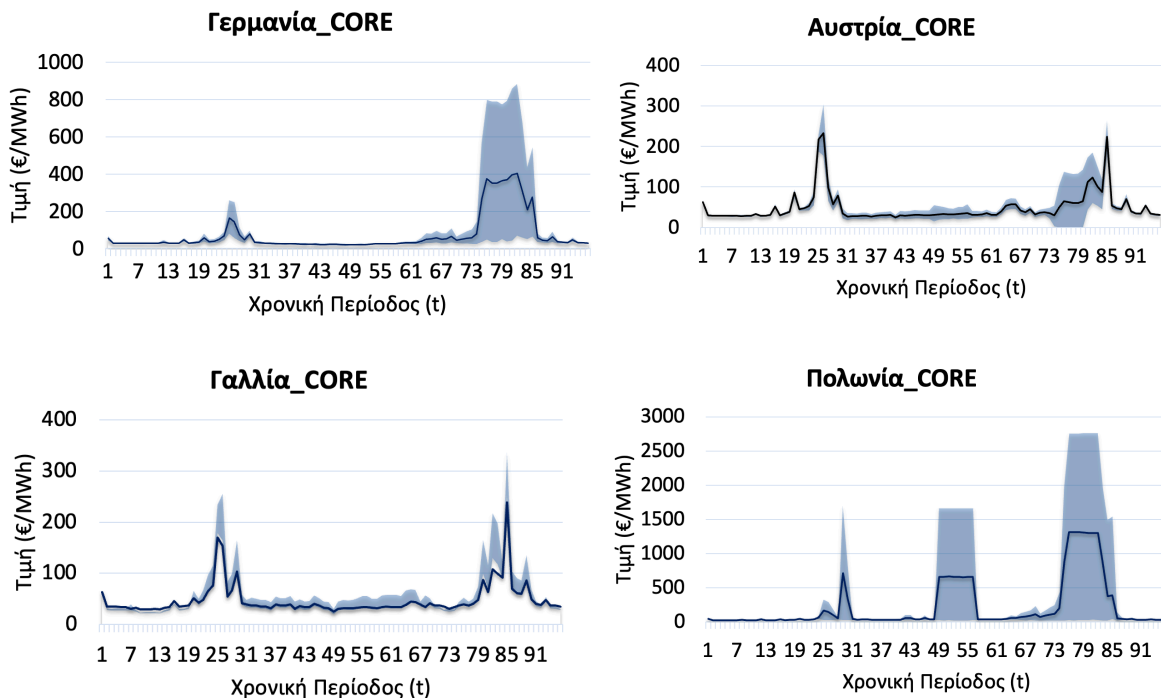


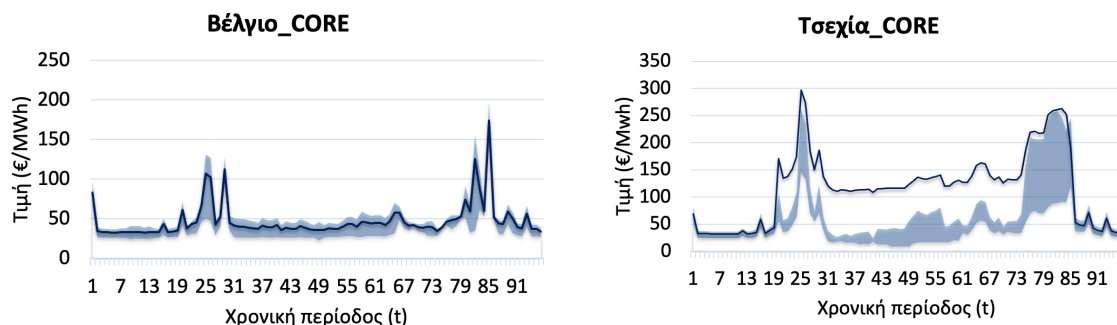
Εικόνα 16: Μέση τιμή ηλεκτρικής ενέργειας ανά χώρα στο CORE Region

Πέρα όμως από τη μέση τιμή, κρίσιμη διάσταση αποτελεί ο βαθμός ομοιογένειας των τιμών κάθε χώρας. Για να αποτυπωθεί αυτός, κατασκευάστηκαν χρονοσειρές όπου η γραμμή αναπαριστά τη μέση κομβική τιμή και η σκιασμένη περιοχή γύρω της δείχνει το εύρος τιμών που καταλαμβάνεται μεταξύ του 10^{ου} και του 90^{ου} ποσοστημορίου σε κάθε χρονική περίοδο. Με αυτόν τον τρόπο αποδίδεται πιο ρεαλιστικά η διασπορά των τιμών, χωρίς να επηρεάζεται η απεικόνιση από ακραίες παρατηρήσεις, ενώ παράλληλα αναδεικνύονται οι χρονικές στιγμές κατά τις οποίες οι αποκλίσεις εντός της ίδιας χώρας γίνονται εντονότερες.

Η προσέγγιση αυτή είναι ιδιαίτερα χρήσιμη, καθώς επιτρέπει την άμεση σύγκριση του βαθμού ομοιογένειας μεταξύ χωρών: όπου η σκιασμένη ζώνη παραμένει στενή, οι κόμβοι τείνουν να διαμορφώνουν σχεδόν ενιαία τιμή, ενώ σε περιπτώσεις όπου η ζώνη διευρύνεται καταγράφονται έντονες εσωτερικές διαφοροποιήσεις, υποδηλώνοντας τοπικές συμφορήσεις ή διαφοροποιημένη πρόσβαση σε διαθέσιμη ισχύ.

Η ερμηνεία των αποτελεσμάτων επικεντρώνεται επομένως όχι μόνο στο απόλυτο επίπεδο τιμών, αλλά και στη σταθερότητα και συνοχή της αγοράς κάθε χώρας. Χώρες με περιορισμένη διασπορά τιμών αναδεικνύουν πιο ενοποιημένη και αποτελεσματική αγορά, ενώ χώρες με διευρυμένη διασπορά καταδεικνύουν ανισορροπίες που συνδέονται με γεωγραφικούς περιορισμούς, συμφορήσεις ή διαφοροποιήσεις στην κατανομή της παραγωγικής βάσης.





Πίνακας 5: Συγκριτικά στατιστικά στοιχεία (Μέση τιμή και Διασπορά τιμών στο 10ο-90ό ποσοστημόριο) των τιμών ηλεκτρικής ενέργειας ανά χώρα.

Η ανάλυση των χρονοσειρών με τις μέσες τιμές και την διασπορά τους, αναδεικνύει σαφείς διαφοροποιήσεις ως προς τον βαθμό ομοιογένειας κάθε χώρας. Στη **Γερμανία** παρατηρούνται έντονες διαφοροποιήσεις στο εσωτερικό της, ιδίως κατά τις περιόδους αιχμής, γεγονός που καταδεικνύει ασυνεχή συμπεριφορά μεταξύ περιοχών παρά το σχετικά μεσαίο επίπεδο των μέσων τιμών της. Η **Γαλλία** και η **Αυστρία** εμφανίζουν σαφώς πιο ομοιογενή εικόνα, με χαμηλές και σταθερές τιμές στο μεγαλύτερο μέρος της ημέρας, στοιχείο που αντανακλά επάρκεια και συνοχή στις αγορές τους. Η **Πολωνία** ξεχωρίζει για τις ιδιαίτερα υψηλές τιμές και τις έντονες αποκλίσεις, οι οποίες δεν περιορίζονται μόνο στις κλασικές ώρες αιχμής ($t=25-35$ και $75-85$) αλλά εκδηλώνονται σε τρεις διαφορετικές περιόδους της ημέρας, δημιουργώντας μια αγορά υπό πίεση. Η **Τσεχία**, αν και χαμηλότερα από την Πολωνία ως προς το μέσο επίπεδο τιμών, παρουσιάζει ακόμα πιο έντονη εσωτερική αστάθεια, με αποτέλεσμα να χαρακτηρίζεται από χαμηλή συνοχή και συχνές “εξάρσεις” τιμών. Τέλος, το **Βέλγιο** διατηρεί χαμηλά επίπεδα τιμών με περιορισμένες αποκλίσεις, λειτουργώντας ως η πιο συμπαγής περίπτωση μεταξύ των υπό μελέτη χωρών.

Σημείωση: Όταν η σκιασμένη περιοχή ($10^{\circ} - 90^{\circ}$ ποσοστημόριο) βρίσκεται σχεδόν εξολοκλήρου κάτω από τη γραμμή της μέσης τιμής, η μέση επηρεάζεται δυσανάλογα από λίγες πολύ υψηλές τιμές ($90^{\circ} - 100^{\circ}$ ποσοστημόριο) που την «τραβούν» προς τα πάνω· αντιστρόφως, όταν η σκίαση είναι πάνω από τη μέση, η μέση τιμή συμπιέζεται από πολύ χαμηλές τιμές ($0 - 10^{\circ}$ ποσοστημόριο). Και στις δύο περιπτώσεις, οι σπάνιες αλλά ακραίες τιμές έχουν ισχυρή επίδραση στο ημερήσιο μέσο της χώρας.

Για την ποσοτική σύνοψη, στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζονται ο μέσος όρος τιμής ανά χώρα και η μέση τυπική απόκλιση των κομβικών τιμών. Η μέση τυπική απόκλιση προκύπτει ως εξής: για κάθε χρονική περίοδο t υπολογίζεται η τυπική απόκλιση των τιμών της χώρας ανά κόμβο και στη συνέχεια λαμβάνεται ο μέσος όρος αυτών των τιμών σε όλο τον χρονικό ορίζοντα. Παρόλο, που οι κομβικές τιμές δεν ακολουθούν κανονική κατανομή, και άρα η τυπική απόκλιση δεν αποτελεί τον ιδανικό περιγραφικό δείκτη, παραμένει όμως ένα σαφές και συγκρίσιμο μέτρο που αποδίδει ικανοποιητικά τον βαθμό ομοιογένειας/ετερογένειας εντός κάθε χώρας και ενισχύει την ερμηνεία των γραφημάτων διασποράς.

Χώρα	Μέση Τιμή (€/MWh)	Μέση Τυπική Απόκλιση
Αυστρία	47,91	13,05
Βέλγιο	46,94	8,33
Τσεχία	117,89	339,7
Γαλλία	47,33	12,14
Γερμανία	72,59	49,46
Πολωνία	224,88	201,54

Πίνακας 6: Μέσος όρος και μέση τυπική απόκλιση τιμών ενέργειας ανά χώρα.

Ερμηνεία:

- **Αυστρία και Γαλλία:** Βρίσκονται σε πολύ χαμηλά επίπεδα μέσων τιμών (≈ 47 €/MWh) και με μικρές τυπικές αποκλίσεις (≈ 12 – 13 €/MWh). Αυτό δείχνει υψηλή ομοιογένεια και σταθερότητα.
- **Βέλγιο:** Επίσης κινείται σε χαμηλές τιμές (~ 47 €/MWh), με την πιο περιορισμένη διακύμανση απ’ όλες (8.3 €/MWh), κάτι που το κατατάσσει ως το πιο “συμπαγές” σύστημα.
- **Γερμανία:** Έχει υψηλότερη μέση τιμή (73 €/MWh) και αυξημένη απόκλιση (≈ 49 €/MWh), που σημαίνει ότι αν και οι τιμές βρίσκονται σε μεσαίο επίπεδο, παρουσιάζουν μεγάλες εσωτερικές διαφοροποιήσεις ανά κόμβο.
- **Πολωνία:** Ξεχωρίζει με τεράστιες μέσες τιμές (225 €/MWh) και μεγάλη απόκλιση (201 €/MWh). Η πληροφορία αυτή, σε συνδυασμό με το γράφημα της Εικόνας 17, δείχνει ότι αν και την πλειοψηφία των περιόδων η χώρα έχει χαμηλή μέση τιμή, οι τρεις μεγάλες “εξάρσεις” και η απόκλιση των κόμβων στις περιόδους αυτές, αυξάνουν σημαντικά τον μέσο όρο.
- **Τσεχία:** Εμφανίζει χαμηλότερες τιμές (118 €/MWh) από την Πολωνία, αλλά με ακραία τυπική απόκλιση (340 €/MWh). Αυτό σημαίνει ότι αν και κατά μέσο όρο είναι χαμηλότερα από την Πολωνία, οι εξάρσεις είναι τόσο έντονες που κάνουν το σύστημα ιδιαίτερα ασταθές.

Συνοψίζοντας, η ανάλυση των μέσων τιμών και των αποκλίσεων ανέδειξε καθαρά τον διαφορετικό βαθμό ομοιογένειας των χωρών του CORE. Τα αποτελέσματα αυτά παρέχουν πολύτιμο υπόβαθρο για να ερευνηθεί πλέον πιο στοχευμένα το πώς μια μεμονωμένη χώρα –στην προκειμένη περίπτωση η Γερμανία– ανταποκρίνεται όταν επιλύεται σε διαφορετικά μοντέλα. Η σύγκριση της συμπεριφοράς της στο CORE και το CWE επιτρέπει να αποτυπωθεί με μεγαλύτερη σαφήνεια η επίδραση που έχει η γεωγραφική εμβέλεια του κάθε μοντέλου στα επίπεδα τιμών, στα σημεία συμφόρησης και στο συνολικό κόστος.

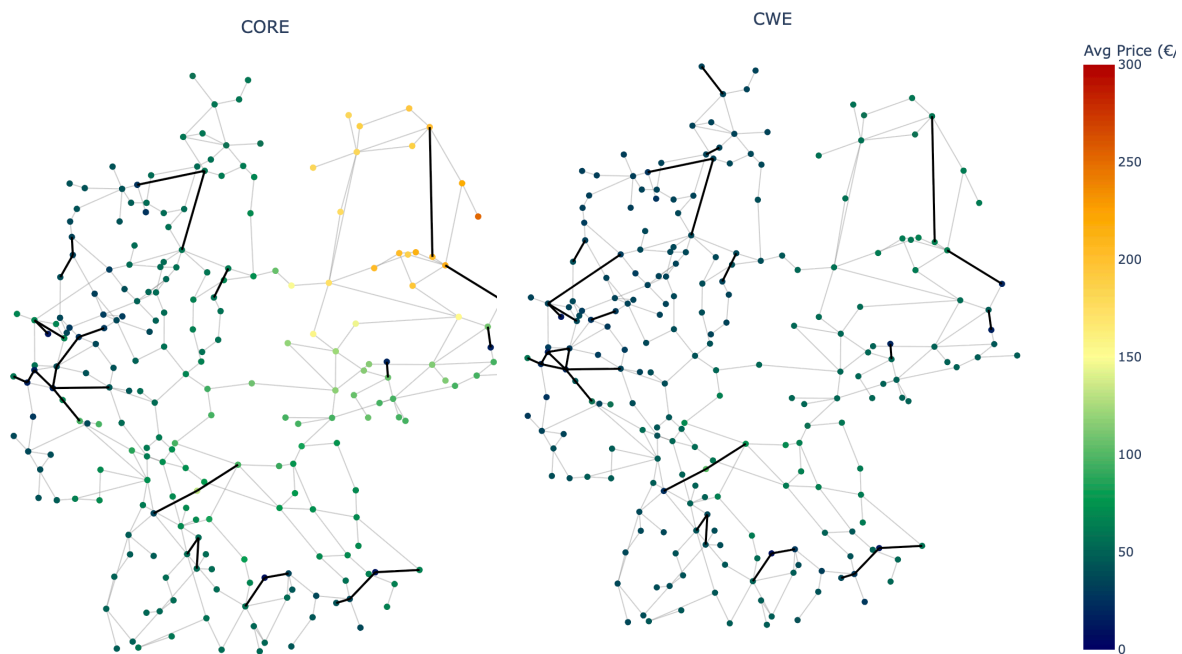
6.5 Ανάλυση Γερμανίας στο πλαίσιο CORE και CWE

Η σύγκριση της γερμανικής αγοράς στα δύο πλαίσια, CORE και CWE, παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Η Γερμανία, ως κεντρικός κόμβος με πυκνές εσωτερικές

διασυνδέσεις και κρίσιμες διεθνείς ροές, αντανακλά άμεσα πώς τα διαφορετικά όρια και η γεωγραφική κάλυψη κάθε μοντέλου μεταβάλλουν τις τιμές και τα σημεία συμφόρησης. Καθίσταται ουσιαστική επειδή το CWE είναι πιο ήπιο και σχετικά αυτόρκες σύστημα, ενώ το CORE είναι πιο πολύπλοκο και εμφανίζει συχνότερα πιεσμένες καταστάσεις. Η μετάβαση μεταξύ των δύο πλαισίων δείχνει πώς αλλάζει η συμπεριφορά της Γερμανίας μέσα σε σταθερότερο έναντι πιο απαιτητικού περιβάλλοντος.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται δύο χάρτες της Γερμανίας με τη μέση κομβική τιμή και τα σημεία συμφόρησης για CORE και CWE, ώστε να αξιολογηθούν οι χωρικές διαφοροποιήσεις, ο αριθμός/ένταση των συμφορήσεων και η γεωγραφική κατανομή των επιπέδων τιμών. Παράλληλα, παρατίθεται το διάγραμμα της χρονικής μέσης τιμής της Γερμανίας στο CWE με τη διασπορά των τιμών, για άμεση σύγκριση με το αντίστοιχο του CORE.

6.5.1 Γεωγραφική Σύγκριση Τιμών και Σημείων Συμφόρησης



Πίνακας 7: Μέσες τιμές ανά κόμβο και σημεία συμφόρησης στην Γερμανία - CORE, CWE

Η απεικόνιση των μέσων τιμών στους χάρτες φανερώνει μια σαφή διαφοροποίηση μεταξύ του CORE και του CWE. Στο CORE, παρατηρούνται υψηλότερες τιμές κυρίως στα ανατολικά και βορειοανατολικά τμήματα, γεγονός που οφείλεται στην γειτνίαση με την Πολωνία και την Τσεχία. Οι αγορές αυτών των χωρών χαρακτηρίζονται από έντονες στρεβλώσεις και περιορισμούς, οι οποίοι μεταφέρονται μέσω των δικτύων τους στο εσωτερικό της Γερμανίας, προκαλώντας τοπικά ακριβότερες τιμές και αυξημένη απόκλιση. Αντίθετα, στο CWE, όπου η Πολωνία και η Τσεχία δεν συμπεριλαμβάνονται,

οι μέσες τιμές στη Γερμανία είναι αισθητά χαμηλότερες και πιο ομοιογενείς, χωρίς εμφανείς τοπικές εξάρσεις.

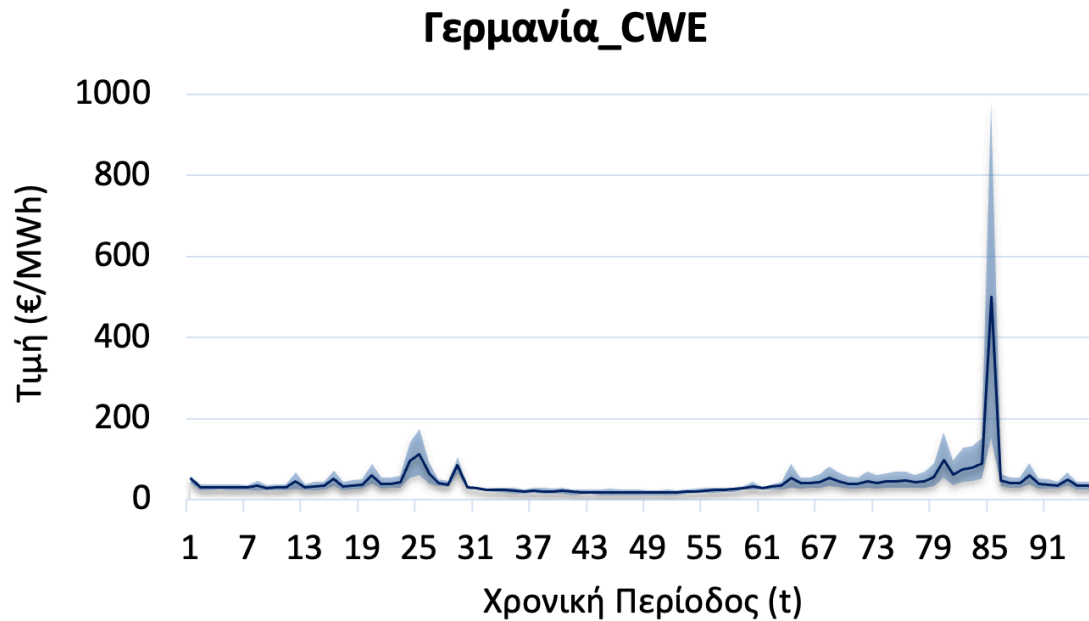
Όσον αφορά τις γραμμές που υπερβαίνουν τα όρια, το CORE καταγράφει παραπάνω από διπλάσιο αριθμό παραβιασμένων γραμμών (236 έναντι 108 στο CWE). Ειδικότερα, στο CORE τα σημεία συμφόρησης μετατοπίζονται προς τα ανατολικά, ενώ στο CWE συγκεντρώνονται περισσότερο στα δυτικά και κεντρικά τμήματα. Παρά τον μεγαλύτερο όγκο παραβιάσεων στο CORE, όταν εστιάσουμε στις εσωτερικές γραμμές της Γερμανίας, τα ίδια περίπου σημεία εμφανίζονται ως σημεία συμφόρησης και στα δύο πλαίσια επίλυσης. Αυτό υποδηλώνει ότι ο «μηχανισμός» με τον οποίο λειτουργεί το γερμανικό δίκτυο –δηλαδή οι βασικοί διάδρομοι μεταφοράς που πλησιάζουν το όριο τους– παραμένει ουσιαστικά ίδιος ανεξαρτήτως σεναρίου, καθώς από τα σημεία συμφόρησης **26 είναι κοινά**, με **28** συνολικά στο CORE και **31** στο CWE.

Η διαφοροποίηση, επομένως, αφορά πρωτίστως τη συχνότητα και την ένταση των συνολικών παραβιάσεων και όχι τον κορμό του δικτύου που επιβαρύνεται, ο οποίος — όπως αναλύθηκε— παραμένει ουσιαστικά ο ίδιος και στις δύο περιπτώσεις. Στο CORE οι πρόσθετες παραβιάσεις μπορούν να αποδοθούν σε ισχυρότερες εξωτερικές πιέσεις από τις διασυνδέσεις με γειτονικά συστήματα στα ανατολικά κυρίως σύνορα, οι οποίες αυξάνουν τη φόρτιση των ίδιων ευαίσθητων κλάδων, οδηγώντας σε υψηλότερες οριακές τιμές και σε συχνότερη ενεργοποίηση των περιορισμών PTDF. Αντίθετα, στο CWE, παρότι τα ίδια «ευάλωτα» τμήματα του δικτύου εξακολουθούν να αναδεικνύονται, το περιβάλλον ροών είναι συνολικά ηπιότερο, με αποτέλεσμα οι χωρικές διαφορές να είναι οριακές και να μην ανατρέπουν το βασικό χωρικό αποτύπωμα των συμφορήσεων.

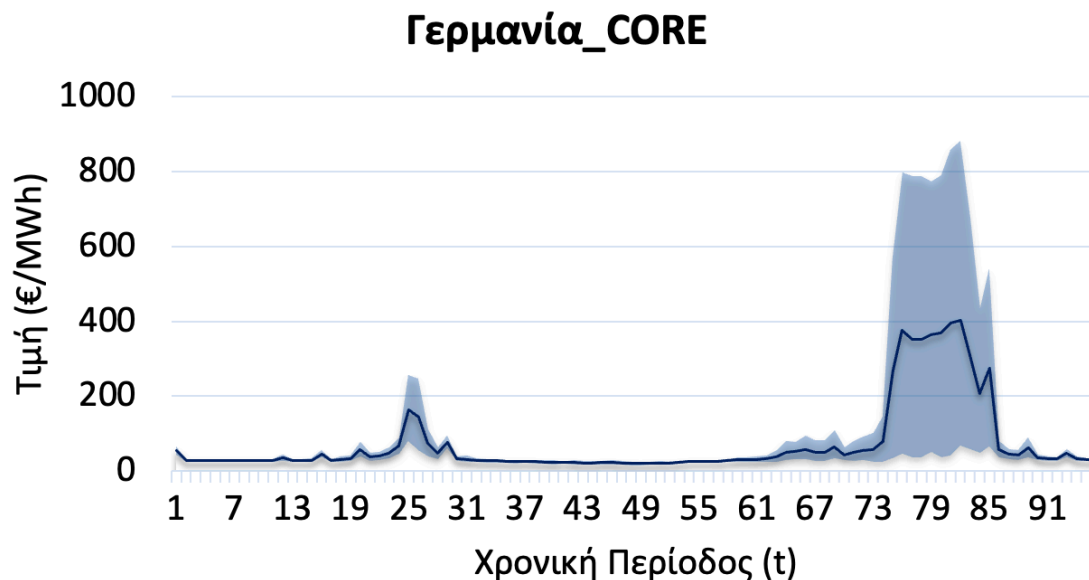
Παράλληλα προκύπτει και μια σημαντική διαφορά στο συνολικό κόστος της χώρας. Συγκεκριμένα, η επίλυση στο πλαίσιο του CORE οδηγεί σε συνολικό κόστος 25,85 εκατομμύρια ευρώ, έναντι 23,81 εκατομμυρίων ευρώ στο CWE. Η διαφορά αυτή, της τάξεως των δύο εκατομμυρίων ευρώ, καταδεικνύει ότι η αυξημένη πίεση ενός δικτύου συνολικά επιβαρύνει άμεσα το κόστος της χώρας, και ειδικότερα των γειτονικών που παρατηρούνται τα προβληματικά φαινόμενα.

6.5.2 Σύγκριση Μέσων Τιμών και Τυπικής Απόκλισης

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα διαγράμματα της μέσης τιμής και της διασποράς των τιμών για τη Γερμανία στο πλαίσιο των δύο μοντέλων, CORE και CWE. Μέσα από αυτά γίνεται φανερό πώς διαφοροποιείται το επίπεδο τιμών και ο βαθμός ομοιογένειας της χώρας ανάλογα με το δίκτυο στο οποίο εντάσσεται.



Εικόνα 17: Μέση τιμή και Διασπορά τιμών στο 10ο-90ό ποσοστημόριο, στην Γερμανία – CWE



Εικόνα 18: Μέση τιμή και Διασπορά τιμών στο 10ο-90ό ποσοστημόριο, στην Γερμανία - CORE

Η σύγκριση των δύο γραφημάτων αναδεικνύει σαφείς διαφοροποιήσεις στη σταθερότητα της αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας στη Γερμανία μεταξύ CORE και CWE. Στο CORE, όπως έχει ήδη αναλυθεί, οι τιμές εμφανίζουν έντονη διακύμανση με υψηλή διασπορά, γεγονός που αντικατοπτρίζει μεγαλύτερη αστάθεια και εσωτερικές διαφοροποιήσεις μεταξύ κόμβων. Αντίθετα, στο CWE οι τιμές παραμένουν πιο ομοιογενείς, σε χαμηλότερα επίπεδα, με σημαντικά μειωμένη διασπορά, υποδεικνύοντας ένα πιο σταθερό και συνεκτικό σύστημα.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο συνολικός μέσος όρος τιμών της χώρας μειώθηκε στα 42,73 €/MWh στο CWE, από τα 72,59 €/MWh στο CORE. Αντίστοιχη ελάττωση στα 15,22 €/MWh, το παρατηρείται και στην μέση τυπική απόκλιση στις δύο περιπτώσεις, από τα 49,46 €/MWh στο CORE. Αυτό επιβεβαιώνει ότι το CWE όχι μόνο διατηρεί σημαντικά χαμηλότερα επίπεδα τιμών αλλά και περισσότερη σταθερότητα, ενισχύοντας την εικόνα ενός πιο αυτάρκους και ισορροπημένου δικτύου, υπό το πρίσμα της Γερμανίας.

6.6 Παραδείγματα Λειτουργίας της Κομβικής Τιμολόγησης

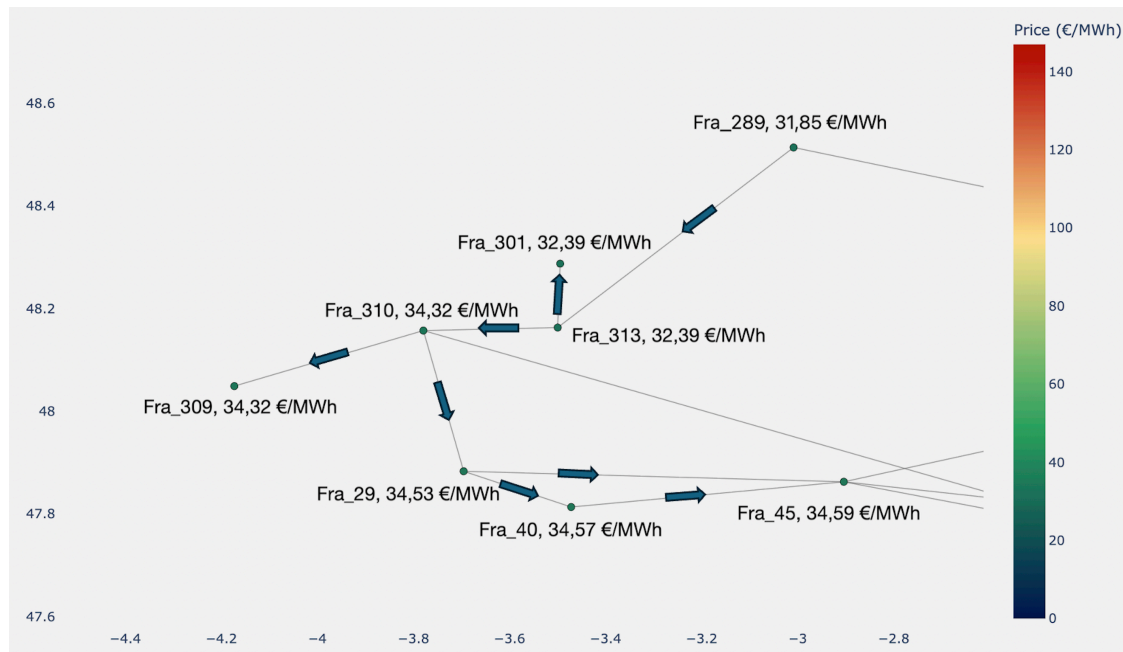
Στο τμήμα αυτό παρουσιάζονται χαρακτηριστικές περιπτώσεις από το μοντέλο που αναπτύχθηκε, με στόχο να καταδειχθεί στην πράξη πώς διαμορφώνονται οι κομβικές τιμές. Οι κομβικές τιμές προκύπτουν άμεσα από το ισοζύγιο ισχύος κάθε κόμβου και τις σκιάδεις τιμές των περιορισμών μεταφοράς. Για λόγους κατανόησης, όμως, η ανάλυση που ακολουθεί δεν μένει στη μαθηματική διατύπωση αλλά αξιοποιεί πραγματικά δεδομένα του δικτύου, δείχνοντας πώς η ύπαρξη ή μη συμφόρησης και η πιθανή αποκοπή φορτίου αντανακλώνται άμεσα στις τιμές. Οι περιπτώσεις αντλήθηκαν από το σενάριο του CWE και αφορούν τη χρονική στιγμή $t = 24$, ώστε να υπάρχει κοινό χρονικό σημείο αναφοράς.

Για τον σκοπό αυτό εξετάζονται τρεις διαφορετικές καταστάσεις:

- λειτουργία χωρίς συμφόρηση,
- λειτουργία με συμφόρηση αλλά χωρίς αποκοπή φορτίου,
- λειτουργία με συμφόρηση και ταυτόχρονη αποκοπή φορτίου.

Η διαβάθμιση αυτή επιτρέπει να αναδειχθεί κλιμακωτά η λογική της κομβικής τιμολόγησης. Ξεκινώντας από την περίπτωση όπου όλοι οι περιορισμοί ισχύος ικανοποιούνται χωρίς να καταστούν δεσμευτικοί, συνεχίζοντας σε καταστάσεις όπου εμφανίζονται συμφορήσεις αλλά ικανοποιείται το φορτίο, και καταλήγοντας στην ακραία περίπτωση όπου η αδυναμία κάλυψης της ζήτησης οδηγεί σε αποκοπή φορτίου.

6.6.1 Περίπτωση 1: Λειτουργία χωρίς Συμφόρηση



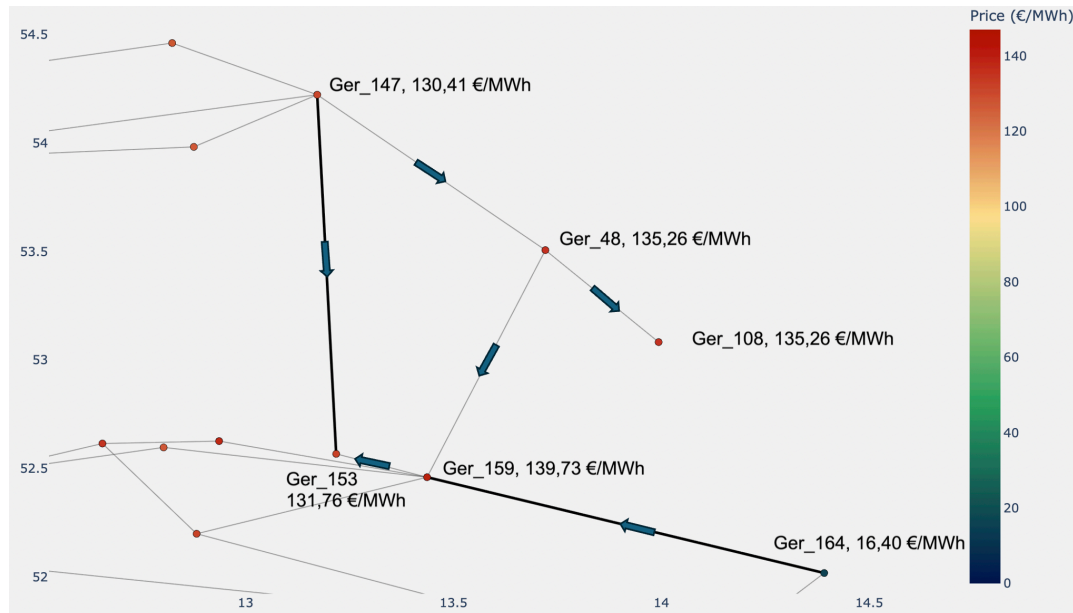
Εικόνα 19: Δίκτυο στη βορειοδυτική Γαλλία χωρίς συμφόρηση

Για την πρώτη περίπτωση εξετάζεται το παραπάνω τμήμα του δικτύου που βρίσκεται στην βορειοδυτική Γαλλία. Παρουσιάζονται οι κόμβοι με τις τιμές τους, καθώς και η κατεύθυνση των ροών ισχύος σε κάθε γραμμή μεταφοράς.

Οι κομβικές τιμές εμφανίζονται σε πολύ κοντινά και χαμηλά επίπεδα, μεταξύ 32–35 €/MWh, γεγονός που υποδηλώνει την απουσία συμφόρησης στο συγκεκριμένο τμήμα του δικτύου. Χαρακτηριστικό είναι ότι παρατηρούνται δύο ζεύγη κόμβων με ταυτόσημες τιμές (Fra_301 – Fra_313 με 32,39 €/MWh και Fra_309 – Fra_310 με 34,32 €/MWh). Η απόλυτη αυτή ευθυγράμμιση οφείλεται στο ότι οι κόμβοι αυτοί συνδέονται ουσιαστικά σε διάταξη 1–1, με άμεση γραμμή μεταφοράς και χωρίς εναλλακτικές διαδρομές που θα μπορούσε να ακολουθήσει η ροή ισχύος, με αποτέλεσμα να μην αναπτύσσονται διαφοροποιήσεις στο επίπεδο τιμολόγησης. Αντίθετα, στους υπόλοιπους κόμβους κάθε σημείο συνδέεται με περισσότερους γειτονικούς, γεγονός που οδηγεί σε διαφοροποιημένες ροές ισχύος και άρα σε μικρές τιμολογιακές αποκλίσεις. Επομένως, οι διαφορές τιμών στο συγκεκριμένο δίκτυο δεν προκύπτουν από κάποια αδυναμία συνολικής ικανοποίησης της ζήτησης, αλλά από τον τρόπο με τον οποίο η ισχύς κατανέμεται και μετακινείται μέσω των γραμμών μεταφοράς. Δεδομένου ότι όλοι οι κόμβοι της περιοχής λειτουργούν ως καθαροί εισαγωγείς, αδυνατώντας να καλύψουν το φορτίο τους, οι κομβικές τιμές αντανakλούν ακριβώς αυτήν την εξάρτηση από τις ροές: η ενέργεια που χρειάζονται μεταφέρεται μέσω των γραμμών, και η διαφοροποίηση των διαδρομών οδηγεί στις μικρές τιμολογιακές αποκλίσεις που παρατηρούνται. Συνολικά, η εικόνα αναδεικνύει μια σταθερή και συνεκτική τοπική

αγορά, όπου η ισχύς ρέει ομαλά και οι τιμές παραμένουν σχεδόν ίδιες σε όλους τους κόμβους.

6.6.2 Περίπτωση 2: Συμφόρηση χωρίς Αποκοπή Φορτίου



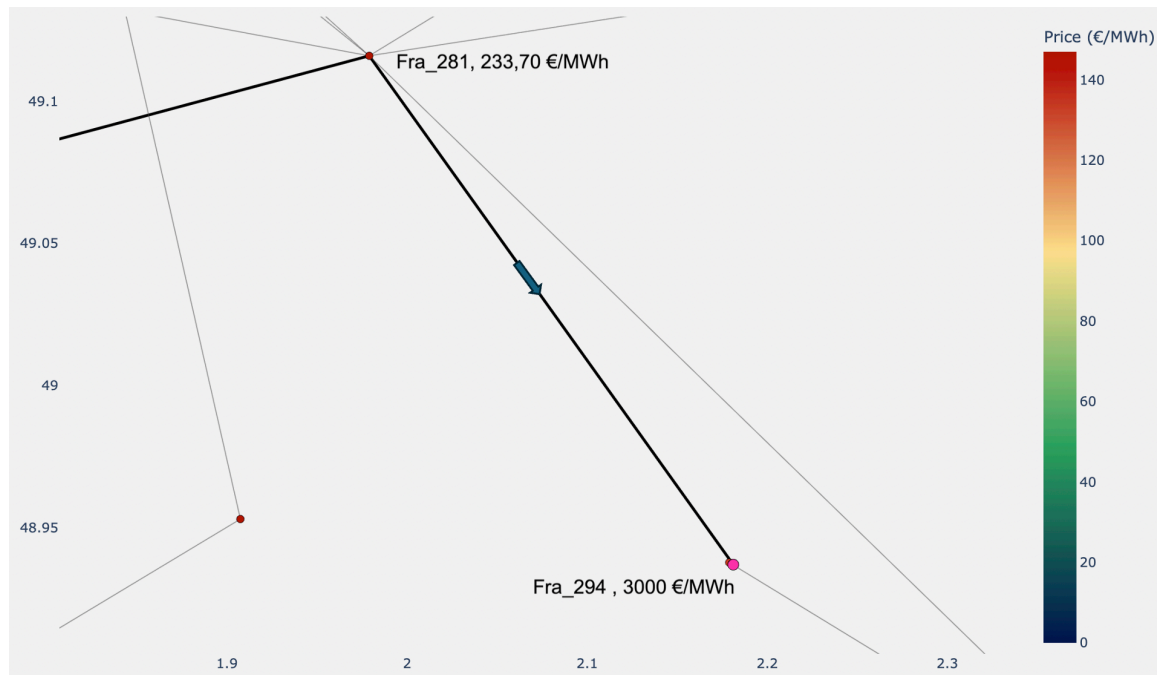
Εικόνα 20: Δίκτυο στην βόρεια Γερμανία με συμφόρηση χωρίς αποκοπή φορτίου

Στο συγκεκριμένο απόσπασμα του δικτύου της βόρειας Γερμανίας εντοπίζονται δύο γραμμές συμφόρησης, οι οποίες λειτουργούν με διαφορετικό τρόπο και οδηγούν σε διαφορετικές τιμολογιακές αποκρίσεις. Η πρώτη είναι η γραμμή που συνδέει τον κόμβο Ger_164 με τον Ger_159, ενώ η δεύτερη είναι αυτή που συνδέει τον Ger_147 με τον Ger_153. Η ανάλυση των κομβικών τιμών γύρω από αυτές τις γραμμές αναδεικνύει τις διαφορετικές δυναμικές που αναπτύσσονται σε κάθε περίπτωση.

Στην πρώτη συμφόρηση (Ger_164 – Ger_159), ο κόμβος Ger_164 εξάγει ενέργεια σε όλες τις συνδέσεις του και δεν λαμβάνει ισχύ από κανέναν γειτονικό κόμβο. Το αποτέλεσμα είναι η τιμή του να καταρρεύσει σε εξαιρετικά χαμηλά επίπεδα (16,40 €/MWh), καθώς η επιπλέον παραγωγή του δεν μπορεί να απορροφηθεί από το δίκτυο λόγω του περιορισμού της γραμμής. Αντίθετα, στη δεύτερη συμφόρηση (Ger_147 – Ger_153), ο κόμβος Ger_147, αν και εξαγωγικός, δέχεται ταυτόχρονα ισχύ από δύο από τις πέντε συνδέσεις του. Έτσι, η τιμή του (130,41 €/MWh) παραμένει στα ίδια επίπεδα με την υπόλοιπη περιοχή, χωρίς να εμφανίζει ακραίες αποκλίσεις όπως στην πρώτη περίπτωση.

Παράλληλα, χαρακτηριστικό παράδειγμα ομοιόμορφης τιμολόγησης αποτελεί η δυάδα Ger_48 – Ger_108, που συνδέεται σε διάταξη 1–1 και εμφανίζει ακριβώς την ίδια τιμή (135,26 €/MWh). Η απόλυτη αυτή ευθυγράμμιση οφείλεται στην αποκλειστική σύνδεση των δύο κόμβων, χωρίς εναλλακτικές διαδρομές ροής ισχύος.

6.6.3 Περίπτωση 3: Συμφόρηση με Αποκοπή Φορτίου



Εικόνα 21: Δίκτυο στην περιοχή του Παρισιού με συμφόρηση και αποκοπή φορτίου

Η τρίτη περίπτωση αφορά τμήμα του δικτύου κοντά στην περιοχή του Παρισιού και αποτυπώνει μια κλασική συνθήκη εμφάνισης αποκοπής φορτίου. Ο κόμβος Fra_294, που εμφανίζεται με φούξια χρώμα, δεν καταφέρνει να ικανοποιήσει το φορτίο του, με αποτέλεσμα να εκτοξευθεί η κομβική του τιμή στο ανώτατο όριο των 3000 €/MWh, όπως ορίζεται από τον συντελεστή ποινής στην αντικειμενική συνάρτηση.

Ο κόμβος αυτός συνδέεται μόνο με τον Fra_281, ο οποίος τιμολογείται στα 233,70 €/MWh. Η μεγάλη αυτή απόκλιση τιμών καταδεικνύει ότι το όριο μεταφοράς της γραμμής που συνδέει τους δύο κόμβους έχει φτάσει στο μέγιστο, με αποτέλεσμα ο Fra_294 να μην μπορεί να εισάγει την απαιτούμενη ενέργεια για να καλύψει το φορτίο του. Παράλληλα, στην ίδια περιοχή υπάρχει ένας ακόμη κοντινός κόμβος, όπως φαίνεται στον χάρτη, ο οποίος όμως δεν συνδέεται με τον Fra_294, αλλά με διαφορετικό τμήμα του δικτύου, άρα δεν μπορεί να συμβάλει στη μείωση του ελλείμματος.

Το συμπέρασμα είναι σαφές: για να αποφευχθούν αντίστοιχες καταστάσεις, απαιτείται είτε ενίσχυση της τοπικής παραγωγής στον κόμβο Fra_294, είτε αύξηση του ορίου μεταφοράς της γραμμής Fra_281 – Fra_294, ώστε να επιτραπεί μεγαλύτερη ροή ισχύος. Η περίπτωση αυτή αποδεικνύει έμπρακτα πώς η έλλειψη επαρκούς διασύνδεσης οδηγεί σε ακραίες τοπικές τιμές και αναδεικνύει την ανάγκη για στοχευμένες επενδύσεις στο δίκτυο.

Κεφάλαιο 7 – Συμπεράσματα και Προοπτικές Έρευνας

7.1 Συνοπτική Αποτίμηση

Η παρούσα διπλωματική εργασία επικεντρώθηκε στη μετάβαση από το ζωνικό στο κομβικό μοντέλο τιμολόγησης ηλεκτρικής ενέργειας, με αξιοποίηση των συντελεστών PTDF και σύγχρονων τεχνικών βελτιστοποίησης. Η ανάπτυξη και εφαρμογή του μοντέλου σε δεδομένα μεγάλης κλίμακας ανέδειξε τα πλεονεκτήματα της κομβικής προσέγγισης, καθώς αποτυπώνει με μεγαλύτερη ακρίβεια τους φυσικούς περιορισμούς του συστήματος και οδηγεί σε πιο αποτελεσματική εκκαθάριση της αγοράς.

Μείζον ρόλο στη μεθοδολογία είχε η χρήση των Μεθόδων Επιλεκτικής Εφαρμογής Περιορισμών Μεταφοράς Ισχύος (ή lazy constraints), η οποία αποδείχθηκε ιδιαίτερα αποδοτική. Οι τεχνικές μείωσαν σημαντικά το υπολογιστικό βάρος του αρχικού μοντέλου, διατηρώντας ταυτόχρονα την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Η βελτίωση αυτή κατέστησε εφικτή την επίλυση προβλημάτων μεγάλης κλίμακας με μεγαλύτερη ταχύτητα και σταθερότητα.

Σε επίπεδο τιμολόγησης, τα αποτελέσματα έδειξαν σαφείς διαφοροποιήσεις στις κομβικές τιμές, άμεσα συνδεδεμένες με τα φαινόμενα συμφόρησης και τις τοπικές ελλείψεις. Η ανάλυση ανέδειξε την ύπαρξη δύο διακριτών υπο-περιοχών εντός του μοντέλου: μιας πιο σταθερής και ομοιογενούς στη Δυτική Ευρώπη και μιας δεύτερης με έντονες στρεβλώσεις στην Κεντρική και Ανατολική Ευρώπη. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσίασε η συγκριτική μελέτη της Γερμανίας, όταν συμμετέχει στο CORE και το CWE. Η ανάλυση αυτή κατέδειξε, ότι η διαφορά του CWE ως προς το CORE ως ένα πιο ήρεμο και συμπαγές δίκτυο, αποτυπώνεται έντονα και στη συμπεριφορά της Γερμανίας, η οποία παρουσιάζει χαμηλότερες τιμές και μικρότερες αποκλίσεις στα πλαίσια του πρώτου. Επιπλέον, η αποτύπωση των υψηλών ή χαμηλών κομβικών τιμών παρέχει ξεκάθαρα επενδυτικά σήματα για τον εκάστοτε κόμβο. Οι κόμβοι με σταθερά υψηλές τιμές υποδεικνύουν την ανάγκη για νέες μονάδες ή ενίσχυση του δικτύου, ενώ κόμβοι με χαμηλές τιμές αποθαρρύνουν την περαιτέρω συγκέντρωση ισχύος. Έτσι, το κομβικό μοντέλο λειτουργεί όχι μόνο ως εργαλείο βραχυχρόνιας εκκαθάρισης, αλλά και ως πυξίδα για τον μακροχρόνιο σχεδιασμό του συστήματος.

Αξίζει να διευκρινιστεί ότι τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν αφορούν το έτος 2017 και ενδέχεται να περιέχουν αδυναμίες ως προς την επικαιρότητα και την πληρότητά τους. Ωστόσο, ο κύριος στόχος της παρούσας εργασίας δεν ήταν η εξαγωγή απόλυτων ποσοτικών αποτελεσμάτων, αλλά η εφαρμογή και αξιολόγηση Μεθόδων Επιλεκτικής Εφαρμογής Περιορισμών Μεταφοράς Ισχύος για τη μείωση των χρόνων επίλυσης και η ανάλυση της λειτουργίας των κομβικών τιμών υπό την επίδραση των συνθηκών του συστήματος.

7.2 Μελλοντικές Επεκτάσεις

Η παρούσα εργασία αφήνει ανοιχτά πεδία για περαιτέρω έρευνα.

- Αρχικά, η μελέτη σε εκτεταμένους χρονικούς ορίζοντες θα επέτρεπε την ανάλυση σε μεγαλύτερο βάθος, με έμφαση στην εποχικότητα και στις ημέρες με ακραίες συνθήκες, καθώς στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, το μοντέλο εκτελείται για χαρακτηριστική ανοιξιότικη εργάσιμη ημέρα, ώστε να αποτυπωθούν οι αντίστοιχες συνθήκες ζήτησης και παραγωγής.
- Σημαντική κατεύθυνση αποτελούν επίσης οι πολιτικές και κοινωνικές εφαρμογές, με εκτίμηση των επιπτώσεων στην τιμολόγηση, στις επενδύσεις και στη διαδικασία ευρωπαϊκής ολοκλήρωσης.
- Η διεύρυνση της περιοχής μελέτης σε πανευρωπαϊκό επίπεδο ή σε άλλες αγορές θα επέτρεπε τη συγκριτική αξιολόγηση της προσέγγισης.
- Τέλος, απαιτείται περαιτέρω έρευνα για την αποδοτικότερη επίλυση του Μικτού Ακέραιου Μοντέλου, καθώς καμία από τις μεθόδους της εργασίας δεν πέτυχαν την επίλυση του CORE Region σε αποδεκτό χρόνο, με την υπάρχουσα υπολογιστική δύναμη.

Συνολικά, η εργασία ανέδειξε ότι η κομβική τιμολόγηση, αν και απαιτητική υπολογιστικά, προσφέρει σημαντικά πλεονεκτήματα στην αποτύπωση της πραγματικής κατάστασης του συστήματος.

Βιβλιογραφία

- [1]. ACER (2024). Welfare Benefits of Co-Optimising Energy and Reserves. ACER Study.
- [2]. ENTSO-E (2022). Report on the Locational Marginal Pricing Study of the Bidding Zone Review Process. ENTSO-E.
- [3]. Agora Energiewende & Fraunhofer IEE (2025). Lokale Strompreise: Wie die Integration der Netzrealität in den Strommarkt gelingt und Kosten senkt. Agora Energiewende Study.
- [4]. Aravena, I., Lété, Q., Papavasiliou, A., & Smeers, Y. (2021). Transmission Capacity Allocation in Zonal Electricity Markets. *Operations Research*, 69(4), 1240–1255.
- [5]. Dobos, T., Bichler, M., & Knörr, J. (2025). Challenges in Finding Stable Price Zones in European Electricity Markets: Aiming to Square the Circle?. *arXiv:2404.06489*.
- [6]. Knörr, J., Bichler, M., & Dobos, T. (2024). Zonal vs. Nodal Pricing: An Analysis of Different Pricing Rules in the German Day-Ahead Market. *arXiv:2403.09265*.
- [7]. Ahunbay, M. Ş., Bichler, M., & Knörr, J. (2023). Pricing Optimal Outcomes in Coupled and Non-Convex Markets: Theory and Applications to Electricity Markets. *arXiv:2209.07386*.
- [8]. Bichler, M., & Knörr, J. (2023). Getting prices right on electricity spot markets: On the economic impact of advanced power flow models. *Energy Economics*, 126, 106968.
- [9]. Van den Bergh, K., Delarue, E., & D'haeseleer, W. (2014). DC power flow in unit commitment models. *TME Working Paper EN2014-12*.
- [10]. Jensen, T. V., Kazempour, J., & Pinson, P. (2016). Cost-Optimal ATCs in Zonal Markets. *IEEE Transactions on Power Systems*.
- [11]. Papavasiliou, A., & Oren, S. (2013). Multiarea Stochastic Unit Commitment for High Wind Penetration in a Transmission Constrained Network. *Operations Research*, 61(3), 578–592.
- [12]. Papavasiliou, A. (2022). Μοντέλα Βελτιστοποίησης σε Αγορές Ηλεκτρικής Ενέργειας. Σύγγραμμα, ΕΜΠ.
- [13]. Kwag, K., Shin, H., Oh, H., Yun, H., Yoon, H., & Kim, W. (2025). Quantifying the Impact and Policy Implications of Transitioning to Zonal and Nodal Pricing in the Electricity Market: A South Korean Case Study. *Applied Sciences*, 15(716).

- [14]. Hosseini Imani, M. (2024). Empirical Analysis of Inter-Zonal Congestion in the Italian Electricity Market Using Multinomial Logistic Regression. *Energies*, 17, 5901.
- [15]. GME (2025). Vademecum of the Italian Power Exchange. Gestore dei Mercati Energetici.
- [16]. Velloso, B., Street, A., & Arroyo, J. (2021). An exact and scalable problem decomposition for SCOPF. *IEEE Transactions on Power Systems*.
- [17]. Nati, F., et al. (2025). Efficient handling of radiality constraints for large-scaled power distribution networks. *Electric Power Systems Research*.
- [18]. Dvorkin, Y., et al. (2019). Decision Diagrams for Optimization Problems in Power Systems. *arXiv:1911.12439*.
- [19]. Pandey, A., Almassalkhi, M., & Chevalier, H. (2023). Large-scale Grid Optimization: The Workhorse of Future Grid Computations. *Current Sustainable/Renewable Energy Reports*.
- [20]. Morales-España, G., et al. (2021). Tight and Compact MILP Formulations for Unit Commitment. *arXiv:2112.10975*.
- [21]. Knueven, B., Ostrowski, J., & Watson, J. (2020). On Mixed Integer Programming Formulations for the Unit Commitment Problem. *INFORMS Journal on Computing*.
- [22]. Chen, C., & Baldick, R. (2021). Battery Storage Formulation and Impact on Day-Ahead SCUC. *IEEE Transactions on Power Systems*.
- [23]. Castelli, A. F., et al. (2021). Solving the Security Constrained Unit Commitment problem: three novel approaches. *Energy Reports*.
- [24]. Eldridge, B. (2020). Algorithms and Economic Analysis for the Use of OPF and UC in Wholesale Power Markets. PhD Dissertation, University of Michigan.
- [25]. Werners, B., et al. (2022). Does Laziness Pay Off? – A Lazy-Constraint Approach to Timetabling. *OASlcs-ATMOS 2022*, 22, 1–15.
- [26]. European Commission (2019). The European Green Deal. COM(2019) 640 final.
- [27]. European Commission (2021). “Fit for 55”: Delivering the EU’s 2030 Climate Target on the way to climate neutrality. COM(2021) 550 final.

- [28]. Jensen, T. V. & Pinson, P. (2017). *RE-Europe, a large-scale dataset for modeling a highly renewable European electricity system*. Scientific Data, 4, Article 170175. doi:10.1038/sdata.2017.175.
- [29]. Papazachariou, V. N. (2025). Development of a simulation model for the coupling of European energy markets. Diploma Thesis, School of Electrical and Computer Engineering, National Technical University of Athens, Athens.
- [30]. Hoffman, K. L., & Ralphs, T. K. (2012). Integer and Combinatorial Optimization. Technical Report, George Mason University & Lehigh University.