



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών

και Μηχανικών Υπολογιστών

ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

**Μελέτη και Αξιολόγηση Συστήματος Αντιστάθμισης για  
Στροφή του Επιπέδου Αναφοράς της Πόλωσης σε**

**Δορυφορική QKD**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ηρακλής Νικολαΐδης

**Επιβλέπων :** Ηρακλής Αβραμόπουλος  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

**Photonics Communications Research Laboratory (PCRL)**

Αθήνα, Οκτώβρης 2025





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών

και Μηχανικών Υπολογιστών

ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

**Μελέτη και Αξιολόγηση Συστήματος Αντιστάθμισης για Στροφή  
του Επιπέδου Αναφοράς της Πόλωσης σε Δορυφορική QKD**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ηρακλής Νικολαΐδης

**Επιβλέπων :** Ηρακλής Αβραμόπουλος  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 20η Οκτωβρίου 2025

|                                                   |                                                     |                                                                 |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| .....<br>Ηρακλής Αβραμόπουλος<br>Καθηγητής Ε.Μ.Π. | .....<br>Αθανάσιος Παναγόπουλος<br>Καθηγητής Ε.Μ.Π. | .....<br>Δημήτριος Αποστολόπουλος<br>Επίκουρος Καθηγητής Ε.Μ.Π. |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|

**Photonics Communications Research Laboratory (PCRL)**

Αθήνα, Οκτώβρης 2025

.....

Ηρακλής Νικολαΐδης

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π

Copyright © Ηρακλής Νικολαΐδης, 2025

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## Αφιερώσεις

Στον παππού μου,  
που με την αγάπη, την καλοσύνη και τη δύναμή του μου έδειξε τι σημαίνει αξιοπρέπεια και επιμονή.  
Σε ευχαριστώ για όλα όσα μου έμαθες.  
Η μνήμη σου θα αποτελεί πάντα οδηγό και έμπνευση.



## Περίληψη

Η Κβαντική Κατανομή Κλειδιού (QKD) αποτελεί μία από τις πιο υποσχόμενες εφαρμογές της κβαντικής πληροφορικής, προσφέροντας θεωρητικά πλήρη ασφάλεια στην ανταλλαγή κλειδιών που στην συνέχεια χρησιμοποιούνται στην κλασσική κρυπτογράφηση. Παρόλο που το SatQKD αποτελεί ρεαλιστική λύση για την υπέρβαση των περιορισμών απόστασης που έχουν μέχρι τώρα οι οπτικές ίνες, η χρήση καναλιών ελεύθερου χώρου εισάγει νέες προκλήσεις. Πιο συγκεκριμένα, μερικές από τις προκλήσεις που προκαλούν παραμόρφωση στην πόλωση είναι η σχετική κίνηση του δορυφόρου με το σταθμό, οι ατμοσφαιρικές επιδράσεις και οι ατέλειες των οπτικών στοιχείων που εν τέλει οδηγούν στην απόκλιση των βάσεων πόλωσης και αύξηση του QBER. Η παρούσα διπλωματική εργασία επικεντρώνεται στη μοντελοποίηση, προσομοίωση και αντιστάθμιση των παραμορφώσεων των βάσεων της πόλωσης σε συστήματα SatQKD. Με χρήση πραγματικών τροχιακών δεδομένων (TLE) και γεωμετρικής μοντελοποίησης της οπτικής διαδρομής, οι μετασχηματισμοί της πόλωσης περιγράφηκαν μέσω πινάκων Jones και Mueller. Η αποσύνθεση Lu-Chipman εφαρμόστηκε για την απομόνωση του πίνακα που είναι υπεύθυνος για την περιστροφή της πόλωσης. Στη συνέχεια, σχεδιάστηκε ένα σύστημα αντιστάθμισης με τρεις κυματοπλάκες (QWP-HWP-QWP) και βελτιστοποιήθηκε μέσω του αλγορίθμου L-BFGS-B, λαμβάνοντας υπόψη ρεαλιστικά σφάλματα γωνιών. Η ανάλυση πραγματοποιήθηκε για τρεις δορυφόρους πάνω από το σταθμό του Χελμού, διάφορα υλικά ανακλαστικών επιστρώσεων (αλουμίνιο, χρυσός, άργυρος) και δύο μήκη κύματος (810 nm και 1500 nm). Η απόδοση του συστήματος αντιστάθμισης αξιολογήθηκε στατιστικά για διαφορετικές τιμές τυπικής απόκλισης με τα αποτελέσματα να δείχνουν ότι η αντιστάθμιση μειώνει σημαντικά το QBER, ενώ ο συνδυασμός υλικού/μήκους κύματος επηρεάζει σημαντικά τα αποτελέσματα του συστήματος. Τα συμπεράσματα της εργασίας παρέχουν χρήσιμες κατευθύνσεις για τον σχεδιασμό μελλοντικών αποστολών SatQKD, αναδεικνύοντας τον ρόλο της αντιστάθμισης πόλωσης στην εξασφάλιση ασφαλών κβαντικών καναλιών επικοινωνίας υπό ρεαλιστικές συνθήκες λειτουργίας.

**Λέξεις Κλειδιά:** QKD(Κβαντικός Διαμοιρασμός κλειδιού), Κβαντική Κρυπτογράφηση, Πρωτόκολλο BB84, Διάνυσμα Jones, Διανυσματικός Χώρος Stokes, Πόλωση, HWP(Half Wave Plate), QWP(Quarter Wave Plate), QBER(Quantum Bit Error Rate), Δορυφόρος, OGS(Optical Ground Station)



## Abstract

Quantum Key Distribution (QKD) is one of the most promising applications of quantum information science, offering theoretically unconditional security in key exchange, which is then used in classical cryptography. Although SatQKD provides a realistic solution for overcoming the distance limitations of optical fibers, the use of free-space channels introduces new challenges. More specifically, some of the factors that distort polarization include the relative motion of the satellite with respect to the ground station, atmospheric effects, and imperfections in the optical elements, which ultimately lead to polarization basis misalignment and an increase in the QBER. This thesis focuses on the modeling, simulation, and compensation of polarization basis distortions in SatQKD systems. Using real orbital data (TLE) and geometric modeling of the optical path, polarization transformations were described through Jones and Mueller matrices. The Lu–Chipman decomposition was applied to isolate the matrix responsible for polarization rotation. Subsequently, a compensation system consisting of three waveplates (QWP–HWP–QWP) was designed and optimized using the L-BFGS-B algorithm, while also taking into account realistic angular errors. The analysis was conducted for three satellites over the Helmos ground station, different reflective coating materials (aluminum, gold, silver), and two wavelengths (810 nm and 1500 nm). The performance of the compensation system was statistically evaluated for different values of standard deviation, with the results showing that compensation significantly reduces the QBER, while the material/wavelength combination strongly influences the system's performance. The conclusions of this work provide useful insights for the design of future SatQKD missions, highlighting the importance of polarization compensation in ensuring secure quantum communication channels under realistic operating conditions.

**KeyWords:** QKD (Quantum Key Distribution), Quantum Cryptography, BB84 Protocol, Jones vector, Stokes space, Polarization, HWP (Half Wave Plate), QWP (Quarter Wave Plate), QBER (Quantum Bit Error Rate), Satellite, OGS (Optical Ground Station)



## Ευχαριστίες

Θέλω αρχικά να ευχαριστήσω τους συγγενείς και τους φίλους μου που βρίσκονταν δίπλα μου σε όλη την πορεία των σπουδών μου. Για την έμπνευση και ολοκλήρωση της εργασίας είχαν καθοριστικό ρόλο ο κ. Γιάννης Γιαννούλης και οι διδακτορικοί φοιτητές Αριστείδης Στάθης και Αργύρης Ντάνος. Τους ευχαριστώ ιδιαίτερα για την συνεχή καθοδήγηση και βοήθεια σε όλη την διάρκεια της εργασίας. Τέλος ευχαριστώ θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Ηρακλή Αβραμόπουλο για την υποστήριξη και την αποδοχή του να αναλάβει την επίβλεψη της διπλωματικής.



## Contents

|                                                                                                               |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή .....                                                                                    | 17 |
| 1.1 Υλοποίηση Κβαντικής Κατανομής Κλειδιού μέσω Δορυφόρων (Satellite QKD) .....                               | 17 |
| 1.2 Τελευταίες Τεχνολογίες σε Διαστημικές Αποστολές .....                                                     | 18 |
| 1.3 Κωδικοποίηση με Πόλωση του QKD Ελεύθερου Χώρου – Υφιστάμενες Υλοποιήσεις Τεχνολογιών και Προκλήσεις ..... | 21 |
| 1.3.1 Γιατί η κωδικοποίηση με πόλωση αποτελεί κατάλληλη επιλογή.....                                          | 21 |
| 1.3.2 Τρέχουσα κατάσταση εφαρμογών.....                                                                       | 22 |
| 1.4 Συνεισφορά της παρούσας διπλωματικής εργασίας.....                                                        | 23 |
| Κεφάλαιο 2: Θεωρητικό Υπόβαθρο και Μαθηματική Περιγραφή.....                                                  | 25 |
| 2.1 Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα και Πόλωση .....                                                                  | 25 |
| 2.2 Φορμαλισμός Jones .....                                                                                   | 25 |
| 2.3 Φορμαλισμός Stokes και Σφαίρα Poincaré .....                                                              | 26 |
| 2.3.1 Σφαίρα Poincaré .....                                                                                   | 27 |
| 2.3.2 Μαθηματική Αναπαράσταση .....                                                                           | 27 |
| 2.4 Το Πρωτόκολλο BB84 και η Σχέση με Σφάλματα Πόλωσης.....                                                   | 28 |
| 2.4.1 Σχέση QBER με Σφάλματα Πόλωσης.....                                                                     | 29 |
| 2.4.2 Σκοπός Επιλογής Βάσεων .....                                                                            | 30 |
| Κεφάλαιο 3: Ανάλυση Παραμόρφωσης της Πόλωσης σε Δορυφορικά QKD Συστήματα .....                                | 31 |
| 3.1 Φυσική Περιγραφή και Γεωμετρική Μοντελοποίηση της Πόλωσης σε Δορυφορικό Σύνδεσμο.....                     | 31 |
| 3.1.1 Βασικές Υποθέσεις του Μοντέλου .....                                                                    | 32 |
| 3.1.2 Σύστημα Αναφοράς .....                                                                                  | 32 |
| 3.1.3 Θέσεις και Κατευθύνσεις .....                                                                           | 33 |
| 3.1.4 Τοπικό Σύστημα Αναφοράς Επίγειου Σταθμού .....                                                          | 33 |
| 3.1.5 Ορισμός Κατευθύνσεων Πόλωσης.....                                                                       | 33 |
| 3.1.6 Άξονες Πόλωσης και Γωνίες Στροφής.....                                                                  | 34 |
| 3.1.7 Συντελεστές Fresnel και Ανάκλαση .....                                                                  | 35 |
| 3.1.8 Υπολογισμός Γωνιών Πρόσπτωσης .....                                                                     | 35 |
| 3.1.9 Τελικός Πίνακας Jones και Ολικός Μετασχηματισμός Πόλωσης.....                                           | 35 |
| 3.2 Μέθοδος υπολογισμού διανυσμάτων και πινάκων .....                                                         | 36 |
| 3.2.1 Εξαγωγή και Επεξεργασία Δεδομένων από Τροχιακά Στοιχεία .....                                           | 36 |
| 3.2.2 Υπολογισμός Κατάστασης Πόλωσης και Μετατροπή σε Stokes και Mueller.....                                 | 37 |
| 3.2.3 Αποσύνθεση Mueller Matrix με τη Μέθοδο Lu–Chipman .....                                                 | 38 |

|                                                                                                           |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.3 Μέθοδος Ανάλυσης Περιστροφών και Αντιστάθμισης της Πόλωσης με Σύστημα Τριών Πλακών .....              | 40 |
| 3.3.1 Ανάλυση Περιστροφής στο Επίπεδο S1–S2.....                                                          | 40 |
| 3.3.2 Υπολογισμός Πίνακα Αντιστάθμισης C μέσω Αντιστροφής της Περιστροφικής Συνιστώσας.....               | 41 |
| 3.3.3 Αντιστοίχιση Αντιστροφής του Πίνακα Πόλωσης με Σύστημα Τριών Κυματοπλακών.....                      | 42 |
| 3.3.4 Προσομοίωση Σφαλμάτων Συστήματος Αντιστάθμισης Πόλωσης .....                                        | 44 |
| 3.4 Υπολογισμός του QBER και ανάλυση των αποτελεσμάτων .....                                              | 45 |
| 3.4.1 Εύρεση του QBER.....                                                                                | 45 |
| 3.4.2 Στατιστική ανάλυση QBER για διαφορετικές τιμές σφάλματος $\sigma$ .....                             | 47 |
| 3.4.3 Οπτικοποίηση και συγκριτικά γραφήματα QBER .....                                                    | 47 |
| Κεφάλαιο 4 – Αποτελέσματα και Ανάλυση Αντιστάθμισης Παραμόρφωσης Πόλωσης σε Δορυφορικά QKD Συστήματα..... | 49 |
| 4.1 Επισκόπηση Σεναρίων Προσομοίωσης.....                                                                 | 49 |
| 4.2 Παραμόρφωση Πόλωσης Χωρίς Αντιστάθμιση .....                                                          | 50 |
| 4.2.1 Χαρακτηριστικά Παραμόρφωσης .....                                                                   | 50 |
| 4.2.2 Ενδεικτικά Αποτελέσματα.....                                                                        | 51 |
| 4.2.3 Συνοπτικά Συμπεράσματα .....                                                                        | 51 |
| 4.3 Απόδοση του Συστήματος Αντιστάθμισης .....                                                            | 56 |
| 4.4 Σύγκριση Υλικών .....                                                                                 | 61 |
| 4.4.1 Μεθοδολογία σύγκρισης .....                                                                         | 61 |
| 4.4.2 Αποτελέσματα στα 810 nm (πέρασμα μέγιστης ανύψωσης) .....                                           | 61 |
| 4.4.3 Πίνακας σύγκρισης υλικών (810 nm).....                                                              | 63 |
| 4.4.4 Σχόλια και ερμηνεία (810 nm).....                                                                   | 63 |
| 4.4.5 Σύνοψη και μετάβαση στο 4.5.....                                                                    | 63 |
| 4.5 Επίδραση Μήκους Κύματος.....                                                                          | 64 |
| 4.5.1 Μεθοδολογία σύγκρισης μήκους κύματος .....                                                          | 64 |
| 4.5.2 Αποτελέσματα ανά δορυφόρο (810 nm vs 1500 nm, Al).....                                              | 65 |
| 4.5.3 Συγκεντρωτικός πίνακας (810 nm vs 1500 nm, Al) .....                                                | 66 |
| 4.5.4 Αλληλεπίδραση υλικού–μήκους κύματος (810 nm έναντι 1500 nm) .....                                   | 67 |
| 4.5.5 Περιθώριο ασφαλείας & Ευαισθησία ως προς $\sigma$ .....                                             | 71 |
| 4.6 Συνολικά συμπεράσματα .....                                                                           | 71 |
| Κεφάλαιο 5 – Συμπεράσματα και Μελλοντική Έρευνα.....                                                      | 73 |

|                                                                    |    |
|--------------------------------------------------------------------|----|
| 5.1 Σύνοψη και βασικά αποτελέσματα (ανακεφαλαίωση Κεφ. 4).....     | 73 |
| 5.2 Συζήτηση και πρακτική αξιοποίηση .....                         | 75 |
| 5.3 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα και πειραματική υλοποίηση..... | 76 |
| 5.3.1 Στόχοι πειραματικής επιβεβαίωσης .....                       | 76 |
| 5.3.2 Προτεινόμενη πειραματική διαδρομή .....                      | 76 |
| 5.3.3 Μετρικές και κριτήρια αξιολόγησης .....                      | 77 |
| 5.3.4 Κίνδυνοι/αβεβαιότητες και μετριασμός (γενικά).....           | 77 |
| 5.3.5 Αναμενόμενα αποτελέσματα και επόμενα βήματα .....            | 77 |
| Βιβλιογραφία .....                                                 | 79 |



# Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

## 1.1 Υλοποίηση Κβαντικής Κατανομής Κλειδιού μέσω Δορυφόρων (Satellite QKD)

Η Κβαντική Κατανομή Κλειδιού (Quantum Key Distribution - QKD) αποτελεί μία από τις πιο σύγχρονες και πρακτικές εφαρμογές της κβαντικής πληροφορικής, η οποία μπορεί να εγγυηθεί τον εντοπισμό κάθε προσπάθειας υποκλοπής και να ανιχνεύσει την προσπάθεια υποκλοπής της διανομής του κλειδιού. Βασισμένη στους νόμους της κβαντομηχανικής το QKD επιτρέπει σε δύο απομακρυσμένα μέρη να μοιραστούν ένα μυστικό κρυπτογραφικό κλειδί με θεωρητικά αποδεδειγμένη ασφάλεια. Αυτή η τεχνολογία εγγυάται μίαν απόλυτα ασφαλή διανομή κρυπτογραφικών κλειδιών η οποία είναι ιδιαίτερα σημαντική στις μέρες μας, όπου οι τεχνολογικές εξελίξεις και οι απειλές στην κυβερνοασφάλεια εντείνονται συνεχώς.

Αν και το QKD έχει επιτυχώς υλοποιηθεί τόσο μέσω οπτικών ινών όσο και μέσω ελεύθερου χώρου, η πρακτική της αποτελεσματικότητα παραμένει ακόμα σημαντικά περιορισμένη. Και αυτό γιατί οι απώλειες φωτονίων σε οπτικές ίνες αυξάνονται εκθετικά με την απόσταση, γεγονός το οποίο επηρεάζει περιοριστικά το εύρος ασφαλούς μεταφοράς κλειδιών. Ακόμη και σε ιδανικές συνθήκες (πηγή 10 GHz, τέλει ανιχνευτές και εξασθένηση 0.2 dB/km), σε 1000 km αναμένεται κατά μέσο όρο να ανιχνευθεί λιγότερο από ένα φωτόνιο ανά αιώνα (0.3 φωτόνια/αιώνα)[1]. Η βασική αιτία για τη μη πρακτική υλοποίηση του QKD σε οπτικές ίνες είναι οι απώλειες φωτονίων σε αυτές, λόγω του θεωρήματος απαγόρευσης κβαντικής κλωνοποίησης δεν είναι δυνατή η χρήση κβαντικών ενισχυτών όπως στην κλασική επικοινωνία. Έτσι ενώ το QKD είναι μια πρακτική εφαρμογή που προσφέρει ασφαλή διανομή κρυπτογραφικών κλειδιών, ταυτόχρονα περιορίζει και την απόσταση επικοινωνίας.

### Υπέρβαση των Ορίων των Οπτικών Ινών: Η Αναγκαιότητα της Δορυφορικής QKD

Για να αντιμετωπιστούν οι περιορισμοί που επιβάλλουν οι οπτικές ίνες, η έρευνα στράφηκε στο QKD μέσω δορυφόρων. Και αυτό γιατί τα φωτόνια σε οπτικές ίνες απορροφώνται συνεχώς σε όλο το μήκος της ίνας, ενώ τα φωτόνια που μεταδίδονται μέσω ελεύθερου χώρου διέρχονται μόνο μέσα από το λεπτό στρώμα της ατμόσφαιρας (~10–20 km), και κατόπιν ταξιδεύουν σε σχεδόν πλήρως κενό, όπου οι απώλειες είναι ελάχιστες. Επιπλέον, οι δορυφόροι που βρίσκονται σε χαμηλή τροχιά (Low Earth Orbit-LEO) παρέχουν την δυνατότητα δημιουργίας οπτικής επαφής ανάμεσα σε σταθμούς στη Γη που απέχουν εκατοντάδες χιλιόμετρα μεταξύ τους. Σε αντίθεση με τις οπτικές ίνες, τα δορυφορικά κανάλια QKD έχουν πολύ μικρότερες απώλειες σε μεγάλες αποστάσεις σε σχέση με αυτές. Σύμφωνα με τον Schmitt-Manderbach[1], σε ελεύθερο χώρο και σε υψόμετρο 2400 m η εξασθένηση είναι κατά προσέγγιση μόλις 0.07 dB/km. Επιπλέον, ο μη διπλοδιαθλαστικός χαρακτήρας του κενού συντελεί στη διατήρηση της πόλωσης των φωτονίων, καθιστώντας την κωδικοποίηση μέσω πόλωσης ιδανική για δορυφορικά κανάλια.

Το QKD μέσω δορυφόρων, επομένως, αποτελεί έναν πρακτικό τρόπο αντιμετώπισης των περιορισμών των οπτικών ινών και δημιουργίας παγκόσμιων ασφαλών επικοινωνιακών δικτύων. Με άλλα λόγια ο απώτατος στόχος του δορυφορικού QKD είναι η δημιουργία ενός παγκόσμιου κβαντικού διαδικτύου, όπου οι δορυφόροι θα διασυνδέουν τοπικά ή περιφερειακά δίκτυα QKD οπτικών ινών με την αξιοποίηση των δυνατοτήτων που παρέχει ο ελεύθερος χώρος. Παρά το γεγονός ότι οι κβαντικοί επαναλήπτες (quantum repeaters) θα μπορούσαν να αποτελέσουν μία ισοδύναμη λύση, έχουν γίνει πειραματικές αποδείξεις αρχής (proof-of-principle demonstrations), αλλά απέχουν πολύ από πρακτική εφαρμογή, αφού δεν είναι τεχνικά ώριμοι και δεν έχουν δοκιμαστεί στην πράξη, κυρίως λόγω των απαιτήσεων για εξαιρετικά χαμηλές απώλειες και κβαντικές μνήμες. Συνοψίζοντας για αυτόν τον λόγο, η δορυφορική QKD θεωρείται ως η πιο ρεαλιστική λύση για παγκόσμια ασφαλή κβαντική επικοινωνία στο άμεσο μέλλον.

## 1.2 Τελευταίες Τεχνολογίες σε Διαστημικές Αποστολές

Για το QKD μέσω δορυφόρων έχει μεγάλη αξία το πρωτόκολλο BB84 από τους Bennett και Brassard το 1984[2], το οποίο χρησιμοποιεί φωτόνια με κωδικοποίηση στην πόλωση για τη μετάδοση κρυπτογραφικών κλειδιών. Πιο συγκεκριμένα το BB84 βασίζεται στην επιλογή τυχαίων βάσεων (ορθογώνια και διαγώνια) για την προετοιμασία και μέτρηση των κβαντικών bit (qubits). Τα τελευταία χρόνια έχει πραγματοποιηθεί σημαντική θεωρητική και πειραματική εξέλιξη στην εφαρμογή του QKD στην πράξη, και έχει αποδειχθεί ότι το QKD διασφαλίζει θεωρητικά ότι οποιαδήποτε απόπειρα υποκλοπής θα προκαλέσει ανιχνεύσιμα σφάλματα, εξαιτίας του θεωρήματος της μη κλωνοποίησης και της αρχής της αβεβαιότητας του Heisenberg.

Όπως έχει αναφερθεί πιο πάνω, παρά την επιτυχή ανάπτυξη επίγειων συστημάτων QKD μέσω οπτικών ινών, οι απώλειες σε μεγάλες αποστάσεις αυξάνονται εκθετικά ακόμη και σε ιδανικές συνθήκες. Και αυτό γιατί η επικοινωνία πέρα από μερικές εκατοντάδες χιλιόμετρα χωρίς τη χρήση ενδιάμεσων κόμβων ή εξελιγμένων τεχνολογιών κβαντικών επαναληπτών – τεχνολογιών που βρίσκονται ακόμα υπό ανάπτυξη- καθίσταται μη πρακτική. Αυτή η αδυναμία των επίγειων συστημάτων QKD έχει οδηγήσει στην αναζήτηση εναλλακτικών λύσεων μέσω δορυφορικής QKD, η οποία εκμεταλλεύεται τη μετάδοση σε ελεύθερο χώρο (free-space) για την επίλυση του προβλήματος των απωλειών. Εκτός από την υπέρβαση του ορίου απόστασης, η προσέγγιση αυτή υπόσχεται και σημαντικά πλεονεκτήματα: απεξάρτηση από περίπλοκες επίγειες υποδομές, δυνατότητα παγκόσμιας κάλυψης, καθώς και περιορισμό των ατμοσφαιρικών παρεμβολών σε μεγάλα υψόμετρα. Κατά την τελευταία δεκαετία, το SatQKD έχει κάνει μεγάλα άλματα από τη θεωρητική σύλληψη στην πειραματική επιβεβαίωση. Για παράδειγμα ο κινεζικός δορυφόρος Micius (2016) αποτέλεσε ορόσημο, γιατί πραγματοποίησε για πρώτη φορά κατανομή διεμπλεκόμενων καταστάσεων και κβαντική τηλεμεταφορά σε αποστάσεις χιλιάδων χιλιομέτρων. Αυτή η επιτυχία άνοιξε το δρόμο σε πρωτοβουλίες όπως τα προγράμματα QEYSSat (Καναδάς) και EAGLE-1 (Ευρώπη), τα οποία στοχεύουν στην υλοποίηση μιας παγκόσμιας κβαντικής επικοινωνιακής υποδομής αλλά και στην δοκιμή-επίδειξη νέων τεχνολογιών και εφαρμογών.

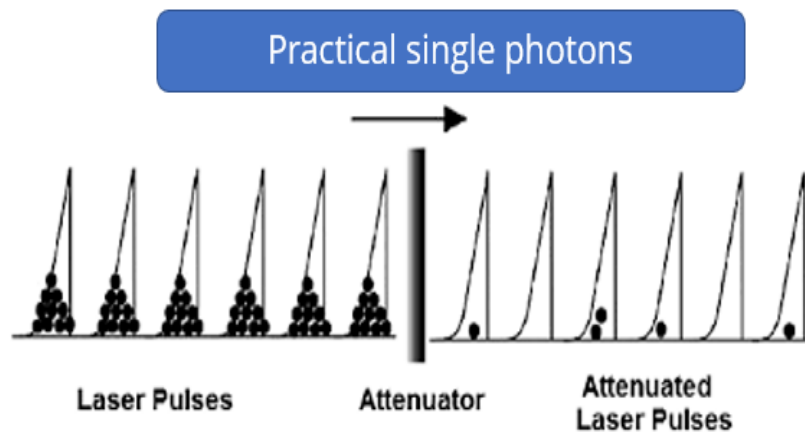
Οι υλοποιήσεις διαφέρουν ανάλογα με την αρχιτεκτονική: uplink, όπου η εκπομπή φωτονίων γίνεται από τη Γη, ή downlink, όπου η εκπομπή ξεκινά από τον δορυφόρο. Τα περισσότερα πειράματα δείχνουν ότι τα downlinks είναι πιο αποδοτικά, καθώς μειώνουν τις απώλειες από την ατμόσφαιρα. Εξίσου κρίσιμη είναι η τροχιά: οι LEO δορυφόροι προσφέρουν χαμηλότερες απώλειες, αλλά μικρό χρονικό παράθυρο σύνδεσης (μερικά λεπτά ανά πέρασμα), ενώ οι GEO δορυφόροι εξασφαλίζουν συνεχή κάλυψη με τίμημα πολύ μεγαλύτερες απώλειες.

Τέλος, οι επιδόσεις καθορίζονται και από την τεχνολογία πηγών και ανιχνευτών. Ενώ τα περισσότερα συστήματα βασίζονται ακόμη σε εξασθενημένες πηγές λέιζερ, με περιορισμούς που ανοίγουν την πόρτα σε επιθέσεις τύπου photon number splitting, έχουν προταθεί πιο ασφαλείς τεχνικές όπως τα decoy states ή η χρήση διεμπλεκόμενων φωτονίων. Παράλληλα, οι ανιχνευτές GM-APD [3] που χρησιμοποιούνται στο διάστημα αντιμετωπίζουν προκλήσεις από θόρυβο, ακτινοβολία και θερμικές διακυμάνσεις, αλλά οι πρόσφατες εξελίξεις σε υλικά και ψύξη βελτιώνουν συνεχώς τις επιδόσεις τους. Συνολικά, το SatQKD έχει περάσει από μεμονωμένα πειράματα-ορόσημα σε μια ώριμη ερευνητική κατεύθυνση με διεθνή προγράμματα, και θεωρείται πλέον κεντρικό βήμα για την υλοποίηση ενός παγκόσμιου κβαντικού δικτύου. Παρά τα πιο πάνω πλεονεκτήματα, η χρήση των συνδέσεων ελεύθερου χώρου έχει να αντιμετωπίσει νέες προκλήσεις. Ένα από τα πιο κρίσιμα ζητήματα, όταν η πληροφορία κωδικοποιείται στην πόλωση, είναι η διατήρηση της κατάστασης πόλωσης κατά τη διάδοση του φωτός μέσα από την ατμόσφαιρα και το οπτικό σύστημα. Οι απώλειες καναλιού, η διάνοιξη της δέσμης και η επιλογή μήκους κύματος αποτελούν βασικούς περιοριστικούς παράγοντες, ενώ η ατμοσφαιρική τύρβη και η ανισοτροπική σκέδαση από μόρια ή αιωρούμενα σωματίδια προκαλούν αλλοιώσεις στην κατεύθυνση και την κατάσταση πόλωσης. Επιπλέον, η αστάθεια στο πλαίσιο αναφοράς μεταξύ δορυφόρου και επίγειου σταθμού απαιτεί συνεχή επαναβαθμονόμηση, ενώ οι θερμικές διακυμάνσεις στο διάστημα μπορούν να επηρεάσουν τα οπτικά στοιχεία (φακούς, κάτοπτρα, πρίσματα). Όλα τα παραπάνω οδηγούν σε αύξηση του QBER, ενός κρίσιμου δείκτη που αποτυπώνει το ποσοστό των qubits που ανιχνεύθηκαν λανθασμένα. Εκτός από αυτούς τους μετασχηματισμούς, το QKD επηρεάζεται, επίσης, από τον ατμοσφαιρικό θόρυβο, από σφάλματα στόχευσης και ατέλειες στους ανιχνευτές.

Για την αντιμετώπιση των σφαλμάτων στροφής της πόλωσης έχουν αναπτυχθεί προηγμένα συστήματα αντιστάθμισης της πόλωσης, όπως μηχανοκίνητες πλάκες Quarter Wave Plate (QWP) και Half Wave Plate (HWP), καθώς και συστήματα ανατροφοδότησης που διορθώνουν δυναμικά την κατάσταση πόλωσης σε πραγματικό χρόνο. Σε σύγχρονα πειράματα, όπως το Jinan-1, η πηγή αποτελείται από μία και μόνο δίοδου laser (850 nm), ενώ η κωδικοποίηση χρησιμοποιεί το πρωτόκολλο BB84 την διαμόρφωση στην πόλωση [3].

Πέρα όμως από τα προβλήματα ευθυγράμμισης και ατμοσφαιρικών επιδράσεων, μια βασικότερη πρόκληση αφορά την ίδια την πηγή φωτονίων. Τα περισσότερα συστήματα που έχουν υλοποιηθεί μέχρι σήμερα βασίζονται σε εξασθενημένες πηγές λέιζερ, οι οποίες παράγουν κλασικούς παλμούς με στατιστική κατανομή Poisson και όχι ιδανικές μονοφωτονικές καταστάσεις. Ακόμη και όταν ο μέσος αριθμός φωτονίων ρυθμίζεται σε τιμή πολύ μικρότερη της μονάδας (π.χ.  $\mu \approx 0.1$ ), παραμένει μη μηδενική πιθανότητα να εκπέμπονται δύο ή περισσότερα φωτόνια στον ίδιο παλμό. Αυτό καθιστά το σύστημα ευάλωτο σε επιθέσεις

τύπου Photon Number Splitting (PNS), όπου ο υποκλοπέας (Eve) μπορεί να μετρήσει μέρος των φωτονίων χωρίς να ανιχνευθεί από τους νόμιμους χρήστες (Alice και Bob).



**Εικόνα 1.3α:** Παραγωγή εξασθενημένων παλμών λέιζερ για την προσέγγιση του μονοφωτονικού καθεστώτος, μέσω κατάλληλης απόσβεσης κλασικών παλμών[4].

Για την αποτροπή τέτοιων επιθέσεων εφαρμόζονται τεχνικές όπως η χρήση χαμηλών τιμών μέσης έντασης ( $\mu$ ) και τα πρωτόκολλα decoy states, τα οποία επιτρέπουν στατιστικό έλεγχο της κατανομής των φωτονίων και εντοπισμό ύποπτων αποκλίσεων. Αυτές οι μέθοδοι αυξάνουν την ασφάλεια, αλλά ταυτόχρονα περιορίζουν τον ρυθμό μετάδοσης, κάτι που είναι κρίσιμο ειδικά σε συστήματα με υψηλές απώλειες όπως οι δορυφορικές ζεύξεις. Για τον λόγο αυτό, υπάρχει συνεχής έρευνα γύρω από πιο αποδοτικές πηγές φωτονίων, συμπεριλαμβανομένων πραγματικών μονοφωτονικών εκπομπών και πηγών διεμπλεκόμενων ζευγών. υμπληρωματικά, οι κινητοί επίγειοι σταθμοί (OGS) διαθέτουν τηλεσκόπιο, μηχανισμό, φίλτρα καταστολής θορύβου και ανιχνευτές φωτονίου μονής λειτουργίας με απόδοση  $\sim 60\%$  στα 800 nm.

Ένα ακόμη κρίσιμο ζήτημα που αναδεικνύεται στα δορυφορικά πειράματα QKD είναι το λεγόμενο finite-key size effect. Σε αντίθεση με τις επίγειες εφαρμογές, όπου ο χρόνος μετάδοσης είναι ουσιαστικά απεριόριστος και το στατιστικό δείγμα φωτονίων πολύ μεγάλο, τα δορυφορικά περάσματα είναι περιορισμένα ( $\sim 500$  s για LEO τροχιές). Αυτό σημαίνει ότι οι διαθέσιμες μετρήσεις είναι περιορισμένες, γεγονός που αυξάνει την αβεβαιότητα στον έλεγχο παραμέτρων του καναλιού και μπορεί να υπονομεύσει την ασφάλεια του πρωτοκόλλου.

Πιο συγκεκριμένα, το περιορισμένο πλήθος bit καθιστά πιο δύσκολη τη στατιστική ανίχνευση επιθέσεων υποκλοπής, καθώς και την αξιόπιστη εκτίμηση σφαλμάτων (QBER). Το αποτέλεσμα είναι ότι, χωρίς κατάλληλη επεξεργασία, η ασφάλεια μπορεί να αμφισβητηθεί ακόμη και αν η μέση ποιότητα σύνδεσης φαίνεται επαρκής. Πρόσφατες μελέτες, όμως, κατάφεραν να προσφέρουν λύσεις. Εφαρμόζοντας πρωτόκολλα δύο decoy καταστάσεων σε συνδυασμό με ανάλυση ασφάλειας πεπερασμένου δείγματος, απέδειξαν ότι ακόμη και από ένα μόνο πέρασμα μπορούν να εξαχθούν χρήσιμα μυστικά κλειδιά, υπό την προϋπόθεση ότι η απόδοση ζεύξης (π.χ. 37–42 dB) είναι επαρκής [1][5].

Παράλληλα, η χρήση σύγχρονων μικροδορυφορικών συστημάτων που έχουν ενσωματωμένα κάμερες αστέρων (star cameras), αισθητήρες αδράνειας (IMU) και μηχανισμούς ανάδρασης, επιτυγχάνοντας ακρίβειες στόχευσης έως 0.5  $\mu$ rad RMS με χρήση τεχνολογιών όπως ταχέως

κατευθυνόμενοι καθρέφτες (FSM), σταθεροποιεί τον προσανατολισμό του δορυφόρου (attitude control) που είναι καθοριστικής σημασίας τόσο για την ευθυγράμμιση της δέσμης όσο και για την ακρίβεια στην πόλωση. Το έργο QUBE στη Γερμανία αποτελεί χαρακτηριστικό παράδειγμα, καθώς παρουσίασε μια καινούρια αρχιτεκτονική με πλήρη ενσωμάτωση των QKD payloads, του ADCS (attitude determination and control system), των συστημάτων επικοινωνίας και υπολογιστών εδάφους, αξιοποιώντας κοινά πρωτόκολλα και διαύλους[6].

Η παρούσα διπλωματική εργασία τοποθετείται σε αυτό ακριβώς το πλαίσιο, μελετώντας την απόκλιση των βάσεων μέτρησης που προκαλείται από την παραμόρφωση πόλωσης σε συστήματα QKD με δορυφόρους. Μέσω της ανάλυσης της μεταβολής των καταστάσεων πόλωσης σε ελεύθερο χώρο και της προσομοίωσης διαφορετικών τεχνικών αντιστάθμισης, επιδιώκεται η ενίσχυση της πιστότητας και της αξιοπιστίας της δορυφορικής κβαντικής επικοινωνίας.

### 1.3 Κωδικοποίηση με Πόλωση του QKD Ελεύθερου Χώρου – Υφιστάμενες Υλοποιήσεις Τεχνολογιών και Προκλήσεις

Όπως έχει διαφανεί μέχρι τώρα, το QKD, εξασφαλίζει ασφαλή διανομή κλειδιών, ανεξάρτητα από την υπολογιστική ισχύ του υποκλοπέα, καθώς ο εισβολέας είναι περιορισμένος από θεμελιώδεις αρχές της κβαντομηχανικής. Ανάμεσα στις διάφορες μεθόδους κωδικοποίησης των qubits, η κωδικοποίηση με πόλωση έχει αναδειχθεί ως μία από τις πιο πρακτικές και ευρέως χρησιμοποιούμενες μεθόδους, ιδιαίτερα σε σενάρια επικοινωνίας μέσω ελεύθερου χώρου, όπως η δορυφορική QKD. Η ενότητα αυτή, λοιπόν, επεξηγεί α) γιατί η κωδικοποίηση με πόλωση αποτελεί κατάλληλη επιλογή, β) παρουσιάζει την τρέχουσα κατάσταση εφαρμογών και, τέλος, γ) καταγράφει τις τεχνικές προκλήσεις που συνεχίζουν να περιορίζουν την απόδοση τέτοιων συστημάτων.

#### 1.3.1 Γιατί η κωδικοποίηση με πόλωση αποτελεί κατάλληλη επιλογή

Τα πλεονεκτήματα της κωδικοποίησης πόλωσης σε κανάλια ελεύθερου χώρου είναι σημαντικά. Αρχικά, η πόλωση αποτελεί μία από τις πιο πρακτικές επιλογές, λόγω της ευκολίας στον χειρισμό και στην ανάλυση. Σε αντίθεση με την κωδικοποίηση φάσης ή time-bin, που απαιτείται συμβολομετρική σταθερότητα ή συγχρονισμός υψηλής ακρίβειας, η κωδικοποίηση με πόλωση μπορεί να υλοποιηθεί με απλά οπτικά στοιχεία, όπως πολωτικά φίλτρα (PBS), πλάκες φάσης (QWP/HWP), και ανιχνευτές μονών φωτονίων. Στις δορυφορικές συνδέσεις QKD, όπου το μέσο διάδοσης μεταξύ δορυφόρου και σταθμού εδάφους είναι σχεδόν αποκλειστικά ελεύθερος χώρος η κωδικοποίηση πόλωσης προσφέρει ακόμη ένα σημαντικό πλεονέκτημα. Κι αυτό γιατί σε τέτοια κανάλια, οι καταστάσεις πόλωσης διαθέτουν μεγαλύτερη πιστότητά απ' ό,τι σε οπτικές ίνες, οι οποίες παρουσιάζουν διπλοδιάθλαση και διασπορά πόλωσης (PMD). Πιο συγκεκριμένα, οι συνολικές απώλειες σε δορυφορικά κανάλια είναι μικρότερες σε μεγάλες αποστάσεις, καθώς πέρα από την ατμόσφαιρα το φως διαδίδεται σχεδόν χωρίς απώλειες.

### 1.3.2 Τρέχουσα κατάσταση εφαρμογών

Παρά την απλότητα του θεωρητικού μοντέλου, οι πραγματικές υλοποιήσεις QKD με πόλωση παρουσιάζουν σύνθετες τεχνικές προκλήσεις. Όπως έχει αναφερθεί στο προηγούμενο υποκεφάλαιο της «Εισαγωγής» ακόμη και στον ελεύθερο χώρο, η διατήρηση της πόλωσης των φωτονίων επηρεάζεται από διάφορους παράγοντες για παράδειγμα α) τύρβη της ατμόσφαιρας, β) ανισοτροπική σκέδαση, γ) ατέλειες οπτικών στοιχείων και μεταβλητότητά τους στο ακραίο περιβάλλον του διαστήματος, δ) αστάθεια στο πλαίσιο αναφοράς της πόλωσης μεταξύ δορυφόρου και επίγειου σταθμού και ε) αναγκαιότητα για γρήγορα και ανθεκτικά συστήματα αποζημίωσης της πόλωσης. Για την αντιμετώπιση των πιο πάνω προκλήσεων χρησιμοποιούνται τα ακόλουθα αντίμετρα:

- Μηχανισμοί ανατροφοδότησης και αντιστάθμισης, με χρήση περιστρεφόμενων πλακών QWP και HWP.
- Συστήματα παρακολούθησης πόλωσης σε πραγματικό χρόνο, είτε μέσω beacon laser είτε μέσω αλγορίθμων βελτιστοποίησης.
- Χρήση μοντέλων Mueller για την εκτίμηση και την προεκτίμηση του μετασχηματισμού πόλωσης σε κάθε πέρασμα.

Παρά τα παραπάνω, παραμένουν αποκλίσεις λόγω κατασκευαστικών ατελειών, αστάθειας του περιβάλλοντος και χρονικών καθυστερήσεων στον μηχανισμό, οι οποίες αποτελούν στόχο επίλυσης της παγκόσμιας έρευνας. Πιο συγκεκριμένα αρκετές ερευνητικές αποστολές έχουν επιβεβαιώσει την αποτελεσματικότητα της κωδικοποίησης με πόλωση. Ο δορυφόρος Micius αποτέλεσε την πρώτη επιτυχημένη υλοποίηση QKD σε αποστάσεις >1200 km, χρησιμοποιώντας σύστημα κωδικοποίησης και αντιστάθμισης της πόλωσης. Παράλληλα, σε διεθνές επίπεδο συνεχίζονται σημαντικές πρωτοβουλίες για τη διαστημική QKD. Στον Καναδά, το QEYSSat βασίζεται σε πλατφόρμα μικροδορυφόρου, αποτελώντας μια πιο οικονομική και ευέλικτη λύση για πειραματισμό σε τροχιά χαμηλού κόστους. Στην Ευρώπη, η αποστολή EAGLE-1[7], στο πλαίσιο του προγράμματος SAGA (Security And cryptoGrAphic mission) του ESA, στοχεύει στην υλοποίηση του πρώτου πανευρωπαϊκού, πλήρως κυρίαρχου συστήματος QKD από το διάστημα. Ο δορυφόρος EAGLE-1 θα λειτουργήσει ως αποστολή επίδειξης τεχνολογίας (pathfinder) για το μελλοντικό EuroQCI, αποδεικνύοντας την ικανότητα ασφαλούς ανταλλαγής κρυπτογραφικών κλειδιών και προετοιμάζοντας το έδαφος για την ανάπτυξη ενός πανευρωπαϊκού δικτύου κβαντικών επικοινωνιών.

Επιπλέον, η τρέχουσα κατεύθυνση της έρευνας δεν περιορίζεται μόνο στην επίλυση προβλημάτων ευθυγράμμισης και αποζημίωσης, αλλά στρέφεται και σε:

- Βελτιστοποίηση των ανιχνευτών, με νέες τεχνολογίες SPAD (Single Photon Avalanche Diode)[8] και SNSPD (Superconducting Nanowire Single Photon Detector) [9] που επιτυγχάνουν χαμηλότερο θόρυβο και υψηλότερες αποδόσεις σε κρυογενικές ή θερμοηλεκτρικά ψυχόμενες διατάξεις.
- Εξερεύνηση διαφορετικών σχημάτων κωδικοποίησης, όπως τα time-bin qubits, που χρησιμοποιούνται σε αποστολές όπως η EAGLE-1 για να μειώσουν την ευαισθησία σε μεταβολές της πόλωσης.

- Αντιμετώπιση του finite-key size effect, όπου νέες μέθοδοι ανάλυσης ασφαλείας επιτρέπουν την εξαγωγή χρήσιμων κλειδιών ακόμη και από ένα μόνο πέρασμα χαμηλής διάρκειας.

Συνολικά, η τρέχουσα κατάσταση εφαρμογών χαρακτηρίζεται από τη μετάβαση από μεμονωμένα αποδεικτικά πειράματα σε πιο ολοκληρωμένες πλατφόρμες που συνδυάζουν τεχνολογίες πηγών, ανιχνευτών και μηχανισμών ελέγχου. Η συνεχής πρόοδος σε αυτούς τους τομείς αναμένεται να καθορίσει την πρακτική αξιοποίηση της δορυφορικής QKD μέσα στην επόμενη δεκαετία.

## 1.4 Συνεισφορά της παρούσας διπλωματικής εργασίας

Παρά την αξιοσημείωτη πρόοδο που έχει παρατηρηθεί στον τομέα του SatQKD, το θέμα της διατήρησης της κβαντικής πληροφορίας που είναι κωδικοποιημένη στην πόλωση κατά τη μετάδοση σε ελεύθερο χώρο εξακολουθεί να αποτελεί μία από τις σημαντικότερες προκλήσεις για την εφαρμογή της τεχνολογίας σε πραγματικές συνθήκες. Όπως έχει διαφανεί στην ενότητα της «Εισαγωγής», τα συστήματα QKD με κωδικοποίηση στην πόλωση παραμένουν ακόμη ιδιαίτερα ευάλωτα α) σε δυναμικές αλλαγές προσανατολισμού μεταξύ του δορυφόρου και του επίγειου σταθμού, β) σε ατμοσφαιρικές διαταραχές, καθώς και γ) στις μη ιδανικές ιδιότητες των οπτικών στοιχείων. Οι κρίσιμοι παράγοντες αυτοί οδηγούν σε απόκλιση (basis misalignment) μεταξύ της κατάστασης πόλωσης που προετοιμάζεται και αυτής που μετράτε, με αποτέλεσμα να προκαλείται αύξηση του ρυθμού σφαλμάτων κβαντικού bit (QBER) και μείωση του τελικού μυστικού ρυθμού.

Λαμβάνοντας τα ζητήματα αυτά υπόψη, η παρούσα διπλωματική εργασία επικεντρώνεται στη ποσοτική μοντελοποίηση και προσομοίωση της απόκλισης βάσεων κατά τη διάρκεια της μετάδοσης qubits από δορυφόρο σε επίγειο σταθμό. Ο βασικός στόχος είναι η συστηματική ανάλυση της χρονικής εξέλιξης της παραμόρφωσης πόλωσης, καθώς και η αξιολόγηση της επίδρασής της στην ασφάλεια και απόδοση του συστήματος.

Οι βασικές κατευθύνσεις της εργασίας συνοψίζονται ως εξής:

- Αναλυτική μοντελοποίηση των μετασχηματισμών πόλωσης κατά τη διάρκεια δορυφορικών περασμάτων, λαμβάνοντας υπόψη γεωμετρικούς και δυναμικούς παράγοντες όπως η κίνηση του δορυφόρου, οι ανακλάσεις από καθρέφτες και η συνεχής μεταβολή των συστημάτων αναφοράς.
- Προσομοίωση χρονικά εξαρτώμενης παραμόρφωσης πόλωσης, βασισμένη σε ρεαλιστικές τροχιές και γεωμετρία περάσματος. Οι μεταβολές της πόλωσης μοντελοποιούνται με χρήση του φορμαλισμού Mueller, ο οποίος επιτρέπει την αναπαράσταση πολύπλοκων και μη ιδανικών μετασχηματισμών.
- Ενσωμάτωση συστημάτων αντιστάθμισης πόλωσης (όπως συστήματα με πλάκες τύπου QWP και HWP) στο προσομοιωτικό μοντέλο και αξιολόγηση της αποδοτικότητάς τους στην ευθυγράμμιση των βάσεων.

- Ανάλυση υπολειπόμενης απόκλισης, λαμβάνοντας υπόψη σφάλματα αντιστάθμισης λόγω μηχανικών αποκλίσεων ή ατελούς βαθμονόμησης, και ποσοτικοποίηση της επίδρασής τους στο QBER.
- Σύγκριση διαφορετικών υλικών και μηκών κύματος, με στόχο την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο οι επιστρώσεις (όπως χρυσός, αλουμίνιο, άργυρος) επηρεάζουν τη διατήρηση της πόλωσης σε συχνότητες-κλειδιά για το SatQKD (π.χ. 810 nm, 1500 nm).
- Στατιστική ανάλυση της απόδοσης, με μοντελοποίηση σφαλμάτων αντιστάθμισης ως κανονικά κατανομημένες γωνιακές αποκλίσεις και αξιολόγηση της μέσης τιμής QBER ανά πέρασμα και συνολικά.

Η παρούσα μελέτη, επομένως, μέσω της μοντελοποίησης και ποσοτικοποίησης α) των επιδράσεων της παραμόρφωσης πόλωσης και β) των δυνατοτήτων που παρέχουν τα υπάρχοντα συστήματα αντιστάθμισης, επιχειρεί να εξάγει χρήσιμα και ασφαλή συμπεράσματα για τη σχεδίαση μελλοντικών κβαντικών επικοινωνιακών φορτίων. Τα συμπεράσματα αυτά μπορούν να αξιοποιηθούν για τη βελτιστοποίηση της επιλογής υλικών και των συστημάτων αντιστάθμισης με στόχο την ακριβέστερη εκτίμηση της απόδοσης σε ρεαλιστικές επιχειρησιακές συνθήκες.

# Κεφάλαιο 2: Θεωρητικό Υπόβαθρο και Μαθηματική Περιγραφή

## 2.1 Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα και Πόλωση

Η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία αποτελείται από ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία, κάθετα μεταξύ τους και προς την κατεύθυνση διάδοσης. Ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στον χώρο περιγράφεται από τα διανύσματα του ηλεκτρικού ( $E$ ) και του μαγνητικού ( $B$ ) πεδίου. Για την περιγραφή και τη λειτουργία της πόλωσης το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου επαρκεί. Είναι γενικώς αποδεκτό ότι η πόλωση αναφέρεται στη γεωμετρική κατανομή του διανύσματος ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο στον χρόνο και τον χώρο. Πιο συγκεκριμένα, ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα μπορεί να έχει γραμμική, κυκλική ή ελλειπτική πόλωση, ανάλογα με τη σχετική φάση και το πλάτος των δύο συνιστωσών του ηλεκτρικού πεδίου.

## 2.2 Φορμαλισμός Jones

Σύμφωνα με τη μεθοδολογία Jones, η γενική μορφή του διανύσματος του ηλεκτρικού πεδίου που περιγράφει ένα μονοχρωματικό επίπεδο κύμα, όταν ταξιδεύει κατά τον άξονα  $z$ , δίνεται ως[10]:

$$\vec{E}(z,t) = \hat{x}E_x e^{j(\omega t - kz)} + \hat{y}E_y e^{j(\omega t - kz + \phi)} \quad (2.1)$$

Όπου  $\hat{x}$   $\hat{y}$  είναι τα μοναδιαία διανύσματα στις οριζόντιες, κατακόρυφες διευθύνσεις αντίστοιχα και  $E_x$   $E_y$  τα πλάτη των συνιστωσών σε αυτές τις διευθύνσεις.

Ακολουθώντας εν συνεχεία τις εξισώσεις Maxwell η κατάσταση της πόλωσης μπορεί αναπαρασταθεί με το δισδιάστατο διάνυσμα Jones[10]:

$$J = \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{j\phi} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

ή ισοδύναμα ως:

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y e^{j\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{j\phi} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Η γωνία  $\phi$  είναι η σχετική διαφορά φάσης μεταξύ των δύο συνιστωσών του ηλεκτρικού πεδίου[10]:

$$\varphi = \phi_y - \phi_x \quad (2.4)$$

Η διαφορά φάσης  $\phi$  καθορίζει την ελλειπτικότητα της πόλωσης, δηλαδή αν το κύμα είναι γραμμικά, κυκλικά ή ελλειπτικά πολωμένο.

Η γωνία  $\theta$  καθορίζει το σχετικό πλάτος μεταξύ των δύο συνιστωσών[10]:

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{|E_y|}{|E_x|} \quad (2.5)$$

Αναλόγως της τιμής της  $\theta$  και  $\varphi$  προκύπτουν διαφορετικές καταστάσεις πόλωσης:

- $\theta = 0^\circ \rightarrow |E_y| = 0$ : καθαρά οριζόντια πόλωση.
- $\theta = 180^\circ \rightarrow |E_x| = 0$ : καθαρά κατακόρυφη πόλωση.
- $\theta = 90^\circ \rightarrow$  ίσα πλάτη ( $|E_x| = |E_y|$ ): διαγώνια γραμμική πόλωση (αν  $\phi = 0$ ).
- $\theta = 90^\circ$  και  $\phi = \pm 90^\circ \rightarrow$  κυκλική πόλωση.
- ( $|E_x| \neq 0, |E_y| \neq 0$  και  $|E_x| \neq |E_y|$ ) οποιαδήποτε τιμή του  $\varphi$  δίνει ελλειπτική πόλωση.

## 2.3 Φορμαλισμός Stokes και Σφαίρα Poincaré

Ο φορμαλισμός Stokes είναι μία γενικότερη περιγραφή της κατάστασης πόλωσης, κατάλληλη για μερικώς πολωμένα κύματα. Γι' αυτό χρησιμοποιείται συχνά στα πειράματα, καθώς οι παράμετροι Stokes μπορούν να μετρηθούν απευθείας.

Η κατάσταση πόλωσης περιγράφεται με έναν τετραδιάστατο πραγματικό διανυσματικό πίνακα[10]:

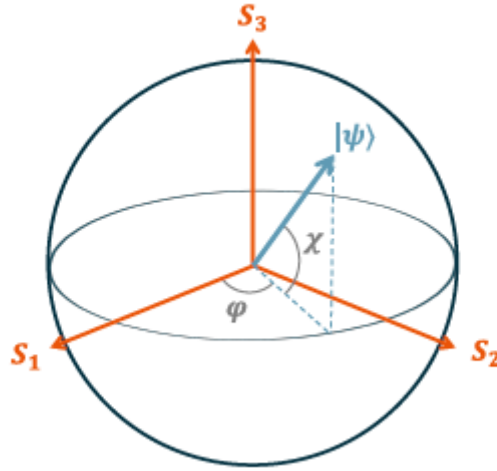
$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_y|^2 + |E_x|^2 \\ |E_x|^2 - |E_y|^2 \\ 2 \cdot E_x E_y \cdot \cos \varphi \\ 2 \cdot E_x E_y \cdot \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

όπου:

- $S_0$  είναι η ολική ένταση του φωτός.
- $S_1$  εκφράζει τη διαφορά έντασης μεταξύ των οριζόντιων και κατακόρυφων συνιστωσών.
- $S_2$  αντιπροσωπεύει την ένταση της διαγώνιας γραμμικής πόλωσης.
- $S_3$  συνδέεται με την κυκλική πόλωση.

### 2.3.1 Σφαίρα Poincaré

Οι παράμετροι  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  μπορούν να απεικονιστούν ως συντεταγμένες στον τρισδιάστατο χώρο (σφαίρα Poincaré). Η μοναδιαία σφαίρα (με ακτίνα  $S_0 = 1$ ) απεικονίζει μόνο την καθαρή πόλωση (degree of polarization  $DOP=1$ ).



Σχήμα 2.3α: Σφαίρα Poincaré [10]

Η σχέσεις για τις γωνίες  $\varphi$  και  $\chi$  της σφαίρας Poincaré και των παραμέτρων Stokes δίνεται από[10]:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{S_2}{S_1}\right) \quad (2.7)$$

$$\chi = \arctan\left(\frac{S_3}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}\right) \quad (2.8)$$

### 2.3.2 Μαθηματική Αναπαράσταση

Η αναπαράσταση της κατάστασης πόλωσης (SOP) μέσω των συντεταγμένων της σφαίρας Poincaré μπορεί να γραφτεί ως[10]:

$$S = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos\varphi \cos\chi \\ \sin\varphi \cos\chi \\ \sin\chi \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Στον παρακάτω πίνακα αναπαρίστανται οι έξι βάσεις πολώσεων:

| SOP         | Πολική Γωνία [deg] | Αξιμουθιακή Γωνία [deg] |
|-------------|--------------------|-------------------------|
| $ H\rangle$ | 0                  | 0                       |
| $ V\rangle$ | 0                  | 180                     |
| $ D\rangle$ | 0                  | 90                      |
| $ A\rangle$ | 0                  | 270                     |
| $ R\rangle$ | 90                 | -                       |
| $ L\rangle$ | 270                | -                       |

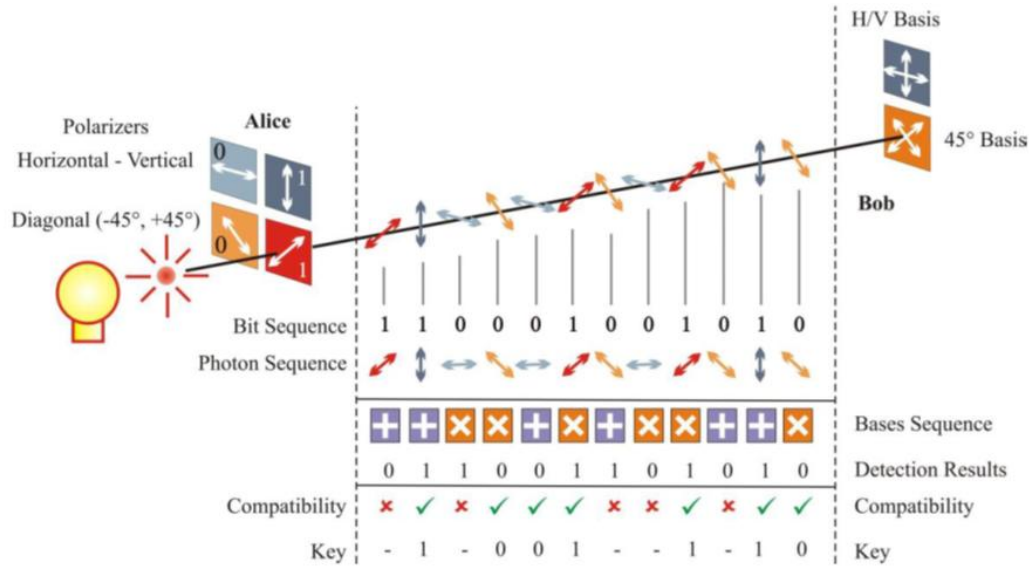
**Πίνακας 2.3a** — Οι έξι καταστάσεις πόλωσης (H, V, D, A, R, L) και οι αντίστοιχες γωνίες στη σφαίρα Poincaré

Οι παραπάνω βάσεις πολώσεων χρησιμοποιούνται για τα qubits στο QKD.

## 2.4 Το Πρωτόκολλο BB84 και η Σχέση με Σφάλματα Πόλωσης

Το πρωτόκολλο BB84 (Bennett και Brassard, 1984) αποτελεί το πρώτο και πιο διαδεδομένο πρωτόκολλο κβαντικής κρυπτογράφησης (QKD). Στηρίζεται στη μετάδοση κβαντικών bits (qubits), που σε οπτικά συστήματα συνήθως κωδικοποιούνται μέσω καταστάσεων πόλωσης φωτός.

Ο αποστολέας (Alice) επιλέγει τυχαία μεταξύ δύο γραμμικά ανεξάρτητων βάσεων για τη δημιουργία και την αποστολή των qubits. Τη βάση Z (ορθογώνια βάση), που περιλαμβάνει τις καταστάσεις  $|0\rangle = |H\rangle$  (οριζόντια πόλωση) και  $|1\rangle = |V\rangle$  (κατακόρυφη πόλωση) και τη βάση X (διαγώνια βάση), με τις καταστάσεις  $|+\rangle$  (διαγώνια πόλωση  $45^\circ$ ) και  $|-\rangle$  (διαγώνια πόλωση  $-45^\circ$ ). Ο παραλήπτης (Bob) στη συνέχεια μετρά τα qubits σε μία από τις δύο βάσεις, επιλεγμένη τυχαία. Μετά τη μέτρηση, Alice και Bob ανακοινώνουν δημοσίως τις βάσεις που χρησιμοποίησαν (αλλά όχι τα αποτελέσματα), κρατώντας μόνο τα bits η Alice και ο Bob μέτρησαν με την ίδια βάση. Η διαδικασία αυτή περιγράφεται συνοπτικά στο παρακάτω διάγραμμα:



**Σχήμα 2.3α** — Απεικόνιση του πρωτοκόλλου BB84: η Alice κωδικοποιεί τυχαία bits σε τυχαίες βάσεις (H/V ή  $\pm 45^\circ$ ), ο Bob μετρά σε τυχαίες βάσεις, γίνεται δημόσια σύγκριση των βάσεων (sifting) και διατηρούνται μόνο οι συμβατές μετρήσεις, από τις οποίες προκύπτει το κοινό κλειδί (✓), ενώ οι ασύμβατες απορρίπτονται (×)[11].

#### 2.4.1 Σχέση QBER με Σφάλματα Πόλωσης

Ένα από τα βασικά μετρήσιμα μεγέθη στα QKD πρωτόκολλα είναι το Quantum Bit Error Rate (QBER). Το QBER μετρά το ποσοστό λαθών στα bits που συμφωνούν η Alice και ο Bob, και αποτελεί κρίσιμο παράγοντα για την ασφάλεια και την απόδοση του συστήματος των πρωτοκόλλων.

Σε ιδανική περίπτωση (χωρίς παρεμβολές), το QBER θα ήταν μηδενικό. Στην πραγματικότητα, όμως, μεταξύ άλλων φαινομένων (θόρυβος ανιχνευτών, ατμοσφαιρικός θόρυβος) οι παραμορφώσεις πόλωσης (π.χ. λόγω περιστροφής του δορυφόρου, ατελειών των οπτικών στοιχείων) εισάγουν σφάλματα με αποτέλεσμα η βάση μέτρησης του Bob να μην είναι τέλεια ευθυγραμμισμένη με τη βάση αποστολής της Alice.

Η πιθανότητα σωστής μέτρησης (overlap των καταστάσεων) δίνεται από[10]:

$$|\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle|^2 = \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \cos^2\left(\frac{1}{2} \cdot \arccos\left(\frac{s_1 \cdot s_2}{|s_1| \cdot |s_2|}\right)\right) \quad (2.10)$$

όπου  $|\psi_1\rangle$  και  $|\psi_2\rangle$  είναι οι καταστάσεις πόλωσης που στάλθηκαν και μετρήθηκαν.

Αντίστοιχα, το QBER ορίζεται ως το συμπληρωματικό γεγονός[10]:

$$\text{QBER} = 1 - |\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle|^2 \quad (2.11)$$

Αυτή η σχέση αποδεικνύει πως οποιαδήποτε λανθασμένη ευθυγράμμιση των βάσεων πόλωσης αυξάνει το QBER, υποβαθμίζοντας την ποιότητα του κβαντικού καναλιού. Για το κλασικό πρωτόκολλο BB84, ένα QBER πάνω από 11% θεωρείται ότι καταρρίπτει την ασφάλεια του

καναλιού[12]. Σε ρεαλιστικές συνθήκες (συμπεριλαμβανομένων και πειραματικών αποκλίσεων) το QBER πρέπει να παραμένει  $< 11\%$ .

#### 2.4.2 Σκοπός Επιλογής Βάσεων

Η επιλογή των βάσεων **Z** (ορθογώνια) και **X** (διαγώνια) στο πρωτόκολλο BB84 δεν είναι τυχαία. Αντιθέτως, εξυπηρετεί δύο βασικούς σκοπούς:

**Γραμμική ανεξαρτησία:** Οι δύο βάσεις αποτελούν ανεξάρτητες ορθοκανονικές βάσεις. Αυτό επιτρέπει την καλύτερη εκμετάλλευση των ιδιοτήτων υπέρθεσης και των κβαντικών χαρακτηριστικών του φωτός.

**Διακριτικότητα μετρήσεων:** Η χρήση δύο μη συμβατών βάσεων δυσχεραίνει την ανακατασκευή της πληροφορίας από τρίτο (π.χ. υποκλοπέα – Eve), αφού οποιαδήποτε μέτρηση εκτός της σωστής βάσης εισάγει μη αναστρέψιμα σφάλματα (μη-ορθογώνια μέτρηση).

Συγκεκριμένα, στην κβαντική θεωρία, η μέτρηση σε μία βάση εισάγει κβαντικό σφάλμα όταν το qubit έχει παρασκευαστεί σε άλλη βάση, με αποτέλεσμα την αύξηση του QBER.

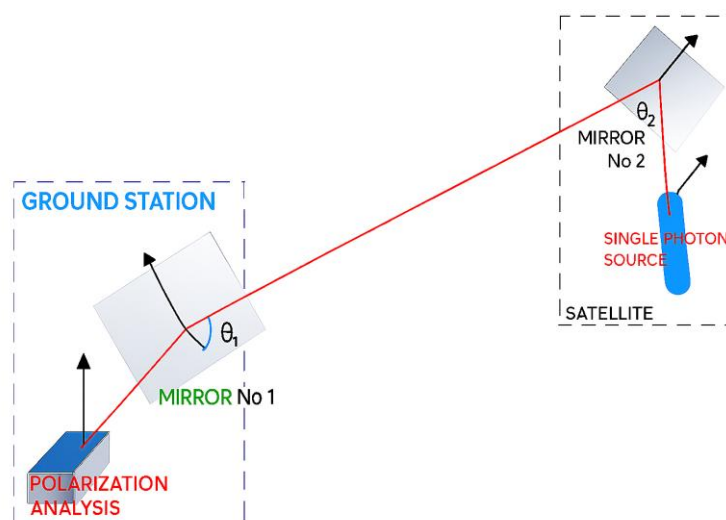
Επιπλέον, οι δύο βάσεις επιλέγονται ώστε να καλύπτουν πλήρως το χώρο του κβαντικού bit, διασφαλίζοντας ότι όλες οι δυνατές καταστάσεις μπορούν να μεταδοθούν και να μετρηθούν, και καμία δεν παραμένει αόρατη στο κανάλι.

# Κεφάλαιο 3: Ανάλυση Παραμόρφωσης της Πόλωσης σε Δορυφορικά QKD Συστήματα

Στο παρόν κεφάλαιο αναλύεται η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε για τη μελέτη των παραμορφώσεων της πόλωσης κατά τη διάρκεια της μετάδοσης ενός φωτονίου από δορυφόρο προς επίγειο σταθμό. Έχοντας αναπτύξει στο προηγούμενο κεφάλαιο τα βασικά θεωρητικά εργαλεία — όπως οι φορμαλισμοί Jones και Stokes, η αναπαράσταση στην Poincaré σφαίρα και η έννοια της κατάστασης πόλωσης — επιχειρούμε εδώ την εφαρμογή αυτών των εννοιών σε ένα πραγματικό σενάριο μετάδοσης. Η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε για τη μελέτη των παραμορφώσεων βασίζεται κυρίως στο γεωμετρικό μοντέλο που παρουσιάστηκε από τους Bonato et al. [13], στο οποίο η παραμόρφωση της πόλωσης προκαλείται από τις κατοπτρικές ανακλάσεις στο οπτικό μονοπάτι του φωτονίου. Λαμβάνοντας υπόψη τα πιο πάνω στοιχεία, η τελική πόλωση υπολογίζεται με βάση τη θέση του δορυφόρου, την κατεύθυνση της δέσμης και τις ιδιότητες των ανακλαστικών επιφανειών. Το κεφάλαιο αυτό περιγράφει αρχικά το συγκεκριμένο γεωμετρικό μοντέλο και στη συνέχεια εστιάζει στην υλοποίηση και τους υπολογισμούς που πραγματοποιήθηκαν για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων.

## 3.1 Φυσική Περιγραφή και Γεωμετρική Μοντελοποίηση της Πόλωσης σε Δορυφορικό Σύνδεσμο

Σε μία επικοινωνία τύπου δορυφόρου προς επίγειο σταθμό (Space-to-Earth QKD), η μετάδοση κβαντικών bits (qubits) μέσω της πόλωσης φωτονίων υπόκειται σε διάφορες παραμορφώσεις κυρίως εξαιτίας της σχετικής κίνησης του δορυφόρου και της γεωμετρίας των ανακλαστικών επιφανειών. Η μοντελοποίηση του φαινομένου βασίζεται στο σχήμα που προτείνεται από τους Bonato et al. [13], σύμφωνα με το οποίο η μετάδοση του φωτονίου επηρεάζεται κυρίως από δύο επίπεδους καθρέφτες: έναν στον δορυφόρο και έναν στον επίγειο σταθμό.



Σχήμα 3.1α – Σχηματική αναπαράσταση του μοντέλου δορυφόρου–επίγειου σταθμού που προτείνεται από τους Bonato et al. [13]. Η εκπομπή φωτονίων γίνεται από την πηγή μονών φωτονίων (Single Photon Source) στον δορυφόρο, με την δέσμη να υφίσταται δύο κατοπτρικές ανακλάσεις: μία στον καθρέφτη του δορυφόρου (Mirror No 2) με γωνία πρόσπτωσης  $\theta_2$ , και μία στον καθρέφτη του επίγειου σταθμού (Mirror No 1) με γωνία πρόσπτωσης  $\theta_1$ . Μετά τη δεύτερη ανάκλαση, η δέσμη οδηγείται στο σύστημα ανάλυσης πόλωσης (Polarization Analysis). Οι γωνίες  $\theta_1$  και  $\theta_2$ , καθώς και οι ιδιότητες των ανακλαστικών επιφανειών, καθορίζουν τη συνολική περιστροφή και παραμόρφωση της κατάστασης πόλωσης.

### 3.1.1 Βασικές Υποθέσεις του Μοντέλου

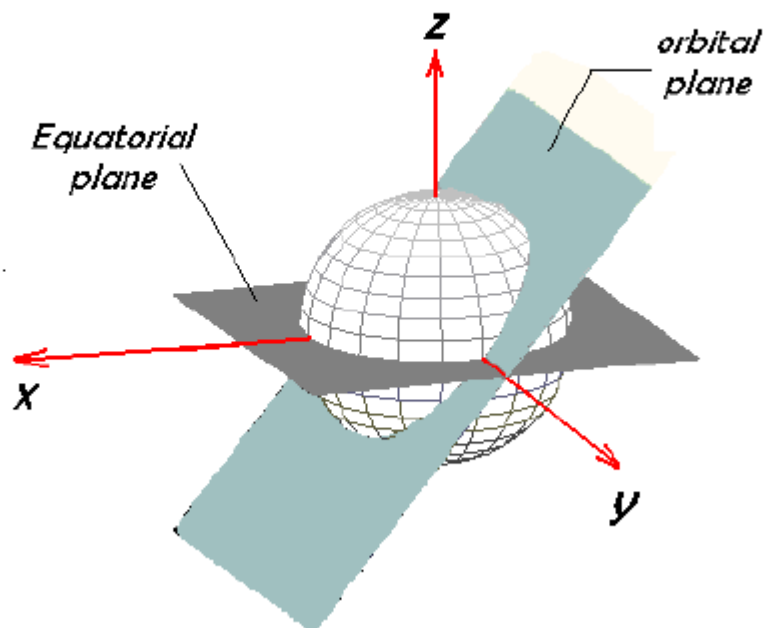
Για απλοποίηση του μοντέλου, υιοθετούνται οι εξής υποθέσεις. Αρχικά ο δορυφόρος εκπέμπει συνεχώς οριζόντια πολωμένα φωτόνια (κατά μήκος του άξονα κίνησής του). Το σύστημα περιλαμβάνει δύο κατοπτρικά στοιχεία: ένα στον δορυφόρο και ένα στον σταθμό βάσης. Τέλος το φαινόμενο Faraday, οι ατμοσφαιρικές μεταβολές και η αποπόλωση θεωρούνται αμελητέες συγκριτικά με τις γεωμετρικές στροφές της πόλωσης λόγω ανάκλασης.

### 3.1.2 Σύστημα Αναφοράς

Το σύστημα αναφοράς ορίζεται ως εξής:

- Το σταθερό σύστημα έχει αρχή το κέντρο της Γης.
- Ο άξονας  $z$  είναι κάθετος στο ισημερινό επίπεδο.
- Ο άξονας  $y$  ορίζεται ως η τομή του επιπέδου τροχιάς με το ισημερινό επίπεδο.
- Ο άξονας  $x$  καθορίζεται ώστε να έχουμε δεξιόστροφο ορθοκανονικό σύστημα.

Η κλίση της τροχιάς ορίζεται με τη γωνία  $\xi$ , που είναι η γωνία μεταξύ του ισημερινού και του επιπέδου της τροχιάς. Το τροχιακό επίπεδο σχηματίζεται με περιστροφή του ισημερινού κατά  $\xi$  γύρω από τον άξονα  $y$ .



Σχήμα 3.1β: η αρχή των αξόνων ορίζεται στο κέντρο της Γης, η κατεύθυνση z είναι ορθογώνια προς το ισημερινό επίπεδο και η κατεύθυνση y βρίσκεται στην τομή μεταξύ του ισημερινού και του τροχιακού επιπέδου.

### 3.1.3 Θέσεις και Κατευθύνσεις

- Η θέση του δορυφόρου δίνεται ως[13]:

$$\vec{x}(t) = R_o ((\cos\xi \cdot \cos(\omega t), \sin(\omega t), -\sin\xi \cdot \cos(\omega t)) \quad (3.1)$$

όπου  $R_o$  η ακτίνα της τροχιάς και  $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα.

- Η θέση του επίγειου σταθμού (με γεωγραφικό πλάτος  $\beta$  και γεωγραφικό μήκος  $\alpha(t)$ ) δίνεται ως[13]:

$$\vec{M}(t) = R_e(\cos\beta \cdot \cos\alpha(t), \cos\beta \cdot \sin\alpha(t), \sin\beta) \quad (3.2)$$

### 3.1.4 Τοπικό Σύστημα Αναφοράς Επίγειου Σταθμού

Για τον προσδιορισμό των κατευθύνσεων πόλωσης στον αναλυτή του επίγειου σταθμού, είναι απαραίτητο να ορίσουμε ένα φυσικό σύστημα αναφοράς το οποίο κινείται με τον σταθμό, καθώς αυτός περιστρέφεται μαζί με τη Γη.

Το σύστημα αυτό ορίζεται από το διάνυσμα θέσης του σταθμού  $\vec{M}(t)$ , και τις παραγώγους του ως προς τις γωνίες  $\alpha$  (γεωγραφικό μήκος, εξάρτηση από τον χρόνο) και  $\beta$  (γεωγραφικό πλάτος). Η γωνία  $\alpha$  αυξάνεται γραμμικά στον χρόνο σύμφωνα με τη σχέση[13]:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \omega_T t \quad (3.3)$$

όπου  $\omega_T$  είναι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της Γης.

Από το παραπάνω, προκύπτουν τα ορθοκανονικά διανύσματα του τοπικού συστήματος[13]:

$$\vec{a}_1 = \frac{\partial \vec{M}}{\partial \alpha} = (-\sin\alpha, \cos\alpha, 0) \quad (3.4)$$

$$\vec{a}_2 = \frac{\partial \vec{M}}{\partial \beta} = (-\sin\beta \cdot \cos\alpha, -\sin\beta \cdot \sin\alpha, \cos\beta) \quad (3.5)$$

$$\vec{a}_3 = \frac{\vec{M}}{\|\vec{M}\|} = (\cos\beta \cdot \cos\alpha, \cos\beta \cdot \sin\alpha, \sin\beta) \quad (3.6)$$

Τα διανύσματα αυτά είναι μεταξύ τους κάθετα και σχηματίζουν ένα δεξιόστροφο, ορθοκανονικό σύστημα κατάλληλο για την περιγραφή της πόλωσης στην περιοχή του επίγειου σταθμού.

### 3.1.5 Ορισμός Κατευθύνσεων Πόλωσης

Για την ανάλυση των κατοπτρικών ανακλάσεων, απαιτούνται τα εξής διανύσματα:

- Διάνυσμα εκπομπής από τον δορυφόρο προς τον καθρέφτη[13]:

$$\vec{L}_1 = (-\cos\xi \cdot \sin\omega t, \cos\omega t, \sin\xi \cdot \sin\omega t) \quad (3.7)$$

- Κατεύθυνση μετά την πρώτη ανάκλαση προς τον σταθμό[13]:

$$\vec{L}_2 = \frac{\vec{M} - \vec{x}}{\|\vec{M} - \vec{x}\|} \quad (3.8)$$

- Κατεύθυνση μετά τη δεύτερη ανάκλαση από τον καθρέφτη του επίγειου σταθμού στον αναλυτή πόλωσης[13]:

$$\vec{L}_3 = \cos\chi \cdot \vec{a}_1 + \sin\chi \cdot \vec{a}_2 \quad (3.9)$$

όπου τα  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  είναι τα τοπικά διανύσματα αναφοράς στον σταθμό.

### 3.1.6 Άξονες Πόλωσης και Γωνίες Στροφής

Για να περιγράψουμε την επίδραση των κατοπτρικών ανακλάσεων στην πόλωση, ορίζουμε ένα ορθοκανονικό σύστημα και στα τέσσερα στάδια μετάβασης της δέσμης. Το σύστημα αυτό καθορίζεται από την εκάστοτε κατεύθυνση διάδοσης και την επιφάνεια ανάκλασης.

Ορίζονται τα εξής διανύσματα πόλωσης[13]:

$$\vec{s}_0 = (\sin\xi, 0, \cos\xi) : \text{αρχική βάση πόλωσης στον δορυφόρο.} \quad (3.10)$$

$$\vec{s}_1 = \frac{\vec{L}_1 \times \vec{L}_2}{\|\vec{L}_1 \times \vec{L}_2\|} : \text{διάνυσμα πόλωσης μετά την πρώτη ανάκλαση.} \quad (3.11)$$

$$\vec{s}_2 = \frac{\vec{L}_2 \times \vec{L}_3}{\|\vec{L}_2 \times \vec{L}_3\|} : \text{διάνυσμα πόλωσης μετά τη δεύτερη ανάκλαση.} \quad (3.12)$$

$$\vec{s}_3 = \frac{a_1 \times a_2}{\|a_1 \times a_2\|} : \text{τελικό διάνυσμα ανάλυσης πόλωσης.} \quad (3.13)$$

Οι γωνίες περιστροφής μεταξύ αυτών των διανυσμάτων δίνονται από[13]:

$$\beta_{01} = \sigma_{01} \cdot \arccos(\vec{s}_0 \cdot \vec{s}_1), \quad \beta_{12} = \sigma_{12} \cdot \arccos(\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2), \quad \beta_{23} = \sigma_{23} \cdot \arccos(\vec{s}_2 \cdot \vec{s}_3) \quad (3.14)$$

Η φορά της γωνίας περιστροφής δίνεται μέσω του προσανατολισμού του βαθμωτού τριπλού γινομένου των διανυσμάτων και προσδιορίζεται από[13]:

$$\sigma_{ij} = \frac{\vec{s}_i \times \vec{s}_j \cdot \vec{L}_i}{\|\vec{s}_i \times \vec{s}_j \cdot \vec{L}_i\|} \quad (3.15)$$

Ο πίνακας περιστροφής μεταξύ δύο διανυσμάτων πόλωσης  $\vec{s}_i, \vec{s}_j$  δίνεται από τη σχέση[13]:

$$R(\beta_{ij}) = \begin{pmatrix} \cos\beta_{ij} & \sin\beta_{ij} \\ -\sin\beta_{ij} & \cos\beta_{ij} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

### 3.1.7 Συντελεστές Fresnel και Ανάκλαση

Η ανάκλαση σε κάθε καθρέφτη επηρεάζει διαφορετικά τα p- και s-πολωμένα κύματα. Η σχετική διαφορά φάσης και πλάτους δίνεται μέσω των συντελεστών Fresnel[13]:

$$r_s(\lambda, \theta_i) = \frac{n_o(\lambda)\cos\theta_i - n(\lambda)\cos\theta_t}{n_o(\lambda)\cos\theta_i + n(\lambda)\cos\theta_t}, \quad r_p(\lambda, \theta_i) = \frac{n_o(\lambda)\cos\theta_t - n(\lambda)\cos\theta_i}{n_o(\lambda)\cos\theta_t + n(\lambda)\cos\theta_i} \quad (3.17)$$

όπου:

- $\theta_i$  η γωνία πρόσπτωσης στην επιφάνεια του καθρέφτη.
- $n_o(\lambda)$ ,  $n(\lambda)$  ο δείκτης διάθλασης του αέρα και της μεταλλικής επιφάνειας του καθρέφτη αντίστοιχα.
- $\theta_t$  η γωνία που υπολογίζεται από τον νόμο του Snell[13]:

$$n_o(\lambda)\sin\theta_i = n(\lambda)\sin\theta_t \quad (3.18)$$

Αυτοί οι συντελεστές ενσωματώνονται στους πίνακες Jones για να περιγράψουν την επίδραση του κάθε καθρέφτη στο επίπεδο πόλωσης με την παρακάτω μορφή[13]:

$$J_{\text{mirror}}(\theta_i, \lambda) = \begin{pmatrix} r_p(\lambda, \theta_i) & 0 \\ 0 & r_s(\lambda, \theta_i) \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

### 3.1.8 Υπολογισμός Γωνιών Πρόσπτωσης

Η γωνία πρόσπτωσης του φωτός σε κάθε καθρέφτη καθορίζεται από το εσωτερικό γινόμενο μεταξύ της προσπίπτουσας και της ανακλώμενης κατεύθυνσης[13]:

- Για τον καθρέφτη στον δορυφόρο:

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \arccos(-\vec{L}_1 \cdot \vec{L}_2) \quad (3.20)$$

- Για τον καθρέφτη στον επίγειο σταθμό:

$$\theta_2 = \frac{1}{2} \arccos(-\vec{L}_2 \cdot \vec{L}_3) \quad (3.21)$$

Η χρήση του παράγοντα  $\frac{1}{2}$  οφείλεται στο γεγονός ότι η γωνία πρόσπτωσης είναι μισή της γωνίας μεταξύ των διανυσμάτων προσπίπτοντος και ανακλώμενου.

### 3.1.9 Τελικός Πίνακας Jones και Ολικός Μετασχηματισμός Πόλωσης

Ο τελικός πίνακας Jones περιγράφει τη συνολική επίδραση των δύο κατοπτρικών ανακλάσεων και των περιστροφών των επιπέδων πόλωσης. Είναι αποτέλεσμα της διαδοχικής εφαρμογής περιστροφών του επιπέδου πόλωσης ώστε να ευθυγραμμίζεται με τις διευθύνσεις s– και p– πόλωσης, της ανάκλασης μέσω των αντίστοιχων Fresnel συντελεστών και της αντίστροφης περιστροφής ώστε να επιστρέφουμε στο αρχικό σύστημα αναφοράς.

Ο συνολικός μετασχηματισμός δίνεται από τον τύπο[13]:

$$J_{\text{total}} = R(\beta_{23}) J(\theta_2) R(\beta_{12}) J(\theta_1) R(\beta_{01}) \quad (3.22)$$

Όπου:

- $J(\theta_i)$  είναι οι πίνακες Jones ανάκλασης στους δύο καθρέφτες, υπολογισμένοι με βάση τους συντελεστές Fresnel  $r_p(\lambda, \theta_i)$  και  $r_s(\lambda, \theta_i)$
- $R(\beta_{ij})$  είναι οι πίνακες περιστροφής μεταξύ των επιπέδων πόλωσης στα στάδια  $i$  και  $j$ , της μορφής:

$$R(\beta) = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix}$$

Η τελική κατάσταση πόλωσης που φτάνει στον ανιχνευτή προκύπτει από:

$$\vec{E}_{\text{final}} = J_{\text{total}} \cdot \vec{E}_{\text{input}}$$

όπου  $\vec{E}_{\text{input}}$  είναι το αρχικό Jones διάνυσμα πόλωσης.

Ο μετασχηματισμός αυτός μας επιτρέπει να υπολογίσουμε με ακρίβεια την τελική παραμορφωμένη πόλωση κατά τη διάρκεια του περάσματος του δορυφόρου. Η έξοδος μπορεί στη συνέχεια να μετατραπεί σε διανύσματα Stokes για την απεικόνιση στη σφαίρα Poincaré ή για την εκτίμηση του σφάλματος QBER.

## 3.2 Μέθοδος υπολογισμού διανυσμάτων και πινάκων

### 3.2.1 Εξαγωγή και Επεξεργασία Δεδομένων από Τροχιακά Στοιχεία

Για την ανάλυση της παραμόρφωσης της πόλωσης χρησιμοποιήθηκαν πραγματικά τροχιακά δεδομένα του δορυφόρου LAGEOS 2, βάσει του μοντέλου που παρουσιάστηκε στην ενότητα 3.1. Με αυτόν τον τρόπο υπήρξε η δυνατότητα του καθορισμού της θέσης και της γωνίας ανύψωσης του δορυφόρου σε σχέση με τον επίγειο σταθμό. Ο δορυφόρος αυτός χαρακτηρίζεται από τις ακόλουθες παραμέτρους:

- Κλίση τροχιάς: 52.68 μοίρες
- Περίοδος: 222.6 λεπτά
- Ημι-άξονες τροχιάς: 5616 km × 5951 km
- Εκκεντρότητα: 0.0135

Οι θέσεις των δορυφόρων προσομοιώθηκαν με χρονικό διάστημα δειγματοληψίας 10/30 δευτερολέπτων, ενώ η ανάλυση πραγματοποιήθηκε για περάσματα του δορυφόρου πάνω από τον επίγειο σταθμό του Χελμού στην Ελλάδα, με γεωγραφικές συντεταγμένες:

- Γεωγραφικό πλάτος: 37°

- Γεωγραφικό μήκος: 22°

Τα δεδομένα τροχιάς προήλθαν από επεξεργασία αρχείου TLE ώστε να παραχθούν χρονικές σειρές για κάθε διέλευση. Για κάθε χρονική στιγμή καταγράφηκαν:

- Η θέση του δορυφόρου σε γεωγραφικές συντεταγμένες (γεωγραφικό πλάτος και μήκος) και υψόμετρο.
- Η γωνία ανύψωσης (elevation angle) ως προς τον επίγειο σταθμό.

Από αυτά τα δεδομένα υπολογίστηκαν οι απαραίτητοι διανυσματικοί προσανατολισμοί του μοντέλου:

- Η κατεύθυνση εκπομπής από τον δορυφόρο (διάνυσμα  $L_1$ )
- Η κατεύθυνση από τον δορυφόρο προς τον σταθμό (διάνυσμα  $L_2$ )
- Η κατεύθυνση από τον επίγειο καθρέφτη προς τον αναλυτή (διάνυσμα  $L_3$ )
- Καθώς και όλες οι απαιτούμενες γωνίες πρόσπτωσης και περιστροφής.

Η ανάλυση πραγματοποιήθηκε στο προγραμματιστικό περιβάλλον της Python, αξιοποιώντας τις βιβλιοθήκες Skyfield, Pandas και NumPy για τους γεωμετρικούς και χρονικούς υπολογισμούς.

### 3.2.2 Υπολογισμός Κατάστασης Πόλωσης και Μετατροπή σε Stokes και Mueller

Αφού έχουν υπολογιστεί όλα τα απαραίτητα διανύσματα και γωνίες για κάθε χρονική στιγμή ενός δορυφορικού περάσματος, προχωρήσαμε στον υπολογισμό της κατάστασης πόλωσης του φωτονίου όπως αυτή διαμορφώνεται από το συνολικό σύστημα.

Αρχικά, επιλέχθηκε μια σταθερή αρχική κατάσταση πόλωσης, η οποία θεωρήθηκε οριζόντια (δηλαδή  $|H\rangle$ ), με αντίστοιχο διάνυσμα Jones:

$$\vec{E}_{\text{input}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

Για κάθε χρονική στιγμή, χρησιμοποιήθηκε ο συνολικός πίνακας Jones που είχε υπολογιστεί στην ενότητα 3.1.9 ώστε να εξαχθεί η τελική κατάσταση πόλωσης:

$$\vec{E}_{\text{final}} = J_{\text{total}} \cdot \vec{E}_{\text{input}}$$

Το αποτέλεσμα είναι ένα σύνθετο διάνυσμα (Jones vector) με δύο μιγαδικές συνιστώσες, το οποίο περιγράφει πλήρως τη γραμμική και κυκλική πόλωση.

Στη συνέχεια, το διάνυσμα Jones μετατράπηκε σε διάνυσμα Stokes για κάθε χρονική στιγμή, σύμφωνα με τους εξής τύπους [14]:

$$S_0 = |E_x|^2 + |E_y|^2 \quad (3.24)$$

$$S_1 = |E_x|^2 - |E_y|^2 \quad (3.25)$$

$$S_2 = 2 \cdot \Re(E_x \cdot E_y^*) \quad (3.26)$$

$$S_3 = 2 \cdot \Im(E_x \cdot E_y^*) \quad (3.27)$$

Οι παράμετροι Stokes επιτρέπουν την εύκολη οπτική απεικόνιση στη σφαίρα Poincaré, ενώ διατηρούν και την πληροφορία σχετικά με τη μορφή της πόλωσης (γραμμική, διαγώνια, κυκλική). Οι πίνακες Jones ( $J_{\text{total}}$ ) μετατράπηκαν επίσης σε πίνακες Mueller [15], με στόχο την αποσύνθεση και ανάλυση της συμπεριφοράς του συστήματος μέσα από τον φορμαλισμό Stokes. Η επεξεργασία πραγματοποιήθηκε εξολοκλήρου με Python, και για την αναπαράσταση των πινάκων χρησιμοποιήθηκαν τύποι συμβατοί με το πειραματικό μοντέλο που πρότεινε ο Bonato [13], όπως έχει περιγραφεί στο Κεφάλαιο 3.1.

### 3.2.3 Αποσύνθεση Mueller Matrix με τη Μέθοδο Lu–Chipman

Η αποσύνθεση Lu–Chipman[16] αποτελεί μία διαδεδομένη μέθοδος για την ανάλυση ενός συνολικού πίνακα Mueller σε τρεις επιμέρους, φυσικά ερμηνεύσιμες συνιστώσες. Στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής, η μέθοδος εφαρμόζεται για την απομόνωση του καθαρού όρου καθυστέρησης (retardance) που προκύπτει από τον μετρημένο πίνακα Mueller. Ο όρος αυτός αντιστοιχεί στη στροφή της βάσης πόλωσης που προκαλείται από την κίνηση του δορυφόρου και την ευθυγράμμιση των οπτικών στοιχείων, και η απομόνωσή του επιτρέπει την ποσοτικοποίηση και, στη συνέχεια, την αντιστάθμιση της μετατόπισης πόλωσης.

Η μέθοδος διαχωρίζει τον πίνακα Mueller σε τρία μέρη:

$$M = m_{00} M_{\Delta} M_R M_D \quad (3.28)$$

όπου:

**MD (Diattenuator):** Περιγράφει τη διαπόλωση, δηλαδή την άνιση απορρόφηση ή μετάδοση διαφορετικών καταστάσεων πόλωσης, που μπορεί να οφείλεται σε επιστρώσεις κατόπτρων, ανισοτροπία ανακλαστικότητας κ.λπ.

**MR (Retarder):** Περιγράφει την καθαρή καθυστέρηση φάσης μεταξύ ορθογώνιων συνιστωσών πόλωσης· στο πλαίσιο αυτής της εργασίας, αντιστοιχεί στη στροφή της βάσης μέτρησης που μας ενδιαφέρει να υπολογίσουμε και να αντισταθμίσουμε.

**MΔ (Depolarizer):** Αντιπροσωπεύει την απώλεια βαθμού πόλωσης λόγω σκέδασης, ατμοσφαιρικής ανατάραξης ή ατελειών στα οπτικά στοιχεία.

Η αποσύνθεση πραγματοποιείται ως εξής:

#### 1. Κανονικοποίηση του πίνακα Mueller:

$$\hat{M} = \frac{M}{m_{00}} \quad (3.29)$$

όπου  $M$  είναι ο αρχικός πίνακας Mueller και  $m_{00}$  ο συντελεστής μετάδοσης για μη πολωμένο φως. Η κανονικοποίηση αυτή εξασφαλίζει ότι ο πίνακας δεν επηρεάζεται από τις συνολικές απώλειες ισχύος.

## 2. Υπολογισμός του διανύσματος διαπόλωσης ( $\vec{D}$ ):

$$\vec{D} = \frac{1}{m_{00}}(m_{01}, m_{02}, m_{03})^T, \quad D = |\vec{D}| \quad (3.30)$$

Το διάνυσμα διαπόλωσης  $\vec{D}$  περιγράφει το βαθμό στον οποίο το οπτικό σύστημα μετατρέπει μη πολωμένο φως σε μερικώς πολωμένο. Το μέτρο του,  $D$ , χαρακτηρίζει την ισχύ αυτού του φαινομένου.

## 3. Κατασκευή του πίνακα διαπόλωσης $M_D$ :

$$M_D = \begin{pmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{D} & m_D \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

όπου:

$$m_D = \sqrt{1 - D^2} I_3 + (1 - \sqrt{1 - D^2}) \frac{\vec{D} \vec{D}^T}{D^2} \quad (3.32)$$

Ο πίνακας  $M_D$  αναπαριστά την καθαρή συνιστώσα διαπόλωσης του συστήματος. Ο υποπίνακας  $m_D$  είναι συμμετρικός και εξαρτάται από το διάνυσμα διαπόλωσης.

## 4. Αφαίρεση της διαπόλωσης:

$$M' = \hat{M} \cdot M_D^{-1} \quad (3.33)$$

Ο νέος πίνακας  $M'$  προκύπτει με την εξάλειψη της επίδρασης της διαπόλωσης από τον κανονικοποιημένο πίνακα Mueller. Έτσι απομένει μόνο η καθαρή «μη διαπολωτική» συνιστώσα.

## 5. Εξαγωγή του retarder matrix $M_R$ :

Από τον πίνακα  $M'$ , παίρνουμε το κάτω δεξιά  $3 \times 3$  block (το ονομάζουμε  $m'$ ) και το αποσυνθέτουμε πολικά (Polar Decomposition):

$$m' = R \cdot U \quad (3.34)$$

όπου:

- $R$ : ορθογώνιος πίνακας (περιστροφή – retarder),
- $U$ : συμμετρικός πίνακας (υπολειμματική αποπόλωση).

Αν το  $m'$  είναι ήδη σχεδόν ορθογώνιο, τότε:

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & R \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

Η αποσύνθεση αυτή μας επιτρέπει να διαχωρίσουμε την καθαρή περιστροφική επίδραση (retardance) από την απορρόφηση/απόσβεση.

#### 6. Υπολογισμός του depolarizer matrix:

$$M_{\Delta} = M' \cdot M_R^{-1} \quad (3.36)$$

ο οποίος περιγράφει κάθε υπολειμματική αποπόλωση μετά την αφαίρεση των επιδράσεων διαπόλωσης και καθυστέρησης.

Η επιλογή της μεθόδου Lu–Chipman, αντί άλλων μεθόδων όπως η πολική αποσύνθεση (polar decomposition), καθορίστηκε από το γεγονός ότι αφενός παρέχει μοναδικό και φυσικά ερμηνεύσιμο διαχωρισμό των επιμέρους επιδράσεων και αφετέρου παραμένει αριθμητικά σταθερή ακόμη και σε ελαφρώς αποπολωτικά συστήματα. Τα δεδομένα αυτά την καθιστούν ιδανική μέθοδο για την ανάλυση πειραματικών πινάκων Mueller που λαμβάνονται σε ρεαλιστικές συνθήκες δορυφορικής QKD.

Τέλος, από την αποσύνθεση εξάγεται ο πίνακας  $M_R$ , ο οποίος περιέχει την πληροφορία για τη στροφή της πόλωσης. Στο επόμενο στάδιο, ο πίνακας αυτός χρησιμοποιείται είτε για τον υπολογισμό της γωνίας περιστροφής στο επίπεδο S1–S2, είτε για την εύρεση του αντιστρόφου του οι οποίες μέθοδοι αποτελούν το θεμέλιο της στρατηγικής αντιστάθμισης που θα αναλυθεί στη συνέχεια.

### 3.3 Μέθοδος Ανάλυσης Περιστροφών και Αντιστάθμισης της Πόλωσης με Σύστημα Τριών Πλακών

Η παρούσα υποενότητα περιγράφει τη μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση της περιστροφικής συνιστώσας της πόλωσης και τον υπολογισμό της κατάλληλης αντιστάθμισης μέσω ενός συστήματος τριών πλακών κυματικής καθυστέρησης (QWP–HWP–QWP). Το υπολογιστικό σχήμα εφαρμόζεται απευθείας πάνω στα μετρούμενα (πίνακες Mueller ) ή αποσυνθεμένα (πίνακες  $M_R$ ): Οι πρώτοι περιγράφουν τη συνολική επίδραση του συστήματος μετάδοσης στην κατάσταση πόλωσης των φωτονίων και οι δεύτεροι περιγράφουν μόνο το κομμάτι περιστροφής της πόλωσης το οποίο μπορεί να αντισταθμιστεί.

#### 3.3.1 Ανάλυση Περιστροφής στο Επίπεδο S1–S2

Μετά την αποσύνθεση Lu–Chipman, ο πίνακας  $M_R$  περιέχει την καθαρή συνιστώσα καθυστέρησης (retardance), η οποία μπορεί να εκφραστεί ως συνδυασμός περιστροφών στον χώρο Stokes. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η περιστροφή στο επίπεδο S1–S2 (δηλαδή γύρω από τον άξονα S3), καθώς μεταβάλλει τη σχετική φάση μεταξύ οριζόντιας και κατακόρυφης πόλωσης, προκαλώντας απόκλιση στη βάση μέτρησης του QKD.

Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, η ανάλυση και αντιστάθμιση αυτής της συγκεκριμένης περιστροφής υλοποιείται χρησιμοποιώντας ως βάση την πρώτη μέθοδο. Η ιδέα προτάθηκε από τον επιβλέποντα καθηγητή, με την υπόθεση ότι αν η περιστροφή στο επίπεδο  $S_1-S_2$  αντισταθμιστεί εκ των προτέρων με μία κατάλληλα ρυθμισμένη πλάκα HWP, τότε η μεταγενέστερη εφαρμογή του συστήματος τριών πλακών κυματικής καθυστέρησης (QWP–HWP–QWP) θα είναι ταχύτερη, ακριβέστερη και πιο σταθερή.

Η διαδικασία εξαγωγής της περιστροφής και δημιουργίας του υπολειμματικού πίνακα  $M_{rem}$  γίνεται μέσω του script `rotation_mirror_decomposition.py` ως εξής:

1. Από κάθε  $M_R$  εξάγεται το υποπίνακας  $2 \times 2$  των στοιχείων (1:3, 1:3), που περιγράφει την υπο-δράση στο επίπεδο  $S_1-S_2$ .
2. Υπολογίζεται η γωνία περιστροφής  $\Theta$  γύρω από τον άξονα  $S_3$  με τη σχέση:

$$\Theta = \arctan2(M_{21} - M_{12}, M_{11} + M_{22}) \quad (3.37)$$

3. Από την τιμή  $\Theta$  κατασκευάζεται ένας καθαρά περιστροφικός πίνακας  $M_{S1S2}$ , ο οποίος αναπαριστά μόνο την περιστροφή στο επίπεδο γραμμικής πόλωσης.
4. Η αφαίρεση του  $M_{S1S2}$  από τον  $M_R$  δίνει τον υπολειμματικό πίνακα  $M_{rem}$ , που περιλαμβάνει όλες τις υπόλοιπες οπτικές επιδράσεις.

Οι τιμές της  $\Theta$  και οι αντίστοιχοι πίνακες  $M_{rem}$  αποθηκεύονται μαζί με τον δείκτη περάσματος (pass index) και τη γωνία ανύψωσης (elevation), επιτρέποντας την ανάλυση ως προς τη γεωμετρία της ζεύξης. Στην πρώτη μέθοδο, το  $M_{rem}$  τροφοδοτείται στη διαδικασία υπολογισμού του πίνακα αντιστάθμισης  $C$  μέσω τριών πλακών (QWP–HWP–QWP). Αντίθετα, στη δεύτερη μέθοδο, η αντιστάθμιση εφαρμόζεται απευθείας στον  $M_R$  χωρίς προκαταρκτική αφαίρεση της περιστροφής στο επίπεδο  $S_1-S_2$ .

### 3.3.2 Υπολογισμός Πίνακα Αντιστάθμισης $C$ μέσω Αντιστροφής της Περιστροφικής Συνιστώσας

Το επόμενο βήμα της πρώτης μεθόδου υλοποιείται μέσω του script `three_waveplate_fit.py`, με κύριο στόχο τον υπολογισμό ενός πίνακα αντιστάθμισης  $C$ , ο οποίος εξουδετερώνει την επίδραση της καθαρής περιστροφής στο επίπεδο  $S_1-S_2$ , όπως αυτή εκτιμήθηκε στην προηγούμενη ενότητα.

Δεδομένου ότι ο αρχικός πίνακας Mueller του συστήματος ονομάζεται  $M$  και ο πίνακας καθαρής περιστροφής που υπολογίστηκε είναι  $M_{S1S2}$ , ο πίνακας αντιστάθμισης ορίζεται ως:

$$C = M_{S1S2}^{-1} \cdot M \quad (3.38)$$

ή εναλλακτικά (ανάλογα με τον ορισμό του  $M_{S1S2}$  στο προηγούμενο βήμα) ως:

$$C = M_{S1S2} \cdot M \quad (3.39)$$

Η επιλογή εξαρτάται από το αν ο  $M_{S1S2}$  έχει ήδη υπολογιστεί ως ο αντίστροφος της επιθυμητής περιστροφής. Ο πίνακας  $C$  αντιπροσωπεύει την καθαρή συνιστώσα της μεταβολής της

πόλωσης που πρέπει να αντισταθμιστεί από ένα φυσικό σύστημα οπτικών στοιχείων — στην περίπτωση μας, από μία διάταξη τριών πλακών καθυστέρησης (QWP–HWP–QWP). Στην πράξη, αυτός είναι ο πίνακας που περιγράφει «το υπόλοιπο πρόβλημα» μετά την προκαταρκτική περιστροφική αντιστάθμιση. Στο script, η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε  $M$  από το dataset, και τα στοιχεία του πίνακα  $C$  (16 συνολικά) αποθηκεύονται σε αρχείο CSV μαζί με τις αντίστοιχες τιμές elevation και pass index. Με αυτόν τον τρόπο δημιουργείται ένα πλήρες σύνολο δεδομένων για όλα τα περάσματα, το οποίο χρησιμοποιείται στο επόμενο στάδιο για την αριθμητική προσαρμογή των γωνιών του συστήματος QWP–HWP–QWP και την εισαγωγή στατιστικών σφαλμάτων, με στόχο την αξιολόγηση της απόδοσης αντιστάθμισης και της τελικής επίδρασης στο QBER.

Στη δεύτερη μέθοδο, η ίδια διαδικασία εφαρμόζεται απευθείας στον  $M_R$  χωρίς την προκαταρκτική αφαίρεση της περιστροφής στο επίπεδο  $S_1$ – $S_2$ , ώστε να προσδιοριστεί και να αξιολογηθεί η διαφορά απόδοσης μεταξύ των δύο προσεγγίσεων.

Η δημιουργία του πίνακα  $C$  είναι κρίσιμη, καθώς αυτός αποτελεί τον πυρήνα του προβλήματος αντιστάθμισης της πόλωσης, πάνω στον οποίο βασίζεται το επόμενο στάδιο της μελέτης, δηλαδή η αριθμητική προσαρμογή των γωνιών σε σύστημα QWP–HWP–QWP και η εισαγωγή στατιστικών σφαλμάτων για προσομοίωση πραγματικών συνθηκών.

### 3.3.3 Αντιστοίχιση Αντιστροφής του Πίνακα Πόλωσης με Σύστημα Τριών Κυματοπλακών

Στο στάδιο αυτό, η μεθοδολογία περνά από τον υπολογισμό του πίνακα αντιστάθμισης  $C$  (ή του  $M_R$  στη δεύτερη μέθοδο) στο βήμα της προσαρμογής ενός φυσικά υλοποιήσιμου συστήματος που να αποτυπώνει κατά προσέγγιση την αντίστροφη δράση του. Στόχος είναι η ανακατασκευή της αντίστροφης συνιστώσας  $C^{-1}$  μέσω ενός διατεταγμένου συστήματος τριών κυματοπλακών (QWP–HWP–QWP).

#### Στόχος του Script

Το σκριπτ λαμβάνει ως είσοδο τον πίνακα πόλωσης  $C$ , ο οποίος αντιπροσωπεύει τη συνολική επίδραση των καθρεπτών και της γεωμετρίας κατά τη διάρκεια του περάσματος. Η αντίστροφη του πίνακα  $C^{-1}$  είναι αυτή που, όταν εφαρμοστεί στον διεστραμμένο Stokes vector, θα αποκαταστήσει το αρχικό σήμα. Ο στόχος του σκριπτ είναι να βρει ένα φυσικά πραγματοποιήσιμο σύστημα κυματοπλακών που θα αναπαράγει αυτή τη συμπεριφορά.

#### Μέθοδος Βελτιστοποίησης: L-BFGS-B[17]

Η προσαρμογή των γωνιών  $a_1, a_2, a_3$  πραγματοποιείται μέσω της αριθμητικής ελαχιστοποίησης της απόστασης μεταξύ του ιδανικού πίνακα αντιστροφής  $C^{-1}$  και της προσέγγισης που προκύπτει από την ακολουθία κυματοπλακών. Η προσέγγιση βασίζεται στη συνάρτηση κόστους:

$$\text{cost}(\vec{a}) = \| M_{QH}(\vec{a}) - C^{-1} \| F$$

όπου  $M_{QHQ}(\vec{a})$  είναι ο Mueller πίνακας που προκύπτει από τις γωνίες  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  και  $\|\cdot\|_F$  είναι η Frobenius νόρμα[18].

Η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται με τον L-BFGS-B αλγόριθμο (Limited-memory Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno with Bounds)[17], που είναι ειδικά σχεδιασμένος για μη γραμμικά προβλήματα με περιορισμούς. Στο πρόβλημα αυτό, κάθε γωνία περιορίζεται στο διάστημα  $[0, 2\pi]$  ώστε να παραμένει φυσικά υλοποιήσιμη για την πειραματική διάταξη.

### Επέκταση στην Περιγραφή της Μεθόδου L-BFGS-B

Ο L-BFGS-B είναι μία παραλλαγή της κλασικής BFGS μεθόδου βελτιστοποίησης, η οποία προσεγγίζει τη λύση ενός προβλήματος ελαχιστοποίησης μέσω προσαρμοστικών υπολογισμών του πίνακα Εσσιανών[19]. Αντί να αποθηκεύει ολόκληρο τον πίνακα καμπυλότητας, χρησιμοποιεί μόνο ένα μικρό υποσύνολο παλαιότερων βημάτων (limited memory), γεγονός που τον καθιστά εξαιρετικά αποδοτικό από πλευράς μνήμης.

Επιπλέον, το βασικό πλεονέκτημα της παραλλαγής "B" (Bounded) είναι η δυνατότητα επιβολής κάτω και άνω ορίων στις μεταβλητές, όπως απαιτείται εδώ, αφού οι γωνίες κυματοπλακών είναι περιοδικές και περιορισμένες. Η μέθοδος χρησιμοποιεί ένα quasi-Newton schema[19][20], για να ενημερώνει συνεχώς την προσέγγιση της καμπυλότητας του χώρου και συνδυάζει αυτό με έναν μηχανισμό προβολής στα όρια ώστε να διασφαλίζεται η εγκυρότητα των παραμέτρων.

### Αντιμετώπιση Τοπικών Ελαχίστων

Επειδή το πρόβλημα είναι μη γραμμικό και μη κυρτό, υπάρχει ο κίνδυνος σύγκλισης σε τοπικά ελάχιστα. Για την αποφυγή αυτού του φαινομένου, εφαρμόζεται τεχνική πολλαπλής εκκίνησης (random restarts): ο αλγόριθμος εκτελείται πολλές φορές με διαφορετικά τυχαία σημεία εκκίνησης και η λύση με το μικρότερο σφάλμα (ελάχιστη Frobenius απόσταση) επιλέγεται ως τελική. Αυτή η στρατηγική μεγιστοποιεί την πιθανότητα εύρεσης λύσης κοντά στο ολικό ελάχιστο και είναι κρίσιμη σε εφαρμογές όπου απαιτείται ακρίβεια προσαρμογής.

### Παραδοτέα της Διαδικασίας

Ως τελικό αποτέλεσμα, το σκριπτ επιστρέφει:

- Το σετ γωνιών  $(a_1, a_2, a_3)$  που προσεγγίζει την αντιστροφή του πίνακα πόλωσης.
- Τον ανακατασκευασμένο Mueller πίνακα  $M_{QHQ}$  που προκύπτει από το σύστημα QWP-HWP-QWP.
- Το ελάχιστο σφάλμα προσαρμογής.

Οι παραπάνω γωνίες αποτελούν τη βάση για τα επόμενα στάδια της ανάλυσης, όπου εφαρμόζονται σφάλματα κανονικής κατανομής (Gaussian perturbations) στις γωνίες για να μελετηθεί η αντοχή του συστήματος αντιστάθμισης και να υπολογιστεί το τελικό QBER (Quantum Bit Error Rate) σε ρεαλιστικές συνθήκες.

Η διαδικασία αυτή εφαρμόζεται και στις δύο μεθόδους — είτε το  $C$  προκύπτει μετά από προκαταρκτική περιστροφική αντιστάθμιση στο επίπεδο  $S_1$ – $S_2$  είτε υπολογίζεται απευθείας από τον  $M_R$ . Στα επόμενα στάδια, οι προσαρμοσμένες γωνίες θα χρησιμοποιηθούν ως βάση για την ανάλυση ευαισθησίας του συστήματος και τον υπολογισμό του QBER υπό ρεαλιστικές συνθήκες σφάλματος.

### 3.3.4 Προσομοίωση Σφαλμάτων Συστήματος Αντιστάθμισης Πόλωσης

Αφού υπολογιστούν στο προηγούμενο βήμα (3.3.3) οι ιδανικές γωνίες αντιστροφής για το σύστημα αντιστάθμισης τριών κυματοπλακών (QWP–HWP–QWP), το επόμενο στάδιο αφορά την αξιολόγηση της αντοχής του συστήματος σε σφάλματα ευθυγράμμισης και σε αποκλίσεις ρυθμίσεων. Στόχος είναι η εκτίμηση του πόσο υποβαθμίζεται η απόδοση της αντιστάθμισης όταν οι πραγματικές γωνίες αποκλίνουν από τις θεωρητικές, λόγω ατελειών βαθμονόμησης ή μηχανικών περιορισμών στους μηχανισμούς περιστροφής. Η προσομοίωση υλοποιείται μέσω κώδικα που εισάγει τυχαίες διαταραχές Gaussian (κανονικής κατανομής) στις τρεις γωνίες. Η τυπική απόκλιση  $\sigma$  των διαταραχών λαμβάνει τιμές από 0.1 έως 2.0, εύρος που καλύπτει ρεαλιστικές συνθήκες για σύγχρονα οπτικά συστήματα υψηλής ακρίβειας.

## Περιγραφή της Μεθοδολογίας

Η διαδικασία έχει ως εξής:

### 1. Είσοδοι Προσομοίωσης:

- Ο πίνακας  $C$  (ή  $M_R$  στη δεύτερη μέθοδο), που προκύπτει από το σύστημα μετάδοσης.
- Οι ιδανικές γωνίες αποζημίωσης από την αναστροφή των κυματοπλακών ( $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ), οι οποίες είχαν εξαχθεί από προηγούμενο βήμα μέσω L-BFGS-B.

### 2. Εισαγωγή Σφάλματος (Monte Carlo):

- Για κάθε συνδυασμό πίνακα  $C$  και τριάδας γωνιών αποζημίωσης, πραγματοποιείται 100 φορές προσομοίωση (Monte Carlo), όπου κάθε φορά οι γωνίες μεταβάλλονται με προσθήκη τυχαίας τιμής από κανονική κατανομή (μέση τιμή, τη θεωρητική γωνία και τυπική απόκλιση σφάλματος  $\sigma$ ).

### 3. Υπολογισμός Αντιστάθμισης:

- Ο υπολογισμός της συνολικής αντιστροφής γίνεται μέσω σύνθεσης του συστήματος QWP–HWP–QWP με τις νέες «διαταραγμένες» γωνίες.
- Η νέα μετασχηματισμένη κατάσταση Stokes εξάγεται ως:

$$\vec{S}_{\text{out}} = M_{\text{inv}} \cdot (C \cdot \vec{S}_{\text{horizontal}})$$

Όπου  $\vec{S}_{\text{horizontal}} = [1, 1, 0, 0]^T$  αντιπροσωπεύει πόλωση οριζόντιας κατάστασης.

#### 4. Μετρικές Αξιολόγησης:

- Η απόκλιση της πόλωσης εκτιμάται μέσω:
  - Της γωνίας πόλωσης στο επίπεδο S1–S2.
  - Του βαθμού πόλωσης (DoP).
  - Της συνολικής διανυσματικής απόκλισης σε σχέση με την ιδανική τιμή (σφάλμα Euclidean norm).
- Οι τιμές αποθηκεύονται σε αρχεία CSV ανά τιμή  $\sigma$ , περιλαμβάνοντας όλες τις επιμέρους δοκιμές.

#### 5. Περίληψη και Συγκρίσεις:

- Τελικά, για κάθε επίπεδο σφάλματος  $\sigma$ , υπολογίζονται ο μέσος όρος και η τυπική απόκλιση του συνολικού σφάλματος.
- Αυτά τα δεδομένα συνοψίζονται σε ένα αρχείο `compensation_uncertainty_summary_mueller.csv`, επιτρέποντας συγκριτική αξιολόγηση της απόδοσης του συστήματος υπό διαφορετικά επίπεδα αβεβαιότητας.

### Πρακτική Σημασία

Η προσομοίωση αυτή καθορίζει τα όρια ανοχής στις αποκλίσεις των γωνιών και επιτρέπει τη βελτιστοποίηση της επιλογής μηχανισμών και υλικών για τις κυματοπλάκες. Παράλληλα, συνδέει ποσοτικά το υπολειπόμενο σφάλμα πόλωσης με τον υπολογισμό του QBER, καθιστώντας δυνατή την εκτίμηση της επίδρασης των μηχανικών και ευθυγραμμιστικών ατελειών στην υλοποίηση του πρωτοκόλλου QKD.

## 3.4 Υπολογισμός του QBER και ανάλυση των αποτελεσμάτων

### 3.4.1 Εύρεση του QBER

Μετά την προσομοίωση της διαδικασίας αντιστάθμισης πόλωσης (ενότητα 3.3.4), στην οποία εισήχθησαν τυχαία σφάλματα στις γωνίες ρύθμισης των κυματοπλάκων, το επόμενο βήμα είναι η ποσοτικοποίηση της επίδρασης αυτών των σφαλμάτων στην απόδοση του καναλιού QKD. Η αξιολόγηση γίνεται μέσω του υπολογισμού του Ρυθμού Κβαντικού Σφάλματος Bit (Quantum Bit Error Rate – QBER), ο οποίος αποτελεί κρίσιμο δείκτη που περιγράφει την αποδοτικότητα των συστημάτων QKD, καθώς προσδιορίζει εάν μπορούν να εξαχθούν μυστικά κλειδιά με ασφάλεια. Τα δεδομένα εισόδου αντιστοιχούν στα διανύσματα Stokes που προέκυψαν μετά την αντιστάθμιση της πόλωσης, για διαφορετικές τιμές τυπικής απόκλισης σφάλματος ( $\sigma$ ) στις περιστροφές των κυματοπλάκων:  $\sigma = 0.10^\circ, 0.25^\circ, 0.50^\circ, 1.00^\circ$  και  $2.00^\circ$ .

Κάθε αρχείο δεδομένων περιέχει τα διανύσματα Stokes μετά την αντιστάθμιση με σφάλματα, καθώς και το αναγνωριστικό περάσματος και τη γωνία ανύψωσης του δορυφόρου.

Για ένα qubit κωδικοποιημένο σε οριζόντια πόλωση, η συνεισφορά του QBER που προκύπτει από την στροφή της πόλωσης και την μη ιδανική αντιστάθμισή της υπολογίζεται από τη σχέση:

$$QBER = \frac{1 - S_1}{2} \quad (3.40)$$

όπου  $S_1$  είναι η κανονικοποιημένη παράμετρος Stokes που εκφράζει τη διαφορά μεταξύ των συνιστωσών οριζόντιας και κατακόρυφης πόλωσης. Ο τύπος αυτός βασίζεται στην υπόθεση ότι η οριζόντια βάση μέτρησης είναι ιδανικά ευθυγραμμισμένη απουσία σφαλμάτων, όπως συμβαίνει σε πρωτόκολλα τύπου BB84 με κωδικοποίηση πόλωσης. Οποιαδήποτε απόκλιση στην κατάσταση πόλωσης μετά την αντιστάθμιση θα οδηγήσει σε τιμή του  $S_1$  μικρότερη της ιδανικής (1), προκαλώντας μη μηδενική συνεισφορά στο συνολικό QBER.

Η επεξεργασία κάθε συνόλου δεδομένων πραγματοποιείται ως εξής:

1. **Υπολογισμός QBER** – Για κάθε χρονική στιγμή του περάσματος, υπολογίζεται το QBER σύμφωνα με την παραπάνω εξίσωση.
2. **Αρίθμηση χρονικών στιγμών** – Σε κάθε μέτρηση μέσα στο πέραςμα αντιστοιχίζεται δείκτης χρόνου από την αρχή του περάσματος, ώστε να είναι δυνατή η χρονική απεικόνιση της μεταβολής του QBER.
3. **Καταγραφή ανύψωσης** – Η γωνία ανύψωσης διατηρείται, ώστε να είναι δυνατή η συσχέτιση του QBER με τη θέση του δορυφόρου στον ουρανό.
4. **Δημιουργία αρχείων εξόδου** – Τα δεδομένα, εμπλουτισμένα πλέον με τιμές QBER και δείκτη χρόνου, αποθηκεύονται σε ξεχωριστά αρχεία αποτελεσμάτων για κάθε τιμή  $\sigma$ .

### Σημασία της Ανάλυσης

Η έξοδος αυτής της διαδικασίας επιτρέπει τη συγκριτική ανάλυση απόδοσης του συστήματος αντιστάθμισης υπό διαφορετικούς περιορισμούς γωνιακής ακρίβειας. Στην πράξη, χαμηλές τιμές της τυπικής απόκλισης « $\sigma$ » αντιστοιχούν σε υψηλή μηχανική ακρίβεια στον έλεγχο των κυματοπλακών, με αποτέλεσμα την ελαχιστοποίηση της απόκλισης πόλωσης και μείωσης του συνολικού QBER. Αντίθετα, μεγαλύτερες τιμές  $\sigma$  προσομοιώνουν μη ιδανική ευθυγράμμιση και μηχανικούς περιορισμούς, οδηγώντας σε αύξηση του QBER.

Τα αποτελέσματα αυτής της φάσης θα χρησιμοποιηθούν στο τμήμα αξιολόγησης απόδοσης, όπου θα παρουσιαστούν γραφήματα του QBER ως προς τον χρόνο και ως προς τη γωνία ανύψωσης, καθώς και συγκρίσεις με τα όρια ασφαλείας που ισχύουν σε QKD. Με αυτό τον τρόπο θα προσδιοριστεί το μέγιστο αποδεκτό επίπεδο μηχανικής αβεβαιότητας στον έλεγχο των κυματοπλακών για δορυφορικές ζεύξεις QKD με κωδικοποίηση πόλωσης.

### 3.4.2 Στατιστική ανάλυση QBER για διαφορετικές τιμές σφάλματος $\sigma$

Μετά τον υπολογισμό του QBER για κάθε δορυφορικό πέρασμα και για διάφορες τιμές τυπικής απόκλισης σφάλματος γωνίας ( $\sigma$ ) στις ρυθμίσεις των κυματοπλακών (ενότητα 3.4.1), πραγματοποιήθηκε επιπλέον στατιστική ανάλυση με στόχο την εξαγωγή συγκεντρωτικών δεικτών απόδοσης και την οπτικοποίηση της συμπεριφοράς του συστήματος.

Η επεξεργασία υλοποιείται μέσω του script `average_values.py`, το οποίο επεξεργάζεται τα αρχεία QBER για όλες τις τιμές του  $\sigma$  και παράγει συνοπτικές μετρήσεις και γραφήματα. Η διαδικασία περιλαμβάνει την ανάγνωση δεδομένων για κάθε  $\sigma$  από τα αρχεία που αντιστοιχούν στην συγκεκριμένη τιμή  $\sigma$ , το οποίο περιλαμβάνουν τιμές QBER και γεωμετρικά στοιχεία, όπως το υψόμετρο (Elevation) και το αναγνωριστικό περάσματος (pass index). Στην συνέχεια γίνεται ομαδοποίηση πέρασμα και τμηματοποίηση για κάθε πέρασμα όπου τα δεδομένα είναι χωρισμένα σε τμήματα των 100 διαδοχικών μετρήσεων (από το σφάλμα Monte Carlo). Σε κάθε τμήμα υπολογίζεται ο μέσος όρος του QBER, η τυπική απόκλιση της τιμής του QBER και το υψόμετρο στην αρχή του τμήματος. Επίσης δημιουργείται συγκεντρωτικός πίνακας ανά πέρασμα στο οποίο καταγράφονται το μέγιστο υψόμετρο και η τιμή QBER σε αυτό, η ελάχιστη τιμή QBER και το αντίστοιχο υψόμετρο και η μέγιστη τιμή QBER και το αντίστοιχο υψόμετρο. Αυτά τα στοιχεία δίνουν μια συνοπτική εικόνα για την απόδοση σε κάθε πέρασμα και επιτρέπουν τη σύγκριση μεταξύ διαφορετικών τιμών της τυπικής απόκλισης. Τέλος αποθηκεύονται τα αποτελέσματα των μέσων τιμών QBER ανά υψόμετρο στα αρχεία CSV (`qber_avg_per_elevation_sigma_X.csv`) και οι συνοπτικοί πίνακες ανά πέρασμα σε ξεχωριστά αρχεία CSV (`qber_summary_per_pass_sigma_X.csv`).

Προαιρετικά, δημιουργείται γράφημα για ένα επιλεγμένο πέρασμα, όπου απεικονίζονται οι μέσες τιμές του QBER και οι τυπικές αποκλίσεις τους για τα τμήματα των 100 μετρήσεων. Αυτό επιτρέπει την απευθείας οπτική σύγκριση της σταθερότητας και της απόδοσης της αντιστάθμισης πόλωσης κατά τη διάρκεια του περάσματος. Η ανάλυση αυτή επιτρέπει τη διερεύνηση της σχέσης μεταξύ σφάλματος γωνίας ( $\sigma$ ), γεωμετρίας σύνδεσης (υψόμετρο) και QBER. Παράλληλα, είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στον εντοπισμό κρίσιμων σημείων στα περάσματα όπου η απόδοση βελτιώνεται ή υποβαθμίζεται, παρέχοντας κατευθύνσεις για βελτιστοποίηση των στρατηγικών αντιστάθμισης.

### 3.4.3 Οπτικοποίηση και συγκριτικά γραφήματα QBER

Για την καλύτερη κατανόηση της συμπεριφοράς του QBER κατά τη διάρκεια των δορυφορικών περασμάτων και την απεικόνιση των αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 4, αναπτύχθηκε μια σειρά από scripts σε Python τα οποία παράγουν τα αντίστοιχα διαγράμματα.

- **qber\_plots.py**: δημιουργεί γραφήματα QBER ανά πέρασμα, με ομαδοποίηση δειγμάτων, ώστε να αποτυπώνεται η χρονική μεταβολή του σφάλματος.

- **time\_plots.py**: αποδίδει το QBER ως συνάρτηση του πραγματικού χρόνου (σε δευτερόλεπτα) εντός κάθε περάσματος.
- **elevation\_plots.py**: παράγει καμπύλες QBER–ανύψωσης, με δυνατότητα διάκρισης ανόδου και καθόδου της τροχιάς.
- **material\_sigma.py**: συγκρίνει τα τρία υλικά κατόπτρων (Al, Au, Ag) για διαφορετικές τιμές σφάλματος  $\sigma$ , προβάλλοντας το μέσο QBER.
- **wavelength.py**: συγκρίνει τα δύο μήκη κύματος (810 nm, 1500 nm) για σταθερό υλικό, ενώ προαιρετικά υπολογίζει και τη διαφορά  $\Delta\text{QBER} = \text{QBER}\{1500\} - \text{QBER}\{810\}$ .
- **dQBER.py**: απεικονίζει τη διαφορά  $\Delta\text{QBER}$  για όλα τα υλικά, επιτρέποντας άμεση εκτίμηση της επίδρασης του μήκους κύματος ανεξάρτητα από τις απόλυτες τιμές QBER.

Όλα τα παραπάνω εργαλεία στηρίζονται στην ίδια μεθοδολογική λογική: φόρτωση των αποτελεσμάτων από τα προηγούμενα στάδια ανάλυσης, ομαδοποίηση ή φιλτράρισμα των δεδομένων ανά πέρασμα, και παραγωγή γραφημάτων σε μορφή PNG. Τα παραγόμενα διαγράμματα ενσωματώθηκαν στις αναλύσεις του Κεφαλαίου 4, επιτρέποντας έτσι την οπτική αξιολόγηση της επίδρασης της τυπικής απόκλισης  $\sigma$ , τη σύγκριση διαφορετικών υλικών κατόπτρων και μηκών κύματος και την εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων για την ανθεκτικότητα του συστήματος αντιστάθμισης.

# Κεφάλαιο 4 – Αποτελέσματα και Ανάλυση Αντιστάθμισης Παραμόρφωσης Πόλωσης σε Δορυφορικά QKD Συστήματα

## 4.1 Επισκόπηση Σεναρίων Προσομοίωσης

Η παρούσα ενότητα παρουσιάζει το πλαίσιο και τις παραμέτρους των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν για τη μελέτη της παραμόρφωσης της πόλωσης και της απόδοσης συστημάτων αντιστάθμισης σε ζεύξεις δορυφόρου–επίγειου σταθμού για εφαρμογές QKD. Οι προσομοιώσεις στηρίχθηκαν στο γεωμετρικό μοντέλο του Κεφαλαίου 3, το οποίο περιγράφει την περιστροφή και παραμόρφωση της κατάστασης πόλωσης λόγω δύο κατοπτρικών ανακλάσεων: μίας στον δορυφόρο και μίας στον επίγειο σταθμό. Οι συντελεστές Fresnel υπολογίστηκαν με βάση τον μιγαδικό δείκτη διάθλασης των υλικών στα υπό εξέταση μήκη κύματος, ενώ η συνολική μεταβολή της πόλωσης εκφράστηκε τόσο με φορμαλισμό Jones όσο και με φορμαλισμό Mueller.

Στο πλαίσιο αυτό εξετάστηκαν διαφορετικά σενάρια που διαφοροποιούνται ως προς:

- **Υλικό κατοπτρικών επιφανειών:**
  - Αλουμίνιο (Al) – τιμές μιγαδικού δείκτη διάθλασης από Bonato et al.[13]
  - Χρυσός (Au) – τιμές από **Johnson & Christy**. [21]
  - Άργυρος (Ag) – τιμές από **Johnson & Christy**. [21]
- **Μήκος κύματος λειτουργίας:**
  - **810 nm** (ορατό/κοντινό υπέρυθρο, συχνά χρησιμοποιούμενο σε QKD υλοποιήσεις).
  - **1500 nm** (τηλεπικοινωνιακό παράθυρο, χαμηλότερη απορρόφηση στην ατμόσφαιρα).
- **Δορυφορικά περάσματα:**
  - Πραγματικά τροχιακά δεδομένα (Two Line Elements-TLE) με ανάλυση πολλαπλών περασμάτων δορυφόρων πάνω από τον επίγειο σταθμό στον Χελμό.
  - Υπολογισμός γωνιών πρόσπτωσης και αντίστοιχων πινάκων Jones/Mueller σε κάθε χρονική στιγμή.
- **Σενάρια αντιστάθμισης:**
  - Χωρίς αντιστάθμιση (baseline).
  - Με σύστημα τριών κυματοπλακών (QWP–HWP–QWP) βελτιστοποιημένο μέσω L-BFGS-B.

- **Εισαγωγή σφάλματος αντιστάθμισης:**

- Κανονικά κατανομημένος θόρυβος στις γωνίες των κυματοπλακών με τυπικές αποκλίσεις  $\sigma = 0.1, 0.25, 0.50, 1.00, 2.00$ , ώστε να προσομοιωθούν μηχανικές ατέλειες και σφάλματα ευθυγράμμισης..

Για κάθε συνδυασμό παραμέτρων πραγματοποιήθηκαν οι ακόλουθες αναλύσεις:

1. Υπολογισμός της τροχιάς της κατάστασης πόλωσης στη σφαίρα Poincaré πριν και μετά την αντιστάθμιση.
2. Εκτίμηση του QBER ανά χρονική στιγμή και ανά πέρασμα.
3. Στατιστική σύνοψη του QBER ως προς υλικό, μήκος κύματος και τιμή  $\sigma$ .
4. Συσχέτιση του QBER με τη γωνία ανύψωσης του δορυφόρου.
5. Συγκριτική αξιολόγηση υλικών και μηκών κύματος ως προς την ευαισθησία σε σφάλματα και την αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης.

Η ανάλυση αυτή παρέχει το αναγκαίο υπόβαθρο για τα αποτελέσματα των επόμενων ενοτήτων (4.2–4.5), όπου εξετάζεται αναλυτικά η συμπεριφορά του συστήματος και αξιολογείται η αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθόδου αντιστάθμισης.

## 4.2 Παραμόρφωση Πόλωσης Χωρίς Αντιστάθμιση

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης για την περίπτωση όπου δεν εφαρμόζεται καμία διαδικασία αντιστάθμισης της παραμόρφωσης πόλωσης. Η ανάλυση αυτή λειτουργεί ως σημείο αναφοράς (baseline) για την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας του συστήματος τριών κυματοπλακών (QWP–HWP–QWP) που εξετάζεται στις επόμενες ενότητες.

Για κάθε πέρασμα του δορυφόρου, η αρχική κατάσταση πόλωσης θεωρήθηκε οριζόντια ( $|H\rangle$ ) και υποβλήθηκε σε μετασχηματισμό μέσω του συνολικού πίνακα  $J_{\text{total}}$  που περιγράφει τις δύο κατοπτρικές ανακλάσεις (Κεφ. 3). Η τελική κατάσταση εκφράστηκε σε παραμέτρους Stokes και απεικονίστηκε στη σφαίρα Poincaré, επιτρέποντας την οπτική αποτύπωση της διαδρομής της πόλωσης.

### 4.2.1 Χαρακτηριστικά Παραμόρφωσης

Η παραμόρφωση πόλωσης χωρίς αντιστάθμιση επηρεάζεται από το υλικά των κατόπτρων (μέσω των συντελεστών Fresnel), από τη γεωμετρία του περάσματος (συνεχώς μεταβαλλόμενες γωνίες πρόσπτωσης), και από το μήκος κύματος (διαφορετικός δείκτης διάθλασης  $\rightarrow$  διαφορετική καθυστέρηση φάσης).

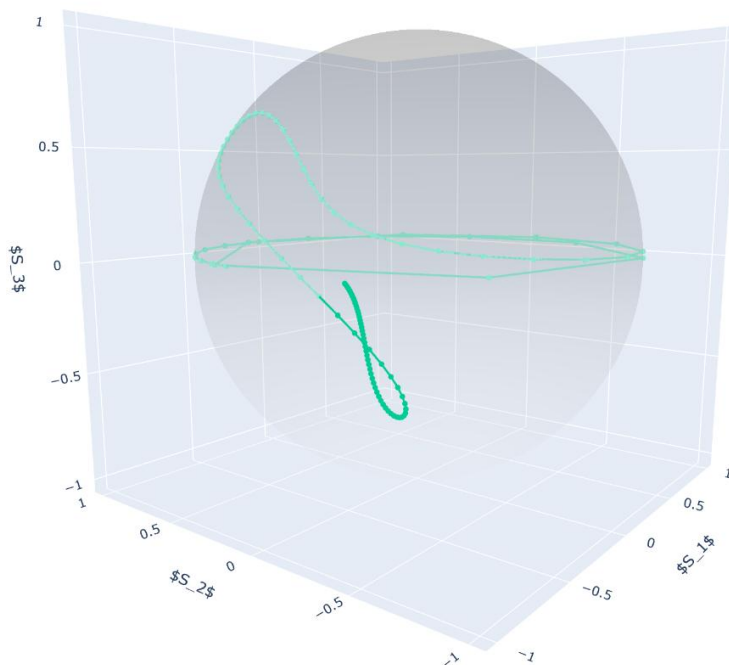
#### 4.2.2 Ενδεικτικά Αποτελέσματα

Οι τροχίες στη σφαίρα Poincaré εκτείνονται σημαντικά, καταδεικνύοντας μεγάλες περιστροφές της βάσης πόλωσης, με το QBER να αυξάνεται στην διάρκεια του περάσματος και συχνά υπερβαίνει το όριο ασφαλείας του 11% [12], με τις τιμές να φτάνουν ακόμη και >20–30%. Οι χαρακτηριστικές καμπύλες QBER–χρόνου και QBER–ανύψωσης για τα τρία δορυφορικά περάσματα παρουσιάζονται στα Σχ. 4.2α–θ, ενώ οι στατιστικές τιμές συνοψίζονται στον Πίνακα 1.

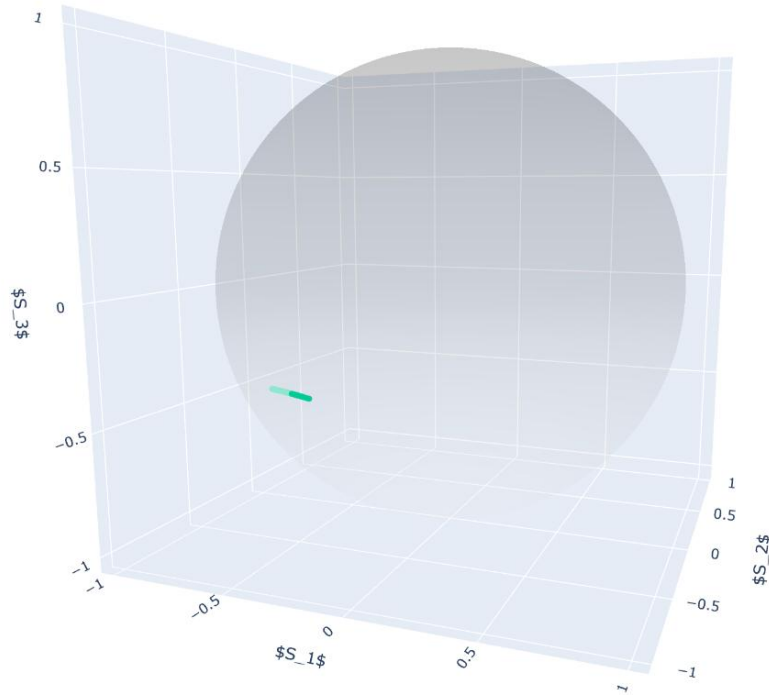
#### 4.2.3 Συνοπτικά Συμπεράσματα

Η ανάλυση δείχνει ότι η γεωμετρία της τροχιάς και το υλικό των κατόπτρων καθορίζουν την ένταση της παραμόρφωσης με το υλικό να έχει πιο σημαντικό ρόλο. Χωρίς αντιστάθμιση, το QBER παραμένει κατά πολύ υψηλότερο από το όριο ασφαλείας, καθιστώντας τη ζεύξη μη αξιόπιστη. Τα αποτελέσματα αυτά επιβεβαιώνουν την ανάγκη ανάπτυξης και εφαρμογής συστημάτων αντιστάθμισης.

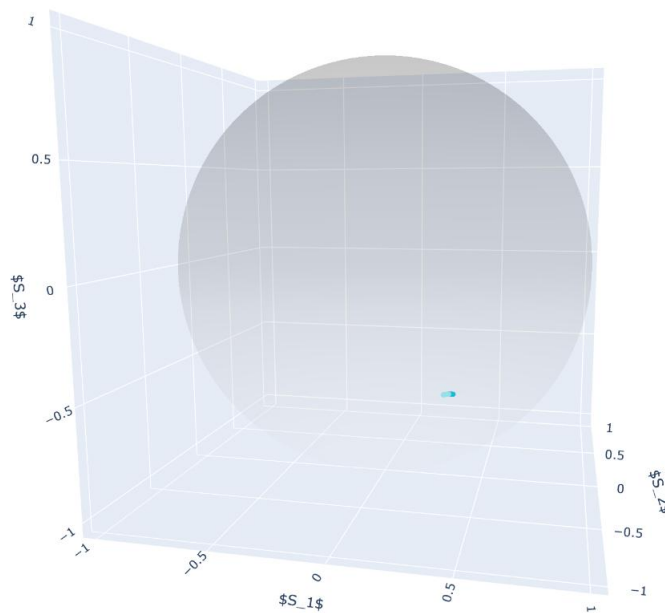
Στις επόμενες απεικονίσεις παρουσιάζονται ενδεικτικά αποτελέσματα για την περίπτωση χωρίς αντιστάθμιση. Εξετάζονται τα περάσματα με την μεγαλύτερη γωνία ανύψωσης για καθένα από τους δορυφόρους Bonato, Qube και Micus, χρησιμοποιώντας καθρέφτες από αλουμίνιο στα 810 nm.



Σχήμα 4.2α – Τροχιά πόλωσης στη σφαίρα Poincaré χωρίς αντιστάθμιση (LAGEOS-2, Al, 810 nm). Άνοδος=σκούρο, Κάθοδος=ανοιχτό.



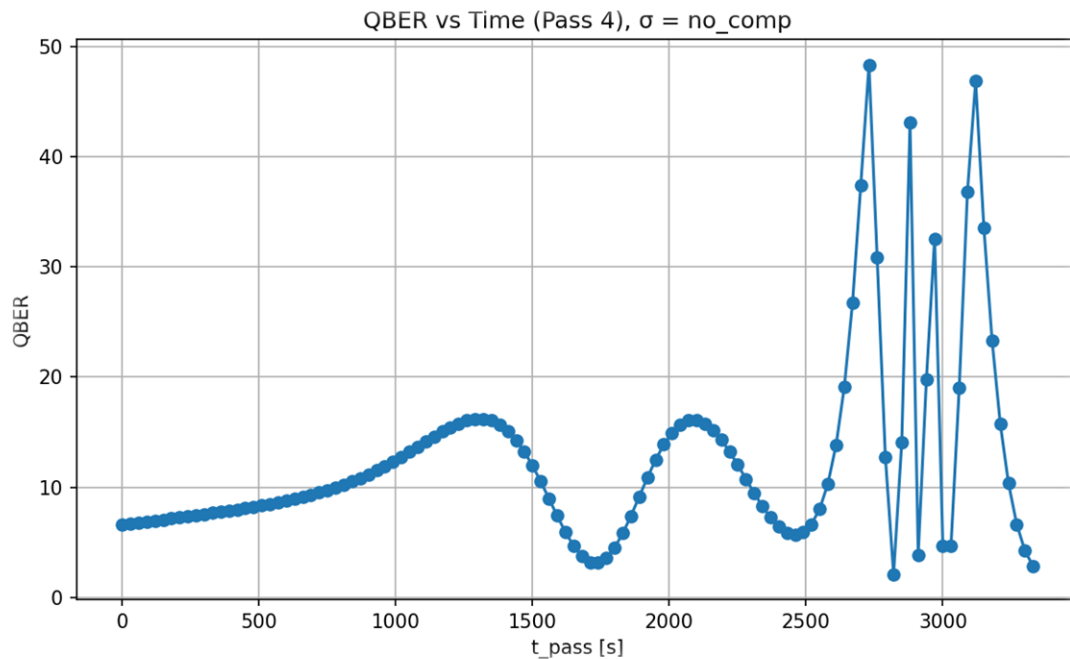
Σχήμα 4.2β – Τροχιά πόλωσης στη σφαίρα Poincaré χωρίς αντιστάθμιση (Qube, Al, 810 nm). Άνοδος=σκούρο, Κάθοδος=ανοιχτό.



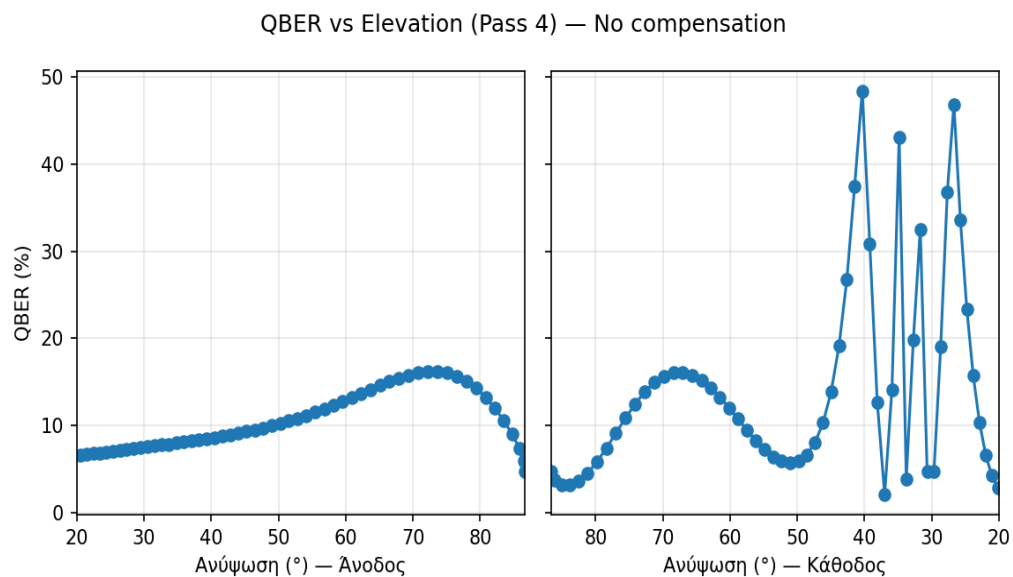
Σχήμα 4.2γ – Τροχιά πόλωσης στη σφαίρα Poincaré χωρίς αντιστάθμιση (Micius, Al, 810 nm). Άνοδος=σκούρο, Κάθοδος=ανοιχτό.

Οι μεταβολές της πόλωσης για τις επιμέρους τροχιές στη σφαίρα Poincaré (Σχήματα. 4.2α–γ) εμφανίζονται εκτεταμένες και εκτός από το σημείο εκπομπής (1,0,0) γεγονός που καταδεικνύει μεγάλες περιστροφές της βάσης πόλωσης κατά τη διάρκεια του περάσματος. Η απόκλιση από

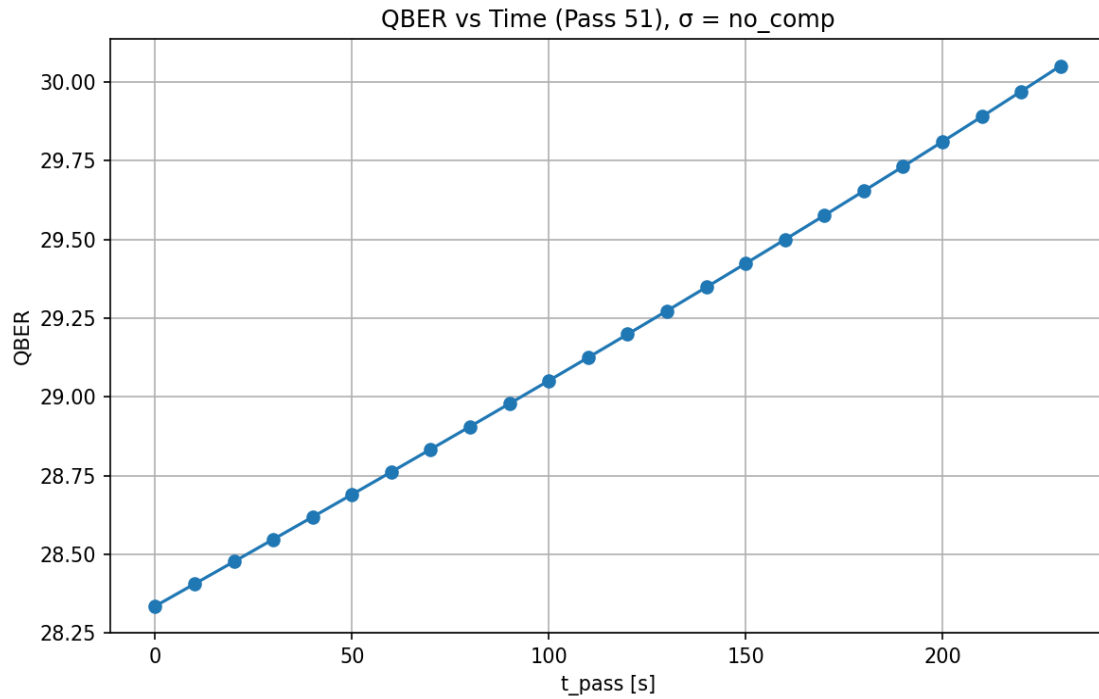
την αρχική οριζόντια κατάσταση είναι έντονη, επιβεβαιώνοντας ότι χωρίς αντιστάθμιση το σύστημα παρουσιάζει σημαντική παραμόρφωση.



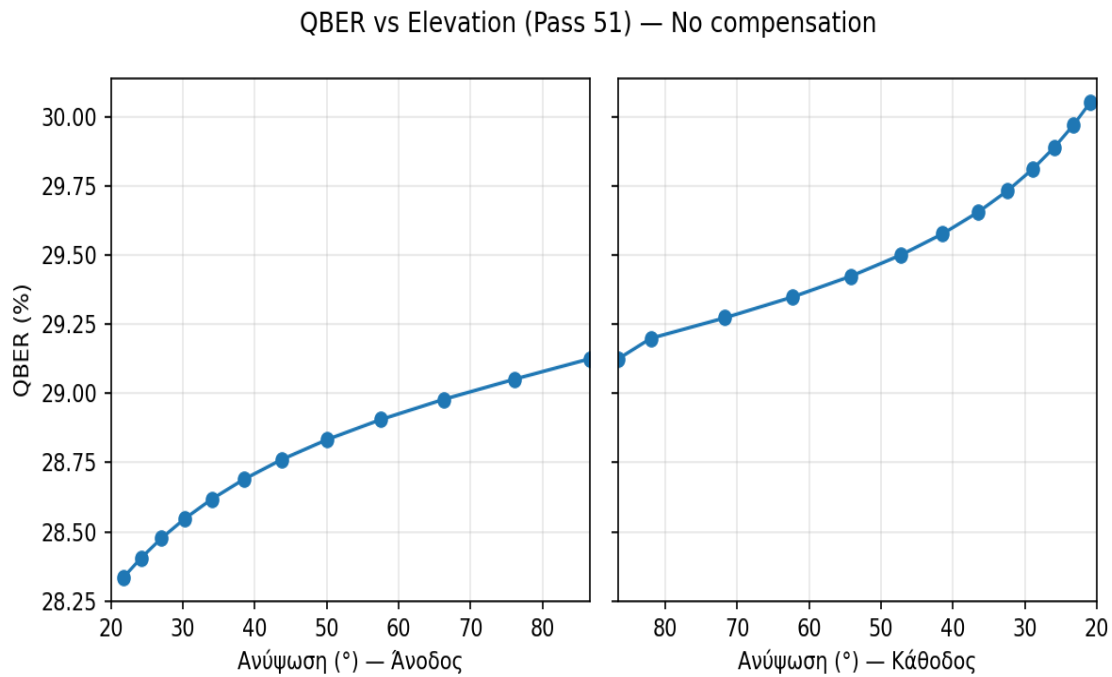
Σχήμα 4.2δ [LAGEOS-2], Al, 810 nm: QBER ως προς τον χρόνο ( $t_{\text{pass}}$  [s]), χωρίς αντιστάθμιση (παράθυρο  $\geq 20^\circ$ ).



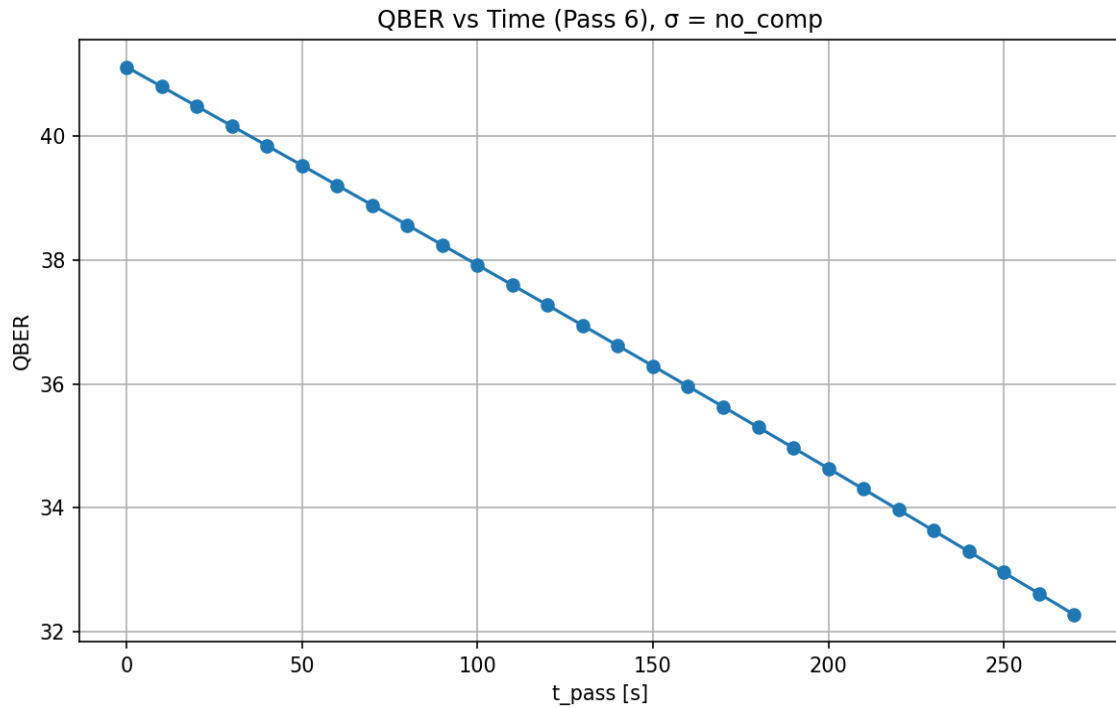
Σχήμα. 4.2ε — [LAGEOS-2], Al, 810 nm: QBER ως προς την ανύψωση, χωριστά σε άνοδο/κάθοδο: Αριστερά:  $20^\circ \rightarrow E_{\text{max}}$  (άνοδος). Δεξιά:  $E_{\text{max}} \rightarrow 20^\circ$  (κάθοδος, ανεστραμμένος x-άξονας)



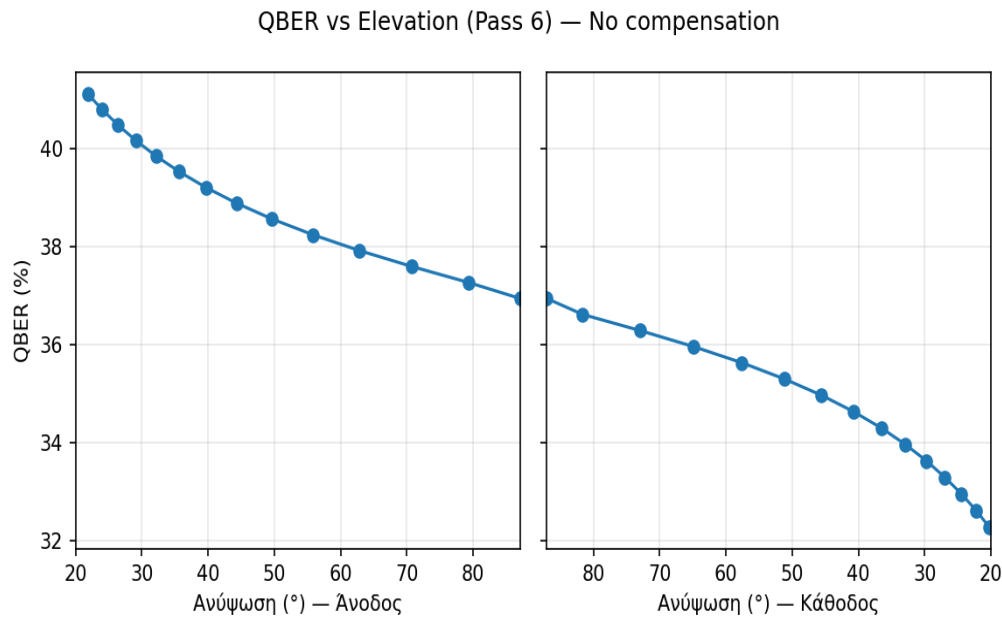
Σχήμα 4.2στ [Micius], Al, 810 nm: QBER ως προς τον χρόνο ( $t_{\text{pass}}$  [s]), χωρίς αντιστάθμιση (παράθυρο  $\geq 20^\circ$ ).



Σχήμα. 4.2ζ — [Micius], Al, 810 nm: QBER ως προς την ανύψωση, χωριστά σε άνοδο/κάθοδο: Αριστερά:  $20^\circ \rightarrow E_{\text{max}}$  (άνοδος). Δεξιά:  $E_{\text{max}} \rightarrow 20^\circ$  (κάθοδος, ανεστραμμένος x-άξονας)



Σχήμα 4.2η [Qube], Al, 810 nm: QBER ως προς τον χρόνο ( $t_{\text{pass}}$  [s]), χωρίς αντιστάθμιση (παράθυρο  $\geq 20^\circ$ ).



Σχήμα. 4.2θ — [Qube], Al, 810 nm: QBER ως προς την ανύψωση , χωριστά σε άνοδο/κάθοδο: Αριστερά:  $20^\circ \rightarrow E_{\text{max}}$  (άνοδος). Δεξιά:  $E_{\text{max}} \rightarrow 20^\circ$  (κάθοδος, ανεστραμμένος x-άξονας)

Όπως φαίνεται και στα διαγράμματα QBER–χρόνου, για τον δορυφόρο Micius (LEO) το QBER αυξάνεται σταδιακά όσο προχωρά το πέρασμα ενώ για τον Qube μειώνεται, λόγω της συνεχούς μεταβολής των γωνιών πρόσπτωσης. Αντίθετα, για τον δορυφόρο Bonato (MEO) η

καμπύλη εμφανίζει πιο περίπλοκη μορφή με έντονες διακυμάνσεις, οι οποίες συμβαίνουν λόγω του εκτεταμένου χρόνου του παραθύρου το οποίο είναι εμφανές.

| Δορυφόρος | Pass Index | Μέγιστη<br>ανύψωση<br>(°) | Πλήθος<br>δειγμάτων<br>(N) | Διάρκεια<br>(s) | Μέσος<br>όρος<br>QBER |
|-----------|------------|---------------------------|----------------------------|-----------------|-----------------------|
| LAGEOS-2  | 4          | 86,6                      | 111                        | 3300            | 27.7 %                |
| Micius    | 51         | 86,5                      | 24                         | 230             | 29.2 %                |
| Qube      | 6          | 87,1                      | 27                         | 260             | 36.8 %                |

Πίνακας 1 – Στατιστικά QBER χωρίς αντιστάθμιση (Al, 810 nm) για περάσματα μέγιστης ανύψωσης ( $\geq 20^\circ$ ).

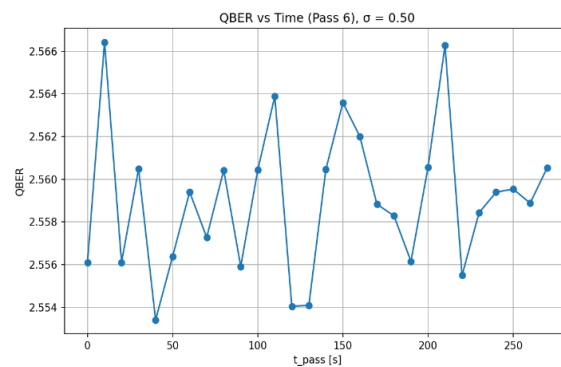
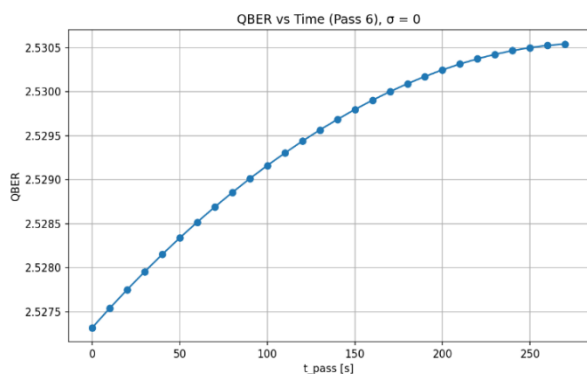
Ο Πίνακας 1 συνοψίζει τις στατιστικές τιμές του QBER χωρίς αντιστάθμιση για κάθε δορυφόρο. Παρατηρείται ότι το μέσο QBER κυμαίνεται από 27.7% έως 36.8%, επιβεβαιώνοντας έτσι ότι χωρίς εφαρμογή συστήματος αντιστάθμισης, η ζεύξη είναι μη ασφαλής.

### 4.3 Απόδοση του Συστήματος Αντιστάθμισης

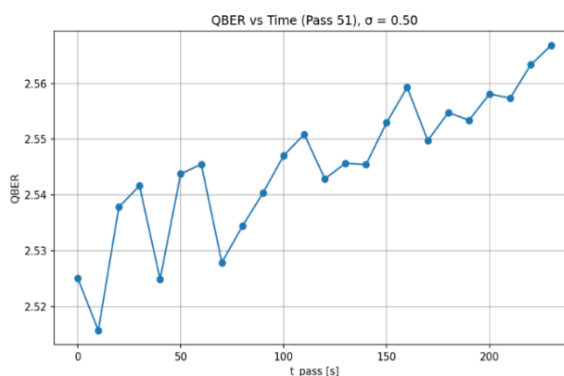
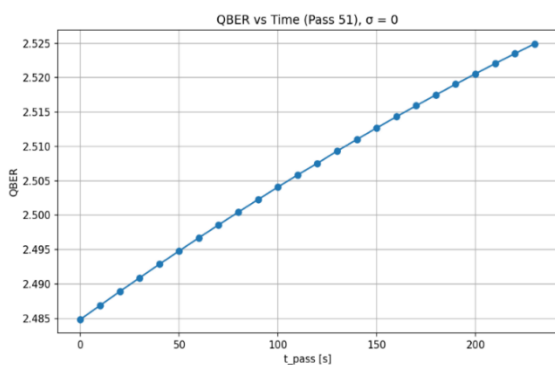
Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής του συστήματος αντιστάθμισης που βασίζεται σε διάταξη τριών κυματοπλακών (QWP–HWP–QWP). Το σύστημα αυτό σχεδιάστηκε με στόχο τη βέλτιστη αντιστροφή της παραμόρφωσης πόλωσης που εισάγεται κατά τη ζεύξη δορυφόρου–επίγειου σταθμού, όπως περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 3. Αρχικά εξετάζεται η ιδανική περίπτωση, όπου δεν υφίσταται καμία απόκλιση στις γωνίες των κυματοπλακών ( $\sigma = 0$ ), ώστε να εκτιμηθεί το θεωρητικά ελάχιστο υπολειπόμενο QBER. Στη συνέχεια, εισάγεται τυχαίο σφάλμα στις γωνίες προσανατολισμού των κυματοπλακών με βάση κανονική κατανομή, με τυπικές αποκλίσεις  $\sigma = 0.1, 0.25, 0.50, 1.00$  και  $2.00$ , προσομοιώνοντας έτσι μηχανικές ατέλειες και σφάλματα ευθυγράμμισης που είναι αναμενόμενα σε πραγματικά συστήματα. Η αξιολόγηση της απόδοσης περιλαμβάνει χρονοσειρές QBER ανά πέρασμα, καμπύλες QBER σε συνάρτηση με τη γωνία ανύψωσης, καθώς και απεικονίσεις στη σφαίρα Poincaré για χαρακτηριστικά παραδείγματα πριν και μετά την αντιστάθμιση. Επιπλέον, υπολογίζονται στατιστικοί δείκτες (ελάχιστο, μέγιστο, μέσο QBER) για κάθε πέρασμα και κάθε τιμή  $\sigma$ , ώστε να αναδειχθεί η ανθεκτικότητα του συστήματος αντιστάθμισης και η επίδραση της εισαγωγής σφαλμάτων στην τελική ποιότητα της κβαντικής ζεύξης. Για την παρουσίαση των ενδεικτικών αποτελεσμάτων επιλέγεται ως βασικό σενάριο η τιμή  $\sigma = 0.5$ , η οποία αντανακλά ρεαλιστικό επίπεδο σφάλματος ευθυγράμμισης για ένα τυπικό μηχανικό σύστημα τριών κυματοπλακών. Η ιδανική περίπτωση  $\sigma = 0$  χρησιμοποιείται ως σημείο αναφοράς προκειμένου να εκτιμηθεί το θεωρητικά ελάχιστο υπολειπόμενο QBER.

Στις επόμενες απεικονίσεις παρουσιάζονται ενδεικτικά αποτελέσματα με εφαρμογή της διάταξης τριών κυματοπλακών (QWP–HWP–QWP). Για κάθε δορυφόρο εξετάζεται το πέρασμα μέγιστης ανύψωσης με καθρέφτες αλουμινίου στα 810 nm, συγκρίνοντας την ιδανική περίπτωση χωρίς σφάλμα ( $\sigma = 0$ ) με την περίπτωση ρεαλιστικού σφάλματος ( $\sigma = 0.5$ ).

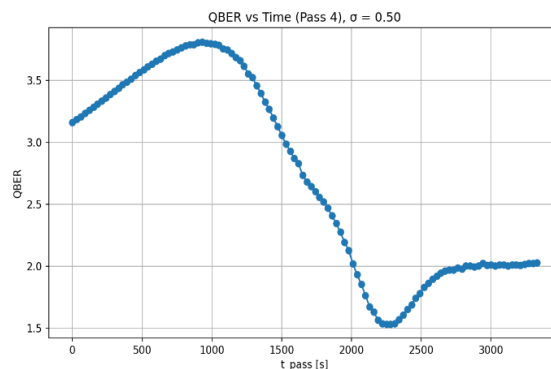
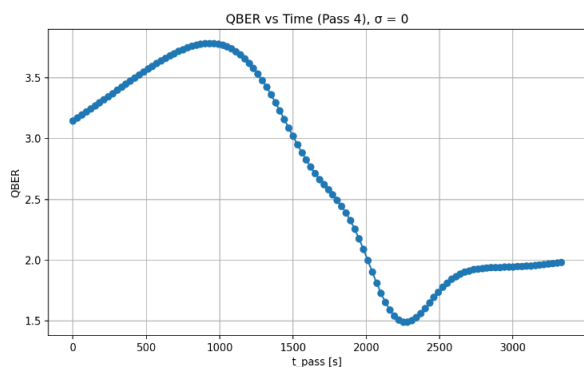
## QBER-Χρόνος



Σχήμα. 4.3α: QBER ως προς τον χρόνο για το πέρασμα [Δορυφόρος Qube, Pass 6, Al, 810 nm]. Αριστερά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0$ . Δεξιά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0.5$ .



Σχήμα. 4.3β: QBER ως προς τον χρόνο για το πέρασμα [Δορυφόρος Micius, Pass 51, Al, 810 nm]. Αριστερά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0$ . Δεξιά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0.5$ .

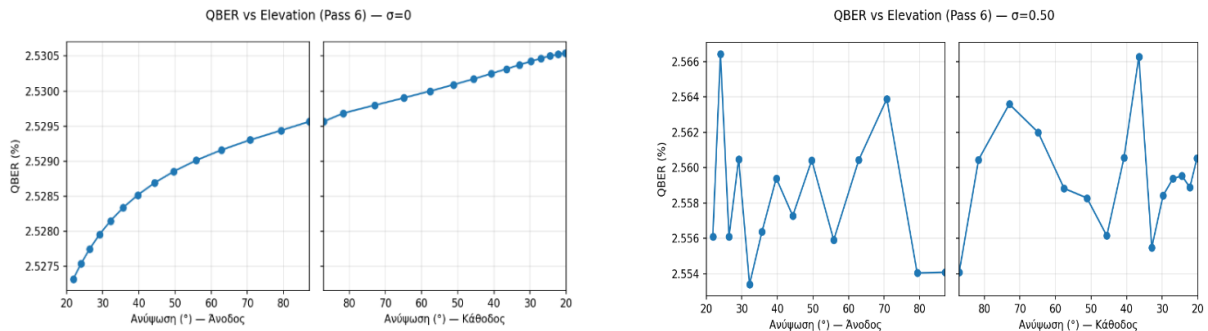


Σχήμα. 4.3γ: QBER ως προς τον χρόνο για το πέρασμα [Δορυφόρος LAGEOS-2, Pass 4, Al, 810 nm]. Αριστερά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0$ . Δεξιά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0.5$ .

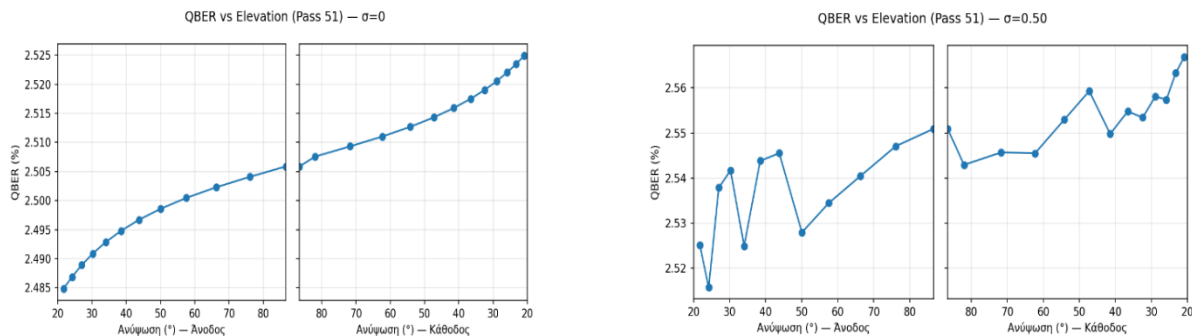
Στα χρονικά διαγράμματα QBER (Σχ. 4.3α-γ) παρατηρείται ότι με την εφαρμογή αντιστάθμισης οι τιμές παραμένουν χαμηλές σε όλη τη διάρκεια του περάσματος. Η καμπύλη

για  $\sigma = 0.5$  βρίσκεται πολύ κοντά στην ιδανική περίπτωση ( $\sigma = 0$ ), γεγονός που επιβεβαιώνει ότι το σύστημα είναι ανθεκτικό σε μικρές αποκλίσεις γωνίας.

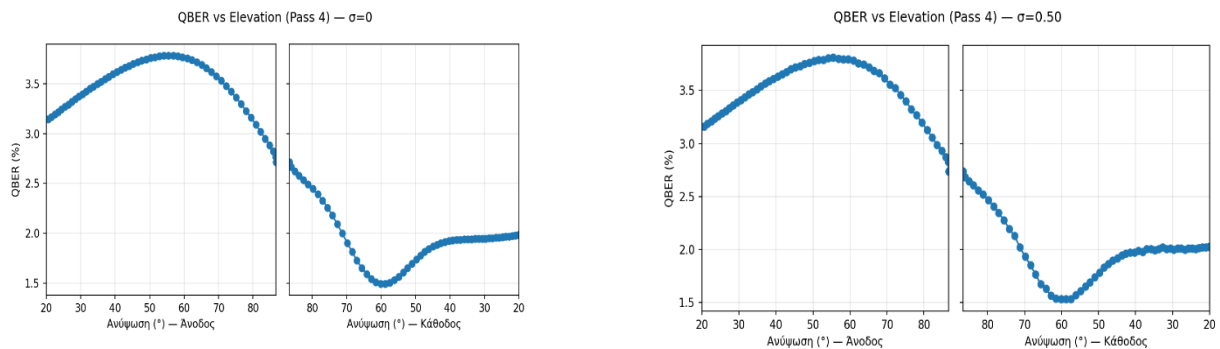
## QBER-Ανύψωση



Σχήμα. 4.3δ: QBER ως προς την ανύψωση για το πέρασμα [Δορυφόρος Qube, Pass 6, Al, 810 nm]. Αριστερά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0$ . Δεξιά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0.5$ .



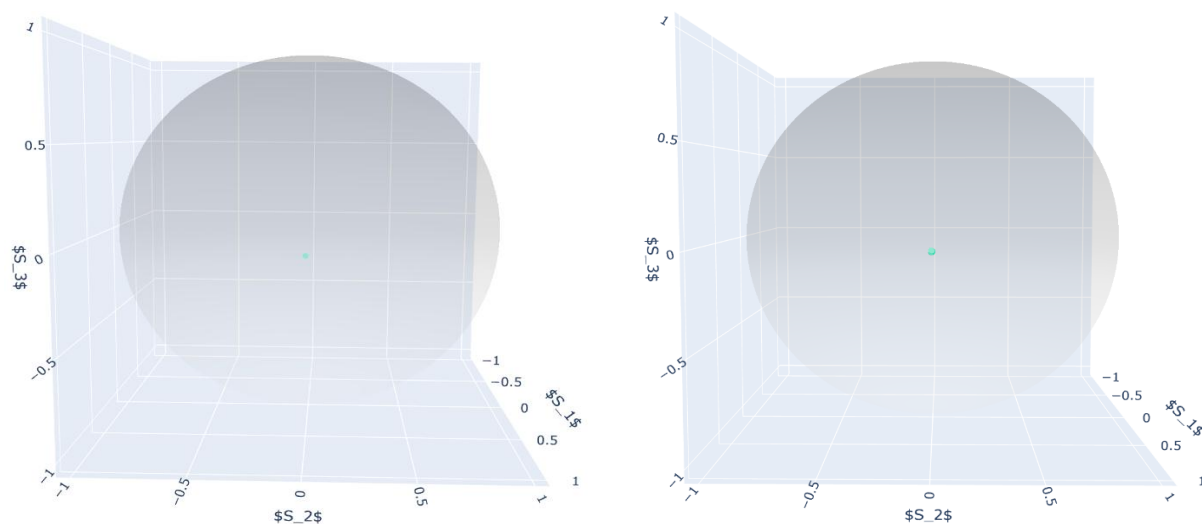
Σχήμα. 4.3ε: QBER ως προς την ανύψωση για το πέρασμα [Δορυφόρος Micus, Pass 51, Al, 810 nm]. Αριστερά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0$ . Δεξιά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0.5$ .



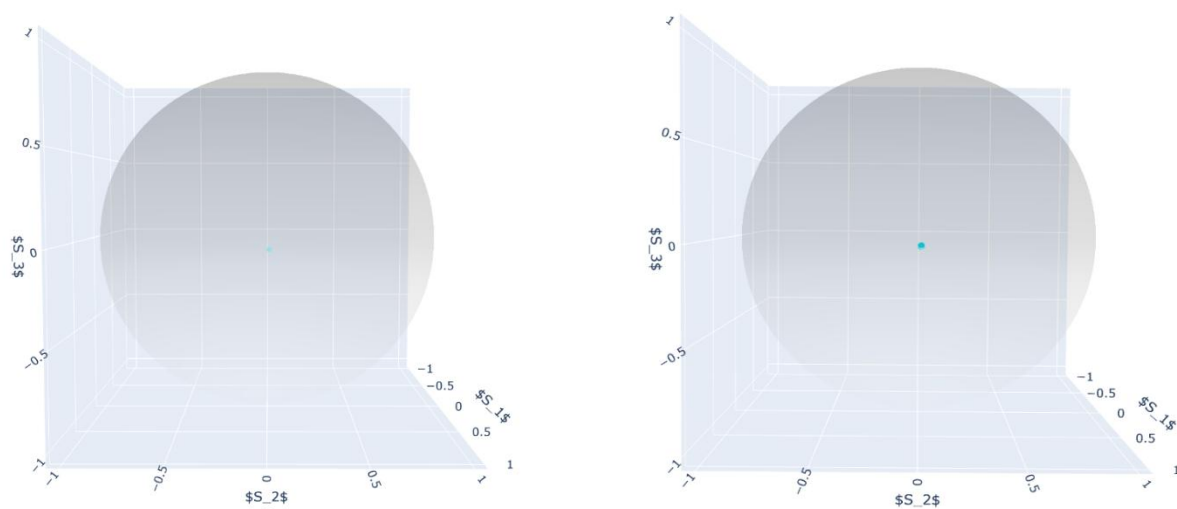
Σχήμα. 4.3στ: QBER ως προς την ανύψωση για το πέρασμα [Δορυφόρος LAGEOS-2, Pass 4, Al, 810 nm]. Αριστερά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0$ . Δεξιά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0.5$ .

Οι καμπύλες QBER–ανύψωσης (Σχ. 4.3δ–ε) δείχνουν ότι το QBER παραμένει χαμηλό στην αρχή του περάσματος και αυξάνεται ελαφρώς καθώς εξελίσσεται το πέρασμα. Το ίδιο όμως δεν ισχύει για το σχήμα στ καθώς στην αρχή του περάσματος αυξάνεται ελαφρώς ενώ στην συνέχεια μειώνεται σε μεγάλο βαθμό μέχρι 1% σε σύγκριση με τα άλλα γραφήματα. Αυτό οφείλεται στην κλίση τροχιάς του δορυφόρου LAGEOS-2 η οποία διαφέρει πολύ με τους άλλους δύο δορυφόρους αλλά και το γεγονός ότι είναι MEO σε αντίθεση με τους δορυφόρους Micius και Qube που είναι LEO. Παρά τις διαφορές αυτές, ακόμα και με  $\sigma = 0.5$  οι τιμές παραμένουν πολύ κοντά στο ιδανικό σενάριο ( $\sigma = 0$ ) και σημαντικά χαμηλότερες από την περίπτωση χωρίς αντιστάθμιση.

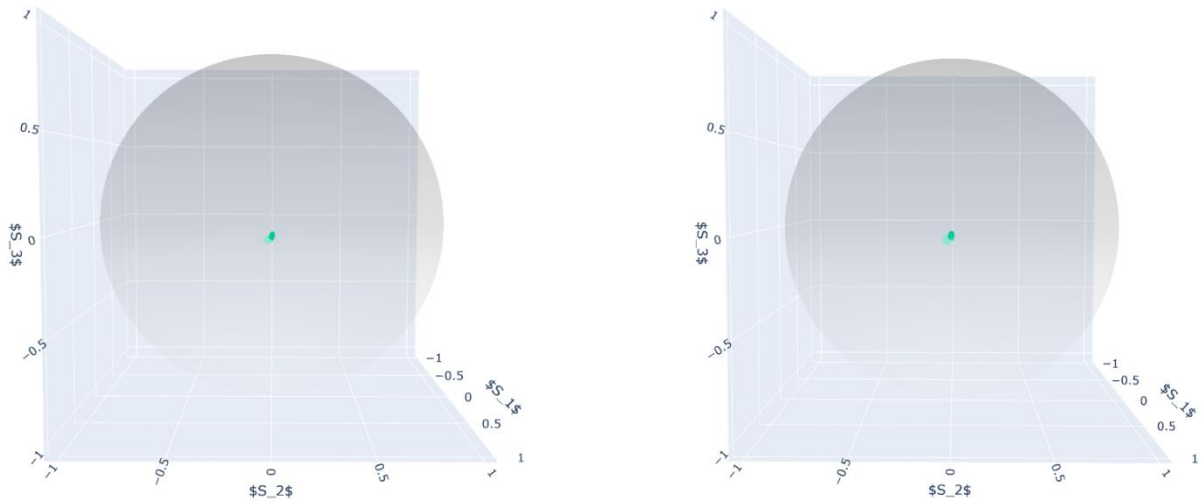
### Σφαίρα Poincaré



Σχήμα. 4.3ζ: Τροχιές κατάστασης πόλωσης στη σφαίρα Poincaré για το πέρασμα [Δορυφόρος Qube, Pass 6, AI, 810 nm]. Αριστερά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0$ . Δεξιά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0.5$ .



Σχήμα. 4.3η: Τροχιές κατάστασης πόλωσης στη σφαίρα Poincaré για το πέρασμα [Δορυφόρος Micius, Pass 51, Al, 810 nm]. Αριστερά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0$ . Δεξιά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0.5$ .



Σχήμα. 4.3θ: Τροχιές κατάστασης πόλωσης στη σφαίρα Poincaré για το πέρασμα [Δορυφόρος LAGEOS-2, Pass 4, Al, 810 nm]. Αριστερά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0$ . Δεξιά: Αντιστάθμιση με σφάλμα  $\sigma = 0.5$ .

Οι τροχιές στη σφαίρα Poincaré (Σχ. 4.3ζ–θ) είναι πλέον ιδιαίτερα συμπαγείς: για  $\sigma = 0$  συγκεντρώνονται σε ένα σημείο, ενώ για  $\sigma = 0.5$  εμφανίζουν μόνο ελάχιστη διασπορά γύρω από αυτό. Η απεικόνιση αυτή επιβεβαιώνει οπτικά ότι το σύστημα αντισταθμίζει δραστικά την περιστροφή της πόλωσης, ακόμη και παρουσία ρεαλιστικών σφαλμάτων.

| Δορυφόρος | Pass Index | Μέγιστη ανύψωση (°) | Πλήθος δειγμάτων (N) | Διάρκεια (s) | Μέσος όρος QBER | Μέγιστο QBER | $\sigma$ (deg) |
|-----------|------------|---------------------|----------------------|--------------|-----------------|--------------|----------------|
| LAGEOS-2  | 4          | 86,6                | 111                  | 3300         | 2.70 %          | 3.78 %       | 0              |
| LAGEOS-2  | 4          | 86,6                | 111                  | 3300         | 2.73 %          | 3.81 %       | 0.5            |
| Micius    | 51         | 86,5                | 24                   | 230          | 2.51 %          | 2.52 %       | 0              |
| Micius    | 51         | 86,5                | 24                   | 230          | 2.55 %          | 2.57 %       | 0.5            |
| Qube      | 6          | 87,1                | 27                   | 260          | 2.53 %          | 2.53 %       | 0              |
| Qube      | 6          | 87,1                | 27                   | 260          | 2.56 %          | 2.57 %       | 0.5            |

Πίνακας 2: Σύνοψη QBER με αντιστάθμιση (Al, 810 nm) για διαφορετικές τιμές  $\sigma$  και για το πέρασμα μέγιστης ανύψωσης κάθε δορυφόρου.

Ο Πίνακας 2 δείχνει ότι το μέσο QBER με αντιστάθμιση παραμένει σταθερά γύρω στο 2–3% για όλα τα περάσματα, ακόμη και με τυπική απόκλιση  $\sigma = 0.5$ . Οι μέγιστες τιμές βρίσκονται επίσης κάτω από το όριο ασφαλείας του 11%[12]. Σε σύγκριση με τα αποτελέσματα χωρίς αντιστάθμιση (Πίνακας 1), η βελτίωση είναι ιδιαίτερα σημαντική, καθώς το QBER μειώνεται από επίπεδα 27–36% σε λίγες μόνο ποσοστιαίες μονάδες. Συνοψίζοντας, η διάταξη τριών κυματοπλακών μειώνει δραστικά το QBER και καθιστά εφικτή την ασφαλή μετάδοση κβαντικών bits μέσω δορυφορικού καναλιού. Για  $\sigma \leq 0.5$ , το QBER παραμένει σταθερά κάτω από το όριο του 11%, γεγονός που αποδεικνύει την ανθεκτικότητα του συστήματος σε ρεαλιστικές μηχανικές αποκλίσεις. Για μεγαλύτερες αποκλίσεις ( $\sigma \geq 1$ ), που εξετάζονται στις

επόμενες ενότητες, αναμένεται σταδιακή υποβάθμιση της απόδοσης. Στην ενότητα 4.4 ακολουθεί η σύγκριση των διαφορετικών υλικών κατόπτρων (Al, Au, Ag), προκειμένου να εκτιμηθεί η επιρροή τους στην αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης.

## 4.4 Σύγκριση Υλικών

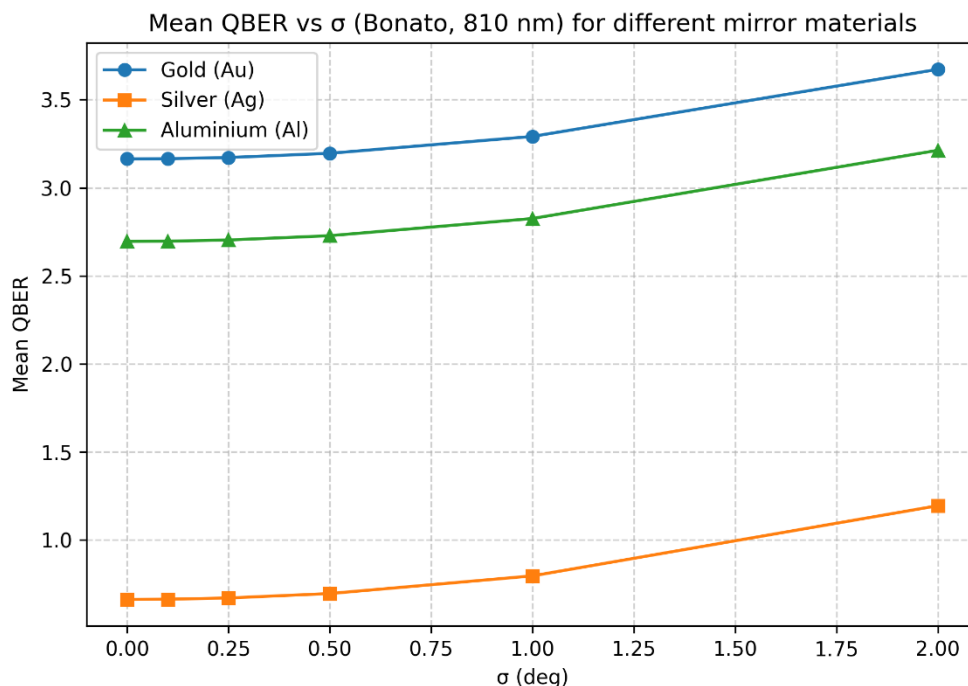
Στην ενότητα αυτή πραγματοποιείται σύγκριση της απόδοσης του συστήματος αντιστάθμισης για τρία διαφορετικά υλικά κατόπτρων: **Αλουμίνιο (Al)**, **Χρυσός (Au)** και **Άργυρος (Ag)**. Στόχος είναι να αναδειχθεί η επίδραση των οπτικών ιδιοτήτων κάθε υλικού, όπως ο μιγαδικός δείκτης διάθλασης, η φασική καθυστέρηση και ο βαθμός ανακλαστικότητας στο τελικό υπολειπόμενο QBER.

Η αξιολόγηση γίνεται για αντιπροσωπευτικά περάσματα δορυφόρων στα 810 nm και για διαφορετικά επίπεδα σφάλματος γωνίας ( $\sigma$ ), ώστε να εντοπιστεί ποιο υλικό προσφέρει τη χαμηλότερη παραμόρφωση και την πιο σταθερή απόδοση σε συνθήκες πραγματικής λειτουργίας.

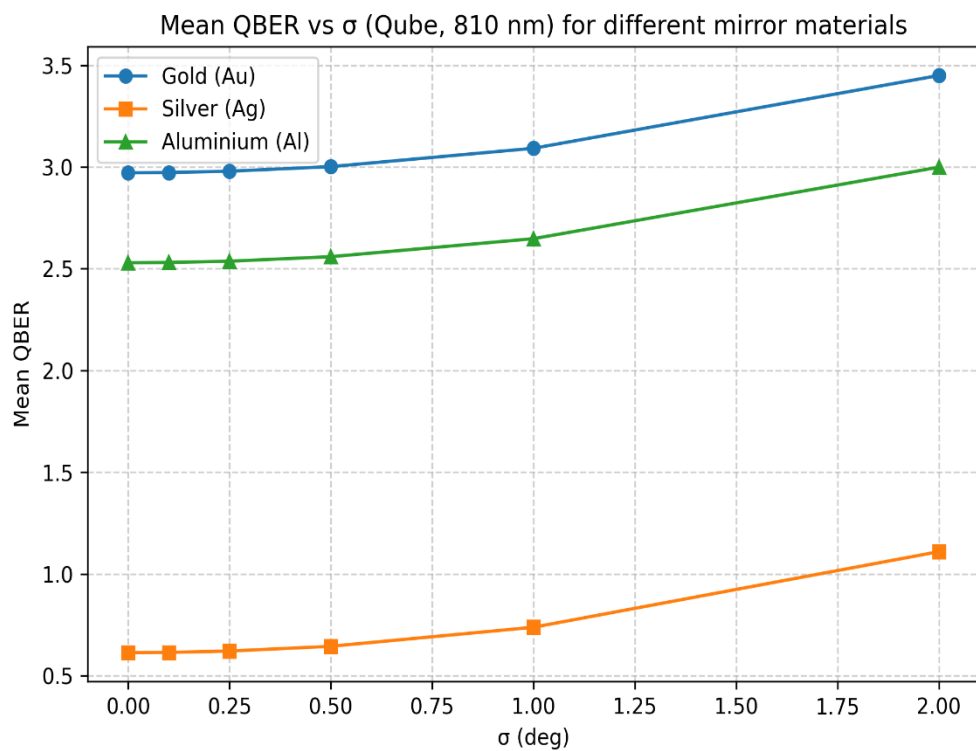
### 4.4.1 Μεθοδολογία σύγκρισης

Για κάθε δορυφόρο επιλέγεται το πέρασμα με τη μεγαλύτερη ανύψωση. Στη συνέχεια, για κάθε τιμή τυπικής απόκλισης  $\sigma \in \{0, 0.10, 0.25, 0.50, 1.00, 2.00\}$ , υπολογίζεται το μέσο QBER του περάσματος. Τα αποτελέσματα απεικονίζονται σε γραφήματα QBER–σφάλματος, επιτρέποντας την άμεση σύγκριση μεταξύ των τριών υλικών (Al, Au, Ag).

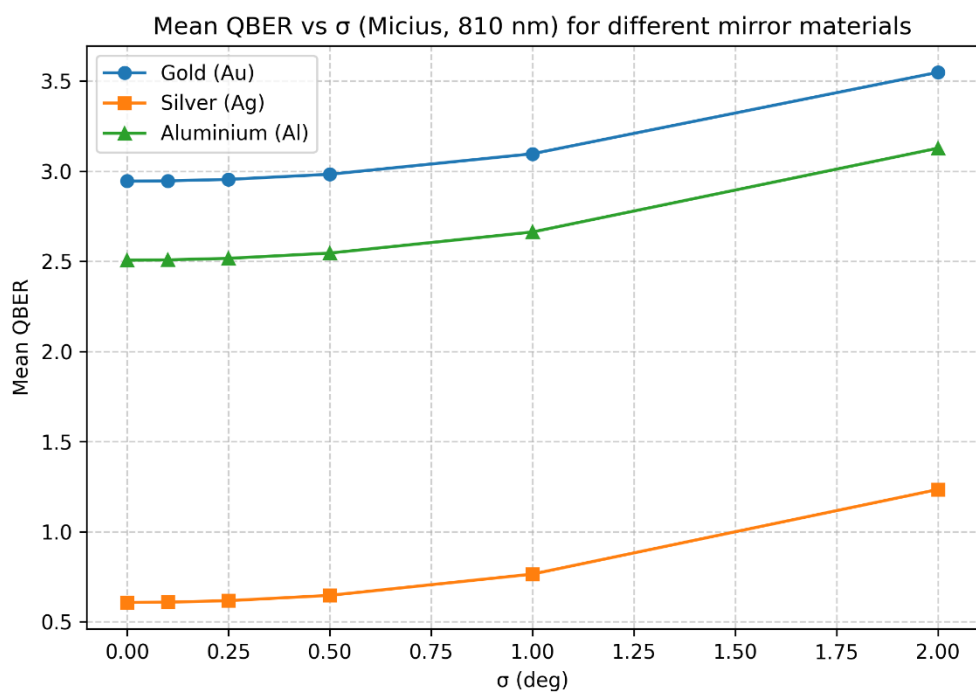
### 4.4.2 Αποτελέσματα στα 810 nm (πέρασμα μέγιστης ανύψωσης)



Σχήμα 4.4α – Μέσο QBER σε συνάρτηση με το σφάλμα γωνίας για τον δορυφόρο LAGEOS-2 (810 nm).



Σχήμα 4.4β – Μέσο QBER σε συνάρτηση με το σφάλμα γωνίας για τον δορυφόρο Qube (810 nm).



Σχήμα 4.4γ – Μέσο QBER σε συνάρτηση με το σφάλμα γωνίας για τον δορυφόρο Micius (810 nm).

#### 4.4.3 Πίνακας σύγκρισης υλικών (810 nm)

| Δορυφόρος | Pass Index | Al    | Au    | Ag            | $\sigma$ (deg) |
|-----------|------------|-------|-------|---------------|----------------|
| LAGEOS-2  | 4          | 2.70% | 3.16% | <b>0.66%</b>  | 0              |
| LAGEOS-2  | 4          | 2.70% | 3.17% | <b>0.66 %</b> | 0.1            |
| LAGEOS-2  | 4          | 2.70% | 3.17% | <b>0.67%</b>  | 0.25           |
| LAGEOS-2  | 4          | 2.73% | 3.20% | <b>0.69%</b>  | 0.5            |
| LAGEOS-2  | 4          | 2.82% | 3.29% | <b>0.79%</b>  | 1              |
| LAGEOS-2  | 4          | 3.20% | 3.67% | <b>1.19%</b>  | 2              |
| Micius    | 51         | 2.51% | 2.94% | <b>0.61%</b>  | 0              |
| Micius    | 51         | 2.51% | 2.95% | <b>0.61%</b>  | 0.1            |
| Micius    | 51         | 2.52% | 2.95% | <b>0.62%</b>  | 0.25           |
| Micius    | 51         | 2.55% | 2.98% | <b>0.65%</b>  | 0.5            |
| Micius    | 51         | 2.67% | 3.10% | <b>0.76%</b>  | 1              |
| Micius    | 51         | 3.14% | 3.58% | <b>1.23%</b>  | 2              |
| Qube      | 6          | 2.53% | 2.97% | <b>0.61%</b>  | 0              |
| Qube      | 6          | 2.53% | 2.97% | <b>0.61%</b>  | 0.1            |
| Qube      | 6          | 2.54% | 2.98% | <b>0.62%</b>  | 0.25           |
| Qube      | 6          | 2.56% | 3.00% | <b>0.64%</b>  | 0.5            |
| Qube      | 6          | 2.66% | 3.09% | <b>0.74%</b>  | 1              |
| Qube      | 6          | 3.04% | 3.46% | <b>1.11%</b>  | 2              |

Πίνακας 3 – Μέσο QBER (%) στα 810 nm για το πέρασμα μέγιστης ανύψωσης των δορυφόρων LAGEOS-2, Micius και Qube, με διαφορετικά υλικά κατόπτρων (Al, Au, Ag) και τιμές σφάλματος  $\sigma \in \{0, 0.10, 0.25, 0.50, 1.00, 2.00\}$ .

#### 4.4.4 Σχόλια και ερμηνεία (810 nm)

Με βάση τα διαγράμματα της ενότητας 4.4.2 και τον Πίνακα 4.4, προκύπτουν τα εξής συνοπτικά ευρήματα για το πέρασμα μέγιστης ανύψωσης κάθε δορυφόρου στα 810 nm. Για όλες τις τιμές της τυπικής απόκλισης  $\sigma$ , ο Άργυρος (Ag) εμφανίζει χαμηλότερη μέση τιμή QBER, ακολουθεί το Αλουμίνιο (Al) και έπεται Χρυσός (Au). Η κατάταξη αυτή είναι συνεπής και για τους τρεις δορυφόρους. Η εξάρτηση του QBER από την τυπική απόκλιση  $\sigma$  είναι αύξουσα με τις τιμές να παραμένουν σε επίπεδα κοντά στην ιδανική περίπτωση ( $\sigma = 0$ ) ακόμα και για  $\sigma \leq 0.5$  αυξάνοντας όμως εμφανέστερα για  $\sigma \geq 1$ . Οι διαφορές μεταξύ δορυφόρων είναι περιορισμένες, κάτι που αποδίδεται στο ότι εξετάζεται το ίδιο σενάριο (πέρασμα μέγιστης ανύψωσης) η σχετική κατάταξη των υλικών δεν αλλάζει από δορυφόρο σε δορυφόρο. Όλες οι αναφερόμενες μέσες τιμές QBER βρίσκονται κάτω από το όριο ασφαλείας 11% [12], υπό τις συγκεκριμένες συνθήκες και για το επιλεγμένο πέρασμα.

#### 4.4.5 Σύνοψη και μετάβαση στο 4.5

Συνοψίζοντας, το υλικό του κατόπτρου επηρεάζει μετρήσιμα το υπολειπόμενο QBER. Στα 810 nm και για περάσματα μέγιστης ανύψωσης, ο Άργυρος (Ag) υπερέρχει σταθερά έναντι του Χρυσού (Au) και του Αλουμινίου (Al), με διαφορές της τάξης μερικών περίπου δύο ποσοστιαίων μονάδων. Παρότι οι απόλυτες αποκλίσεις είναι μικρές, η κατάταξη είναι συνεπής για όλες τις τιμές  $\sigma$ . Στην ενότητα 4.5 εξετάζεται η επίδραση του μήκους κύματος (1500 nm),

ώστε να διαπιστωθεί εάν η ίδια κατάταξη παραμένει ή διαφοροποιείται υπό διαφορετικό φασματικό καθεστώς.

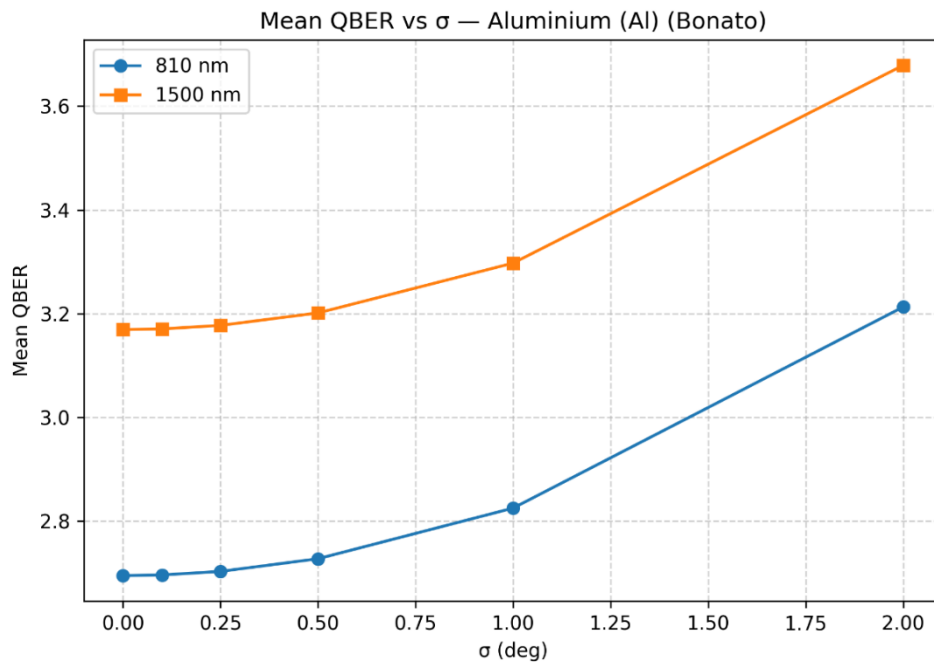
## 4.5 Επίδραση Μήκους Κύματος

Στην ενότητα αυτή αξιολογείται η επίδραση του μήκους κύματος στην απόδοση της αντιστάθμισης πόλωσης. Συγκεκριμένα, συγκρίνονται τα αποτελέσματα στα 810 nm και στα 1500 nm για το ίδιο πέρασμα μέγιστης ανύψωσης ανά δορυφόρο, με κοινό υλικό κατόπτρου αναφοράς (Al) και για τις ίδιες τιμές τυπικής απόκλισης γωνίας ( $\sigma$ ). Ως δείκτης απόδοσης χρησιμοποιείται ο μέσος όρος QBER ανά πέρασμα, ώστε να προκύπτει άμεση και συνεπής σύγκριση μεταξύ των δύο μηκών κύματος. Με τον τρόπο αυτό αναδεικνύονται οι διαφορές στη συμπεριφορά της διάταξης QWP–HWP–QWP ως προς την ανθεκτικότητα σε σφάλματα και το υπολειπόμενο QBER, υπό τα ίδια γεωμετρικά και λειτουργικά σενάρια.

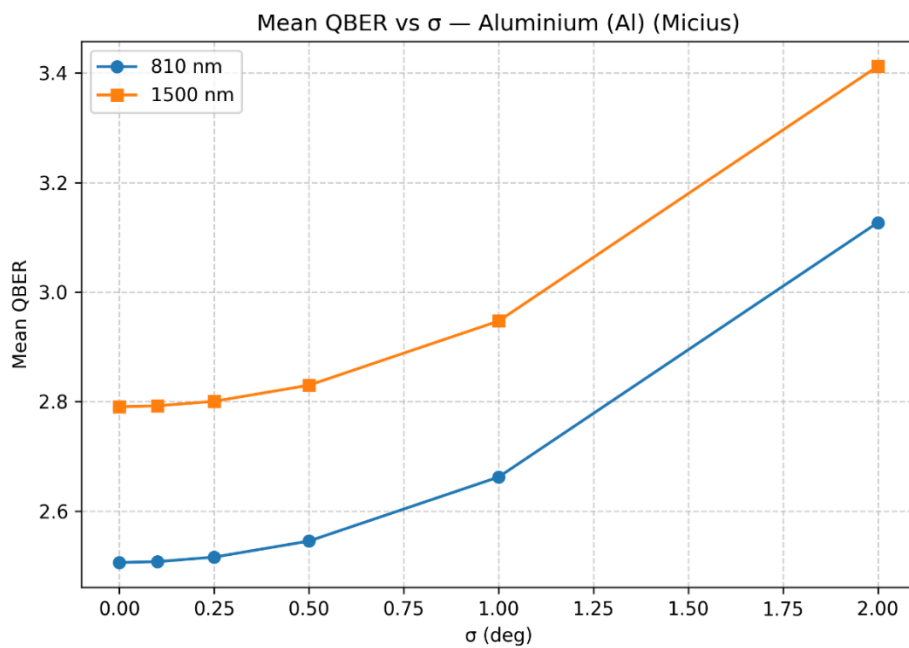
### 4.5.1 Μεθοδολογία σύγκρισης μήκους κύματος

Για κάθε δορυφόρο επιλέγεται το πέρασμα μέγιστης ανύψωσης που χρησιμοποιήθηκε και στις προηγούμενες ενότητες. Οι τιμές τυπικής απόκλισης γωνίας που μελετώνται είναι  $\sigma \in \{0, 0.10, 0.25, 0.50, 1.00, 2.00\}$ . Το υλικό κατόπτρου διατηρείται σταθερό (Al), ώστε η σύγκριση μεταξύ 810 nm (ορατό/κοντινό υπέρυθρο, συχνά χρησιμοποιούμενο σε QKD πειράματα) και 1500 nm (τηλεπικοινωνιακό παράθυρο με χαμηλή ατμοσφαιρική απορρόφηση) να είναι άμεση και δίκαιη. Ως βασικός δείκτης απόδοσης χρησιμοποιείται η μέση τιμή QBER του περάσματος, υπολογισμένη από όλα τα δείγματα για κάθε τιμή  $\sigma$  και κάθε μήκος κύματος. Τα αποτελέσματα απεικονίζονται με διαγράμματα μέσης τιμής του QBER ανάλογο της τυπικής απόκλισης  $\sigma$  (QBER/ $\sigma$ ), στα οποία περιλαμβάνονται δύο καμπύλες (810 nm και 1500 nm) για το ίδιο πέρασμα και το ίδιο υλικό αναφοράς (Al). Τέλος, παρατίθεται συγκεντρωτικός πίνακας που παρουσιάζει, για κάθε (δορυφόρο,  $\sigma$ ), τις τιμές QBER{810}, QBER{1500}, τη διαφορά  $\Delta = \text{QBER}\{1500\} - \text{QBER}\{810\}$  και, προαιρετικά, τη σχετική μεταβολή (%).

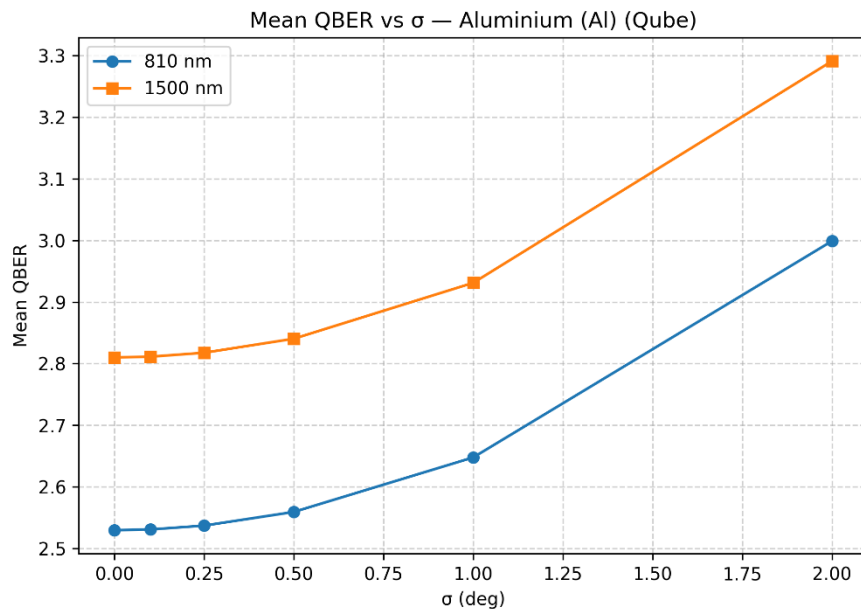
#### 4.5.2 Αποτελέσματα ανά δορυφόρο (810 nm vs 1500 nm, Al)



Σχήμα 4.5α: Μέσο QBER ως προς το σφάλμα γωνίας  $\sigma$  για 810 nm και 1500 nm (LAGEOS-2, Pass 4, Al).



Σχήμα 4.5β: Μέσο QBER ως προς το σφάλμα γωνίας  $\sigma$  για 810 nm και 1500 nm (Micius, Pass 51, Al).



Σχήμα 4.5γ: Μέσο QBER ως προς το σφάλμα γωνίας  $\sigma$  για 810 nm και 1500 nm (Qube, Pass 6, Al).

#### 4.5.3 Συγκεντρωτικός πίνακας (810 nm vs 1500 nm, Al)

| Δορυφόρος | Pass Index | QBER 810(nm) | QBER 1500(nm) | $\Delta$ (1500-810) | $\sigma$ (deg) | Μεταβολή (%) |
|-----------|------------|--------------|---------------|---------------------|----------------|--------------|
| LAGEOS-2  | 4          | <b>2.70%</b> | 3.17%         | 0.47%               | 0              | 17.41%       |
| LAGEOS-2  | 4          | <b>2.70%</b> | 3.17%         | 0.47%               | 0.1            | 17.41%       |
| LAGEOS-2  | 4          | <b>2.70%</b> | 3.18%         | 0.48%               | 0.25           | 17.78%       |
| LAGEOS-2  | 4          | <b>2.73%</b> | 3.20%         | 0.47%               | 0.5            | 17.22%       |
| LAGEOS-2  | 4          | <b>2.82%</b> | 3.29%         | 0.47%               | 1              | 16.67%       |
| LAGEOS-2  | 4          | <b>3.20%</b> | 3.67%         | 0.47%               | 2              | 14.69%       |
| Micius    | 51         | <b>2.51%</b> | 2.80%         | 0.29%               | 0              | 11.55%       |
| Micius    | 51         | <b>2.51%</b> | 2.80%         | 0.29%               | 0.1            | 11.55%       |
| Micius    | 51         | <b>2.52%</b> | 2.80%         | 0.28%               | 0.25           | 11.11%       |
| Micius    | 51         | <b>2.55%</b> | 2.83%         | 0.28%               | 0.5            | 10.98%       |
| Micius    | 51         | <b>2.67%</b> | 2.95%         | 0.28%               | 1              | 10.49%       |
| Micius    | 51         | <b>3.14%</b> | 3.43%         | 0.29%               | 2              | 9.15%        |
| Qube      | 6          | <b>2.53%</b> | 2.81%         | 0.28%               | 0              | 11.07%       |
| Qube      | 6          | <b>2.53%</b> | 2.81%         | 0.28%               | 0.1            | 11.07%       |
| Qube      | 6          | <b>2.54%</b> | 2.82%         | 0.28%               | 0.25           | 11.02%       |
| Qube      | 6          | <b>2.56%</b> | 2.84%         | 0.28%               | 0.5            | 10.94%       |
| Qube      | 6          | <b>2.66%</b> | 2.94%         | 0.28%               | 1              | 10.53%       |
| Qube      | 6          | <b>3.04%</b> | 3.31%         | 0.27%               | 2              | 8.88%        |

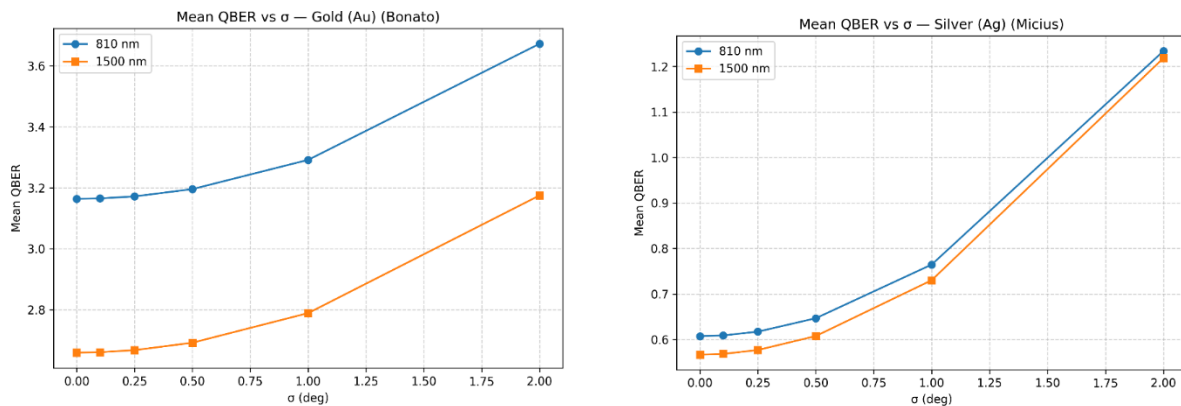
Πίνακας 4: Μέσο QBER ανά τιμή  $\sigma$  για το πέρασμα μέγιστης ανύψωσης κάθε δορυφόρου σε δύο μήκη κύματος (810 nm, 1500 nm) με υλικό κατόπτρου Al. Η στήλη  $\Delta$  δίνει τη διαφορά  $\text{QBER}\{1500\} - \text{QBER}\{810\}$  (θετικές τιμές: υψηλότερο QBER στα 1500 nm).

Ο Πίνακας 4 συγκεντρώνει τις καμπύλες των Σχ. 4.5α–γ σε αριθμητική μορφή, επιτρέποντας άμεση σύγκριση ανά σενάριο σφάλματος. Θετικές τιμές  $\Delta$  αντιστοιχούν σε υψηλότερο QBER στα 1500 nm σε σχέση με τα 810 nm, υποδεικνύοντας δυσμενέστερη επίδοση στο τηλεπικοινωνιακό παράθυρο. Η σχετική μεταβολή κυμαίνεται από περίπου 9% έως 17%.

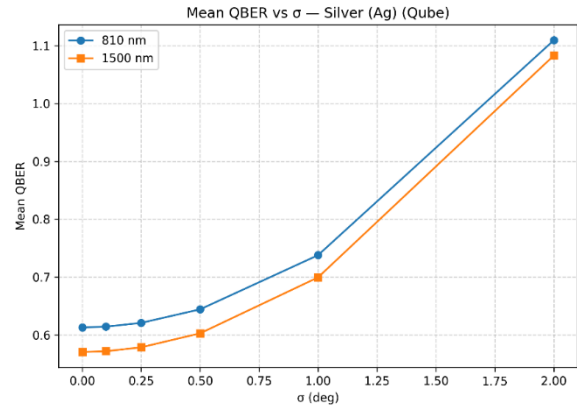
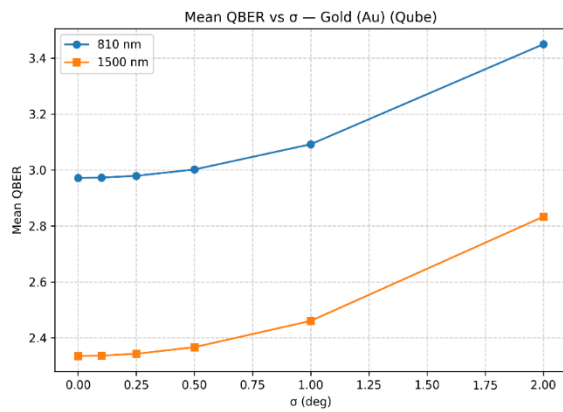
#### 4.5.4 Αλληλεπίδραση υλικού–μήκους κύματος (810 nm έναντι 1500 nm)

Στην υποενότητα αυτή απεικονίζονται οι καμπύλες μέσης τιμής QBER ανάλογης της διασποράς  $\sigma$  ( $\text{QBER}/\sigma$ ) για τα υλικά Gold (Au) και Silver (Ag) στα 810 nm και 1500 nm, για το ίδιο πέρασμα μέγιστης ανύψωσης ανά δορυφόρο. Επιπλέον, παρουσιάζονται οι καμπύλες διαφοράς  $\Delta\text{QBER} = \text{QBER}\{1500\} - \text{QBER}\{810\}$ , οι οποίες λειτουργούν ως συνοπτικός δείκτης σύγκρισης μήκους κύματος ανεξάρτητα απόλυτων τιμών QBER. Με αυτόν τον τρόπο διευκολύνεται η άμεση εκτίμηση της επίδρασης του μήκους κύματος σε διαφορετικά υλικά και γεωμετρίες τροχιάς.

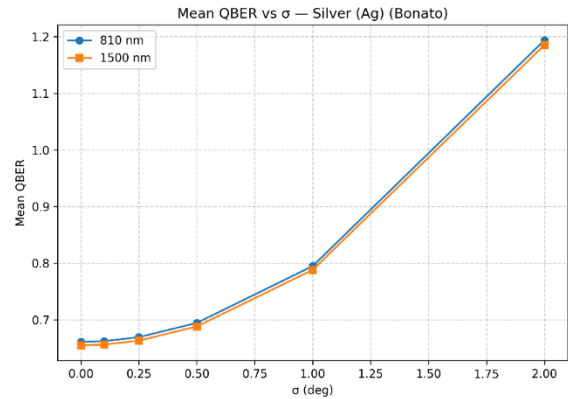
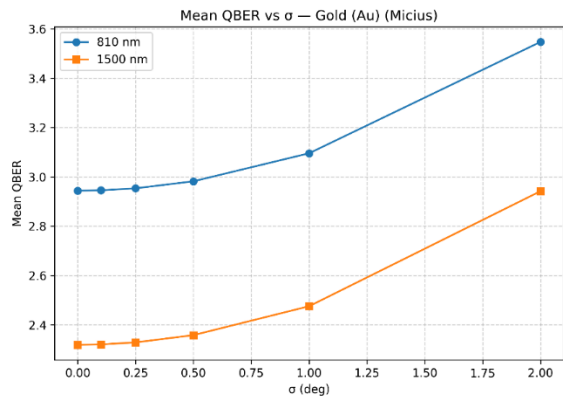
#### Γραφήματα Au & Ag



Σχήμα. 4.5δ: Μέσο QBER ως προς το σφάλμα  $\sigma$  για Gold (Au) και Silver (Ag) στα 810 nm και 1500 nm (LAGEOS-2, Pass 4). Οριζόντιος άξονας:  $\sigma \in \{0, 0.10, 0.25, 0.50, 1.00, 2.00\}$ . Κατακόρυφος άξονας: mean QBER.



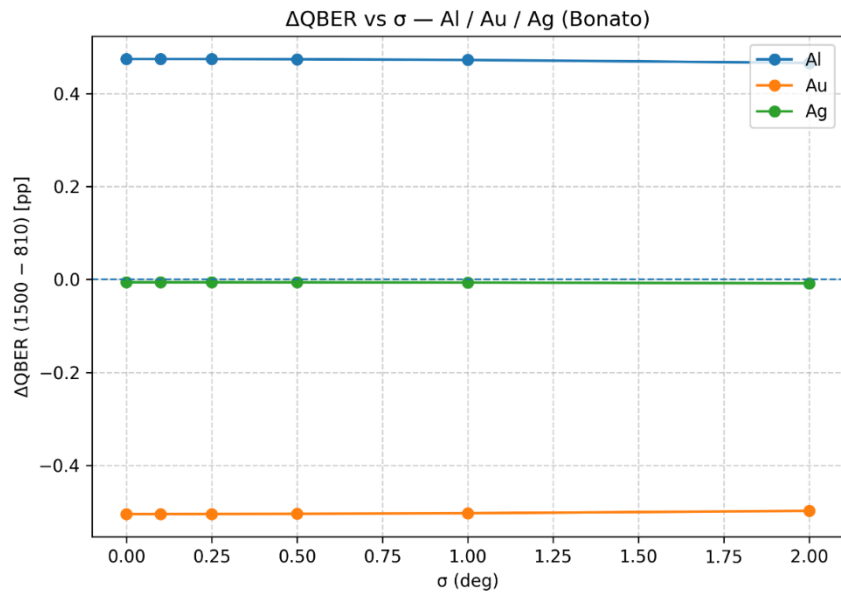
Σχήμα. 4.5ε: Μέσο QBER ως προς το σφάλμα  $\sigma$  για Gold (Au) και Silver (Ag) στα 810 nm και 1500 nm (Qube, Pass 6). Οριζόντιος άξονας:  $\sigma \in \{0, 0.10, 0.25, 0.50, 1.00, 2.00\}$ . Κατακόρυφος άξονας: mean QBER.



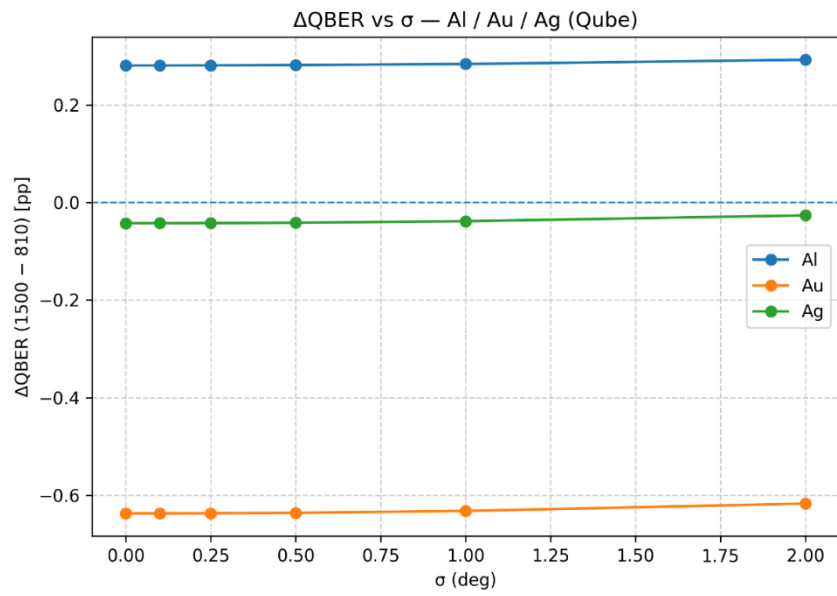
Σχήμα. 4.5ζ: Μέσο QBER ως προς το σφάλμα  $\sigma$  για Gold (Au) και Silver (Ag) στα 810 nm και 1500 nm (Micius, Pass 51). Οριζόντιος άξονας:  $\sigma \in \{0, 0.10, 0.25, 0.50, 1.00, 2.00\}$ . Κατακόρυφος άξονας: mean QBER.

### Διαφορά 1500–810 (ΔQBER) ως προς $\sigma$

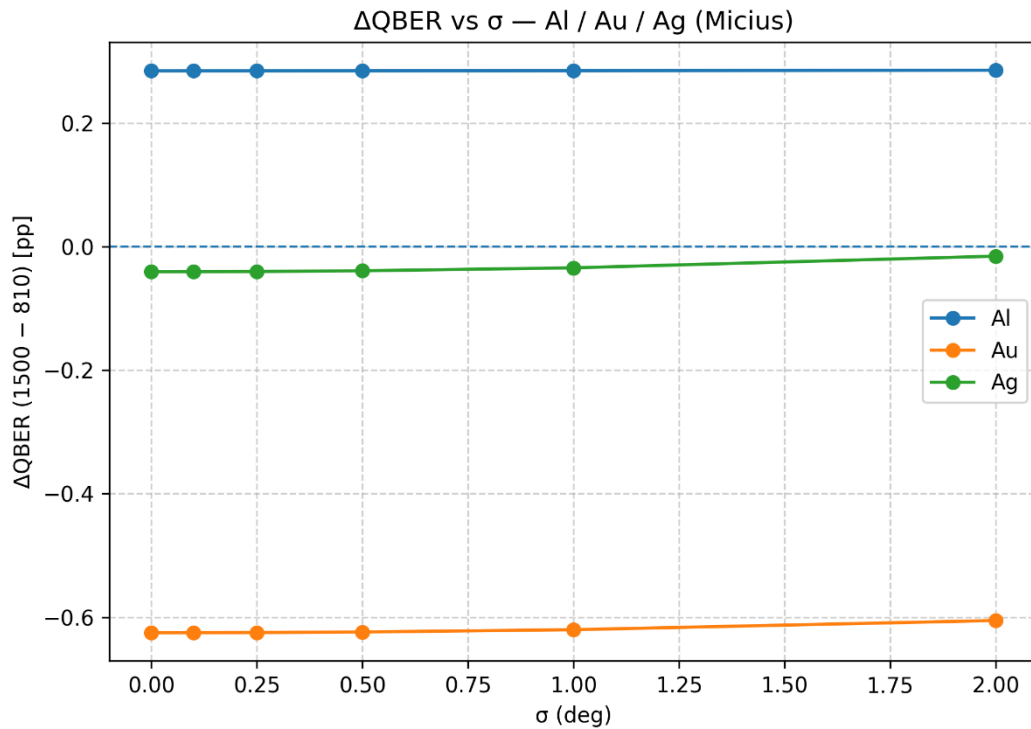
Για να απομονωθεί η επίδραση του μήκους κύματος από τις απόλυτες τιμές, ακολουθεί η διαφορά  $\Delta QBER = QBER_{1500} - QBER_{810}$  ως συνάρτηση του σφάλματος  $\sigma$  για τα ίδια περάσματα και υλικά. Η απεικόνιση αυτή επιτρέπει άμεση ένδειξη κατεύθυνσης: θετική τιμή  $\Delta QBER$  σημαίνει υψηλότερο QBER στα 1500 nm, αρνητική χαμηλότερο QBER στα 1500 nm.



Σχήμα 4.5η – ΔQBER (1500–810 nm) σε συνάρτηση με το σφάλμα γωνίας, για τον δορυφόρο LAGEOS-2 (υλικά Al, Au, Ag)



Σχήμα 4.5θ – ΔQBER (1500–810 nm) σε συνάρτηση με το σφάλμα γωνίας, για τον δορυφόρο Qube (υλικά Al, Au, Ag)



Σχήμα 4.5i – ΔQBER (1500–810 nm) σε συνάρτηση με το σφάλμα γωνίας, για τον δορυφόρο Micius (υλικά Al, Au, Ag)

#### Συμπέρασμα υποενότητας 4.5.4

Τα διαγράμματα ΔQBER αναδεικνύουν σαφή αλληλεπίδραση μεταξύ υλικού και μήκους κύματος. Για το Al οι τιμές είναι θετικές σε όλο το εύρος του  $\sigma$ , γεγονός που δείχνει ότι στα 1500 nm το QBER είναι συστηματικά υψηλότερο σε σχέση με τα 810 nm. Αντίθετα, για τον Χρυσό και τον Άργυρο οι καμπύλες λαμβάνουν αρνητικές τιμές, υποδεικνύοντας ότι στα 1500 nm επιτυγχάνεται χαμηλότερο QBER από ό,τι στα 810 nm, με την τιμή της διαφοράς του Άργυρου να είναι πολύ κοντά στο μηδέν. Η εξάρτηση από το  $\sigma$  είναι σχετικά ήπια, με μικρή μετατόπιση λόγω μήκους κύματος, γεγονός που υποδηλώνει ότι το είδος του υλικού καθορίζει κυρίως το επίπεδο του υπολειπόμενου QBER, ενώ οι μικροδιαφορές γωνίας δρουν ως δευτερεύον παράγοντας. Συνεπώς, για λειτουργία γύρω στα 1500 και στα 810 nm προτιμάτε ο Άργυρος καθώς η τιμή του QBER και στα δύο μήκη κύματος να είναι αρκετά μικρότερη από τα άλλα δύο υλικά.

#### 4.5.5 Περιθώριο ασφαλείας & Ευαισθησία ως προς $\sigma$

Παρουσιάζονται οι τιμές του περιθωρίου ασφαλείας  $M_L(\sigma)$  (σε pp) για όλες τις τιμές του  $\sigma$ , καθώς και η κλίση  $S_{[0.5,1.0]}$  (pp/deg) ως συνοπτικός δείκτης ευαισθησίας.

| Δορυφόρος | Μήκος κύματος (nm) | Υλικό  | 0 (%)  | 0.1 (%) | 0.25 (%) | 0.5 (%) | 1 (%)  | 2 (%) | S (0.5→1.0) [pp/deg] |
|-----------|--------------------|--------|--------|---------|----------|---------|--------|-------|----------------------|
| LAGEOS-2  | 1500               | alu    | 7.831  | 7.829   | 7.823    | 7.798   | 7.702  | 7.321 | 0.192                |
| LAGEOS-2  | 1500               | gold   | 8.341  | 8.340   | 8.333    | 8.309   | 8.211  | 7.825 | 0.194                |
| LAGEOS-2  | 1500               | silver | 10.345 | 10.344  | 10.337   | 10.310  | 10.212 | 9.815 | 0.200                |
| LAGEOS-2  | 810                | alu    | 8.305  | 8.304   | 8.297    | 8.272   | 8.175  | 7.787 | 0.195                |
| LAGEOS-2  | 810                | gold   | 7.836  | 7.835   | 7.828    | 7.804   | 7.708  | 7.327 | 0.192                |
| LAGEOS-2  | 810                | silver | 10.339 | 10.338  | 10.331   | 10.306  | 10.205 | 9.806 | 0.201                |
| Micius    | 1500               | alu    | 8.209  | 8.208   | 8.200    | 8.170   | 8.053  | 7.588 | 0.234                |
| Micius    | 1500               | gold   | 8.681  | 8.679   | 8.671    | 8.642   | 8.524  | 8.058 | 0.235                |
| Micius    | 1500               | silver | 10.433 | 10.432  | 10.423   | 10.392  | 10.270 | 9.781 | 0.245                |
| Micius    | 810                | alu    | 8.494  | 8.492   | 8.484    | 8.455   | 8.338  | 7.873 | 0.234                |
| Micius    | 810                | gold   | 8.056  | 8.054   | 8.046    | 8.018   | 7.904  | 7.452 | 0.227                |
| Micius    | 810                | silver | 10.393 | 10.391  | 10.383   | 10.353  | 10.235 | 9.766 | 0.236                |
| Qube      | 1500               | alu    | 8.190  | 8.1888  | 8.182    | 8.160   | 8.069  | 7.709 | 0.182                |
| Qube      | 1500               | gold   | 8.665  | 8.664   | 8.657    | 8.634   | 8.540  | 8.167 | 0.188                |
| Qube      | 1500               | silver | 10.430 | 10.428  | 10.421   | 10.397  | 10.301 | 9.917 | 0.193                |
| Qube      | 810                | alu    | 8.471  | 8.469   | 8.463    | 8.441   | 8.352  | 8.001 | 0.177                |
| Qube      | 810                | gold   | 8.029  | 8.027   | 8.021    | 7.998   | 7.908  | 7.550 | 0.180                |
| Qube      | 810                | silver | 10.387 | 10.386  | 10.379   | 10.356  | 10.262 | 9.891 | 0.187                |

Πίνακας 5 – Περιθώριο ασφαλείας  $M(\sigma) = 6\% - QBER(\sigma)$  και κλίση  $S(0.5-1.0)$  για κάθε δορυφόρο, μήκος κύματος και υλικό.

Μεγαλύτερο  $M$  υποδηλώνει μεγαλύτερη απόσταση από το όριο 11%. Η κλίση  $S$  αποτυπώνει τον ρυθμό επιδείνωσης μεταξύ  $0.5^\circ$  και  $1.0^\circ$ , μικρότερες τιμές  $S$  δηλώνουν πιο “ήπια” ευαισθησία στο σφάλμα γωνίας.

#### 4.6 Συνολικά συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκαν και αναλύθηκαν τα αποτελέσματα της αντιστάθμισης πόλωσης για πολλαπλά περάσματα τριών δορυφόρων, μελετώντας (α) τη χρονική και υψομετρική μεταβολή του QBER, (β) την επίδραση τυπικής απόκλισης γωνίας  $\sigma$  στην απόδοση της διάταξης QWP–HWP–QWP, (γ) τη σύγκριση υλικών κατόπτρων και (δ) την επίδραση του μήκους κύματος. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι μετά την αντιστάθμιση οι τιμές QBER παραμένουν συστηματικά κάτω από το επιχειρησιακό όριο του 11%, ενώ η εξάρτηση από το  $\sigma$  εμφανίζει ομαλή και σταθερή συμπεριφορά για όλα τα εξεταζόμενα σενάρια.

Στα 810 nm αλλά και στα 1500 nm, ο Άργυρος υπερσχύει σε επίδοση μεταξύ των άλλων υλικών στα περάσματα μέγιστης ανύψωσης. Οι επιστρώσεις του Αλουμινίου στα 810 nm

υπερέχουν του Χρυσού, ενώ παρατηρήθηκε το αντίθετο για τα 1500 nm. Η ανάλυση της διαφοράς  $\Delta QBER = QBER\{1500\} - QBER\{810\}$  ανέδειξε θετικές τιμές για το Al (χειρότερη επίδοση στα 1500 nm) και αρνητικές για Au/Ag (βελτίωση στα 1500 nm) με τον Άργυρο να είναι πολύ κοντά στο μηδέν, φανερώνοντας έτσι την σαφή αλληλεπίδραση μεταξύ υλικού και μήκους κύματος. Επιπλέον, οι δείκτες περιθωρίου ασφαλείας  $M_\lambda(\sigma) = 11\% - QBER_\lambda(\sigma)$  και ευαισθησίας  $S\{0.5-1.0\}$  ποσοτικοποίησαν το διαθέσιμο περιθώριο μέχρι το όριο ασφαλείας και τον ρυθμό υποβάθμισης για ρεαλιστικά σφάλματα.

#### **Επιπτώσεις στον σχεδιασμό :**

Η επιλογή επίστρωσης πρέπει να γίνεται σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα του υλικού (1500/810 nm). Οι ανοχές γωνιών του μηχανισμού ρύθμισης μπορούν να καθοριστούν από  $S_{[0.5,1.0]}$  (pp/deg), με τις μικρότερες τιμές  $S$  να συνεπάγεται μεγαλύτερη ανθεκτικότητα σε σφάλματα. Το περιθώριο  $M_\lambda(\sigma)$  προσφέρει γρήγορη εκτίμηση του διαθέσιμου “headroom” μέχρι το όριο του 11% για κάθε  $\sigma$  και  $\lambda$ . Οι απεικονίσεις στη σφαίρα Poincaré επιβεβαιώνουν οπτικά τη σύγκλιση της κατάστασης πόλωσης μετά την αντιστάθμιση, με συστάδες γύρω από το σημείο στόχο. Στο επόμενο κεφάλαιο συνοψίζονται τα κυριότερα συμπεράσματα της μελέτης και προτείνονται κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα και βελτιστοποίηση της αντιστάθμισης σε δορυφορικά σενάρια QKD.

## Κεφάλαιο 5 – Συμπεράσματα και Μελλοντική Έρευνα

Το Κεφάλαιο 5 ολοκληρώνει τη μελέτη, συγκεντρώνοντας τα βασικά αποτελέσματα από την ανάλυση της εισαγωγής σφάλματος στην καταγραφή της πόλωσης των φωτονίων και την εφαρμογή συστημάτων αντιστάθμισης σε δορυφορικά σενάρια QKD. Στόχος του συγκεκριμένου κεφαλαίου είναι η συνοπτική παρουσίαση των κύριων ευρημάτων που αναδείχθηκαν στο Κεφάλαιο 4, η συζήτηση των επιπτώσεών τους σε ένα ρεαλιστικό πλαίσιο υλοποίησης και η διατύπωση προτάσεων για μελλοντική έρευνα.

Η συμβολή της εργασίας αυτής έγκειται στην ανάπτυξη ενός ολοκληρωμένου μοντέλου που συνδυάζει γεωμετρία τροχιάς, ιδιότητες υλικών κατόπτρων και στοχαστικά σφάλματα ρύθμισης, ώστε να αποτιμηθεί με συστηματικό τρόπο το τελικό QBER υπό διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας για πρωτόκολλα QKD με κωδικοποίηση πόλωσης στα φωτόνια. Η μελέτη αυτή θα μπορούσε να ενσωματωθεί σε αναλύσεις οι οποίες μοντελοποιούν την QKD επικοινωνία μεταξύ δορυφόρων και επίγειων σταθμών [21-23]. Με αυτόν τον τρόπο τα συμπεράσματα που προκύπτουν έχουν πρακτικό ενδιαφέρον για το σχεδιασμό συστημάτων οπτικών επίγειων σταθμών και δορυφόρων, ενώ παράλληλα ανοίγουν τον δρόμο στην έρευνα για πειραματική επιβεβαίωση και βελτιστοποίηση.

Το κεφάλαιο οργανώνεται ως εξής:

- Στην Ενότητα 5.1 συνοψίζονται τα βασικά αποτελέσματα του Κεφ. 4.
- Στην Ενότητα 5.2 συζητούνται οι επιπτώσεις τους σε πραγματικά συστήματα και η χρησιμότητά τους σε επιχειρησιακά σενάρια.
- Στην Ενότητα 5.3 διατυπώνονται προτάσεις για μελλοντική έρευνα και πειραματική υλοποίηση.

### 5.1 Σύνοψη και βασικά αποτελέσματα (ανακεφαλαίωση Κεφ. 4)

Στο Κεφάλαιο 4 ερευνήθηκε η παραμόρφωση πόλωσης σε ζεύξεις δορυφόρου–επίγειου σταθμού και η αποτελεσματικότητα μιας διάταξης αντιστάθμισης τριών κυματοπλακών (QWP–HWP–QWP) για διαφορετικά υλικά κατόπτρων (Al, Au, Ag) και δύο μήκη κύματος (810 nm, 1500 nm). Η ανάλυση βασίστηκε στο γεωμετρικό μοντέλο δύο κατοπτρικών ανακλάσεων που διατυπώθηκαν στο Κεφ. 3, με υπολογισμό συντελεστών Fresnel στα αντίστοιχα μήκη κύματος και περιγραφή της πόλωσης με τους φορμαλισμούς Jones/Mueller. Πιο συγκεκριμένα εξετάστηκαν πολλαπλά πραγματικά περάσματα (από TLE) πάνω από τον οπτικό σταθμό εδάφους (OGS) στον Χελμό τόσο χωρίς αντιστάθμιση (baseline) όσο και με αντιστάθμιση υπό την τυπική απόκλιση ( $\sigma$ ) των κυματοπλακών.

#### Χωρίς αντιστάθμιση (baseline)

Οι διαδρομές της πολωτικής κατάστασης στη σφαίρα Poincaré είναι εκτεταμένες, που υποδηλώνουν μεγάλες περιστροφές της βάσης πόλωσης κατά τη διάρκεια του περάσματος. Το QBER εμφανίζεται ιδιαίτερα αυξημένο ειδικά για τα περάσματα μέγιστης ανύψωσης ( $\sim 90^\circ$ ) που έχουν αναλυθεί, με το μέσο όρο να φτάνει πολύ παραπάνω από το κατώφλι ασφαλείας των

11%[12]. Έτσι καθίσταται μη ασφαλής η λειτουργία του καναλιού. Στα διαγράμματα QBER–χρόνου ο LEO δορυφόρος (Micius) έχει ανοδική τάση του QBER εντός του περάσματος, ενώ ο Qube μείωση του QBER. Ο MEO δορυφόρος (LAGEOS 2) εμφανίζει πιο περίπλοκη εξέλιξη λόγω διαφορετικής γεωμετρίας τροχιάς/απόστασης η οποία διαρκεί και πολύ περισσότερο από τους LEO δορυφόρους.

### **Με αντιστάθμιση (QWP–HWP–QWP)**

Η ιδανική ρύθμιση ( $\sigma = 0$ ) και το ρεαλιστικό σφάλμα  $\sigma = 0.5$ , παρατηρείται ότι οι καμπύλες QBER παραμένουν χαμηλές σε όλη τη διάρκεια του περάσματος με την καμπύλη του  $\sigma = 0.5$  να βρίσκεται πολύ κοντά στην ιδανική. Ποσοτικά, το μέσο QBER είναι ανάμεσα σε 0.5–4% για όλα τα εξεταζόμενα περάσματα, ενώ και οι μέγιστες τιμές παραμένουν κάτω από το όριο ασφαλείας 11%[12]. Πρόκειται για σημαντική βελτίωση σε σχέση με την περίπτωση χωρίς αντιστάθμιση που βρισκόταν κοντά στο 30%. Επιπρόσθετα οι τροχιές στη σφαίρα Poincaré γίνονται συμπαγείς στο σημείο το οποίο εκπέμπει η πηγή (αρχική πόλωση) για  $\sigma = 0$  και διακρίνεται ελάχιστη διασπορά για  $\sigma = 0.5$ , επιβεβαιώνοντας οπτικά τη δραστική μείωση της περιστροφής πόλωσης.

### **Επίδραση υλικού (810 nm)**

Στα 810 nm, το πέραςμα μέγιστης ανύψωσης του δορυφόρου Micius για τιμή  $\sigma = 0.5$ , η κατάταξη των υλικών ως προς τη μέση τιμή του QBER είναι  $Ag < Al < Au$  με αντίστοιχες τιμές (0.65, 2.55, 2.88). Υπάρχουν επίσης μικρές αλλά συστηματικές διαφορές που παραμένουν κάτω από 11% για όλο το εύρος  $\sigma$  (0–2°) με την κατάταξη να είναι συνεπής και για τους τρεις δορυφόρους.

### **Επίδραση μήκους κύματος & αλληλεπίδραση υλικού–φάσματος**

Συγκρίνοντας τα 810 nm με τα 1500 nm για σταθερό υλικό (Al), το QBER στα 1500 nm είναι συστηματικά υψηλότερο (θετική  $\Delta = QBER\{1500\} - QBER\{810\}$ ), με σχετική μεταβολή περίπου 9–17% ανάλογα με τον δορυφόρο και το  $\sigma$ .

Η ανάλυση  $\Delta QBER$  για τον Χρυσό δείχνει το αντίστροφο, στα 1500 nm επιτυγχάνεται χαμηλότερο QBER σε σχέση με τα 810 nm (αρνητική  $\Delta QBER$ ) ένδειξη σαφούς αλληλεπίδρασης υλικού–μήκους κύματος. Στον Άργυρο όμως η τιμή του  $\Delta QBER$  είναι κοντά στο 0 πράγμα που δείχνει ότι επηρεάζεται ελάχιστα από το μήκος κύματος. Επιπλέον, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι τιμές QBER για χρυσό και άργυρο στα 1500 nm είναι καλύτερες ακόμη και από τις τιμές του αλουμινίου τόσο στα 810 όσο και στα 1500 nm. Ιδιαίτερα ο άργυρος και στα δύο μήκη κύματος 1500 nm και 810 nm παρουσιάζει την καλύτερη συνολική επίδοση, με μέσες τιμές QBER που κυμαίνονται μόλις από 0.6% έως 1.2%, σημαντικά χαμηλότερες από όλες τις άλλες περιπτώσεις (όπου το QBER παραμένει >2%). Το εύρημα αυτό καταδεικνύει ότι η επιλογή υλικού–μήκους κύματος μπορεί να προσφέρει δραστική βελτίωση στην ασφάλεια της ζεύξης.

### **Δείκτες περιθωρίου & ευαισθησίας**

Εισήχθη ο δείκτης περιθωρίου ασφαλείας  $M_\lambda(\sigma) = 11\% - QBER_\lambda(\sigma)$  για την απόσταση από το κατώφλι 11%[12], και ο δείκτης ευαισθησίας  $S_{[0.5-1.0]}$  (pp/deg) για τον ρυθμό υποβάθμισης

καθώς το  $\sigma$  αυξάνει από 0.5 σε 1.0. Μεγαλύτερο  $M$  σημαίνει περισσότερο απόσταση από την τιμή των 11%, ενώ μικρότερο  $S$  μικρότερη ευαισθησία στις αποκλίσεις. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η προτεινόμενη αντιστάθμιση επιτυγχάνει σταθερά ασφαλή λειτουργία ( $QBER < 11\%$ ) σε ρεαλιστικές συνθήκες στοχαστικού σφάλματος ( $\sigma$  έως 0.5), με μικρή διασπορά στις τροχιές πόλωσης και συνεπή βελτίωση σε όλα τα περάσματα. Η επιλογή υλικού πρέπει να συνδυάζεται με το λειτουργικό μήκος κύματος (Al/Ag για  $\sim 810$  nm, Au/Ag για  $\sim 1500$  nm), ενώ οι δείκτες  $M$  και  $S$  παρέχουν γρήγορες ποσοτικές εκτιμήσεις για περιθώριο ασφαλείας και ευαισθησία σε σφάλματα, χρήσιμες για σχεδιασμό και επιχειρησιακή βελτιστοποίηση.

## 5.2 Συζήτηση και πρακτική αξιοποίηση

Η ανάλυση του Κεφαλαίου 4 μεταφράζεται σε συγκεκριμένες οδηγίες για την υλοποίηση και λειτουργία ενός πραγματικού δορυφορικού καναλιού QKD.

### 1) Επιλογή «παραθύρου» επικοινωνίας (χρονική στόχευση, όχι μόνο γεωμετρία)

Για τους LEO δορυφόρους (Qube, Micius) τα διαγράμματα  $QBER$ –χρόνου δείχνουν καθαρή αύξηση του  $QBER$  όσο προχωρά το πέρασμα. Ωστόσο η αύξηση είναι αμελητέα καθώς είναι της τάξης του 0.01%. Για τον MEO δορυφόρο (LAGEOS-2) η εξέλιξη του  $QBER$  είναι μη προβλέψιμη καθώς απαιτείται δυναμική επιλογή παραθύρου βάσει ζωντανής εκτίμησης του  $QBER$  αντί για προκαθορισμένες ζώνες ανύψωσης. Συμπεραίνοντας έτσι ότι η στόχευση παραθύρου πρέπει να είναι data-driven. Πιο συγκεκριμένα θα πρέπει να αξιοποιηθεί η online εκτίμηση  $QBER$ /καναλιού και να επιλεγθεί τμήμα του περάσματος με την καλύτερη ποιότητα το οποίο δεν συμπίπτει αναγκαστικά με την γεωμετρία μέγιστης ανύψωσης.

### 2) Ανοχές ευθυγράμμισης και ευαισθησία σε σφάλματα ( $\sigma$ )

Τα αποτελέσματα δείχνουν υψηλή ανθεκτικότητα του συστήματος αντιστάθμισης ακόμη και στην περίπτωση η οποία  $\sigma = 2$  η επιβάρυνση είναι  $\sim 0.5$  ποσοστιαίες μονάδες σε σχέση με την βέλτιστη  $\sigma = 0$ . Συνεπώς η απαίτηση για τεράστια ακρίβεια του συστήματος αντιστάθμισης δεν είναι προ απαιτούμενη για ασφαλή λειτουργία. Προέχει η σταθερότητα/επαναληψιμότητα του μηχανισμού και ένας ήπιος κλειστός βρόχος επαναφοράς (slow feedback) παρά ένας εξαιρετικά ακριβής έλεγχος υψηλού ρυθμού. Οι δείκτες  $M(\sigma)$  (περιθώριο μέχρι 11%[12]) και  $S$  (τοπική κλίση) μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως μηχανικά specs για τις ανοχές και τον ρυθμό διόρθωσης.

### 3) Επιλογή υλικού κατόπτρων με βάση το μήκος κύματος (design rule)

- 810 nm: Ο Άργυρος υπερέχει συστηματικά έναντι στα άλλα δύο υλικά στα σενάρια των 810 nm όμως το Αλουμίνιο αποτελεί μια ακόμη καλή επιλογή.
- 1500 nm: Au/Ag υπερέχουν συστηματικά. Μάλιστα, το Ag στα 1500 nm εμφανίζει σαφώς την καλύτερη συνολική επίδοση, με μέσες τιμές  $\sim 0.6\%$ – $1.2\%$ , σημαντικά χαμηλότερες από όλες τις άλλες περιπτώσεις (οι οποίες παραμένουν  $>2\%$ ).
- Κανόνας σχεδίασης: Αν το OGS στοχεύει σε τηλεπικοινωνιακό παράθυρο  $\sim 1500$  nm, προτιμάται Ag (ή Au) ενώ για  $\sim 810$  nm, το Al ή Au είναι προτιμητέα.

#### 4) Ενσωμάτωση σε πραγματικό OGS

- **Πρόβλεψη στροφής πόλωσης:** Το μοντέλο επιτρέπει την *εκ των προτέρων* εκτίμηση της στροφής βάσης κατά τη διάρκεια κάθε περάσματος με την χρήση των TLE data. Έτσι, το OGS γνωρίζει εκ των προτέρων τη μετατόπιση που θα αντιμετωπίσει.
- **Open-loop αντιστάθμιση:** Η πρόβλεψη μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως feed-forward σήμα σε ένα απλό open-loop σύστημα HWP (ή QWP–HWP–QWP) για προρύθμιση της αντιστάθμισης πριν ή κατά τη διάρκεια του περάσματος, μειώνοντας την ανάγκη για βαριά ενεργή διόρθωση.
- **Ελαφρύς adaptive έλεγχος:** Δεδομένης της χαμηλής ευαισθησίας του QBER στη  $\sigma$ , αρκεί μικρού εύρους online επαναφορά γωνιών.
- **Λειτουργικοί δείκτες απόδοσης (KPIs):** Η παρακολούθηση των QBER,  $M(\sigma)$  και  $S$  ανά πέραςμα παρέχει την τεκμηρίωση του διαθέσιμου headroom ασφαλείας, την έγκαιρη ανίχνευση drift στην απόδοση και την δυνατότητα βελτιστοποίησης της επιχειρησιακής στρατηγικής του σταθμού.

Η αξία του συστήματος είναι η ελαχιστοποίηση της ανάγκης πολύπλοκων μηχανισμών real-time compensation, καλύτερη επιχειρησιακή πρόβλεψη και βελτιωμένη αξιοπιστία — στοιχεία κρίσιμα για ένα λειτουργικό OGS σε δορυφορικά QKD δίκτυα.

### 5.3 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα και πειραματική υλοποίηση

#### 5.3.1 Στόχοι πειραματικής επιβεβαίωσης

Η επόμενη φάση είναι να επαληθευτούν πειραματικά τα κύρια ευρήματα του Κεφ. 4 και να μετατραπούν σε μηχανικές προδιαγραφές για επίγειους σταθμούς και δορυφόρους για την υλοποίηση QKD μέσω δορυφορικών επικοινωνιών. Αρχικά μπορεί να γίνει επαλήθευση του μοντέλου για την γεωμετρία δύο καθρεφτών, δηλαδή τροχιές στη σφαίρα Poincaré και γραφήματα (QBER–χρόνος, QBER–ανύψωση). Η πειραματική μέτρηση των δεικτών ( $M_\lambda(\sigma)$ ,  $S_{0.5-1.0}$ ) για την εύκολη σύγκριση με τις προσομοιώσεις. Μελέτη της αλληλεπίδρασης υλικού–μήκους κύματος τεκμηριώνοντας τα ευρήματα για τις τιμές του QBER στα διάφορα υλικά. Ανάλυση των απαιτήσεων ελέγχου ποια δηλαδή θα είναι η συχνότητα/εύρος ρύθμισης που χρειάζεται ο δορυφόρος LEO/MEO ώστε να διατηρείται το  $QBER < 11\%$  καθ' όλη τη διάρκεια του ορατού παραθύρου.

#### 5.3.2 Προτεινόμενη πειραματική διαδρομή

##### Στάδιο Α – Εργαστηριακή προσομοίωση καναλιού

Σε ελεγχόμενο περιβάλλον αναπαράγεται η γεωμετρία δύο ανακλάσεων και εφαρμόζεται η διάταξη αντιστάθμισης. Μετρούνται τροχιές στη σφαίρα Poincaré και καμπύλες QBER ως προς χρόνο/ανύψωση/σφάλμα  $\sigma$ . Στόχος είναι η αρχική επιβεβαίωση του μοντέλου και εκτίμηση  $M, S$ .

### Στάδιο Β – Μικρής κλίμακας ελεύθερη ζεύξη

Σε σύντομη επίγεια απόσταση εισάγονται ρεαλιστικοί παράγοντες (ευθυγράμμιση, περιβάλλον). Για την υλοποίηση της ελεύθερης ζεύξης θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν υποδομές ζεύξεων ελευθέρου χώρου που έχουν επιδειχθεί στο χώρο του ΕΜΠ [24,25], Εξετάζεται η σταθερότητα της αντιστάθμισης και η διατήρηση  $QBER < 11\%$  στο «χρήσιμο» χρονικό παράθυρο του περάσματος. Στόχος είναι η επιβεβαίωση ότι τα ευρήματα παραμένουν σε πραγματικές συνθήκες.

### Στάδιο Γ – Ενσωμάτωση σε OGS / προ-επιχειρησιακή επίδειξη

Η διάταξη ενσωματώνεται σε επίγειο σταθμό και αξιολογείται σε πραγματικά περάσματα όπου αυτό είναι εφικτό. Γίνεται συνεχής καταγραφή  $QBER$ ,  $M_\lambda(\sigma)$  και  $S$ , και σύγκριση με τις προβλέψεις. Στόχος είναι η μετατροπή των συμπερασμάτων σε λειτουργικές προδιαγραφές.

#### 5.3.3 Μετρικές και κριτήρια αξιολόγησης

- **Βασικές καμπύλες:**  $QBER$ –χρόνος,  $QBER$ –ανύψωση,  $QBER$ – $\sigma$ .
- **Συγκριτικοί δείκτες:**  $\Delta QBER_{1500-810}$  ανά υλικό, και κατάταξη υλικών ανά μήκος κύματος.
- **Επιχειρησιακές μετρικές:**  $M_\lambda(\sigma) = 11\% - QBER_\lambda(\sigma)$  (headroom) και  $S$  (τοπική κλίση).
- **Κριτήρια επιτυχίας:**  $QBER < 11\%$  για το μεγαλύτερο μέρος του «χρήσιμου» παραθύρου ανά πέραςμα· συνεπής επαλήθευση της κατάταξης υλικού–μήκους κύματος· τιμές  $M$  και  $S$  συμβατές με τις προβλέψεις.

#### 5.3.4 Κίνδυνοι/αβεβαιότητες και μετριασμός (γενικά)

Οι Μηχανικές/θερμικές ολισθήσεις, η σταθερή στήριξη, η βασική θερμική θωράκιση, και ο τακτικός έλεγχος μηδενισμών αποτελούν σοβαρούς κινδύνους για το κανάλι και απαιτούν τον απαραίτητο έλεγχο. Επίσης η ατμοσφαιρική μεταβλητότητα και μη τελειότητα των υλικών είναι κάτι που πρέπει να λαμβάνεται υπόψη. Τέλος εάν υπάρχει κάποια απόκλιση του μοντέλου οφείλει να γίνει αναπροσαρμογή των παραμέτρων (π.χ. οπτικές ιδιότητες) με βάση τις μετρήσεις και εκ νέου σύγκριση.

#### 5.3.5 Αναμενόμενα αποτελέσματα και επόμενα βήματα

- **Επικύρωση** ότι η αντιστάθμιση διατηρεί ασφαλή  $QBER$  σε ρεαλιστικές συνθήκες και ότι οι διαφορές μεταξύ υλικών/μηκών κύματος είναι συστηματικές (ιδίως η υπεροχή του Άργυρου).
- **Παραγωγή “κανόνων σχεδιασμού”** για OGS: επιλογή υλικού ανά μήκος κύματος, ενδεικτικές ανοχές γωνιών (μέσω  $S$ ), και χρονικά/γεωμετρικά παράθυρα λειτουργίας.
- **Οδικός χάρτης** για περαιτέρω εξέλιξη: από εργαστήριο σε μικρή ελεύθερη ζεύξη και τέλος ενσωμάτωση σε OGS.

### **Συμπέρασμα ενότητας**

Η προτεινόμενη διαδρομή από την πειραματική υλοποίηση σε εργαστηριακό περιβάλλον έως τον OGS επιτρέπει βήμα-βήμα επικύρωση του μοντέλου και μετατροπή των ευρημάτων σε πρακτικές προδιαγραφές. Μεγάλη σημασία έχει η πειραματική επιβεβαίωση της συμπεριφοράς της πόλωσης και της αποτελεσματικότητας του μηχανισμού αντιστάθμισης σε ρεαλιστικές συνθήκες. Η σταδιακή προσέγγιση (εργαστήριο → μικρή ελεύθερη ζεύξη → OGS) παρέχει προοδευτική αύξηση πολυπλοκότητας του μοντέλου και σαφή δυνατότητα σύνδεσης μεταξύ θεωρίας και επιχειρησιακής εφαρμογής. Παράλληλα, η χαμηλή ευαισθησία του συστήματος στην τυπική απόκλιση  $\sigma$  απλοποιεί τις απαιτήσεις ελέγχου, καθιστώντας ρεαλιστική την υλοποίηση ενός προ-επιχειρησιακού δοκιμαστικού σε πραγματικό OGS.

# Βιβλιογραφία

- [1] Micius quantum experiments in space [arXiv:2208.10236](https://arxiv.org/abs/2208.10236)
- [2] C. H. Bennett and G. Brassard, “Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing,” *Theoretical Computer Science*, vol. 560, pp. 7–11, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2014.05.025>
- [3] Li, Y., Cai, WQ., Ren, JG. *et al.* Microsatellite-based real-time quantum key distribution. *Nature* 640, 47–54 (2025). <https://doi.org/10.1038/s41586-025-08739-z>
- [4] Fox, Mark. Optical properties of solids. Vol. 3. Oxford university press, 2010.
- [5] Sidhu, J.S., Brougham, T., McArthur, D. *et al.* Finite key effects in satellite quantum key distribution. *npj Quantum Inf* 8, 18 (2022). <https://doi.org/10.1038/s41534-022-00525-3>
- [6] R. Haber, D. Garbe, K. Schilling, and W. Rosenfeld, “Qube - A CubeSat for Quantum Key Distribution Experiments,” 2018.
- [7] T. Hiemstra, D. Hasler, D. Paone, F. Reichert, F. Heine, and J. Struck, “The European satellite-based QKD system EAGLE-1,” *Proc. SPIE – Free-Space Laser Communications* XXXVII, Mar. 2025. <https://doi.org/10.1117/12.3042856>
- [8] R. Bedington, J. M. Arrazola, and A. Ling, “Progress in satellite quantum key distribution,” *npj Quantum Information*, vol. 3, no. 1, Aug. 2017. <https://doi.org/10.1038/s41534-017-0031-5>
- [9] Shigehito Miki, Taro Yamashita, Mikio Fujiwara, Masahide Sasaki, and Zhen Wang, "Multichannel SNSPD system with high detection efficiency at telecommunication wavelength," *Opt. Lett.* 35, 2133-2135 (2010)
- [10] Adell, G. (n.d.). Polarisation control for space quantum key distribution [PDF]
- [11] Citation: [https://www.researchgate.net/publication/309731586\\_FreeSpace\\_Quantum\\_Key\\_Distribution](https://www.researchgate.net/publication/309731586_FreeSpace_Quantum_Key_Distribution)
- [12] Patrick J. Clarke, Robert J. Collins, Philip A. Hiskett, Paul D. Townsend, Gerald S. Buller; Robust gigahertz fiber quantum key distribution. *Appl. Phys. Lett.* 28 March 2011; 98 (13): 131103. <https://doi.org/10.1063/1.3571561>
- [13] Bonato C, Aspelmeyer M, Jennewein T, Pernechele C, Villoresi P, Zeilinger A. Influence of satellite motion on polarization qubits in a Space-Earth quantum communication link. *Opt Express*. 2006 Oct 16;14(21):10050-9. doi: 10.1364/oe.14.010050. PMID: 19529399.
- [14] Beth Schaefer, Edward Collett, Robert Smyth, Daniel Barrett, Beth Fraher; Measuring the Stokes polarization parameters. *Am. J. Phys.* 1 February 2007; 75 (2): 163–168.
- [15] *Progress in Optics*, Elsevier, 2022, pp. 185–274. <https://doi.org/10.1016/bs.po.2022.01.001>
- [16] J. J. Gil and I. San José, “Reduced form of a Mueller matrix,” *Journal of Modern Optics*, vol. 63, no. 16, pp. 1579–1583, Mar. 2016. <https://doi.org/10.1080/09500340.2016.1162337>
- [17] R. H. Byrd, P. Lu, J. Nocedal, and C. Zhu, “A limited memory algorithm for bound constrained optimization,” *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 16, no. 5, pp. 1190–1208, 1995. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1137/0916069>
- [18] R. Herzog, F. Köhne, L. Kreis, and A. Schiela, “Frobenius-type norms and inner products of matrices and linear maps with applications to neural network training,” *arXiv preprint arXiv:2311.15419*, 2023. <https://arxiv.org/abs/2311.15419>

- [19] D. Ek and A. Forsgren, "Exact linesearch limited-memory quasi-Newton methods for minimizing a quadratic function," *Computational Optimization and Applications*, vol. 79, no. 3, pp. 789–816, Apr. 2021. <https://doi.org/10.1007/s10589-021-00277-4>
- [20] J. E. Dennis Jr. and J. J. Moré, "Quasi-Newton methods, motivation and theory," *SIAM Review*, vol. 19, no. 1, pp. 46–89, 1977. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1137/1019005>
- [21] Johnson, P.B. and Christy, R.W. (1972) Optical Constants of the Noble Metals. *Physical Review B*, 6, 4370-4379. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.6.4370>
- [22] Ntanos, Argiris, et al. "LEO satellites constellation-to-ground QKD links: Greek quantum communication infrastructure paradigm." *Photonics*. Vol. 8. No. 12. MDPI, 2021.
- [23] Ntanos, Argiris, et al. "Satellite-to-ground QKD in urban environment: a comparative analysis of small-sized optical ground stations." *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine* 39.6 (2024): 16-29.
- [24] Stathis, Aristeidis, et al. "Toward converged satellite/fiber 1550 nm ds-bb84 qkd networks: Feasibility analysis and system requirements." *Photonics*. Vol. 11. No. 7. MDPI, 2024.
- [25] Ntanos, Argiris, et al. "Practical Free-Space QKD under Night-and Day-time over a 0.5 km Metropolitan Link." *Quantum 2.0*. Optica Publishing Group, 2025.
- [26] Stathis, Aristeidis, et al. "WDM-Enabled Classical/Quantum Coexistence During Full Daylight for Converged Fiber/FSO Networks." *2024 International Conference on Optical Network Design and Modeling (ONDM)*. IEEE, 2024.