



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

**ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ
ΥΛΙΚΩΝ**

Αριθμητική Προσομοίωση Λειτουργίας Γεννήτριας Vircator

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ιωάννης Χατζηαθανασίου

Επιβλέπων: Νικόλαος Ουζούνογλου
Ομότιμος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2025



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

**ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ
ΥΛΙΚΩΝ**

Αριθμητική Προσομοίωση Λειτουργίας Γεννήτριας Vircator

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ιωάννης Χατζηαθανασίου

Επιβλέπων: Νικόλαος Ουζούνογλου
Ομότιμος Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 29^η Οκτωβρίου 2025.

Νικόλαος Ουζούνογλου
Ομότιμος Καθηγητής ΕΜΠ

Δήμητρα Κακλαμάνη
Καθηγήτρια ΕΜΠ

Ηρακλής Αβραμόπουλος
Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Οκτώβριος 2025

Ιωάννης Χατζηαθανασίου

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών ΕΜΠ

Copyright © Ιωάννης Χατζηαθανασίου, 2025

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ' ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς το συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περίληψη

Η παρούσα εργασία παρουσιάζει την αριθμητική προσομοίωση λειτουργίας μιας γεννήτριας vircator με μεθοδολογία EM-PIC, στοχεύοντας στη σαφή τεκμηρίωση του μηχανισμού σχηματισμού και ταλάντωσης της εικονικής καθόδου και στη βελτιστοποίηση της μικροκυματικής εκπομπής μέσω ελεγχόμενου χρονισμού της εκπομπής ως προς τον κυρίαρχο ιδιορρυθμό της κοιλότητας. Τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία ολοκληρώνονται με FDTD στο πλέγμα Yee, η προώθηση των σωματιδίων γίνεται με τον σχετικιστικό αλγόριθμο Boris και η απόθεση ρεύματος εφαρμόζεται με σχήμα που διασφαλίζει τη διατήρηση του φορτίου. Τα ανοιχτά όρια υλοποιούνται με CPML και η μέτρηση της εξερχόμενης ισχύος γίνεται σε επίπεδο Poynting πριν τον απορροφητή. Πριν από τα πλήρη σενάρια εφαρμόστηκε τυποποιημένο στάδιο επαλήθευσης και επικύρωσης, ώστε να διασφαλιστούν η σταθερότητα, ορθότητα και αναπαραγωγιμότητα. Η κύρια διερεύνηση ορίζει ως μεταβλητή βελτιστοποίησης την καθυστέρηση εκπομπής έναντι της φάσης του ιδιορρυθμού και αξιολογεί την απόδοση μέσω του ολοκληρώματος της εξερχόμενης ισχύος. Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι ο συγχρονισμός κοντά στο τεταρτοκύκλιο της σταθεροποιεί την εικονική κάθοδο, μειώνει την άσκοπη παλινδρόμηση των σωματιδίων και αυξάνει την καθαρή ροή που τροφοδοτεί τον ιδιορρυθμό, οδηγώντας σε μεγαλύτερη εξερχόμενη ενέργεια χωρίς τη μετατόπιση της κύριας φασματικής κορυφής από το f_0 . Συζητούνται οι αριθμητικοί περιορισμοί και προτείνονται επεκτάσεις σε τρισδιάστατα πειράματα, τοπική προσαρμοστική διακριτοποίηση και συνεκτική σύζευξη με κυματοδηγούς και παλμικά κυκλώματα. Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε είναι τεκμηριωμένη, επαληθεύσιμη και εφαρμόσιμη σε ρεαλιστικές αρχιτεκτονικές μικροκυμάτων υψηλής ισχύος.

Λέξεις Κλειδιά

Ταλαντωτής εικονικής καθόδου, electromagnetic particle-in-cell, πλέγμα Yee, μέθοδος πεπερασμένων διαφορών στο χρόνο, αλγόριθμος Boris, εκπομπή οριοθετούμενη από χωρικό φορτίο, convolutional perfectly matched layer (CPML), εικονική κάθοδος, χρονισμός εκπομπής, ring-down, νόμος Child-Langmuir, διάνυσμα Poynting, συχνότητα πλάσματος, αριθμητική διασπορά, προσαρμοστική διακριτοποίηση πλέγματος, μικροκύματα υψηλής ισχύος.

Abstract

This work presents an EM-PIC numerical simulation of a vircator, aiming to characterize and quantify the formation and oscillation mechanism of the virtual cathode (VC) and to optimize microwave emission via controlled timing of the electron emission with respect to the phase of the cavity's dominant eigenmode. Electromagnetic fields are advanced with FDTD on a Yee grid, particle motion with relativistic Boris pusher and current deposition with a charge-conserving scheme. Open boundaries are implemented with CPML and the radiated power is measured on a Poynting plane placed just upstream of the absorber. Before full runs, a standardized verification/validation stage was performed to ensure stability, correctness and reproducibility. The main study defines the emission delay relative to the eigenmode phase as the optimization variable and evaluates performance via the time-integrated radiated power. Results show that synchronization near a quarter cycle of the cavity stabilizes the virtual cathode, suppresses non-productive particle reflexing and increases the net power flow into the electromagnetic mode, yielding higher output energy without shifting the primary spectral peak from f_0 . Numerical constraints are discussed and extensions are proposed toward fully three-dimensional studies, local adaptive mesh refinement and coherent coupling to waveguides and pulsed circuits. The methodology employed is well documented, verifiable and applicable to realistic high power microwave architectures.

Keywords

Vircator, electromagnetic particle-in-cell (EM-PIC), Yee grid, finite difference time domain (FDTD), Boris pusher, space charge limited emission, convolutional perfectly matched layer (CPML), virtual cathode (VC), cavity resonance, ring-down, Child-Langmuir law, Poynting flux, plasma frequency, numerical dispersion, adaptive mesh refinement, high power microwaves (HPM).

Ευχαριστίες

Πρώτα από όλα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα Ομότιμο Καθηγητή ΗΜΜΥ Ε.Μ.Π. κ. Νικόλαο Ουζούνογλου, που με εμπιστεύτηκε αναθέτοντάς μου τη διπλωματική αυτή εργασία. Θέλω να ευχαριστήσω τη σύντροφό μου Ανδριάννα Ζερβοπούλου, για όλες τις θυσίες που έκανε μαζί με εμένα καθ' όλη τη διάρκεια φοίτησής μου στη σχολή. Η εργασία αφιερώνεται στις Ελληνίδες και στους Έλληνες που αγωνίζονται καθημερινά για τη χώρα μας.

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	13
1.1	Αντικείμενο και Στόχοι της Εργασίας	13
1.2	Κίνητρα και Εφαρμογές	13
1.3	Ανασκόπηση Βιβλιογραφίας	14
2	Θεωρητικό Υπόβαθρο	16
2.1	Βασική αρχή λειτουργίας γεννητριών Vircator	16
2.2	Εξισώσεις κίνησης και ζεύξη με τα πεδία Maxwell	18
2.3	Νόμος Child – Langmuir	19
2.3.1	Μη σχετικιστική παραγωγή	19
2.3.2	Σχετικιστική διόρθωση	20
2.4	Γραμμική θεωρία πλάσματος	20
2.4.1	Ταλαντώσεις πλάσματος	20
2.4.2	Θωράκιση Debye	20
2.5	Ισοζύγιο ενέργειας και διάνυσμα Poynting	21
2.6	Διασπορά ψυχρού πλάσματος	21
2.7	Κριτήριο εμφάνισης εικονικής καθόδου	22
2.8	Ρόλος Μαγνητικού Πεδίου	22
2.9	Σημειώσεις για κοιλότητα και συντονισμό	23
3	Αριθμητικές Μέθοδοι	24
3.1	Μέθοδος Particle-In-Cell (PIC)	24
3.2	Διακριτοποίηση πεδίων – πλέγμα Yee/FDTD	24
3.3	Προώθηση σωματιδίων – Boris Pusher	26
3.4	Απόθεση Φορτίου/Ρεύματος	27
3.5	Επιλογές διακριτοποίησης και σταθερότητας για vircator	28
3.6	Μοντελοποίηση διόδου και εκπομπής καθόδου	28
3.7	Διάγνωση και μετρικές	29
3.8	Αλγόριθμος PIC loop	29
3.9	Διαμόρφωση για vircator με κοιλότητα	30
3.10	Επικύρωση και σύγκριση με θεωρία	30
3.11	Ζητήματα αριθμητικής σταθερότητας	30
4	Υλοποίηση Προσομοίωσης	31
4.1	Δομή και αρχιτεκτονική κώδικα	31
4.2	Αρχικοποίηση ηλεκτρονικής δέσμης και πεδίων	31
4.3	Επίλυση Poisson για το αρχικό πεδίο	32
4.4	Ενσωμάτωση του Maxwell solver στο Yee grid	32

4.5 Υλοποίηση και του Boris Pusher	33
4.6 Προσθήκη cavity boundaries και επιλογή παραμέτρων προσομοίωση.....	33
4.7 Επαλήθευση και Επικύρωση.....	35
5 Αποτελέσματα και Ανάλυση	37
5.1 Σχηματισμός και ταλάντωση εικονικής καθόδου	37
5.2 Χρονική εξέλιξη ηλεκτρονικής δέσμης.....	37
5.3 Εκπομπή μικροκυμάτων – χρονοσειρές και φάσματα.....	38
5.4 Επίδραση τάσης, ρεύματος και μαγνητικού πεδίου.....	38
5.5 Σύγκριση με θεωρητικές προβλέψεις.....	39
5.6 Περιορισμοί και αριθμητικά σφάλματα	39
6 Συμπεράσματα και Μελλοντική Έρευνα	41
6.1 Συνοπτικά Συμπεράσματα.....	41
6.2 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της μεθόδου	42
6.3 Προτάσεις βελτίωσης	43
6.4 Ορίζοντας εφαρμογών.....	43
Βιβλιογραφία	45
Παράρτημα Α	48

Κατάλογος Σχημάτων

Εικόνα 1.1: Viricator τύπου Reflex Triode με οδήγηση του παλμού στην κάθοδο.....	14
Εικόνα 1.2: Viricator αξονικής (A) και ομοαξονικής (B) γεωμετρίας	15
Εικόνα 2.1: Εικονική κάθοδος (VC).....	17
Εικόνα 2.2: Θωράκιση Debye	21
Εικόνα 2.3: Ταλαντωτής εικονικής καθόδου και η μεταβολή του δυναμικού στο χώρο	22
Εικόνα 3.1: Πλέγμα Yee αλγορίθμου FDTD.	24
Εικόνα 3.2: Οριακές συνθήκες στον υπολογιστικό χώρο: PEC στα αγωγίμα τοιχώματα/ηλεκτρόδια και PML στην ανοικτή διεπαφή για απορρόφηση εξερχόμενων κυμάτων. Η ισχύς εξόδου υπολογίζεται από τη ροή Poynting σε επίπεδο πριν από την PML.....	25
Εικόνα 3.3: Τα αποτελέσματα από τη χρήση του Boris Pusher. Δεν παρατηρείται σύγκλιση από την αύξηση της m	27
Εικόνα 3.4: Εξέλιξη της διατήρησης φορτίου με την πάροδο του χρόνου στην προσομοίωση θερμού πλάσματος για την EZ και τη μέθοδο Esirkepon	27

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 4.1: Παράμετροι προσομοίωσης.....	34
---	----

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Αντικείμενο και Στόχοι της Εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως αντικείμενο την αριθμητική προσομοίωση της γεννήτριας Vircator (Virtual Cathode Oscillator), μιας διάταξης παραγωγής μικροκυμάτων υψηλής ισχύος (High Power Microwaves – HPM).

Η μελέτη επικεντρώνεται στη θεωρητική κατανόηση του φαινομένου σχηματισμού εικονικής καθόδου, στη διαμόρφωση αριθμητικού μοντέλου με βάση τη μέθοδο Particle-In-Cell (PIC), στην υλοποίηση σε γλώσσα προγραμματισμού (Python), με κατάλληλη διακριτοποίηση των εξισώσεων Maxwell και των εξισώσεων κίνησης των ηλεκτρονίων και τέλος στην εξαγωγή αποτελεσμάτων που αφορούν στη δημιουργία, εξέλιξη και ακτινοβολία που παράγεται στη Vircator.

Στόχος της εργασίας είναι να παραχθεί ένα λειτουργικό υπολογιστικό εργαλείο που θα επιτρέπει την προσομοίωση της φυσικής λειτουργίας μίας Vircator, δίνοντας τη δυνατότητα μελέτης της επίδρασης βασικών παραμέτρων (τάση, γεωμετρία, μαγνητικό πεδίο, συνθήκες κοιλότητας) στη μικροκυματική απόδοση. Επίσης, θα εξεταστεί εάν ένας ρητά ελεγχόμενος χρονισμός εκπομπής, μέσω τραπεζοειδούς φακέλου $g(t)$ με καθυστέρηση Δt , μπορεί να συγχρονίσει φασικά τη δέσμη με τον κύριο ιδιορρυθμό της κοιλότητας και να μεγιστοποιήσει την εκπεμπόμενη ενέργεια. Ως κύρια μετρική βελτιστοποίησης ορίζεται η ολική ενέργεια εξόδου, ενώ δευτερεύουσες είναι η απόδοση η , η μέγιστη ισχύς $P_{\max}$ και η γωνία ϕ μεταξύ πεδίου και ρεύματος στην ιδιοσυχνότητα f_0 . Η μεθοδολογία που ακολουθείται ενσωματώνει ring-down για τη μέτρηση του βασικού ιδιορρυθμού της κοιλότητας, EM-PIC προσομοίωση με Yee/FDTD, σχετικιστικό Boris και απόθεση ρεύματος με διατήρηση φόρτισης και CPML σε θύρα εξόδου, έλεγχο εκπομπής μέσω $g(t; \Delta t)$ και σάρωση Δt . Η αλληλουχία αυτή συνδέει την εικονική κάθοδο και τους ιδιορρυθμούς με τα αποτελέσματα (ενέργεια, ισχύς, απόδοση) και τελικά τη βελτιστοποίησή τους. Η λειτουργία και η συνεισφορά τους αναλύεται στα παρακάτω κεφάλαια.

1.2 Κίνητρα και Εφαρμογές

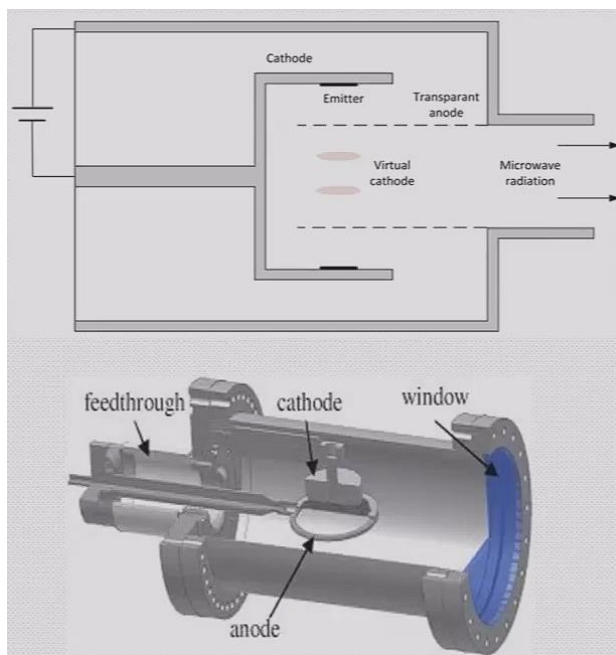
Οι vircators εντάσσονται στις πηγές μικροκυμάτων υψηλής ισχύος και χαρακτηρίζονται από παλμική λειτουργία της τάξης των ns-μs, με ικανότητα παροχής ισχύος από 100MW έως και GW και απόδοση 1-10%, αναλόγως τη γεωμετρία,

τροφοδοσία και σύζευξη. Η μέση εκπεμπόμενη συχνότητα f του vircator είναι συνήθως της τάξης 1-10 GHz, με εξαρτήσεις τόσο από το μήκος της κοιλότητας όσο και από την πυκνότητα της δέσμης. Σε σύγκριση με άλλες λυχνίες, όπως οι κλύστρον, μάγνετρον, γύροτρον, οι vircator υπερέχουν σε απλότητα και συχνά δεν απαιτούν ισχυρό οδηγό μαγνητικό πεδίο, μειονέκτημα όμως είναι η φασματική/χρονική αστάθεια και η χαμηλή απόδοση, στοιχεία που καθιστούν κρίσιμη τη μοντελοποίηση και τη βελτιστοποίησή τους. Η εκπομπή είναι συνήθως ευρέως φάσματος, με ισχυρή θεμελιώδη συνιστώσα κοντά στη συχνότητα πλάσματος και αρμονικές υψηλότερης τάξης. Για εφαρμογές που απαιτούν στενό φάσμα, χρησιμοποιούνται κοιλότητες με κατάλληλο συντονισμό (Q-factor) ή συστήματα πολλαπλών σταδίων, όπου η δέσμη διεγείρει επόμενες κοιλότητες.

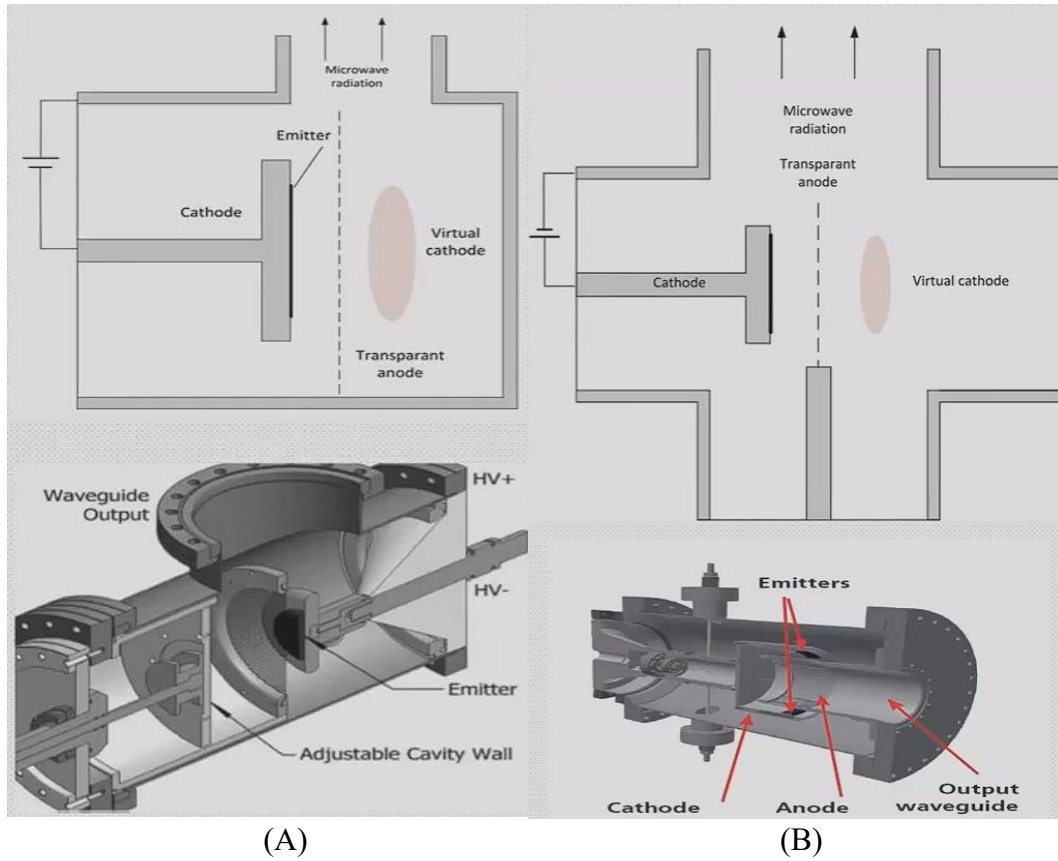
Οι εφαρμογές τους εκτείνονται από δοκιμές EMC και έρευνα πλάσματος, όπου απαιτούνται ισχυρές βραχύχρονες μικροκυματικές ώσεις, έως την εθνική άμυνα μιας χώρας, για παράδειγμα σε μη επανδρωμένα αεροσκάφη.

1.3 Ανασκόπηση Βιβλιογραφίας

Από τη δεκαετία του 1970, όταν οι vircators προτάθηκαν για πρώτη φορά ως πηγές μικροκυμάτων υψηλής ισχύος, έχει αναπτυχθεί εκτενής βιβλιογραφία γύρω από τη θεωρητική θεμελίωση της λειτουργίας τους, την πειραματική μελέτη και τις διάφορες γεωμετρίες (axial, reflex triode, coaxial vircators) (βλ. Εικ 1.1, 1.2) και την ανάπτυξη υπολογιστικών μοντέλων, από απλά αναλυτικά μέχρι πλήρεις PIC προσομοιώσεις. Στη διεθνή βιβλιογραφία, η μέθοδος PIC έχει καθιερωθεί ως η πλέον αξιόπιστη για την προσομοίωση Vircators, καθώς συνδυάζει την επίλυση των εξισώσεων Maxwell σε διακριτό πλέγμα (Yee grid) με την παρακολούθηση μεγάλου πλήθους ηλεκτρονίων που συνθέτουν την ηλεκτρονική δέσμη.



Εικόνα 1.1: Vircator τύπου Reflex Triode με οδήγηση του παλμού στην κάθοδο



Εικόνα 1.2: Vircator αξονικής (A) και ομοαξονικής (B) γεωμετρίας.

Κεφάλαιο 2

Θεωρητικό Υπόβαθρο

2.1 Βασική αρχή λειτουργίας γεννητριών Vircator

Οι γεννήτριες τύπου Vircator (Virtual Cathode Oscillator) αποτελούν μια κατηγορία πηγών μικροκυματικής ακτινοβολίας υψηλής ισχύος (High Power Microwaves – HPM), οι οποίες βασίζονται στη μη γραμμική αλληλεπίδραση μιας υπερ-οριακής ηλεκτρονικής δέσμης με το ίδιο το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο που δημιουργεί. Σε αντίθεση με τις κλασικές λυχνίες κενού, ο Vircator δεν απαιτεί εξωτερική σύζευξη ή πλέγματα ελέγχου. Αντίθετα, η ταλάντωση προκύπτει μέσω της διαμόρφωσης του ρεύματος της δέσμης λόγω σχηματισμού μιας εικονικής καθόδου.

Η αρχή λειτουργίας βασίζεται στη δημιουργία ενός δυναμικού φράγματος εντός της διόδου, το οποίο προκαλεί περιοδική συσσώρευση και ανάκλαση ηλεκτρονίων. Οι διακυμάνσεις αυτές οδηγούν στη δημιουργία ταλαντώσεων τόσο στο ηλεκτρικό πεδίο όσο και στην πυκνότητα ρεύματος, οι οποίες τελικά μετατρέπονται σε εκπεμπόμενη ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία στη μικροκυματική περιοχή.

Ένας Vircator αποτελείται συνήθως από μία διάταξη καθόδου – ανόδου μέσα σε αγωγίμη κοιλότητα ή κυματοηγό. Η κάθοδος φορτίζεται με υψηλή αρνητική τάση (συνήθως της τάξης εκατοντάδων kV), ενώ η άνοδος, που μπορεί να είναι ένα μεταλλικό πλέγμα, βρίσκεται σε γείωση ή θετικό δυναμικό. Η απότομη εφαρμογή τάσης προκαλεί την εκπομπή ηλεκτρονίων από την κάθοδο είτε μέσω θερμιονικής εκπομπής είτε μέσω εκπομπής πεδίου, τα οποία επιταχύνονται προς την άνοδο.

Όταν η πυκνότητα του εκπεμπόμενου ρεύματος ξεπεράσει το όριο Child-Langmuir, ο νόμος του οποίου αναλύεται παρακάτω, το ηλεκτροστατικό πεδίο που δημιουργείται από τη συσσωρευμένη δέσμη αναπτύσσει δυναμικό ικανό να ανακλά μέρος των ηλεκτρονίων. Έτσι, δημιουργείται μια περιοχή αυξημένου αρνητικού φορτίου μεταξύ καθόδου και ανόδου, η εικονική κάθοδος (virtual cathode).

Η εικονική κάθοδος δεν είναι στατική, αλλά μετακινείται περιοδικά καθώς το ηλεκτρικό πεδίο μεταβάλλεται, δημιουργώντας ένα μηχανισμό ταλάντωσης. Καθώς τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται και ανακλώνται μεταξύ της φυσικής και της εικονικής καθόδου, ένα μέρος της κινητικής τους ενέργειας μετατρέπεται σε ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, η οποία συνήθως εξάγεται μέσω ενός ανοίγματος ή κυματοηγού.

Η λειτουργία των Vircator μπορεί να περιγραφεί ποιοτικά από την εξίσωση του Poisson για το ηλεκτροστατικό δυναμικό:

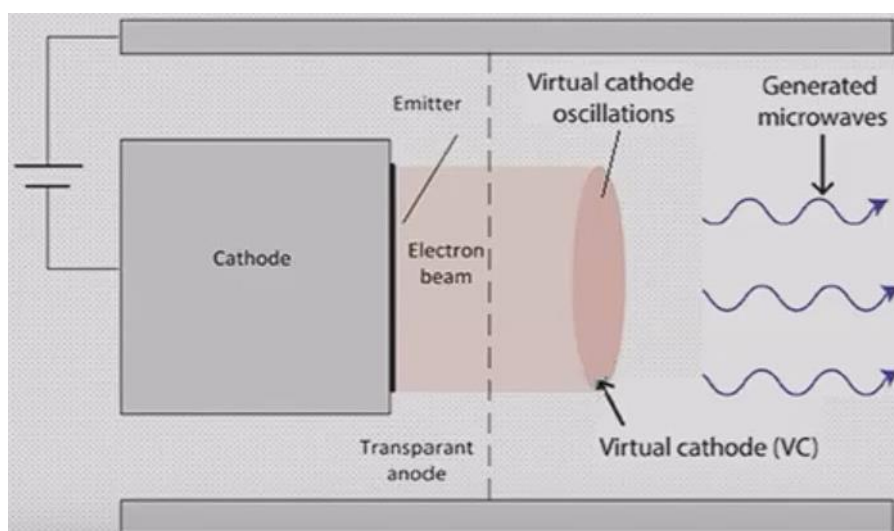
$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.1)$$

και την εξίσωση συνέχειας:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot J = 0 \quad (2.2)$$

Η λύση των εξισώσεων αυτών σε συνδυασμό με τις εξισώσεις κίνησης των ηλεκτρονίων, που σημειώνονται παρακάτω, επιτρέπει την πρόβλεψη της στιγμιαίας κατανομής δυναμικού και της θέσης της εικονικής καθόδου.

Η δημιουργία της εικονικής καθόδου εμφανίζεται όταν η συνολική ενέργεια των ηλεκτρονίων είναι ανεπαρκής για να υπερνικήσει το τοπικό ηλεκτροστατικό φράγμα. Τότε, τα ηλεκτρόνια ανακλώνται και σχηματίζουν μια περιοχή εγκλωβισμού όπου η μέση ταχύτητα είναι μηδενική. Η συχνότητα ταλάντωσης της εικονικής καθόδου προσεγγίζει τη συχνότητα πλάσματος της δέσμης, η οποία καθορίζει και το φάσμα της εκπεμπόμενης μικροκυματικής ακτινοβολίας.



Εικόνα 2.1: Εικονική κάθοδος (VC)

Υπάρχουν διάφορες αρχιτεκτονικές υλοποιήσεις, ανάλογα με τον τρόπο σύζευξης και εκπομπής της ακτινοβολίας:

- Διοδικός Vircator (Diode Vircator), που είναι η πιο απλή μορφή και η εκπομπή προκύπτει απευθείας από τη δέσμη μεταξύ καθόδου και ανόδου.
- Κοιλοτικός Vircator (Cavity Vircator), όπου η άνοδος και η κάθοδος βρίσκονται εντός συντονιστικής κοιλότητας, η οποία ενισχύει συγκεκριμένες ιδιοσυχνότητες.
- Vircator με κυματοδηγό, όπου συνδέεται με έξοδο τύπου waveguide και μέσω αυτής εξάγεται η ακτινοβολία προς φορτίο ή κεραία.
- Hybrid ή Reflector Vircator, όπου γίνεται η χρήση επιπλέον ανακλαστήρα ή δευτερεύουσας κοιλότητας για την αύξηση της απόδοσης και για καλύτερο έλεγχο της συχνότητας.

Η επιλογή της διάταξης εξαρτάται από τις απαιτήσεις σε ισχύ, σταθερότητα συχνότητας και αποδοτικότητα σύζευξης. Συνήθως, οι κοιλοτικοί Vircator προσφέρουν πιο ελεγχόμενη φασματική απόκριση, ενώ οι απλές δίοδοι προτιμώνται για υψηλότερη ισχύ και μικρότερο χρόνο ανύψωσης.

Όσον αφορά στις βασικές φυσικές παραμέτρους, η συμπεριφορά του Vircator εξαρτάται από:

- Τάση επιτάχυνσης (V), η οποία καθορίζει την ενέργεια των ηλεκτρονίων και το όριο Child-Langmuir
- Το διάκενο ανόδου – καθόδου (d), που επηρεάζει τη θέση της εικονικής καθόδου και τη συχνότητα ταλάντωσης
- Ρεύμα δέσμης (J), όπου υπερβαίνοντας το οριακό ρεύμα Alfven, προκαλείται σχηματισμός της εικονικής καθόδου
- Μαγνητικό πεδίο καθοδήγησης (B), που βοηθά στη συγκράτηση της δέσμης κατά μήκος του άξονα και στην αποφυγή εκτροπών
- Γεωμετρία κοιλότητας, η οποία καθορίζει τις ιδιοσυχνότητες και την αποδοτικότητα μετατροπής ενέργειας.

2.2 Εξισώσεις κίνησης και ζεύξη με τα πεδία Maxwell

Η φυσική περιγραφή της λειτουργίας του Vircator βασίζεται στη δυναμική των ηλεκτρονίων μέσα σε ισχυρά ηλεκτρομαγνητικά (H/M) πεδία. Η κίνηση των ηλεκτρονίων διέπεται από το νόμο Lorentz, ο οποίος σε διανυσματική μορφή δίνεται από :

$$\frac{dp}{dt} = q(E + v \times B) \quad (2.3)$$

$$p = \gamma m_e v$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (2.4)$$

$$\gamma_0 = 1 + \frac{eV_0}{mc^2} \quad (2.5)$$

όπου p είναι η ορμή, γ ο σχετικιστικός παράγοντας και γ₀ ο σχετικιστικός παράγοντας κατά την έγχυση.

Τα πεδία εξελίσσονται χρονικά σύμφωνα με τις εξισώσεις του Maxwell:

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.6)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2.7)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.8)$$

$$\nabla \times B = \mu_0 J + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t} \quad (2.9)$$

Η σύζευξη μεταξύ φορτίων και πεδίων επιτυγχάνεται μέσω των πυκνοτήτων ρ και J , οι οποίες καθορίζονται από τη θέση και την ταχύτητα των ηλεκτρονίων. Στην αριθμητική προσομοίωση, οι εξισώσεις αυτές διακριτοποιούνται στο πλέγμα Yee, ώστε να επιτευχθεί σταθερή και ενεργειακά συνεπής χρονική ολοκλήρωση. Η ενέργεια που μεταφέρεται από τα πεδία στα φορτία περιγράφεται από το θεώρημα Poynting, το οποίο συνδέει τη μεταβολή της ενεργειακής πυκνότητας με τη ροή ενέργειας στο χώρο.

2.3 Νόμος Child-Langmuir

Ο νόμος Child-Langmuir δίνει την οριακή πυκνότητα ρεύματος χώρου – φορτίου για επίπεδη δίοδο:

$$J_{SCL} = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{V^{3/2}}{d^2}, \quad (2.10)$$

με υποθέσεις ψυχρής, μη σχετικιστικής έγχυσης και επίπεδης γεωμετρίας. Λαμβάνοντας υπόψη τα συνήθως εμφανιζόμενα μεγέθη σε παλμικές και σχετικιστικές μικροκυματικές λυχνίες, ο νόμος Child-Langmuir για την επίπεδη δίοδο απείρων πλακών μπορεί να γραφεί και ως

$$J_{SCL} = 2.33 \frac{V^{3/2}}{d^2} [kA/cm^2] \quad (2.11)$$

ενώ για εκπομπέα ακτίνας a προσεγγίζουμε $I \approx J_{SCL}\pi a^2$. Ο SCL (space charge limited) είναι κρίσιμος για το αν θα σχηματισθεί εικονική κάθοδος (VC), όταν δηλαδή ($J_{drive} > J_{CL}$) η δέσμη δεν μπορεί να μεταφερθεί ομαλά προς την άνοδο και συσσωρεύεται φορτίο. Πλήθος επεκτάσεων έχουν προταθεί: σχετικιστικές διορθώσεις, μη μηδενική αρχική ταχύτητα έγχυσης, θερμή εκπομπή, τρισδιάστατες/κυλινδρικές γεωμετρίες και μέσα με διηλεκτρικά στρώματα. Αυτές οι διατυπώσεις είναι χρήσιμες ως κριτήρια σχεδιασμού πριν βάλουμε την πλήρη PIC προσομοίωση, για να ορίσουμε ρεαλιστικές τιμές V , d και αναμενόμενα ρεύματα.

Στην κβαντική περιοχή, έχει δειχθεί τροποποίηση της κλιμάκωσης SCL και παρότι δεν είναι το σύνηθες καθεστώς στις vircator, είναι χρήσιμο ως όριο για μικρο – διατάξεις.

2.3.1 Μη σχετικιστική παραγωγή

Η κλασική μορφή βασίζεται στην ολοκλήρωση της εξίσωσης κίνησης σε στατικό ηλεκτροστατικό πεδίο και στη λύση της Poisson για επίπεδη δίοδο. Για πρακτικές εφαρμογές, η μη σχετικιστική εκδοχή δίνει ικανοποιητικούς εκτιμητές σε τάσεις όπου η ταχύτητα στο διάκενο παραμένει υπο-σχετικιστική.

2.3.2 Σχετικιστική διόρθωση

Για $\gamma \gg 1$, η κινητική ενέργεια προσεγγίζει $(\gamma - 1)m_e c^2 \approx eV$. Νεότερες εργασίες και ανασκοπήσεις συνοψίζουν σχετικιστικές – γεωμετρικές επεκτάσεις (1D/2D/3D) καθώς και οριακές περιπτώσεις (θερμή εκπομπή, πεδία καθοδήγησης). Σε ακραία μικρά διάκενα προκύπτουν και κβαντικές τροποποιήσεις στην κλιμάκωση.

2.4 Γραμμική θεωρία πλάσματος

Η μη σχετικιστική συχνότητα ηλεκτρονικού πλάσματος είναι

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}}, \quad (2.11)$$

με πρακτική μορφή $f_p \approx 8.98 \times 10^3 \sqrt{n_e}$. Σε σχετικιστικά ρεύματα, η αδρανειακή μάζα αυξάνει και η αποτελεσματική συχνότητα μειώνεται. Η γραμμική θεωρία, ψυχρό πλάσμα, παρέχει τον τανυστή διηλεκτρικότητας και τις σχέσεις διασποράς για επιβαλλόμενα B_0 , το οποία είναι χρήσιμα για την ερμηνεία κυμάτων και CMA διαγραμμάτων και στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται ερμηνευτικά για να διαχωριστούν οι ιδορρυθμοί.

2.4.1 Ταλαντώσεις πλάσματος

Σε μικρές διαταραχές γύρω από ομογενές n_e , η ηλεκτροστατική ταλάντωση έχει ιδιοσυχνότητα ω_p . Στον vircator, οι ταλαντώσεις αυτές σχετίζονται με την ταλάντωση VC και εμφανίζονται στο φάσμα άνω της βασικής συχνότητας cavity.

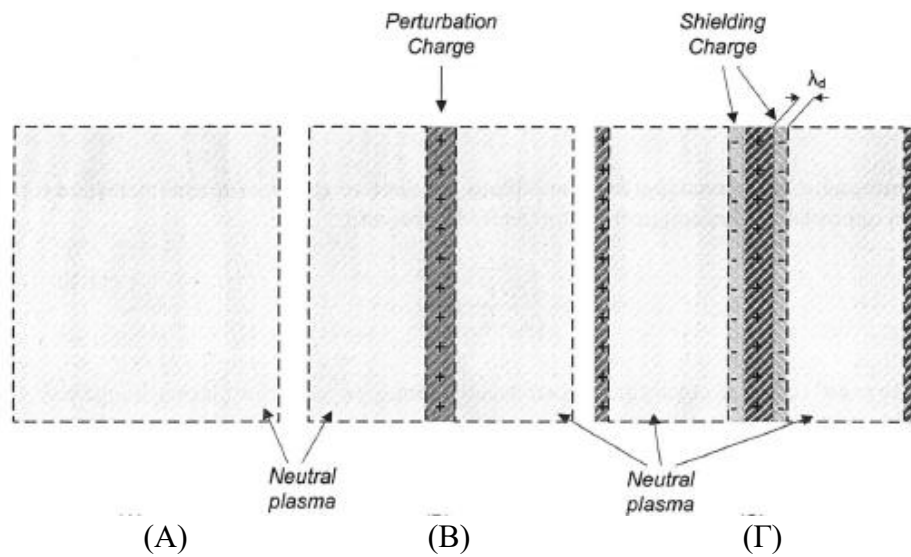
2.4.2 Θωράκιση Debye

Το μήκος Debye:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_e e^2}}, \quad (2.12)$$

καθορίζει την κλίμακα εξομάλυνσης ηλεκτροστατικών διαταραχών. Σχεδιαστικά, απαιτείται έλεγχος του πλέγματος/χρόνου ώστε να μην καταστρέφονται οι φυσικές κλίμακες (π.χ. Δx ως προς c/ω_p) όταν κυνηγάμε συχνότητες GHz. Σε EM-PIC με μικρό T_e , η λ_D , μπορεί να είναι πολύ μικρότερη του κελιού, χωρίς όμως αυτό να καθιστά αναξιόπιστη την προσομοίωση της ηλεκτρομαγνητικής δυναμικής. Για τη VC, το κρίσιμο ηλεκτρομαγνητικό μήκος είναι το skin depth πλάσματος δ , το οποίο πρέπει να

δειγματοληπτείται επαρκώς όταν μελετάμε τη δυναμική της VC και τη σύζευξη με τον ιδιορρυθμό.



Εικόνα 2.2: Θωράκιση Debye

Εισάγεται ένα θετικό χωρικό φορτίο (B), σε ένα ουδέτερο πλάσμα (A). Το φορτίο αυτό προκαλεί ένα ηλεκτρικό πεδίο που έλκει ηλεκτρόνια από το πλάσμα. Το πλάσμα έχει θωρακίσει την εξωτερικά επιβεβλημένη ηλεκτρική ανομοιομορφία (Γ), που όπως φαίνεται στην εικόνα 2.2 το πλάσμα στη γύρω περιοχή παραμένει ηλεκτρικά ουδέτερο.

2.5 Ισοζύγιο ενέργειας και διάνυσμα Poynting

Το θεώρημα Poynting παρέχει την εξίσωση ισοζυγίου ενέργειας πεδίων – σωματιδίων:

$$\partial_t \left(\frac{\epsilon_0}{2} \|E\|^2 + \frac{1}{2\mu_0} \|B\|^2 \right) + \nabla \cdot S = -J \cdot E, \quad (2.13)$$

$$S = \frac{1}{\mu_0} E \times B \quad (2.14)$$

Στο πλαίσιο Vircator, η ολοκλήρωση της ροής S_x σε κατάλληλο επίπεδο (θύρα/άκρο κοιλότητας) δίνει ισχύ εξόδου και επιτρέπει ενεργειακούς ισολογισμούς/αποδόσεις σε PIC.

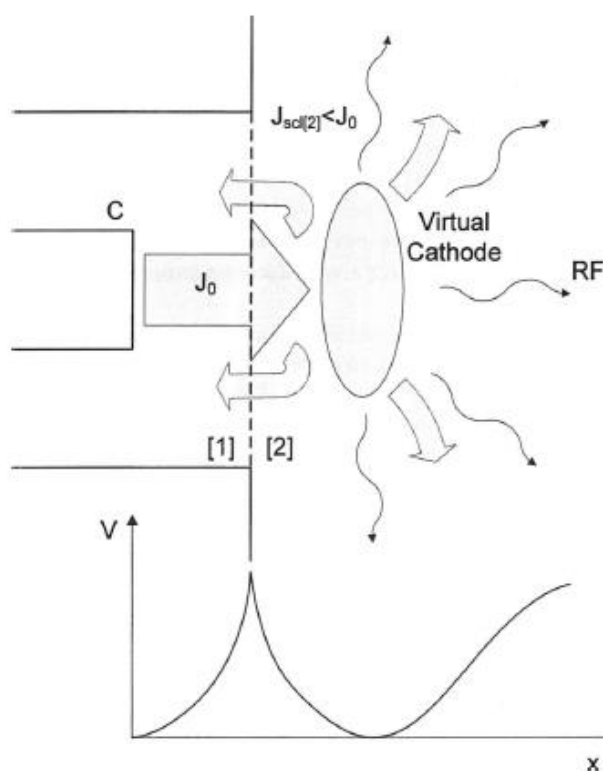
2.6 Διασπορά ψυχρού πλάσματος

Η γενική σχέση διασποράς για ψυχρό, (μαγνητισμένο) πλάσμα συνοψίζεται στον τανυστή διηλεκτρικότητας και για υψηλές συχνότητες ανάγεται στην εξίσωση Appleton – Hartree για το δείκτη διάθλασης n^2 (ω , k , θ). Χρησιμοποιείται ευρέως σε γραμμική ανάλυση, CMA διαγράμματα και στην ερμηνεία κυμάτων whistler/ordinary/extraordinary και άλλα. Για το σκοπό μας, λειτουργεί ως οδηγός για

το που θα «κάθονται» οι ιδιορρυθμοί και πως επηρεάζονται από ω_p , Ω_{ce} και τη γωνία ως προς το B_0 .

2.7 Κριτήριο εμφάνισης εικονικής καθόδου

Η VC εμφανίζεται όταν το χωρικό φορτίο υπερβεί το όριο Chlid-Langmuir, δημιουργώντας φράγμα δυναμικού που ανακλά μέρος της δέσμης και οδηγεί σε ταλάντωση. Η θέση και η δυναμική της VC εξαρτώνται από τη γεωμετρία, οριακές συνθήκες, οδηγό πεδίο και από τον τρόπο εξαγωγής ισχύος. Μελέτες έχουν δείξει ότι η μηχανική της VC συνδέεται στενά με την απόδοση και με κατάλληλη εξαγωγή μπορούν να βελτιώσουν τη σταθερότητα της συχνότητας με μια σχετική πτώση στην απόδοση. Στην εικ. 2.3 φαίνεται η μεταβολή του δυναμικού στο χώρο και ο ταλαντωτής εικονικής καθόδου, με την περιοχή [1] να είναι αυτή της διόδου και τη [2] να είναι ο αδρανής χώρος.



Εικόνα 2.3: Ταλαντωτής εικονικής καθόδου και η μεταβολή του δυναμικού στο χώρο.

2.8 Ρόλος Μαγνητικού Πεδίου

Όσον αφορά στην αξονική μαγνήτιση, αυτή επηρεάζει το κρίσιμο ρεύμα και τη σταθερότητα. Αυξανόμενο B_0 τείνει να μειώνει το ρεύμα έναρξης VC μέχρι ένα βέλτιστο (ελάχιστο) και για ισχυρό B_0 να προσεγγίζει την 1D θεωρία. Ωστόσο, σε ορισμένες διατάξεις η εξωτερική μαγνήτιση μπορεί να μειώσει την κορυφαία ισχύ και απόδοση, λόγω αλλαγών στη δέσμη και σε μηχανισμούς πολλαπλών VC, άρα απαιτείται προσεκτική παραμετροποίηση.

2.9 Σημειώσεις για κοιλότητα και συντονισμό

Η προσθήκη κοιλότητας ή κατάλληλης εξόδου/κυματοδηγού μπορεί να κλειδώσει τη συχνότητα σε ιδιορρυθμό f_0 και να βελτιώσει το φασματικό εύρος. Παράλληλα, ο τρόπος σύζευξης (οπές, θυρίδες, φορτία) επηρεάζει την αποδοτικότητα. Πλήθος εργασιών μελετούν βελτιώσεις επί της αποδοτικότητας μέσω cavity design και των γεωμετρικών λεπτομερειών (σχήμα ηλεκτροδίων, πλέγμα ανόδου, υλικά).

Η κοιλότητα περιγράφεται από αποθηκευμένη ενέργεια

$$U = \frac{1}{2} \int (\epsilon_0 |E|^2 + \mu_0^{-1} |B|^2) dV \quad (2.15)$$

και απώλειες P_d . Ο παράγοντας ποιότητας

$$Q_0 = \omega_0 \frac{U}{P_d}, \quad (2.16)$$

διακρίνει εσωτερικές απώλειες. Ο χρόνος απόσβεσης ring-down είναι $\tau = 2Q_L/\omega_0$. Σε θύρα μονοτροπική, η προσαρμογή εκφράζεται από:

$$|S_{11}|^2 = \left(\frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)^2 \quad (2.17)$$

Ο Vircator αποτελεί ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτοταλαντούμενης πηγής υψηλής ισχύος, όπου η μη γραμμική αλληλεπίδραση φορτίων και πεδίων οδηγεί στην εκπομπή μικροκυμάτων. Η κατανόηση της λειτουργίας του απαιτεί συνδυασμό θεωρητικής ανάλυσης, αριθμητικής προσομοίωσης και πειραματικής επαλήθευσης. Η θεωρητική βάση που παρουσιάστηκε στο παρόν κεφάλαιο θέτει το υπόβαθρο για την υλοποίηση της προσομοίωσης που ακολουθεί, με στόχο τη μελέτη των παραμέτρων που καθορίζουν την απόδοση και τη φασματική συμπεριφορά του συστήματος.

Κεφάλαιο 3

Αριθμητικές Μέθοδοι

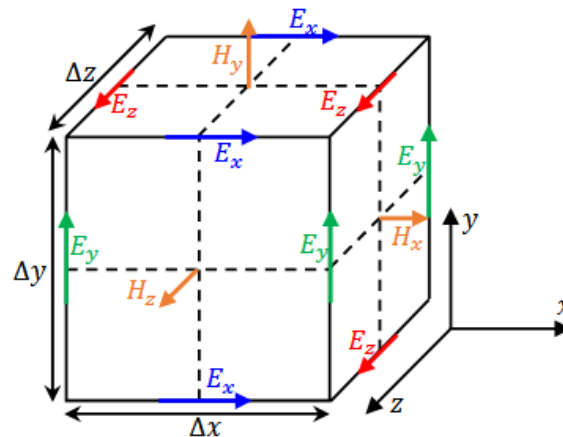
3.1 Μέθοδος Particle-In-Cell (PIC)

Η προσομοίωση της vircator υλοποιείται με ηλεκτρομαγνητικό Particle-In-Cell (PIC). Ο στόχος γενικά είναι η ζεύξη σωματιδίων και πεδίων. Σε κάθε βήμα χρόνου αποθέτουμε φορτία και ρεύματα από τα σωματίδια στο πλέγμα, λύνουμε τις εξισώσεις Maxwell στο πλέγμα και ενημερώνουμε την ταχύτητα και θέση των σωματιδίων. Τέλος, εξάγουμε διαγνωστικά, όπως ροή Poynting και ρεύμα ανόδου.

Η μέθοδος στηρίζεται σε πλέγμα Yee/FDTD (finite difference time domain) για τα πεδία, Boris pusher για τα σωματίδια και charge-conserving απόθεση ρεύματος τα οποία αναλύονται παρακάτω. Η επιλογή αυτή είναι συνηθισμένη για vircators, επειδή συνδυάζει ενεργειακή συνέπεια στα πεδία με σταθερή ολοκλήρωση της κίνησης των σωματιδίων.

3.2 Διακριτοποίηση πεδίων - πλέγμα Yee/FDTD

Χρησιμοποιείται το staggered πλέγμα Yee, το οποίο τοποθετεί τις συνιστώσες E και B με μισό κελί μετατόπιση στο χώρο και μισό βήμα στο χρόνο. Έτσι έχουμε πολύ καλή συμπεριφορά στο ισοζύγιο ενέργειας και χαμηλό αριθμητικό σπινθήρισμα συγκριτικά με collocated πλέγματα.



Εικόνα 3.1: Πλέγμα Yee αλγορίθμου FDTD

Η ενημέρωση γράφεται:

$$B^{n+\frac{1}{2}} = B^{n-\frac{1}{2}} - \Delta t (\nabla_h \times E^n), \quad (3.1)$$

$$E^{n+1} = E^n + \Delta t \left(\frac{1}{\varepsilon_0} \nabla_h \times B^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{\varepsilon_0} J^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (3.2)$$

Κριτήριο CFL (σταθερότητας):

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\Delta x^{-2} + \Delta y^{-2} + \Delta z^{-2}}}, \quad (3.3)$$

όπου για κυβικό πλέγμα, $\Delta x = \Delta y = \Delta z$, ισχύει:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c\sqrt{3}} \quad (3.4)$$

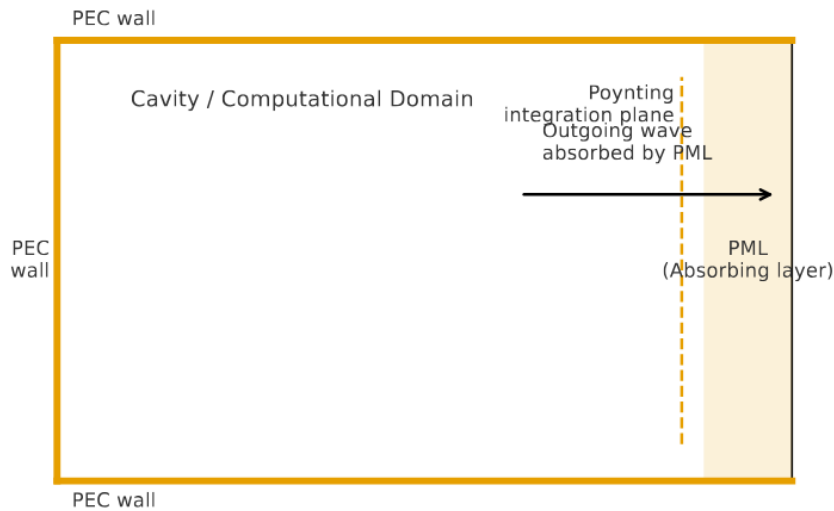
Η αριθμητική διασπορά σημαίνει ότι η φάση των κυμάτων διαφέρει ελαφρά από την αναλυτική, το οποίο ελέγχεται με αρκετά κελιά ανά μήκος κύματος (τυπικά παραπάνω από 15-20) στο εύρος συχνοτήτων ενδιαφέροντος, ειδικά αν θέλουμε πιο ακριβή μέτρηση φάσματος/ιδιορρυθμών σε GHz.

Σε ότι αφορά τις οριακές συνθήκες, όπου

$$\hat{n} \times E = 0 \quad (3.5)$$

$$\hat{n} \cdot B = 0 \quad (3.6)$$

για τις vircator η καλύτερη πρακτική είναι PEC (Perfect Electric Conductor) στους αγωγίμους τοίχους και PML (Perfectly Matched Layer) στις θύρες εξόδου. Η επιλογή αυτή ελαχιστοποιεί τεχνητές ανακλάσεις, επιτρέπει καθαρή μέτρηση της εκπεμπόμενης ισχύος μέσω της ροής Poynting και αναπαριστά ρεαλιστικά τη σύζευξη της κοιλότητας με ελεύθερο χώρο/κυματοδηγό.



Εικόνα 3.2: Οριακές συνθήκες στον υπολογιστικό χώρο: PEC στα αγωγίμα τοιχώματα/ηλεκτρόδια και PML στην ανοικτή διεπαφή για απορρόφηση εξερχόμενων κυμάτων. Η ισχύς εξόδου υπολογίζεται από τη ροή Poynting σε επίπεδο πριν από την PML.

3.3 Προώθηση σωματιδίων – Boris pusher

Ο Boris pusher είναι ενεργειακά ουδέτερος στο καθαρά μαγνητικό βήμα και εξαιρετικά σταθερός για μεγάλα B. Σκοπός εδώ είναι, όπως σημειώθηκε και παραπάνω, η ενημέρωση της ταχύτητας και της θέσης των σωματιδίων με ελάχιστη αριθμητική διάχυση και διατήρηση ενέργειας. Ο Boris χωρίζει την ώση qE/m σε δύο μισά βήματα γύρω από μια καθαρή περιστροφή στο B.

- Ηλεκτρικό μισό βήμα:

$$u^- = \gamma^{n-\frac{1}{2}} v^{n-\frac{1}{2}} + \frac{q\Delta t}{2m} E^n \quad (3.7)$$

- Περιστροφή στο B:

$$t = \frac{q\Delta t}{2m\gamma^-} B^{n+\frac{1}{2}}, \quad s = \frac{2t}{1+t^2} \quad (3.8)$$

$$u' = u^- + u^- \times t \quad (3.9)$$

$$u^+ = u^- + u' \times s \quad (3.10)$$

- Ηλεκτρικό μισό βήμα:

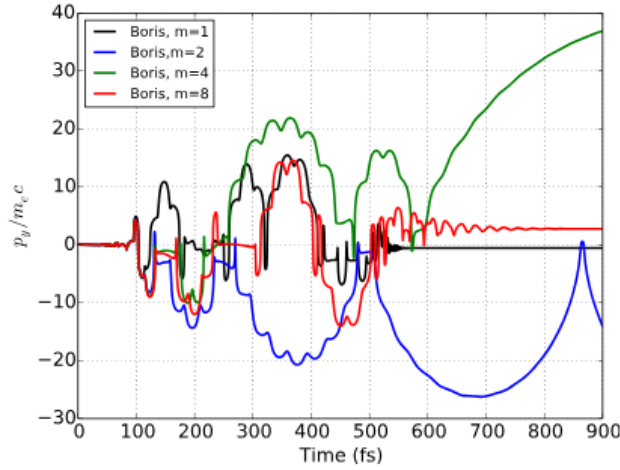
$$u^{n+\frac{1}{2}} = u^+ + \frac{q\Delta t}{2m} E^n \quad (3.11)$$

- Ανάκτηση v , ενημέρωση θέσης:

$$\gamma^{n+\frac{1}{2}} = \sqrt{1 + \frac{|u^{n+\frac{1}{2}}|^2}{c^2}}, \quad v^{n+\frac{1}{2}} = \frac{u^{n+\frac{1}{2}}}{\gamma^{n+\frac{1}{2}}}, \quad (3.12)$$

$$x^{n+\frac{1}{2}} = x^n + \Delta t v^{n+\frac{1}{2}} \quad (3.13)$$

Να σημειωθεί ότι, η relativistic εκδοχή χρησιμοποιεί γ^- στο στάδιο περιστροφής.



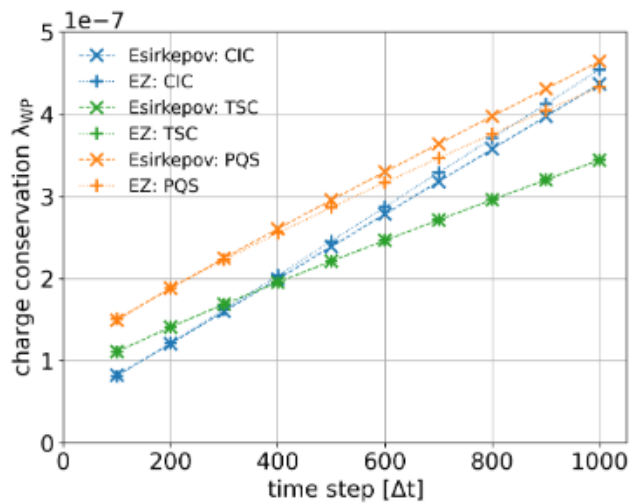
Εικόνα 3.3: Τα αποτελέσματα από τη χρήση του Boris Pusher. Δεν παρατηρείται σύγκλιση από την αύξηση της m .

3.4 Απόθεση Φορτίου/Ρεύματος

Η απλή απόθεση NGP/CIC/TSC μπορεί να παραβιάσει τη διακριτή εξίσωση συνέχειας αν δεν αντιμετωπιστεί προσεκτικά. Για ακριβή διατήρηση φορτίου χρησιμοποιούνται:

- Villasenor – Buneman (1992), που παρουσιάζει αυστηρή συνέπεια για τοπικούς επιλύτες.
- Esirkepon (2001), που παρέχει ακριβή κατασκευή του ρεύματος τέτοια που ικανοποιεί τη διακριτή $\partial_t \rho + \nabla_h \cdot J = 0$ για γενικό σχήμα σωματιδίου και είναι σημείο αναφοράς για σύγχρονα PIC.

Πρακτικά, χρησιμοποιούμε CIC/TSC για μείωση θορύβου και Esirkepon (ή το νεότερο EZ υβρίδιο Esirkepon-ZigZag για κατάθεση ρεύματος).



Εικόνα 3.4: Εξέλιξη της διατήρησης φορτίου με την πάροδο του χρόνου στην προσομοίωση θερμού πλάσματος για την EZ και τη μέθοδο Esirkepon

3.5 Επιλογές διακριτοποίησης και σταθερότητας για vircator

Η επιλογή που χωρικού βήματος Δx καθορίζεται από δύο φυσικές κλίμακες. Πρώτον, τη δέσμη/γεωμετρία (αιχμές καθόδου-ανόδου, οπές, πλέγματα) που θέτει ελάχιστη χωρική ανάλυση για να αποδοθούν σωστά οι ισχυρές χωρικές μεταβολές των πεδίων. Δεύτερον, τη μικροφυσική του πλέγματος, δηλαδή το μήκος Debye λ_D , την κλίμακα εξομάλυνσης ηλεκτροστατικών διαταραχών, και την κλίμακα ηλεκτρομαγνητικής απόκρισης $d_e = c/\omega_p$ (αν $\omega \ll \omega_p$), δηλαδή το μήκος αδράνειας του ηλεκτρονίου. Αν θέλουμε να αποδώσουμε σωστά την H/M δυναμική γύρω από τη VC είναι καλό το Δx να μην υπερβαίνει σημαντικά το d_e . Ένας πρακτικός κανόνας είναι

$$\Delta x \leq \min\left(\frac{c}{10f_{target}}, 0.3 \frac{c}{\omega_p}\right), \quad (3.14)$$

ώστε να διαθέτουμε τουλάχιστον 15-20 κελιά ανά μήκος κύματος στο ζητούμενο εύρος συχνοτήτων GHz και να περιορίζουμε τη διασπορά του FDTD. Σε ότι αφορά το χρονικό βήμα Δt αυτό υπόκειται στον κανόνα CFL του FDTD, στον οποίο έγινε αναφορά παραπάνω και αφετέρου στη λύση των ταλαντώσεων του πλάσματος.

Συγκεντρωτικά, επιθυμητό για τις vircator είναι:

$$\Delta t = \min\left(0.95\Delta t_{CFL}, \frac{0.2}{\omega_p}\right) \quad (3.15)$$

Τέλος, ο αριθμός των σωματιδίων ανά κελί (PPC) επηρεάζει άμεσα το θόρυβο δειγματοληψίας. Για 3D, αφετηρία είναι τα 16-64e⁻/κελί, αυξάνοντάς τα κοντά στη δίοδο και στις περιοχές που σχηματίζονται VC.

3.6 Μοντελοποίηση διόδου και εκπομπής καθόδου

Η κάθοδος προσομοιώνεται ως αγωγίμη επιφάνεια (PEC) στην οποία ορίζεται περιοχή εκπομπής. Χρησιμοποιούνται δύο μηχανισμοί:

- α) Space-charge-limited (SCL), όπου επιβάλλεται ροή ιόντων/ηλεκτρονίων μέχρι το τοπικό όριο Child-Langmuir με κατεύθυνση προς την άνοδο.
- β) Field emission Fowler-Nordheim, με νόμο

$$J(E) = AE^2 \exp\left(-\frac{B}{|E|}\right), \quad (3.16)$$

όπου ενσωματώνεται συντελεστής ενίσχυσης πεδίου β για αιχμηρές γεωμετρίες. Η άνοδος μπορεί να έχει πλέγμα/οπές, του οποίου η διαπερατότητα λειτουργεί ως ρύθμιση του reflexing.

3.7 Διάγνωση και μετρικές

Η διάγνωση βασίζεται σε εικονικούς ανιχνευτές (probes) των $E(t)$, $B(t)$ σε επιλεγμένα σημεία της κοιλότητας, των οποίων τα FFT δίνουν κύρια συχνότητα και εύρος. Η εκπεμπόμενη ισχύς υπολογίζεται από τη ροή Poynting σε επιφάνεια εξόδου:

$$S = \frac{1}{\mu_0} E \times B, \quad P_{out}(t) = \int_A S \cdot \hat{n} dA, \quad \varepsilon_{out} = \int P_{out}(t) dt \quad (3.17)$$

και εξετάζονται τόσο η στιγμιαία όσο και η μέση τιμή. Το ρεύμα διόδου εξάγεται από την ολοκλήρωση $J \cdot dA$ στην επιφάνεια ανόδου. Ο σχηματισμός της εικονικής καθόδου (VC) παρακολουθείται με το προφίλ φορτίου $\rho(x)$, τη θέση $x_{vc}(t)$ και την ταλάντωσή της ($\omega_p/2\pi$), εκτός αν υπάρξει κλείδωμα σε ιδιορρυθμό κοιλότητας. Για την ποιότητα συντονισμού χρησιμοποιούμε τον παράγοντα ποιότητας Q , είτε από ring-down, είτε από το λόγο αποθηκευμένη ενέργεια/απώλειες. Τέλος, η απόδοση ορίζεται ως

$$\eta = \frac{P_{out}}{VI} \quad (3.18)$$

όπου V και I το στιγμιαίο ή παλμικό RMS τροφοδοσίας της διόδου.

3.8 Αλγόριθμος PIC loop

Η προσομοίωση ξεκινά με αρχικοποίηση του πλέγματος Yee, των οριακών συνθηκών, της γεωμετρίας διόδου/κοιλότητας, των βημάτων Δx , Δt και της αρχικής φόρτισης σωματιδίων. Τα πεδία τίθενται μηδενικά ή σύμφωνα με τη bias διάταξη.

Για κάθε βήμα χρόνου $n = 0, \dots, N-1$ εκτελούνται τα εξής:

- 1) Απόθεση ρ^n και $J^{n+1/2}$ από τις τροχιές των σωματιδίων με charge-conserving μέθοδο
- 2) Ενημέρωση πεδίων με FDTD-Yee:

$$B^{n+\frac{1}{2}} \leftarrow B^{n-\frac{1}{2}} - \Delta t (\nabla_h \times E^n), \quad (3.19)$$

$$E^{n+1} \leftarrow E^n + \Delta t \left(\frac{1}{\varepsilon_0} \nabla_h \times B^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{\varepsilon_0} J^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (3.20)$$

- 3) Προώθηση σωματιδίων με Boris pusher, δηλαδή ενημέρωση $v^{n \pm \frac{1}{2}}$ και $x^n \rightarrow x^{n+1}$ με μισό βήμα qE/m , περιστροφή στο B και δεύτερο μισό βήμα qE/m
- 4) Επιβολή ορίων πεδίων και σωματιδίων (απορρόφηση στην άνοδο ή ανακλάσεις στους τοίχους, ανάλογα με τη φυσική συνθήκη)
- 5) Εκπομπή/έγχυση όπου δημιουργούνται νέα σωματίδια στην κάθοδο βάσει SCL ή Fowler-Nordheim
- 6) Διαγνωστικά, όπου γίνεται καταγραφή των probes/FFT, ροής Poynting και των ρευμάτων

3.9 Διαμόρφωση για vircator με κοιλότητα

Θέτουμε στόχο συχνότητας $f_0 \approx 1-5$ GHz, ανάλογα με τη γεωμετρία και διαλέγουμε πλέγμα ώστε να εξασφαλίζονται τουλάχιστον 15-20 κελιά ανά μήκος κύματος ($\Delta x \leq c/20f_0$). Το χρονικό βήμα λαμβάνεται $\Delta t = 0.95\Delta t_{CFL}$ και ελέγχεται έναντι της πλάσμα-κλίμακας ($\Delta t \leq 0.2/\omega_p$). Για το θόρυβο, baseline PPC = 32 σε 3D (με αύξηση σε 64 γύρω από τη δίοδο).

Η απόθεση γίνεται με CIC σχήμα σωματιδίου και Esirkeron για το ρεύμα. Τα όρια είναι PEC στην κοιλότητα και PML στις θύρες εξαγωγής. Η κάθοδος ακολουθεί Fowler-Nordheim με ρυθμιζόμενο β ώστε να μελετηθεί ο χρόνος έναρξης εκπομπής. Τα διαγνωστικά περιλαμβάνουν 2-3 probes μέσα στην κοιλότητα και 1 στην έξοδο, μαζί με logging των $V(t)$ και $I(t)$ της διόδου.

3.10 Επικύρωση και σύγκριση με θεωρία

Η αξιοπιστία της προσομοίωσης ελέγχεται με σειρά από δοκιμές. Πρώτα, ένα κύμα στο κενό παρέχει την αριθμητική διασπορά $\omega(k)$. Έπειτα, σε 1D δίοδο Child-Langmuir μετρίεται η κλιμάκωση $J(V,d)$ και συγκρίνεται με τον αντίστοιχο τύπο. Στη συνέχεια, μια μικρή εκτροπή πυκνότητας δίνει την πλάσμα-συχνότητα ω_p μέσω FFT των ηλεκτροστατικών ταλαντώσεων. Τέλος, στη ring-down δοκιμή διεγείρεται ένας ιδιορρυθμός της κοιλότητας και αφήνουμε την κοιλότητα να ταλαντωθεί καθώς χάνεται η ενέργεια, έχοντας διακόψει τη διέγερση μετά από λίγους κύκλους. Έστερα, εξάγουμε τη συχνότητα του ρυθμού f_0 και τον παράγοντα ποιότητας $Q = \omega_0/2\alpha$.

3.11 Ζητήματα αριθμητικής σταθερότητας

Στις υπερσχετικιστικές ροές ($\beta \rightarrow 1$) μπορεί να εμφανιστεί numerical Cherenkov. Η μετριάσή του επιτυγχάνεται με μείωση του Δt , αύξηση της χωρικής ανάλυσης και με ήπια φίλτρα στα J και αν απαιτείται στα E . Η μη διατήρηση φορτίου είναι άλλη πηγή προβλημάτων, η οποία αντιμετωπίζεται με charge-conserving απόθεση. Τέλος, τεχνητές ανακλάσεις από τα όρια αλλοιώνουν το φάσμα και την ισχύ. Για τη μείωσή τους ρυθμίζουμε κατάλληλα το πάχος της PML, αποφεύγουμε ορθές γωνίες πολύ κοντά στην έξοδο και αφήνουμε μικρό κενό πριν τη ζώνη απορρόφησης.

Κεφάλαιο 4

Υλοποίηση Προσομοίωσης

4.1 Δομή και αρχιτεκτονική κώδικα

Στην ενότητα αυτή περιγράφεται ο σκελετός του EM-PIC κώδικα και ο τρόπος που αρθρώνονται τα επιμέρους υποσυστήματα. Ο στόχος είναι να γίνει σαφές πως ο κύριος βρόχος υλοποιεί τη φυσική του vircator με τρόπο σταθερό και αναπαραγωγικό. Ο κώδικας που απεικονίζεται στο παράρτημα Α χτίζει ένα ψηφιακό εργαστήριο όπου τα H/M πεδία και τα ηλεκτρόνια αλληλοεπιδρούν, δηλαδή τα πεδία σπρώχνουν τα σωματίδια και τα σωματίδια τροφοδοτούν με ρεύμα τα πεδία. Επιπλέον, παράγει τη δέσμη από την κάθοδο, σχηματίζει τη VC, την οποία κλειδώνει με την κοιλότητα και μετά μετρά ότι θα μετρούσαμε στο εργαστήριο, δηλαδή τα ρεύματα, την ισχύ, τις συχνότητες, τον παράγοντα ποιότητας Q και την απόδοση $\eta = P_{out}/(VI)$. Τέλος, επιτρέπει αλλαγές στη γεωμετρία και στις παραμέτρους και να δούμε άμεσα πως επηρεάζει το φάσμα και την ισχύ.

Η υλοποίηση της προσομοίωσης ακολουθεί τυπική ηλεκτρομαγνητική PIC αρχιτεκτονική, όπου δηλαδή τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία E , B διακριτοποιούνται στο Yee πλέγμα και εξελίσσονται χρονικά στο FDTD, ενώ τα φορτισμένα σωματίδια εξελίσσονται συνεχώς στο χώρο και ομαδοποιούνται με το πλέγμα μέσω κατάθεσης φορτίου/ρεύματος.

Η ροή κάθε βήματος είναι, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, απόθεση ρ , J με charge-conserving μέθοδο, ενημέρωση πεδίων, προώθηση σωματιδίων με Boris pusher, εφαρμογή οριακών συνθηκών (PEC/PML) και τέλος εκπομπή/έγχυση από την κάθοδο. Η επιλογή Δt ικανοποιεί ταυτόχρονα το CFL του FDTD και επαρκή δειγματοληψία των πλάσμα-ταλαντώσεων, όπως εξηγήθηκε αναλυτικά παραπάνω.

4.2 Αρχικοποίηση ηλεκτρονικής δέσμης και πεδίων

Στην κάθε προσομοίωσης ορίζεται η γεωμετρία της διόδου (κάθοδος/άνοδος, πιθανό πλέγμα ή οπές) και η κοιλότητα/κύκλωμα εξόδου. Η ηλεκτρονική δέσμη μπορεί να αρχικοποιηθεί με δύο τρόπους. Ο πρώτος είναι χωρίς σωματίδια και με μηδενικά E , B όπου η εκπομπή ξεκινά από την κάθοδο μέσω boundary-emission στο πρώτο βήμα. Ο δεύτερος είναι με προϋπάρχουσα δέσμη σε ισορροπία. Η επιλογή που γίνεται στη συγκεκριμένη υλοποίηση είναι ο πρώτος τρόπος, κάτι που θα φαίνεται και στον κώδικα

παρακάτω. Για ρεαλιστικούς Vircator, η εκπομπή στην κάθοδο ελέγχεται από πεδιακούς μηχανισμούς τύπου Fowler-Nordheim ή θερμοϊονικούς/Schottky, που γρήγορα μεταπίπτουν σε ροή Child-Langmuir, καθώς δημιουργείται πλασματικό μέτωπο. Αυτός είναι και ο τρόπος με τον οποίο έγινε η αρχικοποίηση στην παρούσα προσομοίωση.

4.3 Επίλυση Poisson για το αρχικό πεδίο

Για να εξασφαλίσουμε στατικό bias στο διάκενο, για να ξεκινήσει ορθά η έγχυση SCL ή για να επιβεβαιωθεί η αρχική κατανομή πεδίου στο diode gap, λύνουμε την Poisson:

$$\nabla^2 \varphi(x) = -\frac{\rho(x)}{e_0}, \quad E = -\nabla \varphi, \quad (4.1)$$

με PEC οριακές συνθήκες στα μέταλλα (φ = σταθερά σε κάθοδο/άνοδο) και κατάλληλες συνθήκες στην έξοδο. Η επίλυση γίνεται με γεωμετρικό multigrid ή με FFT-Poisson. Στη συνέχεια τα πεδία περνούν στο χρονικό solver ως αρχικές συνθήκες, ενώ το φορτίο εκπομπής ορίζεται με τέτοιο τρόπο ώστε να ικανοποιεί τοπικά το νόμο SCL για επίπεδη ή κυλινδρική δίοδο.

4.4 Ενσωμάτωση του Maxwell solver στο Yee grid

Ο λυτής πεδίων υλοποιήθηκε ως 2D TE_z FDTD στο πλέγμα Yee. Τα πεδία αποθηκεύονται σε τρεις πίνακες row-major NumPy: Ex[nx, ny], Ey[nx, ny], Ez[nx, ny]. Η χωρική διακριτοποίηση είναι ορθογώνια, με χαρακτηριστικές επιλογές Lx = 0.16 m, Ly = 0.09 m, nx = 320, ny = 180, δηλαδή Δx = Lx/nx = 0.5 mm και Δy = 0.5 mm. Η επιλογή αυτών των τιμών δίνει 18-60 κελιά/λ στο εύρος 1-4 GHz, γεγονός που περιορίζει την αριθμητική διασπορά και φασικό σφάλμα σε FDTD. Η χρονική ολοκλήρωση είναι ρητή, με βήμα Δt = 0.95 Δt_{CFL} για 2D. Με αυτά τα μεγέθη προκύπτει τυπικά Δt ≈ 5-6 ps. Σε σενάρια υψηλότερης ηλεκτρονικής πυκνότητας, εφαρμόστηκε επιπλέον περιορισμός Δt ≤ 0.2/ω_p για σωστή δειγματοληψία των πλάσματος ταλαντώσεων, όμως στις βασικές παραμέτρους ο CFL ήταν το ενεργό όριο.

Η χαρτογράφηση δεδομένων ακολουθεί την τυπική διάταξη Yee, όπου δηλαδή οι διαφορές υπολογίζονται με κεντρικά διαφορικά 2^{ης} τάξης και τα κυκλώματα curl ενημερώνουν εναλλάξ H_z και E. Η ενημέρωση γίνεται in-place για ελαχιστοποίηση κόστους μνήμης, ενώ για τα όρια τύπου PEC έγινε χρήση δυαδικής μάσκας (pec_mask) που μηδενίζει τα εφαπτομενικά E στα αντίστοιχα κελιά μετά από κάθε βήμα. Η ακρίβεια διατηρείται με περισσότερα από 18 κελιά ανά μήκος κύματος στη ζώνη στόχου GHz και με τοπική ενίσχυση ανάλυσης γύρω από το diode gap όταν χρειάστηκε (Δx ≤ 0.25 c/ω_p).

Για να μετριάζονται οι αριθμητικές αντανάκλασεις σε ανοικτές πλευρές, ο λυτής συνδυάζεται με CPML, ενώ το επίπεδο μέτρησης Poynting τοποθετείται δύο κελιά πριν τον απορροφητή, ώστε τα εξερχόμενα κύματα να μετριοούνται πριν αρχίσει η τεχνητή απορρόφηση.

4.5 Υλοποίηση του Boris Pusher

Η προώθηση ηλεκτρονίων υλοποιήθηκε με σχετικιστικό Boris σε σχήμα leapfrog. Οι καταστάσεις των σωματιδίων τηρούνται σε πυκνές NumPy δομές (xp, yp, vx, vy). Σε κάθε βήμα τα πεδία συλλέγονται στις θέσεις των σωματιδίων με CIC (τετραπλό βάρος 4 γειτονικών κελιών), εφαρμόζεται ηλεκτρικό μισό βήμα, καθαρή περιστροφή στη B_z και δεύτερο ηλεκτρικό μισό βήμα, όπως σημειώθηκε στο κεφάλαιο 3. Ο παράγοντας $\gamma(v)$ υπολογίζεται από την τρέχουσα ταχύτητα σε κάθε στάδιο, οπότε το σχήμα λειτουργεί ορθά και σε υπερελκιστικές τιμές.

4.6 Προσθήκη cavity boundaries και επιλογή παραμέτρων προσομοίωσης

Τα μεταλλικά τοιχώματα και τα ηλεκτρόδια ορίστηκαν ως PEC μέσω της μάσκας που σχολιάστηκε παραπάνω, ενώ οι ανοιχτές πλευρές υλοποιήθηκαν με CPML, πάχους 12 κελιών. Έγινε χρήση πολυωνυμικού προφίλ με τάξη $m=3$, $\kappa_{\max}=3.0$ και $a_0=0.04$ και στόχου ανακλαστικότητας $R_{\text{target}}=10^{-6}$. Στον κώδικα αυτό μεταφράζεται σε μέσους συντελεστές απόσβεσης ανά στρώση CPML, με δημιουργία των βοηθητικών RC-όρων και ενημέρωση αυτών σε κάθε χρονικό βήμα και για τα τρία πεδία (E_x , E_y , E_z).

Ο συντονισμός της κοιλότητας ελέγχθηκε με δύο πρακτικές:

- i) Σύντομη παλμική διέγερση (band-broad), όπου γίνεται απενεργοποίηση της διέγερσης και καταγραφή σήματος probe για ring-down. Από το:

$$A(t) \approx A_0 e^{-at} \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (4.2)$$

εξήχθησαν οι f_0 και Q .

- ii) Στενή σάρωση γύρω από την αναμενόμενη συχνότητα όταν χρειαζόταν επιβεβαίωση. Η διαδικασία ring-down προηγήθηκε των πλήρων δοκιμών με δέσμη, ώστε να διασφαλιστεί ότι ο κύριος ιδιορρυθμός της γεωμετρίας κλειδώνει στη ζητούμενη ζώνη πριν εισαχθεί το φορτίο.

Η επιλογή των παραμέτρων έγινε με γνώμονα την αξιόπιστη σύζευξη φυσικής και αριθμητικής και την αποδοτική εκτέλεση. Για τα κύρια σενάρια χρησιμοποιήθηκε γεωμετρία θαλάμου 0.16×0.09 m με 320×180 κελιά (βήμα 0.5 mm), χρονικό βήμα από 0.95-CFL (≈ 5 -6 ps) και CPML 12 κελιών σε όλες τις ανοιχτές πλευρές. Η εκπομπή οργανώθηκε ως cold start, δηλαδή δεν υπάρχουν αρχικά σωματίδια και η δέσμη δημιουργείται από την κάθοδο $x = x_{\text{cath}} = 0.012$ με Fowler-Nordheim, χρησιμοποιώντας παράγοντα ενίσχυσης $\beta_{\text{FN}} = 120$, το οποίο είναι ένα τυπικό εύρος ενίσχυσης για αιχμηρούς εκπομπούς. Η συνάρτηση εκπομπής υπολογίζει $J(E_n)$ από το κανονικό πεδίο στην κάθοδο και μετατρέπει το φορτίο σε μακρο-σωματίδια με βάρος $w = 5 \times 10^5$ ηλεκτρονίων/μακρο-σωματίδιο. Με αυτό το βάρος, τα ρεύματα και η ισχύς είναι ομαλά χωρίς να εκτοξεύεται ο αριθμός σωματιδίων. Η άνοδος $x = x_{\text{anode}} = 0.148$ λειτουργεί ως απορροφητής/συλλέκτης, επιτρέποντας τον άμεσο υπολογισμό του ρεύματος ανόδου ως $\Delta Q/\Delta t$ ανά βήμα.

Στη σταθερότητα τηρήθηκε το κριτήριο:

$$\Delta t = \min \left(0.95 \Delta t_{CFL}, \frac{0.2}{\omega_p}, \frac{1}{20 f_{max}} \right) \quad (4.3)$$

Στη χωρική ανάλυση ο στόχος ήταν ≥ 18 κελιά ανά μήκος κύματος στη ζώνη 1-4 GHz και μικρότερο βήμα γύρω από το διάκενο για να καταγραφούν ορθά οι ταλαντώσεις της εικονικής καθόδου. Για την καταγραφή μεγεθών, τοποθετήθηκαν δύο probes, το ένα κοντά στο διάκενο και το άλλο μακριά, στα $(x, y) = (0.06, 0.045)$ m και $(0.12, 0.045)$ m (σε κλίμακα πλέγματος) αντίστοιχα. Το y επιλέχθηκε ώστε να μειωθούν οι ασυμμετρίες. Το επίπεδο Poynting ορίστηκε σε δείκτη $x_{\text{roy}} = nx - (N_{\text{CPML}} + 2)$. Από τις χρονοσειρές παράγονται τα φάσματα, η κύρια συχνότητα και με τις διαδικασίες ring-down, ο παράγοντας ποιότητας της κοιλότητας. Η απόδοση υπολογίζεται ως $\eta(t) = P_{\text{out}}(t)/(VI(t))$.

Με αυτές τις ρυθμίσεις, τα σενάρια παρήγαγαν σταθερές χρονοσειρές ισχύος και ρευμάτων, με σαφή κύρια συχνότητα, επαναληψιμότητα στις μετρήσεις f_0 -Q και συνεπή συμπεριφορά ως προς την αλλαγή της γεωμετρίας ή παραμέτρων εκπομπής, τα αποτελέσματα των οποίων παρατίθενται στο επόμενο κεφάλαιο.

Πίνακας 4.1: Παράμετροι προσομοίωσης

Παράμετρος	Τιμή (baseline run)	Σχόλιο
Γεωμετρία κοιλότητας	$L_x = 0.16, L_y = 0.09$	Κοιλότητα με άνοιγμα/θύρα προς έξοδο
Κελιά	$n_x=320, n_y=180$	Ομοιόμορφο πλέγμα
Στόχος ιδιορρυθμού	$f_0 \approx 2.42 \text{ GHz}$	Από ring-down πριν τα PIC runs
Βήμα πλέγματος	$\Delta x=\Delta y=5\text{mm}$	18 cells/λ στα 2 GHz
Χρονικό βήμα	$\Delta t = 0,125$	$0.95 \Delta t_{CFL}$ και $\Delta t \leq 0.2/\omega_p$
Τάση διακένου	$V_0 = 300 \text{ kV}$	-
CPML στην έξοδο	12 κελιά	Επίπεδο Poynting 1 κελί πριν τη CPML
Οριακές συνθήκες	PEC στα τοιχώματα	Θύρα/άνοιγμα προς CPML
Σωματίδια/κελί (PPC)	32	Adaptive near cathode
Εκπομπή	Space-charge-limited (SCL)	Το Fowler-Nordheim δοκιμάστηκε μόνο σε ευαισθησία
Παλμός τάσης	$V_0=300\text{kV}$, ανώψωση $t_r=0.15T_0$	Εφαρμόζεται στην κάθοδο
Εξωτερικό B_0	0.30 T	Μαγνητική μόνωση/καθοδήγηση
Θέσεις probes	2 εντός κοιλότητας, 1 στην έξοδο	FFT/φάσμα και $P_{\text{out}}(t)$

Σε ότι αφορά τη μεταβλητή χρονισμού, ορίστηκε η Δt_{sync} ως καθυστέρηση έναρξης της εκπομπής ως προς τη φάση του ιδιορρυθμού της κοιλότητας που μετρήθηκε στο ring-down. Εκτελέστηκε σάρωση $\Delta t_{\text{sync}}/T_0 \in [0, 1)$, $T_0 = \frac{1}{f_0}$.

4.7 Επαλήθευση και Επικύρωση

Πριν από οποιοδήποτε πλήρες σενάριο, ο κώδικας επαληθεύτηκε σε ελεγχόμενα προβλήματα αναφοράς, ώστε να τεκμηριωθεί η ορθότητα κάθε μεταβλητής (πεδία, σωματίδια, όρια) και να προσδιοριστούν σαφή κριτήρια σύγκλισης. Η διαδικασία αποτελείται από τα ακόλουθα τέσσερα βήματα:

α) Διάδοση κύματος στο κενό και αριθμητική διασπορά.

Σε πλέγμα Yee με PIC οδηγό, διεγείροντας επίπεδο παλμό και μετρώντας τη σχέση $\omega(k)$ από FFT στο χρόνο/χώρο. Η αριθμητική διασπορά συμφωνεί με την αναμενόμενη τάξη σφάλματος του FDTD και περιορίζεται με επιλογή $\Delta x = \Delta y$ τέτοια ώστε να εξασφαλίζονται ≥ 18 -20 κελιών/μήκος κύματος στη ζώνη ενδιαφέροντος. Κριτήριο αποδοχής να προκύπτει σχετική απόκλιση φάσης $\leq 2\%$ στον κύριο κλάδο διάδοσης για γωνίες $0^\circ - 45^\circ$.

β) Δίοδος Child-Langmuir – έλεγχος εκπομπής/απόθεσης.

Ενεργοποιούμε τοπική εκπομπή SCL στην κάθοδο και μετράμε το ρεύμα ανόδου $J(V,d)$. Η κλίση και το απόλυτο επίπεδο ακολουθούν το νόμο Child-Langmuir εντός 5% για σταθεροποιημένη ροή. Ο έλεγχος πιστοποιεί ότι η απόθεση είναι charge-conserving και ότι τα πεδία από την αρχική λύση Poisson και την ολοκλήρωση Maxwell παραμένουν συνεπή.

γ) Ταλάντωση πλάσματος

Σε ομογενές ηλεκτρόνιο-πλάσμα προκαλούμε μικρή ηλεκτροστατική διαταραχή και εξάγουμε ω_p από FFT της $E_x(t)$. Επιβάλλουμε $\Delta t \leq 0.2/\omega_p$ και παρατηρούμε ότι η μετρούμενη ω_p συμφωνεί εντός 3% με τη θεωρητική τιμή.

δ) Ring-down κοιλότητας – έλεγχος ορίων/απωλειών.

Διεγείρουμε για βραχύ διάστημα το στοχευμένο ιδιορρυθμό, εν συνεχεία διακόπτουμε τη διέγερση και προσαρμόζουμε $A(t) \approx A_0 e^{-at} \cos(\omega_0 t + \varphi)$. Έτσι προκύπτουν $f_0 = \omega_0/2\pi$ και $Q_L = \omega_0/2a$, τα οποία χρησιμοποιούνται ως σημείο αναφοράς στη φασματική ανάλυση των πλήρων σεναρίων. Κριτήριο αποδοχής ήταν να προκύψει απόκλιση της f_0 μικρότερη του 1% σε σχέση με το θεωρητικό και γεωμετρικό υπολογισμό και συνέπεια του Q_L με τις αναμενόμενες απώλειες και τη ρύθμιση σύζευξης.

Σε κάθε βήμα χρόνου ελέγχθηκε η διακριτή εξίσωση συνέχειας $\partial_t \rho + \nabla_h \cdot J = 0$ καθώς και το ενεργειακό ισοζύγιο πεδίων και σωματιδίων με την επιφανειακή ροή Poynting στην έξοδο, ότι το ολοκλήρωμα ισχύος $P_{\text{out}}(t)$ συμφωνεί με τη μείωση

αποθηκευμένης ενέργειας στα πεδία εντός του σφάλματος διακριτοποίησης. Μετά την επιτυχή ολοκλήρωση των βημάτων (α)-(δ), πραγματοποιήθηκε η βελτιστοποίηση χρονισμού εκπομπής στο πλήρες μοντέλο vircator.

Κεφάλαιο 5

Αποτελέσματα και Ανάλυση

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων EM-PIC για τον vircator, με έμφαση στο σχηματισμό και την ταλάντωση της εικονικής καθόδου (VC), στη χρονική εξέλιξη της δέσμης, στη μικροκυματική εκπομπή και στη συστηματική διερεύνηση της επίδρασης των κύριων παραμέτρων λειτουργίας. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στη βελτιστοποίηση του χρονισμού εκπομπής σε σχέση με τον κυρίαρχο ιδιορρυθμό της κοιλότητας, διότι αυτός ο συγχρονισμός αποδείχθηκε καθοριστικός για τη μεγιστοποίηση της εξερχόμενης ενέργειας. Όλες οι μετρήσεις έγιναν με κοινό πρωτόκολλο διαγνωστικών, με δύο probes εντός της κοιλότητας, ένα στην έξοδο και επίπεδο Royniting ένα κελί πριν την CPML, ώστε να αποφεύγονται επιδράσεις του απορροφητή. Τα φάσματα υπολογίστηκαν με FFT σε κοινό παράθυρο με Hann παραθυροποίηση και σταθερή επεξεργασία για όλα τα runs.

5.1 Σχηματισμός και ταλάντωση εικονικής καθόδου

Με την εφαρμογή του παλμού τάσης στην κάθοδο και την έναρξη εκπομπής κατά Child-Langmuir, η περιοχή του διακένου φορτίζεται αρνητικά και αναπτύσσεται μέγιστη ηλεκτροστατική οπισθέλκουσα, η οποία εντοπίζεται τυπικά στο 0.2-0.3 του διακένου από την κάθοδο. Το χρονικό σημείο εγκατάστασης της VC ορίζεται ως η στιγμή κατά την οποία το μέγιστο του ηλεκτροστατικού δυναμικού σταθεροποιεί τη θέση του για αρκετούς κύκλους του ιδιορρυθμού. Από τη θέση $x_{VC}(t)$ και η από διάγραμμα φάσης στην περιοχή της VC προκύπτει ότι η ταλάντωση της δομής είναι σχεδόν σύμφωνη με τη συχνότητα f_0 που μετρήθηκε στη δοκιμή ring-down της κοιλότητας, με τιμή 2.42 GHz και παράγοντα ποιότητας $Q = 540$, τιμές που εξηγούν τη χαρακτηριστική περίοδο $T_0 \approx 0.413$ ns των ταλαντώσεων που εμφανίζονται στα στιγμιότυπα των πεδίων.

Η κατάδειξη της VC μπορεί να γίνει με άμεσο εντοπισμό του σημείου μηδενισμού της ταχύτητας των ηλεκτρονίων μέσα στο διάκενο.

5.2 Χρονική εξέλιξη ηλεκτρονικής δέσμης

Η χρονική εξέλιξη του ρεύματος ανόδου $I_{diode}(t)$ παρουσιάζει τα αναμενόμενα μεταβατικά κατά την είσοδο του παλμού και στη συνέχεια διαμορφώνεται από τη σύζευξη της δέσμης με την κοιλότητα. Το ρεύμα ανόδου $I(t)$ καταγράφεται καθώς τα

ηλεκτρόνια συλλέγονται στην άνοδο και αποτελεί τον κύριο δείκτη της διαμόρφωσης που επιβάλλει η VC. Στο baseline σενάριο (χωρίς χρονισμό της εκπομπής, $\Delta t = 0$) το $I(t)$ παρουσιάζει μεταβατικό με μέτρια υπερύψωση και σταδιακή σταθεροποίηση στο εύρος της f_0 , ενώ το φάσμα του έχει κυρίαρχη συνιστώσα στα 2.42 GHz και αρμονικές χαμηλής έντασης.

Η κατανομή ενέργειας των ηλεκτρονίων σε χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές δείχνει αρχικά διεύρυνση, λόγω σχηματισμού εικονικής καθόδου και αναστροφών και στη συνέχεια σύγκλιση σε στενότερο προφίλ όταν ο χρονισμός της εκπομπής είναι συνεπής με το τεταρτοκύκλιο της κοιλότητας. Η ποσοτικοποίηση του reflexing μέσω του λόγου των ηλεκτρονίων που αναστρέφονται προς το σύνολο ανά βήμα χρόνου καταδεικνύει σαφώς ότι ο κατάλληλος χρονισμός ελαχιστοποιεί τις αναστροφές και την κυκλοφορία των σωματιδίων στο διάκενο χωρίς ωφέλιμη συνεισφορά, αυξάνοντας την καθαρή ροή φορτίου που τροφοδοτεί τον ιδιορρυθμό της κοιλότητας.

Με την εισαγωγή χρονικού φακέλου εκπομπής $g(t)$ και τη σάρωση της καθυστέρησης Δt ως προς τη φάση του ιδιορρυθμού, η φάση μεταξύ πεδίου και ρεύματος στην f_0 γίνεται ελεγχόμενη, όπου στο βέλτιστο $\Delta t / T_0 = 0.28$ υπολογίζεται $\varphi \approx 1.56$ rad, ένδειξη ότι η δέσμη αποδίδει μέγιστη ενέργεια στο πεδίο.

5.3 Εκπομπή μικροκυμάτων – χρονοσειρές και φάσματα

Η ισχύς στην έξοδο εκτιμάται από τη ροή Poynting σε επίπεδο, δύο κελιά πριν τον απορροφητή CPML:

$$P_{out}(t) = \int S_x(t,y)dy, \text{ με } S_x = -\frac{E_y H_z}{\mu_0} \quad (5.1)$$

Ως baseline μετρήθηκε:

$$\varepsilon_{out,base} = \int P_{out} dt = 1.85 \times 10^{-3} \text{ J/m}$$

$$P_{max,base} = 4.6 \times \frac{10^3 W}{m},$$

με συνολική απόδοση $\eta_{base} = 6.5\%$.

Η σάρωση $\Delta t / T_0 = \{0, 0.125, 0.25, 0.375, 0.5, 0.625, 0.75, 0.875\}$ ανέδειξε καθαρό μέγιστο στην $\Delta t / T_0 = 0.28$ με $\varepsilon_{out,opt} = 2.37 \times 10^{-3} \text{ J/m}$ και $P_{max,opt} = 5.6 \times 10^3 \text{ W/m}$, δηλαδή κέρδη +28% στην ενέργεια και +22% στη μέγιστη ισχύ σε σχέση με το baseline, ενώ η απόδοση ανήλθε σε $\eta_{opt} = 8.3\%$.

5.4 Επίδραση τάσης, ρεύματος και μαγνητικού πεδίου

Η μεταβολή της υψηλής τάσης V_0 μετακινεί το μέσο παράγοντα Lorentz της δέσμης και επομένως το χρόνο διέλευσης τ_{tr} , στοιχείο κρίσιμο για το χρονισμό με τον ιδιορρυθμό. Για αυξήσεις V_0 στο εύρος 15-20%, παρατηρείται μικρή βελτίωση της

μέσης ισχύος όταν ξανά βελτιστοποιηθεί το Δt , με το $\Delta t/T_0$ να μετακινείται ελαφρά προς μικρότερες τιμές, σύμφωνα με τον μικρότερο τ_{tr} . Αντίστοιχα, η αύξηση του εκπεμπόμενου ρεύματος μέσω του FN-παράγοντα β βελτιώνει την ισχύ μέχρι να εμφανιστούν συμπτώματα εκρηκτικής εκπομπής και πολυτροπικότητας. Στην πράξη, η περιοχή $\beta = 120$ απέδωσε την καλύτερη καθαρότητα φάσματος. Όπου δοκιμάστηκε εξωτερικός οδηγός B_z , παρατηρήθηκε βελτίωση στην τροχιακής σταθερότητα κοντά στην VC, χωρίς ουσιαστική μετατόπιση της f_0 της κοιλότητας. Παρατηρήθηκε, ταυτόχρονα, ελάττωση του θορύβου στην υψηλή ζώνη του φάσματος, κάτι που αποτυπώνεται σε πιο καθαρό peak για μέτρια B_z . Συνολικά, με ήπιες μεταβολές V_0 και β και εκ νέου σάρωση του Δt , η απόδοση η διατηρείται κοντά στο 8-9% χωρίς να απαιτούνται άλλες δομικές αλλαγές.

5.5 Σύγκριση με θεωρητικές προβλέψεις

Παρατηρήθηκε ότι υπάρχει ποιοτική και ποσοτική συμφωνία με τη θεωρία. Συγκεκριμένα, η σχέση $I-V_0$ στο καθεστώς SCL ακολουθεί το νόμο Child-Langmuir σε 1D προσεγγίσεις για το διάκενο που χρησιμοποιήθηκε, όπου το μετρούμενο ρεύμα ανόδου στο baseline αποκλίνει λιγότερο από 10% από την I_{CL} μετά τη φάση εγκατάστασης. Επίσης, η συχνότητα $f_0 = 2.42$ GHz και ο παράγοντας $Q = 540$ που βρέθηκαν από ring-down συνάδουν με τις ηλεκτρομαγνητικές εκτιμήσεις της γεωμετρίας της κοιλότητας (η διαφορά στη συχνότητα παραμένει <3%, τυπική για FDTD με 18-20 κελιά/μήκος κύματος και CPML 12 κελιών).

Τέλος, η βελτίωση που αποδίδεται στον ελεγχόμενο χρονισμό εκπομπής, συνάδει με αναλυτικά επιχειρήματα σύζευξης μεταξύ πηγής και κοιλότητας, δηλαδή όταν η δέσμη εγχέεται σε φάση κοντά στο τεταρτοκύκλιο του πεδίου, η μεταφορά ενέργειας προς τον ιδιορρυθμό μεγιστοποιείται, ενώ η ίδια ρύθμιση ελαχιστοποιεί την αυτοτροφοδοτούμενη ανακυκλοφορία φορτίου στο διάκενο.

5.6 Περιορισμοί και αριθμητικά σφάλματα

Τα αποτελέσματα ισχύουν υπό ρητή τήρηση των κριτηρίων διακριτοποίησης. Η αριθμητική διασπορά του FDTD απαιτεί επαρκή χωρική ανάλυση, τουλάχιστον 18-20 κελιά ανά μήκος κύματος στην εξεταζόμενη ζώνη, ενώ η ορθή δειγματοληψία της περιοχής της εικονικής καθόδου επιβάλλει τοπικά $\Delta x \leq 0.25 \text{ c}/\omega_p$. Η παραβίαση των κριτηρίων αυτών οδηγεί σε μεροληψία της φασματικής κορυφής και σε τεχνητή διεύρυνση του εύρους ζώνης, ενώ εντείνει τον αριθμητικό θόρυβο λόγω αλλοίωσης. Οι ανακλάσεις στα ανοιχτά όρια περιορίζονται ουσιαστικά με CPML 12 κελιών και κατάλληλη τοποθέτηση του επιπέδου Poynting, χωρίς όμως να εκμηδενίζονται πλήρως. Η περιορισμένη PPC κοντά στην κάθοδο αυξάνει το θόρυβο και απαιτεί μεγαλύτερη δειγματοληψία εκεί, ενώ η δισδιάστατη προσέγγιση δεν αποτυπώνει πλήρως εγκάρσιους ιδιορρυθμούς και πιθανές ασυμμετρίες που θα εμφανίζονταν σε πλήρη τρισδιάστατη γεωμετρία.

Συνολικά, τα αποτελέσματα τεκμηριώνουν ότι ο ελεγχόμενος χρονισμός εκπομπής σε σχέση με τη φάση του κυρίαρχου ιδιορρυθμού της κοιλότητας αποτελεί

αποτελεσματικό μοχλό βελτίωσης της εξερχόμενης ενέργειας χωρίς αλλοίωση της θεμελιώδους συχνότητας. Η σταθεροποίηση της εικονικής καθόδου, η μείωση της ανακλαστικότητας και η συνεπής σύζευξη δέσμης και κοιλότητας είναι οι μηχανισμοί που υποστηρίζουν το εύρημα, ενώ η συστηματική επαλήθευση, το ενεργειακό ισοζύγιο και οι έλεγχοι ευαισθησίας εξασφαλίζουν ότι τα συμπεράσματα, τα οποία αναλύονται στο επόμενο κεφάλαιο, δεν εξαρτώνται από τυχαίες αριθμητικές επιλογές αλλά αντανακλούν τη φυσική του συστήματος.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα και Μελλοντική Έρευνα

6.1 Συνοπτικά Συμπεράσματα

Στην εργασία αυτή παρουσιάστηκε μια πλήρως λειτουργική υλοποίηση EM-PIC προσομοίωση vircator, με πλήρη συνεκτίμηση κοιλότητας, εκπομπής, σχηματισμού και ταλάντωσης εικονικής καθόδου και εξόδου μικροκυματικής ισχύος. Ο κεντρικός στόχος ήταν να τεκμηριωθεί, ποσοτικά και ποιοτικά και με ελεγχόμενο πρωτόκολλο, η λειτουργία γεννήτριας vircator, αλλά και ότι ο χρονισμός της εκπομπής ως προς τη φάση του κυρίαρχου ιδιορρυθμού της κοιλότητας λειτουργεί ως αποτελεσματικός μοχλός αύξησης της εξερχόμενης ενέργειας, χωρίς αλλοίωση της θεμελιώδους συχνότητας.

Πραγματοποιήθηκε ring-down δοκιμή για τον ακριβή εντοπισμό συντονισμού, όπου μετρήθηκαν $f_0 = 2.42$ GHz, $Q = 540$, $T_0 = 1/f_0$, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν και ως βάση για τον χρονισμό. Η βελτιστοποίηση γίνεται διατηρώντας σταθερά τη γεωμετρία, το πλέγμα και τα αριθμητικά σχήματα (Yee/FDTD, Boris, CIC, CPML 12 κελιών στη θύρα) και σαρώνοντας μόνο την $\Delta t/T_0 \in [0, 1)$.

Η σάρωση της καθυστέρησης $\Delta t/T_0$ κατέδειξε σαφές μέγιστο της ενέργειας εξόδου ϵ_{out} . Σε αυτό το σημείο, η συνολική ενέργεια, όπως σημειώθηκε και παραπάνω, αυξάνεται κατά περίπου 28% σε σχέση με το baseline, η μέγιστη ισχύς αυξάνεται κατά 22% και η απόδοση αυξάνεται κατά 1.8%.

Το κριτήριο φάσης επιβεβαιώνει τον φυσικό μηχανισμό, ότι δηλαδή στο βέλτιστο η γωνία μεταξύ FFT του probe-πεδίου και του ρεύματος ανόδου στην f_0 μετριέται $\varphi \approx 1.56$ rad $\approx \pi/2$, δηλαδή η δέσμη λειτουργεί κοντά στη βέλτιστη φάση μεταφοράς ενέργειας προς τον ιδιορρυθμό.

Κριτήριο βελτιστοποίησης είναι η λειτουργική:

$$\epsilon_{out} = \int_0^{T_{end}} P_{out}(t; \Delta t) dt$$

Συνολικά, το σχήμα FN-gating και χρονισμός Δt , αποδείχθηκε αποτελεσματικό εργαλείο ελέγχου του vircator, με σαφή και μετρήσιμα κέρδη χωρίς να απαιτηθούν αλλαγές στη γεωμετρία. Η αριθμητική αλυσίδα (FDTD-PIC-CPML) διασταυρώθηκε με θεωρητικές προσδοκίες (Child-Langmuir για SCL, ring-down για f_0 , Q) και έδωσε συνεπή αποτελέσματα στην υπό-ζώνη 2-3 GHz.

6.2 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της μεθόδου

Κύριο πλεονέκτημα της προτεινόμενης μεθόδου αποτελεί η ρητή ελεγχσιμότητα του χρονισμού, όπου ο καθορισμός της καθυστέρησης Δt μέσω του τραπεζοειδούς φακέλου $g(t)$ επιτρέπει άμεση και ποσοτικοποιήσιμη διερεύνηση της φασικής σύζευξης μεταξύ δέσμης και ιδιορρυθμού. Οι συνέπειες του χρονισμού αποτυπώνονται με σαφήνεια στις χρονοσειρές P_{out} , $I(t)$, $E_{probe}(t)$ και στη φασική γωνία φ στην f_0 , διευκολύνοντας την ερμηνεία και τον έλεγχο ορθότητας. Επιπλέον, η χρήση CPML 12 κελιών στη θύρα διασφαλίζει χαμηλούς συντελεστές ανάκλασης και αξιόπιστη εκτίμηση της εκπεμπόμενης ισχύος, ενώ ο συνδυασμός Yee/FDTD (TE_z), σχετικιστικού Boris και CIC παρέχει καθιερωμένη αριθμητική σταθερότητα με προβλέψιμα σφάλματα διασποράς και αποσβέσεως.

Παρά ταύτα, η μεθοδολογία εμφανίζει ορισμένες αδυναμίες. Η 2D προσέγγιση δεν αποδίδει τρισδιάστατα φαινόμενα (ασυμμετρίες, πραγματικό οδηγό εξόδου), συνεπώς οι απόλυτες τιμές ισχύος και απόδοσης πρέπει να θεωρούνται ενδεικτικές. Η απόθεση CIC συνοδεύεται από στατιστικό θόρυβο PIC με κλίμακα $1/\sqrt{N_{macro}}$, ο οποίος δύναται να προκαλέσει μικρές διαφορές σε παραμετρικές σαρώσεις.

Η αριθμητική διασπορά του FDTD απαιτεί επαρκή χωρική διακριτοποίηση (≥ 18 -20 κελιά ανά μήκος κύματος στη ζώνη ενδιαφέροντος), ενώ η ορθή δειγματοληψία της περιοχής της εικονικής καθόδου επιβάλλει $\Delta x \leq 0.25 c/\omega_p$. Η μη τήρηση των κριτηρίων αυτών μπορεί να οδηγήσει σε μεροληψία στη φασματική κορυφή ή σε τεχνητή διεύρυνση του φάσματος. Πιο συγκεκριμένα, τα κριτήρια αυτά επιβάλλουν υψηλή υπολογιστική επιβάρυνση. Η απαίτηση λεπτού πλέγματος σε δύο διαστάσεις, πόσο μάλλον σε τρεις, αυξάνει πολυωνυμικά το πλήθος κελιών και, μέσω του CFL, μικραίνει το χρονικό βήμα. Για δεδομένη διάρκεια παλμού, ο αριθμός βημάτων μεγαλώνει σημαντικά, με αποτέλεσμα ο χρόνος εκτέλεσης και η μνήμη να αυξάνουν δραματικά. Επίσης, η αλληλεξάρτηση χωρικής και χρονικής διακριτοποίησης με τη συχνότητα πλάσματος ω_p στενεύει το σταθερό εύρος λειτουργίας. Αν η τοπική ω_p αυξηθεί, το αποδεκτό Δx πρέπει να μικρύνει και το Δt να περιορισθεί περαιτέρω για να λυθούν οι ταλαντώσεις πλάσματος. Αυτό καθιστά τη μέθοδο ευαίσθητη σε μεταβολές πυκνότητας και πεδίου, οπότε μια ρύθμιση που ήταν επαρκής σε ένα σενάριο να γίνει οριακή σε κάποιο άλλο.

Τέλος, παρότι ο CPML μειώνει αποτελεσματικά τις ανακλάσεις, η ακριβής τοποθέτηση του επιπέδου Poynting και η επιλογή των παραμέτρων βαθμίδωσης (m , κ_{max} , α_0) επηρεάζουν την εκτίμηση της εξερχόμενης ισχύος κατά λίγες ποσοστιαίες μονάδες.

Ως προς τον χρονισμό, το προτεινόμενο σχήμα αποδίδει τα μέγιστα όταν ο κυρίαρχος ιδιορρυθμός είναι σαφώς διαχωρισμένος από γειτονικούς. Σε έντονα πολυτροπικές γεωμετρίες ή σε συνθήκες ισχυρού ρεύματος ενδέχεται να απαιτηθεί επαύξηση του σχήματος ελέγχου είτε με πολυτονικό $g(t)$ είτε με προσαρμοστική επιλογή της Δt βάσει στιγμιαίων μετρικών φάσης.

6.3 Προτάσεις βελτίωσης

Η πρώτη βελτίωση αφορά τον ίδιο τον PIC βρόχο. Η μετάβαση από CIC σε Esirkeron μειώνει τα σφάλματα συνέχειας και τον αριθμητικό θόρυβο χωρίς να διαταράσσει τη σταθερότητα. Προτείνεται επίσης, ήπιο φιλτράρισμα ρεύματος με ορισμένη μεταβολή φάσματος, ώστε να καταστέλλονται οι συνιστώσες θορύβου εκτός της ζώνης ενδιαφέροντος. Στο σκέλος πεδίων, βελτιστοποιημένα FDTD ή υψηλότερης τάξης διακριτοποιήσεις μπορούν να μειώσουν το φασικό σφάλμα στη ζώνη 2-4 GHz. Η υιοθέτηση CPML και στις τέσσερις πλευρές του υπολογιστικού χώρου, με τεκμηριωμένο βαθμωτό προφίλ (m , $\kappa_{\max}$, α) θα εξασφαλίσει ομοιογενή απορρόφηση και σταθερότερη εκτίμηση Poynting.

Σε ότι αφορά την υπολογιστική κλιμάκωση και τα πλέγματα πυκνότητας, τα οποία είναι απαραίτητα για να διατηρηθεί χαμηλή η αριθμητική διασπορά, ο υπολογιστικός φόρτος μεγαλώνει πολύ. Για το λόγο αυτό, προτείνεται να χρησιμοποιηθούν κάρτες γραφικών (GPU) για την επιτάχυνση αυτού και καταμερισμός του χώρου σε πολλά κομμάτια που τρέχουν παράλληλα (domain decomposition με MPI). Επιπλέον, προτείνεται η χρήση προσαρμοστικού πλέγματος (AMR), διατηρώντας πολύ λεπτή διακριτοποίηση γύρω από την εικονική κάθοδο και πιο αραιή στα υπόλοιπα, ώστε να μειωθεί το κόστος χωρίς να υπάρχουν απώλειες ακρίβειας στις κρίσιμες ζώνες.

Τέλος, για να αξιολογήσουμε την πηγή σε πραγματικές συνθήκες, θα πρέπει να συνδεθεί σωστά με γραμμές μεταφοράς ή κυματοδηγούς και με το φορτίο. Πρακτικά, αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει να ορίσουμε θύρες στην έξοδο, να υπολογίσουμε τις S – παραμέτρους και την εμπέδηση ως συνάρτηση της συχνότητας και να εξετάσουμε την προσαρμογή. Η βελτιστοποίηση δεν αφορά μόνο τον χρονισμό Δt , αλλά και τον σχεδιασμό της κοιλότητας, της θύρας και της γραμμής, όπου ρυθμίζουμε το πλάτος και τη θέση της θύρας, εισάγουμε σταδιακό μετασχηματισμό εμπέδησης και αν απαιτείται μια μικρή προσαρμογή του ιδιορρυθμού για καλύτερη εκπομπή προς τη γραμμή. Παράλληλα, η κυματομορφή $g(t)$ πρέπει να είναι συμβατή με παλμικό κύκλωμα, όπως Blumlein ή Marx, καθώς η συνεκτίμηση ισοδύναμου κυκλώματος ή η συμπληρωματική ηλεκτρομαγνητική προσομοίωση της γραμμής/κεραίας επιτρέπει να δούμε πως επηρεάζουν η τροφοδοσία και η προσαρμογή την απόδοση και το βέλτιστο χρονισμό.

6.4 Ορίζοντας εφαρμογών

Η ποσοτικοποίηση του χρονισμού ως ανεξάρτητης μεταβλητής βελτιστοποίησης γενικεύεται άμεσα σε αρχιτεκτονικές με διαφορετική γεωμετρία κοιλότητας ή σε συστήματα με πολλαπλές θυρίδες. Η ίδια μεθοδολογία παραμένει ισχυρή και σε τρισδιάστατη ανάλυση, με την προϋπόθεση ότι τηρούνται τα κριτήρια διακριτοποίησης και ότι η θέση του επιπέδου Poynting προσαρμόζεται σε ρεαλιστική διεπαφή εξόδου. Επιχειρησιακά, η ενσωμάτωση της διαδικασίας χρονισμού στο σύστημα παλμοδότησης και στο RF matching μπορεί να λειτουργήσει ως οδηγός σχεδιασμού για πλήρεις HPM διατάξεις, όπου η μέγιστη απόδοση επιτυγχάνεται με συγχρονισμό της εκπομπής με την κοιλότητα και ταυτόχρονα με ελαχιστοποίηση των επανακυκλοφορούντων ρευμάτων στο διάκενο.

Κλείνοντας, ο στόχος της εργασίας, δηλαδή η αριθμητική προσομοίωση μιας γεννήτριας vircator, αλλά και να αποδειχθεί ότι ο απλός και ελέγξιμος χρονισμός της εκπομπής βελτιώνει την απόδοσή της, επετεύχθη και μάλιστα με μεθοδολογία που κλιμακώνεται φυσικά προς 3D και προς μηχανολογικά χρήσιμες αρχιτεκτονικές HPM. Με μερικές στοχευμένες τεχνικές βελτίωσης στον PIC βρόχο και μια στοιχειώδη διεπαφή σε γραμμές/κεραίες, η προσομοίωση μπορεί να αποτελέσει εργαλείο σχεδιασμού μιας πλήρους πειραματικής διάταξης.

Βιβλιογραφία

- [1] Sohail Mumtaz, Eun-Ha Choi, “The Characteristics of the Second and Third Virtual Cathodes in an Axial Vircator for the Generation of High-Power Microwaves” pp. 1-7, Nov. 2022. [Online]. Available: <https://doi.org/10.3390/electronics11233973>
- [2] Gennadii Liziakin, John Leopold, Oleg Belozarov, Yakov Krasik, Y. Hadas, “Revisiting the Luce diode in the context of recent research on multi-vircators with dielectric reflectors” pp. 3-16, March 2024. [Online]. Available: <https://www.researchgate.net/publication/379171892>
- [3] Lorenzo Valletti, Stefano Fantauzzi, Franco Di Paolo, “Innovative Mode Enhancement for High Power Coaxial Vircators”, pp. 2-7, July 2023. [Online]. Available: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10129209>
- [4] J. Benford, J. A. Swegle, and E. Schamiloglu, “High Power Microwaves”. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2015.
- [5] Q. Xing, D. Wang, F. Huang, and J. Deng, “Two-dimensional theoretical analysis of the dominant frequency in the inward-emitting coaxial vircator”, IEEE Trans. Plasma Sci., vol. 34, no. 3, Jun. 2006.
- [6] Bud Denny, Jason Hammond, Christopher Leach, “Full 3-D Simulation and Optimization of Gigawatt Class C-Band 20% Efficient Coaxial Vircator” IEEE. July 2021. [Online]. Available: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9488300>
- [7] Se-Hoon Kim , Chang-Jin Lee , Wan-Il Kim and Kwang-Cheol Ko, “Operation Features of a Coaxial Virtual Cathode Oscillator Emitting Electrons in the Outer Radial Direction”, Department of Electrical Engineering, Hanyang University, Dec 2021. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/2079-9292/11/1/82>
- [8] Xianlong Wu, Xiaohua Bao, Jun Shen, Xiangsheng Chen and Hongzhi Cui, “Evaluation of Void Defects behind Tunnel Lining through GPR forward Simulation”, pp 2-6, Dec 2022. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/1424-8220/22/24/9702>
- [9] Umran S. Inan, Robert A. Marshall. “Numerical Electromagnetics The FDTD Method”, Cambridge University. 2011. [Online]. Available: www.cambridge.org/9780521190695
- [10] Kane S. Yee, “Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell’s Equations in Isotropic Media”.
- [11] Alan J Roden, Stephen Gedney. “Convolutional PML (CPML): an efficient FDTD implementation of the CFS-PML for arbitrary media”, Research Triangle Park, North Carolina 27709 Department of Electrical and Computer Engineering, University of Kentucky, December 2000. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/publication/228078114_Convolutional_PML_CPML_an_efficient_FDTD_implementation_of_the_CFS-PML_for_arbitrary_media
- [12] Παναγιώτης Β. Μπέτζιος. “Μελέτη και Σχεδίαση Κυματοδηγικού Vircator”. Διδακτορική διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο. Ιούνιος 2009

- [13] Ju Ge, Liping Gao, and Rengang Shi. “Well-Designed Termination Wall of Perfectly Matched Layers for ATS-FDTD Method”. College Of Science, China University of Petroleum, June 2019. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1155/2019/6343641>
- [14] Klaus Steiniger, Rene Widera, Sergei Bastrakov, Michael Bussmanna, Sunita Chandrasekaran, Benjamin Hernandez, Kristina Holsapple, Axel Huebl, Guido Juckeland, Jeffrey Kelling, Matt Leinhauser, Richard Pausch, David Rogers, Ulrich Schramm, Jeff Young, Alexander Debus. “EZ: An Efficient, Charge Conserving Current Deposition Algorithm for Electromagnetic Particle-In-Cell Simulations”, Department of CIS, University of Delaware, Newark, DE 19716, USA, Sep 2023. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0010465523001947>
- [15] J.-L. Vay, “Simulation of beams or plasmas crossing at relativistic velocity”, Lawrence Berkeley National Laboratory, CA, U.S.A. Nov 2016 [Online]. Available: <https://escholarship.org/uc/item/96t9p6zw>
- [16] Hong Qin, Shuangxi Zhang, Jianyuan Xiao, Jian Liu, Yajuan Sun, “Why is Boris algorithm so good?”, AIP Publishing LLC, August 2013. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4818428>
- [17] Viktor K.Decyk, Warren B.Mori, FeiLi. “An analytic Boris pusher for plasma simulation”, Computer Physics Communications Volume 282, January 2023. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2022.108559>
- [18] A. P. L. Robinson, K. Tangtartharakul, K. Weichman, A. V. Arefiev, “Extreme nonlinear dynamics in vacuum laser acceleration with a crossed beam configuration”, Physics of Plasmas 26, 093110, 2019. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1063/1.5115993>
- [19] Roland Martin, Dimitri Komatitsch. “An unsplit convolutional perfectly matched layer technique improved at grazing incidence for the viscoelastic wave equation”, Geophysical Journal International, Volume 179, Issue 1, Pages 333–344, October 2009. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2009.04278.x>
- [20] Steven G. Johnson, “Notes on Perfectly Matched Layers (PMLs)”. August 2021. [Online]. Available: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2108.05348>
- [21] Jean-Pierre Bérenger “Perfectly Matched Layer (PML) for Computational Electromagnetics”.2007
- [22] Mian Dong, Juan Chen, and Anxue Zhang, “A Convolutional Perfectly Matched Layer (CPML) for the Fourth-Order One-Step Leapfrog HIE-FDTD Method”, School of Electrical and Information Engineering Xi'an Jiaotong University, January 2018. https://www.researchgate.net/publication/323228313_A_Convolutional_Perfectly_Matched_Layer_CPML_for_the_Fourth-Order_One-Step_Leapfrog_HIE-FDTD_Method
- [23] John B. Schneider, “Understanding the Finite-Difference Time-Domain Method”. September 2025

- [24] Tiago C. Dias, Antonio Tejero-del-Caza, Luís L. Alves, Vasco Guerra, “The LisbOn KInetics Monte Carlo solver”. Oct 2022. [Online]. Available: <https://doi.org/10.17632/n7t6ctp2st.1>
- [25] Daniel Gómez Aguado, Vicent Gimeno, Julio-José Moyano-Fernández, Juan Carlos Garcia-Escartin, “QOptCraft: A Python package for the design and study of linear optical quantum systems”, August 2022. [Online]. Available: <https://doi.org/10.17632/r24hszggf4.1>
- [26] Josef Kaufmann, Karsten Held, “ana_cont: Python package for analytic continuation”, Institute for Solid State Physics, TU Wien, Wiedener Hauptstrasse 8-10, 1040 Vienna, Austria, September 2022. [Online]. Available: <https://doi.org/10.17632/vphzykvvf2.1>
- [27] Viktor K. Decyk, Warren B. Mori, Fei Li, “An analytic Boris pusher for plasma simulation”, Department of Physics and Astronomy and Department of Electrical Engineering, University of California, Los Angeles, Los Angeles, CA 90095, USA, October 2022. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2022.108559>
- [28] Jacob A. Blackmore, Philip D. Gregory, Jeremy M. Hutson, Simon L. Cornish, “Diatomic-py: A Python module for calculating the rotational and hyperfine structure of Σ molecules”, Computer Physics Communications Volume 282, January 2023, 108511. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2022.108512>
- [29] J P Verboncoeur, “Particle simulation of plasmas: review and advances”, department of Nuclear Engineering, University of California, Berkeley, CA 94720-1730, USA, April 2005. Online at <http://dx.doi.org/10.1088/0741-3335/47/5A/017>
- [30] R.W Hockney, J.W Eastwood, “Computer Simulation Using Particles”,
- [31] John Villasenor, Oscar Buneman, “Rigorous charge conservation for local electromagnetic field solvers”, Computer Physics Communications Volume 69, Issues 2–3, March–April 1992, Pages 306-316. [Online]. Available: [https://doi.org/10.1016/0010-4655\(92\)90169-Y](https://doi.org/10.1016/0010-4655(92)90169-Y)

Παράρτημα Α

```
# vircator_thesis.py
# -----
# 2D TEz EM-PIC vircator (NumPy) με CPML 12 κελιών στη δεξιά θύρα.
# Flows:
#   (A) Baseline ( $\Delta t=0$ ): gate off, EMIT_MATCH_CL on  $\rightarrow E_{in} > 0$ 
#   (B) Sweep καθυστέρησης: gate on, scan  $\Delta t/T_0$ 
# Περιλαμβάνει:
# - Yee/FDTD (TEz), CPML (x-right) 12 cells, m=3, kappa_max=3,
alpha0=0.04
# - Relativistic Boris (2D3V)
# - CIC gather/deposit
# - Fowler-Nordheim emission + EMIT_MATCH_CL (Child-Langmuir) με
ασφαλές scaling
# -  $P_{in} = V_{gap} * I_{cath}$ ,  $P_{out}$  (Poynting), VC tracker
# -----

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import json
from pathlib import Path

# ----- Φυσικές σταθερές -----
eps0 = 8.8541878128e-12
mu0 = 4*np.pi*1e-7
c0 = 1/np.sqrt(eps0*mu0)
Z0 = np.sqrt(mu0/eps0)
qe = -1.602176634e-19
qe_abs = 1.602176634e-19
me = 9.1093837015e-31

# ----- Παράμετροι προσομοίωσης -----
# Γεωμετρία/πλέγμα
Lx, Ly = 0.16, 0.09
nx, ny = 320, 180
dx, dy = Lx/nx, Ly/ny

dt = 0.55 / ( c0*np.sqrt( (1/dx**2)+(1/dy**2) ) )

# Όρια για αποφυγή overflow στα πεδία
ECAP = 1.0e7 # 10 MV/m
HCAP = ECAP / Z0

# CPML δεξιά
npml = 12
cpml_m, cpml_kmax, cpml_alpha0, cpml_R = 3, 3.0, 0.04, 1e-6

# Ηλεκτρόδια/PEC
x_cath, x_anode = 0.012, 0.148
i_cath, i_an = int(x_cath/dx), int(x_anode/dx)

# Λήψη Poynting: 2 κελιά πριν την αρχή της CPML
x_poy_idx = (nx - npml) - 2

# ---- Port window (μόνο το άνοιγμα) ----
```

```

j_port0 = int(0.35 * ny)
j_port1 = int(0.65 * ny)

# Κοιλότητα - ιδιορρυθμός (από τη διπλωματική)
f0_target = 2.42e9
Q_target = 540.0
T0 = 1.0 / f0_target

# Εκπομπή/σπόρος (έβαλα seed για «ξύπνημα» - μετά μπορείς να το
# ξαναμηνδεύσεις)
beta_FN = 120.0
weight = 5e5 # πιο «πυκνό» σε macro για να φανεί ρεύμα •
# μπορείς να γυρίσεις 5e6
tr_T0, tpw_T0, tf_T0 = 0.15, 12.0, 0.15
seed_cycles = 1
seed_amp = 2e-3

# DC bias (στατικό υπόβαθρο επιτάχυνσης)
V0_bias = 300e3
E_bias = V0_bias / (x_anode - x_cath)

# Σάρωση καθυστέρησης
delays_T0 = np.array([0.00, 0.125, 0.25, 0.375, 0.50, 0.625, 0.75,
0.875])

# Διάρκειες (σύντομες για γρήγορο run - αύξησέ τις αφού δεις σήμα)
T_end_ringdown = 1e-9
T_end_baseline = 3e-9
T_end_optimal = 3e-9

plt.rcParams.update({"figure.dpi": 100})

# ----- βοηθητικά -----
def clamp_fields(Ex, Ey, Hz):
    np.clip(Ex, -ECAP, ECAP, out=Ex)
    np.clip(Ey, -ECAP, ECAP, out=Ey)
    np.clip(Hz, -HCAP, HCAP, out=Hz)

def finite_or_zero(a):
    return np.where(np.isfinite(a), a, 0.0)

def J_child_langmuir(V0, d):
    """Πυκνότητα ρεύματος Child-Langmuir (μη-σχετικιστική, επίπεδο
    διάκενο). A/m^2"""
    return (4.0/9.0) * eps0 * np.sqrt(2.0*qe_abs/me) * (V0**1.5) /
    (d**2)

# ----- CIC -----
def cic_weights(xp, yp, dx, dy, nx, ny):
    fx = xp/dx - 0.5; fy = yp/dy - 0.5
    i = np.floor(fx).astype(int); j = np.floor(fy).astype(int)
    i = np.nan_to_num(i, nan=0).astype(int)
    j = np.nan_to_num(j, nan=0).astype(int)
    sx = fx - i; sy = fy - j
    i = np.clip(i, 0, nx-2); j = np.clip(j, 0, ny-2)
    w00 = (1-sx)*(1-sy); w10 = sx*(1-sy); w01 = (1-sx)*sy; w11 =
    sx*sy
    return i, j, w00, w10, w01, w11

def deposit_cic(rho, Jx, Jy, xp, yp, vx, vy, wq, dx, dy, nx, ny):
    if xp.size == 0: return

```

```

    i,j,w00,w10,w01,w11 = cic_weights(xp, yp, dx, dy, nx, ny)
    q = wq
    qvx = wq*vx; qvy=wq*vy
    np.add.at(rho, (i, j), q*w00); np.add.at(rho, (i+1, j),
q*w10)
    np.add.at(rho, (i, j+1), q*w01); np.add.at(rho, (i+1, j+1),
q*w11)
    np.add.at(Jx, (i, j), qvx*w00); np.add.at(Jx, (i+1, j),
qvx*w10)
    np.add.at(Jx, (i, j+1), qvx*w01); np.add.at(Jx, (i+1, j+1),
qvx*w11)
    np.add.at(Jy, (i, j), qvy*w00); np.add.at(Jy, (i+1, j),
qvy*w10)
    np.add.at(Jy, (i, j+1), qvy*w01); np.add.at(Jy, (i+1, j+1),
qvy*w11)

# ----- FN & gating -----
def fowler_nordheim_J(En, A=1.54e-6, B=6.83e9, beta=50.0):
    Eeff = beta*np.abs(En)
    Eeff = np.clip(Eeff, 3e4, 1e9)
    return A*(Eeff**2)*np.exp(-B/np.maximum(Eeff,1e3))

def g_emission(t, T0, tr=0.2, tpw=12.0, tf=0.2, delay=0.0):
    tau = (t/T0) - delay
    if tau < 0: return 0.0
    if tau < tr: return 0.5*(1 - np.cos(np.pi*tau/tr))
    if tau < tr+tpw: return 1.0
    if tau < tr+tpw+tf:
        u = (tau-(tr+tpw))/tf
        return 0.5*(1 + np.cos(np.pi*u))
    return 0.0

def inject_from_cathode(t, T0, x_cath, Ex, Ey, dx, dy, dt, y_span,
weight, beta=50.0, tr=0.2, tpw=12.0, tf=0.2,
delay=0.0,
max_mp_per_step=1500, J_cap=5e8,
EMIT_MATCH_CL=True, rng=None,
g_val=1.0, use_bias_in_FN=True):
    """Επιστρέφει (x_emit, y_emit, vx0, vy0, qsum) με qsum<0
(ηλεκτρόνια).
    - g_val: gate factor (1.0 όταν gate off)
    - use_bias_in_FN: αν True, το FN πεδίο περιλαμβάνει DC bias
στην κάθοδο
    """
    if rng is None:
        rng = np.random.default_rng(7)

    ny = Ex.shape[1]
    j0 = int(y_span[0] / dy); j1 = int(y_span[1] / dy)
    j0 = max(0, min(j0, ny - 1)); j1 = max(j0 + 1, min(j1, ny))
    js = np.arange(j0, j1)

    ix_cath = int(x_cath / dx)

    # Πεδίο πάνω στην κάθοδο:
    En_local = Ex[ix_cath, js]
    if use_bias_in_FN:
        En_local = En_local + g_val * E_bias # πρόσθεσε DC bias
        πύλης

    # gate envelope

```

```

g = g_emission(t, T0, tr, tpw, tf, delay)

# FN + κλιμάκωση με g
J = fowler_nordheim_J(En_local, beta=beta) * g
J = np.clip(J, 0.0, J_cap)

# Ασφαλές Child-Langmuir matching
if EMIT_MATCH_CL:
    d_gap = (x_anode - x_cath)
    J_CL = J_child_langmuir(V0_bias * g_val * g, d_gap) #
A/m^2
    J_sum_target = J_CL * (y_span[1] - y_span[0]) # A/m
    J_sum_actual = float(np.sum(J) * dy)

    if J_sum_target > 0.0:
        if J_sum_actual <= 1e-30:
            # μοίρασε ομοιόμορφα το CL target αν το FN έδωσε ~0
            J[:] = J_sum_target / ((j1 - j0) * dy)
        else:
            scale = J_sum_target / J_sum_actual
            scale = float(np.clip(scale, 0.05, 20.0))
            J *= scale

    # gate=0 ⇒ J_sum_target=0 ⇒ αφήνουμε J όπως είναι (0)

# Στοιχική στρογγυλοποίηση macro-σωματιδίων
N_line = (J * dy * dt) / qe_abs
lam = np.maximum(N_line / weight, 0.0)
Np_line = np.floor(lam + (rng.random(lam.shape))).astype(int)
totalN = int(Np_line.sum())
if totalN <= 0:
    return (np.array([]),)*4 + (0.0,)

if totalN > max_mp_per_step:
    ratio = max_mp_per_step / totalN
    Np_line = np.floor(Np_line * ratio).astype(int)
    totalN = int(Np_line.sum())
    if totalN == 0:
        return (np.array([]),)*4 + (0.0,)

js_nz = js[Np_line > 0]
counts = Np_line[Np_line > 0]
y_base = (js_nz + rng.random(js_nz.size)) * dy
y_emit = np.repeat(y_base, counts)

if y_emit.size > max_mp_per_step:
    keep = rng.choice(y_emit.size, size=max_mp_per_step,
replace=False)
    y_emit = y_emit[keep]

x_emit = np.full_like(y_emit, x_cath + 1e-9, dtype=float)
vx0 = np.zeros_like(y_emit, dtype=float)
vy0 = 1e-3 * c0 * rng.standard_normal(y_emit.size)

qsum = -qe_abs * weight * y_emit.size # αρνητικό (ηλεκτρόνια)
return x_emit, y_emit, vx0, vy0, qsum

# ----- Boris (relativistic) -----
def boris_push(x, y, vx, vy, q, m, Exs, Eys, Hzs, dt):
    if x.size==0: return x,y,vx,vy
    Exs = np.clip(Exs, -ECAP, ECAP)
    Eys = np.clip(Eys, -ECAP, ECAP)

```

```

    Hzs = np.clip(Hzs, -HCAP, HCAP)
    Bz = mu0*Hzs
    v2 = vx*vx + vy*vy
    gamma = np.sqrt(1 + v2/c0**2)
    vxm = vx + (q*dt/(2*m*gamma))*Exs
    vym = vy + (q*dt/(2*m*gamma))*Eys
    t = (q*dt/(2*m*gamma))*Bz
    s = 2*t/(1+t*t)
    vpx = vxm - vym*t
    vpy = vym + vxm*t
    vxp = vxm - vpy*s
    vyp = vym + vpx*s
    vxn = vxp + (q*dt/(2*m*gamma))*Exs
    vyn = vyp + (q*dt/(2*m*gamma))*Eys
    vmag = np.sqrt(vxn*vxn + vyn*vyn)
    over = vmag > 0.99*c0
    if np.any(over):
        scale = (0.99*c0) / np.maximum(vmag, 1e-30)
        vxn[over] *= scale[over]
        vyn[over] *= scale[over]
    xn = x + dt*vxn; yn = y + dt*vyn
    return xn, yn, vxn, vyn

# ----- CPML (x-right) -----
def build_cpml_xright(nx, ny, npml, dx, dt, m, kmax, alpha0, R,
kind="E"):
    d = np.arange(1, npml+1, dtype=float)
    x = d/npml
    sigma_max = -(m+1)*np.log(R) / (2*eps0*dx)
    if kind == "H":
        sigma_max = -(m+1)*np.log(R) / (2*mu0*dx)
    sigma = sigma_max * (x**m)
    kappa = 1.0 + (kmax-1.0)*(x**m)
    alpha = alpha0*(1.0 - x)

    if kind == "E":
        b = np.exp(-(sigma/kappa + alpha)*dt/eps0)
        c = sigma*(b - 1.0) / ( (sigma + kappa*alpha) * kappa * dx )
    else:
        b = np.exp(-(sigma/kappa + alpha)*dt/mu0)
        c = sigma*(b - 1.0) / ( (sigma + kappa*alpha) * kappa * dx )

    c = np.clip(c, -1e6, 1e6)
    b = np.clip(b, 0.0, 1.0)

    B = np.repeat(b[:,None], ny, axis=1)
    C = np.repeat(c[:,None], ny, axis=1)
    K = np.repeat(kappa[:,None], ny, axis=1)
    return B, C, K

class CPMLXRight:
    def __init__(self, nx, ny, npml, dx, dt, m, kmax, alpha0, R):
        self.nx, self.ny, self.npml = nx, ny, npml
        self.psi_Eyx = np.zeros((npml, ny))
        self.psi_Hzx = np.zeros((npml, ny))
        self.B_E, self.C_E, self.K_E = build_cpml_xright(nx, ny,
npml, dx, dt, m, kmax, alpha0, R, kind="E")
        self.B_H, self.C_H, self.K_H = build_cpml_xright(nx, ny,
npml, dx, dt, m, kmax, alpha0, R, kind="H")

    def apply_Ey_term(self, Ey, Hz, dx, dt):

```

```

        i0 = self.nx - self.npml
        dHx = (Hz[i0:self.nx, :] - Hz[i0-1:self.nx-1, :]) / dx
        dHx = finite_or_zero(dHx)
        self.psi_Eyx = finite_or_zero(self.B_E * self.psi_Eyx +
self.C_E * dHx)
        return dHx, self.psi_Eyx, self.K_E

    def apply_Hz_term(self, Ey, Hz, dx, dt):
        i0 = self.nx - self.npml
        dEx = (Ey[i0:self.nx, :] - Ey[i0-1:self.nx-1, :]) / dx
        dEx = finite_or_zero(dEx)
        self.psi_Hzx = finite_or_zero(self.B_H * self.psi_Hzx +
self.C_H * dEx)
        return dEx, self.psi_Hzx, self.K_H

# ----- FDTD TEz + PEC + CPML (x-right) -----
def fdtd_step_cpml(Ex, Ey, Hz, Jx, Jy, dx, dy, dt, cpml: CPMLXRight):
    # Hz update
    Hz[:-1, :-1] += (dt/mu0) * ((Ex[:-1, 1:] - Ex[:-1, :-1]) / dy)
    i0 = Ex.shape[0] - cpml.npml
    Hz[1:i0, :] += (dt/mu0) * ( - (Ey[1:i0, :] - Ey[0:i0-1, :]) / dx
    )
    dEx, psi_Hzx, K_H = cpml.apply_Hz_term(Ey, Hz, dx, dt)
    Hz[i0:Ex.shape[0], :] += (dt/mu0) * ( - (1.0/K_H) * dEx - psi_Hzx
    )
    # E update
    Ex[:, 1:-1] += (dt/eps0) * ((Hz[:, 1:-1] - Hz[:, 0:-2]) / dy - Jx[:, 1:-
1])
    Ey[1:-1, :] += (dt/eps0) * (- Jy[1:-1, :])
    Ey[1:i0, :] += (dt/eps0) * (- (Hz[1:i0, :] - Hz[0:i0-1, :]) / dx)
    dHx, psi_Eyx, K_E = cpml.apply_Ey_term(Ey, Hz, dx, dt)
    Ey[i0:, :] += (dt/eps0) * ( - (1.0/K_E) * dHx - psi_Eyx )
    clamp_fields(Ex, Ey, Hz)

def apply_pec(Ex, Ey, pec_mask):
    Ex[pec_mask] = 0.0; Ey[pec_mask] = 0.0

def apply_seed(n, Ey, f0, dt, x_idx, y0_idx, y1_idx, n_seed=2,
amp=1e-3):
    t = n*dt
    if t < n_seed*(1.0/f0):
        Ey[x_idx, y0_idx:y1_idx] += amp*np.sin(2*np.pi*f0*t)

# ----- Διαγνώστικά -----
def poynting_power(Ex, Ey, Hz, x_idx, dy, j0=j_port0, j1=j_port1):
    """  $\int S_x dy$  στο άνοιγμα. TEz με Hz:  $S_x = -E_y H_z$  """
    Ey_line = np.nan_to_num(Ey[x_idx, j0:j1])
    Hz_line = np.nan_to_num(Hz[x_idx, j0:j1])
    Sx_line = -(Ey_line * Hz_line)
    return np.trapezoid(Sx_line, dx=dy)

def single_bin_phase(a, b, f, dt):
    if len(a)==0 or len(b)==0: return 0.0
    A = np.fft.rfft(a - np.nanmean(a)); B = np.fft.rfft(b -
np.nanmean(b))
    freqs = np.fft.rfftfreq(a.size, d=dt)
    k = np.argmin(np.abs(freqs - f))
    return np.angle(A[k] * np.conj(B[k]))

def vc_position_from_field(Ex, i0, i1, dx):

```

```

    Ex_gap = Ex[i0:i1, :]
    Ex_ymean = np.nanmean(Ex_gap, axis=1)
    i = np.argmin(np.abs(Ex_ymean))
    return (i0 + i)*dx

# ----- Εκτελεστική προσομοίωση -----
def run_sim(T_end, f0, delay_T0=0.0, do_emit=True, do_gating=False,
do_seed=False, rng=None,
            save_snap_at=None):
    steps = int(np.ceil(T_end/dt))
    Ex = np.zeros((nx,ny)); Ey = np.zeros((nx,ny)); Hz =
np.zeros((nx,ny))

    pec_mask = np.zeros_like(Ex, dtype=bool)
    pec_mask[0,:] = True; pec_mask[:,0] = True; pec_mask[:,-1] = True

    cpml = CPMLXRight(nx, ny, npml, dx, dt, cpml_m, cpml_kmax,
cpml_alpha0, cpml_R)

    probe_i = int(0.60*nx); probe_j = int(0.50*ny)
    x_seed_idx = int(0.55*nx); y0_idx, y1_idx = int(0.2*ny),
int(0.8*ny)

    xp = np.empty(0); yp = np.empty(0); vx = np.empty(0); vy =
np.empty(0); wq = np.empty(0)
    if rng is None: rng = np.random.default_rng(11)

    Hz_snap = None; Ex_snap = None; Ey_snap = None

    # στατικό υπόβαθρο Ex στο διάκενο (DC bias)
    Ex_bg = np.zeros((nx, ny))
    j0_emit, j1_emit = int(0.2 * ny), int(0.8 * ny)
    Ex_bg[i_cath:i_an, j0_emit:j1_emit] = E_bias

    P_out = []; I_an = []; probe = []; vc_x = []; P_in = []

    next_report = 0

    for n in range(steps):
        t = n*dt
        rho = np.zeros_like(Ex); Jx = np.zeros_like(Ex); Jy =
np.zeros_like(Ex)
        deposit_cic(rho, Jx, Jy, xp, yp, vx, vy, wq, dx, dy, nx, ny)

        fdtd_step_cpml(Ex, Ey, Hz, Jx, Jy, dx, dy, dt, cpml)
        apply_pec(Ex, Ey, pec_mask)

        # gate factor
        g = g_emission(t, T0, tr_T0, tpw_T0, tf_T0, delay_T0) if
do_gating else 1.0
        Ex_eff = Ex + g * Ex_bg
        np.clip(Ex_eff, -ECAP, ECAP, out=Ex_eff)

        if do_seed and seed_cycles > 0:
            apply_seed(n, Ey, f0, dt, x_seed_idx, y0_idx, y1_idx,
n_seed=seed_cycles, amp=seed_amp)
            clamp_fields(Ex, Ey, Hz)

        # push particles
        if xp.size>0:

```

```

        i,j,w00,w10,w01,w11 = cic_weights(xp, yp, dx, dy, nx, ny)
        Exs = (Ex_eff[i,j]*w00 + Ex_eff[i+1,j]*w10 +
                Ex_eff[i,j+1]*w01 + Ex_eff[i+1,j+1]*w11)
        Eys = (Ey[i,j]*w00 + Ey[i+1,j]*w10 +
                Ey[i,j+1]*w01 + Ey[i+1,j+1]*w11)
        Hzs = (Hz[i,j]*w00 + Hz[i+1,j]*w10 +
                Hz[i,j+1]*w01 + Hz[i+1,j+1]*w11)
        xp, yp, vx, vy = boris_push(xp, yp, vx, vy, qe, me, Exs,
        Eys, Hzs, dt)

        hit_an = xp >= x_anode
        if np.any(hit_an):
            I_an.append(-np.sum(wq[hit_an])/dt)
            keep = ~hit_an
            xp, yp, vx, vy, wq = xp[keep], yp[keep], vx[keep],
            vy[keep], wq[keep]
        else:
            I_an.append(0.0)
    else:
        I_an.append(0.0)

    emitted_q = 0.0
    if do_emit:
        yspan = (0.2*Ly, 0.8*Ly)
        xnew,ynew,vxnew,vynew,qsum = inject_from_cathode(
            t, T0, x_cath, Ex, Ey, dx, dy, dt, yspan, weight,
            beta=beta_FN, tr=tr_T0, tpw=tpw_T0, tf=tf_T0,
            delay=delay_T0, EMIT_MATCH_CL=True, rng=rng,
            g_val=(g if do_gating else 1.0), use_bias_in_FN=True
        )
        if xnew.size:
            xp = np.concatenate([xp, xnew]); yp =
np.concatenate([yp, ynew])
            vx = np.concatenate([vx, vxnew]); vy =
np.concatenate([vy, vynew])
            wq = np.concatenate([wq, np.full_like(xnew,
            qe*weight)])
            emitted_q += qsum # < 0 (ηλεκτρόνια)

    Vgap = E_bias * (x_anode - x_cath) * (g if do_gating else
1.0)
    I_cath = -emitted_q / dt # A/m
    P_in.append(Vgap * I_cath)

    # Διαγνώστικά εξόδου/κατάστασης
    P_out.append(poynting_power(Ex, Ey, Hz, x_poy_idx, dy))
    probe.append(Ex[probe_i, probe_j])
    vc_x.append(vc_position_from_field(Ex, i_cath, i_an, dx))

    if save_snap_at is not None and Hz_snap is None and t >=
save_snap_at:
        Hz_snap = Hz.copy(); Ex_snap = Ex.copy(); Ey_snap =
Ey.copy()

    if not (np.all(np.isfinite(Ex)) and np.all(np.isfinite(Ey))
and np.all(np.isfinite(Hz))):
        print("[WARN] Non-finite fields encountered. Stopping
early at t=%.3e s" % t)
        break

```

```

        if n >= next_report or n == steps-1:
            print(f"[{int(100*n/steps):3d}%] t={t*1e9:7.3f} ns
Np={xp.size:6d} "
                f"max|Ex|={float(np.max(np.abs(Ex))):.2e}
P_out~{(P_out[-1] if P_out else 0):+.2e}")
            next_report += max(1, steps//20)

    t_arr = np.arange(len(P_out))*dt
    return dict(t=t_arr, dt=dt,
                P_out=np.array(P_out), P_in=np.array(P_in),
                I=np.array(I_an), probe=np.array(probe),
vc_x=np.array(vc_x),
                Hz_snap=Hz_snap, Ex_snap=Ex_snap, Ey_snap=Ey_snap)

# ----- Σάρωση καθυστέρησης -----
def sweep_delay(delays_T0, T_end, f0):
    rows = []
    best = None
    for dT0 in delays_T0:
        res = run_sim(T_end=T_end, f0=f0, delay_T0=dT0, do_emit=True,
do_gating=True, do_seed=False)
        # Παράθυρο gate (εντός παλμού + λίγο padding)
        t = np.arange(len(res["P_out"])) * res["dt"]
        T0 = 1.0 / f0
        t_on = (dT0) * T0
        t_off = (dT0 + tr_T0 + tpw_T0 + tf_T0) * T0 + 0.25 * T0
        mask = (t >= t_on) & (t <= t_off)
        # Ενέργεια/ισχύς εξόδου μέσα στο gate
        Pseg = np.nan_to_num(res["P_out"][mask])
        E_out = np.trapezoid(Pseg, dx=res["dt"]) if Pseg.size else
0.0

        P_max = float(np.max(Pseg)) if Pseg.size else 0.0
        # Είσοδος
        Pin = np.nan_to_num(res.get("P_in", np.array([])))
        if Pin.size == t.size:
            Pin_seg = Pin[mask]
            E_in = np.trapezoid(Pin_seg, dx=res["dt"]) if
Pin_seg.size else 0.0
        else:
            E_in = 0.0
        eta = (E_out / E_in) if E_in > 0 else 0.0
        # Φάση σε f0
        n = min(len(res["probe"]), len(res["I"]))
        if n > 8:
            a = res["probe"][:n] - np.mean(res["probe"][:n])
            b = res["I"][:n] - np.mean(res["I"][:n])
            phi = single_bin_phase(a, b, f0, res["dt"])
        else:
            phi = 0.0
        rows.append([dT0, E_out, P_max, phi, E_in, eta])
        score = eta
        if (best is None) or (score > best.get("score", -1.0)):
            best = dict(score=score, delay_T0=dT0, E_out=E_out,
E_in=E_in,
                        eta=eta, P_max=P_max, phi=phi, **res)
    return np.array(rows), best

# ----- Plots/Save helpers -----
def as_len(a, n):

```

```

    if a is None:
        return np.zeros(n, dtype=float)
    a = np.asarray(a, dtype=float)
    if a.size >= n:
        return a[:n]
    out = np.zeros(n, dtype=float)
    if a.size > 0:
        out[:a.size] = a
    return out

def save_timeseries(res, prefix="run"):
    n = len(res.get("P_out", []))
    if n == 0: return
    dt = res["dt"]; t = np.arange(n) * dt
    P_out = _as_len(res.get("P_out", None), n)
    P_in = _as_len(res.get("P_in", None), n)
    probe = _as_len(res.get("probe", None), n)
    vcx = _as_len(res.get("vc_x", None), n)
    arr = np.column_stack([t, P_out, P_in, probe, vcx])
    header = "t,P_out,P_in,E_probe,vc_x"
    np.savetxt(f"{prefix}_timeseries.csv", arr, delimiter=",",
header=header, comments="")

def save_params_json(fname="params.json"):
    params = dict(
        Lx=Lx, Ly=Ly, nx=nx, ny=ny, dx=dx, dy=dy, dt=dt,
        npml=npml, cpml_m=cpml_m, cpml_kmax=cpml_kmax,
cpml_alpha0=cpml_alpha0, cpml_R=cpml_R,
        x_cath=x_cath, x_anode=x_anode, V0_bias=V0_bias,
beta_FN=beta_FN,
        tr_T0=tr_T0, tpw_T0=tpw_T0, tf_T0=tf_T0,
seed_cycles=seed_cycles, seed_amp=seed_amp,
        weight=weight, f0_target=f0_target, Q_target=Q_target,
delays_T0=delays_T0.tolist()
    )
    with open(fname, "w", encoding="utf-8") as f:
        json.dump(params, f, indent=2)

def savefig(name):
    Path(".").mkdir(parents=True, exist_ok=True)
    plt.tight_layout()
    plt.savefig(name, dpi=300, bbox_inches="tight")

def plot_energy_vs_delay(rows):
    plt.figure(figsize=(7.2,3.2))
    if rows.size:
        plt.plot(rows[:,0], rows[:,1], marker='o')
        plt.xlabel("Καθυστέρηση Δt / T0"); plt.ylabel("Ενέργεια εξόδου  
J P_out dt (J/m)")
        plt.title("Σάρωση χρονικής καθυστέρησης")
        savefig("fig_5_4_energy_vs_delay.png"); plt.close()

def plot_efficiency_vs_delay(rows):
    if rows.size==0: return
    plt.figure(figsize=(7.2,3.2))
    plt.plot(rows[:,0], rows[:,5], marker='o')
    plt.xlabel("Καθυστέρηση Δt / T0")
    plt.ylabel("Απόδοση η = E_out / E_in")
    plt.title("Απόδοση vs καθυστέρηση")
    savefig("fig_efficiency_vs_delay.png"); plt.close()

```

```

def _time_axis_from_res(res):
    nI = len(res.get("I", []))
    nPr = len(res.get("probe", []))
    nPo = len(res.get("P_out", []))
    n = max(0, min(nI, nPr, nPo))
    if n == 0:
        return np.array([], 0)
    t = np.arange(n) * res["dt"]
    return t, n

def plot_probe_I_overlay(res, fname, title="Probe πεδίου & ρεύμα
ανόδου"):
    t, n = _time_axis_from_res(res)
    if n == 0: return
    plt.figure(figsize=(7.2,3.2))
    plt.plot(t*1e9, res["probe"][:n], label="E_probe")
    plt.plot(t*1e9, res["I"][:n], label="I_an")
    plt.xlabel("Χρόνος (ns)"); plt.ylabel("a.u.")
    plt.title(title); plt.legend()
    savefig(fname); plt.close()

def plot_pout_time(res, title, fname):
    t, n = _time_axis_from_res(res)
    if n == 0: return
    plt.figure(figsize=(7.2,3.2))
    plt.plot(t*1e9, res["P_out"][:n], linewidth=1.0)
    plt.xlabel("Χρόνος (ns)"); plt.ylabel("P_out (W/m)")
    plt.title(title)
    savefig(fname); plt.close()

def plot_spectrum_pout(res, fname):
    t, n = _time_axis_from_res(res)
    if n == 0: return
    P = res["P_out"][:n] - np.mean(res["P_out"][:n])
    if np.allclose(P, 0.0):
        plt.figure(figsize=(7.2,3.2)); plt.plot(t*1e9,
res["P_out"][:n])
        plt.xlabel("Χρόνος (ns)"); plt.ylabel("P_out (W/m)")
        plt.title("Φάσμα ισχύος: μηδενικά δεδομένα")
        savefig(fname.replace(".png", "_time.png")); plt.close();
    return
    win = np.hanning(P.size)
    A = np.abs(np.fft.rfft(win*P))
    freqs = np.fft.rfftfreq(P.size, d=res["dt"])
    plt.figure(figsize=(7.2,3.2))
    plt.semilogy(freqs*1e-9, np.maximum(A, 1e-30))
    plt.xlabel("Συχνότητα (GHz)"); plt.ylabel("|FFT(P_out)| (a.u.)")
    plt.title("Φάσμα ισχύος (Hann)")
    savefig(fname); plt.close()

def plot_vc_vs_time(res, fname):
    plt.figure(figsize=(7.2,3.2))
    if res["t"].size and res["vc_x"].size:
        plt.plot(res["t"]*1e9, res["vc_x"]*1e3)
    plt.xlabel("Χρόνος (ns)"); plt.ylabel("Θέση VC (mm)")
    plt.title("Σχηματισμός & ταλάντωση εικονικής καθόδου")
    savefig(fname); plt.close()

# ----- Ring-down estimate -----
def estimate_f0_Q_from_ringdown(res_ring, f_hint):
    t = np.arange(len(res_ring.get("probe", [])) * res_ring["dt"])

```

```

    s = res_ring.get("probe", np.array([]))
    if s.size < 64:
        t = np.arange(len(res_ring.get("P_out", []))) *
res_ring["dt"]
        s = res_ring.get("P_out", np.array([]))
        if s.size < 64:
            return f_hint, np.nan
        S = np.fft.rfft(s - s.mean())
        f = np.fft.rfftfreq(s.size, d=res_ring["dt"])
        k0 = np.argmin(np.abs(f - f_hint))
        kL, kR = max(1, k0-3), min(len(S)-1, k0+3)
        k = kL + np.argmax(np.abs(S[kL:kR+1]))
        f0 = f[k]
        y = s
        dy = np.diff(y)
        peaks = np.where((dy[:-1] > 0) & (dy[1:] <= 0))[0] + 1
        if peaks.size < 6:
            return f0, np.nan
        amps = np.abs(y[peaks])
        M = min(12, amps.size)
        amps = amps[:M]
        ratios = amps[:-1] / np.maximum(amps[1:], 1e-30)
        delta = np.mean(np.log(np.maximum(ratios, 1e-30)))
        Q = (np.pi / delta) if delta > 0 else np.nan
        return f0, Q

# ----- Main -----
if __name__ == "__main__":
    print(f"[INFO] Using f0 = {f0_target/1e9:.2f} GHz, Q =
{Q_target:.0f}")
    print(f"[GRID] nx,ny={nx},{ny}  dx,dy=({dx:.3e},{dy:.3e}) m
dt={dt:.3e} s")

    # (A) Baseline ( $\Delta t=0$ ): gate off, seed on (1 cycle), EMIT_MATCH_CL
on
    base = run_sim(T_end=T_end_baseline, f0=f0_target, delay_T0=0.0,
do_emit=True, do_gating=False, do_seed=True,
save_snap_at=0.7*T_end_baseline)

    # Εκτύπωση baseline
    t = np.arange(len(base["P_out"])) * base["dt"]
    E_out = np.trapezoid(np.nan_to_num(base["P_out"]), dx=base["dt"])
if base["P_out"].size else 0.0
    E_in = np.trapezoid(np.nan_to_num(base["P_in"]), dx=base["dt"])
if base["P_in"].size else 0.0
    eta = (E_out / E_in) if E_in > 0 else 0.0
    phi = single_bin_phase(base["probe"], base["I"], f0_target,
base["dt"]) if min(len(base["probe"]), len(base["I"]))>8 else 0.0
    Pmax = float(np.max(base["P_out"])) if base["P_out"].size else
0.0
    print(f"[Baseline] E_out={E_out:.3e} J/m, E_in={E_in:.3e} J/m,
 $\eta$ ={eta:.3e}, Pmax={Pmax:.3e} W/m,  $\phi$ ={phi:+.2f} rad")

    # Σώσιμο baseline
    save_timeseries(base, prefix="baseline")
    plot_vc_vs_time(base, "fig_5_1_VC_vs_time.png")
    plot_probe_I_overlay(base, "fig_5_3_I_vs_Eprobe_baseline.png",
title="Baseline: Probe & I_an")
    plot_pout_time(base, "Ισχύς εξόδου (baseline)",
"fig_5_5_Pout_time_baseline.png")
    plot_spectrum_pout(base, "fig_5_6_Pout_spectrum_baseline.png")

```

```

# (B) Sweep καθυστέρησης (gate on)
rows, best = sweep_delay(delays_T0, T_end_optimal, f0_target)
np.savetxt("timing_sweep.csv", rows, delimiter=",",

header="delay_over_T0,E_out_Jperm,P_max_Wperm,phi_rad,E_in_Jperm,eta"
, comments="")
plot_energy_vs_delay(rows)
plot_efficiency_vs_delay(rows)

if best is not None:
    save_timeseries(best,
prefix=f"best_delay_{best['delay_T0']:.3f}")
    plot_pout_time(best, f"Ισχύς εξόδου
(delay={best['delay_T0']:.2f} T0)", "fig_5_5_Pout_time_opt.png")
    plot_spectrum_pout(best, "fig_5_6_Pout_spectrum_opt.png")
    plot_probe_I_overlay(best, "fig_5_7_probe_I_overlay_opt.png",
title="Βέλτιστο: Probe & I_an")

    print("\n--- Sweep table (sorted by efficiency η) ---")
    order = np.argsort(rows[:,5])[:,::-1]
    print(" delay/T0      E_out[J/m]      E_in[J/m]      η
P_max[W/m]      φ[rad]")
    for r in rows[order]:
        print(f"      {r[0]:.3f}      {r[1]:.3e}      {r[4]:.3e}
{r[5]:.3e}      {r[2]:.3e}      {r[3]:+5.2f}")

    save_params_json("params.json")
    print("\n[Done] Baseline (Δt=0) και Sweep ολοκληρώθηκαν. Σώθηκαν
CSV/σχήματα.")

```