ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΙΣΧΥΟΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΚΑ ΥΛΙΚΑ ΓΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΙΝΗΣΗΣ ΜΗΔΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΟΜΠΗΣ ΡΥΠΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΓΕΩΡΓΙΟΥ Δ. ΚΑΛΟΚΥΡΗ
Διπλωματούχου Ηλεκτρολόγου Μηχανικού και Μηχανικού Υπολογιστών ΕΜΠ

Επιβλέπων Καθηγητής: ΑΝΤΩΝΙΟΣ Γ. ΚΛΑΔΑΣ
Αναπλ. Καθηγητής Ε.Μ.Π

Αθήνα, Φεβρουάριος 2006

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΙΣΧΥΟΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΚΑ ΥΛΙΚΑ ΓΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΙΝΗΣΗΣ ΜΗΔΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΟΜΠΗΣ ΡΥΠΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΓΕΩΡΓΙΟΥ Δ. ΚΑΛΟΚΥΡΗ
Διπλωματούχου Ηλεκτρολόγου Μηχανικού και Μηχανικού Υπολογιστών ΕΜΠ

Συμβουλευτική Επιτροπή : Αντώνιος Γ. Κλαδάς (Επιβλέπων)
Στέφανος Ν. Μανιάς
Πολυξένη Π. Γιαννοπούλου-Λασκαράτου

Εγκρίθηκε από την επταμελή εξεταστική επιτροπή την 17η Φεβρουαρίου 2006

.....	Π. Γιαννοπούλου	.....
Π. Γεωργιλάκης	Π. Γιαννοπούλου-Λασκαράτου	Α. Κλαδάς
Επικ. Καθηγητής Πολυτεχνείου Κρήτης	Επικ. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.	Αναπλ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.
.....	.....	.....
Σ. Μανιάς	Ι. Ξανθάκης	Δ. Παπαδόπουλος
Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Καθηγητής Ε.Μ.Π.	Καθηγητής Δημοκριτείου Πανεπιστημίου Θράκης

.....
Ν. Χατζηαργυρίου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2006

.....
Γεώργιος Δ. Καλοκύρης
Διδάκτωρ Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Γεώργιος Δ. Καλοκύρης, 2006.
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΤΑΜΕΙΟ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης

Η παρούσα διδακτορική διατριβή αποτελεί υποέργο του προγράμματος: «Ηράκλειτος: Υποτροφίες έρευνας με προτεραιότητα στην βασική έρευνα»

Το Πρόγραμμα «ΗΡΑΚΛΕΙΤΟΣ» συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινοτικό Ταμείο (75%) και από Εθνικούς Πόρους (25%).

The Project “HRAKLEITOS” is co-funded by the European Social Fund (75%) and National Resources (25%).

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της παρούσης διατριβής η οποία ξεκίνησε τον Νοέμβριο του 2001 και εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Ηλεκτρικών Μηχανών και Ηλεκτρονικών Ισχύος της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου επιθυμώ να εκφράσω τις ευχαριστίες μου:

- στον επιβλέποντα Καθηγητή κ. Αντώνιο Κλαδά, για την επιστημονική βοήθεια και την καθοδήγηση που μου προσέφερε κατά την διάρκεια εκπόνησης της διατριβής.

- στον Καθηγητή ΕΜΠ κ. Στέφανο Μανιά και στην Επίκουρη Καθηγήτρια ΕΜΠ κα. Πολυξένη Γιαννοπούλου-Λασκαράτου, μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής, για την συμπαράσταση και ηθική βοήθεια που μου προσέφεραν και τις πολύτιμες επιστημονικές υποδείξεις τους.

- στους διδάκτορες ΕΜΠ κ. Κωνσταντίνο Τάτη και κα. Μαρίνα Τσίλη καθώς και στους υποψήφιους διδάκτορες ΕΜΠ κκ. Αντώνιο Χανιώτη και Θεμιστοκλή Κεφάλα, για την βοήθεια και την συνεργασία τους σε θέματα υπολογιστικού χαρακτήρα.

- στον κ. Παναγιώτη Ζάννη, μέλος ΕΤΕΠ του Εργαστηρίου Ηλεκτρικών Μηχανών και Ηλεκτρονικών Ισχύος, για την πολύ σημαντική συμβολή του στην εκτέλεση των πειραμάτων.

- στους υπεύθυνους διαχείρισης του Επιχειρησιακού Προγράμματος Εκπαίδευσης και Αρχικής Επαγγελματικής Κατάρτισης (ΕΠΕΑΕΚ) του ΕΜΠ, για την αποδοτική συνεισφορά τους στην υποστήριξη της διατριβής μέσω του προγράμματος ΗΡΑΚΛΕΙΤΟΣ, του οποίου η διατριβή αποτελεί υποέργο.

- στα μέλη της οικογένειάς μου για την συμπαράσταση που μου προσέφεραν.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία επιχειρεί την ανάπτυξη και προσαρμογή υπολογιστικών εργαλείων σχεδίασης - βελτιστοποίησης διατάξεων ηλεκτρικής κίνησης, οι οποίες περιλαμβάνουν καινοτομικά υλικά (μαγνητικά υλικά υψηλών επιδόσεων, όπως μόνιμοι μαγνήτες κραμάτων Νεοδυμίου και σιδηρομαγνητικά υλικά χαμηλών απωλειών). Τα υλικά αυτά αποτελούν το αντικείμενο εκτεταμένης έρευνας διεθνώς αλλά η αξιοποίησή τους σε κινητήρια συστήματα απαιτεί αναθεωρήσεις και προσαρμογές των μεθοδολογιών σχεδίασης των συστημάτων, οι οποίες έχουν αναπτυχθεί με βάση τα κλασσικά υλικά. Οι προτεινόμενες μεθοδολογίες επιτρέπουν την βελτιωμένη μοντελοποίηση των υλικών και συγκεκριμένα, σε ένα πρώτο βήμα αναπτύχθηκε μια μεθοδολογία μεικτής τεχνικής πεπερασμένων στοιχείων – αναλυτικών λύσεων για την αποδοτικότερη αναπαράσταση φαινομένων τριών διαστάσεων μέσω δισδιάστατων μοντέλων και εφαρμόστηκε σε κινητήρια συστήματα ηλεκτρικών μηχανών μόνιμου μαγνήτη. Σε ένα δεύτερο βήμα, εξετάζονται τεχνικές σχεδίασης ηλεκτρικών μηχανών μεταβλητής αντίστασης και ασύγχρονων κινητήρων. Τέλος, αναλύονται δυο τύποι τριφασικών αντιστροφέων οι οποίοι χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο ασύγχρονων τριφασικών κινητήρων υψηλών ταχυτήτων.

Λέξεις Κλειδιά

Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων, Μηχανές Μονίμων Μαγνητών, Παράμετροι Ισοδύναμου Κυκλώματος, Αναλυτικές Λύσεις, Κλίση Αυλάκων Δρομέα, Μεθοδολογία Σχεδιασμού Ηλεκτρικών Μηχανών.

ABSTRACT

The present work, deals with the development and adaptation of computer aided design tools for the optimization of subsystems involving electric drives and including advanced materials (magnetic materials with high performance, as Neodymium alloy permanent magnets and ferromagnetic materials with low losses). These materials constitute a subject of extensive research internationally but their exploitation in electric drive systems requires improvements and adaptations of the traditional design methodologies that have been developed for classical materials. More specifically, the proposed methodologies enable improved modeling of materials and particularly, in a first step a mixed method based on analytical solutions and finite element technique has been developed enabling efficient simulation of three dimensional effects through two dimensional codes, applied in the case of permanent magnet machines with rotor skew. In a second step, variable reluctance and asynchronous machines design methodologies have been considered. Finally, two types of three phase inverters which are used for the control of three phase asynchronous high speed motors have been analysed.

KeyWords

Finite Element Method, Permanent Magnet Machines, Equivalent Circuit Parameters, Analytical Solutions, Rotor Skew, Design Methodology of Electrical Machines.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΒΑΣΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ – ΘΕΩΡΗΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΙΜΩΝ ΜΑΓΝΗΤΩΝ

1.1 Εισαγωγή 1
1.2 Βασικά μεγέθη διαστασιολόγησης ηλεκτρικών μηχανών 1
1.3 Παράδειγμα σχεδίασης ηλεκτρικής μηχανής μονίμων μαγνητών 3
1.3.1 Διαδικασία σχεδίασης μηχανής μονίμων μαγνητών 4
1.3.2 Προσδιορισμός της επιφάνειας διακένου, της δύναμης διακένου και της ηλεκτρομαγνητικής ροπής 5
1.3.3 Προσδιορισμός των χαρακτηριστικών του στάτη 7
1.3.4 Προσδιορισμός των χαρακτηριστικών του δρομέα 8
1.4 Βιβλιογραφία 10

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ (ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ)

2.1 Αριθμητικές μέθοδοι ανάλυσης πεδίου στις ηλεκτρικές μηχανές 11
2.2 Διαμόρφωση ολοκληρωτικής εξίσωσης 13
2.3 Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων 15
2.3.1 Διατύπωση των εξισώσεων του μαγνητικού πεδίου 16
2.3.2 Οριακές συνθήκες 18
2.3.3 Διακριτοποίηση των εξισώσεων 19
2.4 Μεικτή τεχνική πεπερασμένων στοιχείων – αναλυτικών λύσεων 22
2.4.1 Δομή πινάκων μακροστοιχείου στο διάκενο 22
2.4.2 Διδιάστατο μοντέλο πολλών διατομών 23
2.4.3 Μακροστοιχείο για την θεώρηση πολλών διατομών 25
2.5 Εφαρμογή υβριδικής τεχνικής πεπερασμένων στοιχείων-αναλυτικών λύσεων 26
2.6 Συμπεράσματα 27
2.7 Βιβλιογραφία 28

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΙΔΗΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΠΥΡΗΝΑ (ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ)

3.1 Μαγνητικός πυρήνας ηλεκτρικών μηχανών 33
3.1.1 Κατηγορίες μαγνητικών υλικών 33
3.1.2 Μαγνητικός κορεσμός 34
3.1.3 Μαγνητική υστέρηση 35
3.1.4 Δινορρεύματα στα ηλεκτρικά κυκλώματα 38
3.2 Μοντελοποίηση του μαγνητικού πυρήνα 39
3.2.1 Μοντελοποίηση κορεσμού 39
3.2.1.1 Πολυωνυμική αναπαράσταση 40
3.2.1.2 Αναπαράσταση υπερβολής 41
3.2.1.3 Εκθετική αναπαράσταση 41
3.2.1.4 Αναπαράσταση τόξου εφαπτομένης 42
3.2.2 Μοντελοποίηση υστέρησης και κορεσμού 43
3.2.2.1 Μοντέλο υστέρησης Preisach-Neel 44

3.2.2.2 Τροποποιημένο μοντέλο Preisach 46
3.2.2.3 Μη γραμμικό μοντέλο Preisach (μοντέλο Mayergoyz) 47
3.2.2.4 Μοντέλο Stoner-Wolhfart 48
3.2.2.5 Μοντέλο Jiles-Atherton 51
3.2.2.6 Μοντέλο Globus 54
3.2.2.7 Μοντέλο Hodgdon 57
3.2.2.8 Άλλα μοντέλα μη γραμμικής υστέρησης 60
3.2.2.9 Σύγκριση των μοντέλων υστέρησης 61
3.2.3 Μοντελοποίηση δινορρευμάτων 62
3.2.3.1 Αναπαράσταση σταθερής αντίστασης 62
3.2.3.2 Μοντέλο αναπτύγματος σειράς 64
3.3 Βιβλιογραφία 66

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΜΗΧΑΝΗ ΜΟΝΙΜΩΝ ΜΑΓΝΗΤΩΝ

4.1 Πεδιακή ανάλυση σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών 69
4.2 Κυκλωματική αναπαράσταση της σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών 75
4.3 Συμπεράσματα 78
4.4 Βιβλιογραφία 78

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΜΗΧΑΝΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ

5.1 Εισαγωγή 83
5.2 Βασική ανάλυση μηχανής μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης ισχύος 50 kW 83
5.3 Διδιάστατος αριθμητικός υπολογισμός 86
5.4 Αποτελέσματα μεθόδου αριθμητικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων 86
5.5 Απώλειες σιδήρου στη μηχανή μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης 89
5.6 Υπολογισμός τοπικών βρόχων υστέρησης 90
5.7 Συμπέρασμα 92
5.7 Βιβλιογραφία 92

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΑΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ

6.1 Εισαγωγή 95
6.2 Σχεδίαση κινητήρα επαγωγής ισχύος 700 W, 11.400 ΣΑΛ 95
6.2.1 Βασική διαστασιολόγηση 95
6.2.2 Σχεδίαση στάτη 96
6.2.3 Σχεδίαση δρομέα 99
6.2.4 Υπολογισμός ρεύματος κενού φορτίου 100
6.2.5 Υπολογισμός αυτεπαγωγών σκέδασης 101
6.2.6 Αριθμητικός υπολογισμός μαγνητικού πεδίου τριφασικού κινητήρα επαγωγής 700W 103
6.3 Ανάλυση κινητήρα επαγωγής ισχύος 3 kW, 10.800 ΣΑΛ 106
6.4 Συμπεράσματα 112
6.5 Βιβλιογραφία 112

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΟΥΣ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΕΥΡΟΥΣ ΠΑΛΜΩΝ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΩΝ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΓΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

7.1 Εισαγωγή 115
7.2 Τριφασικός αντιστροφέας πολλαπλών επιπέδων 115
7.3 Μέθοδος διαμόρφωσης εύρους παλμών (Pulse Width Modulation – PWM) με κάθετα μεταφερόμενους φορείς 117
7.4 Μέθοδος ημιτονοειδούς διαμόρφωσης εύρους παλμών (Sinusoidal Pulse Width Modulation – SPWM) για τριφασικό αντιστροφέα 125
7.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων 135
7.6 Συμπεράσματα 135
7.7 Βιβλιογραφία 135

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

8.1 Κυριότερα αποτελέσματα 138
8.2 Σημεία προαγωγής της επιστήμης 139
8.3 Εργασίες για περαιτέρω διερεύνηση 139

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ MATLAB/SIMULINK ΣΕ ΜΗΧΑΝΗ ΜΟΝΙΜΩΝ ΜΑΓΝΗΤΩΝ

Π.1 Εισαγωγή 141
Π.2 Πλαίσιο διαλόγου και εισαγωγής παραμέτρων 141
Π.3 Είσοδοι και έξοδοι 143
Π.4 Κυκλωματικό μοντέλο σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών 144
Π.5 Προσομοίωση με το matlab σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών 146
Π.6 Συμπεράσματα 157

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΒΑΣΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ – ΘΕΩΡΗΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΙΜΩΝ ΜΑΓΝΗΤΩΝ

1.1 Εισαγωγή

Η βασική μεθοδολογία σχεδίασης του ενεργού μέρους των ηλεκτρικών μηχανών συνδέεται άμεσα με τις επιδόσεις και τα χαρακτηριστικά των χρησιμοποιούμενων υλικών (χαλκού, σιδήρου) [1.9] και παρουσιάζεται στην συνέχεια.

1.2 Βασικά μεγέθη διαστασιολόγησης ηλεκτρικών μηχανών

Η βασική διαστασιολόγηση των ηλεκτρικών μηχανών γίνεται με ορισμένες τυπικές τιμές των κυρίων μαγνητικών, ηλεκτρικών και θερμικών μεγεθών, [1.1]. Συγκεκριμένα χρησιμοποιούνται τα ακόλουθα μεγέθη:

1) **Ειδική μαγνητική φόρτιση** ($\overline{B}$). Συνδέει τον αριθμό των πόλων p με τη ροή ανά πόλο Φ και την επιφάνεια του διακένου, σύμφωνα με τη σχέση :

$$\overline{B} = \frac{p \cdot \Phi}{\pi \cdot D \cdot L} \tag{1.1}$$

όπου D η διάμετρος του διακένου, L το μήκος του ενεργού μέρους της μηχανής. Τυπικές τιμές αυτής της παραμέτρου είναι 0,5 - 0,6 Tesla, οι οποίες περιορίζονται από το φαινόμενο του κορεσμού και τις σκεδάσεις δοντιών.

2) **Ειδική ηλεκτρική φόρτιση (ac)**. Προσδιορίζεται από την ενεργό τιμή των αμπερελιγμάτων ανά μέτρο περιφέρειας του διακένου, σύμφωνα με τη σχέση :

$$ac = \frac{3 \cdot 2 \cdot N_S \cdot I}{\pi \cdot D} \tag{1.2}$$

όπου N_s είναι ο αριθμός των ενεργών εν σειρά αγωγών του τυλίγματος ανα φάση και I η ονομαστική τιμή του ρεύματος. Τυπικές τιμές είναι 15000 ως 45000 AE/m για τις σύγχρονες μηχανές, οι οποίες επιδρούν στις απώλειες των αγωγών και στην επαγωγική αντίδραση των τυλιγμάτων. Αν λάβουμε υπόψη μας ότι :

- Η ενεργός τιμή της επαγόμενης τάσης E δίνεται από τη σχέση :

$$E = 4{,}44 \cdot K_W \cdot f \cdot N_S \cdot \Phi \tag{1.3}$$

όπου K_w ο συντελεστής τυλίγματος, f η ηλεκτρική συχνότητα, Φ η θεμελιώδης ροή ανά πόλο.

- η φαινόμενη ισχύς της μηχανής δίνεται από τη σχέση :

$$S = 3 \cdot E \cdot I \tag{1.4}$$

όπου E είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη ανά φάση.

3) **Οριακή τάση διακένου (σ_{max})**. Αποτελεί βασικό μέγεθος της μηχανικής αντοχής της γεννήτριας, το οποίο δεν πρέπει να λαμβάνει τιμές μεγαλύτερες των 10 tn/cm^2. Το μέγεθος αυτό προσδιορίζεται, αν διαιρέσουμε τη φυγόκεντρο δύναμη του δρομέα που δίνεται από τη σχέση :

$$F = m \cdot \omega_{rm}^2 \cdot R \tag{1.5}$$

όπου m η ισοδύναμη μάζα του δρομέα στην περιφέρειά του, R η ακτίνα του και ω_{rm} η μηχανική γωνιακή ταχύτητα. Με δεδομένο το εμβαδόν του διακένου A :

$$A = \pi \cdot D \cdot L \tag{1.6}$$

προκύπτει ότι η οριακή τάση διακένου υπολογίζεται ως εξής :

$$\sigma_{max} = F / A \tag{1.7}$$

4) **Πυκνότητα ρεύματος τυλίγματος**. Αποτελεί βασικό ηλεκτρικό μέγεθος της μηχανής που σχετίζεται άμεσα με τη θερμική της ισορροπία, καθώς από την πυκνότητα ρεύματος εξαρτώνται οι απώλειες των τυλιγμάτων, οι οποίες προκαλούν αύξηση της θερμοκρασίας των μονώσεων και των λοιπών υλικών της. Αν ξεπεραστεί ένα δεδομένο όριο θερμοκρασίας, μπορεί να μειωθεί η διηλεκτρική αντοχή των μονώσεων ή σε ακόμη πιο σπάνιες περιπτώσεις να οδηγηθούν σε τήξη κάποια υλικά της γεννήτριας.

Αν η πυκνότητα του ρεύματος ξεπεράσει τα 3,5 - 4 A/mm^2, χρειάζεται εξαναγκασμένη ψύξη, η οποία (ανάλογα με τις ανάγκες μας) μπορεί να είναι τεχνητός αερισμός, κλειστό κύκλωμα νερού στο στάτη ή υγρού υδρογόνου στο δρομέα για μεγάλες ισχείς.

Ιδιαίτερα στην περίπτωση ανεμογεννήτριας η θερμική ισορροπία εξαρτάται από τις δυνατότητες αερισμού. Ο υπολογισμός της απαιτούμενης ποσότητας αέρα Q σε m^3/sec εξαρτάται από την ισχύ απωλειών $P_{απ}$ (εκφρασμένη σε kW), από την αποδεκτή θερμοκρασιακή αύξηση της μηχανής $\theta_{μχ}$ σε °C, από τη θερμοκρασία της κρύας μηχανής $\theta_{κρ}$ σε °C και από την πίεση H σε mmHg σύμφωνα με τη σχέση :

$$Q = 0{,}78\frac{P_{απ}}{\theta_{μχ}}\frac{\theta_{κρ}+273}{273}\frac{760}{H} \tag{1.8}$$

5) **Αναλογία διαστάσεων D και L για μηχανική αντοχή**. Συγκεκριμένα για μικρές μηχανές ισχύει $D \approx L$, για λόγους μείωσης του συνολικού κόστους κατασκευής ενώ για μεγάλες γεννήτριες (όπως μονάδες των 300 MVA) έχουμε $D\approx1$ m, $L\approx10$ m για διπολικές, $D\approx2$ m, $L\approx10$ m για τετραπολικές. Σε ειδικές κατασκευές μπορεί αυτό το κριτήριο να μην εφαρμοστεί.

1.3 Παράδειγμα σχεδίασης ηλεκτρικής μηχανής μονίμων μαγνητών

Σε πολλές περιπτώσεις, ιδίως μετά την ανάπτυξη μονίμων μαγνητών υψηλής μαγνήτισης, τα τυλίγματα του δρομέα μπορούν να αντικατασταθούν από μόνιμους μαγνήτες εξασφαλίζοντας μειωμένες απώλειες. Η περίπτωση αυτή παρουσιάζεται πιο αναλυτικά στην συνέχεια.

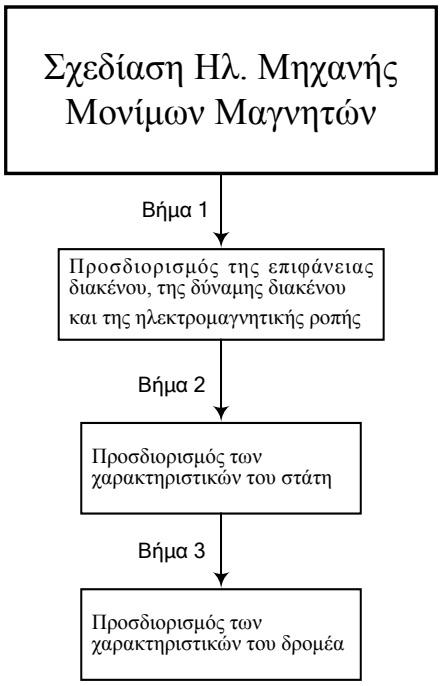
1.3.1 Διαδικασία σχεδίασης μηχανής μονίμων μαγνητών

Η σχεδίαση ηλεκτρικής μηχανής μονίμων μαγνητών με βάση τα μαγνητικά μεγέθη περιλαμβάνει τα εξής βήματα (σχήμα 1.1) :

α) προσδιορισμός της επιφάνειας διακένου, της δύναμης διακένου και της ηλεκτρομαγνητικής ροπής

β) προσδιορισμός των χαρακτηριστικών του στάτη και

γ) προσδιορισμός των χαρακτηριστικών του δρομέα.



Σχήμα 1.1: Διαδικασία σχεδίασης ηλεκτρικής μηχανής μονίμων μαγνητών

Στην συνέχεια παρουσιάζεται η διαδικασία σχεδίασης μιας ηλεκτρικής μηχανής μονίμων μαγνητών μικρής ισχύος με χαρακτηριστικά : πραγματική ισχύς 55 W, συντελεστής ισχύος 1, ονομαστική φασική τάση 120 V και ρεύμα φάσης 0.45 A.

1.3.2 Προσδιορισμός της επιφάνειας διακένου, της δύναμης διακένου και της ηλεκτρομαγνητικής ροπής

Η ηλεκτρομαγνητική ροπή διακένου Te μπορεί να υπολογισθεί με βάση την μέση εφαπτομενική δύναμη στο διάκενο F_t, τη μέση εφαπτομενική πίεση των μαγνητικών δυνάμεων στο διάκενο P_t, και την επιφάνεια του διακένου A (η οποία δίνεται από τη σχέση $A=\pi \cdot D \cdot L$) σύμφωνα με τα ακόλουθα :

$$F_t = P_t A \tag{1.9}$$

$$T_e = \tfrac{1}{2} D F_t \tag{1.10}$$

$$T_e = \pi/2 \, D^2 L P_t \tag{1.11}$$

όπου L το μήκος του ενεργού μέρους της γεννήτριας και D η εξωτερική διάμετρος του δρομέα. Η ταχύτητα λειτουργίας είναι 5000 με 7000 ΣΑΛ, [1.2-1.4]. Μία λογική τιμή διαμέτρου, η οποία εξασφαλίζει ευχέρεια κατασκευής του δρομέα, είναι D = 11,5 cm.

'Ενα σημαντικό διαστατικό μέγεθος του ενεργού μέρους της μηχανής είναι το μήκος L μέσω του οποίου επιτυγχάνεται η επιθυμητή τιμή ροπής. Το μήκος ενεργού κυκλώματος επιλέγεται ίσο με L= 0,01 m.

Ο στάτης της μηχανής θα κατασκευασθεί από ειδικό μαγνητικό υλικό με υψηλή μαγνητική διαπερατότητα (μ_r=10.000) και πολύ λεπτό πάχος (υμένιο) προς περιορισμό των δινορρευμάτων. Θεωρούμε ότι η μέση επαγωγή διακένου είναι 0,7 Tesla και η βέλτιστη γωνία κατεύθυνσης σε όλο το διάκενο είναι 45°. Η δύναμη του διακένου υπολογίζεται μέσω της σχέσης :

$$F_t = L \oint_c B_n H_t dc \tag{1.12}$$

$$F_t = \frac{L}{\mu_o} \oint_c B_n B_t dc \tag{1.13}$$

όπου B_n, B_t η εφαπτομενική και η κάθετη συνιστώσα της μαγνητικής επαγωγής στο διάκενο. Οπότε σε συνδυασμό με τη σχέση (1.9) προκύπτει ότι :

$$P_t = \frac{1}{\pi D \mu_o} \oint_c B_n B_t dc \tag{1.14}$$

Για τιμές μέσης εφαπτομενικής και κάθετης συνιστώσας 0,7 Tesla (λόγω της βέλτιστης κατεύθυνσης στο διάκενο) από τους υπολογισμούς προκύπτει ότι :

$$F_t = L \cdot d_1 \cdot B_n \cdot B_t$$

$$F_t = 0{,}01 \cdot 0{,}011 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7 / 12{,}56 \cdot 10^{-7} = 42{,}89 \text{ Nt}$$

$$F_{t(\text{ολικο})} = 18 \cdot 42{,}89 = 772 \text{ Nt}$$

$$T_e = F_t \cdot r$$

$$T_e = 772 \cdot 0{,}0573 = 44{,}2 \text{ Nt} \cdot \text{m}$$

$$P = T_e \cdot \omega_m$$

$$P = 44{,}2 \cdot 680 = 30 \text{ KW}$$

$$\omega_m = 2\pi \cdot n / 60$$

$$\omega_m = 680 \text{ rad/sec}$$

Το πλάτος του διακένου L_δ υπολογίζεται σύμφωνα με την ακόλουθη εμπειρική σχέση (ισχύει για μηχανές με σημαντική διάμετρο διακένου D, το D μετριέται σε m) :

$$L_\delta = 1{,}6\sqrt{D} - 0{,}25 \tag{1.15}$$

Στην συγκεκριμένη εφαρμογή επιλέγεται L_δ = 1 mm.

1.3.3 Προσδιορισμός των χαρακτηριστικών του στάτη

Ο αριθμός των πόλων p προσδιορίζεται σύμφωνα με τη σχέση :

$$n = \frac{120 \cdot f}{p} \tag{1.16}$$

Αν υποθέσουμε ότι η μέγιστη ταχύτητα λειτουργίας είναι 6500 ΣΑΛ και η συχνότητα f της παραγόμενης τάσης θα πρέπει να είναι ίση με 1 kHz, τότε ο αριθμός των πόλων θα είναι ίσος με p = 18.

Αν θεωρήσουμε ότι όλα τα πηνία της γεννήτριας είναι συνδεδεμένα σε σειρά και έχουμε μία αύλακα ανά πόλο και φάση, τότε η μέγιστη τιμή της ηλεκτρεγερτικής δύναμης δίνεται από την σχέση :

$$\hat{V} = \omega_{el} \cdot \Phi \cdot n \tag{1.17}$$

Αν υπολογίσουμε την μαγνητική ροή από τη μέση τιμή της επαγωγής του διακένου σύμφωνα με τη σχέση :

$$\Phi = B \cdot A \tag{1.18}$$

τότε αυτή προκύπτει ίση με $\Phi = 1 \cdot (0{,}01 \cdot 0{,}011) = 0{,}11$ mWb.

Αν θεωρήσουμε την τάση ακροδεκτών $\hat{V}$ ίση με 170 V και την γωνιακή ταχύτητα ίση με 6123 rad/s ($\omega_{el}=(p/2) \cdot \omega_m=6123$ rad/s), τότε σύμφωνα με τη σχέση (1.17) προκύπτει ότι ο αριθμός των σπειρών ανά πηνίο είναι n = 14 σπείρες / πηνίο.

Σε αυτή την περίπτωση το ρεύμα του στάτη I στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας δίνεται από την σχέση :

$$I = \frac{P}{V \cdot \cos\varphi} \tag{1.19}$$

όπου P η ονομαστική πραγματική ισχύς, V η ονομαστική φασική τάση και cosφ ο συντελεστής ισχύος. Οπότε αν θεωρήσουμε ότι ο συντελεστής ισχύος είναι 1, η ονομαστική φασική τάση 120 V και η αντίστοιχη πραγματική ισχύς 55 W, τότε το ρεύμα φάσης είναι ίσο με I = 0,45 A.
Αν θεωρήσουμε ότι η επιτρεπτή πυκνότητα ρεύματος J είναι ίση με 4 A/mm^2, προκύπτει ότι η διατομή του χαλκού είναι ίση με S= 0,12 mm^2. Για κατασκευαστικούς λόγους επιλέγουμε μεγαλύτερη διατομή, δηλαδή S = 0,5 mm^2.

Η συνολική αντίσταση τυλίγματος του στάτη υπολογίστηκε από την σχέση :

$$R = p\frac{l}{S} \tag{1.20}$$

και είναι ίση με R = 0,37 Ω, όπου $\rho=1/\sigma=1/57 \cdot 10^6$ Ohm·m

Το μήκος του τυλίγματος *l* υπολογίστηκε από την εξίσωση :

$$l=2 \cdot (l_{ax}+l_p) \cdot n \cdot p \tag{1.21}$$

και είναι ίσο με $2 \cdot (0,01+0,011) \cdot 14 \cdot 18=10,6$ m.

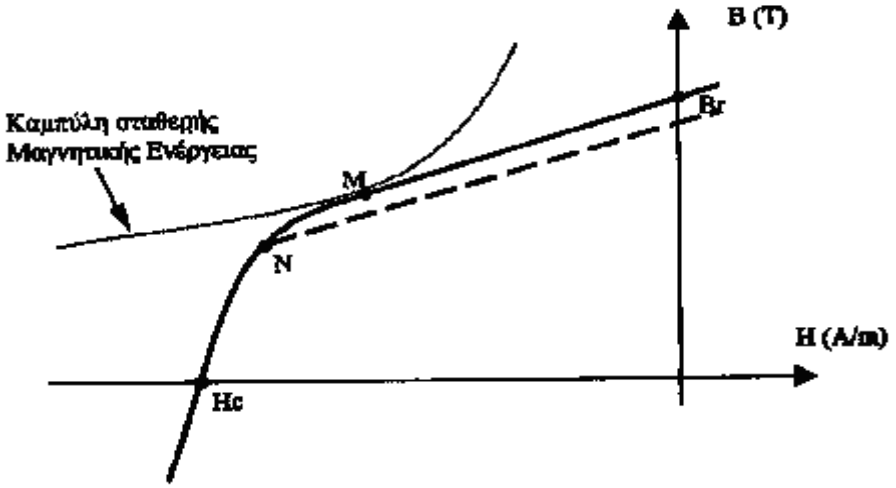
όπου l_{ax} το αξονικό μήκος μηχανής σε m, l_p το μήκος πόλου σε m, *n* ο αριθμός των σπειρών του τυλίγματος και *p* ο αριθμός πόλων του στάτη.

1.3.4 Προσδιορισμός των χαρακτηριστικών του δρομέα

Το βασικό κριτήριο χρησιμοποίησης του υλικού του μόνιμου μαγνήτη είναι στη μέγιστη φόρτιση της μηχανής το υλικό να μη φθάσει κάτω από το γόνατο της χαρακτηριστικής απομαγνήτισης έτσι, ώστε να εξασφαλίζει τη μέγιστη μαγνητική ενέργεια (σημείο Μ της τυπικής χαρακτηριστικής του μόνιμου μαγνήτη). Αν η λειτουργία οδηγήσει σε χαμηλότερο σημείο της χαρακτηριστικής, π.χ. στο σημείο Ν, τότε το υλικό απομαγνητίζεται, δηλαδή μετά την απομάκρυνση του εξωτερικού πεδίου θα ακολουθήσει μία άλλη χαρακτηριστική καμπύλη κορεσμού (σχήμα 1.2).

Αν αλλάξει η καμπύλη κορεσμού, τότε θα μεταβληθεί και η συμπεριφορά της γεννήτριας λόγω μεταβολής των αλληλεπαγωγών και των αυτεπαγωγών σκεδάσεως, [1.5-1.8]. Για να εξασφαλισθεί η αναγκαία μαγνητική ροή στο διάκενο είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν τα ακόλουθα μαγνητικά υλικά :

1) **Υλικά υψηλής μαγνήτισης**. Παράδειγμα τα κράματα Νεοδυμίου-Σιδήρου-Βορίου με επιφανειακή δομή πάνω στο δρομέα. Έχουν μεγάλη παραμένουσα μαγνήτιση γύρω στο 1,2 Tesla και υψηλή συνεχούσα δύναμη H_c= 1000 KA/m στους 20°C. Παρουσιάζουν το μειονέκτημα της ευαισθησίας στη θερμοκρασία. Γι' αυτό πρέπει να κρατηθεί κάτω από τους 150°C.

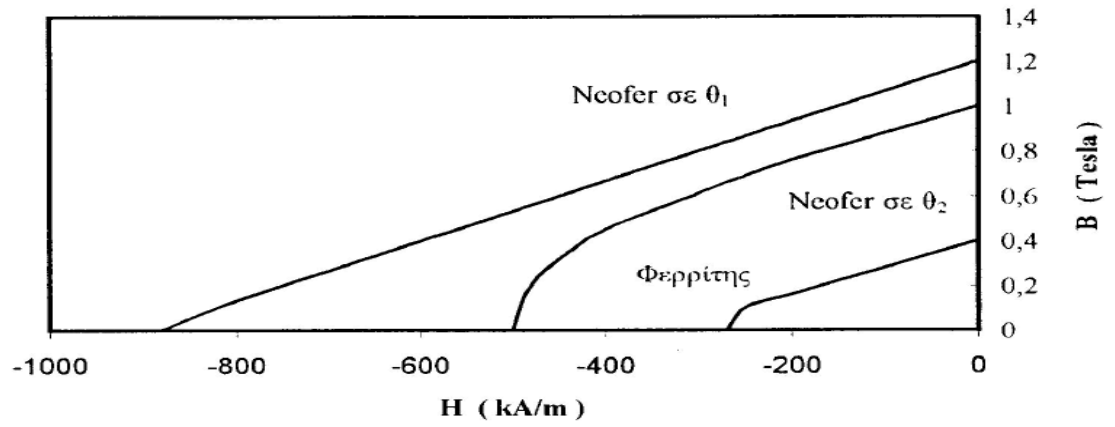


Σχήμα 1.2: Τυπική χαρακτηριστική απομαγνήτισης μόνιμου μαγνήτη

2) **Υλικά χαμηλής μαγνήτισης**. Παράδειγμα οι φερρίτες με εγκάρσια δομή στο δρομέα, με παραμένουσα μαγνήτιση 0,35 Tesla και συνεχούσα δύναμη H_c= 150 KA/m για τον φερρίτη 22/15. Δεν είναι τόσο ευαίσθητοι στις μεταβολές της θερμοκρασίας.

Επίσης υπάρχουν και οι μόνιμοι μαγνήτες τύπου Alnico που δεν επηρεάζονται από τη θερμοκρασία, με υψηλή παραμένουσα μαγνήτιση, αλλά πολύ χαμηλή συνέχουσα δύναμη. Επίσης η καμπύλη απομαγνήτισης είναι εξαιρετικά μη γραμμική και οι μαγνήτες αυτού του τύπου έχουν υψηλό κόστος.

Από τις χαρακτηριστικές των κατασκευαστών, όπως φαίνεται και στο σχήμα 1.3, προκύπτει ότι το γόνατο της χαρακτηριστικής στο υλικό Neofer 230/80 είναι στα 0,4 T και στον φερρίτη 22/15 είναι στα 0,15 T. Γι' αυτό οι αντίστοιχες ονομαστικές συνθήκες είναι 0,85 T και 0,275 T. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα χρησιμοποιούνται επιφανειακοί μαγνήτες κατασκευασμένοι με το μαγνητικό υλικό Νεοδυμίου με διαστάσεις 10 mm πλάτος, 10 mm μήκος και ύψος 3,7 mm.



Σχήμα 1.3: Χαρακτηριστική μονίμων μαγνητών neofer και φερρίτη

1.4 Βιβλιογραφία

[1.1] Τσεκούρας Γεώργιος, Κλαδάς Αντώνιος, "Μελέτη κατασκευής, ανάλυση κυκλωματικής και πεδιακής συμπεριφοράς δοκιμίου ανεμογεννήτριας 2,5 kW", Διπλωματική εργασία Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ ΕΜΠ, 1999.

[1.2] B. Chalmers, W. Wu and E. Spooner, "An axial flux permanent magnet generator for a gearless wind energy system", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 14, no. 2, pp. 251-257, 1999.

[1.3] A. J. G. Westlake, J. R. Burnby, E. Spooner, "Damping of power-angle oscillations of a permanent magnet synchronous generator with particular reference to wind power applications", IEE Proceedings - Electric Power Applications, vol. 143, no. 3, 1996, pp. 269-280.

[1.4] P. Lampola, J. Perho, J. Väänänen, "Analysis of a low-speed permanent-magnet wind generator", Proceedings of the European Union Wind Energy Conference, Goteborg, Sweden, 20-24 May 1996

[1.5] A. G. Kladas, J. A. Tegopoulos "Optimization of permanent magnet generator for wind power applications", Proceedings of the 3rd International Workshop on Electric and Magnetic Fields, Liege, 1996, pp. 165-169.

[1.6] A. G. Kladas, M. P. Papadopoulos and J. A. Tegopoulos "Design considerations for claw pole alternators for wind power applications", Compel, Vol. 17, No 1/2/3, 1998, pp. 151-154.

[1.7] A. Grauers, O. Carlson, E. Hogberg, P. Lundmark, M. Johnsson, S. Svenning "Tests and design evaluation of a 20 kW direct-driven permanent magnet generator with a frequency converter", Proceedings of the European Union Wind Energy Conference, Dublin, Ireland, 5-9 October 1997.

[1.8] S. Kiartzis and A. Kladas, "Deterministic and artificial intelligence approaches in optimizing permanent magnet generatos for wind power applications", Elsevier, Journal of Materials Processing Technology, pp. 232-236, 2001.

[1.9] Α. Κλαδάς, Σημειώσεις μαθήματος "Κατασκευή Ηλεκτρικών Μηχανών", ΕΜΠ, Αθήνα 2000.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ (ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ)

2.1 Αριθμητικές μέθοδοι ανάλυσης πεδίου στις ηλεκτρικές μηχανές

Η αριθμητική επίλυση των εξισώσεων του πεδίου, [2.35] επιτρέπει την ανάλυση προβλημάτων χωρίς τους περιορισμούς στους οποίους υπόκεινται οι αναλυτικές τεχνικές (απλές γεωμετρίες - γραμμικά μέσα). Το πλεονέκτημα αυτό "αντισταθμίζεται" από το γεγονός ότι δεν εξασφαλίζουν την ακριβή λύση του προβλήματος, αλλά μία προσεγγιστική λύση, η οποία όμως, όταν γίνεται κατάλληλη χρήση των μεθόδων, παρέχει την επιθυμητή ακρίβεια. Η διαφορά αυτή προκύπτει διότι δεν επιλύεται το συνεχές πρόβλημα όπως αυτό εκφράζεται από τις διαφορικές εξισώσεις του πεδίου αλλά κάποιο αντίστοιχο διακριτό πρόβλημα.

Έτσι, δεν υπολογίζεται η άγνωστη ποσότητα (συνήθως βαθμωτό ή διανυσματικό δυναμικό) σε όλα τα σημεία του πεδίου ορισμού αλλά σε ένα αριθμό "κατάλληλα" επιλεγμένων σημείων (κόμβων). Με την βοήθεια των αριθμητικών μεθόδων οι διαφορικές εξισώσεις μετατρέπονται σε ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων με αγνώστους τις τιμές του δυναμικού στους κόμβους που επελέγησαν. Η επίλυση του συστήματος των εξισώσεων παρέχει την προσεγγιστική λύση. Η τιμή του δυναμικού για τα υπόλοιπα σημεία του χώρου ανάγεται με την βοήθεια κατάλληλων συναρτήσεων παρεμβολής. Επομένως η επιλογή της διακριτότητας κατά την αριθμητική επίλυση ενός προβλήματος αποτελεί τον συμβιβασμό μεταξύ δύο αντιμαχόμενων παραγόντων: 1) Την εκλογή αρκετών κόμβων ώστε το διακριτό πρόβλημα να προσεγγίζει αρκετά το αντίστοιχο συνεχές και τα αποτελέσματα να έχουν την επιδιωκόμενη ακρίβεια και 2) Την εκλογή λίγων κόμβων ώστε το σύστημα εξισώσεων που θα προκύψει να επιλυθεί σε "λογικό" χρόνο από τον διατιθέμενο ηλεκτρονικό υπολογιστή. Το σφάλμα προσεγγίσεως δεν εξαρτάται μόνο από την διακριτότητα αλλά είναι στενά συνυφασμένο και με το είδος της χρησιμοποιούμενης μεθόδου. Οι σημαντικότερες αριθμητικές μέθοδοι μπορούν να καταταχθούν σε τρεις οικογένειες: την μέθοδο

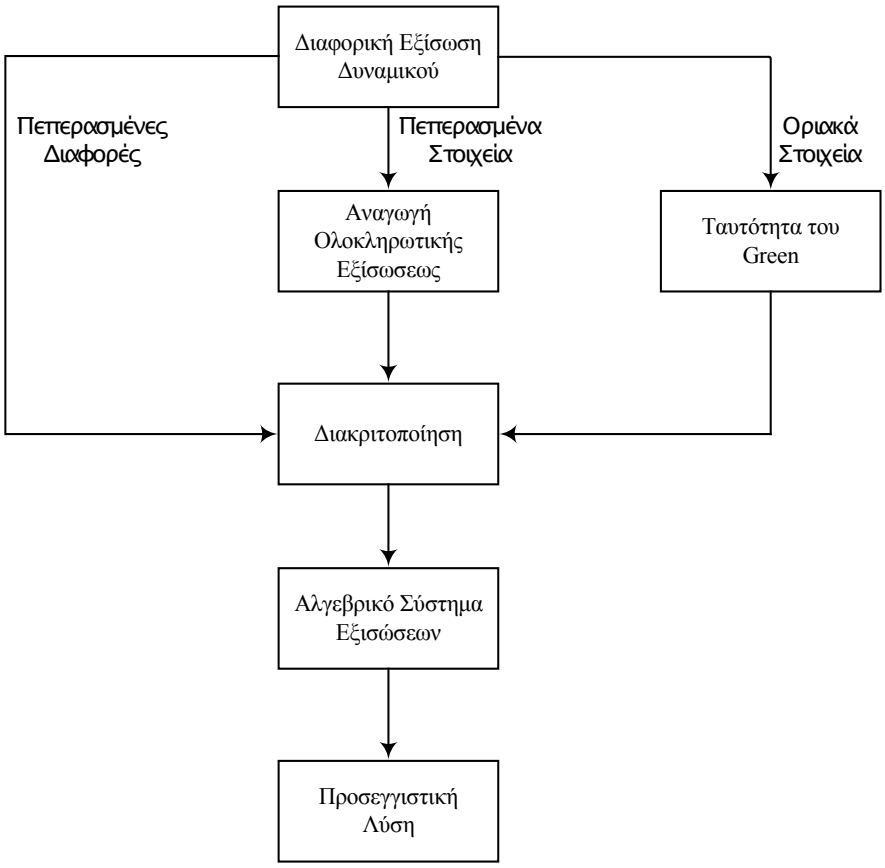
των πεπερασμένων διαφορών, την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και την μέθοδο των οριακών στοιχείων. Η κατάταξη αυτή αναφέρεται στον τρόπο διακριτοποίησης του χώρου επειδή η διακριτότητα του χρόνου γίνεται με όμοιο τρόπο σε όλες τις μεθόδους και εξαρτάται από το υπό εξέταση φαινόμενο (αρμονικό, περιοδικό, μεταβατικό).

Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών ήταν η πρώτη που αναπτύχθηκε και βασίζεται στην "απ' ευθείας" διακριτοποίηση της προς επίλυση διαφορικής εξισώσεως (σχήμα 2.1). Οι παράγωγοι προσεγγίζονται με τη βοήθεια διαφόρων αλγορίθμων σαν λόγοι διαφορών του δυναμικού των κόμβων προς τις αντίστοιχες αποστάσεις. Η εφαρμογή της μεθόδου απαιτεί ένα ομοιόμορφο πλέγμα όπου οι κόμβοι τοποθετούνται σε γραμμές που τέμνονται ορθογωνικά. Αυτή η προϋπόθεση χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή όταν οι οριακές συνθήκες είναι του τύπου Neumann ή του τύπου Cauchy (περιλαμβάνουν την κάθετη παράγωγο).

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, αντίθετα, δεν διακριτοποιεί την διαφορική εξίσωση αλλά κάποια ολοκληρωτική μορφή που προκύπτει από αυτήν. Από φυσική άποψη η ολοκληρωτική εξίσωση αντιστοιχεί στην αναζήτηση του ακρότατου της ενέργειας. Το διακριτό πρόβλημα προκύπτει χωρίζοντας τον χώρο σε υποχώρους (στοιχεία) και προσεγγίζοντας την άγνωστη ποσότητα στο εσωτερικό τους με την βοήθεια των τιμών στις κορυφές (κόμβους) και συναρτήσεων παρεμβολής (συναρτήσεις μορφής). Η μέθοδος αυτή προσαρμόζεται εύκολα σε περιπτώσεις που παρουσιάζουν πολύπλοκη γεωμετρία γι' αυτό και είναι η επικρατέστερη.

Η μέθοδος των οριακών στοιχείων επιτρέπει την ανάλυση ενός προβλήματος χρησιμοποιώντας κόμβους που βρίσκονται μόνο στα σύνορα μεταξύ δύο υλικών. Αυτό επιτυγχάνεται μετασχηματίζοντας κατάλληλα την ολοκληρωτική εξίσωση. Στις περισσότερες περιπτώσεις χρησιμοποιείται η δεύτερη ταυτότητα του Green για την αναζήτηση κατάλληλων πηγών που επαληθεύουν τις εξισώσεις και τις οριακές συνθήκες του προβλήματος. Το πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι εισάγει πολύ περιορισμένη διακριτότητα σε σχέση με τις άλλες μεθόδους (σχεδόν μια διάσταση λιγότερο). Εν τούτοις οδηγεί σε συστήματα εξισώσεων με "γεμάτους" πίνακες (ενώ οι άλλες μέθοδοι δημιουργούν συστήματα με πίνακες "ζώνης") και συναντά δυσκολίες στην αναπαράσταση μη γραμμικών υλικών.

Στο διάγραμμα ροής του παρακάτω σχήματος φαίνονται σχηματικά οι επί μέρους εργασίες που γίνονται σύμφωνα με κάθε μέθοδο. Ας σημειωθεί ότι στον ίδιο κώδικα μπορούν να χρησιμοποιηθούν περισσότερο από μία μέθοδοι οπότε προκύπτει κάποια μεικτή μέθοδος.



Σχήμα 2.1: Διάγραμμα ροής όπου απεικονίζονται οι επί μέρους εργασίες που γίνονται σύμφωνα με κάθε μέθοδο

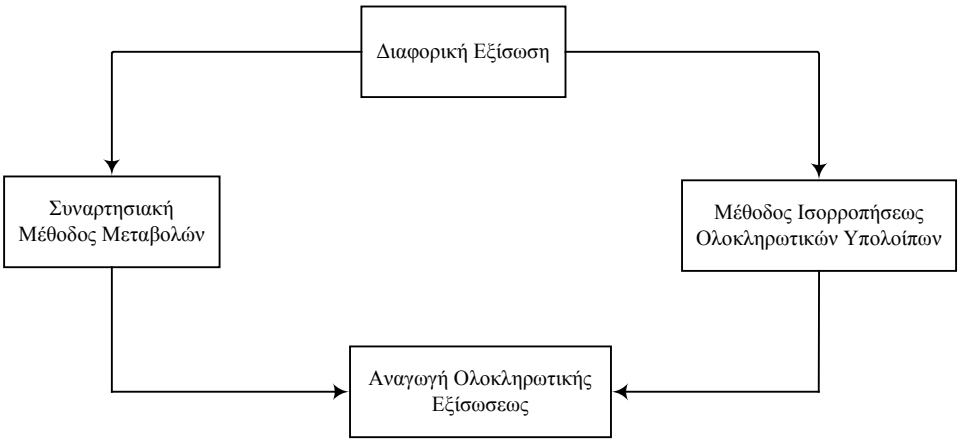
Μ' αυτόν τον τρόπο επιτρέπεται ο συνδυασμός των πλεονεκτημάτων κάθε μεθόδου για την επίλυση δύσκολων προβλημάτων (πολύπλοκη γεωμετρία - δινορρεύματα με έντονο επιδερμικό φαινόμενο - χώροι που εκτείνονται ως το άπειρο - σχετική κίνηση). Οι συχνότερα χρησιμοποιούμενες μεικτές μέθοδοι είναι πεπερασμένα στοιχεία - οριακά στοιχεία και πεπερασμένα στοιχεία - αναλυτικές λύσεις.

2.2 Διαμόρφωση ολοκληρωτικής εξίσωσης

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι συνυφασμένη με την ολοκληρωτική εξίσωση η οποία επιλύεται μετά από διακριτοποίηση. Σε αντιδιαστολή η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών, όπως αναφέρθηκε ήδη, διακριτοποιεί "απ' ευθείας" τις διαφορικές εξισώσεις του πεδίου ενώ τα οριακά στοιχεία επιτυγχάνουν την ολοκληρωτική εξίσωση χρησιμοποιώντας την ταυτότητα του Green (σχήμα 2.1).

Από τις πρώτες εφαρμογές της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων διαφάνηκε η ευεργετική συμβολή της χρήσεως της ολοκληρωτικής εξίσωσης στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Αναζητήθηκε λοιπόν η τεκμηρίωση αυτού του πλεονεκτήματος και μια αρχική εξήγηση που δόθηκε ήταν η αντιστοιχία της μεθόδου με την αρχή της ελάχιστης ενέργειας. Επειδή, η εξίσωση είχε προκύψει με την μέθοδο των μεταβολών (variational principle) που αντιστοιχεί στην αναζήτηση του ακρότατου μιας συναρτησιακής με διαστάσεις ενέργειας, η εξήγηση ήταν αληθοφανής. Για παράδειγμα στα προβλήματα μαγνητοστατικού πεδίου η συναρτησιακή είναι η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου και αναζητείται πάντα η ελάχιστη τιμή. Τα πράγματα έγιναν λιγότερο προφανή σε πολυπλοκώτερα προβλήματα: Για παράδειγμα σε προβλήματα ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής η συναρτησιακή εκφράζει την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου μείον δύο φορές τις απώλειες Joule ενώ συχνά η επίλυση οδηγεί σε τοπικό μέγιστο.

Στην συνέχεια αναπτύχθηκαν και άλλες τεχνικές δημιουργίας της ολοκληρωτικής εξισώσεως όπως η μέθοδος ισορροπήσεως των ολοκληρωτικών υπολοίπων (weighting residual method), η μέθοδος συνταυτίσεως σε κόμβους ή σε υποχώρους (col1ocation method), η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων. Στο σχήμα 2.2 παρουσιάζονται οι δύο κυριότερες τεχνικές δημιουργίας της ολοκληρωτικής εξισώσεως.



Σχήμα 2.2: Τεχνικές δημιουργίας της ολοκληρωτικής εξισώσεως

Η μέθοδος των συναρτησιακών ή τεχνική του Ritz, επιτρέπει την ευχερέστερη και αυστηρότερη δημιουργία της ολοκληρωτικής εξισώσεως υπό την προϋπόθεση να είναι γνωστή η αντίστοιχη συναρτησιακή. Η μέθοδος ισορροπήσεως των ολοκληρωτικών υπολοίπων ή τεχνική του Galerkin οδηγεί στην ολοκληρωτική μορφή οποιασδήποτε διαφορικής εξισώσεως. Αξίζει να

σημειωθεί ότι όταν χρησιμοποιηθεί η ίδια διακριτοποίηση οι δύο τεχνικές οδηγούν στο ίδιο ακριβώς διακριτό πρόβλημα.

2.3 Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων

Το πλήθος των προβλημάτων για τα οποία διαθέτουμε λύσεις σε κλειστή και περιεκτική μορφή είναι αρκετά περιορισμένο και συνήθως πρόκειται για εντελώς ειδικές ή εξιδανικευμένες περιπτώσεις, [2.1-2.6]. Στις περισσότερες τεχνολογικές εφαρμογές συμβαίνει μάλιστα το εξής παράδοξο. Ενώ διαθέτουμε ένα κομψό και συμπαγές σύστημα διαφορικών ή και ολοκληρωτικών εξισώσεων που περιγράφουν το πρόβλημα (όπως είναι το σύστημα των εξισώσεων του Maxwell), δεν έχουμε πάντα την δυνατότητα της αντίστοιχης κομψής λύσης ακόμα και για απλές γεωμετρίες. Σε αυτή τη δύσκολη κατάσταση αποτελεί διέξοδο η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Η βασική ιδέα της μεθόδου είναι αρκετά απλή και αποδείχθηκε αρκετά επιτυχημένη. Το αρχικά μεγάλο και πολύπλοκο πρόβλημα τεμαχίζεται σε πολύ μικρότερες περιοχές. Σε αυτές τις μικρές περιοχές η πραγματική λύση, το πραγματικό διανυσματικό δυναμικό Α για τα προβλήματα του μαγνητισμού, προσεγγίζεται με πολύ απλούστερες συναρτήσεις. Στην απλούστερη των περιπτώσεων ο χώρος του προβλήματος διαιρείται σε τριγωνικά στοιχεία και θεωρείται ότι το διανυσματικό δυναμικό μεταβάλλεται γραμμικά σε αυτήν την περιοχή (τριγωνικά στοιχεία πρώτης τάξης). Όσο πιο μικρά είναι τα τριγωνικά στοιχεία, όσο πιο πυκνό πλέγμα κατασκευασθεί, τόσο η προσέγγιση της πραγματικής λύσης είναι ακριβέστερη. Με τον τρόπο αυτό το αρχικό σύστημα των λίγων διαφορικών εξισώσεων μετατράπηκε σε ένα πρόβλημα αλγεβρικών εξισώσεων με χιλιάδες ή δεκάδες χιλιάδες, όμως αγνώστους. Ωστόσο εξελιγμένες τεχνικές επίλυσης αλγεβρικών συστημάτων, γραμμικών και μη γραμμικών, καθώς και η αύξηση της ταχύτητας επεξεργασίας των ηλεκτρονικών υπολογιστών επιτρέπουν την λύση αυτών των τεράστιων συστημάτων εξισώσεων σε μικρό χρονικό διάστημα. Πρέπει να σημειωθεί ότι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων δεν εφαρμόζεται μόνο σε δισδιάστατα προβλήματα αλλά, εξίσου καλά αν και με μεγαλύτερη πολυπλοκότητα, και σε τρισδιάστατα προβλήματα. Ένας μεγάλος αριθμός προγραμμάτων χρησιμοποιεί την μέθοδο που, σε γενικές γραμμές, περιγράφηκε προηγουμένως για την επίλυση των πεδιακών προβλημάτων. Ωστόσο η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων δεν αφορά μόνο στα τριγωνικά στοιχεία ούτε στη γραμμική προσέγγιση της πραγματικής λύσης. Έχουν αναπτυχθεί και αναπτύσσονται συνέχεια εναλλακτικές δυνατότητες οι οποίες αναλύονται στην πλούσια σχετική βιβλιογραφία.

2.3.1 Διατύπωση των εξισώσεων του μαγνητικού πεδίου

Στα μαγνητοστατικά προβλήματα, τα πεδία είναι χρονικά σταθερά. Σε αυτή την περίπτωση η ένταση του μαγνητικού πεδίου (H) και η μαγνητική επαγωγή (B) δίνονται από τις σχέσεις (εξισώσεις Maxwell):

$$\nabla \times \overline{H} = \overline{J} \tag{2.1}$$

$$\nabla \cdot \overline{B} = 0 \tag{2.2}$$

όπου η καταστατική σχέση ανάμεσα στην ένταση του μαγνητικού πεδίου (H) και την μαγνητική επαγωγή (B) για κάθε υλικό μπορεί να προσεγγισθεί εν γένει ως εξής :

$$\overline{B} = \mu \overline{H} \tag{2.3}$$

Εάν ένα υλικό είναι μη γραμμικό (π.χ. κορεσμένος σίδηρος ή μαγνήτες) η διαπερατότητα μ είναι μια μη γραμμική συνάρτηση της μαγνητικής επαγωγής B :

$$\mu = \overline{B} / \overline{H}(\overline{B}) \tag{2.4}$$

Η μαγνητική επαγωγή μπορεί να προκύψει από το διανυσματικό δυναμικό από την σχέση :

$$\overline{B} = \nabla \times \overline{A} \tag{2.5}$$

Από τον ορισμό της μαγνητικής επαγωγής B σύμφωνα με την σχέση (2.5) ικανοποιεί αυτόματα την (2.2). Έτσι η (2.1) μπορεί να ξαναγραφεί ως εξής :

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu(B)} \nabla \times \overline{A} \right) = \overline{J} \tag{2.6}$$

Για ένα γραμμικό ισοτροπικό υλικό και παίρνοντας υπόψη την συνθήκη του Coulomb $(\nabla \cdot A = 0)$, η σχέση (2.6) μετατρέπεται στην εξίσωση Poisson :

$$-\frac{1}{\mu}\nabla^2\overline{A} = \overline{J} \tag{2.7}$$

Το πλεονέκτημα της χρήσης της εξίσωσης του διανυσματικού δυναμικού είναι ότι όλες οι συνθήκες που ικανοποιούνται έχουν συνδυαστεί σε μια μόνο εξίσωση. Εάν βρεθεί το A, τότε το B και το H μπορούν να υπολογιστούν από το A. Η εξίσωση Laplace προκύπτει από την (2.6) μηδενίζοντας τον όρο J, οπότε έχουμε :

$$\nabla^2\overline{A} = 0 \tag{2.8}$$

Στα χρονικά μεταβαλλόμενα πεδία, δημιουργούνται δινορρεύματα σε υλικά που έχουν μη μηδενική αγωγιμότητα. Στην περίπτωση αυτή οι εξισώσεις του Maxwell που σχετίζονται με την κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου πρέπει να καθορισθούν. Δηλώνοντας την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σαν E και την πυκνότητα ρεύματος σαν J, η σχέση ανάμεσα στο E και στην J είναι (νόμος του Ohm) :

$$\overline{J} = \sigma\overline{E} \tag{2.9}$$

Το εξ επαγωγής προκαλούμενο ηλεκτρικό πεδίο τότε διέπεται από την σχέση :

$$\nabla \times \overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t} \tag{2.10}$$

Αντικαθιστώντας το διανυσματικό δυναμικό στην θέση του B στην (2.10) γίνεται :

$$\nabla \times \overline{E} = -\nabla \times \dot{\overline{A}} \tag{2.11}$$

Στην περίπτωση των προβλημάτων δύο διαστάσεων το A μπορεί να εκφραστεί μόνο με μια συνιστώσα A_z και ολοκληρώνοντας την εξίσωση (2.11) γίνεται :

$$\overline{E} = -\dot{\overline{A}} - \nabla V \tag{2.12}$$

Εισάγοντας την σχέση (2.9) στην σχέση (2.12) προκύπτει :

$$\bar{J} = -\sigma \dot{\bar{A}} - \sigma \nabla V \tag{2.13}$$

Αντικαθιστώντας την σχέση (2.7) στην σχέση (2.13) προκύπτει :

$$\frac{1}{\mu}\nabla^2 \bar{A} = \sigma \dot{\bar{A}} - \bar{J}_{src} + \sigma \nabla V \tag{2.14}$$

όπου το J_{src} αναπαριστά τις εφαρμοζόμενες πηγές ρεύματος. Ο όρος ∇V είναι ένα πρόσθετο βαθμωτό διάνυσμα τάσης ο οποίος εκφράζει τις τερματικές συνθήκες των αγωγών. Οπότε αν $\nabla V = 0$ προκύπτει η εξίσωση διάχυσης του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού :

$$\frac{1}{\mu}\nabla^2 \bar{A} - \sigma \dot{\bar{A}} = -\bar{J}_{src} \tag{2.15}$$

2.3.2 Οριακές συνθήκες

Μετά την διατύπωση της εξίσωσης, η εφαρμογή των οριακών συνθηκών εγγυάται μια μοναδική λύση. Οι συνήθεις οριακές συνθήκες στα προγράμματα πεπερασμένων όπου η λύση είναι το διανυσματικό μαγνητικό δυναμικό είναι τριών τύπων :

- Dirichlet. Σε αυτό τον τύπο οριακής συνθήκης, η τιμή του A είναι σαφώς καθορισμένη πάνω στο όριο, π.χ. A=σταθερό. Η πιο κοινή χρήση της οριακής συνθήκης Dirichlet είναι να καθορίσει A=0 (φυσική συνθήκη Dirichlet) κατά μήκος ενός ορίου εμποδίζοντας την ροή να περάσει το όριο.

- Neumann. Αυτή η οριακή συνθήκη καθορίζει την κάθετη παράγωγο του A κατά μήκος του ορίου. Συνήθως, $\partial A/\partial n=0$ (φυσική συνθήκη Neumann) ορίζεται κατά μήκος ενός ορίου για να εμποδίσει την ροή να περάσει το όριο ακριβώς στις 90º γωνία.

- Robin. Αυτό το είδος οριακής συνθήκης είναι συνδυασμός των οριακών συνθηκών Dirichlet και Neumann, ορίζοντας μια σχέση ανάμεσα στην τιμή του A και στην κάθετη παράγωγο του ορίου. Έν γένει η οριακή συνθήκη Robin γράφεται :

$$\frac{\partial A}{\partial n} + c_1 A = c_2$$

Αυτή η οριακή συνθήκη χρησιμοποιείται συχνά στα προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων σε προβλήματα με ρεύματα εξεπαγωγής (δινορρεύματα).

2.3.3 Διακριτοποίηση των εξισώσεων

Η διατύπωση της εξίσωσης διαχύσεως σε σύστημα καρτεσιανών συντεταγμένων δυο διαστάσεων (x,y) παρουσιάζεται στην παρακάτω εξίσωση [2.7] :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu\frac{\partial A}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial A}{\partial y}\right)=\sigma\frac{\partial A}{\partial t}-J_s \tag{2.16}$$

όπου A και J είναι οι συνιστώσες κατά τον άξονα z του διανυσματικού μαγνητικού δυναμικού $\overline{A}$ και της πυκνότητας ρεύματος της πηγής $\overline{J}_s$, αντίστοιχα.

Με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων αναζητούμε το ακρότατο της συναρτησιακής ενέργειας που αντιστοιχεί στην παραπάνω εξίσωση, και είναι :

$$F=\iint_{\Omega}\left[\int_0^B \nu(b)b\,db-J_s A+\int_0^A \sigma\frac{\partial a}{\partial t}\,da\right]dx\,dy-\oint_{\Gamma}\nu\frac{\partial A}{\partial n}A\,d\Gamma \tag{2.17}$$

όπου Ω είναι ο χώρος επίλυσης και $\partial A/\partial n$ είναι η κάθετη παράγωγος του A στο σύνορο Γ.

Η επαγωγή εκφράζεται στην περίπτωση αυτή μέσω του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού ως εξής :

$$B=\sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)^2} \tag{2.18}$$

Στην πλειοψηφία των ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων χρησιμοποιούνται οι συνθήκες Dirichlet ή Neumann. Θέτοντας το ολοκλήρωμα της (2.17) πάνω στο σύνορο Γ ίσο με μηδέν, οι συνθήκες ικανοποιούνται από την μοντελοποίηση της ενέργειας. Η διαδικασία διακριτοποίησης του χώρου επίλυσης προσεγγίζει την κατανομή του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού σε κάθε στοιχείο e με την σχέση (2.19) :

$$A^e = \sum_{i=0}^{ne} a_i(x,y) A_i^e(t) \tag{2.19}$$

όπου με την διαδικασία ελαχιστοποίησης της συναρτησιακής (2.17) σε κάθε στοιχείο και κατάστρωσης των στοιχειωδών πινάκων λαμβάνουμε την μητρική μορφή των αλγεβρικών εξισώσεων μετά την διακριτοποίηση, που έχει την μορφή :

$$[S][A] + [N]\left[\frac{dA}{dt}\right] = [F] \tag{2.20}$$

όπου [S] είναι ο πίνακας δυσκαμψίας,[N] ο πίνακας απόσβεσης και [F] ο πίνακας των πηγών. Τα στοιχεία των πινάκων της εξίσωσης (2.20) ορίζονται ως εξής :

$$S_{ij}^e = \iint_{\Omega_e} v^e\left(|\overline{B}|\right)\overline{\nabla} a_i \overline{\nabla} a_j d\Omega \tag{2.21}$$

$$N_{ij}^e = \iint_{\Omega_e} \sigma^e a_i a_j d\Omega_e \tag{2.22}$$

$$F_i^e = \iint_{\Omega_e} J_s^e a_i d\Omega_e \tag{2.23}$$

Στην περίπτωση τριγωνικών στοιχείων πρώτου βαθμού (σχήμα 2.3) η συνάρτηση μορφής α_i γράφεται :

$$\alpha_i = a_i + b_i x + c_i y \qquad i = 1,2,3 \tag{2.24}$$

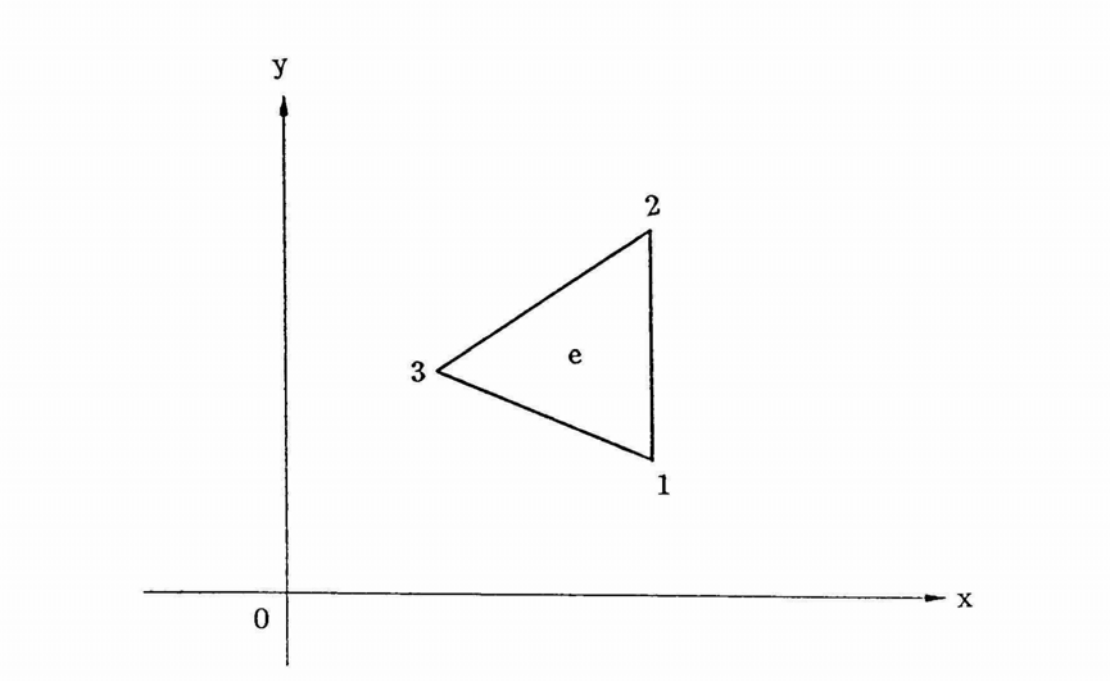
Οι συντελεστές στην σχέση (2.24) παίρνουν τις τιμές :

$$a_1 = \left(x_2 y_3 - x_3 y_2\right)/2\Delta_e \tag{2.25}$$

$$b_1 = \left(y_2 - y_3\right)/2\Delta_e \tag{2.26}$$

$$c_1 = \left(x_3 - x_2\right)/2\Delta_e \tag{2.27}$$

Όπου Δ_e είναι το εμβαδόν του τριγώνου ενώ οι άλλοι συντελεστές α_i, β_i, c_i προκύπτουν με κυκλική μετάθεση των δεικτών 1,2,3.



Σχήμα 2.3: Τριγωνικό στοιχείο e με κόμβους 1,2,3.

Οι γενικοί όροι των πινάκων [S], [N] και [F] δίνονται από τις σχέσεις :

$$S_{ij} = v^e\left(b_i b_j + c_i c_j\right)\Delta_e \tag{2.28}$$

$$N_{ij} = \begin{cases} \dfrac{\sigma^e \Delta_e}{6} & \text{αν} \quad i = j \\ \dfrac{\sigma^e \Delta_e}{12} & \text{αν} \quad i \neq j \end{cases} \tag{2.29}$$

$$F_i^e = \frac{J_s^e \Delta_e}{3} \tag{2.30}$$

2.4 Μεικτή τεχνική πεπερασμένων στοιχείων – αναλυτικών λύσεων

Ένα ειδικό στοιχείο στο διάκενο βασισμένο στην αναλυτική λύση της εξίσωσης Laplace που συνδυάζεται με τις τυποποιημένες διδιάστατες τεχνικές πεπερασμένων στοιχείων έχει προταθεί ήδη σε διάφορα άρθρα, [2.36], [2.37], [2.39]. Η κλίση των αυλακώσεων με μοντέλα διδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων έχει εκτελεσθεί χρησιμοποιώντας την ταυτόχρονη λύση των "μετατοπισμένων" θέσεων του δρομέα, [2.38], [2.40-2.42], [2.44]. Επιπλέον, αναπτύχθηκαν κατάλληλα τρισδιάστατα μοντέλα που επιτρέπουν την εκτίμηση της κλίσης των αυλακώσεων στις ηλεκτρικές μηχανές, [2.43]. Η παρούσα μεικτή τεχνική είναι μια επέκταση της τεχνικής που παρουσιάζεται σε παλιά άρθρα με τον κατάλληλο συνδυασμό των συντελεστών που αντιστοιχούν στην αναλυτική λύση της εξίσωσης Laplace της κλίσης των αυλακώσεων προκειμένου να χρησιμοποιηθεί μόνο σε δισδιάστατη διαμόρφωση για την θεώρηση της κλίσεως.

2.4.1 Δομή πινάκων μακροστοιχείου στο διάκενο

Στο διάκενο των ηλεκτρικών μηχανών, η κατανομή του μαγνητικού πεδίου διέπεται από την εξίσωση Laplace ($\mu\nabla^2\overline{A} = 0$), δεδομένου ότι η μαγνητική διαπερατότητα είναι σταθερή και δεν υπάρχουν πηγές ρεύματος. Έτσι, στην περίπτωση διδιάστατου κυλινδρικού συστήματος συντεταγμένων η γενική λύση για το μαγνητικό διανυσματικό δυναμικό, χρησιμοποιώντας την μέθοδο χωρισμού των μεταβλητών μπορεί να διατυπωθεί ως εξής :

$$A_{(r,\,\theta)} = \sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} R_\lambda(r)\cdot\Theta_\lambda(\theta) \tag{2.31}$$

όπου λ είναι μια αυθαίρετη σταθερά και μπορεί να πάρει ακέραιες τιμές σύμφωνα με την σχέση :

$$A(r,\theta) = (B_0\ln(r) + C_0)(D_0\theta + E_0) + \int_{-\infty}^{+\infty}(B_\lambda r^{\lambda} + C_\lambda r^{-\lambda})(D_\lambda\cos(\lambda\theta) + E_\lambda\sin(\lambda\theta))\,d\lambda \tag{2.32}$$

όπου B_0, C_0, D_0, E_0, B_λ, C_λ, D_λ, E_λ είναι σταθερές οι οποίες θα προσδιοριστούν από τις οριακές συνθήκες. Η περιοδική συνάρτηση A(r,θ), εκφράζεται με τους όρους της σειράς Fourier (2.32) και από την εξίσωση διακριτότητας (2.19) είναι ίση με :

$$A(r,\theta) = \sum_{i=1}^{ntot} \alpha_i(r,\theta)\, A_i \tag{2.33}$$

όπου $\alpha_i(r,\theta)$ είναι συναρτήσεις του r και θ, A_i είναι οι κομβικές τιμές του A στο διάκενο και ntot είναι ο συνολικός αριθμός κόμβων που τοποθετούνται στα όρια του διακένου. Ο υπολογισμός των σταθερών της εξίσωσης (2.31) μπορεί να γίνει με τη χρησιμοποίηση της συμβατότητας μεταξύ των συναρτήσεων $\alpha_i(r,\theta)$ και της σταθερής μορφής που έχουν οι συναρτήσεις πεπερασμένων στοιχείων κατά μήκος των ορίων στο διάκενο, [2.8-2.12]. Η συνάρτηση της εξίσωσης ελαχιστοποίησης της ενέργειας στο διάκενο καθορίζεται ως εξής :

$$\frac{\partial F^g}{\partial A_i} = \frac{1}{\mu_0} \sum_{j=1}^{ntot} A_j^g \iint_{\Omega_\varepsilon} \overline{\nabla}\alpha_i \cdot \overline{\nabla}\alpha_j d\Omega_g = \frac{1}{\mu_0} \sum_{j=1}^{ntot} A_j^g \int_{\Gamma_g} \alpha_i \frac{\partial \alpha_j}{\partial n} d\Gamma_g \tag{2.34}$$

όπου μ_0 είναι η διαπερατότητα αέρα, Ω_g είναι η περιοχή διακένου και Γ_g είναι το εξωτερικό όριο του κενού αέρος. Τελικά το σύστημα των εξισώσεων που λύνονται μπορεί να γραφτεί με την μορφή πινάκων ως εξής :

$$[S]\,[A] = [F] \tag{2.35}$$

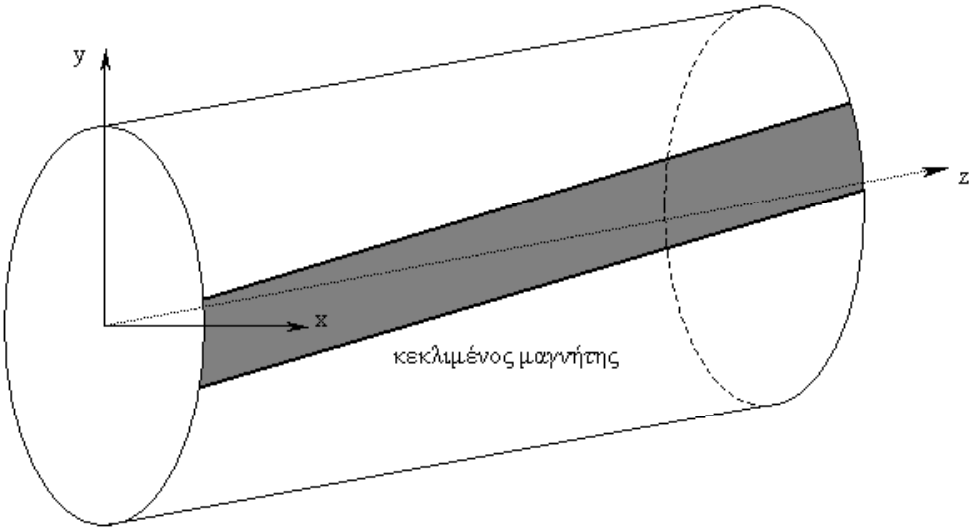
όπου [S] είναι ο πίνακας δυσκαμψίας, A είναι ο πίνακας κομβικών τιμών του άγνωστου διανύσματος δυναμικού και [F] ο πίνακας πηγής. Ο σταθερός πίνακας δυσκαμψίας πεπερασμένων στοιχείων είναι ορισμένος ενώ οι κόμβοι που περιβάλλουν το διάκενο (μέρος μακροστοιχείου) διαμορφώνουν τοπικά έναν πλήρη υποπίνακα με όρους της μορφής :

$$s_{ij}^g = \frac{1}{\mu_0} \int_{\Gamma_g} \alpha_i \frac{\partial \alpha_j}{\partial n} d\Gamma_g \tag{2.36}$$

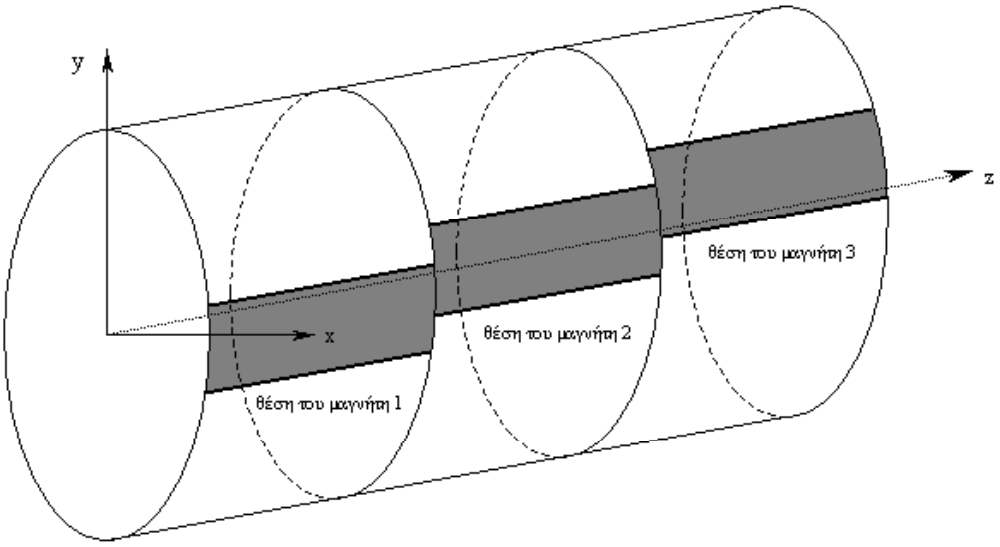
2.4.2 Διδιάστατο μοντέλο πολλών διατομών

Η διδιάστατη ανάλυση της κλίσης των αυλακώσεων στις ηλεκτρικές μηχανές έχει ήδη εισαχθεί με τη χρησιμοποίηση ταυτόχρονα των διδιάστατων λύσεων (διατομών) και τον εξαναγκασμό των ρευμάτων να είναι ίδια για όλες αυτές τις διατομές, [2.45]. Μια τέτοια τεχνική για την περίπτωση ενός δρομέα με επιφανειακούς μαγνήτες με κλίση (σχήμα 2.4) αναπαριστάται

σχηματικά στο σχήμα 2.5, [2.38]. Εντούτοις, από αυτήν την τεχνική ένας σημαντικός αριθμός διατομών μπορεί να είναι απαραίτητος για να προσομοιώσει κατάλληλα την κλίση, ενώ ο συνολικός αριθμός των αγνώστων του συστήματος των εξισώσεων που λύνονται ταυτόχρονα αυξάνεται αναλογικά με τον αριθμό των διατομών, [2.13-2.20]. Γι' αυτό το λόγο, μια ειδική φασματική ανάλυση για τις συνθήκες διασύνδεσης στο διάκενο έχει προταθεί στη βιβλιογραφία [2.42] προκειμένου να μειωθεί ο αριθμός των απαραίτητων θεωρούμενων διατομών.



Σχήμα 2.4: Ρεαλιστική απεικόνιση της κλίσης στο τρισδιάστατο μοντέλο



Σχήμα 2.5: Αρχή κλίσης του διδιάστατου μοντέλου πολλών διατομών

2.4.3 Μακροστοιχείο για την θεώρηση πολλών διατομών

Προκειμένου να σχηματίσουμε το ειδικό αναλυτικό στοιχείο (μακροστοιχείο) στην προσέγγιση για την κλίση του μαγνήτη, θεωρούμε την περίπτωση μόνο δύο διατομών σε ένα πρώτο βήμα. Τα αντίστοιχα συστήματα των εξισώσεων μπορούν στην περίπτωση αυτή να γραφούν με την μορφή πινάκων :

$$[S^1]\,[A^1] = [F^1] \tag{2.37}$$

$$[S^2]\,[A^2] = [F^2] \tag{2.38}$$

Προσθέτοντας τις εξισώσεις (2.37) και (2.38) προκύπτει ένα νέο σύστημα εξισώσεων. Δεδομένου ότι οι όροι πεπερασμένων στοιχείων των πινάκων δυσκαμψίας και πηγών είναι ίδιοι για τις δύο διατομές, για έναν κόμβο i χωρίς την συμβολή κάποιου όρου από το μακροστοιχείο η εξίσωση μπορεί να γραφεί :

$$\sum_{j=1}^{jtot} s_{ij}\,(A^1_j + A^2_j) = 2\,f_i \tag{2.39}$$

όπου jtot είναι ο συνολικός αριθμός κόμβων που ανήκουν στο ίδιο στοιχείο με τον κόμβο i. Εντούτοις, εάν ο κόμβος i περιλαμβάνει τις συνεισφορές μακροστοιχείου οι όροι του πίνακα δυσκαμψίας δεν είναι ίδιοι για τις δύο φέτες, γι' αυτό η αντίστοιχη εξίσωση είναι της μορφής :

$$\sum_{j=1}^{ntot} s_{ij}^{g1}\,A^1_j + \sum_{j=1}^{ntot} s_{ij}^{g2} A^2_j = 0 \tag{2.40}$$

όπου S_{ij}^{g1}, S_{ij}^{g2} είναι οι όροι των υποπινάκων για τους κόμβους που περιβάλλουν το διάκενο (μέρος μακροστοιχείου) ενώ A_i^1, A_i^2 είναι οι τιμές του διανυσματικού δυναμικού στους κόμβους του διακένου για τις διατομές ένα και δύο αντίστοιχα. Η εξίσωση (2.40) προκύπτει από το άθροισμα των εξισώσεων (2.37) και (2.38) για τους κόμβους που περιλαμβάνουν τους όρους του μακροστοιχείου και δείχνει ότι το άθροισμα των συνεισφορών των όρων του πίνακα σκληρότητας μακροστοιχείου για τις δύο διατομές πρέπει να είναι μηδέν. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η περιοχή διακένου δεν έχει πηγές ρεύματος και ο αντίστοιχος f_i όρος πηγών μηδενίζεται. Αυτή η διαδικασία οδηγεί στην θεώρηση ενός αγνώστου ανά κόμβο (που αναπαριστά το άθροισμα των

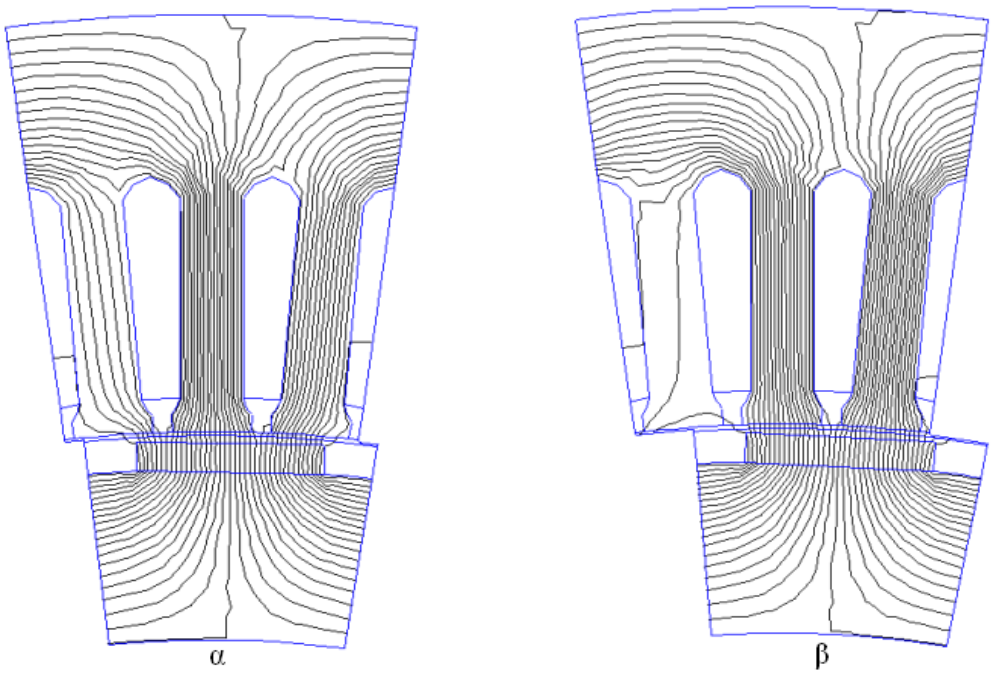
κομβικών τιμών του διανυσματικού δυναμικού για τις δύο διατομές) για όλους τους κόμβους που περιβάλλονται από τα σταθερά πεπερασμένα στοιχεία ενώ εισάγει δύο αγνώστους ανά κόμβο για τους κόμβους στα όρια του μακροστοιχείου, [2.21-2.27]. Οι πρόσθετες εξισώσεις που εισάγονται (για τους κόμβους στα όρια του μακροστοιχείου) θεωρούν τη διατήρηση της ενεργειακής ροής στους γειτονικούς κόμβους κάθε πλευράς του διακένου, η οποία παίρνει την μορφή :

$$\sum_{j=1}^{ntot} s_{ij}^{g1} A_j^1 - \sum_{j=1}^{ntot} s_{ij}^{g2} A_j^2 - \sum_{j=1}^{ntot} s_{i+1j}^{g1} A_j^1 + \sum_{j=1}^{ntot} s_{i+1j}^{g2} A_j^2 = 0 \qquad (2.41)$$

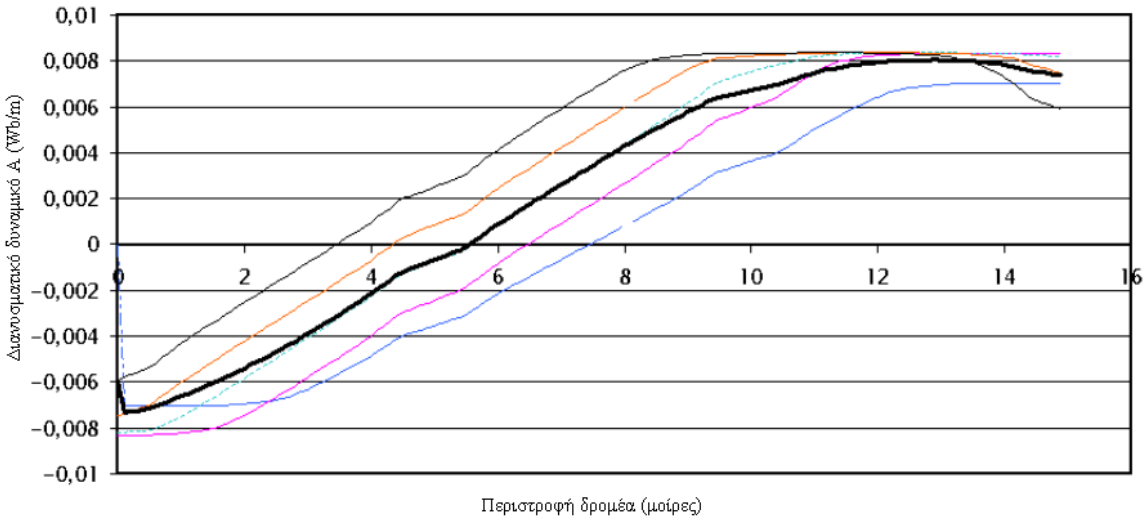
Αυτή η τεχνική μπορεί να γενικευτεί στην περίπτωση των n διατομών περιλαμβάνοντας ένα άγνωστο ανά κόμβο για το μέρος με τα σταθερά πεπερασμένα στοιχεία και n αγνώστους ανά κόμβο για τους κόμβους στα όρια του μακροστοιχείου.

2.5 Εφαρμογή υβριδικής τεχνικής πεπερασμένων στοιχείων-αναλυτικών λύσεων

Η διαδικασία που προαναφέρθηκε για την θεώρηση της κλίσης του δρομέα εφαρμόσθηκε σε ένα μοντέλο σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών 2,5 kW, 24 πόλων (σχήμα 2.6). Η προτεινόμενη διδιάστατη υβριδική τεχνική υλοποιήθηκε χρησιμοποιώντας πέντε διατομές από τις οποίες υπολογίστηκαν οι τιμές του διανυσματικού δυναμικού στο διάκενο στην περίπτωση κενού φορτίου και παρουσιάζονται στο σχήμα 2.7. Σε αυτό το σχήμα μπορεί να παρατηρηθεί η γωνιακή ολίσθηση του πεδίου καθώς περιστρέφεται ο δρομέας.



Σχήμα 2.6: Κατανομή μαγνητικού πεδίου στην μηχανή στην κατάσταση κενού φορτίου για α: κλίση του δρομέα 1° β: κλίση του δρομέα 3°



Σχήμα 2.7: Κατανομή διανυσματικού δυναμικού στο διάκενο για τις 5 διατομές και η μέση τιμή που υπολογίζεται με την προτεινόμενη μέθοδο (έντονη καμπύλη)

2.6 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο αναπτύχθηκε μια υβριδική τεχνική πεπερασμένων στοιχείων δυο διαστάσεων – αναλυτικών λύσεων η οποία επιτρέπει την θεώρηση της κλίσης του δρομέα στις ηλεκτρικές μηχανές, [2.28-2.34]. Αυτή η μέθοδος εμπλέκει έναν μειωμένο αριθμό αγνώστων και παρέχει συγκρίσιμη ακρίβεια με την τρισδιάστατη ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων.

2.7 Βιβλιογραφία

[2.1] O. Honorati, F. Caricchi, F. Crescimbini and G. Noia, "Gear less wind energy conversion system using an axial flux PM synchronous machine", Elsevier Science Publisher, pp. 814-818, 1991.

[2.2] P. Rasmussen, N. Vilsboell and A. Larsen, "Multipole permanent magnet generator studies and planned prototypes", European Community Wind Energy Conference, pp. 643-645, 1993.

[2.3] M. Enokizono and K. Matsumura, "Magnetic field analysis of anisotropic permanent magnet problems by finite element method" , IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, no. 2, pp. 1612-1615, 1997.

[2.4] J. Töpfer, B. Pawlowski, H. Beer, K. Plötner, P. Hofmann and J. Herrfurth, "Multi-pole magnetization of NdFeB magnets for magnetic micro-actuators and its characterization with a magnetic field mapping device", Elsevier journal of Magnetism and Magnetic Materials, pp. 124-129, 2003.

[2.5] K. J. Binns and M. A. Jabbar, "High field self starting permanent magnet synchronous motor", Proceedings of the IEE, vol. 128, no. 3, pp. 157-160, 1981.

[2.6] K. J. Binns, M. S. N. Al-Din and P. J. G. Lisboa, "Use of canned rotors in high field permanent magnet machines", Proceedings of the IEE, vol. 139, no. 5, pp. 471-477, 1992.

[2.7] Pan Qiugen, "Contribution a la Modelisation des Phenomenes Magneto-Thermiques dans les Systemes Electromagnetiques par la Methode des Elements Finis", Docteur de L' Universite Paris VI, 28 June, 1990.

[2.8] T. Higuchi, J. Oyama, E. Yamada, E. Chiricozzi, F. Parasiliti, M. Villani, "Optimization procedure of surface permanent magnet synchronous motors", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 33, no 2, March 1997, pp. 1943-6.

[2.9] E. Lovelace, T. Jahns and J. Lang, "A Saturating Lumped-Parameter Model for an Interior PM Synchronous Machine", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 38, no. 3, pp. 645-650, 2002.

[2.10] E. Lovelace, T. Jahns, T. Keim and J. Lang, "Mechanical Design Considerations for Conventionally Laminated, High-Speed, Interior PM Synchronous Machine Rotors", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 40, no. 3, pp. 806-812, 2004.

[2.11] P. Campbell, M.V.K. Chari, J. D'Angelo, "Three-dimensional finite element solution of permanent magnet machines", IEEE Transactions on Magnetics, vol. Mag-17, no. 6, pp. 2997-2999, 1981.

[2.12] T. F. Chan, L. L. Lai and Lie-Tong Yan, "Performance of a Three-Phase AC Generator With Inset NdFeB Permanent-Magnet Rotor", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 19, no. 1, pp. 88-94, 2004.

[2.13] J. Chen, C. V. Nayar and L. Xu, "Design and Finite-Element Analysis of an Outer-Rotor Permanent-Magnet Generator for Directly Coupled Wind Turbines", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36, no. 5, pp. 3802-3809, 2000.

[2.14] L. Söderlund, J. T. Eriksson, J. Salonen, H. Vihriälä and R. Perälä, "A permanent magnet generator for wind power applications", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 32, no. 4, pp. 2389-2392, 1996.

[2.15] B. C. Mecrow, A. G. Jack, D. J. Atkinson, S. R. Green, G. J. Atkinson, A. King and B. Green, "Design and testing of a four-phase fault-tolerant permanent-magnet machine for an engine fuel pump", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 19, no. 4, pp. 671-678, 2004.

[2.16] V. Ostovic, "Pole-Changing permanent magnet machines", IEEE Transactions on Industry Applications, vol 38, no 6, pp. 1493-1499, 2002.

[2.17] D. Pavlik, V. K. Garg, J. R. Repp and J. Weiss, "A finite element technique for calculating the magnet sizes and inductances of permanent magnet machines", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 3, no. 1, pp. 116-122, 1988.

[2.18] J. Slomczynska, "No load magnetic-field distribution in a permanent magnet electrical machine", IEEE Transactions on Magnetics, vol. mag-11, no. 6, pp. 1720-1722, 1975.

[2.19] T. Nakata, N. Takahashi and K. Yoneda, "Numerical analysis of flux distribution in permanent magnet stepping motors", IEEE Transactions on Magnetics, vol. mag-14, no. 5, pp. 548-550, 1978.

[2.20] F. A. Fouad, T. W. Nehl and N. A. Demerdash, "Permanent magnet modeling for use in vector potential finite element analysis", IEEE Transactions on Magnetics, vol. mag-17, no. 6, pp. 3002-3004, 1981.

[2.21] Marchand C., Ren Z., Razek, A., "Torque optimization of a buried permanent magnet synchronous machine by geometric modification using FEM", EMF'94 International Conference, Leuven, Belgium, 1994, pp. 53-56.

[2.22] M. A. Alhamadi and N. A. Demerdash, "Three dimensional magnetic field computation by a coupled vector-scalar potential method in brushless dc motors with skewed permanent magnet mounts – The formulation and FE grids", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 9, no. 1, pp. 1-14, 1994.

[2.23] M. A. Alhamadi and N. A. Demerdash, "Three dimensional magnetic field computation by a coupled vector-scalar potential method in brushless dc motors with skewed permanent

magnet mounts – The no load and load results", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 9, no. 1, pp. 15-25, 1994.

[2.24] M. A. Alhamadi and N. A. Demerdash, "Modeling and experimental verification of the performance of a skew mounted permanent magnet brushless dc motor drive with parameters computed from 3D FE magnetic field solutions", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 9, no. 1, pp. 26-35, 1994.

[2.25] O. Ojo, J. Cox and Z. Wu, "DC Power Generation Using Interior Permanent-Magnet Machines", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 12, no. 4, pp. 351-356, 1997.

[2.26] M. R. Dubois H. Polinder and J. A. Ferreira, "Magnet shaping for minimal magnet volume in machines", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 38, no. 5, pp. 2985-2987, 2002.

[2.27] M. R. Dubois, H. Polinder and J. A. Ferreira, "Varying magnetization orientation for permanent magnet volume reduction in machines", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 39, no. 3, pp. 1793-1799, 2003.

[2.28] M. R. Dubois, H. Polinder and J. A. Ferreira, "Contribution of permanent magnet volume elements to no load voltage in machines", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 39, no. 3, pp. 1784-1792, 2003.

[2.29] J. Hur, S. B. Yoon, D. Yun and D. S. Hyum, "Analysis of PMLSM using three dimensional equivalent magnetic circuit network method", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, no. 5, pp. 4143-4145, 1997.

[2.30] A. A. Arkadan, R. Vyas, J. G. Vaidya and M. J. Shah, "Effect of toothless stator design on core and stator conductors eddy current losses in permanent magnet", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 7, no. 1, pp. 231-237, 1992.

[2.31] Themistoklis Kefalas, George Kalokiris, Antonios Kladas and John Tegopoulos, "Design of skewed mounted permanent magnet synchronous generators based on 2D and 3D finite element techniques", Elsevier, Proceedings of the 3rd Japanese-Mediterranean Workshop on Applied Electromagnetic Engineering for Magnetic and Superconducting Materials, accepted for publication in the Journal of Material Processing Technology.

[2.32] A. Nakahata, K. Kadoya, Y. Kawase and T. Yamaguchi, "3-D finite element analysis of electromagnets with permanent magnet taking into account magnetizing process", IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, 1996.

[2.33] C. Mi, M. Filippa, W. Liu and R. Ma, "Analytical method for predicting the air-gap flux of interior type permanent magnet machines", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 40, no. 1, pp. 50-58, 2004.

[2.34] J. Weiss, V. K. Garg, M. Shah and E. Sternheim, "Finite element analysis of magnetic fields with permanent magnet", IEEE Transactions on Magnetics, vol. mag-20, no. 5, pp. 1933-1935, 1984.

[2.35] Α. Κλαδάς, Σημειώσεις μεταπτυχιακού μαθήματος "Ανάλυση Πεδίων Χαμηλής Συχνότητας με την βοήθεια Η/Υ", ΕΜΠ, Αθήνα, 2002.

[2.36] A. Razek, J. Coulomb, M. Feliachi, and J. Sabonnadiere, "Conception of an air-gap element for the dynamic analysis of the electromagnetic field in electric machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. MAG-18, no. 2, pp. 655–659, Mar. 1982.

[2.37] A. Kladas and A. Razek, "Eddy currents modeling in synchronous machines during starting accounting for the nature of damper end connections," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 24, no. 1, pp. 186 189, Jan. 1988.

[2.38] F. Piriou and A. Razek, "A model for coupled magnetic-electric circuits in electric machines with skewed slots," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 26, no. 2, pp. 1096–1100, Mar. 1990.

[2.39] R. Wang, H. Mohellebi, T. J. Flack, M. J. Kamper, J. D. Buys, and M. Feliachi, "Two-dimensional Cartesian air-gap element (CAGE) for dynamic finite-element modeling of electrical machines with a flat air gap," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 38, no. 2, pp. 1357–1360, Mar. 2002.

[2.40] P. Dziwniel, B. Boualem, F. Piriou, J. P. Ducreux, and P. Thomas, "Comparison between two approaches to model induction machines with skewed slots," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, pp. 1453–1457, Jul. 2000.

[2.41] K. F. Rasmussen, J. H. Davies, T. J. E. Miller, M. I. McGelp, and M. Olaru, "Analytical and numerical computation of air-gap magnetic fields in brushless motors with surface permanent magnets," *IEEE Trans. Ind Appl.*, vol. 36, no. 6, pp. 1547–54, Nov.-Dec. 2000.

[2.42] J. J. C. Gyselinck, L. Vandevelde, and J. A. A. Melkebeek, "Multi-slice FE modeling of electrical machines with skewed slots-the skew discretization error," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 37, no. 5, pp. 3233–3237, Sep. 2001.

[2.43] T. Yamaguchi, Y. Kawase, and S. Sano, "3-D finite-element analysis of skewed squirrel-cage induction motor," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 2, pp. 969–972, Mar. 2004.

[2.44] H. De Gersem, K. Hameyer, and T.Weiland, "Skew interface conditions in 2-D finite-element machine models," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 39, no. 3, pp. 1452–1455, May 2003.

[2.45] G. D. Kalokiris, T. D. Kefalas, A. G. Kladas and J. A. Tegopoulos, "Special Air-Gap Element for 2-D FEM Analysis of Electrical Machines Accounting for Rotor Skew", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 41, no. 5, pp.2020-2023, 2005.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΙΔΗΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΠΥΡΗΝΑ (ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΚΗ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ)

3.1 Μαγνητικός πυρήνας ηλεκτρικών μηχανών

Ο πιο κοινός τρόπος κατασκευής του πυρήνα των ηλεκτρικών μηχανών είναι από σιδηρομαγνητική λαμαρίνα (μαλακός σίδηρος) με μερική περιεκτικότητα σε πυρίτιο. Παρότι η σύσταση του υλικού του πυρήνα μπορεί να διαφέρει, ο όρος ‘σίδηρος’ χρησιμοποιείται εν γένει από τους μηχανικούς στην πράξη για να περιγράψει το μαγνητικό υλικό του πυρήνα. Τα μαγνητικά υλικά που χρησιμοποιούνται κυρίως για την κατασκευή του πυρήνα των ηλεκτρικών μηχανών είναι τα εξής : χυτοσίδηρος χαμηλής περιεκτικότητας άνθρακα, πυριτιούχος σίδηρος, κράματα νικελίου-σιδήρου (permalloy), κράματα κοβαλτίου-νικελίου-σιδήρου (perminvar), κράματα κοβαλτίου- σιδήρου (permendur).

3.1.1 Κατηγορίες μαγνητικών υλικών

Το συνολικό μαγνητικό πεδίο $\overline{B}$ μέσα σε ένα υλικό δίνεται εν γένει από την σχέση :

$$\overline{B} = \overline{B}_{0} + \mu_0 \overline{M} \tag{3.1}$$

όπου $\overline{M}$ είναι η μαγνήτιση του υλικού. Θεωρώντας την σχέση $\overline{M} = x_m \overline{H}$ η μαγνητική επιδεκτικότητα x_m καθορίζει πόσο η σχετική μαγνητική διαπερατότητα μ_r, διαφέρει από την μονάδα:

$$\chi_m = \mu_r - 1 \tag{3.2}$$

Όσο μεγαλύτερη η μαγνητική επιδεκτικότητα (οπότε και η σχετική μαγνητική διαπερατότητα), τόσο μεγαλύτερη είναι η μαγνήτιση του υλικού. Τα μαγνητικά υλικά ταξινομούνται με βάση την τιμή της σχετικής μαγνητικής διαπερατότητάς τους μ_r σε τρεις κατηγορίες :

- Διαμαγνητικά ($\mu_r << 1$)
- Παραμαγνητικά ($\mu_r \approx 1$)
- Σιδηρομαγνητικά ($\mu_r >> 1$)

Στις περισσότερες τεχνολογικές εφαρμογές του ηλεκτρομαγνητισμού (πυρήνες μετασχηματιστών και ηλεκτρικών μηχανών), χρησιμοποιούνται σιδηρομαγνητικά υλικά. Γι' αυτόν το λόγο θα αναλυθούν στην συνέχεια περισσότερο οι μηχανισμοί μαγνήτισης των σιδηρομαγνητικών υλικών.

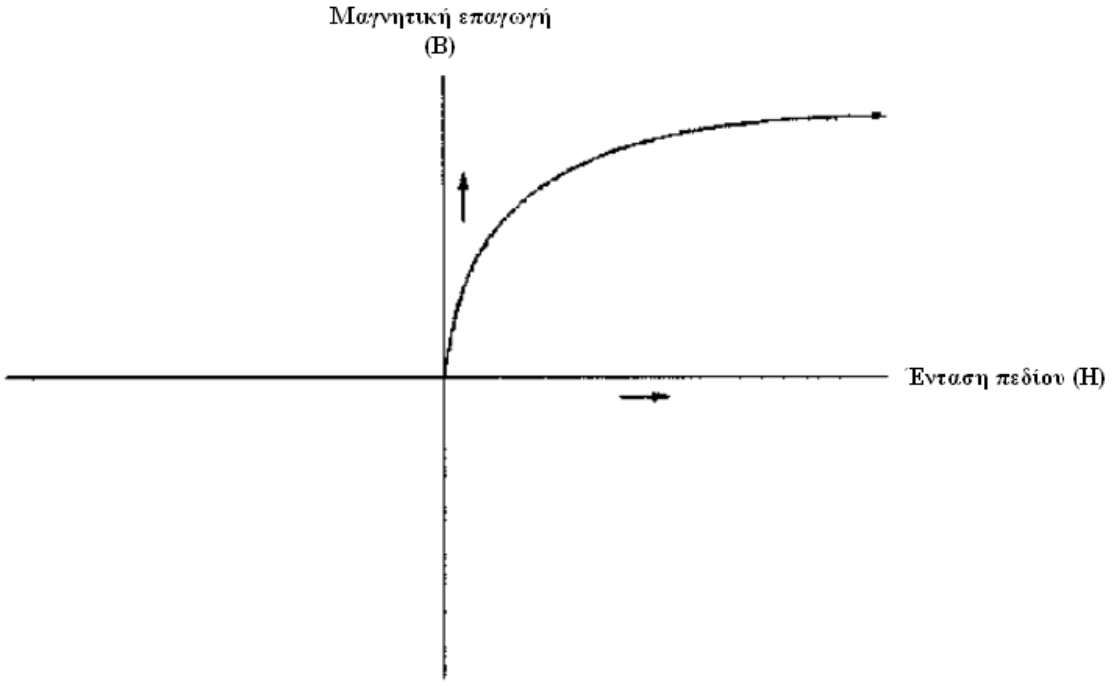
Τα σιδηρομαγνητικά υλικά παρουσιάζουν μεγάλη και θετική μαγνητική επιδεκτικότητα σε ένα εξωτερικό μαγνητικό πεδίο, [3.36-3.38]. Εμφανίζουν μια ισχυρή έλξη στα μαγνητικά πεδία και μπορούν να διατηρήσουν τις μαγνητικές ιδιότητές τους αφότου έχει αφαιρεθεί το μαγνητικό πεδίο. Τα σιδηρομαγνητικά υλικά έχουν ελεύθερα ηλεκτρόνια έτσι τα άτομά τους εμφανίζουν μαγνητική ορμή. Αποκτούν τις ισχυρές μαγνητικές ιδιότητές τους λόγω της παρουσίας μαγνητικών περιοχών. Σε αυτές τις περιοχές, μεγάλος αριθμός ατόμων (10^{12} έως 10^{15}) είναι ευθυγραμμισμένος παράλληλα έτσι ώστε το μαγνητικό πεδίο μέσα στην περιοχή να είναι ισχυρό. Όταν ένα σιδηρομαγνητικό υλικό είναι σε αμαγνήτιστη κατάσταση, οι περιοχές οργανώνονται σχεδόν τυχαία και το συνολικό μαγνητικό πεδίο για το τμήμα αυτό είναι μηδέν. Όταν εφαρμόζεται ένα εξωτερικό πεδίο μαγνήτισης, οι περιοχές ευθυγραμμίζονται για να δημιουργηθεί το ισχυρό μαγνητικό πεδίο μέσα στο τμήμα.

Η μαγνήτιση ενός υλικού μπορεί να περιγραφεί από δύο κύριους μηχανισμούς μαγνήτισης, δηλαδή από την αυξομείωση γειτονικών περιοχών (μετακίνηση συνόρου μεταξύ δύο περιοχών-όρια Bloch μεταξύ δύο περιοχών) και από την στιγμιαία περιστροφή της μαγνήτισης μιας περιοχής (μαγνητικές περιοχές Weiss), ή από έναν συνδυασμό αυτών των μηχανισμών. Τα κυριότερα χαρακτηριστικά των σιδηρομαγνητικών υλικών παρουσιάζονται στην συνέχεια.

3.1.2 Μαγνητικός κορεσμός

Στα σιδηρομαγνητικά υλικά η σχετική μαγνητική διαπερατότητα που παρουσιάζεται στην εξίσωση (3.2), οπότε και η μαγνήτιση $\overline{M}$, δεν έχουν σταθερή τιμή. Αντίθετα, η τιμή της μ_r, σε αυτά τα υλικά εξαρτάται κατά ένα μεγάλο μέρος από την ένταση του μαγνητικού πεδίου $\overline{H}$ που

εφαρμόζεται σε αυτό. Ο λόγος για αυτήν την εξάρτηση βρίσκεται πάλι στις μαγνητικές περιοχές του υλικού. Όταν όλο και περισσότερες από αυτές τις μαγνητικές περιοχές αναγκάζονται να ευθυγραμμιστούν με το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο, η τιμή της σχετικής διαπερατότητας θα εμφανιστεί να μειώνεται. Όταν όλες σχεδόν οι μαγνητικές περιοχές ευθυγραμμιστούν με το εξωτερικό πεδίο η σχετική μαγνητική διαπερατότητα θα φθάσει την τιμή 1, που σημαίνει ότι το υλικό έχει χάσει τον σιδηρομαγνητικό χαρακτήρα του. Το υλικό ονομάζεται σε αυτήν τη κατάσταση **κορεσμένο.** Δεδομένου ότι το μαγνητικό πεδίο $\overline{B}$ σε ένα υλικό συσχετίζεται με την ένταση του μαγνητικού πεδίου $\overline{H}$ μέσω της σχετικής μαγνητικής διαπερατότητας μ_r (η οποία εν γένει στα σιδηρομαγνητικά υλικά έχει μη σταθερή τιμή), η σχέση μεταξύ $\overline{B}$ και $\overline{H}$ είναι μη γραμμική. Η μη γραμμική συνάρτηση $\overline{B}(\overline{H})$ είναι η έκφραση για τον κορεσμό του σιδηρομαγνητικού υλικού. Στο σχήμα 3.1 παρουσιάζεται η καμπύλη κορεσμού (καμπύλη αρχικής μαγνήτισης) για ένα τυπικό σιδηρομαγνητικό υλικό.



Σχήμα 3.1: Καμπύλη κορεσμού ενός τυπικού σιδηρομαγνητικού υλικού (καμπύλη αρχικής μαγνήτισης)

3.1.3 Μαγνητική υστέρηση

Όταν ένα σιδηρομαγνητικό υλικό μαγνητίζεται σε μια κατεύθυνση, φθάνει σε κατάσταση ελάχιστης ενέργειας. Αυτό σημαίνει ότι δεν θα επανέλθει πίσω στην μηδενική μαγνήτιση όταν αφαιρεθεί το επιβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο. Για να οδηγηθεί πίσω στην μηδενική μαγνήτιση θα

πρέπει να του επιβληθεί ένα πεδίο με αντίθετη κατεύθυνση. Εάν ένα εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο εφαρμόζεται στο υλικό, η μαγνήτισή του θα καταγράψει έναν βρόχο που ονομάζεται βρόχος υστέρησης. Η μη επαναφορά από την ίδια καμπύλη μαγνήτισης όταν αυξομειώνεται το πεδίο είναι μια ιδιότητα που ονομάζεται υστέρηση και συσχετίζεται με την ύπαρξη των μαγνητικών περιοχών στο υλικό. Μόλις αναπροσανατολιστούν οι περιοχές του υλικού, αφαιρείται κάποια ενέργεια για να επιστρέψουν ξανά στην αρχή. Η υστέρηση προκαλεί διάφορους τύπους φαινομένων: την αλληλεπίδραση μεταξύ των περιοχών, την ανισοτροπία ή την εσωτερική τριβή τύπου αγκύρωσης που προκαλούνται από τις κρυσταλλογραφικές ακαθαρσίες, τις εξαρθρώσεις κλπ. Η επικρατέστερη αιτία διαφέρει ανάλογα με το υλικό που μελετάται.

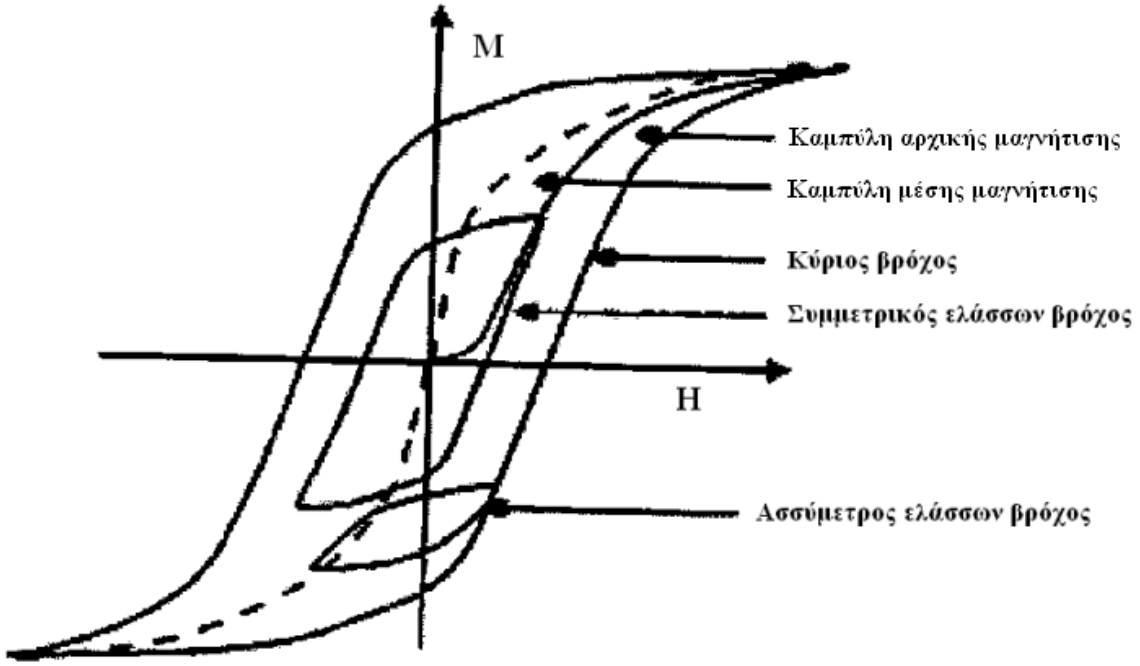
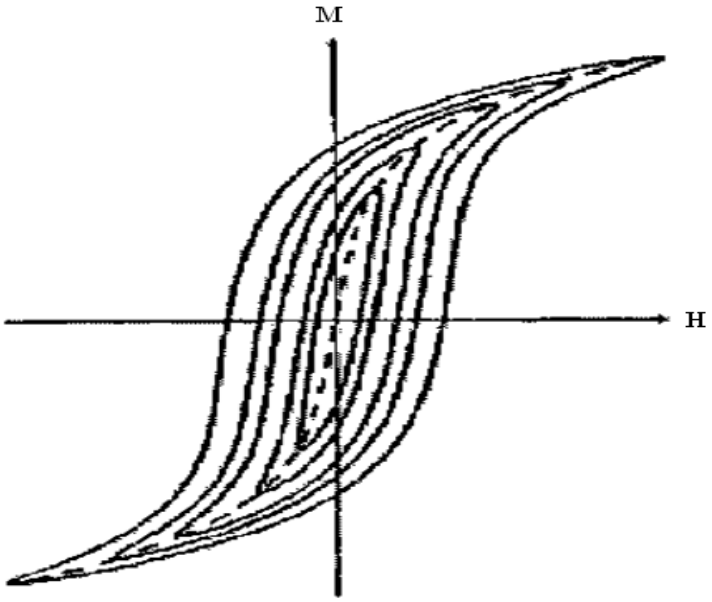


Figure 3.2: Βρόχοι υστέρησης για ένα τυπικό σιδηρομαγνητικό υλικό

Στο σχήμα 3.2 παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές μαγνήτισης M(H) για ένα τυπικό σιδηρομαγνητικό υλικό. Σε αυτό το σχήμα περιγράφονται μερικές σημαντικές καμπύλες που σχετίζονται με την μαγνητική υστέρηση. Αν φανταστούμε ένα dc μαγνητικό πεδίο να εφαρμόζεται σε ένα αμαγνήτιστο υλικό, η χαρακτηριστική M(H) που σχεδιάζεται είναι η **καμπύλη αρχικής μαγνήτισης** του σχήματος 3.2. Θεωρούμε τώρα ότι μετά που φθάσει στον κορεσμό το υλικό, το εφαρμοζόμενο μαγνητικό πεδίο αλλάζει την κατεύθυνση και αυξάνεται έως ότου φθάνει το υλικό ξανά στον κορεσμό, αλλά από την αρνητική πλευρά. Εάν αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται, τότε σχεδιάζεται ο **κύριος βρόχος υστέρησης** που παρουσιάζεται στο σχήμα 3.2. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, ο μηχανισμός της υστέρησης είναι γενικός. Αυτό σημαίνει ότι εκτός από τον κύριο

βρόχο υστέρησης στις άκρες του οποίου το μαγνητικό υλικό είναι εντελώς κορεσμένο, υπάρχει άπειρος αριθμός άλλων, μικρότερων βρόχων υστέρησης, οι οποίοι βρίσκονται μέσα στον κύριο βρόχο υστέρησης. Αυτοί ονομάζονται **ελάσσονες βρόχοι υστέρησης.** Ο σχηματισμός ενός ελάσσονος βρόχου υστέρησης παρουσιάζεται στο σχήμα 3.2. Υποθέτουμε ότι ανερχόμαστε τον κύριο βρόχο υστέρησης. Υποθέτουμε επίσης ότι πριν φθάσει στο θετικό σημείο κορεσμού, το εφαρμοζόμενο μαγνητικό πεδίο αλλάζει κατεύθυνση. Τότε η καμπύλη M(H) θα αρχίσει να κατεβαίνει με παρόμοιο τρόπο με αυτόν του κύριου βρόχου υστέρησης και στην πραγματικότητα θα φθάσει ασυμπτωτικά τον κύριο βρόχο στο σημείο του αρνητικού κορεσμού. Εάν το εφαρμοζόμενο πεδίο αλλάξει την κατεύθυνση πάλι πριν φθάσει στον πλήρη κορεσμό, τότε η καμπύλη θα αρχίσει να ανέρχεται άλλη μια φορά. Ο ανερχόμενος κλάδος θα περάσει μέσω του πρώτου σημείου αντιστροφής και θα φθάσει ασυμπτωτικά τον ανερχόμενο κλάδο του κύριου βρόχου, εκτός και αν το πεδίο δεν αλλάζει την κατεύθυνση πάλι. Όπως μπορεί να φανεί ήδη, δεν υπάρχει όριο για την τάξη των ελασσόνων βρόχων, αλλά όλοι πρέπει να βρεθούν μέσα στα όρια του κύριου βρόχου υστέρησης. Ο βρόχος υστέρησης που περιγράφεται παραπάνω είναι ένας **μη συμμετρικός ελάσσων βρόχος.** Εάν το πρώτο σημείο αντιστροφής βρίσκεται πάνω στην αρχική καμπύλη, τότε είναι επίσης δυνατό να σχηματιστούν **συμμετρικοί ελάσσονες βρόχοι**.

Στο σχήμα 3.2 υπάρχει επίσης μια άλλη καμπύλη, που παρουσιάζεται με τη διακεκομμένη γραμμή. Αυτή είναι η **καμπύλη μέσης μαγνήτισης,** η οποία είναι μεγάλης σπουδαιότητας για την μοντελοποίηση των μαγνητικών υλικών. Εξ' ορισμού, η καμπύλη μέσης μαγνήτισης είναι η M(H) σχέση που θα λαμβανόταν εάν δεν υπήρχε η επίδραση της υστέρησης στο υλικό [3.1]. Αυτό σημαίνει ότι κάθε σημείο της καμπύλης μέσης μαγνήτισης αντιστοιχεί στη διαμόρφωση περιοχών που δίνει τη χαμηλότερη πιθανή ενέργεια ή το συνολικό ενεργειακό ελάχιστο για έναν δεδομένο εξωτερικό πεδίο, ενώ τα σημεία της καμπύλης υστέρησης αντιστοιχούν στις διαμορφώσεις περιοχών όπου η ενέργεια έχει μόνο τοπικά ελάχιστα. Λόγω του ειδικού χαρακτήρα της, η καμπύλη μέσης μαγνήτισης δεν μπορεί να μετρηθεί άμεσα. Αντ' αυτού, κάθε σημείο της καμπύλης πρέπει να παραχθεί με τρόπο παρόμοιο με τη διαδικασία απομαγνήτισης με την εναπόθεση ενός αργά μεταβαλλόμενου εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου χαμηλής συχνότητας σύμφωνα με ένα σταθερό συνεχές πεδίο. Μια άλλη προτεινόμενη μεθοδολογία προκύπτει αν εφαρμοστεί μια ομαλή εναλλασσόμενη διέγερση σε διαφορετικά επίπεδα τάσεων. Συνδέοντας όλες τις άκρες των κύριων βρόχων υστέρησης που σχεδιάζονται, σχηματίζεται η καμπύλη μέσης μαγνήτισης (παρουσιάζεται με την διακεκομμένη γραμμή στο σχήμα 3.3). Αυτή η καμπύλη βρίσκεται μόνο στο πρώτο και τρίτο τεταρτημόριο.



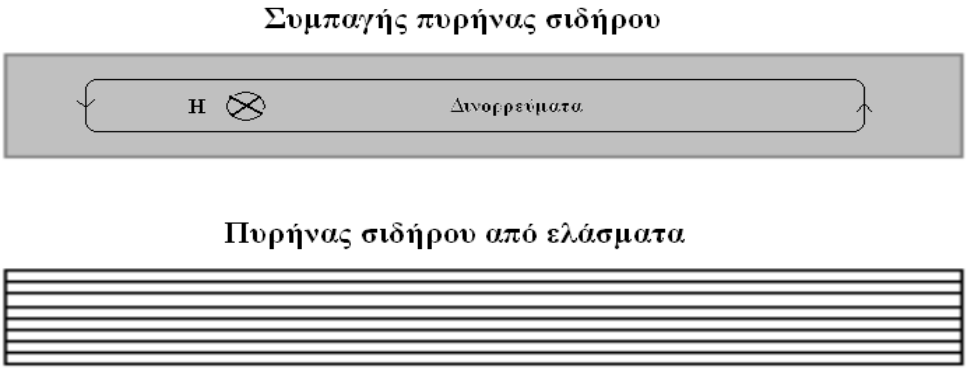
Σχήμα 3.3: Συμμετρικοί ελλάσσονες βρόχοι μαγνήτισης και καμπύλη μέσης μαγνήτισης

Οι απώλειες ενέργειας λόγο της υστέρησης υπολογίζονται από το εμβαδόν των βρόχων υστέρησης. Ενώ η υστέρηση των σιδηρομαγνητικών υλικών είναι χρήσιμη για μερικές εφαρμογές (όπως η αντιγραφή ακουστικών ταινιών), δεν είναι επιθυμητή στον μετασχηματισμό ηλεκτρικής ισχύος, δεδομένου ότι προκαλεί απώλειες μέσα στον μαγνητικό πυρήνα των μετασχηματιστών με την μορφή θερμικής ενέργειας. Γι' αυτόν το λόγο, οι κατασκευαστές μετασχηματιστών χρησιμοποιούν τα σιδηρομαγνητικά υλικά με στενούς βρόχους υστέρησης. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι απώλειες υστέρησης εξαρτώνται από την ονομαστική τάση και την συχνότητα. Ο κορεσμός και η υστέρηση δεν είναι τα μόνα χαρακτηριστικά που εισάγουν τις μη γραμμικότητες. Υπάρχει επίσης ένα άλλο σημαντικό φαινόμενο όταν ένα αγώγιμο υλικό (τα σιδηρομαγνητικά υλικά είναι επίσης αγωγοί) βρίσκεται υπό την επίδραση μαγνητικού πεδίου μεταβαλλόμενου με τον χρόνο και αυτό είναι τα δινορρεύματα που εξετάζονται παρακάτω.

3.1.4 Δινορρεύματα στα ηλεκτρικά κυκλώματα

Όταν ένα αγώγιμο υλικό βρίσκεται υπό την επίδραση μαγνητικού πεδίου μεταβαλλόμενου με τον χρόνο, τότε σε αυτό επάγονται τάσεις σύμφωνα με το νόμο του Faraday. Οι επαγόμενες τάσεις παράγουν ρεύματα που ρέουν σε κάθετο επίπεδο στην κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου, τα ονομάζουμε δινορρεύματα, τα οποία προκαλούν τις θερμικές απώλειες μέσα στον μαγνητικό πυρήνα των ηλεκτρικών μηχανών. Για την εξάλειψη αυτών των θερμικών απωλειών ο μαγνητικός πυρήνας των μηχανών επαγωγής κατασκευάζεται από πολύ λεπτά ελάσματα από μαγνητικό υλικό, τα οποία είναι μονωμένα το ένα με το άλλο. Οι απώλειες δινορρευμάτων εξαρτώνται από την

συχνότητα και το πάχος της μαγνητικής λαμαρίνας. Το πάχος επιλέγεται μικρότερο από το μισό του βάθους διείσδυσης των δινορρευμάτων ($\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}$) δηλαδή για συχνότητα 50 Hz και κοινό σιδηρομαγνητικό υλικό το πάχος πρέπει να είναι μικρότερο από 0,5 mm.



Σχήμα 3.4: Δινορρεύματα μέσα σε ένα τμήμα μαγνητικού πυρήνα

3.2 Μοντελοποίηση του μαγνητικού πυρήνα

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάσαμε την ποιοτική αναπαράσταση των διαφόρων μη γραμμικοτήτων που εμφανίζει ο μαγνητικός πυρήνας. Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε μερικές μεθόδους μοντελοποίησης καθώς επίσης και ορισμένα πλήρη ποσοτικά μοντέλα για την αναπαράσταση αυτών των μη γραμμικοτήτων.

3.2.1 Μοντελοποίηση κορεσμού

Ο κορεσμός συμπεριλαμβάνεται στις μορφές των βρόχων υστέρησης, έτσι μπορεί να μοντελοποιηθεί μαζί με την υστέρηση. Ωστόσο, στα περισσότερα υφιστάμενα μοντέλα (ειδικά στα μοντέλα τριφασικών μηχανών) η υστέρηση δεν μοντελοποιείται λόγω της μεγάλης πολυπλοκότητάς της και τον μικρών απωλειών που εισάγει. Γι' αυτόν το λόγο θα παρουσιάσουμε αρχικά το απλό μοντέλο για τη μαγνήτιση του πυρήνα όταν εξαιρείται η υστέρηση, που είναι βασισμένο στην **καμπύλη μέσης μαγνήτισης,** που ονομάζεται επίσης πρότυπη καμπύλη μαγνήτισης.

Όπως απεικονίζεται στο σχήμα 3.4 ο κορεσμός είναι μια μη γραμμική συνάρτηση $\overline{B} = (\overline{H})$. Πολλοί ερευνητές έχουν προσπαθήσει να αναπαραστήσουν την καμπύλη κορεσμού με

κάποια συνάρτηση. Οι αναπαραστάσεις διαφέρουν από τις εμπειρικές σχέσεις στις πιο περίπλοκες αναλυτικές παραστάσεις όπως είναι εκθετικές, υπερβολικές, πολυωνυμικές, τριγωνομετρικές, και διαφορικές εξισώσεις. Θα παρουσιάσουμε εν συντομία μερικές από αυτές τις αναπαραστάσεις στην συνέχεια.

3.2.1.1 Πολυωνυμική αναπαράσταση

Η μονότιμη χαρακτηριστική κορεσμού (καμπύλη μέσης μαγνήτισης) μπορεί να παρασταθεί από την παρακάτω γενική πολυωνυμική σχέση :

$$i = A'\varphi + B'\varphi^n \tag{3.3}$$

Η τιμή n της μη γραμμικής μαγνητικής καμπύλης μπορεί να βρεθεί αναφερόμενη στην κατάσταση κορεσμού της μοντελοποιούμενης μηχανής. Για μικρές ισχείς το n παίρνει τις τιμές στην περιοχή 3-5, ενώ για τις υψηλότερες ισχείς παίρνει τιμές στην περιοχή 7-9 [3.2].
Μια άλλη αναπαράσταση προτεινόμενη στο άρθρο [3.3], συνδυάζει τη χρήση του πολυωνύμου της $13^{ης}$ τάξης για την ακόρεστη περιοχή της καμπύλης μαγνήτισης με την παραβολή για τη κορεσμένη περιοχή :

$$\begin{aligned} H(B) &= \sum_{i=0}^{13} c_i B^i \\ H - H(T_0) &= k(B - B(T_0))^2 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Η εφαρμογή του πολυωνύμου γίνεται με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων του σφάλματος. Στο κοινό σημείο *Το* το πολυώνυμο και η παραβολή πρέπει να έχουν τις ίδιες τιμές συνάρτησης και πρώτης παραγώγου. Η παραβολή που ικανοποιεί τις απαιτήσεις μπορεί να προσδιοριστεί από το σύστημα των εξισώσεων:

$$\begin{aligned} H(T_1) &= k(B(T_1) - B(T_0))^2 + H(T_0) \\ H(T_2) &= k(B(T_{21}) - B(T_0))^2 + H(T_0) \\ \frac{dH}{dB}(T_1) &= 2k(B(T_1) - B(T_0)) \end{aligned} \tag{3.5}$$

k, $B(T_0)$ και $H(T_0)$ είναι οι παράμετροι που προκύπτουν από τη λύση του συστήματος των εξισώσεων (3.5).

3.2.1.2 Αναπαράσταση υπερβολής

Μια άλλη αναπαράσταση της καμπύλης μαγνήτισης είναι αυτή με χαρακτηριστική υπερβολής. Στο άρθρο [3.4] χρησιμοποιείται η παρακάτω συνάρτηση :

$$H = a \cdot \sinh(\beta \cdot B) \tag{3.6}$$

όπου οι παράμετροι α και β καθορίζονται από τα πειραματικά αποτελέσματα με μια επαναληπτική διαδικασία. Στα άρθρα [3.5] και [3.6], χρησιμοποιήθηκε μια άλλη πιο περίπλοκη υπερβολική προσέγγιση της καμπύλης μαγνήτισης, η οποία περιγράφεται από την εξίσωση (3.7):

$$F(i,\varphi) = (m_1 i + b_1 - \varphi)(m_2 i + b_2 - \varphi) - b_1 b_2 = \varepsilon \cdot \varphi \tag{3.7}$$

όπου *εφ* είναι ένας όρος διορθώσεως που παρέχει την επιθυμητή καμπυλότητα στην περιοχή γονάτου, m_1 και m_2 είναι οι κλίσεις της ακόρεστης και κορεσμένης περιοχής αντίστοιχα και b_1, b_2 είναι οι τεταγμένες στην προέλευση της ασύμπτωτης στο m_1 και m_2 αντίστοιχα.

3.2.1.3 Εκθετική αναπαράσταση

Ερευνητές, έχουν προσεγγίσει την καμπύλη μαγνήτισης με την εκθετική συνάρτηση στο άρθρο [3.7]. Ο ορισμός της συνάρτησης δίνεται ως εξής :

$$H = \frac{\varphi}{\frac{K_1}{\left(1 + \left(\frac{|\varphi|}{\varphi_0}\right)^p\right)^{1/p}} + K_2} \tag{3.8}$$

όπου K_1 και K_2 καθορίζονται από την κλίση στην γραμμική και μη γραμμικές ζώνες της καμπύλης μαγνήτισης, p είναι μια παράμετρος που επηρεάζει τη μορφή της καμπύλης και φ_0 είναι το μαγνητικό δυναμικό στο γόνατο της καμπύλης.

3.2.1.4 Αναπαράσταση τόξου εφαπτομένης

Ίσως μια από τις πιο ενδιαφέρουσες αναπαραστάσεις της καμπύλης μαγνήτισης είναι με την συνάρτηση τόξου εφαπτομένης. Τέτοια αναπαράσταση μπορεί να βρεθεί στο άρθρο [3.8], όπου μπορούμε επίσης να δούμε πώς η μοντελοποιημένη καμπύλη μπορεί να προσεγγίσει ικανοποιητικά το γενικό μοντέλο υστέρησης. Εδώ θα παρουσιάσουμε μόνο την καμπύλη μέσης μαγνήτισης :

$$\varphi(i) = \varphi_n \arctan(mi) + \Delta\varphi \cdot i \tag{3.9}$$

Οι τρεις παράμετροι της εξίσωσης (3.9) υπολογίζονται από την πραγματική καμπύλη μαγνήτισης μέσω των εξισώσεων (3.10):

$$\begin{aligned} \varphi_n &= \varphi_x \frac{2}{\pi} \\ m &= \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{i_2 - i_1} \frac{\pi}{2\varphi_s} \\ \Delta\varphi &= \frac{\varphi_s - \varphi_n \arctan(mi_s)}{i_s} \end{aligned} \tag{3.10}$$

όπου:

φ_χ είναι η τιμή του φ στη διασταύρωση των κλίσεων,
φ_n είναι η τιμή του φ_s που κανονικοποιείται στο μέγιστο της συνάρτησης του τόξου εφαπτομένης, π/2,
φ_s είναι η κορεσμένη τιμή του φ στην πραγματική χαρακτηριστική μαγνήτισης,
m είναι η αρχική κλίση της καμπύλης, που κανονικοποιείται στην μέγιστη τιμή π/2 του τόξου εφαπτομένης και στην τιμή κορεσμού φ_s,
i_s είναι η τιμή του i που αντιστοιχεί στο φ_s,
Δφ είναι η γραμμική αύξηση του φ,
φ είναι η μαγνητική ροή σκέδασης, και
i είναι το ρεύμα μαγνήτισης.

Ο υπολογισμός των παραμέτρων της (3.10) γίνεται με την χρήση μιας απλής διαδικασίας από την πραγματική χαρακτηριστική της καμπύλης μαγνήτισης.

3.2.2 Μοντελοποίηση υστέρησης και κορεσμού

Η μοντελοποίηση κορεσμού του μαγνητικού πυρήνα χωρίς να συμπεριλαμβάνεται η υστέρηση μπορεί να είναι αρκετά ακριβής για μερικές μελέτες συστημάτων, αλλά μπορεί να μην προσφέρει ικανοποιητική ακρίβεια για την αναπαράσταση μερικών μη γραμμικών επιδράσεων των μεταβατικών φαινομένων στις ηλεκτρικές μηχανές. Όταν υπάρχει ανάγκη για μεγαλύτερη ακρίβεια, πρέπει να περιληφθεί επίσης η υστέρηση στην μοντελοποίηση. Αρκετά προβλήματα προκύπτουν στην προσπάθεια να μοντελοποιηθεί η μαγνητική υστέρηση :

- Η μορφή των βρόχων υστέρησης είναι παρόμοια με τη καμπύλη μέσης μαγνήτισης. Αυτό σημαίνει ότι δεν μπορεί να περιγραφεί εύκολα με μια αναλυτική συνάρτηση.
- Η διαμόρφωση των ελασσόνων βρόχων υστέρησης μπορεί να αποδειχθεί πολύ δυσεπίτευκτος στόχος, λόγω των διάφορων περιορισμών. Για παράδειγμα, ένας περιορισμός είναι η σταθερότητα των ελασσόνων βρόχων : όταν εφαρμόζουμε το ίδιο μεταβαλλόμενο πεδίο, η χαρακτηριστική B(H) πρέπει να παραμείνει στον ίδιο ελάσσονα βρόχο (αυτό το πρόβλημα υπάρχει σε μερικά μοντέλα της υστέρησης).

Τα μοντέλα υστέρησης μπορούν να χωρισθούν σε δύο κύριες κατηγορίες:

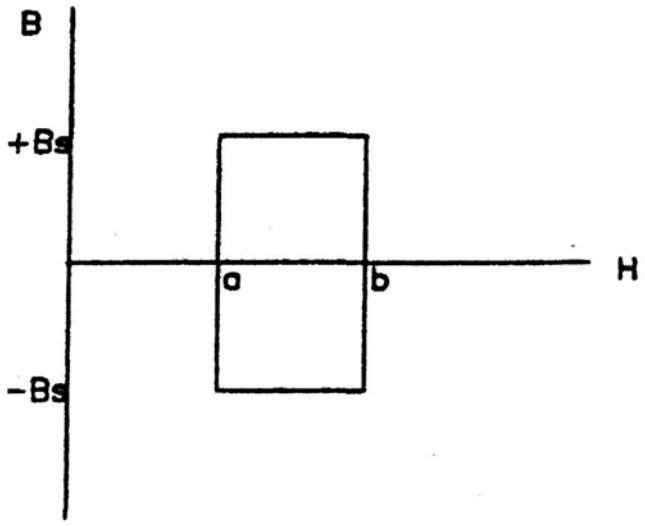
- Τα μικρο-μαγνητικά μοντέλα, τα οποία θεωρούν όλες τις γνωστές ενέργειες πάνω σε μια πολύ μικρή κλίμακα και βρίσκουν την μαγνητική διαμόρφωση που δίνει την ελάχιστη ενέργεια. Το γνωστό μοντέλο Preisach και οι βελτιωμένες εκδόσεις του είναι ίσως η αντιπροσωπευτικότερη περίπτωση αυτών των μοντέλων [3.9], [3.10], [3.11].
- Μοντέλα του μη γραμμικού φαινόμενου υστέρησης που εμφανίζεται μακροσκοπικά στα μαγνητικά κυκλώματα των μηχανών. Σε αυτήν την περίπτωση, η επίδραση της υστέρησης μοντελοποιείται από τη μακροσκοπική συμπεριφορά των μηχανών σε διάφορα επίπεδα ονομαστικής τάσης όπου πολλές από αυτές τις μοντελοποιήσεις αποτελούν ακριβή προσαρμογή καμπυλών που αγνοούν την θεμελιώδη φυσική. Ένα παράδειγμα αυτής της προσέγγισης μπορεί να βρεθεί στο άρθρο [3.12].

Τα πρώτα μοντέλα θεωρούνται ακριβή αλλά απαιτούν δεδομένα που είναι συχνά μη διαθέσιμα, ενώ τα δεύτερα έχουν αποδειχθεί ότι στις περισσότερες περιπτώσεις δεν προσφέρουν ικανοποιητική ακρίβεια. Στις επόμενες παραγράφους θα παρουσιάσουμε σύντομα τα κυριότερα μοντέλα υστέρησης, τα οποία μπορούν να θεωρηθούν στις μέρες μας ως κλασσικά [3.13]. Μερικές νεώτερες τροποποιήσεις τους, καθώς επίσης και ορισμένα άλλα μοντέλα που μπορούν να βρεθούν στη βιβλιογραφία, θα παρουσιαστούν επίσης εν συντομία.

3.2.2.1 Μοντέλο υστέρησης Preisach-Neel

Το μοντέλο υστέρησης Preisach-Neel θεωρείται από τους πλέον ακριβείς τρόπους εξομοιώσεως του φαινομένου υστέρησης γενικά, κι όχι μόνον για τα μαγνητικά υλικά. Για το λόγο αυτό, στη βιβλιογραφία συναντάται συχνά ως ένα μαθηματικό μοντέλο που συνδέει τη διέγερση με την υστερούσα, ως προς αυτήν, απόκριση ενός συστήματος. Στην ειδική περίπτωση που το σύστημα είναι ένα μαγνητικό υλικό, ως διέγερση θεωρείται η πεδιακή ένταση H ενώ ως απόκριση η μαγνητική επαγωγή B.

Σύμφωνα με τη μεθοδολογία κατά Preisach, το μαγνητικό υλικό απαρτίζεται από ένα πολύ μεγάλο αριθμό (σχεδόν άπειρο) μαγνητικών διπόλων. Κάθε δίπολο έχει ένα στοιχειώδη ορθογώνιο βρόχο υστέρησης, που αντιστοιχεί μόνον σε δύο καταστάσεις μαγνητίσεως, τη θετική και την αρνητική (σχήμα 3.5). Η συνολική μαγνήτιση του όλου δοκιμίου προκύπτει συσσωρευτικά από τη μαγνήτιση όλων των δίπολων, ή ισοδύναμα προσδιορίζεται από την μαγνητική κατάσταση της πλειοψηφίας των δίπολων.



Σχήμα 3.5: Ορθογωνικός στοιχειώδης βρόχος υστέρησης διπόλου κατά Preisach

Ειδικότερα, η σχέση εισόδου-εξόδου μεταξύ H και B είναι της μορφής :

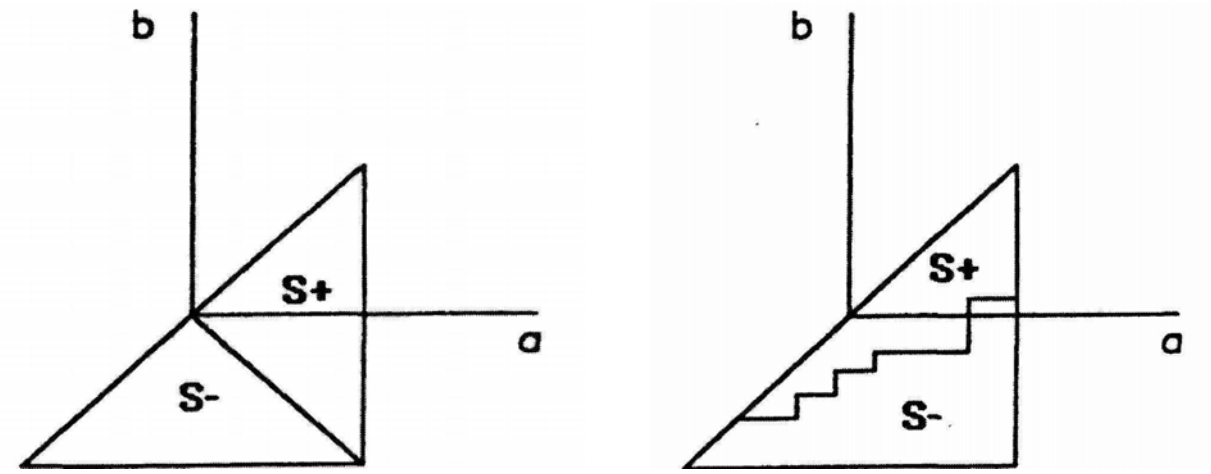
$$B = 2B_s \iint_{\alpha \geq b} \varphi(\alpha, b)\gamma(\alpha, b)\, d\alpha\, db \qquad (3.11)$$

όπου φ(α,b) είναι μία συνάρτηση βάρους, με τιμές μη μηδενικές εντός των ορίων του κυρίου βρόχου υστερήσεως, ο οποίος αντιστοιχίζεται με ένα ισοσκελές τρίγωνο (σχήμα 3.6α), το τρίγωνο

Preisach. Ο άξονας α αντιστοιχεί σε αυξήσεις του Η, ενώ ο άξονας b σε μειώσεις του Η. Στο αμαγνήτιστο υλικό το τρίγωνο είναι συμμετρικό ως προς τον άξονα α=-b, που αντανακλά τη συμμετρία του κυρίου βρόχου υστερήσεως ως προς την αρχή των αξόνων. Η συμμετρία αυτή σημαίνει ότι :

$$\varphi(-\alpha,-b)= \varphi(b,\alpha)$$

Ο τελεστής γ(α,b) ισούται με +1 εάν αντιστοιχεί σε στοιχειώδη επιφάνεια dαdb από θετικά μαγνητισμένα δίπολα, ενώ ισούται με -1 στην περίπτωση αρνητικά μαγνητισμένης στοιχειώδους επιφανείας.



(α) (β)

Σχήμα 3.6: α): Τρίγωνο Preisach αμαγνήτιστου υλικού β): Τρίγωνο Preisach μαγνητισμένου υλικού

Σε ένα τυχαίο σημείο λειτουργίας, η επιφάνεια του τριγώνου διαιρείται σε δύο υποπεριοχές, (σχήμα 3.6), τη θετική S_+ που περιλαμβάνει τα θετικά μαγνητισμένα δίπολα και την αρνητική S_- με τα αρνητικά μαγνητισμένα δίπολα. Οι δύο περιοχές αυτές είναι ίσες μεταξύ τους όταν το υλικό είναι αμαγνήτιστο (σχήμα 3.6α). Σε κάθε άλλη περίπτωση (σχήμα 3.6β), χωρίζονται από μία γραμμή που εξαρτάται από την προϊστορία, καθώς τα σημεία θλάσεως (γόνατα) της γραμμής αυτής αντιστοιχούν στα σημεία αντιστροφής (reversing points) του διεγείροντος μαγνητικού πεδίου Η, δηλαδή τα σημεία στα οποία αλλάζει το πρόσημο της παραγώγου dB/dH. Ισοδύναμα, κάθε σημείο αντιστροφής ταυτίζεται με το σημείο κορυφής ενός εκκινούντος ελάσσονος βρόχου. Η συνάρτηση βάρους φ(α,b), δηλαδή το ποσοστό των διπόλων με βρόχο που χαρακτηρίζεται από τις τιμές α και b, μπορεί ισοδύναμα να εκληφθεί ως μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Έτσι, η ποσότητα φ(α,b)dαdb ισούται με την πιθανότητα ένα αυθαίρετα εκλεγμένο δίπολο να έχει βρόχο (α,b).

Σημειώνεται ότι στη σχέση (3.11), η συνάρτηση φ(α,b) είναι κανονικοποιημένη στην μονάδα, ενώ η τιμή του Β σε απόλυτη τιμή (Tesla) προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό με τη μεγίστη τιμή B_s. Οι τιμές της συνάρτησης βάρους φ(α,b) λαμβάνονται διαφορίζοντας την εξίσωση (3.11) ως προς α και b, ενώ οι τιμές των παραγώγων (στο αριστερό μέλος της (3.11)) λαμβάνονται από μετρημένους βρόχους υστερήσεως (τον κύριο και ελάσσονες). Αξίζει να τονισθεί ότι οι ελάσσονες βρόχοι χαρακτηρίζονται από την τάξη τους δηλαδή πρώτης τάξεως ορίζονται οι βρόχοι που εκκινούν από τον κύριο βρόχο, δεύτερης τάξεως αυτοί που εκκινούν από ελάσσονες βρόχους πρώτης τάξεως κ.ο.κ. Είναι προφανές, ότι η ακρίβεια του μοντέλου αυξάνεται όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των διαθεσίμων βρόχων πολλών τάξεων. Σημειώνεται τέλος, ότι στην αυστηρά πρωτότυπη έκδοση του μοντέλου, η σχέση (3.11) συνδέει όχι το Β και το Η αλλά το Μ και το Η. Ωστόσο, όπως ειπώθηκε και παραπάνω στα μαλακά μαγνητικά υλικά, η αριθμητική διαφορά μεταξύ μαγνητίσεως Μ και μαγνητικής επαγωγής Β είναι αμελητέα.

3.2.2.2 Τροποποιημένο μοντέλο Preisach

Όταν το κλασσικό μοντέλο Preisach, που περιγράφεται στην προηγούμενη παράγραφο, χρησιμοποιείται για ηλεκτρομαγνητικά μεταβατικά φαινόμενα, προκύπτουν τρία σημαντικά προβλήματα [3.14]:

- Αυξανόμενες απαιτήσεις δεδομένων. Στις περισσότερες περιπτώσεις, στον πρακτικό μηχανικό παρέχονται μόνο τα βασικά στοιχεία του μαγνητικού υλικού του πυρήνα, δηλ. η αρχική καμπύλη μαγνήτισης και ο κύριος βρόχος υστέρησης.
- Αυξανόμενες απαιτήσεις μνήμης. Η ακριβής αναπαράσταση της επίδρασης της υστέρησης με το μοντέλο Preisach απαιτεί τη διδιάστατη μήτρα $M_{\alpha x \beta}$ όπου αποθηκεύεται η συνάρτηση βάρους μ(α,β). Εάν αυτό το μοντέλο υστέρησης εφαρμοστεί σε ένα πρόγραμμα ανάλυσης ενός συστήματος ισχύος, θα υπήρχε απαίτηση για αυξανόμενη μνήμη υπολογιστών.
- Προσαρμογή εισόδου-εξόδου στο μοντέλο. Συνήθως, για την ανάλυση συστημάτων δίνονται οι χρονικές μεταβολές των τάσεων και ζητούνται τα ρεύματα. Αυτό θα σημαίνει ότι η σχέση Β(Η) πρέπει να αντιστραφεί, δεδομένου ότι η πυκνότητα ροής Β είναι άμεσα ανάλογη προς την τάση (που εφαρμόζεται) ενώ η ένταση πεδίου Η είναι ανάλογη προς το ρεύμα (έξοδος).

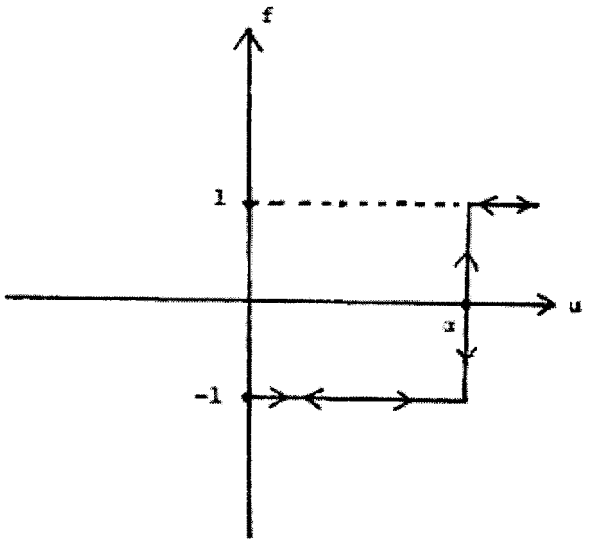
Στο άρθρο [3.14] προτείνεται μια τροποποίηση του κλασσικού μοντέλου Preisach. Σύμφωνα με το προτεινόμενο μοντέλο, η συνάρτηση βάρους μ(α,β) αναλύεται σε δύο ξεχωριστές μεταβλητές συναρτήσεις:

$$\mu(\alpha,\beta) = \mu_1(\alpha)\mu_2(\beta) \tag{3.12}$$

Ο προσδιορισμός των δύο νέων συναρτήσεων $\mu_1(\alpha)$ και $\mu_2(\beta)$ γίνεται με παρόμοιο τρόπο με τον προσδιορισμό της κανονικοποιημένης συνάρτησης βάρους $\mu(\alpha,\beta)$. Οι λεπτομέρειες για την αριθμητική διαδικασία μπορούν να βρεθούν στην §3 στο άρθρο [3.14]. Η ανάλυση της συνάρτησης βάρους προσφέρει τη λύση στα πρώτα δύο προαναφερθέντα προβλήματα, δηλαδή αυτό των δεδομένων εισόδου και των απαιτήσεων μνήμης υπολογιστών.

3.2.2.3 Μη γραμμικό μοντέλο Preisach (μοντέλο Mayergoyz)

Η επέκταση του κλασσικού μοντέλου Preisach προτάθηκε από τον Mayergoyz στο άρθρο [3.11]. Το γενικευμένο μοντέλο επιτρέπει σε κάποιον να εγκαταστήσει όχι μόνο πρώτης αλλά και δεύτερης τάξης καμπύλες μετάβασης. Αυτό οδηγεί σε υψηλότερη ακρίβεια, καθώς επίσης και στην πολύ καλή σταθερότητα των ελασσόνων βρόχων. Η βασική ιδέα του γενικευμένου προτύπου είναι η προσθήκη ενός άλλου είδους στοιχειώδους μονάδας, η οποία περιγράφεται από τον στοιχειώδη τελεστή $\widehat{\lambda}_\alpha$ που παρουσιάζεται στο σχήμα (3.7).



Σχήμα 3.7: Στοιχειώδης βηματικός τελεστής $\widehat{\lambda}_\alpha$

Μαζί με τον νέο τελεστή, δύο νέες συναρτήσεις βάρους εισάγονται:

- Η συνάρτηση κατανομής $\mu(\alpha,\beta,u(t))$, η οποία εξαρτάται από την τιμή του ρεύματος εισόδου (αυτή είναι η παρουσιαζόμενη μη γραμμικότητα του μοντέλου), και
- Η συνάρτηση κατανομής $\nu(\alpha)$ για τον νέο στοιχειώδη βηματικό τελεστή.

Το μη γραμμικό μοντέλο Preisach περιγράφεται από την εξίσωση:

$$f(t) = \iint_{a \geq \beta} \mu(\alpha, \beta, u(t)) \hat{\gamma}_{\alpha\beta} u(t) da d\beta + \int_{-\infty}^{+\infty} v(a) \hat{\lambda}_{\alpha} u(t) da \qquad (3.13)$$

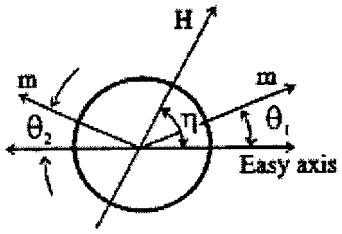
Το νέο μοντέλο επιτρέπει μια γεωμετρική εξήγηση που πραγματοποιείται με παρόμοιο τρόπο με αυτόν του κλασσικού μοντέλου. Υπάρχει επίσης μια άλλη αναπαράσταση του μοντέλου (3.13):

$$f(t) = \iint_{\delta^+(t)} \mu(\alpha, \beta, u(t)) u(t) da d\beta - \iint_{\delta^-(t)} \mu(\alpha, \beta, u(t)) u(t) da d\beta + \int_{-\infty}^{u(t)} v(a) da - \int_{u(t)}^{+\infty} v(a) da \qquad (3.14)$$

Για να καθοριστούν τα μ(α,β,u(t)) και ν(α), απαιτούνται τα σύνολα των καμπύλων μετάβασης πρώτης και δεύτερης τάξης. Η αριθμητική εφαρμογή του μη γραμμικού μοντέλου Preisach μπορεί να βρεθεί στην §IV του [3.11]. Το μη γραμμικό μοντέλο Preisach είναι ίσως ένα από τα ακριβέστερα μοντέλα υστέρησης. Εντούτοις, το απαραίτητο δεδομένο εισόδου καθώς επίσης και η πολύ μεγάλη μήτρα χαρτογράφησης (τρισδιάστατα, για όλες τις πιθανές τιμές εισόδου), καθιστούν το μοντέλο ακατάλληλο για την ανάλυση συστημάτων.

3.2.2.4 Μοντέλο Stoner-Wolhfart

Το μοντέλο Stoner-Wolhfarth (S-W) εισήχθη αρχικά το 1948 στο άρθρο [3.15]. Σε αυτήν την αρχική του μορφή, περιγράφει τις καμπύλες μαγνήτισης ενός πολυκρυσταλλικού υλικού αποτελούμενο από την συναρμολόγηση μη αλληλεπιδρώντων σωματιδίων με μονοαξονική ανισοτροπία. Εδώ θα παρουσιάσουμε τις κύριες ιδέες του μοντέλου, καθώς επίσης και μερικές βελτιώσεις προτεινόμενες στο άρθρο [3.1].



Σχήμα 3.8: Διάγραμμα ενός S-W σωματιδίου όπου παρουσιάζονται οι δύο σταθερές ενεργειακές καταστάσεις

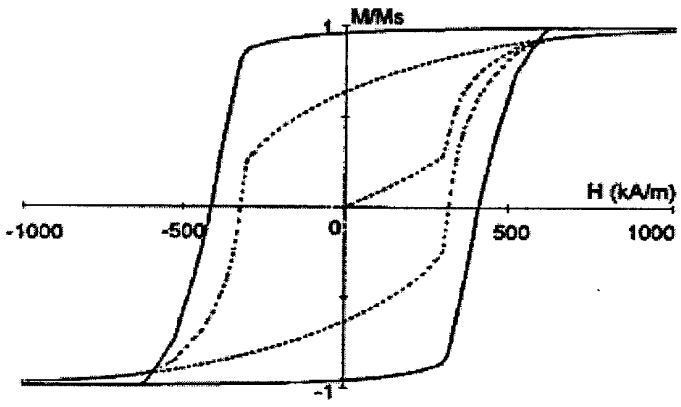
Θεωρούμε την περίπτωση ενός σωματιδίου S-W του σχήματος 3.8. Οι γωνίες θ και η είναι οι γωνίες μεταξύ του διανύσματος μαγνήτισης $\overline{m}$ του σωματιδίου και του άξονα εύκολης μαγνήτισης και του εφαρμοσμένου πεδίου $\overline{H}$, αντίστοιχα. Η μαγνήτιση του σωματιδίου θεωρείται ότι έχει πάντα το ίδιο πλάτος, αλλά η κατεύθυνσή της μπορεί να διαφέρει. Η ελάχιστη ενέργεια του σωματιδίου είναι το άθροισμα της μαγνητοκρυσταλλικής του ενέργειας και της μαγνητοστατικής ενέργειας :

$$E = K_u \sin^2(\theta) - \mu_0 |\overline{m}||\overline{H}|\cos(\eta - \theta) \tag{3.15}$$

όπου K_u είναι η μονοαξονική σταθερά ανισοτροπίας και μ_0 είναι η μαγνητική διαπερατότητα του κενού. Τόσο η αναστρέψιμη όσο και η μη αναστρέψιμη μαγνήτιση μπορούν να περιγραφούν από την εξίσωση (3.15). Για να προσομοιωθεί η συμπεριφορά ολόκληρου του υλικού, αθροίζουμε την συνεισφορά ενός συνόλου από σωματίδια S-W. Στο αρχικό μοντέλο ένας προσανατολισμένος κρύσταλλος εκφράζεται με την κανονική συνάρτηση κατανομής :

$$F(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(\frac{-(\eta - \overline{\eta})^2}{2\sigma^2} \right) \tag{3.16}$$

όπου σ είναι το πλάτος της ενεργού κατανομής που συνδέεται με τη μέση γωνία $\overline{\eta}$ μεταξύ της κατεύθυνσης του πεδίου και την κατεύθυνση του άξονα εύκολης μαγνήτισης του δείγματος. Το σχήμα 3.9 παρουσιάζει δυο βρόχους υστέρησης που προκύπτουν για διαφορετικά είδη συστάσεων.

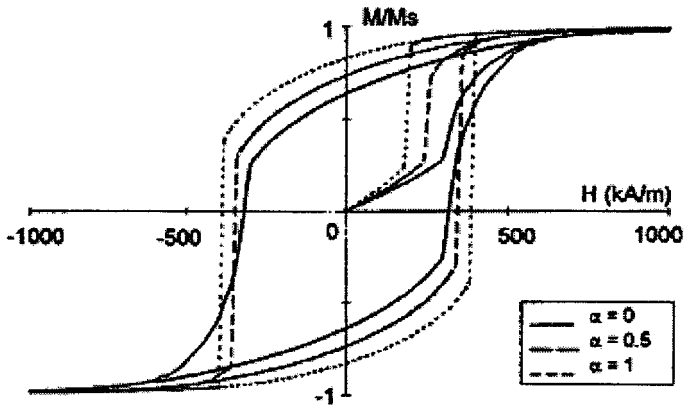


Σχήμα 3.9: Βρόχοι υστέρησης που προκύπτουν για διαφορετικά είδη σύστασης (σ = 15°)
διακεκομμένη γραμμή: η ισοτροπική κατανομή του σωματιδίου S-W
πλήρης γραμμή: ανισότροπη κατανομή του σωματιδίου S-W

Όπως μπορεί να παρατηρηθεί, η υστέρηση στο μοντέλο S-W εισάγεται μόνο διαμέσου της ανισοτροπίας. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μαγνητικών σωματιδίων αγνοούνται. Στο άρθρο [3.1] παρουσιάζονται μερικές βελτιώσεις για το μοντέλο S-W. Η πρώτη βελτίωση προτάθηκε στο άρθρο [3.16] και εξετάζει την ενσωμάτωση σωματιδίων. Αυτό γίνεται με την προσθήκη ενός όρου στο πεδίο παρόμοιο με τη μοριακή θεωρία Weiss. Το σωματίδιο βρίσκεται τώρα υπό την επίδραση μαγνητικού πεδίου:

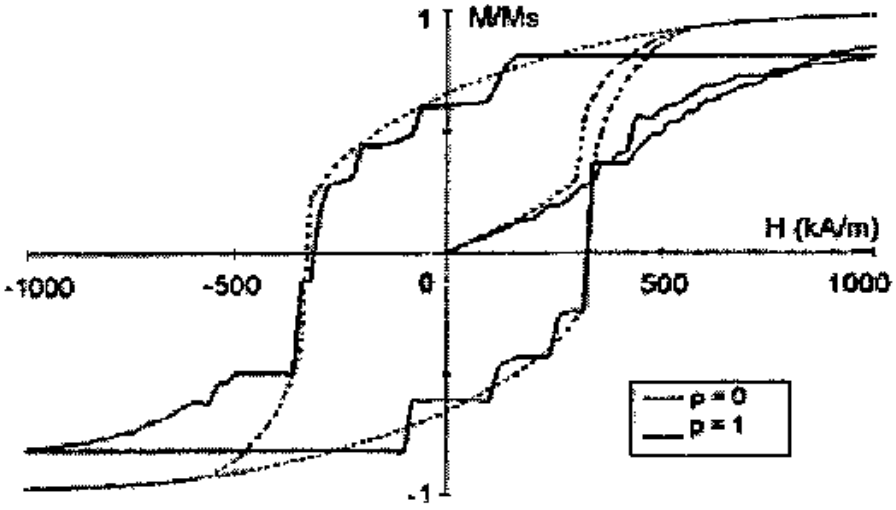
$$H_{eff} = H + \alpha M \tag{3.17}$$

Παραδείγματα βρόχων υστέρησης που προκύπτουν για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου αλληλεπίδρασης πεδίου α παρουσιάζονται στο σχήμα 3.10.



Σχήμα 3.10: Κύριοι βρόχοι υστέρησης υπολογισμένοι για διαφορετικές τιμές του α (ισοτροπική κατανομή του σωματιδίου, $K_u=1.5\cdot10^5$ J/m^3)

Η δεύτερη βελτίωση είναι η εισαγωγή των επιδράσεων αγκύρωσης στο μοντέλο. Με τον όρο αγκύρωση επισημαίνεται ότι η περιστροφή του σωματιδίου εμποδίζεται από τις ατέλειες του κρυσταλλικού πλέγματος όπως οι εξαρθρώσεις, κ.λ.π. Στο άρθρο [3.1] η εφαρμοζόμενη ροπή αγκύρωσης στο σωματίδιο θεωρείται ότι είναι ανάλογη προς τη μαγνήτιση με συντελεστή αναλογίας p. Στο σχήμα 3.11 παρουσιάζεται μια σύγκριση των βρόχων υστέρησης που προκύπτουν με και χωρίς την επίδραση όρου αγκύρωσης.



Σχήμα 3.11: Επίδραση της παραμέτρου αγκύρωσης στον κύριο βρόχο υστέρησης
διακεκομμένη γραμμή: χωρίς αγκύρωση, πλήρης γραμμή: με την επίδραση αγκύρωσης

Το πλήρες μοντέλο Stoner-Wolhfarth καθορίζεται από έξι παραμέτρους, από τις οποίες οι τρεις (M_s,K_u, $\overline{\eta}$) είναι μετρήσιμες ενώ οι άλλες τρεις (α, p,σ) είναι προσδιοριζόμενες.

3.2.2.5 Μοντέλο Jiles-Atherton

Το μοντέλο Jiles-Atherton (J-A) παρουσιάστηκε στο άρθρο [3.17] για να περιγράψει τα ισοτροπικά πολυκρυσταλλικά υλικά όπου η κύρια εξέλιξη μαγνήτισης είναι η αυξομείωση των περιοχών μέσω μετακίνησης των συνόρων τους. Το μοντέλο είναι χτισμένο σε μια καμπύλη μέσης μαγνήτισης, με τον τρόπο που θα περιγραφεί εν συντομία στην συνέχεια. Η ενέργεια ανά μονάδα όγκου Ε μιας τυπικής περιοχής με τις μαγνητικές ροπές ανά μονάδα όγκου $\overline{m}$ και το εσωτερικό μαγνητικό πεδίο $\overline{H}$ δίνεται από την εξίσωση (3.18) :

$$E = -\mu_0 \overline{m} \cdot \overline{H} \tag{3.18}$$

Εάν εξετάσουμε επίσης την αλληλεπίδραση μεταξύ των μαγνητικών περιοχών, η οποία εκφράζεται από την εξίσωση (3.17), έχουμε:

$$E = -\mu_0 \overline{m} \cdot (\overline{H} + \alpha \overline{M}) \tag{3.19}$$

όπου η παράμετρος του μέσου πεδίου α καθορίζεται πειραματικά. Η συνάρτηση της μέσης

μαγνήτισης ως προς το ενεργό πεδίο H_{eff} της εξίσωσης (3.17) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\overline{M}_{an} = M_s f(\overline{H}_{eff}) \tag{3.20}$$

όπου $f(\overline{H}_{eff})$ είναι αυθαίρετη συνάρτηση που παίρνει την τιμή μηδέν όταν το H_{eff} είναι μηδέν και μονάδα όταν το H_{eff} τείνει στο άπειρο. Οι Jiles και Atherton πρότειναν μια συνάρτηση που εκπληρώνει αυτά τα κριτήρια, δηλαδή την τροποποιημένη συνάρτηση Langevin :

$$\overline{M}_{an} = M_s\left(\coth\left(\frac{H_{eff}}{\alpha}\right)-\left(\frac{\alpha}{H_{eff}}\right)\right) \tag{3.21}$$

με το α να είναι μια σταθερά με τις διαστάσεις του μαγνητικού πεδίου. Σε αυτό το σημείο η επίδραση αγκύρωσης μπορεί να συμπεριληφθεί στο μοντέλο. Η αγγκύρωση των κύριων περιοχών οφείλεται σε ατέλειες των περιοχών όπως οι εξαρθρώσεις, οι ακαθαρσίες, τα όρια κόκκων κ.λ.π. Η ενέργεια που χάνεται με την κίνηση της μαγνητικής περιοχής λόγω της αγκύρωσης είναι ανάλογη της στιγμιαίας μαγνητικής μεταβολής της περιοχής, δηλ.

$$dE_p = k \cdot dM \tag{3.22}$$

όπου k είναι μικροδομική παράμετρος ανάλογη προς την πυκνότητα περιοχών αγκύρωσης και προς την ενέργεια των περιοχών αγκύρωσης. Αυτή η παράμετρος λαμβάνεται να είναι σταθερή στο αρχικό μοντέλο, εντούτοις, παραλλαγές αυτής της παραμέτρου έχουν εξεταστεί στο άρθρο [3.18]. Η ενέργεια του υλικού είναι τώρα ίση με την ενέργεια τροφοδότησης που προκύπτει από την καμπύλη μέσης μαγνήτισης, μειωμένη κατά την ενέργεια που χάθηκε για την υπερνίκηση των περιοχών αγκύρωσης, οπότε τελικά η μη αναστρέψιμη ενέργεια γίνεται :

$$\mu_0 \int M_{irr}(H) dH_{eff} = \mu_0 \int M_{an}(H) dH_{eff} - \mu_0 \int k\left(\frac{dM_{irr}}{dH_{eff}}\right) dH_{eff} \tag{3.23}$$

Η εξίσωση (3.23) περιγράφει μόνο τις αντιστρεπτές μεταβολές της μαγνήτισης M_{irr}. Για να συμπεριληφθεί η αντιστρέψιμη μαγνήτιση, οι Jiles και Atherton χρησιμοποίησαν την ακόλουθη εξίσωση :

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \tag{3.24}$$

Η συνολική μαγνήτιση που προκύπτει είναι :

$$M = M_{rev} - M_{irr} \tag{3.25}$$

Το μοντέλο Jiles-Atherton ορίζεται από το παρακάτω σύνολο εξισώσεων :

$$\begin{aligned} \frac{dM_{irr}}{dH} &= \frac{M_{an}(H) - M_{irr}(H)}{\delta k - \alpha(M_{an}(H) - M_{irr}(H)} \\ \frac{dM_{rev}}{dH} &= c\left(\frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{rev}}{dH}\right) \\ \frac{dM}{dH} &= \frac{dM_{rev}}{dH} + \frac{dM_{irr}}{dH} \end{aligned} \tag{3.26}$$

Όπου δ είναι κατευθυντική παράμετρος :

$$\delta = \text{sign}(dH) \tag{3.27}$$

Ως εκ τούτου, το μοντέλο καθορίζεται από πέντε φυσικές παραμέτρους οι οποίες είναι:

M_s: η πηγαία μαγνήτιση,

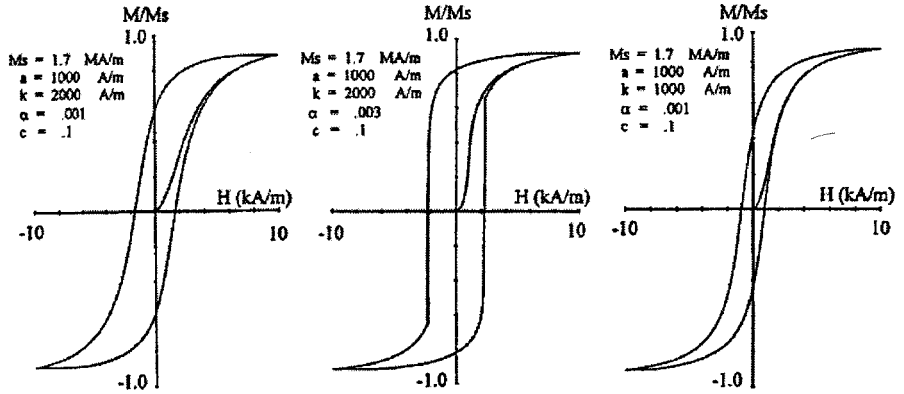
k: παράμετρος για την περιγραφεί της επίδρασης αγκύρωσης,

α: παράμετρος μέσου πεδίου της αλληλεπίδρασης μεταξύ των μαγνητικών περιοχών,

α: η παράμετρος για την τροποποιημένη συνάρτηση Langevin (3.21),

c: παράμετρος για την αντιστρέψιμη συνιστώσα μαγνήτισης.

Στο σχήμα 3.12 παρουσιάζονται διάφορα παραδείγματα βρόχων υστέρησης που υπολογίζονται για διαφορετικές τιμές αυτών των παραμέτρων.

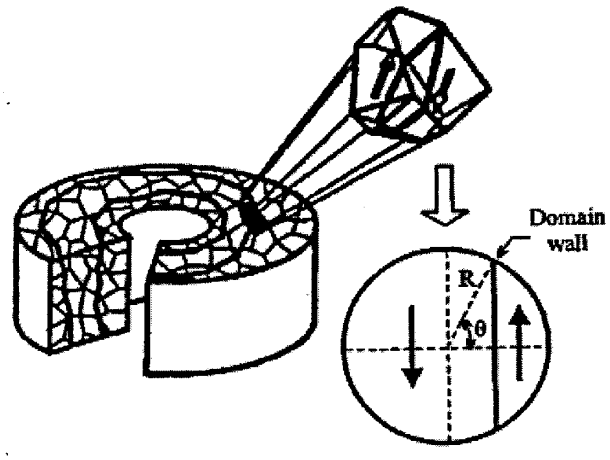


Σχήμα 3.12: Υπολογισμένοι βρόχοι υστέρησης για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων Jiles-Atherton

Μια διαδικασία προσέγγισης εισάγεται στο άρθρο [3.19] για να επιτρέψει στον χρήστη να καθορίσει την τιμή σε κάθε παράμετρο για ένα συγκεκριμένο υλικό.

3.2.2.6 Μοντέλο Globus

Το μοντέλο Globus προτάθηκε αρχικά στο άρθρο [3.20] και βασίζεται στο γεγονός ότι ένας πολυκρυσταλλικός μαλακός φερίτης υψηλής μικροδομικής ποιότητας παρουσιάζει μια δακτυλιδοειδή κατανομή των περιοχών με όρια προσανατολισμένα κατά 180°. Για να απλοποιηθεί η αναπαράσταση δειγμάτων σαν προσανατολισμένο σύνολο κόκκων, υποθέτουμε ότι κάθε κόκκος διασχίζει μόνο μια περιοχή με όρια προσανατολισμένα κατά 180° (σχήμα 3.13).



Σχήμα 3.13: Μείωση του πολυκρυσταλλικού δείγματος στον κόκκο Globus

Σε αυτές τις περιπτώσεις, η διαδικασία μαγνήτισης περιγράφεται από την κίνηση των ορίων των περιοχών μέσα στον κόκκο. Τόσο οι αντιστρέψιμες όσο και η μη αντιστρέψιμες διαδικασίες μαγνήτισης περιγράφονται εξετάζοντας πρώτα την ομαλή μετακίνηση των ορίων των περιοχών (μια αντιστρέψιμη διαδικασία) και έπειτα, όταν η δύναμη αγκύρωσης υπερνικείται, μια παράλληλη απότομη μετατόπιση των ορίων των περιοχών (μια μη αντιστρέψιμη διαδικασία). Για να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου H, ο Globus ελαχιστοποίησε το άθροισμα των ακόλουθων τριών ενεργειών:

$$dE_f = 2\pi f R^2 \sin(\theta) d\theta$$ Τριβή των ορίων των περιοχών στα όρια των κόκκων

$$dE_\gamma = 2\pi\gamma R^2 \sin(\theta)\cos(\theta) d\theta$$ Ενέργεια ορίων περιοχών

$$dE_H = -2\pi M_s H R^3 \sin^3(\theta) d\theta$$ Μαγνητοστατική ενέργεια

όπου θ, R είναι όπως περιγράφονται στο σχήμα 3.13 και f, γ είναι παράμετροι για το μοντέλο. Πρέπει να σημειωθεί ότι ο πρώτος όρος της ενέργειας (τριβή ορίων περιοχών στα όρια των κόκκων) είναι μια άλλη έκφραση για την επίδραση αγκύρωσης που αναφέρθηκε ήδη στα προηγούμενα μοντέλα. Με την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος αυτών των τριών ενεργειακών συνιστωσών, προκύπτει η ακόλουθη έκφραση για το μαγνητικό πεδίο, σαν συνάρτηση της θέσης των ορίων των περιοχών μέσα στον κόκκο :

$$H = \frac{f + \gamma\cos(\theta)}{M_s R \sin^2(\theta)} \tag{3.28}$$

Η μεταβολή της μαγνήτισης dM κατά τη διάρκεια μιας μικρής μετατόπισης του ορίου μεταξύ μαγνητικών περιοχών είναι ανάλογη της μεταβολής του όγκου της περιοχής :

$$dM = 2M_s \frac{dV}{V_0} \tag{3.29}$$

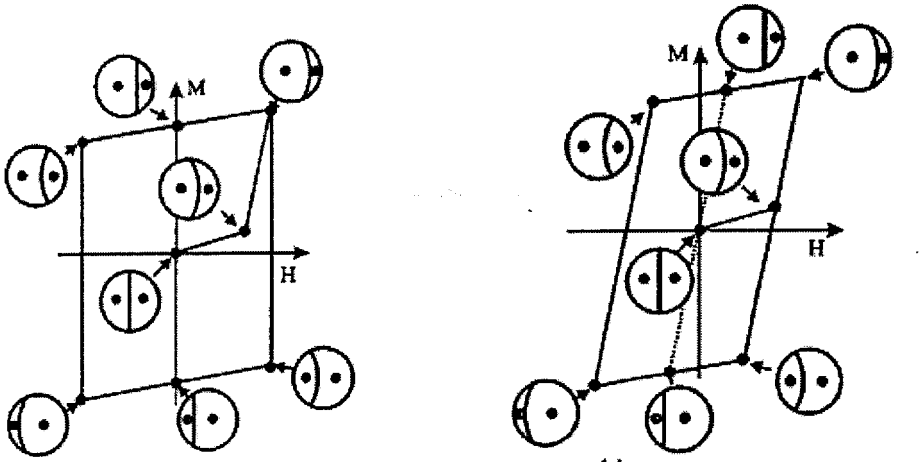
όπου V_0 είναι ο όγκος του κόκκου. Με την ολοκλήρωση της εξίσωσης (3.29) ως προς Rcos(θ), λαμβάνουμε την ακόλουθη σχέση για την μαγνήτιση, σαν συνάρτηση της θέσης του ορίου μεταξύ μαγνητικών περιοχών μέσα στον κόκκο:

$$M = \frac{1}{2} M_s \cos(\theta)(2 + \sin^2(\theta)) \tag{3.30}$$

Οι εξισώσεις (3.28) και (3.30) περιγράφουν την καμπύλη μαγνήτισης όταν λαμβάνεται υπόψη η απότομη μετατόπιση ορίου μεταξύ περιοχών, οι οποίες περιγράφουν μόνο την μη αναστρέψιμη διαδικασία μαγνήτισης. Ωστόσο, υπάρχει επίσης ένα αναστρέψιμο μέρος της μαγνήτισης που οφείλεται στην ικανότητα να μετακινηθεί ελαστικά το όριο μεταξύ περιοχών. Στο άρθρο [3.21] προτείνεται η παρακάτω σχέση για την αντιστρέψιμη μαγνήτιση:

$$M_{rev} = \frac{3}{8} M_s^2 \frac{D}{\gamma} H \tag{3.31}$$

Στο σχήμα 3.14 (α) αναπαρίσταται ποιοτικά ένας τυπικός βρόχος που προτείνεται από τον Globus στην περίπτωση ασθενούς μαγνητικού πεδίου. Το σχήμα 3.14 (β) είναι μια άλλη αναπαράσταση των βρόχων υστέρησης Globus, προτεινόμενη στο άρθρο [3.1], η οποία λαμβάνει υπόψη επίσης την καμπύλη μέσης μαγνήτισης.



(α) (β)

Σχήμα 3.14: (α) Απλός βρόχος υστέρησης Globus (β) Νέα μορφή του βρόχου υστέρησης Globus. Η διακεκομμένη γραμμή αναπαριστά την καμπύλη μέσης μαγνήτισης

Το μοντέλο Globus περιγράφεται τώρα από το σύνολο των εξισώσεων (3.28), (3.30) και (3.31). Οι τέσσερις φυσικές παράμετροι του μοντέλου είναι:

M_s: μπορεί να μετρηθεί άμεσα όπως ήδη αναφέρθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια
R: μπορεί να υπολογιστεί από την παρατήρηση του μεγέθους ενός δείγματος κόκκου
f,γ: παράμετροι που προσδιορίζονται πειραματικά

Η πειραματική διαδικασία για τον προσδιορισμό των δύο τελευταίων παραμέτρων του μοντέλου περιγράφεται στο άρθρο [3.22]. Το μοντέλο Globus είναι ένα σχετικά απλό μοντέλο υστέρησης, αλλά μάλλον ακατάλληλο για τους σκοπούς της πεδιακής κατανομής. Εντούτοις, η έννοια του μοντέλου μαγνητικών περιοχών με μετακινούμενα όρια εισάγει μια αποδοτική φυσική αναπαράσταση των αντιστρέψιμων και μη αντιστρέψιμων διαδικασιών μαγνήτισης.

3.2.2.7 Μοντέλο Hodgdon

Το μοντέλο Hodgdon είναι μια μακροσκοπική προσέγγιση της υστέρησης, δηλαδή προσπαθεί να εκφράσει ακριβώς την σχέση εισόδου-εξόδου που αντιστοιχεί στα φυσικά μεγέθη, χωρίς να εμπλέκεται στη φυσική μικροσκοπική αναπαράσταση του φαινομένου. Οι Coleman και Hodgdon έχουν παρουσιάσει στα άρθρα [3.23] και [3.24] την εξίσωση (3.32), μαζί με ένα σύνολο περιορισμών για το α και τις συναρτήσεις f και g των μαγνητικών υλικών που οδηγεί σε μια θεώρηση που είναι σε συμφωνία με τη μονοδιάστατη, ανεξάρτητη σιδηρομαγνητική υστέρηση, η οποία μπορεί να βρει εφαρμογή στα σιδηρομαγνητικά υλικά τύπου isoperm.

$$\dot{B} = \alpha\left|\dot{H}\right|\left|f(H) - B\right| + \dot{H}g(H) \tag{3.32}$$

οι συναρτήσεις f και g υπόκεινται στους ακόλουθους περιορισμούς [3.25]:

- Η f πρέπει να είναι τμηματικά ομαλή, να έχει μονοτονική αύξηση, περιττή συνάρτηση του H, με μια παράγωγο, f', η οποία έχει πεπερασμένο όριο f'(∞) για μεγάλο H
- Η g πρέπει να είναι τμηματικά συνεχής, άρτια συνάρτηση του H, με πεπερασμένο όριο που ικανοποιεί την σχέση g(∞)=f'(∞) και
- για όλα τα πεπερασμένα H, οι συναρτήσεις f' και g πρέπει να ικανοποιούν τις ανισότητες :

$$f'(H) \geq g(H) \geq \alpha \cdot e^{\alpha \cdot H} \int_{H}^{\infty} [f'(z) - g(z)] \cdot e^{\alpha \cdot z} dz \tag{3.33}$$

Όπως παρουσιάζεται στα άρθρα [3.23] και [3.24] η εξίσωση (3.32) μπορεί να γραφεί με την εξής μορφή :

$$\frac{dB}{dH} = \begin{cases} \alpha\left|f(H) - B\right| + g(H) & \text{για } \dot{H} > 0 \\ -\alpha\left|f(H) - B\right| + g(H) & \text{για } \dot{H} < 0 \end{cases} \tag{3.34}$$

Οι εξισώσεις (3.34) είναι καταλληλότερες από τις εξισώσεις (3.32) για την αναλυτική και αριθμητική επίλυση.

Μια τροποποίηση που βασίζεται στην αλλαγή της θέσης των B και H στην εξίσωση (3.32), επιτρέπει την εξάρτηση των συναρτήσεων του υλικού από το $\dot{H}$ και επεκτείνει τη θεωρία, αυτή στην περίπτωση υλικών nonisoperm [3.25]. Κάτω από αυτές τις τροποποιήσεις, η διαφορική εξίσωση (3.32) γίνεται :

$$\dot{H} = \alpha\left|\dot{B}\right|\left|\tilde{f}(B) - H\right| + \dot{B}\,\tilde{g}(B) \tag{3.35}$$

η οποία μπορεί να γραφεί επίσης ως εξής :

$$\frac{dB}{dH} = \begin{cases} \left(\alpha\left|\tilde{f}(B) - H\right| + \tilde{g}(B)\right)^{-1} & \text{για } \dot{H} > 0 \\ \left(-\alpha\left|\tilde{f}(B) - H\right| + \tilde{g}(B)\right)^{-1} & \text{για } \dot{H} < 0 \end{cases} \tag{3.36}$$

Οι περιορισμοί για τα $\tilde{f}$, $\tilde{g}$ και α γίνονται τώρα :

- Η $\tilde{f}$ πρέπει να είναι τμηματικά ομαλή, περιττή συνάρτηση του B, με μια παράγωγο, $\tilde{f}'$, η οποία εμφανίζει ένα πεπερασμένο όριο $\tilde{f}'(\infty)$ για μεγάλο B
- Η $\tilde{g}$ πρέπει να είναι τμηματικά συνεχής, άρτια συνάρτηση του B, με ένα πεπερασμένο όριο που ικανοποιεί την σχέση $\tilde{g}(\infty) = \tilde{f}'(\infty)$ και
- για όλα τα πεπερασμένα B, οι συναρτήσεις $\tilde{f}'$ και $\tilde{g}$ πρέπει να ικανοποιήσουν την ανισότητα :

$$\tilde{g}(B) \geq \max\left\{\tilde{f}'(B), \alpha \cdot e^{\alpha \cdot B}\left|\int_B^\infty [\tilde{f}'(z) - \tilde{g}'(z)] \cdot e^{-\alpha \cdot z} dz\right|\right\} \tag{3.37}$$

Στο άρθρο [3.25] η εξίσωση (3.37) εφαρμόζεται σε διάφορα υλικά. Για την ευκολότερη προσαρμογή της μπορεί να γραφεί με την μορφή πεπερασμένων διαφορών ως εξής :

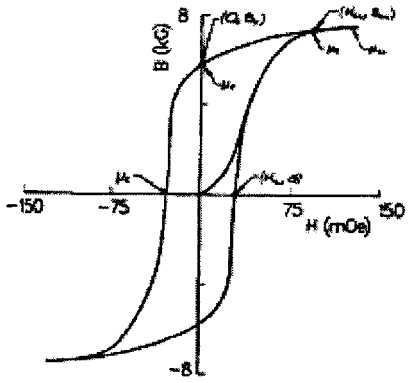
$$B_{i+1} = B_i + \left[\pm\alpha \left[\tilde{f}(B_i) - H_i \right] + \tilde{g}(B_i) \right]^{-1} (H_{i+1} - H_i) \tag{3.38}$$

όπου, μαζί με την προδιαγραφή για την αρχική κατάσταση (H_0, B_0), το αρχικό πρόσημο του $\dot{H}$, και ένα πλήθος διαδοχικών σημείων H, επιτρέπει την άμεση μοντελοποίηση οποιασδήποτε χαρακτηριστικής. Ο Hodgdon είχε διατυπώσει τις παρακάτω χρήσιμες σχέσεις για την $\tilde{f}$ και την $\tilde{g}$, προκειμένου να μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε διάφορα υλικά :

$$\tilde{f}(B) = \begin{cases} A_1 \tan(A_2 B) & \text{για} \quad |B| \le B_{cl} \\ A_1 \tan(A_2 B_{cl}) + \dfrac{B - B_{cl}}{\mu_{cl}} & \text{για} \quad B > B_{cl} \\ -A_1 \tan(A_2 B_{cl}) + \dfrac{B - B_{cl}}{\mu_{cl}} & \text{για} \quad B < -B_{cl} \end{cases} \tag{3.39}$$

$$\tilde{g}(B) = \begin{cases} \tilde{f}'(B)\left[1 - A_3 \exp\left(\dfrac{-A_4 |B|}{B_{cl} - |B|} \right) \right] & \text{για} \quad |B| \le B_{cl} \\ \tilde{f}'(B) & \text{για} \quad |B| \ge B_{cl} \end{cases} \tag{3.40}$$

όπου B_{cl} είναι η απόλυτη τιμή της πυκνότητας ροής στο σημείο τερματισμού του κύριου βρόχου και μ_{cl} είναι η κλίση της χαρακτηριστικής B(H) πέρα από το τελικό σημείο (σχήμα 3.15).



Σχήμα 3.15: Αρχική καμπύλη μαγνήτισης όπως προκύπτει από τις εξισώσεις (3.36) και (3.37). Οι τιμές της μαγνητικής επαγωγής, της έντασης του μαγνητικού πεδίου και οι κλίσεις στα περιγραφόμενα σημεία χρησιμοποιούνται για να υπολογιστούν οι παράμετροι του μοντέλου

Το μοντέλο Hodgdon μπορεί να επεκταθεί περαιτέρω προκειμένου να περιγραφούν τα φαινόμενα υστέρησης όπως αναπτύσσονται σε γρήγορα μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία, εντούτοις, οι εξισώσεις (3.32)-(3.40) είναι επαρκείς για να μοντελοποιήσουν τον μαγνητικό πυρήνα των ηλεκτρικών μηχανών στις μελέτες χαμηλών συχνοτήτων.

3.2.2.8 Άλλα μοντέλα μη γραμμικής υστέρησης

Υπάρχουν και άλλα πολυάριθμα μοντέλα υστέρησης στην βιβλιογραφία. Ωστόσο, άλλα είναι απλά, και μη ικανά να αναπαραστήσουν ολόκληρη τη διαδικασία μαγνήτισης και άλλα έχουν αναπτυχθεί μόνο για προκαθορισμένες εφαρμογές. Εδώ θα αναφερθούμε εν συντομία σε δύο μακροσκοπικά μοντέλα :

- Στο άρθρο [3.26] προτείνεται μια ενδιαφέρουσα προσέγγιση της υστέρησης, βασισμένη στην θεωρία των fractals. Αυτή η θεωρία χρησιμοποιεί τις απλές διαδικασίες και τις επαναλήψεις για να διαμορφώσει τα δυναμικά φαινόμενα των σύνθετων συστημάτων. Η ομοιότητα του κύριου βρόχου υστέρησης με τους ελάσσονες βρόχους αποκαλύπτει ότι οι fractal λειτουργίες μπορούν να αποδόσουν τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα της σιδηρομαγνητικής υστέρησης. Η προτεινόμενη μέθοδος χρησιμοποιεί γραμμικούς-μεταβαλλόμενους συντελεστές για να συμπιέσει τον κύριο βρόχο και να λάβει τους ελάσσονες βρόχους υστέρησης.
- Στο άρθρο [3.27] η υστέρηση μοντελοποιείται σαν μια επαλληλία του γραμμικού διαφορικού όρου $K_{hyst}(B-B_{rev})$ σε μια υπερβολική καμπύλη μαγνήτισης. Αυτή η βασική καμπύλη περιγράφεται με μια πολυωνυμική προσεγγιστική σχέση της μορφής :

$$H_{basis} = K_{basis}B + K_{n1}B^{n1} + K_{n2}B^{n2} \tag{3.41}$$

Κατόπιν, η εξίσωση υστέρησης γίνεται :

$$H = H_{basis} + K_{hyst}(B - B_{rev}) \tag{3.42}$$

με το B_{rev} να είναι το τελευταίο σημείο αντιστροφής.

3.2.2.9 Σύγκριση των μοντέλων υστέρησης

Το ερώτημα "ποιο είναι το καλύτερο μοντέλο για την αναπαράσταση της υστέρησης" είναι δύσκολο να απαντηθεί. Κάθε μοντέλο έχει τα πλεονεκτήματα αλλά και τα μειονεκτήματά του, η τελική επιλογή πρέπει να γίνεται σύμφωνα με το σκοπό του μοντέλου. Είναι εντούτοις προφανές ότι, όσο ακριβέστερο είναι το μοντέλο τόσο περισσότερα δεδομένα εισόδου και υπολογιστικός χρόνος απαιτείται για την εφαρμογή του. Μια σύγκριση των διαφορετικών πλεονεκτημάτων των κυριότερων μοντέλων θα είναι πολύ χρήσιμη στο χρήστη που αναζητεί το κατάλληλο μοντέλο για την εφαρμογή του.

Στο άρθρο [3.1] συγκρίνονται τα τέσσερα κλασσικά μοντέλα (Preisach, Stoner-Wolhfarth, Jiles-Atherton και Globus). Τα συμπεράσματα συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα:

	Stoner-Wolhfart	**Jiles-Atherton**	**Globus**	**Preisach**
Μηχανισμός	περιστροφή	Μη καθορισμένος	Κίνηση ορίων	Αλλαγή κατεύθυνσης διπόλων
Ανισοτροπία	μονοαξονική	πολυαξονική	πολυαξονική	Μη καθορισμένη
Αλληλεπίδραση περιοχών	ναι	ναι	όχι	Κίνηση μοντέλου
Αγκύρωση	ναι	ναι	ναι	Μη καθορισμένη
Μαγνήτιση περιοχών	Ανισοτροπικό ή ισοτροπικό	ισοτροπικό	μονοαξονικό	Μη καθορισμένη
Ενέργεια ορίων	όχι	όχι	ναι	όχι
Αντιστρεπτότητα	ναι	Πρόσθετο μοντέλο	ναι	Πρόσθετο μοντέλο
Ελάσσονες βρόχοι	ναι	προσεγγιστικοί	-	ναι
Απομαγνήτιση	-	ναι	-	ναι
Καμπύλη μέσης μαγνήτισης	ναι	ναι	ναι	ναι
Παράμετροι Μετρήσιμες παράμετροι*	M_s^*, K_u^*, $\overline{\eta}^*$, σ, α, p	M_s^*, c^*, α^*, α^*, k^*	M_s^*, γ^*, R^*, f^*	μ(α,β)
Κόκκοι	απλή περιοχή	πολλές περιοχές	δυο περιοχές	Μη καθορισμένο
Υπολογιστικός χρόνος	+++	++	+	++++
Υλικά	Σκληρά μαγνητικά υλικά	Μαλακά υλικά φερρίτες	Μαλακοί φερρίτες	Μανητική εγγραφή Λεπτές μεμβράνες Μαλακά υλικά

Πίνακας 3.1: Σύγκριση των κυριότερων κλασσικών μοντέλων υστέρησης

Στο άρθρο [3.27] τέσσερα μοντέλα υστέρησης συγκρίνονται με πειραματικά αποτελέσματα : οι δύο προσαρμογές του απλού πολυωνυμικού μοντέλου που εισάγονται στο άρθρο [3.29], το μοντέλο Hodgdon και το μοντέλο Mayergoyz. Η σύγκριση δείχνει ότι το μοντέλο Mayergoyz (μη γραμμικό Preisach) είναι εκείνο που προσφέρει την μεγαλύτερη ακρίβεια και ευστάθεια μεταξύ των τεσσάρων μοντέλων.

3.2.3 Μοντελοποίηση δινορρευμάτων

Τα μη γραμμικά φαινόμενα του κορεσμού και της υστέρησης, η μοντελοποίηση των οποίων σχολιάσθηκε στις προηγούμενες παραγράφους, επηρεάζονται από τα δινορρεύματα χαμηλής συχνότητας. Από την άλλη μεριά, όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι απώλειες από τα δινορρεύματα εξαρτώνται σημαντικά από την συχνότητα. Ο υπολογισμός των στιγμιαίων τιμών των δινορρευμάτων μέσα στον μαγνητικό πυρήνα μπορεί να προσεγγισθεί σε συνδυασμό με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιώντας ημιαναλυτικές προσεγγίσεις [3.30]. Υπάρχουν επίσης μερικές αναλυτικές λύσεις που προσφέρονται για τον υπολογισμό των δινορρευμάτων [3.31], [3.32]. Ωστόσο, στα μοντέλα των ηλεκτρικών μηχανών για τις μελέτες των συστημάτων ηλεκτρικής κίνησης είναι αρκετό να περιγράψει κανείς την επίδραση των δινορρευμάτων στην συμπεριφορά της μηχανής με όσο το δυνατόν μικρότερη πολυπλοκότητα.

Στα περισσότερα μοντέλα μηχανών οι απώλειες δινορρευμάτων αναπαριστώνται από μια σταθερή αντίσταση παράλληλα με την αυτεπαγωγή μαγνήτισης. Ο προσδιορισμός της αντίστασης δινορρευμάτων γίνεται με μετρήσεις σε ονομαστική συχνότητα [3.33]. Η ανεξαρτησία της συχνότητας αυτής της αναπαράστασης περιορίζει τη χρήση τέτοιων μοντέλων μηχανών σε μια στενή ζώνη συχνοτήτων. Στις επόμενες παραγράφους θα παρουσιάσουμε την κλασική αναπαράσταση των απωλειών δινορευμάτων μέσω σταθερής αντίστασης, καθώς επίσης και το βελτιωμένο μοντέλο αναπτύγματος σειράς (ισοδύναμα κυκλώματα Foster).

3.2.3.1 Αναπαράσταση σταθερής αντίστασης

Στην πλειοψηφία των μοντέλων των μηχανών, ο μαγνητικός πυρήνας μοντελοποιείται ως μια μη γραμμική αυτεπαγωγή, που προσομοιώνει την επίδραση κορεσμού, παράλληλα με μια σταθερή αντίσταση, που αναπαριστά τις απώλειες δινορρευμάτων και υστέρησης. Οι σημαντικότεροι περιορισμοί αυτής της μοντελοποίησης είναι οι παρακάτω:

- Για να καθοριστούν οι τιμές των σταθερών παράλληλων αντιστάσεων, θεωρούμε ότι η πηγή τάσης είναι συμμετρική ημιτονοειδής σε μόνιμη κατάσταση. Αυτή η υπόθεση οδηγεί στους αυστηρούς περιορισμούς όταν γίνεται η χρήση τέτοιων μοντέλων, δηλ. δεν είναι κατάλληλα για ημιτονοειδή τροφοδοσία (π.χ. από μετατροπέα) ή μη συμμετρική λειτουργία της μηχανής. Εντούτοις, σε ομάδα εφαρμογών η υπόθεση της συμμετρίας και ημιτονοειδούς χρονικής μεταβολής πληρείται (τροφοδοσία ηλεκτρικής μηχανής από το δίκτυο).
- Οι απώλειες του πυρήνα είναι εξαρτημένες από την τάση και την συχνότητα. Η αναπαράσταση με τις σταθερές αντιστάσεις δεν είναι ικανοποιητική στην θεώρηση αρμονικών συχνοτήτων.

Ο προσδιορισμός αυτών των αντιστάσεων γίνεται συνήθως από τις δοκιμές ανοιχτού κυκλώματος στην ονομαστική συχνότητα λειτουργίας. Για έναν τριφασικό μετασχηματιστή με μια αντίσταση απωλειών σιδήρου για κάθε φάση στο πρωτεύων, ο υπολογισμός της παραμέτρου του μοντέλου γίνεται με βάση την εξίσωση (3.43) :

$$R_k = \frac{V_{n,pri}^2}{3P_{loss}} \tag{3.43}$$

όπου P_{loss} είναι οι απώλειες κενού φορτίου (υπολογισμένες λαμβάνοντας υπόψη την υστέρηση και τα δινορρεύματα) και $V_{n,pri}$, είναι η ονομαστική τάση κενού φορτίου του πρωτεύοντος. Για να απαλειφθούν οι περιορισμοί αυτής της κλασσικής αναπαράστασης, έχουν προταθεί διάφορες τροποποιήσεις :

- εάν το μοντέλο του μετασχηματιστή περιλαμβάνει ήδη την αναπαράσταση της υστέρησης, μέσω άλλου μοντέλου οι απώλειες λόγω υστερήσεως μπορούν να υπολογιστούν από τον αντίστοιχο βρόχο υστέρησης. Αφαιρούνται έπειτα από τις απώλειες κενού φορτίου και η αντίσταση που καθορίζεται με την εξίσωση (3.43) αντιστοιχεί μόνο στις απώλειες δινορρευμάτων.
- μια άλλη τροποποίηση είναι η χρήση μιας μεταβαλλόμενης με την τάση αντίστασης, η χαρακτηριστική της οποίας προσδιορίζεται με καταγραφή πραγματικού χρόνου της τάσης και του ρεύματος πηγής κατά τη διάρκεια των δοκιμών ανοιχτού κυκλώματος [3.34]. Αυτή η προσέγγιση περιγράφεται από την εξίσωση (3.44) :

$$R_k(V) = \frac{V_{pri}(t)}{I_{pri}(t)} \tag{3.44}$$

Εντούτοις, με τέτοια αναπαράσταση είναι δύσκολο να διαχωριστούν οι απώλειες υστέρησης,

και δινορρευμάτων

- Τέλος, εάν το μοντέλο της ηλεκτρικής μηχανής ή του μετασχηματιστή είναι βασισμένο σε μια αποσυζευγμένη ηλεκτρική-μαγνητική προσομοίωση, τότε οι απώλειες δινορευμάτων μπορούν να αναπαρασταθούν με μια σταθερή αντίσταση που συνδέεται με ένα τύλιγμα μιας σπείρας γύρω από τον μαγνητικό πυρήνα του μαγνητικού μοντέλου. Αυτός ο τρόπος μοντελοποίησης των δινορρεύματων είναι ακριβέστερος, δεδομένου ότι η αλλαγή της μαγνητικής ροής μέσα στον πυρήνα προκαλεί τις απώλειες δινορευμάτων:

$$P_{\delta\iota\nu\omega\rho.} \sim \left(\frac{d\Phi}{dt}\right)^2 \tag{3.45}$$

Οι παραπάνω τροποποιήσεις μπορούν να βελτιώσουν την ακρίβεια στο μοντέλο δινορρευμάτων των αντιστάσεων, αλλά δεν λύνουν το σημαντικότερο πρόβλημα που είναι η εξάρτηση από την συχνότητα, όταν υπάρχουν αρμονικές.

3.2.3.2 Μοντέλο αναπτύγματος σειράς

Στο άρθρο [3.35], προτείνεται η ακόλουθη σχέση για την ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση ενός πηνίου τυλιγμένου γύρω από έναν πυρήνα από ελάσματα σιδήρου με την επίλυση των εξισώσεων Maxwell υπό την προϋπόθεση ότι το μαγνητικό πεδίο είναι ίδιο σε όλα τα ελάσματα:

$$Z(j\omega) = \frac{4N^2 Ax}{ld^2\gamma}\tanh(x)$$

όπου (3.46)

$$x = d\sqrt{j\omega\mu}\frac{\gamma}{2}$$

όπου :

μ: μαγνητική διαπερατότητα ελάσματος χάλυβα

γ: ηλεκτρική αγωγιμότητα ελάσματος χάλυβα

A: συνολική διατομή όλων των ελασμάτων

d: πάχος της ελάσματος

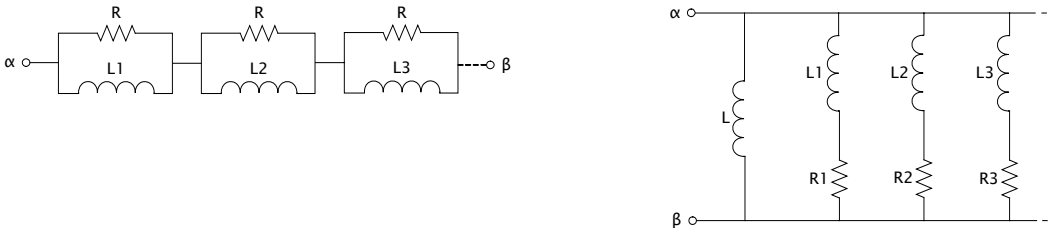
1: μήκος του πυρήνα

N: αριθμός σπειρών

Ο όρος tanh(x) στην εξίσωση (3.46) μπορεί να αναπτυχθεί σε τριγωνομετρική σειρά ως εξής [3.33]:

$$\tanh(x) = 2x\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{x^2+\left(\pi\frac{2k-1}{2}\right)^2} \tag{3.47}$$

Αντικαθιστώντας αυτήν την έκφραση στην εξίσωση (3.46) παίρνουμε την σχέση για τη σύνθετη αντίσταση Z(jω) που μπορεί να προκύψει χρησιμοποιώντας την εν σειρά σύνδεση των κλάδων παράλληλων RL κυκλωμάτων που απεικονίζονται στο σχήμα 3.16 (α), ή παράλληλων κυκλωμάτων που δίνονται στο σχήμα 3.16 (β). Αυτά τα κυκλώματα είναι γνωστά σαν ισοδύναμα κυκλώματα Foster σειράς και παράλληλα, αντίστοιχα.



(α) ισοδύναμο κύκλωμα Foster σειράς (β) ισοδύναμο κύκλωμα Foster παράλληλο

Σχήμα 3.16: Ισοδύναμα κυκλώματα Foster

Για τον προσδιορισμό των παραμέτρων των κυκλωμάτων σειράς και παραλλήλου κατά Foster χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις (3.48) και (3.49) αντίστοιχα:

$$R = \frac{8N^2A}{d^2l\gamma} \qquad L_k = \frac{L}{(2k-1)} \qquad L = \frac{8N^2A\mu}{\pi^2 l} \tag{3.48}$$

$$R = \frac{2N^2\pi^2A}{d^2l\gamma} \qquad R_k = Rk^2 \qquad L = \frac{N^2A\mu}{l} \qquad L_k = \frac{L}{2} \tag{3.49}$$

Για να ενσωματωθεί ο κορεσμός και η υστέρηση τα επαγωγικά στοιχεία στα ισοδύναμα κυκλώματα Foster αναπαριστούν την επαγωγική αντίσταση μαγνήτισης, που πρέπει να γίνει μη γραμμική. Η ακρίβεια του μοντέλου εξαρτάται τον αριθμό των όρων που χρησιμοποιούνται σε σχέση με την συχνότητα. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι υπολογιστικές απαιτήσεις του μοντέλου αναπτύγματος σειράς το καθιστούν ακατάλληλο για τις εφαρμογές πολύ υψηλής συχνότητας.

3.3 Βιβλιογραφία

[3.1] F. Liorzou, B. Phelps, D.L. Atherton, "Macroscopic Models of Magnetization", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36, no. 2, March 2000.

[3.2] C.E. Lin, J.-B. Wei, C.-L. Huang, C.-J. Huang, "A New Model for Transformer Saturation Characteristics by Including Hysteresis Loops", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 25, no. 3, May 1989.

[3.3] D. Dolinar, J. Pihler, B. GrEar, "Dynamic Model of a Three-Phase Power Transformer", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 8, no. 4, October 1993.

[3.4] L.C.O. de Oliveira, J.C. Rossi, F.A. de Camargo Pires, "Asymmetrical Magnetization in Three-Phase Core Type Transformers", Proceedings of the 38rh Midwest Symposium on Circuits and Systems, vol. 2, August 1995.

[3.5] J.Arnllaga, W. Enright, N.. R . Watson, A.R. Wood, "Improved Simulation of HVDC Converter Transformers in Electromagnetic Transients Programs", IEE Proceedings-Generation Transmission Distribution, vol. 144, no. 2, March 1997.

[3.6] A. Medina, J. Arrillaga, "Simulation of Multilimb Power Transformers in the Harnıonic Domain", IEE Proceedings-C, vol. 139, no. 3, May I992.

[3.7] J. Pedra, L. Sainz, F. Corcoles, R. Lopez, M. Salichs, "PSPICE computer model of a nonlinear three-phase three-legged transformer", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 19, no. 1, January 2004

[3.8] C. Perez-Rojas, "Fitting Saturation and Hysteresis via Arctangent Functions" IEEE Power Engineering Review, November 2000.

[3.9] F. Preisach, "Ueber die magnetische Nachwirkung", Zeitschrift der Physik, vol. B 94, 1935.

[3.10] I.D. Mayergoyz, "Mathematical Models of Hysteresis (Invited)", IEEE Transactions on Magıτetics, vol. MAG-22, no. 5, September 1986.

[3.11] I.D. Mayergoyz, G. Friedman, "Generalized Preisach Model of Hysteresis (Invited)", IEEE Transactions on Magnetics, vo1.24, no. l, January 1988.

[3.12] F. de Leon; A. Semlyen, "A Simple Representation of Dynamic Hysteresis Losses in Power Transformers", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 10, no. 1, January 1995

[3.13] F. de Leon; A. Semlyen, "A Simple Representation of Dynamic Hysteresis Losses in Power Transformers", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 10, no. 1, January 1995.

[3.14] J.M. Prousalidis, N.D. Hatziargyriou, B.C. Papadias, "Representation of Hysteresis in Three-Phase Transformer Models for Electromagnetic Transients", IEE Proceedings on Electrical Power Applications, vol. 143, no. 4, July 1996.

[3.15] E.C. Stoner, E.P. Wolhfarth, "A Mechanism of Magnetic Hysteresis in Heterogeneous Alloys" Phil. Trans. Roy. Soc., vol. 240A, May 4, 1948.

[3.16] D.L. Atherton, J.R. Beattie, "A Mean Field Stoner-Wolhfarth Hysteresis Model", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 26, November 1990.

[3.17] D.C. Jiles, D.L. Atherton, "Theory of Ferromagnetic Hysteresis", JMMM vol. 61, 1986

[3.18] D.C. Jiles, "Theory of Ferromagnetic Hysteresis", J. Αρρl. Phys., vol. 55, no.6, 1984.

[3.19] D.C. Jiles, J.B. Thoelke, M.K. Devine, "Numerical Determination of Hysteresis Parameters for the Modeling of Magnetic properties Using the Theory of Ferromagnetic Hysteresis" IEEE Transactions on Magnetics, vol. 28, no. I, January 1992.

[3.20] A. Globus, "Universal Hysteresis Loop for Soft Ferrimagnetic Material", Proceedings European Physical Society, Conference on Soft Magnetic Material 2, 1975.

[3.21] A. Globus, P. Dublex, M. Guyot, "Determination of Initial Magnetization Cυτνe from Crystallites Size and Effective Anisotropy Field", IEEE Transactions on Magnetics, vol. MAG-7, May 1971.

[3.22] M. Guyot, A. Globus, "Determination of the Domain Wall Energy and the Exchange Constant from Hysteresis in Ferrimagnetic Polycrystals" Phys. Stat: Sol. (b), vo1.59, 1973

[3.23] B.D. Coleman, M.L. Hodgdon, "A Constitutive Relation for rate-Independent Hysteresis in Ferromagnetic Soft Materials", Int. J. Engin. Sci., 24, no. 6, 1986.

[3.24] B.D. Coleman, M.L. Hodgdon, "On α Class of Constitutive Relations for Ferromagnetic Hysteresis" Arch. Rational Mech. Anal.

[3.25] M.L. Hodgdon, "Applications of a Theory of Ferromagnetic Hysteresis", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 24, no. l, January 1988

[3.26] Z. Tαo, L. Jianfei, L. Wanshum, L. Guicun, "Simulation of Transformer Hysteresis Loop Using Fractal Theory", Proceedings of the 2002 IEEE Canadian Conference on Electrical & Computer Engineering.

[3.27] F. de Leon; A. Semlyen, "A Simple Representation of Dynamic Hysteresis Losses in Power Transformers", IEEE Tran'sactions on Power Delivery, vol. 10, no. 1, January 1995.

[3.28] F. Ossart, G. Meunier, "Comparison between Various Hysteresis Models and Experimental Data" IEEE Transactions on Magnetics, vol. 26, no. 5, September 1990

[3.29] R.I. Potter, R.J. Schmulian, "Self Consistently Computed Magnetization Patterns in Thin Magnetic Recording Media", IEEE Transactions on Magιτetics, νol. MAG-7, no. 4 December 1971

[3.30] A.G. Kladas, J.A. Tegopoulos, "3D Eddy Currents Modelling by means of a Particular Reduced Scalar Potential Technique", IEEE Transactions on Magnetics, νol. 33, no. 2, March 1997.

[3.31] J. Juillard, B. de Barmon, G. Berthiau, "Simple Analytical Three-Dimensional Eddy-Current Model" IEEE Transactions on Magnetícs, νol. 36, no. l, January 2000.

[3.32] A.G. Kladas, J.A. Tegopoulos, "Eddy Currents Modeling in Solid Iron by Using Analytical Elements" IEEE Transactions on Magnetics, νol. 30, no. 5, September 1994.

[3.33] E.J. Tarasiewicz, A.S. Morched, A. Narang, E.P. Dick, "Frequency Dependent Eddy Current Models for Nonlinear Iron Cores", IEEE Transactions on Power Systems, νol. 8, no. 2, May 1993.

[3.34] E.F. Fuchs, Y. Yoυ, D. Lin, "Development and Validation of GIC Transformer Models", Research Project 19Z-SK205V, Final Report prepared for Martin Marietta Energy Systems.

[3.35] J. Avila-Rosales, F.L. Alvarado, "Nonlinear Frequency Dependent Transformer Model for Electromagnetic Transient Studies in Power Systems", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, νol. PAS-101, no.11, November 1982

[3.36] Διπλωματική Εργασία Α. Κοντήρη, ”Μοντελοποίηση Τριφασικού Μετασχηματιστή Τύπθ Πυρήνα – Θεωρία και Εφαρμογή”, ΕΜΠ, Αθήνα, Σεπτέμβριος 2005.

[3.37] G. D. Kalokiris, A. G. Kladas, ”High speed machines using advanced magnetic materials analyzed by appropriate finite element models”, Proceedings of WSEAS 2004, 12-13 July 2004, Athens (Vouliagmeni), Greece, published in Journal of IASME Transactions, vol. 1, no 2, pp. 355-359, 2004.

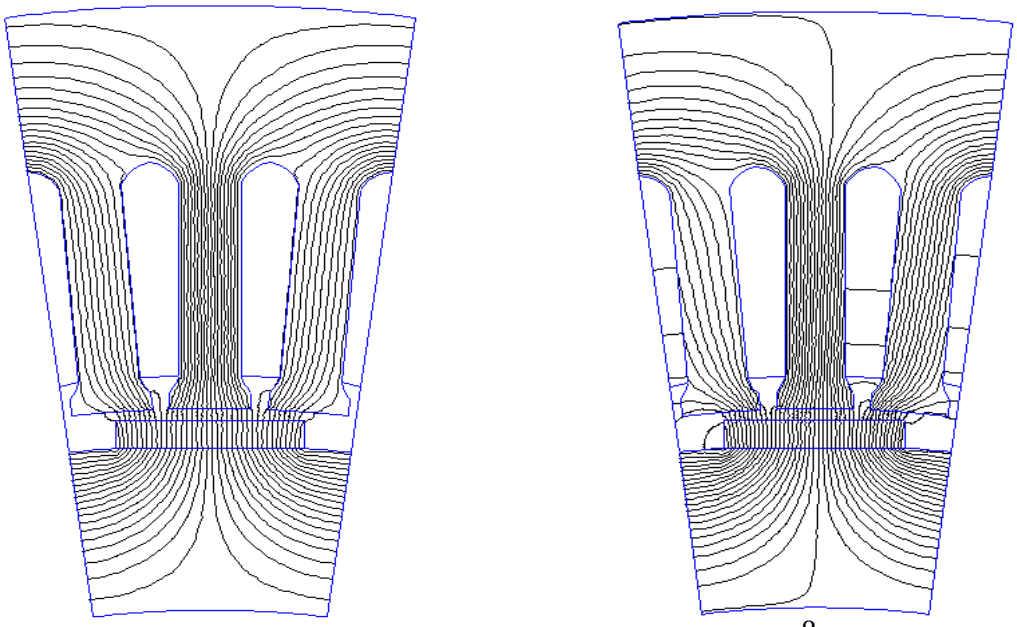
[3.38] G. D. Kalokiris, A. G. Kladas, "New magnetic material impact in electric machine design: high speed operation and reduction of losses", 4th European Magnetic Sensors and Actuators Conference, EMSA2002, 3-5 July 2002, Athens, Greece, p.s6p6, published in the Journal of Sensors and Actuators A: Physical (Elsevier), vol.106, no 1/3, pp. 292-297, 2003.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΜΗΧΑΝΗ ΜΟΝΙΜΩΝ ΜΑΓΝΗΤΩΝ

4.1 Πεδιακή ανάλυση σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών

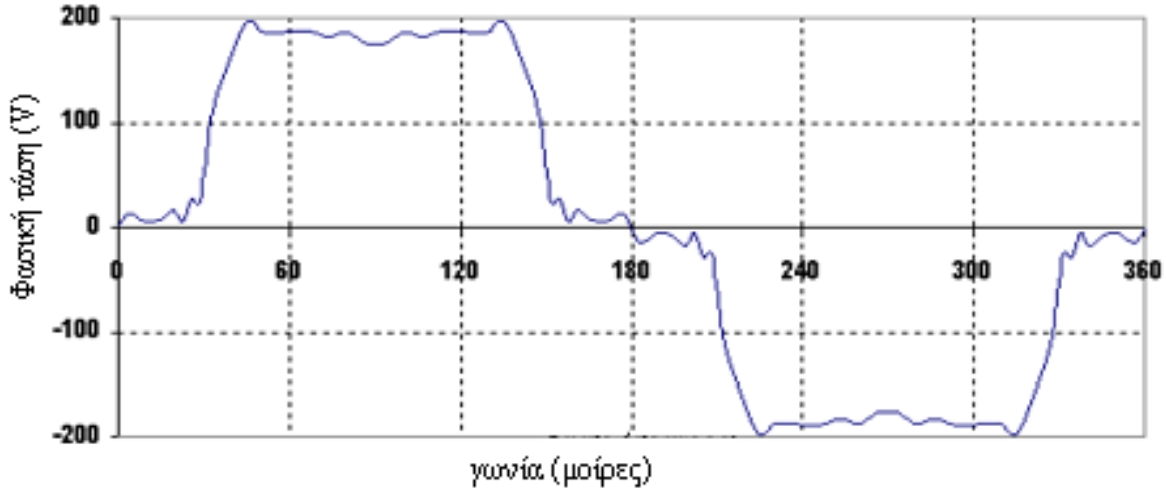
Η ανάλυση του πεδίου των μηχανών με μόνιμους μαγνήτες βρίσκεται στο επίκεντρο της διεθνούς ερευνητικής δραστηριότητας για μεγάλο διάστημα, [4.1-4.46]. Στην παρούσα εργασία ασχοληθήκαμε με την πεδιακή ανάλυση μιας σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών 2,5 kW, 24 πόλων, [4.47]. Σε ένα πρώτο βήμα εξετάστηκε η περίπτωση μηχανής χωρίς κλίση δρομέα της. Οι κατανομές των πεδίων που υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας διδιάστατη αναπαράσταση με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για τις περιπτώσεις κενού και πλήρους φορτίου παρουσιάζονται στα σχήματα 4.1 (α) και 4.1 (β), αντίστοιχα.



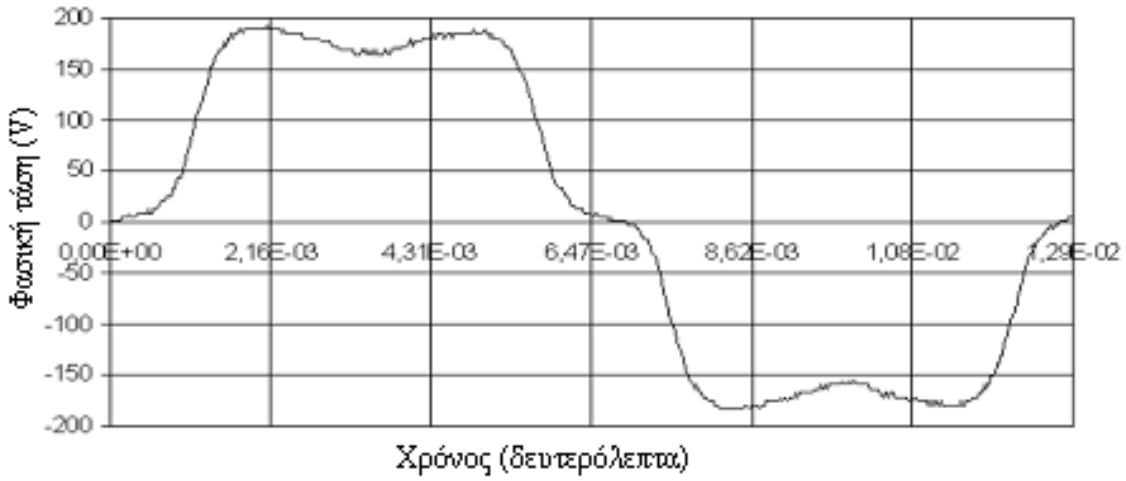
α β

Σχήμα 4.1: Τμήμα ενός πόλου της κατασκευασμένης μηχανής μονίμων μαγνητών
α: Κατανομή μαγνητικού πεδίου σε κενό φορτίο
β: Κατανομή μαγνητικού πεδίου στο πλήρες φορτίο

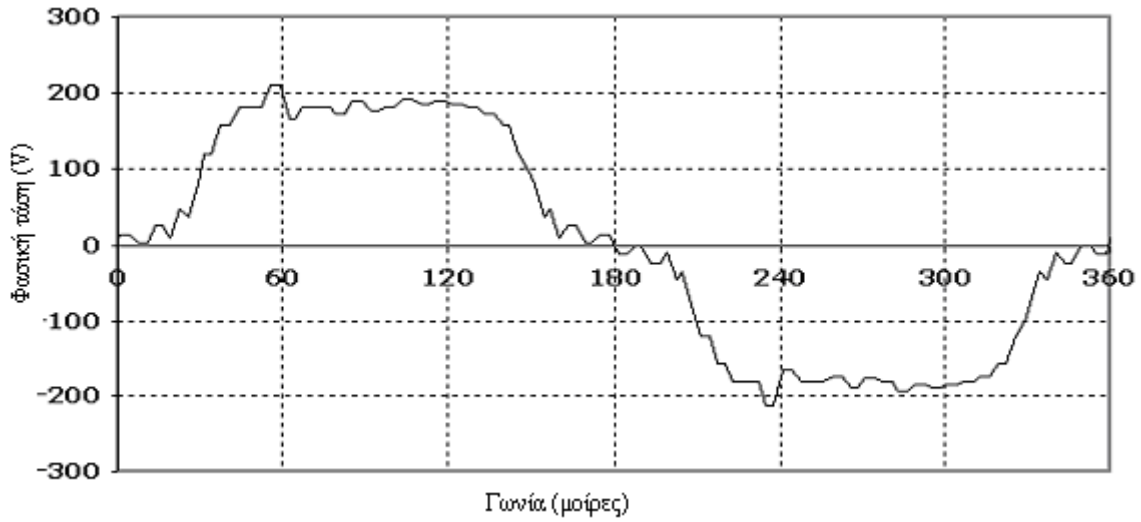
Οι προσομοιωμένες και πειραματικές κυματομορφές της τάσης για κενό φορτίο παρουσιάζονται στα σχήματα 4.2 και 4.3 αντίστοιχα, [4.48]. Αυτές οι κυματομορφές δείχνουν ότι τα προσομοιωμένα και πειραματικά αποτελέσματα είναι σε καλή συμφωνία. Τα αποτελέσματα προσομοίωσης όσον αναφορά τη συνθήκη λειτουργίας για τάση τροφοδότησης πλήρους φορτίου από την σύγχρονη γεννήτρια δίνονται στο σχήμα 4.4. Στο σχήμα 4.5 παρουσιάζεται η πειραματική κυματομορφή στις ίδιες συνθήκες λειτουργίας. Από αυτά τα σχήματα μπορεί να παρατηρηθεί και στην περίπτωση πλήρους φορτίου υπάρχει μια καλή συμφωνία μεταξύ των προσομοιωμένων και πειραματικών αποτελεσμάτων. Επιπλέον, υπολογίστηκε η κατανομή του πεδίου στο διάκενο της μηχανής με τη χρησιμοποίηση 3-Δ μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.



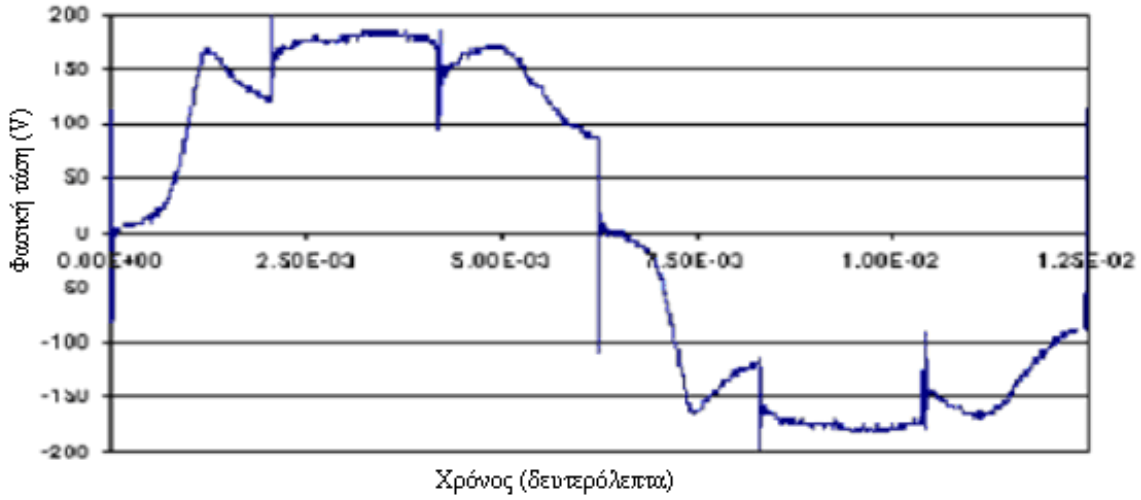
Σχήμα 4.2: Τάση κενού φορτίου της μηχανής μονίμων μαγνητών χωρίς κλίση στον δρομέα (2-Δ προσομοίωση με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων)



Σχήμα 4.3: Τάση κενού φορτίου της μηχανής μονίμων μαγνητών χωρίς κλίση στον δρομέα (πειραματικό αποτέλεσμα)



Σχήμα 4.4: Τάση πλήρους φορτίου της μηχανής μονίμων μαγνητών χωρίς κλίση στον δρομέα (2-Δ προσομοίωση με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων)

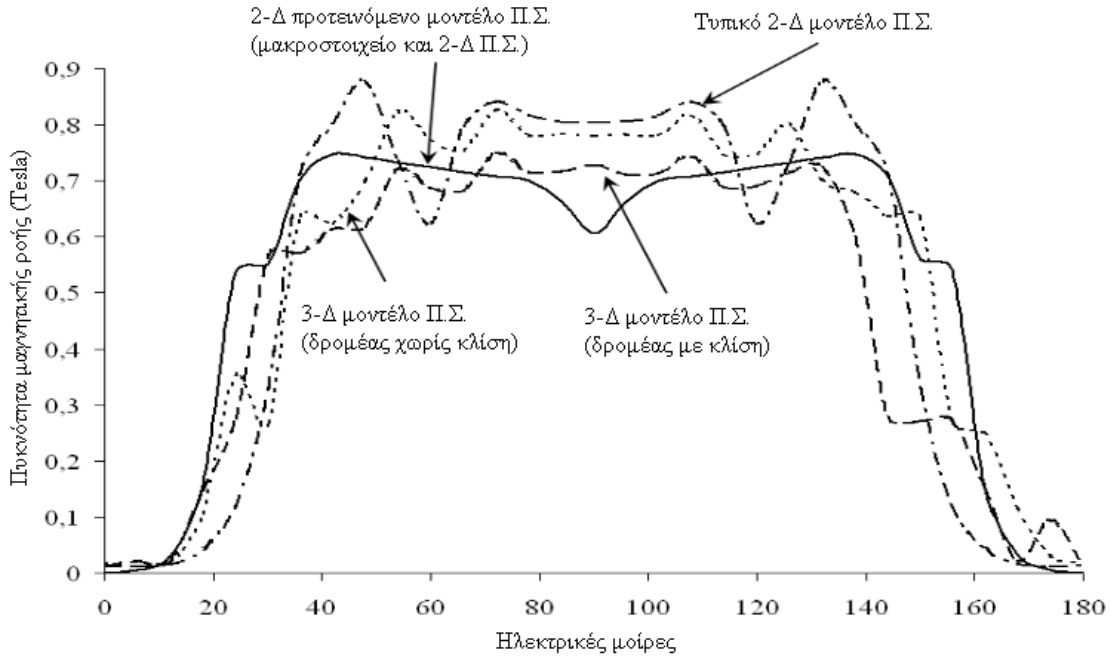


Σχήμα 4.5: Τάση κενού φορτίου της μηχανής μονίμων μαγνητών χωρίς κλίση στον δρομέα (πειραματικό αποτέλεσμα)

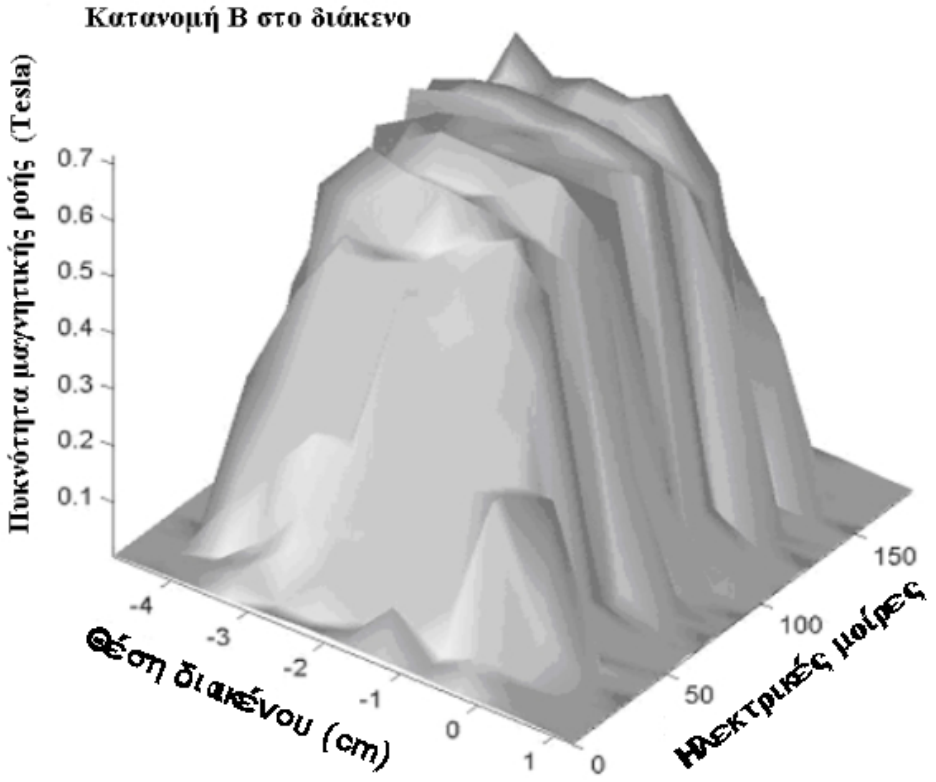
Στο σχήμα 4.6 παρουσιάζεται η σύγκριση της προσομοιωμένης κατανομής μαγνητικής επαγωγής στην μέση του διακένου χωρίς κλίση στον δρομέα της μηχανής από την 2-Δ προσομοίωση πεπερασμένων στοιχείων και της ίδιας κατανομής που υπολογίζεται χρησιμοποιώντας 3-Δ προσομοίωση.

Τα δύο αποτελέσματα είναι σε καλή συμφωνία ενώ οι μικρότερες τιμές που προέκυψαν από την 3-Δ ανάλυση οφείλονται στα φαινόμενα των άκρων της μηχανής. Επιπλέον θεωρήθηκε η κλίση του δρομέα της μηχανής χρησιμοποιώντας 2-Δ προσομοίωση εφαρμόζοντας την προτεινόμενη

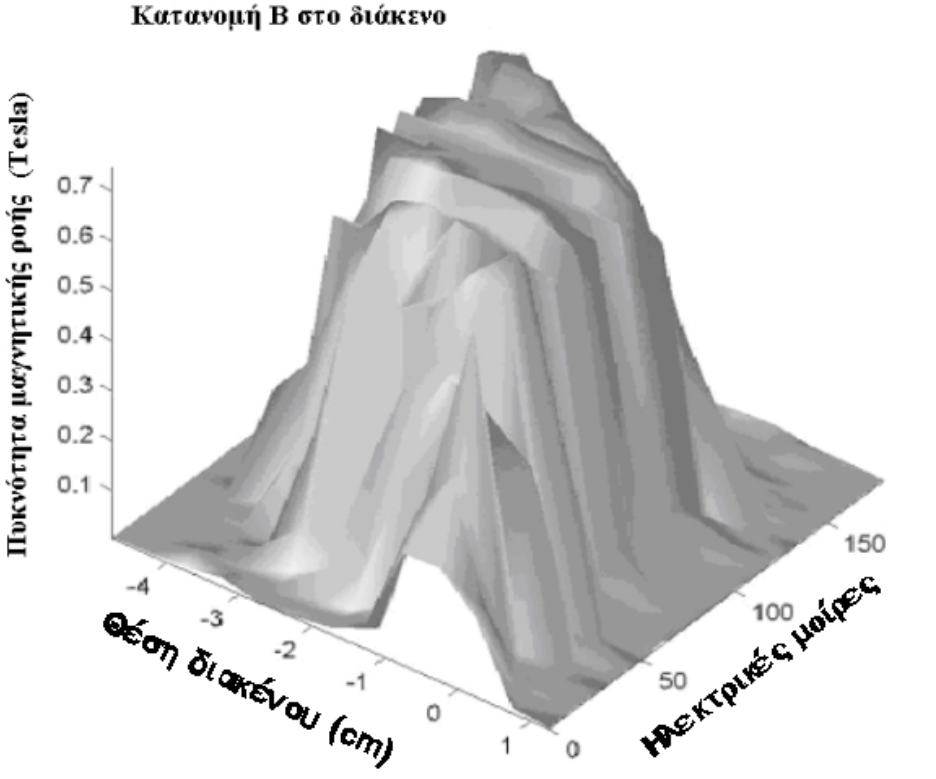
υβριδική τεχνική του προηγούμενου κεφαλαίου. Η ίδια περίπτωση με τη κλίση του δρομέα έχει προσομοιωθεί με ένα 3-Δ μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και τα αποτελέσματα συγκρίνονται στο σχήμα 4.6. Σε αυτό το σχήμα μπορεί να διαπιστωθεί ότι τα αποτελέσματα της υβριδικής 2-Δ προτεινόμενης μεθόδου είναι σε αρκετά καλή συμφωνία με εκείνα που προέκυψαν από την 3-Δ προσομοίωση. Η λεπτομερείς κατανομές πυκνότητας της μαγνητικής επαγωγής στο διάκενο με και χωρίς κλίση του δρομέα που υπολογίζονται με βάση το 3-Δ μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων παρουσιάζονται στα σχήματα. 4.7 και 4.8, αντίστοιχα. Οι αντίστοιχες κατανομές του μαγνητικού πεδίου στην μηχανή παρουσιάζονται στα σχήματα 4.9 και 4.10.



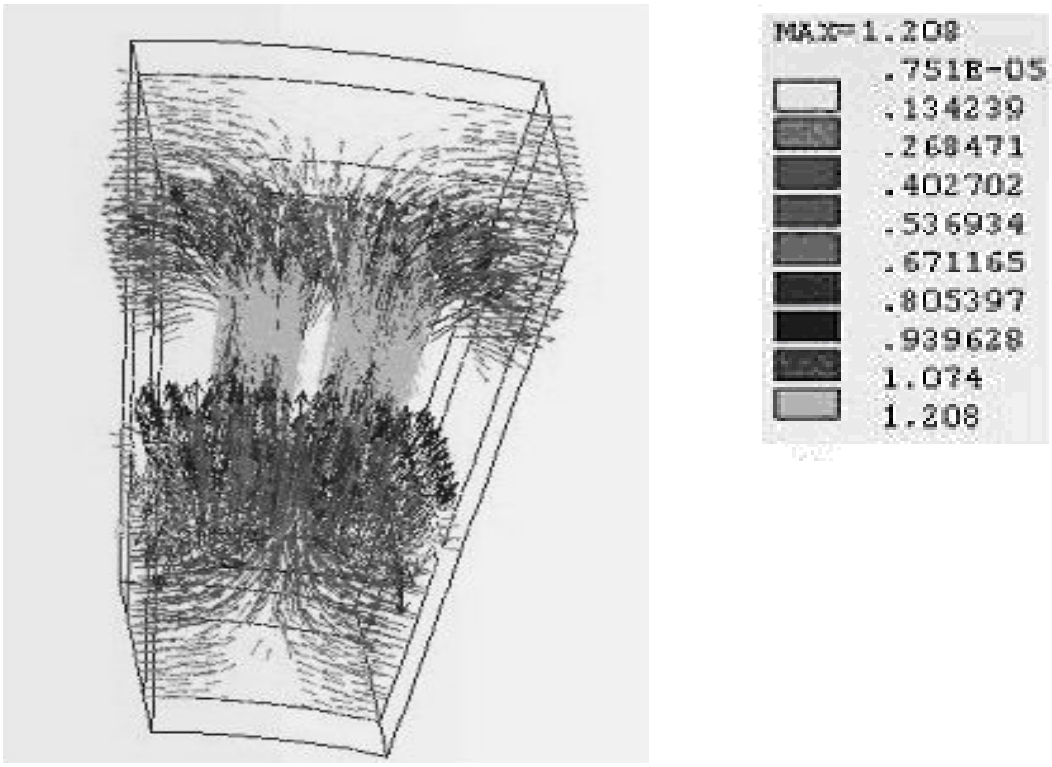
Σχήμα 4.6: Κατανομή πυκνότητας επαγωγής στην μέση του διακένου σε κενό φορτίο (σύγκριση 2-Δ και 3-Δ προσομοιώσεων με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων)



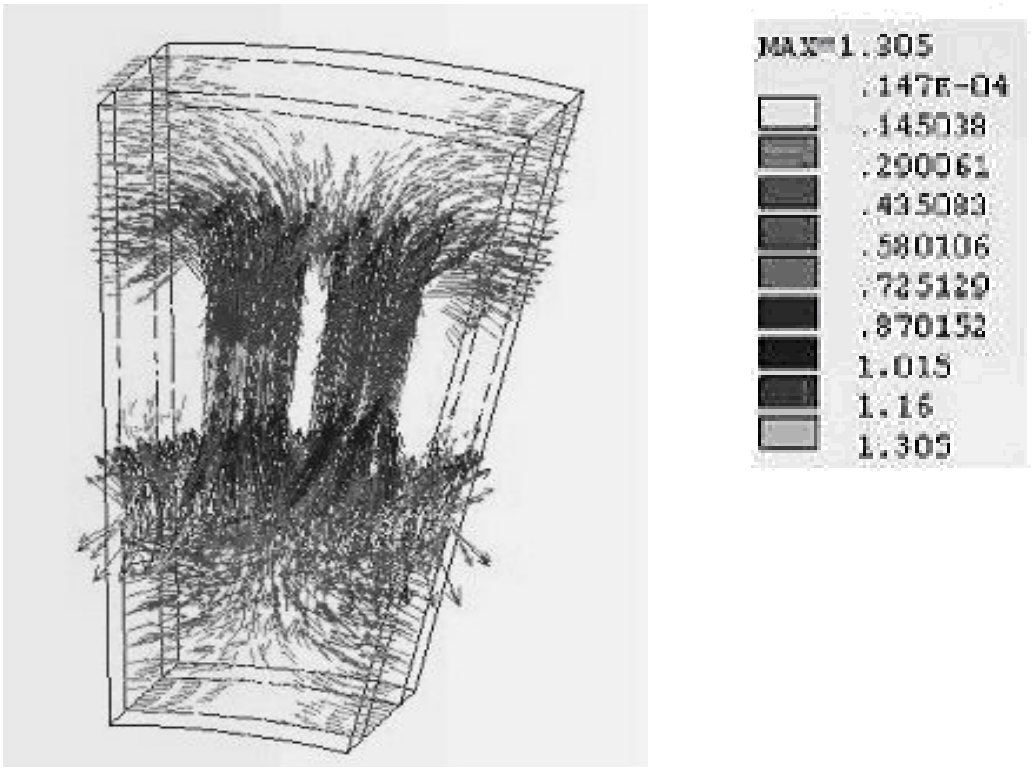
Σχήμα 4.7: Κατανομή πυκνότητας μαγνητικής επαγωγής στο διάκενο, σε κενό φορτίο χωρίς κλίση στον δρομέα (3-Δ προσομοίωση με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων)



Σχήμα 4.8: Κατανομή πυκνότητας μαγνητικής επαγωγής στο διάκενο, σε κενό φορτίο με κλίση στον δρομέα (3-Δ προσομοίωση με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων)



Σχήμα 4.9: Κατανομή μαγνητικού πεδίου σε κενό φορτίο χωρίς κλίση στον δρομέα (3-Δ προσομοίωση με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων)



Σχήμα 4.10: Κατανομή μαγνητικού πεδίου σε κενό φορτίο με κλίση στον δρομέα (3-Δ προσομοίωση με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων)

4.2 Κυκλωματική αναπαράσταση της σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών

Σε αυτή την παράγραφο εξετάζεται η προσομοίωση της σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών με την βοήθεια δυναμικού κυκλωματικού μοντέλου ώστε να διαπιστωθεί η ικανότητα προσέγγισης των κυματομορφών τάσεως και ρεύματος στην περίπτωση θεώρησης ημιτονοειδούς μεταβολής των αντίστοιχων ηλεκτρεγερτικών δυνάμεων, [4.49]. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε τυπικό μοντέλο του λογισμικού Matlab/Simulink που αναλύει τις ηλεκτρικές εξισώσεις σε σύστημα δυο αξόνων, εγκάρσιου (q) και ευθέως (d).

$$\frac{d}{dt}i_d = \frac{1}{L_d}U_d - \frac{R}{L_d}i_d + \frac{L_q}{L_d}p\omega_r i_q$$

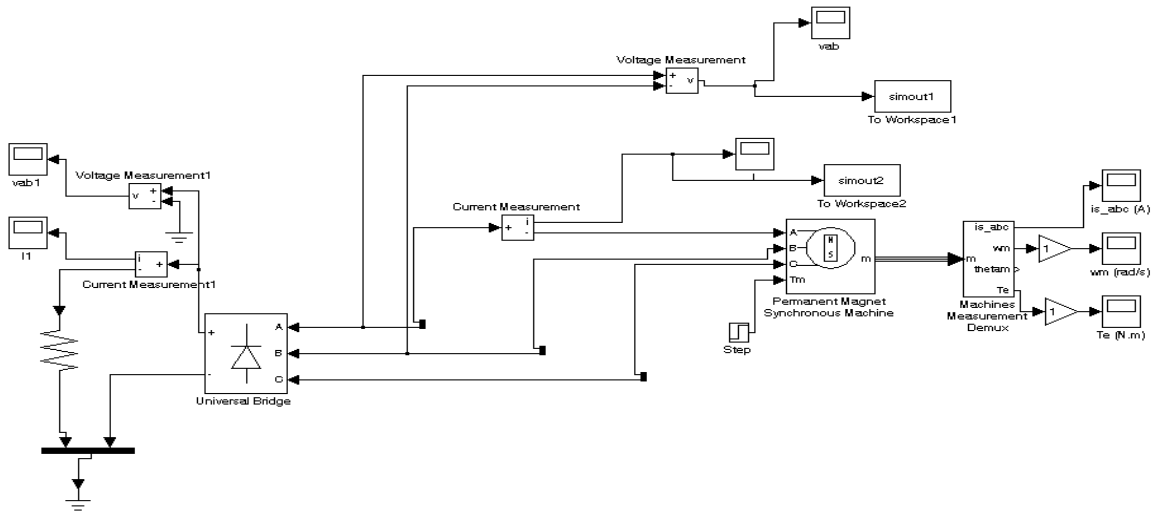
$$\frac{d}{dt}i_q = \frac{1}{L_q}U_q - \frac{R}{L_q}i_d - \frac{L_d}{L_q}p\omega_r i_d - \frac{\lambda p\omega_r}{L_q} \qquad (4.1)$$

$$T_e = 1.5p[\lambda i_q + (L_d + L_q)i_d i_q]$$

$$\frac{d}{dt}\omega_r = \frac{1}{J}(T_e - F\omega_r - T_m)$$

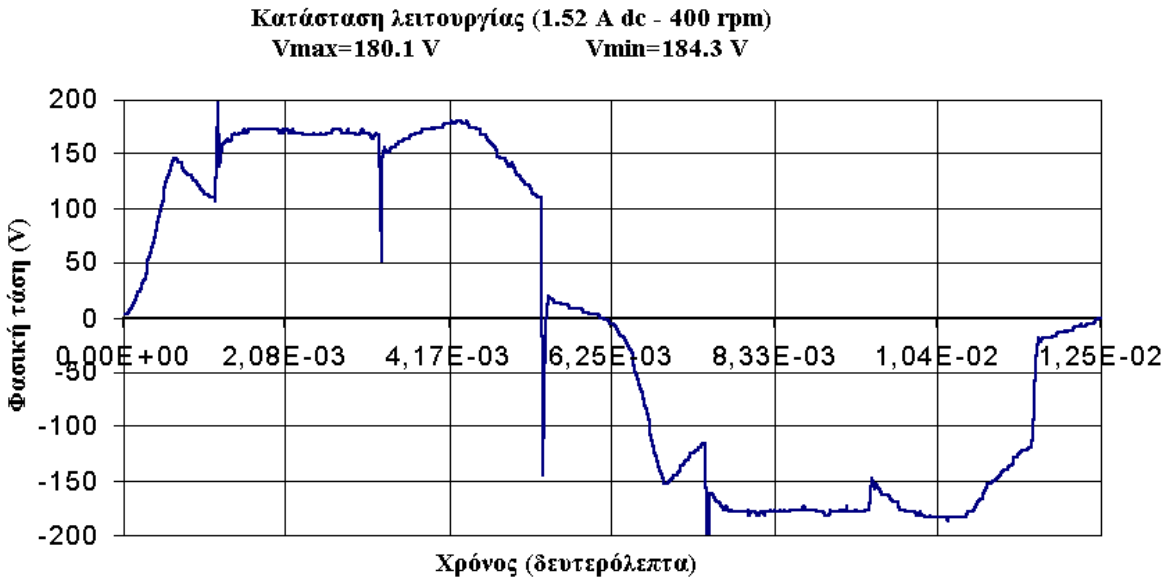
$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_r \qquad (4.2)$$

Οι εξισώσεις (4.1) αναφέρονται στο ηλεκτρικό μέρος ενώ οι εξισώσεις (4.2) στο μηχανικό μέρος της μηχανής. Στις εξισώσεις αυτές οι συνιστώσες των Lq και Ld είναι οι επαγωγές στάτη στους q και d άξονες αντίστοιχα, R η αντίσταση των τυλιγμάτων του στάτη, i_q και i_d των ρευμάτων στους q και d άξονες, v_q και v_d οι συνιστώσες των τάσεων στους q και d άξονες, ω_r η γωνιακή ταχύτητα του δρομέα, λ το πλάτος της ροής που εισάγεται από τους μόνιμους μαγνήτες του δρομέα στις φάσεις του στάτη, p ο αριθμός ζευγών πόλων, T_e η ηλεκτρομαγνητική ροπή, J η αδράνεια του δρομέα και του φορτίου, F η τριβή ολίσθησης του δρομέα και του φορτίου, θ η γωνιακή θέση του δρομέα, T_m η μηχανική ροπή. Το κύκλωμα περιλαμβάνει τροφοδοσία ωμικού φορτίου μέσω ανορθωτή και το διάγραμμα βαθμίδων που χρησιμοποιήθηκε στο λογισμικό Matlab/Simulink φαίνεται στο σχήμα 4.11.

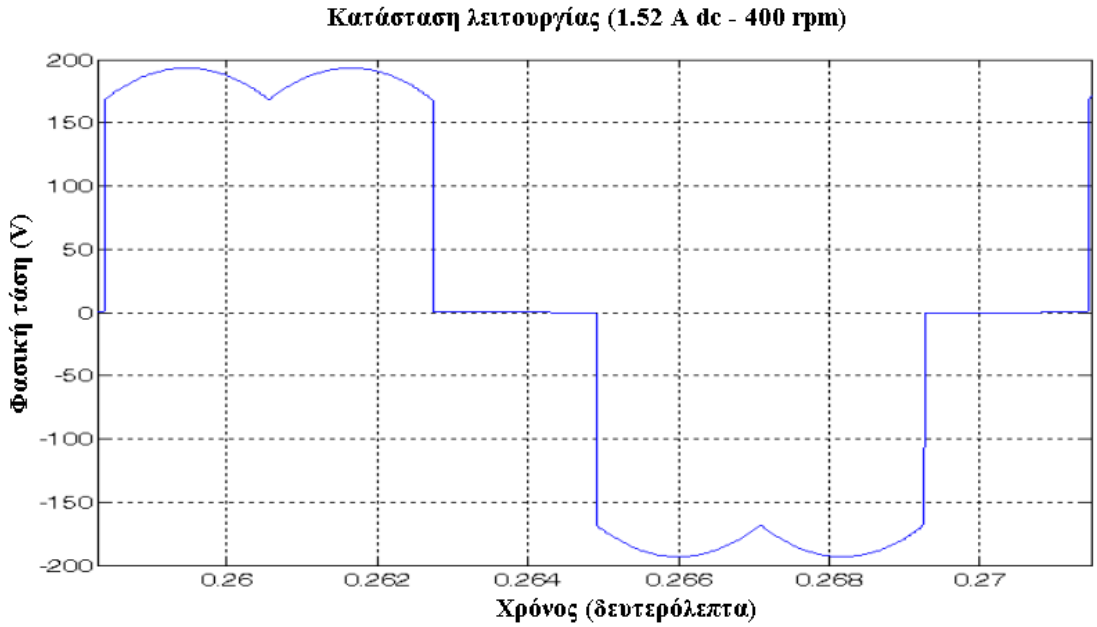


Σχήμα 4.11: Διάγραμμα βαθμίδων κυκλώματος σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών που τροφοδοτεί ωμικό φορτίο μέσω ανορθωτή (προσομοίωση με το λογισμικό Matlab/Simulink)

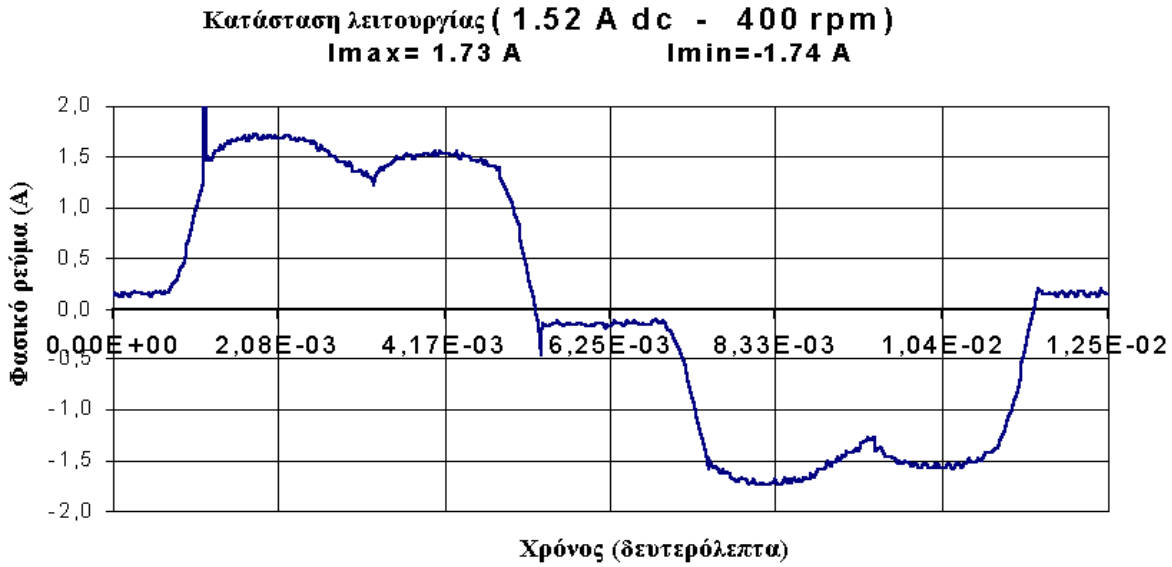
Στα σχήματα 4.12 και 4.14 παρουσιάζονται οι πειραματικές κυματομορφές της τάσεως και του ρεύματος της γεννήτριας, αντίστοιχα, για την συνθήκη λειτουργίας χαμηλού φορτίου οι οποίες συγκρίνονται με τις προσομοιωμένες κυματορφές που δίνονται στα σχήματα 4.13 και 4.15.



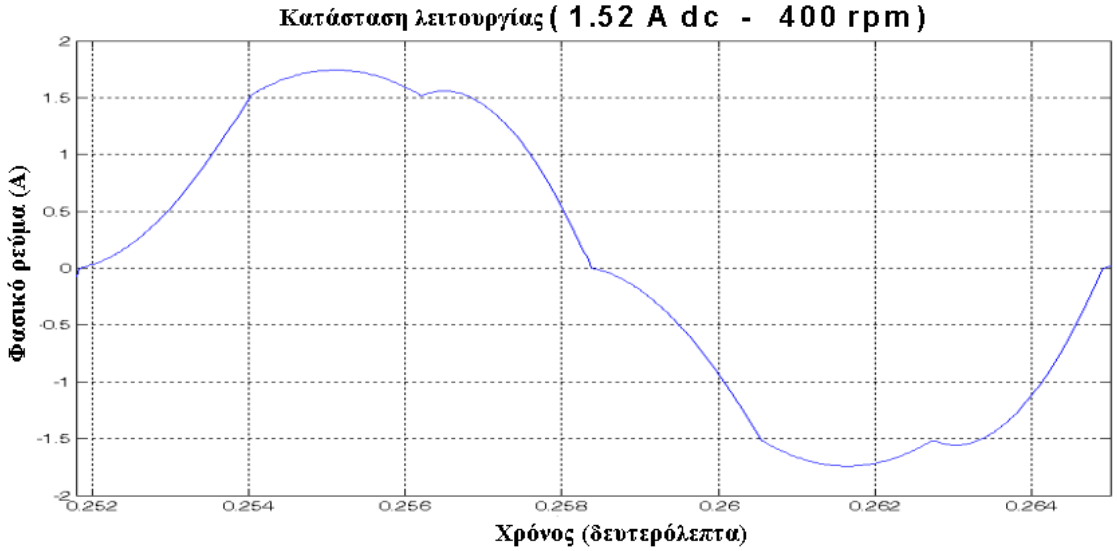
Σχήμα 4.12: Πειραματική κυματομορφή τάσης εξόδου της γεννήτριας μονίμων μαγνητών σε μικρό φορτίο



Σχήμα 4.13: Προσομοιωμένη κυματομορφή τάσης εξόδου της γεννήτριας μονίμων μαγνητών σε μικρό φορτίο



Σχήμα 4.14: Πειραματική κυματομορφή ρεύματος εξόδου της γεννήτριας μονίμων μαγνητών σε μικρό φορτίο



Σχήμα 4.15: Προσομοιωμένη κυματομορφή ρεύματος εξόδου της γεννήτριας μονίμων μαγνητών σε μικρό φορτίο

Όπως προκύπτει από την σύγκριση των προσομοιωμένων αποτελεσμάτων με τα πειραματικά, η ανάλυση θεωρώντας ημιτονοειδή μεταβολή των ηλεκτρεγερτικών δυνάμεων υπερεκτιμά τα πλάτη των κυματομορφών τάσεως και ρεύματος και δεν επιτρέπει την ικανοποιητική προσέγγιση της μορφής τους και των φαινομένων μεταγωγής του ρεύματος. Επομένως η κυκλωματική αναπαράσταση είναι ανεπαρκής για την θεώρηση των μηχανών με μόνιμο μαγνήτη και είναι απαραίτητη η λεπτομερέστερη προσομοίωση μέσω πεδιακής ανάλυσης που παρουσιάσθηκε.

4.3 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο εφαρμόστηκε η μεικτή τεχνική, πεπερασμένων στοιχείων-αναλυτικών λύσεων που αναπτύχθηκε στο δεύτερο κεφάλαιο, στην ανάλυση της συμπεριφοράς μηχανής μονίμων μαγνητών χωρίς και με κλίση δρομέα. Η μέθοδος επιτρέπει ικανοποιητική αναπαράσταση των φαινομένων τόσο σε κενό φορτίο όσο και σε φορτίο ενώ τα ευρέως διαδεδομένα δυναμικά μοντέλα σε συνιστώσες δύο αξόνων δεν είναι κατάλληλα για αυτές τις εφαρμογές, όπως φάνηκε από την σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα.

4.4 Βιβλιογραφία

[4.1] P. H. Mellor, F. B. Chaaban and K. J. Binns, "Estimation of parameters and performance of rare-earth permanent magnet motors avoiding measurement of load angle", Proceedings of the IEE, vol. 138, no. 6, pp. 322-330, 1991.

[4.2] K. J. Binns and T. M. Wong, "Analysis and performance of a high field permanent magnet synchronous machine", Proceedings of the IEE, vol. 131, no. 6, pp. 252-258, 1984.

[4.3] F. Caricchi, F. Capponi, F. Crescimbini and L. Solero, "Experimental Study on Reducing Cogging Torque and No-Load Power Loss in Axial-Flux Permanent-Magnet Machines With Slotted Winding, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 40, no. 4, pp. 1066-1075, 2004.

[4.4] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Influence of design parameters on cogging torque in permanent magnet machines", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 15, no. 4, pp. 407-412, 2000.

[4.5] Y. Zhilichev, "Analysis of permanent magnet machines using crossing macro-elements", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36, no. 5, pp. 3122-3124, 2000.

[4.6] B. Grcar, P. Cafuta, G. Stumberger, and A. M. Stankovic, "Control-Based reduction of pulsating torque for PMAC machines", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 17, no. 2, pp. 169-175, 2002.

[4.7] N. Bianchi and S. Bolognani, "Design techniques for reducing the cogging torque in surface mounted PM motors", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 38, no. 5, pp. 1259-273, 2002.

[4.8] A. A. Arkadan and N. A. Demerdash, "Modeling of transients in permanent magnet generators with multiple damping circuits using the natural abc frame of reference", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 3, no. 3, pp. 722-731, 1988.

[4.9] S. Kim, Jung-Ho Lee and Ju Lee, "A study on hysteresis analysis of line start permanent magnet motor using Preisach modeling", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 39, no. 5, pp. 2543-2545, 2003.

[4.10] K. Nakamura, K. Saito and O. Ichinokura, "Dynamic analysis of interior permanent magnet motor based on a magnetic circuit model", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 39, no. 5, pp. 3250-3252, 2003.

[4.11] M. A. Rahman and T. A. Little, "Dynamic performance analysis of permanent magnet synchronous motors", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-103, no. 6, pp. 1277-1282, 1984.

[4.12] T. Sebastian and G. Slemon, "Transient torque and short circuit capabilities of variable speed permanent magnet motors", IEEE Transactions on Magnetics, vol. mag-23, no. 5, pp. 3619-3621, 1987.

[4.13] J. A. Haylock, B. C. Mecrow, A. G. Jack and D. J. Atkinson, "Operation of fault tolerant machines with winding failures", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 14, no. 4, pp. 1490-1495, 1999.

[4.14] B. A. Welchko, T. M. Jahns, W. L. Soong and J. M. Nagashima, "IPM synchronous machine drive response to symmetrical and asymmetrical short circuit faults", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 18, no. 2, pp. 291-298, 2003.

[4.15] B. J. Chalmers, "Performance of interior type permanent magnet alternator", Proceedings of the IEE, Electr. Power Appl., vol. 141, no. 4, pp. 186-190, 1994.

[4.16] K. J. Binns and T. S. Low, "Performance and application of multi-stacked imbricated permanent magnet generators", Proceedings of the IEE, vol. 130, no. 6, pp. 407-414, 1983.

[4.17] S. Macminn and T. Jahns, "Control Techniques for Improved High-speed Performance of Interior PM Synchronous Motor Drives", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 21, no. 5, pp. 997-1004, 1991.

[4.18] M. Cheng, K. T. Chau, C. C. Chan and Q. Sun, "Control and operation of a new 8/6-pole doubly salient permanent magnet motor drive", IEEE Transactions on Industry Applications, vol 39, no 5, pp. 1363-1371, 2003.

[4.19] P. Pillay and R. Krishnan, "Modeling, simulation, and analysis of permanent magnet motor drives, part I: The permanent magnet synchronous motor drive", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 25, no. 2, pp. 265-273, 1989.

[4.20] T. M. Jahns, "Motion control with permanent magnet ac machines", Proceedings of the IEEE, Special issue on Power Electronics and Motion Control, vol. 82, no 8, pp. 1241-1252, 1994.

[4.21] A. Consoli and A. Abela, "Transient performance of permanent magnet ac motor drives", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. IA-22, no. 1, pp. 32-41, 1986.

[4.22] T. M. Jahns, G. B. Kliman and T. W. Neumann, "Interior permanent magnet synchronous motors for adjustable speed drives", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. IA-22, no. 4, pp. 738-747, 1986.

[4.23] J. De La Ree and N. Boules, "Torque production in permanet magnet synchronous motors", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 25, no. 1, pp. 107-112, 1989.

[4.24] T. Sebastian and V. Gangla, "Analysis of induced emf waveforms and torque ripple in a brushless permanet magnet machine", IEEE Transactions on Industry Applications, vol 32, no 1, pp. 195-200, 1996.

[4.25] T. Sebastian, G. R. Slemon and M. A. Rahman, "Modeling of permanent magnet synchronous motors", IEEE Transactions on Magnetics, vol. mag-22, no. 5, pp. 1069-1071, 1986.

[4.26] G. R. Slemon, "On the design of high performance surface mounted pm motors", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 30, no. 1, pp. 134-140, 1994.

[4.27] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motor, part II:Armature reaction field" , IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, no. 1, pp. 136-142, 1993.

[4.28] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motor, part III:Effect of stator slotting" , IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, no. 1, pp. 143-151, 1993.

[4.29] Z. Q. Zhu, D. Howe, E. Bolte and B. Ackermann, "Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motor, part I: Open circuit field", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, no. 1, pp. 124-135, 1993.

[4.30] N. A. Demerdash, R. H. Miller, T. W. Nehl, B. P. Overton and C. J. Ford, "Comparison between features and performance characterristics of fifteen hp samarium cobalt and ferrite based brushless dc motors operated by same power coditioner", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-102, no. 1, pp. 104-112, 1983.

[4.31] G. W. Jewell and D. Howe, "Computer aided design of magnetizing fixtures for the post assembly magnetization of rare-earth permanent magnet brushless dc motors", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 28, no. 5, pp. 3036-3038, 1992.

[4.32] J. Jang, S. Sul, J. Ha, K. Ide and M. Sawamura, "Sensorless drive of surface mounted permanent magnet motor by high frequency signal injection based on magnetic saliency", IEEE Transactions on Industry Applications, vol 39, no 4, pp. 1031-1039, 2003.

[4.33] N. Bianchi and S. Bolognani, "Design techniques for reducing the cogging torque in surface mounted PM motors", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 38, no. 5, pp. 1259-273, 2002.

[4.34] G. R. Slemon, "On the design of high performance surface mounted pm motors", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 30, no. 1, pp. 134-140, 1994.

[4.35] J. Ha, K. Ide, T. Sawa and S. Sul, "Sensorless rotor position estimation of an interior permanent magnet motor from initial states", IEEE Transactions on Industry Applications, vol 39, no 3, pp. 761-767, 2003.

[4.36] K. Nakamura, K. Saito and O. Ichinokura, "Dynamic analysis of interior permanent magnet motor based on a magnetic circuit model", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 39, no. 5, pp. 3250-3252, 2003.

[4.37] W. Soong and N. Ertugrul, "Field weakening performance of interior permanent magnet motors", IEEE Transactions on Industry Applications, vol 38, no 5, pp. 1251-1258, 2002.

[4.38] K. J. Tseng and S. B. Wee, "Analysis of flux distribution and core losses in interior permanent magnet motor", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 14, no. 4, pp. 969-975, 1999.

[4.39] M. N. Uddin, T. S. Radwan and M. A. Rahman, "Performance of interior permanent magnet motor drive over wide speed range", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 17, no. 1, pp. 79-84, 2002.

[4.40] K. Yamazaki, "Torque and efficiency calculation of an interior permanent magnet motor considering harmonic iron losses of both the stator and rotor", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 39, no. 3, pp. 1460-1463, 2003.

[4.41] E. Lovelace, T. Jahns, T. Keim and J. Lang, "Mechanical Design Considerations for Conventionally Laminated, High-Speed, Interior PM Synchronous Machine Rotors", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 40, no. 3, pp. 806-812, 2004.

[4.42] C. Mi, M. Filippa, W. Liu and R. Ma, "Analytical method for predicting the air-gap flux of interior type permanent magnet machines", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 40, no. 1, pp. 50-58, 2004.

[4.43] T. M. Jahns, G. B. Kliman and T. W. Neumann, "Interior permanent magnet synchronous motors for adjustable speed drives", IEEE Transactions on Industry Applications, vol. IA-22, no. 4, pp. 738-747, 1986.

[4.44] B. A. Welchko, T. M. Jahns, W. L. Soong and J. M. Nagashima, "IPM synchronous machine drive response to symmetrical and asymmetrical short circuit faults", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 18, no. 2, pp. 291-298, 2003.

[4.45] R. L. Ficheux, F. Caricchi, F. Crescimbini and O. Honorati, “Axial flux permanent magnet motor for direct drive elevator systems without machine room”, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 37, no. 6, pp. 1693-1701, 2001.

[4.46] F. Caricchi, F. Capponi, F. Crescimbini and L. Solero, “Experimental Study on Reducing Cogging Torque and No-Load Power Loss in Axial-Flux Permanent-Magnet Machines With Slotted Winding”, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 40, no. 4, pp. 1066-1075, 2004.

[4.47] T. D. Kefalas, G. D. Kalokiris, A. G. Kladas, J. A. Tegopoulos, “Design of skewed mounted permanent magnet synchronous generators based on 2D and 3D finite element techniques”, Proceedings of the 3rd Japanese-Mediterranean Workshop on Applied Electromagnetic Engineering for Magnetic and Superconducting Materials, published in the Journal of Materials Processing Technology (Elsevier), vol. 161, no 1/2, pp. 288-293, 2005.

[4.48] G. D. Kalokiris, A. G. Kladas, J. A. Tegopoulos, "Permanent Magnet Machine Optimization by using FEM and Sensitivity Analysis Techniques", Optimisation and Inverse Problems in Electromagnetism, Kluwer Academic Publishers, pp. 287-294, ISBN 1-4020-1056-2, 2003.

[4.49] G. K. Kalokiris, A. G. Kladas, I. K. Hatzilau, S. Cofinas and I. K. Gyparis, “Advances in magnetic materials and their impact on electric machine design”, Proceedings of the fourth Japanese-Mediterranean Joint Workshop (JAPMED’4), 17-20 September 2005, Cairo, Egypt.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΜΗΧΑΝΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ

5.1 Εισαγωγή

Οι μηχανές μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης αποτελούν συνήθη επιλογή σε περιπτώσεις υψηλών ταχυτήτων, [5.1-5.4]. Συχνά ελέγχονται με τεχνικές απευθείας ελέγχου [5.5-5.6]. Η βελτιστοποίηση της γεωμετρίας τους απαιτεί αριθμητική προσέγγιση του μαγνητικού πεδίου, [5.7-5.12]. Στην συνέχεια θα αναλύσουμε την σχεδίαση μηχανής μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης δισκοειδούς γεωμετρίας, [5.7], [5.13]. Όπως αναφέρθηκε στα προηγούμενα, η προτεινόμενη διαδικασία σχεδίασης περιλαμβάνει τρία στάδια. Σε ένα πρώτο βήμα, η βασική μεθοδολογία σχεδίασης χρησιμοποιείται για την προκαταρκτική σχεδίαση. Σε ένα δεύτερο βήμα, η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων εφαρμόζεται για να υπολογισθεί η λειτουργικότητα η λεπτομερέστερη συμπεριφορά της μηχανής. Τέλος, η σύγκριση των πειραματικών αποτελεσμάτων μηχανών ή δοκιμίων επιτρέπει την επιβεβαίωση των προβλεπόμενων χαρακτηριστικών, [5.13].

5.2 Βασική ανάλυση μηχανής μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης ισχύος 50 kW

Η ανάλυση αναφέρεται σε ένα πρωτότυπο δοκίμιο 50 kW, 125 ΣΑΛ, 50 Hz που έχει την δομή των πολυδισκοειδούς μηχανής μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης με αξονικό διάκενο, [5.13]. Η μηχανή αυτή απεικονίζεται στα σχήματα 5.1 και 5.2 και αποτελείται από τρία ίδια τμήματα (φάσεις) τοποθετημένα στον ίδιο άξονα. Κάθε ένα αποτελείται από τρεις δίσκους στάτη και δυο δίσκους δρομέα με 24 αύλακες. Τα τρία τμήματα ελέγχονται από ξεχωριστές διεγέρσεις μια για το συνεχές και μια για το εναλλασσόμενο. Τα δόντια και τα κυκλώματα επιστροφής είναι κατασκευασμένα από ελάσματα σιδήρου κατευθυνόμενων κόκκων πάχους 0,3 mm.

Ένα από τα πειράματα της μηχανής μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης πραγματοποιήθηκε για λειτουργία κινητήρα όπου το τύλιγμα διέγερσης συνδέθηκε στο δίκτυο. Μια απλοποιημένη μελέτη της λειτουργίας της μηχανής μπορεί να βασισθεί στην θεώρηση ότι η μαγνητική αντίσταση και η ροή στο διάκενο μεταβάλλονται ημιτονοειδώς με την θέση του δρομέα. Επομένως μπορεί να θεωρηθεί ότι :

$U=U_o\cos\omega t$ (τάση ανά σπείρα)

$R=R+r\cos(\omega t+\varphi)$ (μαγνητική αντίσταση)

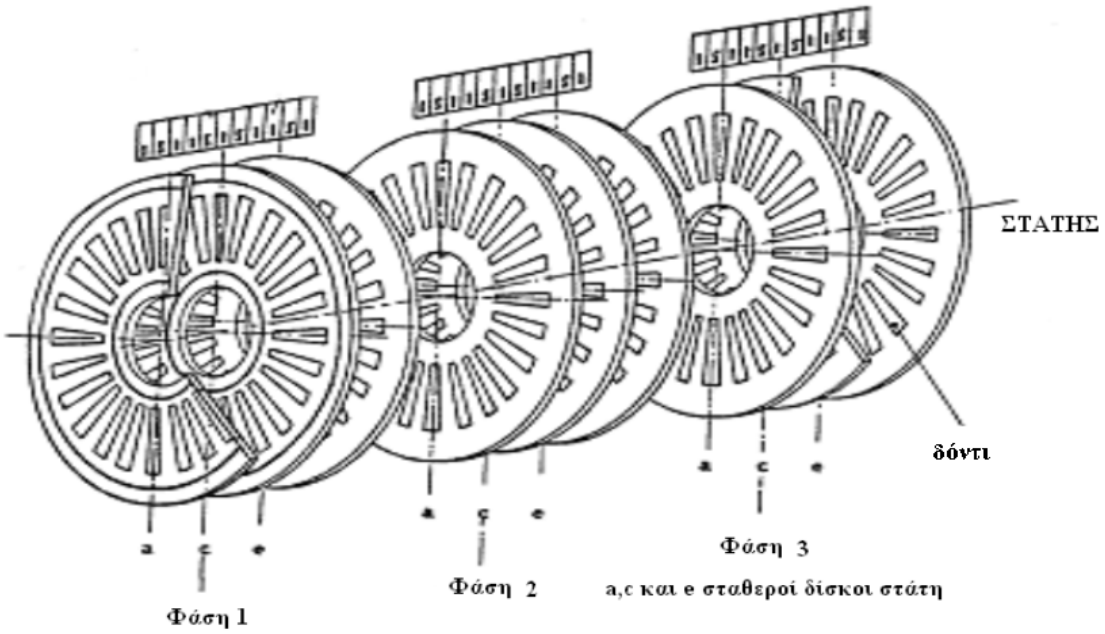
$\Phi_{tot}=\Phi_c+\Phi_o\sin\omega t$ (συνολική ροή)

Το συνολικό ρεύμα αναλύεται σε μια σταθερή συνιστώσα I_c και μια περιοδική συνιστώσα την $\tilde{I}$ και μπορεί να υπολογιστεί ως εξής :

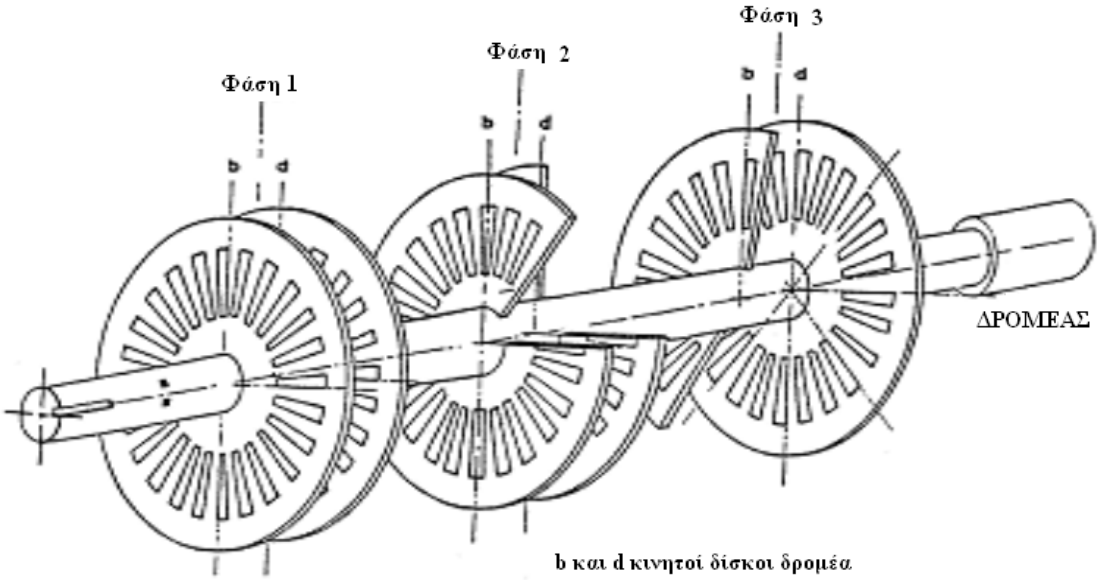
$$\tilde{I}+ I_c = \left[\Phi_c + \Phi_o\sin\omega t\right]\left[R + r\cos(\omega t + \varphi)\right] =$$

$$= R\Phi_c + R\Phi_o \sin\omega t + r\Phi_c\sin(\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi) + \frac{r\Phi_o}{2}\sin(2\omega t + \varphi) - \frac{r\Phi_o}{2}\sin\varphi \qquad (5.1)$$

όπου φ= διαφορά φάσης R - U, δ= διαφορά φάσης E_{exc} - U=φ-π/2



Σχήμα 5.1: Τμήμα στάτη εξεταζόμενης πολυδισκοειδούς μηχανής μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης



Σχήμα 5.2: Τμήμα δρομέα εξεταζόμενης πολυδισκοειδούς μηχανής μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης

Ο περιοδικός όρος είναι συνεπώς :

$$\tilde{I} = R\Phi_o \sin\omega t + r\Phi_c \sin(\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi) + \frac{r\Phi_o}{2}\sin(2\omega t + \varphi) \tag{5.2}$$

Θεωρώντας την πρώτη αρμονική μόνο και υπολογίζοντας την μέση ροπή της μηχανής μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης προκύπτει :

$$T = \frac{pr}{2R}(I_c + r\frac{U_o}{2\omega}\sin\varphi)\frac{U_o}{\omega}\cos\varphi = \frac{pr}{2R}(I_c + r\frac{U_o}{2\omega}\cos\delta)\frac{U_o}{\omega}\sin\delta =$$
$$= \frac{pr}{2R}[\frac{U_o I_c}{\omega}\sin\delta + r\frac{U_o^2}{2\omega^2}\sin 2\delta] \tag{5.3}$$

5.3 Διδιάστατος αριθμητικός υπολογισμός

Επειδή το πρόβλημα είναι μαγνητοστατικό και τα διάκενα πολύ μικρά (1mm) σε σχέση με τις υπόλοιπες διαστάσεις είναι δυνατό να υπολογίσει κανείς το πεδίο θεωρώντας μισό δόντι στάτη και μισό δόντι δρομέα που αντιστοιχούν σε μια διατομή σταθερής ακτίνας. Στην περίπτωση αυτή η μαγνητική ροή Φ_m ανά πόλο μπορεί να υπολογισθεί ως εξής :

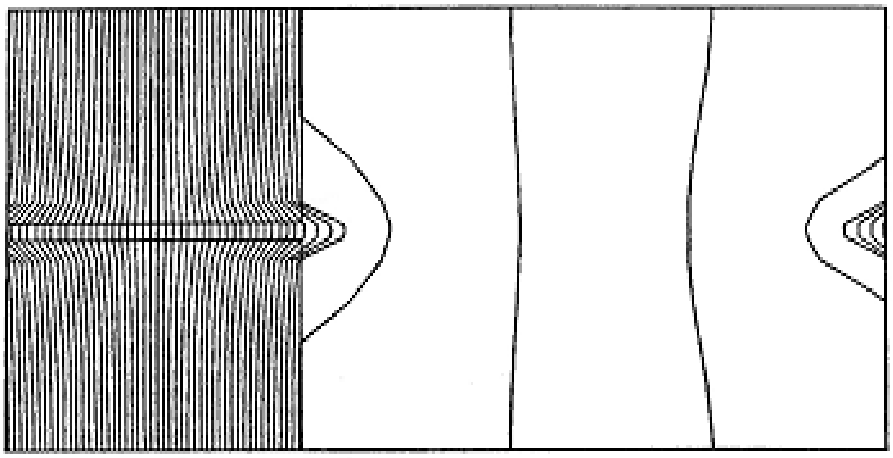
$$\Phi_m = \iint_{S_1} B \cdot dS = \oint_{C_1} A \cdot dl \cong (2 \cdot A_{gap}) \cdot L_0 \tag{5.4}$$

όπου L_0 είναι το μήκος του μαγνητικού κυκλώματος σε m, A είναι το μαγνητικό διανυσματικό δυναμικό, A_{gap} είναι η τιμή του διανυσματικού δυναμικού στη μέση του διακένου, B είναι η μαγνητική επαγωγή σε Tesla, S_1 είναι η διατομή της περιοχή στην κατεύθυνση της μαγνητικής ροής σε m^2 και C_1 είναι το περίγραμμα που περιβάλλει την επιφάνεια S_1 σε m.

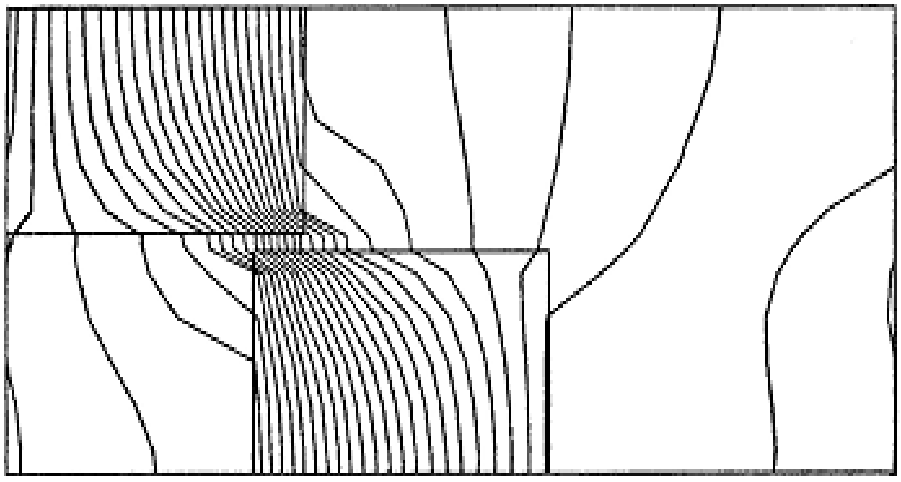
5.4 Αποτελέσματα μεθόδου αριθμητικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων

Η μηχανή μεταβλητής αντίστασης που εξετάζεται είναι τριφασική και περιλαμβάνει τρεις δίσκους στον στάτη, δύο δίσκους στον δρομέα για κάθε φάση και βρίσκονται τοποθετημένα στον ίδιο άξονα, όπως φαίνεται στα σχήματα 5.1 και 5.2. Κάθε δίσκος περιλαμβάνει όπως περιγράφηκε 24 δόντια από σιδηρομαγνητικό υλικό ενώ κάθε φάση έχει τα κατάλληλα μέρη πυρήνων για την επιστροφή της μαγνητικής ροής.

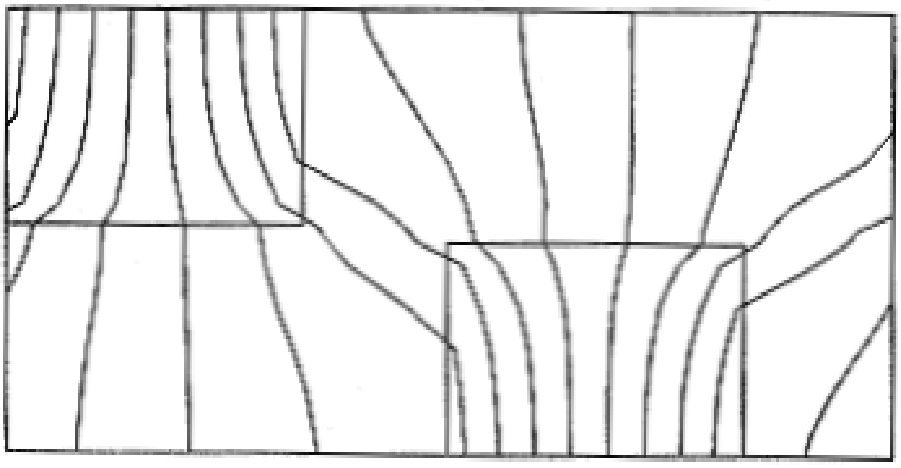
Η ανάλυση του μαγνητικού πεδίου έχει πραγματοποιηθεί σε διδιάστατη καρτεσιανή προσέγγιση εξετάζοντας ένα τμήμα του ενεργού μέρους της μηχανής όπως φαίνεται στο σχήμα.5.3. Σε αυτό το σχήμα παρουσιάζεται η κατανομή του μαγνητικού πεδίου για διαφορετικές θέσεις δρομέα σε περίπτωση χαμηλού ρεύματος διέγερσης. Το μαγνητικό κύκλωμα σε αυτήν την περίπτωση δεν έχει εισέλθει στην περιοχή κορεσμού. Τα ίδια αποτελέσματα για υψηλό ρεύμα διέγερσης παρουσιάζονται στο σχήμα 5.4. Μπορεί να διαπιστωθεί ότι τα δόντια είναι ιδιαίτερα κορεσμένα σε αυτήν την περίπτωση, ειδικά στις γωνίες για τις ενδιάμεσες θέσεις (σχήμα 5.4 β).



(α)

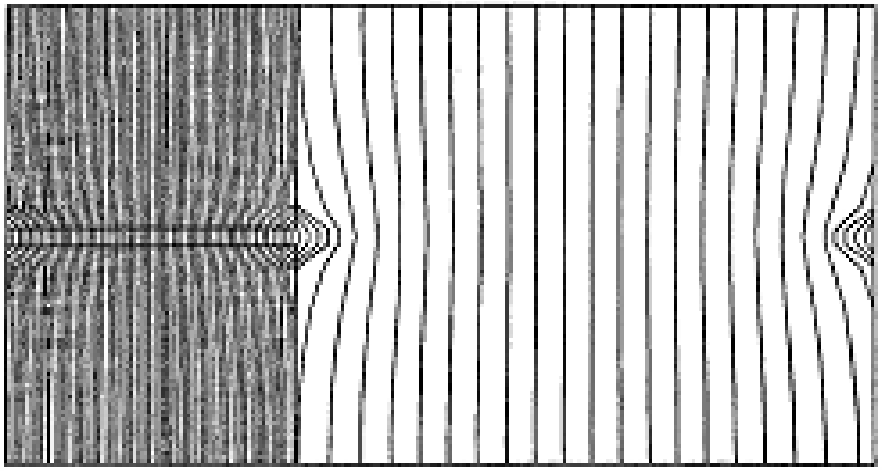


(β)

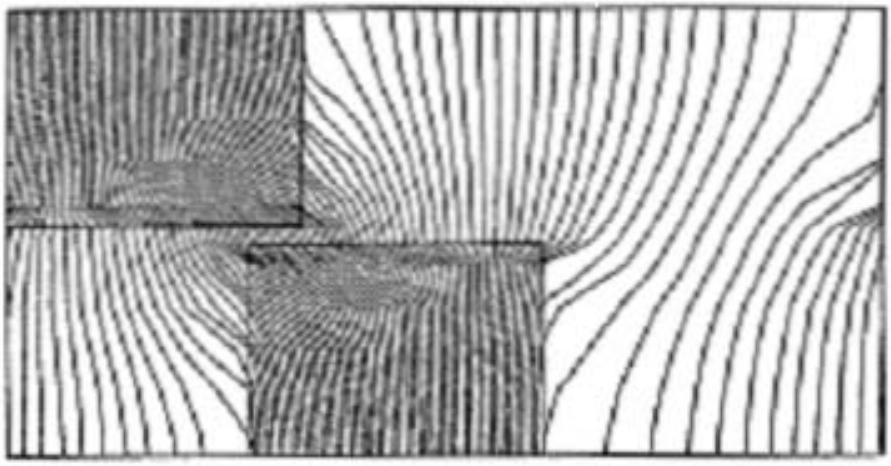


(γ)

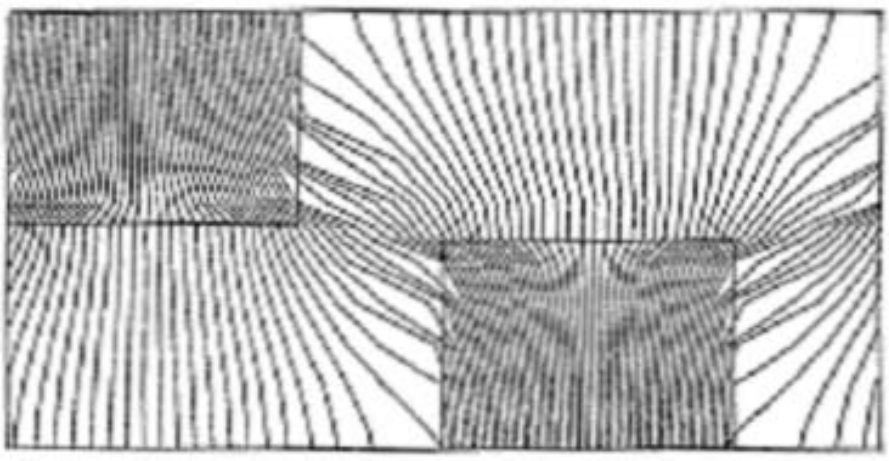
Σχήμα 5.3: Κατανομή μαγνητικής ροής στην μηχανή μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης με χαμηλή διέγερση α): θέση ευθυγράμμισης δοντιών στάτη-δρομέα β): ενδιάμεση θέση γ): θέση αντίθεσης δοντιών στάτη-δρομέα



(α)



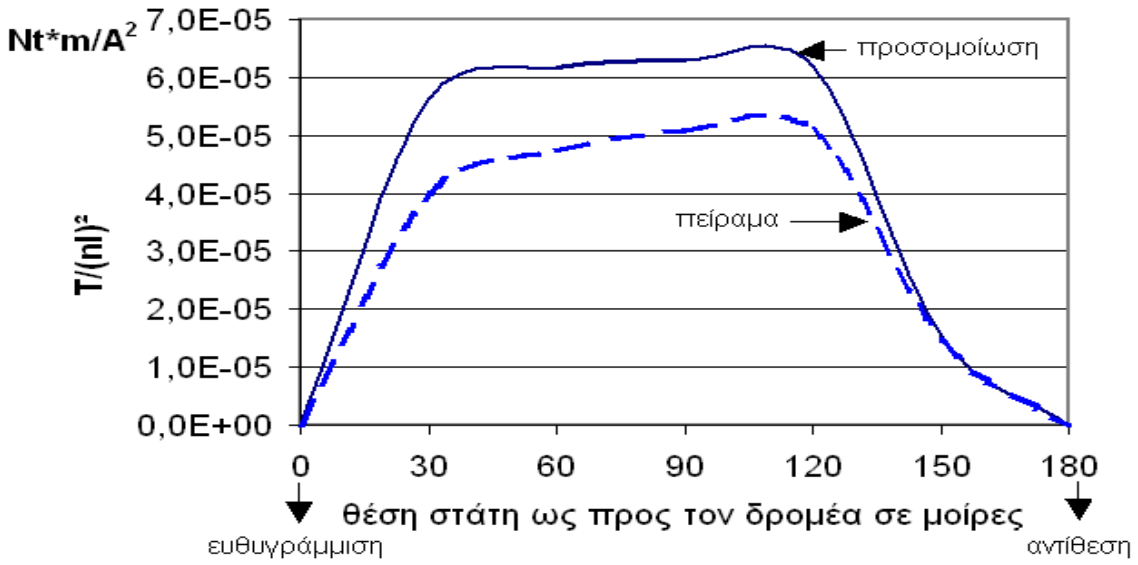
(β)



(γ)

Σχήμα 5.4: Κατανομή μαγνητικής ροής στην μηχανή μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης με υψηλή διέγερση α): θέση ευθυγράμμισης δοντιών στάτη-δρομέα β): ενδιάμεση θέση γ): θέση αντίθεσης δοντιών στάτη-δρομέα

Η μεταβολή της ροπής με την σχετική θέση δρομέα-στάτη μπορεί να υπολογιστεί από κατάλληλο συνδυασμό των διδιάστατων αποτελεσμάτων και τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στο σχήμα 5.5. Αυτό το σχήμα συγκρίνει τα αριθμητικά αποτελέσματα (συνεχής γραμμή) με τα πειραματικά (διακεκομμένη γραμμή). Οι δύο καμπύλες είναι παρόμοιες αλλά τα πειραματικά αποτελέσματα είναι εν γένει χαμηλότερα λόγω του ότι τα κυκλώματα επιστροφής ροής έχουν παραληφθεί στη διδιάστατη προσομοίωση. Ένα σημαντικό μέρος των απωλειών στις μηχανές μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης οφείλεται στην επίδραση της υστέρησης και προκειμένου να τις υπολογίσουμε αναπτύχθηκε ένα κατάλληλο μοντέλο Preisach-Neel για τα χρησιμοποιούμενα ελάσματα του σιδήρου το οποίο περιγράφεται παρακάτω.



Σχήμα 5.5: Μεταβολή της ροπής στην μηχανή μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης με την σχετική θέση δρομέα-στάτη

5.5 Απώλειες σιδήρου στη μηχανή μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης

Ο προσδιορισμός των απωλειών σιδήρου στην μηχανή μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης είναι σημαντικός για την εκτίμηση της θερμικής καταπόνησης των μαγνητικών κυκλωμάτων και τον προσδιορισμό του τρόπου λειτουργίας σε υψηλή συχνότητα.

Συνήθως χρησιμοποιούνται δύο προσεγγίσεις για την μακροσκοπική μελέτη των απωλειών σιδήρου στις μηχανές μεταβλητής αντίστασης. Καταρχήν, μπορούν να εκτιμηθούν με εμπειρικούς τύπους και με επέκταση των μετρημένων αποτελεσμάτων για μαγνητικά κυκλώματα

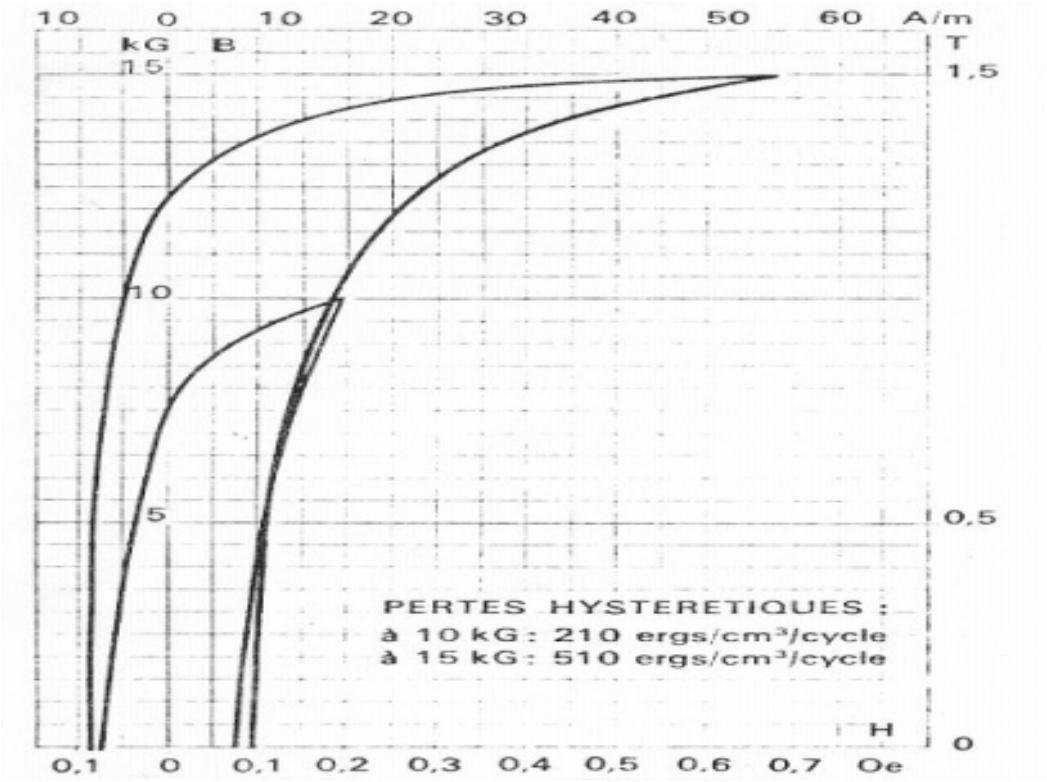
απλοποιημένης γεωμετρίας υπό ημιτονοειδή διέγερση. Στην συνέχεια μπορούν να προσδιορισθούν με αναλυτικό ή αριθμητικό υπολογισμό του πεδίου. Λόγω της πολυπλοκότητας του μαγνητικού κυκλώματος της συγκεκριμένης μηχανής μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης και της διέγερσης που δεν είναι εναλλασσόμενη, επιλέχθηκε ο δεύτερος τρόπος.

Μετά από μια πρώτη εξέταση μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε δυο περιοχές στην μεταβλητή μαγνητική αντίσταση όπου το πεδίο μεταβάλλεται με διαφορετικό τρόπο, τα κυκλώματα επιστροφής, όπου ο σίδηρος λειτουργεί στην γραμμική περιοχή και η μαγνητική επαγωγή είναι αισθητά ομοιόμορφη και μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από την συνολική ροή και τα δόντια όπου η φορά και το μέγεθος του πεδίου αλλάζουν σύμφωνα με την θέση και συχνά εμφανίζεται κορεσμός. Εάν προσθέσουμε τις μεταβολές της συνολικής διέγερσης, η εξέλιξη του πεδίου γίνεται αρκετά πολύπλοκη και απαιτεί λεπτομερή εξέταση.

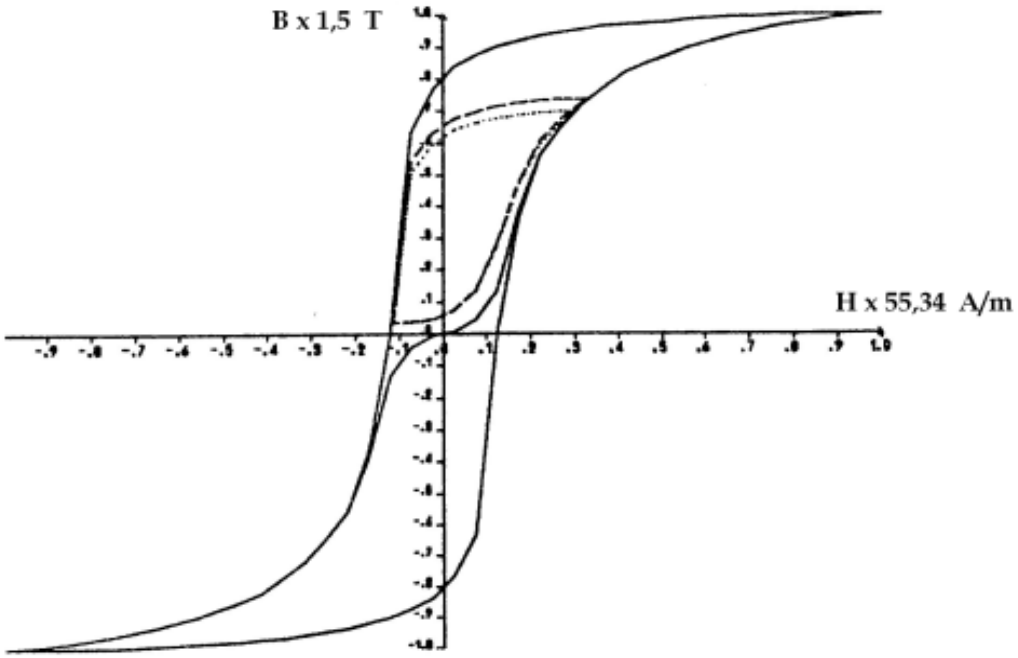
5.6 Υπολογισμός τοπικών βρόχων υστέρησης

Η ανάλυση των τοπικών βρόχων υστέρησης έγινε με βάση τις πειραματικές καμπύλες υστέρησης για τα συγκεκριμένα ελάσματα σιδήρου, που παρουσιάζονται στο σχήμα 5.6. Στα διάφορα σημεία των φερρομαγνητικών δοντιών της μηχανής μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης προκύπτουν διαφορετικές καμπύλες υστέρησης, οι οποίες ποικίλλουν ανάλογα με την επιβαλλόμενη διέγερση. Ένα χαρακτηριστικό της μηχανής, που εξετάστηκε είναι ότι εμφανίζει ελάσσονες βρόχους υστέρησης όπως φαίνεται στα σχήματα. 5.7 και 5.8.

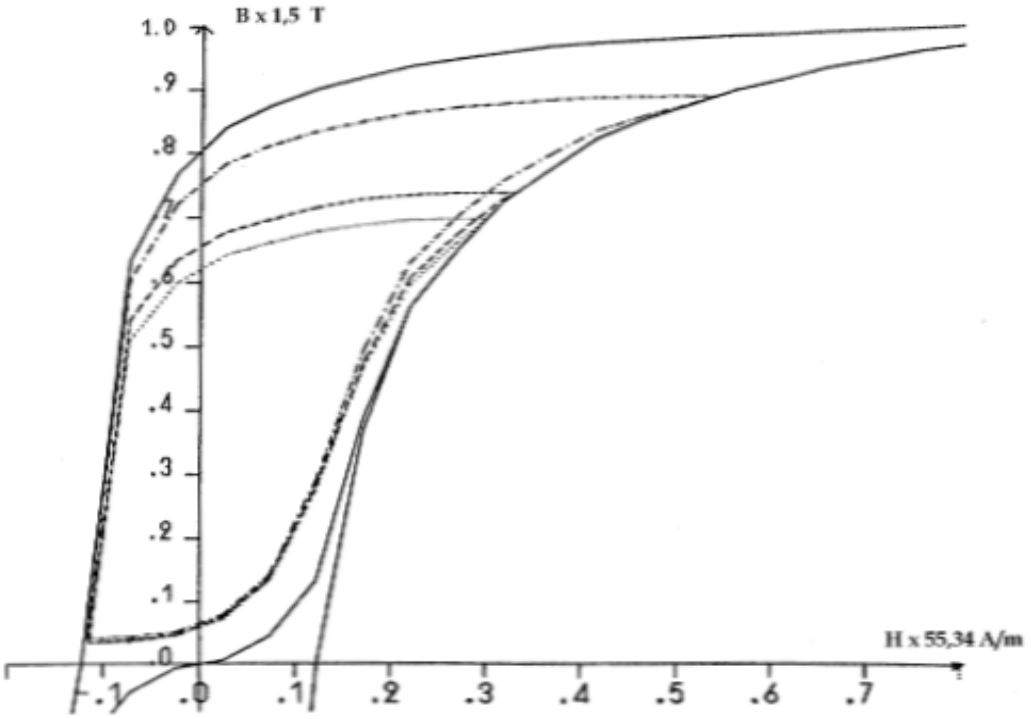
Οι υπολογισμένες καμπύλες σε αυτά τα σχήματα έχουν προκύψει υιοθετώντας δύο σημαντικές παραδοχές: οι τοπικές τιμές της μαγνητικής επαγωγής υπολογίσθηκαν μέσω διδιάστατης ανάλυσης (οι επιδράσεις στα άκρα των μαγνητικών κυκλωμάτων καθώς επίσης και τα μαγνητικά κυκλώματα επιστροφής της μαγνητικής ροής αμελήθηκαν) ενώ τα δινορεύματα στα ελάσματα του σιδήρου θεωρούνται ότι έχουν αμελητέα επίδραση στις τοπικές μεταβολές τιμών του πεδίου (παραδοχή αποδεκτή για τις χαμηλές συχνότητες που θεωρήθηκαν). Επιπλέον, το μοντέλο Preisach-Neel που αναπτύχθηκε αγνοεί τις επιδράσεις από την μεταβολή της συχνότητας



Σχήμα 5.6: Πειραματικές καμπύλες υστέρησης λαμβανόμενες με άμεσο ρεύμα διέγερση για τις χρησιμοποιούμενες ελασματοποιήσεις σιδήρου πλάτους 0,35 mm



Σχήμα 5.7: Μονοκατευθυντική διέγερση της μηχανής μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης και των υπολογισμένων δευτερευουσών καμπυλών υστέρησης



Σχήμα 5.8: Δευτερεύουσες καμπύλες υστέρησης υπολογισμένες στα διάφορα σημεία των δοντιών της μηχανής μεταβλητής αντίστασης

5.7 Συμπέρασμα

Εφαρμόστηκε η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιώντας γεωμετρία δύο διαστάσεων η οποία επέτρεψε σχετικά καλή εκτίμηση της επίδοσης μηχανής μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης για την οποία η συμβατική θεώρηση θεμελιώδους συνιστώσας επιτρέπει μόνο εκτίμηση τάξεως μεγέθους. Επίσης αναπτύχθηκε μοντέλο υστέρησης κατάλληλο για την εκτίμηση των τοπικών ελασσόνων βρόχων υστέρησης.

5.8 Βιβλιογραφία

[5.1] D. E. Cameron and J. H. Lang, “The control of high-speed variable-reluctance generators in electric power systems”, IEEE Transactions on Industry Applications, vol 29, no 6, pp. 1106-1109, 1993.

[5.2] K.K. Chan and N.C. Cheung, "A novel two-finger variable-reluctance gripper for high-speed grasping of delicate objects: an implementation case study", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol 52, no 6, pp. 1705-1707, 2005.

[5.3] D.W.J. Pulle and A. Hughes, "High-speed performance of variable-reluctance step motors", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol 35, no 1, pp. 80-84, 1998.

[5.4] E.R.T. Goodier and C. Pollock, "Homopolar variable reluctance machine incorporating an axial field coil", IEEE Transactions on Industry Applications, vol 38, no 6, pp. 1534-1541, 2002.

[5.5] F. Filicori, C.G. Lo Bianco and A. Tonielli, "Modeling and control strategies for a variable reluctance direct-drive motor", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol 40, no 1, pp. 105-115, 1993.

[5.6] Kim Chang-Hwan and Ha In-Joong, "A new approach to feedback-linearizing control of variable reluctance motors for direct-drive applications", IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol 4, no 4, pp. 348-362, 1996.

[5.7] J. Lucidarme, A. Amouri and M. Poloujadoff, "Optimum design of longitudinal field variable reluctance motors-application to a high performance actuator", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol 8, no 3, pp. 357-361, 1993.

[5.8] P.P Acarnley and A. Hughes, "Machine/drive circuit interactions in small variable-reluctance stepping and brushless DC motor systems", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol 35, no 1, pp. 67-74, 1998.

[5.9] D.G. Manzer, M. Varghese and J.S. Thorp, "Variable reluctance motor characterization", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol 36, no 1, pp. 56-63, 1989.

[5.10] R.M Davis, "Variable reluctance rotor structures-their influence on torque production", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol 39, no 2, pp. 168-174, 1992.

[5.11] Liu Cheng-Tsung and Kuo Jian-Long, "Experimental investigation and 3-D modelling of linear variable-reluctance machine with magnetic-flux decoupled windings", IEEE Transactions on Magnetics, vol 30, no 6, part1-2, pp. 4737-4739, 1994.

[5.12] R.E. Clark, G.W. Jewell, P. Stewart and D. Howe, "Tailoring force-displacement characteristics in medium-stroke linear variable reluctance actuators", IEEE Transactions on Magnetics, vol 38, no 5, part1, pp. 3267-3269, 2002.

[5.13] G. D. Kalokiris, P. S. Georgilakis, A. G. Kladas, "Iron losses evaluation in high speed drives", Proceedings of MedPower 2004, 15-17 November 2004, Lemesos, Cyprus.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΑΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ

6.1 Εισαγωγή

Αυτό το κεφάλαιο αναφέρεται στην σχεδίαση [6.1-6.3] και ανάλυση της λειτουργίας με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων ασύγχρονων κινητήρων υψηλής ταχύτητας, [6.4-6.14]. Η μέθοδος εφαρμόσθηκε σε δύο περιπτώσεις κινητήρων : η πρώτη αφορά τριφασικό κινητήρα 4 πόλων, 700 W, 400 Hz, πολικής τάσης 200 V, ρεύματος 3,6 A και ονομαστικής ταχύτητας 11.400 στροφών/λεπτό που χρησιμοποιείται σε αντλία καυσίμων αεροσκάφους. Η απόδοση πρέπει να είναι τουλάχιστον 0,7 και ο συντελεστής ισχύος τουλάχιστον 0,8. Η δεύτερη περίπτωση αφορά τριφασικό κινητήρα 3 kW, 4 πόλων, πολικής τάσης 208 V, ονομαστικής ταχύτητας 10.800 στροφές/λεπτό και ονομαστικής συχνότητας 400 Hz.

6.2 Σχεδίαση κινητήρα επαγωγής ισχύος 700 W, 11.400 ΣΑΛ

Όπως προαναφέρθηκε, οι βασικές προδιαγραφές του τριφασικού κινητήρα που χρησιμοποιείται στην αντλία καυσίμου αεροσκάφους είναι 700 W, 200 V, 400 Hz, 11.400 στροφές/λεπτό με απόδοση και συντελεστή ισχύος τουλάχιστον 0,7 και 0,8 αντίστοιχα. Στην συνέχεια θα αναφερθούμε στην βασική διαστασιολόγηση του κινητήρα με κλασσικές μεθόδους [6.2], [6.3], στον υπολογισμό των παραμέτρων του ισοδύναμου κυκλώματός του και στην επιβεβαίωση των λειτουργικών χαρακτηριστικών του με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

6.2.1 Βασική διαστασιολόγηση

Ο κινητήρας σχεδιάζεται για να κινεί την αντλία καυσίμου του αεροσκάφους, γι' αυτό προτιμώνται υψηλές τιμές του ειδικού βάρους λαμβάνοντας μέτρα για την κατάλληλη απαγωγή θερμότητας.

Ωστόσο, για να περιοριστεί το ρεύμα μαγνήτισης σε μια αποδεκτή τιμή, και να επιτευχθούν υψηλές τιμές συντελεστή ισχύος θα πρέπει να επιλεγεί σχετικά χαμηλή ειδική μαγνητική φόρτιση. Οπότε, επιλέγονται :

$$B_{av}= 0,4\ T \quad \text{και} \quad ac=40.000\ AE/m$$

Ως αρχική τιμή του συντελεστή τυλίγματος K_w επιλέγεται 0,955 ώστε να επιτευχθεί με απλό τρόπο και ο συντελεστής εξόδου προκύπτει :

$$C_o= 1,11\pi^2 * 0,4 * 40.000 * 0,955 * 10^{-3}= 167,4$$

Η φαινόμενη ισχύς εισόδου είναι:

$$S = \frac{P}{n \cdot \cos\varphi} = \frac{0,7}{0,7 * 0,8} = 1,25\ \text{kVA}$$

Για τετραπολικό κινητήρα η σύγχρονη ταχύτητα (n_s) είναι 200 στροφές/δευτερόλεπτο. Επομένως η γεωμετρία του διακένου προκύπτει από την σχέση :

$$D^2L = \frac{1,25}{167,4 * 200} = 3,734 * 10^{-5}\ \ m^3$$

Για αποδεκτή τιμή συντελεστή ισχύος ο λόγος του ενεργού μήκους της μηχανής προς την διάμετρο D του δρομέα θα πρέπει να είναι μεταξύ 1 και 1,5. Στην περίπτωση του τετραπολικού κινητήρα επιλέγεται $L \approx D$, οπότε :

$$D=33\ mm \quad \text{και} \quad L=34\ mm$$

6.2.2 Σχεδίαση στάτη

Το κόστος δεν είναι το πιο σημαντικό κριτήριο σε αυτή τη σχεδίαση και χρησιμοποιούμε υλικό ελασμάτων χαμηλών απωλειών. Το πάχος του ελάσματος είναι 0,27 mm. Το καθαρό μήκος του σιδήρου είναι 32,3 mm και το πολικό βήμα είναι 26 mm. Επομένως, η μαγνητική ροή ανά πόλο

είναι 3,348 10^{-4} Wb. Η αντιηλεκτρεγερτική δύναμη ανά φάση είναι 112 V. Ο αριθμός των σπειρών του στάτη ανά φάση προκύπτει :

$$T_S = \frac{112}{4,44 * 400 * 3,348 * 10^{-4} * 0,955} = 197$$

Εξαιτίας της μικρής διαμέτρου επιλέγουμε δύο αύλακες ανά πόλο και ανά φάση. Ο αριθμός των αυλάκων είναι 24 και ο συντελεστής βήματος K_p είναι 0,966. Χρησιμοποιείται τύλιγμα μονού επιπέδου και το βήμα του πηνίου είναι 5 αύλακες ή 150 ηλεκτρικές μοίρες. Ο συντελεστής βήματος είναι 0,966 και ο συντελεστής τυλίγματος K_w στάτη είναι 0,933.

Ο αριθμός των σπειρών του στάτη θα πρέπει να διορθωθεί για να αποδώσει έναν ακέραιο αριθμό αγωγών ανά αύλακα. Με 50 αγωγούς ανά αύλακα οι απαιτούμενες σπείρες ανά φάση θα είναι 200. Η τιμή της μαγνητικής ροής ανά πόλο γίνεται 3,38 10^{-4} Wb και η μέση τιμή της μαγνητικής επαγωγής B_{av} παραμένει περίπου αμετάβλητη στα 0,4 Tesla. Το ρεύμα του τυλίγματος στάτη είναι:

$$I_S = \frac{0,7 * 10^3}{3 * 115,4 * 0,7 * 0,8} = 3,6 \ \text{A}$$

Καθώς έχει προβλεφθεί ειδικό σύστημα ψύξης που μπορεί να επιλεγεί πολύ μεγαλύτερη πυκνότητα ρεύματος από αυτήν των αερόψυκτων κινητήρων (4 A/mm^2). Επιλέγοντας μια πυκνότητα ρεύματος στάτη 20 A/mm^2, η διατομή του αγωγού θα είναι:

$$\alpha_S = \frac{3,6}{20} = 0,18 \ \ \text{mm}^2$$

Η απαιτούμενη διάμετρος αγωγού είναι 0,48 mm. Γι' αυτό χρησιμοποιούμε ένα τυποποιημένο αγωγό χαλκού με 0,5 mm διάμετρο και διατομή 0,196 mm^2. Η πυκνότητα ρεύματος του στάτη είναι τελικά 18,4 A/mm^2. Το μήκος της σπείρας του στάτη είναι :

$$L_{mts}=2*34+2,3*26=127,8 \text{ mm}$$

Η αντίσταση του στάτη ανά φάση προκύπτει :

$$r_S = \frac{1,8 * 10^{-8} * 200 * 0,1278}{0,196 * 10^{-6}} = 2,35 \ \Omega$$

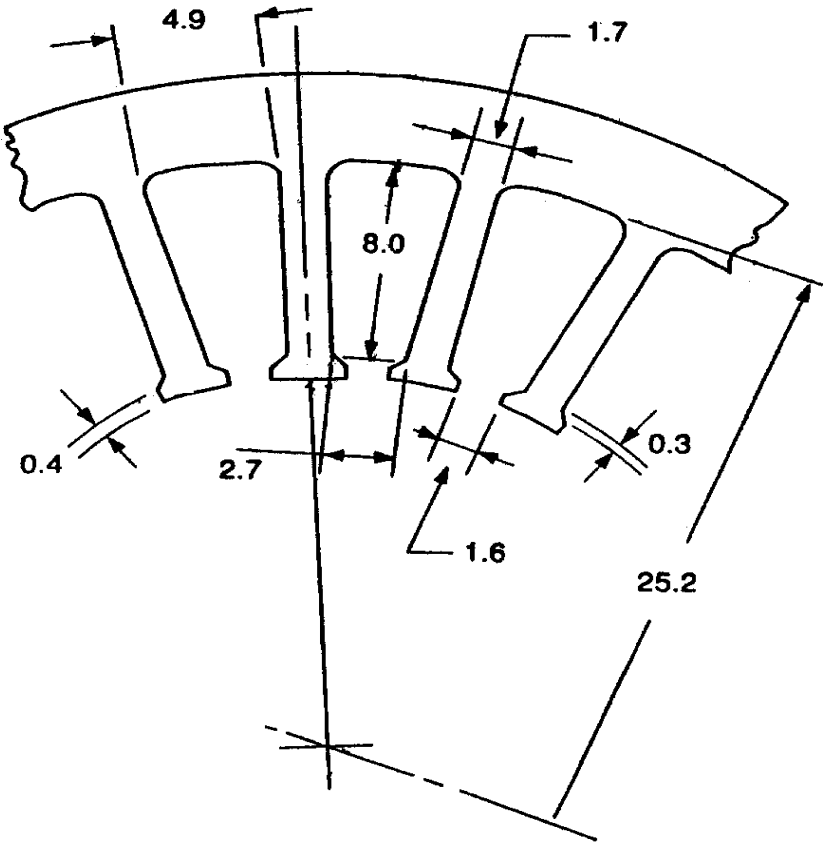
Η συνολική περιοχή των 50 αγωγών είναι περίπου 9,8 mm^2 και μια επιφάνεια διακένου μεταξύ 25 και 35 mm^2 αντιστοιχεί σε συντελεστή διακένου μεταξύ 0,4 και 0,3. Η γεωμετρία της μαγνητικής λαμαρίνας του στάτη παρουσιάζεται στο σχήμα 6.1 και η επιφάνεια διακένου που αντιστοιχεί είναι 30,4 mm^2. Αυτή η γεωμετρία στάτη θα είναι αποδεκτή εάν η μαγνητική επαγωγή στα δόντια του στάτη δεν είναι υπερβολική. Η μαγνητική επαγωγή στα δόντια του στάτη υπολογίζεται ως εξής :

$$B_{ts} = \frac{3{,}38 * 10^{-4}}{6 * 1{,}7 * 10^{-3} * 32{,}3 * 10^{-3}} = 1{,}03 \ T$$

τιμή η οποία είναι και αποδεκτή. Το μήκος του πυρήνα του στάτη επιλέγεται έτσι ώστε η μαγνητική επαγωγή του πυρήνα να είναι περίπου 1,5 Tesla, επομένως:

$$d_{cs} = \frac{3{,}38 * 10^{-4}}{2 * 1{,}5 * 32{,}3 * 10^{-3}} = 3{,}5 * 10^{-3} \text{ m ή } 3{,}5 \text{ mm}$$

Η εξωτερική διάμετρος του στάτη προκύπτει 57,4 mm.



Σχήμα 6.1: Λεπτομέρειες γεωμετρίας της μαγνητικής λαμαρίνας του στάτη

6.2.3 Σχεδίαση δρομέα

Το μήκος του διακένου της μηχανής είναι:

$$l_g = 3,06 - \frac{6560}{33 + 2280} = 0,22 \text{ mm}$$

και η διάμετρος του δρομέα είναι 32,56 mm. Ο αριθμός των αυλάκων του δρομέα θα πρέπει να είναι μεταξύ 15% και 30% μεγαλύτερος ή μικρότερος από τον αριθμό αυλάκων του στάτη. Εξαιτίας της μικρής διαμέτρου του δρομέα επιλέγουμε μικρότερο αριθμό αυλάκων στο δρομέα σε σχέση με τον στάτη. Επιλέγοντας 15 αύλακες στον δρομέα ικανοποιείται το κριτήριο που αναφέρθηκε παραπάνω όσο αναφορά τις αρμονικές των αυλάκων. Το σχήμα της αύλακας του δρομέα παρουσιάζεται στο σχήμα 6.2 όπου το πλάτος του δοντιού είναι 2,2 mm. Το ρεύμα στην ράβδο του δρομέα είναι:

$$I_b = \frac{2m_s K_{ws} T_s}{S_r} I_s \cos\varphi = \frac{2 * 3 * 0,933 * 200}{15} = 215 \text{ A}$$

και η πυκνότητα ρεύματος είναι περίπου 14,2 A/mm^2.

Παρότι το κόστος της συγκεκριμένης μηχανής δεν είναι το ποιο σημαντικό κριτήριο, εάν η ονομαστική ισχύς επιτευχθεί με ένα τύλιγμα κλωβού από αλουμίνιο, το κατασκευαστικό κόστος θα ελαττωθεί σημαντικά. Η μαγνητική επαγωγή στα δόντια του στάτη είναι :

$$B_{tr} = \frac{3,38 * 10^{-4}}{15/4 * 32,3 * 10^{-3} * 2,2 * 10^{-3}} = 1,27 \text{ T}$$

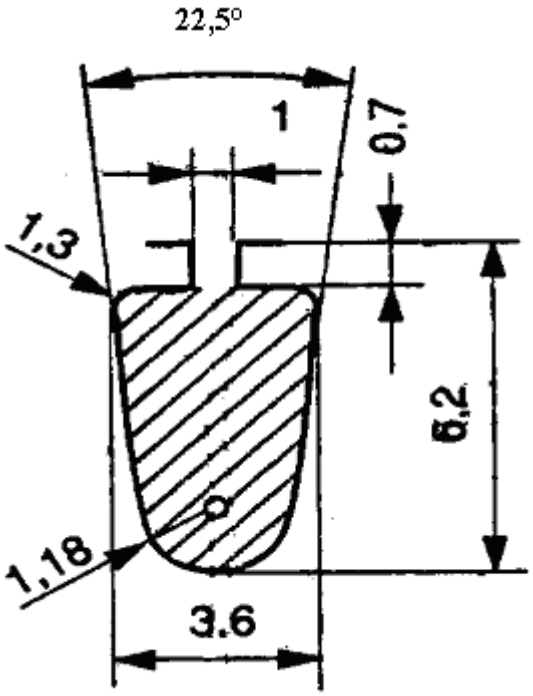
Η διάμετρος του άξονα είναι 10 mm και το βάθος του πυρήνα του δρομέα είναι 5,08 mm. Η μαγνητική επαγωγή στον πυρήνα του δρομέα υπολογίζεται ως εξής :

$$B_{cr} = \frac{3,38 * 10^{-4}}{2 * 32,3 * 10^{-3} * 5,08 * 10^{-3}} = 1,03 \text{ T}$$

Οι τιμές της μαγνητικής επαγωγής στα δόντια και στον πυρήνα είναι αποδεκτές. Οι εξωτερική και εσωτερική διάμετρος των δακτυλίων είναι 31,2 και 12 mm αντίστοιχα. Ο συντελεστής δακτυλίου όσο αναφορά αυτές τις τιμές είναι 1,28. Το αξονικό μέγεθος του δακτυλίου είναι 10 mm.

Επομένως, η επιφάνεια του δακτυλίου είναι 96 mm^2. Η αντίσταση του δρομέα ανηγμένη στον στάτη υπολογίζεται :

$$r_r' = 12 * 200^2 * 0{,}933^2 * 2{,}7 * 10^{-2} \left[\frac{0{,}034}{15 * 15{,}1} + \frac{2 * 0{,}0216 * 1{,}28}{\pi * 16 * 96} \right] = 1{,}82 \ \Omega$$



Σχήμα 6.2: Διαστάσεις αύλακας δρομέα

6.2.4 Υπολογισμός ρεύματος κενού φορτίου

Το ρεύμα μαγνήτισης υπολογίζεται ως εξής :

$$I_m = \frac{0{,}427 * 4 * 131{,}6}{200 * 0{,}933} = 1{,}2 \ A$$

Οι απώλειες σιδήρου του δοντιού του στάτη είναι 3,25 W ενώ οι απώλειες πυρήνα του στάτη είναι 12,9 W. Οι απώλειες ψύξης σαν ποσοστό της ονομαστικής ισχύος είναι πολύ πιο υψηλές από τις απώλειες ανεμισμού σε αερόψυκτους κινητήρες και καθορίζονται πειραματικά από δοκιμές σε

όμοιους κινητήρες. Επειδή δεν υπάρχουν ενδεικτικές χαρακτηριστικές για τις απώλειες τριβών και ψύξης εκτιμώνται ως με βάση την τυπική τιμή ως 5 % της ισχύος εξόδου ή 35 W. Στην περίπτωση αυτή η συνιστώσα απωλειών του ρεύματος κενού φορτίου είναι:

$$I_p = \frac{16,15 + 35}{3 * 112} = 0,15 \ \text{A}$$

και το ρεύμα κενού φορτίου είναι περίπου 1,2 Α. Η τιμή της αντίστασης r_m που αντιστοιχεί στις απώλειες σιδήρου, τις απώλειες τριβών και ψύξης είναι:

$$r_m = \frac{112}{0,15} = 746 \ \Omega$$

6.2.5 Υπολογισμός αυτεπαγωγών σκέδασης

Οι συντελεστές μαγνητικής αγωγιμότητας των αυλάκων του στάτη και του δρομέα είναι:

$$\lambda_{ss} = 1,25\mu_o \ \text{ και } \ \lambda_{sr} = 0,75\mu_o$$

Η αντίδραση σκέδασης της αύλακας του στάτη είναι:

$$x_{ss} = \frac{8 * \pi * 400 * 200^2 * 0,034}{4 * 2} * 1,25\mu_o = 2,68 \ \ \Omega$$

Η μαγνητική αγωγιμότητα κεφαλής τυλίγματος είναι :

$$L_o\lambda_o = \mu_o \frac{0,83 * 0,026^2}{\pi * 4,32 * 10^{-3}} = 0,04\mu_o$$

Η αντίδραση σκέδασης κεφαλής τυλίγματος είναι:

$$x_o = \frac{8 * \pi * 400 * 200^2}{4 * 2} * 0,04\mu_o = 2,6 \ \Omega$$

Η αντίδραση σκέδασης zigzag υπολογίστηκε 0,135 Ω. Επομένως, η συνολική αντίδραση σκέδασης τυλίγματος στάτη ανά φάση προκύπτει:

$$x_1 = 5,35 \ \ \Omega$$

Ο συντελεστής μαγνητικής διαπερατότητας του δρομέα ως προς τον στάτη είναι:

$$\lambda'_{sr} = 0,75\mu_o \frac{0,933^2 * 24}{15} = 1,04\mu_o$$

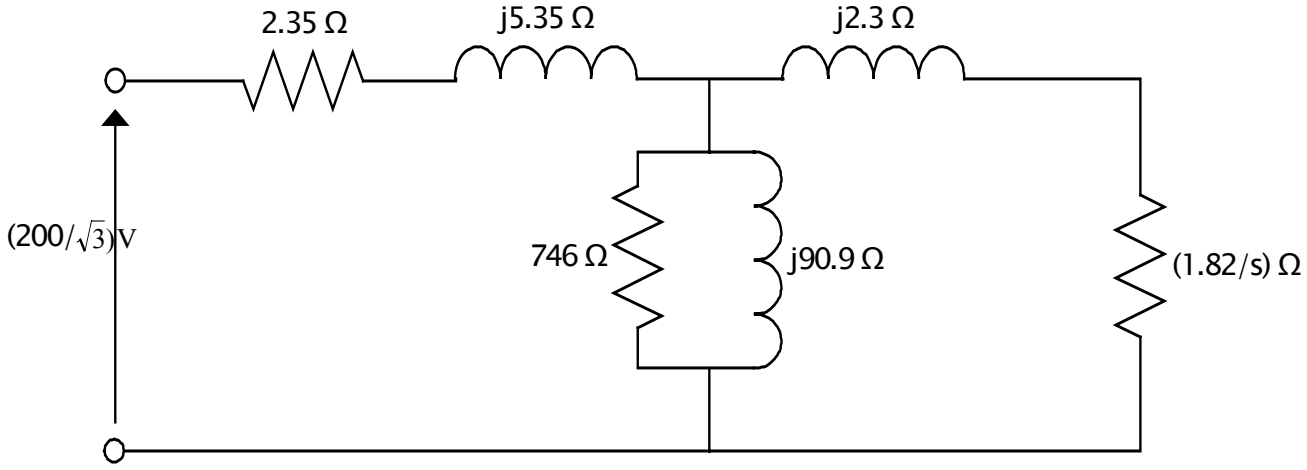
και η αντίδραση σκέδασης της αύλακας του δρομέα ανηγμένη τον στάτη είναι 2,23 Ω. Θεωρώντας τον δρομέα χωρίς κλίση, η αντίδραση σκέδασης παίρνει την τιμή :

$$x'_2 = 2,3 \ \ \Omega$$

Η μαγνητική αντίδραση είναι:

$$x_m = \frac{115,5}{1,2} - 5,35 = 90,9 \ \ \Omega$$

Το ανά φάση ισοδύναμο κύκλωμα του κινητήρα που υπολογίσθηκε για την συγκεκριμένη γεωμετρία παρουσιάζεται στο σχήμα 6.3.



Σχήμα 6.3: Ανά φάση ισοδύναμο κύκλωμα του κινητήρα επαγωγής 700 W, 11.400 στροφών/λεπτό

6.2.6 Αριθμητικός υπολογισμός μαγνητικού πεδίου τριφασικού κινητήρα επαγωγής 700W

Προκειμένου να επιβεβαιωθούν τα λειτουργικά χαρακτηριστικά του κινητήρα που σχεδιάστηκε, πραγματοποιήθηκε αριθμητικός υπολογισμός του μαγνητικού πεδίου του κινητήρα χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων MagNet. Το πρόγραμμα MagNet είναι ένα ολοκληρωμένο υπολογιστικό πακέτο ανάλυσης, σχεδίασης και μελέτης ηλεκτρομαγνητικών διατάξεων χαμηλής συχνότητας με προγραμματισμένες δυνατότητες για την ανάλυση ηλεκτρικών μηχανών και μετασχηματιστών. Μπορούμε να διακρίνουμε τρεις διαφορετικές λειτουργίες οι οποίες εκτελούνται από το πρόγραμμα.

- εισαγωγή της γεωμετρίας και των ιδιοτήτων των υλικών του μοντέλου που αντιστοιχεί στο φυσικό πρόβλημα (preprocessing)
- υπολογισμός των πεδιακών μεγεθών με την χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων
- εξαγωγή και παρουσίαση των αποτελεσμάτων επίδοσης και των λειτουργικων χαρακτηριστικών σε κατάλληλη μορφή (postprocessing).

Συνοπτικά οι δυνατότητες του MagNet είναι:

- Εύκολη και γρήγορη δημιουργία δισδιάστατων και τρισδιάστατων μοντέλων με την χρήση εξελιγμένων εργαλείων σχεδίασης και αρχείων δέσμης ενεργειών (script files).
- Σχεδίαση ή εισαγωγή μοντέλων τα οποία έχουν δημιουργηθεί από πακέτα σχεδιαστικών προγραμμάτων (π.χ. αρχεία DXF).
- Αυτόματη δημιουργία του δισδιάστατου ή τρισδιάστατου πλέγματος με δυνατότητα βελτιωτικών επεμβάσεων από το χρήστη.
- Δυνατότητα παραμετροποίησης της γεωμετρίας, των υλικών και των συνοριακών συνθηκών για προβλήματα σχεδιαστικών βελτιστοποιήσεων καθώς και για μοντελοποίηση της κίνησης ή της παραμόρφωσης των μοντέλων.
- Εξελιγμένη επεξεργασία και εξαγωγή των αποτελεσμάτων σε μορφή δισδιάστατων ή τρισδιάστατων γραφικών. Τα τελευταία επιτρέπουν την δυναμική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων (κινήσεις των μοντέλων ή μεταβολές στο χώρο και στο χρόνο)

Τα υποπρογράματα που εκτελέστηκαν για τον υπολογισμό του μαγνητικού πεδίου του υπό μελέτη κινητήρα είναι :

- Εισαγωγή γεωμετρίας του προβλήματος (DRAW2D)
- Κατασκευή πλέγματος (MESH2D)
- Ορισμός προβλήματος (PROB2D)
- Επίλυση προβλήματος (TH2D)
- Επεξεργασία αποτελεσμάτων (POST2D)

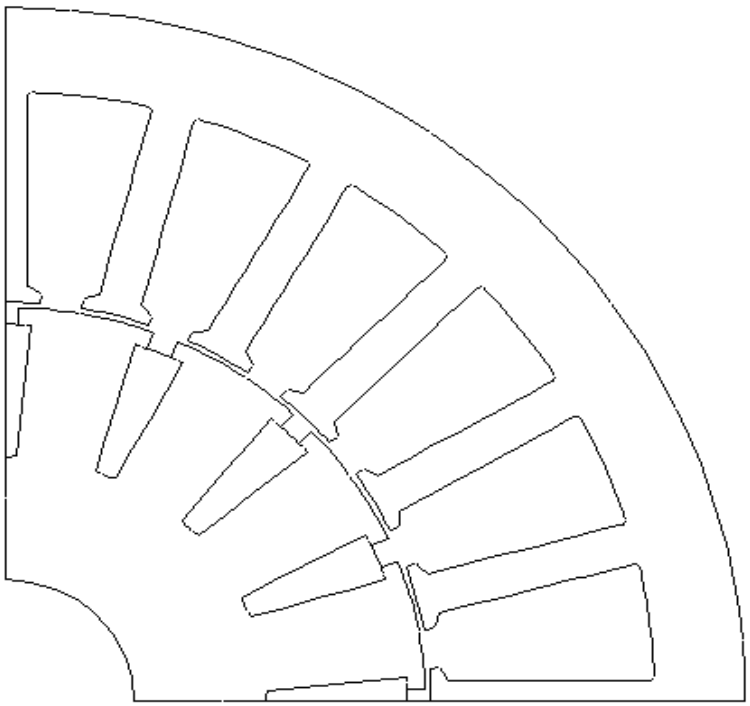
Στο σχήμα 6.4 φαίνεται η γεωμετρία της μηχανής που εισήχθη στο πρόγραμμα ενώ στο σχήμα 6.5 το πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε, το οποίο περιλαμβάνει 2793 κόμβους και 5484 τριγωνικά στοιχεία. Η κατανομή του μαγνητικού πεδίου που υπολογίσθηκε σε ονομαστικές συνθήκες λειτουργίας παρουσιάζεται στο σχήμα 6.6 ενώ η κατανομή του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής στο διάκενο στο σχήμα 6.7. Η μέση τιμή της επαγωγής στο διάκενο είναι 0,407 Τα και βρίσκεται σε συμφωνία με την σχεδιαστική επιλογή. Η εφαπτομενική δύναμη ανά πόλο υπολογίζεται από την σχέση :

$$F_t = \frac{z}{\mu_0}\int B_n B_t \, dl = 4{,}26 \text{ Nt} \tag{6.1}$$

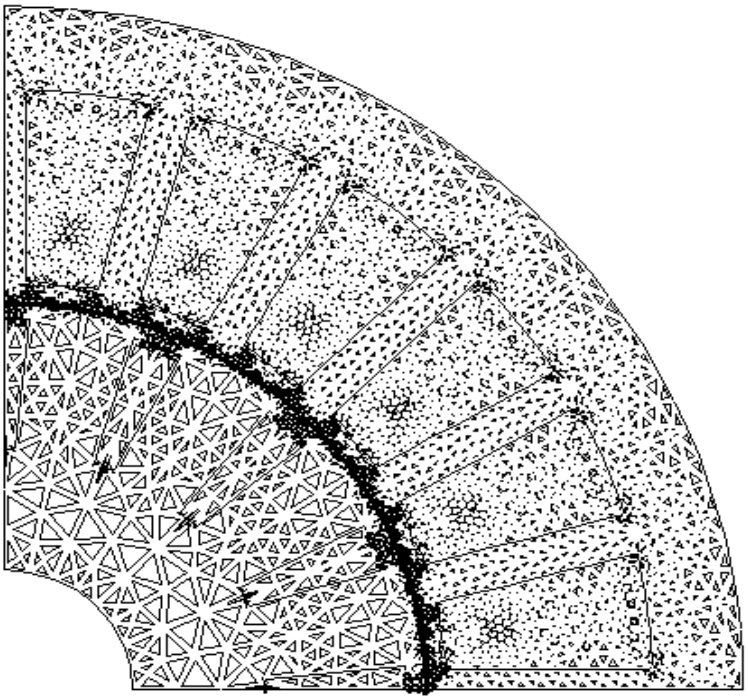
Και η μηχανική ισχύς από την σχέση :

$$P_m = T\omega_m = PF_t \frac{D}{2}\omega_m = 691 \ W \tag{6.2}$$

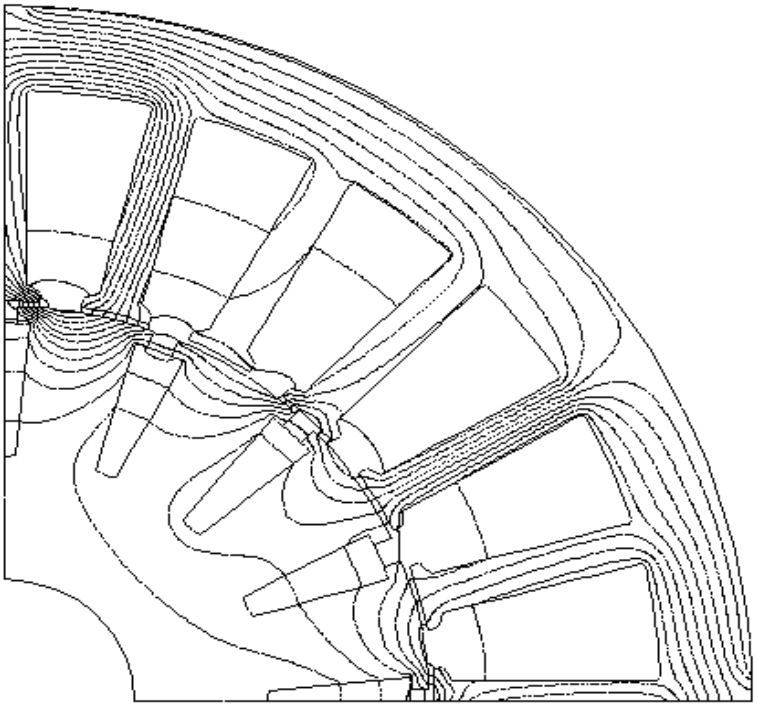
Που επιβεβαιώνει ικανοποιητικά την σχεδιαστική τιμή των 700 W που είχε επιλεγεί.



Σχήμα 6.4: Η γεωμετρία του στάτη και δρομέα που εισήχθη στο πρόγραμμα (ένα πολικό βήμα)



Σχήμα 6.5: Το πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε για την διδιάστατη προσομοίωση του κινητήρα (2793 κόμβοι και 5484 τριγωνικά στοιχεία)

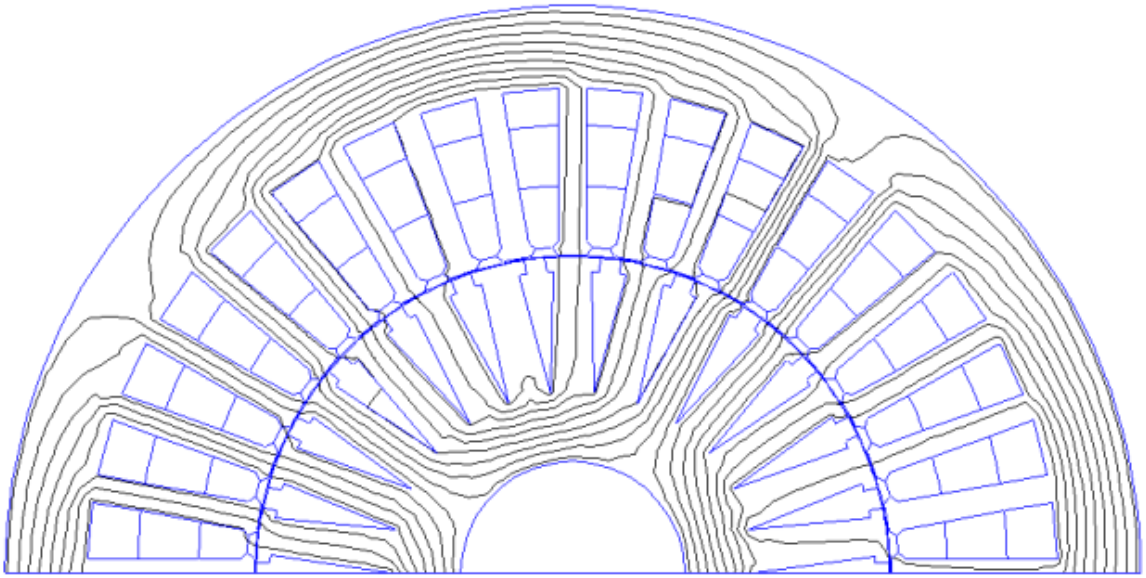


Σχήμα 6.6: Κατανομή του μαγνητικού πεδίου σε ένα πόλο του κινητήρα σε ονομαστικές συνθήκες λειτουργίας

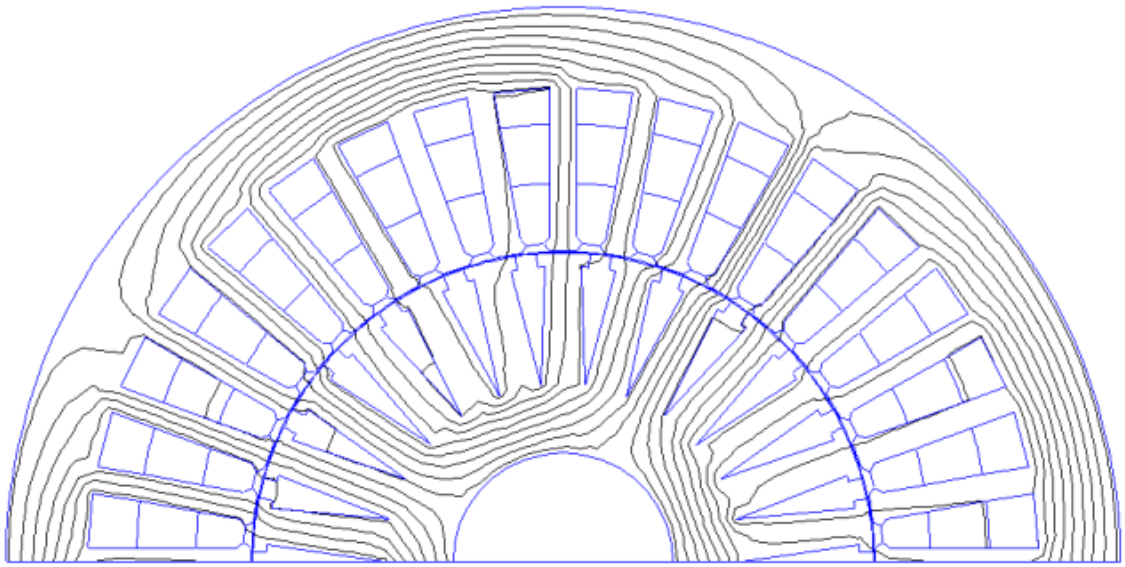
Σχήμα 6.7: Μέτρο μαγνητικής επαγωγής στο διάκενο σε ένα πόλο της μηχανής

6.3 Ανάλυση κινητήρα επαγωγής ισχύος 3 kW, 10.800 ΣΑΛ

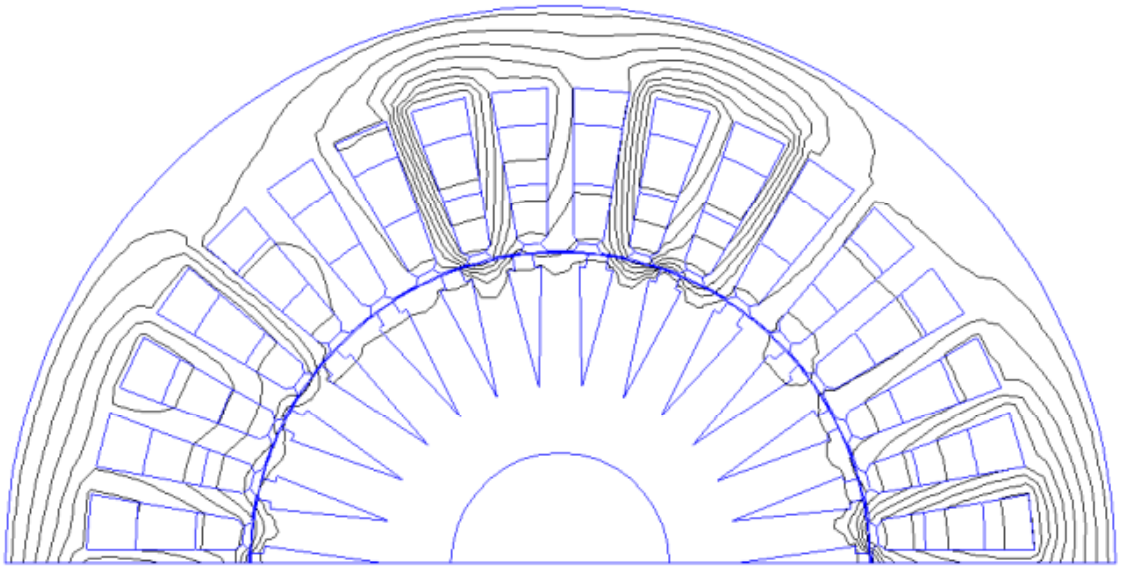
Οι μεθοδολογίες που αναπτύχθηκαν για την ανάλυση της κλίσης του δρομέα εφαρμόσθηκαν στην περίπτωση ενός ασύγχρονου τριφασικού κινητήρα ο οποίος τροφοδοτείται από αντιστροφέα με τεχνικές διαμόρφωσης εύρους παλμών (PWM). Ο κινητήρας εξετάστηκε σε συνθήκες κενού φορτίου και υπό φορτίο, σε διάφορες συχνότητες τροφοδοσίας. Στο σχήμα 6.8 παρουσιάζεται η κατανομή του πεδίου στον κινητήρα που υπολογίσθηκε για θεμελιώδη συχνότητα 100 Hz και στο σχήμα 6.9 για θεμελιώδη συχνότητα 300 Hz. Στο σχήμα 6.10 παρουσιάζεται η κατανομή του πεδίου που αντιστοιχεί στη διακοπτική συχνότητα των 10 kHz.



Σχήμα 6.8: Προσομοιωμένη κατανομή πεδίου στον κινητήρα με τροφοδοσία θεμελιώδους συχνότητας 100 Hz σε συνθήκες χαμηλού φορτίου



Σχήμα 6.9: Προσομοιωμένη κατανομή πεδίου στον κινητήρα με τροφοδοσία θεμελιώδους συχνότητας 300Hz σε συνθήκες χαμηλού φορτίου



Σχήμα 6.10: Προσομοιωμένη κατανομή πεδίου στον κινητήρα που αντιστοιχεί σε τροφοδοσία με διακοπτική συχνότητα 10 kHz

Στο σχήμα 6.11 παρουσιάζονται οι αντίστοιχες πειραματικές τιμές της τάσης και του ρεύματος τυλίγματος για συχνότητα τροφοδοσίας 100 Hz ενώ στο σχήμα 6.12 δίνονται τα ίδια αποτελέσματα για συχνότητα τροφοδοσίας 300 Hz. Ο πίνακας 6.1 συγκρίνει τα αποτελέσματα της προσωμοίωσης με τα πειραματικά σε περίπτωση κινητήρα υπο φορτίο και διακοπτική συχνότητα ίση με 10 kHz. Η προσομοιωμένη ροπή T_s υπολογίστηκε από την σχέση :

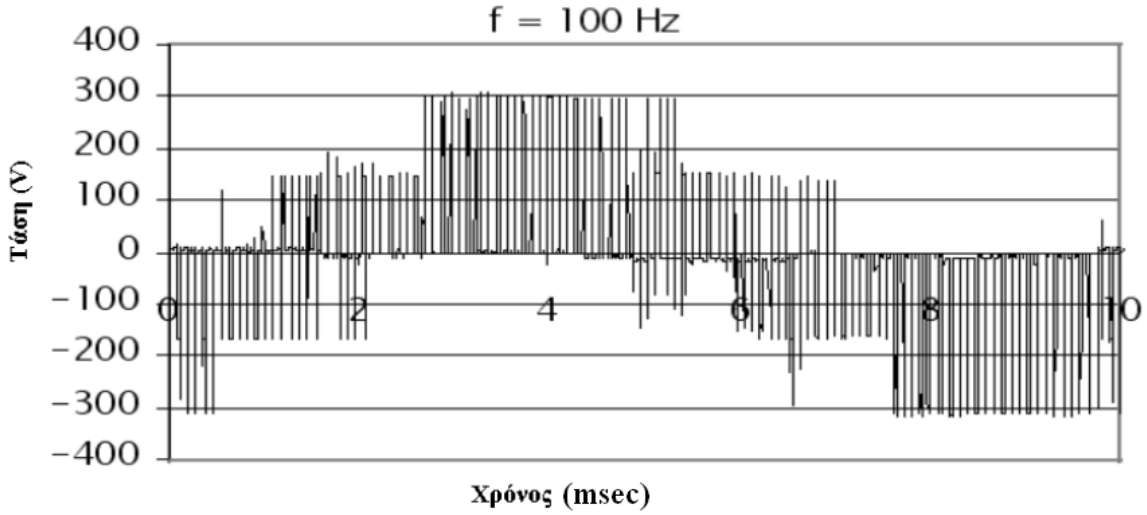
$$T_s = F_t \cdot r_g \tag{6.3}$$

όπου F_t είναι η συνολική περιφερειακή εφαπτωμενική δύναμη σε Newton και r_g είναι η μέση ακτίνα του διακένου σε μέτρα. Η εφαπτωμενική δύναμη υπολογίστηκε με βάση τον τανυστή του Maxwell από την σχέση :

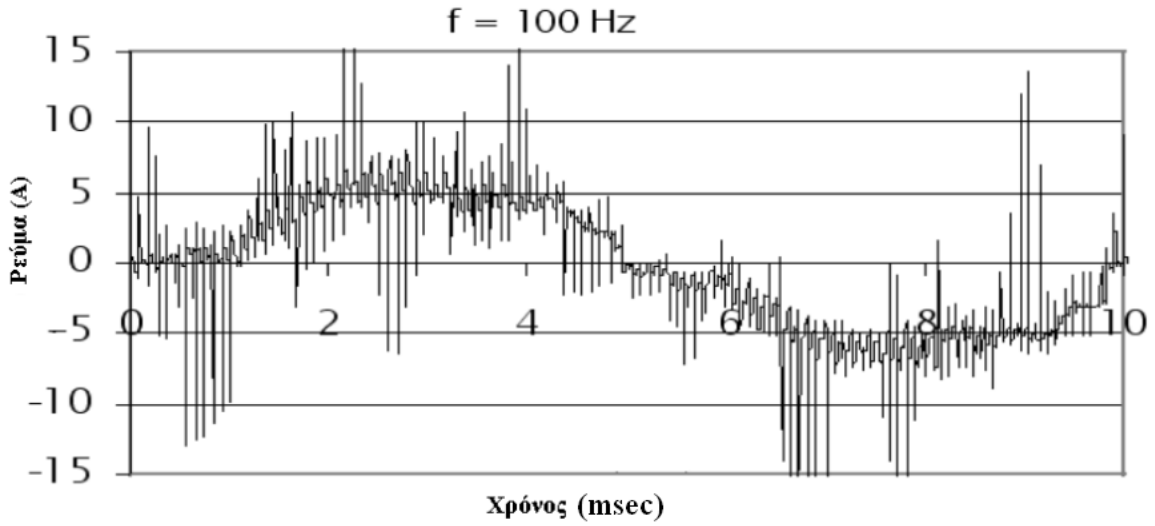
$$F_t = \frac{1}{\mu_0} \oint_C B_n \cdot B_t \cdot dl \cdot L_0 \tag{6.4}$$

όπου B_n και B_t οι συνιστώσες της κάθετης και της εφαπτομενικής μαγνητικής επαγωγής αντίστοιχα, στην επιφάνεια ολοκλήρωσης του διακένου C, μ_0 είναι η διαπερατότητα του αέρα και L_0 είναι το ενεργό μήκος της μηχανής. Στον πίνακα 6.1 μπορεί να παρατηρηθεί μια σχετικά

καλή συμφωνία μεταξύ των πειραματικών και προσομοιωμένων αποτελεσμάτων για τις τιμές της τάσης και της ροπής.



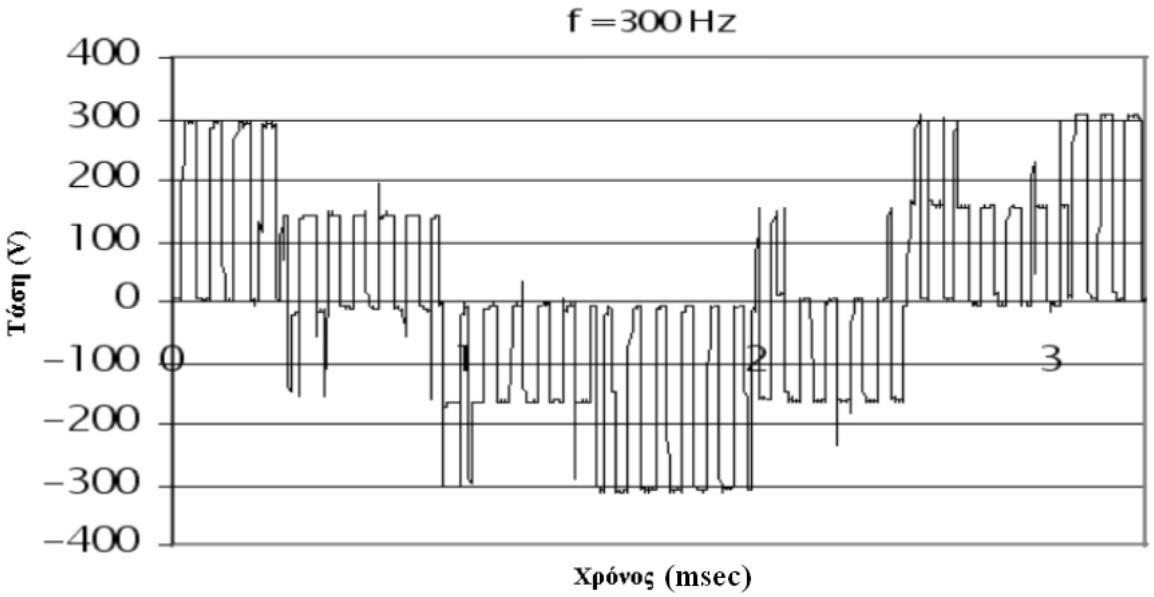
(α)



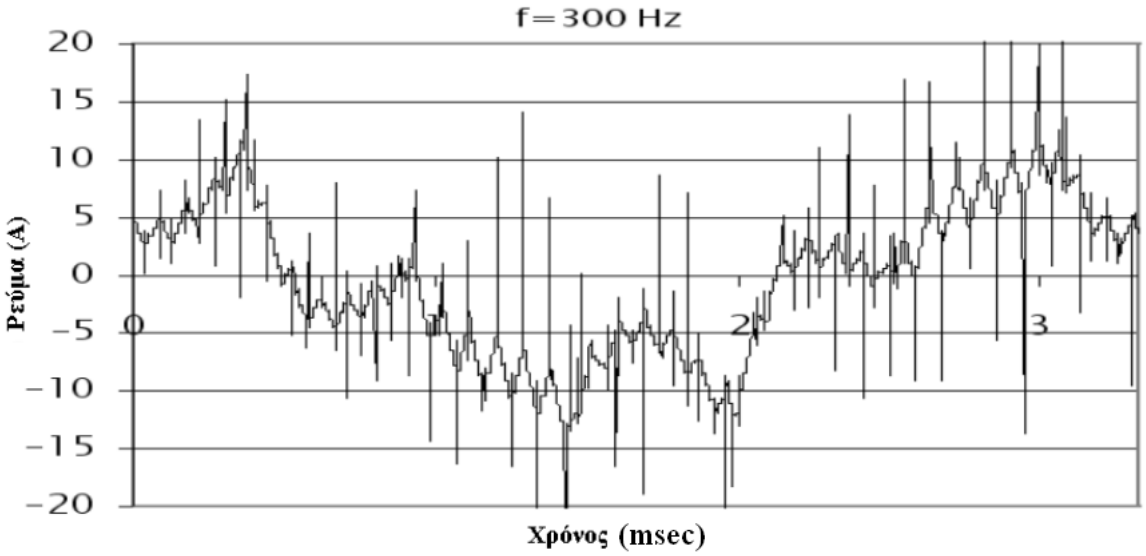
(β)

Σχήμα 6.11: Πειραματικές κυματομορφές τροφοδοσίας της μηχανής για θεμελιώδη συχνότητα 100 Hz υπό φορτίο

α): κυματομορφή τάσης β): κυματομορφή ρεύματος



(α)



(β)

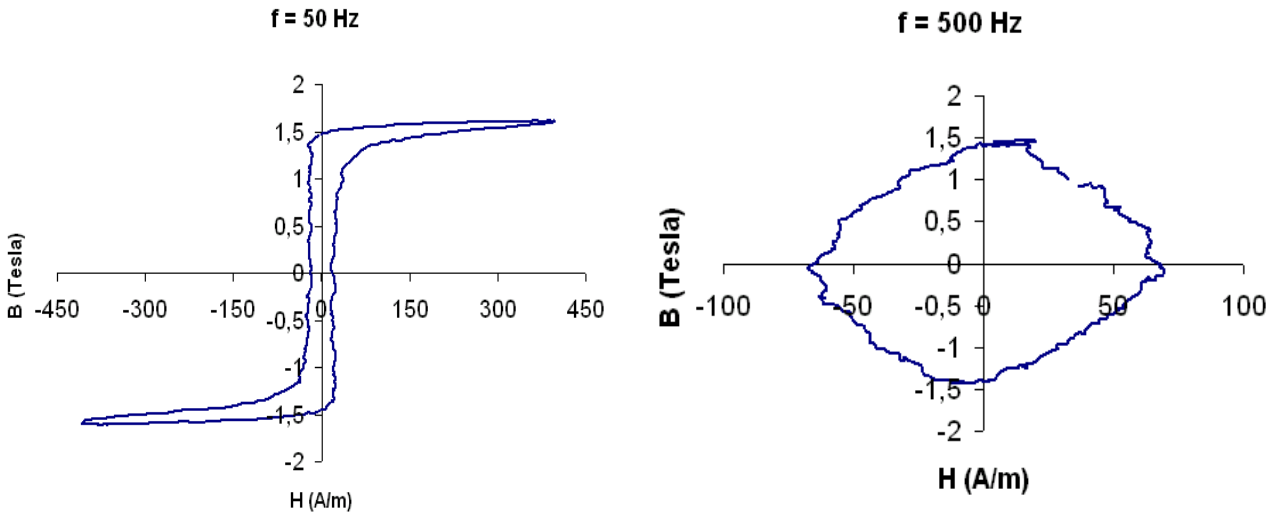
Σχήμα 6.12: Πειραματικές κυματομορφές τάσεως και ρεύματος τροφοδοσίας της μηχανής για θεμελιώδη συχνότητα 300 Hz υπό φορτίο

α): κυματομορφή τάσης β): κυματομορφή ρεύματος

Πίνακας 6.1: Σύγκριση αποτελεσμάτων προσομοίωσης και πειράματος για διακοπτική συχνότητα fs = 10 kHz

f_1 θεμελιώδης (Hz)	Τάση μετρημένη (V)	Τάση προσομοιωμένη (V)	Ισχύς μετρημένη (W)	Ισχύς υπολογισμένη (W)	T μετρημένη (Nt·m)	T προσομοιωμένη (Nt·m)
50	27	25,9	135	143	0,22	0,19
100	45,3	37,4	279	297	0,32	0,34
300	197,4	197,6	1788	1839	1,06	1,09

Η ισχύς εισόδου στον πίνακα 6.1 υπολογίσθηκε χρησιμοποιώντας μοντελοποίηση της υστέρησης στις μαγνητικές λαμαρίνες μέσω τροποποιημένου μοντέλου Jiles-Atherton, [6.15], [6.17]. η προσέγγιση των βρόχων υστέρησης πραγματοποιήθηκε από πειραματικά δεδομένα που μετρήθηκαν για τις μαγνητικές λαμαρίνες σε διάταξη Epstein για συχνότητες 50 Hz και 500 Hz που δίνονται στα σχήματα 6.13α και 6.13β αντίστοιχα..



Σχήμα 6.13: Βρόχοι υστέρησης που μετρήθηκαν σε διάταξη Epstein για ημιτονοειδή διέγερση
α: συχνότητα f=50 Hz β: συχνότητα f=500 Hz

6.4 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό χρησιμοποιήθηκαν οι τεχνικές που αναπτύχθηκαν στην σχεδίαση και ανάλυση της συμπεριφοράς ασύγχρονων κινητήρων υψηλών ταχυτήτων. Τόσο η μέθοδος θεώρησης κλίσης των αυλάκων του δρομέα όσο και η ανάλυση των απωλειών σιδήρου μέσω τοπικών μοντέλων αναπαράστασης προσφέρουν σημαντικές υπηρεσίες στην πεδιακή προσομοίωση των ασύγχρονων μηχανών που τροφοδοτούνται από μετατροπείς.

6.5 Βιβλιογραφία

[6.1] Ι. Α. Τεγόπουλος, "Ηλεκτρικές Μηχανές", Μέρος Β', Μόνιμη Κατάσταση, Εκδόσεις Συμμετρία, 1991.

[6.2] Α. Κλαδάς, "Σημειώσεις κατασκευής ηλεκτρικών μηχανών", ΕΜΠ, 2000.

[6.3] E.S. Hamdi, "Design of small electrical machines", John Wiley and Sons Ltd., New York, 1994.

[6.4] A. Razek, J. Coulomb, M. Feliachi, J. Sabonnadiere, "Conception of an air-gap element for the dynamic analysis of the electromagnetic field in electric machines", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 18/2, pp. 655-659, 1982.

[6.5] R. Wang, H. Mohellebi, T.J. Flack, M.J. Kamper, J.D. Buys, M. Feliachi, "Two-dimensional Cartesian air-gap element (CAGE) for dynamic finite-element modeling of electrical machines with a flat air gap", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 38/2, pp. 1357-1360, 2002.

[6.6] P. Dziwniel, B. Boualem, F. Piriou, J.P. Ducreux, and P. Thomas, "Comparison Between Two Approaches to Model Induction Machines with Skewed Slots", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36/4, pp. 1453-1457, 2000.

[6.7] N.A. Demerdash, J.F. Bangura, A.A. Arkadan, "A time-stepping coupled finite element-state space model for induction motor drives", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 14, no 4, pp. 1465-1477, 1999.

[6.8] H. De Gersem, K. Hameyer, T. Weiland, "Skew interface conditions in 2-D finite-element machine models", IEEE Transactions on Magnetics, vol.39/3, pp. 1452-1455, 2003.

[6.9] A. Bellini, F. Filippetti, G. Franceschini, C. Tassoni, R. Passaglia, M. Saottini, G. Tontini, M. Giovannini, A. Rossi, "On-field experience with online diagnosis of large induction motors cage failures using MCSA", IEEE Transactions on Industry Applications, vol 38, no 4, pp. 1045-1053, 2002.

[6.10] J.S. Hsu and P.L. Sorenson, "Field assessment of induction motor efficiency through air-gap torque", IEEE Transactions on Energy Conversion, vol 11, no 3, pp. 489-494, 1996.

[6.11] R. Belmans, D. Verdyck, W. Geysen, R.D. Findlay, B. Szabados, S. Spenser and S. Lie, "Magnetic field analysis in squirrel cage induction motors", IEEE Transactions on Magnetics, vol 28, no 2, pp. 1367-1370, 1992.

[6.12] M. Enokizono and Y. Sadanaga, "Improved magnetic field analysis of induction motor models", IEEE Transactions on Magnetics, vol 34, no 5, part 1, pp. 2621-2624, 1998.

[6.13] S.L. Ho, H.L. Li and W.N. Fu, "Inclusion of interbar currents in a network-field coupled time-stepping finite-element model of skewed-rotor induction motors", IEEE Transactions on Magnetics, vol 35, no 5, part 3, pp. 4218-4225, 1999.

[6.14] K. Yamazaki, "Comparison of induction motor characteristics calculated from electromagnetic field and equivalent circuit determined by 3D FEM", IEEE Transactions on Magnetics, vol 36, no 4, part 1, pp. 1881-1885, 2000.

[6.15] J. Saitz, "Magnetic field analysis of induction motors combining Preisach hysteresis modeling and finite element techniques", IEEE Transactions on Magnetics, vol 37, no 5, part 1, pp. 3693-3697, 2001.

[6.16] G. D. Kalokiris, P. S. Georgilakis, A. G. Kladas, "Iron losses evaluation in high speed drives", Proceedings of MedPower 2004, 15-17 November 2004, Lemesos, Cyprus.

[6.17] G. Kalokiris, P. Rovolis, A. Kladas and J. Tegopoulos, "A Coupled Numerical-Experimental Analysis of Iron Core Losses in Inverter fed Induction Motor", Proceedings of CEFC 2006, April 30 - 004, Miami,Florida, USA.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΟΥΣ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΕΥΡΟΥΣ ΠΑΛΜΩΝ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΩΝ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΓΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

7.1 Εισαγωγή

Οι μετατροπείς πολλαπλών επιπέδων παρουσιάζουν ένα υψηλό ενδιαφέρον για την πραγματοποίηση της ελεγχόμενης μετατροπής σε συστήματα σημαντικής ισχύος διαφόρων ειδών, ανορθωτών, αντιστροφέων, ενισχυτών υψηλής ισχύος κλπ. Ιδιαίτερα στην περίπτωση των αντιστροφέων ένα σημαντικό πλεονέκτημα είναι ότι επιτυγχάνεται μείωση του αρμονικού περιεχομένου των τάσεων που προκύπτουν [7.1-7.3] με αποτέλεσμα την μείωση των απωλειών σιδήρου που προκαλούν στους κινητήρες που οδηγούν και γι΄ αυτό θα τους εξετάσουμε στην συνέχεια.

7.2 Τριφασικός αντιστροφέας πολλαπλών επιπέδων

Η εν σειρά σύνδεση μεγάλων διακοπτικών διατάξεων στην περιοχή των kV είναι ένα σοβαρό και δισεπίλυτο πρόβλημα εξαιτίας της διασποράς του διακοπτικού χρόνου από την μια διάταξη στην άλλη.

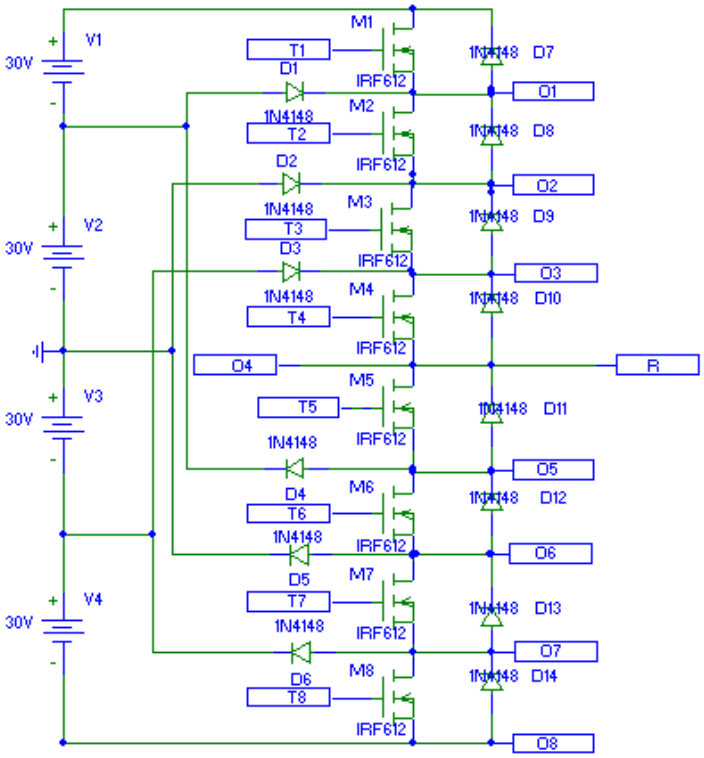
Μια λύση είναι να συνδεθούν σε σειρά πολλά ελεγχόμενα στοιχεία για την παραγωγή μιας πηγής πολλαπλών επιπέδων. Οι αρχές του ανοίγματος και του κλεισίματος των ξεχωριστών στοιχείων δεν επιτρέπουν την ταυτόχρονη μεταγωγή των εν σειρά συνδεδεμένων στοιχείων, επιλύοντας το πρόβλημα του διαμοιρασμού της τάσης. Αυτό επιτρέπει επίσης στην μείωση της κυμάτωσης καθορίζοντας την διακοπτική και την θεμελιώδη συχνότητα ή να λάβουμε υψηλότερες βασικές συχνότητες καθορίζοντας την κυμάτωση και την μεταγωγή.

Στο σχήμα 7.1 παρουσιάζεται το τμήμα ενός αντιστροφέα πολλαπλών επιπέδων ενώ στο σχήμα 7.2 ο πλήρης τριφασικός αντριστροφέας. Στην DC πλευρά του αντιστροφέα, οι τέσσερις διαφορετικές βηματικές τάσεις καθορίζονται από τις τέσσερις πηγές V_1 έως V_4. Το πάνω μισό τμήμα ενός αντιστροφέα πραγματοποιείται με την σύνδεση τεσσάρων στοιχείων συνδεδεμένων σε σειρά (M1 έως M4) τα οποία έχουν τη δικιά τους αντιπαράλληλη δίοδο (D1 έως D4). Για το κάτω μισό τμήμα χρησιμοποιούνται τα Mosfet M5 έως M8. Με αυτή τη δομή αντιστροφέα, η τάση εξόδου του καθορίζεται ανάμεσα στο σημείο εξόδου του αντιστροφέα και το αρνητικό σημείο της DC τάσης, οπότε μπορεί να πάρει Nb διαφορετικές τιμές σύμφωνα με τη σχέση :

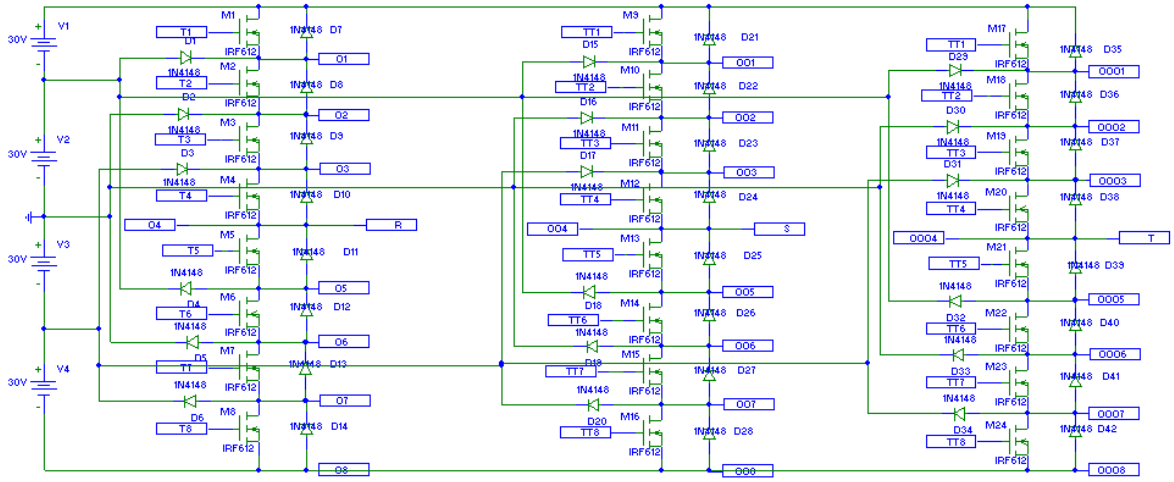
$$N_b = n+1 = 5 \tag{7.1}$$

Αυτός ο N_b αριθμός καθορίζει τον πιθανό αριθμό επιπέδων. Ο αριθμός των τεσσάρων εν σειρά συνδεδεμένων στοιχείων ανά μισό τμήμα ανταποκρίνεται επίσης και στον αριθμό των DC τάσεων και μπορεί να είναι είτε μονός είτε ζυγός. Με αυτό το τμήμα αντιστροφέα μπορούν να πραγματοποιηθούν είτε μονοφασικοί είτε τριφασικοί αντιστροφείς. Η πολική τάση μιας γέφυρας πραγματοποιείται με το τμήμα του αντιστροφέα που περιγράφηκε και μπορεί να πάρει N_p διαφορετικές τιμές σύμφωνα με τη σχέση :

$$N_p=2n+1=9 \tag{7.2}$$



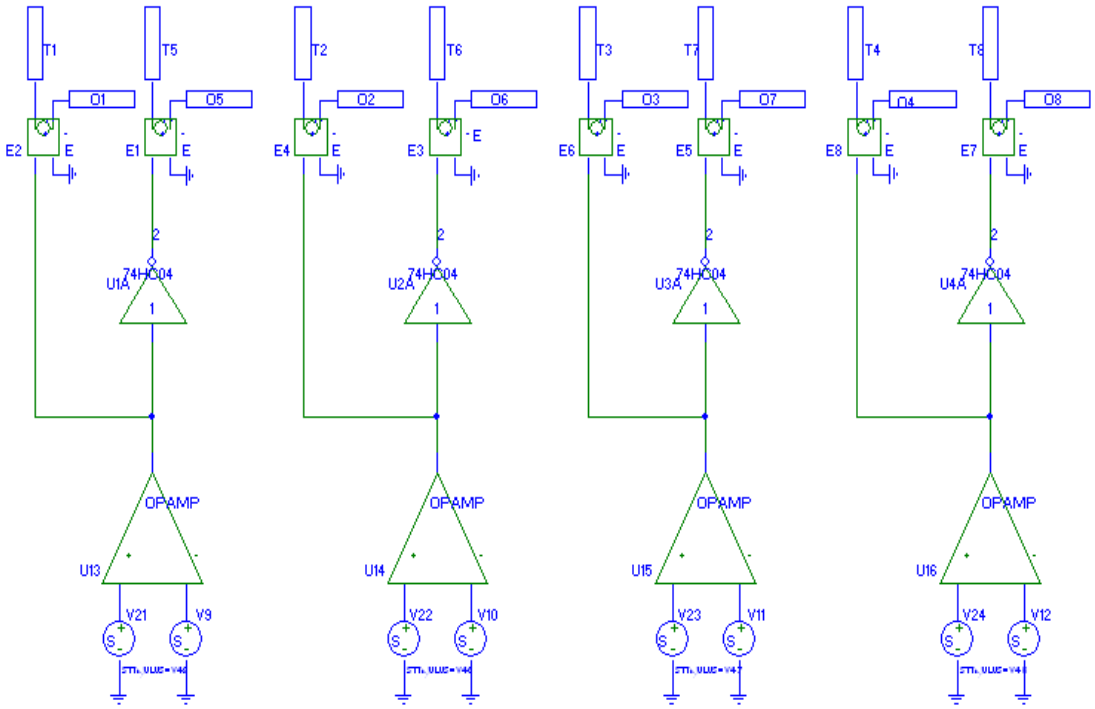
Σχήμα 7.1: Τμήμα αντιστροφέα πολλαπλών επιπέδων



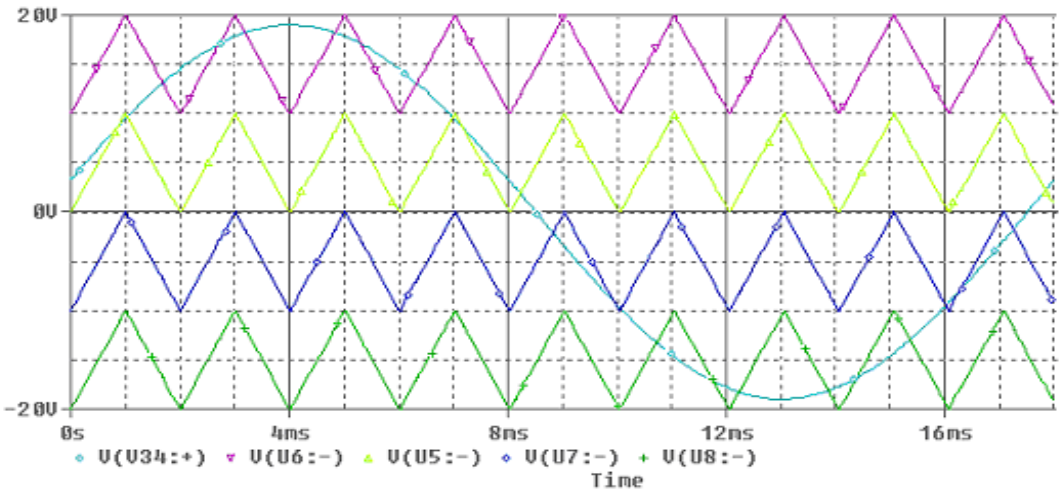
Σχήμα 7.2: Τριφασικό κύκλωμα αντιστροφέα πολλαπλών επιπέδων

7.3 Μέθοδος διαμόρφωσης εύρους παλμών (Pulse Width Modulation - PWM) με κάθετα μεταφερόμενους φορείς

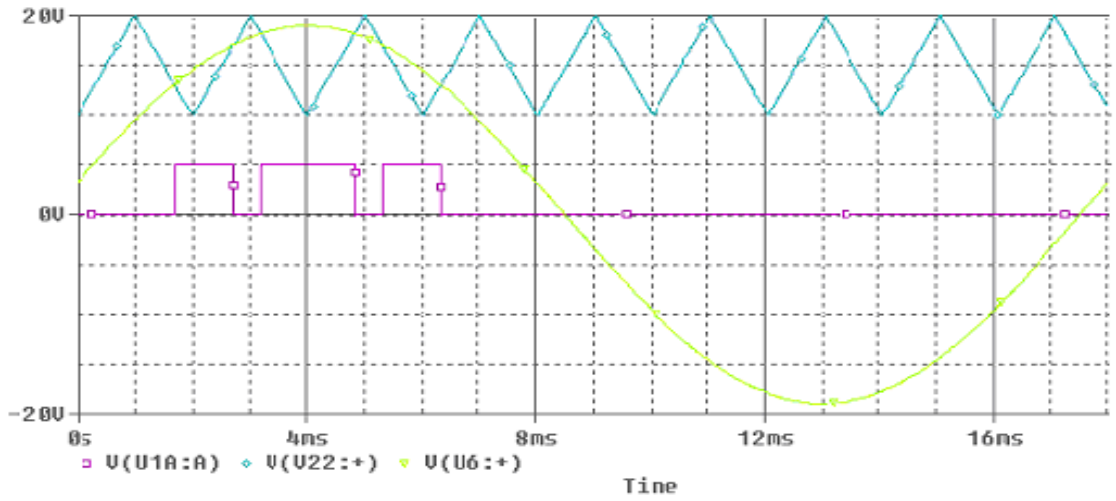
Η συνεχής μεταβολή της μέσης τιμής της τάσεως εξόδου ενός αντιστροφέα πολλαπλών επιπέδων πραγματοποιείται με την διαμόρφωση εύρους παλμών, [7.4]. Για την εφαρμογή αυτής της μεθόδου, ο αριθμός των φορέων πρέπει να είναι ίσος με τον αριθμό των διαθέσιμων επιπέδων. Μια πρώτη μέθοδος πραγματοποιείται με την σύγκριση της τάσεως αναφοράς U_{ref} με αντίστοιχους κάθετα μεταφερόμενους φορείς, σύμφωνα με την δομή του σχήματος 7.3. Οι κυματομορφές μιας τέτοιας διαμόρφωσης παρουσιάζονται στο σχήμα 7.4. Οι τάσεις που πραγματοποιούν οι συναρτήσεις ελέγχου ανοίγματος και κλεισίματος για ένα τμήμα του αντιστροφέα παρουσιάζονται στα σχήματα 7.5 έως 7.8. Η φασική τάση εξόδου του αντιστροφέα V_{RN} και φάσμα συχνοτήτων της φασικής τάσης για το τμήμα 1 παρουσιάζονται στο σχήμα 7.9. Αυτή η κυματομορφή προσδιορίζεται ανάμεσα στον ακροδέκτη εξόδου και το μεσαίο σημείο της DC τάσεως και ανταποκρίνεται σε έναν αντιστροφέα πολλαπλών επιπέδων με 5 επίπεδα ο οποίος πραγματοποιείται με 4 πηγές τάσεων. Σε αυτό το παράδειγμα οι φορείς είναι κοινοί σε όλες τις φάσεις. Η συχνότητα του φορέα (504 Hz) επιλέγεται ίση με 9 φορές την βασική συχνότητα της τάσεως εξόδου (56 Hz). Στο σχήμα 7.10 παρουσιάζεται η φασική τάση εξόδου του αντιστροφέα V_{SN} καθώς επίσης το φάσμα συχνοτήτων της φασικής τάσης για το τμήμα 2. Η πολική τάση εξόδου του αντιστροφέα V_{RT} και φάσμα συχνοτήτων της πολικής τάσης απεικονίζονται στο σχήμα 7.11.



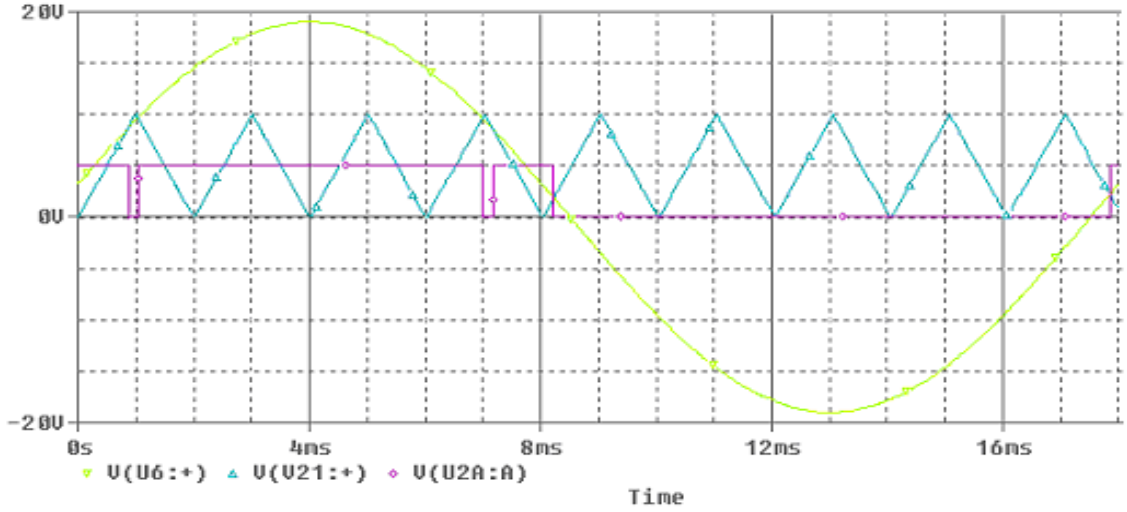
Σχήμα 7.3: Δομή PWM διαμορφωτή με πολλαπλούς φορείς του αντιστροφέα (τμήμα 1)



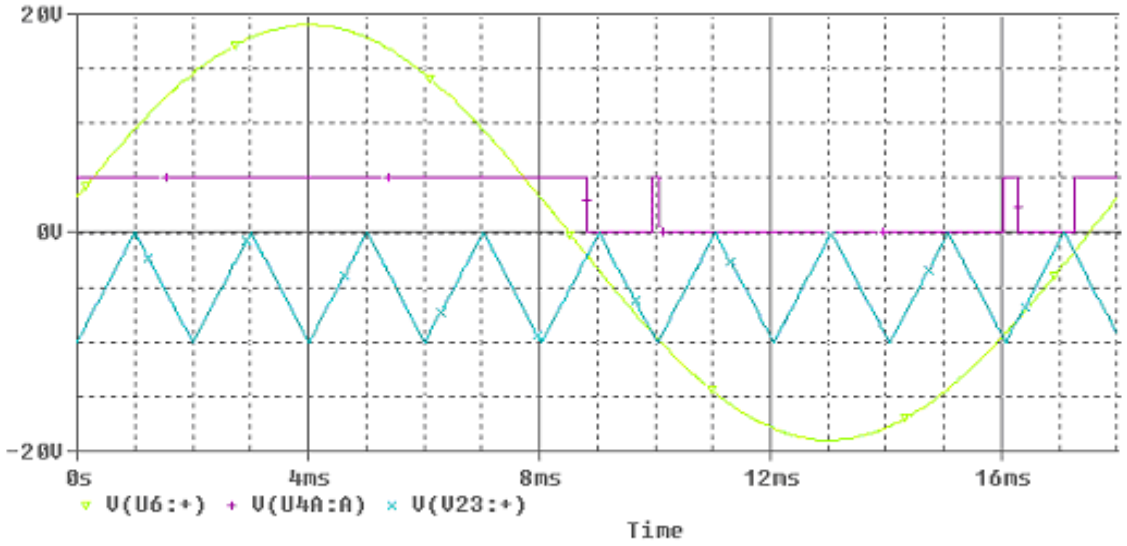
Σχήμα 7.4: Κυματομορφές τάσεως αναφοράς U_{ref} και κάθετα μεταφερόμενων φορέων (τμήμα 1)



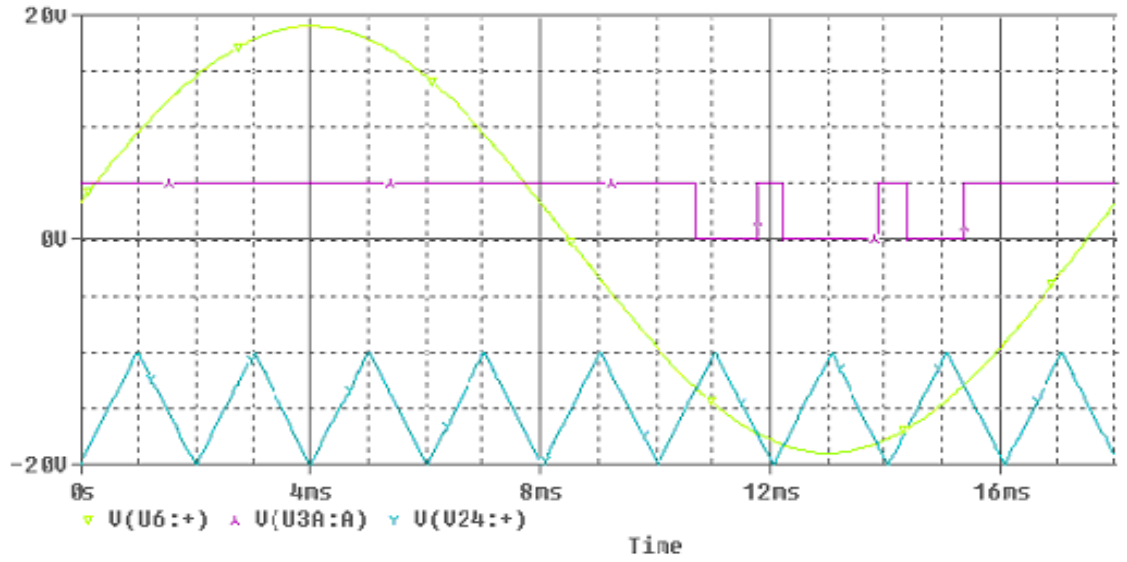
Σχήμα 7.5: Κυματομορφές τάσεων εισόδου και εξόδου συγκριτή 1 (τμήμα 1)



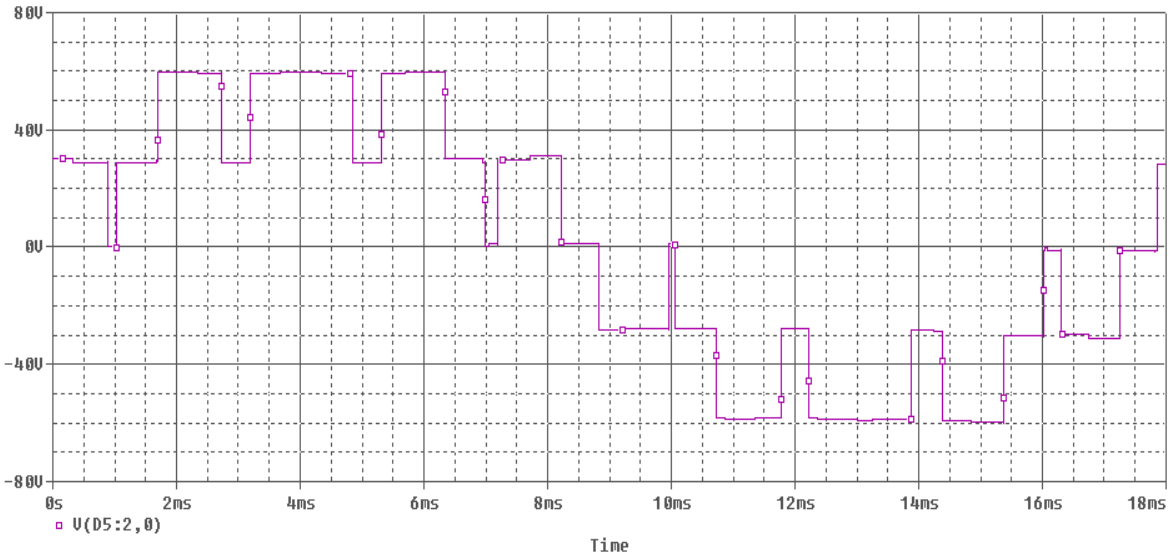
Σχήμα 7.6: Κυματομορφές τάσεων εισόδου και εξόδου συγκριτή 2 (τμήμα 1)



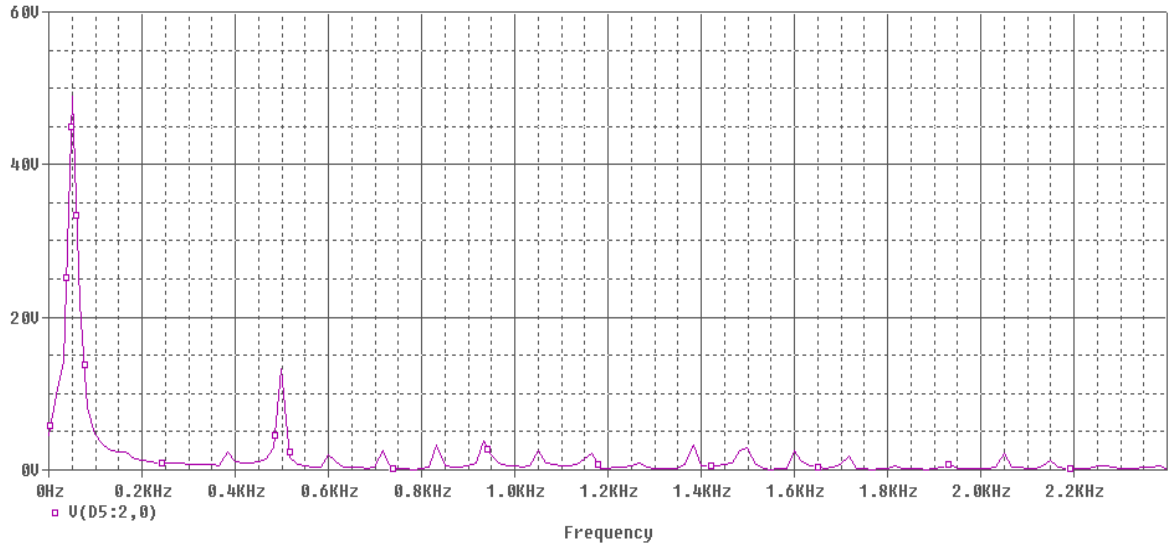
Σχήμα 7.7: Κυματομορφές τάσεων εισόδου και εξόδου συγκριτή 3 (τμήμα 1)



Σχήμα 7.8: Κυματομορφές τάσεων εισόδου και εξόδου συγκριτή 4 (τμήμα 1)

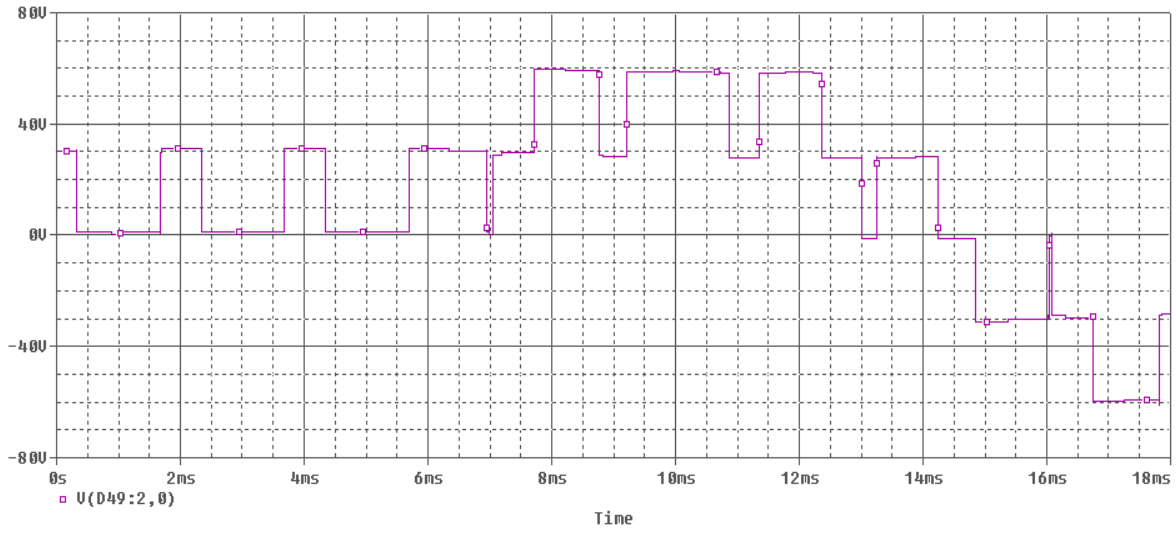


(α)

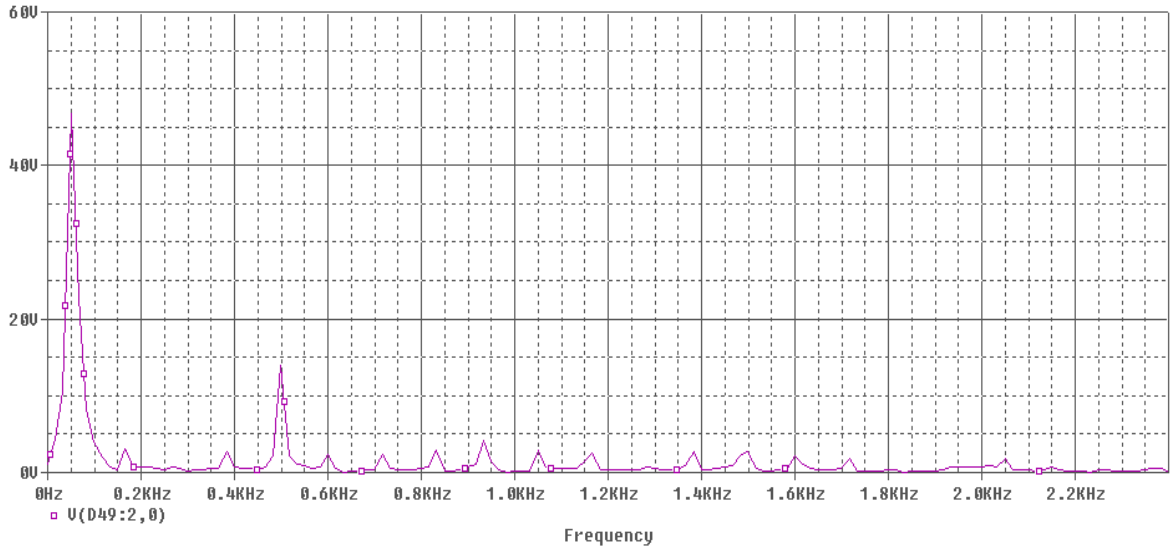


(β)

Σχήμα 7.9: Φασική τάση εξόδου του αντιστροφέα V_{RN} και φάσμα συχνοτήτων της φασικής τάσης για το τμήμα 1

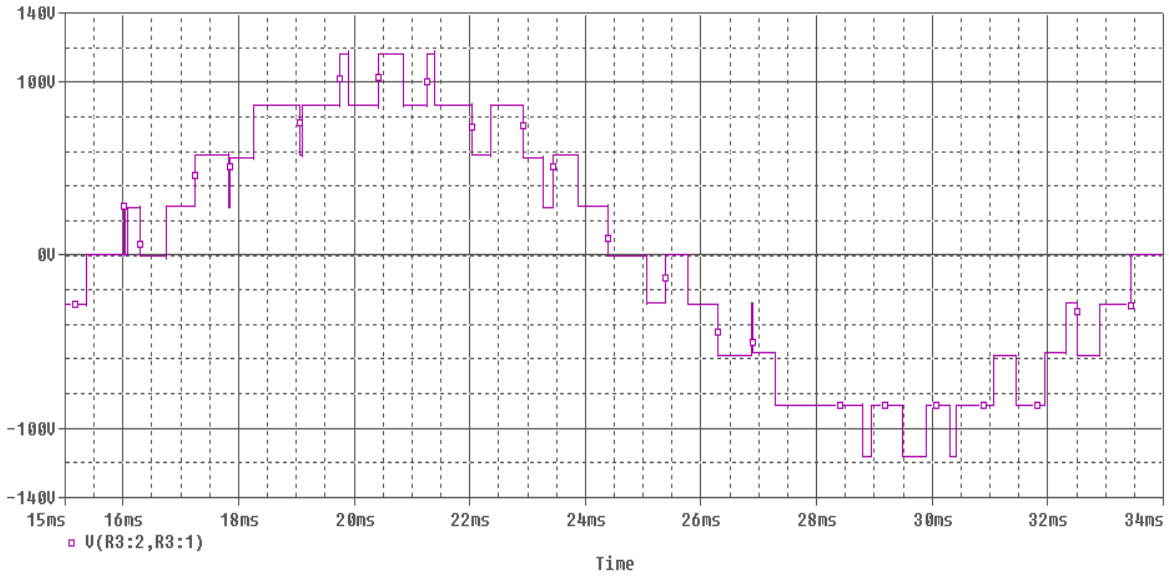


(α)

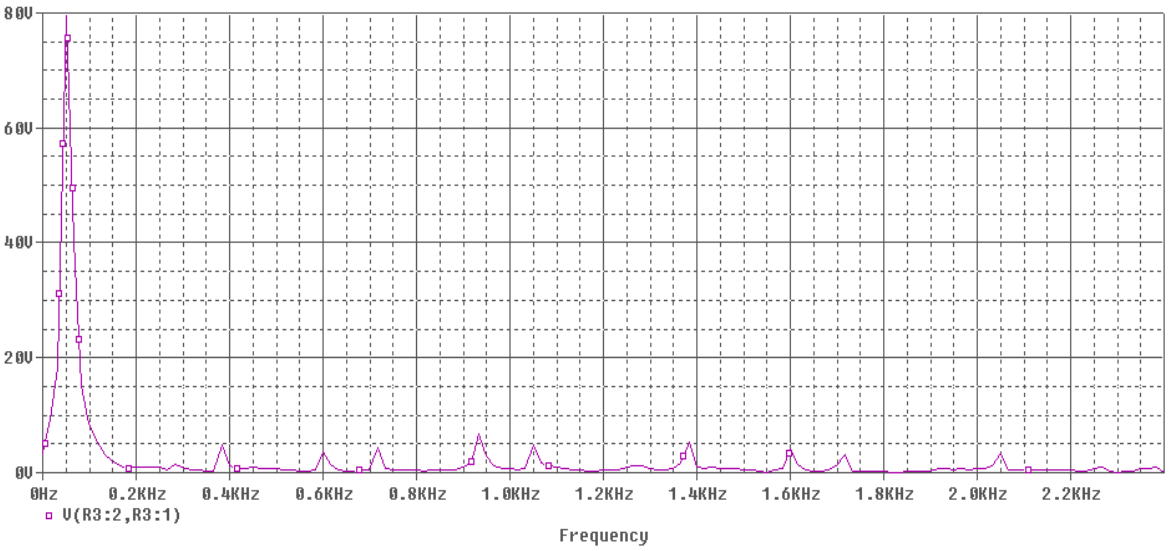


(β)

Σχήμα 7.10: Φασική τάση εξόδου του αντιστροφέα V_{SN} και φάσμα συχνοτήτων της φασικής τάσης για το τμήμα 2



(α)



(β)

Σχήμα 7.11: Πολική τάση εξόδου του αντιστροφέα V_{RT} και φάσμα συχνοτήτων της πολικής τάσης

Στον παρακάτω πίνακα 7.1 παρουσιάζονται οι τιμές των αρμονικών συνιστωσών της πολικής τάσης V_{RT} του αντιστροφέα :

Πίνακας 7.1: Τιμές αρμονικών συνιστωσών της τάσης εξόδου αντιστροφέα

Αρμονική Συνιστώσα	Συχνότητα Αρμονικής (Hz)	Πλάτος Αρμονικής (V)
1	56	80
3	168	1
5	280	1,5
7	392	5
9	504	4,6
11	616	3,5
13	728	4,5
15	840	1
17	952	6
19	1064	5
21	1176	1
23	1288	2
25	1400	5
27	1512	1
29	1624	4
31	1736	3
33	1848	0,1
35	1960	0,4
37	2072	3,5
39	2184	1

Η τάση εξόδου του αντιστροφέα αποτελείται από τη βασική αρμονική συνιστώσα και από τις ανώτερες αρμονικές συνιστώσες οι οποίες πρέπει να εξαλειφθούν ώστε η τάση του φορτίου να παρουσιάζει THD ≤ 5%. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας ένα φίλτρο στην έξοδο του αντιστροφέα. Το μέγεθος, το κόστος και το βάρος του φίλτρου εξαρτώνται από τη συχνότητα της πρώτης ανώτερης αρμονικής συνιστώσας σε σχέση με το πλάτος και τη συχνότητα της βασικής αρμονικής. Όσο περισσότερο απέχει η πρώτη ανώτερη αρμονική από τη βασική, τόσο μικρότερο γίνεται το φίλτρο εξόδου. Ο **Συντελεστής Ολικής Αρμονικής Παραμόρφωσης (THD)** δίνεται από την σχέση :

$$\mathrm{THD\%} = \frac{1}{\widehat{V}_{0,1}}\left[\sum_{n=3,5}^{\infty}\left(\widehat{V}_{0,n}\right)^2\right]^{1/2} * 100 \qquad (7.3)$$

όπου $\widehat{V}_{0,1}$ το πλάτος της βασικής αρμονικής της τάσης εξόδου και $\widehat{V}_{0,n}$ το πλάτος της n-στης αρμονικής της τάσης εξόδου. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή έχει την τιμή :

$$THD\% = \frac{1}{80}\left[(1)^2 + (1{,}5)^2 + (5)^2 + (4{,}6)^2 + (3{,}5)^2 + (4{,}5)^2 + (1)^2 + (6)^2 + (5)^2\right]^{1/2} * 100 = 15$$

7.4 Μέθοδος ημιτονοειδούς διαμόρφωσης εύρους παλμών (Sinusoidal Pulse Width Modulation - SPWM) για τριφασικό αντιστροφέα

Η μέθοδος ημιτονοειδούς διαμόρφωσης εύρους παλμών (Sinusoidal Pulse Width Modulation - SPWM) εφαρμόζεται για την εξάλειψη των ανωτέρων αρμονικών συνιστωσών, [7.5]. Το τριφασικό κύκλωμα και οι κυματομορφές που προκύπτουν για την τροφοδότηση ωμικού φορτίου παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα για τιμές του συντελεστή διαμόρφωσης 0,8 και 1:

A_r = Πλάτος κυματομορφής αναφοράς = 8 V

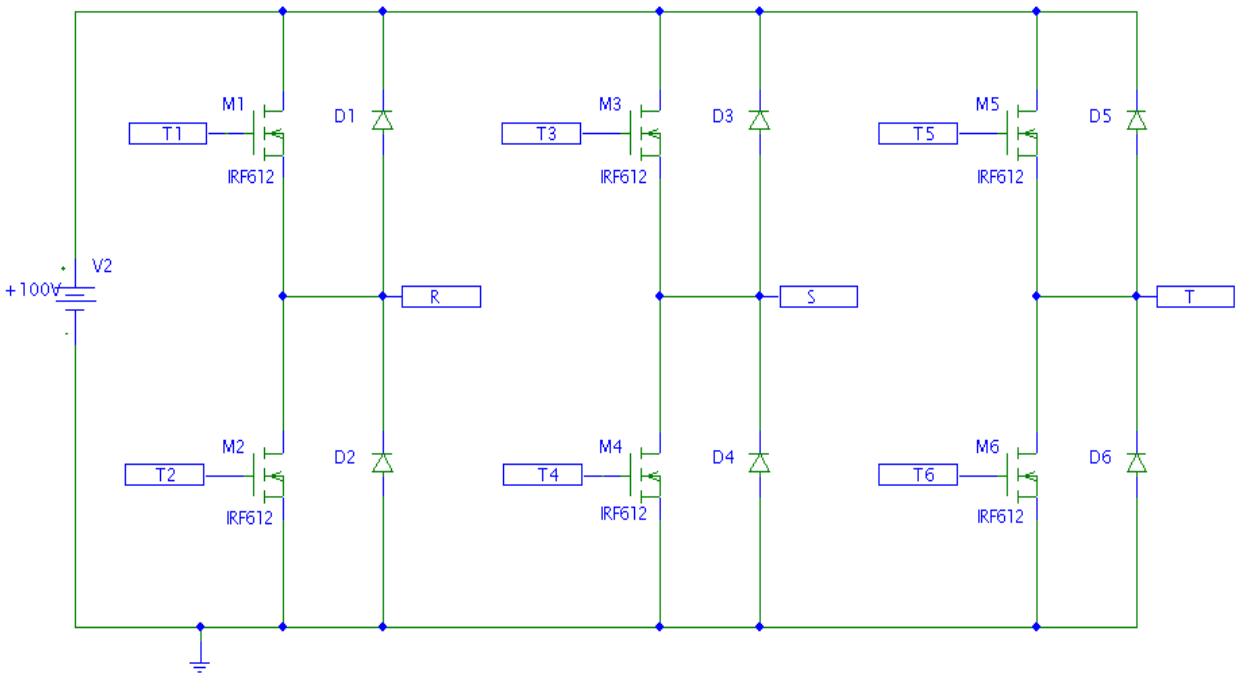
A_c = Πλάτος κυματομορφής φορέα = 8 και 10 V

F_r = Συχνότητα κυματομορφής αναφοράς = 56 Hz

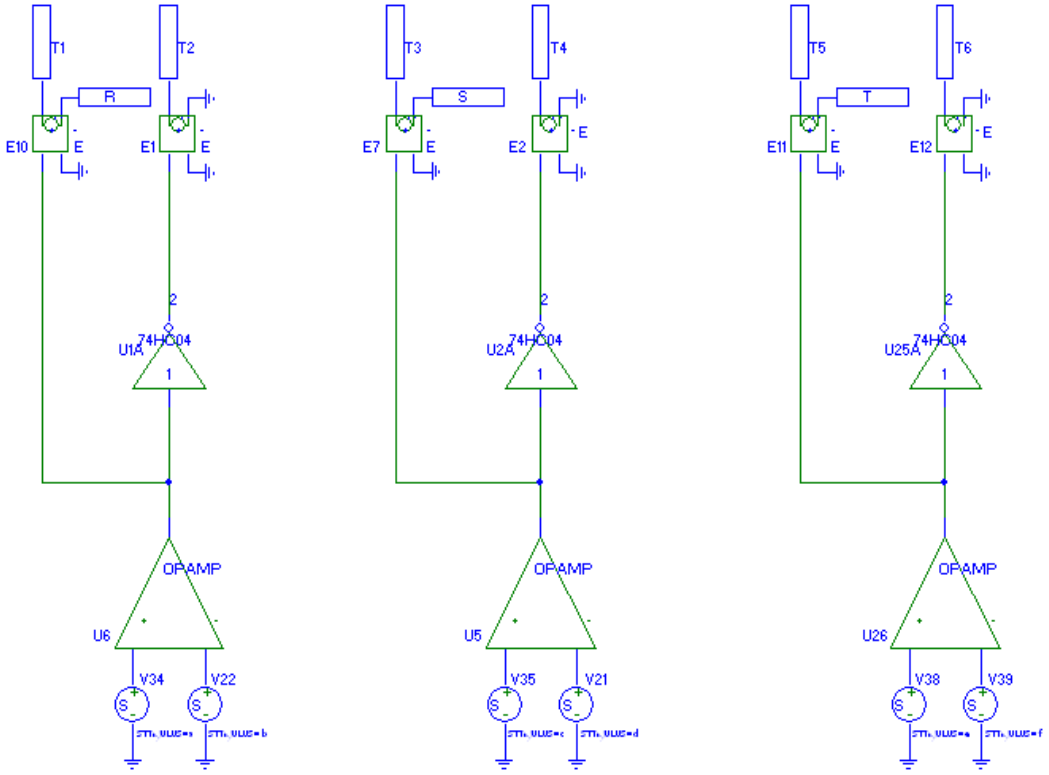
F_c = Συχνότητα κυματομορφής φορέα = 504 Hz

M_f = Συντελεστής διαμόρφωσης A_r/A_c = 0,8 και 1

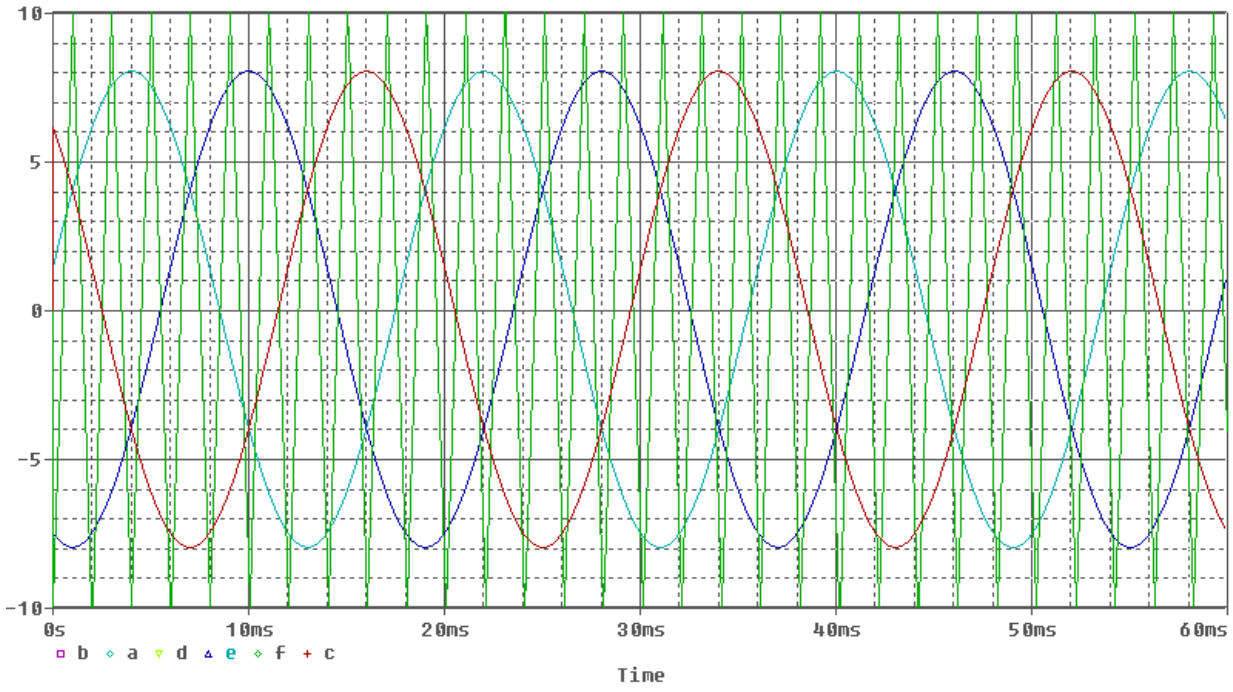
F_{nc} = Ανηγμένη συχνότητα φορέα F_r/F_c = 9



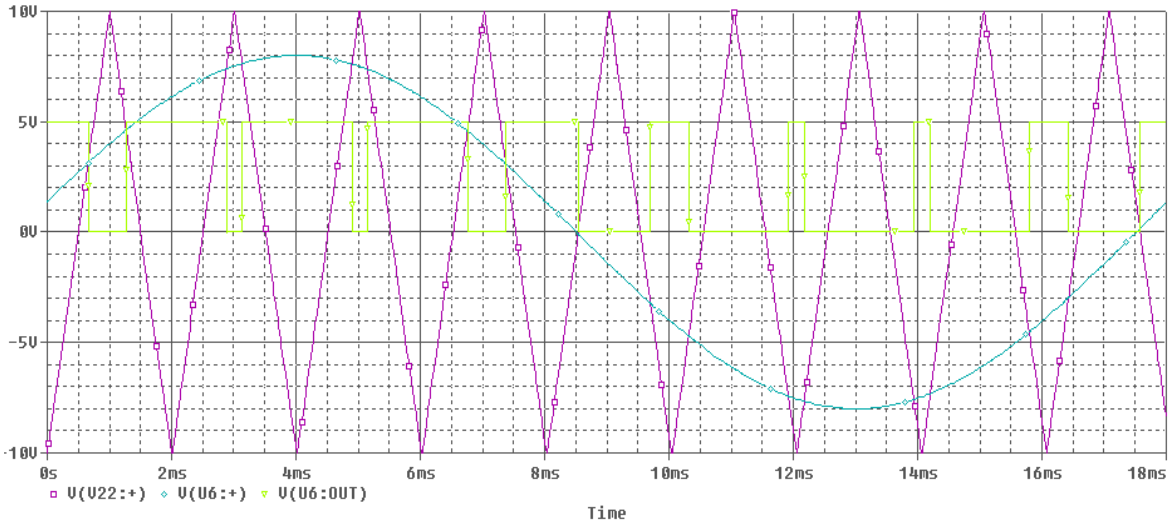
Σχήμα 7.12: Συνδεσμολογία τριφασικού αντιστροφέα ο οποίος χρησιμοποιεί την τεχνική SPWM



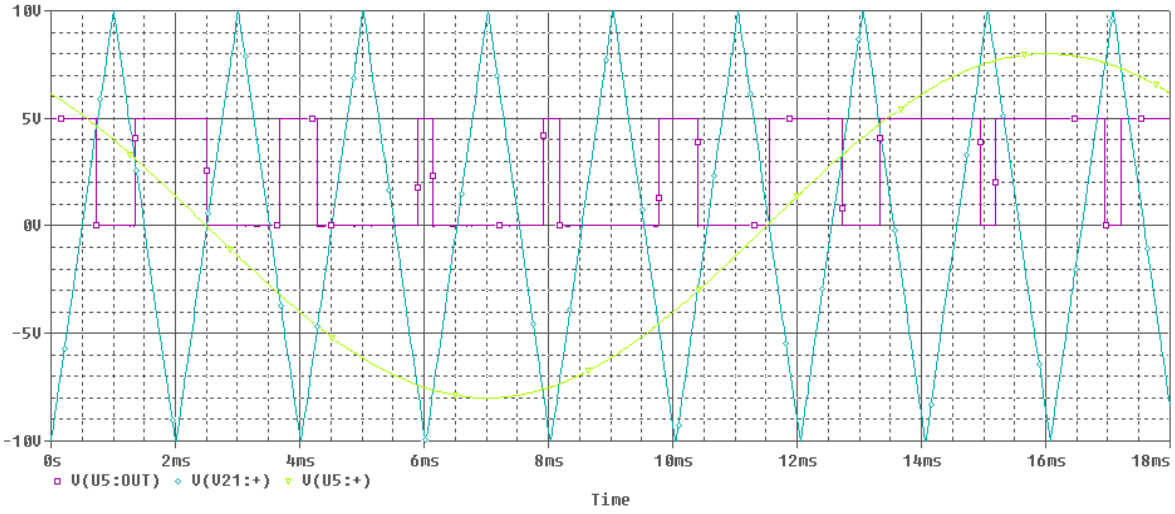
Σχήμα 7.13: Κύκλωμα ελέγχου τριφασικού αντιστροφέα ο οποίος χρησιμοποιεί την τεχνική SPWM



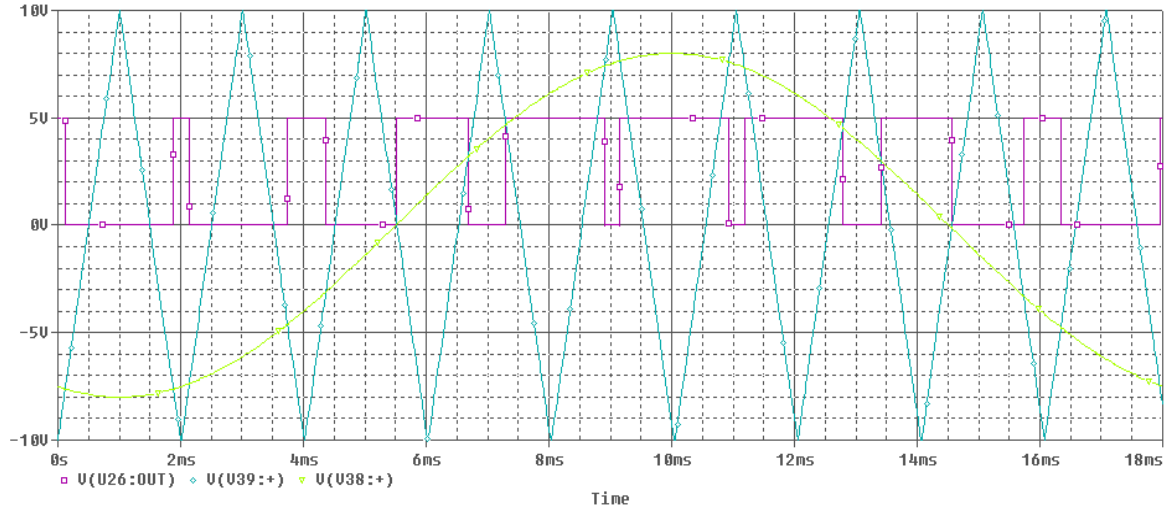
Σχήμα 7.14: Κυματομορφές τάσεων αναφοράς U_{ref} και φορέα για συντελεστή διαμόρφωσης M_f=0,8



(α)

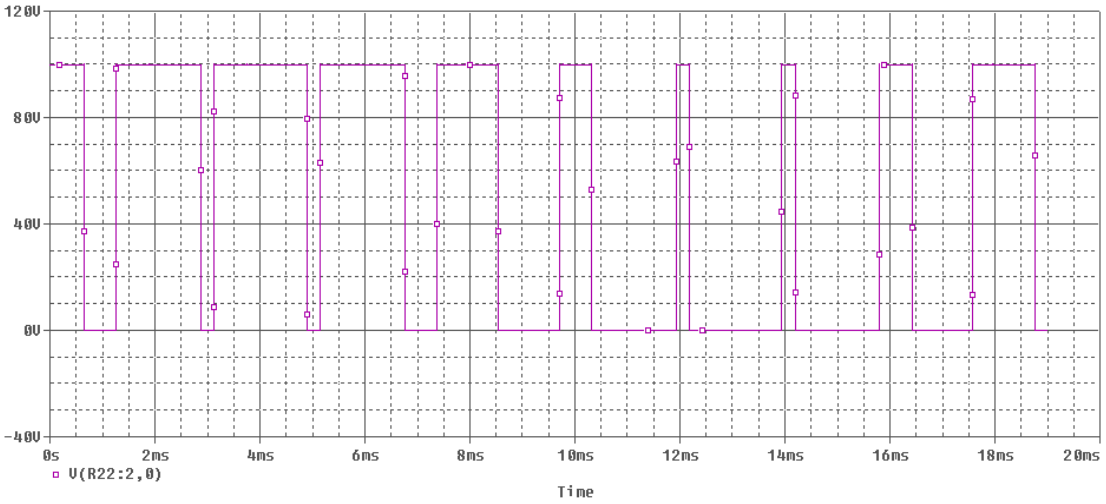


(β)

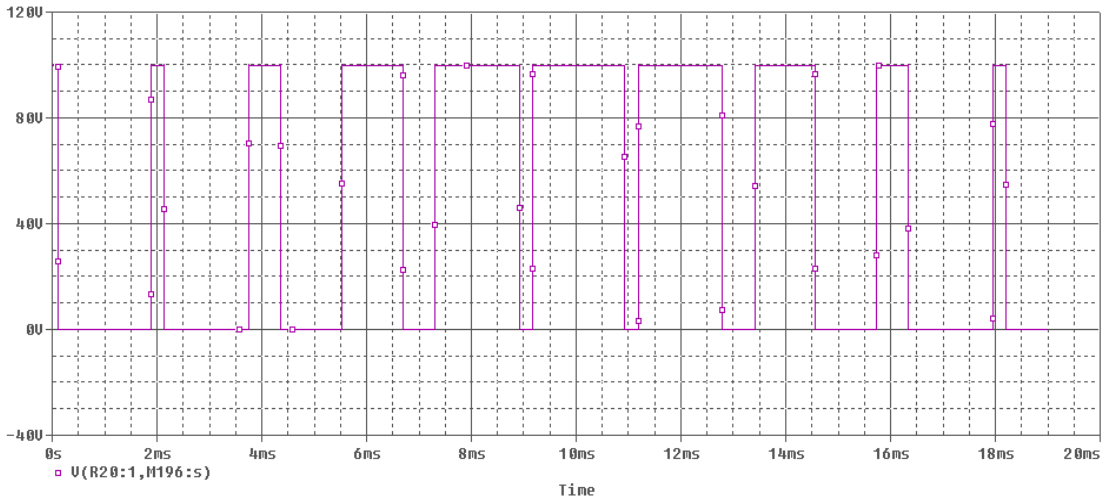


(γ)

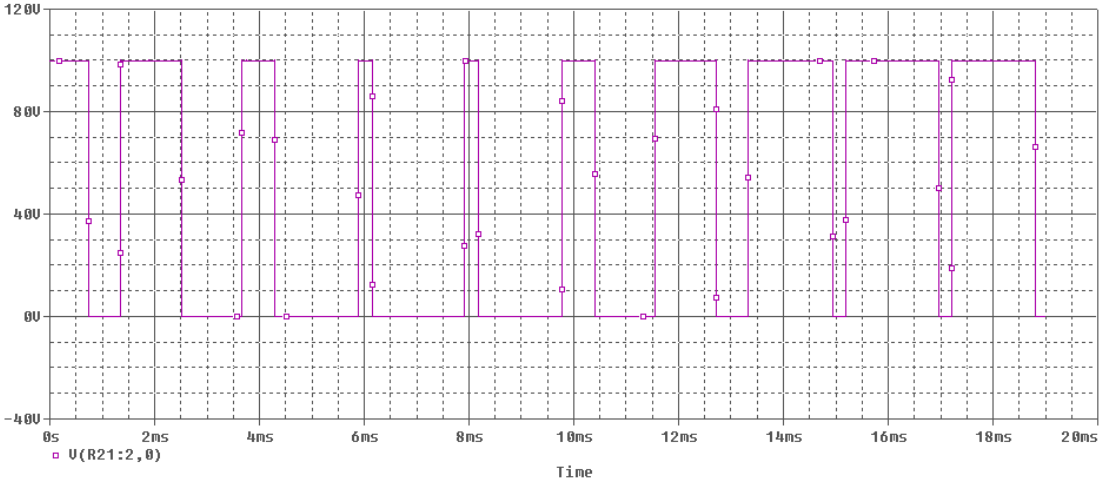
Σχήμα 7.15: Κυματομορφές τάσεων εισόδου και εξόδου συγκριτών 1, 2 και 3 για M_f=0,8



(α)

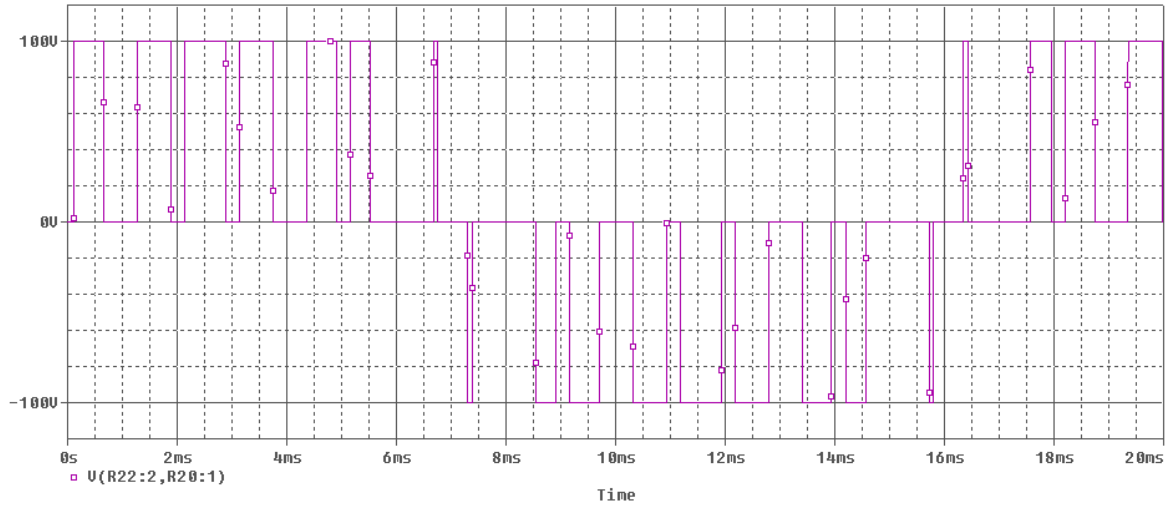


(β)

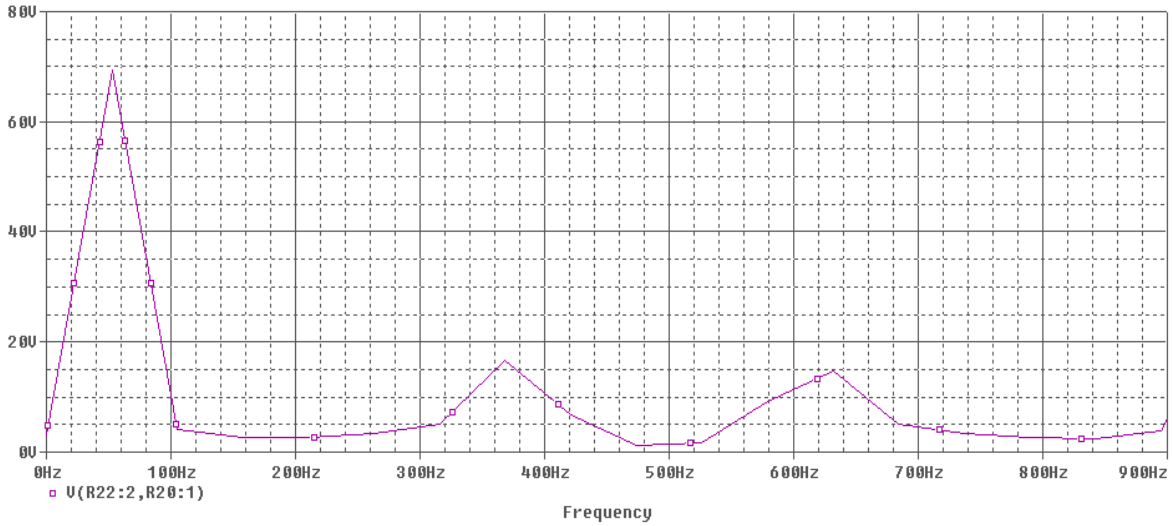


(γ)

Σχήμα 7.16: Κυματομορφές φασικών τάσεων εξόδου $V_{RN,}$ V_{SN} και V_{TN} για M_f=0,8



(α)



(β)

Σχήμα 7.17: Πολική τάση εξόδου του αντιστροφέα V_{RT} και φάσμα συχνοτήτων της πολικής τάσης για M_f=0,8

Το πλάτος της βασικής αρμονικής συνιστώσας της πολικής τάσης εξόδου του αντιστροφέα είναι :

$$V_{RT} = \frac{\sqrt{3}}{2} V \cdot M_f = 69{,}2\,V \tag{7.4}$$

όπου V=DC τάση εισόδου αντιστροφέα. Οι τιμές του πλάτους και της τάξης της κυριαρχούσας ανώτερης αρμονικής συνιστώσας δίνονται ανεξάρτητα από την τιμή του συντελεστή διαμόρφωσης M_f από τις ακόλουθες σχέσεις :

$$d=F_{nc}-2=7 \tag{7.5}$$

$$V_{(RT,\,d)max} = 0{,}27 \cdot V_{dc} \tag{7.6}$$

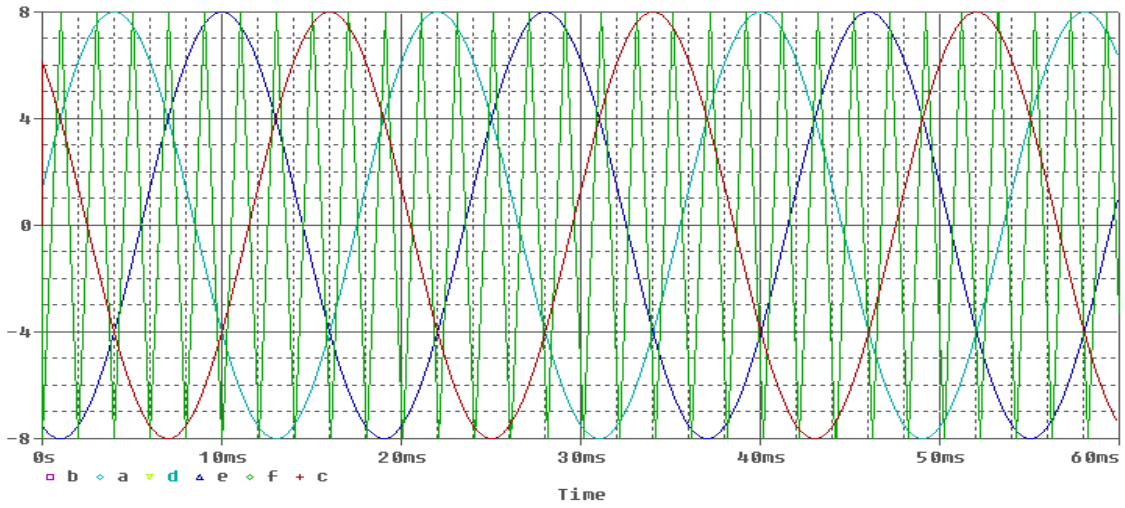
Στον παρακάτω πίνακα 7.2 παρουσιάζονται οι τιμές των αρμονικών συνιστωσών της τάσης του αντιστροφέα :

Πίνακας 7.2: Τιμές αρμονικών συνιστωσών της τάσης εξόδου αντιστροφέα

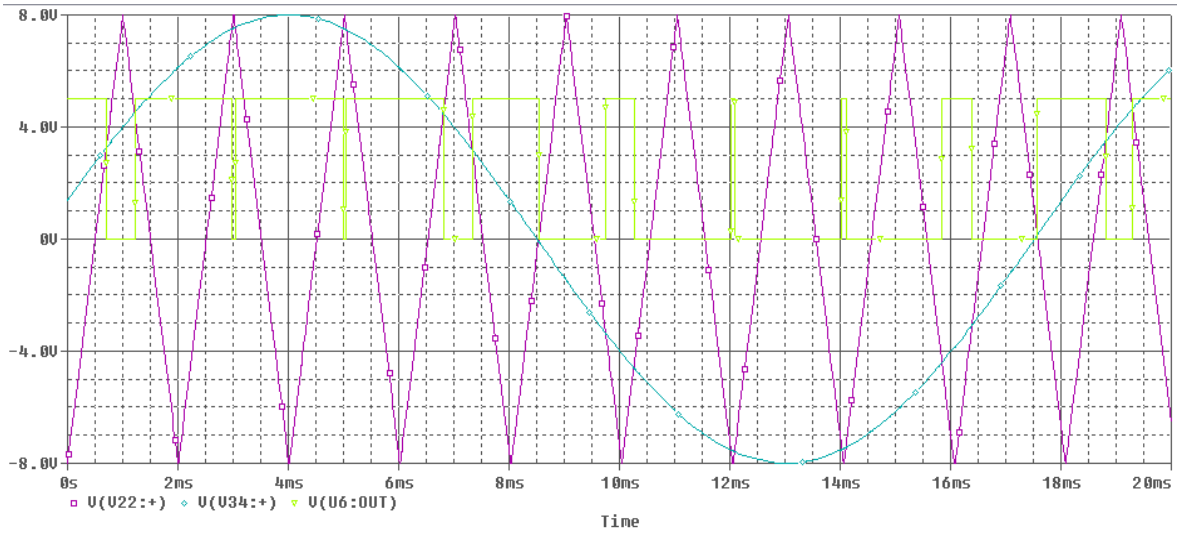
Αρμονική Συνιστώσα	Συχνότητα Αρμονικής (Hz)	Πλάτος Αρμονικής (V)
1	56	69
3	168	2,5
5	280	4
7	392	16
9	504	2
11	616	15
13	728	3,5
15	840	2,5
17	952	5

Ο Συντελεστής Ολικής Αρμονικής Παραμόρφωσης (THD) στην συγκεκριμένη εφαρμογή έχει την τιμή :

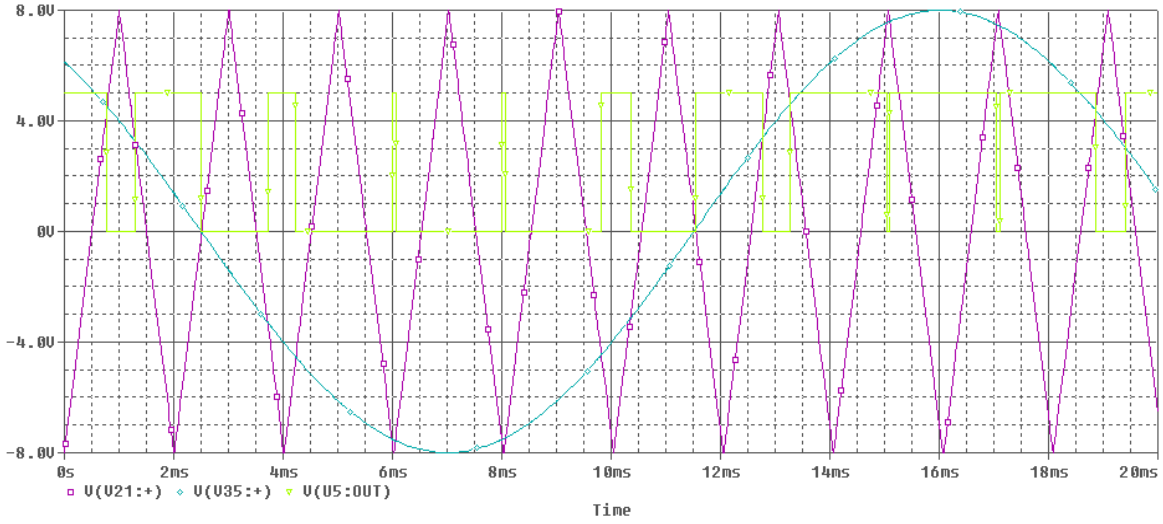
$$\text{THD\%} = \frac{1}{69}\left[(2{,}5)^2 + (4)^2 + (16)^2 + (2)^2 + (15)^2 + (3{,}5)^2 + (2{,}5)^2 + (5)\right] * 100 = 34$$



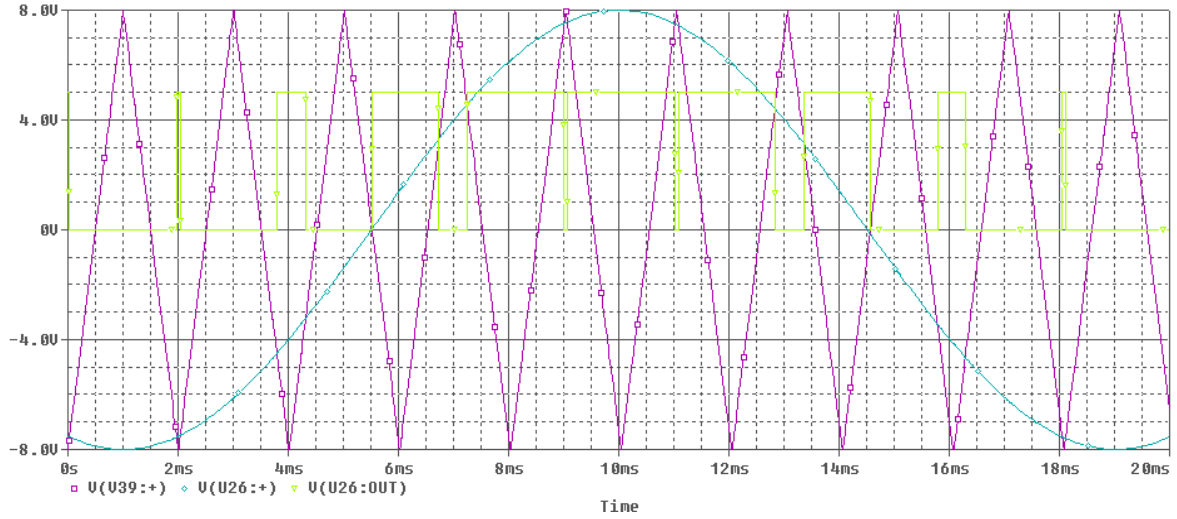
Σχήμα 7.18: Κυματομορφές τάσεων αναφοράς U_{ref} και φορέα για M_f=1,0



(α)

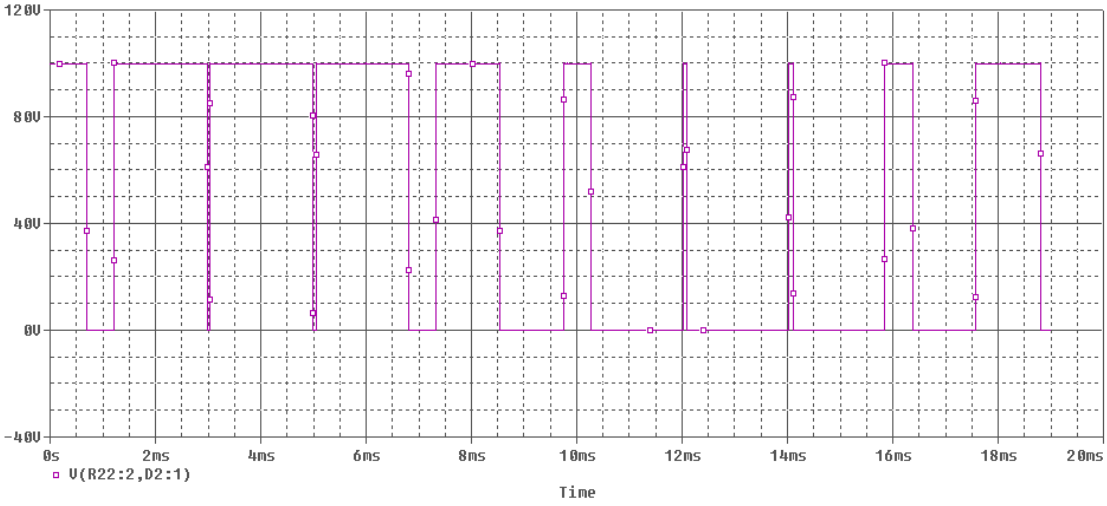


(β)

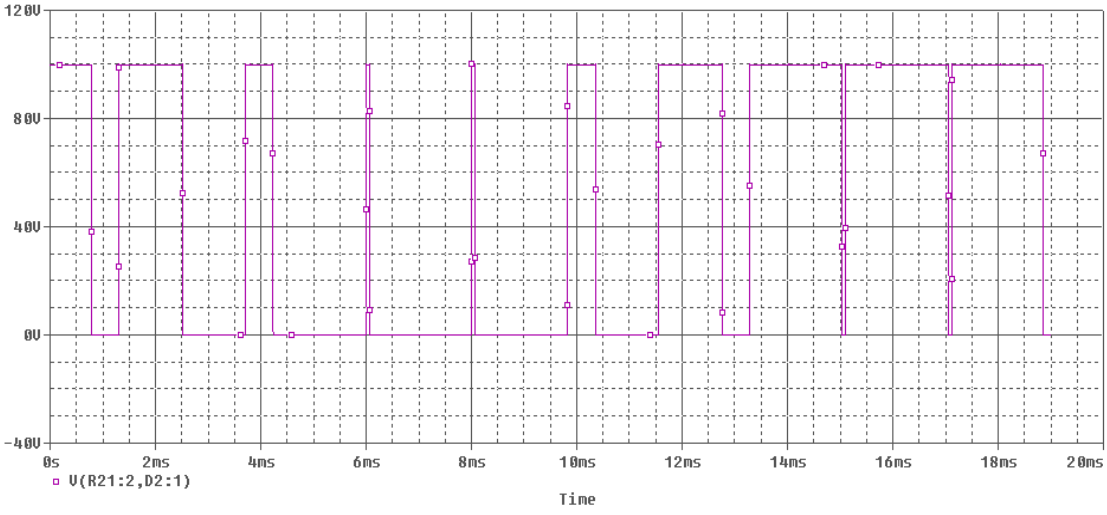


(γ)

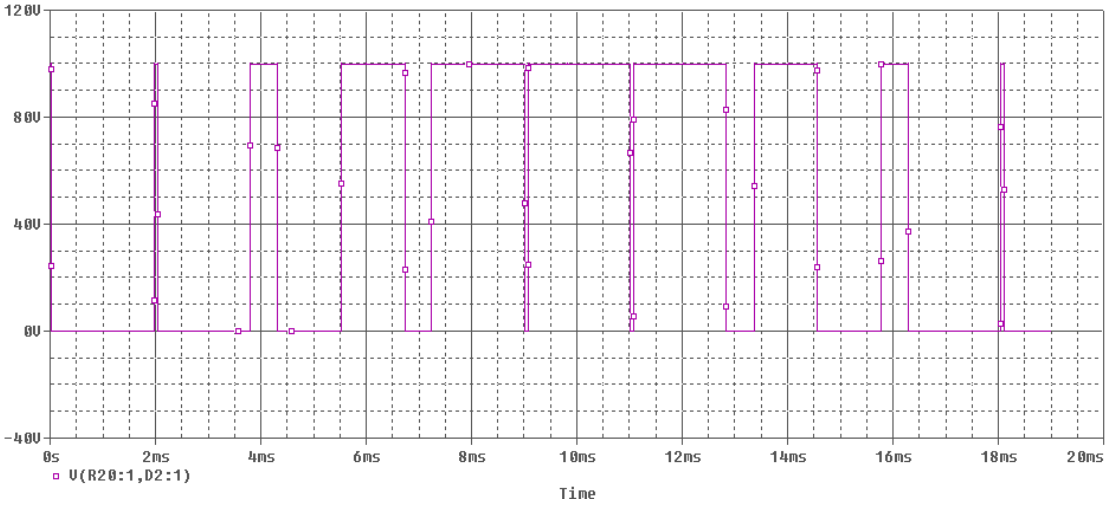
Σχήμα 7.19: Κυματομορφές τάσεων εισόδου και εξόδου συγκριτών 1, 2 και 3 για M_f=1,0



(α)

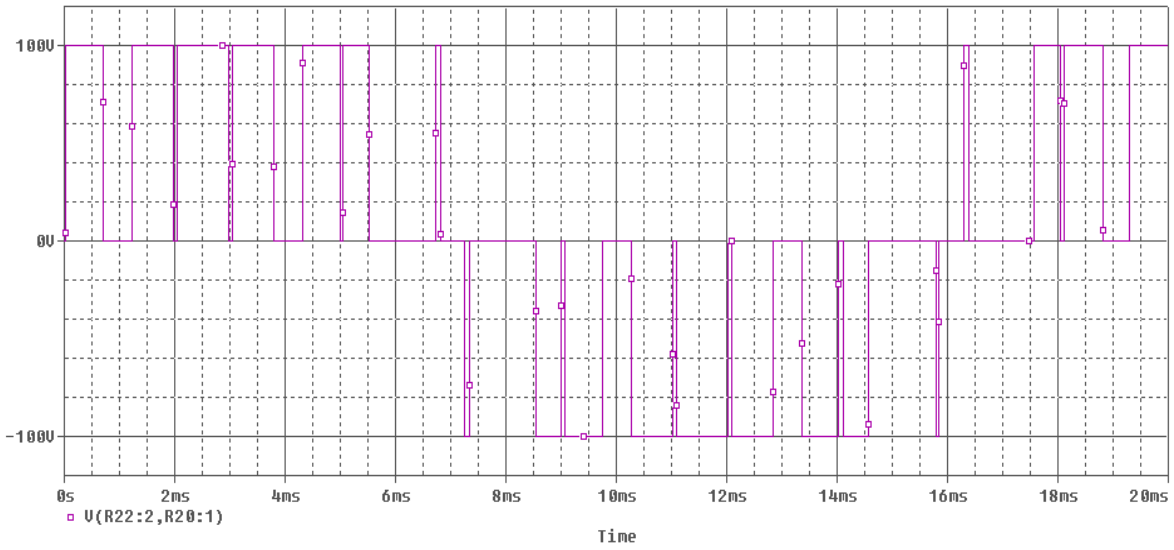


(β)

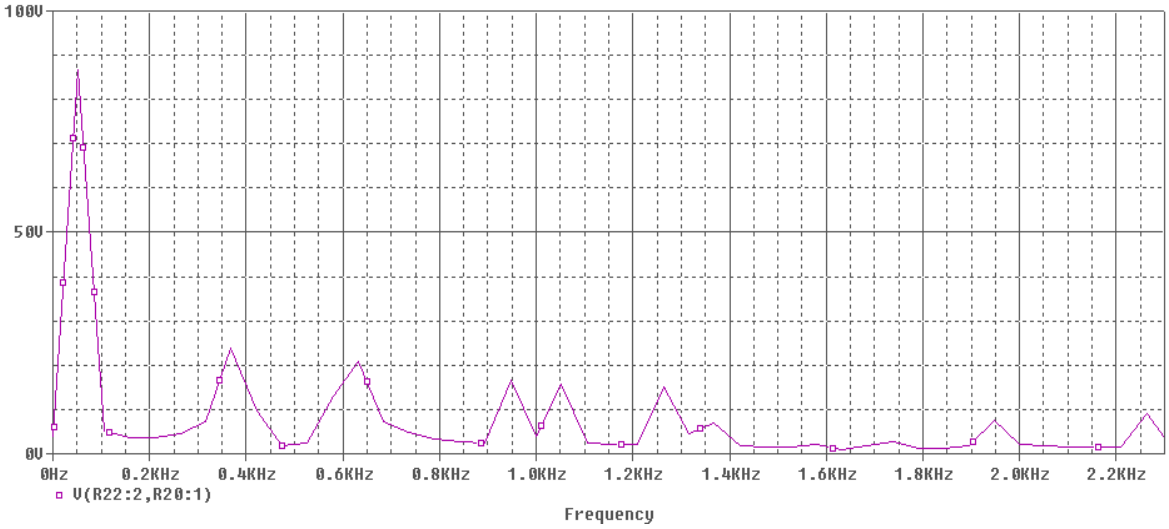


(γ)

Σχήμα 7.20: Κυματομορφές φασικών τάσεων εξόδου $V_{RN,}$ V_{SN} και V_{TN} για M_f=1,0



(α)



(β)

Σχήμα 7.21: Πολική τάση εξόδου του αντιστροφέα V_{RT} και φάσμα συχνοτήτων της πολικής τάσης για M_f=1,0

Το πλάτος της βασικής αρμονικής συνιστώσας της πολικής τάσης εξόδου του αντιστροφέα είναι :

$$V_{RT} = \frac{\sqrt{3}}{2} V \cdot M_f = 86{,}5\,V \tag{7.7}$$

όπου V=DC τάση εισόδου αντιστροφέα. Οι τιμές του πλάτους και της τάξης της κυριαρχούσας ανώτερης αρμονικής συνιστώσας δίνονται ανεξάρτητα από την τιμή του συντελεστή διαμόρφωσης M_f από τις ακόλουθες σχέσεις :

$$d=F_{nc}-2=7 \tag{7.8}$$

$$V_{(RT,\ d)max} = 0{,}27 \cdot V_{dc} = 27\ V \tag{7.9}$$

Στον παρακάτω πίνακα 7.3 παρουσιάζονται οι τιμές των αρμονικών συνιστωσών της τάσης του αντιστροφέα :

Πίνακας 7.3: Τιμές αρμονικών συνιστωσών της τάσης εξόδου αντιστροφέα

Αρμονική Συνιστώσα	Συχνότητα Αρμονικής (Hz)	Πλάτος Αρμονικής (V)
1	56	86
3	168	5
5	280	7
7	392	27
9	504	2
11	616	21
13	728	5
15	840	4
17	952	16
19	1064	15
21	1176	2
23	1288	15
25	1400	5
27	1512	2
29	1624	1
31	1736	2
33	1848	2
35	1960	8
37	2072	2
39	2184	2

Ο Συντελεστής Ολικής Αρμονικής Παραμόρφωσης (THD) στην συγκεκριμένη εφαρμογή έχει την τιμή :

$$\text{THD\%} = \frac{1}{86}\left[(5)^2 + (7)^2 + (27)^2 + (2)^2 + (21)^2 + (5)^2 + (4)^2 + (16)^2 + (15)^2\right] * 100 = 49$$

7.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων

Με την μέθοδο διαμόρφωσης εύρους παλμών με κάθετα μεταφερόμενους φορείς ο Συντελεστής Ολικής Αρμονικής Παραμόρφωσης έχει τιμή THD=15% ενώ με την μέθοδο SPWM ο Συντελεστής Ολικής Αρμονικής Παραμόρφωσης έχει τιμή THD=34% για συντελεστη διαμόρφωσης M_f=0,8 και THD=49% για συντελεστή διαμόρφωσης M_f=1,0. Αν ο Συντελεστής Ολικής Αρμονικής Παραμόρφωσης έχει την τιμή μηδέν τότε η τάση εξόδου είναι ημιτονοειδής κυματομορφή. Η μέθοδος διαμόρφωσης εύρους παλμών με κάθετα μεταφερόμενους φορείς είναι καλύτερη επειδή είναι κοντύτερα στο 0. Για να γίνει ημιτονοειδής η τάση και να έχουμε THD≤5% θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ένα φίλτρο στην έξοδο του αντιστροφέα. Η κυριαρχούσα αρμονική απέχει 9 φορές από την βασική στην περίπτωση της μεθόδου διαμόρφωσης εύρους παλμών με κάθετα μεταφερόμενους φορείς ενώ στην περίπτωση της SPWM η κυριαρχούσα αρμονική απέχει 7 φορές από την βασική αρμονική συνιστώσα. Σε έναν αντιστροφέα πολλαπλών επιπέδων οι εκπομπές αρμονικών συνιστωσών μειώνονται όσο αυξάνεται ο αριθμός των επιπέδων και έτσι μειώνονται οι απαιτήσεις φιλτραρίσματος.

7.6 Συμπεράσματα

Οι αντιστροφείς πολλαπλών επιπέδων επιτρέπουν σημαντική μείωση των αρμονικών συχνοτήτων και αποτελούν μια ελκυστική λύση για την μείωση των απωλειών σιδήρου των κινητήρων που οδηγούν, ιδιαίτερα στις εφαρμογές μεγάλης ισχύος.

7.7 Βιβλιογραφία

[7.1] A. Rufer, “An aid in the teaching of multilevel inverters for high power applications”, IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC’ 95, vol. 1, pp. 347-352, 1995.

[7.2] Leon M. Tolbert, Fang Zheng Peng and Thomas G. Habetler, “Multilevel Converters for Large Electric Drives”, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 35, no. 1, pp. 36-44, 1999.

[7.3] Leon M. Tolbert, Fang Zheng Peng and Thomas G. Habetler, “Multilevel PWM Methods at Low Modulation Indices”, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 15, no. 4, pp. 719-725, 2000.

[7.4] A. Nabae, I. Takahashi, H. Agaki, “A new neutral-point-clamped PWM inverter”, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 17, no. 5, pp. 518-523, 1981.

[7.5] Στέφανος Μανιάς, “Ηλεκτρονικά Ισχύος” , Εκδόσεις Συμεών, 2000.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η παρούσα διατριβή πραγματεύεται μεθοδολογίες σχεδίασης και μοντελοποίησης συστημάτων ηλεκτρικής κίνησης με κινητήρες που αξιοποιούν καινοτομικά υλικά. Η εργασία αναπτύσσεται σε οκτώ κεφάλαια ως εξής :

Στο **πρώτο κεφάλαιο** παρουσιάζονται τα βήματα και η μεθοδολογία βασικής σχεδίασης των ηλεκτρικών μηχανών με καινοτομικά υλικά και δίνεται ένα παράδειγμα σχεδίασης μιας πολυπολικής μηχανής μονίμων μαγνητών.

Στο **δεύτερο κεφάλαιο** αναπτύσσεται μια νέα ημιτρισδιάστατη υβριδική τεχνική πεπερασμένων στοιχείων-αναλυτικών λύσεων για την θεώρηση κλίσης μεταξύ των αυλάκων δρομέα και στάτη στις ηλεκτρικές μηχανές.

Στο **τρίτο κεφάλαιο** πραγματοποιείται μια επισκόπηση των μεθόδων για την μοντελοποίηση των σιδηρομαγνητικών υλικών αναλύοντας τα φαινόμενα κορεσμού, υστέρησης και δινορρευμάτων εν όψει της ενσωμάτωσής τους στην πεδιακή ανάλυση των ηλεκτρικών μηχανών.

Στο **τέταρτο κεφάλαιο** παρουσιάζονται εφαρμογές των προαναφερομένων μεθοδολογιών μοντελοποίησης σε μηχανές μονίμων μαγνητών. Σαν παράδειγμα εφαρμογής και σύγκρισης των αποτελεσμάτων των μεθόδων που αναπτύχθηκαν με πειραματικά, χρησιμοποιείται μια πρότυπη πολυπολική μηχανή μονίμων μαγνητών, ισχύος 2,5 kW.

Στο **πέμπτο κεφάλαιο** παρουσιάζονται εφαρμογές πεδιακής ανάλυσης σε μηχανές μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης. Προσαρμόζεται κατάλληλο μοντέλο υστέρησης Preisach-Neel για τον υπολογισμό των απωλειών σιδήρου, αναλύεται η λειτουργία των ηλεκτρικών μηχανών αυτού του τύπου και συγκρίνονται τα αριθμητικά αποτελέσματα δισδιάστατου αριθμητικού μοντέλου με πειραματικά.

Στο **έκτο κεφάλαιο** παρουσιάζονται εφαρμογές σε ασύγχρονες μηχανές υψηλών ταχυτήτων. Δίνεται ένα παράδειγμα σχεδίασης μιας ασύγχρονης μηχανής 700 W, 11.400 ΣΑΛ υπολογίζοντας το ισοδύναμο κύκλωμά της και επιβεβαιώνοντας τα αποτελέσματα του μαγνητικού πεδίου της μηχανής με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Επίσης αναλύεται μια ασύγχρονη μηχανή

3 kW, 10.800 ΣΑΛ και συγκρίνονται τα πειραματικά αποτελέσματα με τα αποτελέσματα προσομοίωσης.

Στο **έβδομο κεφάλαιο** συγκρίνονται οι τεχνικές ημιτονοειδούς διαμόρφωσης εύρους παλμών και αντιστροφέων πολλαπλών επιπέδων για συστήματα ηλεκτρικής κίνησης, όσον αναφορά τις παραγόμενες τάσεις και τον τρόπο που επηρεάζουν τις απώλειες σιδήρου των κινητήρων που οδηγούν.

8.1 Κυριότερα αποτελέσματα

Από την ερευνητική δραστηριότητα στα πλαίσια εκπονήσεως της διατριβής προέκυψαν τα ακόλουθα κυριότερα αποτελέσματα :

- Αναπτύχθηκε ένα κατάλληλο στοιχείο διάκενου βασιζόμενο στις αναλυτικές λύσεις σε συνδυασμό με δισδιάστατη προσομοίωση του στάτη και του δρομέα της μηχανής με πεπερασμένα στοιχεία για την θεώρηση της κλίσης του δρομέα στις ηλεκτρικές μηχανές. Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με εκείνα μοντέλου αμιγώς δισδιάστατων πεπερασμένων στοιχείων και ταυτόχρονη αναπαράσταση διαδοχικών διατομών της μηχανής. Η προτεινόμενη μεικτή τεχνική περιλαμβάνει μειωμένο αριθμό αγνώστων και προσφέρει ικανοποιητική ακρίβεια συγκρινόμενη με τρισδιάστατη ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων.
- Η πεδιακή και κυκλωματική ανάλυση μιας σύγχρονης πολυπολικής μηχανής μονίμων μαγνητών 2,5 kW, επέτρεψε την επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων του αναπτυχθέντος μοντέλου με πειραματικά αποτελέσματα, που αφορούν τις τάσεις που παράγει η μηχανή σε λειτουργία γεννήτριας τόσο σε κενό φορτίο όσο και σε πλήρες φορτίο. Επί πλέον αναλύθηκε η συμπεριφορά της μηχανής όταν τροφοδοτεί ωμικό φορτίο μέσω τριφασικού ανορθωτή και τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με πειραματικά.
- Προσαρμόστηκε κατάλληλο μοντέλο υστέρησης Preisach-Neel μέσω του οποίου υπολογίστηκαν οι απώλειες σιδήρου σε μηχανή μεταβλητής μαγνητικής αντίστασης. Επί πλέον υπολογίστηκε η ροπή της μηχανής με κατάλληλη μοντελοποίηση του μαγνητικού πεδίου συναρτήσει της σχετικής θέσης δρομέα-στάτη και τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με πειραματικά.
- Αναλύθηκαν οι ασύγχρονες μηχανές υψηλών ταχυτήτων. Στα πλαίσια αυτά σχεδιάστηκε και υπολογίστηκε θεωρητικά μια ασύγχρονη μηχανή 700 W, 11.400 ΣΑΛ η οποία προσομοιώθηκε με πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων για την επιβεβαίωση των χαρακτηριστικών της. Επιπλέον αναλύθηκε μια ασύγχρονη μηχανή ισχύος 3 kW, 10.800 ΣΑΛ

χρησιμοποιώντας μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων και επιβεβαιώθηκε η ακρίβεια των προτεινόμενων μεθόδων συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με πειραματικά.

- Τέλος, παρουσιάστηκαν οι τεχνικές της ημιτονοειδούς διαμόρφωσης εύρους παλμών και συγκρίθηκαν με εκείνες των αντιστροφέων πολλαπλών επιπέδων, οι οποίες χρησιμοποιούνται στα συστήματα ηλεκτρικής κίνησης μεγάλης ισχύος. Από τις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν αναδείχθηκαν τα πλεονεκτήματα των μεθόδων που χρησιμοποιούν αντιστροφείς πολλαπλών επιπέδων στην μείωση των απωλειών σιδήρου των κινητήρων που οδηγούν.

8.2 Σημεία προαγωγής της επιστήμης

Η εργασία περιλαμβάνει τα εξής σημεία προαγωγής της επιστήμης:

- Η ανάπτυξη υβριδικής τεχνικής πεπερασμένων στοιχείων-αναλυτικών λύσεων για την θεώρηση κλίσης μεταξύ δρομέα και στάτη στις ηλεκτρικές μηχανές μπορεί να προσφέρει σημαντικές υπηρεσίες στην ανάλυση των κινητηρίων συστημάτων.
- Η προσαρμογή φαινομενολογικών μοντέλων αναπαράστασης απωλειών σιδήρου (προσαρμοσμένα μοντέλα Preisach, τροποποιημένα μοντέλα Jiles-Atherton) και η ενσωμάτωσή τους στην πεδιακή ανάλυση μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων επιτρέπει αποδοτικότερη αναπαράσταση των ηλεκτρικών μηχανών όταν τροφοδοτούνται από μετατροπείς ιδιαιτέρως στην θεώρηση των υψηλών ταχυτήτων.

8.3 Εργασίες για περαιτέρω διερεύνηση

Τα παρακάτω σημεία αποτελούν θέματα των οποίων η διερεύνηση θα επιτρέψει σημαντική περαιτέρω αξιοποίηση των μεθοδολογιών που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της εργασίας:

- Η επέκταση της υβριδικής τεχνικής που αναπτύχθηκε και σε περιπτώσεις μεταβατικών φαινομένων χρησιμοποιώντας τεχνικές βήμα προς βήμα για την αναπαράσταση των χρονικών μεταβολών.
- Ο συνδυασμός μικροσκοπικών μοντέλων ανάλυσης απωλειών σιδήρου που εξετάσθηκαν με μακροσκοπικά μοντέλα ανάλυσης του πεδίου αναμένεται να επιτρέψει την θεώρηση των απωλειών στα μαγνητικά κυκλώματα των ηλεκτρικών μηχανών που οφείλονται στην διακοπτική συχνότητα όταν τροφοδοτούνται από μετατροπείς.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ MATLAB/SIMULINK ΣΕ ΜΗΧΑΝΗ ΜΟΝΙΜΩΝ ΜΑΓΝΗΤΩΝ

Π.1 Εισαγωγή

Στο παράρτημα αυτό δίνονται οι λεπτομέρειες της προσομοίωσης με το πρόγραμμα Matlab μιας σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών σε περίπτωση θεώρησης ημιτονοειδούς κατανομής του πεδίου στο διάκενο. Το μπλοκ της σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών λειτουργεί είτε ως γεννήτρια είτε ως κινητήρας. Η λειτουργία καθορίζεται από το πρόσημο της μηχανικής ροπής (θετική για τον κινητήρα και αρνητική για την γεννήτρια). Τα ηλεκτρικά και τα μηχανικά μέρη της μηχανής περιγράφονται από ένα δεύτερης τάξης μοντέλο. Το μοντέλο υποθέτει ότι η ροή που εισάγεται από τους μαγνήτες στο στάτη είναι ημιτονοειδούς μορφής που σημαίνει ότι και οι ηλεκτρεγερτικές δυνάμεις είναι ημιτονοειδούς μορφής.

Π.2 Πλαίσιο διαλόγου και εισαγωγής παραμέτρων

Στο πλαίσιο διαλόγου και παραμέτρων δηλώνουμε τις τιμές των παραμέτρων της σύγχρονης γεννήτριας μονίμων μαγνητών. Αυτοί οι παράμεροι είναι οι εξής :

Αντίσταση

Η αντίσταση του στάτη R (Ω).

Επαγωγές

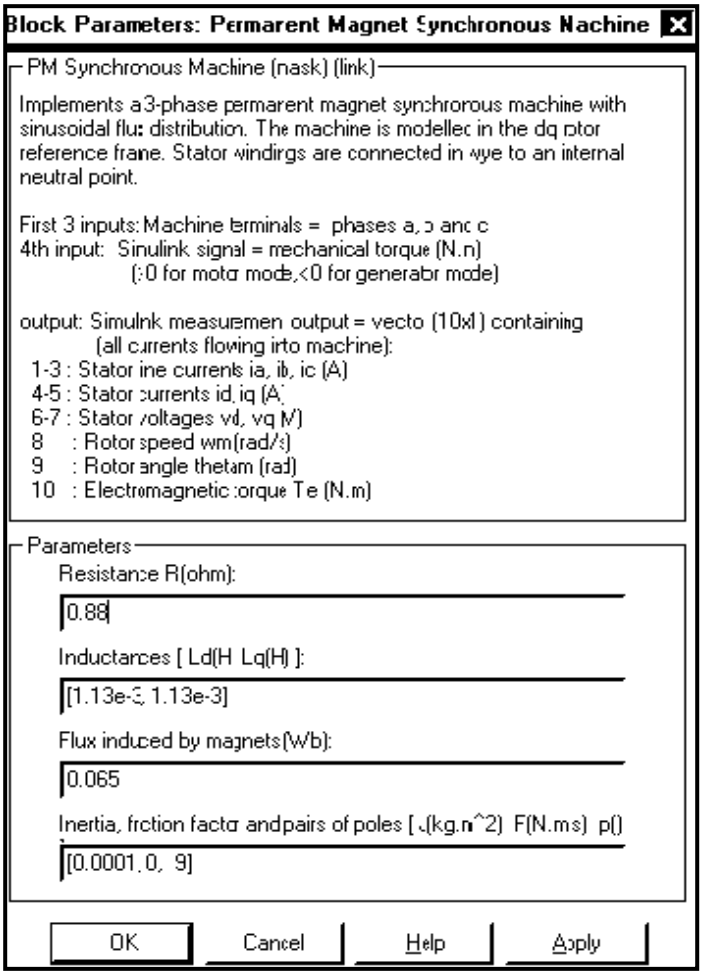
Οι επαγωγές στους q και d άξονες Ld (H) και Lq (H).

Ροή μονίμων μαγνητών

Η σταθερή ροή λ (Wb) που εισάγεται από τους μαγνήτες στα τυλίγματα του στάτη.

Μηχανικό σύστημα

Συνδυάζει την αδράνεια της μηχανής και του φορτίου J ($Kg.m^2$), συνδυάζει την τριβή ολίσθησης F (N.m.s), και των αριθμό ζευγών πόλων.



Σχήμα 1: Μπλόκ παραμέτρων σύγχρονης γεννήτριας μονίμων μαγνητών

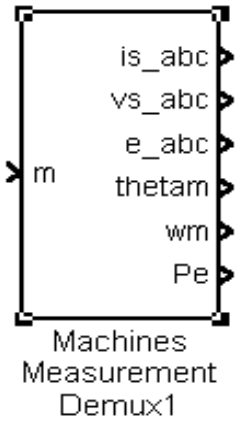
Π.3 Είσοδοι και έξοδοι

Οι πρώτες τρεις είσοδοι είναι οι ηλεκτρικές συνδέσεις της μηχανής του στάτη. Η τέταρτη είσοδος είναι η μηχανική ροπή στον άξονα της μηχανής (σήμα Simulink). Αυτή η είσοδος θα πρέπει κανονικά να είναι θετική γιατί το μπλοκ της σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών συνήθως χρησιμοποιείται σαν κινητήρας. Μπορούμε να εφαρμόσουμε μια αρνητική ροπή εισόδου εάν επιλέξουμε να χρησιμοποιήσουμε το μπλοκ σαν γεννήτρια.

Οι έξοδοι του μπλοκ περιέχουν τις εξής μεταβλητές (όλα τα ρεύματα ρέουν διαμέσου της μηχανής) :

- 1-3 : Ρεύματα γραμμής ia, ib και ic σε A
- 4-5 : Ρεύματα στους άξονες q και d, id και iq σε A
- 6-7 : Τάσεις στους άξονες q και d, vq και vd σε V
- 8 : Μηχανική ταχύτητα του δρομέα ω_r, σε rad/s
- 9 : Μηχανική γωνία του δρομέα θ, σε rad
- 10 : Ηλεκτρομαγνητική ροπή Te, σε N·m

Αυτές οι μεταβλητές μπορούν να υπολογιστούν χρησιμοποιώντας το μπλοκ μετρήσεων μηχανών από την βιβλιοθήκη μηχανών.



Σχήμα 2: Μπλόκ αποδιαμόρφωσης μετρήσεων μηχανών

Με το μπλόκ της σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών υποθέτουμε ότι υπάρχει ένα γραμμικό μαγνητικό κύκλωμα χωρίς κορεσμό του σιδήρου στο δρομέα και τον στάτη. Αυτή η υπόθεση μπορεί να γίνει επειδή υπάρχει ένα μεγάλο διάκενο στις σύγχρονες μηχανές μονίμων μαγνητών.

Π.4 Κυκλωματικό μοντέλο σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών

Ο μετασχηματισμός των μεταβλητών του στάτη στο πλαίσιο αναφοράς του δρομέα αφαιρεί την μεταβολή του χρόνου των αυτεπαγωγών στις εξισώσεις των τάσων. Οι εξισώσεις του Park λαμβάνονται θέτοντας την ταχύτητα του αυθαίρετου πλαισίου αναφοράς ίση με την ταχύτητα του δρομέα ($\omega=\omega_r$). Έτσι προκύπτει :

$$\begin{aligned} V^{r}_{qd0s} &= -r_s i^{r}_{qd0s} + \omega_r \lambda^{r}_{dqs} + p\lambda^{r}_{qd0s} \\ V'^{r}_{qdr} &= r'_r i'^{r}_{qdr} + p\lambda'^{r}_{qdr} \\ \text{όπου} \quad (\lambda'_{dqs})^T &= [\lambda'_{ds} \; -\lambda'_{qs} \; 0] \end{aligned} \tag{1}$$

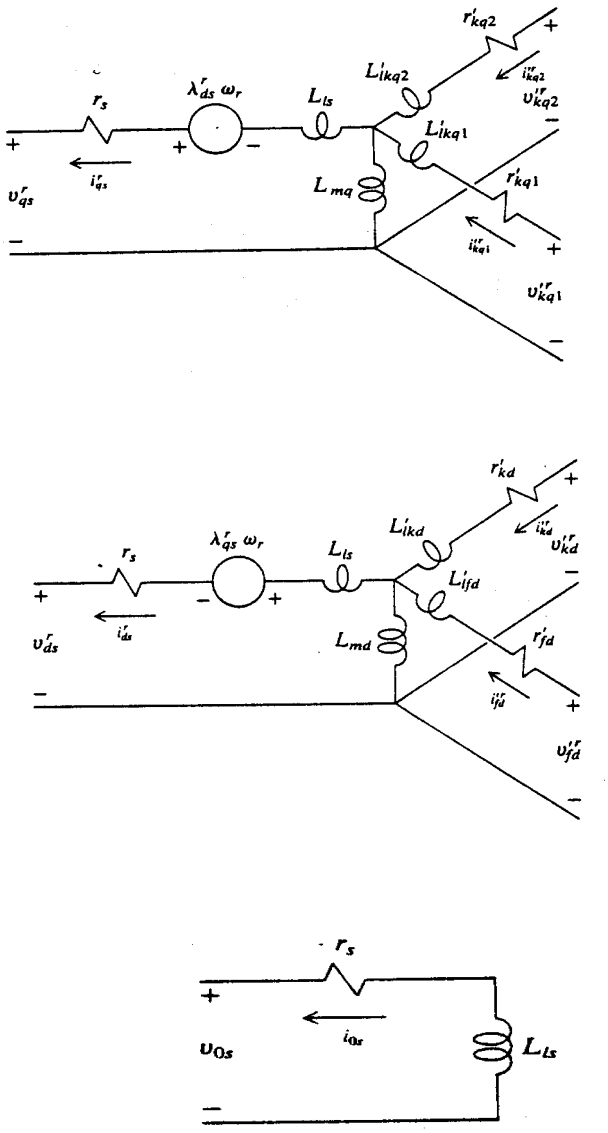
Οι εξισώσεις τάσεων του Park συχνά γράφονται στην εξής μορφή :

$$\begin{aligned} u^{r}_{qs} &= -r_s i^{r}_{qs} + \omega_r \lambda^{r}_{ds} + p\lambda^{r}_{qs} \\ u^{r}_{ds} &= -r_s i^{r}_{ds} - \omega_r \lambda^{r}_{qs} + p\lambda^{r}_{ds} \\ u_{0s} &= -r_s i_{0s} - p\lambda_{0s} \\ u'^{r}_{kq1} &= r'_{kq1} i'^{r}_{kq1} + p\lambda'^{r}_{kq1} \\ u'^{r}_{kq2} &= r'_{kq2} i'^{r}_{kq2} + p\lambda'^{r}_{kq2} \\ u'^{r}_{fd} &= r'_{fd} i'^{r}_{fd} + p\lambda'^{r}_{fd} \\ u'^{r}_{kd} &= r'_{kd} i'^{r}_{kd} + p\lambda'^{r}_{kd} \end{aligned} \tag{2}$$

Οι εξισώσεις πεπλεγμένων ροών είναι :

$$\begin{aligned} \lambda^{r}_{qs} &= -L_{ls} i^{r}_{qs} + L_{mq}(-i^{r}_{qs} + i'^{r}_{kq1} + i'^{r}_{kq2}) \\ \lambda^{r}_{ds} &= -L_{ls} i^{r}_{ds} + L_{md}(-i^{r}_{ds} + i'^{r}_{kd} + i'^{r}_{fd}) \\ \lambda_{0s} &= -L_{ls} i_{0s} \\ \lambda'^{r}_{kq1} &= L'_{lkq1} i'^{r}_{kq1} + L_{mq}(-i^{r}_{qs} + i'^{r}_{kq1} + i'^{r}_{kq2}) \\ \lambda'^{r}_{kq2} &= L'_{lkq2} i'^{r}_{kq2} + L_{mq}(-i^{r}_{qs} + i'^{r}_{kq1} + i'^{r}_{kq2}) \\ \lambda'^{r}_{fd} &= L'_{lfd} i'^{r}_{fd} + L_{md}(-i^{r}_{ds} + i'^{r}_{kd} + i'^{r}_{fd}) \\ \lambda'^{r}_{kd} &= L'_{lkd} i'^{r}_{kd} + L_{md}(-i^{r}_{ds} + i'^{r}_{kd} + i'^{r}_{fd}) \end{aligned} \tag{3}$$

Οι εξισώσεις τάσεων και πεπλεγμένων ροών εισάγουν το ισοδύναμο κύκλωμα στο παρακάτω σχήμα :



Σχήμα 3: Ισοδύναμα κυκλώματα μιας τριφασικής σύγχρονης μηχανής με το πλαίσιο αναφοράς σταθερό στον δρομέα – Εξισώσεις Park

Έχοντας αγνοήσει τα τυλίγματα απόσβεσης στον τροποποιημένο μετασχηματισμό Park η μελέτη της μεταβατικής συμπεριφοράς γίνεται ευχερέστερη. Οι εξισώσεις των ισοδυνάμων κυκλωμάτων σε αυτή την περίπτωση είναι οι ακόλουθες :

$$(L_{md}+L_{ls})\frac{dI_d}{dt}=-rsI_d+\omega_r(L_{mq}+L_{ls})I_q-u_d+L_{md}\frac{dI_f}{dt} \qquad (4)$$

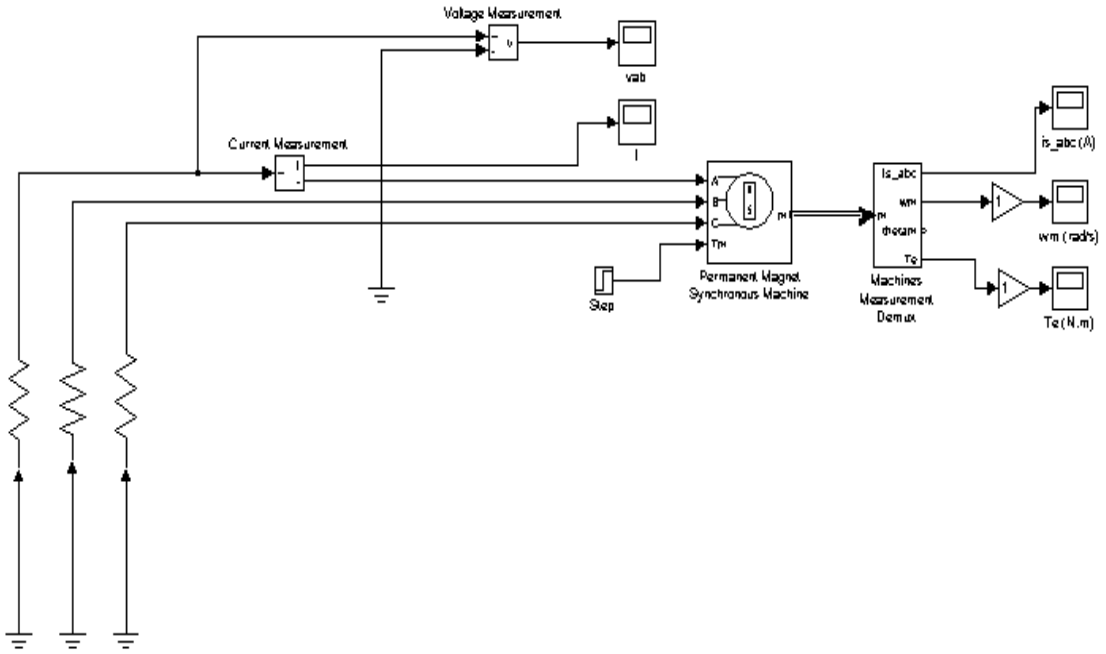
$$(L_{mq}+L_{ls})\frac{dI_q}{dt}=-rsI_q+\omega_r(L_{mq}+L_{ls})I_d-u_q+L_{md}\omega_r I_f \qquad (5)$$

Η σύγχρονη μηχανή είναι μονίμων μαγνητών, με συνέπεια το ισοδύναμο ρεύμα διέγερσης να θεωρείται σταθερό και αμετάβλητο, απλοποιώντας τη σχέση (4), δηλαδή ισχύει ότι :

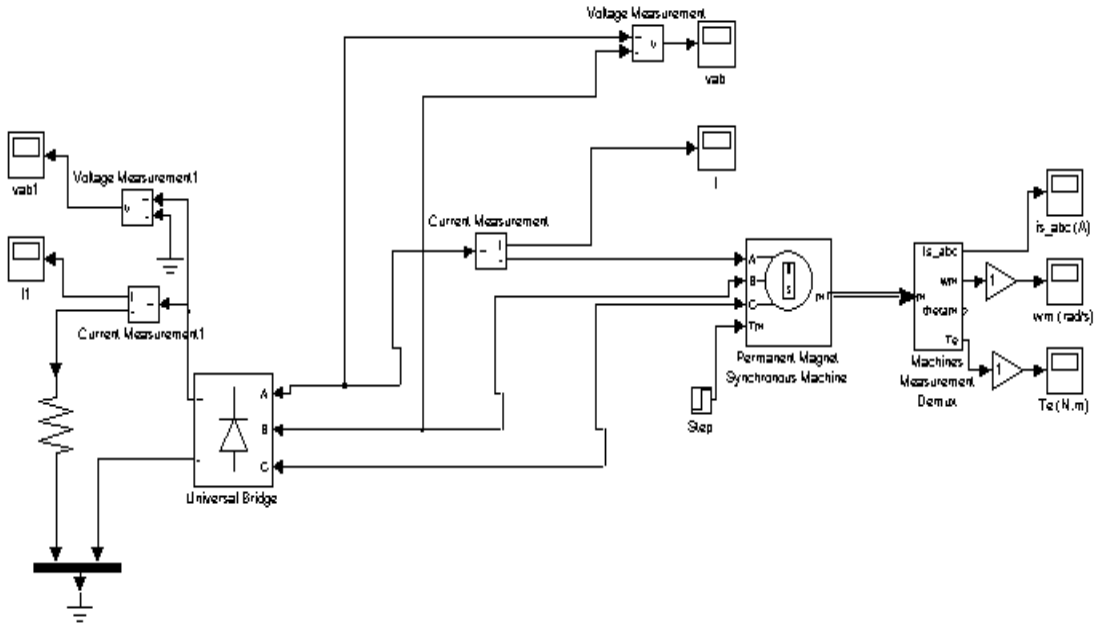
$$\frac{dIf}{dt}=0A/s\,, \qquad Ld=(L_{md}+L_{ls}), \quad Lq=(L_{mq}+L_{ls}), \qquad Ld=Lq$$

Π.5 Προσομοίωση με το matlab σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών

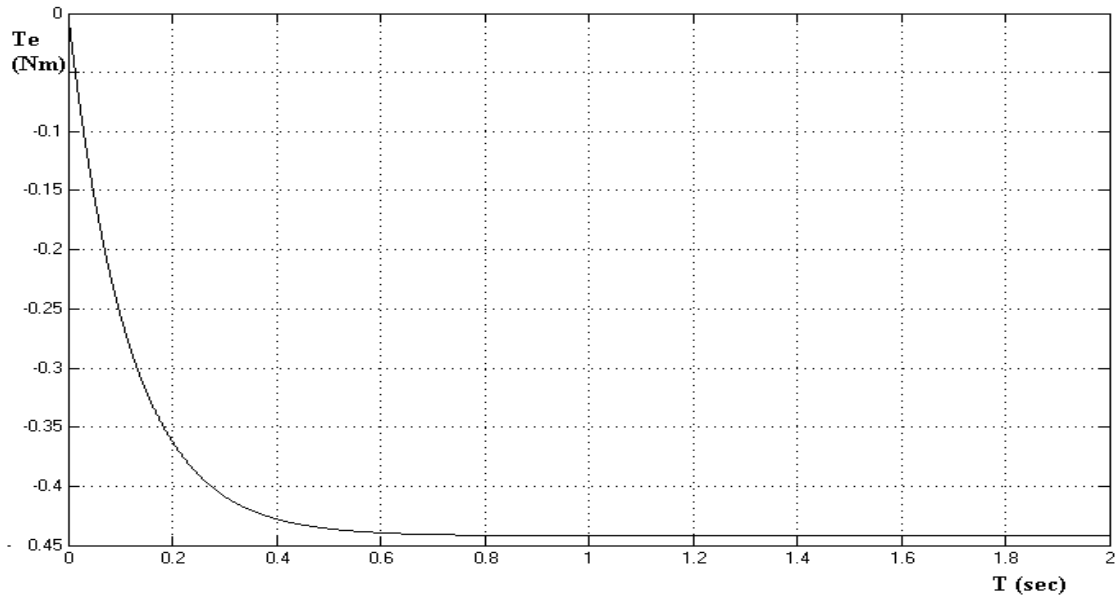
Σαν παράδειγμα χρησιμοποιούμε το μπλοκ της σύγχρονης μηχανής μονίμων μαγνητών σαν γεννήτρια που τροφοδοτεί ένα τριφασικό ωμικό φορτίο (σχήμα 4) ή έναν μετατροπέα ισχύος (σχήμα 5).



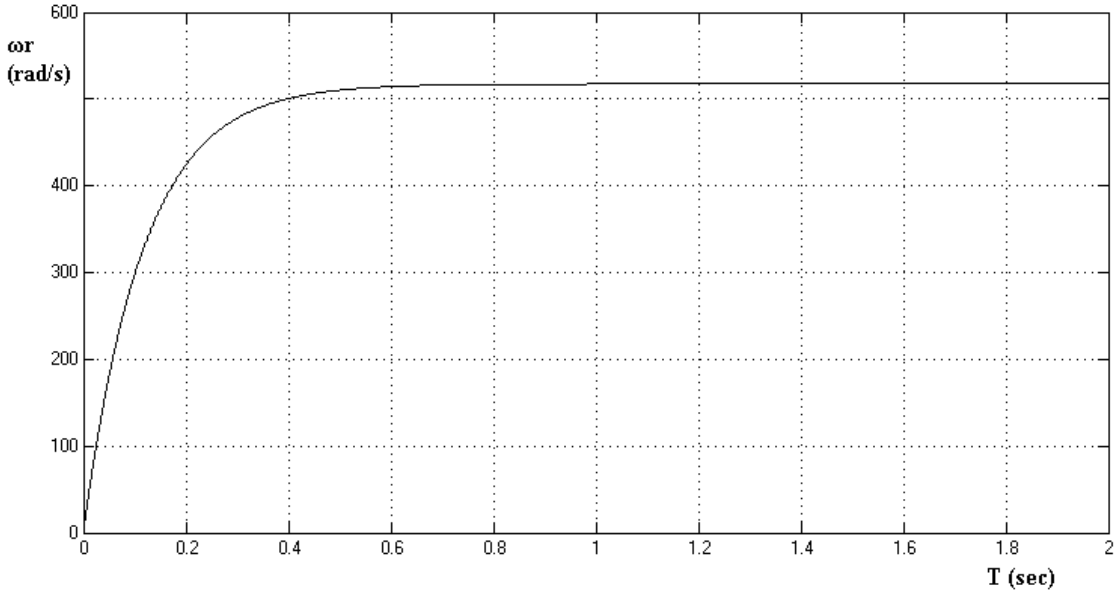
Σχήμα 4: Κύκλωμα σύγχρονης γεννήτριας μονίμων μαγνητών που τροφοδοτεί τριφασικό ωμικό φορτίο



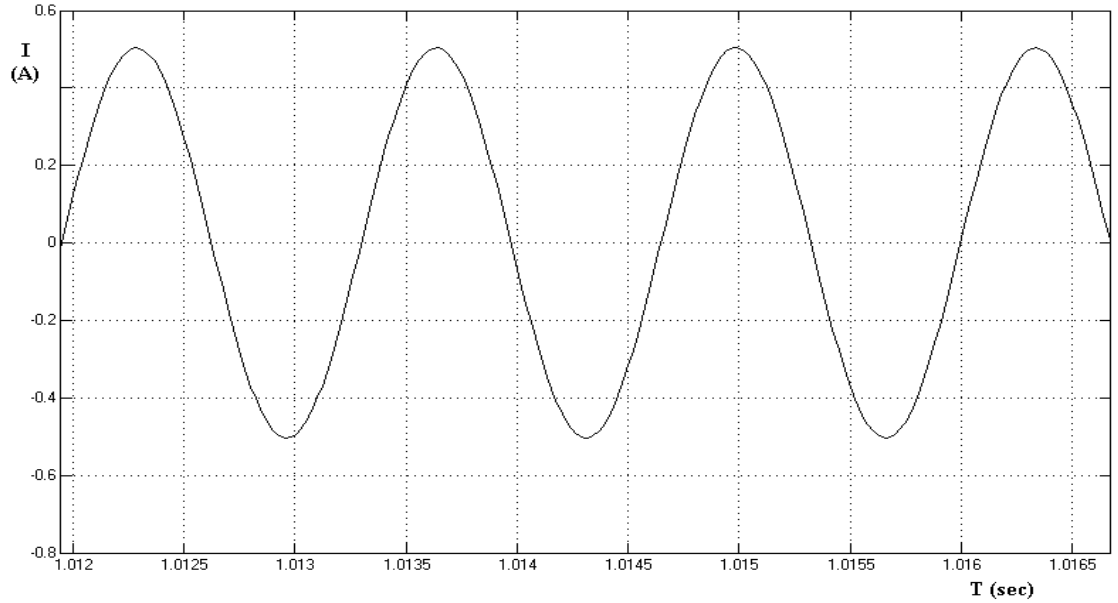
Σχήμα 5: Κύκλωμα σύγχρονης γεννήτριας μονίμων μαγνητών που τροφοδοτεί μετατροπέα ισχύος



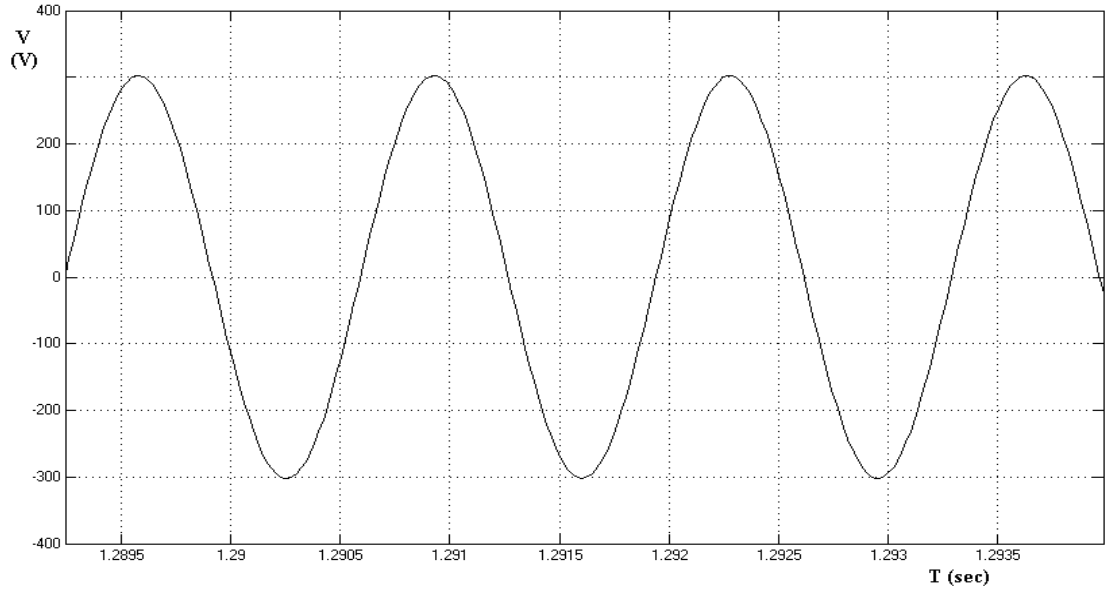
Σχήμα 6: Καμπύλη ηλεκτρομαγνητικής ροπής Te (ωμικό φορτίο, ονομαστικές συνθήκες σε μόνιμη κατάσταση)



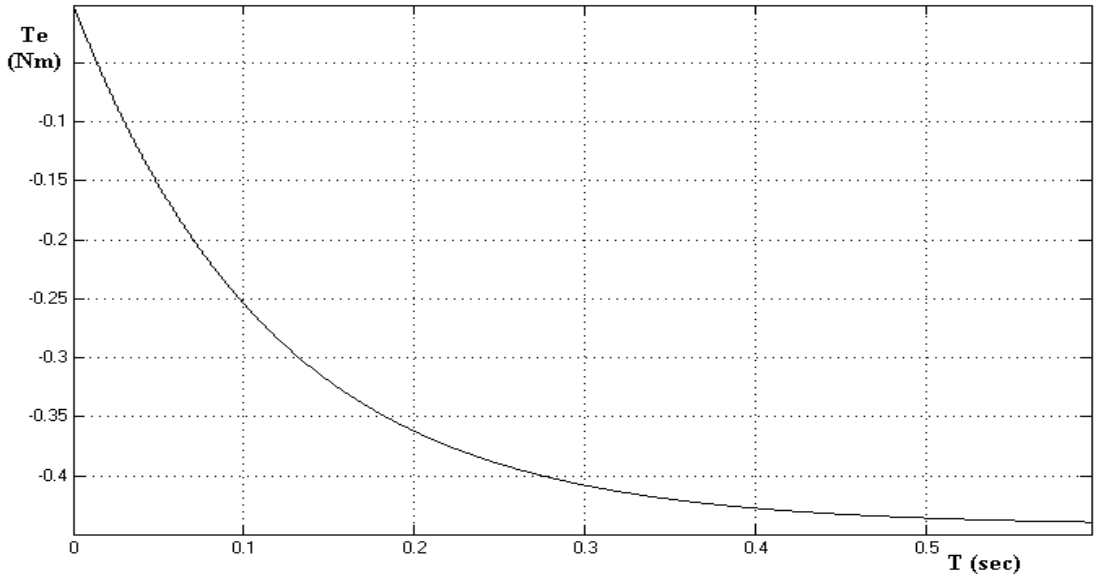
Σχήμα 7: Καμπύλη ταχύτητας δρομέα ω_r (ωμικό φορτίο, ονομαστικές συνθήκες σε μόνιμη κατάσταση)



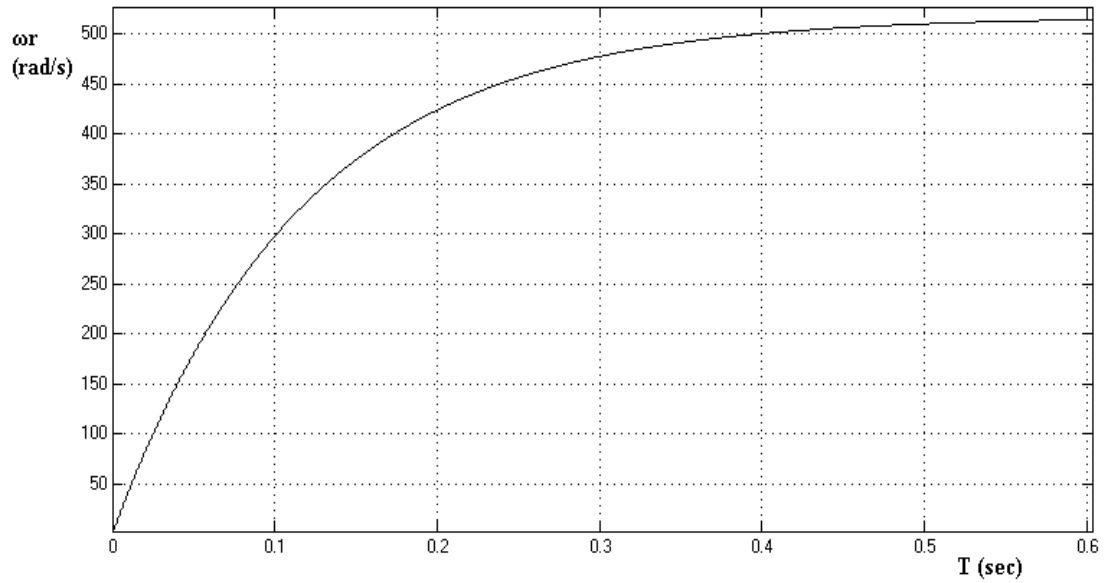
Σχήμα 8: Καμπύλη ρεύματος στάτη Ια (ωμικό φορτίο, ονομαστικές συνθήκες σε μόνιμη κατάσταση)



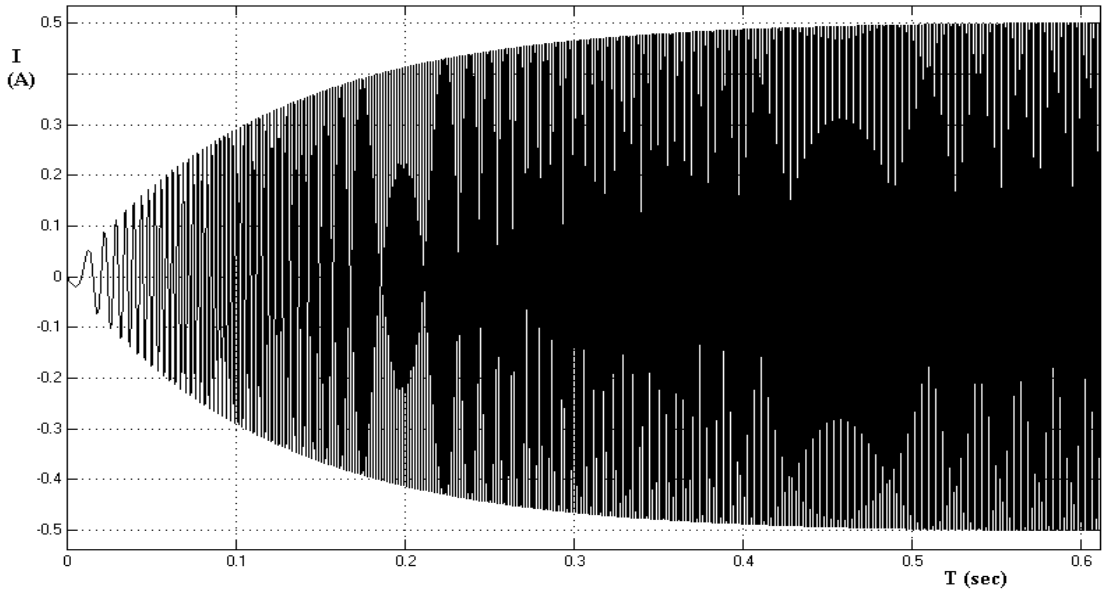
Σχήμα 9: Καμπύλη τάσεως γεννήτριας Να. (ωμικό φορτίο, ονομαστικές συνθήκες σε μόνιμη κατάσταση)



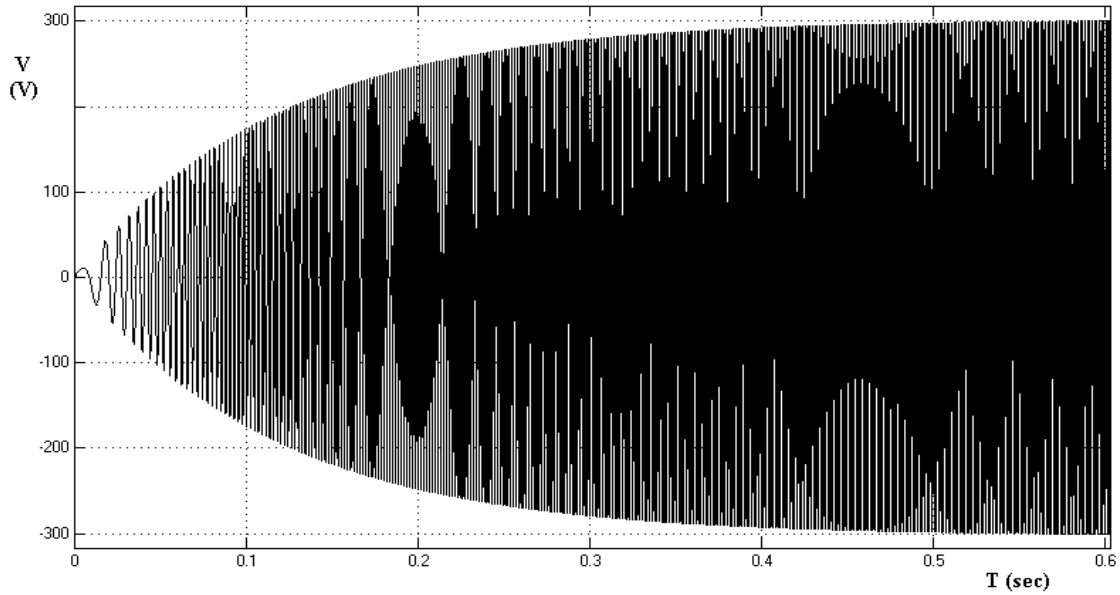
Σχήμα 10: Καμπύλη ηλεκτρομαγνητικής ροπής Te (ωμικό φορτίο, ονομαστική ροπή στην εκκίνηση)



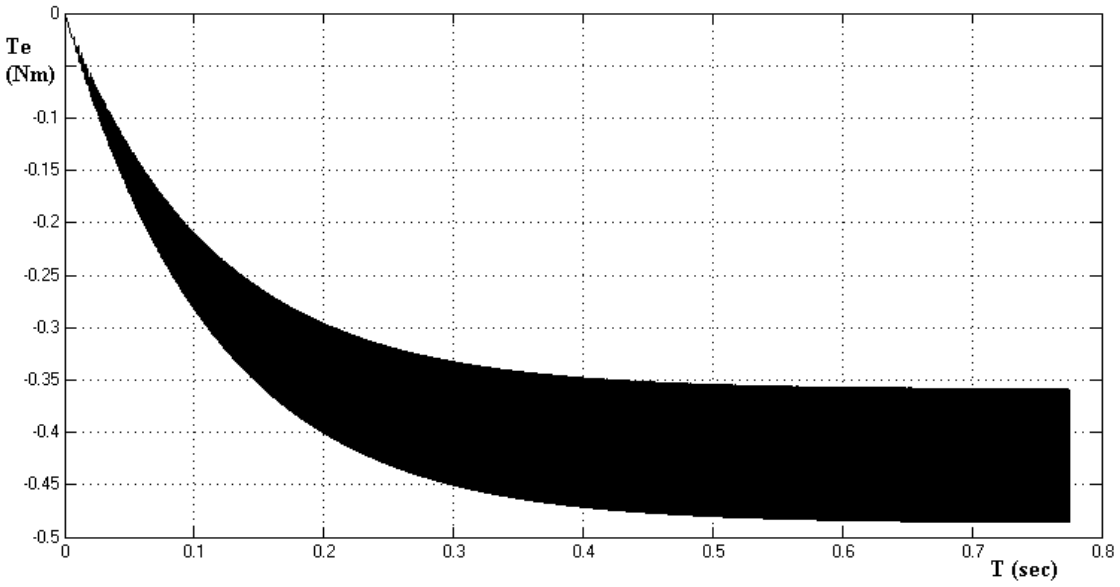
Σχήμα 11: Καμπύλη ταχύτητας του δρομέα ω_r (ωμικό φορτίο, ονομαστική ροπή στην εκκίνηση)



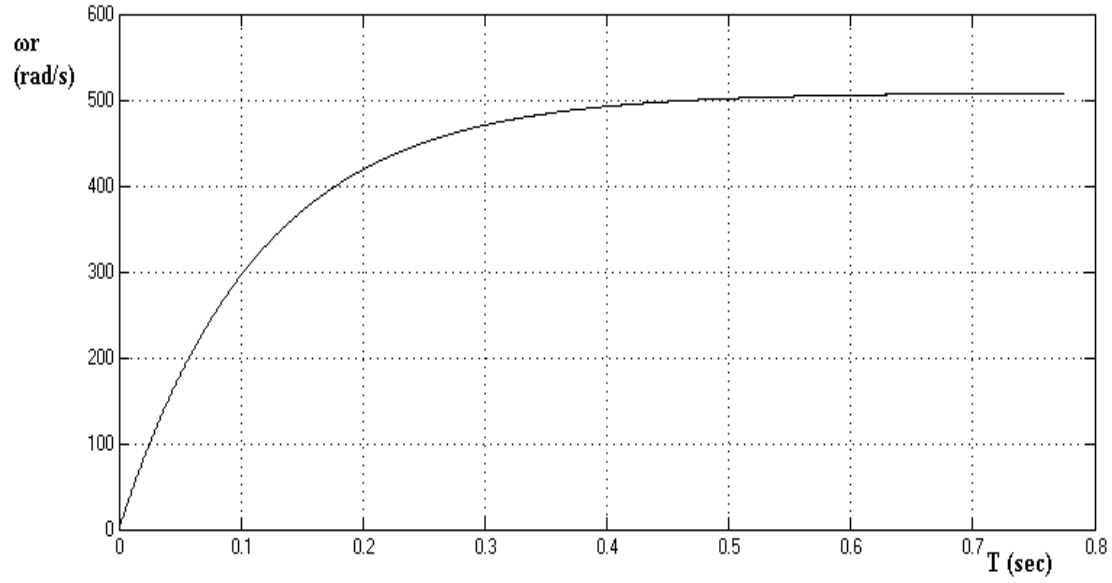
Σχήμα 12: Καμπύλη ρεύματος γεννήτριας Ια (ωμικό φορτίο, ονομαστική ροπή στην εκκίνηση)



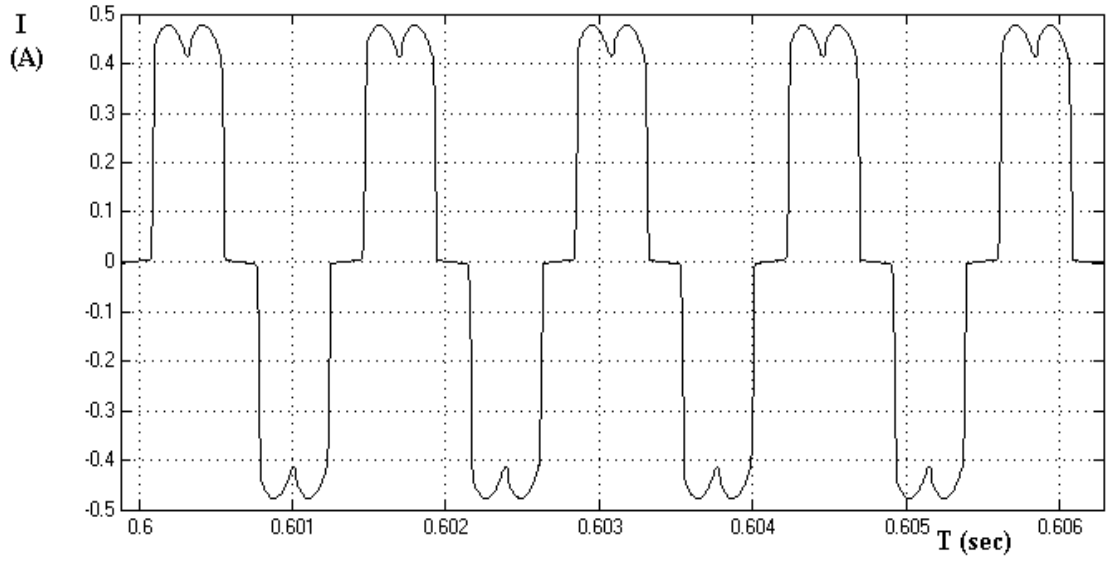
Σχήμα 13: Καμπύλη τάσεως γεννήτριας Να. (ωμικό φορτίο, ονομαστική ροπή στην εκκίνηση)



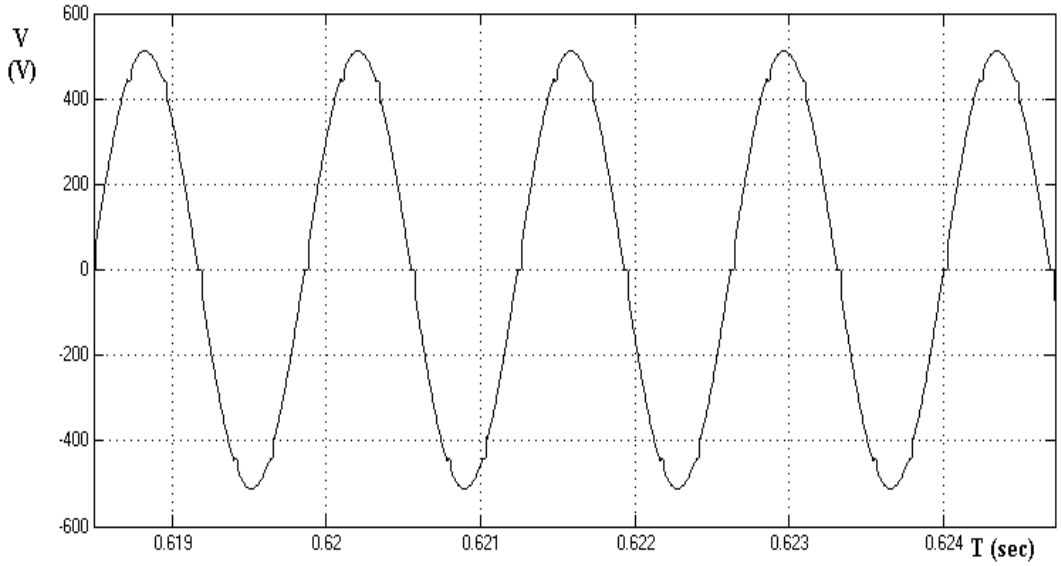
Σχήμα 14: Καμπύλη ηλεκτρομαγνητικής ροπής Te (φορτίο μετατροπέας, ονομαστικές συνθήκες σε μόνιμη κατάσταση)



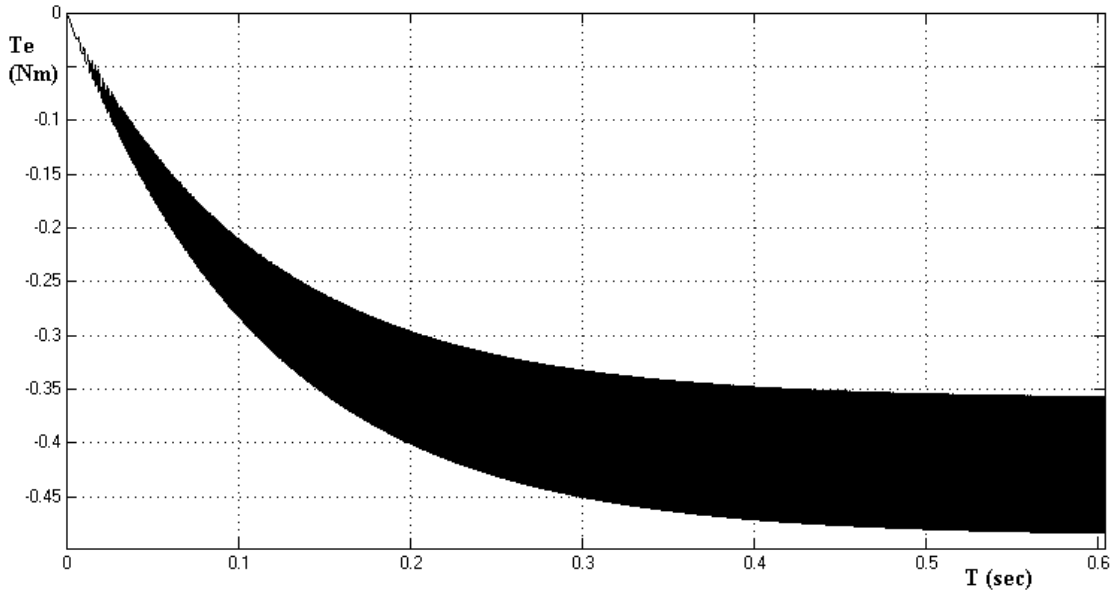
Σχήμα 15: Καμπύλη ταχύτητας δρομέα ω_r (φορτίο μετατροπέας, ονομαστικές συνθήκες σε μόνιμη κατάσταση)



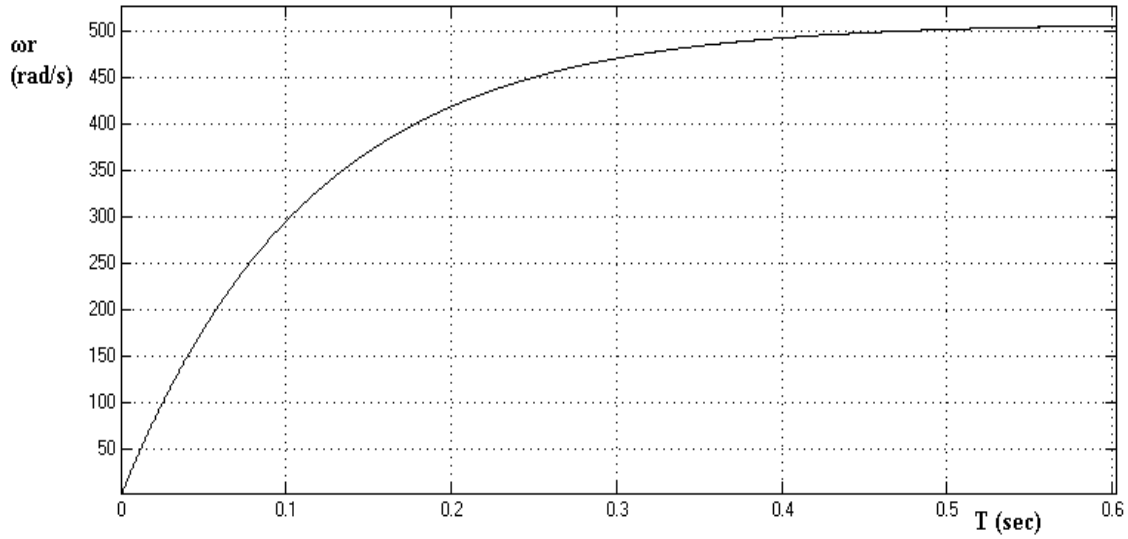
Σχήμα 16: Καμπύλη ρεύματος στάτη Ια (φορτίο μετατροπέας ονομαστικές συνθήκες σε μόνιμη κατάσταση)



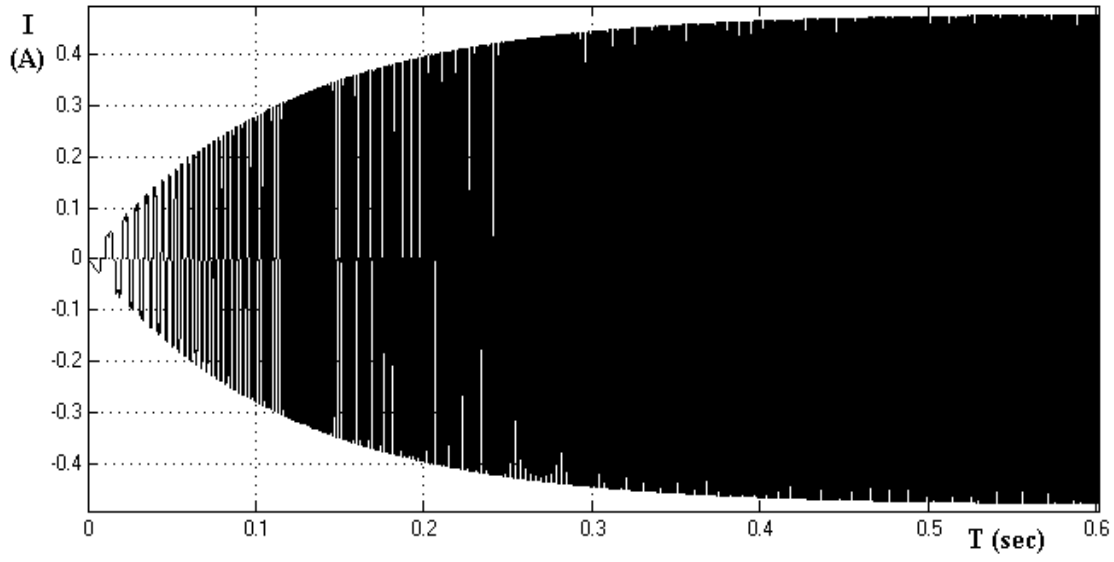
Σχήμα 17: Καμπύλη τάσεως γεννήτριας Να. (φορτίο μετατροπέας, ονομαστικές συνθήκες σε μόνιμη κατάσταση)



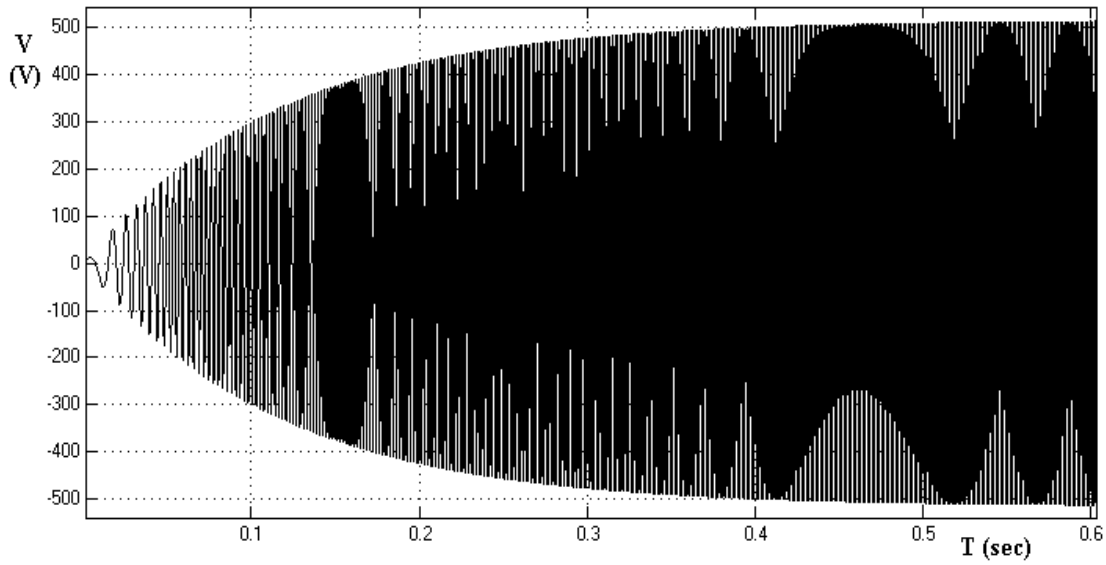
Σχήμα 18: Καμπύλη ηλεκτρομαγνητικής ροπής Te (φορτίο μετατροπέας, ονομαστική ροπή στην εκκίνηση)



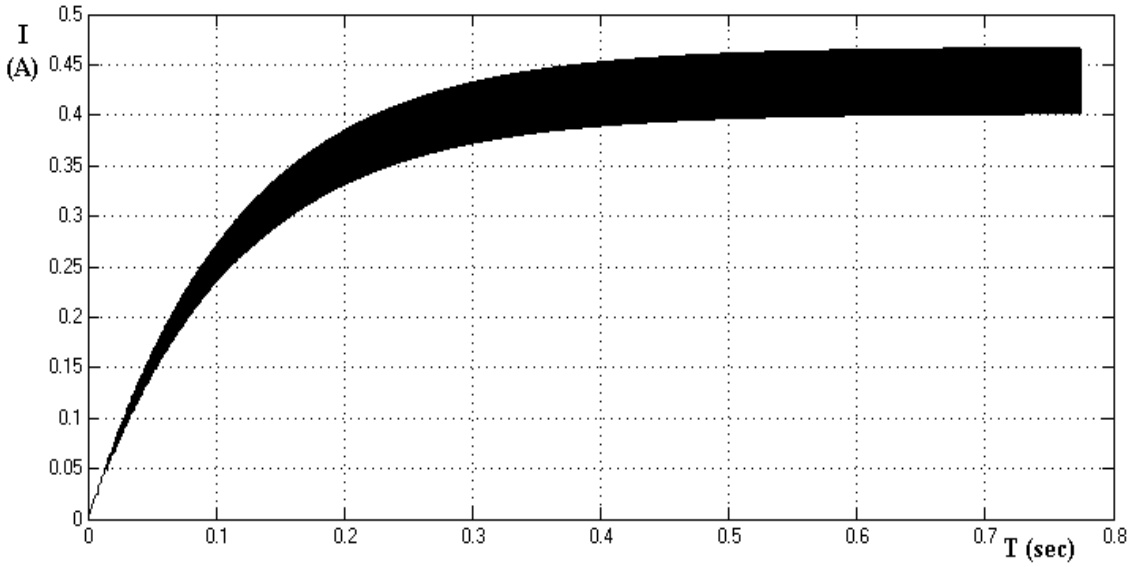
Σχήμα 19: Καμπύλη ταχύτητας του δρομέα ω_r (φορτίο μετατροπέας, ονομαστική ροπή στην εκκίνηση)



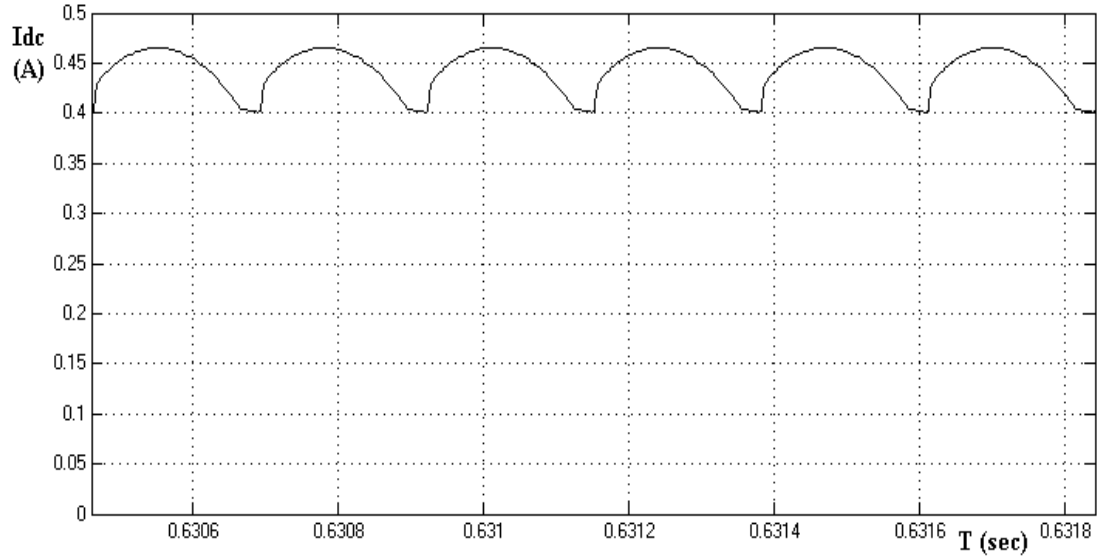
Σχήμα 20: Καμπύλη ρεύματος γεννήτριας Ια (φορτίο μετατροπέας, ονομαστική ροπή στην εκκίνηση)



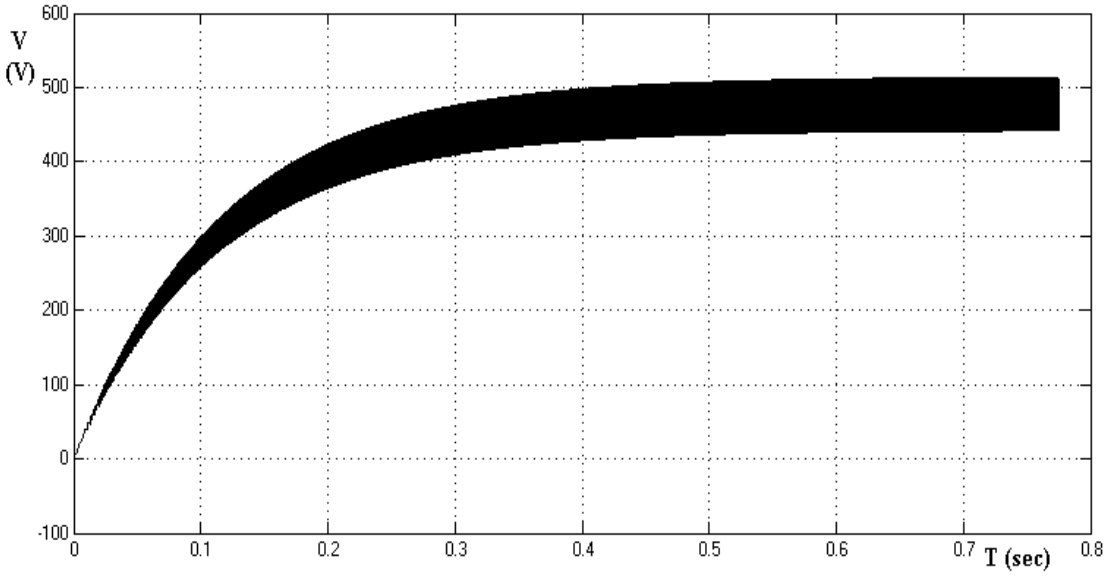
Σχήμα 21: Καμπύλη τάσεως γεννήτριας Να. (φορτίο μετατροπέας, ονομαστική ροπή στην εκκίνηση)



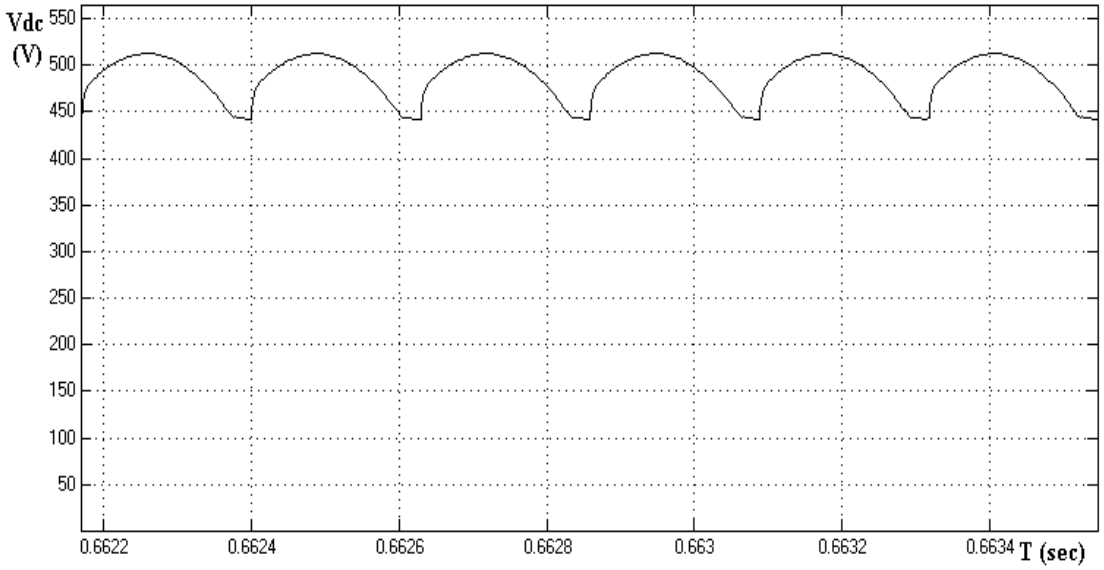
Σχήμα 22: Καμπύλη ρεύματος εξόδου μετατροπέα



Σχήμα 23: Καμπύλη ρεύματος εξόδου μετατροπέα για μόνιμη κατάσταση



Σχήμα 24: Καμπύλη τάσεως εξόδου μετατροπέα



Σχήμα 25: Καμπύλη τάσεως εξόδου μετατροπέα για μόνιμη κατάσταση

Π.6 Συμπεράσματα

Από τις καμπύλες της ροπής και της ταχύτητας παρατηρούμε ότι σταθεροποιούνται από τα 0,6 δευτερόλεπτα όπου έχουμε και την μόνιμη κατάσταση της μηχανής. Επίσης το ρεύμα και η τάση του στάτη αποκτά την μέγιστη τιμή του μετά τα 0,6 δευτερόλεπτα. Με φορτίο τον μετατροπέα ισχύος, ο χρόνος που χρειάζεται για να σταθεροποιηθούν τα μεγέθη είναι και αυτός 0,6 δευτερόλεπτα. Όμως, το ρεύμα του στάτη δεν είναι ημιτονοειδούς μορφής εξαιτίας των διόδων του μετατροπέα. Αυτή η παραμόρφωση του ρεύματος αλλοιώνει και την ημιτονοειδή μορφή της τάσης που είχαμε με το ωμικό φορτίο.