

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Τομέας Συστημάτων Μετάδοσης
Πληροφορίας και Τεχνολογίας Υλικών



**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΓΚΕΦΑΛΙΚΗΣ
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΟΥ ΥΠΝΟΥ:
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΟΓΚΩΝ ΚΑΙ
ΤΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ ΣΤΙΣ ΥΠΝΙΚΕΣ
ΑΤΡΑΚΤΟΥΣ**

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΤΗΣ

ΕΥΣΤΡΑΤΙΑΣ Α. ΜΟΝΟΓΥΙΟΥ

ΦΥΣΙΚΟΥ Ε.Κ.Π.Α.

ΑΘΗΝΑ, ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2004

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Τομέας Συστημάτων Μετάδοσης
Πληροφορίας και Τεχνολογίας Υλικών



**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΓΚΕΦΑΛΙΚΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΟΥ ΥΨΙΝΟΥ: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΟΓΚΩΝ ΚΑΙ
ΤΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ ΣΤΙΣ ΥΨΗΚΕΣ ΑΤΡΑΚΤΟΥΣ**

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΕΥΣΤΡΑΤΙΑΣ Α. ΜΟΝΟΓΥΙΟΥ

ΣΥΜΒΟΥΛΕΥΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:

ΝΙΚΟΛΑΟΣ Κ. ΟΥΖΟΥΝΟΓΛΟΥ
ΠΕΡΙΚΛΗΣ Ι. ΚΤΩΝΑΣ
ΔΗΜΗΤΡΑ Ι ΚΑΚΛΑΜΑΝΗ

ΕΓΚΡΙΘΗΚΕ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΠΤΑΜΕΛΗ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΤΗ 10^Η ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2004.

.....
Ν. Ουζούνογλου
Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Π. Κτώνας
Καθηγητής Παν. Huston

.....
Δ. Κακλαμάνη
Επικ. Καθηγήτρια ΕΜΠ

.....
Κ. Νικήτα
Αν. Καθηγήτρια ΕΜΠ

.....
Α. Σταφυλοπάτης
Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Σ. Κόλλιας
Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Κ. Σολδάτος
Καθηγητής ΕΚΠΑ

Copyright © Ευστρατία Α. Μονογυιού, 2004.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προσέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν στη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς το συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευτεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Στους γονείς μου

Άγγελο και Ολυμπία

ABSTRACT

The reconstruction of the electrical activity of the brain from non-invasive measurements of EEG recordings is an active topic in neurophysiology and consists of localizing the sources of the brain that produce the electric field, which propagates through the overlying tissues towards the surface of the head. By assuming a volume conductor model of the human head and a source model, it is possible to localize the electric source, by calculating the source parameters (coordinates and strength) that generate electrode potentials which best fit the measured EEG activity. The calculation of the potentials at the scalp electrodes for a given electrical source distribution is referred to as the “forward problem”, whereas the estimation of the source parameters that best describe the measured potentials is referred to as the “inverse problem”. The inverse problem of the EEG belongs to the category of the “ill-posed” problems, as for a given set of electrode measurements, no unique solution exists. The present study investigates the accuracy of various algorithms designed in order to provide reliable solution of the inverse problem in the EEG source localization. The study is focused on specific waveforms, present in the sleep EEG, called spindles.

As a first step, the head model was approximated by a set of four concentric spheres with homogeneous conductivity properties. As a consequence, analytical computation of the equations, which connect the scalp potentials and the underlying electrical brain sources, was possible. The sources were simulated by using the model of the (one or two) current dipoles. The solution was estimated by using the Laplace and Poisson equations in a spherical coordinate system and, finally, was expressed as a series expansion of associated Legendre functions. For the estimation of the dipole parameters that generate a field which best fits the potential measurements, an exhaustive algorithm was designed. The position and moment of a dipole (or dipoles) were varied until the squares of differences between the measured data and the forward solutions of the assumed dipoles were minimal.

In a second step, a numerical solution has been evaluated, by the use of the FVM. The problem was mathematically formulated into a very large system of linear equations, whose solution consisted on finding the inverse of the system’s matrix. As the matrix has a very large condition number, the estimation of a stable and robust

solution becomes more than necessary. For this purpose an algorithm was proposed that estimates a minimum norm - least squares solution of the system, using regularized techniques and iterative CGM. A realistic model of the head geometry was constructed from 50 anatomical MRI images and suitably discretized in an adequate number of voxels, in order to be used for the evaluation of the arithmetic inverse problem.

For evaluating the performance of the proposed algorithms, we have tested them on simulated current sources located at various positions and orientations inside the brain. We particularly studied the influence of the level of noise, which is superimposed on the potential measurements of the simulated field, on the localization accuracy of the inverse methods. The results of the simulations indicated that both algorithms could perform the reconstruction of the underlying brain electrical activity accurately, even if the added Gaussian noise rose to a fairly high level (SNR=20 dB).

The proposed methods were applied to real data retrieved from an all night polysomnographic recording. A total of 21 electrodes were placed according to the 10/20 International System on a healthy female subject. The night sleep record was analysed by an experienced polysomnographer and a time period corresponding to a well-defined spindle was selected. The signals of 21 electrodes were filtered and the data was used as input to the proposed algorithms. The results revealed that spindle activity is related to the thalamus, the parietal and the central area of the cerebral cortex.

In the last part of the dissertation, a spindle detection system based on Multi-Layer Perceptron ANN was designed and evaluated. The scope was to implement a system, which could be used during the preprocessing of the EEG recordings, in order to facilitate and speed up the detection of the time frames to be used as data in the algorithms of the inverse problem. The ANN consisted of 64 input units, a hidden layer of 30 units and two output units. The band-pass filtered EEG of the vertex channel was analysed. A suitable set of well-defined spindles was used for training the ANN. The performance of the system was evaluated focusing not only on its spindle detection ability but also on its temporal resolution. Following optimum classification schemes, the sensitivity of the network ranged from 79.2% to 87.5%, while the FP rate ranged from 3.8% to 15.2%. The total inter-spindle interval duration and the total

duration of spindles were calculated with 99% and 92% accuracy, respectively. The results indicate that the present method may also be suitable for investigations of the dynamics between successive inter-spindle intervals, which could provide information on the role of spindles in the sleep process.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή κ. Ν. Ουζούνογλου για την επίβλεψη της εργασίας μου και για την υποστήριξή του σε όλη τη διάρκεια των διδακτορικών μου σπουδών στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

Αισθάνομαι το ιδιαίτερο χρέος να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στον Καθηγητή κ. Π. Κτώνα για τις πολύτιμες ιδέες του και για τη βαθύτατη γνώση του στο αντικείμενο, την οποία τόσο πρόθυμα μου προσέφερε.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή και διευθυντή του Εργαστηρίου Μελέτης Ύπνου της Ψυχιατρικής Κλινικής του Αιγινητείου Νοσοκομείου κ. Κ. Σολδάτο για τη πολύτιμη συμβολή του. Επιπλέον, ευχαριστώ τους συνεργάτες του κ. Θ. Παπαρριγόπουλο και κ. Δ. Δικαίο για τη επεξεργασία του ηλεκτροεγκεφαλογραφήματος. Η κατασκευή του μοντέλου ρεαλιστικής γεωμετρίας του κεφαλιού έγινε με τη βοήθεια του κ. Πάνα, τον οποίο ευχαριστώ θερμά.

Το μεγαλύτερο μέρος της διατριβής αυτής αποτελεί εξέλιξη προηγούμενης εργασίας του Αν. Καθηγητή Ε. Βεντούρα. Η αδιάκοπη υποστήριξή του καθ' όλη τη διάρκεια των διδακτορικών μου σπουδών υπήρξε η κινητήριος δύναμη για την διεκπεραίωση της παρούσας εργασίας. Χωρίς την επιστημονική, αλλά κυρίως ηθική, συμβολή του, η ολοκλήρωση της παρούσης εργασίας θα ήταν αδύνατη.

Τέλος, η εργασία αυτή αφιερώνεται στους γονείς μου, Άγγελο και Ολυμπία, για την υποστήριξη και τη συμπαράστασή τους σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ

ΔΑ	Δίκτυα με Ανάδραση
ΔΔ	Δυναμικό Δράσης
ΕΝΥ	Εγκεφαλονωτιαίο Υγρό
ΗΕΓ	Ηλεκτροεγκεφαλογράφημα
ΗΜΓ	Ηλεκτρομυογράφημα
ΗΟΓ	Ηλεκτροοφθαλμογράφημα
ΜΔΕ	Μονοστρωματικά Δίκτυα Εμπροσθοτροφοδότησης
ΜΕΓ	Μαγνητοεγκεφαλογραφία
ΜΠΔ	Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών
ΜΠΔΠΧ	Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών στο Πεδίο του Χρόνου
ΜΠΟ	Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων
ΜΠΣ	Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων
ΜΣΔ	Μετασυναπτικό Δυναμικό
ΜΣΔΔ	Μετασυναπτικό Δυναμικό Διέγερσης
ΜΣΔΚ	Μετασυναπτικό Δυναμικό Καταστολής
ΜΣΣ	Μέθοδος Συνοριακών Στοιχείων
ΠΔ	Προκλητά Δυναμικά
ΠΔΕ	Πολυστρωματικά Δίκτυα Εμπροσθοτροφοδότησης
ΤΝΔ	Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

ABBREVIATIONS

ANN	Artificial Neural Networks
AP	Action Potential
ART	Algebraic Reconstruction Technique
BEM	Boundary Elements Method
CGM	Conjugate Gradient Method
EP	Evoked Potentials
EPSP	Excitatory Post Synaptic Potential
FDM	Finite Differences Method
FDTD	Finite Differences Time Domain
FEM	Finite Elements Method
FP	False Positive
FVM	Finite Volume Method
InterV	Inter-scorer variability
IntraV	Intra-scorer variability
IPSP	Inhibitory Post Synaptic Potential
ISI	Inter-Spindle Interval
LORETA	Low Resolution Brain Electromagnetic Tomography
MEG	Magnetoencephalography
MNLS	Minimum Norm Least Squares
MRI	Magnetic Resonance Imaging
PCA	Principal Component Analysis
PSP	Post Synaptic Potential
REM	Rapid Eye Movements

RN	Reticular Nucleus
RR	Relative Residual
SNR	Signal to Noise Ratio
SVD	Singular Value Decomposition

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	14
1.1. ΗΛΕΚΤΡΟΦΥΣΙΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΓΚΕΦΑΛΙΚΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ	14
1.2. ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΓΚΕΦΑΛΙΚΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ	23
1.3. ΗΕΓ ΥΠΝΟΥ	30
1.4. ΥΠΝΙΚΕΣ ΑΤΡΑΚΤΟΙ – ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΘΑΛΑΜΟΥ	34
1.5. ΠΕΡΙΛΗΨΗ – ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	39
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΕΥΘΥ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΣΤΗΝ ΗΛΕΚΤΡΟΕΓΚΕΦΑΛΟΓΡΑΦΙΑ	43
2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	43
2.2. ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΤΥΠΟ – ΣΦΑΙΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	45
2.2.1. Εξαγωγή εξισώσεων με ανάπτυξη πεπερασμένης σειράς - Μονοπολικό πρότυπο πηγών .	46
2.2.2. Εξαγωγή εξισώσεων με ανάπτυξη πεπερασμένης σειράς – Διπολικό πρότυπο πηγών	54
2.3. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ ΠΡΟΤΥΠΟ	70
2.3.1. Εξαγωγή εξισώσεων με χρήση των Μεθόδων Πεπερασμένων Όγκων και Πεπερασμένων Διαφορών	72
2.4. ΠΕΡΙΛΗΨΗ	94
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΞΑΓΩΓΗ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΡΕΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΕΦΑΛΙΟΥ	98
3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	98
3.2. ΜΟΝΤΕΛΟ ΡΕΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΕΦΑΛΙΟΥ	99
3.2.1. Διαχωρισμός Επιφανειών	100
3.2.2. Ονομασία Περιοχών (Labeling)	114
3.2.3. Παραμετροποίηση – Εξαγωγή Συντεταγμένων του Πλέγματος	116
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΣΕ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΕΝΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ... 123	
4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	123
4.1.1. Παράμετροι ελέγχου απόδοσης αλγορίθμων	123
4.2. ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΤΥΠΟ	126
4.2.1. Μία διπολική ρευματική πηγή	130
4.2.2. Δύο διπολικές ρευματικές πηγές	151
4.3. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ ΠΡΟΤΥΠΟ	159
4.3.1. Προσομοιωμένες κατανομές ρευματικών πηγών στην Περιοχή Πηγών C1 και C2	162
4.3.2. Προσομοιωμένη κατανομή ρευματικών πηγών στην Περιοχή Πηγών C1 και TH	180
4.4. ΠΕΡΙΛΗΨΗ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	182
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ	187
5.1. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ – ΣΥΛΛΟΓΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ	187

5.2.	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ	190
5.3.	ΠΕΡΙΛΗΨΗ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	205
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΑΤΡΑΚΤΩΝ ΣΕ ΗΕΓ ΥΠΙΝΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΗΤΟΥ ΝΕΥΡΩΝΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ		207
6.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	207
6.2.	ΑΥΤΟΜΑΤΟΠΟΙΗΜΕΝΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΑΤΡΑΚΤΩΝ	208
6.3.	Η ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΤΝΔ ΣΤΗΝ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΥΠΙΝΙΚΩΝ ΑΤΡΑΚΤΩΝ	212
6.4.	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΚΑΙ ΔΕΔΟΜΕΝΑ.....	216
6.4.1.	<i>Καθορισμός ατράκτων.....</i>	<i>218</i>
6.4.2.	<i>Υπολογισμός της μεταβλητότητας στη ανίχνευση ατράκτων.....</i>	<i>219</i>
6.5.	ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΤΟΥ ΤΝΔ.....	220
6.6.	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΤΟΥ ΤΝΔ	224
6.6.1.	<i>Απόδοση του συστήματος στην αναγνώριση ατράκτων</i>	<i>224</i>
6.6.2.	<i>Χρονική διακριτική ικανότητα του συστήματος στην ανίχνευση των ατράκτων</i>	<i>227</i>
6.7.	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ.....	229
6.8.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	235
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7. ΕΠΙΛΟΓΟΣ		237
7.1.	ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ – ΣΗΜΕΙΑ ΟΠΟΥ ΠΡΟΑΓΕΤΑΙ Η ΕΠΙΣΤΗΜΗ	237
7.2.	ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ.....	238

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

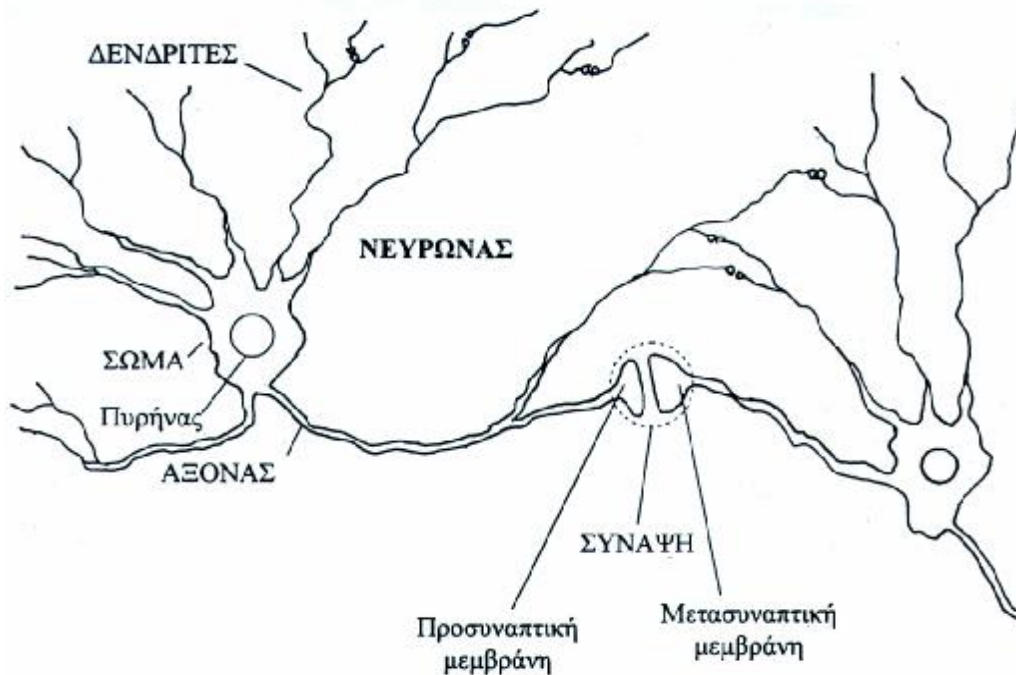
1.1. ΗΛΕΚΤΡΟΦΥΣΙΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΓΚΕΦΑΛΙΚΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

Η ηλεκτρική δραστηριότητα του εγκεφάλου οφείλεται σε ιοντικά ρεύματα προερχόμενα από βιοχημικές διαδικασίες που λαμβάνουν χώρα σε κυτταρικό επίπεδο. Τα κύτταρα, τα οποία ευθύνονται για την δραστηριότητα αυτή ονομάζονται νευρώνες και αποτελούνται από το σώμα, τους δενδρίτες και τον άξονα, ή νευράξονα (Σχήμα 1.1). Στους δύο τελευταίους σχηματισμούς, οι οποίοι διαφοροποιούν τα νευρωνικά από τα υπόλοιπα κύτταρα, οφείλεται η δημιουργία και η διάδοση διαφορών ηλεκτρικού δυναμικού. Οι δενδρίτες είναι προεκτάσεις της κυτταρικής μεμβράνης, των οποίων οι διακλαδώσεις συχνά εκτείνονται μέχρι και δεκάδες χιλιάδες μm . Μέσω των συνάψεων¹, συνδέονται με τους άξονες άλλων νευρώνων και λειτουργούν ως οι συλλέκτες των συναπτικών σημάτων.

Η μεμβράνη που περιβάλλει τους νευρώνες, όπως άλλωστε συμβαίνει και σε όλων των ειδών τα βιολογικά κύτταρα, διαθέτει μια επιλεκτική διαπερατότητα ιόντων. Στην κατάσταση ισορροπίας, η συγκέντρωση του εσωκυττάριου χώρου σε ιόντα καλίου (K^+) και νατρίου (Na^+) είναι διαφορετική από εκείνη του εξωκυττάριου. Σαν αποτέλεσμα, η μεμβράνη διατηρεί μία διαφορά δυναμικού (διαμεμβρανικό δυναμικό), περίπου ίση με -70 mV , στον εσωτερικό ως προς τον εξωτερικό χώρο του κυττάρου («πόλωση» της μεμβράνης), η οποία επιτρέπει τη διέλευση κυρίως ιόντων

¹ Σύναψη: Ο σχηματισμός που συνδέει τις αξονικές απολήξεις ενός νευρώνα με τους δενδρίτες άλλων νευρώνων. Στην περιοχή αυτή πραγματοποιείται η μεταβίβαση της δράσης από την προσυναπτική μεμβράνη στη μετασυναπτική μέσω μιας πολύ λεπτής σχισμής που τα χωρίζει και ονομάζεται συναπτικό χάσμα.

K^+ . Συναπτικές επιδράσεις μπορούν να προκαλέσουν μεταβολές στην πόλωση της μεμβράνης (αποπόλωση) «ανοίγοντας» ηλεκτρικούς διεγερσιμους διαύλους της μεμβράνης και τελικά, αύξηση της διαπερατότητάς της σε ιόντα Na^+ . Η είσοδος των

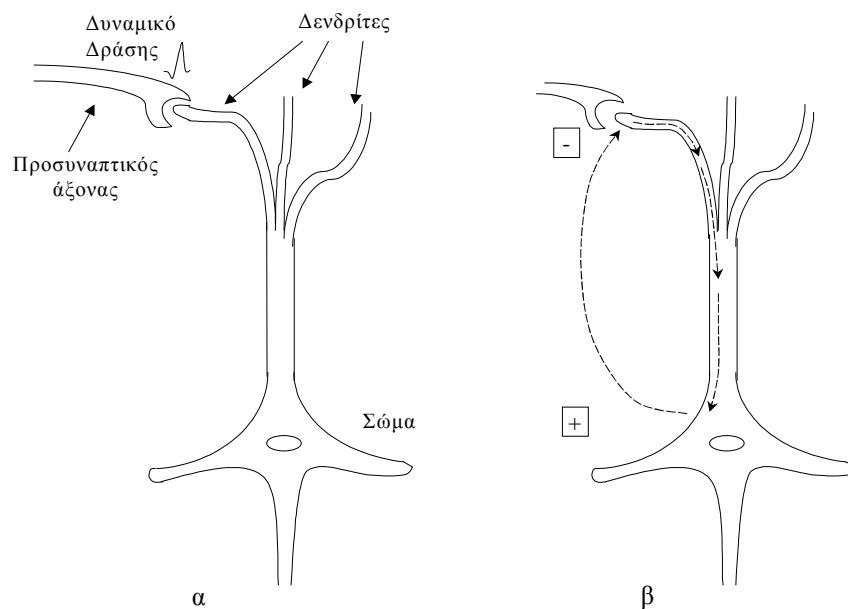


Σχήμα 1.1: Αναπαράσταση δύο νευρώνων. Φαίνονται οι δενδρίτες, οι άξονες, το σώμα καθώς και η σύναψη.

ιόντων αυτών στο κυτταρόπλασμα προκαλεί επιπλέον αποπόλωση της μεμβράνης. Όταν το δυναμικό ξεπεράσει μία τιμή κατωφλίου, ταχύτατα η πολικότητα της μεμβράνης αντιστρέφεται και γίνεται θετική, ίση περίπου με +40 mV. Ύστερα από πολύ μικρό χρονικό διάστημα (1-2 msec) η ιοντική διαπερατότητα της μεμβράνης αποκαθίσταται, λόγω αυτοσυντηρούμενου μηχανισμού δημιουργίας διαύλων Na^+ και K^+ . Αυτή η παροδική αποπόλωση και επαναπόλωση της μεμβράνης καλείται δυναμικό δράσης (ΔΔ) (action potential), το οποίο δημιουργείται στην αρχή του νευράξονα, κοντά στο σώμα και άγεται κατά μήκος των αξόνων των νευρωνικών κυττάρων. Όταν η διέγερση αυτή φτάσει στις αξονικές απολήξεις του προσυναπτικού νευρώνα, προκαλεί την απελευθέρωση νευροδιαβιβαστών, οι οποίοι καταλήγουν στην μετασυναπτική μεμβράνη άλλου νευρικού κυττάρου. Το γεγονός αυτό προκαλεί μεταβολή της πόλωσης, δηλαδή μεταβολή του διαμεμβρανικού δυναμικού στον υποδοχέα της διέγερσης, η οποία ονομάζεται και μετασυναπτικό δυναμικό (ΜΣΔ) (Post Synaptic Potential – PSP).

Μπορούμε να διαχωρίσουμε τα ΜΣΔ σε δύο είδη. Το πρώτο αφορά εκείνα τα ΜΣΔ που δημιουργούνται με την αποπόλωση της μετασυναπτικής κυτταρικής μεμβράνης, λόγω της άφιξης του ΔΔ στην περιοχή της σύναψης. Αυτού του είδους τα δυναμικά αναφέρονται συνήθως ως μετασυναπτικά δυναμικά διέγερσης (ΜΣΔΔ) (Excitatory Post Synaptic Potentials – EPSPs). Το δεύτερο είδος δυναμικών δημιουργείται σαν επακόλουθο συναπτικής ενεργοποίησης, που οδηγεί σε υπερπόλωση της μεμβράνης του μετασυναπτικού νευρώνα και αναφέρονται ως μετασυναπτικά δυναμικά καταστολής (ΜΣΔΚ) (Inhibitory Post Synaptic Potentials – IPSPs).

Τα ΜΣΔ και τα φαινόμενα, που αυτά επάγουν στην διαμεμβρανική ροή ιόντων του νευρώνα στον οποίο ανήκουν, μπορούν να περιγραφούν ικανοποιητικά με το πρότυπο του ρευματικού διπόλου. Σύμφωνα με το πρότυπο αυτό, η ροή ιόντων που παρατηρείται



Σχήμα 1.2: α) Σχηματική αναπαράσταση ενός νευρώνα, όπου φαίνεται ένα ΔΔ να άγεται κατά μήκος του άξονα του προσυναπτικού κυττάρου. Η άφιξή του στη συναπτική περιοχή οδηγεί στην παραγωγή ενός ΜΣΔ, που μπορεί να προκαλέσει τη δημιουργία ενός ΔΔ από το μετασυναπτικό νευρώνα. β) Αναπαράσταση δημιουργίας διπολικής ρευματικής πηγής, που εμφανίζεται στην περίπτωση που η διεγερμένη σύναψη βρίσκεται μακριά από το σώμα.

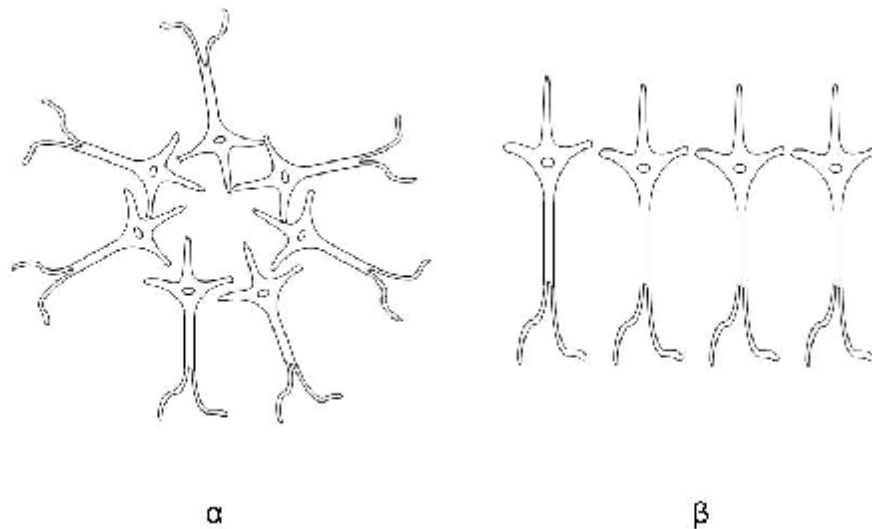
στη συναπτική περιοχή (κατά την άφιξη του ΔΔ) προσομοιώνεται με την ύπαρξη μιας πηγής ρεύματος (source) (ή ισοδύναμα ενός θετικού ρευματικού πόλου), στην

περίπτωση ΜΣΔΚ, οπότε έχουμε εκροή θετικών ιόντων προς τον εξωκυτταρικό χώρο, ή μιας καταβόθρας ρεύματος (sink), (ή αντίστοιχα ενός αρνητικού ρευματικού πόλου), στην περίπτωση ΜΣΔΔ, οπότε έχουμε εισροή θετικών ιόντων προς τον εσωκυτταρικό χώρο (Σχήμα 1.2). Πιο αναλυτικά, μια συναπτική διέγερση (ΜΣΔΔ) προκαλεί τοπική αύξηση της μεμβρανικής διαπερατότητας σε ιόντα Na^+ . Η ροή ιόντων που παρατηρείται στο σημείο αυτό προς τον εσωκυτταρικό χώρο δημιουργεί έλλειψη θετικών ιόντων στον εξωκυτταρικό χώρο της περιοχής. Ο χώρος αυτός μπορεί να προσομοιωθεί με τον αρνητικό πόλο ενός ρευματικού διπόλου (καταβόθρα ρεύματος – sink). Το διαμεμβρανικό αυτό ρεύμα έχει σαν αποτέλεσμα τη ροή των πρόσθετων θετικών ιόντων στο εσωτερικό του κυττάρου και κατά μήκος της μεμβράνης του δενδρίτη με κατεύθυνση μακριά από το σημείο εισροής ιόντων Na^+ . Οι δενδρίτες μπορεί να φτάσουν σε αρκετά μεγάλο μήκος (πολλά μm), ανάλογα με το είδος του νευρώνα στο οποίο ανήκουν. Ένας νευρώνας συνήθως διαθέτει περισσότερους από έναν δενδρίτες που του επιτρέπει να επικοινωνεί και να δέχεται ερεθίσματα από αρκετά μεγάλο αριθμό άλλων νευρώνων. Τα επιμέρους ιοντικά ρεύματα αθροίζονται, με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί σε κάποιο σημείο κοντά στο σώμα του νευρωνικού κυττάρου υπερσυσσώρευση ιόντων. Παρατηρείται, τότε, ένα εξωτερικά κατευθυνόμενο διαμεμβρανικό ρεύμα θετικών ιόντων, με σκοπό την αποκατάσταση του ηλεκτρικού δυναμικού ισορροπίας στο κυτταρόπλασμα. Η περιοχή όπου παρατηρείται αυτή η ιοντική ροή προσομοιώνεται, στα πλαίσια του προτύπου του ρευματικού δίπολου, με την ύπαρξη στο χώρο αυτό ενός θετικού ρευματικού πόλου (πηγή ρεύματος – source). Στη συνέχεια, από αυτό το σημείο, τα ιόντα ρέουν με αντίθετη κατεύθυνση και μέσω του εξωκυτταρικού χώρου προς τον αρνητικό πόλο, κλείνοντας έτσι τη διαδρομή τους στο σημείο όπου ξεκίνησαν.

Αντιθέτως τα ΔΔ μπορούν να περιγραφούν με μεγαλύτερη ακρίβεια ως τετράπολα [Wikswow, 1989], των οποίων τα εξωτερικά ηλεκτρικά πεδία εξασθενούν με μεγαλύτερο ρυθμό από εκείνα των διπόλων. Επιπλέον, τα ΔΔ είναι συνήθως μικρής διάρκειας και δεν παράγονται από τους νευρώνες πάντοτε την ίδια χρονική στιγμή, ούτε η διάταξη των αξόνων έχει ικανή γεωμετρική κανονικότητα, έτσι ώστε να συμβεί η απαραίτητη για την καταγραφή των ΔΔ χωροχρονική άθροισή τους. Αυτή είναι και η κυριότερη αιτία που οδήγησε στο συμπέρασμα, ότι τα ηλεκτρικά δυναμικά, που φτάνουν τελικά στην εξωτερική επιφάνεια του δέρματος και καταγράφονται από τη διάταξη μέτρησης της ηλεκτροεγκεφαλογραφικής

δραστηριότητας, τον ηλεκτροεγκεφαλογράφο δηλαδή, προέρχονται κατά κύριο λόγο από τα ΜΣΔ των (κυρίως πυραμιδικών) νευρικών κυττάρων, και όχι από τα ΔΔ [Lopes da Silva and Van Rotterdam, 1987], [Nunez, 1990], [Wood and Allison, 1981].

Η διέγερση ενός και μόνο νευρώνα δεν είναι ικανή να προκαλέσει ηλεκτρικό σήμα με μέγεθος αρκετό ώστε να μετρηθεί από ηλεκτρόδια τοποθετημένα στην επιφάνεια του κεφαλιού. Ωστόσο, η εγκεφαλική δραστηριότητα συνήθως εμφανίζεται ως διέγερση συγκεντρωμένων πληθυσμών νευρωνικών κυττάρων, που ενδεχομένως



Σχήμα 1.3: Πληθυσμός νευρωνικών κυττάρων που σχηματίζουν α) κλειστό πεδίο και β) ανοιχτό πεδίο.

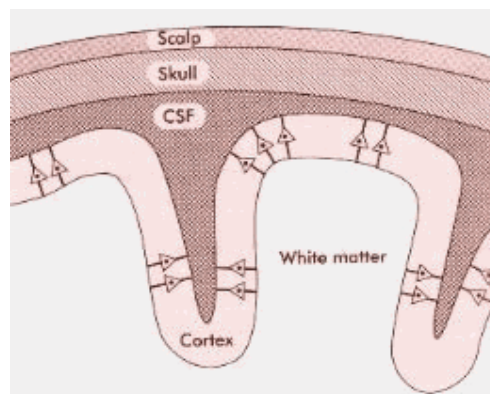
να εκτείνεται μέχρι και μερικά mm^2 . Τα κύτταρα αυτά ενεργοποιούνται σχεδόν ταυτόχρονα, με αποτέλεσμα να ενισχύονται (υπό κάποιες προϋποθέσεις που θα εξηγηθούν) τα ΜΣΔ που προκαλούνται. Στη συνέχεια, τα ηλεκτρικά δυναμικά άγονται μέσω των υπερκείμενων εγκεφαλικών ιστών, εισέρχονται στο εγκεφαλονωτιαίο υγρό και φτάνουν στο οστό του κρανίου. Κατά τη διέλευσή τους από το οστό υφίστανται την μεγαλύτερη εξασθένιση, καθώς η αγωγιμότητα των ιστών αυτών είναι κατά μέσο όρο 240 φορές μικρότερη από του εγκεφαλονωτιαίου υγρού [Eshel et al., 1995], [Law, 1993]. Τελικά τα δυναμικά φτάνουν στην εξωτερική επιφάνεια του δέρματος του κεφαλιού έχοντας πλέον μέγεθος που φτάνει από μερικά μV , μέχρι και μερικές εκατοντάδες μV .

Το μέγεθος και η διάρκεια των κυματομορφών του ηλεκτροεγκεφαλογραφήματος (ΗΕΓ) καθορίζονται κυρίως από τους εξής παράγοντες:

α) τα ανατομικά χαρακτηριστικά και τον προσανατολισμό των νευρώνων, β) το πλήθος των συγχρόνως ενεργοποιούμενων νευρώνων, γ) τις ηλεκτρικές ιδιότητες του χώρου που παρεμβάλλεται από τους γεννήτορες των ρευμάτων μέχρι τα ηλεκτρόδια καθώς και την απόσταση μεταξύ των τελευταίων.

Είναι ιδιαίτερα σημαντικό να τονίσουμε, ότι η ηλεκτρική δραστηριότητα του εγκεφάλου είναι δυνατόν να μετρηθεί στην επιφάνεια της επιδερμίδας (ή γενικότερα σε οποιοδήποτε σημείο στον εξωτερικό χώρο του εγκεφάλου), μόνο όταν τα νευρωνικά κύτταρα που δημιουργούν τα ΜΣΔ έχουν προσανατολισμό «ανοιχτού πεδίου» [Lorente de Nó, 1947] (Σχήμα 1.3β). Βασική αιτία του φαινομένου αυτού είναι η αρχή της υπέρθεσης που ισχύει για τα ηλεκτρικά πεδία. Σύμφωνα με αυτήν, ένα πλήθος πηγών δημιουργεί σε ένα απόμακρο σημείο ηλεκτρικό πεδίο, του οποίου το δυναμικό μπορεί να υπολογιστεί από το αλγεβρικό άθροισμα των δυναμικών που θα δημιουργούσε κάθε πηγή ξεχωριστά και ανεξάρτητα από την παρουσία των υπολοίπων. Η βασική αυτή ιδιότητα του δυναμικού πρέπει να συσχετιστεί με τον προσανατολισμό και τη γεωμετρία των κυττάρων που αποτελούν έναν κυτταρικό πληθυσμό. Αν υποθέσουμε ότι σε κάποιο σημείο στο εσωτερικό του εγκεφάλου έχουμε μια συστοιχία νευρωνικών κυττάρων (Σχήμα 1.3β), παράλληλα προσανατολισμένων και συγχρόνως ενεργοποιημένων, τότε, λόγω του υψηλού βαθμού συμμετρίας, η ρευματική πυκνότητα αυξάνεται. Αυτή η φυσική ενίσχυση που υφίσταται το ηλεκτρικό πεδίο καθιστά δυνατή τη μέτρησή του στον εξωτερικό χώρο.

Ο φλοιός του εγκεφάλου είναι ένα λεπτό στρώμα φαιάς ουσίας με πολύ έντονες πτυχώσεις και αναδιπλώσεις. Μπορεί να διαχωριστεί σε 6 στρώματα, που αναφέρονται στη βιβλιογραφία ως στρώματα I,II,III,IV,V και VI, όπου I είναι το

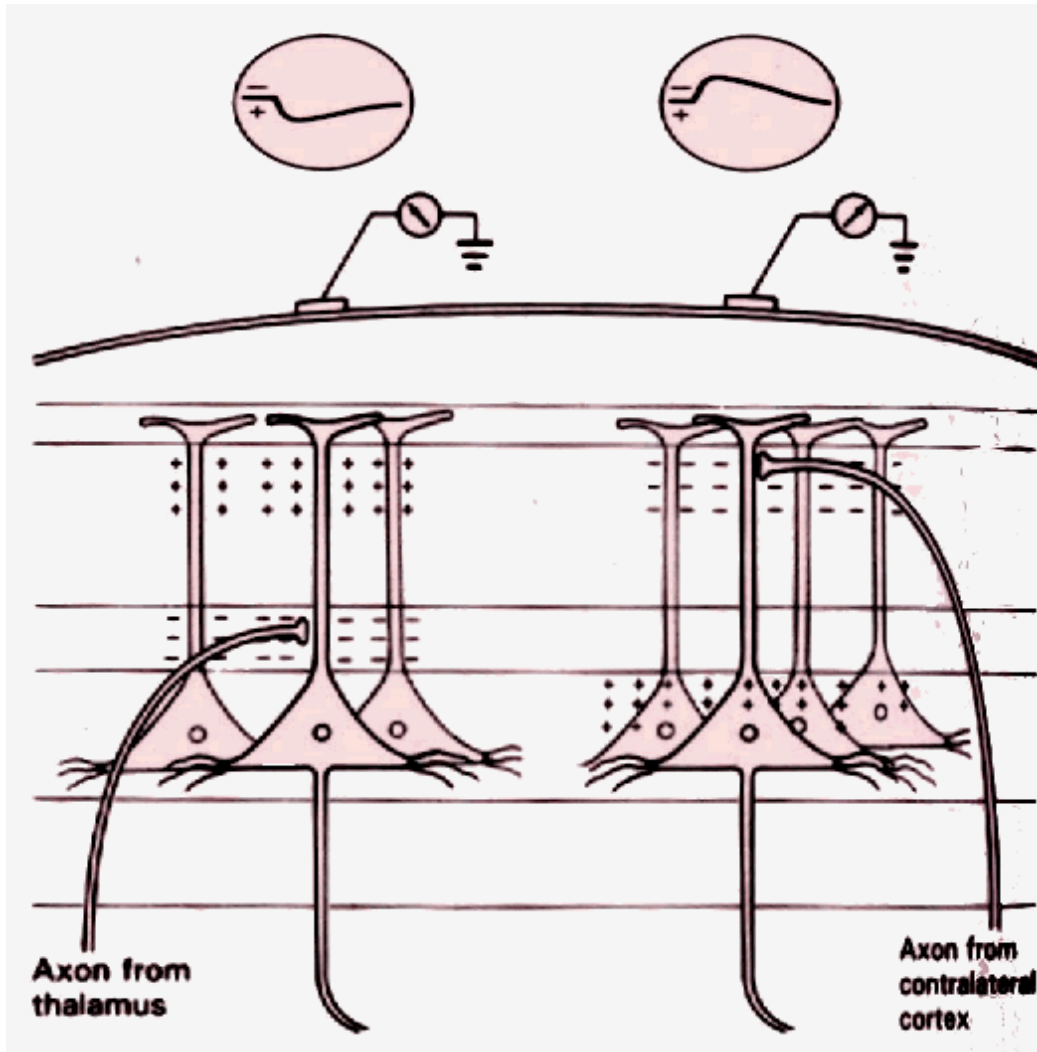


Σχήμα 1.4: Ο προσανατολισμός των πυραμιδικών νευρώνων στον εγκεφαλικό φλοιό. Από: David A., Aguiar P., Paulo S., and Rosa A., “EEG Solver-Brain Activity and Genetic Algorithms” Proceedings ACM SAC, Villa Colmo, Italy, pp 80-84, 2000.

εξωτερικό που συνορεύει με το εγκεφαλονωτιαίο υγρό. Το κάθε στρώμα αποτελείται από διαφορετικού σχήματος νευρώνες που συνδέονται και επικοινωνούν με ξεχωριστό τρόπο μεταξύ τους. Το αποτέλεσμα είναι η διαφοροποίηση των στρωμάτων όχι μόνο ως προς τη σύσταση, αλλά και ως προς τη λειτουργία που επιτελεί το καθένα από αυτά. Στο φλοιό παρατηρούνται δύο, κυρίως, κατηγορίες νευρωνικών κυττάρων. Τα πυραμιδικά, που ονομάζονται έτσι λόγω του σχήματος που εμφανίζει το κυτταρικό σώμα και τα αστεροειδή, των οποίων η μορφή δεν επιτρέπει την παραγωγή και διάδοση αξιόλογου πεδίου. Εξάλλου, οι φλοιικοί νευρώνες, εκτός από την κατά στρώματα οργάνωσή τους, διαθέτουν και κατακόρυφη επικοινωνία. Οι συνδέσεις μεταξύ τους, οι οποίες παίζουν το σημαντικότερο ρόλο για τη διάδοση του ηλεκτρικού ρεύματος, είναι κυρίως κάθετες προς την επιφάνεια του φλοιού (Σχήμα 1.4).

Τα πυραμιδικά κύτταρα του νεοφλοιού θεωρούνται σήμερα ως οι κύριοι γεννήτορες του ΗΕΓ, καθώς το σχήμα τους και η διάταξή τους επιτρέπουν τη δημιουργία δυναμικού αρκετά ισχυρού ώστε να καταγραφεί στην εξωτερική επιφάνεια του κεφαλιού, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι δεν έχουν αναφερθεί και περιπτώσεις καταγραφής δυναμικών προερχόμενων από διαφορετικές εγκεφαλικές περιοχές [Sun et al., 1996], [Kobayashi et al., 2000]. Λόγω της αγωγιμότητας του περιβάλλοντος χώρου, το παραγόμενο ρεύμα διαχέεται και δημιουργείται πεδίο. Παρά την σημαντική εξασθένηση που υφίσταται κατά τη διάδοσή του, το δυναμικό που οφείλεται στην προαναφερθείσα συστοιχία κυττάρων είναι δυνατό να μετρηθεί από κατάλληλα τοποθετημένα ηλεκτρόδια (Σχήμα 1.5). Αντιθέτως, υπάρχουν σχηματισμοί σε διάφορες περιοχές του εγκεφάλου, στους οποίους τα νευρωνικά κύτταρα δεν συστοιχίζονται με τρόπο τέτοιο ώστε να ενισχύονται τα παραγόμενα δυναμικά, ενίσχυση που θα ισοδυναμούσε μακροσκοπικά με την παρουσία διπολικής πηγής (source – sink). Ας υποθέσουμε, για παράδειγμα, ότι δύο όμοια κύτταρα έχουν διαμετρικά αντίθετο προσανατολισμό (εννοώντας την «ευθεία» δενδριτών – σώματος). Στην περίπτωση αυτή, τα παραγόμενα δυναμικά έχουν αντίθετο πρόσημο, με αποτέλεσμα το συνολικό δυναμικό να εμφανίζεται εξασθενημένο, ειδικότερα στο χώρο μεταξύ των κυττάρων. Αν θεωρήσουμε σε μια εγκεφαλική περιοχή έναν πληθυσμό αποτελούμενο από κύτταρα με παρόμοιο προσανατολισμό, αντιλαμβανόμαστε, ότι μακροσκοπικά το δυναμικό θα εξουδετερώνεται πρακτικά, με αποτέλεσμα να μην καθίσταται δυνατή η μέτρησή του στον εξωτερικό χώρο.

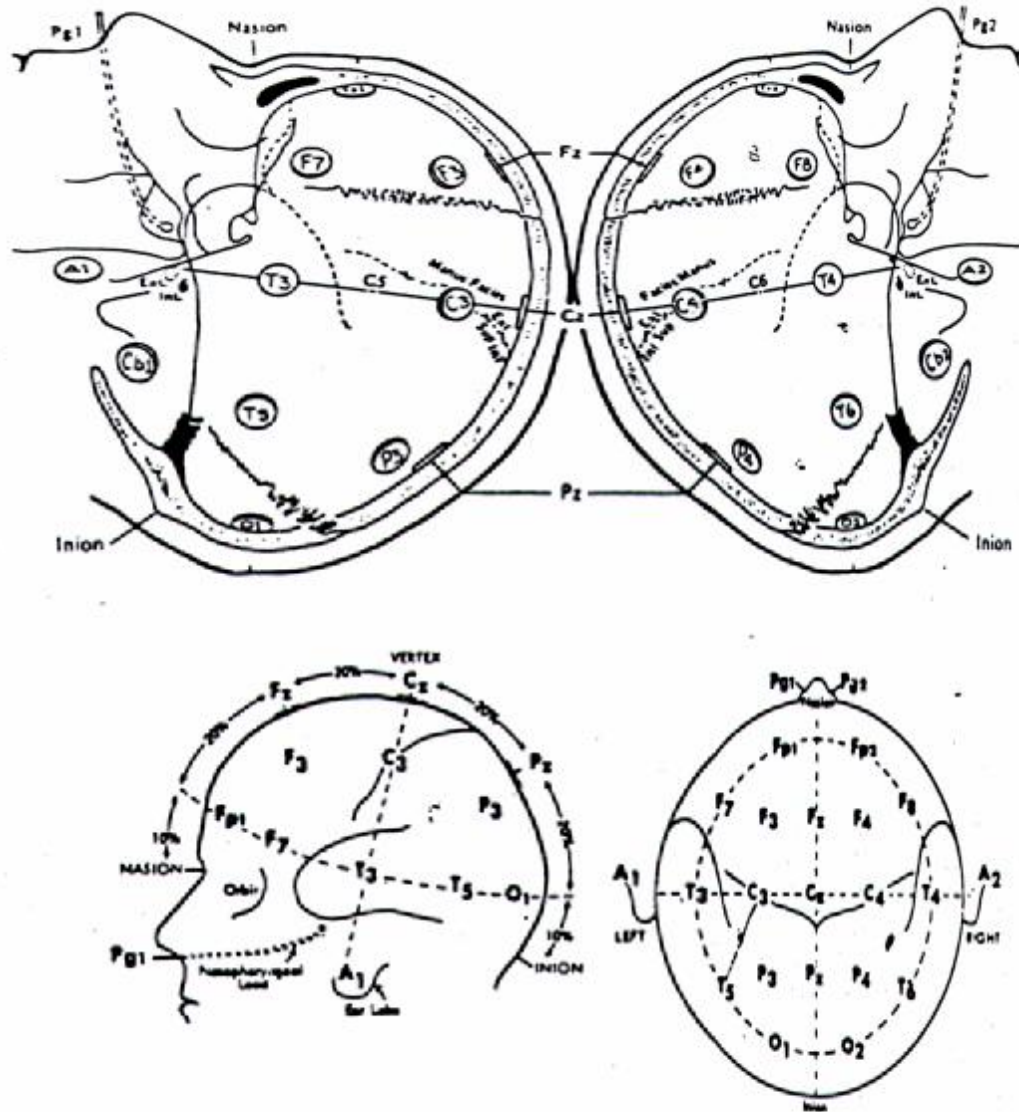
Εξάλλου, αρκετά συνηθισμένη είναι και η παρουσία πληθυσμών «κλειστού πεδίου» [Lorente de Nó, 1947]. Στην περίπτωση αυτή οι νευρώνες σχηματίζουν ένα, σχεδόν σφαιρικού σχήματος, στρώμα (Σχήμα 1.3α). Έτσι, ενώ και πάλι δημιουργούνται επιμέρους διπολικές ρευματικές πηγές (source – sink), δεν πραγματοποιείται η απαραίτητη χωρική άθροισή τους, όπως στην περίπτωση του σχηματισμού «ανοιχτού πεδίου». Τέτοιου είδους σχηματισμοί εμφανίζονται σε διάφορους μικρούς πυρήνες του εγκεφάλου [Schaul, 1998], [Steriade et al., 1993].



Σχήμα 1.5: Οι διπολικές ρευματικές πηγές προκαλούν διαφορά δυναμικού στην επιφάνεια του κεφαλιού, η οποία είναι μετρήσιμη με τη βοήθεια κατάλληλων ηλεκτροδίων. Παρατηρήστε ότι στην αριστερή συστοιχία νευρώνων έχουμε συνάψεις στην περιοχή των δένδριτών κοντά στο σώμα και το ρευματικό δίπολο συντίθεται από καταβόθρες ρεύματος κοντά στο σώμα και πηγές στις κορυφές των δένδριτών. Από: David A., Aguiar P., Paulo S., and Rosa A., "EEG Solver-Brain Activity and Genetic Algorithms" Proceedings ACM SAC, Villa Colmo, Italy, pp 80-84, 2000.

1.2. ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΓΚΕΦΑΛΙΚΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

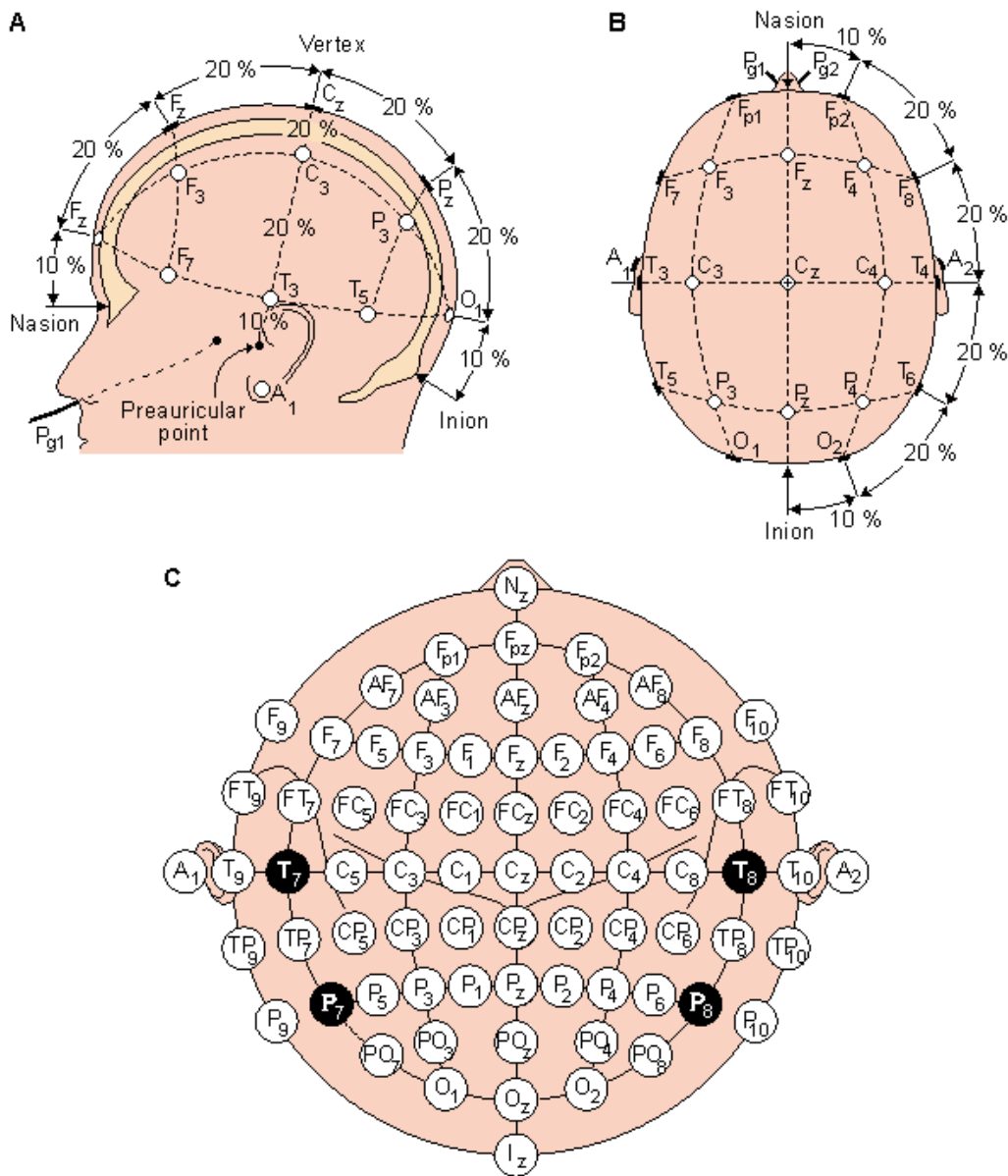
Περιγράψαμε προηγουμένως πώς είναι δυνατή η παραγωγή των δυναμικών



Σχήμα 1.6: Σύστημα τοποθέτησης απαγωγών κατά Jaspers.

που σχετίζονται με την ηλεκτρική δραστηριότητα των νευρώνων του εγκεφάλου και υπό ποιες προϋποθέσεις είναι δυνατόν να φτάσουν τα σήματα αυτά μέσω ηλεκτρικής αγωγιμότητας στην εξωτερική επιφάνεια του κεφαλιού. Η τεχνική που χρησιμοποιείται για την καταγραφή των σημάτων του εγκεφάλου παρουσιάστηκε για πρώτη φορά το 1929 από το Γερμανό ψυχίατρο Hans Berger [Berger, 1929], ο οποίος

κατέγραψε μικρές διαφορές δυναμικού στην επιφάνεια ανθρώπινου κεφαλιού



Σχήμα 1.7: Α) και Β) Σχηματική περιγραφή της θέσης των ηλεκτροδίων σύμφωνα με το Διεθνές Σύστημα 10 – 20. C) Το διευρωμένο σύστημα 10 – 20 (extended International 10 – 20 System). (Από: Malmivuo J. and Plosney R., “Bioelectromagnetism. Principles and Applications of Bioelectric and Biomagnetic Fields”, Oxford University Press, New York, Oxford 1995.)

τοποθετώντας δύο λεπτά φύλλα αλουμινίου, που χρησιμοποιήθηκαν ως ηλεκτρόδια, στο μέτωπο και στο πίσω μέρος του κεφαλιού, αντίστοιχα. Η διάταξη αυτή αποτέλεσε την πρωτογενή μορφή καταγραφικού συστήματος ηλεκτροεγκεφαλογραφίας. Στην εξελιγμένη του μορφή και με την προσθήκη περισσότερων ηλεκτροδίων έγινε σε

μικρό χρονικό διάστημα το κύριο μέσο εκτίμησης της εγκεφαλικής δραστηριότητας με μη επεμβατικό τρόπο και εφαρμόστηκε ευρέως τόσο σε ερευνητικό όσο και σε κλινικό επίπεδο. Σήμερα το ΗΕΓ χρησιμοποιείται στην μελέτη, διάγνωση και πρόγνωση νευρικών και ψυχικών παθήσεων, στην παρακολούθηση επιληπτικών κρίσεων και ορισμένων περιπτώσεων κρανιοεγκεφαλικών κακώσεων, στη μελέτη του ύπνου και στη διάγνωση εγκεφαλικού θανάτου.

Ένα ΗΕΓ καταγράφεται με τη βοήθεια ηλεκτροδίων τοποθετημένων είτε πάνω στην επιφάνεια του δέρματος του κεφαλιού, οπότε και ονομάζεται μη επεμβατικό ΗΕΓ, ή κάτω από το κρανίο σε διάφορα σημεία του εγκεφάλου, οπότε ονομάζεται επεμβατικό. Το μη επεμβατικό ΗΕΓ συνηθίζεται σε μια προγραμματισμένη ψυχιατρική ή νευρολογική εξέταση, ενώ το επεμβατικό απαιτεί πολύπλοκότερη διαδικασία, αφού για την τοποθέτηση των ηλεκτροδίων είναι απαραίτητη η διεξαγωγή χειρουργικής επέμβασης. Τέτοιες καταγραφές γίνονται σε περιπτώσεις που απαιτείται χειρουργική αντιμετώπιση επιληπτικών κρίσεων και άλλων διαταραχών, ή σε πειραματόζωα για ερευνητικούς σκοπούς.

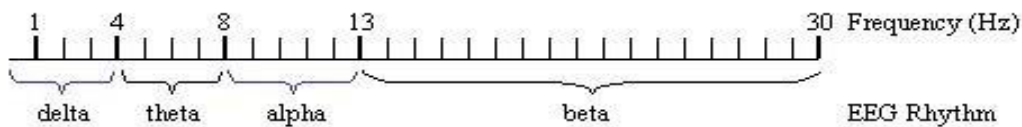
Τα ηλεκτρικά σήματα του εγκεφάλου καταγράφονται ως διαφορές δυναμικού των κατάλληλα τοποθετημένων ηλεκτροδίων. Ένα ηλεκτρολυτικό διάλυμα σε μορφή αλοιφής χρησιμοποιείται για αύξηση της αγωγιμότητας και καλύτερη σύζευξη ηλεκτροδίου – επιδερμίδας. Οι συχνότερες τεχνικές καταγραφής ΗΕΓ είναι δύο: η μονοπολική και η διπολική απαγωγή. Η πρώτη τεχνική συνίσταται στην μέτρηση της διαφοράς δυναμικού των ηλεκτροδίων ως προς ένα κοινό ηλεκτρόδιο, το οποίο τοποθετείται πάνω από σημείο του εγκεφάλου που θεωρείται ανενεργό (συνήθως ο λοβός του αυτιού). Με τον τρόπο αυτό εκτιμάται και συγκρίνεται το πλάτος του σήματος που απάγει κάθε ηλεκτρόδιο. Με τη διπολική τεχνική μετράται η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο «ενεργών» ηλεκτροδίων (δηλαδή ηλεκτροδίων τοποθετημένων πάνω από εγκεφαλικές περιοχές από τις οποίες αναμένουμε την ύπαρξη ηλεκτρικής δραστηριότητας) χωρίς την χρήση ηλεκτροδίου αναφοράς. Η διπολική καταγραφή προτιμάται σε περιπτώσεις εντοπισμού φασικών (phasic) κυμάτων, όπως αιχμές και βραχεία κύματα (spike and sharp waves), που εμφανίζονται στην επιληψία.

Τα ηλεκτρόδια μπορούν να τοποθετούνται σε διάφορα σημεία στο κεφάλι, ανάλογα με το είδος της καταγραφής και τις απαιτήσεις της εξεταζόμενης περίπτωσης. Η ανάγκη, όμως, ύπαρξης μιας διάταξης απαγωγών, που θα διευκόλυνε

ΡΥΘΜΟΣ	ΠΕΡΙΟΧΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ (Hz)	ΠΛΑΤΟΣ (μV)
Δέλτα	0 – 4	έως 200
Θήτα	4 – 8	έως 100
Άλφα	8 – 12	έως 30
Βήτα	12 – 30	έως 30

Πίνακας 1.1

την μελέτη και την εξαγωγή συγκριτικών συμπερασμάτων, οδήγησε στην υιοθέτηση ενός κοινού προτύπου για την μέτρηση και τοποθέτηση των ηλεκτροδίων. Μετά τη διεξαγωγή πολλών πειραματικών και κλινικών δοκιμών επικράτησε η διάταξη που αρχικά προτάθηκε από τον H.H. Jasper [Jasper, 1958] το 1958, η οποία πλεονεκτεί των υπολοίπων τεχνικών στο γεγονός ότι η τοποθέτηση των απαγωγών γίνεται έτσι ώστε να επηρεάζεται κατά το ελάχιστο από το μέγεθος του κεφαλιού του ατόμου. Το σύστημα ονομάζεται Διεθνές Σύστημα 10-20 (International 10-20 System) και βασίζεται στο 10% και 20% των σχετικών αποστάσεων μεταξύ χαρακτηριστικών



Σχήμα 1.8: Περιοχή συχνοτήτων για δέλτα, θήτα, άλφα και βήτα ρυθμό.

ανατομικών σημείων του κεφαλιού του προς εξέταση ατόμου. Τα σημεία αυτά αναφοράς είναι το οστό στην κορυφή της μύτης και στο επίπεδο των ματιών (nasion), το πίσω άκρο του κρανίου – ινιακό οστό – (inion) και το δεξιό και αριστερό σημείο του κρανίου όπου αρχίζουν τα αυτιά (left-right preauricular point). Αναλυτικότερα, αρχικά μετρώνται οι δύο περιμέτροι του κρανίου, η εγκάρσια (nasion-inion) και μετωπιαία (left-right preauricular point). Στη συνέχεια, οι θέσεις των βασικών 21 ηλεκτροδίων, όπως φαίνονται στο Σχήμα 1.7, βρίσκονται διαιρώντας τις αποστάσεις αναφοράς σε διαστήματα των 10% και 20% του συνολικού μήκους των περιμέτρων. Σε ορισμένες καταγραφές το σύστημα 10-20 επεκτείνεται και τοποθετούνται μερικά επιπλέον ηλεκτρόδια σε ενδιάμεσα σημεία. Η διάταξη και η ονοματολογία των απαγωγών του επεκτεταμένου συστήματος φαίνεται στο Σχήμα 1.7. Εξάλλου, είναι ιδιαίτερα διαδεδομένη σήμερα η χρήση ειδικού σκούφου ή κράνους ενσωματωμένων

ηλεκτροδίων στα διάφορα κλινικά και ερευνητικά εργαστήρια, η οποία προσφέρει μεγαλύτερη ευκολία και οικονομία χρόνου στη διαδικασία τοποθέτησης των ηλεκτροδίων.

Υπάρχουν δύο κύριες κατηγορίες καταγραφών ηλεκτροεγκεφαλογραφικών σημάτων: το εγγενές, ή συμβατικό ΗΕΓ και τα προκλητά δυναμικά (ΠΔ).

Εγγενές ΗΕΓ

Στην κατηγορία αυτή ανήκουν τα σήματα που λαμβάνονται όταν κατά την διάρκεια της εξέτασης ο εξεταζόμενος δεν εκτελεί προκαθορισμένη πνευματική εργασία. Τα σήματα αυτά αντιπροσωπεύουν το αποτέλεσμα της χωρικής και χρονικής συνάθροισης των δυναμικών που παράγονται λόγω της αυθόρμητης δραστηριότητας των νευρώνων του εγκεφάλου. Λόγω του μεγάλου πλήθους των νευρώνων καθώς και των συνδέσεων μεταξύ τους, οι υποκείμενοι μηχανισμοί που ευθύνονται για το εξελισσόμενο ΗΕΓ είναι εξαιρετικά πολύπλοκοι. Αν και ο τρόπος παραγωγής και μετάδοσης των νευρικών ώσεων είναι σήμερα πλήρως κατανοητός, η πιστή προτυποποίηση όλων των νευρωνικών αλληλεπιδράσεων του ανθρώπινου εγκεφάλου είναι ανέφικτη. Συνεπώς, το ερώτημα αν η φύση του εγκεφαλογραφικού σήματος είναι στοχαστική ή ντετερμινιστική είναι αντικείμενο σύγχρονης έρευνας [de Munck et al, 1992]. Παρά το πλήθος των νευρωνικών κυττάρων του εγκεφάλου και την πολυπλοκότητα των μεταξύ τους συνδέσεων, το συμβατικό ΗΕΓ δεν έχει τόσο τυχαία κυματομορφή. Αντιθέτως, έχει διαπιστωθεί ότι εμπεριέχει μια υποκείμενη ρυθμική δραστηριότητα. Το φάσμα της συχνότητας του ΗΕΓ που εκτείνεται από τιμές μικρότερες του 1 Hz μέχρι μερικές δεκάδες Hz, μπορεί να διαιρεθεί σε τέσσερις περιοχές συχνοτήτων που αναφέρονται στη βιβλιογραφία ως ρυθμοί του ΗΕΓ [Σολδάτος, 1993]: δέλτα, θήτα, άλφα και βήτα ρυθμός. Τα όρια κάθε περιοχής, αν και δεν είναι αυστηρά καθορισμένα, φαίνονται στον Πίνακα 1.1. Γενικά, η συχνότητα του ΗΕΓ μειώνεται όσο αυξάνεται ο βαθμός χαλάρωσης, ενώ το μέγεθος του σήματος αυξάνεται. Όταν ο εγκέφαλος είναι σε εγρήγορση, ή εκτελεί πνευματική εργασία, παράγει κυρίως σήματα βήτα ρυθμού (12 – 30 Hz, χαμηλού πλάτους). Ο άλφα ρυθμός (8 – 12 Hz, πλάτους 10 – 30 μ V) εμφανίζεται όταν ο εγκέφαλος είναι σε κατάσταση χαλάρωσης, ενώ οι ρυθμοί θήτα (4 – 8 Hz) και δέλτα (λιγότερο από 4 Hz) σχετίζονται με μεγαλύτερο βαθμό χαλάρωσης και εμφανίζονται στο αρχικό ή και προχωρημένο στάδιο του ύπνου. Ο προηγούμενος γενικός διαχωρισμός του φάσματος του ΗΕΓ σε περιοχές συχνοτήτων δεν είναι περιοριστικός, καθώς υπάρχουν διάφορες

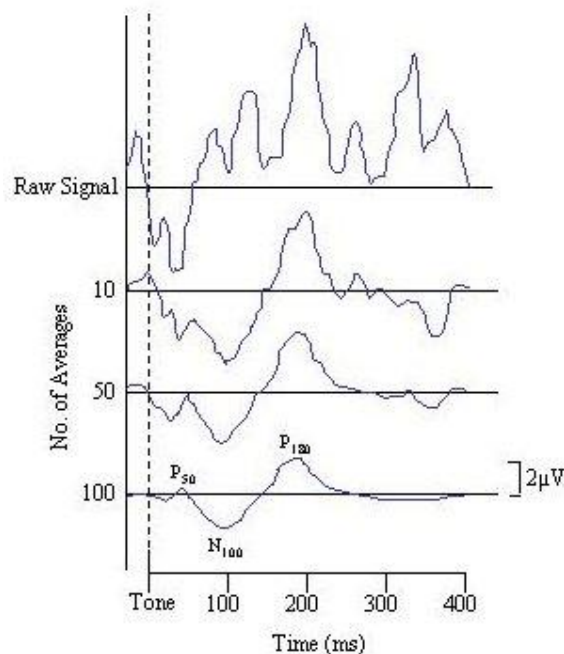
κυματομορφές του συμβατικού ΗΕΓ, των οποίων το εύρος συχνοτήτων επικαλύπτει το σύνορο δύο περιοχών, όπως π.χ. η υπνική άτρακτος (περίπου 10 – 16 Hz). Τέλος, αξίζει να αναφέρουμε ότι εμφανίζονται και κυματομορφές με συχνότητα μεγαλύτερη των 30 Hz.

Προκλητά δυναμικά

Τα ηλεκτρικά σήματα του εγκεφάλου που παράγονται ως απόκριση κάποιου ερεθίσματος του περιβάλλοντος ονομάζονται Προκλητά Δυναμικά – ΠΔ (Evoked Potentials – EPs). Πρόκειται για βραχύβια κύματα με διάρκεια μέχρι και μερικά δευτερόλεπτα, χαμηλό πλάτος που φτάνει συνήθως μέχρι τα 20 μV και μεγάλο εύρος συχνοτήτων. Η καταγραφή τους είναι απαραίτητο να πραγματοποιηθεί σε χώρο προστατευμένο από εξωτερικά πεδία – συνήθως γίνεται σε δωμάτιο ηλεκτρομαγνητικά θωρακισμένο (κλωβός) – ώστε να διατηρηθεί κατά το δυνατόν υψηλότερος ο λόγος Σήμα/Θόρυβος. Υπάρχουν τα εξωγενή ΠΔ, τα οποία καθορίζονται από τα φυσικά χαρακτηριστικά του εκλυτικού ερεθίσματος και τα ενδογενή ΠΔ, τα οποία οφείλονται στην ψυχολογική αντίδραση του ατόμου προς το ερέθισμα και εμφανίζονται μετά ή κατά τη διάρκεια της αντίληψης του από τον εγκέφαλο.

Τα ΠΔ διαχωρίζονται ως προς το είδος του ερεθίσματος σε σωματοισθητικά, οπτικά και ακουστικά. Εξάλλου, τα ΠΔ ταξινομούνται σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την χορήγηση του ερεθίσματος μέχρι την εμφάνισή τους. Ο χρόνος αυτός ονομάζεται λανθάνων χρόνος (latency) και κυμαίνεται από μερικά msec μέχρι αρκετές εκατοντάδες msec ή και λίγα sec. Τα ΠΔ με πολύ μικρό λανθάνοντα χρόνο (μέχρι 10 – 12 msec) ονομάζονται πρώιμα. Τα πρώιμα ΠΔ έχουν πολύ μικρό πλάτος, μεγάλη συχνότητα και σχετίζονται με την δραστηριότητα των νευρώνων που είναι υπεύθυνοι για την πρωτογενή (μη εγκεφαλική) επεξεργασία του συγκεκριμένου ερεθίσματος, όπως π.χ. του οπτικού νεύρου για την περίπτωση των οπτικών ΠΔ. Τα μέσα ΠΔ εμφανίζονται 12 – 50 msec μετά την εμφάνιση του ερεθίσματος. Τέλος, τα ύστερα ΠΔ έχουν το μεγαλύτερο λανθάνοντα χρόνο (50 – 800 msec ή και περισσότερο), μικρή συχνότητα και σχετικά μεγάλο πλάτος, ενώ η εμφάνισή τους αντιπροσωπεύει δραστηριότητα περιοχών του φλοιού και συνδέεται με την επεξεργασία του ερεθίσματος και την αναγνώρισή του από τον εγκέφαλο.

Λόγω του πολύ χαμηλότερου – σε σχέση με εκείνο του συμβατικού ΗΕΓ – πλάτους τους, τα ΠΔ βρίσκονται «θαμμένα» κάτω από το ισχυρότερο αυθόρμητο ηλεκτροεγκεφαλογραφικό σήμα. Για την εξαγωγή των ΠΔ χρησιμοποιείται η τεχνική του υπολογισμού του μέσου όρου (averaging), για την οποία απαιτείται η επανάληψη του πειράματος (δοκιμές) διατηρώντας κάθε φορά τις ίδιες παραμέτρους. Χορηγείται,

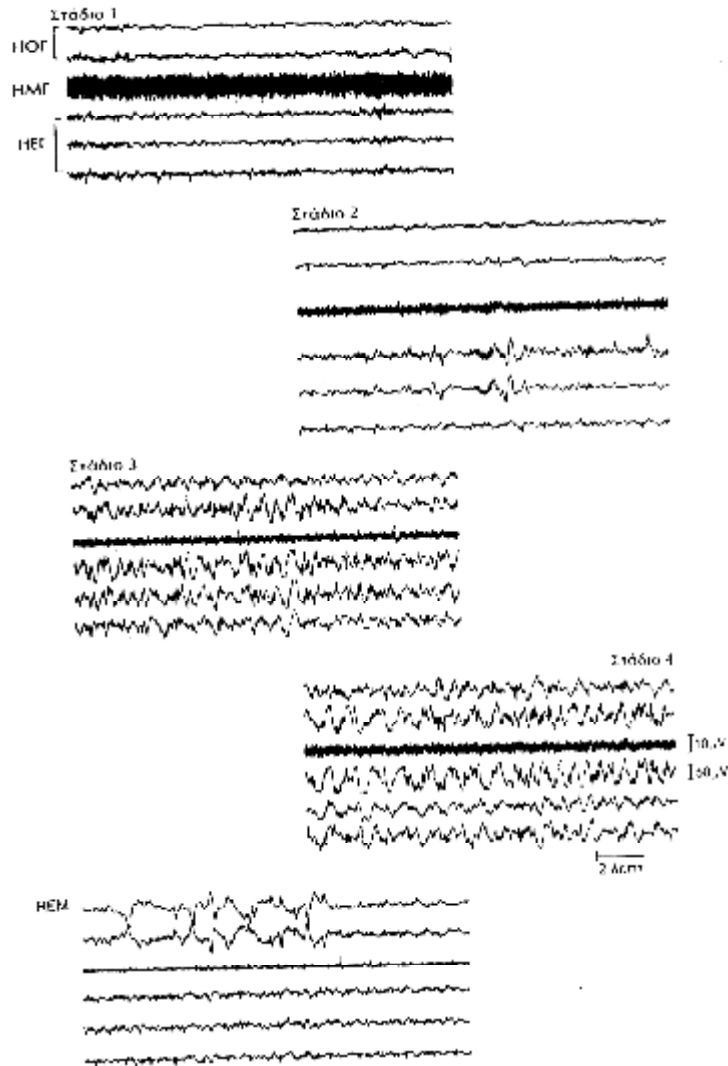


Σχήμα 1.9: Περιγραφή της διαδικασίας averaging.

δηλαδή, το ίδιο ερέθισμα στο άτομο αρκετές δεκάδες ή εκατοντάδες φορές και λαμβάνεται κάθε φορά το σήμα απόκρισης. Με την προϋπόθεση ότι το ΠΔ αναπαράγεται πανομοιότυπο σε κάθε δοκιμή, η εξαγωγή του μέσου όρου των καταγραφών θα το ενισχύσει και θα το αναδείξει μέσα από το τυχαίο σήμα του εγγενούς ΗΕΓ, το οποίο δεν σχετίζεται με το χορηγούμενο ερέθισμα. Η διαδικασία υπολογισμού του μέσου όρου παρουσιάζει αρκετά μειονεκτήματα με σημαντικότερο τον κίνδυνο της εξοικείωσης του ατόμου με το χορηγούμενο ερέθισμα, οπότε η απόκρισή του ενδεχομένως να μεταβάλλεται από την κάθε δοκιμή στην επόμενη. Η εξαγωγή των ΠΔ από μία και μόνο δοκιμή (single trial EP) είναι από τα πλέον ενεργά αντικείμενα μελέτης στον τομέα της επεξεργασίας βιοσημάτων [Zouridakis et al., 1997].

1.3. ΗΕΓ ΥΠΝΟΥ

Το ΗΕΓ αποτελεί το βασικό εργαλείο για την ηλεκτροφυσιολογική μελέτη του ύπνου. Με τις πρώτες καταγραφές ΗΕΓ ύπνου παρατηρήθηκε ότι η ηλεκτρική



Σχήμα 1.10: Η μορφή του βασικού υπνογράμματος, αποτελούμενη από το ΗΕΓ, το ΗΟΓ και το ΗΜΓ, κατά τη διάρκεια των τεσσάρων σταδίων του ύπνου και του ύπνου REM. (Τροποποίηση από τη δημοσίευση: Kales A. (ed) "Sleep and dreams: Recent Research on Clinical Aspects". Ann. Intern. Med. 68: 1078 – 1104, 1968).

δραστηριότητα του εγκεφάλου χαρακτηρίζεται από την συνεχή και διαδοχική εμφάνιση εναλλασσόμενων σταδίων, καθένα από τα οποία εμφανίζει ιδιαίτερα χαρακτηριστικά ως προς τη συχνότητα και το μέγεθος του σήματος. Ειδικότερα, βρέθηκε ότι με την επέλευση και εμβάθυνση του ύπνου, το ΗΕΓ αποκτά βαθμιαία μικρότερη συχνότητα, ενώ το μέγεθος των δυναμικών του αυξάνεται. Το γεγονός

αυτό οδήγησε στον αρχικό διαχωρισμό του ύπνου σε τέσσερα στάδια. Το πρώτο στάδιο, που περιγράφει τον ελαφρύτερο ύπνο, χαρακτηρίζεται από ταχύτερα και χαμηλότερα δυναμικά, ενώ στο τέταρτο στάδιο, που αντιστοιχεί στον βαθύτερο ύπνο, τα δυναμικά γίνονται υψηλότερα και βραδύτερα. Παρατηρήθηκε, εξάλλου, το – αρχικώς αναφερόμενο ως παράδοξο – φαινόμενο, κατά το οποίο το ΗΕΓ, για ορισμένα και επαναλαμβανόμενα χρονικά διαστήματα, εμφανίζει χαρακτηριστικά που συναντώνται κατά τη διάρκεια του ελαφριού ύπνου (χαμηλά δυναμικά και σχετικά υψηλές συχνότητες), παρά το γεγονός ότι η αφύπνιση κατά το στάδιο αυτό απαιτεί εντονότερα εξωτερικά ερεθίσματα. Όταν αργότερα βρέθηκε, ότι το στάδιο αυτό σχετίζεται με την εμφάνιση ταχέων οφθαλμικών κινήσεων, διαφοροποιήθηκε από τα προηγούμενα στάδια και ονομάστηκε στάδιο REM (rapid eye movements). Η τελική σταδιοποίηση του ύπνου, με βάση συγκεκριμένα ποσοτικά κριτήρια, οφείλεται στους Rechtschaffen και Kales [Rechtschaffen and Kales, 1968].

Για το διαχωρισμό ενός υπνογραφήματος σε στάδια είναι απαραίτητη η συνεχής καταγραφή καθ'όλη τη διάρκεια του ύπνου τριών ηλεκτροφυσιολογικών παραμέτρων: του ηλεκτροεγκεφαλογραφήματος (ΗΕΓ), του ηλεκτροοφθαλμογραφήματος (ΗΟΓ) και του ηλεκτρομυογραφήματος (ΗΜΓ). Η σταδιοποίηση γίνεται από ειδικευμένο ιατρό (βαθμονομητή), υποβοηθούμενη ορισμένες φορές από ειδικά σχεδιασμένα για σταδιοποίηση ύπνου προγράμματα σε ηλεκτρονικό υπολογιστή.

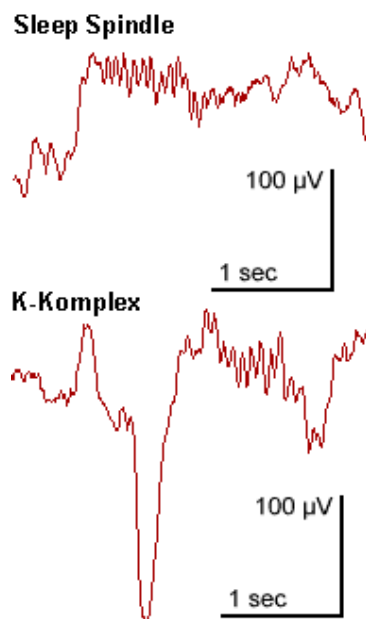
Όπως προαναφέρθηκε, σήμερα διακρίνουμε πέντε στάδια του ύπνου, τα στάδια 1 έως 4 και το στάδιο REM. Η μετάβαση, κατά τη διάρκεια του ύπνου, από το ένα στάδιο στο επόμενο δεν γίνεται βέβαια απότομα, αλλά ο διαχωρισμός τους είναι εμφανής αφού κάθε στάδιο περιγράφεται και αναγνωρίζεται από συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, τα οποία αναφέρονται στη συνέχεια.

Στάδιο 1

Κατά τη διάρκεια του σταδίου αυτού, που αποτελεί μια μεταβατική φάση από την εγρήγορση στον ύπνο, το ΗΕΓ παρουσιάζει μείωση των ταχέων ρυθμών (άλφα), οι οποίοι παρουσιάζονται αυξημένοι κατά την εγρήγορση ή κατά την εκτέλεση πνευματικής εργασίας και αύξηση των βραδύτερων ρυθμών (θήτα). Το ΗΜΓ παρουσιάζει μικρή μείωση του μυϊκού τόνου και στο ΗΟΓ καταγράφονται αργές και κινήσεις των οφθαλμών.

Στάδιο 2

Η παρουσία του θήτα ρυθμού, κατά το στάδιο αυτό, γίνεται ακόμα περισσότερο εμφανής, ενώ το μέγεθος των δυναμικών στο ΗΕΓ αρχίζει σταδιακά να

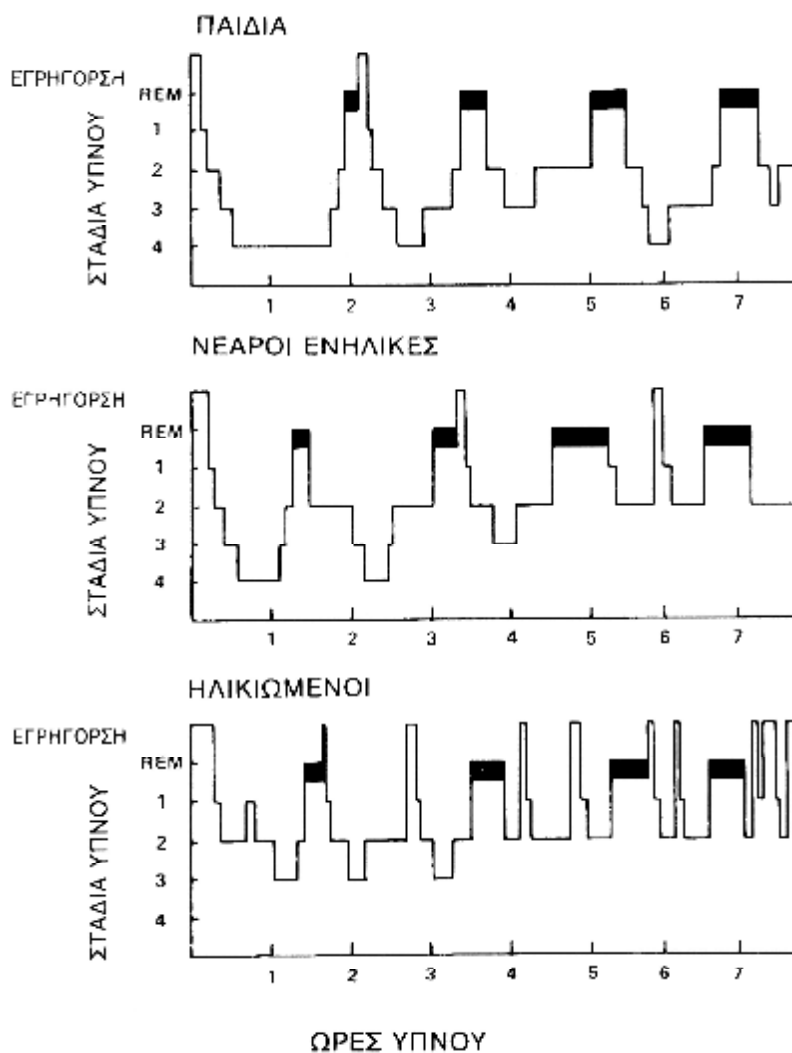


Σχήμα 1.11: Στιγμιότυπα ΗΕΓ που περιέχουν (πάνω) υπνική άτρακτο και (κάτω) σύμπλεγμα Κ. (Η εικόνα προέρχεται από την *ThinkQuest*: <http://library.thinkquest.org/25553/english/basics/brain/nrem.s.html>)

αυξάνεται. Εξάλλου, η μετάβαση στο στάδιο 2 συνοδεύεται από την εμφάνιση δύο χαρακτηριστικών κυματομορφών: τις υπνικές ατράκτους (spindles) και τα συμπλέγματα Κ (μεμονωμένα οξύαιχμα κύματα δέλτα υψηλού δυναμικού με απότομη μετάβαση από αρνητική σε θετική φάση – Κ complexes). Σύμφωνα με τον ορισμό των Rechtschaffen και Kales [Rechtschaffen and Kales, 1968], οι άτρακτοι είναι βραχύχρονοι ημιτονοειδείς ρυθμοί 12 έως 16 Hz με πλάτος που αρχικά αυξάνεται και στη συνέχεια βαθμιαία μειώνεται. Στο γεγονός αυτό οφείλεται και η ονομασία τους, καθώς η αυξομείωση αυτή του πλάτους προσδίδει στις κυματομορφές αυτές το σχήμα της ατράκτου. Αν και ατρακτοειδείς σχηματισμοί εμφανίζονται σε όλα τα στάδια του ύπνου, η παρουσία τους γίνεται εντονότερη στο στάδιο 2 με αποτέλεσμα να αποτελεί ένα από τα κριτήρια που καθορίζουν τη μετάβαση του ύπνου στο στάδιο αυτό. Τέλος ο μυϊκός τόνος εμφανίζει επιπλέον μείωση και οι οφθαλμικές κινήσεις γίνονται σπάνιες. Η αφύπνιση επιτυγχάνεται δυσκολότερα σε σχέση με το στάδιο 1.

Στάδια 3 και 4

Το ΗΕΓ κατά τα στάδια αυτά χαρακτηρίζεται από τα υψηλά δυναμικά και την



Σχήμα 1.12: Η ακολουθία της μετάβασης μεταξύ των σταδίων (κύκλοι του ύπνου) κατά τη διάρκεια μιας νύχτας, σε διάφορες ηλικίες. (Τροποποίηση από τη δημοσίευση: Kales A. (ed) "Sleep and dreams: Recent Research on Clinical Aspects". Ann. Intern. Med. 68: 1078 – 1104, 1968).

έντονη παρουσία των βραδέων κυμάτων, γι' αυτό και συχνά αναφέρονται ως «ύπνος βραδέων κυμάτων». Η πυκνότητα των δέλτα ρυθμών είναι ιδιαίτερα αυξημένη και χρησιμοποιείται για το διαχωρισμό μεταξύ των δύο σταδίων (αύξηση του ποσοστού άνω του 50 % οριοθετεί, συνήθως, τη μετάβαση από το στάδιο 3 στο στάδιο 4). Το ΗΜΓ βρίσκεται σε πολύ χαμηλά επίπεδα. Η αφύπνιση, τέλος, κατά τη διάρκεια των σταδίων 3 και 4 απαιτεί την πρόκληση έντονων ερεθισμάτων.

Στάδιο REM

Το ΗΕΓ στο στάδιο REM εμφανίζει μεγάλη ομοιότητα με εκείνο του σταδίου 1. Επίσης, το ΗΜΓ καταγράφει σχεδόν μηδενική ηλεκτρική δραστηριότητα και πλήρη μυϊκή ατονία. Αντιθέτως, το ΗΟΓ χαρακτηρίζεται από ταχείες και επαναλαμβανόμενες κινήσεις των οφθαλμών (Rapid Eye Movements). Η αφύπνιση κατά τη διάρκεια του ύπνου REM γίνεται δύσκολα και, όταν επιτυγχάνεται, συνοδεύεται από την ανάμνηση έντονης νοητικής δραστηριότητας, η οποία αναγνωρίζεται ως ονειρική.

Κύκλοι του ύπνου

Τα πέντε στάδια του ύπνου εναλλάσσονται διαδοχικά και κυκλικά κατά τη διάρκεια του ύπνου. Μία πλήρης ακολουθία των πέντε σταδίων ονομάζεται κύκλος. Ο νυκτερινός ύπνος ενός υγιούς νεαρού ενήλικα αποτελείται από τέσσερις κατά μέσο όρο κύκλους (Σχήμα 1.12) και αρχίζει από το στάδιο 1. Βαθμιαία περνάει στα στάδια 2, 3 και 4 και μετά από 1 έως 2 ώρες περίπου, από την έναρξή του, μεταβαίνει στο στάδιο REM, όπου παραμένει για 5 έως 10 λεπτά. Στη συνέχεια, επαναλαμβάνονται τα στάδια μη REM ύπνου (1 έως 4) και ακολουθεί μια δεύτερη περίοδος REM. Η χρονική διάρκεια του σταδίου REM αυξάνεται κατά τη διάρκεια της νύχτας και μπορεί να φτάσει μέχρι τα 30 λεπτά. Αντιθέτως ο ύπνος βραδέων κυμάτων (στάδια 3 και 4) μειώνεται ως και την πλήρη εξάλειψη, ορισμένες φορές, του σταδίου 4 προς το τέλος της νύχτας. Συνολικά, σε υγιή και νεαρά ενήλικα άτομα, ο ύπνος REM καταλαμβάνει το 20 – 25% του νυκτερινού ύπνου, το στάδιο 1 το 5 – 10%, το στάδιο 2 το 50 – 60% και τα στάδια 3 και 4 το 10 – 20%.

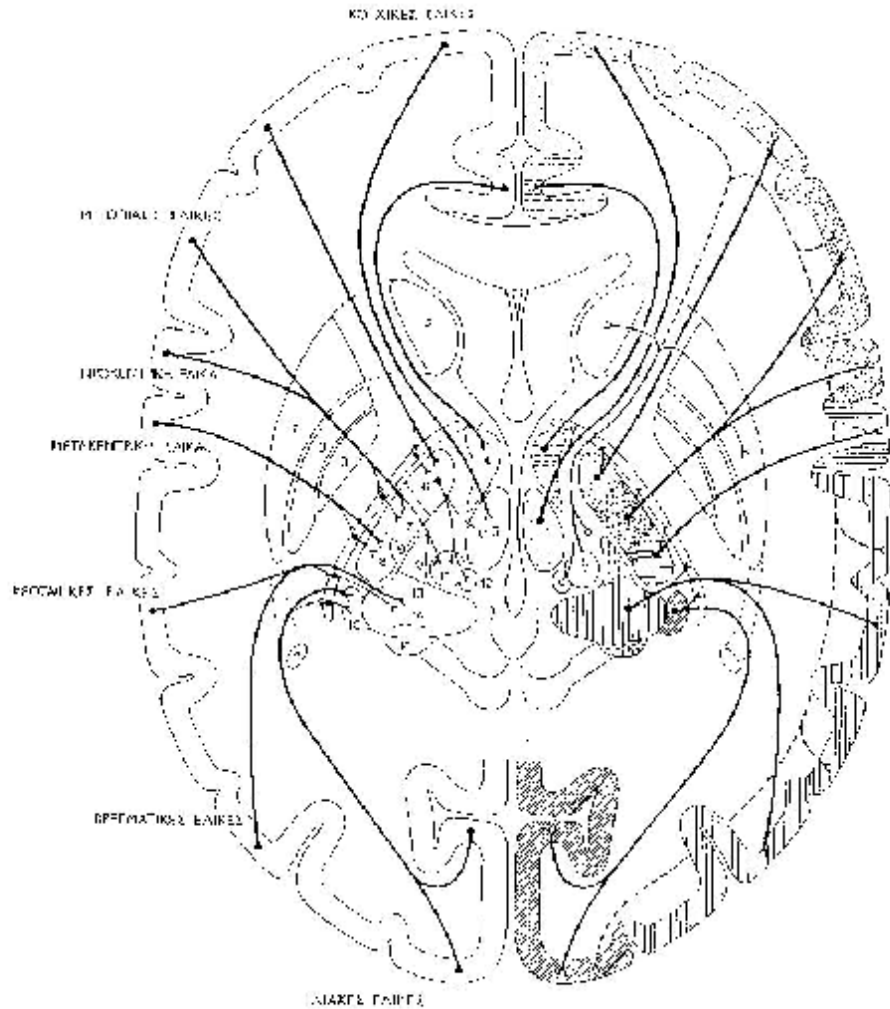
1.4. ΥΠΝΙΚΕΣ ΑΤΡΑΚΤΟΙ – ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΘΑΛΑΜΟΥ

Στην παρούσα εργασία θα εστιάσουμε στις υπνικές ατράκτους, τις οποίες περιγράψαμε εν συντομία παραπάνω. Άμεση σχέση με την παραγωγή και τον έλεγχο των ατράκτων φαίνεται να έχει το τμήμα του εγκεφάλου που ονομάζεται θάλαμος. Ο θάλαμος είναι ένα σύμπλεγμα πυρήνων (ομάδων χωρικά συγκεντρωμένων νευρώνων) φαιάς ουσίας στο εσωτερικό του εγκεφάλου (Σχήμα 1.13), οι οποίοι συνδέονται με περιοχές του φλοιού μέσω νευρικών ινών. Οι φλοιοθαλαμικές και θαλαμοφλοιώδεις συνδέσεις φαίνονται στα Σχήματα 1.13 και 1.14. Όσον αφορά το λειτουργικό του ρόλο ο θάλαμος αποτελεί την πύλη από την οποία εισέρχονται πληροφορίες από

εξωτερικά ερεθίσματα, που προορίζονται για τον εγκεφαλικό φλοιό. Στο σταθμό αυτά εισερχόμενα σήματα είτε προωθούνται προς φλοιικές περιοχές (θαλαμοφλοιικές συνδέσεις) ή εμποδίζονται (αποκλείονται) λόγω συναπτικής καταστολής, στην οποία εμπλέκονται και οι φλοιοθαλαμικές συνδέσεις.

Από τα μέσα του προηγούμενου αιώνα ακόμα, είχε διατυπωθεί η άποψη ότι ο θάλαμος υπεισέρχεται στην παραγωγή των υπνικών ατράκτων [Morison and Dempsey, 1942]. Το συμπέρασμα αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι οι άτρακτοι εξακολουθούν να υφίστανται στο θάλαμο ακόμα και όταν αυτός αποσυνδεθεί από τον εγκεφαλικό φλοιό και την παρεγκεφαλίδα. Επιπλέον, πειραματόζωα όπου ο θάλαμος, είτε έχει αποσυνδεθεί από το φλοιό ή έχει αφαιρεθεί εντελώς, δεν εμφανίζουν εγγενείς ατρακτοειδείς κυματομορφές [Steriade and Llinas, 1988]. Η μορφή των ατράκτων οδηγεί στο συμπέρασμα ότι πρόκειται για αυστηρά βηματοδηγούμενη κυματομορφή. Σύμφωνα με μελέτες που διεξάγονται την τελευταία εικοσαετία, σχετικά με τους μηχανισμούς παραγωγής ρυθμικής δραστηριότητας, οι άτρακτοι οφείλονται σε συγχρονισμένες διεγέρσεις συναπτικά συνδεδεμένων νευρώνων του θαλαμοφλοιώδους δικτύου. Ειδικότερα, έχει υποδειχθεί ο δικτυωτός πυρήνας του θαλάμου ως ο βηματοδότης της ατρακτοειδούς κυματομορφής και η λειτουργία ειδικών συνδέσεων μεταξύ θαλάμου και φλοιού ως ενεχόμενη στη διατήρηση της μορφής της. [Steriade and Deschene, 1984]

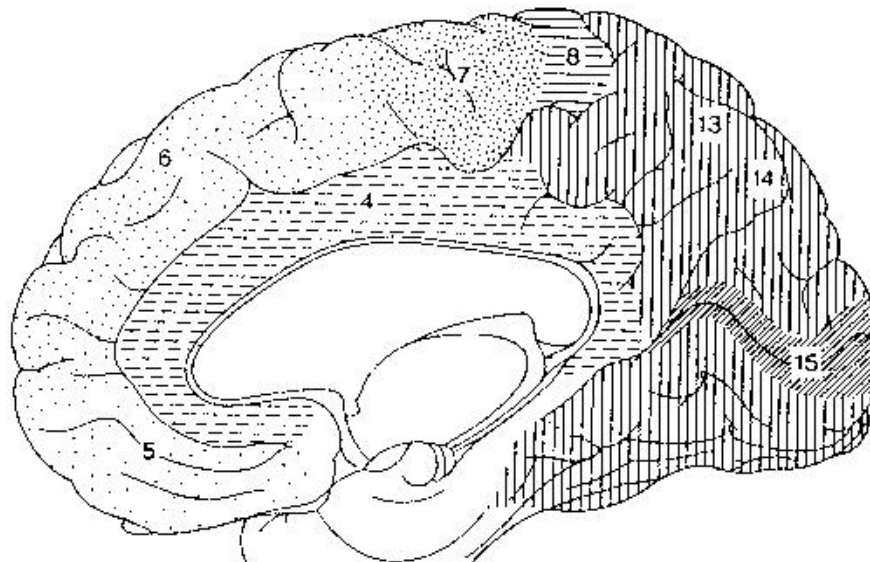
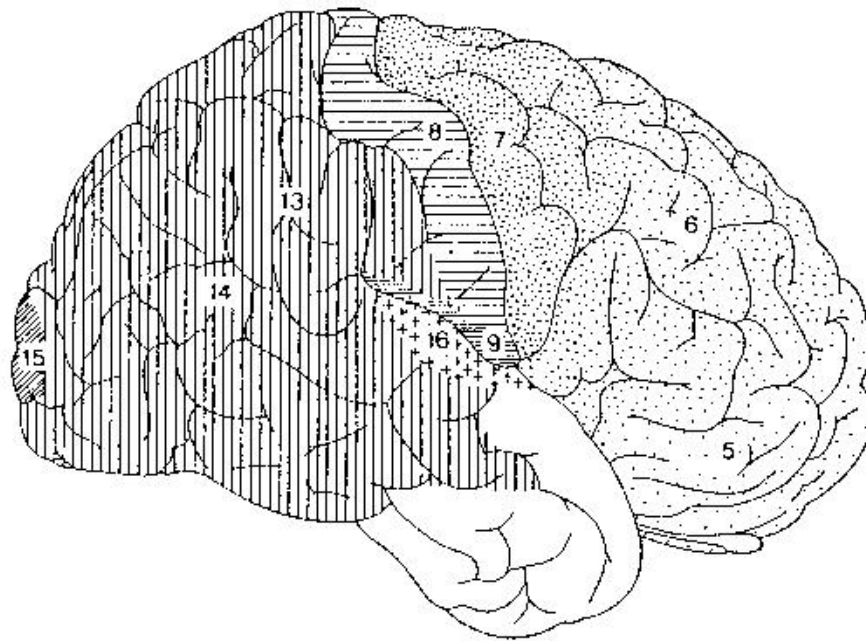
Συγκεκριμένα, οι άτρακτοι δημιουργούνται στο θάλαμο σαν αποτέλεσμα συναπτικών αλληλεπιδράσεων στο εσωτερικό ενός δικτύου, που το αποτελούν κυρίως νευρώνες του δικτυωτού θαλαμικού πυρήνα (reticular nucleus – RN), θαλαμικά κύτταρα και πυραμιδικά κύτταρα του φλοιού. Διαφορετικές περιοχές του εγκεφαλικού φλοιού λαμβάνουν σήματα από διάφορους οπίσθιους θαλαμικούς πυρήνες, με αποτέλεσμα, φλοιώδεις νευρώνες να διεγείρουν κατάλληλες περιοχές τόσο του νωτιαίου θαλάμου όσο και του δικτυακού πυρήνα. Ο τελευταίος φαίνεται ότι ευθύνεται για την ροή της πληροφορίας μεταξύ του θαλάμου και του εγκεφαλικού φλοιού, καθώς δέχεται δυναμικά διέγερση από φλοιώδη αλλά και θαλαμικά νευρικά κύτταρα, τα οποία επαναπροβάλλονται σε διάφορες περιοχές του θαλάμου. Ένα διάγραμμα των νευρωνικών συνδέσεων που ευθύνονται για τη δημιουργία των ατράκτων φαίνεται στο Σχήμα 1.15.



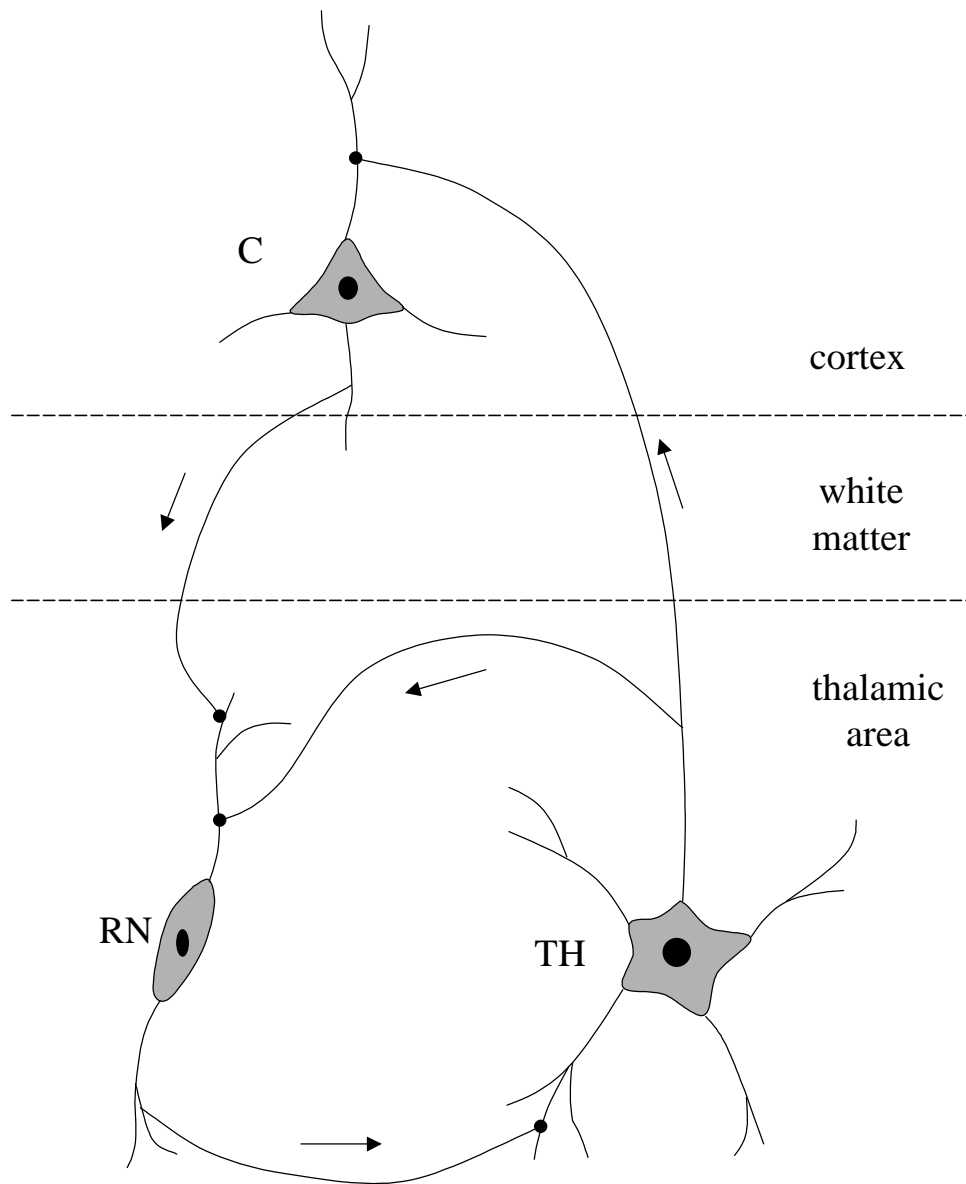
- 1 έλατο προσομοίωσις
- 2 ραβδωτά στοιχεία
- 3 μεγάλη σελήνη
- 4 πρόσθιος κνήμιος θάλαμος
- 5 του πρόσθιου θάλαμου
- 6 πρόσθιος κνήμιος τμήμα
- 7 έξω κνήμιος τμήμα
- 8 οπίσθιος κνήμιος τμήμα

- 10 οπίσθιος κνήμιος
- 11 κνήμιος τμήμα
- 12 ποσειδωνικός τμήμα
- 13 απήμιος τμήμα
- 14 πρόσθιος θάλαμος
- 15 του πρόσθιου τμήμα
- 16 του πρόσθιου τμήμα

Σχήμα 1.13: Συνδέσεις μεταξύ των πυρήνων του θαλάμου και του φλοιού του εγκεφάλου: διάγραμμα οριζόντιας τομής. Αριστερά: φλοιοθαλαμικές συνδέσεις, δεξιά: θαλαμοφλοιώδεις συνδέσεις. (Από: Το Κεντρικό Νευρικό Σύστημα του Ανθρώπου Σύνοψη και Άτλαντας, R. Nieuwenhuys, J. Voogd, Chr. van Huijzen, μετάφραση Αζαριάς Καραμανλίδης εκδ. Αφών Κυριακίδη 1983.)



Σχήμα 1.14: Συνδέσεις μεταξύ των πυρήνων του θαλάμου και του φλοιού του εγκεφάλου: φλοιώδη πεδία στα οποία καταλήγουν οι θαλαμοφλοιώδεις ίνες. Πάνω: έξω όψη, κάτω: έσω όψη. Οι σκιές είναι οι ίδιες που χρησιμοποιήθηκαν στο Σχήμα 1.13. Για την επεξήγηση των αριθμών, βλέπε και το Σχήμα 1.13.



Σχήμα 1.15: Νευρωνικό κύκλωμα που παράγει άτρακτο. Ένα θαλαμικό κύτταρο (TH) συνδέεται μέσω αξονικών απολήξεων με ένα πυραμιδικό κύτταρο του εγκεφαλικού φλοιού (C) καθώς και με το δικτυωτό θαλαμικό πυρήνα (RN). Το πυραμιδικό κύτταρο συνδέεται επίσης με το δικτυωτό πυρήνα. Οι δείκτες υποδεικνύουν τη φορά διάδοσης του σήματος. Τα κύτταρα TH προκαλούν διέγερση, ενώ τα RN καταστολή. (Τροποποίηση από τη δημοσίευση: Steriade M., McCormick D. A., Sejnowski T. J., “Thalamocortical Oscillations in the Sleeping and Aroused Brain”, Science, vol 262, pp. 679 – 685, 1993.)

1.5. ΠΕΡΙΛΗΨΗ – ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Όπως αναφέρθηκε, η ηλεκτρική εγκεφαλική δραστηριότητα οφείλεται σε διέγερση συγκεντρωμένων πληθυσμών νευρωνικών κυττάρων. Τα δυναμικά του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται άγονται μέσω του ΕΝΥ και του οστού του κρανίου και καταλήγουν στην εξωτερική επιφάνεια του δέρματος του κεφαλιού, όπου το μέγεθός τους είναι μειωμένο ανάλογα με την αγωγιμότητα των ιστών μέσω των οποίων διαδόθηκε το πεδίο. Τα δυναμικά αυτά μπορούν να καταμετρηθούν μέσω κατάλληλης διάταξης ηλεκτροδίων και να χρησιμοποιηθούν για την ανακατασκευή της ηλεκτρικής δραστηριότητας των εγκεφαλικών ιστών, η οποία συνίσταται στον προσδιορισμό της θέσης των πηγών του μετρούμενου πεδίου στο εσωτερικό του εγκεφάλου. Επισημαίνεται ότι η όλη διαδικασία είναι μη επεμβατική.

Η απεικόνιση της ηλεκτρικής δραστηριότητας των διαφόρων περιοχών του εγκεφάλου απαιτεί τη διεξαγωγή μιας μεθοδολογίας, η οποία σε γενικές γραμμές μπορεί να διαχωριστεί στις εξής επιμέρους διαδικασίες:

1. Επιλογή μοντέλου πηγών: Οι συνήθεις επιλογές για την περιγραφή των πηγών της ηλεκτρικής εγκεφαλικής δραστηριότητας είναι το πρότυπο ενός ή περισσότερων ρευματικών μονοπολικών ή διπολικών πηγών ή η σημειακή κατανομή πηγών πάνω σε μια ή περισσότερες κατάλληλα επιλεγμένες επιφάνειες της περιοχής του εγκεφάλου.

2. Επιλογή γεωμετρικού προτύπου κεφαλιού: Ανάλογα με τον τρόπο επίλυσης του προβλήματος (αναλυτικό ή αριθμητικό, όπως αναφέρεται στη συνέχεια), η περιγραφή του κεφαλιού μπορεί να γίνει είτε με χρήση αναλυτικού προτύπου, που αποτελείται συνήθως από έναν έως τέσσερις σφαιρικούς (σπανίως και ελλειψοειδείς) φλοιούς, ή με χρήση πεπερασμένου προτύπου ρεαλιστικής γεωμετρίας. Το πρότυπο που επιλέγεται τελικά χρησιμοποιείται τόσο για την περιγραφή της γεωμετρίας του κεφαλιού όσο και για την περιγραφή της αγωγιμότητάς του. Ειδικότερα, στην περίπτωση που επιλέγεται το αναλυτικό πρότυπο, το κεφάλι διαχωρίζεται σε περιοχές (σφαιρικούς φλοιούς), στις οποίες η αγωγιμότητα του χώρου διατηρείται σταθερή, ενώ στο πεπερασμένο πρότυπο, το κεφάλι διακριτοποιείται σε μικρότερα στοιχεία όγκου (voxel) δίνοντας τη δυνατότητα θεώρησης ανομοιογενούς ή και ανισοτροπικής αγωγιμότητας της περιοχής του κεφαλιού.

3. Μαθηματική περιγραφή της σχέσης μεταξύ των ηλεκτρικών πηγών του εγκεφάλου και των μετρούμενων δυναμικών στην επιφάνεια του κεφαλιού. Η ηλεκτρική

δραστηριότητα των εγκεφαλικών ιστών είναι πολύ αργή σε σχέση με το χρόνο που απαιτείται για τη διάδοση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου που δημιουργείται. Η διαπίστωση αυτή, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι η απόσταση που καλείται να διανύσει το πεδίο είναι ιδιαίτερος μικρή (έως μερικά cm), επιτρέπει τη χρήση των εξισώσεων της ηλεκτροστατικής θεωρίας Maxwell. Η μαθηματική σχέση που διατυπώνεται χρησιμοποιείται για την επίλυση του ευθέος (υπολογισμός των άγνωστων δυναμικών στην επιφάνεια του κεφαλιού με γνωστή την ηλεκτρική δραστηριότητα των νευρώνων του εγκεφάλου) και του αντιστρόφου προβλήματος (υπολογισμός της άγνωστης ηλεκτρικής δραστηριότητας του εγκεφάλου με γνωστές τις τιμές δυναμικού). Ανάλογα με το πρότυπο που επιλέχθηκε για την περιγραφή της γεωμετρίας και της αγωγιμότητας του κεφαλιού, μπορεί να προκύψει αναλυτική ή αριθμητική λύση του προβλήματος.

Το αντίστροφο πρόβλημα του ΗΕΓ ανήκει στην κατηγορία των «ασθενώς τοποθετημένων» προβλημάτων (για μία συλλογή δεδομένων, η λύση δεν είναι μοναδική). Επιπλέον, η μαθηματική του διατύπωση καταλήγει σε ένα γραμμικό (συνήθως) αλγεβρικό σύστημα, που η λύση του απαιτεί τον υπολογισμό της αντιστρόφου μιας μήτρας με υψηλό αριθμό κατάστασης. Οι δύο προαναφερόμενες ιδιότητες του προβλήματος δυσχεραίνουν τον υπολογισμό ακριβούς και σταθερής λύσης. Αναλυτικότερα, το αναλυτικό πρότυπο καταλήγει εύκολα και γρήγορα σε σταθερή λύση, δηλαδή η εκτιμώμενη θέση (ή κατανομή) των ρευματικών πηγών δεν παρουσιάζει μεγάλες διακυμάνσεις όταν προστίθεται θόρυβος στα μετρούμενα δυναμικά. Από την άλλη μεριά όμως, η λύση που προκύπτει έχει περιορισμένη χωρική ακρίβεια, λόγω του απλοποιημένου γεωμετρικού προτύπου που χρησιμοποιείται για την προσέγγιση του κεφαλιού. Αντιθέτως, η λύση με το πεπερασμένο πρότυπο διαθέτει μεγαλύτερη ακρίβεια, αφού το μοντέλο προσομοίωσης του κεφαλιού είναι περισσότερο ρεαλιστικό, αλλά απαιτεί μεγάλη υπολογιστική ισχύ και περισσότερο χρόνο. Επιπλέον, η λύση που προκύπτει τελικά είναι, τις περισσότερες φορές, ιδιαίτερος ασταθής στην παρουσία θορύβου, με αποτέλεσμα, μικρές διακυμάνσεις στα δεδομένα του προβλήματος να προκαλούν μεγάλες αποκλίσεις στην τελική λύση.

Το αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι ο σχεδιασμός κατάλληλης μεθοδολογίας για την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος, ώστε να προκύπτει ακριβής και σταθερή λύση, αποφεύγοντας όμως τη χρήση πολύ απαιτητικών

αριθμητικών μεθόδων. Για την περιγραφή της ηλεκτρικής δραστηριότητας του εγκεφάλου επιλέχθηκε το πρότυπο της διπολικής ρευματικής πηγής (ένα ή δύο δίπολα), το οποίο χρησιμοποιήθηκε στην αναλυτική λύση και το πρότυπο της κατανομής θετικών και αρνητικών ρευματικών πηγών, το οποίο χρησιμοποιήθηκε στην αριθμητική λύση του αντιστρόφου προβλήματος. Εξάλλου, στην πρώτη περίπτωση, το γεωμετρικό πρότυπο περιγραφής του κεφαλιού ήταν ένα σύστημα τεσσάρων ομόκεντρων σφαιρικών φλοιών με σταθερή αγωγιμότητα σε κάθε περιοχή, ενώ στη δεύτερη περίπτωση χρησιμοποιήθηκε πεπερασμένο μοντέλο ρεαλιστικής γεωμετρίας, το οποίο προέκυψε από κατάλληλη επεξεργασία εικόνων MRI εγκάρσιας τομής. Η αναλυτική λύση του προβλήματος γίνεται με χρήση των εξισώσεων Laplace και Poisson σε σφαιρικές συντεταγμένες και ανάπτυξη της άγνωστης συνάρτησης δυναμικού σε συγκλίνουσα σειρά κανονικοποιημένων σφαιρικών αρμονικών συναρτήσεων. Για την επίτευξη αριθμητικής λύσης εφαρμόζεται η Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων, που χρησιμοποιείται για την μαθηματική διατύπωση του προβλήματος και η μέθοδος συζυγών κλίσεων (Conjugate Gradient) για την επίλυση του γραμμικού συστήματος που προκύπτει. Κατά τη διάρκεια της ανάλυσης, διερευνήθηκε η ακρίβεια των διαφόρων μεθόδων επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος καθώς και η ευαισθησία της εκτιμώμενης λύσης στην παρουσία θορύβου διαφόρων επιπέδων. Στη συνέχεια, οι μέθοδοι που μελετήθηκαν εφαρμόστηκαν σε δυναμικά ολονύκτιας πολυ-υπνογραφικής καταγραφής ΗΕΓ, που αντιστοιχούν σε άτρακτο. Στο σημείο αυτό είναι απαραίτητο να διευκρινιστεί ότι το αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη και αξιολόγηση των διαφόρων μεθόδων επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος του ΗΕΓ και όχι η αναλυτική μελέτη της τοποθέτησης των ηλεκτρικών πηγών των ατράκτων στο εσωτερικό του εγκεφάλου. Η τελευταία θα απαιτούσε την εφαρμογή των αλγορίθμων σε μεγάλο πλήθος κατάλληλα επιλεγμένων ατράκτων που θα προέρχονταν από διαφορετικά άτομα και των δύο φύλλων, διαφορετικής ενδεχομένως ηλικίας.

Τέλος, αναπτύχθηκε μια μέθοδος για την αυτόματη ανίχνευση των ατράκτων σε ΗΕΓ ύπνου, η οποία βασίζεται στη χρήση Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων, με σκοπό να επιταχυνθεί και να διευκολυνθεί η διαδικασία της αναγνώρισής τους, η οποία προς το παρόν πραγματοποιείται οπτικά από ειδικευμένο βαθμολογητή. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στη αξιολόγηση της απόδοσης του δικτύου στην ανίχνευση των χρονικών χαρακτηριστικών των ατράκτων (αρχή, τέλος και διάρκεια της

κυματομορφής). Τελικός σκοπός της μελέτης αυτής είναι η χρήση του σχεδιαζόμενου δικτύου, όχι μόνο ανεξάρτητα, αλλά και σε συνδυασμό με τις μεθόδους επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος, έτσι ώστε να προκύψει ένα ολοκληρωμένο και πλήρως αυτοματοποιημένο σύστημα απεικόνισης της ηλεκτρικής εγκεφαλικής δραστηριότητας, το οποίο θα δέχεται ως δεδομένο το σήμα των ηλεκτροδίων και θα παράγει την εκτιμώμενη θέση των εγκεφαλικών ιστών, που ευθύνονται για τη δραστηριότητα αυτή.

Η παρούσα διατριβή δομείται ως εξής:

Στο Κεφάλαιο 1 παρουσιάστηκαν τα βασικά στοιχεία της ηλεκτροφυσιολογίας του εγκεφάλου και τα χαρακτηριστικά και η σημασία των υπνικών ατράκτων.

Στο Κεφάλαιο 2 διατυπώνονται μαθηματικά το ευθύ και το αντίστροφο πρόβλημα και περιγράφεται αναλυτικά ο τρόπος επίλυσης των εξισώσεων με χρήση αναλυτικού και πεπερασμένου προτύπου.

Στο Κεφάλαιο 3 περιγράφεται η διαδικασία που ακολουθήθηκε για την κατασκευή του πεπερασμένου μοντέλου περιγραφής του κεφαλιού ρεαλιστικής γεωμετρίας.

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται τα αριθμητικά αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή των μεθόδων επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος σε προσομοιωμένα δυναμικά ώστε να αξιολογηθεί η απόδοσή τους.

Στο Κεφάλαιο 5 αναφέρονται τα αποτελέσματα της εφαρμογής των μεθόδων σε πραγματικά δυναμικά υπνικών ατράκτων.

Στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζεται το σύστημα που αναπτύχθηκε για την αυτόματη ανίχνευση των ατράκτων.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 7 αναφέρονται τα συνολικά συμπεράσματα της εργασίας και προτάσεις για μελλοντική εργασία στο αντικείμενο.

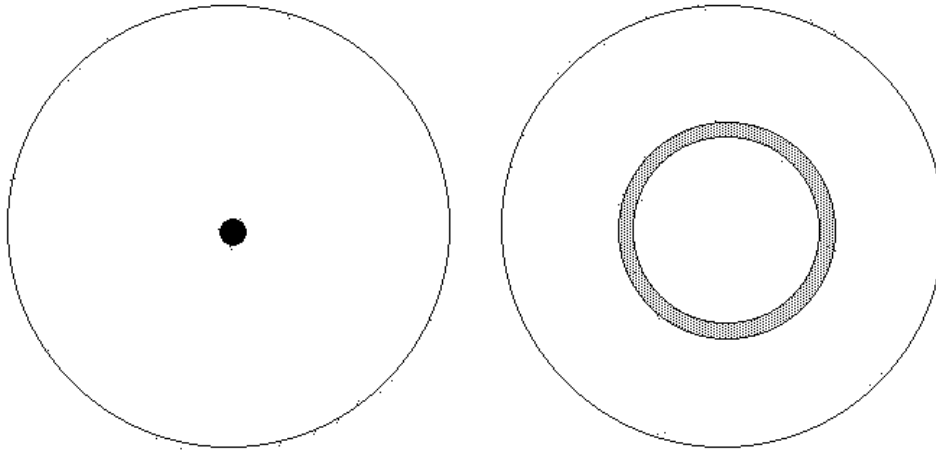
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΕΥΘΥ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΣΤΗΝ ΗΛΕΚΤΡΟΕΓΚΕΦΑΛΟΓΡΑΦΙΑ

2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η διαδικασία του υπολογισμού των δυναμικών που εμφανίζονται στην επιφάνεια του κεφαλιού και δημιουργούνται λόγω της ηλεκτρικής δραστηριότητας των νευρώνων του εγκεφάλου, αναφέρεται ως το ευθύ πρόβλημα στην ηλεκτροεγκεφαλογραφία. Στην περίπτωση που το μέγεθος και η διάταξη των πηγών στο εσωτερικό του εγκεφάλου, καθώς επίσης τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και η αγωγιμότητα των ιστών, είναι γνωστά, τότε είναι δυνατόν να υπολογιστούν οι τιμές των προκαλούμενων δυναμικών σε οποιοδήποτε σημείο της εξωτερικής επιφάνειας του δέρματος. Επομένως, το ευθύ πρόβλημα της ηλεκτροεγκεφαλογραφίας είναι επιλύσιμο είτε αναλυτικά, είτε αριθμητικά, ανάλογα με τον τρόπο που επιλέγουμε να προσομοιώσουμε το κεφάλι (π.χ. σύνολο σφαιρικών ή ελλειψοειδών φλοιών ή διακριτοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία). Αντιστοίχως, η διαδικασία της εύρεσης της άγνωστης κατανομής των ηλεκτρικών πηγών του εγκεφάλου με δεδομένες τις τιμές δυναμικού, όπως μετρώνται μέσω των ηλεκτροδίων στην επιφάνεια του κεφαλιού, αναφέρεται ως αντίστροφο πρόβλημα ηλεκτροεγκεφαλογραφίας. Στο σημείο αυτό είναι σημαντικό να τονίσουμε ότι το αντίστροφο πρόβλημα δεν έχει κατ' αρχήν μοναδική λύση. Ακόμα και αν αναφερθούμε σε αναλυτικό μοντέλο με το κεφάλι να προσομοιώνεται με σύστημα σφαιρικών φλοιών, εύκολα αντιλαμβάνεται κανείς ότι διαφορετικές κατανομές πηγών είναι δυνατόν να αντιστοιχούν σε ίδιες τιμές δυναμικού στην επιφάνεια (Σχήμα 2.1). Στην περίπτωση αυτή το αντίστροφο πρόβλημα δεν μπορεί να έχει πεπερασμένο πλήθος λύσεων [Helmholtz, 1853]. Το πρόβλημα εντείνεται από το γεγονός ότι δεν γνωρίζουμε τη συνεχή συνάρτηση που περιγράφει την κατανομή του δυναμικού αλλά μόνο διακριτές τιμές του (όπως μετρώνται από τα ηλεκτρόδια). Η μοναδικότητα της λύσης επιτυγχάνεται με την επιβολή περιορισμών για το χώρο με βάση a priori νευροφυσιολογικές πληροφορίες σχετικά με τις πιθανές θέσεις των πηγών, ή και το είδος των πηγών και με την

επιβολή συγκεκριμένων μαθηματικών κριτηρίων επιλογής λύσης, όπως π.χ. η επιλογή της λύσης με την ελάχιστη νορμ.

Διάφορα μαθηματικά πρότυπα εμφανίζονται στην υπάρχουσα βιβλιογραφία για την περιγραφή των ηλεκτρικών ιδιοτήτων του ανθρώπινου κεφαλιού και των ενδοκρανιακών πηγών. Όσον αφορά την ηλεκτρική δραστηριότητα του εγκεφάλου έχουν προταθεί μαθηματικά μοντέλα που την περιγράφουν ως κατανομή



Σχήμα 2.1: Δύο διαφορετικές κατανομές φορτίου (αριστερά: σημειακό φορτίο q στο κέντρο της σφαίρας, δεξιά: συνολικό φορτίο q ομοιόμορφα κατανεμημένο γύρω από το κέντρο της σφαίρας) στο εσωτερικό μιας σφαίρας μπορεί να δημιουργούν την ίδια συνάρτηση δυναμικού στην εξωτερική επιφάνεια.

μονοπολικών πηγών ή διπολικών πηγών. Η γεωμετρία του κεφαλιού είτε προσεγγίζεται με σύνολο σφαιρικών ή ελλειψοειδών φλοιών (ομόκεντρων ή έκκεντρων), είτε περιγράφεται με ένα πιο ρεαλιστικό πρότυπο με βάση ανατομικές πληροφορίες που προκύπτουν από μαγνητική ή / και αξονική τομογραφία. Στην πρώτη περίπτωση είναι δυνατόν να βρεθεί μια αναλυτική λύση προερχόμενη από εφαρμογή των κατάλληλων εξισώσεων Maxwell. Συγκεκριμένα, θεωρούμε ότι το πεδίο που δημιουργείται από την εμφάνιση ενδοκρανιακών πηγών μεταφέρεται στην εξωτερική επιφάνεια του δέρματος λόγω της αγωγιμότητας των ενδιάμεσων ιστών. Δημιουργείται έτσι μια κατανομή δυναμικού την οποία εκτιμούμε με τη βοήθεια των τοποθετημένων ηλεκτροδίων. Στη δεύτερη περίπτωση το πρόβλημα έχει αριθμητική λύση, η οποία προκύπτει με σαφώς βαρύτερο υπολογιστικό φόρτο από την αναλυτική. Εντούτοις, η ρεαλιστική γεωμετρία του κεφαλιού και οι ηλεκτρικές του ιδιότητες προσεγγίζονται περισσότερο ικανοποιητικά. [Cuffin, 1990], [Roth et al., 1993]

Στην παρούσα εργασία θα αναπτύξουμε αρχικά το αναλυτικό πρότυπο σφαιρικής γεωμετρίας, τόσο για μονοπολικές όσο και για διπολικές πηγές και στη συνέχεια θα προχωρήσουμε στην περιγραφή ενός αριθμητικού προτύπου μονοπολικών πηγών με χρήση των Μεθόδων Πεπερασμένων Όγκων (ΜΠΟ) (Finite Volume Method – FVM) και Πεπερασμένων Διαφορών (ΜΠΔ) (Finite Difference Method – FDM). Όπως θα φανεί και στην παρακάτω ανάλυση, η θεώρηση μονοπολικών πηγών επιτρέπει την ύπαρξη οποιασδήποτε κατανομής πηγών (sources) και καταβόθρων (sinks) ρεύματος στον εγκέφαλο (Κεφάλαιο 1), ακόμα και αυτών στις οποίες οι πηγές μπορεί να είναι απομακρυσμένες, μακροσκοπικά, από τις καταβόθρες. Μπορούμε λοιπόν να θεωρήσουμε μακροσκοπικώς ξεχωριστούς θετικούς και αρνητικούς πόλους («μονόπολα»), όχι κατ'ανάγκη ίσου αριθμού (χωρίς φυσικά να καταστρατηγείται η αρχή διατήρησης του φορτίου), όπως θα δειχτεί παρακάτω. Η θεώρηση διπολικών πηγών, απεναντίας, υποθέτει ότι πηγές και καταβόθρες βρίσκονται πάντα πολύ κοντά (μακροσκοπικά) μεταξύ τους, υπό μορφή ζευγών (διπόλων) με ίσο κατ' απόλυτη τιμή μέγεθος η πηγή και η καταβόθρα.

2.2. ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΤΥΠΟ – ΣΦΑΙΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Για την περιγραφή του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται λόγω εγκεφαλικής δραστηριότητας θα χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις Maxwell θεωρώντας τη χρονική μεταβολή των πεδιακών μεγεθών αμελητέα. Η προσέγγιση αυτή δικαιολογείται από το γεγονός ότι τα εγκεφαλικά σήματα είναι χαμηλής συχνότητας (0.5-50 Hz), γι' αυτό θεωρούμε ότι προέρχονται από συνεχή ηλεκτρικά ρεύματα.

Η εξίσωση που περιγράφει το ηλεκτροστατικό πεδίο είναι:

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad [2.1]$$

που σημαίνει ότι το \vec{E} (το διάνυσμα της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου $V \cdot m^{-1}$) είναι αστρόβιλο, άρα υπάρχει βαθμωτό δυναμικό V τέτοιο ώστε:

$$\vec{E} = -\nabla V \quad [2.2]$$

Σε μακροσκοπικό επίπεδο το διάνυσμα της ρευματικής πυκνότητας \vec{J} ($A \cdot m^{-2}$) δίνεται από τη σχέση:

$$\dot{\mathbf{J}} = \dot{\mathbf{J}}_p + \sigma \cdot \dot{\mathbf{E}} \quad [2.3]$$

όπου $\dot{\mathbf{J}}_p$: η ρευματική πυκνότητα στο εσωτερικό του χώρου των πηγών και $\sigma \cdot \dot{\mathbf{E}}$: η ρευματική πυκνότητα που δημιουργείται στο εξωτερικό του χώρου των πηγών.

Ο παράγοντας σ είναι η ηλεκτρική αγωγιμότητα ($S \cdot m^{-1}$), που στη γενικότερη περίπτωση είναι ένας τανυστής με τη μορφή συμμετρικής μήτρας. Εφαρμόζουμε στη σχέση [2.3] τον τελεστή της απόκλισης και έχουμε:

$$\nabla \cdot \dot{\mathbf{J}} = \nabla \cdot \dot{\mathbf{J}}_p + \nabla \cdot (\sigma \cdot \dot{\mathbf{E}}) \quad [2.4]$$

Αν λάβουμε υπ' όψη μας τη γνωστή εξίσωση της συνέχειας για τη ρευματική πυκνότητα $\nabla \cdot \dot{\mathbf{J}} = 0$ και τη σχέση [2.2], η σχέση [2.4] καταλήγει:

$$\nabla \cdot \dot{\mathbf{J}}_p = \nabla \cdot (\sigma \cdot \nabla V) \quad [2.5]$$

2.2.1. Εξαγωγή εξισώσεων με ανάπτυξη πεπερασμένης σειράς - Μονοπολικό πρότυπο πηγών

Επιλέγουμε κατ' αρχήν για το κεφάλι το πρότυπο των τεσσάρων ομόκεντρων και ηλεκτρικά ομογενών σφαιρικών φλοιών.² Προσεγγίζουμε επομένως το κεφάλι με τέσσερις περιοχές (Σχήμα 2.2) με διαφορετική αλλά σταθερή αγωγιμότητα στο εσωτερικό της καθεμιάς. Κάθε περιοχή δηλαδή θεωρείται ηλεκτρικά ισοτροπική και ομογενής, ενώ η διηλεκτρική σταθερά και η μαγνητική διαπερατότητα είναι ίδιες σε όλες τις περιοχές και ίσες με τις αντίστοιχες τιμές τους στο κενό, ϵ_0 και μ_0 . Στην περίπτωση αυτή η εξίσωση [2.5] γίνεται:

$$\nabla \cdot \dot{\mathbf{J}}_p = \sigma \nabla^2 V \Leftrightarrow \nabla^2 V = -\frac{\rho_J}{\sigma} \quad [2.6]$$

όπου συμβολίσαμε με $\rho_J (\equiv -\nabla \cdot \dot{\mathbf{J}}_p)$, την πυκνότητα πηγών ηλεκτρικού ρεύματος (ρευματική πυκνότητα πηγών με μονάδες A/m^3). Η εισαγωγή της φυσικής ποσότητας ρ_J στη πεδιακή ανάλυση επιτρέπει την μονοπολική θεώρηση πηγών [Βεντούρας, 1994], [Uzunoglu et al., 1991]. Η σχέση [2.6] είναι η γνωστή και ως εξίσωση Poisson. Στο χώρο όπου δεν υπάρχουν πηγές η σχέση [2.6] γίνεται:

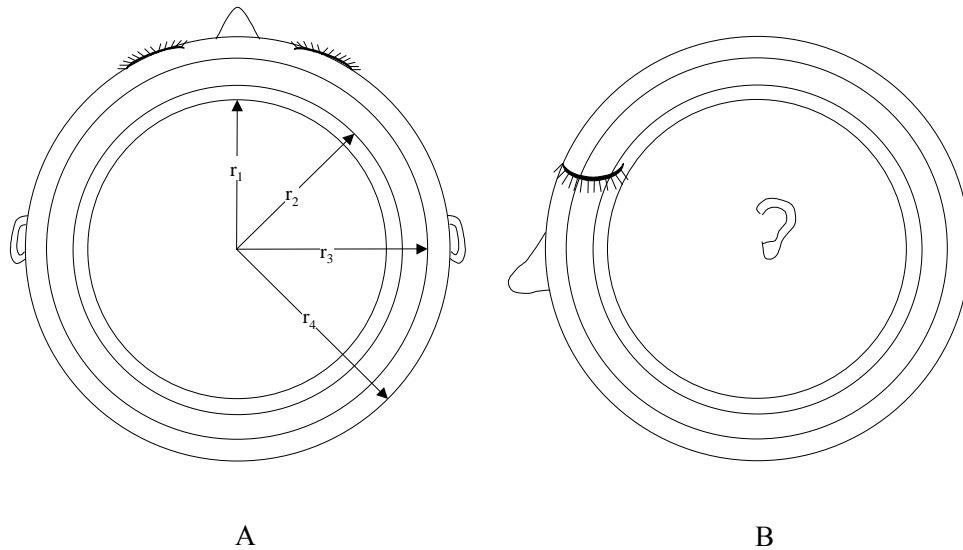
² Οι λόγοι που οδήγησαν στην επιλογή του προτύπου των τεσσάρων σφαιρικών φλοιών για την περιγραφή της γεωμετρίας του κεφαλιού αναφέρονται σε επόμενο κεφάλαιο (3.1)

$$\nabla^2 V = 0 \quad [2.7]$$

που αποτελεί την εξίσωση Laplace.

Για την επίλυση των εξισώσεων [2.6] και [2.7], η άγνωστη συνάρτηση του δυναμικού εκφράζεται συνήθως ως ανάπτυγμα σειράς ενός ορθοκανονικού συστήματος συναρτήσεων, η επιλογή των οποίων γίνεται με βάση τη γεωμετρία του προβλήματος. Στην περίπτωση που μελετάμε, το πρόβλημα παρουσιάζει σφαιρική συμμετρία, για την οποία οι καταλληλότερες συναρτήσεις είναι οι κανονικοποιημένες σφαιρικές αρμονικές:

$$Y_{nm}(\vartheta, \varphi) = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(\cos \vartheta) e^{im\varphi} \quad [2.8]$$



Σχήμα 2.2 Το γεωμετρικό πρότυπο περιγραφής του κεφαλιού, ως τέσσερις ομόκεντρες σφαίρες.

όπου:

$$P_n^m(x) = (-1)^m (1-x^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m}{dx^m} P_n(x) \quad [2.9]$$

είναι οι προσηρτημένες συναρτήσεις Legendre πρώτου είδους τάξεως m και βαθμού n και

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n \quad [2.10]$$

είναι τα πολυώνυμα Legendre.

Εξάλλου, αν θεωρήσουμε την αντίστοιχη συζυγή συνάρτηση Y_{nm}^* :

$$Y_{nm}^*(\vartheta, \varphi) = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(\cos \vartheta) e^{-jm\varphi} \quad [2.11]$$

εύκολα αποδεικνύεται ότι ισχύουν:

$$Y_{n,-m}(\vartheta, \varphi) = (-1)^m Y_{nm}^*(\vartheta, \varphi) \quad [2.12]$$

$$Y_{n,-m}^*(\vartheta, \varphi) = (-1)^m Y_{nm}(\vartheta, \varphi) \quad [2.13]$$

Ειδικότερα, για δύο διανύσματα $\hat{r}(r, \vartheta, \varphi)$ και $\hat{r}'(r', \vartheta', \varphi')$, που σχηματίζουν γωνία γ , αποδεικνύεται ότι ισχύει το θεώρημα της πρόσθεσης των σφαιρικών αρμονικών. Συγκεκριμένα, ένα πολυώνυμο Legendre ορισμένο για γωνία γ αναπτύσσεται σε σειρά γινομένων των σφαιρικών αρμονικών συναρτήσεων των γωνιών θ, φ και θ', φ' [Jackson, 1980, ch. 3 eq. 65]:

$$P_n(\cos \gamma) = \frac{4\pi}{2n+1} \sum_{m=-n}^n Y_{nm}^*(\vartheta', \varphi') Y_{nm}(\vartheta, \varphi) \quad [2.14]$$

Στις περιοχές 2,3 και 4 δεν υπάρχουν πηγές, γι' αυτό το δυναμικό ικανοποιεί τη σχέση [2.7]. Στην περιοχή 1, το δυναμικό προκύπτει από την εξίσωση Poisson [2.6]. Ακολουθώντας τη μέθοδο επίλυσης διαφορικών εξισώσεων χωριζομένων μεταβλητών καταλήγουμε στην εξής μορφή για τη λύση του προβλήματος:

$$V_1(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n A_{nm}^{(1)} r^n Y_{nm}(\vartheta, \varphi) + \Phi(r, \vartheta, \varphi), \text{ για } 0 \leq r \leq r_1 \quad [2.15]$$

$$V_2(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (A_{nm}^{(2)} r^n + B_{nm}^{(2)} r^{-(n+1)}) Y_{nm}(\vartheta, \varphi), \text{ για } r_1 \leq r \leq r_2 \quad [2.16]$$

$$V_3(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (A_{nm}^{(3)} r^n + B_{nm}^{(3)} r^{-(n+1)}) Y_{nm}(\vartheta, \varphi), \text{ για } r_2 \leq r \leq r_3 \quad [2.17]$$

$$V_4(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (A_{nm}^{(4)} r^n + B_{nm}^{(4)} r^{-(n+1)}) Y_{nm}(\vartheta, \varphi), \text{ για } r_3 \leq r \leq r_4 \quad [2.18]$$

Ο όρος $\Phi(r, \vartheta, \varphi)$ ονομάζεται όρος ελεύθερου δυναμικού, και αντιπροσωπεύει το δυναμικό που θα μετρούσαμε σε σημείο $\mathbf{r} = (r, \theta, \varphi)$ (εκτός του χώρου πηγών V') αν όλος ο χώρος είχε τις ηλεκτρικές ιδιότητες της περιοχής 1. Για τον όρο Φ ισχύει:

$$\Phi(r, \vartheta, \varphi) = \frac{1}{4\pi\sigma_1} \int_{V'} \frac{\rho_j(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad [2.19]$$

όπου V' ο χώρος όπου υπάρχουν πηγές. Θεωρούμε ότι $\mathbf{r}' < \mathbf{r}$.

Ο λόγος $\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$, με την χρήση των σφαιρικών αρμονικών συναρτήσεων αναπτύσσεται ως: [Jackson, 1980, ch. 3 eq. 38]:

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = 4\pi \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{1}{2n+1} \frac{r_{<}^n}{r_{>}^{n+1}} Y_{nm}^*(\vartheta', \varphi') Y_{nm}(\vartheta, \varphi) \quad [2.20]$$

όπου για $r' < r$ ορίζουμε $r_{<} = r'$ και $r_{>} = r$, ενώ για $r' > r$ ορίζουμε $r_{<} = r$ και $r_{>} = r'$.

Αντικαθιστώντας στη σχέση [2.19] έχουμε:

$$\Phi = \frac{1}{\sigma_1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[\frac{1}{2n+1} Y_{nm}(\vartheta, \varphi) \iiint \rho_j(r', \vartheta', \varphi') \frac{r_{<}^n}{r_{>}^{n+1}} Y_{nm}^*(\vartheta', \varphi') r'^2 \sin \vartheta' dr' d\vartheta' d\varphi' \right] \quad [2.21]$$

Για σημειακή κατανομή N πηγών ρεύματος, με $\mathbf{r}'_k = (r'_k, \theta'_k, \varphi'_k)$, $k=1, 2, \dots, N$ τα σημεία της θέσης των πηγών και A_k την ένταση (Ampere) της κάθε πηγής, η ρευματική πυκνότητα πηγών γίνεται:

$$\rho_J = \sum_{\kappa=1}^N \frac{A_{\kappa}}{r'^2 \sin \vartheta'} \delta(r' - r'_{\kappa}) \delta(\vartheta' - \vartheta'_{\kappa}) \delta(\varphi' - \varphi'_{\kappa}) \quad [2.22]$$

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι για το χώρο πηγών ισχύει η αρχή διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου, δηλαδή ότι συνολικά στον εγκέφαλο, ούτε δημιουργείται ούτε καταστρέφεται φορτίο, γεγονός το οποίο εκφράζεται με την εξίσωση:

$$\int_{V'} \rho_J(\mathbf{r}') dV' = 0 \quad [2.23]$$

που για σημειακές πηγές εκφυλίζεται σε:

$$\sum_{\kappa=1}^N A_{\kappa} = 0 \quad [2.24]$$

Τελικά, ο όρος του ελεύθερου δυναμικού γίνεται:

$$\Phi(r, \vartheta, \varphi) = \frac{1}{\sigma_1} \sum_{\kappa=1}^N A_{\kappa} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[\frac{1}{2n+1} \frac{r_{<}^n}{r_{>}^{n+1}} Y_{nm}(\vartheta, \varphi) Y_{nm}^*(\vartheta'_{\kappa}, \varphi'_{\kappa}) \right] \quad [2.25]$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΟΡΙΑΚΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ

Στο πρόβλημά μας ισχύουν οι ακόλουθες οριακές συνθήκες:

∅ Συνέχεια της κάθετης συνιστώσας της πυκνότητας ροής ηλεκτρικού ρεύματος, στις επιφάνειες $r=r_1, r_2, r_3$ και r_4 .

$$J_{1n} = J_{2n} \Big|_{r=r_1} \Leftrightarrow \sigma_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = \sigma_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} \Big|_{r=r_1} \quad [2.26]$$

$$J_{2n} = J_{3n} \Big|_{r=r_2} \Leftrightarrow \sigma_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = \sigma_3 \frac{\partial V_3}{\partial r} \Big|_{r=r_2} \quad [2.27]$$

$$J_{3n} = J_{4n} \Big|_{r=r_3} \Leftrightarrow \sigma_3 \frac{\partial V_3}{\partial r} \Big|_{r=r_3} = \sigma_4 \frac{\partial V_4}{\partial r} \Big|_{r=r_3} \quad [2.28]$$

$$J_{4n} = 0 \Big|_{r=r_4} \Leftrightarrow \sigma_4 \frac{\partial V_4}{\partial r} \Big|_{r=r_4} = 0 \quad [2.29]$$

∅ Συνέχεια του δυναμικού στις επιφάνειες $r=r_1, r_2$ και r_3 .

$$V_1 = V_2 \Big|_{r=r_1} \quad [2.30]$$

$$V_2 = V_3 \Big|_{r=r_2} \quad [2.31]$$

$$V_3 = V_4 \Big|_{r=r_3} \quad [2.32]$$

Οι παραπάνω επτά σχέσεις αποτελούν το σύστημα των εξισώσεων με την επίλυση του οποίου θα προκύψουν οι τιμές των $A_{nm}^{(1)}$, $A_{nm}^{(2)}$, $A_{nm}^{(3)}$, $A_{nm}^{(4)}$, $B_{nm}^{(2)}$, $B_{nm}^{(3)}$, $B_{nm}^{(4)}$.

ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Οι συναρτήσεις $Y_{nm}(\vartheta, \varphi)$ αποτελούν, όπως προαναφέρθηκε, σύστημα ορθοκανονικών συναρτήσεων, γιατί και πρέπει να ικανοποιούν τη συνθήκη ορθογωνιότητας:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta Y_{n'm'}^*(\vartheta, \varphi) Y_{nm}(\vartheta, \varphi) = \delta_{nn'} \delta_{mm'} \quad [2.33]$$

Η συνθήκη [2.29] μετά την αντικατάσταση της τιμής του δυναμικού V_4 , όπως προκύπτει από την [2.18], γίνεται:

$$\sigma_4 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[n \cdot A_{nm}^{(4)} r^{n-1} - (n+1) B_{nm}^{(4)} r^{-(n+2)} \right] Y_{nm}(\vartheta, \varphi) = 0 \Big|_{r=r_4}$$

Πολλαπλασιάζοντας την προηγούμενη σχέση με τον παράγοντα $Y_{n'm'}^*(\vartheta, \varphi) \cdot \sin \vartheta$ έχουμε:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \vartheta \left\{ \sigma_4 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[n \cdot A_{nm}^{(4)} r^{n-1} - (n+1) B_{nm}^{(4)} r^{-(n+2)} \right] Y_{nm}(\vartheta, \varphi) \right\} Y_{n'm'}^*(\vartheta, \varphi) d\vartheta = 0 \Big|_{r=r_4}$$

$$\Leftrightarrow \sigma_4 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[n \cdot A_{nm}^{(4)} r^{n-1} - (n+1) B_{nm}^{(4)} r^{-(n+2)} \right] \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \vartheta Y_{nm}(\vartheta, \varphi) Y_{n'm'}^*(\vartheta, \varphi) d\vartheta = 0 \Big|_{r=r_4}$$

$$\delta_{nn'} \delta_{mm'}$$

και τελικά:

$$n A_{nm}^{(4)} r^{n-1} - (n+1) B_{nm}^{(4)} r^{-(n+2)} = 0 \Big|_{r=r_4} \quad [2.34]$$

Η προηγούμενη τεχνική εφαρμόζεται και στις υπόλοιπες οριακές συνθήκες και καταλήγουμε στο σύστημα:

$$A_{nm}^{(3)}r^n + B_{nm}^{(3)}r^{-(n+1)} = A_{nm}^{(4)}r^n + B_{nm}^{(4)}r^{-(n+1)} \Big|_{r=r_3} \quad [2.35]$$

$$A_{nm}^{(2)}r^n + B_{nm}^{(2)}r^{-(n+1)} = A_{nm}^{(3)}r^n + B_{nm}^{(3)}r^{-(n+1)} \Big|_{r=r_2} \quad [2.36]$$

$$A_{nm}^{(1)}r^n + \frac{1}{\sigma_1} \frac{1}{2n+1} \frac{1}{r^{n+1}} S_{nm} = A_{nm}^{(2)}r^n + B_{nm}^{(2)}r^{-(n+1)} \Big|_{r=r_1} \quad [2.37]$$

$$\sigma_3 [nA_{nm}^{(3)}r^{n-1} - (n+1)B_{nm}^{(3)}r^{-(n+2)}] = \sigma_4 [nA_{nm}^{(4)}r^{n-1} - (n+1)B_{nm}^{(4)}r^{-(n+2)}] \Big|_{r=r_3} \quad [2.38]$$

$$\sigma_2 [nA_{nm}^{(2)}r^{n-1} - (n+1)B_{nm}^{(2)}r^{-(n+2)}] = \sigma_3 [nA_{nm}^{(3)}r^{n-1} - (n+1)B_{nm}^{(3)}r^{-(n+2)}] \Big|_{r=r_2} \quad [2.39]$$

$$\sigma_1 \left[nA_{nm}^{(1)}r^{n-1} + \frac{1}{\sigma_1} \left(-\frac{1}{2n+1} \frac{n+1}{r^{n+2}} S_{nm} \right) \right] = \sigma_2 (nA_{nm}^{(2)}r^{n-1} - (n+1)B_{nm}^{(2)}r^{-(n+2)}) \Big|_{r=r_1} \quad [2.40]$$

Η παράμετρος S_{nm} προέρχεται από τον όρο ελεύθερου δυναμικού κατά την ακόλουθη διαδικασία. Θεωρούμε ότι το σύνολο των ρευματικών πηγών περιορίζεται σε μια περιοχή $0 < r \leq r'$ στο εσωτερικό της σφαίρας ακτίνας r_1 . Επομένως, θα ισχύει $r' < r_1$. Υπολογίζουμε τον όρο Φ στη θέση $r=r_1$, για την οποία ισχύουν $r_{<}=r'$ και $r_{>}=r$, από τη σχέση [2.25].

$$\Phi(r, \vartheta, \varphi) = \frac{1}{\sigma_1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[\frac{1}{2n+1} \frac{1}{r^{n+1}} Y_{nm}(\vartheta, \varphi) S_{nm} \right] \quad [2.41]$$

με τον επόμενο ορισμό για τον παράγοντα S_{nm} . Στην περίπτωση συνεχούς κατανομής ρευματικών πηγών, ορίζουμε:

$$S_{nm} = \iiint \rho_J(r', \vartheta', \varphi') r'^{n+2} Y_{nm}^*(\vartheta', \varphi') \sin \vartheta' dr' d\vartheta' d\varphi' \quad [2.42]$$

ενώ στην περίπτωση σημειακής κατανομής:

$$S_{nm} = \sum_{\kappa=1}^N A_{\kappa} r_{\kappa}'^n Y_{nm}^*(\vartheta'_{\kappa}, \varphi'_{\kappa}) \quad [2.43]$$

Μετά την επίλυση του γραμμικού συστήματος των εξισώσεων [2.33] – [2.39], υπολογίζουμε τους όρους $A_{nm}^{(1)}$, $A_{nm}^{(2)}$, $A_{nm}^{(3)}$, $A_{nm}^{(4)}$, $B_{nm}^{(2)}$, $B_{nm}^{(3)}$ και $B_{nm}^{(4)}$. Τέλος, αντικαθιστώντας στη σχέση [2.18], η τιμή του δυναμικού στην εξωτερική επιφάνεια της σφαίρας με ακτίνα r_4 δίνεται:

$$V_4(r_4) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n R_c Y_{nm} S_{nm} \quad [2.44]$$

Η σταθερά R_c εξαρτάται από το γεωμετρικά χαρακτηριστικά και τις ηλεκτρικές ιδιότητες του σφαιρικού μοντέλου προσομοίωσης του εγκεφάλου.

$$R_c = \frac{r_4^n}{r_1^{2n+1}} \frac{1}{\sigma_1(n+1)} \left\{ \frac{1+K_3}{1+K_2\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{2n+1}} \cdot \frac{1+K_2}{1+K_1\left(\frac{r_3}{r_2}\right)^{2n+1}} \cdot \frac{1+K_1}{1+\frac{n}{n+1}\left(\frac{r_4}{r_3}\right)^{2n+1}} \right\} \quad [2.45]$$

όπου:

$$K_1 = \frac{nr_3^{-1} - L_1}{L_1 + (n+1)r_3^{-1}} \quad L_1 = \frac{\sigma_4}{\sigma_3} \frac{n}{r_3} \frac{1 - \left(\frac{r_4}{r_3}\right)^{2n+1}}{1 + \frac{n}{n+1}\left(\frac{r_4}{r_3}\right)^{2n+1}}$$

$$K_2 = \frac{nr_2^{-1} - L_2}{L_2 + (n+1)r_2^{-1}} \quad L_2 = \frac{\sigma_3}{\sigma_2} \frac{1}{r_2} \frac{n - (n+1)K_1\left(\frac{r_3}{r_2}\right)^{2n+1}}{1 + K_1\left(\frac{r_3}{r_2}\right)^{2n+1}}$$

$$K_3 = \frac{L_3 + (n+1)r_1^{-1}}{nr_1^{-1} - L_3} \quad L_3 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \frac{1}{r_1} \frac{n - (n+1)K_2\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{2n+1}}{1 + K_2\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{2n+1}}$$

Στη συνέχεια, θα εκφράσουμε την τιμή του δυναμικού V_4 ως γινόμενο πραγματικών παραγόντων. Παρατηρούμε, κατ' αρχήν, ότι από την πρόσθεση δύο όρων του αθροίσματος της [2.44] με αντίθετο m , προκύπτει πραγματικός αριθμός:

$$V_{4(n,\pm m)} = R_c (Y_{n,-m} S_{n,-m} + Y_{nm} S_{nm}) = R_c [(-1)^m Y_{nm}^* S_{n,-m} + Y_{nm} S_{nm}]$$

Στην περίπτωση συνεχούς κατανομής πηγών, η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$V_{4(n,\pm m)} = R_c [(-1)^m Y_{nm}^*(\vartheta, \varphi) \int_{V'} \rho_J(r', \vartheta', \varphi') r'^n (-1)^m Y_{nm}(\vartheta', \varphi') dV' + Y_{nm}(\vartheta, \varphi) \int_{V'} \rho_J(r', \vartheta', \varphi') r'^n Y_{nm}^*(\vartheta', \varphi') dV']$$

$$\begin{aligned}
&= R_c \int_{V'} \rho_J(r', \vartheta', \varphi') r'^n dV' [Y_{nm}^*(\vartheta, \varphi) Y_{nm}(\vartheta', \varphi') + Y_{nm}(\vartheta, \varphi) Y_{nm}^*(\vartheta', \varphi')] = \\
&= R_c \int_{V'} \rho_J(r', \vartheta', \varphi') r'^n dV' \frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_{nm}(\cos \vartheta) P_{nm}(\cos \vartheta') [e^{-jm(\varphi-\varphi')} + e^{jm(\varphi-\varphi')}] = \\
&= R_c \frac{2n+1}{2\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_{nm}(\cos \vartheta) \int_{V'} \rho_J(r', \vartheta', \varphi') r'^n P_{nm}(\cos \vartheta') \cos[m(\varphi-\varphi')] dV'.
\end{aligned} \tag{2.46}$$

Η τελική μορφή της λύσης είναι:

$$V_4(r_4) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \varepsilon_m R_c \frac{2n+1}{2\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_{nm}(\cos \vartheta) \iiint_{V'} \rho_J(r', \vartheta', \varphi') r'^{n+2} P_{nm}(\cos \vartheta') \cos[m(\varphi-\varphi')] \sin \vartheta' dr' d\vartheta' d\varphi' \tag{2.47}$$

όπου:

$$\varepsilon_m = \begin{cases} 1/2, & m = 0 \\ 1, & m \neq 0 \end{cases}$$

Στην περίπτωση σημειακής κατανομής πηγών, η τιμή του δυναμικού στην εξωτερική επιφάνεια της σφαίρας $r=r_4$, γίνεται:

$$V_4(r_4) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \varepsilon_m R_c \frac{2n+1}{2\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_{nm}(\cos \vartheta) \sum_{\kappa=1}^N A_{\kappa} r_{\kappa}'^n P_{nm}(\cos \vartheta'_{\kappa}) \cos[m(\varphi-\varphi'_{\kappa})] \tag{2.48}$$

Για την επίλυση των μητρικών εξισώσεων που προκύπτουν με βάση την [2.48] τόσο για το ευθύ όσο και για το αντίστροφο πρόβλημα, μπορούμε να κινηθούμε εντελώς ανάλογα με τις μεθόδους που έχουν χρησιμοποιηθεί στις εργασίες των [Ventouras et al. 1995, 2000, 2001]. Βέβαια, σκοπός της παρούσης διατριβής δεν είναι η μελέτη του αναλυτικού σφαιρικού μονοπολικού προτύπου, που έχει γίνει εκτενέστερα στις προαναφερθείσες εργασίες, αλλά η χρήση της σχέσεως [2.48], τόσο για την εξαγωγή των εξισώσεων για το διπολικό αναλυτικό σφαιρικό πρότυπο (κεφάλαιο 2.2.2) όσο και στη διαδικασία των προσομοιώσεων του πεπερασμένου προτύπου (κεφάλαιο 4.3).

2.2.2. Εξαγωγή εξισώσεων με ανάπτυξη πεπερασμένης σειράς – Διπολικό πρότυπο πηγών

Τα ρεύματα, που σχετίζονται με την ηλεκτρική δραστηριότητα των συγκεντρωμένων πληθυσμών των νευρικών κυττάρων, συχνά περιγράφονται μαθηματικά και με το πρότυπο της ρευματικής διπολικής πηγής. Υπό τον όρο ότι η

απόσταση μεταξύ της θέσης του ηλεκτροδίου και του σημείου της ηλεκτρικής δραστηριότητας είναι μεγάλη σε σχέση με την χωρική έκταση της ενεργοποιημένης περιοχής, το πρότυπο της ρευματικής διπολικής πηγής προσεγγίζει ικανοποιητικά τον νευρωνικό πληθυσμό. Με την προϋπόθεση αυτή, είναι δυνατόν να υπολογιστεί μαθηματικά η θέση, το μέγεθος και ο προσανατολισμός του ρευματικού διπόλου, του οποίου η κατανομή δυναμικού στην επιφάνεια του κεφαλιού προσεγγίζει καλύτερα (υπό την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων) τις, για κάθε χρονική στιγμή, μετρούμενες τιμές δυναμικού. Στα επόμενα, χάριν συντομίας, ο όρος «ρευματικό» παραλείπεται, αλλά δεν πρέπει να λησμονούμε ότι αναφερόμαστε σε στατικές πηγές ηλεκτρικού ρεύματος και όχι σε στατικά ηλεκτρικά φορτία.

Στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφορα μοντέλα πηγών, με βάση το διπολικό πρότυπο. Αναφέρουμε τα κυριότερα:

Μοντέλο ενός στατικού διπόλου: Στην περίπτωση αυτή η νευρωνική δραστηριότητα περιγράφεται με τη βοήθεια μιας διπολικής πηγής με σταθερές συντεταγμένες θέσης και μεταβλητό μέγεθος και προσανατολισμό. Το πρότυπο αυτό έχει τρεις ανεξάρτητες μεταβλητές: τις τρεις συνιστώσες του διανύσματος \dot{M} της ροπής του διπόλου M_x , M_y , M_z στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων ή M_r , M_θ , M_ϕ στο σύστημα σφαιρικών συντεταγμένων.

Μοντέλο κινούμενου διπόλου: Η περιγραφή της δραστηριότητας του εγκεφάλου γίνεται με τη βοήθεια ενός διπόλου, όπως και στο προηγούμενο μοντέλο, με τη διαφορά ότι η θέση του είναι μεταβλητή. Κατά συνέπεια, οι ανεξάρτητες μεταβλητές του προβλήματος είναι έξι: οι τρεις συνιστώσες θέσης x , y , z (ή r , θ , ϕ για σφαιρικές συντεταγμένες) και οι τρεις συνιστώσες του μεγέθους του διανύσματος της ροπής του διπόλου που αναφέρθηκαν προηγουμένως [de Munck et al., 1988]. Ο όρος «κινούμενο» υπονοεί ότι αν η μέθοδος εφαρμοστεί για διαδοχικές χρονικές στιγμές προκύπτει μια διπολική πηγή που από στιγμή σε στιγμή μπορεί να μετατοπίζεται στο χώρο.

Μοντέλο πολλαπλών διπόλων: Το πρότυπο αυτό περιλαμβάνει περισσότερα του ενός δίπολα, καθένα από τα οποία αντιστοιχεί σε μία συγκεκριμένη περιοχή του εγκεφάλου. Οι διπολικές αυτές πηγές έχουν σταθερή θέση και μεταβαλλόμενο μέγεθος και προσανατολισμό.

Η παρούσα εργασία βασίζεται στο μοντέλο στατικών διπόλων. Η περιοχή ενδιαφέροντος, όπου διερευνούμε την ύπαρξη πηγών, αποτελείται από το φλοιό ή και άλλες εγκεφαλικές περιοχές, όπου υπάρχουν ενδείξεις ηλεκτρικής δραστηριότητας. Η περιοχή αυτή διακριτοποιείται σε στοιχειώδεις όγκους (voxels). Θα θεωρήσουμε, αρχικά, ότι η μετρούμενη από τα επιφανειακά ηλεκτρόδια κατανομή δυναμικού προέρχεται από ένα μόνο δίπολο, το οποίο μπορεί να τοποθετηθεί σε ένα οποιοδήποτε από τα κέντρα των voxels. Περιληπτικά, ο αλγόριθμος του αντιστρόφου προβλήματος έχει ως εξής: Με δεδομένες τις τιμές δυναμικού της επιφάνειας για μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή και με βάση το γνωστό σφαιρικό πρότυπο του κεφαλιού, υπολογίζουμε για κάθε voxel i της περιοχής πηγών ($i=1, 2, \dots, N$) το διάνυσμα της ροπής του διπόλου (\mathbf{M}_i) που βρίσκεται στο κέντρο του voxel i και περιγράφει ακριβέστερα την μετρούμενη επιφανειακή κατανομή του δυναμικού,

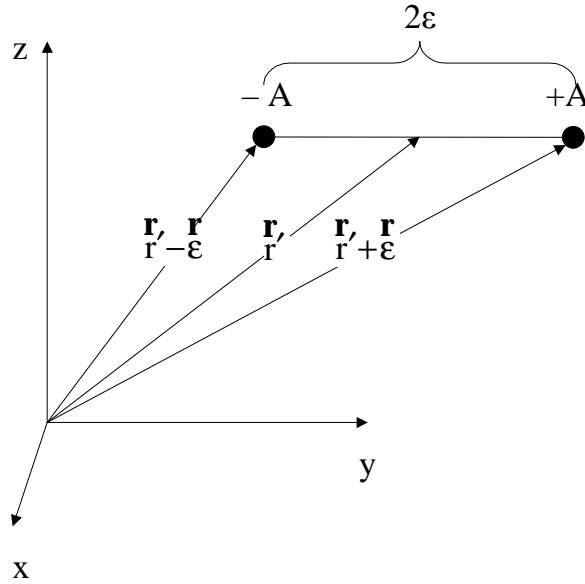
$$\text{ελαχιστοποιώντας την ποσότητα } \text{res}_i = \left\{ \sum_{j=1}^{N_E} (V_{\text{real}}^j - V_{\text{dip}}^{j,i})^2 \right\}^{1/2}, \text{ όπου } N_E \text{ είναι ο αριθμός}$$

ηλεκτροδίων που χρησιμοποιούμε, $V_{\text{dip}}^{j,i}$ είναι το δυναμικό που το δίπολο \mathbf{M}_i δημιουργεί στο j σημείο μέτρησης δυναμικού και V_{real}^j το μετρούμενο δυναμικό. Το αποτέλεσμα είναι να έχουμε για κάθε voxel της περιοχής πηγών ($i=1,2,\dots,N$), το αντίστοιχο βέλτιστο δίπολο (\mathbf{M}_i). Στο επόμενο βήμα επιλέγουμε εκείνη την πηγή i με την ελάχιστη τιμή res_i .

Για τον υπολογισμό του δυναμικού στην εξωτερική επιφάνεια του μοντέλου των τεσσάρων ομόκεντρων σφαιρών, στην περίπτωση που η πηγή είναι διπολική (δηλαδή του όρου $V_{\text{dip}}^{j,i}$ στην παραπάνω σχέση), θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση που μας δίνει την κατανομή του δυναμικού στην εξωτερική επιφάνεια όταν η πηγή είναι μονοπολική. Συγκεκριμένα θα αποδείξουμε ότι η τιμή του δυναμικού σε ένα σημείο (r,θ,φ) , που δημιουργείται λόγω της ύπαρξης ενός διπόλου στη θέση (r',θ',φ') , υπολογίζεται με το εσωτερικό γινόμενο του διανύσματος της ροπής του διπόλου επί την συνάρτηση της κλίσης του δυναμικού, που οφείλεται σε μοναδιαία μονοπολική πηγή τοποθετημένη στη θέση (r',θ',φ') , όταν η κλίση αυτή είναι υπολογισμένη ως προς το σημείο θέσης της πηγής (r',θ',φ') .

Ας θεωρήσουμε δύο σημειακές πηγές ρεύματος A και $-A$ με διανύσματα θέσης $\mathbf{r}' + \mathbf{\hat{\epsilon}}$ και $\mathbf{r}' - \mathbf{\hat{\epsilon}}$, αντίστοιχα (Σχήμα 2.3). Το σύστημα των δύο πηγών αποτελεί

δίπολο πεδίου ροής συνεχών ηλεκτρικών ρευμάτων, με διάνυσμα θέσης $\mathbf{r}'=(r',\theta',\varphi')$



Σχήμα 2.3: Σχηματική αναπαράσταση ενός διπόλου στο χώρο των τριών διαστάσεων.

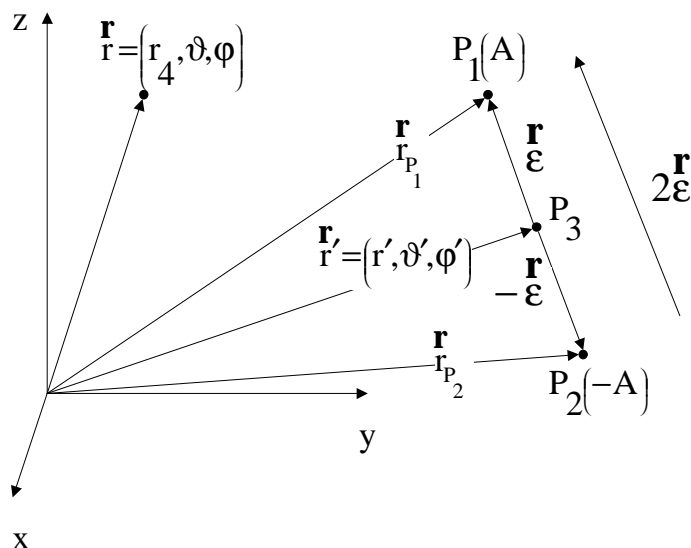
και ροπή $\mathbf{M}(\mathbf{r}') = M_r \hat{r} + M_\vartheta \hat{\vartheta} + M_\varphi \hat{\varphi}$ (Ampere \cdot m), αν υποθέσουμε ότι η απόστασή τους 2ϵ είναι πολύ μικρή συγκρινόμενη με την απόσταση του σημείου $\mathbf{r}'(r',\theta',\varphi')$ από το σημείο μέτρησης του δυναμικού $\mathbf{r}(r,\theta,\varphi)$.

Έστω ότι έχουμε μια πηγή μεγέθους A Amperes (>0) στο σημείο \mathbf{r}^π και μετράμε το δυναμικό στο σημείο \mathbf{r} . Τότε, από τη λύση του ευθέως προβλήματος για αναλυτική γεωμετρία 4 ομόκεντρων σφαιρών, γνωρίζουμε ότι αν $\mathbf{r} = (r, \vartheta, \varphi)$, θα ισχύει και για το δυναμικό $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}^\pi)$ ο τύπος [2.48] για μια σημειακή πηγή ($\kappa=1$). Αν αναπτύξουμε την $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}^\pi)$ κατά Taylor έχουμε:

$$V(\mathbf{r}, \mathbf{r}^\pi) = V(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) + (\mathbf{r}^\pi - \mathbf{r}_0) \cdot \nabla_{\mathbf{r}} V(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) + O(\|\mathbf{r}^\pi - \mathbf{r}_0\|) \quad [2.49]$$

όπου $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ είναι το δυναμικό που μετρούμε στο σημείο \mathbf{r} λόγω της ύπαρξης μιας πηγής μεγέθους A στο σημείο \mathbf{r}_0 . Στη συνέχεια αγνοούμε τους όρους δεύτερης τάξης.

Έστω η γεωμετρία των δύο σημειακών πηγών που φαίνονται στο Σχήμα 2.4.



Σχήμα 2.4: Σχηματική αναπαράσταση μιας διπολικής πηγής σε σημείο P_3 , αποτελούμενη από δύο μονοπολικές πηγές στις θέσεις P_1 και P_2 .

Για την πηγή στο σημείο P_1 , με διάνυσμα θέσης $\mathbf{r}^p = \mathbf{r}' + \mathbf{\epsilon}$ και τιμή A έχουμε:

$$V(\mathbf{r}, \mathbf{r}' + \mathbf{\epsilon}) = V(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) + (\mathbf{r}' + \mathbf{\epsilon} - \mathbf{r}_0) \cdot \nabla_{\mathbf{r}} V(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \quad [2.50]$$

Επιλέγοντας $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}'$ έχουμε:

$$V(\mathbf{r}, \mathbf{r}' + \mathbf{\epsilon}) = V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \mathbf{\epsilon} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad [2.51]$$

Αντίστοιχα για την πηγή μεγέθους $-A$ στο σημείο P_2 έχουμε:

$$V(\mathbf{r}, \mathbf{r}' - \mathbf{\epsilon}) = V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \mathbf{\epsilon} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad [2.52]$$

Στον τύπο [2.51], $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ είναι το δυναμικό που μετρούμε στο \mathbf{r} λόγω πηγής μεγέθους A στο σημείο \mathbf{r}' , ενώ στον τύπο [2.52], $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ είναι το δυναμικό που μετρούμε στο ίδιο σημείο \mathbf{r} , λόγω πηγής μεγέθους $-A$ στο \mathbf{r}' . Αν ξαναγράψουμε τις σχέσεις [2.51] και [2.52], ώστε να φαίνεται σε ποιες πηγές οφείλονται τα $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, θα είναι:

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \boldsymbol{\xi}) = \mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{A\}}) + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla_{\mathbf{r}'} \mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{A\}}) \quad [2.53]$$

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r} - \boldsymbol{\xi}) = \mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{-A\}}) - \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla_{\mathbf{r}'} \mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{-A\}}) \quad [2.54]$$

Προφανώς είναι $\mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{A\}}) = -\mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{-A\}})$, οπότε το δυναμικό που μετρούμε στο σημείο \mathbf{r} , λόγω των δύο πηγών στα P_1 και P_2 (οι οποίες ισοδυναμούν με ένα δίπολο με διάνυσμα θέσης \mathbf{r}' και διάνυσμα ροπής $\mathbf{M}(\mathbf{r}') = M_r \hat{\mathbf{r}} + M_\theta \hat{\boldsymbol{\theta}} + M_\phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$, με διεύθυνση του \mathbf{M} την ευθεία που ενώνει τα P_1 και P_2 και φορά από το P_2 προς το P_1) δίνεται από τον τύπο:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(\mathbf{r}) &= \mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' + \boldsymbol{\xi}) + \mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' - \boldsymbol{\xi}) \\ &= \mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{A\}}) + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla_{\mathbf{r}'} \mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{A\}}) + (-\mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{A\}})) - \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla_{\mathbf{r}'} (-\mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{A\}})) \\ &= \mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{A\}}) - \mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{A\}}) + 2\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla_{\mathbf{r}'} \mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{A\}}) = 2\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla_{\mathbf{r}'} \mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{A\}}) \end{aligned} \quad [2.55]$$

Όμως $\mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{A\}}) = A\mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{1\}})$, οπότε

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = A(2\boldsymbol{\xi}) \cdot (\nabla_{\mathbf{r}'} \mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{1\}})) \quad [2.56]$$

όπου $\mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{\{1\}})$ είναι το δυναμικό που μετρούμε στο \mathbf{r} και οφείλεται σε μοναδιαία μονοπολική πηγή (μεγέθους 1 Ampere) που βρίσκεται στη θέση \mathbf{r}' .

Θα αποδείξουμε στη συνέχεια ότι η ροπή του διπόλου γράφεται:

$$\mathbf{M} = A(2\boldsymbol{\xi}) \quad [2.57]$$

Για το πεδίο ροής συνεχούς ρεύματος, κατ' αντιστοιχία με τον ορισμό του διανύσματος διπολικής ροπής μιας κατανομής φορτίων [Jackson, 1980 ch. 4 eq. 8], έχουμε:

$$\mathbf{M} = \int_{\mathcal{V}} \mathbf{r}' \cdot \rho_j(\mathbf{r}') dV \quad [2.58]$$

Με δύο σημειακές πηγές, στα P_1 και P_2 , με μέγεθος A και $-A$ αντίστοιχα είναι:

$$\rho_j(\mathbf{r}') = \sum_{k=1}^2 A_k \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'_k) = A(\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'_{P_1}) - \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'_{P_2})) \quad [2.59]$$

οπότε (βλ. και Σχήμα 2.4):

$$\mathbf{M} = A \int_{\mathcal{V}} \mathbf{r}' (\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'_{P_1}) - \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'_{P_2})) dV = A(\mathbf{r}'_{P_1} - \mathbf{r}'_{P_2}) = A(2\boldsymbol{\xi}) \quad [2.60]$$

Επομένως, η σχέση [2.56] μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \dot{\mathbf{M}} \cdot (\nabla_{\mathbf{r}} \mathbf{V}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'^{(1)})) \quad [2.61]$$

Ο τελεστής κλίσης, υπολογιζόμενος στο σημείο \mathbf{r}' σε σφαιρικές συντεταγμένες γράφεται ως:

$$\nabla_{\mathbf{r}} \mathbf{X} = \frac{\partial}{\partial r'} \mathbf{X}\hat{r} + \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial \vartheta'} \mathbf{X}\hat{\vartheta} + \frac{1}{r' \sin \vartheta'} \frac{\partial}{\partial \varphi'} \mathbf{X}\hat{\varphi}$$

Σύμφωνα με τα προηγούμενα, για την περίπτωση του προτύπου των τεσσάρων σφαιρών, το δυναμικό που μετρούμε σε σημείο $\mathbf{r}' = (r', \vartheta', \varphi')$ της εξωτερικής επιφάνειας εξαιτίας ενός διπόλου στη θέση $(r', \vartheta', \varphi')$ είναι:

$$\mathbf{V}_{\text{dip}} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \varepsilon_m R_c \frac{2n+1}{2\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \mathbf{P}_n^m(\cos \vartheta) \dot{\mathbf{M}} \cdot \nabla_{\mathbf{r}'} \left\{ r'^n \mathbf{P}_n^m(\cos \vartheta') \cos[m(\varphi - \varphi')] \right\} \quad [2.62]$$

Εκφράζοντας τον τελεστή κλίσης σε σφαιρικές συντεταγμένες, έχουμε:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{G}} &= G_r \hat{r} + G_{\vartheta} \hat{\vartheta} + G_{\varphi} \hat{\varphi} \\ &= \frac{\partial}{\partial r'} \left\{ r'^n \mathbf{P}_n^m(\cos \vartheta') \cos[m(\varphi - \varphi')] \right\} \hat{r} + \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial \vartheta'} \left\{ r'^n \mathbf{P}_n^m(\cos \vartheta') \cos[m(\varphi - \varphi')] \right\} \hat{\vartheta} \\ &+ \frac{1}{r' \sin \vartheta'} \frac{\partial}{\partial \varphi'} \left\{ r'^n \mathbf{P}_n^m(\cos \vartheta') \cos[m(\varphi - \varphi')] \right\} \hat{\varphi} \Rightarrow \\ \dot{\mathbf{G}} &= \left\{ \mathbf{P}_n^m(\cos \vartheta') \cos[m(\varphi - \varphi')] n r'^{n-1} \right\} \hat{r} + \left\{ r'^{n-1} \cos[m(\varphi - \varphi')] \frac{\partial}{\partial \vartheta'} \left[\mathbf{P}_n^m(\cos \vartheta') \right] \right\} \hat{\vartheta} \\ &+ \left\{ r'^{n-1} \sin[m(\varphi - \varphi')] \frac{\mathbf{P}_n^m(\cos \vartheta')}{\sin \vartheta'} m \right\} \hat{\varphi} \end{aligned} \quad [2.63]$$

Στη συνέχεια, θα υπολογίσουμε τον παράγοντα $\frac{\partial}{\partial \vartheta'} \left[\mathbf{P}_n^m(\cos \vartheta') \right]$. Με την εφαρμογή του γνωστού κανόνα της αλυσίδας των μερικών παραγόντων, έχουμε κατ' αρχήν:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta'} \left[\mathbf{P}_n^m(\cos \vartheta') \right] = -\sin \vartheta' \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{P}_n^m(x) \quad [2.64]$$

όπου, θεωρήσαμε για διευκόλυνση των πράξεων $x = \cos \vartheta'$. Εξάλλου, ισχύουν [Abramovitz and Stegun, 1972], [Magnus and Oberhettinger, 1966]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x} P_n^m(x) &= \frac{\partial}{\partial x} \left[(-1)^m (1-x^2)^{m/2} \frac{\partial^m}{\partial x^m} P_n(x) \right] = \\
&= (-1)^m \frac{\partial^m}{\partial x^m} P_n(x) \frac{\partial}{\partial x} (1-x^2)^{m/2} + (-1)^m (1-x^2)^{m/2} \frac{\partial^{m+1}}{\partial x^{m+1}} P_n(x) = \\
&= (-1)^m \frac{\partial^m}{\partial x^m} P_n(x) \frac{m}{2} (1-x^2)^{\frac{m-2}{2}} (-2x) + (-1)^m (1-x^2)^{m/2} \frac{\partial^{m+1}}{\partial x^{m+1}} P_n(x) = \\
&= (-1)^m (1-x^2)^{-1/2} \left[(1-x^2)^{\frac{m+1}{2}} \frac{\partial^{m+1}}{\partial x^{m+1}} P_n(x) - mx (1-x^2)^{\frac{m-1}{2}} \frac{\partial^m}{\partial x^m} P_n(x) \right] = \\
&= \frac{(-1)^m}{\sqrt{1-x^2}} \left[\frac{P_n^{m+1}(x)}{(-1)^{m+1}} - \frac{mx}{\sqrt{1-x^2}} \frac{P_n^m(x)}{(-1)^m} \right] \Rightarrow \\
\frac{\partial}{\partial x} P_n^m(x) &= \frac{(-1)^m}{\sqrt{1-x^2}} \left[\frac{P_n^{m+1}(x)}{(-1)^{m+1}} - \frac{mx}{\sqrt{1-x^2}} \frac{P_n^m(x)}{(-1)^m} \right] \quad [2.65]
\end{aligned}$$

Τελικά, προκύπτει από τις σχέσεις [2.64] και [2.65]:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta'} P_n^m(\cos \vartheta') = P_n^{m+1}(\cos \vartheta') + m \frac{\cos \vartheta'}{\sin \vartheta'} P_n^m(\cos \vartheta') \quad [2.66]$$

Επίσης γνωρίζουμε ότι ισχύει ο επόμενος αναδρομικός τύπος [Magnus and Oberhettinger, ch. 3.8, eq. 11]:

$$P_n^{m+2}(x) + 2(m+1)x(1-x^2)^{-1/2} P_n^{m+1}(x) + (n-m)(n+m+1)P_n^m(x) = 0 \quad [2.67]$$

ο οποίος, αν εφαρμοστεί για τάξη $m-1$ αντί για m μετατρέπεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
P_n^{m+1}(x) + \frac{2mx}{\sqrt{1-x^2}} P_n^m(x) + (n-m+1)(n+m)P_n^{m-1}(x) &= 0 \Leftrightarrow \\
P_n^m(x) \frac{2mx}{\sqrt{1-x^2}} &= -[P_n^{m+1}(x) + (n-m+1)(n+m)P_n^{m-1}(x)] \quad [2.68]
\end{aligned}$$

Τελικά, η σχέση [2.66] καταλήγει μέσω της [2.68] ως:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta'} P_n^m(\cos \vartheta') = P_n^{m+1}(\cos \vartheta') - \frac{1}{2} P_n^{m+1}(\cos \vartheta') - \frac{1}{2} (n-m+1)(n+m)P_n^{m-1}(\cos \vartheta') \quad [2.69]$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \vartheta'} P_n^m(\cos \vartheta') = \frac{1}{2} P_n^{m+1}(\cos \vartheta') - \frac{1}{2} (n-m+1)(n+m)P_n^{m-1}(\cos \vartheta') \quad [2.70]$$

Παρατήρηση 1: Αξίζει να σημειώσουμε ότι η προηγούμενη εξίσωση αποδείχθηκε με βάση την αναδρομική σχέση [2.67] για $m-1$. Επομένως, είναι εύλογο το ερώτημα αν η αποδεδειγμένη σχέση ισχύει και για $m=0$. Στην περίπτωση αυτή η σχέση [2.70] μετατρέπεται στην εξής:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta'} P_n(\cos \vartheta') = \frac{1}{2} P_n^1(\cos \vartheta') - \frac{1}{2} n(n+1) P_n^{-1}(\cos \vartheta') \quad [2.71]$$

Για τον υπολογισμό του όρου $P_n^{-1}(\cos \vartheta')$, θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση [Jackson, 1980, ch. 3, eq. 51]:

$$P_n^{-m}(\cos \vartheta') = (-1)^m \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \vartheta') \quad [2.72]$$

η οποία για $m=1$ γίνεται:

$$P_n^{-1}(\cos \vartheta') = -\frac{(n-1)!}{(n+1)!} P_n^1(\cos \vartheta') \quad [2.73]$$

Έτσι, η εξίσωση [2.71] γίνεται:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta'} P_n(\cos \vartheta') = \frac{1}{2} P_n^1(\cos \vartheta') + \frac{1}{2} n(n+1) \frac{(n-1)!}{(n+1)!} P_n^1(\cos \vartheta') = P_n^1(\cos \vartheta') \quad [2.74]$$

η οποία όμως προκύπτει και από τη σχέση [2.9], για την περίπτωση $m=1$ και $x=\cos \vartheta'$. Αποδείχθηκε δηλαδή, ότι η εξίσωση [2.69] ισχύει και όταν $m=0$, αφού καταλήγει σε γνωστή σχέση.

Παρατήρηση 2: Η συνιστώσα G_φ στην εξίσωση [2.63], η εξαρτώμενη από τη μερική παράγωγο του πολωνύμου Lagrange ως προς την αζιμουθιακή γωνία φ , δεν ορίζεται για την περίπτωση που ισχύει $\vartheta'=0$. Θα αποδείξουμε ότι η G_φ είναι πεπερασμένη όταν $\vartheta' \rightarrow 0$.

Από την [2.63] είναι:

$$G_\varphi = r'^{n-1} \sin[m(\varphi - \varphi')] \frac{P_n^m(\cos \vartheta')}{\sin \vartheta'} m \quad [2.75]$$

Παρατηρούμε, καταρχήν ότι για $m=0$, ο όρος G_φ μηδενίζεται. Εξετάζουμε την περίπτωση που $m \neq 0$. Με τη βοήθεια της σχέσης [2.68], έχουμε:

$$\lim_{\vartheta' \rightarrow 0} \frac{P_n^m(\cos \vartheta')}{\sin \vartheta'} = \lim_{\vartheta' \rightarrow 0} \frac{-\frac{\sin \vartheta'}{2m \cos \vartheta'} [P_n^{m+1}(\cos \vartheta') + (n-m+1)(n+m)P_n^{m-1}(\cos \vartheta')]}{\sin \vartheta'}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{\vartheta' \rightarrow 0} \frac{P_n^m(\cos \vartheta')}{\sin \vartheta'} = -\frac{P_n^{m+1}(\cos \vartheta') + (n-m+1)(n+m)P_n^{m-1}(\cos \vartheta')}{2m \cos \vartheta'} \quad [2.76]$$

Και ο όρος G_φ γίνεται:

$$G_\varphi = -\frac{r'^{n-1} \sin[m(\varphi - \varphi')] [P_n^{m+1}(1) + (n-m+1)(n+m)P_n^{m-1}(1)]}{2} \quad [2.77]$$

όταν $\theta' = 0$.

Τελικά, η τιμή του δυναμικού στην εξωτερική επιφάνεια του συστήματος των τεσσάρων σφαιρών, όταν αυτό προέρχεται από ρευματική πηγή την οποία μπορούμε να θεωρήσουμε διπολική, δίνεται σύμφωνα και με τους τύπους [2.62], [2.63], [2.74] και [2.77] από τη σχέση:

$$V_{\text{dip}} = A_r M_r + A_\vartheta M_\vartheta + A_\varphi M_\varphi \quad [2.78]$$

όπου:

$$A_r = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n C_n^m P_n^m(\cos \vartheta') \cos[m(\varphi - \varphi')] \quad [2.79]$$

$$A_\vartheta = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n C_n^m \cos[m(\varphi - \varphi')] \left[\frac{1}{2} P_n^{m+1}(\cos \vartheta') - \frac{1}{2} (n-m+1)(n+m) P_n^{m-1}(\cos \vartheta') \right], m \neq 0 \\ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n C_n^m \cos[m(\varphi - \varphi')] P_n^1(\cos \vartheta'), m = 0 \end{cases} \quad [2.80]$$

$$A_\varphi = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n C_n^m \frac{m \sin[m(\varphi - \varphi')] P_n^m(\cos \vartheta')}{\sin \vartheta'}, \vartheta' \neq 0 \\ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n -C_n^m \frac{\sin[m(\varphi - \varphi')]}{2} [P_n^{m+1}(\cos \vartheta') + (n-m+1)(n+m)P_n^{m-1}(\cos \vartheta')], \vartheta' = 0 \end{cases} \quad [2.81]$$

$$C_n^m = \epsilon_m R_c \frac{2n+1}{2\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \vartheta) r'^{n-1} \quad [2.82]$$

Υπενθυμίζουμε, ότι στην περίπτωση που το μετρούμενο πεδίο προέρχεται από περισσότερες από μία διπολικές ρευματικές πηγές, το δυναμικό, όντας βαθμωτό

μέγεθος, μπορεί να υπολογιστεί με απλή αλγεβρική άθροιση των τιμών δυναμικού των συνιστωσών πηγών:

$$V_{\text{dip}} = \sum_{i=1}^N (A_r^i M_{r,i} + A_\theta^i M_{\theta,i} + A_\phi^i M_{\phi,i}) \quad [2.83]$$

Η σχέση [2.78], από την οποία μπορεί να υπολογιστεί το δυναμικό του πεδίου που δημιουργείται σε ένα σημείο (r,θ,ϕ) του κεφαλιού λόγω της ύπαρξης σημειακού διπόλου ηλεκτρικής ροπής (M_r, M_θ, M_ϕ) τοποθετημένου στη θέση (r',θ',ϕ') , είναι γραμμική ως προς τις συνιστώσες του διανύσματος της ροπής, ενώ ως προς τις συνιστώσες του διανύσματος θέσης είναι μη γραμμική. Αν, λοιπόν, θεωρήσουμε ότι οι διπολικές πηγές βρίσκονται σε συγκεκριμένα και κατάλληλα επιλεγμένα σημεία του εγκεφάλου (τα οποία προκύπτουν από υπάρχουσες γνώσεις νευροφυσιολογίας), τότε το αντίστροφο πρόβλημα μπορεί να εκφραστεί ως γραμμικό σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων. Το γεγονός αυτό εκμεταλλευόμαστε, για να υπολογίσουμε το διάνυσμα της άγνωστης πηγής, με χρήση απλών τεχνικών αντιστροφής μήτρας.

Όπως αναφέρθηκε και στην αρχή της παρούσας ενότητας, η περιοχή όπου διερευνούμε την ύπαρξη πηγών διακριτοποιείται σε N voxels. Θεωρούμε ότι η δραστηριότητα του ΗΕΓ μπορεί να αποδοθεί σε ένα δίπολο, το οποίο μπορεί να βρίσκεται μόνο στο κέντρο ενός εκ των voxels, έστω το voxel i με συντεταγμένες θέσης του κέντρου του \mathbf{r}_i' . Τα δυναμικά μετρώνται σε N_E ηλεκτρόδια. Γράφοντας την [2.78] για όλα τα σημεία μέτρησης δυναμικού προκύπτει γραμμικό σύστημα εξισώσεων το οποίο περιγράφουμε με την παρακάτω μητρική εξίσωση:

$$[\mathbf{V}_{\text{dip}}^i] = [\mathbf{A}_i] \cdot [\mathbf{M}_i] \quad [2.84]$$

όπου:

$$[\mathbf{V}_{\text{dip}}^i] = \begin{bmatrix} V_{\text{dip}}^{1,i} \\ V_{\text{dip}}^{2,i} \\ \mathbf{M} \\ V_{\text{dip}}^{N_E,i} \end{bmatrix}, [\mathbf{M}_i] = \begin{bmatrix} M_{r,i} \\ M_{\theta,i} \\ M_{\phi,i} \end{bmatrix} \text{ και } [\mathbf{A}_i] = \begin{bmatrix} A_r^{1,i} & A_\theta^{1,i} & A_\phi^{1,i} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ A_r^{N_E,i} & A_\theta^{N_E,i} & A_\phi^{N_E,i} \end{bmatrix}$$

με τα στοιχεία της μήτρας $[\mathbf{A}_i]$ να υπολογίζονται από τις εξισώσεις [2.79] – [2.81], θεωρώντας ότι το δίπολο βρίσκεται στο κέντρο του voxel i .

Όταν στην εξίσωση [2.84] γνωρίζουμε το διάνυσμα-στήλη $[\mathbf{M}_i]$ και επιζητούμε τα δυναμικά που θα δημιουργούσε αυτό το δίπολο στην εξωτερική

επιφάνεια του κεφαλιού, άρα επιζητούμε το διάνυσμα-στήλη $[\mathbf{V}_{\text{dip}}^i]$, επιλύουμε το ευθύ πρόβλημα. Όταν απεναντίας γνωρίζουμε τα μετρηθέντα στην πραγματικότητα επιφανειακά δυναμικά $[\mathbf{V}_{\text{real}}] = [\mathbf{V}_{\text{real}}^1 \quad \mathbf{V}_{\text{real}}^2 \quad \mathbf{L} \quad \mathbf{V}_{\text{real}}^{N_E}]^T$ (Τ υποδηλώνει ανάστροφο) και επιζητούμε να βρούμε τις συνιστώσες του διπόλου $[\mathbf{M}_i]$, που βρίσκεται στο κέντρο του voxel i και δημιουργεί αυτά τα μετρηθέντα δυναμικά, αντί του $[\mathbf{V}_{\text{dip}}^i]$ στην [2.84] τοποθετούμε το γνωστό διάνυσμα $[\mathbf{V}_{\text{real}}]$ και επιλύουμε το αντίστροφο πρόβλημα, δηλαδή έχουμε να επιλύσουμε το γραμμικό σύστημα που περιγράφεται με την παρακάτω εξίσωση του αντιστρόφου προβλήματος:

$$[\mathbf{V}_{\text{real}}] = [\mathbf{A}_i] \cdot [\mathbf{M}_i] \quad [2.85]$$

Στο παραπάνω σύστημα η μήτρα $[\mathbf{A}]$ έχει διαστάσεις $(N_E \times 3)$ και επειδή συνήθως $N_E \gg 3$ το σύστημα εξισώσεων [2.85] είναι υπερκαθορισμένο (3 άγνωστοι: M_r, M_θ, M_ϕ και N_E γνωστοί: τα στοιχεία του διανύσματος – στήλης $[\mathbf{V}_{\text{real}}]$). Για την επίλυση του συστήματος χρησιμοποιούμε την τεχνική της ψευδοαντιστρόφου μήτρας, σύμφωνα με την οποία:

$$[\mathbf{M}_i]^* = [\mathbf{A}]^+ \cdot [\mathbf{V}_{\text{real}}] \quad [2.86]$$

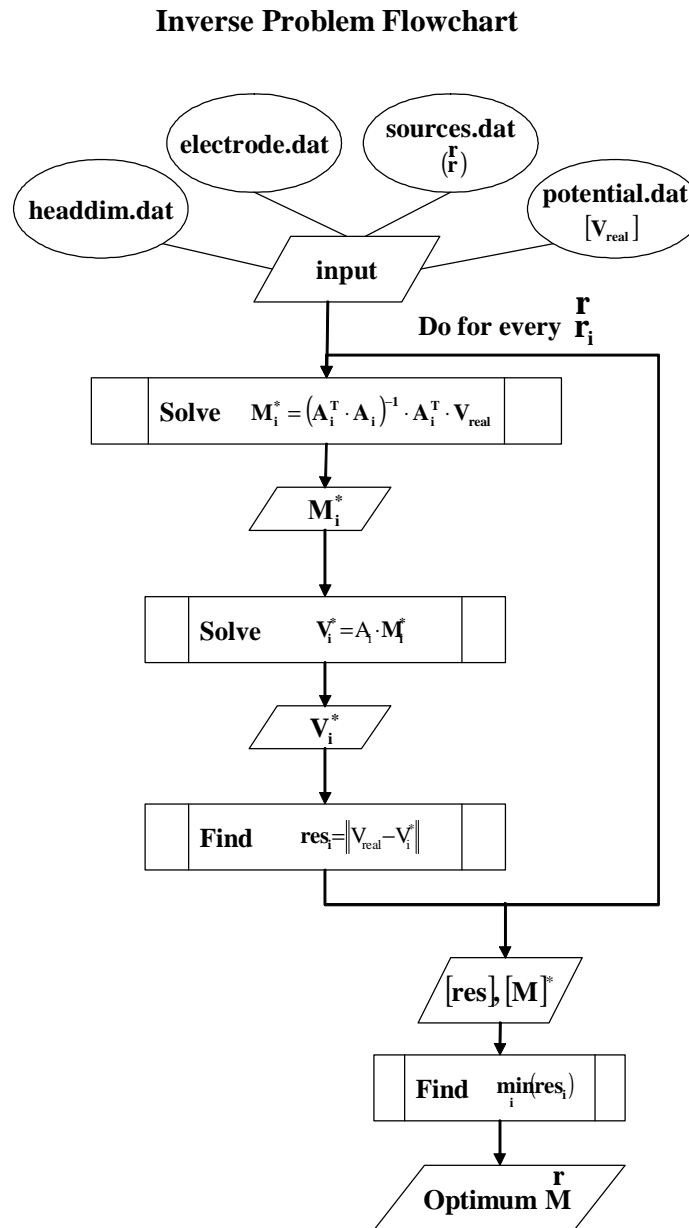
όπου $[\mathbf{A}]^+ = ([\mathbf{A}]^T \cdot [\mathbf{A}])^{-1} \cdot [\mathbf{A}]^T$ είναι η κατά Moore και Penrose [Penrose, 1955] [Moore, 1920] γενικευμένη αντίστροφος (ψευδοαντίστροφος) μήτρα της $[\mathbf{A}]$. Από θεωρία μητρών γνωρίζουμε ότι, όταν η μήτρα $[\mathbf{A}]$ είναι πλήρους βαθμού, η $[\mathbf{M}_i]^*$ είναι η λύση η οποία ελαχιστοποιεί το υπόλοιπο (residual) της [2.85]:

$$\text{res}_i = \|[\mathbf{A}] \cdot [\mathbf{M}_i] - [\mathbf{V}_{\text{real}}] \| \quad [2.87]$$

και αν υπάρχουν περισσότερες των μία λύσεις που ελαχιστοποιούν το υπόλοιπο, η $[\mathbf{M}_i]^*$ είναι η λύση με την ελάχιστη νορμ. Γι αυτό η $[\mathbf{M}_i]^*$ ονομάζεται λύση ελαχίστου νορμ ελαχίστων τετραγώνων (Minimum Norm Least Squares solution – MNLS solution).

Στην περίπτωσή μας το αντίστροφο πρόβλημα επιλύεται με διεξοδική αναζήτηση (exhaustive search) ως εξής: Για κάθε voxel, $i=1,2,\dots,N$ επιλύουμε την [2.85], μέσω της [2.86], βρίσκοντας την MNLS λύση. Στην συνέχεια επιλύουμε το ευθύ πρόβλημα, θέτοντας στην [2.84] το $[\mathbf{M}_i]^*$ που υπολογίσαμε μέσω της [2.86] και

έτσι υπολογίζουμε την ποσότητα $[\mathbf{V}_{\text{dip}}^i] = [\mathbf{A}_i] \cdot [\mathbf{M}_i]^*$ και στη συνέχεια υπολογίζουμε



Σχήμα 2.5: Το λογικό διάγραμμα επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος.

την ποσότητα $res_i = \|\mathbf{A} \cdot [\mathbf{M}_i] - [\mathbf{V}_{\text{real}}]\| = \|\mathbf{V}_{\text{dip}}^i - [\mathbf{V}_{\text{real}}]\|$. Τέλος επιλέγουμε το δίπολο που βρίσκεται στο voxel εκείνο για το οποίο η ποσότητα res_i είναι η ελάχιστη.

Στην περίπτωση περισσότερων διπολικών ρευματικών πηγών, το δυναμικό του συνολικού πεδίου βρίσκεται με απλή πρόσθεση των δυναμικών των επιμέρους πεδίων που δημιουργούνται από κάθε δίπολο ξεχωριστά. Για να εκφράσουμε το αντίστροφο πρόβλημα διατηρώντας τη μορφή των προηγούμενων μητρικών εξισώσεων, αυξάνουμε τις διαστάσεις των μητρών $[\mathbf{M}]$ και $[\mathbf{A}]$, ώστε να περικλείουν τις συνιστώσες όλων των διπόλων. Για παράδειγμα, για δύο διπολικές ρευματικές πηγές, εκ των οποίων η πρώτη βρίσκεται στο voxel i και η δεύτερη στο voxel k , οι προηγούμενες μήτρες γίνονται:

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{r,i} & \mathbf{M}_{r,k} \\ \mathbf{M}_{\vartheta,i} & \mathbf{M}_{\vartheta,k} \\ \mathbf{M}_{\varphi,i} & \mathbf{M}_{\varphi,k} \end{bmatrix} \text{ και } [\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_r^{1,i} & \mathbf{A}_\vartheta^{1,i} & \mathbf{A}_\varphi^{1,i} & \mathbf{A}_r^{1,k} & \mathbf{A}_\vartheta^{1,k} & \mathbf{A}_\varphi^{1,k} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \mathbf{A}_r^{N_E,i} & \mathbf{A}_\vartheta^{N_E,i} & \mathbf{A}_\varphi^{N_E,i} & \mathbf{A}_r^{N_E,k} & \mathbf{A}_\vartheta^{N_E,k} & \mathbf{A}_\varphi^{N_E,k} \end{bmatrix}$$

Στην περίπτωση των δύο διπόλων η διεξοδική αναζήτηση γίνεται καλύπτοντας όλα τα ζεύγη voxel. Τα παραπάνω εύκολα επεκτείνονται σε ένα σύστημα μητρών που καλύπτει με δίπολα τα κέντρα όλων των voxels, οπότε και αρκεί μια αντιστροφή για την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος.

Ο αλγόριθμος που προτείνεται για την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος με χρήση του μοντέλου ενός ή περισσότερων διπόλων για την περιγραφή της ηλεκτρικής εγκεφαλικής δραστηριότητας, περιγράφεται στο Σχήμα 2.5. Το πρόγραμμα, που υλοποιεί τον προηγούμενο αλγόριθμο (inverse.cpp) υλοποιήθηκε σε γλώσσα C (Microsoft Visual C/C++ 5.0). Δέχεται στην είσοδό του τα εξής αρχεία:

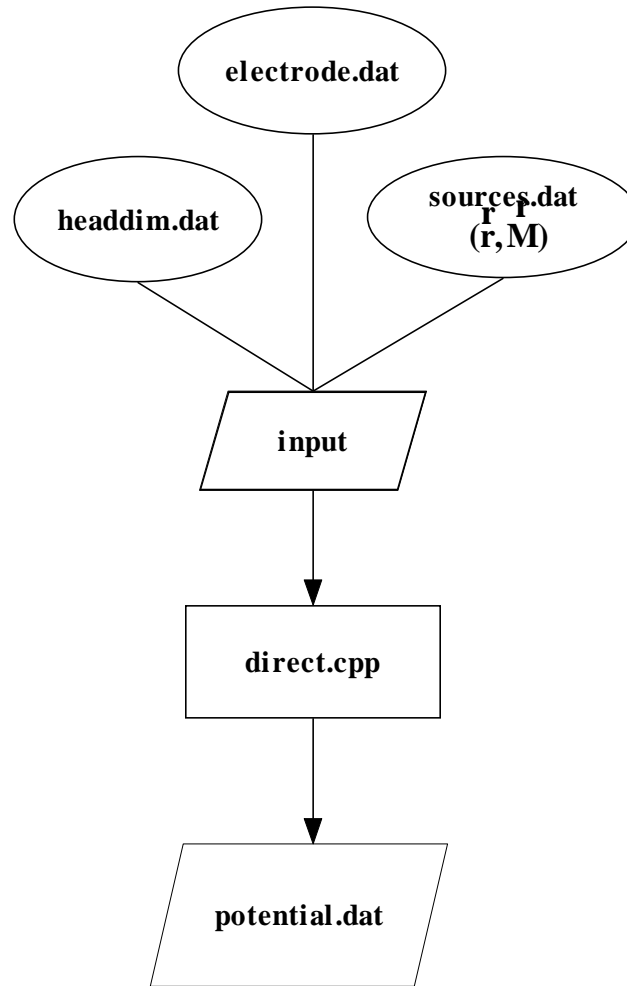
- headdim.dat: που περιέχει τις ακτίνες των ομόκεντρων σφαιρικών φλοιών που οριοθετούν τις τέσσερις περιοχές του κεφαλιού και τις τιμές της αγωγιμότητας των περιοχών αυτών,
- electrode.dat: που περιέχει τις συντεταγμένες της θέσης των ηλεκτροδίων, άρα και των σημείων πάνω στην επιφάνεια του κεφαλιού που υπολογίζουμε το δυναμικό
- sources.dat: που περιέχει τις συντεταγμένες των θέσεων όπου αναμένουμε την ύπαρξη διπολικών ρευματικών πηγών και
- potential.dat: που περιέχει τις τιμές δυναμικού που μετρήθηκαν (δηλ. το διάνυσμα-στήλη $[\mathbf{V}_{real}]$).

Ο αλγόριθμος τελικά υπολογίζει τις τρεις συνιστώσες της διπολικής ρευματικής πηγής και τις συντεταγμένες θέσης της (ή των διπολικών ρευματικών πηγών, αν θεωρούμε περισσότερες από μία), οι οποίες περιέχονται στο αρχείο results.dat.

Για τις ανάγκες των εξομοιώσεων υλοποιήθηκε και αυτόνομα ο αλγόριθμος επίλυσης του ευθέως προβλήματος (Σχήμα 2.6), δηλ. ο υπολογισμός του γινομένου $[\mathbf{A}] \cdot [\mathbf{M}]$, όταν γνωρίζουμε τις συντεταγμένες θέσης και το μέγεθος των τριών συνιστωσών του διπόλου (των διπόλων) $[\mathbf{M}]$. Το πρόγραμμα (direct.cpp) δέχεται στην είσοδό του τα εξής τρία αρχεία:

- headdim.dat: όπως και στο αντίστροφο πρόβλημα,
- electrode.dat: όπως και στο αντίστροφο πρόβλημα, και
- sources.dat: που περιέχει τις συντεταγμένες των θέσεων των διπολικών ρευματικών πηγών και τις συνιστώσες της ηλεκτρικής ροπής τους.

Direct Problem Flowchart



Σχήμα 2.6: Το λογικό διάγραμμα ροής της επίλυσης του ευθέος προβλήματος.

Το αποτέλεσμα του προγράμματος είναι το αρχείο **potential.dat**, που περιέχει τις τιμές των δυναμικών $[\mathbf{V}_{\text{dip}}^i] = [\mathbf{A}] \cdot [\mathbf{M}]$ που θεωρητικά θα μετρούνταν στην επιφάνεια του κεφαλιού. Η διαδικασία των εξομοιώσεων έχει λοιπόν ως εξής: επιλέγουμε (έστω ένα) δίπολο $[\mathbf{M}]$, γνωστής θέσης και μεγέθους, υπολογίζουμε το $[\mathbf{V}_{\text{dip}}^i]$ μέσω του **direct.cpp** και κατόπιν το θέτουμε ως $[\mathbf{V}_{\text{real}}]$ στην είσοδο του **inverse.cpp**. Επιλύουμε το αντίστροφο πρόβλημα μέσω του **inverse.cpp** και ελέγχουμε κατά πόσο το δίπολο που υποδεικνύει το **inverse.cpp** ταυτίζεται με το αρχικό $[\mathbf{M}]$.

Για να ξεπεραστούν οι εγγενείς αδυναμίες των γεωμετρικών προσεγγίσεων με σφαίρες και ελλείψεις, τα τελευταία χρόνια εφαρμόζονται αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος με χρήση ρεαλιστικών τρισδιάστατων

μοντέλων κεφαλιού τα οποία κατασκευάζονται με τη βοήθεια εικόνων MRI ή CT. Το αντικείμενο αυτό πραγματεύεται το επόμενο υποκεφάλαιο 2.3 και το κεφάλαιο 3.

2.3. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ ΠΡΟΤΥΠΟ

Ο σκοπός της ανάπτυξης μιας αριθμητικής μεθόδου επίλυσης προβλήματος, το οποίο περιγράφεται από κάποια διαφορική ή ολοκληρωτική εξίσωση, είναι η παραγωγή ενός συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων που συσχετίζουν ένα πεπερασμένο πλήθος αγνώστων, έτσι ώστε η λύση του συστήματος να αποτελεί μια, κατά το δυνατόν καλύτερη, προσέγγιση της λύσης του αρχικού προβλήματος. Για την εκτίμηση της κατανομής των ενδοκρανιακών πηγών του ΗΕΓ, ειδικότερα, έχουν αναπτυχθεί και δοκιμαστεί στο παρελθόν διάφορες τεχνικές επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος, οι σημαντικότερες από τις οποίες χρησιμοποιούν είτε τη Μέθοδο Πεπερασμένων Στοιχείων – ΜΠΣ (Finite Elements Method – FEM), ή τη Μέθοδο Συνοριακών (ή Οριακών) Στοιχείων – ΜΣΣ (Boundary Elements Method – BEM).

Η ΜΠΣ [Reddy, 1993], [Silvester and Ferrari, 1990], είναι η πλέον διαδεδομένη μέθοδος επίλυσης μερικών διαφορικών εξισώσεων που εμφανίζονται σε προβλήματα διάδοσης ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε αγωγούς τυχαίας γεωμετρίας. Οι βασικές αρχές που διέπουν την εφαρμογή της είναι οι εξής: Κατ' αρχήν ο συνολικός όγκος του προβλήματος, στην περίπτωσή μας το ανθρώπινο κεφάλι, διακριτοποιείται σε πολύ μικρά πολύεδρα, συνήθως τετράεδρα ή κύβους, που ονομάζονται στοιχεία. Η επιλογή του σχήματος και της πυκνότητάς τους καθορίζεται από τη γεωμετρία του κεφαλιού, αλλά και τις ηλεκτρικές του ιδιότητες. Σε αυτές τις μικρές περιοχές η πραγματική λύση της άγνωστης συνάρτησης, προσεγγίζεται με πολύ απλούστερες συναρτήσεις. Στην περίπτωση επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος στην ΗΕΓ, το ανθρώπινο κεφάλι διαιρείται σε τετράεδρα και θεωρείται ότι το δυναμικό μεταβάλλεται γραμμικά σε αυτήν την περιοχή (τετραεδρικά στοιχεία πρώτης τάξης). Με τον τρόπο αυτό το αρχικό σύστημα των διαφορικών εξισώσεων μετατρέπεται σε ένα πρόβλημα αλγεβρικών εξισώσεων με δεκάδες χιλιάδες, ή περισσότερους, αγνώστους. Ωστόσο, εξελιγμένες τεχνικές επίλυσης αλγεβρικών συστημάτων, καθώς και η αύξηση της ταχύτητας επεξεργασίας των ηλεκτρονικών υπολογιστών επιτρέπουν την λύση αυτών των τεράστιων συστημάτων εξισώσεων σε μικρό χρονικό διάστημα. Η ΜΠΣ, αν και επινοήθηκε και εφαρμόστηκε για τη στατική

ανάλυση φορέων, βρίσκει σήμερα εφαρμογή σε μία ευρύτερη κατηγορία προβλημάτων μηχανικής, όπως για παράδειγμα στη ρευστομηχανική, στη μεταφορά θερμότητας, στην ακουστική και στον ηλεκτρομαγνητισμό. Τελευταία, έχει εφαρμοστεί με επιτυχία, στην αριθμητική επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος στην ηλεκτροεγκεφαλογραφία και μαγνητοεγκεφαλογραφία [Awada et al., 1997, 1998].

Για την εφαρμογή της ΜΣΣ, ο όγκος του προβλήματος χωρίζεται σε διαμερίσματα, στα οποία η αγωγιμότητα είναι απαραίτητως σταθερή και ισοτροπική και υπολογίζονται οι τιμές της άγνωστης συνάρτησης σε σημεία κόμβους στις κλειστές διαχωριστικές επιφάνειες των διαμερισμάτων. Για την εξαγωγή των αλγεβρικών εξισώσεων από τις αρχικές ολοκληρωτικές εξισώσεις, οι επιφάνειες διαχωρίζονται σε στοιχειώδεις επιφάνειες (συνήθως τριγωνικές), πάνω στις οποίες η άγνωστη παράμετρος προσεγγίζεται με ανάπτυγμα Taylor ή αναπτύσσεται ως προς μια βάση συναρτήσεων. Τελικά, προκύπτει σύστημα εξισώσεων, όπου η μήτρα του προβλήματος είναι πυκνή, δηλαδή δεν περιέχει πολλά μηδενικά στοιχεία, όπως συμβαίνει στη ΜΠΣ, αλλά σημαντικά μικρότερη σε μέγεθος. Η ΜΣΣ, αν και δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε προβλήματα ανισοτροπικής αγωγιμότητας, έχει χρησιμοποιηθεί σε μεγάλο βαθμό για τον υπολογισμό πηγών του εγκεφάλου, κυρίως λόγω της ευκολίας στην εφαρμογή της [Scherg and Berg, 1996].

Πιο περιορισμένη σε εφαρμογές για προβλήματα ΗΕΓ, σε σχέση με τις δύο προηγούμενες μεθόδους, είναι η Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών – ΜΠΔ (Finite Differences Method – FDM), η οποία συνίσταται βασικά στην προσέγγιση των παραγώγων των συναρτήσεων που εμφανίζονται στις εξισώσεις με πεπερασμένες διαφορές που μπορεί να προκύπτουν από τους πρώτους όρους κατάλληλου αναπτύγματος Taylor. Οι άγνωστες παράμετροι του προβλήματος είναι η τιμές της αρχικής άγνωστης συνάρτησης σε διακριτά σημεία πάνω στο δημιουργούμενο πλέγμα. Η μέθοδος έχει χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση της θέσης των ενδοκρανιακών πηγών [Vanrumste et al., 2001]. Η ΜΠΔ έχει χρησιμοποιηθεί επιτυχώς και σε προβλήματα όπου οι άγνωστοι παράμετροι μεταβάλλονται με το χρόνο. Στην περίπτωση αυτή η μέθοδος αναφέρεται ως Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών στο Πεδίο του Χρόνου (Finite Differences Time Domain – FDTD) [Angelone et al., 2003].

Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιήσουμε τη Μέθοδο Πεπερασμένων Όγκων – ΜΠΟ (Finite Volume Method – FVM), που είναι η νεότερη και λιγότερο χρησιμοποιημένη μέθοδος σε προβλήματα αντιστροφής. Η ΜΠΟ έχει στο παρελθόν εφαρμοστεί με επιτυχία σε προβλήματα ρευστομηχανικής [Margolin and Shashkov, 1999]. Συγκριτικά με τις προαναφερθείσες ΜΠΣ και ΜΣΣ, η ΜΠΟ είναι λιγότερο απαιτητική, όσον αφορά το υπολογιστικό φόρτο, σε σχέση με την ΜΠΣ και περισσότερο λεπτομερής και αναλυτική στην περιγραφή της γεωμετρίας της περιοχής ενδιαφέροντος, σε σχέση με τη ΜΣΣ. Για την εφαρμογή της μεθόδου απαιτείται η διακριτοποίηση του χώρου του προβλήματος σε πολύ μικρούς όγκους. Η διαφορική εξίσωση του προβλήματος εφαρμόζεται σε κάθε όγκο ξεχωριστά και υπολογίζεται η ολοκληρωτική της μορφή, έτσι ώστε να προκύψει τελικά ένα σύστημα επιφανειακών ολοκληρωτικών εξισώσεων. Τα επιφανειακά ολοκληρώματα προσεγγίζονται θεωρώντας την άγνωστη συνάρτηση σταθερή πάνω στην επιφάνεια και ίση με την τιμή της στο κέντρο της. Το τελικό σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων παράγεται με την εφαρμογή των συνθηκών συνέχειας στις κοινές επιφάνειες των γειτονικών στοιχείων όγκου. Η ΜΠΟ είναι συγγενής με τη ΜΠΔ, καθώς η πρώτη, στην περίπτωση που επιλέγονται στοιχεία όγκου κυβικού σχήματος και χρησιμοποιείται ο κανόνας της προσέγγισης με τη τιμή στο κέντρο της επιφάνειας, εκφυλίζεται στη δεύτερη μέθοδο. Ωστόσο, στην περίπτωση που το σχεδιασμένο πλέγμα είναι μη ορθογώνιο, η εφαρμογή της ΜΠΟ είναι ευκολότερη και προτιμότερη από ό,τι η ΜΠΔ [Pruis, 1993].

2.3.1. Εξαγωγή εξισώσεων με χρήση των Μεθόδων Πεπερασμένων Όγκων και Πεπερασμένων Διαφορών

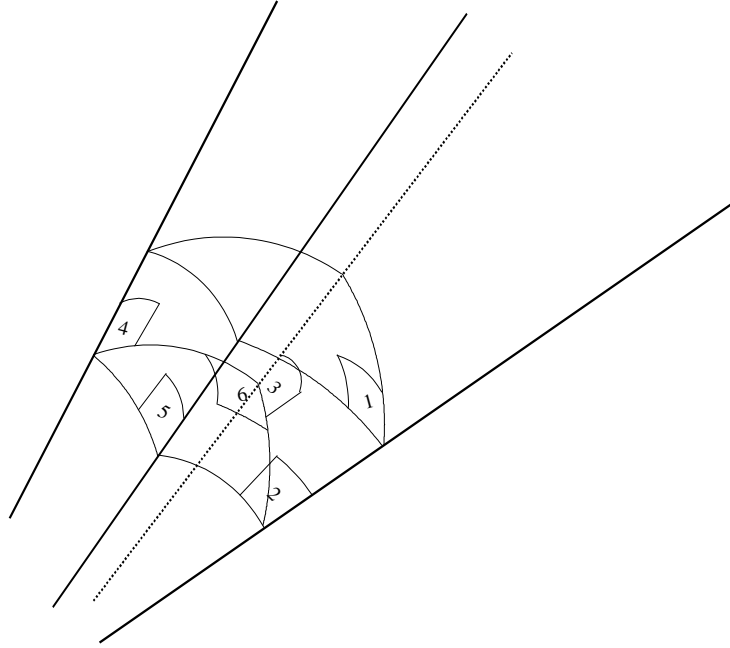
Η σχεδόν σφαιρική συμμετρία που παρουσιάζει το ανθρώπινο κεφάλι και ειδικότερα η έντονη καμπυλότητα του εγκεφαλικού φλοιού, μας κατευθύνει να επιλέξουμε σύστημα σφαιρικών συντεταγμένων για την περιγραφή του. Με την κατασκευή καμπυλόγραμμου πλέγματος επιτυγχάνεται η πιστότερη προσομοίωση της περιοχής ενδιαφέροντος, η οποία διατηρεί τη σφαιρική της συμμετρία.

Κατασκευή καμπυλόγραμμου πλέγματος

Για το πρόβλημά μας χρησιμοποιήσαμε εικόνες μαγνητικής τομογραφίας για την κατασκευή ενός τρισδιάστατου αριθμητικού μοντέλου αποτελούμενο από καμπυλόγραμμα κυβάκια (N_r voxel στην ακτινική, N_θ στην πολική και N_ϕ στην αζιμουθιακή διεύθυνση). Στη διαδικασία της τμηματοποίησης καταμερισμού

(segmentation), όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, σε κάθε voxel αποδόθηκε μία από τις τέσσερις σταθερές και ισοτροπικές τιμές αγωγιμότητας, ανάλογα με το τμήμα του κεφαλιού που ανήκει. Πρέπει να σημειώσουμε, ότι η τεχνική που περιγράφεται δεν είναι περιοριστική ούτε για το πλήθος των επιμέρους τμημάτων, ούτε και για τον τρόπο που κατανέμονται και μπορεί να υλοποιηθεί και για ανισοτροπικές αγωγιμότητες. Η δυνατότητα αυτή είναι σημαντική, καθώς προβλέπεται στο μέλλον, ότι με τη βοήθεια εξελιγμένων τεχνικών Μαγνητικής Τομογραφίας (diffusion weighted MRI), θα είναι δυνατή η εκτίμηση των ανισοτροπικών τιμών (τανυστών) της αγωγιμότητας κάθε στοιχειώδους όγκου του ασθενούς [Tuch et al., 1999], [Ferree and Tucker, 1999].

Χωρίζουμε την περιοχή ενδιαφέροντος σε N·M·K voxels (στοιχεία όγκου) στις τρεις διευθύνσεις, r, θ και φ αντίστοιχα. Ένα τυχαίο voxel (Σχήμα 2.7)

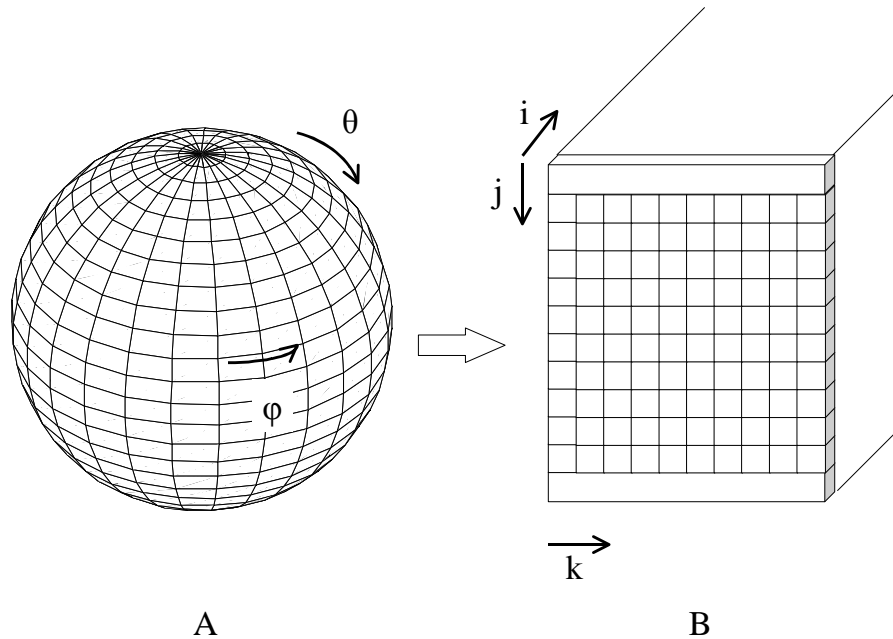


Σχήμα 2.7: Στοιχείο όγκου (voxel), όπως προκύπτει μετά τη διακριτοποίηση του χώρου με τη βοήθεια σφαιρικών συντεταγμένων.

θα έχει κέντρο $\mathbf{r}_c(i, j, k) = (r_{ijk}, \theta_{ijk}, \varphi_{ijk})$ και κορυφές τα σημεία $\mathbf{r}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right)$, $\mathbf{r}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}\right)$, $\mathbf{r}\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right)$, $\mathbf{r}\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}\right)$, $\mathbf{r}\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right)$, $\mathbf{r}\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}\right)$, $\mathbf{r}\left(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right)$ και $\mathbf{r}\left(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}\right)$.³

³ Η χρήση των τιμών +1/2 και -1/2 στους δείκτες των διευθύνσεων γίνεται για να υποδηλώσει ότι βρισκόμαστε σε συνοριακό σημείο του voxel.

Ο τρόπος αρίθμησης των voxels φαίνεται στο Σχήμα 2.8. Το πρώτο



Σχήμα 2.8: Από τις συντεταγμένες στον πραγματικό χώρο A ($r_{ijk}, \theta_{ijk}, \phi_{ijk}$), στις συντεταγμένες του υπολογιστικού χώρου B (i, j, k). Με τον τρόπο αυτό όλοι οι αριθμητικοί αλγόριθμοι μπορούν να υλοποιηθούν πάνω σε ένα ορθογώνιο πλέγμα (B) ασχέτως του σχήματος και της τοποθέτησης του προβλήματος.

voxel αντιστοιχεί σε $(i,j,k)=(1,1,1)$. Είναι μια μικρή σφαίρα με κέντρο $\mathbf{r}_c = 0$ και ακτίνα $\mathbf{r}\left(1 + \frac{1}{2}, 1, 1\right)$. Το δεύτερο voxel έχει $(i,j,k)=(2,1,1)$ και το σχήμα του είναι όμοιο με εκείνο ενός κόλουρου κώνου με τη διαφορά ότι οι δύο βάσεις του αποτελούν τμήματα σφαιρικών επιφανειών. Το τρίτο voxel έχει δείκτες αρίθμησης $(i,j,k)=(2,2,2)$ και σχήμα καμπυλόγραμμου κύβου. Το επόμενο έχει δείκτες $(2,2,3)$ και ίδιο σχήμα με το προηγούμενο όπως και το τελευταίο της σειράς με $(i,j,k)=(2,2,K)$. Με τον τρόπο αυτό μετασηματίζουμε τον πραγματικό χώρο του προβλήματος – που αναφέρεται ως φυσικός ή πραγματικός χώρος (physical space) και περιγράφεται μέσω των σφαιρικών συντεταγμένων (r,θ,ϕ) – σε έναν απλούστερο χώρο που ονομάζεται υπολογιστικός (computational space) και ορίζεται από τους δείκτες (i,j,k) (Σχήμα 2.8).

Εξαγωγή εξισώσεων

Η γενική εξίσωση μεταφοράς, γνωστή και ως διανυσματική μορφή του νόμου του Gauss, για το πεδίο ροής συνεχούς ηλεκτρικού ρεύματος είναι:

$$\nabla(\sigma \nabla V) = \rho_j \quad [2.88]$$

Εφαρμόζουμε στην [2.88] το θεώρημα της απόκλισης

$$\oint_S \mathbf{A} \cdot \hat{n} ds = \int_V \nabla \mathbf{A} dv \quad [2.89]$$

θεωρώντας το σ ως βαθμωτό μέγεθος (βλέπε και παράγραφο 2.2.1) και θέτοντας $\sigma \nabla V = \mathbf{A}$ έχουμε:

$$\int_V \rho_j dv = \oint_S \sigma \nabla V \cdot \hat{n} ds. \quad [2.90]$$

Θεωρούμε στην εξίσωση [2.90] τις προσεγγίσεις:

- α Στο εσωτερικό κάθε voxel οι συναρτήσεις της ρευματικής πυκνότητας (ρ), της αγωγιμότητας (σ) και του δυναμικού (V) θεωρούνται σταθερές και ίσες με την τιμή τους στο κέντρο του voxel.
- α Σε κάθε εξωτερική επιφάνεια του voxel οι συναρτήσεις σ και ∇V θεωρούνται σταθερές και ίσες με την τιμή τους στο κέντρο της επιφάνειας.
- α Ο τελεστής κλίσης προσεγγίζεται με κεντρικές πεπερασμένες διαφορές πρώτης τάξεως.

Εφαρμόζουμε την εξίσωση [2.90] σε κάθε voxel. Για το τυχαίο στοιχείο όγκου i,j,k (ή απλά ijk για ευκολία) (όπου $i=1 \dots N$, $j=1 \dots M$ και $k=1 \dots K$), η σχέση [2.90] γράφεται:

$$\rho_j \Delta V = \sum_{\lambda=1}^6 \sigma_{S_\lambda} (\nabla V)_{S_\lambda} \cdot \hat{n} \Delta S_\lambda \quad [2.91]$$

όπου ρ_j (A/m^3) είναι η τιμή της ρευματικής πυκνότητας στο κέντρο του voxel, ΔV (m^3) είναι ο όγκος του, ΔS_λ (m^2) για $\lambda=1,2,\dots,6$ είναι το εμβαδόν κάθε μιας από τις 6 επιφάνειές του, σ_{S_λ} (S/m) είναι η αγωγιμότητα της επιφάνειας S_λ , $(\nabla V)_{S_\lambda}$ είναι η κλίση της συνάρτησης του δυναμικού πάνω στην επιφάνεια και \hat{n} είναι το μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια S_λ . Στα επόμενα χάριν απλότητας θα θέτουμε ρ αντί για ρ_j . Αναλύοντας κατάλληλα το άθροισμα στη σχέση [2.91] έχουμε:

$$\begin{aligned} \rho_{ijk} \Delta V_{ijk} = & \sigma_{i+\frac{1}{2},j,k} (\nabla V)_{i+\frac{1}{2},j,k} \hat{i}_r \Delta S_1 - \sigma_{i-\frac{1}{2},j,k} (\nabla V)_{i-\frac{1}{2},j,k} \hat{i}_r \Delta S_6 + \sigma_{i,j+\frac{1}{2},k} (\nabla V)_{i,j+\frac{1}{2},k} \hat{i}_\vartheta \Delta S_2 \\ & - \sigma_{i,j-\frac{1}{2},k} (\nabla V)_{i,j-\frac{1}{2},k} \hat{i}_\vartheta \Delta S_4 + \sigma_{i,j,k+\frac{1}{2}} (\nabla V)_{i,j,k+\frac{1}{2}} \hat{i}_\varphi \Delta S_3 + \sigma_{i,j,k-\frac{1}{2}} (\nabla V)_{i,j,k-\frac{1}{2}} \hat{i}_\varphi \Delta S_5 \end{aligned} \quad [2.92]$$

όπου τα $\hat{i}_r, \hat{i}_\vartheta, \hat{i}_\varphi$ είναι τα μοναδιαία διανύσματα κατά τις διευθύνσεις r, θ και φ .

Ο όγκος του (ijk) voxel είναι:

$$\begin{aligned} \Delta V_{ijk} = & r_{ijk}^2 \sin \vartheta_{ijk} \Delta r_{ijk} \Delta \vartheta_{ijk} \Delta \varphi_{ijk} = \\ & r_{ijk}^2 \sin \vartheta_{ijk} \left| \mathbf{r}_{i+\frac{1}{2},j,k} - \mathbf{r}_{i-\frac{1}{2},j,k} \right| \left| \vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} - \vartheta_{i,j-\frac{1}{2},k} \right| \left| \varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \varphi_{i,j,k-\frac{1}{2}} \right| \end{aligned} \quad [2.93]$$

Τα εμβαδά των επιφανειών που ορίζουν την εξωτερική του επιφάνεια είναι:

$$\Delta S_1 = r_{i+\frac{1}{2},j,k}^2 \sin \vartheta_{i+\frac{1}{2},j,k} \left(\vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} - \vartheta_{i,j-\frac{1}{2},k} \right) \left(\varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \varphi_{i,j,k-\frac{1}{2}} \right) \quad [2.94]$$

$$\Delta S_6 = r_{i-\frac{1}{2},j,k}^2 \sin \vartheta_{i-\frac{1}{2},j,k} \left(\vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} - \vartheta_{i,j-\frac{1}{2},k} \right) \left(\varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \varphi_{i,j,k-\frac{1}{2}} \right) \quad [2.95]$$

$$\Delta S_2 = r_{i,j+\frac{1}{2},k} \sin \vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} \left(\mathbf{r}_{i+\frac{1}{2},j,k} - \mathbf{r}_{i-\frac{1}{2},j,k} \right) \left(\varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \varphi_{i,j,k-\frac{1}{2}} \right) \quad [2.96]$$

$$\Delta S_4 = r_{i,j-\frac{1}{2},k} \sin \vartheta_{i,j-\frac{1}{2},k} \left(\mathbf{r}_{i+\frac{1}{2},j,k} - \mathbf{r}_{i-\frac{1}{2},j,k} \right) \left(\varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \varphi_{i,j,k-\frac{1}{2}} \right) \quad [2.97]$$

$$\Delta S_3 = r_{i,j,k+\frac{1}{2}} \left(\mathbf{r}_{i+\frac{1}{2},j,k} - \mathbf{r}_{i-\frac{1}{2},j,k} \right) \left(\vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} - \vartheta_{i,j-\frac{1}{2},k} \right) \quad [2.98]$$

$$\Delta S_5 = r_{i,j,k-\frac{1}{2}} \left(\mathbf{r}_{i+\frac{1}{2},j,k} - \mathbf{r}_{i-\frac{1}{2},j,k} \right) \left(\vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} - \vartheta_{i,j-\frac{1}{2},k} \right) \quad [2.99]$$

Ειδικότερα, για το πρώτο voxel $(1,1,1)$, το οποίο είναι σφαιρικού σχήματος, η σχέση [2.93] που μας δίνει τον όγκο γίνεται:

$$\Delta V_{111} = \frac{4}{3} \pi r_{1+\frac{1}{2},1,1}^3 \quad [2.100]$$

ενώ η κοινή του επιφάνεια ΔS_A με το voxel $(2,1,1)$ δίνεται από τον τύπο:

$$\Delta S_A = 2\pi r_{i+\frac{1}{2},1,1}^2 \left(1 - \cos \vartheta_{i+\frac{1}{2},1,1} \right) \quad [2.101]$$

Οι επιφάνειες με τις οποίες συνορεύει με τα voxel (2,2,2) έως (2,2,K) είναι όμοιες με τις προαναφερθείσες ΔS_1 και ΔS_2 , οπότε προκύπτουν από τους αντίστοιχους τύπους. Ανάλογα, ο όγκος των voxels (2,1,1), (3,1,1), ..., (N,1,1) που έχουν σχήμα καμπυλόγραμμου κόλουρου κώνου, είναι:

$$\Delta V_{i,1,1} = \frac{2}{3} \pi \left(r_{i+\frac{1}{2},1,1}^3 - r_{i-\frac{1}{2},1,1}^3 \right) \left(1 - \cos \vartheta_{i+\frac{1}{2},1,1} \right) \quad [2.102]$$

ενώ οι κοινές τους επιφάνειες με τα παράπλευρα voxel δίνονται από σχέσεις της μορφής [2.96] και [2.97].

Εξάλλου, ο τελεστής κλίσης σε σφαιρικές συντεταγμένες γράφεται:

$$\nabla_{\mathbf{r}} = \frac{\partial}{\partial r} \hat{\mathbf{i}}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \hat{\mathbf{i}}_\vartheta + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \hat{\mathbf{i}}_\varphi \quad [2.103]$$

Εφαρμόζουμε την προαναφερόμενη προσέγγιση πεπερασμένων διαφορών στις μερικές παραγώγους που εμφανίζονται στην προηγούμενη σχέση και η κλίση του δυναμικού στις 6 επιφάνειες που περικλείουν το voxel (ijk) γίνεται:

$$(\nabla V)_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{\partial}{\partial r} V_{i+\frac{1}{2},j,k} \hat{\mathbf{i}}_r \approx \frac{V_{i+1,j,k} - V_{i,j,k}}{r_{i+1,j,k} - r_{i,j,k}} \hat{\mathbf{i}}_r \quad [2.104]$$

$$(\nabla V)_{i-\frac{1}{2},j,k} = \frac{\partial}{\partial r} V_{i-\frac{1}{2},j,k} \hat{\mathbf{i}}_r \approx \frac{V_{i,j,k} - V_{i-1,j,k}}{r_{i,j,k} - r_{i-1,j,k}} \hat{\mathbf{i}}_r \quad [2.105]$$

$$(\nabla V)_{i,j+\frac{1}{2},k} = \frac{1}{r_{i,j+\frac{1}{2},k}} \frac{\partial}{\partial \vartheta} V_{i,j+\frac{1}{2},k} \hat{\mathbf{i}}_\vartheta \approx \frac{1}{r_{i,j+\frac{1}{2},k}} \frac{V_{i,j+1,k} - V_{i,j,k}}{\vartheta_{i,j+1,k} - \vartheta_{i,j,k}} \hat{\mathbf{i}}_\vartheta \quad [2.106]$$

$$(\nabla V)_{i,j-\frac{1}{2},k} = \frac{1}{r_{i,j-\frac{1}{2},k}} \frac{\partial}{\partial \vartheta} V_{i,j-\frac{1}{2},k} \hat{\mathbf{i}}_\vartheta \approx \frac{1}{r_{i,j-\frac{1}{2},k}} \frac{V_{i,j,k} - V_{i,j-1,k}}{\vartheta_{i,j,k} - \vartheta_{i,j-1,k}} \hat{\mathbf{i}}_\vartheta \quad [2.107]$$

$$(\nabla V)_{i,j,k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{r_{i,j,k+\frac{1}{2}} \sin \vartheta_{i,j,k+\frac{1}{2}}} \frac{\partial}{\partial \varphi} V_{i,j,k+\frac{1}{2}} \hat{\mathbf{i}}_\varphi \approx \frac{1}{r_{i,j+\frac{1}{2},k} \sin \vartheta_{i,j,k+\frac{1}{2}}} \frac{V_{i,j,k+1} - V_{i,j,k}}{\varphi_{i,j,k+1} - \varphi_{i,j,k}} \hat{\mathbf{i}}_\varphi \quad [2.108]$$

$$(\nabla V)_{i,j,k-\frac{1}{2}} = \frac{1}{r_{i,j,k-\frac{1}{2}} \sin \vartheta_{i,j,k-\frac{1}{2}}} \frac{\partial}{\partial \varphi} V_{i,j,k-\frac{1}{2}} \hat{i}_\varphi \approx \frac{1}{r_{i,j-\frac{1}{2},k} \sin \vartheta_{i,j,k-\frac{1}{2}}} \frac{V_{i,j,k} - V_{i,j,k-1}}{\varphi_{i,j,k} - \varphi_{i,j,k-1}} \hat{i}_\varphi$$

[2.109]

Επομένως η σχέση, [2.92] με αντικατάσταση των προηγούμενων τύπων, γίνεται:

$$\begin{aligned} \rho_{ijk} \Delta V_{ijk} = & \sigma_{i+\frac{1}{2},j,k} \frac{V_{i+1,j,k} - V_{ijk}}{r_{i+1,j,k} - r_{ijk}} \Delta S_1^{ijk} - \sigma_{i-\frac{1}{2},j,k} \frac{V_{ijk} - V_{i-1,j,k}}{r_{ijk} - r_{i-1,j,k}} \Delta S_6^{ijk} \\ & + \sigma_{i,j+\frac{1}{2},k} \frac{V_{i,j+1,k} - V_{ijk}}{\vartheta_{i,j+1,k} - \vartheta_{ijk}} \frac{1}{r_{ijk}} \Delta S_2^{ijk} - \sigma_{i,j-\frac{1}{2},k} \frac{V_{ijk} - V_{i,j-1,k}}{\vartheta_{ijk} - \vartheta_{i,j-1,k}} \frac{1}{r_{ijk}} \Delta S_4^{ijk} \\ & + \sigma_{i,j,k+\frac{1}{2}} \frac{V_{i,j,k+1} - V_{ijk}}{\varphi_{i,j,k+1} - \varphi_{ijk}} \frac{1}{r_{ijk} \sin \vartheta_{ijk}} \Delta S_3^{ijk} - \sigma_{i,j,k-\frac{1}{2}} \frac{V_{ijk} - V_{i,j,k-1}}{\varphi_{ijk} - \varphi_{i,j,k-1}} \frac{1}{r_{ijk} \sin \vartheta_{ijk}} \Delta S_5^{ijk} \end{aligned}$$

[2.110]

Θέτοντας τις εξής παραμέτρους:

$$\begin{aligned} \Delta r_{ijk}^+ &= r_{i+1,j,k} - r_{ijk}, & \Delta r_{ijk}^- &= r_{ijk} - r_{i-1,j,k}, & \Delta \vartheta_{ijk}^+ &= \vartheta_{i,j+1,k} - \vartheta_{ijk}, & \Delta \vartheta_{ijk}^- &= \vartheta_{ijk} - \vartheta_{i,j-1,k}, \\ \Delta \varphi_{ijk}^+ &= \varphi_{i,j,k+1} - \varphi_{ijk}, & \Delta \varphi_{ijk}^- &= \varphi_{ijk} - \varphi_{i,j,k-1} \end{aligned}$$

καθώς επίσης και τις:

$$\begin{aligned} S_{(ijk)-(i+1,j,k)} &= \frac{\sigma_{i+\frac{1}{2},j,k} \Delta S_1^{ijk}}{\Delta V_{ijk} \Delta r_{ijk}^+} & S_{(ijk)-(i-1,j,k)} &= \frac{\sigma_{i-\frac{1}{2},j,k} \Delta S_6^{ijk}}{\Delta V_{ijk} \Delta r_{ijk}^-} \\ S_{(ijk)-(i,j+1,k)} &= \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k} \Delta S_2^{ijk}}{\Delta V_{ijk} r_{ijk} \Delta \vartheta_{ijk}^+} & S_{(ijk)-(i,j-1,k)} &= \frac{\sigma_{i,j-\frac{1}{2},k} \Delta S_4^{ijk}}{\Delta V_{ijk} r_{ijk} \Delta \vartheta_{ijk}^-} \\ S_{(ijk)-(i,j,k+1)} &= \frac{\sigma_{i,j,k+\frac{1}{2}} \Delta S_3^{ijk}}{\Delta V_{ijk} r_{ijk} \sin \vartheta_{ijk} \Delta \varphi_{ijk}^+} & S_{(ijk)-(i,j,k-1)} &= \frac{\sigma_{i,j,k-\frac{1}{2}} \Delta S_5^{ijk}}{\Delta V_{ijk} r_{ijk} \sin \vartheta_{ijk} \Delta \varphi_{ijk}^-} \end{aligned}$$

$$S_{(ijk)-(ijk)} = -\left(S_{(ijk)-(i+1,j,k)} + S_{(ijk)-(i-1,j,k)} + S_{(ijk)-(i,j+1,k)} + S_{(ijk)-(i,j-1,k)} + S_{(ijk)-(i,j,k+1)} + S_{(ijk)-(i,j,k-1)} \right)$$

[2.111]

έχουμε την τελική μορφή της εξίσωσης, η οποία μας επιτρέπει να εκφράσουμε το προς επίλυση σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων σε μητρική μορφή. Αναλυτικότερα, η σχέση από την οποία προκύπτει η ρευματική πυκνότητα στο κέντρο του voxel (ijk),

σαν συνάρτηση των τιμών του δυναμικού στο ίδιο σημείο καθώς και στα κέντρα όλων των γειτονικών του, είναι:

$$\begin{aligned} \rho_{ijk} = & V_{ijk} S_{(ijk)-(ijk)} + V_{i+1,j,k} S_{(ijk)-(i+1,j,k)} + V_{i-1,j,k} S_{(ijk)-(i-1,j,k)} + V_{i,j+1,k} S_{(ijk)-(i,j+1,k)} \\ & + V_{i,j-1,k} S_{(ijk)-(i,j-1,k)} + V_{i,j,k+1} S_{(ijk)-(i,j,k+1)} + V_{i,j,k-1} S_{(ijk)-(i,j,k-1)} \end{aligned} \quad [2.112]$$

Για λόγους πληρότητας, αλλά και πρακτικούς λόγους όπως θα δούμε, είναι προτιμότερο να εκφράσουμε την πυκνότητα ρεύματος ως άθροισμα $N \times M \times K$ όρων. Κάθε όρος αντιστοιχεί σε ένα στοιχείο όγκου του χώρου του προβλήματος. Οι συντελεστές των όρων αυτών είναι μη μηδενικοί μόνο στην περίπτωση που αντιστοιχούν σε voxel γειτονικό ως προς το (ijk) . Μετά από αυτή την παραδοχή, η πυκνότητα ρεύματος στο κέντρο ενός τυχαίου voxel (ijk) δίνεται από τη σχέση:

$$\rho_{ijk} = \sum_{i'=1}^N \sum_{j'=1}^M \sum_{k'=1}^K S_{(ijk)-(i'j'k')} V_{(i'j'k')} \quad [2.113]$$

Εφαρμογή οριακών συνθηκών

Προκειμένου να διατηρείται η κάθετη συνιστώσα της πυκνότητας ροής ηλεκτρικού ρεύματος στις διαχωριστικές επιφάνειες δύο περιοχών με διαφορετική αγωγιμότητα, θα θεωρήσουμε, ότι στις επιφάνειες αυτές η αγωγιμότητα παίρνει μια «ενεργό» τιμή, η οποία εξαρτάται από τις τιμές της αγωγιμότητας στις δύο αυτές περιοχές καθώς και από τις διαστάσεις των δύο γειτονικών voxel. [Eshel et al., 1995]

Έστω ότι έχουμε δύο voxel γειτονικά ως προς την r διεύθυνση, συγκεκριμένα το voxel (ijk) και το voxel $(i+1,j,k)$. Η κοινή τους επιφάνεια είναι η S_1 για το (ijk) και η S_6 για το $(i+1,j,k)$. Από την εξίσωση της συνέχειας της κάθετης συνιστώσας της πυκνότητας ροής ηλεκτρικού ρεύματος στην κοινή επιφάνεια των δύο voxel έχουμε:

$$\sigma \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^- = \sigma \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^+ \quad [2.114]$$

όπου με $(-)$ θεωρούμε την τιμή του μεγέθους υπολογισμένη λίγο κάτω από την κοινή επιφάνεια, δηλαδή μέσα στο voxel (ijk) , ενώ με $(+)$ θεωρούμε ότι βρισκόμαστε λίγο πάνω από την επιφάνεια, άρα μέσα στο voxel $(i+1,j,k)$. Η προηγούμενη σχέση, προσεγγίζοντας την κλίση με πεπερασμένες διαφορές, όπως και προηγουμένως, γίνεται:

$$\sigma_{ijk} \frac{V_{i+\frac{1}{2},j,k}^- - V_{ijk}}{r_{i+\frac{1}{2},j,k} - r_{ijk}} = \sigma_{i+1,j,k} \frac{V_{i+1,j,k} - V_{i+\frac{1}{2},j,k}^+}{r_{i+1,j,k} - r_{i+\frac{1}{2},j,k}} \quad [2.115]$$

Εξάλλου, από τη συνέχεια του δυναμικού πάνω στην κοινή επιφάνεια των δύο voxel, έχουμε:

$$V_{i+\frac{1}{2},j,k}^- = V_{i+\frac{1}{2},j,k}^+ = V_{i+\frac{1}{2},j,k} \quad [2.116]$$

Και αντικαθιστώντας την προηγούμενη στη σχέση [2.115], βρίσκουμε την τιμή του δυναμικού στη διαχωριστική επιφάνεια:

$$V_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{\sigma_{i+1,j,k} V_{i+1,j,k} \left(r_{i+\frac{1}{2},j,k} - r_{ijk} \right) + \sigma_{ijk} V_{ijk} \left(r_{i+1,j,k} - r_{i+\frac{1}{2},j,k} \right)}{\sigma_{ijk} \left(r_{i+1,j,k} - r_{i+\frac{1}{2},j,k} \right) + \sigma_{i+1,j,k} \left(r_{i+\frac{1}{2},j,k} - r_{ijk} \right)} \quad [2.117]$$

Τελικά η κάθετη συνιστώσα της πυκνότητας ροής γίνεται:

$$\begin{aligned} \sigma \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \frac{\sigma_{ijk}}{r_{i+\frac{1}{2},j,k} - r_{ijk}} \left[\frac{\sigma_{i+1,j,k} V_{i+1,j,k} \left(r_{i+\frac{1}{2},j,k} - r_{ijk} \right) + \sigma_{ijk} V_{ijk} \left(r_{i+1,j,k} - r_{i+\frac{1}{2},j,k} \right)}{\sigma_{ijk} \left(r_{i+1,j,k} - r_{i+\frac{1}{2},j,k} \right) + \sigma_{i+1,j,k} \left(r_{i+\frac{1}{2},j,k} - r_{ijk} \right)} - V_{ijk} \right] \\ &= \frac{V_{i+1,j,k} - V_{ijk}}{r_{i+1,j,k} - r_{ijk}} \cdot \frac{\sigma_{ijk} \sigma_{i+1,j,k} (r_{i+1,j,k} - r_{ijk})}{\underbrace{\sigma_{ijk} \left(r_{i+1,j,k} - r_{i+\frac{1}{2},j,k} \right) + \sigma_{i+1,j,k} \left(r_{i+\frac{1}{2},j,k} - r_{ijk} \right)}_{\sigma_{\text{eff}}}} \end{aligned} \quad [2.118]$$

Όπως εύκολα διαπιστώνουμε από την τελική μορφή της πυκνότητας ροής, στην περίπτωση που θέλουμε να την υπολογίσουμε πάνω στην κοινή επιφάνεια δύο voxel, που ανήκουν σε περιοχές με διαφορετική αγωγιμότητα, αρκεί να αντικαταστήσουμε την τιμή $\sigma_{i+1/2,j,k}$ με την ενεργό τιμή που δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{\sigma_{ijk} \sigma_{i+1,j,k} (r_{i+1,j,k} - r_{ijk})}{\sigma_{ijk} \left(r_{i+1,j,k} - r_{i+\frac{1}{2},j,k} \right) + \sigma_{i+1,j,k} \left(r_{i+\frac{1}{2},j,k} - r_{ijk} \right)} \quad [2.119]$$

Με τον τρόπο αυτό διατηρείται η ίδια μορφή στις τελικές εξισώσεις του προβλήματος και επιπλέον ικανοποιούνται οι οριακές συνθήκες στις διαχωριστικές επιφάνειες.

Έστω ότι έχουμε δύο voxel γειτονικά ως προς τη θ διεύθυνση, το (ijk) και το (i,j+1,k) voxel. Η κοινή τους επιφάνεια είναι η S_2 του voxel (ijk) και η S_4 του (i,j+1,k). Η διατήρηση της κάθετης συνιστώσας της πυκνότητας ροής στην κοινή τους επιφάνεια γράφεται:

$$\sigma \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \vartheta} \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^- = \sigma \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \vartheta} \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^+ \quad [2.120]$$

Γράφουμε την κλίση με τη βοήθεια πεπερασμένων διαφορών οπότε η προηγούμενη συνθήκη προσεγγίζεται ως εξής:

$$\sigma_{ijk} \frac{1}{r_{i,j+\frac{1}{2},k}} \frac{V_{i,j+\frac{1}{2},k}^- - V_{ijk}}{\vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} - \vartheta_{ijk}} = \sigma_{i,j+1,k} \frac{1}{r_{i,j+\frac{1}{2},k}} \frac{V_{i+1,j,k} - V_{i,j+\frac{1}{2},k}^+}{\vartheta_{i,j+1,k} - \vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k}} \quad [2.121]$$

Η συνέχεια του δυναμικού στην κοινή επιφάνεια των δύο voxel επιβάλλει:

$$V_{i,j+\frac{1}{2},k}^- = V_{i,j+\frac{1}{2},k}^+ = V_{i,j+\frac{1}{2},k} \quad [2.122]$$

Οπότε, η τιμή του δυναμικού πάνω στη διαχωριστική επιφάνεια βρίσκεται:

$$V_{i,j+\frac{1}{2},k} = \frac{\sigma_{ijk} \left(\vartheta_{i,j+1,k} - \vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} \right) V_{ijk} + \sigma_{i,j+1,k} \left(\vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} - \vartheta_{ijk} \right) V_{i,j+1,k}}{\sigma_{ijk} \left(\vartheta_{i,j+1,k} - \vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} \right) + \sigma_{i,j+1,k} \left(\vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} - \vartheta_{ijk} \right)} \quad [2.123]$$

Αντικαθιστώντας την προηγούμενη στο δεύτερο μέλος της σχέσης [2.120], έχουμε την τιμή της πυκνότητας ηλεκτρικής ροής στην επιφάνεια (i,j+1/2,k):

$$\begin{aligned}
\sigma \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \vartheta} \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k} &= \frac{\sigma_{ijk}}{r_{i,j+\frac{1}{2},k} \left(\vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} - \vartheta_{ijk} \right)} \\
&= \frac{\left[\frac{\sigma_{ijk} \left(\vartheta_{i,j+1,k} - \vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} \right) V_{ijk} + \sigma_{i,j+1,k} \left(\vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} - \vartheta_{ijk} \right) V_{i,j+1,k}}{\sigma_{ijk} \left(\vartheta_{i,j+1,k} - \vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} \right) + \sigma_{i,j+1,k} \left(\vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} - \vartheta_{ijk} \right)} - V_{ijk} \right]}{\frac{V_{i,j+1,k} - V_{ijk}}{\vartheta_{i,j+1,k} - \vartheta_{ijk}} \frac{1}{r_{i,j+\frac{1}{2},k}} \frac{\sigma_{ijk} \sigma_{i,j+1,k} \left(\vartheta_{i,j+1,k} - \vartheta_{ijk} \right)}{\sigma_{\text{eff}}}} \quad [2.124] \\
&= \frac{V_{i,j+1,k} - V_{ijk}}{\vartheta_{i,j+1,k} - \vartheta_{ijk}} \frac{1}{r_{i,j+\frac{1}{2},k}} \frac{\sigma_{ijk} \sigma_{i,j+1,k} \left(\vartheta_{i,j+1,k} - \vartheta_{ijk} \right)}{\sigma_{\text{eff}}}
\end{aligned}$$

Για την περίπτωση, λοιπόν, των δύο voxel τα οποία συνορεύουν ως προς την θ διεύθυνση και αντιπροσωπεύουν ιστούς διαφορετικής αγωγιμότητας, προκειμένου να διατηρείται η πυκνότητα ηλεκτρικής ροής μέσω της κοινής τους επιφάνειας είναι απαραίτητο να αντικαταστήσουμε την τιμή της αγωγιμότητας στο σημείο αυτό με την ενεργό της τιμή που δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{\sigma_{ijk} \sigma_{i,j+1,k} \left(\vartheta_{i,j+1,k} - \vartheta_{ijk} \right)}{\sigma_{ijk} \left(\vartheta_{i,j+1,k} - \vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} \right) + \sigma_{i,j+1,k} \left(\vartheta_{i,j+\frac{1}{2},k} - \vartheta_{ijk} \right)} \quad [2.125]$$

Έστω ότι δύο voxel, το (ijk) και το $(i,j,k+1)$ συνορεύουν ως προς τη φ διεύθυνση. Η κοινή τους επιφάνεια είναι η S_3 για το voxel (ijk) και η S_5 για το $(i,j,k+1)$. Εφαρμόζουμε πάλι την οριακή συνθήκη για την κοινή τους επιφάνεια:

$$\sigma \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^- = \sigma \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^+ \quad [2.126]$$

Η προσέγγιση της κλίσης με πεπερασμένες διαφορές δίνει:

$$\frac{\sigma_{ijk}}{r_{i,j,k+\frac{1}{2}} \sin \vartheta} \frac{V_{i,j,k+\frac{1}{2}}^- - V_{ijk}}{\varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \varphi_{ijk}} = \frac{\sigma_{i,j,k+1}}{r_{i,j,k+\frac{1}{2}} \sin \vartheta} \frac{V_{i,j,k+1} - V_{i,j,k+\frac{1}{2}}^+}{\varphi_{i,j,k+1} - \varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}}} \quad [2.127]$$

Εξάλλου, σύμφωνα με την αρχή της συνέχειας του δυναμικού, πρέπει να ισχύει:

$$V_{i,j,k+\frac{1}{2}}^- = V_{i,j,k+\frac{1}{2}}^+ = V_{i,j,k+\frac{1}{2}} \quad [2.128]$$

Η τιμή του δυναμικού στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο voxel είναι:

$$V_{i,j,k+\frac{1}{2}} = \frac{\sigma_{ijk} \left(\varphi_{i,j,k+1} - \varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}} \right) V_{ijk} + \sigma_{i,j,k+1} \left(\varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \varphi_{ijk} \right) V_{i,j,k+1}}{\sigma_{ijk} \left(\varphi_{i,j,k+1} - \varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}} \right) + \sigma_{i,j,k+1} \left(\varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \varphi_{ijk} \right)} \quad [2.129]$$

Υπολογίζουμε πάλι την τιμή της κάθετης συνιστώσας της πυκνότητας ροής και μετά από πράξεις καταλήγουμε:

$$\sigma \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{r_{i,j,k+\frac{1}{2}} \sin \vartheta} \frac{V_{i,j,k+1} - V_{ijk}}{\varphi_{i,j,k+1} - \varphi_{ijk}} \cdot \frac{\sigma_{ijk} \sigma_{i,j,k+1} (\varphi_{i,j,k+1} - \varphi_{ijk})}{\sigma_{ijk} \left(\varphi_{i,j,k+1} - \varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}} \right) + \sigma_{i,j,k+1} \left(\varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \varphi_{ijk} \right)} \quad [2.130]$$

Όταν το voxel που εξετάζουμε βρίσκεται σε περιοχή διαφορετικής αγωγιμότητας ως προς το επόμενο voxel κατά τη φ διεύθυνση, τότε για να διατηρείται η πυκνότητα ροής στην κοινή τους επιφάνεια, αρκεί να χρησιμοποιήσουμε την ενεργό τιμή της αγωγιμότητας για το σημείο αυτό, η οποία δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{\sigma_{ijk} \sigma_{i,j,k+1} (\varphi_{i,j,k+1} - \varphi_{ijk})}{\sigma_{ijk} \left(\varphi_{i,j,k+1} - \varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}} \right) + \sigma_{i,j,k+1} \left(\varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \varphi_{ijk} \right)} \quad [2.131]$$

Στην περίπτωση που το voxel (ijk) συνορεύει κατά την r διεύθυνση με την εξωτερική επιφάνεια του δέρματος, άρα και με τον εξωτερικό χώρο, στον οποίο θεωρούμε ότι η αγωγιμότητα είναι μηδενική, η πυκνότητα ροής ρεύματος γίνεται:

$$\sigma \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k} = 0 \Leftrightarrow \frac{V_{i+\frac{1}{2},j,k} - V_{ijk}}{r_{i+\frac{1}{2},j,k} - r_{ijk}} = 0 \Leftrightarrow V_{i+\frac{1}{2},j,k} = V_{ijk} \quad [2.132]$$

Ομοίως, για τις άλλες δύο διευθύνσεις θ και φ, προκύπτουν οι εξισώσεις $V_{i,j+\frac{1}{2},k} = V_{ijk}$ και $V_{i,j,k+\frac{1}{2}} = V_{ijk}$, αντίστοιχα. Ξεκινώντας, λοιπόν από την παραδοχή ότι

δεν υπάρχει διαρροή ρεύματος προς το εξωτερικό περιβάλλον, καταλήξαμε στην προηγούμενη εξίσωση, σύμφωνα με την οποία το δυναμικό στα κέντρα των voxel της

εξωτερικής επιφάνειας είναι ίδιο με το δυναμικό στο κέντρο της εξωτερικής επιφάνειας. Οι συγκεκριμένες αυτές τιμές δυναμικού, είτε είναι γνωστές, στην περίπτωση που το voxel βρίσκεται σε σημείο που τοποθετείται ηλεκτρόδιο, ή είναι άγνωστες, οπότε αντιμετωπίζονται όπως και οι τιμές δυναμικού του υπόλοιπου χώρου του προβλήματος.

Η σχέση [2.113] μπορεί να γραφεί στην εξής μορφή:

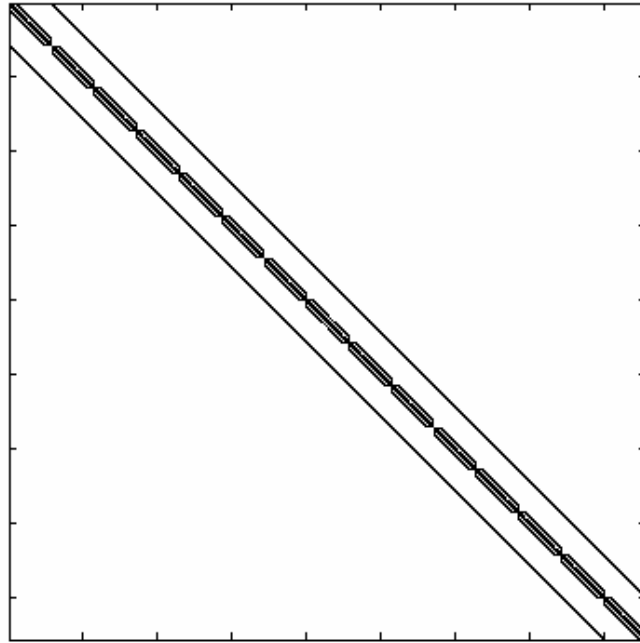
$$\rho_{ijk} = [S_{(ijk)-(111)} \quad S_{(ijk)-(112)} \quad \dots \quad S_{(ijk)-(ijk)} \quad \dots \quad S_{(ijk)-(NMK)}] \cdot \begin{bmatrix} V_{(111)} \\ V_{(112)} \\ \mathbf{M} \\ V_{(ijk)} \\ \mathbf{M} \\ V_{(NMK)} \end{bmatrix} \quad [2.133]$$

Εφαρμόζουμε τη σχέση [2.133] για καθένα από τα $N \times M \times K$ voxel, αντικαθιστώντας την αγωγιμότητα σ με την ενεργό της τιμή σ_{eff} , όπου αυτό είναι αναγκαίο και καταλήγουμε τελικά σε ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων, το οποίο γράφεται σε μητρική μορφή:

$$[\rho] = [S][V] \quad [2.134]$$

Για τα μεγέθη που σχετίζονται στην προηγούμενη εξίσωση ισχύουν:

$[\rho]$: είναι ένα διάνυσμα μήκους $N \times M \times K$, που περιέχει την τιμή της ρευματικής πυκνότητας στο κέντρο καθενός από τα $N \times M \times K$ voxel του προβλήματος. Σημειώνουμε ότι στο πρόβλημα υπολογισμού των ενδοκρανιακών πηγών, το ζητούμενο είναι να υπολογίσουμε την τιμή της πυκνότητας ρεύματος σε ένα υποσύνολο των $N \times M \times K$ σημείων, αν και αρχικά όλα τα στοιχεία του $[\rho]$ είναι άγνωστα. Το υποσύνολο αυτό των σημείων συνιστά την περιοχή εκείνη του εγκεφάλου, όπου σύμφωνα με νευροφυσιολογικά δεδομένα αναμένεται να υπάρξει νευρωνική δραστηριότητα. Για παράδειγμα voxels, που ανήκουν σε περιοχές του κρανίου, του δέρματος ή του εγκεφαλονωτιαίου υγρού, καθώς και αρκετά μεγάλο τμήματος του εγκεφάλου (λευκή ουσία), δεν περιλαμβάνονται στην περιοχή αναζήτησης πηγών.



Σχήμα 2.9: Η μορφή της μήτρας S (τριδιαγώνια με κροσσούς). Η μήτρα έχει διαγώνια τμήματα (blocks), τα οποία είναι επίσης τριδιαγώνια, ενώ άνω και κάτω της διαγωνίου έχει διαγώνια τμήματα. Όλα τα στοιχεία της μήτρας που δεν απεικονίζονται είναι μηδενικά.

$[S]$: είναι μια τετραγωνική μήτρα διαστάσεων $(N \times M \times K) \times (N \times M \times K)$, η οποία εξαρτάται από τη γεωμετρία και τις ηλεκτρικές ιδιότητες του μοντέλου που χρησιμοποιούμε για την προσομοίωση του κεφαλιού. Επομένως, κάθε στοιχείο της μήτρας αυτής αντιστοιχεί σε ένα ζεύγος δύο οποιωνδήποτε voxel και, ανάλογα με την θέση του, υπολογίζεται από τους τύπους [2.111]. Όπως φαίνεται από τους τύπους αυτούς, όλα τα μη μηδενικά στοιχεία είναι θετικά, εκτός από τα στοιχεία της κύριας διαγωνίου, που συμβολίζονται με $S_{(ijk)-(ijk)}$, τα οποία είναι αρνητικά και κατ' απόλυτη τιμή αρκετά μεγαλύτερα. Η μήτρα λοιπόν, που θα προκύψει από τις εξισώσεις [2.111] έχει αρκετά ισχυρή διαγώνιο (diagonally dominant matrix) και μηδενικό άθροισμα στοιχείων κάθε γραμμής. Εξάλλου, η μήτρα $[S]$ είναι συμμετρική, αφού το τυχαίο στοιχείο $S_{(ijk)-(i'j'k')}$ είναι ίδιο με το $S_{(i'j'k')-(ijk)}$ και πολύ αραιή, καθώς όλα τα στοιχεία που αναφέρονται σε μη γειτονικά voxel είναι μηδενικά. Αυτή η αραιή μορφή της μήτρας πρέπει να ληφθεί υπ' όψη κατά την διαδικασία επίλυσης του γραμμικού συστήματος [2.134], αφού η αποθήκευση ολόκληρης της μήτρας μπορεί να είναι αδύνατη, ιδιαίτερα στην περίπτωση που το σύστημα αναφέρεται σε γεωμετρία πραγματικού κεφαλιού. Τέτοιου είδους μήτρες (Σχήμα 2.9) αναφέρονται στην

βιβλιογραφία ως τρισδιαγώνιες με κροσσούς [Press et al., ch. 19.0] και εμφανίζονται συχνά σε προβλήματα συνοριακών τιμών που λύνονται με τεχνικές πεπερασμένων διαφορών.

Είδαμε λοιπόν πώς μπορούμε να καταλήξουμε σε ένα μεγάλο αλλά εξαιρετικά αραιό σύστημα γραμμικών εξισώσεων, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή τόσο του ευθέος όσο και του αντιστρόφου προβλήματος. Συγκεκριμένα για την επίλυση του ευθέος προβλήματος, οι μήτρες $[\rho]$ και $[S]$ είναι γνωστές, ενώ ζητείται η $[V]$. Στην επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος, γνωρίζουμε τη μήτρα $[S]$, μέρος της μήτρας $[V]$, ενώ ζητείται η $[\rho]$. Πιο αναλυτικά, ο συνολικός χώρος του προβλήματος μπορεί να διαιρεθεί σε τρεις περιοχές:

Περιοχή Ηλεκτροδίων (E: electrodes): Περιλαμβάνει εκείνα τα voxel της εξωτερικής επιφάνειας του δέρματος όπου τοποθετούνται τα ηλεκτρόδια. Το πλήθος των voxels της περιοχής αυτής, έστω N_E , καθορίζει και τον αριθμό των γνωστών παραμέτρων του προβλήματος.

Περιοχή Κενού (V: void): Περιλαμβάνει τα voxel της εξωτερικής επιφάνειας όπου δεν τοποθετούνται ηλεκτρόδια, όλη την περιοχή του κρανίου και του εγκεφαλονωτιαίου υγρού, καθώς και εκείνα τα voxel της περιοχής του εγκεφάλου όπου δεν αναζητούμε πηγές. Ορίζουμε το πλήθος τους ως N_V .

Περιοχή Πηγών (S: sources): Περιλαμβάνει εκείνα τα voxel, στο κέντρο των οποίων αναζητούμε πηγές. Ανάλογα με την τοποθέτηση του προβλήματος αντιστροφής, η περιοχή αυτή συνήθως αποτελεί μέρος του φλοιού, ή και άλλης περιοχής του εγκεφάλου, αν υπάρχουν ανάλογες ενδείξεις από νευροφυσιολογικά δεδομένα. Το πλήθος τους, που καθορίζει τον αριθμό των αγνώστων του προβλήματος, θα το ονομάσουμε N_S . Είναι φανερό ότι πρέπει να ισχύει: $N_E + N_V + N_S = (N \times M \times K)$.

Με βάση τον προηγούμενο διαχωρισμό, οι $[\rho]$ και $[V]$ αναλύονται σε τρεις υπομήτρες, μία για κάθε περιοχή και η $[S]$, αντίστοιχα, σε εννέα υπομήτρες. Αναδιατάσσουμε τα στοιχεία όλων των μήτρων έτσι ώστε να δίνονται από τους τύπους:

$$[\rho] = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix}, [S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \text{ και } [V] = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix},$$

όπου οι δείκτες 1,2 και 3 αντιστοιχούν στις περιοχές E, V και S αντίστοιχα. Τελικά, η μητρική εξίσωση [2.134] γράφεται:

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad [2.135]$$

Για την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος, καταρχήν άγνωστοι είναι οι ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 , αλλά επίσης και οι V_2 , V_3 . Για τον υπολογισμό, επομένως, των άγνωστων πηγών προαπαιτείται η γνώση των τιμών του δυναμικού σε όλα τα voxel του προβλήματος και όχι μόνο στα σημεία των ηλεκτροδίων. Το πρόβλημα υπολογισμού των άγνωστων τιμών δυναμικού από τις γνωστές τιμές, όπως προκύπτουν από τις μετρήσεις των ηλεκτροδίων, είναι υποκαθορισμένο (underdetermined problem), καθώς στην πλειονότητα των περιπτώσεων το πλήθος των αγνώστων είναι πολλαπλάσιο του πλήθους των γνωστών. Για να προχωρήσουμε στη επίλυση θα περιορίσουμε το χώρο όπου αναζητούμε πηγές, μηδενίζοντας στοιχεία της μήτρας $[P]$ στην εξίσωση [2.135]. Αμέσως παρακάτω θα αναφερθούμε στη διαδικασία αυτή αναλυτικότερα.

Όπως προαναφέρθηκε, η μοναδική περιοχή όπου αναμένουμε μη μηδενική τιμή ρευματικής πυκνότητας, δηλαδή ένδειξη ηλεκτρικής εγκεφαλικής δραστηριότητας, είναι η Περιοχή Πηγών (ή Περιοχή 3). Επομένως, είναι απαραίτητο να θέσουμε εκ των προτέρων την τιμή των στοιχείων των ρ_1 και ρ_2 ίση με μηδέν. Υπενθυμίζουμε, ότι ο μηδενισμός των τιμών της ρευματικής πυκνότητας στις Περιοχές 1 και 2 προέκυψε ως απαραίτητη προϋπόθεση για την επίτευξη λύσης και στην περίπτωση της αναλυτικής περιγραφής του προβλήματος (Κεφάλαιο 2.1). Επομένως, ο περιορισμός αυτός δεν εμφανίστηκε με τη διακριτοποίηση του χώρου του προβλήματος, αλλά στηρίζεται στην ηλεκτροφυσιολογία του ανθρώπινου κεφαλιού. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, προκειμένου να βρεθεί η σωστή (σύμφωνα με τα νευροφυσιολογικά δεδομένα) λύση, απαιτείται να περιορίσουμε καταλλήλως την περιοχή αναζήτησης πηγών, «εξαναγκάζοντας» τον αλγόριθμο να μηδενίσει την τιμή της ρευματικής πυκνότητας στον υπόλοιπο χώρο. Σε αντίθετη περίπτωση, η λύση που θα προκύψει ενδεχομένως να μην έχει κανένα φυσιολογικό νόημα, παρά το γεγονός ότι η κατανομή δυναμικού που προκαλεί η υπολογισμένη ρευματική πυκνότητα μπορεί να προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό την μετρούμενη από τα ηλεκτρόδια τιμή.

Για να υπολογίσουμε, λοιπόν, τις τιμές δυναμικού των Περιοχών 2 και 3, η εξίσωση [2.135] γίνεται:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\rho}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} & \mathbf{S}_{13} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} & \mathbf{S}_{23} \\ \mathbf{S}_{31} & \mathbf{S}_{32} & \mathbf{S}_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \end{bmatrix} \quad [2.136]$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{12} & \mathbf{S}_{13} \\ \mathbf{S}_{22} & \mathbf{S}_{23} \\ \mathbf{S}_{32} & \mathbf{S}_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} \\ \mathbf{S}_{21} \\ \mathbf{S}_{31} \end{bmatrix} \mathbf{V}_1 \quad [2.137]$$

Η εξίσωση [2.137] είναι της μορφής $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, όπου \mathbf{A} είναι μήτρα $(N_E + N_V) \times (N_V + N_S)$ και \mathbf{x} και \mathbf{b} διανύσματα μήκους $(N_V + N_S)$ και $(N_E + N_V)$ αντίστοιχα. Η μήτρα, \mathbf{A} αν και εξακολουθεί να διατηρεί την πολύ αραιή μορφή της $[\mathbf{S}]$, εντούτοις έχασε την προηγούμενη δομή της (Σχήμα 2.9), γεγονός που δυσχεραίνει την επίλυση της εξίσωσης [2.137]. Ανάλογα με την Περιοχή Πηγών που επιλέγεται, η μήτρα αυτή μπορεί να έχει διάφορες διαστάσεις. Συνήθως δε είναι μη τετραγωνική, αφού το πλήθος των γνωστών παραμέτρων, δηλαδή οι μετρούμενες τιμές δυναμικού, είναι μικρότερο από το πλήθος των αγνώστων, που είναι οι τιμές της πυκνότητας ρεύματος στα κέντρα των voxel της Περιοχής 3 ($N_E < N_S$). Στη βιβλιογραφία έχουν αναφερθεί διάφορες μέθοδοι επίλυσης μεγάλων, αραιών γραμμικών συστημάτων [Press et al., 1988, ch.2], οι οποίες διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες, τις ευθείες μεθόδους επίλυσης και τις επαναληπτικές. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι αλγόριθμοι που επιλύουν την εξίσωση [2.137] υπολογίζοντας, ή εκτιμώντας την ψευδοαντίστροφη μήτρα \mathbf{A}^+ . Οι αλγόριθμοι της δεύτερης κατηγορίας στοχεύουν στον απευθείας υπολογισμό εκείνης της τιμής του \mathbf{x} που ικανοποιεί καλύτερα την εξίσωση [2.137], χωρίς να προηγείται ο υπολογισμός της \mathbf{A}^+ . Τέλος, αφού από την [2.137] βρεθούν οι $\begin{bmatrix} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \end{bmatrix}$, οι ζητούμενες τιμές της ρευματικής πυκνότητας της Περιοχής 3, δίνονται από την εξίσωση:

$$\boldsymbol{\rho}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{31} & \mathbf{S}_{32} & \mathbf{S}_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \end{bmatrix} \quad [2.138]$$

Επίλυση της γραμμικής εξίσωσης με χρήση τεχνικών Conjugate Gradient.

Όπως αναφέρθηκε εν συντομία και παραπάνω, για την επίλυση του προηγούμενου συστήματος έχουν χρησιμοποιηθεί δύο ειδών τεχνικές, ανάλογα με τις ιδιότητες της μήτρας \mathbf{A} . Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι σε προβλήματα ευθέως και αντιστρόφου ΗΕΓ συχνά η μήτρα \mathbf{A} έχει πολύ υψηλό αριθμό κατάστασης⁴. Στην περίπτωση της ΗΕΓ το ισχυρότερο σφάλμα οφείλεται σε λανθασμένη εκτίμηση της τιμής του δυναμικού στα ηλεκτρόδια λόγω θορύβου στο εργαστήριο όπου γίνονται οι καταγραφές. Όταν λοιπόν χρειαζόμαστε να υπολογίσουμε την ψευδοαντίστροφο της μήτρας \mathbf{A} , έχουμε πρόβλημα «ασθενώς τοποθετημένο» ή «ασθενούς κατάστασης» (ill posed / ill conditioned). Οι μέθοδοι εκτίμησης της ψευδοαντιστρόφου μήτρας (όπως η Ανάλυση Ιδιαζουσών Τιμών – Singular Value Decomposition) έχουν το εξής πλεονέκτημα: από τη στιγμή που έχει υπολογιστεί η αντίστροφη μήτρα \mathbf{A}^+ , το διάνυσμα \mathbf{x} , που μεταβάλλεται με το χρόνο, υπολογίζεται κάθε φορά με απλή πολλαπλασιαστική πράξη. Αντίθετα, οι επαναληπτικές μέθοδοι, όπως η μέθοδος Συζυγών Κλίσεων (Conjugate Gradient – CG) και οι Τεχνικές Αλγεβρικής Αντιστροφής (Algebraic Reconstruction Technique – ART) υπολογίζουν απευθείας το άγνωστο διάνυσμα, επομένως επαναλαμβάνονται για κάθε χρονική στιγμή. Ωστόσο, οι τεχνικές εκτίμησης ψευδοαντιστρόφου μήτρας απαιτούν εξαιρετικά μεγάλα ποσά υπολογιστικής μνήμης (ακόμα και στην περίπτωση αραιών μήτρων) και, σε συστήματα με μεγάλο αριθμό εξισώσεων και αγνώστων, η υλοποίησή τους καθίσταται δύσκολη ή και αδύνατη. Εξάλλου, νεώτερες συγκριτικές μελέτες μεταξύ διαφόρων τεχνικών επίλυσης, κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι μεγάλου μεγέθους συστήματα γραμμικών εξισώσεων που προέρχονται από ασθενώς τοποθετημένα προβλήματα, επιλύονται ακριβέστερα και ευκολότερα με επαναληπτικές τεχνικές [Gaudette et al., 2000], [Mohr and Vanrumste, 2002]. Για την επίλυση του συστήματος επιλέξαμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο CG, με εφαρμογή τεχνικών κανονικοποίησης.

⁴ Ορίζουμε ως αριθμό κατάστασης μιας μήτρας το λόγο της μεγαλύτερης ιδιάζουσας τιμής (singular value) προς τη μικρότερη. Ο αριθμός κατάστασης είναι ένας δείκτης της ευαισθησίας της λύσης ενός συστήματος γραμμικών εξισώσεων σε σφάλματα (οφειλόμενα σε θόρυβο στις τιμές των συντελεστών των εξισώσεων, σε σφάλματα αριθμητικών προσεγγίσεων των μεθόδων επίλυσης και στην πεπερασμένη ακρίβεια των πράξεων κινητής υποδιαστολής σε Η/Υ) και συνακόλουθα της ακρίβειας των αποτελεσμάτων που προκύπτουν.

Η μέθοδος CG αρχικά χρησιμοποιήθηκε για γραμμικά συστήματα των οποίων η μήτρα είναι συμμετρική και θετικά ορισμένη. Σε περίπτωση που η προηγούμενη συνθήκη δεν ικανοποιείται, τότε η λύση του προβλήματος ελαχίστων τετραγώνων:

$$\min_x \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2 \quad [2.139]$$

μπορεί να βρεθεί θέτοντας την παράγωγο της προηγούμενης εξίσωσης μηδενική. Επομένως, για την επίλυση ενός μη συμμετρικού ή μη τετραγωνικού συστήματος εξισώσεων, μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι κανονικές εξισώσεις (normal equations):

$$\mathbf{A}^T \mathbf{Ax} = \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad [2.140]$$

Ο αλγόριθμος που ακολουθεί (Πίνακας 2.1) έχει χρησιμοποιηθεί με επιτυχία [Shewchuk], [Morigi and Sgallari, 2001] σε διάφορες περιπτώσεις αραιών μη συμμετρικών συστημάτων. Είναι σημαντικό να τονίσουμε ότι αν η αρχική μήτρα \mathbf{A} έχει αριθμό κατάστασης N , τότε η τετραγωνική και συμμετρική μήτρα $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ έχει αριθμό κατάστασης N^2 , γεγονός που δυσχεραίνει την επίλυση του συστήματος, καθώς αυξάνει το πλήθος των απαιτούμενων επαναλήψεων. Επιπλέον, ο αλγόριθμος πρέπει να υλοποιηθεί έτσι ώστε να μην υπολογίζονται οι κάθετες εξισώσεις, δηλαδή η μήτρα $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$, η οποία είναι λιγότερο αραιή από την \mathbf{A} και απαιτεί περισσότερη υπολογιστική μνήμη. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται πρώτα το γινόμενο μήτρας – διανύσματος:

$$(\mathbf{A} \cdot \mathbf{d})$$

όπου $\mathbf{d} = \mathbf{A}^T \mathbf{b}$ και στη συνέχεια το γινόμενο:

$$(\mathbf{A} \cdot \mathbf{d})^T (\mathbf{A} \cdot \mathbf{d}).$$

Με τον τρόπο αυτό εκμεταλλευόμαστε την αραιότητα της μήτρας του προβλήματος και επιταχύνουμε τον αλγόριθμο. Ο αλγόριθμος αυτός αναφέρεται συχνά στη βιβλιογραφία ως υλοποίηση Shewchuk [Shewchuk].

Initialize:	$x_0 = 0, \mathbf{d}_0 = \mathbf{A}^T \mathbf{b}, \mathbf{r}_0 = \mathbf{b}, \mathbf{n}_0 = \mathbf{d}^T \mathbf{d}$
Iterate: for $k=1,2,\dots,N_{\text{iter}}$:	$\alpha_k = \frac{\mathbf{n}_{k-1}}{(\mathbf{A} \cdot \mathbf{d}_{k-1})^T (\mathbf{A} \cdot \mathbf{d}_{k-1})}$ $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k-1} + \alpha_k \cdot \mathbf{d}_{k-1}$

$$\begin{aligned}
r_k &= r_{k-1} - \alpha_k (A \cdot d_{k-1}) \\
\beta_k &= \frac{\|A^T r_k\|_2}{n_{k-1}} \\
n_k &= \|A^T r_k\|_2 \\
d_k &= A^T \cdot r_k + \beta_k \cdot d_{k-1} \\
&\text{end for loop}
\end{aligned}$$

Πίνακας 2.1

Όταν το σύστημα προέρχεται από ασθενώς τοποθετημένο πρόβλημα, όπως στην περίπτωση μας, η μήτρα \mathbf{A} έχει υψηλό αριθμό κατάστασης και αν, επιπλέον, το διάνυσμα \mathbf{b} εμπεριέχει θόρυβο, τότε οι συνήθεις τεχνικές επίλυσης δεν επαρκούν για τον υπολογισμό λύσης ικανοποιητικής ακρίβειας. Στις περιπτώσεις αυτές πρέπει να καταφύγουμε σε τεχνικές κανονικοποίησης (regularization methods). Έχουν αναφερθεί στη βιβλιογραφία μέθοδοι επίλυσης μεγάλων γραμμικών συστημάτων, που κάνουν χρήση της μεθόδου CG θεωρώντας ως παράμετρο κανονικοποίησης το πλήθος των επαναλήψεων (N_{iter}). Η ιδέα αυτή βασίζεται στο γεγονός, ότι ορισμένες επαναληπτικές μέθοδοι, όπως και η CG, διαθέτουν την εγγενή ιδιότητα να προσεγγίζουν πρώτα τις συνιστώσες που σχετίζονται με τις μεγαλύτερες ιδιάζουσες τιμές (singular values), τις οποίες και επιθυμούμε. Το σφάλμα διάδοσης (propagation error) είναι περιορισμένο κατά τις πρώτες επαναλήψεις, με αποτέλεσμα η ποιότητα της προσέγγισης να εξαρτάται από το πλήθος των βημάτων της επαναληπτικής διαδικασίας. Το ζητούμενο, επομένως, μιας τέτοιας κανονικοποιημένης διαδικασίας είναι η διακοπή της σε εκείνο το βήμα ($k < N_{iter}$), πριν την έναρξη της διαδικασίας διάβρωσης της λύσης.

Μία από τις τελευταία εμφανιζόμενες πρακτικές μεθόδους κανονικοποίησης είναι η τεχνική της καμπύλης L (L curve) [Hansen, 1998], [Lawson and Hanson, 1995], [Miller, 1970], η οποία συνίσταται στην εύρεση εκείνης της τιμής της παραμέτρου κανονικοποίησης, η οποία αντιστοιχεί στην αντιστάθμιση δύο καθοριστικών ποσοτήτων του προβλήματος, όπως αναπτύσσεται στην επόμενη παράγραφο.

Έστω το πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων: $\min \|\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2$. Αν εφαρμόσουμε τη μέθοδο CG με μέγιστο πλήθος επαναλήψεων N_{iter} , έστω \mathbf{x}_k το διάνυσμα που προκύπτει σε κάθε επαναληπτικό βήμα (όπου $k \leq N_{iter}$) και $\mathbf{r}_k = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}_k - \mathbf{b}$ το υπόλοιπο (residual). Αν θέσουμε την αρχική τιμή του διανύσματος \mathbf{x} μηδενική, τότε σε κάθε βήμα του αλγορίθμου η ποσότητα $\text{norm}(\mathbf{x}_k)$ αυξάνεται, ενώ η $\text{norm}(\mathbf{r}_k)$ μειώνεται. Το διάγραμμα των ποσοτήτων $\text{norm}(\mathbf{x}_k)$ (άξονας y) και $\text{norm}(\mathbf{r}_k)$ (άξονας x) αποτελεί ένα εύχρηστο γραφικό μέσο για την περιγραφή του ισοζυγίου μεταξύ του μεγέθους της λύσης και του πόσο αυτή προσεγγίζει τα δεδομένα. Η βέλτιστη τιμή παραμέτρου κανονικοποίησης είναι εκείνη που συμβιβάζει την ελαχιστοποίηση και των δύο παραγόντων. Για διακριτά και ασθενώς ορισμένα προβλήματα, που λύνονται με μέθοδο CG με αρχική θεωρούμενη τιμή $\mathbf{x}^0=0$, έχει παρατηρηθεί [Hansen, 1998], ότι όταν το διάγραμμα γίνεται σε λογαριθμική κλίμακα, η καμπύλη παίρνει τη μορφή L (καμπύλη L) με μία διακριτή κορυφή να διαχωρίζει το κατακόρυφο από το οριζόντιο μέρος της. Η κορυφή αυτή αντιστοιχεί στο σημείο του διαγράμματος όπου η καμπύλη παρουσιάζει μέγιστη τιμή καμπυλότητας (κυρτότητας). Το προηγούμενο συμπέρασμα μπορεί να αξιοποιηθεί για την εύρεση της κορυφής της καμπύλης L. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκε κατάλληλος αλγόριθμος, ο οποίος μπορεί να εφαρμοστεί στην περίπτωση που η παράμετρος κανονικοποίησης, επομένως και η καμπύλη L, είναι διακριτή και όχι συνεχής. Ο τρόπος υπολογισμού της κορυφής συνίσταται στα εξής τρία βήματα: Αρχικά, προσεγγίζουμε τη διακριτή καμπύλη L με τη βοήθεια μιας πολυωνυμικής συνάρτησης τέταρτης τάξης. Στη συνέχεια, υπολογίζουμε το σημείο όπου η κυρτότητα της προηγούμενης συνάρτησης παίρνει τη μέγιστη τιμή. Τέλος, καθορίζουμε την κορυφή της καμπύλης L ως το σημείο εκείνο που βρίσκεται κοντύτερα στην υπολογισμένη κορυφή της πολυωνυμικής συνάρτησης.

Αναλυτική έκφραση της κυρτότητας της καμπύλης L

Έστω

$$\eta = \|\mathbf{x}_k\|_2^2 \text{ και } \mu = \|\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}_k - \mathbf{b}\|_2^2$$

οι δύο παράμετροι των οποίων το διάγραμμα, σε λογαριθμική κλίμακα, περιγράφει την καμπύλη L και $k=1,2,\dots,N_{iter}$, όπου N_{iter} : το μέγιστο πλήθος επαναλήψεων της μεθόδου CG. Αν θεωρήσουμε

$$\hat{\eta} = \log(\eta) \text{ και } \hat{\mu} = \log(\mu)$$

τότε η κυρτότητα κ της καμπύλης L δίνεται από τη συνάρτηση

$$\kappa = 2 \frac{\hat{\mu}' \cdot \hat{\eta}'' - \hat{\mu}'' \cdot \hat{\eta}'}{[(\hat{\mu}')^2 + (\hat{\eta}')^2]^{\frac{3}{2}}}$$

όπου $\hat{\eta}' = \frac{\eta'}{\eta}$ και $\hat{\mu}' = \frac{\mu'}{\mu}$ είναι οι πρώτοι παράγωγοι των $\hat{\eta}$ και $\hat{\mu}$ και

$$\hat{\eta}'' = \frac{\eta'' \cdot \eta - (\eta')^2}{\eta^2} \text{ και } \hat{\mu}'' = \frac{\mu'' \cdot \mu - (\mu')^2}{\mu^2} \text{ είναι οι δεύτεροι παράγωγοι.}$$

2.4. ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο κεφάλαιο που προηγήθηκε αναλύθηκε η μαθηματική διατύπωση του ευθέος και του αντιστρόφου προβλήματος στο ΗΕΓ.

Στο πρώτο μέρος (υποκεφάλαιο 2.2.1) περιγράφηκε η αναλυτική μέθοδος επίλυσης, στα πλαίσια της οποίας η γεωμετρία του κεφαλιού προσεγγίστηκε με ένα σύστημα τεσσάρων ομόκεντρων και ηλεκτρικά ομογενών σφαιρικών φλοιών, οι οποίοι προσομοίωναν τον εγκέφαλο, το ΕΝΥ, το κρανίο και το δέρμα του κεφαλιού. Αρχικά, οι πηγές της ηλεκτρικής δραστηριότητας του εγκεφάλου θεωρήθηκαν μονοπολικές. Στην εσωτερική περιοχή του γεωμετρικού μοντέλου, η οποία προσομοίωνε τον εγκέφαλο και όπου αναζητούνταν οι πηγές, εφαρμόστηκε η εξίσωση Poisson, ενώ στις υπόλοιπες περιοχές εφαρμόστηκε η εξίσωση Laplace. Λόγω της σφαιρικής συμμετρίας του προβλήματος, οι εξισώσεις εκφράστηκαν σε σφαιρικές συντεταγμένες και η άγνωστη συνάρτηση δυναμικού αναπτύχθηκε σε ορθογώνιες σφαιρικές συναρτήσεις. Στη συνέχεια, εφαρμόστηκαν οι οριακές συνθήκες (συνέχεια του δυναμικού και της κάθετης συνιστώσας της πυκνότητας ροής ηλεκτρικού ρεύματος) στις διαχωριστικές επιφάνειες και η συνθήκη ορθογωνιότητας των σφαιρικών συναρτήσεων. Η λύση που προέκυψε τελικά είχε αναλυτική μορφή σε σειρές απείρων όρων.

Στο επόμενο υποκεφάλαιο (2.2.2) η θεωρία επεκτάθηκε σε διπολικές πηγές. Αρχικά, αποδείχθηκε ότι η τιμή του δυναμικού σε ένα σημείο $\hat{\mathbf{r}}$ στην επιφάνεια του κεφαλιού, που οφείλεται στην ύπαρξη ενός διπόλου σε ένα σημείο $\hat{\mathbf{r}}'$ στο εσωτερικό του εγκεφάλου, μπορεί να υπολογιστεί με το εσωτερικό γινόμενο του διανύσματος της ροπής $\hat{\mathbf{M}}$ του διπόλου επί την συνάρτηση της κλίσης του δυναμικού, που

οφείλεται σε μοναδιαία μονοπολική πηγή τοποθετημένη στη θέση $\hat{\mathbf{r}}'$, όταν η κλίση αυτή είναι υπολογισμένη ως προς το σημείο θέσης της πηγής $\hat{\mathbf{r}}'$:

$$\mathbf{V}(\hat{\mathbf{r}}) = \hat{\mathbf{M}} \cdot (\nabla_{\hat{\mathbf{r}}} \mathbf{V}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{r}}'^{\{i\}}))$$

όπου: $\hat{\mathbf{M}}$ είναι το διάνυσμα της ροπής του διπόλου και $\mathbf{V}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{r}}'^{\{i\}})$ είναι το δυναμικό στο σημείο $\hat{\mathbf{r}}$ του πεδίου που οφείλεται σε μία μοναδιαία μονοπολική πηγή με διάνυσμα θέσης $\hat{\mathbf{r}}'$. Στη συνέχεια, ο τελεστής κλίσης $\nabla_{\hat{\mathbf{r}}}$ εκφράστηκε σε σφαιρικές συντεταγμένες, ενώ αντικαταστάθηκε στη θέση του δυναμικού η σχέση που υπολογίστηκε στο πρώτο μέρος του κεφαλαίου (2.2.1). Η τελική σχέση που προέκυψε για τον υπολογισμό του δυναμικού σε ένα σημείο $\hat{\mathbf{r}}$, που οφείλεται στην ύπαρξη ενός διπόλου με ηλεκτρική ροπή $\hat{\mathbf{M}}$ τοποθετημένου σε σημείο $\hat{\mathbf{r}}'$, είναι γραμμική ως προς τις συνιστώσες του διανύσματος της ροπής και μη γραμμική ως προς τις συνιστώσες του διανύσματος θέσης $\hat{\mathbf{r}}$. Στη συνέχεια θεωρήσαμε ότι οι διπολικές πηγές βρίσκονται σε συγκεκριμένα και κατάλληλα επιλεγμένα σημεία του εγκεφάλου (τα οποία προκύπτουν από δεδομένα νευροφυσιολογίας), οπότε τα σημεία $\hat{\mathbf{r}}'$ όπου αναζητούνται πηγές ήταν δεδομένα. Συγκεκριμένα, η περιοχή του εγκεφάλου όπου αναζητούνται πηγές διακριτοποιήθηκε σε voxels και στο κέντρο του καθενός ($\hat{\mathbf{r}}'_i$) τοποθετήθηκε ένα δίπολο ρευματικής ροπής $\hat{\mathbf{M}}_i$. Τελικά το πρόβλημα κατέληξε στη μορφή γραμμικού συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων, το οποίο περιγράφηκε με τη μορφή μητρικής εξίσωσης. Με χρήση τεχνικών αντιστροφής μήτρας υπολογίστηκε το διάνυσμα-στήλη των συνιστωσών της ροπής του διπόλου. Το πρόβλημα ήταν υπερκαθορισμένο και για τη λύση του χρησιμοποιήθηκε η τεχνική της ψευδοαντιστροφής μήτρας. Το αντίστροφο πρόβλημα επιλύθηκε με διεξοδική αναζήτηση μέσω ενός αλγορίθμου υπολογισμού της λύσης ελαχίστου νορμ ελαχίστων τετραγώνων.

Στο τελευταίο τμήμα του κεφαλαίου (2.3) παρουσιάστηκε η θεωρία υπολογισμών με τη μέθοδο πεπερασμένων όγκων που βασίζεται στην διακριτοποίηση του χώρου του προβλήματος σε voxels και την εφαρμογή των ηλεκτροστατικών εξισώσεων σε κάθε έναν όγκο ξεχωριστά με χρήση σφαιρικών συντεταγμένων. Αρχικά, ο συνολικός χώρος του προβλήματος χωρίστηκε κατάλληλα σε καμπυλόγραμμα voxel, στο εσωτερικό των οποίων οι συναρτήσεις της ρευματικής

πυκνότητας (ρ_j), της αγωγιμότητας (σ) και του δυναμικού (V) θεωρούνται σταθερές. Σε κάθε voxel εφαρμόστηκε η εξίσωση Gauss:

$$\int_V \rho_j \, dv = \oint_S \sigma \nabla V \cdot \hat{n} \, ds,$$

όπου \hat{n} είναι το μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια S και ∇V είναι η κλίση της συνάρτησης του δυναμικού πάνω στην επιφάνεια S , η οποία προσεγγίστηκε με πεπερασμένες διαφορές πρώτης τάξεως. Για κάθε voxel υπολογίστηκε ο όγκος του και οι οριακές επιφάνειες με τα γειτονικά του voxel. Στη συνέχεια, εφαρμόστηκαν οι συνθήκες συνέχειας του δυναμικού στις κοινές επιφάνειες των voxel και της συνέχειας της κάθετης συνιστώσας της πυκνότητας ροής ηλεκτρικού ρεύματος στις διαχωριστικές επιφάνειες δύο περιοχών με διαφορετική αγωγιμότητα. Από την τελική μορφή της εξίσωσης προκύπτει η ρευματική πυκνότητα στο κέντρο καθενός voxel ως γραμμική συνάρτηση των τιμών του δυναμικού στο ίδιο σημείο καθώς και στα κέντρα όλων των γειτονικών του voxels. Το αποτέλεσμα αυτό μας επέτρεψε να θεωρήσουμε το σύνολο των εξισώσεων όλων των voxel ως σύστημα γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων, το οποίο γράφεται σε μητρική μορφή:

$$[\mathbf{p}] = [\mathbf{S}][\mathbf{V}],$$

όπου $[\mathbf{p}]$ είναι το διάνυσμα που περιέχει την τιμή της ρευματικής πυκνότητας στο κέντρο καθενός voxel, $[\mathbf{S}]$ είναι η τετραγωνική μήτρα που περιγράφει τη γεωμετρία και τις ηλεκτρικές ιδιότητες του μοντέλου που χρησιμοποιούμε για την προσομοίωση του κεφαλιού και $[\mathbf{V}]$ είναι το διάνυσμα που περιέχει το δυναμικό στο κέντρο κάθε voxel. Θεωρήθηκε, στη συνέχεια, ότι η ηλεκτρική δραστηριότητα περιορίζεται σε μία ορισμένη περιοχή του χώρου, η οποία αντιστοιχεί σε ένα μέρος του εγκεφάλου (εσωτερικό και εξωτερικό στρώμα του φλοιού και θάλαμος). Η τιμή της ρευματικής πυκνότητας στα υπόλοιπα voxel θεωρήθηκε μηδενική. Για τον υπολογισμό των άγνωστων πηγών (διάνυσμα \mathbf{p}_3) προαπαιτήθηκε η γνώση των τιμών του δυναμικού σε όλα τα voxel του προβλήματος (όχι μόνο στα σημεία των ηλεκτροδίων). Το πρόβλημα υπολογισμού των άγνωστων τιμών δυναμικού (διανύσματα $\mathbf{V}_3, \mathbf{V}_2$) από τις γνωστές τιμές, που προκύπτουν από τις μετρήσεις των ηλεκτροδίων (διάνυσμα \mathbf{V}_1), ήταν υποκαθορισμένο.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} s_{12} & s_{13} \\ s_{22} & s_{23} \\ s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} s_{11} \\ s_{21} \\ s_{31} \end{bmatrix} v_1$$

Το προηγούμενο πρόβλημα επιλύθηκε με τη μέθοδο Conjugate Gradient και με χρήση τεχνικών κανονικοποίησης, οι οποίες ήταν απαραίτητες λόγω του υψηλού αριθμού κατάστασης της μήτρας **A**. Συγκεκριμένα, εφαρμόστηκε η τεχνική της καμπύλης L, σύμφωνα με την οποία, η βέλτιστη τιμή της παραμέτρου κανονικοποίησης είναι εκείνη η οποία συμβιβάζει την ελαχιστοποίηση δύο καθοριστικών παραγόντων του προβλήματος. Ο επαναληπτικός αλγόριθμος που εφαρμόστηκε ήταν σχεδιασμένος έτσι ώστε να εκμεταλλευτούμε την αραιότητα της μήτρας του προβλήματος, ενώ οι δύο καθοριστικοί παράγοντες που χρησιμοποιήθηκαν για την καμπύλη L ήταν οι ποσότητες $\text{norm}(\mathbf{x}_k)$ και $\text{norm}(\mathbf{r}_k)$, όπου $\mathbf{r}_k = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}$ και k αντιστοιχεί στο επαναληπτικό βήμα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΕΞΑΓΩΓΗ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΡΕΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΕΦΑΛΙΟΥ

3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ακρίβεια, με την οποία μέσω μίας μεθόδου υπολογίζεται η θέση και η ένταση της ρευματικής πηγής, εξαρτάται και από την αξιοπιστία του χρησιμοποιούμενου μοντέλου του κεφαλιού. Το απλούστερο μοντέλο που έχει χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή της γεωμετρίας του κεφαλιού αποτελείται από μία ομογενή σφαίρα [Kobayashi et al., 2000]. Με τον τρόπο αυτό απλουστεύεται και επιταχύνεται κατά πολύ η επίλυση του ευθέως και αντιστρόφου προβλήματος, ωστόσο, η χρήση του οδηγεί στην παραγωγή μεγάλων σφαλμάτων στην εύρεση των ρευματικών πηγών κυρίως λόγω της πολύ χαμηλής αγωγιμότητας του κρανίου, η οποία δεν λαμβάνεται υπ' όψη [Ary et al., 1981], [Ollikainen et al., 1997]. Το γεωμετρικό μοντέλο που χρησιμοποιείται συχνότερα, όταν επιθυμείται η αναλυτική λύση του προβλήματος, αποτελείται από τρεις ή τέσσερις ομόκεντρους σφαιρικούς φλοιούς [Salu et al., 1990], [Cuffin et al., 2001], [de Munck et al., 1992]. Η απλούστευση του μοντέλου περιγραφής του κεφαλιού οδηγεί σε σφάλμα στον υπολογισμό της θέσης του διπόλου που φτάνει από 1 cm έως 2 cm, κατά μέσο όρο και έως 4 cm κατά μέγιστη τιμή [Cuffin, 1990], [Roth et al., 1993]. Διάφορες μελέτες [Yvert et al., 1997], [Cuffin, 2001], σχετικά με τις επιπτώσεις που έχει η χρήση ενός μη ρεαλιστικού μοντέλου για την απεικόνιση της εγκεφαλικής δραστηριότητας στην τελική λύση, ενισχύουν την αναγκαιότητα υιοθέτησης ενός αριθμητικού μοντέλου που θα προσομοιώνει τόσο τις γεωμετρικές όσο και τις ηλεκτρικές ιδιότητες του κεφαλιού με μεγαλύτερη ακρίβεια. Εξάλλου, επειδή τα συμπεράσματα ενδεχομένως να χρησιμοποιηθούν για τον σχεδιασμό χειρουργικής επέμβασης [Huppert et al., 2001], το μοντέλο που θα κατασκευασθεί είναι απαραίτητο να συμβαδίζει με τα ιδιαίτερα ατομικά χαρακτηριστικά του ασθενούς

Για να είναι δυνατόν να εντοπιστούν συγκεκριμένοι εγκεφαλικοί σχηματισμοί, που ευθύνονται για τον έλεγχο εγκεφαλικών λειτουργιών, η απεικονιστική τεχνική

πρέπει να διαθέτει την απαραίτητη διακριτική ικανότητα. Τα τελευταία χρόνια εφαρμόζονται αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος με χρήση ρεαλιστικών τρισδιάστατων μοντέλων κεφαλιού τα οποία κατασκευάζονται με τη βοήθεια εικόνων MRI ή CT [Xu et al., 1999]. Τα νέας γενιάς συστήματα μαγνητικής τομογραφίας έχουν την ικανότητα παραγωγής εικόνων με χωρική διακριτική ικανότητα κάτω του 1 mm. Επί πλέον, η αλματώδης εξέλιξη της τεχνολογίας των υπολογιστών επιτρέπει την κατασκευή συνεχώς βελτιωμένων (όσον αφορά τη μνήμη και την ταχύτητα), υπολογιστικών συστημάτων, τα οποία είναι κατάλληλα για εφαρμογή των, πολύ απαιτητικών σε μνήμη και ταχύτητα, μεθόδων αριθμητικής επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος.

3.2. ΜΟΝΤΕΛΟ ΡΕΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΕΦΑΛΙΟΥ

Το σφαιρικό λοιπόν μοντέλο, που αναπτύχθηκε στα κεφάλαια 2.1 και 2.2 για την απεικόνιση του ανθρώπινου κεφαλιού, είναι μεν αρκετά απλό ώστε να επιτρέπει την εξαγωγή αναλυτικής λύσης για το ευθύ και το αντίστροφο πρόβλημα, εντούτοις δεν περιγράφει ικανοποιητικά τα πραγματικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά του κεφαλιού. Επομένως, η κατασκευή πιστού προτύπου προσομοίωσης του ανθρώπινου εγκεφάλου, για την απεικόνιση της ηλεκτρομαγνητικής του λειτουργίας, προσαρμοσμένου μάλιστα στα χαρακτηριστικά καθενός εξεταζόμενου ξεχωριστά, είναι απαραίτητη για τη εξαγωγή ακριβέστερων αποτελεσμάτων.

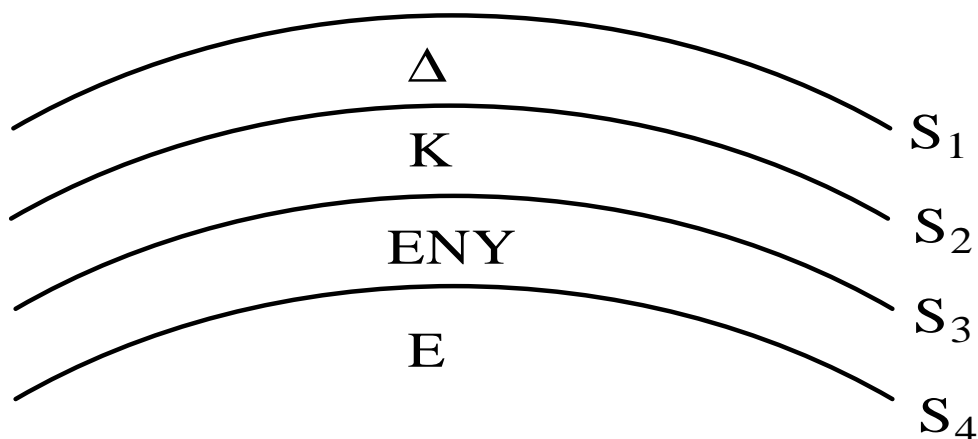
Η εξαγωγή των ανατομικών χαρακτηριστικών του κεφαλιού στην παρούσα εργασία έγινε με τη βοήθεια εικόνων MRI. Για την κατασκευή μοντέλου ρεαλιστικής γεωμετρίας (στο εξής χάρην συντομίας θα αναφέρουμε «αριθμητικού μοντέλου») ενός ανθρώπινου κεφαλιού και την ενσωμάτωση σε αυτό πληροφοριών για τη γεωμετρία αλλά και για τις ηλεκτρικές του ιδιότητες (τιμή της αγωγιμότητας για κάθε περιοχή ιστών), πραγματοποιήθηκε η εξής διαδικασία:

- I. Διαχωρισμός Επιφανειών (Segmentation)
- II. Ονομασία Περιοχών (Labeling)
- III. Παραμετροποίηση – Εξαγωγή Συντεταγμένων

τα μέρη της οποίας θα περιγράψουμε αναλυτικά στη συνέχεια.

3.2.1. Διαχωρισμός Επιφανειών

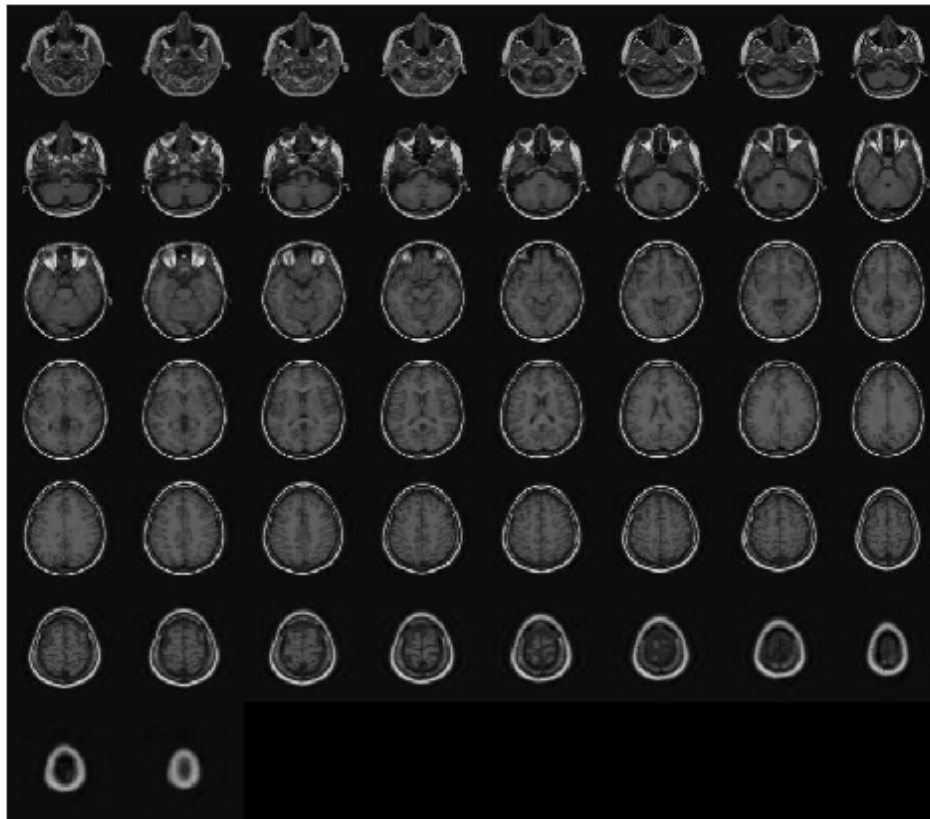
Με τον όρο αυτό εννοούμε την δημιουργία των διαχωριστικών επιφανειών των διαφόρων περιοχών τις οποίες χρησιμοποιούμε για την περιγραφή του κεφαλιού. Τις περισσότερες φορές η εξαγωγή τους επιτυγχάνεται με την επεξεργασία πολλών διδιάστατων (2 – D) εικόνων MRI, οπότε προκύπτουν ισάριθμοι «χάρτες»



Σχήμα 3.1: Το κεφάλι θεωρήθηκε ότι αποτελείται από τέσσερις περιοχές σταθερής αγωγιμότητας: το δέρμα του κεφαλιού (Δ), το οστό του κρανίου (Κ), το εγκεφαλονωτιαίο υγρό (ΕΝΥ) και τον εγκέφαλο (Ε). S₁, S₂, S₃ και S₄ είναι οι διαχωριστικές επιφάνειες.

διαχωριστικών καμπύλων (contour plots), οι οποίες διαχωρίζουν κάθε περιοχή ανάλογα με το είδος των ιστών που περικλείει. Στη συνέχεια οι καμπύλες ενσωματώνονται για την κατασκευή της τελικής τρισδιάστατης (3 – D) απεικόνισης των επιμέρους περιοχών. Η παραγωγή των διαχωριστικών καμπύλων μπορεί να γίνει είτε με αυτοματοποιημένη διαδικασία με χρήση διαφόρων τεχνικών επεξεργασίας εικόνων, είτε με τη βοήθεια έμπειρου και εξειδικευμένου νευροανατόμου, στον οποία θα ζητηθεί να μελετήσει όλες τις εικόνες και να αποφασίσει για τα όρια κάθε επιμέρους περιοχής. Είναι προφανές ότι η τελευταία μέθοδος είναι ιδιαίτερα κουραστική και χρονοβόρα. Ωστόσο, είναι περισσότερο ακριβής καθώς η πλήρως αυτοματοποιημένη κατηγοριοποίηση ιστών με τη βοήθεια μιας μόνο απεικονιστικής τεχνικής δεν είναι εφικτή. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι μια συμβατική μαγνητική τομογραφία (χρόνου χαλάρωσης T1 ή T2), ενώ απεικονίζει πιστά τους εγκεφαλικούς ιστούς, αδυνατεί να κάνει το ίδιο για τις οστέινες μάζες. Μόνο με ειδική καταγραφή (συνδυασμός T1 – T2) ή με αξονική τομογραφία (CT) είναι δυνατή

η λεπτομερής περιγραφή του κρανίου. Για το λόγο αυτό, ακολουθήσαμε μια



Σχήμα 3.2: Οι 50 τομογραφικές MRI εικόνες που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή του αριθμητικού μοντέλου του κεφαλιού. Η αρίθμηση των εικόνων ξεκινά από άνω αριστερά και προχωρά από τα αριστερά προς τα δεξιά, ανά γραμμή.

ημιαυτόματη διαδικασία, η οποία βασίζεται στο συνδιασμό των δύο μεθοδολογιών που αναφέρθηκαν.

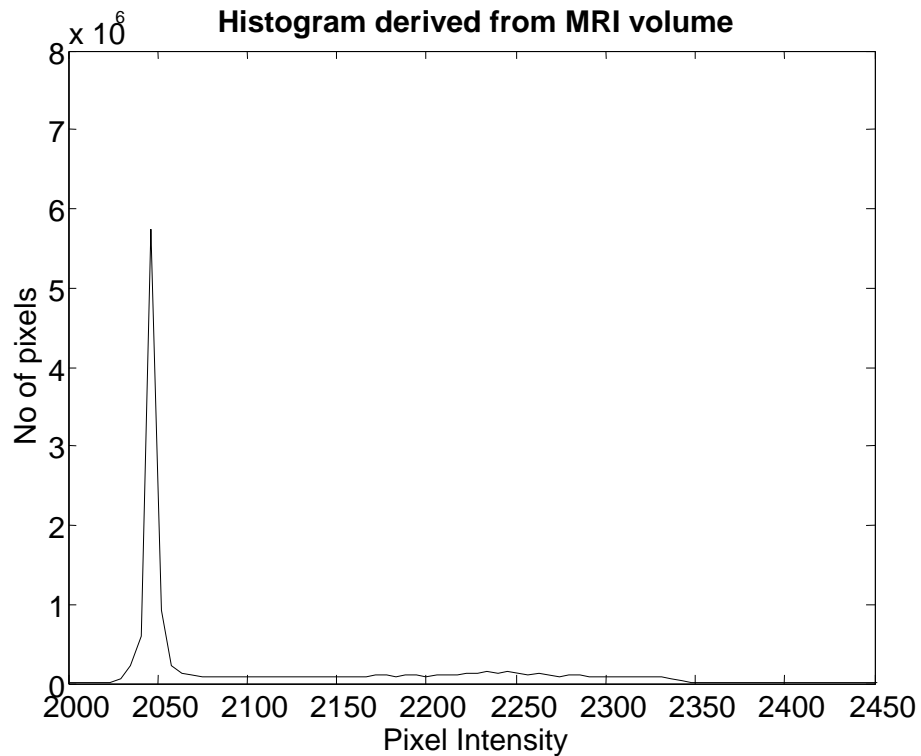
Για την κατασκευή του μοντέλου προσομοίωσης της αγωγιμότητας του κεφαλιού, θεωρήσαμε ότι το κεφάλι μπορεί να διαχωριστεί σε τέσσερις περιοχές, το δέρμα του κεφαλιού (Δ), το οστό του κρανίου (K), το εγκεφαλονωτιαίο υγρό (ENY) και τον εγκέφαλο (E) (Σχήμα 3.1). Όλες οι περιοχές θεωρούνται ισοτροπικές και ομογενείς. Χρησιμοποιήθηκαν οι ίδιες τιμές της αγωγιμότητας όπως και στο αναλυτικό σφαιρικό μοντέλο. Από τις προαναφερθείσες περιοχές, η πιο σημαντική, για τη διάδοση των ηλεκτρικών πεδιακών μεγεθών, είναι η περιοχή του οστού, καθώς η πολύ μικρή αγωγιμότητά του προκαλεί μεγάλη εξασθένηση στο πεδίο. Γι'αυτό το λόγο πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στην περιγραφή της γεωμετρίας του κρανίου, ώστε αυτή να γίνει με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια. Η προσπάθεια αυτή δυσχεραίνεται από το γεγονός ότι η συμβατική τεχνική μαγνητικής τομογραφίας δε

διαχωρίζει εμφανώς το οστό από τους γειτονικούς ιστούς. Συγκεκριμένα, σε μια MRI εικόνα χρόνου χαλάρωσης T1, (όπως αυτές που διαθέταμε στην παρούσα εργασία) τα voxels που περιέχουν λιπώδεις και μυϊκούς ιστούς, καθώς επίσης και λευκή ή φαιά ουσία, φαίνονται πιο φωτεινά από άλλα που αντιστοιχούν σε οστό ή ENY. Κατά συνέπεια, το κρανίο δεν διαχωρίζεται εύκολα από το υγρό. Από την άλλη μεριά, σε μια MRI εικόνα χρόνου T2 η φαιά ουσία και το ENY είναι οι περιοχές με τη μεγαλύτερη φωτεινότητα. Μια μέθοδος που χρησιμοποιείται για την εξαγωγή της διαχωριστικής επιφάνειας μεταξύ του εγκεφάλου και του ENY είναι η αφαίρεση των εικόνων T1 από τις εικόνες T2 [Heinonen et al., 1999], μέθοδος που προϋποθέτει την διεξαγωγή δύο καταγραφών ή την ύπαρξη σύγχρονου συστήματος MRI με ικανότητα επεξεργασίας πολλών παλμικών ακολουθιών συγχρόνως.

Στην περίπτωση μας (Σχήμα 3.2), χρησιμοποιήσαμε μια καταγραφή αποτελούμενη από 50 εγκάρσιες τομές προερχόμενες από σύγχρονο σύστημα μαγνητικού τομογράφου, το οποίο έχει τη δυνατότητα εξαγωγής των εικόνων σε ψηφιακή μορφή DICOM [DICOM VIEWER, Osiris]⁵. Κάθε τομή είχε πάχος 3 mm και μέγεθος 512 x 512 εικονοστοιχείων (pixels). Κάθε εικόνα υπέστη επεξεργασία με τη βοήθεια του λογισμικού πακέτου Matlab (version 6.0 Release 12 – Image Processing Toolbox).

⁵ Τεχνικά χαρακτηριστικά λήψης εικόνας: T1 weighted /Scanning sequence IR/ 512 Gyroscan NT Philips Medical Systems ID 05565, 3-D acquisition type, 1.5 Tesla.

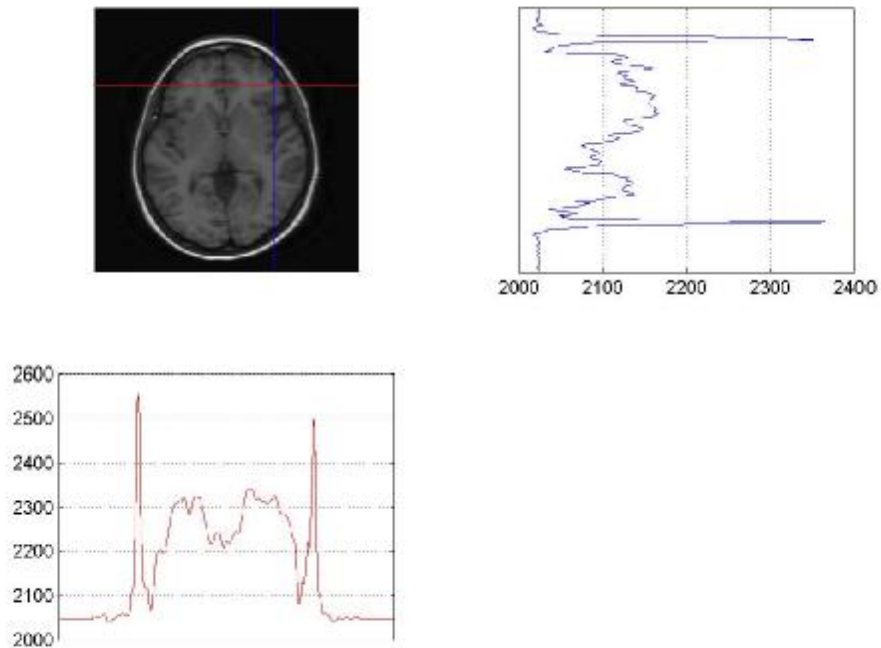
Αρχικά, κατασκευάστηκε το ιστόγραμμα φωτεινότητας (pixel intensity histogram) του συνολικού όγκου των εικόνων MRI (Σχήμα 3.3), το οποίο



Σχήμα 3.3: Ιστόγραμμα φωτεινότητας του συνολικού όγκου των εικόνων MRI

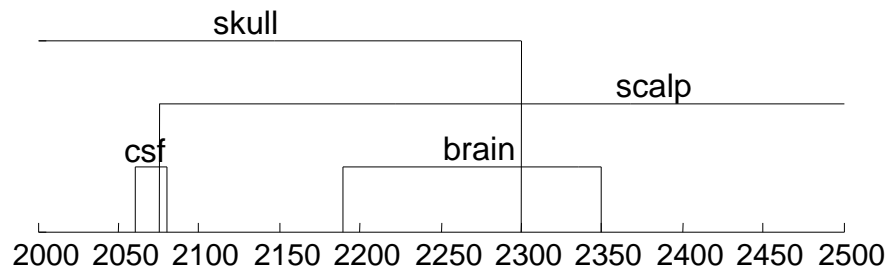
περιγράφει τη συχνότητα φωτεινότητας όλων των pixels. Μελετήσαμε επίσης την κατακόρυφη και οριζόντια μεταβολή της έντασης κάθε εικόνας κατά μήκος μιας ευθείας (image profile). Αντιπροσωπευτικό παράδειγμα παρατίθεται στο Σχήμα 3.4.

Με τη βοήθεια των προαναφερόμενων σχημάτων, έγινε μια



Σχήμα 3.4: Παράδειγμα προφίλ για μία εικόνα (μεταβολή της έντασης κατά μήκος μιας ευθείας), όπως έχει υπολογιστεί και προς τις δύο διαστάσεις, την οριζόντια και την κατακόρυφη.

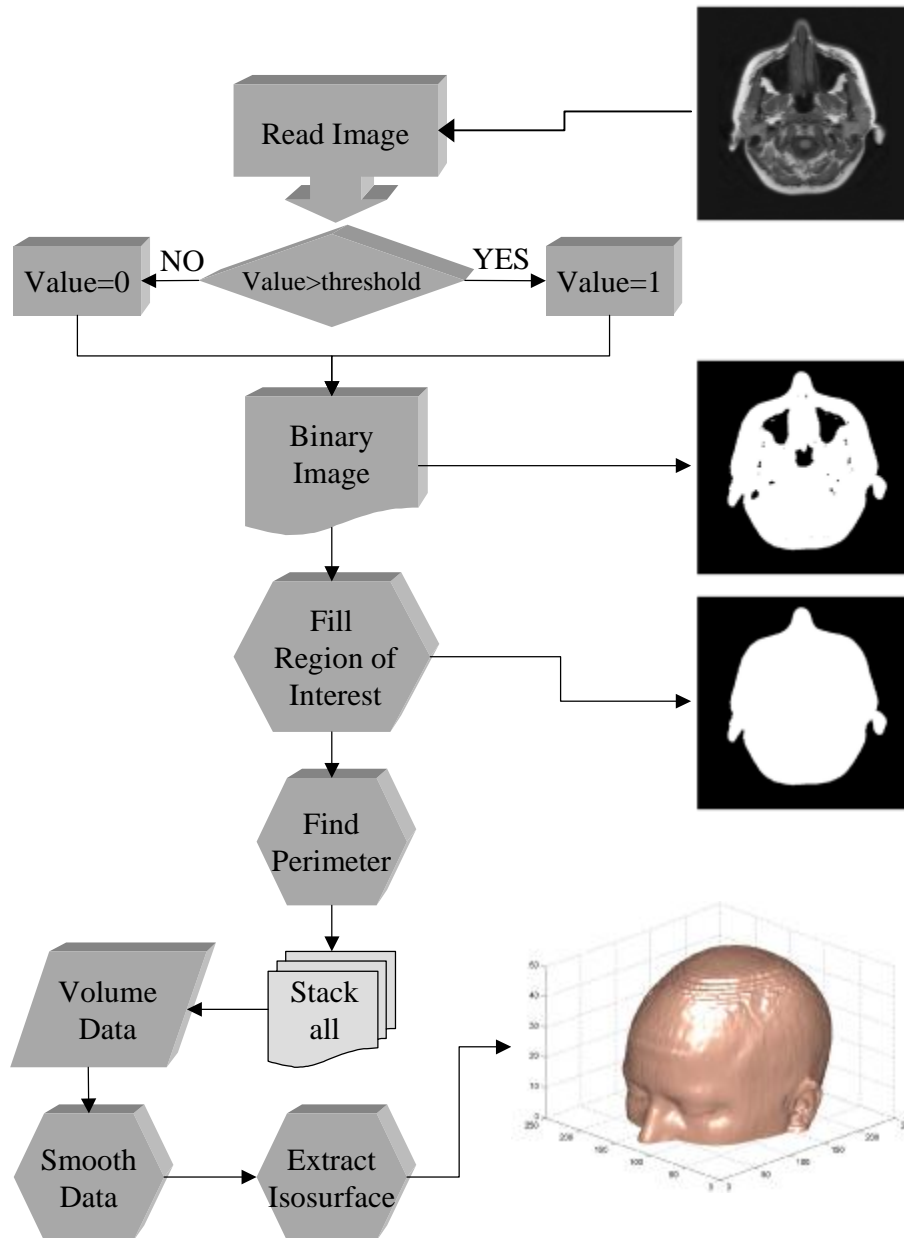
πρώτη εκτίμηση των τιμών φωτεινότητας που ορίζουν κάθε περιοχή. Οι προσεγγιστικές αυτές τιμές φαίνονται στο Σχήμα 3.5. Όπως είναι προφανές, η φωτεινότητα ως μοναδικό κριτήριο τμηματοποίησης των εικόνων δεν επαρκεί, καθώς



Σχήμα 3.5: Εύρη τιμών φωτεινότητας κάθε περιοχής. Csf: 2060-2080, brain: 2190-2350, scalp: >2075, skull: <2300 (csf=ENY, brain= E, scalp= Δ, skull= K).

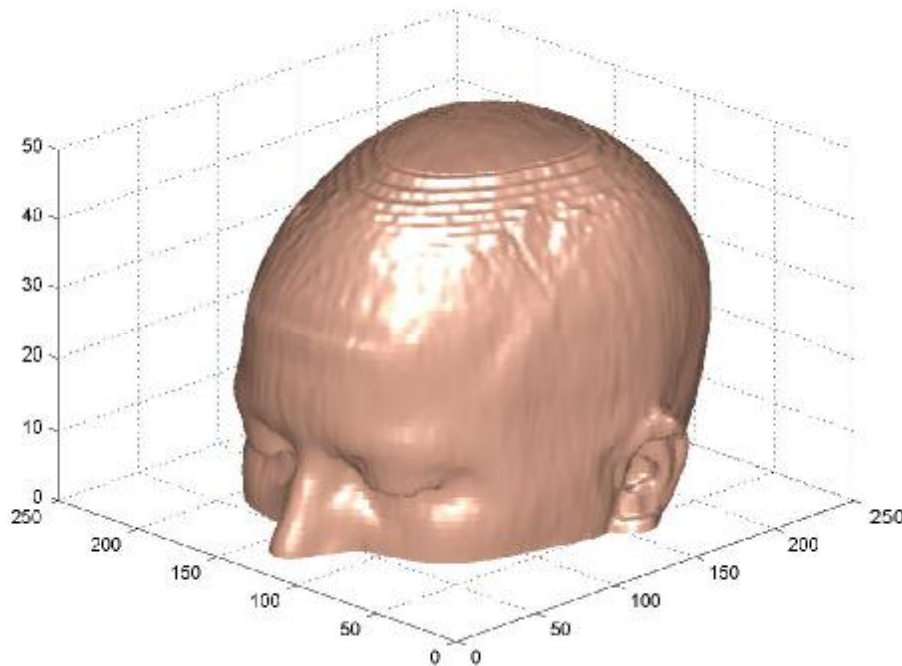
τα όρια των τεσσάρων περιοχών επικαλύπτονται.

Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήσαμε για την εξαγωγή της εξωτερικής επιφάνειας της κεφαλής (S_1) συνοψίζεται στο Σχήμα 3.6. Αρχικά, κάθε εικόνα μετατράπηκε σε δυαδικής μορφής (binary) με εφαρμογή ενός απλού κριτηρίου



Σχήμα 3.6: Διαδικασία εξαγωγής συντεταγμένων εξωτερικής επιφάνειας του κεφαλιού.

κατωφλίου, με σκοπό την απόρριψη του υποβάθρου. Συγκεκριμένα, τα pixel με τιμή μεγαλύτερη της τιμής κατωφλίου, η οποία καθορίστηκε ίση με 2075 (Σχήμα 3.5),

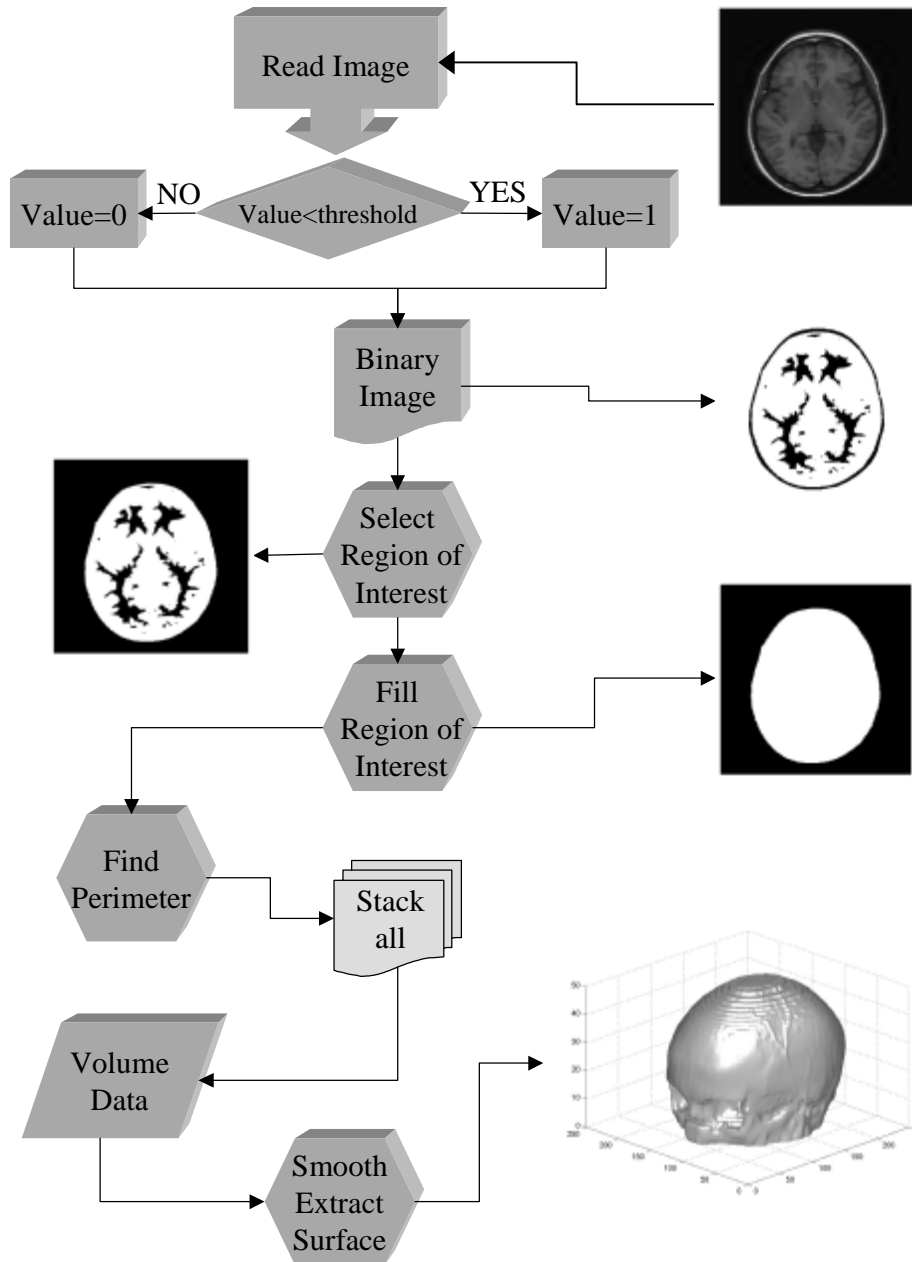


Σχήμα 3.7: Η υπολογισμένη από τις εικόνες MRI εξωτερική επιφάνεια του κεφαλιού.

πήραν την τιμή 1, ενώ τα υπόλοιπα πήραν την τιμή 0. Στη συνέχεια, με την εφαρμογή κατάλληλης ρουτίνας του Matlab, όλες οι περιοχές μηδενικών τιμών που περικλείονταν από περιοχές μοναδιαίων, μετατράπηκαν επίσης σε μοναδιαίες (flood – fill operation). Από κάθε εικόνα σχηματίστηκε η περίμετρος της περιοχής ενδιαφέροντος και οι καμπύλες που προέκυψαν συσσωρεύτηκαν ώστε να αποτελέσουν το ζητούμενο όγκο. Το τελικό αποτέλεσμα φαίνεται στο Σχήμα 3.7 .

Η εξωτερική επιφάνεια του κρανίου (S_2), δηλαδή η διαχωριστική επιφάνεια των περιοχών Δ και K , υπολογίστηκε με σχετικά εύκολο τρόπο, γιατί συνορεύει με το στρώμα λιπώδους ιστού που βρίσκεται κάτω από την επιδερμίδα. Τέτοιου είδους ιστοί, όπως προαναφέρθηκε, έχουν μεγάλο χρόνο χαλάρωσης T1 με αποτέλεσμα να φαίνονται φωτεινότεροι από τους γειτονικούς τους, οστέινους, ιστούς. Με την απλή εφαρμογή ενός κριτηρίου κατωφλίου με τιμή ίση με 2300 (Σχήμα 3.8) προέκυψε αμέσως η διαχωριστική επιφάνεια S_2 . Η επιφάνεια που υπολογίστηκε φαίνεται στο Σχήμα 3.9.

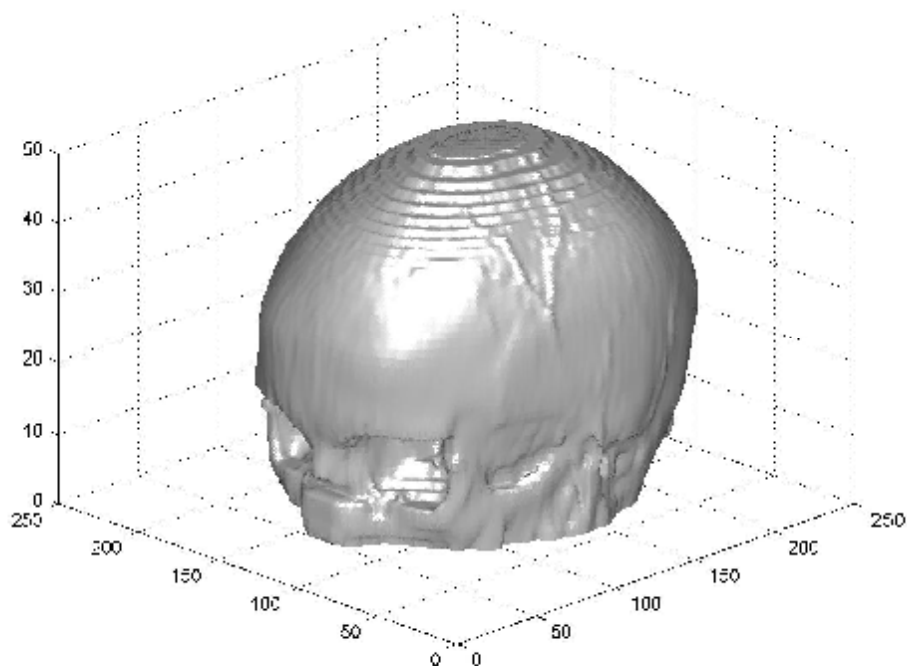
Η εξωτερική επιφάνεια του εγκεφάλου (S_4), δηλαδή η διαχωριστική επιφάνεια των περιοχών ENY και E, υπολογίστηκε με παρόμοια διαδικασία (Σχήμα 3.10). Το ENY έχει μικρό χρόνο T1, έτσι ώστε να φαίνεται πολύ σκοτεινό



Σχήμα 3.8: Η διαδικασία εξαγωγής των συντεταγμένων της εξωτερικής επιφάνειας του κρανίου. στις MRI εικόνες. Αρχικά, εφαρμόσαμε διπλό κριτήριο κατωφλίου ($2190 < \text{Value} < 2350$) ώστε να προκύψουν δυαδικές εικόνες. Στη συνέχεια, έγινε

επιλογή της περιοχής ενδιαφέροντος με εξωτερική επέμβαση (ανθρώπινος χειριστής) στις τιμές των δυαδικών εικόνων, όπου αυτό ήταν απαραίτητο, ώστε να απορριφθούν σχηματισμοί που δεν ανήκουν στον εγκέφαλο. Η διαδικασία αυτή δεν χρειάστηκε να εφαρμοστεί σε όλες τις εικόνες. Στο Σχήμα 3.12 φαίνεται σε ποιες τομές ήταν απαραίτητη αυτή η εξωτερική επέμβαση.

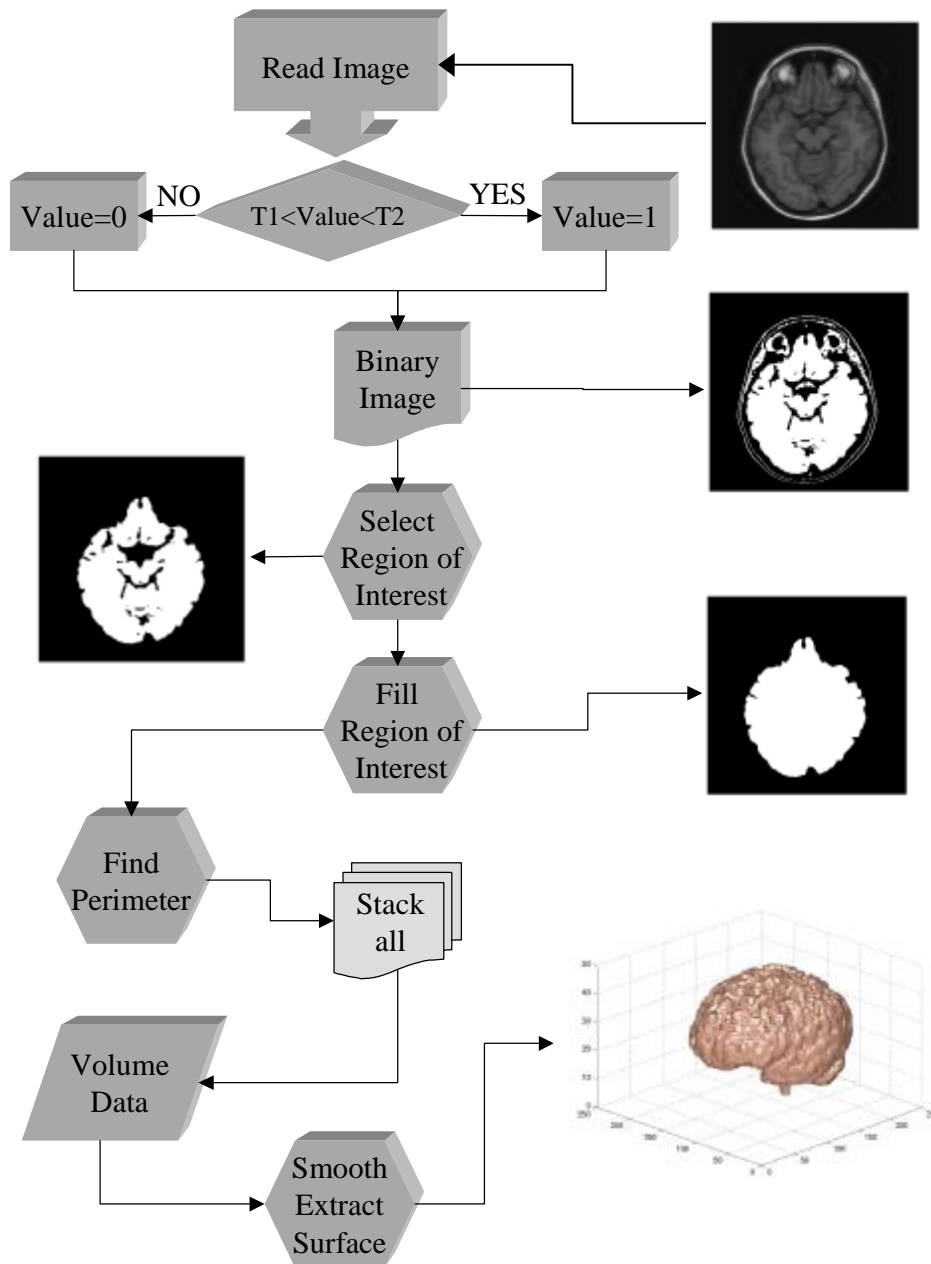
Η εξαγωγή της διαχωριστικής επιφάνειας των περιοχών K και ENY (S_3), ή ισοδύναμα η εξωτερική επιφάνεια του ENY, ήταν η πιο δύσκολη, καθώς δεν είναι εμφανής η διαφορά φωτεινότητας των pixel που αντιπροσωπεύουν τις δύο αυτές περιοχές. Η σύσταση του κρανίου είναι μεταβαλλόμενη (χόνδρος, μυελός, κλπ.). Επιπλέον, στο μεγαλύτερο μέρος του, αποτελείται από δύο παράλληλα συμπαγή οστά που περικλείουν ανάμεσά τους ένα στρώμα σπογγώδους οστού, γεγονός που καθιστά ακόμα δυσκολότερο τον υπολογισμό της εξωτερικής επιφάνειας του ENY.



Σχήμα 3.9: Η εξωτερική επιφάνεια του κρανίου, όπως υπολογίστηκε από τις εικόνες MRI.

Εντούτοις, η επιφάνεια αυτή είναι η σημαντικότερη, για την περιγραφή των ηλεκτρικών ιδιοτήτων του κεφαλιού, γιατί καθορίζει το σχήμα και το πάχος του κρανίου, όπου η εξασθένιση του πεδίου είναι μέγιστη, όπως προαναφέρθηκε. Για την

ακριβή περιγραφή της απαιτήθηκε ιδιαίτερος χειρισμός και εφαρμογή μη



Σχήμα 3.10: Η διαδικασία εξαγωγής των συντεταγμένων της εξωτερικής επιφάνειας του εγκεφάλου. Η επιλογή περιοχής ενδιαφέροντος γίνεται με εξωτερική επέμβαση (ανθρώπινος χειριστής), όπου χρειάζεται.

αυτοματοποιημένης διαδικασίας, όπως περιγράφεται περιληπτικά στο Σχήμα 3.13.

Αρχικά εφαρμόστηκε ένα διπλό κριτήριο κατωφλίου στις εικόνες (2060 < value < 2090), έτσι ώστε να τονιστούν περισσότερο τα pixel που πιθανόν να

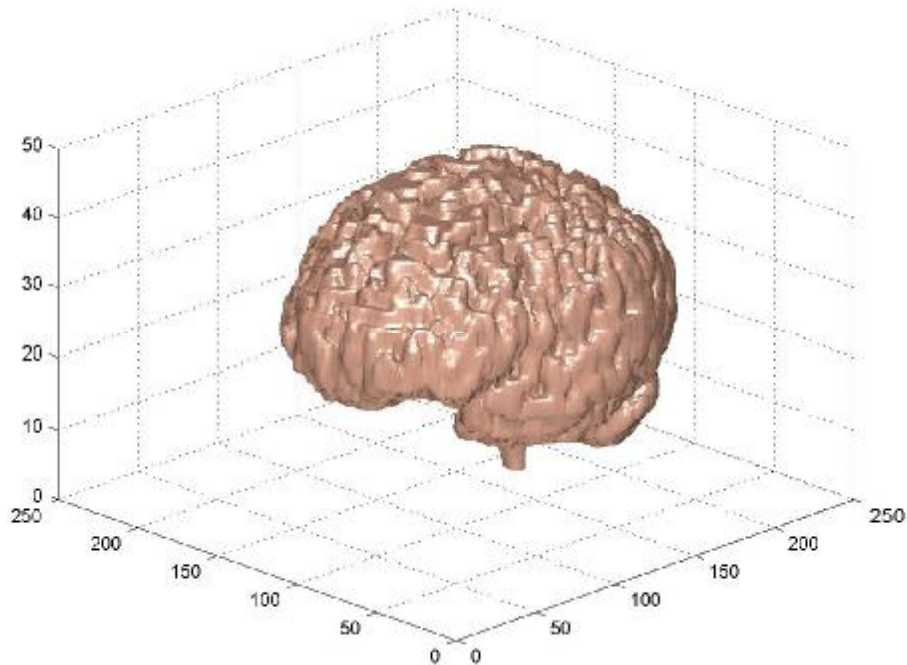
αντιστοιχούν σε ENY. Εξήχθη έτσι μία πρώτη προσέγγιση της διαχωριστικής επιφάνειας $K - ENY (S_3')$ και μια προσέγγιση της διαχωριστικής επιφάνειας $ENY - E (S_4')$. Στη συνέχεια, προβάλαμε στις εικόνες αυτές με τις S_3' και S_4' , τις περιοχές στο εσωτερικό του κρανίου ($<S_2$) και στο εσωτερικό του εγκεφάλου ($<S_4$), που υπολογίστηκαν προηγουμένως. Κάθε εικόνα καλύφθηκε, έτσι, με δύο «μάσκες», με σκοπό να χρησιμοποιηθούν ως οδηγοί κατά τη διαδικασία της μορφοποίησης. Η υπολογισμένη, από το προηγούμενο βήμα, εξωτερική επιφάνεια του ENY (S_3') διορθώνεται χειρονακτικά έτσι ώστε να ικανοποιούνται τα εξής [Heinonen et al., 1997], [Nieuwenhuys et al., 1983]:

1. Η εξωτερική επιφάνεια του ENY (S_3) να περικλείει στο εσωτερικό της τον εγκέφαλο και να περιορίζεται από την εξωτερική επιφάνεια του κρανίου (S_2).
2. Το πάχος του οστού ($S_2 - S_3$) να διατηρείται από 0.5 μέχρι 1.5 cm.
3. Το πάχος του ENY ($S_3 - S_4$) να είναι τουλάχιστον 0.3 cm.
4. Η εξωτερική επιφάνεια του ENY (S_3) να είναι κατά το δυνατόν ομαλή.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να υπογραμμίσουμε, ότι μόνο η αρχική εκτίμηση της εξωτερικής επιφάνειας του ENY (S_3') μεταβλήθηκε, οπότε και προέκυψε η τελική S_3 . Η επιφάνεια S_4 παρέμεινε αμετάβλητη, όπως ακριβώς είχε υπολογιστεί προηγουμένως.

Με τον τρόπο αυτό υπολογίστηκε, για κάθε MRI εικόνα, η περιοχή που αντιστοιχεί σε ENY. Από τη συσσώρευση όλων των δυαδικών εικόνων που

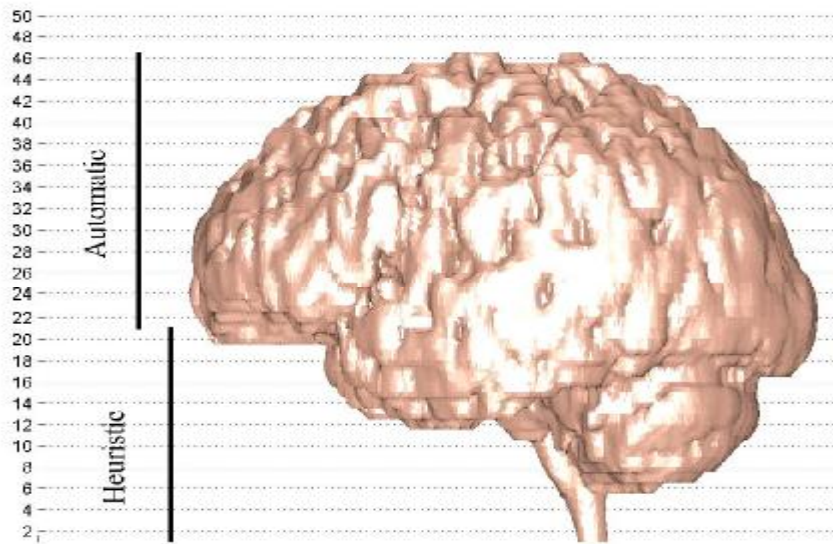
κατασκευάστηκαν, δημιουργήθηκε η τελική εξωτερική επιφάνεια του ENY (S_3).



Σχήμα 3.11 Η υπολογισμένη από τις εικόνες MRI εξωτερική επιφάνεια του εγκεφάλου

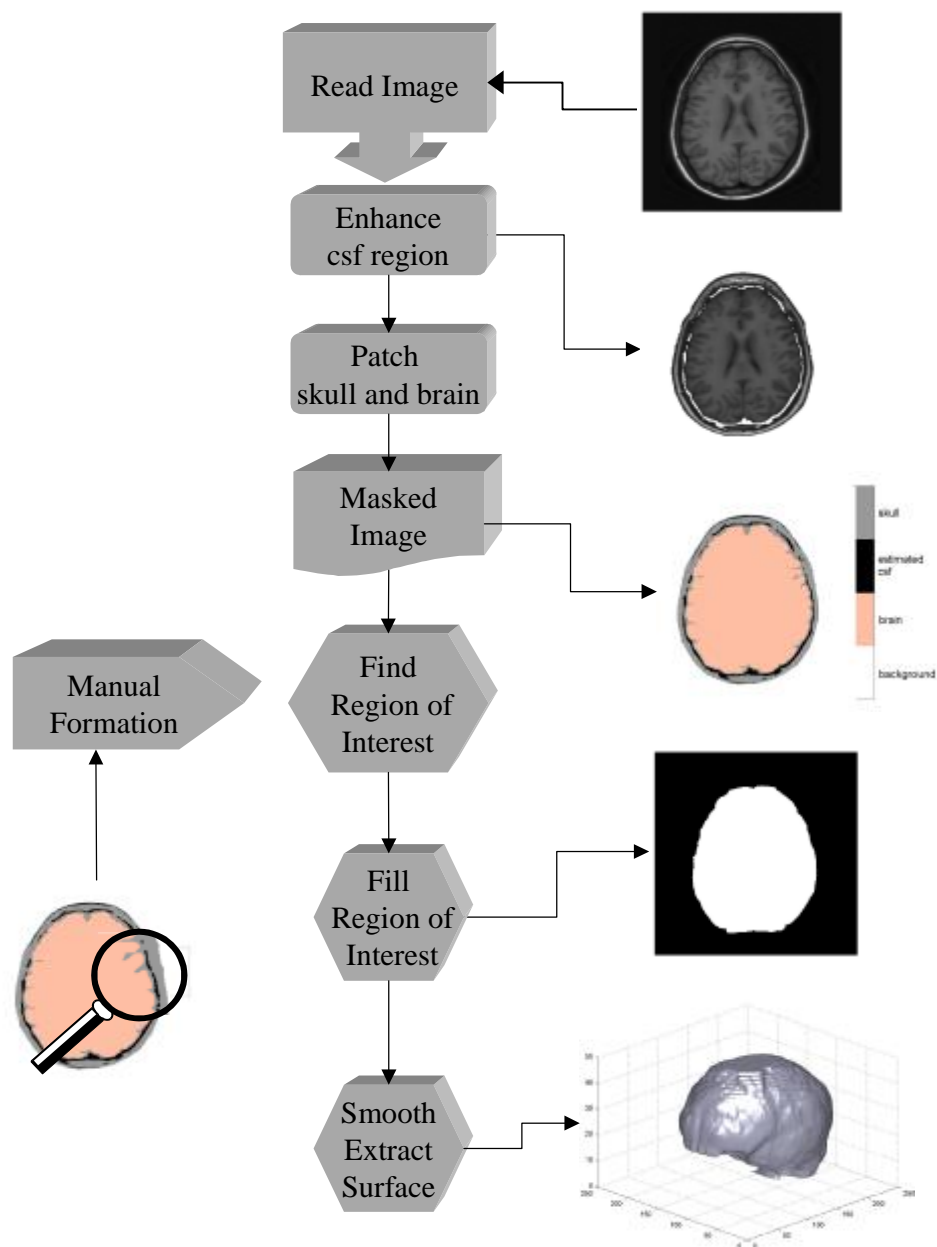
Η εξωτερική επιφάνεια της περιοχής του θαλάμου υπολογίστηκε με παρόμοια διαδικασία, όπως εκείνη που ακολουθήθηκε για την εξαγωγή της εξωτερικής επιφάνειας του εγκεφάλου (Σχήμα 3.10). Όπως αναφέρεται στο κεφάλαιο 1.4, ο θάλαμος αποτελεί ένα σύμπλεγμα πυρήνων φαιάς ουσίας στο εσωτερικό του εγκεφάλου, που περιβάλλονται από λευκή ουσία. Το γεγονός αυτό επιτρέπει το διαχωρισμό του από τους περιβάλλοντες ιστούς, καθώς οι ιστοί λευκής ουσίας απεικονίζονται με μεγαλύτερη φωτεινότητα από τους ιστούς φαιάς ουσίας σε μια εικόνα MRI. Βέβαια, για τον ακριβή προσδιορισμό της περιοχής αυτής, απαιτούνται μετωπιαίες τομές και όχι εγκάρσιες που είχαμε στη διάθεσή μας. Για αυτό το λόγο, ήταν απαραίτητη η συμβολή ενός έμπειρου νευροανατόμου⁶, προκειμένου να προσδιοριστούν τα όρια του θαλάμου με τη μέγιστη δυνατή ακρίβεια.

⁶ Καθηγητής ΕΚΠΑ. κ. Πάνας, Αιγινήτειο Νοσοκομείο.

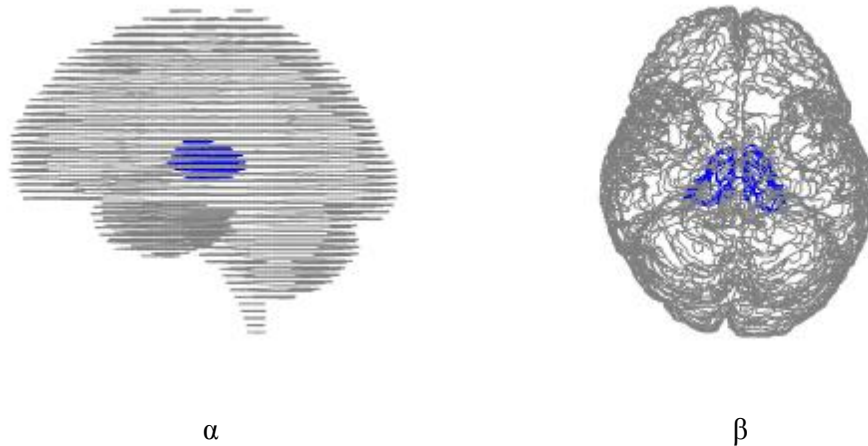


Σχήμα 3.12 Για τις τομές 21-50 η εξαγωγή της εξωτερικής επιφάνειας του εγκεφάλου έγινε αυτόματα με εφαρμογή του αλγορίθμου. Αντίθετα, οι τομές 1-20 χρειάστηκαν εξωτερική επέμβαση για την απόρριψη περιοχών (όπως μάτια κλπ.) που δεν ανήκουν στον εγκέφαλο.

Θα πρέπει να τονίσουμε το γεγονός ότι σκοπός της μεθοδολογίας που ακολουθήσαμε για το διαμερισμό του κεφαλιού, δεν ήταν η εξαγωγή των διαχωριστικών καμπυλών με τη μέγιστη δυνατή ακρίβεια. Το τελευταίο απαιτεί ανάπτυξη εξειδικευμένου αλγορίθμου, ο οποίος θα ενσωματώνει σύνθετες τεχνικές επεξεργασίας εικόνας. Άλλωστε, η πλήρως αυτοματοποιημένη εξαγωγή των καμπυλών προϋποθέτει την συγχώνευση τουλάχιστον δύο διαφορετικών τομογραφικών τεχνικών (MRI και CT) ή την διεξαγωγή ιδιαίτερης καταγραφής MRI (συνδυασμός T1 και T2). Τέτοιου είδους καταγραφές είναι απαραίτητες στην περίπτωση που το μοντέλο πρόκειται να χρησιμοποιηθεί σε νευροχειρουργικές επεμβάσεις υψηλής ακρίβειας.



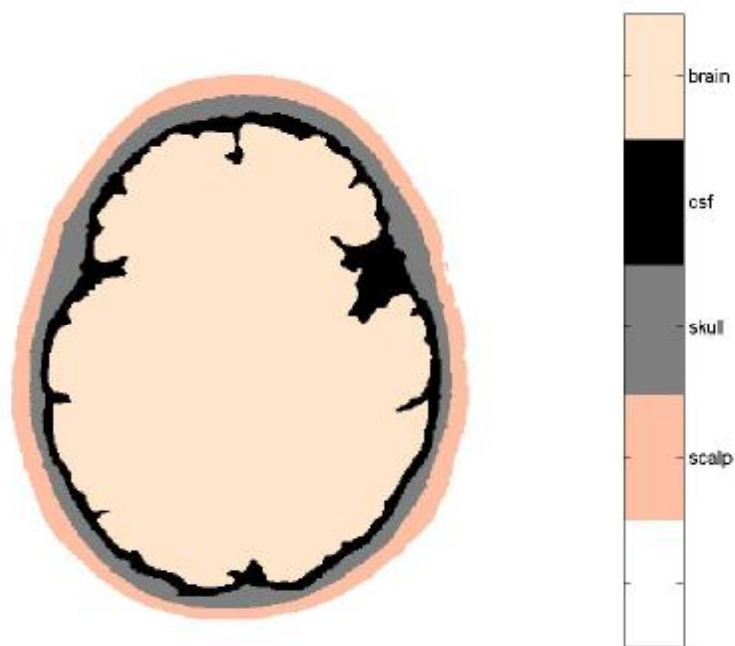
Σχήμα 3.13: Η διαδικασία εξαγωγής των συντεταγμένων της εξωτερικής επιφάνειας του ENY. Στην περίπτωση αυτή η επιλογή περιοχής ενδιαφέροντος γίνεται αποκλειστικά με ανθρώπινη επέμβαση (manual formation).



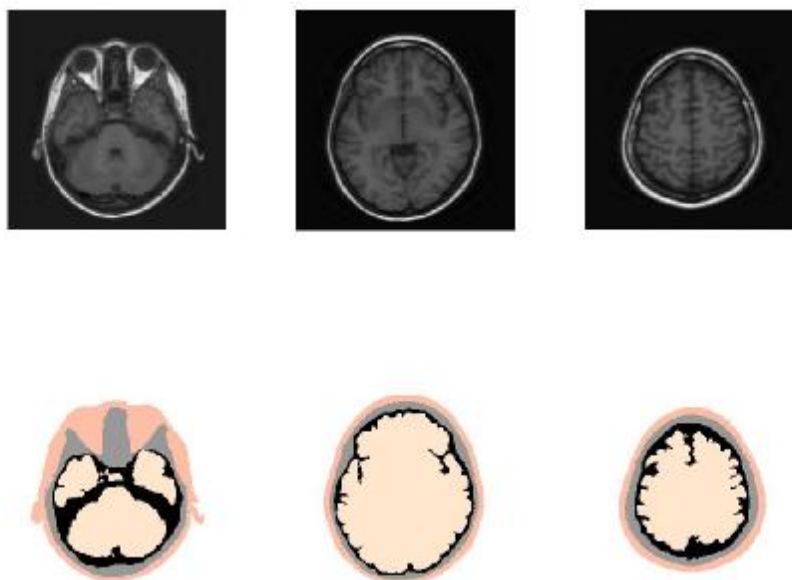
Σχήμα 3.14: Η περιοχή του θαλάμου, όπως υπολογίστηκε από τις εικόνες MRI. Στα Σχήματα εικονίζεται επίσης και ο εγκέφαλος, που είχε προσδιοριστεί σε προηγούμενο βήμα. α) οβελιαία τομή και β) εγκάρσια τομή

3.2.2. Ονομασία Περιοχών (Labeling)

Με το πέρας της διαδικασίας διαμερισμού, για κάθε εικόνα MRI, κάθε pixel έχει χαρακτηριστεί («ονοματίστηκε») ανάλογα με την περιοχή στην οποία ανήκει (εξωτερικός χώρος, Δ, Κ, ΕΝΥ, ή Ε), όπως φαίνεται στα Σχήματα 3.15 (εικόνα MRI υπ' αριθμόν 24) και 3.16 (εικόνες MRI υπ' αριθμόν 15, 23 και 38).



Σχήμα 3.15: Ονομασία περιοχών εικόνας MRI υπ' αριθμόν 24. Με λευκό απεικονίζεται ο εξωτερικός χώρος.

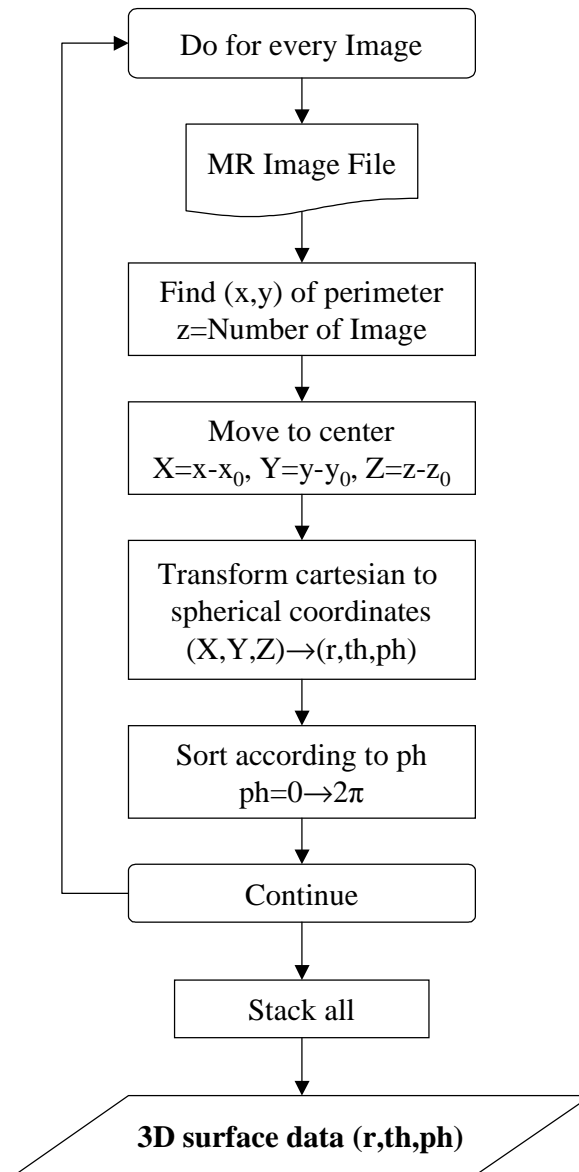


Σχήμα 3.16: Ονομασία περιοχών εικόνων MRI. Από αριστερά προς τα δεξιά δείχνονται οι εικόνες υπ' αριθμόν 15, 23 και 38.

3.2.3. Παραμετροποίηση – Εξαγωγή Συντεταγμένων του Πλέγματος

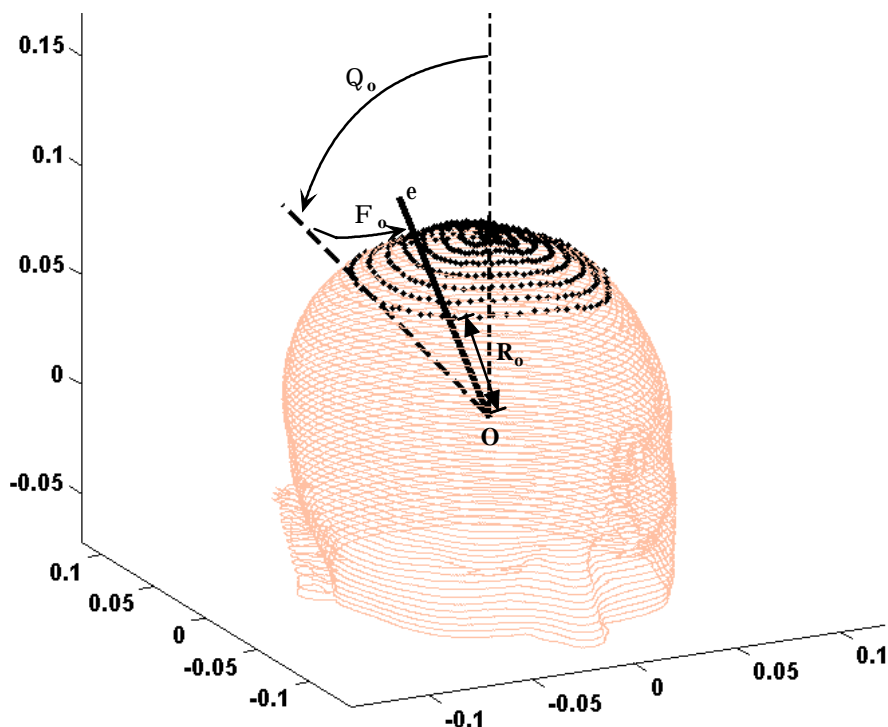
Οι τέσσερις διαχωριστικές επιφάνειες (S_1 , S_2 , S_3 και S_4) χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή τρισδιάστατου γεωμετρικού μοντέλου του κεφαλιού,

Transformation of surface from pixel values to (r,th,ph)



Σχήμα 3.17: Μετασχηματισμός συντεταγμένων και διακριτοποίηση των επιφανειών.

αποτελούμενο από τέσσερις περιοχές σταθερής αγωγιμότητας: E με $\sigma=0.33$ S/m, ENY με $\sigma=1$ S/m, K με $\sigma=0.0042$ S/m και Δ με $\sigma=0.33$ S/m. Οι τιμές αυτές έχουν προκύψει από πειραματικά δεδομένα και αναφέρονται συχνά στη βιβλιογραφία [Cuffin et al., 2001], [Zhou and van Oosterom, 1992], [Eshel et al., 1995], [Law, 1993] σε μελέτες, στις οποίες η αγωγιμότητα θεωρείται σταθερή και ισοτροπική σε κάθε τμήμα του κεφαλιού. Το απλοποιημένο αυτό μοντέλο χρησιμοποιείται και στην παρούσα εργασία για την περιγραφή των ηλεκτρικών ιδιοτήτων των ιστών. Η τεχνική όμως, που εφαρμόζεται για την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος, δηλαδή η ΜΠΟ,



Σχήμα 3.18 Στο Σχήμα απεικονίζεται η εξωτερική επιφάνεια του κεφαλιού, όπως προέκυψε μετά τον μετασχηματισμό σε σφαιρικές συντεταγμένες. Παραδειγματικά, φαίνεται η εφαρμογή του αλγορίθμου κατασκευής του καμπυλόγραμμου πλέγματος. Για πολική γωνία Θ_o και αζιμουθιακή γωνία Φ_o , ορίζεται μια ευθεία e . Από το κοινό σημείο της e με την επιφάνεια προκύπτει η ζητούμενη τρίτη συνιστώσα R_o . Στο Σχήμα φαίνονται τα σημεία της επιφάνειας που υπολογίστηκαν για τιμές της πολικής γωνίας Θ από θ έως Θ_o .

δεν απαγορεύει την απόδοση ανισοτροπίας στην αγωγιμότητα των ιστών. Θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε διαφορετική τιμή αγωγιμότητας στο κέντρο κάθε voxel, αλλά και στις επιφάνειές του, οπότε θα περιγράφαμε ακριβέστερα τις ηλεκτρικές ιδιότητες των ιστών του κεφαλιού, όμως δεν υπάρχουν επαρκή δεδομένα στη

βιβλιογραφία για να χρησιμοποιήσουμε τιμές αγωγιμότητας ξεχωριστές για διάφορους εγκεφαλικούς σχηματισμούς.

Αρχικά, κατασκευάστηκε ένα τρισδιάστατο πλέγμα αποτελούμενο από καμπυλόγραμμα voxel, όπως αυτό του Σχήματος 2.8. Συγκεκριμένα, ο συνολικός χώρος χωρίζεται κατά τις τρεις κατευθύνσεις (r,θ,φ) σε πεπερασμένου πλήθους voxel, διαστάσεων $\Delta r \times \Delta \theta \times \Delta \phi$. Οι διαστάσεις Δr , $\Delta \theta$ και $\Delta \phi$ μπορούν να μεταβάλλονται, ανάλογα με την πυκνότητα της διακριτοποίησης και, κατά συνέπεια, την ακρίβεια με την οποία επιθυμούμε να προσεγγίσουμε τη ρεαλιστική γεωμετρία του κεφαλιού. Το γεωμετρικό μοντέλο διακριτοποιήθηκε με τέτοιο τρόπο ώστε να αποτελείται από μεγάλα, σχετικά, voxels σε «μη ενδιαφέρουσες» περιοχές (δηλαδή περιοχές όπου δεν αναμένονται πηγές ούτε έχουμε απότομες μεταβολές στην αγωγιμότητα) και μικρότερα voxels σε «σημαντικές» για το πρόβλημά μας περιοχές, όπως η περιοχή του φλοιού του εγκεφάλου και η περιοχή πλησίον της διαχωριστικής επιφάνειας κρανίου – ENY. Με βάση τις διαχωριστικές επιφάνειες των περιοχών που υπολογίστηκαν με την βοήθεια των MRI εικόνων, σε κάθε voxel ανατέθηκε μια τιμή αγωγιμότητας αναφερόμενη σε μία από τις τέσσερις περιοχές του κεφαλιού.

Για την περιγραφή των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του αριθμητικού προτύπου του κεφαλιού, επιλέχθηκε το σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων στη θέση του καρτεσιανού συστήματος για να διευκολυνθεί η συγκριτική μελέτη των δύο προτύπων (αναλυτικού και αριθμητικού) και να αναδειχθεί η σφαιρική συμμετρία του προβλήματος. [Margolin and Shashkov, 1999]

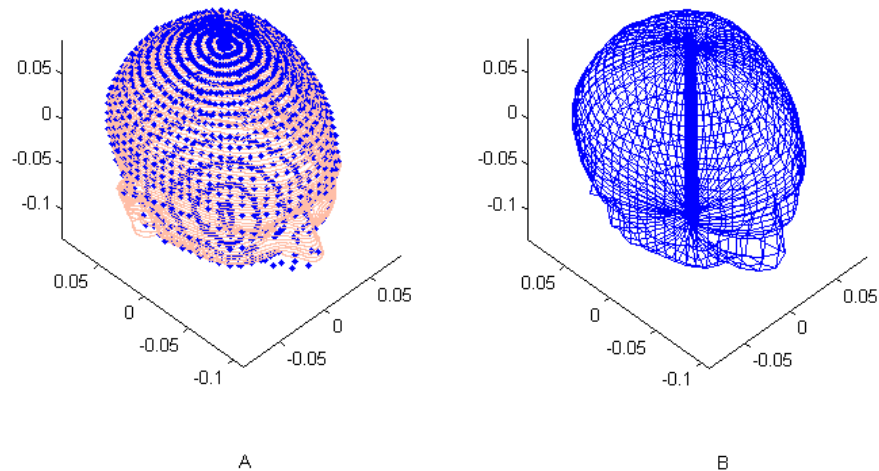
Σκοπός της διαδικασίας που θα περιγράψουμε παρακάτω είναι η διακριτοποίηση του χώρου του προβλήματος, που αποτελείται από τις τέσσερις περιοχές του κεφαλιού, σε μικρά καμπυλόγραμμα voxel με διαστάσεις $\Delta R=1$ mm και $\Delta \Theta=\Delta \Phi=\pi/32$ rad ($\approx 5.6^\circ$)⁷. Αναλυτικότερα, ο υπολογισμός των συντεταγμένων των κορυφών των voxel πραγματοποιήθηκε σε τρία στάδια:

1. Μετασχηματισμός των τεσσάρων επιφανειών S_1, S_2, S_3, S_4 από συντεταγμένες «MRI εικόνας» σε σφαιρικές συντεταγμένες.
2. Διακριτοποίηση των τεσσάρων διαχωριστικών επιφανειών.

⁷ Για να μειωθεί ο όγκος των δεδομένων και να διευκολυνθεί η διαδικασία επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος, η διακριτοποίηση κατά την πολική διεύθυνση στο κάτω μέρος του κεφαλιού μεταβλήθηκε σε $\Delta \Theta=\pi/16$ rad.

3. Διακριτοποίηση των ενδιάμεσων περιοχών.

Ο αλγόριθμος, που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση του πρώτου σταδίου, περιγράφεται στο Σχήμα 3.17 Για τις τέσσερις διαχωριστικές επιφάνειες, όπως προέκυψαν από το προηγούμενο βήμα, τα δεδομένα μετασχηματίστηκαν έτσι ώστε τα σημεία της επιφάνειας να περιγράφονται σε σφαιρικές συντεταγμένες. Η αρχή $O(x_0, y_0, z_0)$ των αξόνων επιλέχθηκε έτσι ώστε η κορυφή του κεφαλιού (όπου τοποθετείται το Cz ηλεκτρόδιο) να αντιστοιχεί σε πολική γωνία $\theta=0$.

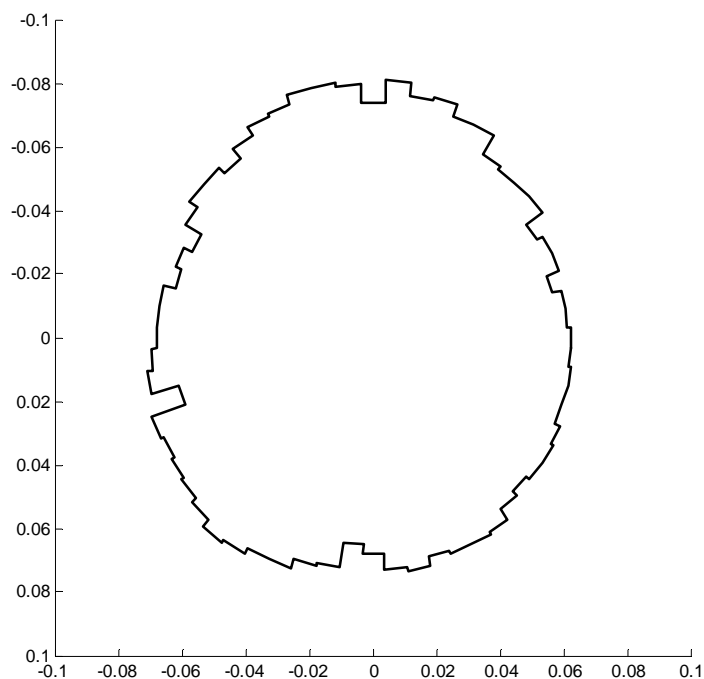


Σχήμα 3.19: Στο Σχήμα A απεικονίζεται η εξωτερική επιφάνεια του δέρματος όπως υπολογίστηκε μετά το πρώτο στάδιο (μετασχηματισμό από συντεταγμένες «MRI εικόνας» σε σφαιρικές συντεταγμένες.) Επίσης φαίνονται τα σημεία πάνω στην επιφάνεια όπως προέκυψαν μετά την εφαρμογή του αλγορίθμου του δεύτερου σταδίου. Με κορυφές τα σημεία αυτά θα κατασκευαστεί το πλέγμα της συγκεκριμένης επιφάνειας, το οποία απεικονίζεται στο Σχήμα B.

Για τη διακριτοποίηση των διαχωριστικών επιφανειών, κάθε μια από τις τέσσερις διαχωριστικές επιφάνειες αναπαραστάθηκε ως ένα τρισδιάστατο ορθογώνιο καμπυλόγραμμα πλέγμα. Οι σφαιρικές συνιστώσες των σημείων του πλέγματος υπολογίστηκαν ως εξής: Αρχικά οι γωνιακές συντεταγμένες (πολική και αζιμουθιακή) υπολογίστηκαν έτσι ώστε να συμπεριλαμβάνουν όλες τις δυνατές κατευθύνσεις.

$$\Theta_j, \text{ όπου } j=1, \dots, 25^8 \text{ και } \Phi_k = k \cdot \frac{\pi}{32}, \text{ όπου } k=1, \dots, 64.$$

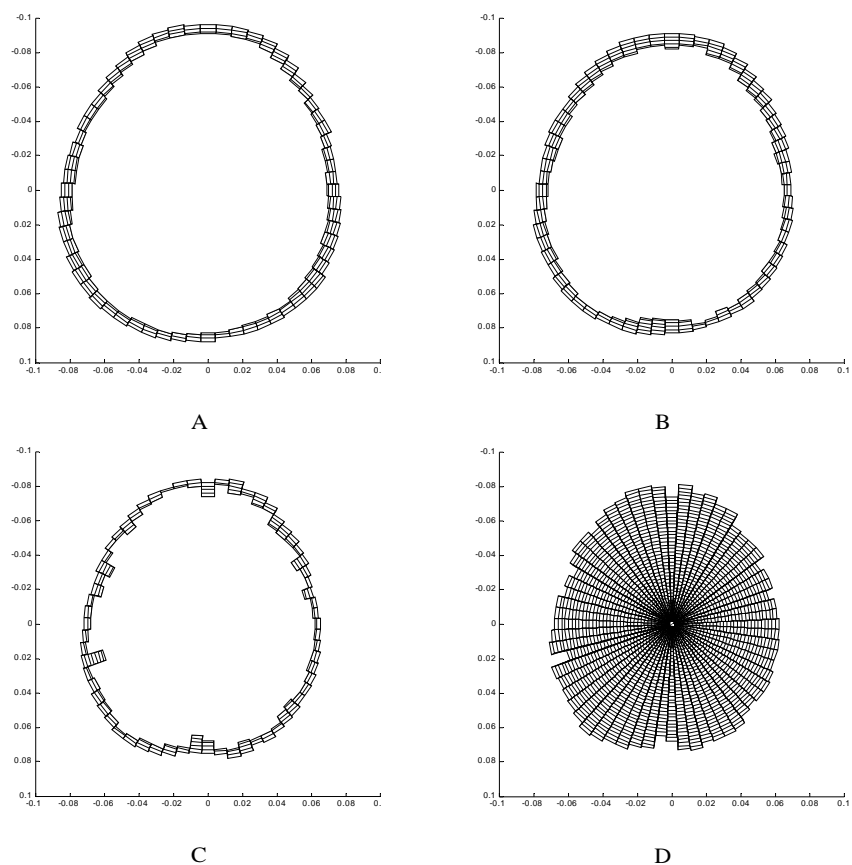
⁸ Η πολική γωνία Θ λαμβάνει τιμές από 0 έως $\pi/2$. Υπενθυμίζεται ότι το προκύπτον πλέγμα είναι τελικά αραιότερο στο κάτω τμήμα του κεφαλιού.



Σχήμα 3.20: Οριζόντια τομή, που αντιστοιχεί σε $\Theta_0=76^\circ$, του πλέγματος που κατασκευάστηκε μετά την εφαρμογή του αλγορίθμου για την περιγραφή της εξωτερικής επιφάνειας του εγκεφάλου.

Για κάθε ζεύγος (j,k) ορίζεται μια ημιευθεία $\varepsilon(j,k)$ με αρχή το σημείο $O(x_0,y_0,z_0)$ (ή $O(0,0,0)$ στις σφαιρικές συντεταγμένες (R,Θ,Φ) του προβλήματος), η οποία τέμνει την επιφάνεια σε τυχαίο σημείο. Αν υπολογίσουμε την απόστασή του από το O , προκύπτει η ζητούμενη ακτινική συντεταγμένη θέσης του σημείου, R_i (Σχήμα 3.18). Συγκεκριμένα, η τελική τιμή του R_i προέκυψε μετά από στρογγυλοποίηση στο 0.001 m, ώστε να διατηρηθεί σταθερό το ΔR . Με τον τρόπο αυτό σε κάθε διαχωριστική επιφάνεια των τεσσάρων περιοχών του κεφαλιού υπολογίστηκαν 1600 σημεία τομής του πλέγματος. Παραδειγματικά παρατίθεται στο Σχήμα 3.19, το καμπυλόγραμμο πλέγμα που περιγράφει την εξωτερική επιφάνεια του κεφαλιού, ενώ στο Σχήμα 3.20 εικονίζεται μία οριζόντια τομή του πλέγματος της διαχωριστικής επιφάνειας $E - ENY$.

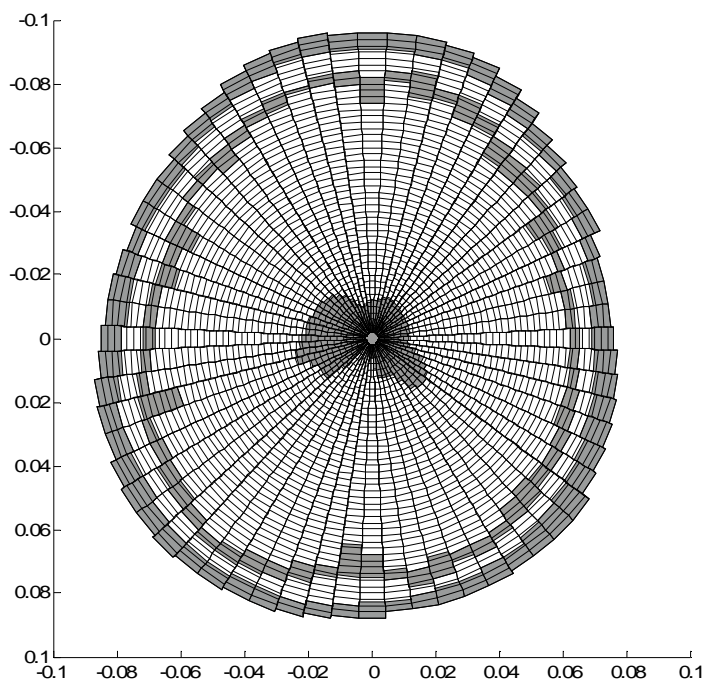
Στο επόμενο στάδιο, έγινε η διακριτοποίηση κάθε περιοχής σε



Σχήμα 3.21: Οριζόντια τομή, που αντιστοιχεί σε $\Theta_0=76^\circ$, των τεσσάρων περιοχών του κεφαλιού, μετά τον διαχωρισμό τους σε voxel. A) Περιοχή Δέρματος (Δ), B) Περιοχή κρανίου (Κ), C) Περιοχή εγκεφαλονωτιαίου υγρού (ΕΝΥ) και D) Περιοχή Εγκεφάλου (Ε).

καμπυλόγραμμα voxel. Οι συντεταγμένες τους υπολογίστηκαν ως εξής: Καλύπτοντας πάλι τον χώρο για κάθε συνδυασμό πολικών και αζιμουθιακών συντεταγμένων (j,k) , κινηθήκαμε κατά μήκος της ημιευθείας $\epsilon(j,k)$, έχοντας χωρίσει την ημιευθεία σε τμήματα του 1 mm. Αν το πλέγμα που ορίζει τη διακριτοποίηση της επιφάνειας S_4 – κατά μήκος της $\epsilon(j,k)$ – βρίσκεται στην απόσταση R_{S_4} , τότε όλα τα voxels με κέντρα επί της $\epsilon(j,k)$ με απόσταση r του κέντρου τους από την αρχή των συντεταγμένων $r < R_{S_4}$ ανήκουν στην περιοχή Ε. Στη συνέχεια, όσα voxel έχουν, κατά μήκος πάντα της $\epsilon(j,k)$, $R_{S_4} < r < R_{S_3}$, ανήκουν στην περιοχή ΕΝΥ, όπου φυσικά R_{S_3} είναι η απόσταση του πλέγματος που ορίζει την S_3 , κατά μήκος της $\epsilon(j,k)$, από την αρχή των αξόνων. Παρόμοια βρίσκουμε τα voxels, κατά μήκος της $\epsilon(j,k)$, που ανήκουν στις περιοχές Κ και Δ. Στο Σχήμα 3.21 φαίνεται μια οριζόντια τομή των τεσσάρων διακριτοποιημένων περιοχών του κεφαλιού για μια συγκεκριμένη γωνία Θ ($\Theta_0=76^\circ$). Τελικά, για όλο το

χώρο του προβλήματος η διακριτοποίηση είχε πυκνότητα 131 τιμών κατά την R διεύθυνση, 26 κατά την Θ διεύθυνση και 65 κατά την Φ διεύθυνση. Σε κάθε voxel δόθηκε μια τιμή αγωγιμότητας ανάλογα με την περιοχή στην οποία βρέθηκε ότι ανήκει. Στο σημείο αυτό πρέπει να τονίσουμε ότι το διακριτοποιημένο μοντέλο που κατασκευάστηκε ελέγχθηκε, έτσι ώστε η μετάβαση από την κάθε περιοχή στην επόμενη να γίνεται διαδοχικά με την εξής σειρά: E – ENY – K – Δ. Δηλαδή, τελικά το μοντέλο εξετάστηκε ώστε να μην παρουσιάζεται το φαινόμενο μετάβασης από μια



Σχήμα 3.22: Οριζόντια τομή, που αντιστοιχεί σε $\Theta_0=76^\circ$, του τελικού διακριτοποιημένου μοντέλου του κεφαλιού. Διακρίνονται οι τέσσερις περιοχές (E, ENY, K, Δ), καθώς επίσης και η περιοχή του θαλάμου. Υπενθυμίζουμε, ότι για τον θάλαμο θεωρήθηκε ίδια τιμή αγωγιμότητας με του εγκεφάλου, αλλά η διακριτοποίησή του ήταν απαραίτητη, καθώς αποτελεί περιοχή αναζήτησης πηγών.

περιοχή του κεφαλιού στην μεθεπόμενη (π.χ από voxel εγκεφάλου σε voxel κρανίου). Το τελικό αποτέλεσμα για τη γωνία $\Theta_0=76^\circ$ φαίνεται στο Σχήμα 3.22.

Μετά το διαχωρισμό των επιμέρους περιοχών του κεφαλιού και τον υπολογισμό των συντεταγμένων των κορυφών των voxel, το γεωμετρικό μοντέλο του κεφαλιού που προέκυψε, σε συνδυασμό με τις προσαπτόμενες ηλεκτρικές ιδιότητες των ιστών, χρησιμοποιήθηκε για την εξαγωγή αριθμητικών λύσεων του αντιστρόφου προβλήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΣΕ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΕΝΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ

4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Για την αξιολόγηση της απόδοσης των προτεινόμενων αλγορίθμων επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος στην ηλεκτροεγκεφαλογραφία είναι απαραίτητο να εξεταστεί η συμπεριφορά τους σε δοκιμαστικές αντιστροφές, όπου η ζητούμενη ρευματική πηγή είναι γνωστή εκ των προτέρων. Αναλυτικότερα, χρησιμοποιήθηκαν τεχνικές προσομοίωσης οι οποίες συνίστανται στον υπολογισμό στα σημεία των επιφανειακών ηλεκτροδίων των τιμών δυναμικού του πεδίου, που δημιουργείται λόγω της ύπαρξης γνωστής εγκεφαλικής δραστηριότητας, που περιγράφεται από μία ή περισσότερες διπολικές πηγές, ή από γνωστή κατανομή ρευματικών πηγών, ανάλογα με το επιλεγμένο πρότυπο περιγραφής της εγκεφαλικής δραστηριότητας. Στη συνέχεια, με δεδομένες τις τιμές δυναμικού και με χρήση του κατάλληλου αλγορίθμου, επιλύθηκε το αντίστροφο πρόβλημα για την εύρεση του (ή των) καταλληλότερου διπόλου ή της καταλληλότερης ρευματικής κατανομής. Από την σύγκριση της αρχικής προσομοιωμένης πηγής και του αποτελέσματος του κάθε αλγορίθμου προέκυψαν συμπεράσματα για την απόδοσή τους, τις δυνατότητες και τους περιορισμούς του. Για τον ποσοτικό προσδιορισμό των δυνατοτήτων και των περιορισμών των προτεινόμενων αλγορίθμων χρησιμοποιήθηκαν παράμετροι ελέγχου της απόδοσής τους, οι οποίες αναφέρονται στη συνέχεια.

4.1.1. Παράμετροι ελέγχου απόδοσης αλγορίθμων

1. Μέτρο της απόστασης μεταξύ των διανυσμάτων θέσεως της προσομοιωμένης διπολικής πηγής \mathbf{r}_{th} και της εκτιμώμενης από το αντίστροφο πρόβλημα πηγής \mathbf{r}'_{th} .

$$\Delta r = \left\| \mathbf{r}_{th}^{\mathbf{r}} - \mathbf{r}_{th}^{\mathbf{r}'} \right\| \quad [4.1]$$

Η παράμετρος αυτή έχει διαστάσεις μήκους και περιγράφει την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου στον υπολογισμό της θέσης της ρευματικής πηγής. Εφαρμόζεται, δε, μόνο στην περίπτωση που η προς ανίχνευση ηλεκτρική εγκεφαλική δραστηριότητα περιγράφεται με τη βοήθεια του προτύπου του συγκεντρωμένου (σε ένα, ή δύο, σημεία του χώρου πηγών) διπόλου ($\dot{\mathbf{M}}$) και όχι ως κατανομή μονοπολικών ρευματικών πηγών (A_k). Στην περίπτωση που θεωρούμε δύο δίπολα στις θέσεις $\mathbf{r}_{th,1}^{\mathbf{r}}$ και $\mathbf{r}_{th,2}^{\mathbf{r}}$, η παράμετρος υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta r = \sum_{i=1}^2 \left\| \mathbf{r}_{th,i}^{\mathbf{r}} - \mathbf{r}_{th,i}^{\mathbf{r}'} \right\| \quad [4.2]$$

2. Μέτρο της απόκλισης του διανύσματος της ροπής του προσομοιωμένου διπόλου $\dot{\mathbf{M}}_{th}$ από το διάνυσμα της ροπής του υπολογισμένου από τον αλγόριθμο διπόλου $\dot{\mathbf{M}}'_{th}$.

$$\Delta M = \left\| \dot{\mathbf{M}}_{th}^{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{M}}'_{th} \right\| \quad [4.3]$$

Η παράμετρος αυτή έχει διαστάσεις ηλεκτρικής ροπής (Ampere-m) και περιγράφει «συνολικά» την ικανότητα του αλγορίθμου να υπολογίζει το μέγεθος, αλλά και τον προσανατολισμό του ρευματικού διπόλου που θεωρείται ότι περιγράφει την ηλεκτρική δραστηριότητα του εγκεφάλου. Όπως και η προηγούμενη παράμετρος Δr , χρησιμοποιείται μόνο στην περίπτωση που το μοντέλο της πηγής είναι ένα, ή δύο, συγκεντρωμένα δίπολα. Για την περίπτωση των δύο διπόλων, ο προηγούμενος τύπος μετατρέπεται στον:

$$\Delta M = \sum_{i=1}^2 \left\| \dot{\mathbf{M}}_{th,i}^{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{M}}'_{th,i} \right\| \quad [4.4]$$

3. Η σχετική διαφορά (Relative Residual – RR) των τιμών δυναμικού, η οποία βρίσκεται από τον τύπο:

$$RR = \left(\frac{\sum_{m=1}^M (V_{th,m} - V'_{th,m})^2}{\sum_{m=1}^M V_{th,m}^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad [4.5]$$

Η παράμετρος RR περιγράφει πόσο καλά η κατανομή δυναμικού που αντιστοιχεί στην εκτιμώμενη από το αντίστροφο πρόβλημα διπολική ή μονοπολική ρευματική πηγή (και η οποία κατανομή δυναμικού υπολογίζεται με επίλυση των εξισώσεων του ευθέως προβλήματος) αντικατοπτρίζει την κατανομή δυναμικού που προκαλείται από την προσομοιωμένη, κάθε φορά, πηγή. Αναλυτικότερα, έστω $A_{th,k}$, $k=1,\dots,N$ οι N ρευματικές πηγές (σε Ampere) που τοποθετούμε σε διάφορα σημεία του χώρου πηγών, για να προσομοιώσουμε μια κατανομή (ή αντίστοιχα στην περίπτωση που θεωρούμε διπολική πηγή, έστω $\dot{M}_{th}(M_r, M_\theta, M_\phi)$ η ροπή του διπόλου). Εφαρμόζουμε τη σχέση [2.48] (ή [2.84] για διπολική ροπή) και βρίσκουμε τις τιμές δυναμικού του πεδίου που δημιουργείται στα σημεία όπου τοποθετούμε τα ηλεκτρόδια, $V_{th,m}$, όπου $m=1,\dots,M$ και M το πλήθος των ηλεκτροδίων. Στη συνέχεια, επιλύουμε το κατάλληλο αντίστροφο πρόβλημα, ανάλογα με το θεωρούμενο κάθε φορά γεωμετρικό πρότυπο του κεφαλιού και το μοντέλο των πηγών και υπολογίζουμε την κατανομή πηγών $A'_{th,k}$ (ή \dot{M}'_{th} αντίστοιχα). Τέλος, εφαρμόζουμε εκ νέου την εξίσωση [2.48] (ή [2.84] για διπολική πηγή), τοποθετώντας στην θέση των $A_{th,k}$ τις τιμές που προέκυψαν από την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος $A'_{th,k}$ και υπολογίζουμε το δυναμικό του πεδίου που προκαλείται από τις ρευματικές πηγές $A'_{th,k}$, στα σημεία των ηλεκτροδίων, $V'_{th,m}$. Για την σύγκριση των $V_{th,m}$ και $V'_{th,m}$, εισάγεται η παράμετρος RR, όπως ορίστηκε προηγουμένως.

Η παράμετρος είναι αδιάστατη και είναι προφανές ότι όσο μικρότερες οι τιμές της, τόσο καλύτερα προσεγγίζονται οι προσομοιωμένες τιμές δυναμικού από τη λύση του εφαρμοζόμενου αλγορίθμου. Μπορεί δε να χρησιμοποιηθεί σε όλες τις περιπτώσεις (αναλυτικό ή πεπερασμένο γεωμετρικό μοντέλο κεφαλιού και μονοπολική ή διπολική πηγή).

4. Η σχετική απόσταση της ανακατασκευασμένης από τον αλγόριθμο κατανομής μονοπολικών ρευματικών πηγών $\mathbf{X}_{th,k}$ από την επιθυμητή \mathbf{X}_{th} . Η παράμετρος αυτή είναι αδιάστατη και χρησιμοποιείται μόνο στην περίπτωση επαναληπτικού αλγορίθμου, όπου θεωρούμε κατανομή μονοπολικών ρευματικών πηγών. Αναλυτικότερα, έστω \mathbf{X}_{th} , το διάνυσμα (μήτρα διαστάσεων $N_s \times 1$, όπου N_s : το πλήθος των voxel της Περιοχής Πηγών) των τιμών των ρευματικών πηγών που αντιπροσωπεύει την προσομοιωμένη κατανομή, που επιθυμούμε να ανακατασκευάσουμε. Εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο CG, όπως περιγράφεται στον

Πίνακα 2.1, υπολογίζουμε, για κάθε επαναληπτικό βήμα, το διάνυσμα $\mathbf{x}_{th,k}$ (όπου $k=1,\dots,N_{iter}$ και N_{iter} : το πλήθος των επαναλήψεων) και στη συνέχεια τη διαφορά $\|\mathbf{x}_{th,k} - \mathbf{x}_{th}\|$. Η σχετική απόσταση της ανακατασκευασμένης $\mathbf{x}_{th,k}$ από την επιθυμητή \mathbf{x}_{th} μπορεί να υπολογιστεί από τον τύπο:

$$\delta_{th}(k) = \frac{\|\mathbf{x}_{th,k} - \mathbf{x}_{th}\|}{\|\mathbf{x}_{th}\|} \quad [4.6]$$

Η παράμετρος αυτή είναι αδιάστατη και ελέγχει κατά πόσο οι ανακατασκευασμένες κατανομές που υπολογίζει ο αλγόριθμος πλησιάζουν στην προσομοιωμένη και επιθυμητή κατανομή \mathbf{x}_{th} .

4.2. ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΤΥΠΟ

Ο αλγόριθμος που προτείνεται για την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος με χρήση του προτύπου ενός ή περισσότερων διπόλων για την περιγραφή της ηλεκτρικής εγκεφαλικής δραστηριότητας αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο (Κεφάλαιο 2.2.2).

Οι τιμές της αγωγιμότητας (βλ. Κεφ. 3.2.3) και οι ακτινικές διαστάσεις των αντίστοιχων διαχωριστικών επιφανειών των τεσσάρων σφαιρικών φλοιών του τετραστροφιακού σφαιρικού προτύπου του εγκεφάλου, που χρησιμοποιήθηκε για την αναλυτική επίλυση του ευθέος και αντιστρόφου προβλήματος δίνονται στον Πίνακα 4.1.

Περιοχή	Ακτίνα Διαχωριστικής επιφάνειας (m)		σ (S/m)
E – Εγκέφαλος	E – ENY	$r=0.0711$	0.33
ENY – Εγκεφαλονοτιαίο υγρό	ENY-K	$r=0.0790$	1.00
K – Κρανίο	K-Δ	$r=0.0896$	0.0042
Δ - Δέρμα	Δ-εξωτερικός χώρος (αέρας)	$r=0.0979$	0.33

Πίνακας 4.1: Οι τιμές της αγωγιμότητας και οι ακτινικές διαστάσεις των αντίστοιχων διαχωριστικών επιφανειών των τεσσάρων σφαιρικών φλοιών που χρησιμοποιήθηκαν για την προσέγγιση της γεωμετρίας του κεφαλιού στο αναλυτικό πρότυπο.

Ο υπολογισμός της ακτίνας των διαχωριστικών επιφανειών κάθε σφαιρικού φλοιού που αντιπροσωπεύει μια περιοχή του κεφαλιού σταθερής αγωγιμότητας προέκυψε από το ρεαλιστικής γεωμετρίας μοντέλο του κεφαλιού, το οποίο

	r_E (m)	θ_E (°)	φ_E (°)
F2	0.97891	45.0	157.5
Fz	0.97891	45.0	180.0
F1	0.97891	45.0	202.5
FC4	0.97891	45.0	112.5
FC2	0.97891	22.5	135.0
FCz	0.97891	22.5	180.0
FC1	0.97891	22.5	225.0
FC3	0.97891	45.0	247.5
C4	0.97891	45.0	90.0
C2	0.97891	22.5	90.0
Cz	0.97891	0.0	0.0
C1	0.97891	22.5	270.0
C3	0.97891	45.0	270.0
CP4	0.97891	45.0	67.5
CP2	0.97891	22.5	45.0
CPz	0.97891	22.5	0.0
CP1	0.97891	22.5	315.0
CP3	0.97891	45.0	292.5
P2	0.97891	45.0	22.5
Pz	0.97891	45.0	0.0
P1	0.97891	45.0	337.5

Πίνακας 4.2: Οι σφαιρικές συντεταγμένες των θέσεων των ηλεκτροδίων που χρησιμοποιήθηκαν για το αναλυτικό πρότυπο σφαιρικής γεωμετρίας.

κατασκευάστηκε με τη βοήθεια μιας τρισδιάστατης καταγραφής MRI (βλέπε κεφ. 3 και Σχήμα 3.2). Όπως περιγράφηκε στο κεφάλαιο 3, κατασκευάστηκε ένα ρεαλιστικό μοντέλο του κεφαλιού, το οποίο διαχωρίστηκε σε τέσσερις περιοχές (εγκέφαλος – E, εγκεφαλονωτιαίο υγρό – ENY, κρανίο – K και δέρμα – Δ). Για κάθε διαχωριστική επιφάνεια του κεφαλιού εφαρμόστηκε αλγόριθμος για τον υπολογισμό της σφαιρικής επιφάνειας, η οποία προσαρμόζεται καλύτερα στην συγκεκριμένη διαχωριστική των επιφάνεια (best fit sphere) και ο υπολογισμός της ακτίνας της γίνεται με χρήση τεχνικών βελτιστοποίησης. Οι θέσεις των, υποτιθέμενων, ηλεκτροδίων που χρησιμοποιήθηκαν στη διαδικασία προσομοίωσης περιέχονται στον Πίνακα 4.2. Στον Πίνακα 4.3 αναφέρονται οι συνιστώσες των σημείων στην Περιοχή Πηγών, δηλαδή κέντρων των voxel όπου διερευνούμε την ύπαρξη πηγών. Οι περιοχές, όπου θεωρούμε ότι εμφανίζεται εγκεφαλική δραστηριότητα μετρήσιμη στην εξωτερική επιφάνεια του κεφαλιού, είναι τρεις: δύο στρώματα του φλοιού, το εσωτερικό (C2)

και το εξωτερικό (C1) πάχους 2 mm (μεταξύ των οποίων παρεμβάλλεται ένα στρώμα

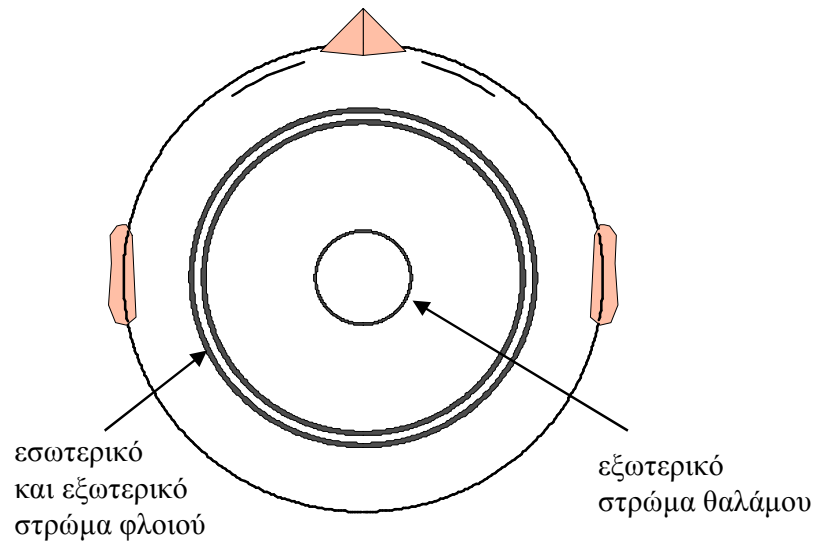
α/α	TH			C2			C1		
	$r_s(m)$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	$r_s(m)$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	$r_s(m)$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$
1	0.0195	0	0	0.0651	0	0	0.0701	0	0
2	0.0195	22.5	22.5	0.0651	22.5	22.5	0.0701	22.5	22.5
3	0.0195	22.5	45	0.0651	22.5	45	0.0701	22.5	45
4	0.0195	22.5	67.5	0.0651	22.5	67.5	0.0701	22.5	67.5
5	0.0195	22.5	90	0.0651	22.5	90	0.0701	22.5	90
6	0.0195	22.5	112.5	0.0651	22.5	112.5	0.0701	22.5	112.5
7	0.0195	22.5	135	0.0651	22.5	135	0.0701	22.5	135
8	0.0195	22.5	157.5	0.0651	22.5	157.5	0.0701	22.5	157.5
9	0.0195	22.5	180	0.0651	22.5	180	0.0701	22.5	180
10	0.0195	22.5	202.5	0.0651	22.5	202.5	0.0701	22.5	202.5
11	0.0195	22.5	225	0.0651	22.5	225	0.0701	22.5	225
12	0.0195	22.5	247.5	0.0651	22.5	247.5	0.0701	22.5	247.5
13	0.0195	22.5	270	0.0651	22.5	270	0.0701	22.5	270
14	0.0195	22.5	292.5	0.0651	22.5	292.5	0.0701	22.5	292.5
15	0.0195	22.5	315	0.0651	22.5	315	0.0701	22.5	315
16	0.0195	22.5	337.5	0.0651	22.5	337.5	0.0701	22.5	337.5
17	0.0195	22.5	360	0.0651	22.5	360	0.0701	22.5	360
18	0.0195	45	22.5	0.0651	45	22.5	0.0701	45	22.5
19	0.0195	45	45	0.0651	45	45	0.0701	45	45
20	0.0195	45	67.5	0.0651	45	67.5	0.0701	45	67.5
21	0.0195	45	90	0.0651	45	90	0.0701	45	90
22	0.0195	45	112.5	0.0651	45	112.5	0.0701	45	112.5
23	0.0195	45	135	0.0651	45	135	0.0701	45	135
24	0.0195	45	157.5	0.0651	45	157.5	0.0701	45	157.5
25	0.0195	45	180	0.0651	45	180	0.0701	45	180
26	0.0195	45	202.5	0.0651	45	202.5	0.0701	45	202.5
27	0.0195	45	225	0.0651	45	225	0.0701	45	225
28	0.0195	45	247.5	0.0651	45	247.5	0.0701	45	247.5
29	0.0195	45	270	0.0651	45	270	0.0701	45	270
30	0.0195	45	292.5	0.0651	45	292.5	0.0701	45	292.5
31	0.0195	45	315	0.0651	45	315	0.0701	45	315
32	0.0195	45	337.5	0.0651	45	337.5	0.0701	45	337.5
33	0.0195	45	360	0.0651	45	360	0.0701	45	360

Πίνακας 4.3: Οι συντεταγμένες των κέντρων των voxel των τριών περιοχών του κεφαλιού όπου αναζητούνται πηγές: TH: θάλαμος, C2: εσωτερικός φλοιός και C1: εξωτερικός φλοιός του εγκεφάλου.

3 mm, όπου δεν αναζητούνται πηγές) και ο εξωτερικός φλοιός του θαλάμου (TH) (Σχήμα 4.1). [Buchner et al., 1999]

Με σκοπό να μελετηθεί η ακρίβεια με την οποία ο αλγόριθμος υπολογίζει το διάνυσμα μιας διπολικής ρευματικής πηγής, χρησιμοποιήθηκαν προσομοιωμένες

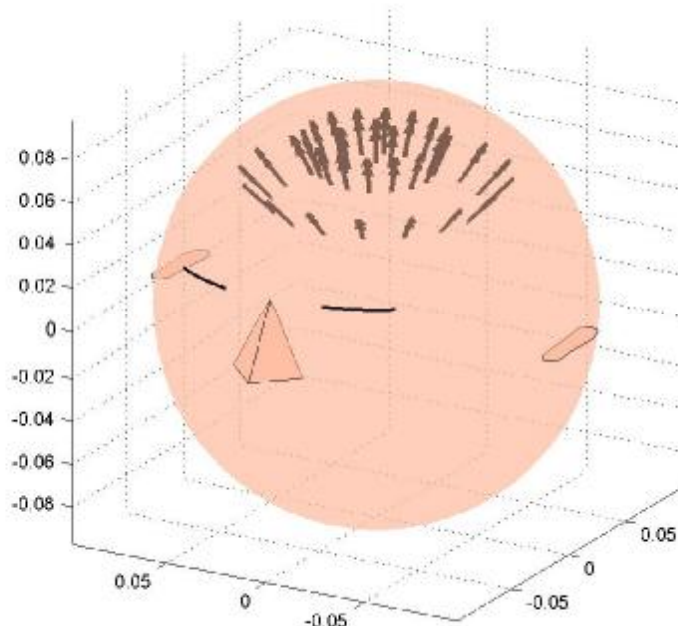
πηγές διαφόρων προσανατολισμών (ακτινικά, ή εφαπτομενικά ως προς την σφαιρική επιφάνεια του εγκεφάλου) κατάλληλα επιλεγμένες ώστε να αντιπροσωπεύουν ηλεκτρική εγκεφαλική δραστηριότητα που αναμένουμε να παρουσιαστεί. Για την περίπτωση του αναλυτικού μοντέλου με χρήση σφαιρικής γεωμετρίας, χρησιμοποιήθηκαν οι προαναφερόμενοι παράμετροι Δr , ΔM και RR , για την αξιολόγηση της μεθόδου και την ποσοτικοποίηση της ακρίβειας της λύσης που παράγει.



Σχήμα 4.1: Απεικόνιση των περιοχών του εγκεφάλου όπου αναζητείται ηλεκτρική δραστηριότητα (Περιοχές Πηγών).

4.2.1. Μία διπολική ρευματική πηγή

Μία μοναδιαία⁹ διπολική πηγή με συνιστώσες ροπής $\dot{M} (M_r, M_\theta, M_\phi)$



Σχήμα 4.2: Οι ρευματικές διπολικές πηγές της πρώτης ομάδας προσομοιώσεων τοποθετήθηκαν στα δύο στρώματα του φλοιού (C1 και C2) με ακτινικό προσανατολισμό.

τοποθετήθηκε διαδοχικά σε όλα τα σημεία της Περιοχής Πηγών και με τρεις δυνατούς προσανατολισμούς: ακτινικά ($M_r=1, M_\theta=0, M_\phi=0$), πολικά ($M_r=0, M_\theta=1, M_\phi=0$) αζιμουθιακά ($M_r=0, M_\theta=0, M_\phi=1$). Συνολικά οι προσομοιωμένες πηγές ήταν 396. Αναλυτικά, 198 πηγές προσομοιώθηκαν σε κάθε ένα από τα δύο σύνολα πηγών που μελετήθηκαν (C1 – C2 και C1 – TH), από τις οποίες οι 66 είχαν ακτινικό προσανατολισμό, 66 πολικό και 66 αζιμουθιακό προσανατολισμό.

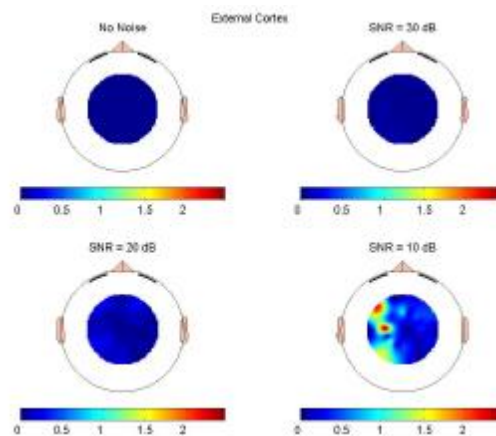
4.2.1.1. Μία διπολική ρευματική πηγή, Περιοχή Πηγών C1 – C2

Η Περιοχή Πηγών που επιλέχθηκε για την πρώτη ομάδα προσομοιώσεων αποτελείται από τα δύο στρώματα του φλοιού (Σχήμα 4.2), ώστε να μελετηθεί η απόδοση του αλγορίθμου στην περίπτωση που η προς ανίχνευση ρευματική πηγή είναι είτε

⁹ Το μέγεθος της πηγής δεν επηρεάζει την απόδοση του αλγορίθμου, αφού το πρόβλημα είναι γραμμικό.

επιφανειακή (C1) ή τοποθετημένη σε μεγαλύτερο βάθος μέσα στο φλοιό (C2). Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι η ανίχνευση ρευματικών πηγών στο εσωτερικό του εγκεφάλου είναι δύσκολη καθώς ασθενείς επιφανειακές ρευματικές πηγές δημιουργούν πεδίο με ένταση παρόμοια με εκείνου που δημιουργείται από ισχυρότερες πηγές που βρίσκονται βαθύτερα στον εγκέφαλο. [Gevins et al., 1999], [Fuchs et al., 1999] Είναι αναμενόμενο λοιπόν να προτιμούνται από τον αλγόριθμο, ο οποίος βρίσκει λύσεις με την μικρότερη νορμ, οι πηγές που βρίσκονται στο εξωτερικό του εγκεφάλου.

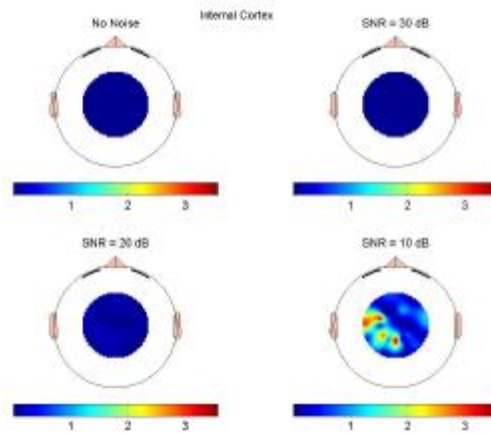
Για όλες τις προσομοιωμένες ρευματικές πηγές υπολογίστηκε, μέσω του



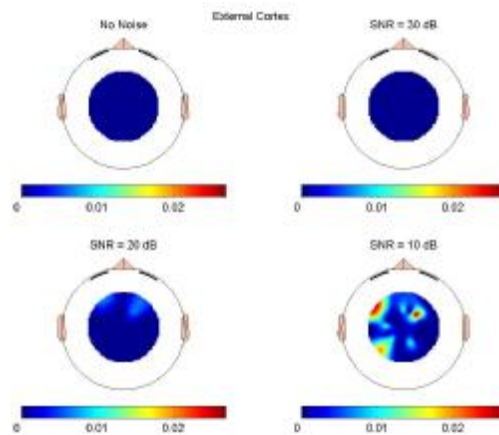
Σχήμα 4.3: Η παράμετρος ΔM ($A \cdot m$) για ακτινικά προσανατολισμένο δίπολο, διπολικής ροπής $1 A \cdot m$, τοποθετημένο στον εξωτερικό φλοιό. Πάνω αριστερά: Χωρίς θόρυβο, πάνω δεξιά: Θόρυβος με $SNR=30$ db, κάτω αριστερά: Θόρυβος με $SNR=20$ db, κάτω δεξιά: Θόρυβος με $SNR=10$ db.

ευθέος προβλήματος, η τιμή του δυναμικού στα σημεία των ηλεκτροδίων. Στη συνέχεια επιλύθηκε το αντίστροφο πρόβλημα με τη βοήθεια του προτεινόμενου αλγορίθμου και υπολογίστηκαν οι παράμετροι Δr , ΔM και RR .

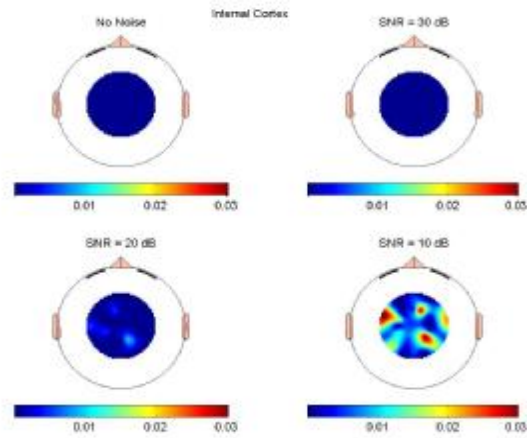
Στην κλινική εφαρμογή του, το ΗΕΓ είναι «διαβρωμένο» από θόρυβο (σήμα που προέρχεται από εξω-εγκεφαλική ηλεκτρική δραστηριότητα ή από εγκεφαλική δραστηριότητα, η οποία δεν σχετίζεται με τα φαινόμενα που θέλουμε να διερευνήσουμε). Για τη μελέτη της επίδρασης του θορύβου στην απόδοση του αλγορίθμου, χρησιμοποιήσαμε τις ίδιες προσομοιωμένες πηγές, με τη διαφορά ότι στις τιμές δυναμικού που υπολογίστηκαν από το ευθύ πρόβλημα προστέθηκε «λευκός» Γκαουσιανός θόρυβος με επίπεδα λόγου σήματος προς θόρυβο (signal to noise ratio – SNR) $SNR=10, 20$ και 30 dB.



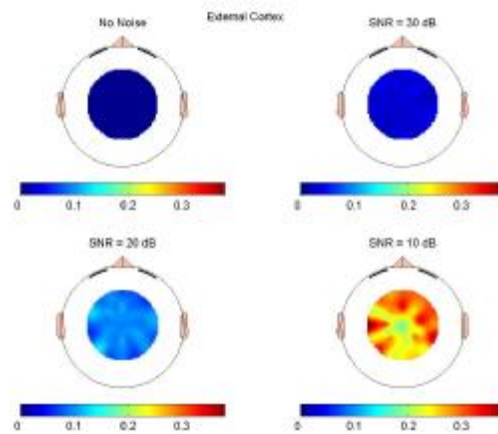
Σχήμα 4.4: Η παράμετρος ΔM (λm) για ακτινικά προσανατολισμένο δίπολο, διπολικής ροής 1 λm , τοποθετημένο στον εσωτερικό φλοιό. Επίπεδα θορύβου όπως στο Σχήμα 4.3.



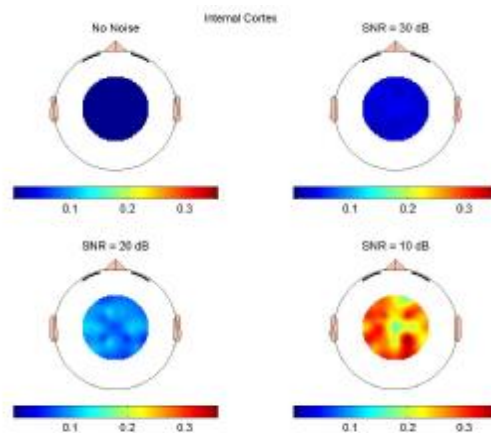
Σχήμα 4.5: Η παράμετρος Δr (m) για ακτινικά προσανατολισμένο δίπολο τοποθετημένο στον εξωτερικό φλοιό.



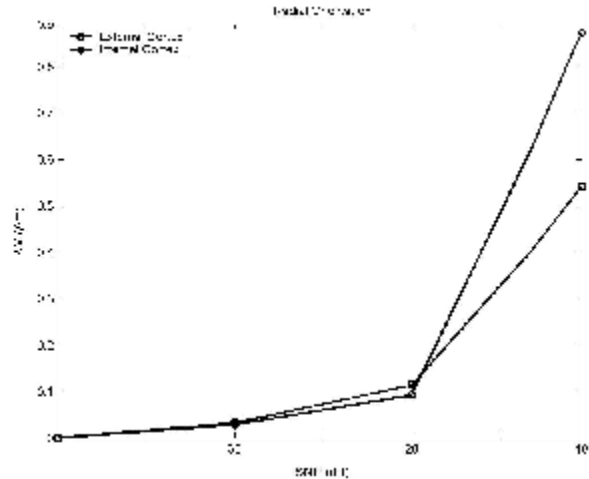
Σχήμα 4.6: Η παράμετρος Δr (m) για ακτινικά προσανατολισμένο δίπολο τοποθετημένο στον εσωτερικό φλοιό.



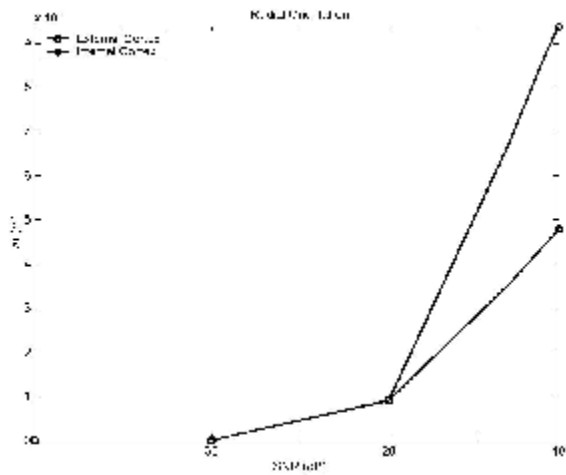
Σχήμα 4.7: Η παράμετρος RR για ακτινικά προσανατολισμένο δίπολο τοποθετημένο στον εξωτερικό φλοιό.



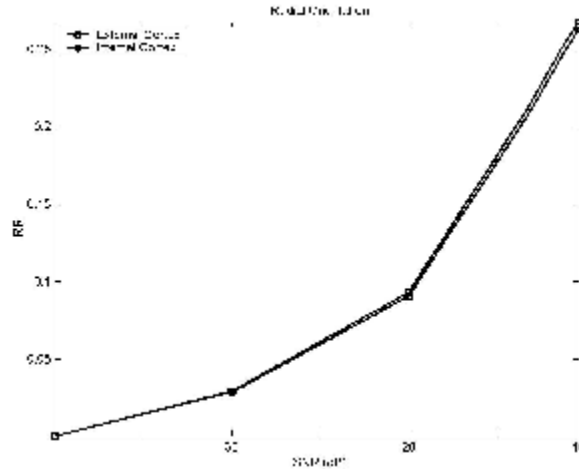
Σχήμα 4.8: Η παράμετρος RR για ακτινικά προσανατολισμένο δίπολο τοποθετημένο στον εσωτερικό φλοιό.



Σχήμα 4.9: Το διάγραμμα περιγράφει την μεταβολή της παραμέτρου $\overline{\Delta M}$ (μέση τιμή της παραμέτρου ΔM) με τη μεταβολή του SNR, για ακτινικά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή. Στο σχήμα εικονίζεται και η τιμή της παραμέτρου για μηδενικό επίπεδο θορύβου (αντιστοιχεί σε $SNR = \infty$ άπειρο, δηλαδή στην αρχή του άξονα x). Δίνεται ξεχωριστή τιμή ΔM για τις πηγές του εξωτερικού φλοιού (τετράγωνα) και για τις πηγές του εσωτερικού (κύκλοι).



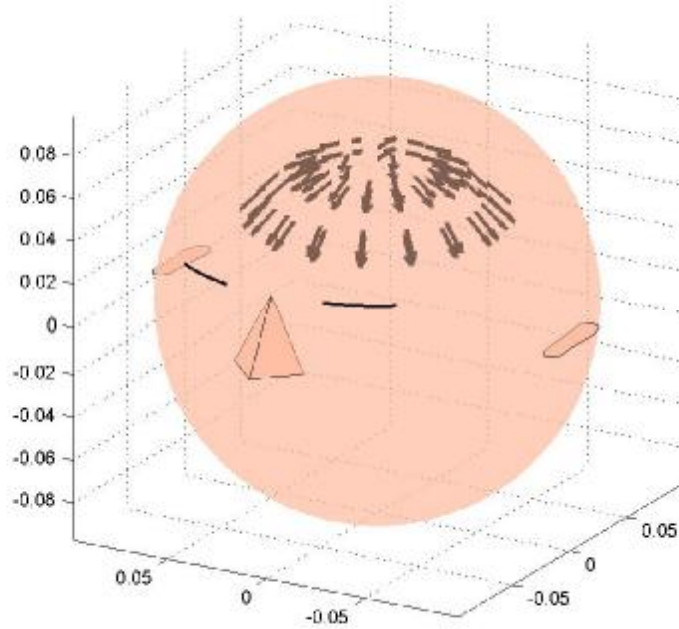
Σχήμα 4.10: Το διάγραμμα περιγράφει την μεταβολή της παραμέτρου $\overline{\Delta \Gamma}$ (μέση τιμή της παραμέτρου $\Delta \Gamma$) με τη μεταβολή του SNR, για ακτινικά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή. Στο σχήμα εικονίζεται και η τιμή της παραμέτρου για μηδενικό επίπεδο θορύβου (αντιστοιχεί σε $SNR = \infty$ άπειρο, δηλαδή στην αρχή του άξονα x). Δίνεται ξεχωριστή τιμή $\Delta \Gamma$ για τις πηγές του εξωτερικού φλοιού (τετράγωνα) και για τις πηγές του εσωτερικού (κύκλοι). Η συμπεριφορά του αλγορίθμου είναι ικανοποιητική για αρκετά μεγάλο επίπεδο θορύβου, όπου $SNR \geq 20$ db.



Σχήμα 4.11: Το διάγραμμα περιγράφει την μεταβολή του παράγοντα \overline{RR} (μέση τιμή της παραμέτρου RR) με τη μεταβολή του SNR, για ακτινικά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή. Στο σχήμα εικονίζεται και η τιμή της παραμέτρου για μηδενικό επίπεδο θορύβου (αντιστοιχεί σε $SNR=\infty$ άπειρο, δηλαδή στην αρχή του άξονα x). Δίνεται ξεχωριστή τιμή RR για τις πηγές του εξωτερικού φλοιού (τετράγωνα) και για τις πηγές του εσωτερικού (κύκλοι).

Θα εξετάσουμε αρχικά τα αποτελέσματα που προέκυψαν με προσομοιωμένη ρευματική πηγή τοποθετημένη ακτινικά ($M_r=1$, $M_\theta=0$, $M_\phi=0$), όπως στο Σχήμα 4.2. Στα Σχήματα 4.3 και 4.4 εικονίζεται η κατανομή της παραμέτρου ΔM (A·m) όπως υπολογίστηκε σε κάθε σημείο της Περιοχής Πηγών, για την περίπτωση χωρίς θόρυβο και για τις τρεις διαφορετικές τιμές του SNR, με χρήση γραμμικής παρεμβολής για τη δημιουργία διδιάστατου χάρτη. Στα Σχήματα 4.5 και 4.6, εικονίζεται η κατανομή της παραμέτρου Δr (m) για τα ίδια σημεία και τις ίδιες τιμές του SNR. Παρατηρούμε ότι για μηδενικό επίπεδο θορύβου στις προσομοιωμένες τιμές δυναμικού, ο αλγόριθμος υπολογίζει την ίδια διπολική ρευματική πηγή, ανεξαρτήτως θέσεως στην Περιοχή Πηγών, χωρίς καθόλου σφάλμα τόσο ως προς τη θέση του διπόλου όσο και ως προς την διπολική ροπή. Επιπλέον, όπως φαίνεται από τα Σχήματα 4.7 και 4.8, η κατανομή δυναμικού που προκαλείται από την διπολική ρευματική πηγή που υπολογίζει ο αλγόριθμος είναι ακριβώς αυτή που δημιουργείται από την προσομοιωμένη.

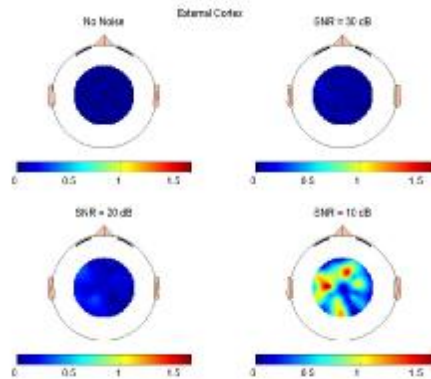
Οι τιμές των παραμέτρων παραμένουν χαμηλές με την πρόσθεση θορύβου με $SNR=30$ και 20 dB. Αναλυτικότερα, όπως φαίνεται και στα Σχήματα 4.9 – 4.11, για $SNR=30$ dB ο υπολογισμός της θέσης του διπόλου γίνεται χωρίς σφάλμα ($\overline{\Delta r}=0$ όπου $\overline{\Delta r}$ η μέση τιμή της παραμέτρου Δr), ενώ της ροπής το σφάλμα είναι πολύ χαμηλό



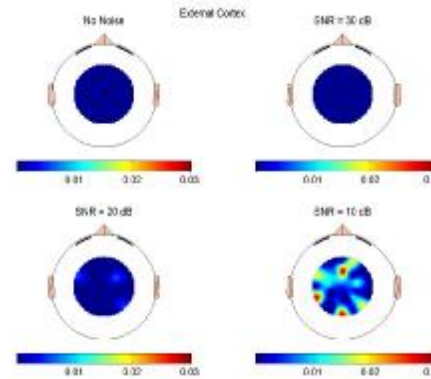
Σχήμα 4.12: Οι ρευματικές διπολικές πηγές της δεύτερης ομάδας προσομοιώσεων τοποθετήθηκαν στα δύο στρώματα του φλοιού (C1 και C2) με πολικό προσανατολισμό.

με τιμή $\overline{\Delta M}=0.020$ A·m για προσομοιωμένη πηγή $\overset{\bullet}{M}$ με $|M|=1$ A·m, που αντιστοιχεί σε απόκλιση 2%. Για SNR=20 dB το σφάλμα στο υπολογισμό της θέσης του διπόλου είναι περίπου $\overline{\Delta r}=1$ mm, ενώ στον υπολογισμό της ροπής η απόκλιση είναι $\overline{\Delta M}=0.104$ A·m. Οι προαναφερόμενες τιμές διατηρούνται είτε η προσομοιωμένη πηγή τοποθετείται στο εξωτερικό ή στο εσωτερικό στρώμα του φλοιού. Η προσθήκη θορύβου μεγαλύτερου επιπέδου, δηλαδή με SNR=10 dB αυξάνει σημαντικά τις τιμές των παραμέτρων. Παρατηρούμε ότι το σφάλμα στην απόσταση είναι $\overline{\Delta r}=5$ mm για το εξωτερικό στρώμα φλοιού και $\overline{\Delta r}=7$ mm, για το εσωτερικό. Επίσης, η απόκλιση στον υπολογισμό της ροπής είναι $\overline{\Delta M}=0.5$ A·m για το εξωτερικό στρώμα φλοιού και $\overline{\Delta M}=0.9$ A·m για το εσωτερικό. Στα αποτελέσματα αυτά εκδηλώνεται η αδυναμία του αλγορίθμου να ανιχνεύσει με ακρίβεια πηγές τοποθετημένες σε βάθος στον εγκέφαλο, όταν το επίπεδο του θορύβου αυξάνεται. Ειδικότερα, σε περίπτωση που η προσομοιωμένη πηγή τοποθετείται στο εσωτερικό στρώμα του εγκεφάλου και

προστίθεται μεγάλου επιπέδου θόρυβος, ο αλγόριθμος τείνει να καταλήγει στον υπολογισμό επιφανειακής πηγής (δηλαδή πηγή που βρίσκεται στο εξωτερικό στρώμα



Σχήμα 4.13: Η παράμετρος ΔM για πολικά προσανατολισμένο δίπολο τοποθετημένο στον εξωτερικό φλοιό.

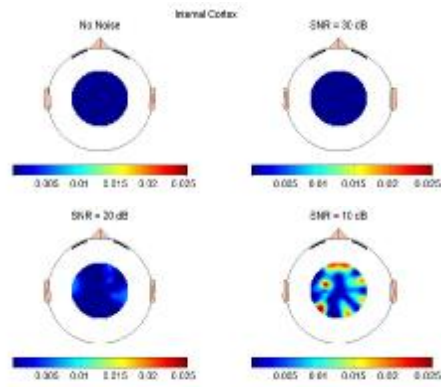


Σχήμα 4.14: Η παράμετρος Δr για πολικά προσανατολισμένο δίπολο τοποθετημένο στον εξωτερικό φλοιό.

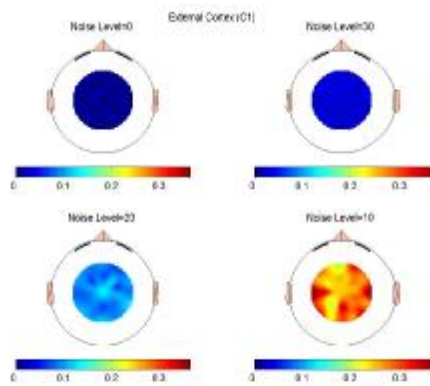
φλοιού) με μικρότερη ρευματική ροπή από την προσομοιωμένη. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον στην περίπτωση αυτή έχει η κατανομή της παραμέτρου RR . Όπως φαίνεται, η τιμή του \overline{RR} , αν και αυξάνεται με την προσθήκη του θορύβου, δεν παρουσιάζει διαφορά ως προς το βάθος της προσομοιωμένης πηγής ($RR=0.26$ και για τα δύο στρώματα φλοιού).

Στα επόμενα Σχήματα 4.13 έως 4.24 φαίνονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν με διπολική ρευματική πηγή τοποθετημένη εφαπτομενικά στην επιφάνεια του εγκεφάλου, παράλληλα δηλαδή προς την πολική συνιστώσα ($M_r=0$, $M_\theta=1$, $M_\phi=0$), όπως στο Σχήμα 4.12 και παράλληλα στην αζιμουθιακή ($M_r=0$, $M_\theta=0$, $M_\phi=1$), όπως στο Σχήμα 4.21.

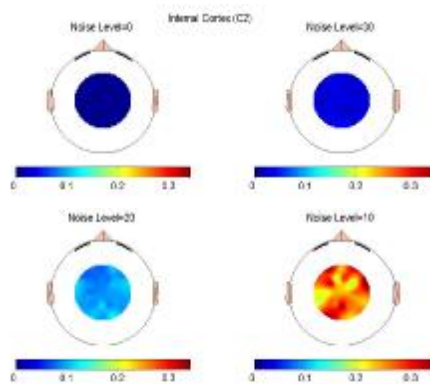
Τέλος, τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη προσομοίωσης, δηλαδή οι μέσες τιμές των υπολογισμένων παραμέτρων Δr , ΔM και RR , περιέχονται στους Πίνακες 4.4 – 4.6. Όπως φαίνεται συγκρίνοντας τις αντίστοιχες στήλες των Πινάκων 4.5 και 4.6, ο προσανατολισμός του διπόλου της προσομοιωμένης πηγής (πολικός ή αζιμουθιακός) δεν επηρεάζει τις παραμέτρους $\overline{\Delta r}$ και \overline{RR} . Μια μικρή αύξηση της απόκλισης $\overline{\Delta M}$ παρατηρείται όταν το δίπολο τοποθετείται εφαπτομενικά στην επιφάνεια του φλοιού.



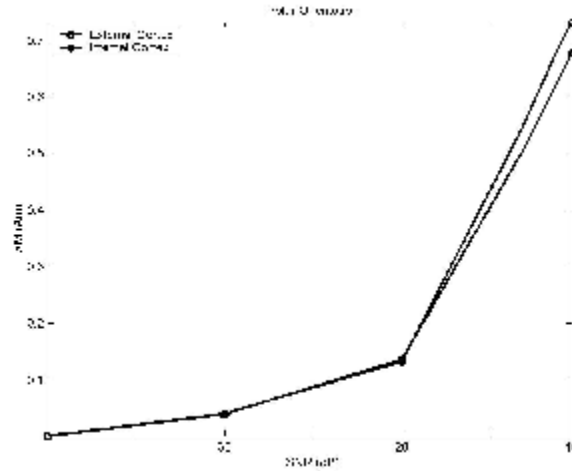
Σχήμα 4.15: Η παράμετρος Δr για πολικά προσανατολισμένο δίπολο τοποθετημένο στον εσωτερικό φλοιό.



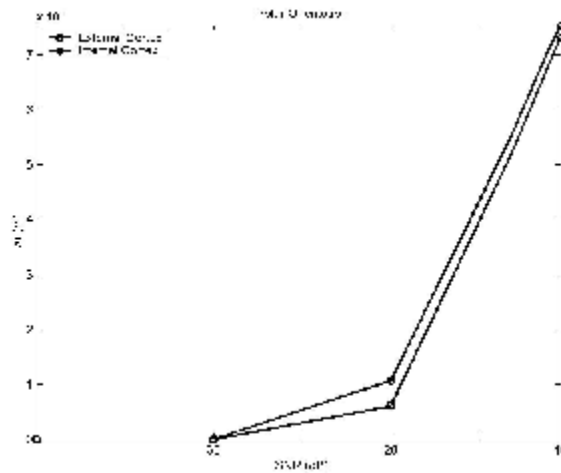
Σχήμα 4.16: Η παράμετρος RR για πολικά προσανατολισμένο δίπολο τοποθετημένο στον εξωτερικό φλοιό.



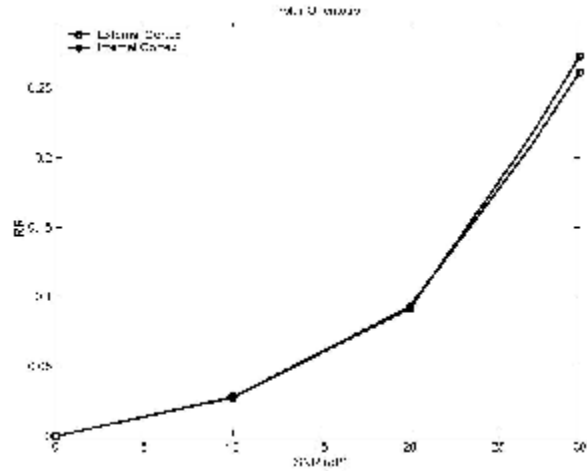
Σχήμα 4.17: Η παράμετρος RR για πολικά προσανατολισμένο δίπολο τοποθετημένο στον εσωτερικό φλοιό.



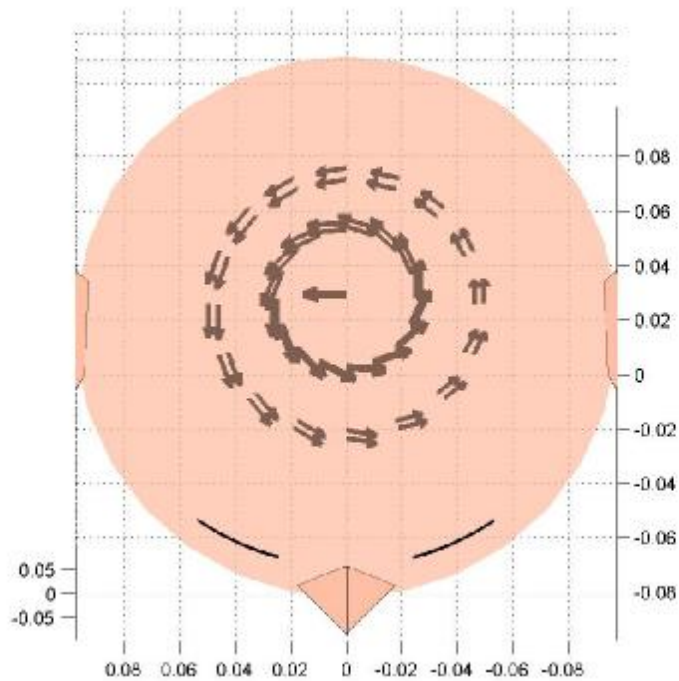
Σχήμα 4.18: Το διάγραμμα περιγράφει την μεταβολή του παράγοντα ΔM με τη μεταβολή του SNR, για πολικά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.



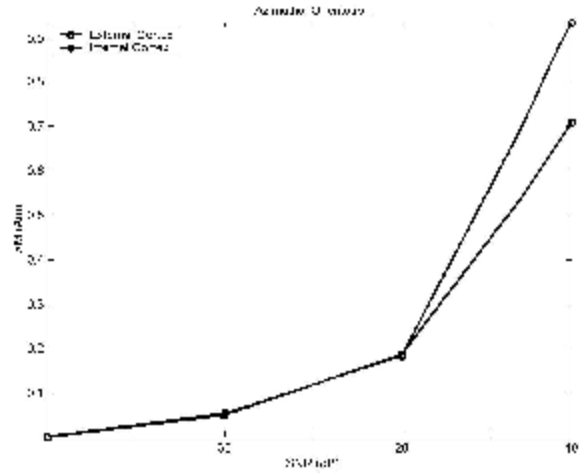
Σχήμα 4.19: Το διάγραμμα περιγράφει την μεταβολή του παράγοντα $\Delta \Gamma$ με τη μεταβολή του SNR, για πολικά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.



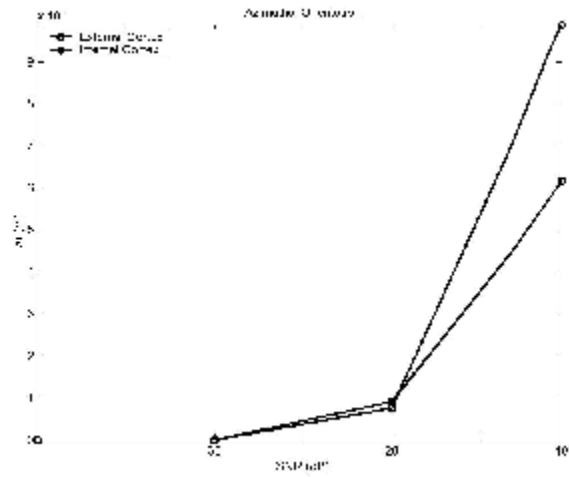
Σχήμα 4.20: Το διάγραμμα περιγράφει την μεταβολή του παράγοντα \overline{RR} με τη μεταβολή του SNR, για πολικά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.



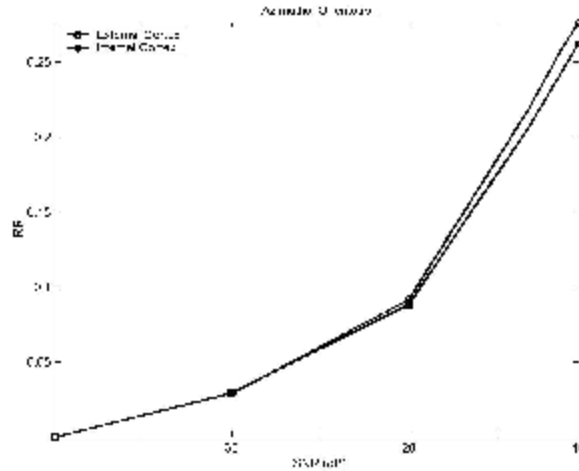
Σχήμα 4.21: Οι ρευματικές διπολικές πηγές της τρίτης ομάδας προσομοιώσεων τοποθετήθηκαν στα δύο στρώματα του φλοιού (C1 και C2) με αξιμουθιακό προσανατολισμό.



Σχήμα 4.22: Η μεταβολή του παράγοντα $\overline{\Delta M}$ με τη μεταβολή του SNR, για αζιμουθιακά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.



Σχήμα 4.23: Η μεταβολή του παράγοντα $\overline{\Delta \gamma}$ με τη μεταβολή του SNR, για αζιμουθιακά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.



Σχήμα 4.24: Η μεταβολή του παράγοντα \overline{RR} με τη μεταβολή του SNR, για αξιμουθιακά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.

Πίνακας 4.4: $\overline{\Delta M}$ (C1 - C2)

	r orientation	θ orientation	ϕ orientation
No Noise	0.000±0.000	0.000±0.000	0.000±0.000
SNR=30 dB	0.020±0.031	0.040±0.023	0.052±0.036
SNR=20 dB	0.104±0.068	0.134±0.075	0.186±0.120
SNR=10 dB	0.710±0.789	0.707±0.431	0.825±0.635

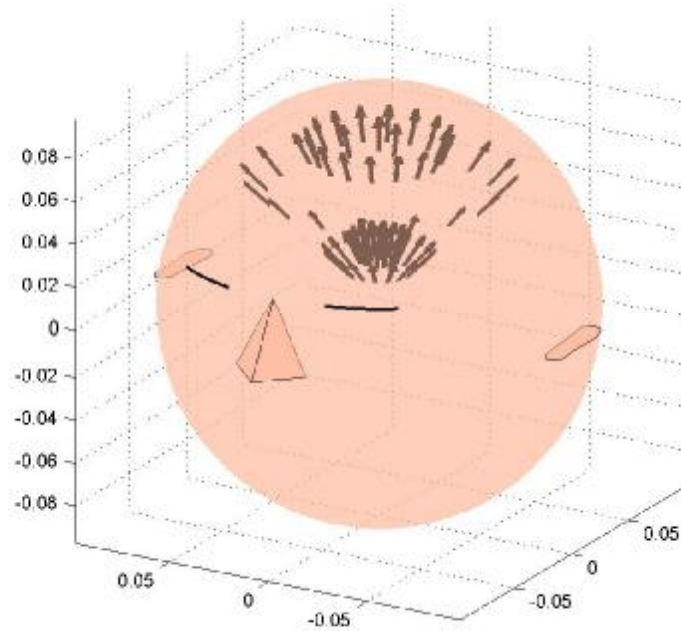
Πίνακας 4.5: $\overline{\Delta r}$ (C1 - C2)

	r orientation	θ orientation	ϕ orientation
No Noise	0.000±0.000	0.000±0.000	0.000±0.000
SNR=30 dB	0.000±0.000	0.000±0.000	0.000±0.000
SNR=20 dB	0.001±0.002	0.001±0.002	0.001±0.002
SNR=10 dB	0.007±0.009	0.008±0.009	0.008±0.010

Πίνακας 4.6: \overline{RR} (C1 - C2)

	r orientation	θ orientation	ϕ orientation
No Noise	0.000±0.000	0.000±0.000	0.000±0.000
SNR=30 dB	0.029±0.005	0.028±0.004	0.029±0.005
SNR=20 dB	0.092±0.017	0.092±0.015	0.090±0.018
SNR=10 dB	0.267±0.046	0.267±0.042	0.270±0.045

4.2.1.2. Μία διπολική ρευματική πηγή, Περιοχή Πηγών C1 – TH

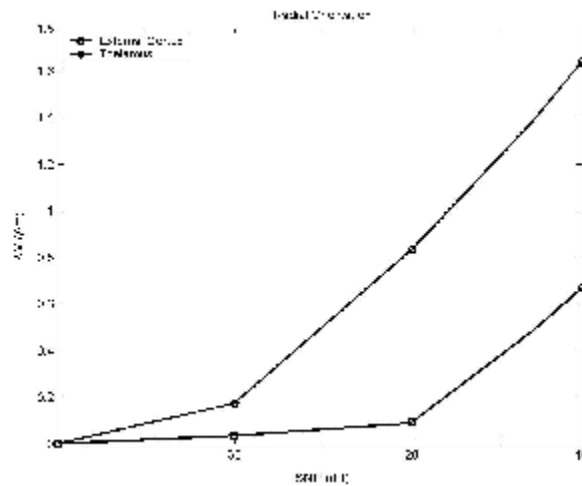


Σχήμα 4.25: Οι ρευματικές διπολικές πηγές της τέταρτης ομάδας προσομοιώσεων τοποθετήθηκαν στο εξωτερικό στρώμα του φλοιού (C1) και στον φλοιό του θαλάμου (TH) με ακτινικό προσανατολισμό.

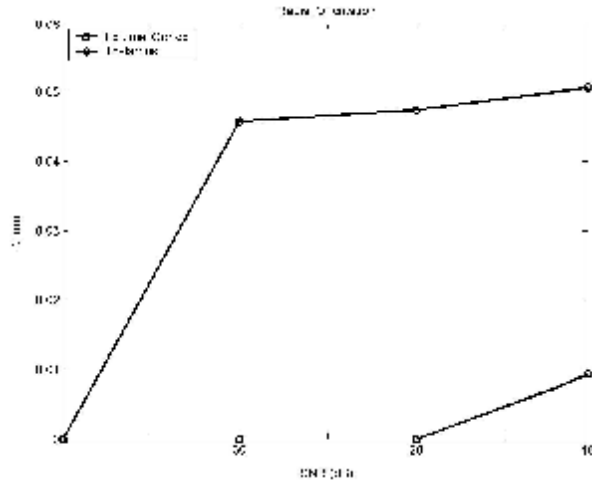
Η Περιοχή Πηγών που επιλέχθηκε για το επόμενο στάδιο, αποτελείται από το εξωτερικό στρώμα του φλοιού (C1) και το φλοιό του θαλάμου (TH) (Σχήματα 4.25, 4.29, 4.33), ώστε να μελετηθεί η απόδοση του αλγορίθμου στην περίπτωση που η προς ανίχνευση ρευματική πηγή είναι είτε επιφανειακή (C1) ή τοποθετημένη σε μεγαλύτερο βάθος του εγκεφάλου (TH).

Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη προσομοίωσης, δηλαδή οι μέσες τιμές των υπολογισμένων παραμέτρων Δr , ΔM και RR , περιέχονται στους Πίνακες 4.7 – 4.9. Χωρίς την παρουσία θορύβου, ο αλγόριθμος υπολογίζει ως καταλληλότερη πηγή την προσομοιωμένη, με μεγάλη ακρίβεια ως προς τη θέση και το μέγεθος της ροπής της ($\overline{\Delta r}=0$ m, $\overline{\Delta M}=0$ A·m). Η πρόσθεση θορύβου προκαλεί σημαντική αύξηση στις παραμέτρους $\overline{\Delta M}$ και $\overline{\Delta r}$, π.χ. για $SNR=30$ dB, $\overline{\Delta r}=23$ mm, ανεξαρτήτως προσανατολισμού του διπόλου, στην περίπτωση που η προσομοιωμένη πηγή βρίσκεται στον θάλαμο, ακόμα και για μικρά επίπεδα θορύβου. Η αύξηση αυτή οφείλεται σχεδόν αποκλειστικά στο σφάλμα που

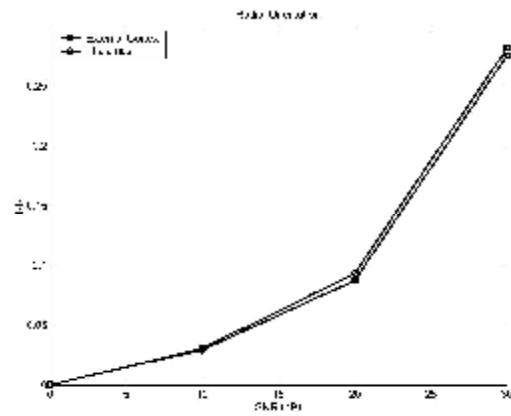
προκύπτει από την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος. Π.χ. για την περιοχή TH, για SNR=30 dB, $\overline{\Delta r}=45.7$ mm (Σχήμα 4.27), $\overline{\Delta r}=45.9$ mm (Σχήμα 4.31), $\overline{\Delta r}=45.7$ mm, (Σχήμα 4.35). Πρακτικά, η πηγή του θαλάμου τείνει να εντοπίζεται στο φλοιό C1. Αντιθέτως, η τιμή του \overline{RR} παραμένει σε χαμηλά επίπεδα (από $\overline{RR} \approx 0.030$ για SNR=30 dB έως $\overline{RR} \approx 0.27$ για SNR=10 dB). Εξάλλου, όπως φαίνεται συγκρίνοντας τις αντίστοιχες στήλες των Πινάκων 4.7 – 4.9, ο προσανατολισμός (ακτινικός, πολικός και αζιμουθιακός) του διπόλου δεν επηρεάζει τις μέσες τιμές των παραμέτρων Δr και RR , ενώ παρατηρείται μια μικρή αύξηση της μέσης τιμής στον υπολογισμό του μέτρου της απόκλισης ΔM για την περίπτωση που το δίπολο τοποθετείται παράλληλα στην αζιμουθιακή ή την πολική κατεύθυνση.



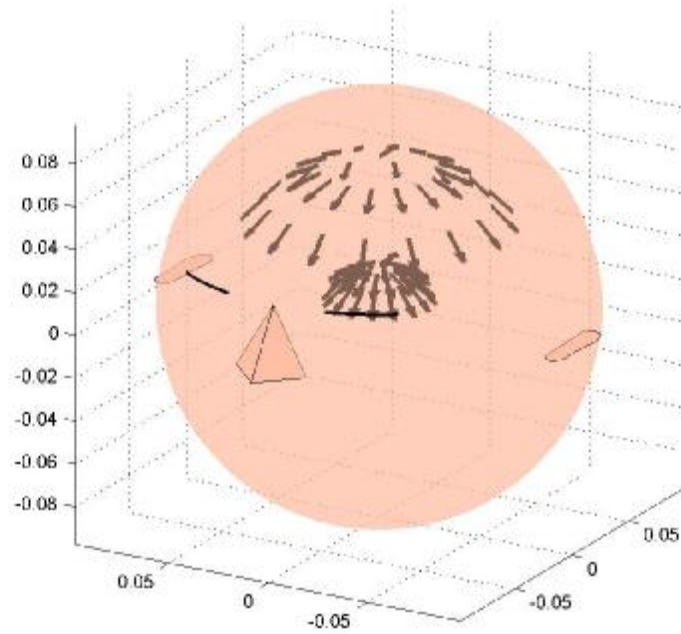
Σχήμα 4.26: Η μεταβολή του παράγοντα $\overline{\Delta M}$ με τη μεταβολή του SNR, για ακτινικά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.



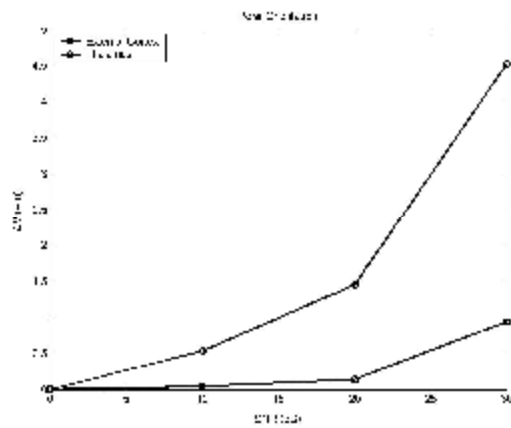
Σχήμα 4.27: Η μεταβολή του παράγοντα $\overline{\Delta\Gamma}$ με τη μεταβολή του SNR, για ακτινικά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.



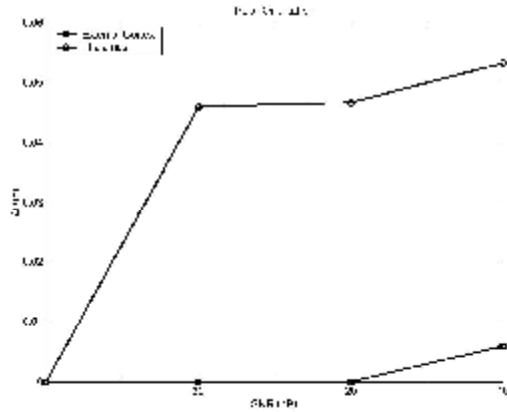
Σχήμα 4.28: Η μεταβολή του παράγοντα \overline{RR} με τη μεταβολή του SNR, για ακτινικά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.



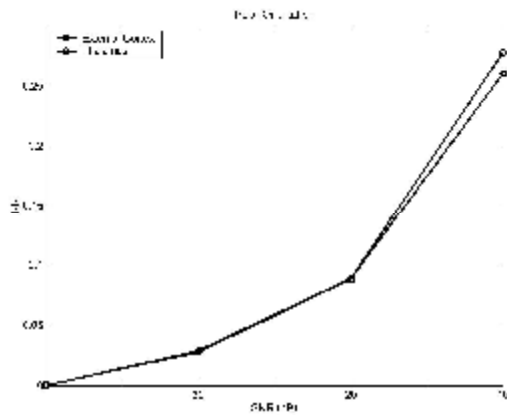
Σχήμα 4.29: Οι ρευματικές διπολικές πηγές της πέμπτης ομάδας προσομοιώσεων τοποθετήθηκαν στο εξωτερικό στρώμα του φλοιού (C1) και στον φλοιό του θαλάμου (TH) με πολικό προσανατολισμό.



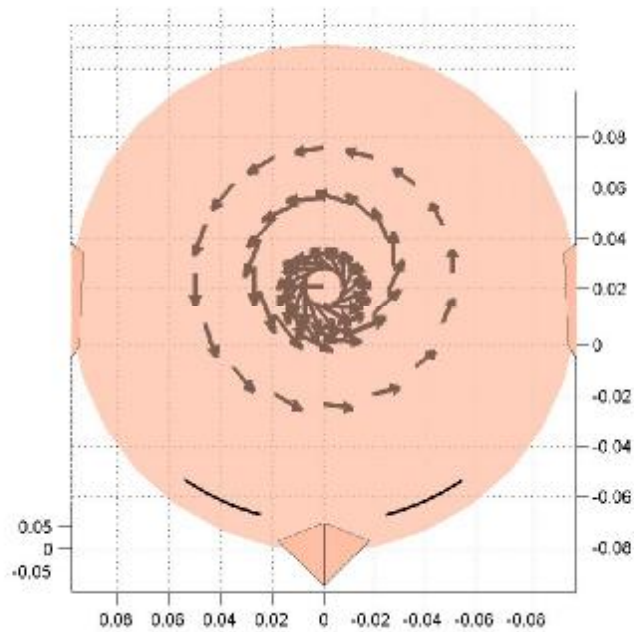
Σχήμα 4.30: Η μεταβολή του παράγοντα $\overline{\Delta M}$ με τη μεταβολή του SNR, για πολικά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.



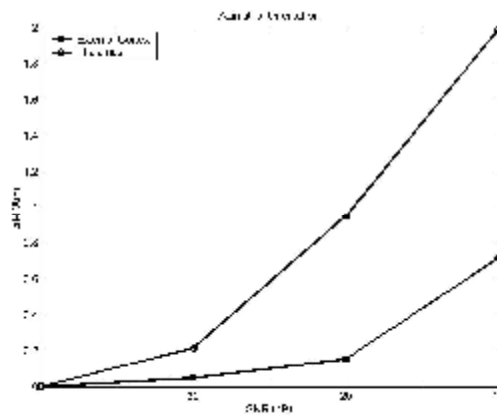
Σχήμα 4.31: Η μεταβολή του παράγοντα $\overline{\Delta\Gamma}$ με τη μεταβολή του SNR, για πολικά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.



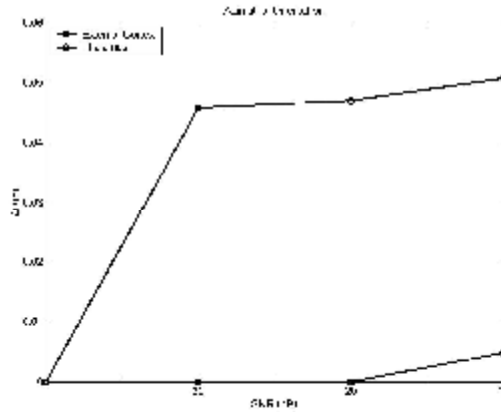
Σχήμα 4.32: Η μεταβολή του παράγοντα \overline{RR} με τη μεταβολή του SNR, για πολικά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.



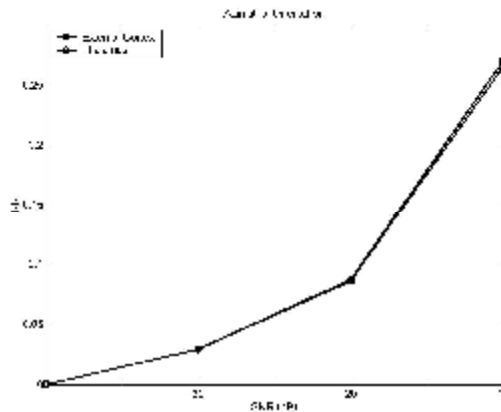
Σχήμα 4.33: Οι ρευματικές διπολικές πηγές της έκτης ομάδας προσομοιώσεων τοποθετήθηκαν στο εξωτερικό στρώμα του φλοιού (C1) και στον φλοιό του θαλάμου (TH) με αζιμουθιακό προσανατολισμό.



Σχήμα 4.34: Η μεταβολή του $\overline{\Delta M}$ με την μεταβολή του SNR, για αζιμουθιακά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.



Σχήμα 4.35: Η μεταβολή του $\overline{\Delta r}$ με την μεταβολή του SNR, για αζιμουθιακά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.



Σχήμα 4.36: Η μεταβολή του \overline{RR} με την μεταβολή του SNR, για αζιμουθιακά προσανατολισμένη διπολική ρευματική πηγή.

Πίνακας 4.7: $\overline{\Delta M}$ (C1 – TH)

	r orientation	θ orientation	φ orientation
No Noise	0.000±0.000	0.000±0.000	0.000±0.000
SNR=30 dB	0.106±0.298	0.185±0.396	0.133±0.264
SNR=20 dB	0.462±0.773	0.551±0.682	0.551±0.688
SNR=10 dB	1.154±1.179	1.189±1.108	1.350±1.217

Πίνακας 4.8: $\overline{\Delta r}$ (C1 – TH)

	r orientation	θ orientation	φ orientation
No Noise	0.000±0.000	0.000±0.000	0.000±0.000
SNR=30 dB	0.023±0.023	0.023±0.023	0.023±0.023
SNR=20 dB	0.024±0.024	0.023±0.023	0.024±0.024
SNR=10 dB	0.030±0.023	0.030±0.025	0.028±0.024

Πίνακας 4.9: \overline{RR} (C1 – TH)

	r orientation	θ orientation	ϕ orientation
No Noise	0.000±0.000	0.000±0.000	0.000±0.000
SNR=30 dB	0.030±0.005	0.028±0.005	0.030±0.004
SNR=20 dB	0.091±0.012	0.089±0.015	0.087±0.012
SNR=10 dB	0.278±0.045	0.270±0.044	0.267±0.045

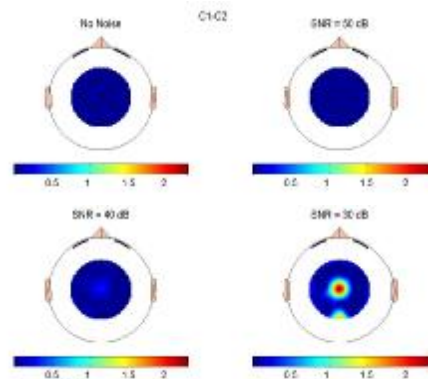
4.2.2. Δύο διπολικές ρευματικές πηγές

Το μοντέλο της μίας ρευματικής πηγής που επιλέξαμε στην προηγούμενη μελέτη για να περιγράψουμε την ηλεκτρική εγκεφαλική δραστηριότητα είναι, ανεπαρκές για να περιγράψει δραστηριότητα που προέρχεται από δύο ή περισσότερες ανεξάρτητες ομάδες νευρώνων. Ιδιαίτερα για την περίπτωση των υπνικών ατράκτων, έχει εκφραστεί η άποψη ότι πιθανόν να οφείλονται σε ταυτόχρονη δραστηριότητα ομάδων νευρώνων που επεκτείνονται σε διάφορα σημεία του φλοιού [Steriade et al., 1993], ή και του θαλάμου. Στην περίπτωση αυτή το μοντέλο περιγραφής της εγκεφαλικής δραστηριότητας πρέπει να αποτελείται από περισσότερα του ενός ρευματικού διπόλου.

Σε προηγούμενο κεφάλαιο (Κεφ 2.2.2) είδαμε πώς ο προτεινόμενος αλγόριθμος (Σχήμα 2.5) μπορεί να επεκταθεί ώστε να θεωρήσουμε δύο ή περισσότερες ρευματικές διπολικές πηγές. Στην περίπτωση των πολλαπλών διπόλων η διεξοδική αναζήτηση πηγών και η επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος γίνεται τόσες φορές όσες χρειάζεται ώστε να καλυφθούν όλα τα ζεύγη voxel. Το αποτέλεσμα είναι να πολλαπλασιάζεται ο αριθμός των απαιτούμενων επαναλήψεων (παράμετρος i στον αλγόριθμο του Σχήματος 2.5) όσο αυξάνεται το πλήθος των ρευματικών διπόλων. Στην παρούσα εργασία περιοριστήκαμε σε δύο μόνο διπολικές ρευματικές πηγές για το μοντέλο περιγραφής εγκεφαλικής δραστηριότητας.

Με σκοπό να μελετηθεί η ακρίβεια με την οποία ο αλγόριθμος υπολογίζει τα διανύσματα δύο ταυτόχρονων διπολικών ρευματικών πηγών, χρησιμοποιήθηκαν προσομοιωμένες πηγές (ακτινικά, ή εφαπτομενικά ως προς την σφαιρική επιφάνεια του εγκεφάλου) κατάλληλα επιλεγμένες. Μετά την εύρεση των δύο βέλτιστων διανυσμάτων υπολογίστηκαν οι προαναφερόμενες παράμετροι Δt , ΔM και RR , καθώς και οι μέσες τιμές τους, για την αξιολόγηση της μεθόδου και την ποσοτικοποίηση της ακρίβειας των λύσεων.

Ειδικότερα για την περίπτωση των δύο διπόλων, που το ένα βρίσκεται σε ένα από τα στρώματα και το άλλο σε διαφορετικό στρώμα, παρατηρήθηκε, από προκαταρκτικές μελέτες με προσομοιωμένες πηγές, ότι ο προτεινόμενος αλγόριθμος υπολογίζει με μεγάλη ακρίβεια τόσο τη θέση όσο και το μέγεθος των ρευματικών διπόλων, όταν τα τελευταία βρίσκονται σε απόσταση το ένα από το άλλο ως προς τις αζιμουθιακές και πολικές τους συντεταγμένες θέσης. Έτσι εστίασαμε το ενδιαφέρον μας στην περίπτωση που οι δύο προσομοιωμένες πηγές τοποθετούνται η μία «κάτω» από την άλλη (στην ίδια ακτίνα, δηλαδή με συντεταγμένες θέσης $(r_1, \theta_1, \varphi_1)$ και $(r_2, \theta_2, \varphi_2)$, όπου $\theta_1 = \theta_2$ και $\varphi_1 = \varphi_2$), ανεξαρτήτως προσανατολισμού του εκάστου διπόλου. Το πλήθος όλων των πιθανών ζευγών θέσεων των διπόλων είναι 1089, τόσο για την περίπτωση που αναζητούμε τις πηγές στην Περιοχή C1 – C2, όσο και για την περίπτωση που αναζητούμε τις πηγές στην Περιοχή C1 – TH. Η τοποθέτηση του ζεύγους των διπόλων σε κάθε προσομοίωση έγινε με τέτοιο τρόπο ώστε το ένα δίπολο να βρίσκεται στη μία περιοχή πηγών (Περιοχή C1) και το άλλο δίπολο στην άλλη περιοχή (Περιοχή C2 ή Περιοχή TH).



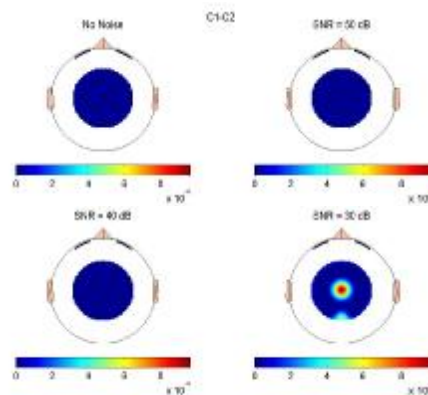
Σχήμα 4.37: Η παράμετρος ΔM (A m) για δύο μοναδιαία και ακτινικά προσανατολισμένα δίπολα στην περιοχή πηγών C1-C2, για διάφορες τιμές των συντεταγμένων (θ, φ) . Πάνω αριστερά: Χωρίς θόρυβο, πάνω δεξιά: Θόρυβος με SNR=50 db, κάτω αριστερά: Θόρυβος με SNR=40 db, κάτω δεξιά: Θόρυβος με SNR=30 db.

Πίνακας 4.10 $\overline{\Delta M}$ (C1 – C2)

	ΔM (A m)
No Noise	0.000±0.000
SNR=50 dB	0.013±0.010
SNR=40 dB	0.048±0.054
SNR=30 dB	0.227±0.437
SNR=20 dB	1.033±0.099

4.2.2.1. Δύο διπολικές ρευματικές πηγές, Περιοχή Πηγών C1 – C2

Δύο μοναδιαίες διπολικές πηγές με συνιστώσες ροπής $\dot{M}_1(M_{r1}=1, M_{\theta1}=0, M_{\varphi1}=0)$ και $\dot{M}_2(M_{r2}=1, M_{\theta2}=0, M_{\varphi2}=0)$ και συντεταγμένες θέσης (r_1, θ, φ) και (r_2, θ, φ) , όπου r_1 αντιστοιχεί στον εξωτερικό φλοιό (C1) και r_2 αντιστοιχεί στον εσωτερικό φλοιό (C2), τοποθετήθηκαν διαδοχικά σε όλα τα σημεία της Περιοχής Πηγών.¹⁰



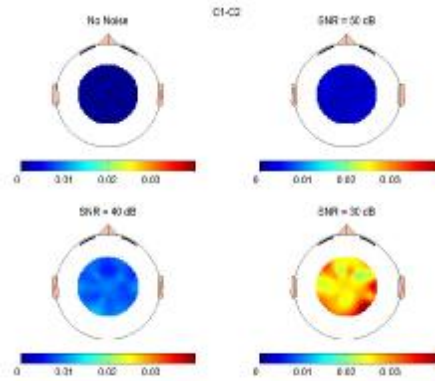
Σχήμα 4.38: Η παράμετρος Δr (m) για δύο μοναδιαία και ακτινικά προσανατολισμένα δίπολα στην περιοχή πηγών C1-C2, για διάφορες τιμές των συντεταγμένων (θ, φ) .

Πίνακας 4.11 $\overline{\Delta r}$ (C1 – C2)

	Δr ($*10^{-3}$ m)
No Noise	0.000±0.000
SNR=50 dB	0.000±0.000
SNR=40 dB	0.000±0.000
SNR=30 dB	0.040±0.180
SNR=20 dB	0.270±0.230

Συνολικά τα ζεύγη των προσομοιωμένων πηγών ήταν 33 (βλέπε Πίνακα 4.1). Για τη μελέτη της επίδρασης του θορύβου στην απόδοση του αλγορίθμου, προστέθηκε «λευκός» Γκαουσιανός θόρυβος με επίπεδα SNR=20, 30, 40 και 50 dB.

¹⁰ Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημανθεί ότι τα αποτελέσματα της προηγούμενης μελέτης με χρήση μίας προσομοιωμένης πηγής, που περιγράφονται στο Κεφάλαιο 4.2.1.1, υποδεικνύουν ότι ο προσανατολισμός της διπολικής πηγής δεν επηρεάζει σημαντικά τις τιμές των παραμέτρων ελέγχου του αλγορίθμου. Για το λόγο αυτό, στην περίπτωση των δύο ταυτόχρονων προσομοιωμένων πηγών παραθέτουμε αποτελέσματα μόνο όταν ο προσανατολισμός των διπόλων ήταν ακτινικός.



Σχήμα 4.39: Η παράμετρος RR για δύο μοναδιαία και ακτινικά προσανατολισμένα δίπολα στην περιοχή πηγών C1-C2, για διάφορες τιμές των συντεταγμένων (θ, ϕ).

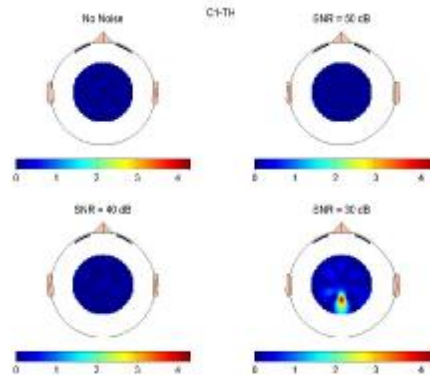
Πίνακας 4.12 \overline{RR} (C1 – C2)

	RR
No Noise	0.000±0.000
SNR=50 dB	0.002±0.001
SNR=40 dB	0.009±0.001
SNR=30 dB	0.027±0.004
SNR=20 dB	0.072±0.011

Τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα, δηλαδή οι μέσες τιμές των υπολογισμένων παραμέτρων Δr , ΔM και RR, περιέχονται στους Πίνακες 4.10 – 4.12.

4.2.2.2. Δύο διπολικές ρευματικές πηγές – Περιοχή Πηγών C1 – TH.

Για το επόμενο στάδιο οι δύο διπολικές πηγές τοποθετήθηκαν έτσι ώστε η μία να βρίσκεται συνεχώς στο εξωτερικό στρώμα του φλοιού (C1) και η άλλη στο φλοιό του θαλάμου (TH). Τα επίπεδα θορύβου που εξετάστηκαν ήταν τα ίδια, όπως προηγουμένως.

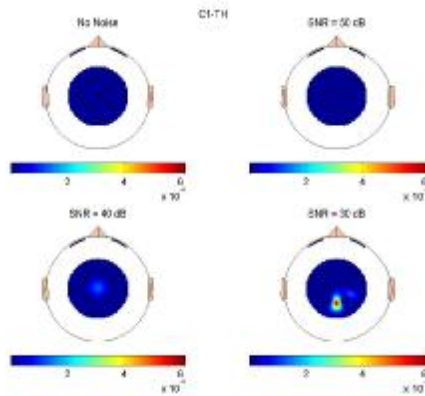


Σχήμα 4.40: Η παράμετρος ΔM για δύο μοναδιαία και ακτινικά προσανατολισμένα δίπολα στην περιοχή πηγών C1-TH, για διάφορες τιμές των συντεταγμένων (θ, φ) και διάφορες τιμές επιπέδου θορύβου.

Πίνακας 4.13 $\overline{\Delta M}$ (C1 – TH)

	ΔM (A m)
No Noise	0.000±0.000
SNR=50 dB	0.001±0.006
SNR=40 dB	0.043±0.035
SNR=30 dB	0.390±0.774
SNR=20 dB	1.572±1.403

Οι συγκεντρωτικές τιμές των αποτελεσμάτων, οι οποίες φαίνονται στους Πίνακες 4.13 – 4.15, υποδεικνύουν ότι η ακρίβεια του αλγορίθμου είναι ελαφρώς μειωμένη όταν τα δύο δίπολα βρίσκονται σε μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ τους, όσον αφορά τις μέσες τιμές της παραμέτρου ΔM (βλέπε Σχήμα 4.43 και σύγκρινε Πίνακες 4.10 και 4.13). Εντούτοις, οι μέσες τιμές της παραμέτρου RR δεν παρουσιάζουν αισθητή διαφορά (σύγκρινε Πίνακες 4.12 και 4.14).

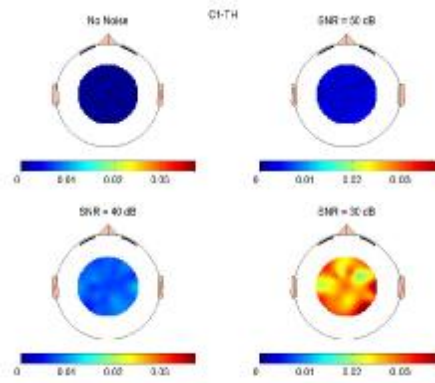


Σχήμα 4.41: Η παράμετρος Δr για δύο μοναδιαία και ακτινικά προσανατολισμένα δίπολα στην περιοχή πηγών C1-TH.

Πίνακας 4.14 $\overline{\Delta r}$ (C1 – TH)

	Δr ($\cdot 10^{-3}$ m)
No Noise	0.000±0.000
SNR=50 dB	0.000±0.000
SNR=40 dB	0.004±0.023
SNR=30 dB	0.023±0.107
SNR=20 dB	0.270±0.239

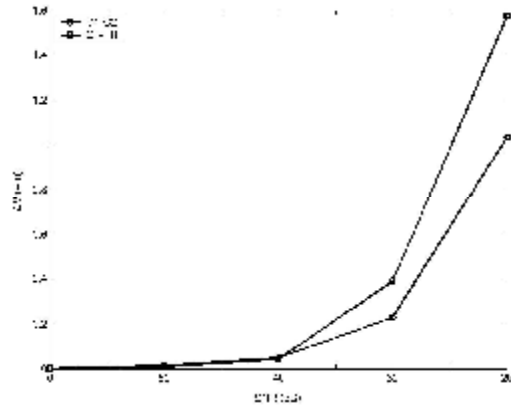
Στο σημείο αυτό πρέπει να υπενθυμίσουμε, ότι ο αλγόριθμος περιορίστηκε ώστε να αναζητήσει τις δύο διπολικές πηγές στην συγκεκριμένη Περιοχή C1 – TH, δηλαδή στην ίδια περιοχή όπου βρίσκονται και οι προσομοιωμένες πηγές. Σε επιπλέον μελέτες, των οποίων τα αποτελέσματα δεν παρατίθενται, χρησιμοποιήσαμε τα ίδια ζεύγη προσομοιωμένων πηγών με τη διαφορά ότι η αναζήτηση των πηγών έγινε στη συνολική Περιοχή που αποτελείται από τις δύο Περιοχές Πηγών C1 – TH και C1 – C2, επομένως το πλήθος όλων των πιθανών ζευγών θέσεων των διπόλων ήταν $2 \cdot 1089$. Το αποτέλεσμα του αλγορίθμου ήταν να βρεθούν τα ζεύγη των διπολικών πηγών στην Περιοχή C1 – C2 μόνο και όχι στην Περιοχή C1 – TH.



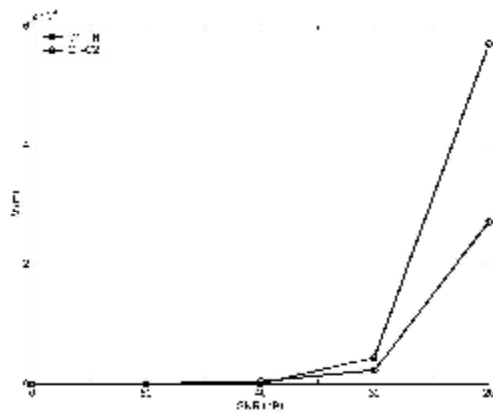
Σχήμα 4.42: Η παράμετρος RR για δύο μοναδιαία και ακτινικά προσανατολισμένα δίπολα στην περιοχή πηγών C1-TH.

Πίνακας 4.15 \overline{RR} (C1 – TH)

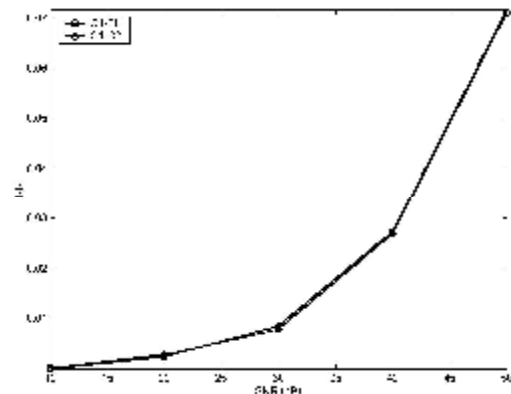
	RR
No Noise	0.000±0.000
SNR=50 dB	0.003±0.001
SNR=40 dB	0.008±0.001
SNR=30 dB	0.027±0.004
SNR=20 dB	0.071±0.012



Σχήμα 4.43: Η μεταβολή της παραμέτρου $\overline{\Delta M}$ (μέση τιμή της παραμέτρου ΔM) με το επίπεδο θορύβου, για τις δύο Περιοχές Πηγών C1-C2 και C1-TH. Στο σχήμα εικονίζεται και η τιμή της παραμέτρου για μηδενικό επίπεδο θορύβου (αντιστοιχεί σε $SNR=\infty$ άπειρο, δηλαδή στην αρχή του άξονα x). Δίνεται ξεχωριστή τιμή $\overline{\Delta M}$ για τις πηγές του εξωτερικού φλοιού (τετράγωνα) και για τις πηγές του εσωτερικού (κύκλοι).

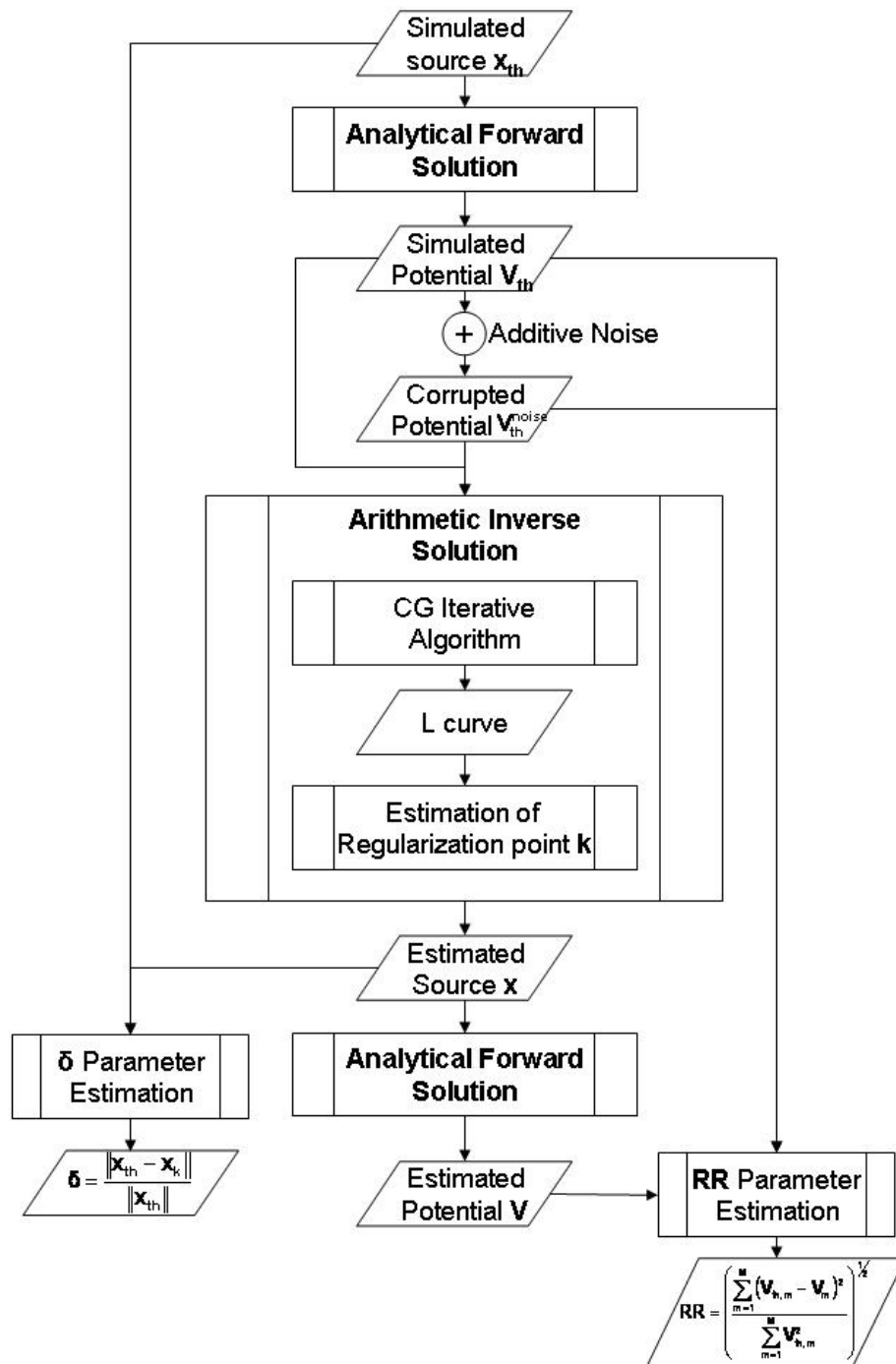


Σχήμα 4.44: Η μεταβολή της μέσης τιμής της παραμέτρου Δr με το επίπεδο θορύβου, για τις δύο Περιοχές Πηγών C1-C2 και C1-TH.



Σχήμα 4.45: Η μεταβολή της μέσης τιμής της παραμέτρου RR με το επίπεδο θορύβου, για τις δύο Περιοχές Πηγών C1-C2 και C1-TH.

4.3. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ ΠΡΟΤΥΠΟ



Σχήμα 4.46: Τα διαδοχικά βήματα της διαδικασίας μελέτης προσομοίωσης με χρήση πεπερασμένου προτύπου.

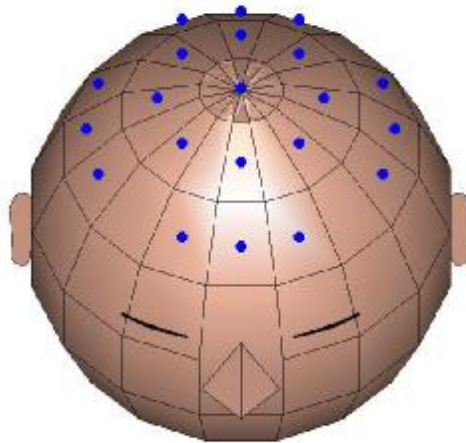
Για την εξέταση της αποτελεσματικότητας της μεθόδου επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος με χρήση της ΜΠΟ χρησιμοποιήθηκαν τεχνικές προσομοίωσης με τη βοήθεια του προαναφερόμενου σφαιρικού προτύπου (βλ. Πίνακα 4.1). Στο Σχήμα 4.46 περιγράφονται τα βήματα της μελέτης προσομοίωσης. Αναλυτικότερα, για κατάλληλα επιλεγμένες κατανομές ενδοκρανιακών πηγών \mathbf{X}_{th} , οι οποίες περιγράφουν μία ή περισσότερες διπολικές πηγές, υπολογίστηκαν οι τιμές δυναμικού \mathbf{V}_{th} , που δημιουργούνται στην επιφάνεια του κεφαλιού, με τη βοήθεια του τύπου [2.48]. Η διαδικασία αυτή αναφέρθηκε ως εύρεση αναλυτικής λύσης του ευθέως προβλήματος. Στη συνέχεια, μέσω του αλγορίθμου που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 2.3.1 και αναφέρθηκε ως αριθμητική λύση (πεπερασμένου προτύπου) του αντιστρόφου προβλήματος με χρήση κανονικοποιημένων τεχνικών Conjugate Gradient, υπολογίστηκε με τη βοήθεια της τεχνικής της καμπύλης L, η κατανομή των πηγών \mathbf{X}_k που αντιστοιχεί στην κορυφή της καμπύλης L. Από την σύγκριση των \mathbf{X}_{th} και \mathbf{X}_k προέκυψαν συμπεράσματα για τις δυνατότητες και τις αδυναμίες του αλγορίθμου. Τέλος υπολογίστηκαν οι τιμές των παραμέτρων δ και \mathbf{RR} για την ποσοτική εκτίμηση των αποτελεσμάτων της μελέτης προσομοίωσης.

r (m)	θ ($^{\circ}$)	φ ($^{\circ}$)		r_c (m)	θ_c ($^{\circ}$)	φ_c ($^{\circ}$)
0.019	11.25	11.25		0	0	0
0.02	33.75	33.75		0.0195	22.5	22.5
0.03	56.25	56.25		0.025	45.0	45.0
0.04	78.75	78.75		0.035	67.5	67.5
0.05	101.25	101.25		0.045	90.0	90.0
0.06	123.75	123.75		0.055	112.5	112.5
0.0641	146.25	146.25		0.06205	135.0	135.0
0.0661	168.75	168.75		0.0651	157.5	157.5
0.0691	191.25	191.25		0.0676	180.0	180.0
0.0711		213.75		0.0701		202.5
0.075		236.25		0.07305		225.0
0.079		258.75		0.077		247.5
0.0843		281.25		0.08165		270.0
0.0896		303.75		0.08695		292.5
0.0937		326.25		0.09165		315.0
0.0979		348.75		0.0958		337.5

Πίνακας 4.16: Οι σφαιρικές συντεταγμένες που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή του πλέγματος του τετραστρωματικού σφαιρικού μοντέλου προσομοίωσης του κεφαλιού.

Το τετραστρωματικό σφαιρικό πρότυπο του κεφαλιού, που χρησιμοποιήθηκε για την αναλυτική επίλυση του ευθέως και αντιστρόφου προβλήματος (κεφάλαιο 4.1.2) διακριτοποιείται σε $N \times M \times K$ στοιχειώδεις καμπυλόγραμμους κύβους

(voxels), όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 2.3.1. Αναλυτικότερα, οι τιμές των (r, θ, φ) των ακμών των voxel καθώς και οι τιμές $(r_c, \theta_c, \varphi_c)$ των κέντρων τους, δίνονται στον Πίνακα 4.16. Η διακριτοποίηση κατά τις δύο γωνιακές διευθύνσεις είναι $\delta\theta = \delta\varphi = 25.5^\circ$, ενώ κατά την ακτινική διεύθυνση κυμαίνεται από $\delta r = 0.001 \text{ m} - 0.019 \text{ m}$. Υπενθυμίζουμε ότι, λόγω της επιλογής του σφαιρικού συστήματος συντεταγμένων, τα voxel δεν έχουν όλα το ίδιο σχήμα και, επιπλέον, οι διαστάσεις τους αυξάνονται όταν απομακρυνόμαστε από την αρχή των αξόνων. Συνολικά, το σχηματιζόμενο



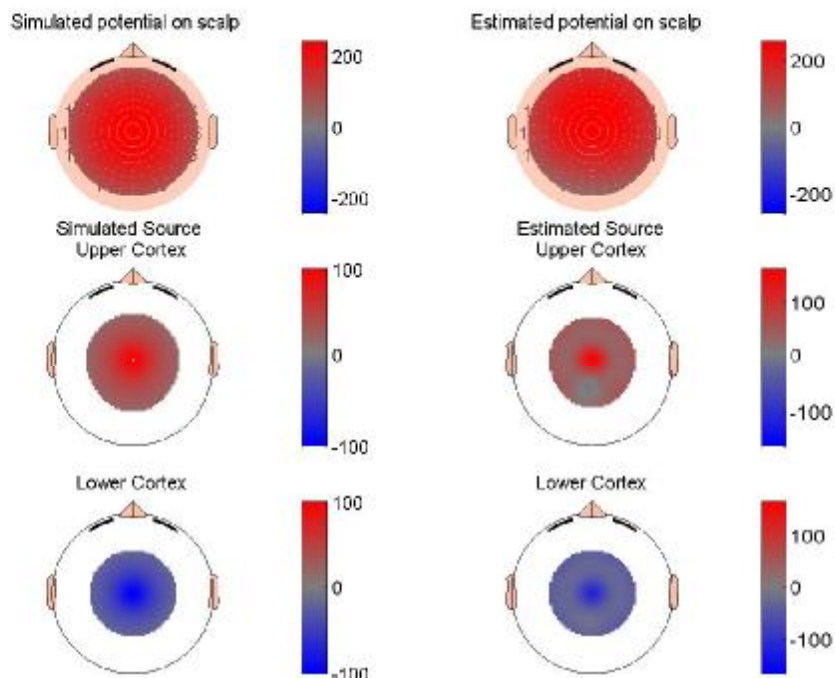
Σχήμα 4.47: Σχηματική αναπαράσταση του πλέγματος που προέκυψε για την εξωτερική επιφάνεια του κεφαλιού, μετά την διακριτοποίηση. Φαίνονται, επίσης, οι θέσεις των ηλεκτροδίων που χρησιμοποιήθηκαν.

αριθμητικό μοντέλο αποτελείται από 1711 voxels.

Οι θέσεις των, υποτιθέμενων, ηλεκτροδίων που χρησιμοποιήθηκαν στη διαδικασία προσομοίωσης είναι οι ίδιες που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 4.1.2. Στο Σχήμα 4.47 φαίνονται τα σημεία της επιφάνειας του κεφαλιού όπου τοποθετήθηκαν τα ηλεκτρόδια. Επιλέξαμε ένα πλήθος προσομοιωμένων πηγών με διπολική κατανομή για τη μελέτη της αποτελεσματικότητας του αλγορίθμου. Όπως και στην προηγούμενη μελέτη προσομοίωσης στο αναλυτικό σφαιρικό πρότυπο, έτσι και στο αριθμητικό, στις τιμές δυναμικού που υπολογίστηκαν από το ευθύ πρόβλημα προστέθηκε θόρυβος με επίπεδα SNR=10, 20, 30 και 40 dB.

4.3.1. Προσομοιωμένες κατανομές ρευματικών πηγών στην Περιοχή Πηγών C1 και C2

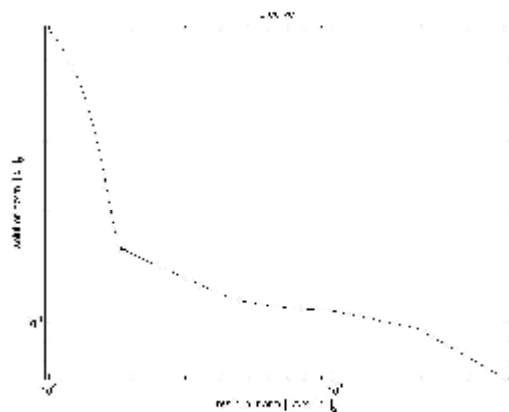
Ένα παράδειγμα δίνεται στο Σχήμα 4.48, όπου φαίνεται μία προσομοιωμένη



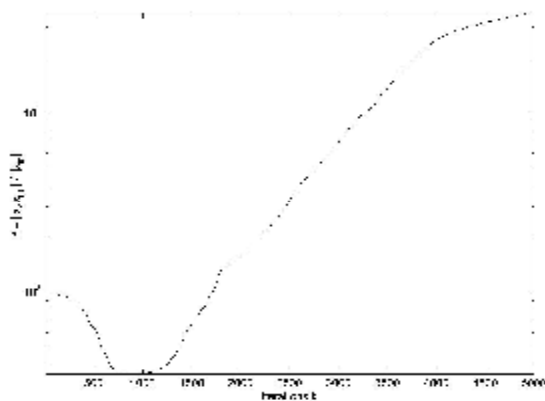
Σχήμα 4.48: Πάνω αριστερά φαίνεται η κατανομή δυναμικού V_{th} σε μV που προκαλείται από την προσομοιωμένη κατανομή όπως προέκυψε μετά την επίλυση του ευθέως προβλήματος. Στο μέσο και κάτω αριστερά φαίνεται η κατανομή της προσομοιωμένης πηγής X_{th} σε μA , που τοποθετήθηκε ακτινικά και ομοιόμορφα στον εξωτερικό και εσωτερικό φλοιό. Στο μέσο και κάτω δεξιά φαίνονται οι ανακατασκευασμένες κατανομές X_k που υπολογίστηκαν μετά την εφαρμογή του επαναληπτικού αλγορίθμου με χρήση της προαναφερόμενης τεχνικής κανονικοποίησης και πάνω δεξιά η κατανομή δυναμικού V που προκαλείται από την κατανομή πηγών X_k .

κατανομή πηγών X_{th} , ακτινική και συμμετρική, που τοποθετείται ομοιόμορφα στις δύο περιοχές του φλοιού (C1 και C2). Οι τιμές του ρεύματος της κατανομής που τοποθετήθηκαν σε κάθε σημείο της περιοχής πηγών αναφέρονται στον Πίνακα 4.18. Ο λόγος που επιλέξαμε να χρησιμοποιήσουμε ομοιόμορφη και ομαλή κατανομή, χωρίς απότομες μεταβολές μεταξύ γειτονικών voxel, είναι ο ακόλουθος: όπως αναφέρθηκε, ο αλγόριθμος τείνει να επιλέξει ως λύση εκείνη την κατανομή που επιλύει το σύστημα [2.134] και, συγχρόνως, έχει την μικρότερη νορμ. Περιμένουμε, λοιπόν, τον αλγόριθμο να επιλύει με μεγαλύτερη ακρίβεια κατανομές πηγών που

εκτείνονται σε όλο το χώρο της Περιοχής 3 (εγκέφαλος), όπου αναζητούνται κάθε φορά οι πηγές. Βέβαια, για την πληρέστερη μελέτη της απόδοσής του, θα εξετάσουμε



Σχήμα 4.49: Η καμπύλη L όπως προέκυψε με την εφαρμογή του αλγορίθμου CG. Με αστερίσκο σημειώνεται η θέση μέγιστης καμπυλότητας (γόνατο) της καμπύλης L .



Σχήμα 4.50: Η μεταβολή της παραμέτρου δ με την εξέλιξη του επαναληπτικού αλγορίθμου, για την προσομοιωμένη κατανομή του Σχήματος 4.48.

τη συμπεριφορά του και σε πιο απότομες κατανομές. Στο ίδιο Σχήμα 4.48 απεικονίζεται και η κατανομή δυναμικού V_{th} στην επιφάνεια του κεφαλιού, όπως υπολογίστηκε από την αναλυτική επίλυση του ευθέος προβλήματος. Μετά την εφαρμογή της μεθόδου CG και μετά από 5000 επαναλήψεις κατασκευάστηκε η καμπύλη L (Σχήμα 4.49), όπως περιγράφεται αναλυτικά σε προηγούμενο κεφάλαιο

C1					C2				
$x_{th}(10^{-6} \text{ A})$	$x_k(10^{-6} \text{ A})$	$r_s(m)$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	$x_{th}(10^{-6} \text{ A})$	$x_k(10^{-6} \text{ A})$	$r_s(m)$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$
-100	-120	0.0701	0.0	0.00	100	166	0.0651	0.0	0.00
-50	-34	0.0701	22.5	22.50	50	41	0.0651	22.5	22.50
-50	-34	0.0701	22.5	45.00	50	41	0.0651	22.5	45.00
-50	-37	0.0701	22.5	67.50	50	47	0.0651	22.5	67.50
-50	-35	0.0701	22.5	90.00	50	42	0.0651	22.5	90.00
-50	-37	0.0701	22.5	112.50	50	46	0.0651	22.5	112.50
-50	-35	0.0701	22.5	135.00	50	41	0.0651	22.5	135.00
-50	-36	0.0701	22.5	157.50	50	46	0.0651	22.5	157.50
-50	-35	0.0701	22.5	180.00	50	41	0.0651	22.5	180.00
-50	-36	0.0701	22.5	202.50	50	46	0.0651	22.5	202.50
-50	-35	0.0701	22.5	225.00	50	41	0.0651	22.5	225.00
-50	-36	0.0701	22.5	247.50	50	46	0.0651	22.5	247.50
-50	-35	0.0701	22.5	270.00	50	42	0.0651	22.5	270.00
-50	-36	0.0701	22.5	292.50	50	46	0.0651	22.5	292.50
-50	-33	0.0701	22.5	315.00	50	37	0.0651	22.5	315.00
-50	-30	0.0701	22.5	337.50	50	13	0.0651	22.5	337.50
-50	-26	0.0701	22.5	360.00	50	1	0.0651	22.5	360.00
-25	-36	0.0701	45.0	22.50	25	37	0.0651	45.0	22.50
-25	-43	0.0701	45.0	45.00	25	49	0.0651	45.0	45.00
-25	-38	0.0701	45.0	67.50	25	38	0.0651	45.0	67.50
-25	-39	0.0701	45.0	90.00	25	42	0.0651	45.0	90.00
-25	-39	0.0701	45.0	112.50	25	42	0.0651	45.0	112.50
-25	-37	0.0701	45.0	135.00	25	38	0.0651	45.0	135.00
-25	-43	0.0701	45.0	157.50	25	48	0.0651	45.0	157.50
-25	-37	0.0701	45.0	180.00	25	38	0.0651	45.0	180.00
-25	-38	0.0701	45.0	202.50	25	38	0.0651	45.0	202.50
-25	-43	0.0701	45.0	225.00	25	48	0.0651	45.0	225.00
-25	-37	0.0701	45.0	247.50	25	38	0.0651	45.0	247.50
-25	-39	0.0701	45.0	270.00	25	42	0.0651	45.0	270.00
-25	-38	0.0701	45.0	292.50	25	40	0.0651	45.0	292.50
-25	-38	0.0701	45.0	315.00	25	44	0.0651	45.0	315.00
-25	-31	0.0701	45.0	337.50	25	14	0.0651	45.0	337.50
-25	-28	0.0701	45.0	360.00	25	15	0.0651	45.0	360.00

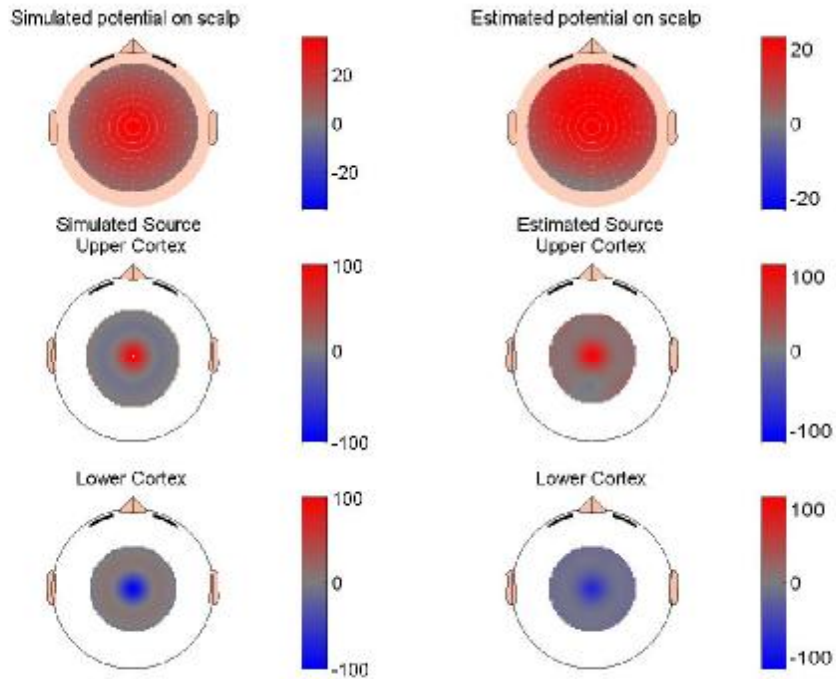
Πίνακας 4.17: Η προσομοιωμένη x_{th} και η ανακατασκευασμένη κατανομή x στις δύο περιοχές του φλοιού C1 και C2.

(κεφάλαιο 2.3.1) και εφαρμόζεται ο αλγόριθμος για την επιλογή της κορυφής. Το σημείο της κορυφής k , που βρέθηκε ίσο με 930 στην περίπτωση αυτή, υποδεικνύει και το επαναληπτικό βήμα στο οποίο πρέπει να σταματήσουμε τη μέθοδο CG. Όπως προαναφέραμε, το σημείο αυτό αντιστοιχεί στην κατανομή εκείνη που επιλύει το

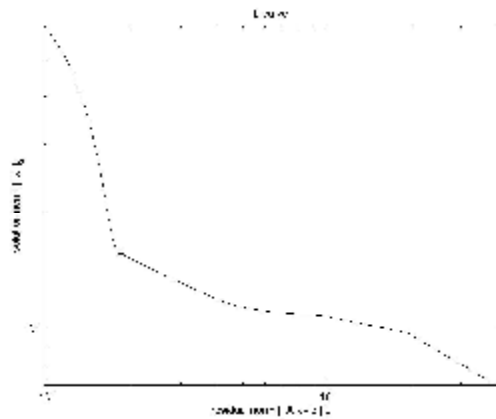
αντίστροφο πρόβλημα προσφέροντας ένα συμβιβασμό μεταξύ της απαίτησης μικρότερου υπόλοιπου και μικρής νόρμ. Στο Σχήμα 4.48 απεικονίζεται η ανακατασκευασμένη κατανομή \mathbf{x}_k που υπολογίστηκε για βήμα $k=930$, όπως επίσης και η κατανομή δυναμικού \mathbf{V} που δημιουργείται στην επιφάνεια του κεφαλιού λόγω της κατανομής \mathbf{x}_k . Για $k = 930$ ήταν $\delta=0.35$ (Σχήμα 4.50) και $RR=0.23$. Στο σημείο αυτό αξίζει να τονίσουμε μία εξαιρετικά σημαντική βελτίωση που προσφέρει το πεπερασμένο πρότυπο σε σχέση με το αναλυτικό πρότυπο με μονόπολα. Σε εκτεταμένες δοκιμές που έχουν γίνει από άλλον ερευνητή [Βεντούρας, 1994], στηριζόμενος στη επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος με βάση το αναλυτικό (τριστηρωματικό) μονοπολικό πρότυπο, σε κατανομές όπως αυτή που δείχνουμε στο Σχήμα 4.51, οι λύσεις που προέκυπταν ήταν κατανομές με σαφώς εφαιπτομενικό προσανατολισμό, με τον χώρο πηγών να έχει χωριστεί κυρίως σε δύο περιοχές διαφορετικού προσήμου πηγών, όπου όμως τα voxels των C1 και C2 με ίδια θ_c και φ_c έχουν σχεδόν πάντα το ίδιο πρόσημο και τιμή.

Για την επιβεβαίωση της αρχικής υπόθεσης ότι ο αλγόριθμος, όντας βασισμένος σε μέθοδο ελάχιστης νόρμ, επιλύει με μεγαλύτερη ακρίβεια ομαλές κατανομές που εκτείνονται σε όλη την περιοχή πηγών, εξετάστηκε η απόδοση του αλγορίθμου στην εύρεση μιας διακριτής προσομοιωμένης κατανομής. Η προσομοιωμένη και ανακατασκευασμένη κατανομή πηγών καθώς και οι κατανομές δυναμικού που προκαλούν αυτές στην επιφάνεια του κεφαλιού φαίνονται στο Σχήμα 4.51. Οι ακριβείς τιμές, σε κάθε voxel, των ρευματικών πηγών της προσομοιωμένης και ανακατασκευασμένης κατανομής περιέχονται στον Πίνακα 4.19. Στο Σχήμα 4.52 εικονίζεται η καμπύλη L, ενώ στο Σχήμα 4.53 φαίνεται η μεταβολή της παραμέτρου δ με την εξέλιξη του αλγορίθμου. Η κορυφή της καμπύλης L βρέθηκε να αντιστοιχεί στο βήμα $k=880$ του επαναληπτικού αλγορίθμου, για το οποίο $\delta=0.87$. Τα αποτελέσματα αυτά δείχνουν την επιτυχία της μεθόδου να διαχωρίσει σωστά την πολικότητα της πηγής. Επιπλέον, η τιμή της παραμέτρου RR, που υπολογίζεται από τις δύο κατανομές δυναμικού, βρέθηκε αρκετά μικρή και ίση με $RR=0.323$. Εντούτοις, η πολύ μεγάλη τιμή της παραμέτρου δ , η οποία αποτελεί παράμετρο σύγκρισης της προσομοιωμένης και της ανακατασκευασμένης κατανομής, υποδεικνύει την αδυναμία του αλγορίθμου να διατηρεί στη ανακατασκευή τον αυστηρά εστιακό χαρακτήρα των αρχικών πηγών, διατηρώντας όμως μία σαφέστατη ένδειξη για την κορύφωση. Όπως φαίνεται και από τον Πίνακα 4.18, όλες οι

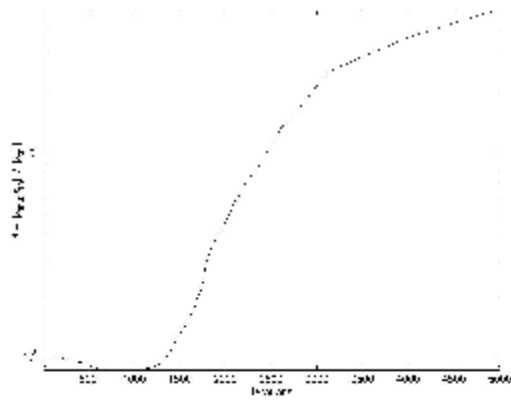
ανακατασκευασμένες τιμές στα voxels (εκτός των μεγίστων) ήταν κάτω από το 25% της τιμής της εκάστου κορυφής.



Σχήμα 4.51: Προσομοιωμένη (αριστερά) και ανακατασκευασμένη (δεξιά) ακτινική πηγή διακριτών τιμών και οι αντίστοιχες κατανομές δυναμικών.



Σχήμα 4.52: Η καμπύλη L που υπολογίστηκε για την κατανομή του Σχήματος 4.51.



Σχήμα 4.53: Η μεταβολή της παραμέτρου δ με την εξέλιξη του επαναληπτικού αλγορίθμου για την περίπτωση της προσομοιωμένης κατανομής του Σχήματος 4.51.

C1					C2				
$x_{th}(10^{-6} \text{ A})$	$x_k(10^{-6} \text{ A})$	$r_s(m)$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	$x_{th}(10^{-6} \text{ A})$	$x_k(10^{-6} \text{ A})$	$r_s(m)$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$
-100	-16	0.0701	0.0	0.00	100	23	0.0651	0.0	0.00
0	-3	0.0701	22.5	22.50	0	3	0.0651	22.5	22.50
0	-3	0.0701	22.5	45.00	0	3	0.0651	22.5	45.00
0	-4	0.0701	22.5	67.50	0	5	0.0651	22.5	67.50
0	-4	0.0701	22.5	90.00	0	4	0.0651	22.5	90.00
0	-4	0.0701	22.5	112.50	0	5	0.0651	22.5	112.50
0	-3	0.0701	22.5	135.00	0	4	0.0651	22.5	135.00
0	-4	0.0701	22.5	157.50	0	5	0.0651	22.5	157.50
0	-3	0.0701	22.5	180.00	0	4	0.0651	22.5	180.00
0	-4	0.0701	22.5	202.50	0	5	0.0651	22.5	202.50
0	-3	0.0701	22.5	225.00	0	4	0.0651	22.5	225.00
0	-4	0.0701	22.5	247.50	0	5	0.0651	22.5	247.50
0	-3	0.0701	22.5	270.00	0	4	0.0651	22.5	270.00
0	-3	0.0701	22.5	292.50	0	4	0.0651	22.5	292.50
0	-3	0.0701	22.5	315.00	0	4	0.0651	22.5	315.00
0	-4	0.0701	22.5	337.50	0	2	0.0651	22.5	337.50
0	-3	0.0701	22.5	360.00	0	1	0.0651	22.5	360.00
0	-3	0.0701	45.0	22.50	0	2	0.0651	45.0	22.50
0	-3	0.0701	45.0	45.00	0	4	0.0651	45.0	45.00
0	-3	0.0701	45.0	67.50	0	3	0.0651	45.0	67.50
0	-3	0.0701	45.0	90.00	0	3	0.0651	45.0	90.00
0	-3	0.0701	45.0	112.50	0	3	0.0651	45.0	112.50
0	-3	0.0701	45.0	135.00	0	3	0.0651	45.0	135.00
0	-3	0.0701	45.0	157.50	0	4	0.0651	45.0	157.50
0	-3	0.0701	45.0	180.00	0	3	0.0651	45.0	180.00
0	-3	0.0701	45.0	202.50	0	3	0.0651	45.0	202.50
0	-3	0.0701	45.0	225.00	0	4	0.0651	45.0	225.00
0	-3	0.0701	45.0	247.50	0	3	0.0651	45.0	247.50
0	-3	0.0701	45.0	270.00	0	3	0.0651	45.0	270.00
0	-3	0.0701	45.0	292.50	0	3	0.0651	45.0	292.50
0	-3	0.0701	45.0	315.00	0	2	0.0651	45.0	315.00
0	-2	0.0701	45.0	337.50	0	0	0.0651	45.0	337.50
0	-2	0.0701	45.0	360.00	0	0	0.0651	45.0	360.00

Πίνακας 4.18: Οι τιμές της προσομοιωμένης x_{th} και της ανακατασκευασμένης διακριτής κατανομής x στις δύο περιοχές του φλοιού C1 και C2.

Στη συνέχεια παραθέτουμε παραδείγματα προσομοιωμένων κατανομών μαζί με τα αποτελέσματα που προέκυψαν μετά την εφαρμογή της προτεινόμενης τεχνικής ανακατασκευής. Θα μελετηθεί επίσης η απόδοσή της με την επίδραση λευκού θορύβου διαφόρων επιπέδων.

Στα Σχήματα 4.54 έως 4.57 παραθέτονται η αρχική προσομοιωμένη κατανομή του Σχήματος 4.51 μαζί με την κατανομή δυναμικού, στην οποία έχει προστεθεί λευκός θόρυβος επιπέδου από $SNR=40dB$ έως $10dB$, καθώς και οι ανακατασκευασμένες κατανομές πηγών για κάθε επίπεδο θορύβου. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα αυτά συμπεραίνουμε ότι η παρουσία θορύβου δεν επηρεάζει σε

μεγάλο βαθμό την απόδοσή του παρά μόνο όταν αυξάνεται σε μεγάλο σχετικά επίπεδο (SNR=10 dB). Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται από τα Σχήματα 4.59 – 4.60, στα οποία φαίνονται οι μεταβολές των παραμέτρων δ και RR όσο αυξάνεται ο θόρυβος.

Στα επόμενα Σχήματα 4.61 έως 4.68 φαίνονται δύο κατανομές, που προσομοιώνουν διπολικές ρευματικές πηγές με ακτινική διεύθυνση, καθώς και τα αποτελέσματα των ανακατασκευών για την περίπτωση απουσίας θορύβου. Οι κατανομές αυτές είναι μη συμμετρικές και δεν εκτείνονται σε όλη την περιοχή πηγών. Συγκεκριμένα, η πρώτη (Σχήμα 4.61) προσομοιώνει δίπολο ακτινικά προσανατολισμένο και τοποθετημένο στο πίσω μέρος του εγκεφάλου, ενώ η δεύτερη (Σχήμα 4.65) δίπολο τοποθετημένο σε οπίσθια πλευρική θέση. Στα αποτελέσματα φαίνεται μία μετατόπιση των επιμέρους πηγών της κατανομής προς την κορυφή του εγκεφάλου, γεγονός που υποδηλώνει σχετικά μειωμένη απόδοση του αλγορίθμου στην ανακατασκευή μη συμμετρικών κατανομών. Το γεγονός αυτό φαίνεται και στις αυξημένες τιμές των παραμέτρων ελέγχου (Σχήματα 4.63 και 4.64 και Σχήματα 4.67 και 4.68).

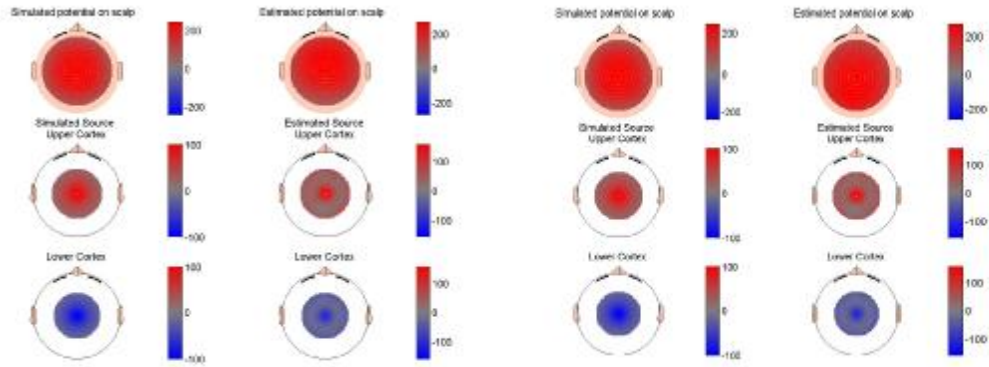
Η κατανομή που φαίνεται στο Σχήμα 4.69 προσομοιώνει δύο διπολικές ρευματικές πηγές με ακτινικό προσανατολισμό. Μία στο δεξιό ημισφαίριο με το θετικό πόλο τοποθετημένο στον εξωτερικό φλοιό και τον αρνητικό πόλο στον εσωτερικό και μία στο αριστερό ημισφαίριο με αντίστροφο προσανατολισμό. Τα αποτελέσματα δείχνουν αρκετά υψηλή απόδοση του αλγορίθμου, η οποία μειώνεται μόνο σε υψηλά επίπεδα θορύβου (Σχήματα 4.69 – 4.72).

Στα επόμενα Σχήματα αναφέρονται περιπτώσεις εφραπτομενικών κατανομών, που προσομοιώνουν μία ή περισσότερες διπολικές πηγές τοποθετημένες στον εξωτερικό φλοιό. Σε όλες τις περιπτώσεις, η περιοχή αναζήτησης πηγών ήταν η περιοχή C1. Είναι απαραίτητο να αναφερθεί στο σημείο αυτό το γεγονός ότι, σε επιπλέον προσομοιώσεις που διεξήχθησαν και των οποίων τα αποτελέσματα δεν παρουσιάζονται στην παρούσα εργασία, προέκυψε το εξής συμπέρασμα: όταν η προσομοιωμένη διπολική πηγή τοποθετείται σε ένα στρώμα του φλοιού (π.χ. στην περιοχή C1) αλλά η περιοχή αναζήτησης πηγών αποτελείται από όλη την περιοχή του φλοιού (C1, C2), τελικά ο αλγόριθμος υπολογίζει μεν την προσομοιωμένη πηγή με σωστό προσανατολισμό αλλά επιπλέον και μία άλλη πηγή στο άλλο στρώμα με ακριβώς αντίθετη πολικότητα από εκείνη της προσομοιωμένης.

Η κατανομή στο Σχήμα 4.73 προσομοιώνει διπολική πηγή, που τοποθετείται στην περιοχή C1 με τον αρνητικό πόλο στο αριστερό ημισφαίριο και το θετικό πόλο στο δεξιό. Το αποτέλεσμα του αλγορίθμου είναι μέτριο όπως φαίνεται και από τη σχετικά υψηλή τιμή της παραμέτρου δ (Σχήμα 4.75). Αξίζει να τονίσουμε ωστόσο ότι το δυναμικό του πεδίου που υπολογίζεται από την ανακατασκευασμένη κατανομή προσεγγίζει αρκετά το δυναμικό της προσομοιωμένης, όπως φαίνεται από την τιμή της παραμέτρου RR (Σχήμα 4.76), που διατηρείται σε χαμηλά επίπεδα ακόμα και σε θόρυβο με SNR=20dB, καθώς και ότι στην ανακατασκευή διατηρείται εν μέρει ο προσανατολισμός της αρχικής κατανομής, λαμβάνοντας υπ' όψη και τα σημεία μεγίστου των κατανομών.

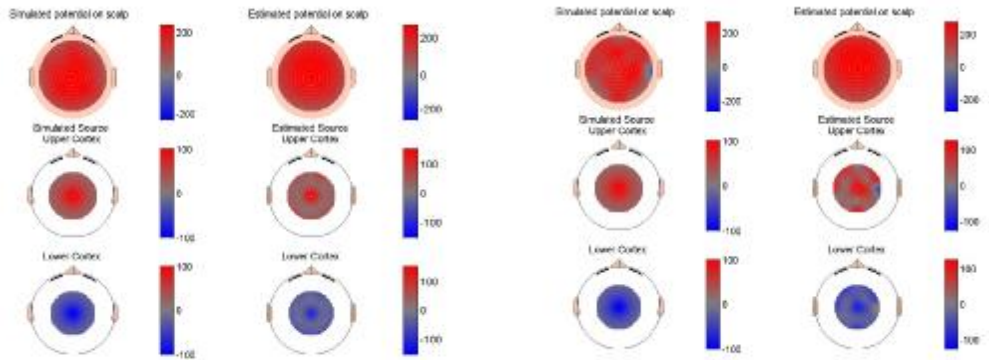
Στο Σχήμα 4.77 φαίνεται η περίπτωση μη συμμετρικής εφαιτομενικής κατανομής τοποθετημένης στην περιοχή C1 στο πίσω μέρος του εγκεφάλου. Η απόδοση του αλγορίθμου είναι μειωμένη, όπως παρατηρήθηκε και σε παρόμοια προηγούμενη περίπτωση προσομοιωμένης, μη συμμετρικής, κατανομής (Σχήματα 4.60 έως 4.67), η απόδοση του αλγορίθμου είναι μειωμένη, αφού η λύση εμφανίζεται μετατοπισμένη προς τη μετωπιαία περιοχή, διατηρώντας όμως σωστά τον διαχωρισμό των δύο περιοχών πολικότητας.

Στα επόμενα Σχήματα 4.81 έως 4.92 παραθέτονται περιπτώσεις προσομοίωσης δύο εφαιτομενικών διπολικών πηγών τοποθετημένων στο εξωτερικό στρώμα φλοιού (περιοχή C1). Οι κατανομές αυτές αποτελούνται από τέσσερις επιμέρους σημειακές ρευματικές πηγές. Οι ανακατασκευασμένες κατανομές είναι ομαλές και «διαχυμένες» σε σχέση με τις αρχικές, όπως αναμενόταν, διατηρώντας ωστόσο τη σωστή εναλλαγή της πολικότητας των προσομοιωμένων διπόλων.



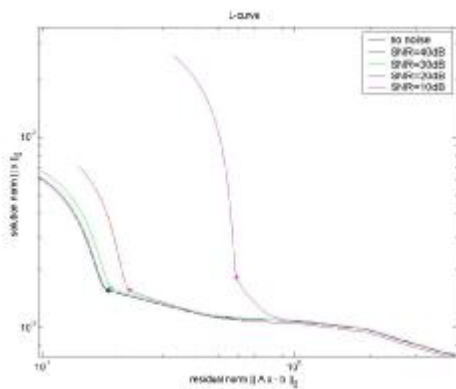
Σχήμα 4.54: SNR=40 dB

Σχήμα 4.55: SNR=30 dB

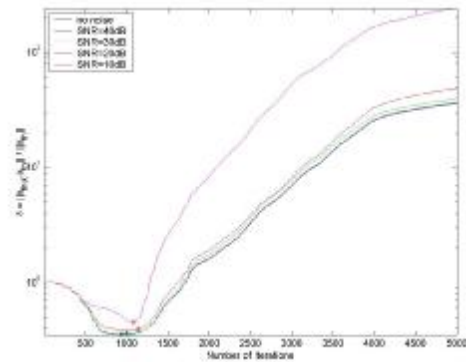


Σχήμα 4.56: SNR=20 dB

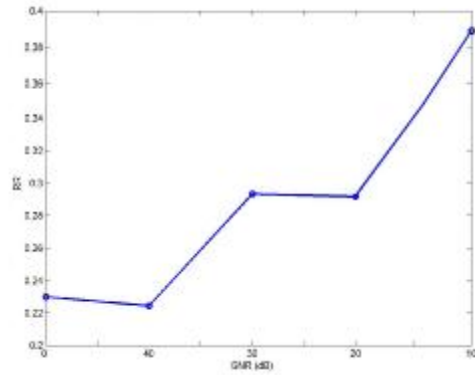
Σχήμα 4.57: SNR=10 dB



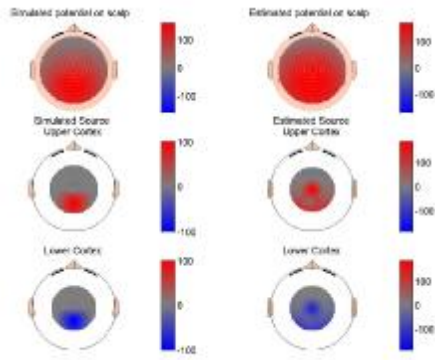
Σχήμα 4.58: Η μεταβολή της καμπύλης L για τα διάφορα επίπεδα θορύβου.



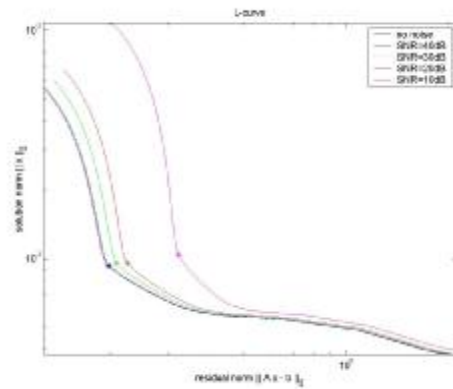
Σχήμα 4.59: Η μεταβολή της παραμέτρου δ με την εξέλιξη του αλγορίθμου, για τα διάφορα επίπεδα θορύβου.



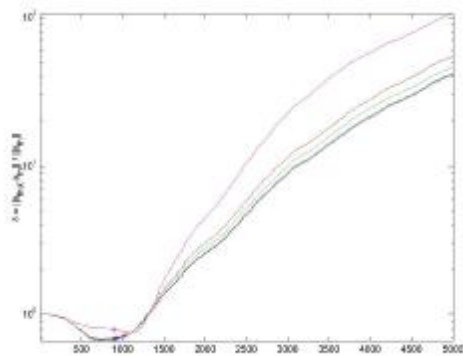
Σχήμα 4.60: Η τιμή της παραμέτρου RR όπως υπολογίστηκε για κάθε ανακατασκευασμένη κατανομή πηγών (Σχήμα 4.54 έως 4.57) για τα διάφορα επίπεδα θορύβου.



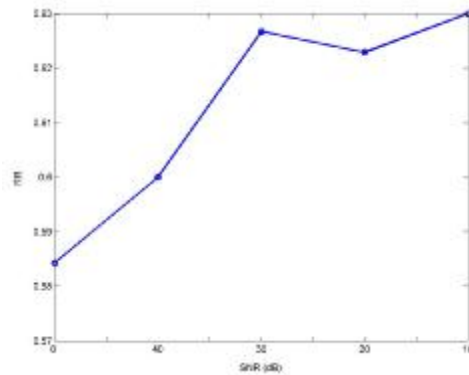
Σχήμα 4.61:



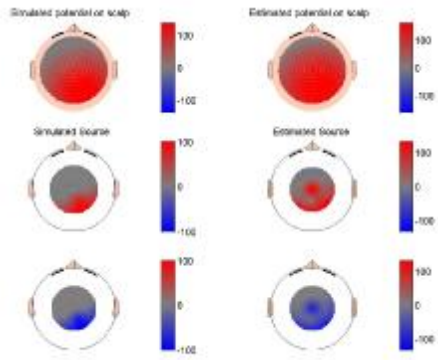
Σχήμα 4.62:



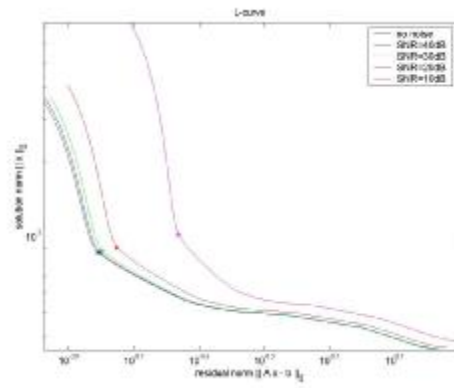
Σχήμα 4.63:



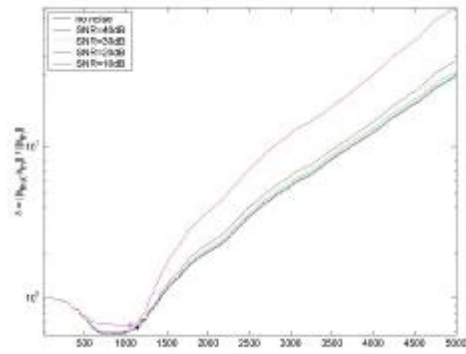
Σχήμα 4.64:



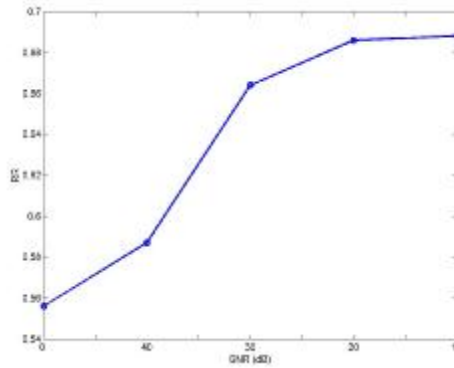
Σχήμα 4.65:



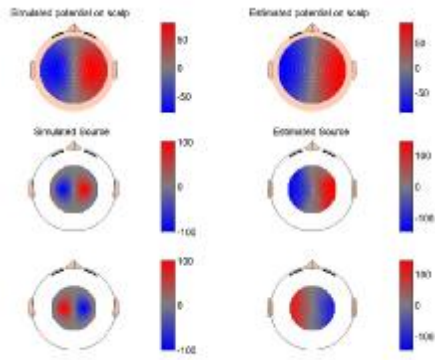
Σχήμα 4.66:



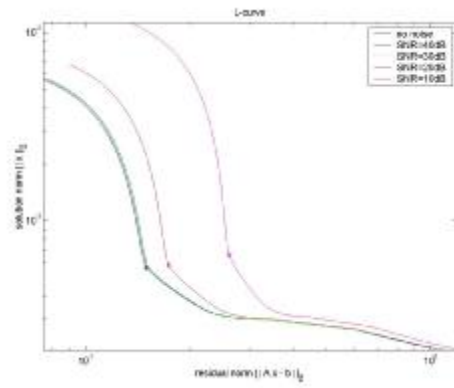
Σχήμα 4.67:



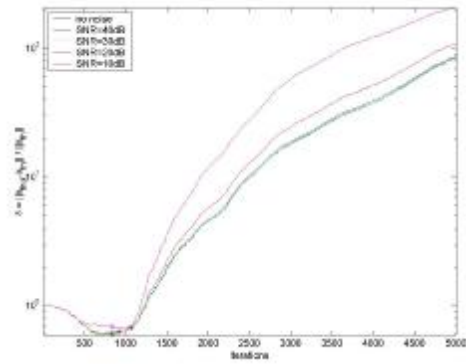
Σχήμα 4.68



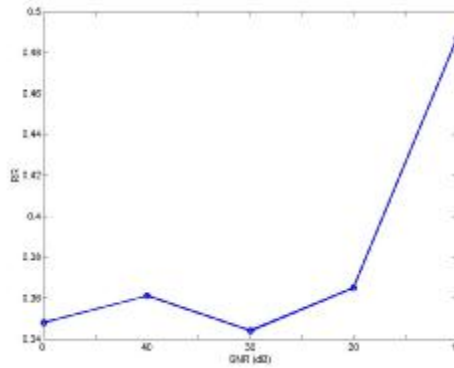
Σχήμα 4.69



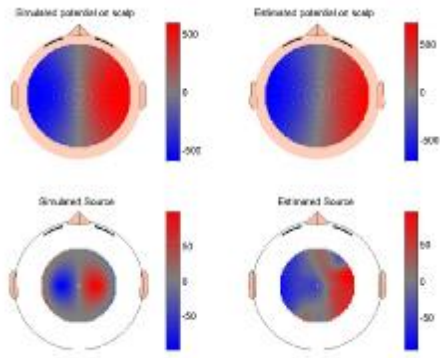
Σχήμα 4.70



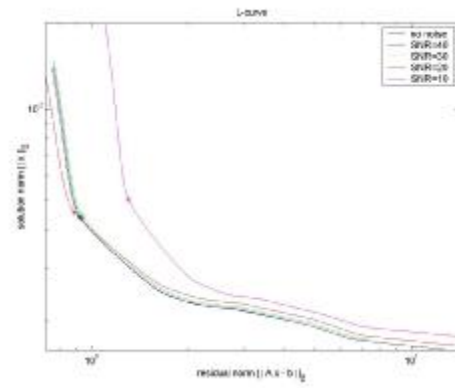
Σχήμα 4.71



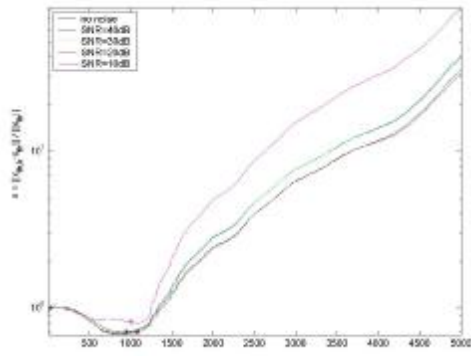
Σχήμα 4.72



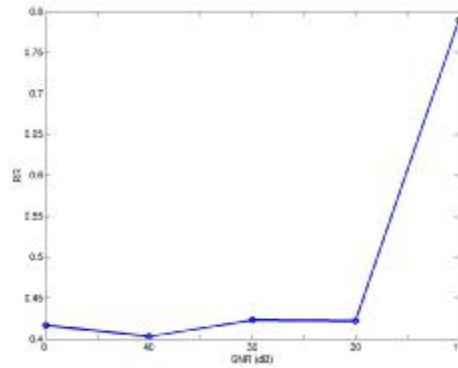
Σχήμα 4.73:



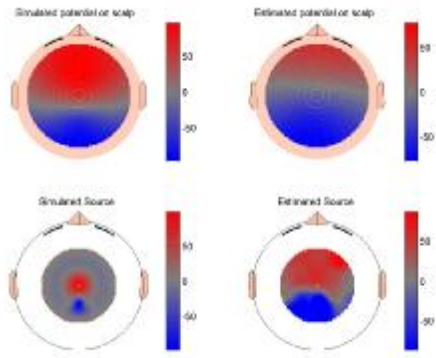
Σχήμα 4.74



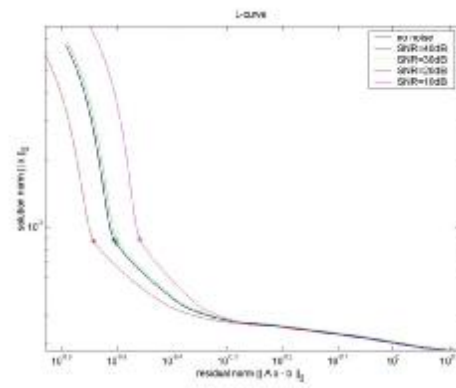
Σχήμα 4.75:



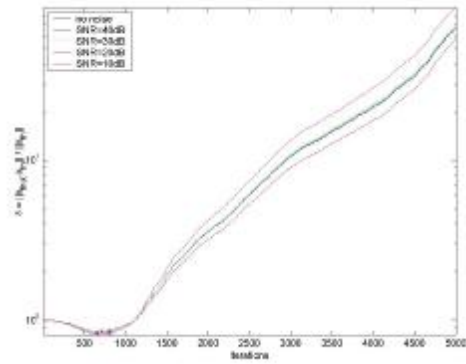
Σχήμα 4.76:



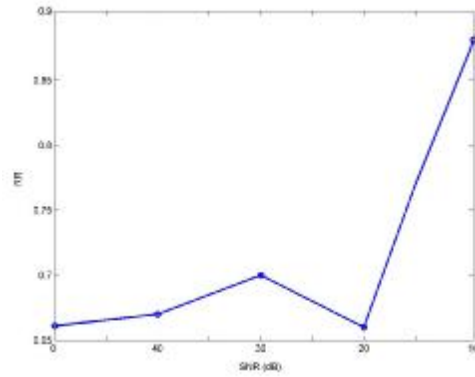
Σχήμα 4.77:



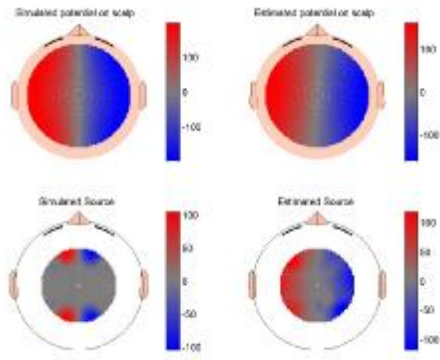
Σχήμα 4.78:



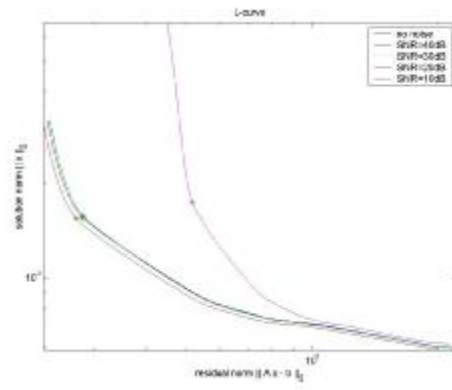
Σχήμα 4.79:



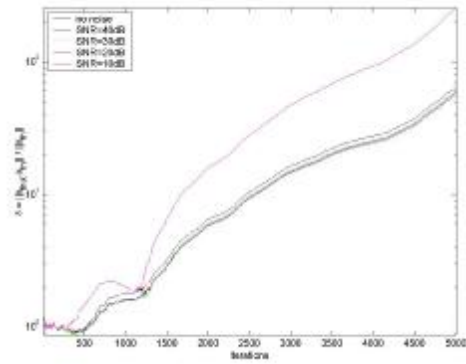
Σχήμα 4.80:



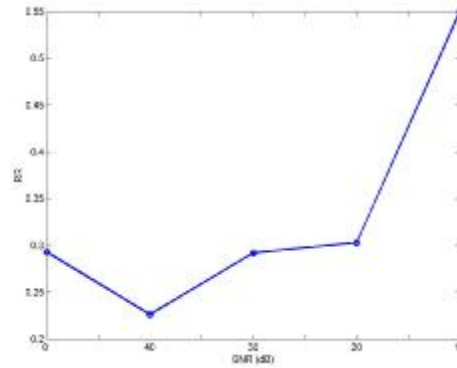
Σχήμα 4.81:



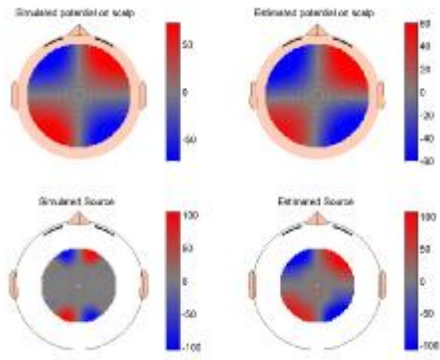
Σχήμα 4.82:



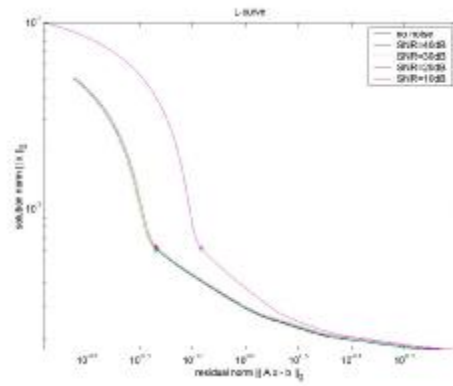
Σχήμα 4.83:



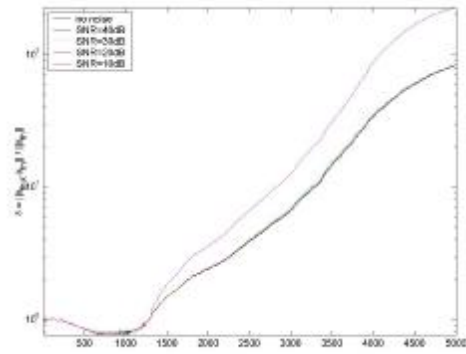
Σχήμα 4.84:



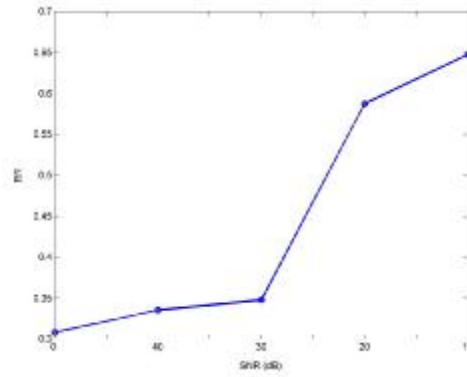
Σχήμα 4.85:



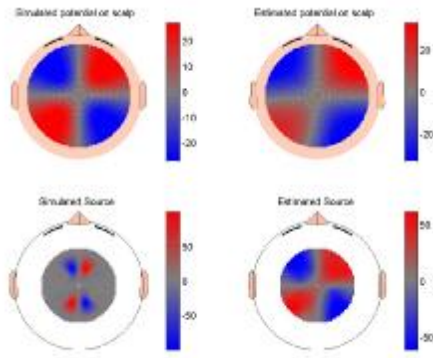
Σχήμα 4.86:



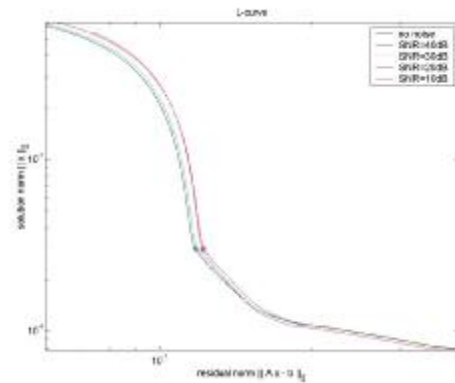
Σχήμα 4.87:



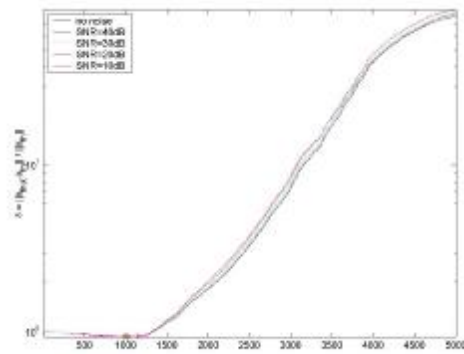
Σχήμα 4.88:



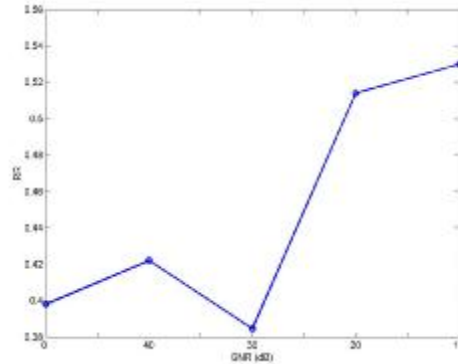
Σχήμα 4.89:



Σχήμα 4.90:



Σχήμα 4.91:



Σχήμα 4.92:

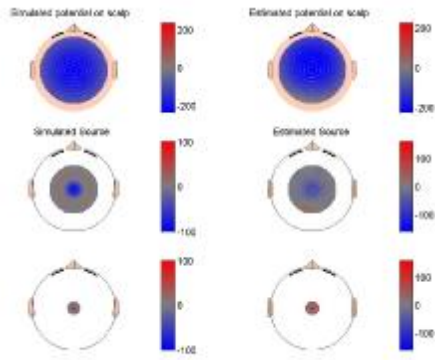
4.3.2. Προσομοιωμένη κατανομή ρευματικών πηγών στην Περιοχή Πηγών C1 και TH

Στη συνέχεια παραθέτονται αποτελέσματα του αλγορίθμου για την περίπτωση που η προσομοιωμένη ρευματική κατανομή εκτείνεται στις περιοχές C1 (εξωτερικό στρώμα φλοιού) και TH (εξωτερικό στρώμα θαλάμου)

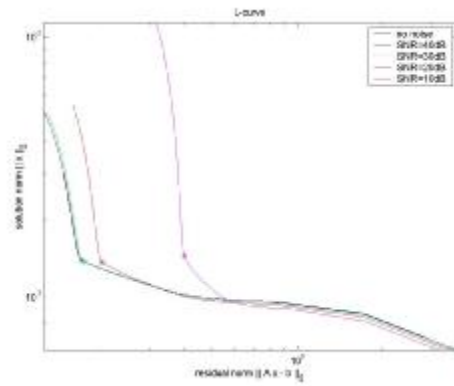
Εκτεταμένες μελέτες με προσομοιωμένες πηγές στο θάλαμο, οι οποίες δεν παραθέτονται στην παρούσα εργασία, έδειξαν, ότι στην περίπτωση αυτή η επιτυχία του αλγορίθμου εξαρτάται από την περιοχή του εγκεφάλου που επιλέγεται να διερευνηθεί για ύπαρξη ρευματικών πηγών. Αναλυτικότερα, σε όλες τις περιπτώσεις που η προσομοιωμένη διπολική πηγή κατασκευάζεται έτσι ώστε ο ένας ρευματικός πόλος να βρίσκεται στο φλοιό (περιοχή C1) και ο άλλος στο θάλαμο (περιοχή TH), ο

αλγόριθμος επιτυγχάνει να βρίσκει σωστά τις θέσεις των δύο πόλων μόνο στην περίπτωση που η περιοχή αναζήτησης αποτελείται από το φλοιό και το θάλαμο (C1 και TH). Αντίθετα, αν αφήσουμε τον αλγόριθμο να αναζητήσει την βέλτιστη πηγή σε όλη την περιοχή πηγών αποτελούμενη από τα δύο στρώματα φλοιού και το θάλαμο (C1, C2 και TH), τότε σε όλες τις περιπτώσεις ο αλγόριθμος αποτυγχάνει να εντοπίσει την προσομοιωμένη πηγή στο θάλαμο και την «μεταφέρει» στο φλοιό C2. Όμοια αποτελέσματα εμφανίζονται όταν η προσομοιωμένη κατανομή περιγράφεται από ένα δίπολο στο θάλαμο και ένα δίπολο στο φλοιό. Αν αφήσουμε τον αλγόριθμο να αναζητήσει την βέλτιστη πηγή σε όλη την περιοχή πηγών αποτελούμενη από τα δύο στρώματα φλοιού και το θάλαμο (C1, C2 και TH), η λύση του αλγορίθμου είναι ένα δίπολο στον εσωτερικό και ένα στον εξωτερικό φλοιό. Μόνο όταν η περιοχή αναζήτησης περιορίζεται στο ένα στρώμα φλοιού και στο θάλαμο, η μέθοδος επιτυγχάνει να βρίσκει τη διπολική πηγή στο θάλαμο.

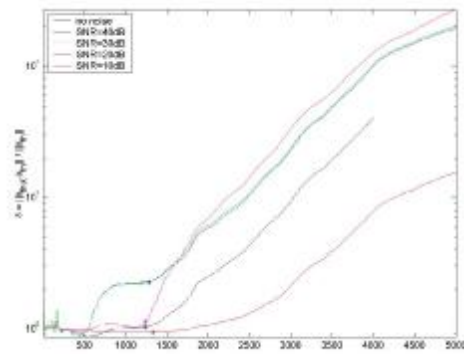
Στο Σχήμα 4.93 φαίνεται μία προσομοιωμένη κατανομή με ακτινικό προσανατολισμό και η κατανομή που προέκυψε μετά την εφαρμογή του αλγορίθμου. Η λύση του αλγορίθμου είναι ικανοποιητική όσον αφορά την τοποθέτηση των επιμέρους πηγών στο χώρο. Αντιθέτως, είναι εμφανής μία διαφορά μεταξύ της νορμ της προσομοιωμένης και της νορμ της ανακατασκευασμένης κατανομής. Στα Σχήματα 4.95 και 4.96 φαίνονται οι παράμετροι απόδοσης δ και RR. Η σχετικά μεγάλη τιμή της παραμέτρου δ εκδηλώνει την αδυναμία της μεθόδου να εκτιμήσει το μέγεθος της ρευματικής κατανομής. Εντούτοις, το δυναμικό του πεδίου, που προκαλεί η ανακατασκευασμένη κατανομή στην επιφάνεια του κεφαλιού, προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό το δυναμικό της προσομοιωμένης κατανομής, όπως φαίνεται από το Σχήμα 4.93 και τις τιμές της παραμέτρου RR. Το ίδιο αποτέλεσμα παρατηρείται ακόμα και για μεγάλες τιμές θορύβου (Σχήμα 4.96).



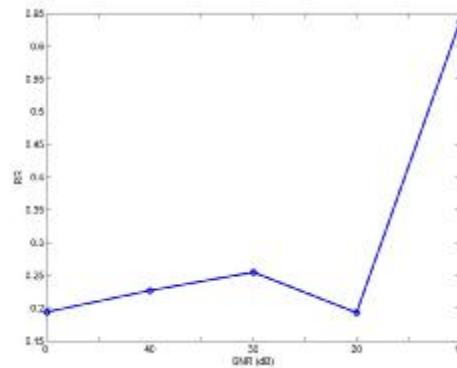
Σχήμα 4.93



Σχήμα 4.94



Σχήμα 4.95



Σχήμα 4.96

4.4. ΠΕΡΙΛΗΨΗ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο Κεφάλαιο που προηγήθηκε παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα των προτεινόμενων αλγορίθμων επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος σε δυναμικά προερχόμενα από προσομοιωμένες πηγές του εγκεφάλου, οι οποίες αποτελούνταν από ένα ή περισσότερα δίπολα μοναδιαίας διπολικής ροπής, στην περίπτωση του αναλυτικού προτύπου, ή από κατάλληλα επιλεγμένη κατανομή ρευματικών πηγών, στην περίπτωση του πεπερασμένου προτύπου. Για τον ποσοτικό προσδιορισμό των δυνατοτήτων και των περιορισμών των προτεινόμενων αλγορίθμων χρησιμοποιήθηκαν οι εξής παράμετροι ελέγχου:

- $\Delta r = \|\mathbf{r}_{th} - \mathbf{r}'_{th}\|$: Μέτρο της απόστασης μεταξύ των διανυσμάτων θέσεως της προσομοιωμένης διπολικής πηγής \mathbf{r}_{th} και της εκτιμώμενης από το αντίστροφο πρόβλημα πηγής \mathbf{r}'_{th} .
- $\Delta M = \|\mathbf{M}_{th} - \mathbf{M}'_{th}\|$: Μέτρο της απόκλισης του διανύσματος της ροπής του προσομοιωμένου διπόλου \mathbf{M}_{th} από το διάνυσμα της ροπής του υπολογισμένου από τον αλγόριθμο διπόλου \mathbf{M}'_{th} .
- $RR = \left(\frac{\sum_{m=1}^M (V_{th,m} - V'_{th,m})^2}{\sum_{m=1}^M V_{th,m}^2} \right)^{\frac{1}{2}}$: Η σχετική διαφορά (Relative Residual – RR) μεταξύ των τιμών δυναμικού που αντιστοιχούν στην προσομοιωμένη κατανομή και των τιμών δυναμικού που αντιστοιχούν στην εκτιμώμενη από το αντίστροφο πρόβλημα ρευματική πηγή.
- $\delta_{th}(k) = \frac{\|\mathbf{x}_{th,k} - \mathbf{x}_{th}\|}{\|\mathbf{x}_{th}\|}$: Η σχετική απόσταση της ανακατασκευασμένης από τον αλγόριθμο κατανομής ρευματικών πηγών $\mathbf{x}_{th,k}$ από την επιθυμητή (προσομοιωμένη) κατανομή \mathbf{x}_{th} .

Στις τιμές δυναμικού όλων των προσομοιωμένων πηγών προστέθηκε, στη συνέχεια, λευκός Γκαουσιανός θόρυβος διαφόρων επιπέδων, με σκοπό να διερευνηθεί η επίδραση του σηματοθορυβικού λόγου στην απόδοση των προτεινόμενων αλγορίθμων.

Στην πρώτη ομάδα προσομοιώσεων χρησιμοποιήθηκε το αναλυτικό πρότυπο, όπου το κεφάλι προσομοιώθηκε με το τετραστρωματικό σφαιρικό μοντέλο και η εγκεφαλική ηλεκτρική δραστηριότητα περιγράφηκε με ένα δίπολο, το οποίο τοποθετείται διαδοχικά σε όλα τα voxel της περιοχής πηγών με τρεις δυνατούς προσανατολισμούς. Συνολικά προσομοιώθηκαν 198 πηγές σε κάθε ένα από τα δύο σύνολα πηγών που μελετήθηκαν (εξωτερικό και εσωτερικό στρώμα φλοιού: C1 – C2, ή εξωτερικό στρώμα φλοιού και περιοχή θαλάμου: C1 – TH), από τις οποίες 66 είχαν ακτινικό προσανατολισμό, 66 πολικό και 66 αζιμουθιακό προσανατολισμό. Στην πρώτη περιοχή πηγών (C1 – C2) για μηδενικό επίπεδο θορύβου, ο αλγόριθμος

υπολόγισε την ίδια διπολική ρευματική πηγή, ανεξαρτήτως προσανατολισμού και θέσεως στην περιοχή πηγών, με μηδενικό σφάλμα τόσο ως προς τη θέση του διπόλου όσο και ως προς την διπολική ροπή. Η υψηλή απόδοση του αλγορίθμου διατηρήθηκε και μετά την πρόσθεση θορύβου στις προσομοιωμένες τιμές δυναμικού με SNR=30 και 20 dB. Συγκεκριμένα, για SNR=20 dB το μέσο σφάλμα στο υπολογισμό της θέσης του διπόλου ήταν $\overline{\Delta r}=1$ mm, ενώ στον υπολογισμό της ροπής η απόκλιση ήταν κατά μέσο όρο $\overline{\Delta M}=0.104$ A·m. Με την προσθήκη θορύβου μεγαλύτερου επιπέδου, SNR=10 dB, αυξήθηκαν σημαντικά οι τιμές των παραμέτρων. Ενδεικτικά, το σφάλμα στην απόσταση ήταν $\overline{\Delta r}=5$ mm για το εξωτερικό στρώμα φλοιού και $\overline{\Delta r}=7$ mm, για το εσωτερικό, ενώ η απόκλιση στον υπολογισμό της ροπής ήταν $\overline{\Delta M}=0.5$ A·m και $\overline{\Delta M}=0.9$ A·m, αντίστοιχα. Αντιθέτως, η τιμή του \overline{RR} , αν και αυξήθηκε με την προσθήκη του θορύβου, δεν παρουσίασε διαφορά ως προς το βάθος της προσομοιωμένης πηγής ($RR=0.26$ και για τα δύο στρώματα φλοιού). Ωστόσο, τόσο υψηλό επίπεδο θορύβου (SNR=10 dB) σπανίως εμφανίζεται στην πράξη σε μια καταγραφή ΗΕΓ ύπνου. Στη δεύτερη περιοχή πηγών (C1 – TH) και χωρίς την παρουσία θορύβου, ο αλγόριθμος υπολόγισε ως καταλληλότερη πηγή την προσομοιωμένη, με μεγάλη ακρίβεια ως προς τη θέση και το μέγεθος της ροπής της ($\overline{\Delta r}=0$ m, $\overline{\Delta M}=0$ A·m). Με την προσθήκη θορύβου, οι παράμετροι $\overline{\Delta M}$ και $\overline{\Delta r}$ αυξήθηκαν σημαντικά. Ενδεικτικά, υπολογίστηκε τιμή $\overline{\Delta r}=23$ mm για SNR=30 dB. Η αύξηση αυτή οφειλόταν σχεδόν αποκλειστικά στο σφάλμα της λύσης του αντιστρόφου προβλήματος στην περίπτωση που η προσομοιωμένη πηγή βρισκόταν στο θάλαμο (TH), ακόμα και για μικρά επίπεδα θορύβου. Πρακτικά, η πηγή του θαλάμου εντοπιζόταν από τον αλγόριθμο στο φλοιό C1. Συγχρόνως δε, η τιμή του \overline{RR} παρέμενε σε χαμηλά επίπεδα (από $\overline{RR}\approx 0.030$ για SNR=30 dB έως $\overline{RR}\approx 0.27$ για SNR=10 dB). Επομένως, αν και η διπολική πηγή που υπολόγισε ο αλγόριθμος ήταν διαφορετική (σε θέση και μέγεθος) από την προσομοιωμένη, το πεδίο που δημιουργούσε στην επιφάνεια του κεφαλιού (το οποίο περιγράφεται ποσοτικά από τις τιμές δυναμικού στα σημεία των ηλεκτροδίων) δε διέφερε σημαντικά από το πεδίο που αντιστοιχούσε στη προσομοιωμένη διπολική πηγή.

Στη συνέχεια οι τεχνικές προσομοίωσης με βάση το αναλυτικό πρότυπο επεκτάθηκαν με τη θεώρηση δύο διπόλων. Ειδικότερα, μελετήθηκε η περίπτωση όπου το ένα δίπολο βρίσκεται σε ένα στρώμα του εγκεφάλου (C1) και το άλλο σε άλλο στρώμα (C2 ή TH), διατηρώντας όμως την ίδια αξιμουθιακή και πολική συνταγεμένη

θέσης με διαφορετική απόσταση από το κέντρο του σφαιρικού μοντέλου, δηλαδή με συντεταγμένες θέσης $(r_1, \theta_1, \varphi_1)$ και $(r_2, \theta_2, \varphi_2)$, όπου $\theta_1 = \theta_2$ και $\varphi_1 = \varphi_2$ ¹¹. Συνολικά προσομοιώθηκαν 33 ζεύγη πηγών σε κάθε ένα από τα δύο σύνολα πηγών που μελετήθηκαν (C1 – C2, ή C1 – TH). Το πλήθος όλων των πιθανών ζευγών θέσεων των διπόλων ήταν 1089 και η επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος έγινε τόσες φορές όσες χρειαζόταν ώστε να καλυφθούν όλα τα ζεύγη voxel. Για την μελέτη της επίδρασης του θορύβου στην απόδοση του αλγορίθμου προστέθηκε Γκαουσιανός θόρυβος επιπέδων SNR=20, 30, 40 και 50 dB. Όταν οι προσομοιωμένες διπολικές πηγές τοποθετούνταν στα δύο στρώματα του φλοιού (C1 – C2), η απόδοση του αλγορίθμου ήταν πολύ υψηλή. Συγκεκριμένα, η μέση τιμή της παραμέτρου $\overline{\Delta r}$ ήταν σχεδόν μηδενική για όλα τα επίπεδα θορύβου ενώ η μέση τιμή $\overline{\Delta M}$ ήταν επίσης χαμηλή εκτός από την περίπτωση θορύβου μεγάλου επιπέδου με SNR=20 dB, όπου ήταν αρκετά αυξημένη (≈ 1 A·m). Η τιμή της παραμέτρου \overline{RR} παρέμενε σε χαμηλά επίπεδα (από $\overline{RR} \approx 0$ για SNR=50 dB έως $\overline{RR} \approx 0.072$ για SNR=20 dB). Όταν οι προσομοιωμένες διπολικές πηγές τοποθετούνταν στα στρώματα C1 και TH, η απόδοση του αλγορίθμου ήταν ελαφρώς μειωμένη (από $\overline{\Delta r} = 0$ mm για SNR=50 dB έως $\overline{\Delta r} = 0.27$ mm για SNR=20 dB και από $\overline{\Delta M} = 0$ A·m για SNR=50 dB έως $\overline{\Delta M} \approx 1.6$ A·m για SNR=20 dB). Οι μέσες τιμές της παραμέτρου RR παρέμεναν σε χαμηλά επίπεδα.

Στη δεύτερη ομάδα προσομοιώσεων χρησιμοποιήθηκε το πεπερασμένο πρότυπο. Για τη μαθηματική διατύπωση του αντιστρόφου προβλήματος χρησιμοποιήθηκε η ΜΠΟ, ενώ ο χώρος του προβλήματος, δηλαδή το σφαιρικό μοντέλο του κεφαλιού, διακριτοποιήθηκε σε 1711 καμπυλόγραμμα voxels. Η διακριτοποίηση κατά τις δύο γωνιακές διευθύνσεις ήταν $\delta\theta = \delta\varphi = 25.5^0$, ενώ κατά την ακτινική διεύθυνση κυμαινόταν από $\delta r = 0.001$ m – 0.019 m. Η λύση του αντιστρόφου προβλήματος προέκυψε μετά την εφαρμογή ενός κατάλληλου επαναληπτικού αλγορίθμου Conjugate Gradient με χρήση τεχνικών κανονικοποίησης. Όπως και στην προηγούμενη ομάδα προσομοιώσεων, με το αναλυτικό μοντέλο, μελετήθηκαν δύο περιπτώσεις όσον αφορά την περιοχή όπου αναζητούνται πηγές. Η

¹¹ Από προκαταρκτικές μελέτες με δύο διπολικές προσομοιωμένες πηγές βρέθηκε ότι ο προτεινόμενος αλγόριθμος υπολογίζει με μεγάλη ακρίβεια τη θέση και το μέγεθος των ρευματικών διπόλων, όταν βρίσκονται σε απόσταση το ένα από το άλλο ως προς τις αξιωματικές και πολικές τους συντεταγμένες θέσης. Έτσι εστίασαμε την μελέτη μας στην περίπτωση που η θέση των δύο πηγών διαφέρει μόνο ως προς την ακτινική συντεταγμένη.

πρώτη περιοχή πηγών αποτελούνταν από τα δύο στρώματα του φλοιού (C1 – C2) και η δεύτερη από ένα στρώμα του φλοιού και ένα στρώμα του θαλάμου (C1 – TH). Εξάλλου, στην περίπτωση αυτή του πεπερασμένου προτύπου, η εγκεφαλική ηλεκτρική δραστηριότητα (την οποία κλήθηκε να ανακατασκευάσει ο αλγόριθμος) θεωρήθηκε ότι περιγράφεται από μία κατανομή ρευματικών μονοπολικών πηγών, προσομοιώνοντας τελικά μία ή περισσότερες διπολικές πηγές που εκτείνονταν καλύπτοντας, ορισμένες φορές, όλο το χώρο της περιοχής πηγών. Το πρώτο συμπεράσματα των προσομοιώσεων ήταν ότι ο αλγόριθμος υπολογίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια ομοιόμορφες και ομαλές κατανομές σε αντίθεση με τις διακριτές και απότομες κατανομές. Το γεγονός αυτό ήταν άλλωστε αναμενόμενο καθώς ο αλγόριθμος σχεδιάστηκε ώστε να επιλέγει ως βέλτιστη λύση την κατανομή με την ελάχιστη νορμ. Γενικά η απόδοση του αλγορίθμου ήταν υψηλή σε περιπτώσεις συμμετρικών κατανομών που περιέγραφαν μία ή δύο διπολικές πηγές ακτινικά ή εφαπτομενικά προσανατολισμένες. Η προσθήκη θορύβου στις προσομοιωμένες τιμές δυναμικού δεν επηρέασε αισθητά την απόδοση του αλγορίθμου παρά μόνο όταν το επίπεδο του αυξήθηκε στην τιμή SNR=10 dB. Στη συνέχεια, μελετήθηκαν περιπτώσεις μη συμμετρικών κατανομών που προσομοίωναν δίπολο ακτινικά και εφαπτομενικά προσανατολισμένο. Η απόδοση του αλγορίθμου ήταν μειωμένη καθώς στην ανακατασκευασμένη κατανομή οι δύο πόλοι της πηγής εμφανίζονταν ελαφρώς μετατοπισμένοι διατηρώντας όμως σωστά τον διαχωρισμό των δύο περιοχών πολικότητας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ

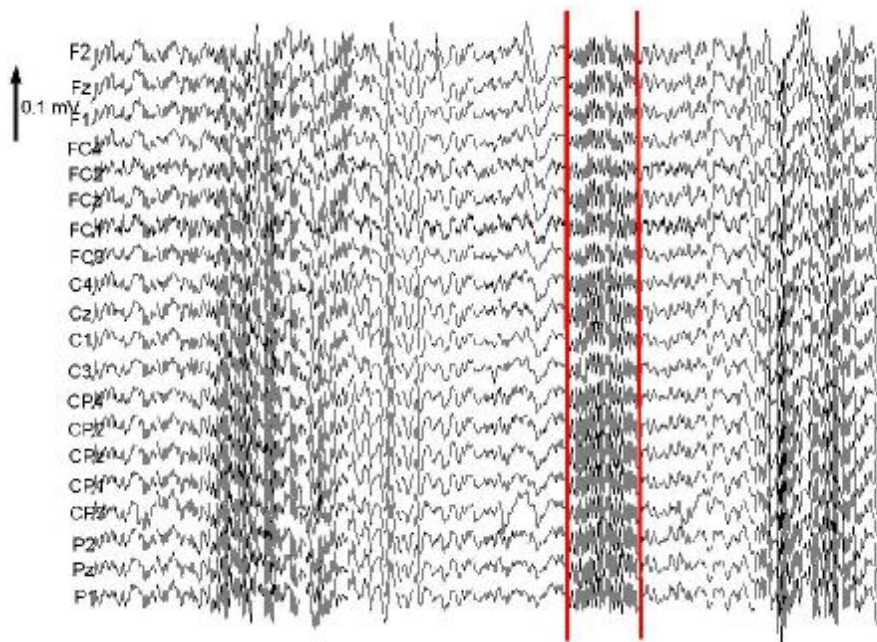
5.1. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ – ΣΥΛΛΟΓΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ

Στη διεθνή βιβλιογραφία αναφέρονται ελάχιστες μελέτες σχετικές με εύρεση των ηλεκτρικών εγκεφαλικών πηγών των υπνικών ατράκτων. Σε μελέτη των χαρακτηριστικών των υπνικών ατράκτων με χρήση Μαγνητοεγκεφαλογραφήματος (ΜΕΓ) [Shih et al., 2000], υποστηρίζεται ότι οι περιοχές του εγκεφάλου που συνδέονται με τη δημιουργία υπνικών ατράκτων είναι η μετωπιαία και η βρεγματική. Στη διαδικασία ανάλυσης των δεδομένων εφαρμόστηκαν οι μέθοδοι Principal Component Analysis (PCA) και SVD, για τον προσδιορισμό του πλήθους των διπολικών πηγών, ενώ για τον υπολογισμό της θέσης τους χρησιμοποιήθηκε αλγόριθμος ελαχίστων τετραγώνων και σφαιρικό μοντέλο για την περιγραφή της γεωμετρίας του κεφαλιού. Σε άλλη μελέτη με αντικείμενο τον υπολογισμό των πηγών του υπνικών ατράκτων στον άνθρωπο με χρήση της μεθόδου ισοδύναμου διπόλου σε σφαιρικό μοντέλο κεφαλιού σε δεδομένα ΗΕΓ [Ueda et al., 2000] υποστηρίζεται ότι μία μόνο διπολική πηγή είναι υπεύθυνη για τη δημιουργία ατράκτων. Στη συγκεκριμένη εργασία, μελετήθηκαν δύο τύποι ατράκτων, των 14 και 12 Hz. Η θέση της διπολικής πηγής και για τους δύο τύπους ατράκτων υπολογίστηκε στην περιοχή του θαλάμου, ωστόσο, ο προσανατολισμός της ήταν διαφορετικός για τις δύο περιπτώσεις (από το κέντρο προς τη μέσο-βρεγματική περιοχή για τις ατράκτους των 14 Hz και από το κέντρο προς την μετωπιαία περιοχή για τις ατράκτους των 12 Hz). Παρόμοια συμπεράσματα αναφέρονται και σε μελέτη της εντοπισμού των ατράκτων με χρήση αυτοματοποιημένου συστήματος αναγνώρισής τους [Zeitlhofer et al., 1997]. Στη συγκεκριμένη εργασία μελετήθηκε ο εντοπισμός των πηγών των ατράκτων σε συνδιασμό με τη συχνότητά τους και υποστηρίζεται η υπόθεση της ύπαρξης δύο ανεξάρτητων τύπων ατράκτων, χαμηλής συχνότητας (12 Hz, που εντοπίζονται κυρίως στη μετωπιαία περιοχή) και μεγαλύτερης συχνότητας (14 Hz, που εντοπίζονται

κυρίως στη βρεγματική περιοχή). Σε παλαιότερη μελέτη σχετικά με τα πιθανά μοντέλα πηγών ατράκτων [Yoshida et al., 1996], χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα από ΗΕΓ και ΜΕΓ, τα οποία καταγράφηκαν συγχρόνως. Πιο πρόσφατα, έχει δημοσιευτεί μελέτη [Anderer et al., 2001] αντιστροφής με χρήση της τεχνικής LORETA (Low Resolution Brain Electromagnetic Topography), στην οποία υποστηρίζεται η ύπαρξη δύο ανεξάρτητων πηγών, μία στην περιοχή του προμετωπιαίου φλοιού (περιοχές Brodmann 9 και 10) και μία στην βρεγματική περιοχή (περιοχή Brodmann 7). Στην ίδια μελέτη αναφέρεται ότι η πρώτη πηγή σχετίζεται με χαμηλές συχνότητες, κάτω των 13 Hz, ενώ η δεύτερη με υψηλότερες συχνότητες. Η μέθοδος LORETA συνίσταται στην εύρεση της ομαλότερης διπολικής κατανομής (Amperes x m) με χρήση τεχνικής ελάχιστης νορμ. Στην επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος χρησιμοποιείται, για την προσέγγιση της γεωμετρίας του κεφαλιού, τριστρωματικό σφαιρικό μοντέλο, το οποίο στη συνέχεια προσαρμόζεται σε έναν κατάλληλα σχεδιασμένο στερεοταξικό άτλαντα Talairach [Pascual-Marqui et al., 1994], [Frei et al., 2001], [Lantz et al., 1997], [Talairach and Tournoux, 1988].

Στη συνέχεια θα αναφερθούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν μετά την εφαρμογή των τεχνικών αντιστροφής που μελετήθηκαν σε πραγματικά δυναμικά. Τα πειραματικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν προέρχονται από ολονύχτια καταγραφή ύπνου υγιούς ατόμου (γυναίκας) ηλικίας 25 ετών, που πραγματοποιήθηκε στο Εργαστήριο Μελέτης του Ύπνου της Ψυχιατρικής Κλινικής του Αιγινήτειου Νοσοκομείου του Πανεπιστημίου Αθηνών, όπου είναι εγκατεστημένο πολυκαναλικό

καταγραφικό ψηφιακό σύστημα. Καταγράφηκαν ΗΕΓ σήματα από 21 επιφανειακά

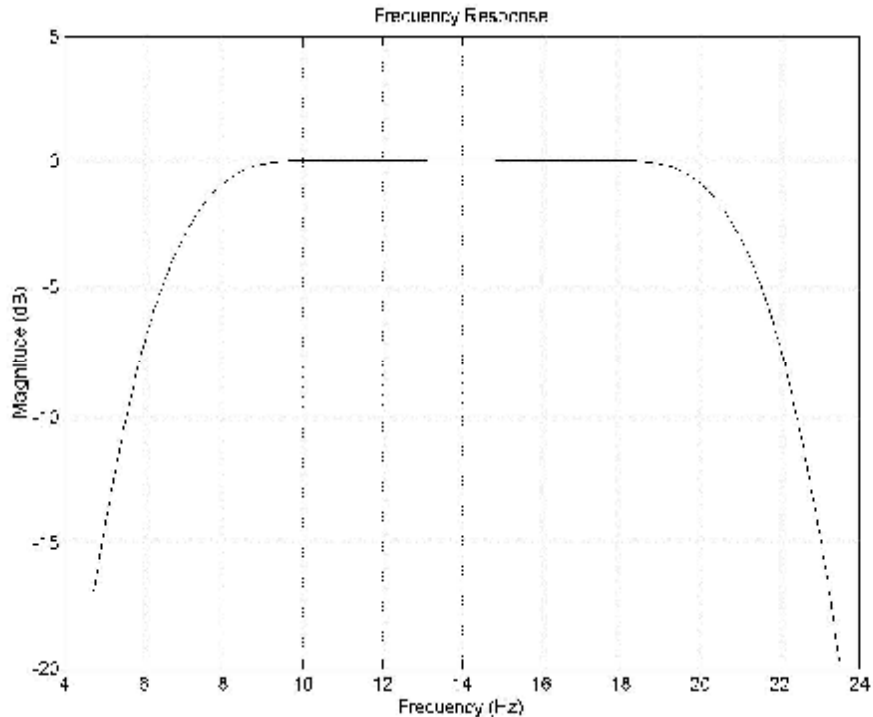


Σχήμα 5.1: Το σύνολο των εγκεφαλογραφικών σημάτων των 21 ηλεκτροδίων που χρησιμοποιήθηκαν στη διαδικασία αντιστροφής πραγματικών δυναμικών. Στο σχήμα φαίνεται μία εποχή διάρκειας 16 sec, στην οποία είναι σημειωμένη η άτρακτος που χρησιμοποιήθηκε στη διαδικασία αντιστροφής.

ηλεκτρόδια, τοποθετημένα κατά το Διεθνές Σύστημα 10-20. Ως αναφορά χρησιμοποιήθηκε το σήμα των δύο ηλεκτροδίων που τοποθετήθηκαν στο λωβό των αυτιών και ενώθηκαν μεταξύ τους. Τέσσερα επιπλέον ηλεκτρόδια χρησιμοποιήθηκαν για την καταγραφή ηλεκτροφθαλμογραφικού (ΗΟΓ) σήματος και ένα για την καταγραφή του ηλεκτρομυογραφήματος (ΗΜΓ). Τα ηλεκτρόδια ΗΟΓ και ΗΜΓ ήταν απαραίτητα για την σωστή σταδιοποίηση του ύπνου. Η ολική διάρκεια της καταγραφής ήταν περίπου 6 ώρες και η συχνότητα δειγματοληψίας ήταν 256 δείγματα/sec.

Μετά την ολοκλήρωση της ολονύκτιας καταγραφής έγινε η σταδιοποίηση από δύο έμπειρους ειδικούς επιστήμονες. Στη συνέχεια επιλέχθηκε μία καλώς σχηματισμένη άτρακτος και καθορίστηκαν η αρχή και το τέλος της βάσει κοινών, για τους δύο επιστήμονες, κριτηρίων για την εύρεση και βαθμονόμηση ατράκτων [Ktonas et al., 2001]. Στο Σχήμα 5.1 φαίνεται η καταγραφή σήματος διάρκειας 16 sec για τα κανάλια ΗΕΓ, όπου είναι σημειωμένη η υπνική άτρακτος που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυσή μας. Το σήμα όλων των καναλιών, πριν την επεξεργασία του, υπέστη εμπρόσθιο και ανάστροφο φιλτράρισμα (φίλτρο FIR γραμμικής φάσης, με συχνότητες

αποκοπής στα 3 dB, 7 Hz και 20 Hz). Η καμπύλη απόκρισης του ψηφιακού



Σχήμα 5.2: Η απόκριση του ψηφιακού φίλτρου που χρησιμοποιήθηκε.

φίλτρου που σχεδιάστηκε φαίνεται στο Σχήμα 5.2. Αναλυτικά, μετά την πρώτη εμπρόσθια τροφοδότηση του σήματος στο φίλτρο, το φιλτραρισμένο σήμα που προέκυψε αναστράφηκε χρονικά και επανατροφοδοτήθηκε στο φίλτρο. Το τελικό σήμα προέκυψε αναστρέφοντας το δυό φορές φιλτραρισμένο σήμα. Στην διαδικασία της αντιστροφής χρησιμοποιήθηκαν οι φιλτραρισμένες τιμές δυναμικού των 21 ηλεκτροδίων, στις χρονικές στιγμές όπου συνέβησαν τοπικά μέγιστα και ελάχιστα της κυματομορφής της ατράκτου στο κανάλι Cz. Το αντίστροφο πρόβλημα επιλύθηκε, στη συνέχεια, με χρήση του αναλυτικού και του αριθμητικού προτύπου.

5.2. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ

Οι αντιστροφές των πραγματικών κατανομών δυναμικού επιλύθηκαν με τους παρακάτω τρόπους:

1. Αναλυτική λύση με χρήση σφαιρικού τετραστρωματικού μοντέλου κεφαλιού και:

- i. Χρήση προτύπου ενός διπόλου για την προσέγγιση της ηλεκτρικής εγκεφαλικής δραστηριότητας, περιοχή πηγών: C1, C2, TH.
 - ii. Χρήση προτύπου δύο διπόλων για την προσέγγιση της ηλεκτρικής εγκεφαλικής δραστηριότητας, περιοχή πηγών: C1, C2.
2. Αριθμητική λύση με χρήση του προτεινόμενου αλγορίθμου και:
- i. Χρήση σφαιρικού τετραστρωματικού προτύπου κεφαλιού, περιοχή πηγών: C1, C2.
 - ii. Χρήση μοντέλου κεφαλιού ρεαλιστικής γεωμετρίας, περιοχή πηγών: C1, C2.

Στον Πίνακα 5.2 περιέχονται οι σφαιρικές συντεταγμένες των κορυφών του πλέγματος του μοντέλου προσομοίωσης του κεφαλιού ρεαλιστικής γεωμετρίας (r , θ και ϕ), καθώς και οι συντεταγμένες των κέντρων των voxel (r_c , θ_c και ϕ_c). Ο Πίνακας 5.1 καταγράφει στοιχεία σχετικά με το χρόνο και την υπολογιστική μνήμη που χρειάστηκε για την εκτέλεση των αλγορίθμων. Οι υπολογισμοί αναφέρονται σε προσωπικό υπολογιστή Intel με επεξεργαστή Pentium 4 συχνότητας 2.8 GHz, με μνήμη 512MB RAM και λειτουργικό σύστημα Windows XP.

Στη συνέχεια παραθέτονται ενδεικτικά, στα Σχήματα 5.3 έως 5.8 τα αποτελέσματα των αντιστροφών τις χρονικές στιγμές όπου συνέβησαν τρία ελάχιστα (πρώτο, ενδιάμεσο, τελευταίο) και τρία μέγιστα (παρομοίως πρώτο, ενδιάμεσο, τελευταίο) του καναλιού Cz.

Στο Σχήμα 5.3α φαίνεται το σήμα της απαγωγής Cz, όπου είναι σημειωμένη η χρονική στιγμή για την οποία επιλύεται κάθε φορά το αντίστροφο πρόβλημα, στην συγκεκριμένη περίπτωση η στιγμή αυτή αντιστοιχεί στο πρώτο ελάχιστο. Στο ίδιο σχήμα φαίνεται και η κατανομή του δυναμικού στην επιφάνεια του κεφαλιού, όπως προκύπτει με παρεμβολή των τιμών δυναμικού στα σημεία των ηλεκτροδίων. Στο Σχήμα 5.3β εικονίζεται η λύση που υπολογίστηκε μέσω του αναλυτικού αλγορίθμου με χρήση του μοντέλου του ενός διπόλου. Για τον εύκολο διαχωρισμό μεταξύ των τριών επιμέρους περιοχών (C1, C2 και TH), η θέση του διπόλου που υπολογίστηκε σημειώνεται στο σχήμα ως «+» όταν τοποθετείται στο θάλαμο (TH), ως «▲» όταν τοποθετείται στον εξωτερικό φλοιό (C1) και ως «●» όταν τοποθετείται στον εσωτερικό φλοιό (C2). Στο Σχήμα 5.3γ φαίνεται η λύση του αναλυτικού αλγορίθμου

με χρήση του μοντέλου των δύο διπόλων. Στο Σχήμα 5.3δ εικονίζεται η λύση του αριθμητικού αλγορίθμου με χρήση του σφαιρικού μοντέλου του κεφαλιού. Τέλος, στα

	ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΤΥΠΟ		ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΡΟΤΥΠΟ	
	ΕΝΑ ΔΙΠΟΛΟ	ΔΥΟ ΔΙΠΟΛΑ	ΣΦΑΙΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	ΡΕΑΛΙΣΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
ΧΡΟΝΟΣ / ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ	–	–	0.08 s	0.15 s
ΧΡΟΝΟΣ / ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ	5 s	104 s	390 s	~10 h
ΧΡΟΝΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΚΑΜΠΥΛΗΣ L	–	–	0.33 s	13 s
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΜΗΤΡΑΣ	21x3	21x6	1711 ²	200000 ²
ΜΕΓΕΘΟΣ ΜΗΤΡΑΣ	1.02 kB	2.1 kB	150 kB	16 MB

Πίνακας 5.1: Στον Πίνακα αναφέρεται ο χρόνος αντιστροφής για όλους τους αλγορίθμους που εφαρμόστηκαν, δηλαδή η χρονική διάρκεια που χρειάστηκε κάθε αλγόριθμος για να υπολογίσει την/τις διπολικές ρευματικές πηγές ή κατανομές ρευματικών πηγών, για μία χρονική στιγμή επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος. Ειδικότερα για την περίπτωση του αριθμητικού προτύπου αναφέρεται επίσης και ο απαιτούμενος χρόνος ανά επαναληπτικό βήμα καθώς και ο χρόνος υπολογισμού της κορυφής της καμπύλης L. Για την εκτίμηση του υπολογιστικού φόρτου αναφέρονται το μέγεθος και οι διαστάσεις της μήτρας του αντιστρόφου προβλήματος Υπενθυμίζεται ότι οι μήτρες που αναφέρονται στο αριθμητικό πρότυπο επεξεργάζονται και αποθηκεύονται σε αραιή μορφή.

Σχήματα 5.3ε και 5.3στ φαίνεται η λύση του αριθμητικού αλγορίθμου με χρήση του μοντέλου ρεαλιστικής γεωμετρίας για το εξωτερικό (ε) και το εσωτερικό (στ) στρώμα φλοιού. Ανάλογα, τα αποτελέσματα των αντιστροφών για τις χρονικές στιγμές των δύο άλλων ελαχίστων και των τριών μεγίστων φαίνονται στα Σχήματα 5.4 έως 5.8.

Μετά την επίλυση των αλγορίθμων για όλα τα τοπικά μέγιστα και όλα τα τοπικά

r (m)			$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	r_c (m)			$\theta_c(^{\circ})$	$\varphi_c(^{\circ})$		
0.001	0.045	0.089	2.81	2.81	250.31	0.0015	0.0455	0.0895	0.00	0.00	247.50
0.002	0.046	0.090	8.44	8.44	255.94	0.0025	0.0465	0.0905	5.63	5.63	253.13
0.003	0.047	0.091	14.06	14.06	261.56	0.0035	0.0475	0.0915	11.25	11.25	258.75
0.004	0.048	0.092	19.69	19.69	267.19	0.0045	0.0485	0.0925	16.88	16.88	264.38
0.005	0.049	0.093	25.31	25.31	272.81	0.0055	0.0495	0.0935	22.50	22.50	270.00
0.006	0.050	0.094	30.94	30.94	278.44	0.0065	0.0505	0.0945	28.13	28.13	275.62
0.007	0.051	0.095	36.56	36.56	284.06	0.0070	0.0515	0.0955	33.75	33.75	281.25
0.008	0.052	0.096	42.19	42.19	289.69	0.0085	0.0525	0.0965	39.38	39.38	286.88
0.009	0.053	0.097	47.81	47.81	295.31	0.0095	0.0535	0.0975	45.00	45.00	292.50
0.010	0.054	0.098	53.44	53.44	300.94	0.0105	0.0545	0.0985	50.63	50.63	298.13
0.011	0.055	0.099	59.06	59.06	306.56	0.0115	0.0555	0.0995	56.25	56.25	303.75
0.012	0.056	0.100	64.69	64.69	312.19	0.0125	0.0565	0.1005	61.88	61.88	309.38
0.013	0.057	0.101	70.31	70.31	317.81	0.0135	0.0575	0.1015	67.50	67.50	315.00
0.014	0.058	0.102	75.94	75.94	323.44	0.0145	0.0585	0.1025	73.13	73.13	320.63
0.015	0.059	0.103	81.56	81.56	329.06	0.0155	0.0595	0.1035	78.75	78.75	326.25
0.016	0.060	0.104	87.19	87.19	334.69	0.0165	0.0605	0.1045	84.38	84.38	331.88
0.017	0.061	0.105	92.81	92.81	340.31	0.0175	0.0615	0.1055	90.00	90.00	337.50
0.018	0.062	0.106	98.44	98.44	345.94	0.0185	0.0625	0.1065	95.63	95.63	343.12
0.019	0.063	0.107	109.69	6	351.56	0.0195	0.0635	0.1075	104.06	5	348.75
0.020	0.064	0.108	120.94	9	357.19	0.0250	0.0645	0.1085	115.31	7	354.38
0.021	0.065	0.109	132.19	1	362.81	0.0215	0.0655	0.1095	126.56	0	
0.022	0.066	0.110	143.44	4		0.0225	0.0665	0.1105	137.81	3	
0.023	0.067	0.111	154.69	6		0.0235	0.0675	0.1115	149.06	5	
0.024	0.068	0.112	165.94	9		0.0245	0.0685	0.1125	160.31	7	
0.025	0.069	0.113	177.19	1		0.0255	0.0695	0.1135	171.56	0	
0.026	0.070	0.114	182.81	4		0.0265	0.0705	0.1145	180.00	3	
0.027	0.071	0.115		6		0.0275	0.0715	0.1155		5	
0.028	0.072	0.116		9		0.0285	0.0725	0.1165		8	
0.029	0.073	0.117		1		0.0295	0.0735	0.1175		0	
0.030	0.074	0.118		4		0.0350	0.0745	0.1185		3	
0.031	0.075	0.119		6		0.0315	0.0755	0.1195		5	
0.032	0.076	0.120		9		0.0325	0.0765	0.1205		7	
0.033	0.077	0.121		1		0.0335	0.0775	0.1215		0	
0.034	0.078	0.122		4		0.0345	0.0785	0.1225		3	
0.035	0.079	0.123		6		0.0355	0.0795	0.1235		5	
0.036	0.080	0.124		9		0.0365	0.0805	0.1245		8	
0.037	0.081	0.125		1		0.0375	0.0815	0.1255		0	
0.038	0.082	0.126		4		0.0385	0.0825	0.1265		3	
0.039	0.083	0.127		6		0.0395	0.0835	0.1275		5	
0.040	0.084	0.128		9		0.0405	0.0845	0.1285		8	
0.041	0.085	0.129		1		0.0415	0.0855	0.1295		0	
0.042	0.086	0.130		4		0.0425	0.0865	0.1305		3	
0.043	0.087	0.131		6		0.0435	0.0875	0.1315		5	
0.044	0.088	0.132		9		0.0445	0.0885			8	

Πίνακας 5.2: Οι σφαιρικές συντεταγμένες που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή του πλέγματος του μοντέλου προσομοίωσης του κεφαλιού ρεαλιστικής γεωμετρίας.

ελάχιστα, τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα, τόσο για όλα τα ελάχιστα μαζί, όσο και για όλα τα μέγιστα, παραθέτονται στα Σχήματα 5.9 και 5.10 αντίστοιχα.

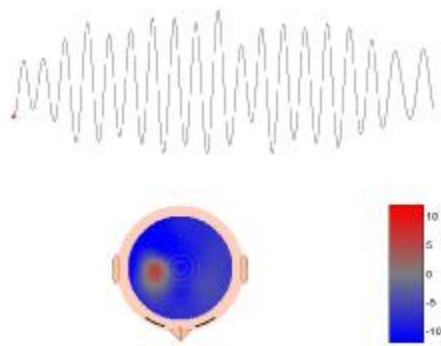
Συγκεκριμένα, οι λύσεις των αντιστροφών που φαίνονται στα σχήματα αυτά (είτε περιγράφονται από ένα ή δύο δίπολα ή από κατανομή ρευματικών πηγών) έχουν προκύψει με υπέρθεση των λύσεων όπως υπολογίστηκαν για όλες τις κορυφές της συγκεκριμένης ατράκτου.

Από την εξέταση των αποτελεσμάτων προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

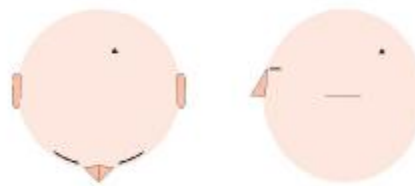
1. Η αναλυτική λύση του μοντέλου του ενός διπόλου εντόπισε την ηλεκτρική εγκεφαλική δραστηριότητα στη βρεγματική περιοχή του εγκεφάλου σχεδόν για όλα τα τοπικά ελάχιστα (18 από 20 συνολικά) και για 3 από τα 19 τοπικά μέγιστα. Επίσης, είναι χαρακτηριστικό ότι στις 16 από τις 19 περιπτώσεις των τοπικών μεγίστων, το δίπολο τοποθετείται στην περιοχή του θαλάμου (βλέπε και παρακάτω παρατήρηση 4).
2. Τα αποτελέσματα του αναλυτικού αλγορίθμου με χρήση δύο διπόλων υποδεικνύουν ότι πιθανόν να υπάρχουν δύο ανεξάρτητες ρευματικές πηγές, που τοποθετούνται στη βρεγματική περιοχή του εγκεφάλου (μία οπίσθια και μία στο δεξιό ημισφαίριο). Το ίδιο ζεύγος φαίνεται να εμφανίζεται τόσο στις περιπτώσεις των τοπικών ελαχίστων όσο και των τοπικών μεγίστων, με αντίθετο βέβαια κατά βάση προσανατολισμό στις δύο περιπτώσεις.
3. Το ίδιο συμπέρασμα προκύπτει και από τη μελέτη των αποτελεσμάτων του αριθμητικού αλγορίθμου. Ειδικότερα στις εικόνες του ρεαλιστικού μοντέλου του κεφαλιού είναι εμφανής η παρουσία δύο διαφορετικών ηλεκτρικά ενεργών περιοχών στο εξωτερικό στρώμα του φλοιού, ενώ στο εσωτερικό, η εγκεφαλική δραστηριότητα εμφανίζεται περισσότερο εκτεταμένη. Είναι ωστόσο χαρακτηριστικό ότι οι ίδιες περιοχές εμφανίζονται (με μικρές αποκλίσεις) σε όλες τις εικόνες, τόσο για μέγιστα όσο και για ελάχιστα, και βέβαια με αντίθετη πολικότητα μεταξύ μεγίστου και ελαχίστου. Αναλυτικότερα, παρατηρείται ισχυρή ηλεκτρική δραστηριότητα στο πίσω μέρος (βρεγματική περιοχή) του δεξιού ημισφαιρίου του εγκεφάλου, η οποία εμφανίζεται σε όλες ανεξαρτήτως τις χρονικές στιγμές, είτε πρόκειται για ελάχιστο είτε για μέγιστο, χωρίς να μεταβάλλεται αισθητά η θέση της. Επιπλέον, στην κεντρική περιοχή του δεξιού ημισφαιρίου, παρατηρείται δραστηριότητα, η οποία όμως δύσκολα μπορεί να αποδοθεί σε συγκεκριμένο αριθμό διπολικών πηγών, καθώς φαίνεται να προέρχεται από διάφορες πηγές, οι οποίες σε ορισμένες περιπτώσεις

επεκτείνονται σε όλη τη δεξιά κεντρική περιοχή. Ορισμένες φορές δε, (στις 18 από τις 39 συνολικά χρονικές στιγμές) μετατοπίζονται ελαφρώς προς την μετωπιαία περιοχή. Τέλος, μία ασθενέστερη ηλεκτρική δραστηριότητα εντοπίζεται στη κεντρική περιοχή του αριστερού ημισφαιρίου, η οποία όμως δεν εμφανίζεται σε όλες τις χρονικές στιγμές και επιπλέον, όταν εμφανίζεται, εντοπίζεται αποκλειστικά στον εσωτερικό φλοιό.

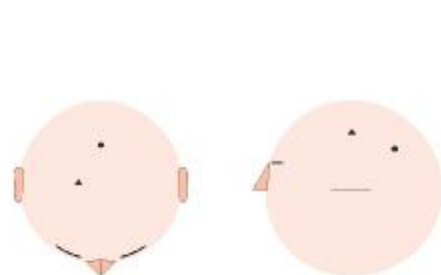
4. Σχετικά με την ικανότητα των προτεινόμενων μεθόδων να εντοπίσουν αξιόπιστα εγκεφαλική δραστηριότητα σε μεγάλο βάθος (θάλαμος) αυτή υφίσταται, είτε όταν υπάρχουν (από φυσιολογία) ενδείξεις ότι η εξωτερικώς καταγραφόμενη δραστηριότητα οφείλεται σε ένα δίπολο (οπότε επιλέγουμε διπολικό πρότυπο και χώρο ερεύνης πηγών C1, C1, TH) είτε όταν έχουμε ενδείξεις ταυτόχρονης ύπαρξης δύο διπολικών πηγών ή «στρωματικά» εντοπισμένων κατανομών, τόσο φλοιϊκά όσο και θαλαμικά, οπότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε είτε διπολικό πρότυπο είτε πρότυπο ρεαλιστικής γεωμετρίας με περιοχή πηγών C(1 ή 2) και TH, επιβάλλοντας στον αλγόριθμο την ύπαρξη πηγών και στα δύο στρώματα ταυτόχρονα. Αυτά προκύπτουν από μελέτες που έγιναν για το διπολικό πρότυπο και, όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 4.2.2.2, η εύρεση ηλεκτρικής δραστηριότητας στο θάλαμο με χρήση του μοντέλου των δύο διπόλων είναι δυνατή μόνο όταν η περιοχή πηγών περιορίζεται στις περιοχές C1 και TH. Σε περιπτώσεις όπου η περιοχή πηγών αποτελούνταν από τις τρεις επιμέρους περιοχές (C1, C2 και TH), ο αναλυτικός αλγόριθμος τοποθέτησε και τα δύο δίπολα στα δύο στρώματα του φλοιού. Παρόμοια δε συμπεράσματα προέκυψαν από εκτενείς μελέτες επίλυσης του αριθμητικού αλγορίθμου (ρεαλιστικής ή σφαιρικής γεωμετρίας).



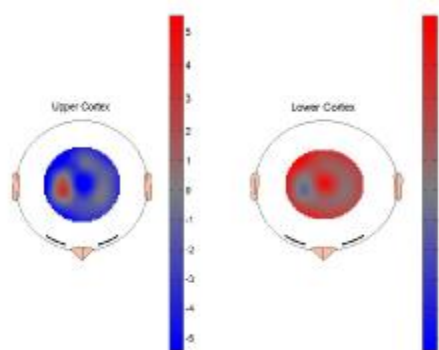
α



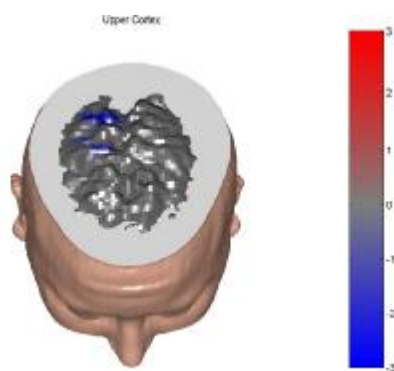
β



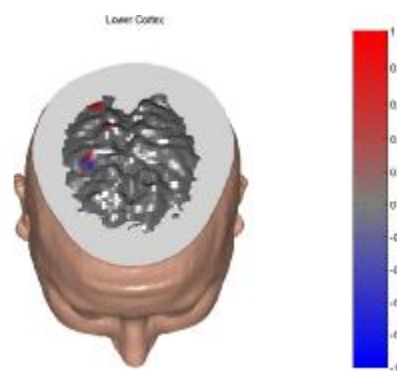
γ



δ

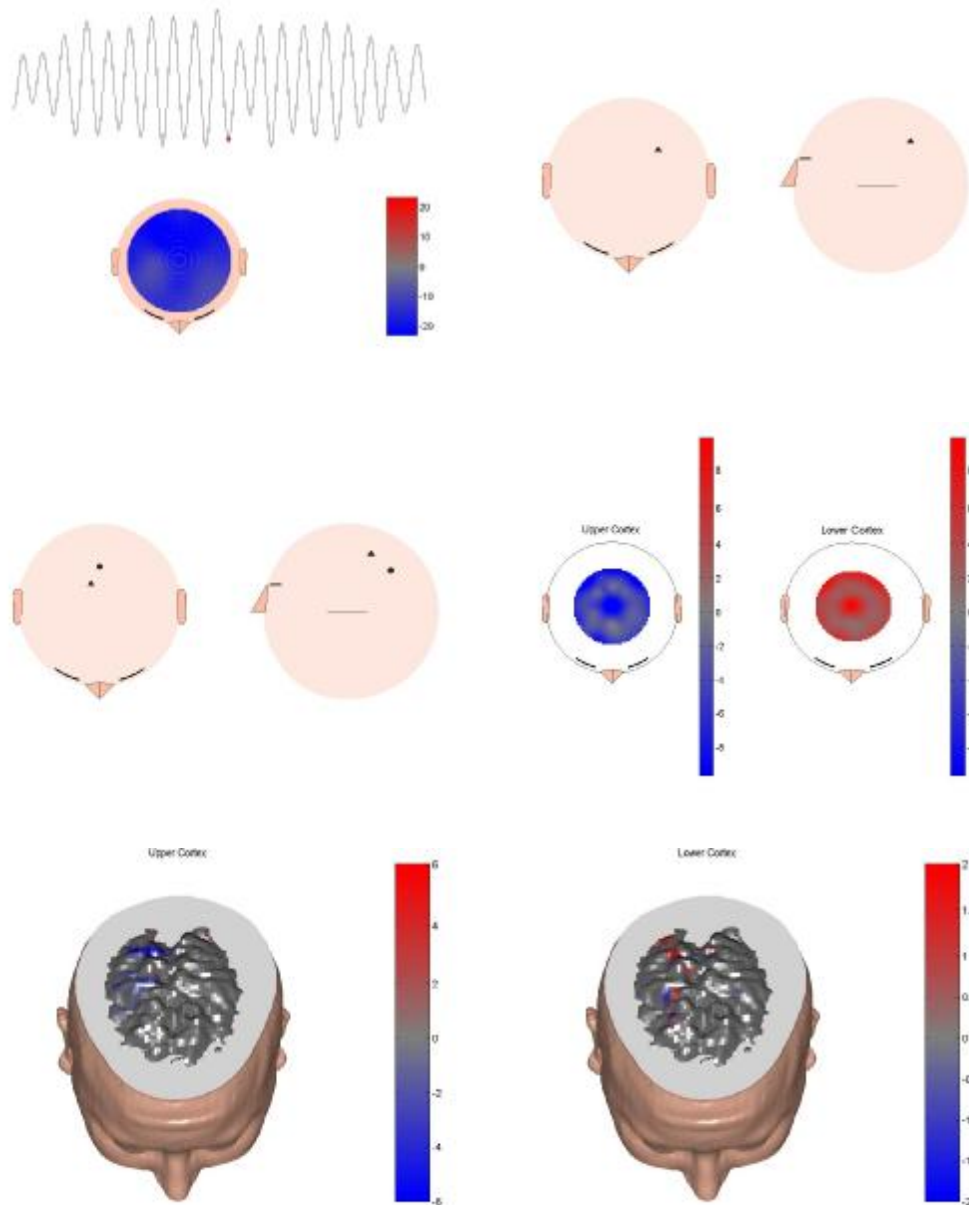


ϵ

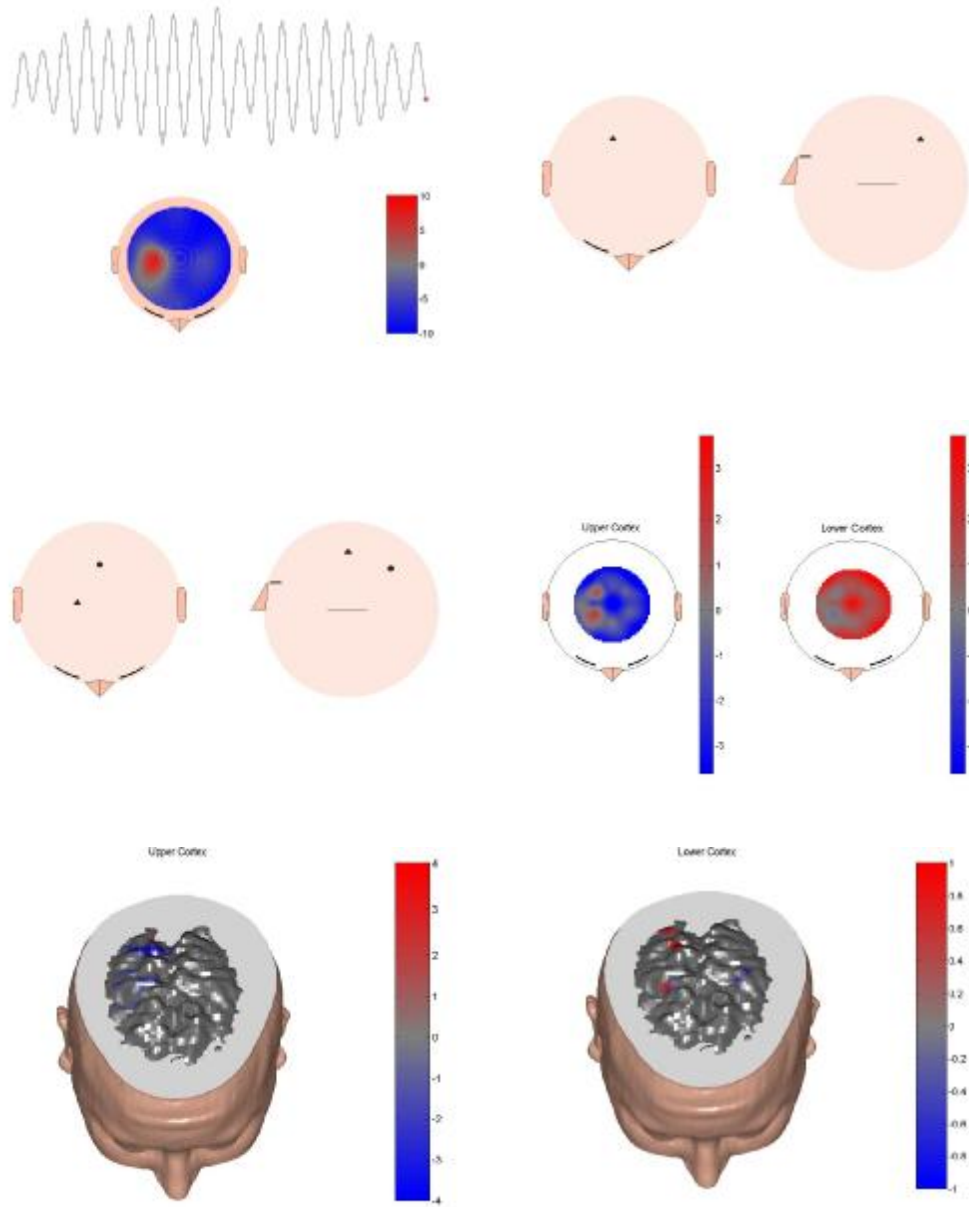


σ

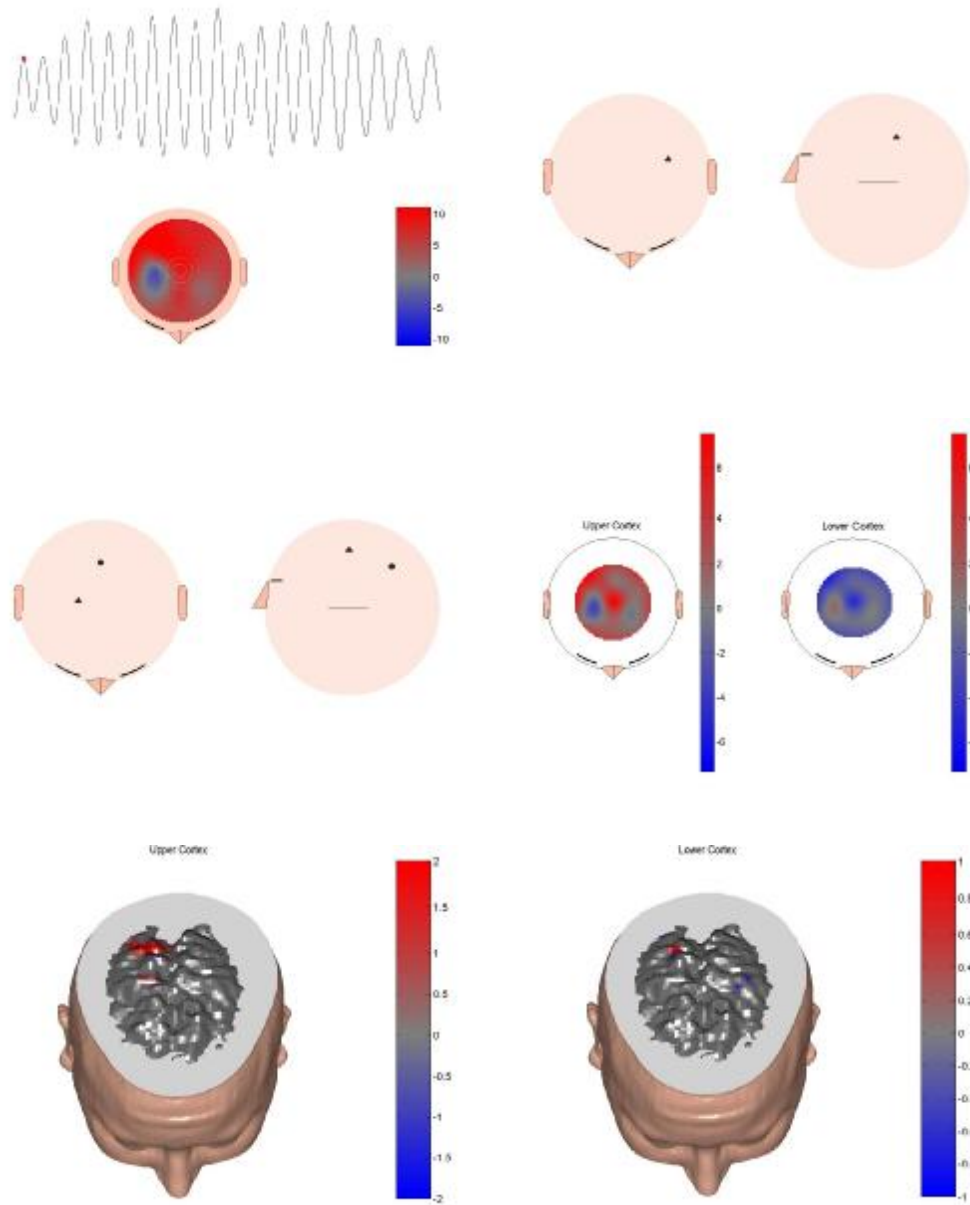
Σχήμα 5.3: Αποτελέσματα πρώτου ελαχίστου α) Πάνω: σήμα της απαγωγής Cz, όπου είναι σημειωμένη η χρονική στιγμή για την οποία επιλύεται το αντίστροφο πρόβλημα. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι το μέγιστο πλάτος από κορυφή σε κορυφή ήταν 46.62 μV . Κάτω: κατανομή δυναμικού στην επιφάνεια του κεφαλιού για την χρονική στιγμή του πρώτου ελαχίστου. Η εικόνα έχει προκύψει με παρεμβολή των τιμών δυναμικού στα σημεία των ηλεκτροδίων. Η κλίμακα τιμών είναι σε μV . β) Λύση αναλυτικού αλγορίθμου σφαιρικού μοντέλου κεφαλιού με χρήση ενός διπόλου για την περιγραφή της πηγής. Η περιοχή πηγών αποτελείται από τις τρεις επιμέρους περιοχές C1, C2 και TH. Η θέση του διπόλου, που υπολογίστηκε, σημειώνεται στο σχήμα ως «+» όταν τοποθετείται στο θάλαμο (TH), ως «▲» όταν τοποθετείται στον εξωτερικό φλοιό (C1) και ως «●» όταν τοποθετείται στον εσωτερικό φλοιό (C2). γ) Λύση αναλυτικού αλγορίθμου σφαιρικού μοντέλου κεφαλιού με χρήση προτύπου δύο διπόλων. Για τον συμβολισμό των διπολικών πηγών που υπολογίστηκαν ισχύει ό,τι και στο (β). δ) Λύση αριθμητικού αλγορίθμου με χρήση σφαιρικού μοντέλου κεφαλιού για κατανομή ρευματικών πηγών. Η περιοχή πηγών αποτελείται από τις επιμέρους περιοχές C1 (upper cortex) και C2 (lower cortex). ε) Λύση αριθμητικού αλγορίθμου με χρήση μοντέλου ρεαλιστικής γεωμετρίας για κατανομή ρευματικών πηγών στο εξωτερικό και στ) εσωτερικό στρώμα φλοιού. Στα (δ), (ε) και (στ) οι κλίμακες τιμών είναι σε μA .



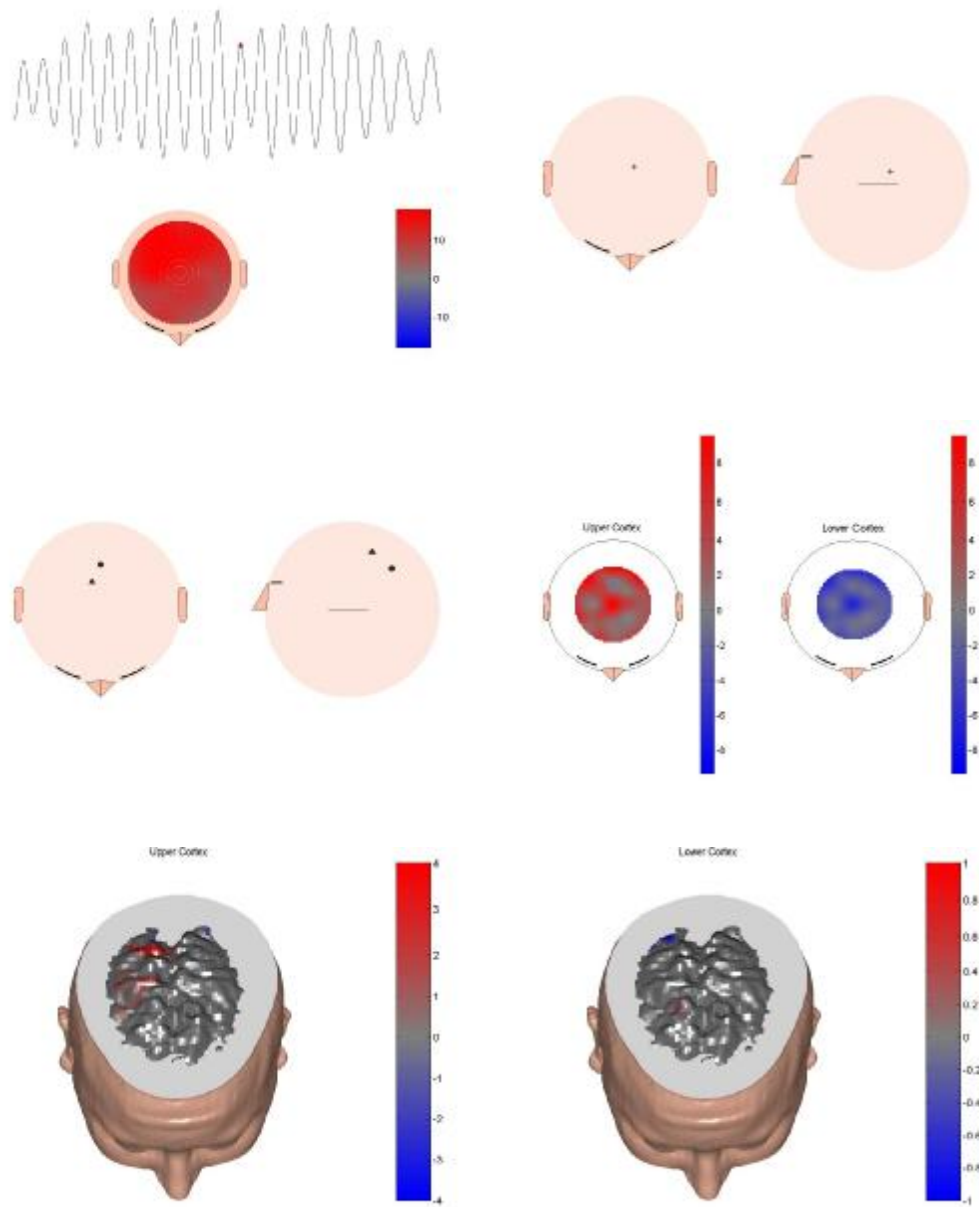
Σχήμα 5.4: Αποτελέσματα μεσαίου ελαχίστου. Για τους συμβολισμούς, τις κλίμακες τιμών και τα είδη προτύπων που χρησιμοποιήθηκαν ισχύουν τα ίδια με το Σχήμα 5.3. Τα αυτά ισχύουν και για τα επόμενα Σχήματα.



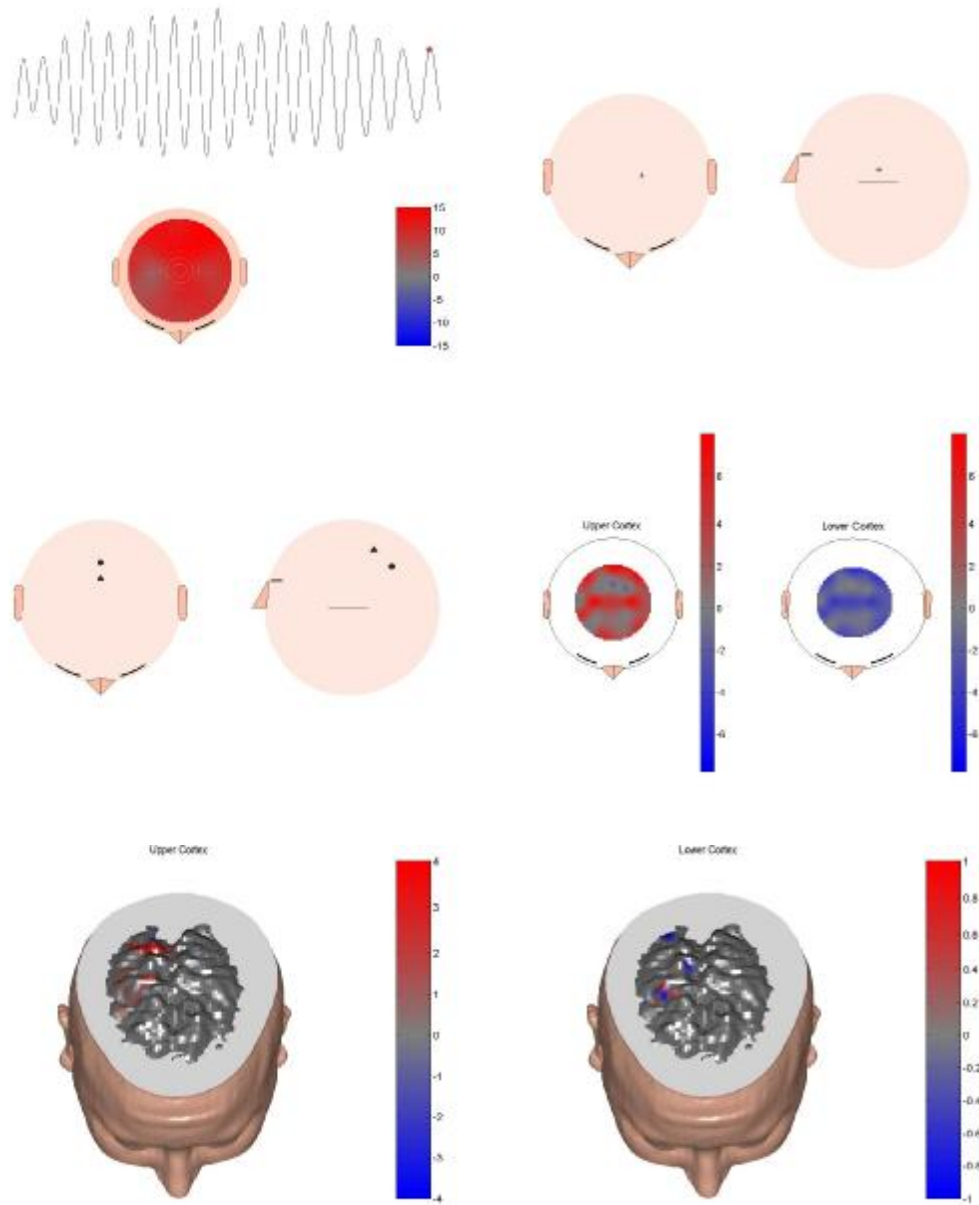
Σχήμα 5.5: Αποτελέσματα τελευταίου ελαχίστου.



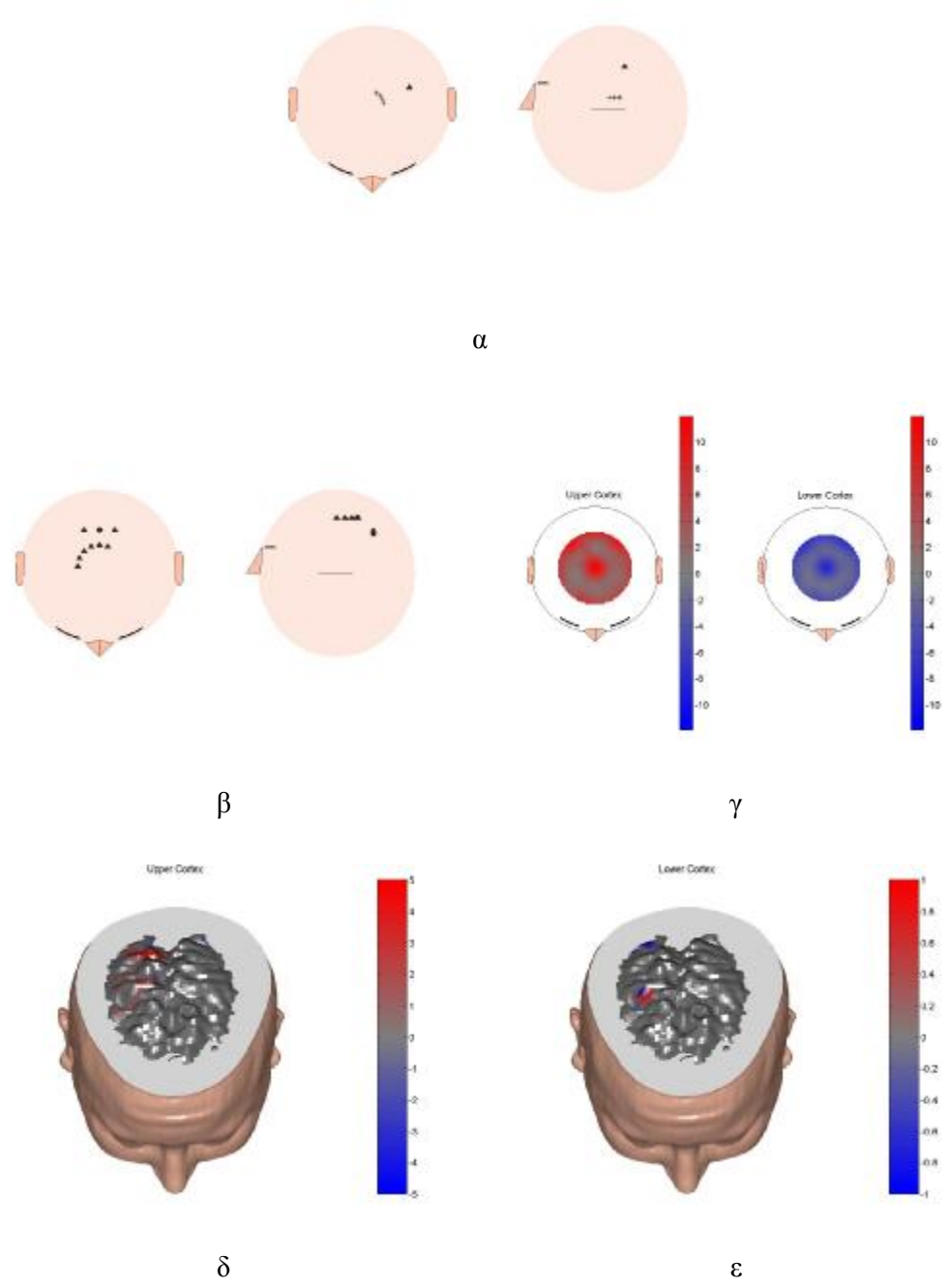
Σχήμα 5.6: Αποτελέσματα πρώτου μεγίστου.



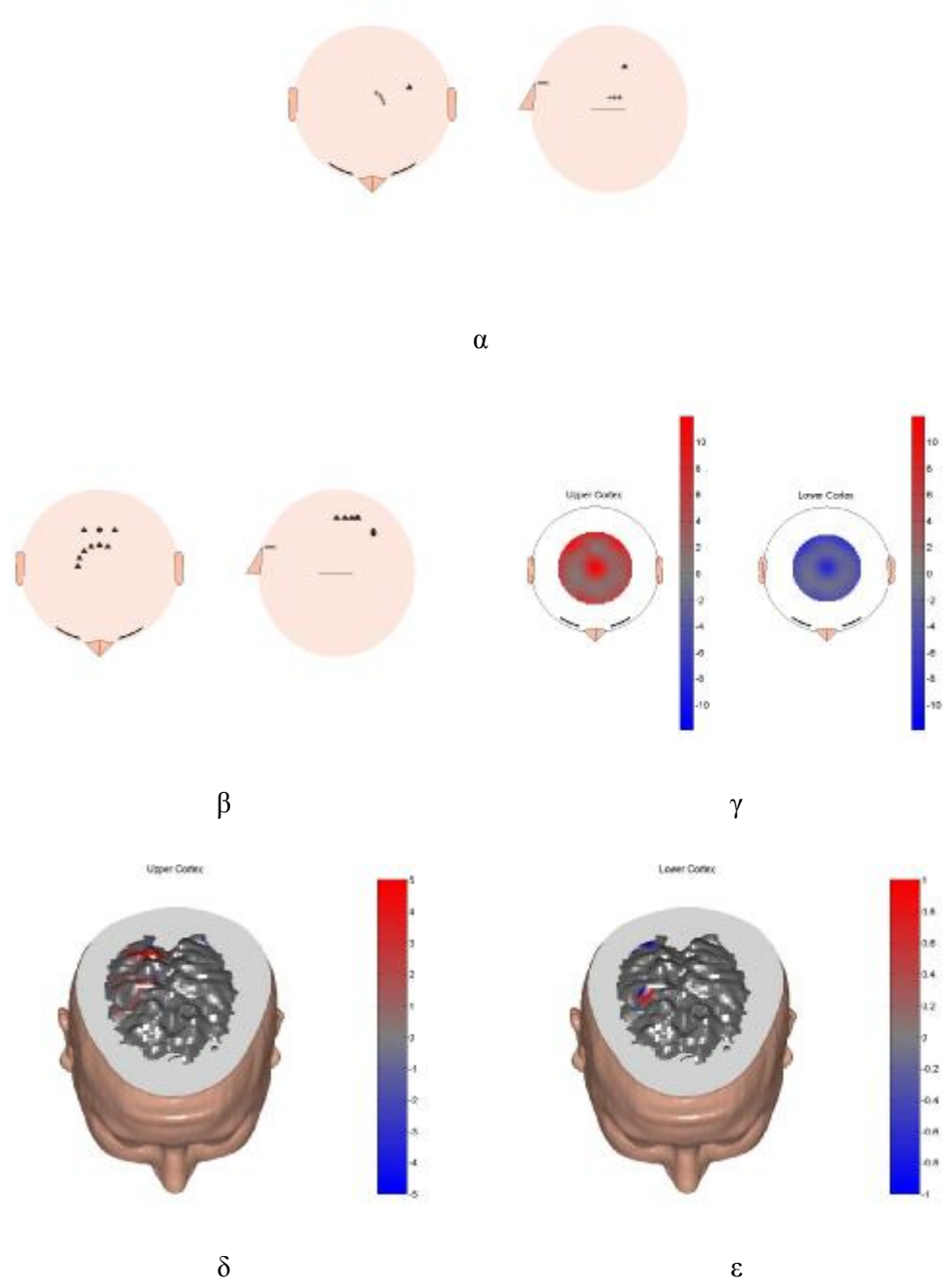
Σχήμα 5.7: Αποτελέσματα μεσαίου μεγίστου.



Σχήμα 5.8: Αποτελέσματα τελευταίου μεγίστου.



Σχήμα 5.9: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα ελαχίστων: α) λύσεις αναλυτικού αλγορίθμου με χρήση προτύπου ενός διπόλου, β) λύσεις αναλυτικού αλγορίθμου με χρήση προτύπου δύο διπόλων, γ) μέση τιμή λύσης αριθμητικού αλγορίθμου με χρήση σφαιρικού μοντέλου κεφαλιού, δ) μέση τιμή λύσης αριθμητικού αλγορίθμου με χρήση μοντέλου ρεαλιστικής γεωμετρίας στο εξωτερικό στρώμα φλοιού και ε) στο εσωτερικό στρώμα φλοιού.



Σχήμα 5.10: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα μεγίστων α) λύσεις αναλυτικού αλγορίθμου με χρήση προτύπου ενός διπόλου, β) λύσεις αναλυτικού αλγορίθμου με χρήση προτύπου δύο διπόλων, γ) μέση τιμή λύσης αριθμητικού αλγορίθμου με χρήση σφαιρικού μοντέλου κεφαλιού, δ) μέση τιμή λύσης αριθμητικού αλγορίθμου με χρήση μοντέλου ρεαλιστικής γεωμετρίας στο εξωτερικό στρώμα φλοιού και ε) στο εσωτερικό στρώμα φλοιού.

5.3. ΠΕΡΙΛΗΨΗ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα της εφαρμογής των προτεινόμενων μεθόδων αντιστροφής σε πραγματικά δεδομένα που αντιστοιχούν σε καλώς σχηματισμένη άτρακτο. Συγκεκριμένα, εφαρμόστηκαν όλες οι μέθοδοι που αναπτύχθηκαν και μελετήθηκαν σε προηγούμενα κεφάλαια. Αρχικά, εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος αναλυτικής λύσης με χρήση του τετραστρωματικού σφαιρικού μοντέλου για την προσομοίωση της γεωμετρίας του κεφαλιού. Τα αποτελέσματα για τη περίπτωση που η πηγή περιγράφεται από ένα δίπολο υποδείκνυαν ηλεκτρική εγκεφαλική δραστηριότητα στη βρεγματική περιοχή του εγκεφάλου, ενώ συχνά η διπολική πηγή εμφανιζόταν και στην περιοχή του θαλάμου. Παρόμοια αποτελέσματα εμφανίστηκαν και για τη περίπτωση που η πηγή περιγράφεται από δύο δίπολα. Οι πηγές εντοπίστηκαν στην ίδια περιοχή (στο δεξιό ημισφαίριο της βρεγματικής περιοχής). Στη συνέχεια εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος πεπερασμένου προτύπου. Αρχικά χρησιμοποιήθηκε το τετραστρωματικό σφαιρικό μοντέλο (διακριτοποιημένο σε voxel) και τα αποτελέσματα επιβεβαίωσαν τα προηγούμενα. Παρόμοια συμπεράσματα προέκυψαν και από τη μελέτη των αποτελεσμάτων του αριθμητικού αλγορίθμου με το ρεαλιστικό μοντέλο του κεφαλιού. Συγκεκριμένα, εντοπίστηκε ηλεκτρική δραστηριότητα στο πίσω μέρος του δεξιού ημισφαιρίου, που εμφανιζόταν σταθερά σε όλες τις χρονικές στιγμές χωρίς να μεταβάλλεται αισθητά η θέση της. Εξάλλου, στην κεντρική περιοχή του δεξιού ημισφαιρίου, παρατηρήθηκε εκτεταμένη δραστηριότητα, που φαινόταν να προέρχεται από διάφορες πηγές, οι οποίες εκτείνονταν σε όλη τη δεξιά κεντρική περιοχή. Συχνά δε εμφανίζονταν να έχουν υποστεί μετατόπιση προς την μετωπιαία περιοχή. Παρατηρώντας συνολικά τα αποτελέσματα όλων των αλγορίθμων που εφαρμόστηκαν, είναι εμφανές ότι η ηλεκτρική εγκεφαλική δραστηριότητα εντοπίζεται στις ίδιες περιοχές (με μικρές αποκλίσεις ανάλογα με το μοντέλο περιγραφής της γεωμετρίας του κεφαλιού) σε όλες τις εικόνες.

Όπως αναφέρθηκε στην αρχή του κεφαλαίου, ο θάλαμος και η βρεγματική περιοχή του εγκεφάλου έχει βρεθεί, σε μελέτες εντοπισμού των ηλεκτρικών εγκεφαλικών πηγών με μη επεμβατικό τρόπο, ότι σχετίζεται με την εμφάνιση των υπνικών ατράκτων [Anderer et al., 2001], [Ueda et al., 2000], [Shih et al., 2000]. Τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας ενισχύουν την άποψη αυτή. Σε ορισμένες από τις εργασίες αυτές, [Shih et al., 2000] και [Anderer et al., 2001], αναφέρεται και η

μετωπιαία περιοχή του εγκεφάλου ως υπεύθυνη για την εμφάνισή τους. Ωστόσο, το αποτέλεσμα αυτό δεν είναι σαφές από την παρούσα εργασία, καθώς οι ηλεκτρικές πηγές δεν εντοπίζονται τόσο συχνά στη μετωπιαία περιοχή. Επιπλέον δε, πρέπει να τονιστεί ότι τα 21 ηλεκτρόδια, των οποίων το σήμα χρησιμοποιήθηκε για τις αντιστροφές, δεν είχαν τοποθετηθεί αρκετά χαμηλά ώστε να καλύπτουν όλη τη μετωπιαία περιοχή.

Σε όλες τις εργασίες που αναφέρθηκαν, η επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος για τον υπολογισμό της ηλεκτρικής δραστηριότητας έγινε με αναλυτική μέθοδο όπου το κεφάλι προσομοιώθηκε με έναν έως τέσσερις σφαιρικούς φλοιούς και δεν χρησιμοποιήθηκε μοντέλο ρεαλιστικής γεωμετρίας. Στην παρούσα εργασία εφαρμόστηκαν τόσο το αναλυτικό μοντέλο όσο και το αριθμητικό μοντέλο ρεαλιστικής γεωμετρίας, προκειμένου να προκύψουν ακριβέστερα αποτελέσματα. Επιπλέον, το αριθμητικό μοντέλο κατασκευάστηκε από τομές MRI που ελήφθησαν από το ίδιο άτομο στο οποίο ανήκει και η πολυ-υπνογραφική καταγραφή που χρησιμοποιήθηκε στις αντιστροφές. Με το τρόπο αυτό επιτεύχθηκε η μέγιστη δυνατή συμφωνία μεταξύ των δυναμικών του ΗΕΓ και της γεωμετρίας του χώρου του προβλήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΑΤΡΑΚΤΩΝ ΣΕ ΗΕΓ ΥΠΝΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΗΤΟΥ ΝΕΥΡΩΝΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

6.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η πολυ-υπνογραφική ηλεκτροεγκεφαλογραφία (polysomnographic EEG) είναι ένα από τα χρησιμότερα μη επεμβατικά εργαλεία που διατίθενται σήμερα για την μελέτη του ύπνου και την διάγνωση σχετιζόμενων με τον ύπνο παθολογικών καταστάσεων. Η ανάλυση του ηλεκτροεγκεφαλογραφικού (ΗΕΓ) σήματος γίνεται σε δύο επίπεδα: στο μακροσκοπικό, που αφορά την κατηγοριοποίηση των πέντε σταδίων του ύπνου (στάδια 1 έως 4 και ύπνος REM) και στο μικροσκοπικό, που αναφέρεται στην αναγνώριση ειδικών κυματομορφών (άτρακτοι, συμπλέγματα K, κύματα δέλτα, κλπ.) και στη μελέτη της δυναμικής των χαρακτηριστικών τους (χρονική διάρκεια, κεντρική συχνότητα, κ.ά.) κατά τη διάρκεια του ύπνου [Kubicki and Herrmann, 1996]. Η διαδικασία της σταδιοποίησης αλλά και, πολύ περισσότερο, η λεπτομερής μελέτη της μικροδομής (microstructure) του ΗΕΓ ενός νυχτερινού ύπνου, όταν γίνεται οπτικά από ειδικευμένο βαθμολογητή, είναι μια ιδιαίτερος κοπιαστική και χρονοβόρος διαδικασία. Επιπλέον, η ύπαρξη του ανθρώπινου παράγοντα στην εκτέλεση της εργασίας αυξάνει τον κίνδυνο της υποκειμενικής ανάλυσης των δεδομένων. Για τους προαναφερόμενους λόγους, ένα ιδιαίτερα ενεργό ερευνητικό θέμα στην επεξεργασία βιοσημάτων είναι η ανάπτυξη αυτοματοποιημένου συστήματος σταδιοποίησης και μελέτης ειδικών κυματομορφών του ΗΕΓ ύπνου.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα της εφαρμογής των μεθόδων αντιστροφής σε πραγματικά δυναμικά, προερχόμενα από πολυ-υπνογραφική καταγραφή ΗΕΓ ύπνου, που αντιστοιχούν σε άτρακτο (βραχύχρονι ημιτονοειδείς ρυθμοί συχνότητας 10 - 16 Hz και διάρκειας 0.5 - 3.0 sec, που εμφανίζονται συχνότερα στο στάδιο 2 του ύπνου, βλ. και κεφάλαιο 1.3 της παρούσας διατριβής). Η εξαγωγή των σημάτων ενδιαφέροντος, που χρησιμοποιήθηκαν ως

δεδομένα στους αλγορίθμους αντιστροφής, από το συνολικό ΗΕΓ έγινε με οπτική αναγνώριση από έμπειρους ειδικούς επιστήμονες, αφού προηγουμένως ολοκληρώθηκε η διαδικασία της σταδιοποίησης της συνολικής καταγραφής. Η διαδικασία αναγνώρισης των ατράκτων ήταν κουραστική και χρονοβόρα και θα μπορούσε να επιταχυνθεί και να διευκολυνθεί με τη βοήθεια ενός συστήματος αυτόματης ανίχνευσης. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας αναπτύχθηκε σύστημα αυτόματης αναγνώρισης ατράκτων, με τη χρήση Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων (ΤΝΔ) (Artificial Neural Networks – ANN). Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην αξιολόγηση της απόδοσης του δικτύου στην ανίχνευση των χρονικών χαρακτηριστικών των ατράκτων (αρχή, τέλος και διάρκεια της κυματομορφής). Τελικός σκοπός της μελέτης αυτής είναι η χρήση του σχεδιαζόμενου δικτύου, όχι μόνο ανεξάρτητα, αλλά και σε συνδυασμό με τις μεθόδους επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος, έτσι ώστε να προκύψει ένα ολοκληρωμένο και πλήρως αυτοματοποιημένο σύστημα απεικόνισης της ηλεκτρικής εγκεφαλικής δραστηριότητας, το οποίο θα δέχεται ως δεδομένο το σήμα των ηλεκτροδίων και θα παράγει την εκτιμώμενη θέση των εγκεφαλικών ιστών, που ευθύνονται για τη δραστηριότητα αυτή.

6.2. ΑΥΤΟΜΑΤΟΠΟΙΗΜΕΝΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΑΤΡΑΚΤΩΝ

Οι υπνικές άτρακτοι αποτελούν μία κατηγορία κυματομορφών από τις πλέον ευδιάκριτες στο ΗΕΓ ύπνου. Σύμφωνα με την επικρατούσα άποψη των Rechtschaffen και Kales [Rechtschaffen and Kales, 1968] και Dutertre [Dutertre, 1978], η άτρακτος ορίζεται ως «ένα σύνολο ρυθμικών κυμάτων με πλάτος που προοδευτικά αυξάνεται και στη συνέχεια βαθμιαία μειώνεται» (Σχήμα 1.12), ενώ η τιμή του, για την περίπτωση υγιούς ενήλικα, δεν υπερβαίνει τα 50 μV . Η συχνότητα μπορεί να εκτείνεται από τα 11 Hz μέχρι και τα 16 Hz, σε ορισμένες περιπτώσεις.

Η ύπαρξη, η μορφολογία και η συχνότητα των υπνικών ατράκτων είναι σημαντικοί παράγοντες για τη διάγνωση παθολογικών καταστάσεων. Οι μελέτες που έχουν διεξαχθεί μέχρι σήμερα [Steriade et al. 1987,1993,1998,1999] καταλήγουν στην αποδοχή της υπόθεσης ότι η χρησιμότητά τους έγκειται στη μετάβαση και διατήρηση του οργανισμού σε κατάσταση ύπνου, καθώς παρατηρήθηκε ότι συνοδεύονται από σταδιακή απώλεια της αντιληπτικής ικανότητας, εμποδίζοντας τα υψίσυχνα δυναμικά

να φτάσουν στο φλοιό. Η θεωρία αυτή ενισχύεται και από το γεγονός ότι η χορήγηση υπνωτικών χαπιών προκαλεί την παραγωγή περισσότερων και καλύτερα σχηματισμένων ατράκτων.

Τα χαρακτηριστικά των ατράκτων, όπως η συχνότητα εμφάνισής τους, η κεντρική τους συχνότητα, το πλάτος τους, η διάρκειά τους κ.α., εμφανίζουν ποικιλία τόσο μεταξύ διαφορετικών ατόμων όσο και στο ίδιο άτομο με την πάροδο των χρόνων [Werth et al., 1997]. Ωστόσο, έχει παρατηρηθεί μεγάλου βαθμού σταθερότητα, όσον αφορά την εμφάνισή τους στο ίδιο άτομο, μεταξύ διαδοχικών νυχτερινών ύπνων. Το τελευταίο συμπέρασμα διευκολύνει τη διεξαγωγή ερευνών για τη φυσιολογία και την ποιότητα του ύπνου και έχει χρησιμοποιηθεί για την ποσοτικοποίηση της επίδρασης διαφόρων φαρμάκων με μη επεμβατικό τρόπο [Hirshkowitz et al., 1982]. Οι προηγούμενες ιδιότητες των ατράκτων έχουν αποδεδειγμένη κλινική σημασία και χρησιμοποιούνται στη διάγνωση και παρακολούθηση παθολογικών καταστάσεων, όπως κατάθλιψη [Maertelaer et al., 1987], διαταραχές ύπνου [Jankel and Niedermayer, 1985], πνευματική καθυστέρηση [Shibagaki et al., 1982].

Εκτός από τα προηγούμενα χαρακτηριστικά των ατράκτων, μεγάλη σημασία για τη μελέτη (και ιδιαίτερα την έρευνα) του ύπνου έχουν τα υποκείμενα πρότυπα στην εμφάνισή τους. Ο χρόνος που παρεμβάλλεται μεταξύ δύο διαδοχικών ατράκτων, για παράδειγμα, ή ο τρόπος διαδοχής τους σχετικά με τη διάρκειά τους, αποτελούν εκδήλωση του ενδογενούς μηχανισμού παραγωγής τους και, κατ'επέκταση, η μελέτη τους έχει εξαιρετική ερευνητική σημασία. Πρόσφατες μελέτες [Ktonas et al., 2000] έδειξαν ότι με κατάλληλη ανάλυση των δεδομένων μπορεί να προκύψουν συμπεράσματα για τον ρόλο των ατράκτων στη διατήρηση του οργανισμού σε κατάσταση ύπνου.

Η μέτρηση των προηγούμενων χαρακτηριστικών των ατράκτων, τα οποία αφορούν την μικροσκοπική θεώρηση του ύπνου, διευκολύνεται και επιταχύνεται, όταν πραγματοποιείται με τη βοήθεια κατάλληλα σχεδιασμένου αυτόματου συστήματος. Επιπλέον, αποφεύγεται η διαφοροποίηση των αποτελεσμάτων μεταξύ διαφορετικών βαθμολογητών (ακόμα και αν αυτοί χρησιμοποιούν τα ίδια κριτήρια αναγνώρισης) λόγω υποκειμενικότητας. Εξάλλου, είναι δυνατόν σε ορισμένες περιπτώσεις να παρατηρηθεί διαφοροποίηση μεταξύ δύο εξετάσεων του ίδιου δείγματος από τον ίδιο βαθμολογητή. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται όταν το δείγμα

είναι μεγάλο ή όταν μεσολαβεί μεγάλο χρονικό διάστημα μεταξύ των βαθμολογήσεων. Η προαναφερόμενη μεταβλητότητα των αποτελεσμάτων πρέπει να λαμβάνεται υπ' όψη όταν κατασκευάζεται ένα αυτοματοποιημένο σύστημα, γιατί ενδεχομένως να επηρεάζει την αξιολόγηση των επιδόσεων του [Pillai et al., 1997].

Τα τελευταία χρόνια, έχουν υλοποιηθεί διάφορα συστήματα ανίχνευσης των κυματομορφών (ατράκτων ή και άλλων) του ΗΕΓ ύπνου, η πλειονότητα των οποίων σχεδιάζεται ώστε να μιμείται στο μέγιστο βαθμό τον τρόπο διεξαγωγής της συγκεκριμένης εργασίας από τον άνθρωπο – βαθμολογητή. Συγκεκριμένα, με τη χρήση κατάλληλα ποσοτικοποιημένων κανόνων, που αφορούν κυρίως τη συχνότητα και το πλάτος, επιτυγχάνεται (ως ένα ποσοστό, πάντοτε) η αναγνώριση των ζητούμενων κυματομορφών.

Παρακάτω θα περιγράψουμε περιληπτικά μερικές από τις συχνότερα εμφανιζόμενες στη βιβλιογραφία μεθόδους, που χρησιμοποιούνται στο σχεδιασμό συστημάτων αυτόματης αναγνώρισης προτύπων του ΗΕΓ. Πληρέστερες περιγραφές αναφέρονται στα [Pillai, 1996] [Ktonas, 1996]

Φασματική Ανάλυση (Spectral Analysis)

Η μέθοδος αυτή έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως στο παρελθόν για το σχεδιασμό αλγορίθμων αναγνώρισης προτύπων σε ΗΕΓ ύπνου, εν μέρει λόγω της ευκολίας στη χρήση της. Πρόκειται, ωστόσο, για τεχνική που εξετάζει το φασματικό περιεχόμενο ολόκληρου του ΗΕΓ σήματος, με αποτέλεσμα να αδυνατεί να διαχωρίσει την ηλεκτρική δραστηριότητα στην περιοχή της συχνότητας ατράκτων (περίπου 12 – 16 Hz), η οποία βρίσκεται διάσπαρτη στο ΗΕΓ σήμα και της πραγματικής ατράκτου, που ορίζεται ως «ριπή» βραχέων κυμάτων με την ίδια συχνότητα.

Ανάλυση Περιόδου-Πλάτους (Period – Amplitude Analysis)

Πρόκειται για την περισσότερο διαδεδομένη μέθοδο όσον αφορά την αναγνώριση υπνικών ατράκτων, γεγονός που οφείλεται πιθανότερα στο ότι η τεχνική αυτή μιμείται την οπτική ανάλυση του ΗΕΓ ύπνου. Η τεχνική αυτή βασίζεται στο διαχωρισμό του σήματος σε επιμέρους διαδοχικά κύματα (συνήθως με χρήση ανίχνευσης της διέλευσης της καμπύλης του ΗΕΓ από την γραμμή του μηδενός -zero crossing - ή μεθόδων ανίχνευσης κορυφών – peak detection) και τον υπολογισμό ηλεκτρογραφικών παραμέτρων τους, όπως πλάτος και διάρκεια. Το σύνολο των παραμέτρων εισάγεται στη συνέχεια σε σύστημα αναγνώρισης προτύπων, το οποίο

ελέγχει την ακολουθία των κυματικών χαρακτηριστικών, εφαρμόζει προκαθορισμένους κανόνες για την ύπαρξη ή μη ατράκτου στην είσοδο και τελικά υπολογίζει την έναρξη και το τέλος της ανιχνευόμενης κυματομορφής [Smith et al., 1978], [Principe and Smith, 1986].

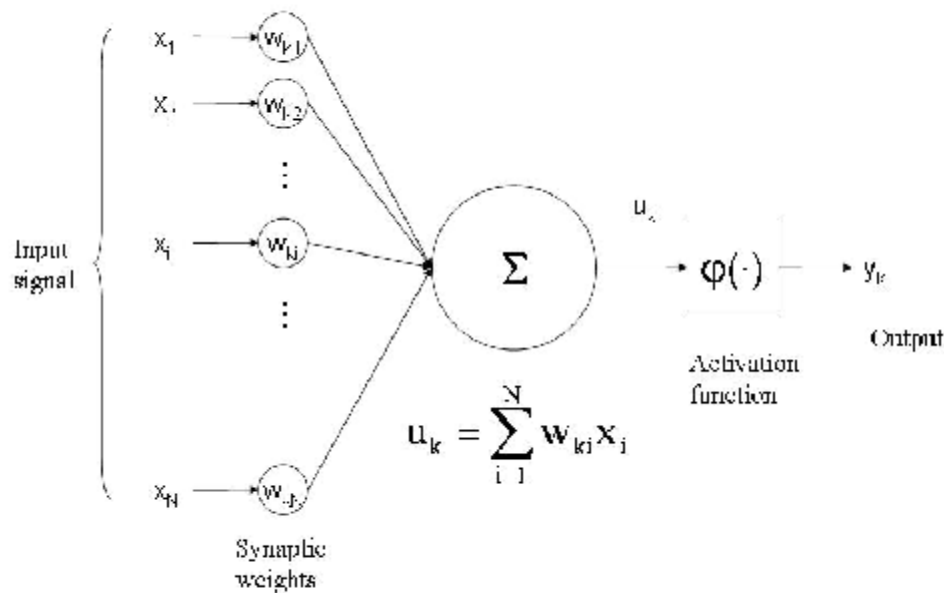
Προσαρμοσμένο Φιλτράρισμα - Matched Filtering

Πρόκειται για την συχνότερα εμφανιζόμενη μέθοδο σε προβλήματα όπου επιθυμούμε να διακρίνουμε την παρουσία μιας κυματομορφής μέσα σε ένα σήμα με θόρυβο. Αναλυτικότερα, σχεδιάζουμε κατάλληλο φίλτρο, με βάση τα χαρακτηριστικά της κυματομορφής που αναζητούμε, το οποίο βελτιστοποιεί το λόγο σήματος προς θόρυβο στην έξοδο, όταν εμφανίζεται στην είσοδο η συγκεκριμένη κυματομορφή. Τα χαρακτηριστικά του φίλτρου μπορεί να προσαρμόζονται ανάλογα με το σήμα – πρότυπο που αναζητείται. Η τεχνική Προσαρμοσμένου Φιλτραρίσματος έχει χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη συστήματος αυτόματης αναγνώρισης ατράκτων. Ωστόσο, η διακύμανση της συχνότητας ακόμα και κατά τη διάρκεια της ίδιας ατράκτου (που μπορεί να φτάσει μέχρι και τα 2 Hz [Gondeck and Smith, 1974]) δημιουργεί πρόβλημα στο σχεδιασμό του φίλτρου, καθώς η έξοδος του φίλτρου εξαρτάται ισχυρά από την κεντρική συχνότητα της ζητούμενης κυματομορφής, η οποία θεωρείται σταθερή. Επιπλέον, δεν επιτρέπει τον καθορισμό της έναρξης και λήξης της ατράκτου με ικανοποιητική ακρίβεια.

Άλλες τεχνικές που έχουν στο παρελθόν χρησιμοποιηθεί για ατόματη ανίχνευση ατράκτων είναι η μιγαδική αποδιαμόρφωση (complex demodulation), η εφαρμογή της οποίας επιτρέπει τον υπολογισμό του στιγμιαίου πλάτους και της φάσης (ή συχνότητας) ενός σήματος στενής ζώνης [Hao et al., 1992], έμπειρα συστήματα, ΤΝΔ [Schaltenbrand et al., 1996] [Shimada et al., 2000] [Trenker et al., 1998] [Huupponen et al., 2000] (βλ. και παρακάτω κεφ. 6.3), καθώς και διάφορες υβριδικές τεχνικές [Frost, 1970], [Smith et al., 1978]. Τελευταία, έχει χρησιμοποιηθεί [Zygierewicz et al., 1999] η τεχνική “matching pursuit” – που αποτελεί ουσιαστικά γενίκευση της μεθόδου «μετασχηματισμού κυματιδίων» (wavelet transform) – κατά την οποία το ΗΕΓ αναλύεται σε συνιστώσες κυματομορφές, που ανήκουν σε ένα μεγάλο δείγμα συναρτήσεων βάσεως (Fourier, Dirac και Gabor).

6.3. Η ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΤΝΔ ΣΤΗΝ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΥΠΗΙΚΩΝ ΑΤΡΑΚΤΩΝ

Τα ΤΝΔ, όπως προδίδει η ονομασία τους, είναι εμπνευσμένα από την λειτουργία των νευρωνικών κυττάρων ως δομικών στοιχείων του εγκεφάλου. Ειδικότερα, ο τρόπος που συνδέονται μεταξύ τους και το γεγονός ότι αυτό επηρεάζει τη λειτουργία τους ήταν οι αιτίες που προώθησαν την ιδέα κατασκευής ενός συστήματος τεχνητών νευρώνων (αλλιώς αναφερόμενοι ως υπολογιστικές μονάδες ή κόμβοι), με την ιδιότητα να επεξεργάζεται πληροφορίες και να παράγει στην έξοδο αυστηρά καθορισμένο αποτέλεσμα, με την ελπίδα να μιμηθεί τις εξαιρετικές ικανότητες του εγκεφάλου στην αναγνώριση προτύπων και άλλες γνωσιακές λειτουργίες. Τα νευρικά κύτταρα, που συνδέονται μέσω των συνάψεων έχουν την ικανότητα ανταλλαγής πληροφοριών με χιλιάδες ή και δεκάδες χιλιάδες άλλα κύτταρα. Οι συνδέσεις αυτές φαίνεται να αναπτύσσονται τα πρώτα χρόνια της ζωής του οργανισμού, σαν αποτέλεσμα των εμπειριών του και έχουν στόχο την εξοικειώσή



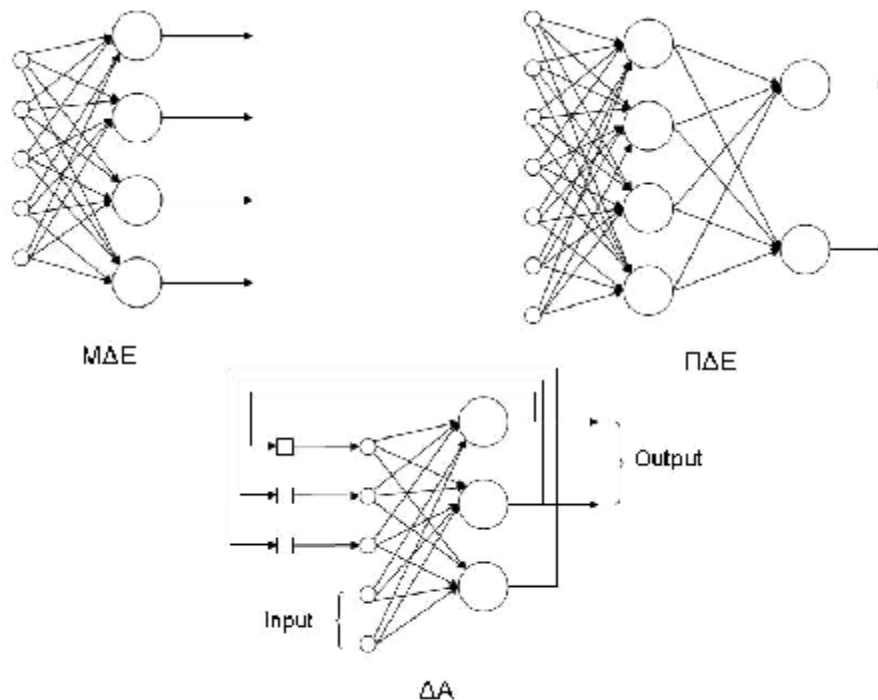
Σχήμα 6.1: Σχηματική αναπαράσταση ενός τεχνητού νευρώνα.

του με το περιβάλλον. Ομοίως, ένα σύστημα αποτελούμενο από τεχνητούς νευρώνες πρέπει να έχει την ικανότητα να "μαθαίνει" και να προσαρμόζεται στο περιβάλλον. Όπως αναφέρεται: [Haykin, 1999]

«Ένα σύστημα τεχνητών νευρώνων είναι ένα σύνολο παραλλήλων επεξεργαστών με την φυσική κλίση της αποθήκευσης εμπειρικής γνώσης και της διάθεσής της προς χρήση. Η ομοιότητά του με τον εγκέφαλο έγκειται στα εξής δύο σημεία:

- Η γνώση αποκτάται από το δίκτυο μέσω μιας διαδικασίας εκμάθησης.
- Τα μεγέθη της ισχύος των νευρωνικών συνδέσεων, γνωστά και ως συναπτικά βάρη, χρησιμοποιούνται για την αποθήκευση της γνώσης.»

Τα ΤΝΔ είναι λοιπόν συστήματα συνδεδεμένων υπολογιστικών μονάδων ονομαζόμενα νευρώνες που έχουν την ικανότητα να εκτελούν απλές, ορισμένες φορές και μη γραμμικές, πράξεις. Στο Σχήμα 6.1 φαίνεται το μοντέλο ενός τεχνητού



Σχήμα 6.2: Τα τρία βασικότερα είδη αρχιτεκτονιών ΤΝΔ.

νευρώνα. Μία από τις βασικές του ιδιότητες είναι οι μεταξύ τους συνδέσεις, ή συνάψεις, που χαρακτηρίζονται από ένα συναπτικό βάρος, με το οποίο πολλαπλασιάζεται η τιμή του σήματος στην είσοδο. Μετά τον πολλαπλασιασμό τους οι τιμές του σήματος εισόδου αθροίζονται και το αποτέλεσμα εφαρμόζεται σε μία

συνάρτηση που ονομάζεται συνάρτηση μεταφοράς ή ενεργοποίησης (transfer ή activation). Τυπικές συναρτήσεις μεταφοράς είναι απλές συναρτήσεις κατωφλίου, γραμμικές ή σιγμοειδείς. Μαθηματικά η έξοδος ενός τεχνητού νευρώνα δίνεται:

$$u_k = \sum_{i=1}^N w_{ki} x_i, y_k = \varphi(u_k)$$

Ο τρόπος που οι τεχνητοί νευρώνες συνδέονται μεταξύ συνιστά την αρχιτεκτονική του δικτύου. Γενικά, μπορούμε να διακρίνουμε τρεις βασικές κατηγορίες αρχιτεκτονιών ΤΝΔ [Haykin, 1999] (Σχήμα 6.2).

1. Μονοστρωματικά Δίκτυα Εμπροσθοτροφοδότησης – ΜΔΕ (Single Layer Feedforward Networks): Στην συγκεκριμένη μορφή, η οποία αποτελεί την απλούστερη περίπτωση νευρωνικού δικτύου, το σύνολο των νευρώνων είναι οργανωμένο σε ένα μόνο στρώμα. Σε ένα ΜΔΕ διακρίνουμε ένα στρώμα μονάδων εισόδου το οποίο τροφοδοτεί ένα στρώμα νευρώνων που αποτελεί την έξοδο του συστήματος. Η τροφοδότηση γίνεται μόνο από το στρώμα εισόδου προς το στρώμα νευρώνων εξόδου και όχι προς την αντίθετη κατεύθυνση.
2. Πολυστρωματικά Δίκτυα Εμπροσθοτροφοδότησης – ΠΔΕ (Multilayer Feedforward Networks). Η διαφορά των δικτύων αυτών από τα δίκτυα της προηγούμενης κατηγορίας είναι η ύπαρξη ενός ή περισσότερων ενδιάμεσων στρωμάτων που ονομάζονται κρυφά, τα οποία παρεμβαίνουν μεταξύ του στρώματος εισόδου και του στρώματος νευρώνων εξόδου. Η εισαγωγή κρυφών στρωμάτων στην τοπολογία ενός ΤΝΔ είναι εξαιρετικά σημαντική, γιατί επιτρέπει, υπό προϋποθέσεις, στη συνολική συνάρτηση εισόδου – εξόδου του ΤΝΔ ($\hat{y} = f(\hat{x})$) να καθορίζει μη γραμμικά όρια αποφάσεων σε συστήματα ταξινόμησης, όπως αυτό που θα μας απασχολήσει παρακάτω. Κάθε μονάδα τροφοδοτείται μόνο από μονάδες προηγούμενων στρωμάτων. Το πλήθος των στρωμάτων καθώς και το πλήθος των μονάδων που συνιστούν κάθε στρώμα επιλέγεται συνήθως με εμπειρικούς κανόνες και ευρεστικές τεχνικές, ανάλογα με το μέγεθος του σήματος στην είσοδο του συστήματος και το μέγεθος του επιθυμητού σήματος στην έξοδο.
3. Δίκτυα με Ανάδραση – ΔΑ (Recurrent Network). Για να χαρακτηρίζεται ένα δίκτυο με τον όρο αυτό πρέπει να διαθέτει τουλάχιστον μία μονάδα η οποία

να δέχεται στην είσοδό της την έξοδο ενός νευρώνα που βρίσκεται στο ίδιο ή σε επόμενο στρώμα. Τα δίκτυα Hopfield [Hopfield, 1982] και τα δίκτυα συσχετιστικής αμφίδρομης μνήμης (Bidirectional associative memory ANN) [Kosko, 1987] είναι παραδείγματα ΔΑ.

Μετά την επιλογή της κατάλληλης για την εφαρμογή αρχιτεκτονικής του δικτύου ακολουθεί η διαδικασία της εκμάθησης του δικτύου. Η διαδικασία εκμάθησης εκτελείται με την βοήθεια του αλγορίθμου εκμάθησης, ο ρόλος του οποίου είναι η τροποποίηση των συναπτικών βαρών, συνήθως μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας, με τρόπο ώστε να παράγεται στην έξοδο του συστήματος το επιθυμητό αποτέλεσμα. Στην εποπτευόμενη εκμάθηση με επαναληπτική διαδικασία, οι τιμές των βαρών σε όλες τις συνδέσεις είναι αρχικά τυχαίες. Στη συνέχεια, κατάλληλα επιλεγμένα πρότυπα, για τα οποία η επιθυμητή έξοδος του ΤΝΔ είναι γνωστή εκ των προτέρων, τροφοδοτούνται στην είσοδο του συστήματος και υπολογίζεται η αντίστοιχη έξοδος. Από την διαφορά μεταξύ της παραγόμενης και της επιθυμητής εξόδου υπολογίζεται ένα σφάλμα, του οποίου η ελαχιστοποίηση είναι ο στόχος του αλγορίθμου εκμάθησης. Μετά το πέρας της διαδικασίας εκμάθησης, ένα σύστημα ΤΝΔ έχει αποθηκευμένη στις τιμές των συναπτικών βαρών τη «γνώση» που απαιτείται για την εξαγωγή απόφασης. Συμπερασματικά, κατά τη διαδικασία της εκμάθησης υπολογίζεται η, αρχικά άγνωστη, εξίσωση συσχέτισης του σήματος στην είσοδο με το κατάλληλο σήμα εξόδου.

Την τελευταία δεκαετία έχουν αναφερθεί μελέτες που χρησιμοποιούν ΤΝΔ διαφόρων αρχιτεκτονικών, όσον αφορά το πλήθος των κρυμμένων επιπέδων και το πλήθος των μονάδων σε κάθε κρυμμένο επίπεδο, για το σχεδιασμό συστημάτων κατηγοριοποίησης σημάτων. Τα αποτελέσματα των εργασιών αποδεικνύουν ότι οι τεχνικές αυτές μπορεί να αποτελέσουν ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για την αυτόματη ανάλυση εγκεφαλογραφήματος, κυρίως λόγω της δυνατότητάς τους να θεωρούν μη γραμμικά όρια αποφάσεων. Επιπλέον, τα ΤΝΔ δεν απαιτούν αναγκαστικά την προεπεξεργασία των σημάτων για τον καθορισμό κανόνων διαχωρισμού τους με βάση χαρακτηριστικές τους ιδιότητες. Η ιδιότητα αυτή των ΤΝΔ τα καθιστούν ιδιαίτερα ελκυστικά για το σχεδιασμό συστημάτων αυτόματης αναγνώρισης κυματομορφών ΗΕΓ ύπνου, καθώς οι υπάρχοντες ορισμοί στην βιβλιογραφία για τις κυματομορφές συχνά δεν είναι κατηγορηματικοί και μονοσήμαντοί και οι κανόνες αναγνώρισής τους μπορεί να μεταβάλλονται μεταξύ των διαφόρων εργαστηρίων.

Όσον αφορά την έρευνα του ύπνου, τα ΤΝΔ έχουν κυρίως χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν στην σταδιοποίηση ύπνου [Baumgart-Schmitt et al., 1997], [Roberts and Tarassenko, 1992], [Schaltenbrand et al., 1996], ενώ πιο πρόσφατα έχουν προταθεί στη διεθνή βιβλιογραφία συστήματα που χρησιμοποιούν ΤΝΔ με αποκλειστικό σκοπό την αυτόματη ανίχνευση υπνικών ατράκτων [Huupponen et al., 2000], [Shimada et al., 2000], [Trenken et al., 1998]. Στις συγκεκριμένες μελέτες η εφαρμογή των ΤΝΔ γίνεται με σκοπό την εξαγωγή ενός κατάλληλου διανύσματος περιγραφής των χαρακτηριστικών των ατράκτων. Για την επίτευξη του αποτελέσματος αυτού, χρησιμοποιείται μία αντιπροσωπευτική ομάδα διανυσμάτων χαρακτηριστικών (feature vectors) για την εκπαίδευση του δικτύου. Τα διανύσματα αυτά εμπεριέχουν κυρίως, αν όχι μόνο, πληροφορίες για το φασματικό περιεχόμενο του ΗΕΓ.

Στην παρούσα εργασία διερευνούνται τα αποτελέσματα μίας απλούστερης τεχνικής εφαρμογής ΤΝΔ στην αυτόματη αναγνώριση υπνικών ατράκτων. Συγκεκριμένα, σχεδιάστηκε ΤΝΔ εμπροσθοτροφοδότησης, το οποίο δέχεται στην είσοδό του το χρονικό σήμα του ΗΕΓ, το οποίο έχει προηγουμένως φιλτραρισθεί μέσω κατάλληλου ψηφιακού ζωνοπερατού φίλτρου. Το φιλτράρισμα αυτό είναι και η μοναδική επεξεργασία που υφίσταται το σήμα πριν τροφοδοτηθεί στην είσοδο του συστήματος και δεν προηγείται καμία τεχνική εξαγωγής χαρακτηριστικών παραμέτρων. Στη συνέχεια επιλέγονται τμήματα φιλτραρισμένων ΗΕΓ που περιέχουν καλώς σχηματισμένες ατράκτους, και τμήματα ΗΕΓ στα οποία δεν υπάρχει άτρακτος, τα οποία τμήματα χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση του ΤΝΔ. Το αποτέλεσμα της εκπαίδευσης ήταν να υλοποιηθεί από το ΤΝΔ η σχέση που συνδέει το φιλτραρισμένο ΗΕΓ σήμα στην είσοδο με τη συγκεκριμένη κατηγορία κυματομορφών, ώστε να μπορεί να τις ξεχωρίζει από το υπόλοιπο ΗΕΓ. Η υψηλή χρονική διακριτική ικανότητα του συστήματος αναγνώρισης η οποία υπολογίστηκε να είναι της ίδιας τάξεως μεγέθους με την οπτική αναγνώρισή τους, καθιστά το σχεδιαζόμενο σύστημα κατάλληλο για εφαρμογή σε μελέτες του τρόπου εξέλιξης των ατράκτων κατά τη διάρκεια του ύπνου και αποτελεί το κυριότερο πλεονέκτημά του σε σχέση με προηγούμενες μεθόδους αυτόματης αναγνώρισης ατράκτων.

6.4. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΚΑΙ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Τα ΗΕΓ από τα οποία εξήχθησαν οι άτρακτοι που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα μελέτη προήλθαν από την ίδια ολονύκτια πολύ-υπνογραφική καταγραφή

που χρησιμοποιήθηκε και στο κεφάλαιο 5 της παρούσας διατριβής. Χρησιμοποιώντας πολυκαναλικό καταγραφικό ψηφιακό σύστημα (Micromed/BrainQuick system), τοποθετήθηκαν 21 επιφανειακά ηλεκτρόδια με βάση το Διεθνές Σύστημα 10-20. Το μετρούμενο από κάθε απαγωγή σήμα είναι μονοπολικό, δηλαδή προκύπτει ως διαφορά δυναμικού του σημείου εκείνου όπου εφάπτεται το ηλεκτρόδιο από ένα ανενεργό σημείο. Στην περίπτωση μας, ως αναφορά χρησιμοποιήθηκε το σήμα των δύο ηλεκτροδίων που τοποθετήθηκαν στο λωβό των αυτιών και ενώθηκαν μεταξύ τους. Η ολική διάρκεια της καταγραφής ήταν 6 ώρες, ενώ η συχνότητα δειγματοληψίας του συστήματος ήταν 256 Hz. Από το σύνολο των 21 ηλεκτροδίων, χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα ανάλυση μόνο το κατακόρυφο (απαγωγή Cz).

Αρχικά, πραγματοποιήθηκε με οπτική ανάλυση διαχωρισμός της συνολικής καταγραφής σε στάδια από ειδικευμένο ιατρό. Στη συνέχεια, το σύνολο της καταγραφής διαιρέθηκε σε τρία ίσα χρονικά μέρη. Από κάθε τμήμα επιλέχθηκε το μεγαλύτερο σε διάρκεια στάδιο 2, με την προϋπόθεση να υπερβαίνει χρονικά τα 10 min. Από το σήμα αυτό αφαιρέθηκαν τα πρώτα 5 sec και επιλέχθηκε ένα χρονικό παράθυρο διάρκειας 5 min 4 sec, για οπτική ανάλυση. Για την παρούσα ανάλυση χρησιμοποιήθηκαν αποκλειστικά υπνικές άτρακτοι που ανήκουν στο στάδιο 2, αν και οι συγκεκριμένες κυματομορφές εμφανίζονται και σε άλλα στάδια του ύπνου. Ο λόγος, που επιλέχθηκε μόνο αυτό το στάδιο για ανάλυση, είναι ότι η οπτική ανίχνευση των ατράκτων σε οποιοδήποτε άλλο στάδιο εκτός του σταδίου 2 ενδεχομένως να δυσχεραίνεται από την πιθανή παρουσία κυμάτων δ. Ισχυρά κύματα δ καθιστούν δύσκολη την αναγνώριση πιθανών υπερτιθέμενων ατράκτων [Ambuehl et al., 1977]. Για την αύξηση της αξιοπιστίας της διαδικασίας της οπτικής ανάλυσης, αποφασίστηκε να αναλυθεί μόνο το στάδιο 2.

Το σήμα της απαγωγής Cz τυπώθηκε σε χρονικά παράθυρα – εποχές, κατά την ανάλογη ορολογία – διάρκειας 16 sec. Οι τυπωμένες χρονοσειρές (αφιλτράριστων) σημάτων δόθηκαν σε έμπειρο ιατρό – βαθμονομητή με σκοπό να αναγνωριστούν οπτικά οι εποχές εκείνες που περιέχουν παράσιτα (artifacts) και να αφαιρεθούν από την περαιτέρω ανάλυση. Οι χρονοσειρές δόθηκαν στη συνέχεια σε δύο άλλους έμπειρους βαθμονομητές και τους ζητήθηκε να ανιχνεύσουν, ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλον, την παρουσία ατράκτων και να σημειώσουν, σε κάθε μία από αυτές, την στιγμή εκκίνησης και τερματισμού της. Η βαθμονόμηση έγινε με βάση κοινά κριτήρια. Μετά το πέρας της διαδικασίας βαθμονόμησης και αφού μεσολάβησε

περίοδος μίας εβδομάδας, η ίδια ομάδα σημάτων, αλλά σε διαφορετική σειρά από την πρώτη φορά, δόθηκε στους ειδικούς βαθμονομητές για την επανάληψη της διαδικασίας. Συνολικά, λοιπόν, πραγματοποιήθηκαν τέσσερις συνεδρίες οπτικής βαθμονόμησης.

6.4.1. Καθορισμός ατράκτων

Το κριτήριο για να θεωρηθεί ότι μια κυματομορφή συνιστά υπνική άτρακτο ήταν η ύπαρξη τουλάχιστον τεσσάρων διαδοχικών ΗΕΓ κυμάτων με συχνότητα εμφάνισης μεταξύ 10.5 και 16 Hz και με πλάτος τουλάχιστον 10 μ V, μετρημένο από κορυφή σε κορυφή. Απαραίτητη, επίσης, προϋπόθεση ήταν η διάρκεια της κυματομορφής να έχει ως ελάχιστη τιμή τα 0.3 sec. Το κριτήριο καθορισμού του τερματισμού των ατράκτων ήταν η εμφάνιση κυμάτων διάρκειας τουλάχιστον 0.25 sec, που δεν ικανοποιούσαν το προαναφερόμενο κριτήριο συχνότητας και πλάτους. Η μέτρηση της αρχής και του τέλους κάθε ατράκτου έγινε με ακρίβεια 0.125 sec.

Μετά το τέλος κάθε μιας από τις τέσσερις περιόδους βαθμονόμησης, αποδόθηκε σε κάθε άτρακτο που αναγνωρίστηκε ένας χαρακτηρισμός, «α», «β», ή «0», ανάλογα με το βαθμό που ικανοποιούσαν το κριτήριο καθορισμού τους. Συγκεκριμένα, οι άτρακτοι βαθμού «α» αντιστοιχούν σε καλώς σχηματισμένες ή αλλιώς ισχυρά καθορισμένες ατράκτους, ενώ ο βαθμός «β» αποδόθηκε σε ασθενώς καθορισμένες ατράκτους, η αναγνώριση των οποίων έγινε με μία ή περισσότερες παραμέτρους που συνιστούν το κριτήριο καθορισμού τους να έχει οριακή τιμή. Στα υπόλοιπα τμήματα του ΗΕΓ όπου δεν ανιχνεύτηκαν άτρακτοι αποδόθηκε ο βαθμός «0». Με την ολοκλήρωση και των τεσσάρων περιόδων βαθμονόμησης, σε κάθε άτρακτο αποδόθηκε ένας τελικός, συνολικός χαρακτηρισμός, «Α», αν οι αντίστοιχοι βαθμοί που τις αποδόθηκαν ήταν αααα, αααβ, ή ααββ, «Β», αν βαθμολογήθηκε αβββ, ββββ, ή βββ0 και «0» αν βαθμολογήθηκε ββ00, ή β000. Άτρακτοι, στις οποίες αποδόθηκαν κατά τη διαδικασία των τεσσάρων περιόδων βαθμονόμησης βαθμοί «α» και «0», αποκλείστηκαν από την τελική καταμέτρηση και δεν τους αποδόθηκε τελικός, συνολικός βαθμός.

6.4.2. Υπολογισμός της μεταβλητότητας στη ανίχνευση ατράκτων

Εύκολα αντιλαμβάνεται κανείς το γεγονός ότι, από τη στιγμή που η ανάλυση του ΗΕΓ γίνεται οπτικά, η ύπαρξη του ανθρώπινου παράγοντα στην αναγνώριση των ατράκτων οδηγεί σε υποκειμενική θεώρηση των αποτελεσμάτων, ακόμα και αν τα κριτήρια αναγνώρισης είναι σταθερά. Ο βαθμός που αποδίδεται σε μία άτρακτο μπορεί να διαφέρει τόσο μεταξύ των βαθμονομητών όσο και μεταξύ δύο περιόδων βαθμονόμησης του ίδιου βαθμονομητή. Η μεταβλητότητα των αποτελεσμάτων ανίχνευσης ατράκτων, όταν αυτή πραγματοποιείται οπτικά και η επιρροή της στην απόδοση ενός συστήματος αυτόματης ανίχνευσης, αποτελεί τα τελευταία χρόνια αντικείμενο μελέτης [Pillai et al., 1997]. Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε αναλυτικά η μεταβλητότητα μεταξύ των αποτελεσμάτων των δύο βαθμονομητών (Inter-scorer variability – InterV) και η μεταβλητότητα μεταξύ των αποτελεσμάτων δύο συνεδριών για κάθε βαθμονομητή ξεχωριστά (Intra-scorer variability – IntraV).

Με βάση τα αποτελέσματα της προηγούμενης καταμέτρησης των ατράκτων και το διαχωρισμό τους σε κατηγορίες «Α» και «Β», εκτιμήθηκε η μεταβλητότητα στην αναγνώριση ατράκτων, η ποσοτικοποίηση της οποίας έγινε με την εισαγωγή των παρακάτω παραμέτρων:

$$1. \text{ IntraV} = \left(\frac{N_{\beta 0} + N_{\alpha 0}}{\sum N_{xx}} \right) \times 100\% = \left(\frac{N_{\beta 0} + N_{\alpha 0}}{N_{\alpha\beta} + N_{\beta 0} + N_{\alpha 0} + N_{\alpha\alpha} + N_{\beta\beta}} \right) \times 100\% :$$

όπου $N_{\beta 0}$: το πλήθος των ατράκτων που βαθμονομήθηκαν με «β» και «0», $N_{\alpha 0}$: το πλήθος των ατράκτων που βαθμονομήθηκαν με «α» και «0» και N_{xx} : το σύνολο των ατράκτων που ανιχνεύτηκαν από κάθε βαθμονομητή. Η παράμετρος υπολογίζει το ποσοστό των ατράκτων που έλαβαν «0» σε μία συνεδρία βαθμονόμησης και «α» ή «β» σε μία άλλη. Για τον υπολογισμό της παραμέτρου δεν συμπεριλήφθηκαν στον αριθμητή άτρακτοι με βαθμούς «α» και «β», καθώς σκοπός της εισαγωγής της παραμέτρου IntraV ήταν η καταμέτρηση των σοβαρών ασυμφωνιών των αποτελεσμάτων των δύο συνεδριών βαθμονόμησης του ίδιου βαθμονομητή.

2. Η ποσοτικοποίηση της διαφοράς των αποτελεσμάτων μεταξύ των δύο βαθμονομητών ήταν δυσκολότερη λόγω των δύο συνεδριών βαθμονόμησης ανά βαθμονομητή και της θεώρησης των τριών επιπέδων βαθμονόμησης. Για το λόγο αυτό, καθορίστηκαν δύο διαφορετικοί τύποι, ένας που υπολογίζει τη σχετική

μεταβλητότητα μεταξύ των βαθμονομητών (rInterV) και ένας που υπολογίζει την απόλυτη μεταβλητότητα μεταξύ των βαθμονομητών (aInterV). Συγκεκριμένα, σχετική σύγκλιση των αποτελεσμάτων θεωρήθηκε ότι συνέβηκε όταν μία άτρακτος βαθμολογήθηκε με «αααα», «ββββ», «αααβ», «βββ0», ή «000β», ενώ απόλυτη σύγκλιση όταν βαθμονομήθηκε με «αααα», ή «ββββ». Έτσι καθορίστηκαν οι επόμενοι τύποι:

$$rInterV = \left(1 - \frac{N_{\alpha\alpha\alpha\alpha} + N_{\beta\beta\beta\beta} + N_{\alpha\alpha\alpha\beta} + N_{\beta\beta\beta\alpha} + N_{\beta\beta\beta 0} + N_{000\beta}}{\sum N_{xxxx}} \right) \times 100 \%$$

$$aInterV = \left(1 - \frac{N_{\alpha\alpha\alpha\alpha} + N_{\beta\beta\beta\beta}}{\sum N_{xxxx}} \right) \times 100 \%$$

όπου N_{xxxx} : το σύνολο των ατράκτων που βαθμονομήθηκαν με «α» ή «β» σε τουλάχιστον μία συνεδρία. Σημειώνουμε ότι οι παραπάνω παράμετροι έχουν υπολογιστεί με βάση τη θεώρηση ότι η τιμή 100% αντιστοιχεί σε ποσοστό που εκφράζει την απόλυτη συμφωνία μεταξύ των βαθμονομητών.

6.5. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΤΟΥ ΤΝΔ

Το ΤΝΔ που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα μελέτη ήταν ένα ΠΔΕ. Η αρχιτεκτονική του δικτύου που χρησιμοποιήθηκε, επιλέχθηκε μετά από την παρατήρηση του γεγονότος ότι η προς αναγνώριση κυματομορφή δεν μπορεί να είναι μικρότερη από 0.3 sec και επιθυμούσαμε να «σαρώνουμε» το ΗΕΓ με ένα χρονικό παράθυρο κατάτι μεγαλύτερο, οπότε επιλέχθηκε 0.5 sec. Το σήμα στην είσοδο του ΤΝΔ προήλθε από το ψηφιακό ΗΕΓ μετά από φιλτράρισμα μέσω ενός FIR ζωνοπερατού φίλτρου γραμμικής φάσης με 3dB συχνότητες αποκοπής στα 10.5 και 16 Hz. Όπως αναφέρθηκε, η αρχική συχνότητα δειγματοληψίας του ΗΕΓ ήταν 256 δείγματα/sec. Η συχνότητα αυτή είναι πολύ μεγάλη για τη διεξαγωγή των πειραμάτων μας, αφού έχει σαν αποτέλεσμα να αυξάνεται υπερβολικά ο όγκος των προς ανάλυση δεδομένων. Για το λόγο αυτό, η συχνότητα δειγματοληψίας μειώθηκε στην τιμή των 128 δειγμάτων/sec, δεδομένων και των συχνοτήτων που έχουν απομείνει στο σήμα μετά το φιλτράρισμα. Ο στόχος μας είναι να σχεδιάσουμε ένα ΤΝΔ που να δέχεται στην είσοδό του το φιλτραρισμένο ΗΕΓ σήμα διάρκειας 0.5 sec και όχι ένα διάνυσμα που θα περιγράφει χαρακτηριστικά της προς ανίχνευση κυματομορφής. Η ικανότητα, λοιπόν, του ΤΝΔ να αναγνωρίζει ατράκτους πρέπει να βασιστεί στο ίδιο το

φιλτραρισμένο ΗΕΓ σήμα και η είσοδος του πρέπει να περιέχει όσο το δυνατό περισσότερη πληροφορία από το σήμα του 0.5 sec. Κρίθηκε λοιπόν απαραίτητο στον σχεδιασμό του ΤΝΔ να χρησιμοποιηθούν και τα 64 δείγματα του ΗΕΓ παραθύρου μήκους 0.5 sec. Κάθε μονάδα εισόδου του ΤΝΔ αποφασίστηκε να τροφοδοτείται από μία τιμή δυναμικού, έτσι το πλήθος των μονάδων εισόδου του ήταν 64.

Η τοπολογία του ΤΝΔ μελετήθηκε διεξοδικά έτσι ώστε να επιλεγεί η καταλληλότερη για την συγκεκριμένη εφαρμογή. Σκοπός της ανάλυσης είναι να σχεδιαστεί ΤΝΔ, το οποίο έχει την ικανότητα να διαχωρίζει δύο κατηγορίες σημάτων, ύπαρξη ατράκτου στην είσοδο του δικτύου ή όχι. Αρχικά υλοποιήθηκαν ΤΝΔ τριών και τεσσάρων στρωμάτων (που αντιστοιχούν σε ένα ή δύο κρυφά στρώματα) με μία ή δύο μονάδες εξόδου. Η είσοδος του δικτύου διατηρήθηκε σταθερή στις 64 μονάδες. Σε όλα τα ΤΝΔ που σχεδιάστηκαν, εφαρμόστηκαν τα δείγματα ΗΕΓ σήματος που είχαμε στη διάθεσή μας και εκτιμήθηκε η απόδοσή τους στην αυτόματη ανίχνευση ατράκτων. Το συμπέρασμα των αποτελεσμάτων ήταν ότι το πλήθος των στρωμάτων ή ο αριθμός των μονάδων εξόδου δεν επηρεάζει σημαντικά την ικανότητα του δικτύου. Σε δεύτερο βήμα διερευνήθηκε η μεταβολή στην απόδοση του ΤΝΔ για διαφορετικού πλήθους νευρώνες στο κρυφό στρώμα. Όπως παρατηρήθηκε, η απόδοση του δικτύου παραμένει σχετικά σταθερή όταν μεταβάλλεται ο αριθμός των νευρώνων του κρυφού στρώματος, με την προϋπόθεση να διατηρείται ο αριθμός αυτός μέσα σε ορισμένα όρια. Συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε ότι, όταν το πλήθος των νευρώνων του κρυφού στρώματος είναι μικρότερο ή ίσο με τον αριθμό μονάδων εισόδου και μεγαλύτερο ή ίσο με τον αριθμό μονάδων εξόδου, η απόδοση του ΤΝΔ δεν μεταβάλλεται αισθητά. Σε δοκιμαστικά ΤΝΔ όπου χρησιμοποιήθηκαν λιγότεροι από 30 νευρώνες στο κρυφό στρώμα, η απόδοση του δικτύου μειώθηκε βαθμιαία. Μετά τη διεξαγωγή των προηγούμενων δοκιμών, αποφασίστηκε να σχεδιαστεί ένα ΤΝΔ τριών στρωμάτων με 30 νευρώνες στο κρυφό στρώμα και 2 μονάδες εξόδου.

Για τη διαδικασία της εκπαίδευσης του ΤΝΔ επιλέγησαν τμήματα φιλτραρισμένου ΗΕΓ που αντιστοιχούν σε άτρακτο, η οποία βαθμονομήθηκε με «α» και στις τέσσερις συνεδρίες. Επίσης, χρησιμοποιήθηκαν ισάριθμα τμήματα ΗΕΓ που βαθμονομήθηκαν με «0» και στις τέσσερις συνεδρίες ως παραδείγματα απουσίας ατράκτου. Το σύνολο των υπόλοιπων δειγμάτων ΗΕΓ σήματος χρησιμοποιήθηκε κατά τη διαδικασία της αξιολόγησης του δικτύου. Αναλυτικότερα, τα δεδομένα εκμάθησης προέκυψαν ως εξής: Αρχικά θεωρήθηκε ένα παράθυρο μήκους 0.5 sec, το

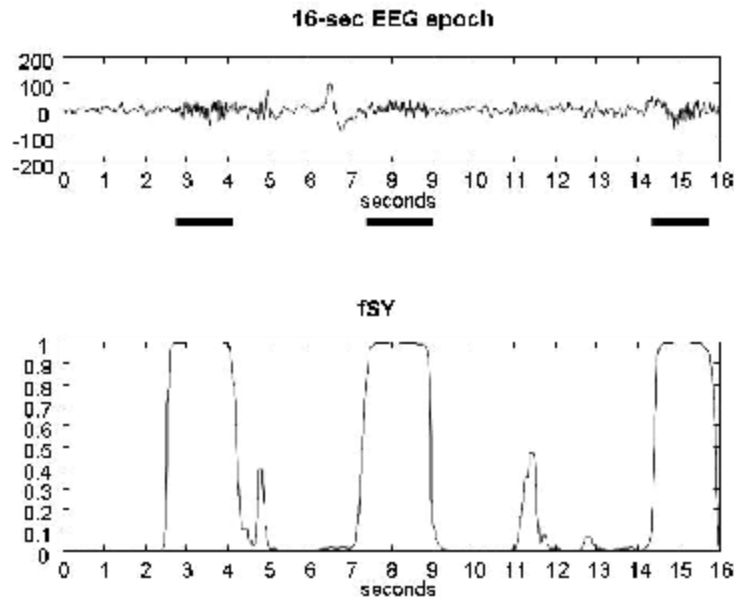
οποίο μετατοπίστηκε κατά μήκος του φιλτραρισμένου σήματος κάθε μιας από τις ατράκτους, που επιλέγησαν να χρησιμοποιηθούν ως παραδείγματα. Η μετατόπιση έγινε κατά 1 δείγμα κάθε φορά. Με τον τρόπο αυτό προέκυψε ένα μεγάλο πλήθος δεδομένων για την ανάλυση. Το ίδιο μετατοπιζόμενο παράθυρο εφαρμόστηκε και στα τμήματα ΗΕΓ σήματος που χρησιμοποιήθηκαν για την αντιπροσώπευση της κατηγορίας των σημάτων που δεν αντιστοιχούν σε άτρακτο. Έτσι προέκυψε ένα σύνολο ισάριθμων παραδειγμάτων και για τις δύο κατηγορίες.

Ο ένας νευρώνας εξόδου, που σχεδιαστικά θέλαμε η τιμή εξόδου του να μας δείχνει παρουσία ατράκτου στην είσοδο του ΤΝΔ, ονομάστηκε SY, ενώ του άλλου νευρώνα εξόδου, που σχεδιαστικά θέλαμε η τιμή εξόδου του να μας δείχνει απουσία ατράκτου ονομάστηκε SN. Οι τιμές των νευρώνων εξόδου κατά τη διαδικασία της εκπαίδευσης τέθηκαν ίσες με $(SY, SN) = (1,0)$, όταν η είσοδος του δικτύου τροφοδοτήθηκε με δείγμα φιλτραρισμένου ΗΕΓ με άτρακτο και με $(SY, SN) = (0,1)$, όταν στην είσοδο υπήρχε σήμα χωρίς άτρακτο. Το δίκτυο εκπαιδεύτηκε με την εφαρμογή αλγορίθμου του τύπου οπίσθιας διάδοσης σφάλματος (error back-propagation) [Haykin, 1999]. Για να μειωθεί η πιθανότητα εγκλωβισμού του αλγορίθμου σε τοπικό ελάχιστο της επιφάνειας σφάλματος, γεγονός που θα απέτρεπε την εύρεση της επιθυμητής λύσης ελάχιστου σφάλματος, χρησιμοποιήθηκε ορμή με σταθερή τιμή 0.9. Επίσης, προκειμένου να επιταχυνθεί η διαδικασία της εκπαίδευσης, χρησιμοποιήθηκε προσαρμοζόμενος ρυθμός εκπαίδευσης ίσος με 0.01. Η επιθυμητή τιμή του σφάλματος για τον τερματισμό του επαναληπτικού αλγορίθμου εκπαίδευσης καθορίστηκε στο 0.02 (sum-squared error). Η συνάρτηση μεταφοράς των νευρώνων του δικτύου ήταν μια λογαριθμική σιγμοειδής με τύπο:

$$\phi(u) = \text{logsig}(u) \equiv \frac{1}{1 + e^{-u}}$$

Η υλοποίηση τόσο του ψηφιακού φίλτρου όσο και του ΤΝΔ έγινε με χρήση του προγραμματιστικού πακέτου Matlab v.5 (The MathWorks Inc.).

Κατά τη διάρκεια του σταδίου αξιολόγησης της απόδοσης του συστήματος,



Σχήμα 6.3: Πάνω: Το σήμα μιας εποχής ΗΕΓ (σε μV). Οι τρεις οριζόντιες γραμμές υποδηλώνουν την ύπαρξη τριών ατράκτων, όπως προέκυψαν από την οπτική ανάλυση του ΗΕΓ. Κάτω: Το φιλτραρισμένο σήμα εξόδου fSY του ΤΝΔ.

το θεωρούμενο παράθυρο των 0.5 sec «σάρωσε» κάθε φιλτραρισμένη εποχή των 16 sec ΗΕΓ προχωρώντας με βήμα 1 δείγμα. Το ΤΝΔ παράγει στην έξοδό του την τιμή του ζεύγους (SY, SN) για κάθε δείγμα της εποχής ΗΕΓ, η οποία έξοδος θεωρούμε ότι αντιστοιχεί χρονικά στο μέσο του παραθύρου. Έτσι προκύπτουν δύο καμπύλες, που αντιπροσωπεύουν τις δύο εξόδους SY ή SN, οι οποίες επεξεργάστηκαν μέσω ενός φίλτρου διαμέσου (median filter) με παράθυρο $T_{\text{MFW}} = 0.5 \text{ sec}$, με σκοπό να γίνουν πιο ομαλές. Η επιλογή της τιμής 0.5 sec για το μήκος του παραθύρου του φίλτρου έγινε ώστε, αφ'ενός να ομαλοποιηθεί αρκετά το σήμα των εξόδων, αφ'ετέρου να ληφθεί υπ'όψη η ελάχιστη διάρκεια των προς αναγνώριση ατράκτων που ορίστηκε στα 0.3 sec. Τέλος, με κατάλληλη τεχνική συμπλήρωσης με μηδενικά (zero padding) στην αρχή και στο τέλος κάθε εποχής, οι τιμές των τελικών φιλτραρισμένων σημάτων εξόδου του ΤΝΔ αντιστοιχούν ένα προς ένα στα δείγματα της αντίστοιχης εποχής ΗΕΓ.

6.6. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΤΟΥ ΤΝΔ

Όπως προαναφέρθηκε, το αρχικό σύνολο των εποχών του ΗΕΓ που είχαμε στη διάθεσή μας αναλύθηκε οπτικά από δύο έμπειρους βαθμονομητές ώστε να αναγνωριστούν οι άτρακτοι σε κάθε εποχή του ΗΕΓ. Ένα μέρος του συνόλου αυτού (σύνολο εκπαίδευσης) χρησιμοποιήθηκε για την εκπαίδευση του δικτύου, ενώ το υπόλοιπο (σύνολο ελέγχου) χρησιμοποιήθηκε για την αξιολόγηση του συστήματος.

6.6.1. Απόδοση του συστήματος στην αναγνώριση ατράκτων

Για την εκτίμηση της απόδοσης του ΤΝΔ χρησιμοποιήθηκε το φιλτραρισμένο σήμα της εξόδου SY (fSY). Αρχικά καθορίστηκε μία τιμή κατωφλίου V_T βάση της οποίας, η καμπύλη fSY χωρίστηκε σε τμήματα με τιμή μικρότερη της V_T και σε τμήματα με τιμή μεγαλύτερη. Για την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας εμφάνισης εσφαλμένων θετικών ενδείξεων (*false positives* - FPs), η τιμή κατωφλίου ορίστηκε αρκετά υψηλή (0.9). Τα τμήματα της καμπύλης του σήματος fSY που είχαν τιμή μεγαλύτερη της τιμής κατωφλίου V_T , δηλώθηκαν ως «κορυφές» του fSY (Σχήμα 6.4). Εμφάνιση κορυφής στην fSY καμπύλη υποδηλώνει (ως πρώτη ένδειξη) ύπαρξη ατράκτου στο υπό δοκιμή ΗΕΓ σήμα.

Συγχώνευση κορυφών

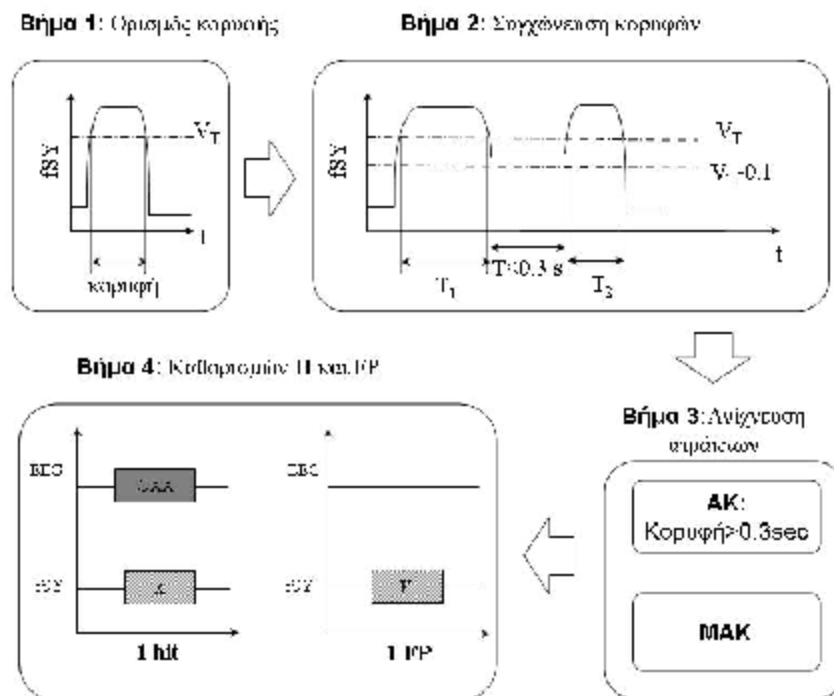
Από την παρατήρηση των αποτελεσμάτων είναι φανερό ότι μικρά (χρονικά) τμήματα της καμπύλης fSY με τιμή μικρότερη του V_T , τα οποία βρίσκονται μεταξύ δύο κορυφών, είναι δυνατόν να προκαλέσουν FPs κατά την καταμέτρηση των ατράκτων. Μικρή πτώση δηλαδή μιας κορυφής του fSY μπορεί να οδηγήσει εσφαλμένα στην καταμέτρηση δύο διαφορετικών ατράκτων αντί μίας. Για την αποφυγή του φαινομένου αυτού πραγματοποιήθηκε συγχώνευση των διαδοχικών κορυφών όταν το μεταξύ τους διάστημα ήταν μικρότερο των 0.3 sec και η τιμή του fSY στο μεσοδιάστημα δεν ήταν μικρότερη του 0.8.

Στη συνέχεια, έγινε η καταμέτρηση των ατράκτων που ανιχνεύτηκαν από το ΤΝΔ. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιήθηκε με χρήση δύο διαφορετικών κριτηρίων:

1. «Μη αυστηρό κριτήριο - MAK » (“soft criterion”): Κάθε κορυφή του fSY θεωρήθηκε ότι ισοδυναμεί με αναγνώριση μίας ατράκτου από το σύστημα

2. «Αυστηρό κριτήριο - AK» (“hard criterion”): Από τις κορυφές του fSY, μόνο εκείνες που είχαν διάρκεια μεγαλύτερη ή ίση των 0.3 sec θεωρήθηκαν ως άτρακτοι που αναγνώρισε το σύστημα. Το κριτήριο αυτό χρησιμοποιήθηκε αφ’ ενός μεν για μείωση του αριθμού των FPs, αφ’ ετέρου για να συμβαδίζει με την αρχική θεώρηση του ελάχιστου μήκους των ατράκτων, που ανιχνεύτηκαν οπτικά, στα 0.3 sec.

Μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας της αξιολόγησης του συστήματος με όλο



Σχήμα 6.4: Σχηματική αναπαράσταση της μεθοδολογίας αξιολόγησης της απόδοσης του ΤΝΔ.

το σύνολο ελέγχου, έγινε η καταμέτρηση των κορυφών σύμφωνα και με τα δύο κριτήρια. Επιτυχής περίπτωση ανίχνευσης ατράκτου (hit – H) από το ΤΝΔ θεωρήθηκε ότι συνέβη όταν το ΤΝΔ σημείωσε ύπαρξη ατράκτου την ίδια στιγμή που στην είσοδό του υπήρχε τμήμα εποχής HEG με άτρακτο βαθμού «Α» ή «Β» και η σύμπτωση αυτή είχε διάρκεια τουλάχιστον ίση με 0.3 sec. (Σχήμα 6.4). Αντίστοιχα, εσφαλμένη ανίχνευση ατράκτου (false positive – FP) θεωρήθηκε ότι συνέβη όταν το ΤΝΔ σημείωσε ύπαρξη ατράκτου την στιγμή που στην είσοδό του υπήρχε τμήμα εποχής HEG με βαθμό «0». Περίπτωση κατά την οποία υπήρχε άτρακτος βαθμού «Α» ή «Β» στην είσοδο του συστήματος, που το σύστημα δεν ανίχνευσε, θεωρήθηκε ως

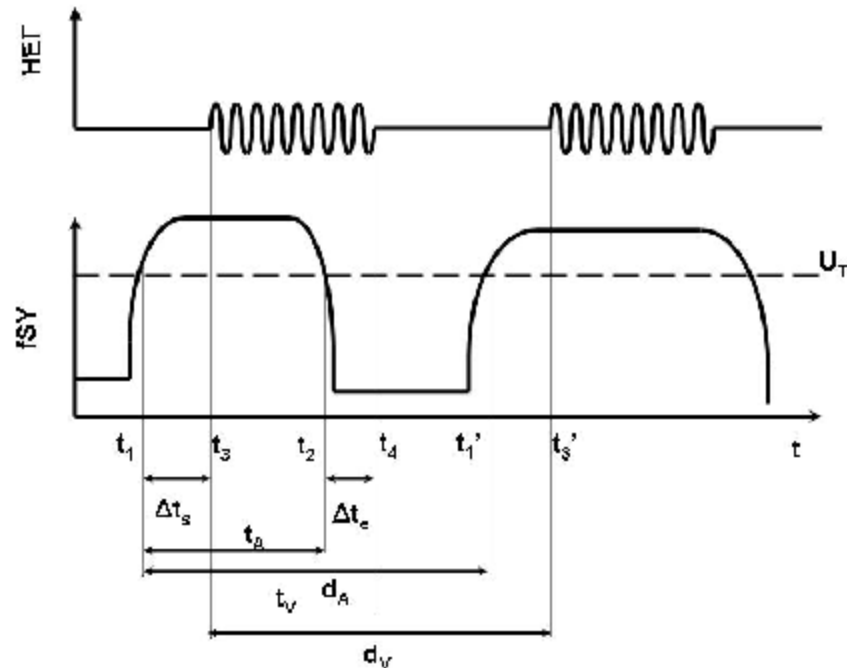
αποτυχία του ΤΝΔ (miss –M). Σε περιπτώσεις όπου στην είσοδο του δικτύου υπήρχε άτρακτος και η έξοδος του fSY παρουσίασε δύο διακριτές κορυφές (οι οποίες δεν συγχωνεύτηκαν με εφαρμογή του κριτηρίου της ελάχιστης διάρκειας των 0.3 sec), τότε καταμετρήθηκε ένα Η και ένα FP. Τα FP που εμφανίστηκαν σε αυτή την περίπτωση πρέπει να διαχωρίζονται από τα υπόλοιπα, καθώς δεν αντιστοιχούν σε πλήρη απουσία ατράκτου στην είσοδο του δικτύου. Για το σκοπό αυτό ονομάστηκαν εσφαλμένες θετικές ενδείξεις τύπου 2 (type 2 false positives - FP2), ενώ τα FP που αντιστοιχούν σε πλήρη απουσία ατράκτου στην είσοδο ονομάστηκαν εσφαλμένες θετικές ενδείξεις τύπου 1 (type 1 false positives – FP1). Επίσης, αν δύο διαδοχικές αλλά διακριτές άτρακτοι αναγνωρίστηκαν από το ΤΝΔ ως μία, τότε καταμετρήθηκε ένα Η και ένα Μ.

Η διαδικασία της αξιολόγησης του δικτύου πραγματοποιήθηκε σε τρία στάδια. Κατά το πρώτο στάδιο, το οποίο ονομάστηκε στάδιο ανεξάρτητης βαθμονόμησης, το σύνολο ελέγχου των ατράκτων που χρησιμοποιήθηκε προέκυψε μετά την ολοκλήρωση και των τεσσάρων συνόδων βαθμονόμησης λαμβάνοντας υπ' όψη την τελική συνολική βαθμολογία τους. Στο δεύτερο στάδιο, που ονομάστηκε στάδιο ομόφωνης βαθμονόμησης, το σύνολο ελέγχου των ατράκτων που χρησιμοποιήθηκε, προέκυψε μετά από κοινή βαθμονόμηση από τους δύο βαθμονομητές, ώστε να εξαλειφθούν τυχόν διαφορές μεταξύ τους, τόσο ως προς την ύπαρξη και το βαθμό της κάθε ατράκτου όσο και ως προς την ακριβή χρονική στιγμή της αρχής και του τέλους τους. Οι άτρακτοι είχαν πλέον αποκλειστικά βαθμό «Α» και τα υπόλοιπα τμήματα του ΗΕΓ βαθμό «0». Στο στάδιο αυτό επανετάχθηκαν και άτρακτοι που προηγουμένως είχαν λάβει βαθμό «α» και «0». Στο τρίτο στάδιο αξιολόγησης, που ονομάστηκε στάδιο ελέγχου των FP και που έλαβε χώρα μετά την ολοκλήρωση των δύο πρώτων, ζητήθηκε από τους βαθμονομητές να επανεξετάσουν από κοινού τα τμήματα των εποχών ΗΕΓ, για τα οποία προέκυψε FP του συστήματος, ώστε να αποφασίσουν αν τα FP αυτά αντιστοιχούν πραγματικά σε αδυναμία του συστήματος ή σε ατράκτους οι οποίες διέφυγαν της προσοχής τους κατά την οπτική ανάλυση. Σε κάθε στάδιο αξιολόγησης υπολογίστηκε το ποσοστό των επιτυχιών (%H) του συστήματος, ως ο εκατοστιαίος λόγος των Η ως προς το σύνολο των ατράκτων του συνόλου ελέγχου, ώστε να εκτιμηθεί ποσοτικά η ευαισθησία του. Ο εκατοστιαίος λόγος των FP (%FP) υπολογίστηκε από το άθροισμα των FP1 και FP2 ως προς το σύνολο των ενδείξεων ύπαρξης ατράκτου του συστήματος (FP1+FP2+H). Τα

αποτελέσματα των ποσοστών αυτών υπολογίστηκαν για κάθε τρίτο της καταγραφής του ύπνου καθώς και για το σύνολο του αναλυθέντος υπνογραφήματος.

6.6.2. Χρονική διακριτική ικανότητα του συστήματος στην ανίχνευση των ατράκτων

Με σκοπό να εκτιμηθεί ποσοτικά η ικανότητα του συστήματος να καθορίζει



Σχήμα 6.5: Στο Σχήμα φαίνονται οι παράμετροι που υπολογίστηκαν για την μελέτη της χρονικής διακριτικής ικανότητας του δικτύου.

την χρονική έναρξη και λήξη των ατράκτων, καθορίστηκαν συγκεκριμένοι παράμετροι, η τιμή των οποίων υπολογίστηκε με βάση την καμπύλη fSY και την οπτική ανάλυση των εποχών του HEΓ. Για τον έλεγχο της χρονικής διακριτικής ικανότητας του συστήματος χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα που προέκυψαν μετά από ομόφωνη βαθμονόμηση με χρήση του MAK (“soft criterion”) και μετά από το στάδιο ελέγχου FP.

Αρχικά, καθορίστηκε μία τιμή κατωφλίου U_T του σήματος fSY, η οποία χρησιμοποιήθηκε για τον καθορισμό των χρονικών στιγμών που το σύστημα ανιχνεύει ως έναρξη και λήξη ατράκτου. Συγκεκριμένα, ορίστηκαν οι εξής χρονικές στιγμές (Σχήμα 6.5):

t_1 : Η χρονική στιγμή που η τιμή της καμπύλης fSY υπερβαίνει την τιμή κατωφλίου U_T .

t_2 : Η χρονική στιγμή που η τιμή της καμπύλης fSY μειώνεται κάτω από την τιμή κατωφλίου U_T , με την προϋπόθεση βέβαια ότι είχε προηγηθεί κορυφή στην καμπύλη fSY.

t_3 : Η έναρξη της ατράκτου όπως καθορίστηκε οπτικά από τους δύο βαθμονομητές.

t_4 : Η λήξη της ατράκτου όπως καθορίστηκε οπτικά από τους δύο βαθμονομητές.

Στη συνέχεια υπολογίστηκαν οι εξής παράμετροι:

$t_A = t_2 - t_1$: Η χρονική διάρκεια της κάθε ατράκτου όπως υπολογίστηκε από το ΤΝΔ.

$t_V = t_4 - t_3$: Η χρονική διάρκεια της κάθε ατράκτου όπως υπολογίστηκε οπτικά.

$\Delta t_s = |t_1 - t_3|$: Η απόλυτη διαφορά μεταξύ της έναρξης της ατράκτου όπως υπολογίστηκε από το ΤΝΔ και της αντίστοιχης τιμής όπως υπολογίστηκε οπτικά.

$\Delta t_e = |t_2 - t_4|$: Η απόλυτη διαφορά μεταξύ της λήξης της ατράκτου όπως υπολογίστηκε από το ΤΝΔ και της αντίστοιχης τιμής όπως υπολογίστηκε οπτικά.

Στην συνέχεια ορίζουμε ως μεσοδιάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών ατράκτων (inter-spindle interval – ISI) το χρονικό διάστημα μεταξύ της αρχής δύο διαδοχικών ατράκτων. Για δύο ατράκτους για τις οποίες ορίστηκε η χρονική έναρξη (t_1, t_3 και t_1', t_3') και λήξη τους (t_2, t_4 και t_2', t_4') υπολογίζονται οι εξής διαφορές:

$d_A = t_1' - t_1$: Η παράμετρος ISI, όπως υπολογίστηκε από το ΤΝΔ.

$d_V = t_3' - t_3$: Η παράμετρος ISI, όπως υπολογίστηκε οπτικά.

Όλες οι παραπάνω παράμετροι υπολογίστηκαν για δύο τιμές κατωφλίου $U_T=0.9$ και $U_T=0.5$. Η δεύτερη τιμή του κατωφλίου U_T καθορίστηκε ώστε να καταμετρηθούν και περιπτώσεις όπου η καμπύλη fSY αυξάνεται αργά, δηλαδή με μικρή τιμή κλίσης, πάνω από την τιμή κατωφλίου.

Τελικά υπολογίστηκαν και οι λόγοι t_A/t_V , $(\Delta t_s + \Delta t_e)/t_V$, d_A/d_V , και $(\Delta t_s + \Delta t_s')/d_V$ (όπου $\Delta t_s' = |t_1 - t_3|$: η παράμετρος Δt_s , όπως υπολογίζεται για την δεύτερη άτρακτο), καθώς επίσης και το άθροισμα $\Delta t_s + \Delta t_e$.

6.7. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Μετά την ολοκλήρωση των τεσσάρων συνεδριών ανεξάρτητης βαθμονόμησης ανιχνεύθηκαν 123 άτρακτοι βαθμού «Α» και 4 άτρακτοι βαθμού «Β», όπως

ΒΑΘΜΟΙ	ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΤΗΣ Α				ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΤΗΣ Β			
	ΤΡΙΤΟ ΤΟΥ ΥΨΙΝΟΥ			ΣΥΝΟΛΟ	ΤΡΙΤΟ ΤΟΥ ΥΨΙΝΟΥ			ΣΥΝΟΛΟ
	1 ^ο	2 ^ο	3 ^ο		1 ^ο	2 ^ο	3 ^ο	
αα	35	44	68	147	14	32	44	90
ββ	3	4	1	8	8	6	8	22
αβ	8	9	4	21	5	13	7	25
β0	9	4	3	16	12	7	9	28
α0	4	3	2	9	3	1	5	9
ΣΥΝΟΛΟ	59	64	78	201	42	59	73	174
INTRAV (%)	22.0	10.9	6.4	12.4	35.7	13.6	19.2	21.3

Πίνακας 6.1: Αποτελέσματα (αριθμός ατράκτων) του σταδίου ανεξάρτητης βαθμονόμησης και τιμές της παραμέτρου μεταβλητότητας IntraV(%).

καταγράφονται στον Πίνακα 6.5. Επιπλέον, βρέθηκαν 56 άτρακτοι που βαθμονομήθηκαν με «0» και «α» σε δύο τουλάχιστον από τις τέσσερις συνεδρίες. Στο δεύτερο στάδιο ομόφωνης βαθμονόμησης, προέκυψαν συνολικά 174 άτρακτοι. Υπενθυμίζεται ότι κατά το στάδιο αυτό ζητήθηκε από τους βαθμονομητές να κατατάξουν (από κοινού) τις ατράκτους σε δύο μόνο κατηγορίες, βαθμού «Α» και

«0». Στο τρίτο στάδιο βαθμονόμησης (στάδιο ελέγχου FP), όπου ζητήθηκε από τους βαθμονομητές να επανεξετάσουν τις περιπτώσεις εκείνες ατράκτων που ανιχνεύτηκαν από το αυτοματοποιημένο σύστημα αλλά δεν ανιχνεύτηκαν κατά τη διάρκεια των δύο πρώτων σταδίων οπτικής ανάλυσης, προέκυψαν τελικά 182 άτρακτοι.

		rInterV	aInterV
ΤΡΙΤΟ ΤΟΥ ΥΠΙΝΟΥ	1 ^ο	56.7	76.7
	2 ^ο	38.8	60
	3 ^ο	31.8	48.2
ΣΥΝΟΛΟ		41	60

Πίνακας 6.2: Τιμές των παραμέτρων σχετικής (rInterV) και απόλυτης (aInterV) μεταβλητότητας στη βαθμονόμηση μεταξύ των βαθμονομητών.

		ΣΤΑΔΙΟ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΗΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ			ΣΤΑΔΙΟ ΟΜΟΦΩΝΗΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ	ΣΤΑΔΙΟ ΕΛΕΓΧΟΥ FP
ΤΕΛΙΚΟΣ ΒΑΘΜΟΣ ΑΤΡΑΚΤΟΥ		A	B	ΑΤΡΑΚΤΟΙ ΒΑΘΜΟΥ «α» ΚΑΙ «0»	A	A
ΤΡΙΤΟ ΤΟΥ ΥΠΙΝΟΥ	1 ^ο	24	1	21	44	48
	2 ^ο	45	1	17	59	62
	3 ^ο	54	2	18	71	72
ΣΥΝΟΛΟ		123	4	56	174	182

Πίνακας 6.3: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα οπτικής ανάλυσης.

	ΣΤΑΔΙΟ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΗΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ	ΣΤΑΔΙΟ ΟΜΟΦΩΝΗΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜ.	ΣΤΑΔΙΟ ΕΛΕΓΧΟΥ FP

			% hits	% FP	% hits	% FP	% hits	% FP
ΜΗ ΑΥΣΤΗΡΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ	ΤΡΙΤΟ ΤΟΥ ΥΠΙΝΟΥ	1 ^ο	96.0	31.4	81.8	29.4	83.3	21.5
		2 ^ο	89.1	10.9	81.4	9.4	82.3	3.8
		3 ^ο	94.6	8.6	87.3	8.8	87.5	7.3
	ΣΥΝΟΛΟ		92.9	15.1	83.9	15.1	84.6	10.5
ΑΥΣΤΗΡΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ	ΤΡΙΤΟ ΤΟΥ ΥΠΙΝΟΥ	1 ^ο	92.0	25.8	72.3	24.4	79.2	15.5
		2 ^ο	86.9	9.1	78.0	4.2	75.8	2.1
		3 ^ο	91.1	5.5	84.5	6.2	84.7	4.7
	ΣΥΝΟΛΟ		89.8	11.6	80.4	10.8	80.2	7.0

Πίνακας 6.4: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα απόδοσης του ΤΝΔ.

Οι τιμές της μεταβλητότητας στην βαθμονόμηση των ατράκτων υπολογίστηκαν μόνο από το σύνολο ελέγχου, χωρίς να ληφθούν υπόψη δηλαδή οι άτρακτοι που χρησιμοποιήθηκαν για την εκπαίδευση του δικτύου, ώστε να μπορεί να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων της οπτικής και της αυτόματης ανίχνευσης. Η παράμετρος IntraV κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 6.4% και 35.7% ανάλογα με το τρίτο της υπνικής καταγραφής και το βαθμονομητή (Πίνακας 6.3). Είναι χαρακτηριστικό ότι η τιμή της παραμέτρου εμφανίζει τη μέγιστη τιμή της στο πρώτο τρίτο της νύχτας και για τους δύο βαθμονομητές και μειώνεται αισθητά κατά τη μετάβαση από κάθε τρίτο της νύχτας στο επόμενο. Η αυξημένη τιμή της μεταβλητότητας στη βαθμονόμηση στο πρώτο τρίτο της καταγραφής πιθανόν να οφείλεται στη ισχυρή παρουσία κυμάτων δέλτα, η οποία έχει αποδειχτεί ότι δυσχεραίνει την ανίχνευση ατράκτων [Dijk et al., 1993], [Zygierewicz et al., 1999], [Ambuehl et al., 1977]. Στον Πίνακα 6.4 περιέχονται οι τιμές των παραμέτρων rInterV και aInterV. Γενικά, η αυξημένη τιμή των παραμέτρων αυτών μπορεί να

αποδοθεί στο διαφορετικό επίπεδο εμπειρίας, στην ανίχνευση των ατράκτων, μεταξύ των δύο βαθμολογητών. Εξάλλου, παρατηρείται μία αισθητή μείωση των παραμέτρων κατά την διάρκεια της νύχτας, η οποία μπορεί να οφείλεται επίσης στην παρουσία δ κυμάτων, που εξασθενεί κατά το δεύτερο και τρίτο μέρος της νύχτας. Στα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που περιλαμβάνουν και τα τρία μέρη της νύχτας οι τιμές των rInterV και aInterV υπολογίστηκαν αντίστοιχα 41% και 60%. Γενικά, παρατηρείται υψηλός βαθμός μεταβλητότητας κατά την οπτική ανίχνευση, τόσο μεταξύ των βαθμολογητών (rInterV και aInterV) όσο και μεταξύ των δύο συνεδριών βαθμονόμησης για καθένα βαθμολογητή (IntraV), γεγονός που αποδεικνύει ότι η εξαγωγή υποκειμενικών αποτελεσμάτων είναι αναπόφευκτη κατά την οπτική ανάλυση.

Στο Σχήμα 6.3 φαίνεται ένα παράδειγμα του φιλτραρισμένου σήματος εξόδου του TNΔ, fSY, για μία εποχή 16 sec του τρίτου μέρους της νύχτας. Στον Πίνακα 6.6 καταγράφονται τα αποτελέσματα της αξιολόγησης του συστήματος αυτόματης ανίχνευσης ατράκτων, όπως υπολογίστηκαν και για τα τρία στάδια βαθμονόμησης. Όπως αναμενόταν, η εφαρμογή του αυστηρού κριτηρίου (διάρκεια κορυφής σήματος fSY > 0.3 sec) έχει σαν αποτέλεσμα τη μείωση των ποσοστών %H και %FP, τα οποία, για το πρώτο στάδιο ανεξάρτητης βαθμονόμησης, υπολογίστηκαν αντίστοιχα 92.9% και 15.6% με εφαρμογή του μη αυστηρού κριτηρίου και 89.8% και 11.5% με εφαρμογή του αυστηρού κριτηρίου. Εξάλλου, η διεξαγωγή του δεύτερου και τρίτου σταδίου βαθμονόμησης είχε σαν αποτέλεσμα τη μείωση του συνολικού ποσοστού %FT, γεγονός το οποίο επίσης αναμενόταν, καθώς τα στάδια αυτά διεξήχθησαν με σκοπό ακριβώς τη μείωση του ποσοστού αυτού. Στις τιμές του Πίνακα 6.6 παρατηρείται επίσης μείωση του ποσοστού %H κατά το δεύτερο στάδιο ομόφωνης βαθμονόμησης σε σχέση με την τιμή του πρώτου σταδίου. Υπενθυμίζουμε ότι κατά το δεύτερο στάδιο βαθμονομήθηκαν επίσης άτρακτοι που στο πρώτο στάδιο είχαν βαθμονομηθεί με «α» και «0» από τους δύο βαθμολογητές. Οι άτρακτοι αυτοί δεν μπορούν να θεωρηθούν ότι ανήκουν στην κατηγορία των «καλώς ορισμένων» ατράκτων, αφού η ανίχνευσή τους ήταν προβληματική. Η μείωση, λοιπόν, του ποσοστού %H ενδεχομένως να οφείλεται στο ότι κατά την εκπαίδευση του TNΔ χρησιμοποιήθηκαν άτρακτοι συνολικού βαθμού «aaaa», έτσι η ικανότητα του δικτύου να ανιχνεύει ασθενώς σχηματισμένες ατράκτους εμφανίζεται περιορισμένη. Σχετικά με την εξέλιξη του ποσοστού %H με την διάρκεια της νύχτας, όπως φαίνεται

στο Πίνακα 6.6, η ελάχιστη τιμή της εμφανίζεται στο δεύτερο τρίτο της νυχτερινής καταγραφής. Το γεγονός μπορεί να αποδοθεί στο ότι οι άτρακτοι που χρησιμοποιήθηκαν για την διαδικασία εκπαίδευσης του ΤΝΔ ήταν βαθμού «Α» και προέρχονταν όλες από το δεύτερο τρίτο της νύχτας, με αποτέλεσμα να μην απομένουν στο τελικό σύνολο έλεγχου αρκετές άτρακτοι τύπου «Α». Σχετικά με την εξέλιξη του ποσοστού %FP με τη διάρκεια της νύχτας, η μέγιστη τιμή του εμφανίζεται κατά το πρώτο τρίτο της νύχτας, γεγονός που μπορεί να αποδοθεί στην ισχυρή παρουσία δέλτα κυμάτων που υπερθέτονται στις ατράκτους δυσχεραίνοντας την οπτική τους ανίχνευση. Εντούτοις, το ΤΝΔ δεν επηρεάζεται από την παρουσία τους, αφού προηγείται φιλτράρισμα του ΗΕΓ πριν την τροφοδότησή του στο ΤΝΔ, με αποτέλεσμα την καταστολή ρυθμών με συχνότητα εκτός του παραθύρου του φίλτρου (10.5 – 16 Hz). Συμπερασματικά, για την βελτιστοποίηση της απόδοσης του ΤΝΔ, δηλαδή την ανίχνευση με μέγιστο ποσοστό %H και ελάχιστο ποσοστό %FP, είναι προτιμότερο να επιλεγεί η εφαρμογή του αυστηρού κριτηρίου για το πρώτο τρίτο της νύχτας και του μη αυστηρού για τα υπόλοιπα δύο τρίτα της νύχτας.

Στον Πίνακα 6.7 περιέχονται τα αποτελέσματα της μελέτης αξιολόγησης της χρονικής διακριτικής ικανότητας. Η μέτρηση του μεσοδιαστήματος μεταξύ δύο διαδοχικών ατράκτων (ISI) έγινε με μεγάλη ακρίβεια (99%) και για τις δύο τιμές κατωφλίου U_T (0.9 και 0.5). Το αποτέλεσμα αυτό είναι ιδιαίτερος ενθαρρυντικό καθώς αποδεικνύει ότι η αυτοματοποιημένη αυτή μέθοδος υπολογισμού των ISI μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μελέτες της δυναμικής εξέλιξης των διαδοχικών ISI

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΧΡΟΝΙΚΗΣ ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ	1° ΤΡΙΤΟ ΤΗΣ ΝΥΧΤΑΣ				2° ΤΡΙΤΟ ΤΗΣ ΝΥΧΤΑΣ				3° ΤΡΙΤΟ ΤΗΣ ΝΥΧΤΑΣ				TOTAL EEG RECORD			
	U _T =0.9		U _T =0.5		U _T =0.9		U _T =0.5		U _T =0.9		U _T =0.5		U _T =0.9		U _T =0.5	
	mean	std	mean	std	mean	std	mean	std	mean	std	mean	std	mean	std	mean	std
t_A/t_V	1.08	0.48	1.51	0.56	0.84	0.33	1.11	0.36	0.96	0.29	1.25	0.36	0.95	0.37	1.27	0.45
d_A/d_V	0.97	0.11	0.92	0.22	0.99	0.06	1.00	0.07	1.01	0.08	1.00	0.08	1.00	0.08	0.99	0.12
$\Delta t_{s/e}$ (sec)	0.14	0.14	0.20	0.19	0.19	0.21	0.20	0.19	0.14	0.14	0.17	0.16	0.16	0.17	0.19	0.18
$\Delta t_s + \Delta t_e$ (sec)	0.29	0.22	0.40	0.25	0.39	0.26	0.40	0.27	0.29	0.19	0.34	0.23	0.32	0.23	0.38	0.25
$(\Delta t_s + \Delta t_e)/t_V$	0.41	0.41	0.62	0.62	0.39	0.29	0.43	0.35	0.33	0.24	0.40	0.31	0.37	0.31	0.47	0.38
$(\Delta t_s + \Delta t_s')/d_V$	0.09	0.09	0.18	0.17	0.06	0.07	0.09	0.08	0.07	0.07	0.10	0.09	0.07	0.07	0.12	0.11
$\sum t_A / \sum t_V$	1.01		1.4		0.84		1.06		0.94		1.19		0.92		1.18	
$\sum d_A / \sum d_V$	0.97		0.94		1.00		1.00		1.00		1.00		0.99		0.99	

Πίνακας 6.5: Συγκεντρωτικά αποτελέσματα των παραμέτρων για την αξιολόγηση της χρονικής διακριτικής ικανότητας του συστήματος.

κατά τη διάρκεια του ύπνου, η οποία αποτελεί ενδεικτική παράμετρο του ρόλου των ατράκτων στη διαδικασία του ύπνου [Ktonas et al., 2000]. Εξάλλου, ο υπολογισμός της διάρκειας των ατράκτων έγινε με ικανοποιητική ακρίβεια. Συγκεκριμένα, για τιμή κατωφλίου $U_T=0.9$ η διάρκεια ατράκτων που υπολογίστηκε από το ΤΝΔ ήταν κατά 8% μόνο υπερεκτιμημένη ως προς την τιμή της διάρκειας που υπολογίστηκε κατά την οπτική ανάλυση, ενώ για $U_T=0.5$ ήταν κατά 18% υποτιμημένη. Επομένως, το σύστημα θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί επιτυχώς σε φαρμακολογικές μελέτες όπου εξετάζεται η επιρροή συγκεκριμένων παρασκευασμάτων στη δομή του ύπνου και στον σχηματισμό των ατράκτων. Ειδικότερα, από τις τιμές του Πίνακα 6.7 παρατηρείται ότι η τιμή της παραμέτρου t_A/t_V βελτιώνεται όταν επιλέγεται ως τιμή κατωφλίου η $U_T=0.9$. Στην περίπτωση αυτή η μέση τιμή της παραμέτρου t_A/t_V ήταν 0.95 με τυπική απόκλιση 0.37. Επίσης, η μέση τιμή της παραμέτρου d_A/d_V ήταν 1.00 με τυπική απόκλιση 0.08. Γενικά, από την παρατήρηση των τιμών του Πίνακα 6.7 συμπεραίνουμε ότι η βέλτιστη (για τη χρονική διακριτική ικανότητα του συστήματος) επιλογή για την τιμή κατωφλίου U_T είναι η τιμή 0.9.

6.8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η παρούσα εργασία έγινε με σκοπό να μελετηθεί αν είναι εφικτή η σχεδίαση αυτοματοποιημένου συστήματος ανίχνευσης ατράκτων με χρήση ΤΝΔ, με ικανοποιητική απόδοση και χρονική διακριτική ικανότητα, χωρίς να έχει προηγηθεί επεξεργασία των δεδομένων για εξαγωγή διανύσματος χαρακτηριστικών. Τα αποτελέσματα υπέδειξαν ότι η απόδοση ενός τέτοιου συστήματος, ως προς την εύρεση ατράκτων, είναι συγκρίσιμη με την απόδοση άλλων συστημάτων αυτόματης ανίχνευσης, αν και η αξιολόγηση της απόδοσης ενός τέτοιου συστήματος εξαρτάται από τα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν για την οπτική ανάλυση. Επίσης, στη δοκιμασία των επιδόσεων ενός συστήματος αυτόματης ανίχνευσης πρέπει να λαμβάνονται υπ'όψη η μεταβλητότητα μεταξύ των βαθμονομήσεων και η μεταβλητότητα μεταξύ των βαθμονομητών, καθώς τα αποτελέσματα της οπτικής ανάλυσης παραμένει το μοναδικό σημείο αναφοράς για τον υπολογισμό της απόδοσης του συστήματος. Τα αποτελέσματα της παρούσας μελέτης έδειξαν ότι το σύστημα αυτόματης ανίχνευσης ατράκτων με χρήση ΤΝΔ είναι δυνατό να συμβάλει στην αντικειμενικότητα της διαδικασίας αυτής.

Μετά από εφαρμογή κατάλληλων κανόνων διαχωρισμού και συγχώνευσης κατηγοριών, το σύστημα αναγνωρίζει τις εν λόγω κυματομορφές σε ποσοστό που υπερβαίνει το 85% του συνόλου των οπτικά αναγνωρισμένων ατράκτων, με ποσοστό λανθασμένων παρατηρήσεων που μπορεί να περιοριστεί μέχρι το 4%. Επί πλέον, η χρονική διακριτική ικανότητα του συστήματος είναι πολύ υψηλή, της τάξεως των 100 ms, γεγονός που επιτρέπει τη μέτρηση της έναρξης και λήξης των ατράκτων με μεγάλη ακρίβεια. Το αποτέλεσμα αυτό καθιστά το σύστημα κατάλληλο για τη ποσοτική μελέτη χαρακτηριστικών των ατράκτων με ιδιαίτερη ερευνητική σημασία, όπως η συσχέτιση διαδοχικών ατράκτων, ως προς τη διάρκειά τους και τα μεταξύ τους διαστήματα [Ktonas et al., 2000], [Kubicki and Herrmann, 1996].

Η αυτόματη αναγνώριση ατράκτων από το παρόν ΤΝΔ μπορεί να συμβάλει τόσο στη «μακροσκοπική» όσο και στη «μικροσκοπική» μελέτη του ύπνου. Αφ'ενός, η αναγνώρισή τους διευκολύνει τη σταδιοποίηση του ύπνου καθώς η έντονη παρουσία τους στο ΗΕΓ σήμα υποδεικνύει τη μετάβαση του ύπνου στο στάδιο 2. Συνεπώς, η χρήση του στη βαθμολόγηση ενός ΗΕΓ ύπνου συνεισφέρει στην περιγραφή και ποσοτικοποίηση της πυκνότητας εμφάνισης των ατράκτων αλλά και της μεταβολής αυτής κατά τη διάρκεια του ύπνου. Αφ'ετέρου, ο αυτόματος υπολογισμός της τιμής μικροσκοπικών παραμέτρων, όπως για παράδειγμα η χρονική διάρκεια των ατράκτων και η μεταξύ τους χρονική απόσταση - παράγοντες με μεγάλη ερευνητική και διαγνωστική σημασία - επισπεύδει και διευκολύνει το έργο του βαθμολογητή. Επιπλέον, η ανάθεση του υπολογισμού των παραμέτρων των ατράκτων σε κατάλληλα σχεδιασμένο σύστημα εξαλείφει την πιθανότητα σφάλματος λόγω υποκειμενικής θεώρησής τους. Συμπερασματικά, ο σχεδιασμός συστήματος αυτόματης αναγνώρισης υπνικών ατράκτων και καταγραφής των χρονικών χαρακτηριστικών τους μπορεί να συνεισφέρει, όχι μόνο στη διάγνωση παθολογικών κατάστασεων, αλλά και στην προώθηση της έρευνας του ύπνου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7.

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

7.1. ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ – ΣΗΜΕΙΑ ΟΠΟΥ ΠΡΟΑΓΕΤΑΙ Η ΕΠΙΣΤΗΜΗ

Το αντικείμενο της παρούσας εργασίας ήταν η διεξοδική μελέτη διαφόρων μεθόδων για την επίλυση του ευθέος και αντιστρόφου προβλήματος στην ΗΕΓ με σκοπό τον ακριβέστερο εντοπισμό της περιοχής των νευρώνων που ευθύνονται για την εμφάνιση συγκεκριμένης ηλεκτρικής δραστηριότητας. Για το σκοπό αυτό, χρησιμοποιήθηκαν αλγόριθμοι αναλυτικής και αριθμητικής λύσης. Αρχικά υπολογίστηκαν οι εξισώσεις του αναλυτικού προβλήματος για τον υπολογισμό των δυναμικών του πεδίου που δημιουργείται λόγω της ύπαρξης μίας ή περισσότερων διπολικών ρευματικών πηγών στην περιοχή του εγκεφάλου ή του θαλάμου. Στη συνέχεια, αναπτύχθηκε μέθοδος επίλυσης του αντιστρόφου προβλήματος με διεξοδική αναζήτηση μέσω ενός αλγορίθμου υπολογισμού της λύσης ελαχίστου νορμ ελαχίστων τετραγώνων. Η μελέτη επεκτάθηκε στη θεώρηση πεπερασμένου προτύπου περιγραφής του κεφαλιού. Αφού παρουσιάστηκε η θεωρία υπολογισμού με τη μέθοδο πεπερασμένων όγκων, αναπτύχθηκε επαναληπτικός αλγόριθμος CG με χρήση τεχνικών κανονικοποίησης για τον ακριβέστερο υπολογισμό της θέσεως και του μεγέθους των πηγών. Μετά την ανάπτυξη των μεθόδων επίλυσης του ευθέος και αντιστρόφου προβλήματος μέσω του αναλυτικού και πεπερασμένου προτύπου, διερευνήθηκε με τεχνικές προσομοίωσης η ακρίβεια των διαφόρων μεθόδων επίλυσης καθώς και η ευαισθησία της εκτιμώμενης λύσης στην παρουσία θορύβου διαφόρων επιπέδων. Η ακρίβεια των αλγορίθμου ήταν ικανοποιητική, ακόμα και σε πολύ υψηλά επίπεδα θορύβου.

Στη συνέχεια, οι μέθοδοι που μελετήθηκαν εφαρμόστηκαν σε δυναμικά ολονύκτιας πολυ-υπνογραφικής καταγραφής ΗΕΓ, που αντιστοιχούν σε άτρακτο. Ιδιαίτερα σημαντικό είναι το γεγονός ότι εκτός του αναλυτικού προτύπου του κεφαλιού, το οποίο έχει χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν για την εύρεση των πηγών των υπνικών ατράκτων από άλλους ερευνητές, χρησιμοποιήθηκε και πεπερασμένο

πρότυπο ρεαλιστικής γεωμετρίας. Επιπλέον, το μοντέλο αυτό προέκυψε από εικόνες MRI του ίδιου ατόμου, στο οποίο ανήκει και η πολυ-υπνογραφική καταγραφή που χρησιμοποιήθηκε στις αντιστροφές. Τα αποτελέσματα των διαφόρων μεθόδων ήταν σύμφωνα με άλλα αποτελέσματα προηγούμενων εργασιών που αναφέρονται στη βιβλιογραφία.

Στο τελευταίο μέρος της εργασίας σχεδιάστηκε ένα σύστημα αυτόματης ανίχνευσης ατράκτων στο ΗΕΓ ύπνου, το οποίο βασίζεται στη χρήση ΤΝΔ. Το σύστημα που αναπτύχθηκε είχε υψηλή απόδοση στην αναγνώριση των ατράκτων και χαμηλό ποσοστό λανθασμένων παρατηρήσεων (FP). Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στη χρονική διακριτική ικανότητα του συστήματος, δηλαδή την ικανότητα να υπολογίζει με ακρίβεια τη χρονική στιγμή έναρξης και λήξης της κάθε ατράκτου, ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μελέτες της δυναμικής εξέλιξης των διαδοχικών ατράκτων. Εξάλλου, το σύστημα που αναπτύχθηκε μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο ανεξάρτητα, ως σύστημα αναγνώρισης ατράκτων, όσο και ως τμήμα ενός ολοκληρωμένου συστήματος αυτόματου εντοπισμού πηγών ατράκτων από ΗΕΓ ύπνου.

7.2. ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Στην παρούσα εργασία αναπτύχθηκε αλγόριθμος για την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος στο ΗΕΓ με χρήση πεπερασμένου προτύπου ρεαλιστικής γεωμετρίας με τη βοήθεια εικόνων MRI, χρόνου χαλάρωσης T1. Το διακριτοποιημένο μοντέλο του κεφαλιού που κατασκευάστηκε αποτελούνταν από τέσσερις περιοχές με σταθερή αγωγιμότητα στο εσωτερικό της καθεμίας. Ωστόσο, η τεχνική που χρησιμοποιείται για την μαθηματική διατύπωση του προβλήματος (ΜΠΟ) μπορεί να υλοποιηθεί και για ανισοτροπικές αγωγιμότητες. Με τη βοήθεια εξελιγμένων τεχνικών ιατρικής απεικόνισης (diffusion weighted MRI), θα ήταν δυνατή η εκτίμηση των ανισοτροπικών τιμών (τανυστών) της αγωγιμότητας κάθε voxel, ώστε να κατασκευαστεί διακριτοποιημένο μοντέλο κεφαλιού που να περιγράφει ακριβέστερα τις ηλεκτρικές ιδιότητες του χώρου λύσης του προβλήματος.

Εξάλλου, μία πρόταση για μελλοντική ερευνητική εργασία στο αντικείμενο θα ήταν να συμπεριληφθούν στην ανάλυση άτρακτοι από διάφορα μέρη της νύχτας, ώστε να μελετηθεί η μετατόπιση των θέσεων των ρευματικών πηγών των ατράκτων (εφ' όσον αυτή υφίσταται) κατά τη διάρκεια της νύχτας.

Επιπλέον, με την εφαρμογή των αλγορίθμων σε δεδομένα καταγραφών ΗΕΓ ύπνου, που ανήκουν σε διαφορετικά άτομα, θα μπορούσε να μελετηθεί το ποσοστό της διαφοροποίησης όσον αφορά τον εντοπισμό των πηγών των ατράκτων μεταξύ ατόμων διαφόρων ηλικιών και των δύο φύλλων.

Παράρτημα

Μελέτη της εξάρτησης της απόδοσης του δικτύου από το σύνολο εκπαίδευσης

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο (6.6), για την εκπαίδευση του ΤΝΔ επιλέχθηκαν τμήματα ΗΕΓ, τα οποία περιείχαν αντιπροσωπευτικά δείγματα ατράκτων. Τα

			%Hits				
			0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
ΜΗ ΑΥΣΤΗΡΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ	ΤΡΙΤΟ ΤΟΥ ΥΠΝΟΥ	1 ^ο	92.06±5.19	90.10±5.28	87.87±5.43	85.78±6.42	81.58±8.37
		2 ^ο	89.30±3.86	87.86±3.9	86.90±5.09	84.23±6.65	80.91±8.08
		3 ^ο	90.91±5.04	90.90±5.11	89.60±5.19	88.13±5.98	86.11±6.24
	ΣΥΝΟΛΟ		91.02±3.50	89.80±4.50	88.33±4.80	86.29±6.05	83.23±7.33
ΑΥΣΤΗΡΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ	ΤΡΙΤΟ ΤΟΥ ΥΠΝΟΥ	1 ^ο	89.28±5.56	86.83±5.55	84.88±6.13	81.58±7.9	78.06±8.56
		2 ^ο	86.78±5.78	85.49±6.23	83.75±7.48	81.42±8.45	76.56±9.22
		3 ^ο	89.56±5.40	88.84±5.35	87.63±5.51	86.00±6.09	84.33±6.11
	ΣΥΝΟΛΟ		88.52±5.00	87.29±5.39	85.68±6.07	83.50±7.47	80.07±7.85

Πίνακας Π1: Οι μέσες τιμές των %Hits για όλα των σύνολα εκπαίδευσης και για διάφορες τιμές κατωφλίου.

δείγματα αυτά αποσπάρθηκαν από εποχές ΗΕΓ που ανήκαν στο στάδιο 2 του δεύτερου τρίτου του ύπνου και αποτέλεσαν το σύνολο εκπαίδευσης. Οι τιμές των

συναπτικών βαρών του ΤΝΔ διαμορφώθηκαν μέσω της διαδικασίας της εκπαίδευσης με τα προαναφερθέντα τμήματα ΗΕΓ. Για να διερευνηθεί η απόδοση του συστήματος, ανεξαρτήτως του ποιες άτρακτοι επιλέχθηκαν και σε ποιο τρίτο της νύχτας ανήκαν, έγινε η εξής ανάλυση: από το σύνολο των ατράκτων βαθμού «Α», οι οποίες προέκυψαν μετά τη διεξαγωγή και του τρίτου σταδίου βαθμονόμησης, επιλέγησαν με τυχαίο τρόπο υποσύνολα εκπαίδευσης με σκοπό να καλυφθεί από τα διαδοχικά υποσύνολα το σύνολο των «Α» ατράκτων και με την προϋπόθεση να προκύψουν τουλάχιστον 1000 δείγματα σε κάθε υποσύνολο εκπαίδευσης.

			%FP				
			0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
ΜΗ ΑΥΣΤΗΡΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ	ΤΡΙΤΟ ΤΟΥ ΥΠΙΝΟΥ	1 ^ο	35.08±6.22	34.32±7.62	30.85±9.10	30.30±9.79	24.43±10.35
		2 ^ο	16.61±9.05	15.25±8.66	12.08±7.09	10.65±5.68	9.00±5.60
		3 ^ο	17.11±5.97	15.77±6.18	14.60±6.16	13.26±6.12	11.45±4.85
	ΣΥΝΟΛΟ		22.64±6.87	21.46±7.38	18.29±7.92	17.75±7.09	14.63±6.11
ΑΥΣΤΗΡΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ	ΤΡΙΤΟ ΤΟΥ ΥΠΙΝΟΥ	1 ^ο	29.4±7.30	30.13±8.20	26.48±8.76	24.88±8.60	18.02±8.87
		2 ^ο	11.03±7.57	9.40±6.11	7.95±6.13	7.18±5.28	4.93±4.29
		3 ^ο	13.63±5.69	12.32±5.68	11.38±5.19	10.72±5.35	8.98±3.93
	ΣΥΝΟΛΟ		18.32±7.32	16.95±6.45	14.88±6.27	13.89±6.15	10.33±4.87

Πίνακας Π2: Οι μέσες τιμές των % FP για όλα των σύνολα εκπαίδευσης και για διάφορες τιμές κατωφλίου.

Μετά την ολοκλήρωση της εκπαίδευσης του δικτύου με κάθε ένα από τα υποσύνολα εκπαίδευσης, υπολογίστηκε το ποσοστό των επιτυχών περιπτώσεων ανίχνευσης ατράκτου (%H) και το ποσοστό των εσφαλμένων ανιχνεύσεων (%FP), για

διάφορες τιμές κατωφλίου V_T . Εφαρμόστηκαν δε και τα δύο προαναφερόμενα κριτήρια (ΑΚ και ΜΑΚ). Τέλος, υπολογίστηκε για κάθε τρίτο της νύχτας και συνολικά η μέση τιμή του κάθε ποσοστού και η τυπική απόκλιση. Στους Πίνακες Π.1 και Π.2 καταγράφονται τα τελικά αποτελέσματα για τιμές κατωφλίων V_T από 0.5 μέχρι 0.9 με βήμα 0.1.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Abramowitz M. and Stegun I.A., editors, “Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables”, New York: Dover, 1972.

Ambuehl, R., J. Thornby, B. Dervent, and I. Karacan. “Sleep spindle detection in the presence of slow-wave activity”, In: Sleep Research, edited by M. H. Chase, M. M. Mitler, and P. L. Walter, Los Angeles: BIS/BRI, UCLA, p. 204, 1977.

Anderer P., Kloesch G., Gruber G., Trenker E., Pascual-Marqui R.D., Zeitlhofer J., Barbanoj M.J., Rappelsberger P. and Saletu B., “Low-Resolution Brain Electromagnetic Tomography Revealed Simultaneously Active Frontal and Parietal Sleep Spindle Sources in the Human Cortex”, Neuroscience, vol. 103, pp.581 – 592, 2001.

Angelone L.M., Potthast A., Iwaki S. Segonne F., Wald L., Fischl B., Belliveau J.W., Bonmassar G., “Effects of EEG electrodes and RF coils in simultaneous EEG – MRI recording, with a HR model”, Proceedings of the International Society of Magnetic Resonance in Medicine, vol. 11, 2003.

Ary J.P, Klein S.A., and Fender D.H., “Location of sources of evoked scalp potentials: corrections for skull and scalp thicknesses”, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 28, pp.447 – 452, 1981.

Awada K. A., Jackson D. R., Baumann S. B., Williams J. T., Wilton D. R., and Papanicolaou A. C., “Computational Aspects of Finite Element Modelling in EEG Source Localization”, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 44, pp. 736 – 751, 1997.

Awada K. A., Jackson D. R., Williams J. T., Wilton D. R., Baumann S. B., Fink P. W., Prasky B. R., “Effects of Conductivity Uncertainties and Modelling Errors on EEG Source Localization Using a 2-D Model”, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 45, pp. 1135 – 1146, 1998.

Baumgart-Schmitt R., Herrmann W.M., Eilers R., and Bes F., “On the use of neural network techniques to analyse sleep EEG data. First communication: application of evolutionary and genetic algorithms to reduce the feature space and to develop classification rules”, Neuropsychobiology vol. 36, pp. 194-210, 1997.

Berger, H., “Ober das Elektrenkephalogramm des Menschen”, Arch. f. Psychiatr., vol. 87, pp. 527-570, 1929.

Brazier M.A.B., “A study of the electrical fields of the surface of the head”, Electroencephal. Clin. Neurophysiol. Suppl., vol. 2, pp 38-52, 1949.

Buchner H., Gobbele R., Waberski T.D., Wagner M., Fuchs M., “Evidence for independent thalamic and cortical sources involved in the generation of the visual 40 Hz response in humans”, Neuroscience Letters, vol. 269 , pp. 59 – 62, 1999.

Cajal Santiago Ramon, “Degeneration and Regeneration of the Nervous System” translated and edited by R. M. May, London, Oxford University Press, 1928, re-edited by J. DeFelipe and E.G. Jones, Oxford University Press, 1991.

Castellanos J. L., Gómez S., Guerra V., “The triangle method for finding the corner of the L-curve”, Applied Numerical Mathematics, vol. 43, pp. 359 – 373, 2002.

Cuffin B.N., “Effects of head shape on EEG’s and MEG’s”, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 37, pp. 44 – 52, 1990.

Cuffin B.N., Schomer D.L, Ives J.R., Blume H., “Experimental tests of EEG source localization accuracy in spherical head models”, Clinical Neurophysiology, vol. 112, pp. 46 – 51, 2001.

Datta, B.N., “Numerical Linear Algebra and Applications”, Brooks/Cole Publishing Company, Pacific Grove, CA, USA, 1995.

David A., Aguiar P., Paulo S., and Rosa A., “EEG Solver-Brain Activity and Genetic Algorithms” Proceedings ACM SAC, Villa Colmo, Italy, pp 80-84, 2000.

de Munck J.C., Van Dijk B.W., and Spekreijse H., “Mathematical Dipoles are Adequate to Describe Realistic Generators of Human Brain Activity”, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 35, pp. 960 – 966, 1988.

de Munck J.C., Vijn P.C.M., and da Silva F. H. Lopes, “A Random Dipole Model for Spontaneous Brain Activity”, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol.39, pp. 791 – 804, 1992.

Dijk, D. J., Hayes B., and Czeisler C.A., “Dynamics of electroencephalographic sleep spindles and slow wave activity in men: effect of sleep deprivation”, *Brain Research*, vol. 626, pp. 190-199, 1993.

Dutertre F., “Catalogue of the main EEG patterns”, In: *Handbook of Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, vol. 11, pp. 40 – 79, *Clinical EEG, Part A*, Elsevier, Amsterdam, 1978.

Eshel Y., Witman S. L., Rosenfeld M., and Abboud S., “Correlation Between Skull Thickness Asymmetry and Scalp Potential Estimated by a Numerical Model of the Head”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol 42, pp, 242 – 249, 1995.

Ferree T. and Tucker D., “Development of High – Resolution of EEG Devices” *International Journal of Bioelectromagnetism*, vol. 1, pp. 11 – 16, 1999.

Frei E, Gamma A, Pascual-Marqui R, Lehmann D, Hell D, Vollenweider FX, “Localization of MDMA-induced brain activity in healthy volunteers using low resolution brain electromagnetic tomography (LORETA)”, *Human Brain Mapping*, vol. 14, pp. 152-165, 2001.

Frost J.D., “An automatic sleep analyser”, *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology* vol. 29, pp. 88 – 92, 1970.

Fuchs M., Wagner M., Köhler T., and Wischmann H.A., “Linear and Nonlinear Current Density Reconstruction”, *Journal of Clinical Neurophysiology*, vol. 16, pp. 267 – 295, 1999.

Gaudette R. J., Brooks D. H., DiMarzio C. A., Kilmer M. E., Miller E. L., Gaudette T. and Boas D. A., “A comparison study of linear reconstruction techniques for diffuse optical tomographic imaging of absorption coefficient”, *Physics in Medicine and Biology*, vol. 45, pp. 1051 – 1070, 2000.

Gevins A., Le J., Leong H., McEnvoy, and Smith M., “Deblurring”, *Journal of Clinical Neurophysiology*, vol. 16, pp. 204 – 213, 1999.

Gill P.E., Murray W., and Wright M.H., “Numerical Linear Algebra and

- optimization”, vol. 1, Redwood City, CA, Addison – Wesley, 1991.
- Gondeck A. R., Smith J. R., “Dynamics of human sleep sigma spindles”, *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, vol. 37, pp. 293 – 297, 1974.
- Haines D. E., «Νευροανατομία», επιμέλεια - μετάφραση: Γίγης Παναγιώτης, Νάτσης Κωνσταντίνος.
- Hansen P. C., “Rank – Deficient and Discrete Ill – Posed Problems”, Philadelphia, PA: SIAM Press, 1998.
- Hansen P. C., “Regularization Tools. A Matlab Package for Analysis and Solution of Discrete Ill – Posed Problems”, *Numerical Algorithms*, vol. 6, pp. 1-35, 1994.
- Hao Y. L., Ueda Y., and Ishii N., “Improved procedure of complex demodulation and an application to frequency analysis of sleep spindles in EEG”, *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol. 30, pp. 406-412, 1992.
- Haykin S., “Neural Networks”, 2nd ed. New York: Macmillan, 1999.
- Heinonen T., Eskola H., Dastidar P., Laarne P., Malmivuo J., “Segmentation of T1 MR scans for reconstruction of resistive head models”, *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 54, pp. 173 – 181, 1997.
- Heinonen T., Lahtinen A., and Häkkinen V., “Implementation of Three – Dimensional EEG Brain Mapping”, *Computers and Biomedical Research*, vol. 32, pp. 123 – 131, 1999.
- Helmholtz H.L.F., “Ueber einige Gesetze der Vertheilung elektrischer Ströme in körperlichen Leitern mit Anwendung auf die thierisch-elektrischen Versuche”, *Annalen der Physik und Chemie*, vol. 89, pp. 211-33, 354-77, 1853.
- Hirshkowitz, M., Thornby J. I., and Karacan I., “Sleep spindles: pharmacological effects in humans”, *Sleep*, vol. 5, pp. 89-94, 1982.

Hopfield J. J., “Neural networks and physical systems with emergent collective computation abilities”, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, vol. 79, pp. 2554-2558, 1982.

Huppert H.J., Hof E., Klisch J., Wagner M., Lücking C.H., and Kristeva – Feige R., “Localization of Interictal Delta and Epileptiform EEG Activity Associated with Focal Epileptogenic Brain Lesions”, NeuroImage vol. 13, pp. 15 – 28, 2001.

Huupponen E., Varri A., Himanen S.L., Hasan J., Lehtokangas M., and Saarinen J., “Autoassociative MLP in sleep spindle detection”, Journal of Medical Systems, vol. 24, pp. 183-193, 2000.

Jackson J. D., Classical Electrodynamics, Willey Eastern Limited, New York, 1980.

Jankel W.R., and Niedermayer E., “Sleep spindles”, Journal of Clinical Neurophysiology, vol. 2, pp. 1-35, 1985.

Jasper H.H., “Report of the Committee on Methods of Clinical Examination in Electroencephalography”, Electroencephalography and Clinical Neurophysiology vol. 10, pp. 370-371, 1958.

Kirsch A., “An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems”, Springer – Verlag, New York, 1996.

Kobayashi K., James C.J., Yoshinagi H., Ohtsuka Y., Gotman J., “The electroencephalogram through a software microscope: non-invasive localization and visualization of epileptic seizure activity from inside the brain”, Clinical Neurophysiology, vol. 111, pp. 134–149, 2000.

Kosko B., “Bidirectional Associative Memories”, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. 18, pp. 49-60, 1987.

Ktonas, P. Y., “Computer-based recognition of EEG patterns”, In: Continuous Wave-Form Analysis (R. Dasheif and D. Vincent, Eds.), Electroencephalography and Clinical Neurophysiology, Supp. 45, pp. 23-35, 1996.

Ktonas, P. Y., Paparrigopoulos T., Monoyiou E. A., Bergiannaki J. D., and Soldatos C. R., “Sleep spindle incidence dynamics: a pilot study based on a markovian analysis”, *Sleep*, vol. 23, pp. 419-423, 2000.

Kubicki, S. and Herrmann W. M., “The future of computer-assisted investigation of the polysomnogram: sleep microstructure”, *Journal of Clinical Neurophysiology*, vol. 13, pp. 285-294, 1996.

Lantz G, Michel C.M., Pascual-Marqui R.D., Spinelli L., Seeck M., Seri S., Landis T., Rosen I., “Extracranial localization of intracranial interictal epileptiform activity using LORETA (low resolution electromagnetic tomography)”, *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, vol. 102, pp. 414-422, 1997.

Law S.K., “Thickness and resistivity variations over the upper surface of the human skull”, *Brain Topography*, vol. 6, pp. 99 – 109, 1993.

Lawson C.L. and Hanson R.J., “Solving Least Squares Problems”, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1974, reprinted by SIAM, Philadelphia, 1995.

Lopes da Silva F.H. and Van Rotterdam, A., “Biophysical aspects of EEG and MEG generation”, In: “Electroencephalography: Basic principles, clinical applications and related fields”, edited by Niedermeyer, E. and Lopes da Silva, F.H., Urban & Schwarzenberg, Baltimore, pp. 15-28, 1987.

Lorente de Nó R., “A study of Nerve Physiology”, *Studies of the Rockefeller Institute for Medical Research (Part 2)*, vol. 132, pp. 1 – 548, 1947.

Maertelaer V., Hoffman M., Lemaire M., and Mendlewicz J., “Sleep spindle activity changes in patients with affective disorders”, *Sleep*, vol. 10, pp. 443-451, 1987.

Magnus W. and Oberhettinger F., “Formulas and Theorems for the Special Functions of Mathematical Physics”, 3rd ed. Springer-Verlag, New York, 1966.

Margolin L., and Shashkov M., “Using a curvilinear grid to construct symmetry-

preserving discretizations for Lagrangian gas Dynamics”, *Journal of Computational Physics*, vol. 149, pp. 389 – 417, 1999.

Miller K., “Least squares methods for ill – posed problems with a prescribed bound”, *SIAM Journal of Mathematical Analysis*, vol.1, pp. 52 – 74, 1970.

Moehr M, and Vanrumste B., “Comparing the performance of solvers for a bioelectric field problem”, In: Sloot P., Tan C., Dongarra J., and Hoekstra A., editors, “Computational Science – ICCS 2002, Part II, Lecture Notes in Computer Science, vol. 2330, pp. 528 – 537, 2002.

Mohr M. and Vanrumste B., “Comparing the Performance of Solvers for a Bioelectric Field Problem”, In: Computational Science - ICCS 2002, Part II, Lecture Notes in Computer Science, P. Sloot, C. Tan, J. Dongarra, and A. Hoekstra, editors, vol. 2330, pp. 528 – 537, 2002.

Moore E. H., “On the reciprocal of the general algebraic matrix”, *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 26, pp. 394–395, 1920.

Morigi S., and Sgallari F., “A regularizing L-curve Lanczos method for underdetermined linear systems”, *Applied Mathematics and Computation*, vol. 121, pp. 55 – 73, 2001.

Morison R. S., Dempsey E. W., “A study of thalamocortical relations”, *American Journal of Physiology*, vol. 135, pp. 281 – 292, 1942.

Mosher J. and Leahy R., “Source localization using recursively applied and projected (RAP) MUSIC”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, pp. 332 – 340, 1999.

National Electrical Manufacturers Association, Arc-Nema 300, Digital imaging and Communications, NEMA, <http://medical.nema.org/>, Washington, 1989.

Nieuwenhuys R., Voogd J., van Huijzen Chr., “Το Κεντρικό Νευρικό Σύστημα του Ανθρώπου, Σύνοψη και Άτλαντας”, μετάφραση Αζαρίας Καραμανλίδης, εκδ. Αφών Κυριακίδη, 1983.

Nunez P.L., “Physical principles and neurophysiological mechanisms underlying event – related potentials”, In: Event – related brain potentials, J.W. Rohrbaugh, R. Parasuraman & R. Johnson Jr, New York: Oxford University Press, pp. 19 – 36, 1990.

Ollikainen J., Vauhkonen M., Karjalainen P.A., Ronkanen P.J., and Kaipio J.P., “Effect of Skull Inhomogeneities on EEG Localization Accuracy”, Proceedings of the 19th International Conference – IEEE/EMBS Chicago, pp. 2120 – 2123, 1997.

Ollikainen J.O., Vauhkonen M., Karjalainen P.A., Kaipio J.P., “Effects of local skull inhomogeneities on EEG source estimation”, Medical Engineering and Physics, vol. 21, pp. 143-154, 1999.

Oostendorp T. and Delbeke J., “The Conductivity of the Human Skull in vivo and in vitro”, Proceedings of the First Joint IEEE/EMBS Conference, IEEE Computer Society Press, Piscataway, p. 456, 1999.

Pascual-Marqui R.D., Michel C.M., and Lehmann D., “Low resolution electromagnetic tomography: a new method for localizing electrical activity in the brain”, International Journal of Psychophysiology, vol. 18, pp. 49-65, 1994.

Penrose R., “A generalized inverse for matrices”, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, vol. 51, pp. 406–413, 1955.

Pillai B. K., “Automated Detection of Sleep Spindles During Stage 2 Sleep”, Master Thesis, Dep. of Electr. and Comp. Engineering, University of Houston, 1996.

Pillai B.K., Frost J.D., Ktonas P.Y., “Role of intra-scorer variability in evaluating the performance of an automated sleep spindle detector”, Sleep Research, vol. 26, p. 683, 1997.

Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., “Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing”, Cambridge University Press, Oxford, 1988.

Principe J.C., Smith J.R., “SAMICOS – A sleep analyzing microcomputer system”,

IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 33, pp. 935 – 941, 1986.

Pruis G.W., Gilding B.H. and Peters M. J., “A comparison of different numerical methods for solving the forward problem in EEG and MEG”, *Physiological Measurement*, vol. 14, pp. A1 – A9, 1993.

Rechtschaffen A., Kales A., “A Manual of Standardized Terminology, Techniques and Scoring System for Sleep Stages of Human Subjects”, Public Health Service, U.S. Governm. Print. Office, 1968.

Reddy J. N., “An Introduction to the Finite Element Method”, McGraw-Hill, Inc., second edition, New York, 1993.

Roberts S. and Tarassenko L., “New method of automated sleep quantification”, *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol. 30, pp. 509-517, 1992.

Roth B.J., Balish M., Gorbach A., and Sato S., “How well does a three – sphere model predict positions of dipoles in a realistically shaped head?”, *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, vol. 87, pp. 175 – 184, 1993.

Salu Y., Cohen L.G., Rose D., Sato S., Kufta C., and Hallet M., “An improved method for localizing electric brain dipoles”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 37, pp. 699 – 705, 1990.

Santiago Ramon y Cajal, “Degeneration and Regeneration of the Nervous System” translated and edited by R. M. May, London, Oxford University Press, 1928, re-edited by J. DeFelipe and E.G. Jones, Oxford University Press, 1991.

Schaltenbrand N., Lengelle R., Toussaint M., Luthringer R., Carelli G., Jacqmin A., Lainey E., Muzet A., and Macher J. P., “Sleep stage scoring using the neural network model: comparison between visual and automatic analysis in normal subjects and patients”, *Sleep*, vol. 19, pp. 26-35, 1996.

Schaul N., “The fundamental neural mechanisms of electroencephalography”, *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, vol. 106, pp. 101 – 107, 1998.

Sherg M. and Ebersole J.S., "Models of Brain Sources", *Brain Topography*, vol. 5, pp. 419-423, 1993.

Sherg M., Berg P., "New concepts of brain source imaging and localization", *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology - Supplement* 46, pp. 127-37, 1996.

Shewchuk J. R., "An introduction to the conjugate gradient method without the agonizing pain", Technical Report, <http://www.cs.cmu.edu/~jrs/jrspapers.html#cg>.

Shibagaki M., Kiyono S., and Watanabe K., "Spindle evolution in normal and mentally retarded children: a review", *Sleep*, vol. 5, pp. 47-57, 1982.

Shih J.J., Weisend M.P., Davis J.T., and Huang M., "Magnetoencephalographic characterization of sleep spindles in humans", *Journal of Clinical Neurophysiology*, vol. 17, pp. 224-231, 2000.

Shim Y.S. and Cho Z. H., "SVD pseudoinversion image re- construction", *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 29, pp. 904-909, 1981.

Shimada T., Shiina T., and Saito Y., "Detection of characteristic waves of sleep EEG by neural network analysis", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 47, pp. 369-379, 2000.

Silvester P.P., Ferrari R. L., "Finite elements for electrical engineers", second edition Cambridge University Press, 1990.

Smith J. R., Funke W. F., Yeo W. C., and Ambuehl R. A., "Detection of human sleep EEG waveforms", *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, vol. 38, pp. 435-437, 1975.

Smith J. R., Karacan I. and Yang M., "Automated analysis of the human sleep EEG", *Waking Sleeping*, vol. 2, pp. 75 - 82, 1978.

Steriade M. and Deschene M., “The thalamus as a neuronal oscillator”, *Brain Research Review*, vol. 8, pp. 1 – 63, 1984.

Steriade M., and Llinas R.R., “The functional states of the thalamus and the associated neuronal interplay”, *Physiological Reviews*, vol. 68, pp.649 – 742, 1988.

Steriade M., Deschene M., Domich L., Mulle C., “Abolition of spindle oscillations in thalamic neurons disconnected from the nucleus RT”, *Journal of Neurophysiology* vol. 54, pp. 1473 – 1497, 1985.

Steriade M., McCormick D. A., Sejnowski T. J., “Thalamocortical Oscillations in the Sleeping and Aroused Brain”, *Science*, vol 262, pp. 679 – 685, 1993.

Stokking R., Vinchen K.L., and Viergever M. A., “Automatic Morphology – Based Brain Segmentation (MBRASE) from MRI-T1 Data”, *NeuroImage*, vol. 12, pp. 726 – 738, 2000.

Sun M., Qian S., Yan X., Baumann S., Xia X. G., Dahl R. E., Ryan N. D. and Scabassi R. J., “Localizing Functional Activity in the Brain Through Time – Frequency Analysis and Synthesis of the EEG”, *Proc. of the IEEE*, vol. 84, pp. 1302 – 1311, 1996.

Talairach J. and Tournoux P., “Co-Planar Stereotaxic Atlas of the Human Brain, 3-Dimensional Proportional System: An Approach to Cerebral Imaging”, Thieme, Stuttgart, 1988.

Trenker E., Hajek J., Rappelsperber P., Zeitlhofer P., Anderer P., and Dorffner G., “Automatic detection of sleep spindles using artificial neural networks”, *Journal of Sleep Research*, vol. 7, Supplement 2, p. 280, 1998.

Tuch D., Wedeen V., Dale A., George J., and Belliveau T., “Conductivity mapping of biological tissue using diffusion MRI”, *Annals of the New York Academy of Sciences*, vol. 888, pp. 314 – 316, 1999.

Ueda K., Nittono H., Hayashi M., “Estimation of generator sources of human sleep spindles by dipole tracing method”, *Psychiatry and Clinical Neurosciences*, vol. 54,

pp. 270 – 271, 2000.

Uzunoglu N., Ventouras E., Papageorgiou C., Rabavilas A., and Stefanis C., “Inversion of Simulated Evoked Potentials to Charge Distribution Inside the Human Brain Using an Algebraic Reconstruction Technique”, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol.10, pp. 479-484, 1991.

Vanrumste B., Van Hoey G., Van de Walle R., D’Havé M.R.P., Lemahieu I.A., and Boon P.A.J.M., “The Validation of the Finite Difference Method and Reciprocity for Solving the Inverse Problem in EEG Dipole Source Analysis”, *Brain Topography*, vol. 14, pp. 83 – 92, 2001.

Ventouras E., Papageorgiou C., Uzunoglu N., Christodoulou G., “Tikhonov Regularization using a Minimum-Product Criterion: Application to Brain Electrical Tomography”, *IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, Proceedings of the 23th Annual International Conference of the IEEE-EMBS*, vol. 1, pp. 608 – 611, 2001.

Ventouras E., Uzunoglu N., Koutsouris D., Papageorgiou C., Rabavilas A., and Stefanis C., “Intracranial Electrical Current Source Mapping Derived from Event-Related Potentials Data”, *Innovation and Technology in Biology and Medicine*, vol. 16, pp. 27 – 41, 1995.

Ventouras E., Uzunoglu N., Papageorgiou C., Rabavilas A., Kechribaris C., Stefanis C., “Brain Electrical Tomography Using Algebraic Reconstruction Techniques and Tikhonov Regularization”, *IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, Proceedings of the 22th Annual International Conference of the IEEE-EMBS*, vol. 4, pp. 2744 – 2747, 2000.

Werth E., Achermann P., Dijk D.J., Borbély A.A., “Spindle frequency activity in the sleep EEG: individual differences and topographical distribution”, *Journal of Sleep Research*, vol. 6, pp. 102-112, 1997.

Wikswa J.P.Jr., “Biomagnetic Sources and their Models”, In: *Advances in Biomagnetism*, S.J. Williamson, M. Hoke, G. Stroink, and M Kotani, Editors, Plenum, New York, pp. 1-18, 1989.

Wood C.C. and Allison T., “Interpretation of evoked potentials: a neurophysiological perspective”, Canadian Journal of Psychology, vol. 35, pp. 113 – 135, 1981.

Xu C., Pham D.L., Rettmann M.E., Yu D.N., and Prince J.L., “Reconstruction of the Human Cerebral Cortex from Magnetic Resonance Images”, IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 18, pp. 467 – 480, 1999.

Yoshida H., Iramina K., Ueono S., “Source models of sleep spindles using MEG and EEG measurements”, Brain Topography, vol. 8, pp. 303-307, 1996.

Yvert B., Bertrand O., Thévenet M., Echallier J.F., Pernier J., “A systematic evaluation of the spherical model accuracy in EEG dipole localization”, Electroencephalography and Clinical Neurophysiology, vol. 102, pp. 452 – 459, 1997.

Zeitlhofer J., Gruber G., Anderer P., Asenbaum S., Schimicek P., Saletu B., “Topographic distribution of sleep spindles in young healthy subjects”, Journal of Sleep Research, vol. 6, pp. 149- 55, 1997.

Zhou H. and van Oosterom A., “Computation of the potential distribution in a four – layered anisotropic concentric spherical volume conductor”, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 39, pp. 154 – 158, 1992.

Zouridakis G., Jansen B.H., Boutros N.N., “A fuzzy clustering approach to EP estimation”, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 44, pp. 673-680, 1997.

Zygierewicz J., Blinowska K. J., Durka P. J., Szelenberger W., Niemcewicz S., and Androsiuk W., “High resolution study of sleep spindles”, Clinical Neurophysiology, vol. 110, pp. 2136 – 2147, 1999.

Βεντούρας Ε., «Διδακτορική Διατριβή», Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Οκτώβριος 1994.

Σολδάτος Κ.Ρ., «Διαταραχές του ύπνου. Αντιμετώπιση στη γενική ιατρική», Ιατρικές εκδόσεις Ζήτα, Αθήνα, 1993.

