



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΟΠΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΟΜΟΑΞΟΝΙΚΩΝ ΓΥΡΟΤΡΟΝΙΩΝ

(Με έμφαση στη Λειτουργία Δεύτερης Αρμονικής)

Κωνσταντίνος Α. Αβραμίδης

Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Διδακτορική Διατριβή

Επιβλέπων Καθηγητής: Γιάννης Βομβορίδης

Μάρτιος 2006

**ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ
ΟΜΟΑΞΟΝΙΚΩΝ ΓΥΡΟΤΡΟΝΙΩΝ**

(Με έμφαση στη Λειτουργία Δεύτερης Αρμονικής)



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ, ΗΛΕΚΤΡΟΟΠΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΟΜΟΑΞΟΝΙΚΩΝ ΓΥΡΟΤΡΟΝΙΩΝ

(Με έμφαση στη Λειτουργία Δεύτερης Αρμονικής)

Κωνσταντίνος Α. Αβραμίδης

Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Διδακτορική Διατριβή

Επιβλέπων Καθηγητής: Γιάννης Βομβορίδης

Μάρτιος 2006

*Στους Γονείς μου
και στον Αδελφό μου*

Στην Ευρυδίκη

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Τα γυροτρόνια είναι πηγές ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας ισχύος σε μικροκυματικές συχνότητες. Γνώρισαν αλματώδη πρόοδο τις τελευταίες δεκαετίες εξαιτίας της σύνδεσής τους με τα πειράματα ελεγχόμενης θερμοπυρηνικής σύντηξης. Οι εφαρμογές αυτές, όπως είναι για παράδειγμα η θέρμανση του πλάσματος σύντηξης, απαιτούν ισχυρή μικροκυματική ακτινοβολία και τα γυροτρόνια έχουν πλέον φθάσει στο σημείο να αποδίδουν ισχύ επιπέδου MW σε συχνότητες 100-200 GHz. Η ανάπτυξη των γυροτρονίων ουσιαστικά κάλυψε την απουσία πηγών ακτινοβολίας υψηλής ισχύος στην χιλιοστομετρική περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, με δεδομένο ότι οι επιδόσεις ισχύος τόσο των κλύστρων όσο και των λέιζερ είναι αισθητά περιορισμένες σε αυτές τις συχνότητες.

Η μικροκυματική ισχύς στο γυροτρόνιο παράγεται από τη μετατροπή της κινητικής ενέργειας μιας δέσμης ηλεκτρονίων σε ηλεκτρομαγνητική. Τα ηλεκτρόνια, αφού επιταχυνθούν από κάποια αξιόλογη διαφορά δυναμικού, εκτελούν κυκλοτρονική περιστροφή γύρω από τις δυναμικές γραμμές ενός εξωτερικά επιβαλλόμενου ισχυρού μόνιμου μαγνητικού πεδίου και διεγείρουν (μέσα σε κάποιο κατάλληλο ηλεκτροδυναμικό σύστημα) ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα συχνότητας παραπλήσιας με την ηλεκτρονική κυκλοτρονική συχνότητα. Η παραγωγή ηλεκτρομαγνητικής ισχύος μπορεί επίσης να γίνει και με αλληλεπίδραση ηλεκτρονίων-κύματος σε κάποια αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας, οπότε η συχνότητα λειτουργίας είναι κοντά σε κάποιο ακέραιο πολλαπλάσιο της τελευταίας (αρμονικό γυροτρόνιο). Παρόλο που είναι φανερό ότι η λειτουργία αυτού του τύπου προσφέρει τη δυνατότητα αφενός για υψηλότερη συχνότητα και αφετέρου για οικονομία στο μόνιμο μαγνητικό πεδίο, τα αρμονικά γυροτρόνια δεν έχουν ακόμη αναπτυχθεί σημαντικά κυρίως επειδή κάποιοι πρακτικοί λόγοι περιορίζουν την ισχύ που μπορούν να παράγουν.

Μια ειδική κλάση γυροτρονίων με βελτιωμένες επιδόσεις σε ισχύ και απόδοση είναι τα ομοαξονικά γυροτρόνια, τα οποία διαφοροποιούνται από τα συμβατικά γυροτρόνια ως προς το γεγονός ότι η ανοικτή κοιλότητα που αποτελεί το ηλεκτροδυναμικό τους σύστημα δεν είναι μια κοίλη κυλινδρική κοιλότητα αλλά μια ομοαξονική κοιλότητα με εσωτερικό αγωγό που τις περισσότερες φορές φέρει ομοιόμορφες διαμήκεις αυλακώσεις. Η παρούσα διατριβή ασχολείται κατά κύριο λόγο με τέτοια γυροτρόνια και συγκεκριμένα με τη μελέτη και αριθμητική προσομοίωση της αλληλεπίδρασης ηλεκτρονίων-κύματος, με την επιλογή των παραμέτρων λειτουργίας, καθώς και με τη σχεδίαση της ομοαξονικής κοιλότητας. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στη λειτουργία δευτέρης αρμονικής των ομοαξονικών γυροτρονίων (όπου η συχνότητα λειτουργίας είναι περίπου ίση με το διπλάσιο τη κυκλοτρονικής συχνότητας) και το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι τα ομοαξονικά γυροτρόνια φαίνονται ικανά για εντυπωσιακές επιδόσεις ισχύος και απόδοσης στην υποχιλιοστομετρική περιοχή συχνοτήτων συγκρινόμενα με τα συμβατικά. Αυτό μπορεί να αποτελέσει κίνητρο για την περαιτέρω ανάπτυξη των αρμονικών γυροτρονίων και την υλοποίηση σχετικών πειραμάτων.

Η εκπόνηση της παρούσας διδακτορικής διατριβής εντάχθηκε στα πλαίσια του Εθνικού Προγράμματος Ελεγχόμενης Θερμοπυρηνικής Σύντηξης, το οποίο επιχορηγείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση και από τη Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας^(*). Η ολοκλήρωσή της θα ήταν αδύνατη χωρίς την αδιάκοπη και ακούραστη υποστήριξη, καθοδήγηση και ενθάρρυνση από τον καθηγητή κ. Γιάννη Βομβορίδη, τον οποίο ευχαριστώ θερμά. Παράλληλα ευχαριστώ και τα άλλα δύο μέλη της τριμελούς επιτροπής, τον καθηγητή κ. Κυριάκο Χιτζανίδη και τον καθηγητή κ. Ιωάννη Α. Ρουμελιώτη, για τη συμπαράστασή τους. Αισθάνομαι επίσης την ανάγκη να ευχαριστήσω για την πολύτιμη βοήθειά του τον κ. Χρήστο Τ. Ιατρού, διδάκτορα Ε.Μ.Π., ο οποίος έθεσε στη διάθεσή μου την τεράστια εμπειρία του στον τομέα των γυροτρονίων. Επιπλέον, ευχαριστώ τον Dr. Olgierd Dumbrajs από το Πολυτεχνείο του Ελσίνκι (Helsinki University of Technology) και το Πανεπιστήμιο της Λετονίας (University of Latvia) και τον Dr. Bernhard Piosczyk από το Ερευνητικό Κέντρο Καρλσρούης (Forschungszentrum Karlsruhe) για την παραγωγική ανταλλαγή απόψεων που είχαμε και τις χρήσιμες υποδείξεις τους. Ταυτόχρονα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Ιωάννη Γ. Παγωνάκη, διδάκτορα Ε.Μ.Π., για τις πολλές συζητήσεις μας πάνω σε αριθμητικά ζητήματα και για την αποφασιστική συμβολή του στην εγκατάσταση των αριθμητικών κωδίκων στο υπολογιστικό περιβάλλον του Ε.Μ.Π. Ευχαριστώ τέλος τον διδάκτορα Ε.Μ.Π. κ. Γιάννη Κομίνη, τον κ. Γιώργο Ε. Αναστασίου και τους υπόλοιπους ερευνητές του Εργαστηρίου Πλάσματος, Ηλεκτρονικής Δέσμης και Μη Γραμμικής Οπτικής του Ε.Μ.Π. για την ποικιλόμορφη αρωγή τους καθ' όλο το διάστημα εκπόνησης της διατριβής.

Αθήνα, Μάρτιος 2006

Κωνσταντίνος Α. Αβραμίδης

^(*) Το περιεχόμενο αυτής της διδακτορικής διατριβής αποτελεί ευθύνη μόνο του συγγραφέα και δεν αντιπροσωπεύει κατ' ανάγκη τις θέσεις ή τις απόψεις κανενός από τους χορηγούς. Οι χορηγοί δεν φέρουν καμία απολύτως ευθύνη για το περιεχόμενο αυτής της διατριβής.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1 Μικροκυματικές Λυχνίες και το Γυροτρόνιο	1
1.2 Φυσικός Μηχανισμός Λειτουργίας του Γυροτρονίου	6
1.2.1 Συνθήκη συντονισμού	6
1.2.2 Μηχανισμός μεταφοράς ενέργειας	11
1.3 Το Συμβατικό Γυροτρόνιο	15
1.3.1 Δομή του συμβατικού γυροτρονίου	15
1.3.2 Ρυθμοί ΤΕ στην κοιλότητα του συμβατικού γυροτρονίου	20
1.3.3 Ανταγωνισμός των ρυθμών	29
1.4 Παραλλαγές του Γυροτρονίου και το Ομοαξονικό Γυροτρόνιο	31
1.4.1 Παραλλαγές του γυροτρονίου	31
1.4.2 Το ομοαξονικό γυροτρόνιο	34
1.5 Αντικείμενο και Δομή της Διατριβής	40
2. ΡΥΘΜΟΙ ΤΕ ΟΜΟΑΞΟΝΙΚΗΣ ΚΟΙΛΟΤΗΤΑΣ ΡΥΤΙΔΩΜΕΝΟΥ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΥ ΑΓΩΓΟΥ	47
2.1 Γεωμετρία Ομοαξονικής Κοιλότητας	48
2.2 Αναπαράσταση Ηλεκτρομαγνητικού Πεδίου	50
2.2.1 Βασικές παραδοχές	50
2.2.2 Ηλεκτρομαγνητικό πεδίο ρυθμών ΤΕ	50
2.2.3 Χρονική και αξονική εξάρτηση του πεδίου των ρυθμών ΤΕ	55
2.2.4 Αποθηκευμένη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια	58
2.2.5 Ειδικές περιπτώσεις	60
2.3 Καμπύλες Ιδιοτιμών	61
2.3.1 Η χαρακτηριστική εξίσωση	61
2.3.2 Επίδραση της παραμέτρου l/s στην καμπύλη ιδιοτιμής	63
2.3.3 Επίδραση της παραμέτρου d/λ_{co} στην καμπύλη ιδιοτιμής	63
2.4 Περιθλαστικός Συντελεστής Ποιότητας	70
2.4.1 Σχέση περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας και αξονικού προφίλ πεδίου	70
2.4.2 Σχέση περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας και καμπύλης ιδιοτιμής	71
2.4.3 Καμπύλες περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας	75

2.5	Ωμική Φόρτιση Τοιχωμάτων και Ωμικός Συντελεστής Ποιότητας	78
2.5.1	Ωμική φόρτιση τοιχωμάτων	78
2.5.2	Υπολογισμός και καμπύλες του ωμικού συντελεστή ποιότητας	83
3.	ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΡΥΘΜΩΝ ΤΕ ΚΑΙ ΔΕΣΜΗΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΩΝ ΣΕ ΟΜΟΑΞΟΝΙΚΗ ΚΟΙΛΟΤΗΤΑ	89
3.1	Μοντέλο Αλληλεπίδρασης	91
3.1.1	Εξισώσεις υψίσυχνου (RF) πεδίου	91
3.1.2	Εξισώσεις κίνησης των ηλεκτρονίων και υπολογισμός του όρου πηγής $I_n(z, t)$	95
3.1.3	Εξισώσεις με την προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας	101
3.2	Αριθμητική Ολοκλήρωση των Εξισώσεων Αλληλεπίδρασης	104
3.2.1	Χαρακτηριστικές χρονικές κλίμακες και τροποποιημένες εξισώσεις	104
3.2.2	Χρονική εξάρτηση του διανύσματος αρχικών τιμών και του ρεύματος της ηλεκτρονικής δέσμης	107
3.3	Το Ρεύμα Εκκίνησης	109
3.3.1	Υπολογισμός του ρεύματος εκκίνησης	109
3.3.2	Ρεύμα εκκίνησης με την παραδοχή γκαουσιανού προφίλ πεδίου	112
4.	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΑΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΔΕΣΜΗΣ-ΠΕΔΙΟΥ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ	115
4.1	Αριθμητικός Κώδικας Αλληλεπίδρασης	116
4.1.1	Γενικά χαρακτηριστικά του αριθμητικού κώδικα	116
4.1.2	Περιγραφή του αριθμητικού κώδικα	117
4.1.3	Σχόλια στην επιλογή των αριθμητικών παραμέτρων	119
4.2	Εφαρμογές του Κώδικα στο Ομοαξονικό Γυροτρόνιο για το ITER	125
4.2.1	Περιγραφή του γυροτρονίου για το ITER και μονορρυθμική αλληλεπίδραση	125
4.2.2	Το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών	127
4.2.3	Προσομοιώσεις εκκίνησης με χρήση μη τυχαίων αρχικών τιμών	138
4.2.4	Προσομοιώσεις με ηλεκτρονική δέσμη πεπερασμένου πάχους	150
4.2.5	Προσομοιώσεις με διασπορά στην αρχική ενέργεια των ηλεκτρονίων	153
4.2.6	Επιχειρήματα για τη χρήση τυχαίων αρχικών τιμών	156
4.2.7	Προσομοιώσεις εκκίνησης με χρήση τυχαίων αρχικών τιμών	158
5.	ΕΠΙΛΟΓΗ ΡΥΘΜΟΥ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ	167
5.1	Βασικές Απαιτήσεις για το Ρυθμό Λειτουργίας	167
5.2	Σχέση Απόδοσης και Ωμικής Φόρτισης Εξωτερικού Τοιχώματος	171
5.3	Φυσικοί και Τεχνολογικοί Περιορισμοί	179

5.3.1	Περιορισμοί σχετιζόμενοι με το χωρικό φορτίο της ηλεκτρονικής δέσμης	179
5.3.2	Περιορισμοί σχετιζόμενοι με την πηγή ηλεκτρονικής δέσμης	184
5.3.3	Περιορισμοί σχετιζόμενοι με την κοιλότητα αλληλεπίδρασης	190
5.3.4	Επιπλέον περιορισμοί για την ομοαξονική κοιλότητα	193
5.4	Διαδικασία Επιλογής Ρυθμού Λειτουργίας	194
5.4.1	Προδιαγραφές, εκτιμήσεις και περιορισμοί	194
5.4.2	Καθορισμός σημείου λειτουργίας στο χώρο των παραμέτρων F , μ , Δ	197
5.4.3	Προσδιορισμός των υποψήφιων ρυθμών λειτουργίας	201
6.	ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΤΗΣ ΚΟΙΛΟΤΗΤΑΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ	207
6.1	Διαδικασία Σχεδίασης της Κοιλότητας	208
6.1.1	Σχεδίαση συμβατικής κοιλότητας	208
6.1.2	Σχεδίαση ομοαξονικής κοιλότητας για λειτουργία πρώτης αρμονικής	208
6.1.3	Διερεύνηση γεωμετρίας ομοαξονικού στελέχους για λειτουργία δεύτερης αρμονικής	210
6.1.4	Σχεδίαση ομοαξονικής κοιλότητας για λειτουργία δεύτερης αρμονικής	221
6.2	Ρεαλιστικές Σχεδιάσεις Ομοαξονικών Γυροτρονίων Δεύτερης Αρμονικής	224
6.2.1	Ομοαξονικό γυροτρόνιο $2^{ης}$ αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με εσωτερικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας	224
6.2.2	Ομοαξονικό γυροτρόνιο $2^{ης}$ αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με εσωτερικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας	236
6.2.3	Πρόταση πειράματος για τη διέγερση ρυθμού υψηλής τάξης στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας	241
7.	ΣΥΝΟΨΗ	255
7.1	Κύρια Αποτελέσματα	255
7.2	Πιθανές Επεκτάσεις	260
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ I:	Αναπαράσταση ρυθμών TE στην ομοαξονική κοιλότητα του σχήματος 2.1 απουσία ηλεκτρονίων	263
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II:	Αναλυτική μελέτη της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.3.1)	279
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ III:	Απόδειξη της σχέσης (3.1.14)	283
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ IV:	Αξιμουθιακή ολίσθηση του κέντρου κυκλοτρονικής περιστροφής του ηλεκτρονίου	285
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ V:	Απλοποιημένες εξισώσεις αλληλεπίδρασης δέσμης-πεδίου με την παραδοχή μικρού u_{\perp}	287
	ΑΠΟΔΟΣΗ ΟΡΩΝ	292
	ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΜΒΟΛΩΝ	294
	ΑΝΑΦΟΡΕΣ	304

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα γυροτρόνια είναι διατάξεις παραγωγής μικροκυμάτων ισχύος. Η μεγάλη ανάπτυξή τους τα τελευταία τριάντα χρόνια οφείλεται κατά κύριο λόγο στη σύνδεσή τους με εφαρμογές που σχετίζονται με τους πειραματικούς αντιδραστήρες ελεγχόμενης θερμοπυρηνικής σύντηξης. Σε αυτό το κεφάλαιο, αφού γίνει μια γενικότερη αναφορά στις πηγές μικροκυμάτων ισχύος και στα χαρακτηριστικά και τις εφαρμογές των γυροτρονίων, παρουσιάζουμε τη φυσική διαδικασία που ευθύνεται για την παραγωγή ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας σε αυτά και στη συνέχεια περιγράφουμε τη δομή τους θίγοντας ταυτόχρονα κάποια κρίσιμα τεχνικά ζητήματα. Ιδιαίτερη μνεία γίνεται στα ομοαξονικά γυροτρόνια, τα οποία αποτελούν μια ειδική κλάση γυροτρονίων με βελτιωμένες επιδόσεις σε ισχύ και απόδοση. Αυτά τα γυροτρόνια είναι και το κύριο θέμα της παρούσας διατριβής, τα αντικείμενα και η διάρθρωση της οποίας συνοψίζονται στο τέλος του κεφαλαίου.

1.1 Μικροκυματικές Λυχνίες και το Γυροτρόνιο

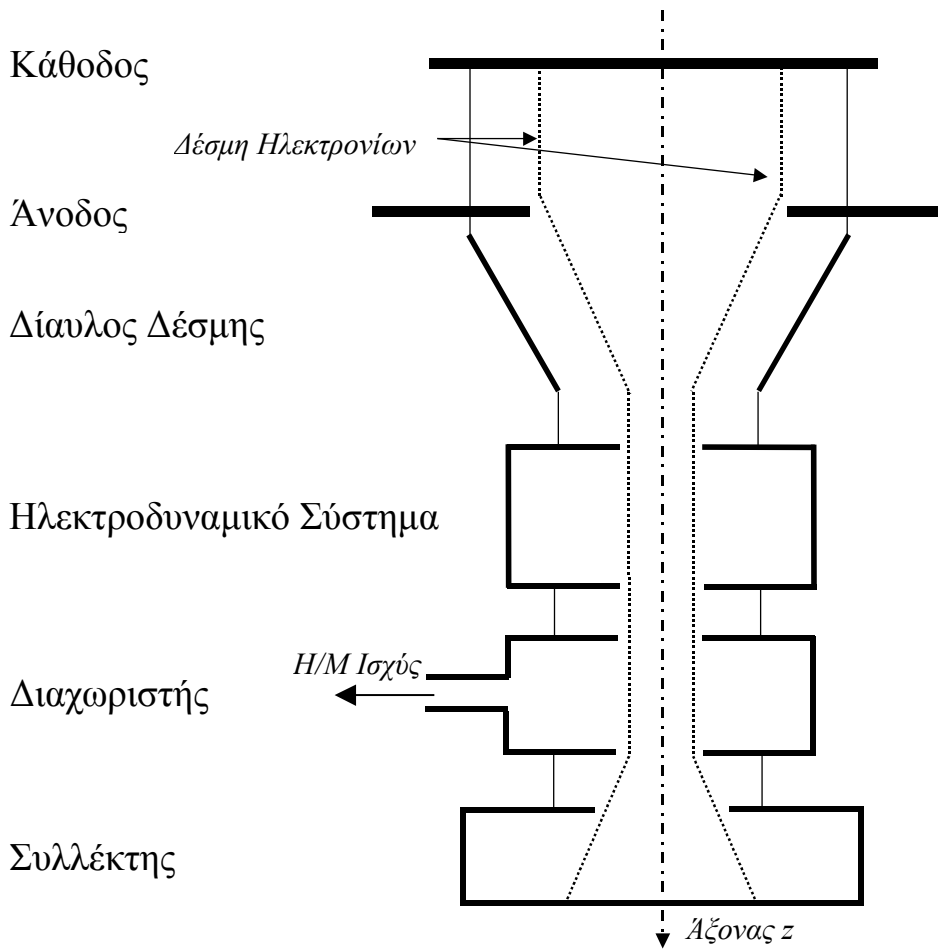
Οι μικροκυματικές λυχνίες (microwave tubes), στις οποίες συγκαταλέγεται και το γυροτρόνιο, είναι διατάξεις παραγωγής ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σε μικροκυματικές συχνότητες^(*). Η παραγωγή της ακτινοβολίας γίνεται με τη μετατροπή της κινητικής ενέργειας μιας δέσμης ηλεκτρονίων σε ηλεκτρομαγνητική ενέργεια. Η μετατροπή είναι δυνατή λόγω κάποιας μορφής συντονισμού μεταξύ ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος και των κινούμενων σωματιδίων, ο οποίος πραγματοποιείται μέσα σε ένα κατάλληλο ηλεκτροδυναμικό σύστημα που η λυχνία εμπεριέχει. Οι μικροκυματικές λυχνίες μπορεί να είναι ταλαντωτές ή ενισχυτές. Στους ταλαντωτές η ηλεκτρονική δέσμη διεγείρει την επιθυμητή ακτινοβολία από το φάσμα του ηλεκτρομαγνητικού θορύβου στο ηλεκτροδυναμικό σύστημα. Στους ενισχυτές το προς ενίσχυση σήμα διοχετεύεται εξωγενώς στο ηλεκτροδυναμικό σύστημα και

^(*) Ο όρος μικροκύματα αναφέρεται συνήθως στην περιοχή συχνοτήτων 3 GHz-300 GHz του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, δηλαδή σε ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία με μήκος κύματος από 10 cm έως 1 mm. Παρόλο που οι μικροκυματικές λυχνίες κατά κανόνα παράγουν ακτινοβολία στην παραπάνω περιοχή συχνοτήτων, υπάρχουν και περιπτώσεις που παράγουν υποχιλιοστομετρική ακτινοβολία.

ενισχύεται απορροφώντας ενέργεια από την ηλεκτρονική δέσμη. Οι μικροκυματικές λυχνίες είναι ικανές για παραγωγή πολύ υψηλής ισχύος (εκατοντάδες kW), οπότε χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές όπου απαιτείται σημαντικά μεγαλύτερη ισχύς από εκείνη που μπορούν να προσφέρουν οι πηγές μικροκυμάτων που βασίζονται σε διατάξεις ημιαγωγών.

Η τυπική δομή μιας μικροκυματικής λυχνίας σύμφωνα με το [1] φαίνεται στο σχήμα 1.1. Τα ηλεκτρόνια της δέσμης εκπέμπονται από την κάθοδο (συνήθως με τη διαδικασία της θερμιονικής εκπομπής), η οποία βρίσκεται σε χαμηλότερο δυναμικό σε σχέση με μια άνοδο. Λόγω της διαφοράς δυναμικού τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται κατά τον άξονα της διάταξης (άξονας z), αποκτούν αξιόλογη κινητική ενέργεια και εισέρχονται σε ένα δίαυλο. Κατά την παραμονή στο δίαυλο επιτυγχάνεται η κατάλληλη προσαρμογή των ιδιοτήτων της ηλεκτρονικής δέσμης (π. χ. διάμετρος) έτσι ώστε αυτή να ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις της διαδικασίας παραγωγής ηλεκτρομαγνητικής ισχύος που θα λάβει χώρα στη συνέχεια. Το δίαυλο της ηλεκτρονικής δέσμης ακολουθεί το ηλεκτροδυναμικό σύστημα της λυχνίας (που μπορεί να είναι ένας κυματοδηγός σταθερής ή μεταβλητής διατομής, μια κοιλότητα ή ένα σύστημα κοιλοτήτων), το οποίο υποστηρίζει υψίσυχνα στάσιμα ή οδεύοντα κύματα. Τα ηλεκτρόνια της δέσμης συντονίζονται με κάποιο κύμα, με την έννοια ότι το υψίσυχο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο του κύματος παρουσιάζει αργή χρονική μεταβολή στο σύστημα ηρεμίας του κάθε ηλεκτρονίου. Έτσι, λόγω των κατάλληλων παραμέτρων λειτουργίας και σχεδιασμού, είναι δυνατή η μεταφορά ενέργειας από τα σωματίδια στο κύμα με αποτέλεσμα την ενίσχυση του τελευταίου από την μετατροπή της κινητικής ενέργειας της δέσμης σε ηλεκτρομαγνητική. Η ωφέλιμη ηλεκτρομαγνητική ισχύς που παράγεται στο ηλεκτροδυναμικό σύστημα διαχωρίζεται από τα ηλεκτρόνια με τη βοήθεια των ειδικών διατάξεων του διαχωριστή (συνήθως κατόπτρων) και απομακρύνεται από τη λυχνία για να χρησιμοποιηθεί στις εφαρμογές. Τα ηλεκτρόνια καταλήγουν στον συλλέκτη, όπου η εναπομένουσα κινητική τους ενέργεια χάνεται μετατρέπόμενη σε θερμότητα. Σε κάποιες περιπτώσεις ο συλλέκτης πολώνεται σε δυναμικό που επιβραδύνει τα ηλεκτρόνια (depressed collector), όποτε μέρος της εναπομένουσας ενέργειας της δέσμης ανακτάται με τη μορφή ηλεκτροστατικής ενέργειας.

Τόσο η παραπάνω περιγραφή όσο και το σχήμα 1.1 είναι πολύ γενικά και χρησιμοποιήθηκαν ως κατατοπιστικά της διάρθρωσης μιας μικροκυματικής λυχνίας. Σε πολλές περιπτώσεις κάποια από τα συστατικά μέρη που αναφέρθηκαν δεν είναι απαραίτητα ενώ σε άλλες, δύο ή περισσότερα από αυτά συγχωνεύονται στο ίδιο κομμάτι της συσκευής. Η όδευση, η εστίαση και η προσαρμογή της ηλεκτρονικής δέσμης στις απαιτήσεις της αλληλεπίδρασης με το υψίσυχο πεδίο πραγματοποιούνται με τη βοήθεια ισχυρών στατικών πεδίων, συνήθως μαγνητικών, που παρέχονται από ελεγχόμενες εξωτερικές πηγές. Η όλη διάταξη βρίσκεται σε υψηλό κενό ($\sim 10^{-11}$ atm), επειδή το κενό αφενός εξασφαλίζει την προστασία της συσκευής από ενδεχόμενα τόξα (λόγω του ισχυρού ηλεκτρομαγνητικού πεδίου που αναπτύσσεται στο εσωτερικό της) και αφετέρου επιτρέπει στη δέσμη να έχει καλή ποιότητα αναφορικά με τις διασπορές των κινητικών μεγεθών των ηλεκτρονίων. Οι απαιτήσεις κενού εισάγουν περιορισμούς στην επιλογή των υλικών κατασκευής και οδηγούν σε ειδικές διαδικασίες σε ό,τι αφορά τη συναρμολόγηση και την προετοιμασία της λειτουργίας της συσκευής. Έξω από τη λυχνία υπάρχουν διάφορες επικουρικές διατάξεις, όπως τροφοδοτικά, ηλεκτρομαγνήτες, συστήματα ψύξης τόσο του σώματος της λυχνίας όσο και των (συχνά υπεραγωγίων) μαγνητών, συστήματα ελέγχου και διαγνώσεων και ενδεχομένως αντλία κενού σε μόνιμη λειτουργία.



Σχήμα 1.1: Σχηματική διάρθρωση τυπικής μικροκυματικής λυχνίας.

Υπάρχουν δύο βασικές κατηγορίες μικροκυματικών λυχνιών: Οι λυχνίες αργού κύματος (slow-wave tubes) και οι λυχνίες γρήγορου κύματος (fast-wave tubes) [2], [3]. Στις λυχνίες αργού κύματος, όπως π. χ. το κλύστρο (klystron) ή η λυχνία οδεύοντος κύματος (travelling wave tube, TWT), το κύμα που αλληλεπιδρά με τα ηλεκτρόνια της δέσμης έχει φασική ταχύτητα μικρότερη από την ταχύτητα του φωτός (“αργό” κύμα). Επειδή ως γνωστόν οι συνήθεις κυματοδηγοί λείων τοιχωμάτων υποστηρίζουν κύματα με φασική ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός, το ηλεκτροδυναμικό σύστημα αυτού του είδους λυχνιών έχει σχετικά περίπλοκη γεωμετρία τοιχωμάτων ώστε να επιτυγχάνεται η απαιτούμενη καθυστέρηση φάσης του κύματος. Η γεωμετρία περιλαμβάνει έτσι περιοδικότητα συγκρίσιμη με το μήκος κύματος λειτουργίας και τα ηλεκτρόνια της δέσμης πρέπει να βρίσκονται κοντά στο τοίχωμα διότι το “αργό” κύμα σχηματίζεται κοντά στην περιοδικότητα. Κατά συνέπεια η συχνότητα λειτουργίας σχετίζεται άμεσα με τις διαστάσεις του ηλεκτροδυναμικού συστήματος. Οι λυχνίες αργού κύματος ήταν οι πρώτες που αναπτύχθηκαν, διότι οι περισσότερες από αυτές απαιτούν μια εύκολα υλοποιήσιμη γραμμική ηλεκτρονική δέσμη για τη λειτουργία τους. Επειδή όμως η συχνότητα λειτουργίας καθορίζεται από τις γεωμετρικές διαστάσεις, η αύξησή της συνοδεύεται αναπόφευκτα από σμίκρυνση του ηλεκτροδυναμικού συστήματος. Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό με το ότι τα ηλεκτρόνια και συνεπώς το ισχυρό παραγόμενο υψίσυχο πεδίο βρίσκονται κοντά στο τοίχωμα, οδηγεί σε δραματική

μείωση της εφικτής ισχύος λειτουργίας των λυχνιών αργού κύματος όταν αυξάνει η συχνότητα.

Αυτό το πρόβλημα ξεπερνιέται στις λυχνίες γρήγορου κύματος. Από νωρίς είχε προβλεφθεί ότι η παραγωγή μικροκυματικής ισχύος μπορεί και πάλι να είναι εφικτή αν η περιοδικότητα αφαιρεθεί από το ηλεκτροδυναμικό σύστημα και εισαχθεί στην ηλεκτρονική δέσμη. Σε αυτό ακριβώς βασίζονται οι λυχνίες γρήγορου κύματος. Στις λυχνίες αυτές το κύμα που αλληλεπιδρά με τα ηλεκτρόνια έχει φασική ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός (“γρήγορο” κύμα), οπότε το ηλεκτροδυναμικό τους σύστημα δεν είναι απαραίτητο να εμπεριέχει περιοδικότητα και μπορεί για παράδειγμα να είναι ένας κυματοδηγός με λεία τοιχώματα. Η ηλεκτρονική δέσμη όμως παρουσιάζει περιοδικότητα και η συχνότητα λειτουργίας καθορίζεται πλέον από αυτήν την περιοδικότητα και όχι από τις διαστάσεις του ηλεκτροδυναμικού συστήματος. Με τον τρόπο αυτό η αύξηση της συχνότητας δεν συνεπάγεται σμίκρυνση του ηλεκτροδυναμικού συστήματος και επιπλέον δεν είναι απαραίτητη η τοποθέτηση της δέσμης κοντά στο τοίχωμα, διότι ένα “γρήγορο” κύμα μπορεί να έχει αξιόλογη ισχύ σε όλο τον όγκο του ηλεκτροδυναμικού συστήματος. Κατά συνέπεια οι επιδόσεις ισχύος των λυχνιών γρήγορου κύματος υπερβαίνουν κατά πολύ αυτές των λυχνιών αργού κύματος στις υψηλές συχνότητες. Βέβαια η εισαγωγή περιοδικότητας στην ηλεκτρονική δέσμη οδηγεί σε πιο πολύπλοκες δέσμες οι οποίες δεν ήταν διαθέσιμες παλαιότερα, για αυτό και η ανάπτυξη των λυχνιών γρήγορου κύματος καθυστέρησε. Οι απαιτήσεις όμως των εφαρμογών για όλο και μεγαλύτερη συχνότητα και ισχύ έδωσαν σημαντική ώθηση σε αυτές τις λυχνίες.

Δύο μεγάλες οικογένειες μικροκυματικών λυχνιών γρήγορου κύματος είναι οι ηλεκτρονικές λυχνίες αλληλεπίδρασης κυματοειδούς δέσμης (undulated beam interaction electron tubes, Ubitrons) και οι γυροδιατάξεις (gyrodevices). Στην πρώτη οικογένεια, όπου ανήκουν τα μείζερ και λείζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων (free electron masers/lasers, FEM/FEL), η περιοδικότητα στην ηλεκτρονική δέσμη εισάγεται συνήθως μέσω ενός μόνιμου μαγνητικού πεδίου, το οποίο έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα της διάταξης (άξονας z) και είναι χωρικά περιοδικό κατά z . Λόγω του πεδίου αυτού η ηλεκτρονική δέσμη αποκτά περιοδική κυματοειδή μορφή κατά τον άξονα της λυχνίας^(*). Στις γυροδιατάξεις η περιοδικότητα στη δέσμη εισάγεται πάλι μέσω ενός ισχυρού μόνιμου μαγνητικού πεδίου, το οποίο όμως τώρα διευθύνεται κατά τον άξονα της διάταξης και δεν είναι χωρικά περιοδικό. Τα ηλεκτρόνια της δέσμης κάτω από την επίδραση αυτού του πεδίου ακολουθούν ελικοειδείς τροχιές κατά τον άξονα z εκτελώντας περιοδική κυκλοτρονική κίνηση στο εγκάρσιο επίπεδο $X-Y$. Οι δύο βασικές κατηγορίες γυροδιατάξεων είναι τα πηνίοτρα (peniotrons) και τα ηλεκτρονικά κυκλοτρονικά μείζερ (electron cyclotron masers, ECM), ή αλλιώς μείζερ κυκλοτρονικού συντονισμού (cyclotron resonance masers, CRM). Τα πηνίοτρα και τα ECM διαφοροποιούνται ως προς τον κυρίαρχο φυσικό μηχανισμό μεταφοράς ενέργειας από τη δέσμη στο υψίσυχνο πεδίο. Στα πηνίοτρα τα σχετικιστικά φαινόμενα δεν παίζουν πρωταρχικό ρόλο στην αλληλεπίδραση δέσμης-πεδίου, ενώ αντίθετα στα ηλεκτρονικά κυκλοτρονικά μείζερ η αλληλεπίδραση βασίζεται κατεξοχήν σε αυτά. Επιπλέον, στα πηνίοτρα είναι απαραίτητη η εγκάρσια ανομοιογένεια του υψίσυχνου πεδίου στην περιοχή της δέσμης ενώ στα ECM δεν είναι πάντα απαραίτητη. Πάντως, παρόλο που σε κάθε περίπτωση υπάρχει ένας κυρίαρχος μηχανισμός μεταφοράς ενέργειας, οι υπόλοιποι μηχανισμοί συνυπάρχουν ταυτόχρονα σε χαμηλότερη όμως ένταση. Ενδείκνυται έτσι μια ενοποιημένη θεώρηση των μηχανισμών αλληλεπίδρασης δέσμης-πεδίου στις διάφορες γυροδιατάξεις [4].

(*) Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ηλεκτροστατικό πεδίο για τη δημιουργία των αξονικών κυματώσεων στην ηλεκτρονική δέσμη.

Το γυροτρόνιο (gyrotron) είναι μια γυροδιάταξη της οικογένειας των ηλεκτρονικών κυκλοτρονικών μείζερ. Η ιδέα και η εξήγηση του φυσικού μηχανισμού παραγωγής ηλεκτρομαγνητικής ισχύος στο γυροτρόνιο παρουσιάστηκε ταυτόχρονα και ανεξάρτητα το 1959 από τους V. V. Zheleznyakov και A. V. Gaponov στην πρώην Σοβιετική Ένωση και από τον J. Schneider στις Ηνωμένες Πολιτείες. Το πρώτο γυροτρόνιο κατασκευάστηκε στο Gor'ki (πλέον Nizhny Novgorod) της πρώην Σοβιετικής Ένωσης στα μέσα της δεκαετίας του '60. Στα χρόνια που μεσολάβησαν από τότε, τα γυροτρόνια και οι συναφείς διατάξεις γνώρισαν μεγάλη ανάπτυξη, κυρίως λόγω της διαβλεπόμενης καλής τους επίδοσης στις περιοχές συχνοτήτων και ισχύων που σχετίζονται με τις απαιτήσεις των πειραματικών αντιδραστήρων ελεγχόμενης θερμοπυρηνικής σύντηξης. Ουσιαστικά τα γυροτρόνια γεφύρωσαν το χάσμα στη δυνατότητα παραγωγής μικροκυμάτων ισχύος που υπήρχε μεταξύ των κλύστρων και των λείζερ^(*). Ενδεικτικό του όγκου της έρευνας είναι ότι οι δημοσιεύσεις στο πεδίο των γυροτρονίων τα τελευταία τριάντα χρόνια ξεπερνούν τις δύο χιλιάδες. Επιπλέον το περιοδικό "*IEEE Transactions on Plasma Science*" όπως και παλαιότερα το περιοδικό "*International Journal of Electronics*" έχουν προβεί σε πολλές ειδικές εκδόσεις πάνω στα γυροτρόνια και γενικότερα στις μικροκυματικές πηγές ισχύος. Τέλος, σχετικά πρόσφατα εμφανίστηκαν και οι τρεις εμπεριστατωμένες μονογραφίες [5]-[7]. Μια εκτεταμένη ιστορική αναδρομή της εξέλιξης του γυροτρονίου και γενικότερα των γυροδιατάξεων υπάρχει στο [7].

Η ηλεκτρονική δέσμη στο γυροτρόνιο είναι ήπια σχετικιστική. Ο σχετικιστικός παράγοντας γ των ηλεκτρονίων είναι συνήθως μικρότερος από 1.2, δηλαδή η κινητική ενέργεια κάθε ηλεκτρονίου είναι συνήθως μικρότερη από 100 keV. Η μεταφορά ενέργειας από τη δέσμη στο υψίσυχο κύμα πραγματοποιείται στο εγκάρσιο επίπεδο μέσω του συντονισμού μεταξύ των περιστρεφόμενων ηλεκτρονίων και μιας κατάλληλης κυκλικά πολωμένης συνιστώσας του κύματος. (Θα παρουσιάσουμε αναλυτικά το σχετικό μηχανισμό αλληλεπίδρασης δέσμης-κύματος στην επόμενη ενότητα.) Το κυματοδιάγραμμα της παραγόμενης μικροκυματικής ακτινοβολίας είναι σχεδόν κάθετο στον άξονα της διάταξης και η παραγόμενη ακτινοβολία όταν το γυροτρόνιο λειτουργεί ως ταλαντωτής είναι σύμφωνη. Μέχρι σήμερα, η ανάπτυξη και οι εφαρμογές του γυροτρονίου εστιάζονται κατά το μεγαλύτερο ποσοστό τους στη λειτουργία του ως ταλαντωτή (gyrotron oscillator ή gyromonotron). Σε αυτή τη λειτουργία θα επικεντρωθούμε και εμείς. Οι ενισχυτές γυροτρονίου δεν έχουν ακόμη την αντίστοιχη εξέλιξη, κυρίως επειδή το εύρος ζώνης της αλληλεπίδρασης δέσμης-πεδίου στα γυροτρόνια είναι εγγενώς περιορισμένο.

Επειδή ο σχετικιστικός παράγοντας γ των ηλεκτρονίων είναι σχετικά μικρός, η συχνότητά f της παραγόμενης ακτινοβολίας στο γυροτρόνιο (ή αντίστοιχα η φέρουσα συχνότητα αν το γυροτρόνιο λειτουργεί ως ενισχυτής) καθορίζεται πρακτικά από το εξωτερικά επιβαλλόμενο μόνιμο αξονικό μαγνητικό πεδίο B_0 ως $f(\text{GHz}) \cong 28B_0(\text{T})/\gamma$. Η σχέση αυτή αφορά τη συνηθέστερη περίπτωση που τα ηλεκτρόνια συντονίζονται με το κύμα στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα. Στην περίπτωση των λεγόμενων αρμονικών γυροτρονίων έχουμε συντονισμό ηλεκτρονίων-κύματος σε κάποια αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας και ισχύει $f(\text{GHz}) \cong s28B_0(\text{T})/\gamma$, όπου $s = 2, 3, \dots$ ο αρμονικός αριθμός της αλληλεπίδρασης. Προφανώς τα αρμονικά γυροτρόνια

(*) Στα κλύστρα η εφικτή ισχύς ελαττώνεται με την αύξηση της συχνότητας, ενώ στα λείζερ η εφικτή ισχύς ελαττώνεται με την μείωση της συχνότητας. Αυτό έχει σαν συνέπεια τη χαμηλή επίδοση τόσο των κλύστρων όσο και των λείζερ στη χιλιοστομετρική περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος. Σε αυτή ακριβώς την ενδιάμεση περιοχή συχνοτήτων οι μικροκυματικές πηγές με τις καλύτερες επιδόσεις είναι τα γυροτρόνια.

πλεονεκτούν ως προς το ότι για δεδομένο μαγνητικό πεδίο B_0 παράγουν ακτινοβολία διπλάσιας ή ακόμη υψηλότερης συχνότητας και ισοδύναμα ως προς το ότι για δεδομένη συχνότητα ακτινοβολίας f απαιτούν υποδιπλάσιο ή ακόμη μικρότερο μαγνητικό πεδίο. Παρόλα αυτά τα αρμονικά γυροτρόνια έχουν γνωρίσει πολύ μικρότερη ανάπτυξη από τα γυροτρόνια θεμελιώδους κυκλοτρονικής για δύο κυρίως λόγους: Αφενός η απόδοση της αλληλεπίδρασης δέσμης-κύματος γενικά μειώνεται με την αύξηση του αρμονικού αριθμού. Αφετέρου, είναι συνήθως δύσκολο σε μια διάταξη η αλληλεπίδραση σε ανώτερες αρμονικές της κυκλοτρονικής συχνότητας να κυριαρχήσει σε σχέση με την αλληλεπίδραση στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα.

Οι σύγχρονες επιδόσεις των γυροτρονίων και γενικότερα των γυροδιατάξεων συνοψίζονται στο [8] μαζί με εκτεταμένο κατάλογο σχετικών δημοσιεύσεων. Η κυριότερη εφαρμογή του γυροτρονίου ως ταλαντωτή είναι η παραγωγή σύμφωνης χιλιοστομετρικής ακτινοβολίας ισχύος για τις ανάγκες των πειραματικών διατάξεων ελεγχόμενης θερμοπυρηνικής σύντηξης [9]. Οι ανάγκες αυτές αφορούν μεταξύ άλλων τη δημιουργία του πλάσματος σύντηξης, την θέρμανσή του μέσω ηλεκτρονικού κυκλοτρονικού συντονισμού (electron cyclotron resonance heating, ECRH), την ηλεκτρονική κυκλοτρονική όδευση ρεύματος (electron cyclotron current drive, ECCD), τον έλεγχο ασταθειών του πλάσματος και διάφορες διαγνωστικές διατάξεις. Επιτυχημένα γυροτρόνια για αυτές τις εφαρμογές επιδεικνύουν ισχείς 100 kW-960 kW σε συχνότητες μεταξύ 28 GHz και 170 GHz με λειτουργία σε παλμούς μεγάλης διάρκειας ή ακόμη και με λειτουργία συνεχούς κύματος (continuous wave, CW). Αυτή τη στιγμή αναπτύσσονται ήδη με επιτυχία γυροτρόνια ισχύος 1 MW-2 MW CW σε συχνότητες 110 GHz-170 GHz για μελλοντικές μηχανές σύντηξης. Εμπορικά γυροτρόνια ισχύος 1 MW λειτουργούν σε παλμούς διάρκειας 12 s στα 140 GHz (FZK-CRPP-CEA-TED) ή 9 s στα 170 GHz (JAERI-TOSHIBA) με απόδοση λίγο πάνω από 30 %. Με τη χρήση συλλέκτη σε επιβραδύνον δυναμικό (depressed collector) η ολική απόδοση μπορεί να φθάσει το 45-50 %. Γυροτρόνια (αρμονικά ή μη) για διαγνωστικές εφαρμογές αποδίδουν ισχύ μέχρι 40 kW για 40 μ s σε συχνότητες μέχρι 650 GHz με απόδοση \sim 4 %. Αρμονικά γυροτρόνια φθάνουν σε υποχιλιοστομετρικές συχνότητες (μέχρι 889 GHz, Πανεπιστήμιο Fukui στην Ιαπωνία) συνήθως με παλμική λειτουργία και με χαμηλή ισχύ (< 25 kW) και απόδοση (< 7 %). Τα γυροτρόνια χρησιμοποιούνται επίσης σε βιομηχανικές εφαρμογές, όπως η επεξεργασία υλικών που απαιτεί γυροτρόνια με $f \geq 24$ GHz, ισχύ 10 kW-50 kW CW και απόδοση μεγαλύτερη του 30 %. Επιπλέον χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές φυσικής υψηλών ενεργειών, στη φασματοσκοπία, καθώς και σε χιλιοστομετρικά ραντάρ. Εκτεταμένη αναφορά στις εφαρμογές των γυροτρονίων υπάρχει στο [6].

1.2 Φυσικός Μηχανισμός Λειτουργίας του Γυροτρονίου

1.2.1 Συνθήκη συντονισμού

Το γυροτρόνιο είναι ένα ηλεκτρονικό κυκλοτρονικό μείζερ (ECM), οπότε ανήκει σε εκείνη την οικογένεια των μικροκυματικών λυχνιών οι οποίες χαρακτηρίζονται ως γυροδιατάξεις. Χαρακτηριστικό των γυροδιατάξεων είναι η ύπαρξη ισχυρού μόνιμου μαγνητικού πεδίου κατά μήκος του άξονά τους. Κατά συνέπεια τα ηλεκτρόνια που

παράγονται στην κάθοδο ακολουθούν ελικοειδείς τροχιές κατά μήκος της διάταξης γύρω από τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου. Το πεδίο αυτό είναι αρκετά ισχυρότερο από το παραγόμενο υψίσυχνο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο, με αποτέλεσμα ο ελικοειδής χαρακτήρας των τροχιών να διατηρείται καθ' όλη τη διάρκεια της λειτουργίας της λυχνίας. Θεωρούμε ότι άξονας της διάταξης είναι ο άξονας z και ότι το μόνιμο μαγνητικό πεδίο \mathbf{B}_0 στο ηλεκτροδυναμικό σύστημα αλληλεπίδρασης ηλεκτρονίων και υψίσυχνου πεδίου κατευθύνεται προς τα θετικά z , δηλαδή προς το πέρασ της λυχνίας ($\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{z}$, $B_0 > 0$). Έτσι κάθε ηλεκτρόνιο κινείται με αξονική ταχύτητα $\mathbf{v}_{\parallel} = v_{\parallel} \hat{z}$ ($v_{\parallel} > 0$) προς το πέρασ της διάταξης και ταυτόχρονα εκτελεί κυκλοτρονική περιστροφή στο εγκάρσιο επίπεδο $X-Y$ με ταχύτητα \mathbf{v}_{\perp} και κυκλική συχνότητα

$$\omega_c = \frac{\Omega_0}{\gamma}, \quad \Omega_0 = \frac{eB_0}{m_e} > 0 \quad (1.2.1)$$

όπου $\gamma = (1 - |\mathbf{v}|^2/c^2)^{-1/2}$ ο σχετικιστικός παράγοντας, $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\perp} + \mathbf{v}_{\parallel}$ η ταχύτητα του ηλεκτρονίου, $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ η ταχύτητα του φωτός στο κενό, $e > 0$ το στοιχειώδες φορτίο (το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι $q_e = -e$) και m_e η μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου. Η κυκλοτρονική περιστροφή είναι δεξιόστροφη ως προς την κατεύθυνση του μόνιμου μαγνητικού πεδίου.

Γενικά ο ρυθμός μετατροπής της κινητικής ενέργειας ενός ηλεκτρονίου σε ηλεκτρομαγνητική κατά την αλληλεπίδρασή του με ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι $e\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}_{RF}$, όπου \mathbf{E}_{RF} το ηλεκτρικό πεδίο του κύματος. Στο γυροτρόνιο (όπως και στη μεγάλη πλειοψηφία των γυροδιατάξεων) η μετατροπή ενέργειας λαμβάνει χώρα στο εγκάρσιο επίπεδο, διότι οφείλεται στο συντονισμό των περιστρεφόμενων ηλεκτρονίων με μια κατάλληλη κυκλικά πολωμένη συνιστώσα του υψίσυχνου κύματος. Στην περίπτωση αυτή ο ρυθμός μετατροπής της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου είναι $e\mathbf{v}_{\perp} \cdot \mathbf{E}_{RF\perp}$, όπου $\mathbf{E}_{RF\perp}$ είναι εκείνη η συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος που είναι κάθετη στην αξονική διεύθυνση z . Θεωρώντας την απλή περίπτωση που το υψίσυχνο πεδίο μπορεί να αναπαρασταθεί σαν μονοχρωματικό οδεύον κύμα κυκλικής συχνότητας $\omega > 0$ και αξονικού κυματηριθμού k_{\parallel} , μπορούμε να γράψουμε

$$\mathbf{E}_{RF\perp} = \text{Re} \left\{ \left[\hat{\mathbf{r}} E_r(r, \varphi) + \hat{\boldsymbol{\phi}} E_{\varphi}(r, \varphi) \right] e^{i(\omega t - k_{\parallel} z)} \right\} \quad (1.2.2)$$

όπου (r, φ, z) πολικό σύστημα συντεταγμένων με κέντρο το κέντρο κυκλοτρονικής περιστροφής του ηλεκτρονίου. Λόγω της κυκλοτρονικής περιστροφής ισχύει $\mathbf{v}_{\perp} \cong v_{\perp} \hat{\boldsymbol{\phi}}$, $v_{\perp} > 0$, οπότε

$$e\mathbf{v}_{\perp} \cdot \mathbf{E}_{RF\perp} \cong e v_{\perp} \text{Re} \left\{ E_{\varphi}(r_e, \varphi_e) e^{i(\omega t - k_{\parallel} z_e)} \right\} = e v_{\perp} \text{Re} \left\{ \sum_{q=-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_{\varphi q}(r_e) e^{i(\omega t - k_{\parallel} z_e - q \varphi_e)} \right\} \quad (1.2.3)$$

Στην παραπάνω σχέση (r_e, φ_e, z_e) είναι η θέση του ηλεκτρονίου τη χρονική στιγμή t . Η δεύτερη ισότητα προκύπτει από την ανάπτυξη του μιγαδικού πλάτους $E_{\varphi}(r, \varphi)$ σε μιγαδική σειρά Fourier^(*) ως προς τη γωνία φ . Για μη μηδενική μέση ανταλλαγή

(*) Για την αποφυγή σύγχυσης σημειώνουμε ότι σε ένα τέτοιο ανάπτυγμα Fourier, το οποίο σχετίζεται με το σύστημα αναφοράς που έχει κέντρο το κέντρο κυκλοτρονικής περιστροφής, ένα εγκάρσια ομοιόμορφο πεδίο στην περιοχή της κυκλοτρονικής περιστροφής αναπαρίσταται από τους όρους με $q = \pm 1$ και όχι από τον όρο με $q = 0$. Η παρατήρηση αυτή αφορά και το δείκτη s , ο οποίος αντικαθιστά παρακάτω το q .

ενέργειας μεταξύ του σωματιδίου και του κύματος θα πρέπει η ποσότητα $e\mathbf{v}_\perp \cdot \mathbf{E}_{RF\perp}$ να μεταβάλλεται αρκούντως αργά κατά τη διέλευση του πρώτου από το ηλεκτροδυναμικό σύστημα (η οποία διαρκεί αρκετές κυκλοτρονικές περιόδους), δηλαδή θα πρέπει το ηλεκτρόνιο να βρίσκεται σε συντονισμό με το κύμα. Με δεδομένο ότι σε μια κυκλοτρονική περίοδο τα v_\perp και r_e παραμένουν περίπου σταθερά, η απαίτηση συντονισμού οδηγεί μέσω της (1.2.3) και των σχέσεων $dz_e/dt = v_\parallel$, $d\phi_e/dt = \omega_c$ στην ακόλουθη συνθήκη

$$\omega - k_\parallel v_\parallel - q\omega_c \cong 0, \quad q = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (1.2.4)$$

Η ύπαρξη της χαρακτηριστικής συχνότητας ω_c στην (1.2.4) επιτρέπει το συντονισμό των ηλεκτρονίων με κύματα που έχουν φασική ταχύτητα $v_{ph} = \omega/k_\parallel$ μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός (“γρήγορα” κύματα). Τέτοια είναι για παράδειγμα τα κύματα που διαδίδονται στους συνήθεις κυματοδηγούς με λεία αγωγήμα τοιχώματα. Η τυπική σχέση διασποράς ενός “γρήγορου” κύματος είναι

$$\omega^2 = \omega_{cut}^2 + (k_\parallel c)^2 \quad (1.2.5)$$

όπου ω_{cut} η κυκλική συχνότητα αποκοπής. Για αλληλεπίδραση με κύμα της μορφής (1.2.5), η σχέση (1.2.4) μπορεί να ικανοποιείται μόνο για θετικά q . Καταλήγουμε έτσι στην ακόλουθη συνθήκη συντονισμού που είναι κοινή για όλες τις λυχνίες γρήγορου κύματος^(*)

$$\omega - k_\parallel v_\parallel \cong s\omega_c, \quad s = 1, 2, 3, \dots \quad (1.2.6)$$

Οι λυχνίες γρήγορου κύματος (γυροδιατάξεις, Ubitrons) αντιδιαστέλλονται με τις λυχνίες αργού κύματος όπως είναι π. χ. το κλύστρο (klystron) ή η λυχνία οδεύοντος κύματος (travelling wave tube, TWT). Στις λυχνίες αργού κύματος η συνθήκη συντονισμού δεν περιέχει κάποια χαρακτηριστική συχνότητα και έχει τη μορφή $\omega - k_\parallel v_\parallel \cong 0$, πράγμα που σημαίνει ότι ο συντονισμός των ηλεκτρονίων είναι δυνατός μόνο με κύμα που έχει φασική ταχύτητα μικρότερη από την ταχύτητα του φωτός (“αργό” κύμα). Για να μπορεί να υποστηριχθεί ένα τέτοιο κύμα, το ηλεκτροδυναμικό σύστημα των λυχνιών αυτών είναι πιο περίπλοκο από ένα απλό κυματοδηγό και παρουσιάζει κατάλληλες γεωμετρικές διαμορφώσεις με χαρακτηριστικό μήκος συγκρίσιμο με το μήκος κύματος. Η συνακόλουθη συσχέτιση του μήκους κύματος της παραγόμενης ακτινοβολίας με τις διαστάσεις του ηλεκτροδυναμικού συστήματος οδηγεί σε δραματικό περιορισμό της ισχύος όσο αυξάνει η συχνότητα. Αντίθετα, όπως σχολιάστηκε και στην προηγούμενη ενότητα, το πρόβλημα αυτό δεν υπάρχει στις λυχνίες γρήγορου κύματος διότι το μήκος κύματος της παραγόμενης ακτινοβολίας δεν καθορίζεται από τις διαστάσεις της κοιλότητας αλληλεπίδρασης αλλά από την περιοδικότητα της ηλεκτρονικής δέσμης. Η περιοδικότητα αυτή εκφράζεται από τη συχνότητα ω_c στη συνθήκη συντονισμού (1.2.6).

Αντιλαμβανόμαστε ότι για να είναι αποδοτική η διαδικασία μεταφοράς ενέργειας από τα ηλεκτρόνια στο υψίσυχο ηλεκτρομαγνητικό κύμα, θα πρέπει ο συντονισμός να είναι εξίσου ακριβής για όλα τα σωματίδια, το οποίο σημαίνει ότι στην ιδανική

(*) Σε περίπτωση που η λυχνία γρήγορου κύματος δεν είναι γυροδιάταξη, τη θέση της κυκλοτρονικής συχνότητας στη συνθήκη συντονισμού (1.2.6) την παίρνει κάποια άλλη χαρακτηριστική συχνότητα. Για παράδειγμα στο λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων (FEL) αυτή η χαρακτηριστική συχνότητα είναι η ποσότητα $2\pi v/\lambda_w$, όπου λ_w η χωρική περίοδος του περιοδικού μόνιμου μαγνητικού πεδίου που εφαρμόζεται κάθετα στον άξονα της διάταξης [3], [8].

περίπτωση δεν θα πρέπει να παρουσιάζεται διασπορά στις ενέργειες και στις ταχύτητες των ηλεκτρονίων της δέσμης. Μοιραία όμως οι ηλεκτρονικές δέσμες στην πράξη δεν είναι ιδανικές και αυτό έχει αρνητική επίπτωση στην απόδοση των λυχνιών.

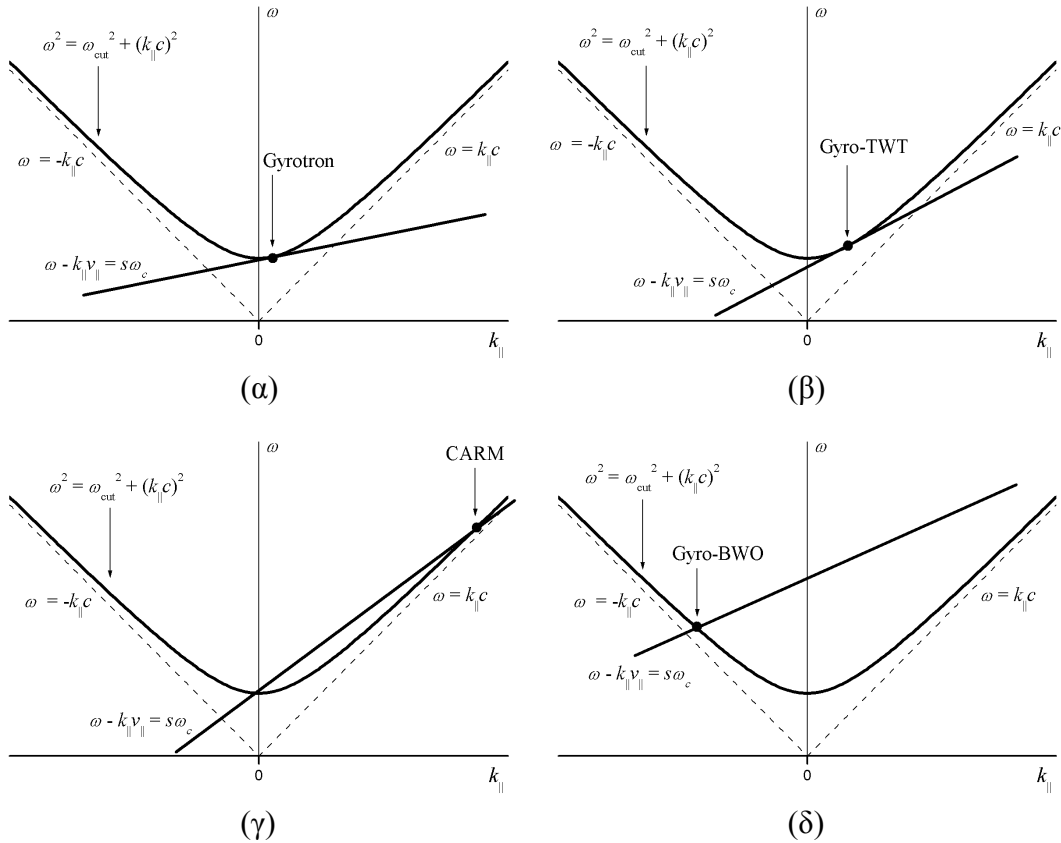
Η συχνότητα λειτουργίας μιας γυροδιάταξης καθορίζεται από το σημείο τομής των καμπύλων (1.2.5) και (1.2.6) στο επίπεδο $k_{\parallel}-\omega$. Η περίπτωση του γυροτρονίου φαίνεται στο σχήμα 1.2α. Το ηλεκτροδυναμικό σύστημα στο γυροτρόνιο είναι μια ανοικτή κοιλότητα σχεδιασμένη με τρόπο που να διευκολύνει τη διέγερση κύματος κοντά στην αποκοπή ($k_{\parallel}c \ll \omega$). Για το πώς γίνεται αυτό θα μιλήσουμε στην επόμενη ενότητα. Η λειτουργία με κύμα κοντά στην αποκοπή κάνει τη μετατόπιση Doppler $k_{\parallel}v_{\parallel}$ αμελητέα, συνεπώς η συνθήκη συντονισμού στο γυροτρόνιο τροποποιείται σε σχέση με την (1.2.6) και παίρνει τη μορφή

$$\omega \cong s\omega_c, \quad s = 1, 2, 3, \dots \quad (1.2.7)$$

Ο ακέραιος αριθμός s εκφράζει την αρμονική της αλληλεπίδρασης. Σύμφωνα με την (1.2.7) η συχνότητα λειτουργίας του γυροτρονίου καθορίζεται από την κυκλοτρονική συχνότητα, με την έννοια ότι βρίσκεται κοντά σε κάποιο ακέραιο πολλαπλάσιό της. Για $s = 1$ έχουμε τη συνθήκη συντονισμού για τα γυροτρόνια θεμελιώδους κυκλοτρονικής συχνότητας. Για $s \geq 2$ έχουμε τη συνθήκη συντονισμού για τα αρμονικά γυροτρόνια. Για τη λειτουργία των τελευταίων απαιτείται εγκάρσια ανομοιογένεια του υψίσυχνου πεδίου στην περιοχή της δέσμης (σε αυτό το σημείο μοιάζουν με τα πηνίοτρα). Αυτό υποδεικνύεται από το ανάπτυγμα Fourier στην (1.2.3) και θα γίνει σαφέστερο στην επόμενη ενότητα. Η συνθήκη (1.2.7) ισοδυναμεί με τη γνωστή σχέση $f(\text{GHz}) \cong s28B_0(\text{T})/\gamma$ που αναφέραμε στην προηγούμενη ενότητα.

Η χρήση ηλεκτρονικής δέσμης υψηλής ενέργειας φαίνεται γενικά πλεονεκτική διότι συνεπάγεται μεγάλη κινητική ενέργεια προς μετατροπή σε ηλεκτρομαγνητική. Όμως, από τις (1.2.7) και (1.2.1) προκύπτει ότι στο γυροτρόνιο η χρήση έστω και μετρίως σχετικιστικής δέσμης οδηγεί σε σοβαρή μείωση της συχνότητας λειτουργίας για δεδομένο μαγνητικό πεδίο και επιπλέον σε γρήγορη απώλεια του συντονισμού λόγω της έντονης μεταβολής του σχετικιστικού παράγοντα κατά την αλληλεπίδραση. Αυτός είναι ο λόγος που στα γυροτρόνια χρησιμοποιούνται συνήθως ήπια σχετικιστικές δέσμες με $\gamma < 1.2$ (κινητική ενέργεια ηλεκτρονίων μικρότερη από 100 keV), οπότε και η ευθεία (1.2.6) σχεδιάστηκε στο σχήμα 1.2α με μικρή κλίση σε σχέση με την ευθεία $\omega = k_{\parallel}c$. Ο κυκλοτρονικός συντονισμός μιας ήπιας σχετικιστικής ηλεκτρονικής δέσμης με ένα “γρήγορο” κύμα κοντά στην αποκοπή χαρακτηρίζεται σαν Αλληλεπίδραση Γυροτρονίου (Gyrotron Interaction).

Επειδή στο γυροτρόνιο η ανταλλαγή ενέργειας ηλεκτρονίων και υψίσυχνου πεδίου γίνεται στο εγκάρσιο επίπεδο και επειδή το διεγερόμενο υψίσυχνο κύμα είναι κοντά στην αποκοπή, το γυροτρόνιο λειτουργεί με κύμα TE (Transverse Electric) και όχι TM (Transverse Magnetic) ως προς z . Ο λόγος είναι ότι, για δεδομένη ηλεκτρομαγνητική ισχύ, ένα κύμα TE κοντά στην αποκοπή έχει ισχυρότερο ηλεκτρικό πεδίο στην εγκάρσια διεύθυνση από ότι ένα κύμα TM κοντά στην αποκοπή. Περισσότερες εξηγήσεις για τη λειτουργία με κύματα TE θα δοθούν στην επόμενη ενότητα. Προς το παρόν σημειώνουμε ότι ένα κύμα TE έχει το ηλεκτρικό του πεδίο αποκλειστικά στο εγκάρσιο επίπεδο και όταν βρίσκεται κοντά στην αποκοπή το μαγνητικό του πεδίο στο επίπεδο αυτό είναι αμελητέο. Συνεπώς στα ηλεκτρόνια ασκούνται αμελητέες δυνάμεις κατά z και η αξονική ορμή διατηρείται. Δηλαδή η ενέργεια που σχετίζεται με την αξονική κίνηση των ηλεκτρονίων δεν είναι διαθέσιμη για μετατροπή σε ηλεκτρομαγνητική. Για αυτό το λόγο η ηλεκτρονική δέσμη στο γυροτρόνιο πρέπει να έχει σημαντική ενέργεια στην



Σχήμα 1.2: Η τομή της καμπύλης διασποράς (1.2.5) του “γρήγορου” κύματος (υπερβολή) με την καμπύλη συντονισμού (1.2.6) (ευθεία) στο επίπεδο $k_{||}$ - ω για διάφορα ηλεκτρονικά κυκλοτρονικά μείζερ (ECM). (α) Γυροτρόνιο. (β) Γυρο-λυχνία οδεύοντος κύματος (gyro-TWT). (γ) Μείζερ κυκλοτρονικού αυτοσυντονισμού (CARM). (δ) Γυρο-ταλαντωτής επιστρέφοντος κύματος (gyro-BWO). Η ευθεία συντονισμού τέμνει τον άξονα της συχνότητας στην τιμή $s\omega_c$.

εγκάρσια διεύθυνση, δηλαδή απαιτούνται μεγάλες τιμές του λόγου ταχυτήτων $\alpha = v_{\perp}/v_{||}$. Στην πράξη όμως οι εφικτές τιμές του α περιορίζονται από την αναπόφευκτη διασπορά στις ταχύτητες των ηλεκτρονίων και συνήθως είναι $\alpha < 1.5$ [10].

Στο σχήμα 1.2 εκτός από το γυροτρόνιο παρουσιάζονται και κάποια άλλα συγγενή ηλεκτρονικά κυκλοτρονικά μείζερ. Αν το κύμα δεν είναι κοντά στην αποκοπή τότε μπορούμε να έχουμε την περίπτωση της γυρο-λυχνίας οδεύοντος κύματος (gyro-travelling wave tube, gyro-TWT) που φαίνεται στο σχήμα 1.2β. Το γεγονός ότι φροντίζουμε ώστε η ευθεία (1.2.6) να εφάπτεται στην καμπύλη του “γρήγορου” κύματος (δηλαδή επιλέγουμε την ταχύτητα $v_{||}$ ίση με την ταχύτητα ομάδας $v_g = d\omega/dk_{||}$ του κύματος) βελτιώνει το συντονισμό και σε περίπτωση που έχουμε λειτουργία ενισχυτή αυξάνει το εύρος ζώνης. Μακριά από την αποκοπή, όταν η φασική ταχύτητα του κύματος είναι κοντά στην ταχύτητα του φωτός, έχειδειχθεί ότι για τα ηλεκτρόνια που χάνουν ενέργεια η αύξηση της κυκλοτρονικής τους συχνότητας ω_c είναι περίπου ισόποση με τη μείωση της μετατόπισης Doppler $k_{||}v_{||}$ λόγω της μείωσης της αξονικής τους ταχύτητας. Στην περίπτωση αυτή η συνθήκη συντονισμού (1.2.6) ισχύει συνεχώς για ένα ηλεκτρόνιο και έτσι αυτό μπορεί θεωρητικά να συνεχίσει να δίνει ενέργεια στο πεδίο μέχρι μηδενισμού της κινητικής του ενέργειας. Το φαινόμενο ονομάζεται αυτοσυντονισμός (autoresonance) και η γυροδιάταξη που βασίζεται σε αυτό είναι το μείζερ κυκλοτρονικού αυτοσυντονισμού (cyclotron autoresonance maser, CARM) [11],

[12]. Το σημείο λειτουργίας του CARM στο επίπεδο $k_{\parallel}-\omega$ φαίνεται στο σχήμα 1.2γ. Παρόλο που οι ηλεκτρονικές δέσμες πολύ υψηλής ενέργειας (έντονα σχετικιστικές δέσμες) έχουν μικρές τιμές του λόγου ταχυτήτων α , στο CARM είναι εφικτή η χρήση μιας τέτοιας δέσμης, διότι λόγω του αυτοσυντονισμού είναι διαθέσιμη για μετατροπή όλη η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου και όχι μόνο το ποσοστό της που οφείλεται στην εγκάρσια κίνηση. Επιπλέον, σε αντίθεση με το γυροτρόνιο, με τη χρήση έντονα σχετικιστικής δέσμης ούτε υποβιβάζεται η συχνότητα λειτουργίας (διότι τώρα υπάρχει μεγάλη μετατόπιση Doppler), ούτε τίθεται ζήτημα αποσυντονισμού κατά την έντονη μεταβολή του γ (διότι τώρα υπάρχει αυτοσυντονισμός).

Το υψίσυχο κύμα στις γυροδιατάξεις των σχημάτων 1.2β και 1.2γ δεν είναι κοντά στην αποκοπή και η μετατόπιση Doppler παίζει ρόλο. Αποτέλεσμα αυτού είναι αφενός να μπορούν να χρησιμοποιηθούν δέσμες υψηλότερης ενέργειας και αφετέρου, για δεδομένο μαγνητικό πεδίο, να επιτυγχάνεται υψηλότερη συχνότητα λειτουργίας σε σύγκριση με το γυροτρόνιο. Ταυτόχρονα με τα πλεονεκτήματα αυτά όμως, ακριβώς λόγω της σημαντικής μετατόπισης Doppler, η λειτουργία αυτών των γυροδιατάξεων (ιδιαίτερα του CARM) παρουσιάζει αυξημένη ευαισθησία στη διασπορά της ταχύτητας v_{\parallel} με αποτέλεσμα η απόδοσή τους στην πράξη να περιορίζεται [13]. Στο σχήμα 1.2δ φαίνεται τέλος και η αλληλεπίδραση των ηλεκτρονίων με κύμα που οδεύει προς τα αρνητικά z έχοντας αρνητική φασική ταχύτητα αλλά και αρνητική ταχύτητα ομάδας. Η αντίστοιχη γυροδιάταξη είναι ο γυρο-ταλαντωτής επιστρέφοντος κύματος (gyro-backward wave oscillator, gyro-BWO). Το μειονέκτημα αυτής της διάταξης είναι ότι η μετατόπιση Doppler μειώνει τη συχνότητα λειτουργίας σε σύγκριση με το γυροτρόνιο για δεδομένο μαγνητικό πεδίο.

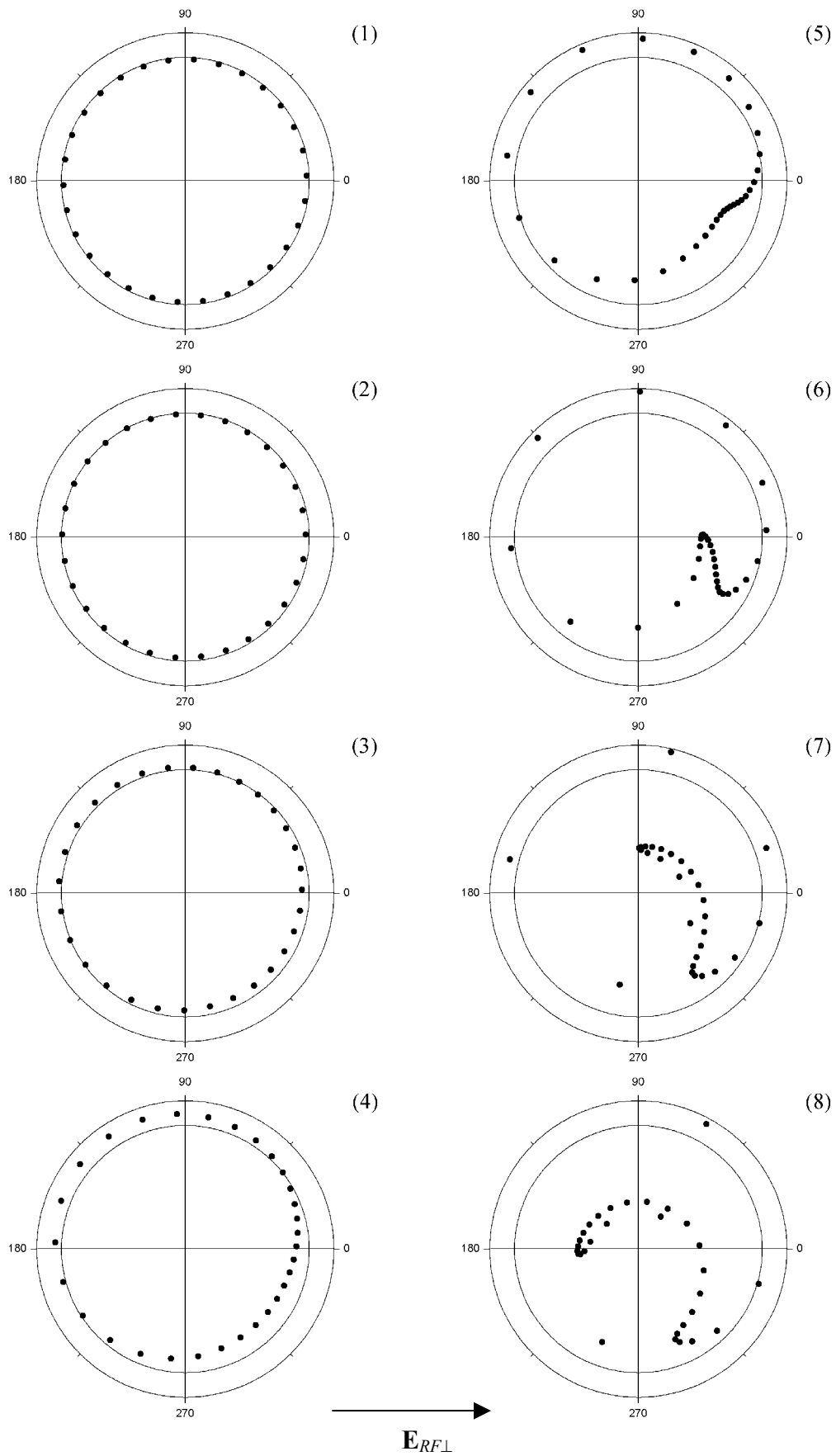
1.2.2 Μηχανισμός μεταφοράς ενέργειας

Η συνθήκη συντονισμού (1.2.6) είναι μεν αναγκαία συνθήκη για την ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ ηλεκτρονίου και υψίσυχνου πεδίου, αλλά δεν είναι και ικανή για την επιθυμητή μεταφορά ενέργειας από την ηλεκτρονική δέσμη στο πεδίο. Πράγματι, όταν ισχύει η συνθήκη συντονισμού, η κατεύθυνση της μεταφοράς ενέργειας καθορίζεται από το πρόσημο του γινομένου $\mathbf{v}_{\perp} \cdot \mathbf{E}_{RF\perp}$, δηλαδή από τη σχετική φάση του κύματος και της ταχύτητας του ηλεκτρονίου. Τα ηλεκτρόνια για τα οποία είναι $\mathbf{v}_{\perp} \cdot \mathbf{E}_{RF\perp} > 0$ αποδίδουν ενέργεια στο κύμα (ευνοϊκή σχετική φάση), ενώ τα ηλεκτρόνια για τα οποία είναι $\mathbf{v}_{\perp} \cdot \mathbf{E}_{RF\perp} < 0$ επιταχύνονται από το κύμα (δυσμενής σχετική φάση). Προφανώς πριν την αλληλεπίδραση η ηλεκτρονική δέσμη έχει ηλεκτρόνια με τυχαίες φάσεις ταχύτητας, οπότε οι δύο περιπτώσεις είναι εξίσου πιθανές αρχικά. Για να πραγματοποιηθεί τελικά μεταφορά ενέργειας από τη δέσμη στο υψίσυχο πεδίο θα πρέπει κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασης τα ηλεκτρόνια να ομαδοποιηθούν στο φασικό χώρο αποκτώντας στην πλειοψηφία τους ευνοϊκή σχετική φάση. Αυτή η ομαδοποίηση (bunching) στο γυροτρόνιο επιτυγχάνεται λόγω της εξάρτησης της κυκλοτρονικής συχνότητας από την ενέργεια του ηλεκτρονίου σύμφωνα με την (1.2.1). Η εξάρτηση αυτή είναι ένα σχετικιστικό φαινόμενο και είναι αξιοσημείωτο ότι η λειτουργία του γυροτρονίου μπορεί να εξηγηθεί μόνο σχετικιστικά, παρόλο που η ηλεκτρονική δέσμη σε αυτό είναι ήπια σχετικιστική.

Ο μηχανισμός φασικής ομαδοποίησης των ηλεκτρονίων στο γυροτρόνιο είναι ο ακόλουθος: Αν επιλέξουμε την κυκλοτρονική συχνότητα έτσι ώστε να ισχύει η συνθήκη συντονισμού (1.2.7) αλλά να είναι $s\omega_c < \omega$, τότε η φάση της ταχύτητας των ηλεκτρονίων καθυστερεί σε σχέση με τη φάση του κύματος και η σχετική φάση τους μεταβάλλεται.

Τα ηλεκτρόνια με ευνοϊκή αρχική σχετική φάση, που τα ονομάζουμε “ηλεκτρόνια Α”, αρχίζουν να χάνουν ενέργεια, άρα η κυκλοτρονική τους συχνότητα αυξάνει σύμφωνα με την (1.2.1) και το $s\omega_c$ τείνει στο ω . Κατά συνέπεια ο συντονισμός βελτιώνεται για αυτά, οπότε καθυστερούν λιγότερο σε σχέση με το κύμα και η μεταβολή της σχετικής τους φάσης είναι αργότερη. Έτσι τα ηλεκτρόνια Α έχουν την τάση να παραμείνουν στην ευνοϊκή σχετική φάση. Αντίθετα τα ηλεκτρόνια με δυσμενή αρχική σχετική φάση, που τα ονομάζουμε “ηλεκτρόνια Β”, αρχίζουν να κερδίζουν ενέργεια, οπότε η κυκλοτρονική τους συχνότητα ελαττώνεται με αποτέλεσμα να απομακρύνονται από το συντονισμό. Κατά συνέπεια καθυστερούν περισσότερο σε σχέση με το κύμα και η σχετική τους φάση μεταβάλλεται γρηγορότερα με αποτέλεσμα να τείνουν να απομακρυνθούν από τη δυσμενή σχετική φάση. Καθώς η σχετική φάση των ηλεκτρονίων Β μεταβάλλεται πλέον γρηγορότερα από εκείνη των ηλεκτρονίων Α, η σχετική φάση των ηλεκτρονίων Β θα γίνει ευνοϊκή προτού η σχετική φάση των ηλεκτρονίων Α γίνει δυσμενής. Τα ηλεκτρόνια έτσι ομαδοποιούνται στην ευνοϊκή σχετική φάση, οπότε σύμφωνα με τα παραπάνω η σχετική φάση τους μεταβάλλεται όλο και αργότερα παραμένοντας ευνοϊκή. Τα ηλεκτρόνια αποδίδουν έτσι μαζικά ενέργεια στο κύμα. Όταν τελικά κάποια στιγμή η σχετική φάση των ομαδοποιημένων ηλεκτρονίων αρχίσει να γίνεται δυσμενής, η αλληλεπίδραση τερματίζεται ώστε τα μην αρχίσουν τα ηλεκτρόνια να απορροφούν μαζικά ενέργεια από το κύμα (overbunching). Ο τερματισμός της αλληλεπίδρασης τη σωστή χρονική στιγμή επιτυγχάνεται με την κατάλληλη επιλογή του μήκους του ηλεκτροδυναμικού συστήματος του γυροτρονίου. Προφανώς με την επιλογή $s\omega_c > \omega$ η διαδικασία αντιστρέφεται και έχουμε απορρόφηση της ενέργεια του κύματος από την ηλεκτρονική δέσμη.

Ο παραπάνω μηχανισμός φασικής ομαδοποίησης στο γυροτρόνιο είναι γνωστός σαν σχετικιστική αζιμουθιακή ομαδοποίηση (relativistic azimuthal bunching). Στο σχήμα 1.3, όπου χρησιμοποιούμε τριάντα σημεία για τριάντα αντιπροσωπευτικά ηλεκτρόνια, παρουσιάζεται η διαδικασία της ομαδοποίησης σε ένα γυροτρόνιο θεμελιώδους κυκλοτρονικής συχνότητας ($s = 1$). Η ακτίνα κάθε σημείου στα πολικά διαγράμματα εκφράζει το μέτρο της εγκάρσιας ορμής του αντίστοιχου ηλεκτρονίου και η πολική του γωνία εκφράζει τη σχετική φάση μεταξύ της ταχύτητας του ηλεκτρονίου και του εγκάρσιου ηλεκτρικού πεδίου $\mathbf{E}_{RF\perp}$ του κύματος. Το πεδίο $\mathbf{E}_{RF\perp}$ κατευθύνεται έτσι πάντοτε προς τα δεξιά και συνεπώς η ευνοϊκή σχετική φάση είναι αυτή του δεξιού ημιεπίπεδου (γωνίες από 270° έως 360° και από 0° έως 90°). Τα στιγμιότυπα 1 έως 8 αντιστοιχούν σε 8 ισαπέχουσες χρονικές στιγμές με το στιγμιότυπο 1 να αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή της εισόδου των ηλεκτρονίων στο ηλεκτροδυναμικό σύστημα και το στιγμιότυπο 8 να αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή της εξόδου των ηλεκτρονίων από το ηλεκτροδυναμικό σύστημα. Κατά την είσοδο των ηλεκτρονίων στο ηλεκτροδυναμικό σύστημα (στιγμιότυπο 1) οι σχετικές φάσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες από 0° έως 360° και όλα τα ηλεκτρόνια έχουν εγκάρσια ορμή ίδιου μέτρου. Καθώς τα ηλεκτρόνια κινούνται μέσα στο ηλεκτροδυναμικό σύστημα η αλληλεπίδραση με το υψίσυχο κύμα ξεκινά. Στα στιγμιότυπα 2 και 3 τα ηλεκτρόνια με την ευνοϊκή σχετική φάση χάνουν ενέργεια προς το πεδίο (μικραίνει το μέτρο της εγκάρσιας ορμής), ενώ τα ηλεκτρόνια με τη δυσμενή σχετική φάση κερδίζουν ενέργεια από το πεδίο (μεγαλώνει το μέτρο της εγκάρσιας ορμής). Καθώς τα ηλεκτρόνια προχωρούν παρατηρείται η προαναφερόμενη ομαδοποίηση που οδηγεί σε συσσώρευση των ηλεκτρονίων στην ευνοϊκή σχετική φάση, όπως φαίνεται στο στιγμιότυπο 4 και ακόμη εντονότερα στο στιγμιότυπο 5. Στη συνέχεια τα ομαδοποιημένα ηλεκτρόνια τείνουν να παραμείνουν στην ευνοϊκή σχετική φάση και αποδίδουν ενέργεια στο κύμα (στιγμιότυπα 6 και 7). Όταν τελικά η σχετική φάση των ελαττωμένης ενέργειας ομαδοποιημένων ηλεκτρονίων



Σχήμα 1.3: Η διαδικασία της σχετικιστικής αξιμουθιακής φασικής ομαδοποίησης στο γυροτρόνιο θεμελιώδους κυκλοτρονικής συχνότητας.

ολισθήσει προς την περιοχή δυσμενούς σχετικής φάσης, τα ηλεκτρόνια έχουν πλέον φθάσει στην έξοδο του ηλεκτροδυναμικού συστήματος (στιγμιότυπο 8) και έτσι η αλληλεπίδραση τερματίζεται προτού ξεκινήσει η αντίστροφη διαδικασία μεταφοράς ενέργειας από το πεδίο στα ηλεκτρόνια. Το σχήμα 1.3 αφορά όπως είπαμε αλληλεπίδραση στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα, δηλαδή είναι $s=1$ στη συνθήκη συντονισμού (1.2.7). Στην περίπτωση αρμονικής αλληλεπίδρασης ($s=2, 3, \dots$) ένα σχήμα αντίστοιχο με το 1.3 θα παρουσίαζε s (και όχι μία) περιοχές ευνοϊκής σχετικής φάσης και κατά συνέπεια θα σχηματιζόνταν s ομάδες ηλεκτρονίων [14].

Εκτός από τη σχετικιστική αξιμουθιακή ομαδοποίηση, στο γυροτρόνιο λαμβάνει χώρα και σχετικιστική αξονική ομαδοποίηση των ηλεκτρονίων (relativistic axial bunching). Επειδή όπως είπαμε η αξονική ορμή $\gamma m_e v_{\parallel}$ διατηρείται, η ταχύτητα v_{\parallel} άρα και η μετατόπιση Doppler $k_{\parallel} v_{\parallel}$ αυξάνει (μειώνεται) για τα ηλεκτρόνια που χάνουν (κερδίζουν) ενέργεια. Λόγω της μορφής της ακριβέστερης συνθήκης συντονισμού (1.2.6), συνάγουμε ότι η σχετικιστική αξονική ομαδοποίηση δεν ανταγωνίζεται αλλά επικουρεί την σχετικιστική αξιμουθιακή ομαδοποίηση σε ό,τι αφορά τη συσσώρευση των ηλεκτρονίων στην περιοχή ευνοϊκής σχετικής φάσης. Αντιλαμβανόμαστε βέβαια ότι, επειδή η μετατόπιση Doppler είναι αμελητέα στο γυροτρόνιο, η συμβολή της σχετικιστικής αξονικής ομαδοποίησης στην συσσώρευση των ηλεκτρονίων στην περιοχή ευνοϊκής σχετικής φάσης είναι πολύ μικρή σε σχέση με τη συμβολή της σχετικιστικής αξιμουθιακής ομαδοποίησης.

Υπάρχει και ένας επιπλέον μηχανισμός αξονικής ομαδοποίησης, ο οποίος είναι μη σχετικιστικός. Πρόκειται για το φαινόμενο Weibel το οποίο οφείλεται στη δράση του εγκάρσιου υψίσυχνου μαγνητικού πεδίου [14]. Η αξονική ομαδοποίηση Weibel ανταγωνίζεται τις προαναφερόμενες σχετικιστικές ομαδοποιήσεις [15]. Αυτό σημαίνει ότι για δεδομένο πρόσημο της ποσότητας $s\omega_c + k_{\parallel} v_{\parallel} - \omega$, η κατεύθυνση μεταφοράς ενέργειας που επιτάσσει η αξονική ομαδοποίηση Weibel είναι αντίστροφη από αυτήν που επιτάσσει η σχετικιστική αξιμουθιακή ομαδοποίηση. Κατά συνέπεια, για να έχουμε τελικά μεταφορά ενέργειας από τη δέσμη στο πεδίο, το πρόσημο της ποσότητας $s\omega_c + k_{\parallel} v_{\parallel} - \omega$ πρέπει να επιλεγεί με βάση το ποιος μηχανισμός ομαδοποίησης είναι ο ισχυρότερος. Προφανώς στο γυροτρόνιο η αξονική ομαδοποίηση Weibel είναι αμελητέα επειδή το εγκάρσιο μαγνητικό πεδίο του υψίσυχνου κύματος κοντά στην αποκοπή είναι αμελητέο. Η σωστή επιλογή προσήμου είναι, όπως είδαμε, η $s\omega_c (+ k_{\parallel} v_{\parallel}) - \omega < 0$.

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι η κυρίαρχη ομαδοποίηση στο γυροτρόνιο είναι αξιμουθιακή και όχι αξονική. Σε άλλες διατάξεις που περιλαμβάνουν αλληλεπίδραση με κύμα μακριά από την αποκοπή, οι μηχανισμοί αξονικής ομαδοποίησης μπορεί να παίζουν σημαντικό ρόλο. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι ο αυτοσυντονισμός στο CARM οφείλεται στο ότι η σχετικιστική αξιμουθιακή ομαδοποίηση και η αξονική ομαδοποίηση Weibel συνυπάρχουν με την ίδια ένταση [14].

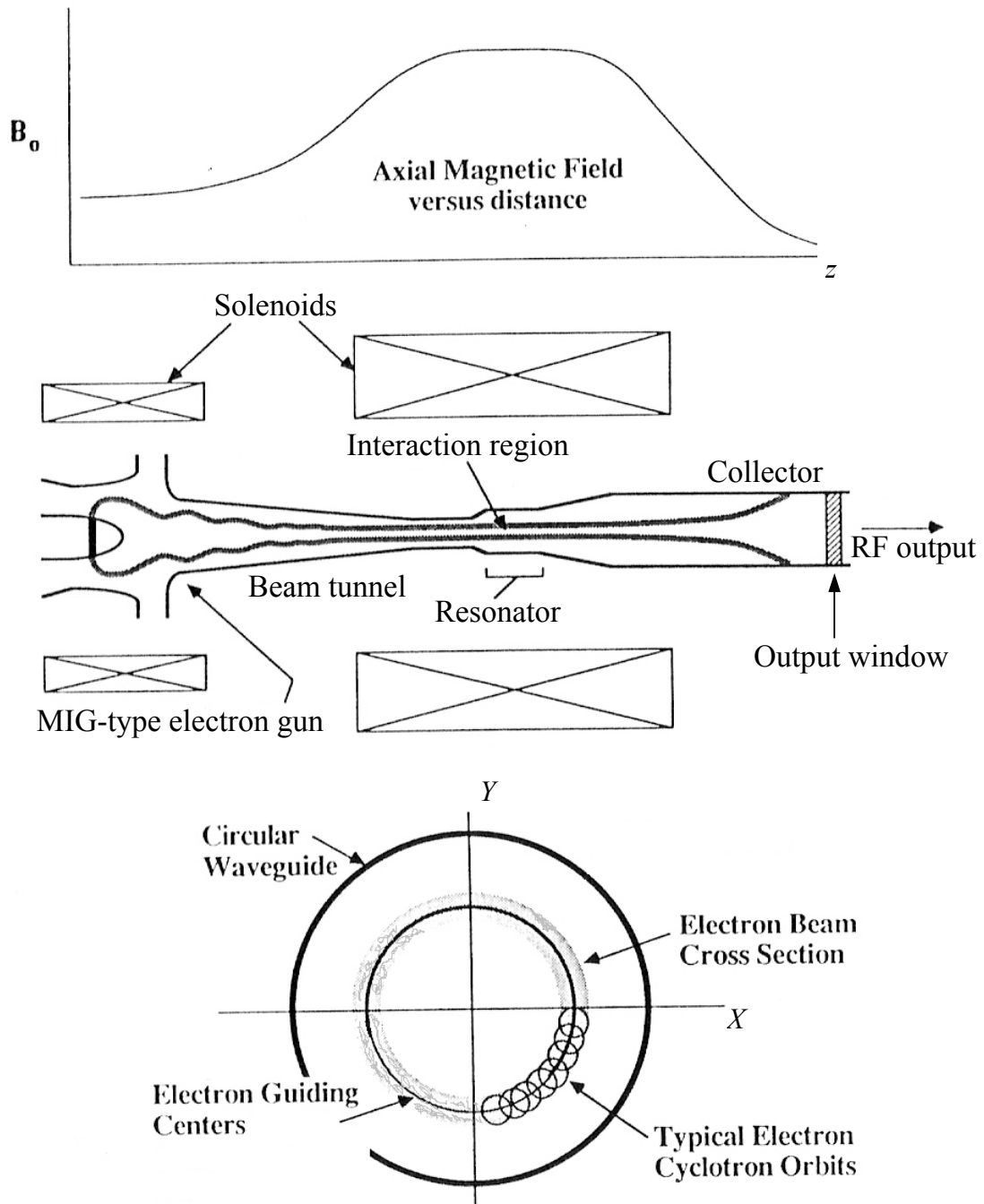
1.3 Το Συμβατικό Γυροτρόνιο

1.3.1 Δομή του συμβατικού γυροτρονίου

Η γενική διάρθρωση του γυροτρονίου είναι αυτή της τυπικής μικροκυματικής λυχνίας του σχήματος 1.1 και η δομή ενός συμβατικού γυροτρονίου^(*) παρουσιάζεται στο σχήμα 1.4, το οποίο είναι δάνειο από το [14]. Το συμβατικό γυροτρόνιο είναι κυλινδρικά συμμετρικό γύρω από τον άξονα z . Το μόνιμο αξονικό μαγνητικό πεδίο μεταβάλλεται κατά z με τον τρόπο που φαίνεται στο σχετικό διάγραμμα του σχήματος 1.4. Το σύστημα καθόδου-ανόδου στο οποίο σχηματίζεται η ηλεκτρονική δέσμη (πηγή ηλεκτρονικής δέσμης) είναι τύπου MIG (Magnetron Injection Gun) [10]. Συνήθως η πηγή ηλεκτρονικής δέσμης είναι δίοδος (diode-type electron gun). Σε σπανιότερες περιπτώσεις χρησιμοποιείται τρίοδος πηγή ηλεκτρονικής δέσμης (triode-type electron gun) με μια δεύτερη άνοδο, της οποίας το δυναμικό είναι μια επιπλέον ελεύθερη παράμετρος ελέγχου των ιδιοτήτων της δέσμης. Η πηγή της ηλεκτρονικής δέσμης λειτουργεί σε συνθήκες θερμοκρασιακού περιορισμού (temperature-limited conditions) και όχι σε συνθήκες περιορισμού χωρικού φορτίου (space-charge-limited conditions) [1], διότι έτσι περιορίζεται η ανεπιθύμητη διασπορά ταχυτήτων στη δέσμη. Τα ηλεκτρόνια εκπέμπονται θερμιονικά με αμελητέα αρχική ταχύτητα από έναν εκπομπό από κατάλληλο υλικό, ο οποίος έχει τη μορφή επιφάνειας κόλουρου κώνου. Κατά συνέπεια η ηλεκτρονική δέσμη είναι δακτυλιοειδής. Επιπλέον η ακτίνα της δέσμης είναι πολύ μεγαλύτερη από την ακτίνα της κυκλοτρονικής περιστροφής των ηλεκτρονίων (ακτίνα Larmor). Αυτά φαίνονται ποιοτικά στο κάτω σχήμα 1.4. Λόγω της υψηλής διαφοράς δυναμικού ανόδου-καθόδου και των συνθηκών θερμοκρασιακού περιορισμού, υπάρχει ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο κάθετο στην επιφάνεια εκπομπής το οποίο, σε συνδυασμό με το αξονικό μαγνητικό πεδίο, επιβάλλει στα ηλεκτρόνια να ακολουθήσουν ελικοειδείς τροχιές γύρω από τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου.

Στο διάυλο της ηλεκτρονικής δέσμης το μαγνητικό πεδίο αυξάνει και παίρνει τη μέγιστη τιμή του στο ηλεκτροδυναμικό σύστημα του γυροτρονίου. Η αξονική μεταβολή του μαγνητικού πεδίου στο διάυλο είναι αργή σε σύγκριση με το βήμα της ελικοειδούς τροχιάς του κάθε ηλεκτρονίου, οπότε η κίνηση του ηλεκτρονίου από την κάθοδο μέχρι το ηλεκτροδυναμικό σύστημα μπορεί να θεωρηθεί αδιαβατική. Η ποσότητα $(\gamma m_e v_{\perp})^2/B_0$ είναι έτσι αδιαβατικά αμετάβλητη και το κέντρο της κυκλοτρονικής περιστροφής του σωματιδίου ακολουθεί μια δυναμική γραμμή του μαγνητικού πεδίου [1]. Συνεπώς, κατά τη διέλευση των ηλεκτρονίων από το διάυλο η εγκάρσια ορμή τους αυξάνει, η αξονική ορμή τους ελαττώνεται και επειδή λόγω της αύξησης του B_0 οι μαγνητικές γραμμές συγκλίνουν, η ακτίνα της δέσμης μικραίνει. Η δέσμη υφίσταται με αυτό τον τρόπο μαγνητική συμπίεση (magnetic compression), η οποία είναι απαραίτητη για να

(*) Χρησιμοποιούμε τον όρο “συμβατικό γυροτρόνιο” (conventional gyrotron) αναφερόμενοι στο συνηθέστερο τύπο γυροτρονίου και σε αντιδιαστολή με τις διάφορες παραλλαγές του, όπως είναι το γυροτρόνιο μεγάλης τροχιάς (large-orbit gyrotron), το γυροτρόνιο σύνθετης κοιλότητας (complex-cavity gyrotron), το ομοαξονικό γυροτρόνιο (coaxial-cavity gyrotron) και το οπτικό γυροτρόνιο (quasi-optical gyrotron). Οι παραλλαγές αυτές θα σχολιαστούν ως προς τις διαφοροποιήσεις τους από το συμβατικό γυροτρόνιο στην επόμενη ενότητα.



Σχήμα 1.4 (σχήμα 4.1 του [3]): Σχηματική δομή του συμβατικού γυροτρονίου. Στο επάνω σχήμα φαίνεται η αξονική μεταβολή του μόνιμου αξονικού μαγνητικού πεδίου και στο κάτω σχήμα μια εγκάρσια τομή του σώματος της διάταξης.

συμβιβαστεί η αυξημένη πυκνότητα ρεύματος που απαιτείται για την αλληλεπίδραση δέσμης-πεδίου στο ηλεκτροδυναμικό σύστημα με την περιορισμένη πυκνότητα ρεύματος που μπορεί να παράγει ο εκπομπός. Ο δίαυλος της ηλεκτρονικής δέσμης εξασφαλίζει έτσι την προσαρμογή της πυκνότητας ρεύματος της δέσμης και της εγκάρσιας ταχύτητας των ηλεκτρονίων στις ανάγκες της αλληλεπίδρασης. Όπως σχολιάσαμε ήδη, στο γυροτρόνιο είναι επιθυμητές μεγάλες τιμές του λόγου ταχυτήτων $\alpha = v_{\perp}/v_{\parallel}$ και η αύξηση του μαγνητικού πεδίου στο δίαυλο αυξάνει το α . Βέβαια η αύξηση του μαγνητικού πεδίου θα πρέπει να μην είναι τόσο μεγάλη που να οδηγεί σε ανάκλαση μεγάλου αριθμού ηλεκτρονίων, διότι η ύπαρξη ηλεκτρονίων που κινούνται προς στην κάθοδο παρενοχλεί τη λειτουργία της λυχνίας. Προφανώς αυτό το άνω όριο στην αύξηση του μαγνητικού πεδίου περιορίζεται όσο αυξάνει η διασπορά ταχυτήτων στα ηλεκτρόνια της δέσμης. Με αυτή την έννοια η αναπόφευκτη διασπορά ταχυτήτων στις πραγματικές δέσμες περιορίζει την εφικτή τιμή του λόγου α , ο οποίος συνήθως δεν υπερβαίνει το 1.5 [10]. Σημειώνουμε επίσης ότι η ενδεχόμενη διέγερση υψίσυχνου πεδίου στο δίαυλο είναι ανεπιθύμητη, διότι συνεπάγεται απώλεια ενέργειας από τη δέσμη και κυρίως αύξηση των διασπορών ενέργειας και ταχύτητας με αποτέλεσμα την πτώση της απόδοσης της προσχεδιασμένης αλληλεπίδρασης μεταξύ της δέσμης και του υψίσυχνου πεδίου στο ηλεκτροδυναμικό σύστημα που ακολουθεί το δίαυλο. Για αυτό το λόγο ο δίαυλος εξοπλίζεται συνήθως με κατάλληλες διατάξεις απορρόφησης των υψίσυχνων πεδίων, όπως για παράδειγμα με εγκάρσιους δακτυλίους διηλεκτρικού με απώλειες (βλ. και σχήμα 1.6).

Το ηλεκτροδυναμικό σύστημα του γυροτρονίου είναι η λεγόμενη κοιλότητα αλληλεπίδρασης (interaction cavity, resonator) και στο συμβατικό γυροτρόνιο έχει τη μορφή κυκλικού κυλινδρικού κυματοδηγού μεταβλητής ακτίνας. Η ακτίνα μειώνεται προς το άκρο που βρίσκεται στην πλευρά του διαύλου, ώστε η παραγόμενη Η/Μ ισχύς να είναι σε αποκοπή και να μην ταξιδεύει προς την κάθοδο. Αντίθετα, η ακτίνα αυξάνει προς το άκρο που βρίσκεται στην πλευρά του συλλέκτη, ώστε η παραγόμενη Η/Μ ισχύς να εξέρχεται από το ηλεκτροδυναμικό σύστημα προς το πέρας της λυχνίας με τη μορφή οδεύοντος κύματος. Μεταξύ των περιοχών μεταβλητής ακτίνας υπάρχει μια περιοχή σταθερής (συνήθως) ακτίνας όπου υποστηρίζονται κύματα που μοιάζουν με στάσιμα και όπου κατεξοχήν λαμβάνει χώρα η αλληλεπίδραση δέσμης-πεδίου και η συνεπακόλουθη παραγωγή της μικροκυματικής ισχύος. Αντιλαμβανόμαστε έτσι ότι ο κυματοδηγός μεταβλητής ακτίνας που αποτελεί το ηλεκτροδυναμικό σύστημα συμπεριφέρεται τελικά σαν μια ανοικτή κοιλότητα. Στα σύγχρονα γυροτρόνια μεγάλης ισχύος το παραγόμενο υψίσυχνο κύμα εμφανίζει ισχυρά πεδία στην περιοχή της δέσμης και όχι στο κέντρο της κοιλότητας. Με άλλα λόγια η εγκάρσια δομή του υψίσυχνου κύματος είναι δακτυλιοειδής. Στην επόμενη παράγραφο θα μιλήσουμε περισσότερο αναλυτικά για τη μορφή του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης.

Μετά την αλληλεπίδραση, η ηλεκτρονική δέσμη έχοντας πλέον μειωμένη αλλά αξιόλογη κινητική ενέργεια και μεγάλη διασπορά ταχυτήτων καταλήγει στο συλλέκτη. Για να μετριαστεί η επιβάρυνση από τα προσκρούοντα ηλεκτρόνια, το μαγνητικό πεδίο μετά την κοιλότητα αλληλεπίδρασης μειώνεται, οπότε η ακτίνα της δέσμης αυξάνει (μαγνητική αποσυμπίεση) και τα ηλεκτρόνια κατανέμονται σε μεγαλύτερο εμβαδόν πάνω στην επιφάνεια του συλλέκτη. Όπως αναφέρθηκε ήδη, υπάρχει η δυνατότητα να τεθεί ο συλλέκτης σε δυναμικό που επιβραδύνει τα ηλεκτρόνια (depressed collector) [5]-[7], [16]. Με αυτό τον τρόπο μέρος της εναπομένουσας κινητικής ενέργειας της δέσμης ανακτάται με τη μορφή ηλεκτροστατικής ενέργειας. Παρόλα αυτά, λόγω της αυξημένης διασποράς ταχυτήτων, δεν είναι δυνατή η πλήρης ανάκτηση διότι πρέπει να εξασφαλιστεί ότι ο αριθμός των ανακλώμενων ηλεκτρονίων από το επιβραδύνον

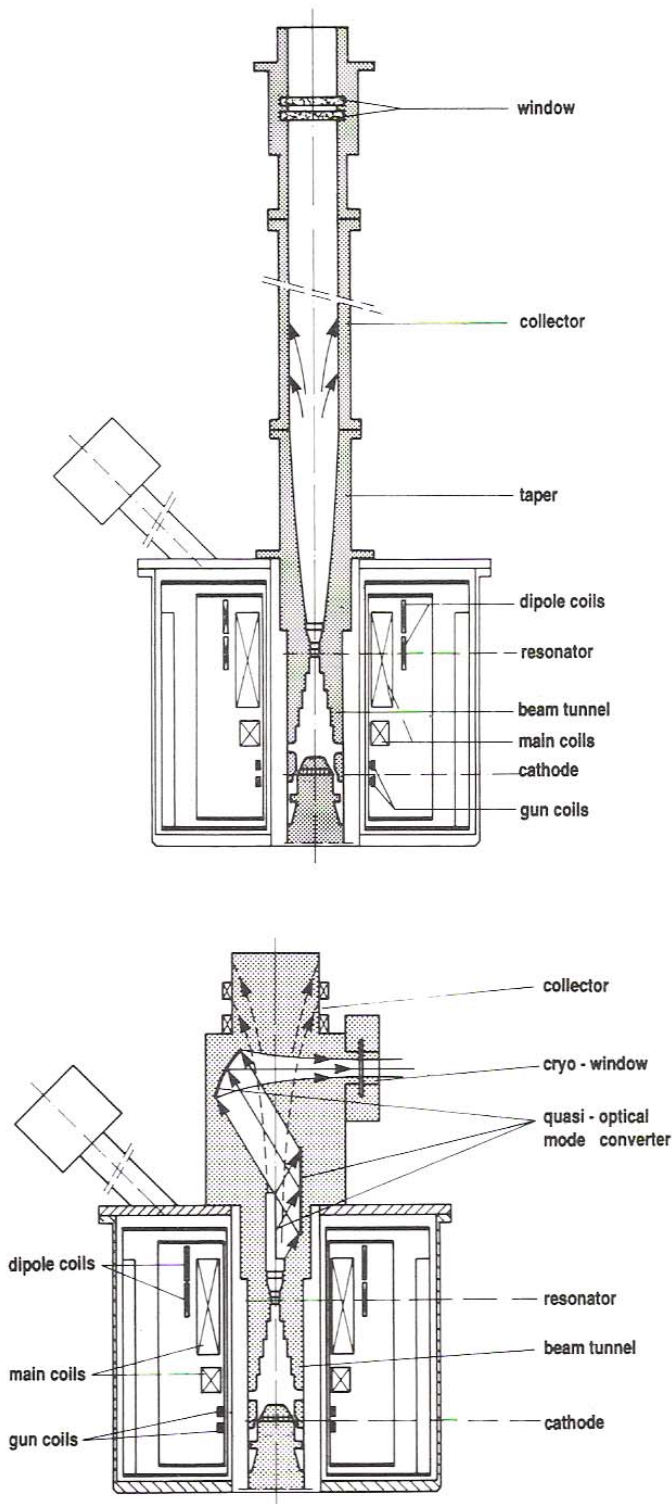
δυναμικό είναι αρκετά χαμηλός ώστε να μην παρεμποδίζεται η αποδοτική λειτουργία του γυροτρονίου [17]. Συνήθως, επειδή το σώμα της διάταξης είναι γειωμένο (με την εξαίρεση της καθόδου που βρίσκεται σε αρνητικό δυναμικό), το επιβραδύνον δυναμικό στο οποίο τίθεται ο συλλέκτης είναι αρνητικό.

Η έξοδος της παραγόμενης μικροκυματικής ισχύος από το γυροτρόνιο μπορεί να γίνει είτε κατά τον άξονα της διάταξης είτε εγκάρσια σε αυτόν. Η αξονική έξοδος είναι αυτή που αναπτύχθηκε πρώτη επειδή είναι και η απλούστερη. Τέτοια είναι η έξοδος στο γυροτρόνιο του σχήματος 1.4, καθώς και στο γυροτρόνιο του άνω σχήματος 1.5. Στην περίπτωση της αξονικής εξόδου δεν υπάρχει ξέχωρη διάταξη διαχωριστή και ο διαχωρισμός των ηλεκτρονίων από το υψίσυχο πεδίο γίνεται ουσιαστικά με το μειούμενο μαγνητικό πεδίο στο συλλέκτη, το οποίο αναγκάζει τα ηλεκτρόνια να εγκαταλείψουν την αξονική διεύθυνση κίνησης και να προσκρούσουν στα τοιχώματα. Η παραγόμενη μικροκυματική ισχύς συνεχίζει την αξονική πορεία της ως οδεύον κύμα και εξέρχεται από τη λυχνία. Η εγκάρσια δομή του εξερχόμενου κύματος είναι συνήθως ίδια με εκείνη στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης.

Στην περίπτωση της ακτινικής εξόδου υπάρχει οπτική διάταξη διαχωριστή, η οποία περιλαμβάνει συνδυασμό κατόπτρων και μιας ειδικής τομής στον κυματοδηγό που ακολουθεί την κοιλότητα αλληλεπίδρασης [5], [6]. Ο διαχωριστής επιτυγχάνει την εκτροπή της μικροκυματικής ισχύος από την αξονική στην ακτινική διεύθυνση και επιπλέον λειτουργεί και ως μετατροπέας ρυθμού (mode converter), μετατρέποντας την δακτυλοειδή μικροκυματική δέσμη της κοιλότητας αλληλεπίδρασης σε μικροκυματική δέσμη με γκαουσιανή κατανομή ισχύος στο εγκάρσιο επίπεδο (γκουσιανή δέσμη). Ένα γυροτρόνιο ακτινικής εξόδου φαίνεται στο κάτω σχήμα 1.5 που είναι δάνειο το [5]. Παρόλη την πολυπλοκότητα, η ακτινική έξοδος με μετατροπέα ρυθμού είναι προτιμότερη σε σχέση με την αξονική στα γυροτρόνια μεγάλης ισχύος (~ MW), όπου η παραγόμενη μικροκυματική δέσμη στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης είναι δακτυλοειδής [18]. Αφενός η γκουσιανή μικροκυματική δέσμη πλεονεκτεί σε σχέση με τη δακτυλοειδή επειδή παρουσιάζει μικρότερες ωμικές απώλειες στους κυματοδηγούς και γενικά είναι αποδοτικότερη κατά τη χρήση της στις εφαρμογές. Αφετέρου ο διαχωρισμός δέσμης-πεδίων είναι πλήρης, οπότε ο συλλέκτης δεν αποτελεί τμήμα του κυματοδηγού εξόδου και συνεπώς μπορεί να σχεδιαστεί με αποκλειστικό γνώμονα την καλύτερη διαχείριση της ηλεκτρονικής δέσμης. (Σημειώνουμε ότι η τοποθέτηση του συλλέκτη σε επιβραδύνον δυναμικό είναι συμβατή κυρίως με την ακτινική έξοδο.) Τέλος, οι ανακλάσεις από το διηλεκτρικό παράθυρο μικροκυμάτων, από το οποίο εξέρχεται τελικά η ηλεκτρομαγνητική ισχύς, μπορούν να περιοριστούν σημαντικά με κατάλληλη μικρή κλίση του παραθύρου. Κάτι τέτοιο δεν είναι δυνατό στην περίπτωση της αξονικής εξόδου. Οι ανακλάσεις αυτές μπορεί να έχουν δυσμενή επίπτωση στη λειτουργία του γυροτρονίου [19], [20].

Το διηλεκτρικό παράθυρο μικροκυμάτων του γυροτρονίου πρέπει να εμφανίζει χαμηλό συντελεστή ανάκλασης και χαμηλή απορρόφηση στη συχνότητα λειτουργίας και επιπλέον να είναι ανθεκτικό στην ακτινοβολία ισχύος. Η ανθεκτικότητα του παραθύρου ήταν μέχρι πριν μερικά χρόνια ο κυριότερος ίσως παράγοντας περιορισμού της χρονικής διάρκειας του παλμού λειτουργίας στα γυροτρόνια μεγάλης ισχύος^(*). Η πρόσφατη

(*) Εκτός από την αντοχή του παραθύρου, η λειτουργία ισχύος σε παλμούς μεγάλης διάρκειας (και κατ'επέκταση η λειτουργία ισχύος συνεχούς κύματος) προϋποθέτει μεταξύ άλλων τη δυνατότητα των τροφοδοτικών διατάξεων και των μαγνητών για αντίστοιχη λειτουργία, τον περιορισμό της ωμικής θέρμανσης των τοιχωμάτων της κοιλότητας αλληλεπίδρασης σε ανεκτά επίπεδα, την ικανότητα του συλλέκτη να αντέξει την παρατεταμένη επιβάρυνση από τα προσκρούοντα ηλεκτρόνια, τον περιορισμό της λεγόμενης διαφεύγουσας ακτινοβολίας (stray radiation) που παγιδεύεται κυρίως στην περιοχή του



Σχήμα 1.5 (σχήμα 6.2 του [5]): Λεπτομερής δομή δύο συμβατικών γυροτρονίων. Στο επάνω γυροτρόνιο η έξοδος της μικροκυματικής ισχύος είναι αξονική. Στο κάτω γυροτρόνιο η έξοδος της μικροκυματικής ισχύος είναι ακτινική και υπάρχει ενσωματωμένη οπτική διάταξη μετατροπής ρυθμού.

διαχωριστή λόγω ανεπιθύμητων ανακλάσεων από τα κάτοπτρα και από το παράθυρο μικροκυμάτων [21], την κατάλληλη σχεδίαση της πηγής ηλεκτρονίων και του διαύλου ώστε να αποφεύγονται ενδεχόμενες παγίδες δυναμικού όπου με την πάροδο του χρόνου συσσωρεύονται σωματίδια και οδηγούν σε εκκενώσεις [22], καθώς και τη διατήρηση του κενού για το χρονικό διάστημα λειτουργίας.

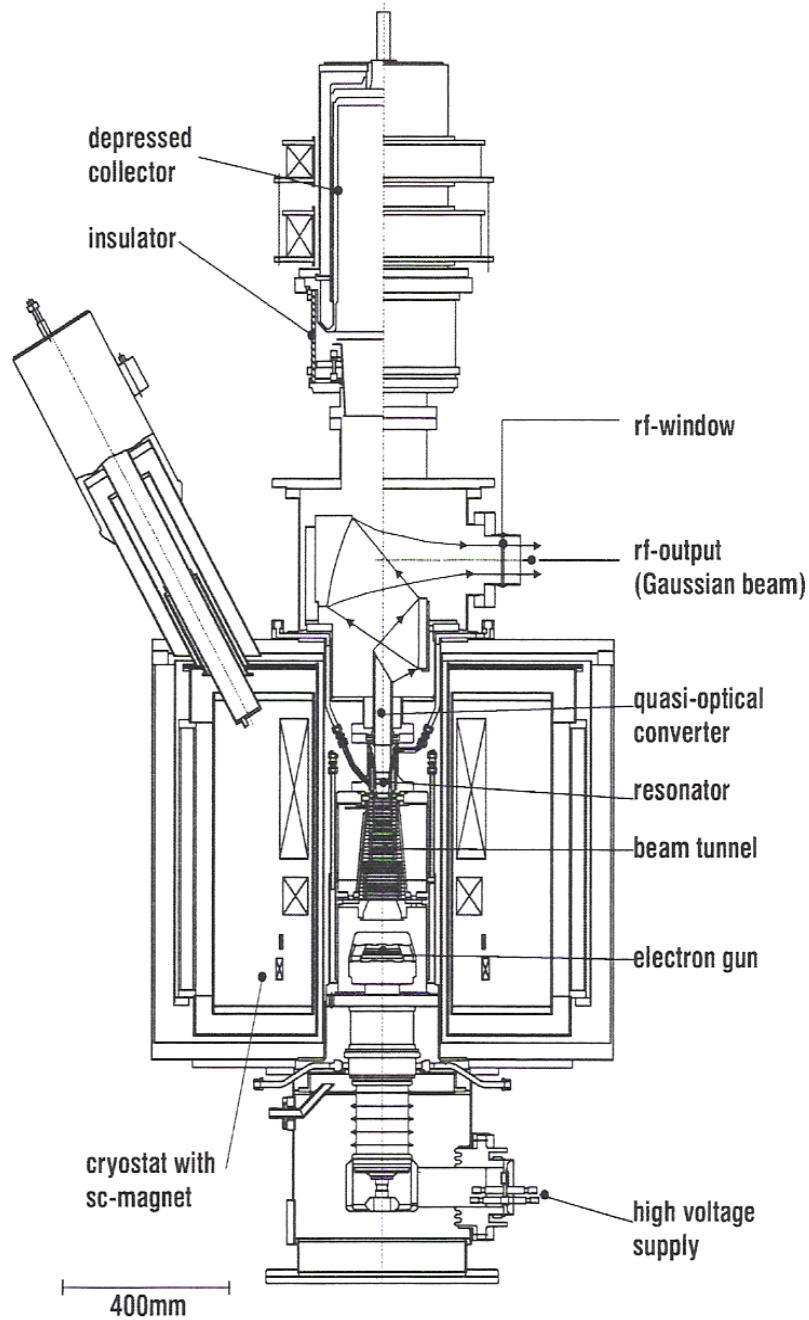
ανάπτυξη παραθύρων συνθετικού αδάμαντα με την τεχνική CVD (Chemical Vapour Deposition) φαίνεται να λύνει αυτό το πρόβλημα για αυτό και όλες οι πρόσφατες υλοποιήσεις γυροτρονίων ισχύος (~ MW) υιοθετούν τέτοια παράθυρα [6]-[8]. Επίσης, μια επιτυχημένη στρατηγική για την ανακούφιση του παραθύρου από την ηλεκτρομαγνητική φόρτιση είναι η χρήση οπτικού διαχωριστή που παράγει δύο ακτινικές μικροκυματικές δέσμες, με αποτέλεσμα η συνολική ισχύς να διοχετεύεται όχι σε ένα αλλά σε δύο παράθυρα [23], [24].

Στο σχήμα 1.6 (δάνειο από το [8]) παρουσιάζουμε ενδεικτικά ένα συμβατικό γυροτρόνιο μεγάλης ισχύος. Πρόκειται για ένα γυροτρόνιο 140 GHz, 1 MW CW με ακτινική έξοδο μικροκυμάτων και συλλέκτη σε επιβραδύνον δυναμικό.

1.3.2 Ρυθμοί TE στην κοιλότητα του συμβατικού γυροτρονίου

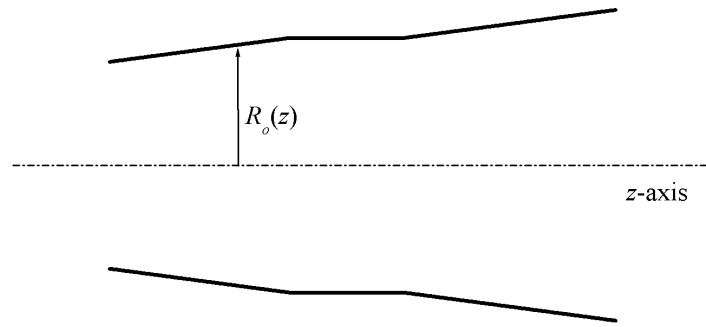
Η κοιλότητα αλληλεπίδρασης, που αποτελεί το ηλεκτροδυναμικό σύστημα του συμβατικού γυροτρονίου, φαίνεται στο σχήμα 1.7. Πρόκειται για μια ανοικτή κοιλότητα που είναι τμήμα κυκλικού κυλινδρικού κυματοδηγού μεταβλητής ακτίνας $R_o(z)$. Η μεταβολή της ακτίνας είναι αρκετά ήπια (κλίσεις μικρότερες από 5°), οπότε με καλή προσέγγιση μπορεί να θεωρηθεί ότι η κοιλότητα υποστηρίζει ανεξάρτητους ρυθμούς TE και TM ως προς z [25]. Με άλλα λόγια η σύζευξη των ρυθμών TE και TM, που είναι απαραίτητη για την ικανοποίηση των οριακών συνθηκών στο αξονικά ανομοιογενές τοίχωμα, είναι πολύ ασθενής λόγω της ηπιότητας της ανομοιογένειας και μπορεί να αμεληθεί. Όπως θα εξηγήσουμε στο τέλος αυτής της παραγράφου, η μορφή της κοιλότητας του σχήματος 1.7 και η κατάλληλη επιλογή της κυκλοτρονικής συχνότητας διευκολύνει τη διέγερση ρυθμών κοντά στην αποκοπή. Για το λόγο αυτό στο γυροτρόνιο διεγείρονται μόνο τέτοιοι ρυθμοί, γεγονός που είναι χαρακτηριστικό της Αλληλεπίδρασης Γυροτρονίου. Η διευκόλυνση της διέγερσης ρυθμών κοντά στην αποκοπή και το γεγονός ότι η ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ της ηλεκτρονικής δέσμης και του πεδίου ενός ρυθμού πραγματοποιείται στο εγκάρσιο επίπεδο, οδηγούν στο ότι οι διεγείρομενοι ρυθμοί στο γυροτρόνιο είναι ρυθμοί TE και όχι TM. Ουσιαστικά αυτό συμβαίνει επειδή, για δεδομένη ηλεκτρομαγνητική ισχύ, το εγκάρσιο ηλεκτρικό πεδίο των ρυθμών TE κοντά στην αποκοπή είναι πολύ μεγαλύτερο από το εγκάρσιο ηλεκτρικό πεδίο των ρυθμών TM κοντά στην αποκοπή [26].

Επιχειρώντας έναν πιο ποσοτικό συλλογισμό, παρατηρούμε ότι ο μέσος ρυθμός μετατροπής της κινητικής ενέργειας σε ηλεκτρομαγνητική κατά την αλληλεπίδραση της ηλεκτρονικής δέσμης με ένα ρυθμό TE ή TM ισούται με $-(1/2)\int_{V_{el}} \text{Re}\{\mathbf{E}_\perp \cdot (\mathbf{J}_\perp)^*\} dV_{el}$, επειδή η ανταλλαγή ενέργειας δέσμης-ρυθμού στο γυροτρόνιο γίνεται στο εγκάρσιο επίπεδο. Σε ότι αφορά τα εμφανιζόμενα μεγέθη, σημειώνουμε ότι $\text{Re}\{\mathbf{E}_\perp\}$ είναι το ηλεκτρικό πεδίο του ρυθμού στο εγκάρσιο επίπεδο, $\text{Re}\{\mathbf{J}_\perp\}$ είναι η πυκνότητα ρεύματος στο εγκάρσιο επίπεδο την οποία αντιπροσωπεύει η δέσμη ($|\mathbf{J}_\perp| \propto |\mathbf{E}_\perp|$), V_{el} είναι ο όγκος που καταλαμβάνουν τα ηλεκτρόνια και ο αστερίσκος συμβολίζει το μιγαδικό συζυγή. Ταυτόχρονα, η μέση ηλεκτρομαγνητική ισχύς που διαφεύγει από τα ανοικτά άκρα της κοιλότητας με τη μορφή απωλειών περίθλασης (diffraction losses) ισούται με $(1/2)\int_S \text{Re}\{\mathbf{E}_\perp \times (\mathbf{H}_\perp)^*\} \cdot d\mathbf{S}$, όπου $\text{Re}\{\mathbf{H}_\perp\}$ είναι το μαγνητικό πεδίο του ρυθμού στο εγκάρσιο επίπεδο και S είναι η συνολική επιφάνεια των ανοιγμάτων. Η διέγερση ενός ρυθμού από την ηλεκτρονική δέσμη γίνεται ευκολότερη όσο ο λόγος της μετατρεπόμενης ισχύος προς την ισχύ των απωλειών περίθλασης αυξάνει. Σύμφωνα με τα παραπάνω, το μέτρο του λόγου αυτού είναι ανάλογο της ποσότητας $|\mathbf{E}_\perp|/|\mathbf{H}_\perp|$ που ισούται με τη λεγόμενη κυματική αντίσταση. Για τους ρυθμούς TM είναι



Σχήμα 1.6 (σχήμα 5 του [8]): Συμβατικό γυροτρόνιο 140 GHz, 1 MW CW με ακτινική έξοδο μικροκυμάτων και συλλέκτη σε επιβραδύνον δυναμικό.

$|\mathbf{E}_\perp|/|\mathbf{H}_\perp| = Z_{TM} = (ck_\parallel/\omega)\zeta_0$ και για τους ρυθμούς TE είναι $|\mathbf{E}_\perp|/|\mathbf{H}_\perp| = Z_{TE} = (ck_\parallel/\omega)^{-1}\zeta_0$, όπου $\zeta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2} = \mu_0 c \cong 120\pi \Omega$ η κυματική αντίσταση του κενού [26]. Για ρυθμούς κοντά στην αποκοπή ισχύει $ck_\parallel \ll \omega$, οπότε $Z_{TE} \gg Z_{TM}$. Αυτό σημαίνει ότι η διέγερση ρυθμών TE κοντά στην αποκοπή είναι πολύ ευκολότερη από τη διέγερση ρυθμών TM κοντά στην αποκοπή, για αυτό και οι διεγερόμενοι ρυθμοί στο γυροτρόνιο είναι ρυθμοί TE. Το συμπέρασμα αυτό προκύπτει άμεσα και από τα αποτελέσματα της εμπειριστικώς μελετημένης [13] για την αλληλεπίδραση ηλεκτρονικής δέσμης με ρυθμούς TE και TM, αρκεί αυτά να εφαρμοστούν στην περίπτωση της Αλληλεπίδρασης Γυροτρονίου.



Σχήμα 1.7: Η κοιλότητα αλληλεπίδρασης (ηλεκτροδυναμικό σύστημα) του συμβατικού γυροτρονίου.

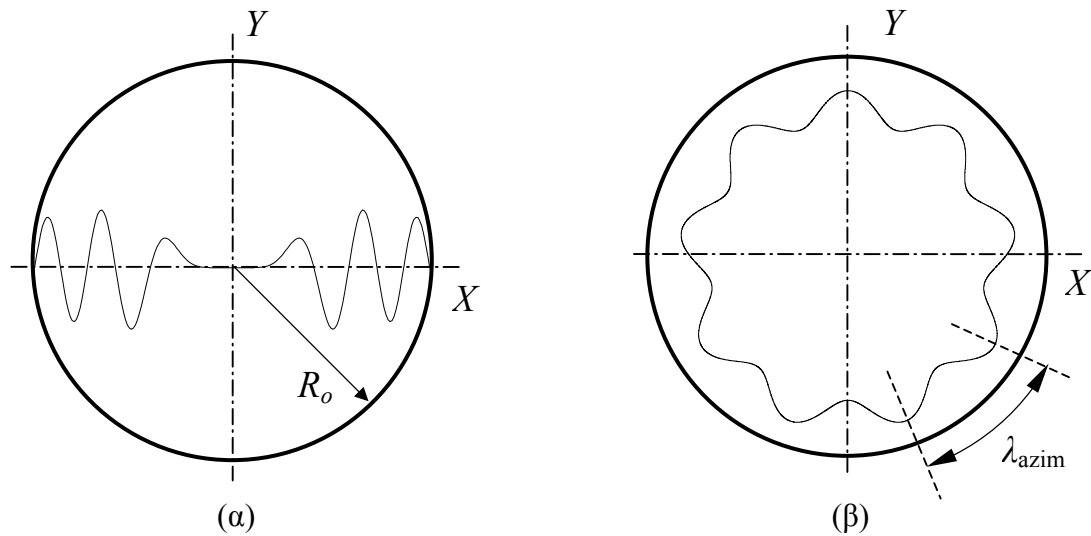
Οι εκφράσεις του πεδίου των ρυθμών TE (σε ό,τι αφορά την εγκάρσια εξάρτηση) μπορούν να προσεγγιστούν από τις αντίστοιχες εκφράσεις για κυκλικό κυματοδηγό σταθερής διατομής [27], αν ληφθεί υπόψη η ήπια μεταβολή της ακτίνας $R_o(z)$. Έτσι το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο του ρυθμού TE_{mp} προσεγγίζονται από τα πραγματικά μέρη των αντίστοιχων μιγαδικών πεδίων

$$\mathbf{E}_{\text{hol}}(\mathbf{R}, z, t) = E_0 e^{i\omega t} f(z) \left\{ \frac{im}{R} J_m[k_{\perp mp}(z)R] \hat{\mathbf{R}} + k_{\perp mp}(z) J'_m[k_{\perp mp}(z)R] \hat{\mathbf{\Phi}} \right\} e^{-im\Phi} \quad (1.3.1)$$

$$\mathbf{H}_{\text{hol}}(\mathbf{R}, z, t) = \frac{i}{\omega\mu_0} \nabla \times \mathbf{E}_{\text{hol}}(\mathbf{R}, z, t) \quad (1.3.2)$$

όπου $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $p = 1, 2, 3, \dots$ και (R, Φ, z) είναι ένα κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων (γύρω από τον άξονα συμμετρίας της κοιλότητας) με εγκάρσιο διάνυσμα θέσης \mathbf{R} . Η κυκλική συχνότητα του H/M πεδίου είναι $\omega > 0$, η μιγαδική ποσότητα E_0 εκφράζει το πλάτος του πεδίου, η μιγαδική συνάρτηση $f(z)$ με $|f(z)| \leq 1$ περιγράφει την αξονική εξάρτηση του ηλεκτρικού πεδίου (συνάρτηση αξονικού προφίλ) και $k_{\perp mp}(z) = \chi_{mp}/R_o(z)$ είναι ο εγκάρσιος κυματαριθμός (κυματαριθμός αποκοπής). Η ιδιοτιμή $\chi_{mp} > 0$ είναι η p -οστη ρίζα της χαρακτηριστικής εξίσωσης $J'_m(\chi) = 0$, όπου $J_m(\chi)$ η συνάρτηση Bessel πρώτου είδους τάξης m και ο τόνος δηλώνει παραγώγιση ως προς το όρισμα. Η χαρακτηριστική εξίσωση προκύπτει από την απαίτηση μηδενισμού της συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου που είναι εφαπτομενική στο τοίχωμα της κοιλότητας. Η τυπική εγκάρσια δομή του πεδίου του ρυθμού TE_{mp} φαίνεται στο σχήμα 1.8, όπου σαν παράδειγμα χρησιμοποιείται η αζιμουθιακή συνιστώσα $\text{Re}\{\hat{\mathbf{\Phi}} \cdot \mathbf{E}_{mp}\}$ του ηλεκτρικού πεδίου του ρυθμού $TE_{9,5}$.

Η ακτίνα της ηλεκτρονικής δέσμης στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης ρυθμίζεται με τρόπο που να βελτιστοποιείται η “συνεργασία” ηλεκτρονίων και υψίσυχνου πεδίου. Για αλληλεπίδραση με το ρυθμό TE_{mp} στην αρμονική s της κυκλοτρονικής συχνότητας ($s = 1, 2, \dots$), η βέλτιστη ακτίνα R_e του κέντρου κυκλοτρονικής περιστροφής ενός ηλεκτρονίου είναι εκείνη που μεγιστοποιεί την ποσότητα $|J_{m-s}(k_{\perp mp}R_e)|$ [6-κεφ. 5]. Συμπεραίνουμε έτσι ότι στην ιδανική περίπτωση όλα τα ηλεκτρόνια της δέσμης θα πρέπει να έχουν κέντρο περιστροφής στη βέλτιστη ακτίνα. (Μια τέτοια ιδανική δέσμη χωρίς διασπορά στα κέντρα περιστροφής των ηλεκτρονίων και πάχους ίσου με δύο

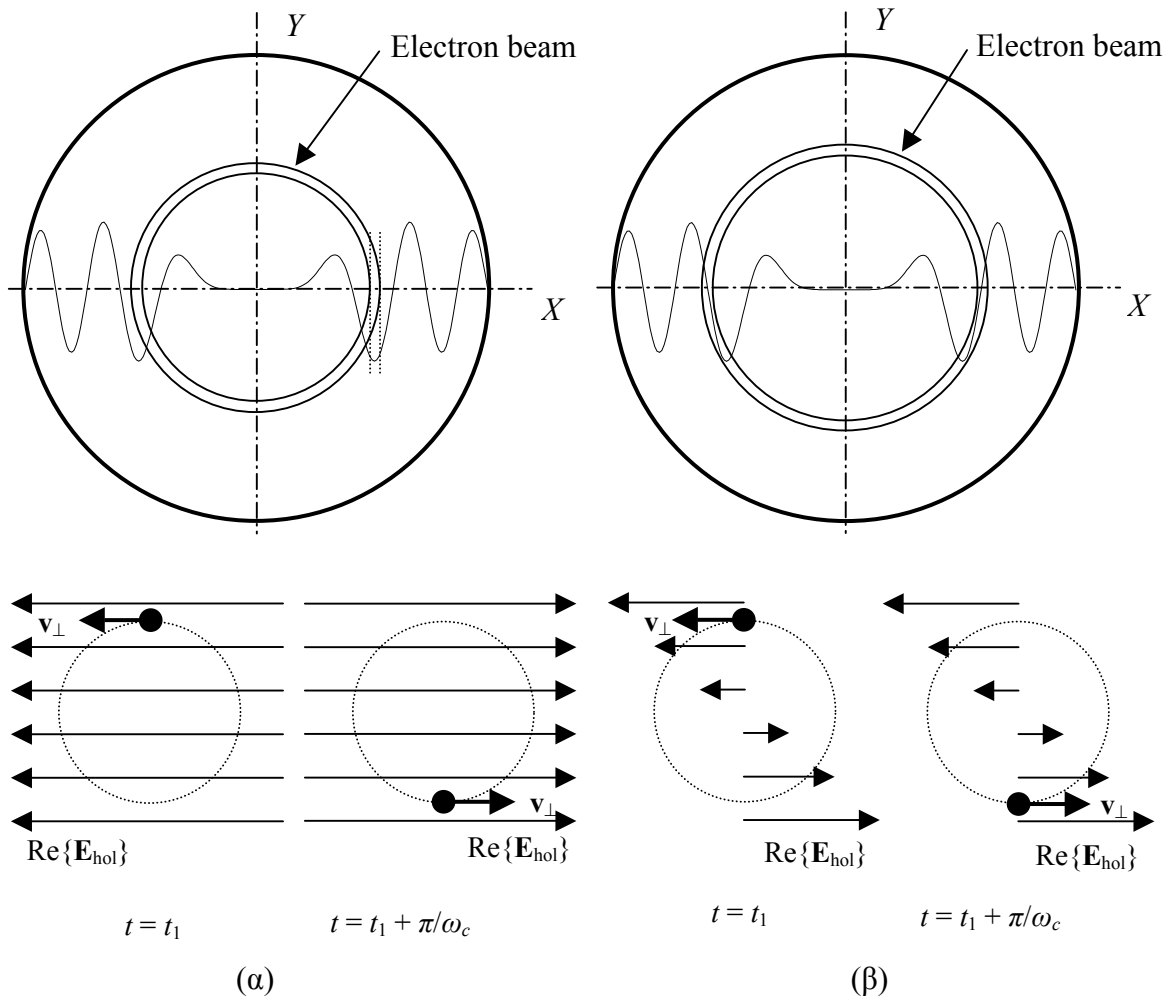


Σχήμα 1.8: Εγκάρσια εξάρτηση της αζιμουθιακής συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου του ρυθμού TE_{mp} με $m = 9$ και $p = 5$. (α) Καρτεσιανό διάγραμμα ακτινικής εξάρτησης. Υπάρχουν $p = 5$ κόμβοι στην ακτίνα της κοιλότητας. (β) Πολικό διάγραμμα αζιμουθιακής εξάρτησης. Υπάρχουν $m = 9$ αζιμουθιακά μήκη κύματος λ_{azim} .

ακτίνες Larmor είναι αυτή του σχήματος 1.4.) Αναπόφευκτα όμως οι δέσμες στην πράξη παρουσιάζουν διασπορά στα κέντρα περιστροφής λόγω του ότι η περιοχή από όπου εκπέμπονται τα ηλεκτρόνια έχει πεπερασμένο πλάτος. Συνήθως η διασπορά των κέντρων περιστροφής είναι περίπου ίση με δύο-τρεις ακτίνες Larmor και οδηγεί σε μια μικρή πτώση της απόδοσης της αλληλεπίδρασης.

Στην περίπτωση που έχουμε αλληλεπίδραση στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα ($\omega \cong \omega_c$), η κατάλληλη τοποθέτηση της δέσμης φαίνεται ποιοτικά στο άνω σχήμα 1.9α. Η ακτίνα της δέσμης συμπίπτει περίπου με την ακτίνα μέγιστου πεδίου του ρυθμού. Σε αυτήν την ακτινική περιοχή το υψίσυχο ηλεκτρικό πεδίο έχει περίπου ίδιο μέτρο και ο συντονισμός του με την εγκάρσια ταχύτητα ενός ηλεκτρονίου φαίνεται ποιοτικά στο κάτω σχήμα 1.9α. Τη χρονική στιγμή $t = t_1$ η ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι ομόρροπη με το πεδίο οπότε το ηλεκτρόνιο αποδίδει ενέργεια στο πεδίο, δηλαδή η σχετική φάση ταχύτητας-πεδίου είναι ευνοϊκή. Μισή κυκλοτρονική περίοδο αργότερα η ταχύτητα αλλάζει φορά. Αλλάζει όμως και η φορά του πεδίου επειδή $\omega \cong \omega_c$ και το πεδίο έχει περίπου ίδιο μέτρο μέσα στην κυκλοτρονική τροχιά. Κατά συνέπεια η σχετική φάση ταχύτητας-πεδίου παραμένει ευνοϊκή. Αντίστοιχα, η κατάλληλη τοποθέτηση της δέσμης και ο συντονισμός ηλεκτρονίου-πεδίου για αλληλεπίδραση στη δεύτερη αρμονική^(*) της κυκλοτρονικής συχνότητας ($\omega \cong 2\omega_c$) φαίνονται ποιοτικά στο σχήμα 1.9β. Η δέσμη τοποθετείται τώρα σε ακτίνα που το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου παρουσιάζει κλίση. Όπως και προηγουμένως, η φορά της εγκάρσιας ταχύτητας ενός ηλεκτρονίου που τη χρονική στιγμή $t = t_1$ είναι ομόρροπη με το πεδίο (ευνοϊκή σχετική φάση) αντιστρέφεται

^(*) Στην εργασία αυτή θα διατηρήσουμε την παγιωμένη στη βιβλιογραφία πρακτική και θα αναφέρουμε την περίπτωση $\omega \cong \omega_c$ ως “αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής” ή “αλληλεπίδραση πρώτης αρμονικής” και την περίπτωση $\omega \cong 2\omega_c$ ως “αλληλεπίδραση δεύτερης αρμονικής”. Η ονοματολογία αυτή εκπορεύεται από τις σχετικές τιμές του αρμονικού αριθμού $s = 1, 2, \dots$ στη συνθήκη συντονισμού (1.2.7) και έχει επικρατήσει έναντι της ορθότερης “αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής” και “αλληλεπίδραση πρώτης αρμονικής” για τις περιπτώσεις $\omega \cong \omega_c$ και $\omega \cong 2\omega_c$ αντίστοιχα.



Σχήμα 1.9: Κατάλληλη ακτινική τοποθέτηση της ηλεκτρονικής δέσμης στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης (επάνω) και εγκάρσια ταχύτητα ενός ηλεκτρονίου σε ευνοϊκή σχετική φάση με το ηλεκτρικό πεδίο ενός ρυθμού TE_{mp} (κάτω). Τα στιγμιότυπα αφορούν χρονικές στιγμές που απέχουν μισή κυκλοτρονική περίοδο. (α) Αλληλεπίδραση δέσμης-πεδίου στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα ($\omega \cong \omega_c$). (β) Αλληλεπίδραση δέσμης-πεδίου στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας ($\omega \cong 2\omega_c$), όπου είναι απαραίτητη η εγκάρσια ανομοιογένεια του πεδίου.

μετά από μισή κυκλοτρονική περίοδο (χρονική στιγμή $t = t_1 + \pi/\omega_c$). Στο ίδιο όμως χρονικό διάστημα το υψίσυχο ηλεκτρικό πεδίο έχει τώρα εκτελέσει ένα πλήρη κύκλο αφού $\omega \cong 2\omega_c$. Σε περίπτωση έτσι που το μέτρο του πεδίου ήταν περίπου σταθερό στην κυκλοτρονική τροχιά, τη χρονική στιγμή $t = t_1 + \pi/\omega_c$ η ταχύτητα και το πεδίο θα ήταν αντίρροπα. Το γεγονός ότι παραμένουν ομόρροπα και διατηρείται η ευνοϊκή σχετική φάση οφείλεται στην ακτινική ανομοιογένεια του πεδίου, όπως φαίνεται στο κάτω σχήμα 1.9β. Γίνεται έτσι ποιοτικά αντιληπτό το ήδη μνημονευμένο γεγονός ότι η αλληλεπίδραση σε ανώτερες αρμονικές της κυκλοτρονικής συχνότητας προϋποθέτει εγκάρσια ανομοιογένεια του πεδίου.

Θα σχολιάσουμε τώρα μερικά χαρακτηριστικά μεγέθη ενός ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης του γυροτρονίου:

- *Συχνότητα αποκοπής*

Ως γνωστό, για να μπορεί να υπάρξει ένας ρυθμός TE_{mp} στην κοιλότητα του σχήματος 1.7, η συχνότητά του πρέπει να είναι μεγαλύτερη από τη συχνότητα αποκοπής ($\omega > \omega_{cut}$). Η κυκλική συχνότητα αποκοπής δίνεται από τη σχέση [27]

$$\omega_{cut} = c\chi_{mp}/R_o = ck_{\perp mp} \quad (1.3.3)$$

Επειδή οι διεγερόμενοι ρυθμοί στο γυροτρόνιο είναι κοντά στην αποκοπή, ισχύει $\omega \cong \omega_{cut}$. Συνεπώς η συχνότητα ταλάντωσης ενός διεγερμένου ρυθμού καθορίζεται κατά κύριο λόγο από την ιδιοτιμή του. Επιπλέον, η μείωση της ακτίνας της κοιλότητας του σχήματος 1.7 προς την κάθοδο οδηγεί σε σταδιακή αύξηση της συχνότητας αποκοπής ενός ρυθμού σε σχέση με την τιμή της στο μεσαίο τμήμα της κοιλότητας. Κατά συνέπεια όταν για το ρυθμό είναι $\omega \cong \omega_{cut}$ στο μεσαίο τμήμα, από ένα σημείο μείωσης της ακτίνας και πέρα θα είναι πλέον $\omega < \omega_{cut}$, δηλαδή ο ρυθμός θα βρεθεί σε αποκοπή. Έτσι με τη μείωση της ακτίνας της κοιλότητας αλληλεπίδρασης επιτυγχάνεται η παρεμπόδιση της διάδοσης ηλεκτρομαγνητικής ισχύος προς την κάθοδο.

- *Καυστική ακτίνα*

Η καυστική ακτίνα (caustic radius) R_c ενός ρυθμού TE_{mp} υποδεικνύει την ακτινική απόσταση από τον άξονα της κοιλότητας όπου το πεδίο του ρυθμού γίνεται αξιόλογο. Δίνεται από τη σχέση

$$R_c = (|m|/\chi_{mp})R_o \quad (1.3.4)$$

Για την ακρίβεια, η ακτινική απόσταση από τον άξονα z όπου εμφανίζεται το πρώτο μέγιστο της αζιμουθιακής συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου του ρυθμού TE_{mp} (σχήμα 1.8α) συμπίπτει με καλή προσέγγιση με την καυστική ακτίνα. Η (1.3.4) είναι ισοδύναμη με τη σχέση $2\pi R_c = |m|\lambda_c$, όπου $\lambda_c = 2\pi/k_{\perp mp}$ είναι το μήκος κύματος αποκοπής του ρυθμού. Για ρυθμό κοντά στην αποκοπή είναι $2\pi R_c \cong |m|\lambda$, όπου $\lambda = 2\pi c/\omega$ είναι το μήκος κύματος ελευθέρου χώρου του ρυθμού. Προφανώς η καυστική ακτίνα ενός ρυθμού σχετίζεται με τη βέλτιστη ακτινική τοποθέτηση της ηλεκτρονικής δέσμης για αλληλεπίδραση με αυτόν. Ρυθμοί με μεγάλη καυστική ακτίνα (“whispering gallery” modes) χρειάζονται αντίστοιχα μεγάλη ακτίνα δέσμης, ενώ ρυθμοί με μικρή καυστική ακτίνα (“volume” modes) απαιτούν μικρή ακτίνα δέσμης. Σημειώνουμε ότι οι ρυθμοί με μεγάλη καυστική ακτίνα έχουν ισχυρό πεδίο κοντά στο τοίχωμα της κοιλότητας, οπότε παρουσιάζουν αυξημένες ωμικές απώλειες για αυτό και γενικά δεν επιδιώκεται η διέγερσή τους.

- *Συντελεστές ποιότητας*

Η κοιλότητα αλληλεπίδρασης του γυροτρονίου είναι μια κοιλότητα με απώλειες. Υπάρχουν απώλειες περίθλασης από τα ανοικτά της άκρα, οι οποίες σχετίζονται με την έξοδο της ωφέλιμης μικροκυματικής ισχύος και ωμικές απώλειες λόγω της πεπερασμένης αγωγιμότητας του τοιχώματος. Για να διατηρηθεί διεγερμένος ένας ρυθμός TE_{mp} στην κοιλότητα θα πρέπει να του προσφέρεται αρκετή ενέργεια από την ηλεκτρονική δέσμη ώστε να αντισταθμίζονται οι απώλειές του. Αν eV_b ($V_b > 0$) είναι η κινητική ενέργεια ενός ηλεκτρονίου της δέσμης, τότε η συνολική κινητική ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που εισέρχεται στην κοιλότητα είναι $V_b I_b$, όπου $I_b > 0$ είναι το μέτρο του ηλεκτρικού ρεύματος που αντιπροσωπεύει η δέσμη και V_b η λεγόμενη τάση της δέσμης. Έτσι η προσφερόμενη ισχύς στο ρυθμό TE_{mp} από τη δέσμη ισούται με $\eta_{el} V_b I_b$, όπου η_{el}

είναι η απόδοση της αλληλεπίδρασης δέσμης-ρυθμού (ηλεκτρονικός βαθμός απόδοσης). Αν W_{em} είναι η μέση αποθηκευμένη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα, P_{out} είναι η μέση ισχύς των απωλειών περίθλασής του και P_{ohm} είναι η μέση ισχύς των ωμικών του απωλειών, τότε το ενεργειακό ισοζύγιο για το ρυθμό εκφράζεται από τη σχέση

$$\frac{d}{dt}W_{em} = \eta_{el}V_b I_b - (P_{out} + P_{ohm}) \quad (1.3.5)$$

Προφανώς η αποθηκευμένη ενέργεια του ρυθμού αυξάνει όταν η προσφερόμενη ενέργεια από τη δέσμη υπερβαίνει τις απώλειες, ενώ μειώνεται στην αντίθετη περίπτωση. Η αποκατάσταση μόνιμης κατάστασης προϋποθέτει την ισότητα μεταξύ της ισχύος απωλειών και της προσφερόμενης ισχύος από τη δέσμη, οπότε και μηδενίζεται το δεξί μέλος της (1.3.5).

Επειδή $W_{em} = (1/4)\int_V [\epsilon_0 |\mathbf{E}_{hol}|^2 + \mu_0 |\mathbf{H}_{hol}|^2] dV$, όπου V ο όγκος της κοιλότητας, συνάγουμε ότι λόγω (1.3.1)-(1.3.2) είναι $W_{em} \propto |E_0|^2$. Για τις απώλειες περίθλασης ισχύει $P_{out} = (1/2)\int_S \text{Re}\{\mathbf{E}_{hol} \times (\mathbf{H}_{hol})^*\} \cdot d\mathbf{S}$, όπου S είναι η συνολική επιφάνεια των ανοικτών άκρων και ο αστερίσκος συμβολίζει το μιγαδικό συζυγή. Κατά συνέπεια είναι και πάλι $P_{out} \propto |E_0|^2$. Επιπλέον, ο φασιθέτης \mathbf{J}_{ohm} της πυκνότητας ρεύματος που διαρρέει το πεπερασμένης αγωγιμότητας τοίχωμα της κοιλότητας και ευθύνεται για τις ωμικές απώλειες, είναι ανάλογος του μέτρου της εφαπτομενικής στο τοίχωμα συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου \mathbf{H}_{hol} [26]. Συνεπώς ισχύει $\mathbf{J}_{ohm} \propto |E_0|$ και επειδή $\mathbf{J}_{ohm} = \sigma_{out} \mathbf{E}_{ohm}$, όπου σ_{out} είναι η πεπερασμένη ειδική ηλεκτρική αγωγιμότητα του τοιχώματος, προκύπτει $\mathbf{E}_{ohm} \propto |E_0|$. Ο φασιθέτης \mathbf{E}_{ohm} του ηλεκτρικού πεδίου μέσα στο αγωγίμο τοίχωμα σχετίζεται με τις ωμικές απώλειες επειδή $P_{ohm} = (1/2)\int_{V_S} \text{Re}\{\mathbf{E}_{ohm} \cdot (\mathbf{J}_{ohm})^*\} dV_S$, όπου V_S ο συνολικός όγκος των αγωγών που διαρρέονται από ρεύμα. Έτσι τελικά συνάγουμε ότι $P_{ohm} \propto |E_0|^2$. Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι τόσο η μέση ισχύς των απωλειών περίθλασης P_{out} , όσο και η μέση ισχύς των ωμικών απωλειών P_{ohm} είναι ανάλογες της μέσης αποθηκευμένης Η/Μ ενέργειας W_{em} . Με αυτό το δεδομένο το ενεργειακό ισοζύγιο (1.3.5) του ρυθμού TE_{mp} μπορεί να γραφεί στην ισοδύναμη μορφή

$$\frac{d}{dt}W_{em} = \eta_{el}V_b I_b - \left(\frac{\omega}{Q_{dif}} + \frac{\omega}{Q_{ohm}} \right) W_{em} = \eta_{el}V_b I_b - \frac{\omega}{Q_{tot}} W_{em} \quad (1.3.6)$$

Η θετική πραγματική σταθερά

$$Q_{ohm} \triangleq \frac{\omega W_{em}}{P_{ohm}} \quad (1.3.7)$$

είναι ο ωμικός συντελεστής ποιότητας του ρυθμού (ohmic quality factor) και χαρακτηρίζει το λόγο της αποθηκευμένης Η/Μ ενέργειας προς την ισχύ των ωμικών απωλειών. Αντίστοιχα η θετική πραγματική σταθερά

$$Q_{dif} \triangleq \frac{\omega W_{em}}{P_{out}} \quad (1.3.8)$$

είναι ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας του ρυθμού (diffractive quality factor) και χαρακτηρίζει το λόγο της αποθηκευμένης H/M ενέργειας προς την ισχύ των απωλειών περίθλασης. Ο συντελεστής ποιότητας

$$Q_{\text{tot}} \hat{=} \frac{\omega W_{\text{em}}}{P_{\text{out}} + P_{\text{ohm}}} = \frac{Q_{\text{dif}} Q_{\text{ohm}}}{Q_{\text{dif}} + Q_{\text{ohm}}} \quad (1.3.9)$$

αποτελεί έτσι ενδεικτική παράμετρο για τις απώλειες ενός ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης. Σημειώνουμε ότι στην πράξη οι απώλειες περίθλασης, οι οποίες αντιπροσωπεύουν την ωφέλιμη εξερχόμενη H/M ισχύ, είναι συνήθως πολύ μεγαλύτερες από τις ωμικές απώλειες, οπότε $Q_{\text{dif}} \ll Q_{\text{ohm}}$ και $Q_{\text{tot}} \cong Q_{\text{dif}}$. Όσο μεγαλώνει η τιμή του συντελεστή ποιότητας του ρυθμού, τόσο μικραίνουν οι απώλειες του άρα διευκολύνεται η διέγερσή του από την ηλεκτρονική δέσμη. Βέβαια, λόγω της (1.3.8), είναι γενικά επιθυμητές μικρές τιμές του Q_{dif} ώστε να έχουμε μεγάλη ωφέλιμη εξερχόμενη H/M ισχύ για δεδομένη αποθηκευμένη H/M ενέργεια στην κοιλότητα.

- *Ρεύμα εκκίνησης*

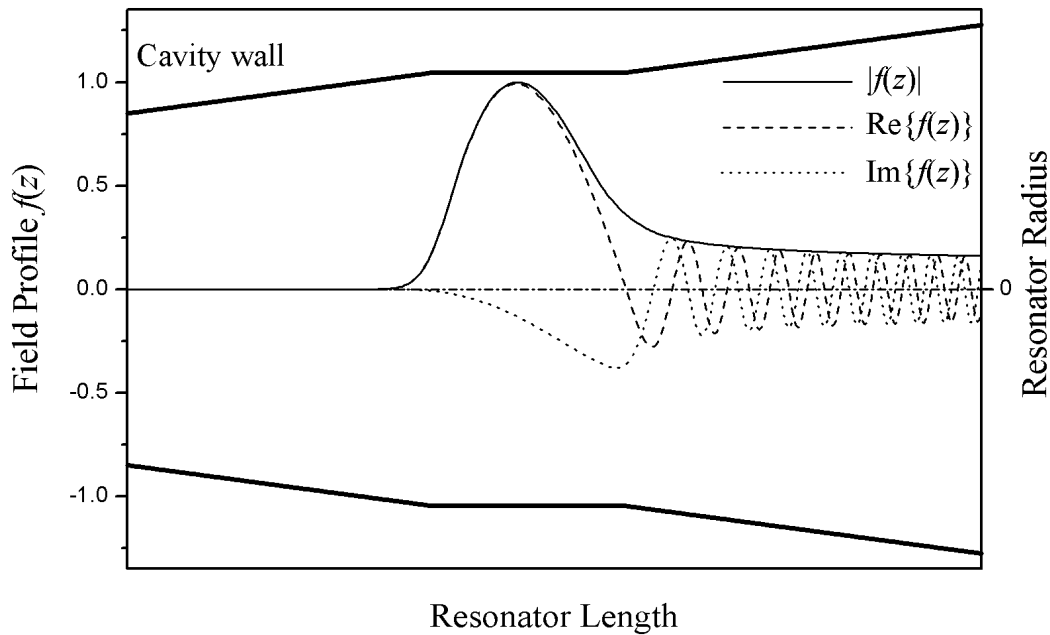
Το ρεύμα εκκίνησης (starting current) I_{st} του ρυθμού TE_{mp} είναι το ελάχιστο ρεύμα που πρέπει να αντιπροσωπεύει η ηλεκτρονική δέσμη, ώστε ο ρυθμός να μπορεί να διεγερθεί από τη στάθμη θορύβου απορροφώντας ενέργεια από τα ηλεκτρόνια. Με δεδομένο ότι η απόδοση η_{el} της αλληλεπίδρασης δέσμης-ρυθμού εξαρτάται από το πλάτος $|E_0|$ του πεδίου του ρυθμού, το ενεργειακό ισοζύγιο (1.3.6) οδηγεί στην ακόλουθη συνθήκη για να είναι εφικτή η διέγερση του ρυθμού από τη στάθμη θορύβου ($|E_0| \rightarrow 0$)

$$I_b > I_{\text{st}} \hat{=} \frac{\omega}{Q_{\text{tot}} V_b} \lim_{|E_0| \rightarrow 0} \frac{W_{\text{em}}(|E_0|)}{\eta_{\text{el}}(|E_0|)} \quad (1.3.10)$$

Το ρεύμα εκκίνησης είναι η βασικότερη παράμετρος όταν μελετάται το ποιοι ρυθμοί είναι δυνατό να διεγερθούν από την ηλεκτρονική δέσμη. Όσο μικρότερο είναι το ρεύμα εκκίνησης, τόσο ευκολότερα διεγείρεται ο ρυθμός. Σύμφωνα με τη σχέση ορισμού (1.3.10) είναι $I_{\text{st}} \propto 1/Q_{\text{tot}}$, οπότε επιβεβαιώνεται ότι η μεγάλη τιμή του συντελεστή ποιότητας ενός ρυθμού διευκολύνει τη διέγερσή του.

Μέχρι τώρα ασχοληθήκαμε κυρίως με την εγκάρσια δομή του πεδίου ενός ρυθμού TE_{mp} και δεν αναφερθήκαμε λεπτομερώς στην αξονική εξάρτησή του. Η μιγαδική συνάρτηση αξονικής εξάρτησης $f(z)$ (συνάρτηση αξονικού προφίλ) προκύπτει αριθμητικά από τη λύση ενός κατάλληλου προβλήματος συνοριακών τιμών με οριακές συνθήκες ακτινοβολίας στα ανοικτά άκρα της κοιλότητας [28], [29]. Την εξίσωση αυτή θα την παρουσιάσουμε αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο. Προς το παρόν παραθέτουμε στο σχήμα 1.10 την τυπική μορφή της $f(z)$. Η $f(z)$ μηδενίζεται στο άκρο εισόδου της κοιλότητας διότι η κλίση της ακτίνας της κοιλότητας είναι τέτοια ώστε ο ρυθμός να είναι σε αποκοπή εκεί. Στο τμήμα σταθερής ακτίνας η $f(z)$ αντιπροσωπεύει στάσιμο κύμα και προς το άκρο εξόδου, όπου η ακτίνα αυξάνει, η $f(z)$ προσιδιάζει με συνάρτηση κύματος που οδεύει προς τα θετικά z . Παρατηρούμε ότι λόγω της διαμέρισης της κοιλότητας σε τρία τμήματα, ο ρυθμός εμφανίζει ισχυρά πεδία στο μεσαίο τμήμα σταθερής ακτίνας.

Η συνάρτηση αξονικού προφίλ του σχήματος 1.10 έχει ένα μόνο λοβό. Δηλαδή ο ρυθμός με αυτή την εξάρτηση από το z είναι ο ρυθμός $TE_{mp,1}$. Προφανώς υπάρχουν



Σχήμα 1.10: Τυπική μορφή της μιγαδικής συνάρτησης αξονικής εξάρτησης $f(z)$ των ρυθμών της κοιλότητας αλληλεπίδρασης. Φαίνεται το μέτρο, το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της $f(z)$. Επίσης εικονίζεται το τοίχωμα της κοιλότητας.

λύσεις του σχετικού προβλήματος συννοριακών τιμών με περισσότερους λοβούς (αξονικές αρμονικές). Έτσι, για ένα ζεύγος m και p , μια λύση $f(z)$ με δύο λοβούς είναι το αξονικό προφίλ του ρυθμού $TE_{mp,2}$, μια λύση με τρεις λοβούς είναι το προφίλ του ρυθμού $TE_{mp,3}$ κ. ο. κ. Οι ανώτερες αξονικές αρμονικές όμως έχουν μεγαλύτερη ταχύτητα ομάδας από την πρώτη αξονική αρμονική άρα και μεγαλύτερες απώλειες περίθλασης από το άκρο εξόδου της κοιλότητας. Αυτό αντανακλάται στο γεγονός ότι, στη συνήθη περίπτωση που οι ωμικές απώλειες είναι μικρές σε σχέση με τις απώλειες περίθλασης, ο συντελεστής ποιότητας Q_{tot} των ρυθμών TE_{mpk} με $k \geq 2$ είναι τρεις φορές και παραπάνω μικρότερος από αυτόν του ρυθμού $TE_{mp,1}$ [30]. Συνεπώς, τα ηλεκτρόνια μπορούν να διεγείρουν την πρώτη αξονική αρμονική πολύ ευκολότερα από τις ανώτερες και για το λόγο αυτό όταν αναφερόμαστε στο ρυθμό TE_{mp} εννοούμε γενικά το ρυθμό $TE_{mp,1}$ με το τυπικό αξονικό προφίλ του σχήματος 1.10. Τα παραπάνω δείχνουν ότι, με τη διαμέρισή της σε τρία τμήματα, η κοιλότητα του σχήματος 1.7 εμφανίζει επιλεκτικότητα σε ό,τι αφορά τις αξονικές αρμονικές που μπορούν να διεγερθούν από την ηλεκτρονική δέσμη.

Η ευκολότερη διέγερση της πρώτης αξονικής αρμονικής λόγω της παραπάνω επιλεκτικότητας σε συνδυασμό με το γεγονός ότι το μήκος κύματος $2\pi c/\omega_c$ (που αντιστοιχεί στην κυκλική κυκλοτρονική συχνότητα ω_c) επιλέγεται αρκετά μικρότερο από το μήκος L_2 του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας, υποδεικνύουν ότι οι διεγειρόμενοι ρυθμοί στο γυροτρόνιο είναι κοντά στην αποκοπή. Πράγματι, η συνθήκη για τη διέγερση ενός ρυθμού είναι η γενική συνθήκη συντονισμού (1.2.6): $\omega - k_{\parallel}v_{\parallel} \cong s\omega_c$. Η αξονική επιλεκτικότητα της κοιλότητας συνεπάγεται ότι από τους ρυθμούς των οποίων τα ω , k_{\parallel} ικανοποιούν τη συνθήκη συντονισμού θα διεγερθούν εκείνοι για τους οποίους είναι $\lambda_{\parallel} = 2\pi/k_{\parallel} \approx 2L_2$. Η επιλογή της κυκλοτρονικής συχνότητας έτσι ώστε $2\pi c/\omega_c \ll L_2 \approx \pi/k_{\parallel}$ οδηγεί, μέσω της συνθήκης συντονισμού, στη σχέση $\omega \gg c|k_{\parallel}|(2s \pm v_{\parallel}/c) > c|k_{\parallel}|$ που δείχνει ότι οι διεγειρόμενοι ρυθμοί είναι κοντά στην

αποκοπή. Είναι έτσι φανερό ότι η Αλληλεπίδραση Γυροτρονίου εξασφαλίζεται από τη χρήση ήπια σχετικιστικής ηλεκτρονικής δέσμης και από τη δεδομένη μορφή της κοιλότητας αλληλεπίδρασης του σχήματος 1.7, αρκεί να είναι $L_2 \gg 2\pi c/\omega_c$.

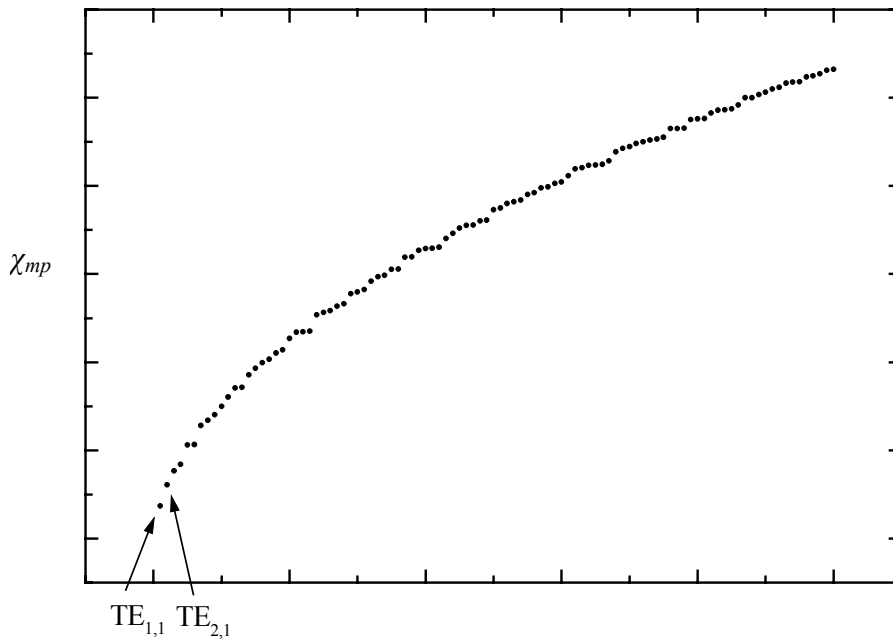
1.3.3 Ανταγωνισμός των ρυθμών

Στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας του γυροτρονίου είναι επιθυμητό να έχουμε διέγερση ενός και μόνο ρυθμού. Η μονορρυθμική λειτουργία εξασφαλίζει τη σύμφωνη μικροκυματική ακτινοβολία την οποία απαιτούν οι περισσότερες εφαρμογές. Επιπλέον, επειδή σε περίπτωση ταυτόχρονης διέγερσης περισσότερων του ενός ρυθμών η συνθήκη συντονισμού δεν μπορεί να ικανοποιείται από όλους κατά το βέλτιστο τρόπο, αντιλαμβανόμαστε ότι η μονορρυθμική λειτουργία οδηγεί σε μεγιστοποίηση της απόδοσης της αλληλεπίδρασης. Τέλος, ο ρυθμός λειτουργίας πρέπει να είναι αυτός για τον οποίο έχει σχεδιαστεί το γυροτρόνιο και όχι κάποιος άλλος, διότι το σημείο λειτουργίας και τα επιμέρους τμήματα της διάταξης έχουν μελετηθεί και βελτιστοποιηθεί με βάση αυτόν. Η επιθυμητή μονορρυθμική λειτουργία στον προκαθορισμένο ρυθμό είναι ένα από τα βασικά προβλήματα στα γυροτρόνια μεγάλης ισχύος, διότι οι διαστάσεις της κοιλότητας αλληλεπίδρασης πρέπει να είναι αρκετά μεγάλες ώστε αφενός να μπορεί να διοχετευθεί σε αυτήν το μεγάλο απαιτούμενο ρεύμα ηλεκτρονίων και αφετέρου τα τοιχώματα να αντέξουν την υψηλή ωμική θερμική φόρτιση. Επειδή οι διεγερόμενοι ρυθμοί στο γυροτρόνιο είναι κοντά στην αποκοπή, δηλαδή $\omega \cong ck_{\perp mp} = c(\chi_{mp}/R_o)$, για δεδομένη συχνότητα λειτουργίας η αύξηση της ακτίνας της κοιλότητας πρέπει να συνοδεύεται από αντίστοιχη αύξηση της ιδιοτιμής χ_{mp} του ρυθμού λειτουργίας. Για το λόγο αυτό τα γυροτρόνια ισχύος λειτουργούν σε ρυθμό υψηλής τάξης (ρυθμός με μεγάλους δείκτες $|m|$ και p). Όσο όμως αυξάνει η τάξη και η ιδιοτιμή του ρυθμού λειτουργίας, τόσο μεγαλώνει το πλήθος των υπόλοιπων ρυθμών TE με κοντινή ιδιοτιμή (άρα και συχνότητα ταλάντωσης). Αυτό φαίνεται και στο σχήμα 1.11 και υποδεικνύει ότι αν η κυκλοτρονική συχνότητα επιλεγεί έτσι ώστε ο υψηλής τάξης ρυθμός λειτουργίας να είναι σε συντονισμό με τη δέσμη, θα υπάρχουν και άλλοι ρυθμοί TE των οποίων οι συχνότητες ικανοποιούν τη συνθήκη συντονισμού. Το πλήθος αυτών των ανταγωνιστικών ρυθμών που μπορούν να διεγερθούν από τη δέσμη αυξάνει με την αύξηση της ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας, οπότε διακυβεύεται η μονορρυθμική λειτουργία σε αυτόν.

Τα παραπάνω γίνονται σαφέστερα αν αποπειραθούμε να εξασφαλίσουμε τη μονορρυθμική λειτουργία με τη λογική του επικρατέστερου ρυθμού στην κοιλότητα. Επειδή ο επικρατέστερος ρυθμός TE στον κυκλικό κυματοδηγό είναι ο $TE_{1,1}$, για διάδοση μόνο του $TE_{1,1}$ η ακτίνα R_o της κοιλότητας αλληλεπίδρασης θα πρέπει να ικανοποιεί τη συνθήκη [31]:

$$\frac{87.9}{R_o \text{ (mm)}} < f \text{ (GHz)} < \frac{145.7}{R_o \text{ (mm)}} \quad (1.3.11)$$

Με τη συνθήκη αυτή εξασφαλίζεται ότι η συχνότητα λειτουργίας f είναι πάνω από τη συχνότητα αποκοπής του $TE_{1,1}$ και κάτω από τη συχνότητα αποκοπής του $TE_{2,1}$, ο οποίος είναι ο ρυθμός με την μικρότερη συχνότητα αποκοπής από τους υπόλοιπους ρυθμούς TE. Όμως η (1.3.11) δείχνει ότι για $f > 100$ GHz θα πρέπει να είναι $R_o < 1.5$ mm. Προφανώς η λειτουργία ισχύος με κοιλότητα τέτοιας ακτίνας είναι αδύνατη, για αυτό τελικά η κοιλότητα αλληλεπίδρασης στα γυροτρόνια έχει αναγκαστικά αρκετά μεγαλύτερη



Σχήμα 1.11: Οι ρυθμοί TE_{mp} τοποθετημένοι στον οριζόντιο άξονα κατά αύξουσα ιδιοτιμή χ_{mp}

ακτίνα από εκείνη που απαιτείται για μονορρυθμική διάδοση (overmoded cavity). Βέβαια το συμπέρασμα αυτό ήταν αναμενόμενο διότι η (1.3.11) συνδέει τη συχνότητα λειτουργίας με τις διαστάσεις του ηλεκτροδυναμικού συστήματος, οπότε εμφανίζονται τα προβλήματα των λυχνιών αργού κύματος που μνημονεύθηκαν στην ενότητα 1.1.

Ο βασικός τρόπος διασφάλισης της μονορρυθμικής λειτουργίας στα γυροτρόνια είναι η κατάλληλη επιλογή της ακτίνας της ηλεκτρονικής δέσμης. Τοποθετώντας την ηλεκτρονική δέσμη σε ακτίνα που μεγιστοποιεί την ποσότητα $|J_{m-s}(k_{\perp mp} R_e)|$ για το ρυθμό λειτουργίας, εξασφαλίζεται η πριμοδότησή του έναντι των ανταγωνιστικών ρυθμών και η διέγερσή του παρόλη την ύπαρξή τους. Σημειώνουμε μάλιστα ότι για το ρεύμα εκκίνησης ισχύει $I_{st} \propto 1/[J_{m-s}(k_{\perp mp} R_e)]^2$ [32]. Στα γυροτρόνια χρησιμοποιήθηκαν αρχικά κυλινδρικά συμμετρικοί ρυθμοί ($m = 0$), οι οποίοι έχουν μεγάλη ενέργεια κοντά στον άξονα της κοιλότητας. Όσο όμως αυξανόταν η απαιτούμενη ιδιοτιμή, το πρόβλημα του ανταγωνισμού γίνονταν πολύ οξύ για αυτούς τους ρυθμούς. Άρχισαν έτσι να χρησιμοποιούνται μη συμμετρικοί ρυθμοί ($m \neq 0$), οι οποίοι έχουν μηδενικό πεδίο στον άξονα της κοιλότητας και παρουσιάζουν λιγότερα προβλήματα ανταγωνισμού από τους συμμετρικούς [6-κεφ. 3]. Τέτοιοι είναι οι ρυθμοί που συνήθως χρησιμοποιούνται σήμερα για αυτό και στην παράγραφο 1.3.1 αναφέραμε ότι το υψίσυχνο κύμα που παράγεται στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης έχει δακτυλιοειδή κατανομή ισχύος στο εγκάρσιο επίπεδο.

Προφανώς η αποτελεσματικότητα της μεθόδου διασφάλισης της μονορρυθμικής λειτουργίας με την κατάλληλη επιλογή της ακτίνας της δέσμης ελαττώνεται όσο αυξάνει η ιδιοτιμή του ρυθμού λειτουργίας και πυκνώνει το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών, διότι όλο και περισσότεροι ρυθμοί έχουν τιμή του συντελεστή σύζευξης $[J_{m-s}(k_{\perp mp} R_e)]^2$ κοντά στη βέλτιστη. Η όξυνση του προβλήματος του ανταγωνισμού των ρυθμών με την αύξηση της ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας είναι ακόμη εντονότερη όταν επιδιώκεται λειτουργία στη δεύτερη ή ανώτερες αρμονικές της κυκλοτρονικής συχνότητας. Στην

περίπτωση αυτή οι ρυθμοί που αλληλεπιδρούν στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα μπορεί να καταπιέσουν τη διέγερση ανώτερων αρμονικών. Με την αύξηση έτσι των απαιτήσεων συχνότητας και ισχύος προκύπτει η ανάγκη επικουρικών μεθόδων ελέγχου του ανταγωνισμού των ρυθμών. Το κίνητρο αυτό (μαζί με τη γενικότερη αναζήτηση διατάξεων ικανών για μεγαλύτερη ισχύ) έδωσε λαβή για την ανάπτυξη διαφόρων παραλλαγών του γυροτρονίου, στις οποίες θα αναφερθούμε στην επόμενη ενότητα. Τελειώνοντας σημειώνουμε ότι η ύπαρξη των αναπόφευκτων διασπορών ενέργειας, ταχύτητας και κέντρου περιστροφής των ηλεκτρονίων μιας ρεαλιστικής δέσμης δεν περιορίζει μόνο την απόδοση της αλληλεπίδρασης αλλά επιτείνει και το πρόβλημα του ανταγωνισμού των ρυθμών: Η διασπορά ενέργειας και ταχύτητας κάνουν τη συνθήκη συντονισμού ικανοποιήσιμη από περισσότερους ρυθμούς, ενώ η διασπορά των κέντρων περιστροφής αδυνατίζει την πριμοδότηση του ρυθμού λειτουργίας από την κατάλληλη επιλογή της ακτίνας της ηλεκτρονικής δέσμης.

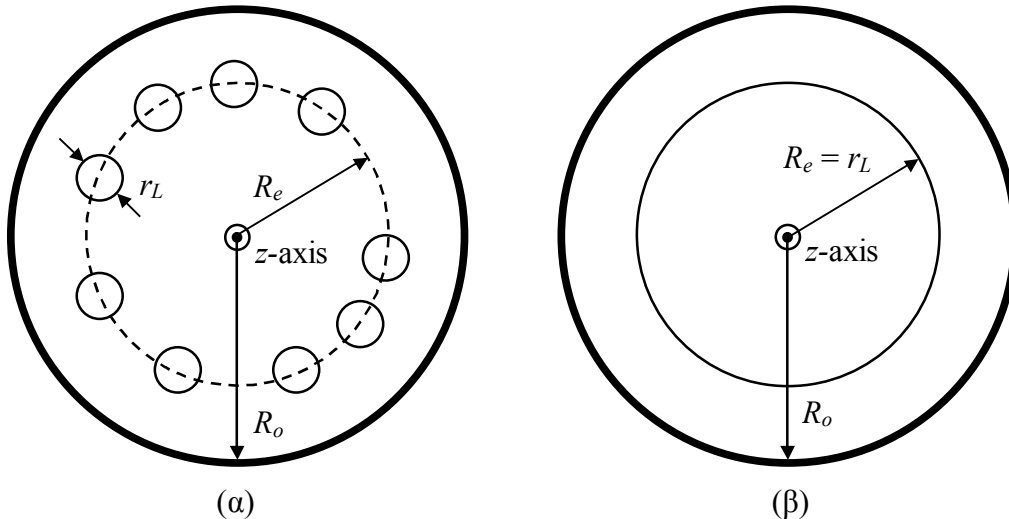
1.4 Παραλλαγές του Γυροτρονίου και το Ομοαξονικό Γυροτρόνιο

1.4.1 Παραλλαγές του γυροτρονίου

Οι παραλλαγές του συμβατικού γυροτρονίου περιλαμβάνουν το γυροτρόνιο μεγάλης τροχιάς (large-orbit gyrotron), το γυροτρόνιο σύνθετης κοιλότητας (complex-cavity gyrotron), το ομοαξονικό γυροτρόνιο (coaxial-cavity gyrotron) και το οπτικό γυροτρόνιο (quasi-optical gyrotron). Προέκυψαν σαν εναλλακτικές λύσεις με γνώμονα την αυξημένη επίδοση σε ισχύ ή/και συχνότητα. Η πλέον επιτυχημένη παραλλαγή είναι προς το παρόν το ομοαξονικό γυροτρόνιο για το οποίο θα μιλήσουμε αναλυτικά ύστερα από μια σύντομη παρουσίαση των υπόλοιπων παραλλαγών.

- *Γυροτρόνιο μεγάλης τροχιάς*

Η διαφορά του γυροτρονίου μεγάλης τροχιάς από το συμβατικό γυροτρόνιο είναι ότι η ακτίνα R_e της ηλεκτρονικής δέσμης ισούται με την ακτίνα Larmor $r_L = v_{\perp}/\omega_c$ και τα κέντρα περιστροφής των ηλεκτρονίων βρίσκονται πάνω στο άξονα z (σχήμα 1.12). Με άλλα λόγια είναι $r_L = R_e$ (αντί για $r_L \ll R_e$) και τα ηλεκτρόνια στο εγκάρσιο επίπεδο εκτελούν κυκλοτρονική περιστροφή γύρω από τον άξονα z (axis-encircling beam). Η δημιουργία μιας τέτοιας ηλεκτρονικής δέσμης απαιτεί πιο σύνθετες διατάξεις από την πηγή ηλεκτρονικής δέσμης του συμβατικού γυροτρονίου. Το γυροτρόνιο μεγάλης τροχιάς έχει αυξημένη επιλεκτικότητα ως προς τους διεγερόμενους ρυθμούς διότι προκύπτει ότι διεγείρονται μόνο εκείνοι οι ρυθμοί για τους οποίους ισχύει $m = s$. Συνεπώς το φαινόμενο του ανταγωνισμού των ρυθμών είναι σημαντικά ασθενέστερο σε σχέση με το συμβατικό γυροτρόνιο και επιπλέον είναι δυνατή η λειτουργία σε υψηλές αρμονικές της κυκλοτρονικής συχνότητας. Αυτό μπορεί να επιτρέψει πολύ υψηλή συχνότητα λειτουργίας, ή λειτουργία με πολύ χαμηλό μαγνητικό πεδίο. Για παράδειγμα στο [33] περιγράφεται ένα τέτοιο γυροτρόνιο που με μόνιμο μαγνήτη πεδίου ~ 1 T φθάνει στα 112.7 GHz (500 W) με αλληλεπίδραση στην τέταρτη αρμονική και στα 138 GHz (10 W) με αλληλεπίδραση στην πέμπτη αρμονική. Το βασικό μειονέκτημα



Σχήμα 1.12: Τυπικές κυκλικές κυκλοτρονικές τροχιές ηλεκτρονίων στο εγκάρσιο επίπεδο. (α) Συμβατικό γυροτρόνιο. (β) Γυροτρόνιο μεγάλης τροχιάς.

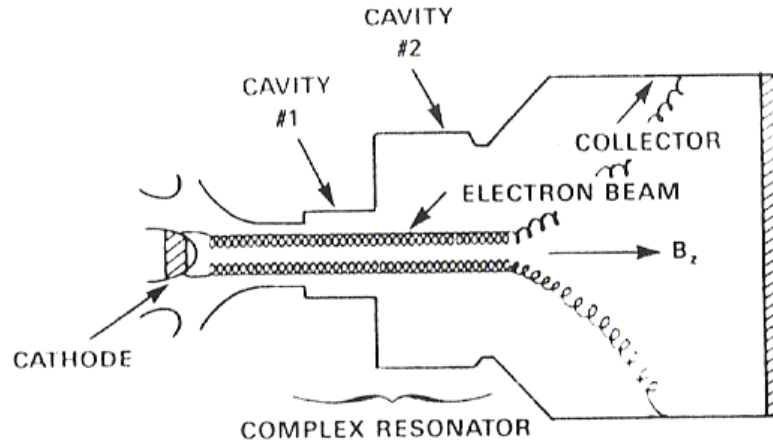
όμως που περιορίζει τις επιδόσεις ισχύος των γυροτρονίων μεγάλης τροχιάς είναι η σύνδεση των διαστάσεων της δέσμης με τη συχνότητα, διότι $R_e \cong sv_{\perp}/\omega$ αφού $\omega \cong s\omega_c$ και $R_e = r_L$. Για την αποφυγή της συρρίκνωσης της ηλεκτρονικής δέσμης (άρα και των διαστάσεων της κοιλότητας) σε υψηλές συχνότητες πρέπει να καταφύγουμε σε αλληλεπίδραση σε πολύ υψηλές αρμονικές της κυκλοτρονικής, όπου η απόδοση είναι εγγενώς μειωμένη [7].

- *Γυροτρόνιο σύνθετης κοιλότητας*

Το γυροτρόνιο σύνθετης κοιλότητας διαφέρει από το συμβατικό ως προς τη μορφή της κοιλότητας αλληλεπίδρασης. Η τυπική δομή του φαίνεται στο σχήμα 1.13 που είναι δάνειο από το [3]. Η κοιλότητα αλληλεπίδρασης αποτελείται τώρα από δύο συζευγμένες κοιλότητες διαφορετικής ακτίνας. Ο ρυθμός λειτουργίας προκύπτει από τη σύζευξη δύο ρυθμών ίδιου αζιμουθιακού δείκτη m και διαφορετικού ακτινικού δείκτη p , οι οποίοι έχουν ίδια συχνότητα ταλάντωσης στην πρώτη και τη δεύτερη κοιλότητα αντίστοιχα. Η ιδέα είναι ότι ο ρυθμός λειτουργίας πριμοδοτείται λόγω αυξημένου συντελεστή ποιότητας σε σύγκριση με αυτόν των ενδεχόμενων ανταγωνιστικών ρυθμών, διότι τα υπόλοιπα ζεύγη ρυθμών δεν έχουν τόσο καλή σύζευξη όσο το ζεύγος που δημιουργεί το ρυθμό λειτουργίας. Επειδή ο ρυθμός λειτουργίας αντιμετωπίζει μειωμένο ανταγωνισμό, η διάταξη αυτού του τύπου θεωρήθηκε πολλά υποσχόμενη στις αρχές της δεκαετίας του '80. Τελικά όμως δεν είχε την αναμενόμενη εξέλιξη λόγω της αυξημένης ευαισθησίας της στα γεωμετρικά μεγέθη της σύνθετης κοιλότητας και του γεγονότος ότι όταν το φάσμα των συντονισμένων με τη δέσμη ρυθμών γίνει αρκετά πυκνό, εμφανίζονται τελικά ζεύγη με ικανοποιητική σύζευξη τα οποία συγκροτούν επικίνδυνους ανταγωνιστικούς ρυθμούς [6].

- *Οπτικό γυροτρόνιο*

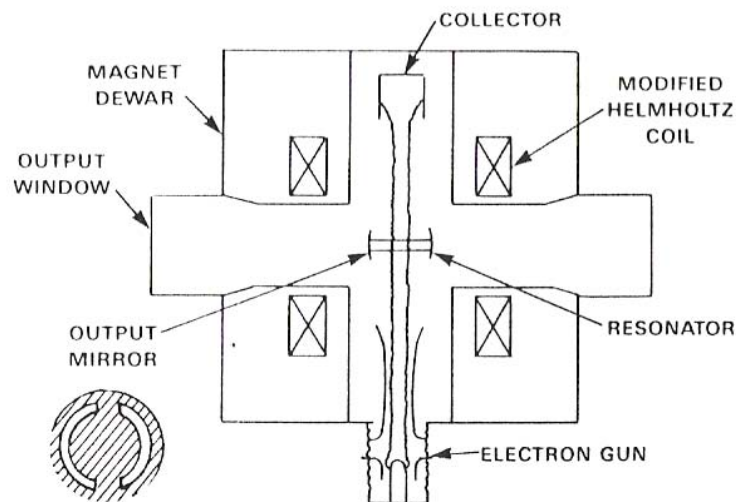
Το οπτικό γυροτρόνιο [34] διαφέρει και αυτό ως προς την κοιλότητα αλληλεπίδρασης. Η τυπική δομή του φαίνεται στο σχήμα 1.14 που είναι δάνειο από το [3]. Η κοιλότητα αποτελείται τώρα από δύο κάτοπτρα μεταξύ των οποίων σχηματίζονται στάσιμα κύματα (ταλαντωτής Fabry-Pérot), τα οποία αλληλεπιδρούν με την ηλεκτρονική



Σχήμα 1.13 (σχήμα 1.3 του[3]): Τυπική δομή γυροτρονίου σύνθετης κοιλότητας.

δέσμη. Η απομάκρυνση της μικροκυματικής ισχύος γίνεται συνήθως μέσω του ενός κατόπτρου το οποίο είναι ημιπερατό φέροντας κατάλληλη σχισμή. Η διάταξη έχει αυξημένη επιλεκτικότητα στους διεγερόμενους ρυθμούς επειδή τώρα η κοιλότητα αλληλεπίδρασης είναι ανοικτή στην εγκάρσια διεύθυνση. Έτσι πολλοί ρυθμοί έχουν σημαντικές απώλειες περίθλασης (άρα χαμηλό συντελεστή ποιότητας) και δεν μπορούν να διεγερθούν. Ένα άλλο πλεονέκτημα είναι ότι η κοιλότητα δρα ταυτόχρονα και ως διαχωριστής και η έξοδος της μικροκυματικής ισχύος είναι εξαρχής ακτινική. Επιπλέον υπάρχει η δυνατότητα μηχανικής ρύθμισης της συχνότητας λειτουργίας με κατάλληλη μεταβολή της απόστασης των κατόπτρων. Τέλος, οι ωμικές απώλειες είναι γενικά μικρές επειδή η απόσταση των κατόπτρων μπορεί να είναι σχετικά μεγάλη παρέχοντας μεγάλο όγκο αλληλεπίδρασης [7]. Το γεγονός ότι η κοιλότητα αλληλεπίδρασης δεν είναι πλέον κυλινδρική συμμετρική και το συνακόλουθο γεγονός ότι το διεγερόμενο υψίσυχο πεδίο έχει μάλλον ευθύγραμμη και όχι κυκλική κατανομή ισχύος στο εγκάρσιο επίπεδο, καθιστούν την τυπική δακτυλιοειδή γεωμετρία της ηλεκτρονικής δέσμης του συμβατικού γυροτρονίου μη προνομακή για την αλληλεπίδραση στο οπτικό γυροτρόνιο. Κατά συνέπεια η απόδοση της αλληλεπίδρασης στο οπτικό γυροτρόνιο με δακτυλιοειδή δέσμη είναι σχετικά μικρή [5], για αυτό και τα οπτικά γυροτρόνια δεν έχουν προς το παρόν γνωρίσει μεγάλη ανάπτυξη.

Λόγω της ευθύγραμμης κατανομής ισχύος του διεγερόμενου πεδίου στο οπτικό γυροτρόνιο μια ηλεκτρονική δέσμη ορθογωνικής (έστω προσεγγιστικά) εγκάρσιας διατομής (sheet beam) φαίνεται καταλληλότερη. Πέρα από τη διαβλεπόμενη αύξηση της απόδοσης, το μεγάλο πλεονέκτημα του συνδυασμού μιας τέτοιας δέσμης με τον αυξημένο όγκο αλληλεπίδρασης του οπτικού γυροτρονίου είναι η δυνατότητα για πολύ υψηλό ρεύμα ηλεκτρονίων, διότι το εμβαδόν που καταλαμβάνουν τώρα τα ηλεκτρόνια στο εγκάρσιο επίπεδο είναι πολύ μεγαλύτερο από εκείνο που καταλαμβάνουν στην περίπτωση της κοίλης δακτυλιοειδούς δέσμης. Σημειώνουμε ότι το μεγάλο ρεύμα δέσμης είναι βασική προϋπόθεση για τη λειτουργία υψηλής ισχύος των γυροτρονίων, με δεδομένο ότι η τάση της δέσμης (δηλαδή η τάση που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια) περιορίζεται από το ότι η δέσμη οφείλει να είναι ήπια σχετικιστική. Η δυσκολία με τις ηλεκτρονικές δέσμες ορθογωνικής διατομής σε γυροδιατάξεις είναι η διατήρηση του σχήματός τους παρουσία των ολισθήσεων $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Στα [35], [36] προτείνεται ένας κατάλληλος μη κυλινδρικός κυματοδηγός, ο οποίος διατηρεί το σχήμα μιας δέσμης



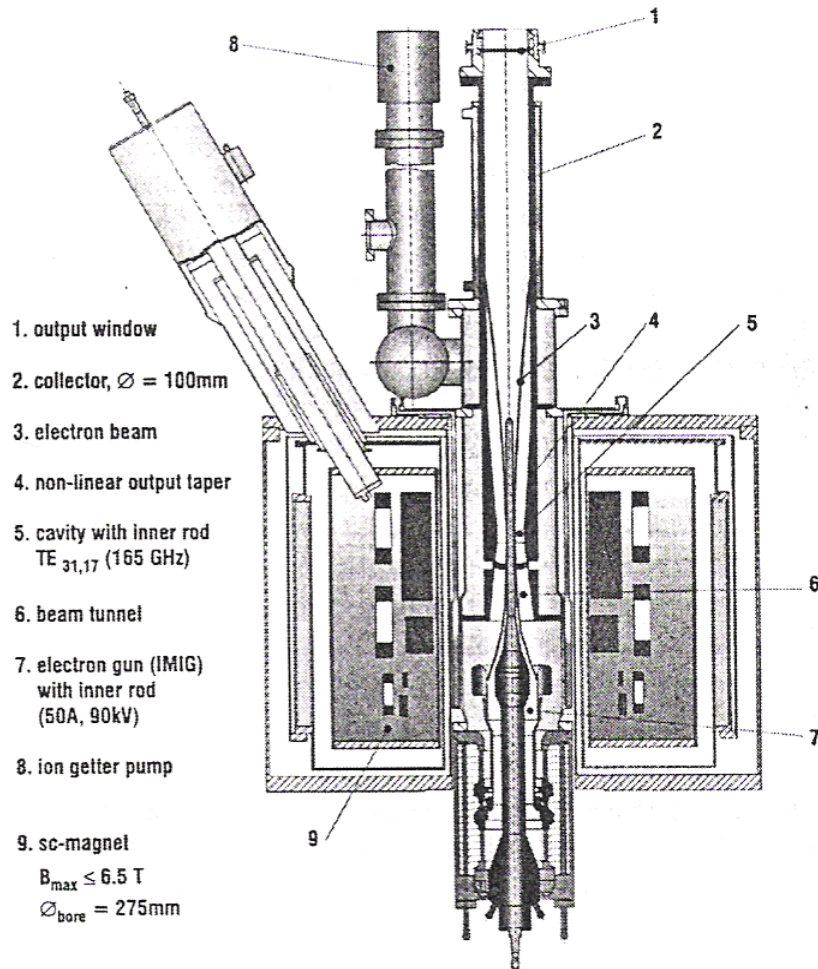
Σχήμα 1.14 (σχήμα 1.4 του[3]): Τυπική δομή οπτικού γυροτρονίου.

ελλειψοειδούς διατομής με έντονη εκκεντρότητα. Η λύση του προβλήματος της παραμόρφωσης της δέσμης ορθογωνικής διατομής λόγω της ολίσθησης $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ μπορεί να ανοίξει το δρόμο για την επιτυχημένη χρήση της στα οπτικά γυροτρόνια.

1.4.2 Το ομοαξονικό γυροτρόνιο

Το ομοαξονικό γυροτρόνιο [37], [38] είναι μέχρι σήμερα η πιο επιτυχημένη παραλλαγή του συμβατικού γυροτρονίου. Η ειδοποιός διαφορά του βρίσκεται στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης. Η κοιλότητα του ομοαξονικού γυροτρονίου προκύπτει αν στην κοιλότητα του συμβατικού γυροτρονίου (σχήμα 1.7) εισαχθεί ένα αγωγίμο ομοαξονικό κυλινδρικό στέλεχος. Δύο ομοαξονικά γυροτρόνια υψηλής ισχύος φαίνονται στα σχήματα 1.15 και 1.16. Το ομοαξονικό γυροτρόνιο του σχήματος 1.15 έχει αξονική έξοδο μικροκυμάτων, ενώ το ομοαξονικό γυροτρόνιο του σχήματος 1.16 έχει ακτινική έξοδο μικροκυμάτων και συλλέκτη σε επιβραδύνον δυναμικό. Το εσωτερικό στέλεχος στο ομοαξονικό γυροτρόνιο ξεκινά από την πηγή της ηλεκτρονικής δέσμης, διαπερνά το διάυλο και σταματά συνήθως μετά την κοιλότητα αλληλεπίδρασης. Στην περίπτωση αυτή η στήριξη του στελέχους γίνεται από τη μια μόνο πλευρά του, αυτήν που βρίσκεται στην πλευρά της πηγής της ηλεκτρονικής δέσμης. Αποφεύγεται έτσι η ανεπιθύμητη πρόσπτωση μικροκυματικής ακτινοβολίας στο στέλεχος^(*). Επόμενο είναι η μονομερής στήριξη του ομοαξονικού στελέχους να δημιουργεί προβλήματα στην ευθυγράμμιση του με την ηλεκτρονική δέσμη, καθώς και στη σταθερότητά του έναντι των μηχανικών ταλαντώσεων που προκύπτουν σε περίπτωση που ψύχεται με ροή νερού στο εσωτερικό του. Παρόλα αυτά έχουν επιτευχθεί ικανοποιητικά αποτελέσματα τόσο στο σφάλμα

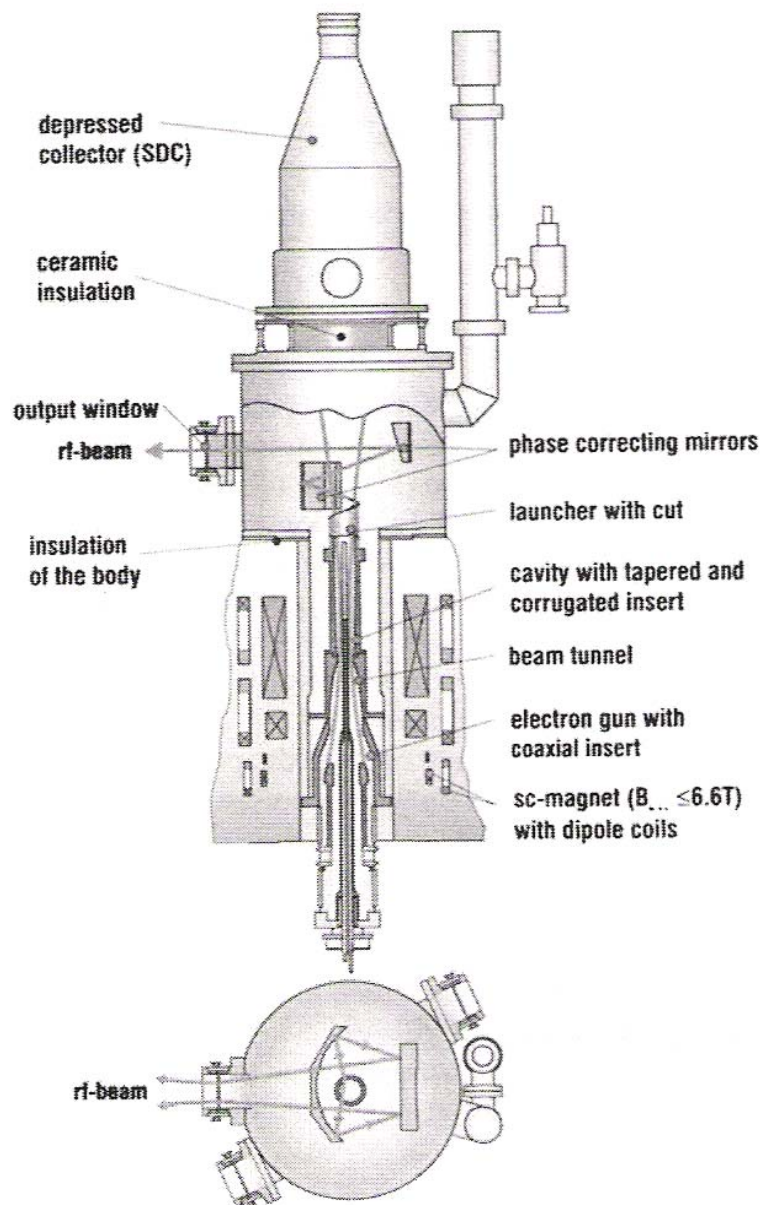
(*) Στήριξη του ομοαξονικού στελέχους και από τις δύο πλευρές έχουμε στη σχεδίαση του ομοαξονικού γυροτρονίου 140 GHz, 3 MW που παρουσιάζεται στο [40]. Το γυροτρόνιο αυτό έχει ακτινική έξοδο μικροκυμάτων και η ενσωματωμένη οπτική διάταξη διαχωριστή είναι τέτοια ώστε να εκτρέπει την εγκάρσια γκαουσιανή μικροκυματική δέσμη κατά τρόπο που να αποφεύγει όσο είναι δυνατόν το ομοαξονικό στέλεχος. Προφανώς όμως δεν μπορεί να αποφευχθεί εντελώς η πρόσπτωση κάποιου ποσοστού μικροκυματικής ισχύος στο στέλεχος.



Σχήμα 1.15 (σχήμα 10 του [39]): Ομοαξονικό γυροτρόνιο 165 GHz, 1.5 MW με πηγή ηλεκτρονίων τύπου IMIG και αξονική έξοδο μικροκυμάτων.

ευθυγράμμισης ($< 0.15 \text{ mm}$, [22]) όσο και στο πλάτος των μηχανικών ταλαντώσεων ($< 0.03 \text{ mm}$, [41]).

Η πηγή της ηλεκτρονικής δέσμης στο ομοαξονικό γυροτρόνιο είναι είτε τύπου CMIG (Coaxial MIG) όπως στο σχήμα 1.16, είτε τύπου IMIG (Inverse MIG) όπως στο σχήμα 1.15. Η πηγή τύπου CMIG [42] είναι μια πηγή τύπου MIG όπου το ρύγχος της καθόδου είναι δακτυλιοειδές και από το εσωτερικό του διέρχεται το ομοαξονικό στέλεχος. Στην πηγή τύπου IMIG [43] η διάμετρος της ανόδου είναι μικρότερη από τη διάμετρο του δακτυλίου εκπομπής, οπότε η εκπομπή των ηλεκτρονίων γίνεται προς το εσωτερικό του δακτυλίου εκπομπής (δηλαδή κατευθείαν προς το ομοαξονικό στέλεχος), σε αντίθεση με τις πηγές τύπου MIG και CMIG όπου η εκπομπή των ηλεκτρονίων γίνεται προς το εξωτερικό του δακτυλίου εκπομπής. Οι πηγές ηλεκτρονικής δέσμης τύπου CMIG και IMIG υιοθετούνται στο ομοαξονικό γυροτρόνιο επειδή παρόλη την ομοαξονική γεωμετρία επιτρέπουν στο εσωτερικό στέλεχος να είναι γειωμένο μαζί με το υπόλοιπο σώμα της διάταξης (εκτός από την κάθοδο και πιθανώς το συλλέκτη). Η δυνατότητα γείωσης του ομοαξονικού στελέχους είναι σημαντική, ιδιαίτερα στην περίπτωση που πρέπει να ψύχεται με ροή νερού στο εσωτερικό του.



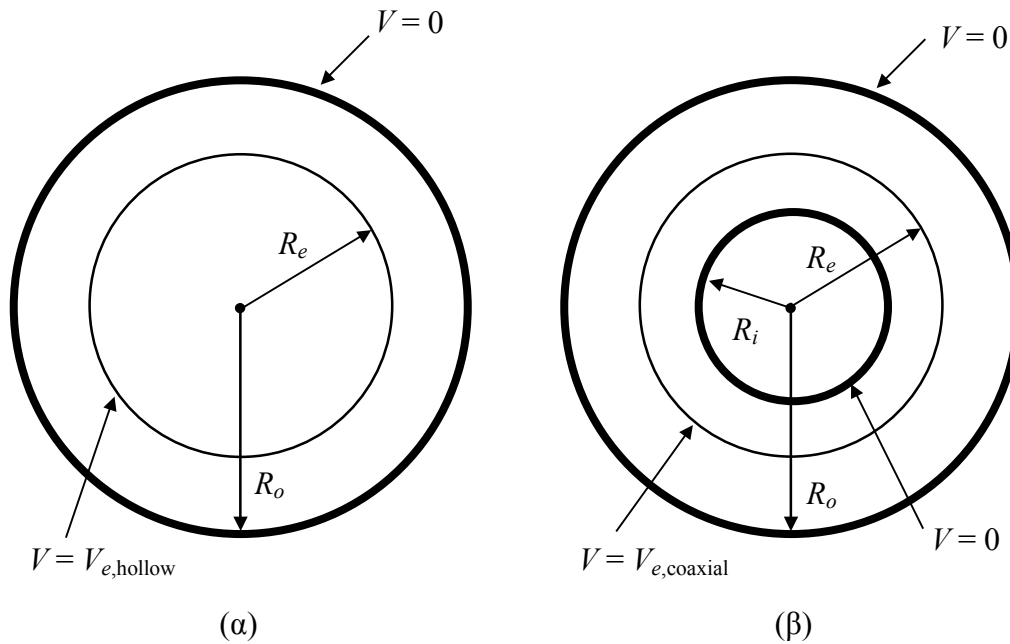
Σχήμα 1.16 (σχήμα 1 του [41]): Ομοαξονικό γυροτρόνιο 165 GHz, 2.2 MW με πηγή ηλεκτρονίων τύπου CMIG, ακτινική έξοδο μικροκυμάτων και συλλέκτη σε επιβραδύνον δυναμικό.

Το προφανές επιπλέον κόστος σε τεχνική πολυπλοκότητα που παρουσιάζει το ομοαξονικό γυροτρόνιο σε σχέση με το συμβατικό καθίσταται δικαιολογημένο εξαιτίας δύο βασικών πλεονεκτημάτων: Το πρώτο είναι ότι η πτώση τάσης της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω του χωρικού της φορτίου (voltage depression) είναι αισθητά χαμηλότερη στην ομοαξονική κοιλότητα αλληλεπίδρασης, πράγμα που οδηγεί σε βελτιωμένη ολική απόδοση της διάταξης και σε δυνατότητα για μεγαλύτερο ρεύμα δέσμης. Το δεύτερο πλεονέκτημα σχετίζεται με το γεγονός ότι με κατάλληλο σχεδιασμό είναι δυνατόν να διευκολυνθεί ή να δυσχερανθεί η διέγερση διαφόρων ομάδων ρυθμών της κοιλότητας. Έτσι η ομοαξονική κοιλότητα μπορεί να παρουσιάζει ελεγχόμενη επιλεκτικότητα ως προς τους διεγερόμενους ρυθμούς, γεγονός που είναι καταλυτικό στα γυροτρόνια

μεγάλης ισχύος όπου απαιτείται μονορρυθμική λειτουργία σε ρυθμό υψηλής τάξης παρουσία πολλών ανταγωνιστικών ρυθμών. Για τα δύο αυτά πλεονεκτήματα θα μιλήσουμε αναλυτικότερα λίγο παρακάτω. Προς το παρόν σημειώνουμε ότι η δυνατότητα υψηλότερης απόδοσης, μεγαλύτερου ρεύματος δέσμης και καλύτερης αντιμετώπισης του ανταγωνισμού των ρυθμών που παρέχουν τα ομοαξονικά γυροτρόνια συνέβαλε στη μεγάλη ανάπτυξη και επιτυχία τους την τελευταία δεκαετία.

Ενώ στα συμβατικά γυροτρόνια το άνω όριο ισχύος λειτουργίας συνεχούς κύματος στα 170 GHz εκτιμάται στην περιοχή 1-1.5 MW ([41], [44]), πολύ σύντομα αναμένονται ομοαξονικά γυροτρόνια με ισχύ πάνω από 2 MW CW σε αυτή τη συχνότητα [45], [21], [46]. Ήδη οι πειραματικές επιδόσεις των ομοαξονικών γυροτρονίων παλμικής λειτουργίας είναι εντυπωσιακές. Ένας πλήρης κατάλογος των επιδόσεων αυτών υπάρχει στο [8]. Αναφέρουμε ενδεικτικά τα γυροτρόνια 165 GHz-2.2 MW (παλμός διάρκειας ≤ 1 ms, ρυθμός λειτουργίας $TE_{31,17}$) [41] και 140 GHz-1.17 MW (≤ 0.5 ms, $TE_{28,16}$) [47] του Ερευνητικού Κέντρου Καρλσρούης (FZK), το γυροτρόνιο 140 GHz-1.5 MW (~ 50 μ s, $TE_{28,16}$) του Ινστιτούτου Εφαρμοσμένης Φυσικής (IAP) στο Nizhny Novgorod [24] και το γυροτρόνιο 139.6 GHz-0.9 MW (≤ 3 μ s, $TE_{26,11}$) του Ινστιτούτου Τεχνολογίας Μασαχουσέτης (MIT) [8]. Οι εφαρμογές των γυροτρονίων μεγάλης ισχύος (\sim MW) σε συχνότητες 118 GHz-170 GHz σχετίζονται με τη θέρμανση του πλάσματος σύντηξης μέσω ηλεκτρονικού κυκλοτρονικού συντονισμού (ECRH) σε αντιδραστήρες ελεγχόμενης θερμοπυρηνικής σύντηξης [48]. Επειδή τελικός στόχος είναι η παραγωγή ενέργειας από τη σύντηξη, η υψηλή απόδοση των γυροτρονίων είναι απαραίτητη ώστε να μην επιβαρύνεται ο συνολικός βαθμός απόδοσης του συστήματος παραγωγής ενέργειας. Επιπλέον, επειδή το σύστημα θέρμανσης του πλάσματος σύντηξης απαρτίζεται από αρκετά γυροτρόνια, είναι πολύ σημαντική η επίτευξη υψηλής ισχύος ανά γυροτρόνιο ώστε να ελαττωθεί ο απαιτούμενος αριθμός γυροτρονίων και να συμβιβαστεί ο όγκος του συστήματος θέρμανσης με τους χωρικούς περιορισμούς του αντιδραστήρα. Η προοπτική για την επόμενη γενιά ομοαξονικών γυροτρονίων που θα χρησιμοποιηθούν σε μελλοντικούς αντιδραστήρες σύντηξης είναι να επιτευχθεί ισχύς 4-5 MW CW στα 170 GHz [38], [24], [49]. Σημειώνουμε ότι όλα τα παραπάνω δεδομένα αφορούν αλληλεπίδραση στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα και ότι αρμονικά ομοαξονικά γυροτρόνια δεν έχουν ακόμη αναπτυχθεί συστηματικά. Πάντως, όπως θα δείξουμε σε επόμενα κεφάλαια, τα ομοαξονικά γυροτρόνια φαίνεται να πλεονεκτούν ακόμη περισσότερο σε σχέση με τα συμβατικά όταν επιδιώκεται αλληλεπίδραση στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας.

Θα σχολιάσουμε τώρα τα πλεονεκτήματα του ομοαξονικού γυροτρονίου ξεκινώντας από το ζήτημα της πτώσης τάσης της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω του χωρικού της φορτίου. Η διάταξη του σχήματος 1.17α περιλαμβάνει έναν γειωμένο κυκλικό κυματοδηγό άπειρου μήκους και ακτίνας R_o μέσα στον οποίο υπάρχει επιφανειακό φορτίο σταθερής επιφανειακής πυκνότητας ρ_s καταναμημένο στην κυλινδρική επιφάνεια ακτίνας R_e . Το δυναμικό στην επιφάνεια ακτίνας R_e προκύπτει εύκολα ότι είναι $V_{e,hollow} = (R_e \rho_s / \epsilon_0) \ln(R_o / R_e)$. Η διάταξη του σχήματος 1.17α μπορεί να θεωρηθεί ένα απλοποιημένο μοντέλο της κοιλότητας αλληλεπίδρασης και της ηλεκτρονικής δέσμης στο συμβατικό γυροτρόνιο. Στην περίπτωση αυτή η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου είναι $\rho_s = -I_b / (2\pi R_e v_{||})$, όπου $I_b > 0$ είναι το μέτρο του ρεύματος ηλεκτρονίων που αντιπροσωπεύει η δέσμη. Άρα $V_{e,hollow} = -I_b \ln(R_o / R_e) / (2\pi \epsilon_0 v_{||}) < 0$. Αντιλαμβανόμαστε έτσι ότι αν $V_c > 0$ είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ της γειωμένης ανόδου και της καθόδου αρνητικού δυναμικού και eV_b είναι η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης, τότε για την τάση της δέσμης $V_b > 0$



Σχήμα 1.17: Απλοποιημένο μοντέλο για τον υπολογισμό της πτώσης τάσης της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω του χωρικού της φορτίου (voltage depression). (α) Συμβατικό γυροτρόνιο. (β) Ομοαξονικό γυροτρόνιο.

ισχύει $V_b = V_c - |V_{e,hollow}|$. Αυτή η διαφοροποίηση της τάσης V_b από την επιβαλλόμενη διαφορά δυναμικού ανόδου-καθόδου V_c είναι η λεγόμενη πτώση τάσης της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω του χωρικού της φορτίου (voltage depression) και οφείλεται στο ότι η δέσμη είναι ένα χωρικό φορτίο σε μη μηδενική απόσταση από το αγώγιμο τοίχωμα.

Η πτώση τάσης $|V_{e,hollow}|$ είναι ανεπιθύμητη για διάφορους λόγους. Αφενός έχουμε πτώση της συνολικής απόδοσης επειδή η δέσμη διατηρεί μη μηδενική δυναμική ενέργεια $e|V_{e,hollow}|$, η οποία παραμένει αναξιοποίητη κατά την αλληλεπίδραση των ηλεκτρονίων με το υψίσυχο πεδίο. Αφετέρου έχει δειχθεί ότι όσο μεγαλώνει η πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου, τόσο μεγαλώνει και η διασπορά ταχυτήτων της ηλεκτρονικής δέσμης [6-κεφ. 5]. Τέλος, επειδή όπως σχολιάσαμε στην προηγούμενη ενότητα η ποσότητα $(\gamma m_e v_{\perp})^2/B_0$ είναι αδιαβατικά αμετάβλητη από την κάθοδο στην κοιλότητα, η πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου ελαττώνει μόνο την αξονική ορμή. Αφού όμως για δεδομένη γεωμετρία η πτώση τάσης είναι ανάλογη του ρεύματος, τίθεται ένα άνω όριο στο ρεύμα της δέσμης πέρα από το οποίο η δέσμη θα ανακλαστεί λόγω του χωρικού της φορτίου. Αυτό το οριακό ρεύμα (limiting current) καθορίζει το επιτρεπτό ρεύμα που μπορεί να διοχετευθεί στην κοιλότητα και ελαττώνεται με την αύξηση του γεωμετρικού παράγοντα $\ln(R_o/R_e)$ [50]. Για να διατηρηθεί το μέτρο της πτώσης τάσης λόγω χωρικού φορτίου και του γεωμετρικού παράγοντα $\ln(R_o/R_e)$ σε χαμηλά επίπεδα, η ηλεκτρονική δέσμη στο συμβατικό γυροτρόνιο πρέπει προφανώς να τοποθετηθεί κοντά στο τοίχωμα της κοιλότητας. Αυτό όμως σημαίνει ότι ο ρυθμός λειτουργίας θα πρέπει να έχει μεγάλη καυστική ακτίνα, γεγονός που συνεπάγεται αυξημένες ωμικές απώλειες.

Συγκριτικά με τα παραπάνω η κατάσταση είναι πολύ ευνοϊκότερη στο ομοαξονικό γυροτρόνιο. Το κατάλληλο απλοποιημένο μοντέλο της κοιλότητας αλληλεπίδρασης και της ηλεκτρονικής δέσμης φαίνεται στο σχήμα 1.17β και προκύπτει προσθέτοντας ένα γειωμένο αγώγιμο ομοαξονικό στέλεχος απείρου μήκους και ακτίνας R_i στη διάταξη του σχήματος 1.17α. Το δυναμικό της κυλινδρικής επιφάνειας ακτίνας R_e

είναι τώρα $V_{e,coaxial} = (R_e \rho_s / \epsilon_0) \ln(R_o/R_e) [\ln(R_e/R_i) / \ln(R_o/R_i)]$. Έτσι η πτώση τάσης $|V_{e,coaxial}|$ της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω του χωρικού της φορτίου στο ομοαξονικό γυροτρόνιο είναι μικρότερη από την αντίστοιχη πτώση τάσης $|V_{e,hollow}|$ στο συμβατικό γυροτρόνιο, επειδή $|V_{e,coaxial}| / |V_{e,hollow}| = \ln(R_e/R_i) / \ln(R_o/R_i)$. Για την ακρίβεια ισχύει $|V_{e,coaxial}| \leq |V_{e,hollow}|/2$, με $|V_{e,coaxial}| = |V_{e,hollow}|/2$ όταν $R_e = (R_o R_i)^{1/2}$. Συνεπώς η πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου στην ομοαξονική κοιλότητα είναι στη χειρότερη περίπτωση υποδιπλάσια από εκείνη στη συμβατική κοιλότητα ίδιας ακτίνας. Αντίστοιχα το οριακό ρεύμα στο ομοαξονικό γυροτρόνιο (που καθορίζεται τώρα από το γεωμετρικό παράγοντα $\ln(R_o/R_e) [\ln(R_e/R_i) / \ln(R_o/R_i)]$) είναι το λιγότερο διπλάσιο σε σχέση με εκείνο του αντίστοιχου συμβατικού γυροτρονίου [51]. Επιπλέον, στο ομοαξονικό γυροτρόνιο μπορούμε να έχουμε περαιτέρω ελάττωση της πτώσης τάσης λόγω χωρικού φορτίου και αύξηση του οριακού ρεύματος τοποθετώντας την ηλεκτρονική δέσμη σχετικά κοντά στο ομοαξονικό στέλεχος. Η πρακτική αυτή είναι προτιμητέα σε σύγκριση με την τοποθέτηση της δέσμης κοντά στο εξωτερικό τοίχωμα επειδή συνοδεύεται από χαμηλότερες ωμικές απώλειες. Αυτό οφείλεται στην τυπική ακτινική εξάρτηση του πεδίου των ρυθμών TE με $m \neq 0$, οι οποίοι έχουν ασθενέστερο πεδίο κοντά στο κέντρο της κοιλότητας από ότι κοντά στο τοίχωμα (βλ. και σχήμα 1.9).

Σε ό,τι αφορά τώρα τον έλεγχο του ανταγωνισμού των ρυθμών, η ομοαξονική κοιλότητα παρέχει τη δυνατότητα επίδρασης στους συντελεστές ποιότητας μέσω επέμβασης στις απώλειες περίθλασης και στις ωμικές απώλειες των ρυθμών [37], [52]. Τα αποτελέσματα είναι θεαματικότερα όταν ο εσωτερικός ομοαξονικός αγωγός φέρει διαμήκεις ρυτιδώσεις [53]-[55] για αυτό και τα σύγχρονα ομοαξονικά γυροτρόνια ισχύος έχουν συνήθως ρυτιδωμένο εσωτερικό στέλεχος. Με κατάλληλη επιλογή του βάθους των ρυτιδώσεων είναι δυνατή η τροποποίηση της εγκάρσιας δομής του πεδίου των ρυθμών και η ρύθμιση των ωμικών απωλειών. Σε αυτό μπορεί να βοηθήσει και η χρήση ομοαξονικού στελέχους περιορισμένης αγωγιμότητας ($\sim 10^4$ - 10^6 S/m). Επιπλέον, με τη χρήση ομοαξονικού στελέχους μεταβλητής ακτίνας η ιδιοτιμή ενός ρυθμού και συνεπώς η συχνότητα αποκοπής και η ταχύτητα ομάδας καθίστανται συναρτήσεις της αξονικής μεταβλητής z . Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τη ρύθμιση των απωλειών περίθλασης του ρυθμού κατά την αξονική διεύθυνση. Ο έλεγχος των απωλειών (άρα και των συντελεστών ποιότητας) των ρυθμών στην ομοαξονική κοιλότητα οδηγεί σε έλεγχο των ρευμάτων εκκίνησής τους. Έτσι είναι δυνατή η μείωση του ρεύματος εκκίνησης του ρυθμού λειτουργίας και η αύξηση του ρεύματος εκκίνησης των ανταγωνιστικών ρυθμών, γεγονός που διευκολύνει τη μονορυθμική λειτουργία του γυροτρονίου σε ρυθμό υψηλής τάξης. Ο ακριβής τρόπος που επιδρά η γεωμετρία του ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού στον ωμικό και στον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας ενός ρυθμού θα παρουσιαστεί στο επόμενο κεφάλαιο. Ο κατάλληλος σχεδιασμός για υποστήριξη λειτουργίας στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα ή στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής θα σχολιαστεί στο κεφάλαιο 6^(*).

(*) Στο Ινστιτούτο Εφαρμοσμένης Φυσικής (IAP) στο Nizhny Novgorod έχουν δοκιμαστεί και ομοαξονικά γυροτρόνια που φέρουν διαμήκεις ρυτιδώσεις όχι μόνο στον εσωτερικό αγωγό αλλά και στο εξωτερικό τοίχωμα της κοιλότητας αλληλεπίδρασης [24], [8]. Οι ρυτιδώσεις στο εξωτερικό τοίχωμα φαίνεται ότι έχουν πρόσθετη συνεισφορά στην επιλεκτικότητα της κοιλότητας ως προς τους ρυθμούς που διεγείρονται από τη δέσμη. Παρόλα αυτά τέτοιες ρυτιδώσεις δεν υιοθετούνται προς το παρόν επειδή ο επιθυμητός βαθμός επιλεκτικότητας μπορεί να εξασφαλιστεί από κοιλότητες με ρυτιδώσεις μόνο στον εσωτερικό αγωγό. Επιπλέον στο [38] εκφράζονται επιφυλάξεις ως προς την αποτελεσματικότητα των ρυτιδώσεων του εξωτερικού τοιχώματος σε περίπτωση ρυθμού λειτουργίας μεγάλου ακτινικού δείκτη. Για αυτούς τους λόγους δεν θα ασχοληθούμε με τέτοιες κοιλότητες στη παρούσα εργασία. Πιθανόν οι ομοαξονικές κοιλότητες ρυτιδωμένου εξωτερικού τοιχώματος να βρουν εφαρμογή στην επόμενη γενιά γυροτρονίων

Τελειώνοντας την περιγραφή του ομοαξονικού γυροτρονίου θα αναφέρουμε μια επιπλέον δυνατότητά του. Στην περίπτωση που χρησιμοποιείται πηγή ηλεκτρονικής δέσμης τύπου IMG, το ομοαξονικό στέλεχος (δηλαδή η άνοδος) μπορεί να τεθεί σε σχετικά μικρό θετικό δυναμικό και η κάθοδος σε μεγάλο αρνητικό δυναμικό. Η συνολική εφαρμοζόμενη διαφορά δυναμικού ισούται έτσι με το άθροισμα του μέτρου του δυναμικού της καθόδου και του δυναμικού του ομοαξονικού στελέχους [24]. Επειδή, όπως είδαμε, η ηλεκτρονική δέσμη στο ομοαξονικό γυροτρόνιο εξυπηρετεί να βρίσκεται κοντά στο στέλεχος, το δυναμικό της είναι παραπλήσιο με το δυναμικό του στελέχους. Διατηρώντας έτσι γειωμένη την υπόλοιπη διάταξη εκτός από την κάθοδο και τον εσωτερικό αγωγό, ο συλλέκτης βρίσκεται σε χαμηλότερο δυναμικό από αυτό της δέσμης, οπότε λειτουργεί ως συλλέκτης σε επιβραδύνον δυναμικό. Συνεπώς μπορούμε να έχουμε κατευθείαν τα πλεονεκτήματα του συλλέκτη σε επιβραδύνον δυναμικό χωρίς ειδική σχεδίαση και πρόσθετους μονωτές που να απομονώνουν το συλλέκτη από την υπόλοιπη διάταξη. Επιπλέον, με την παραπάνω συνδεσμολογία γίνεται δυνατή η ρύθμιση της τάσης της ηλεκτρονικής δέσμης μέσω της αλλαγής μόνο του χαμηλού δυναμικού του εσωτερικού στελέχους και όχι της μεγάλης διαφοράς δυναμικού ανόδου-καθόδου. Αυτό διευκολύνει τη λειτουργία εκείνων των γυροτρονίων στα οποία είναι επιθυμητή η διαδοχική διέγερση διαφορετικών ρυθμών, οι οποίοι συντονίζονται σε διαφορετικές τιμές της κυκλοτρονικής συχνότητας. Στα γυροτρόνια αυτά είναι δυνατή η βηματική αλλαγή της συχνότητας λειτουργίας (step-tunable gyrotrons) και η αναγκαία μεταβολή της κυκλοτρονικής συχνότητας επιτυγχάνεται με τη μεταβολή της ενέργειας των ηλεκτρονίων μέσω της μεταβολής της τάσης της δέσμης. Επιπρόσθετα, η ισχύς εξόδου όταν είναι διεγερμένος ένας ρυθμός μπορεί να ρυθμιστεί από μικρές μεταβολές της τάσης του στελέχους. Αυτό συμβαίνει διότι οι μεταβολές αυτές αντιστοιχούν σε μεταβολές της κυκλοτρονικής συχνότητας άρα και σε μεταβολές στην απόδοση της αλληλεπίδρασης, αφού η τελευταία εξαρτάται από τον τρόπο που ικανοποιείται η συνθήκη συντονισμού.

1.5 Αντικείμενο και Δομή της Διατριβής

Το θέμα αυτής της εργασίας είναι η μελέτη των ομοαξονικών γυροτρονίων σε ό,τι αφορά τα εξής ζητήματα:

- Επιλογή του ρυθμού λειτουργίας και των παραμέτρων λειτουργίας
- Σχεδίαση της κοιλότητας αλληλεπίδρασης με στόχο την υποστήριξη λειτουργίας στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας
- Διερεύνηση του ανταγωνισμού των ρυθμών μέσω της αριθμητικής προσομοίωσης της αλληλεπίδρασης της ηλεκτρονικής δέσμης με το υψίσυχο πεδίο στην κοιλότητα

Ο βασικότερος στόχος ήταν η χρήση των αποτελεσμάτων για να εξεταστεί κατά πόσο είναι δυνατή η υλοποίηση αποδοτικών ομοαξονικών γυροτρονίων συνεχούς κύματος που

ισχύος (~ 5 MW) για τη θέρμανση του πλάσματος σε μελλοντικούς αντιδραστήρες ελεγχόμενης θερμοπυρηνικής σύντηξης [56].

να παράγουν υποχιλιοστομετρική ακτινοβολία ισχύος με αλληλεπίδραση στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Η έρευνα κατέληξε καταφατικά με την πρόταση τριών ρεαλιστικών σχεδιάσεων ομοαξονικών γυροτρονίων δεύτερης αρμονικής που αποδίδουν 100 kW CW στα 340 GHz με ρυθμό λειτουργίας των TE_{40,15} (ιδιοτιμή 99.4) και απόδοση αλληλεπίδρασης ~ 30 %.

Το πλεονέκτημα της αλληλεπίδρασης στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας είναι ότι για δεδομένη συχνότητα λειτουργίας απαιτεί το μισό μαγνητικό πεδίο σε σύγκριση με την αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής. Μπορεί έτσι να γίνει οικονομία στο “ακριβό” μαγνητικό πεδίο ή να επιτευχθεί πολύ υψηλή συχνότητα με λογικές τιμές του μαγνητικού πεδίου. Η λειτουργία ισχύος όμως χρειάζεται ρυθμό λειτουργίας υψηλής τάξης και ιδιοτιμής, οπότε το βασικό πρόβλημα των αρμονικών γυροτρονίων ισχύος είναι η μονορρυθμική λειτουργία στον επιθυμητό ρυθμό παρουσία του μεγάλου πλήθους των ανταγωνιστικών ρυθμών που αλληλεπιδρούν έντονα στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα. Όπως θα δούμε και στα επόμενα κεφάλαια, ο έλεγχος του ανταγωνισμού των ρυθμών με την κατάλληλη τοποθέτηση της ηλεκτρονικής δέσμης που παρέχει η κοιλότητα του συμβατικού γυροτρονίου δεν επαρκεί για υποχιλιοστομετρική λειτουργία δεύτερης αρμονικής με υψηλή απόδοση και ισχύ. Αναφέρουμε ενδεικτικά ότι, σύμφωνα με το [8], οι επιδόσεις ισχύος των συμβατικών γυροτρονίων δεύτερης αρμονικής στην υποχιλιοστομετρική περιοχή συχνοτήτων είναι κάτω από 25 kW με απόδοση μικρότερη από 6 %. Για το λόγο αυτό η αυξημένη επιλεκτικότητα στους διεγερόμενους ρυθμούς που παρουσιάζει η κοιλότητα του ομοαξονικού γυροτρονίου φαίνεται ελκυστική, με την προϋπόθεση ότι είναι δυνατός ο προσανατολισμός της προς την υποστήριξη λειτουργίας δεύτερης αρμονικής.

Παρόλο που, όπως αναφέραμε ήδη, η δυνατότητα της ομοαξονικής κοιλότητας για έλεγχο του ανταγωνισμού των ρυθμών οδήγησε σε ομοαξονικά γυροτρόνια θεμελιώδους κυκλοτρονικής με εντυπωσιακές επιδόσεις, ομοαξονικά γυροτρόνια δεύτερης αρμονικής δεν έχουν αναπτυχθεί ακόμη συστηματικά. Το μόνο σχετικό πείραμα που καταγράφεται στο [8] αναφέρεται σε ομοαξονικό γυροτρόνιο ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού του Ινστιτούτου Εφαρμοσμένης Φυσικής (IAP) στο Nizhny Novgorod. Το γυροτρόνιο αυτό αποδίδει ισχύ 100 kW στα 224 GHz με λειτουργία σύντομου παλμού (< 15 ms) και απόδοση 11 %. Ο ρυθμός λειτουργίας που αλληλεπιδρά με τη δέσμη στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας είναι ο TE_{33,8} (ιδιοτιμή 66.2). Η παρούσα διατριβή δείχνει ότι η κατάλληλη σχεδίαση της ομοαξονικής κοιλότητας κάνει θεωρητικά εφικτή τη μονορρυθμική λειτουργία δεύτερης αρμονικής σε ρυθμό υψηλής τάξης (ιδιοτιμή ~ 100). Ένας τέτοιος ρυθμός εγγύαται αλληλεπίδραση δεύτερης αρμονικής με ισχύ και απόδοση πολύ πάνω από τις δυνατότητες των συμβατικών αρμονικών γυροτρονίων, πράγμα που φαίνεται και από τις επιδόσεις των ρεαλιστικών σχεδιάσεων 340 GHz-100 kW CW που προαναφέραμε. Η ανάπτυξη αποδοτικών αρμονικών ομοαξονικών γυροτρονίων ισχύος στην υποχιλιοστομετρική περιοχή συχνοτήτων μπορεί να καλύψει ανάγκες που σχετίζονται με διαγνωστικές διατάξεις ή με καταστολή ασταθειών στο πλάσμα στα πειράματα ελεγχόμενης θερμοπυρηνικής σύντηξης.

Η επιλογή του ρυθμού λειτουργίας και των παραμέτρων λειτουργίας (τάση, ρεύμα, ακτίνα δέσμης κλπ) σε ένα γυροτρόνιο είναι μια σύνθετη διαδικασία διότι εκτός από τις εκάστοτε προδιαγραφές, υπάρχει και ένα εκτεταμένο σύνολο φυσικών και τεχνολογικών περιορισμών που πρέπει να ικανοποιούνται. Αναπτύξαμε μια μέθοδο επιλογής ρυθμού και παραμέτρων λειτουργίας λαμβάνοντας υπόψη τους βασικούς περιορισμούς που συνδέονται με την πηγή της ηλεκτρονικής δέσμης, την κοιλότητα αλληλεπίδρασης και την πτώσης τάσης λόγω του χωρικού φορτίου της δέσμης. Σχετικοί

αριθμητικοί κώδικες ελέγχουν την καταλληλότητα των διαφόρων ρυθμών ως προς τις προδιαγραφές και τους περιορισμούς και υποδεικνύουν το σύνολο των υποψήφιων ρυθμών λειτουργίας και τις κατάλληλες παραμέτρους λειτουργίας του καθενός. Η διαδικασία εφαρμόζεται τόσο στα ομοαξονικά όσο και στα συμβατικά γυροτρόνια και αντιμετωπίζει αλληλεπίδραση σε οποιαδήποτε αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Επιπλέον, επειδή λαμβάνει υπόψη τους περιορισμούς που σχετίζονται με την ωμική φόρτιση (επιφανειακή πυκνότητα ωμικών απωλειών) των τοιχωμάτων της κοιλότητας, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και όταν επιδιώκεται λειτουργία συνεχούς κύματος. Η λειτουργία συνεχούς κύματος παρουσιάζει περισσότερες δυσκολίες συγκριτικά με την παλμική λειτουργία και ο κρίσιμος περιορισμός που εισάγει σε ό,τι αφορά την κοιλότητα αλληλεπίδρασης είναι η διατήρηση της θέρμανσης των τοιχωμάτων λόγω της ωμικής τους φόρτισης σε επίπεδα συμβατά με τις διαθέσιμες μεθόδους ψύξης.

Ένας ρυθμός λειτουργίας που ικανοποιεί τις προδιαγραφές και τους περιορισμούς δεν εγγυάται από μόνος του την επιτυχή λειτουργία του γυροτρονίου. Πρέπει να εξασφαλιστεί η διέγερσή του και η μονορρυθμική λειτουργία παρουσία των ανταγωνιστικών ρυθμών. Όπως είδαμε οι δυσκολίες αυξάνουν όσο μεγαλώνει η τάξη του ρυθμού. Εδώ παίζει σημαντικό ρόλο η επιλεκτικότητα της ομοαξονικής κοιλότητας ως προς τους ρυθμούς που διεγείρονται. Το πρόβλημα της σχεδίασης μιας ομοαξονικής κοιλότητας ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού για την υποστήριξη λειτουργίας με αλληλεπίδραση στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα έχει μελετηθεί στα [53], [54] και τα συμπεράσματα έχουν ήδη εφαρμοστεί σε επιτυχημένα ομοαξονικά γυροτρόνια της πράξης. Στη διατριβή αυτή ασχολούμαστε με τη σχεδίαση της ομοαξονικής κοιλότητας για υποστήριξη λειτουργίας με αλληλεπίδραση στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας, πρόβλημα που δεν έχει αντιμετωπιστεί συστηματικά μέχρι σήμερα. Διερευνώντας την επίδραση που έχει το βάθος των διαμήκων ρυτιδώσεων του εσωτερικού αγωγού, η ακτίνα του (και η ενδεχόμενη μεταβολή της), καθώς και η αγωγιμότητά του πάνω στα ρεύματα εκκίνησης των ρυθμών της κοιλότητας, καταλήγουμε σε δύο στρατηγικές σχεδίασης που υποστηρίζουν τη λειτουργία δεύτερης αρμονικής. Η πρώτη εμπλέκει ομοαξονικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας ενώ η δεύτερη στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας. Μια κατάλληλα σχεδιασμένη ομοαξονική κοιλότητα φαίνεται έτσι να επιτρέπει τη μονορρυθμική λειτουργία δεύτερης αρμονικής σε ρυθμό υψηλής τάξης και ιδιοτιμής ~ 100 .

Πριν από την υλοποίηση οποιασδήποτε σχεδίασης γυροτρονίου πρέπει να πραγματοποιηθούν αριθμητικές προσομοιώσεις της λειτουργίας του, ώστε να ελεγχθεί η ορθότητα της σχεδίασης και να γίνουν βήματα βελτιστοποίησής της. Για το λόγο αυτό αναπτύξαμε έναν χρονοεξαρτώμενο (time-dependent) αριθμητικό κώδικα που προσομοιώνει την αλληλεπίδραση ηλεκτρονικής δέσμης και υψίσυχνου πεδίου στην ομοαξονική κοιλότητα. Ο κώδικας αντιμετωπίζει την ταυτόχρονη αλληλεπίδραση της δέσμης με πολλούς ρυθμούς και σε διάφορες αρμονικές της κυκλοτρονικής συχνότητας, οπότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν εργαλείο μελέτης του ανταγωνισμού των ρυθμών. Επιπρόσθετα λαμβάνει υπόψη τις ωμικές απώλειες, καθώς και ρεαλιστικές διασπορές στην ενέργεια, στην ταχύτητα και στα κέντρα κυκλοτρονικής περιστροφής των ηλεκτρονίων. Το κίνητρο για την ανάπτυξη του κώδικα ήταν το γεγονός ότι δεν υπήρχαν κώδικες (προσιτοί σε εμάς τουλάχιστον) που να μπορούν να προσομοιώσουν αλληλεπίδραση δέσμης-πεδίου σε αρμονικές της κυκλοτρονικής συχνότητας μέσα σε κοιλότητα ομοαξονικού γυροτρονίου. Επιπλέον, οι προσιτοί κώδικες δεν λαμβάνουν υπόψη τις ωμικές απώλειες των ρυθμών επειδή αυτές είναι συνήθως αμελητέες συγκρινόμενες με τις απώλειες περίθλασης όταν η αγωγιμότητα των τοιχωμάτων είναι υψηλή. Αυτό όμως τους κάνει ακατάλληλους για την περίπτωση των κοιλοτήτων με

ομοαξονικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας, όπου οι ωμικές απώλειες μπορεί να είναι σημαντικές. Αντίθετα, ο κώδικας που αναπτύχθηκε εδώ είναι κατάλληλος για την επιτυχή προσομοίωση της αλληλεπίδρασης δέσμης-πεδίου σε τέτοιες κοιλότητες, γεγονός που επιτρέπει τη μελέτη σχετικών σχεδιάσεων. Όπως θα δούμε, το στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας παρέχει επιπλέον δυνατότητες για τον έλεγχο του ανταγωνισμού των ρυθμών και η μελλοντική χρήση τέτοιων κοιλοτήτων είναι πιθανή.

Εκτός από την επαλήθευση των σχεδιάσεων 340 GHz-100 kW CW δεύτερης αρμονικής, ο κώδικας χρησιμοποιήθηκε εκτενώς κατά το στάδιο της σχεδίασης του ομοαξονικού γυροτρονίου θεμελιώδους κυκλοτρονικής 170 GHz-2 MW CW, το οποίο βρίσκεται στο Ερευνητικό Κέντρο Καρλσρούης (FZK) και προορίζεται για τον μελλοντικό πειραματικό αντιδραστήρα σύντηξης ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) [57], [45], [21]. Τα αποτελέσματα του κώδικα βρίσκονται σε ικανοποιητική συμφωνία με αυτά των άλλων κωδίκων σε ό,τι αφορά τους ρυθμούς που αλληλεπιδρούν στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα. Ο κώδικας χρησιμοποιήθηκε επιπλέον για τη μελέτη του ανταγωνισμού που υφίσταται ο ρυθμός λειτουργία TE_{34,19} (ιδιοτιμή 105.2) από τους ρυθμούς που αλληλεπιδρούν στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Επειδή το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών σε αυτό το γυροτρόνιο είναι πολύ πυκνό, οι προσομοιώσεις παρουσίασαν προβλήματα αριθμητικής ευστάθειας. Η επίλυση των προβλημάτων αυτών οδήγησε σε σημαντικά συμπεράσματα για το ζήτημα της σωστής επιλογής των τιμών των αριθμητικών παραμέτρων (χρονικό βήμα, αριθμός ηλεκτρονίων κλπ). Το ζήτημα αυτό είναι αρκετά περίπλοκο και συνεχίζει να απασχολεί τους ερευνητές [58], [59].

Μετά από αυτό το εισαγωγικό κεφάλαιο η παρούσα διατριβή διαρθρώνεται ως εξής: Στο κεφάλαιο 2 δίνονται οι μαθηματικές εκφράσεις των πεδίων των ρυθμών TE της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης με ρυτιδωμένο εσωτερικό αγωγό. Οι εκφράσεις αφορούν την κοιλότητα χωρίς την παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης (ψυχρή κοιλότητα) και βασίζονται στο λεγόμενο Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης (Surface Impedance Model, SIM) [53], [55]. Στη συνέχεια παρουσιάζεται μέσω κατάλληλων γραφικών παραστάσεων η εξάρτηση των διάφορων χαρακτηριστικών μεγεθών των ρυθμών (ιδιοτιμή, ωμικές απώλειες, απώλειες περίθλασης, συντελεστής ποιότητας) από τις παραμέτρους της ρυτιδωσης και την ακτίνα του εσωτερικού στελέχους. Φαίνεται έτσι το πώς επιδρά η γεωμετρία της κοιλότητας στους ρυθμούς και στο ρεύμα εκκίνησής τους. Τα συγκεντρωμένα αποτελέσματα θα αποτελέσουν τη βάση για τη διερεύνηση του ελέγχου του ανταγωνισμού των ρυθμών που παρέχει η ομοαξονική κοιλότητα (ιδιαίτερα σε ό,τι αφορά την υποστήριξη λειτουργίας δεύτερης αρμονικής), η οποία θα λάβει χώρα στο κεφάλαιο 6.

Με χρήση των εκφράσεων του πεδίου των ρυθμών TE αναπτύσσεται στο κεφάλαιο 3 ένα μαθηματικό μοντέλο αλληλεπίδρασης μεταξύ της ηλεκτρονικής δέσμης και του υψίσυχνου πεδίου στην κοιλότητα. Το μοντέλο είναι χρονοεξαρτώμενο, περιλαμβάνει την ταυτόχρονη αλληλεπίδραση της δέσμης με πολλούς ρυθμούς σε διάφορες αρμονικές της κυκλοτρονικής συχνότητας και προκύπτει από το συνδυασμό των εξισώσεων κίνησης των ηλεκτρονίων και των εξισώσεων που ικανοποιεί το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο. Βασίζεται στην παραδοχή ότι ο ρυθμός μεταβολής του πλάτους και της συχνότητας των ρυθμών λόγω της αλληλεπίδρασης είναι πολύ μικρότερος από την κυκλοτρονική συχνότητα (προσέγγιση αργής χρονικής κλίμακας). Επιπλέον, οι εξισώσεις γίνονται απλούστερες με την παραδοχή ότι η ηλεκτρονική δέσμη επιδρά στο πλάτος και στη συχνότητα των ρυθμών και όχι στη χωρική δομή τους, η οποία παραμένει ίδια με αυτήν που έχουν στην κοιλότητα απουσία ηλεκτρονίων (προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας). Οι δύο αυτές προσεγγίσεις είναι συνήθειες στα γυροτρόνια επειδή είναι

αρκετά ακριβείς σε πολλές περιπτώσεις. Στο μοντέλο ενσωματώνεται επίσης η ύπαρξη ρεαλιστικών διασπορών στα χαρακτηριστικά μεγέθη των ηλεκτρονίων, καθώς και το ενδεχόμενο αξονικής μεταβολής του μόνιμου μαγνητικού πεδίου. Αφού παρατεθεί το τελικό σύστημα εξισώσεων, προτείνεται ένα αριθμητικό σχήμα για την επίλυσή του. Στο τέλος του κεφαλαίου υπολογίζεται επίσης και η αναλυτική έκφραση του ρεύματος εκκίνησης ενός ρυθμού, το οποίο αποτελεί την πρωταρχική παράμετρο για τη μελέτη του ανταγωνισμού των ρυθμών.

Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται ο κώδικας αλληλεπίδρασης που επιλύει αριθμητικά το μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 3 και γίνονται εκτενή σχόλια για τη σωστή επιλογή των αριθμητικών παραμέτρων. Στη συνέχεια παρατίθενται επιλεγμένα αποτελέσματα από τις πολυάριθμες προσομοιώσεις αλληλεπίδρασης που πραγματοποιήθηκαν για το ομοαξονικό γυροτρόνιο θεμελιώδους κυκλοτρονικής 170 GHz-2 MW CW που προορίζεται για το ITER. Ο καθορισμός των ρυθμών που συμμετέχουν στις πολυρρυθμικές προσομοιώσεις βασίζεται σε μια γενική μέθοδο προσδιορισμού των σημαντικών ανταγωνιστικών ρυθμών που αναπτύξαμε και την οποία περιγράφουμε λεπτομερώς. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων αφενός δείχνουν τις δυνατότητες του κώδικα και αφετέρου βοηθούν στην επαλήθευσή του συγκρινόμενα, όπου αυτό είναι εφικτό, με αντίστοιχα αποτελέσματα άλλων αριθμητικών κωδίκων. Σχολιάζονται επίσης οι διάφορες αριθμητικές δυσκολίες που παρουσιάστηκαν και για την αντιμετώπισή τους προτείνεται η εναλλακτική χρήση τυχαίων αρχικών τιμών για τα ηλεκτρόνια που συμμετέχουν στην προσομοίωση. Δείχνουμε ότι οι τυχαίες αρχικές τιμές οδηγούν σε αυξημένη αριθμητική ευστάθεια σε περιπτώσεις πυκνού φάσματος ανταγωνιστικών ρυθμών και επιπλέον διευκολύνουν τις προσομοιώσεις με διασπορές στα κινητικά μεγέθη των ηλεκτρονίων. Η χρήση τυχαίων αρχικών τιμών δεν είναι διαδεδομένη μέχρι σήμερα αλλά θεωρούμε ότι είναι καταλληλότερη όσο αυξάνει η τάξη του ρυθμού λειτουργίας στα σύγχρονα γυροτρόνια.

Στο κεφάλαιο 5 πραγματευόμαστε την επιλογή του ρυθμού λειτουργίας και των κατάλληλων παραμέτρων λειτουργίας σε ένα γυροτρόνιο. Αρχικά παρατίθενται οι βασικές απαιτήσεις για το ρυθμό λειτουργίας και οι φυσικοί και τεχνολογικοί περιορισμοί που σχετίζονται με την πηγή της ηλεκτρονικής δέσμης, την κοιλότητα αλληλεπίδρασης και την πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου της δέσμης. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στο ζήτημα της ωμικής φόρτισης των τοιχωμάτων που είναι ένα από τα κυριότερα προβλήματα όταν επιδιώκεται λειτουργία συνεχούς κύματος. Στη συνέχεια αναπτύσσουμε μια μέθοδο προσδιορισμού του ρυθμού και των παραμέτρων λειτουργίας με βάση τις προδιαγραφές και τους περιορισμούς. Η μέθοδος είναι πολύ γενική και αφορά είτε συμβατικά είτε ομοαξονικά γυροτρόνια, λειτουργία συνεχούς κύματος ή παλμική και αλληλεπίδραση σε οποιαδήποτε αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Συνοδεύεται από αριθμητικό κώδικα που ελέγχει την καταλληλότητα των ρυθμών. Για την καλύτερη παρουσίαση της μεθόδου χρησιμοποιείται σαν παράδειγμα η επιλογή ρυθμού και παραμέτρων λειτουργίας για ένα ομοαξονικό γυροτρόνιο δεύτερης αρμονικής 340 GHz-100 kW CW.

Στο κεφάλαιο 6 ασχολούμαστε με τη σχεδίαση της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης για δεδομένο ρυθμό λειτουργίας που αλληλεπιδρά στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Έπειτα από συστηματική διερεύνηση που βασίζεται στα αποτελέσματα του κεφαλαίου 2, καταλήγουμε σε δύο στρατηγικές σχεδίασης που φαίνονται κατάλληλες για την υποστήριξη λειτουργίας δεύτερης αρμονικής, με την έννοια ότι πριμοδοτούν το ρυθμό λειτουργίας και καταπιέζουν τους ανταγωνιστικούς ρυθμούς. Η πρώτη περιλαμβάνει ομοαξονικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας και η δεύτερη ομοαξονικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας. Για

λόγους πληρότητας παραθέτουμε συνοπτικά και τη διαδικασία σχεδίασης της κοιλότητας αλληλεπίδρασης για συμβατικά γυροτρόνια και για ομοαξονικά γυροτρόνια θεμελιώδους κυκλοτρονικής.

Οι προτεινόμενες στρατηγικές σχεδίασης της ομοαξονικής κοιλότητας για την υποστήριξη λειτουργίας δεύτερης αρμονικής εξασφαλίζουν μονορρυθμική λειτουργία σε ρυθμό υψηλής τάξης και ιδιοτιμής ~ 100 . Για την επιβεβαίωση αυτής της σημαντικής δυνατότητας των ομοαξονικών κοιλότητων, παραθέτουμε τρεις ρεαλιστικές σχεδιάσεις ομοαξονικών γυροτρονίων δεύτερης αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με ρυθμό λειτουργίας τον $TE_{40,15}$ (ιδιοτιμή 99.4), οι οποίες επαληθεύθηκαν με πολυρρυθμικές προσομοιώσεις από τον κώδικα αλληλεπίδρασης που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 4. Επιπλέον προτείνουμε μια πειραματική διάταξη ομοαξονικού γυροτρονίου, στο οποίο φαίνεται δυνατή η διέγερση ρυθμού ιδιοτιμής ~ 100 στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Η διάταξη βασίζεται στον υπάρχοντα εξοπλισμό του Ερευνητικού Κέντρου Καρλσρούης (Forschungszentrum Karlsruhe, FZK) και απαιτεί μικρές και φθηνές τροποποιήσεις. Ανάλογο πείραμα δεν έχει πραγματοποιηθεί μέχρι σήμερα και η επιτυχία του θα αποδείξει την προβλεπόμενη ικανότητα των ομοαξονικών γυροτρονίων για εντυπωσιακές επιδόσεις στη λειτουργία δεύτερης αρμονικής. Σε περίπτωση που κάτι τέτοιο επαληθευτεί, μπορούμε να πούμε ότι το συγκριτικό πλεονέκτημα των ομοαξονικών γυροτρονίων σε σχέση με τα συμβατικά είναι μεγαλύτερο στη λειτουργία δεύτερης αρμονικής παρά στη λειτουργία θεμελιώδους κυκλοτρονικής. Τα κυριότερα αποτελέσματα της διατριβής συνοψίζονται στο τελευταίο κεφάλαιο μαζί με τις σχετικές προτάσεις για επεκτάσεις και περαιτέρω διερεύνηση.

2. ΡΥΘΜΟΙ ΤΕ ΟΜΟΑΞΟΝΙΚΗΣ ΚΟΙΛΟΤΗΤΑΣ ΡΥΤΙΔΩΜΕΝΟΥ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΥ ΑΓΩΓΟΥ

Η κοιλότητα αλληλεπίδρασης του ομοαξονικού γυροτρονίου παρουσιάζει αυξημένη επιλεκτικότητα ως προς τους ρυθμούς που μπορούν να διεγερθούν από την ηλεκτρονική δέσμη σε σύγκριση με την κοιλότητα του συμβατικού γυροτρονίου [37]. Η επιλεκτικότητα αυτή γίνεται περισσότερο ελεγχόμενη και αποτελεσματική όταν το εσωτερικό ομοαξονικό στέλεχος φέρει διαμήκεις ρυτιδώσεις [53]-[55]. Στο κεφάλαιο αυτό, αφού γίνει η περιγραφή της γεωμετρίας της ομοαξονικής κοιλότητας ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού, δίνεται η αναπαράσταση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου (απουσία της ηλεκτρονικής δέσμης) που η κοιλότητα υποστηρίζει σύμφωνα με το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης (Surface Impedance Model, SIM [53], [55]). Περιοριζόμαστε στους ρυθμούς TE επειδή τέτοιου τύπου ρυθμοί διεγείρονται από την ηλεκτρονική δέσμη κατά την Αλληλεπίδραση Γυροτρονίου (Gyrottron Interaction). Εκφράσεις που είναι γενικότερες από αυτές των [53]-[55], με την έννοια ότι λαμβάνουν συστηματικότερα υπόψη την πεπερασμένη αγωγιμότητα των τοιχωμάτων της κοιλότητας, παρουσιάζονται στο Παράρτημα Ι. Ακολούθως διερευνάται η επίδραση της γεωμετρίας της κοιλότητας στον περιθλαστικό και στον ωμικό συντελεστή ποιότητας των ρυθμών TE. Φαίνονται έτσι οι δυνατότητες επιρροής στους συντελεστές ποιότητας τις οποίες προσφέρει η ομοαξονική κοιλότητα και οι οποίες βοηθούν τον έλεγχο του ανταγωνισμού των ρυθμών. Επιπλέον μελετάται η επίδραση της γεωμετρίας της κοιλότητας στην ωμική φόρτιση των τοιχωμάτων της, διότι αυτή οδηγεί σε κρίσιμους περιορισμούς ιδιαίτερα όταν επιδιώκεται λειτουργία συνεχούς κύματος (continuous wave, CW). Τα συμπεράσματα των [53]-[55] αναπαράγονται με το γενικότερο δυνατό τρόπο και με κατάλληλα διαγράμματα, τα οποία μπορούν να αποτελέσουν τη βάση για τη σωστή επιλογή των γεωμετρικών παραμέτρων κατά τη σχεδίαση της ομοαξονικής κοιλότητας. Η χρησιμότητά τους θα φανεί και στο κεφάλαιο 6, όπου διερευνάται εκτενώς το ποιες γεωμετρίες είναι κατάλληλες για να υποστηρίξουν λειτουργία ισχύος σε ρυθμό που αλληλεπιδρά με τα ηλεκτρόνια στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας.

2.1 Γεωμετρία Ομοαξονικής Κοιλότητας

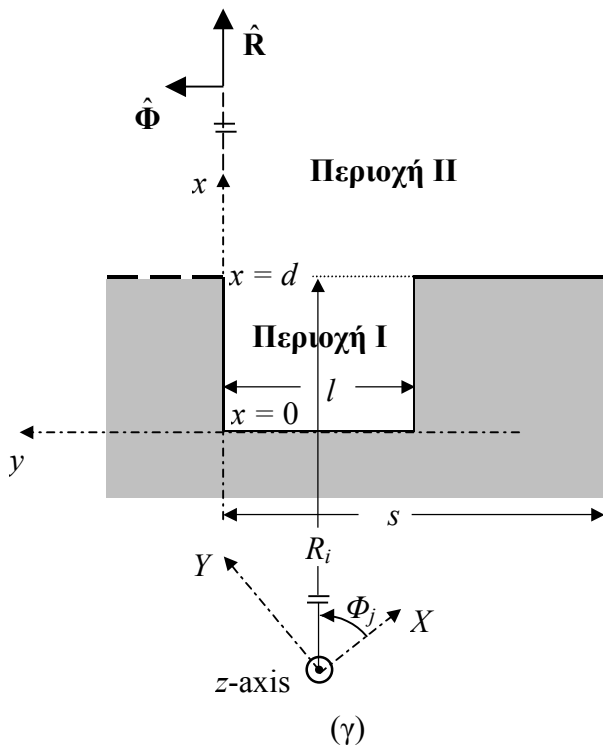
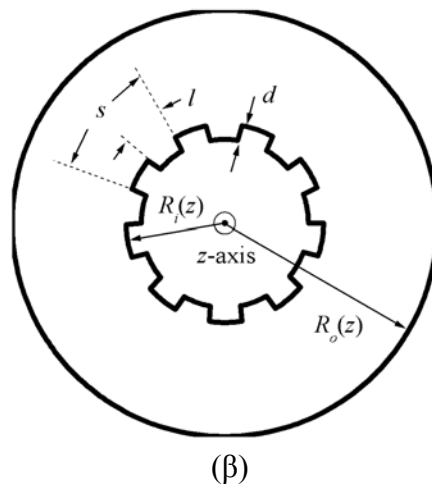
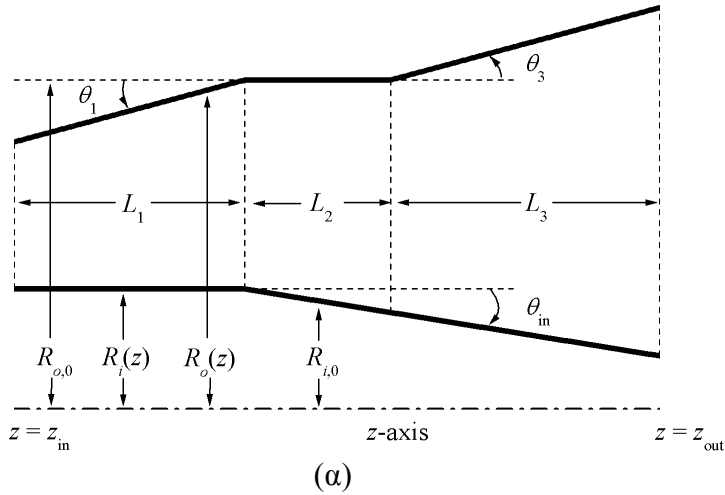
Το σύστημα που θα μας απασχολήσει είναι η ανοικτή κυλινδρική ομοαξονική κοιλότητα γυροτρονίου που περιγράφεται στα [53], [54]. Η κοιλότητα αυτή εικονίζεται στο σχήμα 2.1 και η διαφορά της από την κοιλότητα του συμβατικού γυροτρονίου (βλ. σχήμα 1.7) έγκειται στην ύπαρξη του εσωτερικού ομοαξονικού αγωγού που φέρει διαμήκεις ρυτιδώσεις παράλληλες με τον άξονα συμμετρίας της. Ο άξονας συμμετρίας της κοιλότητας συμπίπτει με το άξονα z ενός κυλινδρικού συστήματος συντεταγμένων (R, Φ, z) , το οποίο αντιστοιχεί στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (X, Y, z) . Τόσο η εξωτερική ακτίνα R_o όσο και η ακτίνα R_i του εσωτερικού στελέχους είναι ήπιες συναρτήσεις του z . (Να σημειωθεί ότι R_i είναι η απόσταση μεταξύ του άξονα z και της κορυφής των οδοντώσεων, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.1β.)

Κατά μήκος της κοιλότητας διακρίνουμε τρία τμήματα: Το τμήμα αποκοπής (cutoff section) μήκους L_1 , το μεσαίο τμήμα (midsection) μήκους L_2 και το τμήμα εξόδου (output section) μήκους L_3 . Η εξωτερική ακτίνα του τμήματος αποκοπής ελαττώνεται γραμμικά (με γωνία θ_1) προς την πλευρά της καθόδου ώστε οι διεγερόμενοι από την ηλεκτρονική δέσμη ρυθμοί να είναι εκεί σε αποκοπή και να αποφεύγεται η ανεπιθύμητη διάδοση H/M κυμάτων προς την κάθοδο. Η αλληλεπίδραση ηλεκτρονίων και H/M πεδίου λαμβάνει χώρα κυρίως στο μεσαίο τμήμα, επειδή το πεδίο είναι σημαντικά ισχυρότερο εκεί. Η εξωτερική ακτίνα στο τμήμα αυτό είναι σταθερή με τιμή $R_o = R_{o,0}$. Αντίθετα, η εσωτερική ακτίνα R_i στο μεσαίο τμήμα μπορεί να μεταβάλλεται γραμμικά με κλίση θ_{in} και μάλιστα είτε να ελαττώνεται ($\theta_{in} > 0$) είτε να αυξάνεται^(*) ($\theta_{in} < 0$) προς την έξοδο. Με $R_{i,0}$ συμβολίζουμε την τιμή της εσωτερικής ακτίνας στο μέσο του μεσαίου τμήματος. Στο τμήμα εξόδου επιτυγχάνεται η σύζευξη του στάσιμου κύματος του μεσαίου τμήματος με το οδεύον κύμα του κυματοδηγού εξόδου, το οποίο μεταφέρει την παραγόμενη H/M ισχύ εκτός της διάταξης. Η εξωτερική ακτίνα στο τμήμα αυτό αυξάνεται γραμμικά με γωνία θ_3 . Να σημειωθεί ότι στις εφαρμογές οι γωνίες θ_1, θ_3 είναι μικρές ($< 5^\circ$) και η γωνία θ_{in} ακόμη μικρότερη. Συνήθως δε, υπάρχει λείανση των τοιχωμάτων μεταξύ των τμημάτων της κοιλότητας (δηλαδή μεταξύ L_1, L_2 , και L_2, L_3) για να αποφεύγεται η διέγερση ρυθμών λόγω απότομων γωνιών και να είναι περισσότερο δικαιολογημένη η προσέγγιση Vlasov για την οποία θα μιλήσουμε στην επόμενη ενότητα. Μια πολύ βασική παράμετρος είναι ο λόγος $C = R_o(z)/R_i(z)$ της εξωτερικής προς την εσωτερική ακτίνα της ομοαξονικής κοιλότητας και η τιμή $C_0 = R_{o,0}/R_{i,0}$ έχει τη μεγαλύτερη σημασία.

Ο εσωτερικός ομοαξονικός αγωγός φέρει N όμοιες διαμήκεις σχισμές βάθους d και εύρους l , οι οποίες είναι παράλληλες με τον άξονα z . Η περίοδος των ρυτιδώσεων συμβολίζεται με s . Ο λόγος l/s παραμένει σταθερός κατά μήκος της κοιλότητας οπότε αναμένεται μια ήπια μεταβολή των l, s με το z στην περίπτωση που η ακτίνα R_i είναι μεταβλητή. Επίσης σταθερός θεωρείται και ο λόγος $d/R_o = d/R_{o,0}$, πράγμα που σημαίνει ότι το βάθος d των ρυτιδώσεων είναι σταθερό στο μεσαίο τμήμα. Τα μεγέθη d, l, s είναι μικρά σε σχέση με το R_i οπότε ο κυλινδρικός χαρακτήρας των ρυτιδώσεων μπορεί να αγνοηθεί [53], [54]. Έτσι η j -οστη ρυτίδωση, η οποία βρίσκεται στην αζιμουθιακή θέση

(*) Σε περίπτωση αυξανόμενης προς την έξοδο εσωτερικής ακτίνας υπάρχει μέριμνα ώστε η αύξηση να μην είναι τόσο μεγάλη που να οδηγεί σε αποκοπή του ρυθμού λειτουργίας πριν από το τμήμα εξόδου.

2.1 Γεωμετρία Ομοαξονικής Κοιλότητας



Σχήμα 2.1: Ομοαξονική κοιλότητα γυροτρονίου με ρυτιδωμένο εσωτερικό αγωγό. (α) Προφίλ κατά τον άξονα z . (β) Εγκάρσια τομή. (γ) Λεπτομέρεια της εγκάρσιας τομής της j -οστής ρυτίδωσης του εσωτερικού αγωγού.

Φ_j , μπορεί να προσεγγιστεί ικανοποιητικά από το γραμμικό πρότυπο του σχήματος 2.1γ όπου έχει εισαχθεί, αντί του κυλινδρικού συστήματος συντεταγμένων (R, Φ, z) , το τοπικό καρτεσιανό σύστημα (x, y, z) . Τα μοναδιαία διανύσματα \hat{x} , \hat{y} και \hat{R} , $\hat{\Phi}$ “ικανοποιούν” τις σχέσεις: $\hat{x} \parallel \hat{R}$ και $\hat{y} \parallel \hat{\Phi}$.

2.2 Αναπαράσταση Ηλεκτρομαγνητικού Πεδίου

2.2.1 Βασικές παραδοχές

Ζητάμε τη μορφή του H/M πεδίου που μπορεί να υπάρξει στην ομοαξονική κοιλότητα του σχήματος 2.1 χωρίς την παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης (ψυχρή κοιλότητα). Το πρόβλημα έχει προσεγγιστεί αρκετές φορές τόσο για κοιλότητες συμβατικών γυροτρονίων (π.χ. [29], [25]), όσο και για ομοαξονικές κοιλότητες ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού ([53]-[55], [60], [61]). Εδώ θα παρουσιάσουμε αποτελέσματα στο πνεύμα των [53], [54]. Για να καταλήξουμε σε μία χρήσιμη, κομψή αλλά ταυτόχρονα ικανοποιητικής ακρίβειας αναπαράσταση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου, κάνουμε τις ακόλουθες δύο παραδοχές:

(α) Προσέγγιση Vlasov (Vlasov Approximation): Θεωρούμε ότι η μεταβολή των ακτίνων R_o , R_i κατά μήκος της κοιλότητας είναι τόσο ήπια, ώστε η κοιλότητα να υποστηρίζει (με καλή προσέγγιση) ανεξάρτητους ρυθμούς TE και TM (ως προς z) όπως θα συνέβαινε στην περίπτωση μιας ομοαξονικής κοιλότητας με σταθερά R_o και R_i . Στην περίπτωση της κοιλότητας του συμβατικού γυροτρονίου έχει δειχθεί [25] ότι για γωνίες κλίσης της εξωτερικής ακτίνας μικρότερες από 5° , η προσέγγιση Vlasov είναι πολύ ικανοποιητική με την έννοια ότι η σύζευξη των ρυθμών TE και TM λόγω της ανομοιογένειας της ακτίνας είναι πολύ ασθενής. Μεταφέρουμε εύλογα το συμπέρασμα αυτό και στην ομοαξονική κοιλότητα του σχήματος 2.1.

(β) Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης (Surface Impedance Model): Θεωρούμε ότι οι ρυτιδώσεις του εσωτερικού αγωγού είναι τόσο πυκνές, ώστε αφενός ο κυλινδρικός χαρακτήρας τους να μπορεί να αγνοηθεί (σχήμα 2.1γ) και αφετέρου η σύζευξη του H/M πεδίου των σχισμών με το πεδίο της περιοχής εκτός των ρυτιδώσεων να μπορεί να γίνει μέσω μίας και μόνης κανονικοποιημένης παραμέτρου εμπέδησης w [53]. Ο τρόπος με τον οποίο επιτυγχάνεται αυτό καθώς και η συνθήκη που πρέπει να ικανοποιεί ο αριθμός N των ρυτιδώσεων για να ισχύει το μοντέλο θα παρουσιαστούν λίγο αργότερα.

Στην Αλληλεπίδραση Γυροτρονίου εμπλέκονται ρυθμοί κοντά στην αποκοπή και μια ήπια σχετικιστική ηλεκτρονική δέσμη. Επειδή, όπως σχολιάσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, σε τέτοιο καθεστώς οι ρυθμοί TE διεγείρονται από τη δέσμη πολύ ευκολότερα από τους ρυθμούς TM [13], αναμένεται ότι κατά τη λειτουργία του γυροτρονίου το πεδίο στην κοιλότητα θα είναι μια υπέρθεση ρυθμών TE και μόνο. (Το ότι η κοιλότητα είναι τώρα ομοαξονική δεν αλλοιώνει αυτό το γεγονός.) Για το λόγο αυτό θα περιορίσουμε την παρουσίαση των εκφράσεων του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου στην κοιλότητα στους ρυθμούς TE. Αυτή η εστίαση στις εκφράσεις των ρυθμών που είναι δυνατό να

διεγερθούν από την ηλεκτρονική δέσμη και όχι στο σύνολο των ρυθμών που υποστηρίζει η κοιλότητα, είναι μια τακτική που θα εφαρμόζουμε συνεχώς.

2.2.2 Ηλεκτρομαγνητικό πεδίο ρυθμών TE

Στο Παράρτημα I παρουσιάζεται λεπτομερώς η λύση του προβλήματος που σχετίζεται με τη μορφή του πεδίου των ρυθμών TE στην ομοαξονική κοιλότητα του σχήματος 2.1 απουσία ηλεκτρονίων (ψυχρή κοιλότητα). Γίνεται χρήση των δύο παραδοχών που προαναφέραμε και αντιμετωπίζεται επίσης η γενικότερη περίπτωση όπου η αγωγιμότητα των τοιχωμάτων της κοιλότητας είναι πεπερασμένη. Στην παράγραφο αυτή θα δώσουμε τα αποτελέσματα του Παραρτήματος I που αφορούν τις εκφράσεις του πεδίου για κοιλότητα με τέλεια αγωγή τοιχώματα. Το γεγονός ότι στην πραγματικότητα έχουμε τοιχώματα πεπερασμένης αγωγιμότητας λαμβάνεται υπόψη με την εισαγωγή κατάλληλης χρονικής εξάρτησης στο πλάτος του πεδίου, η οποία εκφράζει τη μείωσή του λόγω των ωμικών απωλειών. Επειδή στα γυροτρόνια η αγωγιμότητα των τοιχωμάτων είναι πεπερασμένη μεν αλλά αρκούντως υψηλή, η προσέγγιση αυτή είναι δικαιολογημένη [26]^(*).

Για να συνδέσουμε τη μορφή του πεδίου των ρυθμών TE στην ομοαξονική κοιλότητα του σχήματος 2.1 με εκείνη των ρυθμών TE στη συμβατική κοιλότητα του σχήματος 1.7, ξεκινάμε από την περίπτωση της ομοαξονικής κοιλότητας με λείο εσωτερικό αγωγό. Η ηπιότητα της αξονικής ανομοιογένειας και η προσέγγιση Vlasov επέτρεψε να βασιστεί η έκφραση του πεδίου των ρυθμών TE στην κοίλη κυλινδρική κοιλότητα του σχήματος 1.7 πάνω στη γνωστή έκφραση του πεδίου των ρυθμών TE σε κυκλικό κυματοδηγό σταθερής ακτίνας. Κατ' αναλογία, η έκφραση του πεδίου των ρυθμών TE στην κοιλότητα του σχήματος 2.1 με λείο εσωτερικό αγωγό μπορεί να προκύψει από την έκφραση του πεδίου των ρυθμών TE σε ευθύγραμμο ομοαξονικό κυματοδηγό σταθερής διατομής. Έτσι το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο του ρυθμού TE_{mp} στην ομοαξονική κοιλότητα λείου εσωτερικού αγωγού προσεγγίζονται από τα πραγματικά μέρη των αντίστοιχων μιγαδικών πεδίων [27], [37]:

$$\mathbf{E}_{\text{smooth}}(\mathbf{R}, z, t) = E_0(t)e^{i\omega t} f(z) \left[\frac{im}{R} Z_{mp}(k_{\perp} R) \hat{\mathbf{R}} + k_{\perp} Z'_{mp}(k_{\perp} R) \hat{\Phi} \right] e^{-im\Phi} \quad (2.2.1)$$

$$\mathbf{H}_{\text{smooth}}(\mathbf{R}, z, t) = \frac{i}{\omega\mu_0} \nabla \times \mathbf{E}_{\text{smooth}}(\mathbf{R}, z, t) \quad (2.2.2)$$

όπου $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $p = 1, 2, 3, \dots$, $\mathbf{R} = X\hat{\mathbf{X}} + Y\hat{\mathbf{Y}}$, $k_{\perp} \equiv k_{\perp mp}(z) = \chi_{mp}(z)/R_o(z)$ είναι ο εγκάρσιος κυματαριθμός του ρυθμού, $\chi_{mp}(z) > 0$ είναι η ιδιοτιμή του και $\omega > 0$ η κυκλική συχνότητά του. Η διατυπωμένη εξάρτηση της ιδιοτιμής από το z θα σχολιαστεί αμέσως παρακάτω. Η διαφορά των εκφράσεων αυτών από τις (1.3.1)-(1.3.2) βρίσκεται στην αντικατάσταση της συνάρτησης Bessel πρώτου είδους $J_m(u)$ από τη συνάρτηση $Z_{mp}(u) = J_m(u) - [J'_m(\chi_{mp})/Y'_m(\chi_{mp})]Y_m(u)$ που είναι κατάλληλος γραμμικός συνδυασμός κυλινδρικών συναρτήσεων ώστε να εξασφαλίζεται ο μηδενισμός της εφαπτομενικής συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου στο εξωτερικό τοίχωμα ($R = R_o$). Σημειώνουμε ότι η

^(*) Σημειώνουμε ότι η δεδομένη προσέγγιση παραμένει ικανοποιητική ακόμη και όταν εξετάζουμε την περίπτωση εσωτερικού ομοαξονικού στελέχους περιορισμένης αγωγιμότητας. Σχετικά σχόλια θα δοθούν στα κατάλληλα σημεία.

συνάρτηση $Y_m(u)$ είναι η συνάρτηση Bessel δεύτερου είδους τάξης m και ότι ο τόπος δηλώνει πάντα παραγωγή ως προς το όρισμα. Η ιδιοτιμή χ_{mp} του ρυθμού είναι τώρα η p -οστη ρίζα της χαρακτηριστικής εξίσωσης

$$J'_m(\chi)Y'_m\left(\frac{\chi}{C}\right) - Y'_m(\chi)J'_m\left(\frac{\chi}{C}\right) = 0 \quad (2.2.3)$$

η οποία προκύπτει από την απαίτηση μηδενισμού της εφαπτομενικής συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου στον εσωτερικό αγωγό ($R = R_i$). Παρατηρούμε ότι, σε αντίθεση με την κοιλότητα του συμβατικού γυροτρονίου, η ιδιοτιμή είναι πλέον συνάρτηση του z αφού είναι συνάρτηση του λόγου ακτίνων $C = R_o(z)/R_i(z)$. Για να τονίσουμε τέλος ότι οι εκφράσεις (2.2.1)-(2.2.2) του πεδίου αφορούν την κοιλότητα απουσία των ηλεκτρονίων, σημειώσαμε την εξάρτηση του μιγαδικού πλάτους E_0 του ρυθμού από το χρόνο. Σύμφωνα με την (1.3.6), η μέση αποθηκευμένη Η/Μ ενέργεια W_{em} του ρυθμού στην ψυχρή κοιλότητα φθίνει σαν $W_{em} \propto \exp[-\omega t/Q_{tot}]$ λόγω των απωλειών περίθλασης και των ωμικών απωλειών. Με δεδομένο ότι $W_{em} \propto |E_0|^2$, συνάγουμε ότι θα είναι $E_0(t) \propto \exp[-\omega t/(2Q_{tot})]$ ^(*).

Στην περίπτωση τώρα που ο εσωτερικός αγωγός φέρει διαμήκεις ρυτιδώσεις, οι εκφράσεις του πεδίου των ρυθμών TE πρέπει να τροποποιηθούν σε σχέση με τις (2.2.1)-(2.2.2). Προϋπόθεση για να ισχύει το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης είναι οι ρυτιδώσεις να είναι αρκετά πυκνές. Σε ότι αφορά την περιοχή εκτός των ρυτιδώσεων (περιοχή II στο σχήμα 2.1γ) θεωρούμε ότι οι εκφράσεις του πεδίου του ρυθμού TE_{mp} έχουν ξανά τη μορφή (2.2.1)-(2.2.2), οπότε η ικανοποίηση της οριακής συνθήκης για το εφαπτομενικό ηλεκτρικό πεδίο στο εξωτερικό τοίχωμα εξασφαλίζεται πάλι από τη συνάρτηση Z_{mp} . Στην περιοχή εντός των σχισμών (περιοχή I στο σχήμα 2.1γ) θεωρούμε ότι το πεδίο του ρυθμού TE_{mp} έχει τη μορφή ρυθμού TE_{k0} σε κυματοδηγό ορθογωνικής διατομής, επειδή ο κυλινδρικός χαρακτήρας των σχισμών μπορεί να αγνοηθεί όταν οι ρυτιδώσεις είναι πυκνές και $d, l, s \ll R_i$. Ο δείκτης 0 δηλώνει πως δεχόμαστε ότι δεν υπάρχει μεταβολή του πεδίου μέσα σε μια σχισμή κατά τη διεύθυνση y (αξιμουθιακή διεύθυνση), διότι το εύρος της σχισμής είναι αρκετά μικρό. Η σύζευξη του πεδίου του ρυθμού TE_{mp} εντός και εκτός των σχισμών γίνεται με την παραδοχή πως για αρκετά πυκνές ρυτιδώσεις η κυλινδρική επιφάνεια $R = R_i$ μπορεί να θεωρηθεί σαν μια επιφάνεια σταθερής εμπέδησης (Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης). Έτσι η οριακή συνθήκη για την επιφάνεια $R = R_i$ εκφράζεται από την απαίτηση ότι οι μέσες κυματικές αντιστάσεις που υπολογίζονται από τα πεδία του TE_{mp} στις περιοχές I και II πρέπει να είναι ίσες για $R = R_i$. Η σχετική εξίσωση που προκύπτει είναι η χαρακτηριστική εξίσωση από την οποία υπολογίζεται η ιδιοτιμή του ρυθμού TE_{mp} .

Όλα τα παραπάνω περιγράφονται αναλυτικά στο Παράρτημα I. Εκεί αποδεικνύεται ότι, απουσία ηλεκτρονίων, το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα του σχήματος 2.1 μπορούν να προσεγγιστούν ικανοποιητικά από τα πραγματικά μέρη των μιγαδικών μεγεθών $\mathbf{E}(\mathbf{R}, z, t)$ και $\mathbf{H}(\mathbf{R}, z, t)$ αντίστοιχα:

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}, z, t) = V(t)f(z)\mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z)e^{i\omega t} \quad (2.2.4)$$

(*) Επειδή, όπως θα δούμε και στη συνέχεια, οι απώλειες στην κοιλότητα του γυροτρονίου είναι γενικά αρκούτως μικρές ώστε $Q_{tot} \gg 1$ και $\omega/Q_{tot} \ll \omega$, η χρονική εξάρτηση του πλάτους E_0 δεν ελήφθη υπόψη στη διατύπωση (2.2.2) του νόμου του Faraday. Το ίδιο συμβαίνει στην (1.3.2) αλλά και αργότερα στην (2.2.5).

$$\mathbf{H}(\mathbf{R}, z, t) = i \frac{c}{\omega \zeta_0} V(t) \left[f(z) [\hat{\mathbf{z}} \cdot \nabla \times \mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z)] \hat{\mathbf{z}} + \frac{df(z)}{dz} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z) \right] e^{i\omega t} \quad (2.2.5)$$

όπου:

$$\mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z) = k_{\perp} C_{mp} \cdot \begin{cases} -\frac{Z_{mp}(\chi_{mp}/C)}{\cos(k_{\perp}d)} e^{-im\Phi_j} \sin(k_{\perp}x) \hat{\mathbf{y}} & \text{[I]} \\ \left[\frac{im}{k_{\perp}R} Z_{mp}(k_{\perp}R) \hat{\mathbf{R}} + Z'_{mp}(k_{\perp}R) \hat{\Phi} \right] e^{-im\Phi} & \text{[II]} \end{cases} \quad (2.2.6)$$

$$\hat{\mathbf{z}} \cdot \nabla \times \mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z) = -k_{\perp}^2 C_{mp} \cdot \begin{cases} \frac{Z_{mp}(\chi_{mp}/C)}{\cos(k_{\perp}d)} e^{-im\Phi_j} \cos(k_{\perp}x) & \text{[I]} \\ Z_{mp}(k_{\perp}R) e^{-im\Phi} & \text{[II]} \end{cases} \quad (2.2.7)$$

Ο ακέραιος αριθμός $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ είναι ο αζιμουθιακός δείκτης (azimuthal index) του ρυθμού TE_{mp} , ενώ ο φυσικός αριθμός $p = 1, 2, \dots$ είναι ο ακτινικός δείκτης (radial index) του TE_{mp} . Στις (2.2.6) και (2.2.7) ο άνω κλάδος [I] αφορά την περιοχή εντός των σχισμών (περιοχή I, $0 < x < d$, $0 < y < l$, $j = 1, \dots, N$), ενώ ο κάτω κλάδος [II] αφορά την περιοχή εκτός των σχισμών (περιοχή II, $R_i < R < R_o$, $0 \leq \Phi < 2\pi$). Οι (2.2.4)-(2.2.7) έχουν προκύψει με τη χρήση του Μοντέλου Επιφανειακής Εμπέδησης και για το λόγο αυτό είναι αποδεκτές μόνο όταν ισχύει η ακόλουθη συνθήκη για τον αριθμό N των ρυτιδώσεων^(*):

$$N > 2|m| \quad (2.2.8)$$

Επειδή ουσιαστικά ενδιαφερόμαστε μόνο για τους ρυθμούς που είναι δυνατόν να διεγερθούν από την ηλεκτρονική δέσμη και το πλήθος αυτών είναι (όπως θα δούμε σε επόμενα κεφάλαια) πεπερασμένο, μπορούμε πάντα να επιλέξουμε το N έτσι ώστε η (2.2.8) να ικανοποιείται για όλους αυτούς τους ρυθμούς. Βάσει αυτού του γεγονότος θα θεωρούμε πάντοτε ότι η συνθήκη (2.2.8) ισχύει για κάθε ρυθμό που μας απασχολεί. Η (2.2.8) είναι ισοδύναμη με τη συνθήκη $s < \lambda_{\phi}/2$ μεταξύ της περιόδου ρυτιδώσης s και του αζιμουθιακού μήκους κύματος $\lambda_{\phi} = 2\pi R_i/|m|$ του ρυθμού TE_{mp} για $R = R_i$.

Στις εκφράσεις (2.2.4)-(2.2.7), $c \equiv (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό και $\zeta_0 \equiv \mu_0 c \equiv 120\pi \Omega$ είναι η κυματική αντίσταση του κενού. Η κυκλική συχνότητα του ρυθμού είναι $\omega = 2\pi f > 0$. Η μιγαδική συνάρτηση $V(t)$ εκφράζει το πλάτος του πεδίου και τη μείωσή του με την πάροδο του χρόνου t λόγω των απωλειών περίθλασης και των ωμικών απωλειών. Η συνάρτηση $V(t)$ είναι μια “αργή” συνάρτηση του χρόνου σε σύγκριση με το “γρήγορο” όρο $e^{i\omega t}$. Η μιγαδική συνάρτηση αξονικής εξάρτησης $f(z)$ (συνάρτηση αξονικού προφίλ) είναι κανονικοποιημένη στη μονάδα, δηλαδή $|f(z)| \leq 1$. Η

(*) Το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης χρησιμοποιείται εδώ όπως στα [53],[54]. Ακριβέστερες λύσεις για τα πεδία στην κοιλότητα του σχήματος 2.1 δίνονται στο [55] όπου λαμβάνεται επιπλέον υπόψη ο κυλινδρικός χαρακτήρας των ρυτιδώσεων, στο [60] όπου γίνεται ανάπτυξη του πεδίου σε σειρές ιδιοσυναρτήσεων στις περιοχές I και II και στο [61] όπου επιτυγχάνεται λύση με τη Μέθοδο των Ροπών (Method of Moments). Επειδή, όταν ισχύει η (2.2.8), όλες αυτές οι ακριβέστερες λύσεις είναι σε καλή συμφωνία με αυτήν που παρουσιάζουμε εδώ ([53], [61]), την προτιμάμε λόγω της απλότητας των εκφράσεων που βοηθά στην άμεση εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικών με τη σχεδίαση κοιλοτήτων.

κυλινδρική συνάρτηση Z_{mp} είναι κατάλληλος γραμμικός συνδυασμός των συναρτήσεων Bessel J_m και Y_m όπως και στην περίπτωση του λείου εσωτερικού αγωγού:

$$Z_{mp}(u) \triangleq J_m(u) - \frac{J'_m(\chi_{mp})}{Y'_m(\chi_{mp})} Y_m(u) \quad (2.2.9)$$

Η θετική πραγματική ιδιοτιμή $\chi_{mp} = \chi_{mp}(C)$ είναι ρίζα της χαρακτηριστικής εξίσωσης:

$$J'_m(\chi) \left[Y_m\left(\frac{\chi}{C}\right) + w(\chi) Y_m\left(\frac{\chi}{C}\right) \right] - Y'_m(\chi) \left[J_m\left(\frac{\chi}{C}\right) + w(\chi) J_m\left(\frac{\chi}{C}\right) \right] = 0 \quad (2.2.10)$$

Η ποσότητα $w(\chi)$ ονομάζεται κανονικοποιημένη επιφανειακή εμπέδηση ή, εναλλακτικά, παράμετρος ρυτίδωσης και εμπεριέχει τα χαρακτηριστικά γεωμετρικά μεγέθη των ρυτιδώσεων:

$$w(\chi) \triangleq \frac{l}{s} \tan\left(\frac{d}{R_o} \chi\right) \quad (2.2.11)$$

Συχνά θα χρησιμοποιούμε τον απλοποιημένο συμβολισμό $w \equiv w(\chi_{mp})$. Για μία συγκεκριμένη κοιλότητα με $C_1 < C < C_2$, ορίζουμε την ιδιοτιμή χ_{mp} σαν εκείνη τη ρίζα της (2.2.10) για την οποία υπάρχει μια περιοχή τιμών του C (η οποία βρίσκεται μεταξύ των C_1, C_2 ή σε κάπως μεγαλύτερα C) μέσα στην οποία η χ_{mp} γίνεται σχεδόν ίση με την p -οστή ρίζα χ_{mpo} ($p = 1, 2, \dots$) της εξίσωσης $J'_m(\chi) = 0$. Η εξίσωση αυτή είναι όπως ξέρουμε η χαρακτηριστική εξίσωση για τους ρυθμούς TE στην κοιλότητα του συμβατικού γυροτρονίου (σχήμα 1.7). Λεπτομέρειες για αυτόν τον ορισμό και τον υπολογισμό του χ_{mp} θα δοθούν στην ενότητα 2.3. Για την αποφυγή σύγχυσης θα χρησιμοποιούμε από εδώ και στο εξής το συμβολισμό TE_{mpo} για τον ρυθμό TE_{mp} στην κοιλότητα του συμβατικού γυροτρονίου και το σύμβολο χ_{mpo} για την ιδιοτιμή του. Σε αντίθεση με τη συμβατική κοιλότητα, η ιδιοτιμή χ_{mp} είναι τώρα συνάρτηση του λόγου $C = R_o/R_i$ και των γεωμετρικών παραμέτρων ρυτίδωσης l/s και d/R_o . Συνδέεται με την κυκλική συχνότητα αποκοπής ω_{cut} και με τον εγκάρσιο κυματαριθμό k_{\perp} (κυματαριθμός αποκοπής) του ρυθμού TE_{mp} με τη συνήθη σχέση:

$$k_{\perp} = \chi_{mp}/R_o = \omega_{cut}/c \quad (2.2.12)$$

Η χαρακτηριστική εξίσωση (2.2.10) δίνει μέσω της (2.2.9) το εξής

$$Z'_{mp}\left(\frac{\chi_{mp}}{C}\right) + w(\chi_{mp}) Z_{mp}\left(\frac{\chi_{mp}}{C}\right) = 0 \quad (2.2.13)$$

Η (2.2.13) ισοδυναμεί με τη σχέση $Z_{mp}(\chi_{mp}/C)/\cos(k_{\perp}d) = -(s/l) Z'_{mp}(\chi_{mp}/C)/\sin(k_{\perp}d)$, η οποία εξασφαλίζει ότι οι (2.2.6)-(2.2.7) δεν παρουσιάζουν απειρισμό όταν $\cos(k_{\perp}d) \rightarrow 0$ διότι στην περίπτωση αυτή ισχύει ταυτόχρονα και $Z_{mp}(\chi_{mp}/C) \rightarrow 0$ ώστε να ικανοποιείται η (2.2.13).

Το εγκάρσιο ιδιοδιάνυσμα $\mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z)$ ικανοποιεί τη διανυσματική εξίσωση Helmholtz στην εγκάρσια διατομή της κοιλότητας σε κάθε θέση z :

$$\nabla_{\perp}^2 \mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z) + k_{\perp}^2 \mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z) = 0 \quad (2.2.14)$$

όπου ∇_{\perp}^2 ο τελεστής Laplace στο εγκάρσιο επίπεδο $X-Y$. Η εξάρτηση του ιδιοδιανύσματος $\mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z)$ από το z είναι πολύ ηπιότερη από την εξάρτηση από το z του αξονικού προφίλ $f(z)$ του πεδίου και οφείλεται στις ασθενείς εξαρτήσεις από το z του λόγου $C = R_o/R_i$, της ιδιοτιμής χ_{mp} , του εγκάρσιου κυματαριθμού k_{\perp} και του συντελεστή κανονικοποίησης C_{mp} . Αυτές οι ήπιες αξονικές εξαρτήσεις αντανακλούν την ήπια αξονική ανομοιογένεια της κοιλότητας. Τα ιδιοδιανύσματα \mathbf{e}_{mp} είναι κανονικοποιημένα και ικανοποιούν σχέσεις ορθογωνιότητας. Στο Παράρτημα I αποδεικνύουμε ότι, με την προϋπόθεση $N > 2|m|$, επιλέγοντας το συντελεστή κανονικοποίησης C_{mp} σαν μια θετική πραγματική ποσότητα που ικανοποιεί τη σχέση

$$\frac{1}{\pi C_{mp}^2} = Z_{mp}^2 (\chi_{mp}) [\chi_{mp}^2 - m^2] + Z_{mp}^2 \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right) \left\{ m^2 - \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right)^2 (1 + w^2) + \frac{\chi_{mp}}{C} \left[w + \chi_{mp} \frac{d}{R_o} \left(\frac{l}{s} + \frac{s}{l} w^2 \right) \right] \right\} \quad (2.2.15)$$

ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις ορθογωνιότητας:

$$\iint_{S(z)} \mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z) \cdot \mathbf{e}_{m'p'}^*(\mathbf{R}; z) dS = \delta_{mm'} \delta_{pp'} \quad (2.2.16)$$

$$\iint_{S(z)} \mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z) \cdot \mathbf{e}_{m'p'}(\mathbf{R}; z) dS = (-1)^m \delta_{(-m)m'} \delta_{pp'} \quad (2.2.17)$$

Ο αστερίσκος (“*”) δηλώνει το μιγαδικό συζυγή. Στο δεξί μέλος των (2.2.16)-(2.2.17) εμφανίζεται το δ του Kronecker. Η επιφάνεια $S(z)$ είναι η συνολική εγκάρσια διατομή της κοιλότητας στη θέση z , δηλαδή ο διάτρητος δίσκος $R_i(z) < R < R_o(z)$, $0 \leq \Phi < 2\pi$ μαζί με τις εγκάρσιες διατομές $0 < x < d$, $0 < y < l$ των N σχισμών του εσωτερικού αγωγού.

Οι σχέσεις (2.2.4)-(2.2.7) αναπαριστούν ρυθμούς που για $m \neq 0$ περιστρέφονται κατά την αξιμουθιακή κατεύθυνση στο επίπεδο $X-Y$ λόγω του όρου $e^{j(\omega t - m\Phi)}$. Όταν $m > 0$ η περιστροφή είναι δεξιόστροφη ως προς τον άξονα z (περιστροφή κατά τη φορά αύξησης της πολικής γωνίας Φ), ενώ όταν $m < 0$ η περιστροφή είναι αριστερόστροφη ως προς τον άξονα z . Επειδή το ισχυρό μόνιμο μαγνητικό πεδίο που αναγκάζει τα ηλεκτρόνια να εκτελούν ελικοειδείς τροχιές έχει συνήθως κατεύθυνση προς τα θετικά z , τα ηλεκτρόνια περιστρέφονται στο εγκάρσιο επίπεδο δεξιόστροφα ως προς τον άξονα z . Για το λόγο αυτό οι ρυθμοί με $m > 0$ ονομάζονται συμπεριστρεφόμενοι (co-rotating modes) ενώ αυτοί με $m < 0$ ονομάζονται αντιπεριστρεφόμενοι (counter-rotating modes). Πρέπει να σημειωθεί ότι οι δύο ρυθμοί $TE_{|m|p}$ και $TE_{-|m|p}$ έχουν ίδιες ιδιοτιμές, συχνότητες και συναρτήσεις αξονικού προφίλ και ουσιαστικά διαφέρουν μόνο ως προς τη φορά περιστροφής.

2.2.3 Χρονική και αξονική εξάρτηση του πεδίου των ρυθμών TE

Η κοιλότητα του σχήματος 2.1 είναι μία κοιλότητα με απώλειες οι οποίες οφείλονται στην πεπερασμένη αγωγιμότητα των τοιχωμάτων (ωμικές απώλειες) και κυρίως στην διαφυγή H/M ενέργειας από τα ανοικτά άκρα της κοιλότητας, ιδιαίτερα από

το δεξί άκρο από όπου και λαμβάνεται η ωφέλιμη μικροκυματική ισχύς (απώλειες περιθλασης). Για το λόγο αυτό η χρονική εξάρτηση του ρυθμού TE_{mp} , εκτός από τον συνήθη “γρήγορο” όρο $e^{i\omega t}$, περιγράφεται και από την αργά μεταβαλλόμενη συνάρτηση πλάτους $V(t)$ με $|V'(t)/V(t)| \ll \omega$. Η χρονική εξάρτηση της $V(t)$ εκφράζει τη μείωση του πλάτους του ρυθμού στην ψυχρή κοιλότητα λόγω των απωλειών. Όπως σχολιάστηκε και στην αρχή της προηγούμενης παραγράφου, αναμένουμε $V(t) \propto \exp[-\omega t/(2Q_{tot})]$ διότι $W_{em} \propto \exp[-\omega t/Q_{tot}]$ και $W_{em} \propto |V(t)|^2$. Στο Παράρτημα I προκύπτει πράγματι ότι η μιγαδική συνάρτηση πλάτους $V(t)$ του ρυθμού TE_{mp} έχει την έκφραση

$$V(t) = V_{max} e^{i\psi_0} e^{-\frac{\omega}{2Q_{tot}}t} \quad (2.2.18)$$

Η θετική πραγματική σταθερά V_{max} έχει διαστάσεις τάσης και εκφράζει το μέγεθος του πεδίου, $\psi_0 \in \mathbb{R}$ είναι η τυχαία αρχική φάση του ρυθμού και Q_{tot} ο συντελεστής ποιότητάς του.

Όπως είδαμε στην §1.3.2, ο συντελεστής ποιότητας Q_{tot} συνδέει εξορισμού τη μέση αποθηκευμένη Η/Μ ενέργεια W_{em} του ρυθμού στην κοιλότητα με τη μέση ισχύ P_{cav} που χάνεται από την κοιλότητα:

$$Q_{tot} \triangleq \frac{\omega W_{em}}{P_{cav}} \quad (2.2.19)$$

Η προαναφερθείσα αργή χρονική μεταβολή του $V(t)$ υπονοεί ότι $Q_{tot} \gg 1$, πράγμα που ισχύει στις εφαρμογές. Επειδή $P_{cav} = P_{ohm} + P_{out}$, όπου P_{ohm} είναι η μέση ισχύς που καταναλώνεται ωμικά στα τοιχώματα και P_{out} η μέση ωφέλιμη ισχύς που λαμβάνεται στην επιφάνεια $z = z_{out}^{(*)}$, ορίζονται χωριστά ο ωμικός και ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας:

$$Q_{ohm} \triangleq \frac{\omega W_{em}}{P_{ohm}} \quad (2.2.20)$$

$$Q_{dif} \triangleq \frac{\omega W_{em}}{P_{out}} \quad (2.2.21)$$

Προφανώς

$$\frac{1}{Q_{tot}} = \frac{1}{Q_{ohm}} + \frac{1}{Q_{dif}} \quad (2.2.22)$$

Συνήθως $Q_{dif} \ll Q_{ohm}$, οπότε η τιμή του συντελεστή ποιότητας καθορίζεται από την τιμή του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας και είναι $Q_{tot} \cong Q_{dif}$. Ο συντελεστής ποιότητας είναι μια πολύ σημαντική ποσότητα διότι συνδέεται άμεσα με το ρεύμα εκκίνησης I_{st} , το οποίο είναι το ελάχιστο ρεύμα που πρέπει να αντιπροσωπεύει η ηλεκτρονική δέσμη ώστε ο ρυθμός να διεγερθεί από τη στάθμη θορύβου. Στην §1.3.2 δόθηκε η γενική σχέση ορισμού του ρεύματος εκκίνησης που δείχνει ότι είναι $I_{st} \propto 1/Q_{tot}$. Συνεπώς, όσο

(*) Θα αγνοούμε γενικά τις απώλειες περιθλασης από την επιφάνεια $z = z_{in}$, θεωρώντας ότι ο ρυθμός TE_{mp} είναι σε αποκοπή από ένα σημείο του τμήματος αποκοπής και αριστερότερα.

μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής ποιότητας του ρυθμού, τόσο ευκολότερα μπορεί να διεγερθεί ο ρυθμός αυτός από την ηλεκτρονική δέσμη. Στο κεφάλαιο 3 θα δοθούν αναλυτικές εκφράσεις για το ρεύμα εκκίνησης ενός ρυθμού στην ομοαξονική κοιλότητα.

Σε ό,τι αφορά τώρα τη μιγαδική συνάρτηση αξονικού προφίλ $f(z)$ του ρυθμού TE_{mp} , αυτή είναι κανονικοποιημένη στη μονάδα ($|f(z)| \leq 1$) και είναι λύση της ομογενούς διαφορικής εξίσωσης ([29], Παράρτημα Ι)

$$\frac{d^2}{dz^2} f(z) + K_{\parallel}^2(z) f(z) = 0 \quad (2.2.23)$$

$$K_{\parallel}^2(z) = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 + \frac{i}{Q_{\text{dif}}} \right) - k_{\perp}^2(z) \quad (2.2.24)$$

με τις ακόλουθες οριακές συνθήκες ακτινοβολίας:

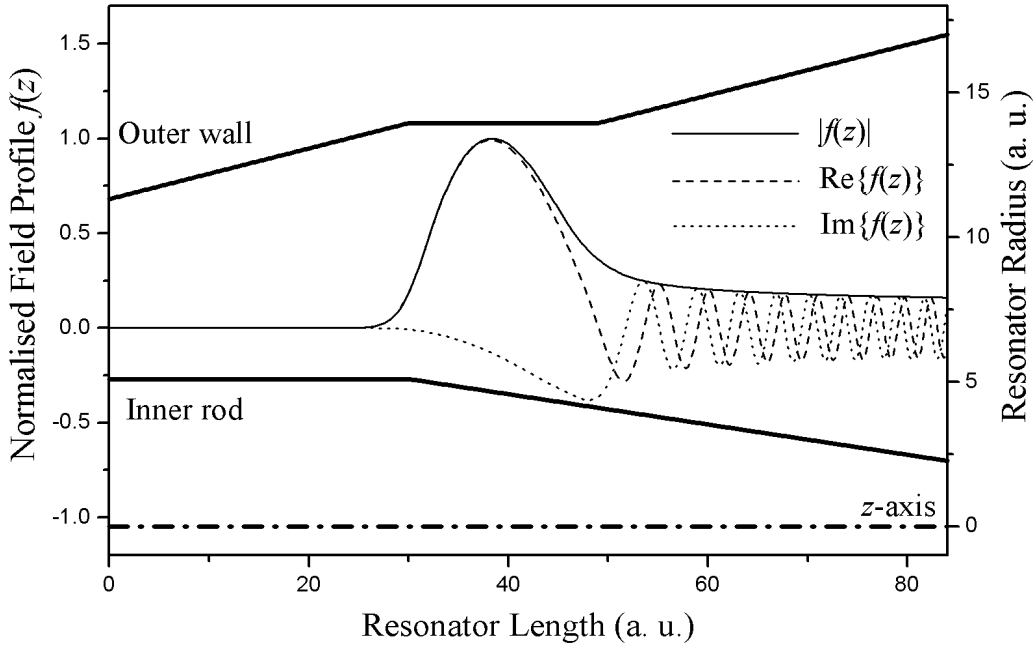
$$\left[\frac{d}{dz} f(z) - iK_{\parallel}(z) f(z) \right]_{z=z_{\text{in}}} = 0 \quad (2.2.25)$$

$$\left[\frac{d}{dz} f(z) + iK_{\parallel}(z) f(z) \right]_{z=z_{\text{out}}} = 0 \quad (2.2.26)$$

Οι παραπάνω οριακές συνθήκες εκφράζουν το γεγονός ότι η $f(z)$ στα ανοικτά άκρα της κοιλότητας οφείλει να περιγράφει κύμα που εξέρχεται από την κοιλότητα, διότι δεν υπάρχουν πηγές ηλεκτρομαγνητικής ισχύος έξω από την κοιλότητα. Το πρόβλημα (2.2.23)-(2.2.26) είναι ένα μιγαδικό πρόβλημα ιδιοτιμών, το οποίο επιλύεται αριθμητικά [29], [28], [62]. Η λύση του δίνει τη συνάρτηση $f(z)$ αλλά και τις τιμές των δύο θετικών πραγματικών σταθερών ω και Q_{dif} . Η τυπική μορφή της συνάρτησης $f(z)$ φαίνεται στο σχήμα 2.2 και είναι παρόμοια με τη μορφή της αντίστοιχης συνάρτησης αξονικού προφίλ στη συμβατική κοιλότητα (σχήμα 1.10). Δεν υπάρχει διάδοση προς την πλευρά της καθόδου και η $f(z)$ αντιπροσωπεύει στάσιμο κύμα στο τμήμα αποκοπής και στο μεσαίο τμήμα και οδεύον κύμα στο τμήμα εξόδου. Η $f(z)$ είναι “συγκεντρωμένη” στο μεσαίο τμήμα οπότε η αλληλεπίδραση ηλεκτρονίων και H/M πεδίου λαμβάνει χώρα κυρίως εκεί.

Όπως σχολιάσαμε στην §1.3.2, το γεγονός ότι η συνάρτηση προφίλ του σχήματος 2.2 έχει ένα μόνο λοβό σημαίνει ότι όταν αναφερόμαστε στο ρυθμό TE_{mp} σιωπηρά δεχόμαστε ότι πρόκειται ουσιαστικά για το ρυθμό $TE_{mp,1}$. Οι ρυθμοί TE_{mpk} με $k \geq 2$ (αξονικές αρμονικές), οι οποίοι σχετίζονται με τις λύσεις του προβλήματος (2.2.23)-(2.2.26) με k λοβούς, έχουν πάνω από τρεις φορές μικρότερο περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας από τον $TE_{mp,1}$ [30]. Κατά συνέπεια η ηλεκτρονική δέσμη διεγείρει πολύ ευκολότερα ρυθμούς της μορφής $TE_{mp,1}$, οπότε τέτοιοι είναι οι ρυθμοί που κυρίως εμπλέκονται στη λειτουργία του γυροτρονίου. Αφενός λόγω αυτής της προτιμώμενης από την κοιλότητα της πρώτης αξονικής αρμονικής σε σχέση με τις ανώτερες και αφετέρου λόγω της επιλογής $2\pi c/\omega_c \ll L_2$, οι διεγερόμενοι ρυθμοί στο γυροτρόνιο είναι κοντά στην αποκοπή (§1.3.2). Για το λόγο αυτό συχνά θα γίνεται χρήση της προσέγγισης

$$\omega \approx \omega_{\text{cut}} = ck_{\perp} \quad (2.2.27)$$



Σχήμα 2.2: Τυπική μορφή της κανονικοποιημένης συνάρτησης αξονικού προφίλ $f(z)$. Εικονίζεται το μέτρο, το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της. Επίσης εικονίζονται τα τοιχώματα της ομοαξονικής κοιλότητας.

Υπενθυμίζουμε επίσης ότι όταν ο ρυθμός είναι κοντά στην αποκοπή, το εγκάρσιο μαγνητικό πεδίο του είναι πολύ μικρότερο από τις υπόλοιπες πεδιακές συνιστώσες του (μαγνητικές και ηλεκτρικές) και σε αρκετές περιπτώσεις αμελείται.

Κάποιες φορές εξυπηρετεί η αντικατάσταση της συνάρτησης $f(z)$ με μία γκαουσιανή:

$$f(z) \leftrightarrow f_G(z) = e^{-\left[\frac{2}{L_G}(z-z_0)\right]^2} \quad (2.2.28)$$

όπου $z_0 = z_{in} + L_1 + L_2/2$ είναι η αξονική θέση του μέσου του μεσαίου τμήματος. Η αναλυτική αυτή μορφή, παρόλο που διαφέρει από την $f(z)$ του προβλήματος (2.2.23)-(2.2.26), είναι χρήσιμη για κάποια γενικά συμπεράσματα (σε πρώτη προσέγγιση) επειδή αποσυνδέει το προφίλ του πεδίου από τις λεπτομέρειες της κοιλότητας (π. χ. [32], [63]). Το χαρακτηριστικό μήκος L_G σχετίζεται με το μήκος του μεσαίου τμήματος και συνήθως θεωρούμε $L_G \approx L_2$.

2.2.4 Αποθηκευμένη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια

Η μέση αποθηκευμένη ηλεκτρική ενέργεια W_e του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα υπολογίζεται από τη σχέση

$$W_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 \iiint_V \frac{1}{2} \text{Re}\{\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*\} dV \quad (2.2.29)$$

όπου η ολοκλήρωση γίνεται στον όγκο V της κοιλότητας. Με χρήση των (2.2.4), (2.2.18) και της σχέσης ορθογωνιότητας (2.2.16) προκύπτει ότι η μέση αποθηκευμένη ηλεκτρική ενέργεια έχει την παρακάτω απλή έκφραση:

$$W_e = \frac{1}{4} \varepsilon_0 V_{\max}^2 \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} |f(z)|^2 dz \quad (2.2.30)$$

Για την εξαγωγή της (2.2.30) τέθηκε $|V(t)| = V_{\max}^{(*)}$. Ανάλογα, για τη μέση αποθηκευμένη μαγνητική ενέργεια W_m του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα προκύπτει (πάλι για $|V(t)| = V_{\max}$):

$$W_m = \frac{1}{2} \mu_0 \iiint_V \frac{1}{2} \text{Re}\{\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^*\} dV = \frac{1}{4} \varepsilon_0 V_{\max}^2 \frac{c^2}{\omega^2} \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} \left[k_{\perp}^2(z) |f(z)|^2 + \left| \frac{df(z)}{dz} \right|^2 \right] dz \quad (2.2.31)$$

Για την εξαγωγή της (2.2.31) εξυπηρετούν περισσότερο οι σχέσεις (Π.1.56), (Π.1.64) και (Π.1.73) που δίνονται στο Παράρτημα Ι. Το γεγονός ότι οι (2.2.30)-(2.2.31) δείχνουν ότι $W_e \neq W_m$ οφείλεται στον προσεγγιστικό χαρακτήρα των (2.2.4)-(2.2.5). Αν το πεδίο αναπαρασταθεί ακριβώς, δηλαδή σαν άπειρη σειρά ιδιοσυναρτήσεων στις περιοχές Ι και ΙΙ, αυτή η ασυμβατότητα αίρεται [64]. Παρόλα αυτά μπορούμε να πούμε ότι $[|df(z)/dz|/|f(z)|]^2 \approx k_{\parallel}^2 = (\omega/c)^2 - k_{\perp}^2$, οπότε η (2.2.31) δίνει $W_m \approx W_e$. Θα θεωρούμε έτσι τη μέση αποθηκευμένη Η/Μ ενέργεια W_{em} ίση με το διπλάσιο της μέσης αποθηκευμένης ηλεκτρικής ενέργειας, επιλογή που υιοθετείται ευρέως:

$$W_{em} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 V_{\max}^2 \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} |f(z)|^2 dz \quad (2.2.32)$$

Όπως και οι προηγούμενες σχέσεις, η (2.2.32) είναι η έκφραση για την περίπτωση $|V(t)| = V_{\max}$.

Η σχέση (2.2.32) δείχνει ότι η μέση αποθηκευμένη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια ενός ρυθμού εξαρτάται μόνο από το αξονικό προφίλ του και από το πλάτος του πεδίου του. Το γεγονός ότι απουσιάζει η εξάρτηση από την εγκάρσια δομή του πεδίου του ρυθμού οφείλεται στο ότι το εγκάρσιο ιδιοδιάνυσμα \mathbf{e}_{mp} είναι κανονικοποιημένο με συντελεστή κανονικοποίησης τον C_{mp} από (2.2.15). Η χρήση κανονικοποιημένων ιδιοδιανυσμάτων απλοποιεί μεν τις εκφράσεις, αλλά αποκρύπτει τη φυσιολογική εξάρτηση της μέσης αποθηκευμένης Η/Μ ενέργειας από την εγκάρσια δομή πεδίου. Αν θέσουμε $C_{mp} = 1$ στον ορισμό (2.2.6) του ιδιοδιανύσματος \mathbf{e}_{mp} , τότε η έκφραση της μέσης αποθηκευμένης Η/Μ ενέργειας θα είναι $W_{em} = (1/2) \varepsilon_0 V_{\max}^2 \left(1/C_{mp}^2\right) \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} |f(z)|^2 dz$ με C_{mp} από (2.2.15). Για το λόγο αυτό θα αναφέρουμε κάποιες φορές την ποσότητα $1/(\pi C_{mp}^2)$ της (2.2.15) ως συντελεστή αποθηκευμένης ενέργειας του ρυθμού TE_{mp} .

(*) Όταν στην κοιλότητα υπάρχει η ηλεκτρονική δέσμη, η διέγερση κάποιου ρυθμού γίνεται με μεταφορά ενέργειας από τη δέσμη στα πεδία. Εφόσον η ενέργεια που παρέχεται από τα ηλεκτρόνια αναπληρώνει τις απώλειες του ρυθμού, είναι δυνατή η επίτευξη μιας μόνιμης κατάστασης όπου ο ρυθμός έχει χρονικά σταθερό πλάτος. Στην περίπτωση αυτή, όπως θα δούμε σε επόμενα κεφάλαια, οι εκφράσεις των πεδίων του διεγερμένου ρυθμού έχουν τη μορφή (2.2.4)-(2.2.5) με ενδεχομένως διαφορετικό ω και $f(z)$ άλλα με σταθερό $|V(t)|$. Για το λόγο αυτό, στον υπολογισμό μεγεθών για τα οποία ενδιαφέρει πρωτίστως η τιμή που έχουν στη μόνιμη κατάσταση (π. χ. αποθηκευμένη Η/Μ ενέργεια, εξερχόμενη ισχύς, ωμική φόρτιση τοιχωμάτων κλπ) θα γίνεται χρήση των (2.2.4)-(2.2.5) με $|V(t)| = V_{\max}$ και όχι με $V(t)$ από την (2.2.18).

Μέσω των σχέσεων (2.2.32) και (2.2.21) μπορεί να συνδεθεί η σταθερά πλάτους V_{\max} με την εξερχόμενη ωφέλιμη ισχύ P_{out} (όταν $|V(t)| = V_{\max}$)

$$V_{\max}^2 = \frac{\lambda \zeta_0}{\pi} \frac{Q_{\text{dif}} P_{\text{out}}}{\int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} |f(z)|^2 dz} \quad (2.2.33)$$

όπου $\lambda = 2\pi c/\omega$ είναι το μήκος κύματος ελεύθερου χώρου του ρυθμού. Η σχέση (2.2.33) είναι χρήσιμη για δύο λόγους: Αφενός συσχετίζει το πλάτος του πεδίου στην κοιλότητα με μεγέθη που μπορούν να μετρηθούν ή έστω να εκτιμηθούν πολύ ευκολότερα. Αφετέρου, μία τιμή του V_{\max} αντιστοιχεί σε μια μεγάλη οικογένεια προφίλ πεδίου και τιμών των παραμέτρων σχεδίασης P_{out} , Q_{dif} . Τέτοιες ομαδοποιήσεις είναι πολύ εύχρηστες σε σχεδιαστικές διαδικασίες όπως θα φανεί και σε επόμενα κεφάλαια. Οι σχέσεις (2.2.32) και (2.2.33) απλοποιούνται περαιτέρω με την αντικατάσταση της συνάρτησης προφίλ $f(z)$ με την γκαουσιανή (2.2.28) επειδή

$$\int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} |f_G(z)|^2 dz \cong \int_{-\infty}^{+\infty} |f_G(z)|^2 dz = \sqrt{\frac{\pi}{8}} L_G \cong 0.625 L_G \quad (2.2.34)$$

Η (2.2.33) γίνεται

$$V_{\max} \text{ (kV)} = \sqrt{0.1914 \frac{Q_{\text{dif}}}{(L_G/\lambda)} \left[\frac{P_{\text{out}}}{1 \text{ kW}} \right]} \quad (2.2.35)$$

2.2.5 Ειδικές περιπτώσεις

Οι γενικές εκφράσεις των προηγούμενων παραγράφων που αφορούν την ομοαξονική κοιλότητα ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού, απλοποιούνται σε καθιερωμένες σχέσεις σε διάφορες ειδικές περιπτώσεις.

- *Κοιλότητα με λείο εσωτερικό αγωγό*

Στην περίπτωση αυτή η περιοχή I εξαφανίζεται επειδή είτε $d \rightarrow 0$, είτε $l \rightarrow 0$. Κάθε ενδεχόμενο συνεπάγεται ότι $w \rightarrow 0$ οπότε η χαρακτηριστική εξίσωση (2.2.10) καταλήγει στην (2.2.3)

$$J'_m(\chi) Y'_m\left(\frac{\chi}{C}\right) - Y'_m(\chi) J'_m\left(\frac{\chi}{C}\right) = 0 \quad (2.2.36)$$

που σημαίνει ότι $Z'_{mp}(\chi_{mp}/C) = 0$ κατ' αναλογία με την (2.2.13). Η έκφραση (2.2.15) για το συντελεστή αποθηκευμένης ενέργειας γίνεται:

$$\frac{1}{\pi C_{mp,\text{smooth}}^2} = Z_{mp}^2(\chi_{mp}) [\chi_{mp}^2 - m^2] - Z_{mp}^2\left(\frac{\chi_{mp}}{C}\right) \left[\left(\frac{\chi_{mp}}{C}\right)^2 - m^2 \right] \quad (2.2.37)$$

2.3 Καμπύλες Ιδιοτιμών

Η (2.2.4) ταυτίζεται τώρα με την (2.2.1) με το συσχετισμό $E_0(t) \leftrightarrow V(t)C_{mp,smooth}^{(*)}$.

- *Κοιλότητα χωρίς εσωτερικό αγωγό (κοιλότητα συμβατικού γυροτρονίου)*

Σε αυτή την περίπτωση έχουμε $R_i \rightarrow 0$ οπότε $C \rightarrow \infty$. Η χαρακτηριστική εξίσωση (2.2.10) παίρνει τη γνωστή μορφή

$$J'_m(\chi) = 0 \quad (2.2.38)$$

και όπως είπαμε συμβολίζουμε την p -οστή ρίζα της με χ_{mpo} . Επειδή $J'_m(\chi_{mpo}) = 0$ συνάγουμε από την (2.2.9) ότι $Z_{mp}(u) \rightarrow J_m(u)$. Έτσι η σχέση (2.2.15) για το συντελεστή αποθηκευμένης ενέργειας γίνεται:

$$\frac{1}{\pi C_{mp,hollow}^2} = J_m^2(\chi_{mpo})[\chi_{mpo}^2 - m^2] \quad (2.2.39)$$

Η (2.2.4) καταλήγει στην (1.3.1) με το συσχετισμό $E_0 \leftrightarrow V(t)C_{mp,hollow}$.

Στις επόμενες ενότητες, βασιζόμενοι στις σχέσεις που παρουσιάστηκαν, θα μελετήσουμε παραμετρικά την επίδραση της γεωμετρίας της ομοαξονικής κοιλότητας (λόγος ακτίνων, μεγέθη ρυτίδωσης) στα χαρακτηριστικά του ρυθμού TE_{mp} (ιδιοτιμή, συντελεστής ποιότητας κλπ). Τα συμπεράσματα που προκύπτουν είναι χρήσιμα στην επιλογή της κατάλληλης γεωμετρίας της κοιλότητας κατά τη σχεδίαση ενός γυροτρονίου.

2.3 Καμπύλες Ιδιοτιμών

2.3.1 Η χαρακτηριστική εξίσωση

Ξεκινάμε τη μελέτη της επίδρασης της γεωμετρίας της κοιλότητας στο ρυθμό TE_{mp} από την επίδρασή της στην ιδιοτιμή χ_{mp} του ρυθμού, η οποία σχετίζεται άμεσα με τη συχνότητα αποκοπής $\omega_{cut} = c\chi_{mp}/R_o$. Στην κοιλότητα του συμβατικού γυροτρονίου η ιδιοτιμή χ_{mpo} του ρυθμού TE_{mpo} ορίζεται ως η p -οστή ρίζα ($p = 1, 2, \dots$) της εξίσωσης $J'_m(\chi) = 0$ και είναι ανεξάρτητη από τη γεωμετρία. Αντίθετα, στην ομοαξονική κοιλότητα του σχήματος 2.1 η ιδιοτιμή χ_{mp} είναι μια ρίζα της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.2.10) και εξαρτάται από το λόγο των ακτίνων $C = R_o/R_i$ και από τις γεωμετρικές παραμέτρους ρυτίδωσης l/s και d/R_o :

(*) Η έκφραση (2.2.6) δίνει μηδενισμό του ιδιοδιανύσματος e_{mp} μέσα στις σχισμές (κλάδος I) όταν $d \rightarrow 0$ αλλά όχι και όταν $l \rightarrow 0$, $d \neq 0$. Ο λόγος είναι ότι οι εκφράσεις των πεδίων ενός ρυθμού TE_{k0} σε ευθύγραμμο κυματοδηγό ορθογωνικής διατομής διατηρούν μη μηδενικές τιμές ακόμη και στην οριακή περίπτωση του μηδενισμού της διάστασης του κυματοδηγού που είναι παράλληλη στο ηλεκτρικό πεδίο του ρυθμού [27]. Έτσι ο ασφαλέστερος τρόπος εξαγωγής συμπερασμάτων για την ομοαξονική κοιλότητα λείου εσωτερικού αγωγού από τις εκφράσεις που παραθέσαμε για την κοιλότητα ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού είναι να εξετάσουμε το όριο $d \rightarrow 0$ και όχι το όριο $l \rightarrow 0$. Αυτό θα φανεί και σε επόμενες ενότητες.

$$J'_m(\chi) \left[Y'_m \left(\frac{\chi}{C} \right) + w(\chi) Y_m \left(\frac{\chi}{C} \right) \right] - Y'_m(\chi) \left[J'_m \left(\frac{\chi}{C} \right) + w(\chi) J_m \left(\frac{\chi}{C} \right) \right] = 0 \quad (2.3.1)$$

$$w(\chi) = \frac{l}{s} \tan \left(\frac{d}{R_o} \chi \right) = \frac{l}{s} \tan \left(2\pi \frac{d}{\lambda_{co}} \frac{\chi}{\chi_{mpo}} \right) \quad (2.3.2)$$

Υπενθυμίζουμε ότι είναι $d/R_o = d/R_{o,0} = \text{σταθ}$. Θεωρώντας σταθερή την γεωμετρική παράμετρο ρυτίδωσης d/R_o διευκολύνεται η παραμετρική μελέτη της χαρακτηριστικής εξίσωσης. Η επιλογή αυτή είναι απόλυτα θεμιτή και δεν είναι περιοριστική διότι μπορούμε πάντα να θεωρήσουμε ότι το βάθος ρυτίδωσης d μεταβάλλεται ήπια με το z στο τμήμα αποκοπής και στο τμήμα εξόδου, ώστε ο λόγος d/R_o να διατηρεί και εκεί την τιμή που έχει στο μεσαίο τμήμα (όπου $R_o = R_{o,0}$). Άλλωστε, όπως θα φανεί και σε επόμενες ενότητες, επειδή ο ρυθμός είναι “συγκεντρωμένος” στο μεσαίο τμήμα της κοιλότητας (σχήμα 2.2) επηρεάζεται σχεδόν αποκλειστικά από τις τιμές που οι παράμετροι ρυτίδωσης έχουν εκεί και όχι στα άλλα δύο τμήματα. Θα αντιμετωπίσουμε πάντοτε το ρυθμό TE_{mp} στην ομοαξονική κοιλότητα σαν ένα τροποποιημένο ρυθμό TE_{mpo} της συμβατικής κοιλότητας, δηλαδή θα συσχετίζουμε με κάποιο κριτήριο τον TE_{mp} με τον TE_{mpo} . Η θεώρηση αυτή είναι δικαιολογημένη για τις γεωμετρίες που μας ενδιαφέρουν και οδηγεί στον να ορίσουμε την ιδιοτιμή χ_{mp} του TE_{mp} είτε ως την p -οστη ρίζα, είτε ως την $(p + 1)$ -οστη ρίζα της (2.3.1). Αυτή η αμφισημία θα ξεκαθαριστεί στη συνέχεια.

Όταν ο εσωτερικός αγωγός είναι πολύ λεπτός ($R_i \rightarrow 0, C \rightarrow \infty$) έχουμε $d/R_{o,0} \rightarrow 0$ οπότε $w \rightarrow 0$ και η (2.3.1) καταλήγει στη σχέση $J'_m(\chi) = 0$ επειδή απειρίζεται ο όρος $Y'_m(\chi/C)$. Συνεπώς, όταν $R_i \rightarrow 0$ έχουμε $\chi_{mp} \rightarrow \chi_{mpo}$ που σημαίνει ότι ο ρυθμός TE_{mp} της ομοαξονικής κοιλότητας του σχήματος 2.1 παίρνει ακριβώς τη μορφή του ρυθμού TE_{mpo} της αντίστοιχης συμβατικής κοιλότητας (κοιλότητα του σχήματος 2.1 χωρίς τον εσωτερικό αγωγό). Αυτό συμβαίνει διότι ο ρυθμός TE_{mpo} έχει, ως γνωστό, μηδενικά πεδία στην περιοχή $R \rightarrow 0$ οπότε ένα λεπτό αγωγίμο νήμα στο $R = 0$ δεν τον επηρεάζει σχεδόν καθόλου. Καθώς η εσωτερική ακτίνα R_i αυξάνει, ο TE_{mp} και η ιδιοτιμή του χ_{mp} διαφοροποιούνται ομαλά από τον TE_{mpo} και την ιδιοτιμή χ_{mpo} . Όπως είναι ίσως αναμενόμενο, η διαφοροποίηση μεταξύ των TE_{mp}, TE_{mpo} γίνεται εντονότερη όταν το R_i πλησιάζει την καυστική ακτίνα R_c του ρυθμού TE_{mpo} , η οποία εκφράζει την απόσταση από τον άξονα z όπου το πεδίο του TE_{mpo} γίνεται αξιόλογο. Στην παράγραφο 1.3.2 είδαμε ότι

$$R_c = |m|R_o/\chi_{mpo} \quad (2.3.3)$$

Η διαφοροποίηση τονίζεται στο όριο $R_i \approx R_c$ επειδή ο ρυθμός TE_{mpo} έχει ισχυρά πεδία στο $R \approx R_c$ τη στιγμή που το εσωτερικό αγωγίμο στέλεχος αναγκάζει τον TE_{mp} να έχει μικρά πεδία στο $R \approx R_c$. Παρόλο που το R_c ορίζεται για τον TE_{mpo} , με τον καταχρηστικό όρο “καυστική ακτίνα του TE_{mp} ” θα εννοούμε την καυστική ακτίνα του TE_{mpo} (επειδή ο TE_{mp} είναι ο “τροποποιημένος” TE_{mpo}). Η καυστική ακτίνα ενός ρυθμού μπορεί να εκφραστεί και σε όρους της παραμέτρου C μέσω του καυστικού λόγου ακτίνων C_c :

$$C_c = R_o/R_c = \chi_{mpo}/|m| \quad (2.3.4)$$

Με τον όρο “καμπύλη ιδιοτιμής” εννοούμε τη γραφική παράσταση ως προς C της συνάρτησης $\chi_{mp} = \chi_{mp}(C)$ για συγκεκριμένες τιμές των γεωμετρικών παραμέτρων

ρυτίδωσης l/s και d/R_o . Τέτοιες παραμετρικές καμπύλες παρουσιάζονται στα [53]-[55], [38], [65]. Η καμπύλη ιδιοτιμής προκύπτει από την αριθμητική επίλυση της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.3.1) για διάφορα C . Για να είναι άμεση η σύγκριση του βάθους ρυτίδωσης d με το μήκος κύματος του ρυθμού TE_{mp} , χρησιμοποιούμε τη δεύτερη έκφραση της (2.3.2) για την κανονικοποιημένη επιφανειακή εμπέδηση w , όπου εμφανίζεται η παράμετρος d/λ_{co} αντί της d/R_o . Ο λόγος d/λ_{co} συσχετίζει το βάθος d των ρυτιδώσεων με το μήκος κύματος αποκοπής $\lambda_{co} = 2\pi R_{o,0}/\chi_{mpo}$ του ρυθμού TE_{mpo} σε συμβατική κοιλότητα ακτίνας $R_{o,0}$. Επειδή ασχολούμαστε με ρυθμούς κοντά στην αποκοπή και επειδή σε πολλές περιπτώσεις ο TE_{mp} και ο TE_{mpo} έχουν παραπλήσια συχνότητα, ο λόγος d/λ_{co} είναι συχνά πολύ κοντά στο λόγο d/λ , όπου λ το μήκος κύματος ελεύθερου χώρου του ρυθμού TE_{mp} . Για την αριθμητική επίλυση της (2.3.1) χρησιμοποιούμε την παρακάτω ισοδύναμη μορφή για να αποφύγουμε τα προβλήματα από τον ενδεχόμενο απειρισμό της συνάρτησης εφαπτομένης:

$$\begin{aligned} J'_m(\chi) \left[\cos \left(2\pi \frac{d}{\lambda_{co}} \frac{\chi}{\chi_{mpo}} \right) Y'_m \left(\frac{\chi}{C} \right) + \frac{l}{s} \sin \left(2\pi \frac{d}{\lambda_{co}} \frac{\chi}{\chi_{mpo}} \right) Y_m \left(\frac{\chi}{C} \right) \right] = \\ = Y'_m(\chi) \left[\cos \left(2\pi \frac{d}{\lambda_{co}} \frac{\chi}{\chi_{mpo}} \right) J'_m \left(\frac{\chi}{C} \right) + \frac{l}{s} \sin \left(2\pi \frac{d}{\lambda_{co}} \frac{\chi}{\chi_{mpo}} \right) J_m \left(\frac{\chi}{C} \right) \right] \quad (2.3.5) \end{aligned}$$

Αναλυτική επεξεργασία της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.3.1) υπάρχει στο [55]. Επίσης, δύο σημαντικές ειδικές μορφές της μελετώνται αναλυτικά και στο Παράρτημα II.

2.3.2 Επίδραση της παραμέτρου l/s στην καμπύλη ιδιοτιμής

Οι τιμές του λόγου l/s βρίσκονται εξορισμού μεταξύ 0 και 1. Όπως θα δούμε με λεπτομέρειες αργότερα, αν ο ρυθμός TE_{mp} είναι ο ρυθμός λειτουργίας του ομοαξονικού γυροτρονίου τότε πρέπει να “μοιάζει” με το ρυθμό TE_{mpo} (δηλαδή να είναι σχετικά ανεπηρέαστος από τον εσωτερικό αγωγό, οπότε $\chi_{mp} \cong \chi_{mpo}$) και να έχει μεγάλα πεδία στην ακτινική θέση της ηλεκτρονικής δέσμης, δηλαδή προφανώς σε θέση με ακτίνα μεγαλύτερη από την ακτίνα R_i . Συνεπώς απαιτείται $R_c > R_i$. Η απαίτηση αυτή σε συνδυασμό με τη συνθήκη $N > 2|m| \Leftrightarrow s < \pi R_i/|m|$ (συνθήκη για να ισχύει το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης) και με το γεγονός ότι ο ρυθμός λειτουργίας είναι κοντά στην αποκοπή ($\omega \approx ck_{\perp}$), οδηγεί στον περιορισμό $s < \lambda/2$ για την περίοδο ρυτίδωσης s . Στις εφαρμογές που αφορούν συχνότητες λειτουργίας άνω των 100 GHz, οι οποίες και παρουσιάζουν το μεγαλύτερο ενδιαφέρον, το μήκος κύματος ελεύθερου χώρου λ είναι μικρότερο από 3 mm. Επειδή λοιπόν η περίοδος ρυτίδωσης είναι μικρή, τεχνικοί λόγοι υπαγορεύουν ότι ο λόγος l/s δεν μπορεί να είναι πολύ διαφορετικός του $1/2$. Οι μεταβολές όμως στην καμπύλη ιδιοτιμής που οφείλονται σε μικρές μεταβολές της τιμής του l/s γύρω από την τιμή $1/2$ δεν είναι σημαντικές [55].

Επιπλέον, όπως θα φανεί και σε επόμενα κεφάλαια, στις περισσότερες εφαρμογές οι τιμές του λόγου d/λ_{co} εξυπηρετεί να είναι κοντά είτε στο 0.25, είτε στο 0.5. Αποτέλεσμα αυτού είναι ότι το μέτρο της κανονικοποιημένης επιφανειακής εμπέδησης w είναι αντίστοιχα είτε πολύ μεγάλο είτε πολύ μικρό, λόγω της συνάρτησης εφαπτομένης. Συνεπώς μια μικρή μεταβολή του λόγου l/s γύρω από το $1/2$ δεν θα έχει καμία ουσιαστική επίπτωση στο w , άρα ούτε και στη χαρακτηριστική εξίσωση (Παράρτημα II). Για τους

παραπάνω λόγους θα θεωρούμε σε όλο το κείμενο ότι $l/s = 0.5$ και δεν θα ασχοληθούμε με άλλες τιμές αυτής της παραμέτρου.

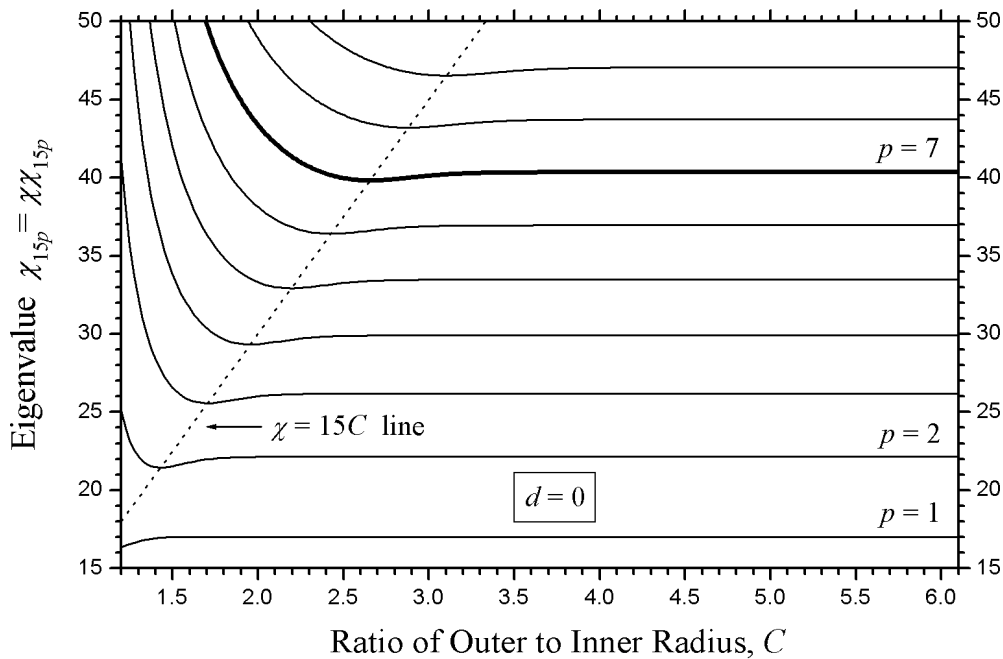
2.3.3 Επίδραση της παραμέτρου d/λ_{co} στην καμπύλη ιδιοτιμής

Στην παράγραφο αυτή θα συνοψίσουμε και θα αποσαφηνίσουμε τα συμπεράσματα των [53]-[55] για την επίδραση του βάθους d των ρυτιδώσεων στην ιδιοτιμή ενός ρυθμού. Συμβολίζουμε με $\chi\chi_{mp}$ την p -οστη ρίζα ($p=1, 2, \dots$) της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.3.1). Όπως θα δούμε, θα ορίσουμε την ιδιοτιμή χ_{mp} του ρυθμού TE_{mp} είτε ως $\chi_{mp} = \chi\chi_{mp}$, είτε ως $\chi_{mp} = \chi\chi_{m(p+1)}$, ανάλογα με την περίπτωση.

Εξετάζουμε πρώτα την περίπτωση $d/\lambda_{co} = 0$ (λείος εσωτερικός αγωγός), όπου η χαρακτηριστική εξίσωση (2.3.1) παίρνει τη μορφή (2.2.36). Στην περίπτωση αυτή θεωρούμε ότι η ιδιοτιμή χ_{mp} του ρυθμού TE_{mp} ταυτίζεται με την p -οστη ρίζα $\chi\chi_{mp}$ της (2.2.36), δηλαδή ορίζουμε $\chi_{mp} = \chi\chi_{mp}$. Στο σχήμα 2.3 παρουσιάζεται η συμπεριφορά των εννέα πρώτων ριζών $\chi\chi_{mp}$ ($p=1, 2, \dots, 9$) της (2.2.36) με $m=15$ για διάφορες τομές του λόγου ακτίνων C . Παρόλο που το παράδειγμα είναι συγκεκριμένο, τα συμπεράσματα είναι παρόμοια για κάθε $m \neq 0$. Οι καμπύλες για $p \geq 2$ είναι μη μονότονες. Για μεγάλες τιμές του λόγου C (μικρή ακτίνα εσωτερικού στελέχους) η ρίζα $\chi\chi_{mp}$, δηλαδή η ιδιοτιμή χ_{mp} , συμπίπτει με την ιδιοτιμή χ_{mp0} (π. χ. $\chi_{15,70} = 40.365$ για το ρυθμό $TE_{15,70}$), οπότε ο ρυθμός TE_{mp} στην ομοαξονική κοιλότητα έχει την ίδια μορφή με το ρυθμό TE_{mp0} της αντίστοιχης συμβατικής κοιλότητας. Καθώς το C μικραίνει (αυξάνει το R_i), ο ρυθμός TE_{mp} αρχίζει σταδιακά να “αισθάνεται” τον εσωτερικό αγωγό, οπότε διαφοροποιείται από τον TE_{mp0} και η καμπύλη $\chi_{mp}(C)$ παρουσιάζει θετική κλίση. Η θετική κλίση συνεχίζεται μέχρι το σημείο $C = C_{\min}$, όπου η ιδιοτιμή παίρνει την ελάχιστη τιμή $\chi_{mp} = \chi_{mp,\min}$. Στο σημείο ελαχίστου ισχύει η σχέση $C_{\min} = \chi_{mp,\min}/|m|$ ([55], Παράρτημα II). Η τιμή C_{\min} είναι κοντά στην τιμή C_c επειδή τα $\chi_{mp,\min}$ και χ_{mp0} δεν διαφέρουν πολύ, τουλάχιστον για ρυθμούς υψηλής τάξης μεγάλου $|m|$ που είναι και οι ρυθμοί που ενδιαφέρουν στα ομοαξονικά γυροτρόνια ισχύος. Πράγματι, στο σχήμα 2.3 φαίνεται ότι η διαφορά αυτή είναι γύρω στο 1.5 % για το ρυθμό $TE_{15,7}$. Δηλαδή η ιδιοτιμή παίρνει την ελάχιστη τιμή της όταν η ακτίνα του εσωτερικού αγωγού γίνει περίπου ίση με την καυστική ακτίνα του ρυθμού. Για ακόμη μικρότερα C , η καμπύλη ιδιοτιμής αποκτά αρνητική κλίση και πλησιάζει ασυμπτωτικά τον άξονα $C=1$. Το γεγονός ότι $\chi_{mp} \rightarrow \infty$ όταν $C \rightarrow 1$ είναι αναμενόμενο γιατί για $C=1$ ο συντονιζόμενος όγκος της κοιλότητας εξαφανίζεται. Από το σχήμα 2.3 είναι προφανές ότι υπάρχει αντιστοιχία μεταξύ των ρυθμών της ομοαξονικής κοιλότητας λείου εσωτερικού αγωγού και των ρυθμών της συμβατικής κοιλότητας. Αυτός είναι και ο λόγος για τον ορισμό $\chi_{mp} = \chi\chi_{mp}$.

Στην περίπτωση όπου ο εσωτερικός αγωγός είναι ρυτιδωμένος, η εξάρτηση από το C της p -οστης ρίζας $\chi\chi_{mp}$ της (2.3.1) εικονίζεται στο σχήμα 2.4. Το σχήμα αφορά την έβδομη ρίζα $\chi\chi_{15,7}$ της (2.3.1) με $m=15$ αλλά η συμπεριφορά είναι η ίδια για κάθε $m \neq 0$, $p \geq 2$. Το βάθος ρυτίδωσης εκφράζεται σαν κλάσμα του μήκους κύματος αποκοπής λ_{co} του ρυθμού συμβατικής κοιλότητας TE_{mp0} , στην ιδιοτιμή του οποίου τείνει η $\chi\chi_{mp}$ για $C \rightarrow \infty$ όταν ο εσωτερικός αγωγός είναι λείος. Στην προκειμένη περίπτωση ($m=15$, $p=7$), το λ_{co} είναι το μήκος κύματος αποκοπής του $TE_{15,70}$ που σημαίνει ότι $\lambda_{co} = 0.156R_{o,0}$ αφού $\chi_{15,70} = 40.365$ (σχήμα 2.3).

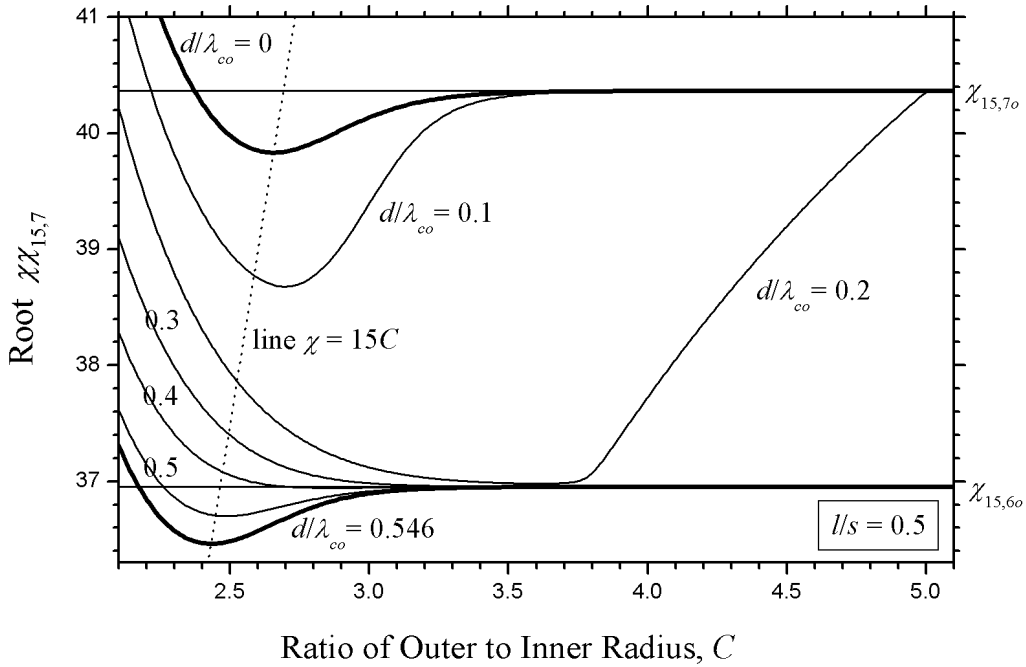
Για μικρά βάθη ρυτίδωσης ($d/\lambda_{co} < 0.2$) η καμπύλη $\chi\chi_{mp}(C)$ συνεχίζει να έχει τη μη μονότονη μορφή που χαρακτηρίζει την περίπτωση του λείου εσωτερικού αγωγού. Η διαφορά είναι ότι όσο αυξάνει το βάθος, η θετική κλίση αυξάνει, το εύρος της περιοχής



Σχήμα 2.3: Εξάρτηση της ιδιοτιμής χ_{mp} του ρυθμού TE_{mp} στην ομοαξονική κοιλότητα λείου εσωτερικού αγωγού από το λόγο ακτίνων C , όταν $m = 15$. Η ιδιοτιμή χ_{mp} ισούται με την p -οστή ρίζα $\chi\chi_{mp}$ της εξίσωσης (2.3.1) για $d = 0$. Η γραμμή $\chi = |m|C$ ($m = 15$) διέρχεται από τα σημεία ελαχίστου των καμπυλών. Η έντονη καμπύλη αφορά τον ρυθμό $TE_{15,7}$.

θετικής κλίσης επίσης αυξάνει ενώ το ελάχιστο βαθαίνει και εμφανίζεται σε μεγαλύτερες τιμές του λόγου C . Η ελάχιστη τιμή της ρίζας $\chi\chi_{mp}$ όμως δεν πέφτει ποτέ κάτω από την ιδιοτιμή $\chi_{m(p-1)o}$ του “προηγούμενου” ρυθμού $TE_{m(p-1)o}$. Αυτό φαίνεται στο σχήμα 2.4 όπου οι δύο οριζόντιες γραμμές αντιπροσωπεύουν τις τιμές $\chi_{15,7o} = 40.365$ και $\chi_{15,6o} = 36.954$. Όταν το βάθος ρυτίδωσης πλησιάζει στο ένα τέταρτο του μήκους κύματος, η καμπύλη $\chi\chi_{mp}(C)$ ταυτίζεται για μια ευρεία περιοχή τιμών του C με την ευθεία $\chi = \chi_{m(p-1)o}$ της ιδιοτιμής του “προηγούμενου” ρυθμού $TE_{m(p-1)o}$, στην προκειμένη περίπτωση του ρυθμού $TE_{15,6o}$. Η περιοχή θετικής κλίσης που “επαναφέρει” την καμπύλη στην ευθεία $\chi = \chi_{mpo}$ εμφανίζεται σε όλο και μεγαλύτερα C και όταν $d/\lambda_{co} \rightarrow 0.25$ η εμφάνιση αυτή συμβαίνει στο άπειρο. Έτσι, όταν το βάθος ρυτίδωσης είναι κοντά στο ένα τέταρτο του μήκους κύματος ($0.2 < d/\lambda_{co} < 0.3$), η καμπύλη $\chi\chi_{mp}(C)$ αλλάζει μορφή και γίνεται μονότονη (τουλάχιστον για τις τιμές του λόγου C που απαντώνται στην πράξη) εμφανίζοντας αποκλειστικά αρνητική κλίση.

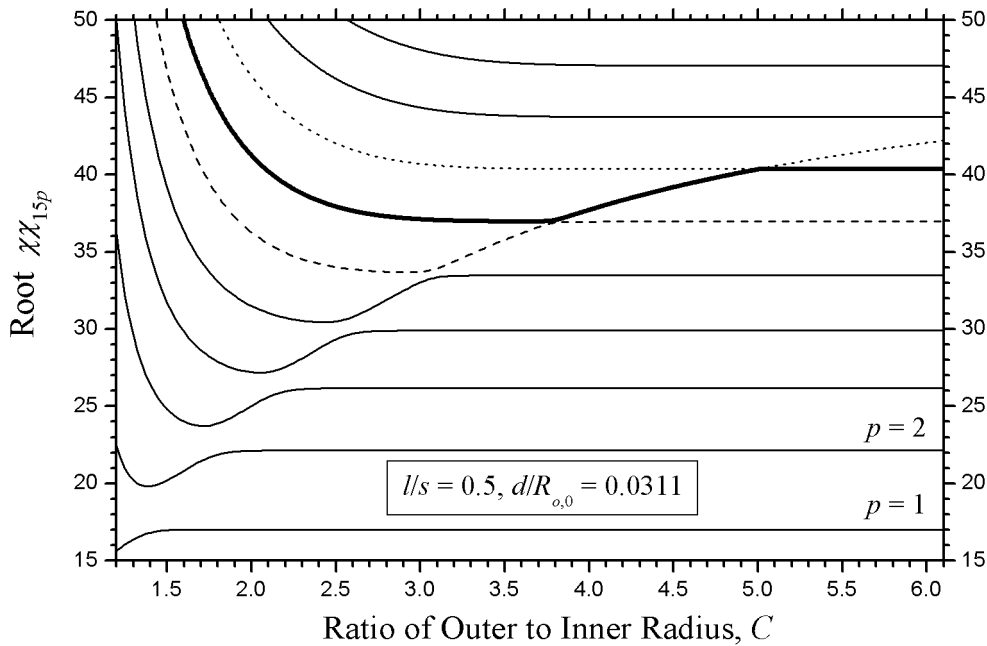
Για μεγαλύτερες τιμές του βάθους των ρυτιδώσεων που είναι κοντά στο μισό μήκος κύματος ($0.4 < d/\lambda_{co} < 0.6$), η καμπύλη $\chi\chi_{mp}(C)$ παραμένει για $C \rightarrow \infty$ εφαπτόμενη στην ευθεία $\chi = \chi_{m(p-1)o}$ αλλά επανεμφανίζει μια περιοχή θετικής κλίσης σε μικρότερα C , γενόμενη και πάλι μη μονότονη. Σταδιακά η θετική κλίση και το εύρος της αυξάνουν καθώς το ελάχιστο βαθαίνει και μεταφέρεται σε μεγαλύτερες τιμές του λόγου C . Όταν το βάθος d γίνει ίσο με το μισό μήκος κύματος αποκοπής του “προηγούμενου” ρυθμού $TE_{m(p-1)o}$ (που αντιστοιχεί σε $d/\lambda_{co} = 0.546$ στο παράδειγμά μας), η καμπύλη $\chi\chi_{mp}(C)$ σχεδόν ταυτίζεται στην περιοχή γύρω από τη θετική κλίση με την καμπύλη $\chi\chi_{m(p-1)}(C)$ για λείο εσωτερικό αγωγό. Συνεπώς η περιγραφείσα συμπεριφορά επαναλαμβάνεται για



Σχήμα 2.4: Εξάρτηση της έβδομης ρίζας $\chi\chi_{15,7}$ της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.3.1) με $m = 15$ και $l/s = 0.5$ από το λόγο ακτίνων C για διάφορα βάθη ρυτίδωσης d/λ_{co} , όπου λ_{co} είναι το μήκος κύματος αποκοπής του ρυθμού $TE_{15,70}$ της συμβατικής κοιλότητας ($\lambda_{co} = 0.156R_{o,0}$). Η γραμμή $\chi = |m|C$ ($m = 15$) διέρχεται από το σημείο ελαχίστου της καμπύλης για $d/\lambda_{co} = 0$. Η καμπύλη για $d/\lambda_{co} = 0.546$ που αντιστοιχεί σε βάθος ρυτίδωσης ίσο με το μισό μήκος κύματος αποκοπής του ρυθμού $TE_{15,60}$ σχεδόν ταυτίζεται με την καμπύλη της έκτης ρίζας $\chi\chi_{15,6}$ της εξίσωσης (2.3.1) για λείο εσωτερικό αγωγό ($d = 0$).

μεγαλύτερα βάθη ρυτιδώσεων d . Η διαφορά μεταξύ των μη μονότονων καμπύλων για $0 < d/\lambda_{co} < 0.2$ και για $0.4 < d/\lambda_{co} < 0.6$ βρίσκεται στο ότι στη δεύτερη περίπτωση οι θετικές κλίσεις και όλες οι παρατηρούμενες μετατοπίσεις είναι ηπιότερες.

Ερχόμαστε τώρα στο ζήτημα του πώς θα ονομάσουμε το ρυθμό στην ομοαξονική κοιλότητα που αντιστοιχεί στην p -οστή ρίζα $\chi\chi_{mp}$ της (2.3.1). Το σχήμα 2.4 υποδεικνύει ότι ο ρυθμός αυτός για $d/\lambda_{co} < 0.2$ “συγγενεύει” με τον TE_{mpo} , ενώ για $0.25 < d/\lambda_{co} < 0.6$ “συγγενεύει” με τον $TE_{m(p-1)o}$. Αυτό έχει την έννοια ότι π.χ. σε μία κοιλότητα με $3.6 < C < 3.7$ ο ρυθμός με ιδιοτιμή ίση με $\chi\chi_{15,7}$ θα είναι όμοιος με τον $TE_{15,70}$ όταν $d/\lambda_{co} < 0.1$ και όμοιος με τον $TE_{15,60}$ όταν $0.2 < d/\lambda_{co} < 0.6$. Για να αποφύγουμε αυτή την ασυμβατότητα και για να εξασφαλίσουμε ότι ο ρυθμός TE_{mp} σε μια ομοαξονική κοιλότητα με $C_1 < C < C_2$ “συγγενεύει” πάντοτε με τον ρυθμό TE_{mpo} της συμβατικής κοιλότητας, θεωρούμε ότι ο TE_{mp} έχει ιδιοτιμή χ_{mp} , η οποία ισούται με εκείνη τη ρίζα εκ των $\chi\chi_{mp}, \chi\chi_{m(p+1)}$ που συμπίπτει με την ιδιοτιμή χ_{mpo} του TE_{mpo} σε μια ευρεία περιοχή τιμών του C , η οποία βρίσκεται μεταξύ των C_1, C_2 ή σε κάπως μεγαλύτερα C . Αυτό γίνεται σαφές με τη βοήθεια του σχήματος 2.5 όπου, σε αντιστοιχία με το σχήμα 2.3, παρουσιάζεται η εξάρτηση από το C των δέκα πρώτων ριζών της (2.3.1) με $m = 15$ και με βάθος ρυτίδωσης $d/\lambda_{co} = 0.2$, όπου $\lambda_{co} = 0.156R_{o,0}$ είναι το μήκος κύματος αποκοπής του $TE_{15,70}$. Η έντονη καμπύλη του σχήματος 2.5 συμπίπτει με την καμπύλη για $d/\lambda_{co} = 0.2$ του σχήματος 2.4. Για παράδειγμα, αν η κοιλότητα που ενδιαφέρει έχει $3.3 < C < 3.5$ τότε για τους ρυθμούς TE_{15p} θεωρούμε ότι $\chi_{15p} = \chi\chi_{15p}$ για $p \leq 5$ και

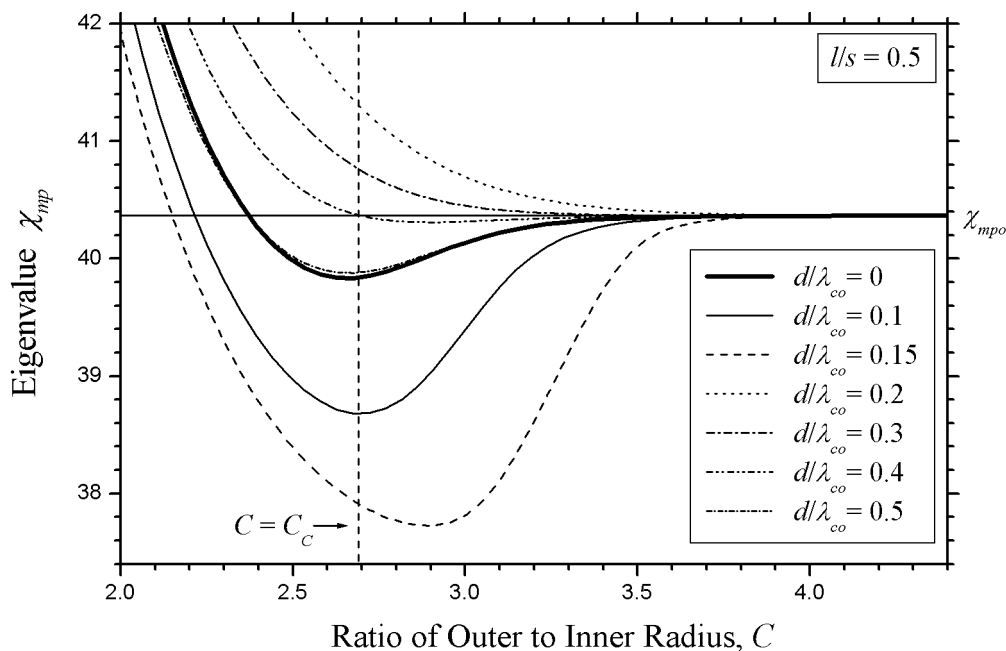


Σχήμα 2.5: Εξάρτηση της ρίζας $\chi\chi_{mp}$ της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.3.1) από το λόγο ακτίνων C όταν $m = 15$, $l/s = 0.5$ και το βάθος ρυτιδώσεως είναι $d/\lambda_{co} = 0.2$, όπου λ_{co} είναι το μήκος κύματος αποκοπής του ρυθμού $TE_{15,7o}$ της συμβατικής κοιλότητας ($\lambda_{co} = 0.156R_{o,0}$). Η έντονη καμπύλη αφορά τη ρίζα $\chi\chi_{15,7}$.

$\chi_{15p} = \chi\chi_{15(p+1)}$ για $p \geq 6$. Αν η κοιλότητα έχει $4.5 < C < 4.7$ τότε για τους ρυθμούς TE_{15p} θεωρούμε ότι $\chi_{15p} = \chi\chi_{15p}$ για $p \leq 6$ και $\chi_{15p} = \chi\chi_{15(p+1)}$ για $p \geq 7$. Πρακτικά αυτή η διαδικασία υλοποιείται ως εξής: Επιλέγουμε ένα C λίγο μεγαλύτερο από τις τιμές του C της συγκεκριμένης κοιλότητας και προσδιορίζουμε τη ρίζα της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.3.1) που είναι κοντά στην ιδιοτιμή χ_{mpo} του ρυθμού TE_{mpo} της συμβατικής κοιλότητας. Παρακολουθούμε την εξέλιξη της ιδιοτιμής αυτής για μικρότερα C και θεωρούμε ότι αυτή είναι η καμπύλη ιδιοτιμής του ρυθμού TE_{mp} της ομοαξονικής κοιλότητας. Δεν ασχολούμαστε έτσι με το αν η χ_{mp} είναι η p -οστή ή η $(p + 1)$ -οστή ρίζα της (2.3.1).

Το σχήμα 2.5 σε σύγκριση με το σχήμα 2.4 δείχνει ότι μπορεί να θεωρηθεί πως οι ρυτιδώσεις, για αρκούντως μεγάλα C , διατηρούν τους ρυθμούς της συμβατικής κοιλότητας αλλά εισάγουν ένα “νέο” ρυθμό, του οποίου η καμπύλη ιδιοτιμής αποτελείται από τα τμήματα θετικών κλίσεων που εμφανίζουν οι καμπύλες των ρυθμών για τους οποίους το βάθος των ρυτιδώσεων είναι κοντά στο $1/5$ του μήκος κύματός τους (έντονη και διακεκομμένες καμπύλες στο σχήμα 2.5). Ο ρυθμός αυτός χαρακτηρίστηκε στο [53] σαν “εσωτερικός ρυθμός” (“inner mode”) επειδή έχει το πεδίο του συγκεντρωμένο σχεδόν αποκλειστικά στις ρυτιδώσεις^(*). Η ύπαρξη του ρυθμού αυτού σχετίζεται με ένα είδος εκφυλισμού των ριζών της χαρακτηριστικής εξίσωσης: Το σχήμα 2.5 δείχνει ότι, για παράδειγμα, όταν το C είναι λίγο μεγαλύτερο από 5, η έβδομη

^(*) Παρόμοιοι ρυθμοί που έχουν το πεδίο τους συγκεντρωμένο μέσα στις ρυτιδώσεις έχουν παρατηρηθεί και στο [66], όπου μελετώνται κοίλοι κυματοδηγοί με εγκάρσιες ρυτιδώσεις στο εξωτερικό τοίχωμα. Εκεί χρησιμοποιήθηκε η ονομασία “ρυθμοί κοιλότητας” (“cavity modes”) για αυτούς τους ρυθμούς.



Σχήμα 2.6: Εξάρτηση της ιδιοτιμής χ_{mp} του ρυθμού TE_{mp} της ομοαξονικής κοιλότητας από το λόγο ακτίνων C (όταν $m = 15$, $p = 7$, $l/s = 0.5$) για διάφορα βάθη ρυτίδωσης d/λ_{co} , όπου λ_{co} είναι το μήκος κύματος αποκοπής του ρυθμού $TE_{15,7o}$ της συμβατικής κοιλότητας ($\lambda_{co} = 0.156R_{o,0}$). Η οριζόντια γραμμή βρίσκεται στην ιδιοτιμή $\chi_{15,7o} = 40.365$ του ρυθμού $TE_{15,7o}$ και η διακεκομμένη κάθετη γραμμή στην τιμή $C_c = \chi_{mpo}/|m| = 2.69$ του καυστικού λόγου ακτίνων του ρυθμού $TE_{15,7}$.

ρίζα της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.3.1) είναι ίση με $\chi_{15,7o} = 40.365$, ενώ όταν το C είναι λίγο μικρότερο από 5, η όγδοη ρίζα της χαρακτηριστικής εξίσωσης είναι αυτή που είναι ίση με $\chi_{15,7o} = 40.365$. Ο “εσωτερικός ρυθμός” εμφανίζεται για μεγάλα C (που συνήθως υπερβαίνουν τις τιμές του C της κοιλότητας) και επιπλέον έχει μεγάλες ωμικές απώλειες στο εσωτερικό στέλεχος και μικρά πεδία στη θέση της ηλεκτρονικής δέσμης οπότε δύσκολα μπορεί να διεγερθεί [53]. Για το λόγο αυτό δεν θα μας απασχολήσει περαιτέρω. Αυτό έρχεται σε συμφωνία με το γεγονός ότι ο τρόπος με τον οποίο ονομάσαμε τους ρυθμούς TE_{mp} στην ομοαξονική κοιλότητα ουσιαστικά αγνοεί (“χάνει”) τον “εσωτερικό ρυθμό”. Για παράδειγμα, σε μια κοιλότητα με $4.5 < C < 4.7$ το σχήμα 2.5 υποδεικνύει ότι η καμπύλη ιδιοτιμής του $TE_{15,6}$ είναι η κάτω διακεκομμένη γραμμή ενώ η καμπύλη ιδιοτιμής του $TE_{15,7}$ είναι η άνω εστιγμένη γραμμή. Ο “εσωτερικός ρυθμός” που είναι η έντονη γραμμή μεταξύ των διακεκομμένων δεν έχει όνομα της μορφής TE_{mp} .

Συνοψίζοντας, καταλήγουμε στο σχήμα 2.6 για τις καμπύλες ιδιοτιμής του ρυθμού $TE_{15,7}$. Οι καμπύλες αυτές είναι ποιοτικά ίδιες για κάθε ρυθμό TE_{mp} ($m \neq 0$, $p \geq 2$) της ομοαξονικής κοιλότητας και το σχήμα 2.6 θα χρησιμοποιηθεί ευρέως στις επόμενες ενότητες. Διακρίνουμε δύο είδη καμπύλων, τις μη μονότονες καμπύλες (για $d/\lambda_{co} \approx 0$ ή $d/\lambda_{co} \approx 0.5$) και τις μονότονες καμπύλες αρνητικής κλίσης (για $d/\lambda_{co} \approx 0.25$). Το μήκος κύματος $\lambda_{co} = 2\pi R_{o,0}/\chi_{mpo}$ είναι το μήκος κύματος αποκοπής του ρυθμού TE_{mpo} στην αντίστοιχη συμβατική κοιλότητα ($TE_{15,7o}$). Όλες οι καμπύλες τείνουν, για μεγάλα C , στην ιδιοτιμή χ_{mpo} ($\chi_{15,7o} = 40.365$) του ρυθμού TE_{mpo} . Οι μη μονότονες καμπύλες για

$0.4 < d/\lambda_{co} < 0.5$ παρουσιάζουν ηπιότερες θετικές κλίσεις από τις μη μονότονες καμπύλες για $0 < d/\lambda_{co} < 0.2$. Η καμπύλη για $d/\lambda_{co} = 0.5$ σχεδόν ταυτίζεται με αυτήν για $d/\lambda_{co} = 0$ και η συμπεριφορά των καμπύλων καθώς αυξάνει το βάθος ρυτίδωσης d επαναλαμβάνεται περιοδικά με περίοδο $\lambda_{co}/2$. Στα σχήματα αυτού του τύπου το εύρος των τιμών του C περιορίζεται γύρω από τον καυστικό λόγο ακτίνων $C_c = \chi_{mpo}/|m|$ του ρυθμού διότι αυτή είναι η περιοχή με την περισσότερη πληροφορία. Αυτό με δεδομένο ότι όταν, όπως είπαμε πριν, ο ρυθμός μετατρέπεται σε “εσωτερικό ρυθμό” με την εμφάνιση θετικής κλίσης για $C \gg C_c$ παύει να μας ενδιαφέρει. Έτσι η θετική κλίση για $C > 5$ όταν $0.2 < d/\lambda_{co} < 0.25$ (άνω εστιγμένη γραμμή, σχήμα 2.5) δεν φαίνεται στο σχήμα 2.6.

Προτού κλείσουμε την παράγραφο αυτή, κάνουμε δύο παρατηρήσεις που υπάρχουν στο [55]: Αφενός, σε αντίθεση με την περίπτωση του λείου εσωτερικού στελέχους, οι καμπύλες ιδιοτιμών στην περίπτωση του ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού δεν πλησιάζουν ασυμπτωτικά τον άξονα $C = 1$ αλλά τον τέμνουν σε κάποιο σημείο (διότι, λόγω των ρυτιδώσεων, ο όγκος της κοιλότητας δεν εξαφανίζεται όταν $C = 1$). Αφετέρου, η συμπεριφορά των καμπύλων ιδιοτιμών είναι όντως αυτή που περιγράφηκε, με την προϋπόθεση ότι ισχύει η συνθήκη:

$$d/R_i < l/s \quad (2.3.6)$$

Εάν η (2.3.6) δεν ισχύει, τότε οι καμπύλες ιδιοτιμών δεν πλησιάζουν για $C < C_c$ τον άξονα $C = 1$ μονότονα, αλλά εμφανίζουν κάποια μέγιστα και ελάχιστα καθώς $C \rightarrow 1$. Επειδή, στην περίπτωσή μας είναι $l/s \approx 0.5$ για τεχνικούς λόγους (§2.3.2), έχουμε ήδη δεχθεί ότι ισχύει η (2.3.6) από τη στιγμή που αγνοήσαμε τον κυλινδρικό χαρακτήρα των ρυτιδώσεων στην ενότητα 2.1. Αυτή η προσέγγιση δικαιολογείται ακόμη καλύτερα τώρα, αφού η μελέτη των καμπύλων ιδιοτιμών έδειξε ότι όλα τα φαινόμενα εκδηλώνονται για $0 < d < \lambda/2$. Συνεπώς, για συχνότητες άνω των 100 GHz, το επιλεγόμενο βάθος d των ρυτιδώσεων είναι της τάξης του χιλιοστού ενώ ταυτόχρονα η εσωτερική ακτίνα R_i δεν μπορεί πρακτικά να γίνει μικρότερη από 4-5 χιλιοστά, ειδικά στην περίπτωση που το ομοαξονικό στέλεχος πρέπει να είναι κούφιο για να ψύχεται εσωτερικά με νερό. Με άλλα λόγια, η συνθήκη (2.3.6) ουσιαστικά επιβάλλεται από τεχνικούς λόγους^(*).

Είναι φανερό ότι, για ένα συγκεκριμένο βάθος ρυτίδωσης, οι καμπύλες ιδιοτιμών των διαφόρων ρυθμών στην κοιλότητα έχουν πολλές διαφορετικές μορφές επειδή οι λόγοι d/λ_{co} και C_c είναι διαφορετικοί για κάθε ρυθμό. Όπως θα δούμε στις επόμενες ενότητες, η μορφή της καμπύλης ιδιοτιμής έχει άμεση επίδραση στο συντελεστή ποιότητας του ρυθμού. Έτσι η ομοαξονική κοιλότητα ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού μπορεί να εμφανίσει επιλεκτικότητα ως προς τους ρυθμούς που μπορούν να διεγερθούν από τα ηλεκτρόνια. Η επιλεκτικότητα αυτή είναι εντονότερη τόσο από εκείνη της συμβατικής κοιλότητας, όσο και από εκείνη της ομοαξονικής κοιλότητας λείου εσωτερικού αγωγού (όπου όλες οι καμπύλες ιδιοτιμών έχουν παρόμοια μη μονότονη μορφή).

(*) Αναφέρουμε πάντως ότι η διερεύνηση στο [55], η οποία οδηγεί στην (2.3.6) και στα σχετικά συμπεράσματα περί ενδεχόμενης ταλαντωτικής συμπεριφοράς της καμπύλης ιδιοτιμής για $C \rightarrow 1$, θεωρεί σαν σταθερή παράμετρο το λόγο d/R_i και όχι το λόγο d/R_o όπως εμείς. Η εμπειρία μας από την αριθμητική επίλυση της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.3.1) με σταθερό d/R_o δείχνει ότι η καμπύλη ιδιοτιμής έχει πάντοτε το πολύ ένα ακρότατο (ελάχιστο) ανεξάρτητα από το αν ισχύει η (2.3.6). Η ενδεχόμενη αυστηρή απόδειξη αυτού του γεγονότος με αναλυτική επεξεργασία της (2.3.1) θα αποτελέσει αντικείμενο μελλοντικής έρευνας.

Σε αυτή την παράγραφο ασχοληθήκαμε με σταθερή παράμετρο βάθους ρυτίδωσης d/R_o , πράγμα που θα συνεχίσουμε να κάνουμε και στη συνέχεια. Στο [67] προβλέπεται θεωρητικά ότι η επίδραση ενός μεταβλητού βάθους ρυτίδωσης ($d = d(z)$ στο μεσαίο τμήμα) στη λειτουργία ενός συγκεκριμένου γυροτρονίου έχει κάποια μικρά πλεονεκτήματα, αλλά δεν γίνεται γενικότερη διερεύνηση. Πάντως η συμπεριφορά των καμπύλων ιδιοτιμών στο [67] δεν διαφέρει ποιοτικά από αυτήν που παρουσιάσαμε εδώ, οπότε είναι εύλογο να ελέγξει κανείς την επίδραση του μεταβλητού d σε μια σχεδίαση, αφού πρώτα έχει καταλήξει σε αυτή με βάση τα γενικά συμπεράσματα για σταθερό d . Προφανώς, λόγω της κατασκευαστικής πολυπλοκότητας που εισάγει, το μεταβλητό βάθος ρυτίδωσης είναι ελκυστικό μόνο αν οδηγεί σε σημαντική βελτίωση της λειτουργίας.

2.4 Περιθλαστικός Συντελεστής Ποιότητας

2.4.1 Σχέση περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας και αξονικού προφίλ πεδίου

Ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας (diffractive quality factor) Q_{dif} ενός ρυθμού TE_{mp} στην ομοαξονική κοιλότητα του σχήματος 2.1 ορίστηκε στην §2.2.3 ως

$$Q_{\text{dif}} \triangleq \frac{\omega W_{\text{em}}}{P_{\text{out}}} \quad (2.4.1)$$

όπου W_{em} είναι η μέση αποθηκευμένη Η/Μ ενέργεια του ρυθμού στην κοιλότητα, P_{out} είναι η μέση Η/Μ ισχύς που εξέρχεται από την κοιλότητα λόγω των ανοικτών άκρων της και $\omega = 2\pi f$ είναι η κυκλική συχνότητα του ρυθμού. Ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας προσδιορίζεται αριθμητικά μαζί με τη συχνότητα ω και τη συνάρτηση αξονικού προφίλ $f(z)$ από τη λύση του προβλήματος ιδιοτιμών (2.2.23)-(2.2.26). Μια προσεγγιστική έκφραση για το Q_{dif} μπορεί να προκύψει άμεσα από τον ορισμό (2.4.1). Θεωρώντας ότι ο ρυθμός είναι σε αποκοπή στο τμήμα αποκοπής της κοιλότητας οπότε δεν διαδίδεται κύμα προς τα αριστερά, η εξερχόμενη ισχύς P_{out} πρακτικά ισούται με την ωφέλιμη ισχύ που λαμβάνεται στην επιφάνεια $z = z_{\text{out}}$. Με χρήση του διανύσματος Poynting έχουμε

$$P_{\text{out}} = \iint_{S(z_{\text{out}})} \frac{1}{2} \text{Re} \{ \mathbf{E}(\mathbf{R}, z_{\text{out}}, t) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{R}, z_{\text{out}}, t) \} \cdot \hat{\mathbf{z}} dS \quad (2.4.2)$$

όπου τα πεδία \mathbf{E} και \mathbf{H} του ρυθμού δίνονται από τις (2.2.4)-(2.2.5). Επειδή στην έξοδο της κοιλότητας το πεδίο μοιάζει με κύμα που οδεύει προς τα δεξιά, μπορούμε να προσεγγίσουμε τη συνάρτηση αξονικού προφίλ για $z \approx z_{\text{out}}$ ως εξής:

$$f(z) \cong |f(z_{\text{out}})| \exp \left[-i \int_{z_{\text{out}}}^z k_{\parallel}(z') dz' \right] \quad [\text{όταν } z \approx z_{\text{out}}] \quad (2.4.3)$$

όπου

$$k_{\parallel}(z) \equiv \sqrt{(\omega/c)^2 - k_{\perp}^2(z)} \quad [\text{όταν } \omega/c > k_{\perp}(z)] \quad (2.4.4)$$

ο αξονικός κυματαριθμός του ρυθμού. Συνεπώς $df(z)/dz \cong -ik_{\parallel}(z)f(z)$ όταν $z \approx z_{\text{out}}$. Χρησιμοποιώντας την προσέγγιση αυτή στην (2.2.5) και τη σχέση ορθογωνιότητας (2.2.16), η (2.4.2) για $|V(t)| = V_{\text{max}}$ δίνει^(*)

$$P_{\text{out}} \cong \frac{1}{2} \frac{ck_{\parallel}(z_{\text{out}})}{\omega\zeta_0} V_{\text{max}}^2 |f(z_{\text{out}})|^2 \quad (2.4.5)$$

Από τον ορισμό (2.4.1), με χρήση της (2.4.5) και της έκφρασης (2.2.32) για τη μέση αποθηκευμένη Η/Μ ενέργεια W_{em} , προκύπτει ότι^(**)

$$Q_{\text{dif}} \cong \frac{(\omega/c)^2 \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} |f(z)|^2 dz}{k_{\parallel}(z_{\text{out}}) |f(z_{\text{out}})|^2} \quad (2.4.6)$$

Είναι προφανές ότι ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας εξαρτάται από το αξονικό προφίλ $f(z)$ του ρυθμού. Μάλιστα η (2.4.6) δείχνει ότι όσο μεγαλώνει η τιμή $|f(z_{\text{out}})|$, όσο δηλαδή “ψηλώνει” η ουρά της $f(z)$ (σχήμα 2.2), τόσο μικραίνει το Q_{dif} λόγω της αύξησης των απωλειών περίθλασης του ρυθμού.

2.4.2 Σχέση περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας και καμπύλης ιδιοτιμής

Με τη βοήθεια της (2.4.4) μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα ομάδας $v_g = d\omega/dk_{\parallel}$ του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα:

$$v_g = c\sqrt{1 - (\omega_{\text{cut}}/\omega)^2} \quad (2.4.7)$$

Στο μεσαίο τμήμα της κοιλότητας, το οποίο είναι και το σημαντικότερο διότι εκεί ο TE_{mp} έχει μεγαλύτερο πεδίο, η συχνότητα αποκοπής $\omega_{\text{cut}} = c\chi_{mp}/R_{o,0}$ είναι ανάλογη με την ιδιοτιμή χ_{mp} του ρυθμού. Θεωρούμε μια κοιλότητα ομοιόμορφου εσωτερικού στελέχους για την οποία $\theta_{\text{in}} = 0$ και $R_i(z) = R_{i,0}$, δηλαδή το ομοαξονικό στέλεχος της έχει σταθερή ακτίνα $R_{i,0}$. Έστω ότι στην κοιλότητα αυτή ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας του ρυθμού TE_{mp} έχει την τιμή $Q_{\text{dif,reg}}$. Έστω επίσης ότι η καμπύλη ιδιοτιμής του TE_{mp} παρουσιάζει θετική κλίση στο $C = C_0 = R_{o,0}/R_{i,0}$ που χαρακτηρίζει το μεσαίο τμήμα της κοιλότητας. Θεωρούμε τώρα ότι στο εσωτερικό στέλεχος εισάγεται μια μικρή κλίση $\theta_{\text{in}} > 0$, δηλαδή η ακτίνα του μικραίνει προς το άκρο εξόδου $z = z_{\text{out}}$ ενώ παραμένει $R_i(z_0) = R_{i,0}$. Στο μεσαίο τμήμα αυτής της καινούργιας κοιλότητας ισχύει $d\chi_{mp}/dz = (d\chi_{mp}/dC)(dC/dz) > 0$. Έτσι η συχνότητα αποκοπής αυξάνει με το z , οπότε η ταχύτητα ομάδας του ρυθμού ελαττώνεται προς την έξοδο. Αναμένεται ότι θα ισχύει $Q_{\text{dif}} > Q_{\text{dif,reg}}$ για τον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας Q_{dif} του ρυθμού TE_{mp} στη νέα

(*) Για την επιλογή $|V(t)| = V_{\text{max}}$ παραπέμπουμε στη σχετική υποσημείωση της παραγράφου 2.2.4.

(**) Για την αποφυγή σύγχυσης σημειώνουμε ότι η έκφραση (2.4.6) ισχύει ανεξάρτητα από το αν έχουμε $|V(t)| = V_{\text{max}}$ ή όχι, διότι στην (2.4.1) εμφανίζεται ο λόγος των δύο ποσοτήτων W_{em} και P_{out} οι οποίες είναι αμφότερες ανάλογες του $|V(t)|^2$.

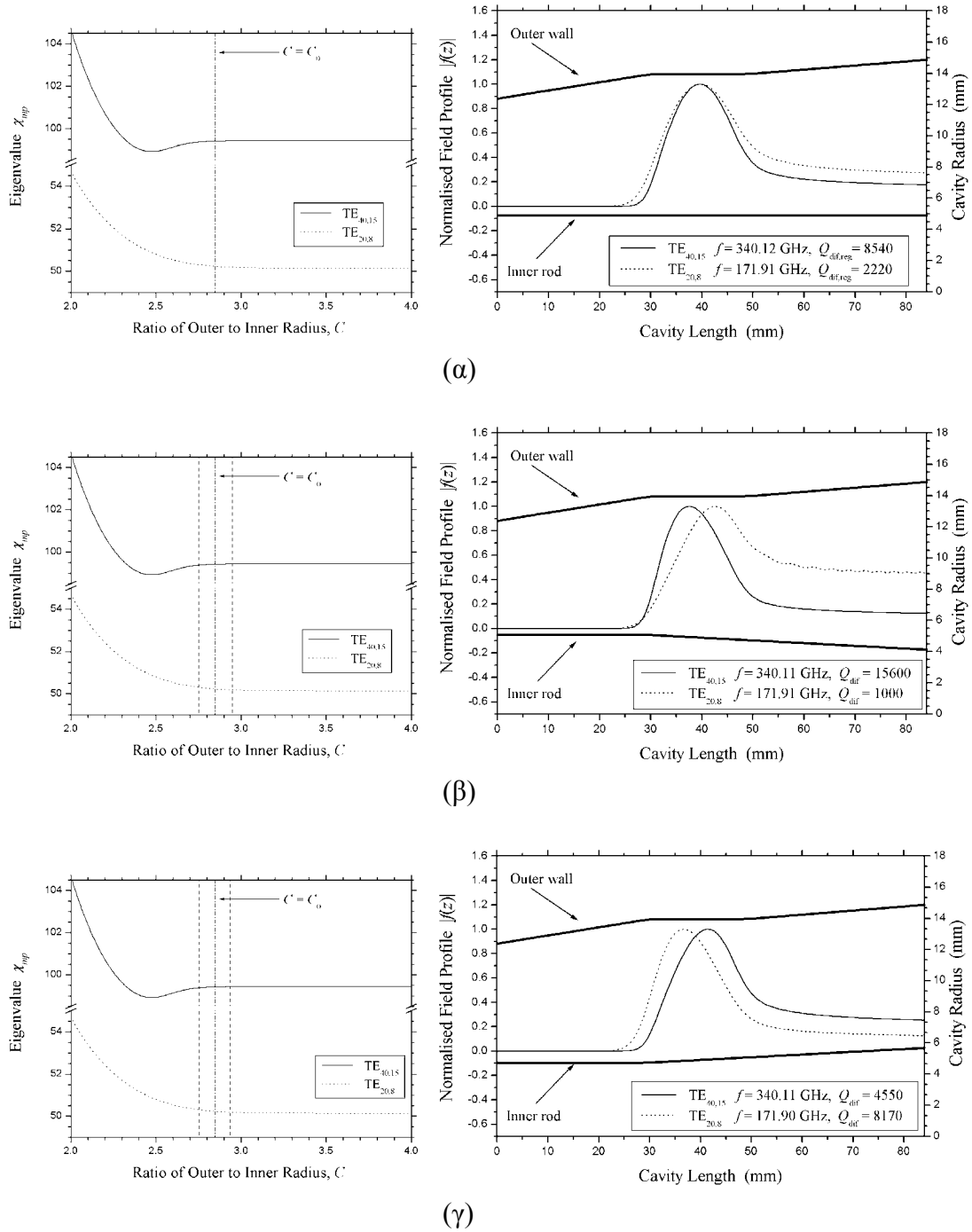
κοιλότητα, διότι ο ρυθμός τείνει τώρα στο να κρατά την ενέργειά του στην κοιλότητα. (Υπενθυμίζουμε ότι δεν λαμβάνουμε υπόψη απώλειες περίθλασης από το άκρο εισόδου $z = z_{in}$, επειδή θεωρούμε ότι ο ρυθμός βρίσκεται σε αποκοπή εκεί.) Αντίστοιχα, για κοιλότητα με $\theta_{in} < 0$, $R_i(z_0) = R_{i,0}$ (εσωτερικός αγωγός με αυξανόμενη ακτίνα προς την έξοδο), περιμένουμε $Q_{dif} < Q_{dif,reg}$ επειδή τώρα η ταχύτητα ομάδας μεγαλώνει προς την έξοδο οπότε και “διευκολύνεται” η απομάκρυνση της ενέργειας του ρυθμού από την κοιλότητα. Προφανώς, τα αντίστροφα συμπεράσματα ισχύουν όταν $[d\chi_{mp}/dC]_{C=C_0} < 0$, δηλαδή όταν η καμπύλη ιδιοτιμής του ρυθμού εμφανίζει αρνητική κλίση στο μέσο του μεσαίου τμήματος. Σύμφωνα με το παραπάνω σκεπτικό, στην περίπτωση $[d\chi_{mp}/dC]_{C=C_0} \cong 0$ (σχεδόν οριζόντια καμπύλη ιδιοτιμής) δεν αναμένεται σημαντική μεταβολή του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας (σε σχέση με την τιμή $Q_{dif,reg}$) όταν το εσωτερικό στέλεχος έχει μεταβλητή ακτίνα.

Τα προηγούμενα επαληθεύονται από το παράδειγμα του σχήματος 2.7. Θεωρούμε μια κοιλότητα με $L_1 = 30$ mm, $L_2 = 19$ mm, $L_3 = 35$ mm, $\theta_1 = 3.0^\circ$, $\theta_3 = 1.5^\circ$, $R_{o,0} = 13.95$ mm, $R_{i,0} = 4.90$ mm. Το εξωτερικό τοίχωμα έχει παραβολικές λειάνσεις μήκους 4.4 mm μεταξύ του τμήματος αποκοπής και του μεσαίου τμήματος και μεταξύ του μεσαίου τμήματος και του τμήματος εξόδου. Ο εσωτερικός αγωγός φέρει 100 διαμήκεις ρυτιδώσεις με βάθος $d = 0.44$ mm και $l/s = 0.5$. Σε αυτή την κοιλότητα μελετάμε τους ρυθμούς $TE_{20,8}$ (με ιδιοτιμή συμβατικής κοιλότητας $\chi_{20,8o} = 50.14$) και $TE_{40,15}$ (με ιδιοτιμή συμβατικής κοιλότητας $\chi_{40,15o} = 99.43$). Το βάθος των ρυτιδώσεων αντιστοιχεί σε λόγο $d/\lambda_{co} = 0.252$ για τον $TE_{20,8}$ και σε λόγο $d/\lambda_{co} = 0.499$ για τον $TE_{40,15}$. Οι καμπύλες ιδιοτιμών των δύο ρυθμών παρουσιάζονται στην αριστερή στήλη του σχήματος 2.7. Η καμπύλη του $TE_{20,8}$ είναι μονότονη με αρνητική κλίση ενώ αυτή του $TE_{40,15}$ είναι μη μονότονη. Η μορφές των καμπύλων είναι σε συμφωνία με τα γενικά συμπεράσματα της §2.3.3 για τις συγκεκριμένες τιμές του λόγου d/λ_{co} (σχήμα 2.6).

Στο σχήμα 2.7α έχουμε την περίπτωση της κοιλότητας με εσωτερικό στέλεχος σταθερής ακτίνας $R_i = R_{i,0} = 4.90$ mm ($\theta_{in} = 0$). Η αριθμητική λύση του προβλήματος (2.2.23)-(2.2.26) [62] δίνει, για τη συγκεκριμένη κοιλότητα, τις συναρτήσεις αξονικού προφίλ, τις συχνότητες και τους περιθλαστικούς συντελεστές ποιότητας των ρυθμών $TE_{20,8}$ και $TE_{40,15}$. Τα μεγέθη αυτά φαίνονται στο σχήμα 2.7α. Το γεγονός ότι ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας του $TE_{40,15}$ είναι περίπου τέσσερις φορές μεγαλύτερος από αυτόν του $TE_{20,8}$ είναι συμβατό με τη σχέση (2.4.6), αφού ο $TE_{40,15}$ έχει σχεδόν διπλάσια συχνότητα από τον $TE_{20,8}$ και οι συναρτήσεις αξονικού προφίλ των δύο ρυθμών δεν είναι πολύ διαφορετικές.

Στο σχήμα 2.7β, η ακτίνα του εσωτερικού αγωγού ελαττώνεται προς την έξοδο με $\theta_{in} = 1^\circ$, διατηρώντας όμως την τιμή $R_i(z_0) = R_{i,0} = 4.90$ mm στο μέσο του μεσαίου τμήματος. Οι τιμές του λόγου C στο μεσαίο τμήμα της κοιλότητας είναι τώρα μεταξύ 2.753 και 2.950 (περιοχή μεταξύ των κάθετων διακεκομμένων γραμμών του αριστερού σχήματος 2.7β). Ο συνδυασμός της αρνητικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής του $TE_{20,8}$ στο μεσαίο τμήμα της κοιλότητας ($d\chi_{mp}/dC < 0$) με την μειούμενη ακτίνα R_i ($dC/dz > 0$), οδηγεί σε συχνότητα αποκοπής που μικραίνει προς τη έξοδο ($d\chi_{mp}/dz < 0$) και συνεπώς σε ταχύτητα ομάδας που μεγαλώνει προς την έξοδο. Η λύση των (2.2.23)-(2.2.26) δίνει την τιμή $Q_{dif} = 1000$, δηλαδή ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας του $TE_{20,8}$ είναι τώρα κατά 55 % μικρότερος από την τιμή $Q_{dif,reg} = 2220$. Αντίθετα, λόγω του συνδυασμού της θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής του $TE_{40,15}$ με το μειούμενο R_i , ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας $Q_{dif} = 15600$ του ρυθμού αυτού είναι κατά 83 % μεγαλύτερος από την τιμή $Q_{dif,reg} = 8540$. Όπως είναι αναμενόμενο, η κατάσταση αντιστρέφεται στο σχήμα 2.7γ όπου παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για εσωτερικό

2.4 Περιθλαστικός Συντελεστής Ποιότητας



Σχήμα 2.7: Εξάρτηση της συνάρτησης αξονικού προφίλ και του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας Q_{dif} των ρυθμών $TE_{20,8}$ και $TE_{40,15}$ από τον τρόπο μεταβολής της ακτίνας του εσωτερικού αγωγού. Οι τιμές του μέτρου της συνάρτησης προφίλ $|f(z)|$, της συχνότητας $f = \omega/2\pi$ και του Q_{dif} , όπως προκύπτουν από τις (2.2.23)-(2.2.26), φαίνονται στη δεξιά στήλη μαζί με τη γεωμετρία κοιλότητας με $L_1 = 30$ mm, $L_2 = 19$ mm, $L_3 = 35$ mm, $\theta_1 = 3.0^\circ$, $\theta_3 = 1.5^\circ$, $R_{o,0} = 13.95$ mm, $R_{i,0} = 4.90$ mm, παραβολικές λειάνσεις εξωτερικού τοιχώματος μήκους 4.4 mm (μεταξύ L_1 , L_2 , και L_2 , L_3), $N = 100$, $d = 0.44$ mm, $l/s = 0.5$. Στην αριστερή στήλη παρουσιάζονται οι καμπύλες ιδιοτιμής των δύο ρυθμών. Μεταξύ των κάθετων διακεκομμένων γραμμών βρίσκονται οι τιμές του C που απαντώνται στο μεσαίο τμήμα της κοιλότητας, ενώ $C_0 = R_{o,0}/R_{i,0} = 2.847$. (α) Εσωτερικός αγωγός σταθερής ακτίνας ($\theta_{in} = 0^\circ$). (β) Εσωτερικός αγωγός μειούμενης ακτίνας προς την έξοδο ($\theta_{in} = 1^\circ$). (γ) Εσωτερικός αγωγός αυξανόμενης ακτίνας προς την έξοδο ($\theta_{in} = -1^\circ$).

στέλεχος αυξανόμενης ακτίνας (όπου $\theta_{in} = -1^\circ$, $R_i(z_0) = R_{i,0} = 4.90$ mm). Ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας $Q_{dif} = 8170$ του ρυθμού $TE_{20,8}$ είναι τώρα 3.7 φορές μεγαλύτερος από την τιμή $Q_{dif,reg} = 2220$, ενώ ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας $Q_{dif} = 4550$ του ρυθμού $TE_{40,15}$ είναι κατά 47 % μικρότερος από την τιμή $Q_{dif,reg} = 8540$

Η επίδραση της κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής και του τρόπου μεταβολής της ακτίνας του εσωτερικού στέλεχους στον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας (που περιγράφηκε και εξηγήθηκε ποιοτικά) μπορεί να γίνει περισσότερο κατανοητή με την εισαγωγή της έννοιας της ισοδύναμης κοίλης κυλινδρικής κοιλότητας [54], [37]. Η ισοδύναμη κοίλη κυλινδρική κοιλότητα είναι μια κοιλότητα χωρίς εσωτερικό στέλεχος και με μεταβαλλόμενη εξωτερική ακτίνα $R_{eq}(z)$ στην οποία απαιτούμε ο ρυθμός TE_{mp} να έχει συχνότητα και συχνότητα αποκοπής ίδιες με αυτές που έχει στο μεσαίο τμήμα της ομοαξονικής κοιλότητας. Αυτό οδηγεί στη συνθήκη

$$R_{eq}(z) = \frac{\chi_{mpo}}{\chi_{mp}(z)} R_{o,0} \quad (2.4.8)$$

Θεωρώντας ήπιες μεταβολές ως προς z , μπορούμε να γραμμικοποιήσουμε την (2.4.8). Γράφουμε $1/[\chi_{mp}(z)] = 1/[\chi_{mp}(z_0) + \Delta\chi_{mp}(z)] \cong [1 - \Delta\chi_{mp}(z)/\chi_{mp}(z_0)]/[\chi_{mp}(z_0)]$. Θέτοντας $C(z) = C_0 + \Delta C(z)$ είναι $\Delta\chi_{mp}(z) \cong \Delta C(z)[d\chi_{mp}/dC]_{C_0}$. Όμως, $C(z) = R_{o,0}/R_i(z) = R_{o,0}/[R_{i,0} + \Delta R_i(z)] \cong C_0[1 - \Delta R_i(z)/R_{i,0}]$, οπότε $\Delta C(z) \cong -C_0\Delta R_i(z)/R_{i,0}$. Τέλος, από το σχήμα 2.1, $\Delta R_i(z) = (z_0 - z)\tan\theta_{in}$. Μετά από αυτά η (2.4.8) γίνεται

$$R_{eq}(z) \cong \frac{\chi_{mpo}}{\chi_{mp,0}} \left[R_{o,0} - \frac{C_0^2}{\chi_{mp,0}} \tan\theta_{in} \frac{d\chi_{mp}}{dC} \Big|_{C=C_0} (z - z_0) \right] \quad (2.4.9)$$

όπου $\chi_{mp,0} \equiv \chi_{mp}(z_0) = \chi_{mp}(C_0)$. Η (2.4.9) δικαιολογεί την προηγουμένως περιγραφείσα εξάρτηση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας από την κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής στο $C = C_0$ και την τιμή της γωνίας κλίσης θ_{in} . Για παράδειγμα, η (2.4.9) για θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής ($d\chi_{mp}/dC > 0$) και εσωτερικό στέλεχος με μειούμενη ακτίνα προς την έξοδο ($\theta_{in} > 0$), δίνει ακτίνα ισοδύναμης κοιλότητας μειούμενη προς την έξοδο, πράγμα που προφανώς σημαίνει αύξηση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας σε σύγκριση με την περίπτωση όπου $d\chi_{mp}/dC = 0$ ή $\theta_{in} = 0$ και η οποία δίνει R_{eq} αμετάβλητο με το z .

Το συμπέρασμα αυτής της παραγράφου είναι ότι ο κατάλληλος σχεδιασμός της ομοαξονικής κοιλότητας μπορεί να επηρεάσει το αξονικό προφίλ και κατά συνέπεια τον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας των ρυθμών της με τέτοιο τρόπο, ώστε άλλοι ρυθμοί να πριμοδοτούνται και να μπορούν να διεγερθούν ευκολότερα από την ηλεκτρονική δέσμη και άλλοι να μην μπορούν να διεγερθούν λόγω πολύ χαμηλού συντελεστή ποιότητας (υψηλού ρεύματος εκκίνησης). Η δυνατότητα αυτή είναι αποφασιστικής σημασίας σε κοιλότητες όπου ο αριθμός των ρυθμών που είναι σε συντονισμό με την ηλεκτρονική δέσμη είναι μεγάλος και όπου πρέπει να εξασφαλιστεί η μονορρυθμική λειτουργία. Η υπεροχή της ομοαξονικής κοιλότητας ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού είναι προφανής αφού η κοιλότητα του συμβατικού γυροτρονίου δεν παρέχει τέτοια δυνατότητα, ενώ η ομοαξονική κοιλότητα χωρίς ρυτιδώσεις περιορίζεται στην ίδια μη μονότονη μορφή της καμπύλης ιδιοτιμής για όλους τους ρυθμούς. Παραδείγματα κατάλληλου σχεδιασμού κοιλότητας θα δούμε σε επόμενα κεφάλαια. Διευκρινίζουμε ότι για να επηρεάσει το εσωτερικό στέλεχος δύο ρυθμούς με τελείως

διαφορετικό τρόπο, δεν είναι απαραίτητο οι ρυθμοί αυτοί να διαφέρουν τόσο πολύ σε συχνότητα όπως οι TE_{20,8} και TE_{40,15} του παραδείγματός μας. Δύο ρυθμοί με κοντινές συχνότητες αλλά διαφορετική καυστική ακτίνα μπορούν επίσης να επηρεαστούν με αντίθετο τρόπο. Έστω, λόγου χάρη, ότι δύο ρυθμοί με παραπλήσια συχνότητα και με μη μονότονες καμπύλες ιδιοτιμής έχουν καυστικές ακτίνες $R_{c1} < R_{c2}$. Αν οι καυστικές ακτίνες δεν είναι πολύ κοντινές και επιλεγεί $R_{c1} < R_{i,0} < R_{c2}$, τότε είναι δυνατό η καμπύλη ιδιοτιμής του πρώτου ρυθμού να εμφανίζει αρνητική κλίση στο μεσαίο τμήμα της κοιλότητας ενώ αυτή του δεύτερου θετική κλίση, πράγμα που θα έχει τις γνωστές διαφορετικές συνέπειες στους περιθλαστικούς συντελεστές ποιότητάς τους.

2.4.3 Καμπύλες του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας

Μετά την ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου, μπορούμε πλέον να αποφανθούμε ποιοτικά για την επίδραση της κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής $d\chi_{mp}/dC$ και της γωνίας κλίσης θ_{in} της ακτίνας του εσωτερικού στελέχους στον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας ενός ρυθμού. Για μια ποσοτική εκτίμηση αυτής της επίδρασης όμως πρέπει κάθε φορά να καταφεύγουμε στην αριθμητική επίλυση του προβλήματος (2.2.23)-(2.2.26) διότι δεν υπάρχει αναλυτικός τύπος που να συνδέει τη μεταβολή του Q_{dif} με τα $d\chi_{mp}/dC$, θ_{in} και τις υπόλοιπες σχετικές παραμέτρους. Παρόλα αυτά μία εκτενής αριθμητική μελέτη (τουλάχιστον για ρυθμούς υψηλής τάξης) της επίδρασης διαφόρων γεωμετριών στο Q_{dif} [54] κατέληξε, με παρεμβολή στα αριθμητικά αποτελέσματα, στον ακόλουθο προσεγγιστικό αναλυτικό τύπο:

$$\frac{Q_{dif}}{Q_{dif,reg}} = \left(1 - \frac{\tau_{irr}}{\tau_o}\right)^3 (0.42e^{-1.67\tau_{irr}} + 0.58e^{-0.36\tau_{irr}}) \quad (2.4.10)$$

όπου

$$\tau_{irr} = -\frac{1}{\pi^2} \left(\frac{L_2}{R_{o,0}}\right)^3 C_0^2 \chi_{mp,0} \left. \frac{d\chi_{mp}}{dC} \right|_{C=C_0} \tan \theta_{in} \quad (2.4.11)$$

$$\tau_o = \frac{1}{\pi^2} \left(\frac{L_2}{R_{o,0}}\right)^3 \chi_{mp,0}^2 \tan \theta_3 \quad (2.4.12)$$

(Επειδή υπάρχουν κάποια τυπογραφικά λάθη στο [54], οι (2.4.10)-(2.4.12) παρουσιάζονται εδώ στην ορθή τους μορφή κατόπιν συνεννοήσεως με τον συγγραφέα του [54].) Η (2.4.10) δίνει $Q_{dif} = Q_{dif,reg}$ όταν $d\chi_{mp}/dC = 0$ ή $\theta_{in} = 0$. Επίσης η (2.4.10) προβλέπει και την εξάρτηση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας από τη γωνία ανοίγματος θ_3 της εξωτερικής ακτίνας στο τμήμα εξόδου.

Παρά το γεγονός ότι η (2.4.10) είναι μια προσεγγιστική σχέση με σχετικά μεγάλο σφάλμα, είναι εντούτοις χρήσιμη για τη σχεδίαση κοιλότητων. Ουσιαστικά η εφαρμογή της απαιτεί γνώση μόνο των καμπύλων ιδιοτιμής και του λόγου $L_2/R_{o,0}$, ο οποίος μπορεί να εκτιμηθεί από το πρώτο κιάλας στάδιο της σχεδίασης όπως θα δούμε σε επόμενα κεφάλαια. Η (2.4.10) δίνει άμεσα μια πρώτη εικόνα για τους περιθλαστικούς συντελεστές ποιότητας των ρυθμών μιας κοιλότητας και μόνο εφόσον αυτή η εικόνα είναι ικανοποιητική πρέπει να προχωρήσει κανείς σε λεπτομερέστερους υπολογισμούς

λύνοντας το πρόβλημα (2.2.23)-(2.2.26). Στα γυροτρόνια μεγάλης ισχύος οι ρυθμοί που έχουν κατάλληλες συχνότητες και καυστικές ακτίνες ώστε να μπορούν να συνεργαστούν με την ηλεκτρονική δέσμη και να ενισχυθούν (ανταγωνιζόμενοι το ρυθμό λειτουργίας) είναι πολλοί. Με την εφαρμογή της (2.4.10) μπορούμε γρήγορα να αποφανθούμε για το ποιοι από αυτούς τους ρυθμούς εμφανίζουν τόσο χαμηλό Q_{dif} που είναι αδύνατο να διεγερθούν. Περιορίζεται έτσι σημαντικά ο αριθμός των ρυθμών προς περαιτέρω μελέτη.

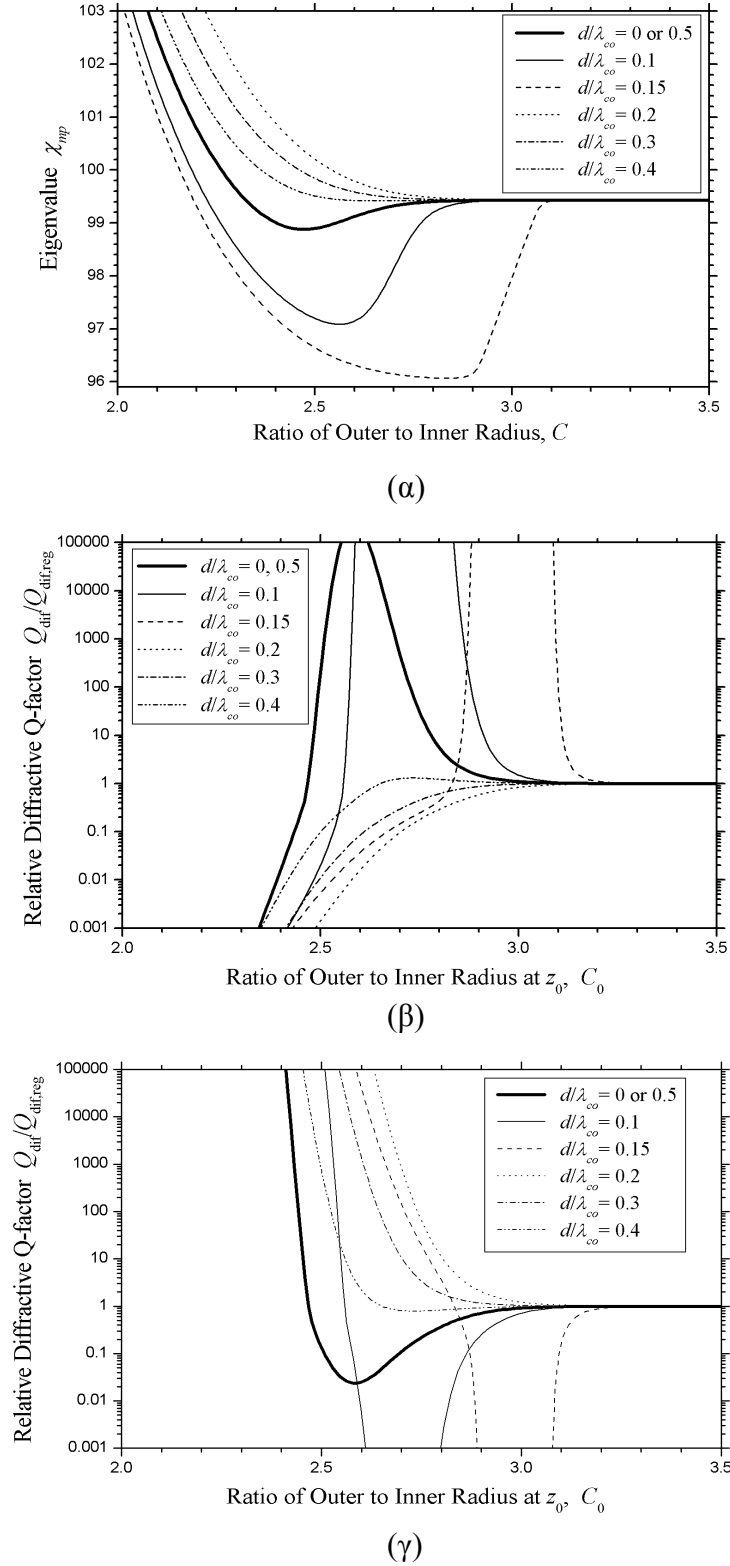
Παράλληλα, με την (2.4.10) μπορούμε να πάρουμε καμπύλες του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας συναρτήσει του λόγου ακτίνων C_0 στο μέσο του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας (αξονική θέση $z = z_0$) και με παραμέτρους το βάθος ρυτίδωσης και τις γωνίες θ_{in} και θ_3 . Τέτοιες καμπύλες εικονίζονται στο σχήμα 2.8 και παρόλο που αφορούν το ρυθμό $TE_{40,15}$ οδηγούν σε γενικά ποιοτικά συμπεράσματα. Ακόμα και για ήπια μεταβολή της εσωτερικής ακτίνας ($|\theta_{\text{in}}| \approx 1^\circ$), μικρές κλίσεις της καμπύλης ιδιοτιμής στο μεσαίο τμήμα αρκούν για να διαφοροποιήσουν σημαντικά το Q_{dif} σε σχέση με την τιμή $Q_{\text{dif,reg}}$. Αυτή είναι π. χ. η περίπτωση της ανεπαίσθητης θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής στο $C \cong 2.7$ όταν $d/\lambda_{co} = 0.4$. Για εντονότερες κλίσεις της καμπύλης ιδιοτιμής, οι μεταβολές του λόγου $Q_{\text{dif}}/Q_{\text{dif,reg}}$ γίνονται εξαιρετικά μεγάλες και πλέον τα αποτελέσματα του προσεγγιστικού τύπου (2.4.10) αποκλίνουν σοβαρά από τα αποτελέσματα του προβλήματος (2.2.23)-(2.2.26). Αυτό όμως δεν μειώνει τη χρησιμότητα της (2.4.10) ως σχεδιαστικού εργαλείου. Για παράδειγμα, αν για ένα ρυθμό η (2.4.10) δώσει $Q_{\text{dif}}/Q_{\text{dif,reg}} \sim 10^{-3}$ ο ρυθμός αυτός σίγουρα δεν μπορεί να διεγερθεί από την ηλεκτρονική δέσμη οπότε δεν ενδιαφέρει πια η ακριβής τιμή του $Q_{\text{dif}}/Q_{\text{dif,reg}}$, η οποία μπορεί να είναι σημαντικά διαφορετική από 10^{-3} αλλά σε καμία περίπτωση αρκετά μεγάλη ώστε να επιτρέπει τη διέγερση του ρυθμού. Αντίστροφα ένας ρυθμός για τον οποίο η (2.4.10) δίνει $Q_{\text{dif}}/Q_{\text{dif,reg}} \sim 10^3$, είναι πιθανός ανταγωνιστής και οφείλουμε να λύσουμε για αυτόν το πρόβλημα (2.2.23)-(2.2.26) ώστε να πάρουμε την πραγματική τιμή του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητάς του.

Όταν η παράμετρος ανομοιογένειας τ_{irr} έχει μικρό μέτρο (μικρά $|d\chi_{mp}/dC|$ και $|\theta_{\text{in}}|$), εκφράζει τη μεταβολή του αξονικού κυματαριθμού $k_{\parallel}(z)$ στο μεσαίο τμήμα της κοιλότητας. Πράγματι, θέτοντας $\Delta k_{\parallel} = k_{\parallel}(z_0 + L_2/2) - k_{\parallel}(z_0 - L_2/2)$ και υποθέτοντας $|\Delta k_{\parallel}/k_{\parallel,0}| \ll 1$, όπου $k_{\parallel,0} \equiv k_{\parallel}(z_0)$, έχουμε ότι $\Delta k_{\parallel} \cong L_2 [dk_{\parallel}/dz]_{z_0}$. Από (2.4.4) προκύπτει ότι $dk_{\parallel}/dz = -(k_{\perp}/k_{\parallel})(dk_{\perp}/dz)$. Επειδή στο μεσαίο τμήμα είναι $k_{\perp} = \chi_{mp}/R_{o,0}$, έχουμε $dk_{\perp}/dz = (d\chi_{mp}/dC)(dC/dz)/R_{o,0}$ με $dC/dz = C^2 \tan\theta_{\text{in}}/R_{o,0}$. Κατά συνέπεια θα είναι $[dk_{\parallel}/dz]_{z_0} = -[k_{\perp}(z_0)/k_{\parallel,0}][d\chi_{mp}/dC]_{C_0} C_0^2 \tan\theta_{\text{in}}/R_{o,0}^2$ οπότε

$$\frac{\Delta k_{\parallel}}{k_{\parallel,0}} \cong \left(\frac{\lambda_{\parallel,0}}{2L_2} \right)^2 \tau_{\text{irr}} \approx \tau_{\text{irr}} \quad (2.4.13)$$

όπου $\lambda_{\parallel,0} \equiv 2\pi/k_{\parallel,0}$. Η δεύτερη προσέγγιση της (2.4.13) ισχύει όταν $\lambda_{\parallel,0} \approx 2L_2$, που είναι μια εύλογη υπόθεση σύμφωνα με το τυπικό προφίλ $f(z)$ του σχήματος 2.2. Επειδή για την εξαγωγή της (2.4.13) υποτέθηκε $|\Delta k_{\parallel}/k_{\parallel,0}| \ll 1$ η ισχύς της περιορίζεται σε μικρές τιμές του $|\tau_{\text{irr}}|$. Δύο ρυθμοί, ακόμη και αν έχουν κοντινές ιδιοτιμές, είναι δυνατό να έχουν αρκετά διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ανομοιογένειας τ_{irr} (ακόμη και τ_{irr} διαφορετικού προσήμου), αρκεί οι καμπύλες ιδιοτιμής τους να έχουν διαφορετική κλίση στο $C = C_0$. Η (2.4.13) δείχνει ότι διαφορετικά τ_{irr} συνεπάγονται διαφορετικά Δk_{\parallel} και επειδή $k_{\parallel}(z) = \text{Re}\{K_{\parallel}(z)\}$ δικαιολογείται το πρόβλημα (2.2.23)-(2.2.26) να δίνει διαφορετικές συναρτήσεις αξονικού προφίλ και διαφορετικούς περιθλαστικούς συντελεστές ποιότητας για τους δύο ρυθμούς.

2.4 Περιθλαστικός Συντελεστής Ποιότητας



Σχήμα 2.8: Εξάρτηση, όπως προκύπτει από τη σχέση (2.4.10), του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας Q_{dif} του ρυθμού $TE_{40,15}$ από το λόγο ακτίνων $C_0 = R_{o,0}/R_{i,0}$ για διάφορα βάθη ρυτιδώσεων. Θεωρείται κοιλότητα με $L_2/R_{o,0} = 1.362$, $\theta_3 = 1.5^\circ$ και $l/s = 0.5$. Το μήκος κύματος αποκοπής λ_{co} αφορά το ρυθμό $TE_{40,15o}$ ($\lambda_{co} = 0.063R_{o,0}$). Η τιμή $Q_{dif,reg}$ του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας αντιστοιχεί στην περίπτωση εσωτερικού αγωγού σταθερής ακτίνας $R_i = R_{i,0}$ ($\theta_{in} = 0^\circ$). (α) Καμπύλες ιδιοτιμής του ρυθμού $TE_{40,15}$. (β) Εξάρτηση του Q_{dif} από το C_0 όταν η ακτίνα του εσωτερικού αγωγού μειώνεται προς την έξοδο ($\theta_{in} = 1^\circ$). (γ) Εξάρτηση του Q_{dif} από το C_0 όταν η ακτίνα του εσωτερικού αγωγού αυξάνει προς την έξοδο ($\theta_{in} = -1^\circ$).

Συμπερασματικά, η επίδραση που έχει η κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής στον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας Q_{dif} ενός ρυθμού συνοψίζεται στα εξής:

- $\theta_{\text{in}} > 0$: Εσωτερικό στέλεχος μειούμενης ακτίνας (Down-tapered inner rod)
 Θετική κλίση καμπύλης ιδιοτιμής $d\chi_{mp}/dC|_{C=C_0} > 0 \rightarrow$ Αυξημένο Q_{dif}
 Αρνητική κλίση καμπύλης ιδιοτιμής $d\chi_{mp}/dC|_{C=C_0} < 0 \rightarrow$ Μειωμένο Q_{dif}
- $\theta_{\text{in}} < 0$: Εσωτερικό στέλεχος αυξανόμενης ακτίνας (Up-tapered inner rod)
 Θετική κλίση καμπύλης ιδιοτιμής $d\chi_{mp}/dC|_{C=C_0} > 0 \rightarrow$ Μειωμένο Q_{dif}
 Αρνητική κλίση καμπύλης ιδιοτιμής $d\chi_{mp}/dC|_{C=C_0} < 0 \rightarrow$ Αυξημένο Q_{dif}

Οι παραπάνω μεταβολές του Q_{dif} εννοούνται σε σχέση με την τιμή $Q_{\text{dif,reg}}$ που είναι η τιμή του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας του ρυθμού στην περίπτωση $\theta_{\text{in}} = 0$ και $R_i = R_{i,0}$. Τα φαινόμενα γίνονται εντονότερα όσο αυξάνει το μέτρο είτε της γωνίας θ_{in} είτε της κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής.

2.5 Ωμική Φόρτιση Τοιχωμάτων και Ωμικός Συντελεστής Ποιότητας

2.5.1 Ωμική φόρτιση τοιχωμάτων

Επειδή στην πράξη τα τοιχώματα της κοιλότητας του σχήματος 2.1 έχουν πεπερασμένη και όχι άπειρη αγωγιμότητα, μέρος της ενέργειας ενός ρυθμού καταναλώνεται εκεί ωμικά. Η ωμική φόρτιση ρ είναι η ισχύς των ωμικών απωλειών ανά μονάδα επιφάνειας του τοιχώματος και οφείλει να βρίσκεται μέσα σε τεχνολογικά αποδεκτά όρια. Αυτό θέτει σοβαρούς περιορισμούς στα γυροτρόνια ισχύος ιδιαίτερα μάλιστα στην περίπτωση όπου επιδιώκεται λειτουργία συνεχούς κύματος [continuous wave (CW) operation]. Με τις συνήθεις μεθόδους ψύξης η ωμική φόρτιση στη λειτουργία συνεχούς κύματος δεν πρέπει να υπερβαίνει τα 3-4 kW/cm² για το εξωτερικό τοίχωμα, ενώ το όριο είναι περίπου έξι με δέκα φορές χαμηλότερο για τον εσωτερικό αγωγό [40], [54], [68], [69]. Ακόμη όμως και αν ο περιορισμός αυτός χαλαρώσει (με παλμική λειτουργία σύντομων παλμών) οι υψηλές ωμικές απώλειες σε κάθε περίπτωση μειώνουν σημαντικά την απόδοση του γυροτρονίου. Έτσι το ζήτημα των ωμικών απωλειών πρέπει να ληφθεί σοβαρά υπόψη κατά τη σχεδίαση. Η ωμική φόρτιση ρ για το ρυθμό TE_{mp} δίνεται από τον τύπο [26]

$$\rho = \frac{1}{2\sigma\delta} |\mathbf{H}_t|^2 \quad (2.5.1)$$

όπου σ είναι η ειδική ηλεκτρική αγωγιμότητα του τοιχώματος, $\delta = [2/(\mu_0\sigma\omega)]^{1/2}$ το πάχος διεύδυσης και \mathbf{H}_t η συνιστώσα του μιγαδικού μαγνητικού πεδίου του ρυθμού η οποία είναι εφαπτομενική στο τοίχωμα.

Όταν ο ρυθμός είναι κοντά στην αποκοπή (περίπτωση που ενδιαφέρει στο γυροτρόνιο) οι εγκάρσιες συνιστώσες του μαγνητικού πεδίου είναι πολύ μικρότερες από την αξονική. (Αυτό φαίνεται από τις (2.2.5)-(2.2.7) όταν $|df(z)/dz| \ll k_{\perp}|f(z)|$.) Με δεδομένη και την ηπιότητα της αξονικής ανομοιογένειας των τοιχωμάτων μπορούμε να προσεγγίσουμε το \mathbf{H}_t για το ρυθμό TE_{mp} ως εξής

$$\mathbf{H}_t \cong \hat{\mathbf{z}}(\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}|_{\partial S}) = -i \frac{c}{\omega \zeta_0} V(t) f(z) e^{i\omega t} k_{\perp}^2 C_{mp} \cdot \begin{cases} \frac{Z_{mp}(\chi_{mp}/C)}{\cos(k_{\perp}d)} e^{-im\Phi_j} \cos(k_{\perp}x) & \text{[I]} \\ Z_{mp}(k_{\perp}R_{\partial S}) e^{-im\Phi} & \text{[II]} \end{cases} \quad (2.5.2)$$

όπου $\mathbf{H}|_{\partial S}$ η τιμή του \mathbf{H} στο σύνορο ∂S της εγκάρσιας διατομής S της κοιλότητας και $R_{\partial S} = R_o, R_i$ κατά περίπτωση. Με χρήση της (2.5.2) και για $|V(t)| = V_{\max}^{(*)}$, η (2.5.1) δίνει αμέσως την επιφανειακή πυκνότητα ισχύος ρ των ωμικών απωλειών στις διάφορες επιφάνειες [53], [54]:

- *Εξωτερικό τοίχωμα*

$$\rho_{\text{out}} = 2\pi^2 \frac{\delta_{\text{out}}}{\zeta_0 \lambda^3} V_{\max}^2 |f(z)|^2 \pi C_{mp}^2 Z_{mp}^2(\chi_{mp}) \quad (2.5.3)$$

- *Εσωτερικός αγωγός*

Κορυφή οδοντώσεων ($R = R_i$):

$$\rho_{\text{in,top}} = 2\pi^2 \frac{\delta_{\text{in}}}{\zeta_0 \lambda^3} V_{\max}^2 |f(z)|^2 \pi C_{mp}^2 Z_{mp}^2(\chi_{mp}/C) \quad (2.5.4)$$

Πυθμένας σχισμών ($R = R_i - d$):

$$\rho_{\text{in,bottom}} = 2\pi^2 \frac{\delta_{\text{in}}}{\zeta_0 \lambda^3} V_{\max}^2 |f(z)|^2 \pi C_{mp}^2 \frac{Z_{mp}^2(\chi_{mp}/C)}{\cos^2(k_{\perp}d)} \quad (2.5.5)$$

Πλευρικές (ακτινικές) επιφάνειες σχισμών ($0 \leq x \leq d$):

$$\rho_{\text{in,radial}} = 2\pi^2 \frac{\delta_{\text{in}}}{\zeta_0 \lambda^3} V_{\max}^2 |f(z)|^2 \pi C_{mp}^2 \frac{Z_{mp}^2(\chi_{mp}/C) \cos^2(k_{\perp}x)}{\cos^2(k_{\perp}d)} \quad (2.5.6)$$

Στις (2.5.3)-(2.5.6) χρησιμοποιήθηκε η συνήθης προσέγγιση $\omega \approx ck_{\perp}$ για ρυθμό κοντά στην αποκοπή. Λόγω της προσέγγισης αυτής οι (2.5.3)-(2.5.6) υπερεκτιμούν ελαφρά τις ωμικές φορτίσεις κατά τον παράγοντα $[\omega/(ck_{\perp})]^4$. Τα πάχη διείσδυσης $\delta_{\text{out}} = [2/(\mu_0 \sigma_{\text{out}} \omega)]^{1/2}$ και $\delta_{\text{in}} = [2/(\mu_0 \sigma_{\text{in}} \omega)]^{1/2}$ αναφέρονται στο εξωτερικό τοίχωμα και στον εσωτερικό αγωγό που έχουν ειδικές ηλεκτρικές αγωγιμότητες σ_{out} και σ_{in} αντίστοιχα, ενώ $\lambda = 2\pi c/\omega \approx 2\pi/k_{\perp}$ είναι το μήκος κύματος ελεύθερου χώρου του ρυθμού TE_{mp} .

Οι μέγιστες τιμές των ωμικών φορτίσεων προκύπτουν με καλή προσέγγιση από τις (2.5.3)-(2.5.6) για $|f(z)| = f_{\max} = 1$, με δεδομένο ότι οι υπόλοιπες συναρτήσεις του z

(*) Για την επιλογή $|V(t)| = V_{\max}$ παραπέμπουμε στη σχετική υποσημείωση της παραγράφου 2.2.4.

είναι αρκετά ηπιότερες από την $f(z)$. Επίσης από τις (2.5.4)-(2.5.6) είναι φανερό ότι η ωμική φόρτιση του πυθμένα των σχισμών είναι πάντοτε μεγαλύτερη από την ωμική φόρτιση στα υπόλοιπα σημεία του εσωτερικού αγωγού. Συνεπώς καταλήγουμε στις ακόλουθες εκφράσεις για τις μέγιστες ωμικές φορτίσεις στο εξωτερικό τοίχωμα και στον εσωτερικό αγωγό:

$$\rho_{\text{peak,out}} = 2\pi^2 \frac{\delta_{\text{out}}}{\zeta_0 \lambda^3} V_{\text{max}}^2 \pi C_{mp}^2 Z_{mp}^2 (\chi_{mp}) \quad (2.5.7)$$

$$\rho_{\text{peak,in}} = 2\pi^2 \sqrt{\sigma_r} \frac{\delta_{\text{out}}}{\zeta_0 \lambda^3} V_{\text{max}}^2 \pi C_{mp}^2 \frac{Z_{mp}^2 (\chi_{mp}/C)}{\cos^2(k_{\perp} d)} \quad (2.5.8)$$

όπου

$$\sigma_r \triangleq \frac{\sigma_{\text{out}}}{\sigma_{\text{in}}} \quad (2.5.9)$$

Στις (2.5.7)-(2.5.8) θεωρούμε ότι οι διάφορες συναρτήσεις του z (C_{mp} , χ_{mp} κλπ) υπολογίζονται στο σημείο $z = z_{f\text{max}}$ όπου $|f(z_{f\text{max}})| = f_{\text{max}} = 1$. Συνήθως βέβαια $z_{f\text{max}} \approx z_0$. Είναι φανερό ότι οι μέγιστες ωμικές φορτίσεις αυξάνουν σημαντικά με τη συχνότητα f . Οι παραπάνω σχέσεις αναπαράγουν το γνωστό αποτέλεσμα $\rho \propto f^{5/2}$ [69]. Επίσης, με βάση την έκφραση (2.2.33) ή (2.2.35) για το πλάτος V_{max} , συνάγουμε ότι για δεδομένη συχνότητα και ισχύ εξόδου η αύξηση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας Q_{dif} οδηγεί σε αύξηση των ωμικών φορτίσεων. Αυτό σημαίνει ότι η αύξηση του Q_{dif} του ρυθμού λειτουργίας μέσω κατάλληλης γεωμετρίας με σκοπό την ευκολότερη διέγερσή του (ενότητα 2.4) πρέπει να γίνεται με ιδιαίτερη προσοχή. Θα επανέλθουμε πολλές φορές σε αυτό το ζήτημα. Στην περίπτωση της κοιλότητας του συμβατικού γυροτρονίου η μέγιστη ωμική φόρτιση του τοιχώματος προκύπτει από την (2.5.7) με χρήση της (2.2.39) και με τις αντικαταστάσεις $\chi_{mp} \rightarrow \chi_{mpo}$, $Z_{mp} \rightarrow J_m$:

$$\rho_{\text{peak,hollow}} = 2\pi^2 \frac{\delta_{\text{out}}}{\zeta_0 \lambda^3} V_{\text{max}}^2 \frac{1}{\chi_{mpo}^2 - m^2} \quad (2.5.10)$$

Για να μελετήσουμε την επίδραση της γεωμετρίας της ομοαξονικής κοιλότητας στις μέγιστες ωμικές φορτίσεις, μπορούμε από τις (2.5.7)-(2.5.8) να φτιάξουμε καμπύλες $\rho_{\text{peak}} = \rho_{\text{peak}}(C)$ για διάφορες τιμές της παραμέτρου βάθους ρυτίδωσης d/R_o , αφού τα χ_{mp} και C_{mp} εξαρτώνται μόνο από τα C , l/s και d/R_o . Επιπλέον, όπως είπαμε πριν, $\omega \approx c\chi_{mp}/R_o$. Με τον τρόπο αυτό όμως, επειδή οι φορτίσεις εξαρτώνται έντονα από τη συχνότητα ω που εξαρτάται από την ιδιοτιμή χ_{mp} , δεν θα έχουμε ξεκάθαρη εικόνα της επίδρασης της γεωμετρίας σε αυτές. Προτιμάμε έτσι, σε αντίθεση με τα [54], [65], να παρουσιάσουμε καμπύλες του ρ_{peak} ως προς το λόγο ακτίνων C , θεωρώντας τη συχνότητα ω ίδια για κάθε C (δηλαδή θεωρώντας σταθερά λ και δ). Αυτό είναι σύμφωνο με τις διαδικασίες σχεδίασης για τον εξής λόγο: Συνήθως η συχνότητα λειτουργίας ω προδιαγράφεται. Επιλέγοντας ένα συγκεκριμένο ρυθμό TE_{mp} και τις παραμέτρους C , l/s και d/R_o προκύπτει από τη χαρακτηριστική εξίσωση (2.2.10) η ιδιοτιμή χ_{mp} . Η σχέση $\omega \approx c\chi_{mp}/R_o$ (ρυθμός κοντά στην αποκοπή) δίνει την εξωτερική ακτίνα R_o , οπότε προκύπτουν και οι τιμές των R_i και d ώστε να αντιστοιχούν στα C και d/R_o που χρησιμοποιήθηκαν στον υπολογισμό του χ_{mp} . Για την υλοποίηση της σχεδίασης με τον

ίδιο ρυθμό αλλά διαφορετικά C , l/s , d/R_o η διαδικασία επαναλαμβάνεται διότι πάντα πρέπει η εξωτερική ακτίνα να επιλέγεται βάσει της ιδιοτιμής ώστε η συχνότητα λειτουργίας να παραμένει στην προδιαγραφόμενη τιμή ω . Με βάση τα παραπάνω εξυπηρετεί η παρουσίαση καμπύλων ως προς C για τις κανονικοποιημένες ποσότητες $\rho_{\text{peak,out}}$ και $\rho_{\text{peak,in}}$:

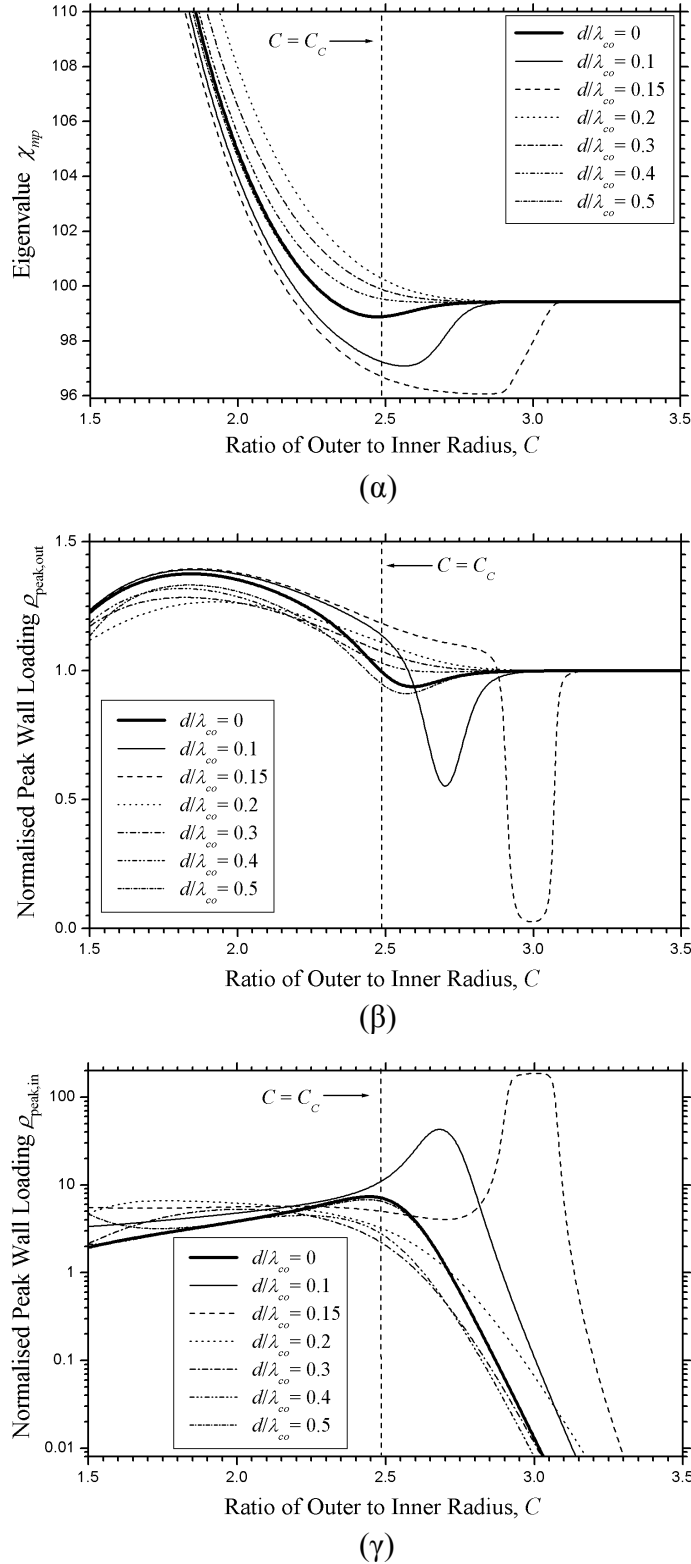
$$\frac{\rho_{\text{peak,out}}}{\rho_{\text{peak,hollow}}} = \frac{\rho_{\text{peak,out}}}{\rho_{\text{peak,hollow}}} = \pi C_{mp}^2 Z_{mp}^2 (\chi_{mp}) (\chi_{mpo}^2 - m^2) \quad (2.5.11)$$

$$\frac{\rho_{\text{peak,in}}}{\rho_{\text{peak,hollow}}} = \frac{\rho_{\text{peak,in}}}{\rho_{\text{peak,hollow}}} = \sqrt{\sigma_r} \frac{\pi C_{mp}^2 Z_{mp}^2 (\chi_{mp}/C)}{\cos^2(k_{\perp} d)} (\chi_{mpo}^2 - m^2) \quad (2.5.12)$$

Για την εξαγωγή των παραπάνω σχέσεων για τις κανονικοποιημένες ωμικές φορτίσεις του ρυθμού TE_{mp} χρησιμοποιήθηκε η (2.5.10), θεωρώντας μια κοιλότητα συμβατικού γυροτρονίου, η οποία έχει την ίδια αγωγιμότητα εξωτερικού τοιχώματος με την ομοαξονική κοιλότητα και στην οποία ο “αντίστοιχος” ρυθμός TE_{mpo} έχει την ίδια συχνότητα ω και πλάτος V_{max} με τον TE_{mp} . Οι καμπύλες $\rho_{\text{peak,out}} = \rho_{\text{peak,out}}(C)$ και $\rho_{\text{peak,in}} = \rho_{\text{peak,in}}(C)$ φαίνονται στο σχήμα 2.9. Αφορούν το ρυθμό $TE_{40,15}$ αλλά επειδή η μορφή τους είναι παρόμοια για όλους του ρυθμούς με $m \neq 0$, $p \geq 2$ οδηγούν σε γενικά συμπεράσματα.

Για μεγάλα C (μικρή ακτίνα εσωτερικού αγωγού), ανεξάρτητα από τις παραμέτρους ρυτίδωσης, η μέγιστη ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος είναι ίδια με αυτήν της συμβατικής κοιλότητας ενώ η ωμική φόρτιση του εσωτερικού αγωγού είναι σχεδόν μηδενική. Αυτό είναι αναμενόμενο διότι στην περίπτωση αυτή ο ρυθμός TE_{mp} έχει την ίδια ιδιοτιμή και κατανομή πεδίων με το ρυθμό TE_{mpo} της συμβατικής κοιλότητας. Καθώς η ακτίνα του εσωτερικού αγωγού αυξάνει (μικρότερα C) ο TE_{mp} επηρεάζεται από αυτόν και διαφοροποιείται από τον TE_{mpo} . Σε όλες τις περιπτώσεις, όταν η εσωτερική ακτίνα R_i υπερβεί την καυστική ακτίνα του TE_{mp} (περιοχή αριστερά από την ευθεία $C = C_c$), η μέγιστη ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος είναι έως 40 % μεγαλύτερη από την τιμή $\rho_{\text{peak,hollow}}$ αλλά η μέγιστη ωμική φόρτιση του εσωτερικού αγωγού έχει πλέον αυξηθεί πολύ και υπερβαίνει σημαντικά την τιμή $\rho_{\text{peak,hollow}}$. Στην περίπτωση που η καμπύλη ιδιοτιμής παρουσιάζει θετική κλίση παρατηρείται ένα ενδιαφέρον φαινόμενο: Στην περιοχή τιμών του C όπου απαντάται η θετική κλίση, η ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος ελαττώνεται ενώ αυτή του εσωτερικού αγωγού αυξάνει. Οι μεταβολές αυτές εντείνονται όσο η θετική κλίση γίνεται πιο απότομη και γίνονται εντυπωσιακές στις περιπτώσεις $d/\lambda_{co} = 0.1, 0.15$. Η συμπεριφορά αυτή εξηγείται από το γεγονός ότι όσο η θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής αυξάνει τόσο περισσότερο ο ρυθμός μοιάζει στον λεγόμενο “εσωτερικό ρυθμό” η καμπύλη ιδιοτιμής του οποίου αποτελείται από τα τμήματα απότομης θετικής κλίσης των καμπύλων των ριζών της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.2.10), τα οποία εμφανίζονται σε μεγάλα C όταν $0.2 < d/\lambda_{co} < 0.25$ (§2.3.3). Ο “εσωτερικός ρυθμός” δεν έχει καμία συγγένεια με τους ρυθμούς της συμβατικής κοιλότητας και έχει τα πεδία του σχεδόν αποκλειστικά συγκεντρωμένα μέσα στις ρυτίδωσεις [53].

Το γενικό συμπέρασμα από το σχήμα 2.9 είναι ότι αν είναι επιθυμητή η λειτουργία συνεχούς κύματος (CW) και ο ρυθμός TE_{mp} είναι ο ρυθμός λειτουργίας του γυροτρονίου τότε, τουλάχιστον στο μεσαίο τμήμα της κοιλότητας, η ακτίνα του εσωτερικού αγωγού δεν πρέπει να υπερβαίνει την καυστική ακτίνα του TE_{mp} και επιπλέον ο λόγος ακτίνων C δεν πρέπει να αντιστοιχεί σε περιοχή έντονης θετικής



Σχήμα 2.9: Εξάρτηση, όπως προκύπτει από τις (2.5.11)-(2.5.12) για $\sigma_r = 1$, της κανονικοποιημένης μέγιστης ωμικής φόρτισης τοιχωμάτων για το ρυθμό $TE_{40,15}$ από το λόγο ακτίνων $C = R_o/R_i$. Εικονίζονται καμπύλες για διάφορα βάθη ρυτιδώσεων με $l/s = 0.5$. Το μήκος κύματος αποκοπής λ_{co} αφορά το ρυθμό $TE_{40,15o}$ ($\lambda_{co} = 0.063R_o$). Η κάθετη διακεκομμένη γραμμή βρίσκεται στον καυστικό λόγο $C_c = 2.486$ του ρυθμού $TE_{40,15}$. (α) Καμπύλες ιδιοτιμής του ρυθμού $TE_{40,15}$. (β) Εξάρτηση από το C της κανονικοποιημένης μέγιστης ωμικής φόρτισης του εξωτερικού τοιχώματος $\rho_{peak,out}$. (γ) Εξάρτηση από το C της κανονικοποιημένης μέγιστης ωμικής φόρτισης του εσωτερικού αγωγού $\rho_{peak,in}$.

κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής του TE_{mp} όταν υπάρχει τέτοια περιοχή. Αυτό προκύπτει διότι το σχήμα 2.9 δείχνει ότι όταν $C < C_c$ είναι $\rho_{\text{peak,in}} > \rho_{\text{peak,out}}$ ενώ σε λειτουργία συνεχούς κύματος το τεχνολογικό όριο ωμικής φόρτισης του εσωτερικού αγωγού είναι 6-10 φορές χαμηλότερο από το αντίστοιχο όριο για την ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος. Αυτό το γεγονός μάλιστα, σε συνδυασμό με το σχήμα 2.9, δείχνει ότι η ανισότητα $R_i < R_c$ δεν πρέπει να ικανοποιείται απλώς οριακά. Για παράδειγμα, για το ρυθμό $TE_{40,15}$ η απαίτηση $\rho_{\text{peak,in}} < 10\rho_{\text{peak,out}}$ οδηγεί στην $R_i < 0.88R_c$.

Παρόλο που οι καμπύλες ιδιοτιμής σχεδόν ταυτίζονται στις περιπτώσεις $d/\lambda_{co} = 0$ και $d/\lambda_{co} = 0.5$ (για τις περιοχές τιμών του σχήματος 2.9α), στις καμπύλες για τις ωμικές φορτίσεις παρουσιάζονται κάποιες διαφορές μεταξύ αυτών των δύο περιπτώσεων. Αυτό οφείλεται αφενός στο ότι οι εκφράσεις (2.5.11)-(2.5.12) περιέχουν το συντελεστή C_{mp} ο οποίος εξαρτάται από τα $C, l/s, d/R_o$ εκπεφρασμένα και όχι μόνο μέσω της ιδιοτιμής χ_{mp} και αφετέρου στο ότι οι καμπύλες ιδιοτιμής διαφοροποιούνται στις δύο περιπτώσεις καθώς $C \rightarrow 1$. Η καμπύλη ιδιοτιμής για $d/\lambda_{co} = 0$ πλησιάζει ασυμπτωτικά την ευθεία $C = 1$, ενώ για $d/\lambda_{co} = 0.5$ την τέμνει σε κάποιο σημείο (§2.3.3, [55]).

Τονίζουμε ότι το σχήμα 2.9 παρουσιάζει, μέσω των παραμέτρων $C, l/s$ και $d/\lambda_{co} \propto d/R_o$, την επίδραση αποκλειστικά και μόνο της γεωμετρίας στις μέγιστες ωμικές φορτίσεις για το ρυθμό TE_{mp} . Επειδή οι καμπύλες του σχήματος είναι ανεξάρτητες από τη συχνότητα και την ισχύ του ρυθμού, που επηρεάζουν άμεσα την απόλυτη τιμή των ωμικών φορτίσεων, παρέχουν γενικότατα συμπεράσματα. Η διαφοροποίηση των ωμικών φορτίσεων στις διάφορες περιπτώσεις αντανακλά αποκλειστικά την εκάστοτε χωρική κατανομή του πεδίου του ρυθμού TE_{mp} όπως την επιβάλλει η γεωμετρία της ομοαξονικής κοιλότητας.

2.5.2 Υπολογισμός και καμπύλες του ωμικού συντελεστή ποιότητας

Ο ωμικός συντελεστής ποιότητας (ohmic quality factor) Q_{ohm} ενός ρυθμού TE_{mp} στην ομοαξονική κοιλότητα ορίστηκε στην §2.2.3 ως

$$Q_{\text{ohm}} \triangleq \frac{\omega W_{\text{em}}}{P_{\text{ohm}}} \quad (2.5.13)$$

όπου $\omega = 2\pi f$ είναι η κυκλική συχνότητα του ρυθμού, W_{em} είναι η μέση αποθηκευμένη Η/Μ ενέργεια του ρυθμού στην κοιλότητα και P_{ohm} είναι η μέση ισχύς που καταναλώνεται ωμικά στα τοιχώματα της κοιλότητας λόγω της πεπερασμένης τους αγωγιμότητας. Για τον υπολογισμό του ωμικού συντελεστή ποιότητας απαιτείται ο υπολογισμός της ισχύος P_{ohm} . Για ένα ρυθμό κοντά στην αποκοπή, το P_{ohm} προκύπτει άμεσα με την ολοκλήρωση των επιφανειακών πυκνοτήτων ισχύος ωμικών απωλειών (2.5.3)-(2.5.6) στις αντίστοιχες επιφάνειες και ακόλουθη άθροιση:

$$P_{\text{ohm}} = 4\pi^3 \frac{\delta_{\text{in}}}{\zeta_0 \lambda^3} V_{\text{max}}^2 \cdot \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} |f(z)|^2 \pi C_{mp}^2 R_o \left\{ \frac{Z_{mp}^2(\chi_{mp})}{\sqrt{\sigma_r}} + \frac{Z_{mp}^2(\chi_{mp}/C)}{C} \left[\left(1 - \frac{l}{s}\right) + \left(\frac{l}{s} + \frac{sw^2}{l}\right) + \left(\frac{d}{s} + \frac{sdw^2}{l^2} + \frac{R_o w}{\chi_{mp} l}\right) \right] \right\} dz \quad (2.5.14)$$

Η (2.5.14), όπως άλλωστε και οι (2.5.3)-(2.5.6), αφορά την περίπτωση $|V(t)| = V_{\max}$ στις εκφράσεις του πεδίου (2.2.4)-(2.2.5). Επίσης $w \equiv w(\chi_{mp})$ ενώ χρησιμοποιήθηκε η σχέση $s = 2\pi R_i/N$. Ο πρώτος όρος της ολοκληρωτέας (που διαιρείται με $\sigma_r^{1/2}$) εκφράζει τις ωμικές απώλειες στο εξωτερικό τοίχωμα ενώ ο δεύτερος όρος τις ωμικές απώλειες στον εσωτερικό αγωγό. Οι τρεις όροι μέσα στην αγκύλη αφορούν κατά σειρά τις συνολικές ωμικές απώλειες στην κορυφή των οδοντώσεων, στον πυθμένα των σχισμών και στις πλευρικές επιφάνειες των σχισμών. Ο ωμικός συντελεστής ποιότητας Q_{ohm} του ρυθμού TE_{mp} προκύπτει από την (2.5.13) με χρήση των (2.2.32) και (2.5.14)^(*):

$$Q_{\text{ohm}} = \frac{\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} |f(z)|^2 dz}{\delta_{\text{out}} \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} |f(z)|^2 \pi C_{mp}^2 R_o \left\{ Z_{mp}^2(\chi_{mp}) + \sqrt{\sigma_r} Z_{mp}^2 \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right) \left[\frac{1+(s/l)w^2}{C} + \frac{N}{2\pi} \left[\frac{d}{R_o} \left[1 + \left(\frac{s}{l} w \right)^2 \right] + \frac{(s/l)w}{\chi_{mp}} \right] \right] \right\} dz} \quad (2.5.15)$$

Η σχέση (2.5.15) είναι γραμμένη με τρόπο που να φαίνονται οι σταθερές παράμετροι ρυτίδωσης l/s και $d/R_o = (2\pi/\chi_{mpo})d/\lambda_{co}$, οι οποίες εμφανίζονται και στις εκφράσεις (2.2.11) και (2.2.15) για τα w και C_{mp} αντίστοιχα. Λόγω της ήπιας αξονικής ανομοιογένειας της κοιλότητας, τα R_o , R_i και C και κατά συνέπεια τα μεγέθη χ_{mp} , w και C_{mp} είναι ήπιες συναρτήσεις του z . Επειδή η συνάρτηση προφίλ $f(z)$ έχει μικρό μέτρο έξω από το μεσαίο τμήμα της κοιλότητας, αναμένεται ότι η κύρια συνεισφορά στο ολοκλήρωμα του παρονομαστή της (2.5.15) θα προέρχεται από το μεσαίο τμήμα. Μπορούμε έτσι να καταλήξουμε σε μια απλούστερη προσεγγιστική έκφραση για τον ωμικό συντελεστή ποιότητας αντικαθιστώντας τις ήπια αξονικά μεταβαλλόμενες ποσότητες R_o , C , χ_{mp} , w και C_{mp} με την τιμή τους στο μέσο του μεσαίου τμήματος δηλαδή στο $z = z_0$:

$$Q_{\text{ohm}} \cong \frac{Z_{mp}^2(\chi_{mp,0}) [\chi_{mp,0}^2 - m^2] + Z_{mp}^2 \left(\frac{\chi_{mp,0}}{C_0} \right) \left\{ m^2 - \left(\frac{\chi_{mp,0}}{C_0} \right)^2 (1+w_0^2) + \frac{\chi_{mp,0}}{C_0} \left[w_0 + \chi_{mp,0} \frac{d}{R_o} \left(\frac{l}{s} + \frac{s}{l} w_0^2 \right) \right] \right\}}{\left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \delta_{\text{out}} R_{o,0} \left\{ Z_{mp}^2(\chi_{mp,0}) + \sqrt{\sigma_r} Z_{mp}^2 \left(\frac{\chi_{mp,0}}{C_0} \right) \left[\frac{1+(s/l)w_0^2}{C_0} + \frac{N}{2\pi} \left[\frac{d}{R_o} \left[1 + \left(\frac{s}{l} w_0 \right)^2 \right] + \frac{(s/l)w_0}{\chi_{mp,0}} \right] \right] \right\}} \quad (2.5.16)$$

Στην (2.5.16) χρησιμοποιήθηκε η (2.2.15) για το C_{mp} , ενώ $w_0 \equiv w(\chi_{mp,0})$.

Στην περίπτωση που ο εσωτερικός αγωγός δεν φέρει ρυτιδώσεις, οι επιφανειακές πυκνότητες ισχύος ωμικών απωλειών για το εξωτερικό τοίχωμα και τον εσωτερικό αγωγό δίνονται από τις (2.5.3)-(2.5.4). Με κατάλληλες ολοκληρώσεις στις αντίστοιχες επιφάνειες προκύπτει η τιμή του P_{ohm} και ακολούθως ο ωμικός συντελεστής ποιότητας. Με συλλογισμούς ανάλογους με αυτούς που οδήγησαν στην (2.5.16) και χρήση της (2.2.37), έχουμε την ακόλουθη προσεγγιστική έκφραση για το Q_{ohm} όταν ο εσωτερικός αγωγός είναι λείος [37]:

^(*) Πρέπει να ξεκαθαρίσουμε ότι επειδή γενικά τα W_{em} και P_{ohm} είναι και τα δύο ανάλογα του $|V(t)|^2$, η σχέση (2.5.15) για τον ωμικό συντελεστή ποιότητας ισχύει για οποιοδήποτε $V(t)$ παρόλο που την εξάγαμε για την ειδική περίπτωση $|V(t)| = V_{\max}$.

$$Q_{\text{ohm,smooth}} \cong \frac{Z_{mp}^2(\chi_{mp,0})[\chi_{mp,0}^2 - m^2] - Z_{mp}^2\left(\frac{\chi_{mp,0}}{C_0}\right)\left[\left(\frac{\chi_{mp,0}}{C_0}\right)^2 - m^2\right]}{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \delta_{\text{out}} R_{o,0} \left[Z_{mp}^2(\chi_{mp,0}) + \frac{\sqrt{\sigma_r}}{C_0} Z_{mp}^2\left(\frac{\chi_{mp,0}}{C_0}\right) \right]} \quad (2.5.17)$$

Η (2.5.17) μπορεί να προκύψει και από την (2.5.16) για $d=0$, όπως αναμένεται. Σημειώνουμε όμως ότι η (2.5.16) δεν καταλήγει στην (2.5.17) για $l \rightarrow 0$ όταν $d \neq 0$. Ο λόγος είναι ότι όταν $l \rightarrow 0$ με $d \neq 0$ “εξαφανίζονται” μεν οι πυθμένες των ρυτιδώσεων αλλά όχι και οι πλευρικές τους επιφάνειες^(*).

Για την κοιλότητα του συμβατικού γυροτρονίου, η επιφανειακή πυκνότητα ισχύος ωμικών απωλειών για το εξωτερικό τοίχωμα δίνεται από την (2.5.3) με τις γνωστές αντικαταστάσεις $\chi_{mp} \rightarrow \chi_{mpo}$ και $Z_{mp} \rightarrow J_m$ και με C_{mp} από την (2.2.39). Ο ωμικός συντελεστής ποιότητας μπορεί να προκύψει είτε με απευθείας υπολογισμό, είτε από την (2.5.15) ή (2.5.16) για $C \rightarrow \infty$ (οπότε $\chi_{mp} \rightarrow \chi_{mpo}$ και $d/R_o \rightarrow 0$) και έχει την έκφραση:

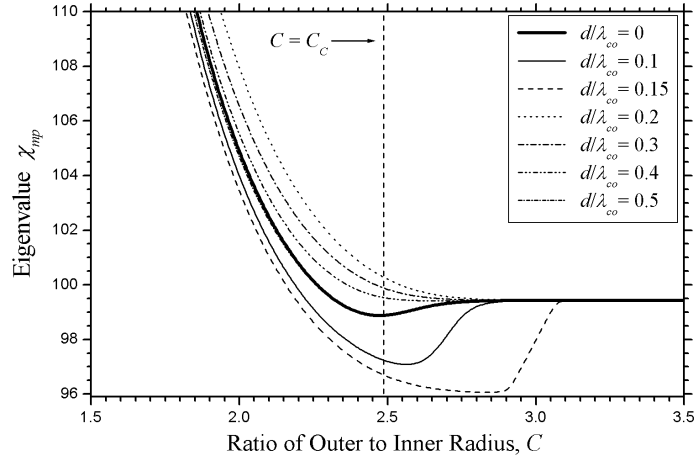
$$Q_{\text{ohm,hollow}} = \frac{\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 (\chi_{mpo}^2 - m^2) \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} |f(z)|^2 dz}{\delta_{\text{out}} \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} |f(z)|^2 R_o dz} \cong \frac{\chi_{mpo}^2 - m^2}{(\omega/c)^2 \delta_{\text{out}} R_{o,0}} \quad (2.5.18)$$

Οι σχέσεις (2.5.15)-(2.5.18) δείχνουν ότι το Q_{ohm} μειώνεται με την αύξηση της συχνότητας όντας ανάλογο του $\omega^{-3/2}$. Όπως και στην περίπτωση των ωμικών φορτίσεων, για να μελετήσουμε την επίδραση της γεωμετρίας στον ωμικό συντελεστή ποιότητας του ρυθμού TE_{mp} , χρησιμοποιούμε τις (2.5.16) και (2.5.18) για τη σχεδίαση παραμετρικών καμπύλων της ποσότητας $Q_{\text{ohm}}/Q_{\text{ohm,hollow}}$ ως προς C_0 για διάφορες τιμές της παραμέτρου $d/R_o = (2\pi/\chi_{mpo})d/\lambda_{co}$. Το $Q_{\text{ohm,hollow}}$ αναφέρεται σε κοιλότητα συμβατικού γυροτρονίου με αγωγιμότητα εξωτερικού τοιχώματος ίδια με αυτήν του εξωτερικού τοιχώματος της ομοαξονικής κοιλότητας και όπου ο ρυθμός TE_{mpo} έχει την ίδια συχνότητα με τον TE_{mp} της ομοαξονικής κοιλότητας. Η απαίτηση ίδιας συχνότητας στις δύο κοιλότητες συνεπάγεται ότι πρέπει να ισχύει $R_{o,0,\text{coax}}/R_{o,0,\text{hollow}} \cong \chi_{mp,0}/\chi_{mpo}$ επειδή οι δύο ρυθμοί είναι κοντά στην αποκοπή. Μετά από αυτά, στο σχήμα 2.10 παρουσιάζουμε παραμετρικές καμπύλες της ποσότητας

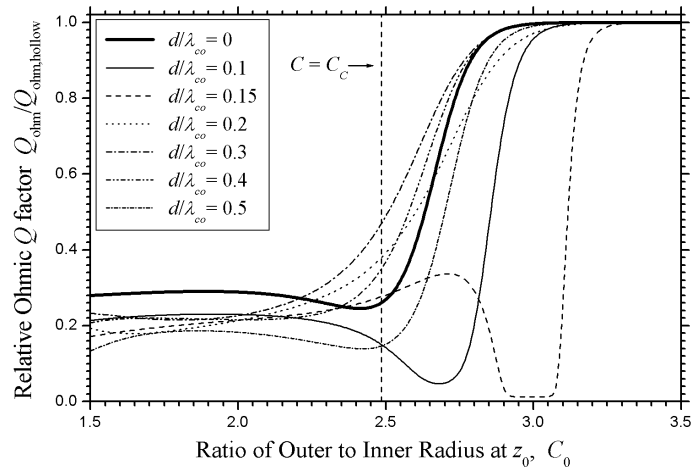
$$Q_{\text{ohm}} = \frac{Z_{mp}^2(\chi_{mp,0})[\chi_{mp,0}^2 - m^2] + Z_{mp}^2\left(\frac{\chi_{mp,0}}{C_0}\right) \left\{ m^2 - \left(\frac{\chi_{mp,0}}{C_0}\right)^2 (1+w_0^2) + \frac{\chi_{mp,0}}{C_0} \left[w_0 + \chi_{mp,0} \frac{d}{R_o} \left(\frac{l}{s} + \frac{s}{l} w_0^2 \right) \right] \right\}}{\left(\chi_{mpo}^2 - m^2\right) \frac{\chi_{mp,0}}{\chi_{mpo}} \left\{ Z_{mp}^2(\chi_{mp,0}) + \sqrt{\sigma_r} Z_{mp}^2\left(\frac{\chi_{mp,0}}{C_0}\right) \left[\frac{1+(s/l)w_0^2}{C_0} + \frac{N}{2\pi} \left[\frac{d}{R_o} \left[1 + \left(\frac{s}{l} w_0\right)^2 \right] + \frac{(s/l)w_0}{\chi_{mp,0}} \right] \right] \right\}} \quad (2.5.19)$$

Οι καμπύλες αφορούν το ρυθμό $TE_{40,15}$ αλλά η συμπεριφορά είναι παρόμοια για όλους τους ρυθμούς με $m \neq 0$, $p \geq 2$, οπότε τα συμπεράσματα από το σχήμα 2.10 είναι γενικά. Ο αριθμός των ρυτιδώσεων N τέθηκε ίσος με 100 (ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη

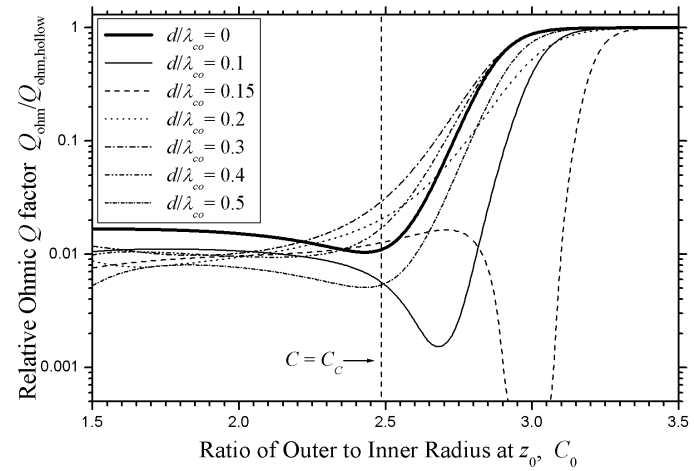
^(*) Παραπέμπουμε και στη σχετική υποσημείωση στην παράγραφο 2.2.5.



(α)



(β)



(γ)

Σχήμα 2.10: Εξάρτηση, όπως προκύπτει από την (2.5.19), του σχετικού ωμικού συντελεστή ποιότητας του ρυθμού $TE_{40,15}$ από το λόγο ακτίνων $C_0 = R_{o,0}/R_{i,0}$. Εικονίζονται καμπύλες για διάφορα βάθη ρυτιδώσεων με $l/s = 0.5$ και $N = 100$. Το μήκος κύματος αποκοπής λ_{co} αφορά το ρυθμό $TE_{40,15o}$ ($\lambda_{co} = 0.063R_o$). Η κάθετη διακεκομμένη γραμμή βρίσκεται στον καυστικό λόγο $C_c = 2.486$ του ρυθμού $TE_{40,15}$. (α) Καμπύλες ιδιοτιμής του ρυθμού $TE_{40,15}$. (β) Εξάρτηση από το C_0 του σχετικού ωμικού συντελεστή ποιότητας για εσωτερικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας ($\sigma_r = 1$). (γ) Εξάρτηση από το C_0 του σχετικού ωμικού συντελεστή ποιότητας για εσωτερικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας ($\sigma_r = 1000$).

$N > 2|m|$ που απαιτεί το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης). Δεν γίνεται διερεύνηση για άλλες τιμές του N , διότι η αύξηση του αριθμού των ρυτιδώσεων οδηγεί απλά σε μείωση του Q_{ohm} λόγω της αύξησης του συνολικού εμβαδού των πλευρικών επιφανειών των σχισμών, η οποία και συνοδεύεται από αύξηση των ωμικών απωλειών. Αυτό προκύπτει και από την (2.5.15) επειδή μπορεί ναδειχθεί ότι η ποσότητα μέσα στην αγκύλη που πολλαπλασιάζει το N είναι πάντοτε θετική.

Στις καμπύλες του σχήματος 2.10β το εσωτερικό ομοαξονικό στέλεχος έχει αγωγιμότητα όση και το εξωτερικό τοίχωμα ($\sigma_r = \sigma_{\text{out}}/\sigma_{\text{in}} = 1$). Όπως είναι αναμενόμενο, όταν η ακτίνα του εσωτερικού αγωγού είναι μικρή (μεγάλα C), ο ωμικός συντελεστής ποιότητας του TE_{mp} στην ομοαξονική κοιλότητα έχει την ίδια τιμή με τον ωμικό συντελεστή ποιότητας του TE_{mpro} στη συμβατική κοιλότητα διότι το εσωτερικό στέλεχος δεν επηρεάζει τον TE_{mp} . Καθώς η εσωτερική ακτίνα μεγαλώνει, ο TE_{mp} αρχίζει να επηρεάζεται από την παρουσία του εσωτερικού αγωγού, οπότε οι ωμικές απώλειες σε αυτόν αυξάνουν και το Q_{ohm} ελαττώνεται. Όταν η ακτίνα του εσωτερικού στελέχους υπερβεί την καυστική ακτίνα του ρυθμού, ο ωμικός συντελεστής ποιότητας έχει σε κάθε περίπτωση τιμές μικρότερες από το 40 % του $Q_{\text{ohm,hollow}}$. Όταν το C_0 αντιστοιχεί σε περιοχή θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής, τότε ο ωμικός συντελεστής ποιότητας παρουσιάζει σημαντική μείωση η οποία γίνεται εντονότερη όσο αυξάνει η θετική κλίση. Στην περίπτωση μάλιστα $d/\lambda_{co} = 0.15$, η ελάττωση του Q_{ohm} όταν $C_0 \approx 3$, παρόλο που $3 > C_c$, είναι πολύ μεγαλύτερη από ότι όταν $C_0 < C_c$. Αυτό οφείλεται στο ότι σε αυτή την περιοχή παραμέτρων ο ρυθμός μοιάζει πολύ με τον “εσωτερικό ρυθμό” ο οποίος έχει το πεδίο του συγκεντρωμένο στις ρυτιδώσεις. Αντίστοιχο φαινόμενο περιγράφηκε και στην προηγούμενη παράγραφο για την ωμική φόρτιση του εσωτερικού τοιχώματος. Γενικά η συμπεριφορά του ωμικού συντελεστή ποιότητας στο σχήμα 2.10β είναι σε συμφωνία με τη συμπεριφορά των μέγιστων ωμικών φορτίσεων στο σχήμα 2.9. Όπως και εκεί, η διαφοροποίηση των καμπύλων στις περιπτώσεις $d=0$ και $d/\lambda_{co} = 0.5$ (παρά την ομοιότητα των καμπύλων ιδιοτιμών) οφείλεται στην εκπεφρασμένη εξάρτηση του σχετικού ωμικού συντελεστή ποιότητας από τις γεωμετρικές παραμέτρους N , C , l/s και d/R_o και στη διαφοροποίηση των καμπύλων ιδιοτιμών για $C \rightarrow 1$. Άλλωστε, όταν $d/\lambda_{co} = 0.5$ η εσωτερική επιφάνεια αυξάνει σε σχέση με την περίπτωση του λείου εσωτερικού αγωγού κατά τις πλευρικές επιφάνειες των ρυτιδώσεων. Είναι έτσι αναμενόμενη η μείωση του Q_{ohm} .

Στο σχήμα 2.10γ εξετάζεται η περίπτωση $\sigma_r = \sigma_{\text{out}}/\sigma_{\text{in}} = 1000$, δηλαδή η περίπτωση όπου η αγωγιμότητα του εσωτερικού στελέχους είναι περιορισμένη (π. χ. στέλεχος από ανθρακοπυρίτιο, SiC). Οι μορφή των καμπύλων του σχετικού ωμικού συντελεστή ποιότητας είναι η ίδια με το σχήμα 2.10β αλλά τώρα οι παρατηρούμενες μειώσεις στο Q_{ohm} είναι εξαιρετικά μεγαλύτερες. Μπορούμε με ασφάλεια να πούμε ότι για ένα ρυθμό TE_{mp} για τον οποίο $C_0 < C_c$, ο ωμικός συντελεστής ποιότητας είναι τόσο χαμηλός που ο ολικός συντελεστής ποιότητας καθορίζεται πλέον από αυτόν (και όχι από το Q_{dif}) και όντας εξίσου χαμηλός καθιστά τη διέγερση του ρυθμού από την ηλεκτρονική δέσμη πρακτικά αδύνατη. Στην περίπτωση του εσωτερικού στελέχους υψηλής αγωγιμότητας κάτι τέτοιο μπορεί να συμβεί μόνο όταν ο ρυθμός τείνει να γίνει “εσωτερικός ρυθμός” με έντονη θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής του στο C_0 .

Τα κύρια συμπεράσματα από το σχήμα 2.10 είναι ότι αφενός ένα εσωτερικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας είναι σε θέση να καταπιέσει τους ρυθμούς που έχουν καυστική ακτίνα μικρότερη από την ακτίνα του, και αφετέρου ότι ο συντελεστής ποιότητας ενός ρυθμού με τη μορφή “εσωτερικού ρυθμού” είναι πολύ χαμηλός. Το τελευταίο, σε συνδυασμό με το ότι ο “εσωτερικός ρυθμός” έχει πολύ ασθενή πεδία στην περιοχή των ηλεκτρονίων (αφού το πεδίο του είναι συγκεντρωμένο στις ρυτιδώσεις),

δείχνει ότι ένας τέτοιος ρυθμός δεν μπορεί να διεγερθεί από την ηλεκτρονική δέσμη. Άρα ο “εσωτερικός ρυθμός” γενικά δεν μας απασχολεί, όπως ήδη σχολιάσαμε στην ενότητα 2.3. Επίσης είναι φανερό ότι η ομοαξονική κοιλότητα (ιδιαίτερα με εσωτερικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας) παρέχει τη δυνατότητα της επίδρασης στους συντελεστές ποιότητας των ρυθμών της μέσω του ωμικού μέρους τους Q_{ohm} , επιπρόσθετα από τη δυνατότητα επίδρασης σε αυτούς μέσω του περιθλαστικού μέρους τους Q_{dif} , η οποία σχολιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα.

Επειδή, όπως θα δούμε στο κεφάλαιο 6 και όπως αναφέρεται στα [54], [52], η χρήση εσωτερικού στελέχους περιορισμένης αγωγιμότητας είναι σε κάποιες περιπτώσεις ελκυστική, οφείλουμε κάποιο σχόλιο σχετικά με την ισχύ της αναπαράστασης πεδίων που χρησιμοποιούμε. Το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο στην ενότητα 2.2 και η χαρακτηριστική εξίσωση (2.2.10) προέκυψαν με την παραδοχή τέλεια αγωγίων τοιχωμάτων. Οι εκφράσεις συνεχίζουν να ισχύουν με πολύ καλή προσέγγιση και για τοιχώματα πεπερασμένης αγωγιμότητας, με την προϋπόθεση ότι μπορεί να αγνοηθεί το ρεύμα μετατόπισης, δηλαδή όταν ισχύει $\sigma \gg \omega \epsilon_0$. Στην πράξη, για το εσωτερικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας (π. χ. χαλκός) είναι $\sigma_{in} \sim 10^7$ S/m ενώ για το εσωτερικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας είναι $\sigma_{in} \sim 10^4$ S/m. Σε κάθε περίπτωση, για συχνότητες μικρότερες του 1 THz, η συνθήκη $\sigma \gg \omega \epsilon_0$ ικανοποιείται. Έτσι η αναπαράσταση των πεδίων στην ενότητα 2.2 παραμένει ορθή και οι ωμικές απώλειες μπορούν να υπολογιστούν εκ των υστέρων με χρήση της (2.5.1) [26]. Ένα άλλο ζήτημα είναι η αναμενόμενη μείωση της συχνότητας λόγω ωμικών απωλειών. Η συχνότητα ω του ρυθμού στην ενότητα 2.2 υπολογίζεται για τέλεια αγωγή τοιχωμάτων. Λόγω των ωμικών απωλειών η συχνότητα μικραίνει και γίνεται ίση με $\omega' = \omega(1 - 1/Q_{ohm})^{1/2}$ [55], [26]. Θα αγνοούμε τη μεταβολή αυτή και θα θεωρούμε $\omega' = \omega$ διότι συνήθως είναι $Q_{ohm} \sim 100000$ στην πράξη. Ακόμη και στην περίπτωση εσωτερικού στελέχους περιορισμένης αγωγιμότητας είναι πάντα $Q_{ohm} > 100$, πράγμα που οδηγεί μόνο σε 0.5 % διαφορά μεταξύ των ω , ω' . Άλλωστε ένας ρυθμός με τόσο χαμηλό Q_{ohm} δεν μπορεί να διεγερθεί από την ηλεκτρονική δέσμη πρωτίστως λόγω υψηλού ρεύματος εκκίνησης, οπότε η ακρίβεια της τάξης του 0.5 % στην τιμή της συχνότητάς του δεν ενδιαφέρει.

Τελειώνοντας, σημειώνουμε ότι στις σχέσεις αυτής της ενότητας φαίνεται να υπάρχει ανωμαλία για $d/\lambda_{co} \approx 0.25$ λόγω του απειρισμού του όρου $1/\cos(k_{\perp}d)$ και της κανονικοποιημένης επιφανειακής εμπέδησης w . Τόσο όμως το $1/\cos(k_{\perp}d)$ όσο και το w πολλαπλασιάζονται πάντα επί το $Z_{mp}(\chi_{mp}/C)$ το οποίο έχει πολύ μικρό μέτρο όταν $d/\lambda_{co} \approx 0.25$. Λόγω αυτού του γεγονότος, που είναι προφανές από τη μορφή (2.2.13) της χαρακτηριστικής εξίσωσης, η διαφαινόμενη ανωμαλία αίρεται. Η (2.2.13) υποδεικνύει ότι κάνοντας τις αντικαταστάσεις $Z_{mp}(\chi_{mp}/C)/\cos(k_{\perp}d) = -(s/l)Z'_{mp}(\chi_{mp}/C)/\sin(k_{\perp}d)$ και $wZ_{mp}(\chi_{mp}/C) = -Z'_{mp}(\chi_{mp}/C)$ πιθανά αριθμητικά προβλήματα αποφεύγονται.

3. ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΡΥΘΜΩΝ TE ΚΑΙ ΔΕΣΜΗΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΩΝ ΣΕ ΟΜΟΑΞΟΝΙΚΗ ΚΟΙΛΟΤΗΤΑ

Ο μηχανισμός αλληλεπίδρασης των ηλεκτρονίων με το υψίσυχνο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο στην κοιλότητα του γυροτρονίου έχει μελετηθεί εκτενώς, ιδιαίτερα σε ό,τι αφορά το συμβατικό γυροτρόνιο ([28], [70] και σχετικές αναφορές). Οι κυρίαρχες μέθοδοι μελέτης του προβλήματος είναι η κινητική θεωρία (με την οποία συνήθως εξάγονται συμπεράσματα για την περιοχή ασθενούς σήματος) και η απευθείας αριθμητική ολοκλήρωση των εξισώσεων κίνησης των σωματιδίων (η οποία δίνει αποτελέσματα τόσο στην περιοχή ασθενούς όσο και ισχυρού σήματος) [14]. Η τελευταία μέθοδος είναι καταλληλότερη και για την ανάπτυξη χρονοεξαρτώμενων (time-dependent) αριθμητικών κωδικών για την προσομοίωση της λειτουργίας του γυροτρονίου από την εκκίνηση μέχρι την αποκατάσταση της ευσταθούς μόνιμης κατάστασης.

Στοχεύοντας σε έναν τέτοιο κώδικα, παρουσιάζουμε στο κεφάλαιο αυτό ένα μοντέλο για την αλληλεπίδραση ηλεκτρονίων-πεδίου, το οποίο βασίζεται στις εξισώσεις κίνησης των ηλεκτρονίων. Το μοντέλο υιοθετεί την προσέγγιση αργής χρονικής κλίμακας (slow-time-scale approximation), σύμφωνα με την οποία ο ρυθμός μεταβολής του πλάτους και της συχνότητας των ρυθμών TE της κοιλότητας λόγω της αλληλεπίδρασής τους με την ηλεκτρονική δέσμη είναι πολύ μικρότερος από την κυκλοτρονική συχνότητα. Η προσέγγιση αυτή είναι δικαιολογημένη στη μεγάλη πλειοψηφία των εφαρμογών για αυτό και χρησιμοποιείται ευρέως [70]. Στη συνέχεια το μοντέλο απλουστεύεται με χρήση της λεγόμενης προσέγγισης ψυχρής κοιλότητας (cold-cavity approximation). Η προσέγγιση αυτή δέχεται ότι, παρόλη την παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης, η χωρική δομή των ρυθμών παραμένει όμοια με αυτή που έχουν στην ψυχρή κοιλότητα και ότι η επίδραση των ηλεκτρονίων περιορίζεται μόνο στο πλάτος και στη συχνότητα των ρυθμών. Η παραδοχή αυτή επίσης χρησιμοποιείται συχνά και είναι δικαιολογημένη όταν οι εμπλεκόμενοι ρυθμοί έχουν υψηλό συντελεστή ποιότητας, οπότε η δομή των πεδίων τους καθορίζεται πρωτίστως από τη γεωμετρία της κοιλότητας και όχι από την ηλεκτρονική δέσμη [71]-[73].

Το μοντέλο αλληλεπίδρασης στο οποίο τελικά καταλήγουμε και για το οποίο προτείνουμε ένα αριθμητικό σχήμα για την επίλυσή του, κινείται στο πνεύμα του μοντέλου που ακολουθείται στο [74] επεκτείνοντάς το σε τέσσερα σημεία:

1) Το παρόν μοντέλο αφορά κοιλότητα ομοαξονικού γυροτρονίου με ρυτιδωμένο εσωτερικό αγωγό και όχι κοιλότητα συμβατικού γυροτρονίου όπως το μοντέλο στο [74].

2) Ο παρών φορμαλισμός περιλαμβάνει την ταυτόχρονη αλληλεπίδραση των ηλεκτρονίων με πολλούς ρυθμούς της κοιλότητας σε διάφορες αρμονικές της κυκλοτρονικής συχνότητας σε αντίθεση με το μοντέλο του [74] που θεωρεί ότι όλοι οι ρυθμοί αλληλεπιδρούν με την ηλεκτρονική δέσμη στην ίδια κυκλοτρονική αρμονική.

3) Λαμβάνεται υπόψη από την αρχή η διασπορά στην αρχική ενέργεια των ηλεκτρονίων, στον αρχικό λόγο της εγκάρσιας προς την αξονική ταχύτητά τους, καθώς και στην ακτίνα του κέντρου της κυκλοτρονικής περιστροφής τους.

4) Λαμβάνονται υπόψη οι ωμικές απώλειες μέσω του ωμικού συντελεστή ποιότητας των ρυθμών σε αντίθεση με την κοινή πρακτική που αγνοεί το Q_{ohm} θεωρώντας $Q_{ohm} \gg Q_{dif}$ και $Q_{tot} \cong Q_{dif}$.

Η επέκταση (2) κάνει το μοντέλο ικανό να δώσει πληροφορίες για τον ανταγωνισμό μεταξύ των ρυθμών που αλληλεπιδρούν με τη δέσμη στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας και των ρυθμών που αλληλεπιδρούν με τη δέσμη στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα. Τέτοιες πληροφορίες είναι απαραίτητες όχι μόνο για τη σχεδίαση γυροτρονίων δεύτερης αρμονικής, αλλά και για τον έλεγχο της ευστάθειας των ρυθμών θεμελιώδους κυκλοτρονικής (παρουσία των ρυθμών δεύτερης αρμονικής) στα γυροτρόνια θεμελιώδους κυκλοτρονικής. Λόγω της επέκτασης (3) ο προκύπτων αριθμητικός κώδικας μπορεί εύκολα να αποφαίνεται για την ποιότητα της αλληλεπίδρασης παρουσία των σχετικών ρεαλιστικών διασπορών. Τέλος η επέκταση (4) επιτρέπει την προσομοίωση περιπτώσεων όπου ο ωμικός συντελεστής ποιότητας κάποιων ρυθμών είναι σχετικά μικρός. Παρόλο που τέτοιες περιπτώσεις δεν συναντώνται στα συμβατικά γυροτρόνια, μπορούν να υπάρξουν στα ομοαξονικά γυροτρόνια είτε λόγω εσωτερικού αγωγού περιορισμένης αγωγιμότητας, είτε λόγω ειδικής μορφής της καμπύλης ιδιοτιμής κάποιου ρυθμού (κεφάλαιο 2).

Ο βασικός περιορισμός τόσο του μοντέλου αλληλεπίδρασης που παρουσιάζεται εδώ όσο και αυτού στο [74], είναι ότι ακολουθείται η προσέγγιση δεδομένου προφίλ πεδίου (fixed field profile) και συγκεκριμένα η προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας (cold-cavity approximation). Η προσέγγιση αυτή υιοθετήθηκε με σκοπό την γρηγορότερη αριθμητική επίλυση του μοντέλου και δέχεται ότι η συνάρτηση αξονικού προφίλ κάθε ρυθμού παρουσία των ηλεκτρονίων συνεχίζει να έχει τη μορφή που έχει στην ψυχρή κοιλότητα. Δηλαδή δέχεται ότι το προφίλ του πεδίου καθορίζεται από τη γεωμετρία της κοιλότητας και όχι από την ηλεκτρονική δέσμη, παραδοχή που είναι δικαιολογημένη για ρυθμούς υψηλού συντελεστή ποιότητας [71]-[73]. Η παραδοχή αυτή αποφεύγεται αν προβούμε στη λεγόμενη αυτοσυνεπή (self-consistent) θεώρηση, σύμφωνα με την οποία η συνάρτηση αξονικού προφίλ εξαρτάται από τη συμπεριφορά της ηλεκτρονικής δέσμης. Αυτά θα γίνουν σαφέστερα κατά την παρουσίαση του θεωρητικού μοντέλου. Η υιοθέτηση της αυτοσυνέπειας και η ανάπτυξη του αντίστοιχου αριθμητικού κώδικα θα αποτελέσουν αντικείμενο μελλοντικής εργασίας. Σημειώνεται πάντως ότι η προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα σε πάρα πολλές εφαρμογές. Επιπλέον, για να τονιστεί η χρησιμότητα του παρουσιαζόμενου μοντέλου και του σχετικού κώδικα, αναφέρουμε ενδεικτικά ότι ο αυτοσυνεπής κώδικας στο [75] αφορά συμβατικά γυροτρόνια και αγνοεί τις ωμικές απώλειες, ενώ ο αυτοσυνεπής κώδικας του [62],

παρόλο που αφορά ομοαξονικά γυροτρόνια, αγνοεί τις ωμικές απώλειες και επιπλέον περιορίζεται στην αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής συχνότητας και μόνο.

Στην τελευταία ενότητα αυτού του κεφαλαίου οι εξισώσεις αλληλεπίδρασης δέσμης-πεδίου χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της αναλυτικής έκφρασης του ρεύματος εκκίνησης των ρυθμών TE στην κοιλότητα του ομοαξονικού γυροτρονίου. Όπως έχουμε τονίσει επανειλημμένα, το ρεύμα εκκίνησης αποτελεί τη βασική παράμετρο για τη μελέτη του ανταγωνισμού των ρυθμών.

3.1 Μοντέλο Αλληλεπίδρασης

3.1.1 Εξισώσεις υψίσυχνου (RF) πεδίου

Η κοιλότητα του σχήματος 2.1 είναι μια κοιλότητα με απώλειες. Για να αναπτυχθεί και να διατηρηθεί υψίσυχνο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο σε αυτήν θα πρέπει να γίνει μεταφορά ενέργειας από την ηλεκτρονική δέσμη στο πεδίο. Επειδή, όπως έχουμε πει ήδη, η δέσμη αλληλεπιδρά εντονότερα με ρυθμούς TE [13], θεωρούμε ότι το διεγερόμενο H/M πεδίο $\mathbf{E}_{\text{RF}}, \mathbf{H}_{\text{RF}}$ στην κοιλότητα είναι μια υπέρθεση ρυθμών TE:

$$\mathbf{E}_{\text{RF}}(\mathbf{R}, z, t) = \text{Re} \left\{ \sum_n A_n(z, t) \mathbf{e}_n(\mathbf{R}; z) e^{is_n \omega_0 t} \right\} \quad (3.1.1)$$

$$\mathbf{H}_{\text{RF}}(\mathbf{R}, z, t) = \text{Re} \left\{ \sum_n \frac{ic}{s_n \omega_0 \zeta_0} \left[A_n(z, t) \nabla_{\perp} \times \mathbf{e}_n(\mathbf{R}; z) + \frac{\partial A_n(z, t)}{\partial z} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{e}_n(\mathbf{R}; z) \right] e^{is_n \omega_0 t} \right\} \quad (3.1.2)$$

Στην αναπαράσταση (3.1.1)-(3.1.2) έχει εισαχθεί ο διπλός δείκτης $n \equiv \{m, p\}$, οπότε κάθε προσθετέος στα αθροίσματα αντιστοιχεί σε ένα ρυθμό TE. Το εγκάρσιο διάνυσμα $\mathbf{e}_n \equiv \mathbf{e}_{mp}$ είναι το ιδιοδιάνυσμα του ρυθμού $\text{TE}_n \equiv \text{TE}_{mp}$ στην ψυχρή κοιλότητα, το οποίο δίνεται από την (2.2.6) και είναι μια ήπια συνάρτηση του z λόγω της αξονικής ανομοιογένειας. Η κυκλική συχνότητα $\omega_0 > 0$ είναι μια αυθαίρετη συχνότητα αναφοράς, η οποία έχει τιμή κοντά στην σχετικιστική κυκλοτρονική συχνότητα. Ο δείκτης $s_n \equiv s_{mp} = 1, 2, 3, \dots$ είναι ο αρμονικός δείκτης του ρυθμού TE_n . Είναι $s_n = 1$ όταν η συχνότητα του ρυθμού TE_n είναι κοντά στην κυκλοτρονική συχνότητα (αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής), $s_n = 2$ όταν η συχνότητα του ρυθμού TE_n είναι κοντά στο διπλάσιο της κυκλοτρονικής συχνότητας (αλληλεπίδραση δεύτερης αρμονικής) κ. ο. κ. Η μιγαδική συνάρτηση $A_n(z, t)$ εκφράζει το αξονικό προφίλ και τη χρονική εξέλιξη του πλάτους και της συχνότητας του ρυθμού TE_n κατά την αλληλεπίδρασή του με τα ηλεκτρόνια.

Επειδή τα πεδία $\mathbf{E}_{\text{RF}}, \mathbf{H}_{\text{RF}}$ διεγείρονται από την ηλεκτρονική δέσμη, θα πρέπει οι ρυθμοί TE στους οποίους αναλύονται να βρίσκονται σε συντονισμό με τα ηλεκτρόνια ώστε να είναι δυνατό να απορροφήσουν ενέργεια από αυτά. Αυτό σημαίνει ότι η συχνότητα κάθε ρυθμού TE_n στο δεξί μέλος των (3.1.1)-(3.1.2) είναι κοντά στην τιμή $s_n \omega_0$ και η διόρθωση συχνότητας λόγω της συνάρτησης $A_n(z, t)$ είναι μικρή. Λόγω αυτού,

ο χαρακτηριστικός χρόνος μεταβολής του πλάτους του ρυθμού TE_n είναι της τάξης του $2Q_{tot,n}/(s_n\omega_0)$ (§2.2.3, [70]) όπου $Q_{tot,n} \gg 1$. Συνέπεια των παραπάνω είναι ότι η ποσότητα $A_n(z, t)$ είναι μια “αργή” συνάρτηση του χρόνου σε σχέση με την ποσότητα $\exp(is_n\omega_0 t)$, δηλαδή ισχύει

$$\left| \frac{\partial A_n(z, t)/\partial t}{A_n(z, t)} \right| \ll s_n\omega_0 \quad (3.1.3)$$

Επίσης η ηπιότητα της αξονικής ανομοιογένειας λόγω της κωνικότητας μπορεί να εκφραστεί με τη σχέση

$$\frac{|\partial \mathbf{e}_n(R; z)/\partial z|}{|\mathbf{e}_n(R; z)|} \ll \left| \frac{\partial A_n(z, t)/\partial z}{A_n(z, t)} \right| \quad (3.1.4)$$

Ουσιαστικά η αναπαράσταση (3.1.1)-(3.1.2) ακολουθεί την κοινή πρακτική δεχόμενη ότι το πεδίο στην κοιλότητα παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης μπορεί να γραφεί σαν μια υπέρθεση κατάλληλα τροποποιημένων ρυθμών TE της ψυχρής κοιλότητας. Η τροποποίηση, που οφείλεται στην επίδραση των ηλεκτρονίων, εκφράζεται μέσω της συνάρτησης $A_n(z, t)$ και αφορά διόρθωση στη συχνότητα και στο αξονικό προφίλ του κάθε ρυθμού TE_n . Σημειώνουμε ότι τα \mathbf{E}_{RF} , \mathbf{H}_{RF} συνδέονται με το νόμο του Faraday αν ληφθεί υπόψη η (3.1.3) και αμεληθούν οι παράγωγοι ως προς z των ιδιοδιανυσμάτων \mathbf{e}_n λόγω (3.1.4). Επίσης, επειδή οι (3.1.1)-(3.1.2) αφορούν το διεγερόμενο πεδίο, τα εμφανιζόμενα αθροίσματα μπορούν να θεωρηθούν πεπερασμένα διότι ο αριθμός των ρυθμών που είναι σε συντονισμό με τη δέσμη και που έχουν κατάλληλη καυστική ακτίνα ώστε να μπορούν να διεγερθούν είναι πεπερασμένος.

Με δεδομένο ότι η ηλεκτρονική δέσμη στην κοιλότητα αντιπροσωπεύει μια (πραγματική) υψίσυχη πυκνότητα ρεύματος $\mathbf{J}_{RF} = \mathbf{J}_{RF}(\mathbf{R}, z, t)$, το ηλεκτρικό πεδίο \mathbf{E}_{RF} ικανοποιεί την μη ομογενή κυματική εξίσωση

$$\nabla^2 \mathbf{E}_{RF} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E}_{RF} = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}_{RF}}{\partial t} \quad (3.1.5)$$

Στο δεξί μέλος της (3.1.5) έχει παραλειφθεί ο όρος που αφορά την υψίσυχη πυκνότητα φορτίου ρ_{RF} . Ο λόγος είναι ότι οι ρυθμοί TE δεν σχετίζονται με πυκνότητα φορτίου. Πράγματι $\nabla \cdot \mathbf{E}_{RF} = 0 \Rightarrow \rho_{RF} = 0$. Αυτό συνάδει με το γεγονός ότι η δέσμη αποτελείται από ηλεκτρόνια που περιστρέφονται με υψηλή συχνότητα στο εγκάρσιο επίπεδο, οπότε μπορεί να θεωρηθεί ότι αντιπροσωπεύει μια εγκάρσια υψίσυχη πυκνότητα ρεύματος που είναι σωληνοειδής ($\nabla \cdot \mathbf{J}_{RF} = 0 \Rightarrow \rho_{RF} = 0$).

Αντικαθιστώντας την (3.1.1) στην (3.1.5) και αγνοώντας τόσο τη δεύτερη χρονική παράγωγο του $A_n(z, t)$ λόγω (3.1.3) όσο και τις παραγώγους ως προς z των ιδιοδιανυσμάτων \mathbf{e}_n λόγω (3.1.5), καταλήγουμε στη σχέση

$$\text{Re} \left\{ \sum_n \left[A_n \nabla_{\perp}^2 \mathbf{e}_n + \left[\frac{\partial^2 A_n}{\partial z^2} - i \frac{2s_n\omega_0}{c^2} \frac{\partial A_n}{\partial t} + \left(\frac{s_n\omega_0}{c} \right)^2 A_n \right] \mathbf{e}_n \right] e^{is_n\omega_0 t} \right\} = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}_{RF}}{\partial t} \quad (3.1.6)$$

Στην περίπτωση κοιλότητας με τέλεια αγωγή τοιχώματα η εγκάρσια λαπλασιανή του \mathbf{e}_n δίνεται από την (2.2.14), όπως επεξηγείται στο Παράρτημα I. Επειδή όμως θέλουμε να

λάβουμε υπόψη τις ωμικές απώλειες, δεν θα χρησιμοποιήσουμε το αποτέλεσμα αυτό στην (3.1.6) αλλά θα βασιστούμε στη γενικότερη θεώρηση που παρουσιάζεται στο Παράρτημα I. Σύμφωνα με αυτήν είναι $\mathbf{e}_n = \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_{\perp} \Psi_n$ με $\nabla_{\perp}^2 \Psi_n + K_{\perp n}^2 \Psi_n = 0$ και $K_{\perp n}$ από (Π.1.47). Για μικρές ωμικές απώλειες ($Q_{\text{ohm}} \gg 1$) και για ρυθμό κοντά στην αποκοπή ισχύει

$$\nabla_{\perp}^2 \mathbf{e}_n(\mathbf{R}; z) = -k_{\perp n}^2(z) \left(1 + \frac{2\delta\omega_{1n}}{\omega_n} + \frac{i}{Q_{\text{ohm},n}} \right) \mathbf{e}_n(\mathbf{R}; z) \quad (3.1.7)$$

$$\delta\omega_{1n} = -\frac{\omega_n}{2Q_{\text{ohm},n}} \quad (3.1.8)$$

όπου $k_{\perp n}(z) \equiv \chi_n/R_0$, ω_n είναι η συχνότητα του ρυθμού TE_n στην ψυχρή κοιλότητα (χωρίς τη διόρθωση λόγω ωμικών απωλειών) όπως προσδιορίζεται από το πρόβλημα (2.2.23)-(2.2.26), $Q_{\text{ohm},n}$ είναι ο ωμικός συντελεστής ποιότητας του TE_n και $\delta\omega_{1n}$ είναι η διόρθωση συχνότητας λόγω ωμικών απωλειών. Συνήθως η διόρθωση αυτή αμελείται επειδή $\delta\omega_{1n}/\omega_n \ll 1$. Προφανώς το διάνυσμα \mathbf{e}_n στην (3.1.7) δεν είναι αυτό που δίνεται από την (2.2.6) αλλά είναι τροποποιημένο λόγω των ωμικών απωλειών και υπολογίζεται από το Ψ_n μέσω του κατάλληλου προβλήματος οριακών τιμών που περιγράφεται στο Παράρτημα I. Για να λάβουμε υπόψη τις ωμικές απώλειες με απλό τρόπο, χρησιμοποιούμε μεν την (3.1.7) στην (3.1.6) αλλά θεωρούμε ότι τα ιδιοδιανύσματα \mathbf{e}_n στην προκύπτουσα σχέση δίνονται με καλή προσέγγιση από την (2.2.6), πράγμα που είναι αναμενόμενο εφόσον οι ωμικές απώλειες είναι μικρές. Η (3.1.6) γίνεται

$$\sum_n \left[\frac{\partial^2 A_n}{\partial z^2} - i \frac{2s_n \omega_0}{c^2} \frac{\partial A_n}{\partial t} + \left[\left(\frac{s_n \omega_0}{c} \right)^2 - k_{\perp n}^2 \left(1 - \frac{1-i}{Q_{\text{ohm},n}} \right) \right] A_n \right] \mathbf{e}_n e^{is_n \omega_0 t} + c.c = 2\mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}_{\text{RF}}}{\partial t} \quad (3.1.9)$$

όπου με $c.c$ συμβολίζουμε το μιγαδικό συζυγή του αθροίσματος στο αριστερό μέλος της (3.1.9).

Για να απαλλαγούμε από το άθροισμα θα χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις ορθογωνιότητας (2.2.16)-(2.2.17). Οι σχέσεις αυτές ισχύουν όταν για τον αριθμό N των ρυτιδώσεων του εσωτερικού αγωγού ισχύει η (2.2.8), δηλαδή όταν $N > 2|m|$. Επειδή το άθροισμα στην (3.1.9) είναι όπως είπαμε πεπερασμένο, μπορούμε πάντα να εξασφαλίσουμε τέτοιο αριθμό ρυτιδώσεων ώστε $N > 2|m_{\text{max}}|$, όπου m_{max} ο μέγιστος κατά απόλυτη τιμή αζιμουθιακός δείκτης που απαντάται στους ρυθμούς TE του αθροίσματος. Οι ρυθμοί με $|m| > |m_{\text{max}}|$ δεν μας απασχολούν καθόλου διότι είναι γνωστό εκ των προτέρων ότι δεν μπορούν να διεγερθούν από την ηλεκτρονική δέσμη. Η αιτία για αυτό είναι ότι δεν βρίσκονται σε συντονισμό με τα ηλεκτρόνια, ή έχουν καυστική ακτίνα αρκετά μεγαλύτερη από την ακτίνα της δέσμης. Πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη την (3.1.9) επί $\mathbf{e}_n^* e^{-is_n \omega_0 t}$, ολοκληρώνοντας στη διατομή $S(z)$ της κοιλότητας και χρησιμοποιώντας τις (2.2.16)-(2.2.17) προκύπτει

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 A_{m'p'}}{\partial z^2} - i \frac{2s_{m'p'}\omega_0}{c^2} \frac{\partial A_{m'p'}}{\partial t} + \left[\left(\frac{s_{m'p'}\omega_0}{c} \right)^2 - k_{\perp m'p'}^2 \left(1 - \frac{1-i}{Q_{\text{ohm},m'p'}} \right) \right] A_{m'p'} + \\
 & + \left[\frac{\partial^2 A_{-m'p'}^*}{\partial z^2} + i \frac{2s_{-m'p'}\omega_0}{c^2} \frac{\partial A_{-m'p'}^*}{\partial t} + \left[\left(\frac{s_{-m'p'}\omega_0}{c} \right)^2 - k_{\perp -m'p'}^2 \left(1 - \frac{1+i}{Q_{\text{ohm},-m'p'}} \right) \right] A_{-m'p'}^* \right] (-1)^{-m'} e^{-2is_{m'p'}\omega_0 t} = \\
 & = 2\mu_0 \iint_{S(z)} \frac{\partial \mathbf{J}_{\text{RF}}}{\partial t} \cdot \mathbf{e}_{m'p'}^* e^{-is_{m'p'}\omega_0 t} dS \quad (3.1.10)
 \end{aligned}$$

Στην παραπάνω σχέση χρησιμοποιήθηκαν οι ισότητες $s_{-m'p'} = s_{m'p'}$, $k_{\perp -m'p'} = k_{\perp m'p'}$ και $Q_{\text{ohm},(-m'p')} = Q_{\text{ohm},(m'p')}$ που εκφράζουν το γεγονός ότι ο συμπεριστρεφόμενος ρυθμός TE_{|m|p} και ο αντιπεριστρεφόμενος ρυθμός TE_{-|m|p} αλληλεπιδρούν με τα ηλεκτρόνια στην ίδια κυκλοτρονική αρμονική και έχουν την ίδια ιδιοτιμή και τον ίδιο ωμικό συντελεστή ποιότητας.

Θα εφαρμόσουμε τώρα τη λεγόμενη προσέγγιση αργής χρονικής κλίμακας (slow time-scale approximation). Είδαμε ότι η συνάρτηση $A_n(z, t)$ είναι αργή συνάρτηση του χρόνου. Η (3.1.3) υποδεικνύει ότι μέσα σε μια περίοδο αναφοράς $T_0 = 2\pi/\omega_0$ (η οποία είναι περίπου ίση με την κυκλοτρονική περίοδο) η συνάρτηση $A_n(z, t)$ παραμένει σχεδόν αμετάβλητη. Μπορούμε έτσι να γράψουμε

$$\langle A_n(z, t) \rangle_{T_0} \triangleq \frac{1}{T_0} \int_t^{t+T_0} A_n(z, t') dt' \cong A_n(z, t) \quad (3.1.11)$$

Θεωρώντας ότι αντίστοιχες σχέσεις με την (3.1.11) ισχύουν και για τα $\partial^2 A_n / \partial z^2$ και $\partial A_n / \partial t$ και εφαρμόζοντας την πράξη $\langle \rangle_{T_0}$ κατά μέλη στην (3.1.10), ο όρος της δεύτερης σειράς μηδενίζεται. Αντικαθιστώντας τα τονούμενα μεγέθη με άτονα προκύπτει

$$\frac{\partial^2 A_n}{\partial z^2} - i \frac{2s_n\omega_0}{c^2} \frac{\partial A_n}{\partial t} + \left[\left(\frac{s_n\omega_0}{c} \right)^2 - k_{\perp n}^2 \left(1 - \frac{1-i}{Q_{\text{ohm},n}} \right) \right] A_n = 2i\zeta_0 \left(\frac{\omega_0}{c} \right)^2 I_n^*(z, t) \quad (3.1.12)$$

όπου ο μιγαδικός όρος πηγής $I_n(z, t)$ (με διαστάσεις ρεύματος) ορίζεται ως

$$I_n(z, t) \triangleq \frac{s_n c}{\omega_0} \iint_{S(z)} \left\langle e^{is_n\omega_0 t} \mathbf{J}_{\text{RF}}(\mathbf{R}, z, t) \right\rangle_{T_0} \cdot \mathbf{e}_n(\mathbf{R}; z) dS = \frac{s_n c}{\omega_0} \left\langle \iint_{S(z)} e^{is_n\omega_0 t} \mathbf{J}_{\text{RF}} \cdot \mathbf{e}_n dS \right\rangle_{T_0} \quad (3.1.13)$$

Στο δεξί μέλος της (3.1.12) χρησιμοποιήθηκε η σχέση

$$\left\langle e^{-is_n\omega_0 t} \frac{\partial \mathbf{J}_{\text{RF}}}{\partial t} \right\rangle_{T_0} \cong is_n\omega_0 \left\langle e^{-is_n\omega_0 t} \mathbf{J}_{\text{RF}} \right\rangle_{T_0} \quad (3.1.14)$$

για την αντικατάσταση της χρονικής παραγώγου της πυκνότητας ρεύματος. Η (3.1.14) προκύπτει με ολοκλήρωση κατά μέρη και λεπτομέρειες για την εξαγωγή της δίνονται στο Παράρτημα III. Η μερική διαφορική εξίσωση (3.1.12) δείχνει ότι η παρουσία των ηλεκτρονίων τροποποιεί (μέσω του \mathbf{J}_{RF} που εξαρτάται από τα κινητικά μεγέθη τους) το αξονικό προφίλ του κάθε ρυθμού TE_n που αλληλεπιδρά με αυτά. Η λύση του συστήματος εξισώσεων που απαρτίζεται από την (3.1.12) για κάθε ρυθμό και από τις

εξισώσεις κίνησης των ηλεκτρονίων παρουσία του πεδίου \mathbf{E}_{RF} , \mathbf{H}_{RF} , αποτελεί τη λεγόμενη αυτοσυνεπή θεώρηση (self-consistent approach). Οι οριακές συνθήκες για το $A_n(z, t)$ στην (3.1.12) είναι συνθήκες ακτινοβολίας της μορφής (2.2.25)-(2.2.26). Σημειώνουμε ότι η (3.1.12), σε αντίθεση με τις συνθήκες αυτοσυνεπείς εξισώσεις πεδίου (είτε χρονοεξαρτώμενες [75]-[77] είτε μόνιμης κατάστασης [28], [30], [70], [78]-[80]), λαμβάνει υπόψη και τις ωμικές απώλειες μέσω του ωμικού συντελεστή ποιότητας κάθε ρυθμού. Ο υπολογισμός της πυκνότητας ρεύματος \mathbf{J}_{RF} και του όρου πηγής $I_n(z, t)$ από τα κινητικά μεγέθη των ηλεκτρονίων θα γίνει στην επόμενη παράγραφο.

3.1.2 Εξισώσεις κίνησης των ηλεκτρονίων και υπολογισμός του όρου πηγής $I_n(z, t)$

Τα ηλεκτρόνια που αποτελούν την ηλεκτρονική δέσμη στο γυροτρόνιο εκτελούν κυκλοτρονική περιστροφή λόγω του ισχυρού μόνιμου αξονικού μαγνητικού πεδίου \mathbf{B}_0 . Το \mathbf{B}_0 είναι δυνατό να εξαρτάται ελαφρά από το z κατά μήκος της κοιλότητας, είτε για τεχνικούς λόγους (αδυναμία εξωτερικών πηνίων να δημιουργήσουν απόλυτα ομογενές μαγνητικό πεδίο), είτε επειδή το υπαγορεύει η σχεδίαση^(*). Σε κάθε περίπτωση, αν $B_0(z)$ είναι η αξονική συνιστώσα του \mathbf{B}_0 , τότε λόγω του νόμου του Gauss υπάρχει και ακτινική συνιστώσα του \mathbf{B}_0 ίση με $-(R/2)dB_0(z)/dz$. Λόγω όμως της ηπιότητας της αξονικής ανομοιογένειας του \mathbf{B}_0 , η ακτινική συνιστώσα του είναι πολύ μικρότερη από την αξονική. Έτσι η κύρια συνέπεια της αξονικής ανομοιογένειας του μαγνητικού πεδίου \mathbf{B}_0 στην αλληλεπίδραση δέσμης-πεδίου στο γυροτρόνιο είναι η συνεπαγόμενη αξονική ανομοιογένεια στην κυκλοτρονική συχνότητα και στη μέση ακτίνα της ηλεκτρονικής δέσμης και όχι η εκπεφρασμένη δράση της ακτινικής συνιστώσας του \mathbf{B}_0 στην ταχύτητα των ηλεκτρονίων [28], [81]. Συνεπώς μπορούμε να αγνοήσουμε την ακτινική συνιστώσα του μόνιμου μαγνητικού πεδίου και να γράψουμε

$$\mathbf{B}_0(\mathbf{R}, z) \cong \hat{\mathbf{z}}B_0(z) \quad (3.1.15)$$

θεωρώντας ότι τα ηλεκτρόνια κινούνται αδιαβατικά στο μαγνητικό πεδίο με την ακτίνα Larmor να καθορίζεται από την τοπική τιμή του $B_0(z)$.

Έστω το ηλεκτρόνιο “ i ” της κοιλότητας, το οποίο βρίσκεται στη θέση $\mathbf{R}_i + \hat{\mathbf{z}}z_i$ όπου $\mathbf{R}_i = \hat{\mathbf{X}}R_i \cos \Phi_i + \hat{\mathbf{Y}}R_i \sin \Phi_i$ και το οποίο έχει ταχύτητα $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{\perp i} + \hat{\mathbf{z}}v_{\parallel i}$, σχετικιστικό παράγοντα $\gamma_i = (1 - |\mathbf{v}_i|^2/c^2)^{-1/2}$ και μάζα ηρεμίας m_e . Η κίνησή του, παρουσία των πεδίων \mathbf{B}_0 , \mathbf{E}_{RF} , \mathbf{H}_{RF} , περιγράφεται από τις ακόλουθες εξισώσεις κίνησης ($e > 0$ είναι το απόλυτο στοιχειώδες φορτίο και το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι $-e$):

$$\frac{d}{dt}(\gamma_i \mathbf{v}_i) = -\frac{e}{m_e} \{ \mathbf{E}_{\text{RF}}(\mathbf{R}_i, z_i, t) + \mathbf{v}_i \times [\mathbf{B}_0(\mathbf{R}_i, z_i) + \mu_0 \mathbf{H}_{\text{RF}}(\mathbf{R}_i, z_i, t)] \} \quad (3.1.16)$$

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{R}_i + \hat{\mathbf{z}}z_i) = \mathbf{v}_i \quad (3.1.17)$$

^(*) Προβλέπεται ([30], [81] και εκεί αναφορές, [82]) ότι ένα μαγνητικό πεδίο με ήπια αξονική ανομοιογένεια οδηγεί σε αύξηση της απόδοσης της αλληλεπίδρασης, αν και στο [83] σημειώνεται ότι λαμβάνοντας υπόψη και άλλους περιορισμούς το συνολικό κέρδος είναι μικρό ή και μηδενικό.

Εισάγουμε την αδιάστατη ορμή $\mathbf{u}_i = \gamma_i \mathbf{v}_i / c = \mathbf{u}_{\perp i} + \hat{\mathbf{z}} u_{\parallel i}$ με $\mathbf{u}_{\perp i} = \hat{\mathbf{X}} u_{\perp i} \cos \theta_i + \hat{\mathbf{Y}} u_{\perp i} \sin \theta_i$, όπου $u_{\perp i} > 0$. Για λόγους συντομίας στο υπόλοιπο αυτής της παραγράφου θα παραλείψουμε από τις εξισώσεις το δείκτη “ i ”. Με χρήση των (3.1.1), (3.1.2) και (3.1.15), η (3.1.16) καταλήγει στις εξισώσεις:

$$\frac{du_{\perp}}{dt} = -\frac{e}{m_e c} \operatorname{Re} \left\{ \sum_n A_n(z, t) (1 - \beta_{\parallel} \varepsilon_n) \left[\hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{e}_n(R; z) \cos(\Phi - \theta) - \hat{\mathbf{\Phi}} \cdot \mathbf{e}_n(R; z) \sin(\Phi - \theta) \right] e^{is_n \omega_0 t} \right\} \quad (3.1.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} - \frac{eB_0(z)}{\gamma m_e} &= -\frac{1}{u_{\perp}} \frac{e}{m_e c} \cdot \\ &\cdot \operatorname{Re} \left\{ \sum_n A_n(z, t) \left[(1 - \beta_{\parallel} \varepsilon_n) \left[\hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{e}_n(R; z) \sin(\Phi - \theta) + \hat{\mathbf{\Phi}} \cdot \mathbf{e}_n(R; z) \cos(\Phi - \theta) \right] - \frac{ic\beta_{\perp}}{s_n \omega_0} \hat{\mathbf{z}} \cdot \nabla \times \mathbf{e}_n(R; z) \right] e^{is_n \omega_0 t} \right\} \end{aligned} \quad (3.1.19)$$

$$\frac{du_{\parallel}}{dt} = -\frac{e}{m_e c} \operatorname{Re} \left\{ \sum_n A_n(z, t) \beta_{\perp} \varepsilon_n \left[\hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{e}_n(R; z) \cos(\Phi - \theta) - \hat{\mathbf{\Phi}} \cdot \mathbf{e}_n(R; z) \sin(\Phi - \theta) \right] e^{is_n \omega_0 t} \right\} \quad (3.1.20)$$

όπου

$$\varepsilon_n \triangleq i \frac{c}{s_n \omega_0} \frac{\partial A_n(z, t) / \partial z}{A_n(z, t)} \quad (3.1.21)$$

Στις παραπάνω σχέσεις είναι $\beta_{\perp} = |\mathbf{v}_{\perp}|/c$ και $\beta_{\parallel} = v_{\parallel}/c$. Τα $R = R(t)$, $\Phi = \Phi(t)$, $z = z(t)$ αφορούν τη στιγμιαία θέση του ηλεκτρονίου.

Η επίδραση του εγκάρσιου υψίσυχνου μαγνητικού πεδίου στην κίνηση του ηλεκτρονίου περιγράφεται από τους όρους που πολλαπλασιάζονται επί την ποσότητα ε_n . Για ρυθμό ΤΕ κοντά στην αποκοπή οι εγκάρσιες συνιστώσες του υψίσυχνου μαγνητικού πεδίου είναι πολύ μικρότερες από τις εγκάρσιες συνιστώσες του υψίσυχνου ηλεκτρικού πεδίου. Αυτό εκφράζεται από το γεγονός ότι για ρυθμό κοντά στην αποκοπή ($|k_{\perp}| \gg |k_{\parallel}|$) η ποσότητα $|\varepsilon_n|$ είναι πολύ μικρότερη της μονάδας επειδή $s_n \omega_0 / c \approx (k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2)^{1/2}$, $|(\partial A_n / \partial z) / A_n| \approx |k_{\parallel}|$. Ταυτόχρονα, η ηλεκτρονική δέσμη του γυροτρονίου είναι ήπια σχετικιστική με $\beta_{\perp}, \beta_{\parallel} < 0.5$. Με βάση αυτά ακολουθούμε την κοινή πρακτική και αγνοούμε στα επόμενα την επίδραση του εγκάρσιου υψίσυχνου μαγνητικού πεδίου στα ηλεκτρόνια θέτοντας $\beta_{\perp} \varepsilon_n, \beta_{\parallel} \varepsilon_n \rightarrow 0$ στις (3.1.18)-(3.1.20). Με την προσέγγιση αυτή η αξονική ορμή u_{\parallel} γίνεται σταθερά της κίνησης. Συνεχίζουμε όμως να λαμβάνουμε υπόψη την επίδραση του αξονικού υψίσυχνου μαγνητικού πεδίου η οποία εκφράζεται από τον όρο που περιέχει την περιστροφή του \mathbf{e}_n στην (3.1.19) και ο οποίος δεν πολλαπλασιάζεται επί ε_n .

Θεωρούμε ότι το κέντρο της κυκλοτρονικής περιστροφής του ηλεκτρονίου “ i ” στο εγκάρσιο επίπεδο έχει συντεταγμένες (R_{ei}, Φ_{ei}) . Οι εξισώσεις (3.11) του [28] υποδεικνύουν ότι η επίδραση του υψίσυχνου Η/Μ πεδίου στα R_{ei}, Φ_{ei} έχει σχεδόν μηδενικό αποτέλεσμα (κατά μέσο όρο) στη διάρκεια μιας κυκλοτρονικής περιόδου.

Κατά συνέπεια, επειδή στόχος μας είναι να καταλήξουμε σε εξισώσεις κίνησης που να περιέχουν την προσέγγιση αργής χρονικής κλίμακας (όπως κάναμε και με τις εξισώσεις πεδίου), δεν χρειάζεται να ληφθεί υπόψη η επίδραση του υψίσυχνου πεδίου στις συντεταγμένες (R_{ei}, Φ_{ei}) . Έτσι, πάντα σύμφωνα με τις (3.11) του [28], μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η γωνία Φ_{ei} παραμένει σταθερή κατά τη διέλευση του ηλεκτρονίου “ i ” από την κοιλότητα, ενώ η ακτίνα R_{ei} μεταβάλλεται αργά λόγω της αξονικής ανομοιογένειας του μόνιμου μαγνητικού πεδίου [81]:

$$\Phi_{ei} = \Phi_{ein,i} \quad \text{και} \quad R_{ei} = R_{ein,i} \sqrt{\frac{B_0(z_{in})}{B_0(z)}} \quad (3.1.22)$$

Στις παραπάνω σχέσεις $(R_{ein,i}, \Phi_{ein,i})$ είναι η θέση του κέντρου της κυκλοτρονικής περιστροφής του ηλεκτρονίου “ i ” κατά την είσοδό του στην κοιλότητα δηλαδή στο $z = z_{in}$. Η αξονική μεταβολή του R_{ei} εκφράζει το γεγονός ότι η ηλεκτρονική δέσμη ταυτίζεται με ένα σωλήνα ροής του μόνιμου μαγνητικού πεδίου \mathbf{B}_0 . Σημειώνουμε ότι, λόγω του συνδυασμού του ακτινικού ηλεκτροστατικού πεδίου που δημιουργείται από το φορτίο της ηλεκτρονικής δέσμης με το αξονικό \mathbf{B}_0 , αναμένεται αξιμουθιακή ολίσθηση $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ του κέντρου περιστροφής του ηλεκτρονίου, δηλαδή μεταβολή του Φ_{ei} . Η μεταβολή αυτή όμως κατά τη διέλευση του ηλεκτρονίου από την περιοχή αλληλεπίδρασης είναι αμελητέα (για τις συνήθεις τιμές των παραμέτρων) και αυτός είναι ο λόγος που την αγνοήσαμε γράφοντας τις (3.1.22). Στο Παράρτημα IV παρατίθεται μια εκτίμηση για το μέγεθος αυτού του φαινομένου.

Οι εξισώσεις κίνησης εμπλέκουν την τιμή του υψίσυχνου πεδίου στη θέση του ηλεκτρονίου. Εξυπηρετεί η έκφραση της τιμής αυτής συναρτήσει της τιμής του πεδίου στο σημείο (R_{ei}, Φ_{ei}, z_i) . Από το σχήμα 3.1, με χρήση του θεωρήματος Graf (σχέση 9.1.79 του [84]), προκύπτει:

$$Z_{mp}(k_{\perp mp} R_i) e^{\pm im\Phi_i} = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} G_{mp,l}(k_{\perp mp} R_{ei}) J_l(k_{\perp mp} r_{Li}) e^{\pm il\Phi_i} e^{\pm i(m-l)\Phi_{ei}} \quad (3.1.23)$$

όπου

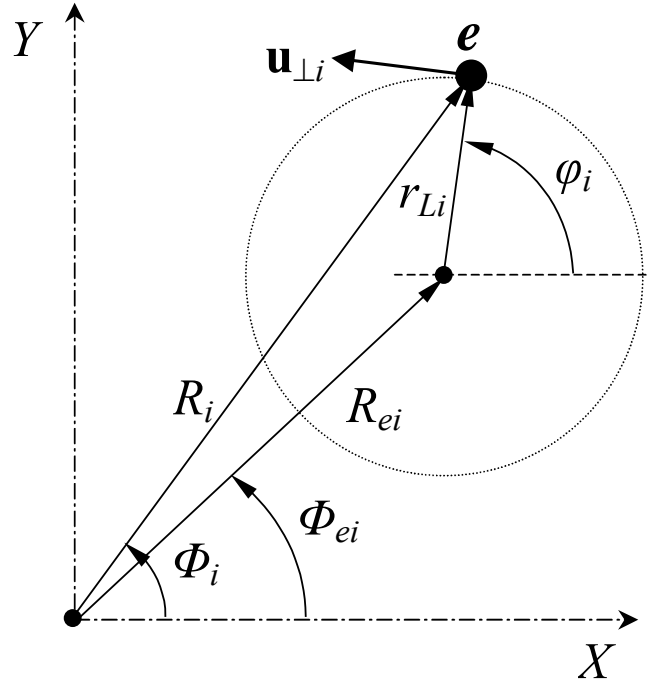
$$G_{mp,s}(u) \triangleq J_{m-s}(u) - \frac{J'_m(\chi_{mp})}{Y'_m(\chi_{mp})} Y_{m-s}(u) \quad (3.1.24)$$

και

$$r_{Li} = \frac{|\mathbf{v}_{\perp i}|}{\omega_{ci}} = \frac{m_e c u_{\perp}}{e B_0} \quad (3.1.25)$$

είναι η ακτίνα Larmor του ηλεκτρονίου “ i ”, το οποίο περιστρέφεται στο εγκάρσιο επίπεδο με κυκλική κυκλοτρονική συχνότητα $\omega_{ci} = (eB_0/m_e)/\gamma_i$.

Μετά από την παραπάνω ανάλυση, ξεκινώντας από τις (3.1.18)-(3.1.20) με $\varepsilon_n \rightarrow 0$, αντικαθιστώντας το ιδιοδιάνυσμα \mathbf{e}_n από τον κλάδο II της (2.2.6), χρησιμοποιώντας την (3.1.23) και κάνοντας την προσέγγιση



Σχήμα 3.1: Κυκλοτρονική περιστροφή του ηλεκτρονίου “*i*” στο εγκάρσιο επίπεδο.

$$\theta_i \cong \varphi_i + \frac{\pi}{2} \quad (3.1.26)$$

καταλήγουμε (μετά από αρκετές πράξεις) στις σχέσεις

$$\frac{du_{\perp}}{dt} = -\frac{e}{m_e c} \operatorname{Re} \left\{ \sum_n A_n(z, t) C_n k_{\perp n} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} G_{n,l}(k_{\perp n} R_e) e^{-i(m-l)\varphi_e} J'_l(k_{\perp n} r_L) e^{i(s_n \omega_0 t - l\varphi)} \right\} \quad (3.1.27)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} - \frac{eB_0}{\gamma m_e} = -\frac{1}{u_{\perp}} \frac{e}{m_e c} \cdot \operatorname{Im} \left\{ \sum_n A_n(z, t) C_n k_{\perp n} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} G_{n,l}(k_{\perp n} R_e) e^{-i(m-l)\varphi_e} J_l(k_{\perp n} r_L) \frac{l}{k_{\perp n} r_L} \left[1 - \frac{(ck_{\perp n}/l)^2}{\omega_0 \omega_c} \beta_{\perp}^2 \right] e^{i(s_n \omega_0 t - l\varphi)} \right\} \quad (3.1.28)$$

$$\frac{du_{\parallel}}{dt} = 0 \quad (3.1.29)$$

Η παραδοχή (3.1.26) εκφράζει το γεγονός ότι η κυκλοτρονική κίνηση του ηλεκτρονίου στο πεδίο \mathbf{B}_0 διατηρείται (με πολύ καλή προσέγγιση) και κατά την παρουσία του υψίσυχνου H/M πεδίου. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι ακόμη και για την πολύ μεγάλη τιμή $|\mathbf{E}_{\text{RF}}| = 300 \text{ kV/cm}$ είναι $|\mathbf{E}_{\text{RF}}|/c = 0.1 \text{ T}$, ενώ στην πράξη έχουμε $|\mathbf{B}_0| \gg 0.1 \text{ T}$.

Μπορούμε τώρα να εφαρμόσουμε την προσέγγιση αργής χρονικής κλίμακας στις (3.1.27)-(3.1.29) αφού ενδιαφέρει η συνολική ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ RF πεδίου και ηλεκτρονίου κατά τη διέλευση του τελευταίου από την κοιλότητα. (Δηλαδή

ενδιαφέρει το πώς εξελίσσεται η ανταλλαγή ενέργειας ηλεκτρονίου-πεδίου σε χρονικό διάστημα αρκετά μεγαλύτερο της κυκλοτρονικής περιόδου $2\pi/\omega_{ci}$.) Εισάγουμε την “αργή” μεταβλητή φάσης

$$\Lambda_i \hat{=} \omega_0 t - \varphi_i \quad (3.1.30)$$

η οποία δεν μεταβάλλεται πολύ στο χρονικό διάστημα $T_0 = 2\pi/\omega_0$, αφού $d\varphi_i/dt = \omega_{ci} \cong \omega_0$. “Αργές” μεταβλητές είναι επίσης οι $u_{\perp i}(t)$, $\gamma_i(t)$, $r_{Li}(t)$, $A_n[z_i(t), t]$, $C_n[z_i(t)]$, $k_{\perp n}[z_i(t)]$, $R_{ei}[z_i(t)]$ και $B_0[z_i(t)]$. Εφαρμόζοντας την πράξη $\langle \rangle_{T_0}$, όπως ορίζεται στην (3.1.11), κατά μέλη στις (3.1.27)-(3.1.28) παρατηρούμε ότι από τα αθροίσματα ως προς l επιβιώνει μόνο ο όρος που αντιστοιχεί στο $l = s_n$ και προκύπτουν οι εξισώσεις αργής χρονικής κλίμακας. Επιπλέον, επειδή η συνάρτηση $z_i(t)$ είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση του χρόνου μπορεί να αντιστραφεί. Έτσι στις εξισώσεις αργής χρονικής κλίμακας μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν ανεξάρτητη μεταβλητή η αξονική θέση z_i αντί του χρόνου t σύμφωνα με τη σχέση $dz_i/dt = v_{\parallel i} > 0$. Η σκοπιμότητα αυτής της αλλαγής μεταβλητής θα φανεί στη συνέχεια. Καταλήγουμε έτσι στις ακόλουθες εξισώσεις αργής χρονικής κλίμακας με ανεξάρτητη μεταβλητή την αξονική θέση του ηλεκτρονίου:

$$\frac{du_{\perp}}{dz} = -\frac{\gamma}{u_{\parallel}} \operatorname{Re} \left\{ \sum_n \frac{A_n(z, t)}{V_0} C_n k_{\perp n} G_{n, s_n}(k_{\perp n} R_e) J'_{s_n}(k_{\perp n} r_L) e^{-i(m-s_n)\Phi_e} e^{is_n \Lambda} \right\} \quad (3.1.31)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Lambda}{dz} - \frac{\gamma}{cu_{\parallel}} (\omega_0 - \omega_c) &= \frac{\gamma}{u_{\perp} u_{\parallel}} \cdot \\ &\cdot \operatorname{Im} \left\{ \sum_n \frac{A_n(z, t)}{V_0} C_n k_{\perp n} G_{n, s_n}(k_{\perp n} R_e) J_{s_n}(k_{\perp n} r_L) \frac{s_n}{k_{\perp n} r_L} \left[1 - \frac{(ck_{\perp n}/s_n)^2}{\omega_0 \omega_c} \left(\frac{u_{\perp}}{\gamma} \right)^2 \right] e^{-i(m-s_n)\Phi_e} e^{is_n \Lambda} \right\} \end{aligned} \quad (3.1.32)$$

$$\frac{du_{\parallel}}{dz} = 0 \quad (3.1.33)$$

$$\frac{dt}{dz} = \frac{\gamma}{cu_{\parallel}} \quad (3.1.34)$$

όπου

$$\gamma = \sqrt{1 + u_{\perp}^2 + u_{\parallel}^2} \quad (3.1.35)$$

$$r_L = \frac{V_0}{cB_0} u_{\perp} = \frac{c}{\Omega_0} u_{\perp} \quad (3.1.36)$$

$$\omega_c = \frac{c^2 B_0}{V_0} \frac{1}{\gamma} = \frac{\Omega_0}{\gamma} \quad (3.1.37)$$

Στις παραπάνω σχέσεις είναι $V_0 \equiv m_e c^2 / e \cong 511 \text{ kV}$, $\Omega_0 \equiv eB_0 / m_e$ και οι γνωστές ποσότητες C_n , $k_{\perp n}$, R_e και B_0 είναι ήπιες συναρτήσεις του z . Οι αρχικές συνθήκες είναι οι εξής:

$$u_{\perp}(z_{\text{in}}) = u_{\perp \text{in}}, \quad \Lambda(z_{\text{in}}) = \Lambda_{\text{in}} \in [0, 2\pi), \quad t(z_{\text{in}}) = t_{\text{in}} \quad (3.1.38)$$

Επίσης η αξονική ορμή είναι σταθερά της κίνησης:

$$u_{\parallel}(z) = u_{\parallel}(z_{\text{in}}) = u_{\parallel \text{in}} \quad (3.1.39)$$

Σημειώνουμε ότι οι εξισώσεις (3.1.31)-(3.1.34) είναι κάπως γενικότερες από τη συνήθη αδιαβατική προσέγγιση (όπως αυτή ορίζεται στο [28]), επειδή λαμβάνουν υπόψη τόσο τη μεταβολή (3.1.22) στην ακτίνα R_e λόγω αξονικής ανομοιογένειας του μόνιμου μαγνητικού πεδίου, όσο και την επίδραση του υψίσυχνου αξονικού μαγνητικού πεδίου που εκφράζεται από τον όρο που αφαιρείται από τη μονάδα στην αγκύλη του δεξιού μέλους της (3.1.32). Ο όρος αυτός για ρυθμούς κοντά στην αποκοπή είναι περίπου ίσος με β_{\perp}^2 και μπορεί να αγνοηθεί για αρκετά μικρό u_{\perp} . Η υπόθεση μικρού u_{\perp} είναι μια συνήθης πρακτική και οδηγεί, πέρα από το να αμεληθεί η επίδραση του υψίσυχνου αξονικού μαγνητικού πεδίου, στην περαιτέρω απλοποίηση των εξισώσεων κίνησης (3.1.31)-(3.1.32) και της εξίσωσης πεδίου (3.1.12). Τέτοιες απλοποιημένες εξισώσεις χρησιμοποιούνται συχνά ([70] και εκεί αναφορές, [30], [76], [77], [85], [86]), αλλά παύουν να αποτελούν καλή προσέγγιση στην περίπτωση των γυροτρόνιων υψηλής τάσης λειτουργίας ($> 250 \text{ kV}$) ή των CARM [28]. Στο Παράρτημα V παρουσιάζουμε τις συμβατές με το φορμαλισμό μας απλοποιημένες εξισώσεις με την παραδοχή μικρού u_{\perp} .

Οι εξισώσεις κίνησης (3.1.31)-(3.1.34) περιγράφουν την επίδραση του υψίσυχνου H/M πεδίου στα ηλεκτρόνια. Για τον υπολογισμό της επίδρασης των ηλεκτρονίων στα RF πεδία θα πρέπει ο μιγαδικός όρος πηγής $I_n(z, t)$ να εκφραστεί συναρτήσει των κινητικών μεγεθών των ηλεκτρονίων. Η πυκνότητα ρεύματος \mathbf{J}_{RF} δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{J}_{\text{RF}}(\mathbf{R}, z, t) = -e \sum_{i=1}^{N_e(t)} \delta(z - z_i) \delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}_i) \mathbf{v}_i \quad (3.1.40)$$

όπου $N_e(t)$ είναι ο συνολικός αριθμός των ηλεκτρονίων στην κοιλότητα τη χρονική στιγμή t , δ είναι η συνάρτηση Dirac και η άθροιση εννοείται ως προς όλα τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται στην κοιλότητα τη χρονική στιγμή t . Με αντικατάσταση της (3.1.40) στην (3.1.13) προκύπτει

$$I_n(z, t) = -\frac{e s_n c^2}{\omega_0} \left\langle \sum_{i=1}^{N_e(t)} e^{i s_n \omega_0 t} \delta(z - z_i) \frac{1}{\gamma_i} \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{e}_n(\mathbf{R}_i; z) \right\rangle_{T_0} \quad (3.1.41)$$

Χρησιμοποιώντας τον κλάδο Π της (2.2.6) για το \mathbf{e}_n και τις (3.1.23) και (3.1.26) μπορούμε (μετά από αρκετές πράξεις) να καταλήξουμε στο εξής

$$I_n(z, t) = -\frac{e s_n c^2}{\omega_0} \sum_{i=1}^{N_e(t)} \delta(z - z_i) C_n(z_i) k_{\perp n}(z_i) \frac{u_{\perp i}}{\gamma_i} G_{n, s_n} [k_{\perp n}(z_i) R_{ei}] J'_{s_n} [k_{\perp n}(z_i) r_{Li}] e^{-j(m-s_n)\Phi_{ei}} e^{j s_n \Lambda_i} \quad (3.1.42)$$

όπου, για την αποφυγή σύγχυσης, συμβολίσαμε προσωρινά τη φανταστική μονάδα με j . Για να εξαχθεί η (3.1.42), η μέση τιμή ως προς T_0 στην (3.1.41) υπολογίστηκε με τη συνήθη προσέγγιση αργής χρονικής κλίμακας που διαχωρίζει τις “αργές” από τις “γρήγορες” ποσότητες.

Για να απαλλαγούμε από το άθροισμα στην (3.1.42) μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κατάλληλους μέσους όρους ως προς τα ηλεκτρόνια.. Οι τιμές $z_i, u_{\perp i}, \Lambda_i, \gamma_i, r_{Li}, R_{ei}, \Phi_{ei}$ (που αφορούν το ηλεκτρόνιο “ i ” και που αντιστοιχούν στη χρονική στιγμή t) δίνουν την τιμή του i -οστού προσθετέου S_i του αθροίσματος της (3.1.42). Επειδή, λόγω (3.1.36), η ακτίνα Larmor r_{Li} είναι συνάρτηση των u_{\perp} και z_i , μπορούμε να γράψουμε $S_i = S_i(z_i, \mathbf{q}_i)$ όπου

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{q}_i(t) \equiv (\gamma_i, u_{\perp i}, \Lambda_i, R_{ei}, \Phi_{ei}) \quad (3.1.43)$$

Αν $\langle S_i(z_i, \mathbf{q}_i) \rangle_{z_i, \mathbf{q}_i}$ είναι η μέση τιμή του $S_i(z_i, \mathbf{q}_i)$ ως προς όλα τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται στην κοιλότητα τη χρονική στιγμή t , τότε προφανώς ισχύει

$$\sum_{i=1}^{N_e(t)} S_i(z_i, \mathbf{q}_i) = N_e(t) \langle S_i(z_i, \mathbf{q}_i) \rangle_{z_i, \mathbf{q}_i} = N_e(t) \left\langle \int_{z_{in}}^{z_{out}} f_z(z_i; t) S_i(z_i, \mathbf{q}_i) dz_i \right\rangle_{\mathbf{q}_i} \quad (3.1.44)$$

όπου $f_z(z_i; t)$ η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για την αξονική θέση z_i του ηλεκτρονίου “ i ”. Αν $n_{ez}(z, t)$ είναι η αξονική πυκνότητα ηλεκτρονίων στην κοιλότητα, δηλαδή αν $n_{ez}(z, t) dz$ είναι ο αριθμός των ηλεκτρονίων που βρίσκονται μεταξύ z και $z + dz$ τη χρονική στιγμή t , τότε $f_z(z_i; t) = n_{ez}(z_i, t) / N_e(t)$. Αν $I_b(t) > 0$ είναι το ρεύμα που αντιπροσωπεύει η ηλεκτρονική δέσμη τη χρονική στιγμή t και $v_{||M}(z, t) = c\beta_{||M}(z, t) > 0$ είναι η μέση αξονική ταχύτητα των ηλεκτρονίων που βρίσκονται μεταξύ z και $z + dz$ τη χρονική στιγμή t , τότε $I_b(t) = en_{ez}(z, t)v_{||M}(z, t)$ και συνεπώς $f_z(z_i; t) = I_b(t) / [ev_{||M}(z, t)N_e(t)]$. Μετά από αυτά η (3.1.42), λόγω της (3.1.44), γίνεται

$$I_n(z, t) = -\frac{s_n c}{\omega_0} \frac{I_b(t)}{\beta_{||M}(z, t)} C_n(z) k_{\perp n}(z) \left\langle \frac{u_{\perp i}}{\gamma_i} G_{n, s_n} [k_{\perp n}(z) R_{ei}] J'_{s_n} [k_{\perp n}(z) r_{Li}] e^{-i(m-s_n)\Phi_{ei}} e^{is_n \Lambda_i} \right\rangle_{\mathbf{q}_i(t)} \quad (3.1.45)$$

Οι εξισώσεις (3.1.31)-(3.1.34) και (3.1.12) μαζί με τη σχέση (3.1.45) αποτελούν ένα κλειστό σύστημα η λύση του οποίου περιγράφει την αλληλεπίδραση μεταξύ ηλεκτρονικής δέσμης και RF πεδίου στο γυροτρόνιο σύμφωνα με την αυτοσυνεπή θεώρηση. Για τον αριθμητικό υπολογισμό της μέσης τιμής στην (3.1.45) οι εξισώσεις κίνησης ολοκληρώνονται πολλές φορές για ένα αντιπροσωπευτικό πληθυσμό ηλεκτρονίων. Σχετικές λεπτομέρειες θα δοθούν στις επόμενες παραγράφους όπου και υιοθετείται η λεγόμενη προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας (cold-cavity approximation).

3.1.3 Εξισώσεις με την προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας

Οι εξισώσεις (3.1.12) και (3.1.31)-(3.1.32) μπορούν να τροποποιηθούν περαιτέρω με την παραδοχή δεδομένου προφίλ πεδίου (fixed field profile). Σύμφωνα με την παραδοχή αυτή, το αξονικό προφίλ κάθε ρυθμού πρακτικά καθορίζεται μόνο από τη γεωμετρία της κοιλότητας και θεωρείται γνωστό. Αμελούνται δηλαδή οι μεταβολές στο αξονικό προφίλ που οφείλονται στην αλληλεπίδραση του ρυθμού με την ηλεκτρονική

δέσμη. Στην αυτή την περίπτωση, η συνάρτηση $A_n(z, t)$ μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι χωριζόμενης μορφής και να γραφεί σαν το γινόμενο μιας συνάρτησης μόνο του χρόνου επί μια συνάρτηση μόνο του z , η οποία εκφράζει το αξονικό προφίλ του πεδίου. Σαν συνάρτηση αξονικού προφίλ μπορούμε να θεωρήσουμε ημίτονο, γκαουσιανή ή ακόμη καλύτερα τη συνάρτηση προφίλ του ρυθμού στην ψυχρή κοιλότητα. Στην περίπτωση αυτή έχουμε τη λεγόμενη προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας (cold-cavity approximation) και η συνάρτηση $A_n(z, t)$ έχει τη μορφή

$$A_n(z, t) = a_n(t) e^{i\psi_n(t)} f_n(z) \quad (3.1.46)$$

όπου $f_n(z)$ είναι η μιγαδική συνάρτηση αξονικού προφίλ του ρυθμού TE_n στην ψυχρή κοιλότητα. Η $f_n(z)$ προσδιορίζεται μαζί με τη συχνότητα ω_n και τον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας $Q_{\text{dif},n}$ του TE_n στην ψυχρή κοιλότητα από το πρόβλημα ιδιοτιμών (2.2.23)-(2.2.26). Η “αργή” θετική πραγματική συνάρτηση $a_n(t)$ έχει διαστάσεις τάσης^(*) και εκφράζει τη μεταβολή του πλάτους του πεδίου του ρυθμού TE_n λόγω των απωλειών και της ανταλλαγής ενέργειας με τα ηλεκτρόνια. Η “αργή” πραγματική συνάρτηση $\psi_n(t)$ αντιπροσωπεύει τη διόρθωση συχνότητας που υφίσταται ο ρυθμός λόγω της ηλεκτρονικής δέσμης (frequency pulling due to beam loading).

Με την προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας το μοντέλο αλληλεπίδρασης απλουστεύεται και η αριθμητική επίλυσή του γίνεται ταχύτερη. Όπως είπαμε, η προσέγγιση αυτή δέχεται ότι η παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης τροποποιεί τους ρυθμούς διέγερσης της ψυχρής κοιλότητας μόνο ως προς το πλάτος και τη συχνότητά τους, παραδοχή που είναι δικαιολογημένη για ρυθμούς με υψηλό συντελεστή ποιότητας [71]-[73]. Στις περιπτώσεις χαμηλού συντελεστή ποιότητας ενδέχεται τα αποτελέσματα της προσέγγισης ψυχρής κοιλότητας να αποκλίνουν από αυτά του ακριβέστερου αυτοσυνεπούς μοντέλου της (3.1.12). Στο [72] προτείνεται (μετά από αριθμητικές προσομοιώσεις) το ακόλουθο ποσοτικό κριτήριο για την περιοχή ισχύος της προσέγγισης ψυχρής κοιλότητας: Ορίζοντας την παράμετρο $\zeta_{\text{out}} = (\pi^2 L_2^3 \tan^3 \theta_3) / (2R_{o,0} \lambda^2)$, τα αποτελέσματα που προκύπτουν με την προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας είναι σε καλή συμφωνία με εκείνα που προκύπτουν από τη αυτοσυνεπή θεώρηση όταν $\zeta_{\text{out}} > 15^{(**)}$. Για μικρότερες τιμές του ζ_{out} θα πρέπει να χρησιμοποιείται η αυτοσυνεπής θεώρηση. Οι υπολογισμοί στο [72] αφορούν συμβατική κοιλότητα αλλά μπορούμε να υποθέσουμε ότι το κριτήριο ισχύει (έστω ενδεικτικά) και για την ομοαξονική κοιλότητα. Παρόλα αυτά, όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο, η προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας μπορεί να οδηγήσει σε χρήσιμα συμπεράσματα ακόμη και όταν $\zeta_{\text{out}} < 15$.

Για να προκύψουν οι εξισώσεις της προσέγγισης ψυχρής κοιλότητας αντικαθιστούμε την (3.1.46) στην (3.1.12), οπότε με χρήση των (2.2.23)-(2.2.24) έχουμε

$$\begin{aligned} a_n e^{i\psi_n} f_n(z) \left[\left(\frac{\omega_n}{c} \right)^2 \left(1 + \frac{i}{Q_{\text{dif},n}} \right) + i \frac{2s_n \omega_0}{c^2} \left[\frac{1}{a_n} \frac{da_n}{dt} + i \frac{d\psi_n}{dt} \right] - \left(\frac{s_n \omega_0}{c} \right)^2 - k_{\perp n}^2(z) \frac{1-i}{Q_{\text{ohm},n}} \right] = \\ = -2i \zeta_0 \left(\frac{\omega_0}{c} \right)^2 I_n^*(z, t) \quad (3.1.47) \end{aligned}$$

(*) Για την αποφυγή σύγχυσης, υπενθυμίζουμε ότι τα ιδιοδιανύσματα e_n που εμφανίζονται στην αναπαράσταση (3.1.1)-(3.1.2) έχουν διαστάσεις αντιστρόφου μήκους σύμφωνα με την (2.2.6).

(**) Σημειώνουμε ότι το ζ_{out} αυξάνει με την αύξηση των παραμέτρων L_2/λ και θ_3 , η οποία συνοδεύεται από αύξηση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας, όπως υποδεικνύουν οι (2.4.6) και (2.4.10)-(2.4.12).

Πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη την (3.1.47) επί $f_n^*(z)\exp[-i\psi_n(t)]$, ολοκληρώνοντας κατά μήκος της κοιλότητας από $z = z_{\text{in}}$ έως $z = z_{\text{out}}$ και χωρίζοντας το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της προκύπτουσας μιγαδικής εξίσωσης, καταλήγουμε στις σχέσεις:

$$\frac{da_n(t)}{dt} + \frac{\omega_n}{2Q_{\text{tot},n}} a_n(t) = -\frac{c\zeta_0}{W_n} \text{Re}\{I_{cn}(t)\} \quad (3.1.48)$$

$$\frac{d\psi_n(t)}{dt} - \left[\omega_n \left(1 + \frac{\delta\omega_{1n}}{\omega_n} \right) - s_n\omega_0 \right] = \frac{1}{a_n(t)} \frac{c\zeta_0}{W_n} \text{Im}\{I_{cn}(t)\} \quad (3.1.49)$$

$$I_{cn}(t) \triangleq \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} e^{i\psi_n(t)} f_n(z) \frac{\omega_0}{s_n c} I_n(z, t) dz = \iiint_V e^{i\psi_n(t)} f_n(z) \left\langle e^{is_n\omega_0 t} \mathbf{J}_{\text{RF}}(\mathbf{R}, z, t) \right\rangle_{T_0} \cdot \mathbf{e}_n(\mathbf{R}; z) dV \quad (3.1.50)$$

όπου

$$W_n \triangleq \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} |f_n(z)|^2 dz \quad (3.1.51)$$

Για την εξαγωγή των (3.1.48)-(3.1.50) χρησιμοποιήθηκαν επίσης (στα αριστερά μέλη) οι προσεγγίσεις $\omega_n \cong ck_{\perp n}$ (ρυθμός κοντά στην αποκοπή) και $\omega_n, \omega_n + \delta\omega_{1n} \approx s_n\omega_0$, καθώς και οι σχέσεις (3.1.8) και (2.2.22). Η ολοκλήρωση στην (3.1.50), που δίνει το μιγαδικό όρο πηγής $I_{cn}(t)$ για την περίπτωση της προσέγγισης ψυχρής κοιλότητας, γίνεται σε όλο τον όγκο της κοιλότητας. Μέσω της (3.1.45) παίρνουμε την ακόλουθη έκφραση:

$$I_{cn}(t) = -I_b(t) \cdot \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} \left\langle e^{i\psi_n(t)} f_n(z) C_n(z) k_{\perp n}(z) \frac{u_{\perp i}}{\gamma_i \beta_{\parallel M}(z, t)} G_{n,s_n} [k_{\perp n}(z) R_{ei}] J'_{s_n} [k_{\perp n}(z) r_{Li}] e^{-i(m-s_n)\Phi_{ei}} e^{is_n\Lambda_i} \right\rangle_{\mathbf{q}_i(t)} dz \quad (3.1.52)$$

Ο μιγαδικός όρος πηγής $I_{cn}(t)$ σχετίζεται με την προβολή της πυκνότητας ρεύματος που αντιπροσωπεύει η ηλεκτρονική δέσμη πάνω στο διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου του ρυθμού TE_n . Η εξίσωση (3.1.48) περιγράφει τη μεταβολή του πλάτους του πεδίου του ρυθμού. Στο αριστερό της μέλος υπάρχει ο όρος που δηλώνει την μείωση του πλάτους λόγω των απωλειών της κοιλότητας, οι οποίες αντιπροσωπεύονται από το συντελεστή ποιότητας, ενώ το δεξί μέλος της εκφράζει την επίδραση που έχει στο πλάτος η ηλεκτρονική δέσμη. Αν σε χρόνο Δt η μεταβολή που επιφέρει η δέσμη στο ηλεκτρικό πεδίο \mathbf{E}_n του ρυθμού είναι $\Delta \mathbf{E}_n$, το δεξί μέλος της (3.1.48) σχετίζεται με τη συνιστώσα του $\Delta \mathbf{E}_n$ που είναι παράλληλη στο \mathbf{E}_n . Κατ' αναλογία, στην εξίσωση (3.1.49) που περιγράφει τη χρονική εξέλιξη της φάσης του ρυθμού TE_n , το δεξί μέλος εκφράζει την επίδραση της δέσμης στη συχνότητα του ρυθμού και σχετίζεται με τη συνιστώσα του $\Delta \mathbf{E}_n$ που είναι κάθετη στο \mathbf{E}_n . Ο σταθερός όρος μέσα στις αγκύλες του αριστερού μέλους της (3.1.49) δηλώνει τη διαφοροποίηση της συχνότητας του ρυθμού στην ψυχρή κοιλότητα από τη συχνότητα $s_n\omega_0$. Απουσία ηλεκτρονικής δέσμης ($\mathbf{J}_{\text{RF}} = 0$) οι (3.1.48)-(3.1.50) περιγράφουν ρυθμό με συχνότητα $\omega_n + \delta\omega_{1n}$ και πλάτος που φθίνει με χρονική εξάρτηση $\exp[-\omega_n t / (2Q_{\text{tot},n})]$. Αυτό είναι σε συμφωνία με την αναπαράσταση ρυθμών

ψυχρής κοιλότητας (2.2.4)-(2.2.5), αν ληφθεί υπόψη η διόρθωση συχνότητας $\delta\omega_{1n}$ λόγω ωμικών απωλειών.

3.2 Αριθμητική Ολοκλήρωση των Εξισώσεων Αλληλεπίδρασης

3.2.1 Χαρακτηριστικές χρονικές κλίμακες και τροποποιημένες εξισώσεις

Για την αριθμητική ολοκλήρωση των εξισώσεων αλληλεπίδρασης γίνεται συνήθως η παραδοχή ότι κατά το χρονικό διάστημα t_{tr} της διέλευσης του ηλεκτρονίου από την κοιλότητα (και ιδιαίτερα κατά τη διέλευσή του από την κύρια περιοχή αλληλεπίδρασης που συμπίπτει με το μεσαίο τμήμα της κοιλότητας), τα πλάτη και οι συχνότητες των ρυθμών που απαρτίζουν το υψίσυχο πεδίο παραμένουν περίπου σταθερά. Επιπλέον, ο χαρακτηριστικός χρόνος t_{field} μεταβολής του πλάτους του υψίσυχου πεδίου είναι συνήθως πολύ μικρότερος από το χαρακτηριστικό χρόνο t_{pulse} αποκατάστασης της τιμής της τάσης λειτουργίας κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου. Αυτές οι παρατηρήσεις (οι οποίες επαληθεύονται στην πράξη) συνοψίζονται στις παρακάτω ανισότητες [70]:

$$t_{tr} \ll t_{field} \ll t_{pulse} \quad (3.2.1)$$

Με βάση τα παραπάνω, στην περίπτωση που χρησιμοποιείται η προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας (3.1.46), οι εξισώσεις κίνησης (3.1.31)-(3.1.33) μπορούν να ολοκληρωθούν θέτοντας

$$a_n[t(z)] = a_n(t_{in}) \quad (3.2.2)$$

$$\psi_n[t(z)] = \psi_n(t_{in}) + \left. \frac{d\psi_n}{dt} \right|_{t=t_{in}} \cdot \int_{z_{in}}^z \frac{dz'}{v_{||}(z')} \cong \psi_n(t_{in}) + \left. \frac{d\psi_n}{dt} \right|_{t=t_{in}} \cdot \frac{z - z_{in}}{v_{||in}} \quad (3.2.3)$$

με αποτέλεσμα να μη χρειάζεται πλέον η επίλυση της (3.1.34) αφού δεν είναι απαραίτητη η γνώση της συνάρτησης $t(z)$ για την ολοκλήρωση των (3.1.31)-(3.1.33). Η παραπάνω προσέγγιση θεωρεί σταθερές τις ποσότητες a_n και $d\psi_n/dt$ κατά τη διέλευση ενός ηλεκτρονίου από την κοιλότητα, επειδή $t_{tr} \ll t_{field}$. Σημειώνουμε ότι η απλουστευμένη προσέγγιση $\psi_n[t(z)] \cong \psi_n(t_{in})$, δηλαδή η παράλειψη του όρου $d\psi_n/dt$, οδηγεί σε λανθασμένα αποτελέσματα επειδή δεν διαφοροποιεί επαρκώς μεταξύ των ρυθμών αφού θεωρεί πως κάθε ρυθμός TE_n έχει συχνότητα $s_n\omega_0$.

Για να υπολογισμός της τιμής $I_{cn}(t)$ του όρου πηγής τη χρονική στιγμή t απαιτούνται τα κινητικά μεγέθη ενός αντιπροσωπευτικού πληθυσμού ηλεκτρονίων που βρίσκονται στην κοιλότητα τη χρονική στιγμή t . Τα μεγέθη αυτά για το ηλεκτρόνιο “ i ”, που τη χρονική στιγμή t βρίσκεται στη θέση z_i , μπορούν να βρεθούν από την ολοκλήρωση των εξισώσεων κίνησης (3.1.31)-(3.1.33) από $z = z_{in}$ έως $z = z_i$. Για την ολοκλήρωση αυτή χρησιμοποιούμε την (3.2.2) με $t_{in} \cong t$ και την (3.2.3) με την παράγωγο

$d\psi_n/dt$ υπολογισμένη στο $t_{in} \equiv t$ και με $\psi_n(t_{in}) = \psi_n(t) - [d\psi_n/dt](z_i - z_{in})/v_{||in,i}$. Οι αρχικές συνθήκες για την ολοκλήρωση περιέχονται στο διάνυσμα

$$\mathbf{q}_{in,i}(t) = [\gamma_{in,i}(t), u_{\perp in,i}(t), \Lambda_{in,i}, R_{ein,i}, \Phi_{ein,i}] \quad (3.2.4)$$

Η χρονική εξάρτηση του διανύσματος $\mathbf{q}_{in,i}$ οφείλεται στο ότι οι τιμές $\gamma_{in,i}, u_{\perp in,i}$ είναι συναρτήσεις της τάσης V_b της ηλεκτρονικής δέσμης, η οποία κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου εξαρτάται γενικά από το χρόνο. Το γεγονός ότι γράψαμε $\mathbf{q}_{in,i}(t)$ αντί του ορθότερου $\mathbf{q}_{in,i}[t - (z_i - z_{in})/v_{||in,i}]$ είναι συνέπεια του ότι $t_{tr} \ll t_{pulse}$. Αν N_z είναι ο αριθμός των αριθμητικών βημάτων Δz από το $z = z_{in}$ έως το $z = z_{out}$, τότε τα απαιτούμενα βήματα ολοκλήρωσης για ένα ηλεκτρόνιο που τη χρονική στιγμή t βρίσκεται στη θέση z_i είναι $N_z(z_i - z_{in})/(z_{out} - z_{in}) = (z_i - z_{in})/\Delta z$. Αν N_q είναι ο αριθμός των διαφορετικών $\mathbf{q}_{in,i}$, τότε τα συνολικά βήματα ολοκλήρωσης που απαιτούνται για τον υπολογισμό του $I_{cn}(t)$ είναι $N_q N_z (N_z + 1)/2 \cong N_q N_z^2/2$.

Λόγω της ανισότητας $t_{tr} \ll t_{field}$ μπορούμε να προσεγγίσουμε τον όρο πηγής $I_{cn}(t)$ με μια ποσότητα της οποίας ο αριθμητικός υπολογισμός είναι σημαντικά συντομότερος. Θεωρούμε ένα μέτωπο ηλεκτρονίων το οποίο εισέρχεται στην κοιλότητα τη χρονική στιγμή t και προσδιορίζουμε την εξέλιξη των κινητικών μεγεθών κάθε ηλεκτρονίου καθώς αλλάζει η αξονική του θέση z με βήματα Δz . Αυτό γίνεται χρησιμοποιώντας στις (3.1.31)-(3.1.33) τις (3.2.2)-(3.2.3) με $t_{in} = t$ και επιλύοντας αριθμητικά τις πρώτες με αρχικές συνθήκες $\mathbf{q}_{in,i}(t)$ και με βήμα Δz . Υποθέτουμε ότι η ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ αυτού του μετώπου και του υψίσυχνου H/M πεδίου είναι προσεγγιστικά ίση (λόγω $t_{tr} \ll t_{field}$) με την ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ του συνόλου των ηλεκτρονίων της κοιλότητας και του υψίσυχνου πεδίου κατά το χρονικό διάστημα από t έως $t + \Delta z/v_{||M}(z_{in}, t)$. Μπορούμε έτσι να γράψουμε

$$I_{cn}(t) \cong \tilde{I}_{cn}(t) \text{ όπου}$$

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{cn}(t) \triangleq & -I_b(t) \int_{z_{in}}^{z_{out}} \left\langle \exp \left\{ i \left[\psi_n(t) + \frac{d\psi_n(t)}{dt} \frac{1}{cu_{||in,i}} \int_{z_{in}}^z \gamma_i(z') dz' \right] \right\} f_n(z) C_n(z) k_{\perp n}(z) \cdot \right. \\ & \left. \frac{u_{\perp i}(z)}{\gamma_i(z) \beta_{||M}(z, t)} G_{n, s_n} [k_{\perp n}(z) R_{ei}(z)] J'_{s_n} \left[\frac{ck_{\perp n}(z)}{\Omega_0(z)} u_{\perp i}(z) \right] e^{-i(m-s_n)\Phi_{ei}} e^{is_n \Lambda_i(z)} \right\rangle_{\mathbf{q}_{in,i}(t)} dz \quad (3.2.5) \end{aligned}$$

Τα συνολικά βήματα ολοκλήρωσης που απαιτούνται για τον υπολογισμό του προσεγγιστικού $I_{cn}(t)$ μέσω της παραπάνω σχέσης είναι τώρα $N_q N_z$. Με αυτήν την προσέγγιση του όρου πηγής ο αριθμητικός κώδικας που επιλύει το πρόβλημα αλληλεπίδρασης γίνεται τροχιακός (trajectory code).

Μετά από αυτά οι (3.1.31)-(3.1.33) και (3.1.48)-(3.1.49) καταλήγουν στο ακόλουθο σύστημα εξισώσεων που περιγράφει την αλληλεπίδραση ηλεκτρονικής δέσμης και υψίσυχνου H/M πεδίου στην κοιλότητα του ομοαξονικού γυροτρονίου με την παραδοχή δεδομένου προφίλ πεδίου:

$$\frac{du_{\perp}(z)}{dz} = -\frac{\gamma}{u_{\parallel\text{in}}} \sum_n \frac{a_n(t)}{V_0} |f_n(z)| C_n k_{\perp n} G_{n,s_n}(k_{\perp n} R_e) J'_{s_n} \left(\frac{ck_{\perp n}}{\Omega_0} u_{\perp} \right) \cdot \cos \left[s_n \Lambda + \text{Arg}[f_n(z)] - (m - s_n) \Phi_e + \psi_n(t) + \frac{d\psi_n(t)}{dt} \frac{1}{cu_{\parallel\text{in}}} \int_{z_{\text{in}}}^z \gamma dz' \right] \quad (3.2.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Lambda(z)}{dz} - \frac{\gamma}{cu_{\parallel\text{in}}} \left(\omega_0 - \frac{\Omega_0}{\gamma} \right) &= \\ &= \left(\frac{\gamma}{u_{\perp}} \right)^2 \frac{1}{u_{\parallel\text{in}}} \sum_n \frac{a_n(t)}{V_0} |f_n(z)| C_n k_{\perp n} G_{n,s_n}(k_{\perp n} R_e) J_{s_n} \left(\frac{ck_{\perp n}}{\Omega_0} u_{\perp} \right) \frac{\Omega_0/\gamma}{ck_{\perp n}/s_n} \left[1 - \frac{(ck_{\perp n}/s_n)^2}{\omega_0 (\Omega_0/\gamma)} \left(\frac{u_{\perp}}{\gamma} \right)^2 \right] \cdot \sin \left[s_n \Lambda + \text{Arg}[f_n(z)] - (m - s_n) \Phi_e + \psi_n(t) + \frac{d\psi_n(t)}{dt} \frac{1}{cu_{\parallel\text{in}}} \int_{z_{\text{in}}}^z \gamma dz' \right] \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

$$\frac{da_n(t)}{dt} = -\frac{\omega_n}{2Q_{\text{tot},n}} a_n(t) - \frac{c\zeta_0}{W_n} \text{Re}\{\tilde{I}_{cn}(t)\} \quad (3.2.8)$$

$$\frac{d\psi_n(t)}{dt} = \left[\omega_n \left(1 + \frac{\delta\omega_n}{\omega_n} \right) - s_n \omega_0 \right] + \frac{1}{a_n(t)} \frac{c\zeta_0}{W_n} \text{Im}\{\tilde{I}_{cn}(t)\} \quad (3.2.9)$$

όπου $\gamma = \sqrt{1 + u_{\perp}^2 + u_{\parallel\text{in}}^2}$, $f_n(z) = |f_n(z)| e^{i\text{Arg}[f_n(z)]}$, $W_n \triangleq \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} |f_n(z)|^2 dz$ και ο όρος πηγής $\tilde{I}_{cn}(t)$ δίνεται από την (3.2.5). Για απλούστευση, στην (3.2.7) μπορεί να χρησιμοποιηθεί η συνήθης προσέγγιση $(ck_{\perp n}/s_n)^2/(\omega_0\Omega_0/\gamma) \cong 1$. Όπως και στην περίπτωση των εξισώσεων αυτοσυνεπούς θεώρησης (3.1.12), (3.1.31)-(3.1.32), το σύστημα (3.2.5)-(3.2.9) μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω στην περίπτωση μικρού u_{\perp} . Οι σχετικές εξισώσεις παρατίθενται στο Παράρτημα V.

Θα περιγράψουμε τώρα το αριθμητικό σχήμα για την ολοκλήρωση του συστήματος (3.2.5)-(3.2.9). Για να υπολογιστούν για κάθε ρυθμό ΤΕ_n οι ποσότητες $a_n(t + \Delta t)$, $\psi_n(t + \Delta t)$ από τις $a_n(t)$, $\psi_n(t)$ γίνονται τα ακόλουθα βήματα: Χρησιμοποιώντας τις τιμές $a_n(t)$, $\psi_n(t)$ και $\psi_n'(t) \equiv d\psi_n(t)/dt$ όλων των ρυθμών που θεωρούμε ότι αλληλεπιδρούν με τη δέσμη, οι εξισώσεις κίνησης (3.2.6)-(3.2.7) ολοκληρώνονται από $z = z_{\text{in}}$ έως $z = z_{\text{out}}$ για το ηλεκτρόνιο “i” με διάνυσμα αρχικών τιμών το $\mathbf{q}_{\text{in},i}(t) = [\gamma_{\text{in},i}(t), u_{\perp,\text{in},i}(t), \Lambda_{\text{in},i}, R_{\text{ein},i}, \Phi_{\text{ein},i}]$. Προκύπτουν έτσι οι συναρτήσεις $u_{\perp,i}(z)$, $\Lambda_i(z)$ και $\gamma_i(z)$, οπότε προσδιορίζεται για κάθε ρυθμό η έκφραση μέσα στη μέση τιμή $\langle \rangle_q$ στην (3.2.5). Η ολοκλήρωση των (3.2.6)-(3.2.7) επαναλαμβάνεται για έναν αντιπροσωπευτικό αριθμό ηλεκτρονίων (δηλαδή για ένα αντιπροσωπευτικό αριθμό διανυσμάτων $\mathbf{q}_{\text{in},i}$), οπότε υπολογίζεται για κάθε ρυθμό η μέση τιμή $\langle \rangle_q$ στην (3.2.5) και ακολούθως, με την ολοκλήρωση της ως προς z , λαμβάνεται η τιμή $\tilde{I}_{cn}(t)$. Στη συνέχεια οι εξισώσεις πεδίου (3.2.8)-(3.2.9) ολοκληρώνονται σε ένα βήμα. Συγκεκριμένα υπολογίζουμε την τιμή του δεξιού μέλους της (3.2.8) από τα $a_n(t)$, $\tilde{I}_{cn}(t)$, συμβολίζουμε την τιμή αυτή με $a_n'(t + \Delta t)$ και έχουμε $a_n(t + \Delta t) = a_n(t) + a_n'(t + \Delta t)\Delta t$. Αντίστοιχα, υπολογίζουμε την τιμή του

δεξιού μέλους της (3.2.9) από τα $a_n(t)$ και $\tilde{I}_{cn}(t)$, τη συμβολίζουμε με $\psi_n'(t + \Delta t)$ και έχουμε $\psi_n(t + \Delta t) = \psi_n(t) + \psi_n'(t + \Delta t)\Delta t$. Οι τιμές $a_n(t + \Delta t)$, $\psi_n(t + \Delta t)$ και $\psi_n'(t + \Delta t)$ θα χρησιμοποιηθούν στις εξισώσεις κίνησης της επόμενης χρονικής στιγμής $t + \Delta t$. Οι αρχικές συνθήκες για ένα ρυθμό που βρίσκεται στη στάθμη θορύβου κατά την έναρξη της αλληλεπίδρασης (χρονική στιγμή $t = t_0$) είναι

$$a_n(t_0) = a_{n0}, \psi_n(t_0) = \psi_{n0}, \psi_n'(t_0) = \omega_n - s_n\omega_0 \quad (3.2.10)$$

όπου a_{n0} μικρή πραγματική σταθερά (κατώφλι θορύβου) και ψ_{n0} αυθαίρετη αρχική φάση, η οποία στις περισσότερες περιπτώσεις μπορεί να τεθεί ίση με μηδέν. Αυτό είναι δυνατό είτε επειδή λαμβάνονται υπόψη όλες οι δυνατές σχετικές αρχικές φάσεις των ρυθμών μέσω του υπολογισμού της μέσης τιμής ως προς $\Phi_{ein,i} \in [0, 2\pi)$ στην (3.2.5), είτε επειδή οι περίοδοι των διακροτημάτων μεταξύ των ρυθμών είναι πολύ μικρότερες από το χαρακτηριστικό χρόνο t_{field} της εξέλιξης των πλατών των ρυθμών, οπότε αυτή η εξέλιξη δεν εξαρτάται από την αρχική διαφορά φάσης των ρυθμών [87], [28], [70], [6-κεφ. 4].

Τελειώνοντας, παρατηρούμε ότι οι (3.2.7) και (3.2.9) δείχνουν ότι είναι δυνατό να εμφανιστούν προβλήματα στην αριθμητική επίλυσή τους όταν u_{\perp} , $a_n \rightarrow 0$. Τέτοιες περιπτώσεις όμως δεν θα συναντήσουμε διότι αφενός, όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο, δεν επιτρέπουμε ποτέ στο πλάτος ενός ρυθμού TE_n να γίνει μικρότερο από τη στάθμη θορύβου a_{n0} και αφετέρου απαιτούνται πολύ μεγαλύτερες τιμές του υψίσυχνου πεδίου από αυτές που απαντώνται στα σημερινά γυροτρόνια για να οδηγηθεί σε μηδενισμό η εγκάρσια ορμή κάποιων ηλεκτρονίων [6-κεφ. 4].

3.2.2 Χρονική εξάρτηση του διανύσματος αρχικών τιμών και του ρεύματος της ηλεκτρονικής δέσμης

Όπως είδαμε ήδη, οι αρχικές τιμές για το ηλεκτρόνιο “ i ” τη χρονική στιγμή t περιέχονται στο διάνυσμα $\mathbf{q}_{in,i}(t) = [\gamma_{in,i}(t), u_{\perp,lin,i}(t), \Lambda_{in,i}, R_{ein,i}, \Phi_{ein,i}]$. Η αρχική σχετική φάση $\Lambda_{in,i}$ είναι πάντα ομοιόμορφα κατανεμημένη στο διάστημα $[0, 2\pi)$. Η αρχική αζιμουθιακή θέση εισόδου $\Phi_{ein,i}$ είναι επίσης ομοιόμορφα κατανεμημένη στο διάστημα $[0, 2\pi)$ στις συνήθεις περιπτώσεις. Διαφορετικές κατανομές του $\Phi_{ein,i}$ μπορούν να υιοθετηθούν αν στόχος είναι η μελέτη της αλληλεπίδρασης με αζιμουθιακά ανομοιόμορφη ηλεκτρονική δέσμη [88], [89], η οποία προκύπτει λόγω αντίστοιχα ανομοιόμορφης εκπομπής από την κάθοδο [90]. Για τις ηλεκτρονικές δέσμες που χρησιμοποιούνται στην πράξη και που δεν είναι ιδανικές αλλά έχουν πεπερασμένο πάχος, η τιμή εισόδου $R_{ein,i}$ της ακτίνας του κέντρου περιστροφής του ηλεκτρονίου είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη γύρω από μια κεντρική τιμή R_{einM} [91], [92]. Το τυπικό συνολικό εύρος τιμών του $R_{ein,i}$ είναι ίσο με δύο περίπου ακτίνες Larmor [93], [75].

Κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου, η τάση $V_b > 0$ της ηλεκτρονικής δέσμης αυξάνει γραμμικά από το μηδέν έως την τιμή λειτουργίας $V_{b,op}$ με χαρακτηριστικό χρόνο t_{pulse} , ο οποίος μπορεί να είναι από μερικά μς έως εκατοντάδες μς [94], [58]. Συνεπώς, σε αντίθεση με τις αρχικές τιμές $\Lambda_{in,i}$, $\Phi_{ein,i}$ και $R_{ein,i}$, οι αρχικές τιμές $\gamma_{in,i}$ και $u_{\perp,lin,i} = \gamma_{in,i}\beta_{\perp,lin,i}$ εξαρτώνται από το χρόνο αφού εξαρτώνται από το V_b . Θεωρούμε ότι τα $\gamma_{in,i}$ και $\beta_{\perp,lin,i}$ ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή γ_{inM} και $\beta_{\perp,linM}$ αντίστοιχα. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι στην πράξη μια τυπική τιμή για τη διασπορά της ποσότητας $\gamma_{in,i} - 1$ (που εκφράζει την αρχική κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου) είναι 0.3 % rms, ενώ μια τυπική τιμή για τη διασπορά του $\beta_{\perp,lin,i}$ είναι 6 % rms. Η εξάρτηση των μέσων τιμών γ_{inM}

και $u_{\perp \text{inM}} = \gamma_{\text{inM}} \beta_{\perp \text{inM}}$ από την τάση V_b (άρα και η χρονική τους εξάρτηση) δίνεται από τις σχέσεις

$$\gamma_{\text{inM}}(t) = 1 + \frac{V_b(t)}{V_0} \quad (3.2.11)$$

$$u_{\perp \text{inM}}(t) = u_{\perp \text{inM,op}} \frac{V_b(t)}{V_{b,\text{op}}} = \frac{V_b(t)}{V_{b,\text{op}}} \sqrt{\frac{(1 + V_{b,\text{op}}/V_0)^2 - 1}{1 + \alpha_{\text{op}}^{-2}}} \quad (3.2.12)$$

όπου ο μέσος λόγος ταχυτήτων ηλεκτρονίου α_{op} , που αποτελεί βασική σχεδιαστική παράμετρο, ορίζεται ως

$$\alpha_{\text{op}} \triangleq \frac{\beta_{\perp \text{inM,op}}}{\beta_{\parallel \text{inM,op}}} \quad (3.2.13)$$

και ο δείκτης “op” δηλώνει την τιμή που αντιστοιχεί στην τάση λειτουργίας $V_{b,\text{op}}$ (π. χ. $\gamma_{\text{inM,op}} = 1 + V_{b,\text{op}}/V_0$). Η σχέση (3.2.12) προκύπτει από τις (5.14)-(5.15) του [10] για την περίπτωση που έχουμε πηγή ηλεκτρονικής δέσμης τύπου διόδου (diode-type electron gun) και με την παραδοχή $V_c(t)/V_{c,\text{op}} \cong V_b(t)/V_{b,\text{op}}$ όπου $V_c(t) > 0$ η διαφορά δυναμικού ανόδου-καθόδου στην διόδο πηγή. Όπως σχολιάσαμε στην παράγραφο 1.4.2, επειδή η δέσμη είναι ένα ηλεκτρικό φορτίο που βρίσκεται σε κάποια απόσταση από τα τοιχώματα της κοιλότητας που έχουν διαφορά δυναμικού V_c από την κάθοδο, ισχύει $V_c > V_b$. Το φαινόμενο αυτό της (μικρής) πτώσης της τάσης της δέσμης λόγω του χωρικού της φορτίου (voltage depression) δεν λαμβάνεται υπόψη στην (3.2.12) επειδή θα προκαλούσε απλώς μια μικρή διόρθωση. Θα μνημονευθεί όμως εκτενώς στο κεφάλαιο 5 διότι έχει σημαντική επίπτωση στην ολική απόδοση του γυροτρονίου. Σημειώνουμε ότι χαρακτηριστικό της διόδου είναι ότι η διαφορά δυναμικού $V_c \cong V_b$ καθορίζει ταυτόχρονα τα μεγέθη γ_{inM} και $\beta_{\perp \text{inM}}$ σύμφωνα με τις (3.2.11)-(3.2.12). Υπάρχει και η τρίοδος πηγή ηλεκτρονικής δέσμης (triode-type electron gun) που είναι πιο εξελιγμένη από τη διόδο και στην οποία υπάρχει η δυνατότητα ελέγχου μιας τάσης διαμόρφωσης V_{mod} επιπλέον της V_c . Η τάση V_{mod} είναι ανεξάρτητη από την τάση V_c και καθορίζει το $\beta_{\perp \text{inM}}$ ανεξάρτητα από το γ_{inM} , το οποίο καθορίζεται πάλι από το V_c [10]. Παρόλο που η τρίοδος παρέχει τη δυνατότητα μεγάλης ποικιλίας σεναρίων εκκίνησης του γυροτρονίου [95], [96], στα γυροτρόνια ισχύος η επιθυμητή λειτουργία μπορεί τις περισσότερες φορές να επιτευχθεί και με τη διόδο, οπότε η τελευταία είναι και η συνήθης επιλογή για λόγους απλότητας.

Το ρεύμα I_b της ηλεκτρονικής δέσμης που εμφανίζεται στην (3.2.5) εξαρτάται και αυτό από την τάση V_c , άρα κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου το I_b είναι συνάρτηση του χρόνου. Στην πλειοψηφία των γυροτρονίων η λειτουργία της διόδου στις ονομαστικές τιμές της γίνεται σε συνθήκες θερμοκρασιακού περιορισμού (temperature-limited conditions) και όχι σε συνθήκες περιορισμού χωρικού φορτίου (space-charge-limited conditions) [10]. Έτσι, κατά την εκκίνηση, το ρεύμα της δέσμης εξαρτάται αρχικά από την τάση V_c σύμφωνα με το νόμο της ροής Child-Langmuir ($I_b \propto V_c^{3/2}$) και στη συνέχεια, καθώς το V_c πλησιάζει την τιμή λειτουργίας $V_{c,\text{op}}$, σύμφωνα με το φαινόμενο Schottky [$I_b \propto \exp(aV_c^{1/2})$] [1], [47]. Για μικρές τιμές της τάσης V_c σε σχέση με την τιμή $V_{c,\text{op}}$, η χαμηλή τιμή του I_b σε συνδυασμό με τη χαμηλή τιμή του $\alpha \equiv \beta_{\perp \text{inM}}/\beta_{\parallel \text{inM}}$ κάνουν τη διέγερση ρυθμών αδύνατη. Συνήθως οι ρυθμοί αρχίζουν να

διεγείρονται όταν $V_c > V_{c,op}/2$, οπότε και οι προσομοιώσεις εκκίνησης εστιάζουν σε αυτή την περιοχή τιμών του V_c . Σε αυτή όμως την περιοχή η εξάρτηση του ρεύματος δέσμης από τη διαφορά δυναμικού ανόδου-καθόδου είναι αυτή που υποδεικνύει το φαινόμενο Schottky [47]. Έτσι χρησιμοποιούμε το ακόλουθο μοντέλο για τη χρονική εξάρτηση του ρεύματος της ηλεκτρονικής δέσμης

$$I_b(t) = I_{b,op} \exp \left[440 \left(\frac{T_c}{1^\circ \text{K}} \right)^{-1} \sqrt{\frac{E_{c,op}}{1 \text{ kV/mm}}} \left(\sqrt{\frac{V_b(t)}{V_{b,op}}} - 1 \right) \right] \quad (3.2.14)$$

όπου $I_{b,op}$ είναι το ρεύμα λειτουργίας, T_c είναι η απόλυτη θερμοκρασία της καθόδου και $E_{c,op}$ είναι το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια εκπομπής ηλεκτρονίων, το οποίο αντιστοιχεί στην τάση λειτουργίας $V_{c,op}$. Η (3.2.14) είναι η (6) του [95] ($V_{anode} \equiv V_c$) αν τεθεί $V_{c,op}/d_{ac} \equiv E_{c,op}$ (d_{ac} είναι η απόσταση ανόδου-καθόδου) και χρησιμοποιηθεί πάλι η προσέγγιση $V_c(t)/V_{c,op} \equiv V_b(t)/V_{b,op}$.

Μετά και από τα παραπάνω σχόλια για τη χρονική εξάρτηση των $\mathbf{q}_{in,i}$ και I_b , το σύστημα (3.2.5)-(3.2.9) που περιγράφει την αλληλεπίδραση δέσμης-πεδίου είναι πλέον πλήρως προσδιορισμένο και μπορεί να ολοκληρωθεί αριθμητικά. Για το σκοπό αυτό αναπτύχθηκε ένας σχετικός χρονοεξαρτώμενος αριθμητικός κώδικας ο οποίος παρουσιάζεται στο επόμενο κεφάλαιο.

3.3 Το Ρεύμα Εκκίνησης

3.3.1 Υπολογισμός του ρεύματος εκκίνησης

Το ρεύμα εκκίνησης I_{st} (starting current) του ρυθμού TE_n ορίζεται γενικά ως το ελάχιστο ρεύμα που πρέπει να αντιπροσωπεύει η ηλεκτρονική δέσμη ώστε να διεγερθεί ο εν λόγω ρυθμός. Για τον υπολογισμό του ρεύματος εκκίνησης του ρυθμού TE_n θεωρείται συνήθως ότι η δέσμη αλληλεπιδρά μόνο με το συγκεκριμένο ρυθμό και ότι ο ρυθμός έχει τη μορφή ρυθμού ψυχρής κοιλότητας. Οι εξισώσεις κίνησης τότε είναι οι (3.2.6)-(3.2.7) χωρίς το άθροισμα ως προς n στα δεξιά μέλη και θέτοντας $a_n(t) = V_{max} > 0$, $\psi_n(t) = \psi_0$ και $\omega_0 = \omega_n/s_n$. Σε αυτή την περίπτωση ο ηλεκτρονικός βαθμός απόδοσης η_{el} , ο οποίος ορίζεται ως

$$\eta_{el} \triangleq \left\langle \frac{\gamma_{in,i} - \gamma_i(z_{out})}{\gamma_{in,i} - 1} \right\rangle_{\mathbf{q}_{in,i}} = \left\langle \frac{\gamma_{in,i} - \langle \gamma_i(z_{out}) \rangle_{\Lambda_{in,i}, \Phi_{ein,i}}}{\gamma_{in,i} - 1} \right\rangle_{\gamma_{in,i}, M_{lin,i}, R_{ein,i}} \quad (3.3.1)$$

και είναι συνάρτηση του πλάτους V_{max} του ρυθμού, εκφράζει το ποσοστό της ισχύος της δέσμης που μετατρέπεται σε ηλεκτρομαγνητική ισχύ των πεδίων του ρυθμού. Το ενεργειακό ισοζύγιο έχει ως εξής:

$$\frac{dW_{\text{em}}}{dt} = -\frac{\omega_n}{Q_{\text{tot}}}W_{\text{em}} + \eta_{\text{el}}I_bV_b \quad (3.3.2)$$

όπου W_{em} είναι η μέση αποθηκευμένη Η/Μ ενέργεια του ρυθμού που δίνεται από την (2.2.32). Η συνθήκη διέγερσης του ρυθμού από τη δέσμη είναι $dW_{\text{em}}/dt > 0$ όταν $V_{\text{max}} \rightarrow 0$. Λόγω της (3.3.2) η συνθήκη διέγερσης είναι ισοδύναμη με τη συνθήκη

$$I_b > I_{\text{st}} \triangleq \frac{\omega_n}{Q_{\text{tot}}V_b} \lim_{V_{\text{max}} \rightarrow 0} \frac{W_{\text{em}}(V_{\text{max}})}{\eta_{\text{el}}(V_{\text{max}})} \quad (3.3.3)$$

Από τον τρόπο ορισμού του ρεύματος εκκίνησης προκύπτει ότι στην περίπτωση που η (3.3.3) δώσει αρνητικό ρεύμα εκκίνησης (λόγω αρνητικού βαθμού απόδοσης η_{el} για $V_{\text{max}} \rightarrow 0$), ο ρυθμός δεν μπορεί να διεγερθεί οσοδήποτε και αν είναι το ρεύμα της ηλεκτρονικής δέσμης.

Για τον υπολογισμό του ρεύματος εκκίνησης από την (3.3.3) απαιτείται ο υπολογισμός του ηλεκτρονικού βαθμού απόδοσης μέσω της ολοκλήρωσης των εξισώσεων κίνησης. Επειδή το ρεύμα εκκίνησης χρησιμοποιείται στα αρχικά σχεδιαστικά στάδια για να αποκτηθεί εικόνα για το φάσμα των ρυθμών που είναι δυνατόν να διεγερθούν και δεν παίζει ρόλο στις ακριβείς προσομοιώσεις της εκκίνησης του γυροτρονίου, θα χρησιμοποιήσουμε για τον υπολογισμό του τις απλοποιημένες εξισώσεις κίνησης με την παραδοχή μικρού u_{\perp} που παρουσιάζονται στο Παράρτημα V. Οι εξισώσεις αυτές αποτελούν ικανοποιητική προσέγγιση όσο δεν ασχολούμαστε με γυροτρόνια υψηλής τάσης ($V_b > 250$ kV) ή CARM [28]. Θεωρώντας ένα μόνο ρυθμό στις (Π.5.11)-(Π.5.12) και θέτοντας $a_n(t) = V_{\text{max}}$, $\psi_n(t) = \psi_0$ και $\omega_0 = \omega_n/s_n$ καταλήγουμε στις εξισώσεις

$$\frac{d\gamma_i(z)}{dz} = -\frac{V_{\text{max}}}{2V_0} \frac{\beta_{\perp, \text{in}, i}^4}{\beta_{\parallel, \text{in}, i}} \frac{s_n \Omega_0(z)}{c} \left[\frac{u_{\perp, i}(z)}{u_{\parallel, \text{in}, i}} \right]^{s_n} |f_n(z)| \tilde{F}_{0n, i}(z) \cdot \cos[s_n \Lambda_i(z) + \text{Arg}[f_n(z)] - (m - s_n) \Phi_{ei} + \psi_0] \quad (3.3.4)$$

$$\frac{d\Lambda_i(z)}{dz} - \frac{\gamma_i(z)}{cu_{\parallel, \text{in}, i}} \left[\frac{\omega_n}{s_n} - \frac{\Omega_0(z)}{\gamma_i(z)} \right] = \frac{\gamma_i(z)}{u_{\perp, i}^2(z)} \frac{V_{\text{max}}}{2V_0} \frac{\beta_{\perp, \text{in}, i}^4}{\beta_{\parallel, \text{in}, i}} \frac{s_n \Omega_0(z)}{c} \left[\frac{u_{\perp, i}(z)}{u_{\parallel, \text{in}, i}} \right]^{s_n} |f_n(z)| \tilde{F}_{0n, i}(z) \cdot \sin[s_n \Lambda_i(z) + \text{Arg}[f_n(z)] - (m - s_n) \Phi_{ei} + \psi_0] \quad (3.3.5)$$

όπου

$$\tilde{F}_{0n, i}(z) \triangleq \left[\frac{ck_{\perp n}(z)}{s_n [\Omega_0(z)/\gamma_{\text{in}, i}]} \right]^{s_n - 1} \frac{(s_n/2)^{s_n - 1}}{s_n!} \beta_{\perp, \text{in}, i}^{s_n - 4} \frac{ck_{\perp n}(z)}{\Omega_0(z)} C_n(z) G_{n, s_n}[k_{\perp n}(z) R_{ei}(z)] \quad (3.3.6)$$

Στην (3.3.4) χρησιμοποιήθηκε η σχέση $du_{\perp} = (\gamma/u_{\perp})d\gamma$ λόγω (3.1.35) και (3.1.33).

Επειδή για τον υπολογισμό του η_{el} οι (3.3.4)-(3.3.5) πρέπει να ολοκληρωθούν για μικρό V_{max} , αντικαθιστούμε τα κινητικά μεγέθη του ηλεκτρονίου με τα αναπτύγματά τους γύρω από την τιμή $V_{\text{max}} = 0$. Αυτό σημαίνει ότι θέτουμε

3.3 Το Ρεύμα Εκκίνησης

$$\gamma_i(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma_i^{(k)}(z) \left(\frac{V_{\max}}{V_0} \right)^k, \text{ όπου } \gamma_i^{(k)}(z) \triangleq \frac{V_0^k}{k!} \left[\frac{\partial^k \gamma_i(z)}{\partial V_{\max}^k} \right]_{V_{\max}=0} \quad (3.3.7)$$

και χρησιμοποιούμε αντίστοιχες εκφράσεις για τα $u_{\perp i}(z)$ και $\Lambda_i(z)$. Ακολούθως οι εξισώσεις κίνησης ολοκληρώνονται εξισώνοντας τους συντελεστές των ομοίων δυνάμεων του V_{\max} . Για τη μηδενική τάξη ως προς V_{\max} προκύπτει άμεσα ότι

$$\gamma_i^{(0)} = \gamma_{\text{in},i} \text{ και } \Lambda_i^{(0)}(z) = \Lambda_{\text{in},i} + \frac{\gamma_{\text{in},i}}{c u_{\parallel \text{in},i}} \left[\frac{\omega_n}{s_n} - \frac{\Omega_0(z)}{\gamma_{\text{in},i}} \right] z \quad (3.3.8)$$

Με χρήση των $\gamma_i^{(0)}(z)$ και $\Lambda_i^{(0)}(z)$, η (3.3.4) δίνει το $\gamma_i^{(1)}(z)$. Από τις (3.3.4)-(3.3.5) φαίνεται ότι η διπλή μέση τιμή στην (3.3.1) ως προς τις αρχικές γωνίες $\Lambda_{\text{in},i}$ και $\Phi_{\text{in},i}$ συμπύσσεται σε έναν μόνο μέσο όρο ως προς την ποσότητα $s_n \Lambda_{\text{in},i} - (m - s_n) \Phi_{\text{in},i} + \psi_0$ θεωρώντας την ομοιόμορφα κατανομημένη στο διάστημα $[0, 2\pi)$. Αυτό συμβαίνει επειδή στην αλληλεπίδραση με ένα μόνο ρυθμό η γωνία $\Phi_{\text{in},i}$ οδηγεί απλά στην πρόσθεση μιας σταθερής φάσης στην αυθαίρετη αρχική φάση ψ_0 του ρυθμού [28]. Επειδή όμως έτσι προκύπτει ότι $\langle \gamma_i^{(1)} \rangle_{\Lambda_{\text{in},i}, \Phi_{\text{in},i}} = 0$ (η αλλαγή προσήμου του πεδίου δεν πρέπει να επηρεάζει τη συνολική μεταφορά ενέργειας από τη δέσμη στο πεδίο), πρέπει να προχωρήσουμε στον υπολογισμό του $\gamma_i^{(2)}(z)$ για να υπολογιστεί το η_{el} όταν $V_{\max} \rightarrow 0$. Με χρήση των $\gamma_i^{(0)}(z)$, $\Lambda_i^{(0)}(z)$ και $\gamma_i^{(1)}(z)$ η (3.3.5) δίνει το $\Lambda_i^{(1)}(z)$ και ακολούθως, μετά από αρκετές πράξεις, μπορούμε να πάρουμε από την (3.3.4) το αποτέλεσμα:

$$\begin{aligned} \langle \gamma_i^{(2)}(z_{\text{out}}) \rangle_{\Lambda_{\text{in},i}, \Phi_{\text{in},i}} &= s_n^3 \gamma_{\text{in},i} \beta_{\perp \text{in},i}^2 \int_{\zeta_{\text{in},i}}^{\zeta_{\text{out},i}} \frac{s_n [\Omega_0(\zeta_i) / \gamma_{\text{in},i}]}{\omega_n} |f_n(\zeta_i)| \tilde{F}_{0n,i}(\zeta_i) \cdot \\ &\cdot \left\{ \cos[g_{n,i}(\zeta_i)] \left[I_{n,i}^{(c)}(\zeta_i) + \int_{\zeta_{\text{in},i}}^{\zeta_i} I_{n,i}^{(s)}(\zeta') d\zeta' \right] + \sin[g_{n,i}(\zeta_i)] \left[I_{n,i}^{(s)}(\zeta_i) - \int_{\zeta_{\text{in},i}}^{\zeta_i} I_{n,i}^{(c)}(\zeta') d\zeta' \right] \right\} d\zeta_i \end{aligned} \quad (3.3.9)$$

όπου

$$I_{n,i}^{(c)}(\zeta_i) \triangleq \int_{\zeta_{\text{in},i}}^{\zeta_i} \frac{s_n [\Omega_0(\zeta') / \gamma_{\text{in},i}]}{\omega_n} |f_n(\zeta')| \tilde{F}_{0n,i}(\zeta') \cos[g_{n,i}(\zeta')] d\zeta' \quad (3.3.10)$$

$$g_{n,i}(\zeta_i) \triangleq \text{Arg}[f_n(\zeta_i)] + s_n \zeta_i \Delta_{n,i}(\zeta_i) \quad (3.3.11)$$

$$\Delta_{n,i}(\zeta_i) \triangleq \frac{2}{\beta_{\perp \text{in},i}^2} \left[1 - \frac{s_n [\Omega_0(\zeta_i) / \gamma_{\text{in},i}]}{\omega_n} \right] \quad (3.3.12)$$

$$\zeta_i \triangleq \frac{(\omega_n / s_n) \beta_{\perp \text{in},i}^2}{2c \beta_{\parallel \text{in},i}} z \quad (3.3.13)$$

Από τις (3.3.3), (3.3.1) και (3.3.7) προκύπτει τελικά η παρακάτω έκφραση για το ρεύμα εκκίνησης του ρυθμού TE_n :

$$I_{st} = \frac{1}{Q_{tot}} \frac{V_0^2}{2\zeta_0 V_b} \frac{\omega_n}{c} W_n \left\langle \frac{1 - \gamma_{in,i}}{\langle \gamma_i^{(2)}(z_{out}) \rangle_{\Lambda_{in,i}, \Phi_{ein,i}}} \right\rangle_{\gamma_{in,i}, \mu_{\perp in,i}, R_{ein,i}} \quad (3.3.14)$$

με W_n από (3.1.51).

Το ρεύμα εκκίνησης υπολογίζεται αριθμητικά από την (3.3.14) με τη χρήση ενός σχετικού κώδικα. Η (3.3.14) λαμβάνει υπόψη την επίδραση που έχουν στο ρεύμα εκκίνησης οι διασπορές στην αρχική ενέργεια και αρχική εγκάρσια ταχύτητα των ηλεκτρονίων, το πεπερασμένο πάχος της ηλεκτρονικής δέσμης (διασπορά στο $R_{ein,i}$) και η αξονική μεταβολή του μόνιμου μαγνητικού πεδίου [92]. Είναι επίσης προφανές το συχνά μνημονευόμενο γεγονός ότι το ρεύμα εκκίνησης ενός ρυθμού είναι αντιστρόφως ανάλογο του συντελεστή ποιότητάς του. Πάνω σε αυτό βασίζεται η επιλεκτικότητα ρυθμών που εμφανίζουν οι ομοαξονικές κοιλότητες ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού.

3.3.2 Ρεύμα εκκίνησης με την παραδοχή γκαουσιανού προφίλ πεδίου

Η εξίσωση (3.3.14) απλοποιείται σημαντικά αν θεωρηθεί ότι ο ρυθμός έχει γκαουσιανό αξονικό προφίλ και αν αγνοηθούν οι αρχικές διασπορές στην ενέργεια, στην ταχύτητα και στο κέντρο κυκλοτρονικής περιστροφής των ηλεκτρονίων, καθώς και η ήπια αξονική μεταβολή του μόνιμου μαγνητικού πεδίου και της ποσότητας $\tilde{F}_{0n,i}(z)$. Έτσι χρησιμοποιούμε την έκφραση (2.2.28) για το $f_n(z)$ και θέτουμε στην (3.3.14) $\gamma_{in,i} = \gamma_{inM}$, $\beta_{\perp in,i} = \beta_{\perp inM}$, $\beta_{\parallel in,i} = \beta_{\parallel inM}$, $R_{ein,i} = R_{eM}$, $\Omega_0(z) \cong \Omega_0(z_0)$ και $\tilde{F}_{0n,i}(z) \cong \tilde{F}_{0n,i}(z_0)$, όπου z_0 είναι η αξονική θέση του μέσου του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας. Με χρήση της προσέγγισης $ck_{\perp n} \cong s_n(\Omega_0/\gamma)$ η (3.3.14) καταλήγει (μετά από πολλή άλγεβρα) στην ακόλουθη έκφραση [32], [97]:

$$I_{st} \cong (1335 \text{ A}) \cdot \frac{\gamma_{inM}}{Q_{tot}} \left(\frac{L_G}{\lambda_n} \right) \beta_{\perp inM}^{2(3-s_n)} \left[\frac{s_n!}{(s_n/2)^{s_n}} \right]^2 \frac{1}{G_{n,s_n}^2 [k_{\perp n}(z_0) R_{eM}] \pi C_n^2(z_0)} \frac{1}{\mu_n^2 [(\mu_n^2 \Delta_n / 4) - s_n]} \frac{4e^{2\left(\frac{\mu_n \Delta_n}{4}\right)^2}}{\quad} \quad (3.3.15)$$

όπου

$$\mu_n \triangleq \pi \frac{\beta_{\perp inM}^2 L_G}{\beta_{\parallel inM} \lambda_n} \quad (3.3.16)$$

είναι το κανονικοποιημένο μήκος αλληλεπίδρασης και

$$\Delta_n \triangleq \frac{2}{\beta_{\perp inM}^2} \left[1 - \frac{s_n [\Omega_0(z_0) / \gamma_{inM}]}{\omega_n} \right] \quad (3.3.17)$$

είναι η κανονικοποιημένη αρχική διαφορά συχνοτήτων. Η (3.3.15) είναι τροποποιημένη σε σχέση με την αντίστοιχη έκφραση (17) του [32], ώστε να αφορά ομοαξονική κοιλότητα και όχι κοιλότητα συμβατικού γυροτρονίου.

Παρόλο που η έκφραση (3.3.15) είναι προσεγγιστική, είναι πολύ χρήσιμη για την εξαγωγή γενικότερων συμπερασμάτων που αφορούν τη σχεδίαση κοιλοτήτων. Αυτό θα γίνει φανερό στα επόμενα κεφάλαια. Προς το παρόν σημειώνουμε ότι η (3.3.15) φανερώνει την εξαιρετική ευαισθησία του ρεύματος εκκίνησης ως προς την αρχική διαφορά συχνοτήτων Δ_n , η οποία μπορεί να ελεγχθεί σχεδιαστικά μέσω του μόνιμου μαγνητικού πεδίου. Στο σχήμα 3.2 φαίνεται η εξάρτηση του ρεύματος εκκίνησης από το Δ_n , όπως τη δίνει η (3.3.15) για τις τυπικές τιμές $\mu_n = 20$, $\beta_{\perp \text{inM}} = 0.4$ και για αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής ($s_n = 1$). Επαληθεύεται το γεγονός ότι για να είναι δυνατή η διέγερση του ρυθμού από την ηλεκτρονική δέσμη θα πρέπει η κυκλική κυκλοτρονική συχνότητα να είναι λίγο μικρότερη από το πηλίκο της κυκλικής συχνότητας του ρυθμού με τον αρμονικό του αριθμό. Αυτό άλλωστε προκύπτει και άμεσα από την (3.3.15), αφού για να είναι $I_{st} > 0$ θα πρέπει να είναι $\Delta_n > 4s_n/\mu_n^2 > 0$. Η έντονη εξάρτηση του ρεύματος εκκίνησης από το Δ_n , όπως τη δίνει το σχήμα 3.2, καθιστά τη διέγερση ενός ρυθμού πρακτικά αδύνατη όταν η διαφορά μεταξύ των συχνοτήτων $s_n\omega_c$ και ω_n είναι μεγαλύτερη του 3-4 %. Αυτό αποτελεί βασικό κριτήριο για τον προσδιορισμό των ανταγωνιστικών ρυθμών σε μια κοιλότητα.

Η τιμή $\Delta_{n,\text{min}}$ της αρχικής διαφοράς συχνοτήτων που ελαχιστοποιεί το ρεύμα εκκίνησης (3.3.15) είναι [32]

$$\Delta_{n,\text{min}} = \frac{2}{\mu_n} \left[\frac{s_n}{\mu_n} + \sqrt{\left(\frac{s_n}{\mu_n}\right)^2 + 1} \right] \quad (3.3.18)$$

και η αντίστοιχη ελάχιστη τιμή του ρεύματος εκκίνησης δίνεται από την έκφραση

$$I_{st,\text{min}} \cong (3400 \text{ A}) \cdot \frac{\gamma_{\text{inM}} \beta_{\perp \text{inM}} \beta_{\perp \text{inM}}^4}{Q_{\text{tot}} G_{n,s_n}^2 [k_{\perp n}(z_0) R_{eM}] \pi C_n^2(z_0)} F_{\text{HARM}}(s_n; \beta_{\perp \text{inM}}) F_G\left(\frac{\mu_n}{s_n}\right) \quad (3.3.19)$$

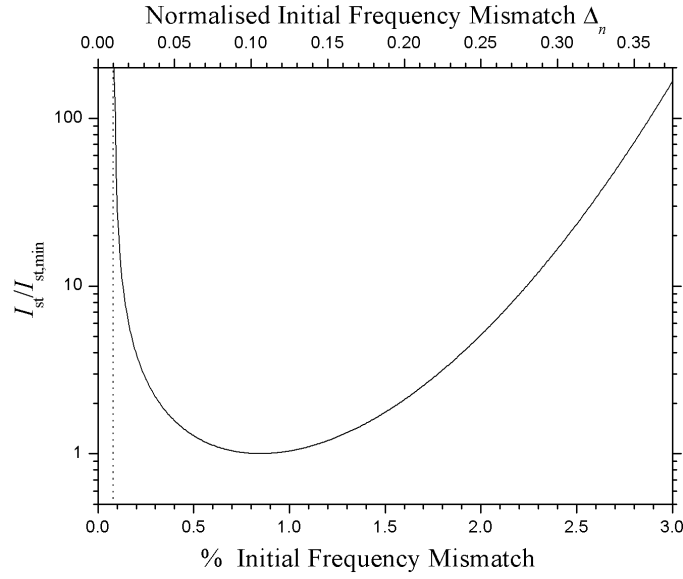
όπου

$$F_{\text{HARM}}(s_n; \beta_{\perp \text{inM}}) \triangleq \left[\frac{(s_n - 1)!}{[(s_n/2) \beta_{\perp \text{inM}}]^{s_n}} \right]^2 \quad (3.3.20)$$

$$F_G(x) \triangleq \frac{1}{x(\sqrt{1+x^2} - 1)} \exp\left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{1}{x} + \sqrt{\left(\frac{1}{x}\right)^2 + 1} \right]^2 \right\} \quad (3.3.21)$$

Ένα χρήσιμο μέγεθος για εκτιμήσεις σχετικά με τον ανταγωνισμό των ρυθμών είναι το σχετικό ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης. Αν TE_n είναι ο ρυθμός λειτουργίας και $TE_{n'}$ ένας ανταγωνιστικός ρυθμός, το σχετικό ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης προσεγγίζεται από την έκφραση

$$\frac{I_{st,\text{min,op}}}{I_{st,\text{min,comp}}} = \frac{I_{st,\text{min},n}}{I_{st,\text{min},n'}} \cong \frac{F_{\text{HARM}}(s_n; \beta_{\perp \text{inM}})}{F_{\text{HARM}}(s_{n'}; \beta_{\perp \text{inM}})} \frac{Q_{\text{tot},n'}}{Q_{\text{tot},n}} \frac{G_{n',s_{n'}}^2 [k_{\perp n'}(z_0) R_{eM}] \pi C_{n'}^2(z_0)}{G_{n,s_n}^2 [k_{\perp n}(z_0) R_{eM}] \pi C_n^2(z_0)} \quad (3.3.22)$$



Σχήμα 3.2: Εξάρτηση του ρεύματος εκκίνησης από την κανονικοποιημένη αρχική διαφορά συχνοτήτων Δ_n σύμφωνα με την (3.3.15) για τις τυπικές τιμές $\mu_n = 20$, $\beta_{\perp inM} = 0.4$ και $s_n = 1$ (αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής). Το ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης $I_{st,min}$ προκύπτει από την (3.3.15) για $\Delta_n = \Delta_{n,min}$. Η κάθετη διακεκομμένη γραμμή αντιστοιχεί στην τιμή $\Delta_n = 4s_n/\mu_n^2 = 0.01$ κάτω από την οποία η (3.3.15) δίνει αρνητικό ρεύμα εκκίνησης (ο ρυθμός δεν μπορεί να διεγερθεί). Στον κάτω οριζόντιο άξονα φαίνονται οι τιμές της ποσοστιαίας αρχικής διαφοράς συχνοτήτων $[(\beta_{\perp inM})^2 \Delta_n / 2] \times 100 \%$.

Η παραπάνω σχέση προκύπτει από την (3.3.19) με την λογική παραδοχή ότι ο λόγος μ_n/s_n είναι περίπου ίδιος για τους ρυθμούς TE_n και $TE_{n'}$, αφού για να είναι και οι δύο σε συντονισμό με τη δέσμη πρέπει να ισχύει : $\omega_n/s_n \cong (\Omega_0/\gamma_{inM}) \cong \omega_{n'}/s_{n'}$.

4. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΑΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΔΕΣΜΗΣ-ΠΕΔΙΟΥ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται ένας κώδικας αλληλεπίδρασης, ο οποίος αναπτύχθηκε για την αριθμητική επίλυση του μαθηματικού μοντέλου αλληλεπίδρασης που παρουσιάστηκε στην ενότητα 3.2 και το οποίο βασίζεται στην προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας. Μετά από την περιγραφή του κώδικα παρατίθεται πληθώρα αποτελεσμάτων από την εφαρμογή του σε ένα ομοαξονικό γυροτρόνιο θεμελιώδους κυκλοτρονικής 170 GHz-2 MW CW, το οποίο προορίζεται για τον πειραματικό αντιδραστήρα σύντηξης ITER. Τα αποτελέσματα αυτά επιδεικνύουν τις δυνατότητες του κώδικα και βοηθούν στην επαλήθευσή του συγκρινόμενα, όπου αυτό είναι εφικτό, με σχετικά αποτελέσματα άλλων αριθμητικών κωδίκων. Επιπλέον, περιγράφουμε λεπτομερώς μια γενική μέθοδο προσδιορισμού των σημαντικών ανταγωνιστικών ρυθμών, την οποία αναπτύξαμε και χρησιμοποιήσαμε για τον καθορισμό των ρυθμών που λαμβάνονται υπόψη στις διάφορες πολυρρυθμικές προσομοιώσεις. Προβαίνουμε επίσης σε εκτεταμένο σχολιασμό τόσο του φυσικού περιεχομένου των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων, όσο και θεμάτων σχετιζόμενων με την αριθμητική επίλυση, όπως είναι η σωστή επιλογή των αριθμητικών παραμέτρων και οι αριθμητικές δυσκολίες που συναντήθηκαν. Τέτοια αριθμητικά ζητήματα απασχολούν μέχρι σήμερα τους ερευνητές και δεν έχουν δοθεί ακόμη τελικές απαντήσεις. Για την αντιμετώπιση των αριθμητικών δυσκολιών προτείνουμε την εναλλακτική χρήση τυχαίων αρχικών τιμών για την επίλυση των εξισώσεων. Παρόλο που μια τέτοια τακτική δεν είναι μέχρι τώρα διαδεδομένη, παρατηρήσαμε ότι οι τυχαίες αρχικές τιμές οδηγούν τον κώδικα σε αυξημένη αριθμητική ευστάθεια σε περιπτώσεις πυκνού φάσματος ανταγωνιστικών ρυθμών. Επιπρόσθετα, η χρήση τυχαίων αρχικών τιμών πλεονεκτεί στις προσομοιώσεις όπου λαμβάνονται υπόψη διασπορές στη ενέργεια, στην ταχύτητα και στο κέντρο περιστροφής των ηλεκτρονίων.

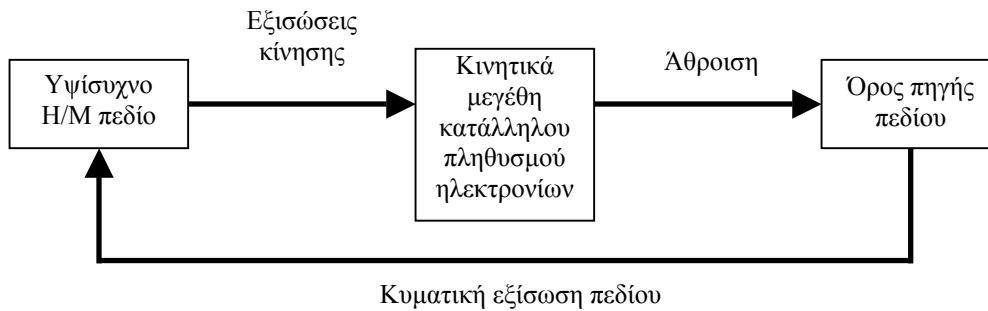
4.1 Αριθμητικός Κώδικας Αλληλεπίδρασης

4.1.1 Γενικά χαρακτηριστικά του αριθμητικού κώδικα

Ένας αριθμητικός κώδικας αλληλεπίδρασης που έχει αναπτυχθεί ειδικά για την Αλληλεπίδραση Γυροτρονίου, πλεονεκτεί σε σχέση με τα γενικότερα πακέτα επίλυσης ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων ως προς το ότι μπορεί εξαρχής να σχεδιαστεί με τρόπο που να εκμεταλλεύεται όλες τις φυσικά τεκμηριωμένες απλοποιήσεις που επιδέχεται το συγκεκριμένο πρόβλημα [98]. (Τέτοιες απλοποιήσεις παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο.) Επιτυγχάνεται έτσι μεγαλύτερη ταχύτητα υπολογισμού, η οποία είναι απαραίτητη στις χρονοβόρες προσομοιώσεις της λειτουργίας του γυροτρονίου.

Ακολουθώντας αυτό το σκεπτικό, ο αριθμητικός κώδικας που παρουσιάζεται εδώ επιλύει τις εξισώσεις του προβλήματος της αλληλεπίδρασης δέσμης-πεδίου στο ομοαξονικό γυροτρόνιο σύμφωνα με τη μέθοδο που προτείνεται στην ενότητα 3.2 και που περιγράφεται από το βρόχο του σχήματος 4.1. Ο κώδικας είναι γραμμένος σε γλώσσα FORTRAN. Δέχεται ως είσοδο τη γεωμετρία της κοιλότητας, το μόνιμο μαγνητικό πεδίο, τα μεγέθη που περιγράφουν την ηλεκτρονική δέσμη και τους ρυθμούς TE που είναι υποψήφιοι προς διέγερση, ενώ αποδίδει στην έξοδο τη χρονική εξέλιξη της ισχύος και της συχνότητας των εν λόγω ρυθμών. Τα κύρια χαρακτηριστικά του κώδικα συνοψίζονται ως εξής:

- Είναι τροχιακός κώδικας αλληλεπίδρασης ηλεκτρονίων και ηλεκτρομαγνητικού πεδίου (trajectory code).
- Προσομοιώνει την αλληλεπίδραση της δέσμης ηλεκτρονίων και του υψίσυχνου πεδίου σε κοιλότητες ομοαξονικών γυροτρονίων ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού.
- Χρησιμοποιεί τα αποτελέσματα της ψυχρής κοιλότητας σε ό,τι αφορά τη δομή του υψίσυχνου πεδίου (fixed-field code).
- Δέχεται ηλεκτρονική δέσμη με χρονοεξαρτώμενα χαρακτηριστικά και δίνει στην έξοδο χρονοεξαρτώμενα φυσικά μεγέθη (time-dependent code).
- Αντιμετωπίζει την ταυτόχρονη αλληλεπίδραση πολλών ρυθμών (multi-mode code).
- Αντιμετωπίζει την ταυτόχρονη αλληλεπίδραση σε πολλές αρμονικές της κυκλοτρονικής συχνότητας (multi-harmonic code).
- Παρέχει τη δυνατότητα προσομοίωσης παρουσία ρεαλιστικών διασπορών:
 - στην αρχική ενέργεια των ηλεκτρονίων.
 - στον αρχικό λόγο της εγκάρσιας προς την αξονική ταχύτητα των ηλεκτρονίων.
 - στην ακτίνα του κέντρου περιστροφής των ηλεκτρονίων. (Δηλαδή προσομοιώνει δακτυλιοειδή ηλεκτρονική δέσμη μη μηδενικού πάχους.)
- Δέχεται ήπια αξονική ανομοιογένεια στο μόνιμο μαγνητικό πεδίο.



Σχήμα 4.1: Αριθμητική επίλυση προβλήματος αλληλεπίδρασης δέσμης-πεδίου.

- Συμπεριλαμβάνει (κατ' επιλογή) την επίδραση του υψίσυχνου αξονικού μαγνητικού πεδίου στα ηλεκτρόνια.
- Υπολογίζει λεπτομερώς τις ωμικές απώλειες στην κοιλότητα και την επίδρασή τους στη χρονική εξέλιξη του πλάτους των ρυθμών.

Σημειώνουμε ότι έχουν κατά καιρούς προταθεί αρκετοί κώδικες αλληλεπίδρασης, η μεγάλη πλειοψηφία των οποίων αφορά την κοιλότητα του συμβατικού γυροτρονίου. Από τους κώδικες συμβατικής κοιλότητας αναφέρουμε ενδεικτικά ότι ο κώδικας δεδομένου προφίλ πεδίου στα [74], [94] και ο αυτοσυνεπής κώδικας του [98] θεωρούν ότι όλοι οι ρυθμοί αλληλεπιδρούν στην ίδια αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Οι αυτοσυνεπείς κώδικες στα [79], [99] είναι χρονοανεξάρτητοι, δεν λαμβάνουν υπόψη τις ωμικές απώλειες και περιορίζονται στην αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής συχνότητας. Οι αυτοσυνεπείς κώδικες στα [75], [100], παρόλο που είναι χρονοεξαρτώμενοι και επιπλέον ο τελευταίος λαμβάνει υπόψη και τις ωμικές απώλειες, περιορίζονται και πάλι στην αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής. Από τους κώδικες που αφορούν ομοαξονικό γυροτρόνιο, τόσο ο αυτοσυνεπής κώδικας του πακέτου *CAVITY* [62], [101] όσο και ο πρόσφατος αυτοσυνεπής κώδικας *COAXIAL* [102] δεν λαμβάνουν υπόψη τις ωμικές απώλειες, ενώ επιπλέον ο πρώτος δεν χειρίζεται αλληλεπίδραση σε αρμονικές της κυκλοτρονικής συχνότητας και διασπορές στην ενέργεια και στα κέντρα περιστροφής των ηλεκτρονίων.

Η αναφορά στους παραπάνω κώδικες έγινε για να φανεί το βασικό κίνητρο για την ανάπτυξη του κώδικα που παρουσιάζουμε εδώ: Ήταν η ανάγκη για την προσομοίωση της λειτουργίας ομοαξονικών γυροτρονίων, τα οποία αφενός να λειτουργούν είτε στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα είτε στη δεύτερη αρμονική αυτής και αφετέρου να φέρουν εσωτερικό στέλεχος είτε υψηλής είτε περιορισμένης αγωγιμότητας. Γενικά, τόσο η λειτουργία δεύτερης αρμονικής όσο και η χρήση εσωτερικού αγωγού περιορισμένης αγωγιμότητας δεν αποτελούν πρώτες προτεραιότητες για τους προαναφερθέντες κώδικες. Αποτέλεσμα αυτού είναι ότι επιβάλλεται κάποια τροποποίησή τους για την προσομοίωση τέτοιου τύπου σχεδιάσεων.

4.1.2 Περιγραφή του αριθμητικού κώδικα

Ο αριθμητικός κώδικας συνεργάζεται στο στάδιο εισόδου με τους κώδικες *GEOMT*, *CHIMP* και *COLDC* του πακέτου προσομοίωσης ομοαξονικού γυροτρονίου *CAVITY* [62]. Η εισαγωγή της γεωμετρίας της ομοαξονικής κοιλότητας γίνεται με χρήση

του προγράμματος *GEOMT*. Αφού καθοριστεί το ποιοι ρυθμοί TE είναι επιθυμητό να συμμετάσχουν στην αλληλεπίδραση δέσμης-πεδίου, ο κώδικας *CHIMP* χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της καμπύλης ιδιοτιμής $\chi_n(C)$ κάθε ρυθμού με επίλυση της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.2.10). Στη συνέχεια το πρόγραμμα *COLDC* λύνει για κάθε ρυθμό χωριστά το πρόβλημα (2.2.23)-(2.2.26) και υπολογίζει τη συνάρτηση αξονικού προφίλ $f_n(z)$, τη συχνότητα ω_n και τον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας $Q_{\text{dif},n}$ του ρυθμού στην ψυχρή κοιλότητα.

Στο φύλλο εισόδου του κώδικα εισάγονται οι ρυθμοί TE που συμμετέχουν στην αλληλεπίδραση, το μέγιστο μαγνητικό πεδίο και η αξονική του θέση στην κοιλότητα, τα χαρακτηριστικά λειτουργίας της ηλεκτρονικής δέσμης (τάση $V_{b,\text{op}}$, ρεύμα $I_{b,\text{op}}$, λόγος ταχυτήτων α_{op} , μέση ακτίνα δέσμης που αντιστοιχεί στο μέγιστο μαγνητικό πεδίο), η αρχική και η τελική τιμή της τάσης V_b για την προσομοίωση, καθώς και οι διάφορες αριθμητικές παράμετροι. Σημειώνουμε ότι η εύστοχη επιλογή των αριθμητικών παραμέτρων (χρονικό βήμα Δt , χωρικό βήμα Δz , αριθμός αρχικών φάσεων των ηλεκτρονίων κλπ) είναι ένα πολύ σημαντικό ζήτημα στο οποίο θα αναφερθούμε εκτενώς στην επόμενη παράγραφο. Επιπλέον στο φύλλο εισόδου εισάγονται οι rms τιμές για τη διασπορά στην αρχική ενέργεια, στον αρχικό λόγο ταχυτήτων a και στην αρχική ακτίνα του κέντρου περιστροφής των ηλεκτρονίων. Η κατανομή των τιμών της αρχικής ενέργειας και του αρχικού λόγου ταχυτήτων θεωρείται κανονική, ενώ αυτή της αρχικής ακτίνας του κέντρου περιστροφής θεωρείται ομοιόμορφη. Τέλος εισάγεται η τιμή του μόνιμου μαγνητικού πεδίου σε μια αξονική θέση διαφορετική από τη θέση μεγίστου και ο κώδικας μπορεί έτσι να κατασκευάσει από αυτήν και από τη μέγιστη τιμή ένα μαγνητικό πεδίο με γκαουσιανή μορφή. Η γκαουσιανή μορφή επιλέχθηκε στην τρέχουσα εκδοχή του κώδικα με το σκεπτικό ότι στις σύγχρονες εφαρμογές η αξονική ανομοιογένεια του μόνιμου μαγνητικού πεδίου είναι συνήθως μειονέκτημα οφειλόμενο σε τεχνολογικούς περιορισμούς και όχι σχεδιαστική επιταγή.

Αφού διαβαστεί το φύλλο εισόδου και τα κατάλληλα αρχεία εξόδου των *GEOMT*, *CHIMP* και *COLDC*, ο κώδικας υπολογίζει τους ωμικούς συντελεστές ποιότητας των ρυθμών σύμφωνα με τη σχέση (2.5.15) που είναι ακριβέστερη από την (2.5.16). Επίσης υπολογίζει για κάθε ρυθμό τις αξονικές θέσεις όπου αναμένονται οι μέγιστες ωμικές φορτίσεις του εξωτερικού τοιχώματος και του εσωτερικού αγωγού, βρίσκοντας τις τιμές του z που μεγιστοποιούν τις (2.5.3) και (2.5.5) αντίστοιχα. Έτσι οι μέγιστες ωμικές φορτίσεις που προέρχονται από το δεδομένο ρυθμό τη χρονική στιγμή t , θα προκύπτουν από τις (2.5.3) και (2.5.5) για αυτές τις τιμές του z και για V_{max} που αντιστοιχεί στο πλάτος του ρυθμού τη στιγμή t . Αυτός ο τρόπος υπολογισμού των μέγιστων ωμικών φορτίσεων είναι ακριβέστερος από την απευθείας χρήση των (2.5.7)-(2.5.8), οι οποίες θεωρούν ότι η ωμική φόρτιση τόσο του εξωτερικού τοιχώματος όσο και του εσωτερικού στελέχους μεγιστοποιείται στην αξονική θέση $z_{f\text{max}}$ (όπου $|f_n(z_{f\text{max}})| = f_{\text{max}} = 1$), μη λαμβάνοντας έτσι υπόψη την αξονική ανομοιογένεια της κοιλότητας. Σημειώνουμε ότι παρόλο που αυτή η θεώρηση είναι συνήθως ακριβής για το εξωτερικό τοίχωμα, η μέγιστη ωμική φόρτιση του εσωτερικού στελέχους, σε περίπτωση που αυτό έχει μεταβλητή ακτίνα, απαντάται τις περισσότερες φορές σε μια αξονική θέση όπου είναι $|f_n(z)| < 1$ και όπου η ακτίνα $R_i(z)$ είναι μεγαλύτερη από ότι στην αξονική θέση $z_{f\text{max}}$. Αυτό είναι συμβατό με την έντονη εξάρτηση της ωμικής φόρτισης του εσωτερικού στελέχους από το λόγο ακτίνων C (σχήμα 2.9γ).

Μετά από το υπολογισμό των ωμικών συντελεστών ποιότητας των ρυθμών, ο κώδικας μπορεί να προχωρήσει πλέον στην επίλυση των εξισώσεων αλληλεπίδρασης (3.2.5)-(3.2.9). Το αριθμητικό σχήμα επίλυσης περιγράφεται λεπτομερώς στην ενότητα 3.2. Οι εξισώσεις κίνησης (3.2.6)-(3.2.7) επιλύονται πολλές φορές για έναν

αντιπροσωπευτικό αριθμό ηλεκτρονίων (αντιπροσωπευτικό αριθμό διανυσμάτων αρχικών τιμών $\mathbf{q}_{in,i}$) με την απλή μέθοδο Πρόβλεψης-Διόρθωσης (Predictor-Corrector) που ισοδυναμεί με τη μέθοδο Runge-Kutta 2^{ης} τάξης [103]. Η μέθοδος αυτή προτιμήθηκε για τη συντομία της λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι είναι δόκιμη για την αριθμητική επίλυση των εξισώσεων κίνησης ακόμη και στην περίπτωση της αυτοσυνεπούς θεώρησης [28]. Μετά τον υπολογισμό της κατάλληλης μέσης τιμής ως προς τα ηλεκτρόνια και του όρου πηγής από το ολοκλήρωμα (3.2.5), οι εξισώσεις πεδίου (3.2.8)-(3.2.9) ολοκληρώνονται απευθείας σε ένα μόνο χρονικό βήμα (μέθοδος Euler, [103]). Η διαδικασία συνεχίζεται για μια ακολουθία χρονικών στιγμών λαμβάνοντας υπόψη τη χρονική εξάρτηση των $\mathbf{q}_{in,i}$, I_b , όπως αυτή υποδεικνύεται από τις (3.2.11)-(3.2.14). Έτσι ο κώδικας δίνει στην έξοδο τη χρονική εξέλιξη του πλάτους (ισχύος) και της συχνότητας των ρυθμών που αλληλεπιδρούν με τη δέσμη, καθώς και τη χρονική εξέλιξη του ηλεκτρονικού βαθμού απόδοσης η_{el} , των μέγιστων ωμικών φορτίσεων και της ισχύος ωμικών απωλειών.

Στον κώδικα ενσωματώνεται και η δυνατότητα επίλυσης δύο απλούστερων παραλλαγών του μοντέλου αλληλεπίδρασης (3.2.5)-(3.2.9), οι οποίες μπορεί να επιλεγούν από το χρήστη για λόγους οικονομίας υπολογιστικού χρόνου και εφόσον το επιτρέπουν οι παράμετροι της συγκεκριμένης εφαρμογής. Στην πρώτη παραλλαγή του μοντέλου παραλείπεται ο όρος που αφαιρείται από τη μονάδα μέσα στην αγκύλη του δεξιού μέλους της (3.2.7), δηλαδή αγνοείται η συνεισφορά του αξονικού υψίσυχνου μαγνητικού πεδίου στην αλληλεπίδραση. Η δεύτερη παραλλαγή του μοντέλου αποτελείται από τις εξισώσεις (Π.5.11)-(Π.5.14) του Παραρτήματος V, στις οποίες καταλήγουν οι (3.2.5)-(3.2.9) με την παραδοχή μικρού u_{\perp} .

4.1.3 Σχόλια στην επιλογή των αριθμητικών παραμέτρων

Η επιλογή των αριθμητικών παραμέτρων του κώδικα έχει άμεσο αντίκτυπο στην ταχύτητα και στην αξιοπιστία της προσομοίωσης. Είναι προφανές ότι στόχος είναι η επιλογή που οδηγεί στη μεγαλύτερη δυνατή οικονομία υπολογιστικού χρόνου χωρίς τη διακύβευση της ορθότητας των αποτελεσμάτων. Το ζήτημα αυτό έχει απασχολήσει όλους τους ερευνητές αλλά μέχρι και σήμερα αντιμετωπίζεται με υποκειμενικά κριτήρια και παραδοχές που προέρχονται από ένα συνδυασμό φυσικών επιχειρημάτων και πρακτικών συμπερασμάτων από τις προσομοιώσεις. Είναι μάλιστα ενδεικτικό ότι πολλές φορές στις δημοσιεύσεις δεν γίνεται καν σαφής αναφορά στις τιμές των αριθμητικών παραμέτρων αλλά ακόμη και σε περιπτώσεις που τέτοια αναφορά υπάρχει, η επιλογή των δεδομένων τιμών είναι συχνά ατεκμηρίωτη. Θα παρουσιάσουμε εδώ συνοπτικά για την κάθε αριθμητική παράμετρο τη δική μας άποψη, που προσπαθεί να βασιστεί σε κοινώς αποδεκτές κατευθύνσεις, συμπυκνώνοντας τις παρατηρήσεις μας από εκτεταμένες δοκιμές του κώδικα. Παραδείγματα και περισσότερες λεπτομέρειες και επιχειρήματα για τις επιλογές μας θα δοθούν στην επόμενη ενότητα.

- *Χρονικό βήμα Δt*

Το χρονικό βήμα Δt για την ολοκλήρωση των εξισώσεων πεδίου (βήμα ενημέρωσης πεδίων) πρέπει συνήθως να είναι μικρότερο από 1/10 του ns για χαρακτηριστικούς χρόνους $t_{\text{field}} \sim 1 \text{ ns}$ [74], [58]. Εκτιμούμε ότι μια φυσικά τεκμηριωμένη επιλογή είναι να χρησιμοποιήσουμε χρονικό βήμα που να είναι ακούκτως μικρότερο από τη μικρότερη από όλες τις περιόδους διακροτημάτων $2\pi/[(\omega_n/s_n) - (\omega_k/s_k)]$ των ζευγών $\{TE_n, TE_k\}$ των ρυθμών που συμμετέχουν στην

αλληλεπίδραση. Με αυτό τον τρόπο δεν θα χαθούν κατά την προσομοίωση διάφορα φαινόμενα που εξελίσσονται με συχνότητα κοντά στη συχνότητα κάποιου διακροτήματος^(*). Επιπλέον το χρονικό βήμα πρέπει προφανώς να είναι αρκετά μικρότερο από τους χαρακτηριστικούς χρόνους $Q_{\text{tot},n}/\omega_n$ μεταβολής της ενέργειας των ρυθμών της αλληλεπίδρασης. Στην πράξη, η πρώτη συνθήκη είναι συνήθως αρκετά ισχυρότερη από τη δεύτερη, οπότε και καθορίζει την τιμή του Δt . Βέβαια η συνθήκη αυτή παύει να έχει νόημα όταν μελετάται αλληλεπίδραση με ένα μόνο ρυθμό. Στην περίπτωση αυτή το χρονικό βήμα καθορίζεται αποκλειστικά από τη συνθήκη $\Delta t \ll Q_{\text{tot},n}/\omega_n$.

- *Χωρικό βήμα Δz*

Στην περίπτωση που λύνονται οι εξισώσεις αυτοσυνεπούς θεώρησης, το χωρικό βήμα Δz πρέπει να είναι μικρότερο από $\lambda_n/10$ (όπου λ_n το μήκος κύματος ελεύθερου χώρου του τυχαίου ρυθμού TE_n που συμμετέχει στην αλληλεπίδραση), ώστε να υπάρχει ακρίβεια στον υπολογισμό του αξονικού προφίλ του πεδίου. Μια ικανοποιητική τιμή είναι $\Delta z \approx \lambda_n/20$ [28]. Στην περίπτωση μας, όπου υιοθετείται η παραδοχή δεδομένου προφίλ πεδίου, το χωρικό βήμα μπορεί να είναι και μεγαλύτερο γιατί επηρεάζει μόνο την ακρίβεια της επίλυσης των εξισώσεων κίνησης και όχι την αριθμητική σύγκλιση [74]. Αυτό που απλά απαιτείται είναι η επιλογή χωρικού βήματος αρκετά μικρότερου από το χαρακτηριστικό μήκος της αξονικής μεταβολής το πεδίου των ρυθμών. Σύμφωνα με το σχήμα 2.2 αυτό το χαρακτηριστικό μήκος ισούται με κάποιο κλάσμα του μήκους L_2 του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας. Έτσι εξηγείται το γεγονός ότι σε περιπτώσεις $L_2/\lambda_n \sim 10$ παρατηρήσαμε πως τα αποτελέσματα του κώδικα παραμένουν ικανοποιητικά ακόμη και για $\Delta z \approx \lambda_n/4$.

- *Ρυθμός αύξησης της τάσης dV_b/dt*

Κατά την εκκίνηση ενός γυροτρονίου με δίοδο πηγή ηλεκτρονικής δέσμης, η τάση V_b της δέσμης αυξάνει από το μηδέν έως την τιμή λειτουργίας σε πεπερασμένο χρόνο. Για την προσομοίωση της εκκίνησης θεωρούμε την αύξηση αυτή γραμμική [74], [94]. Επειδή ο χαρακτηριστικός χρόνος t_{pulse} αύξησης της τάσης είναι συνήθως πολύ μεγαλύτερος από τους χαρακτηριστικούς χρόνους $Q_{\text{tot},n}/\omega_n$ μεταβολής των υψίσυχνων πεδίων, χρησιμοποιούμε στις προσομοιώσεις (για λόγους οικονομίας χρόνου) ρυθμό μεταβολής dV_b/dt με τιμή αρκετά μεγαλύτερη από την πραγματική [94]. Το γεγονός ότι $t_{\text{pulse}} \gg Q_{\text{tot},n}/\omega_n$ σημαίνει ότι, κατά την εκκίνηση, το σύστημα πεδία-δέσμη περνάει στην πραγματικότητα από μια ακολουθία μόνιμων καταστάσεων. Πρέπει να εξασφαλιστεί ότι ο ρυθμός μεταβολής της τάσης είναι αρκετά αργός ώστε να επιτυγχάνεται αριθμητική σύγκλιση και αυτές οι μόνιμες καταστάσεις να εμφανίζονται στην προσομοίωση.

Για να αποφευχθεί ο κίνδυνος αριθμητικών ασταθειών λόγω μη αρκούντως μικρού dV_b/dt , ο οποίος μάλιστα εντείνεται στις προσομοιώσεις που βασίζονται στην αυτοσυνεπή θεώρηση επειδή εκεί η σύγκλιση παίρνει αριθμητικά περισσότερο χρόνο, προτείνεται η εναλλακτική ιδέα της προσομοίωσης της εκκίνησης με βηματική αύξηση της τάσης [105], [58]. Σύμφωνα με αυτήν, η τάση V_b κατά την εκκίνηση διατηρείται σταθερή σε κάποια τιμή για κάποιο χρονικό διάστημα, ακολούθως μεταπηδά σε κάποια επόμενη τιμή όπου παραμένει και πάλι σταθερή για κάποιο διάστημα κ. ο. κ. Κατά συνέπεια, τα αποτελέσματα της προσομοίωσης γίνονται πλέον συναρτήσεις μόνο της τιμής της τάσης V_b και όχι του ρυθμού μεταβολής της. Αυτός ο τρόπος προσομοίωσης

(*) Τέτοια φαινόμενα, όπως περιοδική μεταβολή του πλάτους και της συχνότητας κάποιων ρυθμών, έχουν ήδη παρατηρηθεί από παλιά [104].

της εκκίνησης, τον οποίο συχνά υιοθετούμε και εμείς, χρειάζεται προσοχή σε δύο σημεία: Το πρώτο σημείο είναι ότι το χρονικό διάστημα που διαρκεί το κάθε βήμα της τάσης πρέπει να είναι αρκετά μεγάλο ώστε όντως να αποκαθίσταται μόνιμη κατάσταση. Σε αντίθετη περίπτωση οι προσομοιώσεις είναι δυνατό να καταλήξουν σε πολύ λανθασμένα αποτελέσματα. Κάτι τέτοιο σχολιάζεται εκτενώς στο [58]. Το δεύτερο σημείο έχει να κάνει με το ότι το βήμα στην τάση πρέπει να είναι αρκούντως μικρό ώστε να αποκλειστεί το ενδεχόμενο να χαθούν ενδιαφέροντα φαινόμενα που θα μπορούσαν να εμφανιστούν σε κάποια ενδιάμεση τιμή της τάσης μεταξύ δύο διαδοχικών βημάτων. Αυτό το ενδεχόμενο αποτελεί και το μειονέκτημα της βηματικής αύξησης της τάσης σε σχέση με τη συνεχή αύξηση. Η εκτίμηση για το σωστό βήμα γίνεται με βάση τις καμπύλες των ρευμάτων εκκίνησης των ρυθμών συναρτήσει της τάσης και με δοκιμές.

Επειδή ο κώδικάς μας δεν είναι αυτοσυνεπής ως προς το αξονικό προφίλ του πεδίου, οπότε είναι λιγότερο απαιτητικός σε πλήθος αριθμητικών βημάτων για την επίτευξη σύγκλισης, θεωρούμε τη συνεχή αύξηση της τάσης σαν την πιο ενδεδειγμένη όντας κοντύτερα στην πραγματική φυσική διαδικασία. Η άποψη αυτή δικαιώθηκε από το γεγονός ότι με τη χρήση συνεχούς αύξησης της τάσης περιορίστηκαν σημαντικά διάφορες αστάθειες αποτελεσμάτων του κώδικα στις οποίες θα αναφερθούμε εκτενώς στην επόμενη ενότητα.

- *Συχνότητα αναφοράς ω_0*

Η κυκλική συχνότητα αναφοράς ω_0 είναι μια αυθαίρετη συχνότητα κοντά στη σχετικιστική κυκλική κυκλοτρονική συχνότητα ω_c . Δύο ενδεδειγμένοι τρόποι με τους οποίους μπορούμε να την ορίσουμε είναι οι ακόλουθοι: (α) Θεωρούμε τη συχνότητα ω_0 σαν τη μέση τιμή της ποσότητας ω_n/s_n ως προς όλους τους ρυθμούς που συμμετέχουν στην αλληλεπίδραση. (β) Θεωρούμε ότι η συχνότητα ω_0 ισούται με μία μέση κυκλική κυκλοτρονική συχνότητα θέτοντας $\omega_0 = eB_{0,\max}/(m_e\gamma_{\text{inM}})$, όπου $B_{0,\max}$ η μέγιστη τιμή του μόνιμου μαγνητικού πεδίου στην κοιλότητα και γ_{inM} ο μέσος σχετικιστικός παράγοντας των ηλεκτρονίων στην είσοδο της κοιλότητας. Λαμβάνοντας υπόψη τις παραδοχές (λόγω $\omega_0 \approx \omega_c$) οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο για να εξαχθούν οι εξισώσεις αλληλεπίδρασης, πιστεύουμε ότι ο δεύτερος ορισμός είναι πιο εύστοχος για αυτό και τον υιοθετούμε. Όταν η τάση V_b της δέσμης παραμένει σταθερή για κάποιο χρονικό διάστημα (π. χ. προσομοίωση με σταθερή τάση, προσομοίωση εκκίνησης με βηματική αύξηση της τάσης κλπ), δίνει άμεσα την τιμή $\gamma_{\text{inM}} = 1 + V_b/V_0$ για τον υπολογισμό του ω_0 . Σε περίπτωση προσομοίωσης με συνεχώς μεταβαλλόμενη τάση είναι πιο δόκιμο να θέσουμε $\gamma_{\text{inM}} = 1 + V_{b,\text{op}}/V_0$, όπου $V_{b,\text{op}}$ η τιμή της τάσης της ηλεκτρονικής δέσμης στο σημείο λειτουργίας.

- *Στάθμη θορύβου*

Για να ξεκινήσει η προσομοίωση δίνεται μια μικρή αρχική τιμή (στάθμη θορύβου) για την ισχύ κάθε ρυθμού που συμμετέχει στην αλληλεπίδραση. Παρόλο που έχουν προταθεί τρόποι υπολογισμού αυτής της τιμής ([71], [58]), χρησιμοποιούμε στην πράξη μια στάθμη θορύβου της τάξης των 10 mW. Αυτό γίνεται επειδή παρατηρήθηκε ότι τα αποτελέσματα του κώδικα σχετικά με το ποιοι ρυθμοί διεγείρονται δεν επηρεάζονται από την επιλογή της στάθμης θορύβου όσο αυτή παραμένει στην περιοχή mW-W.

Σε περίπτωση που κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης η ισχύς κάποιου ρυθμού πέσει κάτω από τη στάθμη θορύβου, ο κώδικας αποδίδει αυτόματα στο ρυθμό ισχύ ίση με τη στάθμη θορύβου και συχνότητα ίση με τη συχνότητά του στην ψυχρή κοιλότητα.

Είναι πεποίθησή μας ότι αυτή η επέμβαση (που είναι συμβατή με τη φυσική του προβλήματος, αφού η ισχύς των μη διεγερμένων ρυθμών στην κοιλότητα είναι σε επίπεδα θορύβου) εξαλείφει το ενδεχόμενο του ακόλουθου σοβαρού αριθμητικού λάθους: Έστω ότι ένας ρυθμός ξεκινά με αρχική ισχύ ίση με τη στάθμη θορύβου και ότι κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου το ρεύμα της δέσμης παραμένει μικρότερο από το ρεύμα εκκίνησής του για μεγάλο χρονικό διάστημα. Τότε προφανώς η ισχύς του ρυθμού μειώνεται συνεχώς και μπορεί να φθάσει σε πολύ χαμηλά επίπεδα. Αν τώρα κάποια στιγμή το ρεύμα της δέσμης υπερβεί το ρεύμα εκκίνησης του ρυθμού, τότε η ισχύς του ρυθμού μπορεί να αρχίσει να αυξάνει. Υπάρχει όμως η πιθανότητα η ισχύς να έχει προηγουμένως πέσει τόσο χαμηλά που ο υπόλοιπος χρόνος της προσομοίωσης να μην επαρκεί για να μπορέσει η ισχύς να ανέβει σε επίπεδα διέγερσης. Θα συναχθεί έτσι λανθασμένα ότι ο ρυθμός δεν διεγείρεται. Απαγορεύοντας στην ισχύ του ρυθμού να πάρει εξαιρετικά μικρές τιμές αποφεύγουμε το ενδεχόμενο τέτοιου σφάλματος. Επιπλέον αποφεύγεται και το αριθμητικό πρόβλημα που σχετίζεται με το μηδενισμό του πλάτους κάποιου ρυθμού και που συζητήθηκε στο τέλος της παραγράφου 3.2.1.

- *Διάνυσμα αρχικών τιμών $\mathbf{q}_{in,i}$*

Κάθε ηλεκτρόνιο “ i ” του μετώπου ηλεκτρονίων που εισέρχεται στην κοιλότητα του γυροτρονίου τη χρονική στιγμή t , χαρακτηρίζεται από το διάνυσμα αρχικών τιμών $\mathbf{q}_{in,i} = (\gamma_{in,i}, u_{\perp in,i}, \Lambda_{in,i}, R_{ein,i}, \Phi_{ei})$. Θεωρούμε ότι οι γωνίες $\Lambda_{in,i}, \Phi_{ei}$ είναι ομοιόμορφα κατανομημένες στο διάστημα $[0, 2\pi)$ και ότι η ακτίνα $R_{ein,i}$ ακολουθεί επίσης ομοιόμορφη κατανομή γύρω από την τιμή R_{einM} . Επιπλέον θεωρούμε ότι τα $\gamma_{in,i}$ και $\alpha_i = u_{\perp in,i}/u_{\parallel in,i}$ ακολουθούν κανονική κατανομή γύρω από τις τιμές γ_{inM} και $\alpha = \beta_{\perp inM}/\beta_{\parallel inM}$ αντίστοιχα. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε είτε συγκεκριμένες, είτε τυχαίες αρχικές τιμές. Στην πρώτη περίπτωση, που είναι και η πλέον συνήθης στις προσομοιώσεις, επιλέγουμε N_{Λ} ισαπέχουσες τιμές στο $[0, 2\pi)$ για τη φάση $\Lambda_{in,i}$, N_{Φ} ισαπέχουσες τιμές στο $[0, 2\pi)$ για τη γωνία Φ_{ei} , N_R ισαπέχουσες τιμές γύρω από την τιμή R_{einM} για την ακτίνα $R_{ein,i}$, N_{γ} τιμές με κανονική κατανομή γύρω από την τιμή γ_{inM} για το σχετικιστικό παράγοντα $\gamma_{in,i}$ και N_{α} τιμές με κανονική κατανομή γύρω από την τιμή α για το λόγο ταχυτήτων α_i . Έτσι κάθε μέτωπο ηλεκτρονίων απαρτίζεται από $N_q = N_{\gamma}N_{\alpha}N_RN_{\Lambda}N_{\Phi}$ σωματίδια. Στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται τυχαίες αρχικές τιμές, επιλέγεται απευθείας ο συνολικός αριθμός N_q των ηλεκτρονίων του μετώπου και στο κάθε ηλεκτρόνιο αποδίδεται ένα τυχαίο διάνυσμα $\mathbf{q}_{in,i}$ του οποίου οι συνιστώσες $\gamma_{in,i}, u_{\perp in,i}, \Lambda_{in,i}, R_{ein,i}, \Phi_{ei}$ είναι τυχαίοι αριθμοί που ακολουθούν τις προαναφερόμενες κατανομές.

Μετά από μεγάλο αριθμό δοκιμών καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι η χρήση τυχαίων αρχικών τιμών πλεονεκτεί στις πολυρρυθμικές προσομοιώσεις όταν το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών στην κοιλότητα είναι πυκνό, ή όταν λαμβάνονται υπόψη διασπορές στη αρχική ενέργεια, στον αρχικό λόγο ταχυτήτων και στην ακτίνα του κέντρου περιστροφής των ηλεκτρονίων. Το πλεονέκτημα έγκειται στο ότι τα αποτελέσματα του κώδικα καθίστανται ευσταθέστερα ως προς τις τιμές των αριθμητικών παραμέτρων. Την άποψη αυτή συμμερίστηκε και ο δημιουργός του αυτοσυνεπούς κώδικα *COAXIAL*, Dr O. Dumbrajs. Η μέχρι τώρα ευρέως χρησιμοποιούμενη πρακτική των μη τυχαίων αρχικών τιμών είναι καταλληλότερη για τον κώδικά μας όταν το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών δεν είναι πολύ πυκνό και όταν δεν μελετώνται ταυτόχρονες διασπορές στα $\gamma_{in,i}, \alpha_i, R_{ein,i}$. Περισσότερα για αυτή τη διαπίστωση θα αναφέρουμε στην επόμενη ενότητα.

- Αριθμός N_Λ των αρχικών φάσεων $\Lambda_{in,i}$

Η τιμή της φάσης $\Lambda_{in,i}$ του ηλεκτρονίου “ i ” στην είσοδο της κοιλότητας (σχετική φάση ως προς το κύμα αναφοράς που έχει συχνότητα ω_0) είναι ομοιόμορφα κατανομημένη στο διάστημα $[0, 2\pi)$. Είναι κοινή εκτίμηση μέχρι τώρα ότι 15-30 ισαπέχουσες τιμές του $\Lambda_{in,i}$ στο $[0, 2\pi)$ είναι αρκετές για να δώσουν αξιόπιστα αποτελέσματα. Η μεταβλητή σχετικής φάσης $\Lambda_i(z)$ στις εξισώσεις αλληλεπίδρασης (3.2.5)-(3.2.9) πολλαπλασιάζεται επί τον αρμονικό αριθμό s_n . Έτσι σε περίπτωση αλληλεπίδρασης σε ανώτερες αρμονικές ($s_n = 2, 3, \dots$) χρειάζεται προσοχή ώστε ο αριθμός N_Λ των αρχικών ισαπεχουσών φάσεων $\Lambda_{in,i}$ να μη διαιρείται με το s_n . Ο λόγος για αυτό είναι το γεγονός ότι αν το N_Λ διαιρείται ακριβώς με το s_n , τότε ο αριθμός των διαφορετικών φάσεων δεν θα είναι N_Λ αλλά N_Λ/s_n . Αν χρησιμοποιηθούν όχι ισαπέχουσες αλλά τυχαίες αρχικές φάσεις $\Lambda_{in,i}$, τότε η παραπάνω μέριμνα για τον αριθμό N_Λ των αρχικών φάσεων δεν είναι απαραίτητη.

- Αριθμός N_Φ των αζιμουθιακών γωνιών Φ_{ei}

Σύμφωνα με την παραδοχή (3.1.22), η αζιμουθιακή γωνία Φ_{ei} του κέντρου κυκλοτρονικής περιστροφής του ηλεκτρονίου “ i ” είναι σταθερή ($\Phi_{ei} = \Phi_{ein,i}$) και ομοιόμορφα κατανομημένη στο διάστημα $[0, 2\pi)$, εκτός εάν η κάθοδος εκπέμπει αζιμουθιακά ανομοιόμορφη ηλεκτρονική δέσμη [88]-[90]. Σε περίπτωση που έχουμε αλληλεπίδραση με ένα μόνο ρυθμό, ο μέσος όρος ως προς $\Phi_{ein,i} = \Phi_{ei}$ είναι τετριμμένος και συμπεριλαμβάνεται στο μέσο όρο ως προς $\Lambda_{in,i}$ [28]. Μπορούμε έτσι να χρησιμοποιήσουμε μία και μόνο (αυθαίρετη) τιμή για το Φ_{ei} στον κώδικα. Όταν όμως στην αλληλεπίδραση συμμετέχουν πολλοί ρυθμοί, ο μέσος όρος ως προς Φ_{ei} είναι πολύ σημαντικός γιατί περιγράφει τον ανταγωνισμό των ρυθμών. Σε πολλές περιπτώσεις οι ερευνητές θεωρούν ότι 10-20 ισαπέχουσες τιμές του Φ_{ei} στο $[0, 2\pi)$ είναι αρκετές για να δώσουν αξιόπιστα αποτελέσματα. Αυτό είναι γεγονός για σχετικά αραιό φάσμα ανταγωνιστικών ρυθμών, όμως μπορεί να μην ισχύει όταν το φάσμα πυκνώνει πολύ. Τέτοιες περιπτώσεις μνημονεύονται στο [94] όπου και προτείνεται η χρήση αρκετών εκατοντάδων τιμών του Φ_{ei} , παρόλο που κάτι τέτοιο αυξάνει δραματικά τον υπολογιστικό χρόνο. Από την εμπειρία των δικών μας προσομοιώσεων υιοθετήσαμε και εμείς αυτή την άποψη. Σε προσομοιώσεις με σχετικά λίγες τιμές του Φ_{ei} παρατηρήσαμε εξάρτηση των αποτελεσμάτων με ανεπίτρεπτο τρόπο από το χρονικό βήμα και από τον αριθμό των χρησιμοποιούμενων τιμών του Φ_{ei} . Τα προβλήματα περιορίστηκαν σημαντικά όταν χρησιμοποιήσαμε μεγάλο πλήθος γωνιών Φ_{ei} . Θα μιλήσουμε για αυτές τις προσομοιώσεις στην επόμενη ενότητα.

Το γεγονός ότι 10-20 ισαπέχουσες τιμές του Φ_{ei} μπορεί να μην είναι αρκετές οφείλεται, κατά πάσα πιθανότητα, στο ότι η γωνία Φ_{ei} εμφανίζεται στις εξισώσεις αλληλεπίδρασης (3.2.5)-(3.2.9) πολλαπλασιασμένη πάντοτε επί τον συντελεστή $m - s_n$, ο οποίος στις εφαρμογές με ρυθμούς υψηλής τάξης έχει υψηλή απόλυτη τιμή (χονδρικά μεταξύ 25 και 45). Μια ιδέα για την ελάττωση της τιμής αυτού του συντελεστή περιγράφεται στο [106]. Σύμφωνα με αυτήν ορίζεται ένας ρητός αζιμουθιακός δείκτης αναφοράς m_0 ως εξής:

$$m_0 \hat{=} \frac{\sum_n m_n}{\sum_n s_n} \quad (4.1.1)$$

όπου τα αθροίσματα εννοούνται ως προς τους ρυθμούς που συμμετέχουν στην αλληλεπίδραση. Ακολούθως στις εξισώσεις αλληλεπίδρασης γίνεται η αλλαγή μεταβλητής

$$\tilde{\Lambda}_i(z) = \Lambda_i(z) - (m_0 - 1)\Phi_{ei} \quad (4.1.2)$$

Η αρχική τιμή $\tilde{\Lambda}_{in,i} = \tilde{\Lambda}_i(z_{in}) = \Lambda_{in,i} - (m_0 - 1)\Phi_{ei}$ της νέας μεταβλητής $\tilde{\Lambda}_i(z)$ παραμένει ομοιόμορφα κατανομημένη στο διάστημα $[0, 2\pi)$. Οι εξισώσεις αλληλεπίδρασης έχουν και πάλι τη μορφή (3.2.5)-(3.2.9) με τις αντικαταστάσεις $\Lambda_i(z) \leftrightarrow \tilde{\Lambda}_i(z)$ και $(m - s_n)\Phi_{ei} \leftrightarrow (m - s_n m_0)\Phi_{ei}$. Εδώ αποδεικνύεται και το γεγονός ότι στην περίπτωση αλληλεπίδρασης με ένα μόνο ρυθμό ο μέσος όρος ως προς τη γωνία Φ_{ei} είναι τετριμμένος: Για ένα μόνο ρυθμό προκύπτει $m_0 = m/s_n$ οπότε $m - s_n m_0 = 0$ και η γωνία Φ_{ei} εξαφανίζεται από τις εξισώσεις αλληλεπίδρασης. Σε περίπτωση που όλοι οι εμπλεκόμενοι ρυθμοί έχουν αζιμουθιακούς δείκτες ίδιου προσήμου (δηλαδή έχουν όλοι την ίδια φορά περιστροφής), τότε ο συντελεστής $m - s_n m_0$ είναι συγκρίσιμος με τη μονάδα άρα είναι πολύ μικρότερος κατά απόλυτη τιμή από τον $m - s_n$. Συνεπώς στις νέες εξισώσεις χρειάζεται πολύ μικρότερος αριθμός γωνιών Φ_{ei} για αξιόπιστα αποτελέσματα. Δυστυχώς δεν συμβαίνει το ίδιο και όταν οι ρυθμοί που συμμετέχουν στην αλληλεπίδραση έχουν διαφορετικές φορές περιστροφής. Στην περίπτωση αυτή ο συντελεστής $m - s_n m_0$ είναι για κάποιους ρυθμούς συγκρίσιμος ή και αρκετά μεγαλύτερος κατά απόλυτη τιμή από τον $m - s_n$ και το πλεονέκτημα από την αλλαγή μεταβλητής (4.1.2) γίνεται πλέον μειονέκτημα. Λόγω των παραπάνω, ο κώδικας ελέγχει του ρυθμούς που συμμετέχουν στην αλληλεπίδραση και σε περίπτωση που έχουν όλοι την ίδια φορά περιστροφής λύνει τις εξισώσεις αλληλεπίδρασης (3.2.5)-(3.2.9) με την αλλαγή μεταβλητής (4.1.2) οπότε και απαιτεί μικρό σχετικά αριθμό γωνιών Φ_{ei} . Σε αντίθετη περίπτωση λύνει τις (3.2.5)-(3.2.9) ως έχουν. Δυστυχώς ο εντονότερος ανταγωνισμός παρουσιάζεται συνήθως μεταξύ ομάδων ρυθμών διαφορετικής φοράς περιστροφής [94]. Έτσι, κατά κανόνα, είναι αναγκαστικές οι προσομοιώσεις με μεγάλο αριθμό γωνιών Φ_{ei} .

Όπως και στην περίπτωση του αριθμού αρχικών φάσεων N_Λ , ο αριθμός N_Φ των ισαπεχουσών γωνιών Φ_{ei} δεν πρέπει να έχει κοινό διαιρέτη με το συντελεστή που πολλαπλασιάζει τη γωνία Φ_{ei} στις εξισώσεις αλληλεπίδρασης, ο οποίος ισούται όπως είδαμε είτε με $m - s_n$ είτε με $m - s_n m_0$. Εξασφαλίζεται έτσι ότι οι διαφορετικές φάσεις είναι πράγματι N_Φ και όχι λιγότερες. Προφανώς εξυπηρετεί ο αριθμός N_Φ να είναι πρώτος. Ο περιορισμός αυτός δεν ισχύει όταν χρησιμοποιούνται τυχαίες γωνίες Φ_{ei} . Η χρήση όχι ισαπεχουσών αλλά τυχαίων τιμών Φ_{ei} , η οποία πιστεύεται ότι επιπλέον μπορεί να ελαττώσει τον απαιτούμενο αριθμό γωνιών Φ_{ei} , θα συζητηθεί περαιτέρω στην επόμενη ενότητα.

4.2 Εφαρμογές του Κώδικα στο Ομοαξονικό Γυροτρόνιο για το ITER

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται κάποιες εφαρμογές του αριθμητικού κώδικα αλληλεπίδρασης σε ένα συγκεκριμένο γυροτρόνιο. Ο σκοπός είναι να δειχθεί η μέθοδος προσδιορισμού των ανταγωνιστικών ρυθμών στην κοιλότητα ενός γυροτρονίου και να τονιστούν τα σημεία που χρειάζονται ιδιαίτερη προσοχή κατά την εκτέλεση των προσομοιώσεων. Επίσης φαίνεται ο τρόπος χρήσης του κώδικα, οι δυνατότητές του και η διαδικασία με την οποία προκύπτουν συμπεράσματα για τη λειτουργία του γυροτρονίου. Παράλληλα, θέλουμε να δείξουμε τα προβλήματα που αντιμετωπίσαμε και να τεκμηριώσουμε περαιτέρω τα σχόλια της παραγράφου 4.1.3.

4.2.1 Περιγραφή του γυροτρονίου για το ITER και μονορρυθμική αλληλεπίδραση

Με τη σύμπραξη των Forschungszentrum Karlsruhe (FZK), Centre de Recherches en Physique des Plasmas Lausanne (CRPP), Helsinki University of Technology (HUT) και Thalès Electron Devices (TED) πρόκειται να κατασκευαστεί ένα ομοαξονικό γυροτρόνιο 170 GHz, 2 MW CW ([107], [108], [46]), το οποίο θα χρησιμοποιηθεί για τη θέρμανση του πλάσματος σύντηξης μέσω ηλεκτρονικού κυκλοτρονικού συντονισμού (ECRH) στον επερχόμενο πειραματικό αντιδραστήρα σύντηξης ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) [57], [109]. Η φάση της σχεδίασης έχει ολοκληρωθεί και το πρώτο πρότυπο γυροτρόνιο αναμένεται να εμφανιστεί στο πρώτο τρίμηνο του 2006 [46]. Πρόσφατα, ξεκίνησαν στο FZK πειράματα δοκιμής των περισσότερων μερών αυτού του γυροτρονίου με κατάλληλες τροποποιήσεις του υπάρχοντος πειραματικού εξοπλισμού [45], [21]. Κατά τη φάση της σχεδίασης, σε συνεννόηση με το FZK, χρησιμοποιήσαμε τον κώδικά μας για την προσομοίωση αυτού του γυροτρονίου με γνώμονα κυρίως τον έλεγχο του κώδικα και τον προσδιορισμό των κατάλληλων περιοχών που πρέπει να κινούνται οι διάφορες αριθμητικές παράμετροι ώστε να προκύπτουν αξιόπιστα αποτελέσματα. Πολλά από τα συμπεράσματα της παραγράφου 4.1.3 οφείλονται σε αυτές τις προσομοιώσεις. Οι κύριοι κώδικες που χρησιμοποιήθηκαν για τη σχεδίαση της κοιλότητας του γυροτρονίου για το ITER ήταν οι αυτοσυνεπείς κώδικες *CAVITY* [62] και *COAXIAL* [102]. Άμεση σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ αυτών των κωδίκων και του παρόντος δεν είναι δυνατή, διότι οι κώδικες αυτοί είναι αυτοσυνεπείς ενώ ο παρών χρησιμοποιεί την προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας. Εντούτοις υπήρχε συμφωνία σε πολλά βασικά ζητήματα.

Η ομοαξονική κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER περιγράφεται στον πίνακα 4.1 (Κοιλότητα “ITER I” του [105]), όπου τα μεγέθη αναφέρονται στο σχήμα 2.1. Τα αποτελέσματα αυτής της ενότητας αφορούν την τιμή $L_3 = 30$ mm για το μήκος του τμήματος εξόδου αντί της τιμής $L_3 = 20$ mm του [105], για αυτό και δίνουμε αυτήν την τιμή στο πίνακα 4.1. Η προσομοίωση αυτής της ελαφρώς διαφορετικής κοιλότητας έγινε κατόπιν πρότασης του FZK κατά το στάδιο σχεδίασης του γυροτρονίου. Οι τιμές της ειδικής ηλεκτρικής αγωγιμότητας δίνονται σε θερμοκρασία δωματίου επειδή συνήθως,

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1

Γεωμετρία Ομοαξονικής Κοιλότητας του Γυροτρονίου για το ITER

Μήκος τμήματος αποκοπής L_1	22 mm
Μήκος μεσαίου τμήματος L_2	16 mm
Μήκος τμήματος εξόδου L_3	30 mm
Ακτίνα εξωτερικού τοιχώματος $R_{o,0}$	29.55 mm
Κλίση τμήματος αποκοπής θ_1	3.0°
Κλίση τμήματος εξόδου θ_3	2.5°
Παραβολική λείανση εξωτερικού τοιχώματος μεταξύ L_1 και L_2	4 mm
Παραβολική λείανση εξωτερικού τοιχώματος μεταξύ L_2 και L_3	4 mm
Ακτίνα εσωτερικού αγωγού $R_{i,0}$	7.86 mm
Κλίση εσωτερικού αγωγού θ_{in}^* (μειούμενη ακτίνα)	1.0°
Αριθμός ρυτιδώσεων εσωτερικού αγωγού N	75
Περίοδος ρυτιδώσεων s^{**}	0.66 mm
Λόγος εύρους σχισμής προς περίοδο ρυτιδώσης l/s	0.52
Βάθος ρυτιδώσεων d στο μεσαίο τμήμα	0.44 mm
Ειδική ηλεκτρική αγωγιμότητα εξωτερικού τοιχώματος σ_{out}^{***}	5.7×10^7 S/m
Ειδική ηλεκτρική αγωγιμότητα εσωτερικού αγωγού σ_{in}^{***}	5.7×10^7 S/m

* Η κλίση συνεχίζεται και στο τμήμα αποκοπής

** Στο μέσο του μεσαίου τμήματος

*** Χαλκός σε θερμοκρασία 20°C

για λόγους σύγκρισης, αυτές είναι οι τιμές που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό των ωμικών απωλειών, των ωμικών φορτίσεων και των ωμικών συντελεστών ποιότητας.

Στον πίνακα 4.2 συνοψίζονται οι τιμές λειτουργίας του γυροτρονίου για το ITER καθώς και η επίδοσή του, όπως αυτή προβλέπεται από προσομοιώσεις με την παραδοχή αλληλεπίδρασης της δέσμης μόνο με το ρυθμό λειτουργίας. Η στήλη “CAVITY” αφορά τα αποτελέσματα του αυτοσυνεπούς κώδικα CAVITY όπως δίνονται στο [105], ενώ η στήλη “Κώδικας” αφορά τα αποτελέσματα του δικού μας κώδικα προσέγγισης ψυχρής κοιλότητας. Οι υπολογισμοί θεωρούν ομογενές μόνιμο μαγνητικό πεδίο και δεν λαμβάνουν υπόψη διασπορές στην αρχική ενέργεια και ταχύτητα των ηλεκτρονίων, ούτε και στην ακτίνα του κέντρου περιστροφής τους. Όπως είπαμε ήδη, για να προκύψουν τα αποτελέσματα του πίνακα 4.2 επιλύθηκε από τους κώδικες το πρόβλημα της αλληλεπίδρασης της δέσμης με το ρυθμό λειτουργίας και μόνο. Τέτοιοι υπολογισμοί αποτελούν το πρώτο βήμα για τον έλεγχο της καταλληλότητας του ρυθμού λειτουργίας και της σχεδίασης γενικότερα. Προσομοιώσεις που λαμβάνουν υπόψη και τους ανταγωνιστικούς ρυθμούς θα παρουσιαστούν σε επόμενες παραγράφους.

Οι διαφορές που παρατηρούνται στα αποτελέσματα των δύο κωδίκων είναι δικαιολογημένες επειδή αυτοί υιοθετούν διαφορετικούς τρόπους προσέγγισης του προβλήματος αλληλεπίδρασης. Σύμφωνα με το [30], ο ελάχιστος περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας που μπορεί να έχει ένας ρυθμός είναι $4\pi(L_G/\lambda)^2$ και στην περίπτωση μας είναι $4\pi(L_G/\lambda)^2 \sim 1000$ για το ρυθμό λειτουργίας TE_{34,19}. Ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας του TE_{34,19} στην ψυχρή κοιλότητα είναι περίπου 1650, δηλαδή

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2

Τιμές Λειτουργίας του Γυροτρονίου για το ITER και Προβλεπόμενη Επίδοση από Μονορρυθμικές Προσομοιώσεις

Τιμές Λειτουργίας		
Ρυθμός λειτουργίας	Συμπεριστρεφόμενος TE _{34,19}	
Ιδιοτιμή $\chi_{34,19}$, $\chi_{34,19o}$	105.196, 105.193	
Αρμονική λειτουργίας	Θεμελιώδης κυκλοτρονική ($s_{34,19} = 1$)	
Μόνιμο μαγνητικό πεδίο B_0	6.86 T	
Τάση λειτουργίας $V_{b,op}$	90 kV	
Ρεύμα λειτουργίας $I_{b,op}$	80 A	
Ακτίνα ηλεκτρονικής δέσμης R_e	10 mm	
Λόγος ταχυτήτων ηλεκτρονίου α_{op}	1.3	
<i>Προβλεπόμενη Επίδοση</i>	<i>CAVITY</i>	<i>Κώδικας</i>
Συντελεστής ποιότητας Q_{tot} του TE _{34,19}	2030	1640
Συχνότητα λειτουργίας f_{op}	170.0 GHz	169.9 GHz
Συνολική ισχύς $P_{out} + P_{ohm}$	2995 kW	2870 kW
Ισχύς ωμικών απωλειών P_{ohm}^*	38 kW	29 kW
Μέγιστη ωμική φόρτιση εξωτερικού τοιχώματος $\rho_{peak,out}^*$	1.41 kW/cm ²	0.92 kW/cm ²
Μέγιστη ωμική φόρτιση εσωτερικού αγωγού $\rho_{peak,in}^*$	0.08 kW/cm ²	0.05 kW/cm ²
Ηλεκτρονικός βαθμός απόδοσης η_{el}	41.6 %	39.9 %

* Για αγωγιμότητα τοιχωμάτων 5.7×10^7 S/m

έχει τιμή κοντά στην ελάχιστη τιμή. Είναι γνωστό ότι όταν συμβαίνει αυτό, η επίλυση του προβλήματος αλληλεπίδρασης με την προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας μπορεί να δώσει αρκετά διαφορετικά αποτελέσματα από την επίλυση με την αυτοσυνεπή θεώρηση. Αλλωστε, σύμφωνα με το σχετικό κριτήριο του [72] που συζητήθηκε στην §3.1.3, από τα δεδομένα των πινάκων 4.1 και 4.2 προκύπτει ότι $\xi_{out} = 9.6 < 15$. Παρόλα αυτά οι δύο κώδικες δίνουν κοντινές τιμές για τη συχνότητα λειτουργίας και την ισχύ $P_{out} + P_{ohm}$ που αποσπάται από την ηλεκτρονική δέσμη, πράγμα που σημαίνει ότι η προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας, ακόμη και σε τούτη την περίπτωση μικρού Q_{dif} , δεν αστοχεί σε αυτά τα βασικά ζητήματα. Οι μεγαλύτερες διαφορές στον πίνακα 4.2 παρατηρούνται στα μεγέθη που σχετίζονται με ωμικές απώλειες και οφείλονται, επειδή $Q_{tot}(P_{out} + P_{ohm}) = Q_{ohm}P_{ohm}$, στη σημαντική διαφορά στο συντελεστή ποιότητας του TE_{34,19} μεταξύ της αυτοσυνεπούς θεώρησης ($Q_{tot} = 2030$) και της προσέγγισης ψυχρής κοιλότητας ($Q_{tot} = 1640$). Η διαφορά στο συντελεστή ποιότητας αντικατοπτρίζει σχεδόν αποκλειστικά τη διαφορά στον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας που δίνουν οι δύο κώδικες, αφού ο ωμικός συντελεστής ποιότητας είναι πολύ μεγάλος^(*).

(*) Σημειώνουμε ότι η (2.5.15) δίνει $Q_{ohm} \approx 160000$.

4.2.2 Το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών

Για να προσδιορίσουμε τους ανταγωνιστικούς ρυθμούς στην κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER, ακολουθούμε μια συστηματική διαδικασία η οποία είναι γενική και μπορεί να εφαρμοστεί σε κάθε γυροτρόνιο. Ο ρυθμός λειτουργίας του γυροτρονίου για το ITER είναι ο $TE_{34,19}$, ο οποίος έχει ιδιοτιμή συμβατικής κοιλότητας $\chi_{34,19o} = 105.193$, αντίστοιχη συχνότητα αποκοπής 169.804 GHz και αλληλεπιδρά με την ηλεκτρονική δέσμη στην θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα. Η ιδιοτιμή του $TE_{34,19}$ στο μέσο του μεσαίου τμήματος της ομοαξονικής κοιλότητας του πίνακα 4.1 είναι $\chi_{34,19} = 105.196$, δηλαδή ο ρυθμός λειτουργίας είναι σχεδόν ανεπηρέαστος από το εσωτερικό στέλεχος. Εκτός από τον $TE_{34,19}$ υπάρχουν και άλλοι ρυθμοί στην κοιλότητα που μπορούν να διεγερθούν από τη δέσμη (ανταγωνιστικοί ρυθμοί). Οι ρυθμοί αυτοί πληρούν δύο προϋποθέσεις: Αφενός βρίσκονται σε συντονισμό με κάποια αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. (Η τυπική εξάρτηση του ρεύματος εκκίνησης από την αρχική διαφορά συχνοτήτων Δ_n , η οποία φαίνεται στο σχήμα 3.2, δείχνει ότι για να διεγερθεί ο ρυθμός από τη δέσμη πρέπει να είναι $\omega_n \approx s_n \omega_c$.) Αφετέρου η καυστική ακτίνα των ανταγωνιστικών ρυθμών είναι συγκρίσιμη με την καυστική ακτίνα του ρυθμού λειτουργίας. Ρυθμοί με καυστική ακτίνα αρκετά μεγαλύτερη από αυτήν του ρυθμού λειτουργίας έχουν ασθενή πεδία στη θέση της δέσμης (μικρό συντελεστή σύζευξης $G_{n,s}$) άρα πολύ υψηλό ρεύμα εκκίνησης. Ρυθμοί με καυστική ακτίνα αρκετά μικρότερη από αυτήν του ρυθμού λειτουργίας είναι πολύ επηρεασμένοι από το εσωτερικό στέλεχος και έχουν καμπύλη ιδιοτιμής με έντονη αρνητική κλίση στις τιμές του C στην κοιλότητα. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με το ότι το εσωτερικό στέλεχος είναι μειούμενης ακτίνας, οδηγεί σε πολύ χαμηλό περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας. Συνεπώς οι ανταγωνιστικοί ρυθμοί πρέπει να αναζητηθούν μεταξύ των ρυθμών που έχουν συχνότητα και καυστική ακτίνα μέσα σε κατάλληλα όρια. Αυτή είναι και η τυπική διαδικασία που γενικά ακολουθούμε για τον προσδιορισμό του φάσματος των ανταγωνιστικών ρυθμών.

Στην περίπτωση του γυροτρονίου για το ITER θα ασχοληθούμε πρώτα με τους ανταγωνιστικούς ρυθμούς που αλληλεπιδρούν στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα και θα αρχίσουμε με τον προσδιορισμό των προαναφερόμενων ορίων συχνότητας και καυστικής ακτίνας. Στο γυροτρόνιο αυτό χρησιμοποιείται δίοδος πηγή ηλεκτρονίων, οπότε, με την αύξηση της τάσης κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου, η κυκλοτρονική συχνότητα ελαττώνεται από τα 192 GHz ($V_b = 0$, $\gamma_{imM} = 1$) μέχρι τα 163.3 GHz ($V_b = 90$ kV, $\gamma_{imM} = 1.176$). Από την τυπική εξάρτηση του ρεύματος εκκίνησης από την αρχική διαφορά συχνοτήτων (σχήμα 3.2), είναι φανερό ότι οι ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής είναι ρυθμοί με συχνότητες από 163.3 GHz έως 198 GHz ($\cong 1.03 \times 192$ GHz). Το διάστημα αυτό μπορεί να περιοριστεί σημαντικά λαμβάνοντας υπόψη ότι, κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου, όσο η τάση παραμένει μικρότερη από το μισό της τιμής λειτουργίας της δεν διεγείρονται συνήθως ρυθμοί. Ο κύριος λόγος είναι ότι σε αυτή την περιοχή τάσεων οι τιμές του λόγου ταχυτήτων a είναι λόγω (3.2.12) μικρές, με αποτέλεσμα ο ηλεκτρονικός βαθμός απόδοσης να είναι πολύ χαμηλός. Επειδή η κυκλοτρονική συχνότητα είναι 176.5 GHz για $V_b = 45$ kV ($= V_{b,op}/2$), συνάγουμε ότι οι συχνότητες των ανταγωνιστικών ρυθμών είναι μεταξύ 163.3 GHz και 182 GHz ($\cong 1.03 \times 176.5$ GHz). Όπως θα φανεί στη συνέχεια, αυτό το διάστημα συχνοτήτων (96 % έως 107 % της συχνότητας λειτουργίας 170 GHz) είναι υπέρ το δέον κατάλληλο, με την έννοια ότι η περιοχή συχνοτήτων των σημαντικών ανταγωνιστών είναι υποσύνολό του. Έτσι, για να διευκολύνουμε την παρουσίαση, ελαττώνουμε τον αριθμό των

ανταγωνιστικών ρυθμών περιοριζόμενοι εξαρχής στους ρυθμούς με ιδιοτιμή στο διάστημα 98 % έως 105 % της ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας TE_{34,19}. (Η ιδιοτιμή ενός ρυθμού είναι ανάλογη με τη συχνότητα αποκοπής του, η οποία είναι περίπου ίση με τη συχνότητά του.) Σε ό,τι αφορά τώρα το κατάλληλο διάστημα για την καυστική ακτίνα των ανταγωνιστών, ξεκινάμε με την περιοχή από 75 % έως 125 % της καυστικής ακτίνας του ρυθμού λειτουργίας TE_{34,19}.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, συγκεντρώσαμε στον πίνακα 4.3 όλους τους ρυθμούς με ιδιοτιμή στο διάστημα από 98 % έως 105 % της ιδιοτιμής $\chi_{34,19} = 105.196$ και με καυστική ακτίνα στο διάστημα από 75 % έως 125 % της καυστικής ακτίνας του TE_{34,19}. Οι ρυθμοί αυτοί αλληλεπιδρούν με τη δέσμη στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα ($s_n = 1$). Η διάταξη των γραμμών είναι κατά αύξουσα σχετική καυστική ακτίνα $R_c/R_{c(34,19)}$. Στην έκτη στήλη φαίνεται ο σχετικός συντελεστής σύζευξης $[G_{mp,s=1}(k_{\perp mp}R_{eM})/G_{(34,19),s=1}(k_{\perp(34,19)}R_{eM})]^2$ στο μέσο του μεσαίου τμήματος. Επειδή η μόνη διαφορά μεταξύ ενός συμπεριστρεφόμενου ρυθμού TE_{|mp} και του αντίστοιχου αντιπεριστρεφόμενου TE_{-|mp} βρίσκεται στην τιμή του συντελεστή σύζευξης $[G_{mp,s}(k_{\perp mp}R_{eM})]^2$, δίνουμε στον πίνακα 4.3 το ρυθμό με εκείνη την περιστροφή που συνεργάζεται καλύτερα με τη δέσμη, δηλαδή με εκείνη που έχει το μεγαλύτερο συντελεστή σύζευξης άρα και το μικρότερο ρεύμα εκκίνησης από τις δύο. Στην έβδομη στήλη έχουμε το λόγο $Q_{\text{dif}}/Q_{\text{dif,reg}}$ που εκφράζει τη μεταβολή του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας (λόγω κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής), όπως αυτή δίνεται από την σχέση (2.4.10) με $C_0 = 3.76$. Θεωρούμε ότι για όλους τους ρυθμούς είναι προσεγγιστικά $Q_{\text{dif,reg}} = 1673$. Η τιμή αυτή επιλέχθηκε διότι οδηγεί μέσω της (2.4.10) στο ότι $Q_{\text{dif}} = 1650$ για τον TE_{34,19}, τιμή που είναι ίδια με την ακριβή τιμή του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας του TE_{34,19}, όπως αυτή προκύπτει από την επίλυση του προβλήματος (2.2.23)-(2.2.26). Για να γίνει μια πρώτη διάκριση των ρυθμών που είναι πιθανοί ανταγωνιστές, παρουσιάζεται στην τελευταία στήλη του πίνακα το σχετικό ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης $I_{\text{st,min}(34,19)}/I_{\text{st,min}}$ όπως προκύπτει από την (3.3.22):

$$\frac{I_{\text{st,min}(34,19)}}{I_{\text{st,min}}} \cong \frac{Q_{\text{tot},n}}{Q_{\text{tot}(34,19)}} \frac{G_{n,s_n=1}^2[k_{\perp n}(z_0)R_{eM}]}{G_{(34,19),s=1}^2[k_{\perp(34,19)}(z_0)R_{eM}]} \frac{\pi C_n^2(z_0)}{\pi C_{(34,19)}^2(z_0)} \quad (4.2.1)$$

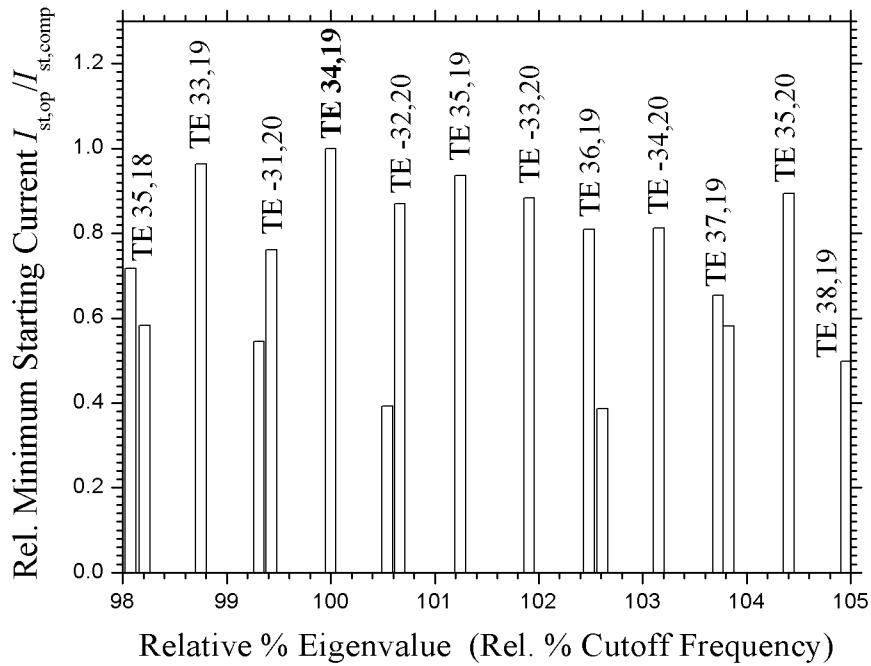
με Q_{dif} από (2.4.10) και Q_{ohm} από (2.5.16).

Το βάθος ρυτιδώσεων $d = 0.44$ mm αντιστοιχεί σε λόγο $d/\lambda_{co} = 0.249$ για το ρυθμό λειτουργίας TE_{34,19} και γενικά σε λόγο $d/\lambda_{co} \approx 0.25$ για όλους τους ρυθμούς του πίνακα 4.3. Η επιλογή αυτή ευνοεί την λειτουργία στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα [54] και θα σχολιαστεί στο κεφάλαιο 6. Για αυτές τις τιμές του λόγου d/λ_{co} οι ρυθμοί έχουν μονότονη καμπύλη ιδιοτιμής με αρνητική κλίση. Επειδή το εσωτερικό στέλεχος είναι μειούμενης ακτίνας, αναμένεται σημαντική μείωση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας των ρυθμών που επηρεάζονται σημαντικά από αυτό (§2.4.3). Πράγματι, οι ρυθμοί με καυστική ακτίνα μικρότερη του 88 % της καυστικής ακτίνας του TE_{34,19} (οι 9 πρώτες σειρές του πίνακα 4.3) εμφανίζουν υψηλό ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης λόγω χαμηλού λόγου $Q_{\text{dif}}/Q_{\text{dif,reg}}$ και δεν είναι επικίνδυνοι ανταγωνιστές. Στο άλλο άκρο, οι ρυθμοί με καυστική ακτίνα μεγαλύτερη από το 109 % της καυστικής ακτίνας του TE_{34,19} (οι 12 τελευταίες σειρές του πίνακα 4.3) εμφανίζουν επίσης υψηλό ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης (παρόλο που είναι τελείως ανεπηρέαστοι από τον εσωτερικό αγωγό) λόγω χαμηλού σχετικού συντελεστή σύζευξης (< 30 %). Συνάγουμε λοιπόν ότι οι πιθανοί ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής του TE_{34,19} είναι οι ρυθμοί των σειρών 10 έως 26 του πίνακα 4.3. Το σχετικό ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης $I_{\text{st,min}(34,19)}/I_{\text{st,min}}$

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3

Ρυθμοί με Ιδιοτιμή από 98 % έως 105 % της Ιδιοτιμής του $TE_{34,19}$ και με Καυστική Ακτίνα από 75 % έως 125 % της Καυστικής Ακτίνας του $TE_{34,19}$

TE		Συχνότητα Αποκοπής (GHz)	$\frac{\chi_{mp}}{\chi_{(34,19)}} (\%)$	$\frac{R_c}{R_{c(34,19)}}$	Σχετικός Συντελεστής Σύζευξης	$\frac{Q_{dif}}{Q_{dif,reg}}$	$\frac{I_{st,min(34,19)}}{I_{st,min}}$
m	p						
-27	23	177.9809	104.813	0.76677	3.68405	0.19061	0.06383
26	22	170.4941	100.404	0.77096	4.37908	0.20260	0.10222
27	22	172.1955	101.406	0.79032	1.61700	0.24371	0.14593
28	22	173.9683	102.450	0.80921	1.02040	0.29596	0.18753
29	22	175.8125	103.536	0.82766	0.73479	0.36192	0.21224
28	21	168.3283	99.129	0.83462	0.58315	0.38529	0.19199
30	22	177.7211	104.660	0.84569	0.51052	0.44323	0.20266
29	21	170.2427	100.256	0.85336	0.32760	0.47073	0.14522
-30	21	172.2176	101.419	0.87167	0.38315	0.56926	0.21414
-31	21	174.2434	102.612	0.88955	0.58314	0.67365	0.38719
-30	20	166.7727	98.213	0.89936	0.80195	0.70410	0.58238
-32	21	176.3099	103.829	0.90702	0.77026	0.77258	0.58117
-31	20	168.8421	99.431	0.91750	0.93285	0.79924	0.76062
-32	20	170.9372	100.665	0.93522	0.98683	0.87557	0.86954
-33	20	173.0479	101.908	0.95253	0.95711	0.92928	0.88322
-34	20	175.1654	103.155	0.96946	0.85944	0.96281	0.81173
33	19	167.6927	98.754	0.98286	0.96822	0.97012	0.96336
35	20	177.2847	104.403	0.98601	0.93897	0.98172	0.89416
34	19	169.808	100	1	1	0.98569	1
35	19	171.9204	101.244	1.01675	0.93934	0.99352	0.93602
36	19	174.0294	102.486	1.03312	0.81663	0.99721	0.80830
37	19	176.1334	103.725	1.04913	0.66526	0.99885	0.65291
35	18	166.5392	98.075	1.04959	0.69191	0.99795	0.71742
38	19	178.2322	104.961	1.06479	0.51249	0.99954	0.49837
36	18	168.6377	99.311	1.06615	0.53019	0.99917	0.54466
37	18	170.7318	100.544	1.08232	0.38618	0.99968	0.39286
38	18	172.8187	101.773	1.09814	0.26893	0.99988	0.27089
39	18	174.9022	103.000	1.11362	0.17988	0.99996	0.17942
40	18	176.9807	104.224	1.12876	0.11601	0.99997	0.11458
38	17	167.3818	98.571	1.13382	0.11567	0.99997	0.12085
39	17	169.4534	99.791	1.14943	0.07125	1	0.07370
40	17	171.5197	101.008	1.16469	0.04254	1	0.04356
41	17	173.5828	102.223	1.17963	0.02467	1	0.02501
42	17	175.6392	103.434	1.19425	0.01392	1	0.01398
43	17	177.6922	104.643	1.20855	0.00766	1	0.00762
41	16	168.0812	98.983	1.21824	0.00709	1	0.00746
42	16	170.1272	100.188	1.23295	0.00375	1	0.00391
43	16	172.1683	101.390	1.24734	0.00194	1	0.00200

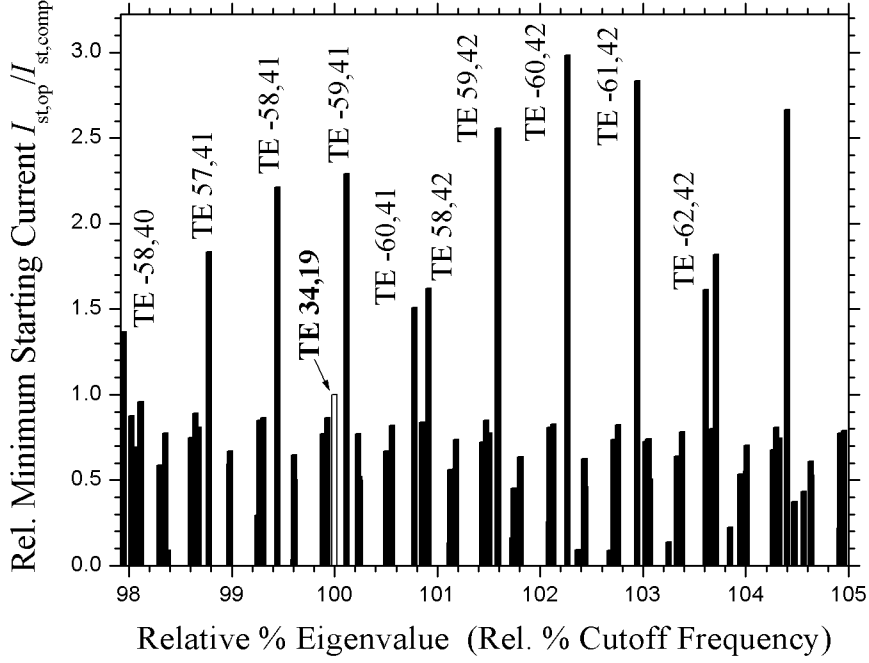


Σχήμα 4.2: Το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών θεμελιώδους κυκλοτρονικής συχνότητας ($s_n = 1$) στην κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER (γραμμές 10 έως 26 του πίνακα 4.3). Οι καυστικές ακτίνες των ρυθμών είναι στο διάστημα 88 % έως 109 % της καυστικής ακτίνας του TE_{34,19}. Το ύψος των ράβδων εκφράζει την τιμή του σχετικού ελάχιστου ρεύματος εκκίνησης $I_{st,min,(34,19)} / I_{st,min}$ από την (4.2.1), δηλαδή όσο ψηλότερη είναι η ράβδος τόσο μικρότερο είναι το ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης του ρυθμού. Η θέση των ράβδων στον οριζόντιο άξονα εκφράζει τη σχετική ιδιοτιμή $\chi_{mp} / \chi_{34,19} \times 100$ %, που ισούται με τη σχετική συχνότητα αποκοπής. Για κάθε ρυθμό εικονίζεται εκείνη η περιστροφή από τις δύο που έχει το μεγαλύτερο συντελεστή σύζευξης.

των 17 αυτών ρυθμών παρουσιάζεται και στο ιστόγραμμα του σχήματος 4.2. Στον οριζόντιο άξονα φαίνεται το ποσοστό % της ιδιοτιμής (συχνότητας αποκοπής) του TE_{34,19} με το οποίο ισούται η ιδιοτιμή (συχνότητα αποκοπής) του κάθε ρυθμού, όπως αυτό δίνεται στην τέταρτη στήλη του πίνακα 4.3.

Το σχήμα 4.2 δείχνει ότι ο ρυθμός λειτουργίας TE_{34,19} έχει το μικρότερο ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης από όλους τους ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής. Αυτό οφείλεται καταρχήν στο ότι η ακτίνα της ηλεκτρονικής δέσμης έχει επιλεγεί έτσι ώστε να μεγιστοποιείται το μέτρο της συνάρτησης σύζευξης $G_{mp,s}(k_{\perp}R)$ για αυτό το ρυθμό. Επειδή οι ανταγωνιστικοί ρυθμοί έχουν συγκρίσιμη συχνότητα και καυστική ακτίνα με τον TE_{34,19}, έχουν και ανάλογη δομή πεδίου οπότε ο συντελεστής σύζευξης τους είναι, στη χειρότερη περίπτωση, συγκρίσιμος με αυτόν του TE_{34,19}. Επιπλέον, το γεγονός ότι $d/\lambda_{co} \approx 0.25$ συνεπάγεται αρνητική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής για όλους τους ρυθμούς, η οποία σε συνδυασμό με το εσωτερικό στέλεχος μειούμενης ακτίνας αποκλείει το ενδεχόμενο κάποιοι ρυθμοί να έχουν ιδιαίτερα αυξημένο περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας.

Σε ό,τι αφορά τους ανταγωνιστικούς ρυθμούς που αλληλεπιδρούν με τη δέσμη στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας, μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα πίνακα ανάλογο του πίνακα 4.3 που να περιέχει τους ρυθμούς με ιδιοτιμή από 98 %



Σχήμα 4.3: Το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας ($s_n = 2$) στην κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER. Οι καυστικές ακτίνες των ρυθμών είναι στο διάστημα 80 % έως 107 % της καυστικής ακτίνας του TE_{34,19}. Το ύψος των ράβδων εκφράζει την τιμή του σχετικού ελάχιστου ρεύματος εκκίνησης $I_{st,min,(34,19)}/I_{st,min}$ από την (4.2.2), δηλαδή όσο ψηλότερη είναι η ράβδος τόσο μικρότερο είναι το ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης του ρυθμού. Η θέση των ράβδων στον οριζόντιο άξονα εκφράζει την κανονικοποιημένη σχετική ιδιοτιμή $\chi_{mp}/(2\chi_{34,19}) \times 100\%$, που ισούται με την κανονικοποιημένη σχετική συχνότητα αποκοπής. Για κάθε ρυθμό εικονίζεται εκείνη η περιστροφή από τις δύο που έχει το μεγαλύτερο συντελεστή σύζευξης. Για λόγους σύγκρισης προστέθηκε στη θέση 100 και η ράβδος του ρυθμού λειτουργίας TE_{34,19}.

έως 105 % του διπλάσιου της ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας TE_{34,19} και καυστική ακτίνα από 75 % έως 125 % της καυστικής ακτίνας του TE_{34,19}. Προκύπτουν έτσι 154 ρυθμοί. Για τον υπολογισμό του σχετικού ελάχιστου ρεύματος εκκίνησης χρησιμοποιούμε τη σχέση

$$\frac{I_{st,min(34,19)}}{I_{st,min}} \cong 4\beta_{\perp linM}^2 \frac{Q_{tot,n}}{Q_{tot,(34,19)}} \frac{G_{n,s_n=2}^2[k_{\perp n}(z_0)R_{eM}]}{G_{(34,19),s=1}^2[k_{\perp(34,19)}(z_0)R_{eM}]} \frac{\pi C_n^2(z_0)}{\pi C_{(34,19)}^2(z_0)} \quad (4.2.2)$$

με $\beta_{\perp linM} = 0.417$. Η σχέση αυτή προκύπτει και πάλι από την (3.3.22) αλλά αφορά τους ανταγωνιστές δεύτερης αρμονικής. Για αυτούς χρησιμοποιήθηκε η εκτίμηση $Q_{dif,reg} = 4 \times 1673 = 6692$ διότι αυτό υποδεικνύει η (2.4.6). Αποκλείοντας (με επιχειρήματα ανάλογα με την περίπτωση των ανταγωνιστών θεμελιώδους κυκλοτρονικής) τους ρυθμούς με πολύ μικρή ή πολύ μεγάλη καυστική ακτίνα, καταλήγουμε σε 87 ρυθμούς τα σχετικά ελάχιστα ρεύματα εκκίνησης των οποίων παρουσιάζονται στο σχήμα 4.3.

Σε αντίθεση με το φάσμα των ανταγωνιστών πρώτης αρμονικής, το σχήμα 4.3 δείχνει ότι υπάρχουν ανταγωνιστές δεύτερης αρμονικής με αρκετά χαμηλότερο ελάχιστο

ρεύμα εκκίνησης από αυτό του ρυθμού λειτουργίας $TE_{34,19}$. Αυτό οφείλεται αποκλειστικά στη συμπεριφορά του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας των ρυθμών αυτών, επειδή ο σχετικός συντελεστής σύζευξης των ρυθμών δεύτερης αρμονικής είναι γενικά μικρότερος από εκείνον των ρυθμών θεμελιώδους κυκλοτρονικής. Το βάθος ρυτιδώσεων $d = 0.44 \text{ mm}$ αντιστοιχεί σε λόγο $d/\lambda_{co} \approx 0.5$ για όλους τους ρυθμούς δεύτερης αρμονικής. Συνεπώς υπάρχουν ρυθμοί των οποίων η καμπύλη ιδιοτιμής εμφανίζει θετική κλίση στις τιμές του C στην κοιλότητα και οι οποίοι έχουν αυξημένο περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας λόγω της μειούμενης ακτίνας του εσωτερικού στελέχους. Αυτοί είναι οι ρυθμοί που στο σχήμα 4.3 έχουν τα χαμηλότερα ελάχιστα ρεύματα εκκίνησης. Η ύπαρξη αυτής της περιοχής θετικής κλίσης ευθύνεται για την προς τα κάτω διεύρυνση του εύρους σχετικής καυστικής ακτίνας των ανταγωνιστικών ρυθμών: Ενώ στην περίπτωση των ανταγωνιστών θεμελιώδους κυκλοτρονικής αποκλείσαμε τους ρυθμούς με $R_c/R_{c(34,19)} < 88 \%$ (σχήμα 4.2), στην περίπτωση των ανταγωνιστών δεύτερης αρμονικής αποκλείσαμε τους ρυθμούς με $R_c/R_{c(34,19)} < 80 \%$ (σχήμα 4.3).

Φαίνεται τώρα η χρησιμότητα των προσεγγιστικών σχέσεων (3.3.19) για το $I_{st,min}$ και (2.4.10), (2.5.16) για τα Q_{dif} , Q_{ohm} : Χωρίς να επιλύσουμε το πρόβλημα (2.2.23)-(2.2.26) για τον κάθε πιθανό ανταγωνιστή, καταλήξαμε στα σχήματα 4.2 και 4.3 όπου όχι μόνο ο αριθμός των ανταγωνιστών που ενδιαφέρουν έχει περιοριστεί σημαντικά, αλλά επιπλέον φαίνεται και ποιοι ανταγωνιστές είναι οι πιο επικίνδυνοι. Ακριβώς βέβαια λόγω του προσεγγιστικού χαρακτήρα αυτών των σχημάτων, δεν μπορούμε σε καμία περίπτωση να αποφανθούμε για τη λειτουργία του γυροτρονίου με βάση αυτά και μόνο. Άλλωστε, εξορισμού το ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης είναι απλά μια ενδεικτική ποσότητα, διότι λαμβάνει υπόψη μόνο τη συγκεκριμένη τιμή $\Delta_{n,min}$ της αρχικής διαφοράς συχνοτήτων Δ_n και όχι τη μεταβολή του Δ_n κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου. Με βάση όμως τα σχήματα 4.2 και 4.3 επιλύουμε τώρα το πρόβλημα (2.2.23)-(2.2.26) για τους πιο επικίνδυνους ανταγωνιστές, αρχίζοντας προφανώς από τους ρυθμούς που βρίσκονται κοντά στη θέση 100 και έχουν υψηλή ράβδο σχετικού ελάχιστου ρεύματος εκκίνησης. Το πρόβλημα αυτό δίνει τα $f_n(z)$, ω_n και $Q_{dif,n}$. Ο ωμικός συντελεστής ποιότητας $Q_{ohm,n}$ προκύπτει τότε από την (2.5.15). Τα αποτελέσματα αυτά συγκεντρώνονται για τους κυριώτερους ανταγωνιστές πρώτης και δεύτερης αρμονικής στους πίνακες 4.4 και 4.5 αντίστοιχα. Οι πίνακες 4.4 και 4.5 συμφωνούν με την εικόνα των σχημάτων 4.2 και 4.3. Οι κυριώτεροι ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής είναι ρυθμοί με περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας συγκρίσιμο με αυτόν του ρυθμού λειτουργίας και με υψηλή τιμή του συντελεστή σύζευξης. Οι ανταγωνιστές δεύτερης κυκλοτρονικής έχουν γενικά μικρότερους συντελεστές σύζευξης, αλλά αυτό εξισορροπείται για κάποιους από αυτούς από την υψηλή τιμή του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητάς τους λόγω θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής. Τέτοια είναι για παράδειγμα η περίπτωση των ρυθμών που σημειώνονται στο σχήμα 4.3.

Για όλους τους ρυθμούς στους πίνακες 4.4 και 4.5 υπολογίστηκε η καμπύλη του ρεύματος εκκίνησης ως προς την τάση V_b χρησιμοποιώντας την (3.3.14). Σε κάθε τιμή της τάσης V_b αντιστοιχούν οι κατάλληλες τιμές των κινητικών μεγεθών των ηλεκτρονίων σύμφωνα με τις (3.2.11)-(3.2.12). Κατά τη συνήθη πρακτική, δεν λήφθηκαν υπόψη διασπορές στην αρχική ενέργεια και λόγο ταχυτήτων, ούτε στην ακτίνα του κέντρου περιστροφής των ηλεκτρονίων. Με τη διαδικασία αυτή καταλήξαμε στο σχήμα 4.4, όπου, για λόγους απλότητας, δεν παρουσιάζονται όλοι οι ρυθμοί των πινάκων 4.4 και 4.5 αλλά μόνο εκείνοι που έχουν τα χαμηλότερα ρεύματα εκκίνησης. Οι καμπύλες των ρευμάτων εκκίνησης των ρυθμών έχουν ποιοτικά τη μορφή του σχήματος 3.2 επειδή η μεταβολή της τάσης V_b συνοδεύεται από μεταβολή της αρχικής διαφοράς συχνοτήτων

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.4

Οι Κυριώτεροι Ανταγωνιστές Θεμελιώδους Κυκλοτρονικής στην Κοιλότητα του Γυροτρονίου για το ITER

Ρυθμός TE		Συχνότητα (GHz)	Q_{dif}	Q_{ohm}	Q_{tot}	Σχετικός Συντελεστής Σύζευξης (%)
m	p					
34	19	169.99	1656	160512	1639	100.0
-30	20	166.96	1143	127094	1133	80.2
-31	20	169.03	1320	139179	1307	93.3
-32	20	171.12	1477	149174	1463	98.7
-32	21	176.50	1385	141111	1371	77.0
33	19	167.87	1595	157929	1579	96.8
-33	20	173.23	1604	156500	1588	95.7
-34	20	175.35	1703	161293	1685	85.9
35	18	166.72	1628	158712	1611	69.2
35	19	172.10	1705	161928	1687	93.9
35	20	177.46	1780	164181	1761	93.9
36	18	168.82	1663	159205	1646	53.0
36	19	174.21	1749	162857	1730	81.7
37	19	176.31	1791	163261	1772	66.5
38	19	178.41	1834	163525	1814	51.2

Δ_n . Στο σχήμα φαίνεται επίσης και η εξάρτηση του ρεύματος της ηλεκτρονικής δέσμης από την τάση V_b , όπως δίνεται από την (3.2.14) με κατάλληλες τιμές των παραμέτρων. Επειδή το σχήμα 4.4 δείχνει ποιοι ρυθμοί είναι τελικά πιθανό να διεγερθούν κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου, αποτελεί τη βάση για όλες τις προσομοιώσεις εκκίνησης.

Μπορούμε τώρα να δικαιολογήσουμε το γεγονός ότι σε αυτή την παράγραφο περιοριστήκαμε, για λόγους απλότητας, στους ανταγωνιστικούς ρυθμούς με σχετική ιδιοτιμή από 98 % έως 105 % και όχι από 96 % έως 107 % που ήταν η αρχική μας εκτίμηση. Ο ρυθμός TE_{38,19} έχει την υψηλότερη σχετική ιδιοτιμή από όλους τους ρυθμούς θεμελιώδους κυκλοτρονικής του σχήματος 4.4 ($\chi_{38,19}/\chi_{34,19} = 104.96\%$), ενώ από τους ρυθμούς δεύτερης αρμονικής την υψηλότερη σχετική ιδιοτιμή την έχει ο ρυθμός TE_{62,42} ($0.5\chi_{62,42}/\chi_{34,19} = 103.61\%$). Οι καμπύλες του ρεύματος εκκίνησης ρυθμών με ακόμη υψηλότερη σχετική ιδιοτιμή (> 105 %) εμφανίζονται σε ακόμη χαμηλότερες τιμές της τάσης (< 50 kV). Οι καμπύλες αυτές όμως βρίσκονται εξολοκλήρου πάνω από την καμπύλη του ρεύματος της δέσμης. Έτσι οι ρυθμοί αυτοί δεν μπορούν να διεγερθούν για αυτό το λόγο και δεν τους συμπεριλάβαμε στο σχήμα 4.4. Όπως σχολιάσαμε και προηγουμένως, η αιτία για αυτό το φαινόμενο είναι ότι οι χαμηλές τιμές της τάσης V_b συνοδεύονται λόγω (3.2.12) από χαμηλές τιμές του λόγου ταχυτήτων α , με αποτέλεσμα η απόδοση της αλληλεπίδρασης να ελαττώνεται σημαντικά. Στο άλλο άκρο του φάσματος, ο ρυθμός TE_{35,18} με σχετική ιδιοτιμή 98.075 % κυριαρχεί στις τιμές της τάσης λίγο πάνω από την τιμή λειτουργίας ($V_{b,op} = 90$ kV), οπότε οι ρυθμοί με

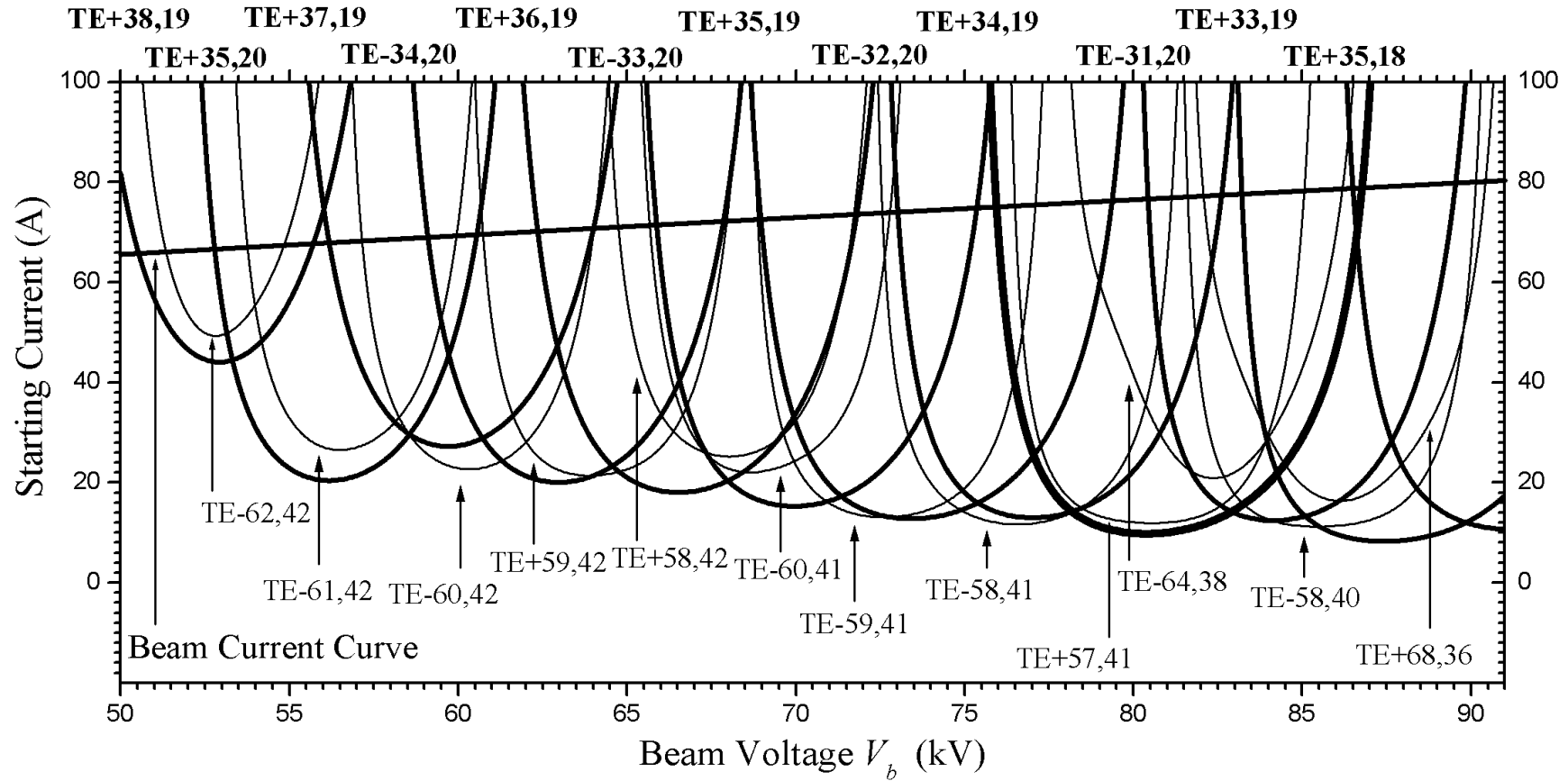
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5

Οι Κυριώτεροι Ανταγωνιστές Δεύτερης Αρμονικής στην
Κοιλότητα του Γυροτρονίου για το ITER

Ρυθμός TE		Συχνότητα (GHz)	Q_{dif}	Q_{ohm}	Q_{tot}	Σχετικός Συντελεστής Σύζευξης (%)
m	p					
56	41	333.39	18634	50893	13640	29.0
57	41	335.62	30411	55238	19613	36.7
-58	40	332.81	16428	107483	14250	37.1
-58	41	337.88	35417	64283	22836	37.2
58	42	342.86	52746	42719	23603	31.4
-59	40	335.04	12964	135554	11833	25.7
-59	41	340.15	29908	80194	21784	41.1
59	42	345.13	80212	47047	29654	37.2
59	43	350.05	84951	33936	24249	18.1
-59	44	355.00	20054	30462	12093	28.6
-60	41	342.41	21273	104779	17683	35.3
-60	42	347.44	74757	56179	32075	37.8
60	43	352.32	208210	34928	29910	43.1
-61	41	344.65	14922	136586	13452	23.6
-61	42	349.74	48199	73002	29031	40.3
61	43	354.64	273367	38593	33819	37.6
-62	42	352.02	27334	100260	21478	33.5
-63	38	333.17	6137	229570	5977	48.6
-63	42	354.27	16715	136128	14887	21.6
-64	38	335.31	6177	230167	6016	57.3
-65	38	337.44	6243	231141	6079	62.0
-66	37	334.22	6082	214547	5914	55.1
-66	38	339.57	6313	227077	6142	62.5
-67	37	336.34	6167	225661	6003	47.8
68	36	333.10	6037	228065	5881	61.9
70	36	337.31	6208	228573	6044	60.7

σχετική ιδιοτιμή $< 98\%$ έχουν καμπύλες ρεύματος εκκίνησης σε υψηλότερες τιμές της τάσης και δεν μας ενδιαφέρουν.

Τα αποτελέσματα αυτής της παραγράφου, σε ό,τι αφορά τους ανταγωνιστικούς ρυθμούς που αλληλεπιδρούν στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα, είναι σε συμφωνία με αυτά του [105]. Τα αποτελέσματα για τους ανταγωνιστές δεύτερης αρμονικής συμπληρώνουν το [105], διότι εκεί δεν γίνεται συστηματικός προσδιορισμός αυτών των ρυθμών. Η αλληλεπίδραση στην τρίτη ή ανώτερες αρμονικές της



Σχήμα 4.4: Ρεύματα εκκίνησης των σημαντικότερων ανταγωνιστικών ρυθμών στην κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER συναρτήσει της τάσης V_b της ηλεκτρονικής δέσμης. Για τον υπολογισμό χρησιμοποιήθηκε η (3.3.14) χωρίς διασπορές. Οι παχιές (λεπτές) καμπύλες αφορούν ρυθμούς πρώτης (δεύτερης) αρμονικής. (Το όνομα κάθε ρυθμού πρώτης αρμονικής δίνεται πάνω από τον αριστερό κλάδο της καμπύλης του ρεύματος εκκίνησής του.) Εικονίζεται επίσης το ρεύμα της ηλεκτρονικής δέσμης συναρτήσει της τάσης V_b όπως δίνεται από την (3.2.14) με $T_e = 1195$ K και $E_{c,op} = 4.5$ kV/mm.

κυκλοτρονικής συχνότητας είναι γενικά ασθενέστερη και δεν αναμένεται να δημιουργήσει πρόβλημα στο παρόν γυροτρόνιο. Για το λόγο αυτό δεν ασχοληθήκαμε με ανταγωνιστικούς ρυθμούς που αλληλεπιδρούν σε αρμονικές ανώτερες της δεύτερης. Το σχήμα 4.4 αποδεικνύει ότι οι κύριοι ανταγωνιστές δεύτερης αρμονικής είναι αποκλειστικά οι ρυθμοί που εμφανίζουν αυξημένο περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας λόγω θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής τους. Ρυθμοί δεύτερης αρμονικής ανεπηρέαστοι από το εσωτερικό στέλεχος ($Q_{\text{dif}} \approx 6000$) δεν έχουν αρκούντως χαμηλό ρεύμα εκκίνησης ακόμα και αν έχουν σχετικά υψηλό συντελεστή σύζευξης. Τέτοια είναι π. χ. η περίπτωση των ρυθμών TE_{-64,38} και TE_{68,36} που εμφανίζονται στο σχήμα 4.4 για την επαλήθευση της παραπάνω παρατήρησης και όχι επειδή είναι σημαντικοί ανταγωνιστές. (Για κάθε τιμή της τάσης υπάρχουν άλλοι ρυθμοί με χαμηλότερο ρεύμα εκκίνησης από αυτούς.)

Με βάση τα παραπάνω υπάρχει η δυνατότητα να εξαλειφθεί ο ενδεχόμενος ανταγωνισμός από ρυθμούς δεύτερης αρμονικής αν χρησιμοποιηθεί ελαφρώς μικρότερο βάθος ρυτιδώσεων $d \cong 0.35$ mm. Με τη μέθοδο αυτή [54], έχουμε $d/\lambda_{co} \approx 0.2$ για τους ρυθμούς πρώτης αρμονικής, οπότε οι καμπύλες ιδιοτιμής διατηρούνται μονότονες με αρνητική κλίση. Την ίδια στιγμή είναι $d/\lambda_{co} \approx 0.4$ για τους ρυθμούς δεύτερης αρμονικής με αποτέλεσμα οι μη μονότονες καμπύλες ιδιοτιμής τους να έχουν τώρα πολύ ηπιότερη θετική κλίση (σχήμα 2.6). Αναμένεται έτσι σημαντικά μικρότερος περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας των ρυθμών με θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής στις τιμές του C στην κοιλότητα σε σύγκριση με την περίπτωση $d/\lambda_{co} \approx 0.5$ ($d \cong 0.44$ mm). Έτσι τα ρεύματα εκκίνησης των ρυθμών δεύτερης αρμονικής του σχήματος 4.4 αναμένονται να είναι αισθητά υψηλότερα. Επειδή, παρόλα αυτά, τόσο οι δικές μας προσομοιώσεις όσες και αυτές με τον αυτοσυνεπή κώδικα *COAXIAL* έδειξαν ότι δεν διεγείρονται ρυθμοί δεύτερης αρμονικής στη συγκεκριμένη κοιλότητα με $d \cong 0.44$ mm, θεωρήθηκε ότι δεν είναι αναγκαία η αλλαγή του βάθους των ρυτιδώσεων.

Σημειώνουμε ότι τα αποτελέσματά μας για τους ρυθμούς δεύτερης αρμονικής πρέπει να αντιμετωπίζονται με κάποια επιφύλαξη, επειδή η συνθήκη (2.2.8) που είναι απαραίτητη για να ισχύει το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης δεν ικανοποιείται για αυτούς ($N = 75$). Πάντως στην ανάλογη περίπτωση του [61], το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης δίνει μεγαλύτερες θετικές κλίσεις στις καμπύλες ιδιοτιμής των ρυθμών δεύτερης αρμονικής σε σχέση με αυτές που δίνει το ακριβέστερο μοντέλο που προτείνεται εκεί (MoM) και που δεν προϋποθέτει την ισχύ της (2.2.8). Συνεπώς, με δεδομένο ότι οι ανταγωνιστές δεύτερης αρμονικής είναι οι ρυθμοί με υψηλό Q_{dif} λόγω θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής τους στην κοιλότητα, τα αποτελέσματά μας υπερεκτιμούν πιθανώς την επικινδυνότητα αυτών των ανταγωνιστών. Με άλλα λόγια οι ανταγωνιστές δεύτερης αρμονικής πρέπει να είναι στην πραγματικότητα λιγότερο απειλητικοί από όσο εκτιμούμε σε αυτή την παράγραφο, πράγμα που εξασφαλίζει ότι κατά μείζονα λόγο δεν δημιουργείται τελικά πρόβλημα από ρυθμούς δεύτερης αρμονικής στο γυροτρόνιο για το ITER.

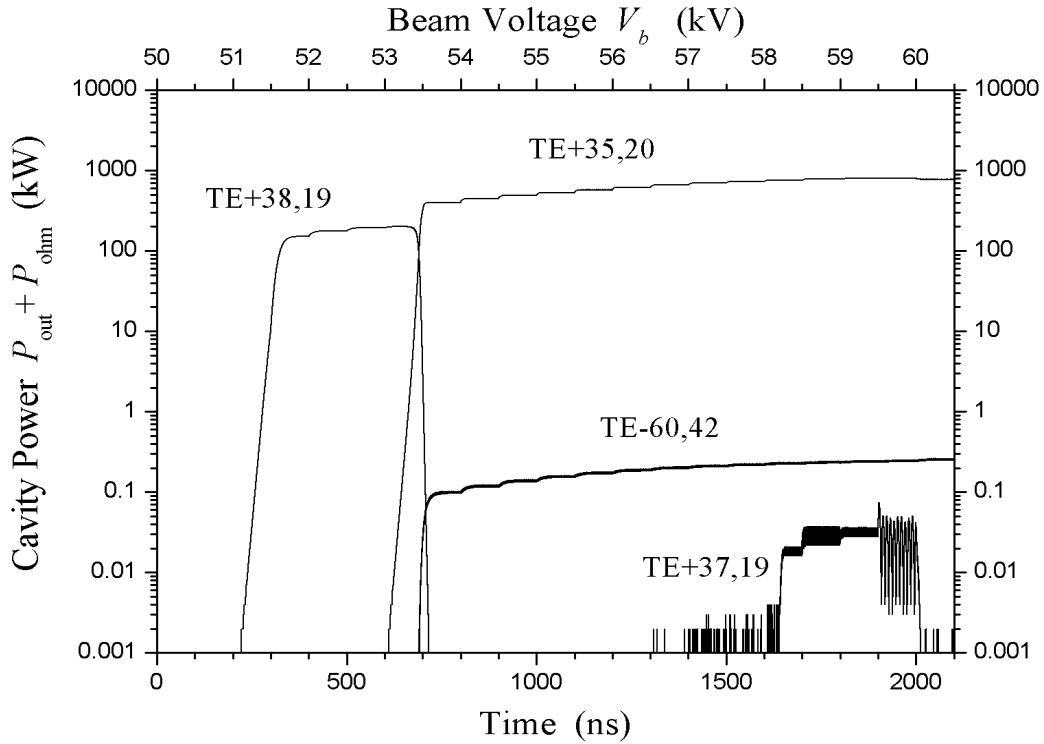
Είναι αξιοσημείωτη η ποιοτική συμφωνία μεταξύ των σχημάτων 4.2 και 4.3 με το σχήμα 4.4: Οι ρυθμοί που υποδεικνύονται ως οι πιο επικίνδυνοι ανταγωνιστές στα σχήματα 4.2 και 4.3 (υψηλότερες ράβδοι) είναι εκείνοι που τελικά είναι πιθανό να διεγερθούν στην κοιλότητα αφού έχουν τα χαμηλότερα ρεύματα εκκίνησης στο σχήμα 4.4. Παρόλο το γενικό και προσεγγιστικό χαρακτήρα τους, τα σχήματα 4.2 και 4.3 οδηγούν σε αξιόπιστο προσδιορισμό των ανταγωνιστικών ρυθμών που πρέπει να ληφθούν υπόψη στις προσομοιώσεις. Αυτές είναι απαραίτητες για να καθοριστεί το ποιοι

τελικά ρυθμοί από αυτούς του σχήματος 4.4 διεγείρονται κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου.

4.2.3 Προσομοιώσεις εκκίνησης με χρήση μη τυχαίων αρχικών τιμών

Σύμφωνα με το σχήμα 4.4, η προσομοίωση εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER θα πρέπει να περιέχει όλους τους ρυθμούς θεμελιώδους κυκλοτρονικής του σχήματος καθώς και τους TE_{-60,42}, TE_{59,42}, TE_{-59,41}, TE_{-58,41}, TE_{57,41} και TE_{-58,40} από τους ρυθμούς δεύτερης αρμονικής. Επειδή μια τέτοια προσομοίωση είναι εξαιρετικά χρονοβόρα, εργαζόμαστε τμηματικά. Αρχικά προσομοιώνουμε την αύξηση της τάσης V_b από τα 50 kV έως τα 60 kV. Στην περιοχή αυτοί οι ρυθμοί που είναι πιθανόν να διεγερθούν είναι οι TE_{38,19}, TE_{35,20}, TE_{37,19}, TE_{-60,42} και TE_{-34,20}, όποτε η προσομοίωση μπορεί να περιοριστεί σε αυτούς. Επιλέγουμε τη βηματική αύξηση της τάσης με βήμα 0.5 kV για σύγκριση με τα αποτελέσματα του [105]. Οι αριθμητικές παράμετροι είναι $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.02$ ns, $N_\Lambda = 29$, $N_\phi = 13$ και η χρονική διάρκεια κάθε βήματος της τάσης είναι 100 ns. Χρησιμοποιούμε σαν συχνότητα αναφοράς την αρχική κυκλοτρονική συχνότητα που αντιστοιχεί σε κάθε βήμα της τάσης, δηλαδή $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_b/V_0)]$ και σαν στάθμη θορύβου τα 10 mW. Το χρονικό βήμα $\Delta t = 0.02$ ns επιλέχθηκε με το σκεπτικό ότι, σύμφωνα με τους πίνακες 4.4 και 4.5, η μέγιστη (κανονικοποιημένη) διαφορά συχνοτήτων μεταξύ των πέντε ρυθμών της προσομοίωσης είναι $f_{38,19} - f_{60,42}/2 = 4.69$ GHz, η οποία αντιστοιχεί σε περίοδο 0.21 ns.

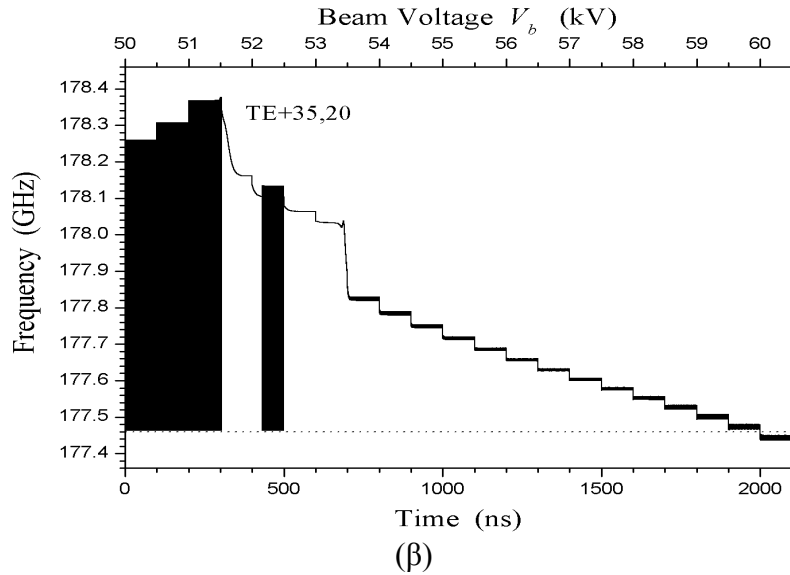
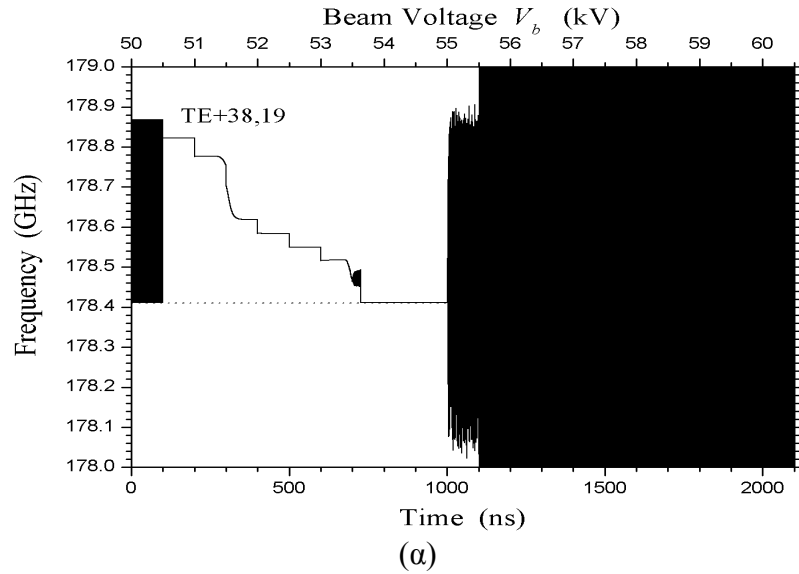
Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης εικονίζονται στο σχήμα 4.5. Στον κάθετο άξονα φαίνεται η συνολική ισχύς $P_{out} + P_{ohm}$ κάθε ρυθμού. Ο ρυθμός που διεγείρεται πρώτος είναι, όπως αναμένεται, ο TE_{38,19}. Η διέγερση λαμβάνει χώρα όταν η τάση V_b φθάσει τα 51 kV. Αυτό είναι σε συμφωνία με το σχήμα 4.4, το οποίο δείχνει ότι ο ρυθμός TE_{38,19} μπορεί να διεγερθεί όταν η τάση της δέσμης ξεπεράσει τα 50.5 kV, όποτε και η καμπύλη του ρεύματος της δέσμης περνά πάνω από την καμπύλη του ρεύματος εκκίνησης του ρυθμού. Ο ρυθμός TE_{38,19} παραμένει διεγερμένος και ευσταθής μέχρι τα 52.5 kV, όπου και φθάνει στην ισχύ των 194 kW. Στη συνέχεια, στα 53 kV, ο TE_{38,19} αυξάνει αρχικά την ισχύ του μέχρι τα 201 kW αλλά τελικά αποδιεγείρεται λόγω της διέγερσης του ρυθμού TE_{35,20} ο οποίος τον διαδέχεται. Ο TE_{35,20} φθάνει στη μέγιστη ισχύ του ($\cong 795$ kW) στα 59.5 kV και παραμένει διεγερμένος μέχρι και τα 60.0 kV. Η ισχύς των υπόλοιπων τριών ρυθμών TE_{37,19}, TE_{-60,42} και TE_{-34,20} παραμένει συνεχώς σε πολύ χαμηλά επίπεδα. Ο TE_{37,19} εμφανίζει κάποια ισχύ μετά τα 56 kV, όπου το ρεύμα της δέσμης γίνεται μεγαλύτερο από το ρεύμα εκκίνησης του (σχήμα 4.4). Ο TE_{-60,42}, εμφανίζει κάποια ισχύ ήδη από τα 53 kV, παρόλο που σύμφωνα με το σχήμα 4.4 στα 53 kV το ρεύμα της δέσμης είναι μικρότερο από το ρεύμα εκκίνησης του. Μια ερμηνεία για το φαινόμενο αυτό μπορεί να είναι το γεγονός ότι η ηλεκτρονική δέσμη, επειδή διαμορφώνεται από τους διεγερμένους ρυθμούς TE_{38,19} και TE_{35,20}, δεν είναι πλέον “ομοιόμορφη” και μπορεί να συνεργαστεί με τον TE_{-60,42}. Υπενθυμίζουμε ότι τα ρεύματα εκκίνησης του σχήματος 4.4 βασίζονται στους υπολογισμούς της ενότητας 3.3, οι οποίοι υποθέτουν αλληλεπίδραση μεταξύ της δέσμης και ενός μόνο ρυθμού (αυτού του οποίου ζητείται το ρεύμα εκκίνησης). Μια άλλη ερμηνεία είναι ότι η εμφανιζόμενη ισχύς των TE_{37,19}, TE_{-60,42} μπορεί να οφείλεται σε αστοχία στην επιλογή των αριθμητικών παραμέτρων. Σε αυτό θα επανέλθουμε αργότερα. Σε κάθε περίπτωση το σχήμα 4.5 δείχνει σαφώς ότι το γυροτρόνιο λειτουργεί πρακτικά μονορρυθμικά μέχρι τα 60 kV περνώντας διαδοχικά από τους δύο ρυθμούς TE_{38,19} και TE_{35,20}.



Σχήμα 4.5: Προσομοίωση εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER με βηματική αύξηση της τάσης V_b της ηλεκτρονικής δέσμης από τα 50 kV έως τα 60 kV. Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι: Βήμα τάσης 0.5 kV, $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_b/V_0)]$, στάθμη θορύβου 10 mW, $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.02$ ns, $N_\lambda = 29$, $N_\phi = 13$. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{38,19}, TE_{35,20}, TE_{37,19}, TE_{-60,42} και TE_{-34,20}. Στον κάθετο άξονα φαίνεται η συνολική ισχύς $P_{out} + P_{ohm}$ κάθε ρυθμού, ενώ στον άνω οριζόντιο άξονα φαίνονται οι τιμές της βηματικά αυξανόμενης τάσης της δέσμης που αντιστοιχούν στα διάφορα χρονικά διαστήματα.

Η εξέλιξη της συχνότητας αυτών των δύο ρυθμών εικονίζεται στα σχήματα 4.6α και 4.6β αντίστοιχα. Ο κώδικας υπολογίζει τη μετατόπιση της συχνότητας (λόγω της παρουσίας της ηλεκτρονικής δέσμης) από την τιμή της στην ψυχρή κοιλότητα (frequency pulling due to beam loading). Όταν ένας ρυθμός είναι διεγερμένος, η συχνότητά του “κλειδώνει” σε κάποια κατάλληλη τιμή για κάθε επίπεδο τάσης. Όταν η ισχύς του ρυθμού είναι κοντά στη στάθμη θορύβου, τότε η συχνότητά του γίνεται απροσδιόριστη. Έχουμε βίαιες μεταβολές της φάσης $\psi_n(t)$ του ρυθμού που οφείλονται σε μεγάλες τιμές της παραγώγου $d\psi_n(t)/dt$ λόγω του μικρού πλάτους του πεδίου, όπως υποδεικνύει η (3.2.9). Σημειώνουμε ότι όταν η ισχύς του ρυθμού πέσει κάτω από τη στάθμη θορύβου, ο κώδικας αποδίδει στο ρυθμό ισχύ ίση με τη στάθμη θορύβου και συχνότητα ίση με τη συχνότητα του ρυθμού στην ψυχρή κοιλότητα.

Για τη συνέχιση της προσομοίωσης εκκίνησης μετά τα 60 kV εργαζόμαστε με παρόμοιο τρόπο. Προσομοιώνουμε το κομμάτι 60.5 kV έως 68 kV διατηρώντας τις ίδιες τιμές των αριθμητικών παραμέτρων. Το σχήμα 4.4 υποδεικνύει ότι πρέπει να ληφθούν επιπλέον υπόψη οι ρυθμοί TE_{59,42}, TE_{36,19} και TE_{-33,20}. Επίσης από τους πέντε ρυθμούς της προηγούμενης προσομοίωσης μπορούμε να μη λάβουμε πλέον υπόψη τον TE_{38,19}. Ο λόγος είναι ότι ο ρυθμός αυτός έχει διεγερθεί, αποδιεγερθεί και τώρα πια η καμπύλη του ρεύματος εκκίνησής του βρίσκεται πολύ πάνω από την καμπύλη του ρεύματος της δέσμης. Έτσι στη νέα προσομοίωση συμμετέχουν οι ακόλουθοι επτά ρυθμοί: TE_{35,20}, TE_{37,19}, TE_{-60,42}, TE_{-34,20}, TE_{59,42}, TE_{36,19} και TE_{-33,20}. Για τους τρεις τελευταίους

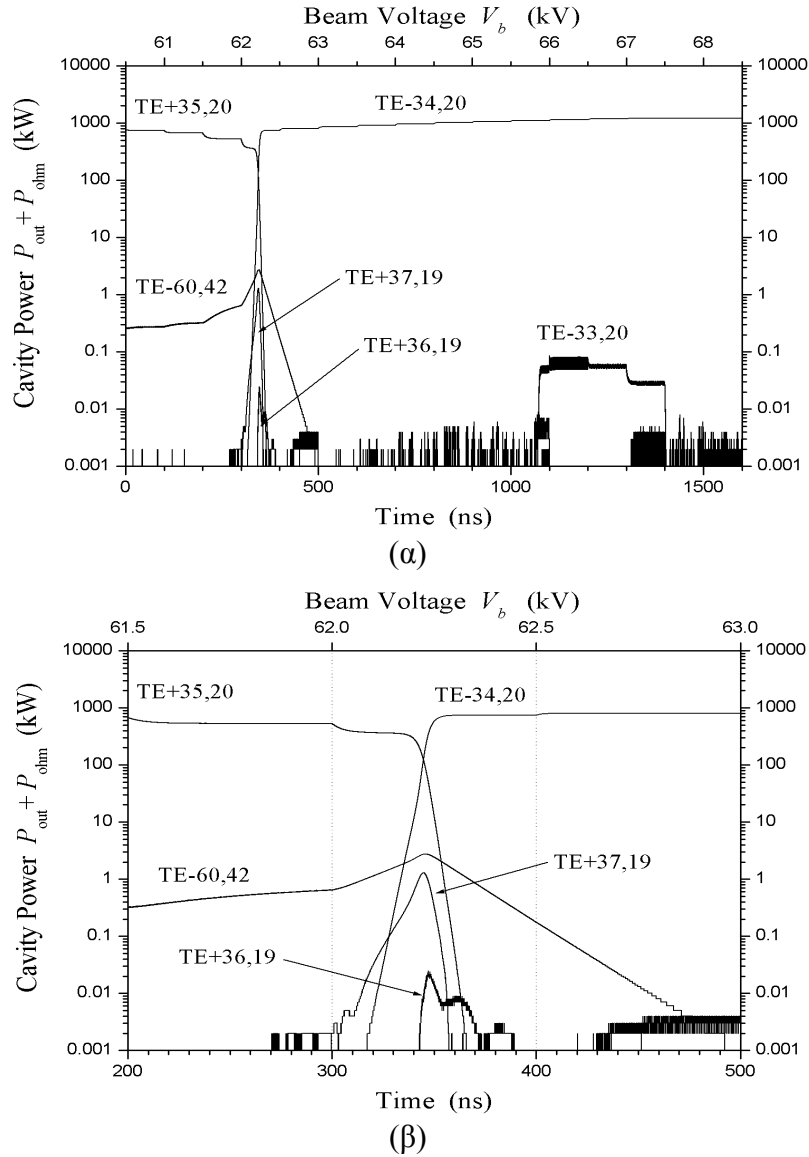


Σχήμα 4.6: Εξέλιξη της συχνότητας του ρυθμού (α) $TE_{38,19}$ και (β) $TE_{35,20}$ κατά την προσομοίωση εκκίνησης που περιγράφεται στο σχήμα 4.5. Η οριζόντια διακεκομμένη γραμμή δείχνει τη συχνότητα που έχει ο ρυθμός στην ψυχρή κοιλότητα.

θεωρούμε σαν αρχική ισχύ τη στάθμη θορύβου και σαν αρχική συχνότητα τη συχνότητα ψυχρής κοιλότητας. Για τους τέσσερις πρώτους χρησιμοποιούμε σαν αρχική συχνότητα και ισχύ αυτές που προέκυψαν στο τέλος της προσομοίωσης του σχήματος 4.5. Η μέγιστη κανονικοποιημένη διαφορά συχνοτήτων για τους επτά αυτούς ρυθμούς είναι, σύμφωνα με τους πίνακες 4.4 και 4.5, $f_{35,20} - f_{59,42}/2 = 4.93$ GHz. Η διαφορά αυτή αντιστοιχεί σε περίοδο 0.20 ns πράγμα που δικαιολογεί την επιλογή $\Delta t = 0.02$ ns.

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης φαίνονται στο σχήμα 4.7. Ο ρυθμός $TE_{35,20}$ συνεχίζει να είναι ευσταθής μέχρι τα 61.5 kV. Στα 62 kV ο $TE_{35,20}$ αποσυντονίζεται και τη θέση του παίρνει ο $TE_{34,20}$, ο οποίος παραμένει ευσταθής μέχρι τα 68 kV όπου η ισχύς του φθάνει τα 1221 kW. Οι υπόλοιποι ρυθμοί παραμένουν σε πολύ χαμηλά επίπεδα ισχύος (με εξαίρεση την περιοχή μετάβασης από τον $TE_{35,20}$ στον $TE_{34,20}$), οπότε η λειτουργία του γυροτρονίου παραμένει ουσιαστικά μονορρυθμική. Σημειώνουμε

4.2 Εφαρμογές του Κώδικα στο Ομοαξονικό Γυροτρόνιο για το ITER



Σχήμα 4.7: (α) Προσομοίωση εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER με βηματική αύξηση της τάσης V_b της ηλεκτρονικής δέσμης από τα 60.5 kV έως τα 68 kV. Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι: Βήμα τάσης 0.5 kV, $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_b/V_0)]$, στάθμη θορύβου 10 mW, $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.02$ ns, $N_\lambda = 29$, $N_\phi = 13$. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{35,20}, TE_{37,19}, TE_{-60,42}, TE_{-34,20}, TE_{59,42}, TE_{36,19} και TE_{-33,20}. (β) Λεπτομέρεια του (α).

ότι ο ρυθμός TE_{59,42} δεν ξεπερνά σχεδόν ποτέ τη στάθμη θορύβου πράγμα αναμενόμενο αφού η καμπύλη του ρεύματος εκκίνησής του “καλύπτεται” σχεδόν εξολοκλήρου από αυτές των TE_{-34,20} και TE_{36,19} (σχήμα 4.4). Αυτό δικαιολογεί το γεγονός ότι δεν συμπεριλαμβανουμε στην αλληλεπίδραση ρυθμούς με τέτοιες “καλυπτόμενες” καμπύλες ρεύματος εκκίνησης όπως π. χ. τους TE_{-61,42}, TE_{58,42}.

Το ενδιαφέρον σημείο του σχήματος 4.7 είναι η μετάβαση από το ρυθμό TE_{35,20} στον TE_{-34,20} στα 62 kV. Όσο ο TE_{35,20} διατηρεί μεγάλη ισχύ (μέχρι τα 61.5 kV) καταπιέζει λόγω μη γραμμικότητας τους υπόλοιπους ρυθμούς, οι οποίοι δεν διεγείρονται ακόμη και όταν το ρεύμα της δέσμης υπερβαίνει το ρεύμα εκκίνησής τους. Με άλλα λόγια η διέγερση του TE_{35,20} εκτοξεύει το πραγματικό ρεύμα εκκίνησης των υπόλοιπων ρυθμών ψηλότερα από το ρεύμα της ηλεκτρονικής δέσμης. Όταν ο TE_{35,20} αρχίζει να

αποσυντονίζεται στα 62 kV και να χάνει ισχύ, οι ρυθμοί TE_{37,19}, TE_{-60,42}, TE_{-34,20} και TE_{36,19} βρίσκουν την ευκαιρία να διεγερθούν αφού έχουν ρεύμα εκκίνησης μικρότερο από το ρεύμα της δέσμης (σχήμα 4.4). Ακολουθεί ανταγωνισμός μεταξύ τους και τελικά κερδίζει τη μάχη ο TE_{-34,20} καταπιέζοντας τους υπόλοιπους. Αυτό φαίνεται φυσιολογικό επειδή ο TE_{-34,20} έχει το μικρότερο ρεύμα εκκίνησης άρα και το μεγαλύτερο ρυθμό αύξησης από όλους τους ανταγωνιστές του στα 62 kV. Σημειώνουμε πάντως ότι δεν επικρατεί πάντοτε ο ρυθμός με το χαμηλότερο ρεύμα εκκίνησης. Κάτι τέτοιο συμβαίνει με βεβαιότητα μόνο στην περίπτωση που στην κοιλότητα δεν υπάρχει διεγερμένος ρυθμός. Στην περίπτωση που ένας διεγερμένος ρυθμός αποσυντονίζεται και αρχίζει να χάνει ισχύ, είναι δυνατόν να διαμορφώσει την ηλεκτρονική δέσμη με τρόπο που να πριμοδοτείται κάποιος από τους ρυθμούς που είναι σε θέση να τον διαδεχτούν, χωρίς απαραίτητα ο ρυθμός αυτός να έχει το χαμηλότερο ρεύμα εκκίνησης εκείνη τη στιγμή.

Είναι χαρακτηριστικό ότι ο ρυθμός TE_{35,20} διατηρείται διεγερμένος στην περιοχή 61 kV – 61.5 kV, παρόλο που σύμφωνα με το σχήμα 4.4 το ρεύμα της δέσμης στην περιοχή αυτή είναι χαμηλότερο από το ρεύμα εκκίνησής του. Η περιοχή αυτή είναι γνωστή ως περιοχή σκληρής διέγερσης (hard excitation region) σε αντιδιαστολή με την περιοχή μαλακής διέγερσης 52.5 kV – 60.5 kV (soft excitation region), όπου το ρεύμα της δέσμης είναι υψηλότερο από το ρεύμα εκκίνησης του ρυθμού TE_{35,20}^(*). Προφανώς ο ρυθμός δεν μπορεί να διεγερθεί από τη στάθμη θορύβου στην περιοχή σκληρής διέγερσης. Μπορεί όμως να διατηρηθεί διεγερμένος αν εισέλθει σε αυτή την περιοχή με κάποια ικανή ισχύ, όπως συμβαίνει στην περίπτωση του σχήματος 4.7. Επειδή γενικά η μέγιστη απόδοση της μονορρυθμικής αλληλεπίδρασης απαντάται στην περιοχή σκληρής διέγερσης [32], είναι απαραίτητο ο τρόπος εκκίνησης του γυροτρονίου να επιτρέπει (τουλάχιστον για το ρυθμό λειτουργίας) την είσοδο στην περιοχή σκληρής διέγερσης από την περιοχή μαλακής διέγερσης. Η χρήση διόδου πηγής ηλεκτρονίων επιτρέπει πάντοτε κάτι τέτοιο, επειδή η αύξηση της διαφοράς δυναμικού ανόδου-καθόδου κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου, η οποία αντιστοιχεί σε αύξηση της ενέργειας των ηλεκτρονίων, συνοδεύεται από αύξηση του λόγου ταχυτήτων. Έτσι τα ρεύματα εκκίνησης των ρυθμών έχουν την εικονιζόμενη στο σχήμα 4.4 εξάρτηση από την τάση της δέσμης και συνεπώς κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου η καμπύλη του ρεύματος της δέσμης διέρχεται πρώτα από την περιοχή μαλακής διέγερσης ενός ρυθμού, οπότε ο ρυθμός μπορεί να διεγερθεί από τη στάθμη θορύβου. Με το ρυθμό διεγερμένο είναι δυνατό να περάσουμε με αύξηση της τάσης στην περιοχή σκληρής διέγερσης και ο ρυθμός να παραμείνει διεγερμένος. Αντίθετα, σε περίπτωση που χρησιμοποιείται τρίοδος, για να καταλήξουμε σε διεγερμένο ρυθμό στην περιοχή σκληρής διέγερσής του, πρέπει να υιοθετηθεί ικανοποιητικό σενάριο εκκίνησης με κατάλληλη μεταβολή των τάσεων ελέγχου της τριόδου [95], [96]^(**).

Το σχήμα 4.7β δείχνει ότι το χρονικό διάστημα των 100 ns που η τάση μένει σταθερή στα 62 kV είναι αρκετό για να αποκατασταθεί μόνιμη κατάσταση. Αυτό έχει την έννοια ότι αφενός ο ρυθμός TE_{-34,20} σταθεροποιείται, μετά τα 370 ns, στην ισχύ των

(*) Οι όροι “σκληρή” και “μαλακή” διέγερση βρίσκονται σε αντιστοιχία με τη διέγερση σκληρού και μαλακού ελατηρίου.

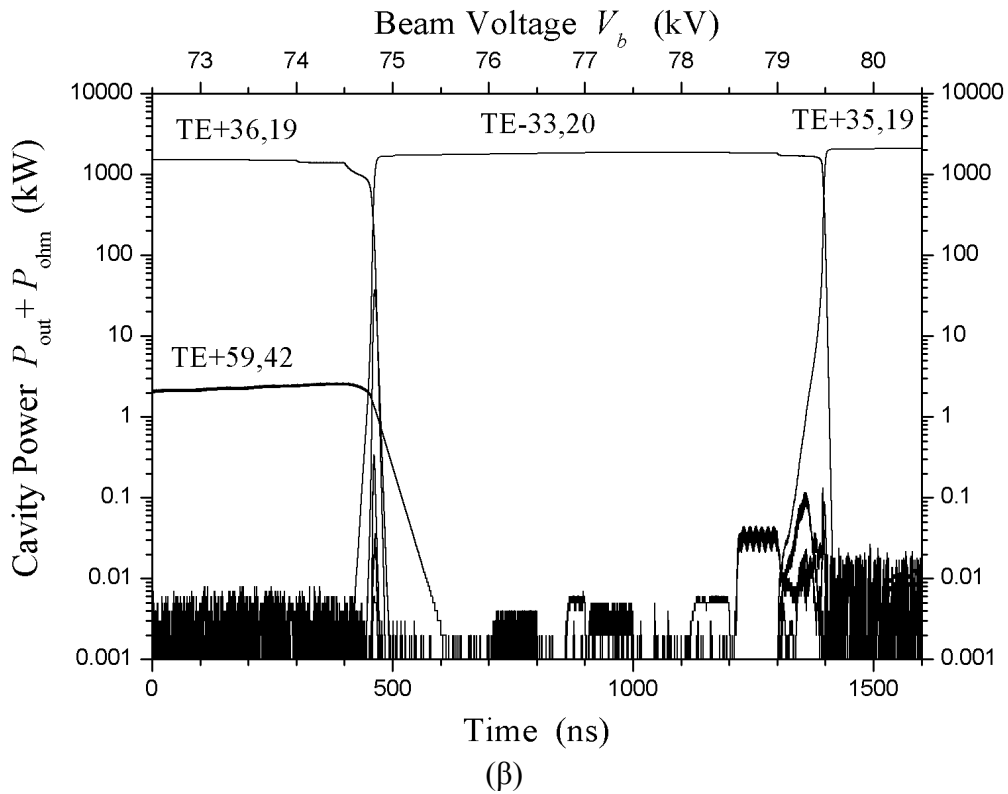
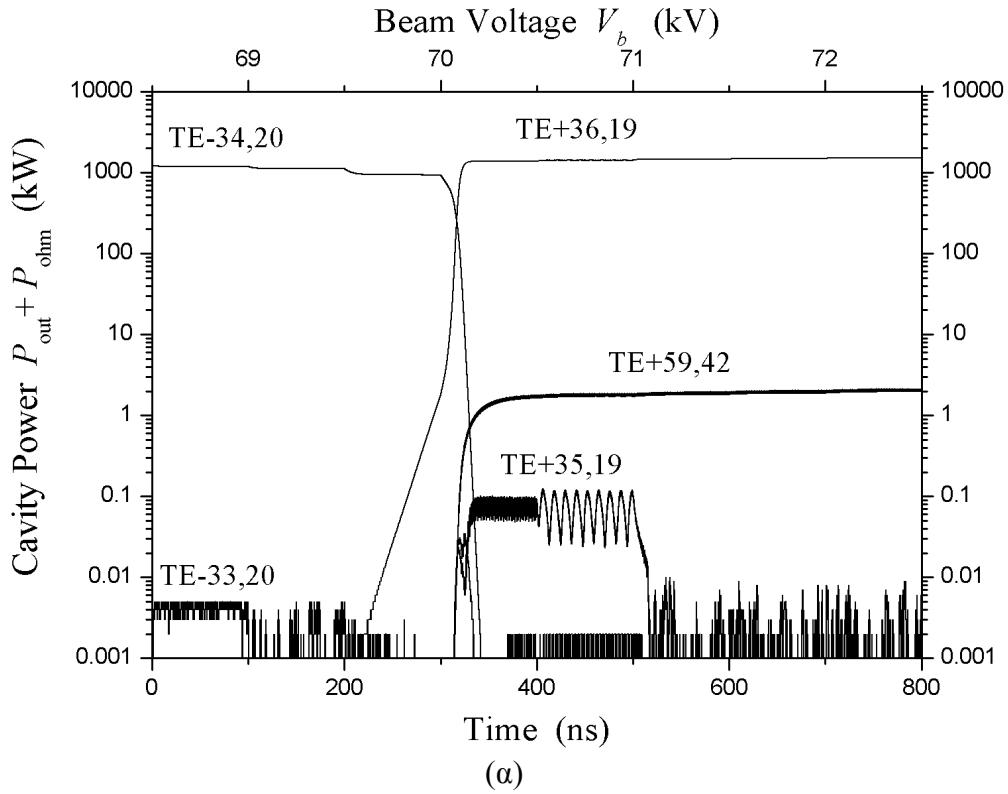
(**) Για παράδειγμα, αν χρησιμοποιούσαμε τρίοδο στο γυροτρονίο για το ITER, θα ήταν δυνατό να αυξηθεί η τάση της δέσμης μέχρι την τιμή λειτουργίας (90 kV) αλλά ο λόγος ταχυτήτων α της δέσμης να παραμένει τόσο χαμηλός (λόγω χαμηλών τιμών της τάσης V_{mod} που ελέγχει το α), ώστε κανένας ρυθμός να μην μπορεί να διεγερθεί κατά το χρονικό διάστημα αύξησης της τάσης της δέσμης. Με την τάση της δέσμης σταθεροποιημένη στην τιμή λειτουργίας, η αύξηση του λόγου ταχυτήτων (μέσω της τάσης ελέγχου V_{mod}) μέχρι την τιμή λειτουργίας ($\alpha_{\text{op}} = 1.3$) θα οδηγήσει σε διέγερση (από τη στάθμη θορύβου) του TE_{33,19} ή του TE_{35,18}, που σύμφωνα με το σχήμα 4.4 θα βρεθούν στην περιοχή μαλακής διέγερσης, αλλά όχι και του ρυθμού λειτουργίας TE_{34,19} που θα βρίσκεται σε στάθμη θορύβου στην περιοχή σκληρής διέγερσής του.

738 kW (με μικρές ταλαντώσεις από 736 kW έως 739 kW που δεν διακρίνονται στο σχήμα) και αφετέρου οι υπόλοιποι ρυθμοί βρίσκονται κοντά στη στάθμη θορύβου στα 400 ns^(*). Αυτή η αποκατάσταση μόνιμης κατάστασης είναι απαραίτητη για να εμπιστευθεί κανείς τα αποτελέσματα μιας προσομοίωσης με βηματική αύξηση της τάσης και αποτελεί ένα από τα ευαίσθητα σημεία αυτού του τύπου προσομοίωσης. Αν, για παράδειγμα, η τάση μεταπηδούσε από τα 62 kV στα 62.5 kV τη χρονική στιγμή 320 ns (όπου τρεις ρυθμοί αυξάνουν την ισχύ τους), θα οδηγούμαστε ενδεχομένως σε λανθασμένα συμπεράσματα επειδή η αλληλεπίδραση στα 62.5 kV θα ξεκινούσε με πολύ διαφορετικές αρχικές συνθήκες για τους ρυθμούς σε σχέση με αυτές που ξεκινά στο σχήμα 4.7. Τέτοια περίπτωση περιγράφεται στο [58].

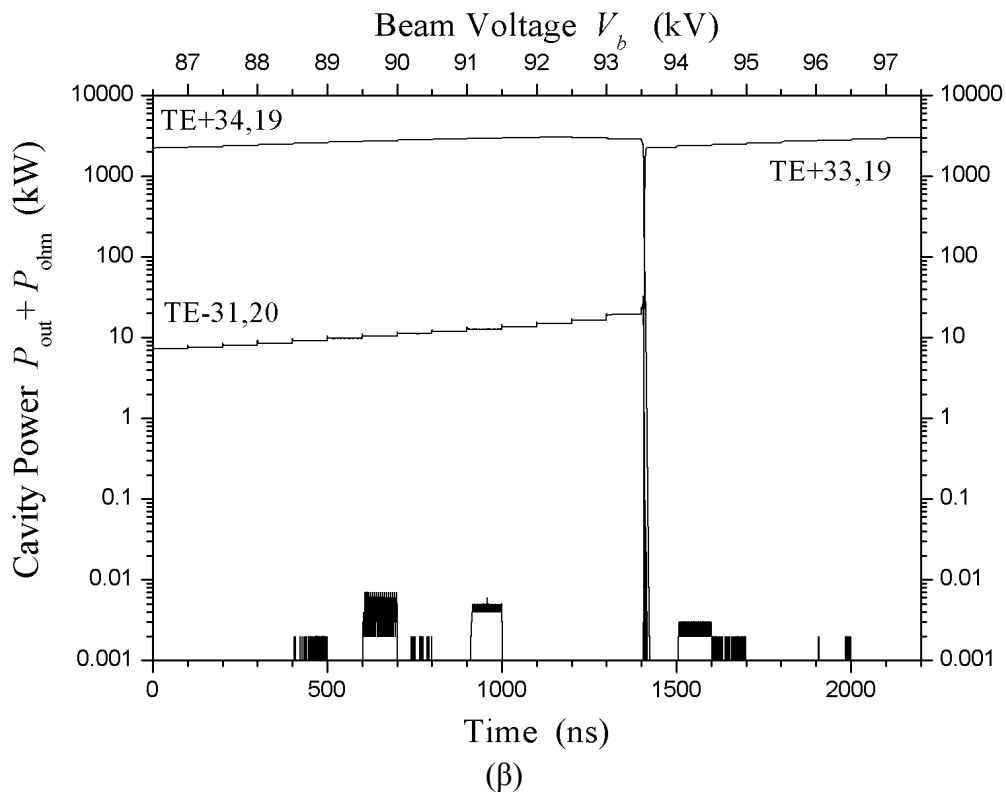
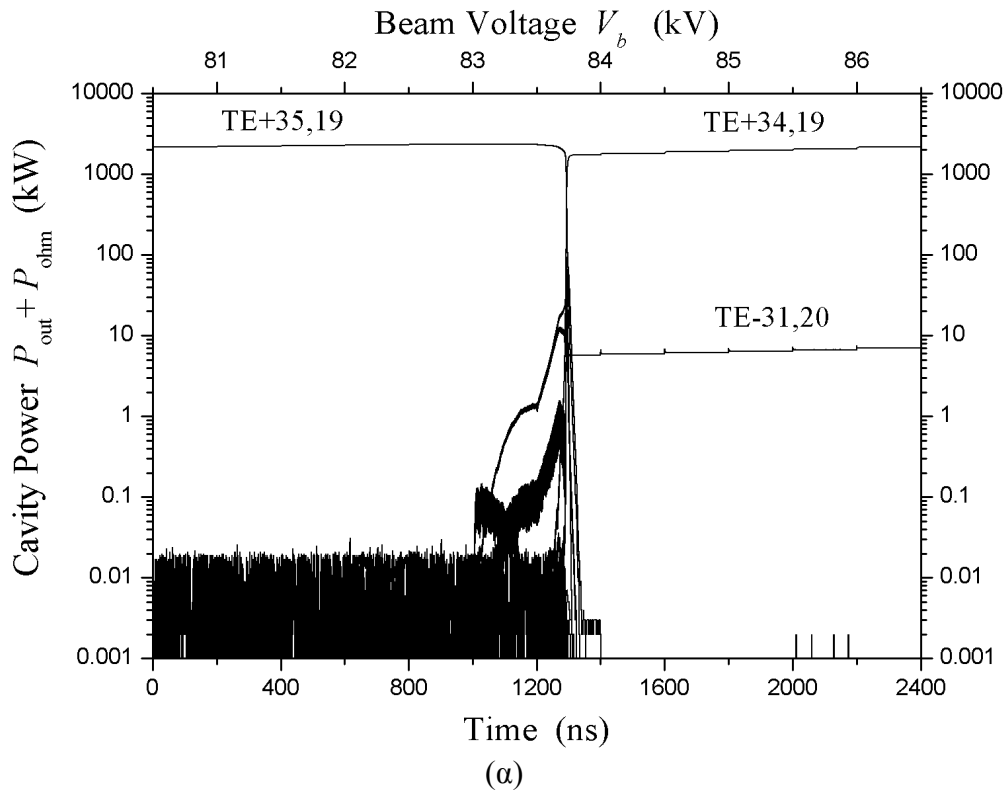
Κινούμενοι στο ίδιο πνεύμα, συνεχίσαμε τις τμηματικές προσομοιώσεις μέχρι την τάση λειτουργίας $V_{b,op} = 90$ kV και ακόμη παραπέρα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα σχήματα 4.8 και 4.9. Σημειώνουμε ότι κάθε βήμα της τάσης διαρκεί 200 ns (αντί 100 ns) στο τμήμα της προσομοίωσης που εικονίζεται στο σχήμα 4.9α, για να επιτευχθεί αποκατάσταση μόνιμης κατάστασης κατά την αλλαγή ρυθμού στα 83.5 kV. Όπως βλέπουμε, το ρυθμό TE_{-34,20} διαδέχεται ο TE_{36,19} στα 70 kV. Ακολουθεί ο TE_{-33,20} στα 74.5 kV και έπειτα ο TE_{35,19} στα 79 kV. Ο ρυθμός λειτουργίας TE_{34,19} διεγείρεται στα 83.5 kV και παραμένει ευσταθής μέχρι τα 93 kV. Στη συνέχεια, στα 93.5 kV, ο ρυθμός λειτουργίας αποσυντονίζεται και διεγείρεται ο TE_{33,19}. Η συνέχιση της προσομοίωσης σε τάσεις μεγαλύτερες της τάσης λειτουργίας αποσκοπεί στον προσδιορισμό του εύρους των τιμών της τάσης στις οποίες ο ρυθμός λειτουργίας TE_{34,19} παραμένει διεγερμένος και ευσταθής. Αυτό είναι απαραίτητο διότι στην πράξη, όταν η έξοδος του τροφοδοτικού υψηλής τάσης φθάσει την τιμή λειτουργίας, ταλαντώνεται ελαφρά γύρω της μέχρι να σταθεροποιηθεί σε αυτήν. Πρέπει να εξασφαλιστεί ότι ο ρυθμός λειτουργίας παραμένει ευσταθής στη διάρκεια αυτής της υπέρβασης της τάσης λειτουργίας (voltage overshooting). Σύμφωνα με το σχήμα 4.9β το περιθώριο υπέρβασης της τάσης λειτουργίας είναι 3 kV (3.3 %). Σε περίπτωση που η υπέρβαση της τάσης λειτουργίας ξεπεράσει το παραπάνω όριο, ο ρυθμός λειτουργίας θα αποδιεγερθεί και θα διεγερθεί ο ρυθμός TE_{33,19}. Το πρόβλημα είναι ότι με τη σταθεροποίηση της τάσης στην τιμή λειτουργίας των 90 kV είναι βέβαιο ότι θα παραμείνει διεγερμένος ο TE_{33,19} και δεν θα ξαναδιεγερθεί ο ρυθμός λειτουργίας TE_{34,19}. Αυτό είναι αποτέλεσμα των φαινομένων υστέρησης που εμφανίζονται στο γυροτρόνιο [77] και μπορεί να προβλεφθεί από το σχήμα 4.4. Λεπτομερέστερη εκτίμηση του περιθωρίου υπέρβασης τάσης θα γίνει στις επόμενες παραγράφους όπου θα παρουσιάσουμε προσομοιώσεις με αύξηση της τάσης σε βήματα των 0.1 kV αντί των 0.5 kV.

Με δεδομένο ότι ο ρυθμός λειτουργίας TE_{34,19} διεγείρεται παρόλη την ύπαρξη των ανταγωνιστικών ρυθμών και παραμένει ο κυρίαρχος ρυθμός στο σημείο λειτουργίας, η προσομοίωση δικαιώνει τη σχεδίαση. Τα σχήματα 4.5 και 4.7-4.9 δείχνουν ότι, κατά την εκκίνηση, το γυροτρόνιο λειτουργεί κυρίως μονορρυθμικά μεταπηδώντας σε διάφορους ρυθμούς. Το μόνο σημείο στο οποίο διακυβεύεται η μονορρυθμική λειτουργία είναι στην περιοχή τάσεων που είναι διεγερμένος ο ρυθμός λειτουργίας, επειδή εκεί έχουμε ταυτόχρονη διέγερση και του ρυθμού TE_{-31,20}. Παρόλο που η ισχύς του TE_{-31,20} παραμένει γενικά κάτω από το 0.4 % της ισχύος του ρυθμού λειτουργίας, μια τέτοια κατάσταση δεν είναι ιδεώδης. Η διέγερση του TE_{-31,20} περιορίζει ελαφρώς την ισχύ του TE_{34,19} σε $P_{out} + P_{ohm} = 2830$ kW (στα 90 kV) έναντι των 2870 kW που προβλέπει η μονορρυθμική προσομοίωση (πίνακας 4.2). Ευτυχώς όμως, όπως θα δούμε στη συνέχεια,

(*) Παρόλο που ο ρυθμός TE_{-60,42} διατηρεί κάποια ισχύ στα 400 ns, το γεγονός ότι από τα 360 ns και έπειτα παρουσιάζει εκθετική μείωση της ισχύος του εξασφαλίζει ότι η παράταση του χρόνου προσομοίωσης στα 62 kV μετά τα 400 ns θα οδηγούσε απλά στην πτώση και του TE_{-60,42} στη στάθμη θορύβου.



Σχήμα 4.8: Προσομοίωση εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER με βηματική αύξηση της τάσης V_b . Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι: Βήμα τάσης 0.5 kV, $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_b/V_0)]$, στάθμη θορύβου 10 mW, $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.02$ ns, $N_\lambda = 29$, $N_\phi = 13$. (α) Αύξηση της τάσης από τα 68.5 kV έως τα 72 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{-34,20}, TE_{59,42}, TE_{36,19}, TE_{33,20}, TE_{-59,41} και TE_{35,19}. (β) Αύξηση της τάσης από τα 72.5 kV έως τα 80 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{59,42}, TE_{36,19}, TE_{-33,20}, TE_{-59,41}, TE_{35,19}, TE_{-58,41}, TE_{-32,20}, TE_{34,19} και TE_{57,41}.



Σχήμα 4.9: Προσομοίωση εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER με βηματική αύξηση της τάσης V_b . Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι: Βήμα τάσης 0.5 kV, $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_b/V_0)]$, στάθμη θορύβου 10 mW, $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.02$ ns, $N_\lambda = 29$, $N_\phi = 13$. (α) Αύξηση της τάσης από τα 80.5 kV έως τα 86 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{36,19}, TE_{35,19}, TE_{-58,41}, TE_{-32,20}, TE_{34,19}, TE_{57,41}, TE_{-31,20}, TE_{-58,40} και TE_{33,19}. (β) Αύξηση της τάσης από τα 86.5 kV έως τα 97 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{34,19}, TE_{-31,20}, TE_{-58,40}, TE_{33,19} και TE_{35,18}.

η διέγερση του ρυθμού TE_{-31,20} οφείλεται σε αστοχία στην επιλογή του αριθμού N_ϕ των αζιμουθιακών θέσεων Φ_{ei} των κέντρων περιστροφής των ηλεκτρονίων και δεν αντικατοπτρίζει την πραγματική συμπεριφορά του γυροτρονίου.

Τίθεται τώρα το καίριο ζήτημα της αξιοπιστίας της προσομοίωσης. Η επιλογή των αριθμητικών παραμέτρων έγινε με βάση το σκεπτικό της παραγράφου 4.1.3, το οποίο βασίζεται σε φυσικά επιχειρήματα και στην εμπειρία μας από πληθώρα δοκιμαστικών προσομοιώσεων. Η μόνη επιλογή που δεν συμβαδίζει με αυτήν που η εμπειρία μας υποδεικνύει είναι η $N_\phi = 13$. Ο λόγος είναι ότι οι αριθμητικές παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν οδηγούν ήδη σε αρκετά χρονοβόρες προσομοιώσεις. (Καθένα από τα έξι τμήματα της προσομοίωσης εκκίνησης έχει διάρκεια 6-12 h σε επεξεργαστή Pentium IV - 1.7 GHz.) Έτσι χρησιμοποιήσαμε αρχικά αυτή τη μικρή τιμή για το N_ϕ για να αποκτήσουμε σχετικά σύντομα μια πρώτη εικόνα για τη διαδοχή ρυθμών κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου και να προσδιορίσουμε τις τιμές της τάσης όπου λαμβάνουν χώρα μεταβάσεις από ένα ρυθμό στον επόμενο. Για να προκύψουν αξιόπιστα συμπεράσματα θα πρέπει σαν δεύτερο βήμα να ελεγχθεί η ορθότητα των μεταβάσεων με λεπτομερέστερες προσομοιώσεις γύρω από τις κρίσιμες τιμές της τάσης. Τέτοιες προσομοιώσεις έδειξαν μεγάλη ευαισθησία σε σχέση με την επιλογή των παραμέτρων Δt και N_ϕ . Παρουσιάζουμε ενδεικτικά στα σχήματα 4.10-4.11 τα αποτελέσματα μιας προσομοίωσης εκκίνησης που διαφέρει από αυτήν των σχημάτων 4.5-4.9 μόνο ως προς το ότι θέσαμε $N_\phi = 19$ αντί $N_\phi = 13$ ^(*).

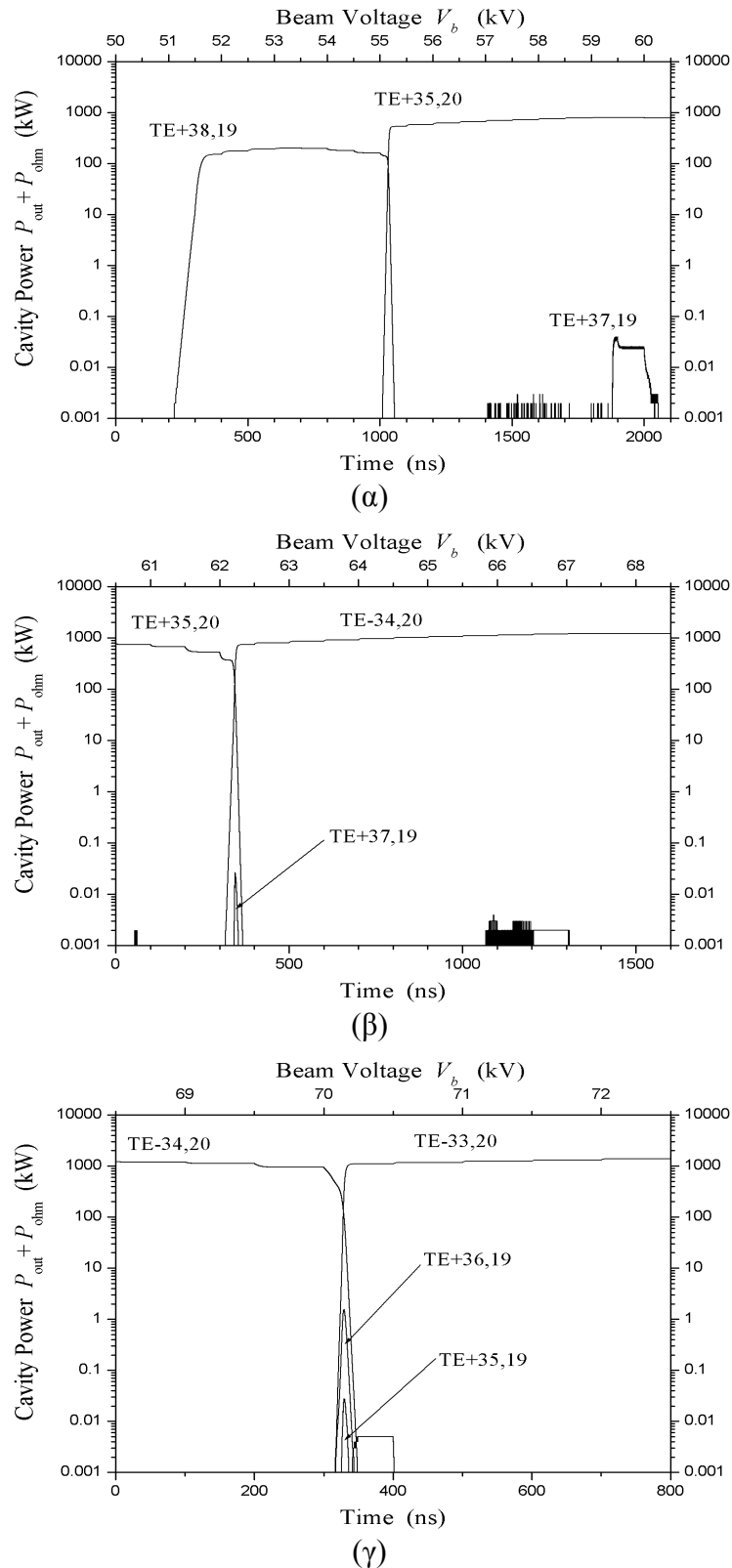
Οι διαφορές μεταξύ των σχημάτων 4.5-4.9 και 4.10-4.11 είναι δύο: Η πρώτη είναι ότι στα σχήματα 4.10-4.11 δεν υπάρχει καμιά ένδειξη για πολυρρυθμική λειτουργία. Όταν ένας ρυθμός έχει υψηλή ισχύ, οι υπόλοιποι παραμένουν κοντά στη στάθμη θορύβου. (Δεν διεγείρονται δηλαδή παρασιτικοί ρυθμοί όπως π. χ. οι TE_{-60,42}, TE_{-31,20}.) Αποτέλεσμα αυτού είναι ο ρυθμός λειτουργίας TE_{34,19}, μη παρενοχλούμενος από τον TE_{-31,20}, να φθάνει στην τάση λειτουργίας την ισχύ $P_{out} + P_{ohm} = 2865$ kW που είναι κοντά σε αυτήν που προβλέπει η μονορρυθμική προσομοίωση (πίνακας 4.2). Για τον ίδιο λόγο ο TE_{34,19} παραμένει ευσταθής μέχρι τα 94 kV (και όχι μέχρι τα 93 kV), δηλαδή το περιθώριο υπέρβασης τάσης αυξάνει στο 4.4 %. Καθαρή μονορρυθμική λειτουργία παρατηρήθηκε σε όλες τις προσομοιώσεις που πραγματοποιήσαμε με ακόμη μικρότερο Δt και μεγαλύτερο N_ϕ , οπότε αποτελεί ένα αποτέλεσμα που εμπιστευόμαστε και που είναι θετικό για την προτεινόμενη σχεδίαση. Η δεύτερη διαφορά είναι ότι η διαδοχή των ρυθμών είναι ελαφρώς διαφορετική. Στην προσομοίωση των σχημάτων 4.10-4.11 ο ρυθμός TE_{-33,20} διεγείρεται κατευθείαν μετά τον TE_{-34,20} στα 70 kV και ο TE_{36,19} δεν διεγείρεται καθόλου. Αυτό ακριβώς το θέμα της διαδοχής του TE_{-34,20} στα 70 kV παρέμεινε αδιευκρίνιστο για μια μεγάλη σειρά προσομοιώσεων. Μερικά αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 4.6. Πέρα όμως από αυτό το ζήτημα, όλες οι προσομοιώσεις συμφωνούν στην τελική διέγερση του TE_{35,19} και στη διαδοχή TE_{35,19} – TE_{34,19} – TE_{33,19} που είναι και το κρίσιμο σημείο για την επιτυχή λειτουργία του γυροτρονίου.

Μπορούμε να συνοψίσουμε τα συμπεράσματά μας από τις προσομοιώσεις εκκίνησης με ισαπέχουσες γωνίες $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} στα εξής:

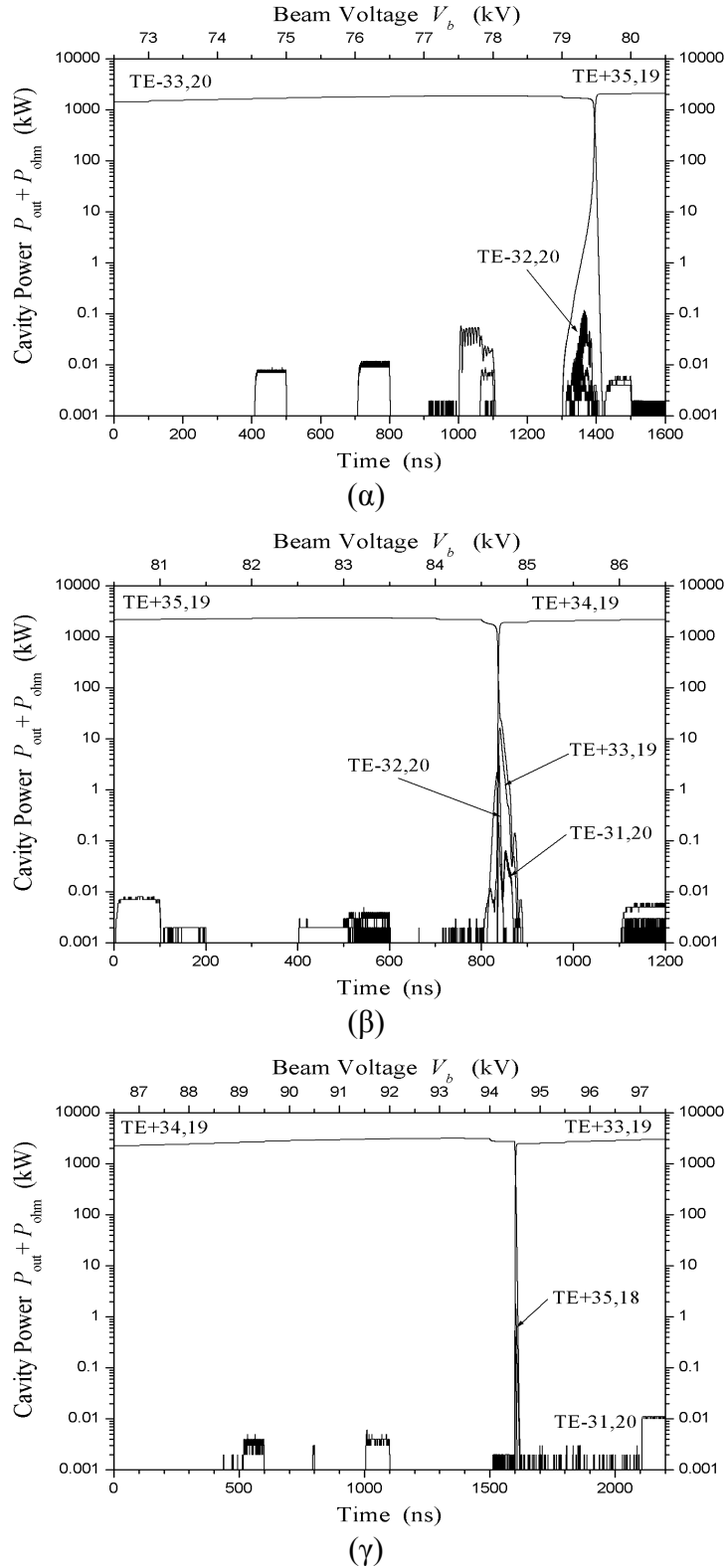
- Το γυροτρόνιο περνά κατά την εκκίνηση από διάφορους ρυθμούς μέχρι να φθάσει στο ρυθμό λειτουργίας TE_{34,19}.

^(*) Παραλείψαμε επίσης και το ρυθμό TE_{59,42} επειδή, όπως σχολιάσαμε προηγουμένως, δεν μπορεί να διεγερθεί και επειδή η επιλογή $N_\phi = 19$ είναι προβληματική για αυτόν διότι $m - s_n = 59 - 2 = 57$ που διαιρείται με το 19.

4.2 Εφαρμογές του Κώδικα στο Ομοαξονικό Γυροτρόνιο για το ITER



Σχήμα 4.10: Προσομοίωση εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER με βηματική αύξηση της τάσης V_b . Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι: Βήμα τάσης 0.5 kV, $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_b/V_0)]$, στάθμη θορύβου 10 mW, $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.02$ ns, $N_\lambda = 29$, $N_\phi = 19$. (α) Αύξηση της τάσης από τα 50 kV έως τα 60 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{38,19}, TE_{35,20}, TE_{37,19}, TE_{60,42} και TE_{34,20}. (β) Αύξηση της τάσης από τα 60.5 kV έως τα 68 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{35,20}, TE_{37,19}, TE_{60,42}, TE_{34,20}, TE_{36,19} και TE_{33,20}. (γ) Αύξηση της τάσης από τα 68.5 kV έως τα 72 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{34,20}, TE_{36,19}, TE_{33,20}, TE_{59,41} και TE_{35,19}.



Σχήμα 4.11: Προσομοίωση εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER με βηματική αύξηση της τάσης V_b . Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι: Βήμα τάσης 0.5 kV, $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_b/V_0)]$, στάθμη θορύβου 10 mW, $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.02$ ns, $N_\lambda = 29$, $N_\phi = 19$. (α) Αύξηση της τάσης από τα 72.5 kV έως τα 80 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{36,19}, TE_{-33,20}, TE_{-59,41}, TE_{35,19}, TE_{-58,41}, TE_{34,19}, TE_{-32,20} και TE_{57,41}. (β) Αύξηση της τάσης από τα 80.5 kV έως τα 86 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{35,19}, TE_{-58,41}, TE_{-32,20}, TE_{34,19}, TE_{57,41}, TE_{-31,20}, TE_{-58,40} και TE_{33,19}. (γ) Αύξηση της τάσης από τα 86.5 kV έως τα 97 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{34,19}, TE_{-31,20}, TE_{-58,40}, TE_{33,19} και TE_{35,18}.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.6

Διάδοχος Ρυθμός του TE_{-34,20} όταν $V_b = 70$ kV*

$\Delta t \backslash N_\phi$	19	29	41	47	59
0.08 ns	TE _{36,19}	TE _{36,19}	TE _{36,19}	TE _{36,19}	TE _{36,19}
0.05 ns	TE _{36,19}	TE _{-33,20}	TE _{36,19}	TE _{36,19}	TE _{-33,20}
0.03 ns	TE _{36,19}	TE _{36,19}	TE _{36,19}	TE _{36,19}	TE _{-33,20}
0.01 ns	TE _{36,19}	TE _{-33,20}	TE _{36,19}	TE _{36,19}	TE _{-33,20}

* Για $\Delta z = 0.5$ mm, $N_\Lambda = 29$, στάθμη θορύβου 10 mW

- Ρυθμοί που αλληλεπιδρούν στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας δεν κυριαρχούν ποτέ.
(Η διαπίστωση αυτή είναι συμπληρωματική ως προς τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τα αυτοσυνεπή πακέτα *COAXIAL* και *CAVITY* επειδή, σε αντίθεση με αυτά, οι προσομοιώσεις μας έλαβαν σχολαστικά υπόψη τους ρυθμούς δεύτερης αρμονικής.)
- Δεν παρουσιάζεται πολυρρυθμική λειτουργία σε κανένα σημείο παρά μόνο κατά τις στιγμές μετάβασης από τον ένα ρυθμό στον επόμενο.
- Ο ρυθμός λειτουργίας TE_{34,19} διαδέχεται πάντα τον TE_{35,19} και δίνει τη θέση του στον TE_{33,19}.
- Ο ρυθμός λειτουργίας TE_{34,19} αποδίδει ισχύ $P_{out} + P_{ohm} \cong 2.9$ MW στο σημείο λειτουργίας 90 kV, 80 A.

Μετά τα παραπάνω, η σχεδίαση της κοιλότητας κρίνεται εύστοχη.

Τα παραπάνω συμπεράσματα συμφωνούν με εκείνα που προέκυψαν από τους αυτοσυνεπείς κώδικες *COAXIAL* και *CAVITY*. Σύμφωνα με τις πολυρρυθμικές προσομοιώσεις με τον *COAXIAL* [105] ο ρυθμός TE_{36,19} είναι ο πρώτος που διεγείρεται (στα 55 kV) και ακολουθείται από τον TE_{35,19} στα 70 kV, ο οποίος με τη σειρά του ακολουθείται από το ρυθμό λειτουργίας TE_{34,19} στα 83.5 kV. Ο TE_{34,19} φθάνει σε ισχύ $P_{out} + P_{ohm} \cong 2.7$ MW στα 90 kV. Σύμφωνα με τον *CAVITY* διεγείρεται πρώτος ο TE_{-34,20} στα 55 kV τον οποίο διαδέχεται ο TE_{35,19} στα 64 kV. Ο ρυθμός λειτουργίας TE_{34,19} ακολουθεί τον TE_{35,19} στα 83 kV. (Σημειώνουμε ότι το πακέτο *CAVITY* δεν υπολογίζει αλληλεπίδραση με ρυθμούς δεύτερης αρμονικής και δεν υποστηρίζει βηματική αύξηση της τάσης. Στις προσομοιώσεις είχαμε συνεχή αύξηση της τάσης με ρυθμό 5 V/ns.) Το γεγονός ότι σύμφωνα με τους αυτοσυνεπείς κώδικες η διέγερση των TE_{35,19} και TE_{34,19} γίνεται σε χαμηλότερες τιμές της τάσης από αυτές που υποδεικνύονται στο σχήμα 4.11, είναι αναμενόμενο διότι οι καμπύλες των ρευμάτων εκκίνησης που προκύπτουν από την αυτοσυνεπή θεώρηση (στο όριο πολύ χαμηλής ισχύος) είναι μετατοπισμένες προς χαμηλότερες τιμές του V_b και πιο ευρείες σε σχέση με αυτές που προκύπτουν με την προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας (σχήμα 4.4). Ο λόγος για αυτή τη διαφοροποίηση είναι ότι οι τιμές που παίρνει η αρχική διαφορά συχνοτήτων Δ_n για χαμηλότερες τιμές της τάσης (ή ισοδύναμα για υψηλότερες τιμές του μαγνητικού πεδίου) είναι κατάλληλες για τη διέγερση του ρυθμού σε υψηλότερες αξονικές αρμονικές ή με τη μορφή επιστρέφοντος κύματος (backward wave) [62], [110], [6-κεφ. 5]. Αυτός ο ανταγωνισμός

μεταξύ των διαφορετικών μορφών αξονικής εξάρτησης του ρυθμού δεν μπορεί να ληφθεί υπόψη με την προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας, επειδή αυτή θεωρεί ότι το υψίσυχο πεδίο έχει μια συγκεκριμένη εξάρτηση από το z .

Αξίζει να σημειωθεί η διαφωνία μεταξύ των κωδίκων *COAXIAL* και *CAVITY* σε ό,τι αφορά τη σειρά διαδοχής των ρυθμών στο πρώτο στάδιο της εκκίνησης του γυροτρονίου. Τέτοιες διαφορές είχαν ήδη παρατηρηθεί στο [111]. Όπως σχολιάσαμε και προηγουμένως, ο κώδικάς μας παρουσιάζει στην περιοχή αυτή αστάθεια αποτελεσμάτων ως προς τις τιμές των παραμέτρων Δt και N_ϕ (πίνακας 4.6). Κατά τη συνεργασία μας με τον Dr O. Dumbrajs, δημιουργό του πακέτου *COAXIAL*, διαπιστώσαμε ότι ανάλογη αστάθεια (σε πιο περιορισμένη έκταση) παρουσιάζουν και οι κώδικες *COAXIAL* και *CAVITY*. Μετά από μεγάλο αριθμό δοκιμών επιτύχαμε τελικά ευστάθεια αποτελεσμάτων του κώδικά μας χρησιμοποιώντας όχι ισαπέχουσες αλλά τυχαίες τιμές για τις αρχικές γωνίες $\Lambda_{in,i}$ και Φ_{ei} και μεγαλύτερο αριθμό ηλεκτρονίων. Για τα αποτελέσματα αυτά θα μιλήσουμε σε επόμενη παράγραφο. Πεποίθησή μας είναι ότι η παρατηρούμενη αστάθεια αποτελεσμάτων των κωδίκων οφείλεται στο ότι το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών στο γυροτρόνιο για το ITER είναι περισσότερο πυκνό από κάθε άλλο γυροτρόνιο που έχει κατασκευαστεί ως τώρα. Συνέπεια αυτού είναι ότι, για να υπάρχει αξιοπιστία, απαιτείται σημαντικά μεγαλύτερος αριθμός γωνιών Φ_{ei} από αυτόν που χρησιμοποιούνταν στις προσομοιώσεις εκκίνησης γυροτρονίων με λιγότερο πυκνό φάσμα ανταγωνιστών.

4.2.4 Προσομοιώσεις με ηλεκτρονική δέσμη πεπερασμένου πάχους

Τόσο ο κώδικάς μας όσο και οι κώδικες *COAXIAL* και *CAVITY* προβλέπουν ότι ο $TE_{35,19}$ είναι ο τελευταίος ρυθμός που διεγείρεται πριν από το ρυθμό λειτουργίας $TE_{34,19}$ και ότι ο ρυθμός $TE_{33,19}$ διαδέχεται το ρυθμό λειτουργίας. Θεωρώντας ότι η ηλεκτρονική δέσμη δεν είναι ιδανική αλλά ότι τα κέντρα περιστροφής των ηλεκτρονίων κατανομονται ομοιόμορφα σε μια περιοχή ± 0.24 mm γύρω από την κεντρική τιμή $R_{eM} = 10$ mm, μελετήσαμε την επίδραση που έχει το πεπερασμένο πάχος της δέσμης στα ακόλουθα κρίσιμα ζητήματα:

- (α) Διέγερση του ρυθμού λειτουργίας $TE_{34,19}$ μετά από τον $TE_{35,19}$.
- (β) Εύρος τιμών της τάσης V_b μέσα στο οποίο ο ρυθμός λειτουργίας $TE_{34,19}$ παραμένει διεγερμένος.
- (γ) Απόδοση της αλληλεπίδρασης στο σημείο λειτουργίας 90 kV, 80 A.

Η επιλεγμένη διασπορά των 0.48 mm στα κέντρα περιστροφής αντιστοιχεί σε τέσσερις περίπου ακτίνες Larmor (για $V_b = 90$ kV).

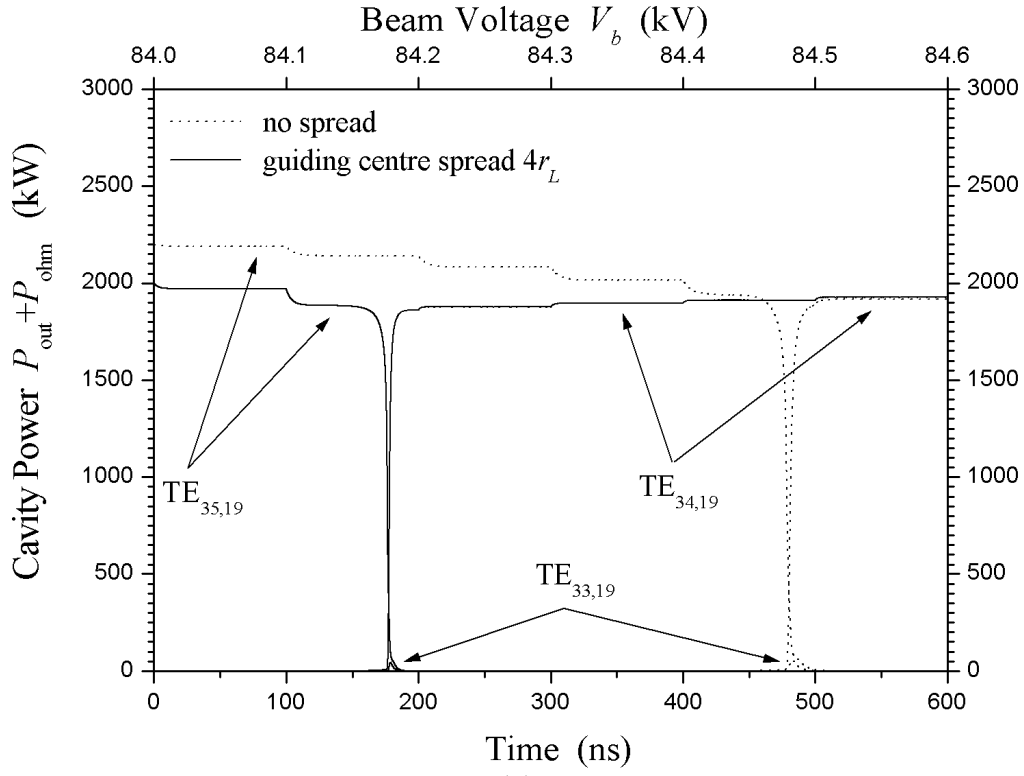
Για να εξακριβωθεί κατά πόσο ο ρυθμός λειτουργίας διαδέχεται και πάλι το ρυθμό $TE_{35,19}$ όταν η δέσμη έχει πεπερασμένο πάχος, προσομοιώσαμε την αλληλεπίδραση κοντά στην κρίσιμη τιμή $V_b = 84.5$ kV (σχήμα. 4.11β) και συγκεκριμένα από $V_b = 84$ kV έως $V_b = 84.5$ kV. Η αύξηση της τάσης είναι τώρα βηματική με βήμα 0.1 kV και η χρονική διάρκεια κάθε βήματος είναι 100 ns. Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.02$ ns, $N_\Lambda = 29$, $N_\phi = 19$. Η συχνότητα αναφοράς ω_0 και η στάθμη θορύβου ορίζονται όπως στην προηγούμενη παράγραφο. Χρησιμοποιήθηκαν επτά τιμές για την ακτίνα R_e ($N_R = 7$) ομοιόμορφα κατανομημένες στο διάστημα 9.76 mm – 10.24 mm. Συμβουλευόμενοι το σχήμα 4.4 συμπεριλάβαμε στην προσομοίωση τους εξής έξι ρυθμούς: $TE_{35,19}$, $TE_{34,19}$, $TE_{57,41}$, $TE_{-31,20}$, $TE_{-58,40}$ και $TE_{33,19}$. Για να ξεκινήσει η προσομοίωση δόθηκε αρχικά (στα 84 kV) ισχύς

$P_{\text{out}} + P_{\text{ohm}} = 2000 \text{ kW}$ στο διεγερμένο $\text{TE}_{35,19}^{(*)}$ και ισχύς στάθμης θορύβου στους υπόλοιπους ρυθμούς. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης φαίνονται στο σχήμα 4.12a μαζί με αυτά της αντίστοιχης προσομοίωσης για δέσμη μηδενικού πάχους. Η αρχική εκτίμηση για την ισχύ του $\text{TE}_{35,19}$ αποδεικνύεται ορθή αφού ο ρυθμός ισορροπεί τελικά στα 1970 kW όταν η τάση είναι 84 kV. Το συμπέρασμα είναι ότι η διασπορά στα κέντρα περιστροφής δεν επηρεάζει το σενάριο διαδοχής $\text{TE}_{35,19} - \text{TE}_{34,19}$, αλλά το μεταθέτει σε ελαφρώς χαμηλότερες τιμές της τάσης V_b .

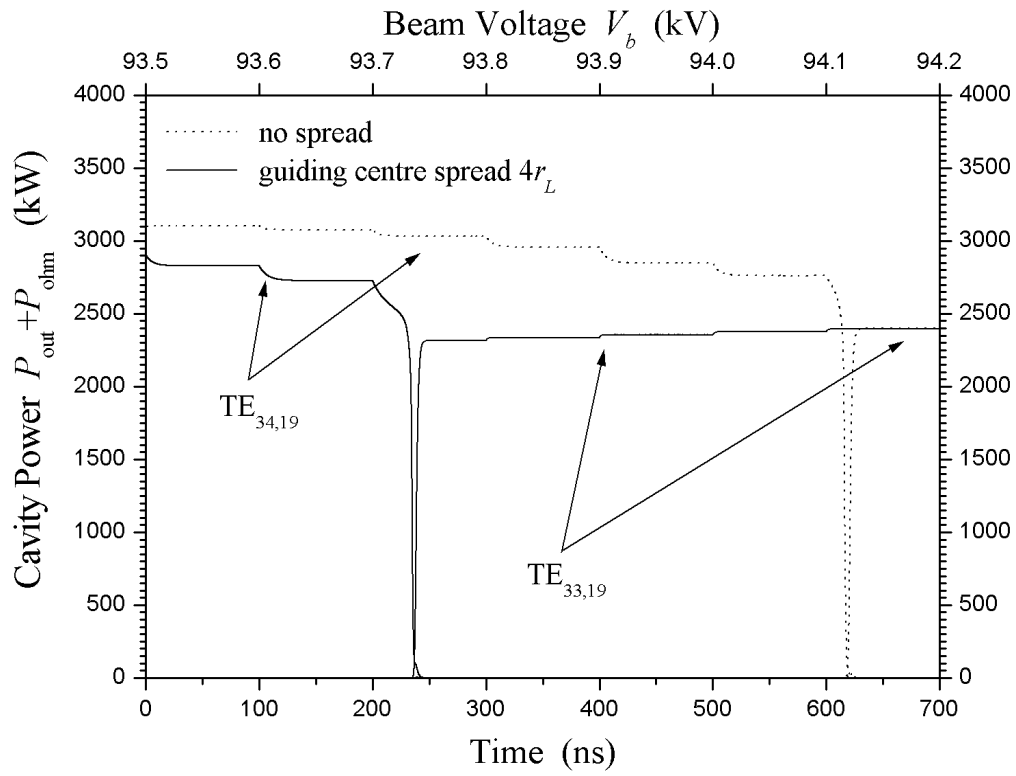
Με την ίδια λογική ερευνήσαμε το εύρος των τιμών της τάσης στο οποίο παραμένει διεγερμένος ο ρυθμός λειτουργίας προσομοιώνοντας την αλληλεπίδραση κοντά στην κρίσιμη τιμή $V_b = 94.5 \text{ kV}$, όπου ο ρυθμός $\text{TE}_{33,19}$ διαδέχεται τον $\text{TE}_{34,19}$. Χρησιμοποιήσαμε βηματική αύξηση της τάσης με βήμα 0.1 kV από τα 93.5 kV έως τα 94.1 kV. Συμπεριλάβαμε στην προσομοίωση τους ρυθμούς $\text{TE}_{34,19}$, $\text{TE}_{33,19}$ και $\text{TE}_{35,18}$ σύμφωνα με το σχήμα 4.4. Σαν αρχική ισχύ για το διεγερμένο ρυθμό λειτουργίας $\text{TE}_{34,19}$ επιλέξαμε τα 2900 kW, επειδή αυτή την τιμή δίνει για $V_b = 93.5 \text{ kV}$ η μονορρυθμική προσομοίωση με διασπορά κέντρων περιστροφής. Οι υπόλοιπες παράμετροι είναι όμοιες με αυτές της προηγούμενης περίπτωσης. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο σχήμα 4.12β. Η διαδοχή $\text{TE}_{34,19} - \text{TE}_{33,19}$ δεν αλλάζει λόγω του πεπερασμένου πάχους της δέσμης, αλλά ο ρυθμός λειτουργίας δίνει πλέον τη θέση του στον $\text{TE}_{33,19}$ όταν $V_b = 93.7 \text{ kV}$ και όχι όταν $V_b = 94.1 \text{ kV}$. Συμπερασματικά, η διασπορά των κέντρων περιστροφής δεν επηρεάζει τη σειρά διέγερσης $\text{TE}_{35,19} - \text{TE}_{34,19} - \text{TE}_{33,19}$ αλλά μεταθέτει το “παράθυρο” διέγερσης του ρυθμού λειτουργίας από το 84.4 kV – 94 kV στο 84.1 kV – 93.6 kV. Αυτό σημαίνει ότι ανεκτή υπέρβαση της τάσης λειτουργίας $V_{b,\text{op}} = 90 \text{ kV}$ (voltage overshooting) περιορίζεται λόγω πεπερασμένου πάχους δέσμης από τα 4 kV στα 3.6 kV, δηλαδή το περιθώριο υπέρβασης περιορίζεται από 4.4 % σε 4 % της τιμής του $V_{b,\text{op}}$. Υπενθυμίζουμε ότι πρέπει πάντοτε να εξασφαλίζεται ένα κατάλληλο περιθώριο ανοχής στην υπέρβαση της τάσης λειτουργίας διότι η έξοδος του τροφοδοτικού παρουσιάζει συνήθως κάποια ταλάντωση προτού σταθεροποιηθεί στην τιμή λειτουργίας.

Σε ό,τι αφορά την απόδοση της αλληλεπίδρασης στο σημείο λειτουργίας, πραγματοποιήσαμε μονορρυθμικές προσομοιώσεις με το ρυθμό λειτουργίας $\text{TE}_{34,19}$ λαμβάνοντας υπόψη τη διασπορά των κέντρων περιστροφής. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο σχήμα 4.13 δείχνουν ότι η απόδοση της αλληλεπίδρασης $(P_{\text{out}} + P_{\text{ohm}})/(V_b I_b)$ στο σημείο λειτουργίας ελαττώνεται, όπως αναμένεται, λόγω πεπερασμένου πάχους δέσμης. Παρόλα αυτά η πτώση απόδοσης είναι μικρή: Η μέση ισχύς του $\text{TE}_{34,19}$ στα 90 kV, 80 A είναι $P_{\text{out}} + P_{\text{ohm}} = 2865 \text{ kW}$ (απόδοση 39.8 %) για δέσμη μηδενικού πάχους και 2850 kW (απόδοση 39.6 %) για διασπορά κέντρων περιστροφής ίση με $\pm 0.24 \text{ mm}$. Βλέπουμε τελικά ότι στην περίπτωση του γυροτρονίου για το ITER το πεπερασμένο πάχος της ηλεκτρονικής δέσμης δεν επηρεάζει δραματικά τη λειτουργία του. Αυτό ενισχύεται από το γεγονός ότι η διασπορά των κέντρων περιστροφής που χρησιμοποιήσαμε στους υπολογισμούς ($\sim 4r_L$) είναι σχετικά μεγαλύτερη από αυτήν που αναμένεται στην πραγματικότητα ($\sim 2r_L - 3r_L$). Τα συμπεράσματα αυτής της παραγράφου βρίσκονται σε συμφωνία με τα αντίστοιχα

(*) Όταν μια πολυρρυθμική προσομοίωση αποφαίνεται ότι σε κάποιες τιμές της τάσης υπάρχει μόνο ένας διεγερμένος ρυθμός στην κοιλότητα (οι υπόλοιποι περιορίζονται κοντά στη στάθμη θορύβου), τότε η συμπεριφορά του διεγερμένου ρυθμού αναμένεται να είναι παρόμοια με αυτή που προβλέπει για τις συγκεκριμένες τιμές της τάσης μια μονορρυθμική προσομοίωση που λαμβάνει υπόψη μόνο τον εν λόγω ρυθμό. Έτσι η παραπάνω εκτίμηση της αρχικής ισχύος του $\text{TE}_{35,19}$ προέκυψε από μονορρυθμική προσομοίωση της διέγερσης του $\text{TE}_{35,19}$ (παρουσία της ίδιας διασποράς στα κέντρα περιστροφής), η οποία έδειξε ότι ο $\text{TE}_{35,19}$ αποδίδει ισχύ 2000 kW στα 84 kV.

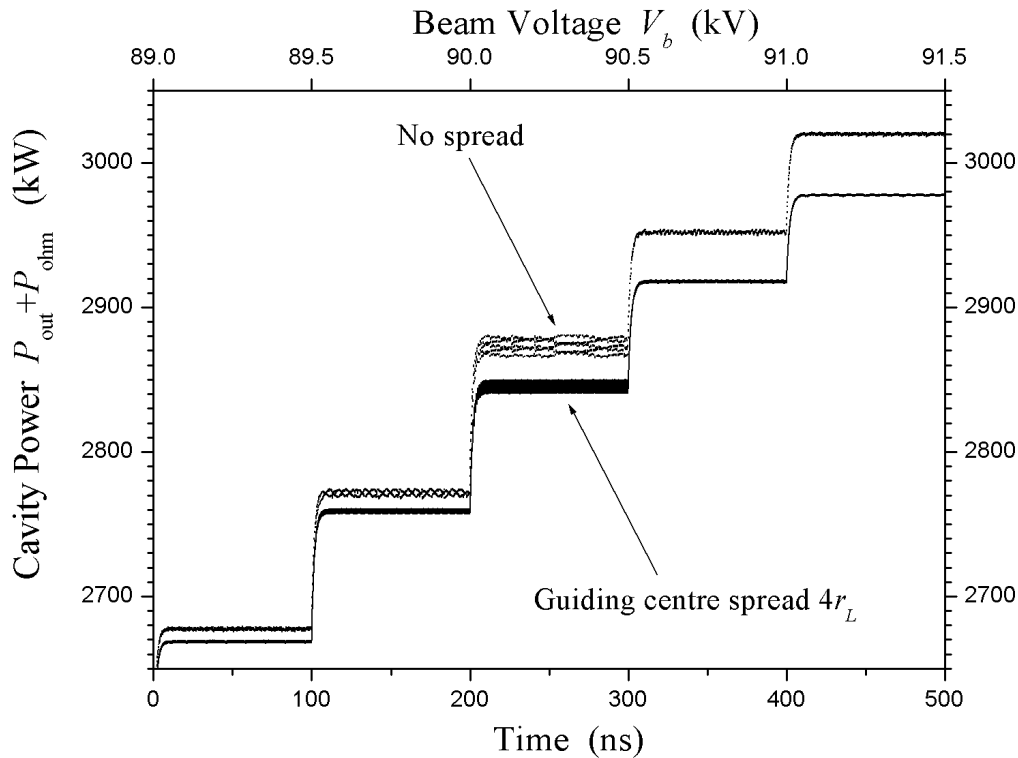


(α)



(β)

Σχήμα 4.12: Διέγερση (α) και αποσυντονισμός (β) του ρυθμού λειτουργίας $TE_{34,19}$ στην κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER για ηλεκτρονική δέσμη μηδενικού πάχους (διακεκομμένες καμπύλες) και για ηλεκτρονική δέσμη με κέντρα περιστροφής ομοιόμορφα κατανεμημένα μεταξύ 9.76 mm και 10.24 mm (συνεχείς καμπύλες). Στον άνω οριζόντιο άξονα φαίνονται οι τιμές της βηματικά αυξανόμενης τάσης της δέσμης που αντιστοιχούν στα διάφορα χρονικά διαστήματα.

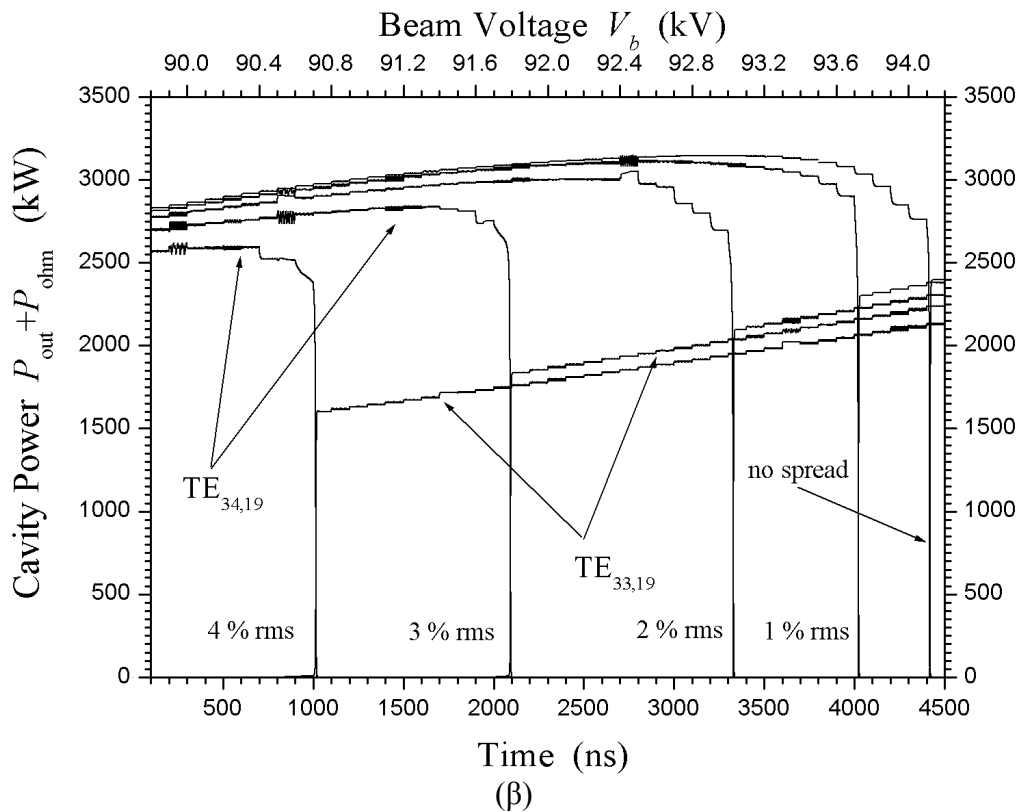
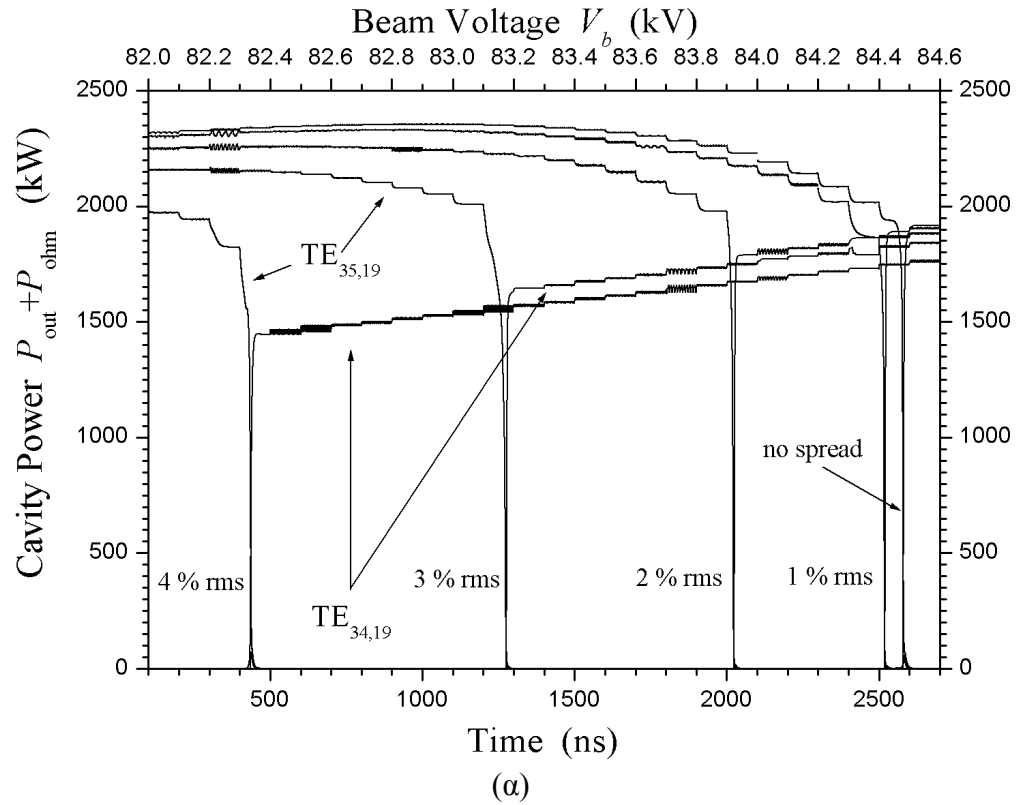


Σχήμα 4.13: Επίδοση του ρυθμού λειτουργίας TE_{34,19} γύρω από το σημείο λειτουργίας 90 kV, 80 A του γυροτρονίου για το ITER. Εικονίζονται μονορρυθμικές προσομοιώσεις για ηλεκτρονική δέσμη μηδενικού πάχους (άνω καμπύλη) και για ηλεκτρονική δέσμη με κέντρα περιστροφής ομοιόμορφα κατανεμημένα μεταξύ 9.76 mm και 10.24 mm (κάτω καμπύλη). Στον άνω οριζόντιο άξονα φαίνονται οι τιμές της βηματικά αυξανόμενης τάσης της δέσμης που αντιστοιχούν στα διάφορα χρονικά διαστήματα.

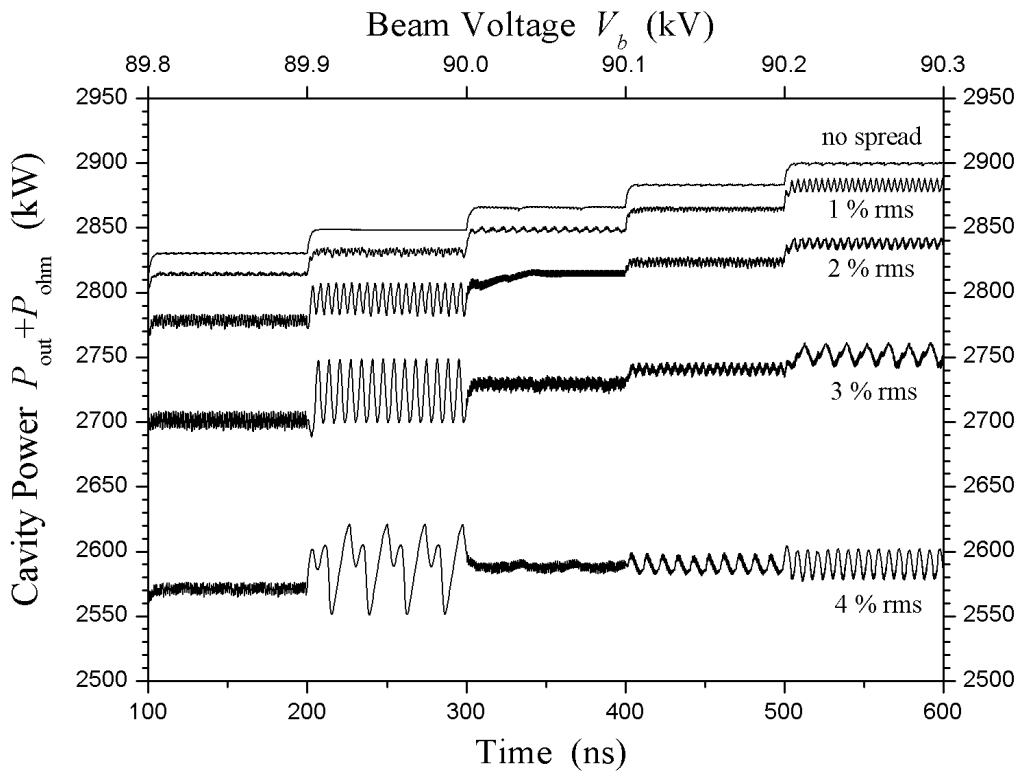
συμπεράσματα του κώδικα COAXIAL [105]. Το πακέτο CAVITY δεν υπολογίζει αλληλεπίδραση με διασπορά στα κέντρα περιστροφής των ηλεκτρονίων.

4.2.5 Προσομοιώσεις με διασπορά στην αρχική ενέργεια των ηλεκτρονίων

Με την εισαγωγή διασποράς στην αρχική κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων παρατηρούνται φαινόμενα ανάλογα με αυτά της προηγούμενης παραγράφου σε ό,τι αφορά τη διαδοχή TE_{35,19} – TE_{34,19} – TE_{33,19} και την απόδοση της αλληλεπίδρασης στο σημείο λειτουργίας. Κινούμενοι στο ίδιο πνεύμα προχωρήσαμε σε προσομοιώσεις που λαμβάνουν υπόψη διασπορά από 1 % rms έως 4 % rms στην αρχική κινητική ενέργεια $(\gamma_{in} - 1)m_e c^2$, της οποίας η κατανομή θεωρήθηκε κανονική. Για την εξακρίβωση της διέγερσης του ρυθμού λειτουργίας TE_{34,19} μετά από τον TE_{35,19} αυξήσαμε βηματικά την τάση V_b από τα 82 kV έως τα 84.5 kV με βήμα 0.1 kV και συμπεριλάβαμε στην αλληλεπίδραση τους ρυθμούς TE_{35,19}, TE_{34,19}, TE_{57,41}, TE_{-31,20}, TE_{-58,40} και TE_{33,19}. Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι πάλι $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.02$ ns, $N_\Lambda = 29$, $N_\phi = 19$, ενώ η συχνότητα αναφοράς και η στάθμη θορύβου ορίζονται όπως στην παράγραφο 4.2.3. Για κάθε rms τιμή της διασποράς ενέργειας χρησιμοποιούνται επτά τιμές για την αρχική τιμή γ_{in} ($N_\gamma = 7$) και η αρχική ισχύς που δίνεται στον διεγερμένο TE_{35,19} στα 82 kV προκύπτει από τη μονορρυθμική προσομοίωση της αλληλεπίδρασης αυτού του ρυθμού με δέσμη που έχει τη συγκεκριμένη διασπορά ενέργειας. Η τιμή του



Σχήμα 4.14: Διέγερση (α) και αποσυντονισμός (β) του ρυθμού λειτουργίας $TE_{34,19}$ στην κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER για ηλεκτρονική δέσμη με $\alpha_{op} = 1.3$ και με διασπορά στην αρχική κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων από 1 % rms έως 4 % rms. Στον άνω οριζόντιο άξονα φαίνονται οι τιμές της βηματικά αυξανόμενης τάσης της δέσμης που αντιστοιχούν στα διάφορα χρονικά διαστήματα.



Σχήμα 4.15: Επίδοση του ρυθμού λειτουργίας TE_{34,19} γύρω από το σημείο λειτουργίας 90 kV, 80 A του γυροτρονίου για το ITER. Εικονίζονται μονορρυθμικές προσομοιώσεις για ηλεκτρονική δέσμη με $\alpha_{op} = 1.3$ και με διασπορά στην αρχική κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων από 1 % rms έως 4 % rms. Στον άνω οριζόντιο άξονα φαίνονται οι τιμές της βηματικά αυξανόμενης τάσης της δέσμης που αντιστοιχούν στα διάφορα χρονικά διαστήματα.

λόγου ταχυτήτων α στο σημείο λειτουργίας λαμβάνεται πάντοτε ίση με 1.3. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων δίνονται στο σχήμα 4.14α. Είναι ενθαρρυντικό ότι ο ρυθμός λειτουργίας TE_{34,19} συνεχίζει να διεγείρεται μετά τον TE_{35,19} ακόμη και για μεγάλες τιμές της διασποράς στην αρχική κινητική ενέργεια. Όσο αυξάνει η διασπορά, η διέγερση αυτή λαμβάνει χώρα σε χαμηλότερες τιμές της τάσης. Ανάλογες προσομοιώσεις για τη διερεύνηση της περιοχής αποσυντονισμού του ρυθμού λειτουργίας περιλαμβάνουν τους ρυθμούς TE_{34,19}, TE_{33,19} και TE_{35,18} και φαίνονται στο σχήμα 4.14β. Ο ρυθμός TE_{33,19} διαδέχεται πάντοτε τον TE_{34,19}. Όμως τα περιθώρια ανεκτής υπέρβασης της τάσης λειτουργίας στενεύουν επικίνδυνα για διασπορές κινητικής ενέργειας μεγαλύτερες από 3 % rms, αφού είναι μικρότερα από 1.7 % του $V_{b,op} = 90$ kV.

Όπως αναμένεται, η διασπορά στην αρχική κινητική ενέργεια οδηγεί σε πτώση της απόδοσης αλληλεπίδρασης στο σημείο λειτουργίας. Οι σχετικές μονορρυθμικές προσομοιώσεις με το ρυθμό λειτουργίας TE_{34,19} γύρω από την τάση λειτουργίας φαίνονται στο σχήμα 4.15, ενώ στον πίνακα 4.7 συνοψίζονται τα αποτελέσματα για την ισχύ που δίνει ο ρυθμός λειτουργίας και για την απόδοση της αλληλεπίδρασης. Στον πίνακα φαίνεται και η περίπτωση διασποράς 0.5 % rms στην αρχική κινητική ενέργεια η οποία δεν παρουσιάζεται στα σχήματα 4.14 και 4.15. Το γενικό συμπέρασμα είναι ότι ακόμη και για μεγάλη διασπορά στην αρχική κινητική ενέργεια δεν διακυβεύεται η σειρά διαδοχής TE_{35,19} – TE_{34,19} – TE_{33,19} και η πτώση απόδοσης δεν είναι δραματική. Η πιο αξιοσημείωτη συνέπεια της διασποράς στην ενέργεια είναι η ελάττωση του περιθωρίου υπέρβασης της τάσης λειτουργίας. Με δεδομένο πάντως ότι η αναμενόμενη διασπορά

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.7

Επίδοση του Ρυθμού Λειτουργίας TE_{34,19} του Γυροτρονίου για το ITER
στο Σημείο Λειτουργίας 90 kV, 80 A

Διασπορά στην Αρχική Κινητική Ενέργεια (rms)	Ισχύς $P_{out} + P_{ohm}$ (μέση) (kW)	Απόδοση Αλληλεπίδρασης $(P_{out} + P_{ohm})/(V_b I_b)$
0 %	2865	39.8 %
0.5 %	2860	39.7 %
1 %	2850	39.6 %
2 %	2810	39.0 %
3 %	2730	37.9 %
4 %	2590	36.0 %

κινητικής ενέργειας στο γυροτρόνιο για το ITER είναι 0.3-0.5 % rms, δεν φαίνεται να δημιουργούνται προβλήματα λόγω αυτής. Οι υπολογισμοί αυτής της παραγράφου αποσκοπούν στο να δώσουν μια εικόνα για την επίδραση ακόμη και μεγάλων διασπορών ενέργειας στη λειτουργία του γυροτρονίου και πραγματοποιήθηκαν κατόπιν υπόδειξης από το FZK επειδή το αριθμητικό πακέτο CAVITY που χρησιμοποιείται εκεί δεν έχει τη δυνατότητα προσομοιώσεων με διασπορά στην αρχική ενέργεια των ηλεκτρονίων.

4.2.6 Επιχειρήματα για τη χρήση τυχαίων αρχικών τιμών

Στις μέχρι τώρα προσομοιώσεις κάθε μέτωπο ηλεκτρονίων που εισέρχεται στην κοιλότητα τη χρονική στιγμή t απαρτίζεται από $N_q = N_\gamma N_a N_\Lambda N_R N_\Phi$ ηλεκτρόνια, δηλαδή από N_q διαφορετικά διανύσματα αρχικών τιμών $\mathbf{q}_{in,i}(t) = [\gamma_{in,i}(t), u_{\perp in,i}(t), \Lambda_{in,i}, R_{ein,i}, \Phi_{ei}]$. Χρησιμοποιούνται N_Λ ισαπέχουσες τιμές στο $[0, 2\pi)$ για τη φάση $\Lambda_{in,i}$, N_Φ ισαπέχουσες τιμές στο $[0, 2\pi)$ για τη γωνία Φ_{ei} , N_R ισαπέχουσες τιμές γύρω από την τιμή R_{einM} για την ακτίνα $R_{ein,i}$, N_γ συγκεκριμένες τιμές με κανονική κατανομή γύρω από την τιμή γ_{inM} για το σχετικιστικό παράγοντα $\gamma_{in,i}$ και N_a συγκεκριμένες τιμές με κανονική κατανομή γύρω από την τιμή $\alpha = \beta_{\perp inM}/\beta_{\parallel inM}$ για το λόγο ταχυτήτων $\alpha_i = \beta_{\perp in,i}/\beta_{\parallel in,i}$. Με τον τρόπο αυτό έχουμε “τακτοποιημένες” αρχικές τιμές και οι χρησιμοποιούμενες τιμές για τα $\Lambda_{in,i}$, $R_{ein,i}$, Φ_{ei} είναι πάντοτε οι ίδιες σε κάθε χρονικό βήμα. Σε περίπτωση σταθερής τάσης δέσμης V_b (όπως συμβαίνει π.χ. σε κάθε διάστημα σταθερής τάσης στις προσομοιώσεις με βηματική αύξηση του V_b) οι χρησιμοποιούμενες τιμές $\gamma_{in,i}$ και α_i είναι επίσης οι ίδιες σε κάθε χρονικό βήμα, οπότε τελικά χρησιμοποιούνται τα ίδια διανύσματα αρχικών τιμών $\mathbf{q}_{in,i}$ σε κάθε χρονικό βήμα. Υπενθυμίζουμε επίσης ότι η χρήση ισαπεχόντων $\Lambda_{in,i}$ και Φ_{ei} εισάγει περιορισμούς στην επιλογή του αριθμού N_Λ και ιδιαίτερα του αριθμού N_Φ σύμφωνα με τα κριτήρια διαιρετότητας που αναφέρονται στην §4.1.3.

Αυτή η χρήση “τακτοποιημένων” αρχικών τιμών είναι η κοινή πρακτική στις προσομοιώσεις αλληλεπίδρασης στα γυροτρόνια. Το σκεπτικό είναι ότι στην αντίθετη περίπτωση, δηλαδή με τη χρήση τυχαίων αρχικών τιμών, θα εισαχθεί αριθμητικός θόρυβος για τον περιορισμό του οποίου θα απαιτηθεί μεγαλύτερος αριθμός ηλεκτρονίων άρα οι προσομοιώσεις θα γίνουν πιο χρονοβόρες. Για παράδειγμα, στις προσομοιώσεις των σχημάτων 4.10-4.11 όπου δεν λαμβάνονται υπόψη διασπορές ($N_\gamma N_a N_R = 1$) είναι

$N_q = N_\Lambda N_\Phi = 551$. Όπως θα δούμε στην επόμενη παράγραφο, αν στις προσομοιώσεις αυτές χρησιμοποιήσουμε τυχαία $\Lambda_{in,i}$ και Φ_{ei} με ομοιόμορφη κατανομή στο $[0, 2\pi)$, ο αριθμητικός θόρυβος στην ισχύ των ρυθμών που συμμετέχουν στην αλληλεπίδραση θα είναι ~ 50 W, δηλαδή περίπου 2 % της ισχύος λειτουργίας του γυροτρονίου (2900 kW). Θεωρώντας ότι ο αριθμητικός θόρυβος είναι γενικά ανάλογος της ποσότητας $N_q^{-1/2}$, συνάγουμε ότι για να περιορίσουμε π. χ. τον αριθμητικό θόρυβο στο 0.5 % της ισχύος λειτουργίας θα πρέπει να επιλέξουμε $N_q = N_\Lambda N_\Phi \sim 10000$ με προφανή αύξηση του υπολογιστικού χρόνου. Παρόλα αυτά όμως, το πλεονέκτημα μικρότερου αριθμού ηλεκτρονίων που σχετίζεται με τις “τακτοποιημένες” αρχικές τιμές εξανεμίζεται όταν λαμβάνονται υπόψη διασπορές. Όπως σχολιάζεται στο [94] αλλά και όπως φάνηκε στις παραγράφους 4.2.4 και 4.2.5, η εισαγωγή διασποράς σε ένα μόνο εκ των $\gamma_{in,i}$, α_i , $R_{ein,i}$ αυξάνει τον αριθμό ηλεκτρονίων N_q κατά μια τάξη μεγέθους. Έτσι στις πολυρρυθμικές προσομοιώσεις των §4.2.4, §4.2.5 είχαμε $N_q = 3857$. Η προσομοίωση με ταυτόχρονη διασπορά στην αρχική ενέργεια και στην ακτίνα του κέντρου περιστροφής των ηλεκτρονίων θα απαιτούσε $N_q = 26999$. Είναι λοιπόν φανερό ότι σε περιπτώσεις μελέτης διασπορών, η χρήση τυχαίων αρχικών τιμών όχι μόνο δεν είναι προβληματική αλλά υπερτερεί σε σχέση με τη χρήση “τακτοποιημένων” αρχικών τιμών. Από τα παραπάνω μπορούμε να εκτιμήσουμε ότι χρησιμοποιώντας μέτωπο με 10000 ηλεκτρόνια, σε καθένα από τα οποία αποδίδεται ένα τυχαίο διάνυσμα $\mathbf{q}_{in,i}$, όπου οι τιμές $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} , $R_{ein,i}$ είναι τυχαίες μεταβλητές με ομοιόμορφη κατανομή και οι τιμές $\gamma_{in,i}$, α_i είναι τυχαίες μεταβλητές με κανονική κατανομή, μπορούμε να μελετήσουμε ικανοποιητικά ταυτόχρονη διασπορά στα $\gamma_{in,i}$, α_i , $R_{ein,i}$. Με χρήση “τακτοποιημένων” αρχικών τιμών θα έπρεπε να χρησιμοποιήσουμε περίπου 190000 ηλεκτρόνια για την ίδια προσομοίωση (π. χ. $N_\Lambda = 29$, $N_\Phi = 19$, $N_\gamma = 7$, $N_\alpha = 7$, $N_R = 7$).

Πέρα όμως από την περίπτωση της ύπαρξης διασπορών, πιστεύουμε ότι η χρήση τυχαίων αρχικών τιμών ενδείκνυται ακόμη και όταν αυτές δεν λαμβάνονται υπόψη, δηλαδή όταν $N_q = N_\Lambda N_\Phi$. Ο λόγος για αυτό έχει να κάνει με τη φύση της χρονικής εξέλιξης της προσομοίωσης. Το μέτωπο των N_q ηλεκτρονίων τη χρονική στιγμή t_1 που χαρακτηρίζεται από το σύνολο τυχαίων διανυσμάτων αρχικών τιμών $Q_{in}(t_1) = \{\mathbf{q}_{in,1}(t_1), \mathbf{q}_{in,2}(t_1), \dots, \mathbf{q}_{in,i}(t_1), \dots, \mathbf{q}_{in,N_q}(t_1)\}$ εισάγει, λόγω τυχαιότητας, μια μη φυσική ασυμμετρία στον όρο διέγερσης του πεδίου, η οποία αντικατοπτρίζεται σαν σφάλμα στις νέες τιμές των πλατών και των συχνοτήτων των ρυθμών τη στιγμή $t_2 = t_1 + \Delta t$. Το επόμενο μέτωπο ηλεκτρονίων με σύνολο τυχαίων διανυσμάτων αρχικών τιμών $Q_{in}(t_2)$ εισάγει και πάλι μια ασυμμετρία, διαφορετική όμως από την προηγούμενη διότι $Q_{in}(t_2) \neq Q_{in}(t_1)$ αφού οι νέες τυχαίες τιμές των $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} είναι διαφορετικές από τις προηγούμενες. Το χρονικό βήμα Δt όμως επιλέγεται αρκετά μικρό ώστε οι μεταβολές των χαρακτηριστικών τιμών των ρυθμών από τη μία χρονική στιγμή στην επόμενη να είναι μικρές. Έτσι η ασυμμετρία του νέου μετώπου πιθανώς να αναιρέσει αυτή που εισήγαγε το προηγούμενο, οπότε ακόμη και με σχετικά μικρό αριθμό ηλεκτρονίων ανά μέτωπο μπορούμε να έχουμε σωστή εκτίμηση για την εξέλιξη του υψίσυχνου πεδίου. Αντίθετα, στην περίπτωση μη τυχαίων ισαπεχουσών τιμών των $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} δεν εισάγεται μεν κάποια ασυμμετρία αλλά μπορεί να εισάγεται ένα συστηματικό σφάλμα. Ο λόγος είναι ότι το σύνολο των αρχικών σχετικών φάσεων των ηλεκτρονίων του μετώπου ως προς το πεδίο παραμένει απαράλλακτο για κάθε νέο μέτωπο, αφού οι χρησιμοποιούμενες τιμές των $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} είναι πάντα οι ίδιες. Αυτή η συστηματικότητα, που γίνεται εντονότερη όσο μικραίνει ο αριθμός N_Φ των γωνιών Φ_{ei} , μπορεί να παίζει σημαντικό ρόλο όταν το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών είναι πυκνό διότι τότε μια μικρή αριθμητική πριμοδότηση ενός ρυθμού είναι αρκετή για την επικράτησή του έναντι των υπολοίπων. Με το γεγονός αυτό σχετίζεται και το ότι στο [94] παρατηρείται ότι απαιτούνται εκατοντάδες (και όχι δεκάδες) γωνίες Φ_{ei} για αξιόπιστα αποτελέσματα προσομοίωσης σε

πυκνό φάσμα συμπεριστρεφόμενων και αντιπεριστρεφόμενων ανταγωνιστικών ρυθμών, πράγμα που σχολιάσαμε ήδη στην παράγραφο 4.1.3.

Από τα παραπάνω συνάγουμε ότι, γενικά, το ενδεχόμενο πλεονέκτημα της χρήσης μη τυχαίων ισαπεχουσών τιμών $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} είναι ο σχετικά μικρός αριθμός N_q των απαιτούμενων ηλεκτρονίων για αξιόπιστες προσομοιώσεις. Σε περιπτώσεις όμως που η φύση του προβλήματος επιβάλλει μεγάλο αριθμό N_q (π. χ. μελέτη διασπορών, πυκνό φάσμα ανταγωνιστικών ρυθμών), η χρήση τυχαίων τιμών $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} είναι προτιμητέα διότι δεν εισάγει συστηματικό σφάλμα. Αυτός ο συλλογισμός επαληθεύθηκε από προσομοιώσεις εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER με τυχαία $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} . Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων αυτών έδειξαν πολύ μεγαλύτερη ευστάθεια ως προς τις αριθμητικές παραμέτρους σε σχέση με εκείνα με μη τυχαία ισαπέχοντα $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} (§4.2.3) και παρουσιάζονται ενδεικτικά στην επόμενη παράγραφο.

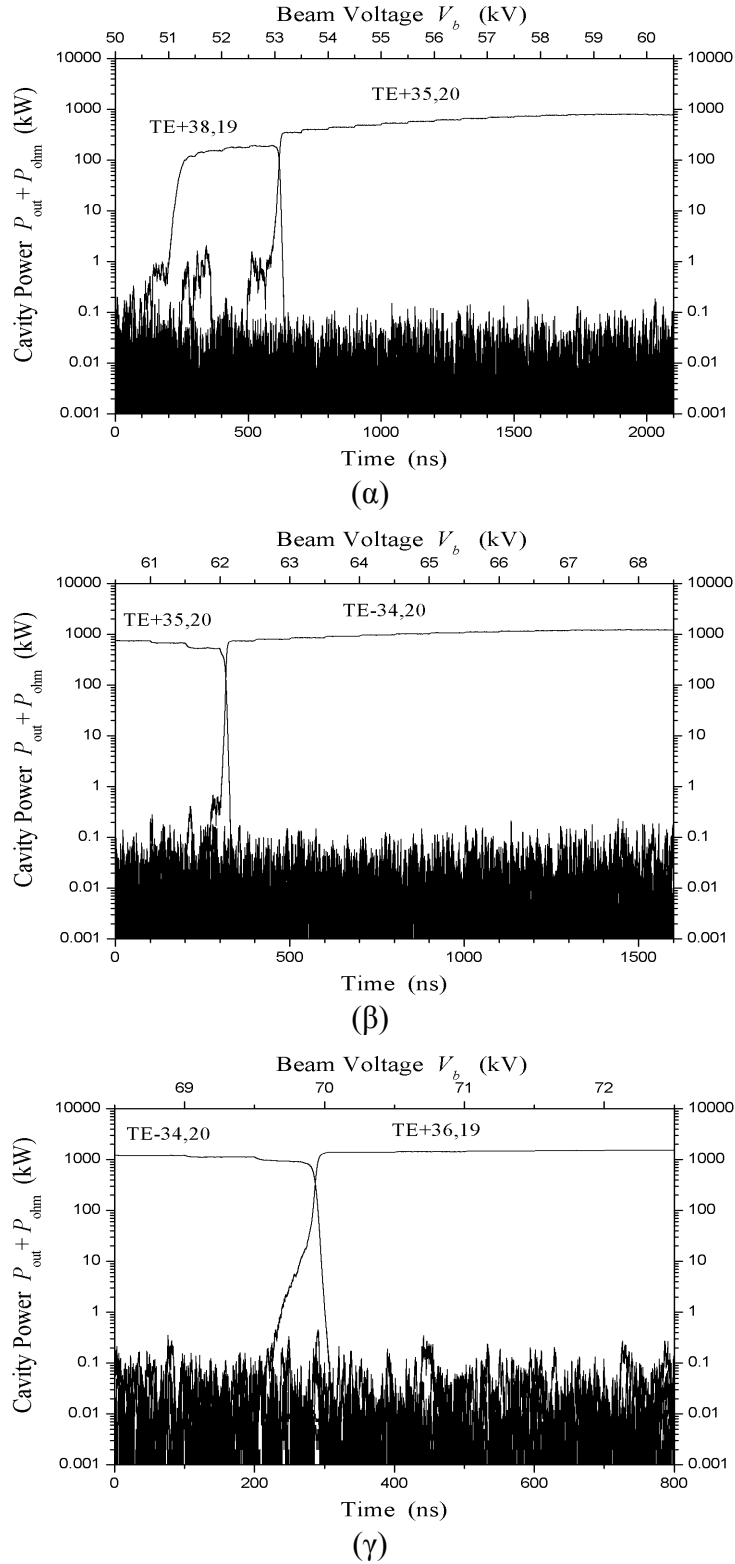
Σημειώνουμε τέλος ότι με τη χρήση τυχαίων αρχικών τιμών παύουν προφανώς να υπάρχουν οι περιορισμοί στην επιλογή των N_Λ , N_Φ σύμφωνα με τα κριτήρια διαιρετότητας της §4.1.3, οι οποίοι είχαν προκύψει λόγω της χρήσης μη τυχαίων ισαπεχουσών τιμών $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} . Όταν χρησιμοποιούνται τυχαίες αρχικές τιμές, απαιτείται μόνο η τιμή του συνολικού αριθμού ηλεκτρονίων N_q (σε καθένα από τα οποία αντιστοιχίζεται ένα τυχαίο διάνυσμα $\mathbf{q}_{in,i}$) και όχι οι τιμές N_Λ , N_Φ , N_γ , N_a , N_R χωριστά.

4.2.7 Προσομοιώσεις εκκίνησης με χρήση τυχαίων αρχικών τιμών

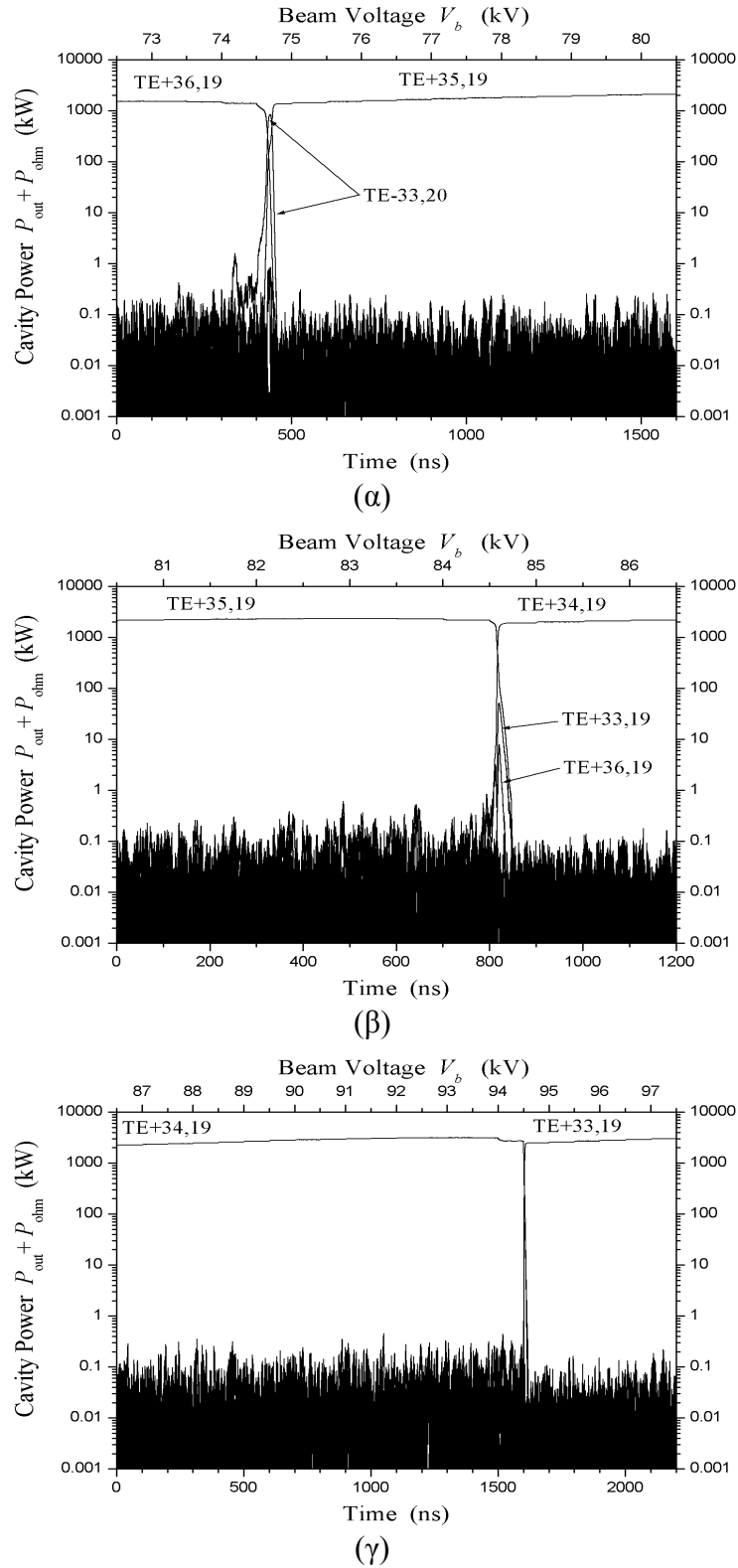
Στις προσομοιώσεις εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER με χρήση τυχαίων αρχικών τιμών $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} ακολουθούμε καταρχήν τη λογική της παραγράφου 4.2.3. Για λόγους σύγκρισης επαναλάβουμε την προσομοίωση των σχημάτων 4.10-4.11 χρησιμοποιώντας τις ίδιες αριθμητικές παραμέτρους και τον ίδιο αριθμό ηλεκτρονίων $N_q = N_\Lambda N_\Phi = 551$ αλλά με τυχαία (και όχι ακριβώς ισαπέχοντα) $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} που ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0, 2\pi)$. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα 4.16 και 4.17. Αντίστοιχες προσομοιώσεις με χρήση περισσότερων ηλεκτρονίων ($N_q = 1015$) παρουσιάζονται στα σχήματα 4.18 και 4.19, όπου παρατηρείται ελάττωση της μέσης στάθμης ισχύος των μη διεγερμένων ρυθμών πράγμα που είναι αναμενόμενο αφού η αύξηση του αριθμού των ηλεκτρονίων ελαττώνει τον αριθμητικό θόρυβο λόγω τυχειότητας. Το σενάριο διαδοχής ρυθμών που προκύπτει και στις δύο περιπτώσεις είναι το TE_{35,20} – TE_{-34,20} – TE_{36,19} – TE_{35,19} – TE_{34,19} – TE_{33,19}. Με δεδομένο ότι αυτό το σενάριο εκκίνησης παρέμεινε αναλλοίωτο σε πληθώρα δοκιμαστικών προσομοιώσεων, μπορούμε να το θεωρήσουμε έγκυρο. Η αποτελεσματικότητα της χρήσης τυχαίων μεταβλητών αποδείχθηκε από το γεγονός ότι τα προβλήματα αστάθειας του σεναρίου εκκίνησης, τα οποία παρατηρούνταν στις προσομοιώσεις με ισαπέχουσες τιμές $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} (§4.2.3), περιορίστηκαν εντυπωσιακά. Επιπλέον, αποδεικνύεται ότι η διέγερση των παρασιτικών ρυθμών TE_{59,42}, TE_{-31,20}, σε χαμηλή ισχύ που εμφανίζεται στις προσομοιώσεις των σχημάτων 4.5-4.9 είναι ένδειξη του συστηματικού σφάλματος που προέρχεται από τη χρήση ισαπεχουσών τιμών $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} και δεν αντικατοπτρίζει κάποια φυσική συμπεριφορά. Είναι επίσης αξιοσημείωτο ότι ακόμη και με μικρό αριθμό ηλεκτρονίων ($N_q \sim 500$), ο οποίος εισάγει σημαντικό θόρυβο λόγω τυχειότητας, τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων ήδη συμφωνούν με εκείνα που προκύπτουν για αρκετά μεγαλύτερο N_q .

Η σειρά διαδοχής TE_{36,19} – TE_{35,19} – TE_{34,19} συμφωνεί με αυτήν που προβλέπει ο αυτοσυνεπής κώδικας COAXIAL. Η προσομοίωση εκκίνησης με τον COAXIAL, ο οποίος τροποποιήθηκε κατάλληλα ώστε να χρησιμοποιεί τυχαία $\Lambda_{in,i}$, Φ_{ei} , παρουσιάζεται στο

4.2 Εφαρμογές του Κώδικα στο Ομοαξονικό Γυροτρόνιο για το ITER

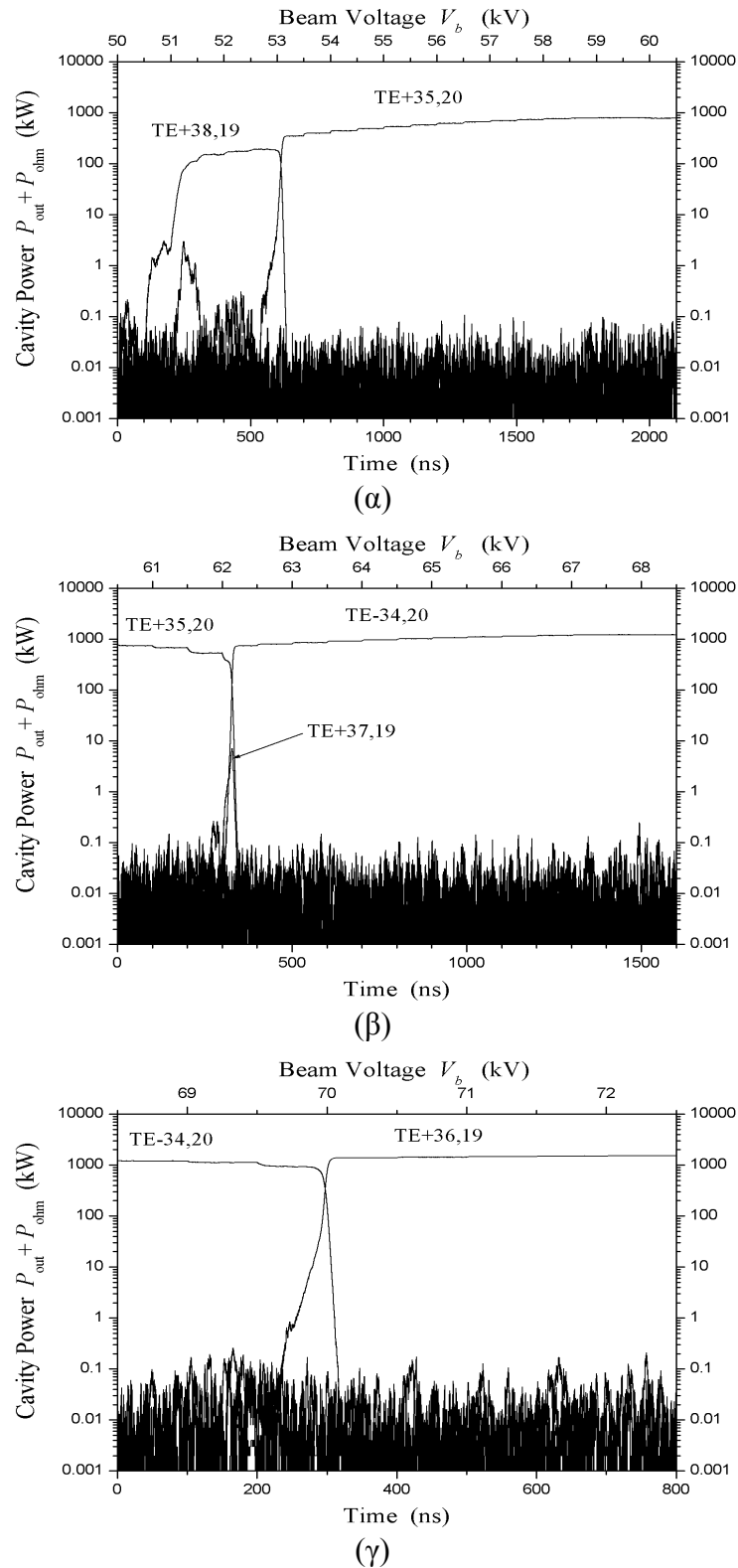


Σχήμα 4.16: Προσομοίωση εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER με βηματική αύξηση της τάσης V_b και χρήση τυχαίων αρχικών τιμών. Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι: Βήμα τάσης 0.5 kV, $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_b/V_0)]$, στάθμη θορύβου 10 mW, $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.02$ ns, $N_q = 551$ ($= N_\lambda N_\phi$). (α) Αύξηση της τάσης από τα 50 kV έως τα 60 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{38,19}, TE_{35,20}, TE_{37,19}, TE_{60,42} και TE_{34,20}. (β) Αύξηση της τάσης από τα 60.5 kV έως τα 68 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{35,20}, TE_{37,19}, TE_{60,42}, TE_{34,20}, TE_{59,42}, TE_{36,19} και TE_{33,20}. (γ) Αύξηση της τάσης από τα 68.5 kV έως τα 72 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{34,20}, TE_{59,42}, TE_{36,19}, TE_{33,20}, TE_{59,41} και TE_{35,19}.

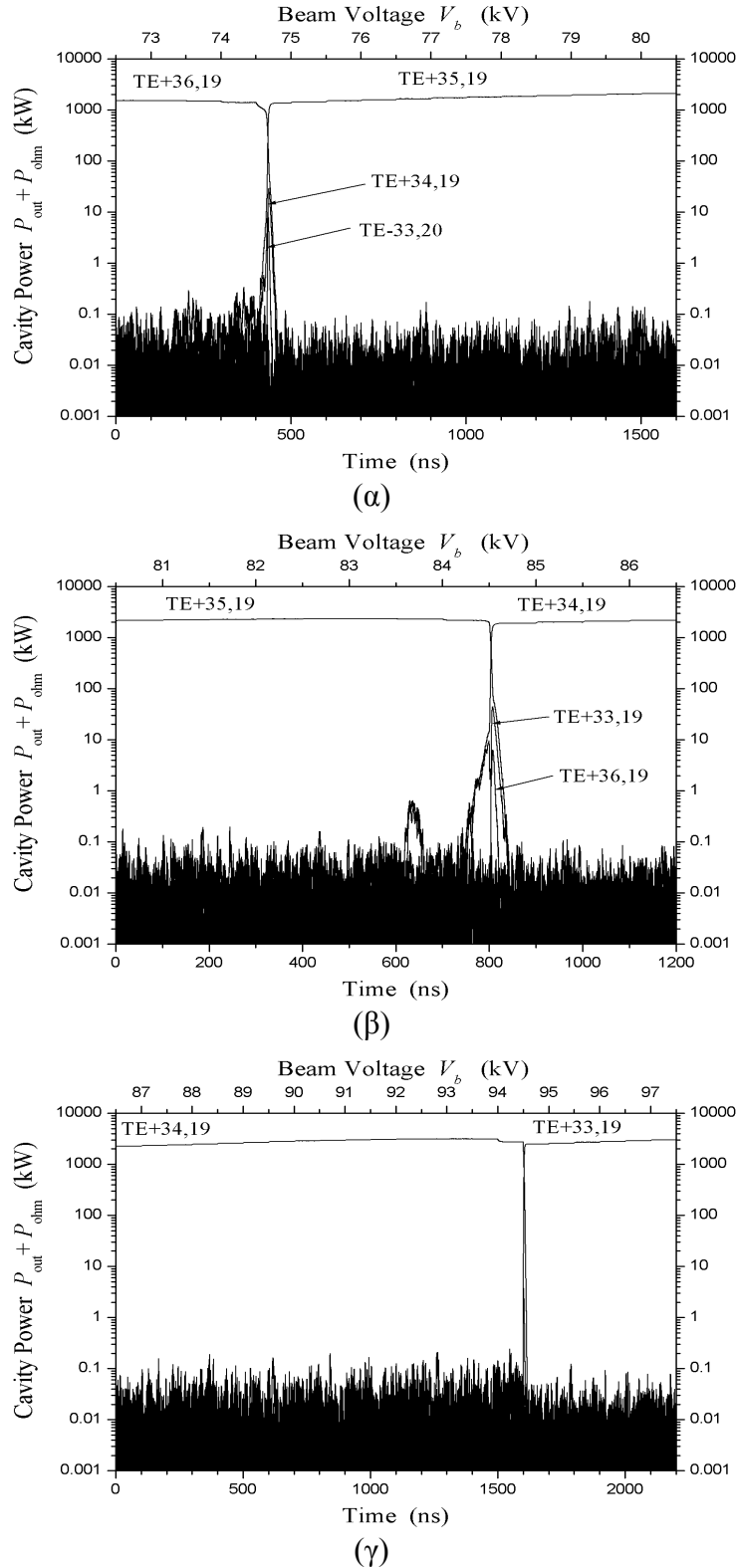


Σχήμα 4.17: Προσομοίωση εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER με βηματική αύξηση της τάσης V_b και χρήση τυχαίων αρχικών τιμών. Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι: Βήμα τάσης 0.5 kV, $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_b/V_0)]$, στάθμη θορύβου 10 mW, $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.02$ ns, $N_g = 551$ ($= N_\Lambda N_\phi$). (α) Αύξηση της τάσης από τα 72.5 kV έως τα 80 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{59,42}, TE_{36,19}, TE_{33,20}, TE_{59,41}, TE_{35,19}, TE_{58,41}, TE_{34,19}, TE_{32,20} και TE_{57,41}. (β) Αύξηση της τάσης από τα 80.5 kV έως τα 86 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{36,19}, TE_{35,19}, TE_{58,41}, TE_{32,20}, TE_{34,19}, TE_{57,41}, TE_{31,20}, TE_{58,40} και TE_{33,19}. (γ) Αύξηση της τάσης από τα 86.5 kV έως τα 97 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{34,19}, TE_{31,20}, TE_{58,40}, TE_{33,19} και TE_{35,18}.

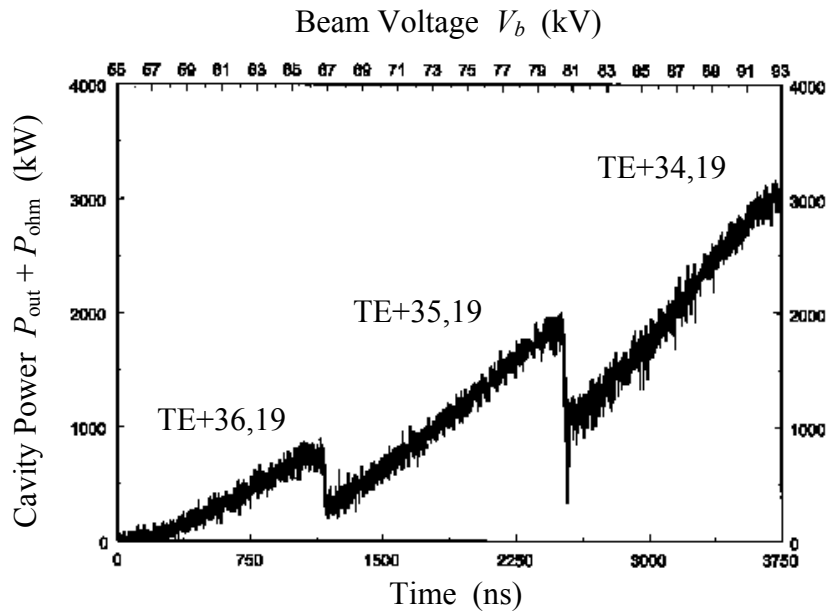
4.2 Εφαρμογές του Κώδικα στο Ομοαξονικό Γυροτρόνιο για το ITER



Σχήμα 4.18: Προσομοίωση εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER με βηματική αύξηση της τάσης V_b και χρήση τυχαίων αρχικών τιμών. Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι: Βήμα τάσης 0.5 kV, $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_b/V_0)]$, στάθμη θορύβου 10 mW, $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.02$ ns, $N_q = 1015$ ($= N_{\Lambda} N_{\Phi}$). (α) Αύξηση της τάσης από τα 50 kV έως τα 60 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{38,19}, TE_{35,20}, TE_{37,19}, TE_{60,42} και TE_{34,20}. (β) Αύξηση της τάσης από τα 60.5 kV έως τα 68 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{35,20}, TE_{37,19}, TE_{60,42}, TE_{34,20}, TE_{59,42}, TE_{36,19} και TE_{33,20}. (γ) Αύξηση της τάσης από τα 68.5 kV έως τα 72 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{34,20}, TE_{59,42}, TE_{36,19}, TE_{33,20}, TE_{59,41} και TE_{35,19}.



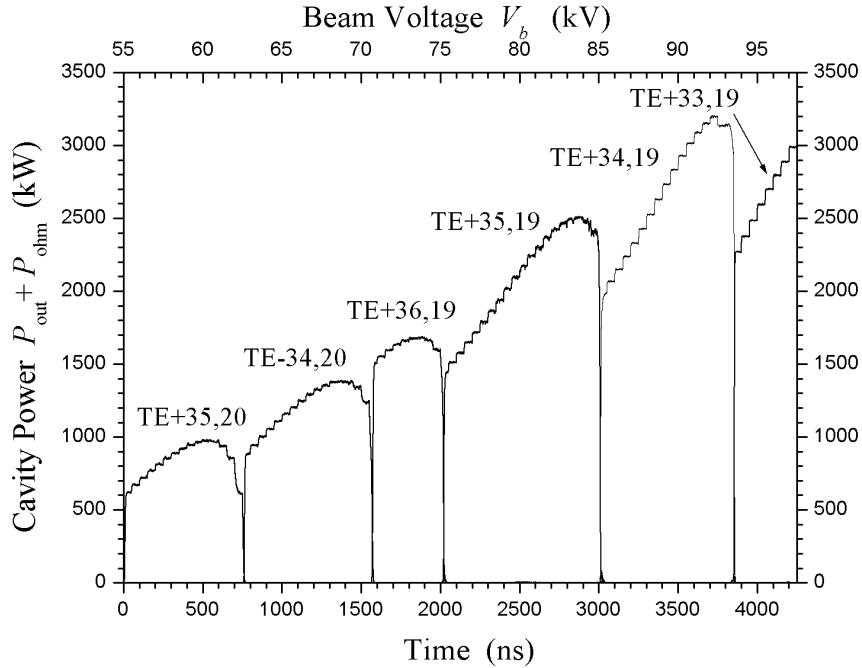
Σχήμα 4.19: Προσομοίωση εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER με βηματική αύξηση της τάσης V_b και χρήση τυχαίων αρχικών τιμών. Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι: Βήμα τάσης 0.5 kV, $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_b/V_0)]$, στάθμη θορύβου 10 mW, $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.02$ ns, $N_q = 1015$ ($= N_\Lambda N_\phi$). (α) Αύξηση της τάσης από τα 72.5 kV έως τα 80 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{59,42}, TE_{36,19}, TE_{33,20}, TE_{59,41}, TE_{35,19}, TE_{58,41}, TE_{34,19}, TE_{32,20} και TE_{57,41}. (β) Αύξηση της τάσης από τα 80.5 kV έως τα 86 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{36,19}, TE_{35,19}, TE_{58,41}, TE_{32,20}, TE_{34,19}, TE_{57,41}, TE_{31,20}, TE_{58,40} και TE_{33,19}. (γ) Αύξηση της τάσης από τα 86.5 kV έως τα 97 kV. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{34,19}, TE_{31,20}, TE_{58,40}, TE_{33,19} και TE_{35,18}.



Σχήμα 4.20: Προσομοίωση εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER από τον αυτοσυνεπή κώδικα *COAXIAL* με βηματική αύξηση της τάσης V_b από τα 55 kV έως τα 92.5 kV και χρήση τυχαίων αρχικών τιμών. Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι: Βήμα τάσης 0.5 kV, $\Delta z = 0.1$ mm, $\Delta t = 0.1$ ns, $N_q = 247$ ($= N_\Lambda N_\Phi$). Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{35,20}, TE_{37,19}, TE_{-34,20}, TE_{36,19}, TE_{-33,20}, TE_{35,19}, TE_{-32,20}, TE_{34,19}, TE_{-31,20}, TE_{33,19} και TE_{35,18}.

σχήμα 4.20. Όπως σχολιάστηκε στην παράγραφο 4.2.3, η διέγερση των ρυθμών σε χαμηλότερες τιμές της τάσης είναι αναμενόμενη επειδή ο *COAXIAL* είναι αυτοσυνεπής ως προς το αξονικό προφίλ του πεδίου [6-κεφ. 5]. Για την επιτάχυνση των υπολογισμών και επειδή έχει δειχθεί ότι οι ρυθμοί δεύτερης αρμονικής δεν είναι σημαντικοί ανταγωνιστές, η προσομοίωση με τον *COAXIAL* δεν περιλαμβάνει τέτοιους ρυθμούς. Για τον ίδιο λόγο και επειδή ο αυτοσυνεπής κώδικας απαιτεί μικρό χωρικό βήμα Δz , χρησιμοποιήθηκε μεγάλο χρονικό βήμα και μικρός αριθμός ηλεκτρονίων, οπότε τα αποτελέσματα παρουσιάζουν έντονο θόρυβο.

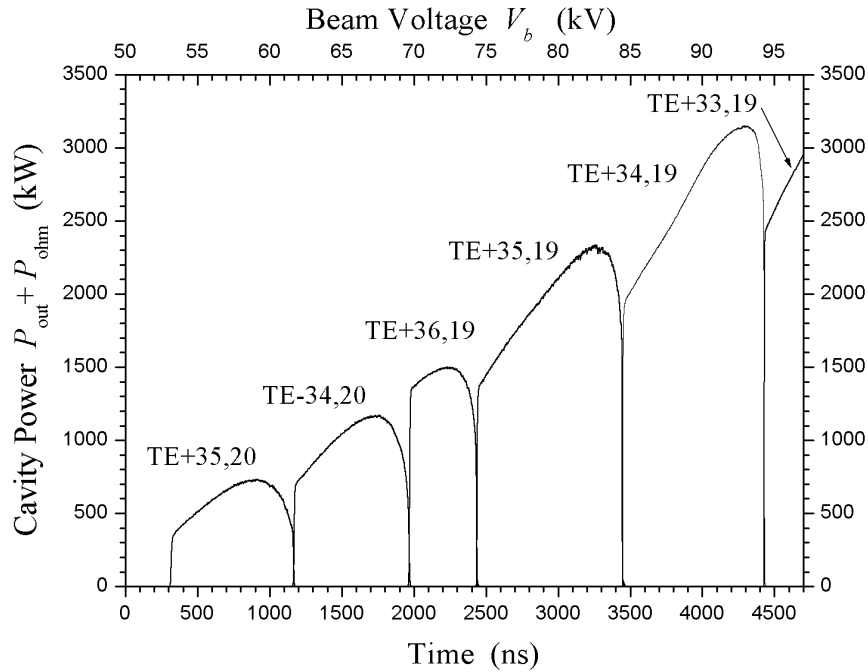
Μέχρι τώρα παρουσιάσαμε τμηματικές προσομοιώσεις εκκίνησης με διαφορετικούς συμμετέχοντες ρυθμούς σε κάθε τμήμα. Αυτό έγινε για να περιορίσουμε το χρόνο υπολογισμού εξαιρώντας κάθε φορά από την προσομοίωση εκείνους τους ρυθμούς που δεν είναι πιθανό να διεγερθούν. Η τακτική αυτή είναι γενικά δικαιολογημένη και οδηγεί σε σωστά συμπεράσματα. Υπάρχει όμως περίπτωση ένας ρυθμός που έχει διεγερθεί σε κάποια τιμή της τάσης και έχει αποδιεγερθεί σε κάποια άλλη τιμή, να συμμετέχει ξανά στην ανταγωνιστική διαδικασία σε κάποια υψηλότερη τιμή της τάσης. Τέτοια είναι για παράδειγμα η περίπτωση του ρυθμού TE_{36,19} στα σχήματα 4.17β και 4.19β. Κατά τη μετάβαση από τον TE_{35,19} στον TE_{34,19} στα 84.5 kV διεγείρεται και πάλι προσωρινά ο TE_{36,19} παρόλο που είχε ήδη διεγερθεί και αποδιεγερθεί στο διάστημα 69.5 kV – 74.5 kV. Ο ρυθμός TE_{36,19} βέβαια δεν επικρατεί στα 84.5 kV, αφού η τάση αυτή είναι μακριά από το διάστημα ευστάθειάς του. Η προσωρινή διέγερσή του όμως μπορεί να επηρεάσει το σενάριο διαδοχής του TE_{35,19}. Με δεδομένο ότι το ρεύμα εκκίνησης του TE_{36,19} στα 84.5 kV είναι πάρα πολύ υψηλό (σχήμα 4.4), η προσωρινή του διέγερση οφείλεται σε πριμοδότησή του λόγω της διαμόρφωσης της ηλεκτρονικής που προξενεί ο φθίνων TE_{35,19}. Αυτή η συνεργασία μεταξύ ρυθμών με ίδιο ακτινικό δείκτη p και γειτονικούς αζιμουθιακούς δείκτες m είναι



Σχήμα 4.21: Προσομοίωση εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER με βηματική αύξηση της τάσης V_b από τα 55 kV έως τα 97 kV και χρήση τυχαίων αρχικών τιμών. Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι: Βήμα τάσης 0.5 kV, $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_b/V_0)]$, $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.025$ ns, $N_q = 570$ ($= N_\Lambda N_\Phi$). Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{35,20}, TE_{37,19}, TE_{34,20}, TE_{36,19}, TE_{33,20}, TE_{35,19}, TE_{32,20}, TE_{34,19}, TE_{31,20}, TE_{33,19} και TE_{35,18}.

ένα γνωστό φαινόμενο [94]. Σε περίπτωση που είχαμε εξαιρέσει τον TE_{36,19} από τις προσομοιώσεις των σχημάτων 4.17β, 4.19β (με το σύνηθες επιχείρημα ότι έχει παρέλθει το διάστημα τάσεων στο οποίο επικράτησε έναντι των υπολοίπων ρυθμών) δεν θα λαμβάναμε υπόψη το ρόλο του στη διαδοχή TE_{35,19}, ο οποίος είναι ενδεχομένως σημαντικός. Οι τμηματικές προσομοιώσεις εγκυμονούν τέτοιους κινδύνους. Για το λόγο αυτό πραγματοποιήσαμε και προσομοιώσεις στις οποίες περιλάβαμε σε όλες τις τιμές της τάσης όλους τους ρυθμούς που μπορούν να διεγερθούν κατά την εκκίνηση. Παρουσιάζουμε ενδεικτικά μια από αυτές στο σχήμα 4.21. Για τους ίδιους λόγους που εκτέθηκαν σχετικά με την προσομοίωση του σχήματος 4.20 δεν συμπεριλάβαμε ρυθμούς δεύτερης αρμονικής αλλά ούτε και τον TE_{38,19} που δίνει γρήγορα τη θέση του στον TE_{35,20}. Βλέπουμε ότι και σε αυτή την προσομοίωση η σειρά διαδοχής των ρυθμών παραμένει η ίδια. Δικαιώνεται έτσι η προηγούμενη πρακτική τμηματικών προσομοιώσεων με επιλεγμένους κάθε φορά ρυθμούς η οποία είναι και συντομότερη.

Σε όλες τις προσομοιώσεις που έχουμε παρουσιάσαμε ως εδώ χρησιμοποιήσαμε βηματική αύξηση της τάσης. Ο κύριος λόγος ήταν η δυνατότητα σύγκρισης με τα αποτελέσματα του αυτοσυνεπούς κώδικα COAXIAL που επίσης χρησιμοποιεί βηματική αύξηση της τάσης. Η συνεχής γραμμική αύξηση της τάσης είναι κοντύτερα στην πραγματικότητα αλλά το κύριο πρόβλημά της έγκειται στον κίνδυνο της μη αποκατάστασης αριθμητικής ευστάθειας σε ό,τι αφορά τα πλάτη και τις συχνότητες των ρυθμών. Από την άλλη πλευρά η βηματική αύξηση της τάσης δεν παρουσιάζει μεν αυτό το πρόβλημα αλλά το γεγονός ότι αγνοούνται κάποιες ενδιάμεσες τιμές της τάσης μπορεί να οδηγήσει σε απώλεια πληροφορίας για την εξέλιξη των ρυθμών, αρκετή ώστε να επηρεάσει το σενάριο διαδοχής σε περιπτώσεις πυκνού φάσματος ανταγωνιστών. Με δεδομένο ότι η αποκατάσταση αριθμητικής ευστάθειας είναι ευκολότερη στους κώδικες



Σχήμα 4.22: Προσομοίωση εκκίνησης του γυροτρονίου για το ITER με συνεχή γραμμική αύξηση της τάσης V_b από τα 50 kV έως τα 97 kV και χρήση τυχαίων αρχικών τιμών. Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι: Ρυθμός αύξησης τάσης 0.01 kV/ns, $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_{b,op}/V_0)]$, $\Delta z = 0.5$ mm, $\Delta t = 0.025$ ns, $N_q = 1230$ ($= N_A N_\phi$). Οι ρυθμοί που συμμετέχουν στην προσομοίωση είναι: Στο διάστημα 50 kV – 67 kV οι TE_{35,20}, TE_{37,19}, TE_{34,20}, TE_{36,19}, TE_{33,20}, TE_{35,19}, TE_{32,20}, TE_{34,19}, TE_{31,20}, TE_{33,19} και TE_{35,18}. Στο διάστημα 67 kV – 74 kV οι TE_{34,20}, TE_{36,19}, TE_{33,20}, TE_{35,19}, TE_{32,20}, TE_{34,19}, TE_{31,20}, TE_{33,19} και TE_{35,18}. Στο διάστημα 74 kV – 85 kV οι TE_{36,19}, TE_{33,20}, TE_{35,19}, TE_{32,20}, TE_{34,19}, TE_{31,20}, TE_{33,19} και TE_{35,18}. Στο διάστημα 85 kV – 97 kV οι TE_{34,19}, TE_{31,20}, TE_{33,19} και TE_{35,18}.

με την παραδοχή δεδομένου προφίλ πεδίου από ότι στους αυτοσυνεπείς κώδικες, θεωρούμε ότι η συνεχής αύξηση της τάσης ταιριάζει περισσότερο στον κώδικά μας σε σχέση με τη βηματική. Αυτό φάνηκε από το ότι τελικά καταφέραμε να εξαλείψουμε την παρατηρούμενη αβεβαιότητα στο σενάριο διαδοχής των ρυθμών (που οφείλεται στο πυκνό φάσμα ανταγωνιστών) με το συνδυασμό της χρήσης τυχαίων αρχικών τιμών, μεγάλου αριθμού ηλεκτρονίων και συνεχούς αύξησης της τάσης. Στο σχήμα 4.22 δίνουμε ενδεικτικά μια προσομοίωση εκκίνησης με συνεχή αύξηση της τάσης. Το σενάριο διαδοχής είναι το ίδιο με αυτό των προηγούμενων σχημάτων.

5. ΕΠΙΛΟΓΗ ΡΥΘΜΟΥ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ

Η επιλογή του κατάλληλου ρυθμού λειτουργίας γίνεται στο πρώτο στάδιο της σχεδίασης ενός γυροτρονίου και βασίζεται στις εκάστοτε προδιαγραφές και στους φυσικούς και τεχνολογικούς περιορισμούς. Στο κεφάλαιο αυτό προτείνουμε μια συστηματική διαδικασία καθορισμού των υποψήφιων ρυθμών λειτουργίας και των αντίστοιχων απαιτούμενων παραμέτρων της ηλεκτρονικής δέσμης. Η διαδικασία ξεκινά από τις απαιτήσεις συχνότητας και ισχύος λειτουργίας, λαμβάνει υπόψη τους σημαντικότερους περιορισμούς και προσανατολίζεται σε βελτιστοποίηση της απόδοσης. Ο έλεγχος της καταλληλότητας των ρυθμών γίνεται με τη βοήθεια σχετικού αριθμητικού κώδικα. Η μέθοδος είναι πολύ γενική και αφορά είτε συμβατικά είτε ομοαξονικά γυροτρόνια, καθώς και αλληλεπίδραση σε οποιαδήποτε αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Επειδή ασχολούμαστε προσεκτικά με το ζήτημα της ωμικής φόρτισης των τοιχωμάτων, η προτεινόμενη διαδικασία επιλογής ρυθμού αντιμετωπίζει τόσο τις περιπτώσεις όπου επιδιώκεται λειτουργία συνεχούς κύματος, όσο και σχεδιάσεις παλμικής λειτουργίας. Πριν την παρουσίαση της μεθόδου παραθέτουμε αναλυτικά τις βασικές απαιτήσεις για το ρυθμό λειτουργίας, καθώς και τους φυσικούς και τεχνολογικούς περιορισμούς που σχετίζονται με την πηγή της ηλεκτρονικής δέσμης, την κοιλότητα αλληλεπίδρασης και την πτώση τάσης λόγω του χωρικού φορτίου της δέσμης. Για την καλύτερη παρουσίαση της διαδικασίας χρησιμοποιούμε σαν παράδειγμα την επιλογή ρυθμού και παραμέτρων λειτουργίας για ένα ομοαξονικό γυροτρόνιο δεύτερης αρμονικής 340 GHz-100 kW CW.

5.1 Βασικές Απαιτήσεις για το Ρυθμό Λειτουργίας

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, κατά τη λειτουργία του γυροτρονίου η ωμική φόρτιση των τοιχωμάτων της κοιλότητας πρέπει να βρίσκεται μέσα σε όρια που καθορίζονται από τις εκάστοτε δυνατότητες ψύξης των τοιχωμάτων. Αυτή η απαίτηση θέτει ένα πρώτο κριτήριο για την επιλογή του ρυθμού λειτουργίας. Στην περίπτωση του συμβατικού γυροτρονίου, αν το επιτρεπτό όριο ωμικής φόρτισης εξωτερικού τοιχώματος

$\rho_{\text{out,max}}$ τεθεί στο αριστερό μέλος της (2.5.10) τότε, για δεδομένη συχνότητα και ισχύ λειτουργίας (δεδομένα λ , V_{max}), η σχέση αυτή παρέχει ένα κάτω φράγμα για την ποσότητα $\chi_{\text{mpo}}^2 - m^2$:

$$\chi_{\text{mpo}}^2 - m^2 > 2\pi^2 \frac{\delta_{\text{out}}}{\zeta_0 \lambda^3} V_{\text{max}}^2 \frac{1}{\rho_{\text{out,max}}} \quad (5.1.1)$$

Με άλλα λόγια, ο ρυθμός TE_{mpo} δεν μπορεί να είναι ο ρυθμός λειτουργίας αν η ιδιοτιμή του χ_{mpo} και ο αζιμουθιακός δείκτης του m έχουν τιμές τέτοιες ώστε η διαφορά $\chi_{\text{mpo}}^2 - m^2$ να μην ικανοποιεί την (5.1.1). Κατά συνέπεια, για δεδομένο αζιμουθιακό δείκτη m , ο ακτινικός δείκτης p του ρυθμού λειτουργίας πρέπει να είναι αρκούντως μεγάλος ώστε να ικανοποιείται η (5.1.1). Σε ό,τι αφορά τώρα την τιμή του m , σημειώνουμε ότι για αύξηση της ισχύος σε δεδομένη συχνότητα είναι επιθυμητή η αύξηση της ακτίνας της ηλεκτρονικής δέσμης, ώστε να αυξηθεί το εισερχόμενο ρεύμα ηλεκτρονίων. Κάτι τέτοιο συνεπάγεται αντίστοιχη αύξηση της καυστικής ακτίνας $R_c = |m|R_o/\chi_{\text{mpo}} \cong (|m|/2\pi)\lambda$ του ρυθμού λειτουργίας, δηλαδή αύξηση του μέτρου του αζιμουθιακού του δείκτη m . Με τα παραπάνω γίνεται προφανές το συχνά μνημονευόμενο γεγονός ότι όσο αυξάνει η συχνότητα και η ισχύς λειτουργίας, τόσο πρέπει να αυξάνει και η τάξη του ρυθμού λειτουργίας, δηλαδή να αυξάνουν οι δείκτες $|m|$ και p . Το συμπέρασμα αυτό μεταφέρεται ποιοτικά και για το ρυθμό λειτουργίας στην ομοαξονική κοιλότητα επειδή, σύμφωνα με το σχήμα 2.9β, η ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος της ομοαξονικής κοιλότητας είναι συγκρίσιμη με αυτήν της συμβατικής κοιλότητας^(*).

Εστιάζουμε αρχικά στη λειτουργία συνεχούς κύματος (CW) στην ομοαξονική κοιλότητα. Στην περίπτωση αυτή, όπως είπαμε ήδη, το τεχνολογικό όριο για την ωμική φόρτιση του εσωτερικού αγωγού είναι έξι με δέκα φορές μικρότερο από αυτό για την ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος [40], [45], [54], [68], [69]. Το σχήμα 2.9 υποδεικνύει ότι για να διατηρείται αυτή η σχέση μεταξύ της εξωτερικής και της εσωτερικής ωμικής φόρτισης, πρέπει ο ρυθμός λειτουργίας να μην επηρεάζεται πολύ από το εσωτερικό στέλεχος που σημαίνει ότι σε κάθε περίπτωση αυτό πρέπει να έχει ακτίνα R_i μικρότερη από την καυστική ακτίνα R_c του ρυθμού. Αν επιθυμούμε να έχουμε $R_i > R_c$ τότε, για να βρίσκεται η ωμική φόρτιση του εσωτερικού αγωγού στα αποδεκτά όρια, θα πρέπει η ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος να είναι 10-20 φορές χαμηλότερη από το τεχνολογικό όριο $\rho_{\text{out,max}}$. Όμως, όπως είδαμε λίγο πριν, για δεδομένη συχνότητα και ισχύ λειτουργίας το κατώτατο όριο για την ιδιοτιμή του ρυθμού λειτουργίας καθορίζεται από το άνω όριο για την ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος. Συνεπώς η επιλογή $R_i > R_c$ οδηγεί αναγκαστικά σε ρυθμό εξαιρετικά μεγαλύτερης τάξης από ότι η $R_i < R_c$. Κάτι τέτοιο όμως δεν είναι καθόλου επιθυμητό διότι η αύξηση της ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας συνοδεύεται από πύκνωση του φάσματος των ανταγωνιστικών ρυθμών και διακύβευση της μονορρυθμικής λειτουργίας. Έτσι η επιλογή $R_i > R_c$ απορρίπτεται.

(*) Υπενθυμίζουμε ότι η περίπτωση έντονης θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής στο C της κοιλότητας (π. χ. $d/\lambda_{co} = 0.15$), κατά την οποία παρατηρείται μεγάλη διαφορά μεταξύ των ωμικών φορτίσεων εξωτερικού τοιχώματος στην ομοαξονική και τη συμβατική κοιλότητα, δεν μπορεί να αφορά το ρυθμό λειτουργίας. Αυτό διότι ένας ρυθμός που ομοιάζει προς τον “εσωτερικό ρυθμό” δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν ρυθμός λειτουργίας τόσο επειδή είναι πολύ δύσκολη η διέγερσή του από την ηλεκτρονική δέσμη, όσο και επειδή παρουσιάζει πολύ μεγάλες ωμικές φορτίσεις και απώλειες στον εσωτερικό αγωγό.

Αν δεν περιοριστούμε στη λειτουργία συνεχούς κύματος, οι ωμικές φορτίσεις των τοιχωμάτων παύουν να παίζουν τόσο κυρίαρχο ρόλο με την έννοια ότι τα επιτρεπτά όρια για αυτές χαλαρώνουν όσο ελαττώνεται η διάρκεια του παλμού λειτουργίας του γυροτρονίου. Η επιλογή $R_i < R_c$ για το ρυθμό λειτουργίας όμως υπαγορεύεται και πάλι για ένα διαφορετικό λόγο. Το σχήμα 2.10β δείχνει ότι για $R_i > R_c$ ο ωμικός συντελεστής ποιότητας πέφτει το λιγότερο κατά 60 % σε σχέση με την περίπτωση $R_i < 0.8R_c^{(*)}$. Αυτό συνεπάγεται πτώση της απόδοσης λόγω αύξησης των ωμικών απωλειών, αφού από (2.2.19)-(2.2.21) είναι

$$\frac{P_{\text{ohm}}}{P_{\text{out}}} = \frac{Q_{\text{dif}}}{Q_{\text{ohm}}} \quad (5.1.2)$$

Σημειώνουμε ότι η μείωση του Q_{ohm} δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί με ανάλογη μείωση του Q_{dif} ώστε σύμφωνα με τη (5.1.2) να παραμείνει ίδιο το ποσοστό ωμικών απωλειών. Ο λόγος είναι ότι η συνεπακόλουθη μείωση του ολικού συντελεστή ποιότητας του ρυθμού θα αυξήσει ανεπίτρεπτα το ρεύμα εκκίνησής του.

Από τα παραπάνω καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι στην ομοαξονική κοιλότητα η ακτίνα του εσωτερικού αγωγού R_i θα πρέπει γενικά να είναι μικρότερη από την καυστική ακτίνα $R_c = |m|R_o/\chi_{mpo}$ του ρυθμού λειτουργίας TE_{mp} . Τα σχήματα 2.9, 2.10β όμως δείχνουν ότι η συνθήκη αυτή, ενώ είναι αναγκαία για να μην έχουν ανεπιθύμητες τιμές η ωμική φόρτιση του εσωτερικού τοιχώματος και ο ωμικός συντελεστής ποιότητας, δεν είναι και ικανή. Σύμφωνα με τα σχήματα αυτά και με τους συλλογισμούς που εκτέθηκαν λίγο παραπάνω, για να προκύψουν ικανοποιητικές τιμές για τα $\rho_{\text{peak,in}}$ και Q_{ohm} ο ρυθμός λειτουργίας TE_{mp} δεν πρέπει να επηρεάζεται πολύ από το εσωτερικό στέλεχος. Δηλαδή το R_i πρέπει να είναι αρκετά μικρό ώστε να ισχύει $\chi_{mp} \cong \chi_{mpo}$ και ο TE_{mp} να μοιάζει με τον TE_{mpo} . Μάλιστα, στην περίπτωση του εσωτερικού στελέχους περιορισμένης αγωγιμότητας, το σχήμα 2.10γ καθώς και το σχήμα 2.9γ (αν η βαθμονόμηση του άξονα του $\rho_{\text{peak,in}}$ πολλαπλασιαστεί επί $\sigma_r^{1/2}$) δείχνουν ότι ο ρυθμός λειτουργίας πρέπει να είναι εντελώς ανεπηρέαστος από τον εσωτερικό αγωγό. Με αυτό το σκεπτικό η συνθήκη $R_i < R_c$ δίνει απλά μια αρχική ένδειξη είτε για την τιμή της καυστικής ακτίνας των υποψήφιων ρυθμών λειτουργίας όταν είναι δεδομένο το R_i , είτε για τις επιτρεπτές τιμές του R_i για ένα συγκεκριμένο ρυθμό λειτουργίας. Όταν $\chi_{mp} \cong \chi_{mpo}$ και ο ρυθμός λειτουργίας είναι κοντά στην αποκοπή, η συνθήκη $R_i < R_c$ οδηγεί στην παρακάτω συνθήκη για τον αζιμουθιακό δείκτη m του ρυθμού λειτουργίας:

$$R_i < R_c \Rightarrow |m| > 2\pi \frac{R_i}{\lambda} \Leftrightarrow |m| > 0.021[f/(1 \text{ GHz})][R_i/(1 \text{ mm})] \quad (5.1.3)$$

Το γεγονός ότι η (5.1.3) είναι απλά ενδεικτική και ότι η ανισότητα πρέπει να ικανοποιείται καλά (και όχι μόνο οριακά) φαίνεται από τις εφαρμογές: Στο ομοαξονικό γυροτρόνιο που περιγράφεται στο [47] είναι $f = 140 \text{ GHz}$, $R_{i,0} = 7.95 \text{ mm}$ και $m = 28$, ενώ το δεξί μέλος της (5.1.3) δίνει 23.4. Στο ομοαξονικό γυροτρόνιο του [39] είναι $f = 165 \text{ GHz}$, $R_{i,0} = 7.32 \text{ mm}$ και $m = 31$, ενώ το δεξί μέλος της (5.1.3) δίνει 25.4. Στη σχεδίαση ομοαξονικού γυροτρονίου δεύτερης αρμονικής στο [65] είναι $f = 340 \text{ GHz}$, $R_{i,0} = 4.93 \text{ mm}$ και $m = -40$, ενώ το δεξί μέλος της (5.1.3) δίνει 35.2. Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις το μέτρο του αζιμουθιακού δείκτη του ρυθμού λειτουργίας είναι της τάξης

(*) Θεωρούμε όπως και προηγουμένως ότι η περίπτωση της έντονης θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής για $d/\lambda_{co} = 0.15$ δεν μπορεί να αφορά το ρυθμό λειτουργίας.

του 15-20 % μεγαλύτερο από την οριακή τιμή του δεξιού μέλους της (5.1.3). Ένα συμπέρασμα από την (5.1.3) είναι ότι στα ομοαξονικά γυροτρόνια, επειδή η ακτίνα του εσωτερικού αγωγού δεν μπορεί (για προφανείς τεχνολογικούς λόγους) να γίνει πολύ μικρή, όσο αυξάνει η συχνότητα λειτουργίας απαιτείται ρυθμός λειτουργίας με αζιμουθιακό δείκτη όλο και μεγαλύτερου μέτρου, ανεξάρτητα από την ισχύ λειτουργίας.

Εφόσον ο ρυθμός λειτουργίας TE_{mp} έχει σχεδόν τη μορφή του αντίστοιχου ρυθμού TE_{mpo} της συμβατικής κοιλότητας και $\chi_{mp} \cong \chi_{mpo}$, η (2.5.10) δίνει με καλή προσέγγιση τη ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος για τον TE_{mp} . Συνεπώς η (5.1.1) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εκτιμηθεί η κατώτερη τιμή της ιδιοτιμής χ_{mp} του ρυθμού λειτουργίας TE_{mp} σε μια σχεδίαση:

$$\chi_{mp} > \sqrt{m^2 + 1.523 \frac{\left[\frac{V_{\max}}{1 \text{ kV}} \right]^2}{\left[\frac{\lambda}{1 \text{ mm}} \right]^{\frac{5}{2}} \left[\frac{\sigma_{\text{out}}}{10^7 \text{ S/m}} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\rho_{\text{out,max}}}{1 \text{ kW/cm}^2} \right]}} \quad (5.1.4)$$

με

$$V_{\max} \text{ (kV)} = \sqrt{0.1914 \frac{Q_{\text{dif}}}{(L_G/\lambda)} \left[\frac{P_{\text{out}}}{1 \text{ kW}} \right]} \quad (5.1.5)$$

Η (5.1.4) είναι η (5.1.1) σε εύχρηστη σχεδιαστικά μορφή, ενώ η (5.1.5) είναι η (2.2.35) που συνδέει το πλάτος V_{\max} με την ισχύ εξόδου για γκαουσιανό προφίλ πεδίου. Η προσέγγιση γκαουσιανού προφίλ είναι θεμιτή στα αρχικά στάδια της σχεδίασης. Οι σχέσεις (5.1.3)-(5.1.4) αποτελούν αφετηρία για την επιλογή ρυθμού λειτουργίας στο ομοαξονικό γυροτρόνιο, ιδιαίτερα μάλιστα όταν επιδιώκεται λειτουργία συνεχούς κύματος.

Οι απαιτήσεις υψηλού ωμικού συντελεστή ποιότητας και αποδεκτής ωμικής φόρτισης τοιχωμάτων για το ρυθμό λειτουργίας TE_{mp} στο ομοαξονικό γυροτρόνιο, οδήγησαν στο ότι ο αυτός πρέπει να μην επηρεάζεται πολύ από τον εσωτερικό αγωγό και συνεπώς να έχει δομή πεδίου παρόμοια με το ρυθμό TE_{mpo} της συμβατικής κοιλότητας. Είναι πάντα επιθυμητό ο ρυθμός λειτουργίας να έχει όσο το δυνατόν χαμηλότερο ρεύμα εκκίνησης για να διευκολύνεται η διέγερσή του και να είναι πιο ευσταθής ανάμεσα στο ανταγωνιστικό περιβάλλον των υπόλοιπων ρυθμών. Ένας βασικός τρόπος για να γίνει αυτό είναι με την αύξηση του συντελεστή ποιότητας Q_{tot} μέσω της αύξησης του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας Q_{dif} . Η ομοαξονική κοιλότητα, όπως είδαμε στην ενότητα 2.4, παρέχει τη δυνατότητα μιας τέτοιας αύξησης. Όμως για να αυξηθεί το Q_{dif} ο ρυθμός θα πρέπει να επηρεάζεται από το εσωτερικό στέλεχος. Έτσι η σύγκριση των σχημάτων 2.8 και 2.10 δείχνει ότι μια αύξηση του Q_{dif} συνοδεύεται αναγκαστικά από μείωση του Q_{ohm} . Συνεπώς, λόγω της (5.1.2), η πριμοδότηση του ρεύματος εκκίνησης του ρυθμού λειτουργίας μέσω της αύξησης του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας γίνεται σε βάρος της απόδοσης του γυροτρονίου. Στη λειτουργία συνεχούς κύματος η αύξηση του Q_{dif} οδηγεί επιπλέον σε ανάλογη μείωση της ισχύος εξόδου P_{out} . Ο λόγος είναι ότι, όπως δείχνουν οι (2.5.7)-(2.5.8) σε συνδυασμό με την (5.1.5), η μέγιστη ωμική φόρτιση των τοιχωμάτων είναι ανάλογη του γινομένου $Q_{\text{dif}}P_{\text{out}}$. Για να διατηρηθεί η ωμική φόρτιση στα αποδεκτά επίπεδα μετά από μια αύξηση στο Q_{dif} , θα πρέπει να μειωθεί αντίστοιχα το P_{out} .

Από τα προηγούμενα γίνεται αντιληπτό ότι μια σχεδίαση ομοαξονικής κοιλότητας πρέπει να προσανατολίζεται περισσότερο στην καταπίεση των ανταγωνιστικών ρυθμών μέσω της μείωσης του περιθλαστικού ή/και του ωμικού συντελεστή ποιότητάς τους, παρά στην πρωμοδότηση του συντελεστή ποιότητας του ρυθμού λειτουργίας. Αν για την επιβίωση στο ανταγωνιστικό περιβάλλον ενός ανεπηρέαστου από το εσωτερικό στέλεχος ρυθμού λειτουργίας χρειάζεται περαιτέρω μείωση του ρεύματος εκκίνησής του, μπορούμε να την πραγματοποιήσουμε αλλάζοντας τη γεωμετρία της κοιλότητας, πάντοτε όμως σε βάρος της συνολικής απόδοσης (και επιπλέον σε βάρος της ωφέλιμης ισχύος για CW λειτουργία). Το γεγονός ότι ο ρυθμός λειτουργίας TE_{mp} πρέπει να είναι σχεδόν ανεπηρέαστος από τον εσωτερικό αγωγό και να έχει δομή πεδίων παραπλήσια με τον TE_{mpo} , μας επιτρέπει να χρησιμοποιούμε προσεγγιστικά τις εκφράσεις που αφορούν τον TE_{mpo} (εκφράσεις για κοιλότητα συμβατικού γυροτρονίου) για να περιγράψουμε τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά του ρυθμού λειτουργίας TE_{mp} . Αυτό είναι κάτι που θα κάνουμε συστηματικά σε αυτό το κεφάλαιο, επειδή οι προαναφερθείσες εκφράσεις για τη συμβατική κοιλότητα είναι σημαντικά απλούστερες από τις αντίστοιχες για την ομοαξονική κοιλότητα.

5.2 Σχέση Απόδοσης και Ωμικής Φόρτισης Εξωτερικού Τοιχώματος

Για τις ανάγκες αυτού και του επόμενου κεφαλαίου θα ορίσουμε σαν ολική απόδοση η_{tot} (για μονορρυθμική λειτουργία) το λόγο της μέσης H/M ισχύος P_{out} που εξέρχεται από το δεξί άκρο ($z = z_{out}$) της κοιλότητας προς το γινόμενο $I_b V_c$ του ρεύματος της ηλεκτρονικής δέσμης επί τη συνολική εφαρμοζόμενη τάση μεταξύ ανόδου και καθόδου:

$$\eta_{tot} \triangleq \frac{P_{out}}{I_b V_c} = \frac{1 - \Delta V}{1 + Q_{dif}/Q_{ohm}} \eta_{el} \quad (5.2.1)$$

Ο ηλεκτρονικός βαθμός απόδοσης η_{el} , όπως ορίζεται στην (3.3.1) από τη μέση μεταβολή της ενέργειας των ηλεκτρονίων, εκφράζει την απόδοση της μετατροπής ενέργειας από κινητική σε ηλεκτρομαγνητική. Για μονορρυθμική λειτουργία στο ρυθμό TE_{mp} ο ηλεκτρονικός βαθμός απόδοσης δίνεται εναλλακτικά από τη “μακροσκοπική” σχέση

$$\eta_{el} = \frac{P_{out} + P_{ohm}}{I_b V_b} \quad (5.2.2)$$

Ο όρος $(1 + Q_{dif}/Q_{ohm})^{-1}$ στην (5.2.1) αντιπροσωπεύει τη μείωση της απόδοσης λόγω των ωμικών απωλειών σύμφωνα με την (5.1.2), ενώ ο όρος $1 - \Delta V$ τη μείωση της απόδοσης λόγω της διαφοράς μεταξύ της τάσης V_b της ηλεκτρονικής δέσμης και της διαφοράς δυναμικού ανόδου-καθόδου V_c (λόγω του χωρικού φορτίου της δέσμης):

$$\Delta V \triangleq \frac{V_c - V_b}{V_c} \quad (5.2.3)$$

Εξορισμού, η ολική απόδοση η_{tot} περιλαμβάνει την απόδοση της αλληλεπίδρασης δέσμης-πεδίου, τις ωμικές απώλειες στην κοιλότητα και την πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου. Φυσικά για τον υπολογισμό της συνολικής απόδοσης ενός συστήματος γυροτρονίου θα πρέπει επιπλέον να συμπεριληφθούν οι απώλειες του κυκλώματος εξόδου (ωμικές απώλειες κυματοδηγού εξόδου, απώλειες στην οπτική διάταξη, απώλειες στο παράθυρο μικροκυμάτων) και η ενδεχόμενη ανάκτηση μέρους της εναπομένουσας ενέργειας της δέσμης με εφαρμογή δυναμικού που επιβραδύνει τα ηλεκτρόνια στο συλλέκτη (depressed collector). Αυτοί όμως οι επιπλέον παράγοντες δεν επηρεάζουν την επιλογή του ρυθμού λειτουργίας και των παραμέτρων λειτουργίας. Για το λόγο αυτό δεν ασχολούμαστε εδώ με τη συνολική απόδοση, αλλά μόνο με εκείνο το μέρος της που εκφράζεται από το η_{tot} και που σχετίζεται άμεσα με τη σχεδίαση της κοιλότητας ενός γυροτρονίου.

Ο κυριότερος παράγοντας που καθορίζει την απόδοση του γυροτρονίου είναι ο ηλεκτρονικός βαθμός απόδοσης η_{el} . Για σχετικιστική ηλεκτρονική δέσμη ο ηλεκτρονικός βαθμός απόδοσης συνδέεται με την εγκάρσια απόδοση η_{\perp} (transverse efficiency), η οποία αντιπροσωπεύει τη μετατροπή ενέργειας από κινητική σε ηλεκτρομαγνητική στο εγκάρσιο επίπεδο της κοιλότητας, ως εξής^(*) ([10], Παράρτημα V-§3):

$$\eta_{\text{el}} = \frac{\gamma_{\text{in}} - \sqrt{1 + u_{\parallel\text{in}}^2}}{\gamma_{\text{in}} - 1} \cdot \frac{\gamma_{\text{in}} - \langle \gamma(z_{\text{out}}) \rangle_{\Lambda_{\text{in}}}}{\gamma_{\text{in}} - \sqrt{1 + u_{\parallel\text{in}}^2}} = \frac{1 - \sqrt{1 - \beta_{\perp\text{in}}^2}}{1 - \sqrt{1 - (\beta_{\perp\text{in}}^2 + \beta_{\parallel\text{in}}^2)}} \cdot \eta_{\perp} \cong \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \eta_{\perp} \quad (5.2.4)$$

Η προσεγγιστική ισότητα ισχύει για μικρά $\beta_{\perp\text{in}}, \beta_{\parallel\text{in}}$, δηλαδή για ήπια σχετικιστική δέσμη. Σύμφωνα με την ανάλυση στο Παράρτημα V-§3 (ή στο [32]), με τις συνήθεις παραδοχές γκαουσιανού αξονικού προφίλ πεδίου για το ρυθμό λειτουργίας TE_n και ήπια σχετικιστικής ηλεκτρονικής δέσμης, αποδεικνύεται ότι η εγκάρσια απόδοση η_{\perp} είναι συνάρτηση τριών μόνο κανονικοποιημένων παραμέτρων F, μ και Δ . Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να γράψουμε:

$$\eta_{\text{el}} = \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \eta_{\perp}(F, \mu, \Delta) \quad (5.2.5)$$

όπου

$$F \triangleq V_{\text{max}} \frac{(s_n/2)^{s_n-1}}{s_n!} \beta_{\perp\text{in}}^{s_n-4} \frac{C_n k_{\perp n}}{c B_0} G_{n,s_n}(k_{\perp n} R_e) \quad (5.2.6)$$

είναι το κανονικοποιημένο πλάτος πεδίου (normalised field amplitude),

$$\mu \triangleq \pi \frac{\beta_{\perp\text{in}}^2 L_G}{\beta_{\parallel\text{in}} \lambda} \quad (5.2.7)$$

είναι το κανονικοποιημένο μήκος αλληλεπίδρασης (normalised interaction length) και

^(*) Σε αυτό το κεφάλαιο ασχολούμαστε αποκλειστικά με τη μονορρυθμική λειτουργία του γυροτρονίου στο σημείο λειτουργίας. Επίσης θεωρούμε ότι η ηλεκτρονική δέσμη δεν έχει διασπορά στην αρχική ενέργεια, ταχύτητα και κέντρο περιστροφής των ηλεκτρονίων, οπότε τα εμφανιζόμενα κινητικά μεγέθη στην είσοδο της κοιλότητας είναι κοινά για όλα τα ηλεκτρόνια. Σε αντίθεση έτσι με το κεφάλαιο 3, θα χρησιμοποιούμε κατά κανόνα απλοποιημένο συμβολισμό χωρίς τους δείκτες “ n ”, “ mp ”, “ op ”, “ M ”, ή “ i ”.

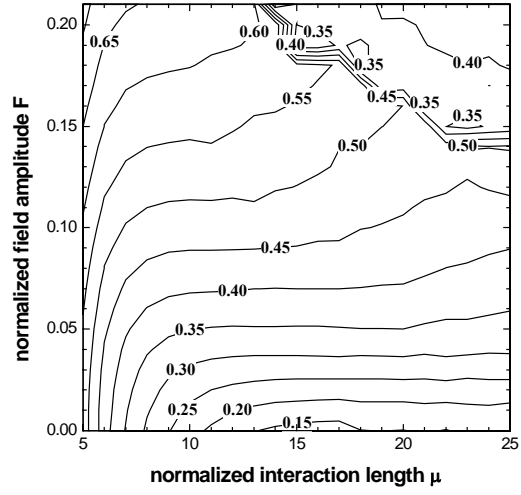
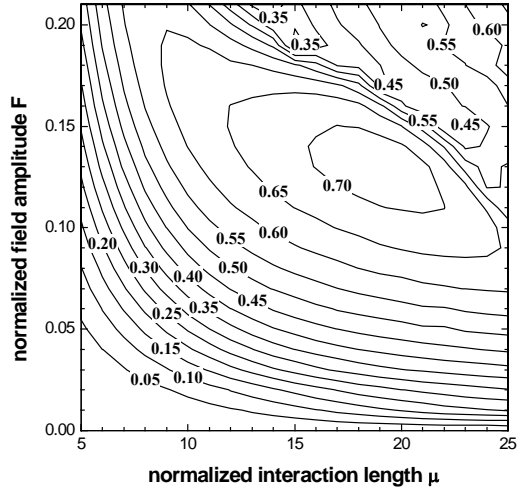
$$\Delta \triangleq \frac{2}{\beta_{\perp in}^2} \left[1 - \frac{s_n [\Omega_0 / \gamma_{in}]}{\omega} \right] \quad (5.2.8)$$

είναι η κανονικοποιημένη αρχική διαφορά συχνοτήτων (normalised initial frequency mismatch). Τα B_0 , Ω_0 , C_n και $k_{\perp n}$ είναι υπολογισμένα στο μέσο του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας. Ο ορισμός (5.2.6) του F είναι γενικός και μπορεί να αφορά είτε ομοαξονική κοιλότητα [όταν το C_n δίνεται από την (2.2.15) και το $G_{n,s}$ από την (3.1.24)], είτε συμβατική κοιλότητα [όταν το C_n δίνεται από την (2.2.39) και θέσουμε $G_{n,s}(k_{\perp n} R_e) = J_{m-s}(k_{\perp n} R_e)$]. Στην περίπτωση της συμβατικής κοιλότητας η (5.2.6) συμπίπτει με το συνήθη ορισμό του F ([32], [63]).

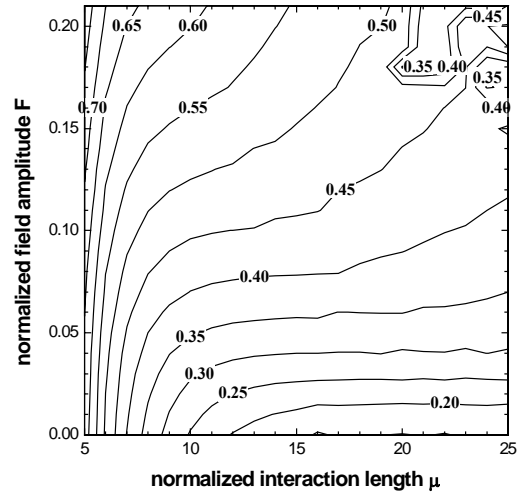
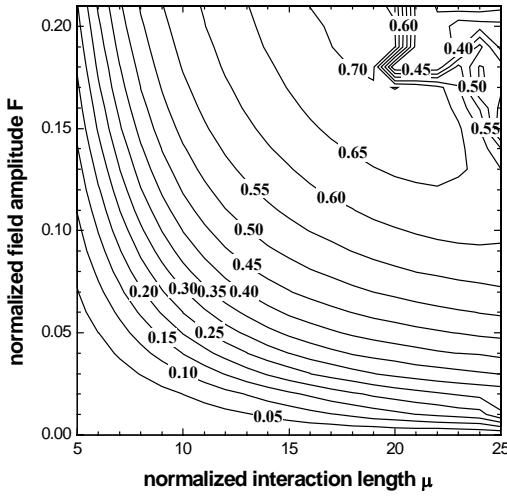
Η σχέση (5.2.5) δείχνει ότι βασική προϋπόθεση για υψηλό ηλεκτρονικό βαθμό απόδοσης είναι η μεγάλη τιμή του λόγου ταχυτήτων a , γεγονός αναμενόμενο αφού στην Αλληλεπίδραση Γυροτρονίου η αξονική ορμή διατηρείται και η ανταλλαγή ενέργειας δέσμης-πεδίου γίνεται μόνο στην εγκάρσια διεύθυνση. Δυστυχώς όμως οι πρακτικά εφικτές τιμές του a είναι σχεδόν πάντα μικρότερες του 2 [10]. Αυτό συμβαίνει διότι, λόγω της αναπόφευκτης διασποράς αρχικών ταχυτήτων, υπάρχουν ηλεκτρόνια με τιμές του a υψηλότερες από τη μέση τιμή του, τα οποία (επειδή έχουν μικρότερη αξονική ταχύτητα) ανακλώνται από το μαγνητικό πεδίο καθώς αυτό αυξάνει από την κάθοδο στην κοιλότητα. Όταν ο αριθμός των ανακλώμενων ηλεκτρονίων που επιστρέφουν προς την κάθοδο ξεπεράσει κάποιο όριο, μια πληθώρα ανεπιθύμητων φαινομένων λαμβάνει χώρα [112]-[116], [41]: Ηλεκτρόνια προσπίπτουν στην κάθοδο προκαλώντας δευτερεύουσα εκπομπή ηλεκτρονίων από περιοχές της καθόδου παρακείμενες στην επιφάνεια εκπομπής, αυξάνει το χωρικό φορτίο μεταξύ καθόδου και κοιλότητας και κατά συνέπεια αυξάνει η διασπορά ταχυτήτων της δέσμης και τέλος εμφανίζονται Η/Μ ταλαντώσεις χαμηλής συχνότητας λόγω του παγιδευμένου φορτίου που ταλαντώνεται μεταξύ καθόδου και κοιλότητας, οι οποίες αυξάνουν τη διασπορά ενέργειας της δέσμης. Λόγω των φαινομένων αυτών η ποιότητα της ηλεκτρονικής δέσμης μπορεί να γίνει πολύ κακή, οπότε να μην είναι δυνατό να υποστηριχθεί μονορρυθμική και αποδοτική λειτουργία.

Σε ό,τι αφορά την εγκάρσια απόδοση η_{\perp} , ο υπολογισμός της για κάθε τριάδα (F, μ, Δ) γίνεται με αριθμητική ολοκλήρωση των απλοποιημένων εξισώσεων κίνησης (Π.5.23)-(Π.5.24) του Παραρτήματος V (ή ισοδύναμα των (13), (14) του [32]). Επειδή η παράμετρος Δ μπορεί να ελεγχθεί χωρίς πρόβλημα μέσω του μόνιμου μαγνητικού πεδίου B_0 , εξυπηρετεί για κάθε ζεύγος (F, μ) να προσδιορίζεται η τιμή $\Delta = \Delta_{\text{opt}}(F, \mu)$ που μεγιστοποιεί την εγκάρσια απόδοση. Προκύπτει έτσι η βελτιστοποιημένη συνάρτηση $\eta_{\perp \text{opt}} = \eta_{\perp}[F, \mu, \Delta_{\text{opt}}(F, \mu)]$. Ισοϋψείς καμπύλες αυτής της συνάρτησης στο επίπεδο μ - F έχουν υπολογιστεί στο [93] και τις ανατυπώνουμε στο σχήμα 5.1. Αντίστοιχες καμπύλες σε επίπεδο μ - (F^2/η_{\perp}) παρουσιάζονται στο [32]. Παρόλο που οι καμπύλες στο σχήμα 5.1 είναι προσεγγιστικές (γκαουσιανό προφίλ πεδίου, ήπια σχετικιστική δέσμη κλπ), είναι πολύ χρήσιμες για τη σχεδίαση γυροτρονίων. Αναφέρουμε ότι “νησιά” υψηλής απόδοσης (ακόμη και μεγαλύτερης από τη μέγιστη απόδοση των περιοχών υψηλής απόδοσης του σχήματος 5.1) εμφανίζονται και για μεγαλύτερες τιμές των F και μ , οι οποίες δεν φαίνονται στο σχήμα. Οι περιοχές αυτές όμως δεν έχουν προς το παρόν πρακτική αξία, διότι η ικανοποίηση των τεχνολογικών περιορισμών είναι δύσκολη εκεί [32]. Αυτό θα φανεί και στη συνέχεια.

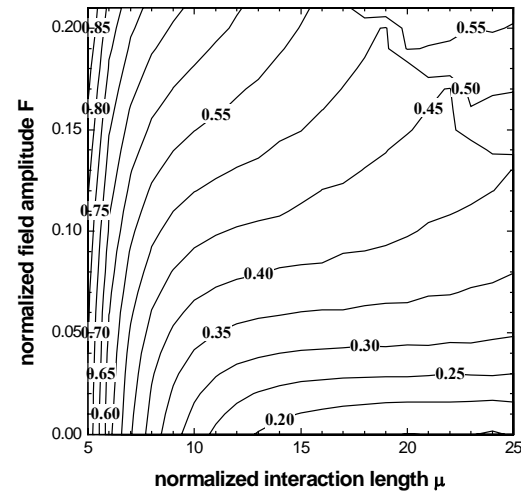
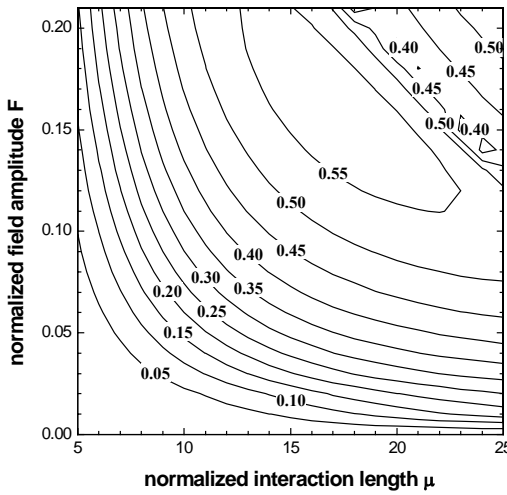
Όπως η αρχική διαφορά συχνοτήτων Δ εξαρτάται άμεσα από το μόνιμο μαγνητικό πεδίο B_0 , το κανονικοποιημένο μήκος αλληλεπίδρασης μ εξαρτάται κυρίως από το μήκος του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας. Κατά συνέπεια τα Δ και μ



(α)



(β)



(γ)

Σχήμα 5.1 (σχήματα 1-3 του [93]): Ισοϋνείς καμπύλες στο επίπεδο μ - F . Αριστερή στήλη: Μεγιστοποιημένη ως προς Δ εγκάρσια απόδοση $\eta_{\perp \text{opt}} = \eta_{\perp}[F, \mu, \Delta_{\text{opt}}(F, \mu)]$. Δεξιά στήλη: Τιμή $\Delta_{\text{opt}}(F, \mu)$ της αρχικής διαφοράς συχνότητων που μεγιστοποιεί την εγκάρσια απόδοση στο ζεύγος (F, μ) . Το αξονικό προφίλ του πεδίου θεωρείται γκαουσιανό. (α) Αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής ($s_n = 1$). (β) Αλληλεπίδραση 2^{ης} αρμονικής ($s_n = 2$). (γ) Αλληλεπίδραση 3^{ης} αρμονικής ($s_n = 3$).

ρυθμίζονται εύκολα στις επιθυμητές τιμές τους από τις τιμές B_0 και L_2 . Αντίθετα, το κανονικοποιημένο πλάτος πεδίου F έχει πιο σύνθετη εξάρτηση από τις διάφορες παραμέτρους και δεν υπάρχει κάποιο αντίστοιχο εξωτερικά ελεγχόμενο μέγεθος για τον καθορισμό της τιμής του. Το F όμως σχετίζεται με την ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος $\rho_{\text{peak,out}}$. Συνδυάζοντας τις (5.2.6) και (2.5.7) προκύπτει η ακόλουθη βασική σχέση:

$$F = 2.23 \frac{(s_n/2)^{s_n}}{s_n!} \frac{[\sigma_{\text{out}}/(10^7 \text{ S/m})]^{3/4} [\rho_{\text{peak,out}}/(1 \text{ kW/cm}^2)]^{1/2}}{[f/(1 \text{ GHz})]^{5/4}} \frac{\beta_{\perp\text{in}}^{s_n-4}}{\gamma_{\text{in}}(1-0.5\beta_{\perp\text{in}}^2\Delta)} R_n \quad (5.2.9)$$

όπου^(*)

$$R_n \equiv R_{mp} \equiv \left| \frac{G_{mp,s_n}(\chi_{mp} R_e/R_{o,0})}{Z_{mp}(\chi_{mp})} \right| \quad (5.2.10)$$

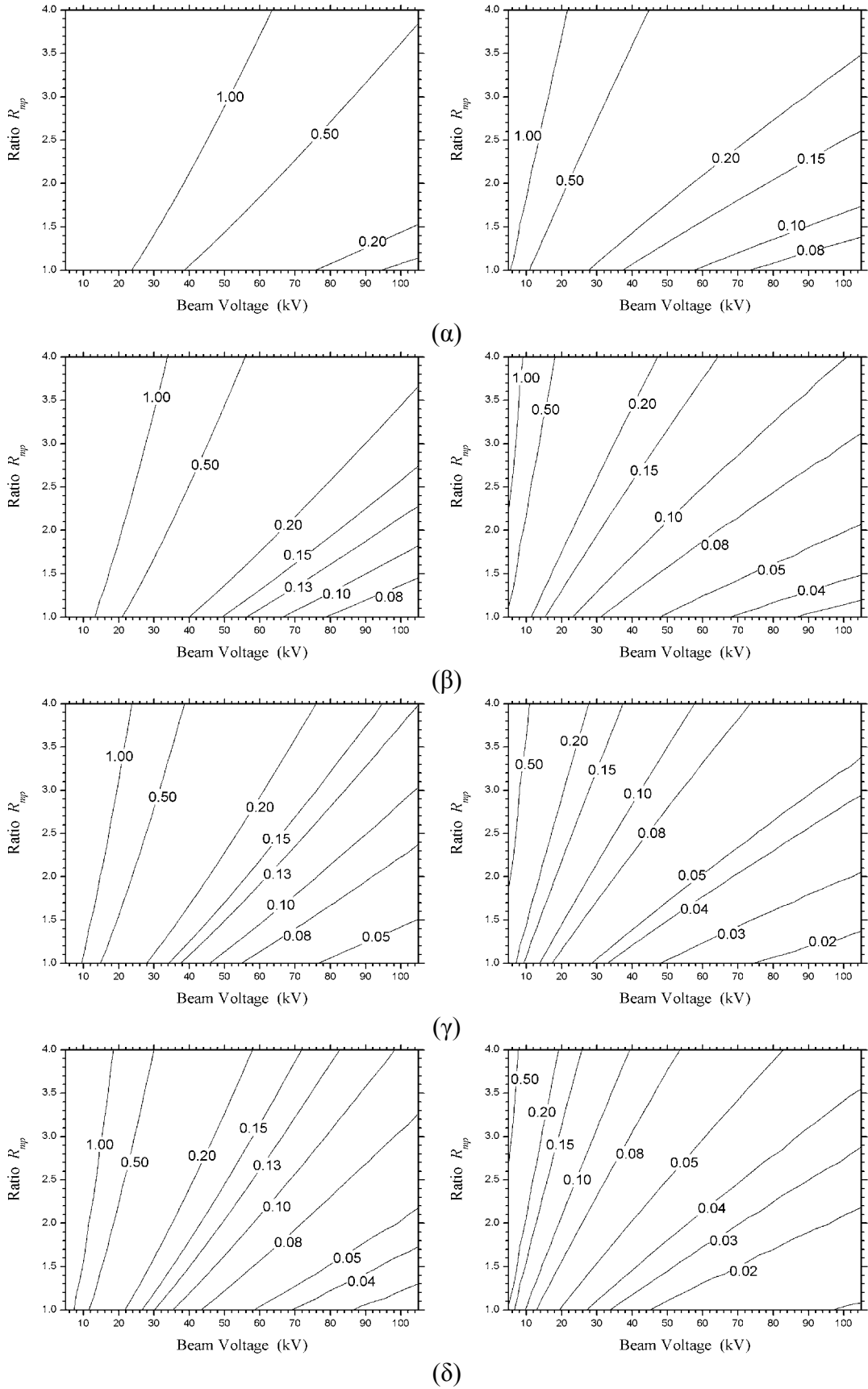
Είναι προφανές ότι η ύπαρξη ανώτατου ορίου για την ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος οδηγεί σε ένα αντίστοιχο ανώτατο όριο για το F . Το όριο αυτό ελαττώνεται όσο η συχνότητα λειτουργίας ή ο αρμονικός αριθμός αλληλεπίδρασης αυξάνουν. Είναι έτσι πιθανό οι συγκεκριμένες τιμές του F που σύμφωνα με το σχήμα 5.1 οδηγούν σε μέγιστη απόδοση να μην είναι εφικτές λόγω του περιορισμού της ωμικής φόρτισης του εξωτερικού τοιχώματος. Για να δούμε τις επιτρεπτές τιμές του F παρουσιάζουμε στα σχήματα 5.2 και 5.3 τις ισοϋψείς καμπύλες του F στο επίπεδο V_b - R_{mp} για την τιμή $\rho_{\text{peak,out}} = 1 \text{ kW/cm}^2$ (που είναι το όριο ωμικής φόρτισης για CW λειτουργία όταν $\sigma_{\text{out}} = 5.7 \times 10^7 \text{ S/m}$), χρησιμοποιώντας σαν παραμέτρους τη συχνότητα f και τον αρμονικό αριθμό. Οι καμπύλες προέκυψαν για τις τυπικές τιμές $\alpha = 1.3$ και $\Delta = 0.5$. Με δεδομένο όμως ότι γενικά $1.1 < \alpha < 1.6$ και $0.2 < \Delta < 0.6$ (σχήμα 5.1), η εξάρτηση του F από τα α , Δ είναι ασθενής οπότε οι ισοϋψείς των σχημάτων 5.2-5.3 έχουν γενική εγκυρότητα.

Τα σχήματα 5.2, 5.3 συμπληρώνονται από το σχήμα 5.4, όπου δίνονται οι ισοϋψείς καμπύλες του λόγου R_{mp} σε επίπεδο m - p , οπότε φαίνεται η εξάρτηση του λόγου R_{mp} από το ρυθμό λειτουργίας. Επειδή, όπως είδαμε στην προηγούμενη ενότητα, ένας ρυθμός λειτουργίας TE_{mp} πρέπει να είναι σχεδόν ανεπηρέαστος από το εσωτερικό στέλεχος (δηλαδή $\chi_{mp} \approx \chi_{mpo}$), στο σχήμα 5.4 προσεγγίσαμε το λόγο R_{mp} με την τιμή του για συμβατική κοιλότητα:

$$R_{mp} \equiv R_{mp,\text{hollow}} \equiv \left| \frac{J_{m-s_n}(\chi_{mpo} R_e/R_{o,0})}{J_m(\chi_{mpo})} \right| = \left| \frac{J_{|m|\pm s_n}(\chi_{|m|po} R_e/R_{o,0})}{J_{|m|}(\chi_{|m|po})} \right| \quad (5.2.11)$$

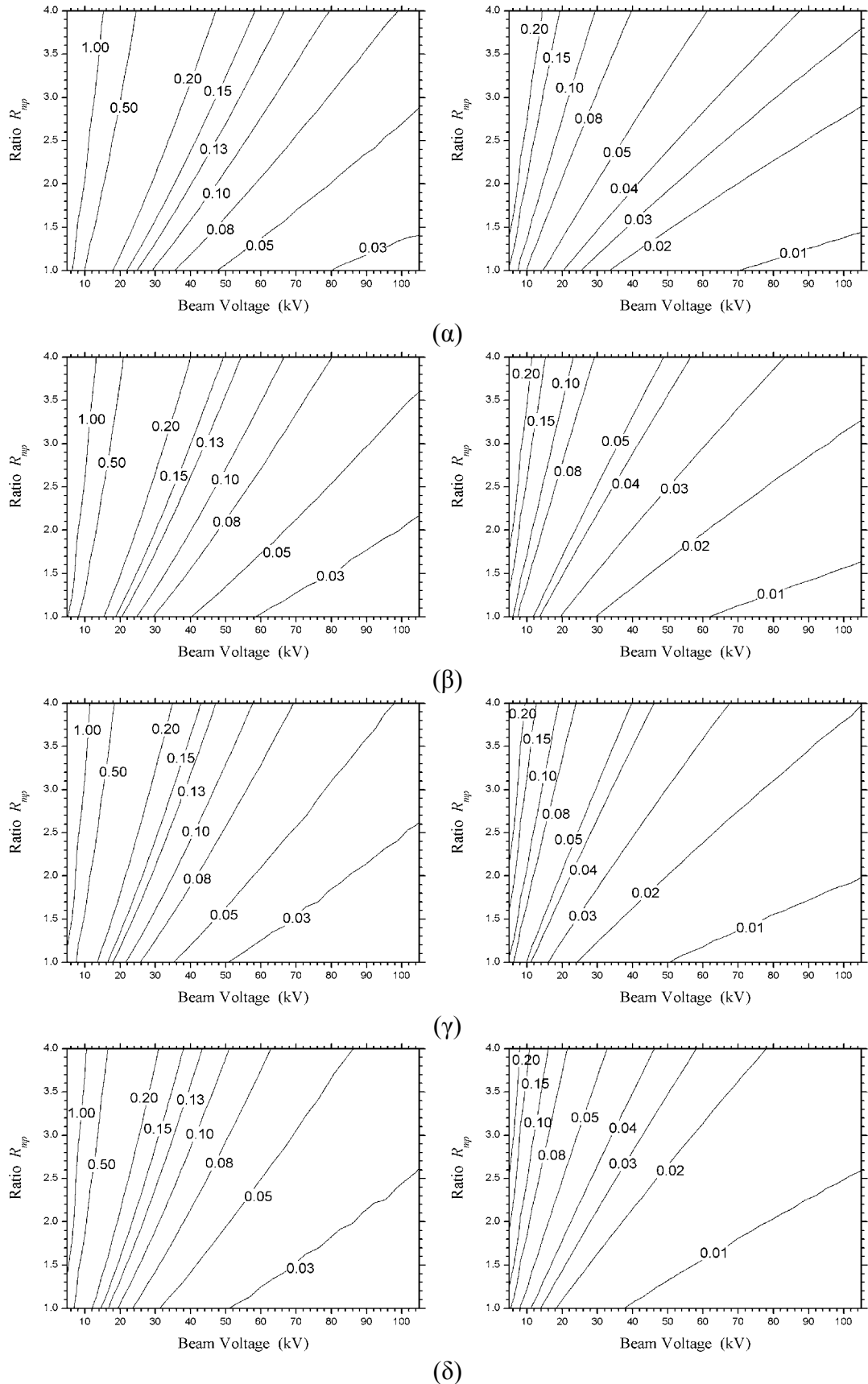
Το πρόσημο $-/+$ αφορά τους συμπεριστρεφόμενους και αντιπεριστρεφόμενους ρυθμούς αντίστοιχα. Η επιλογή της ακτίνας R_e της ηλεκτρονικής δέσμης είναι συνήθως τέτοια

(*) Ο λόγος R_{mp} συμβολίζεται με $1/C_{mp}$ στη βιβλιογραφία ([63], [93]), αλλά εμείς έχουμε δεσμεύσει το σύμβολο C_{mp} για το συντελεστή κανονικοποίησης του ρυθμού TE_{mp} . Επιπλέον, επειδή ακολουθούμε τη σύμβαση $m > (<) 0 \leftrightarrow$ συμπεριστρεφόμενος (αντιπεριστρεφόμενος) ρυθμός, η (5.2.6) υποδεικνύει ότι το F μπορεί να πάρει και αρνητικές τιμές λόγω της συνάρτησης $G_{n,s}$. Αυτό όμως δεν παίζει κάποιο ρόλο διότι, όπως φαίνεται από τις εξισώσεις κίνησης (Π.5.23)-(Π.5.24), η αλλαγή προσήμου του F ισοδυναμεί απλά με μια διαφορετική αρχική φάση του ρυθμού και δεν επηρεάζει την αλληλεπίδραση δέσμης-πεδίου. Θα θεωρούμε έτσι πάντοτε θετικό F (όπως συμβαίνει στη βιβλιογραφία) για αυτό και χρησιμοποιήσαμε την απόλυτη τιμή στον ορισμό (5.2.10) του λόγου R_{mp} .

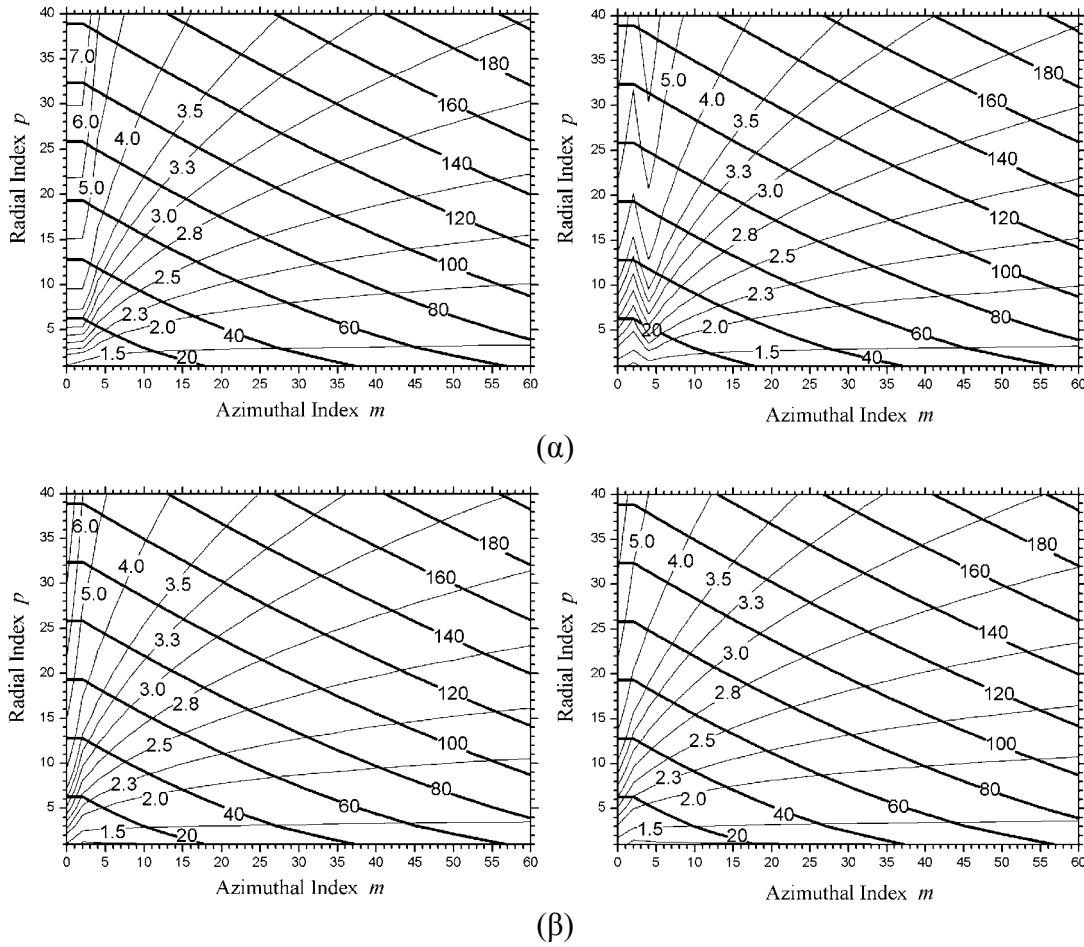


Σχήμα 5.2: Ισοϋψείς καμπύλες, σύμφωνα με την (5.2.9), του κανονικοποιημένου πλάτους πεδίου F στο επίπεδο V_b - R_{mp} για αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής (αριστερή στήλη) και για αλληλεπίδραση 2^{ης} αρμονικής (δεξιά στήλη). Χρησιμοποιούνται οι τυπικές τιμές $\rho_{\text{peak,out}} = 1 \text{ kW/cm}^2$, $\sigma_{\text{out}} = 5.7 \times 10^7 \text{ S/m}$, $\alpha = 1.3$, $\Delta = 0.5$. (α) $f = 50 \text{ GHz}$ (β) $f = 100 \text{ GHz}$ (γ) $f = 150 \text{ GHz}$ (δ) $f = 200 \text{ GHz}$.

5.2 Σχέση Απόδοσης και Ωμικής Φόρτισης Εξωτερικού Τοιχώματος



Σχήμα 5.3: Ισοψείς καμπύλες, σύμφωνα με την (5.2.9), του κανονικοποιημένου πλάτους πεδίου F στο επίπεδο V_b - R_{mp} για αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής (αριστερή στήλη) και για αλληλεπίδραση 2^{ης} αρμονικής (δεξιά στήλη). Χρησιμοποιούνται οι τυπικές τιμές $\rho_{\text{peak,out}} = 1 \text{ kW/cm}^2$, $\sigma_{\text{out}} = 5.7 \times 10^7 \text{ S/m}$, $\alpha = 1.3$, $\Delta = 0.5$. (α) $f = 250 \text{ GHz}$ (β) $f = 300 \text{ GHz}$ (γ) $f = 350 \text{ GHz}$ (δ) $f = 400 \text{ GHz}$.



Σχήμα 5.4: Ισοϋψείς καμπύλες στο επίπεδο m - p αφενός της ιδιοτιμής χ_{mp} (παχιές γραμμές) και αφετέρου του λόγου R_{mp} (λεπτές γραμμές) για αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής (αριστερή στήλη) και για αλληλεπίδραση 2^{ης} αρμονικής (δεξιά στήλη). Χρησιμοποιείται η προσέγγιση $\chi_{mp} \cong \chi_{mpo}$ και οι (5.2.11)-(5.2.12). (α) Συμπεριστροφόμενοι ρυθμοί. (β) Αντιπεριστροφόμενοι ρυθμοί.

Η ανωμαλία στις ισοϋψείς καμπύλες του λόγου R_{mp} των συμπεριστροφόμενων ρυθμών, η οποία εμφανίζεται όταν ο αξιμουθιακός δείκτης m γίνεται μικρός, οφείλεται στην ακόλουθη ανωμαλία: $J_1(\chi_{1,1o}) > J_2(\chi_{2,1o}) > J_3(\chi_{3,1o}) > J_0(\chi_{0,1o}) > J_4(\chi_{4,1o}) > J_5(\chi_{5,1o}) > \dots$ Η ανωμαλία αυτή προκύπτει επειδή θεωρούμε ότι $\chi_{0,1o}$ είναι η πρώτη θετική ρίζα της εξίσωσης $J_0'(\chi) = 0$, σε αντίθεση με τη σχετική εξαίρεση στην §9.5 του [84] όπου τίθεται $\chi_{0,1o} = 0$. Η επιλογή $\chi_{0,1o} = 0$ θα οδηγούσε σε μηδενική ακτίνα δέσμης για κάποιους ρυθμούς, πράγμα που μπορεί να ισχύει μόνο σε γυροτρόνιο μεγάλης τροχιάς και όχι στο συμβατικό ή στο ομοαξονικό γυροτρόνιο. Οι έντονες γωνίες στις ισοϋψείς είναι αποτέλεσμα του γεγονότος ότι δεδομένα για τη σχεδίαση των ισοϋψών υπάρχουν προφανώς μόνο στα σημεία του επιπέδου που αντιστοιχούν σε ακέραια m , p .

ώστε να μεγιστοποιεί το μέτρο της συνάρτησης σύζευξης δέσμης-ρυθμού $G_{n,s}(k_{\perp n} R_e)$ για το ρυθμό λειτουργίας. Χρησιμοποιώντας και πάλι προσεγγιστικά την έκφραση $G_{n,s}(k_{\perp n} R_e) = J_{m-s}(k_{\perp n} R_e)$ που ισχύει για συμβατική κοιλότητα, στο σχήμα 5.4 θεωρήσαμε ότι η ακτίνα της δέσμης αντιστοιχεί στο πρώτο (και μεγαλύτερο κατά μέτρο) μέγιστο της συνάρτησης σύζευξης [117]:

$$\frac{R_e}{R_{o,0}} \cong \frac{\chi_{(|m|\pm s_n)1o}}{\chi_{|m|po}} \tag{5.2.12}$$

όπου $\chi_{(|m|-s)10}$ είναι η πρώτη θετική ρίζα της εξίσωσης $[J_{|m|-s}(x)]' = 0$ και το πρόσημο $-/+$ αφορά τους συμπεριστρεφόμενους και αντιπεριστρεφόμενους ρυθμούς αντίστοιχα. Σε μια σχεδίαση είναι πιθανό κάποιοι λόγοι να επιβάλλουν επιλογή ακτίνας δέσμης διαφορετική από την (5.2.12). Κάτι τέτοιο όμως σχετίζεται με τις ιδιαιτερότητες της σχεδίασης και δεν θα απασχολήσει τη γενική ανάλυσή μας. Στο σχήμα 5.4 φαίνονται επίσης και οι ισούψεις της ιδιοτιμής $\chi_{mp} \cong \chi_{mp0}$ των ρυθμών λειτουργίας.

Η χρησιμότητα των σχημάτων 5.1-5.4 για τη σχεδίαση γυροτρονίων θα φανεί σε επόμενες ενότητες. Προς το παρόν θα επισημάνουμε τα εξής: Το σχήμα 5.1 δείχνει ότι οι περιοχές υψηλής απόδοσης απαντώνται για $F > 0.1$. Όσο αυξάνει η συχνότητα λειτουργίας, οι εν λόγω τιμές του F απαιτούν όλο και μικρότερη τάση λειτουργίας ή/και μεγαλύτερες τιμές του λόγου R_{mp} για να μην προκαλούν ωμική φόρτιση εξωτερικού τοιχώματος που να υπερβαίνει την οριακή τιμή 1 kW/cm^2 (σχήματα 5.2-5.3). Όσο όμως μικραίνει η τάση λειτουργίας χρειάζεται μεγαλύτερο ρεύμα δέσμης για δεδομένη ισχύ εξόδου. Από ένα σημείο και πέρα η τάση δεν μπορεί να ελαττωθεί περαιτέρω χωρίς τη δημιουργία προβλημάτων από τη χειροτέρευση της ποιότητας της δέσμης και από την έντονη πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου (βλ. ενότητα 5.3). Από την άλλη πλευρά, αύξηση του R_{mp} απαιτεί αύξηση της τάξης άρα και της ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας (σχήμα 5.4) με προφανή ανεπιθύμητη πύκνωση του φάσματος των ανταγωνιστικών ρυθμών. Η κατάσταση γίνεται δυσμενέστερη για αλληλεπίδραση δεύτερης αρμονικής διότι αυτή παρουσιάζει εγγενώς μικρότερες τιμές του F . Σύμφωνα με την (5.2.9) είναι

$$F(s_n = 2) \cong \beta_{\perp \text{lin}} F(s_n = 1) \quad (5.2.13)$$

Όπως θα δούμε αργότερα, οι περιοχές υψηλής απόδοσης δεν είναι προσβάσιμες για CW λειτουργία ισχύος σε υποχιλιοστομετρική ακτινοβολία ($f > 300 \text{ GHz}$) με αλληλεπίδραση 2^{15} αρμονικής.

5.3 Φυσικοί και Τεχνολογικοί Περιορισμοί

5.3.1 Περιορισμοί σχετιζόμενοι με το χωρικό φορτίο της ηλεκτρονικής δέσμης

Στο εγκάρσιο επίπεδο της κοιλότητας η ηλεκτρονική δέσμη αποτελεί μια δακτυλιοειδή κατανομή ηλεκτρικού φορτίου σταθερής (σε πρώτη προσέγγιση) πυκνότητας μεταξύ των ακτίνων $R_e \pm \Delta R_e/2$. Το ολικό πάχος ΔR_e της δέσμης είναι

$$\Delta R_e = \Delta_{gc} + 2r_L \quad (5.3.1)$$

όπου Δ_{gc} είναι η διασπορά των κέντρων περιστροφής των ηλεκτρονίων και r_L η ακτίνα Larmor. Στην κοιλότητα του ομοαξονικού γυροτρονίου το δυναμικό μέσα στην ηλεκτρονική δέσμη είναι διαφορετικό, λόγω του φορτίου της δέσμης, από το δυναμικό του εξωτερικού τοιχώματος και από το δυναμικό του εσωτερικού αγωγού. Το εξωτερικό τοίχωμα, ο εσωτερικός αγωγός, ο δίαυλος και η άνοδος είναι συνήθως γειωμένα, ενώ η κάθοδος βρίσκεται σε αρνητικό δυναμικό μέτρου V_c . Κατά συνέπεια η (μέση) διαφορά

δυναμικού V_b που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια για να αποκτήσουν κινητική ενέργεια ίση με $(\gamma_{in} - 1)m_e c^2$ (όπου $\gamma_{in} = 1 + V_b/V_0$) είναι μικρότερη από την τιμή V_c , αφού η δέσμη είναι ένα ηλεκτρικό φορτίο σε κάποια απόσταση από τα τοιχώματα. Δηλαδή τα ηλεκτρόνια στην κοιλότητα εκτός από κινητική έχουν και δυναμική ενέργεια, η οποία προφανώς δεν είναι διαθέσιμη για μετατροπή σε ηλεκτρομαγνητική. Λύνοντας το σχετικό απλοποιημένο ηλεκτροστατικό πρόβλημα με την παραδοχή άπειρης έκτασης ως προς z και σταθερών R_o, R_i, R_e και ΔR_e , προκύπτει η διαφορά δυναμικού $V_c - V_b$ που σχετίζεται με τη μη αξιοποιήσιμη δυναμική ενέργεια της δέσμης:

$$[V_c - V_b]_{\text{coaxial}} = \frac{\zeta_0}{4\pi} \frac{I_b}{\beta_{\parallel in}} G_{\text{coaxial}} \quad (5.3.2)$$

όπου

$$G_{\text{coaxial}} \hat{=} 2 \ln\left(\frac{R_o}{R_{e,o}}\right) \frac{\ln(R_e/R_i)}{\ln(R_o/R_i)} + \frac{\ln(R_e/R_i)}{\ln(R_o/R_i)} \left[1 - \frac{R_{e,i}^2}{R_e \Delta R_e} \ln\left(\frac{R_{e,o}}{R_{e,i}}\right) \right] + \frac{R_{e,i}^2}{R_e \Delta R_e} \ln\left(\frac{R_e}{R_{e,i}}\right) - \frac{R_e - \Delta R_e/4}{2R_e} \quad (5.3.3)$$

είναι ένας γεωμετρικός παράγοντας με $R_{e,o} = R_e + \Delta R_e/2$ και $R_{e,i} = R_e - \Delta R_e/2$. Διευκρινίζουμε ότι σαν διαφορά $V_c - V_b$ στην (5.3.2) θεωρούμε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ του εξωτερικού τοιχώματος (ή του εσωτερικού αγωγού) και της κυλινδρικής επιφάνειας $R = R_e$. Για την ομοαξονική διάταξη αυτή η επιφάνεια παρουσιάζει μεγαλύτερη διαφορά δυναμικού σε σχέση με το τοίχωμα από ότι οι επιφάνειες $R = R_e \pm \Delta R_e/2$. Οι (5.3.2)-(5.3.3) συμπίπτουν με τα αποτελέσματα του [51], αν σε εκείνα θεωρηθεί ότι το εξωτερικό τοίχωμα και ο εσωτερικός αγωγός έχουν το ίδιο δυναμικό. Για λεπτή δέσμη, η προσέγγιση δεύτερης τάξης ως προς την ποσότητα $\Delta R_e/R_e \ll 1$ είναι η ακόλουθη:

$$G_{\text{coaxial}} \xrightarrow{\frac{\Delta R_e}{R_e} \ll 1} 2 \ln\left(\frac{R_o}{R_e}\right) \frac{\ln(R_e/R_i)}{\ln(R_o/R_i)} - \frac{1}{4} \frac{\Delta R_e}{R_e} + \frac{1}{12} \left[\frac{1}{2} - \frac{\ln(R_e/R_i)}{\ln(R_o/R_i)} \right] \left(\frac{\Delta R_e}{R_e} \right)^2 \quad (5.3.4)$$

Σε ό,τι αφορά την κοιλότητα του συμβατικού γυροτρονίου, η ανάλογη επίλυση του απλοποιημένου ηλεκτροστατικού προβλήματος δίνει

$$[V_c - V_b]_{\text{hollow}} = \frac{\zeta_0}{4\pi} \frac{I_b}{\beta_{\parallel in}} G_{\text{hollow}} \quad (5.3.5)$$

όπου

$$G_{\text{hollow}} \hat{=} 2 \ln\left(\frac{R_o}{R_{e,o}}\right) + \left[1 - \frac{R_{e,i}^2}{R_e \Delta R_e} \ln\left(\frac{R_{e,o}}{R_{e,i}}\right) \right] \quad (5.3.6)$$

ο αντίστοιχος γεωμετρικός παράγοντας με $R_{e,o} = R_e + \Delta R_e/2$ και $R_{e,i} = R_e - \Delta R_e/2$. Σαν διαφορά $V_c - V_b$ στην (5.3.5) θεωρούμε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ του εξωτερικού

τοιχώματος και της κυλινδρικής επιφάνειας $R = R_e - \Delta R_e/2^{(*)}$. Για τη συμβατική κοιλότητα η επιφάνεια αυτή παρουσιάζει τη μεγαλύτερη διαφορά δυναμικού ως προς το τοίχωμα σε σχέση με οποιαδήποτε άλλη κυλινδρική επιφάνεια μέσα στη δέσμη. Ο πρώτος προσθετός στην (5.3.6) αντιπροσωπεύει την πτώση τάσης από το τοίχωμα έως την εξωτερική επιφάνεια $R = R_e + \Delta R_e/2$ της δέσμης και οι υπόλοιποι την πτώση τάσης μέσα στη δέσμη. Η προσέγγιση δεύτερης τάξης ως προς $\Delta R_e/R_e$ για λεπτή δέσμη ($\Delta R_e/R_e \ll 1$) είναι

$$G_{\text{hollow}} \xrightarrow{\frac{\Delta R_e}{R_e} \ll 1} 2 \ln \left(\frac{R_o}{R_e} \right) - \frac{1}{12} \left(\frac{\Delta R_e}{R_e} \right)^2 \quad (5.3.7)$$

Η παράμετρος ΔV που ορίστηκε στην προηγούμενη ενότητα δίνεται τώρα από τη σχέση

$$\Delta V = \frac{V_c - V_b}{V_c} = \left\{ 1 + \frac{1000}{(\zeta_o/4\pi) G} \frac{\beta_{\text{lin}} [V_b/(1 \text{ kV})]^2}{[P_b/(1 \text{ kW})]} \right\}^{-1} \quad (5.3.8)$$

όπου $G = G_{\text{coaxial}}$ ή $G = G_{\text{hollow}}$ κατά περίπτωση και $P_b = I_b V_b$ είναι η ισχύς της ηλεκτρονικής δέσμης. Για καλή ολική απόδοση η_{tot} του γυροτρονίου αλλά και για αποφυγή ενδεχόμενων ασταθειών στην ηλεκτρονική δέσμη, η παράμετρος ΔV πρέπει να είναι μικρότερη από κάποια οριακή τιμή

$$\Delta V \leq \Delta V_{\text{max}} \quad (5.3.9)$$

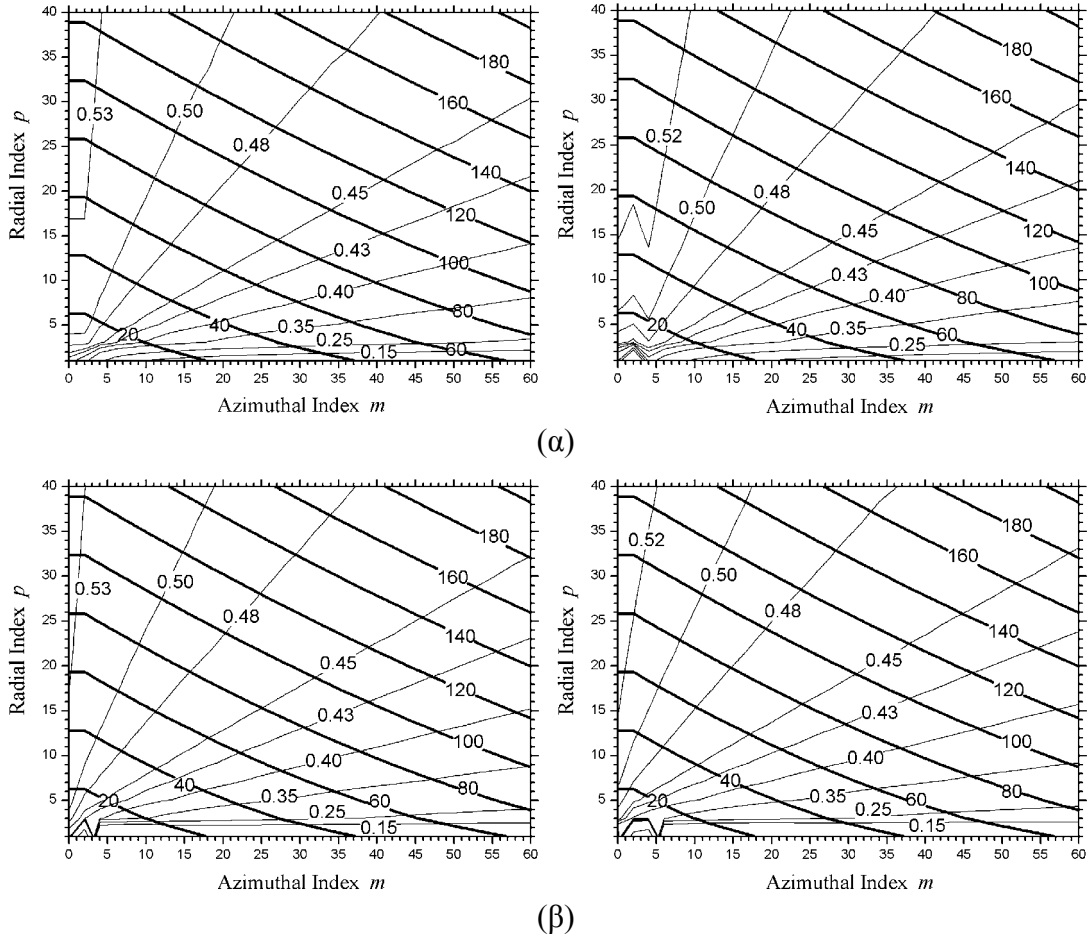
Συνήθως είναι επιθυμητό να ισχύει $\Delta V \leq 0.1$ [6-κεφ. 5]. Ένας επιπλέον περιορισμός που οφείλεται στην πτώση τάσης λόγω του χωρικού φορτίου της δέσμης σχετίζεται με το λεγόμενο οριακό ρεύμα I_L (limiting current). Όπως προβλέπει η αδιαβατική προσέγγιση για την κίνηση των ηλεκτρονίων μέσα στο αυξάνον μαγνητικό πεδίο από την κάθοδο στην κοιλότητα, η πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου δεν επηρεάζει την εγκάρσια ορμή των ηλεκτρονίων, αλλά ελαττώνει μόνο την αξονική τους ορμή [10], [6-κεφ. 5]. Όταν το ρεύμα της δέσμης φθάσει την οριακή τιμή I_L , η πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου γίνεται τόσο μεγάλη που η αξονική ορμή μηδενίζεται και η δέσμη ανακλάται. Το οριακό ρεύμα δίνεται από τη σχέση [50], [6-κεφ. 5]

$$I_L = \frac{V_o}{(\zeta_o/4\pi) G} \frac{\tilde{\gamma}_{\text{in}} \left[1 - \left(1 - \tilde{\beta}_{\text{lin}}^2 \right)^{1/3} \right]^{3/2}}{G} \quad (5.3.10)$$

(*) Αυτή η διαφορά $V_c - V_b$ χρησιμοποιείται στα [10], [93]. Είναι συμβατή με τη διαφορά $V_c - V_b$ της (5.3.2) για την ομοαξονική κοιλότητα, με την έννοια ότι και στις δύο περιπτώσεις υπολογίζεται η μεγαλύτερη διαφορά δυναμικού που μπορεί να παρατηρηθεί μεταξύ του τοιχώματος και κάποιας κυλινδρικής επιφάνειας της ηλεκτρονικής δέσμης. Αντίθετα στα [50], [63] υπολογίζεται η διαφορά δυναμικού μεταξύ του εξωτερικού τοιχώματος και της επιφάνειας $R = R_e$ της δέσμης. Στην περίπτωση αυτή ισχύει πάλι η (5.3.5) αλλά τώρα [50]

$$G_{\text{hollow}} \hat{=} 2 \ln \left(\frac{R_o}{R_{e,o}} \right) + \left[\frac{1}{2} + \frac{\Delta R_e}{8R_e} - \frac{R_{e,i}^2}{R_e \Delta R_e} \ln \left(\frac{R_{e,o}}{R_e} \right) \right] \text{ και } G_{\text{hollow}} \xrightarrow{\frac{\Delta R_e}{R_e} \ll 1} 2 \ln \left(\frac{R_o}{R_e} \right) - \frac{1}{4} \frac{\Delta R_e}{R_e} - \frac{1}{24} \left(\frac{\Delta R_e}{R_e} \right)^2.$$

Η σχέση (6) του [63] συμφωνεί με τα παραπάνω όταν χρησιμοποιηθεί προσέγγιση πρώτης τάξης ως προς $\Delta R_e/R_e$.



Σχήμα 5.5: Ισοϋψείς καμπύλες στο επίπεδο m - p της ιδιοτιμής χ_{mp} (παχιές γραμμές) και του γεωμετρικού παράγοντα $G = G_{\text{coaxial}}$ ομοαξονικής κοιλότητας (λεπτές γραμμές) για αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής (αριστερή στήλη) και για αλληλεπίδραση 2^{15} αρμονικής (δεξιά στήλη). Χρησιμοποιείται η προσέγγιση $\chi_{mp} \cong \chi_{mpo}$, η πρώτη από τις (5.3.13) με $R_i/R_e = 0.75$ και η (5.2.12). (α) Συμπεριστρεφόμενοι ρυθμοί. (β) Αντιπεριστρεφόμενοι ρυθμοί.

όπου η περισπωμένη δηλώνει την τιμή ενός μεγέθους απουσία της πτώσης τάσης λόγω χωρικού φορτίου:

$$\tilde{\gamma}_{\text{in}} = 1 + \frac{V_c}{V_0} = \frac{\gamma_{\text{in}} - \Delta V}{1 - \Delta V}, \quad \tilde{\beta}_{\parallel \text{in}} = \sqrt{1 - \tilde{\beta}_{\perp \text{in}}^2 - \frac{1}{\tilde{\gamma}_{\text{in}}^2}}, \quad \tilde{\beta}_{\perp \text{in}} = \frac{\gamma_{\text{in}} \beta_{\perp \text{in}}}{\tilde{\gamma}_{\text{in}}} \quad (5.3.11)$$

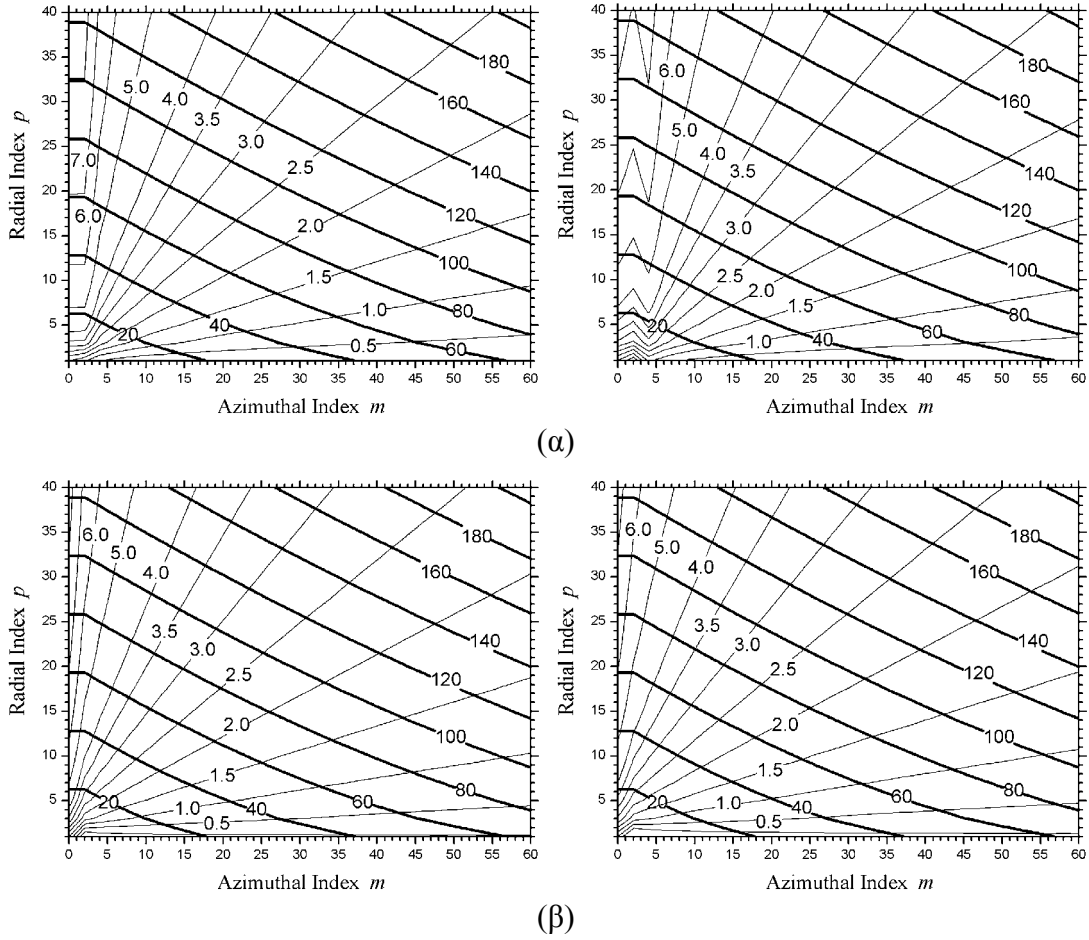
(Η τελευταία σχέση προκύπτει επειδή η ποσότητα $(\gamma \beta_{\perp})^2/B$ είναι αδιαβατικά αμετάβλητη μεταξύ καθόδου και κοιλότητας [10], [6-κεφ. 5].) Προφανώς για ομαλή λειτουργία υπάρχει περιορισμός για το ρεύμα I_b της ηλεκτρονικής δέσμης:

$$\frac{I_L}{I_b} \geq \left[\frac{I_L}{I_b} \right]_{\text{min}} \quad (5.3.12)$$

Συνήθως απαιτείται $I_L/I_b \geq 2$ [6-κεφ. 5].

Όταν η δέσμη θεωρηθεί ότι έχει μηδενικό πάχος, τότε σύμφωνα με τις (5.3.4), (5.3.7) ισχύουν οι προσεγγίσεις

5.3 Φυσικοί και Τεχνολογικοί Περιορισμοί



Σχήμα 5.6: Ισοϋψείς καμπύλες στο επίπεδο $m-p$ της ιδιοτιμής χ_{mpo} (παχιές γραμμές) και του γεωμετρικού παράγοντα $G = G_{\text{hollow}}$ συμβατικής κοιλότητας (λεπτές γραμμές) για αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής (αριστερή στήλη) και για αλληλεπίδραση 2^{15} αρμονικής (δεξιά στήλη). Χρησιμοποιείται η δεύτερη από τις (5.3.13) και η (5.2.12). (α) Συμπεριστροφόμενοι ρυθμοί. (β) Αντιπεριστροφόμενοι ρυθμοί.

$$G_{\text{coaxial}} \xrightarrow{\Delta R_e \rightarrow 0} 2 \frac{\ln(R_o/R_e) \ln(R_e/R_i)}{\ln(R_o/R_e) + \ln(R_e/R_i)} \text{ και } G_{\text{hollow}} \xrightarrow{\Delta R_e \rightarrow 0} 2 \ln(R_o/R_e) \quad (5.3.13)$$

Οι παραπάνω σχέσεις χρησιμοποιούνται συχνά στην πράξη διότι παρέχουν συνήθως ικανοποιητική ακρίβεια. Συμφωνούν με τα αποτελέσματα που παρουσιάσαμε στην παράγραφο 1.4.2 και, όπως ήδη σχολίασαμε εκεί, επιδεικνύουν άμεσα την υπεροχή της ομοαξονικής κοιλότητας σε σύγκριση με τη συμβατική σε ό,τι αφορά την ανεπιθύμητη πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου της δέσμης: Σύμφωνα με τις (5.3.2), (5.3.5) και (5.3.13) είναι $[V_c - V_b]_{\text{coaxial}} \leq (1/2)[V_c - V_b]_{\text{hollow}}$ και η ισότητα ισχύει για $R_e = (R_o R_i)^{1/2}$. Έτσι η ομοαξονική κοιλότητα παρουσιάζει μικρότερη πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου, οπότε αφενός αυξάνει η ολική απόδοση και αφετέρου, λόγω (5.3.10)- (5.3.12), αυξάνει το επιτρεπτό άνω όριο για το ρεύμα της δέσμης. Το τελευταίο πλεονέκτημα είναι ιδιαίτερα σημαντικό για λειτουργία υψηλής ισχύος (\sim MW), όπου απαιτείται αντίστοιχα υψηλή ισχύς ηλεκτρονικής δέσμης.

Στα σχήματα 5.5-5.6 παρουσιάζεται η εξάρτηση του γεωμετρικού παράγοντα G από το ρυθμό λειτουργίας με την απεικόνιση των ισοϋψών καμπύλων του G στο επίπεδο $m-p$. Χρησιμοποιούνται οι (5.3.13) και η (5.2.12). Η παρατηρούμενη ανωμαλία στις

ισοϋψείς καμπύλες του γεωμετρικού παράγοντα των συμπεριστρεφόμενων ρυθμών, όταν ο αζιμουθιακός δείκτης m είναι μικρός, είναι αποτέλεσμα της ακόλουθης ανωμαλίας της ρίζας χ_{m10} της εξίσωσης $J'_m(\chi) = 0$: $\chi_{1,10} < \chi_{2,10} < \chi_{0,10} < \chi_{3,10} < \chi_{4,10} < \dots$. Η ανωμαλία αυτή οδηγεί, λόγω της (5.2.12), σε αντίστοιχη ανωμαλία στις τιμές της ακτίνας R_e της δέσμης και του λόγου R_o/R_e . Ανάλογο φαινόμενο συναντήσαμε και στο σχήμα 5.4^(*). Οι έντονες γωνίες στις ισοϋψείς καμπύλες οφείλονται στο γεγονός ότι δεδομένα για τη σχεδιάσή τους υπάρχουν προφανώς μόνο στα σημεία του επιπέδου που αντιστοιχούν σε ακέραια m και p . Για τον υπολογισμό του G στην περίπτωση της ομοαξονικής κοιλότητας απαιτείται επιπλέον η τιμή του λόγου R_i/R_e . Για το σχήμα 5.5 τέθηκε ενδεικτικά $R_i/R_e = 0.75$, επιλογή που βασίστηκε σε τιμές που απαντώνται στην πράξη: $R_{i,0}/R_e = 0.76-0.78$ στο [39], $R_{i,0}/R_e = 0.79$ στο [47], $R_{i,0}/R_e = 0.74$ στο [40], $R_{i,0}/R_e = 0.77-0.79$ στα [105], [111], $R_{i,0}/R_e = 0.78$ στο [117].

5.3.2 Περιορισμοί σχετιζόμενοι με την πηγή ηλεκτρονικής δέσμης

Η συνήθης πηγή ηλεκτρονικής δέσμης στα γυροτρόνια είναι τύπου MIG (Magnetron Injection Gun) [10]. Μια τέτοια πηγή για συμβατικό γυροτρόνιο φαίνεται στο σχήμα 5.7 (δάνειο από [10]) μαζί με το διάυλο της ηλεκτρονικής δέσμης και την τυπική αξονική εξάρτηση του μόνιμου μαγνητικού πεδίου. Η εικονιζόμενη πηγή είναι τύπου τριόδου με δύο ανόδους. Εμείς θα ασχοληθούμε με τη συνηθέστερη περίπτωση της πηγής ηλεκτρονικής δέσμης τύπου διόδου, η οποία μπορεί να θεωρηθεί ειδική περίπτωση της πηγής του σχήματος 5.7 όταν οι δύο άνοδοι βρίσκονται στο ίδιο δυναμικό και σε διαφορά δυναμικού V_c σε σχέση με την κάθοδο. Η ανάλυση που ακολουθεί για τους διάφορους περιορισμούς που σχετίζονται με την πηγή ηλεκτρονικής δέσμης είναι κοινή για τα συμβατικά και για τα ομοαξονικά γυροτρόνια. Στα τελευταία, όπως είδαμε στην παράγραφο 1.4.2, χρησιμοποιούνται οι παραλλαγές IMIG (Inverse MIG) ή CMIG (Coaxial MIG) της πηγής τύπου MIG [6-κεφ. 6].

- *Ακτίνα εκπομπού R_{em} και μαγνητική συμπίεση b_c*

Η μέση ακτίνα R_{em} του εκπομπού, ο οποίος είναι μια επιφάνεια κόλουρου κώνου από κατάλληλο υλικό για θερμοϊονική εκπομπή ηλεκτρονίων (σχήμα 5.7), σχετίζεται με τη μέση ακτίνα R_e της ηλεκτρονικής δέσμης στην κοιλότητα σύμφωνα με τη σχέση [10], [6-κεφ. 6]

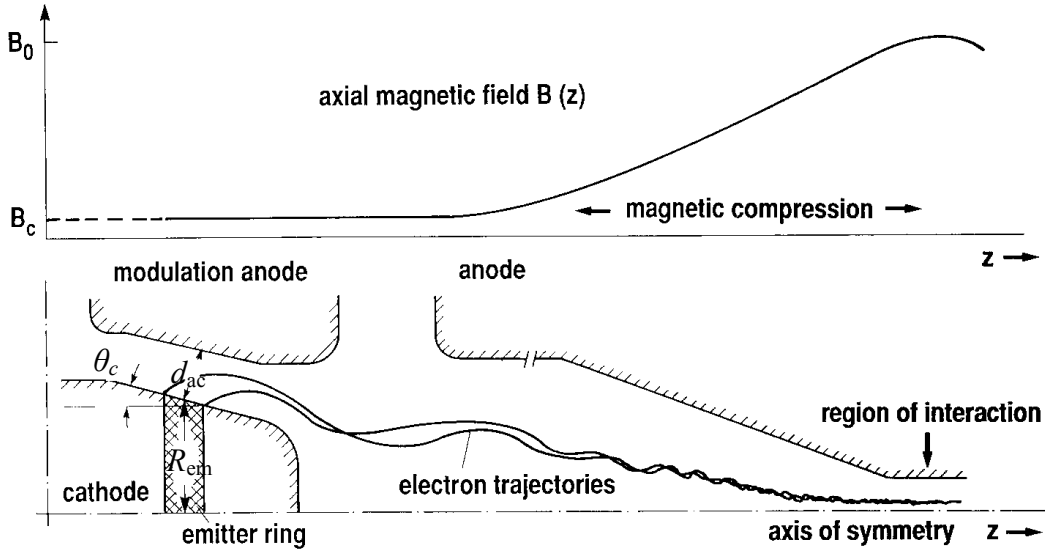
$$R_{em} = R_e \sqrt{b_c} \quad (5.3.14)$$

όπου b_c η λεγόμενη μαγνητική συμπίεση (magnetic compression)

$$b_c \triangleq \frac{B_0}{B_c} \quad (5.3.15)$$

δηλαδή ο λόγος του μέτρου του αξονικού μαγνητικού πεδίου στην κοιλότητα προς το μέτρο του αξονικού μαγνητικού πεδίου στην κάθοδο. Η σχέση (5.3.14) προκύπτει από το

^(*) Όπως σχολιάσαμε και στο σχήμα 5.4, η ανωμαλία οφείλεται στο ότι για να αποφύγουμε την περίπτωση μηδενικής ακτίνας δέσμης (που δεν συνάδει με το συμβατικό ή το ομοαξονικό γυροτρόνιο αλλά μόνο με το γυροτρόνιο μεγάλης τροχιάς), θεωρούμε ότι $\chi_{0,10}$ είναι η πρώτη θετική ρίζα της εξίσωσης $J'_0(\chi) = 0$, σε αντίθεση με τη σχετική εξαίρεση στην §9.5 του [84] όπου τίθεται $\chi_{0,10} = 0$.



Σχήμα 5.7 (από [10]): Η πηγή ηλεκτρονικής δέσμης τύπου MIG και ο διάυλος της ηλεκτρονικής δέσμης για συμβατικό γυροτρόνιο. Στο επάνω μέρος φαίνεται η τυπική εξάρτηση του μόνιμου μαγνητικού πεδίου από το z .

θεώρημα Busch, αν θεωρηθεί ότι η ακτινική συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου είναι αμελητέα σε σχέση με την αξονική [10], [118]. Τεχνολογικοί λόγοι επιβάλλουν ένα άνω όριο στην τιμή της ακτίνας του εκπομπού, ενώ φυσικοί λόγοι επιβάλλουν ένα άνω όριο στη μαγνητική συμπίεση [6-κεφ. 5]:

$$R_{em} \leq R_{em,max} \Leftrightarrow b_c \leq \left(\frac{R_{em,max}}{R_e} \right)^2 \quad (5.3.16)$$

$$b_c \leq b_{c,maximum} \quad (5.3.17)$$

Συνήθως $R_{em,max} = 50 \text{ mm}$ και $b_{c,maximum} = 50$ [93], [6-κεφ. 5]. Οι δύο παραπάνω περιορισμοί οδηγούν σε μια ανώτατη αποδεκτή τιμή $b_{c,max}$ για τη μαγνητική συμπίεση b_c .

- Ηλεκτρικό πεδίο στην επιφάνεια του εκπομπού E_c

Το μέτρο E_c του ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια του εκπομπού δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση (5.15) του [10]

$$E_c \cong V_c \frac{\cos \theta_c}{R_{em} \ln(1 + d_{ac} \cos \theta_c / R_{em})} \quad (5.3.18)$$

που προκύπτει από την τροποποίηση της αντίστοιχης σχέσης για τον ομοαξονικό πυκνωτή. Εδώ η οξεία γωνία θ_c είναι η γωνία του κώνου της καθόδου και d_{ac} είναι η απόσταση ανόδου-καθόδου (σχήμα 5.7). Εναλλακτικά, από την (5.14) του [10] και χρησιμοποιώντας την (5.2.8), καταλήγουμε στην ακόλουθη έκφραση για το E_c :

$$E_c \cong 2\pi V_0 \frac{\gamma_{in}^2 \beta_{\perp in} (1 - 0.5\beta_{\perp in}^2 \Delta)}{s_n \lambda b_c^{3/2} \cos \theta_c} \quad (5.3.19)$$

ή ισοδύναμα [93]

$$\frac{E_c}{(1 \text{ kV/mm})} \cong 10.7098 \cdot \frac{[f/(1 \text{ GHz})] \gamma_{in}^2 \beta_{\perp in} (1 - 0.5\beta_{\perp in}^2 \Delta)}{s_n b_c^{3/2} \cos \theta_c} \quad (5.3.20)$$

Για να μην ξεπεράσει η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε κάποιο σημείο της καθόδου (ιδιαίτερα στη μύτη) τη διηλεκτρική αντοχή του υψηλού κενού της διάταξης, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια του εκπομπού θα πρέπει να μην υπερβαίνει κάποιο όριο [118]:

$$E_c \leq E_{c,\max} \Leftrightarrow b_c \geq \left\{ 10.7098 \cdot \frac{[f/(1 \text{ GHz})] \gamma_{in}^2 \beta_{\perp in} (1 - 0.5\beta_{\perp in}^2 \Delta)}{s_n \cos \theta_c} \left[\frac{E_{c,\max}}{(1 \text{ kV/mm})} \right]^{-1} \right\}^{2/3} \quad (5.3.21)$$

Το όριο $E_{c,\max}$ κυμαίνεται μεταξύ 5 kV/mm και 7 kV/mm [10], [93], [118], [6-κεφ. 5]. Ο περιορισμός (5.3.21) ορίζει ένα κάτω όριο για τη μαγνητική συμπίεση b_c .

- Απόσταση ανόδου-καθόδου d_{ac}

Για να μην προσπίπτουν ηλεκτρόνια στην άνοδο, η απόσταση ανόδου-καθόδου θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από το διπλάσιο της ακτίνας Larmor $r_{Lc} = r_L \sqrt{b_c}$ στην περιοχή της καθόδου [118]

$$\frac{d_{ac}}{r_{Lc}} > 2 \quad (5.3.22)$$

Θέτοντας

$$\varepsilon \triangleq \ln \left(1 + \frac{d_{ac} \cos \theta_c}{R_{em}} \right) \quad (5.3.23)$$

και χρησιμοποιώντας τις (5.3.18), (5.3.19), (5.3.14) και (5.3.8) καταλήγουμε στο ότι

$$\varepsilon \cong b_c \frac{(1 - \Delta V)^{-1} (V_b/V_0) s_n \lambda \cos^2 \theta_c}{2\pi R_e \gamma_{in}^2 \beta_{\perp in} (1 - 0.5\beta_{\perp in}^2 \Delta)} \quad (5.3.24)$$

Επίσης από (5.3.23), (5.2.8) και (5.3.14) προκύπτει

$$\frac{d_{ac}}{r_{Lc}} = \frac{2\pi R_e (1 - 0.5\beta_{\perp in}^2 \Delta)}{s_n \lambda \beta_{\perp in} \cos \theta_c} (e^\varepsilon - 1) \quad (5.3.25)$$

Λόγω των (5.3.24)-(5.3.25), μια ισοδύναμη μορφή του περιορισμού (5.3.22) είναι η εξής:

$$b_c > \frac{2\pi R_e \gamma_{\text{in}}^2 \beta_{\perp \text{in}} (1 - 0.5 \beta_{\perp \text{in}}^2 \Delta)}{(1 - \Delta V)^{-1} (V_b/V_0) s_n \lambda \cos^2 \theta_c} \ln \left[1 + \frac{s_n \lambda \beta_{\perp \text{in}} \cos \theta_c}{\pi R_e (1 - 0.5 \beta_{\perp \text{in}}^2 \Delta)} \right] \quad (5.3.26)$$

Όταν ο δεύτερος προσθετέος στο όρισμα του λογάριθμου στην (5.3.26) είναι αρκετά μικρότερος της μονάδας (πράγμα που συμβαίνει συνήθως), η (5.3.26) γίνεται πολύ απλούστερη:

$$b_c > \frac{2\gamma_{\text{in}}^2 \beta_{\perp \text{in}}^2}{(1 - \Delta V)^{-1} (V_b/V_0) \cos \theta_c} \quad (5.3.27)$$

Ο περιορισμός (5.3.22) ορίζει και αυτός ένα κάτω όριο για τη μαγνητική συμπίεση, το οποίο παίρνει τη δυσμενέστερη τιμή όταν $\Delta V \rightarrow 0$.

- *Πυκνότητα ρεύματος εκπομπού J_{em}*

Με απλούς γεωμετρικούς συλλογισμούς το μέτρο J_{em} της πυκνότητας ρεύματος στον εκπομπό έχει την έκφραση [93]

$$J_{\text{em}} = \frac{I_b \sin \theta_c}{2\pi R_e \Delta_{\text{gc}} b_c} \quad (5.3.28)$$

Στην (5.3.28) χρησιμοποιήθηκε το ότι, σύμφωνα με το θεώρημα Busch, $l_{\text{em}} \sin \theta_c = \Delta_{\text{gc}} \sqrt{b_c}$ όπου l_{em} το πλάτος του δακτυλίου εκπομπής. Ανάλογα με το υλικό του εκπομπού, υπάρχει ένα τεχνολογικό άνω όριο για την πυκνότητα J_{em} :

$$J_{\text{em}} \leq J_{\text{em,max}} \quad (5.3.29)$$

Οι τιμές του ορίου $J_{\text{em,max}}$ κυμαίνονται μεταξύ 3 A/cm² και 10 A/cm² [6-κεφ. 5], [10], [93].

Σε ό,τι αφορά τη διασπορά Δ_{gc} των κέντρων περιστροφής των ηλεκτρονίων στην κοιλότητα, ισχύει συνήθως $\Delta_{\text{gc}} \cong 2r_L$ [93]. Σε κάθε περίπτωση, για την καλή σύζευξη του ρυθμού λειτουργίας με την ηλεκτρονική δέσμη (που επιτυγχάνεται με την ικανοποιητική συγκέντρωση της δέσμης γύρω από την ακτίνα όπου η συνάρτηση σύζευξης $G_{n,s}$ έχει μέγιστο μέτρο), θα πρέπει να ισχύει

$$\Delta_{\text{gc}} \leq A_w \frac{\lambda}{2} \quad (5.3.30)$$

Ο συντελεστής A_w είναι της τάξης του 0.25 [10], [6-κεφ. 6] ή του 0.30 [63]. Το J_{em} αυξάνει όσο ελαττώνεται η διασπορά Δ_{gc} . Θέτοντας $\Delta_{\text{gc}} = A_w (\lambda/2)$, η (5.3.28) δίνει

$$\frac{J_{\text{em}}}{(1 \text{ A/cm}^2)} = \frac{100 [P_b / (1 \text{ kW})] \sin \theta_c}{\pi A_w b_c [\lambda / (1 \text{ mm})] [R_e / (1 \text{ mm})] [V_b / (1 \text{ kV})]} \quad (5.3.31)$$

Η (5.3.31) εμπεριέχει την απαίτηση (5.3.30) παρέχοντας την ελάχιστη τιμή του J_{em} που την ικανοποιεί. Μεγαλύτερες τιμές της πυκνότητας J_{em} από αυτήν της (5.3.31) οδηγούν σε υπερκάλυψη της απαίτησης (5.3.30). Τόσο όμως λόγω της (5.3.29) όσο για λόγους που θα εκτεθούν στη συνέχεια της παραγράφου, το J_{em} είναι καλό να παραμένει χαμηλό.

Έτσι, τιμές του J_{em} μεγαλύτερες από αυτήν που δίνει η (5.3.31) δεν είναι επιθυμητές και δεν θα μας απασχολήσουν.

Ο περιορισμός (5.3.29) ορίζει, μέσω (5.3.31), ένα ακόμη κάτω όριο για τη μαγνητική συμπίεση b_c :

$$b_c \geq \frac{100[P_b/(1 \text{ kW})]\sin \theta_c}{\pi A_w[\lambda/(1 \text{ mm})][R_e/(1 \text{ mm})][V_b/(1 \text{ kV})] \left[\frac{J_{em,max}}{(1 \text{ A/cm}^2)} \right]^{-1}} \quad (5.3.32)$$

Η μικρότερη αποδεκτή τιμή του b_c είναι το μέγιστο των κάτω ορίων που προκύπτουν από τις (5.3.21), (5.3.26) και (5.3.32). Σημειώνουμε ότι οι κρίσιμοι περιορισμοί για την ελάχιστη αποδεκτή τιμή του b_c είναι συνήθως οι περιορισμοί για τα E_c και J_{em} και όχι αυτός για το λόγο d_{ac}/r_{Lc} .

- *Πυκνότητα ρεύματος περιορισμού χωρικού φορτίου J_{sc}*

Όπως έχουμε ήδη σχολιάσει στην §3.2.2, η κάθοδος στα γυροτρόνια λειτουργεί συνήθως σε συνθήκες θερμοκρασιακού περιορισμού (temperature-limited conditions) και όχι σε συνθήκες περιορισμού χωρικού φορτίου (space-charge-limited conditions). Ο κύριος λόγος είναι ότι έτσι επιτυγχάνεται μικρότερη διασπορά ταχυτήτων, όποτε και υψηλότερες τιμές του λόγου α [6-κεφ. 6], [113], [114]. Επιπλέον, σε συνθήκες θερμοκρασιακού περιορισμού ισχύει η αδιαβατική προσέγγιση για την κίνηση των ηλεκτρονίων, που οδηγεί σε απλές και εύχρηστες σχέσεις για τη σχεδίαση της πηγής ηλεκτρονικής δέσμης [10], [118]. Η πυκνότητα ρεύματος J_{sc} για λειτουργία σε συνθήκες περιορισμού χωρικού φορτίου (ροή Child-Langmuir) δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση [10], [118]

$$\frac{J_{sc}}{(1 \text{ A/cm}^2)} \cong 7.368 \frac{\cos^2 \theta_c}{[\xi(\varepsilon)]^2 [1 + (d_{ac}/R_{em})\cos \theta_c] [R_{em}/(1 \text{ mm})]^2 \left[\frac{V_c}{(1 \text{ kV})} \right]^{3/2}} \quad (5.3.33)$$

όπου

$$\varepsilon \triangleq \ln \left(1 + \frac{d_{ac} \cos \theta_c}{R_{em}} \right) \quad \text{και} \quad \xi(\varepsilon) \triangleq \varepsilon - \frac{2}{5} \varepsilon^2 + \frac{11}{120} \varepsilon^3 - \frac{47}{3300} \varepsilon^4 + \dots \quad (5.3.34)$$

Ο προσεγγιστικός χαρακτήρας της (5.3.33) οφείλεται στο ότι αποτελεί τροποποίηση της αντίστοιχης σχέσης για ομοαξονική διάταξη ανόδου-καθόδου και αγνοεί τόσο το μαγνητικό πεδίο όσο και το γεγονός ότι η περιοχή εκπομπής είναι στενή. Παρόλα αυτά δίνει μια καλή πρώτη εκτίμηση για την πυκνότητα J_{sc} . Για να εξασφαλιστεί η λειτουργία σε συνθήκες θερμοκρασιακού περιορισμού και να αποφευχθούν οι ανεπιθύμητες επιπτώσεις του χωρικού φορτίου της δέσμης στις ιδιότητές της, η πυκνότητα ρεύματος εκπομπού J_{em} πρέπει να παραμένει μικρή σε σχέση με την πυκνότητα ρεύματος J_{sc} :

$$\frac{J_{em}}{J_{sc}} \leq \left[\frac{J_{em}}{J_{sc}} \right]_{\max} \quad (5.3.35)$$

Συνήθως είναι επιθυμητό ο λόγος J_{em}/J_{sc} να είναι μικρότερος από 0.1-0.3 [10], [118]. Από (5.3.31), (5.3.33) και με τη βοήθεια των (5.3.34), (5.3.14), (5.3.8) έχουμε^(*)

$$\frac{J_{em}}{J_{sc}} = 4.32 \frac{\sin \theta_c}{A_w \cos^2 \theta_c} \frac{R_e}{\lambda} \frac{[P_b/(1 \text{ kW})]}{[V_b/(1 \text{ kV})]^{5/2}} (1 - \Delta V)^{3/2} [\xi(\varepsilon)]^2 e^\varepsilon \quad (5.3.36)$$

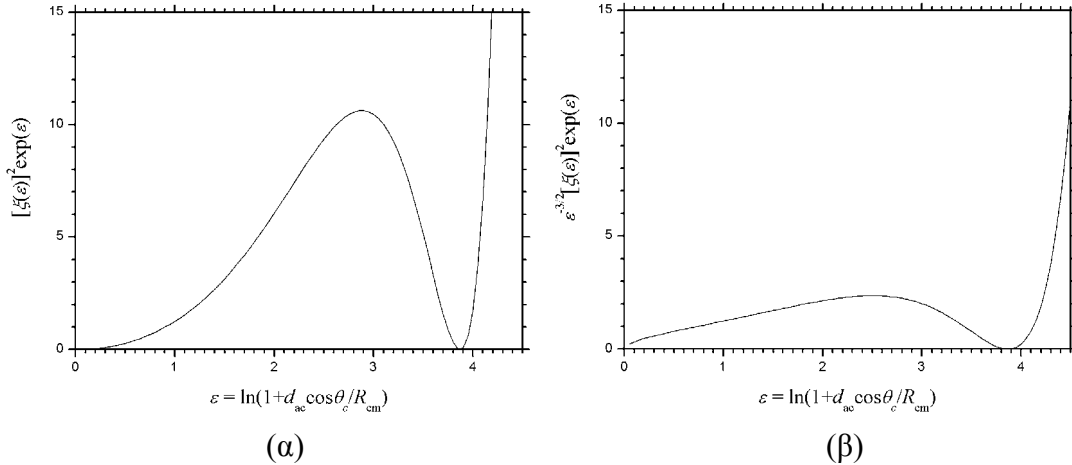
Λόγω της (5.3.24), η εξάρτηση του λόγου J_{em}/J_{sc} από τη μαγνητική συμπίεση περιγράφεται από τη συνάρτηση $[\xi(\varepsilon)]^2 \exp(\varepsilon)$ επειδή $\varepsilon \propto b_c$. Όταν $\varepsilon < 2.8826$, δηλαδή όταν $(d_{ac}/R_{em}) \cos \theta_c < 16.86$, ο λόγος J_{em}/J_{sc} είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση της παραμέτρου ε , άρα και της μαγνητικής συμπίεσης b_c . Αυτό φαίνεται από το σχήμα 5.8α όπου παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $[\xi(\varepsilon)]^2 \exp(\varepsilon)$. Επίσης, πάλι λόγω (5.3.24), η εξάρτηση του λόγου J_{em}/J_{sc} από την παράμετρο ΔV της πτώσης τάσης λόγω του χωρικού φορτίου της δέσμης περιγράφεται από τη συνάρτηση $\varepsilon^{-3/2} [\xi(\varepsilon)]^2 \exp(\varepsilon)$ επειδή $\varepsilon \propto (1 - \Delta V)^{-1}$. Όπως φαίνεται στο σχήμα 5.8β, όταν $\varepsilon < 2.5089$ [$\Leftrightarrow (d_{ac}/R_{em}) \cos \theta_c < 11.29$] ο λόγος J_{em}/J_{sc} είναι αύξουσα συνάρτηση της παραμέτρου ΔV , οπότε έχουμε τη δυσμενέστερη περίπτωση όταν $\Delta V \rightarrow \Delta V_{max}$. Οι προαναφερόμενες απαιτήσεις για την παράμετρο ε συνήθως ικανοποιούνται στις σχεδιάσεις της πράξης^(**). Μπορούμε έτσι να εμπιστευθούμε τα παραπάνω συμπεράσματα περί της αύξουσας εξάρτησης του λόγου J_{em}/J_{sc} από τα b_c και ΔV .

Το σύνολο των περιορισμών που σχετίζονται με την πηγή ηλεκτρονικής δέσμης μπορεί να αντιμετωπιστεί σχεδιαστικά ως εξής: Οι περιορισμοί (5.3.16)-(5.3.17) για την ακτίνα του εκπομπού και τη μαγνητική συμπίεση δίνουν ένα άνω φράγμα b_{cmax} για το b_c . Οι περιορισμοί (5.3.21), (5.3.26) και (5.3.32) για το ηλεκτρικό πεδίου εκπομπού, την απόσταση ανόδου-καθόδου και την πυκνότητα ρεύματος εκπομπού, δίνουν ένα κάτω φράγμα b_{cmin} για το b_c . Σε περίπτωση που $b_{cmin} \leq b_{cmax}$ η σχεδίαση είναι καταρχήν εφικτή για $b_{cmin} \leq b_c \leq b_{cmax}$, αλλιώς πρέπει να αλλάξουν οι διάφορες παράμετροι λειτουργίας (τάση V_b , ακτίνα R_e κλπ). Αν η σχεδίαση είναι καταρχήν εφικτή, τότε επιλέγεται η τιμή της μαγνητικής συμπίεσης που αντιστοιχεί στο μικρότερο λόγο J_{em}/J_{sc} . Όπως είπαμε πριν, η τιμή αυτή είναι η $b_c = b_{cmin}$, εφόσον $\varepsilon(b_{cmax}) < 2.8826$. Αν προκύψει ικανοποιητική τιμή του λόγου J_{em}/J_{sc} , η σχεδίαση μπορεί να προχωρήσει. Σε αντίθετη περίπτωση πρέπει πάλι να αλλάξουν οι παράμετροι λειτουργίας.

Τελειώνουμε αυτήν την παράγραφο σχολιάζοντας την επίδραση της γωνίας εκπομπού θ_c στους περιορισμούς. Η τιμή της οξείας γωνίας θ_c καθορίζει τον τύπο της ροής των ηλεκτρονίων. Μπορούμε έτσι να έχουμε δέσμη τεμνόμενων τροχιών (non-laminar beam: $10^\circ < \theta_c < 15^\circ$), δέσμη μη τεμνόμενων τροχιών (laminar beam: $\theta_c > 25^\circ$), ή “ενδιάμεση” δέσμη (“boundary” beam: $17^\circ < \theta_c < 22^\circ$) [6-κεφ. 6], [112], [114]. Είναι αμέσως φανερό από τις (5.3.31), (5.3.32) ότι η ικανοποίηση των περιορισμών για το ηλεκτρικό πεδίο και την πυκνότητα ρεύματος του εκπομπού δυσχεραίνεται με την αύξηση της γωνίας θ_c . Παράλληλα η προσεγγιστική απαίτηση (5.3.27), που συνήθως αντικαθιστά ικανοποιητικά την (5.3.26), δείχνει ότι η ικανοποίηση του περιορισμού απόστασης ανόδου-καθόδου επίσης δυσχεραίνεται με την αύξηση του θ_c . Παρόλο όμως που η αύξηση της γωνίας θ_c φαίνεται ανεπιθύμητη από τη σκοπιά των περιορισμών, η δέσμη μη τεμνόμενων τροχιών παρουσιάζει το πλεονέκτημα της μειωμένης διασποράς

(*) Η ανορθόδοξη χρήση της ποσότητας e^ε αντί του ίσου της $1 + d_{ac} \cos \theta_c / R_{em}$ στην (5.3.36) αποσκοπεί στο να καταστήσει το λόγο J_{em}/J_{sc} συνάρτηση της παραμέτρου ε . Η χρησιμότητα αυτού φαίνεται άμεσα στον σχολιασμό που έπεται της (5.3.36).

(**) Επιπλέον το ανάπτυγμα (5.3.34) για το ξ παύει να είναι ακριβές για μεγάλα ε [118].



Σχήμα 5.8: Ποιοτική εξάρτηση του λόγου J_{em}/J_{sc} από (α) τη μαγνητική συμπίεση b_c και (β) την παράμετρο ΔV της πτώσης τάσης λόγω χωρικού φορτίου, μέσω της παραμέτρου ε από (5.3.24).

ταχυτήτων όσο αυξάνεται το ρεύμα [10], [115], [112], [114]. Εκτιμούμε ότι ο συμβιβασμός των παραπάνω οδηγεί στο ότι οι προδιαγραφές μιας σχεδίασης καλύπτονται συχνότερα από την “ενδιάμεση” δέσμη [6-κεφ. 6].

5.3.3 Περιορισμοί σχετιζόμενοι με την κοιλότητα αλληλεπίδρασης

- *Ελάχιστος περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας*

Για δεδομένο ρυθμό λειτουργίας και δεδομένο σημείο λειτουργίας στο χώρο των παραμέτρων F , μ και Δ , ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση [93]

$$Q_{\text{dif}} \cong \left(\frac{\pi}{2}\right)^{3/2} \frac{V_0^2}{\zeta_0} \frac{1}{P_{\text{out}}} \left(\frac{s_n^{12} s_n^{-1}}{s_n^{s_n}}\right)^2 \frac{\gamma_{\text{in}}^2 (1 - 0.5 \beta_{\perp \text{in}}^2 \Delta)^2 (\chi_{\text{mpo}}^2 - m^2)}{\alpha \beta_{\perp \text{in}}^{2s_n - 7}} \frac{\mu F^2}{R_{\text{mp}}^2} \quad (5.3.37)$$

Η σχέση αυτή προκύπτει από τις (5.2.6)-(5.2.8) και την (2.2.33) για γκουσιανό αξονικό προφίλ πεδίου. Η προσεγγιστική ισότητα οφείλεται στη χρήση των εκφράσεων συμβατικής κοιλότητας $[C_n$ από (2.2.39) και $G_{n,s}(k_{\perp n} R_e) = J_{m-s}(k_{\perp n} R_e)$], επειδή ο ρυθμός λειτουργίας θεωρείται σχεδόν ανεπηρέαστος από το ομοαξονικό στέλεχος. Για κάθε κοιλότητα υπάρχει μια ελάχιστη τιμή $Q_{\text{dif},\text{min}}$ του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας [30], [69], [7-κεφ. 2]

$$Q_{\text{dif},\text{min}} = 4\pi \left(\frac{L_G}{\lambda}\right)^2 = \frac{4\mu^2}{\pi \alpha^2 \beta_{\perp \text{in}}^2} \quad (5.3.38)$$

Προφανώς για να είναι μια σχεδίαση εφικτή, θα πρέπει η τιμή του Q_{dif} που απαιτεί η (5.3.37) να είναι μεγαλύτερη από την τιμή $Q_{\text{dif},\text{min}}$:

$$\frac{Q_{\text{dif}}}{Q_{\text{dif},\text{min}}} > 1 \quad (5.3.39)$$

Η τιμή του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας ενός ρυθμού, ο οποίος δεν επηρεάζεται από τον εσωτερικό αγωγό σε μια ομοαξονική κοιλότητα, μπορεί να ρυθμιστεί από το μήκος L_2 του μεσαίου τμήματος, τη γωνία θ_3 και τις παραβολικές λειάνσεις του εξωτερικού τοιχώματος.

- *Ποσοστό ωμικών απωλειών*

Το ποσοστό των ωμικών απωλειών $P_{\text{ohm}}/P_{\text{out}}$ σε μια σχεδίαση πρέπει προφανώς να διατηρείται χαμηλότερο από κάποιο αποδεκτό όριο $[P_{\text{ohm}}/P_{\text{out}}]_{\text{max}}$. Σύμφωνα με την (5.1.2) η απαίτηση αυτή μπορεί να γραφεί ως

$$\frac{Q_{\text{dif}}}{Q_{\text{ohm}}} \leq \left[\frac{P_{\text{ohm}}}{P_{\text{out}}} \right]_{\text{max}} \quad (5.3.40)$$

Έτσι, για έναν υποψήφιο ρυθμό λειτουργίας, η τιμή του απαιτούμενου περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας που δίνει η (5.3.37) θα πρέπει να συγκριθεί με τον ωμικό συντελεστή ποιότητάς του Q_{ohm} . Για τον υπολογισμό του Q_{ohm} μπορούμε να επικαλεστούμε για άλλη μια φορά την προσέγγιση συμβατικής κοιλότητας και να χρησιμοποιήσουμε την (2.5.18), αφού ο ρυθμός λειτουργίας, όντας σχεδόν ανεπηρέαστος από το ομοαξονικό στέλεχος, δεν παρουσιάζει σοβαρές ωμικές απώλειες σε αυτό (σχήμα 2.10):

$$Q_{\text{ohm}} \cong \frac{\lambda}{\delta_{\text{out}}} \frac{(\chi_{\text{mpo}}^2 - m^2)}{2\pi\chi_{\text{mpo}}} \cong \frac{R_{o,0}}{\delta_{\text{out}}} \left(1 - \frac{m^2}{\chi_{\text{mpo}}^2} \right) \quad (5.3.41)$$

Στην (5.3.41) έχει γίνει χρήση της συνήθους προσέγγισης $\omega \cong ck_{\perp}$ για ρυθμό κοντά στην αποκοπή, η οποία οδηγεί στο

$$R_{o,0} \cong \frac{\chi_{\text{mpo}} \lambda}{2\pi} \quad (5.3.42)$$

Σημειώνουμε ότι από τους τρεις παράγοντες που σύμφωνα με την (5.2.1) επηρεάζουν την ολική απόδοση η_{tot} , η διαφοροποίηση των $(1 - \Delta V)$ και η_{el} από τη μονάδα οφείλεται στο ότι η ηλεκτρονική δέσμη διατηρεί μετά την αλληλεπίδραση κάποια ενέργεια (κινητική και δυναμική), η οποία δεν μετατράπηκε σε ηλεκτρομαγνητική. Η εναπομένουσα αυτή ενέργεια μπορεί να ανακτηθεί σε κάποιο βαθμό με τη χρήση συλλέκτη σε δυναμικό που επιβραδύνει τη δέσμη [6-κεφ. 6]. Αντίθετα η πτώση ολικής απόδοσης λόγω ωμικών απωλειών οφείλεται σε ισχύ που καταναλώνεται ωμικά στα τοιχώματα και η οποία προφανώς δεν μπορεί να ανακτηθεί. Με αυτό το σκεπτικό, οι ωμικές απώλειες είναι το δυσμενέστερο αίτιο πτώσης της απόδοσης.

- *Παράμετρος Fresnel*

Σύμφωνα με το [30], για να έχει ένας ρυθμός καλώς ορισμένη δομή πεδίου στην κοιλότητα, θα πρέπει η λεγόμενη παράμετρος Fresnel C_F

$$C_F \triangleq \frac{L_G^2}{8R_o \lambda \sqrt{1 - m^2/\chi_{\text{mpo}}^2}} \cong \frac{\pi}{4} \frac{(L_G/\lambda)^2}{\sqrt{\chi_{\text{mpo}}^2 - m^2}} \quad (5.3.43)$$

να είναι μεγαλύτερη από κάποια τιμή $C_{F,\min}$:

$$C_F \geq C_{F,\min} \quad (5.3.44)$$

[Στην προσεγγιστική ισότητα της (5.3.43) χρησιμοποιήθηκε η (5.3.42).] Στο [30] εκτιμάται ότι $C_{F,\min} = 1$. Έκτοτε το θέμα δεν έχει σχολιαστεί περαιτέρω, παρά μόνο στο [7-κεφ. 2] όπου υποστηρίζεται ότι η απαίτηση $C_F > 1$ είναι απαραίτητη για να είναι έγκυρη η συνήθης παραδοχή που θεωρεί την εγκάρσια δομή του πεδίου ενός ρυθμού στην κοιλότητα του γυροτρονίου παρόμοια με την εγκάρσια δομή του πεδίου ενός ρυθμού σε κυματοδηγό σταθερής διατομής. Παρόλα αυτά, ήδη σε πολλά επιτυχημένα γυροτρόνια είναι $C_F < 1$. Έτσι ο περιορισμός (5.3.44) μπορεί να διατηρηθεί, αλλά είναι λογικότερο να τεθεί $C_{F,\min} \cong 0.5$ [6-κεφ. 5].

- *Ωμική φόρτιση τοιχωμάτων*

Όπως έχουμε ήδη σχολιάσει πολλές φορές, η μέγιστη ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος της κοιλότητας και του ομοαξονικού εσωτερικού αγωγού πρέπει να διατηρούνται σε αποδεκτά επίπεδα:

$$\rho_{\text{peak,out}} \leq \rho_{\text{out,max}} \quad (5.3.45)$$

$$\rho_{\text{peak,in}} \leq \rho_{\text{in,max}} \quad (5.3.46)$$

Οι παραπάνω περιορισμοί γίνονται ιδιαίτερα κρίσιμοι όταν είναι επιθυμητή λειτουργία συνεχούς κύματος και αποτελούν τον κύριο λόγο (μαζί με την ανάγκη για υψηλό ρεύμα δέσμης) για τη χρήση μεγάλης κοιλότητας και συνεπώς υψηλής τάξης ρυθμού λειτουργίας στα γυροτρόνια υψηλής ισχύος. Με τις συνήθεις μεθόδους ψύξης η ωμική φόρτιση στη CW λειτουργία πρέπει να διατηρείται κάτω από τα 3-4 kW/cm² για το εξωτερικό τοίχωμα. Για τον εσωτερικό αγωγό το αντίστοιχο όριο είναι περίπου έξι με δέκα φορές χαμηλότερο [40], [45], [54], [68], [69]. Θεωρώντας λείες επιφάνειες τοιχωμάτων με ειδικές αγωγιμότητες σε θερμοκρασία δωματίου, οι χρησιμοποιούμενες οριακές τιμές για λειτουργία συνεχούς κύματος είναι συνήθως οι $\rho_{\text{out,max}} = 1$ kW/cm² και $\rho_{\text{in,max}} = 0.1$ kW/cm² [45], [68], [93], [111]. Για δεδομένο ρυθμό λειτουργίας, η ωμική φόρτιση του εσωτερικού αγωγού μπορεί εύκολα να ελεγχθεί από την ακτίνα του R_i (§2.5.1). Έτσι το πρόβλημα του ελέγχου των ωμικών φορτίσεων περιορίζεται κυρίως στον έλεγχο της ωμικής φόρτισης του εξωτερικού τοιχώματος. Ο σχετικός περιορισμός (5.3.45) έχει άμεση εμπλοκή στην επιλογή του ρυθμού λειτουργίας, όπως συζητήθηκε στην ενότητα 5.1.

Είδαμε ήδη στην ενότητα 5.2 ότι η απαίτηση (5.3.45) μπορεί υπό κάποιες συνθήκες να περιορίσει την απόδοση της αλληλεπίδρασης. Εδώ θα δείξουμε τον περιορισμό που η ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος επιφέρει στην ισχύ εξόδου. Με την προσέγγιση συμβατικής κοιλότητας, συνδυάζοντας τις (2.5.10) και (2.2.33)-(2.2.34) προκύπτει

$$\frac{P_{\text{out}}}{(1 \text{ MW})} \cong 5339.4 \frac{L_G/\lambda}{Q_{\text{dif}}} (\chi_{\text{mpo}}^2 - m^2) \frac{[\sigma_{\text{out}}/(10^7 \text{ S/m})]^{1/2}}{[f/(1 \text{ GHz})]^{1/2}} [\rho_{\text{peak,out}}/(1 \text{ kW/cm}^2)] \quad (5.3.47)$$

Αντικαθιστώντας τον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας με την ελάχιστη τιμή (5.3.38) καταλήγουμε στον περιορισμό

$$\frac{P_{\text{out}}}{(1 \text{ MW})} < \frac{424.9}{(L_G/\lambda)} (\chi_{\text{mpo}}^2 - m^2) \frac{[\sigma_{\text{out}}/(10^7 \text{ S/m})]^{1/2}}{[f/(1 \text{ GHz})]^{3/2}} [\rho_{\text{peak,out}}/(1 \text{ kW/cm}^2)] \quad (5.3.48)$$

Με την απαίτηση $C_F > 0.5$, η (5.3.48) καταλήγει μέσω της (5.3.43) στο ακόλουθο απόλυτο άνω φράγμα για την ισχύ εξόδου:

$$\frac{P_{\text{out}}}{(1 \text{ MW})} < 532.5 \left[\chi_{\text{mpo}}^2 \left(1 - \frac{m^2}{\chi_{\text{mpo}}^2} \right) \right]^{3/4} \frac{[\sigma_{\text{out}}/(10^7 \text{ S/m})]^{1/2}}{[f/(1 \text{ GHz})]^{3/2}} [\rho_{\text{peak,out}}/(1 \text{ kW/cm}^2)] \quad (5.3.49)$$

Οι παραπάνω σχέσεις επιδεικνύουν τον άμεσο περιορισμό της ισχύος εξόδου από την ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος και επιβεβαιώνουν το γνωστό κανόνα $P_{\text{out}} \propto 1/f^{5/2}$ καθώς και το γεγονός ότι η λειτουργία υψηλής ισχύος απαιτεί ρυθμό υψηλής τάξης και μικρής καυστικής ακτίνας (high order “volume” mode). Σε αντίθεση με τον ενδεχόμενο περιορισμό της εγκάρσιας απόδοσης που συζητήθηκε στην ενότητα 5.2, ο περιορισμός της ισχύος είναι ανεξάρτητος από τον αρμονικό αριθμό της αλληλεπίδρασης.

5.3.4 Επιπλέον περιορισμοί για την ομοαξονική κοιλότητα

Οι περιορισμοί που σχολιάστηκαν μέχρι τώρα είναι κοινοί τόσο για τα συμβατικά όσο και για τα ομοαξονικά γυροτρόνια, με την εξαίρεση του περιορισμού (5.3.46) για την ωμική φόρτιση του εσωτερικού αγωγού. Η χρήση ομοαξονικής κοιλότητας συνοδεύεται από ορισμένους επιπλέον περιορισμούς. Καταρχήν, με δεδομένο ότι το ομοαξονικό στέλεχος μπορεί να φέρει ρυτιδώσεις ή/και να πρέπει να ψύχεται με ροή νερού στο εσωτερικό του, υπάρχει ένα τεχνολογικό κάτω όριο για την ακτίνα του R_i :

$$R_i \geq R_{i,\text{min}} \quad (5.3.50)$$

Κατά συνέπεια, επειδή όπως σχολιάστηκε στην ενότητα 5.1 πρέπει να ισχύει η (5.1.3) που είναι αναγκαία συνθήκη για αν μην επηρεάζεται πολύ ο ρυθμός λειτουργίας από το εσωτερικό στέλεχος, συνάγουμε το ακόλουθο:

$$|m| > 2\pi \frac{R_{i,\text{min}}}{\lambda} \Leftrightarrow |m| > 0.021 [f/(1 \text{ GHz})] [R_{i,\text{min}}/(1 \text{ mm})] \quad (5.3.51)$$

Δηλαδή στην ομοαξονική κοιλότητα η συχνότητα λειτουργίας καθορίζει την κατώτερη αποδεκτή τιμή για το μέτρο του αζιμουθιακού δείκτη m των υποψηφίων ρυθμών λειτουργίας.

Τέλος πρέπει να εξασφαλίζεται ικανοποιητική απόσταση μεταξύ της ηλεκτρονικής δέσμης και της επιφάνειας του εσωτερικού αγωγού:

$$\frac{R_e - \Delta R_e/2}{R_{i,\text{min}}} > A_R \quad (5.3.52)$$

Η τιμή A_R είναι συνήθως της τάξης του 1.1-1.2.

5.4 Διαδικασία Επιλογής Ρυθμού Λειτουργίας

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε μια γενική μέθοδο για την επιλογή σημείου λειτουργίας και ρυθμού λειτουργίας σε ένα γυροτρόνιο, ξεκινώντας από βασικές προδιαγραφές και λαμβάνοντας υπόψη όλους τους περιορισμούς που ήδη σχολιάστηκαν. Η διαδικασία αφορά τόσο συμβατικά όσο και ομοαξονικά γυροτρόνια και προσανατολίζεται στη μεγιστοποίηση της απόδοσης. Επειδή δίνει προτεραιότητα στον περιορισμό της ωμικής φόρτισης των τοιχωμάτων, είναι κατάλληλη για σχεδιάσεις λειτουργίας συνεχούς κύματος και απλοποιείται σε περίπτωση που είναι επιθυμητή η παλμική λειτουργία. Η μέθοδος χρησιμοποιεί δικαιολογημένες προσεγγίσεις ώστε να είναι εύχρηστη και να έχει γενική εφαρμογή. Οι παράμετροι λειτουργίας και οι υποψήφιοι ρυθμοί λειτουργίας στους οποίους καταλήγει αποτελούν τη βάση για ακριβέστερους και λεπτομερέστερους υπολογισμούς, μέσα από τους οποίους θα προκύψει η τελική σχεδίαση του γυροτρονίου.

Για να επιδειχθεί η λειτουργικότητα της μεθόδου, θα παρουσιάσουμε τη χρήση της στη σχεδίαση ενός ομοαξονικού γυροτρονίου 2^{ns} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με υψηλή απόδοση. Αυτή η επίδοση ισχύος συνεχούς κύματος σε υποχιλιοστομετρική ακτινοβολία είναι μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερη από τις μέχρι σήμερα πειραματικές επιδόσεις [8]. Η συχνότητα λειτουργίας επιλέχθηκε να είναι διπλάσια από τη συχνότητα λειτουργίας γυροτρονίων που θα χρησιμοποιηθούν στο πείραμα του ITER [45], [46], [119], [120]. Υπάρχει έτσι η υποδομή σε μαγνητικό πεδίο για ένα μελλοντικό πείραμα δεύτερης αρμονικής στα 340 GHz. Όπως θα δούμε, από τη διαδικασία επιλογής ρυθμού προκύπτει ότι η παραπάνω σχεδίαση είναι εφικτή μόνο με ρυθμό λειτουργίας υψηλής τάξης (ιδιοτιμή ≈ 100). Η διέγερση ενός τέτοιου ρυθμού στη δεύτερη αρμονική, μέσα στο ανταγωνιστικό περιβάλλον των ρυθμών που αλληλεπιδρούν στη θεμελιώδη κυκλοτρονική, είναι εφικτή μόνο με τη χρήση κατάλληλης ομοαξονικής κοιλότητας. Η σωστή επιλογή των παραμέτρων που σχετίζονται με τον εσωτερικό αγωγό και γενικότερα με τη γεωμετρία της κοιλότητας θα συζητηθεί στο επόμενο κεφάλαιο.

5.4.1 Προδιαγραφές, εκτιμήσεις και περιορισμοί

Για να ξεκινήσει η παρουσιαζόμενη διαδικασία επιλογής ρυθμού ενός γυροτρονίου απαιτούνται σαν βασικά προδιαγραφόμενα μεγέθη ο αρμονικός αριθμός s_n της αλληλεπίδρασης, η συχνότητα λειτουργίας f και η ωφέλιμη ισχύς εξόδου P_{out} . Επίσης απαιτούνται εκτιμήσεις για το λόγο ταχυτήτων α και για τη γωνία εκπομπού θ_c . Οι εκτιμήσεις αυτές προέρχονται από τις εκάστοτε παρεχόμενες δυνατότητες για την πηγή ηλεκτρονικής δέσμης και από την επιλογή του τύπου της ροής ηλεκτρονίων. Σε περίπτωση που δεν υπάρχει σχετική πληροφορία, μπορεί να υποτεθεί μια ρεαλιστική τιμή του α και μια ενδιάμεση τιμή του θ_c , η οποία να αντιστοιχεί στην συνηθέστερη περίπτωση της “ενδιάμεσης” ροής ηλεκτρονίων (§5.3.2). Για το ομοαξονικό γυροτρόνιο απαιτείται επιπλέον μια εκτίμηση για το λόγο R_i/R_e της ακτίνας του εσωτερικού αγωγού προς την ακτίνα της δέσμης. Ο λόγος R_i/R_e χρειάζεται για τον υπολογισμό της πτώσης τάσης λόγω χωρικού φορτίου και του οριακού ρεύματος. Ο καθορισμός της ακριβούς τιμής του R_i θα συζητηθεί στο επόμενο κεφάλαιο.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.1

Προδιαγραφές και Εκτιμήσεις

	Σχεδίαση 340 GHz-100 kW CW
<i>Προδιαγραφές</i>	
Αρμονικός αριθμός αλληλεπίδρασης s_n	$s_n = 2$
Συχνότητα λειτουργίας f	$f = 340$ GHz
Ωφέλιμη ισχύς εξόδου P_{out}	$P_{out} = 100$ kW
<i>Εκτιμήσεις</i>	
Λόγος ταχυτήτων α	$\alpha = 1.5$
Γωνία εκπομπού θ_c	$\theta_c = 20^\circ$
* Λόγος ακτίνας εσωτερικού αγωγού προς ακτίνα δέσμης R_i/R_e	$R_i/R_e = 0.75$

* Για ομοαξονική κοιλότητα

Οι απαραίτητες προδιαγραφές και εκτιμήσεις συνοψίζονται στον πίνακα 5.1, όπου στην τελευταία στήλη φαίνονται οι αντίστοιχες τιμές για τη σχεδίαση του ομοαξονικού γυροτρονίου 340 GHz-100 kW CW. Η εκτίμηση $R_i/R_e = 0.75$ βασίζεται σε τιμές που απαντώνται σε υπάρχοντα γυροτρόνια και σχετικό σχόλιο υπάρχει στο τέλος της παραγράφου 5.3.1. Η διαδικασία επιλογής ρυθμού πρέπει επιπλέον να λάβει υπόψη και όλους τους φυσικούς και τεχνολογικούς περιορισμούς που εκτέθηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Οι περιορισμοί αυτοί συνοψίζονται στον πίνακα 5.2, όπου πάλι στην τελευταία στήλη παρουσιάζονται οι τιμές που επιλέχθηκαν για τη συγκεκριμένη σχεδίαση του γυροτρονίου 340 GHz-100 kW CW.

Από τις προδιαγραφόμενες τιμές της συχνότητας και του αρμονικού αριθμού προκύπτουν άμεσα, για κάθε υποψήφιο ρυθμό λειτουργίας TE_{mp} , η απαιτούμενη ακτίνα του εξωτερικού τοιχώματος και η ακτίνα της ηλεκτρονικής δέσμης που μεγιστοποιεί το συντελεστή σύζευξης δέσμης-ρυθμού:

$$R_{o,0} \cong \frac{\chi_{mpo}}{2\pi} \lambda \quad (5.4.1)$$

$$R_e \cong \frac{\chi_{(|m|\pm s_n)1o}}{2\pi} \lambda \quad (5.4.2)$$

Οι παραπάνω σχέσεις προέρχονται από τις (5.3.42) και (5.2.12) και το πρόσημο $-/+$ αφορά τους συμπεριστρεφόμενους και αντιπεριστρεφόμενους ρυθμούς αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι η ακτίνα της δέσμης εξαρτάται μόνο από τον αζιμουθιακό και όχι από τον ακτινικό δείκτη του ρυθμού λειτουργίας.

Ως ρυθμός λειτουργίας, ο συμπεριστρεφόμενος ρυθμός $TE_{|mp}$ προτιμάται γενικά σε σχέση με τον αντιπεριστρεφόμενο $TE_{-|mp}$. Ο λόγος είναι ότι ο συντελεστής σύζευξης $[G_{n,s}(k_{\perp n} R_e)]^2 \cong [J_{m-s}(k_{\perp n} R_e)]^2$ μπορεί να πάρει μεγαλύτερη τιμή για το συμπεριστρεφόμενο ρυθμό [6-κεφ. 6]. Η μεγάλη τιμή του συντελεστή σύζευξης αποτελεί πλεονέκτημα διότι οδηγεί σε χαμηλότερο ρεύμα εκκίνησης (§3.3.2), άρα σε καλύτερη

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2

Φυσικοί και Τεχνολογικοί Περιορισμοί

		Σχεδίαση 340 GHz-100 kW CW
<i>Περιορισμοί Σχετιζόμενοι με το Χωρικό Φορτίο της Δέσμης</i>		
1.	Σχετική πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου: $\Delta V \leq \Delta V_{\max}$	$\Delta V \leq 0.1$
2.	Οριακό ρεύμα: $I_L/I_b \geq [I_L/I_b]_{\min}$	$I_L/I_b \geq 2$
<i>Περιορισμοί Σχετιζόμενοι με την Πηγή Ηλεκτρονικής Δέσμης</i>		
3.	Διασπορά κέντρων περιστροφής: $\Delta_{gc} = A_w(\lambda/2)$	$A_w = 0.3$
4.	Ακτίνα εκπομπού: $R_{em} \leq R_{em,\max}$	$R_{em} \leq 50 \text{ mm}$
5.	Μαγνητική συμπίεση: $b_c \leq b_{c,\text{maximum}}$	$b_c \leq 50$
6.	Ηλεκτρικό πεδίο εκπομπού: $E_c \leq E_{c,\max}$	$E_c \leq 7 \text{ kV/mm}$
7.	Απόσταση ανόδου-καθόδου: $d_{ac} > 2r_{Lc}$	$d_{ac} > 2r_{Lc}$
8.	Πυκνότητα ρεύματος εκπομπού: $J_{em} \leq J_{em,\max}$	$J_{em} \leq 4 \text{ A/cm}^2$
9.	Ρεύμα περιορισμού χωρικού φορτίου: $J_{em}/J_{sc} \leq [J_{em}/J_{sc}]_{\max}$	$J_{em}/J_{sc} \leq 0.5$
<i>Περιορισμοί Σχετιζόμενοι με την Κοιλότητα Αλληλεπίδρασης</i>		
10.	Περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας: $Q_{\text{dif}} > Q_{\text{dif},\min}$	$Q_{\text{dif}} > Q_{\text{dif},\min}$
11.	Ποσοστό ωμικών απωλειών: $Q_{\text{dif}}/Q_{\text{ohm}} \leq [P_{\text{ohm}}/P_{\text{out}}]_{\max}$	* $Q_{\text{dif}}/Q_{\text{ohm}} \leq 0.1$
12.	Παράμετρος Fresnel: $C_F \geq C_{F,\min}$	$C_F \geq 0.5$
13.	Ωμική φόρτιση εξωτερικού τοιχώματος: $\rho_{\text{peak,out}} \leq \rho_{\text{out,max}}$	* $\rho_{\text{peak,out}} \leq 1 \text{ kW/cm}^2$
<i>Ειδικοί Περιορισμοί για Ομοαξονική Κοιλότητα</i>		
14.	Ωμική φόρτιση εσωτερικού αγωγού: $\rho_{\text{peak,in}} \leq \rho_{\text{in,max}}$	* $\rho_{\text{peak,in}} \leq 0.1 \text{ kW/cm}^2$
15.	Ακτίνα εσωτερικού αγωγού: $R_i \geq R_{i,\min}$	$R_i \geq 4 \text{ mm}$
16.	Αξιμουθιακός δείκτης ρυθμού λειτουργίας: $ m > 2\pi R_{i,\min}/\lambda$	$ m \geq 29$
17.	Απόσταση δέσμης - εσωτερικού αγωγού: $(R_e - \Delta R_e/2)/R_{i,\min} > A_R$	$(R_e - \Delta R_e/2) > 4.8 \text{ mm}$

* Για λείες επιφάνειες αγωγών σε θερμοκρασία δωματίου

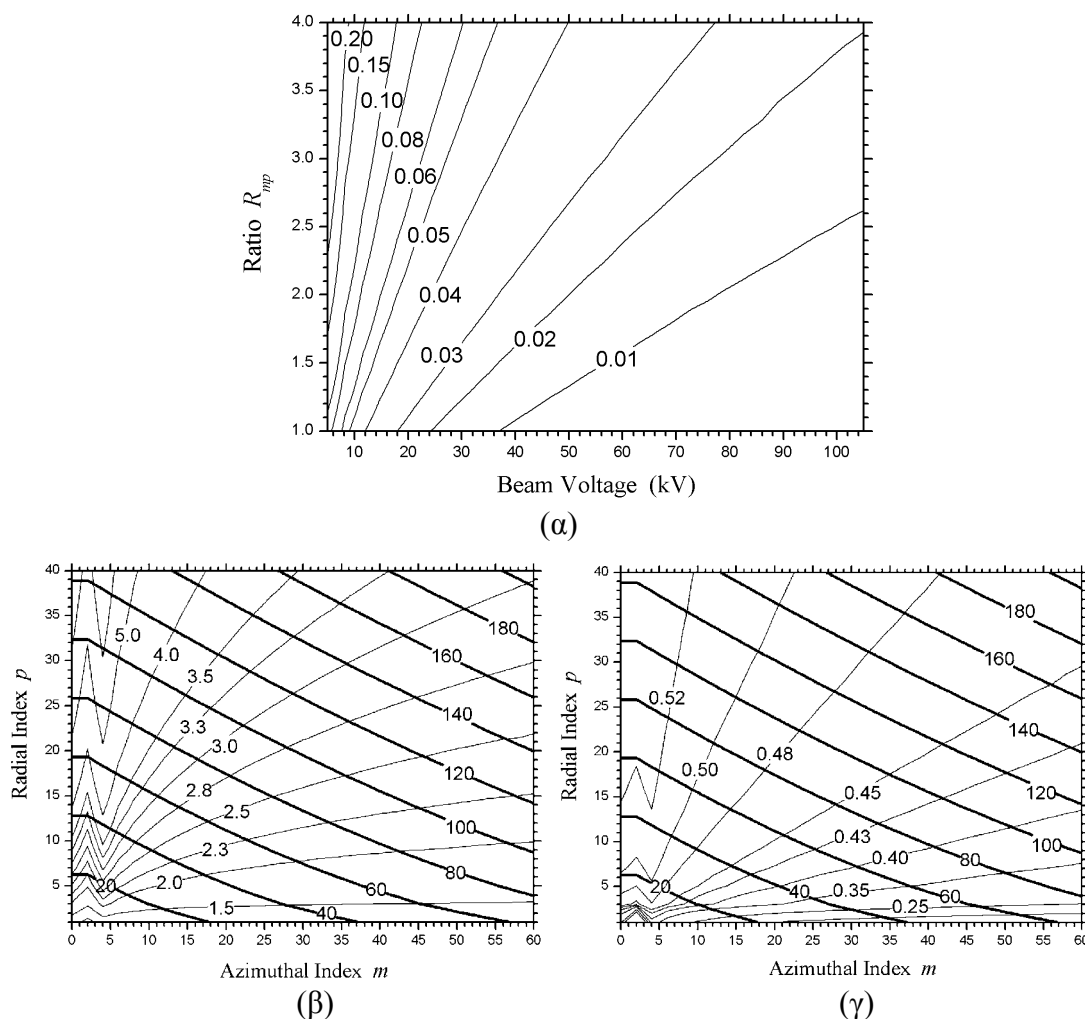
συμπεριφορά σε περιβάλλον ανταγωνιστικών ρυθμών. Επιπλέον οδηγεί σε μεγαλύτερη τιμή του λόγου R_{mp} , γεγονός που μπορεί να είναι σημαντικό για την εφικτή εγκάρσια απόδοση η_{\perp} όταν η τιμή του κανονικοποιημένου πλάτους πεδίου F περιορίζεται από την ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος (ενότητα 5.2). Για τους λόγους αυτούς, κατά τη διαδικασία επιλογής ρυθμού λειτουργίας θα θεωρούμε μόνο συμπεριστρεφόμενους ρυθμούς. Η πιθανή χρήση αντιπεριστρεφόμενου ρυθμού λειτουργίας θα συζητηθεί στο επόμενο κεφάλαιο.

5.4.2 Καθορισμός σημείου λειτουργίας στο χώρο των παραμέτρων F, μ, Δ

Προτού προχωρήσουμε στην επιλογή του ρυθμού λειτουργίας θα πρέπει να έχουμε μια εκτίμηση για τις τιμές των κανονικοποιημένων παραμέτρων F, μ και Δ . Προφανώς είναι επιθυμητό να έχουμε τη μέγιστη εγκάρσια απόδοση, όποτε οι τιμές των F, μ, Δ πρέπει να είναι αυτές που σύμφωνα με το σχήμα 5.1 αντιστοιχούν στο μέγιστο η_{\perp} . Παρόλα αυτά υπάρχει περίπτωση οι τιμές του F να περιορίζονται από την ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος και το σημείο μέγιστης εγκάρσιας απόδοσης να μην είναι προσβάσιμο. Για να ελεγχθεί αυτή η πιθανότητα πρέπει να σχεδιαστούν οι ισοϋψείς καμπύλες του F στο επίπεδο V_b-R_{mp} . Κατά αναλογία με τα σχήματα 5.2-5.3, στο σχήμα 5.9α φαίνονται οι ισοϋψείς του F για την περίπτωση του γυροτρονίου 340 GHz-100 kW CW χρησιμοποιώντας μια τυπική τιμή για το Δ . Για εύκολη αντιπαραβολή μεταφέραμε στο σχήμα 5.9β το δεξί σχήμα 5.4α με τις ισοϋψείς των R_{mp} και χ_{mp} στο επίπεδο $m-p$ και στο σχήμα 5.9γ το δεξί σχήμα 5.5α με τις ισοϋψείς των $G = G_{\text{coaxial}}$ και χ_{mp} στο επίπεδο $m-p$.

Το σχήμα 5.9 οδηγεί στα ακόλουθα συμπεράσματα: Για αξιμουθιακούς δείκτες $|m| \geq 29$, οι οποίοι σύμφωνα με τον περιορισμό 16 του πίνακα 5.2 είναι αυτοί που ενδιαφέρουν, ο λόγος R_{mp} παραμένει μικρότερος του 3 για ρυθμούς με ιδιοτιμή μικρότερη από 120. Κατά συνέπεια έχουμε $F < 0.1$ για $V_b > 14$ kV. Δηλαδή, λόγω της υψηλής συχνότητας και της αλληλεπίδρασης δεύτερης αρμονικής (ενότητα 5.2), ο περιορισμός της ωμικής φόρτισης του εξωτερικού τοιχώματος κρατάει χαμηλά τις τιμές του F . Έτσι η τριάδα $(F, \mu, \Delta) \cong (0.22, 16, 0.5)$, που αντιστοιχεί στη μέγιστη θεωρητικά εγκάρσια απόδοση $\eta_{\perp} = 0.72$ [32], δεν μπορεί να επιτευχθεί στην πράξη για υποχιλιοστομετρική CW λειτουργία ισχύος με αλληλεπίδραση δεύτερης αρμονικής.

Γενικά, όταν οι τιμές του F περιορίζονται από την ωμική φόρτιση των τοιχωμάτων, τότε προτείνονται τρεις τρόποι για να βελτιωθεί η εγκάρσια απόδοση. Όλοι τους όμως παρουσιάζουν μειονεκτήματα οπότε χρειάζεται προσοχή. Ο πρώτος τρόπος υποδεικνύεται από το σχήμα 5.1β και είναι η χρήση μεγάλων τιμών του μ , δηλαδή μεγάλου μήκους κοιλότητας. Όσο όμως αυξάνει το μήκος της κοιλότητας, αυξάνει ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας του ρυθμού λειτουργίας λόγω (5.3.38). Όπως σχολιάστηκε στην ενότητα 5.1, η αύξηση του Q_{dif} συνοδεύεται από αύξηση του ποσοστού ωμικών απωλειών και επιπλέον, για CW λειτουργία, από μείωση της ισχύος εξόδου P_{out} . Παράλληλα, η αλληλεπίδραση σε κοιλότητες μεγάλου μήκους παρουσιάζει αυξημένη ευαισθησία ως προς την τιμή του μαγνητικού πεδίου [93]. Όλοι αυτοί οι παράγοντες θέτουν άνω όρια στο μήκος της κοιλότητας. Καταλαβαίνουμε έτσι ότι για καλή εγκάρσια απόδοση θα πρέπει να προσανατολιστούμε προς τη μέγιστη δυνατή αύξηση της τιμής του F . Ακριβώς σε αυτό αποσκοπούν οι δύο άλλοι τρόποι βελτίωσης της εγκάρσιας απόδοσης και υποδεικνύονται από το σχήμα 5.9α: Είναι η αύξηση του λόγου R_{mp} και η λειτουργία σε χαμηλή τάση V_b . Σύμφωνα με το σχήμα 5.9β η αύξηση του R_{mp} συνεπάγεται ρυθμό λειτουργίας υψηλής τάξης, άρα έντονο ανταγωνισμό από



Σχήμα 5.9: (α) Ισοϋψείς καμπύλες, σύμφωνα με την (5.2.9), του κανονικοποιημένου πλάτους πεδίου F στο επίπεδο V_b - R_{mp} για αλληλεπίδραση 2^{15} αρμονικής. Χρησιμοποιούνται οι τιμές $f = 340$ GHz $\rho_{\text{peak,out}} = 1$ kW/cm², $\sigma_{\text{out}} = 5.7 \times 10^7$ S/m, $\alpha = 1.5$, $\Delta = 0.5$. (β) Ισοϋψείς καμπύλες στο επίπεδο m - p της ιδιοτιμής χ_{mp} (παχιές γραμμές) και του λόγου R_{mp} (λεπτές γραμμές) για συμπεριστρεφόμενους ρυθμούς και αλληλεπίδραση 2^{15} αρμονικής. (γ) Ισοϋψείς καμπύλες στο επίπεδο m - p της ιδιοτιμής χ_{mp} (παχιές γραμμές) και του γεωμετρικού παράγοντα $G = G_{\text{coaxial}}$ ομοαξονικής κοιλοτήτας (λεπτές γραμμές) για συμπεριστρεφόμενους ρυθμούς και αλληλεπίδραση 2^{15} αρμονικής. Χρησιμοποιείται η προσέγγιση $\chi_{mp} \cong \chi_{mp0}$ οι (5.2.11)-(5.2.12) και η πρώτη από τις (5.3.13) με $R_i/R_e = 0.75$.

άλλους ρυθμούς της κοιλοτήτας. Τα σημερινά γυροτρόνια ισχύος σε αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής χρησιμοποιούν ρυθμούς με $\chi_{mp} < 110$. Γενικά, ακόμη και με τη χρήση ομοαξονικών κοιλοτήτων που παρουσιάζουν αυξημένη επιλεκτικότητα ως προς τους ρυθμούς, η χρήση ρυθμού λειτουργίας με ιδιοτιμή μεγαλύτερη του 120 φαίνεται προβληματική ιδιαίτερα μάλιστα σε αλληλεπίδραση 2^{15} αρμονικής. Από την άλλη πλευρά η λειτουργία σε χαμηλή τάση δέσμης περιορίζει προφανώς την εφικτή ισχύ εξόδου. Επιπλέον, ο αναπόφευκτος συνδυασμός χαμηλού V_b και υψηλού ρεύματος I_b για δεδομένη ισχύ δέσμης κάνει δύσκολη την ικανοποίηση των περιορισμών που σχετίζονται με το χωρικό φορτίο της δέσμης και με την πηγή ηλεκτρονικής δέσμης. Αυτό θα γίνει φανερό αμέσως μετά.

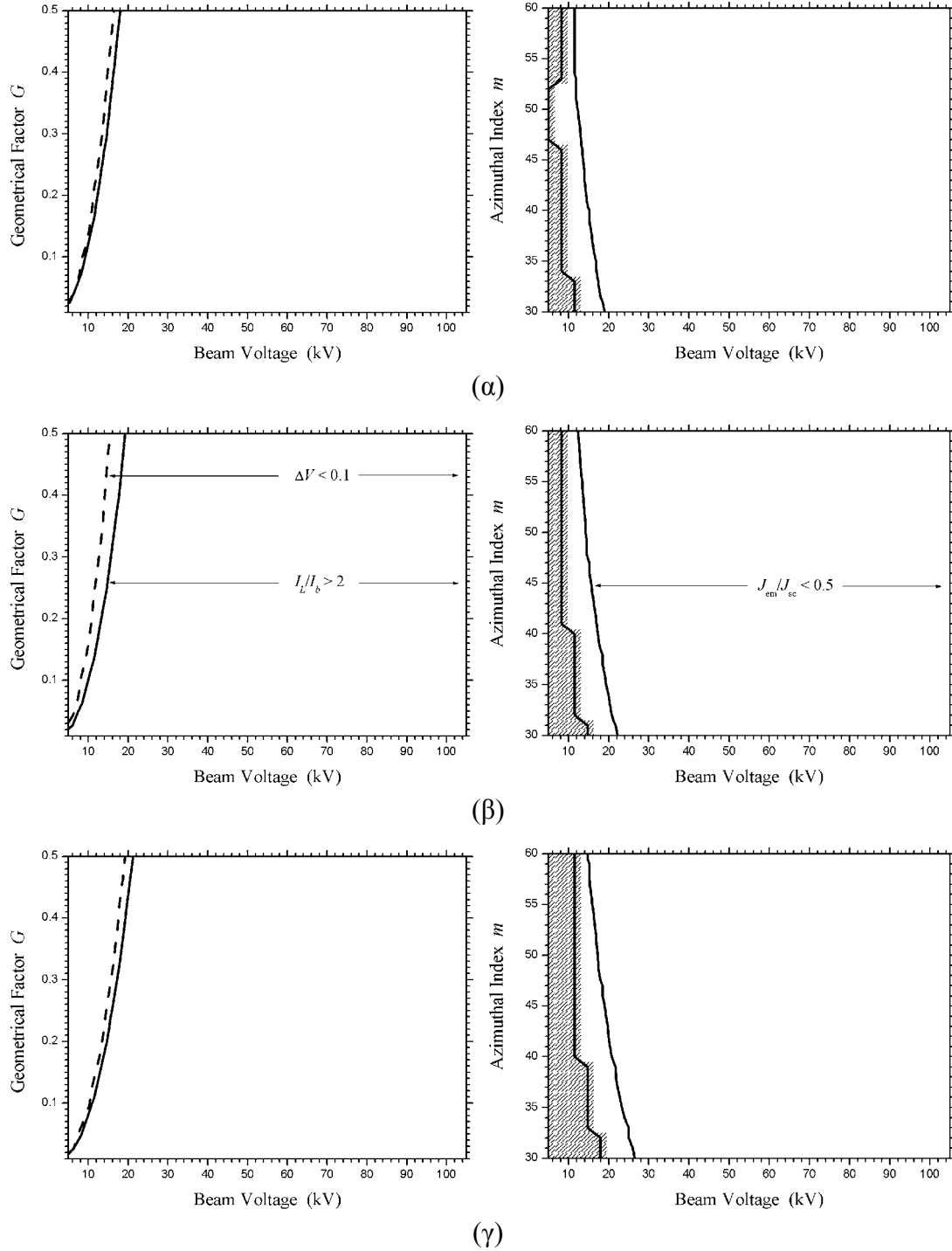
Για να προσδιορίσουμε τη μέγιστη εφικτή εγκάρσια απόδοση η_{\perp} και την αντίστοιχη τριάδα (F, μ, Δ) στην περίπτωση που οι τιμές του F περιορίζονται από την

ωμική φόρτιση των τοιχωμάτων, εργαζόμαστε ως εξής: Ξεκινάμε από μια υψηλή τιμή της εγκάρσιας απόδοσης και υπολογίζουμε, μέσω των (5.2.2), (5.2.5) και του περιορισμού 11 του πίνακα 5.2, την αντίστοιχη (μέγιστη) απαιτούμενη ισχύ δέσμης

$$P_b = V_b I_b = \frac{(1+a^2)\{1+[P_{ohm}/P_{out}]_{max}\}}{a^2 \eta_{\perp}} P_{out} \quad (5.4.3)$$

Ακολούθως ελέγχουμε το πώς διαμορφώνονται οι επιτρεπτές τιμές της τάσης V_b της δέσμης από τους περιορισμούς που σχετίζονται με το χωρικό φορτίο της δέσμης και την πηγή ηλεκτρονικής δέσμης, δηλαδή τους περιορισμούς 1-9 του πίνακα 5.2. Συγκεκριμένα, για το γυροτρόνιο 340 GHz-100 kW CW ξεκινάμε από την τιμή $\eta_{\perp} = 0.6$ που σημαίνει $P_b = 265$ kW από την (5.4.3) και $\Delta \approx 0.5$ από το σχήμα 5.1β. Για να δούμε τους περιορισμούς χωρικού φορτίου δέσμης, σχεδιάζουμε τις δύο καμπύλες $\Delta V = \Delta V_{max}$ και $I_L/I_b = [I_L/I_b]_{min}$ στο επίπεδο V_b - G χρησιμοποιώντας τις (5.3.8), (5.3.10). Οι καμπύλες αυτές φαίνονται στο αριστερό σχήμα 5.10α. Οι επιτρεπτές τιμές της τάσης βρίσκονται στα δεξιά των καμπύλων και στη συγκεκριμένη περίπτωση ο κρίσιμος περιορισμός είναι αυτός του οριακού ρεύματος. Σε ό,τι αφορά τους περιορισμούς που σχετίζονται με την πηγή ηλεκτρονικής δέσμης δημιουργούμε το δεξί σχήμα 5.10α με την ακόλουθη διαδικασία: Σύμφωνα με το σκεπτικό που εκτέθηκε στην §5.3.2, για κάθε σημείο του επιπέδου V_b - $|m|$ υπολογίζουμε την τιμή b_{cmax} από τις (5.3.16)-(5.3.17) και την τιμή b_{cmin} από τις (5.3.21), (5.3.26) και (5.3.32). Για τους υπολογισμούς γίνεται χρήση της (5.4.2) και στην (5.3.26) θέτουμε $\Delta V = 0$ (δυσμενέστερη περίπτωση). Οι περιοχές του επιπέδου V_b - $|m|$ όπου $b_{cmin} > b_{cmax}$ και η σχεδίαση της πηγής δεν είναι εφικτή εμφανίζεται γραμμοσκιασμένη στο δεξί σχήμα 5.10α. Στα σημεία του επιπέδου V_b - $|m|$ όπου $b_{cmin} \leq b_{cmax}$, θέτουμε $b_c = b_{cmin}$ και υπολογίζουμε το λόγο J_{em}/J_{sc} από τις (5.3.36), (5.3.24) με $\Delta V = \Delta V_{max}$ (δυσμενέστερη περίπτωση). Στη συνέχεια σχεδιάζουμε στο επίπεδο V_b - $|m|$ την καμπύλη $J_{em}/J_{sc} = [J_{em}/J_{sc}]_{max}$ στα δεξιά της οποίας βρίσκονται οι επιτρεπτές τιμές της τάσης V_b της δέσμης.

Σύμφωνα με το σχήμα 5.1β η εγκάρσια απόδοση $\eta_{\perp} = 0.6$ απαιτεί $F > 0.1$. Για τους υπονήφιους ρυθμούς λειτουργίας πρέπει να είναι $|m| \geq 29$. Θεωρούμε επίσης ότι πρέπει να είναι και $\chi_{mp} < 120$ για λόγους ανταγωνισμού των ρυθμών. Με αυτά τα δεδομένα το μέσο R_{mp} είναι στην περιοχή του 2.5 και συνεπώς πρέπει να είναι $V_b < 11$ kV (σχήμα 5.9α). Για να είναι επιτρεπτή αυτή η τιμή της τάσης θα πρέπει να ισχύει $|m| > 55$ σύμφωνα με το δεξί σχήμα 5.10α και ταυτόχρονα $G < 0.15$ σύμφωνα με το αριστερό σχήμα 5.10α. Αν όμως συμβουλευτούμε το σχήμα 5.9γ για τις τιμές του γεωμετρικού παράγοντα $G = G_{coaxial}$ και το αντιπαραβάλλουμε με το σχήμα 5.9β, βλέπουμε ότι οι απαιτήσεις $|m| > 55$ και $G < 0.15$ οδηγούν σε ρυθμούς για τους οποίους είναι $R_{mp} < 1.5$, τιμή ανεπίτρεπτα χαμηλή. Έτσι τελικά η εγκάρσια απόδοση $\eta_{\perp} = 0.6$ δεν μπορεί να επιτευχθεί χωρίς να παραβιαστούν οι φυσικοί και τεχνολογικοί περιορισμοί. Για το λόγο αυτό πρέπει να συμβιβαστούμε σε μικρότερη απόδοση. Επαναλαμβάνουμε λοιπόν τη διαδικασία για $\eta_{\perp} = 0.5 \Rightarrow P_b = 318$ kW, $\Delta \approx 0.5$ και προκύπτει το σχήμα 5.10β. Τώρα πρέπει να είναι $F > 0.06$ οπότε $V_b < 18$ kV. Κατά συνέπεια το σχήμα 5.10β δίνει $|m| > 39$ και $G < 0.43$ και η αντιπαραβολή των σχημάτων 5.9γ και 5.9β οδηγεί σε ρυθμούς με $R_{mp} < 2.3$, οπότε και πάλι δεν συμβιβάζονται καλά οι απαιτήσεις. Αντίθετα στην περίπτωση $\eta_{\perp} = 0.4 \Rightarrow P_b = 398$ kW, $\Delta \approx 0.5$, για την οποία προκύπτει το σχήμα 5.10γ, οι απαιτήσεις συμβιβάζονται. Πράγματι, πρέπει να είναι $F > 0.05$ οπότε $V_b < 23$ kV και από το σχήμα 5.10γ προκύπτει $|m| > 36$ και $G < 0.55$. Με αυτά τα δεδομένα η αντιπαραβολή των σχημάτων 5.9γ και 5.9β δίνει ρυθμούς με $R_{mp} \approx 2.5$. Μετά από όλα αυτά μπορούμε για το γυροτρόνιο 340 GHz-100 kW CW να επιλέξουμε με



Σχήμα 5.10: Επιτρεπτές τιμές της τάσης V_b της ηλεκτρονικής δέσμης για το γυροτρόνιο 340 GHz-100 kW CW λόγω των περιορισμών που σχετίζονται με το χωρικό φορτίο της δέσμης (αριστερή στήλη) και των περιορισμών που σχετίζονται με την πηγή ηλεκτρονικής δέσμης (δεξιά στήλη). Στην αριστερή στήλη φαίνονται οι καμπύλες $\Delta V = 0.1$ (διακεκομμένες γραμμές) και $I_L/I_b = 2$ (συνεχείς γραμμές). Οι επιτρεπτές τιμές της τάσης βρίσκονται στα δεξιά της καμπύλης $I_L/I_b = 2$. Στη δεξιά στήλη η γραμμοσκιασμένη περιοχή είναι η περιοχή στην οποία η υλοποίηση της πηγής ηλεκτρονικής δέσμης δεν είναι εφικτή. Οι επιτρεπτές τιμές της τάσης βρίσκονται στα δεξιά της εικονιζόμενης καμπύλης $J_{em}/J_{sc} = 0.5$. Οι υπολογισμοί έγιναν με βάση την ενότητα 5.3 για $\Delta = 0.5$ και (α) $\eta_{\perp} = 0.6$ ($P_b = 265$ kW), (β) $\eta_{\perp} = 0.5$ ($P_b = 318$ kW), (γ) $\eta_{\perp} = 0.4$ ($P_b = 398$ kW).

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3

Τιμές των Κανονικοποιημένων Παραμέτρων για $\eta_{\perp} = 0.45$
στο Ομοαξονικό Γυροτρόνιο 2^{ης} Αρμονικής 340 GHz-100kW CW

Κανονικοποιημένο πλάτος πεδίου:	$F = 0.05$
Κανονικοποιημένο μήκος αλληλεπίδρασης:	$\mu = 22.5$
Κανονικοποιημένη αρχική διαφορά συχνοτήτων:	$\Delta = 0.32$

ασφάλεια τις τιμές του πίνακα 5.3 για τις κανονικοποιημένες παραμέτρους F , μ , Δ , οι οποίες αντιστοιχούν σε εγκάρσια απόδοση $\eta_{\perp} = 0.45$.

5.4.3 Προσδιορισμός των υποψήφιων ρυθμών λειτουργίας

Με δεδομένες τις τιμές των κανονικοποιημένων παραμέτρων F , μ και Δ μπορούμε πλέον να προχωρήσουμε στην επιλογή του ρυθμού λειτουργίας. Επόμενο βήμα είναι ο καθορισμός της τάσης δέσμης V_b , όπου διακρίνουμε τις ακόλουθες δύο περιπτώσεις:

Η πρώτη περίπτωση είναι η τιμή του F (άρα και η εγκάρσια απόδοση) να μην περιορίζεται από την ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος. Τότε, όπως είδαμε, ξεκινάμε με εκείνα τα F , μ , Δ που σύμφωνα με το σχήμα 5.1 (ή το [32]) αντιστοιχούν στη μέγιστη εγκάρσια απόδοση $\eta_{\perp\max}$. Στη συνέχεια δημιουργούμε σχήματα ανάλογα με το 5.10 για $\eta_{\perp} = \eta_{\perp\max}$, οπότε οι περιορισμοί λόγω χωρικού φορτίου δέσμης και πηγής ηλεκτρονικής δέσμης δίνουν τα κάτω όρια για την τάση V_b . Μπορούμε έτσι να δώσουμε στο V_b μια οποιαδήποτε επιτρεπτή τιμή. Γενικά είναι προτιμητέα μια τιμή κοντά στα κάτω όρια, επειδή όσο μικρότερη είναι η τάση λειτουργίας τόσο ελαττώνονται οι απαιτήσεις από το τροφοδοτικό της διάταξης.

Στη δεύτερη περίπτωση η τιμή του F και η εγκάρσια απόδοση περιορίζονται από την ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος. Τότε τα F , μ , Δ προσδιορίζονται σύμφωνα με τη διαδικασία της προηγούμενης παραγράφου. Τώρα όμως, εκτός από τα κάτω όρια για το V_b από τους περιορισμούς λόγω χωρικού φορτίου δέσμης και πηγής ηλεκτρονικής δέσμης, εμφανίζεται και ένα άνω όριο $V_{b\max}$ από τον περιορισμό της ωμικής φόρτισης του εξωτερικού τοιχώματος^(*). Το όριο αυτό προκύπτει θέτοντας $\rho_{\text{peak,out}} = \rho_{\text{out,max}}$ στη βασική σχέση (5.2.9) και λύνοντας ως προς V_b αφού

$$\gamma_{\text{in}} = 1 + \frac{V_b}{V_0} \quad \text{και} \quad \beta_{\perp\text{lin}} = \frac{\alpha}{\gamma_{\text{in}}} \sqrt{\frac{\gamma_{\text{in}}^2 - 1}{\alpha^2 + 1}}, \quad (5.4.4)$$

(*) Αυτό δεν συμβαίνει για αρμονικό αριθμό αλληλεπίδρασης $s_n \geq 5$. Αλληλεπιδράσεις όμως σε τόσο υψηλή αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας δεν μας απασχολούν εδώ. Άλλωστε ο φορμαλισμός των κανονικοποιημένων παραμέτρων F , μ , Δ προϋποθέτει την προσέγγιση μικρού u_{\perp} που περιγράφεται στο Παράρτημα V και την αντικατάσταση των συναρτήσεων Bessel από τα αναπτύγματα μικρού ορίσματος σύμφωνα με την (Π.5.1). Η αντικατάσταση αυτή είναι επιτρεπτή όταν $s_n u_{\perp} \ll 1$, πράγμα που σημαίνει ότι ο φορμαλισμός F , μ , Δ δεν είναι ακριβής για πολύ υψηλές αρμονικές. Σημειώνουμε πάντως ότι λειτουργία με αλληλεπίδραση σε αρμονικές υψηλότερες της τρίτης είναι πρακτικά εφικτή μόνο στα γυροτρόνια μεγάλης τροχιάς.

Δηλαδή, επιλύοντας για ένα ρυθμό TE_{mp} την (5.2.9) ως προς V_b με την επιλεγμένη τιμή του F και με $\rho_{\text{peak,out}} = \rho_{\text{out,max}}$, η τιμή $V_b = V_{b\text{max}}$ που προκύπτει είναι ένα άνω όριο για την τάση της δέσμης όταν ο TE_{mp} χρησιμοποιηθεί ως ρυθμός λειτουργίας. Τιμές του V_b μεγαλύτερες από $V_{b\text{max}}$ παραβιάζουν τον περιορισμό της ωμικής φόρτισης του εξωτερικού τοιχώματος και δεν συμβιβάζονται με τη χρήση του TE_{mp} . Αντίθετα, μια τιμή του V_b μικρότερη από $V_{b\text{max}}$ οδηγεί σε φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος μικρότερη από $\rho_{\text{out,max}}$, πράγμα που συνεπάγεται ότι αν χρησιμοποιηθεί ρυθμός λειτουργίας μικρότερης τάξης από τον TE_{mp} είναι δυνατό η φόρτιση $\rho_{\text{peak,out}}$ να παραμείνει στα αποδεκτά όρια. Άρα για να έχει νόημα η χρήση του ρυθμού TE_{mp} ως ρυθμού λειτουργίας, η τάση V_b της δέσμης θα πρέπει να ισούται ή έστω να βρίσκεται κοντά στην τιμή $V_{b\text{max}}$. Θα θεωρούμε έτσι ότι κάθε υποψήφιος ρυθμός λειτουργίας TE_{mp} καθορίζει την τάση της δέσμης ως $V_b = V_{b\text{max}}$. Η επίλυση της (5.2.9) με $\rho_{\text{peak,out}} = \rho_{\text{out,max}}$ ως προς V_b γίνεται αριθμητικά. Μια πρώτη εκτίμηση για την τιμή $V_{b\text{max}}$ προκύπτει αν στην (5.2.9) τα γ_{in} και $\beta_{\perp\text{in}}$ προσεγγιστούν από αναπτύγματα ως προς τη “μικρή” ποσότητα V_b/V_0 . Η εκτίμηση που προκύπτει είναι

$$\frac{V_{b\text{max}}}{V_0} \approx \frac{\alpha^2 + 1}{2\alpha^2} \left\{ \frac{2.23 \frac{(s_n/2)^{s_n}}{s_n!} [\sigma_{\text{out}}/(10^7 \text{ S/m})]^{3/4} [\rho_{\text{out,max}}/(1 \text{ kW/cm}^2)]^{1/2} R_n}{[f/(1 \text{ GHz})]^{3/4} F} \right\}^{\frac{2}{4-s_n}}, s_n \neq 4$$

$$\frac{V_{b\text{max}}}{V_0} \approx \frac{\alpha^2 + 1}{(1-\Delta)\alpha^2 + 1} \left\{ \frac{2.23 \frac{(s_n/2)^{s_n}}{s_n!} [\sigma_{\text{out}}/(10^7 \text{ S/m})]^{3/4} [\rho_{\text{out,max}}/(1 \text{ kW/cm}^2)]^{1/2} R_n}{[f/(1 \text{ GHz})]^{3/4} F} - 1 \right\}, s_n = 4$$

(5.4.5)

Στα γυροτρόνια είναι συνήθως $V_b/V_0 < 0.2$ και η παραπάνω εκτίμηση υποεκτιμά το $V_{b\text{max}}$ το πολύ μέχρι 20 % για $s_n \leq 2$.

Με δεδομένα έτσι τα F , μ Δ και η_{\perp} που προκύπτουν από τη διαδικασία της προηγούμενης παραγράφου, καθορίζεται τελικά η τάση δέσμης V_b . Ανάλογα με την περίπτωση το V_b μπορεί, όπως είδαμε, να είναι κοινό για όλους τους ρυθμούς ή να προκύπτει ως $V_b = V_{b\text{max}}$ για κάθε ρυθμό χωριστά. Ο τρόπος καθορισμού του V_b εμπεριέχει την ικανοποίηση του περιορισμού της ωμικής φόρτισης του εξωτερικού τοιχώματος. Ο προσδιορισμός του κατάλληλου ρυθμού λειτουργίας γίνεται τώρα με την απεικόνιση των υπόλοιπων φυσικών και τεχνολογικών περιορισμών στο επίπεδο $m-p$ των ρυθμών. Στην περίπτωση του ομοαξονικού γυροτρονίου ενδιαφέρουν μόνο οι τιμές του m που ικανοποιούν τον περιορισμό 16 του πίνακα 5.2.

Σύμφωνα με τα προηγούμενα, σε κάθε σημείο του επιπέδου $m-p$ είναι πλέον γνωστή η τάση V_b και συνεπώς τα γ_{in} , $\beta_{\perp\text{in}}$ και $\beta_{\parallel\text{in}}$. Είναι επίσης γνωστά τα $R_{o,0}$, R_e από (5.4.1)-(5.4.2). Ξεκινάμε πρώτα από τους περιορισμούς 10-12 του πίνακα 5.2 που σχετίζονται με την κοιλότητα. Με τις (5.3.37), (5.3.38), (5.3.41) και (5.3.43) υπολογίζονται για κάθε ρυθμό TE_{mp} τα Q_{dif} , $Q_{\text{dif,min}}$, Q_{ohm} και C_F . Ακολούθως υπολογίζεται από την (5.4.3) η ισχύς δέσμης P_b (αντικαθιστώντας την ποσότητα $[P_{\text{ohm}}/P_{\text{out}}]_{\text{max}}$ με το λόγο $Q_{\text{dif}}/Q_{\text{ohm}}$) και χαράσσονται στο επίπεδο $m-p$ οι καμπύλες $Q_{\text{dif}}/Q_{\text{dif,min}} = 1$, $Q_{\text{dif}}/Q_{\text{ohm}} = [P_{\text{ohm}}/P_{\text{out}}]_{\text{max}}$ και $C_F = C_{F,\text{min}}$. Στη συνέχεια προχωράμε στους περιορισμούς 1-2 του πίνακα 5.2 που σχετίζονται με το χωρικό φορτίο της δέσμης. Για κάθε ρυθμό υπολογίζεται η ακτίνα Larmor

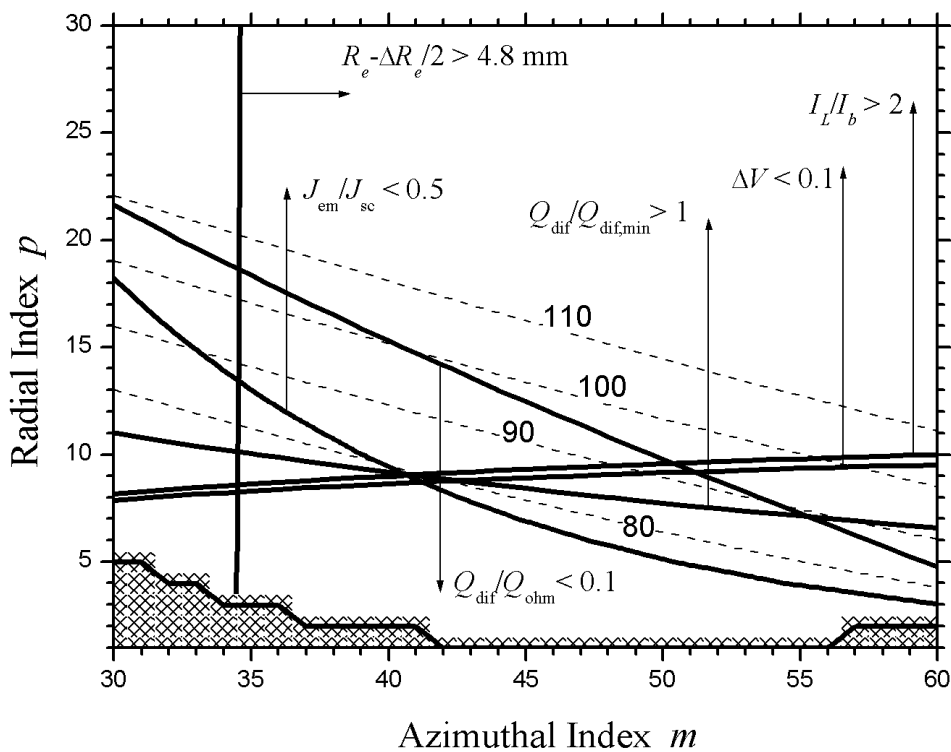
$$r_L = \frac{s_n \lambda \beta_{\perp \text{in}}}{2\pi(1 - 0.5\beta_{\perp \text{in}}^2 \Delta)} \quad (5.4.6)$$

και το ολικό πάχος της δέσμης $\Delta R_e = \Delta_{\text{gc}} + 2r_L$. Ακολούθως υπολογίζονται τα ΔV και I_L από (5.3.8) και (5.3.10) [με χρήση των (5.3.3) ή (5.3.6) κατά περίπτωση] και χαράσσονται στο επίπεδο $m-p$ οι καμπύλες $\Delta V = \Delta V_{\text{max}}$ και $I_L/I_b = [I_L/I_b]_{\text{min}}$. Έπειτα ασχολούμαστε με τους περιορισμούς 4-9 του πίνακα 5.2 που σχετίζονται με την πηγή ηλεκτρονικής δέσμης [Ο περιορισμός 3 του πίνακα 5.2 έχει ήδη ληφθεί υπόψη λόγω της σχέσης (5.3.31).] Οι περιορισμοί 4-8 οδηγούν μέσω των (5.3.16), (5.3.17), (5.3.21), (5.3.26) και (5.3.32) στην ανώτερη τιμή $b_{c\text{max}}$ και στην κατώτερη τιμή $b_{c\text{min}}$ για τη μαγνητική συμπίεση b_c . Στο επίπεδο $m-p$ γραμμοσκιάζεται η περιοχή όπου $b_{c\text{min}} > b_{c\text{max}}$ και η πηγή δεν μπορεί να υλοποιηθεί. Για τις περιοχές όπου $b_{c\text{min}} \leq b_{c\text{max}}$ τίθεται $b_c = b_{c\text{min}}$ (βλ. §5.3.2), υπολογίζεται από (5.3.36) ο λόγος $J_{\text{em}}/J_{\text{sc}}$ και χαράσσεται η καμπύλη $J_{\text{em}}/J_{\text{sc}} = [J_{\text{em}}/J_{\text{sc}}]_{\text{max}}^{(*)}$. Τέλος, αν η σχεδίαση αφορά ομοαξονικό γυροτρόνιο, χαράσσεται στο επίπεδο $m-p$ και η καμπύλη $(R_e - \Delta R_e/2)/R_{i,\text{min}} = A_R$ που σχετίζεται με τον περιορισμό 17 του πίνακα 5.2. Οι καμπύλες των περιορισμών στο επίπεδο $m-p$ υποδεικνύουν μια περιοχή όπου ικανοποιούνται όλοι, οπότε ο ρυθμός λειτουργίας πρέπει να είναι κάποιος ρυθμός αυτής της περιοχής. Σε περίπτωση που τέτοια περιοχή δεν υπάρχει, τότε η σχεδίαση είναι αδύνατη και πρέπει προφανώς να τροποποιηθούν οι προδιαγραφές ή/και οι περιορισμοί.

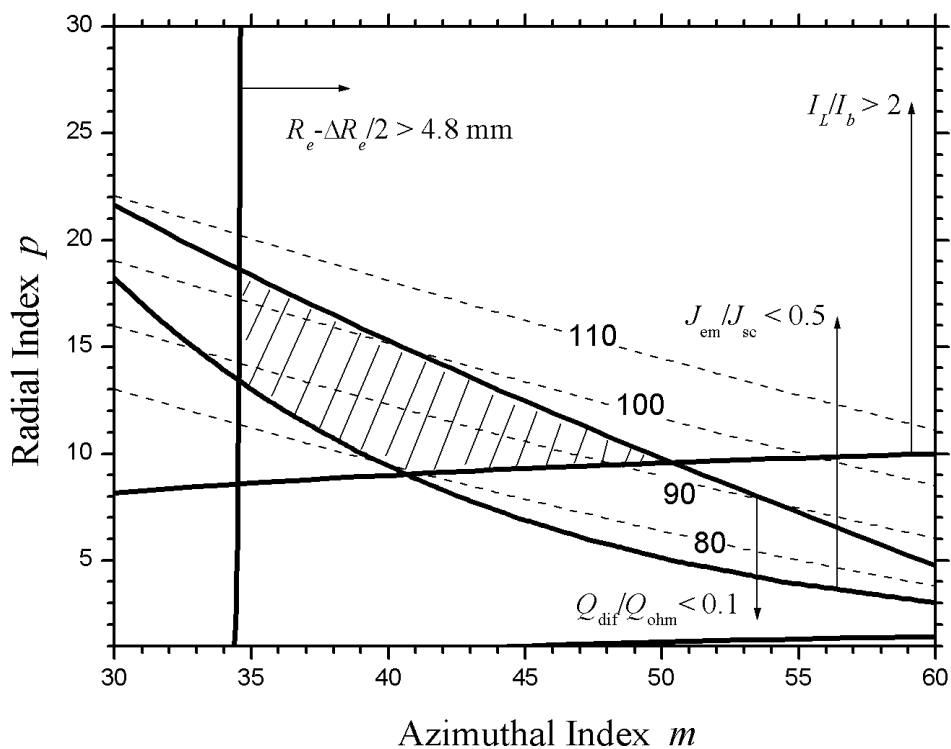
Οι καμπύλες των περιορισμών για το ομοαξονικό αρμονικό γυροτρόνιο 340 GHz-100 kW CW φαίνονται στο σχήμα 5.11α. Η καμπύλη $C_F = 0.5$, που σχετίζεται με τον περιορισμό για την παράμετρο Fresnel, δεν υπάρχει στο σχήμα διότι σε όλο το εικονιζόμενο μέρος του επιπέδου $m-p$ είναι $C_F > 0.5$, δηλαδή ο περιορισμός ικανοποιείται παντού. Στο σχήμα 5.11β εικονίζονται μόνο οι τέσσερις περιορισμοί που στη συγκεκριμένη σχεδίαση αποδεικνύονται κρίσιμοι για τον καθορισμό των πιθανών ρυθμών λειτουργίας. Οι ρυθμοί αυτοί είναι οι 60 ρυθμοί της γραμμοσκιασμένης περιοχής και ικανοποιούν όλες τις προδιαγραφές και τους περιορισμούς. Η σχεδίαση μπορεί να προχωρήσει επιλέγοντας ως ρυθμό λειτουργίας κάποιον από αυτούς. Η μεγάλη επιλογή δηλώνει ότι οι περιορισμοί μπορούν να γίνουν αυστηρότεροι από αυτούς του πίνακα 5.2, πράγμα που μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερη επίδοση του γυροτρονίου. Η κατεύθυνση μεταβολής των περιορισμών εναπόκειται στην κρίση του σχεδιαστή. Στη συγκεκριμένη περίπτωση μπορούμε για παράδειγμα να περιοριστούμε σε ρυθμούς με $J_{\text{em}}/J_{\text{sc}} < 0.35$, επειδή η αρχική απαίτηση $J_{\text{em}}/J_{\text{sc}} < 0.5$ ήταν κάπως ελαστική σε σύγκριση με τις τιμές του λόγου $J_{\text{em}}/J_{\text{sc}}$ που απαντώνται στην πράξη. Προκύπτουν έτσι οι 27 υπονήφιοι ρυθμοί λειτουργίας του πίνακα 5.4. Στον πίνακα παρουσιάζονται επίσης η απαιτούμενη ακτίνα δέσμης από (5.4.2), η μέγιστη τάση $V_{b\text{max}}$ που ικανοποιεί τον περιορισμό ωμικής φόρτισης του εξωτερικού τοιχώματος, ο απαιτούμενος περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας από (5.3.37), η ποσοστιαία πτώση τάσης ΔV λόγω χωρικού φορτίου δέσμης (υποθέτοντας $R_i/R_e = 0.75$), καθώς και το ποσοστό ωμικών απωλειών.

Οι μόνοι περιορισμοί που δεν σχολιάστηκαν προς το παρόν είναι οι 14 και 15 του πίνακα 5.2. Αυτοί μπορούν να ικανοποιηθούν με κατάλληλη επιλογή της ακτίνας R_i του εσωτερικού αγωγού στην ομοαξονική κοιλότητα και δεν επηρεάζουν άμεσα την επιλογή του ρυθμού λειτουργίας. Θα μιλήσουμε για τους περιορισμούς αυτούς στο επόμενο κεφάλαιο.

(*) Σημειώνουμε ότι στους περιορισμούς πηγής ηλεκτρονικής δέσμης χρησιμοποιείται τώρα η τιμή του ΔV που προέκυψε προηγουμένως και όχι κάποια εκτίμηση δυσμενέστερης περίπτωσης όπως έγινε αναγκαστικά στην §5.4.2.



(α)



(β)

Σχήμα 5.11: Περιορισμοί στο επίπεδο $m-p$ για το ομοαξονικό γυροτρόνιο 2^{nc} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW (α) Περιορισμοί 1-2, 4-12 και 17 του πίνακα 5.2. Οι περιορισμοί 3 και 13 του πίνακα έχουν ήδη ικανοποιηθεί. (β) Κρίσιμοι περιορισμοί που καθορίζουν την περιοχή του επιπέδου $m-p$ που βρίσκονται οι πιθανοί ρυθμοί λειτουργίας (γραμμοσκιασμένη περιοχή).

Οι διακεκομμένες γραμμές είναι ισοϋψείς καμπύλες της ιδιοτιμής $\chi_{mp} \equiv \chi_{mpo}$ στο επίπεδο $m-p$.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4

Υποψήφιοι Ρυθμοί Λειτουργίας
για το Ομοαξονικό Γυροτρόνιο 2^{ns} Αρμονικής 340 GHz-100kW CW*

Ρυθμός TE		Ιδιοτιμή χ_{mpo}	Ακτίνα Δέσμης R_e (mm)	Τάση Δέσμης V_{bmax} (kV)	Περιθλαστικός Συντελεστής Ποιότητας Q_{dif}	Πτώση Τάσης ΔV (%)	Ωμικές Απώλειες P_{ohm}/P_{out} (%)
m	p						
35	18	103.17	5.00	22.98	11118	5.19	9.92
36	17	101.12	5.14	22.44	10656	5.43	9.83
37	16	99.03	5.29	21.91	10185	5.68	9.74
37	17	102.41	5.29	22.35	10904	5.48	9.98
38	16	100.31	5.43	21.82	10422	5.73	9.88
39	15	98.17	5.57	21.29	9929	6.00	9.78
40	14	95.99	5.72	20.76	9427	6.28	9.68
40	15	99.44	5.72	21.22	10155	6.04	9.93
41	13	93.77	5.86	20.22	8913	6.57	9.57
41	14	97.25	5.86	20.69	9641	6.31	9.82
42	12	91.49	6.00	19.68	8388	6.89	9.46
42	13	95.01	6.00	20.16	9116	6.61	9.72
42	14	98.50	6.00	20.63	9857	6.35	9.96
43	12	92.72	6.15	19.62	8579	6.92	9.60
43	13	96.25	6.15	20.10	9320	6.64	9.86
44	11	90.37	6.29	19.07	8029	7.25	9.49
44	12	93.95	6.29	19.57	8771	6.95	9.74
44	13	97.48	6.29	20.05	9524	6.67	10.0
45	10	87.95	6.43	18.51	7465	7.61	9.37
45	11	91.59	6.43	19.03	8209	7.28	9.63
45	12	95.17	6.43	19.52	8963	6.98	9.88
46	10	89.16	6.58	18.47	7632	7.63	9.50
46	11	92.80	6.58	18.98	8389	7.30	9.76
47	10	90.36	6.72	18.43	7800	7.65	9.64
47	11	94.01	6.72	18.94	8570	7.33	9.90
48	10	91.55	6.86	18.39	7969	7.67	9.78
49	10	92.75	7.01	18.35	8139	7.69	9.92

* με $J_{em}/J_{sc} < 0.35$

6. ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΤΗΣ ΚΟΙΛΟΤΗΤΑΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ

Παραθέτουμε εδώ μια εμπειρισταωμένη διερεύνηση σχετικά με το ποιες γεωμετρίες ομοαξονικής κοιλότητας είναι οι πιο κατάλληλες για την υποστήριξη αποδοτικής λειτουργίας ισχύος στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Βασιζόμαστε στα αποτελέσματα του κεφαλαίου 2 και εξετάζουμε χωριστά τις περιπτώσεις εσωτερικού στελέχους υψηλής και περιορισμένης αγωγιμότητας. Για την κάθε περίπτωση προκύπτει μία κατάλληλη στρατηγική επιλογής των παραμέτρων του εσωτερικού αγωγού, οπότε είμαστε σε θέση να παρουσιάσουμε μια συστηματική διαδικασία σχεδίασης της ομοαξονικής κοιλότητας. Για λόγους πληρότητας παραθέτουμε την αντίστοιχη διαδικασία σχεδίασης ομοαξονικής κοιλότητας για λειτουργία στη θεμελιώδη κυκλοτρονική αναφερόμενοι σε συμπεράσματα άλλων ερευνητών. Επίσης παρουσιάζουμε και τη διαδικασία σχεδίασης συμβατικής κοιλότητας.

Οι στρατηγικές που προτείνουμε για τη σχεδίαση της ομοαξονικής κοιλότητας με στόχο τη λειτουργία δεύτερης αρμονικής, φαίνεται να καθιστούν δυνατή τη μονορρυθμική λειτουργία σε ρυθμό υψηλής τάξης και ιδιοτιμής ~ 100 . Για την επαλήθευση αυτής της σημαντικής δυνατότητας των ομοαξονικών κοιλότητων προβήκαμε σε ρεαλιστικές σχεδιάσεις ομοαξονικών γυροτρονίων δεύτερης αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με ρυθμό λειτουργίας τον TE_{40,15} (ιδιοτιμή 99.4). Μαζί με τις σχεδιάσεις αυτές παρουσιάζουμε και σχετικές πολυρρυθμικές προσομοιώσεις, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν με τη βοήθεια του κώδικα αλληλεπίδρασης που περιγράψαμε στο κεφάλαιο 4 και οι οποίες αποφαίνονται θετικά για την επιτυχία των σχεδιάσεων. Τέλος, προτείνουμε και μια πειραματική διάταξη ομοαξονικού γυροτρονίου στο οποίο δείχνει να είναι εφικτή η διέγερση ρυθμού ιδιοτιμής ~ 100 στη δεύτερη αρμονική. Η διάταξη βασίζεται σε εξοπλισμό που υπάρχει ήδη στο Ερευνητικό Κέντρο Καρλσρούης (FZK) και απαιτεί μόνο μικρές και φθηνές τροποποιήσεις. Ανάλογο πείραμα δεν έχει πραγματοποιηθεί ως τώρα και σε περίπτωση που επιτύχει θα αποδειχθεί η διαφανόμενη ικανότητα των ομοαξονικών γυροτρονίων για λειτουργία δεύτερης αρμονικής με εντυπωσιακές επιδόσεις συχνότητας, απόδοσης και ισχύος. Αν αυτές οι προβλέψεις επαληθευτούν, μπορούμε να πούμε ότι τελικά το συγκριτικό πλεονέκτημα των ομοαξονικών γυροτρονίων σε σχέση με τα συμβατικά είναι μεγαλύτερο όταν επιδιώκεται λειτουργία δεύτερης αρμονικής παρά όταν επιδιώκεται λειτουργία θεμελιώδους κυκλοτρονικής.

6.1 Διαδικασία Σχεδίασης της Κοιλότητας

Με τη μέθοδο που περιγράφηκε στην ενότητα 5.4 μπορούμε να καθορίσουμε το σημείο λειτουργίας και το ρυθμό λειτουργίας ενός γυροτρονίου. Με αυτά τα δεδομένα θα προχωρήσουμε τώρα στην κατάλληλη σχεδίαση της κοιλότητας αλληλεπίδρασης. Θα παρουσιάσουμε ξεχωριστά τη σχεδίαση της συμβατικής και της ομοαξονικής κοιλότητας. Για την ομοαξονική κοιλότητα πρέπει επιπλέον να διαχωρίσουμε τις περιπτώσεις λειτουργίας στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα και λειτουργίας στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής.

6.1.1 Σχεδίαση συμβατικής κοιλότητας

Σε περίπτωση που η κοιλότητα είναι συμβατική, οι εναρκτήριες τιμές των βασικών χαρακτηριστικών μεγεθών της (αναφορά στο σχήμα 2.1) προκύπτουν ως εξής: Η ακτίνα $R_{o,0}$ του μεσαίου τμήματος δίνεται από την (5.4.1):

$$R_{o,0} \cong \frac{\chi_{mpo}}{2\pi} \lambda \quad (6.1.1)$$

Για το μήκος L_2 του μεσαίου τμήματος θέτουμε $L_2 \cong L_G$, οπότε από την (5.2.7) προκύπτει

$$L_2 \cong \frac{\mu}{\pi\alpha\beta_{\perp in}} \lambda \quad (6.1.2)$$

Το μήκος του τμήματος αποκοπής και η γωνία θ_1 επιλέγονται έτσι ώστε ο ρυθμός λειτουργίας να βρίσκεται σε αποκοπή αριστερότερα από το σημείο $z = z_{in}$. Η τιμή του μήκους L_3 του τμήματος εξόδου δεν είναι αυστηρά καθορισμένη. Στην πράξη το τμήμα εξόδου συνδέεται με την περιοχή έντονης μείωσης του μαγνητικού πεδίου, η οποία ακολουθεί την κοιλότητα αλληλεπίδρασης και η οποία έχει μη γραμμικά αυξανόμενη εξωτερική ακτίνα. Συνήθως δίνουμε στο L_3 μια τιμή ανάλογη του L_1 . Ιδιαίτερη σημασία έχουν η τιμή της γωνίας θ_3 και τα μήκη των παραβολικών λειάνσεων του εξωτερικού τοιχώματος μεταξύ των τμημάτων της κοιλότητας (εκατέρωθεν του $z = z_{in} + L_1$ και εκατέρωθεν του $z = z_{in} + L_1 + L_2$). Τα μεγέθη αυτά ρυθμίζουν τον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας Q_{dif} του ρυθμού λειτουργίας. Η διαδικασία προσδιορισμού τους είναι η ακόλουθη: Ξεκινώντας από κάποιες τυπικές τιμές τους, υπολογίζεται αριθμητικά από (2.2.23)-(2.2.26) ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας του ρυθμού λειτουργίας στην ψυχρή κοιλότητα. Η τιμή που προκύπτει συγκρίνεται με την απαιτούμενη τιμή του Q_{dif} από την (5.3.37). Αν υπάρχει απόκλιση, οι τιμές των μηκών λείανσης και της γωνίας θ_3 τροποποιούνται και ο αριθμητικός υπολογισμός επαναλαμβάνεται. Η διαδικασία τερματίζεται όταν το Q_{dif} που προκύπτει από τον αριθμητικό υπολογισμό είναι κοντά στην τιμή (5.3.37). Γενικά η αύξηση των μηκών λείανσης και η ελάττωση του θ_3 οδηγούν σε μείωση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας και αντίστροφα.

6.1.2 Σχεδίαση ομοαξονικής κοιλότητας για λειτουργία πρώτης αρμονικής

Στην περίπτωση του ομοαξονικού γυροτρονίου η σχεδίαση της κοιλότητας ακολουθεί αρχικά τα ίδια βήματα με το συμβατικό. Τώρα όμως πρέπει επιπλέον να καθοριστούν τα χαρακτηριστικά του ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού. Η επιλογή τους έχει να κάνει με τη δυνατότητα της ομοαξονικής κοιλότητας να ελέγχει σε ένα βαθμό το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών. Η επιλογή διαφοροποιείται ανάλογα με τον αρμονικό αριθμό της αλληλεπίδρασης, για αυτό και σε αυτήν την παράγραφο θα περιοριστούμε στη σχεδίαση για αλληλεπίδραση στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα. Η σχεδίαση για αλληλεπίδραση στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής θα παρουσιαστεί στις επόμενες παραγράφους.

Στα [53], [54] μελετάται διεξοδικά το πρόβλημα της σχεδίασης ομοαξονικής κοιλότητας για λειτουργία στην πρώτη αρμονική της κυκλοτρονικής. Ο στόχος είναι ο προσδιορισμός μιας κατάλληλης γεωμετρίας εσωτερικού στελέχους, ώστε να πριμοδοτείται η επιθυμητή μονορρυθμική λειτουργία στο ρυθμό λειτουργίας μέσω της αύξησης του ρεύματος εκκίνησης των ανταγωνιστικών ρυθμών ή/και τη μείωση του ρεύματος εκκίνησης του ρυθμού λειτουργίας. Αυτό είναι εφικτό λόγω της άμεσης εξάρτησης του ρεύματος εκκίνησης από το συντελεστή ποιότητας, οπότε η ανάλυση βασίζεται στη συμπεριφορά του περιθλαστικού και του ωμικού συντελεστή ποιότητας σε μια ομοαξονική κοιλότητα. (Τη συμπεριφορά αυτή την έχουμε ήδη παρουσιάσει λεπτομερώς στις ενότητες 2.4 και 2.5.) Τα περισσότερα από τα συμπεράσματα των [53], [54] έχουν ήδη αξιοποιηθεί σε πειραματικά χιλιοστομετρικά ομοαξονικά γυροτρόνια υψηλής ισχύος [39], [47], [24], [45].

Για λόγους πληρότητας θα μεταφέρουμε εδώ τα συμπεράσματα των [53], [54] που αφορούν την προτεινόμενη γεωμετρία του εσωτερικού στελέχους για λειτουργία 1^{ης} αρμονικής. Σε περίπτωση που το στέλεχος είναι υψηλής αγωγιμότητας, πρέπει να έχει ελαφρώς μειούμενη ακτίνα προς την έξοδο της κοιλότητας ($\theta_{in} \cong 1^\circ$). Για το βάθος d των ρυτιδώσεων πρέπει να ισχύει $0.2 < d/\lambda < 0.25$, όπου λ το μήκος κύματος του ρυθμού λειτουργίας. Αυτή η επιλογή του d εξασφαλίζει μονότονες καμπύλες ιδιοτιμής με αρνητική κλίση για τους ρυθμούς που συντονίζονται στη θεμελιώδη κυκλοτρονική. Έτσι, λόγω της μειούμενης ακτίνας του εσωτερικού στελέχους, οι ρυθμοί αυτοί παρουσιάζουν μικρότερο ή παρόμοιο περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας με αυτόν που θα είχαν στη συμβατική κοιλότητα, ανάλογα με το αν έχουν μικρή ή μεγάλη καυστική ακτίνα (§2.4.3). Τιμές του d/λ κοντά στο 0.2 φαίνονται πλεονεκτικότερες διότι απομακρύνουν τον κίνδυνο σοβαρού ανταγωνισμού από ρυθμούς που αλληλεπιδρούν στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Για τους λόγους που εκτέθηκαν στην §2.3.2, τίθεται $l/s \cong 0.5$ για το εύρος των ρυτιδώσεων. Για να είναι ακριβές το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης, το πλήθος N των ρυτιδώσεων πρέπει να ικανοποιεί την (2.2.8) δηλαδή πρέπει να είναι $N > 2|m|$ για όλους του ρυθμούς που είναι δυνατό να αλληλεπιδράσουν με τη δέσμη. Στο [54] προτείνεται επίσης και η χρήση λείου εσωτερικού στελέχους περιορισμένης αγωγιμότητας με ελαφρώς αυξανόμενη ακτίνα προς την έξοδο ($\theta_{in} \cong -1^\circ$). Το στέλεχος αυτό υποβαθμίζει σημαντικά τον ωμικό συντελεστή ποιότητας των ρυθμών μικρής καυστικής ακτίνας (§2.5.2). Σε όλες τις περιπτώσεις η ακτίνα R_i του εσωτερικού στελέχους πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ώστε να επηρεάζει όσο το δυνατόν περισσότερους ανταγωνιστικούς ρυθμούς. Το άνω όριο στο R_i τίθεται συνήθως από την ανάγκη διατήρησης σε αποδεκτά επίπεδα αφενός της ωμικής φόρτισης (περιορισμός 14 του πίνακα 5.2) και αφετέρου του ωμικού συντελεστή ποιότητας του

ρυθμού λειτουργίας (§2.5.2). Επιπλέον πρέπει να εξασφαλίζεται ικανοποιητική απόσταση μεταξύ των ηλεκτρονίων και της επιφάνειας του εσωτερικού αγωγού.

6.1.3 Διερεύνηση γεωμετρίας ομοαξονικού στελέχους για λειτουργία δεύτερης αρμονικής

Θα ασχοληθούμε τώρα με τη λειτουργία του ομοαξονικού γυροτρονίου στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας και θα υποδείξουμε εκείνες τις γεωμετρίες του εσωτερικού αγωγού που υποστηρίζουν αυτή τη λειτουργία μέσω του ελέγχου των ανταγωνιστικών ρυθμών. Θα φανεί έτσι το μεγάλο πλεονέκτημα της ομοαξονικής κοιλότητας ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού για λειτουργία 2^{ns} αρμονικής, το οποίο οφείλεται στην αυξημένη επιλεκτικότητα της κοιλότητας σε ό,τι αφορά τους ρυθμούς διέγερσής της. Το πιθανό όφελος από τη χρήση κοιλότητας με ομοαξονικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας σε γυροτρόνια 2^{ns} αρμονικής είχε σχολιαστεί αρχικά στα [53], [54]. Στα [121], [122] προτείνονται κάποιες σχετικές σχεδιάσεις, χωρίς όμως να παρουσιαστεί μια πλήρης μελέτη για τον τρόπο επιλογής των παραμέτρων του εσωτερικού αγωγού. Οι σχεδιάσεις αυτές αφορούν παλμική λειτουργία για αυτό και δεν προχωρούν σε υπολογισμό της ωμικής φόρτισης του ομοαξονικού στελέχους. Επίσης εμφανίζουν πολύ μεγάλες ωμικές απώλειες ($\sim 30-40\%$) με δυσμενή επίπτωση στην ολική απόδοση. Εδώ θα παρουσιάσουμε μια πλήρη μελέτη σχετικά με τη σωστή επιλογή των χαρακτηριστικών του εσωτερικού αγωγού για λειτουργία 2^{ns} αρμονικής. Η μελέτη λαμβάνει υπόψη τα ζητήματα της λειτουργίας συνεχούς κύματος και της υψηλής ολικής απόδοσης. Επιπλέον εξετάζουμε εξίσου εμπεριστατωμένα την περίπτωση του εσωτερικού στελέχους περιορισμένης αγωγιμότητας.

Για να επιτευχθεί λειτουργία στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας, θα πρέπει πριν από όλα να εξασφαλιστεί ότι ο ρυθμός λειτουργίας θα διεγερθεί παρόλη την παρουσία των ανταγωνιστικών ρυθμών. Μια εκτίμηση για τον ανταγωνισμό των ρυθμών προκύπτει από το σχετικό ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης (3.3.22). Στην περίπτωση που ο ρυθμός λειτουργίας TE_n αλληλεπιδρά στη δεύτερη αρμονική και $TE_{n'}$ είναι ένας ανταγωνιστικός ρυθμός που αλληλεπιδρά είτε στην πρώτη είτε στη δεύτερη αρμονική^(*), η (3.3.22) παίρνει τη μορφή

$$\frac{I_{st,min,op}}{I_{st,min,comp}} = \frac{I_{st,min,n}}{I_{st,min,n'}} \cong \left(\frac{1}{4\beta_{\perp in}^2} \right)^{2-s_{n'}} \frac{Q_{tot,n'}}{Q_{tot,n}} \frac{G_{n',s_{n'}}^2 [k_{\perp n'}(z_0)R_e]}{G_{n,s_n=2}^2 [k_{\perp n}(z_0)R_e]} \frac{\pi C_{n'}^2(z_0)}{\pi C_n^2(z_0)}, \quad s_{n'} = 1, 2 \quad (6.1.3)$$

Η παραπάνω σχέση υποδεικνύει τους τρόπους υποστήριξης του ρυθμού λειτουργίας έναντι των ανταγωνιστικών ρυθμών. Πρώτα από όλα η ακτίνα R_e της δέσμης πρέπει να επιλεγεί ώστε να μεγιστοποιεί το συντελεστή σύζευξης $[G_{n,2}(k_{\perp n}R_e)]^2$ του ρυθμού

^(*) Δεν θα ασχοληθούμε εδώ με ανταγωνιστικούς ρυθμούς που αλληλεπιδρούν σε αρμονικές της κυκλοτρονικής ανώτερες από τη δεύτερη. Γενικά η διέγερση ρυθμού σε ανώτερη αρμονική είναι σχετικά δύσκολη. Για παράδειγμα, στο [54] υποστηρίζεται ότι στις συμβατικές κοιλότητες που λειτουργούν στη θεμελιώδη κυκλοτρονική δεν έχει παρατηρηθεί ανταγωνισμός από ρυθμούς δεύτερης αρμονικής. Επιπλέον, για την τιμή $\beta_{\perp in} = 0.23$ που θα χρησιμοποιήσουμε αργότερα στις ρεαλιστικές σχεδιάσεις ομοαξονικού γυροτρονίου 2^{ns} αρμονικής, η (3.3.20) δίνει $F_{HARM}(s_n = 2)/F_{HARM}(s_n = 3) = 0.15$ που σημαίνει ότι ο ανταγωνισμός από την τρίτη αρμονική είναι ασθενής. Θα επανέλθουμε στο ζήτημα αυτό στην επόμενη ενότητα όπου θα παρουσιάσουμε αυτές τις σχεδιάσεις. Σε κάθε περίπτωση πάντως μια προσεκτικότερη διερεύνηση του ανταγωνισμού από την τρίτη αρμονική θα είναι αντικείμενο μελλοντικής εργασίας.

λειτουργίας. Αυτή η επιλογή είναι αρκετή για να εξασφαλίσει τη διέγερση του επιθυμητού ρυθμού και τη μονορρυθμική λειτουργία όταν η τάξη του ρυθμού είναι χαμηλή και το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών αραιό. Δεν επαρκεί όμως όταν επιδιώκεται λειτουργία με ρυθμό υψηλής τάξης. Στην περίπτωση αυτή ένας επιπλέον τρόπος πριμοδότησης του ρυθμού λειτουργίας είναι με την κατάλληλη επίδραση στο συντελεστή ποιότητάς του και στο συντελεστή ποιότητας των ανταγωνιστών. Αυτή τη δυνατότητα την παρέχει η ομοαξονική κοιλότητα και θα αναλυθεί στη συνέχεια. Επίσης, σύμφωνα πάντα με την (6.1.3), η χρήση ρυθμού λειτουργίας με μικρό συντελεστή αποθηκευμένης ενέργειας $1/(\pi C_n^2)$ φαίνεται να πλεονεκτεί. Όμως με την προσέγγιση συμβατικής κοιλότητας η (2.2.39) δίνει $1/(\pi C_n^2) \cong J_m^2(\chi_{mpo})[1 - (R_c/R_{o,0})^2](\chi_{mpo})^2$, όπου $R_c = (|m|/\chi_{mpo})R_{o,0}$ είναι η καυστική ακτίνα του ρυθμού. Για δεδομένη τάξη ρυθμού (ιδιοτιμή) και συχνότητα, ο συντελεστής αποθηκευμένης ενέργειας μικραίνει όσο αυξάνει η καυστική ακτίνα. Ρυθμοί όμως μεγάλης καυστικής ακτίνας (“whispering gallery” modes) δεν είναι γενικά κατάλληλοι ως ρυθμοί λειτουργίας επειδή εμφανίζουν μεγάλη ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος [σχέση (2.5.10)] και μικρό λόγο R_{mp} (σχήμα 5.4). Τέλος η (6.1.3) δείχνει ότι μεγάλες τιμές της εγκάρσιας ταχύτητας $\beta_{\perp lin}$ πριμοδοτούν το ρυθμό λειτουργίας 2^{n5} αρμονικής ως προς τους ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής. Αυτό είναι γνωστό αποτέλεσμα και συνάδει με την ήδη υιοθετημένη πρακτική της επίτευξης όσο το δυνατό μεγαλύτερου λόγου ταχυτήτων α . Όμως η επιπλέον προσπάθεια αύξησης του $\beta_{\perp lin}$ με λειτουργία σε υψηλή τάση μπορεί να επιφέρει πτώση της απόδοσης της αλληλεπίδρασης όταν η συχνότητα λειτουργίας είναι υψηλή. Αυτό συζητήθηκε στην ενότητα 5.2.

Συμπερασματικά, ο πιο δόκιμος τρόπος πριμοδότησης του ρυθμού λειτουργίας 2^{n5} αρμονικής (πέρα προφανώς από την κατάλληλη επιλογή της ακτίνας της δέσμης) είναι ο έλεγχος των συντελεστών ποιότητας των ρυθμών στην ομοαξονική κοιλότητα. Ο έλεγχος αυτός μπορεί να επιτευχθεί με την κατάλληλη σχεδίαση του εσωτερικού στελέχους. Θα χρησιμοποιήσουμε τα αποτελέσματα των ενοτήτων 2.3-2.5 και θα εξετάσουμε ξεχωριστά τις περιπτώσεις στελέχους υψηλής ή περιορισμένης αγωγιμότητας. Σε ό,τι αφορά το εύρος των ρυτιδώσεων του εσωτερικού αγωγού θα θεωρήσουμε μόνο την τυπική τιμή $l/s = 0.5$ για τους λόγους που εκτέθηκαν στην §2.3.2.

- *Ομοαξονική κοιλότητα με εσωτερικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας*

Ένα εσωτερικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας ($\sigma_{in} \sim 10^7$ S/m) επηρεάζει πρωτίστως τον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας Q_{dif} των ρυθμών της κοιλότητας, ο οποίος ρυθμίζει το συντελεστή ποιότητας Q_{tot} . Σύμφωνα με την ενότητα 2.3, η περιοχή αρνητικής κλίσης είναι ένα κοινό στοιχείο των καμπύλων ιδιοτιμής $\chi_{mp}(C)$ ανεξάρτητα από τις παραμέτρους ρυτιδώσης του εσωτερικού αγωγού. Δέον είναι έτσι η περιοχή αρνητικής κλίσης να συνδεθεί με ελάττωση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας, με δεδομένο ότι πάντοτε θα υπάρχουν ανταγωνιστικοί ρυθμοί με αρνητική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής τους στο C της κοιλότητας. Αυτό γίνεται επιλέγοντας εσωτερικό στέλεχος μειούμενης ακτίνας προς την έξοδο της κοιλότητας (down-tapered inner rod). Για λειτουργία 2^{n5} αρμονικής το μεγαλύτερο πρόβλημα προέρχεται προφανώς από τους ανταγωνιστικούς ρυθμούς που αλληλεπιδρούν στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα. Επειδή το εσωτερικό στέλεχος μειούμενης ακτίνας οδηγεί σε αύξηση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας των ρυθμών με θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής τους στο C της κοιλότητας, καλό είναι να αποκλειστεί η περίπτωση θετικής κλίσης στην καμπύλη ιδιοτιμής των ανταγωνιστών πρώτης αρμονικής. Σύμφωνα με το σχήμα 2.6, αυτό επιτυγχάνεται με την επιλογή του βάθους d των ρυτιδώσεων έτσι ώστε να ισχύει $0.2 \leq d/\lambda_{co} \leq 0.3$ για τους ρυθμούς που συντονίζονται στη θεμελιώδη κυκλοτρονική

συχνότητα ή ισοδύναμα $0.4 \leq d/\lambda_{co} \leq 0.6$ για το ρυθμό λειτουργίας 2^{ns} αρμονικής^(*). Έτσι όλοι οι ρυθμοί 1^{ns} αρμονικής εμφανίζουν συντελεστή ποιότητας ελαττωμένο σε σχέση με τη συμβατική κοιλότητα, εκτός από αυτούς με καυστική ακτίνα αρκετά μεγάλη (μεγαλύτερη από του ρυθμού λειτουργίας) ώστε να μην επηρεάζονται από το εσωτερικό στέλεχος. Οι τελευταίοι έχουν μεν περίπου το συντελεστή ποιότητας που θα είχαν στη συμβατική κοιλότητα, αλλά επειδή δεν εμφανίζουν υψηλά πεδία στην περιοχή της δέσμης παρουσιάζουν χαμηλή τιμή του συντελεστή σύζευξης $[G_{n,1}(k_{\perp n} R_e)]^2$. Συμπεραίνουμε έτσι ότι η παραπάνω επιλογή βάθους ρυτιδώσεων καταπιέζει συνολικά τους ανταγωνιστικούς ρυθμούς που αλληλεπιδρούν στη θεμελιώδη κυκλοτρονική.

Σε αντίθεση με τους ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής, ο ρυθμός λειτουργίας 2^{ns} αρμονικής θα έχει καμπύλη ιδιοτιμής με περιοχή θετικής κλίσης. Καθώς το d/λ_{co} αυξάνει από 0.4 έως 0.6, η θετική κλίση γίνεται πιο απότομη. Επειδή σύμφωνα με την ενότητα 5.1 ο ρυθμός λειτουργίας δεν πρέπει να επηρεάζεται πολύ από το εσωτερικό στέλεχος, ο λόγος C της κοιλότητας θα πρέπει καταρχήν να αντιστοιχεί στην οριζόντια περιοχή της καμπύλης ιδιοτιμής του ρυθμού αυτού. Δηλαδή θα πρέπει να επιλεγεί μια τιμή του C μεγαλύτερη από εκείνες που αντιστοιχούν στην περιοχή θετικής κλίσης (σχήμα 2.6). Έτσι ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας του ρυθμού λειτουργίας θα είναι περίπου αυτός της συμβατικής κοιλότητας. Αν παρόλα αυτά επιλεγεί μια τιμή του C μέσα στην περιοχή θετικής κλίσης και η επίπτωση στην ωμική φόρτιση του εσωτερικού στελέχους και στον ωμικό συντελεστή ποιότητας του ρυθμού λειτουργίας είναι ανεκτή, τότε ο ρυθμός λειτουργίας προμοδοτείται αφού λόγω της θετικής κλίσης εμφανίζει τώρα αυξημένο περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας.

Μετά από τα παραπάνω είναι φανερό ότι η ακτίνα $R_{i,0}$ του εσωτερικού στελέχους θα πρέπει να είναι όσο το δυνατό μεγαλύτερη ώστε αφενός να επηρεάζονται δυσμενώς όσο το δυνατό περισσότεροι ανταγωνιστικοί ρυθμοί και αφετέρου να προμοδοτείται ο ρυθμός λειτουργίας με την αύξηση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητάς του. Τρία είναι τα αίτια που περιορίζουν την αύξηση του $R_{i,0}$: Το πρώτο και συνηθέστερο είναι ο περιορισμός 14 του πίνακα 5.2 σχετικά με την ωμική φόρτιση του εσωτερικού αγωγού. Το δεύτερο είναι το γεγονός ότι όσο μεγαλώνει το $R_{i,0}$, τόσο ελαττώνεται ο ωμικός συντελεστής ποιότητας του ρυθμού λειτουργίας λόγω των ωμικών απωλειών στον εσωτερικό αγωγό (§2.5.2). Το τρίτο αίτιο είναι ότι σε κάθε περίπτωση η ακτίνα $R_{i,0}$ πρέπει να είναι τέτοια ώστε να εξασφαλίζεται αρκετή απόσταση μεταξύ της ηλεκτρονικής δέσμης και της επιφάνειας του εσωτερικού στελέχους. Αν για το συμπεριστερόμενο ρυθμό λειτουργίας $TE_{|m|p}$ το άνω όριο στο $R_{i,0}$ επιβάλλεται λόγω αυτού του τρίτου αιτίου και όχι λόγω των ωμικών ζητημάτων, τότε μπορεί να δοκιμαστεί η χρήση του αντιπεριστερόμενου ρυθμού $TE_{-|m|p}$ ως ρυθμού λειτουργίας, επειδή πάντοτε ο αντιπεριστερόμενος ρυθμός απαιτεί μεγαλύτερη ακτίνα δέσμης από το συμπεριστερόμενο. Έτσι βέβαια έχουμε ανεπιθύμητη ελάττωση στο συντελεστή σύζευξης δέσμης-ρυθμού και στο λόγο R_{mp} . Όμως για ρυθμούς υψηλής τάξης η ελάττωση αυτή είναι μικρή (σχήμα 5.4) και μπορεί να αντισταθμίζεται σε πολύ καλό βαθμό από το πλεονέκτημα του παχύτερου εσωτερικού στελέχους που συνοδεύει έναν αντιπεριστερόμενο ρυθμό λειτουργίας.

Για την εφαρμογή των προηγούμενων θα χρησιμοποιήσουμε και πάλι σαν παράδειγμα το ομοαξονικό γυροτρόνιο 2^{ns} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με το οποίο

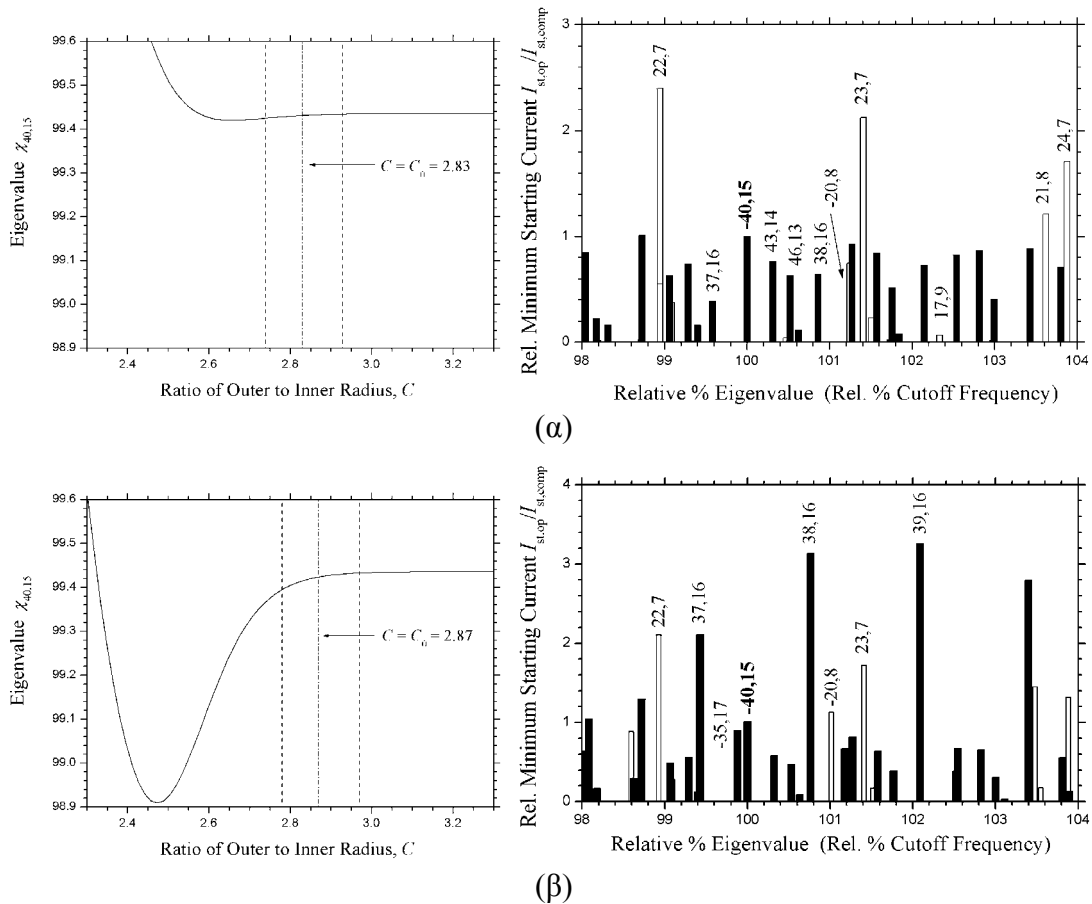
(*) Υπενθυμίζουμε ότι λ_{co} είναι το μήκος κύματος αποκοπής του ρυθμού TE_{mpo} σε συμβατική κοιλότητα που έχει την ίδια εξωτερική ακτίνα μεσαίου τμήματος με την ομοαξονική. Αν ο TE_{mp} είναι ο ρυθμός λειτουργίας στην ομοαξονική κοιλότητα ή κάποιος αξιόλογος ανταγωνιστής, τότε ισχύει συνήθως $\lambda_{co} \cong \lambda$, όπου λ το μήκος κύματος ελευθέρου χώρου του TE_{mp} .

ασχοληθήκαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο όταν εφαρμόσαμε τη μέθοδο επιλογής ρυθμού λειτουργίας. Επιλέγουμε εδώ ως ρυθμό λειτουργίας έναν τους ρυθμούς του πίνακα 5.4, έστω τον TE_{40,15} με ιδιοτιμή $\chi_{40,15o} = 99.435$. Η απαιτούμενη εξωτερική ακτίνα $R_{o,0}$ για ταλάντωση του TE_{40,15} στα 340 GHz είναι $R_{o,0} \cong 13.95$ mm σύμφωνα με την (5.4.1). Θεωρώντας εσωτερικό στέλεχος μειούμενης ακτίνας ($\theta_{in} = 1^\circ$) με $N = 100$ ρυτιδώσεις και $l/s = 0.5$, ξεκινάμε με $d/\lambda_{co} = 0.4$ για το ρυθμό λειτουργίας που αντιστοιχεί σε βάθος ρυτιδώσεων $d = 0.353$ mm. Για να εκτιμήσουμε την κατάλληλη ακτίνα $R_{i,0}$ του εσωτερικού αγωγού εργαζόμαστε ως εξής: Σύμφωνα με τον πίνακα 5.4 ο απαιτούμενος περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας για τον TE_{40,15} είναι $Q_{dif} \approx 10000$. Η μέγιστη επιτρεπτή τάση λειτουργίας είναι $V_{bmax} = 21.22$ kV, οπότε μπορούμε να θέσουμε $V_b \approx 20$ kV που αντιστοιχεί σε $\beta_{\perp in} \approx 0.23$ και $L_G/\lambda \approx 21$ (αφού $\alpha = 1.5$ και $\mu = 22.5$). Συνεπώς από την (2.2.35) η τιμή της παραμέτρου V_{max} προκύπτει $V_{max} \approx 95$ kV. Χρησιμοποιούμε την τιμή αυτή (η οποία, σημειωτέον, αντιπροσωπεύει μια ευρεία οικογένεια τιμών των P_{out} , Q_{dif} και L_G/λ) για να υπολογίσουμε τη μέγιστη ωμική φόρτιση $\rho_{peak,in}$ του εσωτερικού αγωγού από την (2.5.8) όταν $C = C_0 = R_{o,0}/R_{i,0}$. Οι υπολογισμοί (με $\sigma_{out} = \sigma_{in} = 5.7 \times 10^7$ S/m) δείχνουν ότι για να ικανοποιείται ο περιορισμός 14 του πίνακα 5.2 για την ωμική φόρτιση $\rho_{peak,in}$, θα πρέπει να είναι $R_{i,0} \leq 4.93$ mm ($C_0 \geq 2.83$). Επίσης, για $R_{i,0} = 4.93$ mm η (2.5.16) δίνει $Q_{ohm} \approx 100000$ που σημαίνει ότι ικανοποιείται και ο περιορισμός 11 του πίνακα 5.2 για το ποσοστό ωμικών απωλειών ($Q_{dif}/Q_{ohm} \leq 0.1$).

Ο συμπεριστρεφόμενος ρυθμός TE_{40,15} απαιτεί σύμφωνα με τον πίνακα 5.4 ακτίνα δέσμης $R_e \cong 5.72$ mm. Αν θέσουμε όμως $R_{i,0} = 4.93$ mm, η απόσταση μεταξύ της επιφάνειας του εσωτερικού αγωγού και της δέσμης είναι μικρότερη από τα 0.8 mm που έχουν τεθεί ως όριο^(*) (περιορισμός 17 του πίνακα 5.2). Βλέπουμε λοιπόν ότι στη συγκεκριμένη περίπτωση το άνω όριο για το $R_{i,0}$ τίθεται από το ζήτημα της απόστασης δέσμης-αγωγού και όχι από την ωμική φόρτιση. Για να διατηρήσουμε έτσι τη μέγιστη τιμή $R_{i,0} = 4.93$ mm, σύμφωνα με το σκεπτικό που εκτέθηκε προηγουμένως, θα επιστρατεύσουμε τον αντιπεριστρεφόμενο ρυθμό TE_{-40,15} ως ρυθμό λειτουργίας. Ο ρυθμός TE_{-40,15} απαιτεί $R_e = 6.29$ mm.

Μπορούμε τώρα να δούμε το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών στην ομοαξονική κοιλότητα που μόλις περιγράψαμε ακολουθώντας τη διαδικασία της §4.2.2. Για να υπολογίσουμε τα σχετικά ρεύματα εκκίνησης χρησιμοποιούμε την (6.1.3) χωρίς την προσέγγιση συμβατικής κοιλότητας, δηλαδή με C_{mp} από (2.2.15) και $k_{\perp mp}(z_0) = \chi_{mp}(C_0)/R_{o,0}$, όπου $\chi_{mp}(C_0)$ λύση της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.2.10) για $C = C_0 = 2.83$. Επίσης θέτουμε $\beta_{\perp in} = 0.23$. Για τον ωμικό συντελεστή ποιότητας Q_{ohm} χρησιμοποιούμε την (2.5.16). Σε ό,τι αφορά τον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας των ρυθμών χρησιμοποιούμε την προσεγγιστική σχέση (2.4.10) με $L_2 = L_G \approx 18.5$, $\theta_3 = 1.5^\circ$ και θέτοντας $Q_{dif,reg} \cong 8400$ για τους ρυθμούς 2^{ης} αρμονικής και $Q_{dif,reg} \cong 8400/4 = 2100$ για τους ρυθμούς 1^{ης} αρμονικής. Για το ρυθμό λειτουργίας προκύπτει έτσι $Q_{dif} \cong 9600$, δηλαδή αυξημένος περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας λόγω της θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής του. (Οι παραπάνω επιλογές θα σχολιαστούν στην επόμενη ενότητα.) Τα σχετικά ρεύματα εκκίνησης των ανταγωνιστικών ρυθμών φαίνονται στο σχήμα 6.1α. Στο σχήμα φαίνεται επίσης σε ποια σημεία της καμπύλης ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας αντιστοιχούν οι τιμές του λόγου C στο μεσαίο τμήμα της κοιλότητας. Με ανάλογη διαδικασία προκύπτει και το σχήμα 6.1β για την περίπτωση $d/\lambda_{co} = 0.5$ για το ρυθμό λειτουργίας TE_{-40,15} που αντιστοιχεί σε βάθος ρυτιδώσεων $d = 0.441$ mm. Η μέγιστη ακτίνα του εσωτερικού αγωγού που είναι τώρα συμβατή με

(*) Η κατάσταση μάλιστα χειροτερεύει προς την είσοδο της κοιλότητας επειδή $\theta_{in} = 1^\circ$, οπότε η ακτίνα του εσωτερικού αγωγού αριστερότερα του $z = z_0$ γίνεται μεγαλύτερη από $R_{i,0}$.

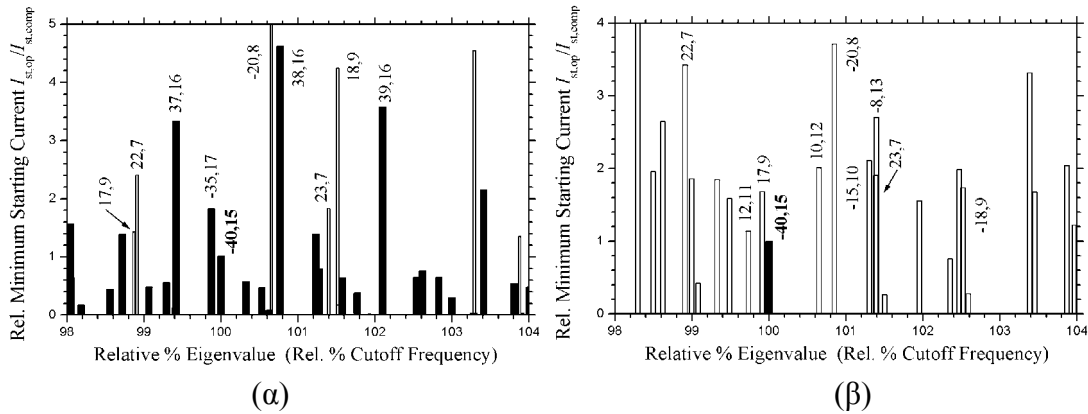


Σχήμα 6.1: Το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών στο γυροτρόνιο 2^{ns} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με ομοαξονικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας ($\sigma_{out} = \sigma_{in} = 5.7 \times 10^7$ S/m). Αριστερά φαίνεται η καμπύλη ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας $TE_{40,15}$, όπου και σημειώνεται η θέση του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας. Δεξιά φαίνονται τα σχετικά ρεύματα εκκίνησης (6.1.3) των ανταγωνιστικών ρυθμών πρώτης (λευκές ράβδοι) και δεύτερης (μαύρες ράβδοι) αρμονικής. Η θέση των ράβδων στον οριζόντιο άξονα εκφράζει την κανονικοποιημένη σχετική ιδιοτιμή $(\chi_n/s_n)/(\chi_{40,15}/2) \times 100$ % που ισούται με την κανονικοποιημένη σχετική συχνότητα αποκοπής. Για κάθε ρυθμό εικονίζεται εκείνη η περιστροφή από τις δύο που έχει το μεγαλύτερο συντελεστή σύζευξης. Τα χαρακτηριστικά της κοιλότητας είναι: $R_{o,0} = 13.95$ mm, $\theta_{in} = 1.0^\circ$, $\theta_3 = 1.5^\circ$, $L_2 = 18.5$ mm, $N = 100$, $l/s = 0.5$ και (α) $d = 0.353$ mm ($d/\lambda_{co} = 0.4$), $R_{i,0} = 4.93$ mm ($C_0 = 2.83$) (β) $d = 0.441$ mm ($d/\lambda_{co} = 0.5$), $R_{i,0} = 4.86$ mm ($C_0 = 2.87$). Η υπεροχή της περίπτωσης (α) είναι προφανής.

τον περιορισμό της ωμικής φόρτισης είναι $R_{i,0} = 4.86$ mm δηλαδή μικρότερη από ότι στην περίπτωση $d/\lambda_{co} = 0.4$.

Τόσο η επιλογή βάθους ρυτιδώσεων $d/\lambda_{co} = 0.4$ για το ρυθμό λειτουργίας όσο και η επιλογή $d/\lambda_{co} = 0.5$ είναι επιτυχημένες στην καταπίεση των ανταγωνιστών θεμελιώδους κυκλοτρονικής. Αυτό γίνεται φανερό με τη σύγκριση των σχημάτων 6.1 και 6.2. Στο σχήμα 6.2β έχουμε το φάσμα των ανταγωνιστών θεμελιώδους κυκλοτρονικής στην αντίστοιχη συμβατική κοιλότητα με $R_{o,0} = 13.95$ mm. Βλέπουμε ότι ο ρυθμός λειτουργίας $TE_{40,15}$ είναι αδύνατο να διεγερθεί στη συμβατική κοιλότητα παρουσία των ρυθμών $TE_{20,8}$, $TE_{10,12}$, $TE_{17,9}$, $TE_{12,11}$, παρόλο που η ακτίνα $R_e = 6.29$ mm της δέσμης μεγιστοποιεί το συντελεστή σύζευξής του. Αυτό είναι αποτέλεσμα της μεγάλης τάξης του ρυθμού $TE_{40,15}$ που επιφέρει μεγάλο πλήθος ανταγωνιστών. Στο σχήμα 6.2α έχουμε το φάσμα των ανταγωνιστών σε ομοαξονική κοιλότητα με εσωτερικό στέλεχος

6.1 Διαδικασία Σχεδίασης της Κοιλότητας



Σχήμα 6.2: Το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών στο γυροτρόνιο 2^{15} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με ρυθμό λειτουργίας $TE_{40,15}$, όπως προκύπτει από τα σχετικά ρεύματα εκκίνησης (6.1.3) των ρυθμών πρώτης (λευκές ράβδοι) και δεύτερης (μαύρες ράβδοι) αρμονικής. Η θέση των ράβδων στον οριζόντιο άξονα εκφράζει την κανονικοποιημένη σχετική ιδιοτιμή $(\chi_n/s_n)/(\chi_{40,15}/2) \times 100\%$ που ισούται με την κανονικοποιημένη σχετική συχνότητα αποκοπής. Για κάθε ρυθμό εικονίζεται εκείνη η περιστροφή από τις δύο που έχει το μεγαλύτερο συντελεστή σύζευξης. (α) Ομοαξονική κοιλότητα με λείο εσωτερικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας ($\sigma_{out} = \sigma_{in} = 5.7 \times 10^7$ S/m) και $R_{o,0} = 13.95$ mm, $\theta_{in} = 1.0^\circ$, $\theta_3 = 1.5^\circ$, $L_2 = 18.5$ mm, $R_{i,0} = 4.86$ mm ($C_0 = 2.87$). (β) Συμβατική κοιλότητα με $R_{o,0} = 13.95$ mm. Στο (β), για λόγους ευκρίνειας, εικονίζονται μόνο οι ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής και ο ρυθμός λειτουργίας.

μειούμενης ακτίνας χωρίς ρυτιδώσεις ($d/\lambda_{co} = 0$). Η ακτίνα $R_{i,0}$ προσδιορίστηκε όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις με γνώμονα τον περιορισμό ωμικής φόρτισης του ομοαξονικού στελέχους. Παρατηρούμε ότι οι ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής έχουν περιοριστεί αισθητά σε σχέση με το σχήμα 6.2β. Αυτό οφείλεται στην καταπιεστική επίδραση του στελέχους στους ρυθμούς μικρής καυστικής ακτίνας, οι οποίοι έχουν καμπύλης ιδιοτιμής με έντονη αρνητική κλίση στο C της κοιλότητας (π. χ. $TE_{10,12}$, $TE_{12,11}$). Παρόλα αυτά η κατάσταση στο σχήμα 6.2α δεν είναι καλή για το ρυθμό λειτουργίας επειδή οι ρυθμοί $TE_{20,8}$ και $TE_{18,9}$ είναι επικίνδυνοι ανταγωνιστές και μάλιστα με αρκετά μικρότερο ρεύμα εκκίνησης σε σχέση με τη συμβατική κοιλότητα. Η ανεπιθύμητη αυτή πριμοδότηση των $TE_{20,8}$ και $TE_{18,9}$ οφείλεται στο ότι η καμπύλη ιδιοτιμής τους έχει θετική κλίση στο C της κοιλότητας, οπότε οι ρυθμοί αυτοί εμφανίζουν αυξημένο Q_{dif} . Αυτό είναι απόρροια του γεγονότος ότι ένα λείο ομοαξονικό στέλεχος οδηγεί πάντα σε μη μονότονες καμπύλες ιδιοτιμής για όλους τους ρυθμούς ανεξαρτήτως αρμονικής. Έτσι, όποια κλίση και αν επιλεγεί για το στέλεχος, θα υπάρχουν πάντα ανταγωνιστικοί ρυθμοί που θα πριμοδοτούνται από αυξημένο περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας. Αντίθετα, ένα ρυτιδωμένο στέλεχος οδηγεί σε μονότονες (με αρνητική κλίση) καμπύλες ιδιοτιμής των ρυθμών για τους οποίους είναι $0.2 \leq d/\lambda_{co} \leq 0.3$. Εκεί οφείλεται και η προφανής υπεροχή του σχήματος 6.1 σε σχέση με το σχήμα 6.2. Η επιλογή $d/\lambda_{co} = 0.4$ ή $d/\lambda_{co} = 0.5$ για το ρυθμό λειτουργίας 2^{15} αρμονικής συνεπάγεται $d/\lambda_{co} \cong 0.2$ ή $d/\lambda_{co} \cong 0.25$ για όλους τους ανταγωνιστές πρώτης αρμονικής, οπότε με εσωτερικό στέλεχος μειούμενης ακτίνας κανείς από αυτούς δεν πριμοδοτείται από αυξημένο Q_{dif} . Οι μόνοι ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής που παραμένουν στα φάσματα του σχήματος 6.1 είναι ο $TE_{20,8}$ (με σημαντικά μεγαλύτερο ρεύμα εκκίνησης όμως από ότι στο σχήμα 6.2), ο $TE_{23,7}$ (σχετικά ανεπηρέαστος από το εσωτερικό στέλεχος επειδή έχει καυστική ακτίνα μεγαλύτερη από αυτή του ρυθμού λειτουργίας) και ο $TE_{22,7}$. Είναι έτσι αδιαμφισβήτητη η συμβολή της ομοαξονικής κοιλότητας και

ιδιαίτερα της σωστής επιλογής του βάθους των ρυτιδώσεων στην υποστήριξη της λειτουργίας 2^{15} αρμονικής με ρυθμό υψηλής τάξης.

Μέχρι εδώ επικεντρωθήκαμε στους ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής, αφού αυτοί αποτελούν το κύριο πρόβλημα στη λειτουργία δεύτερης αρμονικής. Είδαμε ότι οποιαδήποτε επιλογή βάθους ρυτιδώσεων μέσα στα όρια $0.4 \leq d/\lambda_{co} \leq 0.6$ για το ρυθμό λειτουργίας είναι αποτελεσματική στην καταπίεση αυτών των ανταγωνιστών. Σε ό,τι αφορά τώρα τους ανταγωνιστές δεύτερης αρμονικής παρατηρούμε τα εξής: Η παραπάνω επιλογή βάθους ρυτιδώσεων οδηγεί σε μη μονότονες καμπύλες ιδιοτιμής για αυτούς τους ρυθμούς. Ελλοχεύει έτσι ο κίνδυνος κάποιοι ανταγωνιστές δεύτερης αρμονικής να εμφανίσουν αυξημένο περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας λόγω θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής τους στο C της κοιλότητας. Όταν το C_0 της κοιλότητας συμπίπτει σχεδόν με τη μέγιστη θετική κλίση στην καμπύλη ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας, τότε αυτός έχει τη μεγαλύτερη δυνατή αύξηση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητάς του. Επειδή προφανώς οι καμπύλες ιδιοτιμής των ανταγωνιστών 2^{15} αρμονικής έχουν θετική κλίση συγκρίσιμη με αυτή του ρυθμού λειτουργίας, αναμένεται ότι στη χειρότερη περίπτωση κάποιοι από αυτούς θα παρουσιάζουν αύξηση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητάς τους συγκρίσιμη με την αύξηση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας του ρυθμού λειτουργίας. Με δεδομένο όμως ότι ο συντελεστής σύζευξης $[G_{n,2}(k_{\perp n} R_e)]^2$ των ρυθμών 2^{15} αρμονικής είναι γενικά μικρότερος ή ίσος με αυτόν του ρυθμού λειτουργίας, οι ρυθμοί αυτοί με το αυξημένο Q_{dif} δεν αναμένεται να είναι πολύ επικίνδυνοι. Τέτοια είναι η περίπτωση στο σχήμα 6.1α. Το C_0 της κοιλότητας αντιστοιχεί στη μέγιστη θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας $TE_{-40,15}$ και όπως προκύπτει από το σχετικό φάσμα ανταγωνιστών κανένας ρυθμός 2^{15} αρμονικής δεν έχει μικρότερο ρεύμα εκκίνησης από το ρυθμό λειτουργίας. Άρα κανένας ανταγωνιστής 2^{15} αρμονικής δεν είναι επικίνδυνος. Αντίθετα, η κατάσταση στο σχήμα 6.1β δεν είναι τόσο ευνοϊκή. Το C_0 της κοιλότητας δεν αντιστοιχεί τώρα στη μέγιστη θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής του $TE_{-40,15}$, οπότε αναμένεται ότι κάποιοι ρυθμοί 2^{15} αρμονικής θα έχουν περισσότερο αυξημένο περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας από αυτόν του $TE_{-40,15}$. Πράγματι, τέτοιοι ρυθμοί εμφανίζονται στα φάσμα των ανταγωνιστών και είναι π. χ. οι $TE_{37,16}$, $TE_{35,17}$, $TE_{38,16}$, $TE_{39,16}$ οι οποίοι γίνονται πλέον επικίνδυνοι. Το ίδιο ακριβώς πρόβλημα εμφανίζεται και στην περίπτωση του λείου εσωτερικού στελέχους του σχήματος 6.2α, επειδή οι καμπύλες ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας και των ρυθμών 2^{15} αρμονικής για $d/\lambda_{co} = 0$ ταυτίζονται σχεδόν με εκείνες για $d/\lambda_{co} \cong 0.5$ (σχήμα 2.6).

Συμπεραίνουμε έτσι ότι όταν $0.4 \leq d/\lambda_{co} \leq 0.6$ για το ρυθμό λειτουργίας, το C_0 της κοιλότητας πρέπει να αντιστοιχεί στην περιοχή μέγιστης θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής του ρυθμού, ώστε να αποφεύγεται σοβαρός ανταγωνισμός από τους άλλους ρυθμούς 2^{15} αρμονικής. Είδαμε όμως ότι η εσωτερική ακτίνα $R_{i,0}$ (άρα και το C_0) καθορίζεται από τους περιορισμούς που σχετίζονται με την ωμική φόρτιση του εσωτερικού αγωγού και τη μείωση του ωμικού συντελεστή ποιότητας του ρυθμού λειτουργίας. Αυτός είναι και λόγος που στο σχήμα 6.1 μπορέσαμε να θέσουμε το C_0 στη μέγιστη θετική κλίση μόνο στην περίπτωση της ήπιας θετικής κλίσης ($d/\lambda_{co} = 0.4$) και όχι στην περίπτωση της έντονης θετικής κλίσης ($d/\lambda_{co} = 0.5$). Κατά μείζονα λόγο, με την επιλογή $d/\lambda_{co} = 0.6$ για το ρυθμό λειτουργίας το C_0 θα βρισκόταν ακόμη δεξιότερα από το σημείο μέγιστης θετικής κλίσης, αφού η περίπτωση $d/\lambda_{co} = 0.6$ παρουσιάζει εντονότερες θετικές κλίσεις από την $d/\lambda_{co} = 0.5$. Έτσι η επιλογή $d/\lambda_{co} = 0.6$ στο συγκεκριμένο γυροτρόνιο θα οδηγούσε σε ακόμη οξύτερο πρόβλημα ανταγωνισμού από τους ρυθμούς δεύτερης αρμονικής. Κατά συνέπεια η επιλογή $d/\lambda_{co} = 0.4$ είναι η πλεονεκτικότερη σε ό,τι αφορά την αντιμετώπιση του ανταγωνισμού από τη δεύτερη

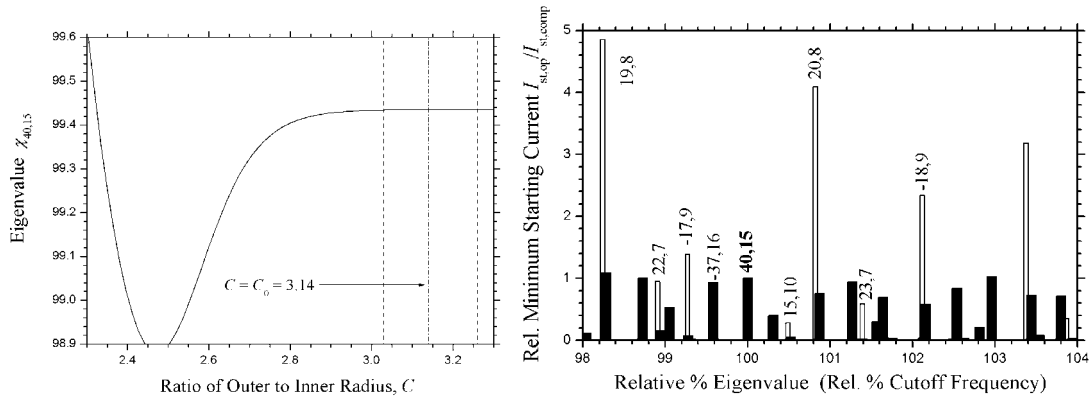
αρμονική και για αυτό πρέπει να αποτελεί αφετηρία για τη σχεδίαση της ομοαξονικής κοιλότητας. Ακόμη και στην περίπτωση που για οποιαδήποτε βάθος ρυτιδώσεων $0.4 \leq d/\lambda_{co} \leq 0.6$ το C_0 δεν είναι δυνατό να βρίσκεται στη μέγιστη θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας (λόγω των ωμικών περιορισμών), η επιλογή $d/\lambda_{co} = 0.4$ πλεονεκτεί σε σχέση με τις υπόλοιπες διότι συνεπάγεται ηπιότερες θετικές κλίσεις στις καμπύλες ιδιοτιμής των ανταγωνιστών 2^{ns} αρμονικής. Επιπλέον, λόγω της ήπιας θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας, η επιλογή $d/\lambda_{co} = 0.4$ επιτρέπει τη χρήση παχύτερου εσωτερικού στελέχους, πράγμα που είναι γενικά επιθυμητό. (Αποτέλεσμα αυτού είναι η καλύτερη καταπίεση, σύμφωνα με το σχήμα 6.1, του ανταγωνιστή θεμελιώδους κυκλοτρονικής TE_{-20,8}.)

Η χρήση βάθους ρυτιδώσεων $d/\lambda_{co} > 0.4$ φαίνεται να έχει νόημα μόνο αν το C_0 της κοιλότητας μπορεί αντιστοιχεί στην περιοχή μέγιστης θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας. Στην περίπτωση αυτή μάλιστα ο ρυθμός λειτουργίας θα έχει ακόμη πιο αυξημένο περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας σε σχέση με τους ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής. Η επιλογή $d/\lambda_{co} > 0.4$ είναι επίσης πλεονεκτική όταν η πρώτη προτεραιότητα είναι η διέγερση του ρυθμού δεύτερης αρμονικής παρουσία των ανταγωνιστών θεμελιώδους κυκλοτρονικής και όχι η λειτουργία συνεχούς κύματος ή η υψηλή ολική απόδοση. Με την τοποθέτηση κάθε φορά του C_0 στη μέγιστη θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας, μπορούμε να τον πριμοδοτούμε όλο και περισσότερο σε σχέση με τους ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής αρκεί να αυξάνουμε το βάθος ρυτιδώσης από $d/\lambda_{co} = 0.4$ έως $d/\lambda_{co} = 0.6$. Η πριμοδότηση αυτή, που γίνεται βέβαια σε βάρος της ωμικής φόρτισης του εσωτερικού στελέχους και του ωμικού συντελεστή ποιότητας του ρυθμού λειτουργίας, αποτελεί μια σημαντική δυνατότητα που παρέχει η χρήση ρυτιδωμένου στελέχους υψηλής αγωγιμότητας. Θα αναφερθούμε ξανά σε αυτήν σε ένα παράδειγμα σχεδίασης στην επόμενη ενότητα.

- *Ομοαξονική κοιλότητα με εσωτερικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας*

Είδαμε ότι ένα ομοαξονικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας μπορεί να επηρεάσει τον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας Q_{dif} των ρυθμών, ο οποίος ρυθμίζει το συντελεστή ποιότητας Q_{tot} διότι συνήθως $Q_{ohm} \gg Q_{dif}$. Η κατάσταση είναι τελείως διαφορετική όταν η αγωγιμότητα του εσωτερικού στελέχους είναι περιορισμένη ($\sigma_{in} \sim 10^4$ S/m, π. χ. στέλεχος από SiC). Στην περίπτωση αυτή ο ωμικός συντελεστής ποιότητας Q_{ohm} των ρυθμών μπορεί να γίνει τόσο μικρός ώστε να ρυθμίζει αυτός το συντελεστή ποιότητας Q_{tot} . Η χρήση ενός λείου στελέχους περιορισμένης αγωγιμότητας για την υποστήριξη λειτουργίας στη θεμελιώδη κυκλοτρονική έχει προταθεί στα [54], [52]. Εδώ θα εξετάσουμε τη δυνατότητα υποστήριξης λειτουργίας δεύτερης αρμονικής και θα δείξουμε τη μεγάλη σημασία που μπορεί να έχουν οι ρυτιδώσεις.

Ενώ ένα εσωτερικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας μπορεί (ανάλογα με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του) είτε να καταπιέσει είτε να πριμοδοτήσει ρυθμούς, ένα στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας δρα μόνο καταπιεστικά. Κατά συνέπεια ο ρυθμός λειτουργίας πρέπει να είναι αυστηρά ανεπηρέαστος από αυτό. Σύμφωνα με την §2.5.2 ένα εσωτερικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας καταπιέζει ωμικά τους ρυθμούς με μικρότερη καυστική ακτίνα από την ακτίνα του, ανεξάρτητα από τις παραμέτρους ρυτιδώσης και την κλίση της ακτίνας του. Η χρήση λοιπόν ενός τέτοιου ομοαξονικού στελέχους με ακτίνα όσο το δυνατό μεγαλύτερη (χωρίς όμως να επηρεάζει το ρυθμό λειτουργίας) αραιώνει το φάσμα των ανταγωνιστών. Χρησιμοποιώντας πάλι σαν παράδειγμα τη σχεδίαση του γυροτρονίου 2^{ns} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με ρυθμό λειτουργίας τον TE_{40,15}, δείχνουμε στο σχήμα 6.3 το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών



Σχήμα 6.3: Το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών στο γυροτρόνιο 2^{15} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με λείο ομοαξονικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας ($\sigma_{out} = 5.7 \times 10^7$ S/m, $\sigma_{in} = 1.0 \times 10^4$ S/m). Αριστερά φαίνεται η καμπύλη ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας TE_{40,15}, όπου και σημειώνεται η θέση του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας. Δεξιά φαίνονται τα σχετικά ρεύματα εκκίνησης (6.1.3) των ανταγωνιστικών ρυθμών πρώτης (λευκές ράβδοι) και δεύτερης (μαύρες ράβδοι) αρμονικής. Η θέση των ράβδων στον οριζόντιο άξονα εκφράζει την κανονικοποιημένη σχετική ιδιοτιμή $(\chi_n/s_n)/(\chi_{40,15}/2) \times 100\%$ που ισούται με την κανονικοποιημένη σχετική συχνότητα αποκοπής. Για κάθε ρυθμό εικονίζεται εκείνη η περιστροφή από τις δύο που έχει το μεγαλύτερο συντελεστή σύζευξης. Τα χαρακτηριστικά της κοιλότητας είναι: $R_{o,0} = 13.95$ mm, $R_{i,0} = 4.44$ mm ($C_0 = 3.14$), $\theta_{in} = 1.0^\circ$, $\theta_3 = 2.0^\circ$, $L_2 = 18.5$ mm.

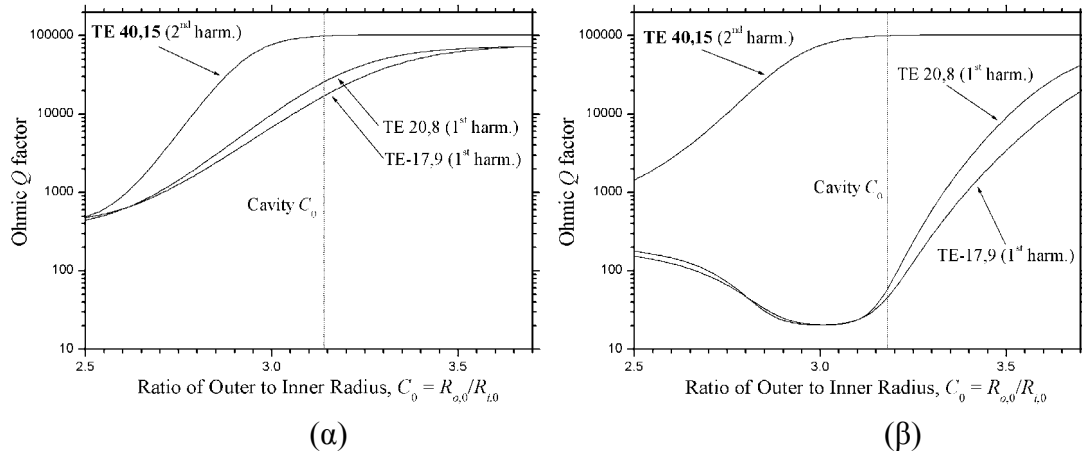
σε μία ομοαξονική κοιλότητα με λείο εσωτερικό αγωγό αγωγιμότητας $\sigma_{in} = 10^4$ S/m. Τα σχετικά ρεύματα εκκίνησης υπολογίστηκαν από την (6.1.3) με τον τρόπο που περιγράφεται στην περίπτωση του στελέχους υψηλής αγωγιμότητας. Η εσωτερική ακτίνα $R_{i,0} = 4.44$ mm προσδιορίστηκε πάλι με χρήση της (2.5.8) για $C = C_0$ και $\sigma_r = 5700$, ως η μέγιστη δυνατή ακτίνα που ικανοποιεί τον περιορισμό 14 του πίνακα 5.2 ($\rho_{peak,in} \leq 0.1$ kW/cm²). Η τιμή $R_{i,0} = 4.44$ mm ικανοποιεί επίσης και τον περιορισμό ποσοστού ωμικών απωλειών $Q_{dif}/Q_{ohm} \leq 0.1$. Το γεγονός ότι η ακτίνα $R_{i,0}$ προκύπτει μικρότερη από ότι στην περίπτωση του εσωτερικού στελέχους υψηλής αγωγιμότητας αποδεικνύει ότι ο ρυθμός λειτουργίας πρέπει να είναι τελείως ανεπηρέαστος από το στέλεχος όταν αυτό έχει περιορισμένη αγωγιμότητα. Αυτό φαίνεται και από τη σύγκριση των καμπύλων ιδιοτιμής των σχημάτων 6.1 και 6.3. Η μικρότερη ακτίνα $R_{i,0}$ επιτρέπει τώρα τη χρήση του συμπεριστρεφόμενου ρυθμού TE_{40,15} ως ρυθμού λειτουργίας, ο οποίος απαιτεί ακτίνα δέσμης $R_e = 5.72$ mm.

Η σύγκριση των σχημάτων 6.3 και 6.2β δείχνει ότι πράγματι η εισαγωγή του εσωτερικού στελέχους περιορισμένης αγωγιμότητας αραιώνει το φάσμα των ανταγωνιστών^(*). Παρόλα αυτά η κατάσταση στο σχήμα 6.3 παραμένει μη ευνοϊκή για το ρυθμό λειτουργίας λόγω της ύπαρξης των ανταγωνιστών θεμελιώδους κυκλοτρονικής TE_{19,8}, TE_{-17,9}, TE_{20,8} και TE_{18,9} με χαμηλά ρεύματα εκκίνησης. Οι ρυθμοί αυτοί έχουν καυστική ακτίνα κοντά σε αυτή του ρυθμού λειτουργίας και μοιραία δεν επηρεάζονται πολύ από το εσωτερικό στέλεχος. Για παράδειγμα, το σχήμα 6.4α επιβεβαιώνει ότι η πτώση του ωμικού συντελεστή ποιότητας των ρυθμών TE_{-17,9}, TE_{20,8} λόγω της επίδρασης του στελέχους δεν είναι τόσο μεγάλη ώστε αυτοί να καταπιεστούν.

Η κατάσταση μπορεί να βελτιωθεί με την επιλογή κατάλληλου βάθους ρυτίδωσης. Με δεδομένο ότι ο ρυθμός λειτουργίας θα είναι πάντα ανεπηρέαστος από τον

(*) Το σχήμα 6.2β αφορά τον αντιπεριστρεφόμενο TE_{-40,15}, αλλά η κατάσταση είναι προφανώς παρόμοια και για τον συμπεριστρεφόμενο TE_{40,15}.

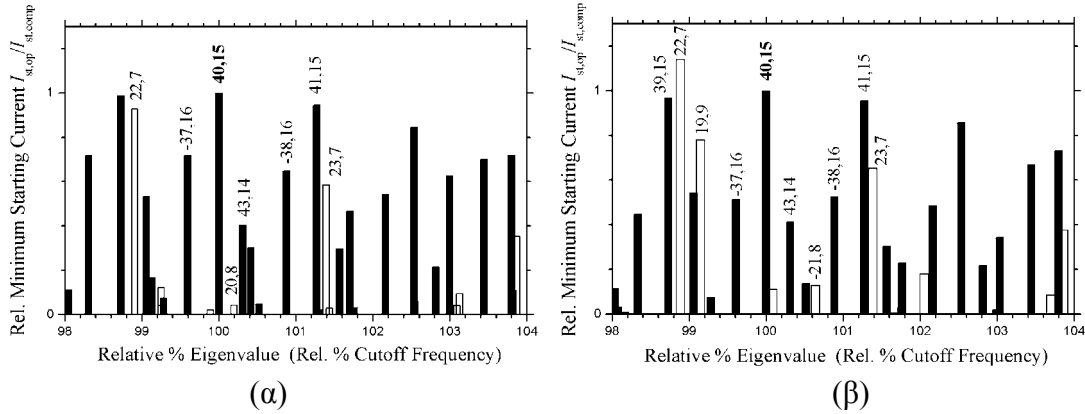
6.1 Διαδικασία Σχεδίασης της Κοιλότητας



Σχήμα 6.4: Ωμικός συντελεστής ποιότητας από (2.5.16) συναρτήσει του λόγου ακτίνων C_0 για τους ρυθμούς TE_{40,15}, TE_{-17,9} και TE_{20,8} όταν $R_{o,0} = 13.95$ mm, $\sigma_{out} = 5.7 \times 10^7$ S/m, $\sigma_{in} = 1.0 \times 10^4$ S/m. (α) Ομοαξονική κοιλότητα λείου εσωτερικού αγωγού. Σημειώνεται η τιμή $C_0 = 3.14$ ($R_{i,0} = 4.44$ mm). (β) Ομοαξονική κοιλότητα ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού με $d = 0.265$ mm ($d/\lambda_{co} = 0.3$ για τον TE_{40,15}), $l/s = 0.5$, $N = 90$. Σημειώνεται η τιμή $C_0 = 3.18$ ($R_{i,0} = 4.38$ mm).

εσωτερικό αγωγό έχουμε την ελευθερία να επιλέξουμε οποιοδήποτε βάθος ρυτίδωσης θεωρούμε αποτελεσματικό. Σύμφωνα με το σχήμα 2.10 η πτώση του ωμικού συντελεστή ποιότητας ενός ρυθμού είναι η μεγαλύτερη δυνατή όταν το βάθος ρυτίδωσης είναι $d/\lambda_{co} \cong 0.15$ και το C_0 της κοιλότητας βρίσκεται στην περιοχή θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής του ρυθμού. Επιπλέον, όταν $d/\lambda_{co} \cong 0.15$ το εύρος των τιμών του C_0 όπου ο ρυθμός εμφανίζει πολύ χαμηλό Q_{ohm} είναι μεγαλύτερο σε σύγκριση με οποιοδήποτε άλλο βάθος ρυτίδωσης. Κατά συνέπεια, σύμφωνα πάντα με το σχήμα 2.10, η καταπίεση του ρυθμού δεν συμβαίνει πλέον μόνο όταν η καυστική του ακτίνα R_c είναι μικρότερη από $R_{i,0}$, αλλά ακόμη και όταν είναι $R_c < 1.25R_{i,0}$. Αντισταθμίζουμε έτσι ότι η αποτελεσματικότερη καταπίεση ενός ρυθμού από το ομοαξονικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας επιτυγχάνεται όταν είναι $d/\lambda_{co} \cong 0.15$ για το ρυθμό. Προσφέρεται έτσι να θέσουμε $d/\lambda_{co} \cong 0.15$ για τους ανταγωνιστές και επειδή οι σοβαρότεροι ανταγωνιστές είναι αυτοί της 1^{ης} αρμονικής, η δέουσα επιλογή που οδηγεί στο επιθυμητό d/λ_{co} για αυτούς είναι $d/\lambda_{co} = 0.3$ για το ρυθμό λειτουργίας 2^{ης} αρμονικής.

Η αποτελεσματικότητα της επιλογής βάθους ρυτίδωσης $d/\lambda_{co} = 0.3$ για το ρυθμό λειτουργίας είναι ξεκάθαρη στο σχήμα 6.5α, όπου εικονίζονται τα σχετικά ελάχιστα ρεύματα εκκίνησης των ρυθμών για το γυροτρόνιο 2^{ης} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW σε κοιλότητα με ρυτιδωμένο στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας. Η κατάσταση είναι πάρα πολύ ευνοϊκή για το ρυθμό λειτουργίας TE_{40,15}. Παρόλο που η επιτρεπτή εσωτερική ακτίνα $R_{i,0} = 4.38$ mm που προκύπτει τώρα είναι μικρότερη από εκείνη στην περίπτωση του λείου στελέχους, οι ρυθμοί TE_{19,8}, TE_{-17,9}, TE_{20,8} και TE_{18,9} 1^{ης} αρμονικής που προηγουμένως ήταν επικίνδυνοι τώρα καταπιέζονται πλήρως. Αυτό οφείλεται στην αλλαγή της εγκάρσιας δομής πεδίου των ρυθμών αυτών (λόγω της κατάλληλης ρυτίδωσης του ομοαξονικού αγωγού) που οδηγεί σε αυξημένες ωμικές απώλειες. Στο σχήμα 6.4β φαίνεται η μεγάλη πτώση του ωμικού συντελεστή ποιότητας των ρυθμών TE_{-17,9}, TE_{20,8} λόγω αυτών των απωλειών, πράγμα που εξηγεί την καταπίεσή τους. Είναι πλέον φανερό ότι, όπως και στην περίπτωση του εσωτερικού στελέχους υψηλής αγωγιμότητας, η κατάλληλη επιλογή του βάθους ρυτίδωσης είναι αποφασιστικής σημασίας για την υποστήριξη λειτουργίας δεύτερης αρμονικής μέσω της επιτυχούς καταπίεσης των ανταγωνιστικών ρυθμών.



Σχήμα 6.5: Το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών στο ομοαξονικό γυροτρόνιο 2^{ns} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με ρυθμό λειτουργίας TE_{40,15}, όπως προκύπτει από τα σχετικά ρεύματα εκκίνησης (6.1.3) των ρυθμών πρώτης (λευκές ράβδοι) και δεύτερης (μαύρες ράβδοι) αρμονικής. Η θέση των ράβδων στον οριζόντιο άξονα εκφράζει την κανονικοποιημένη σχετική ιδιοτιμή $(\chi_n/s_n)/(\chi_{40,15}/2) \times 100$ % που ισούται με την κανονικοποιημένη σχετική συχνότητα αποκοπής. Για κάθε ρυθμό εικονίζεται εκείνη η περιστροφή από τις δύο που έχει το μεγαλύτερο συντελεστή σύζευξης. Τα χαρακτηριστικά της κοιλότητας είναι: $\sigma_{out} = 5.7 \times 10^7$ S/m, $R_{o,0} = 13.95$ mm, $\theta_{in} = 1.0^\circ$, $\theta_3 = 2.0^\circ$, $L_2 = 18.5$ mm, $N = 90$, $l/s = 0.5$ και $d = 0.265$ mm ($d/\lambda_{co} = 0.3$). (α) Εσωτερικό στέλεχος αγωγιμότητας $\sigma_{in} = 10^4$ S/m με $R_{i,0} = 4.38$ mm ($C_0 = 3.18$). (β) Εσωτερικό στέλεχος αγωγιμότητας $\sigma_{in} = 10^6$ S/m με $R_{i,0} = 4.63$ mm ($C_0 = 3.01$).

Το γεγονός ότι όταν $d/\lambda_{co} \cong 0.15$ η μεγάλη πτώση του ωμικού συντελεστή ποιότητας οφείλεται πρωτίστως στη δομή πεδίου του ρυθμού και όχι στην περιορισμένη αγωγιμότητα του ομοαξονικού στελέχους (σχήμα 2.10), καθώς και το συνακόλουθο γεγονός ότι η καταπίεση των ανταγωνιστών πρώτης αρμονικής στο σχήμα 6.5α είναι εντυπωσιακή, εγείρουν την υποψία ότι και ένα εσωτερικό στέλεχος με υψηλότερη αγωγιμότητα (π. χ. $\sigma_{in} \sim 10^6$ S/m) μπορεί να είναι εξίσου αποτελεσματικό στην υποστήριξη λειτουργίας 2^{ns} αρμονικής [123]. Αυτό πράγματι επιβεβαιώνεται από το σχήμα 6.5β. Εκεί εικονίζεται το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών σε κοιλότητα με ομοαξονικό στέλεχος ίδιου βάθους ρυτιδωσης με το σχήμα 6.5α αλλά με αγωγιμότητα $\sigma_{in} = 10^6$ S/m. Λόγω της υψηλότερης αγωγιμότητας η εσωτερική ακτίνα μπορεί να είναι τώρα μεγαλύτερη ($R_{i,0} = 4.63$ mm). Η κατάσταση παραμένει ευνοϊκή για το ρυθμό λειτουργίας TE_{40,15}, πράγμα που σημαίνει τελικά ότι με την επιλογή βάθους ρυτιδωσης $d/\lambda_{co} \cong 0.3$ για το ρυθμό λειτουργίας, η λειτουργία 2^{ns} αρμονικής μπορεί να υποστηριχθεί με τη χρήση εσωτερικού στελέχους με αγωγιμότητα στην ευρεία περιοχή $\sigma_{in} \sim 10^4$ - 10^6 S/m. Το αποτέλεσμα αυτό είναι πολύ σημαντικό. Το μεγαλύτερο πρόβλημα σχετικά με την ενδεχόμενη χρήση υλικών περιορισμένης αγωγιμότητας σε γυροτρόνια ισχύος είναι η έλλειψη εμπειρίας γύρω από τέτοια υλικά. Υπάρχουν ερωτηματικά σχετικά με την αντοχή τους σε θερμική και μηχανική καταπόνηση, καθώς και σχετικά με τη συμπεριφορά τους στο περιβάλλον υψηλού κενού μέσα στο γυροτρόνιο. Επιπλέον, σε ένα ομοαξονικό στέλεχος από τέτοιο υλικό πρέπει να μπορούν να χαραχθούν με ακρίβεια οι απαιτούμενες ρυτιδώσεις. Το γεγονός ότι δείξαμε την αποτελεσματικότητα του εσωτερικού στελέχους σε μια ευρεία περιοχή αγωγιμότητας, μας επιτρέπει να λάβουμε υπόψη ένα ευρύ σύνολο υλικών για την κατασκευή του. Διευκολύνεται έτσι η εξεύρεση του κατάλληλου υλικού περιορισμένης αγωγιμότητας.

Σε αντίθεση με την περίπτωση του στελέχους υψηλής αγωγιμότητας, η κλίση της ακτίνας ενός στελέχους περιορισμένης αγωγιμότητας δεν έχει πρωταρχική σημασία. Η κλίση αυτή σχετίζεται με την επίδραση του εσωτερικού στελέχους στον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας ενός ρυθμού. Το στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας όμως

καθιστά ρυθμιστή του συντελεστή ποιότητας του ρυθμού τον ωμικό συντελεστή ποιότητάς του και όχι τον περιθλαστικό. Η κλίση της ακτίνας του εσωτερικού στελέχους καθορίζεται έτσι ανάλογα με τις ανάγκες της συγκεκριμένης σχεδίασης. Συνήθως η πιο δόκιμη επιλογή είναι αυτή της μειούμενης ακτίνας προς την έξοδο της κοιλότητας. Το βάθος ρυτιδώσεων $d/\lambda_{co} \cong 0.3$ για το ρυθμό λειτουργίας 2^{15} αρμονικής οδηγεί σε μονότονες καμπύλες ιδιοτιμής αρνητικής κλίσης για όλους τους ρυθμούς δεύτερης αρμονικής. Συνεπώς το εσωτερικό στέλεχος μειούμενης ακτίνας ελαττώνει τον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας των ρυθμών αυτών. Ο ρυθμός λειτουργίας όμως, όντας τελείως ανεπηρέαστος από το στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας, δεν υπόκειται σε αυτή την αρνητική επίδραση. Σε ό,τι αφορά τους ρυθμούς 1^{15} αρμονικής αυτοί έχουν μη μονότονη καμπύλη ιδιοτιμής με πολύ έντονη θετική κλίση. Αν το C_0 της κοιλότητας βρίσκεται στην περιοχή αρνητικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής τους, τότε το εσωτερικό στέλεχος μειούμενης ακτίνας οδηγεί στη μείωση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητάς τους. Αν το C_0 της κοιλότητας βρίσκεται στην περιοχή θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής τους, τότε το στέλεχος μειούμενης ακτίνας οδηγεί σε μεγάλη αύξηση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητάς τους. Αυτό όμως δεν αποτελεί πρόβλημα διότι για C_0 στην περιοχή έντονης θετικής κλίσης ο ωμικός συντελεστής ποιότητας είναι πάντοτε εξαιρετικά μικρός (σχήμα 2.10). Για τους λόγους αυτούς χρησιμοποιήσαμε εσωτερικά στέλεχη μειούμενης ακτίνας ($\theta_{in} = 1^\circ$) στις κοιλότητες του σχήματος 6.5.

Υπάρχει μια περίπτωση που μπορεί να εξυπηρετεί η χρήση στελέχους αυξανόμενης ακτίνας. Αν εμφανιστεί κάποιος επικίνδυνος ανταγωνιστής θεμελιώδους κυκλοτρονικής, αυτό σημαίνει ότι το C_0 της κοιλότητας βρίσκεται στην οριζόντια περιοχή της καμπύλης ιδιοτιμής του ή στην αρχή της θετικής κλίσης της όπου η πτώση του Q_{ohm} δεν είναι αρκετή για να τον καταπιέσει ωμικά. Μπορούμε τότε να δοκιμάσουμε στέλεχος αυξανόμενης ακτίνας το οποίο, αν το C_0 βρίσκεται στην περιοχή θετικής κλίσης, θα μειώσει τον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας του ρυθμού. Το στέλεχος αυξανόμενης ακτίνας θα αυξήσει βέβαια τους περιθλαστικούς συντελεστές ποιότητας των ρυθμών με αρνητική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής τους στο C_0 . Οι σημαντικές αρνητικές κλίσεις στο C_0 όμως απαντώνται σε ρυθμούς με μικρή καυστική ακτίνα οι οποίοι θα καταπιέζονται ωμικά από το εσωτερικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας. Καταλαβαίνουμε ότι η εναλλακτική του στελέχους αυξανόμενης ακτίνας είναι ασφαλέστερη όταν $\sigma_{in} \sim 10^4$ S/m και χρειάζεται προσοχή όταν $\sigma_{in} \sim 10^6$ S/m.

6.1.4 Σχεδίαση ομοαξονικής κοιλότητας για λειτουργία δεύτερης αρμονικής

Μετά από την ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου μπορούμε πλέον να προτείνουμε μια συστηματική μέθοδο σχεδίασης ομοαξονικής κοιλότητας για λειτουργία δεύτερης αρμονικής. Ξεκινάμε με δεδομένο το ρυθμό λειτουργίας και τις παραμέτρους P_{out} , V_b , a , F , μ και Δ από τη διαδικασία της ενότητας 5.4. Η εξωτερική ακτίνα $R_{o,0}$ του μεσαίου τμήματος υπολογίζεται από την (6.1.1). Τα μήκη L_1 , L_2 , L_3 των τριών τμημάτων της κοιλότητας και η γωνία θ_1 καθορίζονται με τον τρόπο που περιγράφηκε στην §6.1.1 για τη σχεδίαση συμβατικής κοιλότητας. Επιλέγουμε ρυτιδωμένο εσωτερικό αγωγό με $l/s = 0.5$ και ένα εύλογο πλήθος ρυτιδώσεων N ώστε να εμπιστευόμαστε το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης. (Ενδειξη για την επιλογή του N αποτελεί το διπλάσιο του αζιμουθιακού δείκτη του ρυθμού λειτουργίας.)

Αν το εσωτερικό στέλεχος είναι περιορισμένης αγωγιμότητας, θεωρούμε βάθος ρυτιδώσης τέτοιο ώστε $d/\lambda_{co} = 0.3$ για το ρυθμό λειτουργίας. Αν το εσωτερικό στέλεχος

είναι υψηλής αγωγιμότητας, θεωρούμε αρχικά βάθος ρυτίδωσης τέτοιο ώστε $d/\lambda_{co} = 0.4$ για το ρυθμό λειτουργίας. Στη συνέχεια υπολογίζουμε για διάφορα C_0 τη μέγιστη ωμική φόρτιση του εσωτερικού αγωγού από (2.5.8) με $C = C_0$. Η εκτίμηση για την τιμή του V_{max} προκύπτει από την (2.2.35) με Q_{dif} από την (5.3.37). Προσδιορίζεται έτσι το ελάχιστο C_0 για το οποίο ικανοποιείται ο περιορισμός 14 του πίνακα 5.2 για την ωμική φόρτιση του εσωτερικού στελέχους ($\rho_{peak,in} \leq \rho_{in,max}$). Ακολούθως υπολογίζεται για διάφορα C_0 ο ωμικός συντελεστής ποιότητας Q_{ohm} του ρυθμού λειτουργίας από την (2.5.16) και προσδιορίζεται το ελάχιστο C_0 για το οποίο ικανοποιείται ο περιορισμός 11 του πίνακα 5.2 για το ποσοστό ωμικών απωλειών [$Q_{dif}/Q_{ohm} \leq (P_{ohm}/P_{out})_{max}$ με Q_{dif} από (5.3.37)]. Από τα παραπάνω αποτελέσματα καθορίζεται ένα ελάχιστο C_0 , δηλαδή ένα μέγιστο $R_{i,0}$. Αυτό συγκρίνεται με την ακτίνα δέσμης που απαιτεί ο συμπεριστρεφόμενος ρυθμός λειτουργίας. Σε περίπτωση που η απόσταση ηλεκτρονίων και επιφάνειας εσωτερικού αγωγού δεν είναι αρκετή, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον αντιπεριστρεφόμενο ρυθμό. Αν πάλι η απόσταση δεν είναι αρκετή συμβιβάζομαστε με ένα μικρότερο $R_{i,0}$. Από τα προηγούμενα προκύπτει τελικά το ελάχιστο επιτρεπτό C_0 .

Στην περίπτωση στελέχους υψηλής αγωγιμότητας, αν αυτό το ελάχιστο C_0 βρίσκεται στην περιοχή μέγιστης θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας, τότε συνεχίζουμε τη σχεδίαση με $d/\lambda_{co} = 0.4$ και με αυτό το C_0 . Αν το ελάχιστο C_0 βρίσκεται δεξιότερα της περιοχής μέγιστης θετικής κλίσης, τότε αναγκαστικά συνεχίζουμε πάλι τη σχεδίαση με $d/\lambda_{co} = 0.4$ και αυτό το C_0 αλλά τώρα η πιθανότητα ανταγωνισμού από τη δεύτερη αρμονική είναι αυξημένη. Αν το ελάχιστο C_0 βρίσκεται αριστερότερα της περιοχής μέγιστης θετικής κλίσης τότε επιλέγουμε ένα μεγαλύτερο βάθος ρυτίδωσης $d/\lambda_{co} > 0.4$ (αλλά $d/\lambda_{co} \leq 0.6$) και επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία προσδιορισμού του ελάχιστου C_0 . Η αναζήτηση των d και C_0 για το στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας σταματά όταν το ελάχιστο C_0 που προκύπτει για δεδομένο d βρίσκεται στην περιοχή μέγιστης θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας. Ο προσδιορισμός των d και C_0 σύμφωνα με αυτή τη διαδικασία εξασφαλίζει στο μεγαλύτερο δυνατό βαθμό την καταπίεση των ανταγωνιστών θεμελιώδους κυκλοτρονικής. Επίσης ο ρυθμός λειτουργίας απολαμβάνει τη μεγαλύτερη δυνατή πριμοδότηση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητάς του (πάντα στα πλαίσια των περιορισμών), πράγμα που τον ισχυροποιεί έναντι όλων των ανταγωνιστικών ρυθμών.

Μετά από τον καθορισμό των d και C_0 απομένουν ακόμη σαν απροσδιόριστα γεωμετρικά μεγέθη η γωνία θ_3 , τα μήκη των παραβολικών λειάνσεων του εξωτερικού τοιχώματος και η γωνία κλίσης θ_{in} του εσωτερικού στελέχους. Στην περίπτωση στελέχους υψηλής αγωγιμότητας η γωνία θ_{in} πρέπει να είναι θετική διότι το στέλεχος πρέπει να είναι μειούμενης ακτίνας. Στην περίπτωση στελέχους περιορισμένης αγωγιμότητας το πρόσημο του θ_{in} δεν έχει μεγάλη σημασία και συνήθως επιλέγεται θετικό. Όπως συζητήθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, υπάρχει και η πιθανότητα σε κάποια σχεδίαση να εξυπηρετεί μια αρνητική τιμή του θ_{in} . Η γωνία θ_3 , τα μήκη των παραβολικών λειάνσεων και η γωνία θ_{in} προσδιορίζονται δοκιμάζοντας διάφορες τιμές τους και υπολογίζοντας αριθμητικά τον περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας του ρυθμού λειτουργίας από το σύστημα (2.2.23)-(2.2.26). Η αναζήτηση σταματά όταν η τιμή του Q_{dif} που προκύπτει αριθμητικά είναι κοντά στην τιμή που δίνει η (5.3.37).

Κλείνουμε την παράγραφο αυτή με κάποια σχόλια για τις παραμέτρους ρυτίδωσης. Για να είναι ακριβές το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης πρέπει να ισχύει $N > 2|m|$ για όλους τους εμπλεκόμενους ρυθμούς, που σημαίνει ότι για την περίοδο ρυτίδωσης s πρέπει να είναι $s < \pi R_i/|m|$. Για λειτουργία δεύτερης αρμονικής οι σημαντικοί ανταγωνιστικοί ρυθμοί θεμελιώδους κυκλοτρονικής έχουν ιδιοτιμή περίπου τη μισή από αυτή του ρυθμού λειτουργίας και καυστική ακτίνα παραπλήσια με αυτή του

ρυθμού λειτουργίας. Αυτό συνεπάγεται ότι για τον αζιμουθιακό τους δείκτη είναι $|m| \approx |m_{op}|/2$, όπου m_{op} ο αζιμουθιακός δείκτης του ρυθμού λειτουργίας. Με ανάλογο συλλογισμό, για τον αζιμουθιακό δείκτη των σημαντικών ανταγωνιστών δεύτερης αρμονικής ισχύει $|m| \approx |m_{op}|$. Συνεπώς μια πρώτη εκτίμηση για τον περιορισμό στην περίοδο των ρυτιδώσεων ώστε να ισχύει το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης είναι $s < \pi R_i / |m_{op}|$. Καταλαβαίνουμε βέβαια ότι η ανισότητα αυτή θα πρέπει να ικανοποιείται σχετικά καλά και όχι μόνο οριακά. Επιπλέον υπάρχει η απαίτηση (5.1.3) για τον αζιμουθιακό δείκτη του ρυθμού λειτουργίας, ώστε η καυστική ακτίνα του να είναι μεγαλύτερη από την ακτίνα του εσωτερικού αγωγού: $|m_{op}| > 2\pi R_i / \lambda$. Είδαμε μάλιστα στην ενότητα 5.1 ότι και αυτή η ανισότητα πρέπει να ικανοποιείται καλά και όχι οριακά. Συνδυάζοντας αυτές τις δύο ανισότητες, προκύπτει η ακόλουθη εκτίμηση για την περίοδο ρυτιδωσης:

$$s < 0.5\lambda \quad (6.1.4)$$

Η ανισότητα (6.1.4) πρέπει επίσης να ικανοποιείται καλά. Για παράδειγμα, στο γυροτρόνιο 2^{ης} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW είναι $\lambda/2 = 0.441$ mm, ενώ οι τιμές του $s = 2\pi R_i / N$ στις διάφορες προτεινόμενες κοιλότητες της παραγράφου 6.1.3 κυμαίνονται από 0.305 mm έως 0.323 mm. Οι τιμές αυτές είναι 27-31 % μικρότερες από $\lambda/2$. Σε ό,τι αφορά τώρα το βάθος ρυτιδωσης, οι προτεινόμενες σχεδιάσεις της παραγράφου 6.1.3 απαιτούν συνήθως

$$0.3\lambda < d < 0.5\lambda \quad (6.1.5)$$

Από τις (6.1.4)-(6.1.5) είναι φανερό ότι όσο αυξάνει η συχνότητα λειτουργίας οι παράμετροι ρυτιδωσης παίρνουν όλο και μικρότερες τιμές, οπότε η κατασκευή του εσωτερικού ομοαξονικού στελέχους γίνεται δυσκολότερη. Ένα στέλεχος μεγάλης ακτίνας δεν αλλάζει τις απαιτούμενες παραμέτρους ρυτιδωσης, αλλά είναι πιθανό να μπορεί να κατασκευαστεί ευκολότερα. Η αύξηση όμως της ακτίνας του εσωτερικού αγωγού σπρώχνει, λόγω (5.1.3)-(5.1.4), το μέτρο του αζιμουθιακού δείκτη του ρυθμού λειτουργίας και την ιδιοτιμή του σε υψηλές τιμές, γεγονός που γενικά δεν είναι επιθυμητό.

Υπάρχει κάποια δυνατότητα για χαλάρωση των απαιτήσεων (6.1.4)-(6.1.5) όταν κάνουν προβληματική την κατασκευή του εσωτερικού στελέχους. Καταρχήν η (6.1.4) είναι προϋπόθεση για να ισχύει το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης και δεν εκφράζει κάποιο φυσικό περιορισμό. Προφανώς με τη χρήση ακριβέστερης αναπαράστασης του πεδίου στην κοιλότητα, η (6.1.4) δεν είναι αναγκαίο να ισχύει. Βέβαια σε μια τέτοια περίπτωση τα συμπεράσματα της ενότητας αυτής για τη σχεδίαση κοιλοτήτων πρέπει να επανελεγχθούν. Σε ό,τι αφορά το βάθος ρυτιδωσης d , η συμπεριφορά των καμπύλων ιδιοτιμής με παράμετρο το d παρουσιάζει περιοδικότητα με περίοδο $\lambda/2$. Αν λοιπόν η επιθυμητή τιμή του βάθους ρυτιδωσης είναι $d = a\lambda$, όπου λ το μήκος κύματος του ρυθμού λειτουργίας δεύτερης αρμονικής, τότε η επιλογή $d = \lambda + a\lambda$ οδηγεί στις ίδιες καμπύλες ιδιοτιμής τόσο για τους ρυθμούς δεύτερης όσο και για τους ρυθμούς πρώτης αρμονικής. Πράγματι στην πρώτη περίπτωση έχουμε $d \cong a\lambda$ για τη 2^η αρμονική και $d \cong (a/2)\lambda$ για την 1^η αρμονική, ενώ στη δεύτερη περίπτωση έχουμε $d \cong \lambda + a\lambda$ για τη 2^η αρμονική και $d \cong \lambda/2 + (a/2)\lambda$ για την 1^η αρμονική. Βέβαια η επιλογή $d = \lambda + a\lambda$ οδηγεί σε μεγαλύτερη συνολική επιφάνεια ρυτιδώσεων άρα και σε μεγαλύτερες απώλειες στον εσωτερικό αγωγό σε σχέση με την επιλογή $d = a\lambda$. Για αυτό το λόγο και δεν τη λάβαμε υπόψη στην ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου.

6.2 Ρεαλιστικές Σχεδιάσεις Ομοαξονικών Γυροτρονίων Δεύτερης Αρμονικής

Θα παρουσιάσουμε εδώ τρία παραδείγματα ομοαξονικών γυροτρονίων δεύτερης αρμονικής 340 GHz-100 kW CW, που βασίζονται στα αποτελέσματα των προηγούμενων ενοτήτων. Η προβλεπόμενη επίδοση των σχεδιάσεων επιβεβαιώνεται από αριθμητικές προσομοιώσεις με χρήση του κώδικα που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 4. Τα παραδείγματα είναι ρεαλιστικά και υποδεικνύουν ότι με την προσεκτική σχεδίαση της ομοαξονικής κοιλότητας είναι δυνατή η λειτουργία 2^{ns} αρμονικής με επιδόσεις απόδοσης και ισχύος πολύ ανώτερες από αυτές που έχουν ως τώρα επιτευχθεί με τη χρήση συμβατικών κοιλότητων [8]. Θα μπορούσε μάλιστα κανείς να υποστηρίξει ότι το συγκριτικό πλεονέκτημα της χρήσης ομοαξονικής και όχι συμβατικής κοιλότητας είναι μεγαλύτερο όταν επιδιώκεται λειτουργία δεύτερης αρμονικής από ότι όταν επιδιώκεται λειτουργία στη θεμελιώδη κυκλοτρονική. Αυτό οφείλεται στην δυνατότητα που φαίνεται να παρέχει η ομοαξονική κοιλότητα για διέγερση ρυθμού υψηλής τάξης (ιδιοτιμή ~ 100) στη δεύτερη αρμονική. Για την πειραματική επαλήθευση αυτής της δυνατότητας παραθέτουμε στο τέλος της ενότητας τη σχεδίαση ενός σχετικού πειράματος. Το πείραμα θα χρησιμοποιεί τα υπάρχοντα μέρη του ομοαξονικού γυροτρονίου 170 GHz-2 MW για το ITER [45], [21], το οποίο δοκιμάζεται στο Ερευνητικό Κέντρο Καρλσρούης (FZK), με όσο το δυνατόν λιγότερες τροποποιήσεις [124].

6.2.1 Ομοαξονικό γυροτρόνιο 2^{ns} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με εσωτερικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας

Η διαδικασία επιλογής ρυθμού λειτουργίας για το γυροτρόνιο 2^{ns} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW που παρουσιάστηκε στην ενότητα 5.4, κατάληξε στους 60 ρυθμούς του σχήματος 5.11. Οποιοσδήποτε από τους ρυθμούς αυτούς μπορεί να δοκιμαστεί ως ρυθμός λειτουργίας. Η πληθώρα των υποψήφιων ρυθμών έδωσε τη δυνατότητα για τον περαιτέρω περιορισμό τους σε εκείνους του πίνακα 5.4. Το βασικό πλέον κριτήριο που απομένει για την επιλογή ρυθμού λειτουργίας είναι η συμπεριφορά του στο περιβάλλον των ανταγωνιστικών ρυθμών. Για να καταλήξουμε στο ρυθμό τον οποίο θα δοκιμάσουμε πρώτο, μπορούμε να εισάγουμε μερικά πρόσθετα δευτερεύοντα κριτήρια. Για παράδειγμα, περιοριζόμαστε σε ρυθμούς με ιδιοτιμή μικρότερη από 100 επειδή αυτοί έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να αντιμετωπίσουν επιτυχώς τους ανταγωνιστικούς ρυθμούς. Επιπλέον, εξυπηρετεί η χρήση ρυθμών που απαιτούν σχετικά μεγάλη ακτίνα ηλεκτρονικής δέσμης, ώστε να μην καταλήξουμε σε πολύ λεπτό εσωτερικό στέλεχος που μπορεί να παρουσιάζει δυσκολίες στην κατασκευή. Η απαιτούμενη ακτίνα δέσμης αυξάνει με το μέτρο του αζιμουθιακού δείκτη του ρυθμού λειτουργίας. Στο [125] όμως υποστηρίζεται ότι υπάρχει ένα άνω όριο για το μέτρο αυτού του αζιμουθιακού δείκτη, πέρα από το οποίο είναι δυνατό να εμφανιστούν αστάθειες και χαοτική συμπεριφορά στην αζιμουθιακή δομή του πεδίου του ρυθμού. Αυτό το άνω όριο μπορεί να εξαρτάται και από το βαθμό της αζιμουθιακής ανομοιογένειας της ηλεκτρονικής δέσμης [126]. (Γενικά το ζήτημα είναι ακόμη υπό έρευνα.) Σύμφωνα με το σχήμα 4 του [125], για $\eta_{\perp} \approx 0.4$ και $\Delta \approx 0.35$, το εν λόγω άνω όριο του αζιμουθιακού

δείκτη είναι περίπου 41. Παρόλο που τα συμπεράσματα του [125] αφορούν αλληλεπίδραση στη θεμελιώδη κυκλοτρονική και δεν είναι προφανές το πώς μεταφέρονται στην αλληλεπίδραση 2^{ης} αρμονικής, θα χρησιμοποιήσουμε και στην περίπτωσή μας την εκτίμηση $|m| < 41$ για τον αξιμουθιακό δείκτη του ρυθμού λειτουργίας. Μετά από τα παραπάνω και συμβουλευόμενοι τον πίνακα 5.4, ξεκινάμε δοκιμάζοντας ως ρυθμό λειτουργίας τον TE_{40,15}, τον οποίο προτιμάμε από τον TE_{40,14} επειδή δίνει κάποια επιπλέον ευελιξία ως προς το άνω όριο της επιτρεπόμενης τάσης δέσμης. Εάν ο TE_{40,15} μπορεί να διεγερθεί στη δεύτερη αρμονική και να έχει την προβλεπόμενη επίδοση, η σχεδίαση θα είναι επιτυχημένη. Σε αντίθετη περίπτωση μπορούμε να δοκιμάσουμε έναν άλλο ρυθμό λειτουργίας.

Η μέγιστη τάση δέσμης που επιτρέπει ο TE_{40,15} είναι 21.22 kV (πίνακας 5.4). Για να πριμοδοτήσουμε κάπως την εγκάρσια απόδοση η_{\perp} , επιλέγουμε $V_b = 20$ kV ως τάση λειτουργίας (ενότητα 5.2). Για την υλοποίηση της σχεδίασης με ομοαξονικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας, ξεκινάμε με την επιλογή $d/\lambda_{co} = 0.4$ για το ρυθμό λειτουργίας σύμφωνα με τη διαδικασία της §6.1.4. Όπως είδαμε στην §6.1.3, η διαδικασία αυτή δείχνει ότι η επιλογή $d/\lambda_{co} = 0.4$ είναι και η τελική, οδηγώντας σε βάθος ρυτίδωσης $d = 0.353$ mm, $R_{i,0} = 4.93$ mm και επιστράτευση του αντιπεριστρεφόμενου (TE_{40,15}) ρυθμού με ακτίνα δέσμης $R_e = 6.29$ mm (σχήμα 6.1α). Το εσωτερικό στέλεχος είναι μειούμενης ακτίνας με $\theta_{in} = 1^\circ$, με παραβολική λείανση 4 mm εκατέρωθεν του $z = z_{in} + L_1$ και φέρει $N = 100$ ρυτιδώσεις. Με δεδομένο ότι, σύμφωνα με τους υπολογισμούς που οδήγησαν στο σχήμα 6.1α, δεν υπάρχει σοβαρός ανταγωνιστής με $|m| > 48$, αυτή η επιλογή του N κρίνεται ικανοποιητική. Η εξωτερική ακτίνα του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας είναι $R_{o,0} = 13.95$ mm και για το μήκος του επιλέγουμε την τιμή $L_2 = 19$ mm. (Η τιμή αυτή, όπως θα δούμε παρακάτω, οδηγεί σε αξονικό προφίλ πεδίου που είναι κοντύτερα στην εκτίμηση $L_G \approx 18.5$ mm.) Επίσης επιλέγουμε $L_1 = 30$ mm, $\theta_1 = 3.0^\circ$ και $L_3 = 35$ mm. Οι παραβολικές λειάνσεις του εξωτερικού τοιχώματος και η γωνία θ_3 καθορίζονται με τρόπο που ο ρυθμός λειτουργίας TE_{40,15} να έχει περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας $Q_{dif} \approx 10000$, σύμφωνα πάντα με τον πίνακα 5.4.

Η γεωμετρία της ομοαξονικής κοιλότητας συνοψίζεται στον πίνακα 6.1 (αναφορά στο σχήμα 2.1). Για τη δεδομένη γεωμετρία το σύστημα (2.2.23)-(2.2.26) οδηγεί στην τιμή $Q_{dif} = 9570$ για το ρυθμό λειτουργίας TE_{40,15}. Η κοιλότητα μαζί με το μέτρο της συνάρτησης μιγαδικού αξονικού προφίλ του TE_{40,15}, όπως αυτό προκύπτει από (2.2.23)-(2.2.26), εικονίζονται στο σχήμα 6.6. Στο σχήμα φαίνεται επίσης και το γκαουσιανό αξονικό προφίλ με $L_G \approx 18.5$ mm. Λόγω του σχετικά μεγάλου περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας ($Q_{dif}/Q_{dif,min} > 1.7$), η απόκλιση του αξονικού προφίλ ψυχρής κοιλότητας από το γκαουσιανό προφίλ δεν είναι μεγάλη στο μεσαίο τμήμα. Αναμένεται έτσι σχετική συμφωνία μεταξύ των αποτελεσμάτων που προέκυψαν με την παραδοχή γκαουσιανού προφίλ και αυτών που θα προκύψουν με τη χρήση του προφίλ ψυχρής κοιλότητας.

Η τιμή της αρχικής διαφοράς συχνοτήτων $\Delta = 0.32$ (πίνακας 5.3) που προέκυψε κατά τη διαδικασία επιλογής σημείου λειτουργίας, απαιτεί μαγνητικό πεδίο $B_0 = 6.259$ T. Εκτελώντας (με χρήση του κώδικα που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 4) μονορρυθμικούς υπολογισμούς μόνιμης κατάστασης του ρυθμού TE_{40,15} στο σημείο λειτουργίας $V_b = 20$ kV για διάφορες τιμές του μαγνητικού πεδίου, προκύπτει η καμπύλη της απόδοσης της αλληλεπίδρασης η_{el} συναρτήσεως του B_0 . Η καμπύλη αυτή φαίνεται στο σχήμα 6.7 και υποδεικνύει σαν βέλτιστη τιμή του μαγνητικού πεδίου την τιμή $B_0 = 6.257$ T ($\Delta = 0.33$), την οποία και υιοθετούμε στη σχεδίαση. Το γεγονός ότι η

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.1

Γεωμετρία Ομοαξονικής Κοιλότητας με Στέλεχος Υψηλής Αγωγιμότητας για Γυροτρόνιο 2^{ης} Αρμονικής 340 GHz-100 kW CW

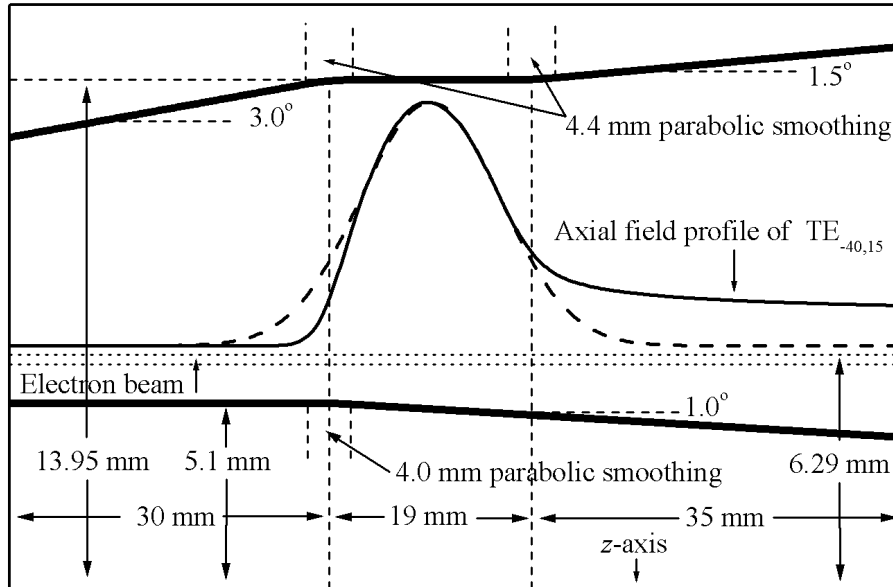
Μήκος τμήματος αποκοπής L_1	30.00 mm
Μήκος μεσαίου τμήματος L_2	19.00 mm
Μήκος τμήματος εξόδου L_3	35.00 mm
Ακτίνα εξωτερικού τοιχώματος $R_{o,0}$	13.95 mm
Κλίση τμήματος αποκοπής θ_1	3.0°
Κλίση τμήματος εξόδου θ_3	1.5°
Παραβολική λείανση εξωτερικού τοιχώματος μεταξύ L_1, L_2	4.40 mm
Παραβολική λείανση εξωτερικού τοιχώματος μεταξύ L_2, L_3	4.40 mm
Ακτίνα εσωτερικού αγωγού $R_{i,0}$	4.934 mm
Κλίση εσωτερικού αγωγού θ_{in} (μειούμενη ακτίνα)	1.0°
Παραβολική λείανση εσωτερικού αγωγού μεταξύ L_1, L_2	4.00 mm
Ειδική ηλεκτρική αγωγιμότητα εξωτερικού τοιχώματος σ_{out}^*	5.7×10^7 S/m
Ειδική ηλεκτρική αγωγιμότητα εσωτερικού αγωγού σ_{in}^*	5.7×10^7 S/m
<i>Παράμετροι Ρυτίδωσης</i>	
Αριθμός ρυτιδώσεων εσωτερικού αγωγού N	100
Περίοδος ρυτιδώσεων s^{**}	0.310 mm
Λόγος εύρους σχισμής προς περίοδο ρυτίδωσης l/s	0.5
Βάθος ρυτιδώσεων d στο μεσαίο τμήμα	0.353 mm

* Χαλκός σε θερμοκρασία 20°C

** Στο μέσο του μεσαίου τμήματος

βέλτιστη τιμή βρίσκεται κοντά στην τιμή $B_0 = 6.259$ T, η οποία προέκυψε με την παραδοχή γκαουσιανού προφίλ πεδίου με $L_G = 18.5$ mm, οφείλεται στην σχετική ομοιότητα μεταξύ αυτού του γκαουσιανού προφίλ και του προφίλ ψυχρής κοιλότητας του TE_{40,15} (σχήμα 6.6).

Με την τιμή $B_0 = 6.257$ T και βασιζόμενοι στο φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών του σχήματος 6.1α υπολογίζουμε τα ακριβή ρεύματα εκκίνησης των ρυθμών συναρτήσει της τάσης δέσμης V_b με χρήση της (3.3.14) χωρίς διασπορές. Χρησιμοποιούμε το αξονικό προφίλ ψυχρής κοιλότητας και τα Q_{dif} και ω όπως προκύπτουν από την αριθμητική επίλυση του συστήματος (2.2.23)-(2.2.26) για κάθε ρυθμό. Επιπλέον χρησιμοποιούμε την ακριβή έκφραση (2.5.15) για τον ωμικό συντελεστή ποιότητας. Τέλος, η μεταβολή του λόγου ταχυτήτων α με την τάση της δέσμης υπολογίζεται με τη βοήθεια της (3.2.12) θεωρώντας ότι $\alpha = 1.5$ για $V_b = 20$ kV. Τα ρεύματα εκκίνησης των ανταγωνιστικών ρυθμών φαίνονται στο σχήμα 6.8. Στο σχήμα φαίνεται επίσης και η καμπύλη του ρεύματος της δέσμης I_b συναρτήσει της τάσης της δέσμης, όπως προκύπτει από την (3.2.14) για ρεύμα λειτουργίας 20 A και για τις τιμές $T_c = 1200$ K και $E_{c,op} = 2.5$ kV/mm. Παρόλο τον έντονα προσεγγιστικό του χαρακτήρα, το σχήμα 6.1α δίνει τελικά μια καλή εκτίμηση για το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών όπως προκύπτει από τη σύγκρισή του με το σχήμα 6.8. Σύμφωνα με αυτό οι κυριότεροι ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής είναι οι

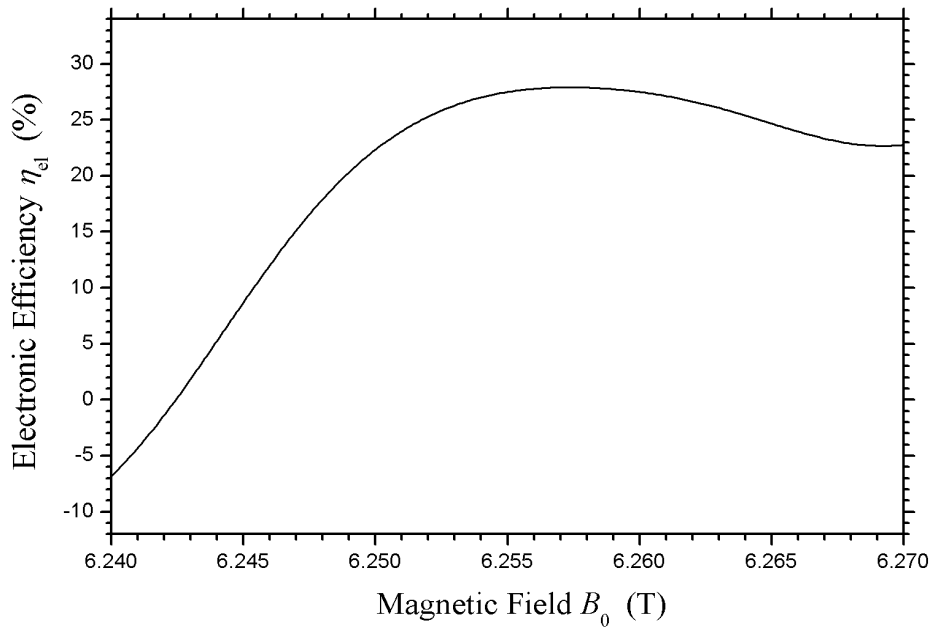


Σχήμα 6.6: Η ομοαξονική κοιλότητα του πίνακα 6.1 κατά μήκος του άξονα z . Φαίνεται επίσης το μέτρο της συνάρτησης αξονικού προφίλ του πεδίου του ρυθμού $TE_{-40,15}$ από (2.2.23)-(2.2.26) (συνεχής γραμμή) και το γκαουσιανό προφίλ με χαρακτηριστικό μήκος $L_G = 18.5$ mm (διακεκομμένη γραμμή).

ρυθμοί $TE_{23,7}$ και $TE_{20,8}$, ενώ οι κυριότεροι ανταγωνιστές δεύτερης αρμονικής είναι οι ρυθμοί $TE_{43,14}$ και $TE_{37,16}$. Για τάση δέσμης μικρότερη από 11 kV τα ρεύματα εκκίνησης όλων των ρυθμών είναι πολύ υψηλά λόγω χαμηλού λόγου ταχυτήτων a . Ο ρυθμός $TE_{22,7}$ που φαίνεται επικίνδυνος ανταγωνιστής στο σχήμα 6.1α συντονίζεται με τα ηλεκτρόνια σε τάση δέσμης μεγαλύτερη από 22.5 kV, για αυτό και δεν εμφανίζεται στο σχήμα 6.8.

Σύμφωνα με την καμπύλη του ρεύματος δέσμης, για ρεύμα λειτουργίας 20 A ο πρώτος ρυθμός που αναμένεται να διεγερθεί κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου είναι ο $TE_{23,7}$ όταν $V_b \cong 12$ kV. Το ζητούμενο φυσικά είναι κατά πόσο με την περαιτέρω αύξηση της τάσης ο $TE_{23,7}$ θα αποδιεγερθεί και θα διεγερθεί τελικά ο ρυθμός λειτουργίας $TE_{-40,15}$ παρόλη την παρουσία των ανταγωνιστών. Για να ελεγχθεί η σχεδίαση, εκτελέστηκαν πολυρρυθμικές προσομοιώσεις εκκίνησης λαμβάνοντας υπόψη όλους τους ρυθμούς του σχήματος 6.8 που έχουν ρεύμα εκκίνησης μικρότερο από το ρεύμα της δέσμης. Οι υπολογισμοί έγιναν με χρήση του κώδικα που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 4. Πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις με συνεχή ή βηματική αύξηση της τάσης για ποικιλία τιμών των αριθμητικών παραμέτρων, οι οποίες επιλέχθηκαν κάθε φορά σύμφωνα με το σκεπτικό που εκτέθηκε στην ενότητα 4.2. Τα αποτελέσματα σε σχέση με τη διαδοχή των ρυθμών και με την επίδοση στο σημείο λειτουργίας $V_b = 20$ kV, $I_b = 20$ A ήταν πάντοτε ίδια^(*). Δύο τέτοιες προσομοιώσεις εκκίνησης παρουσιάζονται ενδεικτικά στο σχήμα 6.9. Στη μια από αυτές η ηλεκτρονική δέσμη θεωρείται χωρίς διασπορά στην αρχική ενέργεια, ταχύτητα και κέντρο περιστροφής των ηλεκτρονίων. Στην άλλη, η δέσμη θεωρείται ότι έχει κανονική διασπορά 20 % rms στον αρχικό λόγο

^(*) Δεν παρατηρήθηκαν δηλαδή αριθμητικές αστάθειες σαν εκείνες που συζητήθηκαν στην ενότητα 4.2 για το γυροτρόνιο για το ITER. Ο λόγος είναι ότι το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών στο σχήμα 6.8 είναι σημαντικά αραιότερο από εκείνο του σχήματος 4.4.



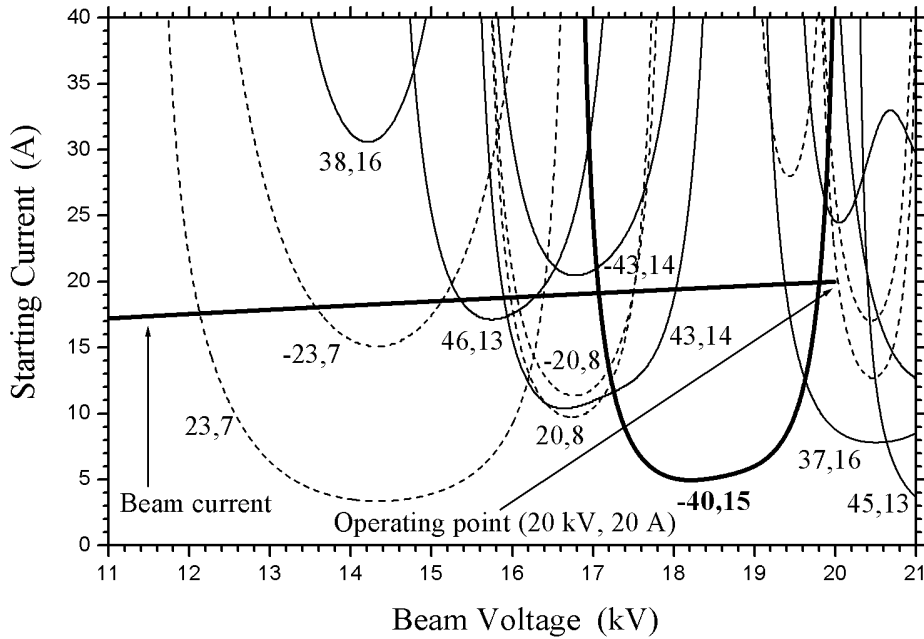
Σχήμα 6.7: Ηλεκτρονικός βαθμός απόδοσης η_{el} συναρτήσει του μαγνητικού πεδίου, όπως προκύπτει από μονορρυθμικούς αριθμητικούς υπολογισμούς μόνιμης κατάστασης ($V_b = 20$ kV) με χρήση του αξονικού προφίλ ψυχρής κοιλότητας για το ρυθμό λειτουργίας TE_{-40,15}.

ταχυτήτων α , που ισοδυναμεί με μια ρεαλιστική κανονική διασπορά 6.2 % rms στην αρχική εγκάρσια ταχύτητα $\beta_{\perp in}$ [41], [113], [114]^(*).

Σύμφωνα με το σχήμα 6.9 η προτεινόμενη σχεδίαση αποδεικνύεται επιτυχημένη. Στην περίπτωση ιδανικής δέσμης, ο ρυθμός πρώτης αρμονικής TE_{23,7} πράγματι διεγείρεται πρώτος στα 11.8 kV, φθάνει στα 16.4 kV τη μέγιστη ισχύ $P_{out} + P_{ohm} \cong 90$ kW σε συχνότητα 172.51 GHz, αλλά αποσυντονίζεται στα 17.4 kV. Σε αυτή την τάση δέσμης διεγείρεται ο ρυθμός λειτουργίας TE_{-40,15} στη δεύτερη αρμονική, υπερσχύοντας των ανταγωνιστικών ρυθμών TE_{20,8} και TE_{43,14}. Στο σημείο λειτουργίας 20 kV, 20 A έχουμε μονορρυθμική λειτουργία στο ρυθμό TE_{-40,15}, ο οποίος αποδίδει ισχύ $P_{out} + P_{ohm} \cong 115$ kW στα 340.16 GHz με ηλεκτρονικό βαθμό απόδοσης $\eta_{el} \cong 29$ %. Το σημείο λειτουργίας κείται στην αρχή της περιοχής σκληρής διέγερσης του TE_{-40,15} (σχήμα 6.8), πράγμα αναμενόμενο λόγω του καλού βαθμού απόδοσης. Ο ρυθμός λειτουργίας παραμένει ευσταθής μέχρι τα 20.6 kV, που σημαίνει ότι μια υπέρβαση της τάσης λειτουργίας (voltage overshooting) της τάξης του 3 % είναι ανεκτή. Ο TE_{-40,15} αποδιεγείρεται τελικά στα 20.8 kV και τη θέση του παίρνει ο ρυθμός δεύτερης αρμονικής TE_{37,16} στα 338.83 GHz επικρατώντας των ανταγωνιστών. Στην περίπτωση της δέσμης με ρεαλιστική διασπορά 20 % στο λόγο ταχυτήτων η διαδοχή των ρυθμών παραμένει η ίδια, αλλά τώρα εμφανίζεται μία (αναμενόμενη) πτώση απόδοσης στο σημείο λειτουργίας ($\eta_{el} \cong 27$ %) και επιπρόσθετα ελαττώνεται το διάστημα διέγερσης του TE_{-40,15} (άνω όριο τα 20.4 kV). Αυτά τα ανεπιθύμητα φαινόμενα πάντως έχουν περιορισμένη έκταση.

Σε ό,τι αφορά τη διασπορά στην αρχική ενέργεια, αυτή δεν ελήφθη υπόψη διότι γενικά είναι μικρή και δεν έχει σημαντική επίδραση στη λειτουργία [6-κεφ. 4]. Κάτι

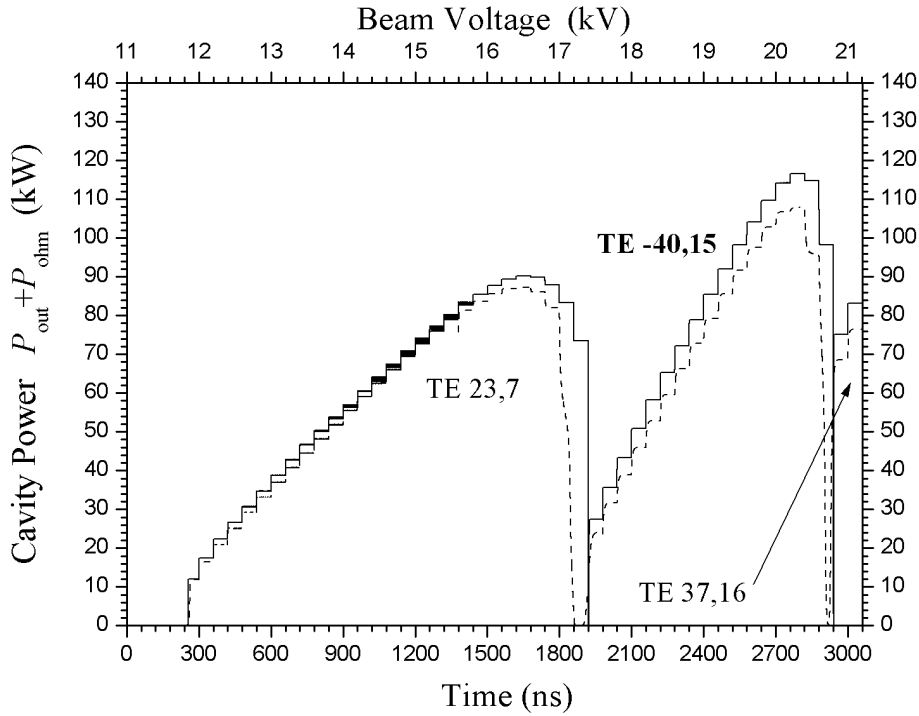
^(*) Στα [113], [114] χρησιμοποιείται το σύμβολο δv_{\perp} για τη διασπορά ταχύτητας, το οποίο αφορά το συνολικό (αμφίπλευρο) εύρος μιας ομοιόμορφης κατανομής. Η αντίστοιχη rms τιμή ισούται με $\delta v_{\perp}/(2\sqrt{3})$.



Σχήμα 6.8: Τα ρεύματα εκκίνησης των ανταγωνιστικών ρυθμών στην κοιλότητα του πίνακα 6.1 με $B_0 = 6.257$ T, όπως προκύπτουν από την (3.3.14). Οι συνεχείς (διακεκομμένες) καμπύλες δηλώνουν ρυθμούς που αλληλεπιδρούν στη δεύτερη (πρώτη) αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Φαίνεται επίσης και η καμπύλη του ρεύματος δέσμης, όπως προκύπτει από την (3.2.14) για ρεύμα λειτουργίας 20 A.

τέτοιο άλλωστε φάνηκε και στις προσομοιώσεις της §4.2.5. Κατά μείζονα λόγο ούτε και εδώ, όπου το φάσμα των ανταγωνιστών είναι αραιότερο, αναμένονται προβλήματα από τη διασπορά ενέργειας. Για τη διασπορά των κέντρων περιστροφής τώρα, η απαίτηση 3 του πίνακα 5.2 δίνει $\Delta_{gc} = 0.132$ mm $\approx 2r_L$. Ακόμη όμως και για $\Delta_{gc} \approx 4r_L$, η μέση τιμή του μέτρου $|G_{n,2}(k_{\perp n}R)|$ της συνάρτησης σύζευξης από $R = R_e - 2r_L$ έως $R = R_e + 2r_L$ ισούται με $0.98|G_{n,2}(k_{\perp n}R_e)|$, ενώ $|G_{n,2}[k_{\perp n}(R_e \pm 2r_L)]| \cong 0.95|G_{n,2}(k_{\perp n}R_e)|$. Καταλαβαίνουμε έτσι ότι μια ρεαλιστική διασπορά των κέντρων περιστροφής των ηλεκτρονίων δεν πρόκειται να έχει αξιοσημείωτη επίπτωση στη λειτουργία, ιδιαίτερα μάλιστα εφόσον το φάσμα των ανταγωνιστών είναι αραιό. Για το λόγο αυτό δεν συμπεριλάβαμε τέτοια διασπορά στις προσομοιώσεις εκκίνησης.

Οι παράμετροι λειτουργίας και η επίδοση της παρούσας σχεδίασης του ομοαξονικού γυροτρονίου 2^{15} Αρμονικής 340 GHz-100 kW CW συνοψίζονται στους πίνακες 6.2 και 6.3. Τα μεγέθη του πίνακα 6.3 αναφέρονται σε ιδανική δέσμη και υπολογίστηκαν με χρήση του προφίλ πεδίου ψυχρής κοιλότητας και με τη βοήθεια του αριθμητικού κώδικα του κεφαλαίου 4. Βλέπουμε ότι τόσο οι προδιαγραφές όσο και οι περιορισμοί των πινάκων 5.1 και 5.2 ικανοποιούνται. Επιπλέον, στο σημείο λειτουργίας 20 kV, 20 A η μέγιστη τιμή του ηλεκτρικού πεδίου στην κοιλότητα είναι 9 kV/mm (στην ακτινική θέση $R \cong 6$ mm), ενώ η τιμή της κάθετης συνιστώσας του στις επιφάνειες των αγωγών παραμένει μικρότερη από 1.7 kV/mm. Δεν υπάρχουν έτσι οι κίνδυνοι που ενδεχομένως να προέκυπταν από μεγάλες τιμές του κάθετου ηλεκτρικού πεδίου στις επιφάνειες και στις ακμές των ρυτιδώσεων. Στους πίνακες φαίνεται επίσης και η αναμενόμενη σχετική συμφωνία μεταξύ των αποτελεσμάτων για γκαουσιανό προφίλ και αυτών για το προφίλ ψυχρής κοιλότητας: Για τις τιμές των F , μ , και Δ του πίνακα 6.2, το σχήμα 5.1β δίνει $\eta_{\perp} = 45$ %, ενώ στον πίνακα 6.3 είναι $\eta_{\perp} = 41.2$ %.



Σχήμα 6.9: Προσομοιώσεις εκκίνησης με βηματική αύξηση της τάσης V_b από τα 11 kV έως τα 21 kV για το γυροτρόνιο $2^{η}$ αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με εσωτερικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας (κοιλότητα του πίνακα 6.1). Οι τιμές των αριθμητικών παραμέτρων είναι: Βήμα τάσης 0.2 kV, στάθμη θορύβου 10 mW, $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_b/V_0)]$, $\Delta z = 0.2$ mm, $\Delta t = 0.03$ ns, $N_\lambda = 29$, $N_\phi = 17$. Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{23,7}, TE_{20,8}, TE_{43,14}, TE_{-40,15} και TE_{37,16}. Χρησιμοποιούνται μη τυχαίες αρχικές τιμές. Συνεχείς καμπύλες: Ιδανική ηλεκτρονική δέσμη χωρίς διασπορές. Διακεκομμένες καμπύλες: Ηλεκτρονική δέσμη με γκαουσιανή διασπορά 20 % rms στον αρχικό λόγο ταχυτήτων a ($N_a = 9$). Αυτή η διασπορά στο a ισοδυναμεί με κανονική διασπορά 6.2 % rms στην αρχική ταχύτητα $\beta_{\perp in}$.

Η επιλογή του ρεύματος λειτουργίας $I_b = 20$ A οδηγεί σε ωφέλιμη ισχύ εξόδου $P_{out} = 103.9$ kW. Σύμφωνα με το οριακό ρεύμα I_L , το ρεύμα της δέσμης μπορεί να αυξηθεί μέχρι τα 22.5 A, οπότε θα αυξηθεί και η ισχύς εξόδου. Αυτή όμως η αύξηση του ρεύματος θα συνοδευτεί από ανεπιθύμητες αυξήσεις της πτώσης τάσης ΔV και το κυριότερο του λόγου J_{em}/J_{sc} ο οποίος είναι ήδη σχετικά υψηλός^(*). Η υψηλή τιμή του J_{em}/J_{sc} είναι αποτέλεσμα της λειτουργίας σε χαμηλή τάση, η οποία είναι απαραίτητη για καλή απόδοση της υποχιλιοστομετρικής λειτουργίας συνεχούς κύματος στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής (ενότητα 5.2). Σημειώνουμε ότι η δυνατότητα αύξησης της απόδοσης με λειτουργία σε χαμηλή τάση έχει μνημονευθεί και στο [63] για

(*) Είναι πιθανό στην πράξη η σχετικά υψηλή τιμή $J_{em}/J_{sc} = 0.42$ να μην συμβιβάζεται με την τιμή $a = 1.5$ αλλά με μικρότερες τιμές του λόγου ταχυτήτων [113]-[115]. Για τη μείωση του λόγου J_{em}/J_{sc} στη δεδομένη σχεδίαση μπορούμε να ελαττώσουμε το ρεύμα της δέσμης ή/και να αυξήσουμε την τάση της δέσμης. Σε κάθε περίπτωση όμως θα έχουμε πτώση της ισχύος εξόδου και του ηλεκτρονικού βαθμού απόδοσης. Οι ανεπιθύμητες αυτές επιπτώσεις είναι δυνατό να μετριαστούν με επανασχεδίαση της κοιλότητας και κατάλληλη προσαρμογή του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας του ρυθμού λειτουργίας. Ο λόγος J_{em}/J_{sc} μπορεί επίσης να μειωθεί στην παρούσα σχεδίαση με τη χρήση μικρότερης γωνίας κλίσης εκπομπού θ_c . Για την επιλογή π. χ. $\theta_c = 15^\circ$ προκύπτει $R_{cm} = 31.33$ mm, $l_{em} = 2.54$ mm, $d_{ac} = 6.35$ mm, $b_c = 24.81$, $J_{em} = 4.0$ A/cm², $E_c = 3.70$ kV/mm και $J_{em}/J_{sc} = 0.19$.

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.2

Παράμετροι Λειτουργίας Γυροτρονίου 2^{ης} Αρμονικής 340 GHz-100 kW CW
(Στέλεχος Υψηλής Αγωγιμότητας – Ομοαξονική Κοιλότητα του Πίνακα 6.1)

Ρυθμός λειτουργίας	Αντιπεριστρεφόμενος TE _{40,15}
Μόνιμο μαγνητικό πεδίο B_0	6.257 T
Τάση λειτουργίας V_b	20 kV
Διαφορά δυναμικού ανόδου-καθόδου V_c	21.44 kV
Ρεύμα λειτουργίας I_b	20 A
Οριακό ρεύμα I_L	44.94 A
<i>Χαρακτηριστικά Ρυθμού Λειτουργίας</i>	
Ιδιοτιμή $\chi_{40,15}(C_0)$, $\chi_{40,15o}$	99.4306, 99.4352
Περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας Q_{dif}	9570 (κώδικας COLDC)
Ωμικός συντελεστής ποιότητας Q_{ohm}^*	96540
Συντελεστής ποιότητας Q_{tot}^*	8710
Αντίστοιχο μήκος γκαουσιανού προφίλ L_G	18.5 mm
Παράμετρος Fresnel C_F	3.8
<i>Παράμετροι Ηλεκτρονικής Δέσμης</i>	
Ακτίνα δέσμης R_e	6.29 mm
Λόγος ταχυτήτων ηλεκτρονίου α	1.5
Σχετικιστικός παράγοντας γ_{in}	1.039
Εγκάρσια ταχύτητα $\beta_{\perp in}$	0.226
Αξονική ταχύτητα $\beta_{\parallel in}$	0.151
Ακτίνα Larmor r_L	0.064 mm
Διασπορά κέντρων περιστροφής Δ_{gc}	0.132 mm
<i>Παράμετροι Διόδου Πηγής Ηλεκτρονικής Δέσμης</i>	
Γωνία εκπομπού θ_c	20°
Ακτίνα εκπομπού R_{em}	36.01 mm
Πλάτος δακτυλίου εκπομπής l_{em}	2.21 mm
Απόσταση ανόδου-καθόδου d_{ac}	9.61 mm
Μαγνητική συμπίεση b_c	32.78
Πυκνότητα ρεύματος εκπομπού J_{em}	4.0 A/cm ²
Ηλεκτρικό πεδίο εκπομπού E_c	2.50 kV/mm
Λόγος J_{em}/J_{sc}	0.42
Λόγος d_{ac}/r_{Lc}	26.20
<i>Κανονικοποιημένες Παράμετροι</i>	
Πλάτος πεδίου F	0.05
Μήκος αλληλεπίδρασης μ	22.35
Αρχική διαφορά συχνοτήτων Δ	0.33

* Για λεία τοιχώματα σε θερμοκρασία δωματίου

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.3

Προβλεπόμενη Επίδοση με Ιδανική Δέσμη
 Γυροτρονίου 2^{ης} Αρμονικής 340 GHz-100 kW CW
 (Στέλεχος Υψηλής Αγωγιμότητας – Ομοαξονική Κοιλότητα του Πίνακα 6.1)

Συχνότητα λειτουργίας f	340.157 GHz
Συνολική ισχύς $P_{\text{out}} + P_{\text{ohm}}$	114.2 kW
Ισχύς εξόδου P_{out}	103.9 kW
Ισχύς ωμικών απωλειών εξωτερικού τοιχώματος	9.7 kW
Ισχύς ωμικών απωλειών εσωτερικού αγωγού	0.6 kW
Ωμική φόρτιση εξωτερικού τοιχώματος $\rho_{\text{peak,out}}$	0.88 kW/cm ²
Ωμική φόρτιση εσωτερικού αγωγού $\rho_{\text{peak,in}}$	0.10 kW/cm ²
Ηλεκτρονικός βαθμός απόδοσης η_{el}	28.6 %
Εγκάρσια απόδοση η_{\perp}	41.2 %
Ποσοστό ωμικών απωλειών $P_{\text{ohm}}/P_{\text{out}}$	9.9 %
Πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου δέσμης ΔV^*	6.7 %
Ολική απόδοση η_{tot}	24.2 %

Οι τιμές αναφέρονται σε λεία τοιχώματα σε θερμοκρασία δωματίου

* Λαμβάνεται υπόψη το ολικό πάχος δέσμης $\Delta R_e = 0.26$ mm

αλληλεπίδραση στη θεμελιώδη κυκλοτρονική, αλλά απορρίφθηκε αμέσως. Ο λόγος είναι ότι εκεί αφενός επιδιώκεται μεγάλη ισχύς (~ MW) και αφετέρου μελετώνται γυροτρόνια συμβατικής κοιλότητας, οπότε η χαμηλή τάση λειτουργίας επιφέρει μεγάλες τιμές του ΔV και χαμηλό οριακό ρεύμα I_L .

Η επιτυχία της σχεδίασης οφείλεται στην αποφασιστική συμβολή του κατάλληλα σχεδιασμένου ομοαξονικού στελέχους στην καταπίεση των ανταγωνιστικών ρυθμών. Αναφέρουμε ότι η ελάχιστη απόσταση μεταξύ της επιφάνειας του εσωτερικού στελέχους και των ηλεκτρονίων (στο τμήμα αποκοπής) μπορεί να αυξηθεί από τα 1.06 mm της παρούσας σχεδίασης στα 1.20 mm (θέτοντας $R_{l,0} = 4.794$ mm) και η σχεδίαση να παραμείνει επιτυχημένη. Αυτήν την ελαφρώς διαφορετική σχεδίαση την έχουμε παρουσιάσει και ελέγξει στο [117]. Η κυριότερη διαφορά είναι ότι το λεπτότερο στέλεχος δεν καταπιέζει τόσο έντονα το ρυθμό πρώτης αρμονικής TE_{-20,8}, με αποτέλεσμα να διεγείρεται και αυτός κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου ακολουθώντας τον TE_{23,7}. Τελικά όμως ο TE_{-20,8} αποδιεγείρεται στα 18.5 kV και δίνει τη θέση του στο ρυθμό λειτουργίας TE_{-40,15}.

Υπάρχουν δύο επιπλέον ζητήματα που έχουν να κάνουν με τη λειτουργία συνεχούς κύματος. Το πρώτο είναι ότι στα σχετικά τροφοδοτικά ο χρόνος αύξησης της τάσης μέχρι την τιμή λειτουργίας είναι μεγαλύτερος (~ 100 μs) από ότι σε εκείνα της παλμικής λειτουργίας [58]. Μια σχεδίαση για λειτουργία συνεχούς κύματος εξασφαλίζει ότι στο σημείο λειτουργίας η ωμική φόρτιση των τοιχωμάτων παραμένει μέσα στα επιτρεπτά όρια. Επειδή όμως ο χρόνος αύξησης της τάσης κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου είναι σχετικά μεγάλος, πρέπει να ελεγχθεί και αν είναι ανεκτή η ωμική φόρτιση των τοιχωμάτων λόγω της διέγερσης ανταγωνιστικών ρυθμών πριν από το ρυθμό λειτουργίας. Στην περίπτωσή μας η ωμικές φορτίσεις λόγω της διέγερσης του

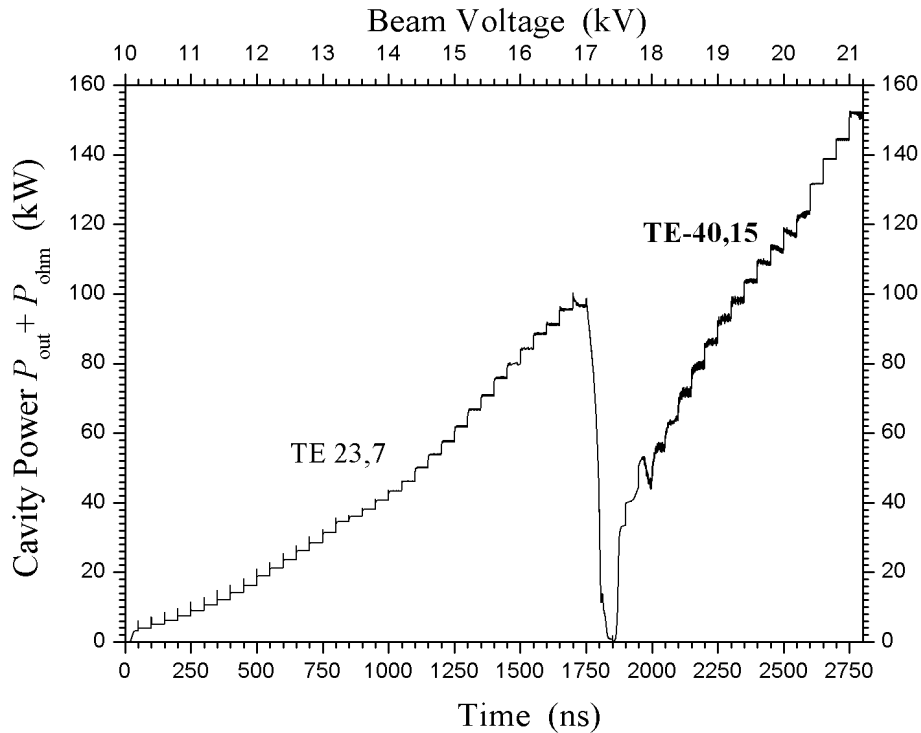
ΤΕ_{23,7} είναι $\rho_{\text{peak,out}} = 0.2 \text{ kW/cm}^2$ και $\rho_{\text{peak,in}} = 0.03 \text{ kW/cm}^2$ στα 16.4 kV, οπότε δεν δημιουργείται κανένα πρόβλημα.

Το δεύτερο ζήτημα αφορά το φαινόμενο της εξουδετέρωσης του φορτίου της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω ιονισμού του εναπομείναντος αερίου στο γυροτρόνιο [127], [128]. Κατά τη λειτουργία συνεχούς κύματος, με την πάροδο του χρόνου, το αέριο που έχει απομείνει στο υψηλό (αλλά όχι ιδανικό) κενό μέσα στο γυροτρόνιο ιονίζεται και τα θετικά ιόντα συσσωρεύονται κοντά στην ηλεκτρονική δέσμη. Είναι έτσι πολύ πιθανό κάποια στιγμή το φορτίο της δέσμης να εξουδετερωθεί πλήρως. Σε αυτή την περίπτωση τα τοιχώματα και ο μεταξύ τους χώρος (συμπεριλαμβανομένης και της δέσμης) αποκτούν το ίδιο δυναμικό. Έτσι το δυναμικό που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια δεν είναι πλέον ίσο με V_b αλλά ίσο με V_c . Αν συμβεί κάτι τέτοιο στην παρούσα σχεδίαση, τότε η τάση λειτουργίας από $V_b = 20 \text{ kV}$ θα καταλήξει να είναι $V_b = 21.44 \text{ kV}$ και ο ρυθμός λειτουργίας θα αποδιεγερθεί (σχήμα 6.9). Με δεδομένο ότι η πτώση τάσης λόγω του χωρικού φορτίου της δέσμης είναι γύρω στα 1.5 kV, το παραπάνω πρόβλημα μπορεί να λυθεί σχεδιάζοντας διαφορετικά τη δίοδο ώστε να λειτουργεί σε $V_c = 20 \text{ kV}$ αντί σε $V_c = 21.44 \text{ kV}$. Τότε, μόλις η τάση V_c φθάσει στην τιμή λειτουργίας $V_c = 20 \text{ kV}$, θα είναι $I_b = 20 \text{ A}$, $\alpha = 1.5$ και $V_b \cong 18.5 \text{ kV}$. Σύμφωνα με τα σχήματα 6.8 και 6.9, για $V_b \cong 18.5 \text{ kV}$ αναμένεται να έχει αποδιεγερθεί ο ΤΕ_{23,7} και στην κοιλότητα να ταλαντώνεται πλέον ο ρυθμός λειτουργίας ΤΕ_{40,15}^(*). Με την πάροδο του χρόνου (λόγω της εξουδετέρωσης του φορτίου της δέσμης) θα γίνει τελικά $V_b = V_c = 20 \text{ kV}$, δηλαδή θα καταλήξουμε στο σχεδιασμένο σημείο λειτουργίας 20 kV, 20 A. Βέβαια θα έχουμε πτώση της απόδοσης σε σχέση με το σχήμα 6.9, διότι τώρα στο σημείο λειτουργίας θα είναι $\alpha = 1.34$ επειδή η ποσότητα $\gamma_{\text{in}}\beta_{\text{lin}}$ παραμένει σταθερή [6-κεφ. 4]. (Το πηλίκο $\gamma\beta_{\perp}/\sqrt{B(z)}$ είναι αδιαβατική σταθερά της κίνησης από την κάθοδο στην κοιλότητα [10].)

Ο λόγος που προτείνουμε τη σχεδίαση του γυροτρονίου 340 GHz-100 kW CW είναι για να δείξουμε την ικανότητα της ομοαξονικής κοιλότητας να υποστηρίζει αποδοτική υποχιλιοστομετρική λειτουργία ισχύος στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής. Για να τονίσουμε το ότι η σχεδίαση είναι ρεαλιστική, πραγματευθήκαμε διάφορα προβλήματα και είδαμε ότι η σχεδίαση ευθυγραμμίζεται, έστω και με κάποιες αλλαγές, με αρκετές πρακτικές απαιτήσεις. Προφανώς όμως, από την παρούσα πρόταση μέχρι την υλοποίηση ενός τέτοιου γυροτρονίου υπάρχει ακόμη αρκετός δρόμος υπολογισμών και βελτιστοποιήσεων, ο οποίος είναι πέρα από τους στόχους αυτής της εργασίας.

Η επαλήθευση της προτεινόμενης σχεδίασης του γυροτρονίου 2^{ης} αρμονικής έγινε με αριθμητικές προσομοιώσεις από κώδικα αυτοσυνεπή ως προς το πλάτος και τη συχνότητα των εμπλεκόμενων ρυθμών, ο οποίος χρησιμοποιεί για το πεδίο τους το αξονικό προφίλ ψυχρής κοιλότητας. Προφανώς θα είχαμε ακριβέστερα αποτελέσματα αν οι προσομοιώσεις γίνονταν με κώδικα αυτοσυνεπή και ως προς το προφίλ του πεδίου. Παρόλα αυτά, στη συγκεκριμένη περίπτωση η προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας αναμένεται να βρίσκεται σε καλή συμφωνία με την αυτοσυνεπή θεώρηση, επειδή οι εμπλεκόμενοι ρυθμοί έχουν σχετικά υψηλό περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας [71], [73]. Πράγματι, για το ρυθμό λειτουργίας και συνεπώς για όλους τους ρυθμούς δεύτερης αρμονικής είναι $Q_{\text{dif}} \approx 10000$ με $Q_{\text{dif,min}} \approx 5500$. Για το βασικό ανταγωνιστή θεμελιώδους κυκλοτρονικής ΤΕ_{23,7} είναι $Q_{\text{dif}} \cong 2000$ με $Q_{\text{dif,min}} \cong 1400$. (Ερωτηματικά υπάρχουν μόνο για τον “καταπιεσμένο” ρυθμό ΤΕ_{20,8} όπου $Q_{\text{dif}} \cong 650$ με $Q_{\text{dif,min}} \cong 1400$.) Επιπρόσθετα,

(*) Το γεγονός ότι τώρα για $V_b = 18.5 \text{ kV}$ έχουμε $I_b = 20 \text{ A}$ και $\alpha = 1.5$, ενώ στα σχήματα 6.8 και 6.9 για $V_b = 18.5 \text{ kV}$ είναι $I_b = 19.5 \text{ A}$ και $\alpha = 1.34$, δεν αναμένεται να παίζει ρόλο στη διαδοχή των ρυθμών κατά την εκκίνηση.



Σχήμα 6.10: Προσομοίωση εκκίνησης με βηματική αύξηση της τάσης V_b από τα 10 kV έως τα 21 kV (βήμα 0.2 kV) για το γυροτρόνιο 2^{15} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με κοιλότητα αλληλεπίδρασης αυτή του πίνακα 6.1. Η προσομοίωση έγινε με χρήση του αυτοσυνεπούς κώδικα *COAXIAL* και αναφέρεται σε ιδανική ηλεκτρονική δέσμη χωρίς διασπορές.

όπως υποστηρίζεται στο [72] ως προς τον ανταγωνισμό των ρυθμών στη συμβατική κοιλότητα, η προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας είναι σε καλή συμφωνία με την αυτοσυνεπή θεώρηση όταν οι τιμές της παραμέτρου $\xi_{out} = (\pi^2 L_2^3 \tan\theta_3) / (2R_o \omega^2)$ για τους διάφορους ρυθμούς είναι μεγαλύτερες από 15. Στην περίπτωσή μας είναι $\xi_{out} \cong 80$ για τους ρυθμούς δεύτερης αρμονικής και $\xi_{out} \cong 20$ για τους ρυθμούς πρώτης αρμονικής.

Η προσομοίωση εκκίνησης με τον αυτοσυνεπή κώδικα *COAXIAL* [102], που έγινε για την περαιτέρω επαλήθευση της σχεδίασης, φαίνεται στο σχήμα 6.10 και βρίσκεται πράγματι σε καλή συμφωνία με την αντίστοιχη προσομοίωση του σχήματος 6.9. Ο ρυθμός λειτουργίας $TE_{-40,15}$ στο σχήμα 6.10 ξεκινά και πάλι ταλαντώσεις στα 17.4 kV, αλλά ο αυτοσυνεπής κώδικας προβλέπει ελαφρώς μεγαλύτερη ισχύ στο σημείο λειτουργίας ($P_{out} + P_{ohm} \cong 119$ kW, διαφορά $< 5\%$). Επίσης προβλέπει ότι ο ρυθμός λειτουργίας παραμένει ευσταθής τουλάχιστον μέχρι τα 21 kV, πράγμα που συνηγορεί ακόμη περισσότερο υπέρ της προτεινόμενης σχεδίασης. Η έναρξη ταλαντώσεων του ανταγωνιστικού ρυθμού $TE_{23,7}$ νωρίτερα από ότι στο σχήμα 6.9 είναι αναμενόμενη, φαινόμενο που σχολιάστηκε ήδη στην παράγραφο 4.2.3.

Ολοκληρώνουμε αυτήν την παράγραφο αναφερόμενοι στο ζήτημα των ανταγωνιστικών ρυθμών που αλληλεπιδρούν στην τρίτη ή ανώτερες αρμονικές της κυκλοτρονικής συχνότητας. Γενικά δεν ασχοληθήκαμε μέχρι τώρα με τον ανταγωνισμό από ανώτερες αρμονικές, επειδή η διέγερση τέτοιων ρυθμών είναι κατά τεκμήριο δύσκολη. Μια εμπειριστατωμένη μελέτη του θέματος μπορεί να αποτελέσει αντικείμενο μελλοντικής εργασίας. Σε ό,τι αφορά όμως τη συγκεκριμένη σχεδίαση, μπορούμε να δείξουμε βάσει κάποιων εκτιμήσεων ότι ο ανταγωνισμός από ρυθμούς τρίτης ή ανώτερης

αρμονικής είναι μάλλον απίθανος. Για να το κάνουμε αυτό θα επικεντρωθούμε στην έκφραση (3.3.22) για το σχετικό ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης θεωρώντας ότι ο ρυθμός $TE_{n'}$ που αλληλεπιδρά στην $2^{n'}$ ή ανώτερη αρμονική είναι ανταγωνιστής του ρυθμού λειτουργίας TE_n που αλληλεπιδρά στη 2^n αρμονική. Ακολουθώντας την προσέγγιση συμβατικής κοιλότητας, ο συντελεστής αποθηκευμένης ενέργειας προσεγγίζεται από την έκφραση (2.2.39): $(\pi C_n^2)^{-1} \approx J_m^2(\chi_{mpo})[(\chi_{mpo})^2 - m^2]$. Η τιμή $J_m^2(\chi_{mpo})$ αντιστοιχεί σε μέγιστο της συνάρτησης $J_m^2(\chi)$ αφού $J_m'(\chi_{mpo}) = 0$. Στη σχεδίαση αυτής της παραγράφου οι ανταγωνιστικοί ρυθμοί $2^{n'}$ αρμονικής και κατά μείζονα λόγο οι πιθανοί ανταγωνιστές στις ανώτερες αρμονικές είναι ρυθμοί υψηλής τάξης με μεγάλο ακτινικό δείκτη p . Μπορούμε έτσι να χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση $J_m^2(\chi_{mpo}) \approx 2/(\pi\chi_{mpo})$ (σχέση 9.2.1 του [84]), οπότε $(\pi C_n^2)^{-1} \approx (2\chi_{mpo}/\pi)[1 - (m/\chi_{mpo})^2]$. Επειδή οι επικίνδυνοι ανταγωνιστές έχουν παραπλήσια καυστική ακτίνα με το ρυθμό λειτουργίας, η ποσότητα $(m/\chi_{mpo})^2$ είναι παραπλήσια για όλους τους ρυθμούς, άρα τελικά $(\pi C_{n'}^2)/(\pi C_n^2) \approx \chi_n/\chi_{n'} \equiv 2/s_{n'}$. Επιπλέον, επειδή η ακτίνα της ηλεκτρονικής δέσμης επιλέγεται ώστε να μεγιστοποιεί το συντελεστή σύζευξης του ρυθμού λειτουργίας, στη χειρότερη περίπτωση θα είναι $|G_{n',s'}| \approx |G_{n,s}|$. Μετά από αυτά η (3.3.22) γίνεται

$$\frac{I_{st,min,op}}{I_{st,min,comp}} = \frac{I_{st,min,n}}{I_{st,min,n'}} \approx \beta_{\perp lin}^{2s_{n'}-4} \frac{(s_{n'}/2)^{2s_{n'}-1}}{[(s_{n'}-1)!]^2} \frac{Q_{tot,n'}}{Q_{tot,n}}, \quad s_{n'} \geq 2 \quad (6.2.1)$$

Για την τιμή $\beta_{\perp lin} = 0.226$ του πίνακα 6.2 ο συντελεστής του λόγου $Q_{tot,n'}/Q_{tot,n}$ στο δεξί μέλος της (6.2.1) γίνεται 1, 0.1 και 0.01 για τους ανταγωνιστές $2^{n'}$, $3^{n'}$ και $4^{n'}$ αρμονικής αντίστοιχα.

Αντιλαμβανόμαστε ότι ο μόνος τρόπος για να γίνει επικίνδυνος ένας ρυθμός $3^{n'}$ αρμονικής είναι ο συντελεστής ποιότητάς του να είναι δεκαπλάσιος από το συντελεστή ποιότητας $Q_{tot,n} \approx 8700$ του ρυθμού λειτουργίας. Επειδή για τους ρυθμούς $3^{n'}$ αρμονικής είναι $f \approx 510$ GHz και $\chi_n \approx 150$, θέτοντας $|m|/\chi_n \approx 40/\chi_{40,15} = 0.4$ και χρησιμοποιώντας την έκφραση (2.5.18) για συμβατική κοιλότητα προκύπτει $Q_{ohm,hollow} \approx 130000$. Άρα για να είναι αξιόλογος ανταγωνιστής ένας ρυθμός $3^{n'}$ αρμονικής θα πρέπει να έχει $Q_{dif,n'} \approx 260000$. Στην παράγραφο 6.1.3 είδαμε ότι $Q_{dif,reg} \approx 8400$ για τους ρυθμούς $2^{n'}$ αρμονικής. Συνεπώς, λόγω (2.4.6) ή (5.3.38), αναμένουμε $Q_{dif,reg} \approx (3/2)^2 \times 8400 = 18900$ για τους ρυθμούς $3^{n'}$ αρμονικής. Αυτό σημαίνει ότι για έναν επικίνδυνο ανταγωνιστή $3^{n'}$ αρμονικής θα πρέπει να είναι $Q_{dif}/Q_{dif,reg} \approx 14$ λόγω της επίδρασης του ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού. Κάτι τέτοιο είναι καταρχήν δυνατό διότι το βάθος ρυτιδίωσης της σχεδίασης αντιστοιχεί σε $d/\lambda_{co} \approx 0.6$ ($= 1/2 + 0.1$) για τους ρυθμούς $3^{n'}$ αρμονικής, οπότε οι καμπύλες ιδιοτιμής αυτών των ρυθμών εμφανίζουν έντονη θετική κλίση. Για να επιτευχθεί η απαιτούμενη τιμή του $Q_{dif}/Q_{dif,reg}$ θα πρέπει το C_0 της κοιλότητας να βρίσκεται πάνω στην έντονη θετική κλίση. Τότε όμως η τιμή του ωμικού συντελεστή ποιότητας γίνεται πολύ μικρότερη από την τιμή $Q_{ohm,hollow} \approx 130000$, οπότε τελικά η απαιτούμενη τιμή $Q_{tot,n'} \approx 87000$ δεν είναι εφικτή. Για παράδειγμα, αναφερόμενοι στην καμπύλη για $d/\lambda_{co} = 0.1$ του σχήματος 2.8β βλέπουμε ότι για $Q_{dif}/Q_{dif,reg} > 15$ πρέπει να είναι $C_0 < 2.9$. Όμως για τον ίδιο ρυθμό το σχήμα 2.10 υποδεικνύει ότι για $C_0 < 2.9$ είναι $Q_{ohm}/Q_{ohm,hollow} < 0.75$. Αν θεωρήσουμε ότι ισχύουν αντίστοιχα συμπεράσματα για τον ανταγωνιστή $3^{n'}$ αρμονικής, τότε προκύπτει $Q_{ohm} \approx 97000$ και $Q_{tot,n'} \approx 71000$. Μετά από αυτά εκτιμούμε ότι δεν αναμένεται ανταγωνισμός από την $3^{n'}$ αρμονική (και κατά μείζονα λόγο από ανώτερες) στην προτεινόμενη σχεδίαση αυτής της παραγράφου^(*).

(*) Για $N = 100$ ρυτιδώσεις βέβαια, η συνθήκη $N > 2|m|$ δεν ισχύει για τους ρυθμούς $3^{n'}$ αρμονικής οπότε το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης είναι υπό αμφισβήτηση για αυτούς. Σύμφωνα πάντως με το

Σημειώνουμε ότι σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση ο κίνδυνος ανταγωνισμού από ρυθμούς 3^{ns} αρμονικής απομακρύνεται ακόμη περισσότερο αν το εσωτερικό στέλεχος είναι περιορισμένης αγωγιμότητας. Μια τέτοια σχεδίαση θα παρουσιάσουμε στην επόμενη ενότητα.

6.2.2 Ομοαξονικό γυροτρόνιο 2^{ns} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με εσωτερικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας

Το γυροτρόνιο 2^{ns} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW μπορεί να υλοποιηθεί επίσης και με ομοαξονική κοιλότητα που φέρει εσωτερικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας. Επιλέγοντας πάλι ως ρυθμό λειτουργίας το $TE_{40,15}$ και τάση λειτουργίας $V_b = 20$ kV ακολουθούμε για τη σχεδίαση της κοιλότητας τα βήματα της §6.1.4 ξεκινώντας από βάθος ρυτίδωσης $d = 0.265$ mm που αντιστοιχεί σε $d/\lambda_{co} = 0.3$ για το ρυθμό λειτουργίας. Τα βήματα της σχεδίασης οδηγούν, όπως είδαμε στην §6.1.3, σε στέλεχος μειούμενης ακτίνας με $R_{i,0} = 4.38$ mm ή $R_{i,0} = 4.63$ mm, ανάλογα με το αν είναι $\sigma_{in} = 10^4$ S/m ή $\sigma_{in} = 10^6$ S/m. Οι επιλογές αυτές επιτρέπουν τη χρήση του συμπεριστρεφόμενου $TE_{40,15}$ ως ρυθμού λειτουργίας με μικρότερη ακτίνα δέσμης ($R_e = 5.72$ mm).

Η προτεινόμενη γεωμετρία της κοιλότητας για τις περιπτώσεις $\sigma_{in} = 10^4$ S/m (κοιλότητα I) και $\sigma_{in} = 10^6$ S/m (κοιλότητα II) δίνεται στον πίνακα 6.4. Τα μήκη L_1 , L_2 , L_3 και η γωνία θ_1 επιλέχθηκαν με τη λογική της προηγούμενης παραγράφου. Λόγω της μικρότερης ακτίνας δέσμης που χρησιμοποιείται τώρα, η διαδικασία προσδιορισμού του φάσματος των ανταγωνιστών που οδήγησε στο σχήμα 6.5 έδειξε ότι δεν υπάρχουν σημαντικοί ανταγωνιστές με $|m| > 45$. Μπορέσαμε έτσι να ελαττώσουμε τον αριθμό των ρυτιδώσεων από 100 σε 90, πράγμα που διατηρεί την περίοδο ρυτίδωσης των λεπτότερων εσωτερικών αγωγών αυτών των σχεδιάσεων στα επίπεδα της περιόδου ρυτίδωσης της προηγούμενης παραγράφου. Τα μήκη των παραβολικών λειάνσεων και η γωνία θ_1 επιλέχθηκαν ώστε να εξασφαλίζουν $Q_{dif} \approx 10000$ για το ρυθμό λειτουργίας στην κοιλότητα. Σε σύγκριση με τη σχεδίαση που χρησιμοποιεί στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας, η επιλογή αυτών των μεγεθών εδώ προσανατολίζεται προς μεγαλύτερη αύξηση του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας. Αυτό είναι αναμενόμενο επειδή τώρα ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας του ρυθμού λειτουργίας δεν πριμοδοτείται λόγω του εσωτερικού στελέχους μειούμενης ακτίνας, αφού η καμπύλη ιδιοτιμής του ρυθμού δεν εμφανίζει πλέον θετική κλίση.

Από μονορρυθμικές προσομοιώσεις στο σημείο λειτουργίας $V_b = 20$ kV, $I_b = 20$ A, η βέλτιστη τιμή του μαγνητικού πεδίου προκύπτει και πάλι $B_0 = 6.257$ T. Με αυτό το μαγνητικό πεδίο και με τη βοήθεια του σχήματος 6.5 υπολογίζουμε από την (3.3.14) χωρίς διασπορές τα ακριβή ρεύματα εκκίνησης των ρυθμών στην κοιλότητα συναρτήσει της τάσης V_b , όπως κάναμε και στο σχήμα 6.8. Τα αποτελέσματα για τις κοιλότητες I, II φαίνονται στο σχήμα 6.11. Το γεγονός ότι η κατάσταση για το ρυθμό λειτουργίας είναι ευνοϊκότερη στο σχήμα 6.5 από ότι στο σχήμα 6.1α επαληθεύεται με τη σύγκριση των σχημάτων 6.11 και 6.8. Το εσωτερικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας καταπιέζει πλήρως τον ρυθμό πρώτης αρμονικής $TE_{20,8}$. Τα μεγαλύτερα ρεύματα εκκίνησης των ρυθμών $TE_{23,7}$, $TE_{46,13}$, $TE_{43,14}$ και $TE_{45,13}$ οφείλονται κυρίως στη μικρότερη ακτίνα δέσμης και όχι στην επίδραση του στελέχους επειδή οι ρυθμοί

ακριβέστερο μοντέλο του [61] αναμένονται ηπιότερες θετικές κλίσεις στις καμπύλες ιδιοτιμής των ρυθμών 3^{ns} αρμονικής σε σχέση με αυτές που προβλέπει το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης. Κατά συνέπεια ο κίνδυνος ανταγωνισμού από την 3^{ns} αρμονική είναι τελικά ακόμη μικρότερος.

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.4

Γεωμετρία Ομοαξονικής Κοιλότητας με Στέλεχος Περιορισμένης Αγωγιμότητας για Γυροτρόνιο 2^{ης} Αρμονικής 340 GHz-100 kW CW

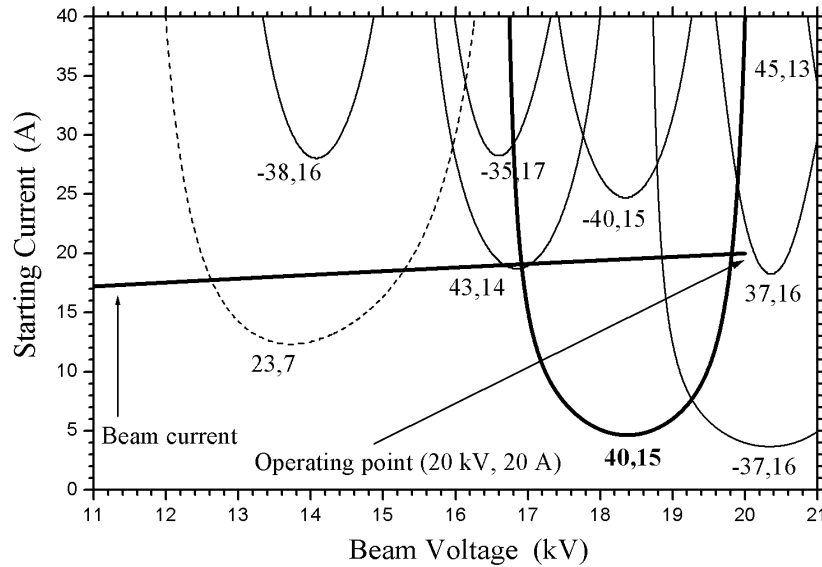
	<i>I</i>	<i>II</i>
Μήκος τμήματος αποκοπής L_1	30.00 mm	
Μήκος μεσαίου τμήματος L_2	19.00 mm	
Μήκος τμήματος εξόδου L_3	35.00 mm	
Ακτίνα εξωτερικού τοιχώματος $R_{o,0}$	13.95 mm	
Κλίση τμήματος αποκοπής θ_1	3.0°	
Κλίση τμήματος εξόδου θ_3	2.0°	
Παραβολική λείανση εξωτερικού τοιχώματος μεταξύ L_1, L_2	4.0 mm	
Παραβολική λείανση εξωτερικού τοιχώματος μεταξύ L_2, L_3	4.0 mm	
Ακτίνα εσωτερικού αγωγού $R_{i,0}$	4.384 mm	4.634 mm
Κλίση εσωτερικού αγωγού θ_{in} (μειούμενη ακτίνα)	1.0°	
Παραβολική λείανση εσωτερικού αγωγού μεταξύ L_1, L_2	4.00 mm	
Ειδική ηλεκτρική αγωγιμότητα εξωτερικού τοιχώματος σ_{out}^*	5.7×10 ⁷ S/m	
Ειδική ηλεκτρική αγωγιμότητα εσωτερικού αγωγού σ_{in}^*	10 ⁴ S/m	10 ⁶ S/m
<i>Παράμετροι Ρυτίδωσης</i>		
Αριθμός ρυτιδώσεων εσωτερικού αγωγού N	90	
Περίοδος ρυτιδώσεων s^{**}	0.306 mm	0.324 mm
Λόγος εύρους σχισμής προς περίοδο ρυτίδωσης l/s	0.5	
Βάθος ρυτιδώσεων d στο μεσαίο τμήμα	0.265 mm	

* Χαλκός σε θερμοκρασία 20°C

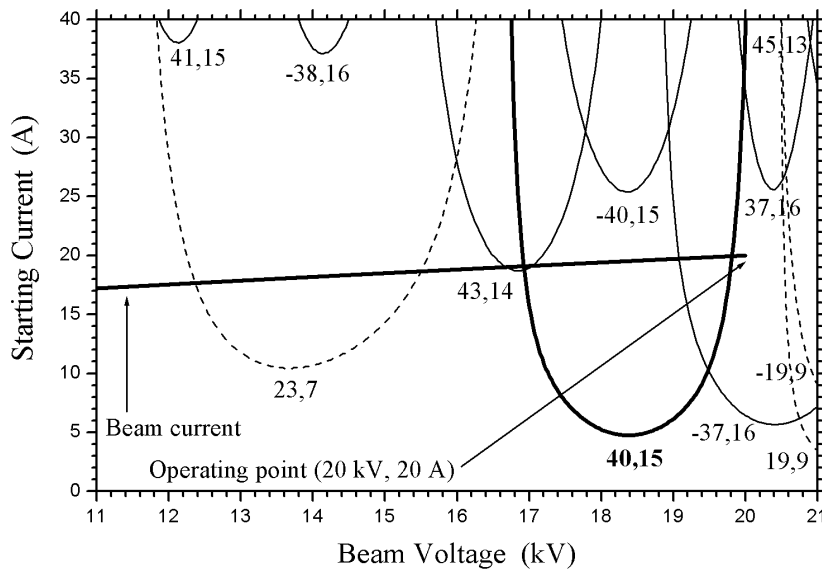
** Στο μέσο του μεσαίου τμήματος

αυτοί έχουν σχετικά μεγάλη καυστική ακτίνα. Σύμφωνα με το σχήμα 6.11, κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου περιμένουμε και πάλι αρχικά τη διέγερση του TE_{23,7} και ακολούθως του ρυθμού λειτουργίας TE_{40,15}. Ο ρυθμός TE_{43,14} δεν αναμένεται να δημιουργήσει πρόβλημα.

Αυτά επαληθεύτηκαν από τις πολυρρυθμικές προσομοιώσεις εκκίνησης. Στο σχήμα 6.12 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα δύο τέτοιων προσομοιώσεων για ιδανική δέσμη (συνεχείς καμπύλες) και για κανονική διασπορά 20 % rms στο λόγο ταχυτήτων a (διακεκομμένες καμπύλες). Τόσο η σχεδίαση με $\sigma_{in} = 10^4$ S/m όσο και αυτή με $\sigma_{in} = 10^6$ S/m φαίνονται απόλυτα επιτυχημένες. Ο ρυθμός θεμελιώδους κυκλοτρονικής TE_{23,7} διεγείρεται πρώτος κατά την εκκίνηση αλλά φθάνει τελικά σε χαμηλότερα επίπεδα ισχύος συγκριτικά με το σχήμα 6.9. Στην περίπτωση της ιδανικής δέσμης ο ρυθμός λειτουργίας TE_{40,15} διεγείρεται όταν $V_b = 17$ kV και στο σημείο λειτουργίας $V_b = 20$ kV, $I_b = 20$ A αποδίδει ισχύ $P_{out} + P_{ohm} \cong 120$ kW στα 340.18 GHz. Ο ρυθμός παραμένει ευσταθής μέχρι τα 20.6 kV. Η αρνητικές επιπτώσεις της ρεαλιστικής διασποράς ταχυτήτων περιορίζονται σε μια μικρή πτώση της απόδοσης λειτουργίας και στον περιορισμό της ευστάθειας του ρυθμού TE_{40,15} μέχρι τα 20.4 kV. Στην περίπτωση της κοιλότητας II, οι προσομοιώσεις με τη διασπορά ταχυτήτων δίνουν σαν διάδοχο του ρυθμού λειτουργίας το ρυθμό θεμελιώδους κυκλοτρονικής TE_{19,9}, ο οποίος φαίνεται να



(α)

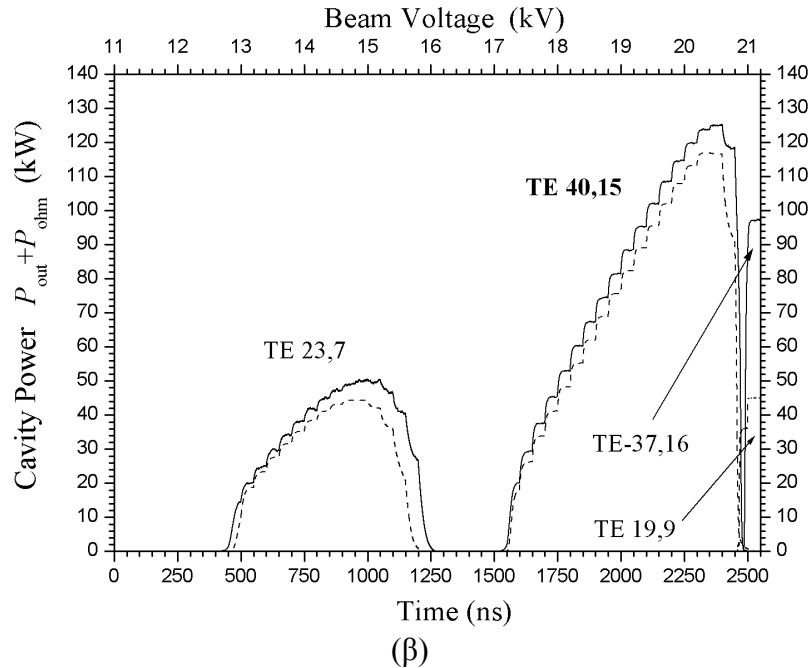
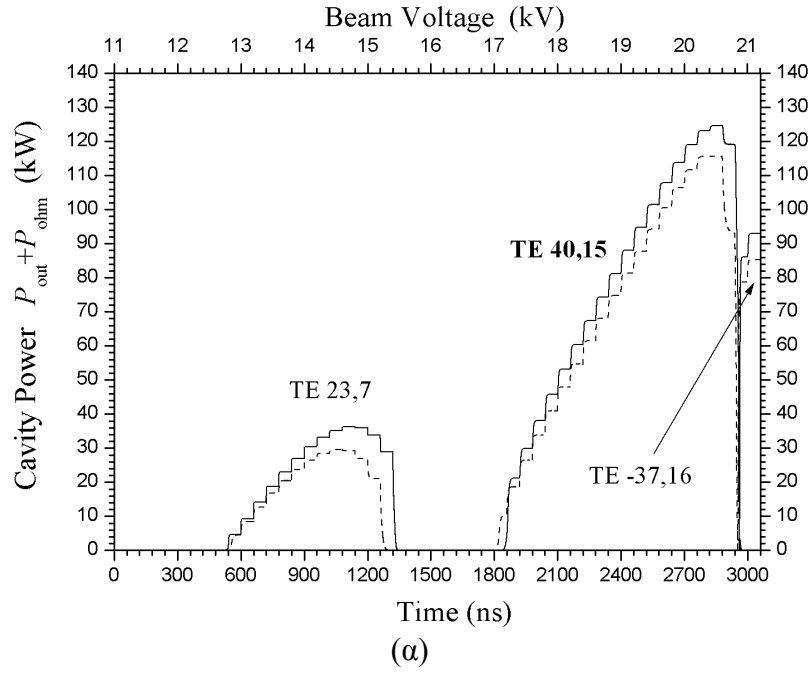


(β)

Σχήμα 6.11: Τα ρεύματα εκκίνησης των ανταγωνιστικών ρυθμών στις κοιλότητες του πίνακα 6.4 με $B_0 = 6.257$ T, όπως προκύπτουν από την (3.3.14) χωρίς διασπορές. Οι συνεχείς (διακεκομμένες) καμπύλες δηλώνουν ρυθμούς που αλληλεπιδρούν στη δεύτερη (πρώτη) αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Φαίνεται επίσης και η καμπύλη του ρεύματος δέσμης, όπως προκύπτει από την (3.2.14) για ρεύμα λειτουργίας 20 A. (α) Κοιλότητα I ($\sigma_{in} = 10^4$ S/m). (β) Κοιλότητα II ($\sigma_{in} = 10^6$ S/m)

επικρατεί του “συνήθους” διαδόχου $TE_{-37,16}$. Αυτό βέβαια δεν επηρεάζει την λειτουργία του γυροτρονίου στο σημείο λειτουργίας 20 kV, 20 A.

Οι παράμετροι λειτουργίας και η επίδοση του γυροτρονίου για ιδανική δέσμη, όπως αυτή προβλέπεται από το σχετικό αριθμητικό κώδικα που χρησιμοποιεί το αξονικό προφίλ ψυχρής κοιλότητας, συνοψίζονται στους πίνακες 6.5 και 6.6. Η ακτίνα δέσμης τέθηκε $R_e = 5.71$ mm (ελάχιστα μικρότερη από την τιμή συμβατικής κοιλότητας του πίνακα 5.4) γιατί αυτή είναι η τιμή που μεγιστοποιεί το συντελεστή σύζευξης του $TE_{40,15}$ στην ομοαξονική κοιλότητα. Όλες οι προδιαγραφές και οι περιορισμοί των πινάκων 5.1 και 5.2 ικανοποιούνται με την εξαίρεση της σχετικά υψηλής τιμής $J_{em}/J_{sc} = 0.57$. Πιθανοί



Σχήμα 6.12: Προσομοιώσεις εκκίνησης με βηματική αύξηση της τάσης V_b από τα 11 kV έως τα 21 kV για το γυροτρόνιο 2^{nc} αρμονικής 340 GHz-100 kW CW με εσωτερικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας. Χρησιμοποιούνται μη τυχαίες αρχικές τιμές και βήμα τάσης 0.2 kV, στάθμη θορύβου 10 mW, συχνότητα αναφοράς $\omega_0 = eB_0/[m_e(1 + V_b/V_0)]$, $\Delta z = 0.2$ mm.

(α) Κοιλότητα I του πίνακα 6.4 ($\sigma_{in} = 10^4$ S/m). Συνεχείς καμπύλες: Ιδανική ηλεκτρονική δέσμη χωρίς διασπορές ($\Delta t = 0.03$ ns, $N_\Lambda = 29$, $N_\Phi = 17$). Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{23,7}, TE_{40,15} και TE_{-37,16}. Διακεκομμένες καμπύλες: Ηλεκτρονική δέσμη με γκαουσιανή διασπορά 20 % rms στον αρχικό λόγο ταχυτήτων α ($\Delta t = 0.03$ ns, $N_\Lambda = 29$, $N_\Phi = 17$, $N_a = 9$). Στην προσομοίωση συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{23,7}, TE_{43,14}, TE_{40,15} και TE_{-37,16}.

(β) Κοιλότητα II του πίνακα 6.4 ($\sigma_{in} = 10^6$ S/m). Στις προσομοιώσεις συμμετέχουν οι ρυθμοί TE_{23,7}, TE_{43,14}, TE_{40,15}, TE_{-37,16} και TE_{19,9}. Συνεχείς καμπύλες: Ιδανική ηλεκτρονική δέσμη χωρίς διασπορές ($\Delta t = 0.025$ ns, $N_\Lambda = 29$, $N_\Phi = 23$). Διακεκομμένες καμπύλες: Ηλεκτρονική δέσμη με γκαουσιανή διασπορά 20 % rms στον αρχικό λόγο ταχυτήτων α ($\Delta t = 0.025$ ns, $N_\Lambda = 19$, $N_\Phi = 17$, $N_a = 7$).

Σε όλες τις περιπτώσεις η κανονική διασπορά 20 % rms στον αρχικό λόγο ταχυτήτων α ισοδυναμεί με κανονική διασπορά 6.2 % rms στην αρχική ταχύτητα $\beta_{\perp in}$.

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.5

Παράμετροι Λειτουργίας Γυροτρονίου 2^{ης} Αρμονικής 340 GHz-100 kW CW
(Στέλεχος Περιορ. Αγωγιμότητας – Ομοαξονικές Κοιλότητες του Πίνακα 6.4)

	<i>Κοιλότητα I</i>	<i>Κοιλότητα II</i>
Ρυθμός λειτουργίας	Συμπεριστρεφόμενος TE _{40,15}	
Μόνιμο μαγνητικό πεδίο B_0	6.257 T	
Τάση λειτουργίας V_b	20 kV	
Διαφορά δυναμικού ανόδου-καθόδου V_c	21.58 kV	21.30 kV
Ρεύμα λειτουργίας I_b	20 A	
Οριακό ρεύμα I_L	42.14 A	48.34 A
<i>Χαρακτηριστικά Ρυθμού Λειτουργίας</i>		
Ιδιοτιμή $\chi_{40,15}(C_0), \chi_{40,15o}$	99.4352, 99.4352	99.4357, 99.4352
Περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας Q_{dif}	9470 (COLDC)	9280 (COLDC)
Ωμικός συντελεστής ποιότητας Q_{ohm}^*	99440	98690
Συντελεστής ποιότητας Q_{tot}^*	8650	8480
Αντίστοιχο μήκος γκαουσιανού προφίλ L_G	18.5 mm	
Παράμετρος Fresnel C_F	3.8	
<i>Παράμετροι Ηλεκτρονικής Δέσμης</i>		
Ακτίνα δέσμης R_e	5.71 mm	
Λόγος ταχυτήτων ηλεκτρονίου α	1.5	
Σχετικιστικός παράγοντας γ_{in}	1.039	
Εγκάρσια ταχύτητα $\beta_{\perp in}$	0.226	
Αξονική ταχύτητα $\beta_{\parallel in}$	0.151	
Ακτίνα Larmor r_L	0.064 mm	
Διασπορά κέντρων περιστροφής Δ_{gc}	0.132 mm	
<i>Παράμετροι Διόδου Πηγής Ηλεκτρονικής Δέσμης</i>		
Γωνία εκπομπού θ_c	20°	
Ακτίνα εκπομπού R_{em}	34.31 mm	
Πλάτος δακτυλίου εκπομπής l_{em}	2.32 mm	
Απόσταση ανόδου-καθόδου d_{ac}	11.47 mm	11.30 mm
Μαγνητική συμπίεση b_c	36.11	
Πυκνότητα ρεύματος εκπομπού J_{em}	4.0 A/cm ²	
Ηλεκτρικό πεδίο εκπομπού E_c	2.16 kV/mm	
Λόγος J_{em}/J_{sc}	0.57	
Λόγος d_{ac}/r_L	29.80	29.36
<i>Κανονικοποιημένες Παράμετροι</i>		
Πλάτος πεδίου F	0.05	
Μήκος αλληλεπίδρασης μ	22.35	
Αρχική διαφορά συχνοτήτων Δ	0.33	

* Για λεία τοιχώματα σε θερμοκρασία δωματίου

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.6

Προβλεπόμενη Επίδοση με Ιδανική Δέσμη
 Γυροτρονίου 2^{ης} Αρμονικής 340 GHz-100 kW CW
 (Στέλεχος Περιορ. Αγωγιμότητας – Ομοαξονικές Κοιλότητες του Πίνακα 6.4)

	<i>Κοιλότητα I</i>	<i>Κοιλότητα II</i>
Συχνότητα λειτουργίας f	340.176 GHz	340.184 GHz
Συνολική ισχύς $P_{out} + P_{ohm}$	119.1 kW	119.8 kW
Ισχύς εξόδου P_{out}	108.7 kW	109.5 kW
Ισχύς ωμικών απωλειών εξωτερικού τοιχώματος	10.1 kW	10.0 kW
Ισχύς ωμικών απωλειών εσωτερικού αγωγού	0.3 kW	0.3 kW
Ωμική φόρτιση εξωτερικού τοιχώματος $\rho_{peak,out}$	0.93 kW/cm ²	0.92 kW/cm ²
Ωμική φόρτιση εσωτερικού αγωγού $\rho_{peak,in}$	0.10 kW/cm ²	0.09 kW/cm ²
Ηλεκτρονικός βαθμός απόδοσης η_{el}	29.8 %	30.0 %
Εγκάρσια απόδοση η_{\perp}	43.0 %	43.3 %
Ποσοστό ωμικών απωλειών P_{ohm}/P_{out}	9.5 %	9.4 %
Πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου δέσμης ΔV^*	7.3 %	6.1 %
Ολική απόδοση η_{tot}	25.2 %	25.7%

Οι τιμές αναφέρονται σε λεία τοιχώματα σε θερμοκρασία δωματίου

* Λαμβάνεται υπόψη το ολικό πάχος δέσμης $\Delta R_e = 0.26$ mm

τρόποι ελάττωσης του λόγου J_{em}/J_{sc} συζητήθηκαν σε υποσημείωση της προηγούμενης παραγράφου. Σε ό,τι αφορά τη λειτουργία συνεχούς κύματος, για το ενδεχόμενο της εξουδετέρωσης του φορτίου της ηλεκτρονικής δέσμης ισχύουν τα σχόλια της προηγούμενης παραγράφου. Για τις ωμικές φορτίσεις των τοιχωμάτων κατά την σχετικά αργή εκκίνηση, η μεγαλύτερη φόρτιση λόγω της διέγερσης του ρυθμού TE_{23,7} στην κοιλότητα I συμβαίνει στα 14.6 kV όπου ο ρυθμός φθάνει στη μέγιστη ισχύ των 36.2 kW στα 172.535 GHz (ιδανική δέσμη). Οι ωμικές φορτίσεις των τοιχωμάτων είναι τότε $\rho_{peak,out} = 0.09$ kW/cm² και $\rho_{peak,in} = 0.15$ kW/cm². Στην κοιλότητα II ο TE_{23,7} φθάνει τη μέγιστη ισχύ των 50.1 kW στα 172.535 GHz όταν $V_b = 14.8$ kV και οι αντίστοιχες ωμικές φορτίσεις είναι $\rho_{peak,out} = 0.14$ kW/cm² και $\rho_{peak,in} = 0.33$ kW/cm². Παρατηρούμε ότι επειδή το εσωτερικό στέλεχος είναι περιορισμένης αγωγιμότητας, η ωμική φόρτισή του λόγω της προσωρινής διέγερσης του ανταγωνιστικού ρυθμού TE_{23,7} κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου υπερβαίνει το όριο 0.1 kW/cm² που θέσαμε για λειτουργία συνεχούς κύματος. Σε αντίθεση λοιπόν με την περίπτωση της προηγούμενης παραγράφου, στις παρούσες σχεδιάσεις πρέπει να ληφθεί υπόψη αυτή η υπέρβαση και να εκτιμηθεί το κατά πόσο είναι ανεκτή. Σημειώνουμε πάντως ότι αν θεωρήσουμε σαν τυπικό χρόνο εκκίνησης συνεχούς λειτουργίας τα 100 μs [58], η διέγερση του TE_{23,7} θα διαρκέσει περίπου 15 μs, που είναι τελικά ένα μικρό χρονικό διάστημα.

6.2.3 Πρόταση πειράματος για τη διέγερση ρυθμού υψηλής τάξης στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας

Οι ρεαλιστικές σχεδιάσεις των προηγούμενων παραγράφων δείχνουν ότι τα ομοαξονικά γυροτρόνια είναι ικανά για υποχιλιοστομετρική λειτουργία συνεχούς κύματος υψηλής ισχύος (~ 100 kW) στη 2^η αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας με εγκάρσια απόδοση $\eta_{\perp} > 40\%$. Το κλειδί για αυτές τις αξιοσημείωτες επιδόσεις είναι η λειτουργία σε ρυθμό υψηλής τάξης (ιδιοτιμή ~ 100), η οποία γίνεται εφικτή λόγω της αραίωσης του φάσματος των ανταγωνιστικών ρυθμών που μπορεί να επιτύχει μια ομοαξονική κοιλότητα αλληλεπίδρασης. Μέχρι σήμερα δεν έχει επιδειχθεί πειραματικά η διέγερση ρυθμού τόσο υψηλής τάξης στη δεύτερη αρμονική σε ομοαξονικό γυροτρόνιο. Στην παράγραφο αυτή προτείνουμε ένα σχετικό πείραμα βασιζόμενοι στο ομοαξονικό γυροτρόνιο 170 GHz-2 MW για το ITER, το οποίο δοκιμάζεται στο Ερευνητικό Κέντρο Καρλσρούης (FZK) [45], [21]. Ο κύριος στόχος είναι η πραγματοποίηση του πειράματος με όσο το δυνατό λιγότερες τροποποιήσεις της υπάρχουσας πειραματικής διάταξης, ώστε να ελαχιστοποιηθεί το κόστος του.

Η ομοαξονική κοιλότητα και οι τιμές λειτουργίας του γυροτρονίου για το ITER [105] έχουν ήδη παρουσιαστεί στους πίνακες 4.1 και 4.2 αντίστοιχα. Εκεί είναι $B_0 = B_0^I = 6.86$ T, $V_b = V_b^I = 90$ kV και $I_b = I_b^I = 80$ A. Το παράθυρο εξόδου των μικροκυμάτων έχει βελτιστοποιηθεί για τη συχνότητα λειτουργίας των 170 GHz. Καλό είναι λοιπόν να περιοριστούμε και εμείς σε συχνότητες κοντά στα 170 GHz. Επίσης η οπτική διάταξη του διαχωριστή (μετατροπέας δακτυλιοειδούς μικροκυματικής δέσμης σε γκουσιανή και διορθωτικά κάτοπτρα) έχουν σχεδιαστεί για το ρυθμό λειτουργίας TE_{34,19}, ο οποίος έχει καυστική ακτίνα 9.55 mm. Αντιλαμβανόμαστε έτσι ότι πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ως ρυθμό λειτουργίας τον TE_{34,19} (ιδιοτιμή 105.2) ή έστω κάποιον ρυθμό με παραπλήσια καυστική ακτίνα και ιδιοτιμή. Σε κάθε περίπτωση η ακτίνα της ηλεκτρονικής δέσμης θα είναι $R_e \approx 10$ mm, αφού 10 mm είναι η ακτίνα δέσμης στο γυροτρόνιο του ITER. Με δεδομένο ότι θα χρησιμοποιήσουμε και την ίδια κάθοδο, η μαγνητική συμπίεση επίσης θα παραμείνει περίπου η ίδια.

Το μαγνητικό πεδίο του γυροτρονίου για το ITER είναι 6.86 T και η αλληλεπίδραση δέσμης-πεδίου γίνεται στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα. Συνεπώς για να έχουμε παραγωγή ακτινοβολίας περίπου 170 GHz με αλληλεπίδραση δεύτερης αρμονικής θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε περίπου το μισό μαγνητικό πεδίο. Αυτή η διαφοροποίηση στο μαγνητικό πεδίο όμως πρέπει να συνοδευτεί από κατάλληλες αλλαγές στη διαφορά δυναμικού ανόδου-καθόδου και στο ρεύμα της δέσμης. Με δεδομένο ότι στο γυροτρόνιο για το ITER έχουμε λόγο ταχυτήτων $\alpha = 1.3$, καταλαβαίνουμε ότι μεγαλύτερες τιμές του α δεν είναι εφικτές στην υπό συζήτηση πειραματική διάταξη. Άρα ουσιαστικά θέλουμε να διατηρήσουμε την τιμή $\alpha = 1.3$ έχοντας την ίδια μαγνητική συμπίεση αλλά χρησιμοποιώντας το μισό μαγνητικό πεδίο. Σύμφωνα με τα [112], [113] οι τροχιές των ηλεκτρονίων από την κάθοδο στην κοιλότητα και ο λόγος ταχυτήτων στη είσοδο της κοιλότητας διατηρούνται για τους συνδυασμούς τιμών (B_0^I, V_c^I, I_b^I) και (B_0^E, V_c^E, I_b^E) όταν ισχύει η κλίμακα

$$B_0^E = kB_0^I, V_c^E = k^2V_c^I, I_b^E = k^3I_b^I \quad (6.2.2)$$

Επειδή στο γυροτρόνιο για το ITER είναι $V_c = V_c^I = 93$ kV, θέτοντας $k = 1/2$ προκύπτει ότι στο πείραμα δεύτερης αρμονικής θα πρέπει να έχουμε $B_0^E \approx 3.4$ T, $V_c^E \approx 23$ kV και

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.7

Τιμές Λειτουργίας του Γυροτρονίου για το ITER
και της Σχετικής Πειραματικής Διάταξης για Διέγερση 2^{ης} Αρμονικής

	ITER	Πειραματική Διάταξη
Ρυθμός λειτουργίας	TE _{34,19}	TE _{34,19} (ή άλλος με παραπλήσιο R_c)
Ιδιοτιμή	105.2	~ 105
Αρμονικός αριθμός s_n	1	2
Συχνότητα λειτουργίας f	170 GHz	~ 170 GHz
Μόνιμο μαγνητικό πεδίο B_0	6.86 T	~ 3.4 T
Τάση λειτουργίας V_b	90 kV	~ 45 kV
Ρεύμα λειτουργίας I_b	80 A	< 28 A
Ακτίνα ηλεκτρονικής δέσμης R_e	10 mm	9.5 mm – 10.5 mm
Λόγος ταχυτήτων ηλεκτρονίου α	1.3	~ 1.3

$I_b^E \approx 10$ A. Δυστυχώς όμως, όπως θα φανεί στη συνέχεια, αυτή η τιμή του ρεύματος είναι πολύ χαμηλή για τη διέγερση ρυθμού στη δεύτερη αρμονική σε αυτό το γυροτρόνιο. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι το ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης του ρυθμού λειτουργίας TE_{34,19} για αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής στο γυροτρόνιο για το ITER είναι 10 A (σχήμα 4.4).

Μετά από τα παραπάνω βλέπουμε ότι δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την υπάρχουσα δίοδο πηγή ηλεκτρονικής δέσμης για το πείραμα 2^{ης} αρμονικής. Η ευκολότερη τροποποίηση της δόδου είναι η αντικατάσταση της ανόδου. Μια συμβιβαστική λύση είναι να επιδιώξουμε λειτουργία σε τάση $V_b^E = 45$ kV, που είναι η μισή από την τάση λειτουργίας του γυροτρονίου για το ITER, ώστε να ακολουθήσουμε ως ένα βαθμό τη μείωση του μαγνητικού πεδίου. Επειδή σύμφωνα με την (5.3.33) η πυκνότητα ρεύματος περιορισμού χωρικού φορτίου J_{sc} είναι ανάλογη του $V_c^{3/2}$, συνάγουμε ότι για $V_c^E \cong 46$ kV ($\cong V_c^1/2$) πρέπει να είναι $I_b^E < (1/2)^{3/2} I_b^1 \cong 28$ A ώστε ο λόγος J_{em}/J_{sc} να μην υπερβεί την τιμή που έχει στο γυροτρόνιο για το ITER. Σε ότι αφορά το λόγο ταχυτήτων α , συνδυάζοντας τις (5.3.18) και (5.3.19) έχουμε

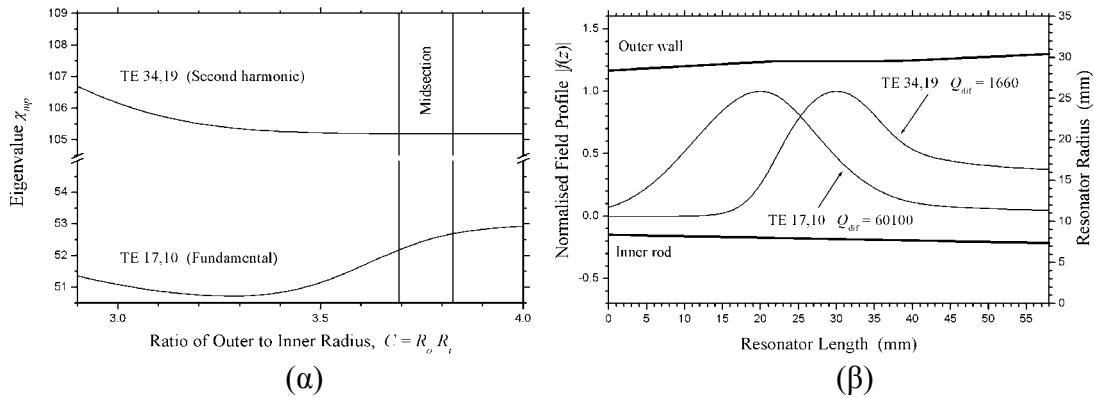
$$\gamma_{in} \beta_{\perp lin} \cong \frac{V_c}{cB_0} A_g \quad (6.2.3)$$

όπου

$$A_g \cong \frac{b_c^{3/2} \cos^2 \theta_c}{R_{em} \ln(1 + d_{ac} \cos \theta_c / R_{em})} \quad (6.2.4)$$

Η τιμή του A_g στο γυροτρόνιο για το ITER είναι $A_g^1 \cong 10.9$ mm⁻¹. Για να διατηρήσουμε το λόγο ταχυτήτων $\alpha = 1.3$ όταν $B_0 \cong B_0^1/2$, $V_c \cong V_c^1/2$ και $V_b = 45$ kV, θα πρέπει να είναι $A_g^E \cong 7.5$ mm⁻¹. Η νέα τιμή του A_g θα προκύψει με επανασχεδιασμό και αντικατάσταση της ανόδου (αύξηση του d_{ac} κατά ~ 30 %).

Στον πίνακα 6.7 συνοψίζουμε τις παραμέτρους λειτουργίας της πειραματικής διάταξης για τη διέγερση 2^{ης} αρμονικής. Θα εξετάσουμε τώρα διάφορες περιπτώσεις

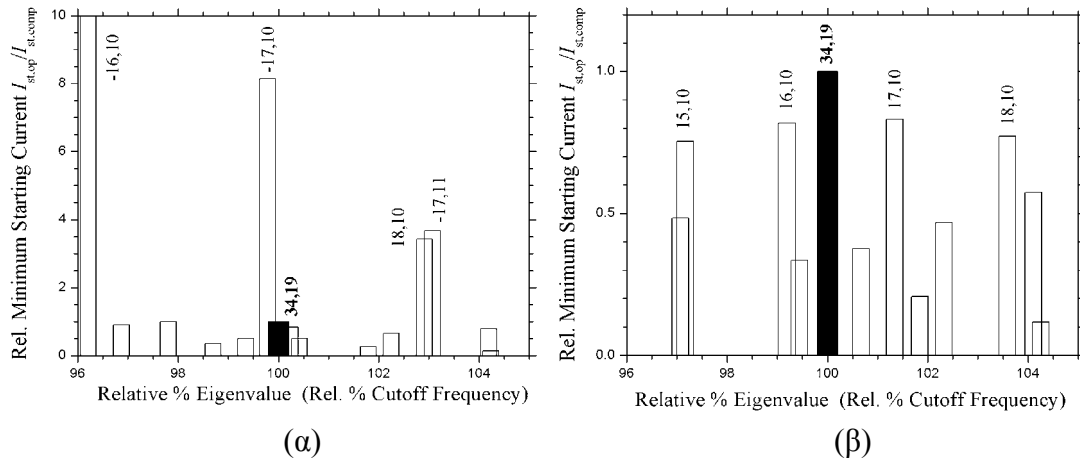


Σχήμα 6.13: (α) Οι καμπύλες ιδιοτιμής των ρυθμών $TE_{34,19}$ και $TE_{17,10}$ στην κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER (βλ. πίνακα 6.8). Οι κάθετες γραμμές δείχνουν τις τιμές του λόγου C που απαντώνται στο μεσαίο τμήμα της κοιλότητας. (β) Το μέτρο της συνάρτησης αξονικού προφίλ $f(z)$ και ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας των ρυθμών $TE_{34,19}$ και $TE_{17,10}$ στην κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER, όπως προκύπτουν από τη λύση του συστήματος (2.2.23)-(2.2.26) με τον κώδικα *COLDC*. Η μεγάλη τιμή του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας του ρυθμού $TE_{17,10}$ οφείλεται στην έντονη θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής του στο μεσαίο τμήμα.

πειράματος. Σημειώνουμε ότι η πρώτη προτεραιότητα εδώ είναι η διέγερση ρυθμού υψηλής τάξης στη 2^η αρμονική και όχι π. χ. η υψηλή απόδοση ή η λειτουργία συνεχούς κύματος.

- Υπάρχουσα κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER

Θα ήταν ελκυστικό, αλλάζοντας μόνο τις τιμές των παραμέτρων λειτουργίας σύμφωνα με τον πίνακα 6.7, να διεγείρουμε το ρυθμό $TE_{34,19}$ με αλληλεπίδραση στη δεύτερη αρμονική μέσα στην υπάρχουσα ομοαξονική κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER. Το βάθος ρυτιδώσεων $d = 0.44$ mm αντιστοιχεί σε λόγο $d/\lambda_{co} = 0.25$ για τον $TE_{34,19}$, οπότε η καμπύλη ιδιοτιμής του είναι μονότονη με αρνητική κλίση. Για τους ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής είναι $d/\lambda_{co} \cong 0.125$, που συνεπάγεται μη μονότονες καμπύλες ιδιοτιμής με έντονη θετική κλίση. Επειδή το ομοαξονικό στέλεχος είναι μειούμενης ακτίνας, υπάρχει ο κίνδυνος κάποιος ανταγωνιστής θεμελιώδους κυκλοτρονικής να εμφανίζει αυξημένο περιθλαστικό συντελεστή ποιότητας αν το C_0 της κοιλότητας αντιστοιχεί στην περιοχή θετικής κλίσης της καμπύλης ιδιοτιμής του. Αυτό πράγματι συμβαίνει για το ρυθμό $TE_{17,10}$ (σχήμα 6.13), ο οποίος έτσι αναμένεται να έχει χαμηλό ρεύμα εκκίνησης. Για να δούμε αν τελικά είναι εφικτή η διέγερση του $TE_{34,19}$ στη δεύτερη αρμονική, υπολογίσαμε τα σχετικά ελάχιστα ρεύματα εκκίνησης των ανταγωνιστών θεμελιώδους κυκλοτρονικής από την (3.3.22) για τις παραμέτρους λειτουργίας του πίνακα 6.7. Έγινε χρήση της (2.4.10) θέτοντας $Q_{\text{dif,reg}} = 1680$ για τον $TE_{34,19}$ και $Q_{\text{dif,reg}} = 420$ για τους ανταγωνιστές θεμελιώδους κυκλοτρονικής. Επίσης θέσαμε $R_e = 9.72$ mm διότι αυτή είναι η ακτίνα της ηλεκτρονικής δέσμης που μεγιστοποιεί το συντελεστή σύζευξης δέσμης-ρυθμού του $TE_{34,19}$ για αλληλεπίδραση στη 2^η αρμονική. Το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών φαίνεται στο σχήμα 6.14α. Δυστυχώς σύμφωνα με το σχήμα είναι σίγουρο ότι ο ρυθμός $TE_{34,19}$ θα καταπιεστεί από τον $TE_{17,10}$. Επειδή η κατάσταση είναι εξαιρετικά δυσμενής για τον $TE_{34,19}$, δεν αναμένεται να βελτιωθεί στον απαιτούμενο βαθμό με την εναλλακτική χρήση κάποιου άλλου ρυθμού λειτουργίας παραπλήσιας καυστικής ακτίνας και ιδιοτιμής. Καταλαβαίνουμε έτσι ότι η κοιλότητα αλληλεπίδρασης πρέπει να τροποποιηθεί ώστε να



Σχήμα 6.14: Το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών θεμελιώδους κυκλοτρονικής συχνότητας όταν επιδιώκεται λειτουργία στη δεύτερη αρμονική με ρυθμό λειτουργίας τον TE_{34,19}. Η θέση των ράβδων στον οριζόντιο άξονα εκφράζει την κανονικοποιημένη σχετική ιδιοτιμή $2\chi_{mp}/\chi_{34,19} \times 100\%$ που ισούται με την κανονικοποιημένη σχετική συχνότητα αποκοπής. Για κάθε ρυθμό εικονίζεται εκείνη η περιστροφή από τις δύο που έχει το μεγαλύτερο συντελεστή σύζευξης. (α) Κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER. Είναι φανερό ότι ο TE_{34,19} θα καταπιεστεί από τον TE_{17,10}. (β) Κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER με διαφορετικό εσωτερικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας με τιμές $R_{i,0} = 8.57$ mm, $\theta_{in} = 1.0^\circ$, $N = 75$, $l/s = 0.5$ και $d = 0.71$ mm ($d/\lambda_{co} = 0.4$).

ελαττωθεί το ρεύμα εκκίνησης του TE_{34,19} σε σχέση με αυτό των ανταγωνιστών θεμελιώδους κυκλοτρονικής.

- *Κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER με διαφορετικό εσωτερικό στέλεχος*

Η απλούστερη τροποποίηση της ομοαξονικής κοιλότητας είναι η αντικατάσταση του εσωτερικού στελέχους. Θα σχεδιάσουμε ένα νέο στέλεχος βασιζόμενοι στα συμπεράσματα της §6.1.3. Το στέλεχος θα είναι υψηλής αγωγιμότητας, διότι δεν υπάρχει ακόμη εμπειρία στη χρήση υλικών περιορισμένης αγωγιμότητας. Σύμφωνα λοιπόν με την §6.1.3, για λειτουργία 2^{ης} αρμονικής το στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας πρέπει να είναι μειούμενης ακτίνας. Ξεκινάμε από βάθος ρυτιδώσεων $d/\lambda_{co} = 0.4$ για το ρυθμό λειτουργίας ($d = 0.71$ mm), διότι αυτή η επιλογή βάθους ρυτιδώσεως πλεονεκτεί γενικά σε ό,τι αφορά την ισχυροποίηση του ρυθμού λειτουργίας ως προς τους πιθανούς ανταγωνιστές 2^{ης} αρμονικής. Επιλέγουμε το λόγο C_0 της κοιλότητας έτσι ώστε να αντιστοιχεί στη μέγιστη θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής του TE_{34,19}, οπότε προκύπτει η τιμή $R_{i,0} = 8.57$ mm. Τα σχετικά ελάχιστα ρεύματα εκκίνησης των ανταγωνιστών θεμελιώδους κυκλοτρονικής για αυτήν την περίπτωση παρουσιάζονται στο σχήμα 6.14β. Ο υπολογισμός έγινε από την (3.3.22) όπως προηγουμένως αλλά με $R_e = 9.71$ mm. Η επίδραση του κατάλληλου εσωτερικού στελέχους είναι καταλυτική, όπως προκύπτει από τη σύγκριση των σχημάτων 6.14α και 6.14β.

Παρόλη όμως την ευνοϊκή εικόνα του σχήματος 6.14β δεν μπορούμε να διεγείρουμε το ρυθμό TE_{34,19} στη δεύτερη αρμονική. Ο λόγος είναι ότι το ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης του, όπως προκύπτει από την (3.3.19), είναι πάνω από 50 A και τέτοιο ρεύμα δεν είναι διαθέσιμο στη διάταξη του πίνακα 6.7. Αυτό συμβαίνει επειδή σύμφωνα με την (3.3.19) το ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης είναι ανάλογο της συνάρτησης F_G , η οποία αυξάνει έντονα όσο μικραίνει η παράμετρος μ/s_n . Για τη λειτουργία θεμελιώδους κυκλοτρονικής στο γυροτρόνιο του ITER είναι $\mu/s_n \cong 15.4$, ενώ για λειτουργία 2^{ης}

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.8

Γεωμετρία της Ομοαξονικής Κοιλότητας του Γυροτρονίου για το ITER
και των Τροποποιημένων Κοιλοτήτων Α και Β

	<i>ITER</i>	<i>A</i>	<i>B</i>
Μήκος τμήματος αποκοπής L_1 (mm)	22.00		
Μήκος μεσαίου τμήματος L_2 (mm)	16.00	24.00	
Μήκος τμήματος εξόδου L_3 (mm)	20.00	12.00	
Ακτίνα εξωτερικού τοιχώματος $R_{o,0}$ (mm)	29.55		
Κλίση τμήματος αποκοπής θ_1	3.0°		
Κλίση τμήματος εξόδου θ_3	2.5°		
Παραβ. λείανση εξ. τοιχώματος μεταξύ L_1, L_2 (mm)	4.00		
Παραβ. λείανση εξ. τοιχώματος μεταξύ L_2, L_3 (mm)	4.00		
Ακτίνα εσωτερικού αγωγού $R_{i,0}$ (mm)	7.86	9.06	8.79
Κλίση εσωτερικού αγωγού θ_{in} (μειούμενη ακτίνα)*	1.0°		
Αγωγιμότητα εξωτερικού τοιχώματος σ_{out} ** (S/m)	5.7×10^7		
Αγωγιμότητα εσωτερικού αγωγού σ_{in} ** (S/m)	5.7×10^7		
<i>Παράμετροι Ρυτίδωσης</i>			
Αριθμός ρυτιδώσεων εσωτερικού αγωγού N	75		
Περίοδος ρυτιδώσεων s *** (mm)	0.66	0.76	0.74
Λόγος εύρους σχισμής προς περίοδο ρυτιδώσης l/s	0.52	0.50	
Βάθος ρυτιδώσεων d στο μεσαίο τμήμα (mm)	0.44	0.88	0.70

* Στις κοιλότητες *ITER* και *A* η κλίση συνεχίζεται και στο τμήμα αποκοπής

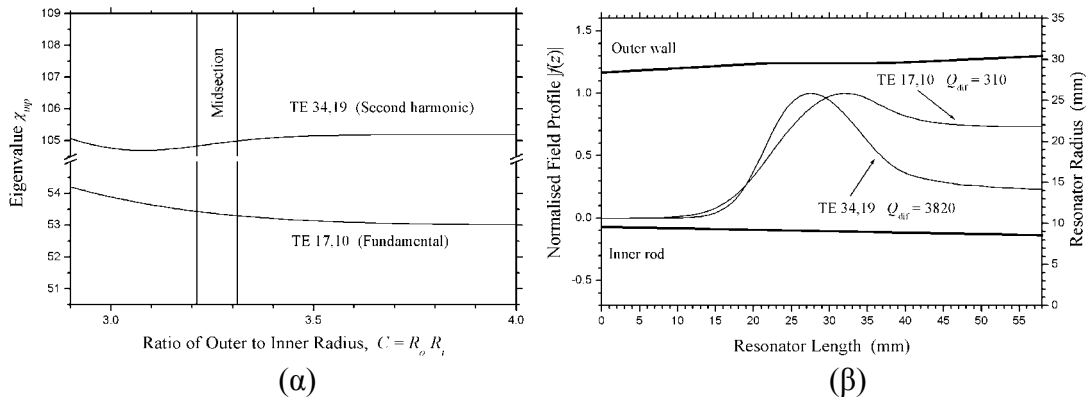
** Χαλκός σε θερμοκρασία 20°C

*** Στο μέσο του μεσαίου τμήματος

αρμονικής στην κοιλότητα του σχήματος 6.14β είναι $\mu/s_n \cong 5.8^{(*)}$. Προφανώς η κατάσταση θα είναι ανάλογη και για κάθε άλλο ρυθμό που έχει παραπλήσια καυστική ακτίνα και ιδιοτιμή με τον $TE_{34,19}$.

Για να επιτευχθεί έτσι η διέγερση του $TE_{34,19}$, θα πρέπει να ελαττώσουμε περαιτέρω το ρεύμα εκκίνησής του με αύξηση του συντελεστή ποιότητάς του. Για αυτό καταφεύγουμε σε βάθος ρυτιδώσης $d/\lambda_{co} = 0.5$ (δηλαδή σε $d = 0.88$ mm), το οποίο συνεπάγεται εντονότερη θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής άρα και δυνατότητα μεγαλύτερης αύξησης του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας. Η επιλογή του C_0 της κοιλότητας ώστε να αντιστοιχεί στη μέγιστη θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής του $TE_{34,19}$ οδηγεί τώρα σε $R_{i,0} = 9.06$ mm. Η προκύπτουσα κοιλότητα περιγράφεται στον πίνακα 6.8 ως κοιλότητα Α. Στο σχήμα 6.15 δίνουμε ενδεικτικά τις καμπύλες ιδιοτιμής και τα αξονικά προφίλ των ρυθμών $TE_{34,19}$ και $TE_{17,10}$. Η σύγκριση των σχημάτων 6.15 και 6.13 αποδεικνύει τη μεγάλη συμβολή του κατάλληλα σχεδιασμένου ομοαξονικού στελέχους στη υποστήριξη του ρυθμού λειτουργίας $TE_{34,19}$ έναντι του ανταγωνιστή 1^{ης} αρμονικής $TE_{17,10}$.

(*) Η πτώση της τιμής του μ/s_n οφείλεται μεν κυρίως στην αλληλεπίδραση 2^{ης} αρμονικής, αλλά παίζει κάποιο ρόλο και η λειτουργία σε μικρότερη τάση που οδηγεί σε μικρότερη εγκάρσια ταχύτητα $\beta_{\perp in}$.

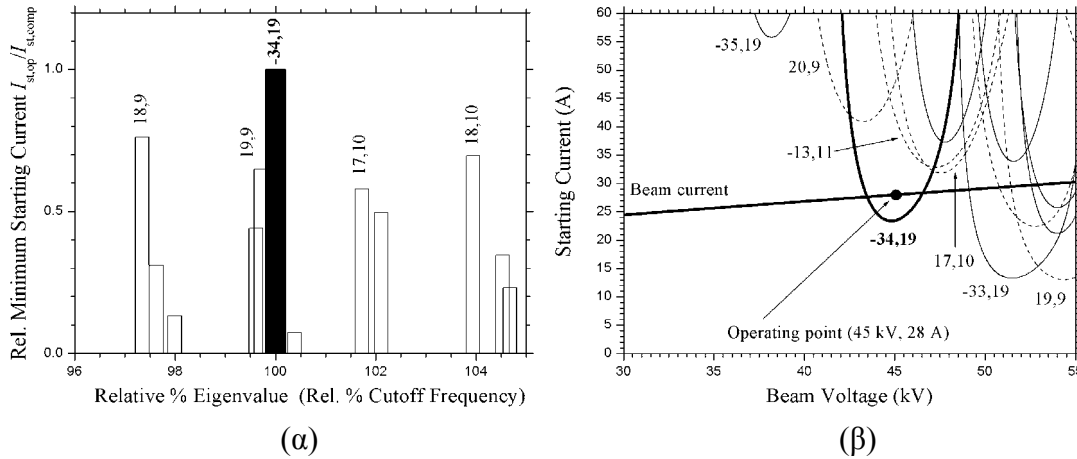


Σχήμα 6.15: (α) Οι καμπύλες ιδιοτιμής των ρυθμών $TE_{34,19}$ και $TE_{17,10}$ στην κοιλότητα A του πίνακα 6.8. Οι κάθετες γραμμές δείχνουν τις τιμές του λόγου C που απαντώνται στο μεσαίο τμήμα της κοιλότητας. (β) Το μέτρο της συνάρτησης αξονικού προφίλ $f(z)$ και ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας των ρυθμών $TE_{34,19}$ και $TE_{17,10}$ στην κοιλότητα A του πίνακα 6.8, όπως προκύπτουν από τη λύση του συστήματος (2.2.23)-(2.2.26) με τον κώδικα COLDC.

Το φάσμα των ανταγωνιστών θεμελιώδους κυκλοτρονικής στην κοιλότητα A φαίνεται στο σχήμα 6.16α. Χρησιμοποιήσαμε τον ρυθμό $TE_{-34,19}$, ο οποίος είναι αντιπεριστρεφόμενος και απαιτεί ακτίνα δέσμης $R_e = 10.64$ mm, επειδή η ακτίνα $R_e = 9.5$ mm που απαιτεί ο συμπεριστρεφόμενος $TE_{34,19}$ είναι πολύ κοντά στην επιφάνεια του εσωτερικού αγωγού^(*). Όπως αναμενόταν, η κατάσταση για το ρυθμό λειτουργίας στο σχήμα 6.16α είναι εξίσου καλή με αυτήν του σχήματος 6.14β. Τώρα όμως το ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης του $TE_{-34,19}$ είναι τέτοιο που αυτός μπορεί να διεγερθεί στη δεύτερη αρμονική. Αυτό φαίνεται στο σχήμα 6.16β όπου παρουσιάζονται τα ακριβή ρεύματα εκκίνησης (3.3.14) των ρυθμών της κοιλότητας A. Η γραμμή του ρεύματος δέσμης αντιστοιχεί στο σημείο λειτουργίας μέγιστου επιτρεπτού ρεύματος ($V_b = 45$ kV, $I_b = 28$ A). Για τους υπολογισμούς χρησιμοποιήθηκαν ως συνήθως τα αξονικά προφίλ ψυχρής κοιλότητας, ενώ τέθηκε $B_0 = 3.243$ T. Η τιμή αυτή του μαγνητικού πεδίου μεγιστοποιεί την απόδοση στο σημείο λειτουργίας 45 kV, 28 A σύμφωνα με τις μονορρυθμικές προσομοιώσεις μόνιμης κατάστασης. Κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου περιμένουμε διέγερση μόνο του ρυθμό λειτουργίας όταν $V_b \cong 43.5$ kV. Ουσιαστικά δεν τίθεται θέμα ανταγωνισμού των ρυθμών. Το σημείο λειτουργίας βρίσκεται μέσα στην περιοχή μαλακής διέγερσης του $TE_{-34,19}$ και κοντά στην ελάχιστη τιμή του ρεύματος εκκίνησης, οπότε η εγκάρσια απόδοση θα είναι αρκετά χαμηλή. Πράγματι οι προσομοιώσεις ιδανικής δέσμης με χρήση του αξονικού προφίλ ψυχρής κοιλότητας δίνουν $\eta_{\perp} = 5.3$ %.

Η επίδοση της πειραματικής διάταξης με την κοιλότητα A, όπως προβλέπεται από τις παραπάνω προσομοιώσεις, συνοψίζεται στην πρώτη στήλη του πίνακα 6.9. Περιμένουμε ισχύ εξόδου ~ 40 kW στα 169.57 GHz με ολική απόδοση 3 %, η οποία είναι βέβαια πολύ μικρή. Αυτό όμως δεν έχει ιδιαίτερη σημασία επειδή προτεραιότητα του πειράματος αποτελεί η διέγερση ρυθμού υψηλής τάξης στη δεύτερη αρμονική και όχι η υψηλή απόδοση. Η απαιτούμενη ακτίνα δέσμης είναι λίγο μεγαλύτερη από τις τιμές του πίνακα 6.7. Για αυτό το λόγο έγιναν και προσομοιώσεις με $R_e = 10.5$ mm, οι οποίες έδειξαν ότι οι επιδόσεις παραμένουν περίπου οι ίδιες με την περίπτωση $R_e = 10.64$ mm.

(*) Παρόλο που η οπτική διάταξη του διαχωριστή έχει σχεδιαστεί για το συμπεριστρεφόμενο ρυθμό $TE_{34,19}$, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον αντιπεριστρεφόμενο $TE_{-34,19}$ αρκεί να αντιστρέψουμε την πολικότητα του μαγνητικού πεδίου B_0 .



Σχήμα 6.16: (α) Το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών θεμελιώδους κυκλοτρονικής συχνότητας στην κοιλότητα A του πίνακα 6.8 με ρυθμό λειτουργίας τον $TE_{-34,19}$. Η θέση των ράβδων στον οριζόντιο άξονα εκφράζει την κανονικοποιημένη σχετική ιδιοτιμή $2\chi_{mp}/\chi_{34,19} \times 100\%$ που ισούται με την κανονικοποιημένη σχετική συχνότητα αποκοπής. Για κάθε ρυθμό εικονίζεται εκείνη η περιστροφή από τις δύο που έχει το μεγαλύτερο συντελεστή σύζευξης.

(β) Τα ρεύματα εκκίνησης των ανταγωνιστικών ρυθμών στην κοιλότητα A του πίνακα 6.8 με $B_0 = 3.243$ T, όπως προκύπτουν από την (3.3.14). Οι συνεχείς (διακεκομμένες) καμπύλες δηλώνουν ρυθμούς που αλληλεπιδρούν στη δεύτερη (πρώτη) αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Φαίνεται επίσης και η καμπύλη του ρεύματος δέσμης, όπως προκύπτει από την (3.2.14) για ρεύμα λειτουργίας 28 A. Ο ρυθμός λειτουργίας $TE_{-34,19}$ θα είναι ο μόνος που θα διεγερθεί κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου.

Επειδή η ωμική φόρτιση του εσωτερικού αγωγού είναι διπλάσια από το όριο συνεχούς κύματος, το πείραμα πρέπει να γίνει με παλμική λειτουργία του γυροτρονίου. Η υψηλή φόρτιση του εσωτερικού στελέχους είναι συνέπεια της τοποθέτησης του λόγου C_0 της κοιλότητας στην έντονη θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής για $d/\lambda_{co} = 0.5$ (σχήμα 6.15). Είδαμε στην προηγούμενη ενότητα ότι μια τέτοια γεωμετρία δεν είναι η πλέον κατάλληλη για αποδοτική CW λειτουργία ισχύος. Παρόλα αυτά, χρησιμοποιώντας χαμηλότερο ρεύμα δέσμης και συμβιβαζόμενοι σε χαμηλότερη ισχύ και απόδοση, μπορούμε να εκτελέσουμε το πείραμα με λειτουργία συνεχούς κύματος. Οι παράμετροι λειτουργίας και η προβλεπόμενη επίδοση αυτού του πειράματος παρουσιάζονται στη δεύτερη στήλη του πίνακα 6.9.

Η πειραματική διάταξη με την κοιλότητα A (κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER με αντικατεστημένο εσωτερικό στέλεχος) φαίνεται επιτυχημένη ως προς τη διέγερση ρυθμού ιδιοτιμής ~ 105 στη δεύτερη αρμονική, αλλά χαρακτηρίζεται από πολύ χαμηλή απόδοση. Αυτό οφείλεται αφενός στο ότι το κανονικοποιημένο πλάτος πεδίου F παίρνει πολύ μικρές τιμές (< 0.015) και αφετέρου στο ότι το κανονικοποιημένο μήκος αλληλεπίδρασης μ είναι και αυτό σχετικά μικρό (~ 12). Σύμφωνα με το σχήμα 5.1β, για την αύξηση της απόδοσης αλληλεπίδρασης θα πρέπει να μεγαλώσει το F ή/και το μ . Το F^2 είναι ανάλογο της ενέργειας του ρυθμού λειτουργίας στην κοιλότητα, δηλαδή ανάλογο του γινομένου $Q_{\text{tot}}(P_{\text{out}} + P_{\text{ohm}})$. Με δεδομένο ότι στην προκειμένη περίπτωση η παραγόμενη Η/Μ ισχύς περιορίζεται από την ισχύ $V_b I_b$ της δέσμης, το F μπορεί να αυξηθεί μόνο με την αύξηση του συντελεστή ποιότητας του ρυθμού. Μια τέτοια αύξηση είναι δυνατή με τη χρήση εσωτερικού στελέχους με ρυτιδώσεις βάθους $d/\lambda_{co} = 0.55$ ή και $d/\lambda_{co} = 0.6$ για το ρυθμό λειτουργίας, οι οποίες οδηγούν σε καμπύλη ιδιοτιμής με ακόμη μεγαλύτερη θετική κλίση. Άρα ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας του ρυθμού μπορεί να αυξηθεί ακόμη περισσότερο θέτοντας το C_0 της κοιλότητας στην περιοχή

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.9

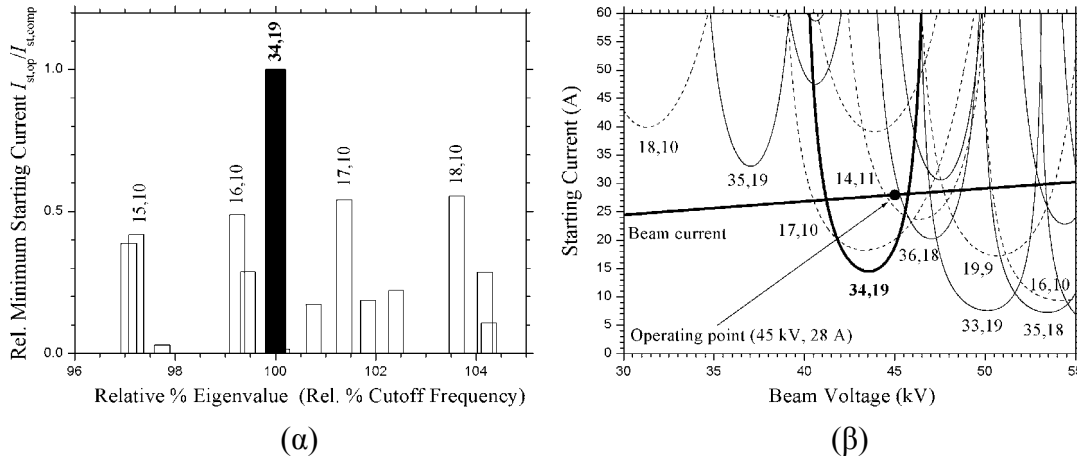
Παράμετροι Λειτουργίας και Προβλεπόμενη Επίδοση με Ιδανική Δέσμη των Πειραματικών Διατάξεων με τις Κοιλότητες A και B του Πίνακα 6.8

	Κοιλότητα A		Κοιλότητα B
	Μέγιστο Ρεύμα I_b	CW	CW
Ρυθμός λειτουργίας	TE _{-34,19}		TE _{+35,19}
Μόνιμο μαγνητικό πεδίο B_0	3.243 T	3.245 T	3.291 T
Τάση λειτουργίας V_b	45 kV		
Διαφορά δυναμικού ανόδου-καθόδου V_c	45.91 kV	45.84 kV	45.67 kV
Ρεύμα λειτουργίας I_b	28 A	25.8 A	28 A
Οριακό ρεύμα I_L	212 A	211 A	283 A
<i>Χαρακτηριστικά Ρυθμού Λειτουργίας</i>			
Ιδιοτιμή στο $C = C_0$	104.916		106.489
Περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας Q_{dif}^*	3820		4740
Ωμικός συντελεστής ποιότητας Q_{ohm}	44500		134600
Συντελεστής ποιότητας Q_{tot}	3520		4580
<i>Παράμετροι Ηλεκτρονικής Δέσμης</i>			
Ακτίνα δέσμης R_e	10.64 mm		9.87 mm
Λόγος ταχυτήτων ηλεκτρονίου α	1.3		
Σχετικιστικός παράγοντας γ_{in}	1.088		
Εγκάρσια ταχύτητα $\beta_{\perp\text{lin}}$	0.312		
Αξονική ταχύτητα $\beta_{\parallel\text{lin}}$	0.240		
Ακτίνα Larmor r_L	0.178 mm		0.176 mm
<i>Προβλεπόμενη Επίδοση με Ιδανική Δέσμη</i>			
Συχνότητα λειτουργίας f	169.57 GHz	169.58 GHz	172.04 GHz
Συνολική ισχύς $P_{\text{out}} + P_{\text{ohm}}$	42.2 kW	24.5 kW	214.1 kW
Ισχύς εξόδου P_{out}	38.9 kW	22.6 kW	206.8 kW
Ισχύς ωμικών απωλειών εξωτ. τοιχώματος	0.8 kW	0.5 kW	6.0 kW
Ισχύς ωμικών απωλειών εσωτ. αγωγού	2.5 kW	1.4 kW	1.3 kW
Ωμική φόρτιση εξωτ. τοιχώματος $\rho_{\text{peak,out}}$	0.03 kW/cm ²	0.02 kW/cm ²	0.2 kW/cm ²
Ωμική φόρτιση εσωτ. αγωγού $\rho_{\text{peak,in}}$	0.2 kW/cm ²	0.1 kW/cm ²	0.1 kW/cm ²
Ηλεκτρονικός βαθμός απόδοσης η_{el}	3.3 %	2.1 %	17.0 %
Εγκάρσια απόδοση η_{\perp}	5.3 %	3.3 %	27.0 %
Ποσοστό ωμικών απωλειών $P_{\text{ohm}}/P_{\text{out}}$	8.5 %		3.5 %
Πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου ΔV^{**}	2.0 %	1.8 %	1.5 %
Ολική απόδοση η_{tot}	3.0 %	1.9 %	16.2 %

Οι τιμές αναφέρονται σε λεία τοιχώματα σε θερμοκρασία δωματίου

* Από τον κώδικα COLDC

** Λαμβάνεται υπόψη ολικό πάχος δέσμης $\Delta R_e \cong 4r_L$



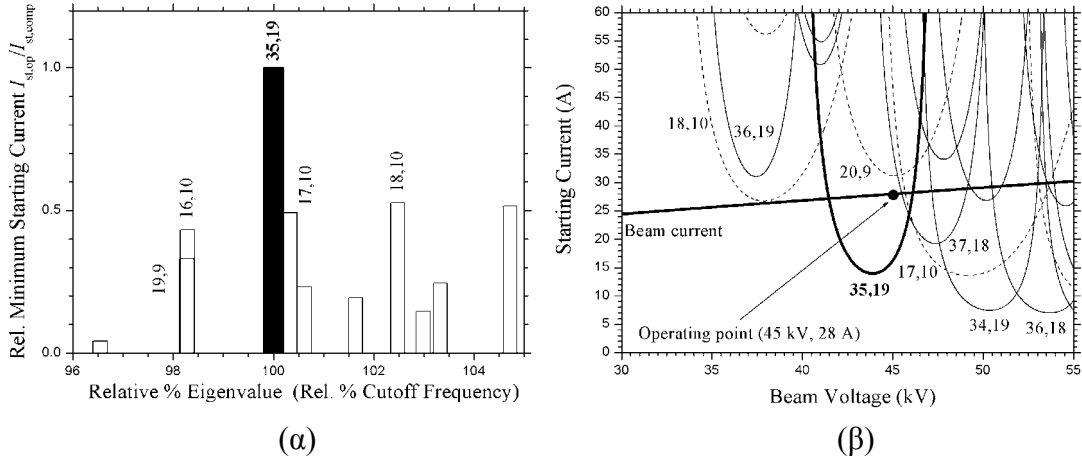
Σχήμα 6.17: (α) Το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών θεμελιώδους κυκλοτρονικής συχνότητας σε κοιλότητα με $R_{i,0} = 8.59$ mm, $d = 0.71$ mm ($d/\lambda_{co} = 0.4$), $s = 0.72$ mm και με τα υπόλοιπα μεγέθη όπως στην κοιλότητα B του πίνακα 6.8. Ο ρυθμός λειτουργίας είναι ο $TE_{34,19}$ και η ακτίνα δέσμης είναι $R_e = 9.71$ mm Η θέση των ράβδων στον οριζόντιο άξονα εκφράζει την κανονικοποιημένη σχετική ιδιοτιμή $2\chi_{mp}/\chi_{34,19} \times 100$ % που ισούται με την κανονικοποιημένη σχετική συχνότητα αποκοπής. Για κάθε ρυθμό εικονίζεται εκείνη η περιστροφή από τις δύο που έχει το μεγαλύτερο συντελεστή σύζευξης.

(β) Τα ρεύματα εκκίνησης των ανταγωνιστικών ρυθμών στην κοιλότητα του (α) με $B_0 = 3.251$ T, όπως προκύπτουν από την (3.3.14). Οι συνεχείς (διακεκομμένες) καμπύλες δηλώνουν ρυθμούς που αλληλεπιδρούν στη δεύτερη (πρώτη) αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Φαίνεται επίσης και η καμπύλη του ρεύματος δέσμης, όπως προκύπτει από την (3.2.14) για ρεύμα λειτουργίας 28 A. Κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου η διέγερση του ρυθμού λειτουργίας $TE_{34,19}$ θα αποτραπεί από τη διέγερση του ανταγωνιστή 1^{ns} αρμονικής $TE_{17,10}$.

έντονης θετικής κλίσης. Καταλαβαίνουμε βέβαια ότι έτσι θα είναι επιτρεπτή μόνο παλμική λειτουργία και επιπλέον οι ωμικές απώλειες στον εσωτερικό αγωγό θα μεγαλώσουν αρκετά, πράγμα που πρέπει να ληφθεί υπόψη στις εκτιμήσεις για την ολική απόδοση. Εναλλακτικά μπορούμε να αυξήσουμε το κανονικοποιημένο μήκος αλληλεπίδρασης μ αυξάνοντας το μήκος του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας. Κάτι τέτοιο βέβαια συνεπάγεται αντικατάσταση όχι μόνο του εσωτερικού στελέχους αλλά όλης της ομοαξονικής κοιλότητας του γυροτρονίου για το ITER. Ακόμη όμως και η συνολική αντικατάσταση της κοιλότητας είναι μια απλή τροποποίηση του γυροτρονίου για αυτό και θα την εξετάσουμε αμέσως μετά.

- *Κοιλότητα του γυροτρονίου για το ITER με διαφορετικό εσωτερικό στέλεχος και μεγαλύτερο μήκος μεσαίου τμήματος*

Με την αντικατάσταση της υπάρχουσας ομοαξονικής κοιλότητας του γυροτρονίου για το ITER με κάποια άλλη που να έχει μεγαλύτερο μήκος μεσαίου τμήματος L_2 , περιμένουμε βελτίωση της απόδοσης στην πειραματική διάταξη διέγερσης ρυθμού 2^{ns} αρμονικής. Δοκιμάζουμε έτσι μια κοιλότητα με $L_2 = 24$ mm (50 % αύξηση του L_2). Για να διευκολύνουμε την αντικατάσταση της κοιλότητας, διατηρούμε την ίδια εξωτερική ακτίνα $R_{o,0} = 29.55$ mm και το ίδιο συνολικό μήκος (58 mm) ελαττώνοντας το μήκος L_3 του τμήματος εξόδου από 20 mm σε 12 mm. Λόγω της αύξησης του μήκους L_2 αυξάνεται και η παράμετρος μ ($\mu \sim 18$ για το ρυθμό λειτουργίας), οπότε γενικά τα ρεύματα εκκίνησης των ρυθμών στην κοιλότητα θα είναι τώρα μικρότερα. Πιθανόν έτσι ο ρυθμός λειτουργίας $TE_{34,19}$ να μη χρειάζεται πια επιπλέον αύξηση του συντελεστή ποιότητας του για να αποκτήσει ρεύμα εκκίνησης μικρότερο από το ρεύμα της δέσμης.



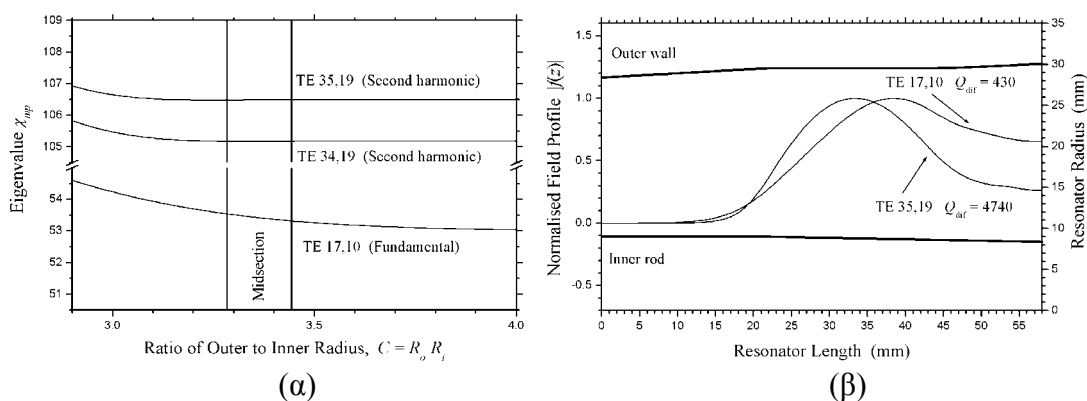
Σχήμα 6.18: (α) Το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών θεμελιώδους κυκλοτρονικής συχνότητας στην κοιλότητα Β του πίνακα 6.8. Ο ρυθμός λειτουργίας είναι ο TE_{35,19} και η ακτίνα δέσμης είναι $R_e = 9.87$ mm Η θέση των ράβδων στον οριζόντιο άξονα εκφράζει την κανονικοποιημένη σχετική ιδιοτιμή $2\chi_{mp}/\chi_{35,19} \times 100\%$ που ισούται με την κανονικοποιημένη σχετική συχνότητα αποκοπής. Για κάθε ρυθμό εικονίζεται εκείνη η περιστροφή από τις δύο που έχει το μεγαλύτερο συντελεστή σύζευξης.

(β) Τα ρεύματα εκκίνησης των ανταγωνιστικών ρυθμών στην κοιλότητα Β του πίνακα 6.8 με $B_0 = 3.291$ T, όπως προκύπτουν από την (3.3.14). Οι συνεχείς (διακεκομμένες) καμπύλες δηλώνουν ρυθμούς που αλληλεπιδρούν στη δεύτερη (πρώτη) αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Φαίνεται επίσης και η καμπύλη του ρεύματος δέσμης, όπως προκύπτει από την (3.2.14) για ρεύμα λειτουργίας 28 A. Ο ρυθμός λειτουργίας TE_{35,19} θα είναι ο μόνος που θα διεγερθεί κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου.

Ξεκινάμε έτσι με εσωτερικό στέλεχος μειούμενης ακτίνας με βάθος ρυτιδώσεων $d/\lambda_{co} = 0.4$ για το ρυθμό λειτουργίας και όχι $d/\lambda_{co} = 0.5$ όπως αναγκαστήκαμε να κάνουμε στην προηγούμενη περίπτωση. Αυτό σημαίνει $d = 0.71$ mm και $R_{i,0} = 8.59$ mm, ώστε το C_0 της κοιλότητας να βρίσκεται στη μέγιστη θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής του TE_{34,19}.

Τα σχετικά ελάχιστα ρεύματα εκκίνησης των ρυθμών θεμελιώδους κυκλοτρονικής σε αυτήν την κοιλότητα δίνονται στο σχήμα 6.17α. Η κατάσταση φαίνεται και πάλι ευνοϊκή για το ρυθμό λειτουργίας. Επιπλέον, τα ακριβή ρεύματα εκκίνησης του σχήματος 6.17β δείχνουν ότι πράγματι το ρεύμα εκκίνησης του ρυθμού λειτουργίας είναι μικρότερο από το διαθέσιμο ρεύμα δέσμης, οπότε δεν χρειάζεται να καταφύγουμε σε μεγαλύτερο βάθος ρυτιδώσης. Δυστυχώς όμως σύμφωνα με το σχήμα 6.17β η σχεδίαση δεν είναι επιτυχημένη για το ρυθμό λειτουργίας TE_{34,19}. Κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου, ο ανταγωνιστής θεμελιώδους κυκλοτρονικής TE_{17,10} θα διεγερθεί πριν από τον TE_{34,19} παρόλο που έχει υψηλότερο ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης, διότι η καμπύλη του ρεύματος εκκίνησης του είναι ευρύτερη από εκείνη του TE_{34,19}^(*). Η διέγερση του TE_{17,10} θα λάβει χώρα όταν $V_b \cong 41$ kV και θα αποτρέψει τη λειτουργία του

(*) Οι ευρύτερες καμπύλες των ρευμάτων εκκίνησης $I_{st}(V_b)$ των ρυθμών 1^{ης} αρμονικής σε σχέση με εκείνες των ρυθμών 2^{ης} αρμονικής είναι ένα φαινόμενο το οποίο εμφανίζεται γενικότερα και επιτείνει τη δυσκολία διέγερσης των τελευταίων. Το φαινόμενο εξηγείται αν παρατηρήσουμε ότι εξαιτίας του εκθετικού στον αριθμητή της έκφρασης (3.3.15) για το ρεύμα εκκίνησης του ρυθμού TE_{*n*}, η μεταβολή της τάσης V_b επηρεάζει το ρεύμα εκκίνησης λόγω κυρίως της μεταβολής που επιφέρει στο γινόμενο $\mu_n \Delta_n$, δηλαδή στην αρχική διαφορά συχνοτήτων του ρυθμού TE_{*n*}. Επειδή $\mu_n \Delta_n = (L_G/v_{||})(\omega_n - s_n \omega_c)$, θα είναι $d(\mu_n \Delta_n)/dV_b = s_n (L_G/v_{||}) d\omega_c/dV_b$, αφού $d\omega_c/dV_b < 0$. Συνεπώς η μεταβολή της ποσότητας $\mu_n \Delta_n$ ενός ρυθμού 2^{ης} αρμονικής εξαιτίας μιας μεταβολής στην τάση της δέσμης είναι διπλάσια από τη μεταβολή της ποσότητας $\mu_n \Delta_n$ ενός ρυθμού 1^{ης} αρμονικής.

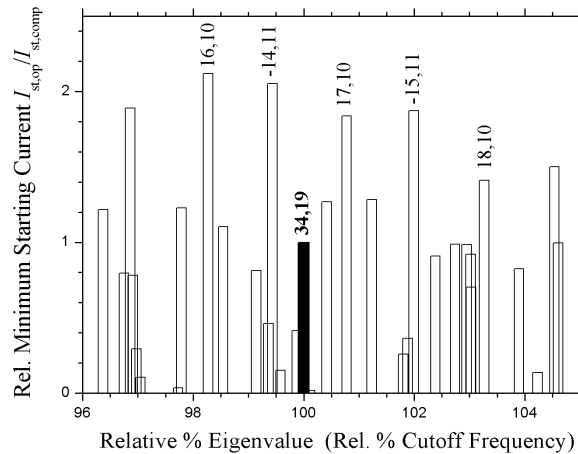


Σχήμα 6.19: (α) Οι καμπύλες ιδιοτιμής των ρυθμών TE_{34,19}, TE_{35,19} και TE_{17,10} στην κοιλότητα Β του πίνακα 6.8. Οι κάθετες γραμμές δείχνουν τις τιμές του λόγου C που απαντώνται στο μεσαίο τμήμα της κοιλότητας. (β) Το μέτρο της συνάρτησης αξονικού προφίλ $f(z)$ και ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας των ρυθμών TE_{35,19} και TE_{17,10} στην κοιλότητα Β του πίνακα 6.8, όπως προκύπτουν από τη λύση του συστήματος (2.2.23)-(2.2.26) με τον κώδικα COLDC.

γυροτρονίου με τον TE_{34,19} στο σημείο λειτουργίας $V_b = 45$ kV. Αντιλαμβανόμαστε έτσι ότι πρέπει να επαναλάβουμε τη σχεδίαση με κάποιον άλλο ρυθμό.

Δοκιμάζοντας ως ρυθμό λειτουργίας τον TE_{35,19} καταλήξαμε στην κοιλότητα Β του πίνακα 6.8 ακολουθώντας το σκεπτικό που εκτέθηκε προηγουμένως. Τόσο η ιδιοτιμή όσο και η καυστική ακτίνα του ρυθμού TE_{35,19} είναι λιγότερο από 2 % μεγαλύτερες από την ιδιοτιμή και την καυστική ακτίνα του ρυθμού TE_{34,19} αντίστοιχα. Τα σχετικά ελάχιστα ρεύματα εκκίνησης των ανταγωνιστών θεμελιώδους κυκλοτρονικής και τα ακριβή ρεύματα εκκίνησης των ρυθμών για την κοιλότητα Β φαίνονται στο σχήμα 6.18. Η σχεδίαση είναι τώρα επιτυχημένη για το ρυθμό TE_{35,19}, ο οποίος θα είναι και ο μόνος ρυθμός που αναμένεται να διεγερθεί κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου χωρίς να παρενοχληθεί από τους TE_{18,10} και TE_{17,10}. Το σημείο λειτουργίας 45 kV, 28 A βρίσκεται στην περιοχή μαλακής διέγερσης του TE_{35,19}, αλλά τώρα το ρεύμα της δέσμης υπερβαίνει σε μεγαλύτερο ποσοστό το ελάχιστο ρεύμα εκκίνησης σε σύγκριση με το σχήμα 6.16β. Περιμένουμε έτσι αυξημένη απόδοση. Πράγματι, η χρήση μακρύτερου μεσαίου τμήματος έχει θεαματική επίδραση στην απόδοση και στην ισχύ εξόδου. Οι προσομοιώσεις με χρήση προφίλ ψυχρής κοιλότητας έδειξαν ότι στο σημείο λειτουργίας ο TE_{35,19} αποδίδει ωφέλιμη ισχύ $P_{out} > 200$ kW στα 172.04 GHz με εγκάρσια απόδοση $\eta_{\perp} = 27$ % και ολική απόδοση μεγαλύτερη του 16 %. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων παρουσιάζονται στη τελευταία στήλη του πίνακα 6.9. Παρόλο που χρησιμοποιείται το μέγιστο επιτρεπτό ρεύμα δέσμης, η ωμική φόρτιση του εσωτερικού αγωγού παραμένει μέσα στα αποδεκτά όρια για λειτουργία συνεχούς κύματος. Αυτό οφείλεται στο βάθος ρυτίδωσης $d/\lambda_{co} = 0.4$ που συνεπάγεται ηπιότερη θετική κλίση της καμπύλης ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας (σχήμα 6.19). Για τον ίδιο λόγο ο ωμικός συντελεστής ποιότητας του ρυθμού λειτουργίας στην κοιλότητα Β είναι τριπλάσιος από ότι στην κοιλότητα Α, γεγονός που αντικατοπτρίζεται στο ελαττωμένο ποσοστό ωμικών απωλειών στην κοιλότητα Β.

Οι υπολογισμοί αυτής της παραγράφου υποδεικνύουν ότι με κατάλληλες τροποποιήσεις στην άνοδο και στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης του υπάρχοντος γυροτρονίου για το ITER, μπορεί να προκύψει μια πειραματική διάταξη στην οποία να είναι δυνατή η διέγερση ρυθμού ιδιοτιμής ~ 105 στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Οι προτεινόμενες τροποποιήσεις είναι σχετικά απλές και η



Σχήμα 6.20: Το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών θεμελιώδους κυκλοτρονικής συχνότητας σε συμβατική κοιλότητα με εξωτερικό τοίχωμα ίδιο με αυτό της ομοαξονικής κοιλότητας του γυροτρονίου για το ITER (πίνακας 6.8) όταν επιδιώκεται λειτουργία στη δεύτερη αρμονική με ρυθμό λειτουργίας των TE_{34,19} (ακτίνα δέσμης $R_e = 9.72$ mm). Η θέση των ράβδων στον οριζόντιο άξονα εκφράζει την κανονικοποιημένη σχετική ιδιοτιμή $2\chi_{mp}/\chi_{34,19} \times 100\%$ που ισούται με την κανονικοποιημένη σχετική συχνότητα αποκοπής. Για κάθε ρυθμό εικονίζεται εκείνη η περιστροφή από τις δύο που έχει το μεγαλύτερο συντελεστή σύζευξης. Είναι φανερό ότι ο TE_{34,19} δεν μπορεί να διεγερθεί στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής.

πειραματική διέγερση ρυθμού τόσο υψηλής τάξης θα αποδείξει την καταλληλότητα των ομοαξονικών κοιλοτήτων ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού για CW λειτουργία υψηλής ισχύος και απόδοσης στη δεύτερη αρμονική. Θα ανοίξει έτσι ο δρόμος για τέτοια γυροτρόνια ακόμη και στην υποχιλιοστομετρική περιοχή συχνοτήτων. Για να τονιστεί για άλλη μια φορά η σημασία του εσωτερικού στελέχους, παραθέτουμε στο σχήμα 6.20 τα σχετικά ελάχιστα ρεύματα εκκίνησης των ανταγωνιστών θεμελιώδους κυκλοτρονικής του ρυθμού TE_{34,19} στην αντίστοιχη συμβατική κοιλότητα, όπου φαίνεται καθαρά ότι η διέγερση του TE_{34,19} στη δεύτερη αρμονική δεν είναι δυνατή.

7. ΣΥΝΟΨΗ

Τα γυροτρόνια είναι πηγές υψηλής μικροκυματικής ισχύος στη χιλιοστομετρική περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος και οι κυριότερες εφαρμογές τους σχετίζονται με τους πειραματικούς αντιδραστήρες ελεγχόμενης θερμοπυρηνικής σύντηξης. Το βασικό αντικείμενο αυτής της διατριβής ήταν η μελέτη των ομοαξονικών γυροτρονίων, τα οποία εμφανίζουν βελτιωμένες επιδόσεις σε ισχύ και απόδοση σε σύγκριση με τα συμβατικά γυροτρόνια επειδή το εσωτερικό ομοαξονικό στέλεχος που διαθέτουν αφενός παρέχει τη δυνατότητα για αποτελεσματικότερο έλεγχο του ανταγωνισμού των ρυθμών (και συνεπώς για λειτουργία σε ρυθμό υψηλής τάξης) και αφετέρου περιορίζει την ανεπιθύμητη πτώση της τάσης της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω του χωρικού της φορτίου. Πιο συγκεκριμένα, ασχοληθήκαμε με το ζήτημα της επιλογής του ρυθμού και των παραμέτρων λειτουργίας του γυροτρονίου, με τη σχεδίαση της κοιλότητας αλληλεπίδρασης δέσμης και υψίσυχνου πεδίου, καθώς και με τη μαθηματική μοντελοποίηση και αριθμητική προσομοίωση της αλληλεπίδρασης που αποσκοπεί στον έλεγχο μιας σχεδίασης και στη μελέτη του ανταγωνισμού των ρυθμών. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στην αλληλεπίδραση στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας, η οποία απαιτεί το μισό μαγνητικό πεδίο σε σύγκριση με την αλληλεπίδραση στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα για δεδομένη συχνότητα λειτουργίας. Η θεωρητική διερεύνηση και οι αριθμητικές προσομοιώσεις έδειξαν ότι τα ομοαξονικά γυροτρόνια δεύτερης αρμονικής είναι ικανά για παραγωγή υποχιλιοστομετρικής ακτινοβολίας με εντυπωσιακές επιδόσεις ισχύος και απόδοσης.

7.1 Κύρια Αποτελέσματα

Αναφορικά με τους τρεις κεντρικούς θεματικούς άξονες της πραγματοποιηθείσας έρευνας, τα κυριότερα αποτελέσματα αυτής της εργασίας συνοψίζονται ως εξής:

- *Μαθηματικό μοντέλο αλληλεπίδρασης και σχετικός αριθμητικός κώδικας*

Η αλληλεπίδραση μεταξύ της ηλεκτρονικής δέσμης και του υψίσυχνου πεδίου στην κοιλότητα του ομοαξονικού γυροτρονίου, το εσωτερικό στέλεχος της οποίας

μπορεί να φέρει διαμήκεις ρυτιδώσεις, περιγράφηκε μέσω ενός μαθηματικού μοντέλου που βασίζεται στις εξισώσεις κίνησης των ηλεκτρονίων και εμπεριέχει τη συνήθη προσέγγιση αργής χρονικής κλίμακας (slow-time-scale approximation). Για την επίλυση του προκύπτοντος συστήματος των εξισώσεων κίνησης και των εξισώσεων πεδίου αναπτύχθηκε ένας κατάλληλος αριθμητικός κώδικας. Πρόκειται για έναν χρονοεξαρτώμενο τροχιακό κώδικα που υπολογίζει την ταυτόχρονη αλληλεπίδραση της δέσμης με πολλούς ρυθμούς της κοιλότητας σε οποιαδήποτε αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Επιπλέον, αντιμετωπίζει τυχόν διασπορές στην αρχική ενέργεια, ταχύτητα και στην ακτίνα του κέντρου κυκλοτρονικής περιστροφής των ηλεκτρονίων, καθώς και το ενδεχόμενο ήπιας αξονικής ανομοιογένειας στο μόνιμο μαγνητικό πεδίο. Τέλος, σε αντίθεση με τη συνήθη πρακτική, λαμβάνει υπόψη τόσο την επίδραση του αξονικού υψίσυχνου μαγνητικού πεδίου στην κίνηση των ηλεκτρονίων όσο και την επίδραση των ωμικών απωλειών στην εξέλιξη του πλάτους των ρυθμών. Ο κώδικας είναι αυτοσυνεπής ως προς το πλάτος και τη συχνότητα των ρυθμών που αλληλεπιδρούν με τη δέσμη και ακολουθεί την προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας (cold-cavity approximation) σε ό,τι αφορά τη συνάρτηση αξονικής εξάρτησης των ρυθμών. Δέχεται στην είσοδο τη γεωμετρία της κοιλότητας, τα χαρακτηριστικά της ηλεκτρονικής δέσμης και τους ρυθμούς που μπορούν να αλληλεπιδράσουν με αυτήν και αποδίδει στην έξοδο τη χρονική εξέλιξη του πλάτους και της συχνότητας των ρυθμών. Ο καθορισμός του συνόλου των ρυθμών οι οποίοι λαμβάνονται υπόψη στις προσομοιώσεις, προκύπτει με τη βοήθεια μιας γενικής διαδικασίας που αναπτύξαμε σχετικά με τον προσδιορισμό των κυριότερων ανταγωνιστικών ρυθμών σε ένα γυροτρόνιο.

Μετά από εκτεταμένες εφαρμογές του κώδικα, κατά κύριο λόγο στο στάδιο σχεδίασης ενός ομοαξονικού γυροτρονίου θεμελιώδους κυκλοτρονικής 170 GHz-2 MW CW που προορίζεται για τον επερχόμενο πειραματικό αντιδραστήρα σύντηξης ITER, συγκεντρώθηκε μεγάλος αριθμός αποτελεσμάτων τα οποία αφενός βοήθησαν στην επαλήθευση του κώδικα μέσω της σύγκρισής τους με αποτελέσματα άλλων κωδίκων και αφετέρου υπέδειξαν τις περιοχές που πρέπει να κινούνται οι αριθμητικές παράμετροι για αξιόπιστες προσομοιώσεις. Το ζήτημα της σωστής επιλογής των αριθμητικών παραμέτρων απασχολεί ακόμη τους ερευνητές και το κυριότερο συμπέρασμα στο οποίο καταλήξαμε είναι ότι όταν το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών είναι πολύ πυκνό εξυπηρετεί πλέον η χρήση τυχαίων και όχι “τακτοποιημένων” αρχικών τιμών σε ό,τι αφορά τα μεγέθη που σχετίζονται με τα ηλεκτρόνια. Επιπρόσθετα, οι τυχαίες αρχικές τιμές διευκολύνουν τις προσομοιώσεις με ταυτόχρονη διασπορά στην ενέργεια, στην ταχύτητα και στα κέντρα κυκλοτρονικής περιστροφής των ηλεκτρονίων. Επειδή το γυροτρόνιο για το ITER παρουσιάζει το πιο πυκνό φάσμα ανταγωνιστικών ρυθμών από όλα τα γυροτρόνια που έχουν κατασκευαστεί μέχρι τώρα και επειδή σε μελλοντικά γυροτρόνια ισχύος το φάσμα των ανταγωνιστών προβλέπεται ακόμη πυκνότερο, πιστεύουμε ότι οι προσομοιώσεις αλληλεπίδρασης θα πρέπει πλέον να προσανατολίζονται στη χρήση τυχαίων αρχικών τιμών.

Αναφορικά τέλος με τη δεδομένη σχεδίαση του γυροτρονίου 170 GHz-2 MW CW για το ITER, αυτή κρίθηκε επιτυχημένη τόσο από τους αυτοσυνεπείς κωδικούς *COAXIAL* και *CAVITY* (που κατεξοχήν χρησιμοποιήθηκαν για την επαλήθευσή της), όσο και από τον κώδικά μας. Ο κώδικας χρησιμοποιήθηκε επίσης και για την εξαγωγή αποτελεσμάτων συμπληρωματικών ως προς τα αποτελέσματα των αυτοσυνεπών κωδίκων. Τα αποτελέσματα αυτά έδειξαν ότι κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου δεν διεγείρονται καθόλου ανταγωνιστικοί ρυθμοί που αλληλεπιδρούν στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Επιπλέον έδειξαν ότι η ύπαρξη ρεαλιστικών διασπορών στην ενέργεια και στα κέντρα κυκλοτρονικής περιστροφής των ηλεκτρονίων οδηγεί

απλά σε μια αναμενόμενη μικρή πτώση της απόδοσης και δεν επηρεάζει ούτε τη σειρά διέγερσης των ρυθμών κατά την εκκίνηση, ούτε τη μονορρυθμική λειτουργία του γυροτρονίου στο σημείο λειτουργίας.

- *Επιλογή ρυθμού λειτουργίας και παραμέτρων λειτουργίας*

Ο ρυθμός λειτουργίας σε ένα γυροτρόνιο πρέπει να είναι συμβατός με τις προδιαγραφές και με τους διάφορους φυσικούς και τεχνολογικούς περιορισμούς. Ένα βασικό συμπέρασμα στο οποίο καταλήξαμε είναι ότι για να επιτευχθεί αποδοτική λειτουργία σε ένα ομοαξονικό γυροτρόνιο πρέπει το εσωτερικό στέλεχος ακτίνας R_i να μην επηρεάζει σημαντικά το ρυθμό λειτουργίας. Ποσοτικά αυτό σημαίνει ότι η ανισότητα $|m| > 2\pi(R_i/\lambda)$ πρέπει να ικανοποιείται καλά και όχι απλώς οριακά από τον αζιμουθιακό δείκτη m και το μήκος κύματος ελευθέρου χώρου λ του ρυθμού λειτουργίας. Η παραπάνω απαίτηση γίνεται αυστηρότερη όταν επιδιώκεται λειτουργία ισχύος συνεχούς κύματος. Με αυτό το δεδομένο και μετά από μια λεπτομερή ανάλυση των κυριότερων περιορισμών που σχετίζονται με την πτώση της τάσης της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω του χωρικού της φορτίου, με την πηγή της ηλεκτρονικής δέσμης και με την κοιλότητα αλληλεπίδρασης, αναπτύξαμε μια συστηματική διαδικασία προσδιορισμού των υποψήφιων ρυθμών λειτουργίας, καθώς και των παραμέτρων λειτουργίας που σχετίζονται με τον καθένα από αυτούς. Η διαδικασία, που συνοδεύεται από ένα σχετικό κώδικα, βασίζεται στις εκάστοτε προδιαγραφές και προσανατολίζεται στη βελτιστοποίηση της απόδοσης. Είναι πολύ γενική αφού εφαρμόζεται τόσο σε ομοαξονικά όσο και σε συμβατικά γυροτρόνια, σε αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής ή ανώτερων αρμονικών, καθώς και σε παλμική λειτουργία ή λειτουργία συνεχούς κύματος.

Η εφαρμογή της μεθόδου για την επιλογή ρυθμού λειτουργίας σε ένα ομοαξονικό γυροτρόνιο δεύτερης αρμονικής 340 GHz-100 kW CW έδειξε ότι για αποδοτική λειτουργία (απόδοση αλληλεπίδρασης $\eta_{el} \sim 30\%$) απαιτείται ρυθμός λειτουργίας υψηλής τάξης (ιδιοτιμή ~ 100) και σχετικά χαμηλή τάση δέσμης (~ 20 kV). Τα αποτελέσματα αυτά συνάδουν με τα γενικότερα συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε σχετικά με την λειτουργία ισχύος συνεχούς κύματος στην υποχιλιοστομετρική περιοχή συχνοτήτων με αλληλεπίδραση δεύτερης αρμονικής. Η αλληλεπίδραση δεύτερης αρμονικής παρουσιάζει εγγενώς χαμηλότερες τιμές του κανονικοποιημένου πλάτους πεδίου F σε σύγκριση με την αλληλεπίδραση θεμελιώδους κυκλοτρονικής διότι $F(s_n = 2) \cong \beta_{\perp lin} F(s_n = 1)$. Επιπλέον, για να παραμένει η ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος στα αποδεκτά για λειτουργία συνεχούς κύματος επίπεδα, οι επιτρεπτές τιμές του F μειώνονται όσο η συχνότητα αυξάνει. Αποτέλεσμα των παραπάνω είναι ότι για υποχιλιοστομετρική λειτουργία συνεχούς κύματος στη δεύτερη αρμονική, οι πρακτικά εφικτές τιμές του F είναι αρκετά χαμηλότερες από την τιμή $F = 0.22$ που αντιστοιχεί στη μέγιστη θεωρητικά απόδοση αλληλεπίδρασης.

Για να μετριαστεί το πρόβλημα του χαμηλού F και να αυξηθεί η απόδοση της αλληλεπίδρασης προτείνονται τρεις τρόποι: Η χρήση ρυθμού λειτουργίας υψηλής ιδιοτιμής, η χρήση κοιλότητας μεγάλου μήκους και η λειτουργία σε χαμηλή τάση. Όλοι όμως οι παραπάνω τρόποι έχουν και αρνητικές συνέπειες, οπότε χρειάζεται προσοχή: Με την αύξηση της ιδιοτιμής του ρυθμού λειτουργίας πυκνώνει το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών και διακυβεύεται η μονορρυθμική λειτουργία. Όσο αυξάνει το μήκος της κοιλότητας, ώστε να αυξηθεί το κανονικοποιημένο μήκος αλληλεπίδρασης $\mu = \pi\beta_{\perp lin}(L_G/\lambda)$ και συνεπώς η απόδοση, τόσο αυξάνει ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας. Έτσι περιορίζεται η ισχύς εξόδου στη λειτουργία συνεχούς κύματος, ενώ σε κάθε περίπτωση αυξάνει το ποσοστό ωμικών απωλειών. Τέλος, όσο μικραίνει η τάση

λειτουργίας ελαττώνεται η ισχύς της δέσμης άρα και η παραγόμενη ισχύς. Επιπρόσθετα σημειώνουμε ότι όσο μικραίνει η τάση λειτουργίας, απαιτείται όλο και μεγαλύτερο μήκος κοιλότητας για να επιτευχθεί μια δεδομένη τιμή του κανονικοποιημένου μήκους αλληλεπίδρασης μ , γεγονός που συνοδεύεται από τις αρνητικές επιπτώσεις που προαναφέρθηκαν.

- *Σχεδίαση της κοιλότητας αλληλεπίδρασης*

Με δεδομένη τη δυνατότητα των ομοαξονικών κοιλοτήτων ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού για έλεγχο των συντελεστών ποιότητας των ρυθμών διέγερσής τους, διερευνήσαμε συστηματικά το πώς μια ομοαξονική κοιλότητα μπορεί να υποστηρίξει λειτουργία στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Θεωρήσαμε σαν ελεύθερες παραμέτρους την αγωγιμότητα του εσωτερικού ομοαξονικού στελέχους, την ακτίνα του και ενδεχόμενη γραμμική μεταβολή αυτής, καθώς και το βάθος d των ομοιόμορφων διαμήκων ρυτιδώσεων που το στέλεχος μπορεί να φέρει. Βασιστήκαμε στα αποτελέσματα του Μοντέλου Επιφανειακής Εμπέδησης (Surface Impedance Model, SIM) σχετικά με τη συμπεριφορά τόσο της ιδιοτιμής ενός ρυθμού όσο και της ωμικής φόρτισης των τοιχωμάτων και καταλήξαμε σε δύο στρατηγικές σχεδίασης για την υποστήριξη αποδοτικής λειτουργίας ισχύος δεύτερης αρμονικής. Οι στρατηγικές στοχεύουν πρωτίστως στην καταπίεση των ανταγωνιστικών ρυθμών (ιδιαίτερα αυτών που αλληλεπιδρούν στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα) μέσω ελάττωσης των περιθλαστικών ή/και ωμικών συντελεστών ποιότητάς τους και δευτερευόντως στην πριμοδότηση του ρυθμού λειτουργίας, επειδή καλό είναι αυτός να μην επηρεάζεται πολύ από το εσωτερικό στέλεχος.

Η πρώτη στρατηγική σχεδίασης προβλέπει εσωτερικό στέλεχος υψηλής αγωγιμότητας ($\sim 10^7$ S/m) με ελαφρώς μειούμενη ακτίνα προς την έξοδο της κοιλότητας και βάθος ρυτιδώσεων $0.4 < d/\lambda < 0.6$ σε σχέση με το μήκος κύματος ελευθέρου χώρου λ του ρυθμού λειτουργίας δεύτερης αρμονικής. Για $d/\lambda \cong 0.4$ επιτυγχάνεται γενικά η μεγαλύτερη ολική απόδοση και ισχύς, ενώ όσο αυξάνει το βάθος των ρυτιδώσεων ο ρυθμός λειτουργίας μπορεί να πριμοδοτηθεί αποκτώντας χαμηλότερο ρεύμα εκκίνησης, πράγμα όμως που γίνεται σε βάρος της ολικής απόδοσης και της ισχύος. Η δεύτερη στρατηγική χρησιμοποιεί εσωτερικό στέλεχος περιορισμένης αγωγιμότητας ($< 10^6$ S/m) με βάθος ρυτιδώσεων $d/\lambda \cong 0.3$ για το ρυθμό λειτουργίας δεύτερης αρμονικής. Η ακτίνα του στελέχους είναι πάλι μειούμενη προς την έξοδο αλλά σε μερικές περιπτώσεις χαμηλής αγωγιμότητας ($\sim 10^4$ S/m) μπορεί να εξυπηρετεί και αυξανόμενη ακτίνα. Τόσο στην πρώτη όσο και στη δεύτερη στρατηγική, η ακτίνα R_i του εσωτερικού ομοαξονικού στελέχους πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ώστε να επηρεάζει όσο το δυνατόν περισσότερο τους ανταγωνιστικούς ρυθμούς. Ταυτόχρονα όμως η ωμική φόρτιση του στελέχους, η απόστασή του από τα ηλεκτρόνια της δέσμης και το ποσοστό ωμικών απωλειών πρέπει να έχουν αποδεκτές τιμές, γεγονός που περιορίζει την ακτίνα R_i . Αν η κύρια αιτία περιορισμού της ακτίνας του εσωτερικού στελέχους είναι η απόστασή του από τα ηλεκτρόνια, τότε μπορεί να εξεταστεί το ενδεχόμενο επιστράτευσης του αντιπεριστρεφόμενου ρυθμού ως ρυθμού λειτουργίας, επειδή αυτός απαιτεί μεγαλύτερη ακτίνα ηλεκτρονικής δέσμης.

Με βάση τις παραπάνω στρατηγικές αναπτύχθηκε μια συστηματική διαδικασία σχεδίασης ομοαξονικής κοιλότητας για λειτουργία δεύτερης αρμονικής. Για λόγους πληρότητας παρατέθηκε μια αντίστοιχη συστηματική διαδικασία σχεδίασης ομοαξονικής κοιλότητας για λειτουργία θεμελιώδους κυκλοτρονικής, καθώς και η διαδικασία σχεδίασης συμβατικών κοιλοτήτων. Για την επιβεβαίωση των προτεινόμενων τρόπων σχεδίασης ομοαξονικής κοιλότητας για λειτουργία δεύτερης αρμονικής, σχεδιάσαμε

κοιλότητες για τρία ρεαλιστικά ομοαξονικά γυροτρόνια δεύτερης αρμονικής με αγωγιμότητα εσωτερικού στελέχους 5.7×10^7 S/m, 10^6 S/m και 10^4 S/m αντίστοιχα. Πρόκειται για γυροτρόνια 340 GHz-100 kW CW με απόδοση αλληλεπίδρασης $\eta_{el} \sim 30$ % και ρυθμό λειτουργίας τον TE_{40,15} (ιδιοτιμή 99.4). Οι σχεδιάσεις κρίθηκαν επιτυχημένες έπειτα από πολυρρυθμικές προσομοιώσεις με τη βοήθεια του κώδικα αλληλεπίδρασης. Λαμβάνοντας υπόψη τις μέχρι σήμερα επιδόσεις των γυροτρονίων στην παραγωγή υποχιλιοστομετρικής ακτινοβολίας, η υψηλή απόδοση αλληλεπίδρασης των προτεινόμενων σχεδιάσεων, η λειτουργία συνεχούς κύματος και το γεγονός ότι η ισχύς τους είναι μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερη από αυτή που έχει επιτευχθεί πειραματικά, δείχνουν ότι τα ομοαξονικά γυροτρόνια είναι ικανά για εντυπωσιακές επιδόσεις σε αυτή την περιοχή συχνοτήτων. Το κλειδί για αυτές τις επιδόσεις είναι η διέγερση ρυθμού υψηλής τάξης (ιδιοτιμή ~ 100) στη δεύτερη κυκλοτρονική αρμονική, η οποία καθίσταται δυνατή αποκλειστικά εξαιτίας της επιλεκτικότητας της ομοαξονικής κοιλότητας ως προς διεγερόμενους ρυθμούς που οφείλεται στην προσεκτική σχεδίαση του ρυτιδωμένου εσωτερικού στελέχους. Σε περίπτωση πειραματικής επαλήθευσης σχεδιάσεων ανάλογων με αυτές που προτείνουμε, θα μπορούμε να πούμε ότι το πλεονέκτημα των ομοαξονικών γυροτρονίων σε σύγκριση με τα συμβατικά είναι μεγαλύτερο στη λειτουργία δεύτερης αρμονικής από ότι στη λειτουργία θεμελιώδους κυκλοτρονικής.

Επειδή το πρώτο βήμα για την πειραματική επαλήθευση των δυνατοτήτων των ομοαξονικών γυροτρονίων για λειτουργία ισχύος στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας είναι η πειραματική διέγερση ενός ρυθμού υψηλής τάξης στη δεύτερη αρμονική μέσα σε ομοαξονική κοιλότητα ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού, προτείναμε ένα σχετικό πείραμα. Η πειραματική διάταξη βασίζεται στον υπάρχοντα εξοπλισμό του Ερευνητικού Κέντρου Καρλσρούης (Forschungszentrum Karlsruhe, FZK) που σχετίζεται με την ανάπτυξη του ομοαξονικού γυροτρονίου θεμελιώδους κυκλοτρονικής 170 GHz-2 MW CW για το ITER. Καταλήξαμε στο ότι για το πείραμα διέγερσης ρυθμού στη δεύτερη αρμονική είναι απαραίτητες μερικές μικρές και φθηνές τροποποιήσεις της υπάρχουσας διάταξης. Σύμφωνα με τους υπολογισμούς μας, αντικαθιστώντας μόνο την άνοδο και το εσωτερικό ομοαξονικό στέλεχος, φαίνεται δυνατή η διέγερση του ρυθμού TE_{34,19} (ιδιοτιμή 105) στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής με συχνότητα 169.6 GHz, ισχύ 39 kW σε παλμική λειτουργία και απόδοση αλληλεπίδρασης $\eta_{el} = 3.3$ %. Με την επιπλέον αντικατάσταση του εξωτερικού τοιχώματος της ομοαξονικής κοιλότητας με άλλο μεγαλύτερου μεσαίου τμήματος, φαίνεται δυνατή η διέγερση στη δεύτερη αρμονική του ρυθμού TE_{35,19} (ιδιοτιμή 106.5) με συχνότητα 172 GHz, ισχύ 207 kW CW και απόδοση αλληλεπίδρασης $\eta_{el} = 17$ %. Παρά το γεγονός ότι ο υπάρχων εξοπλισμός δεν είναι βελτιστοποιημένος για λειτουργία δεύτερης αρμονικής και συνεπώς η συχνότητα, η ισχύς και η απόδοση των παραπάνω πειραματικών διατάξεων είναι χαμηλή, η πειραματική διέγερση ενός ρυθμού ιδιοτιμής ~ 100 στη δεύτερη αρμονική παρουσία των ανταγωνιστικών ρυθμών θεμελιώδους κυκλοτρονικής επαρκεί από μόνη της για να αποδείξει την επιλεκτικότητα των ομοαξονικών κοιλοτήτων ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού σχετικά με τους διεγερόμενους ρυθμούς και τη συνεπαγόμενη δυνατότητα των ομοαξονικών γυροτρονίων για υψηλές επιδόσεις απόδοσης και ισχύος συνεχούς κύματος σε υποχιλιοστομετρική ακτινοβολία.

7.2 Πιθανές Επεκτάσεις

Παραθέτουμε εδώ κάποιες προτάσεις για περαιτέρω έρευνα, οι οποίες υποδεικνύονται από τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας και τις οποίες οργανώνουμε γύρω από τους τρεις κεντρικούς θεματικούς άξονες της διατριβής.

- *Βελτιώσεις του αριθμητικού κώδικα αλληλεπίδρασης*

Μια προφανής βελτίωση του αριθμητικού κώδικα αλληλεπίδρασης που αναπτύξαμε, είναι το να γίνει αυτοσυνεπής ως προς την αξονική εξάρτηση του πεδίου των εμπλεκόμενων ρυθμών. Για το σκοπό αυτό θα πρέπει, σύμφωνα με την κοινή πρακτική, να δημιουργηθεί μια ξεχωριστή υπορουτίνα που να επιλύει αριθμητικά για κάθε ρυθμό τη μερική διαφορική εξίσωση (3.1.12), η οποία περιγράφει τη χρονική και την αξονική μεταβολή του μιγαδικού πλάτους ενός ρυθμού λόγω της αλληλεπίδρασής του με την ηλεκτρονική δέσμη. Οι απαιτούμενες συνοριακές συνθήκες για την επίλυση της (3.1.12) είναι παρόμοιες με τις συνθήκες ακτινοβολίας (2.2.25)-(2.2.26). Με δεδομένη όμως την παρούσα μορφή του υπάρχοντος κώδικα, αξίζει να διερευνηθεί και ένας εναλλακτικός τρόπος επίτευξης της αυτοσυνέπειας, ο οποίος απαιτεί μικρή μόνο τροποποίηση του κώδικα και βασίζεται στο ακόλουθο σκεπτικό: Εκφράζοντας τη συνάρτηση αξονικής εξάρτησης ενός ρυθμού σαν ανάπτυγμα Fourier ως προς κατάλληλες συναρτήσεις βάσης, οι άγνωστες ποσότητες είναι πλέον οι συντελεστές του αναπτύγματος που προφανώς εξαρτώνται μόνο από το χρόνο και όχι από την αξονική θέση z . Ο υπάρχων κώδικας είναι σε θέση να προσδιορίσει τους συντελεστές αυτούς, αφού αντιμετωπίζει την αλληλεπίδραση μεταξύ της δέσμης και του υψίσυχνου πεδίου για δεδομένη αξονική εξάρτηση του τελευταίου. Το βασικό ερώτημα είναι πόσοι όροι του αναπτύγματος Fourier πρέπει να ληφθούν υπόψη ώστε να υπάρχει ικανοποιητική ακρίβεια. Αφού αυτό απαντηθεί, θα πρέπει πλέον να εκτιμηθεί αν ο προσδιορισμός των συντελεστών του αναπτύγματος Fourier του μιγαδικού πλάτους είναι ταχύτερη υπολογιστικά μέθοδος επίτευξης της αυτοσυνέπειας συγκρινόμενη με την απευθείας επίλυση της αυτοσυνεπούς εξίσωσης (3.1.12) για το μιγαδικό πλάτος.

Ανεξάρτητα από το ποια μέθοδος θα υιοθετηθεί, οι απαιτήσεις του κώδικα σε υπολογιστικό χρόνο θα αυξηθούν σημαντικά όταν γίνει αυτοσυνεπής ως προς την αξονική εξάρτηση του υψίσυχνου πεδίου. Επιπλέον είδαμε ήδη ότι όσο πυκνώνει το φάσμα των ανταγωνιστικών ρυθμών δημιουργείται η ανάγκη για περισσότερα αντιπροσωπευτικά ηλεκτρόνια, ώστε να είναι ακριβή τα αποτελέσματα των πολυρρυθμικών προσομοιώσεων. Περισσότερα ηλεκτρόνια απαιτούνται και για να ληφθούν σωστά υπόψη οι ρεαλιστικές διασπορές στην αρχική τους ενέργεια και ταχύτητα και στο κέντρο της κυκλοτρονικής περιστροφής τους. Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι η βελτίωση της ταχύτητας του κώδικα είναι πρωταρχικής σημασίας. Μια σημαντική αύξηση της ταχύτητας υπολογισμού μπορεί να προσφέρει η παραλληλοποίηση του κώδικα και η εγκατάστασή του στο υπολογιστικό σύστημα 16 παράλληλων επεξεργαστών που υπάρχει στη Σχολή ΗΜΜΥ του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Η σχετική τροποποίηση του κώδικα έχει προγραμματιστεί για το άμεσο μέλλον και η αύξηση της ταχύτητας υπολογισμού θα διευκολύνει την περαιτέρω μελέτη των ζητημάτων αριθμητικής ευστάθειας. Επιπρόσθετα, η δυνατότητα προσομοιώσεων με μεγάλο αριθμό ηλεκτρονίων θα κάνει εφικτή τη σωστή αναπαράσταση ηλεκτρονικής

δέσμης με αζιμουθιακή ανομοιομορφία και θα επιτρέψει σχετικές προσομοιώσεις και μελέτη της επίδρασης της ανομοιομορφίας στη λειτουργία του γυροτρονίου. Η περίπτωση αζιμουθιακά ανομοιομορφίας και όχι ομοιόμορφης δέσμης είναι κοντύτερα στην πραγματικότητα λόγω της αζιμουθιακά ανομοιομορφίας εκπομπής ηλεκτρονίων από την κάθοδο. Οι επιπτώσεις μιας τέτοιας ανομοιομορφίας δεν έχουν ακόμη μελετηθεί επαρκώς και είναι αντικείμενο της σύγχρονης έρευνας.

- *Επιλογή ρυθμού και σημείου λειτουργίας με επιπλέον γνώμονα το συλλέκτη σε επιβραδύνον δυναμικό*

Ο συλλέκτης σε επιβραδύνον δυναμικό (depressed collector) οδηγεί σε ανάκτηση μέρους της εναπομένουσας ενέργειας της ηλεκτρονικής δέσμης μετά την αλληλεπίδραση και βελτιώνει σημαντικά την ολική απόδοση ενός συστήματος γυροτρονίου. Επειδή οι κυριότερες εφαρμογές του γυροτρονίου αφορούν την ελεγχόμενη θερμοπυρηνική σύντηξη και τις σχετικές διατάξεις παραγωγής ενέργειας, η υψηλή ολική απόδοση είναι βασικό ζητούμενο και η υιοθέτηση συλλέκτη σε επιβραδύνον δυναμικό αποτελεί κανόνα. Η λειτουργία ενός τέτοιου συλλέκτη γίνεται αποδοτικότερη όσο μικραίνει η διασπορά ενέργειας των ηλεκτρονίων της δέσμης μετά την αλληλεπίδραση, διότι μπορεί να καθοριστεί ακριβέστερα η τιμή του επιβραδύνοντος δυναμικού στο οποίο πρέπει να τεθεί ο συλλέκτης ώστε να μην δημιουργείται πρόβλημα στη λειτουργία του γυροτρονίου λόγω ανάκλασης ηλεκτρονίων από αυτό. Ενδεικνύεται έτσι μια προσεκτική μελέτη της εξάρτησης της διασποράς ενέργειας των ηλεκτρονίων τη στιγμή που αφήνουν την κοιλότητα από το ρυθμό και τις παραμέτρους λειτουργίας και από το σημείο λειτουργίας στο χώρο των κανονικοποιημένων ποσοτήτων F , μ , Δ . Πιθανόν, για παράδειγμα, να προκύψει ότι με κατάλληλη αλλαγή του σημείου λειτουργίας η απόδοση αλληλεπίδρασης μπορεί να παραμείνει η ίδια αλλά η διασπορά ενέργειας της δέσμης μετά την αλληλεπίδραση να περιοριστεί και έτσι η αποτελεσματικότητα του συλλέκτη σε επιβραδύνον δυναμικό να αυξηθεί. Μπορεί να είναι ανεκτή ακόμη και η επιλογή σημείου λειτουργίας με ελαφρώς μικρότερη απόδοση αλληλεπίδρασης, στο οποίο όμως η διασπορά ταχυτήτων των ηλεκτρονίων που αφήνουν την κοιλότητα είναι αρκούντως μικρή ώστε η αποτελεσματικότητα του συλλέκτη σε επιβραδύνον δυναμικό να αντισταθμίζει κατά πολύ τη μείωση στη απόδοση αλληλεπίδρασης και η συνολική απόδοση να αυξηθεί. Τα συμπεράσματα από τη σχετική διερεύνηση μπορούν να εισαχθούν στη διαδικασία επιλογής ρυθμού και παραμέτρων λειτουργίας που αναπτύξαμε, ώστε αυτή να επεκταθεί και να λάβει πλέον υπόψη και το ζήτημα της αποδοτικής λειτουργίας του συλλέκτη σε επιβραδύνον δυναμικό.

- *Περαιτέρω διερεύνηση της γεωμετρίας της κοιλότητας αλληλεπίδρασης*

Στην εργασία αυτή ασχοληθήκαμε με τη σχεδίαση ομοαξονικής κοιλότητας ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού με κύριο στόχο τη λειτουργία του γυροτρονίου στη δεύτερη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Τα αποτελέσματά μας συμπληρώνουν έτσι τα συμπεράσματα άλλων ερευνητών σχετικά με τη σχεδίαση της ομοαξονικής κοιλότητας για λειτουργία θεμελιώδους κυκλοτρονικής. Εύλογη επέκταση είναι μια παρόμοια διερεύνηση της ομοαξονικής γεωμετρίας (στο πνεύμα της παραγράφου 6.1.3) προσανατολισμένη πλέον στην υποστήριξη λειτουργίας με αλληλεπίδραση στην τρίτη αρμονική της κυκλοτρονικής συχνότητας. Εάν τα αποτελέσματα που θα προκύψουν σχετικά με τις δυνατότητες πριμοδότησης ενός ρυθμού τρίτης αρμονικής έναντι των ανταγωνιστικών ρυθμών θεμελιώδους κυκλοτρονικής και δεύτερης αρμονικής είναι ενθαρρυντικά, θα οδηγήσουν σε μια γενική μεθοδολογία σχεδίασης της ομοαξονικής κοιλότητας για λειτουργία τρίτης αρμονικής. Ανεξάρτητα από αυτό πάντως, η

διερεύνηση των προϋποθέσεων διέγερσης ρυθμού στην τρίτη αρμονική θα αποσαφηνίσει σε ποιες περιπτώσεις μπορεί να αναμένεται αξιόλογος ανταγωνισμός από ρυθμούς τρίτης αρμονικής σε γυροτρόνια θεμελιώδους κυκλοτρονικής ή δεύτερης αρμονικής. Παρόλο που γενικά δεν παρατηρείται ανταγωνισμός από ρυθμούς τρίτης αρμονικής, το ενδεχόμενο αυτό δεν μπορεί να αποκλειστεί *a priori* σε γυροτρόνια με ομοαξονική κοιλότητα ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού, αφού εκεί υπάρχει η πιθανότητα μεγάλης αύξησης του περιθλαστικού συντελεστή ποιότητας κάποιων ρυθμών.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η διερεύνηση της επιλεκτικότητας ως προς τους διεγερόμενους ρυθμούς που μπορεί να παρουσιάζουν κοίλες ή ομοαξονικές κοιλότητες με ομοιόμορφες διαμήκειες ρυτιδώσεις στο εξωτερικό τοίχωμα. Με χρήση του Μοντέλου Επιφανειακής Εμπέδησης είναι δυνατή η μελέτη της επίδρασης της γεωμετρίας αυτών των κοιλοτήτων στην ιδιοτιμή και στους συντελεστές ποιότητας των ρυθμών διέγερσής τους. Μπορούν έτσι να προκύψουν κατάλληλα σχετικά διαγράμματα (όπως αυτά του κεφαλαίου 2), τα οποία θα αποτελέσουν τη βάση για τη εξέταση των δυνατοτήτων αυτών των κοιλοτήτων για υποστήριξη λειτουργίας στη θεμελιώδη κυκλοτρονική συχνότητα ή σε αρμονικές της. Παρόλο που τέτοιες κοιλότητες δεν έχουν γενικά υιοθετηθεί στα γυροτρόνια ισχύος θεμελιώδους κυκλοτρονικής, υπάρχει πιθανότητα να χρησιμοποιηθούν σε μελλοντικά γυροτρόνια που θα εγείρουν ακόμη πιο αυξημένες απαιτήσεις επιλεκτικότητας ως προς τους διεγερόμενους ρυθμούς, όπως γυροτρόνια θεμελιώδους κυκλοτρονικής με ρυθμό λειτουργίας πολύ υψηλής τάξης ή αρμονικά γυροτρόνια ισχύος.

Όλα τα αποτελέσματά μας σχετικά με τη σχεδίαση ομοαξονικών κοιλοτήτων ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού προέκυψαν με χρήση του Μοντέλου Επιφανειακής Εμπέδησης. Το κύριο πλεονέκτημα του προσεγγιστικού αυτού μοντέλου είναι ότι περιγράφει μέσω μιας απλής χαρακτηριστικής εξίσωσης την επίδραση της γεωμετρίας της κοιλότητας στο υψίσυχνο πεδίο διευκολύνοντας τη διαδικασία σχεδίασης. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων του με αριθμητικά αποτελέσματα ακριβέστερων μοντέλων αλλά και με πειραματικά αποτελέσματα, υπέδειξε ότι η υιοθέτησή του είναι θεμιτή υπό την προϋπόθεση αρκετά πυκνών ρυτιδώσεων [53]-[55]. Παρόλα αυτά, επειδή πρόσφατα έχουν αναπτυχθεί νέα μοντέλα ακριβούς αναπαράστασης του πεδίου στην ομοαξονική κοιλότητα ρυτιδωμένου εσωτερικού αγωγού ([61], [68], [129], [130]), ενδείκνυται η σύγκριση του Μοντέλου Επιφανειακής Εμπέδησης και με αυτά, ώστε να καθοριστεί με μεγαλύτερη βεβαιότητα η περιοχή ισχύος του και να ληφθούν υπόψη τυχόν απαραίτητες διορθώσεις προκειμένου το μοντέλο να παραμείνει έγκυρο.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι

Αναπαράσταση ρυθμών TE στην ομοαξονική κοιλότητα του σχήματος 2.1 απουσία ηλεκτρονίων

1. Κοιλότητα ομοιόμορφη κατά τον άξονα z και Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης

Θεωρούμε αρχικά ότι η ομοαξονική κοιλότητα του σχήματος 2.1 έχει σταθερή εξωτερική ακτίνα $R_o = R_{o,0}$ και σταθερή εσωτερική ακτίνα $R_i = R_{i,0}$ (δηλαδή $\theta_1 = \theta_3 = \theta_{in} = 0$). Η προκύπτουσα διάταξη είναι ένα κομμάτι ομοαξονικού κυλινδρικού κυματοδηγού ομοιόμορφης διατομής ως προς z . Στην περίπτωση που τα τοιχώματα είναι ιδανικοί αγωγοί, η διάταξη υποστηρίζει ανεξάρτητα κύματα TE (Transverse Electric) και TM (Transverse Magnetic) ως προς z [26]. Δεχόμαστε ότι κάτι τέτοιο συνεχίζει να ισχύει προσεγγιστικά και στην περίπτωση που τα τοιχώματα έχουν υψηλή μεν αλλά όχι άπειρη αγωγιμότητα. Οι εξισώσεις του Maxwell για το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο στη διάταξη μαζί με τις οριακές συνθήκες στα τέλεια αγωγά τοιχώματα συγκροτούν ένα πρόβλημα ιδιοτιμών που επιλυόμενο με τη μέθοδο του χωρισμού των μεταβλητών οδηγεί σε ένα σύνολο ιδιοσυναρτήσεων [31]. Οι ιδιοσυναρτήσεις είναι οι λεγόμενοι ρυθμοί TE, TM και ο ρυθμός TEM.

Βασιζόμενοι στο [31], μπορούμε να θεωρήσουμε ότι στην περιοχή II (περιοχή εκτός ρυτιδώσεων: $R_i < R < R_o$, $0 \leq \Phi < 2\pi$) το ηλεκτρικό πεδίο ενός ρυθμού TE ισούται με το πραγματικό μέρος του μιγαδικού πεδίου \mathbf{E}_{II} που έχει τη μορφή

$$\mathbf{E}_{II} = V_{\max} e^{i\psi_0} f_{II}(z) [\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_{\perp} \Psi_{II}(R, \Phi)] e^{i\Omega t} \quad (\text{Π.1.1})$$

Η θετική πραγματική σταθερά V_{\max} έχει διαστάσεις τάσης και εκφράζει το μέγεθος του πεδίου, $\psi_0 \in \mathbb{R}$ είναι η αυθαίρετη αρχική φάση του ρυθμού και Ω είναι μια μιγαδική σταθερά. Το πραγματικό της μέρος $\text{Re}\{\Omega\} > 0$ είναι η κυκλική συχνότητα του ρυθμού, ενώ το φανταστικό της μέρος $\text{Im}\{\Omega\} \geq 0$ εκφράζει την ενδεχόμενη μείωση του πλάτους λόγω απωλειών. Η αδιάστατη μιγαδική συνάρτηση αξονικής εξάρτησης του πλάτους $f(z)$ (συνάρτηση αξονικού προφίλ) είναι κανονικοποιημένη στη μονάδα ($|f(z)| \leq 1$). Ο τελεστής $\nabla_{\perp} \equiv \hat{\mathbf{X}}\partial/\partial X + \hat{\mathbf{Y}}\partial/\partial Y$ δίνει τη βαθμίδα της αδιάστατης μιγαδικής βαθμωτής συνάρτησης $\Psi_{II}(R, \Phi)$, η οποία είναι λύση της βαθμωτής εξίσωσης του Helmholtz στην περιοχή II του εγκαρσίου επιπέδου:

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi_{II}(R, \Phi) + K_{\perp, II}^2 \Psi_{II}(R, \Phi) = 0 \quad (\text{Π.1.2})$$

Ο τελεστής $\nabla_{\perp}^2 \equiv \partial^2 / \partial X^2 + \partial^2 / \partial Y^2$ είναι ο τελεστής Laplace στο εγκάρσιο επίπεδο και $K_{\perp, \Pi}$ μια μιγαδική σταθερά. Με το νόμο του Faraday προκύπτει από τις (Π.1.1)-(Π.1.2) ότι το μαγνητικό πεδίο του ρυθμού στην περιοχή Π είναι το πραγματικό μέρος της μιγαδικής ποσότητας

$$\mathbf{H}_{\Pi} = -i \frac{c}{\operatorname{Re}\{\Omega\}\zeta_0} V_{\max} e^{i\psi_0} \left[K_{\perp, \Pi}^2 f_{\Pi}(z) \Psi_{\Pi}(R, \Phi) \hat{\mathbf{z}} + \frac{df_{\Pi}(z)}{dz} \nabla_{\perp} \Psi_{\Pi}(R, \Phi) \right] e^{i\Omega t} \quad (\text{Π.1.3})$$

όπου $c \equiv (\mu_0/\epsilon_0)^{-1/2}$ είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό και $\zeta_0 \equiv \mu_0 c$ είναι η κυματική αντίσταση του κενού. Στον παρονομαστή της (Π.1.3) χρησιμοποιήθηκε η προσέγγιση $\Omega \cong \operatorname{Re}\{\Omega\}$ επειδή θεωρούμε ότι οι ενδεχόμενες απώλειες στην κοιλότητα είναι μικρές, δηλαδή $\operatorname{Im}\{\Omega\} \ll \operatorname{Re}\{\Omega\}$. Επειδή η συνάρτηση $\Psi_{\Pi}(R, \Phi)$ πρέπει να είναι περιοδική ως προς Φ με περίοδο 2π , έχει τη μορφή [27]

$$\Psi_{\Pi}(R, \Phi) = C_m [J_m(K_{\perp} R) + A_0 Y_m(K_{\perp} R)] e^{-im\Phi} \quad (\text{Π.1.4})$$

όπου $m \in \mathbb{Z}$ (δηλαδή $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), C_m, A_0 είναι μιγαδικές σταθερές και J_m και Y_m είναι οι συναρτήσεις Bessel (πρώτου και δεύτερου είδους αντίστοιχα) τάξης m .

Με δεδομένη την παρουσία του πεδίου (Π.1.1), (Π.1.3) στην περιοχή Π , ζητάμε τη συμβατή μορφή του πεδίου στην περιοχή I , δηλαδή μέσα στις σχισμές του εσωτερικού αγωγού. Θεωρούμε ότι και εκεί το πεδίο είναι τύπου ΤΕ με μορφή ανάλογη με τις (Π.1.1), (Π.1.3):

$$\mathbf{E}_I = V_{\max} e^{i\psi_0} f_I(z) [\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_{\perp} \Psi_I(x, y)] e^{i\Omega t} \quad (\text{Π.1.5})$$

$$\mathbf{H}_I = -i \frac{c}{\operatorname{Re}\{\Omega\}\zeta_0} V_{\max} e^{i\psi_0} \left[K_{\perp, I}^2 f_I(z) \Psi_I(x, y) \hat{\mathbf{z}} + \frac{df_I(z)}{dz} \nabla_{\perp} \Psi_I(x, y) \right] e^{i\Omega t} \quad (\text{Π.1.6})$$

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi_I(x, y) + K_{\perp, I}^2 \Psi_I(x, y) = 0 \quad (\text{Π.1.7})$$

Η (Π.1.7) ικανοποιείται από τη μιγαδική συνάρτηση $\Psi_I(x, y)$ στο χώρο των σχισμών, ενώ $K_{\perp, I}$ είναι μιγαδική σταθερά και $|f_I(z)| \leq 1$. Η μορφή της $\Psi_I(x, y)$ είναι [27]:

$$\Psi_I(x, y) = C_m [A_1 \cos(K_x x) + A_2 \sin(K_x x)] [A_3 \cos(K_y y) + A_4 \sin(K_y y)] \quad (\text{Π.1.8})$$

$$K_x^2 + K_y^2 = K_{\perp, I}^2 \quad (\text{Π.1.9})$$

όπου τα A_1, A_2, A_3, A_4 είναι μιγαδικές σταθερές. Το αζιμουθιακό μήκος κύματος του πεδίου (Π.1.1), (Π.1.3) στην επιφάνεια του εσωτερικού αγωγού είναι $\lambda_{\Phi} = 2\pi R_i/|m|$. Θεωρούμε ότι οι ρυτιδώσεις του εσωτερικού αγωγού είναι τόσο πυκνές ώστε η περίοδος ρυτιδώσης s να είναι μικρότερη από $\lambda_{\Phi}/2$. Αυτό ισοδυναμεί με τη συνθήκη $N > 2|m|$ για τον αριθμό των ρυτιδώσεων. Κάνουμε τώρα την παραδοχή ότι το πεδίο από την περιοχή Π , διεισδύοντας στις ρυτιδώσεις, δεν μεταβάλλεται κατά την αζιμουθιακή διεύθυνση (διεύθυνση y) μέσα στη σχισμή μιας ρυτιδώσης διότι $l < s < \lambda_{\Phi}/2$. Αυτό σημαίνει ότι η συνάρτηση $\Psi_I(x, y)$ δεν μεταβάλλεται με το y , οπότε

$$K_y = 0 \Rightarrow K_x^2 = K_{\perp, I}^2 \Rightarrow K_x = K_{\perp, I} \quad (\text{Π.1.10})$$

Η επιλογή του θετικού προσήμου (Π.1.10) γίνεται χωρίς βλάβη της γενικότητας. Ταυτόχρονα, πάλι επειδή είναι $l < s < \lambda_\Phi/2$, θεωρούμε την ποσότητα $e^{-im\Phi}$ περίπου σταθερή στο αζιμουθιακό εύρος l της j -οστης σχισμής. Δηλαδή στην j -οστη σχισμή ισχύει

$$e^{-im\Phi} \cong e^{-im\Phi_j} \quad (\text{Π.1.11})$$

όπου Φ_j η αζιμουθιακή θέση στο μέσο της j -οστης σχισμής (σχήμα 2.1γ).

Το ηλεκτρικό πεδίο πρέπει να ικανοποιεί την κυματική εξίσωση στις περιοχές I και II:

$$\nabla^2 \mathbf{E}_{I,II} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E}_{I,II} = 0 \quad (\text{Π.1.12})$$

Με αντικατάσταση των (Π.1.1), (Π.1.5) στην (Π.1.12) και λόγω των (Π.1.2), (Π.1.7) προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις για τις συναρτήσεις $f_I(z), f_{II}(z)$:

$$\frac{d^2}{dz^2} f_{I,II}(z) + \left[\left(\frac{\Omega}{c} \right)^2 - K_{\perp, I, II}^2 \right] f_{I,II}(z) = 0 \quad (\text{Π.1.13})$$

Αν για κάθε z απαιτηθεί η συνέχεια του αξονικού μαγνητικού πεδίου (συνιστώσα z των $\mathbf{H}_I, \mathbf{H}_{II}$) στην επιφάνεια $R = R_i$ σε όλο το εύρος l της j -οστης σχισμής, τότε από τις (Π.1.3), (Π.1.6) και με την παραδοχή (Π.1.11) προκύπτει ότι το $f_I(z)$ πρέπει να είναι ανάλογο του $f_{II}(z)$. Με αυτό το δεδομένο οι (Π.1.13) δείχνουν ότι θα πρέπει να είναι

$$K_{\perp, I}^2 = K_{\perp, II}^2 \Rightarrow K_{\perp, I} = K_{\perp, II} \triangleq K_{\perp} \quad (\text{Π.1.14})$$

πράγμα που συνεπάγεται ότι

$$f_I(z) = f_{II}(z) \triangleq f(z) \quad (\text{Π.1.15})$$

Τώρα η συνέχεια του αξονικού μαγνητικού πεδίου στο $R = R_i$ ($x = d$) σε όλο το εύρος l της j -οστης σχισμής, καταλήγει στην απαίτηση

$$A_1 \cos(K_{\perp} d) + A_2 \sin(K_{\perp} d) = [J_m(K_{\perp} R_i) + A_0 Y_m(K_{\perp} R_i)] e^{-im\Phi_j} \quad (\text{Π.1.16})$$

όπου θέσαμε $A_3 = 1$ χωρίς βλάβη της γενικότητας.

Η συνέχεια του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου στην κυλινδρική επιφάνεια $R = R_i$ δεν μπορεί να εξασφαλιστεί από τις απλές εκφράσεις (Π.1.1) και (Π.1.5). Η ακριβής λύση του προβλήματος προβλέπει τη θεώρηση του ηλεκτρικού πεδίου στην περιοχή II σαν μια υπέρθεση ρυθμών TE της μορφής (Π.1.1) για όλες τις τιμές του αζιμουθιακού δείκτη m και ακολούθως τον προσδιορισμό των άγνωστων συντελεστών C_m της προκύπτουσας σειράς Fourier μέσω της απαίτησης της συνέχειας της εφαπτομενικής συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου για $R = R_i$. Παρόλα αυτά, η ζητούμενη συνέχεια του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια $R = R_i$ μπορεί να εξασφαλιστεί προσεγγιστικά (κατά μέσο όρο ως προς Φ) διατηρώντας τις

απλές εκφράσεις (Π.1.1) και (Π.1.5) και υιοθετώντας το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης (Surface Impedance Model, SIM) [53], [55]. Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, όταν η πυκνότητα των ρυτιδώσεων είναι αρκετά υψηλή ($N > 2|m|$), μπορούμε να αντιμετωπίσουμε την επιφάνεια του εσωτερικού αγωγού σαν μια κατά προσέγγιση ομοιόμορφη επιφάνεια δεδομένης εμπέδησης, αγνοώντας τις λεπτομέρειές της. Η κυματική αντίσταση της επιφάνειας $R = R_i$ υπολογιζόμενη από την περιοχή ΙΙ ($R > R_i$), είναι

$$\zeta_{II} \triangleq \frac{\hat{\mathbf{\Phi}} \cdot \mathbf{E}_{II}}{\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}_{II}} \Big|_{R \rightarrow R_i} = i\zeta_0 \frac{\text{Re}\{\Omega\} J'_m(K_{\perp} R_i) + A_0 Y'_m(K_{\perp} R_i)}{cK_{\perp} J_m(K_{\perp} R_i) + A_0 Y_m(K_{\perp} R_i)} \quad (\text{Π.1.17})$$

όπου ο τόνος δηλώνει παραγωγή ως προς το όρισμα. Ομοίως, η κυματική αντίσταση της επιφάνειας $R = R_i$ υπολογιζόμενη από την περιοχή Ι ($R < R_i$) είναι

$$\zeta_I \triangleq \frac{\hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{E}_I}{\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}_I} \Big|_{x \rightarrow d} = \begin{cases} i\zeta_0 \frac{\text{Re}\{\Omega\} A_2 \cos(K_{\perp} d) - A_1 \sin(K_{\perp} d)}{cK_{\perp} A_1 \cos(K_{\perp} d) + A_2 \sin(K_{\perp} d)} & 0 < y < l \\ -\zeta_{\text{inner}} & l < y < s \end{cases} \quad (\text{Π.1.18})$$

Η (Π.1.18) ισχύει για την κάθε ρυτιδώση. Η μιγαδική σταθερά ζ_{inner} εξαρτάται από την αγωγιμότητα του εσωτερικού στελέχους και θα σχολιαστεί στη συνέχεια. Η μέση κυματική αντίσταση $\langle \zeta_I \rangle$ δίνεται από τη σχέση

$$\langle \zeta_I \rangle = \frac{1}{s} \int_0^s \zeta_I dy = -i\zeta_0 \frac{\text{Re}\{\Omega\}}{cK_{\perp}} W(K_{\perp}) \quad (\text{Π.1.19})$$

όπου

$$W(K_{\perp}) \triangleq \frac{l}{s} \frac{A_1 \sin(K_{\perp} d) - A_2 \cos(K_{\perp} d)}{A_1 \cos(K_{\perp} d) + A_2 \sin(K_{\perp} d)} - i \frac{cK_{\perp}}{\text{Re}\{\Omega\}} \left(1 - \frac{l}{s}\right) \frac{\zeta_{\text{inner}}}{\zeta_0} \quad (\text{Π.1.20})$$

Απαιτώντας την προσαρμογή των κυματικών αντιστάσεων ζ_{II} και ζ_I κατά μέσο όρο ως προς Φ , δηλαδή θέτοντας $\zeta_{II} = \langle \zeta_I \rangle$, προκύπτει η χαρακτηριστική εξίσωση

$$\frac{J'_m(K_{\perp} R_i) + A_0 Y'_m(K_{\perp} R_i)}{J_m(K_{\perp} R_i) + A_0 Y_m(K_{\perp} R_i)} = -W(K_{\perp}) \quad (\text{Π.1.21})$$

Μετά από αυτά είμαστε σε θέση να χρησιμοποιήσουμε τις παρακάτω ενιαίες εκφράσεις για το μιγαδικό H/M πεδίο \mathbf{E} , \mathbf{H} του ρυθμού TE. Τα πραγματικά πεδία προκύπτουν από τα πραγματικά μέρη των \mathbf{E} , \mathbf{H} :

$$\mathbf{E} = V_{\text{max}} e^{i\psi_0} f(z) [\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_{\perp} \Psi(\mathbf{R})] e^{i\Omega t} \quad (\text{Π.1.22})$$

$$\mathbf{H} = -i \frac{c}{\text{Re}\{\Omega\} \zeta_0} V_{\text{max}} e^{i\psi_0} \left[K_{\perp}^2 f(z) \Psi(\mathbf{R}) \hat{\mathbf{z}} + \frac{df(z)}{dz} \nabla_{\perp} \Psi(\mathbf{R}) \right] e^{i\Omega t} \quad (\text{Π.1.23})$$

$$\Psi(\mathbf{R}) = C_m \cdot \begin{cases} A_1 \cos(K_{\perp} x) + A_2 \sin(K_{\perp} x) & \text{[I]} \\ [J_m(K_{\perp} R) + A_0 Y_m(K_{\perp} R)] e^{-im\Phi} & \text{[II]} \end{cases} \quad (\text{Π.1.24})$$

$$\frac{d^2}{dz^2} f(z) + K_{\parallel}^2 f(z) = 0 \quad (\text{Π.1.25})$$

$$K_{\parallel}^2 \triangleq \left(\frac{\Omega}{c} \right)^2 - K_{\perp}^2 \quad (\text{Π.1.26})$$

όπου $\mathbf{R} = X\hat{\mathbf{X}} + Y\hat{\mathbf{Y}}$ είναι το διάνυσμα θέσης στο εγκάρσιο επίπεδο. Στη σχέση (Π.1.24) που ορίζει τη συνάρτηση $\Psi(\mathbf{R})$ οι κλάδοι I, II αναφέρονται στις περιοχές I και II αντίστοιχα. Το πεδίο των (Π.1.22)-(Π.1.26) ικανοποιεί τις εξισώσεις του Maxwell. Η σχέση (Π.1.16) εξασφαλίζει, με την παραδοχή (Π.1.11), τη συνέχεια της αξονικής συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου στη διαχωριστική επιφάνεια $R = R_i$. Συνεπώς η χαρακτηριστική εξίσωση (Π.1.21), εκφράζοντας την προσαρμογή των κυματικών αντιστάσεων ζ_{II} και $\langle \zeta_i \rangle$, εξασφαλίζει έμμεσα την προσεγγιστική (κατά μέσο όρο ως προς Φ) συνέχεια του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου (και του κάθετου μαγνητικού πεδίου) στη διαχωριστική επιφάνεια $R = R_i$. Επειδή οι (Π.1.22)-(Π.1.24) δείχνουν ότι μέσα στις σχισμές το εφαπτομενικό ηλεκτρικό πεδίο (ή κάθετο μαγνητικό πεδίο) στις πλευρικές επιφάνειες των σχισμών ($y = 0$, $y = l$) είναι μηδενικό, απομένει μόνο η ικανοποίηση των οριακών συνθηκών στον πυθμένα των σχισμών ($x = 0$) και στο εξωτερικό τοίχωμα ($R = R_o$). Σχηματικά, η ικανοποίηση των δύο αυτών οριακών συνθηκών δίνει δύο σχέσεις που σε συνδυασμό με την (Π.1.16) μπορούν να λυθούν εκφράζοντας τις τρεις άγνωστες σταθερές A_0 , A_1 και A_2 συναρτήσει του K_{\perp} . Στη συνέχεια η χαρακτηριστική εξίσωση (Π.1.21) οδηγεί στις επιτρεπτές τιμές της σταθεράς K_{\perp} . Η εξίσωση (Π.1.25) με τις κατάλληλες οριακές συνθήκες στα $z = z_{\text{in}}$, $z = z_{\text{out}}$ αποτελεί πρόβλημα ιδιοτιμών που δίνει τα K_{\parallel} και $f(z)$, οπότε τελικά προκύπτει η μιγαδική συχνότητα Ω του ρυθμού από την (Π.1.26). Θα ασχοληθούμε τώρα ξεχωριστά με τις περιπτώσεις που τα τοιχώματα της κοιλότητας είναι τέλει αγωγοί ή έχουν υψηλή αλλά πεπερασμένη αγωγιμότητα.

- *Κοιλότητα με τέλεια αγωγή τοιχώματα*

Στην περίπτωση που το εξωτερικό τοίχωμα είναι τέλει αγωγός η οριακή συνθήκη για $R = R_o$ δίνει την τιμή της σταθεράς A_0 :

$$\hat{\Phi} \cdot \mathbf{E}|_{R=R_o} = 0 \Rightarrow A_0 = -\frac{J'_m(K_{\perp} R_o)}{Y'_m(K_{\perp} R_o)} \quad (\text{Π.1.27})$$

Η οριακή συνθήκη στον πυθμένα των ρυτιδώσεων δίνει τη σταθερά A_2 :

$$\hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{E}|_{x=0} = 0 \Rightarrow A_2 = 0 \quad (\text{Π.1.28})$$

Κατόπιν αυτών η (Π.1.16) δίνει την τιμή της σταθεράς A_1 :

$$A_1 = \frac{J_m(K_{\perp} R_i) - [J'_m(K_{\perp} R_o)/Y'_m(K_{\perp} R_o)] Y_m(K_{\perp} R_i)}{\cos(K_{\perp} d)} e^{-im\Phi_i} \quad (\text{Π.1.29})$$

Για τέλειο εσωτερικό αγωγό είναι $\zeta_{\text{inner}} = 0$, οπότε η κανονικοποιημένη μέση επιφανειακή εμπέδηση του εσωτερικού στελέχους $W(K_{\perp})$ γίνεται

$$W(K_{\perp}) = \frac{l}{s} \tan(K_{\perp} d) \quad (\text{Π.1.30})$$

Με αυτά τα δεδομένα η χαρακτηριστική εξίσωση (Π.1.21) παίρνει τη μορφή

$$\begin{aligned} J'_m(K_{\perp} R_o) \left[Y'_m(K_{\perp} R_i) + \frac{l}{s} \tan(K_{\perp} d) Y_m(K_{\perp} R_i) \right] = \\ = Y'_m(K_{\perp} R_o) \left[J'_m(K_{\perp} R_i) + \frac{l}{s} \tan(K_{\perp} d) J_m(K_{\perp} R_i) \right] \end{aligned} \quad (\text{Π.1.31})$$

Η εξίσωση αυτή δίνει τις επιτρεπτές τιμές της σταθεράς K_{\perp} για κάθε τιμή του m .

Με φυσικά επιχειρήματα μπορούμε να δείξουμε ότι οι ρίζες K_{\perp} της (Π.1.31) είναι πραγματικές. Θεωρούμε ότι η κοιλότητα τερματίζεται στις επιφάνειες $z = z_{\text{in}}$ και $z = z_{\text{out}}$ με τέλεια αγωγή τοιχώματα. Τότε η κοιλότητα δεν παρουσιάζει απώλειες και η αναπαράσταση (Π.1.22)-(Π.1.23) δείχνει ότι η συχνότητα Ω θα πρέπει να είναι πραγματική, δηλαδή $\text{Im}\{\Omega\} = 0$, $\Omega = \text{Re}\{\Omega\} = \omega_a > 0$. Η οριακή συνθήκη μηδενισμού του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου στις επιφάνειες $z = z_{\text{in}}$ και $z = z_{\text{out}}$ οδηγεί στις συνθήκες $f(z_{\text{in}}) = f(z_{\text{out}}) = 0$. Η εξίσωση (Π.1.25) για τη συνάρτηση αξονικού προφίλ $f(z)$ μαζί με τις συνθήκες αυτές αποτελούν ένα πρόβλημα ιδιοτιμών τύπου Sturm-Liouville το οποίο έχει πραγματικές ιδιοτιμές, δηλαδή $K_{\parallel}^2 \in \mathbb{R}$ [131]. Από αυτά, λόγω της (Π.1.26), συμπεραίνουμε ότι η ποσότητα K_{\perp}^2 είναι πραγματική. Απομένει να δείξουμε ότι $K_{\perp}^2 \geq 0$. Γράφοντας $\Psi(R, \Phi) = R_{\Psi}(R) e^{-im\Phi}$ στην περιοχή II, η (Π.1.2) μέσω της (Π.1.14) και με τις συνθήκες (Π.1.27) και (Π.1.31) καταλήγει στο ακόλουθο πρόβλημα οριακών τιμών για τη συνάρτηση $R_{\Psi}(R)$:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left(R \frac{dR_{\Psi}(R)}{dR} \right) + \left(K_{\perp}^2 - \frac{m^2}{R^2} \right) R_{\Psi}(R) = 0, \quad R'_{\Psi}(R_o) = 0, \quad R'_{\Psi}(R_i) + \frac{l}{s} \tan(K_{\perp} d) R_{\Psi}(R_i) = 0 \quad (\text{Π.1.32})$$

Πολλαπλασιάζουμε τη διαφορική εξίσωση για το $R_{\Psi}(R)$ επί $R[R_{\Psi}(R)]^*$ και ολοκληρώνουμε από $R = R_i$ έως $R = R_o$ χρησιμοποιώντας τις οριακές συνθήκες. Παίρνοντας το φανταστικό μέρος της προκύπτουσας εξίσωσης καταλήγουμε στη σχέση

$$R_i |R_{\Psi}(R_i)|^2 \text{Im} \left\{ \frac{l}{s} \tan(K_{\perp} d) \right\} + \text{Im} \{ K_{\perp}^2 \} \int_{R_i}^{R_o} R |R_{\Psi}(R)|^2 dR = 0 \quad (\text{Π.1.33})$$

Το πρόβλημα (Π.1.32) δεν είναι τύπου Sturm-Liouville διότι η οριακή συνθήκη στο $R = R_i$ εξαρτάται από την ιδιοτιμή K_{\perp}^2 . Για αυτό και έπρεπε να αποδείξουμε λίγο πριν με έμμεσο τρόπο ότι $K_{\perp}^2 \in \mathbb{R}$, πράγμα που σε συνδυασμό με την (Π.1.33) οδηγεί στο ότι το K_{\perp} είναι πραγματικό^(*). Επιπλέον είναι και $K_{\perp} \neq 0$ διότι αν $K_{\perp} = 0$ τότε το πρόβλημα (Π.1.32) μαζί με τις (Π.1.22)-(Π.1.23) δίνει παντού μηδενικά πεδία. Χωρίς βλάβη της γενικότητας, λόγω της αναπαράστασης πεδίων (Π.1.22)-(Π.1.23), μπορούμε τώρα να πούμε ότι $K_{\perp} > 0$.

^(*) Σημειώνουμε ότι δεν μπορεί να είναι $R_{\Psi}(R_i) = 0$ διότι τότε από τη δεύτερη οριακή συνθήκη (Π.1.32) προκύπτει και $R'_{\Psi}(R_i) = 0$, οπότε το πρόβλημα (Π.1.32) επιδέχεται μόνο τη μηδενική λύση $R_{\Psi}(R) \equiv 0$.

Καταλήγουμε έτσι στο συμπέρασμα ότι όταν η κοιλότητα έχει τέλεια αγωγιμα τοιχώματα τότε είναι

$$K_{\perp} = k_{\perp} \triangleq \frac{\chi_{mp}}{R_o} > 0 \quad (p = 1, 2, 3, \dots) \quad (\text{Π.1.34})$$

όπου η θετική πραγματική ιδιοτιμή χ_{mp} ικανοποιεί την εξίσωση

$$J'_m(\chi_{mp}) \left[Y'_m \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right) + w(\chi_{mp}) Y_m \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right) \right] = Y'_m(\chi_{mp}) \left[J'_m \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right) + w(\chi_{mp}) J_m \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right) \right] \quad (\text{Π.1.35})$$

όπου $C = R_o/R_i$, $w(\chi_{mp}) \triangleq (l/s) \tan(\chi_{mp} d / R_o) = (l/s) \tan(k_{\perp} d)$. Στην περίπτωση που δεν υπάρχουν ρυτιδώσεις, δηλαδή όταν είναι $d \rightarrow 0$ ή $l \rightarrow 0$, έχουμε $w(\chi_{mp}) \rightarrow 0$ και η χαρακτηριστική εξίσωση (Π.1.35) καταλήγει στη γνωστή χαρακτηριστική εξίσωση των ρυθμών TE σε ομοαξονικό κυματοδηγό λείου εσωτερικού στελέχους [27].

- *Κοιλότητα με τοιχώματα υψηλής αλλά πεπερασμένης αγωγιμότητας*

Θεωρούμε τώρα ότι το εξωτερικό τοίχωμα της κοιλότητας και ο εσωτερικός αγωγός έχουν υψηλές αλλά πεπερασμένες ειδικές ηλεκτρικές αγωγιμότητες σ_{out} και σ_{in} αντίστοιχα, οπότε και εμφανίζονται μικρές ωμικές απώλειες. Αν $\omega > 0$ είναι η κυκλική συχνότητα του ρυθμού στην περίπτωση που η κοιλότητα δεν παρουσιάζει ωμικές απώλειες, τότε η οριακή συνθήκη στην επιφάνεια του αγωγίμου τοιχώματος είναι [26]

$$\mathbf{E}_t = (1+i)\zeta_0 \sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{2\sigma}} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_t \quad (\text{Π.1.36})$$

όπου \mathbf{E}_t , \mathbf{H}_t οι εφαπτομενικές στο τοίχωμα συνιστώσες του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου, σ η ειδική ηλεκτρική αγωγιμότητα του τοιχώματος και $\hat{\mathbf{n}}$ το μοναδιαίο διάνυσμα που είναι κάθετο στο τοίχωμα και κατευθύνεται εκτός του τοιχώματος. Η συνθήκη (Π.1.36) για το εξωτερικό τοίχωμα ($R = R_o$) δίνει

$$\left. \frac{\hat{\Phi} \cdot \mathbf{E}}{\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}} \right|_{R=R_o} = - \left. \frac{\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{E}}{\hat{\Phi} \cdot \mathbf{H}} \right|_{R=R_o} = \zeta_{\text{outer}} \triangleq (1+i)\zeta_0 \sqrt{\frac{\omega\epsilon_0}{2\sigma_{\text{out}}}} = \frac{(1+i)}{\sigma_{\text{out}} \delta_{\text{out}}} \quad (\text{Π.1.37})$$

Η συχνότητα ω θεωρείται γνωστή και ο προσδιορισμός της θα αναλυθεί στη συνέχεια. Η δεύτερη ισότητα στην (Π.1.37) δείχνει ότι όταν $\sigma_{\text{out}} < \infty$ η ύπαρξη συνιστώσας μαγνητικού πεδίου στη διεύθυνση Φ συνοδεύεται αναγκαστικά από ύπαρξη συνιστώσας ηλεκτρικού πεδίου στη διεύθυνση z . Δηλαδή ο ρυθμός δεν μπορεί να είναι πια TE. Παρόλα αυτά μπορούμε να αγνοήσουμε το αξονικό ηλεκτρικό πεδίο για τον εξής λόγο: Επειδή ασχολούμαστε με την περίπτωση υψηλής αγωγιμότητας ($\sigma_{\text{out}} \gg \omega\epsilon_0$) είναι $|\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{E}| \ll |\hat{\Phi} \cdot \mathbf{H}|$. Επιπλέον, επειδή ενδιαφερόμαστε για ρυθμούς κοντά στην αποκοπή ($|\Omega| \approx |cK_{\perp}|$), αφού τέτοιοι εμπλέκονται στην Αλληλεπίδραση Γυροτρονίου, είναι $|\hat{\Phi} \cdot \mathbf{H}| \ll |\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}|$. Κατά συνέπεια $|\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{E}| \ll |\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}|$, που σημαίνει ότι το αξονικό ηλεκτρικό πεδίο είναι πολύ μικρότερο από το αξονικό μαγνητικό πεδίο οπότε μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο ρυθμός συνεχίζει να έχει τα χαρακτηριστικά ενός ρυθμού TE ακόμη

και στην περίπτωση πεπερασμένης αγωγιμότητας [52]. Αγνοώντας έτσι τη δεύτερη ισότητα στην (Π.1.37), παίρνουμε την τιμή της σταθεράς A_0 :

$$A_0 = -\frac{J'_m(K_\perp R_o) + i \frac{\zeta_{\text{outer}}}{\zeta_0} \frac{cK_\perp}{\omega} J_m(K_\perp R_o)}{Y'_m(K_\perp R_o) + i \frac{\zeta_{\text{outer}}}{\zeta_0} \frac{cK_\perp}{\omega} Y_m(K_\perp R_o)} \quad (\text{Π.1.38})$$

Για την εξαγωγή της (Π.1.38) χρησιμοποιήθηκε η προσέγγιση $\text{Re}\{\Omega\} \cong \omega$ στον παρονομαστή της (Π.1.23), η οποία είναι δικαιολογημένη διότι για μικρές ωμικές απώλειες αναμένεται $\text{Im}\{\Omega\} \ll \text{Re}\{\Omega\} \cong \omega$ [26].

Η οριακή συνθήκη στον πυθμένα των σχισμών του εσωτερικού αγωγού έχει μορφή ανάλογη με την (Π.1.37):

$$-\left. \frac{\hat{\mathbf{y}} \cdot \mathbf{E}}{\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}} \right|_{x=0} = \zeta_{\text{inner}} \hat{=} (1+i)\zeta_0 \sqrt{\frac{\omega \varepsilon_0}{2\sigma_{\text{in}}}} = \frac{(1+i)}{\sigma_{\text{in}} \delta_{\text{in}}} \quad (\text{Π.1.39})$$

Μάλιστα, επειδή στις σχισμές υποθέσαμε ότι δεν έχουμε συνιστώσα μαγνητικού πεδίου στη διεύθυνση y , η συνθήκη (Π.1.36) στο $x=0$ δεν επιβάλλει την ύπαρξη αξονικού ηλεκτρικού πεδίου. Η (Π.1.39) δίνει τη σχέση:

$$\frac{A_2}{A_1} = i \frac{\zeta_{\text{inner}}}{\zeta_0} \frac{cK_\perp}{\omega} \quad (\text{Π.1.40})$$

όπου και πάλι έγινε η προσέγγιση $\text{Re}\{\Omega\} \cong \omega$ στον παρονομαστή της (Π.1.23). Οι σχέσεις (Π.1.16), (Π.1.40) δίνουν τις σταθερές A_1, A_2 συναρτήσει του K_\perp :

$$A_1 = \frac{[J_m(K_\perp R_i) + A_0 Y_m(K_\perp R_i)] e^{-im\Phi_j}}{\cos(K_\perp d) + i \frac{\zeta_{\text{inner}}}{\zeta_0} \frac{cK_\perp}{\omega} \sin(K_\perp d)} \quad (\text{Π.1.41})$$

$$A_2 = i \frac{\zeta_{\text{inner}}}{\zeta_0} \frac{cK_\perp}{\omega} A_1 \quad (\text{Π.1.42})$$

με A_0 από την (Π.1.38). Ακολούθως, θέτοντας $\text{Re}\{\Omega\} \cong \omega$ στην έκφραση (Π.1.20) για το W , η χαρακτηριστική εξίσωση (Π.1.21) έχει σαν άγνωστο μόνο το K_\perp και συνεπώς προσδιορίζει τις επιτρεπτές τιμές του για κάθε m .

Για τις οριακές συνθήκες στις πλευρικές επιφάνειες των σχισμών και στην κορυφή των οδοντώσεων σημειώνουμε τα εξής: Σε ό,τι αφορά τις πλευρικές επιφάνειες, η συνιστώσα x του μαγνητικού πεδίου οδηγεί, σύμφωνα με την (Π.1.36), σε αξονική συνιστώσα ηλεκτρικού πεδίου. Αυτήν τη συνιστώσα όμως την αγνοούμε για υψηλή αγωγιμότητα τοιχώματος και ρυθμό κοντά στην αποκοπή, όπως κάναμε προηγουμένως και για το εξωτερικό τοίχωμα. Επίσης η αξονική συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου συνεπάγεται συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου στη διεύθυνση x . Η συνιστώσα όμως αυτή είναι μικρή λόγω $\sigma_{\text{in}} \gg \omega \varepsilon_0$. Επιπλέον, η αρχική υπόθεση της μη εξάρτησης των πεδίων από το y στη σχισμή το πολύ να τροποποιηθεί, λόγω της πεπερασμένης

αγωγιμότητας, σε ασθενή εξάρτηση. Αυτό όμως σημαίνει μικρές τιμές της συνιστώσας x του ηλεκτρικού πεδίου σε όλη τη σχισμή, οπότε τελικά και αυτή η συνιστώσα μπορεί να αγνοηθεί. Στην κορυφή των οδοντώσεων τώρα, η συνιστώσα Φ του μαγνητικού πεδίου οδηγεί λόγω (Π.1.36) σε αξονική συνιστώσα ηλεκτρικού πεδίου, η οποία και πάλι αγνοείται για ρυθμό κοντά στην αποκοπή. Για την αξονική συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου έχουμε

$$-\left. \frac{\hat{\Phi} \cdot \mathbf{E}}{\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}} \right|_{R=R_i} = \zeta_{\text{inner}} \quad (\text{Π.1.43})$$

Η συνθήκη αυτή όμως περιλαμβάνεται στον ορισμό (Π.1.18) της κυματικής αντίστασης ζ και η ικανοποίηση της εξασφαλίζεται (κατά μέσο όρο ως προς Φ με βάση το Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης) από την ικανοποίηση της χαρακτηριστικής εξίσωσης (Π.1.21).

Σε αντίθεση με την περίπτωση των τέλεια αγωγίμων τοιχωμάτων ($\sigma_{\text{out}}, \sigma_{\text{in}} \rightarrow \infty$), το K_{\perp} σαν λύση της (Π.1.21) είναι τώρα μιγαδικό. Αυτό δείχνεται με φυσικά επιχειρήματα ως εξής: Θεωρούμε πάλι τέλεια αγωγίμες επιφάνειες στα άκρα $z = z_{\text{in}}$ και $z = z_{\text{out}}$, οπότε η (Π.1.25) δίνει πραγματικό K_{\parallel}^2 . Μια τέτοια κοιλότητα παρουσιάζει απώλειες που είναι μόνο ωμικές λόγω της πεπερασμένης αγωγιμότητας του εξωτερικού τοιχώματος και του εσωτερικού αγωγού. Έτσι πρέπει να είναι $\Omega = \text{Re}\{\Omega\} + i\omega/(2Q_{\text{ohm}})$ διότι η μέση αποθηκευμένη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια W_{em} του ρυθμού πρέπει να φθίνει σαν $\exp(-\omega t/Q_{\text{ohm}})$, όπου Q_{ohm} είναι ο ωμικός συντελεστής ποιότητάς του που δίνεται από την (1.3.7). Αυτά προκύπτουν από την εφαρμογή του ενεργειακού ισοζυγίου (1.3.6) σε κοιλότητα χωρίς ηλεκτρονική δέσμη και χωρίς απώλειες περίθλασης. Συνεπώς, λόγω του πραγματικού K_{\parallel}^2 , η (Π.1.26) οδηγεί σε μιγαδικό K_{\perp}^2 . Για μικρές ωμικές απώλειες ($\sigma_{\text{out}}, \sigma_{\text{in}} \gg \omega\epsilon_0$, $Q_{\text{ohm}} \gg 1$) μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το K_{\perp} είναι κοντά στο k_{\perp} που είναι η λύση (Π.1.34) της χαρακτηριστικής εξίσωσης (Π.1.21) για τέλεια αγωγή τοιχώματα. Μπορούμε έτσι να γράψουμε $K_{\perp} = k_{\perp} + \delta k_1 + i\delta k_2$ με $\delta k_1, \delta k_2$ πραγματικά και $|\delta k_1|, |\delta k_2| \ll k_{\perp}$. Επίσης μπορούμε να θεωρήσουμε την κυκλική συχνότητα του ρυθμού κοντά στο ω που είναι η τιμή της για τέλεια αγωγή τοιχώματα και να γράψουμε $\Omega = \omega + \delta\omega_1 + i\delta\omega_2$ με $\delta\omega_1, \delta\omega_2$ πραγματικά, $|\delta\omega_1|, |\delta\omega_2| \ll \omega$ και $\delta\omega_2 = \omega/(2Q_{\text{ohm}})$. Μετά από αυτά η μιγαδική σχέση (Π.1.26), αγνοώντας όρους που περιέχουν τις μικρές μετατοπίσεις $\delta\omega$ ή δk στο τετράγωνο και επειδή $(\omega/c)^2 = k_{\perp}^2 + K_{\parallel}^2$, δίνει τις σχέσεις $\omega\delta\omega_1 = c^2 k_{\perp} \delta k_1$ και $\omega\delta\omega_2 = c^2 k_{\perp} \delta k_2$. Συνεπώς συνάγουμε για τη ρίζα K_{\perp} της χαρακτηριστικής εξίσωσης για τοιχώματα υψηλής (αλλά πεπερασμένης) αγωγιμότητας το ακόλουθο:

$$K_{\perp} = k_{\perp} + \frac{\omega^2}{c^2 k_{\perp}} \left(\frac{\delta\omega_1}{\omega} + \frac{i}{2Q_{\text{ohm}}} \right) \approx \frac{\chi_{mp}}{R_o} \left(1 + \frac{i}{2Q_{\text{ohm}}} \right) \quad (\text{Π.1.44})$$

Στην (Π.1.44) τα ω, k_{\perp} αναφέρονται στην περίπτωση των τέλεια αγωγίμων τοιχωμάτων ενώ $\delta\omega_1$ είναι η διόρθωση στην κυκλική συχνότητα ω λόγω των ωμικών απωλειών. Η προσεγγιστική έκφραση στην (Π.1.44) ισχύει για ρυθμό κοντά στην αποκοπή ($\omega \approx ck_{\perp}$) και αγνοεί την ωμική διόρθωση συχνότητας $\delta\omega_1$. Αυτό είναι συνήθης πρακτική επειδή $\delta\omega_1 = -\omega/(2Q_{\text{ohm}}) \ll \omega$ [26].

Στην περίπτωση τέλος του λείου εσωτερικού αγωγού ($d \rightarrow 0$ ή $l \rightarrow 0$), η (Π.1.20) σε συνδυασμό με την (Π.1.40) δίνει (για $\text{Re}\{\Omega\} \cong \omega$):

$$W(K_{\perp}) \rightarrow W_{\text{smooth}} \hat{=} -i \frac{cK_{\perp}}{\omega} \frac{\zeta_{\text{inner}}}{\zeta_0} \quad (\text{Π.1.45})$$

Με την προσέγγιση $cK_{\perp}/\omega \approx 1$ (ρυθμός κοντά στην αποκοπή) η χαρακτηριστική εξίσωση (Π.1.21) με $W(K_{\perp}) = W_{\text{smooth}}$ και A_0 από (Π.1.38) γίνεται όμοια με την (3) του [52].

2. Κοιλότητα ανομοιόμορφη κατά τον άξονα z και Προσέγγιση Vlasov

Η κοιλότητα του σχήματος 2.1 παρουσιάζει ήπια αξονική ανομοιογένεια, δηλαδή η εξωτερική και η εσωτερική ακτίνα της είναι ήπιες συναρτήσεις του z . Σε μια τέτοια κοιλότητα δεν μπορούν να υπάρξουν ανεξάρτητοι ρυθμοί TE διότι δεν μπορούν να ικανοποιηθούν οι οριακές συνθήκες στα τοιχώματα μόνο με ρυθμούς TE. Όταν όμως η αξονική ανομοιογένεια είναι ήπια (γωνίες κλίσης μικρότερες από 5°) τότε η σύζευξη των ρυθμών TE με τους TM είναι ασθενής και μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η κοιλότητα προσεγγιστικά υποστηρίζει ρυθμούς TE. Αυτή είναι η λεγόμενη προσέγγιση Vlasov (Vlasov Approximation) [25]. Με αυτό το σκεπτικό μπορούμε να πούμε ότι όλη η ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου συνεχίζει να ισχύει τοπικά για κάθε z και στην περίπτωση της ανομοιόμορφης κοιλότητας. Μπορούμε έτσι να χρησιμοποιήσουμε τα προηγούμενα αποτελέσματα αρκεί όλες οι σχετικές ποσότητες (π. χ. R_o , R_i , C , K_{\perp} , K_{\parallel} κλπ) να θεωρηθούν ήπιες συναρτήσεις του z και να αγνοηθούν οι παράγωγοί τους ως προς z μπροστά στην παράγωγο ως προς z της συνάρτησης αξονικού προφίλ $f(z)^{(*)}$.

Η κοιλότητα παρουσιάζει ωμικές απώλειες και απώλειες από τα ανοικτά της άκρα στο $z = z_{\text{in}}$ και στο $z = z_{\text{out}}$. Για το λόγο αυτό πρέπει να είναι

$$\Omega = (\omega + \delta\omega_1) \left(1 + \frac{i}{2Q_{\text{tot}}} \right) \cong \omega + \delta\omega_1 + i \frac{\omega}{2Q_{\text{tot}}} \quad (\text{Π.1.46})$$

όπου $\omega > 0$ είναι η κυκλική συχνότητα του ρυθμού στην περίπτωση που δεν υπάρχουν ωμικές απώλειες, $\delta\omega_1 < 0$ είναι η μικρή μείωση στη συχνότητα λόγω των ωμικών απωλειών και $Q_{\text{tot}} > 0$ είναι ο συντελεστής ποιότητας του ρυθμού που δίνεται από την (1.3.9). Η προσεγγιστική δεύτερη σχέση αγνοεί το γινόμενο των μικρών ποσοτήτων $\delta\omega_1$ και $1/Q_{\text{tot}}$ (υποθέτουμε μικρές απώλειες, $Q_{\text{tot}} \gg 1$). Η (Π.1.46) εξασφαλίζει τη μείωση της μέσης αποθηκευμένης Η/Μ ενέργειας W_{em} του ρυθμού σαν $\exp(-\omega t/Q_{\text{tot}})$ σύμφωνα με το ενεργειακό ισοζύγιο (1.3.6) απουσία ηλεκτρονίων. Από την (Π.1.44) παίρνουμε την τιμή του εγκάρσιου κυματαριθμού K_{\perp} σαν ήπια συνάρτηση του z

$$K_{\perp}(z) = k_{\perp}(z) + \frac{\omega^2}{c^2 k_{\perp}(z)} \left(\frac{\delta\omega_1}{\omega} + \frac{i}{2Q_{\text{ohm}}} \right) \cong k_{\perp}(z) \left(1 + \frac{\delta\omega_1}{\omega} + \frac{i}{2Q_{\text{ohm}}} \right) \quad (\text{Π.1.47})$$

όπου $k_{\perp}(z) \in \mathbb{R}$ είναι η ρίζα της χαρακτηριστικής εξίσωσης (Π.1.31) στη θέση z . Η δεύτερη προσεγγιστική ισότητα στην (Π.1.47) αφορά ρυθμό κοντά στην αποκοπή ($\omega \cong ck_{\perp}$). Από την (Π.1.26) και τις (Π.1.46)-(Π.1.47), αγνοώντας τα γινόμενα των μικρών ποσοτήτων, παίρνουμε τη συνάρτηση $K_{\parallel}^2(z)$

(*) Η προσέγγιση αυτή είναι ουσιαστικά η μέθοδος WKB σε μηδενική τάξη.

$$K_{\parallel}^2(z) = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 + \frac{i}{Q_{\text{dif}}} \right) - k_{\perp}^2(z) \quad (\text{Π.1.48})$$

Στην (Π.1.48) εμφανίστηκε ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας Q_{dif} με χρήση της σχέσης (1.3.9)^(*). Η μιγαδική συνάρτηση αξονικού προφίλ $f(z)$ ικανοποιεί τώρα την τροποποιημένη (Π.1.25)

$$\frac{d^2}{dz^2} f(z) + K_{\parallel}^2(z) f(z) = 0 \quad (\text{Π.1.49})$$

με $K_{\parallel}^2(z)$ από (Π.1.48) και με τις ακόλουθες συνθήκες ακτινοβολίας στα άκρα $z = z_{\text{in}}$ και $z = z_{\text{out}}$ [29]:

$$\left[\frac{d}{dz} f(z) - iK_{\parallel}(z) f(z) \right]_{z=z_{\text{in}}} = 0 \quad (\text{Π.1.50})$$

$$\left[\frac{d}{dz} f(z) + iK_{\parallel}(z) f(z) \right]_{z=z_{\text{out}}} = 0 \quad (\text{Π.1.51})$$

Αυτές οι οριακές συνθήκες εκφράζουν το γεγονός ότι η $f(z)$ στα ανοικτά άκρα της κοιλότητας πρέπει να περιγράφει κύμα που εξέρχεται από την κοιλότητα, διότι δεν υπάρχουν πηγές ηλεκτρομαγνητικής ισχύος έξω από την κοιλότητα. Η επιλογή της κατάλληλης κλαδικής τομής για το $K_{\parallel}(z)$ γίνεται έτσι με τον κανόνα $\text{Re}\{K_{\parallel}\} > 0$ όταν $\text{Re}\{K_{\parallel}^2\} > 0$ και $\text{Im}\{K_{\parallel}\} < 0$ όταν $\text{Re}\{K_{\parallel}^2\} < 0$ [29]. Το πρόβλημα (Π.1.49)-(Π.1.51) είναι ένα μιγαδικό πρόβλημα ιδιοτιμών με μιγαδική ιδιοτιμή $q = (\omega/c)^2(1 + i/Q_{\text{dif}})$. (Δεν είναι όμως πρόβλημα Sturm-Liouville διότι οι οριακές συνθήκες εξαρτώνται από την ιδιοτιμή q .) Η αριθμητική λύση του μας δίνει τις επιτρεπτές τιμές του q (δηλαδή τις επιτρεπτές τιμές του ζεύγους ω , Q_{dif}) μαζί με τις αντίστοιχες ιδιοσυναρτήσεις $f_q(z)$ [28], [29], [62].

Είμαστε τώρα σε θέση να δώσουμε τα βήματα για την εύρεση της αναπαράστασης του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα του σχήματος 2.1. Με δεδομένη τη γεωμετρία και τις σταθερές παραμέτρους ρυτίδωσης l/s και d/R_o , επιλύουμε αριθμητικά τη μορφή (Π.1.35) της χαρακτηριστικής εξίσωσης (μορφή χωρίς ωμικές απώλειες) και βρίσκουμε την ιδιοτιμή χ_{mp} του ρυθμού για κάθε $z \in [z_{\text{in}}, z_{\text{out}}]$:

$$J'_m(\chi_{mp}) \left[Y'_m \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right) + w(\chi_{mp}) Y_m \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right) \right] = Y'_m(\chi_{mp}) \left[J'_m \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right) + w(\chi_{mp}) J_m \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right) \right] \quad (\text{Π.1.52})$$

όπου $p = 1, 2, 3, \dots$ και

$$C = R_o(z)/R_f(z), \quad w(\chi_{mp}) \hat{=} (l/s) \tan(\chi_{mp} d / R_o) \quad (\text{Π.1.53})$$

Προκύπτει έτσι από την (Π.1.34) η θετική πραγματική συνάρτηση $k_{\perp}(z)$:

(*) Αν θεωρούσαμε ότι δεν υπάρχουν ωμικές απώλειες θα καταλήγαμε και πάλι στην (Π.1.48) διότι τότε θα ήταν $\Omega = \omega + i\omega/(2Q_{\text{tot}})$ με $Q_{\text{tot}} = Q_{\text{dif}}$ και $K_{\perp} = k_{\perp}(z)$.

$$k_{\perp}(z) \equiv k_{\perp mp}(z) = \frac{\chi_{mp}(z)}{R_o(z)} > 0 \quad (\text{Π.1.54})$$

Κατόπιν, από την αριθμητική επίλυση του προβλήματος ιδιοτιμών (Π.1.48)-(Π.1.51) προκύπτει η μιγαδική συνάρτηση αξονικού προφίλ $f(z)$, η συχνότητα $\omega > 0$ και ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας $Q_{\text{dif}} > 0$. Στη συνέχεια, με το ω που μόλις προσδιορίστηκε, επιλύεται αριθμητικά για κάθε z η χαρακτηριστική εξίσωση (Π.1.21) θέτοντας $\Omega \equiv \omega$ στην (Π.1.20) και με χρήση των (Π.1.38), (Π.1.41)-(Π.1.42). Με αυτόν τον τρόπο προκύπτει η μιγαδική συνάρτηση $K_{\perp}(z)$ και από την (Π.1.47) η ωμική διόρθωση συχνότητας $\delta\omega_1$ και ο ωμικός συντελεστής ποιότητας Q_{ohm} (σαν μέσες τιμές ως προς z). Προσδιορίζεται έτσι από την (Π.1.46) η μιγαδική συχνότητα Ω του ρυθμού (αφού $1/Q_{\text{tot}} = 1/Q_{\text{ohm}} + 1/Q_{\text{dif}}$) και ακολούθως οι (Π.1.22)-(Π.1.24) δίνουν τα πεδία.

Η απλοποιημένη αναπαράσταση πεδίου που χρησιμοποιείται ευρέως και που παρουσιάζεται στην ενότητα 2.2, προκύπτει από τη μορφή των (Π.1.22)-(Π.1.24) στην περίπτωση των τέλεια αγωγίων τοιχωμάτων:

$$\mathbf{E} = V_{\text{max}} e^{i\psi_0} f(z) [\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_{\perp} \Psi_{mp}(\mathbf{R}; z)] e^{i\Omega t} \quad (\text{Π.1.55})$$

$$\mathbf{H} = -i \frac{c}{\omega \zeta_0} V_{\text{max}} e^{i\psi_0} \left[k_{\perp}^2(z) f(z) \Psi_{mp}(\mathbf{R}; z) \hat{\mathbf{z}} + \frac{df(z)}{dz} \nabla_{\perp} \Psi_{mp}(\mathbf{R}; z) \right] e^{i\Omega t} \quad (\text{Π.1.56})$$

$$\Psi_{mp}(\mathbf{R}; z) = C_{mp}(z) \cdot \begin{cases} \frac{Z_{mp}[k_{\perp}(z)R_i(z); z]}{\cos[\chi_{mp}(z)d/R_o]} e^{-im\Phi_j} \cos[k_{\perp}(z)x] & \text{[I]} \\ Z_{mp}[k_{\perp}(z)R; z] e^{-im\Phi} & \text{[II]} \end{cases} \quad (\text{Π.1.57})$$

$$Z_{mp}(u; z) \hat{=} J_m(u) - \frac{J'_m[\chi_{mp}(z)]}{Y'_m[\chi_{mp}(z)]} Y_m(u) \quad (\text{Π.1.58})$$

$$\Omega = \omega \left[1 + \frac{i}{2} \left(\frac{1}{Q_{\text{ohm}}} + \frac{1}{Q_{\text{dif}}} \right) \right] \quad (\text{Π.1.59})$$

Το μόνο σημείο στο οποίο υπεισέρχεται η πεπερασμένη αγωγιμότητα των τοιχωμάτων, είναι στην ύπαρξη του ωμικού συντελεστή ποιότητας στην (Π.1.59). Ο προσδιορισμός του Q_{ohm} δεν γίνεται από το φανταστικό μέρος του K_{\perp} μετά από επίλυση της γενικής χαρακτηριστικής εξίσωσης (Π.1.21), αλλά από την επιφανειακή πυκνότητα ισχύος των ωμικών απωλειών (ενότητα 2.5). Η ωμική διόρθωση συχνότητας $\delta\omega_1$ αμελείται. Η τιμή της μπορεί να δοθεί από τη σχέση [26]

$$\delta\omega_1 = -\frac{\omega}{2Q_{\text{ohm}}} \quad (\text{Π.1.60})$$

3. Ορθογωνιότητα ιδιοδιανυσμάτων

Το εγκάρσιο ιδιοδιάνυσμα \mathbf{e}_{mp} του ρυθμού TE_{mp} είναι, λόγω αξονικής ανομοιογένειας, μια ήπια συνάρτηση του z και δίνεται εξορισμού από την ακόλουθη σχέση:

$$\mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z) \hat{=} \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_{\perp} \Psi_{mp}(\mathbf{R}; z) \quad (\text{Π.1.61})$$

με $\Psi_{mp}(\mathbf{R}; z)$ από την (Π.1.57). Επειδή η συνάρτηση $\Psi_{mp}(\mathbf{R}; z)$ ικανοποιεί τη βαθμωτή εξίσωση του Helmholtz σε κάθε z , το ιδιοδιάνυσμα $\mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z)$ ικανοποιεί τη διανυσματική εξίσωση του Helmholtz σε κάθε z :

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi_{mp}(\mathbf{R}; z) + k_{\perp mp}^2(z) \Psi_{mp}(\mathbf{R}; z) = 0 \Rightarrow \nabla_{\perp}^2 \mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z) + k_{\perp mp}^2(z) \mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z) = 0 \quad (\text{Π.1.62})$$

Χωρίς βλάβη της γενικότητας (λόγω της παρουσίας της αυθαίρετης σταθεράς φάσης ψ_0 στην αναπαράσταση του πεδίου) μπορούμε να θεωρήσουμε τον αυθαίρετο συντελεστή $C_{mp}(z)$ πραγματικό και θετικό. Με την επιλογή

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi C_{mp}^2} &= Z_{mp}^2(\chi_{mp}) [\chi_{mp}^2 - m^2] + \\ &+ Z_{mp}^2 \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right) \left\{ m^2 - \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right)^2 (1 + w^2) + \frac{\chi_{mp}}{C} \left[w + \chi_{mp} \frac{d}{R_o} \left(\frac{l}{s} + \frac{s}{l} w^2 \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{Π.1.63})$$

όπου $w \equiv w(\chi_{mp})$ από (Π.1.53), τα ιδιοδιανύσματα είναι κανονικοποιημένα [53], [54]

$$\iint_{S(z)} |\mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z)|^2 dS = \iint_{S(z)} |\nabla_{\perp} \Psi_{mp}(\mathbf{R}; z)|^2 dS = 1 \quad (\text{Π.1.64})$$

όπου η επιφάνεια $S(z) = S_{\text{II}}(z) \cup S_{\text{I}}(z)$ είναι η συνολική εγκάρσια διατομή της κοιλότητας στη θέση z , δηλαδή ο διάτρητος δίσκος $S_{\text{II}}(z) = \{(R, \Phi): R_i(z) < R < R_o(z)\}$ μαζί με τις N εγκάρσιες διατομές $S_{\text{I}}(z) = \bigcup_{j=1}^N S_{\text{I}j}(z)$, $S_{\text{I}j}(z) = \{(x, y): 0 < x < d, 0 < y < l\}$ των N σχισμών του εσωτερικού αγωγού.

Θα δείξουμε ότι, με την προϋπόθεση $N > 2|m|$, τα ιδιοδιανύσματα ικανοποιούν σχέσεις ορθογωνιότητας. Θα χρησιμοποιούμε το διπλό δείκτη $n \equiv \{m, p\}$ και θα παραλείπουμε τα ορίσματα των συναρτήσεων για απλοποίηση του συμβολισμού. Ισχύει η σχέση:

$$\iint_S \mathbf{e}_n \cdot \mathbf{e}_{n'}^* dS = \iint_{S_{\text{II}}} \nabla_{\perp} \Psi_n \cdot \nabla_{\perp} \Psi_{n'}^* dS + \sum_{j=1}^N \iint_{S_{\text{I}j}} \nabla_{\perp} \Psi_n \cdot \nabla_{\perp} \Psi_{n'}^* dS \quad (\text{Π.1.65})$$

Η παρένθεση έχει την έννοια ότι το σύμβολο μπορεί να παραλειφθεί. Δηλαδή η (Π.1.65) αφορά δύο περιπτώσεις, αυτήν όπου εμφανίζεται το διάνυσμα $\mathbf{e}_{n'}$ και αυτήν που εμφανίζεται ο μιγαδικός του συζυγής ($\mathbf{e}_{n'}^*$). Η συνάρτηση $\Psi_n(\mathbf{R}; z)$ είναι συνάρτηση δύο μεταβλητών για κάθε z και έχει συνεχείς μερικές παραγώγους μέχρι δεύτερης τάξης στις

επιφάνειες S_{II} και S_{Ij} ($j = 1, 2, \dots, N$) ενώ δεν είναι (αυστηρά) συνεχής για $R = R_i$ στην επιφάνεια S . Χρησιμοποιώντας την πρώτη ταυτότητα του Green στο επίπεδο και την πρώτη από τις (Π.1.62), μπορούμε να γράψουμε το εξής στις επιφάνειες S_{II} και S_{Ij} :

$$\iint_{S_{II}, S_{Ij}} \nabla_{\perp} \Psi_n \cdot \nabla_{\perp} \Psi_{n'}^{(*)} dS = \oint_{\partial S_{II}^+, \partial S_{Ij}^+} \frac{\partial \Psi_n}{\partial n} \Psi_{n'}^{(*)} d\ell + k_{\perp n}^2 \iint_{S_{II}, S_{Ij}} \Psi_n \Psi_{n'}^{(*)} dS \quad (\text{Π.1.66})$$

Επίσης, πολλαπλασιάζοντας την πρώτη από τις (Π.1.62) επί $(\Psi_{n'})^{(*)}$ και την $\nabla_{\perp}^2 \Psi_{n'}^{(*)} + k_{\perp n'}^2 \Psi_{n'}^{(*)} = 0$ επί Ψ_n , αφαιρώντας τις προκύπτουσες σχέσεις κατά μέλη και ολοκληρώνοντας στην επιφάνεια S_{II} ή S_{Ij} παίρνουμε, με χρήση της δεύτερης ταυτότητας του Green στο επίπεδο, το ακόλουθο:

$$(k_{\perp n'}^2 - k_{\perp n}^2) \iint_{S_{II}, S_{Ij}} \Psi_n \Psi_{n'}^{(*)} dS = \oint_{\partial S_{II}^+, \partial S_{Ij}^+} \left[\Psi_{n'}^{(*)} \frac{\partial \Psi_n}{\partial n} - \Psi_n \frac{\partial \Psi_{n'}^{(*)}}{\partial n} \right] d\ell \quad (\text{Π.1.67})$$

Τα επικαμπύλια ολοκληρώματα αναφέρονται στα σύνορα ∂S_{II} και ∂S_{Ij} των επιφανειών S_{II} και S_{Ij} αντίστοιχα, διαγραφόμενα κατά τη θετική φορά (δηλαδή με φορά τέτοια ώστε η αντίστοιχη επιφάνεια S_{II} ή S_{Ij} να βρίσκεται στα αριστερά του συνόρου). Η μερική παράγωγος εννοείται κατά την κατεύθυνση του μοναδιαίου διανύσματος $\hat{\mathbf{n}}$ που είναι κάθετο στην εκάστοτε κλειστή συνοριακή καμπύλη και με κατεύθυνση προς το εξωτερικό του απλά συνεκτικού χωρίου το οποίο περικλείεται από τη συνοριακή καμπύλη.

Για τον υπολογισμό των επικαμπύλιων ολοκληρωμάτων εργαζόμαστε ως εξής: Για την επιφάνεια S_{II} το σύνορο ∂S_{II} είναι οι καμπύλες $R = R_o$ και $R = R_i$. Το διάνυσμα $\hat{\mathbf{n}}$ ταυτίζεται με το $\hat{\mathbf{R}}$ και στις δύο αυτές καμπύλες. Για τον κύκλο $R = R_o$ είναι $d\ell = R_o d\Phi$ και για να διαγραφεί αυτός κατά τη θετική φορά η γωνία Φ πρέπει να αυξάνει από το 0 ως το 2π . Αντίστοιχα, για τον κύκλο $R = R_i$ είναι $d\ell = R_i d\Phi$ και η θετική φορά διαγραφής σημαίνει ότι η γωνία Φ πρέπει να μειώνεται από το 2π ως το 0. Το σύνορο ∂S_{Ij} της επιφάνειας S_{Ij} είναι οι καμπύλες $x = 0, d$ και $y = 0, l$. Για $x = 0, (x = d)$ είναι $\hat{\mathbf{n}} = -\hat{\mathbf{x}}$ ($\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{x}}$) ενώ για $y = 0, (y = l)$ είναι $\hat{\mathbf{n}} = -\hat{\mathbf{y}}$ ($\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{y}}$). Με χρήση των εκφράσεων (Π.1.57) και την ισοδύναμη μορφή

$$Z'_{mp} \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right) + w(\chi_{mp}) Z_{mp} \left(\frac{\chi_{mp}}{C} \right) = 0 \quad (\text{Π.1.68})$$

της χαρακτηριστικής εξίσωσης (Π.1.52), παίρνουμε:

$$\oint_{\partial S_{II}^+} \frac{\partial \Psi_n}{\partial n} \Psi_{n'}^{(*)} d\ell = \delta_{[-m][(-)m']} 2\pi C_n C_{n'} Z_n \left(\frac{\chi_n}{C} \right) Z_{n'} \left(\frac{\chi_{n'}}{C} \right) \frac{\chi_n}{C} w(\chi_n) \quad (\text{Π.1.69})$$

$$\oint_{\partial S_{II}^+} \frac{\partial \Psi_{n'}}{\partial n} \Psi_n d\ell = \delta_{[-m][(-)m']} 2\pi C_n C_{n'} Z_n \left(\frac{\chi_n}{C} \right) Z_{n'} \left(\frac{\chi_{n'}}{C} \right) \frac{\chi_{n'}}{C} w(\chi_{n'}) \quad (\text{Π.1.70})$$

$$\oint_{\partial S_{Ij}^+} \frac{\partial \Psi_n}{\partial n} \Psi_{n'}^{(*)} d\ell = -\frac{2\pi}{N} C_n C_{n'} Z_n \left(\frac{\chi_n}{C} \right) Z_{n'} \left(\frac{\chi_{n'}}{C} \right) \frac{\chi_n}{C} w(\chi_n) e^{-i[m+(-)m']\Phi_j} \quad (\text{Π.1.71})$$

$$\oint_{\partial S_{ij}^+} \frac{\partial \Psi_{n'}^{(*)}}{\partial n} \Psi_n d\ell = -\frac{2\pi}{N} C_n C_{n'} Z_n \left(\frac{\chi_n}{C} \right) Z_{n'} \left(\frac{\chi_{n'}}{C} \right) \frac{\chi_{n'}}{C} w(\chi_{n'}) e^{-i[m+(-)m']\Phi_j} \quad (\text{Π.1.72})$$

Στις (Π.1.69)-(Π.1.70) εμφανίζεται το δ του Kronecker. Το ακόλουθο χρήσιμο αποτέλεσμα προκύπτει από τις (Π.1.66), (Π.1.69), (Π.1.71) και (Π.1.64):

$$k_{\perp}^2(z) \iint_{S(z)} |\Psi_{mp}(\mathbf{R}; z)|^2 dS = 1 \quad (\text{Π.1.73})$$

Θεωρούμε αρχικά την περίπτωση $\chi_n \neq \chi_{n'} \Leftrightarrow k_{\perp n} \neq k_{\perp n'}$. Τότε το αριστερό μέλος της (Π.1.65) μπορεί να υπολογιστεί άμεσα, λόγω (Π.1.66)-(Π.1.67), από τα επικαμπύλια ολοκληρώματα (Π.1.69)-(Π.1.72). Το αποτέλεσμα είναι

$$\iint_S \mathbf{e}_n \cdot \mathbf{e}_{n'}^{(*)} dS \stackrel{\chi_n \neq \chi_{n'}}{=} 2\pi C_n C_{n'} Z_n \left(\frac{\chi_n}{C} \right) Z_{n'} \left(\frac{\chi_{n'}}{C} \right) \frac{\chi_n \chi_{n'}}{\chi_n^2 - \chi_{n'}^2} \frac{1}{C} [\chi_n w(\chi_{n'}) - \chi_{n'} w(\chi_n)] \cdot \left[\delta_{[-m][(-)m']} - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{-i[m+(-)m']\Phi_j} \right] \quad (\text{Π.1.74})$$

Στην περίπτωση $\chi_n = \chi_{n'}$, που ισοδυναμεί με $p = p'$ και $|m| = |m'|$, το επιφανειακό ολοκλήρωμα του γινομένου $\Psi_n \Psi_{n'}^{(*)}$ στην (Π.1.66) δεν μπορεί να υπολογιστεί από την (Π.1.67). Για το λόγο αυτό το υπολογίζουμε απευθείας μέσω των εκφράσεων (Π.1.57):

$$\iint_{S_{ij}} \Psi_n \Psi_{n'}^{(*)} dS \stackrel{\substack{|m|=|m'| \\ p=p'}}{=} R_o R_i \pi C_n^2 (-1)^{\frac{m-m'}{2}} Z_n^2 \left(\frac{\chi_n}{C} \right) \frac{e^{-i[m+(-)m']\Phi_j}}{N} \left[\frac{d}{R_o} \frac{l}{s} + \frac{d}{R_o} \frac{s}{l} w^2(\chi_n) + \frac{w(\chi_n)}{\chi_n} \right] \quad (\text{Π.1.75})$$

$$\iint_{S_{II}} \Psi_n \Psi_{n'}^{(*)} dS \stackrel{\substack{|m|=|m'| \\ p=p'}}{=} \delta_{[-m][(-)m']} R_o^2 \pi C_n^2 (-1)^{\frac{m-m'}{2}} \frac{1}{\chi_n^2} \cdot \left\{ Z_n^2(\chi_n) [\chi_n^2 - m^2] + Z_n^2 \left(\frac{\chi_n}{C} \right) \left[m^2 - \left(\frac{\chi_n}{C} \right)^2 [1 + w^2(\chi_n)] \right] \right\} \quad (\text{Π.1.76})$$

Για την εξαγωγή της (Π.1.76) χρησιμοποιήθηκε το αόριστο ολοκλήρωμα $\int x [Q_m(ax)]^2 dx = (x^2/2) \{ [Q_m(ax)]^2 - Q_{m-1}(ax) Q_{m+1}(ax) \}$, όπου Q_m γραμμικός συνδυασμός συναρτήσεων Bessel τάξης m (σχέση 5.54-2 του [132]), καθώς και η (Π.1.68). Ακολούθως, από (Π.1.65), (Π.1.66), (Π.1.69), (Π.1.71), (Π.1.75), (Π.1.76) προκύπτει

$$\iint_S \mathbf{e}_n \cdot \mathbf{e}_{n'}^{(*)} dS \stackrel{\chi_n = \chi_{n'}}{=} \pi C_n^2 (-1)^{\frac{m-m'}{2}} \cdot \left\{ \delta_{[-m][(-)m']} \left\{ Z_n^2(\chi_n) [\chi_n^2 - m^2] + Z_n^2 \left(\frac{\chi_n}{C} \right) \left[m^2 - \left(\frac{\chi_n}{C} \right)^2 [1 + w^2(\chi_n)] + \frac{2\chi_n}{C} w(\chi_n) \right] \right\} + \right.$$

$$+ \left[\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{-i[m+(-)m']\Phi_j} \right] \cdot \left\{ Z_n^2 \left(\frac{\chi_n}{C} \right) \frac{\chi_n}{C} \left[\frac{\chi_n d}{R_o} \left[\frac{l}{s} + \frac{s}{l} w^2(\chi_n) \right] - w(\chi_n) \right] \right\} \quad (\text{Π.1.77})$$

Να σημειωθεί ότι για $\chi_n \rightarrow \chi_{n'}$ η (Π.1.74) δεν καταλήγει στην (Π.1.77), γεγονός που δικαιολογεί τον ξεχωριστό υπολογισμό της τελευταίας.

Σε ό,τι αφορά το άθροισμα ως προς N στις (Π.1.74), (Π.1.77), παρατηρούμε ότι επειδή $\Phi_j = j2\pi/N$ ($j = 1, 2, \dots, N$) πρόκειται για το άθροισμα των N πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου με λόγο $e^{-i2\pi[m+(-)m']/N}$. Άρα ισχύει

$$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{-i[m+(-)m']\Phi_j} = \begin{cases} 0, & \frac{m+(-)m'}{N} \neq 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ 1, & \frac{m+(-)m'}{N} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases} \quad (\text{Π.1.78})$$

Όταν ικανοποιείται η συνθήκη $N > 2|m|$, τότε για $|m| \neq |m'|$ είμαστε πάντα στον άνω κλάδο της (Π.1.78) και το δεξί μέλος της (Π.1.74) μηδενίζεται. Λόγω όμως του δ του Kronecker, το δεξί μέλος της (Π.1.74) μηδενίζεται και για $|m| = |m'|$. Επίσης το δεξί μέλος της (Π.1.77) μηδενίζεται για $m = -m'$ στην περίπτωση που στο αριστερό μέλος υπάρχει το (*) και για $m = m'$ στην περίπτωση που στο αριστερό μέλος δεν υπάρχει το (*). Κατόπιν αυτών οι (Π.1.74) και (Π.1.77) καταλήγουν, λόγω της (Π.1.63), στην ακόλουθη σχέση ορθογωνιότητας

$$\iint_{S(z)} \mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z) \cdot \mathbf{e}_{m'p'}^{(*)}(\mathbf{R}; z) dS = [(-) - 1]^m \delta_{[-m][(-)m']} \delta_{pp'} \quad (\text{Π.1.79})$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ

Αναλυτική μελέτη της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.3.1)

Θα μελετήσουμε αναλυτικά τη συμπεριφορά της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.3.1) των ρυθμών TE στις περιπτώσεις που το βάθος d των ρυτιδώσεων του εσωτερικού αγωγού είναι τέτοιο ώστε $d/\lambda_{co} \cong 0$, $d/\lambda_{co} \cong 0.25$ ή $d/\lambda_{co} \cong 0.5$. Θα δικαιολογηθούν έτσι κάποια από τα αριθμητικά συμπεράσματα της ενότητας 2.3. Οι παραπάνω περιπτώσεις απαντώνται συχνά στην πράξη και το κοινό τους στοιχείο είναι ότι οδηγούν σε μορφές της χαρακτηριστικής εξίσωσης που είναι ανεξάρτητες από την ακριβή τιμή της κανονικοποιημένης επιφανειακής εμπέδησης w , επειδή αυτή λαμβάνει τις οριακές τιμές $|w| \rightarrow 0$ ή $|w| \rightarrow \infty$.

- *Περίπτωση πολύ μικρής επιφανειακής εμπέδησης*

Όταν η κανονικοποιημένη επιφανειακή εμπέδηση $w(\chi) = (l/s)\tan(\chi d/R_o)$ είναι μηδενική για κάθε χ , δηλαδή $w(\chi) \equiv 0$, τότε έχουμε την περίπτωση του λείου εσωτερικού αγωγού ($d = 0$ ή $l = 0$). Η χαρακτηριστική εξίσωση (2.3.1) παίρνει έτσι τη γνωστή μορφή (2.2.36), που ισχύει για τους ρυθμούς TE σε ομοαξονικό κυματοδηγό [27]:

$$F_{w0}(\chi, C) \equiv J'_m(\chi)Y'_m\left(\frac{\chi}{C}\right) - Y'_m(\chi)J'_m\left(\frac{\chi}{C}\right) = 0 \quad (\text{Π.2.1})$$

Η (Π.2.1) ορίζει πεπλεγμένα τη συνάρτηση $\chi(C)$. Από το Θεώρημα Πεπλεγμένων Συναρτήσεων έχουμε

$$\frac{d\chi}{dC} = -\frac{\partial F_{w0}}{\partial C} / \frac{\partial F_{w0}}{\partial \chi} \quad (\text{Π.2.2})$$

Έστω ότι η συνάρτηση $\chi(C)$ παρουσιάζει ακρότατο στη θέση $C = C_{\min}$ και $\chi_{\min} = \chi(C_{\min})$. Οι τιμές C_{\min} , χ_{\min} ικανοποιούν προφανώς την (Π.2.1) και επιπλέον ισχύει

$$\left. \frac{d\chi}{dC} \right|_{C=C_{\min}} = 0 \quad (\text{Π.2.3})$$

Έτσι οι (Π.2.1) και (Π.2.3) με τη βοήθεια της (Π.2.2) οδηγούν στο ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

$$J'_m(\chi_{\min})Y'_m\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right) - Y'_m(\chi_{\min})J'_m\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right) = 0 \quad (\text{Π.2.4})$$

$$J'_m(\chi_{\min})Y''_m\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right) - Y'_m(\chi_{\min})J''_m\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right) = 0 \quad (\text{Π.2.5})$$

Όταν οι (Π.2.4)-(Π.2.5) ικανοποιούνται ταυτόχρονα, τότε προκύπτει ότι $J'_m(\chi_{\min}/C_{\min}) \neq 0$ και $J'_m(\chi_{\min}) \neq 0^{(*)}$. Έτσι μπορούμε να λύσουμε την (Π.2.4) ως προς $Y'_m(\chi_{\min})$, να αντικαταστήσουμε στην (Π.2.5) και να πολλαπλασιάσουμε κατά μέλη την προκύπτουσα σχέση επί $J'_m(\chi_{\min}/C_{\min})/J'_m(\chi_{\min})$. Καταλήγουμε έτσι στο εξής:

$$J'_m\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right)Y''_m\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right) - Y'_m\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right)J''_m\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right) = 0 \quad (\text{Π.2.6})$$

Μετά από κάποια άλγεβρα και χρήση των σχέσεων 9.1.16 και 9.1.27 του [84], η (Π.2.6) παίρνει την παρακάτω μορφή

$$\frac{2}{\pi(\chi_{\min}/C_{\min})} \left[1 - \frac{m^2}{(\chi_{\min}/C_{\min})^2} \right] = 0 \quad (\text{Π.2.7})$$

που ισοδυναμεί με $\chi_{\min} = |m|C_{\min}$ όταν $m \neq 0$. Η (Π.2.7) δεν μπορεί να ικανοποιηθεί για $m = 0$, που σημαίνει ότι στην περίπτωση αυτή δεν υπάρχει ακρότατο.

Δείξαμε έτσι ότι αν η καμπύλη ιδιοτιμής $\chi_{mp} = \chi_{mp}(C)$ ($m \neq 0$) που ορίζεται πεπλεγμένα από τη χαρακτηριστική εξίσωση (Π.2.1) έχει ακρότατο στο $C = C_{\min}$ και $\chi_{mp,\min} = \chi_{mp}(C_{\min})$, τότε ισχύει $\chi_{mp,\min} = |m|C_{\min}$. Μπορεί να αποδειχθεί και το αντίστροφο, καθώς και ότι το εν λόγω ακρότατο είναι πάντοτε ελάχιστο. Καταλαβαίνουμε λοιπόν ότι το σημείο (C, χ_{mp}) , το οποίο βρίσκεται πάνω στην καμπύλη ιδιοτιμής $\chi_{mp} = \chi_{mp}(C)$ του ρυθμού TE_{mp} στην ομοαξονική κοιλότητα λείου εσωτερικού αγωγού, είναι σημείο ελαχίστου της καμπύλης αν και μόνο αν $\chi_{mp} = |m|C$. Το συμπέρασμα αυτό προήλθε από την αναλυτική μελέτη της (Π.2.1), η οποία προκύπτει από τη γενική χαρακτηριστική εξίσωση (2.3.1) όταν $w(\chi) \equiv 0$.

Αναμένουμε ότι ανάλογο συμπέρασμα θα μπορεί να εξαχθεί, τουλάχιστον προσεγγιστικά, και στην περίπτωση που η κανονικοποιημένη επιφανειακή εμπέδηση δεν είναι εκ' ταυτότητος μηδέν αλλά έχει πολύ μικρό μέτρο ($|w(\chi)| \cong 0$). Κάτι τέτοιο συμβαίνει όταν για το βάθος των ρυτιδώσεων του εσωτερικού αγωγού ισχύει $d \cong 0.5\lambda_{co}$ ($\lambda_{co} = 2\pi R_{o,0}/\chi_{mpo}$) και ταυτόχρονα η ιδιοτιμή χ_{mp} του ρυθμού TE_{mp} είναι σχετικά κοντά στην τιμή χ_{mpo} του ρυθμού TE_{mpo} στην αντίστοιχη συμβατική κοιλότητα.. Πράγματι στην περίπτωση αυτή ισχύει $|w(\chi_{mp})| \cong 0$ και συνεπώς η (2.3.1) καταλήγει πάλι στην (Π.2.1),

(*) Αυτό μπορεί να αποδειχθεί με απαγωγή σε άτοπο. Υποθέτουμε αρχικά ότι $J'_m(\chi_{\min}/C_{\min}) = 0$. Τότε λόγω των ιδιοτήτων των συναρτήσεων Bessel [84] θα είναι $Y'_m(\chi_{\min}/C_{\min}) \neq 0$ και $J''_m(\chi_{\min}/C_{\min}) \neq 0$. Έτσι η (Π.2.4) δίνει $J'_m(\chi_{\min}) = 0$ που σημαίνει ότι θα είναι $Y'_m(\chi_{\min}) \neq 0$, οπότε η (Π.2.5) δεν μπορεί να ικανοποιηθεί. Αντίστοιχα, υποθέτοντας αρχικά ότι $J'_m(\chi_{\min}) = 0$ θα είναι $Y'_m(\chi_{\min}) \neq 0$ και για να ικανοποιηθεί η (Π.2.4) θα πρέπει να είναι $J'_m(\chi_{\min}/C_{\min}) = 0$, πράγμα που όπως δείξαμε παραπάνω δεν μπορεί να ισχύει.

αφού σύμφωνα με την (2.3.2) είναι $w(\chi_{mp}) = (l/s)\tan[2\pi(d/\lambda_{co})(\chi_{mp}/\chi_{mpo})]$. Έτσι η καμπύλη ιδιοτιμής του ρυθμού TE_{mp} στην ομοαξονική κοιλότητα με βάθος ρυτιδώσεων εσωτερικού αγωγού $d/\lambda_{co} \cong 0.5$ σχεδόν ταυτίζεται με την καμπύλη ιδιοτιμής του ρυθμού TE_{mp} στην ομοαξονική κοιλότητα λείου εσωτερικού αγωγού στην περιοχή του C όπου η ιδιοτιμή χ_{mp} δεν διαφέρει πολύ από την ιδιοτιμή χ_{mpo} . Αυτό επαληθεύεται και στο σχήμα 2.6, όπου επιπλέον φαίνεται ότι η περιοχή της προσεγγιστικής ταύτισης των καμπύλων είναι αρκετά εκτεταμένη.

• *Περίπτωση πολύ μεγάλης επιφανειακής εμπέδησης*

Όταν για το βάθος των ρυτιδώσεων του εσωτερικού αγωγού ισχύει $d \cong 0.25\lambda_{co}$ και η ιδιοτιμή χ_{mp} του ρυθμού TE_{mp} είναι σχετικά κοντά στην ιδιοτιμή χ_{mpo} του ρυθμού TE_{mpo} στην αντίστοιχη συμβατική κοιλότητα, τότε μέτρο της κανονικοποιημένης επιφανειακής εμπέδησης $w(\chi_{mp}) = (l/s)\tan[2\pi(d/\lambda_{co})(\chi_{mp}/\chi_{mpo})]$ γίνεται πολύ μεγάλο. Κατά συνέπεια η γενική χαρακτηριστική εξίσωση (2.3.1) μπορεί να προσεγγιστεί από την εξίσωση

$$F_{w\infty}(\chi, C) \equiv J'_m(\chi)Y_m\left(\frac{\chi}{C}\right) - Y'_m(\chi)J_m\left(\frac{\chi}{C}\right) = 0 \quad (\text{Π.2.8})$$

Θα δείξουμε ότι η συνάρτηση $\chi(C)$ που ορίζεται πεπλεγμένα από την (Π.2.8) δεν παρουσιάζει ακρότατο, δηλαδή είναι γνησίως μονότονη. Σύμφωνα με το Θεώρημα Πεπλεγμένων Συναρτήσεων, αν η συνάρτηση $\chi(C)$ έχει ακρότατο στη θέση $C = C_{\min}$ και $\chi_{\min} = \chi(C_{\min})$ θα πρέπει να είναι

$$\left. \frac{d\chi}{dC} \right|_{C=C_{\min}} = \left[-\frac{\partial F_{w\infty}}{\partial C} / \frac{\partial F_{w\infty}}{\partial \chi} \right]_{C=C_{\min}} = 0 \quad (\text{Π.2.9})$$

Επειδή τα C_{\min} , χ_{\min} πρέπει να ικανοποιούν ταυτόχρονα την (Π.2.8) και την (Π.2.9) καταλήγουμε στο ακόλουθο σύστημα

$$J'_m(\chi_{\min})Y_m\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right) - Y'_m(\chi_{\min})J_m\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right) = 0 \quad (\text{Π.2.10})$$

$$J'_m(\chi_{\min})Y'_m\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right) - Y'_m(\chi_{\min})J'_m\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right) = 0 \quad (\text{Π.2.11})$$

Επειδή οι (Π.2.4)-(Π.2.5) ικανοποιούνται ταυτόχρονα, προκύπτει ότι θα πρέπει να είναι $J_m(\chi_{\min}/C_{\min}) \neq 0$ και $J'_m(\chi_{\min}) \neq 0$ ^(*). Λύνοντας έτσι την (Π.2.10) ως προς $Y'_m(\chi_{\min})$, να αντικαθιστώντας στην (Π.2.11) και πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη την προκύπτουσα σχέση επί $J_m(\chi_{\min}/C_{\min})/J'_m(\chi_{\min})$ παίρνουμε

^(*) Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση αυτό αποδεικνύεται με απαγωγή σε άτοπο. Υποθέτουμε ότι $J_m(\chi_{\min}/C_{\min}) = 0$, οπότε λόγω των ιδιοτήτων των συναρτήσεων Bessel [84] θα είναι $Y_m(\chi_{\min}/C_{\min}) \neq 0$ και $J'_m(\chi_{\min}/C_{\min}) \neq 0$. Η (Π.2.10) δίνει έτσι $J'_m(\chi_{\min}) = 0$ που σημαίνει ότι θα είναι $Y'_m(\chi_{\min}) \neq 0$, άρα η (Π.2.11) δεν μπορεί να ικανοποιηθεί. Αντίστοιχα, υποθέτοντας ότι $J'_m(\chi_{\min}) = 0$ θα είναι $Y'_m(\chi_{\min}) \neq 0$ και για να ικανοποιηθεί η (Π.2.10) θα πρέπει να είναι $J_m(\chi_{\min}/C_{\min}) = 0$. Όπως όμως δείξαμε ήδη αυτό δεν μπορεί να συμβαίνει.

$$J_m\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right)Y_m'\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right) - Y_m\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right)J_m'\left(\frac{\chi_{\min}}{C_{\min}}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{\pi(\chi_{\min}/C_{\min})} = 0 \quad (\text{Π.2.12})$$

Η συνεπαγωγή προκύπτει από τη γνωστή σχέση 9.1.16 του [84] για την ορίζουσα Wronski των J_m, Y_m . Προφανώς η (Π.2.12) δεν μπορεί να είναι αληθής, οπότε η συνάρτηση $\chi(C)$ που ορίζεται πεπλεγμένα από την (Π.2.8) δεν έχει ακρότατο. Συνάγουμε έτσι ότι η καμπύλη ιδιοτιμής $\chi_{mp}(C)$ του ρυθμού TE_{mp} για βάθος ρυτιδώσεων $d \cong 0.25\lambda_{co}$ είναι γνησίως μονότονη τουλάχιστον στην περιοχή του C όπου η ιδιοτιμή χ_{mp} δεν διαφέρει πολύ από την ιδιοτιμή χ_{mpo} του ρυθμού TE_{mpo} . Αυτό επαληθεύεται και από το σχήμα 2.6.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ

Απόδειξη της σχέσης (3.1.14)

Η προσεγγιστική σχέση (3.1.14) μας απαλλάσσει από τη χρονική παράγωγο της πυκνότητας ρεύματος στον όρο πηγής της εξίσωσης πεδίου και προκύπτει με το ακόλουθο σκεπτικό: Λόγω της (3.1.9) μπορούμε να γράψουμε

$$\frac{\partial \mathbf{J}_{\text{RF}}}{\partial t} = \text{Re} \left\{ \sum_n \mathbf{J}_{\text{dn}}(\mathbf{R}, z, t) e^{is_n \omega_0 t} \right\} \quad (\text{Π.3.1})$$

όπου

$$\mathbf{J}_{\text{dn}}(\mathbf{R}, z, t) \triangleq \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{\partial^2 A_n}{\partial z^2} - i \frac{2s_n \omega_0}{c^2} \frac{\partial A_n}{\partial t} + \left[\left(\frac{s_n \omega_0}{c} \right)^2 - k_{\perp n}^2 \left(1 + \frac{i}{Q_{\text{ohm},n}} \right) \right] A_n \right] \mathbf{e}_n \quad (\text{Π.3.2})$$

Λόγω της (3.1.3) η μιγαδική ποσότητα $\mathbf{J}_{\text{dn}}(\mathbf{R}, z, t)$ είναι μια “αργή” συνάρτηση του χρόνου:

$$\frac{|\partial \mathbf{J}_{\text{dn}} / \partial t|}{|\mathbf{J}_{\text{dn}}|} \ll s_n \omega_0 \quad (\text{Π.3.3})$$

Με χρήση της ολοκλήρωσης κατά μέλη προκύπτει

$$\begin{aligned} \left\langle e^{-is_n \omega_0 t} \frac{\partial \mathbf{J}_{\text{RF}}}{\partial t} \right\rangle_{T_0} &\triangleq \frac{1}{T_0} \int_t^{t+T_0} e^{-is_n \omega_0 t'} \frac{\partial \mathbf{J}_{\text{RF}}(\mathbf{R}, z, t')}{\partial t'} dt' = \\ &= \frac{1}{T_0} \left[e^{-is_n \omega_0 t'} \mathbf{J}_{\text{RF}}(\mathbf{R}, z, t') \right]_{t'=t}^{t'=t+T_0} + is_n \omega_0 \left\langle e^{-is_n \omega_0 t} \mathbf{J}_{\text{RF}}(\mathbf{R}, z, t) \right\rangle_{T_0} \end{aligned} \quad (\text{Π.3.4})$$

Για $t < t' < t + T_0$, η (Π.3.1) λόγω (Π.3.3) δίνει

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{J}_{\text{RF}}(\mathbf{R}, z, t')}{\partial t'} &\cong \text{Re} \left\{ \sum_n \mathbf{J}_{\text{dn}}(\mathbf{R}, z, t) e^{is_n \omega_0 t'} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mathbf{J}_{\text{RF}}(\mathbf{R}, z, t') \cong \mathbf{J}_0(\mathbf{R}, z, t) + \text{Re} \left\{ \sum_n \mathbf{J}_{\text{dn}}(\mathbf{R}, z, t) \frac{e^{is_n \omega_0 t'}}{is_n \omega_0} \right\} \end{aligned} \quad (\text{Π.3.5})$$

όπου το πραγματικό διάνυσμα $\mathbf{J}_0(\mathbf{R}, z, t)$ είναι μια “αργή” συνάρτηση του χρόνου. Μπορούμε έτσι να γράψουμε το εξής:

$$\begin{aligned}
 \left[e^{-is_n\omega_0 t'} \mathbf{J}_{\text{RF}}(\mathbf{R}, z, t') \right]_{t'=t}^{t'=t+T_0} &\cong \mathbf{J}_0(\mathbf{R}, z, t) \left[e^{-is_n\omega_0 t'} \right]_{t'=t}^{t'=t+T_0} + \\
 &+ \frac{1}{2} \sum_k \frac{1}{is_k\omega_0} \left\{ \mathbf{J}_{\text{dk}}(\mathbf{R}, z, t) \left[e^{-i(s_n-s_k)\omega_0 t'} \right]_{t'=t}^{t'=t+T_0} - \mathbf{J}_{\text{dk}}^*(\mathbf{R}, z, t) \left[e^{-i(s_n+s_k)\omega_0 t'} \right]_{t'=t}^{t'=t+T_0} \right\} = 0
 \end{aligned}
 \tag{Π.3.6}$$

όπου το k είναι διπλός δείκτης όπως το n . Με την προσέγγιση (Π.3.6), η (Π.3.4) καταλήγει στην (3.1.14):

$$\left\langle e^{-is_n\omega_0 t} \frac{\partial \mathbf{J}_{\text{RF}}}{\partial t} \right\rangle_{T_0} \cong is_n\omega_0 \left\langle e^{-is_n\omega_0 t} \mathbf{J}_{\text{RF}} \right\rangle_{T_0}
 \tag{Π.3.7}$$

Σημειώνουμε ότι η ανάπτυξη της πυκνότητας ρεύματος σε σειρά της μορφής (Π.3.1) ή (Π.3.5), όπου εμφανίζεται το ω_0 σαν θεμελιώδης συχνότητα, συνάδει με το γεγονός ότι η πυκνότητα ρεύματος προέρχεται από ηλεκτρόνια που περιστρέφονται στο εγκάρσιο επίπεδο με συχνότητα κοντά στο ω_0 .

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ IV

Αζιμουθιακή ολίσθηση του κέντρου κυκλοτρονικής περιστροφής του ηλεκτρονίου

Για να εκτιμήσουμε την αζιμουθιακή ολίσθηση $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ του κέντρου περιστροφής του ηλεκτρονίου λόγω του μόνιμου μαγνητικού πεδίου και του ηλεκτροστατικού πεδίου που δημιουργεί το φορτίο της ηλεκτρονικής δέσμης, εξετάζουμε την απλή περίπτωση που η δέσμη βρίσκεται σε κοίλη κυλινδρική κοιλότητα συμβατικού γυροτρονίου. Η δέσμη φέρει φορτίο ανά μονάδα μήκους ίσο με $-I_b/(c\beta_{\parallel M})$ και σύμφωνα με το νόμο το Gauss δημιουργεί ηλεκτροστατικό πεδίο με ακτινική διεύθυνση. Το μέτρο του πεδίου αυτού είναι μηδενικό στην εσωτερική επιφάνεια της δέσμης και μεγιστοποιείται στην εξωτερική επιφάνειά της, όπου έχει τιμή

$$E_b = \frac{\zeta_0 I_b}{2\pi R_e \beta_{\parallel M}} \quad (\text{Π.4.1})$$

Το ηλεκτροστατικό πεδίο σε συνδυασμό με το μόνιμο αξονικό μαγνητικό πεδίο \mathbf{B}_0 οδηγεί σε αζιμουθιακή ολίσθηση $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ των κέντρων περιστροφής των ηλεκτρονίων. Η μέγιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητας ολίσθησης είναι

$$v_D = \frac{\zeta_0 I_b}{2\pi R_e \beta_{\parallel M} B_0} \quad (\text{Π.4.2})$$

Ο χρόνος διέλευσης του ηλεκτρονίου από την περιοχή αλληλεπίδρασης, της οποίας το μήκος εκτιμάται ότι είναι περίπου L_2 , είναι ίσος με $L_2/(c\beta_{\parallel M})$. Το αντίστοιχο τόξο αζιμουθιακής ολίσθησης έχει μήκος $v_D L_2/(c\beta_{\parallel M})$, οπότε το μέτρο Φ_D της γωνίας ολίσθησης του κέντρου περιστροφής είναι

$$\Phi_D = \frac{\zeta_0 I_b L_2}{2\pi R_e^2 \beta_{\parallel M}^2 c B_0} \quad (\text{Π.4.3})$$

Θεωρώντας αλληλεπίδραση στην κυκλοτρονική αρμονική s_{mp} με το ρυθμό TE_{mp} που έχει μήκος κύματος ελευθέρου χώρου λ και χρησιμοποιώντας την προσέγγιση $eB_0/(\gamma m_e) \approx 2\pi c/(s_{mp}\lambda)$ προκύπτει η εκτίμηση

$$\frac{\Phi_D}{(2\pi/|m|)} = 3 \times 10^{-6} |m| \frac{s_{mp}}{\gamma \beta_{\parallel M}^2} \left(\frac{I_b}{1 \text{ A}} \right) \left(\frac{\lambda}{L_2} \right) \left(\frac{L_2}{R_e} \right)^2 \quad (\text{Π.4.4})$$

Το αριστερό μέλος της (Π.4.4) είναι ο λόγος της γωνίας ολίσθησης προς το γωνιακό εύρος που αντιστοιχεί στο αζιμουθιακό μήκος κύματος του ρυθμού TE_{mp} .

Η εκτίμηση (Π.4.4) ισχύει για κοιλότητα συμβατικού γυροτρονίου. Η αξιμουθιακή ολίσθηση του κέντρου περιστροφής στην ομοαξονική κοιλότητα είναι ακόμη μικρότερη από αυτήν που δίνει η (Π.4.4), διότι είναι μικρότερο το μέτρο του ακτινικού ηλεκτροστατικού πεδίου στην περιοχή της δέσμης. Αυτό οφείλεται στο θετικό φορτίο που επάγεται στον εσωτερικό ομοαξονικό αγωγό^(*). Σημειώνουμε ότι για το ρυθμό λειτουργίας του ομοαξονικού γυροτρονίου που σχεδιάζεται για το ITER και το οποίο περιγράφεται στην §4.2.1, το δεξί μέλος της (Π.4.4) είναι ίσο με 0.02. Για το ρυθμό λειτουργίας του ομοαξονικού γυροτρονίου δεύτερης αρμονικής που περιγράφεται στην §6.2.1, το δεξί μέλος της (Π.4.4) είναι ίσο με 0.09. Επειδή στην πράξη απαντώνται κατά κανόνα τέτοιες μικρές τιμές του δεξιού μέλους της (Π.4.4), δικαιολογείται το γεγονός ότι χρησιμοποιούμε την προσέγγιση (3.1.22) και αγνοούμε την αξιμουθιακή ολίσθηση Φ_D του κέντρου κυκλοτρονικής περιστροφής.

(*) Με την επίλυση του σχετικού ηλεκτροστατικού προβλήματος στην ομοαξονική κοιλότητα (θεωρώντας ότι το εξωτερικό τοίχωμα και ο εσωτερικός αγωγός έχουν το ίδιο δυναμικό), προκύπτει ότι για δέσμη μικρού πάχους το ακτινικό ηλεκτροστατικό πεδίο τόσο στην εσωτερική όσο και στην εξωτερική επιφάνεια της δέσμης κατευθύνεται προς το εσωτερικό της δέσμης. Συνεπώς το πεδίο μηδενίζεται κάπου μέσα στη δέσμη, οπότε η μέγιστη τιμή του μέτρου του στην περιοχή της δέσμης πρέπει να αναζητηθεί σε μία από τις δύο οριακές επιφάνειές της. Στις εφαρμογές ισχύει κατά κανόνα $R_o/R_i < R_o/R_e$. Στην περίπτωση αυτή το μέγιστο του μέτρου του ηλεκτροστατικού πεδίου στη δέσμη εμφανίζεται στην εσωτερική επιφάνειά της και δίνεται (στο όριο μηδενικού πάχους δέσμης) από το δεξί μέλος της (Π.4.1) πολλαπλασιασμένο επί τον παράγοντα $\ln(R_o/R_e)/\ln(R_o/R_i) < 1$. Στα ομοαξονικά γυροτρόνια της πράξης η τιμή του παράγοντα αυτού είναι της τάξης του 0.8.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ V

Απλοποιημένες εξισώσεις αλληλεπίδρασης δέσμης-πεδίου με την παραδοχή μικρού u_{\perp}

1. Εξισώσεις αυτοσυνεπούς θεώρησης

Όταν η αδιάστατη εγκάρσια ορμή $u_{\perp} = \gamma\beta_{\perp}$ των ηλεκτρονίων είναι αρκετά μικρή, τότε η επίδραση του αξονικού υψίσυχνου μαγνητικού πεδίου, που εκφράζεται από τον όρο που αφαιρείται από τη μονάδα στο δεξί μέλος της (3.1.32), μπορεί να αγνοηθεί διότι ο όρος αυτός είναι περίπου ίσος με β_{\perp}^2 για ρυθμούς κοντά στην αποκοπή. Επιπλέον οι εξισώσεις κίνησης μπορούν να απλοποιηθούν περαιτέρω με την αντικατάσταση

$$J_{s_n}(k_{\perp n} r_L) \cong \frac{1}{2^{s_n} s_n!} \left(\frac{ck_{\perp n}}{\Omega_0} u_{\perp} \right)^{s_n} \quad (\text{Π.5.1})$$

που προκύπτει από τη χρήση της έκφρασης μικρού ορίσματος για τη συνάρτηση Bessel (σχέση 9.1.10 του [84]). Η απλοποίηση αυτή κάνει δυνατή τη σύμπτυξη των (3.1.31)-(3.1.32) στην παρακάτω εξίσωση για τη μαγαδική ορμή $p_{\perp} \equiv (u_{\perp}/u_{\perp \text{in}})e^{-i\Lambda}$

$$\frac{dp_{\perp}}{d\zeta} + ip_{\perp} (\Delta_0 + |p_{\perp}|^2 - 1) = - \sum_n s_n \frac{A_n[\zeta, t(\zeta)]}{V_0} (p_{\perp}^*)^{s_n-1} F_{0n}(\zeta) e^{-i(m-s_n)\Phi_e} \quad (\text{Π.5.2})$$

όπου

$$\zeta \triangleq \frac{\omega_0 \beta_{\perp \text{in}}^2}{2c\beta_{\parallel \text{in}}} z \quad (\text{Π.5.3})$$

$$\Delta_0 \triangleq \frac{2}{\beta_{\perp \text{in}}^2} \left(1 - \frac{\omega_{\text{cin}}}{\omega_0} \right) \quad (\text{Π.5.4})$$

$$F_{0n}(\zeta) \triangleq V_0 \frac{(s_n/2)^{s_n-1}}{s_n!} \beta_{\perp \text{in}}^{s_n-4} \frac{C_n k_{\perp n}}{cB_0} G_{n,s_n}(k_{\perp n} R_e) \quad (\text{Π.5.5})$$

Ο δείκτης “in” υποδηλώνει την τιμή του εκάστοτε μεγέθους στην είσοδο $z = z_{\text{in}}$ της κοιλότητας. Για την εξαγωγή της (Π.5.2) χρησιμοποιήθηκαν επίσης (σε κατάλληλα

σημεία) οι προσεγγίσεις $ck_{\perp n} \cong s_n \omega_c \cong s_n \omega_0$ και $|\gamma - \gamma_{in}|/\gamma_{in} \ll 1$. Με χρήση των ίδιων προσεγγίσεων και της (Π.5.1) η εξίσωση πεδίου (3.1.12) παίρνει τη μορφή

$$\frac{\partial^2 A_n}{\partial \bar{\zeta}^2} - i s_n \frac{\partial A_n}{\partial \bar{\tau}} + s_n^2 \bar{\delta}_n(\bar{\zeta}) A_n = -4 i s_n^2 \zeta_0 I_b \frac{\langle \beta_{\parallel in} \rangle}{\beta_{\parallel M}(\bar{\zeta}, \bar{\tau})} \left\langle \gamma_{in,i} \left(\frac{\beta_{\perp in,j}}{\langle \beta_{\perp in} \rangle} \right)^4 (p_{\perp i}^*)^{s_n} F_{0n,i}(\zeta) e^{-i(m-s_n)\Phi_{ei}} \right\rangle_{\mathbf{q}_{in,i}, p_{\perp i}}^* \quad (\text{Π.5.6})$$

όπου

$$\bar{\zeta} \triangleq \frac{\omega_0 \langle \beta_{\perp in} \rangle^2}{2c \langle \beta_{\parallel in} \rangle} z \quad (\text{Π.5.7})$$

$$\bar{\tau} \triangleq \frac{\omega_0 \langle \beta_{\perp in} \rangle^4}{8 \langle \beta_{\parallel in} \rangle^2} t \quad (\text{Π.5.8})$$

$$\bar{\delta}_n(\bar{\zeta}) \triangleq \frac{8 \langle \beta_{\parallel in} \rangle^2}{\langle \beta_{\perp in} \rangle^4} \left[1 - \frac{ck_{\perp n}(\bar{\zeta})}{s_n \omega_0} \left(1 - \frac{1-i}{2Q_{ohm,n}} \right) \right] \quad (\text{Π.5.9})$$

και

$$\mathbf{q}_{in,i} = (\gamma_{in,i}, u_{\perp in,i}, \Lambda_{in,i}, R_{ein,i}, \Phi_{ein,i}) \quad (\text{Π.5.10})$$

είναι το διάνυσμα αρχικών τιμών του ηλεκτρονίου “ i ”, το οποίο βρίσκεται μέσα στην κοιλότητα τη χρονική στιγμή t . Το σύμβολο $\langle \cdot \rangle$ δηλώνει τη μέση τιμή ενός μεγέθους ως προς όλα τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται στην κοιλότητα τη χρονική στιγμή t . Οι μέσες τιμές των αρχικών ταχυτήτων εμφανίζονται διότι λαμβάνεται υπόψη το ενδεχόμενο ύπαρξης διασπορών στην αρχική ενέργεια και ταχύτητα των ηλεκτρονίων. Οι απλοποιημένες εξισώσεις (Π.5.2) και (Π.5.6) δεν πρέπει να χρησιμοποιούνται για γυροτρόνια υψηλής τάσης λειτουργίας (> 250 kV) ή CARM [28]. Επίσης δεν πρέπει να χρησιμοποιούνται όταν ο αρμονικός αριθμός αλληλεπίδρασης s_n είναι μεγάλος διότι τότε, επειδή $k_{\perp n} r_L \approx s_n u_{\perp}$, παύει να ισχύει η (Π.5.1).

2. Εξισώσεις με την προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας

Στο πνεύμα της προηγούμενης παραγράφου, με χρήση της προσέγγισης (Π.5.1) στις εξισώσεις (3.2.5)-(3.2.9) και θέτοντας στην (3.2.7) $1 - (u_{\perp}/\gamma)^2 (ck_{\perp n}/s_n)^2 / (\omega_0 \Omega_0/\gamma) \cong 1$, καταλήγουμε στο σύστημα:

$$\frac{du_{\perp i}(z)}{dz} = -\frac{\gamma_i(z)}{u_{\parallel in,i}} \sum_n \frac{a_n(t)}{V_0} u_{\perp i}^{s_n-1}(z) F_{An,i}(z) \cos[s_n \Lambda_i(z) + F_{Bn,i}(z;t)] \quad (\text{Π.5.11})$$

Απλοποιημένες εξισώσεις αλληλεπίδρασης δέσμης-πεδίου με την παραδοχή μικρού u_{\perp}

$$\frac{d\Lambda_i(z)}{dz} - \frac{\gamma_i(z)}{cu_{\parallel\text{in},i}} \left[\omega_0 - \frac{\Omega_0(z)}{\gamma_i(z)} \right] = \frac{\gamma_i(z)}{u_{\perp i}(z)u_{\parallel\text{in},i}} \sum_n \frac{a_n(t)}{V_0} u_{\perp i}^{s_n-1}(z) F_{An,i}(z) \sin[s_n \Lambda_i(z) + F_{Bn,i}(z;t)] \quad (\text{Π.5.12})$$

$$\begin{aligned} \frac{da_n(t)}{dt} + \frac{\omega_n}{2Q_{\text{tot},n}} a_n(t) &= \\ = I_b(t) \frac{c\zeta_0}{W_n} \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} \frac{1}{\beta_{\parallel\text{M}}(z,t)} \left\langle \frac{u_{\perp i}^{s_n}(z)}{\gamma_i(z)} F_{An,i}(z) \cos[s_n \Lambda_i(z) + F_{Bn,i}(z;t)] \right\rangle_{\mathbf{q}_{\text{in},i}(t)} dz & \quad (\text{Π.5.13}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_n(t)}{dt} - \left[\omega_n \left(1 + \frac{\delta\omega_{1n}}{\omega_n} \right) - s_n \omega_0 \right] &= \\ = - \frac{I_b(t)}{a_n(t)} \frac{c\zeta_0}{W_n} \int_{z_{\text{in}}}^{z_{\text{out}}} \frac{1}{\beta_{\parallel\text{M}}(z,t)} \left\langle \frac{u_{\perp i}^{s_n}(z)}{\gamma_i(z)} F_{An,i}(z) \sin[s_n \Lambda_i(z) + F_{Bn,i}(z;t)] \right\rangle_{\mathbf{q}_{\text{in},i}(t)} dz & \quad (\text{Π.5.14}) \end{aligned}$$

όπου

$$F_{An,i}(z) \hat{=} \left[\frac{ck_{\perp n}(z)}{\Omega_0(z)} \right]^{s_n-1} \frac{1}{2^{s_n} (s_n - 1)!} |f_n(z)| C_n(z) k_{\perp n}(z) G_{n,s_n} [k_{\perp n}(z) R_{ei}(z)] \quad (\text{Π.5.15})$$

$$F_{Bn,i}(z;t) \hat{=} \text{Arg}[f_n(z)] - (m - s_n) \Phi_{ei} + \psi_n(t) + \frac{d\psi_n(t)}{dt} \frac{1}{cu_{\parallel\text{in},i}} \int_{z_{\text{in}}}^z \gamma_i(z') dz' \quad (\text{Π.5.16})$$

Οι περιορισμοί στη χρήση των (Π.5.11)-(Π.5.14) είναι οι ίδιοι με αυτούς που αναφέρονται στο τέλος της προηγούμενης παραγράφου.

3. Απλοποιημένες εξισώσεις κίνησης για τον υπολογισμό του ηλεκτρονικού βαθμού απόδοσης

Για τον υπολογισμό του ηλεκτρονικού βαθμού απόδοσης του γυροτρονίου απαιτείται συνήθως η ολοκλήρωση των εξισώσεων κίνησης ιδανικής ηλεκτρονικής δέσμης στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας με διεγερμένο μόνο το ρυθμό λειτουργίας. Με την παραδοχή δεδομένου προφίλ πεδίου, οι απαιτούμενες εξισώσεις προκύπτουν από τις (Π.5.11)-(Π.5.12) χωρίς το άθροισμα ως προς n στα δεξιά μέλη και θέτοντας $a_n(t) = V_{\text{max}}$, $\psi_n(t) = \psi_0$ και $\omega_0 = \omega_n/s_n$. Μια επιπλέον προσέγγιση, που βασίζεται στη σχέση $ck_{\perp n} \cong \omega_n \cong s_n(\Omega_0/\gamma_{\text{in}})$ και στην ηπιότητα της αξονικής ανομοιογένειας της ομοαξονικής κοιλότητας, είναι η ακόλουθη:

$$F_{An,i}(z) \cong \frac{\omega_n \beta_{\perp\text{in}}^2}{2c} \frac{1}{u_{\perp\text{in}}^{s_n-2}} \frac{V_0}{V_{\text{max}}} F |f_n(z)| \quad (\text{Π.5.17})$$

όπου

$$F \triangleq V_{\max} \frac{(s_n/2)^{s_n-1}}{s_n!} \beta_{\perp \text{in}}^{s_n-4} \frac{C_n k_{\perp n}}{cB_0} G_{n,s_n}(k_{\perp n} R_e) \quad (\text{Π.5.18})$$

είναι το κανονικοποιημένο πλάτος πεδίου (normalised field amplitude) του ρυθμού λειτουργίας TE_n με τα μεγέθη που εξαρτώνται από το z υπολογισμένα στο μέσο του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας ($z = z_0$). Στις (Π.5.17)-(Π.5.18) παραλείψαμε το δείκτη “ i ” διότι θεωρούμε ιδανική ηλεκτρονική δέσμη χωρίς διασπορά στην ενέργεια, στην ταχύτητα και στα κέντρα περιστροφής των ηλεκτρονίων. Οι εξισώσεις κίνησης (Π.5.11)-(Π.5.12) παίρνουν έτσι την παρακάτω απλοποιημένη μορφή:

$$\frac{d\tilde{u}_{\perp}(\zeta)}{d\zeta} = -\frac{\gamma(\zeta)}{\gamma_{\text{in}}} [\tilde{u}_{\perp}(\zeta)]^{s_n-1} s_n F |f_n(\zeta)| \cos[s_n \Lambda(\zeta) + \text{Arg}[f_n(\zeta)] - (m - s_n) \Phi_e + \psi_0] \quad (\text{Π.5.19})$$

$$\frac{d\Lambda(\zeta)}{d\zeta} - \frac{2}{\beta_{\perp \text{in}}^2} \left[\frac{\gamma(\zeta)}{\gamma_{\text{in}}} - \frac{s_n(\Omega_0/\gamma_{\text{in}})}{\omega_n} \right] = \frac{\gamma(\zeta)}{\gamma_{\text{in}}} [\tilde{u}_{\perp}(\zeta)]^{s_n-2} s_n F |f_n(\zeta)| \cdot \sin[s_n \Lambda(\zeta) + \text{Arg}[f_n(\zeta)] - (m - s_n) \Phi_e + \psi_0] \quad (\text{Π.5.20})$$

όπου

$$\tilde{u}_{\perp}(\zeta) \triangleq \frac{u_{\perp}(\zeta)}{u_{\perp \text{in}}} \quad (\text{Π.5.21})$$

$$\zeta \triangleq \frac{(\omega_n/s_n) \beta_{\perp \text{in}}^2}{2c\beta_{\parallel \text{in}}} z \quad (\text{Π.5.22})$$

Για τον υπολογισμό του ηλεκτρονικού βαθμού απόδοσης οι εξισώσεις κίνησης των ήπια σχετικιστικών ηλεκτρονίων μπορούν να απλοποιηθούν περαιτέρω χρησιμοποιώντας την προσέγγιση $\gamma(\zeta)/\gamma_{\text{in}} \cong 1$ στα δεξιά μέλη των (Π.5.19)-(Π.5.20). Επιπλέον, επειδή $\gamma^2 - \gamma_{\text{in}}^2 = u_{\perp}^2 - u_{\perp \text{in}}^2$ λόγω διατήρησης της αξονικής ορμής, ισχύει $(2/\beta_{\perp \text{in}}^2)(\gamma/\gamma_{\text{in}} - 1) \cong (u_{\perp}/u_{\perp \text{in}})^2 - 1$, το οποίο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε στο αριστερό μέλος της (Π.5.20). Επίσης μπορούμε να θέσουμε $\psi_0 - (m - s_n) \Phi_e = 0$. Αυτό είναι επιτρεπτό διότι όταν έχουμε αλληλεπίδραση της δέσμης με ένα μόνο ρυθμό, η παρουσία της ποσότητας $\psi_0 - (m - s_n) \Phi_e$ στο όρισμα των τριγωνομετρικών συναρτήσεων αντιστοιχεί απλά σε μια αυθαίρετη αρχική φάση του ρυθμού και δεν επηρεάζει προφανώς τον υπολογισμό της απόδοσης της αλληλεπίδρασης. (Για αλληλεπίδραση της δέσμης με ένα μόνο ρυθμό ο υπολογισμός της μέσης τιμής ως προς Φ_e είναι τετριμμένος.) Οι απλοποιημένες εξισώσεις είναι:

$$\frac{d\tilde{u}_{\perp}(\zeta)}{d\zeta} = -[\tilde{u}_{\perp}(\zeta)]^{s_n-1} s_n F |f_n(\zeta)| \cos[s_n \Lambda(\zeta) + \text{Arg}[f_n(\zeta)]] \quad (\text{Π.5.23})$$

$$\frac{d\Lambda(\zeta)}{d\zeta} - \Delta + 1 - \tilde{u}_{\perp}^2(\zeta) = [\tilde{u}_{\perp}(\zeta)]^{s_n-2} s_n F |f_n(\zeta)| \sin[s_n \Lambda(\zeta) + \text{Arg}[f_n(\zeta)]] \quad (\text{Π.5.24})$$

όπου

$$\Delta \triangleq \frac{2}{\beta_{\perp \text{in}}^2} \left[1 - \frac{s_n (\Omega_0 / \gamma_{\text{in}})}{\omega_n} \right] \quad (\text{Π.5.25})$$

είναι η κανονικοποιημένη αρχική διαφορά συχνοτήτων (initial frequency mismatch) με το Ω_0 υπολογισμένο στο μέσο του μεσαίου τμήματος. Σημειώνουμε ότι όταν το αξονικό προφίλ $f_n(z)$ είναι πραγματικό και θετικό (στάσιμο κύμα) οι (Π.5.23)-(Π.5.24) ταυτίζονται με τις (13)-(14) του [32] με το μετασχηματισμό $u \leftrightarrow 1 - \tilde{u}_{\perp}^2$, $\theta \leftrightarrow s_n \Lambda + \pi/2$, $\zeta \leftrightarrow s_n \zeta$.

Για αλληλεπίδραση ιδανικής ηλεκτρονικής δέσμης με ένα μόνο ρυθμό ο ηλεκτρονικός βαθμός απόδοσης η_{el} δίνεται από τη σχέση

$$\eta_{\text{el}} = \frac{\gamma_{\text{in}} - \langle \gamma(z_{\text{out}}) \rangle_{\Lambda_{\text{in}}}}{\gamma_{\text{in}} - 1} = \frac{1 - \sqrt{1 - \beta_{\perp \text{in}}^2}}{1 - \sqrt{1 - (\beta_{\perp \text{in}}^2 + \beta_{\parallel \text{in}}^2)}} \eta_{\perp} \cong \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \eta_{\perp} \quad (\text{Π.5.26})$$

Η δεύτερη ισότητα στην (Π.5.26) συνδέει τον ηλεκτρονικό βαθμό απόδοσης με την εγκάρσια απόδοση η_{\perp} (transverse efficiency) που εκφράζει τη μετατροπή ενέργειας από κινητική σε ηλεκτρομαγνητική στο εγκάρσιο επίπεδο της κοιλότητας [10]. Επειδή στην Αλληλεπίδραση Γυροτρονίου η αξονική ορμή διατηρείται, η διαθέσιμη κινητική ενέργεια ανά ηλεκτρόνιο για μετατροπή σε ηλεκτρομαγνητική είναι μόνο αυτή που σχετίζεται με την εγκάρσια κίνηση και ισούται με $m_e c^2 [\gamma_{\text{in}} - (1 + u_{\parallel \text{in}}^2)^{1/2}]$. Έτσι η εγκάρσια απόδοση ορίζεται ως

$$\eta_{\perp} \triangleq \frac{\gamma_{\text{in}} - \langle \gamma(z_{\text{out}}) \rangle_{\Lambda_{\text{in}}}}{\gamma_{\text{in}} - \sqrt{1 + u_{\parallel \text{in}}^2}} \cong \frac{2}{\beta_{\perp \text{in}}^2} \left\langle 1 - \frac{\gamma(z_{\text{out}})}{\gamma_{\text{in}}} \right\rangle_{\Lambda_{\text{in}}} \cong 1 - \langle \tilde{u}_{\perp}^2(z_{\text{out}}) \rangle_{\Lambda_{\text{in}}} \quad (\text{Π.5.27})$$

Παρατηρούμε ότι η εγκάρσια απόδοση της αλληλεπίδρασης στην αρμονική s_n [όπως υπολογίζεται από τη λύση του συστήματος (Π.5.23)-(Π.5.24)] εξαρτάται, για δεδομένη συνάρτηση αξονικού προφίλ, μόνο από τις κανονικοποιημένες παραμέτρους F και Δ . Σε περίπτωση που υιοθετήσουμε το γκαουσιανό προφίλ πεδίου $f_n(z) = f_G(z) = \exp[-(2z/L_G)^2] = \exp[-(2s_n \zeta / \mu)^2]$ προφανώς ισχύει $\eta_{\perp} = \eta_{\perp}(F, \mu, \Delta)$, όπου το κανονικοποιημένο μήκος αλληλεπίδρασης μ (normalised interaction length) ορίζεται ως

$$\mu \triangleq \frac{\omega_n \beta_{\perp \text{in}}^2}{2c \beta_{\parallel \text{in}}} L_G = \pi \frac{\beta_{\perp \text{in}}^2}{\beta_{\parallel \text{in}}} \frac{L_G}{\lambda_n} \quad (\text{Π.5.28})$$

Ο προσδιορισμός της εγκάρσιας απόδοσης η_{\perp} για κάθε τριάδα (F, μ, Δ) γίνεται με τον υπολογισμό της μέσης τιμής στην (Π.5.27), αφού προηγηθεί αριθμητική ολοκλήρωση των (Π.5.23)-(Π.5.24) από $\zeta = \zeta_{\text{in}}$ έως $\zeta = \zeta_{\text{out}}$ για διάφορες τιμές της ομοιόμορφα κατανομημένης στο $[0, 2\pi)$ αρχικής φάσης $\Lambda(\zeta_{\text{in}})$. Συνήθως επιλέγουμε $\zeta_{\text{in}} = -(\mu/s_n)\sqrt{3}/2$ και $\zeta_{\text{out}} = (\mu/s_n)\sqrt{3}/2$ [32].

ΑΠΟΔΟΣΗ ΟΡΩΝ

Αζιμουθιακή ομαδοποίηση	Azimuthal bunching	(§1.2.2)
Αζιμουθιακός δείκτης	Azimuthal index	(§2.2.2)
Αξονική ομαδοποίηση	Axial bunching	(§1.2.2)
Ακτινικός δείκτης	Radial index	(§2.2.2)
Αντιπεριστρεφόμενος ρυθμός	Counter-rotating mode	(§2.2.2)
Απώλειες περίθλασης	Diffraction losses	(§1.3.2)
Αυτοσυνεπής	Self-consistent	(§3.1.1)
Γυροδιατάξεις	Gyrodevices	(§1.1)
Γυρο-λυχία οδεύοντος κύματος	Gyro-travelling wave tube	(§1.2.1)
Γυρο-ταλαντωτής επιστρέφοντος κύματος	Gyro-backward wave oscillator	(§1.2.1)
Δεδομένο προφίλ πεδίου	Fixed field profile	(§3.1.3)
Δέσμη (ροή) μη τεμνόμενων τροχιών	Laminar beam (flow)	(§5.3.2)
Δέσμη (ροή) τεμνόμενων τροχιών	Non-laminar beam (flow)	(§5.3.2)
Διαφεύγουσα ακτινοβολία	Stray radiation	(§1.3.1)
Εγκάρσια απόδοση	Transverse efficiency	(§5.2)
“Ενδιάμεση” δέσμη (ροή)	“Boundary” beam (flow)	(§5.3.2)
Επιστρέφον κύμα	Backward wave	(§4.2.3)
Εσωτερικός ρυθμός	Inner mode	(§2.3.3)
Εσωτερικό στέλεχος αυξανόμενης ακτίνας	Up-tapered inner rod	(§2.4.3)
Εσωτερικό στέλεχος μειούμενης ακτίνας	Down-tapered inner rod	(§2.4.3)
Ηλεκτρονικές λυχνίες αλληλεπίδρασης κυματοειδούς δέσμης	Ubitrons (Undulated Beam Interaction Electron Tubes)	(§1.1)
Κανονικοποιημένη αρχική διαφορά συχνοτήτων	Normalised initial frequency mismatch (frequency detuning)	(§5.2)
Κανονικοποιημένο μήκος αλληλεπίδρασης	Normalised interaction length	(§5.2)
Κανονικοποιημένο πλάτος πεδίου	Normalised field amplitude	(§5.2)
Καυστική ακτίνα	Caustic radius	(§1.3.2)
Λειτουργία συνεχούς κύματος	Continuous wave operation (CW)	(§1.1)
Λυχνίες αργού κύματος	Slow-wave tubes	(§1.1)
Λυχνίες γρήγορου κύματος	Fast-wave tubes	(§1.1)

Μαγνητική συμπίεση	Magnetic compression	(§1.3.1)
Μεσαίο τμήμα	Midsection	(§2.1)
Μετατροπέας ρυθμού	Mode converter	(§1.3.1)
Μοντέλο Επιφανειακής Εμπέδησης	Surface Impedance Model	(§2.2.2)
Όδευση ρεύματος	Current drive	(§1.1)
Οριακό ρεύμα	Limiting current	(§1.4.2)
Περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας	Diffraction quality factor	(§1.3.2)
Περιοχή μαλακής διέγερσης	Soft excitation region	(§4.2.3)
Περιοχή σκληρής διέγερσης	Hard excitation region	(§4.2.3)
Πηγή ηλεκτρονικής δέσμης	Electron gun	(§1.3.1)
Πηγή ηλεκτρονικής δέσμης τύπου διόδου	Diode-type electron gun	(§1.3.1)
Πηγή ηλεκτρονικής δέσμης τύπου τριόδου	Triode-type electron gun	(§1.3.1)
Προσέγγιση αργής χρονικής κλίμακας	Slow-time-scale approximation	(§3.1.1)
Προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας	Cold-cavity approximation	(§3.1.3)
Πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου	Voltage depression	(§1.4.2)
Ρεύμα εκκίνησης	Starting current	(§1.3.2)
Συλλέκτης σε επιβραδύνον δυναμικό	Depressed collector	(§1.1)
Συμπεριστρεφόμενος ρυθμός	Co-rotating mode	(§2.2.2)
Συνθήκες θερμοκρασιακού περιορισμού	Temperature-limited conditions	(§1.3.1)
Συνθήκες περιορισμού χωρικού φορτίου	Space-charge-limited conditions	(§1.3.1)
Τμήμα αποκοπής	Cutoff section	(§2.1)
Τμήμα εξόδου	Output section	(§2.1)
Υπέρβαση τάσης λειτουργίας	Voltage overshooting	(§4.2.3)
Χρονοεξαρτώμενος	Time-dependent	(§4.1.1)
Ωμικός συντελεστής ποιότητας	Ohmic quality factor	(§1.3.2)

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΜΒΟΛΩΝ

1. Γενικές παρατηρήσεις

Δείκτης “,0”	Δηλώνει τιμή στο μέσο του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας αλληλεπίδρασης, δηλαδή τιμή στην αξονική θέση $z = z_0$. Π. χ. για τη συνάρτηση $R_o = R_o(z)$ είναι $R_{o,0} = R_o(z_0)$.
Δείκτης “ i ”	Δηλώνει μέγεθος που σχετίζεται με το ηλεκτρόνιο “ i ”, εκτός από την περίπτωση του συμβόλου R_i το οποίο χρησιμοποιείται για την ακτίνα του εσωτερικού αγωγού της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης.
Δείκτης “M”	Δηλώνει μέση τιμή μεγέθους ως προς τα ηλεκτρόνια.
Δείκτης “ n ”	Διπλός δείκτης, $n \equiv \{m, p\}$
Δείκτης “op”	Δηλώνει τιμή στο σημείο λειτουργίας του γυροτρονίου. Π. χ. $V_{b,op}$ είναι η τιμή της τάσης V_b της ηλεκτρονικής δέσμης στο σημείο λειτουργίας.
Αστερίσκος “*”	Δηλώνει το μιγαδικό συζυγή.
$\langle \rangle_A$	Δηλώνει μέση τιμή ως προς την ποσότητα A .
\equiv	Δηλώνει προσεγγιστική ισότητα σχετικά καλής ακρίβειας.
\approx	Δηλώνει προσεγγιστική ισότητα περιορισμένης ακρίβειας.
\sim	Δηλώνει τάξη μεγέθους.
\propto	Συνδέει μεγέθη ευθέως ανάλογα.

2. Λατινικά σύμβολα

$A_n(z, t)$	Αργή μιγαδική συνάρτηση αξονικού προφίλ και χρονικής εξέλιξης του πλάτους και της συχνότητας του ρυθμού TE_{mp} κατά την αλληλεπίδραση του με την ηλεκτρονική δέσμη (§3.1.1)
$a_n(t)$	Αργή θετική πραγματική συνάρτηση πλάτους του ρυθμού TE_{mp} κατά την αλληλεπίδρασή του με την ηλεκτρονική δέσμη (§3.1.1)
A_w	Κλάσμα του ημίσεως μήκους κύματος το οποίο ισούται με τη μέγιστη αποδεκτή διασπορά των κέντρων περιστροφής των ηλεκτρονίων. (§5.3.2)
B_0	Μόνιμο μαγνητικό πεδίο (μαγνητική επαγωγή) στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης (§1.2.1, §3.1.2)

$B_0(z)$	Αξονική συνιστώσα του μόνιμου μαγνητικού πεδίου \mathbf{B}_0 στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης (§1.2.1, §3.1.2)
B_c	Μέτρο του αξονικού μαγνητικού πεδίου στην κάθοδο (§5.3.2)
b_c	Μαγνητική συμπίεση (§5.3.2)
$C(z)$	Λόγος της εξωτερικής προς την εσωτερική ακτίνα της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
$c = 2.9979 \times 10^8$ m/s	Ταχύτητα του φωτός στο κενό (§1.2.1)
C_0	Λόγος της εξωτερικής προς την εσωτερική ακτίνα της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης στο μέσο του μεσαίου τμήματος (§2.1)
C_c	Καυστικός λόγος ακτίνων του ρυθμού TE_{mp} ή TE_{mpo} (§2.3.1)
C_F	Παράμετρος Fresnel (§5.3.3)
C_{mp}	Συντελεστής κανονικοποίησης του ρυθμού TE_{mp} (§2.2.2)
$C_{mp,hollow}$	Συντελεστής κανονικοποίησης του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης του συμβατικού γυροτρονίου (§2.2.5)
$C_{mp,smooth}$	Συντελεστής κανονικοποίησης του ρυθμού TE_{mp} σε ομοαξονική κοιλότητα αλληλεπίδρασης με λείο εσωτερικό αγωγό (§2.2.5)
d	Βάθος των ρυτιδώσεων του εσωτερικού αγωγού της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
d_{ac}	Απόσταση ανόδου-καθόδου στη δίοδο (§3.2.5, §5.3.7)
$\mathbf{E}(\mathbf{R}, z, t)$	Μιγαδικό ηλεκτρικό πεδίο του ρυθμού TE_{mp} στην ψυχρή κοιλότητα (§2.2.2)
$e = 1.602 \times 10^{-19}$ C	Απόλυτο στοιχειώδες φορτίο (§1.2.1)
E_c	Μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια του εκπομπού (§5.3.2)
$\mathbf{E}_{hol}(\mathbf{R}, z, t)$	Μιγαδικό ηλεκτρικό πεδίο του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης του συμβατικού γυροτρονίου (§1.3.2)
$\mathbf{e}_{mp}(\mathbf{R}; z)$	Εγκάρσιο ιδιοδιάνυσμα του ρυθμού TE_{mp} (§2.2.2)
$\mathbf{E}_{RF}(\mathbf{R}, z, t)$	Διεγειρόμενο ηλεκτρικό πεδίο στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης (§1.2.1, §3.1.1)
$\mathbf{E}_{smooth}(\mathbf{R}, z, t)$	Μιγαδικό ηλεκτρικό πεδίο του ρυθμού TE_{mp} στην ομοαξονική κοιλότητα λείου εσωτερικού αγωγού (§2.2.2)
F	Κανονικοποιημένο πλάτος πεδίου του ρυθμού TE_{mp} (§5.2, Π.V)
f, f_n	Συχνότητα του ρυθμού TE_{mp} στην ψυχρή κοιλότητα (§2.2.2)
$f(z), f_n(z)$	Κανονικοποιημένη μιγαδική συνάρτηση αξονικού προφίλ του ρυθμού TE_{mp} στην ψυχρή κοιλότητα (§1.3.2, §2.2.3)
$F_{0n}(\zeta)$	Κανονικοποιημένος συντελεστής σύζευξης του ρυθμού TE_{mp} (Π.V)
$f_G(z)$	Γκαουσιανή συνάρτηση αξονικού προφίλ του ρυθμού TE_{mp} (§2.2.3)
G	Γεωμετρικός παράγοντας πτώσης τάσης της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω χωρικού φορτίου (§5.3.1)

G_{coaxial}	Γεωμετρικός παράγοντας πτώσης τάσης της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω χωρικού φορτίου σε ομοαξονική κοιλότητα (§5.3.1)
G_{hollow}	Γεωμετρικός παράγοντας πτώσης τάσης της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω χωρικού φορτίου σε συμβατική κοιλότητα (§5.3.1)
$[G_{mp,s}(k_{\perp mp} R_{eM})]^2$	Συντελεστής σύζευξης δέσμης-ρυθμού TE_{mp} (§4.2.2)
$G_{mp,s}(u)$	Συνάρτηση σύζευξης δέσμης-ρυθμού TE_{mp} (§3.1.2)
$\mathbf{H}(\mathbf{R}_{\perp}, z, t)$	Μιγαδικό μαγνητικό πεδίο του ρυθμού TE_{mp} στην ψυχρή κοιλότητα (§2.2.2)
$\mathbf{H}_{\text{hol}}(\mathbf{R}, z, t)$	Μιγαδικό μαγνητικό πεδίο του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης του συμβατικού γυροτρονίου (§1.3.2)
$\mathbf{H}_{RF}(\mathbf{R}, z, t)$	Διεγριόμενο μαγνητικό πεδίο στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης (§1.2.1, §3.1.1)
$\mathbf{H}_{\text{smooth}}(\mathbf{R}, z, t)$	Μιγαδικό μαγνητικό πεδίο του ρυθμού TE_{mp} στην ομοαξονική κοιλότητα λείου εσωτερικού αγωγού (§2.2.2)
$I_b(t) > 0$	Ηλεκτρικό ρεύμα που αντιπροσωπεύει η ηλεκτρονική δέσμη τη χρονική στιγμή t . (§1.3.2, §3.2.2)
$I_{cn}(t)$	Μιγαδικός όρος πηγής για το ρυθμό TE_{mp} στην προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας (§3.1.2)
$\tilde{I}_{cn}(t)$	Προσεγγιστικός μιγαδικός όρος πηγής για το ρυθμό TE_{mp} στην προσέγγιση ψυχρής κοιλότητας (§3.2.1)
I_L	Οριακό ρεύμα λόγω πτώσης της τάσης της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω χωρικού φορτίου (§1.4.2, §5.3.1)
$I_n(z, t)$	Μιγαδικός όρος πηγής για το ρυθμό TE_{mp} στην αυτοσυνεπή θεώρηση (§3.1.1)
I_{st}	Ρεύμα εκκίνησης του ρυθμού TE_{mp} (§1.3.2, §3.3.1)
J_{em}	Μέτρο πυκνότητας ρεύματος εκπομπού (§5.3.2)
$J_m(u)$	Συνάρτηση Bessel πρώτου είδους τάξης m
$\mathbf{J}_{RF}(\mathbf{R}, z, t)$	Πραγματική υψίσυχη πυκνότητα ρεύματος που αντιπροσωπεύει η ηλεκτρονική δέσμη στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης. (§3.1.1)
J_{sc}	Μέτρο πυκνότητας ρεύματος περιορισμού χωρικού φορτίου (§5.3.2)
$K_{\perp}(z)$	Εγκάρσιος μιγαδικός κυματαριθμός του ρυθμού TE_{mp} (Π.Ι)
$k_{\perp}(z), k_{\perp mp}(z)$	Εγκάρσιος κυματαριθμός (κυματαριθμός αποκοπής) του ρυθμού TE_{mp} (§1.3.2, §2.2.2)
$K_{\parallel}(z)$	Μιγαδικός αξονικός κυματαριθμός του ρυθμού TE_{mp} (§2.2.3)
$k_{\parallel}(z)$	Αξονικός κυματαριθμός του ρυθμού TE_{mp} όταν ο ρυθμός δεν είναι σε αποκοπή. (§2.2.4, §2.4.1)
l	Εύρος των σχισμών του εσωτερικού αγωγού της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
L_1	Μήκος του τμήματος αποκοπής της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)

L_2	Μήκος του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
L_3	Μήκος του τμήματος εξόδου της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
l_{em}	Πλάτος του δακτυλίου εκπομπής της καθόδου (§5.3.2)
L_G	Χαρακτηριστικό μήκος της γκαουσιανής συνάρτησης αξονικού προφίλ $f_G(z)$ (§2.2.3)
m	Αξιμουθιακός δείκτης του ρυθμού TE_{mp} (§2.2.2, §1.3.2)
$m_e = 9.109 \times 10^{-31}$ kg	Μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου (§1.2.1)
N	Αριθμός των ρυτιδώσεων του εσωτερικού αγωγού της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
$N_e(t)$	Συνολικός αριθμός των ηλεκτρονίων στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης τη χρονική στιγμή t (§3.1.2)
N_q	Αριθμός ηλεκτρονίων που απαρτίζουν το μέτωπο ηλεκτρονίων (αριθμός διαφορετικών διανυσμάτων $\mathbf{q}_{in,i}$ που αντιστοιχούν στο μέτωπο ηλεκτρονίων). (§3.2.1, §4.1.3)
N_R	Αριθμός των ακτίνων κέντρου περιστροφής R_{ei} (§4.1.3)
N_α	Αριθμός των αρχικών τιμών του λόγου ταχυτήτων α_i (§4.1.3)
N_γ	Αριθμός των αρχικών τιμών του σχετικιστικού παράγοντα $\gamma_{in,i}$ (§4.1.3)
N_Λ	Αριθμός των αρχικών σχετικών φάσεων $\Lambda_{in,i}$ (§4.1.3)
N_Φ	Αριθμός των γωνιών κέντρου περιστροφής Φ_{ei} (§4.1.3)
p	Ακτινικός δείκτης του ρυθμού TE_{mp} (§1.3.2, §2.2.2)
p_\perp	Μιγαδική ορμή του ηλεκτρονίου (Π.V)
P_b	Ισχύς της ηλεκτρονικής δέσμης (§5.3.1)
P_{cav}	Μέση ισχύς του ρυθμού TE_{mp} που χάνεται από την κοιλότητα αλληλεπίδρασης. (§2.2.3)
P_{ohm}	Μέση ισχύς του ρυθμού TE_{mp} που καταναλώνεται ωμικά στα τοιχώματα της κοιλότητας αλληλεπίδρασης. (§1.3.2, §2.2.3)
P_{out}	Μέση ωφέλιμη ισχύς του ρυθμού TE_{mp} που λαμβάνεται από το δεξί άκρο της κοιλότητας αλληλεπίδρασης. (§1.3.2, §2.2.3)
$Q_{dif}, Q_{dif,n}$	Περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης (§1.3.2, §2.4.1)
$Q_{dif,min}$	Ελάχιστος περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας (§5.3.3)
$Q_{dif,reg}$	Περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας του ρυθμού TE_{mp} σε κοιλότητα με εσωτερικό στέλεχος σταθερής ακτίνας (§2.4.2)
$\mathbf{q}_i(t)$	Διάνυσμα κινητικών μεγεθών του ηλεκτρονίου “ i ” (§3.1.2)
$\mathbf{q}_{in,i}$	Διάνυσμα των αρχικών τιμών του ηλεκτρονίου “ i ” (§3.2.1)
$Q_{ohm}, Q_{ohm,n}$	Ωμικός συντελεστής ποιότητας του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης (§1.3.2, §2.5.2)
$Q_{ohm,hollow}$	Ωμικός συντελεστής ποιότητας του ρυθμού TE_{mpo} στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης του συμβατικού γυροτρονίου (§2.5.2)

$Q_{tot}, Q_{tot,n}$	Συντελεστής ποιότητας του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης (§1.3.2, §2.2.3)
\mathbf{R}	Διάνυσμα θέσης στο επίπεδο $X-Y$ (§1.3.2, §2.2.2)
R	Ακτινική συντεταγμένη του κυλινδρικού συστήματος συντεταγμένων (R, Φ, z) της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§1.3.2, §2.1)
$\hat{\mathbf{R}}$	Μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση R (§2.1)
R_c	Καυστική ακτίνα του ρυθμού TE_{mp} (§1.3.2, §2.3.1)
R_e	Ακτίνα του κέντρου κυκλοτρονικής περιστροφής του ηλεκτρονίου (§3.1.2)
R_{ein}	Ακτίνα του κέντρου κυκλοτρονικής περιστροφής του ηλεκτρονίου στην είσοδο της κοιλότητας αλληλεπίδρασης ($z = z_{in}$) (§1.3.7, §3.1.2)
R_{em}	Μέση ακτίνα εκπομπού (§5.3.2)
\mathbf{R}_i	Διάνυσμα θέσης του ηλεκτρονίου “ i ” στο εγκάρσιο επίπεδο (§3.1.2)
$R_i(z)$	Ακτίνα του εσωτερικού αγωγού της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
$R_{i,min}$	Τεχνολογικό κάτω όριο για την ακτίνα του ομοαξονικού στελέχους (§5.3.4)
r_L	Ακτίνα L_{armor} του ηλεκτρονίου (§1.4.1, §3.1.2)
r_{Lc}	Ακτίνα L_{armor} στην περιοχή της καθόδου (§5.3.2)
R_{mp}	Λόγος R_{mp} του ρυθμού TE_{mp} (§5.2)
$R_o(z)$	Εξωτερική ακτίνα της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§1.3.2, §2.1)
$S(z)$	Συνολική εγκάρσια διατομή της κοιλότητας αλληλεπίδρασης στη θέση z (§2.2.2)
s	Περίοδος των ρυτιδώσεων του εσωτερικού αγωγού της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
s, s_n	Αρμονικός δείκτης του ρυθμού TE_{mp} (§1.2.1, §3.1.1)
T_0	Περίοδο αναφοράς (περίπου ίση με την κυκλοτρονική περίοδο) (§3.1.1)
T_c	Απόλυτη θερμοκρασία της καθόδου (§3.2.2)
TE_{mpo}	Ρυθμός TE_{mp} στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης του συμβατικού γυροτρονίου (§2.2.2)
t_{field}	Χαρακτηριστικός χρόνος μεταβολής του πλάτους του υψίσυχνου πεδίου (§3.2.1)
t_{in}	Χρονική στιγμή εισόδου του ηλεκτρονίου στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης (§3.2.1)
t_{pulse}	Χαρακτηριστικός χρόνος αποκατάστασης της τιμής της τάσης λειτουργίας κατά την εκκίνηση του γυροτρονίου (§3.2.1)
t_{tr}	Χρόνος διέλευσης του ηλεκτρονίου από την κοιλότητα αλληλεπίδρασης (§3.2.1)
\mathbf{u}	Αδιάστατη ορμή του ηλεκτρονίου (§3.1.2)

\mathbf{u}_{\perp}	Εγκάρσια αδιάστατη ορμή του ηλεκτρονίου (§3.1.2)
u_{\perp}	Μέτρο της εγκάρσιας αδιάστατης ορμής του ηλεκτρονίου (§3.1.2)
$u_{\perp \text{in}}$	Τιμή του μέτρου της εγκάρσιας αδιάστατης ορμής του ηλεκτρονίου στην είσοδο της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§3.2.1)
u_{\parallel}	Αξονική αδιάστατη ορμή του ηλεκτρονίου (§3.1.2)
$u_{\parallel \text{in}}$	Τιμή της αξονικής αδιάστατης ορμής του ηλεκτρονίου στην είσοδο της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§3.2.1)
V	Όγκος της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§1.3.2)
$V(t)$	Αργά μεταβαλλόμενη μιγαδική συνάρτηση πλάτους του ρυθμού TE_{mp} στην ψυχρή κοιλότητα (§2.2.3)
\mathbf{v}	Ταχύτητα του ηλεκτρονίου (§1.2.1, §3.1.2)
\mathbf{v}_{\perp}	Εγκάρσια ταχύτητα του ηλεκτρονίου (§1.2.1, §3.1.2)
\mathbf{v}_{\parallel}	Αξονική ταχύτητα του ηλεκτρονίου (§1.2.1, §3.1.2)
$\mathbf{v}_{\parallel \text{in}}$	Αξονική ταχύτητα του ηλεκτρονίου στην είσοδο της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§3.1.2)
$v_{\parallel M}(z, t)$	Μέση αξονική ταχύτητα των ηλεκτρονίων που βρίσκονται μεταξύ z και $z + dz$ τη χρονική στιγμή t . (§3.1.2)
$V_0 = 511.003 \text{ kV}$	Δυναμικό που αντιστοιχεί στην ενέργεια ηρεμίας του ηλεκτρονίου ($eV_0 = m_e c^2$). (§3.1.2)
$V_b(t)$	Τάση δέσμης (θετικό ηλεκτρικό δυναμικό που εκφράζει τη μέση κινητική ενέργεια eV_b των ηλεκτρονίων της δέσμης κατά την είσοδό τους στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης). (§1.3.2, §3.2.2)
$V_{b\text{max}}$	Μέγιστη τιμή της τάσης V_b της δέσμης για δεδομένο ρυθμό λειτουργίας που ικανοποιεί τον περιορισμό ωμικής φόρτισης εξωτερικού τοιχώματος. (§5.4.3)
$V_c(t)$	Διαφορά δυναμικού ανόδου-καθόδου στην δίοδο (§1.4.2, §3.2.2)
v_g	Ταχύτητα ομάδας του ρυθμού TE_{mp} (§2.4.2)
V_{max}	Σταθερά πλάτους του ρυθμού TE_{mp} στην ψυχρή κοιλότητα (§2.2.3)
$w(\chi_{mp})$	Κανονικοποιημένη επιφανειακή εμπέδηση εσωτερικού αγωγού για το ρυθμό TE_{mp} (παράμετρος ρυτίδωσης) (§2.2.2)
w_0	Κανονικοποιημένη επιφανειακή εμπέδηση εσωτερικού αγωγού για το ρυθμό TE_{mp} στο μέσο του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.5.2)
W_e	Μέση αποθηκευμένη ηλεκτρική ενέργεια του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης (§2.2.4)
W_{em}	Μέση αποθηκευμένη H/M ενέργεια του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης (§1.3.2, §2.2.4)
W_m	Μέση αποθηκευμένη μαγνητική ενέργεια του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης (§2.2.4)

W_n	Ολοκλήρωμα του τετραγώνου του μέτρου της συνάρτησης αξονικού προφίλ του ρυθμού TE_{mp} κατά μήκος της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§3.1.3)
X	Συντεταγμένη του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων (X, Y, z) της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
x	Συντεταγμένη του τοπικού καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων (x, y, z) της j -οστης ρυτίδωσης του εσωτερικού αγωγού της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
\hat{X}	Μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση X (§2.1)
\hat{x}	Μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση x (§2.1)
Y	Συντεταγμένη του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων (X, Y, z) της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
y	Συντεταγμένη του τοπικού καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων (x, y, z) της j -οστης ρυτίδωσης του εσωτερικού αγωγού της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
\hat{Y}	Μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση Y (§2.1)
\hat{y}	Μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση y (§2.1)
$Y_m(u)$	Συνάρτηση Bessel δεύτερου είδους (συνάρτηση Neumann) τάξης m
z	Αξονική συντεταγμένη όλων των συστημάτων συντεταγμένων (§1.1, §2.1)
z_0	Αξονική θέση του μέσου του μεσαίου τμήματος της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.2.3)
z_i	Αξονική θέση του ηλεκτρονίου “ i ” (§3.1.2)
z_{in}	Αξονική θέση του άκρου εισόδου της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.2.2)
$Z_{mp}(u)$	Κυλινδρική συνάρτηση (γραμμικός συνδυασμός συναρτήσεων Bessel) του ρυθμού TE_{mp} (§2.2.2)
z_{out}	Αξονική θέση του άκρου εξόδου της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.2.3)

3. Ελληνικά σύμβολα

α	Μέσος λόγος ταχυτήτων ηλεκτρονίου (§1.2.1, §3.2.2)
α_i	Λόγος ταχυτήτων του ηλεκτρονίου “ i ” (§4.1.3)
β_{\perp}	Εγκάρσια αδιάστατη ταχύτητα του ηλεκτρονίου (§3.1.2)
$\beta_{\perp in}$	Εγκάρσια αδιάστατη ταχύτητα του ηλεκτρονίου στην είσοδο της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§3.2.2)
β_{\parallel}	Αξονική αδιάστατη ταχύτητα του ηλεκτρονίου (§3.1.2)
$\beta_{\parallel in}$	Εγκάρσια αδιάστατη ταχύτητα του ηλεκτρονίου στην είσοδο της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§3.2.2)

$\beta_{ M}(z, t)$	Μέση αξονική αδιάστατη ταχύτητα των ηλεκτρονίων που βρίσκονται μεταξύ z και $z + dz$ τη χρονική στιγμή t . (§3.1.2)
γ	Σχετικιστικός παράγοντας του ηλεκτρονίου (§1.2.1, §3.1.2)
γ_{in}	Σχετικιστικός παράγοντας του ηλεκτρονίου στην είσοδο της κοιλότητας (§3.2.2)
Δ, Δ_n	Κανονικοποιημένη αρχική διαφορά συχνοτήτων για το ρυθμό TE_{mp} (§3.3.2, §5.2, Π.V)
Δ_0	Κανονικοποιημένη αρχική διαφορά συχνοτήτων αναφοράς (Π.V)
Δ_{gc}	Διασπορά των κέντρων περιστροφής των ηλεκτρονίων (§5.3.1)
δ_{in}	Πάχος διείσδυσης εσωτερικού αγωγού ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.5.1)
δ_{out}	Πάχος διείσδυσης εξωτερικού τοιχώματος (κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.5.1)
ΔR_e	Ολικό πάχος ηλεκτρονικής δέσμης (§5.3.1)
Δt	Χρονικό βήμα αριθμητικής ολοκλήρωσης των εξισώσεων αλληλεπίδρασης (§4.1.3)
ΔV	Σχετική πτώση τάσης της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω χωρικού φορτίου (§5.2, §5.3.1)
Δz	Χωρικό βήμα αριθμητικής ολοκλήρωσης των εξισώσεων αλληλεπίδρασης (§4.1.3)
$\delta\omega_{1n}$	Διόρθωση συχνότητας του ρυθμού TE_{mp} στην ψυχρή κοιλότητα λόγω ωμικών απωλειών (§3.1.1, Π.I)
$\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12}$ F/m	Επιτρεπτότητα του κενού
ζ	Κανονικοποιημένη αξονική μεταβλητή (Π.V)
$\zeta_0 = 376.73$ Ω	Κυματική αντίσταση του κενού (§1.3.2)
η_{\perp}	Εγκάρσια απόδοση (§5.2, Π.V)
η_{el}	Ηλεκτρονικός βαθμός απόδοσης (απόδοση αλληλεπίδρασης) (§1.3.2, §3.3.1, §5.2, Π.V)
η_{tot}	Ολική απόδοση (§5.2)
θ	Πολική γωνία της εγκάρσιας ορμής του ηλεκτρονίου (§3.1.2)
θ_1	Γωνία κλίσης της εξωτερικής ακτίνας στο τμήμα αποκοπής της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
θ_3	Γωνία κλίσης της εξωτερικής ακτίνας στο τμήμα εξόδου της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
θ_c	Οξεία γωνία του κώνου της καθόδου (§5.3.2)
θ_{in}	Γωνία κλίσης της ακτίνας του εσωτερικού αγωγού της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
Λ	Αργή συνάρτηση σχετικής φάσης του ηλεκτρονίου που εκφράζει τη σχετική φάση μεταξύ της πολικής γωνίας φ και της φάσης του κύματος αναφοράς συχνότητας ω_0 . (§3.1.2)
λ, λ_n	Μήκος κύματος ελεύθερου χώρου του ρυθμού TE_{mp} στην ψυχρή κοιλότητα (§1.3.2, §2.2.4)

λ_{co}	Μήκος κύματος αποκοπής του ρυθμού TE_{mp} σε κοιλότητα συμβατικού γυροτρονίου ακτίνας $R_{o,0}$ (§2.3.1)
Λ_{in}	Τιμή της συνάρτησης σχετικής φάσης του ηλεκτρονίου στην είσοδο της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§3.2.1)
λ_{Φ}	Αξιμουθιακό μήκος κύματος του ρυθμού TE_{mp} για $R = R_i$ (§2.2.2)
μ, μ_n	Κανονικοποιημένο μήκος αλληλεπίδρασης για το ρυθμό TE_{mp} (§3.3.2, §5.2, Π.V)
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m	Μαγνητική διαπερατότητα του κενού
ρ	Επιφανειακή πυκνότητα ισχύος ωμικών απωλειών (Ωμική φόρτιση τοιχώματος) (§2.5.1)
$\rho_{in,max}$	Ανώτατο επιτρεπτό όριο ωμικής φόρτισης του εσωτερικού αγωγού της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§5.3.3)
$\rho_{out,max}$	Ανώτατο επιτρεπτό όριο ωμικής φόρτισης του εξωτερικού τοιχώματος της κοιλότητας (§5.1, §5.3.3)
$\rho_{peak,hollow}$	Μέγιστη ωμική φόρτιση του τοιχώματος της κοιλότητας συμβατικού γυροτρονίου (§2.5.1)
$\rho_{peak,in}$	Μέγιστη ωμική φόρτιση του εσωτερικού αγωγού της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.5.1)
$\rho_{peak,out}$	Μέγιστη ωμική φόρτιση του εξωτερικού τοιχώματος της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.5.1)
σ_{in}	Ειδική ηλεκτρική αγωγιμότητα του εσωτερικού αγωγού της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.5.1)
σ_{out}	Ειδική ηλεκτρική αγωγιμότητα του εξωτερικού τοιχώματος της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.5.1)
σ_r	Λόγος ειδικών ηλεκτρικών αγωγιμοτήτων εξωτερικού τοιχώματος και εσωτερικού αγωγού ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.5.2)
τ_o	Αδιάστατη παράμετρος ανομοιογένειας ομοαξονικής κοιλότητας λόγω γωνίας ανοίγματος του τμήματος εξόδου (§2.4.3)
τ_{irr}	Αδιάστατη παράμετρος ανομοιογένειας ομοαξονικής κοιλότητας λόγω εσωτερικού στελέχους (§2.4.3)
Φ	Αξιμουθιακή συντεταγμένη του κυλινδρικού συστήματος συντεταγμένων (R, Φ, z) της κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
φ	Πολική γωνία του διανύσματος θέσης του ηλεκτρονίου στο σύστημα αναφοράς που έχει κέντρο το κέντρο κυκλοτρονικής περιστροφής και βρίσκεται στο εγκάρσιο επίπεδο. (§1.2.1, §3.1.2)
$\hat{\Phi}$	Μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση Φ (§2.1)
Φ_e	Αξιμουθιακή γωνία του κέντρου κυκλοτρονικής περιστροφής του ηλεκτρονίου (§3.1.2)
Φ_{ein}	Αξιμουθιακή γωνία του κέντρου κυκλοτρονικής περιστροφής του ηλεκτρονίου στην είσοδο της κοιλότητας αλληλεπίδρασης ($z = z_{in}$) (§3.1.2)
Φ_i	Αξιμουθιακή θέση του ηλεκτρονίου “ i ” (§3.1.2)

Φ_j	Αξιωματική θέση του μέσου της j -οστης σχισμής του εσωτερικού αγωγού της ομοαξονικής κοιλότητας αλληλεπίδρασης (§2.1)
χ_{mp}	Ιδιοτιμή του ρυθμού TE_{mp} (1.3.2, §2.2.2)
χ_{mp0}	Ιδιοτιμή του ρυθμού TE_{mp} στην κοιλότητα αλληλεπίδρασης του συμβατικού γυροτρονίου (§2.2.2)
$\chi\chi_{mp}$	p -οστη θετική ρίζα της χαρακτηριστικής εξίσωσης (2.2.10, §2.3.3)
$\Psi(\mathbf{R})$	Μιγαδική λύση της βαθμωτής εξίσωσης του Helmholtz στο εγκάρσιο επίπεδο (Π.Ι, §3.1.1)
ψ_0	Τυχαία αρχική φάση του ρυθμού TE_{mp} στην ψυχρή κοιλότητα (§2.2.3)
$\psi_n(t)$	Αργή πραγματική συνάρτηση φάσης του ρυθμού TE_{mp} κατά την αλληλεπίδραση του με την ηλεκτρονική δέσμη (§3.1.1)
Ω	Μιγαδική κυκλική συχνότητα του ρυθμού TE_{mp} στην ψυχρή κοιλότητα (Π.Ι)
ω, ω_n	Κυκλική συχνότητα του ρυθμού TE_{mp} στην ψυχρή κοιλότητα (χωρίς διόρθωση λόγω ωμικών απωλειών) (§2.2.2, §3.1.1)
Ω_0	Μη σχετικιστική κυκλική κυκλοτρονική συχνότητα (§1.2.1, §3.1.2)
ω_0	Αυθαίρετη κυκλική συχνότητα αναφοράς κοντά στην κυκλοτρονική συχνότητα (§3.1.1)
ω_c	Κυκλική κυκλοτρονική συχνότητα του ηλεκτρονίου (§1.2.1, §3.1.2)
ω_{cut}	Κυκλική συχνότητα αποκοπής του ρυθμού TE_{mp} (§1.3.2, §2.2.2)

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] I. Λ. Βομβορίδης, *Μικροκυματικές Πηγές Ισχύος*, Ιούλιος 2002, κεφ. 1-3.
- [2] S. A. Gilmour Jr., *Microwave Tubes*, Artech House, 1985.
- [3] V. L. Granatstein and I. Alexeff Eds., *High-Power Microwave Sources*, Boston-London: Artech House, 1987.
- [4] S-C Zhang, “Unified single-particle theory of free-electron-maser amplifiers”, *Physical Review A*, vol. 46, no. 8, pp. 5154-5160, October 1992.
- [5] C. J. Edgcombe Ed., *Gyrotron Oscillators – Their Principles and Practice*, London: Taylor and Francis, 1993.
- [6] M. V. Kartikeyan, E. Borie, and M. Thumm, *Gyrotrons – High Power Microwave and Millimeter Wave Technology*, Springer-Verlag, 2004.
- [7] G. S. Nusinovich, *Introduction to the Physics of Gyrotrons*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore and London, 2004.
- [8] M. Thumm, “State-of-the-art of high power gyro-devices and free electron masers update 2004,” Forschungszentrum Karlsruhe, FZKA 7097, February 2005.
- [9] T. C. Luce, “Applications of high-power millimeter waves in fusion energy research”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 30, no. 3, pp. 734-754, June 2002.
- [10] B. Piosczyk, “Electron guns for gyrotron applications”, in *Gyrotron Oscillators*, C. J. Edgcombe, Ed. London: Taylor and Francis, 1993, ch. 5, pp. 123-146.
- [11] M. I. Petelin, “One century of cyclotron radiation”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 27, no. 2, pp. 294-302, April 1999.
- [12] J. L. Vomvoridis, “An efficient Doppler-shifted electron-cyclotron maser oscillator”, *Int. J. Electronics*, vol. 53, no. 6, pp. 555-571, 1982.
- [13] A. W. Fliflet, “Linear and non-linear theory of the Doppler-shifted cyclotron resonance maser based on TE and TM waveguide modes”, *Int. J. Electronics*, vol. 61, no. 6, pp. 1049-1080, 1986.
- [14] J. M. Baird, “Gyrotron theory”, in *High-Power Microwave Sources*, V. L. Granatstein and I. Alexeff Eds. Boston-London: Artech House, 1987, ch. 4, pp. 103-183.
- [15] K. R. Chu and J. L. Hirshfield, “Comparative study of the axial and azimuthal bunching mechanisms in electromagnetic cyclotron instabilities”, *Phys. Fluids*, vol. 21, no. 3, pp. 461-466, March 1978.
- [16] B. Piosczyk, C. T. Iatrou, G. Dammertz, and M. Thumm, “Single-stage depressed collectors for gyrotrons”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 24, no. 3, pp. 579-585, June 1996.

- [17] M. I. Airila and O. Dumbrajs, “Generalized gyrotron theory with inclusion of adiabatic electron trapping in the presence of a depressed collector”, *Phys. Plasmas*, vol. 8, no. 4, pp. 1358-1362, April 2001.
- [18] M. Thumm and W. Kasperek, “Passive high-power microwave components”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 30, no. 3, pp. 755-786, June 2002.
- [19] E. Borie, “Effect of reflection on gyrotron operation”, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 49, no. 7, pp. 1342-1345, July 2001.
- [20] O. Dumbrajs, T. Idehara, S. Watanabe, A. Kimura, H. Sasagawa, L. Agusu, S. Mitsudo, and B. Piosczyk, “Reflections in gyrotrons with axial output”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 32, no. 3, pp. 899-902, June 2004.
- [21] B. Piosczyk, G. Dammertz, O. Dumbrajs, S. Illy, J. Jin, W. Leonhardt, G. Michel, O. Prinz, T. Rzesnicki, M. Schmid, M. Thumm, and X. Yang, “A 2 MW, 170 GHz coaxial cavity gyrotron – experimental verification of the design of main components”, *3rd IAEA Technical Meeting on ECRH Physics and Technology in ITER*, 2-4 May 2005, Como, Italy, *J. of Physics: Conf. Series*, vol.25, pp. 24-32, 2005.
- [22] B. Piosczyk, G. Dammertz, O. Dumbrajs, M. V. Kartikeyan, M. Thumm, and X. Yang, “165-GHz coaxial cavity gyrotron”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 32, no. 3, pp. 853-860, June 2004.
- [23] B. Piosczyk, O. Braz, G. Dammertz, C. T. Iatrou, S. Illy, M. Kuntze, G. Michel, A. Möbius, M. Thumm, V. A. Flyagin, V. I. Khishnyak, A. B. Pavelyev, and V.E. Zapevalov, “Coaxial cavity gyrotron with dual RF beam output”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 26, no. 3, pp. 393-401, June 1998.
- [24] V. A. Flyagin, V. I. Khishnyak, V. N. Manuilov, M. A. Moiseev, A. B. Pavelyev, V. E. Zapevalov, and V. A. Zavolsky, “Investigations of advanced coaxial gyrotrons at IAP RAS”, *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 24, no. 1, pp. 1-17, January 2003.
- [25] E. Borie and O. Dumbrajs, “Calculation of eigenmodes of tapered gyrotron resonators”, *Int. J. Electronics*, vol. 60, no. 2, pp. 143-154, 1986.
- [26] J. D. Jackson, “*Classical Electrodynamics*”, Second Edition, Wiley, 1975, ch. 8.
- [27] I. Ρουμελιώτης, “*Μέθοδοι Επίλυσης Ηλεκτρομαγνητικών Προβλημάτων*”, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 1990, κεφ. 4.
- [28] E. Borie, “Computations of radio-frequency behaviour”, in *Gyrotron Oscillators*, C. J. Edcombe, Ed. London: Taylor and Francis, 1993, ch. 3, pp. 45-86.
- [29] A. W. Fliflet and M. E. Read, “Use of weakly irregular waveguide theory to calculate eigenfrequencies, Q values, and RF field functions for gyrotron oscillators”, *Int. J. Electronics*, vol. 51, no. 4, pp. 475-484, 1981.
- [30] A. V. Gaponov, V. A. Flyagin, A. L. Goldenberg, G. S. Nusinovich, Sh. E. Tsimring, V. G. Usov, and S. N. Vlasov, “Powerful millimetre-wave gyrotrons”, *Int. J. Electronics*, vol. 51, no. 4, pp. 277-302, 1981.
- [31] Ν. Κ. Ουζούνου, “*Εισαγωγή στα Μικροκύματα*”, Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 1986, κεφ. 4.
- [32] B. G. Danly and R. J. Temkin, “Generalized nonlinear harmonic gyrotron theory”, *Phys. Fluids*, vol. 29, no. 2, pp. 561-567, February 1986.

- [33] T. Idehara, I. Ogawa, S. Mitsudo, Y. Iwata, S. Watanabe, Y. Itakura, K. Ohashi, H. Kobayashi, T. Yokoyama, V. E. Zapevalov, M. Y. Glyavin, A. N. Kuftin, O. V. Malygin, and S. P. Sabchevski, “A high harmonic gyrotron with an axis-encircling electron beam and a permanent magnet”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 32, no. 3, pp. 903-909, June 2004.
- [34] P. Sprangle, J. L. Vomvoridis, and W. M. Manheimer, “Theory of the quasioptical electron cyclotron maser”, *Physical Review A*, vol. 23, no. 6, pp. 3127-3138, June 1981.
- [35] J. L. Vomvoridis and V. Dotsis, “Beam-tunnel geometries preserving the cross-section of a sheet beam”, *26th Int. Conf. Infr. Mill. Waves*, Conference Digest, Gyro-Devices, pp. 5_118-5_121, 10-14 September 2001, Toulouse, France, (www.lncmp.org/fichiers/IRMMW_2001.pdf).
- [36] K. D. Loukopoulos and J. L. Vomvoridis, “Axially non-uniform beam-tunnel geometries preserving the cross-section of a sheet beam”, *Joint 29th Int. Conf. Infr. Mill. Waves and 12th Int. Conf. THz Electronics*, Conference Digest, pp. 655-656, M. Thumm and W. Wiesbeck, Eds., 27 September-1 October 2004, Karlsruhe, Germany.
- [37] G. S. Nusinovich, M. E. Read, O. Dumbrajs, and K. E. Kreischer, “Theory of gyrotrons with coaxial resonators”, *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 41, no. 3, pp. 433-438, March 1994.
- [38] O. Dumbrajs and G. S. Nusinovich, “Coaxial Gyrotrons: Past, present, and future (review)”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 32, no. 3, pp. 934-946, June 2004.
- [39] C. T. Iatrou, O. Braz, G. Dammertz, S. Kern, M. Kuntze, B. Piosczyk, and M. Thumm, “Design and experimental operation of a 165-GHz, 1.5-MW, coaxial-cavity gyrotron with axial RF output”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 25, no. 3, pp. 470-479, June 1997.
- [40] M. E. Read, G. S. Nusinovich, O. Dumbrajs, G. Bird, J. P. Hogge, K. E. Kreischer, and M. Blank, “Design of a 3-MW 140-GHz gyrotron with a coaxial cavity”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 24, no. 3, pp. 586-595, June 1996.
- [41] B. Piosczyk, A. Arnold, G. Dammertz, O. Dumbrajs, and M. Thumm, “Coaxial cavity gyrotron – recent experimental results”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 30, no. 3, pp. 819-827, June 2002.
- [42] B. Piosczyk, “A novel 4.5 MW-electron gun for a coaxial cavity gyrotron”, *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 48, no. 12, pp. 2938-2944, December 2001.
- [43] V. K. Lygin, V. N. Manuilov, A. N. Kuftin, A. B. Pavelyev, and B. Piosczyk, “Inverse magnetron injection gun for a coaxial 1.5 MW, 140 GHz gyrotron”, *Int. J. Electronics*, vol. 79, pp. 227-235, 1995.
- [44] M. V. Kartikeyan, E. Borie, and M. Thumm, “Possible operation of a 1.5–2-MW, CW conventional cavity gyrotron at 140 GHz”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 28, no. 3, pp. 645-651, June 2000.
- [45] B. Piosczyk, T. Rzesnicki, A. Arnold, H. Budig, G. Dammertz, O. Dumbrajs, S. Illy, J. Jin, K. Koppenburg, W. Leonhardt, G. Michel, M. Schmid, M. Thumm, and X. Yang, “Progress in the development of the 170 GHz coaxial cavity gyrotron”, *Joint 29th Int. Conf. Infr. Mill. Waves and 12th Int. Conf. THz*

- Electronics*, Conference Digest, pp. 107-108, M. Thumm and W. Wiesbeck, Eds., 27 September-1 October 2004, Karlsruhe, Germany.
- [46] J.-P. Hogge, S. Alberti, A. Arnold, D. Bariou, P. Benin, T. Bonicelli, A. Bruschi, R. Chavan, S. Cirant, O. Dumbrajs, D. Fasel, F. Gandini, E. Giguet, T. Goodman, R. Heidinger, M. Henderson, S. Illy, J. Jin, C. Lievin, R. Magne, P. Marmillod, P.-L. Mondino, A. Perez, B. Piosczyk, L. Porte, T. Rzesnicki, M. Santinelli, M. Thumm, M. Q. Tran, and I. Yovchev, “Development of a 2-MW, CW coaxial gyrotron at 170 GHz and test facility for ITER”, *3rd IAEA Technical Meeting on ECRH Physics and Technology in ITER*, 2-4 May 2005, Como, Italy, *J. of Physics: Conf. Series*, vol.25, pp. 33-44, 2005.
- [47] B. Piosczyk, O. Braz, G. Dammertz, C. T. Iatrou, S. Kern, M. Kuntze, A. Möbius, M. Thumm, V. A. Flyagin, V. I. Khishnyak, V. I. Malygin, A. B. Pavelyev, and V. E. Zapevalov, “A 1.5-MW, 140-GHz, TE_{28,16}-coaxial cavity gyrotron”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 25, no. 3, pp. 460-469, June 1997.
- [48] M. Q. Tran, S. Alberti, A. Arnold, D. Bariou, E. Borie, G. Dammertz, C. Darbos, O. Dumbrajs, G. Gantenbein, E. Giguet, R. Heidinger, J.-P. Hogge, S. Illy, W. Kasperek, C. Liévin, R. Magne, G. Michel, B. Piosczyk, M. Thumm, and I. Yovchev, “Development of high power gyrotrons for fusion plasma applications in the EU”, *Joint 29th Int. Conf. Infr. Mill. Waves and 12th Int. Conf. THz Electronics*, Conference Digest, pp. 59-62, M. Thumm and W. Wiesbeck, Eds., 27 September-1 October 2004, Karlsruhe, Germany.
- [49] M. V. Kartikeyan, E. Borie, B. Piosczyk, and M. Thumm, “In quest of a 170 GHz coaxial super gyrotron”, *28th Int. Conf. Infr. Mill. Waves*, Conference Digest, pp. 169-170, 29 September-2 October 2003, Otsu, Japan, JSAP Catalog 031 231.
- [50] A. K. Ganguly and K. R. Chu, “Limiting current in gyrotrons”, *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 5, no. 1, pp. 103-121, 1984.
- [51] R. A. Corrêa and J. J. Barroso, “Limiting current in gyrotron coaxial cavities”, *17th Int. Conf. Infr. Mill. Waves*, Conference Proceedings, pp. 512-513, Pasadena, CA, U. S. A., Dec. 14-17, 1992.
- [52] P. J. Castro, J. J. Barroso, and R. A. Corrêa, “Ohmic selection in open coaxial resonators: an experimental study”, *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 14, no. 10, pp. 2191-2201, 1993.
- [53] C. T. Iatrou, S. Kern, and A. B. Pavelyev, “Coaxial cavities with corrugated inner conductor for gyrotrons”, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 44, no. 1, pp. 56-64, January 1996.
- [54] C. T. Iatrou, “Mode selective properties of coaxial gyrotron resonators”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 24, no. 3, pp. 596-605, June 1996.
- [55] J. J. Barroso, R. A. Corrêa and P. J. de Castro, “Gyrotron coaxial cylindrical resonators with corrugated inner conductor: Theory and experiment”, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 46, no. 9, pp. 1221-1230, September 1998.
- [56] V. A. Flyagin, V. I. Khizhnyak, V. N. Manuilov, A. B. Pavelyev, V. G. Usov, and V. E. Zapevalov, “Investigations of advanced coaxial gyrotrons at IAP RAS”, *11th Joint Russian-German Meeting on ECRH and Gyrotrons*, Conference Proceedings, M Thumm Ed., 23-29 June 1999, Karlsruhe-Stuttgart-Garching, Germany.

- [57] R. Aymar, “The ITER project”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 25, no. 6, pp. 1187-1195, December 1997.
- [58] G. S. Nusinovich, O. V. Sinitsyn, L. Velikovich, M. Yeddulla, T. M. Antonsen, Jr., A. N. Vlasov, S. R. Cauffman, and K. Felch, “Startup scenarios in high-power gyrotrons”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 32, no. 3, pp. 841-852, June 2004.
- [59] O. Dumbrajs, H. Kalis, and A. Reinfelds, “Numerical solution of single mode gyrotron equation,” *Mathematical Modelling and Analysis*, vol. 9, no. 1, pp. 25-38, 2004.
- [60] H. Li and X. Li, “Analysis and calculation of an electron cyclotron maser having inner and outer slotted structure”, *Int. J. Electronics*, vol. 70, no. 1, pp. 213-219, 1991.
- [61] A. Grudiev, J.-Y. Raguin, and K. Schünemann, “Numerical study of mode competition in coaxial cavity gyrotrons with corrugated insert”, *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 24, no. 2, pp. 173-187, February 2003.
- [62] S. Kern, “Numerische Simulation der Gyrotron-Wechselwirkung in koaxialen Resonatoren”, Forschungszentrum Karlsruhe, FZKA 5837, November 1996.
- [63] K. E. Kreisler, B. G. Danly, J. B. Schutkeker and R. J. Temkin, “The design of megawatt gyrotrons”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 13, no. 6, pp. 364-373, December 1985.
- [64] P. Vitello and C. Menyuk, “Theory of high-harmonic gyrotron oscillators with slotted cross-section structure”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 16, no. 2, pp. 105-115, April 1988.
- [65] K. A. Avramides, C. T. Iatrou, and J. L. Vomvoridis, “Design considerations for powerful continuous-wave second-cyclotron-harmonic coaxial-cavity gyrotrons”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 32, no. 3, pp. 917-928, June 2004.
- [66] I. G. Tigelis, J. L. Vomvoridis, and S. Tzima, “High-frequency electromagnetic modes in a dielectric-ring loaded beam tunnel”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 26, no. 3, pp. 922-930, June 1998.
- [67] O. Dumbrajs, “A novel method of improving performance of coaxial gyrotron resonators”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 30, no. 3, pp. 836-839, June 2002.
- [68] O. Dumbrajs and G. I. Zaginaylov, “Ohmic losses in coaxial gyrotron cavities with corrugated insert,” *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 32, no. 3, pp. 861-866, June 2004.
- [69] G. Dammertz, “Components: beam tunnel, resonator, collector and radio-frequency window”, in *Gyrotron Oscillators*, C. J. Edgcombe, Ed. London: Taylor and Francis, 1993, ch. 6, pp. 147-178.
- [70] O. Dumbrajs, “Review of the theory of mode competition in gyrotrons developed in the former USSR”, in *Gyrotron Oscillators*, C. J. Edgcombe, Ed. London: Taylor and Francis, 1993, ch. 4, pp. 87-121.
- [71] B. Levush and T. M. Antonsen, Jr, “Mode competition and control in high-power gyrotron oscillators”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 18, no. 3, pp. 260-272, June 1990.

- [72] O. Dumbrajs and G. S. Nusinovich, “Cold-cavity and self-consistent approaches in the theory of mode competition in gyrotrons”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 20, no. 3, pp. 133-138, June 1992.
- [73] O. Dumbrajs and G. S. Nusinovich, “Theory of a frequency-step-tunable gyrotron for optimum plasma ECRH”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 20, no. 4, pp. 452-457, August 1992.
- [74] A. W. Fliflet, R. C. Lee, S. H. Gold, W. M. Manheimer, and E. Ott, “Time-dependent multimode simulation of gyrotron oscillators”, *Physical Review A*, vol. 43, no. 11, pp. 6166-6176, 1991.
- [75] S. Y. Cai, T. M. Antonsen, Jr, G. Saraph, and B. Levush, “Multifrequency theory of high power gyrotron oscillators”, *Int. J. Electronics*, vol. 72, nos. 5 and 6, pp. 759-777, 1992.
- [76] N. S. Ginzburg, G. S. Nusinovich, and N. A. Zavolsky, “Theory of non-stationary processes in gyrotrons with low Q resonators”, *Int. J. Electronics*, vol. 61, no. 6, pp. 881-894, 1986.
- [77] O. Dumbrajs, T. Idehara, Y. Iwata, S. Mitsudo, I. Ogawa, and B. Piosczyk, “Hysteresis-like effects in gyrotron oscillators”, *Phys. Plasmas*, vol. 10, no. 5, pp. 1183-1186, May 2003.
- [78] A. W. Fliflet, M. E. Read, K. R. Chu, and R. Seeley “A self-consistent field theory for gyrotron oscillators: application to a low Q gyromonotron”, *Int. J. Electronics*, vol. 53, no. 6, pp. 505-521, 1982.
- [79] E. Borie, “Self consistent code for a 150 GHz gyrotron”, *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 7, no. 12, pp. 1863-1879, 1986.
- [80] E. Borie, “Study for second harmonic gyrotrons in the submillimeter region”, *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 15, no. 2, pp. 311-335, 1994.
- [81] G. S. Nusinovich, “Linear theory of a gyrotron with weakly tapered external magnetic field”, *Int. J. Electronics*, vol. 64, pp. 127-135, 1988.
- [82] E. Borie, B. Jödicke, and O. Dumbrajs, “Parameter studies for a 150 GHz gyrotron operating in the TE031 mode”, *Int. J. Electronics*, vol. 61, no. 6, pp. 735-746, 1986.
- [83] C. J. Edgcombe, “Principles of interaction”, in *Gyrotron Oscillators*, C. J. Edgcombe, Ed. London: Taylor and Francis, 1993, ch. 2, pp. 9-44.
- [84] M. Abramowitz and I. A. Stegun, “*Handbook of Mathematical Functions*”, 9th Edition, Dover Publications, INC, New York, 1970.
- [85] N. A. Zavolsky and G. S. Nusinovich, “Nonstationary processes in a gyrotron with nonfixed structure of RF field”, *Radiotekh. Elektron.*, vol. 36, pp. 135-141, 1991.
- [86] M. I. Airila, O. Dumbrajs, A. Reinfelds, and U. Strautiņš, “Nonstationary oscillations in gyrotrons”, *Phys. Plasmas*, vol. 8, no. 10, pp. 4608-4612, October 2001.
- [87] G. S. Nusinovich, “Review of the theory of mode interaction in gyrodevices”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 27, no. 2, pp. 313-326, April 1999.

- [88] G. S. Nusinovich and M. Botton, “Quasilinear theory of mode interaction in gyrotrons with azimuthally inhomogeneous electron emission”, *Phys. Plasmas*, vol. 8, no. 3, pp. 1029-1036, March 2001.
- [89] G. S. Nusinovich, A. N. Vlasov, M. Botton, T. M. Antonsen, Jr., S. Cauffman, and K. Felch, “Effect of the azimuthal inhomogeneity of electron emission on gyrotron operation”, *Phys. Plasmas*, vol. 8, no. 7, pp. 3473-3479, July 2001.
- [90] J. Gr. Pagonakis and J. L. Vomvoridis, “Evolution of an electron beam with azimuthal density nonuniformity in a cylindrical beam tunnel”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 32, no. 3, pp. 890-898, June 2004.
- [91] G. S. Nusinovich, O. V. Sinitsyn, M. Yeddulla, L. Velikovich, T. M. Antonsen, Jr., A. N. Vlasov, S. Cauffman, and K. Felch, “Effect of the radial thickness of electron beams on mode coupling and stability in gyrotrons”, *Phys. Plasmas*, vol. 10, no. 8, pp. 3335-3343, August 2003.
- [92] M. Yeddulla, G. S. Nusinovich, and T. M. Antonsen, Jr., “Start currents in an overmoded gyrotron”, *Phys. Plasmas*, vol. 10, no. 11, pp. 4513-4520, November 2003.
- [93] C. T. Iatrou, “Operating-mode selection and design of gyrotron oscillators”, *FZK, ITP, Interner Bericht F130.0022.012/A*, November 1996.
- [94] S. H. Gold and A. W. Fliflet, “Multimode simulation of high frequency gyrotrons”, *Int. J. Electronics*, vol. 72, nos. 5-6, pp. 779-794, 1992.
- [95] D. R. Whaley, M. Q. Tran, T. M. Tran, and T. M. Antonsen, Jr., “Mode competition and startup in cylindrical cavity gyrotrons using high-order operating modes”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 22, no. 5, pp. 850-860, October 1994.
- [96] D. R. Whaley, M. Q. Tran, S. Alberti, T. M. Tran, T. M. Antonsen, Jr., and C. Tran, “Startup methods for single-mode gyrotron operation”, *Physical Review Letters*, vol. 75, no. 7, pp. 1304-1307, August 1995.
- [97] K. E. Kreischer and R. J. Temkin, “Linear theory of an electron cyclotron maser operating at the fundamental”, *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 1, no. 2, pp. 195-223, 1980.
- [98] M. Botton, T. M. Antonsen, Jr., B. Levush, K. T. Nguyen, and A. N. Vlasov, “MAGY: A time-dependent code for simulation of slow and fast microwave sources”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 26, no. 3, pp. 882-892, June 1998.
- [99] E. Borie and B. Jödicke, “Self-consistent theory of mode competition for gyrotrons”, *Int. J. Electronics*, vol. 72, nos. 5 and 6, pp. 721-744, 1992.
- [100] M. A. Moiseev, L. L. Nemirovskaya, V. E. Zapevalov, and N. A. Zavolsky, “Numerical simulation of mode interaction in 170 GHz/1 MW gyrotrons for ITER”, *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 18, no. 11, pp. 2117-2128, 1997.
- [101] S. Kern, “Numerical codes for interaction calculations in gyrotron cavities at FZK”, *21st Int. Conf. Infr. Mill. Waves*, Conference Proceedings, AF2, M. von Ortenberg and H-U. Mueller Eds., 14-19 July 1996, Berlin, Federal Republic of Germany.
- [102] O. Dumbrajs, *COAXIAL*: Helsinki University of Technology, March 2001.
- [103] Α. Μπακόπουλος και Ι. Χρυσοβέργης, “Εισαγωγή στην Αριθμητική Ανάλυση”, Εκδόσεις Συμείων, Αθήνα, 1989, κεφ. 6.

- [104] J. L. Vomvoridis, “Self-consistent nonlinear analysis of overmoded gyrotron oscillators”, *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 3, no. 3, pp. 339-364, 1982.
- [105] O. Dumbrajs, “ITER ECRF Advanced source development - Coaxial cavity gyrotron - Report on the selection of operating mode”, *FZK Internal Report*, February 2003
- [106] C. T. Iatrou, “Phase-Locked harmonic gyrotrons for scientific and technological applications”, *NTUA, DECE, ARICCS, Final Technical Paper*, August 1998.
- [107] B. Piosczyk, A. Arnold, H. Budig, G. Dammertz, O. Drumm, O. Dumbrajs, M. Kuntze, M. Schmid, and M. Thumm, “Towards a 170 GHz, 2 MW, CW coaxial cavity gyrotron – experimental results and design considerations”, *26th Int. Conf. Infr. Mill. Waves*, Conference Digest, Gyro-Devices, pp. 5_19-5_23, 10-14 September 2001, Toulouse, France, (www.lncmp.org/fichiers/IRMMW_2001.pdf).
- [108] B. Piosczyk, A. Arnold, H. Budig, G. Dammertz, O. Drumm, M. Kuntze, and M. Thumm, “ITER ECRF Advanced source development - Coaxial cavity gyrotron - Final report”, Forschungszentrum Karlsruhe, FZKA 6701, February 2002.
- [109] *Nuclear Fusion*, vol. 39, no. 12, December 1999.
- [110] E. Borie and B. Jödicke, “Comments on the linear theory of the gyrotron”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 16, no. 2, pp. 116-121, April 1988.
- [111] O. Dumbrajs, B. Piosczyk, and C. T. Iatrou, “Mode selection for a 2 MW, CW 170 GHz coaxial cavity gyrotron”, *26th Int. Conf. Infr. Mill. Waves*, Conference Digest, Gyro-Devices, pp. 5_28-5_31, 10-14 September 2001, Toulouse, France, (www.lncmp.org/fichiers/IRMMW_2001.pdf).
- [112] Sh. E. Tsimring, “Gyrotron electron beams: velocity and energy spread and beam instabilities”, *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 22, no. 10, pp. 1433-1468, October 2001.
- [113] Sh. E. Tsimring and V. E. Zapevalov, “Experimental study of intense helical electron beams with trapped electrons”, *Int. J. Electronics*, vol. 81, no. 2, pp. 199-205, 1996.
- [114] A. N. Kufin, V. K. Lygin, V. N. Manuilov, A. S. Postnikova, and V. E. Zapevalov, “Advanced numerical and experimental investigation for gyrotrons helical electron beams”, *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 20, no. 3, pp. 361-382, 1999.
- [115] P. V. Krivosheev, V. K. Lygin, V. N. Manuilov, and Sh. E. Tsimring, “Numerical simulation models of forming systems of intense gyrotron helical electron beams”, *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 22, no. 8, pp. 1119-1145, August 2001.
- [116] D. V. Kas’yanenko, O. I. Louksha, B. Piosczyk, G. G. Sominsky, and M. Thumm, “Low-frequency parasitic space-charge oscillations in the helical electron beam of a gyrotron”, *Radiophysics Quantum Electron.*, vol. 47, no. 5-6, pp. 414-420, 2004.
- [117] C. T. Iatrou, K. A. Avramides, J. L. Vomvoridis, and B. Piosczyk, “Design considerations of powerful, second-cyclotron-harmonic coaxial-cavity gyrotrons”,

- 26th Int. Conf. Infr. Mill. Waves, Conference Digest, Gyro-Devices, pp. 5_24-5_27, 10-14 September 2001, Toulouse, France, (www.lncmp.org/fichiers/IRMMW_2001.pdf).
- [118] J. M. Baird and W. Lawson, “Magnetron injection gun (MIG) design for gyrotron applications”, *Int. J. Electronics*, vol. 61, no. 6, pp. 953-967, 1986.
- [119] K. Sakamoto, A. Kasugai, R. Minami, K. Takahashi, N. Kobayashi, and T. Imai, “Development of high power 170 GHz gyrotron for ITER”, *Joint 29th Int. Conf. Infr. Mill. Waves and 12th Int. Conf. THz Electronics*, Conference Digest, pp. 109-110, M. Thumm and W. Wiesbeck, Eds., 27 September-1 October 2004, Karlsruhe, Germany.
- [120] A. G. Litvak, V. E. Myasnikov, S. V. Usachev, L. G. Popov, M. V. Agapova, V. O. Nichiporenko, G. G. Denisov, A. A. Bogdashov, A. Ph. Gnedenkov, V. I. Ilyin, V. N. Ilyin, D. V. Khmara, A. N. Kostyna, A. N. Kuftin, V. K. Lygin, M. A. Moiseev, V. I. Malygin, E. A. Solujanova, V. E. Zapevalov, and E. M. Tai, “Development of 170 GHz/ 1 MW/ 50 %/ CW gyrotron for ITER”, *Joint 29th Int. Conf. Infr. Mill. Waves and 12th Int. Conf. THz Electronics*, Conference Digest, pp. 111-112, M. Thumm and W. Wiesbeck, Eds., 27 September-1 October 2004, Karlsruhe, Germany.
- [121] O. Dumbrajs, V. I. Khizhnyak, A. B. Pavelyev, and J. Heikkinen, “Possible fast frequency doubling of a powerful coaxial gyrotron with corrugated insert,” *20th Int. Conf. Infr. Mill. Waves*, Conference Proceedings, pp. 546-547, R. J. Temkin Ed., Lake Buena Vista, Orlando, FL, U. S. A., Dec. 11-14, 1995.
- [122] O. Dumbrajs, V. I. Khizhnyak, A. B. Pavelyev, B. Piosczyk, and M. Thumm, “Design of rapid-frequency step-tunable powerful coaxial-cavity harmonic gyrotrons,” *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 28, no. 3, pp. 681-687, June 2000.
- [123] K. A. Avramides, J. L. Vomvoridis, and C. T. Iatrou, “Coaxial gyrotron cavities with resistive corrugated insert for powerful second-harmonic operation”, *RF 2005, 7th Workshop on High Energy Density and High Power RF*, AIP Conference Proceedings, vol. 807, pp. 264-270, D. K. Abe and G. S. Nusinovich Eds., 13-17 June 2005, Kalamata, Greece.
- [124] K. A. Avramides, J. L. Vomvoridis, B. Piosczyk, and C. T. Iatrou, “Second-harmonic operation of coaxial gyrotrons – Towards a proof-of-principle experiment”, *Joint 29th Int. Conf. Infr. Mill. Waves and 12th Int. Conf. THz Electronics*, Conference Digest, pp. 627-628, M. Thumm and W. Wiesbeck, Eds., 27 September-1 October 2004, Karlsruhe, Germany.
- [125] M. I. Airila and O. Dumbrajs, “Spatio-temporal chaos in the transverse section of gyrotron resonators”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 30, no. 3, pp. 846-850, June 2002.
- [126] O. Dumbrajs and G. S. Nusinovich, “Azimuthal instability of radiation in gyrotrons with overmoded resonators”, *Phys. Plasmas*, vol. 12, paper 053106, May 2005.
- [127] B. Piosczyk, “Compensation of beam space charge and consequences for the design of a gyrotron”, *15th Int. Conf. Infr. Mill. Waves*, Conference Proceedings, pp. 499-501, Orlando, FL, U. S. A., 1990.

- [128] G. Dammertz, O. Braz, C. T. Iatrou, M. Kuntze, A. Möbius, B. Piosczyk, and M. Thumm, “Long-pulse operation of a 0.5 MW TE_{10,4} gyrotron at 140 GHz”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 24, no. 3, pp. 570-578, June 1996.
- [129] K. Singh, P. K. Jain, and B. N. Basu, “Analysis of a corrugated coaxial waveguide resonator for mode rarefaction in a gyrotron”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 33, no. 3, pp. 1024-1030, June 2005.
- [130] G. P. Latsas, G. P. Anastasiou, Z. C. Ioannidis, and I. G. Tigelis, “Studies of the electromagnetic spectrum of corrugated waveguides”, *RF 2005, 7th Workshop on High Energy Density and High Power RF*, AIP Conference Proceedings, vol. 807, pp. 257-263, D. K. Abe and G. S. Nusinovich Eds., 13-17 June 2005, Kalamata, Greece.
- [131] G. Arfken, “*Mathematical Methods for Physicists*”, Second Edition, Academic Press, 1970, ch. 9.
- [132] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, “*Table of Integrals, Series, and Products*”, Corrected and enlarged edition, Academic Press, 1980.

