



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΓΕΩΡΓΙΟΣ Δ. ΠΑΣΓΙΑΝΟΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΥΧΟΣ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΜΠ

**ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ PID ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΧΡΟΝΟ
ΓΙΑ ΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟ ΑΣΤΑΘΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ**

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΑΘΗΝΑ

Δεκέμβριος 2003

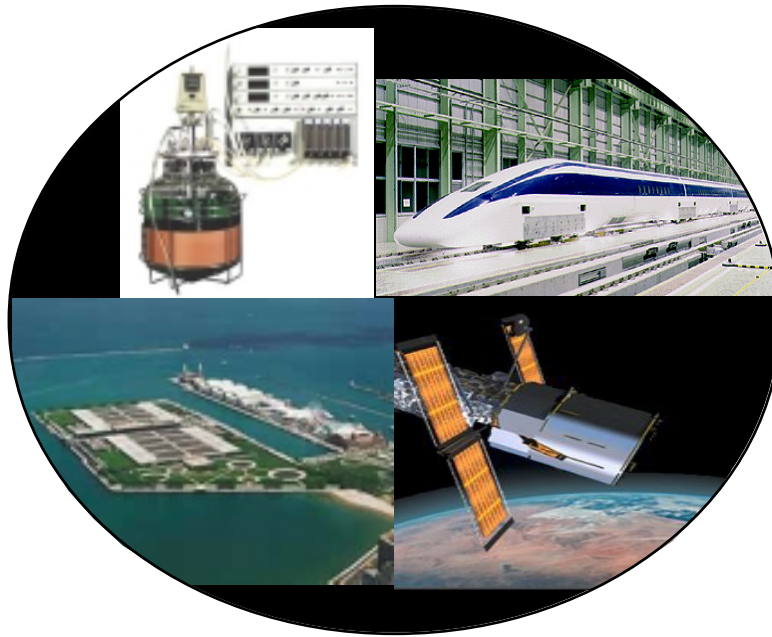


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΓΕΩΡΓΙΟΣ Δ. ΠΑΣΓΙΑΝΟΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΥΧΟΣ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΜΠ



**ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ PID ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΧΡΟΝΟ
ΓΙΑ ΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟ ΑΣΤΑΘΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ**

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΑΘΗΝΑ

Δεκέμβριος 2003

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ
ΓΕΩΡΓΙΟΥ Δ. ΠΑΣΓΙΑΝΟΥ
ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΥΧΟΣ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΜΠ

**ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ PID ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΧΡΟΝΟ
ΓΙΑ ΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟ ΑΣΤΑΘΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ**

Επιβλέπον Καθηγητής

Π. Ν. Παρασκευόπουλος

Συμβουλευτική Επιτροπή

Π. Ν. Παρασκευόπουλος

Κ. Πεκμεστζίη

Γ. Ι. Στασινόπουλος

**Αφιερώνεται σε όλους τους ανθρώπους
που συνέβαλαν στη γνώση**

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Στη διατριβή αυτή προτείνονται νέες τεχνικές βαθμονόμησης του PID ελεγκτή για τον έλεγχο ασταθών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου. Για να είναι δυνατή η εφαρμογή των μεθόδων βαθμονόμησης με αυτόματο τρόπο (auto-tuning), ακόμα και στην περίπτωση που οι παράμετροι του συστήματος είναι άγνωστες, προτείνονται νέες τεχνικές αναγνώρισης οι οποίες είναι δυνατόν να εφαρμοστούν σε πραγματικό χρόνο (real time).

Όπως είναι γνωστό, ο PID ελεγκτής αποτελεί το πιο διαδεδομένο σχήμα ελέγχου το οποίο παρέχει όλα τα βασικά προτερήματα του ελέγχου, γεγονός που τον καθιστά ιδανικό για τον έλεγχο και των ασταθών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου. Με τον όρο βαθμονόμηση του ελεγκτή εννοούμε τον καθορισμό των τριών παραμέτρων του ελεγκτή έτσι ώστε το κλειστό σύστημα να διαθέτει κάποιες βασικές επιθυμητές ιδιότητες. Στη διατριβή αυτή χρησιμοποιούνται κριτήρια που βασίζονται στην απόκριση του συστήματος στο πεδίο του χρόνου και κριτήρια ευρωστίας του κλειστού συστήματος. Τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται για τη σχεδίαση του ελεγκτή βασίζονται, τόσο στο διάγραμμα Nyquist, όσο και στη θέση των επικρατούντων πόλων του κλειστού συστήματος.

Για την αναγνώριση των παραμέτρων του μοντέλου του ασταθούς συστήματος είναι απαραίτητο να εφαρμοστούν μέθοδοι αναγνώρισης που βασίζονται στην απόκριση του κλειστού συστήματος. Οι μέθοδοι αναγνώρισης που προτείνονται βασίζονται στη βηματική απόκριση του κλειστού ευσταθοποιημένου συστήματος ή στην εφαρμογή του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης (Relay Feedback).

Τα αποτελέσματα της διατριβής εφαρμόζονται σε πραγματικά συστήματα είτε με την χρήση προσομοίωσης, είτε με τη χρήση πειραματικών διατάξεων.

Η διατριβή αποτελείται από επτά κεφάλαια τα οποία έχουν ως εξής:

Στο 1^ο κεφάλαιο παρουσιάζεται μια σύντομη ανασκόπηση της βιβλιογραφίας που αναφέρεται στην αναγνώριση και στον έλεγχο ασταθών συστημάτων με καθυστέρηση

χρόνου. Επίσης στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται και οι βασικές καινοτομίες που αποτελούν και τη συμβολή της διατριβής.

Στο 2^ο κεφάλαιο γίνεται μία ιστορική αναδρομή στην εξέλιξη του PID ελεγκτή τον τελευταίο αιώνα και περιγράφονται οι βασικές ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά του. Επίσης, παρουσιάζονται όλες οι εναλλακτικές μορφές του PID ελεγκτή που έχουν κατά καιρούς προταθεί για τον έλεγχο ασταθών συστημάτων, και αποδεικνύεται η ισοδυναμία αυτών των σχημάτων ελέγχου. Με τον τρόπο αυτό, καθίσταται δυνατό οι προτεινόμενες μέθοδοι βαθμονόμησης να εφαρμοστούν σε οποιοδήποτε από αυτά τα σχήματα ελέγχου.

Στο 3^ο κεφάλαιο προτείνονται νέες τεχνικές βαθμονόμησης του PID ελεγκτή για ασταθή συστήματα πρώτης τάξης με καθυστέρηση χρόνου. Στο πρώτο μέρος του κεφαλαίου γίνεται ανάλυση της συμπεριφοράς του κλειστού συστήματος, ενώ στο δεύτερο μέρος παρουσιάζονται οι νέες τεχνικές βαθμονόμησης. Οι προτεινόμενες μέθοδοι βασίζονται σε κριτήρια απόκρισης στο πεδίο του χρόνου και στα περιθώρια κέρδους και φάσης. Στο τρίτο μέρος του κεφαλαίου παρουσιάζονται χαρακτηριστικές αριθμητικές εφαρμογές και μία εφαρμογή με χρήση προσομοίωσης σε ένα ασταθή βιολογικό αντιδραστήρα.

Στο 4^ο κεφάλαιο παρουσιάζονται νέες μέθοδοι αναγνώρισης των παραμέτρων του μοντέλου των ασταθών συστημάτων πρώτης τάξης με καθυστέρηση χρόνου. Οι μέθοδοι αυτές μπορούν να εφαρμοστούν σε πραγματικό χρόνο, και βασίζονται, είτε σε μετρήσεις της βηματικής απόκρισης του ευσταθοποιημένου κλειστού συστήματος, είτε στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης.

Στο 5^ο κεφάλαιο γίνεται επέκταση των μεθόδων που παρουσιάστηκαν στο 3^ο κεφάλαιο σε ασταθή συστήματα δεύτερης τάξης με καθυστέρηση χρόνου. Επίσης, προτείνεται μία εναλλακτική μέθοδος ανάλυσης και βαθμονόμησης ελεγκτών που βασίζεται στη θέση των επικρατούντων πόλων. Για την αναγνώριση του συστήματος προτείνεται μία μέθοδος που βασίζεται στην εφαρμογή δύο πειραμάτων διακοπτικής ανατροφοδότησης. Οι μέθοδοι βαθμονόμησης και αναγνώρισης που προτείνονται, χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο ενός πειραματικού συστήματος μαγνητικής αιώρησης το οποίο μοντελοποιείται ως ασταθές σύστημα δεύτερης τάξης με καθυστέρηση χρόνου.

Στο 6^ο και 7^ο κεφάλαιο γίνεται επέκταση των μεθόδων που παρουσιάστηκαν στο 3^ο και 5^ο κεφάλαιο, για τον έλεγχο ασταθών ολοκληρωτικών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου και διπλά ολοκληρωτικών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου, αντίστοιχα. Επιπρόσθετα για τα συστήματα αυτά προτείνονται τεχνικές αναγνώρισης που βασίζονται σε τροποποιημένα σχήματα του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης. Στο 7^ο

κεφάλαιο γίνεται εφαρμογή των προτεινόμενων μεθόδων αναγνώρισης και βαθμονόμησης σε ένα πειραματικό σύστημα ελέγχου της θέσης μίας σφαίρας που κινείται πάνω σε ράβδο (Ball and Beam).

Τα κεφάλαια 3, 5, 6 και 7 γράφτηκαν με τέτοιο τρόπο ώστε να υπάρχει σε μεγάλο βαθμό αυτονομία, τόσο ως προς την ανάλυση των συστημάτων όσο και ως προς την σχεδίαση των ελεγκτών. Για το λόγο αυτό, σε πολλά σημεία των κεφαλαίων αυτών υπάρχει επανάληψη. Επίσης υπάρχει αντιστοιχία στις ενότητες των κεφαλαίων αυτών αλλά και σε πολλά από τα σχήματα που περιέχονται σε αυτά. Η διάρθρωση αυτή των κεφαλαίων κρίθηκε σκόπιμη ώστε να είναι εύκολη η σύγκριση μεταξύ διαφορετικών τύπων συστημάτων, αλλά ταυτοχρόνως να είναι δυνατή η κατανόηση της ανάλυσης και της σχεδίασης ενός τύπου συστήματος, διαβάζοντας μόνο το αντίστοιχο κεφάλαιο.

Ευχαριστώ θερμά τον επιβλέποντα Καθηγητή κύριο Παρασκευά Παρασκευόπουλο για την καθοδήγηση και την αμέριστη συμπαράσταση την οποία μου παρείχε κατά την εκπόνηση της διατριβής. Επίσης ευχαριστώ το Λέκτορα του Γεωπονικού Πανεπιστήμιου Αθηνών και διδάκτορα αυτομάτου ελέγχου κύριο Κωνσταντίνο Αρβανίτη, του οποίου ο συμβουλευτικός ρόλος υπήρξε καθοριστικός. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τη Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας και την εταιρία Α. Γ. Πετζετάκης για τη χρηματοδότηση του ερευνητικού προγράμματος Υ.Π.Ε.Ρ από το οποίο υποστηρίχτηκα οικονομικά κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διατριβής.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	i
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	v
ΚΕΦ. 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1. Ανασκόπηση της βιβλιογραφίας	1
1.2. Πρωτότυπα στοιχεία της διατριβής	6
1.2.1. Πρωτότυπα στοιχεία που αφορούν την ανάλυση και τη σχεδίαση ελεγκτών	6
1.2.2. Πρωτότυπα στοιχεία που αφορούν τις μεθόδους βαθμονόμησης PID ελεγκτών	9
1.2.3. Πρωτότυπα στοιχεία που αφορούν τις μεθόδους αναγνώρισης	11
1.2.4. Πειραματικές εφαρμογές	12
1.3. Σύνοψη της συμβολής της διατριβής	12
ΚΕΦ. 2. ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΟΙ PID ΕΛΕΓΚΤΕΣ	17
2.1. Ιστορική αναδρομή	19
2.1.1. PID ελεγκτής 1900 – 1940	20
2.1.1.1. Η ανάγκη για έλεγχο	20
2.1.1.2. Εξέλιξη των πρώτων πνευματικών και ηλεκτρομηχανικών ελεγκτών	20
2.1.1.3. Ανάπτυξη του θεωρητικού υποβάθρου	23
2.1.2. PID ελεγκτής 1940 – 1980	24
2.1.2.1. Η εξέλιξη των ηλεκτρονικών και ψηφιακών ελεγκτών	24
2.2. Οι τρεις δράσεις του PID ελεγκτή	25
2.2.1. Αναλογική δράση	26
2.2.2. Διαφορική δράση	27
2.2.3. Ολοκληρωτική δράση	28
2.3. Τα σχήματα ελέγχου τριών όρων που συναντώνται στη βιβλιογραφία	28
2.3.1. Κλασική μορφή του PID ελεγκτή	28

2.3.2. Ο IDF ελεγκτής	30
2.3.3. Ο PDF ελεγκτής	30
2.3.4. Ο P-PID ελεγκτής	33
2.4. Ισοδυναμία των εναλλακτικών μορφών ελεγκτών τριών όρων που χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο ασταθών συστημάτων	34
ΚΕΦ. 3. ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ ΑΣΤΑΘΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ	37
3.1. Εισαγωγικά	39
3.2. Ανάλυση UFOPDT συστημάτων	43
3.2.1. Γενικά χαρακτηριστικά των UFOPDT συστημάτων	44
3.2.2. Υπολογισμός χαρακτηριστικών σημείων του διαγράμματος Nyquist	48
3.2.3. Ανάλυση του περιθωρίου φάσης για UFOPDT συστήματα	49
3.2.4. Ανάλυση του περιθωρίου κέρδους για UFOPDT συστήματα	51
3.2.5. Περιοχή τιμών των παραμέτρων τ_I και τ_D του ελεγκτή	53
3.3. Εργαλεία για την ανάπτυξη των μεθόδων βαθμονόμησης	55
3.3.1. Αλγόριθμοι και προσεγγίσεις για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων	56
3.3.2. Αλγόριθμοι και προσεγγίσεις της επιτρεπτής περιοχής τιμών των παραμέτρων τ_I και τ_D του ελεγκτή	63
3.4. Μέθοδοι βαθμονόμησης PID ελεγκτών βασισμένες σε κριτήρια απόκρισης στο πεδίο του χρόνου	66
3.4.1. Μέθοδοι συμμετρικού περιθωρίου κέρδους (ΣΠΚ) για PI ελεγκτή	68
3.4.1.1. 1η ΣΠΚ Μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτή	69
3.4.1.2. 2η ΣΠΚ Μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτή	69
3.4.1.3. 3η ΣΠΚ Μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτή	74
3.4.1.4. 4η ΣΠΚ Μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτή	77
3.4.2. Μέθοδοι μεγίστου περιθωρίου φάσης για PI ελεγκτή	79
3.4.2.1. 1η ΜΠΦ Μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτή	82
3.4.2.2. 2η ΜΠΦ Μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτή	82
3.4.3. Μέθοδοι συμμετρικού περιθωρίου κέρδους για PID ελεγκτή	83
3.4.3.1. 1η ΣΠΚ Μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	85
3.4.3.2. 2η ΣΠΚ Μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	86
3.4.3.3. 3η ΣΠΚ Μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	87

3.4.4. Μέθοδοι μεγίστου περιθωρίου φάσης για PID ελεγκτή	90
3.5. Μέθοδοι βαθμονόμησης PID ελεγκτών βασισμένες σε κριτήρια ευρωστίας	92
3.5.1. PGM _{inc} μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	93
3.5.2. PGM _{dec} μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	94
3.5.3. PM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	95
3.5.4. GM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	100
3.5.5. PGM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	107
3.6. Αριθμητικές εφαρμογές των μεθόδων βαθμονόμησης	109
3.6.1. PI-μέθοδοι βασισμένες σε κριτήρια απόκρισης	109
3.6.2. PID-μέθοδοι βασισμένες σε κριτήρια απόκρισης	116
3.6.3. Αριθμητικές εφαρμογές των PM, GM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης	120
3.6.4. Εφαρμογή των μεθόδων βαθμονόμησης σε μοντέλο ασταθούς βιολογικού αντιδραστήρα	125
ΚΕΦ. 4. ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΑΣΤΑΘΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ	131
4.1. Εισαγωγικά	133
4.2. Μέθοδοι αναγνώρισης βασισμένες στον PD-0F ελεγκτή	137
4.2.1.1. SPRT μέθοδος αναγνώρισης	138
4.2.1.2. LRT μέθοδος αναγνώρισης	143
4.2.1.3. Εφαρμογή των μεθόδων αναγνώρισης που βασίζονται στον PD-0F ελεγκτή σε πραγματικό χρόνο	144
4.3. Μέθοδοι αναγνώρισης βασισμένες σε διακοπτική ανατροφοδότηση	147
4.3.1. Βασικές αρχές των μεθόδων αναγνώρισης με διακοπτική ανατροφοδότηση	147
4.3.2. Ανάλυση τη RFIT για UFOPDT συστήματα	149
4.3.2.1. Περίπτωση συμμετρικού διακόπτη	150
4.3.2.2. Περίπτωση μη συμμετρικού διακόπτη ή διαταραχής φορτίου στην είσοδο	155
4.3.3. Μέθοδοι αναγνώρισης UFOPDT συστημάτων με απευθείας χρήση του RFIT	157

4.3.3.1. 1η RFE Μέθοδος απευθείας αναγνώρισης των παραμέτρων UFOPDT μοντέλων	157
4.3.3.2. 2η RFIT Μέθοδος με έμμεση αναγνώριση των παραμέτρων UFOPDT μοντέλων	159
4.3.4. Μελέτη της ακρίβειας των μεθόδων αναγνώρισης UFOPDT συστημάτων με απευθείας χρήση του RFIT	161
4.4. Εφαρμογές με προσομοίωση	164
4.4.1. Αριθμητικά παραδείγματα των SPTR και LTR μεθόδων αναγνώρισης	164
4.4.2. Εφαρμογή στο σύστημα ασταθούς βιολογικού αντιδραστήρα	167
ΚΕΦ. 5. ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΓΙΑ ΑΣΤΑΘΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ	174
5.1. Εισαγωγικά	175
5.2. Ανάλυση USOPDT συστημάτων	178
5.2.1. Γενικά χαρακτηριστικά των USOPDT συστημάτων	178
5.2.2. Υπολογισμός χαρακτηριστικών σημείων του διαγράμματος Nyquist	183
5.2.3. Ανάλυση του περιθωρίου φάσης για USOPDT συστήματα	184
5.2.4. Ανάλυση του περιθωρίου κέρδους για USOPDT συστήματα	187
5.2.5. Περιοχή τιμών των παραμέτρων τ_i και τ_D του ελεγκτή	190
5.3. Εργαλεία για την ανάπτυξη των μεθόδων βαθμονόμησης	193
5.3.1. Αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων	194
5.3.2. Αλγόριθμοι και προσεγγίσεις της περιοχής τιμών της παραμέτρου τ_i του ελεγκτή	196
5.4. Γεωμετρικός τόπος των ριζών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου	197
5.4.1. Η προτεινόμενη προσέγγιση του εκθετικού όρου του USOPDT μοντέλου	199
5.4.2. Παραδείγματα σχεδίασης του γεωμετρικού τόπου των ριζών για USOPDT συστήματα	199
5.4.3. Ο ΓΤΡ στην ειδική περίπτωση που $\tau_D = \tau_S$	202
5.5. Επέκταση των μεθόδων βαθμονόμησης PID ελεγκτών για UFOPDT συστήματα σε USOPDT συστήματα	205
5.6. Μέθοδοι βαθμονόμησης PID ελεγκτών βασισμένες στον υπολογισμό των επικρατούντων πόλων	207
5.6.1. DPC μέθοδος βαθμονόμησης για PD ελεγκτή	208

5.6.2. Μέθοδοι βαθμονόμησης που βασίζονται στον υπολογισμό της απόκρισης του κλειστού συστήματος από τους επικρατούντες πόλους	209
5.7. Μέθοδοι βαθμονόμησης PID ελεγκτών για USOPDT	
βασιζόμενες στα περιθώρια κέρδους και φάσης	215
5.7.1. PM μέθοδος βαθμονόμησης για USOPDT συστήματα	215
5.7.2. GM μέθοδος βαθμονόμησης για USOPDT συστήματα	216
5.7.3. PGM μέθοδος βαθμονόμησης για USOPDT συστήματα	216
5.7.4. Απλοποίηση των PM, GM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης	219
5.7.5. Αριθμητικές εφαρμογές των PM, GM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης	220
5.8. Μέθοδοι αναγνώρισης USOPDT συστημάτων βασισμένες σε διακοπτική ανατροφοδότηση	222
5.8.1. RFIT μέθοδος αναγνώρισης	223
5.9. Πειραματική εφαρμογή των μεθόδων βαθμονόμησης σε ένα σύστημα μαγνητικής αιώρησης	227
5.9.1. Εφαρμογή των μεθόδων που βασίζονται στον υπολογισμό των επικρατούντων πόλων	230
5.9.2. Εφαρμογή των PM, GM και PGM μεθόδων	232
ΚΕΦ. 6. ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΓΙΑ ΑΣΤΑΘΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ	238
6.1. Εισαγωγικά	239
6.2. Ανάλυση UIPDT συστημάτων	240
6.2.1. Γενικά χαρακτηριστικά των UIPDT συστημάτων ελεγχόμενα από PD και PID ελεγκτές	242
6.2.2. Υπολογισμός των χαρακτηριστικών σημείων του διαγράμματος Nyquist	245
6.2.3. Ανάλυση του περιθωρίου φάσης για UIPDT συστήματα	246
6.2.4. Ανάλυση του περιθωρίου κέρδους για UIPDT συστήματα	247
6.2.5. Περιοχή τιμών των παραμέτρων τ_I και τ_D του ελεγκτή	251
6.3. Εργαλεία για την ανάπτυξη των μεθόδων βαθμονόμησης	252
6.3.1. Αλγόριθμοι και προσεγγίσεις για τον υπολογισμό των κρισίμων συχνοτήτων	253
6.3.2. Αλγόριθμοι και προσεγγίσεις για τον υπολογισμό των $\tau_{I,min}$ και $\tau_{D,min}$	255

6.4. Μέθοδοι βαθμονόμησης PID ελεγκτών βασισμένες σε κριτήρια απόκρισης στο πεδίο του χρόνου	256
6.4.1. 1η ΣΠΚ και ΜΠΦ Μέθοδοι βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	259
6.4.1.1. 3η ΣΠΚ και ΜΠΦ Μέθοδοι βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	259
6.5. Μέθοδοι βαθμονόμησης PID ελεγκτών βασισμένες σε κριτήρια ευρωστίας	262
6.5.1. PM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	263
6.5.2. GM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	269
6.5.3. PGM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	273
6.5.4. Αριθμητικές εφαρμογές των PM, GM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης	276
6.6. Τεχνικές αναγνώρισης UIPDT συστημάτων	280
6.6.1. SPRT μέθοδος αναγνώρισης	281
6.6.2. RFIT μέθοδος αναγνώρισης	286

ΚΕΦ. 7. ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΓΙΑ ΔΙΠΛΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ	294
7.1. Εισαγωγικά	295
7.2. Ανάλυση DIPDT συστημάτων	297
7.2.1. Γενικά χαρακτηριστικά των DIPDT συστημάτων	298
7.2.1.1. Γενική περίπτωση ελέγχου με PID ελεγκτή	298
7.2.1.2. Ειδική περίπτωση ελέγχου με PD ελεγκτή	300
7.2.2. Υπολογισμός χαρακτηριστικών σημείων του διαγράμματος Nyquist	301
7.2.3. Ανάλυση του περιθωρίου φάσης για DIPDT συστήματα	303
7.2.4. Ανάλυση του περιθωρίου κέρδους για DIPDT συστήματα	305
7.2.5. Περιοχή τιμών των παραμέτρων τ_I και τ_D του ελεγκτή	307
7.3. Εργαλεία για την ανάπτυξη των μεθόδων βαθμονόμησης	308
7.3.1. Αλγόριθμοι και προσεγγίσεις για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων	309
7.3.2. Αλγόριθμοι και προσεγγίσεις για τον υπολογισμό των $\tau_{I,\min}$ και $\tau_{D,\min}$	312
7.4. Γεωμετρικός τόπος των ριζών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου	314
7.4.1. Παραδείγματα σχεδίασης του γεωμετρικού τόπου των ριζών για USOPDT συστήματα	314

7.4.2. Ο ΓΤΡ στην ειδική περίπτωση του PD ελεγκτή	319
7.5. Μέθοδοι βαθμονόμησης PID ελεγκτών βασισμένες σε κριτήρια απόκρισης στο πεδίο του χρόνου	321
7.5.1. 1η ΣΠΚ και ΜΠΦ Μέθοδοι βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	323
7.5.1.1. 3η ΣΠΚ και ΜΠΦ Μέθοδοι βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	323
7.6. Μέθοδοι βαθμονόμησης PD ελεγκτών βασισμένες στον υπολογισμό των επικρατούντων πόλων	328
7.6.1. DPC μέθοδος βαθμονόμησης για PD ελεγκτή	328
7.6.2. ISE μέθοδος βαθμονόμησης για PD ελεγκτή	333
7.6.3. FST και OPOS μέθοδοι βαθμονόμησης για PD ελεγκτή	337
7.7. Μέθοδοι βαθμονόμησης PID ελεγκτών βασισμένες σε κριτήρια ευρωστίας	338
7.7.1. PGMinc μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	339
7.7.2. PM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	340
7.7.3. GM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	344
7.7.4. PGM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή	348
7.7.5. Αριθμητικές εφαρμογές των GM, PM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης	351
7.8. Τεχνικές αναγνώρισης DIPDT συστημάτων με τη χρήση διακοπτικής ανατροφοδότησης	354
7.9. Πειραματική εφαρμογή στο σύστημα Σφαίρας-Ράβδου	357
7.9.1. Μαθηματικό μοντέλο του συστήματος σφαίρας-ράβδου	358
7.9.2. DIPDT μοντέλο του συστήματος σφαίρας-ράβδου	361
7.9.3. Πείραμα αναγνώρισης του USOPDT μοντέλου του συστήματος σφαίρας ράβδου	363
7.9.4. Εφαρμογή των μεθόδων βαθμονόμησης που βασίζονται στον ΓΤΡ	364
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	371
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	365

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

Η χρήση ανάδρασης μπορεί να βελτιώσει σημαντικά τη συμπεριφορά ενός συστήματος. Μπορεί να οδηγήσει την έξοδο του συστήματος στην επιθυμητή θέση λειτουργίας και να την κρατάει στη θέση αυτή όταν στο σύστημα επιδρούν εξωτερικές διαταραχές, να κάνει το κλειστό σύστημα να αντιδρά πιο γρήγορα, να κάνει τη μετάβαση από μία θέση λειτουργίας σε άλλη με βέλτιστο τρόπο, να αποσυζεύξει τις εισόδους και τις εξόδους κ.λ.π.

Στην περίπτωση ευσταθών συστημάτων υπάρχει η δυνατότητα να βρεθούν κατάλληλες τιμές των εισόδων του συστήματος ώστε το σύστημα να οδηγηθεί στην επιθυμητή θέση λειτουργίας, είναι δηλαδή δυνατό να ελεγχθεί το σύστημα και χωρίς τη χρήση ανάδρασης. Κάτι τέτοιο όμως δεν μπορεί να γίνει στην περίπτωση των ασταθών συστημάτων, όπου η παραμικρή διαταραχή απομακρύνει κατά πολύ την έξοδο του συστήματος από το επιθυμητό σημείο λειτουργίας. Κατά συνέπεια στην περίπτωση των ασταθών συστημάτων είναι απαραίτητη η συνεχής διόρθωση της εισόδου του συστήματος ώστε το σύστημα να 'ισορροπεί' στο επιθυμητό σημείο λειτουργίας. Επομένως τα ασταθή συστήματα δεν μπορούν να λειτουργήσουν χωρίς τη χρήση ανάδρασης.

Πολλές διεργασίες και συστήματα που συναντώνται σε διάφορους τομείς της επιστήμης των μηχανικών παρουσιάζουν ασταθή συμπεριφορά. Τέτοια συστήματα είναι πολλές εξωθερμικές χημικές αντιδράσεις, βιολογικοί αντιδραστήρες, διεργασίες που σχετίζονται με την επεξεργασία αποβλήτων, συστήματα μαγνητικής αιώρησης, μαγνητικά έδρανα, συστήματα ελέγχου θέσης χωρίς τριβές όπως οι δορυφόροι κ.λ.π. Στις περισσότερες περιπτώσεις η αστάθεια προέρχεται από τη μη γραμμική συμπεριφορά που

παρουσιάζουν τα συστήματα αυτά (π.χ. διαθέτουν περισσότερα του ενός σημεία ισορροπίας, κάποια από τα οποία είναι ασταθή). Για τη μοντελοποίηση της δυναμικής συμπεριφοράς του ανοικτού βρόχου τέτοιων συστημάτων και για τη διευκόλυνση στη σχεδίαση γραμμικών ελεγκτών, πολλά από αυτά τα συστήματα μπορεί να περιγραφούν με αρκετή ακρίβεια από ασταθείς συναρτήσεις μεταφοράς ([5], [6], [12] κ.λ.π.). Τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα μοντέλα είναι:

- i. Το ασταθές πρώτης τάξης με καθυστέρηση χρόνου (Unstable First Order Plus Dead Time ή UFOPDT μοντέλο) του οποίου η δυναμική περιγράφεται μόνο από έναν ασταθή πόλο, ενώ όλη η υπόλοιπη δυναμική ενσωματώνεται στην καθυστέρηση χρόνου.
- ii. Το ασταθές δεύτερης τάξης με καθυστέρηση χρόνου (Unstable Second Order Plus Dead Time ή USOPDT μοντέλο) όπου το ευσταθές μέρος της δυναμικής του δεν είναι δυνατό να ενσωματωθεί όλο στην καθυστέρηση χρόνου, επομένως είναι απαραίτητο για την πιο ακριβή περιγραφή του συστήματος να χρησιμοποιηθεί και ένας ευσταθής πόλος.
- iii. Το ασταθές ολοκληρωτικό μοντέλο δεύτερης τάξης με καθυστέρηση χρόνου (Unstable Integrating Plus Dead Time ή UIPDT μοντέλο), όπου το ασταθές σύστημα παρουσιάζει και ολοκληρωτική συμπεριφορά.
- iv. Το διπλά ολοκληρωτικό μοντέλο με καθυστέρηση χρόνου (Double Integrating Plus Dead Time ή DIPDT μοντέλο) όπου η δυναμική συμπεριφορά περιγράφεται από δύο ολοκληρωτές.

Στα παραπάνω μοντέλα η καθυστέρηση χρόνου χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση της καθυστέρησης στη μέτρηση (measurement delay) και για τη προσέγγιση της ανώτερης δυναμικής του συστήματος (μη μοντελοποιημένης δυναμικής) με απλούστερα μοντέλα όπως τα παραπάνω.

Είναι γνωστό ότι ο PID ελεγκτής αποτελεί το πιο διαδεδομένο σχήμα ελέγχου και υπολογίζεται ότι χρησιμοποιείται στο 95% του κλειστών βρόχων που υπάρχουν στη πράξη. Η ευρεία χρήση του PID εκλεκτή οφείλεται στην απλή δομή του που είναι εύκολα κατανοητή και πολύ κοντά στην ανθρώπινη σκέψη, στη δυνατότητα του να ελέγχει ικανοποιητικά όλα σχεδόν τα συστήματα που συναντώνται σε πρακτικές εφαρμογές και στο γεγονός ότι είναι ο μόνος ευρείας χρήσης τυποποιημένος ελεγκτής που υπάρχει, με αποτέλεσμα να είναι και πολύ εύχρηστος και φθηνός.

Ο PID ελεγκτής μπορεί να ελέγξει ικανοποιητικά και τα ασταθή συστήματα που αναφέρθηκαν παραπάνω. Μάλιστα, προς την κατεύθυνση αυτή υπήρξε μεγάλη δραστηριότητα την τελευταία δεκαπενταετία, όπου συναντάται στη βιβλιογραφία πληθώρα δημοσιεύσεων. Ο βασικός λόγος του αυξημένου ενδιαφέροντος οφείλεται στο γεγονός ότι ο αυτόματος έλεγχος είναι υποχρεωτικός για τη λειτουργία τέτοιων συστημάτων και οι υπάρχουσες ευρέως διαδεδομένες τεχνικές βαθμονόμησης PID ελεγκτών, όπως για παράδειγμα η μέθοδος των Ziegler-Nichols και η μέθοδος των Cohen-Coon, δεν μπορούν να εφαρμοστούν στην περίπτωση ασταθών συστημάτων [14], [27], ενώ η ύπαρξη της καθυστέρησης χρόνου καθιστά άλλες τεχνικές ελέγχου δύσκολο να εφαρμοστούν.

Το μεγαλύτερο μέρος της έρευνας στη σχεδίαση ελεγκτών για ασταθή συστήματα με καθυστέρηση χρόνου, αφορά το UFOPDT μοντέλο (π.χ. [5]-[26]). Ο λόγος είναι ότι το UFOPDT μοντέλο αποτελεί το πιο απλό μοντέλο που μπορεί να περιγράψει την ασταθή συμπεριφορά ενός συστήματος που δεν είναι ολοκληρωτικό. Σχετικά λίγη βιβλιογραφία υπάρχει για τα USOPDT συστήματα [33], [73], [74], [66]. Συνήθως για τη σχεδίαση ελεγκτών για USOPDT συστήματα, τα συστήματα αυτά απλοποιούνται περαιτέρω είτε σε δεύτερης τάξης χωρίς καθυστέρηση χρόνου (όταν η καθυστέρηση είναι μικρή), είτε σε UFOPDT μοντέλα [15], [28], [66]. Αυτή η προσέγγιση δεν είναι δυνατή όταν η καθυστέρηση χρόνου και η ευσταθής σταθερά χρόνου του συστήματος λαμβάνουν μεγάλες τιμές σε σχέση με την ασταθή σταθερά χρόνου του συστήματος. Λίγη βιβλιογραφία υπάρχει και για τον έλεγχο DIPDT συστημάτων, (π.χ. [77] και [78]), παρόλο που τέτοια συστήματα συναντώνται πολύ συχνά (π.χ. δορυφόροι). Στις περισσότερες εφαρμογές που αφορούν DIPDT μοντέλα το κλειστό σύστημα σχεδιάζεται κατά τέτοιο τρόπο ώστε η σταθερά χρόνου να είναι πολύ μεγαλύτερη από την καθυστέρηση χρόνου, με αποτέλεσμα να αγνοείται στην σχεδίαση η ύπαρξη της καθυστέρησης χρόνου. Για τα UIPDT συστήματα υπάρχει ελάχιστη αναφορά στη διεθνή βιβλιογραφία [76], κυρίως λόγω του γεγονότος ότι είναι πολύ σπάνιο να συναντήσει κανείς τέτοιου τύπου συστήματα.

Πιο συγκεκριμένα, στην εργασία [10] παρουσιάζεται μία ολοκληρωμένη μέθοδος σχεδίασης ελεγκτών για ασταθή συστήματα με καθυστέρηση χρόνου, βασισμένη σε μία τροποποιημένη μορφή του προβλέπτη Smith (Smith predictor). Μια τεχνική βασισμένη σε μοντέλα στο χώρο κατάστασης η οποία χρησιμοποιεί παρατηρητές ανώτερης τάξης και πολύπλοκες επαναληπτικές διαδικασίες σχεδίασης για να εγγυηθεί ευστάθεια του

κλειστού συστήματος, εφαρμόζεται στην εργασία [11] για τον έλεγχο ευσταθών και ασταθών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου. Στην εργασία [12], τεχνικές βαθμονόμησης PI και PID ελεγκτών προτείνονται για τον έλεγχο UFOPDT συστημάτων. Στην εργασία [13] παρουσιάζεται μια τεχνική για τη σχεδίαση ελεγκτών για ολοκληρωτικά και ασταθή συστήματα, η οποία βασίζεται σε τεχνικές ταιριάσματος σε πρότυπο (model matching) στο χώρο της συχνότητας. Για την εφαρμογή της τεχνικής αυτής είναι απαραίτητη η χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων και τεχνικών βελτιστοποίησης. Η μέθοδος αυτή δεν είναι δυνατό να εφαρμοστεί σε πραγματικό χρόνο λόγω του μεγάλου υπολογιστικού φόρτου, ενώ ο ελεγκτής που προκύπτει δεν είναι εύρωστος. Στις εργασίες [15], [16] και [23], παρουσιάζονται διάφορες τεχνικές βαθμονόμησης PI και PID ελεγκτών οι οποίες βασίζονται στον έλεγχο εσωτερικού μοντέλου (Internal Model Control ή IMC). Στην εργασία [24] προτείνεται μία μέθοδος βαθμονόμησης για ασταθή συστήματα η οποία χρησιμοποιεί μαθηματικό προγραμματισμό (mathematical programming). Στην εργασία [25] μελετάται ο σχεδιασμός PI ελεγκτών για ημι-γραμμικά (quasi-linear) και ασταθή συστήματα. Στην εργασία [26] προτείνεται μία μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτή η οποία βασίζεται σε κάποιες σχετικά μη ακριβείς προσεγγίσεις των κρίσιμων συχνοτήτων και απαιτείται η χρήση πολύπλοκων επαναληπτικών αλγορίθμων για την εφαρμογή της. Στην εργασία [17] προτείνεται μία απλή μέθοδος αναγνώρισης, η οποία βασίζεται στην απόκριση του κλειστού ασταθούς συστήματος όταν χρησιμοποιείται αναλογικός ελεγκτής. Στην εργασία [22] η ίδια μέθοδος επεκτείνεται στην περίπτωση που χρησιμοποιείται PID ελεγκτής για την ευσταθοποίηση του κλειστού συστήματος. Η μέθοδος αυτή αναγνώρισης συνδυάζεται με τη μέθοδο βαθμονόμησης που προτείνεται στην [21]. Οι εργασίες [18] και [20] περιλαμβάνουν ανασκόπηση και σύγκριση διαφόρων τεχνικών βαθμονόμησης PI και PID ελεγκτών.

Ένα κοινό χαρακτηριστικό των παραπάνω τεχνικών ελέγχου και βαθμονόμησης ελεγκτών είναι ότι δίνουν μη αποδεκτή απόκλιση (σφάλμα) στην μόνιμη κατάσταση, όταν δεν χρησιμοποιείται ολοκληρωτικός όρος (π.χ 170% απόκλιση) και επομένως είναι αναγκαίος ο υπολογισμός κατάλληλης προσο-τροφοδότησης (feed-forward) για τη μείωση του σφάλματος στη μόνιμη κατάσταση. Επίσης, στις περιπτώσεις που γίνεται χρήση PI ή PID ελεγκτή, η υπερύψωση (overshoot) που προκύπτει στη βηματική απόκριση είναι εξαιρετικά μεγάλη και μη αποδεκτή (π.χ. στην περίπτωση PI ελεγκτή αναφέρεται υπερύψωση μεγαλύτερη από 200% [5], [17], [28]). Η υπερύψωση αυτή οφείλεται κυρίως στα μηδενικά που εισάγει ο PI και ο PID ελεγκτής στο βρόχο ελέγχου

που σε συνδυασμό με την αστάθεια του συστήματος δίνουν πολύ γρήγορη αρχική απόκριση. Λόγω της καθυστέρησης χρόνου η ταχεία αυτή αρχική απόκριση είναι πολύ δύσκολο να περιοριστεί από το διαφορικό όρο του ελεγκτή. Για να ξεπεραστούν τα βασικά μειονεκτήματα της υπερβολικής υπερύψωσης και απόκλισης στη μόνιμη κατάσταση αναπτύχθηκαν νέα σχήματα ελέγχου. Ο Chidambaram και οι συνεργάτες του υπήρξαν οι πρώτοι που τόνισαν αυτό το μειονέκτημα των κλασικών σχημάτων ελέγχου και μεθόδων βαθμονόμησης. Στις εργασίες [5], [19], [28], προτείνουν διάφορα σχήματα ελέγχου που συμπεριλαμβάνουν μη γραμμικούς ελεγκτές και σχήματα εμφωλευμένου βρόχου (cascade controllers) για τον έλεγχο UFOPDT συστημάτων. Συγκεκριμένα στην εργασία [5] προτείνεται μία μέθοδος βαθμονόμησης που βασίζεται σε IMC τεχνικές και στο σχήμα ελέγχου του P-PI ελεγκτή (two-stage P-PI control structure). Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή χρησιμοποιείται ένας P ελεγκτής για την ευσταθοποίηση του κλειστού συστήματος και στη συνέχεια για το ευσταθές κλειστό σύστημα σχεδιάζεται ένας PI ελεγκτής με τεχνικές IMC.

Ένα άλλο κοινό χαρακτηριστικό των περισσότερων τεχνικών ελέγχου που συναντώνται στη βιβλιογραφία είναι ότι βασίζονται σε μη ακριβείς προσεγγίσεις. Το γεγονός αυτό καθιστά τις τεχνικές αυτές αξιόπιστες σε περιορισμένη περιοχή τιμών των παραμέτρων του συστήματος και του ελεγκτή. Επίσης στην υπάρχουσα βιβλιογραφία δεν έχει γίνει εμπειριστατωμένη ανάλυση για τη συμπεριφορά του πιο ευρέως χρησιμοποιούμενου σχήματος ελέγχου που είναι ο PID ελεγκτής. Χαρακτηριστικό της έλλειψης αυτής αποτελεί το γεγονός ότι δεν έχουν καθοριστεί οι επιτρεπτές προδιαγραφές σχεδίασης σε καμία υπάρχουσα μέθοδο βαθμονόμησης και δεν έχουν καθοριστεί οι επιτρεπτές τιμές που μπορούν να λάβουν οι παράμετροι του ελεγκτή.

Για να είναι δυνατή η σχεδίαση του ελεγκτή είναι προφανές ότι πρέπει να είναι γνωστές οι παράμετροι του μοντέλου. Λόγω της ασταθούς συμπεριφοράς των συστημάτων που μελετάμε είναι αναγκαία η χρήση μεθόδων αναγνώρισης που βασίζονται στην απόκριση του κλειστού βρόχου, γεγονός που προϋποθέτει κάποια αρχική γνώση για το σύστημα. Δύο είναι βασικά οι τεχνικές που προτείνονται στη βιβλιογραφία. Η πρώτη βασίζεται στη βηματική απόκριση του ευσταθοποιημένου κλειστού συστήματος ([17], [18], [22] και [48]), ενώ η δεύτερη στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης ([58], [59], και [63]-[66]).

Οι μέθοδοι αναγνώρισης που βασίζονται στη βηματική απόκριση του ευσταθοποιημένου κλειστού συστήματος αποτελούν επεκτάσεις της γνωστής μεθόδου των Yuwana και Seborg [48] και έχουν εφαρμοστεί για την αναγνώριση μόνο UFOPDT

συστημάτων. Οι μέθοδοι αυτές έχουν σημαντικά μειονεκτήματα που τις καθιστούν δύσχρηστες και μη ακριβείς. Τα βασικά τους μειονεκτήματα είναι ότι παρουσιάζουν μεγάλη απόκλιση στη μόνιμη κατάσταση όταν χρησιμοποιείται P ελεγκτής για να ευσταθοποιήσει το σύστημα ενώ στις περιπτώσεις που χρησιμοποιείται PI ή PID ελεγκτής η υπερύψωση που λαμβάνεται από τη βηματική απόκριση είναι υπερβολική (μεγαλύτερη από 170%). Επίσης, επειδή η εκτίμηση της καθυστέρησης χρόνου γίνεται από το αρχικό τμήμα της βηματικής απόκρισης οι μέθοδοι αυτές στερούνται ακρίβειας.

Οι μέθοδοι που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία και βασίζονται στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης, δε δίνουν λύση στα δύο βασικά προβλήματα που είναι η ασύμμετρη ταλάντωση και οι αρμονικές της απόκρισης στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης με αποτέλεσμα να στερούνται ακρίβειας. Επίσης οι μέθοδοι αυτές αναφέρονται μόνο σε UFOPDT και USOPDT μοντέλα.

1.2 ΠΡΩΤΟΤΥΠΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ

Στη διατριβή αυτή προτείνονται νέες τεχνικές βαθμονόμησης PID ελεγκτών για τον έλεγχο ασταθών συστημάτων που μπορούν να περιγραφούν από τα τέσσερα μοντέλα που προαναφέραμε. Τα πρωτότυπα στοιχεία της διατριβής από τα οποία προέρχονται και οι βελτιώσεις όσων αφορά την αναγνώριση και τον έλεγχο των συστημάτων αυτών, μπορούν να εντοπιστούν σε τρεις βασικές κατευθύνσεις:

- i. Ανάπτυξη νέων εργαλείων για την ανάλυση και σχεδίαση ελεγκτών για ασταθή συστήματα με καθυστέρηση χρόνου.
- ii. Ανάπτυξη νέων μεθόδων βαθμονόμησης PID ελεγκτών για ασταθή συστήματα με καθυστέρηση χρόνου.
- iii. Ανάπτυξη νέων τεχνικών αναγνώρισης ασταθών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου.

1.2.1 Πρωτότυπα στοιχεία που αφορούν την ανάλυση και τη σχεδίαση ελεγκτών

Τα τέσσερα μοντέλα ασταθών συστημάτων που πραγματεύεται η διατριβή, παρουσιάζουν κοινά χαρακτηριστικά όταν ελέγχονται από PID ελεγκτή. Τέτοια κοινά χαρακτηριστικά είναι για παράδειγμα το γεγονός ότι το διάγραμμα Nyquist έχει δύο κρίσιμα σημεία και ότι εμφανίζει ένα ενδιάμεσο σημείο στο οποίο μεγιστοποιείται η φάση. Επίσης τα περιθώρια κέρδους και φάσης των συστημάτων αυτών παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά στις μεταβολές των παραμέτρων του μοντέλου και του ελεγκτή. Λόγο αυτών των κοινών χαρακτηριστικών πολλές τεχνικές βαθμονόμησης μπορούν να

εφαρμοστούν, με μικρές μεταβολές, σε όλα τα παραπάνω μοντέλα ασταθών συστημάτων.

Τα συστήματα με τα οποία πραγματεύεται η διατριβή αυτή συμπεριλαμβάνουν και καθυστέρηση χρόνου. Είναι ευρέως γνωστό ότι για τα συστήματα με καθυστέρηση χρόνου το πιο εύχρηστο και ισχυρό εργαλείο είναι το διάγραμμα Nyquist. Ο λόγος είναι ότι η φάση και το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς μπορούν να υπολογιστούν εύκολα και ακριβώς. Για την ανάλυση και σχεδίαση ελεγκτών είναι πολύ σημαντικό να μπορούν να υπολογιστούν τα κρίσιμα σημεία του διαγράμματος Nyquist (δηλαδή τα σημεία τομής του διαγράμματος με τον άξονα των πραγματικών). Στην υπάρχουσα βιβλιογραφία για τον υπολογισμό αυτών των σημείων γίνεται πάντα χρήση απλών προσεγγίσεων των μη γραμμικών συναρτήσεων που εμπλέκονται στις αντίστοιχες εξισώσεις (π.χ. η συνάρτηση $\tan^{-1}(x)$ προσεγγίζεται με $\pi/2$). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα μειωμένη ακρίβεια στον υπολογισμό των κρίσιμων σημείων και μικρή περιοχή στην οποία ισχύουν οι προσεγγίσεις αυτές. Στην περίπτωση των ασταθών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου, όπου η περιοχή ευστάθειας (και γενικότερα η ευρωστία του κλειστού συστήματος) είναι περιορισμένη, αυτό αποτελεί ένα σοβαρό μειονέκτημα.

Στην παρούσα διατριβή, για όλα τα ασταθή συστήματα με τα οποία ασχολούμαστε, προτείνονται απλοί και ταχείς αλγόριθμοι για τον ακριβή υπολογισμό των κρίσιμων σημείων. Αν και οι αλγόριθμοι αυτοί δίνουν τη δυνατότητα ακριβούς υπολογισμού των κρίσιμων σημείων δεν είναι δυνατό να δώσουν πληροφορία για το πως συμπεριφέρονται τα σημεία αυτά καθώς μεταβάλλονται οι παράμετροι του συστήματος ή του ελεγκτή. Για το σκοπό αυτό προσεγγιστικές λύσεις είναι πάντα πιο χρήσιμες. Για το λόγο αυτό αναπτύχθηκαν ακριβείς προσεγγιστικές λύσεις για τις κρίσιμες συχνότητες. Οι προσεγγίσεις αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για μεγαλύτερο εύρος των παραμέτρων του συστήματος και του ελεγκτή (π.χ. για συστήματα με κανονικοποιημένη τιμή της καθυστέρησης χρόνου μέχρι 0.9) και έχουν πολύ μεγάλη ακρίβεια (το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα ή ΜΚΣ είναι μικρότερο από 3%). Για να γίνει δυνατός ο υπολογισμός τόσο ακριβών προσεγγίσεων, σε αντίθεση με τον καθιερωμένο τρόπο όπου απλώς αντικαθίστονται οι μη γραμμικές συναρτήσεις με απλούστερες συναρτήσεις, εδώ υπολογίζεται η ακριβής λύση (κάνοντας χρήση των προτεινόμενων αλγορίθμων) και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τεχνικές βελτιστοποίησης προσαρμόζονται οι παράμετροι κατάλληλα επιλεγμένων συναρτήσεων με σκοπό να ελαχιστοποιηθεί το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα. Ακολουθώντας την παραπάνω διαδικασία για πρώτη φορά αναπτύχθηκαν προσεγγίσεις των κρίσιμων συχνοτήτων και για την περίπτωση του PID

ελεγκτή. Ακόμα και το γεγονός ότι χρησιμοποιείται το κανονικοποιημένο σφάλμα της τελικής προσέγγισης για την εκτίμηση της ακρίβειας αποτελεί καινοτομικό στοιχείο αφού σε αντίστοιχες περιπτώσεις στη βιβλιογραφία αναφορά γίνεται στο μέγιστο σφάλμα το οποίο όμως μπορεί να είναι ουσιαστικά πολύ μεγαλύτερο από την τιμή της ίδιας της συνάρτησης.

Για τα ασταθή συστήματα με καθυστέρηση χρόνου, εκτός από τα δύο κρίσιμα σημεία, αναγνωρίστηκε και ένα άλλο χαρακτηριστικό σημείο του διαγράμματος Nyquist, το οποίο δίνει πολύ σημαντική πληροφορία για τη συμπεριφορά του κλειστού συστήματος. Το σημείο αυτό είναι το σημείο στο οποίο το διάγραμμα Nyquist δίνει τη μέγιστη φάση. Για απλά μοντέλα (τριών-τεσσάρων παραμέτρων) τέτοιο χαρακτηριστικό σημείο εντοπίζεται μόνο στις περιπτώσεις ασταθών συστημάτων. Η πληροφορία που μπορεί να εξαχθεί από τον υπολογισμό του σημείου μέγιστης φάσης είναι εξαιρετικά σημαντική, αφού δίνει τη δυνατότητα υπολογισμού της αποδεκτής περιοχής τιμών των παραμέτρων του ελεγκτή (επιτρεπτές τιμές του διαφορικού και ολοκληρωτικού όρου του PID ελεγκτή), ενώ με βάση το σημείο αυτό μπορούν να σχεδιαστούν ελεγκτές με πολύ χρήσιμες ιδιότητες.

Μια επίσης πολύ σημαντική πληροφορία για τη σχεδίαση PID ελεγκτών είναι η επιτρεπτή περιοχή τιμών που μπορούν να λάβουν οι παράμετροι του ελεγκτή. Στη διατριβή αυτή, για πρώτη φορά, προτείνονται αλγόριθμοι για τον ακριβή υπολογισμό των περιοχών αυτών. Μάλιστα δε, επειδή αναγνωρίστηκε η πολύ σημαντική αξία της παραπάνω πληροφορίας, προτείνονται και πολύ ακριβείς (με $MKΣ < 1.5\%$) προσεγγίσεις για τον υπολογισμό τους.

Στη διατριβή προτείνεται επίσης και ο γεωμετρικός τόπος των ριζών (ΓΤΡ) σαν εργαλείο ανάλυσης των ασταθών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου. Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο ο εκθετικός όρος στη συνάρτηση μεταφοράς αντικαθίσταται με άπειρο αριθμό πόλων σε κατάλληλη θέση. Η καινοτομία στην παρούσα διατριβή είναι το ότι αναγνωρίστηκε πως από την απειρία των πόλων του κλειστού συστήματος που οφείλονται στην καθυστέρηση χρόνου, μόνο ένας παίζει ρόλο στη συμπεριφορά του κλειστού συστήματος. Το αποτέλεσμα της παρατήρησης αυτής είναι ότι για την ανάλυση, αλλά και την σχεδίαση ελεγκτών, είναι απαραίτητο να ασχοληθεί κανείς με τρεις ή τέσσερις επικρατούντες πόλους. Η παραπάνω μεθοδολογία είναι ακριβής, αφού δεν χρησιμοποιείται κάποια προσέγγιση μειωμένης τάξης για την καθυστέρηση χρόνου (π.χ. προσέγγιση κατά Padé). Η σημαντικότερη ιδιότητα που προκύπτει από την παραπάνω μεθοδολογία είναι ότι δίνει τη δυνατότητα για πρώτη φορά να υπολογιστεί με

ακρίβεια και με αναλυτικό τρόπο, για ασταθή συστήματα με καθυστέρηση χρόνου, η απόκριση του κλειστού συστήματος. Αυτό γίνεται δυνατό γιατί μόνο οι τρεις (ή τέσσερις ανάλογα με την εφαρμογή) επικρατούντες πόλοι επηρεάζουν την απόκριση του κλειστού συστήματος, ενώ οι υπόλοιποι συνεισφέρουν μόνο στην καθυστέρηση χρόνου.

Η ανάλυση που παρουσιάζεται στη διατριβή γίνεται με βάση τις κανονικοποιημένες παραμέτρους του συστήματος και του ελεγκτή. Με τον τρόπο αυτό μειώνεται ο αριθμός των ελευθέρων παραμέτρων του συστήματος και επομένως απλοποιείται σημαντικά η ανάλυση. Για παράδειγμα τα UFOPDT συστήματα προκύπτει ότι είναι μονο-παραμετρικά (η μόνη παράμετρος που καθορίζει τη συμπεριφορά τους είναι η κανονικοποιημένη καθυστέρηση χρόνου), ενώ τα DIPDT συστήματα αποδεικνύεται ότι έχουν όλα την ίδια ακριβώς συμπεριφορά.

1.2.2 Πρωτότυπα στοιχεία που αφορούν τις μεθόδους βαθμονόμησης PID ελεγκτών

Μια βασική πρωτοτυπία της διατριβής αποτελεί η απόδειξη ότι όλα τα σχήματα ελέγχου τριών όρων που χρησιμοποιούνται στη βιβλιογραφία για τον έλεγχο ασταθών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου είναι ισοδύναμα. Επομένως οι προτεινόμενες μέθοδοι βαθμονόμησης μπορούν να εφαρμοστούν σε οποιοδήποτε από αυτά τα σχήματα.

Οι νέες μέθοδοι που προτείνονται για τα ασταθή συστήματα με καθυστέρηση χρόνου μπορούν να διακριθούν στις μεθόδους που βασίζονται: α) σε κριτήρια απόκρισης στο πεδίο του χρόνου, β) σε κριτήρια ευρωστίας όπως τα περιθώρια κέρδους και φάσης και γ) στη θέση των επικρατούντων πόλων.

Η πρώτη βασική καινοτομία που αφορά όλες σχεδόν τις μεθόδους βαθμονόμησης που προτείνονται είναι ότι ο διαφορικός όρος του ελεγκτή δεν καθορίζεται αυστηρά από τη μέθοδο, αλλά η επιλογή του αφήνεται να γίνει από το σχεδιαστή με βάση τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του συστήματος. Αυτό επιτρέπει στην περίπτωση που οι μετρήσεις της εξόδου έχουν πολύ θόρυβο να επιλέγονται μικρές τιμές, ενώ αν είναι επιθυμητή η σχεδίαση πολύ εύρωστων ελεγκτών να επιλέγονται μεγάλες τιμές για το διαφορικό όρο. Στην περίπτωση που δεν υπάρχουν περιορισμοί στην επιλογή του διαφορικού όρου, προτείνονται βέλτιστες τιμές για την επιλογή του ανάλογα με τις επιθυμητές προδιαγραφές του κλειστού συστήματος.

Τα ασταθή συστήματα με καθυστέρηση χρόνου, όπως προαναφέραμε, διαθέτουν δύο κρίσιμα κέρδη. Μια καλή επιλογή των παραμέτρων του ελεγκτή είναι αυτή που δίνει συμμετρική ευρωστία έναντι αυξητικής και μειωτικής αβεβαιότητας στο κέρδος ή αλλιώς ίδιο αυξητικό και μειωτικό περιθώριο κέρδους (μέθοδοι συμμετρικού περιθωρίου

κέρδους ή ΣΠΚ). Τέτοιες μέθοδοι έχουν προταθεί και από άλλους ερευνητές για UFOPDT συστήματα. Η πρωτοτυπία στην παρούσα διατριβή είναι ότι διαπιστώθηκε ότι στις μεθόδους αυτές πρέπει να λαμβάνεται σαν ελεύθερη παράμετρος (για την επιλογή από το σχεδιαστή ιδιαίτερων χαρακτηριστικών) η σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης. Με τον τρόπο αυτό η ελεύθερη παράμετρος έχει φυσικό νόημα και δεν είναι μία τυχαία παράμετρος που προκύπτει από τους μαθηματικούς υπολογισμούς. Για την επιλογή της σταθεράς χρόνου ολοκλήρωσης προτείνονται διάφορα κριτήρια απόκρισης στο πεδίο του χρόνου, όπως για παράδειγμα η σταθερά απόσβεσης και η ιδιοσυχνότητα του κλειστού συστήματος ή ελαχιστοποίηση ολοκληρωτικών κριτηρίων. Η δεύτερη σημαντική καινοτομία στην εφαρμογή της ΣΠΚ μεθόδου είναι ότι χρησιμοποιήθηκε ο ακριβής υπολογισμός των κρίσιμων κερδών. Με τον τρόπο αυτόν η μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί σε μεγαλύτερη περιοχή τιμών των παραμέτρων του συστήματος. Επίσης ο ακριβής υπολογισμός των κρίσιμων κερδών και για την περίπτωση που γίνεται χρήση PID ελεγκτή, δίνει τη δυνατότητα για πρώτη φορά της επέκτασης των μεθόδων αυτών και για τη σχεδίαση PID ελεγκτών.

Επίσης στη διατριβή αυτή προτείνονται μέθοδοι βαθμονόμησης οι οποίες, αντί να δίνουν συμμετρικό περιθώριο κέρδους, δίνουν μέγιστο περιθώριο φάσης (ΜΠΦ μέθοδοι) για τη συγκεκριμένη επιθυμητή μορφή απόκρισης. Οι μέθοδοι που βασίζονται στο κριτήριο αυτό έχουν πολύ καλά χαρακτηριστικά και με δεδομένη την τιμή του ολοκληρωτικού όρου εφαρμόζονται απευθείας με τη χρήση αναλυτικών σχέσεων (χωρίς τη χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων ή προσεγγιστικών σχέσεων).

Στις τεχνικές βαθμονόμησης που προτείνονται στη διατριβή και βασίζονται σε προδιαγραφές των περιθωρίου κέρδους και φάσης, για πρώτη φορά λαμβάνεται υπόψη στη σχεδίαση και το μειωτικό περιθώριο κέρδους (που οφείλεται στο μικρότερο κρίσιμο κέρδος). Σε αντίθεση με υπάρχουσες μεθόδους που για την επίλυση του προβλήματος σχεδίασης χρησιμοποιούνται απλές προσεγγίσεις των μη γραμμικών συναρτήσεων που εμπλέκονται στο πρόβλημα (με αποτέλεσμα να παρέχουν πολύ μικρή ακρίβεια), οι προτεινόμενες μέθοδοι δίνουν τον ελεγκτή που ικανοποιεί ακριβώς τις προδιαγραφές σχεδίασης. Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο προτείνονται κατάλληλοι αλγόριθμοι για την επίλυση του πολύπλοκου και μη γραμμικού προβλήματος σχεδίασης. Για να είναι δυνατή η χρήση των μεθόδων αυτών σε εφαρμογές βαθμονόμησης σε πραγματικό χρόνο, χρησιμοποιώντας τεχνικές βελτιστοποίησης, αναπτύχθηκαν κατάλληλες προσεγγίσεις οι οποίες δίνουν τη λύση του προβλήματος με ικανοποιητική ακρίβεια (το ΜΚΣ στις προδιαγραφές σχεδίασης είναι μικρότερο από 5%).

Επίσης, προτείνονται μέθοδοι σχεδίασης ελεγκτών που βασίζονται στην επιλογή της θέσης των επικρατούντων πόλων. Επιπλέον παρουσιάζονται χαρακτηριστικά παραδείγματα σχεδίασης μεθόδων βαθμονόμησης με βάση τον αναλυτικό υπολογισμό της απόκρισης του κλειστού συστήματος.

Γενικότερα για όλες σχεδόν τις μεθόδους βαθμονόμησης που προτείνονται, αν η λύση δε δίνεται με τη μορφή αναλυτικών σχέσεων, τότε αναπτύσσονται προσεγγιστικές λύσεις με ικανοποιητική ακρίβεια για να είναι δυνατή η εφαρμογή των μεθόδων αυτών σε πραγματικό χρόνο.

1.2.3 Πρωτότυπα στοιχεία που αφορούν τις μεθόδους αναγνώρισης

Στη διατριβή παρουσιάζονται δύο τύποι μεθόδων αναγνώρισης, αυτές που βασίζονται στη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος και αυτές που βασίζονται στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης. Και για τους δύο τύπους μεθόδων αναγνώρισης, προτείνονται μετατροπές και βελτιώσεις που δίνουν στις μεθόδους αυτές μεγαλύτερη ακρίβεια και αποτελεσματικότητα.

Πιο συγκεκριμένα, για τις μεθόδους που βασίζονται στη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος προτείνεται η χρήση του PDF ελεγκτή με αποτέλεσμα να μειώνεται σημαντικά η υπερύψωση που λαμβάνεται από τη βηματική απόκριση. Επίσης προτείνεται ένας εναλλακτικός αλγόριθμος εφαρμογής της μεθόδου, ο οποίος δεν απαιτεί τη μέτρηση της καθυστέρησης χρόνου από το αρχικό τμήμα της απόκρισης, με αποτέλεσμα να βελτιωθεί σημαντικά η ακρίβεια της μεθόδου. Τέλος προτείνεται η τροποποίηση της μεθόδου με τη χρήση βηματικής εισόδου φορτίου (αντί για βηματική είσοδο αναφοράς), με αποτέλεσμα να είναι δυνατή η αναγνώριση του συστήματος ακόμα και όταν ο σηματο-θορυβικός λόγος (signal to noise ratio) της εξόδου είναι πολύ μικρός, αφού βασίζεται σε μετρήσεις του ολοκληρώματος της εξόδου.

Στην περίπτωση UFOPDT συστημάτων, αναγνωρίζεται ότι το σφάλμα στη μέτρηση της κρίσιμης περιόδου και του κρίσιμου κέρδους από το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης είναι πολύ μεγάλο και επομένως η μέθοδος αυτή αναγνώρισης δεν πρέπει να εφαρμόζεται με τον κλασικό τρόπο. Με την τροποποιημένη μέθοδο που προτείνεται, γίνεται εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου κάνοντας χρήση του ακριβούς υπολογισμού της χρονικής απόκρισης του συστήματος. Επίσης οι προτεινόμενες μέθοδοι αναγνωρίζουν ότι για τα UFOPDT συστήματα τα μέγιστα της απόκρισης από το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης είναι πολύ ευδιάκριτα και προτείνεται η μέτρηση του χρόνου που εμφανίζεται το μέγιστο για την αναγνώριση της

καθυστερήσης χρόνου του μοντέλου. Με τον τρόπο αυτό η αναγνώριση των UFOPDT συστημάτων μπορεί να γίνει με ένα μόνο πείραμα. Σε κάθε περίπτωση, το σφάλμα που υπάρχει στην εκτίμηση της κρίσιμης περιόδου και του κρίσιμου κέρδους υπολογίζεται ακριβώς και προτείνονται διορθωτικές σχέσεις για τον ακριβέστερο υπολογισμό τους από το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης.

Ένα άλλος πολύ σημαντικός παράγοντας σφάλματος στην αναγνώριση ασταθών συστημάτων τύπου μηδέν, είναι η ασύμμετρη ταλάντωση που προκύπτει αν δεν είναι γνωστή η ακριβής τιμή της απαραίτητης προσο-τροφοδότησης. Το πρόβλημα της ασύμμετρης ταλάντωσης είναι πολύ πιο έντονο στα ασταθή συστήματα και είναι δυνατό να οδηγήσει σε μη συντηρούμενες ταλαντώσεις. Στη διατριβή αυτή προτείνονται τεχνικές για τον υπολογισμό της απαραίτητης προσο-τροφοδότησης. Επίσης προτείνονται τροποποιημένα σχήματα του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης, όπου συμπεριλαμβάνεται και ολοκληρωτικός όρος στο κλειστό βρόχο, τα οποία δίνουν πάντα συμμετρική ταλάντωση και παρέχουν τη δυνατότητα εκτίμησης της προσο-τροφοδότησης.

1.2.4 Πειραματικές εφαρμογές

Είναι χαρακτηριστικό ότι στην υπάρχουσα βιβλιογραφία δεν αναφέρονται πειραματικές εφαρμογές των μεθόδων βαθμονόμησης και αναγνώρισης ασταθών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου.

Στην παρούσα διατριβή, για την επιβεβαίωση της καλής συμπεριφοράς των μεθόδων βαθμονόμησης και την ακρίβεια των μεθόδων αναγνώρισης, παρουσιάζονται αρκετά αριθμητικά παραδείγματα, ενώ οι μέθοδοι αυτές εφαρμόζονται για τον έλεγχο πραγματικών συστημάτων, είτε χρησιμοποιώντας προσομοίωση (π.χ. στην περίπτωση του ασταθούς βιοαντιδραστήρα), είτε χρησιμοποιώντας πειραματικές διατάξεις (π.χ. το σύστημα μαγνητικής αιώρησης και το σύστημα σφαίρας-ράβδου).

1.3 ΣΥΝΟΨΗ ΤΗΣ ΣΥΜΒΟΛΗΣ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ

Πολύ συνοπτικά η συμβολή της διατριβής συνίσταται κυρίως στα εξής:

1. Αποδεικνύεται ότι όλα τα σχήματα ελέγχου τριών όρων που χρησιμοποιούνται στη βιβλιογραφία για τον έλεγχο ασταθών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου είναι ισοδύναμα και επομένως οι προτεινόμενες μέθοδοι βαθμονόμησης μπορούν να εφαρμοστούν σε οποιοδήποτε από αυτά τα σχήματα ελέγχου.

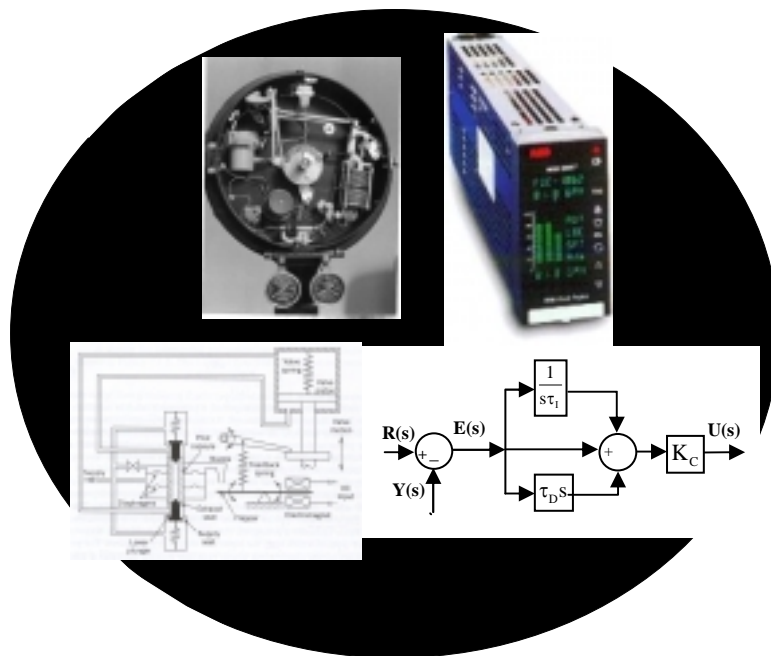
2. Για τα τέσσερα μοντέλα ασταθών συστημάτων που πραγματεύεται η διατριβή προσδιορίζεται η περιοχή τιμών που μπορούν να λάβουν οι παράμετροι του PID ελεγκτή ώστε το κλειστό σύστημα να είναι ευσταθές. Επίσης προσδιορίζεται και η πρακτικά ωφέλιμη περιοχή των παραμέτρων του ελεγκτή.
3. Προτείνονται απλοί και ταχείς αλγόριθμοι για τον ακριβή υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων και κερδών.
4. Προτείνονται πιο ακριβείς προσεγγίσεις για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων. Για την ανάπτυξη των προσεγγίσεων αυτών γίνεται χρήση τεχνικών βελτιστοποίησης με σκοπό την ελαχιστοποίηση του μέγιστου κανονικοποιημένου σφάλματος, με αποτέλεσμα οι προσεγγίσεις αυτές να είναι ακριβείς για μεγαλύτερη περιοχή τιμών των παραμέτρων του συστήματος και του ελεγκτή. Για πρώτη φορά προτείνονται προσεγγίσεις των κρίσιμων συχνοτήτων για PID ελεγκτή. Λόγο των κοινών χαρακτηριστικών που παρουσιάζουν τα τέσσερα ασταθή μοντέλα που μελετάμε, οι προσεγγιστικές σχέσεις που αναπτύσσονται για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων μπορούν να χρησιμοποιηθούν για όλα αυτά τα μοντέλα.
5. Διαπιστώνεται ότι το σημείο της μέγιστης φάσης του διαγράμματος Nyquist μπορεί να δώσει πολύ σημαντική πληροφορία για το κλειστό σύστημα. Το σημείο αυτό χρησιμοποιείται για τη σχεδίαση ελεγκτών που έχουν πολύ χρήσιμες ιδιότητες.
6. Προτείνεται ο γεωμετρικός τόπος των ριζών σαν εργαλείο ανάλυσης των ασταθών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου. Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο ο εκθετικός όρος στη συνάρτηση μεταφοράς αντικαθίσταται με άπειρο αριθμό πόλων σε κατάλληλη θέση. Διαπιστώθηκε ότι από την απειρία των πόλων του κλειστού συστήματος που οφείλονται στην καθυστέρηση χρόνου, μόνο ένας παίζει ρόλο στη συμπεριφορά του κλειστού συστήματος, με αποτέλεσμα να είναι απαραίτητο να ασχοληθεί κανείς με τρεις ή τέσσερις επικρατούντες πόλους. Η παραπάνω μεθοδολογία είναι ακριβής, αφού δε χρησιμοποιείται κάποια προσέγγιση μειωμένης τάξης για την καθυστέρηση χρόνου.
7. Δίνεται η δυνατότητα για πρώτη φορά να υπολογιστεί με ακρίβεια και με αναλυτικό τρόπο, για ασταθή συστήματα με καθυστέρηση χρόνου, η απόκριση του κλειστού συστήματος. Αυτό γίνεται δυνατό γιατί μόνο οι τρεις (ή τέσσερις ανάλογα με την εφαρμογή) επικρατούντες πόλοι επηρεάζουν την απόκριση του κλειστού συστήματος, ενώ οι υπόλοιποι συνεισφέρουν μόνο στην καθυστέρηση χρόνου.
8. Προτείνονται μέθοδοι βαθμονόμησης που δίνουν στο κλειστό σύστημα την ιδιότητα να έχει συμμετρικά περιθώρια κέρδους, ενώ ταυτόχρονα ικανοποιούν και

- κάποιες επιθυμητές προδιαγραφές απόκρισης στο πεδίο του χρόνου. Οι προδιαγραφές αυτές μπορεί να είναι η ελαχιστοποίηση κάποιου ολοκληρωτικού κριτηρίου ή κάποια χαρακτηριστικά της απόκρισης συστημάτων δεύτερης τάξης.
9. Προτείνονται μέθοδοι βαθμονόμησης που δίνουν τον ελεγκτή που ικανοποιεί κάποιες επιθυμητές προδιαγραφές απόκρισης στο πεδίο του χρόνου ενώ ταυτόχρονα δίνει το μέγιστο περιθώριο φάσης.
 10. Προτείνονται μέθοδοι βαθμονόμησης που βασίζονται σε προδιαγραφές των περιθωρίων κέρδους και φάσης. Η καινοτομία στις μεθόδους αυτές είναι ότι δίνουν τον ελεγκτή που ικανοποιεί ακριβώς τις προδιαγραφές αυτές, ενώ για πρώτη φορά χρησιμοποιείται και το μειωτικό περιθώριο κέρδους στις προδιαγραφές.
 11. Προτείνονται μέθοδοι βαθμονόμησης που βασίζονται στη θέση των επικρατούντων πόλων του κλειστού συστήματος.
 12. Σε όλες τις μεθόδους βαθμονόμησης που προτείνονται ο διαφορικός όρος του ελεγκτή δεν καθορίζεται αυστηρά από τη μέθοδο, αλλά η επιλογή του αφήνεται να γίνει από το σχεδιαστή με βάση τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του συστήματος. Στην περίπτωση που δεν υπάρχουν περιορισμοί στην επιλογή του διαφορικού όρου, προτείνονται βέλτιστες τιμές για την επιλογή του, ανάλογα με τις επιθυμητές προδιαγραφές του κλειστού συστήματος.
 13. Για όλες σχεδόν τις μεθόδους βαθμονόμησης που προτείνονται, αν η λύση δεν δίνεται με τη μορφή αναλυτικών σχέσεων, τότε αναπτύσσονται προσεγγιστικές λύσεις με ικανοποιητική ακρίβεια για να είναι δυνατή η εφαρμογή των μεθόδων αυτών σε πραγματικό χρόνο.
 14. Προτείνεται η χρήση του PDF ελεγκτή για την εφαρμογή των μεθόδων αναγνώρισης για ασταθή συστήματα με καθυστέρηση χρόνου που βασίζονται στη βηματική απόκριση του κλειστού ευσταθοποιημένου συστήματος, ώστε να ξεπεραστεί το πρόβλημα της υπερβολικής υπερύψωσης.
 15. Προτείνεται ένας νέος τρόπος εφαρμογής της μεθόδου αναγνώρισης που βασίζεται στη βηματική απόκριση του κλειστού ευσταθοποιημένου συστήματος ο οποίος δίνει μεγαλύτερη ακρίβεια αφού ο υπολογισμός της καθυστέρησης χρόνου δεν βασίζεται στην αρχική απόκριση του συστήματος.
 16. Προτείνεται η χρήση βηματικής απόκρισης φορτίου για την αναγνώριση των συστημάτων. Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατό να αναγνωριστεί το σύστημα και σε περιπτώσεις που ο σηματο-θορυβικός λόγος είναι πολύ μικρός. Ταυτόχρονα δίνει την

δυνατότητα αναγνώρισης του συστήματος χωρίς την αλλαγή του σημείου λειτουργίας.

17. Προτείνονται νέες μέθοδοι αναγνώρισης που βασίζονται στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης και για τα τέσσερα μοντέλα ασταθών συστημάτων που αναφέρονται στη διατριβή. Οι μέθοδοι αυτές δίνουν αυξημένη ακρίβεια και λαμβάνουν υπόψη το πρόβλημα της επίτευξης συμμετρικής ταλάντωσης για την ορθή αναγνώριση του συστήματος.
18. Διαπιστώνεται ότι ο κλασικός τρόπος εφαρμογής των μεθόδων αναγνώρισης που βασίζονται στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης, δίνει εσφαλμένα αποτελέσματα στην περίπτωση των ασταθών συστημάτων πρώτης τάξης με καθυστέρηση χρόνου. Προτείνεται μία τροποποιημένη μέθοδος που δίνει πολύ μεγαλύτερη ακρίβεια αφού βασίζεται στον ακριβή υπολογισμό της απόκρισης του συστήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2



ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΟΙ PID ΕΛΕΓΚΤΕΣ

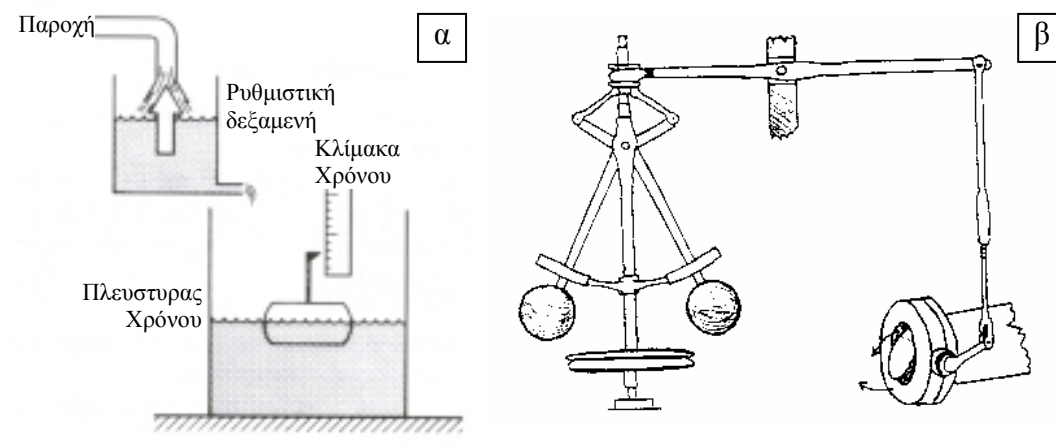
2.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Οι αυτοματισμοί και ο αυτόματος έλεγχος έχει τις ρίζες του στην αρχαιότητα. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ο αυτοματισμός του σχήματος 2.1α που χρησιμοποίησε ο Κτησίβιος τον 3^ο π.Χ. αιώνα, για τη ρύθμιση της ροής του νερού σε μία κλεψύδρα. Ο ρυθμιστής του Watt (1788), ο οποίος χρησιμοποιήθηκε για τον έλεγχο των στροφών των ατμομηχανών (βλέπε σχήμα 2.1β), αποτελεί τον πρώτο ελεγκτή με ανάδραση που είχε εκτεταμένη χρήση. Ο ελεγκτής αυτός κάνοντας χρήση της φυγόκεντρης δύναμης, υλοποιούσε πρακτικά έναν αναλογικό ελεγκτή στροφών.

Γενικά όλοι οι αυτοματισμοί πριν τον 20^ο αιώνα είχαν πολύ εξειδικευμένες εφαρμογές και αποτελούσαν ευφυείς μηχανισμούς που είχαν εφαρμογή μόνο για το συγκεκριμένο σύστημα.

Ο PID ελεγκτής αποτελεί τον πρώτο ελεγκτή (και ίσως το μοναδικό βιομηχανικό ελεγκτή) γενικής χρήσης. Για την καλύτερη κατανόηση της συμπεριφοράς του PID ελεγκτή, στην παρούσα ενότητα παρουσιάζουμε μία ιστορική αναδρομή του ελεγκτή από τις αρχές του 20^{ου} αιώνα μέχρι σήμερα. Τα ιστορικά στοιχεία που παρουσιάζονται προέρχονται από την εργασία του Stuart Bennett που παρουσιάστηκε στο συνέδριο του IFAC που έγινε το 2000 στην Βαρκελώνη της Ισπανίας [1], με θέμα:

‘Το παρελθόν, το παρόν και το μέλλον του PID ελεγκτή’



Σχήμα 2.1. α) Ο αυτοματισμός του Κτησίβιου για τη ρύθμιση της παροχής σε κλεψύδρα και β) ο ρυθμιστής του Watt για τον έλεγχο στροφών σε ατμομηχανές.

2.1.1 PID ελεγκτής 1900 – 1940

2.1.1.1 Η ανάγκη για έλεγχο

Κατά τη διάρκεια των πρώτων τριών δεκαετιών του εικοστού αιώνα όλες οι δραστηριότητες του ανθρώπου, όπως η βιομηχανία και το εμπόριο, όλο και περισσότερο έτειναν προς την ιδέα της ‘συστηματοποίησης’. Ενδείξεις για τα παραπάνω μπορεί να βρει κανείς στην έκδοση επιστημονικών περιοδικών όπως το “*Systems*”, στις νέες μεθόδους παραγωγής του Henry Ford, στις προσπάθειες του Morris Leeds να βρει λογικές βάσεις για τον καθορισμό των μισθών κ.λ.π. Σε όλες τις μορφές της ‘συστηματοποίησης’ η βασική αρχή που υπάρχει είναι:

« Βασικά στοιχεία μπορούν να εξαχθούν από το σύνολο της λεπτομερούς και εξειδικευμένης πληροφορίας, και τα βασικά αυτά στοιχεία μπορούν να αποτελέσουν τη βάση για σύγκριση, εξαγωγή συμπερασμάτων και επανασχεδιασμό»

Για την εφαρμογή στον επιστημονικό και τεχνολογικό τομέα, της παραπάνω αρχής είναι απαραίτητη η μέτρηση.

“Όταν μπορείς να μετρήσεις αυτό για το οποίο ομιλείς και μπορείς να το εκφράσεις με νούμερα, τότε γνωρίζεις κάτι γι’ αυτό”

Sir William Thomson

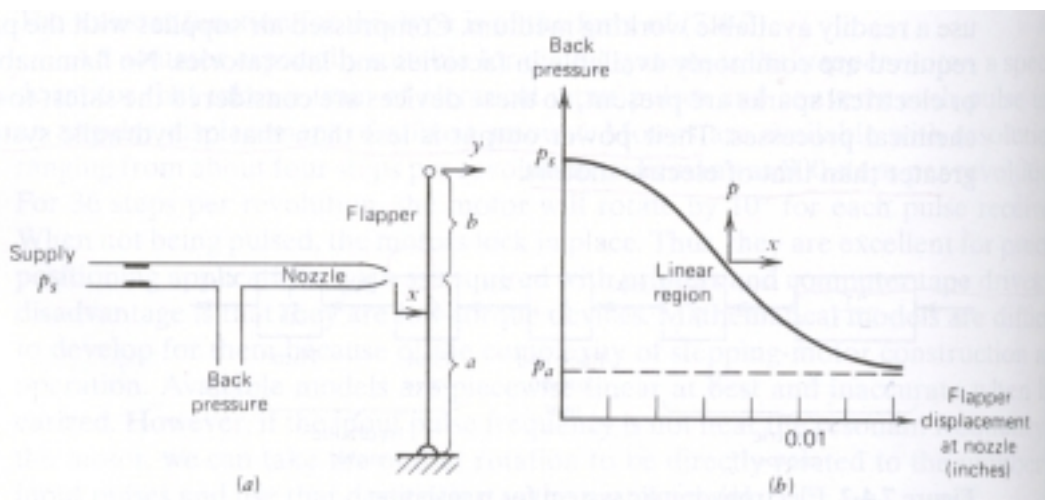
Στην αξία της μέτρησης η εταιρία ‘Taylor Instruments Companies’ βάσισε την διαφημιστική της εκστρατεία το 1924 όπου αναφερόταν στα όργανα μέτρησης ως “*την έκτη αίσθηση της βιομηχανίας*”, τα οποία είχαν τη δυνατότητα να ελέγχουν την παραγωγική διαδικασία και να “*αφαιρέσουν την εικασία από την παραγωγή*”. Η διαφημιστική αυτή εκστρατεία τόνιζε την ανάγκη της *επιστημονικής διαχείρισης* και βασιζόταν στη γενική δυσπιστία της εταιρίας να αφήνεται η διαχείριση της παραγωγής στον απλό εργάτη.

2.1.1.2 Εξέλιξη των πρώτων πνευματικών και ηλεκτρομηχανικών ελεγκτών

Η εταιρία C. J. Tagliabue διεκδικεί την πρώτη εγκατάσταση πνευματικού (pneumatic) αυτόματου ελεγκτή για τον έλεγχο της θερμοκρασία σε μία διεργασία παστερίωσης γάλακτος, στην νέα Υόρκη το 1907. Ο ελεγκτής αυτός μετέβαλε τη θέση μίας πιλοτικής

βαλβίδας που ρύθμιζε τη ροή ατμού προς το σύστημα παστερίωσης με βάση τη μεταβολή της πίεσης που ασκούσε ένα αστάλινο θερμόμετρο (συστολής-διαστολής). Αν και ο ελεγκτής αυτός πρακτικά είχε τη δυνατότητα αναλογικού ελέγχου της θερμοκρασίας, στην πράξη, η λειτουργία του παρείχε μόνο διακοπτικό έλεγχο (on-off control), λόγω της μεγάλης ευαισθησίας του διαφράγματος που έλεγχε τη θέση της βαλβίδας. Η κατασκευή ελεγκτών σαν αυτών που προαναφέραμε ήταν πολύ απλή, αλλά δεν ήταν δυνατή η επίτευξη ακριβούς ρύθμισης κυρίως γιατί η δύναμη που απαιτείτο για την κίνηση της βαλβίδας ήταν μεγάλη με αποτέλεσμα να επηρεάζεται σημαντικά το όργανο μέτρησης.

Το επόμενο βήμα στη βελτίωση του ελεγκτή έγινε από τον E. H. Bristol ο οποίος ίδρυσε το 1914 την εταιρία Foxboro Instruments. Ο E. H. Bristol είχε εργαστεί στην εταιρία Bristol που κατασκεύαζε καταγραφικά όργανα και με βάση αυτή την τεχνολογία το 1914 έκανε το επόμενο μεγάλο βήμα στην κατασκευή των πνευματικών ελεγκτών με την εφεύρεση του ενισχυτή ακροφύσιου-πτερυγίου (flapper-nozzle amplifier, δίπλωμα ευρεσιτεχνίας 1922) στον οποίο βασίστηκε μια σειρά επιτυχημένων ελεγκτών. Η λειτουργία του ελεγκτή βασιζόταν στη μεταβολή που προκαλούταν στην πίεση της μεμβράνης που έλεγχε την πιλοτική βαλβίδα, ανάλογα με τη θέση του πτερυγίου ως προς το ακροφύσιο (βλέπε σχήμα 2.2). Με τη χρήση του μηχανισμού αυτού, ο ελεγκτής σχεδόν απομονωνόταν από το αισθητήριο μέτρησης αλλά η συμπεριφορά του παρέμενε μη γραμμική και στις πρώτες εφαρμογές του παρέμενε και το πρόβλημα του μεγάλου κέρδους με αποτέλεσμα το κλειστό σύστημα να πέφτει εύκολα σε οριακούς κύκλους.



Σχήμα 2.2. Αρχή λειτουργίας του ενισχυτή ακροφύσιου-πτερυγίου.

Για να αποφευχθεί η αστάθεια του κλειστού συστήματος χρησιμοποιήθηκε η λογική της παράκαμψης (by-pass), όπου μεγάλο μέρος του ατμού ελεγχόταν από μια χειροκίνητη βαλβίδα (by-pass valve) και αυτόματος ελεγκτής χρησιμοποιείτο για τη ρύθμιση σε μικτή περιοχή του σημείου λειτουργίας. Με τον τρόπο αυτό, ουσιαστικά υλοποιήτο ένα σχήμα ελέγχου που διέθετε ταυτόχρονα ανάδραση και προσο-τροφοδότηση.

Την ίδια σχεδόν εποχή, ανταγωνίστριες εταιρίες σχεδίασαν ηλεκτρομηχανικούς ελεγκτές, όπως για παράδειγμα η εταιρία Leeds & Northrup με τον 'αναλογικού βήματος' (proportional step) ελεγκτή, ο οποίος υλοποιούσε ουσιαστικά έναν ολοκληρωτικό ελεγκτή. Ο ελεγκτής αυτός υλοποιείτο με ένα κινητήρα, είχε την δυνατότητα να δίνει μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση, αλλά για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές, η κίνηση του κινητήρα γινόταν πολύ αργά με αποτέλεσμα να αντιδρά πολύ αργά σε μεταβολές του σημείου λειτουργίας και του φορτίου. Ο M. E. Leeds το 1920 απέκτησε δίπλωμα ευρεσιτεχνίας για έναν ελεγκτή όπου ο ρυθμός διόρθωσης ήταν συνάρτηση του ρυθμού αλλαγής του σφάλματος και του ιδίου του σφάλματος, όμως χρειάστηκε μέχρι το 1929 για να μπορέσει να λειτουργήσει ικανοποιητικά ο ελεγκτής αυτός και να γίνει έτσι ο πρώτος PI ελεγκτής.

Ωστόσο η προτίμηση στη λειτουργία των πνευματικών ελεγκτών παρέμενε, κυρίως λόγω της γρηγορότερης απόκρισής τους, ενώ προτάθηκαν πολλές παραλλαγές για τη βελτίωση της συμπεριφοράς του. Το 1930 ο C. E. Mason χρησιμοποίησε πολύπλοκα πνευματικά κυκλώματα έτσι ώστε η συνολική δράση του ελεγκτή να είναι ανάλογη του σφάλματος και του ολοκληρώματος του σφάλματος. Ο μηχανισμός αυτός ενσωματώθηκε στον ελεγκτή της Foxboro το 1931 (Foxboro Model 10 Stabilog controller) αλλά δεν έκανε πωλήσεις γιατί οι χρήστες χρειάζονταν εξειδίκευση. Το 1934 τον ελεγκτή συνόδευε εγχειρίδιο με αναλυτική εξήγηση της λειτουργίας και των πλεονεκτημάτων του.

Η εφεύρεση του Mason, και παράλληλα η εφεύρεση του ηλεκτρονικού ενισχυτή αρνητικής ανάδρασης του H. S. Black, είχαν το κοινό χαρακτηριστικό ότι βασίζονταν στη διαπίστωση ότι η συμπεριφορά του κλειστού συστήματος μπορούσε να διαμορφωθεί από τα στοιχεία που προστίθενται στο βρόχο ανάδρασης.

Από τη δεκαετία του 1920, διατυπώθηκε η ανάγκη ο ελεγκτής να προβλέπει την αύξηση του σφάλματος και για το σκοπό αυτό προτάθηκαν διάφορες λύσεις. Όμως, οι λύσεις αυτές δεν παρείχαν διαφορική δράση αφού συνδυάζονταν πάντα με ολοκληρωτικό μηχανισμό εφαρμογής τους. Η πρώτη πραγματική εφαρμογή διαφορικής

δράσης έγινε από τον R. Clarridge και την εταιρεία Taylor Instruments, στη διεργασία παραγωγής τεχνητού-μεταξιού (rayon). Η διεργασία αυτή, με τη χρήση PI ελεγκτή ταλάντωνε λόγω μεγάλης χρονικής καθυστέρησης. Ο R. Clarridge το 1935 παρατήρησε ότι εφαρμόζοντας κατάλληλους περιορισμούς στη γραμμή ανάδρασης, μπορούσε να πετύχει πολύ απότομες μεταβολές ('kick') στην έξοδο του ελεγκτή όταν μεταβαλλόταν απότομα το σφάλμα. Τη δράση αυτήν την ονόμασαν 'προ-δράση' ('pre-act') και ενσωματώθηκε στον ελεγκτή της εταιρίας το 1939. Ο G. A. Philbrick ανέπτυξε ανάλογους μηχανισμούς υλοποίησης διαφορικής δράσης για την Foxboro το 1937-38, η οποία αποκάλυψε τη δράση αυτή 'hyper-reset'. Ο G. A. Philbrick ήταν και ο πρώτος που ανέπτυξε ηλεκτρονικό προσομοιωτή κάνοντας χρήση αναλογικού υπολογιστή.

2.1.1.3 Ανάπτυξη του θεωρητικού υποβάθρου

Πριν τη δεκαετία του 1930 η ακαδημαϊκή κοινότητα δεν είχε δώσει σημασία στην ανάπτυξη βιομηχανικών ελεγκτών, με αποτέλεσμα να υπάρχει η αντίληψη ότι το θεωρητικό υπόβαθρο ήταν ανύπαρκτο. Στην πραγματικότητα η ανάπτυξη των βιομηχανικών ελεγκτών ήταν βασισμένη σε πρακτικό υπόβαθρο το οποίο σήμερα θα μπορούσαμε να αποκαλέσουμε 'ευφυή έλεγχο', δηλαδή σε ευριστικές ('heuristic') μεθόδους ελέγχου που βασιζόταν στην παρατήρηση του ανθρώπου χειριστή. Όμως λόγω της πολυπλοκότητας των μηχανισμών που χρησιμοποιούνταν για την εφαρμογή του ελέγχου, δεν ήταν εύκολο να εξάγει κανείς την ακριβή λειτουργία.

Ο N.Minorsky το 1922, μετέφρασε τις δράσεις του πηδαλιούχου ενός σκάφους σε μαθηματικές σχέσεις, και κατέληξε στο συμπέρασμα ότι ένας κατάλληλος ελεγκτής θα έπρεπε να ενσωματώνει δράσεις αντίστοιχες με αυτές ενός PID ελεγκτή. Ο H.Hazen το 1934 στην εργασία του για τους σερβομηχανισμούς, ήταν ο πρώτος που συγκέντρωσε όλες τις βασικές ιδέες και συμπεριέλαβε την ανάλυση των δράσεων ελέγχου διάφορων βιομηχανικών οργάνων. Παράλληλα, πολλοί μηχανικοί που δούλευαν στις εταιρίες βιομηχανικών οργάνων αλλά και στη βιομηχανία διεργασιών, προσπαθούσαν να αναπτύξουν το θεωρητικό υπόβαθρο που θα διευκόλυνε στη λύση προβλημάτων ελέγχου. Το 1936 ιδρύθηκε η επιτροπή του ASME με τίτλο 'Βιομηχανικά Όργανα και Ρυθμιστές' (Industrial Instruments and Regulators Committee) μετά από παρότρυνση κυρίως του E. S. Smith, ο οποίος παρότρυνε να δημοσιευτούν πολλές εργασίες σχετικές με το βιομηχανικό έλεγχο στο περιοδικό Transactions of ASME.

2.1.2 PID ελεγκτής 1940 – 1980

Μέχρι το 1940 η αξία του PID ελεγκτή είχε αποδειχθεί σε πολλές απαιτητικές εφαρμογές, ενώ κυκλοφορούσαν πνευματικοί ελεγκτές γενικής χρήσης. Τρία ήταν τα βασικά θέματα που ζητούσαν λύση: i) Απλοί τρόποι για την επιλογή των παραμέτρων του ελεγκτή, ii) να απλοποιηθεί και να γίνει πιο ανθεκτικός ο μηχανισμός των ελεγκτών, και να γίνουν πιο ανεξάρτητες οι δράσεις τους και iii) να πεισθούν οι σχεδιαστές των διεργασιών για την ανάγκη χρήσης των ελεγκτών.

Η λύση για το πρώτο πρόβλημα ήρθε το 1942 από του J. G. Ziegler και N. B. Nichols (οι οποίοι εργάζονταν στην Taylor Instruments) στη γνωστή εργασία με τίτλο ‘Optimum settings for automatic controllers’. Παρόλο που η αρχή πάνω στην οποία βασίστηκαν οι μέθοδοι βαθμονόμησης των Ziegler και Nichols ήταν πολύ απλή, η εφαρμογή τους δεν ήταν τόσο εύκολη γιατί στην πλειοψηφία των ελεγκτών υπήρχε αλληλεπίδραση μεταξύ της ολοκληρωτικής και της διαφορικής δράσης και δεν ήταν ξεκάθαρο τι αντιπροσώπευαν οι ενδείξεις στα κουμπιά ρύθμισης των παραμέτρων.

Το δεύτερο πρόβλημα ήταν πιο δύσκολο να αντιμετωπιστεί και χρειάστηκε η σταδιακή εξέλιξη των ελεγκτών μέχρι τις αρχές της δεκαετίας του 1950 οπότε ο R.E.Clarridge πρότεινε το σχεδιασμό του πνευματικού ελεγκτή με τη χρήση δύο ‘flapper-nozzle’ ενισχυτών κατά τέτοιο τρόπο ώστε να υλοποιείται η γνωστή στις μέρες μας εν-σειρά μορφή του PID ελεγκτή (βλέπε σχήμα 2.3γ). Με αυτή την εξέλιξη των PID ελεγκτών, επιλύθηκαν σε μεγάλο βαθμό και όλα τα προβλήματα που υπήρχαν στην εφαρμογή των μεθόδων βαθμονόμησης.

Η αποδοχή της αξίας της απόκρισης στο πεδίο της συχνότητας, στην ανάλυση των συστημάτων, οδήγησε τους Cohen και Coon το 1953 να χρησιμοποιήσουν αυτή την προσέγγιση και στις εφαρμογές του αυτομάτου ελέγχου. Το ενδιαφέρον ήταν ότι πολλές εργασίες που παρουσιάστηκαν, βασίζονταν στη χρήση προσομοίωσης (με αναλογικούς υπολογιστές), ενώ αναλυόταν η συμπεριφορά των ελεγκτών σε διάφορους τύπους συστημάτων.

2.1.2.1 Η εξέλιξη των ηλεκτρονικών και ψηφιακών ελεγκτών

Από τα τέλη της δεκαετίας του 1930 αρκετές εταιρίες είχαν ήδη κατασκευάσει ηλεκτρονικούς ελεγκτές. Μέχρι το 1957 οι ελεγκτές αυτοί παρείχαν επιπλέον του κλασικού PID ελεγκτή και την δυνατότητα εφαρμογής και μαθηματικών πράξεων όπως πρόσθεση, πολλαπλασιασμός και τετραγωνική ρίζα. Όμως, όπως αναφέρεται σε μία

αναφορά που έγινε στο DSIR το 1956, το 90% των ελεγκτών που χρησιμοποιούνταν ήταν ακόμα πνευματικού τύπου. Ο βασικότερος λόγος ήταν η έλλειψη αξιοπιστίας στις λυχνίες. Χρειάστηκε η ανάπτυξη των τρανζίστορ για να μπορέσουν οι ηλεκτρονικοί ελεγκτές να ανταγωνιστούν τους πνευματικούς. Το 1957 βγήκε στην αγορά από την Foxboro ο πρώτος ‘all solid state controller’.

Ο πρώτος ψηφιακός υπολογιστής που σχεδιάστηκε αποκλειστικά για έλεγχο σε πραγματικό χρόνο, χρησιμοποιήθηκε για τον έλεγχο αεροσκαφών το 1953. Η πρώτη βιομηχανική εφαρμογή ψηφιακού ελεγκτή έγινε το 1959 σε διεργασία πολυμερισμού της Texaco. Μέχρι το 1960, όλες οι μεγάλες εταιρίες κατασκεύαζαν ψηφιακούς ελεγκτές. Η ταχύτατη εξάπλωσή τους μπορεί να διαπιστωθεί από το γεγονός ότι το 1960 υπήρχαν 100 βιομηχανικές εγκαταστάσεις ψηφιακών ελεγκτών ενώ το 1965 ο αριθμός αυτός είχε φτάσει τις 1000. Χαρακτηριστικό των πρώτων ψηφιακών ελεγκτών ήταν η χρήση αναλογικού ‘back-up’ PID ελεγκτή ο οποίος έβαζε μπροστά αυτόματα όταν σταματούσε η ανανέωση τιμών από το ψηφιακό υπολογιστή. Με την ανάπτυξη της LSI τεχνολογίας ολοκληρωμένων, το κόστος των βιομηχανικών ελεγκτών μειώθηκε σημαντικά και βέβαια με την ανάπτυξη των μικροεπεξεργαστών οι ελεγκτές έγιναν εύχρηστοι και προσιτοί ώστε να είναι πλέον δυνατό να εφαρμοστούν και σε άλλους τομείς πέραν της βιομηχανίας.

Σήμερα η εφαρμογή του αυτομάτου ελέγχου γίνεται σχεδόν αποκλειστικά από μικροεπεξεργαστές ενώ, όπως ανακοινώθηκε στο συνέδριο του IFAC για τον PID ελεγκτή, υπολογίζεται ότι το 95% όλων των κλειστών βρόχων υλοποιούνται με PID ελεγκτές. Παρόλη όμως αυτή την ευρεία χρήση των ελεγκτών στις διάφορες βιομηχανικές εφαρμογές, σε αρκετές περιπτώσεις οι βρόχοι ελέγχου δεν ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις που έχουν τεθεί αρχικά. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται ότι στις βιομηχανικές εφαρμογές μόνο το 20% των κλειστών βρόχων λειτουργούν καλά. Οι βασικότεροι λόγοι για την μη ικανοποιητική χρήση του ελεγκτή είναι η κακή σχεδίαση του κλειστού βρόχου και των ενεργοποιητών και η σημαντική έλλειψη εξειδικευμένου προσωπικού.

2.2 ΟΙ ΤΡΕΙΣ ΔΡΑΣΕΙΣ ΤΟΥ PID ΕΛΕΓΚΤΗ

Η ονομασία του PID ελεγκτή προέρχεται από τα αρχικά των Αγγλικών λέξεων Proportional, Integral και Derivative, που αντιστοιχούν στην αναλογική, ολοκληρωτική και διαφορική δράση που συμπεριλαμβάνει ο ελεγκτής. Ανάλογα με τις ιδιότητες του

συστήματος είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν διάφοροι συνδυασμοί των παραπάνω δράσεων. Πιο συχνά συναντάται ο PI ελεγκτής, κυρίως σε εφαρμογές με μικρές καθυστερήσεις χρόνου ή σε περιπτώσεις όπου ο θόρυβος μέτρησης είναι σημαντικός ώστε να αποτρέπεται η χρήση του διαφορικού όρου, ή τέλος όταν δεν απαιτείται το κλειστό σύστημα να είναι αρκετά γρήγορο. Επίσης, σε συστήματα τύπου ένα (ή μεγαλύτερου), λόγω της εξασφάλισης του μηδενικού σφάλματος στη μόνιμη κατάσταση, πολλές φορές χρησιμοποιείται ο PD ελεγκτής.

Ο PID ελεγκτής έχει διάφορες πολύ σημαντικές ιδιότητες [2]: παρέχει ανάδραση, έχει τη δυνατότητα να εγγυάται μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση με την ολοκληρωτική του δράση και προβλέπει το μέλλον με τη διαφορική δράση. Στη συνέχεια αυτής της ενότητας παρουσιάζουμε εν συντομία τις ιδιότητες που παρέχει στο κλειστό σύστημα καθένas από τους τρεις όρους του ελεγκτή.

2.2.1 Αναλογική δράση

Ο αναλογικός όρος του ελεγκτή περιγράφεται από τη σχέση

$$u_p(t) = K'_p e(t) = K'_p (r(t) - y(t)) \quad (2.1)$$

όπου $e(t)$ είναι το σφάλμα μεταξύ της επιθυμητής κατάστασης $r(t)$ και της εξόδου του συστήματος $y(t)$, και K'_p το αναλογικό κέρδος του ελεγκτή, το οποίο πολλές φορές στη βιβλιογραφία αποκαλείται και αναλογική ευαισθησία του ελεγκτή (proportional sensitivity) [3]. Είναι προφανές από τη σχέση (2.1) ότι ο P ελεγκτής ασκεί αρνητική ανάδραση. Για να γίνει πιο κατανοητή η δράση του P ελεγκτή, μπορεί κανείς να πάρει το μηχανικό ανάλογο που είναι ένα ελατήριο, όπου στην περίπτωση αυτή το K'_p αντιστοιχεί στη σκληρότητα του ελατηρίου. Προφανώς, όσο μεγαλύτερη είναι η απόκλιση από τη θέση ισορροπίας (ή ισοδύναμα το σφάλμα), τόσο μεγαλύτερη δύναμη επαναφοράς ασκείται. Επίσης η δύναμη επαναφοράς αυξάνει με την αύξηση του K'_p γεγονός που δείχνει ότι ο αναλογικός όρος του ελεγκτή μπορεί να κάνει το κλειστό σύστημα πιο γρήγορο, ενώ ταυτόχρονα μειώνει το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση. Όμως για συστήματα δεύτερης τάξης και άνω, μεγάλες τιμές του K'_p οδηγούν το σύστημα σε ταλαντωτική συμπεριφορά και για όλα τα συστήματα μεγαλύτερης τάξης από δυο (και επομένως για όλα τα συστήματα με καθυστέρηση χρόνου) είναι βέβαιο ότι το κλειστό σύστημα θα οδηγηθεί σε αστάθεια. Ο αναλογικός ελεγκτής δεν είναι αρκετός για να δώσει μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση, όταν το σύστημα υπόκειται σε εξωτερικές διαταραχές (όπως άλλωστε συμβαίνει σχεδόν πάντα). Αυτό μπορεί να το διαπιστώσει εύκολα κανείς από το μηχανικό ανάλογο όπου οποιαδήποτε εξωτερική

δύναμη κάνει το σύστημα να αποκλίνει από το σημείο ισορροπίας του ακόμα και με την παρουσία του ελατηρίου.

2.2.2 Διαφορική δράση

Ο διαφορικός όρος του ελεγκτή περιγράφεται από τη σχέση

$$u_D(t) = K'_D \frac{de(t)}{dt} = K'_D \frac{d}{dt}(r(t) - y(t)) \quad \text{ή} \quad u_D(t) = -K'_D \frac{dy(t)}{dt} \quad (2.2)$$

όπου K'_D το διαφορικό κέρδος. Ο διαφορικός όρος του PID ελεγκτή μεταβάλλει την είσοδο του συστήματος ανάλογα με το ρυθμό μεταβολής του σφάλματος ή της εξόδου του συστήματος (αφού συνήθως η είσοδος αναφοράς είναι σταθερή). Στη διαφορική δράση του ελεγκτή είχε δοθεί αρχικά η ονομασία 'προ-δράση' (pre-act) [1] λόγω της ιδιότητάς της να δρα προβλεπτικά. Η ιδιότητα αυτή του D ελεγκτή οφείλεται στην πληροφορία που δίνει η κλίση μιας συνεχούς καμπύλης για τη μελλοντική της κατάσταση. Στο μηχανικό ισοδύναμο, ο διαφορικός όρος του ελεγκτή έχει την ίδια επίδραση με τη γραμμική (μη στατική) τριβή, η οποία είναι ανάλογη της ταχύτητας (παραγώγου της θέσης) και με αντίθετη φορά. Όπως λοιπόν η τριβή χρησιμοποιείται στις αναρτήσεις για να μειώσει την ταλάντωση, έτσι και ο διαφορικός όρος του ελεγκτή χρησιμοποιείται για την αύξηση της απόσβεσης του κλειστού συστήματος. Είναι προφανές ότι ο D ελεγκτής δεν έχει καμία επίδραση στο σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση αφού στη μόνιμη κατάσταση η παράγωγος είναι ίση με μηδέν. Όμως στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου (regulatory control) η χρήση διαφορικού όρου μπορεί να μειώσει σημαντικά το μέγιστο σφάλμα που προκύπτει όταν το σύστημα υπόκειται σε εξωτερικές διαταραχές. Η ιδιότητα αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι ο διαφορικός όρος αντιλαμβάνεται τη μεταβολή στο σφάλμα (από την κλίση) πολύ πριν το σφάλμα γίνει αρκετά μεγάλο ώστε να γίνει σημαντική η αναλογική δράση.

Μια άλλη πολύ σημαντική ιδιότητα που προσδίδει στο κλειστό σύστημα η χρήση διαφορικού ελέγχου είναι η αύξηση της ευρωστίας. Λόγω αυτής της ιδιότητας είναι συνήθως δυνατό να αυξηθεί και η αναλογική δράση του ελεγκτή με αποτέλεσμα το κλειστό σύστημα να μπορεί να γίνει σημαντικά πιο γρήγορο.

Το σημαντικότερο μειονέκτημα στη χρήση του διαφορικού όρου προέρχεται από την ενίσχυση του υψηλής συχνότητας θορύβου της μέτρησης. Αυτός είναι και ο σημαντικότερος λόγος που αποφεύγεται η χρήση του. Για να ξεπεραστεί το πρόβλημα αυτό συνηθίζεται να χρησιμοποιείται κάποιο φίλτρο σε συνδυασμό με την παραγωγή.

2.2.3 Ολοκληρωτική δράση

Ο ολοκληρωτικός όρος του ελεγκτή περιγράφεται από τη σχέση

$$u_1(t) = K'_I \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (2.3)$$

όπου K'_I είναι το ολοκληρωτικό κέρδος. Η ολοκληρωτική δράση του ελεγκτή χρησιμοποιείται γιατί μηδενίζει το σφάλμα θέσης στη μόνιμη κατάσταση. Αυτό μπορεί εύκολα να το διαπιστώσει κανείς από τα σχήματα ελέγχου του σχήματος 2.3, όπου αν το κλειστό σύστημα είναι ευσταθές, τότε το μόνο σημείο ισορροπίας είναι αυτό για το οποίο $e(t)=0$.

2.3 ΤΑ ΣΧΗΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΤΡΙΩΝ ΟΡΩΝ ΠΟΥ ΣΥΝΑΝΤΩΝΤΑΙ ΣΤΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

2.3.1 Κλασική μορφή του PID ελεγκτή

Ο PID ελεγκτής όπως προαναφέραμε είναι ο πιο διαδεδομένος ελεγκτής. Συνήθως τον συναντάμε σε ένα από τα τρία ταυτόσημα σχήματα ελέγχου που παρουσιάζονται στο σχήμα 2.3, [3]. Η συνάρτηση μεταφοράς των τριών ελεγκτών του σχήματος 2.3 είναι αντίστοιχα

$$G_{\text{PID},\alpha}(s) = K'_C \frac{s^2 \tau'_I \tau'_D + \tau'_I s + 1}{s \tau'_I}$$

$$G_{\text{PID},\beta}(s) = \frac{s^2 K'_D + s K'_P + K'_I}{s}$$

και

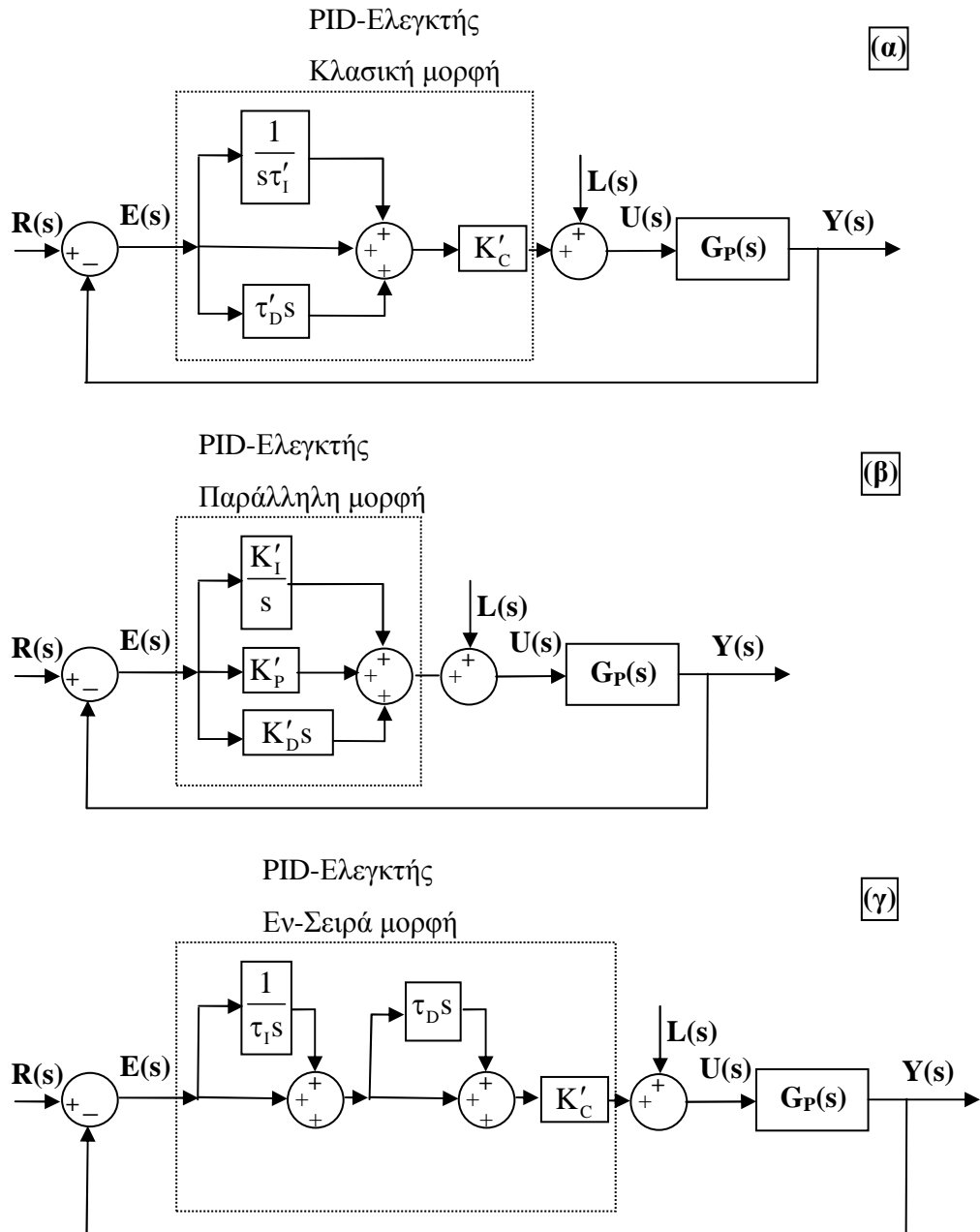
$$G_{\text{PID},\gamma}(s) = K_C \frac{(s\tau_I + 1)(1 + s\tau_D)}{s\tau_I}$$

Εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς ότι οι τρεις συναρτήσεις μεταφοράς είναι ισοδύναμες αν ισχύει

$$K'_C = K'_P = \frac{K_C(\tau_I + \tau_D)}{\tau_I}, \quad \tau'_I = \frac{K'_P}{K'_I} = \tau_I + \tau_D \quad \text{και} \quad \tau'_D = K'_P K'_D = \frac{\tau_I \tau_D}{\tau_I + \tau_D} \quad (2.4)$$

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι η παράλληλη μορφή του PID ελεγκτή (σχήματα 2.3α και 2.3β) είναι πιο γενική από την εν-σειρά μορφή (σχήμα 2.3γ). Αυτό σημαίνει ότι από την εν σειρά μορφή μπορούμε πάντα να μεταφερθούμε στην παράλληλη. Το αντίστροφο όμως μπορεί να γίνει μόνο αν ισχύει

$$\tau'_I > 4\tau'_D$$

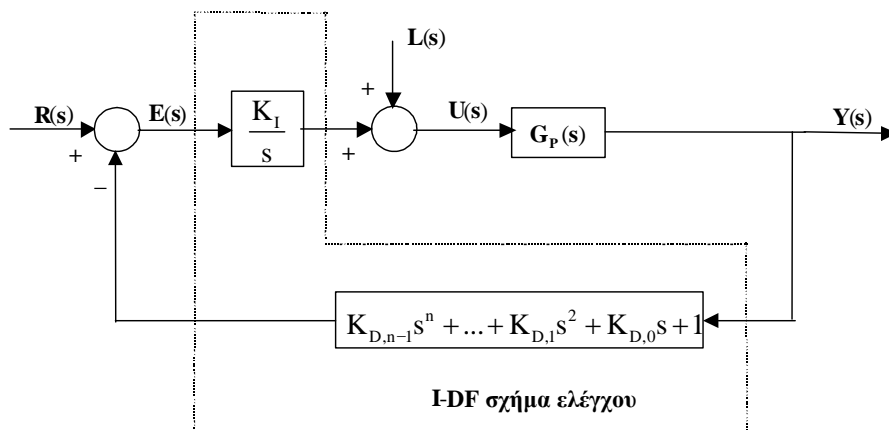


Σχήμα 2.3. Η κλασική μορφή του PID ελεγκτή: α) , β) εν-παράλληλω μορφή και γ) εν-σειρά μορφή.

Στην αντίθετη περίπτωση οι παράμετροι του ελεγκτή είναι μιγαδικοί. Στην περίπτωση τώρα του PI ελεγκτή ($\tau'_D = 0$ ή $\tau_D = 0$) η εν-σειρά και η παράλληλη μορφή του ελεγκτή ταυτίζονται με $\tau'_I = \tau_I$.

Η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος όταν χρησιμοποιείται η εν-σειρά μορφή του PID είναι

$$G_{CL}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_P(s) [\tau_I \tau_D s^2 + (\tau_I + \tau_D) s + 1] K_C}{s \tau_I + [\tau_I \tau_D s^2 + (\tau_I + \tau_D) s + 1] K_C G_P(s)} \quad (2.5)$$



Σχήμα 2.4. Η γενική μορφή του I-DF σχήματος ελέγχου.

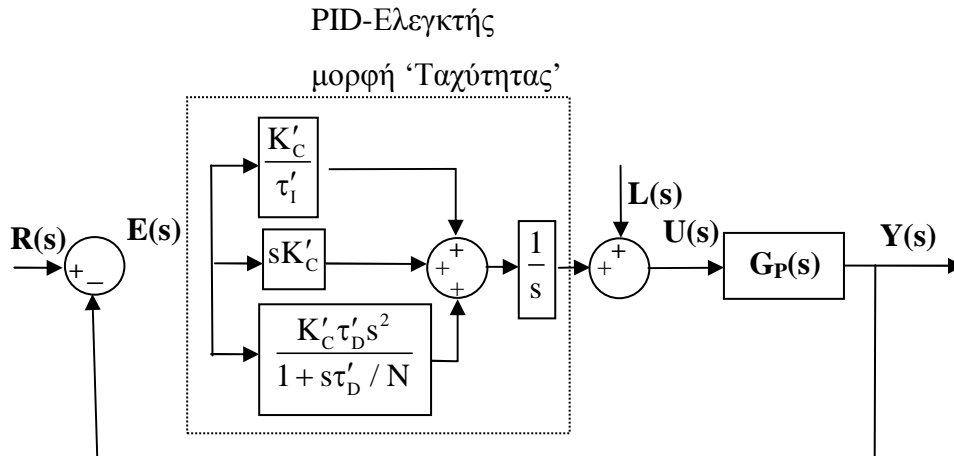
2.3.2 Ο IDF ελεγκτής (integral control with derivative-feedback algorithm)

Ο IDF ελεγκτής [4] έχει έναν ολοκληρωτή στον ‘εμπρόσθιο δρόμο’ (forward path, δηλαδή εκεί που συνήθως βρίσκεται ο PID ελεγκτής) και ανατροφοδοτεί την έξοδο και τις παραγώγους αυτής. Το σχηματικό διάγραμμα του IDF ελεγκτή παρουσιάζεται στο σχήμα 2.4. Από μαθηματικής απόψεως ο ελεγκτής αυτός έχει καλή συμπεριφορά (όπως θα δείξουμε είναι ισοδύναμος με τον PID ελεγκτή). Από πρακτικής απόψεως όμως λόγω της μεγάλης τάξης παραγώγων που χρειάζεται δεν είναι εύκολο να εφαρμοστεί. Για το λόγο αυτό η εφαρμογή αυτού του σχήματος ελέγχου γίνεται σε συνδυασμό πάντα με φιλτραρισμένες παραγώγους.

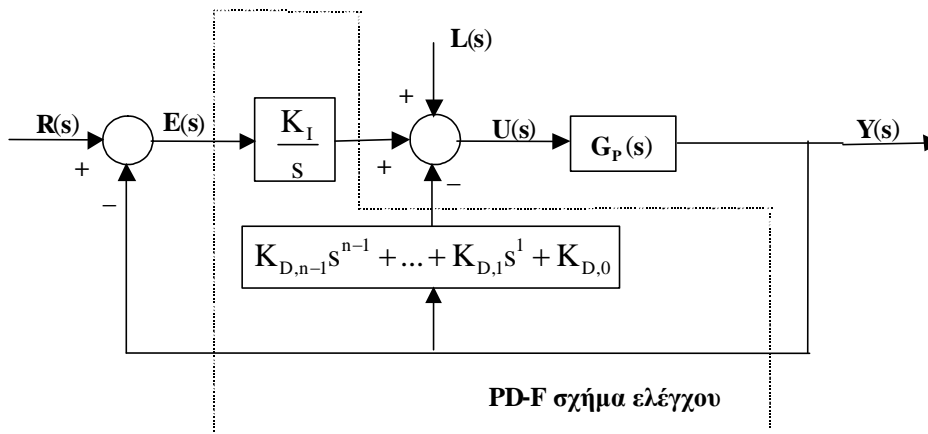
Χαρακτηριστικό παράδειγμα εφαρμογής του IDF σχήματος ελέγχου είναι η μορφή ‘ταχύτητας’ του PID ελεγκτή (Velocity form PID algorithm) [2]. Αυτή η μορφή του PID ελεγκτή παρουσιάζεται στο σχήμα 2.5. Η μορφή ‘ταχύτητας’ του PID ελεγκτή χρησιμοποιείται συνήθως σε συνδυασμό με κορεσμένο ολοκληρωτή για την αποφυγή των προβλημάτων που οφείλονται στη φραγμένη είσοδο (integrator anti-windup [2]).

2.3.3 Ο PDF ελεγκτής (Pseudoderivative Feedback Controller”)

Η γενική μορφή του PDF ελεγκτή (ή καλύτερα του σχήματος ελέγχου) είναι ουσιαστικά τροποποιημένη μορφή του IDF ελεγκτή [4]. Αντί λοιπόν να γίνεται ανάδραση των παραγώγων της εξόδου του συστήματος και στη συνέχεια να γίνεται ολοκλήρωση του προκύπτοντος σήματος, παρακάμπτεται ο ολοκληρωτής με αποτέλεσμα να είναι δυνατή η μείωση της τάξης των παραγώγων κατά μία τάξη. Το σχηματικό διάγραμμα της γενικής μορφής του PDF ελεγκτή παρουσιάζεται στο σχήμα 2.6.



Σχήμα 2.5. Η μορφή ‘ταχύτητας’ του PID ελεγκτή



Σχήμα 2.6. Η γενική μορφή του PDF ελεγκτή.

Όπως φαίνεται στο σχήμα, στη γενική μορφή του PDF ελεγκτή, γίνεται ανάδραση παραγώγων της εξόδου μεγαλύτερων της πρώτης τάξης. Πρακτικά βέβαια κάτι τέτοιο είναι πολύ δύσκολο να γίνει κυρίως λόγω της ενίσχυσης του θορύβου που εμπεριέχεται στο μετρούμενο σήμα της εξόδου. Επίσης, όπως θα δειχθεί στη συνέχεια, αν οι όροι του ελεγκτή $K_{D,n}$ για $n > 0$ είναι διάφοροι του μηδενός ο PDF ελεγκτής που προκύπτει είναι μη πραγματοποιήσιμος (non physical realizable) αφού η τάξη του αριθμητή της συνάρτησης μεταφοράς είναι μεγαλύτερη από αυτήν του παρονομαστή.

Η συνάρτηση μεταφοράς G_{CL} του κλειστού συστήματος που φαίνεται στο σχήμα 2.6 είναι

$$G_{CL}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_I G_P(s)}{s + (K_{D,n-1} s^n + \dots + K_{D,1} s^2 + K_{D,0} s + K_I) G_P(s)} \quad (2.6)$$

Όπως συμβαίνει και στην περίπτωση του PID ελεγκτή, στην πράξη χρησιμοποιείται μόνο η παράγωγος πρώτης τάξης στον PDF ελεγκτή. Στην περίπτωση αυτή η G_{CL} απλοποιείται ως εξής:

$$G_{CL}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_I G_P(s)}{s + (K_{D,I} s^2 + K_{D,0} s + K_I) G_P(s)} \quad (2.7)$$

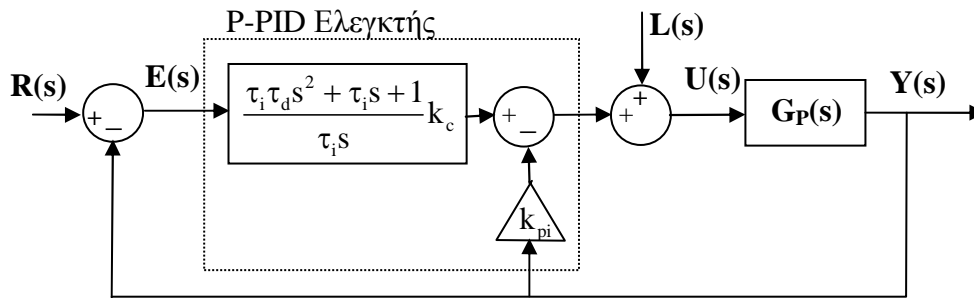
Εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς ότι η απλή μορφή του PDF ελεγκτή διαθέτει τρεις δράσεις: αναλογική, διαφορική και ολοκληρωτική ακριβώς όπως και στο PID ελεγκτή. Οι βασικές διαφορές μεταξύ των δύο ελεγκτών είναι:

α) Η κλασική μορφή του PID ελεγκτή συνήθως αποτελείται από μία ενίσχυση που πολλαπλασιάζει το δυναμικό μέρος του ελεγκτή που αποτελείται από τις τρεις δράσεις. Επομένως όλες οι δράσεις του ελεγκτή εμφανίζονται στον ‘εμπρόσθιο δρόμο’. Αντίθετα, στην περίπτωση του PDF ελεγκτή οι δράσεις του ελεγκτή εμφανίζονται τόσο στον εμπρόσθιο δρόμο, όσο και στο ‘δρόμο ανάδρασης’ (feedback path). Αυτή η διαμόρφωση συνεισφέρει στην καλύτερη κατανόηση των επιμέρους δράσεων του ελεγκτή. Συγκεκριμένα, οι δράσεις που εμφανίζονται στο ‘δρόμο ανάδρασης’ (δηλαδή η αναλογική και η διαφορική δράση) χρησιμοποιούνται κυρίως για τον καθορισμό της συμπεριφοράς του κλειστού συστήματος, όπως για παράδειγμα η ευστάθεια, η ταχύτητα, κλπ. και μπορούν να ειπωθούν σαν ανατροφοδότηση κατάστασης, ενώ τα στοιχεία του ‘εμπρόσθιου δρόμου’ (που είναι η ολοκληρωτική δράση) έχουν σα στόχο να μηδενίσουν το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση και μπορεί να ειπωθούν σαν προσαρμοστικός αλγόριθμος σε σταθερό φορτίο.

β) Ο κλασικός PID ελεγκτής δρα στο σφάλμα του συστήματος με αποτέλεσμα κάθε στοιχείο του να επιδρά τόσο στους πόλους του κλειστού συστήματος όσο και στα μηδενικά (εισάγει επιπλέον μηδενικά στη συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος). Αντιθέτως, όπως εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς από την (2.7), ο PDF ελεγκτής επηρεάζει τη θέση των πόλων αλλά δεν εισάγει επιπλέον μηδενικά, επομένως αναμένεται ότι ο PDF ελεγκτής δεν αυξάνει την υπερύψωση του κλειστού συστήματος.

γ) Με τον PDF ελεγκτή είναι δυνατό να επιτευχθεί κρίσιμη απόσβεση με ταχύτερο χρόνο αποκατάστασης σε σύγκριση με τον κλασικό PID ελεγκτή.

δ) Συνήθως όταν χρησιμοποιείται ο PDF ελεγκτής δεν υπάρχει ανάγκη τροποποίησης του ολοκληρωτικού όρου για την αποφυγή των προβλημάτων που οφείλονται στη φραγμένη είσοδο (integrator anti-windup).



Σχήμα 2.7. Το σχηματικό διάγραμμα του P-PID ελεγκτή.

Το σχήμα ελέγχου του PDF ελεγκτή έχει δύο βασικά μειονεκτήματα. Το πρώτο είναι ότι δεν είναι δυνατό να χρησιμοποιήσει κανείς κατάλληλο προ-φίλτρο (προσθέτοντας μηδενικά στον κλειστό βρόχο) για να επιτύχει ταχύτερη απόκριση, γιατί στην περίπτωση αυτή το προ-φίλτρο θα ήταν μη πραγματοποιήσιμο. Το δεύτερο μειονέκτημα αφορά την πρακτική εφαρμογή του ελεγκτή στην εκκίνηση του ελέγχου. Έχουμε συνηθίσει με τον κλασικό PID ελεγκτή να ξεκινάμε τον ελεγκτή με μηδενική αρχική συνθήκη για τον ολοκληρωτικό όρο ανεξαρτήτως του αρχικού σφάλματος. Στην περίπτωση όμως του PDF ελεγκτή πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στην αρχική συνθήκη του ολοκληρωτή ώστε η αρχική είσοδος στο σύστημα να είναι ίση με το μηδέν. Στην αντίθετη περίπτωση μπορεί να παρατηρηθεί μεγάλη βύθιση στο αρχικό τμήμα της απόκρισης (λόγω του γεγονότος ότι η αρχική τιμή της εισόδου είναι αρνητική). Το μειονέκτημα αυτό βέβαια αφορά μόνο την αρχική εκκίνηση του ελεγκτή.

2.3.4 Ο P-PID ελεγκτής

Ένα άλλο σχήμα ελέγχου που έχει χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο ασταθών συστημάτων είναι ο P-PI ελεγκτής (two stage P-PI controller) [5]. Το σχήμα αυτό ελέγχου διαθέτει μόνο αναλογική και ολοκληρωτική δράση. Όμως είναι δυνατό για να βελτιωθούν τα χαρακτηριστικά του ελεγκτή αυτού να προστεθεί και διαφορική δράση. Στην περίπτωση αυτή ο ελεγκτής αποκαλείται P-PID ελεγκτής και το σχηματικό του διάγραμμα φαίνεται στο σχήμα 2.7.

Στην εργασία [5], ο P-PI ελεγκτής χρησιμοποιείται για τον έλεγχο UFOPDT συστημάτων. Στην αρχή σχεδιάζεται ο εσωτερικός αναλογικός ελεγκτής (με κέρδος k_{pi}) έτσι ώστε να ευσταθοποιηθεί το σύστημα. Στη συνέχεια για το ευσταθές κλειστό σύστημα που προκύπτει σχεδιάζεται ο εξωτερικός PI ελεγκτής με βάση τεχνικές ελέγχου

εσωτερικού μοντέλου (Internal Model Control ή IMC). Με βάση την παραπάνω λογική σχεδίασης, ο P-PID ελεγκτής μοιάζει με έλεγχο εμφωλευμένου βρόχου (Nested Loop Control Scheme). Όπως αναφέρεται στην εργασία [5], το παραπάνω σχήμα ελέγχου έχει πολύ καλή συμπεριφορά όσον αφορά τον έλεγχο ασταθών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου αφού δίνει πολύ ομαλή βηματική απόκριση σε μεταβολές του σημείου λειτουργίας (σε αντίθεση με το κλασικό σχήμα του PID ελεγκτή που δίνει μη αποδεκτές υπερυψώσεις).

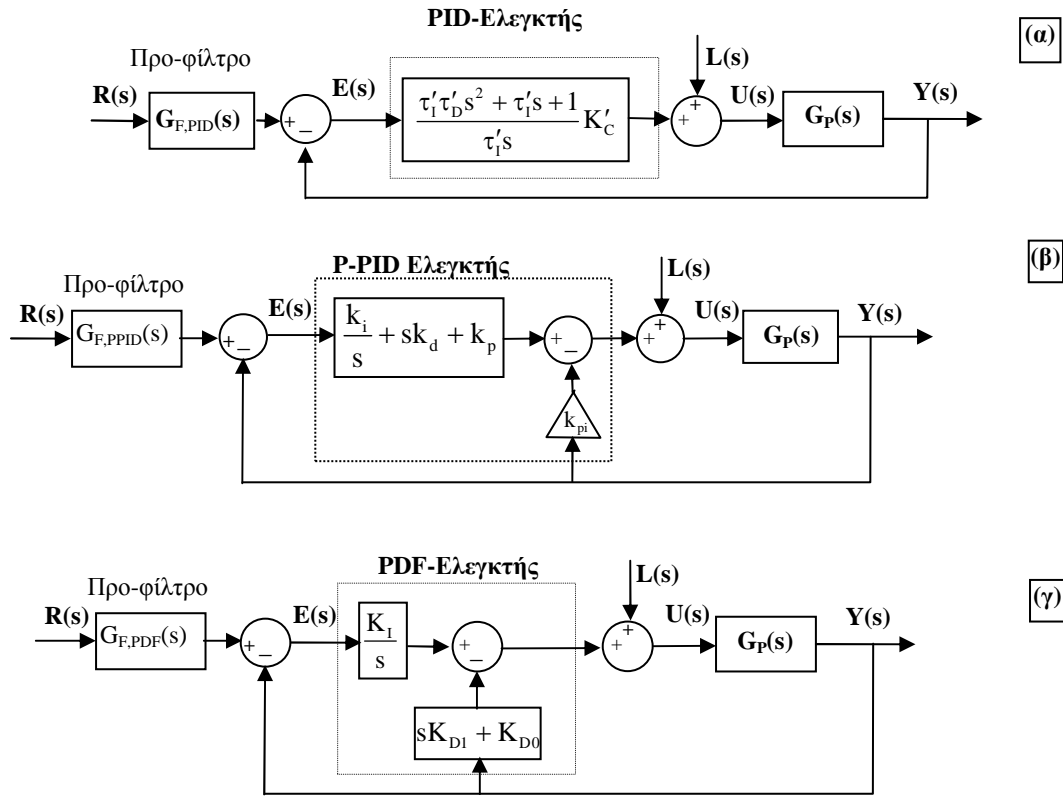
Η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού βρόχου, από την είσοδο αναφοράς στην έξοδο, στην περίπτωση που χρησιμοποιείται ο P-PID ελεγκτής, είναι

$$G_{CL}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_P(s)k_c (\tau_i \tau_d s^2 + \tau_i s + 1)}{\tau_i s + \left[\tau_i \tau_d s^2 + \left(1 + \frac{k_{pi}}{k_c} \right) \tau_i s + 1 \right] k_c G_P(s)} \quad (2.8)$$

2.4 ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ ΤΩΝ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΩΝ ΜΟΡΦΩΝ ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΤΡΙΩΝ ΟΡΩΝ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝΤΑΙ ΓΙΑ ΤΟΝ ΕΛΕΓΧΟ ΑΣΤΑΘΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφορα σχήματα ελέγχου για τον έλεγχο ασταθών συστημάτων. Τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα είναι εναλλακτικές μορφές του κλασικού PID ελεγκτή. Πολλοί ερευνητές που ασχολήθηκαν με ασταθή συστήματα [5], [6], [7], αναγνώρισαν το γεγονός ότι όταν χρησιμοποιείται η κλασική μορφή του PID ελεγκτή, η απόκριση που λαμβάνεται σε βηματική αλλαγή της εισόδου αναφοράς παρουσιάζει εξαιρετικά μεγάλη υπερύψωση. Η υπερύψωση αυτή οφείλεται κατά κύριο λόγο στα μηδενικά που εισάγει ο PID ελεγκτής στη συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού βρόχου (βλέπε σχέση (2.5)). Για το λόγο αυτό προτείνεται είτε να χρησιμοποιείται προ-φίλτρο σε συνδυασμό με τον PID ελεγκτή [6], [7], είτε να τροποποιείται το κλασικό σχήμα του PID ελεγκτή για να μειωθεί η υπερύψωση [5].

Στο σχήμα 2.8 παρουσιάζονται τρία εναλλακτικά σχήματα ελέγχου που έχουν χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο ασταθών συστημάτων. Οι τρεις αυτοί ελεγκτές είναι ο PID, P-PID, και ο PDF με τα αντίστοιχα προ-φίλτρα $G_{F,PID}$, $G_{F,P-PID}$ και $G_{F,PDF}$. Είναι χαρακτηριστικό ότι οι μέθοδοι βαθμονόμησης που χρησιμοποιούνται στη βιβλιογραφία αφορούν πάντα ένα συγκεκριμένο από αυτούς τους ελεγκτές. Όμως είναι εύκολο να διαπιστώσει κανείς ότι τα τρία αυτά σχήματα ελέγχου ταυτίζονται αν οι παράμετροί τους συνδέονται μεταξύ τους με τις σχέσεις



Σχήμα 2.8. Ισοδύναμα σχήματα ελεγκτών: (α) PID ελεγκτής με προ-φίλτρο, (β) P-PID ελεγκτής με προ-φίλτρο και (γ) ο PDF ελεγκτής με προ-φίλτρο.

$$K'_C = K_{D0} = (1 + k_c) k_{p,i}, \quad \tau'_i = \frac{K_{D0}}{K_I} = \tau_i \frac{1 + k_c}{k_c}, \quad \tau'_D = K_{D1} K_{D0} = \tau_d \frac{k_c}{1 + k_c}, \quad (2.9)$$

ενώ τα αντίστοιχα προ-φίλτρα συνδέονται με τις σχέσεις

$$G_{P, \text{PID}}(s) = \frac{G_{P, \text{PDF}}}{s^2 \tau'_i \tau'_D + s \tau'_i + 1}, \quad G_{P, \text{P-PID}}(s) = \frac{G_{P, \text{PDF}}}{s^2 \tau_i \tau_d + s \tau_i + 1} \quad (2.10)$$

Σημειώνεται ότι αν ο διαφορικός όρος του ελεγκτή λαμβάνεται από την έξοδο του συστήματος (και όχι από το σφάλμα), τότε τα προ-φίλτρα συνδέονται με τις σχέσεις

$$G_{P, \text{PID}}(s) = \frac{G_{P, \text{PDF}}}{s \tau'_i + 1}, \quad G_{P, \text{P-PID}}(s) = \frac{G_{P, \text{PDF}}}{s \tau_i + 1}$$

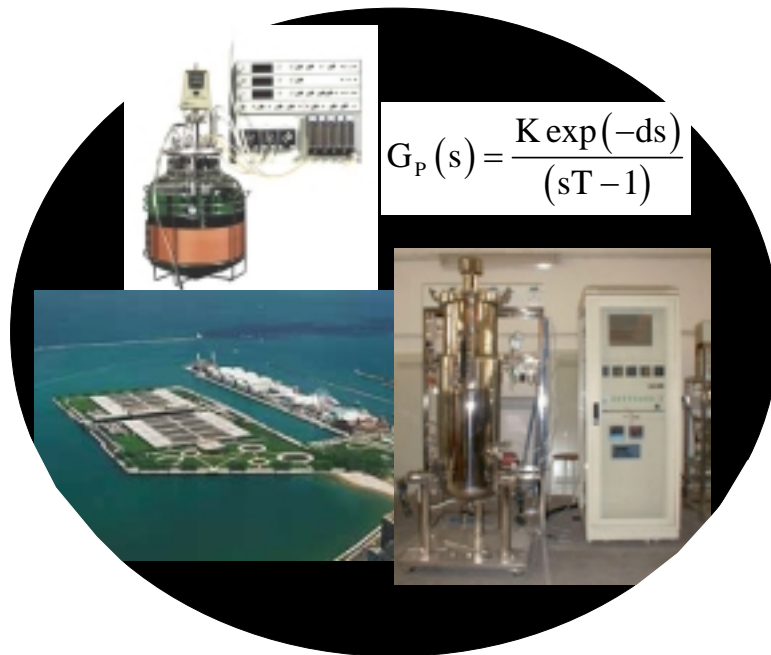
Επειδή στην PDF μορφή του ελεγκτή δεν εισάγονται επιπλέον μηδενικά στη συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού βρόχου, συνήθως δεν χρησιμοποιείται προ-φίλτρο για αυτόν τον ελεγκτή (δηλαδή $G_{P, \text{PDF}}=1$). Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση μεταφοράς για όλα τα παραπάνω σχήματα ελέγχου είναι

$$G_{CL}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K'_C G_P(s)}{\tau'_i s + (\tau'_i \tau'_D s^2 + \tau'_i s + 1) K'_C G_P(s)} \quad (2.11)$$

Όπως είναι γνωστό, οι ιδιότητες που αφορούν την ευρωστία του κλειστού συστήματος δεν εξαρτώνται από την επιλογή του προ-φίλτρου (αν βέβαια το προ-φίλτρο είναι ευσταθές). Επίσης από το σχήμα 2.8 είναι φανερό ότι στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου (regulatory control) οι τρεις ελεγκτές είναι ταυτόσημοι αν οι παράμετροί τους επιλεγούν όπως προτείνεται από την (2.9) ανεξαρτήτως της επιλογής του προ-φίλτρου. Για το λόγο αυτό, στην ανάλυση που παρουσιάζεται στη συνέχεια της διατριβής για τους διάφορους τύπους ασταθών συστημάτων, η παρουσία του προ-φίλτρου δεν λαμβάνεται υπόψη και τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται γενικεύονται για όλους του τύπους PID ελεγκτή που παρουσιάστηκαν παραπάνω.

Παρόλο που από τα τρία εναλλακτικά σχήματα ο PDF ελεγκτής έχει την απλούστερη μορφή αφού εμπεριέχει το προ-φίλτρο, στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε την εν-σειρά μορφή του PID για την παρουσίαση των μεθόδων βαθμονόμησης. Ο λόγος είναι ότι ο PID ελεγκτής είναι πιο δημοφιλής, ενώ η εν-σειρά μορφή του, όπως θα φανεί στη συνέχεια, διευκολύνει σημαντικά στην ανάλυση και σχεδίαση του ελεγκτή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3



**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ ΑΣΤΑΘΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ
ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ**

3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

Πολλές χημικές διεργασίες και συστήματα, όπως για παράδειγμα πολλές εξωθερμικές αντιδράσεις και βιολογικοί αντιδραστήρες, διαθέτουν πολλαπλά σημεία ισορροπίας λόγω της μη γραμμικής συμπεριφοράς που παρουσιάζουν. Μερικά από αυτά τα σημεία ισορροπίας μπορεί να παρουσιάζουν ασταθή συμπεριφορά. Για λόγους όπως η ασφάλεια στη λειτουργία ή η αύξηση της παραγωγής, είναι επιθυμητό οι διεργασίες αυτές να λειτουργούν γύρω από τα ασταθή σημεία ισορροπίας. Για να περιγραφεί η ασταθή συμπεριφορά τέτοιων συστημάτων, κυρίως για τη σχεδίαση ελεγκτών, πολλές από αυτές τις διεργασίες μπορούν να μοντελοποιηθούν με ικανοποιητική ακρίβεια από ασταθείς συναρτήσεις μεταφοράς [8]-[22]. Το πιο ευρέως χρησιμοποιούμενο μοντέλο ασταθών συστημάτων είναι η ασταθής συνάρτηση μεταφοράς πρώτης τάξης με καθυστέρηση χρόνου (Unstable First Order Plus Dead-Time transfer function model ή UFOPDT). Η καθυστέρηση χρόνου χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση της καθυστέρησης στη μέτρηση (measurement delay) και για την προσέγγιση της ανώτερης δυναμικής του συστήματος (μη μοντελοποιημένης δυναμικής) με απλούστερα μοντέλα, όπως είναι το UFOPDT μοντέλο. Η αναγνώριση και ο έλεγχος UFOPDT συστημάτων, αποτελούν σημαντικό σημείο έρευνας τα τελευταία χρόνια [5]-[26]. Ο βασικός λόγος του αυξημένου ενδιαφέροντος που παρουσιάζει η μελέτη των UFOPDT συστημάτων οφείλεται στο γεγονός ότι ο αυτόματος έλεγχος είναι υποχρεωτικός για τη λειτουργία τέτοιων συστημάτων και οι υπάρχουσες ευρέως διαδεδομένες τεχνικές βαθμονόμησης PID ελεγκτών, όπως για παράδειγμα η μέθοδος των Ziegler-Nichols και η μέθοδος των Cohen-Coon, δεν μπορούν να εφαρμοστούν στην περίπτωση ασταθών συστημάτων [14], [27].

Για τους παραπάνω λόγους, είναι αναγκαία η ανάπτυξη νέων τεχνικών βαθμονόμησης που να είναι κατάλληλες για UFOPDT μοντέλα. Τα τελευταία δεκαπέντε χρόνια, η ανάπτυξη τέτοιων μεθόδων βαθμονόμησης κυρίως για ελεγκτές τύπου PI και PID, αποτελεί σημαντική περιοχή έρευνας. Στην εργασία [10] παρουσιάζεται μία ολοκληρωμένη μέθοδος σχεδίασης ελεγκτών για ασταθή συστήματα με καθυστέρηση χρόνου η οποία βασίζεται σε μία τροποποιημένη μορφή του προβλέπτη Smith (Smith predictor). Μια τεχνική βασισμένη σε μοντέλα στο χώρο κατάστασης η οποία χρησιμοποιεί παρατηρητές ανώτερης τάξης και πολύπλοκες επαναληπτικές διαδικασίες

σχεδίασης για να εγγυηθεί ευστάθεια του κλειστού συστήματος, εφαρμόζεται στην εργασία [11] για τον έλεγχο ευσταθών και ασταθών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου. Στην εργασία [12], τεχνικές βαθμονόμησης PI και PID ελεγκτών προτείνονται για τον έλεγχο UFOPDT συστημάτων. Στην εργασία [13] παρουσιάζεται μια τεχνική για τη σχεδίαση ελεγκτών για ολοκληρωτικά και ασταθή συστήματα η οποία βασίζεται σε τεχνικές ταιριάσματος σε πρότυπο (model matching) στο χώρο της συχνότητας. Για την εφαρμογή της τεχνικής αυτής είναι απαραίτητη η χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων και τεχνικών βελτιστοποίησης. Η μέθοδος αυτή δεν είναι δυνατό να εφαρμοστεί σε πραγματικό χρόνο λόγω του μεγάλου υπολογιστικού φόρτου, ενώ ο ελεγκτής που προκύπτει δεν είναι εύρωστος. Στις εργασίες [15], [16] και [23], παρουσιάζονται διάφορες τεχνικές βαθμονόμησης PI και PID ελεγκτών, οι οποίες βασίζονται στον έλεγχο εσωτερικού μοντέλου (Internal Model Control ή IMC). Στην εργασία [24], προτείνεται μία μέθοδος βαθμονόμησης για ασταθή συστήματα η οποία χρησιμοποιεί μαθηματικό προγραμματισμό (mathematical programming). Στην εργασία [25] μελετάται ο σχεδιασμός PI ελεγκτών για ημι-γραμμικά (quasi-linear) και ασταθή συστήματα. Στην εργασία [26], προτείνεται μία μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτή η οποία βασίζεται σε κάποιες σχετικά μη ακριβείς προσεγγίσεις των κρίσιμων συχνοτήτων και απαιτείται η χρήση πολύπλοκων επαναληπτικών αλγορίθμων για την εφαρμογή της. Στην εργασία [17], προτείνεται μία απλή μέθοδος αναγνώρισης, η οποία βασίζεται στην απόκριση του κλειστού ασταθούς συστήματος όταν χρησιμοποιείται αναλογικός ελεγκτής. Στην εργασία [22], η ίδια μέθοδος επεκτείνεται στην περίπτωση που χρησιμοποιείται PID ελεγκτής για την ευσταθοποίηση του κλειστού συστήματος. Η μέθοδος αυτή αναγνώρισης συνδυάζεται με τη μέθοδο βαθμονόμησης που προτείνεται στην [21]. Οι εργασίες [18] και [20] περιλαμβάνουν ανασκόπηση και σύγκριση διαφόρων τεχνικών βαθμονόμησης PI και PID ελεγκτών.

Ένα κοινό χαρακτηριστικό των παραπάνω τεχνικών ελέγχου και βαθμονόμησης ελεγκτών είναι ότι δίνουν μη αποδεκτή απόκλιση (σφάλμα) στη μόνιμη κατάσταση, όταν χρησιμοποιείται απλός αναλογικός ελεγκτής (π.χ 170% απόκλιση) και επομένως είναι αναγκαίος ο υπολογισμός κατάλληλης ποσο-τροφοδότησης για τη μείωση του σφάλματος στη μόνιμη κατάσταση, ενώ στις περιπτώσεις που γίνεται χρήση PI ή PID ελεγκτή, η υπερύψωση (overshoot) που προκύπτει στη βηματική απόκριση είναι εξαιρετικά μεγάλη και μη αποδεκτή (π.χ. στην περίπτωση PI ελεγκτή αναφέρεται υπερύψωση μεγαλύτερη από 200% [5], [17], [28]). Η υπερύψωση αυτή οφείλεται κυρίως στα μηδενικά που εισάγει ο PI και ο PID ελεγκτής στο βρόχο ελέγχου που σε συνδυασμό

με την αστάθεια του συστήματος δίνουν πολύ γρήγορη αρχική απόκριση. Λόγο της καθυστέρησης χρόνου η ταχεία αυτή αρχική απόκριση είναι πολύ δύσκολό να περιοριστεί από το διαφορικό όρο του ελεγκτή. Για να υπερβληθούν τα βασικά μειονεκτήματα της υπερβολικής υπερύψωσης και απόκλισης στη μόνιμη κατάσταση, αναπτύχθηκαν νέα σχήματα ελέγχου. Ο Chidambaram και οι συνεργάτες του υπήρξαν οι πρώτοι που τόνισαν αυτό το μειονέκτημα των κλασικών σχημάτων ελέγχου και μεθόδων βαθμονόμησης. Στις εργασίες [5], [19], [28], προτείνουν διάφορα σχήματα ελέγχου που συμπεριλαμβάνουν μη γραμμικούς ελεγκτές και σχήματα εμφολευμένου βρόχου (cascade controllers) για τον έλεγχο UFOPDT συστημάτων. Συγκεκριμένα στην εργασία [5] προτείνεται μία μέθοδος βαθμονόμησης που βασίζεται σε IMC τεχνικές, και στο σχήμα ελέγχου του P-PI ελεγκτή (two-stage P-PI control structure). Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή χρησιμοποιείται ένας P ελεγκτής για την ευσταθοποίηση του κλειστού συστήματος και στην συνέχεια για το ευσταθές κλειστό σύστημα σχεδιάζεται ένας PI ελεγκτής με τεχνικές IMC. Όπως αποδείχτηκε στο 2^ο κεφάλαιο, το σχήμα αυτό ελέγχου είναι ισοδύναμο με αυτό ενός PI ελεγκτή και τη χρήση κατάλληλου προ-φίλτρου.

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται μια εμπειριστατωμένη ανάλυση των UFOPDT συστημάτων όταν αυτά ελέγχονται από PI και PID ελεγκτές. Η ανάλυση αυτή επικεντρώνεται στη συμπεριφορά του συστήματος και του ελεγκτή στο πεδίο της συχνότητας, αφού το διάγραμμα Nyquist αποτελεί ένα από τα ισχυρότερα εργαλεία ανάλυσης συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου και σχεδίασης ελεγκτών για τα συστήματα αυτά. Από την επίδραση που έχει η μεταβολή των παραμέτρων του συστήματος και του ελεγκτή στο διάγραμμα Nyquist, προκύπτουν συμπεράσματα για την επίδραση της κάθε παραμέτρου στην ευρωστία του κλειστού συστήματος. Επίσης η ανάλυση αυτή παρέχει πληροφορίες για τις επιτρεπτές τιμές που μπορούν να λάβουν οι παράμετροι του ελεγκτή ώστε να παραμένει το κλειστό σύστημα ευσταθές. Η ελάχιστες επιτρεπτές τιμές της σταθεράς χρόνου ολοκλήρωσης και της σταθεράς χρόνου διαφόρισης, η συχνότητα μεγίστης φάσης, οι κρίσιμες συχνότητες και τα μέγιστα δυνατά περιθώρια κέρδους και φάσης που μπορούν να επιτευχθούν για δεδομένο σύστημα, αποτελούν εξαιρετικά σημαντικές πληροφορίες για την ανάλυση και σχεδίαση ελεγκτών. Επειδή ο υπολογισμός κάποιων από τα παραπάνω μεγέθη προκύπτει από την επίλυση πολύπλοκων μη γραμμικών εξισώσεων και δεν υπάρχει αναλυτική λύση για τον υπολογισμό τους, στο κεφάλαιο αυτό προτείνονται κατάλληλοι αλγόριθμοι για την ακριβή επίλυσή τους, αλλά και αρκετά ακριβείς προσεγγιστικές σχέσεις για τον υπολογισμό των μεγεθών αυτών. Ο αναλυτικός υπολογισμός των χαρακτηριστικών

σημείων του διαγράμματος Nyquist αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο ανάλυσης για τα ασταθή συστήματα.

Από την ανάλυση με βάση το διάγραμμα Nyquist, προκύπτει ότι τα UFOPDT συστήματα, όπως άλλωστε συμβαίνει με όλα τα ασταθή συστήματα που μελετάμε, έχουν δύο κρίσιμα σημεία (και συνεπώς δύο κρίσιμα κέρδη) και ανάμεσα τους υπάρχει πάντα ένα σημείο στο οποίο μεγιστοποιείται η φάση της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου. Τα δύο αυτά χαρακτηριστικά του διαγράμματος Nyquist χρησιμοποιούνται για τη βαθμονόμηση του PID ελεγκτή. Πιο συγκεκριμένα, στο κεφάλαιο αυτό προτείνεται μία μέθοδος βαθμονόμησης η οποία δίνει συμμετρικό περιθώριο κέρδους (ΣΠΚ μέθοδος) ως προς αυξητικές και μειωτικές αβεβαιότητες στο κέρδος του συστήματος, και μία μέθοδος βαθμονόμησης η οποία δίνει το μέγιστο περιθώριο φάσης (ΜΠΦ μέθοδος), για δεδομένη επιθυμητή συμπεριφορά της απόκρισης του κλειστού συστήματος στο πεδίο του χρόνου. Οι δύο αυτές μέθοδοι βαθμονόμησης συνδυάζουν προδιαγραφές ευρωστίας και απόκρισης στο πεδίο του χρόνου. Για τη σχεδίαση των ελεγκτών χρησιμοποιούνται κριτήρια απόκρισης συστημάτων δεύτερης τάξης, όπως είναι η σταθερά απόσβεσης και η ιδιοσυχνότητα, καθώς και κριτήρια που βασίζονται στην ελαχιστοποίηση ευρέως χρησιμοποιούμενων ολοκληρωτικών κριτηρίων, όπως είναι το ολοκλήρωμα του τετραγώνου του σφάλματος κ.λ.π.

Για τη σχεδίαση εύρωστων ελεγκτών, στο κεφάλαιο αυτό προτείνονται τεχνικές βαθμονόμησης PI και PID ελεγκτών οι οποίες βασίζονται σε προδιαγραφές ευρωστίας όπως είναι τα περιθώρια κέρδους και φάσης. Βασική καινοτομία των προτεινόμενων μεθόδων αποτελεί το γεγονός ότι λαμβάνουν υπόψη και το μειωτικό περιθώριο κέρδους (το οποίο αντιστοιχεί στο μικρότερο κρίσιμο κέρδος). Για τον ακριβή υπολογισμό του ελεγκτή που ικανοποιεί ακριβώς τις επιθυμητές προδιαγραφές, προτείνονται αλγόριθμοι οι οποίοι επιλύουν τα πολύπλοκα συστήματα μη γραμμικών εξισώσεων που εμπλέκονται στο πρόβλημα της σχεδίασης. Όμως για να γίνει ευκολότερη η χρήση των μεθόδων σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου, η λύση των μη γραμμικών αυτών συστημάτων δίνεται και στη μορφή αναλυτικών προσεγγίσεων.

Πολύ σημαντικά προτερήματα όλων των μεθόδων βαθμονόμησης που προτείνονται στο παρόν κεφάλαιο είναι ότι μπορούν να εφαρμοστούν σε οποιανδήποτε από τις μορφές του PID ελεγκτή που παρουσιάστηκαν στο δεύτερο κεφάλαιο. Επίσης για την εφαρμογή των μεθόδων σε PID ελεγκτή, σε αντίθεση με υπάρχουσες μεθόδους όπου ο διαφορικός όρος του ελεγκτή καθορίζεται αυστηρά από τη μέθοδο, δίνεται η δυνατότητα στο σχεδιαστή να επιλέξει το διαφορικό όρο του ελεγκτή με βάση τα χαρακτηριστικά του

συστήματος ενώ παράλληλα δίνονται κατευθύνσεις για τη βέλτιστη επιλογή του. Τέλος, για όλες τις μεθόδους βαθμονόμησης δίνονται και ακριβείς αναλυτικές προσεγγιστικές σχέσεις για τον υπολογισμό των παραμέτρων του ελεγκτή ώστε να είναι δυνατή η εφαρμογή τους σε πραγματικό χρόνο.

Για να φανεί η αποτελεσματικότητα των μεθόδων βαθμονόμησης που προτείνονται στο κεφάλαιο αυτό, αλλά και για να γίνει δυνατή η σύγκριση με υπάρχουσες τεχνικές βαθμονόμησης UFOPDT συστημάτων, στην παρούσα ενότητα παρουσιάζονται μία σειρά αριθμητικών παραδειγμάτων. Από τα παραδείγματα που παρουσιάζονται επιβεβαιώνεται η ακρίβεια των μεθόδων στην επαλήθευση των προδιαγραφών σχεδίασης. Επίσης οι συγκρίσεις με τις άλλες μεθόδους βαθμονόμησης επιδεικνύουν τα πλεονεκτήματα των προτεινόμενων μεθόδων.

Τέλος οι προτεινόμενες μέθοδοι βαθμονόμησης εφαρμόζονται για τον έλεγχο ενός συστήματος βιολογικού αντιδραστήρα επεξεργασίας βιομάζας που μοντελοποιείται σαν UFOPDT σύστημα. Η εφαρμογή αυτή με τη χρήση προσομοίωσης αποτελεί χαρακτηριστικό παράδειγμα που επιδεικνύει το πώς οι προτεινόμενες μέθοδοι μπορούν να εφαρμοστούν σε πραγματικές εφαρμογές.

3.2. ΑΝΑΛΥΣΗ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Τα ασταθή συστήματα πρώτης τάξης με καθυστέρηση χρόνου περιγράφονται από τη συνάρτηση μεταφοράς

$$G_p(s) = \frac{\bar{K} \exp(-\bar{d}s)}{\bar{T}s - 1} \quad (3.1)$$

όπου \bar{K} , \bar{T} και \bar{d} είναι το κέρδος, η ασταθής σταθερά χρόνου και η καθυστέρηση χρόνου του ασταθούς συστήματος, αντίστοιχα. Για να διευκολυνθεί η ανάλυση που ακολουθεί αλλά και για την ευκολότερη γενίκευση των αποτελεσμάτων του κεφαλαίου αυτού όλες οι παράμετροι του συστήματος και του ελεγκτή στη συνέχεια θα παρουσιάζονται κανονικοποιημένες ως προς την ασταθή σταθερά χρόνου του συστήματος \bar{T} και ως προς το κέρδος του συστήματος \bar{K} . Τα κανονικοποιημένα μεγέθη του συστήματος και του PID ελεγκτή παρουσιάζονται στον πίνακα 3.1. Σύμφωνα με τον πίνακα 3.1, η συνάρτηση μεταφοράς του κανονικοποιημένου UFOPDT συστήματος είναι

$$G_p(s) = \frac{\exp(-ds)}{s - 1} \quad (3.2)$$

Αρχικές παράμετροι	Κανονικοποιημένες παράμετροι	Αρχικές παράμετροι	Κανονικοποιημένες παράμετροι
\bar{T}	$T (=1)$	\bar{K}	$K (=1)$
\bar{d}	$d = \bar{d} / \bar{T}$	\bar{K}_C	$K_C = \bar{K} \bar{K}_C$
$\bar{\omega}$	$\omega = \bar{\omega} T$	\bar{K}_D	$K_D = \bar{K} \bar{K}_D$
$\bar{\tau}_I$	$\tau_I = \bar{\tau}_I / \bar{T}$	\bar{K}_I	$K_I = \bar{K}_I \bar{K} T$
$\bar{\tau}_D$	$\tau_D = \bar{\tau}_D / \bar{T}$		

Πίνακας 3.1 Οι αρχικές παράμετροι του συστήματος και του ελεγκτή και οι αντίστοιχες κανονικοποιημένες παράμετροι.

Για τον έλεγχο των UFOPDT συστημάτων σε αυτό το κεφάλαιο θα χρησιμοποιηθεί η εν σειρά μορφή του PID ελεγκτή γιατί όπως θα φανεί στη συνέχεια η μορφή αυτή βοηθάει στην ευκολότερη κατανόηση της ανάλυσης και σχεδίασης του ελεγκτή. Όπως δείξαμε στο 2^ο κεφάλαιο της διατριβής, η παράλληλη και η εν σειρά μορφή του PID ελεγκτή είναι ισοδύναμες και είναι δυνατό να μεταπηδήσει κανείς πάντα από την εν σειρά στην παράλληλη μορφή ενώ το αντίθετο είναι εφικτό μόνο στην περίπτωση που οι σταθερές χρόνου ολοκλήρωσης τ'_I και διαφορικής τ'_D του ελεγκτή ικανοποιούν τη συνθήκη $\tau'_I > 4\tau'_D$. Επομένως τα αποτελέσματα που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια είναι πάντα δυνατό να εφαρμοστούν κάνοντας χρήση οποιασδήποτε συνδεσμολογίας του PID ελεγκτή.

3.2.1 Γενικά χαρακτηριστικά των UFOPDT συστημάτων

Θεωρούμε τον PID ελεγκτή στην εν σειρά μορφή του με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_{\text{PID}}(s) = K_C \frac{(s\tau_I + 1)(1 + s\tau_D)}{s\tau_I} \quad (3.3)$$

Με βάση την (3.3) η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου (loop transfer function) ενός UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή είναι

$$G_{\text{L,PID}}(s) = \frac{K_C (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_I s (s - 1)} \exp(-ds) \quad (3.4)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου $G_{\text{L,PID}}(s)$ θα αποτελέσει το εργαλείο ανάλυσης και σχεδίασης του ελεγκτή στη συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου.

Παρατήρηση 3.1. Η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου $G_{L,PID}$ που δίνεται από τη σχέση (3.4) μπορεί να γραφεί στην μορφή

$$G_{L,PID}(s) = \left[\frac{K_C(\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_I s(s-1)} \right] \left[\frac{\exp(-(1-a)ds)}{\exp(ads)} \right] \quad (3.5)$$

Όταν $ads \ll 1$, οι πρώτοι δύο όροι του αναπτύγματος Taylor μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προσεγγίσουν τον εκθετικό όρο στον παρονομαστή της (3.5).

Με αυτή την προσέγγιση η σχέση (3.5) μπορεί να γραφεί ως

$$G_{L,PID}(s) \approx \left[\frac{K_C(\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_I s(s-1)} \right] \left[\frac{\exp(-(1-a)ds)}{ads + 1} \right] \quad (3.6)$$

Αν τώρα η παράμετρος τ_D επιλεγεί ίση με ad (δηλαδή $\tau_D = ad$), τότε η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου ενός PID ελεγκτή μπορεί να προσεγγιστεί από τη συνάρτηση μεταφοράς βρόχου ενός PI ελεγκτή για UFOPDT με μικρότερη καθυστέρηση χρόνου κατά $(1-a)$, δηλαδή

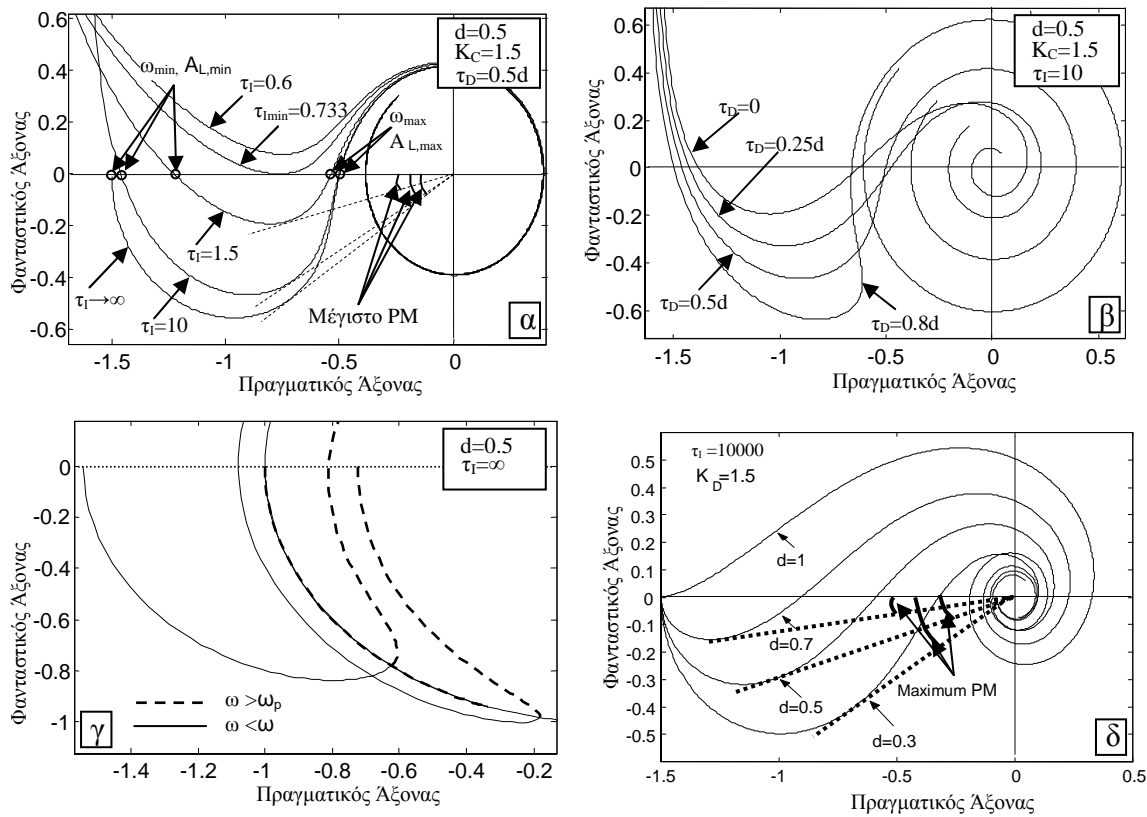
$$G_{L,PID}(s) \approx \frac{K_C(\tau_I s + 1)}{\tau_I s(s-1)} \exp[-d(1-a)s] \quad \square$$

Με βάση την (3.4), η φάση και το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου ενός UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή δίνονται από τις σχέσεις

$$\phi_{L,PID}(\omega) = -\frac{3\pi}{2} - d\omega + \tan^{-1}(\omega) + \tan^{-1}(\tau_I \omega) + \tan^{-1}(\tau_D \omega) \quad (3.7)$$

$$A_{L,PID}(\omega) \equiv |G_{L,PID}(j\omega)| = K_C \frac{\sqrt{(1 + \tau_I^2 \omega^2)(1 + \tau_D^2 \omega^2)}}{\sqrt{1 + \omega^2}} \frac{1}{\tau_I \omega} \quad (3.8)$$

αντίστοιχα. Στο σχήμα 3.1 παρουσιάζονται τα πολικά διαγράμματα της $G_{L,PID}$ για διάφορες τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή και του συστήματος. Για διευκόλυνση, στα διαγράμματα αυτά παρουσιάζεται μόνο το τμήμα του διαγράμματος Nyquist που αντιστοιχεί σε θετικές τιμές της συχνότητας ω και βρίσκεται κοντά στις κρίσιμες συχνότητες του συστήματος. Το τμήμα αυτό του διαγράμματος Nyquist αρκεί για τη μελέτη της ευστάθειας των UFOPDT συστημάτων [12]. Πιο συγκεκριμένα, στο σχήμα 3.1α παρουσιάζονται τα πολικά διαγράμματα της $G_{L,PID}$ καθώς μεταβάλλεται η σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης τ_I , στα σχήματα 3.1β και 3.1γ όταν μεταβάλλεται η σταθερά χρόνου διαφόρισης τ_D , στην περίπτωση που $\tau_I = 10$ και $\tau_I = \infty$ (PD-ελεγκτής) και τέλος στο σχήμα 3.1δ στην περίπτωση του P-ελεγκτή καθώς μεταβάλλεται η κανονικοποιημένη τιμή της καθυστέρησης χρόνου d .



Σχήμα 3.1. Πολικά διαγράμματα της $G_{L,PID}(s)$ για διάφορες τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή και του συστήματος καθώς μεταβάλλεται α) η σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης τ_I , β) η σταθερά χρόνου διαφόρισης τ_D για $\tau_I=10$, γ) η σταθερά χρόνου διαφόρισης τ_D για $\tau_I=\infty$ και δ) η καθυστέρηση χρόνου στη περίπτωση P-ελεγκτή.

Από το σχήμα 3.1α γίνεται φανερό ότι για συγκεκριμένες τιμές των d και τ_D , και για τιμές του τ_I μεγαλύτερες από μια κρίσιμη τιμή $\tau_{I,min}$ (η οποία θα καθοριστεί στη συνέχεια του 3^{ου} κεφαλαίου), υπάρχουν δύο σημεία τομής (crossover points) του διαγράμματος Nyquist με τον αρνητικό άξονα των πραγματικών. Από το σχήμα 3.1α είναι προφανές ότι μόνο όταν υπάρχουν δύο τέτοια σημεία τομής με τον άξονα των πραγματικών είναι δυνατό να βρεθεί η τιμή της ενίσχυσης K_C που θα τοποθετήσει τα δύο σημεία τομής εκατέρωθεν του σημείου $1-j0$ του μιγαδικού επιπέδου. Από το θεώρημα του Nyquist προκύπτει ότι αυτή είναι και η προϋπόθεση για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές.

Έστω ότι ω_{min} η μικρότερη και ω_{max} η μεγαλύτερη συχνότητα που αντιστοιχεί στα δύο σημεία τομής (όταν αυτά υπάρχουν, δηλαδή όταν $\tau_I > \tau_{I,min}$). Οι δύο αυτές συχνότητες αποκαλούνται κρίσιμες συχνότητες του συστήματος. Από τη σχέση (3.7), οι κρίσιμες συχνότητες ω_{min} και ω_{max} καθορίζουν τα πλάτη $A_{L,min}$ και $A_{L,max}$ της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου στα αντίστοιχα σημεία τομής. Με βάση τα παραπάνω είναι φανερό

ότι τα UFOPDT συστήματα (σε αντίθεση με τα ευσταθή) έχουν δύο κρίσιμα κέρδη (critical gains) $K_{\min} = A_{L,\min}^{-1}$ και $K_{\max} = A_{L,\max}^{-1}$ που καθορίζουν το μέγεθος της αβεβαιότητας του κέρδους K του συστήματος για το οποίο το κλειστό σύστημα παραμένει ευσταθές. Προφανώς, όσο μεγαλύτερη είναι η περιοχή (K_{\min}, K_{\max}) , τόσο πιο εύρωστο είναι το κλειστό σύστημα, αν βέβαια το κέρδος του ελεγκτή K_C επιλεγεί κατάλληλα.

Από τη μεταβολή του διαγράμματος Nyquist συναρτήσει της σταθεράς χρόνου ολοκλήρωσης τ_I στο σχήμα 3.1α, είναι εμφανές ότι καθώς μειώνεται το τ_I η περιοχή ευστάθειας μικραίνει, αρχίζοντας από τη μέγιστη περιοχή που επιτυγχάνεται καθώς το $\tau_I \rightarrow \infty$ (που αντιστοιχεί σε PD-ελεγκτή) και καταλήγοντας σε ένα σημείο όταν $\tau_I > \tau_{I,\min}(d, \tau_D)$. Αντιθέτως, η περιοχή ευστάθειας δεν μεταβάλλεται μονότονα συναρτήσει του τ_D . Αυτό γίνεται φανερό από το σχήμα 3.1β στο οποίο φαίνεται ότι ενώ για μικρές τιμές του τ_D η περιοχή ευστάθειας μεγαλώνει, για μεγάλες τιμές του τ_D αρχίζει να μικραίνει και καταλήγει πάλι σε ένα σημείο όταν $\tau_D = \tau_{D,\max}(d, \tau_I)$ (βλέπε σχήμα 3.1γ). Όπως φαίνεται από το σχήμα 3.1β, αυτό που συμβαίνει για μεγάλες τιμές του τ_D είναι ότι μικραίνει το κρίσιμο κέρδος K_{\max} . Χρησιμοποιώντας μεθόδους εξαντλητικής έρευνας (extensive search methods) βρέθηκε ότι η μικρότερη τιμή του τ_D για την οποία αρχίζει να μειώνεται το κρίσιμο κέρδος K_{\max} εμφανίζεται όταν $\tau_I \rightarrow \infty$.

Από το σχήμα 3.1δ γίνεται φανερό ότι όσο μεγαλύτερη είναι η καθυστέρηση χρόνου του συστήματος τόσο μικρότερη είναι η περιοχή ευστάθειας. Όπως θα δείξουμε στη συνέχεια για να είναι δυνατό να ελεγχθεί ένα UFOPDT σύστημα με PID ελεγκτή θα πρέπει να ισχύει η συνθήκη

$$d < d_{\max} \equiv 1 + \tau_D < 2.$$

Μία πολύ χρήσιμη ιδιότητα που παρουσιάζουν τα UFOPDT συστήματα είναι ότι για κάθε τιμή των d , τ_I και τ_D υπάρχει πάντα ένα μέγιστο στη φάση $\varphi_{L,\max}(d, \tau_I, \tau_D)$. Αν $\varphi_{L,\max} < -\pi$, (και φυσικά $K_{\max} > K_{\min}$) τότε είναι πάντα δυνατό να βρεθεί κατάλληλη τιμή του κέρδους K_C για την οποία το κλειστό σύστημα να είναι ευσταθές. Επίσης είναι προφανές ότι το μεγαλύτερο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί με δεδομένα τα d , τ_I και τ_D , είναι $\varphi_{L,\max} + \pi$.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις θα αποτελέσουν τα εργαλεία για τη σχεδίαση του PID ελεγκτή.

3.2.2 Υπολογισμός χαρακτηριστικών σημείων του διαγράμματος Nyquist

Οι δύο κρίσιμες συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} μπορούν να υπολογιστούν από τη λύση της εξίσωσης

$$\varphi_{L,PID}(\omega) = -\pi \quad (3.9)$$

ως προς ω . Από την απειρία των λύσεων της (3.9), οι κρίσιμες ω_{\min} και ω_{\max} δίνονται από τις δύο λύσεις που προκύπτουν όταν η συνάρτηση $\tan^{-1}(x)$ παίρνει τιμές στο διάστημα $(0, \pi)$. Κάνοντας χρήση της (3.7), η εξίσωση (3.9) παίρνει τη μορφή

$$-\frac{\pi}{2} - d\omega_c + \tan^{-1}(\omega_c) + \tan^{-1}(\tau_I \omega_c) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_c) = 0 \quad (3.10)$$

Σημειώνεται ότι η (3.10) έχει λύση (για $0 < \tan^{-1}(x) < \pi$) μόνο όταν $\tau_I > \tau_{I,\min}(d, \tau_D)$. Η απειρία των λύσεων της (3.10) που προκύπτουν από της υπόλοιπες τιμές της συνάρτησης \tan^{-1} προσδιορίζουν τις υπόλοιπες συχνότητες τομής του διαγράμματος Nyquist με τον άξονα των πραγματικών και δεν παρέχουν καμία πληροφορία για την ευστάθεια του κλειστού συστήματος. Επειδή για την εξίσωση (3.10) δεν υπάρχει λύση που να δίνεται σε αναλυτική μορφή, στις ενότητες που ακολουθούν θα προταθούν απλοί αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των ω_{\min} και ω_{\max} , καθώς επίσης και αναλυτικές συναρτήσεις που προσεγγίζουν με μεγάλη ακρίβεια τις δύο λύσεις της (3.10).

Έχοντας υπολογίσει τις κρίσιμες συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} , είναι δυνατό να υπολογιστεί η περιοχή τιμών της ενίσχυσης K_C για τις οποίες το κλειστό σύστημα είναι ευσταθές. Πιο συγκεκριμένα, για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές πρέπει $K_{\min} < K_C < K_{\max}$, όπου K_{\min} και K_{\max} είναι τα κρίσιμα κέρδη τα οποία δίνονται από τις σχέσεις

$$K_{\min} = \frac{\sqrt{1 + (\omega_{\min})^2}}{\sqrt{1 + (\tau_I \omega_{\min})^2} \sqrt{1 + (\tau_D \omega_{\min})^2}} (\tau_I \omega_{\min}) \quad (3.11)$$

και

$$K_{\max} = \frac{\sqrt{1 + (\omega_{\max})^2}}{\sqrt{1 + (\tau_I \omega_{\max})^2} \sqrt{1 + (\tau_D \omega_{\max})^2}} (\tau_I \omega_{\max}) \quad (3.12)$$

αντίστοιχα.

Για τον υπολογισμό της συχνότητας ω_p στην οποία παρουσιάζεται το μέγιστο της φάσης $\varphi_{L,\max}$ γίνεται χρήση της ιδιότητας ότι στο σημείο ω_p η συνάρτηση $\varphi_L(\omega)$ παρουσιάζει τοπικό ακρότατο και συνεπώς θα πρέπει

$$\left. \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_p} = 0 \quad (3.13)$$

Κάνοντας χρήση της (3.7), η σχέση (3.13) καταλήγει στην εξίσωση

$$-d + \frac{1}{1+\omega_p^2} + \frac{\tau_1}{1+\tau_1^2\omega_p^2} + \frac{\tau_D}{1+\tau_D^2\omega_p^2} = 0 \quad (3.14)$$

ή ισοδύναμα στη σχέση

$$\alpha_3\omega_p^6 + \alpha_2\omega_p^4 + \alpha_1\omega_p^2 + \alpha_0 = 0 \quad (3.15)$$

όπου

$$\alpha_3 = -d\tau_1^2\tau_D^2, \quad \alpha_2 = -d\tau_1^2\tau_D^2 - d\tau_1^2 - d\tau_D^2 + \tau_1^2\tau_D^2 + \tau_1\tau_D^2 + \tau_1^2\tau_D$$

$$\alpha_1 = -d\tau_1^2 - d\tau_D^2 - d + \tau_1^2 + \tau_D^2 + \tau_1 + \tau_1\tau_D^2 + \tau_D + \tau_1^2\tau_D \quad \text{και} \quad \alpha_0 = 1 - d + \tau_1 + \tau_D$$

Η εξίσωση (3.15) είναι τρίτης τάξης και γραμμική ως προς ω_p^2 . Το ω_p^2 δίνεται από τη μοναδική θετική και πραγματική ρίζα της (3.15).

Για την ειδική περίπτωση του PI ελεγκτή ($\tau_D=0$) η συχνότητα ω_p δίνεται από την πιο απλή σχέση

$$\omega_p = \sqrt{\frac{\left[\tau_1^2(1-d) + \tau_1 - d \right] + \sqrt{\left[\tau_1^2(1-d) + \tau_1 - d \right]^2 + 4d\tau_1^2(1 + \tau_1 - d)}}{2d\tau_1^2}} \quad (3.16)$$

3.2.3 Ανάλυση του περιθωρίου φάσης για UFOPDT συστήματα

Σύμφωνα με τον ορισμό, το περιθώριο φάσης PM ενός UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή δίνεται από τη σχέση

$$PM \equiv \varphi_{L,PID}(\omega_G) + \pi$$

ή ισοδύναμα από τη σχέση

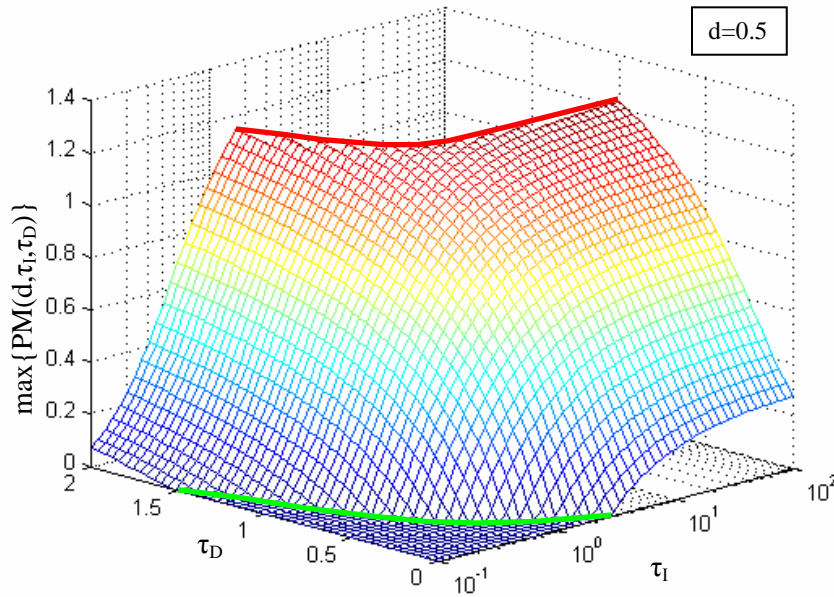
$$PM = -\frac{\pi}{2} - d\omega_G + \tan^{-1}(\omega_G) + \tan^{-1}(\tau_1\omega_G) + \tan^{-1}(\tau_D\omega_G) \quad (3.17)$$

όπου ω_G είναι η συχνότητα μοναδιαίου κέρδους (δηλαδή $A_{L,PID}(\omega_G)=1$) η οποία κάνοντας χρήση της (3.8) δίνεται από τη μέγιστη θετική και πραγματική ρίζα της διτετράγωνης εξίσωσης

$$\omega_G^4 \left[\tau_1^2 - K_C^2\tau_1^2\tau_D^2 \right] + \omega_G^2 \left[\tau_1^2 - K_C^2(\tau_1^2 + \tau_D^2) \right] - K_C^2 = 0 \quad (3.18)$$

Προφανώς το μεγαλύτερο περιθώριο φάσης, για δεδομένα d , τ_1 και τ_D επιτυγχάνεται όταν $\omega_G=\omega_p$, ή ισοδύναμα από την (3.8) όταν

$$K_C = \tau_1\omega_p \sqrt{\frac{1 + \omega_p^2}{(1 + \tau_1^2\omega_p^2)(1 + \tau_D^2\omega_p^2)}} \quad (3.19)$$



Σχήμα 3.2. Το μέγιστο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D (για $d=0.5$).

Στην περίπτωση αυτή το περιθώριο φάσης είναι

$$PM = -\frac{\pi}{2} - d\omega_p + \tan^{-1}(\omega_p) + \tan^{-1}(\tau_I \omega_p) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_p) \quad (3.20)$$

όπου η συχνότητα ω_p δίνεται από τη λύση της (3.14). Στο σχήμα 3.2 παρουσιάζεται το μέγιστο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί από ένα σύστημα με $d=0.5$ συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D . Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό ότι το $\max\{PM(d, \tau_I, \tau_D)\}$ είναι αύξουσα συνάρτηση τόσο ως προς το τ_I όσο και ως προς το τ_D . Η πράσινη καμπύλη στη βάση της επιφάνειας, η οποία περιγράφεται από την λύση της εξίσωσης $PM(d, \tau_I, \tau_D)=0$, δείχνει τη μικρότερη τιμή του τ_I για την οποία το σύστημα είναι ευσταθοποιήσιμο (δηλαδή το $\tau_{I, \min}(d=0.5, \tau_D)$). Επίσης η κόκκινη καμπύλη στην κορυφή της επιφάνειας, δείχνει τη μέγιστη τιμή του τ_D για την οποία $K_{\min} < K_{\max}$ οπότε το σύστημα είναι ευσταθοποιήσιμο (δηλαδή το $\tau_{D, \max}(d=0.5, \tau_I)$). Σημειώνεται ότι παρόμοια συμπεριφορά συναντάει κανείς για όλες τις τιμές του d .

Το μέγιστο περιθώριο φάσης επιτυγχάνεται πάντα όταν $\tau_I \rightarrow \infty$ και τ_D είναι το μέγιστο δυνατό για το οποίο το κλειστό σύστημα είναι ευσταθοποιήσιμο. Η μέγιστη αυτή τιμή του τ_D μπορεί εύκολα να υπολογιστεί παρατηρώντας ότι για $\tau_I \rightarrow \infty$ από την (3.10) προκύπτει ότι $\omega_{\min}(d, \tau_D)=0$ και επομένως $K_{\min}=1$. Από τη σχέση (3.12) εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι για να γίνει το $K_{\max} \leq K_{\min}$ πρέπει $\tau_D \geq 1$. Άρα το μεγαλύτερο

περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί είναι

$$\max [PM_{\max}(d)] = -d\omega_p + 2 \tan^{-1}(\omega_p) \quad (3.21)$$

όπου κάνοντας χρήση της (3.14) για $\tau_I \rightarrow \infty$ και $\tau_D=1$ προκύπτει ότι

$$\omega_p = \sqrt{\frac{2}{d} - 1}$$

Η τιμή $\tau_D=1$ δεν είναι πρακτικά χρήσιμη διότι όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.1γ η περιοχή ευστάθειας που επιτυγχάνεται είναι μηδενική.

Γενικά το μέγιστο περιθώριο φάσης που είναι δυνατό να επιτευχθεί για δεδομένη τιμή του $\tau_D < 1$ είναι

$$PM_{\max}(d, \tau_D) = -d\omega_{p,\max} + \tan^{-1}(\omega_{p,\max}) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_{p,\max}) \quad (3.22)$$

όπου από την (3.14) για $\tau_I \rightarrow \infty$, προκύπτει ότι

$$\omega_{p,\max} = \sqrt{\frac{\left[\tau_D^2 (1-d) + \tau_D - d \right] + \sqrt{\left[\tau_D^2 (1-d) + \tau_D - d \right]^2 + 4d\tau_D^2 (1 + \tau_D - d)}}{2d\tau_D^2}} \quad (3.23)$$

Για την ειδική περίπτωση του PI ελεγκτή η μέγιστη φάση που μπορεί να επιτευχθεί είναι

$$PM_{\max}(d) = -d\sqrt{\frac{1}{d} - 1} + \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{1}{d} - 1}\right) \quad (3.24)$$

3.2.4 Ανάλυση του περιθωρίου κέρδους για UFOPDT συστήματα

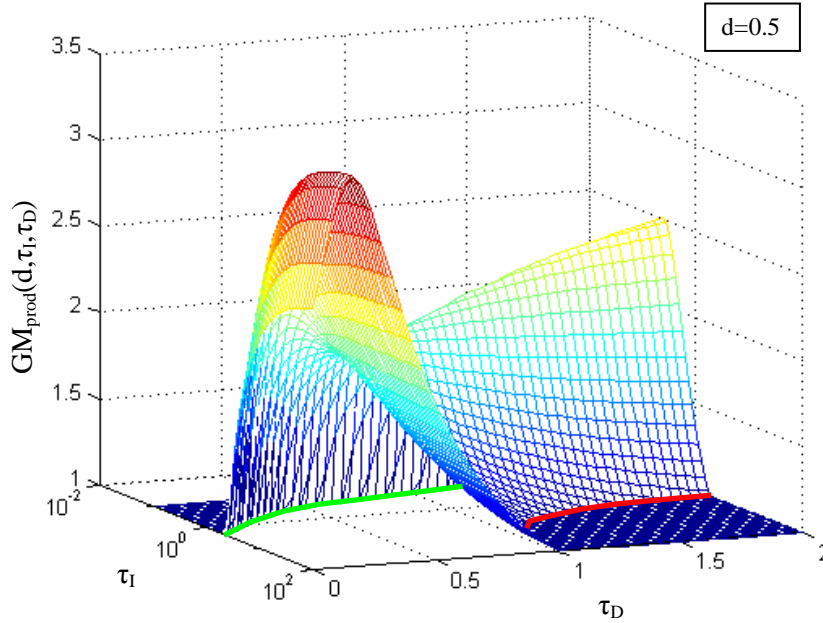
Όπως αναφέρθηκε στην υπο-ενότητα 3.2.1, τα UFOPDT συστήματα έχουν την ιδιότητα να έχουν δύο κρίσιμα κέρδη (το K_{\min} και το K_{\max}). Επιπρόσθετα για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές θα πρέπει να ισχύει η ανισότητα $K_{\min} < K_C < K_{\max}$. Επομένως σε αντίθεση με τα ευσταθή συστήματα, τα UFOPDT συστήματα έχουν δύο περιθώρια κέρδους, ένα που δείχνει τη μέγιστη αύξουσα και ένα που δείχνει τη μέγιστη φθίνουσα αβεβαιότητα του κέρδους K που μπορεί να υποστεί το κλειστό σύστημα. Ορίζουμε λοιπόν το αυξητικό περιθώριο κέρδους (increasing gain margin) GM_{inc} και το μειωτικό περιθώριο κέρδους (decreasing gain margin) GM_{dec} ως εξής

$$GM_{\text{inc}} \equiv \frac{K_{\max}}{K_C} \quad \text{και} \quad GM_{\text{dec}} \equiv \frac{K_C}{K_{\min}} \quad (3.25)$$

Είναι προφανές ότι για να παραμένει ευσταθές το κλειστό σύστημα θα πρέπει

$$\frac{1}{GM_{\text{dec}}} < K < GM_{\text{inc}} \quad (3.26)$$

υπό την προϋπόθεση βέβαια ότι δεν υπάρχει αβεβαιότητα στη φάση.



Σχήμα 3.3. Το γινόμενο GM_{prod} συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D .

Σε αντιστοιχία με το μέγιστο περιθώριο φάση το οποίο εξαρτάται από τις παραμέτρους d , τ_I , τ_D ορίζουμε εδώ το γινόμενο των περιθωρίων κέρδους

$$GM_{\text{prod}} \equiv GM_{\text{inc}} GM_{\text{dec}} = \frac{K_{\text{max}}}{K_{\text{min}}} \quad (3.27)$$

το οποίο επίσης εξαρτάται μόνο από τις παραμέτρους d , τ_I , τ_D , (και όχι από το K_C) όπως εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς από τις σχέσεις (3.11) και (3.12). Από τον ορισμό του GM_{prod} είναι φανερό ότι όσο πιο μεγάλες τιμές παίρνει το GM_{prod} τόσο πιο εύρωστο μπορεί να γίνει το κλειστό σύστημα αν βέβαια το K_C επιλεγεί κατάλληλα. Επίσης για να είναι δυνατό να γίνει το κλειστό σύστημα ευσταθές θα πρέπει να ισχύει η ανισότητα

$$GM_{\text{prod}} > 1 \quad (3.28)$$

Στο σχήμα 3.3 παρουσιάζεται το γινόμενο των περιθωρίων κέρδους GM_{prod} για το σύστημα με $d=0.5$ συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D .

Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση $GM_{\text{prod}}(d, \tau_I, \tau_D)$ δεν είναι γνησίως μονότονη σε όλη την περιοχή τιμών των παραμέτρων τ_I και τ_D , ούτε ως προς το τ_I ούτε ως προς το τ_D . Αντιθέτως, όπως είδαμε και παραπάνω, για μεγάλες τιμές του τ_D το GM_{prod} (και επομένως και η αντίστοιχη περιοχή ευστάθειας) μειώνεται. Το ίδιο συμβαίνει για μεγάλες τιμές του τ_D όταν αυξηθεί πολύ η παράμετρος τ_I . Παρόλα αυτά το GM_{prod} για κάθε σύστημα λαμβάνει τη μέγιστη τιμή $GM_{\text{prod,max}}$ όταν $\tau_I \rightarrow \infty$ και τ_D λαμβάνει σχετικά μικρές τιμές (κοντά στο $d/2$). Και στο σχήμα 3.3 η πράσινη και η

κόκκινη καμπύλη στη βάση της επιφάνειας περιγράφουν τις συναρτήσεις $\tau_{I,\min}(d=0.5,\tau_D)$ και $\tau_{D,\max}(d=0.5,\tau_I)$ αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι παρόμοια συμπεριφορά συναντάει κανείς για όλες τις τιμές του d .

Σύμφωνα με τα παραπάνω η μεγαλύτερη τιμή του γινομένου των περιθωρίων κέρδους $GM_{\text{prod,max}}$ επιτυγχάνεται όταν χρησιμοποιείται ένας PD ελεγκτής και με κατάλληλη επιλογή του διαφορικού όρου του ελεγκτή. Αφού για $\tau_I \rightarrow \infty$ το $K_{\min}=1$, συνεπάγεται ότι $GM_{\text{prod,max}}=K_{\max}$. Κάνοντας χρήση της (3.12) για $\tau_I \rightarrow \infty$ προκύπτει ότι

$$GM_{\text{prod,max}}(d, \tau_D) = \sqrt{\frac{1 + \omega_{\max}^2}{1 + \tau_{D,\max}^2 GM \omega_{\max}^2}} \quad (3.29)$$

όπου ω_{\max} είναι η αντίστοιχη κρίσιμη συχνότητα του PD ελεγκτή και $\tau_{D,\max}$ η τιμή της παραμέτρου τ_D για την οποία επιτυγχάνεται το μέγιστο GM_{prod} . Η τιμή αυτή θα υπολογιστεί σε επόμενη υπο-ενότητα του κεφαλαίου αυτού.

3.2.5 Περιοχή τιμών των παραμέτρων τ_I και τ_D του ελεγκτή

Οι σταθερές χρόνου ολοκλήρωσης και διαφορίσης τ_I και τ_D του PID ελεγκτή, όπως φάνηκε και από την ανάλυση που προηγήθηκε, πρέπει να ικανοποιούν κάποιες συνθήκες για να είναι εφικτό με κατάλληλη επιλογή της ενίσχυσης K_C να πάρουμε ένα ευσταθές κλειστό σύστημα.

Συγκεκριμένα η παράμετρος τ_I του ελεγκτή μπορεί να πάρει όλες τις τιμές στο διάστημα

$$\tau_{I,\min}(d, \tau_D) < \tau_I < \infty \quad (3.30)$$

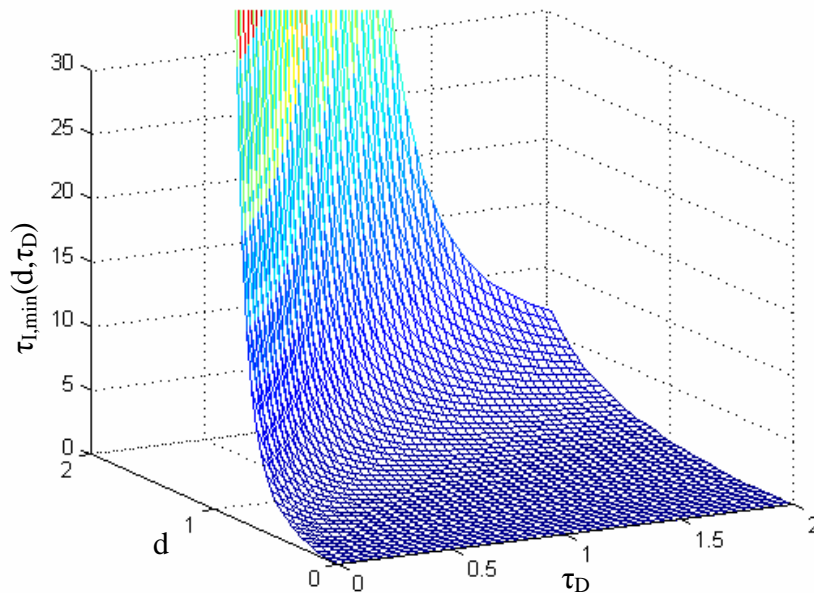
Για τον υπολογισμό της ελάχιστης επιτρεπτής τιμής που μπορεί να λάβει το τ_I μπορεί να γίνει χρήση της ιδιότητας

$$\max \{PM(d, \tau_I, \tau_D)\} \Big|_{\tau_I = \tau_{I,\min}} = 0 \quad (3.31)$$

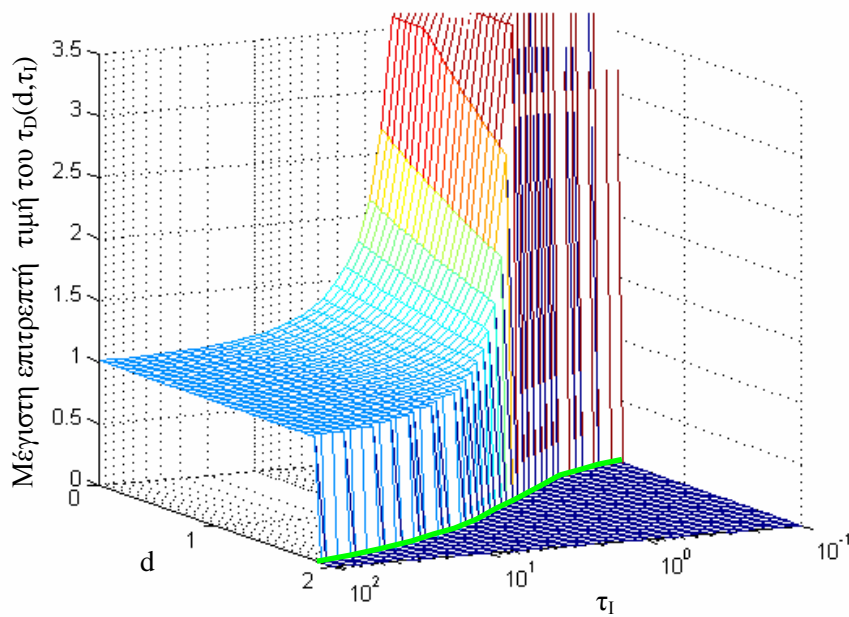
Το $\tau_{I,\min}$ υπολογίζεται από τη λύση της εξίσωσης (3.31) ως προς τ_I . Στο σχήμα 3.4 παρουσιάζεται η συνάρτηση $\tau_{I,\min}(d, \tau_D)$ για όλες τις τιμές των d και τ_D . Από αυτό το σχήμα γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση $\tau_{I,\min}(d, \tau_D)$ είναι γνησίως αύξουσα ως προς d και γνησίως φθίνουσα ως προς τ_D . Επομένως για να μπορέσει κανείς να επιλέξει μικρές τιμές για το τ_I (για λόγους π.χ. ταχύτητας σύγκλισης στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου) θα πρέπει ο διαφορικός όρος να πάρει μεγάλες τιμές.

Ο περιορισμός για το διαφορικό όρο του ελεγκτή προκύπτει από το γεγονός ότι για μεγάλες τιμές του τ_D , το K_{\max} αρχίζει να μικραίνει και στη μέγιστη επιτρεπτή τιμή του τ_D γίνεται $K_{\max}=K_{\min}$. Στο σχήμα 3.5 φαίνονται οι τιμές του τ_D για τις οποίες $K_{\max}=K_{\min}$.

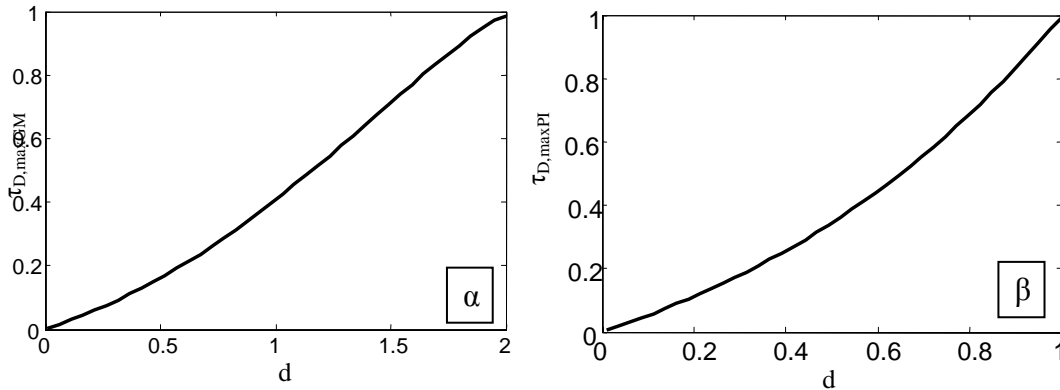
Όπως είχε φανεί και από το σχήμα 3.2, όσο μικρότερος είναι ο ολοκληρωτικός όρος τόσο μεγαλύτερες τιμές μπορεί να λάβει η παράμετρος τ_D .



Σχήμα 3.4. Η συνάρτηση $\tau_{l,min}(d, \tau_D)$ για όλες τις τιμές των d και τ_D .



Σχήμα 3.5. Η συνάρτηση που δίνει τις μέγιστες επιτρεπτές τιμές του τ_D συναρτήσει των d και τ_l .



Σχήμα 3.6. Χαρακτηριστικές μέγιστες τιμές του τ_D : α) $\tau_{D,maxGM}(d)$ και β) $\tau_{D,maxPI}(d)$

Στην πράξη οι πολύ μεγάλες τιμές του διαφορικού όρου δεν προσφέρουν θετικά αποτελέσματα στον έλεγχο των UFOPDT συστημάτων εκτός του ότι αυξάνουν το μέγιστο εφικτό περιθώριο φάσης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι πέρα από κάποιες τιμές του τ_D η περιοχή ευστάθειας αρχίζει να μικραίνει σημαντικά, ενώ ταυτόχρονα πρέπει να μειωθεί και ο αναλογικός όρος του ελεγκτή με αποτέλεσμα να γίνεται το κλειστό σύστημα και πιο αργό.

Η μέγιστη πρακτικά ωφέλιμη τιμή της σταθεράς χρόνου διαφόρισης $\tau_{D,maxGM}$ είναι εκείνη με την οποία επιτυγχάνεται το μέγιστο του γινομένου GM_{prod} . Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.3, για συγκεκριμένη τιμή του τ_D η μέγιστη τιμή του GM_{prod} επιτυγχάνεται όταν το $\tau_I \rightarrow \infty$. Όπως προαναφέρθηκε, για $\tau_I \rightarrow \infty$ το ελάχιστο κρίσιμο κέρδος είναι $K_{min}=1$, επομένως το μέγιστο ωφέλιμο τ_D δίδεται από τη μεγιστοποίηση του $GM_{prod,max}$ στη σχέση (3.29). Στο σχήμα 3.6α παρουσιάζεται η συνάρτηση $\tau_{D,maxGM}(d)$.

Ένα άλλο εξίσου σημαντικό όριο για την παράμετρο τ_D προκύπτει από τη μέγιστη τιμή της σταθεράς χρόνου διαφόρισης $\tau_{D,maxPI}$ για την οποία όλα τα περιθώρια φάσης και κέρδους του αντίστοιχου PID ελεγκτή είναι μεγαλύτερα από τα αντίστοιχα περιθώρια του PI ελεγκτή με το ίδιο τ_I . Και σε αυτή την περίπτωση το όριο προκύπτει όταν το $\tau_I \rightarrow \infty$. Η συνάρτηση $\tau_{D,maxPI}(d)$ παρουσιάζεται στο σχήμα 3.6β. Είναι προφανές από τον ορισμό του $\tau_{D,maxPI}$ ότι ένας ελεγκτής PI μπορεί πολύ εύκολα να επεκταθεί σε PID ελεγκτή, διατηρώντας την ευρωστία του, αν επιλεγεί το τ_D έτσι ώστε $\tau_D < \tau_{D,maxPI}$.

3.3 ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ

Όπως έγινε φανερό από την ανάλυση που προηγήθηκε, στον υπολογισμό πολλών κρίσιμων μεγεθών όπως οι κρίσιμες συχνότητες, τα κρίσιμα κέρδη, τα περιθώρια κέρδους και φάσης, εμπλέκονται μη γραμμικές εξισώσεις η λύση των οποίων δεν μπορεί

να δοθεί σε αναλυτική μορφή. Για το σκοπό αυτό στην ενότητα αυτή θα προταθούν αλγόριθμοι για τη λύση των πολύπλοκων μη γραμμικών προβλημάτων, καθώς και αναλυτικές σχέσεις που προσεγγίζουν με αρκετή ακρίβεια τις λύσεις αυτών των προβλημάτων.

3.3.1 Αλγόριθμοι και προσεγγίσεις για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων

Πολλές από τις τεχνικές βαθμονόμησης του PID ελεγκτή που προτείνονται στη διατριβή, βασίζονται στον υπολογισμό των κρίσιμων κερδών K_{\min} και K_{\max} τα οποία για να υπολογιστούν πρέπει να είναι γνωστές οι τιμές των κρίσιμων συχνοτήτων ω_{\min} και ω_{\max} . Οι κρίσιμες συχνότητες δυστυχώς προκύπτουν από τη μη γραμμική εξίσωση (3.10) της οποίας η λύση δεν δίνεται σε αναλυτική μορφή [12] και επομένως μπορεί να λυθεί μόνο με τη χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων. Για το σκοπό αυτό, στην υπο-ενότητα αυτή προτείνονται αλγόριθμοι και αναλυτικές προσεγγίσεις με τις οποίες είναι δυνατό να υπολογισθούν οι κρίσιμες συχνότητες και τα κρίσιμα κέρδη.

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη ενότητα, οι συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} προκύπτουν από τις δύο λύσεις της (3.10) όταν $\tau_I > \tau_{I,\min}$ και όταν η συνάρτηση \tan^{-1} παίρνει τιμές στο διάστημα $(0, \pi)$. Τα βασικά βήματα των αλγορίθμων για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων ω_{\min} και ω_{\max} είναι:

ω_{\min} Αλγόριθμος

Βήμα 1: Ξεκινάμε με μία αρχική εκτίμηση για το ω_{\min} . Μία καλή αρχική εκτίμηση είναι η προσέγγιση του ω_{\min}

$$\omega_{\min} = \sqrt{(\tau_I - d(1 + \tau_I))^{-1}}.$$

Βήμα 2: Υπολογίζουμε το σφάλμα της εκτίμησης:

$$e_r = -\frac{\pi}{2} - d\omega_{\min} + \tan^{-1}(\omega_{\min}) + \tan^{-1}(\tau_I \omega_{\min}) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_{\min}).$$

Βήμα 3: Λαμβάνουμε σαν νέα τιμή για το ω_{\min} την $\omega_{\min} = \omega_{\min}(1 - e_r)$.

Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 ως 4 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

ω_{\max} Αλγόριθμος

Βήμα 1: Ξεκινάμε με μία αρχική εκτίμηση για το ω_{\max} μεγαλύτερη από το ω_{\min} π.χ $\omega_{\max} = 10^4$.

Βήμα 2: Υπολογίζουμε τη νέα τιμή του ω_{\max} από τη σχέση

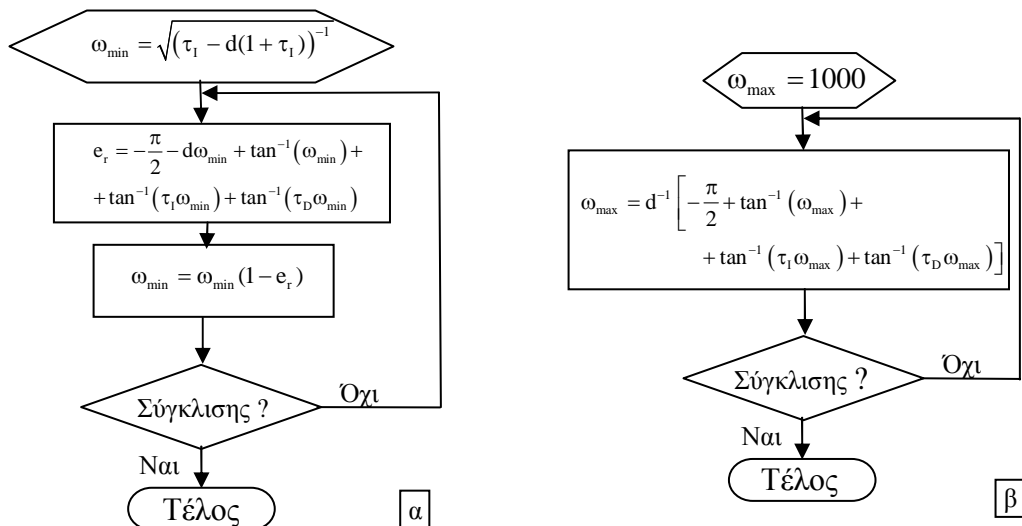
$$\omega_{\max} = d^{-1} \left[-\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}(\omega_{\max}) + \tan^{-1}(\tau_I \omega_{\max}) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_{\max}) \right]$$

Βήμα 3: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλισης. □

Στο σχήμα 3.7 παρουσιάζονται για ευκολία τα διαγράμματα βαθμίδων των παραπάνω αλγορίθμων. Σημειώνεται εδώ ότι οι αλγόριθμοι των ω_{\min} και ω_{\max} συγκλίνουν πάντα στις τιμές ω_{\min} και ω_{\max} υπό την προϋπόθεση ότι $\tau_I > \tau_{I,\min}(d, \tau_D)$.

Λόγο της σημασίας που έχουν τα κρίσιμα κέρδη και οι κρίσιμες συχνότητες στο σχεδιασμό του PID ελεγκτή είναι απαραίτητη η ανάπτυξη και αναλυτικών λύσεων της (3.10). Προσεγγιστικές σχέσεις για τον υπολογισμό των κρίσιμων κερδών έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία μόνο για τον PI-ελεγκτή. Ένα τρόπος ανάπτυξης των προσεγγίσεων προκύπτει με την αντικατάσταση του εκθετικού όρου με τους δύο πρώτους όρους της σειράς Taylor (δηλαδή $\exp(-ds) \approx 1-ds$) και χρησιμοποιώντας το κριτήριο Routh, στο δεύτερης τάξης κλειστό σύστημα που προκύπτει, για τον απευθείας υπολογισμό των K_{\min} και K_{\max} [6]. Ένας δεύτερος και πιο ακριβής τρόπος προκύπτει με την ανάπτυξη προσεγγίσεων για τις συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} και κάνοντας χρήση των σχέσεων (3.11) και (3.12).

Για την ανάπτυξη προσεγγίσεως των ω_{\min} και ω_{\max} χρησιμοποιούνται απλές προσεγγίσεις της συνάρτησης $\tan(x)$ ή της συνάρτησης $\tan^{-1}(x)$ στην (3.10). Για παράδειγμα στην [12] χρησιμοποιείται η προσέγγιση



Σχήμα 3.7. Αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων:

α) $\omega_{\min}(d, \tau_I, \tau_D)$ και β) $\omega_{\max}(d, \tau_I, \tau_D)$.

$$\tan^{-1}(x) \approx \frac{\pi}{2}, \quad \text{για } x \gg 1 \quad (3.32)$$

για τον υπολογισμό της ω_{\max} . Άλλες προσεγγίσεις που έχουν προταθεί για τη λύση της (3.10) είναι [30]

$$\tan^{-1}(x) \approx \begin{cases} x & \text{για } x < 1 \\ \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} & \text{για } x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan(x) \approx x & \text{για } x < 1 \\ \tan\left(\frac{1}{x}\right) \approx \frac{1}{x} & \text{για } x > 1 \end{cases} \quad (3.33)$$

Η παραπάνω ισοδυναμία μπορεί εύκολα να επαληθευθεί κάνοντας χρήση των ιδιοτήτων

$$\tan^{-1}(x) = -\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{\pi}{2} \quad \text{και} \quad \tan^{-1}(x) - \tan^{-1}(y) = \tan^{-1}\left(\frac{x-y}{1+xy}\right) \quad (3.34)$$

Όπως μπορεί εύκολα να επιβεβαιωθεί η (3.32) δίνει ικανοποιητική λύση μόνο για $d < 0.2$ και $\tau_I \gg \tau_{I,\min}$ και επομένως δεν είναι σκόπιμο να χρησιμοποιηθεί. Η (3.33) δίνει πιο ακριβή αποτελέσματα που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για $d < 0.5$ και $\tau_I > 3\tau_{I,\min}$. Όμως και πάλι η περιοχή αυτή δεν είναι επαρκείς για τις μεθόδους που θα αναπτυχθούν στη συνέχεια.

Εδώ προτείνεται η χρήση της (3.33) για $x \ll 1$ και η χρήση της προσέγγισης

$$\tan(x) \approx x \left[0.9463 + 0.3854 \frac{x}{(0.5\pi - x)} \right] \quad (3.35)$$

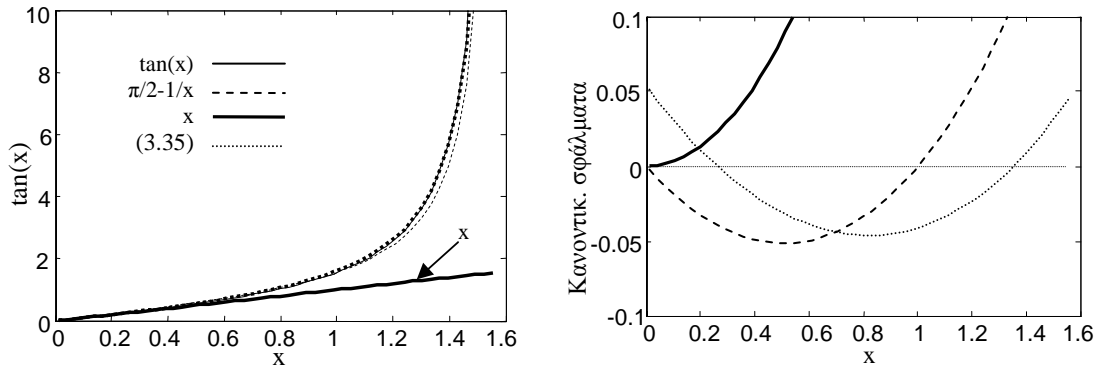
για όλα τα $x < \pi/2$ ανάλογα με την περίπτωση όπως θα φανεί παρακάτω. Η σχέση (3.35) προκύπτει από την προσέγγιση $\tan(x) \approx x[1 + x(1/\pi)/(0.5\pi - x)]$, [31], αν γραφεί στη μορφή

$$\tan(x) \approx x \left(a_1 + \frac{a_2 x}{\frac{\pi}{2} - x} \right)$$

όπου a_1 και a_2 ελεύθερες παράμετροι που προσδιορίζονται χρησιμοποιώντας τεχνικές βελτιστοποίησης για την ελαχιστοποίηση του μέγιστου κανονικοποιημένου σφάλματος που δίνει η προσέγγιση. Στο σχήμα 3.8 παρουσιάζονται οι προτεινόμενες προσεγγίσεις της συναρτήσεως \tan καθώς και τα κανονικοποιημένα σφάλματα των προσεγγίσεων αυτών.

Για τον υπολογισμό των $\omega_{\min}(d, \tau_I)$ και $\omega_{\max}(d, \tau_I)$ κάνουμε χρήση των ιδιοτήτων (3.34) για να φέρουμε τη σχέση (3.10) (όταν $\tau_D = 0$) στη μορφή

$$-d\omega_c + \tan^{-1}\left(\frac{\tau_I \omega_c^2 - 1}{\omega_c(1 + \tau_I)}\right) = 0 \quad (3.36)$$



Σχήμα 3.8. Προτεινόμενες προσεγγίσεις της συνάρτησεως tan(x) καθώς και τα κανονικοποιημένα σφάλματα των προσεγγίσεων αυτών.

και

$$\tan(d\omega_c) - \frac{\tau_1 \omega_c^2 - 1}{\omega_c(1 + \tau_1)} = 0 \tag{3.37}$$

Υποθέτοντας ότι $\left(\frac{\tau_1 \omega_{\min}^2 - 1}{\omega_{\min}(1 + \tau_1)}\right) \ll 1$ και χρησιμοποιώντας την προσέγγιση $\tan^{-1}(x) \approx x$ η

(3.36) για τη συχνότητα ω_{\min} γίνεται

$$-d\omega_{\min} + \frac{\tau_1 \omega_{\min}^2 - 1}{\omega_{\min}(1 + \tau_1)} = 0 \tag{3.38}$$

από την οποία προκύπτει μια πρώτη προσέγγιση για την ω_{\min}

$$\hat{\omega}_{1\min} = \sqrt{\frac{1}{\tau_1 - d(1 + \tau_1)}} \tag{3.39}$$

Για τον υπολογισμό της ω_{\max} , γίνεται χρήση των σχέσεων (3.35) και (3.37) και μετά από πράξεις καταλήγουμε σε μια πρώτη προσέγγιση για το ω_{\max}

$$\hat{\omega}_{1\max} = \frac{\pi}{2d} \frac{\frac{\tau_1}{(\tau_1 + 1)d} - 0.9463}{\frac{\tau_1}{(\tau_1 + 1)d} - 0.5609} \tag{3.40}$$

Τα μέγιστα κανονικοποιημένα σφάλματα των προσεγγίσεων $\hat{\omega}_{1\min}$ και $\hat{\omega}_{1\max}$, τα οποία ορίζονται ως $\tilde{\omega}_{\min} = (\omega_{\min} - \hat{\omega}_{1\min})/\omega_{\min}$ και $\tilde{\omega}_{\max} = (\omega_{\max} - \hat{\omega}_{1\max})/\omega_{\max}$, αντίστοιχα, είναι μικρότερα από 2% μόνον όταν $d < 0.6$ και $\tau_1 > 1.6 \tau_{1,\min}$.

Για να βελτιωθούν περαιτέρω οι προσεγγίσεις $\hat{\omega}_{1\min}$ και $\hat{\omega}_{1\max}$, το σφάλμα που προκύπτει χρησιμοποιείται για την ανάπτυξη διορθωτικών όρων με τη μεθοδολογία που περιγράφεται παρακάτω.

Για τη βελτίωση της προσέγγισης της συχνότητας ω_{\min} παρατηρήθηκε ότι για κάθε

τιμή του d μια καλύτερη εκτίμηση μπορούσε να επιτευχθεί αν χρησιμοποιηθεί μια βελτιωμένη προσέγγιση της μορφής

$$\hat{\omega}_{\min}(d, \tau_1) = \left(1 + \frac{a_1(d)\hat{\tau}_{1,\min}}{a_2(d)\tau_1 - \hat{\tau}_{1,\min}} \right) \sqrt{\frac{1}{\tau_1 - d(1 + \tau_1)}} \quad (3.41)$$

όπου $\hat{\tau}_{1,\min}$ είναι η προσέγγιση του $\tau_{1,\min}$ η οποία υπολογίζεται στην επόμενη υπο-ενότητα. Οι δύο ελεύθερες παράμετροι $a_1(d)$ και $a_2(d)$ υπολογίζονται με τη χρήση των εργαλείων βελτιστοποίησης (Optimization toolbox) του προγράμματος Matlab[®]. Χρησιμοποιώντας τεχνικές ελαχιστοποίησης και συγκεκριμένα τη συνάρτηση FMINIMAX του Matlab[®], με συνάρτηση κόστους το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα (δηλαδή $\max(|\hat{\omega}_{\min}|)$), υπολογίζονται οι τιμές των παραμέτρων a_1 και a_2 για δεδομένη τιμή του d και για όλες τις τιμές του $\tau_1 > 1.2\tau_{1,\min}$. Οι παράμετροι a_1 και a_2 υπολογίστηκαν για όλα τα $d < 0.9$ και στη συνέχεια οι δύο συναρτήσεις που προέκυψαν προσεγγίστηκαν από τις συναρτήσεις

$$\hat{a}_1 = 0.006 + 0.03 \frac{d}{1.14 - d} \quad \text{και} \quad \hat{a}_2 = 0.973 + \frac{0.05}{1 - d} \quad (3.42)$$

Ομοίως στην περίπτωση της κρίσιμης συχνότητας ω_{\min} χρησιμοποιήθηκε η βελτιωμένη εκτίμηση

$$\hat{\omega}_{\max}(d, \tau_1) = b_1(d) \left[1 + b_2(d) \left(\hat{\tau}_{1,\min} / \tau_1 \right)^2 \right] \frac{\pi}{2d} \frac{\frac{\tau_1}{(\tau_1 + 1)d} - 0.9463}{\frac{\tau_1}{(\tau_1 + 1)d} - 0.5609} \quad (3.43)$$

όπου οι συναρτήσεις $b_1(d)$ και $b_2(d)$ υπολογίστηκαν με τη διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω, όποτε προέκυψαν οι προσεγγίσεις

$$\hat{b}_1(d) = 1 + 0.22d^4 \quad \text{και} \quad b_2(d) = 0.1 - 0.3\sqrt{d} \quad (3.44)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (3.42) και (3.44) στις (3.41) και (3.43), αντίστοιχα, προέκυψαν οι τελικές προσεγγίσεις των κρίσιμων συχνοτήτων

$$\hat{\omega}_{\min}(d, \tau_1) = f_{\omega_{\min}}(d, \tau_1) \sqrt{\frac{1}{\tau_1 - d(1 + \tau_1)}} \quad (3.45)$$

όπου

$$f_{\omega_{\min}}(d, \tau_1) = \left(1 + \frac{(0.006 + 0.03d/(1.14 - d))\hat{\tau}_{1,\min}}{(0.973 + 0.05/(1 - d))\tau_1 - \hat{\tau}_{1,\min}} \right)$$

και

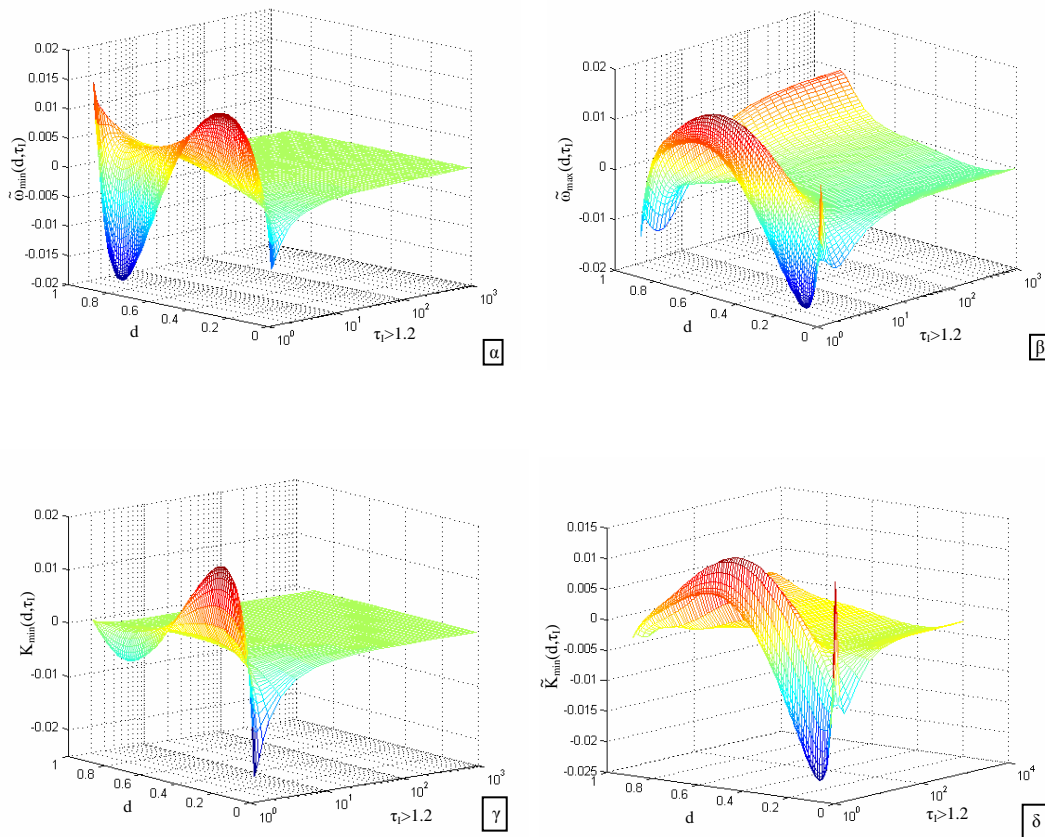
$$\hat{\omega}_{\max}(d, \tau_1) = f_{\omega_{\max}}(d, \tau_1) \frac{\pi}{2d} \left(\frac{\tau_1}{(\tau_1 + 1)d} - 0.9463 \right) \left(\frac{\tau_1}{(\tau_1 + 1)d} - 0.5609 \right)^{-1} \quad (3.46)$$

όπου

$$f_{\omega_{\max}}(d, \tau_1) = (1 + 0.22d^4) \left[1 + (0.1 - 0.3\sqrt{d}) \left(\hat{\tau}_{1,\min} / \tau_1 \right)^2 \right]$$

Στα σχήματα 3.9α και 3.9β παρουσιάζονται τα κανονικοποιημένα σφάλματα $\tilde{\omega}_{\min}$ και $\tilde{\omega}_{\max}$ των συναρτήσεων $\hat{\omega}_{\min}(d, \tau_1)$ και $\hat{\omega}_{\max}(d, \tau_1)$ αντίστοιχα, για όλες τις τιμές του $d < 0.9$ και $\tau_1 > 1.2\tau_{1,\min}$. Από τα σχήματα αυτά είναι φανερό ότι το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα στο παραπάνω διάστημα είναι μικρότερο από 1.8%. Αν τώρα οι $\hat{\omega}_{\min}(d, \tau_1)$ και $\hat{\omega}_{\max}(d, \tau_1)$ χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση των κρίσιμων κερδών, τότε το προκύπτον μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα παραμένει μικρότερο από 2.2% όπως φαίνεται και από τα σχήματα 3.9γ και 3.9δ που παρουσιάζουν τα κανονικοποιημένα σφάλματα των κρίσιμων κερδών \tilde{K}_{\min} και \tilde{K}_{\max} αντίστοιχα.

Για την επέκταση των παραπάνω προσεγγίσεων στην περίπτωση χρήσης PID ελεγκτή, βασιζόμαστε στην παρατήρηση 3.1. Αν λοιπόν ο διαφορικός όρος του ελεγκτή επιλεγεί έτσι ώστε $\tau_D = ad$, όπου $a < 0.18$, τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι προσεγγίσεις (3.45)



Σχήμα 3.9. Τα κανονικοποιημένα σφάλματα των κρίσιμων συχνοτήτων και κερδών για

PI ελεγκτή α) $\tilde{\omega}_{\min}$, β) $\tilde{\omega}_{\max}$ γ) \tilde{K}_{\min} και δ) \tilde{K}_{\max}

και (3.46) υποθέτοντας ότι η καθυστέρηση χρόνου του UFOPDT συστήματος είναι $d_{PI}=d(1-a)=d-\tau_D$. Στην περίπτωση αυτή το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα των προσεγγίσεων $\hat{\omega}_{\min}(d, \tau_I, \tau_D)$ και $\hat{\omega}_{\max}(d, \tau_I, \tau_D)$ είναι μικρότερο από 2.4% για $d < 0.9$ και $\tau_I > 1.2\tau_{I,\min}(d, \tau_D)$. Επίσης αν οι προσεγγίσεις $\hat{\omega}_{\min}$ και $\hat{\omega}_{\max}$ χρησιμοποιηθούν σε συνδυασμό με τις σχέσεις (3.11) και (3.12) για τον υπολογισμό των κρίσιμων κερδών, τότε το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα που προκύπτει για τις \hat{K}_{\min} και \hat{K}_{\max} είναι μικρότερο από 3% στο παραπάνω διάστημα των d και τ_I .

Για τη βελτίωση των προσεγγίσεων που προκύπτουν με τη χρήση της παρατήρησης 3.1 όταν $a > 0.18$, ακολουθώντας τη μεθοδολογία που περιγράφηκε παραπάνω αναζητήθηκαν διορθωτικές συναρτήσεις. Οι τελικές προσεγγίσεις που προέκυψαν για τις κρίσιμες συχνότητες στην περίπτωση του PID ελεγκτή είναι

$$\hat{\omega}_{\min}(d, \tau_I, \tau_D) = \hat{\omega}_{\min}(d - \tau_D, \tau_I) \left[1 + \frac{(0.14 + 1.15d)a^3}{1 + 2a^2} \left(\frac{\hat{\tau}_{I,\min}}{\tau_I} \right)^2 \right] \quad (3.47)$$

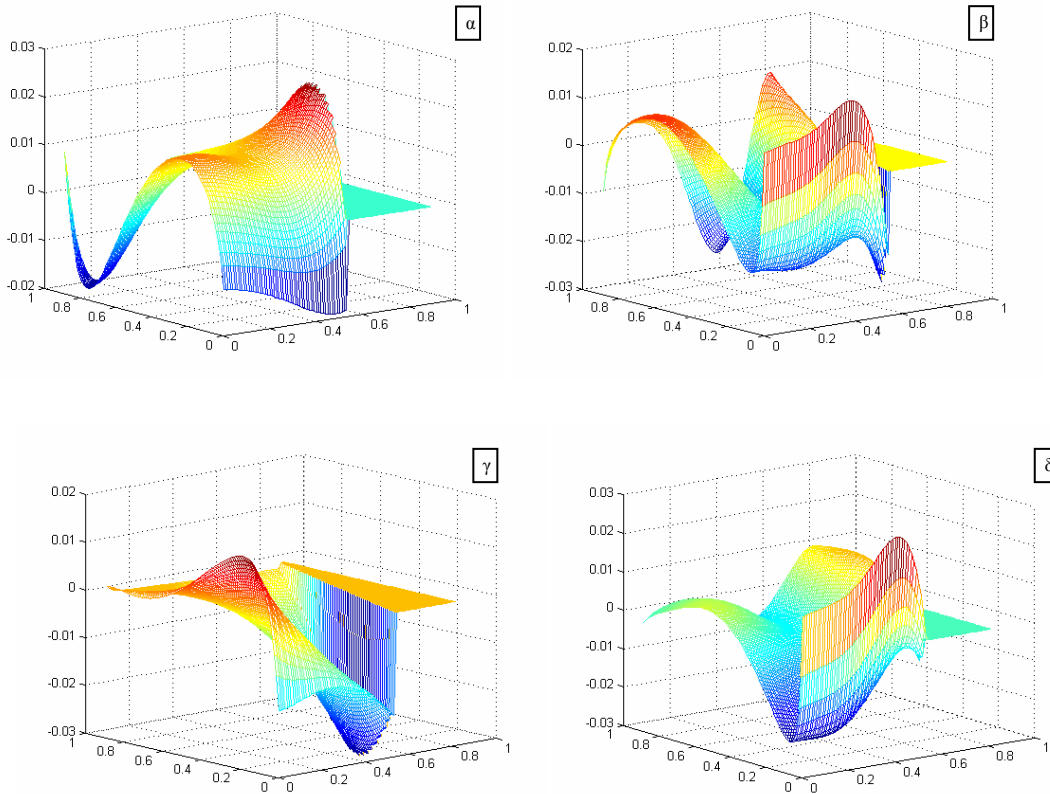
$$\hat{\omega}_{\max}(d, \tau_I, \tau_D) = \hat{\omega}_{\max}(d - \tau_D, \tau_I) \left[1 + \frac{(5.53 - 0.41d)a^4}{(1 - (0.1 + 0.55)a^3)(1.27 - 0.4(\tau_I / \hat{\tau}_{I,\min})^2)} \right]^{-1} \quad (3.48)$$

όπου οι συναρτήσεις $\hat{\omega}_{\min}(d - \tau_D, \tau_I)$ και $\hat{\omega}_{\max}(d - \tau_D, \tau_I)$ δίνονται από τις σχέσεις (3.45) και (3.46), αντίστοιχα. Το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα των παραπάνω προσεγγίσεων είναι μικρότερο του 3% όταν

$$d < 0.9, \tau_I > 1.2\hat{\tau}_{I,\min} \text{ και } 0 < a < 0.55 + d \left(0.31 - \frac{0.0098}{1-d} \right) \quad (3.49)$$

Σημειώνεται ότι η οριακή τιμή του $\tau_D = ad$, για την οποία ισχύουν οι παραπάνω προσεγγίσεις, είναι μεγαλύτερη από το $\tau_{D,\max GM}$ ενώ πλησιάζει την οριακή τιμή $\tau_{D,\max PI}$. Επομένως το διάστημα στο οποίο ισχύουν οι προσεγγίσεις είναι αρκετό για τις τεχνικές βαθμονόμησης που θα προταθούν στη συνέχεια.

Όταν οι προσεγγίσεις (3.47) και (3.48) χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με τις σχέσεις (3.11) και (3.12) για τον υπολογισμό των κρίσιμων κερδών, τότε το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα που προκύπτει για τις \hat{K}_{\min} και \hat{K}_{\max} είναι μικρότερο από 3.3% όταν ικανοποιούνται οι συνθήκες της (3.49). Στο σχήμα 3.10 παρουσιάζονται τα σφάλματα των προσεγγίσεων $\hat{\omega}_{\min}$, $\hat{\omega}_{\max}$, \hat{K}_{\min} και \hat{K}_{\max} στη χαρακτηριστική 'χειρότερη' περίπτωση όπου $\tau_I = 1.2\tau_{I,\min}(d, \tau_D)$.



Σχήμα 3.10. Τα κανονικοποιημένα σφάλματα για PID ελεγκτή στη ‘χειρότερη’ περίπτωση όπου $\tau_I=1.2\tau_{I,\min}$ α) $\tilde{\omega}_{\min}$, β) $\tilde{\omega}_{\max}$, γ) \tilde{K}_{\min} και δ) \tilde{K}_{\max}

3.3.2 Αλγόριθμοι και προσεγγίσεις της επιτρεπτής περιοχής τιμών των παραμέτρων τ_I και τ_D του ελεγκτή

Για τις μεθόδους βαθμονόμησης που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια, αλλά και για τον υπολογισμό των προσεγγίσεων που προτείνονται είναι χρήσιμος ο υπολογισμός της ελάχιστης τιμής της σταθεράς χρόνου ολοκλήρωσης $\tau_{I,\min}$ για την οποία το κλειστό σύστημα είναι ευσταθοποιήσιμο. Δυστυχώς δεν είναι δυνατό να βρεθεί αναλυτική έκφραση που να περιγράφει τη συνάρτηση $\tau_{I,\min}$ λόγω των μη γραμμικών σχέσεων που εμπλέκονται στον υπολογισμό της. Εδώ, για τον υπολογισμό του $\tau_{I,\min}$ γίνεται χρήση της ιδιότητας της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου να δίνει πάντα μέγιστη φάση ίση με $\pi/2$ (ή ισοδύναμα μηδενικό περιθώριο φάσης) όταν $\tau_I=\tau_{I,\min}$. Με βάση αυτή την ιδιότητα προτείνεται ο παρακάτω αλγόριθμος σταθερού σημείου για τον υπολογισμό του $\tau_{I,\min}$, τα βασικά βήματα του οποίου είναι:

$\tau_{I,min}$ Αλγόριθμος

Βήμα 1: Ξεκινάμε με την αρχική εκτίμηση $\tau_{I,min}=0$.

Βήμα 2: Υπολογίζουμε τη συχνότητα ω_p για $\tau_I=\tau_{I,min}$ από τη λύση της (3.14).

Βήμα 3: Επιλέγουμε τη νέα τιμή του $\tau_{I,min}$ από τη λύση, ως προς τ_I , της (3.17) για $PM=0$, δηλαδή

$$\tau_{I,min} = \omega_p^{-1} \tan \left[+\frac{\pi}{2} + d\omega_p - \tan^{-1}(\omega_p) - \tan^{-1}(\tau_D \omega_p) \right]$$

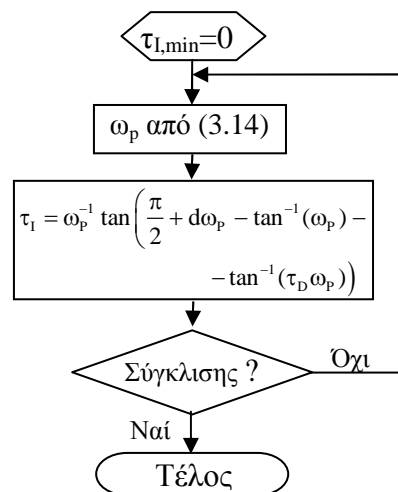
Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλισης. □

Ο $\tau_{I,min}$ αλγόριθμος συγκλίνει πάντα. Το διάγραμμα βαθμίδων του $\tau_{I,min}$ αλγορίθμου παρουσιάζεται στο σχήμα 3.11.

Λόγο της μεγάλης σημασίας που έχει η τιμή του $\tau_{I,min}$ και για την αποφυγή της χρήσης του παραπάνω επαναληπτικού αλγορίθμου έγινε προσπάθεια να βρεθεί ακριβής προσεγγιστική σχέση με την οποία να υπολογίζεται το $\tau_{I,min}$. Ακολουθώντας τη διαδικασία που περιγράφηκε στην προηγούμενη υπο-ενότητα παρατηρήθηκε ότι για την περίπτωση του PI ελεγκτή η συνάρτηση $\tau_{I,min}(d)$ συμπεριφέρεται παρόμοια με τη συνάρτηση $1/(1-d)^2$. Έτσι για την προσέγγιση της συνάρτησης $\tau_{I,min}(d)$ έγινε χρήση της συνάρτησης

$$\hat{\tau}_{I,min}(d) \approx \frac{c_1 + c_2 \sqrt{c} + c_3 d}{(c_4 - d)^2}$$

όπου οι ελεύθερες παράμετροι c_i , $i=1..4$ υπολογίστηκαν κάνοντας χρήση των συναρτήσεων βελτιστοποίησης του Matlab® και με κριτήριο κόστους το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα $\tilde{\tau}_{I,min} = (\tau_{I,min} - \hat{\tau}_{I,min}) / \tau_{I,min}$. Η προσέγγιση



Σχήμα 3.11. Αλγόριθμος υπολογισμού του $\tau_{I,min}(d, \tau_D)$.

$$\hat{\tau}_{I,\min}(d) \approx \frac{0.0029 - 0.0682\sqrt{d} + 1.4941d}{(1.003-d)^2} \quad (3.50)$$

που προκύπτει από την παραπάνω διαδικασία έχει μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα μικρότερο από 1.4%. Η (3.50) με βάση την παρατήρηση 3.1 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του $\tau_{I,\min}(d, \tau_D)$ όταν $a = \tau_D/d < 0.18$. Για τιμές του $a > 0.18$, κάνοντας χρήση της μεθοδολογίας που περιγράφηκε παραπάνω, προέκυψε η προσέγγιση

$$\hat{\tau}_{I,\min}(d, \tau_D) \approx \hat{\tau}_{I,\min}(d - \tau_D) \left[1 + \frac{(0.367 + 1.78d)a^3}{1 - a^2} \right] \quad (3.51)$$

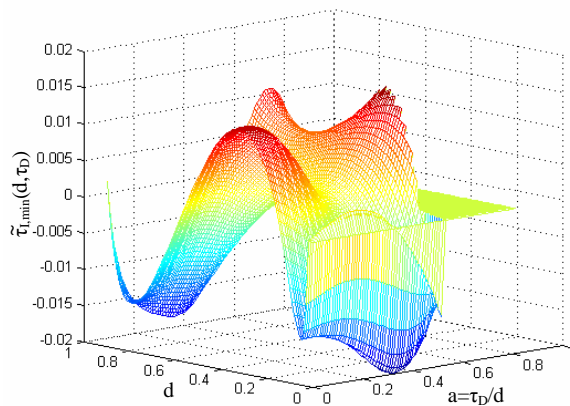
όπου $\hat{\tau}_{I,\min}(d - \tau_D)$ δίνεται από τη σχέση (3.50). Το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα της (3.51) είναι μικρότερο από 2%, στο διάστημα που ορίζεται από την (3.49), όπως μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί και από το σχήμα 3.12.

Λόγω της ιδιαίτερης σημασίας που έχουν για την σχεδίαση ελεγκτών οι δύο οριακές τιμές $\tau_{D,\max GM}(d)$ και $\tau_{D,\max PI}(d)$, για τον υπολογισμό τους προτείνονται οι παρακάτω προσεγγίσεις

$$\hat{\tau}_{D,\max GM}(d) = 0.245d + 0.164d^2 - 0.0047d^5 \quad (3.52)$$

$$\hat{\tau}_{D,\max PI}(d) = 0.5d + 0.27d^2 + 0.23d^3 \quad (3.53)$$

Το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα των προσεγγίσεων αυτών είναι πάντα μικρότερο του 1.5%.



Σχήμα 3.12. Το κανονικοποιημένο σφάλμα $\tilde{\tau}_{I,\min}(d, \tau_D)$.

3.4 ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ PID ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΒΑΣΙΣΜΕΝΕΣ ΣΕ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

Από την ανάλυση που παρουσιάστηκε στην ενότητα 3.2 έγινε φανερό ότι τα UFOPDT συστήματα έχουν το χαρακτηριστικό να έχουν δύο κρίσιμα κέρδη (τα K_{\min} και K_{\max}) και ότι η περιοχή ευστάθειας περιορίζεται σημαντικά στα συστήματα που έχουν καθυστέρηση χρόνου μεγαλύτερη από 0.2. Παρόλο που οι μέθοδοι βαθμονόμησης του PID ελεγκτή που θα παρουσιαστούν στην ενότητα αυτή βασίζονται σε κριτήρια απόκρισης στο πεδίο του χρόνου, για να έχει το κλειστό σύστημα ικανοποιητική ευρωστία, στη σχεδίαση πάντα θα λαμβάνονται υπόψη και κριτήρια ευρωστίας.

Πιο συγκεκριμένα οι μέθοδοι βαθμονόμησης που παρουσιάζονται εδώ βασίζονται σε ένα από τα δύο ερωτήματα:

A) Μέθοδοι συμμετρικού περιθωρίου κέρδους (ΣΠΚ)

Ποιες είναι οι παράμετροι του ελεγκτή ώστε το κλειστό σύστημα να ικανοποιεί το κριτήριο στο πεδίο του χρόνου (π.χ. τον επιθυμητό συντελεστή ζ_{des} ή να ελαχιστοποιεί το κριτήριο ISE κλπ.) και ταυτόχρονα δίνει συμμετρικά περιθώρια κέρδους (δηλαδή $GM_{inc}=GM_{dec}$);

B) Μέθοδοι μεγίστου περιθωρίου φάσης (ΜΠΦ)

Ποιες είναι οι παράμετροι του ελεγκτή ώστε το κλειστό σύστημα να ικανοποιεί το κριτήριο στο πεδίο του χρόνου και ταυτόχρονα να δίνει το μέγιστο περιθώριο φάσης (δηλαδή $\omega_G=\omega_p$);

Ο λόγος που στην περίπτωση (A) είναι επιθυμητό να έχουμε συμμετρικά περιθώρια κέρδους οφείλεται στο γεγονός ότι αφού η αβεβαιότητα στο κέρδος δεν είναι γνωστή εκ των προτέρων, υπάρχει η ίδια πιθανότητα το κέρδος του συστήματος K να έχει υπερεκτιμηθεί όσο και να έχει υποεκτιμηθεί. Η συμμετρικότητα μπορεί να αναφέρεται είτε σε πολλαπλασιαστική αβεβαιότητα οπότε στην περίπτωση αυτή θα πρέπει το κέρδος του ελεγκτή να επιλεγεί ως ο γεωμετρικός μέσος όρος των K_{\min} και K_{\max} , δηλαδή

$$K_C = \sqrt{K_{\min} K_{\max}} \quad (3.54)$$

είτε σε αθροιστική αβεβαιότητα, οπότε θα πρέπει το K_C να επιλεγεί ως ο αριθμητικός μέσος όρος των K_{\min} και K_{\max} , δηλαδή

$$K_C = \frac{K_{\min} + K_{\max}}{2} \quad (3.55)$$

Επειδή είναι συνηθέστερο να εκφράζεται η αβεβαιότητα του κέρδους με πολλαπλασιαστικούς συντελεστές (με αυτή τη λογική άλλωστε ορίζεται και το περιθώριο κέρδους) οι μέθοδοι που θα αναπτυχθούν παρακάτω θα βασίζονται στη σχέση (3.54).

Οι μέθοδοι βαθμονόμησης που βασίζονται στην απάντηση του ερωτήματος (B) είναι προφανώς χρήσιμες όταν η βασική πηγή αβεβαιότητας προέρχεται από την καθυστέρηση χρόνου ή τη σταθερά χρόνου του συστήματος. Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει το κέρδος του συστήματος να ικανοποιεί τη σχέση

$$K_C = \tau_I \omega_p \sqrt{\frac{1 + \omega_p^2}{(1 + \tau_I^2 \omega_p^2)(1 + \tau_D^2 \omega_p^2)}} \quad (3.56)$$

Είναι προφανές από τα προηγούμενα ότι αν η βασική πηγή αβεβαιότητας προέρχεται από το κέρδος του συστήματος, τότε είναι προτιμότερη η επιλογή μεθόδου που βασίζεται στο συμμετρικό περιθώριο κέρδους, ενώ αν η αβεβαιότητα προέρχεται από το λόγο \bar{d}/\bar{T} , τότε είναι προτιμότερη η επιλογή μεθόδου που βασίζεται στη μεγιστοποίηση του περιθωρίου φάσης.

Για την εφαρμογή όλων των μεθόδων που θα παρουσιαστούν στην παρούσα ενότητα είναι απαραίτητη η χρήση είτε της PDF-μορφής του ελεγκτή με $G_{F,PDF}=1$, είτε ο κλασικός PID ελεγκτής με το προ-φίλτρο που δίνεται από τη σχέση (2.8). Με τη χρήση των παραπάνω προ-φίλτρων, όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 2, γίνεται απλοποίηση των μηδενικών που προσθέτει ο PID ελεγκτής στη συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος (τα οποία όπως δείξαμε στο κεφάλαιο 2 είναι πάντα ελαχίστης φάσης). Το γεγονός αυτό έχει σα συνέπεια η βηματική απόκριση του κλειστού UFOPDT συστήματος να είναι πιο ομαλή και να αποφεύγονται οι υπερβολικές υπερυψώσεις.

Η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού UFOPDT συστήματος ελεγχόμενο από PID ελεγκτή είναι

$$G_{CL,PID}(s) = \frac{\exp(-ds)}{\tau_I s(s-1)K_C^{-1} + (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)\exp(-ds)} \quad (3.57)$$

ενώ στην περίπτωση του PI ελεγκτή είναι

$$G_{CL,PI}(s) = \frac{\exp(-ds)}{\tau_I s(s-1)K_C^{-1} + (\tau_I s + 1)\exp(-ds)} \quad (3.58)$$

Οι $G_{L,PID}$ και $G_{L,PI}$ θα αποτελέσουν τη βάση για την ανάπτυξη των μεθόδων βαθμονόμησης που ακολουθούν.

3.4.1 Μέθοδοι συμμετρικού περιθωρίου κέρδους (ΣΠΚ) για PI ελεγκτή

Οι μέθοδοι συμμετρικού περιθωρίου κέρδους (ΣΠΚ) προϋποθέτουν την επιλογή του κέρδους του ελεγκτή με βάση τη σχέση (3.54). Αυτή η επιλογή του K_C προσδίδει στη μέθοδο ένα πολύ ενδιαφέρον χαρακτηριστικό. Όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.13 το K_C είναι σχεδόν ανεξάρτητο από την επιλογή του ολοκληρωτικού όρου του ελεγκτή και εξαρτάται μόνο από την τιμή της καθυστέρησης χρόνου d . Επομένως μπορούμε να διατυπώσουμε την εξής παρατήρηση:

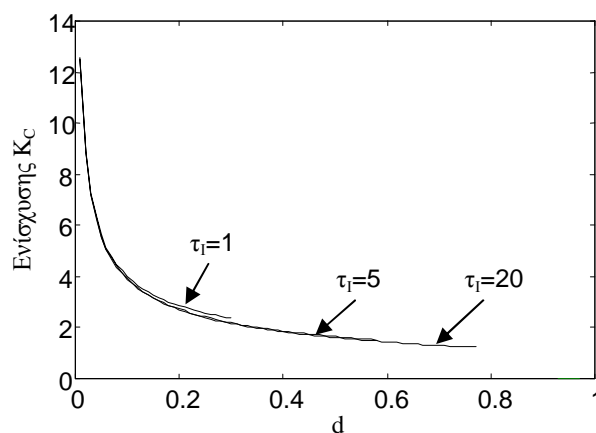
Παρατήρηση 3.2. Όταν η ενίσχυση K_C επιλέγεται με βάση την (3.54) είναι πρακτικώς ανεξάρτητη από την παράμετρο τ_I και εξαρτάται κυρίως από την καθυστέρηση χρόνου του συστήματος d . Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι καθώς αυξάνεται το τ_I , τα περιθώρια κέρδους GM_{inc} και GM_{dec} αυξάνονται σχεδόν με τον ίδιο ρυθμό. Επίσης από τα παραπάνω προκύπτει ότι το K_C μπορεί να επιλεγεί σχεδόν αποκλειστικά για να εγγυηθεί συμμετρικά περιθώρια κέρδους ενώ η παράμετρος τ_I επιλέγεται για να καθορίσει την επιθυμητή απόκριση του συστήματος ή το πόσο εύρωστο είναι το κλειστό σύστημα. \square

Για την ειδική περίπτωση όπου το $\tau_I = \infty$, το K_C προσεγγίζεται από τη σχέση

$$\hat{K}_C(d, \tau_I = \infty) = 1 + \frac{-1.12d + 1.27\sqrt{d} - 0.15d^2}{d} \quad (3.59)$$

Το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα της παραπάνω προσέγγισης είναι μικρότερο από 0.6% για $d < 1$.

Παρακάτω θα παρουσιαστούν διάφορες μέθοδοι με τις οποίες μπορεί να επιλεγεί η παράμετρος τ_I του ελεγκτή.



Σχήμα 3.13. Το κέρδος του ελεγκτή συναρτήσει του d για διάφορες τιμές της παραμέτρου τ_I .

3.4.1.1 1^η ΣΠΚ Μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτή(αυθαίρετη επιλογή του τ_I)

Ο πιο προφανής τρόπος επιλογής της παραμέτρου τ_I του ελεγκτή είναι να επιλεγεί τυχαία με το μόνο περιορισμό να ικανοποιεί τη συνθήκη για είναι το σύστημα ευσταθοποιήσιμο, δηλαδή $\tau_I > \tau_{I,\min}$ ή καλύτερα

$$\tau_I > 1.014 \hat{\tau}_{I,\min} \quad (3.60)$$

όπου $\hat{\tau}_{I,\min}$ η εκτίμηση του $\tau_{I,\min}$ για PI ελεγκτή η οποία δίνεται από την σχέση (3.50). Είναι προφανές ότι η απλή αυτή μέθοδος βαθμονόμησης μπορεί να εφαρμοστεί για όλα τα συστήματα με $d < 0.9$.

Σύμφωνα με την ανάλυση που έχει παρουσιαστεί (βλέπε σχήματα 3.2 και 3.3 για $\tau_D=0$), όσο πιο μεγάλο επιλεγεί το τ_I τόσο πιο εύρωστο είναι το κλειστό σύστημα. Επιπλέον, όπως θα φανεί στη συνέχεια, όσο πιο μεγάλο είναι το τ_I τόσο πιο αργή και ομαλή είναι η απόκριση του κλειστού συστήματος, τόσο στην περίπτωση ελέγχου παρακολούθησης τροχιάς (tracking), όσο και στην περίπτωση ρύθμισης (regulation).

3.4.1.2 2^η ΣΠΚ Μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτή (απόκριση 2^{ης} τάξης)

Σε αυτή τη μέθοδο βαθμονόμησης (όπως και στην 1^η ΣΠΚ μέθοδο) χρησιμοποιείται απευθείας η παράμετρος τ_I σαν ελεύθερη παράμετρος επιλογής της συμπεριφοράς του συστήματος στο πεδίο του χρόνου. Για κριτήριο απόκρισης στο πεδίο του χρόνου χρησιμοποιούνται η σταθερά απόσβεσης ζ και η ιδιοσυχνότητα ω_0 ενός συστήματος 2^{ης} τάξης που προσεγγίζει την απόκριση του κλειστού UFOPDT συστήματος.

Ένα από τα πιο διαδεδομένα κριτήρια επιλογής της απόκρισης ενός συστήματος 2^{ης} τάξης είναι η σταθερά απόσβεσης ζ . Είναι γνωστό ότι για ένα σύστημα δεύτερης τάξης, όσο πιο μικρή επιλεγεί η τιμή του ζ , τόσο πιο γρήγορη είναι η απόκρισή του ενώ ταυτοχρόνως γίνεται και πιο ταλαντωτική. Επίσης είναι γνωστό ότι όσο πιο μεγάλο είναι το ζ , τόσο πιο εύρωστο είναι το κλειστό σύστημα. Βέβαια στην περίπτωση των UFOPDT συστημάτων που μελετάμε το κλειστό σύστημα δεν είναι δεύτερης τάξης. Για το λόγο αυτό, στη συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος που δίνεται από την (3.58), αντικαθιστούμε τον εκθετικό όρο στον παρονομαστή με τη γνωστή προσέγγιση $\exp(-ds) \approx 1-ds$. Με την τρόπο αυτό προκύπτει το κλειστό σύστημα δεύτερης τάξης με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_{CL,PI}(s) = \frac{\exp(-ds)}{\tau_I (K_C^{-1} - d)s^2 + [\tau_I (1 - K_C^{-1}) - d]s + 1} \quad (3.61)$$

Η (3.61) μπορεί να γραφεί στην πιο συνεπτυγμένη μορφή

$$G_{CLPI}(s) = \frac{\exp(-ds)}{\tau_c^2 s^2 + 2\zeta\tau_c s + 1} \quad (3.62)$$

όπου

$$\tau_{e,PI} = \sqrt{\tau_1 (K_C^{-1} - d)} \quad (3.63)$$

και

$$\zeta_{PI} = \frac{\tau_1 (1 - K_C^{-1}) - d}{2\sqrt{\tau_1 (K_C^{-1} - d)}} \quad (3.64)$$

Επομένως το τ_1 μπορεί να επιλεγεί έτσι ώστε στην (3.64) να έχουμε $\zeta_{PI} = \zeta_{des}$, όπου ζ_{des} η σταθερά απόσβεσης που επιθυμούμε να έχει το κλειστό σύστημα. Επομένως το τ_1 προκύπτει από το μη γραμμικό σύστημα εξισώσεων που περιλαμβάνει τις σχέσεις (3.11), (3.12), (3.45), (3.46) και (3.64), η λύση του οποίου δεν μπορεί να δοθεί με αναλυτική μορφή.

Ένας δεύτερος τρόπος επιλογής της παραμέτρου τ_1 μπορεί να προκύψει από τη σχέση (3.63) έτσι ώστε το κλειστό σύστημα να έχει την επιθυμητή ιδιοσυχνότητα $\omega_0 = 1/\tau_e$. Στην περίπτωση αυτή, για μεγάλες τιμές της επιθυμητής ιδιοσυχνότητας $\omega_{0,des}$ παίρνουμε ένα γρήγορο και λιγότερο εύρωστο σύστημα, ενώ στην αντίθετη περίπτωση το σύστημα που προκύπτει είναι αργό και πιο εύρωστο.

Για την επίλυση του συστήματος των εξισώσεων που επιστρέφουν το $\tau_1(d, \zeta_{des})$ και το $\tau_1(d, \tau_{e,des})$ προτείνεται ο παρακάτω αλγόριθμος σταθερού σημείου:

Αλγόριθμος 2^{ης} ΣΠΚ Μεθόδου για PI ελεγκτή

Βήμα 1: Ξεκινάμε με μία αρχική εκτίμηση για το τ_1 μεγαλύτερη από το $\tau_{1,min}$, π.χ.

$$\tau_1 = 2\tau_{1,min}$$

Βήμα 2: Για την τιμή αυτή του τ_1 υπολογίζουμε την τιμή του K_C σύμφωνα με τη σχέση (3.54) κάνοντας χρήση των σχέσεων (3.45) και (3.46) (ή των ω_{min} και ω_{max} αλγορίθμων για μεγαλύτερη ακρίβεια) για τον υπολογισμό των κρισίμων συχνοτήτων και των σχέσεων (3.11) και (3.12) για τον υπολογισμό των κρισίμων κερδών.

Βήμα 3: Αν η προδιαγραφή είναι το ζ_{des} , επιλέγουμε τη νέα τιμή του τ_1 από τη λύση της (3.64) ως προς τ_1 η οποία δίνεται από τη μέγιστη ρίζα της δευτεροβάθμιας εξίσωσης

$$\tau_1^2 (1 - K_C^{-1})^2 - \tau_1 (4\zeta_{des}^2 (K_C^{-1} - d) + 2d(1 - K_C^{-1})) + d^2 = 0 \quad (3.65)$$

Αντίστοιχα, αν η προδιαγραφή σχεδίασης είναι το $\tau_{e,des}$, επιλέγουμε την νέα τιμή του τ_I από τη λύση της (3.63) ως προς τ_I , δηλαδή

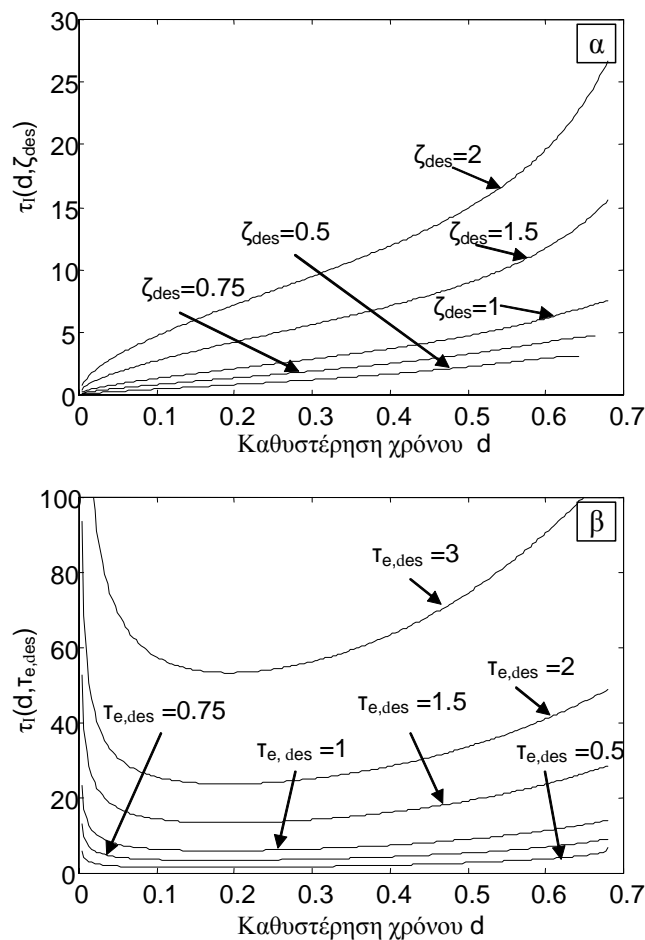
$$\tau_I = \tau_{e,des}^2 / (\hat{K}_C^{-1} - d) \quad (3.66)$$

Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλισης. □

Ο παραπάνω αλγόριθμος συγκλίνει για τις τιμές των ζ_{des} και $\tau_{e,des}$ για τις οποίες το τ_I που προκύπτει είναι μεγαλύτερο από το $\tau_{I,min}(d)$. Οι οριακές αυτές τιμές μπορούν να υπολογιστούν από τις σχέσεις

$$\min(\tau_{e,des}) = \sqrt{\tau_{I,min}(\hat{K}_C^{-1} - d)} \quad \text{και} \quad \min(\zeta_{des}) = \frac{\tau_{I,min}(1 - \hat{K}_C^{-1}) - d}{2\sqrt{\tau_{I,min}(\hat{K}_C^{-1} - d)}} \quad (3.67)$$

όπου το \hat{K}_C δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση (3.59).



Σχήμα 3.14. Οι συναρτήσεις α) $\tau_I(d, \zeta_{des})$ και β) $\tau_I(d, \tau_{e,des})$ για διάφορες τιμές των προδιαγραφών ζ_{des} και $\tau_{e,des}$.

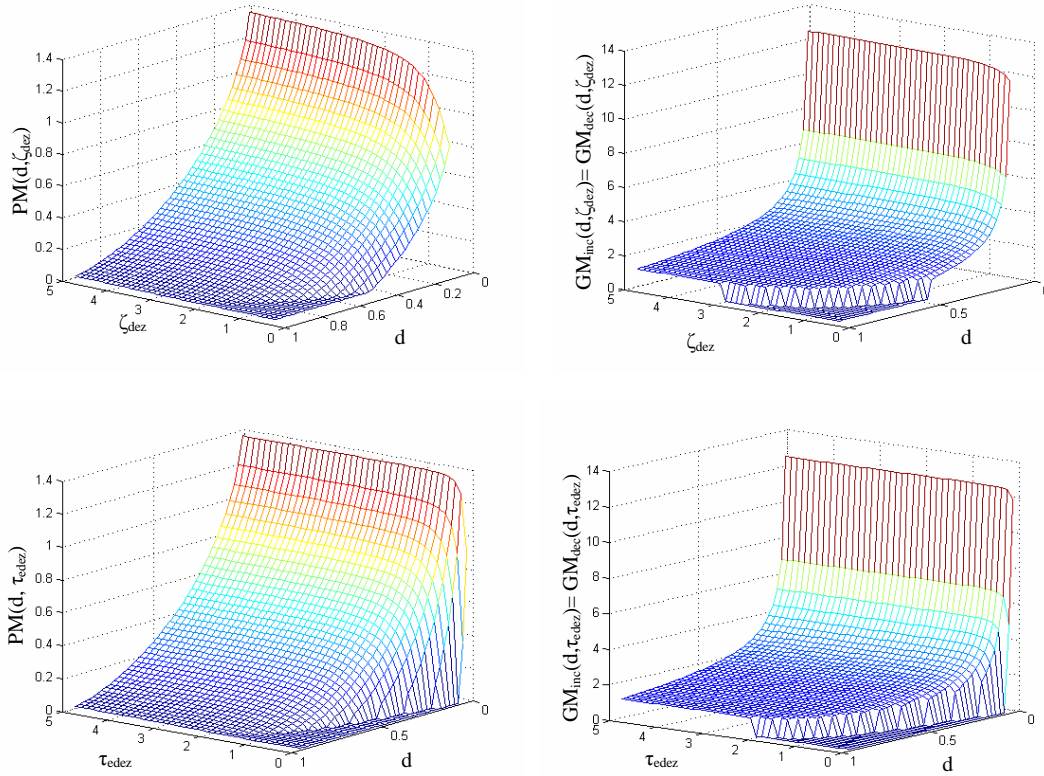
ζ_{des}	For $d < 0.3$	$\text{Max}(\tilde{\tau}_1)$	For $d > 0.3$	$\text{Max}(\tilde{\tau}_1)$
0.5	$0.7269d + 2.5362\sqrt{d}$	4%	$-0.19 + 4.59d + 8.28d^6$	1%
0.75	$1.7016d + 3.0585\sqrt{d}$	2.6%	$0.028 + 6.16d + 9.90d^6$	1%
1	$3.0696d + 3.7509\sqrt{d}$	2%	$0.37 + 8.21d + 16.88d^6$	0.8%
1.5	$6.975d + 5.7053\sqrt{d}$	1.55%	$1.89 + 12.41d + 51.95d^6$	0.7%
2	$12.452d + 8.4358\sqrt{d}$	1.3%	$3.44 + 19.91d + 95d^6$	1.1%
$\tau_{e,des}$	For $d < 0.2$	$\text{max}(\tilde{\tau}_1)$	For $d > 0.2$	$\text{max}(\tilde{\tau}_1)$
0.5	$0.409 - 0.2817/(d - \sqrt{d})$	4.5%	$1.518 + 10.54d^3$	1.5%
0.75	$0.717 - 0.6542/(d - \sqrt{d})$	3%	$3.34 + 16.89d^3$	0.5%
1	$1.142 - 1.177/(d - \sqrt{d})$	2.7%	$5.81 + 29.17d^3$	0.8%
1.5	$2.353 - 2.67/(d - \sqrt{d})$	2.3%	$13 + 49.66d^3$	0.4%
2	$4.07 - 4.76/(d - \sqrt{d})$	2.2%	$23.08 + 82.87d^3$	0.6%
3	$8.88 - 10.73/(d - \sqrt{d})$	2%	$51.94 + 176.8d^3$	0.8%

Πίνακας 3.2. Οι προσεγγιστικές σχέσεις, για PI ελεγκτή, με τις οποίες υπολογίζονται οι τιμές των $\tau_1(d, \zeta_{des})$ και $\tau_1(d, \tau_{e,des})$ για κάποιες βασικές τιμές των ζ_{des} και $\tau_{e,des}$.

Είναι προφανές ότι αν είναι γνωστές οι τιμές των $\tau_1(d, \zeta_{des})$ και $\tau_1(d, \tau_{e,des})$ μπορεί να γίνει χρήση των προσεγγίσεων για τα ω_{min} και ω_{max} και να εφαρμοστεί η παραπάνω μέθοδος απευθείας χωρίς τη χρήση του επαναληπτικού αλγορίθμου. Για το σκοπό αυτό στον πίνακα (3.2) δίνονται οι προσεγγιστικές σχέσεις με τις οποίες μπορεί κανείς να υπολογίσει τις τιμές των $\tau_1(d, \zeta_{des})$ και $\tau_1(d, \tau_{e,des})$ για κάποιες βασικές επιλογές των ζ_{des} και $\tau_{e,des}$. Για ενδιαμέσες τιμές των κριτηρίων είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί γραμμική παρεμβολή για τον υπολογισμό του τ_1 . Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζονται και τα μέγιστα κανονικοποιημένα σφάλματα $\tilde{\tau}_1$ των προσεγγίσεων αυτών. Οι συναρτήσεις $\tau_1(d, \zeta_{des})$ και $\tau_1(d, \tau_{e,des})$ που προκύπτουν παρουσιάζονται στα σχήματα 3.14α και 3.14β για διάφορες τιμές των προδιαγραφών ζ_{des} και $\tau_{e,des}$.

Για τη σχεδίαση του PI ελεγκτή με βάση την 2^η μέθοδο βαθμονόμησης είναι χρήσιμο να λάβει κανείς υπόψη την παρακάτω παρατήρηση:

Παρατήρηση 3.3. Το περιθώριο φάσης PM και τα περιθώρια κέρδους GM_{inc} και GM_{dec} (που για τη συγκεκριμένη μέθοδο είναι ίσα μεταξύ τους) αυξάνονται με την αύξηση του ζ_{des} και του $\tau_{e,des}$. Επομένως όσο μεγαλύτερο είναι το ζ_{des} και το $\tau_{e,des}$, τόσο πιο εύρωστο είναι το κλειστό σύστημα. \square



Σχήμα 3.15. Τα περιθώρια ευρωστίας PM, GM_{inc} και GM_{dec} συναρτήσεων των προδιαγραφών σχεδίασης ζ_{des} και του τ_{e,des}.

Την παραπάνω ιδιότητα των PM, GM_{inc} και GM_{dec} μπορεί να την επιβεβαιώσει κανείς και από τα σχήματα 3.15 όπου παρουσιάζονται τα αντίστοιχα περιθώρια ευρωστίας συναρτήσεων των προδιαγραφών σχεδίασης ζ_{des} και τ_{e,des}.

Η 2^η μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτές μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω αν το κέρδος K_C επιλεγεί απευθείας από τη προσέγγιση (3.59), οπότε πολύ απλά η τιμή του τ₁ προκύπτει από τη λύση της (3.63) ή της (3.64) ως προς τ₁, δηλαδή με μία από τις σχέσεις

$$\tau_1 = \frac{\tau_{e,des}^2}{(\hat{K}_C^{-1} - d)} \quad (3.68)$$

ή

$$\tau_1 = d + 2\zeta_{des}^2 \frac{\hat{K}_C^{-1} - d}{1 - \hat{K}_C^{-1}} \sqrt{1 + d \frac{1 - \hat{K}_C^{-1}}{2\zeta_{des}^2 (\hat{K}_C^{-1} - d)}} \quad (3.69)$$

αναλόγως το κριτήριο.

3.4.1.3 3^η ΣΠΚ Μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτή (ολοκληρωτικά κριτήρια)

Αλλά πολύ ευρέως χρησιμοποιούμενα κριτήρια απόκρισης στο πεδίο του χρόνου το οποίο χρησιμοποιούνται για την επιλογή των παραμέτρων του ελεγκτή, βασίζονται στην ελαχιστοποίηση του ολοκληρώματος του τετραγώνου του σφάλματος που προκύπτει από μία βηματική αλλαγή της εισόδου αναφοράς του συστήματος (**I**ntegral of **S**quared **E**rror due to a unit step change in the **S**et **P**oint (ISE-SP)) ή από μία βηματική διαταραχή στην είσοδο του συστήματος (due to a unit step **L**oad change (ISE-L))

$$J_{\text{ISE}} = \int_0^{\infty} [y(t) - r(t)]^2 dt \quad (3.70)$$

Οι μέθοδοι βαθμονόμησης που βασίζονται στην ελαχιστοποίηση των κριτηρίων ISE εγγυώνται μικρές τιμές του σφάλματος και πολύ γρήγορη απόκριση. Κάτι τέτοιο είναι εξαιρετικά χρήσιμο κυρίως στη περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου (regulatory control) όπου ο βασικός στόχος του ελέγχου είναι να παραμείνει η έξοδος του συστήματος όσο γίνεται πιο κοντά στην επιθυμητή τιμή της. Δυστυχώς η βηματική απόκριση του συστήματος στην περίπτωση αυτή είναι πολύ ταλαντωτική με πολύ μεγάλη υπερύψωση (overshoot). Επιπλέον και η έξοδος του ελεγκτή παρουσιάζει ταλαντωτική συμπεριφορά με αποτέλεσμα να προκαλούνται διαταραχές σε άλλους βρόχους ελέγχου του συστήματος. Για τους παραπάνω λόγους μία τέτοια μέθοδος δε συνίσταται στην περίπτωση παρακολούθησης τροχιάς.

Εναλλακτικά ολοκληρωτικά κριτήρια τα οποία δίνουν πιο ομαλή απόκριση είναι αυτά που λαμβάνουν υπόψη την ελαχιστοποίηση και τη μεταβλητότητα της εισόδου του συστήματος. Δύο τέτοια κριτήρια είναι αυτά που βασίζονται στην ελαχιστοποίηση του τετραγώνου του σφάλματος συν το τετράγωνο της κανονικοποιημένης μεταβολής της εξόδου του ελεγκτή από την τελική της τιμή u_{∞} [32] (**I**ntegral of the **S**quared **E**rror plus the **N**ormalized **S**quared **C**ontroller **O**utput **D**eviation (ISENSCOD)) ή του τετραγώνου της παραγώγου της εξόδου του ελεγκτή (**I**ntegral of **S**quared **E**rror plus the **N**ormalized **S**quared **D**erivative of the **C**ontroller **O**utput (ISENSDCO)) τα οποία δίνονται από τις σχέσεις

$$J_{\text{ISENSCOD}} = \int_0^{\infty} \left\{ [y(t) - r(t)]^2 + K^2 [u(t) - u_{\infty}]^2 \right\} dt \quad (3.71)$$

και

$$J_{\text{ISENSDCO}} = \int_0^{\infty} \left\{ [y(t) - r(t)]^2 + K^2 T^2 \dot{u}^2(t) \right\} dt \quad (3.72)$$

αντίστοιχα.

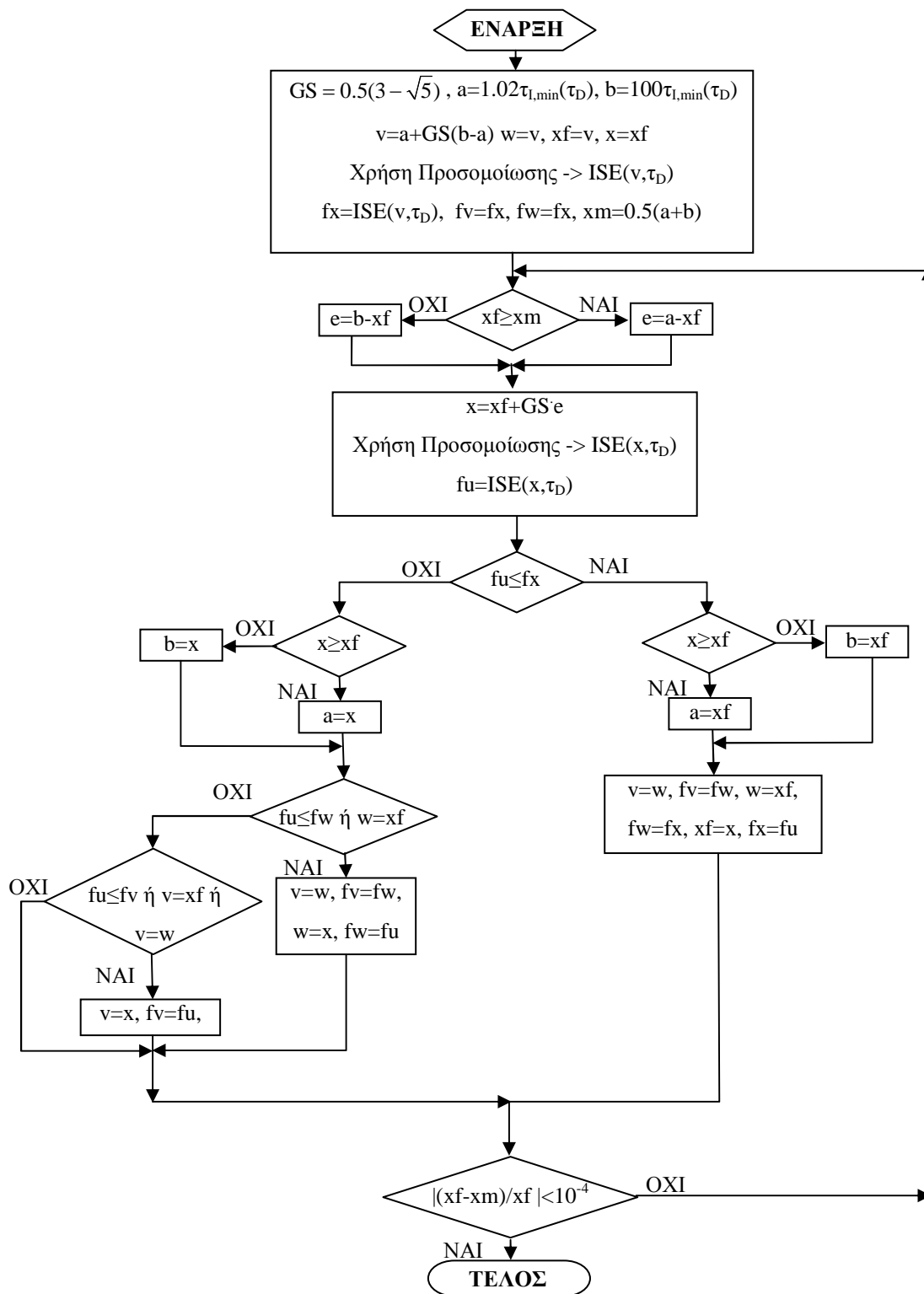
Η απόκριση του κλειστού συστήματος που επιτυγχάνεται με τη χρήση ελεγκτών βαθμονομημένων με βάση την ελαχιστοποίηση των παραπάνω κριτηρίων είναι πολύ πιο ομαλή και λιγότερο απαιτητική από τον ενεργοποιητή του συστήματος (system actuator).

Λόγο της καθυστέρησης χρόνου που υπάρχει στα UFOPDT συστήματα, δεν είναι δυνατό να υπολογιστεί η απόκριση του συστήματος στο πεδίο του χρόνου με αναλυτικό τρόπο. Έτσι για τον υπολογισμό τις τιμές των ολοκληρωτικών κριτηρίων κόστους ISE-SP, ISE-L, ISENSCOD και ISENSDCO, χρησιμοποιείται προσομοίωση. Για να υπολογιστεί η τιμή του t_i που ελαχιστοποιεί τα παραπάνω ολοκληρωτικά κριτήρια προτείνεται ο αλγόριθμος του σχήματος 3.16 ο οποίος βασίζεται στη μέθοδο της χρυσής τομής. Αν και αρκετά πολύπλοκος ο αλγόριθμος του σχήματος 3.16 συγκλίνει ταχύτερα από αλγορίθμους που βασίζονται στη μέθοδο της διχοτόμησης και απαιτεί την εκτέλεση μίας μόνο προσομοίωσης σε κάθε επανάληψη.

Για να είναι δυνατή η εφαρμογή της μεθόδου σε πραγματικό χρόνο (real time), οι τιμές του t_i που προκύπτουν από την εφαρμογή των παραπάνω κριτηρίων υπολογίστηκαν για όλες τις τιμές του $d < 0.85$ και στη συνέχεια οι αντίστοιχες συναρτήσεις $t_i(d)$ προσεγγίστηκαν με αναλυτικές σχέσεις. Οι αναλυτικές συναρτήσεις που προκύπτουν παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.3 μαζί με το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα τις προσέγγισης το οποίο παραμένει πάντα μικρότερο από 5%. Σημειώνεται ότι το σφάλμα στην τιμή του αντίστοιχου ολοκληρωτικού κριτηρίου είναι πολύ μικρότερο και δεν ξεπερνάει το 1%, γεγονός που καθιστά της προσεγγίσεις αυτές επαρκείς για τη χρήση τους σε περιπτώσεις βαθμονόμησης σε πραγματικό χρόνο.

Κριτήριο	Περιοχή του d	Estimated $\theta(d)$	$\max(\Delta\theta/\theta)$
ISE-SP	0.05- 0.85	$\frac{2.725d + 1.71d^2}{0.88 - d}$	5%
ISE-L	0.05- 0.85	$\frac{1.916d + 4.78^2}{0.88 - d}$	5%
ISENSCOD	0.01- 0.3	$0.747 + 3.66d + 18.64d^3$	0.5%
ISENSCOD	0.3 -0.85	$\frac{4.52d + 0.476d^3}{0.88 - d}$	4%
ISENSDCO	0.03- 0.85	$\frac{2.58d + 3.60d^3}{0.91 - d}$	4.3%

Πίνακας 3.3. Προσεγγιστικές σχέσεις υπολογισμού της τιμής του t_i που ελαχιστοποιεί τα ολοκληρωτικά κριτήρια.



Σχήμα 3.16. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της τιμής του τ_1 που ελαχιστοποιεί τα ολοκληρωτικά κριτήρια (βασίζόμενος στον αλγόριθμο της χρυσής τομής)

3.4.1.4 4^η ΣΠΚ Μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτή (τύπου Ziegler-Nichols)

Η παράμετρος τ_I μπορεί να επιλεγεί με βάση κάποιο κριτήριο της μορφής Ziegler-Nichols, δηλαδή

$$\tau_I = P_{u,\min} / \beta_1 \quad \text{ή} \quad \tau_I = P_{u,\max} / \beta_2 \quad (3.73)$$

όπου $P_{u,\min}$ και $P_{u,\max}$ είναι οι κρίσιμες περιόδους του κλειστού συστήματος (που είναι οι περιόδους ταλάντωσης όταν το κέρδος του ελεγκτή γίνει ίσο με K_{\min} ή K_{\max} , αντίστοιχα) και δίνονται από τις σχέσεις

$$P_{u,\min} = 2\pi / \omega_{\min} \quad \text{και} \quad P_{u,\max} = 2\pi / \omega_{\max}$$

Οι παράμετροι β_1 και β_2 είναι ελεύθερες παράμετροι που μπορούν να επιλεγούν έτσι ώστε το κλειστό σύστημα να ικανοποιεί κάποιο κριτήριο απόκρισης στο πεδίο του χρόνου.

Η παραπάνω μέθοδος εφαρμόζεται με τη χρήση του παρακάτω επαναληπτικού αλγορίθμου σταθερού σημείου, όταν η παράμετρος β_i ($i=1$ ή 2) που ικανοποιεί το κριτήριο έχει προεπιλεγεί. Τα βασικά βήματα του αλγορίθμου αυτού είναι τα εξής:

Αλγόριθμος 4^{ης} Μεθόδου για PI ελεγκτή

Βήμα 1: Ξεκινάμε με μία αρχική εκτίμηση για το τ_I μεγαλύτερη από το $\tau_{I,\min}$, π.χ.
 $\tau_I = 2\tau_{I,\min}$.

Βήμα 2: Για την τιμή αυτή του τ_I υπολογίζουμε την τιμή του K_C σύμφωνα με τη σχέση (3.54) κάνοντας χρήση των σχέσεων (3.45) και (3.46) (ή των ω_{\min} και ω_{\max} αλγορίθμων για μεγαλύτερη ακρίβεια) για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων και των σχέσεων (3.11) και (3.12) για τον υπολογισμό των κρίσιμων κερδών.

Βήμα 3: Επιλέγουμε τη νέα τιμή του τ_I από τη σχέση

$$\tau_I = \frac{2\pi}{\omega_{\min}} \frac{1}{\beta_1} \quad (\text{ή} \quad \tau_I = \frac{2\pi}{\omega_{\max}} \frac{1}{\beta_2})$$

Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλισης. □

Η παραπάνω μέθοδος έχει εφαρμοστεί στην [30] χρησιμοποιώντας απλούστερες προσεγγίσεις για τις κρίσιμες συχνότητες με εξίσου ικανοποιητικά αποτελέσματα. Οι προσεγγίσεις αυτές προκύπτουν κάνοντας απευθείας αντικατάσταση της συνάρτησης \tan^{-1} στην (3.10) (για $\tau_D=0$) με τις απλές προσεγγίσεις

$$a \tan(x) \approx \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3x}, & \text{for } x > 1 \\ x, & \text{for } x < 1 \end{cases} \quad (3.74)$$

$$\text{ή } a \tan(x) \approx \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x}, & \text{for } x > 1 \\ x, & \text{for } x < 1 \end{cases} \quad (3.75)$$

με αποτέλεσμα

$$\omega_{\min} = \sqrt{\frac{\pi}{3(T-d)\theta}} \quad (\text{ή } \omega_{\min} = \frac{1}{\sqrt{(T-d)\theta}}) \quad (3.76)$$

και

$$\omega_{\max} = \frac{\pi}{4d} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{16d(T+\theta)}{3\pi T\theta}} \right] \quad (\text{ή } \omega_{\max} = \frac{\pi}{4d} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{16d(T+\theta)}{\pi^2 T\theta}} \right]) \quad (3.77)$$

ανάλογα με το αν θα χρησιμοποιηθεί η (3.74) ή η (3.75) αντίστοιχα. Οι παραπάνω προσεγγίσεις ισχύουν με την προϋπόθεση ότι $d < 1$, $\tau_1 > 16d/(3\pi - 16d)$ και $16d/(3\pi) < 1$, (ή $\delta < 1$, $\tau_1 > 16d/(\pi^2 - 16d)$ και $16d/\pi^2 < 1$ αντίστοιχα).

Η παραπάνω μέθοδος εφαρμόστηκε χρησιμοποιώντας για την επιλογή της παραμέτρου β_i ($i=1$ ή 2) τη σταθερά απόσβεσης ζ ενός προσεγγιστικού δεύτερης τάξης κλειστού συστήματος. Επομένως η ελεύθερη παράμετρος β_i ($i=1$ ή 2) επιλέχθηκε έτσι ώστε στην (3.64) να έχουμε $\zeta_{PI} = \zeta_{des}$. Η παράμετρος τ_1 προκύπτει από το μη γραμμικό σύστημα εξισώσεων που περιλαμβάνει τις σχέσεις (3.11), (3.12), (για $\tau_D=0$), (3.76), (3.77) και (3.64) η λύση του οποίου δεν μπορεί να δοθεί σε αναλυτική μορφή. Για να λυθεί το παραπάνω σύστημα εξισώσεων μπορεί να γίνει χρήση του αλγορίθμου της 4^{ης} μεθόδου που παρουσιάστηκε παραπάνω με τη διαφορά ότι στο 3^ο βήμα του αλγορίθμου η νέα εκτίμηση του τ_1 πρέπει να επιλεγεί σύμφωνα με τις παρακάτω σχέσεις:

Αν το τ_1 επιλέγεται με βάση τη σχέση $\tau_1 = \frac{2\pi}{\omega_{\min}} \frac{1}{\beta_1}$, τότε

$$\tau_1 = \left(\frac{12\pi}{\beta_1^2} \right) (1-d) \quad (\text{ή } \tau_1 = \left(\frac{4\pi^2}{\beta_1^2} \right) (1-d)) \quad (3.78)$$

ανάλογα με την προσέγγιση που θα χρησιμοποιηθεί, ενώ όταν το τ_1 επιλέγεται με βάση την σχέση $\tau_1 = \frac{2\pi}{\omega_{\max}} \frac{1}{\beta_2}$, τότε το νέο τ_1 στον αλγόριθμο επιλέγεται από τη μέγιστη πραγματική της

$$\tau_1^2 + \left(1 - \frac{3\pi}{\beta_2} \right) \tau_1 + \frac{12\pi d}{\beta_2^2} = 0 \quad (\text{ή } \tau_1^2 + \left(1 - \frac{\pi^2}{\beta_2} \right) \tau_1 + \frac{4\pi^2 d}{\beta_2^2} = 0) \quad (3.79)$$

Επίσης στην [30] η παραπάνω μέθοδος εφαρμόστηκε με σκοπό την ελαχιστοποίηση του κριτηρίου ISENSCOD που περιγράφεται από τη σχέση (3.71). Στον πίνακα 3.5 παρουσιάζονται οι τιμές της παραμέτρου β_i ($i=1$ ή 2) που ελαχιστοποιούν το παραπάνω κριτήριο υπό την προϋπόθεση ότι οι κρίσιμες συχνότητες έχουν εκτιμηθεί από τις προσεγγίσεις (3.76) και (3.77),

$$\beta_1 = 7.5015 - 5.7093\sqrt{d} - 3.4021d - 0.4157d^2 \quad (3.80)$$

$$\beta_2 = -0.05736 + 0.8837\sqrt{d} + 1.8372d - 3.7292d^2 - 1.2692d^5 + 0.9778d^8 \quad (3.81)$$

ενώ αν χρησιμοποιηθούν οι προσεγγίσεις ((3.76) και (3.77)),

$$\beta_1 = 6.9991 - 14.5403d + 8.1335d^2 \quad (3.82)$$

$$\beta_2 = -0.025 + 0.4196\sqrt{d} + 3.4351d - 8.2490d^2 + 4.8008d^3 \quad (3.83)$$

3.4.2 Μέθοδοι μεγίστου περιθωρίου φάσης για PI ελεγκτή

Οι μέθοδοι βαθμονόμησης που βασίζονται στη μεγιστοποίηση περιθωρίου φάσης για τη συγκεκριμένη επιθυμητή απόκριση του συστήματος, προϋποθέτουν την επιλογή του κέρδους του ελεγκτή K_C με βάση τη σχέση (3.56), που για την απλή περίπτωση του PI ελεγκτή γίνεται

$$K_C = \tau_1 \omega_p \sqrt{\frac{1 + \omega_p^2}{1 + \tau_1^2 \omega_p^2}} \quad (3.84)$$

όπου η συχνότητα ω_p δίνεται από την σχέση (3.16). Η παράμετρος τ_1 , όπως και στην περίπτωση των μεθόδων συμμετρικού περιθωρίου φάσης, μπορεί να επιλεγεί με βάση κάποιο κριτήριο απόκρισης στο πεδίο χρόνου. Σημειώνεται ότι αν η παράμετρος τ_1 είναι γνωστή, τότε για την εφαρμογή των μεθόδων ΜΠΦ δεν είναι απαραίτητη η χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων ή προσεγγιστικών σχέσεων αφού η σχέση (3.16) έχει αναλυτική λύση.

Παρακάτω θα παρουσιαστούν διάφοροι τρόποι με τους οποίους μπορεί να επιλεγεί η παράμετρος τ_1 του ελεγκτή, αντίστοιχοι με αυτούς που χρησιμοποιήθηκαν για τις ΣΠΚ μεθόδους.

d/T	$\beta_{1,opt}$	$B_{2,opt}$	$J_{ISENSCOD}/T$	d/T	$\beta_{1,opt}$	$B_{2,opt}$	$J_{ISENSCOD}/T$
0.01	6.8320	0.0505	2.5099	0.28	3.4277	0.6197	3.4086
0.02	6.7257	0.0999	2.5325	0.29	3.3372	0.6227	3.4493
0.03	6.5410	0.1445	2.5687	0.30	3.2486	0.6250	3.4906
0.04	6.3577	0.1856	2.6044	0.31	3.1610	0.6262	3.5338
0.05	6.1829	0.2238	2.6388	0.32	3.0751	0.6269	3.5778
0.06	6.0168	0.2593	2.6720	0.33	2.9910	0.6270	3.6226
0.07	5.8583	0.2924	2.7043	0.34	2.9085	0.6265	3.6683
0.08	5.7068	0.3234	2.7359	0.35	2.8275	0.6255	3.7149
0.09	5.5614	0.3523	2.7670	0.36	2.7467	0.6234	3.7649
0.10	5.4215	0.3794	2.7977	0.37	2.6673	0.6207	3.8161
0.11	5.2865	0.4048	2.8281	0.38	2.5873	0.6175	3.8686
0.12	5.1562	0.4284	2.8582	0.39	2.5125	0.6139	3.9226
0.13	5.0300	0.4506	2.8882	0.40	2.4369	0.6098	3.9782
0.14	4.9077	0.4713	2.9181	0.41	2.3618	0.6050	4.0367
0.15	4.7890	0.4907	2.9479	0.42	2.2877	0.5997	4.0971
0.16	4.6686	0.5075	3.0134	0.43	2.2145	0.5940	4.1598
0.17	4.5516	0.5231	3.0464	0.44	2.1419	0.5879	4.2251
0.18	4.4379	0.5375	3.0497	0.45	2.0697	0.5812	4.2933
0.19	4.3272	0.5507	3.0795	0.46	1.9969	0.5734	4.3675
0.20	4.2175	0.5628	3.1128	0.47	1.9239	0.5649	4.4461
0.21	4.1128	0.5734	3.1476	0.48	1.8501	0.5555	4.5303
0.22	4.0089	0.5830	3.1827	0.49	1.7745	0.5447	4.6218
0.23	3.9074	0.5917	3.2181	0.50	1.6955	0.5317	4.7235
0.24	3.8085	0.5994	3.2539	0.51	1.6100	0.5146	4.8424
0.25	3.7118	0.6064	3.2900	0.52	1.5128	0.4896	4.9885
0.26	3.6150	0.6116	3.3290	0.53	1.3955	0.4494	5.1885
0.27	3.5203	0.6160	3.3685	0.54	1.2545	0.3889	5.5024

Πίνακας 3.4. Οι τιμές της παραμέτρου β_i ($i=1$ ή 2) που ελαχιστοποιούν το ολοκληρωτικό κριτήριο ISENSCOD όταν χρησιμοποιείται η προσέγγιση (3.74).

d/T	$\beta_{1,opt}$	$\beta_{2,opt}$	$J_{ISENSCOD}/T$	d/T	$\beta_{1,opt}$	$\beta_{2,opt}$	$J_{ISENSCOD}/T$
0.01	6.9962	0.0506	2.5095	0.28	3.5212	0.6101	3.4075
0.02	6.8779	0.0996	2.5339	0.29	3.4200	0.6128	3.4473
0.03	6.6860	0.1440	2.5707	0.30	3.3312	0.6150	3.4878
0.04	6.4971	0.1848	2.6068	0.31	3.2416	0.6161	3.5300
0.05	6.3175	0.2226	2.6415	0.32	3.1541	0.6166	3.5729
0.06	6.1470	0.2577	2.6750	0.33	3.0681	0.6165	3.6165
0.07	5.9846	0.2904	2.7076	0.34	2.9852	0.6160	3.6608
0.08	5.8294	0.3210	2.7394	0.35	2.9036	0.6149	3.7060
0.09	5.6806	0.3495	2.7706	0.36	2.8224	0.6126	3.7544
0.10	5.5375	0.3762	2.8014	0.37	2.7429	0.6099	3.8038
0.11	5.3997	0.4011	2.8318	0.38	2.6643	0.6067	3.8543
0.12	5.2666	0.4243	2.8620	0.39	2.5876	0.6031	3.9059
0.13	5.1378	0.4460	2.8920	0.40	2.5119	0.5991	3.9589
0.14	5.0131	0.4663	2.9218	0.41	2.4371	0.5944	4.0144
0.15	4.8921	0.4852	2.9516	0.42	2.3636	0.5893	4.0714
0.16	4.7695	0.5017	2.9842	0.43	2.2912	0.5838	4.1301
0.17	4.6504	0.5169	3.0169	0.44	2.2199	0.5780	4.1906
0.18	4.5412	0.5309	3.0497	0.45	2.1495	0.5719	4.2531
0.19	4.4231	0.5437	3.0826	0.46	2.0792	0.5649	4.3203
0.20	4.3139	0.5555	3.1156	0.47	2.0096	0.5575	4.3902
0.21	4.2048	0.5657	3.1501	0.48	1.9406	0.5498	4.4631
0.22	4.0990	0.5750	3.1849	0.49	1.8719	0.5416	4.5396
0.23	3.9957	0.5833	3.2199	0.50	1.8032	0.5329	4.6203
0.24	3.8954	0.5908	3.2552	0.51	1.7339	0.5234	4.7076
0.25	3.7974	0.5974	3.2908	0.52	1.6633	0.5129	4.8018
0.26	3.7050	0.6024	3.3292	0.53	1.5903	0.5008	4.9076
0.27	3.6050	0.6066	3.3681	0.54	1.5124	0.4860	5.0995

Πίνακας 3.5. Οι τιμές της παραμέτρου β_i ($i=1$ ή 2) που ελαχιστοποιούν το ολοκληρωτικό κριτήριο ISENSCOD όταν χρησιμοποιείται η προσέγγιση (3.75).

3.4.2.1 1^η ΜΠΦ Μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτή (αυθαίρετη επιλογή του τ_I)

Αυτή η μέθοδος βαθμονόμησης είναι αντίστοιχη με την 1^η ΣΠΚ μεθόδου για PI ελεγκτή με τη διαφορά ότι για την αντίστοιχη τιμή του τ_I εγγυάται το μέγιστο περιθώριο φάσης. Όπως και στην 1^η μέθοδο, η τιμή της παραμέτρου τ_I πρέπει να ικανοποιεί την ανισότητα (3.60) και μπορεί να εφαρμοστεί για όλα τα συστήματα με $d < 0.9$.

Και για αυτή τη μέθοδο ισχύουν οι παρατηρήσεις που αναφέρθηκαν στην 1^η ΣΠΚ μέθοδο, δηλαδή όσο πιο μεγάλο επιλεγεί το τ_I , τόσο πιο εύρωστο είναι το κλειστό σύστημα ενώ ταυτόχρονα γίνεται πιο αργό.

3.4.2.2 2^η ΜΠΦ Μέθοδος βαθμονόμησης για PI ελεγκτή (απόκριση 2^{ης} τάξης)

Σε αυτή τη μέθοδο, αντίστοιχα με την 2^η ΣΠΚ μέθοδο, η επιλογή της παραμέτρου τ_I του ελεγκτή γίνεται με βάση τη σταθερά απόσβεσης ζ ή το αντίστροφο της ιδιοσυχνότητας τ_e ενός συστήματος δεύτερης τάξης που προσεγγίζει το κλειστό UFOPDT σύστημα.

Για τον υπολογισμό της τιμής του $\tau_I(\zeta_{des})$ (ή $\tau_I(\tau_{edes})$) πρέπει να επιλυθεί το μη γραμμικό σύστημα εξισώσεων που αποτελείται από τις σχέσεις (3.84), (3.16) και (3.64) (ή (3.63)). Η λύση αυτού του συστήματος δεν μπορεί να εκφραστεί με αναλυτικές σχέσεις, επομένως για την εφαρμογή της μεθόδου μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο αλγόριθμος της 2^{ης} ΣΠΚ μεθόδου με τη διαφορά ότι στο 2^ο βήμα ο υπολογισμός της ενίσχυσης K_C υπολογίζεται από τη σχέση (3.84). Και σε αυτή την περίπτωση ο αλγόριθμος συγκλίνει για τις τιμές των ζ_{des} και $\tau_{e,des}$ για τις οποίες το τ_I που προκύπτει είναι μεγαλύτερο από το $\tau_{I,min}(d)$.

Όπως και στην ΣΠΚ μέθοδο, οι συναρτήσεις $\tau_I(d, \zeta_{des})$ και $\tau_I(d, \tau_{edes})$ υπολογίστηκαν κάνοντας χρήση του επαναληπτικού αλγορίθμου της μεθόδου και στη συνέχεια, για να είναι δυνατή η χρήση της μεθόδου σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου, προσεγγίστηκαν από αναλυτικές συναρτήσεις. Στον πίνακα 3.6 παρουσιάζονται αυτές οι προσεγγιστικές συναρτήσεις μαζί με το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα που προκύπτει. Σε κάθε περίπτωση το σφάλμα αυτό είναι μικρότερο του 5%.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειώσουμε ότι και στη περίπτωση της ΜΠΦ μεθόδου ισχύει η παρατήρηση 3.3, με την εξαίρεση ότι για μικρές τιμές του d ($d < 0.2$) το GM_{dec} δεν είναι γνησίως μονότονο. Τα παραπάνω φαίνονται στο σχήμα 3.17 όπου παρουσιάζονται τα PM , GM_{inc} και GM_{dec} συναρτήσεις του d και των προδιαγραφών σχεδίασης ζ_{des} και $\tau_{e,des}$.

ζ_{des}	$\tau_I(d)$	Περιοχή του d	$\max(\tilde{\tau}_I)$	$\tau_I(d)$	Περιοχή του d	$\max(\tilde{\tau}_I)$
0.5	$3.244d+2.467d^2$	$d<0.45$	1.23%			
0.75	$6.13d+2.422d^2$	$d<0.57$	2.1%			
1	$12.534d+1.1653d^2$	$d<0.66$	2%			
1.5	$24.273d+2.866\sqrt{d}$	$d<0.25$	2.2%	$-1.55+36.33d+58.04d^6$	$0.2<d<0.7$	2%
2	$40.41d+8.063\sqrt{d}$	$d<0.25$	2.4%	$-3.40+69.92d+160.1d^6$	$0.2<d<0.7$	1.8%
$\tau_{e,des}$	$\tau_I(d)$	Περιοχή του d	$\max(\tilde{\tau}_I)$	$\tau_I(d)$	Περιοχή του d	$\max(\tilde{\tau}_I)$
0.5	$0.597-0.232/(d-\sqrt{d})$	$d<0.15$	1.7%	$1.567+4.474d^3+9.08d^4$	$0.15<d<0.5$	0.5%
0.75	$0.92-0.51/(d-\sqrt{d})$	$d<0.2$	2.3%	$3.06-0.788d^3+27.13d^4$	$0.2<d<0.68$	1.9%
1	$1.032-0.937/(d-\sqrt{d})$	$d<0.2$	2.7%	$4.91+0.623d^3+33.6d^4$	$0.2<d<0.7$	0.8%
1.5	$1.89-2.171/(d-\sqrt{d})$	$d<0.2$	1%	$9.94+1.93d^3+52.97d^4$	$0.2<d<0.7$	1%
2	$2.27-3.9126/(d-\sqrt{d})$	$d<0.2$	2.2%	$16.96+6.09d^3+72.99d^4$	$0.2<d<0.7$	0.6%

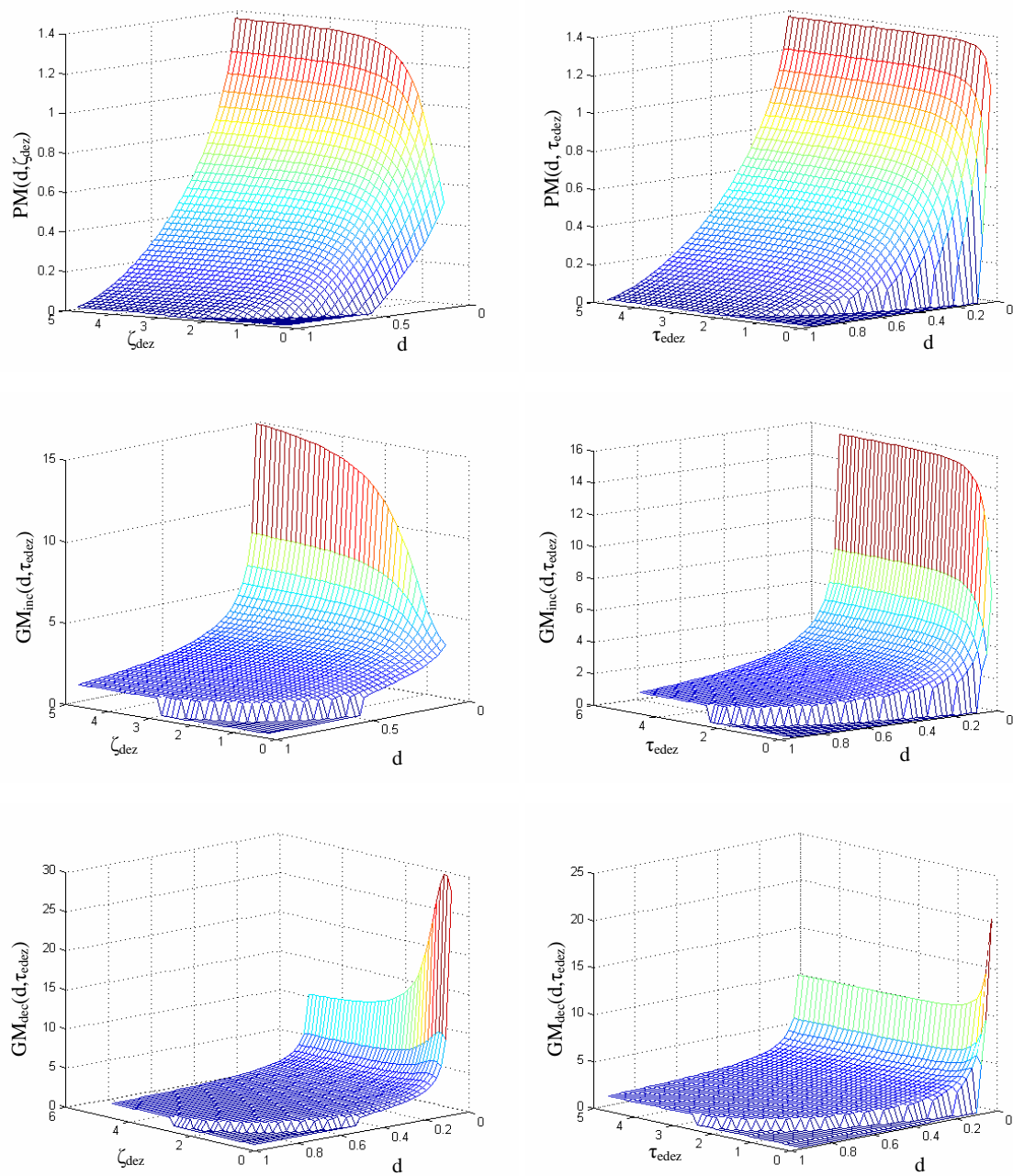
Πίνακας 3.6. Οι προσεγγιστικές σχέσεις της ΜΠΦ μεθόδου, για PI ελεγκτή, με τις οποίες υπολογίζονται οι τιμές των $\tau_I(d, \zeta_{des})$ και $\tau_I(d, \tau_{e,des})$ για κάποιες βασικές τιμές των ζ_{des} και $\tau_{e,des}$.

Μια εξαιρετικά ενδιαφέρουσα ιδιότητα της ΜΠΦ μεθόδου βαθμονόμησης στην περίπτωση εφαρμογής της σε PI ελεγκτές είναι ότι για συστήματα με μεγάλη καθυστέρηση χρόνου ή για μικρές τιμές των ζ_{des} και $\tau_{e,des}$ (όταν δηλαδή τα περιθώρια κέρδους και φάσης είναι μικρά) η μέθοδος δίνει ελεγκτές που έχουν συμμετρικό περιθώριο κέρδους. Αντίθετα για συστήματα με μικρά d ή για πολύ μεγάλες τομές των ζ_{des} και $\tau_{e,des}$, οι ελεγκτές που προκύπτουν δίνουν μεγάλο κέρδος για τον ελεγκτή. Αυτό σημαίνει ότι όταν η ευρωστία δεν είναι σημαντικός παράγων σχεδίασης, τότε ο ελεγκτής που προκύπτει είναι πιο γρήγορος και δίνει μικρότερο μέγιστο σφάλμα όταν στο σύστημα επιδρούν εξωτερικές διαταραχές.

3.4.3 Μέθοδοι συμμετρικού περιθωρίου κέρδους για PID ελεγκτή

Όλες οι μέθοδοι βαθμονόμησης για τον PI ελεγκτή που παρουσιάστηκαν παραπάνω, επεκτείνονται και στον PID ελεγκτή. Η επέκταση αυτή, ώστε να συμπεριληφθεί στη σχεδίαση και διαφορικός όρος, γίνεται με την προϋπόθεση ότι ο διαφορικός όρος επιλέγεται εκ των προτέρων και στη συνέχεια γίνεται σχεδίαση του υπόλοιπου ελεγκτή με βάση αυτήν την επιλογή. Ο λόγος για τον οποίο ο διαφορικός όρος δεν επιβάλλεται μονοσήμαντα από τη μέθοδο είναι ότι συνήθως οι τιμές που μπορεί να λάβει

περιορίζονται από το σύστημα. Ο περιορισμός των τιμών του διαφορικού όρου οφείλονται κυρίως στα επίπεδα θορύβου και από την αλληλεπίδραση που τυχόν υπάρχει με άλλους κλειστούς βρόχους του συστήματος. Σημειώνεται ότι η ελευθερία που δίνεται στο σχεδιαστή του ελεγκτή να επιλέξει το διαφορικό όρο του ελεγκτή με βάση τη γνώση του για το σύστημα, αποτελεί ένα από τα βασικότερα πλεονεκτήματα των μεθόδων που παρουσιάζονται παρακάτω.



Σχήμα 3.17. Τα PM, GM_{inc} και GM_{dec} συναρτήσεων του d και των προδιαγραφών σχεδίασης ζ_{des} και $\tau_{e,des}$.

Η τιμή της σταθεράς χρόνου διαφόρισης τ_D είναι προφανές ότι δεν μπορεί να επιλεγεί αυθαίρετα. Σύμφωνα με την ανάλυση που παρουσιάστηκε στην υπο-ενότητα 3.2.3, η παράμετρος τ_D του ελεγκτή δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από το $\tau_{D,max}$ (για το οποίο $K_{min} < K_{max}$) και φυσικά δεν έχει νόημα να λάβει αρνητικές τιμές. Οι μέθοδοι λοιπόν που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια μπορούν να εφαρμοστούν όταν η παράμετρος τ_D λαμβάνει τιμές στο διάστημα

$$0 < \tau_D < \tau_{D,max} \quad (3.85)$$

Όμως όπως προαναφέρθηκε στην υπο-ενότητα 3.2.5, όταν το τ_D είναι μεγαλύτερο από το $\tau_{D,maxPI}$ η ευρωστία του συστήματος μειώνεται σημαντικά και μπορεί το κλειστό σύστημα με PID ελεγκτή να είναι λιγότερο εύρωστο από το κλειστό που ελέγχεται με PI ελεγκτή. Αν λοιπόν δεν υπάρχει ιδιαίτερος λόγος να επιλεγεί πολύ μεγάλη τιμή για την παράμετρο τ_D (π.χ. πολύ μεγάλη ταχύτητα εξουδετέρωσης διαταραχών), είναι προτιμότερο η παράμετρος τ_D να λαμβάνει τιμές στο διάστημα

$$\tau_D < \tau_{D,maxPI} \quad (3.86)$$

και μάλιστα αν δεν υπάρχει κανένας περιορισμός από το σύστημα προτείνεται η επιλογή

$$\tau_D = \hat{\tau}_{D,maxPI} \quad (3.87)$$

όπου $\hat{\tau}_{D,maxPI}$ είναι η προσέγγιση του $\tau_{D,maxPI}$ ο οποία δίνεται από τη σχέση (3.53). Με αυτή την επιλογή του τ_D το κλειστό σύστημα μπορεί να γίνει εξαιρετικά γρήγορο με το μεγαλύτερο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί με PID ελεγκτή και ταυτόχρονα εγγυάται ότι όλα τα περιθώρια ευρωστίας (PM , GM_{inc} , GM_{dec}) είναι μεγαλύτερα από αυτά που επιτυγχάνονται με τον PI ελεγκτή.

Αν σκοπός της σχεδίασης είναι η επίτευξη του μεγαλύτερου δυνατού περιθωρίου κέρδους (δηλαδή GM_{inc} και GM_{dec}), τότε η καλύτερη επιλογή της παραμέτρου τ_D είναι

$$\tau_D = \hat{\tau}_{D,maxGM} \quad (3.88)$$

όπου $\hat{\tau}_{D,maxGM}$ είναι η προσέγγιση του $\tau_{D,maxGM}$ και δίνεται από τη σχέση (3.52).

Για την ειδική περίπτωση που ο διαφορικός όρος του ελεγκτή επιλεγεί με βάση τη σχέση (3.87) ή τη σχέση (3.88), τότε οι μέθοδοι βαθμονόμησης του PID ελεγκτή που θα παρουσιαστούν παρακάτω είναι δυνατό να εφαρμοστούν απευθείας χωρίς τη χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων.

3.4.3.1 1^η ΣΠΚ Μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή (αυθαίρετη επιλογή του τ_I)

Αυτή η μέθοδος είναι αντίστοιχη της 1^{ης} ΣΠΚ μεθόδου για PI ελεγκτή με τη διαφορά ότι η σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης τ_I μπορεί να επιλεγεί αυθαίρετα στο διάστημα

$\tau_I > \tau_{I,\min}(d, \tau_D)$ ή καλύτερα

$$\tau_I > 1.02 \hat{\tau}_{I,\min}(d, \tau_D) \quad (3.89)$$

όπου $\hat{\tau}_{I,\min}(d, \tau_D)$ είναι η εκτίμηση του $\tau_{I,\min}$ για τον PID ελεγκτή η οποία δίνεται από τη σχέση (3.51).

Είναι προφανές ότι η απλή αυτή μέθοδος βαθμονόμησης μπορεί να εφαρμοστεί χωρίς τη χρήση επαναληπτικών μεθόδων για όλα τα συστήματα με $d < 0.9$ και για $a \equiv \tau_D/d$ που να ικανοποιεί την ανισότητα της σχέσης (3.49). Αν όμως γίνει χρήση του επαναληπτικού $\tau_{I,\min}$ Αλγόριθμου για τον ακριβή υπολογισμό του $\tau_{I,\min}(d, \tau_D)$, τότε η εφαρμογή της μεθόδου μπορεί να γίνει για όλα τα συστήματα με $d < 1 + \tau_D$.

Σημειώνεται στο σημείο αυτό ότι αν ο διαφορικός όρος επιλεγεί με βάση την ανισότητα (3.86), τότε ισχύει και για την περίπτωση του PID ελεγκτή η ιδιότητα σύμφωνα με την οποία όσο πιο μεγάλη είναι η τιμή της παραμέτρου τ_I , τόσο πιο εύρωστο είναι το κλειστό σύστημα, ενώ ταυτόχρονα η απόκριση του κλειστού συστήματος γίνεται πιο αργή και ομαλή.

3.4.3.2. 2^η ΣΠΚ Μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή (απόκριση 2^{ης} τάξης)

Αυτή η μέθοδος βαθμονόμησης του PID ελεγκτή αποτελεί επέκταση της 2^{ης} ΣΠΚ μεθόδου βαθμονόμησης για τον PI ελεγκτή όπου η επιλογή της παραμέτρου τ_I γίνεται με βάση τη σταθερά απόσβεσης ζ και η ιδιοσυχνότητα ω_0 ενός ισοδύναμου συστήματος 2^{ης} τάξης που προσεγγίζει την απόκριση του κλειστού UFOPDT συστήματος.

Το σύστημα 2^{ης} τάξης που προσεγγίζει το κλειστό UFOPDT σύστημα μπορεί να προκύψει κάνοντας χρήση της παρατήρησης 3.1 και της προσέγγισης $\exp(-ds) \approx 1 - ds$ στον παρονομαστή της συνάρτησης μεταφοράς (3.57), οπότε προκύπτει η προσεγγιστική συνάρτηση μεταφοράς

$$G_{CL,PID}(s) \approx \frac{\exp(-ds)}{\tau_I \left(K_C^{-1} - (1-a)d \right) s^2 + \left[\tau_I \left(1 - K_C^{-1} \right) - (1-a)d \right] s + 1} \quad (3.90)$$

η οποία μπορεί να γραφεί στην πιο συνεπτυγμένη μορφή

$$G_{CL,PID}(s) = \frac{\exp(-ds)}{\tau_e^2 s^2 + 2\zeta \tau_e s + 1} \quad (3.91)$$

όπου

$$\tau_{e,PID} = \sqrt{\tau_I \left(K_C^{-1} - (1-a)d \right)} \quad (3.92)$$

και

$$\zeta_{PID} = \frac{\tau_1(1-K_C^{-1})-(1-a)d}{2\sqrt{\tau_1(K_C^{-1}-(1-a)d)}} \quad (3.93)$$

(όπου $a=\tau_D/d$).

Για την εφαρμογή της μεθόδου μπορεί να γίνει χρήση του αλγορίθμου της 2^{ης} ΣΠΚ μεθόδου για PI ελεγκτή με τη διαφορά ότι αντί της σχέσης (3.65) πρέπει να χρησιμοποιηθεί η σχέση

$$\tau_1^2(1-K_C^{-1})^2 - \tau_1 \left[4\zeta_{des}^2 (K_C^{-1}-(1-a)d) + 2((1-a)d)(1-K_C^{-1}) \right] + ((1-a)d)^2 = 0 \quad (3.94)$$

και αντί της σχέσης (3.66) πρέπει να χρησιμοποιηθεί η σχέση

$$\tau_1 = \tau_{e,des}^2 / (K_C^{-1} - (1-a)d) \quad (3.95)$$

Σημειώνεται ότι ο αλγόριθμος που προκύπτει συγκλίνει για τις τιμές των ζ_{des} και $\tau_{e,des}$ για τις οποίες το τ_1 που προκύπτει είναι μεγαλύτερο από το $\tau_{1,min}(d,\tau_D)$. Επίσης η παραπάνω μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί, με την χρήση των επαναληπτικών ω_{min} και ω_{max} αλγορίθμων, για συστήματα με $d>1$. Βέβαια όσο μεγαλύτερο είναι το d , τόσο μεγαλύτερη είναι και η απόκλιση από την επιθυμητή συμπεριφορά που χαρακτηρίζεται από τα ζ_{des} και $\tau_{e,des}$. Τέλος ισχύει και για αυτή τη μέθοδο βαθμονόμησης ότι όσο μεγαλύτερα επιλεγούν τα ζ_{des} και $\tau_{e,des}$, τόσο πιο εύρωστο, αλλά ταυτόχρονα και αργό, είναι το κλειστό σύστημα που προκύπτει.

Για να είναι δυνατή η εφαρμογή της μεθόδου χωρίς τη χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου, οι τιμές των συναρτήσεων $\tau_1(d,\tau_D,\zeta_{des})$ υπολογίστηκαν για τις ειδικές περιπτώσεις όπου $\tau_D=d/2$, $\tau_D=\tau_{D,maxPI}$ και $\tau_D=\tau_{D,maxGM}$ και για κάποιες βασικές τιμές της σταθεράς απόσβεσης ζ_{des} . Στον πίνακα 3.7 παρουσιάζονται αναλυτικές συναρτήσεις που προσεγγίζουν τις παραπάνω λύσεις. Σημειώνεται ότι για συστήματα με $d>0.9$ για τον υπολογισμό των ω_{min} και ω_{max} είναι απαραίτητη η χρήση των αντιστοίχων αλγορίθμων.

3.4.3.3 3^η ΣΠΚ Μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή (ολοκληρωτικά κριτήρια)

Αντίστοιχα με την 3^η ΣΠΚ μέθοδο βαθμονόμησης για PI ελεγκτή είναι δυνατό να υπολογιστεί η τιμή της παραμέτρου $\tau_1(d,\tau_D)$ για την οποία ελαχιστοποιείται κάποιο από τα κριτήρια κόστους που αναφέρθηκαν στην υπο-ενότητα 3.4.1.3. Για τον ακριβή υπολογισμό του τ_1 μπορεί να γίνει χρήση του ΙΣΕ αλγορίθμου που προτάθηκε στην αντίστοιχη υπο-ενότητα, με την διαφορά ότι στον υπολογισμό των κρισίμων κερδών K_{min} και K_{max} πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι αντίστοιχες σχέσεις που ισχύουν για τον PID ελεγκτή.

	ζ_{des}	$0 < d < 0.2$	$\text{Max}(\tilde{\tau}_1)$	$0.2 < d < 1.2$	$\text{Max}(\tilde{\tau}_1)$
$\tau_D = d/2$	0.5	$-0.034 + 8.038d^2 + 1.287\sqrt{d}$	1.8%	$0.5426 + 8.093d^2 + 2.956d^8$	2.1%
	0.75	$-0.057 + 14.17d^2 + 2.612\sqrt{d}$	1.5%	$1.083 + 15.118d^2 + 5.907d^8$	2.1%
	1	$0.0924 + 9.102d + 1.859\sqrt{d}$	1.4%	$1.804 + 24.99d^2 + 9.551d^8$	2%
	1.5	$0.1967 + 18.87d + 4.346\sqrt{d}$	1.3%	$3.837 + 53.87d^2 + 19.66d^8$	2.9%
	2	$0.3468 + 32.66d + 7.779\sqrt{d}$	1.3%	$6.536 + 95.12d^2 + 32.90d^8$	3.6%
	ζ_{des}	$0 < d < 0.5$	$\text{Max}(\tilde{\tau}_1)$	$0.45 < d < 0.8$	$\text{Max}(\tilde{\tau}_1)$
$\tau_D = \tau_{D,maxPI}$	0.5	$2.055d + 18.34d^3 + 0.7754\sqrt{d}$	1.5%	$16.02d^2 - 12.79d^4 + 182.2d^8$	4.4%
	0.75	$4.293d + 89.55d^4 + 1.69\sqrt{d}$	4.5%	$-2.371d + 36.55d^2 + 538d^{10}$	1.8%
	1	$5.787d + 68.26d^3 + 3.037\sqrt{d}$	2%	$-7.79d + 69.25d^2 + 936.6d^{10}$	2%
	1.5	$71.09d^2 + 32.04d^3 + 8.371\sqrt{d}$	5%	$114.9d^2 + 74.9d^6 + 2005d^{10}$	2.1%
	2	$127.8d^2 + 130.3d^4 + 14.86\sqrt{d}$	4.6%	$184.6d^2 + 1687d^8 + 1229d^{10}$	4.5%
	ζ_{des}	$0 < d < 0.3$	$\text{Max}(\tilde{\tau}_1)$	$0.3 < d < 1.2$	$\text{Max}(\tilde{\tau}_1)$
$\tau_D = \tau_{D,maxGM}$	0.5	$0.0117 + 2.294d + 0.5611\sqrt{d}$	0.9%	$0.5264 + 5.595d^2 + 1.922d^8$	3.1%
	0.75	$0.0257 + 3.383d + 1.299\sqrt{d}$	0.8%	$0.9530 + 9.379d^2 + 4.177d^8$	2.7%
	1	$0.0421 + 4.814d + 2.363\sqrt{d}$	0.8%	$1.542 + 14.67d^2 + 6.420d^8$	2.5%
	1.5	$0.0892 + 8.866d + 5.407\sqrt{d}$	0.8%	$3.225 + 29.64d^2 + 13.93d^8$	2.3%
	2	$0.1341 + 14.19d + 9.851\sqrt{d}$	0.8%	$5.579 + 50.57d^2 + 24.56d^8$	2.3%

Πίνακας 3.7. Οι προσεγγιστικές σχέσεις, για PID ελεγκτή, με τις οποίες υπολογίζονται οι τιμές της συνάρτησης $\tau_1(d, \tau_D, \zeta_{des})$ για κάποιες βασικές τιμές του ζ_{des} στις ειδικές περιπτώσεις όπου $\tau_D = d/2$, $\tau_D = \tau_{D,maxPI}$ και $\tau_D = \tau_{D,maxGM}$.

Όπως έγινε και με την προηγούμενη μέθοδο, για τις ειδικές περιπτώσεις όπου $\tau_D = d/2$, $\tau_D = \tau_{D,maxPI}$ και $\tau_D = \tau_{D,maxGM}$ και για καθένα από τα ολοκληρωτικά κριτήρια κόστους ISE-SP, ISE-L, ISENSCOD και ISENSDCO οι αντίστοιχες τιμές του $\tau_1(d, \tau_D)$ υπολογίσθηκαν με τη χρήση του ISE αλγόριθμου και με τη χρήση προσομοίωσης για τον υπολογισμό της τιμής του κριτηρίου κόστους. Επίσης οι συναρτήσεις που προέκυψαν προσεγγίστηκαν με αναλυτικές συναρτήσεις ώστε να είναι δυνατή η εφαρμογή της μεθόδου χωρίς τη χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων. Οι συναρτήσεις αυτές παρουσιάζονται στον πίνακα 3.8 μαζί με το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα των προσεγγίσεων και την περιοχή τιμών του d για την οποία οι προσεγγίσεις ισχύουν.

	Κριτήριο	$0 < d < 0.4$	$\max(\Delta\theta/\theta)$	$0.4 < d < 0.9$	$\max(\Delta\theta/\theta)$
$\tau_D = d/2$	ISE-SP	$3.522d + 20.01d^3 + 3.089d^5$	1.8%	$\frac{3.25d + 7.46d^4}{0.95 - d}$	2.3%
	ISE-L	$2.031d + 6.569d^2 + 16.83d^3$	2.5%	$\frac{3.07d + 13.96d^4}{0.95 - d}$	4%
	ISENSCOD_Sp	$0.8029 + 1.851d + 12.03d^2$	2.7%	$\frac{4.6d + 6.42d^4}{0.95 - d}$	2.6%
	ISENSCOD_L	$0.2153 + 5.661d + 55.71d^4$	1.6%	$\frac{1.80d + 16.91d^4}{0.95 - d}$	3.8%
	ISENSDCO_Sp	$3.030 + 1.299d + 25.99d^3$	3.1%	$\frac{2.69d + 8.11d^4}{0.95 - d}$	2.4%
	ISENSDCO_L	$2.78d + 26.5d^3 + 0.295\sqrt{d}$	1.3%	$\frac{1.29d + 16.58d^4}{0.95 - d}$	3.4%
	Κριτήριο	$0 < d < 0.9$	$\max(\Delta\theta/\theta)$	$0.4 < d < 0.9$	$\max(\Delta\theta/\theta)$
$\tau_D = \tau_{D,\max GM}$	ISE-SP	$3.358d - 0.958d^2 + 8.895d^3$	2.7%		
	ISE-L	$1.953d + 4.543d^2 + 4.928d^4$	2.1%		
	ISENSCOD_Sp	$0.7717 + 3.049d + 8.392d^3$	2.5%		
	ISENSCOD_L	$0.2355 + 4.549d + 8.447d^4$	2.8%		
	ISENSDCO_Sp	$3.001 + 6.242d^2 + 5.221d^4$	4%		
	ISENSDCO_L	$2.167d + 8.44d^3 + 0.372\sqrt{d}$	3.2%		
	Κριτήριο	$0 < d < 0.4$	$\max(\Delta\theta/\theta)$	$0.4 < d < 0.9$	$\max(\Delta\theta/\theta)$
$\tau_D = d/2$	ISE-SP	$3.09d + 10.65d^3 + 0.070\sqrt{d}$	1.1%	$\frac{2.34d + 0.996d^2}{0.96 - d}$	2.7%
	ISE-L	$2.38d + 7.057d^3 - 0.062\sqrt{d}$	1.7%	$\frac{1.98d - 0.292d^4}{0.99 - d}$	1%
	ISENSCOD_Sp	$0.7497 + 3.405d + 9.537d^2$	0.3%	$\frac{4.02d - 0.887d^2}{0.96 - d}$	4.4%
	ISENSCOD_L	$0.101 + 4.60d^2 + 1.44\sqrt{d}$	0.7%	$\frac{3.19d - 1.75d^2}{0.98 - d}$	2.3%
	ISENSDCO_Sp	$2.952 - 2.653d + 14.83d^2$	2.5%	$\frac{2.20d + 1.06d^2}{0.96 - d}$	2.3%
	ISENSDCO_L	$1.99d + 3.99d^2 + 0.473\sqrt{d}$	1.3%	$\frac{2.12d - 0.44d^4}{0.99 - d}$	1.7%

Πίνακας 3.8. Οι προσεγγιστικές σχέσεις, για PID ελεγκτή, με τις οποίες υπολογίζονται οι τιμές της συνάρτησης $\tau_i(d, \tau_D)$ για τα ολοκληρωτικά κριτήρια, στις ειδικές περιπτώσεις όπου $\tau_D = d/2$, $\tau_D = \tau_{D,\max PI}$ και $\tau_D = \tau_{D,\max GM}$.

3.4.4 Μέθοδοι μεγίστου περιθωρίου φάσης για PID ελεγκτή

Οι 1^η, 2^η και 3^η μέθοδοι βαθμονόμησης που βασίζονται στην μεγιστοποίηση του περιθωρίου φάσης, είναι αντίστοιχες με την 1^η, 2^η και 3^η ΣΠΚ μεθόδους που παρουσιάστηκαν στην παραπάνω ενότητα με τη διαφορά ότι το κέρδος του ελεγκτή K_C υπολογίζεται με βάση τη σχέση (3.56).

Για την αποφυγή της χρήσης επαναληπτικών αλγορίθμων για την εφαρμογή των μεθόδων οι τιμές της συνάρτησης $\tau_1(d, \tau_D)$ που προκύπτει από τις διάφορες μεθόδους και τα αντίστοιχα κριτήρια απόκρισης, προσεγγίστηκαν με αναλυτικές συναρτήσεις οι οποίες παρουσιάζονται στους πίνακες 3.9 και 3.10 αντίστοιχα για την 2^η και την 3^η ΜΠΦ μέθοδο βαθμονόμησης του PID ελεγκτή.

	ζ_{des}	$0 < d < 0.3$	$\text{Max}(\tilde{\tau}_1)$	$0.3 < d < 1.2$	$\text{Max}(\tilde{\tau}_1)$
$\tau_D = d/2$	0.5	$2.046d + 9.310d^3$	2.5%	$-0.2113 + 3.575d + 8.889d^5$	4.7%
	0.75	$3.888d + 17.13d^3$	2%	$0.2590 + 14.13d^2 + 9.324d^8$	4.2%
	1	$7.782d + 18.32d^3$	1.5%	$0.4875 + 25.05d^2 + 15.7d^8$	4.5%
	1.5	$18.15d + 6.614d^2 + 1.135\sqrt{d}$	4%	$1.45 + 57.20d^2 + 33.35d^8$	4.9%
	2	$25.16d + 29.52d^2 + 5.067\sqrt{d}$	2.5%	$3.476 + 99.07d^2 + 65.81d^8$	3.7%
	ζ_{des}	$0 < d < 0.45$	$\text{Max}(\tilde{\tau}_1)$	$0.45 < d < 0.8$	$\text{Max}(\tilde{\tau}_1)$
$\tau_D = \tau_{D,maxPI}$	0.5	$1.957d + 1.810d^2 + 15.30d^4$	0.8%	$8.966d^2 + 1.30d^4 + 161.6d^{10}$	2.2%
	0.75	$3.760d + 3.169d^2 + 38.57d^4$	0.7%	$24.92d^2 - 35.89d^4 + 304.0d^8$	4%
	1	$7.729d + 0.7380d^2 + 84.93d^4$	1.5%	$38.30d^2 - 41.05d^4 + 504.6d^8$	4.5%
	1.5	$19.25d + 347.4d^5 + 0.9582\sqrt{d}$	4.5%	$103.7d^2 - 152.4d^4 + 1226d^8$	3.9%
	2	$26.86d + 321.8d^4 + 4.904\sqrt{d}$	1.8%	$163.0d^2 - 952.2d^6 + 3155d^8$	4.6%
	ζ_{des}	$0 < d < 0.3$	$\text{Max}(\tilde{\tau}_1)$	$0.3 < d < 1.2$	$\text{Max}(\tilde{\tau}_1)$
$\tau_D = \tau_{D,maxGM}$	0.5	$2.553d + 4.567d^3$	0.8%	$0.3930 + 5.466d^2 + 2.432d^8$	1.1%
	0.75	$4.777d + 4.5928d^3$	1.1%	$0.6395 + 10.13d^2 + 5.750d^8$	1.8%
	1	$0.0117 + 9.119d + 0.033\sqrt{d}$	2.4%	$1.188 + 17.71d^2 + 10.87d^8$	1.8%
	1.5	$-0.0302 + 18.31d + 2.679\sqrt{d}$	2.4%	$3.180 + 41.75d^2 + 24.11d^8$	2.3%
	2	$29.75d + 10.00d^3 + 7.176\sqrt{d}$	2%	$6.287 + 75.73d^2 + 43.86d^8$	2.2%

Πίνακας 3.9. Οι προσεγγιστικές σχέσεις, για PID ελεγκτή, με τις οποίες υπολογίζονται οι τιμές της συνάρτησης $\tau_1(d, \tau_D, \zeta_{des})$ για κάποιες βασικές τιμές του ζ_{des} , στις ειδικές περιπτώσεις όπου $\tau_D = d/2$, $\tau_D = \tau_{D,maxPI}$ και $\tau_D = \tau_{D,maxGM}$.

	Κριτήριο	$0 < d < 0.4$	$\max(\Delta\theta/\theta)$	$0.4 < d < 0.9$	$\max(\Delta\theta/\theta)$
$\tau_D = d/2$	ISE-SP	$2.976d + 33.20d^3 - 24.33d^4$	2.5%	$\frac{1.295d + 12.8d^4}{0.96 - d}$	4.9%
	ISE-L	$2.739d + 32.63d^3 - 16.34d^4$	2.3%	$\frac{1.20d + 15.79d^4}{0.95 - d}$	3.9%
	ISENSCOD_Sp	$0.7774 + 1.344d + 13.68d^2$	2.6%	$\frac{1.78d + 11.8d^4}{0.95 - d}$	3.3%
	ISENSCOD_L	$5.926d + 96.8d^5 + 0.158\sqrt{d}$	2.9%	$\frac{1.62d + 15.54d^4}{0.95 - d}$	4.2%
	ISENSDCO_Sp	$3.123 - 1.877d + 19.41d^2$	1.6%	$\frac{2.9d + 8.23d^4}{0.95 - d}$	2.3%
	ISENSDCO_L	$3.62d + 56.84d^4 + 0.124\sqrt{d}$	3%	$\frac{1.26d + 15.41d^4}{0.95 - d}$	4%
	Κριτήριο	$0 < d < 0.9$	$\max(\Delta\theta/\theta)$	$0.4 < d < 0.9$	$\max(\Delta\theta/\theta)$
$\tau_D = \tau_{D,\max GM}$	ISE-SP	$2.387d + 3.485d^2 + 5.910d^4$	1.5%		
	ISE-L	$2.186d + 3.237d^2 + 5.697d^4$	1.2%		
	ISENSCOD_Sp	$0.6736 + 3.670d + 9.747d^4$	4.1%		
	ISENSCOD_L	$5.968d - 7.230d^2 + 13.16d^3$	2.1%		
	ISENSDCO_Sp	$3.051 + 6.396d^2 + 5.147d^4$	4%		
	ISENSDCO_L	$2.326d + 7.878d^3 + 0.2488$	3%		
	Κριτήριο	$0 < d < 0.4$	$\max(\Delta\theta/\theta)$	$0.4 < d < 0.9$	$\max(\Delta\theta/\theta)$
$\tau_D = d/2$	ISE-SP	$2.144d + 1.825d^2 + 4.347d^3$	0.7%	$\frac{1.89d + 0.158d^2}{0.96 - d}$	2.7%
	ISE-L	$\frac{1.91d - 0.495d^2}{1 - d}$	0.8%	$\frac{2.09d - 0.978d^2}{1 - d}$	0.6%
	ISENSCOD_Sp	$0.7188 + 2.386d + 7.488d^3$	0.4%	$\frac{3.57d - 1.70d^2}{0.96 - d}$	4.4%
	ISENSCOD_L	$5.327d - 0.1472d^2 + 13.26d^4$	2.7%	$\frac{3.07d - 2.31d^2}{0.98 - d}$	2.3%
	ISENSDCO_Sp	$3.197 - 3.189d + 13.71d^2$	2.5%	$\frac{2.26d + 0.313d^2}{0.96 - d}$	1.9%
	ISENSDCO_L	$1.656d + 1.705d^2 + 0.26\sqrt{d}$	1.9%	$\frac{2.09d - 1.13d^4}{0.99 - d}$	0.85%

Πίνακας 3.10. Οι προσεγγιστικές σχέσεις, για PID ελεγκτή, με τις οποίες υπολογίζονται οι τιμές της συνάρτησης $\tau_i(d, \tau_D)$ για τα ολοκληρωτικά κριτήρια, στις ειδικές περιπτώσεις όπου $\tau_D = d/2$, $\tau_D = \tau_{D,\max PI}$ και $\tau_D = \tau_{D,\max GM}$.

3.5 ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ PID ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΒΑΣΙΣΜΕΝΕΣ ΣΕ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΕΥΡΩΣΤΙΑΣ

Οι μέθοδοι βαθμονόμησης που παρουσιάστηκαν παραπάνω βασίζονται κυρίως σε κριτήρια απόκρισης στο πεδίο του χρόνου ενώ ταυτόχρονα εγγυώνται και κάποιες βασικές ιδιότητες ως προς την ευρωστία του κλειστού συστήματος. Στην παρούσα ενότητα προτείνονται τεχνικές βαθμονόμησης του PID ελεγκτή οι οποίες βασίζονται μόνο στα ευρέως χρησιμοποιούμενα κριτήρια ευρωστίας του περιθωρίου φάσης PM, του αυξητικού και του μειωτικού περιθωρίου κέρδους GM_{inc} και GM_{dec} , αντίστοιχα.

Πιο συγκεκριμένα οι μέθοδοι βαθμονόμησης που προτείνονται παρακάτω επιστρέφουν τις παραμέτρους του ελεγκτή που ικανοποιούν ακριβώς τις προδιαγραφές ευρωστίας:

- i. Περιθώριο φάσης και αυξητικό περιθώριο κέρδους (PGM_{inc} μέθοδος)
- ii. Περιθώριο φάσης και μειωτικό περιθώριο κέρδους (PGM_{dec} μέθοδος)
- iii. Μόνο το περιθώριο φάσης (PM μέθοδος)
- iv. Αυξητικό και μειωτικό περιθώριο κέρδους (GM μέθοδος)
- v. Περιθώριο φάσης αυξητικό και μειωτικό περιθώριο κέρδους (PGM μέθοδος)

Για λόγους που έχουν προαναφερθεί, και στην περίπτωση εφαρμογής των παραπάνω μεθόδων η σταθερά χρόνου διαφόρισης τ_D πρέπει να επιλεγεί εκ των προτέρων με βάση τις κατευθυντήριες γραμμές που έχουν δοθεί στην ανάλυση που προηγήθηκε.

Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι οι μόνες τεχνικές βαθμονόμησης που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία [33], [34], βασίζονται στην ταυτόχρονη ικανοποίηση του περιθωρίου φάσης PM και του αυξητικού περιθωρίου κέρδους GM_{inc} . Οι μέθοδοι αυτές έχουν δυνατότητα εφαρμογής σε συστήματα με $d < 0.3$ και δεν είναι ακριβείς λόγω του γεγονότος ότι βασίζονται σε προσεγγιστικές σχέσεις μικρής ακρίβειας. Πιο συγκεκριμένα, η μέθοδος που προτείνεται στην [33] εφαρμόζεται μόνο για PI ελεγκτές και βασίζεται σε απλές προσεγγίσεις της συνάρτησης \tan^{-1} με αποτέλεσμα να μπορεί να εφαρμοστεί για συστήματα με $d < 0,3$ και για προδιαγραφές $PM > 0.6PM_{max}$ και $GM_{inc} > 1 + 0.6(GM_{prod,max} - 1)$, ενώ και στα παραπάνω διαστήματα το κανονικοποιημένο σφάλμα που επιτυγχάνεται είναι μεγαλύτερο το 15%. Στην [34] η σχεδίαση βασίζεται στην υπόθεση ότι ένα UFOPDT σύστημα με P-ελεγκτή που το ευσταθοποιεί, μπορεί να προσεγγιστεί με ένα δεύτερης τάξης ευσταθές σύστημα με βάση το οποίο γίνεται η σχεδίαση του PID ελεγκτή. Η μέθοδος αυτή δίνει ακόμα μικρότερη ακρίβεια.

3.5.1 PGM_{inc} μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή

Η μέθοδος αυτή έχει σα στόχο την ακριβή και ταυτόχρονη ικανοποίηση του επιθυμητού περιθωρίου φάσης PM_{des} και αυξητικού περιθωρίου κέρδους GM_{inc} . Φυσικά μία τέτοια μέθοδος έχει νόημα όταν η αβεβαιότητα που υπάρχει στο κέρδος του συστήματος είναι μόνο αυξητική.

Για τον ακριβή υπολογισμό των παραμέτρων K_C και τ_I του ελεγκτή (αφού προηγουμένως έχει επιλεγεί το τ_D) είναι απαραίτητη η λύση του συστήματος εξισώσεων που αποτελείται από τις μη-γραμμικές εξισώσεις (3.10), (3.12), (3.17), (3.18) και (3.25). Λόγω της μη ύπαρξης αναλυτικής λύσης του παραπάνω συστήματος ως προς τα K_C και τ_I , προτείνεται ο παρακάτω επαναληπτικός αλγόριθμος για την εφαρμογή της PGM_{inc} μεθόδου. Τα βασικά βήματα του αλγορίθμου είναι τα εξής:

Αλγόριθμος PGM_{inc} Μεθόδου για PID ελεγκτή

Βήμα 1: Ξεκινάμε με μία πολύ μεγάλη αρχική εκτίμηση για το τ_I , π.χ. $\tau_I=100\tau_{I,min}$.

Βήμα 2: Για την τιμή αυτή του τ_I υπολογίζουμε την τιμή της ενίσχυσης K_C ώστε να ικανοποιείται το επιθυμητό $GM_{inc,des}$ από τη σχέση

$$K_C = \frac{\sqrt{1+(\omega_{max})^2}}{GM_{inc,des} \sqrt{1+(\tau_I \omega_{max})^2} \sqrt{1+(\tau_D \omega_{max})^2}} (\tau_I \omega_{max}) \quad (3.96)$$

(η οποία προκύπτει κάνοντας χρήση των σχέσεων (3.12) και (3.25)).

Βήμα 3: Για την τιμή αυτή του K_C υπολογίζουμε τη νέα τιμή του τ_I για την οποία ικανοποιείται το επιθυμητό περιθώριο φάσης PM_{des} από τη σχέση

$$\tau_I = \frac{\tan \left[PM + \frac{\pi}{2} + d\omega_G - \tan^{-1}(\omega_G) - \tan^{-1}(\tau_D \omega_G) \right]}{\omega_G} \quad (3.97)$$

(η οποία προκύπτει από την (3.17)) όπου η συχνότητα μοναδιαίου κέρδους ω_G υπολογίζεται από τη λύση της (3.18).

Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλισης. □

Ο παραπάνω αλγόριθμος συγκλίνει πάντα αν για τις επιθυμητές προδιαγραφές PM_{des} $GM_{inc,des}$ και για την τιμή του τ_D που επιλέχθηκε υπάρχει λύση του προβλήματος. Είναι προφανές ότι για να έχει λύση το πρόβλημα πρέπει τουλάχιστον να ισχύει

$$PM_{des} < PM_{max}(d, \tau_D) \text{ και } GM_{inc,des} < GM_{prod,max} \quad (3.98)$$

3.5.2 PGM_{dec} μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή

Όταν οι προδιαγραφές σχεδίασης του ελεγκτή είναι το περιθώριο φάσης και το μειωτικό περιθώριο κέρδους, τότε οι παράμετροι του ελεγκτή προκύπτουν από τη λύση του συστήματος εξισώσεων που αποτελείται από τις μη-γραμμικές εξισώσεις (3.10), (3.11), (3.17), (3.18) και (3.25). Για τη λύση αυτού του συστήματος ως προς τα K_C και τ_I , προτείνεται ο παρακάτω επαναληπτικός αλγόριθμος για την εφαρμογή της PGM_{dec} μεθόδου. Τα βασικά βήματα του αλγορίθμου είναι:

Αλγόριθμος PGM_{dec} Μεθόδου για PID ελεγκτή

Βήμα 1: Ξεκινάμε με μία πολύ μεγάλη αρχική εκτίμηση για το τ_I , π.χ. $\tau_I=100\tau_{I,min}$.

Βήμα 2: Για την τιμή αυτή του τ_I υπολογίζουμε την τιμή της ενίσχυσης K_C ώστε να ικανοποιείται το επιθυμητό $GM_{dec,des}$ από τη σχέση

$$K_C = \frac{GM_{dec,des} \sqrt{1 + (\omega_{min})^2}}{\sqrt{1 + (\tau_I \omega_{min})^2} \sqrt{1 + (\tau_D \omega_{min})^2}} (\tau_I \omega_{min}) \quad (3.99)$$

(η οποία προκύπτει κάνοντας χρήση των σχέσεων (3.11) και (3.25)).

Βήμα 3: Για την τιμή αυτή του K_C υπολογίζουμε τη νέα τιμή του τ_I για την οποία ικανοποιείται το επιθυμητό περιθώριο φάσης PM_{des} από τις σχέσεις (3.97) και (3.18).

Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

Και ο παραπάνω αλγόριθμος συγκλίνει πάντα αν για τις επιθυμητές προδιαγραφές PM_{des} , $GM_{dec,des}$ και για την τιμή του τ_D που επιλέχθηκε υπάρχει λύση του προβλήματος. Είναι προφανές ότι για να έχει λύση το πρόβλημα πρέπει τουλάχιστον να ισχύει ότι

$$PM_{des} < PM_{max}(d, \tau_D) \quad \text{και} \quad GM_{dec,des} < GM_{prod,max} \quad (3.100)$$

Σημειώνεται στο σημείο αυτό ότι η PGM_{inc} (ή αντίστοιχα η PGM_{dec}) μέθοδος βαθμονόμησης πρέπει να χρησιμοποιείται με μεγάλη προσοχή γιατί είναι δυνατό να προκύψει κάποιος ελεγκτής ο οποίος να ικανοποιεί τα κριτήρια σχεδίασης αλλά να μην είναι καθόλου εύρωστος (ή ακόμα και ασταθής) λόγω του πολύ μικρού GM_{dec} (ή αντίστοιχα GM_{inc}). Για τον λόγο αυτό πρέπει πάντα να ελέγχεται το GM_{dec} (ή αντίστοιχα GM_{inc}) που προκύπτει από τις συγκεκριμένες παραμέτρους του ελεγκτή και να επιβεβαιώνεται ότι είναι αρκετά μεγαλύτερο από τη μονάδα.

Λόγω της μικρής χρησιμότητας αυτών των μεθόδων δεν έγινε απόπειρα να βρεθούν αναλυτικές λύσεις για την εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων.

3.5.3 *PM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή*

Αυτή η μέθοδος βαθμονόμησης χρησιμοποιείται όταν η μόνη προδιαγραφή σχεδίασης είναι το περιθώριο φάσης του κλειστού συστήματος. Βέβαια υπάρχει απειρία τιμών των παραμέτρων τ_I και K_C (το τ_D είναι προεπιλεγμένο) για τις οποίες το περιθώριο φάσης του κλειστού συστήματος είναι το επιθυμητό. Η καλύτερη επιλογή τ_I και K_C είναι εκείνη που θα ικανοποιεί το επιθυμητό περιθώριο φάσης PM_{des} εκεί που μεγιστοποιείται και η φάση του συστήματος, δηλαδή όταν $\omega_G = \omega_p$ (βλέπε ανάλυση στην ενότητα 3.2.3). Με την επιλογή αυτή των παραμέτρων η παράμετρος τ_I που προκύπτει είναι η μικρότερη δυνατή και το κλειστό σύστημα που προκύπτει είναι το ταχύτερο δυνατό (και για την παρακολούθηση τροχιάς και για την περίπτωση ρύθμισης) που ικανοποιεί την προδιαγραφή PM_{des} .

Η τιμή της παραμέτρου $\tau_I(d, PM_{des})$ για την οποία η μέγιστη φάση που προκύπτει είναι

$$\max(\phi_L(\tau_I)) = PM_{des} - \pi/2$$

μπορεί να υπολογιστεί από τη λύση του συστήματος εξισώσεων που αποτελείται από τις (3.14) και (3.20). Για τη λύση του μη γραμμικού αυτού συστήματος εξισώσεων προτείνεται ο ακόλουθος απλός αλγόριθμος σταθερού σημείου.

PM Αλγόριθμος

Βήμα 1: Βεβαιωνόμαστε πρώτα αν η επιθυμητή τιμή του περιθωρίου φάσης PM_{des} έχει αποδεκτή τιμή, δηλαδή αν ισχύει ότι

$$0 < PM_{des} < PM_{max} \quad (3.101)$$

όπου η τιμή του PM_{max} υπολογίζεται από τις σχέσεις (3.22) και (3.23). Αν δεν ισχύει η (3.101), τότε το πρόβλημα δεν έχει λύση και η πλησιέστερη τιμή στην PM_{des} επιτυγχάνεται όταν $\tau_I = \infty$.

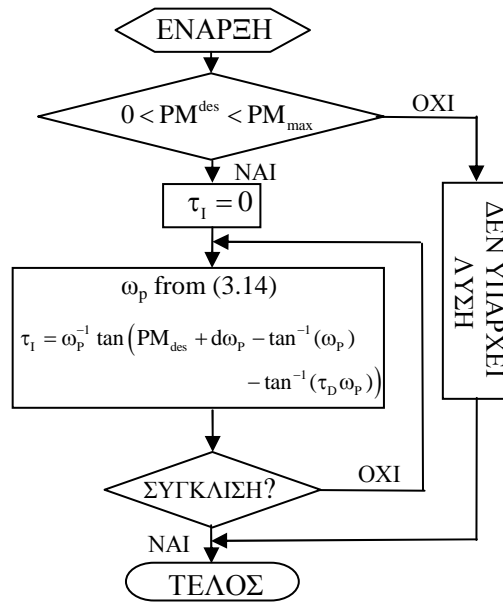
Βήμα 2: Ξεκινάμε με μία αρχική εκτίμηση για το τ_I , π.χ. $\tau_I = 0$.

Βήμα 3: Γι' αυτήν την τιμή τ_I υπολογίζουμε τη συχνότητα ω_p από τη σχέση (3.14).

Βήμα 4: Επιλέγουμε τη νέα τιμή του τ_I από τη λύση της (3.20) ως προς τ_I , δηλαδή

$$\tau_I = \frac{\tan \left[PM_{des} + \frac{\pi}{2} + d\omega_p - \tan^{-1}(\omega_p) - \tan^{-1}(\tau_D \omega_p) \right]}{\omega_p}$$

Βήμα 6: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 3 και 4 μέχρι να επέλθει σύγκλισης. □



Σχήμα 3.18. Αλγόριθμος υπολογισμού του $\tau_I(d, \tau_D, PM_{des})$.

Ο PM αλγόριθμος συγκλίνει πάντα στην τιμή του τ_I η οποία δίνει μέγιστο περιθώριο φάσης ίσο με PM_{des} , όταν βέβαια το PM_{des} έχει αποδεκτή τιμή. Προφανώς πρέπει $PM_{des} > 0$ για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές και μικρότερο από την τιμή του PM_{max} που είναι το μέγιστο δυνατό περιθώριο φάσης του μπορεί να επιτευχθεί (για το προεπιλεγμένο τ_D) όταν $\tau_I \rightarrow \infty$ (δηλαδή με PD ελεγκτή). Στο σχήμα 3.18 παρουσιάζεται για ευκολία το διάγραμμα βαθμίδων του PM αλγορίθμου. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο αλγόριθμος αυτός συγκλίνει με ακρίβεια του κανονικοποιημένου σφάλματος $\tilde{\tau}_I = (\tau_I - \hat{\tau}_I) / \tau_I$ στην περιοχή του 10^{-6} σε 5 ή 6 επαναλήψεις.

Η λύση του συστήματος (3.14) και (3.20) ως προς τ_I για τις ειδικές περιπτώσεις όπου $\tau_D = 0$ (δηλαδή για PI ελεγκτή) και $\tau_D = \tau_{DmaxPI}$, για όλες τις τιμές του d στην περιοχή $(0.01, 0.9)$ και του PM_{des} στην περιοχή $(0, PM_{max}^{des})$, υπολογίστηκαν με τη χρήση του παραπάνω αλγορίθμου και παρουσιάζονται στο σχήμα 3.19. Στο σχήμα 3.19 ο άξονας της επιθυμητής τιμής PM_{des} έχει κανονικοποιηθεί ως προς το μέγιστο περιθώριο φάσης $PM_{max}(d)$ που επιτυγχάνεται όταν $\tau_I \rightarrow \infty$ για τη συγκεκριμένη τιμή του d . Από τις δύο γραφικές παραστάσεις του σχήματος γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση $\tau_I(d, PM_{des})$ είναι γνησίως αύξουσα και ως προς τις δύο μεταβλητές της. Από την ιδιότητα αυτή συνεπάγεται ότι οποιαδήποτε τιμή του τ_I μεγαλύτερη από αυτή που προκύπτει από τον παραπάνω αλγόριθμο θα ικανοποιεί την προδιαγραφή του περιθωρίου φάσης (φυσικά όχι ακριβώς). Επίσης από τα σχήματα 3.19α και 3.19β είναι φανερό ότι είναι δυνατό με τη χρήση διαφορικού όρου να επιτευχθεί πολύ μεγαλύτερο περιθώριο φάσης

χρησιμοποιώντας πολύ μικρότερη τιμή για τη σταθερά ολοκλήρωσης τ_i . Αυτό σημαίνει ότι επιτυγχάνεται και πολύ ταχύτερη απόκριση, κυρίως στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου. Επομένως όπως έχει αναφερθεί επανειλημμένως στο κεφάλαιο αυτό, είναι χρήσιμο να επιλέγεται ο διαφορικός όρος όσο γίνεται μεγαλύτερος.

Για είναι δυνατή η εφαρμογή της PM μεθόδου βαθμονόμησης χωρίς τη χρήση του παραπάνω επαναληπτικού αλγορίθμου έγινε προσπάθεια να βρεθεί αναλυτική σχέση που να προσεγγίζει τη συνάρτηση $\tau_i(d, \tau_D, PM_{des})$. Ξεκινώντας από την ειδική περίπτωση του PI ελεγκτή ($\tau_D=0$), με βάση την ανάλυση που παρουσιάστηκε στην ενότητα 3.2.3, παρατηρούμε ότι για τη συνάρτηση $\tau_i(d, PM_{des})$ ισχύουν οι ιδιότητες

$$\tau_i(d, 0) = \tau_{i, \min}(d) \text{ και } \tau_i(d, PM_{\max}) = \infty$$

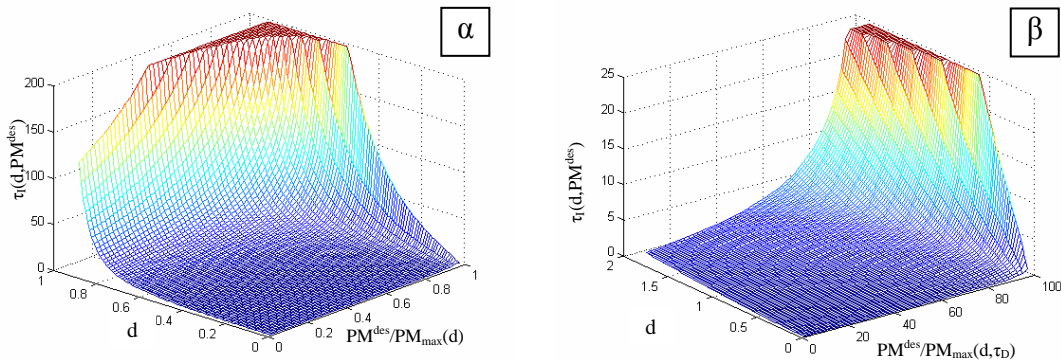
Με βάση αυτές τις ιδιότητες αναζητήθηκε μία προσέγγιση της μορφής

$$\hat{\tau}_i(d, PM^{des}) = \hat{\tau}_{i, \min}(d) \left(1 + a(d) \frac{\frac{PM^{des}}{PM_{\max}(d)}}{1 - \frac{PM^{des}}{PM_{\max}(d)}} \right)$$

Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση βελτιστοποίησης *fminimax* του Matlab[®], με κριτήριο κόστους το μέγιστο του κανονικοποιημένου σφάλματος του περιθωρίου φάσης (δηλαδή το $\max(\tilde{PM}) = \max[(PM_{des} - PM(d, \hat{\tau}_i))/PM_{des}]$), έγινε εκτίμηση της παραμέτρου a για όλες τις τιμές του $d < 0.9$. Στη συνέχεια κάνοντας πάλι χρήση της *fminimax*, οι τιμές που προέκυψαν για την παράμετρο a προσεγγίστηκαν από μια συνάρτηση του d της μορφής

$$f_{PM}(d) = \frac{c_1 + c_2 \sqrt{d} + c_3 d}{d}$$

Η τελική προσέγγιση που προκύπτει είναι



Σχήμα 3.19. Η τιμή της παραμέτρου τ_i συναρτήσει του d και του PM_{des}

α) PI ελεγκτής και β) PID ελεγκτής με $\tau_D = \tau_{D, \max PI}$.

$$\hat{\tau}_1(d, PM^{des}) = \hat{\tau}_{1,\min}(d) \left(1 + f_{PM}(d) \frac{\frac{PM^{des}}{PM_{\max}(d)}}{1 - \frac{PM^{des}}{PM_{\max}(d)}} \right) \quad (3.102)$$

όπου

$$f_{PM}(d) = \frac{-0.0153 + 0.436\sqrt{d} + 0.632d}{d}$$

Το κανονικοποιημένο σφάλμα \tilde{PM} που προκύπτει χρησιμοποιώντας την προσέγγιση (3.102) παρουσιάζεται στο σχήμα 3.20α. Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό ότι το \tilde{PM} είναι πάντα μικρότερο από 5% όταν το PM_{des} επιλέγεται μεγαλύτερο από $0.2PM_{\max}$. Σημειώνεται ότι όταν $PM_{des}=0.2PM_{\max}$, τότε ο λόγος $\tau_1/\tau_{1,\min}$ παίρνει τιμές στην περιοχή (1.8,1.3), όταν το d λαμβάνει τιμές στο διάστημα (0,0.9), αντίστοιχα. Η τιμή αυτή του τ_1 είναι πολύ μικρή για εύρωστη σχεδίαση και επομένως δεν συνιστάται να επιλέγεται $PM_{des}<0.2PM_{\max}$. Παρόλα αυτά, για μικρότερες τιμές του PM^{des} μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει τον PM αλγόριθμο για να υπολογίσει ακριβώς την τιμή του $\tau_1(d, PM_{des})$.

Για την επέκταση της προσέγγισης (3.102) για PID ελεγκτές γίνεται χρήση της παρατήρησης 3.1. Αν λοιπόν η παράμετρος $a \equiv \tau_D/d$ είναι μικρότερη από 0.15, τότε είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση (3.102) για τον υπολογισμό του $\tau_1(d, \tau_D, PM_{des})$ υποθέτοντας ότι η καθυστέρηση χρόνου του συστήματος είναι μικρότερη κατά (1-a) (δηλαδή $d_{PI}=d(1-a)=d-\tau_D$). Το σφάλμα \tilde{PM} σε αυτήν την περίπτωση παραμένει μικρότερο από 5%. Για $a>0.15$ ακολουθώντας μια διαδικασία αντίστοιχη με αυτήν που περιγράφηκε στην ενότητα 3.3, αναπτύχθηκαν διορθωτικές συναρτήσεις έτσι ώστε η προσεγγιστική λύση να μπορεί να εφαρμοστεί σε όλη την περιοχή που ορίζεται από την (3.49). Η προσεγγιστική αυτή λύση είναι

$$\hat{\tau}_1(d, \tau_D, PM_{des}) = \hat{\tau}_{1,\min}(d, \tau_D) \left(1 + f_{PM}(d, \tau_D) \frac{\frac{PM_{des}}{PM_{\max}(d, \tau'_D)}}{1 - \frac{PM_{des}}{PM_{\max}(d, \tau'_D)}} \right) \quad (3.103)$$

όπου

$$f_{PM}(d, \tau_D) = \frac{(1+0.4a-0.22ad)(-0.0153+0.436\sqrt{d}+0.632d)}{d}$$

και $PM_{\max}(d, \tau_D)$ δίνεται από τη σχέση (3.22). Όταν χρησιμοποιείται η προσέγγιση $\hat{\tau}_1$, τότε το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα στο περιθώριο φάσης είναι μικρότερο από 5% όταν $PM_{des}>0.2PM_{\max}$ $d<0.9$ και ικανοποιείται η (3.49). Για τη χειρότερη περίπτωση

όπου το α είναι το μεγαλύτερο δυνατό στο διάστημα που ορίζεται από την (3.49), το κανονικοποιημένο σφάλμα στο περιθώριο φάσης παρουσιάζεται στο σχήμα 3.20β.

Έχοντας τη δυνατότητα να υπολογίσουμε την τιμή του τ_I , που για δεδομένα d , τ_D δίνει μέγιστο περιθώριο φάσης ίσο με το επιθυμητό PM_{des} , μπορούμε να προχωρήσουμε στην PM τεχνική βαθμονόμησης. Τα βασικά βήματα της συγκεκριμένης μεθόδου είναι τα εξής:

PM μέθοδος βαθμονόμησης

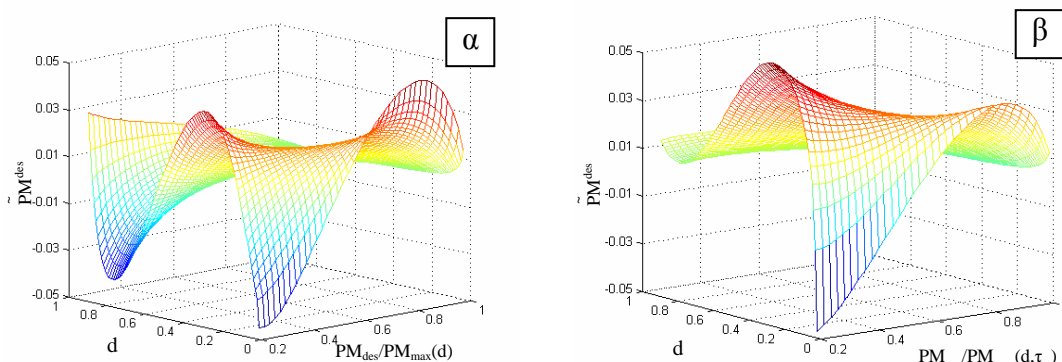
Βήμα 1. Ελέγχουμε αν η επιθυμητή προδιαγραφή για το περιθώριο φάσης είναι δυνατό να επιτευχθεί, δηλαδή αν

$$0 < PM_{des} < PM_{max}$$

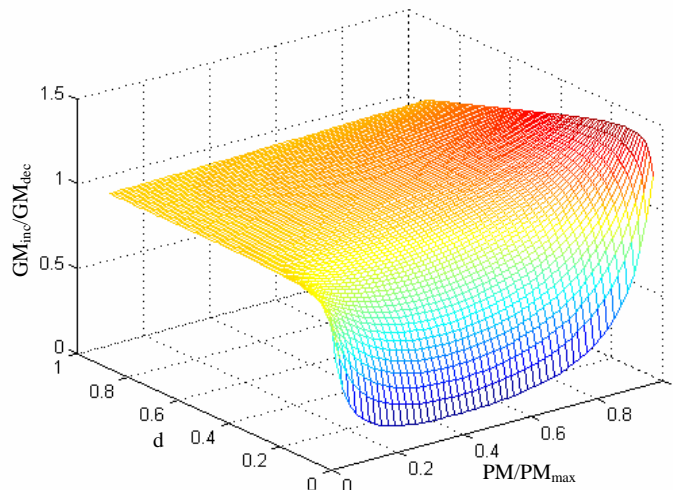
Βήμα 2. Με δεδομένα τα d , τ_D και PM^{des} υπολογίζουμε τη σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης $\tau_I(d, \tau_D, PM_{des})$ χρησιμοποιώντας την προσέγγιση (3.103), αν $PM^{des} > 0.2PM_{max}$, ή τον PM αλγόριθμο για μεγαλύτερη ακρίβεια όταν $PM^{des} < 0.2PM_{max}$.

Βήμα 3. Με γνωστό το τ_I υπολογίζουμε τη συχνότητα ω_p από τη σχέση (3.14) και το κέρδος του ελεγκτή K_C από τη σχέση (3.19) □

Όταν χρησιμοποιείται η προσέγγιση (3.103) για τη βαθμονόμηση του ελεγκτή, λόγω του σφάλματος αυτής της προσέγγισης συνιστάται να επιλέγεται το επιθυμητό περιθώριο φάσης μεγαλύτερο κατά 5% έτσι ώστε να είναι βέβαιο ότι οι προδιαγραφές ικανοποιούνται πάντα.



Σχήμα 3.20. Το κανονικοποιημένο σφάλμα \tilde{PM} : α) για PI ελεγκτή και β) για PID ελεγκτή στη χειρότερη περίπτωση όπου το α είναι το μεγαλύτερο δυνατό στο διάστημα που ορίζεται από την (3.49).



Σχήμα 3.21. Ο λόγος GM_{inc}/GM_{dec} για όλα τα d και για $0 < PM^{des} < PM_{max}$ στην περίπτωση PI ελεγκτή.

Το προτέρημα της παραπάνω μεθόδου είναι ότι αυξητικό και το μειωτικό περιθώριο φάσης που επιτυγχάνεται είναι αρκετά συμμετρικά, ιδιαίτερα στην περίπτωση όπου η περιοχή ευστάθειας είναι περιορισμένη (π.χ. όταν έχουμε μεγάλα d ή πολύ μικρά PM_{des}). Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα για την περίπτωση του PI ελεγκτή φαίνεται στο σχήμα 3.21 όπου παρουσιάζεται ο λόγος GM_{inc}/GM_{dec} για όλα τα d και για $0 < PM^{des} < PM_{max}$.

3.5.4 GM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή

Η GM μέθοδος βαθμονόμησης εφαρμόζεται όταν οι προδιαγραφές σχεδίασης περιγράφονται με τη μορφή αυξητικού και μειωτικού περιθωρίου κέρδους, GM_{inc} και GM_{dec} , αντίστοιχα. Από την ανάλυση που παρουσιάστηκε στην ενότητα 3.2.4 έγινε φανερό ότι όταν οι δύο προδιαγραφές ικανοποιούνται ακριβώς, τότε η σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης τ_I είναι η μικρότερη που ικανοποιεί αυτές τις προδιαγραφές και επομένως το κλειστό σύστημα μπορεί να γίνει το ταχύτερο δυνατό. Επομένως η μέθοδος που παρουσιάζεται παρακάτω βασίζεται στην ακριβή ικανοποίηση των προδιαγραφών GM_{inc} και GM_{dec} .

Από το σύστημα των εξισώσεων που αποτελείται από τις εξισώσεις (3.10), (3.11), (3.12) και (3.27) είναι δυνατό να υπολογιστεί η τιμή τ_I για την οποία το γινόμενο περιθωρίου κέρδους GM_{prod} είναι ίσο με το επιθυμητό, δηλαδή

$$GM_{prod,des} = GM_{inc,des} GM_{dec,des} \quad (3.104)$$

Επειδή το παραπάνω σύστημα δεν έχει αναλυτική λύση ως προς τ_I , προτείνεται ο

ακόλουθος επαναληπτικός αλγόριθμος για τον υπολογισμό του τ_i του οποίου το γινόμενο περιθωρίων κέρδους που προκύπτει είναι ίσο με $GM_{\text{prod,des}}$. Ο αλγόριθμος αυτός βασίζεται στη μέθοδο της διχοτόμησης και τα βασικά βήματα του είναι τα εξής:

GM Αλγόριθμος

Βήμα 1: Ελέγχουμε αν το $GM_{\text{prod,des}}$ έχει αποδεκτή τιμή, δηλαδή αν

$$1 < GM_{\text{prod,des}} < GM_{\text{prod,max}} \quad (3.105)$$

Βήμα 2: Ξεκινάμε με αρχικές τιμές $\tau_{i,1} = \tau_{i,\min}$ και $\tau_{i,2}$ πολύ μεγάλο

(π.χ. $\tau_{i,2} = 1000 \tau_{i,\min}$).

Βήμα 3: Υπολογίζουμε τη νέα τιμή του τ_i σαν τη μέση τιμή των $\tau_{i,1}$ και $\tau_{i,2}$, δηλαδή

$$\tau_i = 0.5(\tau_{i,1} + \tau_{i,2})$$

Βήμα 4: Γι' αυτήν την τιμή του τ_i υπολογίζουμε τις τιμές των ω_{\min} και ω_{\max}

χρησιμοποιώντας τους ω_{\min} και ω_{\max} αλγόριθμους και τις τιμές των K_{\min} και K_{\max} από τις σχέσεις (3.11) και (3.12), αντίστοιχα.

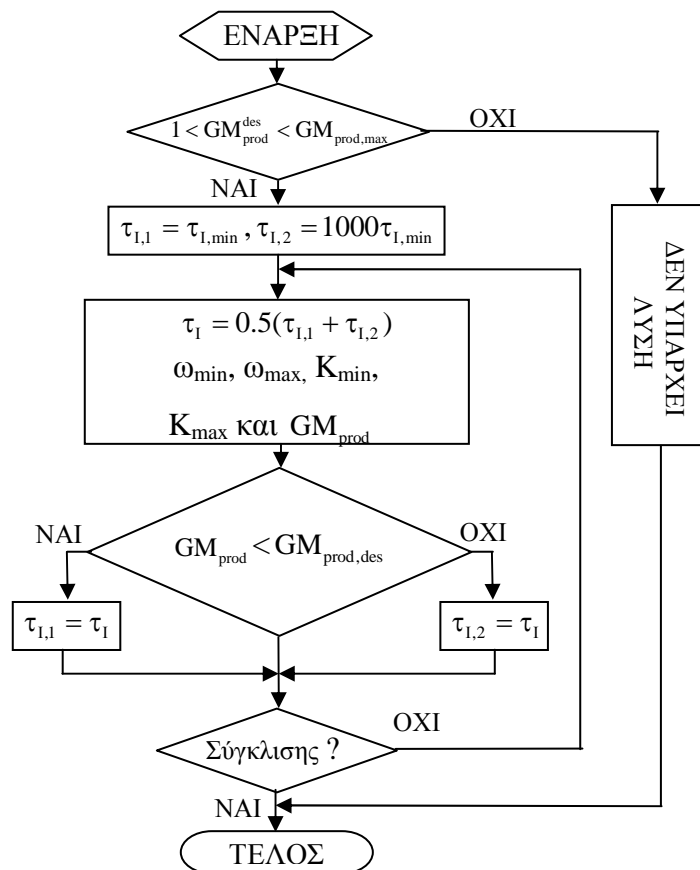
Βήμα 5: Υπολογίζουμε την τιμή του GM_{prod} από τη σχέση (3.27).

Βήμα 6: Αν $GM_{\text{prod}} < GM_{\text{prod,des}}$, τότε $\tau_{i,1} = \tau_i$, αλλιώς $\tau_{i,2} = \tau_i$.

Βήμα 7: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 3 ως 7 μέχρι να επέλθει σύγκλισης. \square

Ο παραπάνω αλγόριθμος συγκλίνει πάντα στη ζητούμενη τιμή τ_i η οποία δίνει το επιθυμητό γινόμενο περιθωρίου κέρδους $GM_{\text{prod,des}}$ αν ικανοποιείται η ανισότητα (3.105). Η τιμή του $GM_{\text{prod,max}}$ μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση (3.29) κάνοντας χρήση του ω_{\max} αλγόριθμου, με $\tau_i \rightarrow \infty$, για τον υπολογισμό του ω_{\max} . Στο σχήμα 3.22 παρουσιάζεται για ευκολία το διάγραμμα βαθμίδων του GM αλγορίθμου. Σημειώνεται ότι οι αλγόριθμοι που βασίζονται στη μέθοδο της διχοτόμησης συγκλίνουν με ακρίβεια 2^{-n} σε n επαναλήψεις.

Η συνάρτηση $\tau_i(d, \tau_D, GM_{\text{prod,des}})$ (υπολογισμένη με την χρήση του GM αλγορίθμου) παρουσιάζεται στα σχήματα 3.23α και 3.23β για τις περιπτώσεις όπου $\tau_D = 0$ και $\tau_D = \tau_{D,\max PI}$, αντίστοιχα και για όλες τις τιμές του d στην περιοχή $(0.01, 0.9)$ και του $GM_{\text{prod,des}}$ στην περιοχή $(1, GM_{\text{prod,max}}(d, \tau_D))$. Ο άξονας της επιθυμητής τιμής $GM_{\text{prod,des}}$ παρουσιάζεται κανονικοποιημένος ως προς το $GM_{\text{prod,max}}(d, \tau_D)$. Από τα δύο αυτά σχήματα γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση $\tau_i(d, PM_{\text{des}})$ είναι γνησίως αύξουσα ως προς το $GM_{\text{prod,des}}$ και επομένως οποιαδήποτε τιμή του τ_i μεγαλύτερη από αυτή που προκύπτει



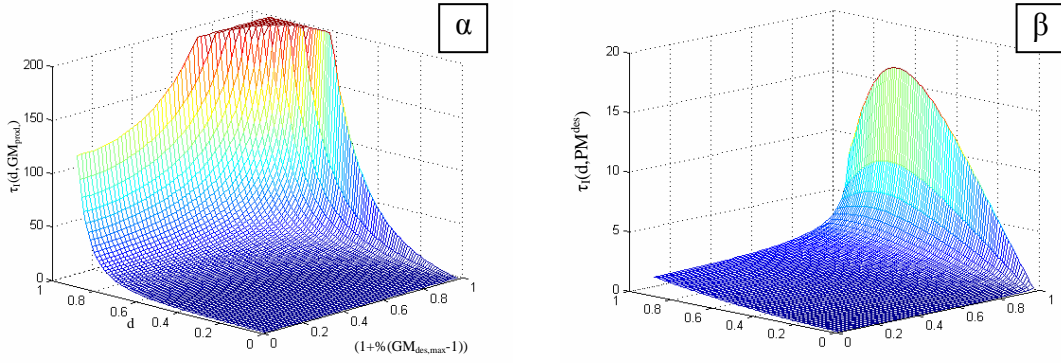
Σχήμα 3.22. Αλγόριθμος υπολογισμού του $\tau_1(d, \tau_D, GM_{prod,des})$

από τον παραπάνω αλγόριθμο θα ικανοποιεί την προδιαγραφή $GM_{prod,des}$ (φυσικά όχι ακριβώς). Επίσης από τα σχήματα 3.23α και 3.23β είναι φανερό ότι είναι δυνατό με τη χρήση διαφορικού όρου να επιτευχθεί πολύ μεγαλύτερη περιοχή ευστάθειας με πολύ μικρότερη τιμή για την σταθερά ολοκλήρωσης τ_1 , πράγμα που σημαίνει ότι επιτυγχάνεται και πολύ ταχύτερη απόκριση κυρίως στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου. Επομένως και σε αυτή τη μέθοδο βαθμονόμησης είναι χρήσιμο να επιλέγεται ο διαφορικός όρος όσο γίνεται μεγαλύτερος.

Επειδή η GM μέθοδος βαθμονόμησης βασίζεται στον υπολογισμό της τιμής του τ_1 η οποία δίνει το επιθυμητό γινόμενο περιθωρίου κέρδους $GM_{prod,des}$ και για να αποφευχθεί η χρήση του GM αλγορίθμου, αναπτύχθηκαν προσεγγιστικές σχέσεις που δίνουν τη λύση του αλγορίθμου αυτού με αρκετή ακρίβεια. Όπως και στην περίπτωση του PM αλγορίθμου, ξεκινάμε από την ειδική περίπτωση του PI ελεγκτή και βασιζόμαστε στις ιδιότητες της συνάρτησης $\tau_1(d, GM_{prod,des})$, όπου

$$\tau_1(d, 1) = \tau_{1,min} \quad \text{και} \quad \tau_1(d, GM_{prod,max}) = \infty$$

Με βάση τις παραπάνω ιδιότητες αναζητήθηκε αρχικά λύση της μορφής



Σχήμα 3.23. Η τιμή της παραμέτρου τ_1 συναρτήσει του d και του $GM_{prod,des}$,

α) PI ελεγκτής και β) PID ελεγκτής με $\tau_D = \tau_{D,maxPI}$.

$$\hat{\tau}_1(d, GM_{prod,des}) = \hat{\tau}_{1,min}(d) \left(1 + a(d) \frac{GM_{prod,des} - 1}{1 - (GM_{prod,max}(d) - 1)} \right)$$

Τελικά μετά από ανάλυση της συνάρτησης $\tau_1(d, GM_{prod,des})$ προέκυψε ότι η προσέγγιση

$$\hat{\tau}_1(d, GM_{prod}^{des}) = \hat{\tau}_{1,min}(d) \left(1 + 0.65 \frac{A^{(1+d)}}{1 - A} \right), \text{ όπου } A = \frac{\sqrt{GM_{prod}^{des}} - 1}{\sqrt{GM_{prod,max}(d)} - 1}$$

Η προσέγγιση αυτή είναι ικανοποιητική για μεγάλες τιμές του $GM_{prod,des}$ (ή αλλιώς για μεγάλες τιμές του τ_1). Για να βελτιωθεί περαιτέρω η παραπάνω προσέγγιση χρησιμοποιήθηκε ένας επιπλέον διορθωτικός όρος $g(d)$ ο οποίος υπολογίστηκε με τη διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω με σκοπό να ελαχιστοποιηθεί το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα του προκύπτοντος $GM_{prod}(d, \hat{\tau}_1)$. Η τελική προσέγγιση που υπολογίστηκε είναι

$$\hat{\tau}_1(d, GM_{prod}^{des}) = \hat{\tau}_{1,min}(d) \left(1 + 0.65 \frac{A^{(1+d)}}{1 - A} \right) + g(d), \text{ όπου } A = \frac{\sqrt{GM_{prod}^{des}} - 1}{\sqrt{\hat{GM}_{prod,max}(d)} - 1} \quad (3.106)$$

και όπου

$$g(d) = 10^{-2} [-0.18 + 5\sqrt{d} - 32d + 75d^2 - 51d^3 + (-2.3d^2 + 3d^4)/(1-d)^3] \quad (3.107)$$

και $\hat{GM}_{prod,max}(d)$ είναι η προσέγγιση του $GM_{prod,max}(d)$ (για $\tau_D = 0$) και δίνεται από τη σχέση

$$\hat{GM}_{prod,max}(d) = \frac{\pi}{2d} \frac{1}{1 + 0.4085d / (1 - 0.2864d)} \quad (3.108)$$

Η συνάρτηση $\hat{GM}_{prod,max}(d)$ προέκυψε με τη χρήση ανάλογων τεχνικών βελτιστοποίησης

με αυτές που περιγράφηκαν παραπάνω και με σκοπό την ελαχιστοποίηση του μέγιστου κανονικοποιημένου σφάλματος $\tilde{GM}_{\text{prod,max}} = (GM_{\text{prod,max}} - \hat{GM}_{\text{prod,max}}) / GM_{\text{prod,max}}$. Το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα της προσέγγισης (3.108) είναι μικρότερο από 0.03%.

Το κανονικοποιημένο σφάλμα της (3.106), το οποίο στην περίπτωση αυτή ορίζεται από τη σχέση

$$\tilde{GM}_{\text{prod}} = (GM_{\text{prod,des}} - GM_{\text{prod}}(d, \hat{\tau}_1)) / (GM_{\text{prod,des}} - 1) \quad (3.109)$$

(λόγω του ότι η μικρότερη τιμή είναι η μονάδα) παρουσιάζεται στο σχήμα 3.24a για $d < 0.9$ και για $GM_{\text{prod,des}} - 1 < 0.2(\hat{GM}_{\text{prod,max}} - 1)$. Από αυτό το σχήμα προκύπτει ότι το κανονικοποιημένο σφάλμα είναι μικρότερο από 3% στο παραπάνω διάστημα. Για μικρότερες τιμές του $GM_{\text{prod,des}}$ πρέπει να χρησιμοποιείται ο *GM αλγόριθμος* για τον υπολογισμό του τ_1 . Σημειώνεται ότι για $GM_{\text{prod,des}} - 1 < 0.6(\hat{GM}_{\text{prod,max}} - 1)$ δεν είναι αναγκαία η χρήση του διορθωτικού όρου $g(d)$ και το σφάλμα \tilde{GM}_{prod} παραμένει μικρότερο από 3%. Επίσης για $GM_{\text{prod,des}} - 1 < 0.2(\hat{GM}_{\text{prod,max}} - 1)$ ο λόγος $\tau_1/\tau_{1,\text{min}}$ παίρνει τιμές στο διάστημα (1.45,1.05) όταν το d παίρνει τιμές στο διάστημα (0,0.9), αντίστοιχα. Επομένως, όταν η προσέγγιση (3.106) χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με τις προσεγγίσεις των κρίσιμων συχνοτήτων ω_{min} και ω_{max} που δίνονται από τις σχέσεις (3.47) και (3.48), αντίστοιχα, (οι οποίες ισχύουν για $\tau_1/\tau_{1,\text{min}} > 1.2$), βρέθηκε (με τη χρήση μεθόδων εξαντλητικής έρευνας) ότι το $GM_{\text{prod,des}}$ πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση

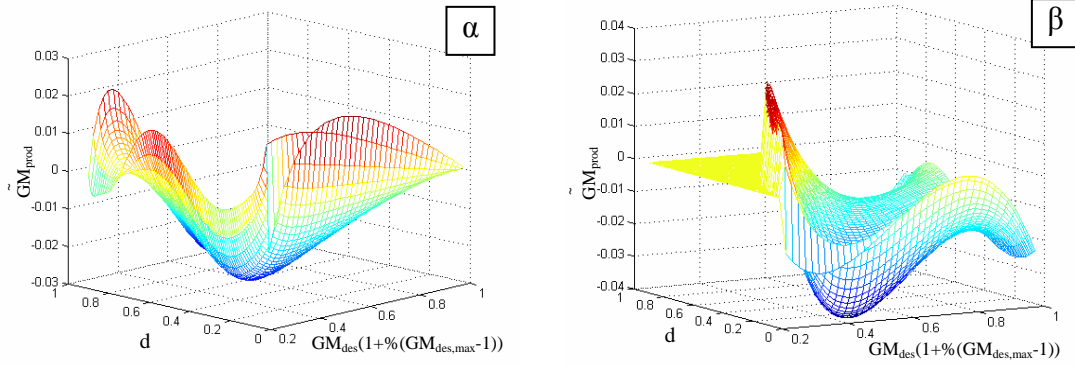
$$GM_{\text{prod,des}} < 1 + (0.2 + 0.21d)(\hat{GM}_{\text{prod,max}} - 1)$$

Κάνοντας χρήση της παρατήρησης 3.1 και χρησιμοποιώντας τεχνικές βελτιστοποίησης όπως αυτές που αναφέρθηκαν και στις υπόλοιπες προσεγγίσεις για τον PID ελεγκτή, η προσέγγιση (3.106) επεκτάθηκε και για PID ελεγκτές. Η προσέγγιση για τη συνάρτηση $\tau_1(d, \tau_D, GM_{\text{prod,des}})$ δίνεται από τη σχέση

$$\hat{\tau}_1(d, \tau'_D, GM_{\text{prod}}^{\text{des}}) = f_{\text{GM}}(d, \tau'_D) \left[\hat{\tau}'_{1,\text{min}}(d, \tau'_D) \left(1 + 0.65 \frac{B^{(1+d)}}{1-B} \right) + g(d - \tau'_D) \right] \quad (3.110)$$

όπου

$$B = \frac{\sqrt{GM_{\text{prod}}^{\text{des}} - 1}}{\sqrt{\hat{GM}_{\text{prod,max}}(d, \tau'_D) - 1}}$$



Σχήμα 3.24. Το κανονικοποιημένο σφάλμα \hat{GM}_{prod} : α) για PI ελεγκτή και β) για PID ελεγκτή στη χειρότερη περίπτωση όπου το a είναι το μεγαλύτερο δυνατό στο διάστημα που ορίζεται από την (3.49).

Το $g(d - \tau_D)$ δίνεται από τη σχέση (3.107) και ο διορθωτικός όρος $f_{GM}(d, \tau_D)$ δίνεται από τη σχέση

$$f_{GM}(d, \tau'_D) = \left[1 + a^2 \left(a^{3d} (2d^3 - 3.32d^2 + 1.2d - 0.27) - \left(\frac{GM_{prod}^{des} - 1}{\hat{GM}_{prod,max}(d, \tau'_D) - 1} \right)^3 \right) \right]$$

Επίσης στην (3.110) η προσέγγιση $\hat{GM}_{prod,max}$ για τον PID ελεγκτή δίνεται από τη σχέση

$$\hat{GM}_{prod,max}(d, \tau'_D) = \hat{GM}_{prod,max}(d - \tau'_D) \left[1 + \frac{(7.41 - 3.52d)a^3}{1 - (0.47 + 0.49d)a^2} \right]^{-1} \quad (3.111)$$

με μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα μικρότερο του 3%.

Το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα στην GM_{prod} που προκύπτει όταν χρησιμοποιείται η τ_i από την (3.110) είναι μικρότερο από 4% όπως φαίνεται από το σχήμα 3.24β όπου παρουσιάζεται η χειρότερη περίπτωση όπου το a είναι το μέγιστο δυνατό στο διάστημα που ορίζεται από την (3.49).

Έχοντας τη δυνατότητα να υπολογίσουμε την τιμή του τ_i που για δεδομένα d και τ_D δίνει το επιθυμητό GM_{prod} , μπορούμε να προχωρήσουμε στην GM τεχνική βαθμονόμησης τα βασικά βήματα της οποίας είναι τα εξής:

GM μέθοδος βαθμονόμησης

Βήμα 1. Υπολογίζουμε αρχικά την τιμή του $GM_{prod,des}$ από τα $GM_{inc,des}$ και $GM_{dec,des}$ και ελέγχουμε αν

$$1 < GM_{prod,des} < GM_{prod,max}$$

Βήμα 2. Με δεδομένα τα d , τ_D και $GM_{prod,des}$, υπολογίζουμε τη σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης $\tau_I(d, \tau_D, GM_{prod,des})$ χρησιμοποιώντας την προσέγγιση (3.110) αν $(GM_{prod,des}-1) > 0.2(\hat{GM}_{prod,max}-1)$, ή τον GM αλγόριθμο για μεγαλύτερη ακρίβεια όταν $(GM_{prod,des}-1) < 0.2(\hat{GM}_{prod,max}-1)$.

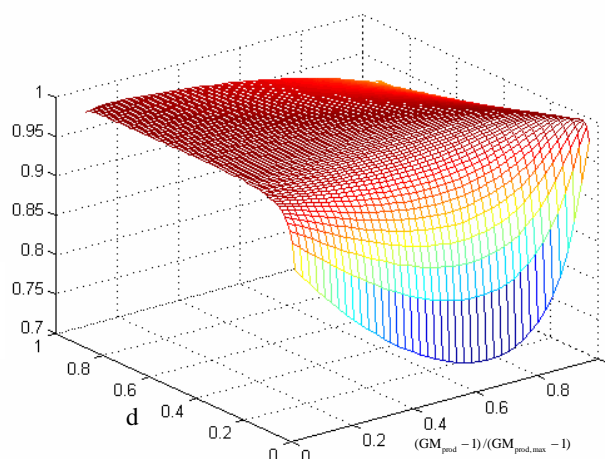
Βήμα 4. Αν $\tau_I > 1.2\tau_{I,min}$, υπολογίζουμε τις κρίσιμες συχνότητες ω_{min} και ω_{max} από τις (3.47) και (3.48) και τα κρίσιμα κέρδη K_{min} και K_{max} τις σχέσεις (3.11) και (3.12) αντίστοιχα. Αν $\tau_I < 1.2\tau_{I,min}$, τότε πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι ω_{min} και ω_{max} αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των ω_{min} και ω_{max} αντίστοιχα.

Βήμα 3. Το κέρδος του ελεγκτή υπολογίζεται με βάση μία από τις σχέσεις

$$K_C = K_{max} / GM_{inc} \quad \text{ή} \quad K_C = GM_{dec} K_{min} \quad (3.112)$$

□

Λόγω του σφάλματος των προσεγγίσεων (3.110), (3.47) και (3.48) προτείνεται η χρήση 5% μεγαλύτερου $GM_{prod,des}$ έτσι ώστε να είναι βέβαιο ότι οι προδιαγραφές ικανοποιούνται πάντα. Επίσης είναι χρήσιμο να επιλέγονται συμμετρικά περιθώρια κέρδους (δηλαδή $GM_{inc,des} = GM_{dec,des}$). Στην περίπτωση αυτήν το περιθώριο φάσης που προκύπτει είναι κοντά στη μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει για το συγκεκριμένο τ_I . Αυτό είναι πιο εμφανές στις περιπτώσεις που η περιογή ευστάθειας είναι μικρή (δηλαδή για μικρά d και μικρά GM_{prod}). Αυτό το αποτέλεσμα φαίνεται στο σχήμα 3.25.



Σχήμα 3.25. Ο λόγος $PM/\max(PM)$ για όλα τα d και για $0 < GM_{prod} < GM_{prod,max}$ στην περίπτωση PI ελεγκτή.

3.5.5 *PGM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή*

Η PGM μέθοδος βαθμονόμησης εφαρμόζεται όταν οι προδιαγραφές σχεδίασης του κλειστού συστήματος βασίζονται και στα τρία περιθώρια ευρωστίας, δηλαδή το περιθώριο φάσης PM, το αυξητικό περιθώριο κέρδους GM_{inc} και το μειωτικό περιθώριο κέρδους GM_{dec} .

Με τη χρήση PID ελεγκτή είναι δυνατό, σε ειδικές περιπτώσεις, να βρεθούν παράμετροι K_C , τ_I και τ_D του ελεγκτή ώστε και τα τρία περιθώρια ευρωστίας να ικανοποιούνται ακριβώς. Οι παράμετροι του ελεγκτή σε αυτήν την περίπτωση μπορούν να υπολογιστούν από τη λύση του μη γραμμικού συστήματος εξισώσεων που αποτελείται από τις (3.10), (3.11), (3.12), (3.17), (3.18), (3.25) και (3.27). Δυστυχώς αυτό το σύστημα των εξισώσεων είναι αρκετά πολύπλοκο για να λυθεί σε πραγματικό χρόνο, ενώ δεν έχει πάντα λύση. Επίσης η λύση του παραπάνω συστήματος είναι δυνατό να μην έχει πρακτική αξία, κυρίως σε περιπτώσεις όπου ο διαφορικός όρος που προκύπτει παίρνει μεγάλες ή αρνητικές τιμές.

Επομένως για την εφαρμογή της PGM μεθόδου, όπως έγινε και στις άλλες μεθόδους, ο διαφορικός όρος του ελεγκτή πρέπει να προεπιλεγεί με βάση τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του συστήματος. Με το τ_D επιλεγμένο, στη γενική περίπτωση δεν είναι δυνατό να ικανοποιηθούν ακριβώς και οι τρεις προδιαγραφές σχεδίασης GM_{dec} , GM_{inc} , και PM. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι δεν είναι δυνατό να επιτευχθούν τρεις ανεξάρτητες προδιαγραφές με μόνο δύο ανεξάρτητες παραμέτρους του ελεγκτή (δηλαδή τις παραμέτρους K_C και τ_I). Πράγματι, με τις παραμέτρους K_C και τ_I να έχουν υπολογιστεί με βάση π.χ. την GM μέθοδο βαθμονόμησης έτσι ώστε να επιτευχθούν οι προδιαγραφές GM_{dec} και GM_{inc} , προκύπτει συγκεκριμένη τιμή για το περιθώριο φάσης του κλειστού συστήματος $PM(d, K_C, \tau_I, \tau_D)$ και επομένως δεν είναι δυνατό να επιλεγεί το PM ανεξάρτητα.

Η PGM μέθοδος βαθμονόμησης που προτείνεται παρακάτω ικανοποιεί όλες τις προδιαγραφές PM, GM_{dec} και GM_{inc} αλλά όχι ακριβώς. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στις μεθόδους PM και GM που προτάθηκαν στις παραπάνω ενότητες και τα βασικά βήματα της μεθόδου είναι τα εξής:

PGM μέθοδος βαθμονόμησης

Βήμα 1. Αρχικά επιβεβαιώνουμε ότι οι ζητούμενες προδιαγραφές είναι αποδεκτές, δηλαδή

$$0 < PM_{des} < PM_{max} \text{ και } 1 < GM_{prod,des} < GM_{prod,max}$$

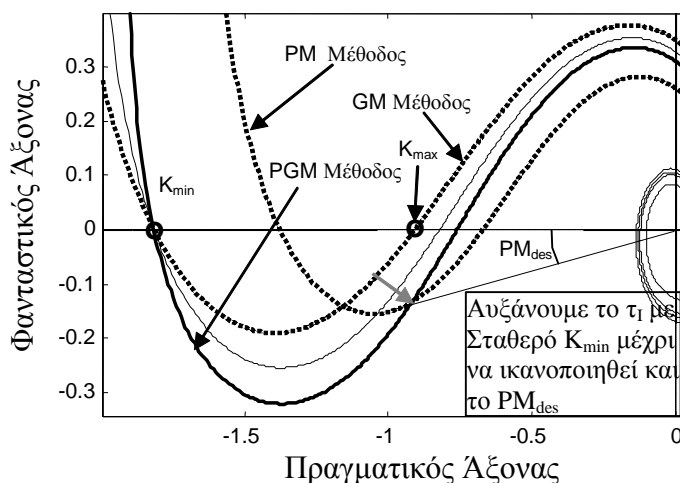
και αν υπάρχει τιμή του K_C η οποία να ικανοποιεί και τις τρεις προδιαγραφές όταν $\tau_I \rightarrow \infty$.

Βήμα 2. Υπολογίζουμε τους δύο ελεγκτές που προκύπτουν με τη χρήση των μεθόδων PM και GM. Αν ο ελεγκτής με τη μεγαλύτερη τιμή του τ_I ικανοποιεί και τις τρεις προδιαγραφές, τότε αυτός είναι ο ελεγκτής που αναζητούμε. Στην αντίθετη περίπτωση προχωράμε στο 3^ο βήμα.

Βήμα 3. Θεωρούμε ότι $K_{C,PM}$ και $\tau_{I,PM}$ είναι οι παράμετροι του ελεγκτή που προκύπτουν από την εφαρμογή της PM μεθόδου και ότι $K_{C,GM}$ και $\tau_{I,GM}$ είναι οι παράμετροι του ελεγκτή που προκύπτουν από την εφαρμογή της GM μεθόδου. Αν κανένας από τους ελεγκτές αυτούς δεν ικανοποιεί όλες τις προδιαγραφές, ελέγχουμε ποιος ελεγκτής δίνει το μεγαλύτερο κέρδος K_C . Στην περίπτωση όπου:

- i. $K_{C,PM} > K_{C,GM}$, τότε για να ικανοποιήσουμε όλες τις προδιαγραφές με το μικρότερο τ_I , σταδιακά αυξάνουμε την τιμή του τ_I (αρχίζοντας από την $\max(\tau_{I,GM}, \tau_{I,PM})$) ενώ διατηρούμε το ίδιο αυξητικό περιθώριο κέρδους GM_{inc} (αυτό επιτυγχάνεται επιλέγοντας το $K_C = K_{\max}(d, \tau_I, \tau_D) / GM_{inc,des}$) μέχρι να ικανοποιηθεί και η προδιαγραφή του περιθωρίου φάσης.
- ii. $K_{C,PM} < K_{C,GM}$, τότε αυξάνουμε σταδιακά το τ_I (αρχίζοντας από την $\max(\tau_{I,GM}, \tau_{I,PM})$) ενώ διατηρούμε το ίδιο αυξητικό περιθώριο κέρδους GM_{dec} (αυτό επιτυγχάνεται επιλέγοντας το $K_C = K_{\min}(d, \tau_I) GM_{dec}^{des}$) μέχρι να ικανοποιηθεί και η προδιαγραφή του περιθωρίου φάσης (βλέπε σχήμα 3.26). □

Παρόλο που υπάρχουν και άλλοι τρόποι για την επιλογή των παραμέτρων του ελεγκτή έτσι ώστε να ικανοποιούνται και οι τρεις προδιαγραφές, η μέθοδος που προτείνεται εδώ είναι προτιμότερη γιατί χρειάζεται την μικρότερη υπολογιστική προσπάθεια αφού για δεδομένο τ_I το περιθώριο φάσης μπορεί να υπολογιστεί χωρίς τη χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων.



Σχήμα 3.26. Χαρακτηριστικό παράδειγμα εφαρμογής της PGM μεθόδου.

Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι σε όλες τις μεθόδους βαθμονόμησης που βασίζονται σε κριτήρια ευρωστίας αν η απόκριση του κλειστού συστήματος είναι πολύ ταλαντωτική (λόγω κυρίως της μικρής τιμής που μπορεί να έχει η παράμετρος τ_1), τότε με την αύξηση του τ_1 αυξάνεται ο συντελεστής απόσβεσης του κλειστού συστήματος. Από την ανάλυση που παρουσιάστηκε στην ενότητα 3.2, προκύπτει ότι σε αυτήν την περίπτωση το κλειστό σύστημα είναι πιο εύρωστο και επομένως όλες οι προδιαγραφές συνεχίζουν να ικανοποιούνται (φυσικά όχι ακριβώς).

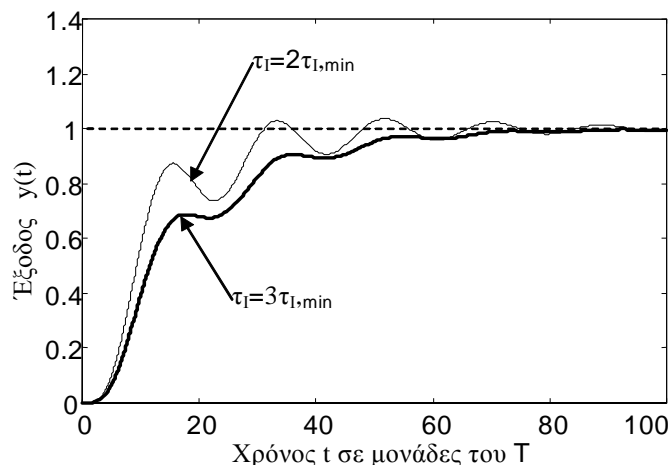
3.6 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ

Για να φανεί η αποτελεσματικότητα των μεθόδων που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες ενότητες, αλλά και για να γίνει δυνατή η σύγκριση με υπάρχουσες τεχνικές βαθμονόμησης UFOPDT συστημάτων, στην παρούσα ενότητα θα παρουσιάσουμε μία σειρά αριθμητικών παραδειγμάτων.

Στα παραδείγματα που ακολουθούν όλες οι αποκρίσεις στο πεδίο του χρόνου έχουν ληφθεί με τη χρήση του κατάλληλου προ-φίλτρου (βλέπε σχήμα 2.8 και σχέση 2.10 με $G_{F,PDF}=1$), εκτός αν η απόκριση αφορά άλλες υπάρχουσες τεχνικές ελέγχου UFOPDT συστημάτων οπότε χρησιμοποιείται το σχήμα ελέγχου που προτείνεται στην αντίστοιχη βιβλιογραφία.

3.6.1 PI-μέθοδοι βασισμένες σε κριτήρια απόκρισης

Για να φανεί η δυνατότητα των προτεινόμενων PI-μεθόδων να χρησιμοποιηθούν για τον έλεγχο συστημάτων με μεγάλες χρονικές καθυστερήσεις, σαν πρώτο παράδειγμα



Σχήμα 3.27. Βηματική απόκριση σε μεταβολή του σημείου λειτουργίας ενός UFOPDT συστήματος με $d=0.9$ όταν ο ελεγκτής βαθμονομείται με βάση την 1^η ΣΠΚ μέθοδο.

χρησιμοποιούμε ένα UFOPDT σύστημα με $d=0.9$. Για τον έλεγχο ενός τόσο ακραίου παραδείγματος χρησιμοποιούμε την 1^η ΣΠΚ μέθοδο βαθμονόμησης για PI ελεγκτή. Η προσέγγιση (3.50) του $\tau_{I,\min}$ για το συγκεκριμένο παράδειγμα δίνει $\hat{\tau}_{I,\min}(0.9) = 120.9$. Στο σχήμα 3.27 παρουσιάζονται δύο παραδείγματα βηματικής απόκρισης σε μεταβολή του σημείου λειτουργίας: α) με επιλογή του $\tau_I = 2\tau_{I,\min}$ οπότε προκύπτει $K_C = 1.0264$ και β) με επιλογή του $\tau_I = 3\tau_{I,\min}$ και $K_C = 1.0236$. Οι αποκρίσεις που παρουσιάζονται στο σχήμα 3.27 είναι ικανοποιητικές αν λάβει κανείς υπόψη ότι οι υπάρχουσες τεχνικές βαθμονόμησης δεν μπορούν να εφαρμοστούν σε συστήματα με $d > 0.6$ λόγω περιορισμένης ακρίβειας.

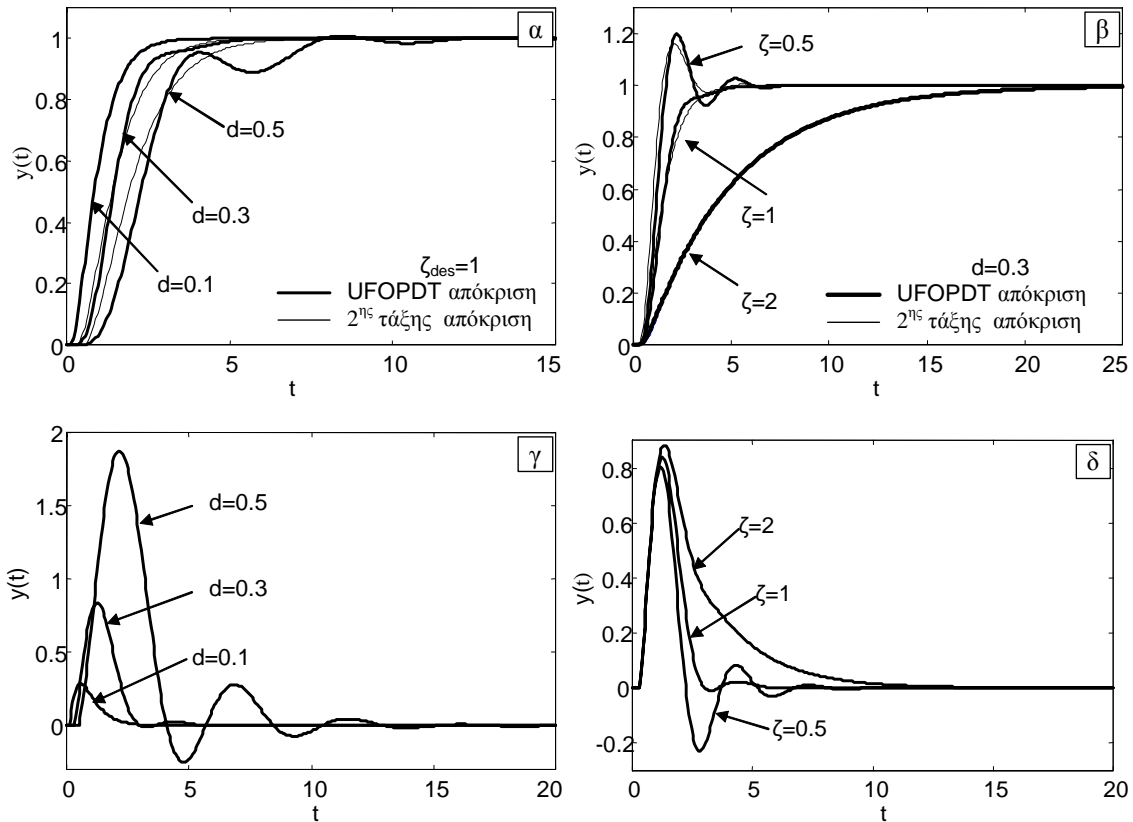
Από την παρουσίαση των μεθόδων βαθμονόμησης που βασίζονται σε κριτήρια απόκρισης, έγινε φανερό ότι οι μέθοδοι αυτές προκύπτουν κάνοντας χρήση τόσο των προσεγγίσεων των κρίσιμων συχνοτήτων (σχέσεις (3.45) και (3.46)) όσο και της προσέγγισης του εκθετικού όρου $\exp(-ds) \approx 1 - ds$. Οι προσεγγίσεις αυτές συμβάλουν στην απόκλιση της απόκρισης του κλειστού συστήματος από την αναμενόμενη με βάση τις προδιαγραφές σχεδίασης. Για το λόγο αυτό στη συνέχεια ελέγχουμε την επίδραση αυτή των προσεγγίσεων παρουσιάζοντας την απόκριση στο πεδίο του χρόνου διαφόρων συστημάτων.

Για το σκοπό αυτό η 2^η ΣΠΚ χρησιμοποιείται για τη βαθμονόμηση του PID ελεγκτή με προδιαγραφή την επιθυμητή σταθερά απόσβεσης $\zeta_{\text{des}} = 1$. Στο σχήμα 3.28α παρουσιάζονται οι αποκρίσεις του κλειστού συστήματος σε μοναδιαία βηματική είσοδο αναφοράς για τρία συστήματα με καθυστέρηση χρόνου $d=0.1$, $d=0.3$ και $d=0.5$. Στο ίδιο σχήμα παρουσιάζονται και οι αναμενόμενες αποκρίσεις από το αντίστοιχο

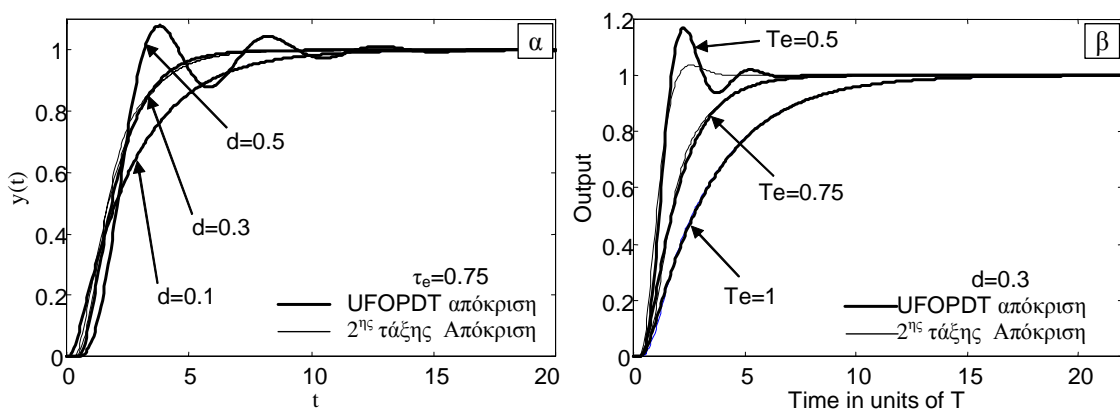
προσεγγιστικό σύστημα 2^{15} τάξης. Οι τιμές των παραμέτρων του PI ελεγκτή για το παράδειγμα αυτό δίνονται στον πίνακα 3.11. Από τις αποκρίσεις του σχήματος 3.28α γίνεται φανερό ότι η απόκριση του κλειστού συστήματος είναι η ίδια ή πολύ κοντά σε αυτήν που αναμενόταν με βάση τις προδιαγραφές σχεδίασης. Στη συνέχεια εφαρμόζουμε την ίδια μέθοδο σε ένα UFOPDT σύστημα με $d=0.3$ και για διάφορες προδιαγραφές για τη σταθερά απόσβεσης ζ_{des} . Οι αντίστοιχες παράμετροι του ελεγκτή δίνονται στον πίνακα 3.11 ενώ οι αποκρίσεις που λαμβάνονται παρουσιάζονται στο σχήμα 3.28β. Σε όλες τις περιπτώσεις η απόκριση είναι επίσης πολύ κοντά στην αναμενόμενη. Για τα παραπάνω παραδείγματα, οι αποκρίσεις του κλειστού συστήματος σε μοναδιαία μεταβολή του φορτίου εισόδου παρουσιάζονται στα σχήματα 3.28γ και 3.28δ. Όπως είναι αναμενόμενο όσο μεγαλύτερη είναι η καθυστέρηση του συστήματος τόσο πιο αργός είναι ο ελεγκτής που προκύπτει ενώ ταυτόχρονα αυξάνεται και η απόκλιση από την αναμενόμενη απόκριση. Επίσης η απόκλιση από την αναμενόμενη απόκριση αυξάνεται και όταν μειώνουμε την επιθυμητή σταθερά απόσβεσης και μάλιστα στην περίπτωση αυτή η απόκριση γίνεται πιο ταλαντωτική.

Στη συνέχεια ελέγχουμε την ακρίβεια της 2^{15} ΣΠΚ μεθόδου όταν η προδιαγραφή σχεδίασης είναι το τ_e . Στο σχήμα 3.29α παρουσιάζεται η απόκριση του κλειστού συστήματος σε μοναδιαία βηματική μεταβολή της εισόδου αναφοράς για δεδομένο τ_e και για διάφορες τιμές του d . Στο σχήμα 3.29β παρουσιάζονται οι αντίστοιχες αποκρίσεις για δεδομένο σύστημα και για διάφορες τιμές του τ_e . Οι παράμετροι των ελεγκτών που προκύπτουν δίνονται στον πίνακα 3.11. Και στην περίπτωση αυτή τα αποτελέσματα είναι πολύ κοντά σε αυτά που προβλέπονται από τις προδιαγραφές σχεδίασης.

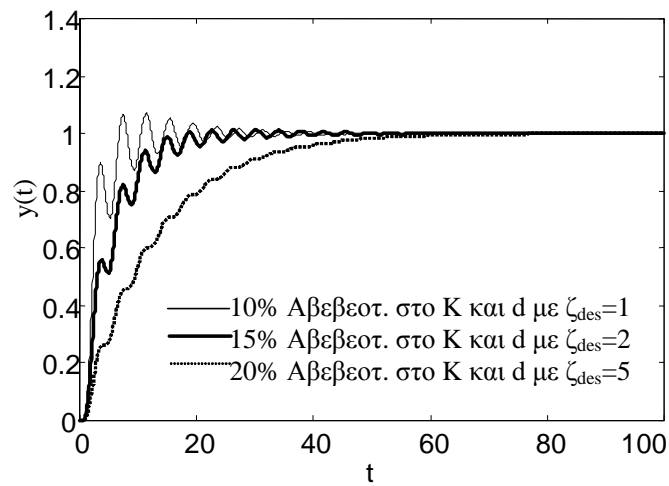
Στη συνέχεια εξετάζουμε τη συμπεριφορά των ελεγκτών που σχεδιάζονται με βάση την ΣΠΚ μέθοδο. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε το κλασικό παράδειγμα UFOPDT συστήματος με $d=0.5$ το οποίο χρησιμοποιείται συχνά στη βιβλιογραφία σαν παράδειγμα αναφοράς. Η βαθμονόμηση του ελεγκτή γίνεται με βάση τη 2^{11} ΣΠΚ μέθοδο για $\zeta_{des}=1, 2$ και 5 (βλέπε Πίνακα 3.11). Στο σχήμα 3.30 παρουσιάζονται οι αποκρίσεις του κλειστού συστήματος για διάφορες τιμές ταυτόχρονης παραμετρικής αβεβαιότητας στο κέρδος και την καθυστέρηση χρόνου του συστήματος. Για να επιτευχθεί η ‘χειρότερη’ κατάσταση θεωρούμε αυξητική αβεβαιότητα και τις δύο παραμέτρους. Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό ότι η μέθοδος που προτείνουμε δίνει ικανοποιητική ευρωστία η οποία όπως έχει δειχθεί στην ενότητα 3.4.1 αυξάνεται καθώς αυξάνεται το ζ_{des} (ή ισοδύναμα το τ_I). Αντίστοιχα αποτελέσματα προκύπτουν και με τις άλλες ΣΠΚ και ΜΠΦ μεθόδους.



Σχήμα 3.28. Αποκρίσεις του κλειστού UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PI ελεγκτή. α) Βηματική απόκριση εισόδου αναφοράς για $\zeta_{des}=1$ και για διάφορες τιμές του d , β) Βηματική απόκριση εισόδου αναφοράς για $d=0.3$ και για διάφορες τιμές του ζ_{des} , γ) και δ) οι αντίστοιχες αποκρίσεις σε βηματική αλλαγή του φορτίου εισόδου. (2^η ΣΠΚ μέθοδος με προδιαγραφή το ζ_{des})



Σχήμα 3.29. Αποκρίσεις του κλειστού UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PI ελεγκτή. α) Βηματική απόκριση εισόδου αναφοράς για $\tau_{e,des}=0.75$ και για διάφορες τιμές του d , β) Βηματική απόκριση εισόδου αναφοράς για $d=0.3$ και για διάφορες τιμές του $\tau_{e,des}$. (2^η ΣΠΚ μέθοδος με προδιαγραφή το $\tau_{e,des}$)

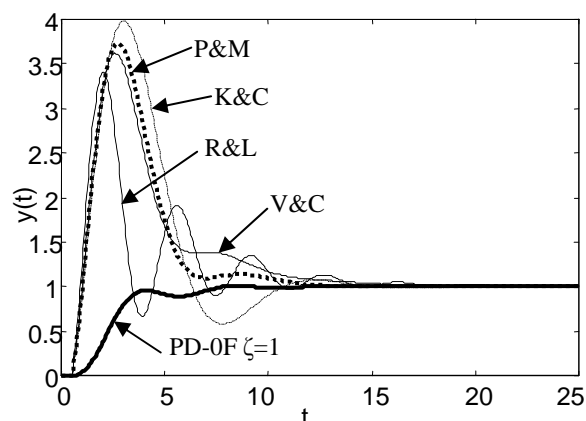


Σχήμα 3.30. Η απόκριση του κλειστού UFOPDT συστήματος με $d=0.5$ καθώς αυξάνεται η παραμετρική αβεβαιότητα στα d και K .

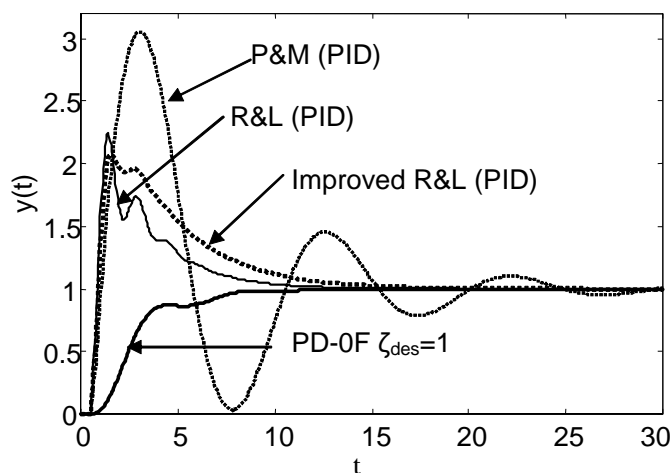
Σχήμα	Περίπτωση	K_C	τ_I
3.28α & γ	$d=0.1$	4.0005	1.3195
	$d=0.3$	2.2528	2.6487
	$d=0.5$	1.6480	6.6166
3.28β & δ	$\zeta_{des}=0.5$	2.2936	1.7391
	$\zeta_{des}=1$	2.2528	2.6487
	$\zeta_{des}=2$	2.2124	5.2952
3.29α	$d=0.1$	3.9356	3.6505
	$d=0.3$	2.2287	3.7828
	$d=0.5$	1.6565	5.4249
3.29β	$\tau_{e,des}=0.5$	2.2882	1.8244
	$\tau_{e,des}=0.75$	2.2287	3.7828
	$\tau_{e,des}=1$	2.2042	6.5117
Fig. 20	$\zeta_{des}=1$	1.6480	6.6166
	$\zeta_{des}=2$	1.6307	11.7182
	$\zeta_{des}=5$	1.6149	37.3292

Πίνακας 3.11. Οι παράμετροι του PI ελεγκτή για τα παραδείγματα που αναφέρονται στην ενότητα 3.6.1

Στη συνέχεια πραγματοποιούμε μια σύγκριση της ΣΠΚ μεθόδου με άλλες υπάρχουσες τεχνικές βαθμονόμησης και σχήματα ελέγχου κάνοντας χρήση πάντα του συστήματος με $d=0.5$ ([12], [17], [26]). Αρχικά εφαρμόζεται η 2^η ΣΠΚ μέθοδος με $\zeta_{des}=1$ στο σύστημα αυτό και λαμβάνουμε $K_C=1.6480$ και $\tau_I=0.2491$. Στη συνέχεια η μέθοδός μας συγκρίνεται με τις μεθόδους των Rotstein και Lewin (R&L) [15], De Paor και O'Malley (P&M) [12], Venkatashankar και Chidambaram (V&C) [26] και Kavdia και Chidambaram (K&C) [17] που αναφέρονται στη σχεδίαση PI ελεγκτών. Εφαρμόζοντας την μέθοδο R&L για $\lambda=2.2$ (όπως προτείνεται από τους συγγραφείς της μεθόδου) λαμβάνουμε $K_C=1.9091$ και $\tau_I=9.24$. Η μέθοδος V&C δίνει $K_C=1.5066$ και $\tau_I=12.5$, ενώ η 'ήμι-βέλτιστη' μέθοδος περιθωρίου φάσης (quasi-optimum phase margin) που προτείνεται στην [12] στην περίπτωση PI ελεγκτή δίνει $K_C=1.357$ και $\tau_I=6.944$. Τέλος, όταν χρησιμοποιείται η K&C μέθοδος ο ελεγκτής που προκύπτει είναι $K_C=1.4528$ και $\tau_I=10.94$. Σημειώνεται ότι για όλες τις συγκρίσεις που ακολουθούν γίνεται πάντα χρήση του σχήματος ελέγχου που προτείνεται στην αντίστοιχη βιβλιογραφία. Στο σχήμα 3.31 παρουσιάζονται οι αποκρίσεις του κλειστού USOPDT συστήματος σε μοναδιαία βηματική αλλαγή της εισόδου αναφοράς όταν γίνεται χρήση των προαναφερθέντων ελεγκτών και υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει παραμετρική αβεβαιότητα για το μοντέλο του συστήματος. Όπως φαίνεται από το σχήμα αυτό, σε όλες τις περιπτώσεις το κλασικό σχήμα του PI ελεγκτή δίνει μη αποδεκτή υπερένταση (μεγαλύτερη από 300%). Επίσης οι R&L και K&C μέθοδοι δίνουν πολύ ταλαντωτικές αποκρίσεις. Είναι προφανές ότι το σχήμα ελέγχου που προτείνουμε έχει την καλύτερη συμπεριφορά.



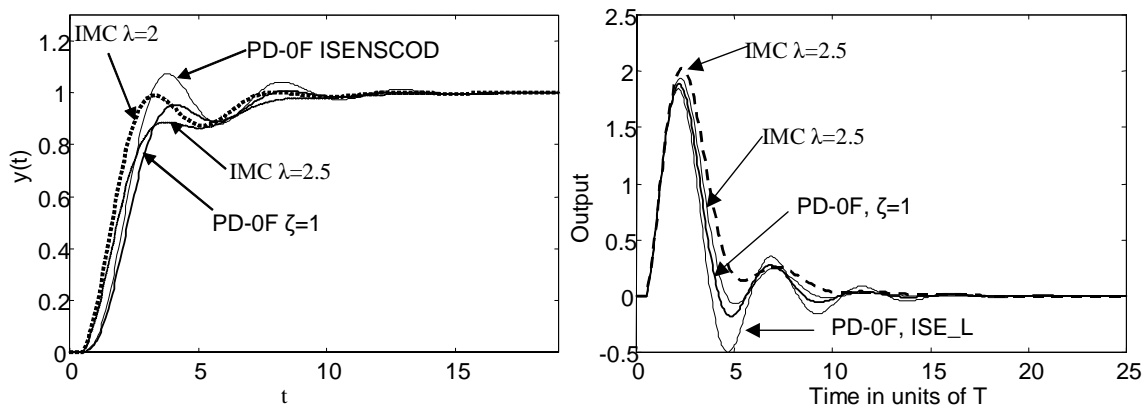
Σχήμα 3.31. Σύγκριση της 2^{ης} ΣΠΚ μεθόδου με άλλες PI μεθόδους βαθμονόμησης.



Σχήμα 3.32. Σύγκριση της 2^{ης} ΣΠΚ μεθόδου με άλλες PID μεθόδους βαθμονόμησης.

Για να φανεί η ανάγκη χρήσης των σχημάτων ελέγχου που προτείνονται στη διατριβή αυτή στη συνέχεια γίνεται σύγκριση και με άλλες μεθόδους βαθμονόμησης που αναφέρονται σε PID ελεγκτή. Για το σκοπό αυτό στο σχήμα 3.32 συγκρίνεται η 2^η ΣΠΚ μέθοδος για PI ελεγκτή με $\zeta_{des}=1$ με τις μεθόδους P&M [12] ($K_C=1.357$, $\tau_I=4.6002$, $\tau_D=0.2174$), R&L με $\lambda = 2.1$ ($K_C=2.0091$, $\tau_I=8.86$, $\tau_D=0.2429$) και τη βελτιωμένη R&L μέθοδο με $\lambda=1.6$ ($K_C=2.3477$, $\tau_I=6.01$, $\tau_D=0.2396$) [15]. Είναι προφανές ότι και σε αυτήν την περίπτωση η 2^η ΣΠΚ δίνει καλύτερα αποτελέσματα στην περίπτωση ελέγχου παρακολούθησης τροχιάς.

Στη συνέχεια συγκρίνουμε τις PI μεθόδους που προτείνονται εδώ με άλλες μεθόδους βαθμονόμησης που προτείνουν και διαφορετικά σχήματα ελέγχου. Συγκεκριμένα συγκρινόμαστε με τη μέθοδο Jacob και Chidambaram (J&C) [28] η οποία βασίζεται στον ελεγκτή δύο σταδίων P-PI (two stage P-PI control structure) και σε τεχνικές βαθμονόμησης IMC [23]. Στο σχήμα 3.33α, συγκρίνεται η βηματική απόκριση της 2^η ΣΠΚ μεθόδου με $\zeta_{des} = 1$ και της ίδιας μεθόδου στην περίπτωση ελαχιστοποίησης του κριτηρίου ISENSCOD ($K_C=1.6324$ και $\tau_I=6.104$) με τη βέλτιστη IMC μέθοδο (best-tuned two-stage IMC) με παραμέτρους $\lambda= 2.0$ και $\lambda= 2.5$. Οι ελεγκτές που δίνει η IMC μέθοδος είναι $K_C = 0.1402$, $\tau_I = 0.9571$, $K_{C,i}=1.4142$ και $K_C = 0.1121$, $\tau_I = 0.9571$, $K_{C,i}=1.4142$, αντίστοιχα. Όπως φαίνεται από το σχήμα αυτό, όλες οι παραπάνω μέθοδοι δίνουν εξίσου καλά αποτελέσματα παρόλο που στη IMC τεχνική χρειάζονται βαθμονόμηση τρις παράμετροι. Οι παραπάνω ελεγκτές στο σχήμα 3.33β συγκρίνονται στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου με τη διαφορά ότι τώρα χρησιμοποιείται ο ελεγκτής που ελαχιστοποιεί το ISE_L κριτήριο ($K_C=1.6561$ και $\tau_I=5.4729$). Σημειώνεται



Σχήμα 3.33. Σύγκριση με το σχήμα ελέγχου P-PI και την IMC μέθοδο βαθμονόμησης
α) Βηματική απόκριση σε αλλαγή της εισόδου αναφοράς και β) βηματική απόκριση σε αλλαγή του φορτίου.

ότι για μεγάλες τιμές του d η ελαχιστοποίηση του ISENSCOD δίνει παρόμοιο ελεγκτή με την περίπτωση ελαχιστοποίησης του ISE_L. Όπως φαίνεται από το σχήμα 3.33β και σε αυτήν την περίπτωση τα αποτελέσματα είναι συγκρίσιμα και η ISE_L μέθοδος δίνει το μικρότερο μέγιστο σφάλμα.

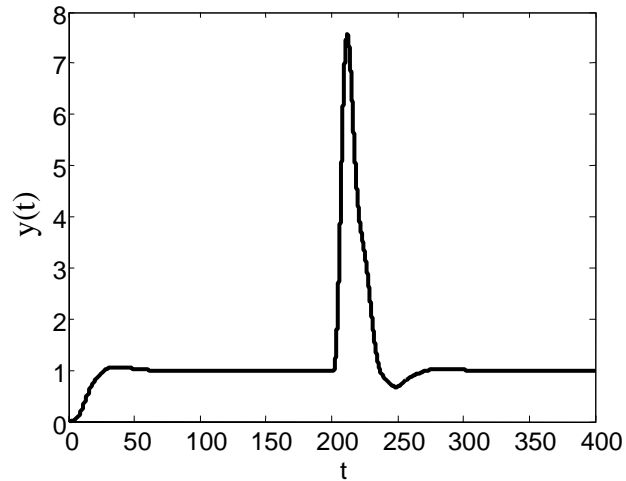
Στα ίδια συμπεράσματα καταλήγει κανείς όταν χρησιμοποιεί τις αντίστοιχες ΜΠΦ μεθόδους.

3.6.2 PID-μέθοδοι βασισμένες σε κριτήρια απόκρισης

Με τη χρήση και διαφορικού όρου στον ελεγκτή είναι δυνατό να ελεγχθούν UFOPDT συστήματα με πολύ μεγάλη καθυστέρηση χρόνου. Για παράδειγμα εφαρμόζοντας την 1^η ΜΠΦ μέθοδο σε ένα σύστημα με $d=1.7$ και με προεπιλεγμένη τιμή για το διαφορικό όρο $\tau_D=0.8$ προκύπτει ο ελεγκτής με $K_C=1.0136$ και $\tau_I=955$. Στο σχήμα 3.34 παρουσιάζεται η απόκριση του κλειστού συστήματος σε μοναδιαία βηματική αλλαγή της εισόδου αναφοράς και σε μεταβολή του φορτίου εισόδου κατά 0.1 (τη χρονική στιγμή $t=200$).

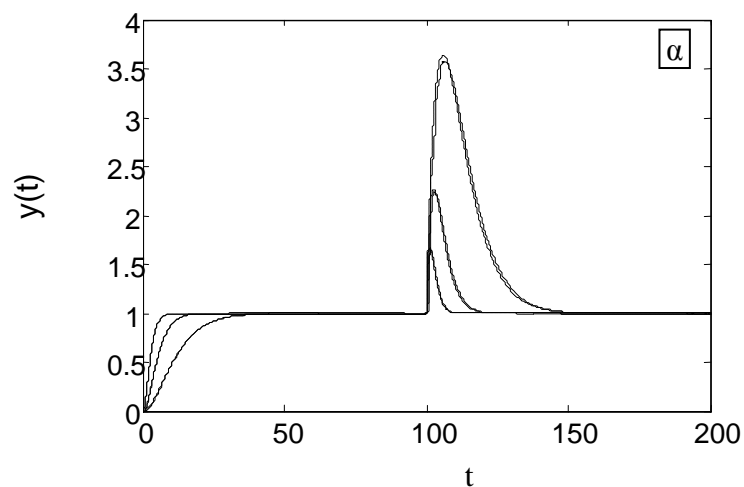
Αν λάβει κανείς υπόψη ότι δεν είναι δυνατό να ελεγχθεί με PID ελεγκτή κανένα UFOPDT σύστημα με $d>2$, η απόκριση του παραπάνω σχήματος είναι ικανοποιητική. Βέβαια το σύστημα παραμένει πολύ ευαίσθητο σε διαταραχές φορτίου.

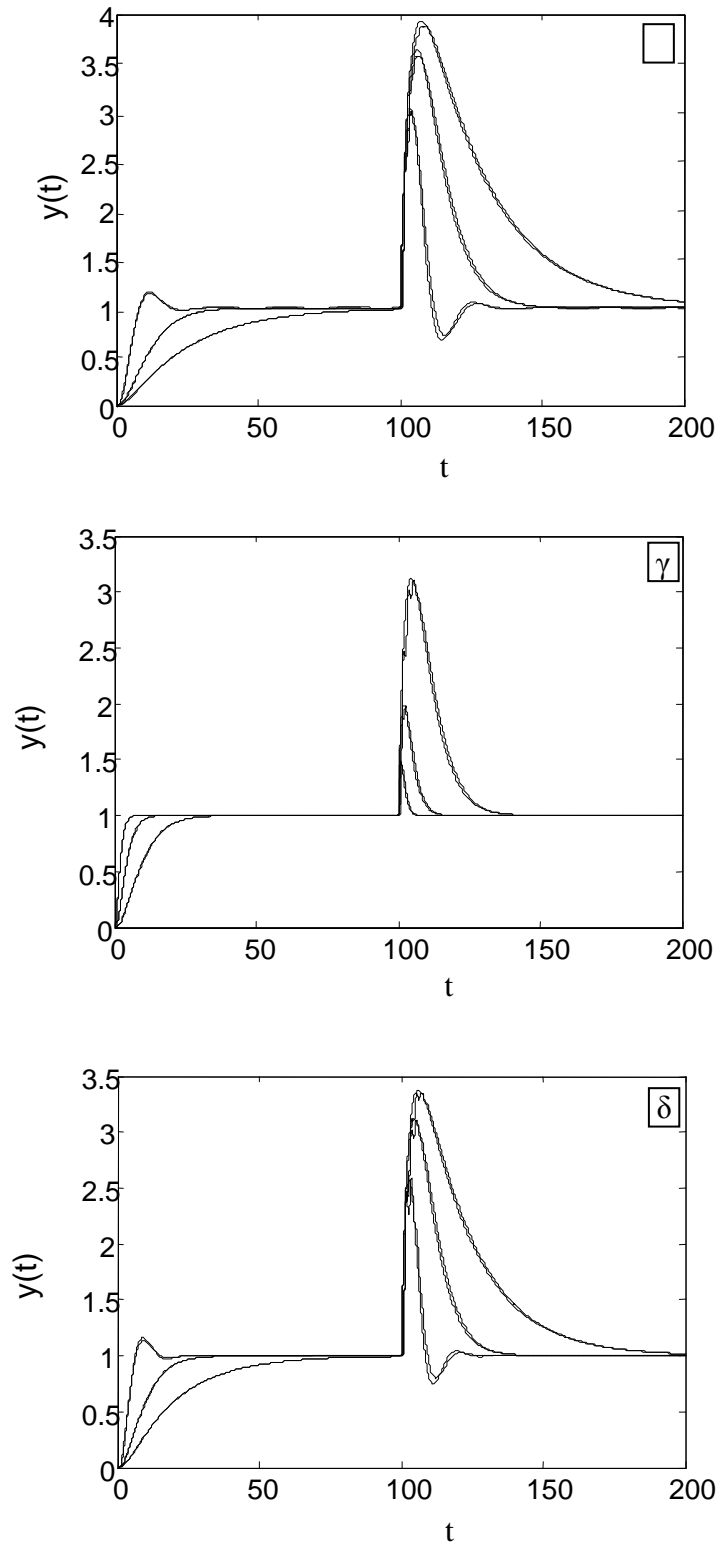
Στη συνέχεια παρουσιάζουμε μία σειρά από εφαρμογές των ΣΠΚ και ΜΠΦ μεθόδων βαθμονόμησης για PID ελεγκτές. Πιο συγκεκριμένα στα σχήματα 3.35α και 3.35γ παρουσιάζονται οι αποκρίσεις του κλειστού συστήματος όταν επιλέγεται η προδιαγραφή $\zeta_{des}=1$ και για τιμές του $d=0.3, 0.5$ και 0.7 για τις ΣΠΚ και ΜΠΦ μεθόδους αντίστοιχα.



Σχήμα 3.34. Η απόκριση ενός κλειστού UFOPDT συστήματος με $d=1.7$.

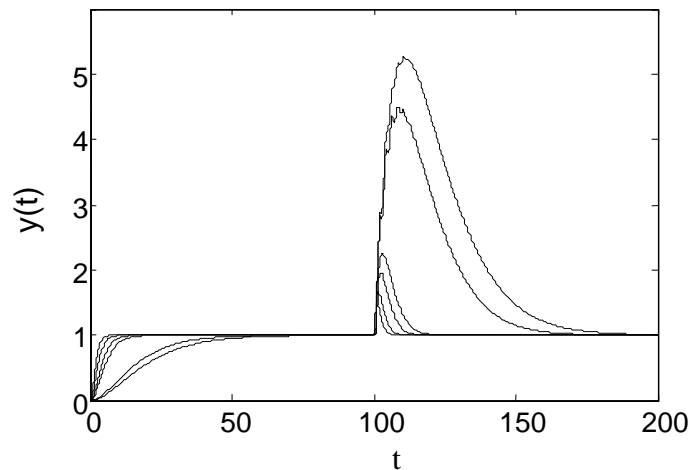
Στα σχήματα 3.35β και 3.35δ γίνεται σύγκριση των αποκρίσεων ενός συστήματος με $d=0.7$ για διάφορες τιμές του ζ_{des} ($\zeta_{des} = 0.5, 1, \text{ και } 1.5$). Σε όλες τις παραπάνω εφαρμογές η τιμή του διαφορικού όρου έχει επιλεγεί ως $\tau_D = \tau_{D,maxPI}$. Στα σχήματα αυτά με συμπαγείς γραμμές παρουσιάζονται οι αποκρίσεις του UFOPDT συστήματος ενώ με διακεκομμένες γραμμές παρουσιάζονται οι αναμενόμενες από τις προδιαγραφές αποκρίσεις του ισοδύναμου δεύτερης τάξης συστήματος. Είναι φανερό ότι οι αποκρίσεις αυτές σχεδόν ταυτίζονται, γεγονός που επιβεβαιώνει την ακρίβεια της μεθόδου.



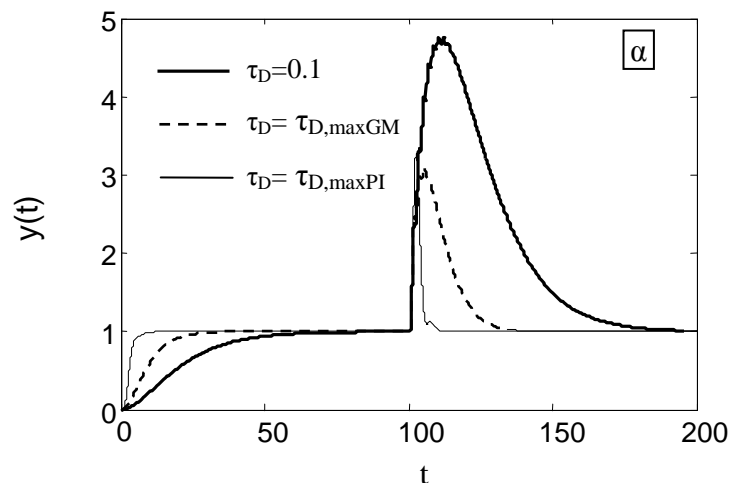


Σχήμα 3.35. Χαρακτηριστικά παραδείγματα των ΣΠΚ και ΜΠΦ μεθόδων βαθμονόμησης για PID ελεγκτές, για διάφορες τιμές των ζ_{des} και d .

Στη συνέχεια συγκρίνουμε τις ΣΠΚ και ΜΠΦ μεθόδους μεταξύ τους. Στο σχήμα 3.36 παρουσιάζονται οι αποκρίσεις που δίνουν οι μέθοδοι αυτές για διάφορα συστήματα με $d=0.3, 0.5$ και 0.8 (για $\zeta_{des}=1$ και $\tau_D=\tau_{D,maxPI}$). Από τις αποκρίσεις αυτές είναι φανερό ότι η ΜΠΦ δίνει πάντα γρηγορότερο αλλά λιγότερο εύρωστο ελεγκτή σε σχέση με την ΣΠΚ μέθοδο. Παρόμοια αποτελέσματα προκύπτουν για όλες τις προδιαγραφές και τις τιμές του τ_D .



Σχήμα 3.36. Σύγκριση μεταξύ ΜΠΦ (—) και ΣΠΚ (---) μεθόδων για διάφορες τιμές του d ($d=0.3, 0.5, 0.8$), για $\zeta_{des}=1$ και $\tau_D=\tau_{D,maxPI}$



Σχήμα 3.37. Σύγκριση της απόκρισης που λαμβάνεται από ένα σύστημα με $d=0.7$, για διάφορες τιμές του διαφορικού όρου ($\tau_D=0.1, \tau_D=\tau_{D,maxGM}, \tau_D=\tau_{D,maxPI}$)

Στο σχήμα 3.37 γίνεται σύγκριση της απόκρισης που λαμβάνεται από ένα σύστημα με $d=0.7$, για διάφορες τιμές του διαφορικού όρου ($\tau_D=0.1$, $\tau_D=\tau_{D,maxGM}$, $\tau_D=\tau_{D,maxPI}$, ΜΠΦ μέθοδος με $\zeta_{des}=1$). Όπως αναμένεται, όσο πιο μεγάλη είναι η τιμή του διαφορικού όρου τόσο πιο γρήγορη είναι η απόκριση του κλειστού συστήματος. Αυτό ισχύει και για την περίπτωση ελέγχου παρακολούθησης τροχιάς και για την περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου.

Τα συμπεράσματα που εξάγονται από τα παραπάνω παραδείγματα ισχύουν και για τις υπόλοιπες εφαρμογές των ΜΠΦ και ΣΠΚ μεθόδων.

3.6.3 Αριθμητικές εφαρμογές των PM, GM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης

Με την εφαρμογή των GM, PM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης είναι δυνατό να επιλεγούν κατάλληλες προδιαγραφές για τα περιθώρια κέρδους και φάσης ώστε να προκύψουν όλοι οι PI και PID ελεγκτές που προτείνονται από άλλες μεθόδους βαθμονόμησης (π.χ. οι μέθοδοι που προτείνονται στις [33]-[34]). Για το σκοπό αυτό στην περίπτωση PI ελεγκτή μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει την GM μέθοδο με τις ίδιες προδιαγραφές GM_{inc} και GM_{dec} όπως αυτές που προκύπτουν από τις άλλες μεθόδους ενώ στην περίπτωση του PID ελεγκτή πρέπει να επιλεγεί και η ίδια τιμή για το διαφορικό όρο τ_D . Άλλες τεχνικές βαθμονόμησης που βασίζονται σε προδιαγραφές του περιθωρίου φάσης και κέρδους [30], [33] και [34] δεν χρησιμοποιούν ταυτόχρονα και τις τρεις προδιαγραφές (δηλαδή PM, GM_{inc} , και GM_{dec}). Επίσης οι μέθοδοι που προτείνονται στις εργασίες [33] και [34] χρησιμοποιούν απλές και μη ακριβείς προσεγγίσεις για τη συνάρτηση \tan^{-1} και επομένως δίνουν ικανοποιητική ακρίβεια μόνο για μικρές τιμές του d ($d < 0.3$) και μεγάλες τιμές για τις προδιαγραφές ευρωστίας (π.χ. $PM^{des} > 0.6PM_{max}$). Για όλους τους παραπάνω λόγους η σύγκριση των GM, PM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης με άλλες υπάρχουσες μεθόδους δεν μπορεί να δώσει καμία επιπλέον πληροφορία ως προς την αποτελεσματικότητα των μεθόδων αυτών.

Παρόλα αυτά στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται κάποια χαρακτηριστικά αριθμητικά παραδείγματα βαθμονόμησης PI και PID ελεγκτών για UFOPDT συστήματα με βάση τις τεχνικές που προτείνονται στην ενότητα 3.5. Οι εφαρμογές των μεθόδων που βασίζονται σε προδιαγραφές ευρωστίας όπως το περιθώριο κέρδους και το περιθώριο φάσης, εφαρμόζονται σε ένα ευρύ φάσμα UFOPDT συστημάτων, ενώ η συμπεριφορά του κλειστού συστήματος αναλύεται στο χώρο της συχνότητας και στο χώρο του χρόνου, τόσο σε εφαρμογές παρακολούθησης τροχιάς όσο και σε εφαρμογές ρύθμισης κάτω από την επίδραση διαταραχών στην είσοδο.

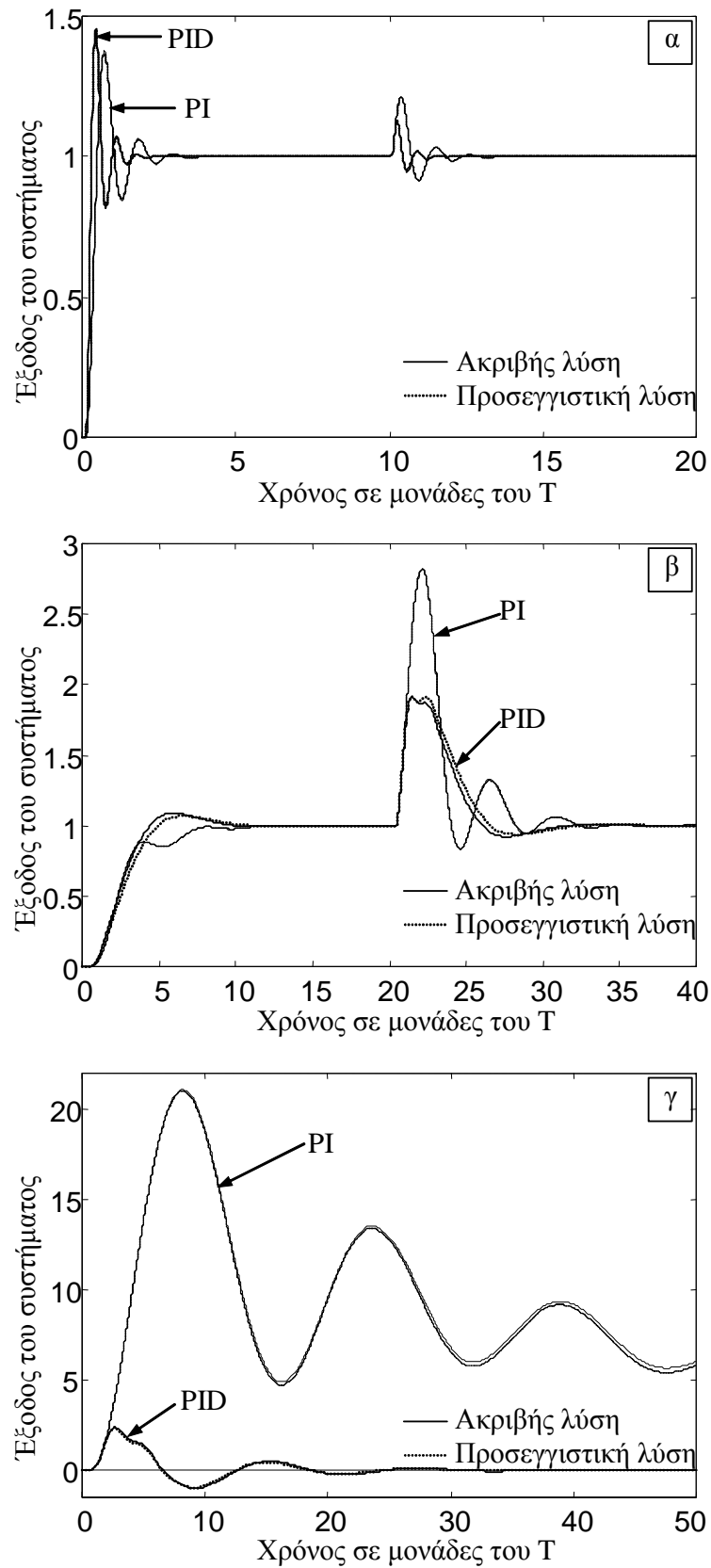
Πιο συγκεκριμένα, οι PM, GM και PGM μέθοδοι βαθμονόμησης εφαρμόζονται σε τρία συστήματα με κανονικοποιημένη σταθερά χρόνου $d=0.1$, $d=0.5$ και $d=0.9$ και στην περίπτωση που γίνεται χρήση PI και PID ελεγκτή για τον έλεγχό τους. Οι παράμετροι που προκύπτουν για τους δύο ελεγκτές παρουσιάζονται στο αριστερό τμήμα του πίνακα 3.12. Στον πίνακα 3.12 παρουσιάζονται ταυτόχρονα οι παράμετροι των ελεγκτών που προκύπτουν από την ακριβή εφαρμογή των αντίστοιχων μεθόδων (δηλαδή όταν χρησιμοποιούνται οι επαναληπτικοί αλγόριθμοι που παρουσιάστηκαν στις ενότητες 3.5.3 και 3.5.4 για τον υπολογισμό των παραμέτρων του ελεγκτή) και οι παράμετροι που προκύπτουν κάνοντας χρήση των προτεινόμενων προσεγγίσεων. Στο δεξί τμήμα του πίνακα 3.12 παρουσιάζονται τα διαγράμματα Nyquist των αντίστοιχων κλειστών συστημάτων. Στα διαγράμματα αυτά παρουσιάζεται μόνο το τμήμα του διαγράμματος Nyquist που βρίσκεται στην περιοχή του κρίσιμου σημείου $-1+j0$ που καθορίζει και τη συμπεριφορά του συστήματος ως προς την ευστάθεια του. Συμπαγείς και διακεκομμένες γραμμές χρησιμοποιούνται για την ακριβή και την προσεγγιστική λύση αντίστοιχα. Οι προδιαγραφές του περιθωρίου κέρδους επισημαίνονται στο σχήμα με το σύμβολο 'o', ενώ το σημείο του μοναδιαίου κύκλου που καθορίζει το περιθώριο φάσης δηλώνεται με το σύμβολο '⊗'. Από τα πολικά διαγράμματα του πίνακα 3.12 είναι προφανές ότι η προσεγγιστική λύση είναι εξαιρετικά ακριβής και μάλιστα στις περισσότερες περιπτώσεις δεν διακρίνεται από την ακριβή λύση.

Στο πρώτο παράδειγμα με $d=0.1$ οι ίδιες προδιαγραφές επιλέγονται για τον PI και τον PID ελεγκτή. Πιο συγκεκριμένα οι προδιαγραφές που επιλέγονται είναι: $PM=0.3$ rad στην περίπτωση εφαρμογής της PM μεθόδου βαθμονόμησης, $GM_{inc}=2$ (ή ισοδύναμα 6.02 dB) και $GM_{dec}=4$ (12.04 dB) στην περίπτωση εφαρμογής της GM μεθόδου βαθμονόμησης και η ικανοποίηση όλων των παραπάνω προδιαγραφών στην περίπτωση εφαρμογής της PGM μεθόδου βαθμονόμησης. Ο διαφορικός όρος του PID ελεγκτή επιλέγεται ως ο μεγαλύτερος δυνατός που προτείνεται από τη σχέση (3.49). Στο σχήμα 3.38α παρουσιάζεται η χρονική απόκριση του κλειστού συστήματος τόσο για την περίπτωση του PI όσο και αυτήν του PID ελεγκτή στην περίπτωση εφαρμογής της PGM μεθόδου βαθμονόμησης. Σημειώνεται ότι σε όλες τις εφαρμογές στο πεδίο του χρόνου γίνεται χρήση των προ-φίλτρων που προτείνονται από τις σχέσεις (2.10). Στο σχήμα 3.38α το πρώτο τμήμα της απόκρισης οφείλεται σε βηματική αλλαγή του σημείου λειτουργίας ενώ τη χρονική στιγμή $t=10T$ εφαρμόζεται μοναδιαία μεταβολή του φορτίου στην είσοδο του συστήματος. Από την απόκριση που προκύπτει είναι φανερό ότι για

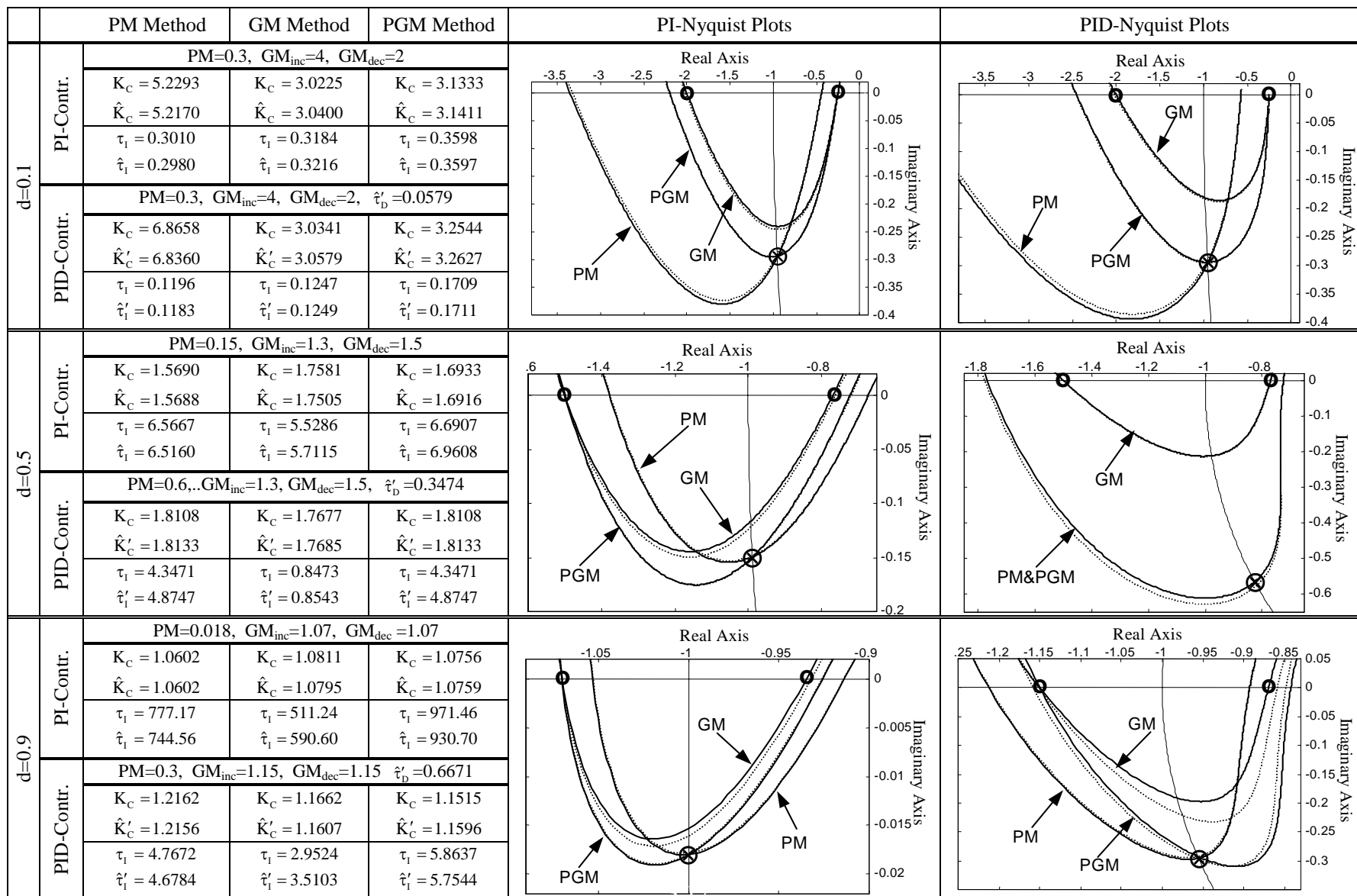
μικρές τιμές της καθυστέρησης χρόνου οι δύο ελεγκτές έχουν παρόμοια συμπεριφορά στην περίπτωση παρακολούθησης τροχιάς. Αυτό είναι αναμενόμενο αφού το σύστημα συμπεριφέρεται όπως ένα απλό σύστημα πρώτης τάξης και στην περίπτωση αυτή δεν υπάρχει κανένα πλεονέκτημα από τη χρήση διαφορικού όρου. Αντιθέτως στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου η παρουσία του διαφορικού όρου είναι σημαντική και ελαττώνει σημαντικά το μέγιστο σφάλμα.

Στο δεύτερο παράδειγμα οι προτεινόμενες μέθοδοι που βασίζονται σε προδιαγραφές ευρωστίας εφαρμόζονται σε ένα σύστημα με $d=0.5$. Στην περίπτωση αυτή επιλέγουμε $GM_{inc}=1.3$ (2.28 dB) και $GM_{dec}=1.5$ (3.52 dB) και για τους δύο ελεγκτές ενώ το περιθώριο φάσης του PID ελεγκτή επιλέγεται τέσσερις φορές μεγαλύτερο από αυτό του PI ελεγκτή. Πιο συγκεκριμένα επιλέγουμε για το PI ελεγκτή $PM=0.15$ rad ενώ για τον PID ελεγκτή $PM=0.6$ rad. Στην περίπτωση του PID ελεγκτή, όπως φαίνεται από το σχήμα του πίνακα 3.12, ο ελεγκτής που σχεδιάζεται με βάση τις προδιαγραφές του περιθωρίου κέρδους ικανοποιεί και τις προδιαγραφές του περιθωρίου φάσης. Επίσης εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι ο PID ελεγκτής δίνει πολύ μεγαλύτερη περιοχή ευστάθειας από αυτήν του PI ελεγκτή. Οι χρονικές αποκρίσεις των δύο ελεγκτών που προκύπτουν από τη χρήση της PGM μεθόδου παρουσιάζονται στο σχήμα 3.38β. Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό ότι με τη χρήση διαφορικού όρου η απόκριση του κλειστού συστήματος βελτιώνεται σημαντικά δίνοντας μεγαλύτερη απόσβεση και ταχύτερη απόκριση στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου ενώ ταυτόχρονα επιτυγχάνεται σημαντικά μεγαλύτερη περιοχή ευρωστίας. Σημειώνεται ότι μεγάλα περιθώρια φάσης είναι ιδιαίτερα χρήσιμα για τον έλεγχο UFOPDT συστημάτων αφού η σταθερά χρόνου και η καθυστέρηση χρόνου (που συνεισφέρουν κυρίως στην αβεβαιότητα της φάσης) είναι δύσκολο να εκτιμηθούν με ακρίβεια.

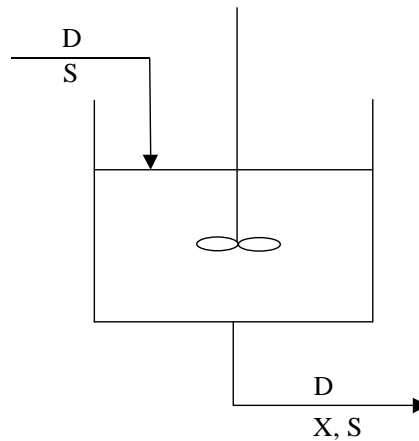
Τα πλεονεκτήματα της χρήσης μεγάλων τιμών για το διαφορικό όρο γίνονται ιδιαίτερα εμφανή σε συστήματα με μεγάλη καθυστέρηση χρόνου όπως φαίνεται και στο τρίτο παράδειγμα όπου θεωρούμε ένα σύστημα με $d=0.9$. Στο παράδειγμα αυτό οι προδιαγραφές του περιθωρίου κέρδους του PID ελεγκτή επιλέγονται τουλάχιστον δύο φορές μεγαλύτερες από αυτές του PI ελεγκτή, ενώ το περιθώριο κέρδους είναι 17 φορές μεγαλύτερο. Από την απόκριση σε βηματική αλλαγή του φορτίου εισόδου που παρουσιάζεται στο σχήμα 3.38γ είναι φανερό ότι η απόκριση του PID ελεγκτή είναι τουλάχιστον δέκα φορές πιο ταχεία από αυτήν του PI εκλεκτή, ενώ το μέγιστο σφάλμα είναι τουλάχιστον δέκα φορές μικρότερο.



Σχήμα 3.38. Χαρακτηριστικές αποκρίσεις για PI και PID ελεγκτές: α) $d=0.1$, β) $d=0.5$ και γ) $d=0.9$.



Πίνακας 3.12. Αριθμητικά παραδείγματα των PM, GM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης για PI και PID ελεγκτές.



Σχήμα 3.39. Σχηματικό διάγραμμα βιολογικού αντιδραστήρα επεξεργασίας βιομάζας.

3.6.4 Εφαρμογή των μεθόδων βαθμονόμησης σε μοντέλο ασταθούς βιολογικού αντιδραστήρα

Μία σχηματική αναπαράσταση ενός βιολογικού αντιδραστήρα επεξεργασίας βιομάζας δίνεται στο σχήμα 3.39. Υποθέτουμε ότι ο αντιδραστήρας είναι σταθερού όγκου, ότι τα συστατικά της αντίδρασης είναι καλά αναμεμειγμένα και ότι η τροφοδοσία είναι αποστειρωμένη. Ο ρυθμός διάλυσης D χρησιμοποιείται ως είσοδος ελέγχου, ενώ S_f είναι η συγκέντρωση του υποστρώματος τροφοδοσίας (feed substrate concentration). Επιπλέον, X είναι η συγκέντρωση της εκρέουσας βιομάζας και S είναι η συγκέντρωση υποστρώματος. Για παράδειγμα στην παραγωγή αιθανόλης τα X και S αναπαριστούν τις συγκεντρώσεις μαγιάς και γλυκόζης, αντίστοιχα.

Μία πληθώρα μοντέλων έχει προταθεί για τέτοιου είδους διεργασίες. Δομημένα μοντέλα επιχειρούν να περιγράψουν λεπτομερειακά τους ανεξάρτητους οργανισμούς οι οποίοι εμπλέκονται στις πραγματοποιούμενες χημικές αντιδράσεις αλλά συνήθως είναι ιδιαίτερα πολύπλοκα από μαθηματικής άποψης για να είναι χρήσιμα για τη σχεδίαση ελεγκτών. Αρκετά απλούστερα, μη δομημένα μοντέλα, είναι δυνατό να ληφθούν υποθέτοντας ότι η καλλιέργεια του αντιδραστήρα αποτελείται από ένα ομογενώς αναπτυσσόμενο είδος οργανισμού. Τα μοντέλα αυτά αποτελούνται συνήθως από λίγες μη γραμμικές κανονικές διαφορικές εξισώσεις και είναι ιδιαίτερα κατάλληλα για την εφαρμογή μη γραμμικών στρατηγικών ελέγχου. Η συμπεριφορά ανοικτού βρόχου ενός βιολογικού αντιδραστήρα, σταθερού όγκου και αποστειρωμένης τροφοδοσίας είναι δυνατό να περιγραφεί από το ακόλουθο μη δομημένο μοντέλο [35]

$$\frac{dX}{dt} = [\mu(S) - D]X \quad , \quad \frac{dS}{dt} = D(S_f - S) - \frac{\mu(S)X}{Y_{X/S}} \quad (3.113)$$

όπου $\mu(S) = \mu_m S \left[K_m + S + S^2 / K_{SI} \right]^{-1}$ είναι ο ειδικός ρυθμός ανάπτυξης, $Y_{X/S}$ είναι ο συντελεστής απόδοσης βιομάζας, μ_m είναι ο μέγιστος ειδικός ρυθμός ανάπτυξης, K_m είναι η σταθερά ρυθμού ανάπτυξης και K_I είναι η σταθερά αναστολής του υποστρώματος. Ορισμένες τυπικές τιμές των παραμέτρων του μοντέλου είναι [35]

$$Y_{X/S} = 0.4\% \text{ g/g}, S_f = 4\% \text{ g/g}, D=0.3\text{h}^{-1}, \mu_m = 0.53\text{h}^{-1}, K_m = 0.12\% \text{ g/g}, K_I = 0.4545\% \text{ g/g}$$

Η λύση μόνιμης κατάστασης των εξισώσεων (3.113) εμφανίζει πολλαπλά σημεία ισορροπίας. Για όλες τις τιμές του ρυθμού διάλυσης D , ένα τετριμμένο σημείο ισορροπίας (μη επιθυμητή κατάσταση που περιγράφει τη συνθήκη ξεπλύματος του αντιδραστήρα) είναι το $[X,S]_1 = [0,4]$. Επίσης για κάθε τιμή του D υπάρχουν δύο επιπλέον σημεία ισορροπίας τα οποία περιγράφονται από τη λύση του συστήματος εξισώσεων

$$D - \frac{\mu_m S}{K_I S^2 + S + K_m} = 0 \quad \text{και} \quad (S - S_f) - X / Y_{X/Y} = 0 \quad (5.2)$$

Το ένα σημείο ισορροπίας είναι ευσταθές και το άλλο ασταθές. Για παράδειγμα για την περίπτωση όπου $D=0.3\text{h}^{-1}$ το ασταθές σημείο ισορροπίας είναι το $[X,S]_2 = [0.9951, 1.5122]$ και το ευσταθές είναι το $[X,S]_3 = [1.5301, 0.1746]$. Τα δύο αυτά σημεία ισορροπίας εκφυλίζονται σε ένα μοναδικό σημείο $[X,S] = [1.3945, 0.5138]$ όταν $D = 0.3613$. Για τη συγκέντρωση της εκρέουσας βιομάζας X (που αποτελεί και την προς έλεγχο μεταβλητή του συστήματος) όλα τα επιθυμητά σημεία λειτουργίας που είναι μικρότερα από 1.3945 δίνουν ασταθή συμπεριφορά, ενώ για $X > 1.3945$ η συμπεριφορά του ανοικτού συστήματος είναι ευσταθής. Συνήθως είναι επιθυμητό ο αντιδραστήρας να λειτουργεί στην ασταθή περιοχή και συγκεκριμένα στα σημεία λειτουργίας που περιγράφεται από την $[X,S]_2$. Αυτή την περίπτωση λειτουργίας εξετάζουμε στη συγκεκριμένη εφαρμογή. Για την εφαρμογή του ελέγχου στο βιολογικό αντιδραστήρα πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι περιορισμοί στην ελάχιστη και τη μέγιστη επιτρεπτή τιμή που επιτρέπεται να πάρει η μεταβλητή ελέγχου D που είναι $D_L = 0.25 \text{ h}^{-1}$ και $D_U = 0.40 \text{ h}^{-1}$, αντίστοιχα. Επίσης για την εφαρμογή που μελετάμε στο παράδειγμα αυτό υποθέτουμε και την ύπαρξη καθυστέρησης χρόνου της τάξης της μίας ώρας στην μέτρηση του X , [17], [28].

Η γραμμικοποίηση του συστήματος (3.113) στην περιοχή του σημείου ισορροπίας $[X,S]_2$ δίνει το ακόλουθο σύστημα

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta \dot{X} \\ \Delta \dot{S} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \left(\frac{\partial \mu}{\partial S}\right)_{S_2} X_2 \\ -\frac{\mu(S_2)}{Y} & -\mu(S_2) - \left(\frac{\partial \mu}{\partial S}\right)_{S_2} \frac{X_2}{Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -X_2 \\ S_f - S_2 \end{bmatrix} \Delta D \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -0.067934 \\ -0.75 & -0.13016 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.9951 \\ 2.4877 \end{bmatrix} \Delta D \end{aligned}$$

όπου ΔX , ΔS και ΔD είναι οι μεταβολές των μεταβλητών X , S και D από τις τιμές τους στο σημείο ισορροπίας, αντίστοιχα. Οι ιδιοτιμές του συστήματος αυτού είναι

$$\lambda_1 = -D = -0.3 \text{ και } \lambda_2 = -\left(\frac{\partial \mu}{\partial S}\right)_{S_2} \frac{X_2}{Y} = 0.1698$$

Ο επικρατών πόλος του συστήματος είναι ο ασταθής πόλος λ_2 . Η δυναμική συμπεριφορά του συστήματος που οφείλεται στον πόλο λ_1 θεωρείται μη μοντελοποιημένη δυναμική του συστήματος και μπορεί να συμπεριληφθεί στη συνολική καθυστέρηση χρόνου του συστήματος. Το προκύπτον UFOPDT μοντέλο του αντιδραστήρα που προέρχεται από τη γραμμικοποίηση του συστήματος στο σημείο λειτουργίας $[X,S]_2$ είναι

$$G_p(s) = \left[\frac{-5.89}{5.86s - 1} \right] \exp(-s) \quad (3.114)$$

Για την εφαρμογή των μεθόδων βαθμονόμησης στο σύστημα του βιολογικού αντιδραστήρα δεν χρησιμοποιούμε το σύστημα (3.114) που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση αλλά το μοντέλο που προκύπτει από τη χρήση του δεύτερου αλγορίθμου στην SPRT μέθοδο αναγνώρισης που θα παρουσιαστεί στο επόμενο κεφάλαιο. Από την εφαρμογή αυτής της μεθόδου αναγνώρισης προκύπτει ότι το κέρδος του ανοικτού συστήματος είναι $\bar{K} = -5.6022$, η σταθερά χρόνου $\bar{T} = 4.6233$ και η καθυστέρηση χρόνου $\bar{d} = 0.9806$. Σημειώνεται ότι οι παράμετροι που προκύπτουν με τη χρήση αυτής της μεθόδου αναγνώρισης δεν διαφέρουν σημαντικά από αυτές που προκύπτουν με τη χρήση της γραμμικοποίησης.

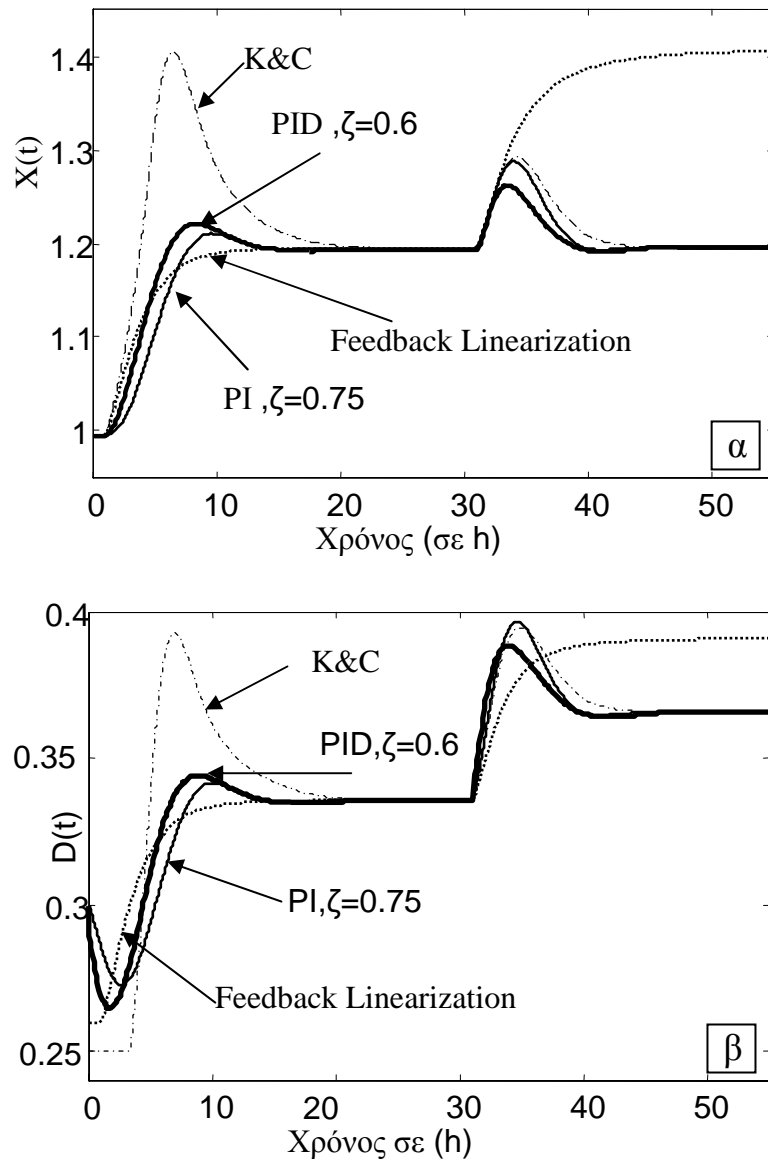
Με βάση το μοντέλο που προκύπτει για το βιολογικό αντιδραστήρα από την τεχνική αναγνώρισης, αρχικά βαθμονομούμε τον ελεγκτή κάνοντας χρήση της 2^{ης} ΣΠΚ μεθόδου βαθμονόμησης για PI ελεγκτές και με επιθυμητό συντελεστή απόσβεσης $\zeta_{des} = 0.75$. Οι παράμετροι του ελεγκτή που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου είναι $\bar{K}_C = -0.5085$ και $\bar{\tau}_I = 6.9$ (ή ισοδύναμα $\bar{K}_I = -0.0737$). Επίσης κάνοντας χρήση της 2^{ης}

ΣΠΚ μεθόδου βαθμονόμησης για PID ελεγκτές με προδιαγραφές $\zeta_{des} = 1$ προκύπτουν $\bar{K}_c = -0.552$, $\bar{\tau}_i = 4.833$ και $\bar{\tau}_d = 0.3366$.

Οι δύο αυτές μέθοδοι συγκρίνονται στο συγκεκριμένο παράδειγμα με την τεχνική ελέγχου της γραμμικοποίησης μέσω ανάδρασης (feedback linearization method) η εφαρμογή της οποίας δίνει τον ακόλουθο ελεγκτή

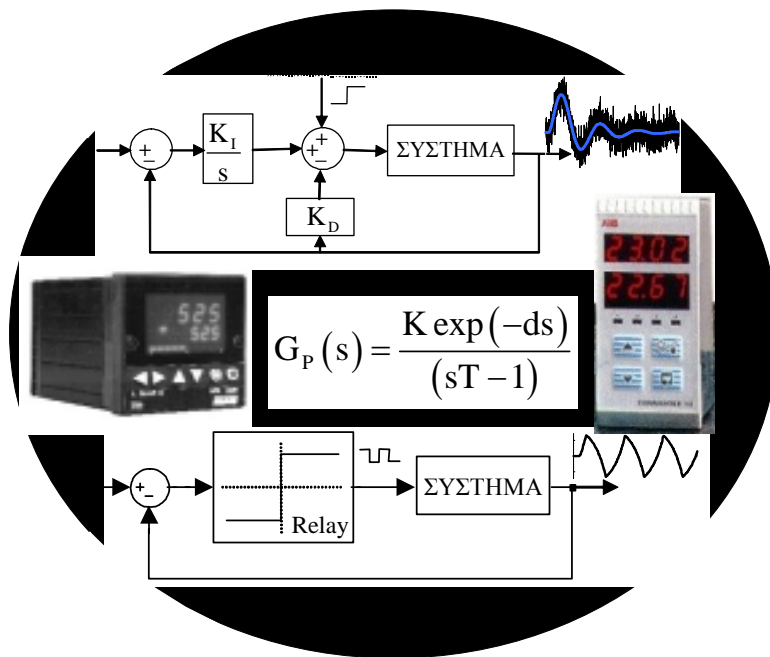
$$u = -\frac{1}{T_{cl}} \frac{X_{des}}{X} + \frac{1}{T_{cl}} + \frac{\mu_m S}{K_{st} S^2 + S + K_m}$$

όπου T_{cl} είναι η επιθυμητή σταθερά χρόνου του κλειστού συστήματος και X_{des} είναι το επιθυμητό σημείο λειτουργίας του αντιδραστήρα. Για την εφαρμογή της μεθόδου γραμμικοποίησης μέσω ανάδρασης σε ένα σύστημα με καθυστέρηση χρόνου, η σταθερά χρόνου του κλειστού συστήματος πρέπει να επιλεγεί τουλάχιστον πέντε φορές μεγαλύτερη από την καθυστέρηση, δηλαδή $T_{cl} \geq 5\bar{d}$. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή επιλέγουμε $T_{cl} = 5h$. Επίσης οι 2^{ης} ΣΠΚ μέθοδοι για PI και PID ελεγκτές συγκρίνονται με τις τεχνικές βαθμονόμησης που προτείνονται από K&C, [10] για PI ελεγκτές (από την εφαρμογή της K&C μεθόδου προκύπτουν $K_c = -0.4788$ και $\tau_i = 8.45$). Στο σχήμα 3.40α παρουσιάζεται η απόκριση του συστήματος σε βηματική αλλαγή του σημείου λειτουργίας από $X=0.9951$ σε $X=1.1951$ και σε βηματική αλλαγή του ρυθμού διάλυσης κατά -0.03 (διαταραχή στην είσοδο του συστήματος), για όλα τα σχήματα ελέγχου που συγκρίνονται. Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό ότι η 2^η ΣΠΚ μέθοδος για PI ελεγκτή δίνει βηματική απόκριση συγκρίσιμη με αυτήν της τεχνικής γραμμικοποίησης μέσω ανάδρασης ενώ δίνει σημαντικά μικρότερη υπέρψωση από αυτήν της μεθόδου των K&D. Η τεχνική της γραμμικοποίησης μέσω ανάδρασης δίνει μη αποδεκτό σφάλμα στην περίπτωση ρυθμιστικού έλεγχου (αφού η μέθοδος δεν προβλέπει ολοκληρωτικό όρο ελέγχου). Οι έξοδοι των ελεγκτών παρουσιάζονται στο σχήμα 3.40β. Σημειώνεται ότι η έξοδος του PI ελεγκτή στην περίπτωση της K&C μεθόδου υπέρβαινε σε κάποια σημεία, τα αποδεκτά όρια της εισόδου του συστήματος ($D < 0.25$). Εν-κατακλείδι ο PID ελεγκτής δίνει την ταχύτερη απόκριση με σημαντικά μικρότερο μέγιστο σφάλμα στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου.



Σχήμα 3.40. Σύγκριση των 2^ο_ν ΣΠΚ μεθόδων για PI και PID ελεγκτές με την τεχνική της γραμμικοποίησης μέσω ανάδρασης και της K&C μεθόδου στο παράδειγμα εφαρμογής σε ένα ασταθή βιολογικό αντιδραστήρα: α) έξοδος του συστήματος, β) έξοδος των ελεγκτών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4



**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΑΣΤΑΘΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ**

4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

Για την εφαρμογή των μεθόδων βαθμονόμησης που παρουσιάστηκαν στο 3^ο κεφάλαιο πρέπει να είναι γνωστό το UFOPDT μοντέλο του συστήματος, δηλαδή να είναι γνωστές οι τιμές των παραμέτρων του συστήματος K , T και d . Προφανώς αν το μοντέλο του συστήματος δεν είναι γνωστό, τότε είναι αναγκαία η εφαρμογή κάποιας μεθόδου αναγνώρισης. Όλες οι τεχνικές αναγνώρισης έχουν ως βασική προϋπόθεση την εφαρμογή κατάλληλης διέγερσης στο σύστημα έτσι ώστε η απόκριση που προκύπτει να περιέχει όσο το δυνατό μεγαλύτερη πληροφορία για το σύστημα. Οι πιο συνηθισμένες είσοδοι που χρησιμοποιούνται σε αυτές τις περιπτώσεις είναι η βηματική (ή παλμοσειρά), η "τυχαία παλμοσειρά" και σπανιότερα η ημιτονική είσοδος. Για τα ευσταθή συστήματα συνήθως οι παραπάνω διεγέρσεις εφαρμόζονται απευθείας στο ανοικτό σύστημα και από τις μετρήσεις της απόκρισης υπολογίζονται οι άγνωστες παράμετροι του συστήματος.

Στην περίπτωση των ασταθών συστημάτων είναι προφανές ότι δεν είναι δυνατό να εφαρμοστούν τεχνικές αναγνώρισης που να βασίζονται στην απόκριση του ανοικτού συστήματος αφού είναι πολύ πιθανόν το σύστημα να φύγει εκτός της επιθυμητής περιοχής λειτουργίας. Για να μπορέσουμε λοιπόν να αναγνωρίσουμε τις παραμέτρους ενός UFOPDT συστήματος οι εναλλακτικές δυνατότητες που υπάρχουν είναι οι εξής:

- i. Η χρήση κάποιου ελεγκτή που να ευσταθοποιεί το σύστημα (π.χ. P, PI ή PID τύπου ελεγκτές) και εφαρμογή κάποιας τεχνικής αναγνώρισης για το ευσταθές κλειστό σύστημα ([17], [18], [22], [48]). Γνωρίζοντας τον ελεγκτή του συστήματος (δηλαδή τη μορφή και τις παραμέτρους του) είναι δυνατό να υπολογιστούν οι παράμετροι του ανοικτού UFOPDT συστήματος. Οι μέθοδοι αναγνώρισης αυτού του τύπου, όπως θα φανεί στη συνέχεια, μπορούν να εφαρμοστούν χωρίς κανένα περιορισμό για τις τιμές των παραμέτρων του UFOPDT συστήματος αρκεί να βρεθεί κατάλληλος ελεγκτής.
- ii. Απευθείας χρήση του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης (Relay Feedback Experiment) στο UFOPDT σύστημα [66]. Η μέθοδος αυτή πρακτικά μπορεί να εφαρμοστεί μόνο για UFOPDT συστήματα με μικρή καθυστέρηση χρόνου ($d < 0.5$)
- iii. Χρήση του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης σε συνδυασμό με κάποιον ελεγκτή ώστε να βελτιωθούν τα αποτελέσματα της αναγνώρισης.

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν νέες τεχνικές αναγνώρισης UFOPDT συστημάτων οι οποίες μπορούν να εφαρμοστούν σε πραγματικό χρόνο (on line identification) και βασίζονται και στις τρεις προαναφερθείσες εναλλακτικές δυνατότητες.

Απόπειρες για την επέκταση σε ασταθή συστήματα γνωστών μεθόδων αναγνώρισης ευσταθών συστημάτων που βασίζονται στην απόκριση του κλειστού συστήματος, όπως για παράδειγμα η μέθοδος των Yuwana και Seborg [48], έχουν αναφερθεί στη βιβλιογραφία (π.χ. [17]). Συγκεκριμένα η μέθοδος αυτή αρχικά αναγνωρίζει ένα μοντέλο δεύτερης τάξης με καθυστέρηση χρόνου από τη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος που ελέγχεται μόνο από αναλογικό ελεγκτή. Στη συνέχεια από το μοντέλο αυτό εξάγονται οι παράμετροι του αρχικού ασταθούς συστήματος. Βελτιώσεις της μεθόδου αυτής αναφέρονται και στην εργασία [18]. Όμως στην περίπτωση UFOPDT συστημάτων (και γενικότερα σε ασταθή συστήματα με καθυστέρηση χρόνου) η βηματική απόκριση που λαμβάνεται με τη χρήση αναλογικού ελεγκτή δίνει πολύ μεγάλο σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση (π.χ. στην [26] αναφέρεται 170% απόκλιση). Προφανώς σε πραγματικές εφαρμογές κάτι τέτοιο δεν είναι επιτρεπτό. Για να ξεπεραστεί το εμπόδιο αυτό στην εργασία [22], προτείνεται μια νέα μετατροπή της μεθόδου Yuwana και Seborg. Στη μέθοδο αυτή χρησιμοποιείται PI ελεγκτής και με τον τρόπο αυτό μηδενίζεται το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση. Όμως ο PI ελεγκτής έχει το μειονέκτημα να προκαλεί πολύ μεγάλη υπερύψωση στη βηματική απόκριση του κλειστού UFOPDT συστήματος (της τάξης των 300%). Μάλιστα στην περίπτωση μη γραμμικών συστημάτων (π.χ. η περίπτωση του βιολογικού αντιδραστήρα), μια τέτοια υπερύψωση οδηγεί το σύστημα μακριά από το σημείο λειτουργίας στο οποίο επιθυμούμε να αναγνωρίσουμε τις παραμέτρους του μοντέλου και επομένως σε εσφαλμένη αναγνώριση. Για το λόγο αυτό στην εργασία [22] χρησιμοποιείται PID ελεγκτής για να μειωθεί η υπερύψωση. Η δυσκολία στην εφαρμογή αυτής της μεθόδου είναι η εκτίμηση ενός ελεγκτή με τρεις παραμέτρους διαθέτοντας μικρή γνώση για το σύστημα, ενώ και στην περίπτωση αυτή η υπερύψωση παραμένει αρκετά μεγάλη (170%).

Η πρώτη τεχνική αναγνώρισης UFOPDT συστημάτων που προτείνεται στο κεφάλαιο αυτό είναι μία επέκταση των προαναφερθέντων μεθόδων με τη χρήση του PDF ελεγκτή. Μάλιστα επειδή ο PDF ελεγκτής δεν δίνει μεγάλες υπερυψώσεις, στις μεθόδους που προτείνονται χρησιμοποιείται η απλούστερη μορφή του ελεγκτή που διαθέτει μόνο αναλογικό και ολοκληρωτικό όρο και τον αποκαλούμε PD-0F εκλεκτή. Με τη χρήση του ελεγκτή αυτού η μέθοδος απλοποιείται σημαντικά λόγω της ανάγκης εκτίμησης ενός απλούστερου ελεγκτή (με μόνο δύο παραμέτρους αντί για τρεις του PID), ενώ

ταυτόχρονα αυξάνεται σημαντικά η ακρίβεια των μεθόδων, διότι μειώνεται σημαντικά η υπερέψωση (π.χ. από 170% στο 40%). Οι προτεινόμενες μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αναγνώριση του συστήματος είτε χρησιμοποιώντας βηματική αλλαγή στην είσοδο αναφοράς, κυρίως σε περιπτώσεις που είναι επιθυμητή η αναγνώριση του συστήματος στο νέο σημείο λειτουργίας, είτε χρησιμοποιώντας βηματική είσοδο φορτίου, όταν είναι επιθυμητή η αναγνώριση του συστήματος στο παρόν σημείο λειτουργίας (π.χ. γιατί έχει μεταβληθεί το σύστημα κάτω από την επίδραση διαταραχών). Μάλιστα στη δεύτερη περίπτωση η προτεινόμενη μέθοδος είναι πολύ ακριβής και στην περίπτωση που ο σηματο-θορυβικός λόγος (signal to noise ratio) είναι πολύ μικρός.

Η δεύτερη τεχνική αναγνώρισης που προτείνεται στο κεφάλαιο ετούτο βασίζεται στη χρήση διακοπτικής ανατροφοδότησης. Η μέθοδος διακοπτικής ανατροφοδότησης αρχικά προτάθηκε από τους Åström και Hägglund [52] σαν μέθοδος μέτρησης του κρίσιμου κέρδους (ultimate gain) και της κρίσιμης συχνότητας (ultimate frequency) και εφαρμόστηκε αρχικά για ευσταθή συστήματα μίας εισόδου μίας εξόδου (SISO). Ο Palmor εφάρμοσε την ATV μέθοδο σε πολυμεταβλητά συστήματα δύο εισόδων δύο εξόδων (TITO) [53]. Ο Luyben έδειξε πως είναι δυνατό η μέθοδος διακοπτικής ανατροφοδότησης να εφαρμοστεί απευθείας για τον υπολογισμό κάποιων παραμέτρων απλών μοντέλων [54]. Η μέθοδος αυτή απαιτεί τη γνώση του κέρδους και της καθυστέρησης χρόνου του συστήματος και βασίζεται στο γεγονός ότι από τα αποτελέσματα του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης (relay feedback identification test ή RFIT) μπορούν να υπολογιστούν δύο παράμετροι του μοντέλου χρησιμοποιώντας τις σχέσεις του μέτρου και της φάσης στο οριακό σημείο (σημείο τομής του διαγράμματος Nyquist με τον άξονα των πραγματικών). Η ιδέα αυτή επεκτάθηκε από τον Li [55] ο οποίος πρότεινε την εφαρμογή και δεύτερου πειράματος εισάγοντας μια επιπλέον γνωστή καθυστέρηση χρόνου. Κάθε επιπλέον πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης δίνει τη δυνατότητα υπολογισμού δύο επιπλέον παραμέτρων του συστήματος. Ο Scali [56] τροποποίησε την παραπάνω προσέγγιση για να συμπεριλάβει τη γενική περίπτωση όπου όλες οι παράμετροι του συστήματος, συμπεριλαμβανομένης και της καθυστέρησης χρόνου, είναι άγνωστες. Στην εργασία [57] γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων της αναγνώρισης του μοντέλου και της βαθμονόμησης PI/PID ελεγκτών όταν χρησιμοποιούνται οι ATV τεχνικές, με άλλες τεχνικές. Η ATV μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την αναγνώριση ασταθών συστημάτων. Στις εργασίες [58] και [59] προτείνονται τεχνικές αναγνώρισης για

UFOPDT και USOPDT μοντέλα. Στις εργασίες [60], και [61] παρουσιάζονται τεχνικές με τις οποίες το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη σχεδίαση ελεγκτών με προδιαγραφές τα περιθώρια κέρδους και φάσης. Στην εργασία [62] προτείνονται η χρήση ασύμμετρου διακόπτη (Relay) για την αναγνώριση ευσταθών μοντέλων με τρεις άγνωστες παραμέτρους χρησιμοποιώντας ένα μόνο πείραμα. Ο Park [63] και [64] χρησιμοποίησε παρόμοιες τεχνικές και τις επέκτεινε σε UFOPDT συστήματα. Για να το πετύχει αυτό χρησιμοποιεί ένα εσωτερικό βρόχο ελέγχου που ευσταθοποιεί το σύστημα. Στην εργασία [65] αναλύονται λεπτομερώς τα πλεονεκτήματα της χρήσης εσωτερικού βρόχου ελέγχου για την ευσταθοποίηση των ασταθών συστημάτων. Τέλος στην εργασία [66] η ATV μέθοδος που προτάθηκε στην [56] επεκτείνεται στην περίπτωση των UFOPDT και USOPDT συστημάτων.

Αναγνωρίζοντας τα πλεονεκτήματα των μεθόδων αναγνώρισης που βασίζονται στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης, αλλά και το γεγονός ότι στην εφαρμογή της μεθόδου με την κλασική της μορφή (όπου από την απόκριση του πειράματος αναγνωρίζονται το κρίσιμο κέρδος και η κρίσιμη περίοδος) στην περίπτωση των UFOPDT μοντέλων δίνει εσφαλμένες εκτιμήσεις, στο παρόν κεφάλαιο προτείνονται εναλλακτικοί τρόποι υπολογισμού των παραμέτρων του UFOPDT μοντέλου. Πιο συγκεκριμένα, αντί οι παράμετροι του μοντέλου να υπολογιστούν έμμεσα από τις μετρήσεις του κρίσιμου κέρδους και της κρίσιμης περιόδου, οι προτεινόμενες μέθοδοι βασίζονται στον ακριβή υπολογισμό της απόκρισης του UFOPDT συστήματος στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης. Επίσης, σε αντίθεση με υπάρχουσες μεθόδους, προτείνεται η απευθείας μέτρηση της καθυστέρησης χρόνου από το χρόνο που μεσολαβεί από την αλλαγή κατάστασης στο διακόπτη μέχρι να παρατηρηθεί το μέγιστο στην έξοδο. Ειδικά για τα UFOPDT συστήματα το μέγιστο της απόκρισης είναι εξαιρετικά ευδιάκριτο και εύκολο να μετρηθεί. Ένα σημαντικό μειονέκτημα που παρουσιάζει η μέθοδος διακοπτικής ανατροφοδότησης στην περίπτωση που χρησιμοποιείται για την αναγνώριση ασταθών συστημάτων είναι το μεγάλο σφάλμα που προκύπτει αν η απόκριση που λαμβάνεται δεν είναι συμμετρική. Μάλιστα στα ασταθή συστήματα η εύρεση κατάλληλης προσο-τροφοδότησης ώστε να επιτυγχάνεται συμμετρική ταλάντωση είναι αρκετά δύσκολη. Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τεχνικές με τις οποίες είναι δυνατό να εκτιμηθεί η αναγκαία προσο-τροφοδότηση που δίνει συμμετρική ταλάντωση. Τέλος παρουσιάζεται μία ανάλυση των σφαλμάτων που προκύπτουν στην αναγνώριση των παραμέτρων όταν το σύστημα είναι στην πραγματικότητα δεύτερης τάξης. Από την ανάλυση αυτή προκύπτει ότι οι προτεινόμενες

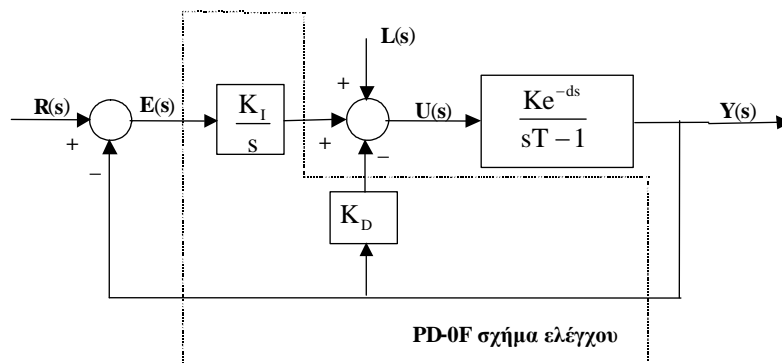
μέθοδοι αναγνώρισης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη βαθμονόμηση και USOPDT συστημάτων αν η δυναμική δεύτερης τάξης είναι σχετικά μικρή.

Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι για την απλοποίηση της παρουσίασης των τεχνικών αναγνώρισης σε ότι ακολουθεί θα χρησιμοποιηθούν τα σύμβολα K , T , d , K_D , K_I και ω για τα μη κανονικοποιημένα μεγέθη (αρχικά μεγέθη).

4.2 ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΒΑΣΙΣΜΕΝΕΣ ΣΤΟΝ PD-0F ΕΛΕΓΚΤΗ

Στην ενότητα αυτή προτείνονται δύο νέες τεχνικές αναγνώρισης που βασίζονται στην απόκριση του κλειστού συστήματος. Οι μέθοδοι αυτές αποτελούν επεκτάσεις της κλασικής μεθόδου που προτάθηκε από τους Yuwana και Seborg [48] για UFOPDT συστήματα. Και οι δύο μέθοδοι χρησιμοποιούν ένα PD-0F ελεγκτή για την ευσταθοποίηση του συστήματος. Όπως θα φανεί σε επόμενες ενότητες, οι προτεινόμενες μέθοδοι παρέχουν όλα τα προτερήματα των μεθόδων που βασίζονται σε PID ελεγκτή [22], αλλά είναι σημαντικά απλούστερες αφού είναι ευκολότερη η αρχική επιλογή του ελεγκτή που ευσταθοποιεί το σύστημα.

Η πρώτη μέθοδος αναγνώρισης βασίζεται στην απόκριση του κλειστού συστήματος λόγω βηματικής αλλαγής του επιθυμητού σημείου λειτουργίας $r(t)$ (set-point step response test ή SPRT), ενώ η δεύτερη μέθοδος στην απόκριση λόγω βηματικής αλλαγής της εισόδου του συστήματος ή ισοδύναμα της εφαρμογής ενός βηματικού φορτίου $I(t)$ στην είσοδο του συστήματος (load step response test ή LRT), όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.1.



Σχήμα 4.1. Κλειστό σύστημα αναγνώρισης UFOPDT μοντέλων με τη χρήση ο PD-0F ελεγκτή.

Για καθεμία από τις μεθόδους αυτές δύο εναλλακτικοί αλγόριθμοι υλοποίησης αναπτύσσονται για τον υπολογισμό των παραμέτρων του ανοικτού συστήματος. Στον πρώτο αλγόριθμο η καθυστέρηση χρόνου του συστήματος μετριέται από το αρχικό τμήμα της βηματικής απόκρισης, ενώ η σταθερά χρόνου και το κέρδος του συστήματος υπολογίζονται από τη λύση ενός συστήματος γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων που περιλαμβάνουν μετρήσεις από την απόκριση του συστήματος. Στο δεύτερο αλγόριθμο και οι τρεις παράμετροι του μοντέλου υπολογίζονται από μετρήσεις της βηματικής απόκρισης, αλλά είναι αναγκαία η χρήση της τεχνικής Newton-Raphson για την επίλυση ενός συστήματος μη γραμμικών εξισώσεων στις οποίες εμπλέκονται οι παράμετροι του μοντέλου.

Η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού βρόχου $G_R(s)$, από είσοδο αναφοράς στην έξοδο, στην περίπτωση που χρησιμοποιείται ο PD-0F ελεγκτής, είναι

$$G_R(s) = \frac{\exp(-ds)}{s \left[T(KK_I)^{-1} s - (KK_I)^{-1} \right] + (K_D K_I^{-1} s + 1) \exp(-ds)} \quad (4.1)$$

ενώ η αντίστοιχη συνάρτηση $G_L(s)$ από το φορτίο L στην έξοδο είναι

$$G_L(s) = \frac{\exp(-ds)}{s \left[T(KK_I)^{-1} s - (KK_I)^{-1} \right] + (K_D K_I^{-1} s + 1) \exp(-ds)} \frac{s}{K_I} = G_R(s) \frac{s}{K_I} \quad (4.2)$$

Κάνοντας χρήση της προσέγγισης $\exp(-ds) \cong 1 - ds$ στον εκθετικό όρο που βρίσκεται στον παρονομαστή των (4.1) και (4.2), παίρνουμε τα δύο προσεγγιστικά συστήματα 2^{ης} τάξης

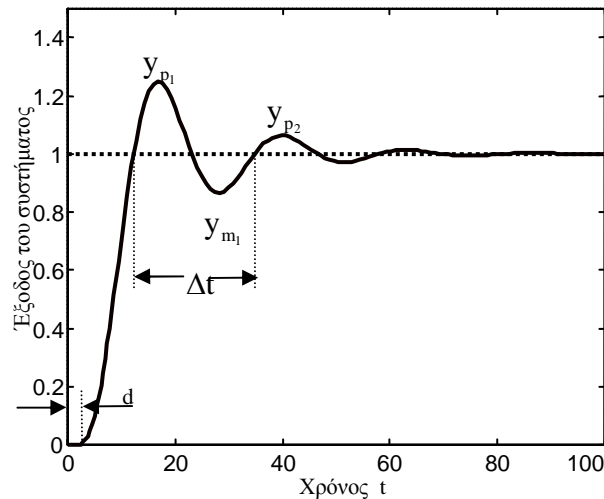
$$G_R(s) = \frac{\exp(-ds)}{\tau_e^2 s^2 + 2\zeta\tau_e s + 1}, \quad G_L(s) = \frac{\exp(-ds)}{\tau_e^2 s^2 + 2\zeta\tau_e s + 1} \frac{s}{K_I} \quad (4.3)$$

όπου

$$\tau_e = \sqrt{\frac{K_D}{K_I} \left(\frac{T}{KK_D} - d \right)} \quad \text{και} \quad \zeta = \frac{\frac{K_D}{K_I} \left(1 - \frac{1}{KK_D} \right) - d}{2 \sqrt{\frac{K_D}{K_I} \left(\frac{T}{KK_D} - d \right)}} \quad (4.4)$$

4.2.1.1 SPRT μέθοδος αναγνώρισης

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, αυτή η μέθοδος βασίζεται στην απόκριση του κλειστού συστήματος που οφείλεται στη βηματική αλλαγή του επιθυμητού σημείου λειτουργίας. Συγκεκριμένα, αφού βρεθεί κάποιος ελεγκτής που ευσταθοποιεί το σύστημα (stabilizing



Σχήμα 4.2. Τυπική βηματική απόκριση του κλειστού UFOPDT συστήματος ελεγχόμενο από PD-OF ελεγκτή.

controller) και εφαρμοστεί η κατάλληλη βηματική αλλαγή, λαμβάνεται μια απόκριση της μορφής που φαίνεται στο σχήμα 4.2, δηλαδή μια απόκριση που μοιάζει με την απόκριση ενός συστήματος 2^{ης} τάξης. Στη συνέχεια για την αναγνώριση του συστήματος μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει κάποιον από τους παρακάτω αλγόριθμους.

Αλγόριθμος I:

Τα τρία βασικά βήματα του αλγορίθμου αυτού είναι τα εξής:

Βήμα 1. Η καθυστέρηση χρόνου d του συστήματος λαμβάνεται από το αρχικό τμήμα της βηματικής απόκρισης όπως φαίνεται στο σχήμα 4.2.

Βήμα 2. Έστω y_{p1} και y_{p2} το πλάτος της εξόδου στην πρώτη και στη δεύτερη κορυφή αντίστοιχα, y_{m1} το πλάτος της εξόδου στην πρώτη κοιλάδα, y_{∞} η έξοδος στη μόνιμη κατάσταση και Δt η περίοδος ταλάντωσης (χρόνος μεταξύ δύο κορυφών ή δύο κοιλάδων). Από τις τιμές των μετρήσιμων μεγεθών y_{p1} , y_{p2} , y_{m1} , y_{∞} και Δt υπολογίζονται οι τιμές των τ_e και ζ από τις παρακάτω σχέσεις

$$\tau_e = \frac{\Delta t}{2\pi} \sqrt{1 - \zeta^2} \quad \text{και} \quad \zeta = \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} \quad (4.5)$$

όπου

$$\zeta_1 = \frac{-\ln\left(\frac{y_\infty - y_{m_2}}{y_{p_1} - y_\infty}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \left[\ln\left(\frac{y_\infty - y_{m_2}}{y_{p_1} - y_\infty}\right)\right]^2}} \dots \zeta_2 = \frac{-\ln\left(\frac{y_{p_2} - y_\infty}{y_{p_1} - y_\infty}\right)}{\sqrt{4\pi^2 + \left[\ln\left(\frac{y_{p_2} - y_\infty}{y_{p_1} - y_\infty}\right)\right]^2}}$$

Από τις τιμές των ζ και τ_e που λαμβάνονται από την (4.5), μπορούν να υπολογιστούν οι τιμές των δύο επικρατούντων πόλων $\sigma \pm j\omega$ από τις σχέσεις

$$\sigma = -\zeta / \tau_e \quad \text{και} \quad \omega = \sqrt{1 - \zeta^2} / \tau_e \quad (4.6)$$

Βήμα 3. Αντικαθιστώντας τις τιμές των επικρατούντων πόλων του κλειστού συστήματος στον παρονομαστή της (4.1) και εξισώνοντας το πραγματικό και το μιγαδικό μέρος των εξισώσεων που προκύπτουν με το μηδέν, παίρνουμε το επόμενο σύστημα γραμμικών εξισώσεων ως προς τα K και T

$$e^{-d\sigma} [K_D \sigma \cos(d\omega) + K_D \omega \sin(d\omega) + K_I \cos(d\omega)] K + (\sigma^2 - \omega^2) T = \sigma \quad (4.7)$$

$$e^{-d\sigma} [-K_D \sigma \sin(d\omega) + K_D \omega \cos(d\omega) - K_I \sin(d\omega)] K + 2\sigma\omega T = \omega \quad (4.8)$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα εξισώσεων ως προς K και T παίρνουμε

$$K = \frac{E\sigma - B\omega}{AE - BC}, \quad T = \frac{A\omega - C\sigma}{AE - BC} \quad (4.9)$$

όπου

$$A = e^{-d\sigma} [K_D \sigma \cos(d\omega) + K_D \omega \sin(d\omega) + K_I \cos(d\omega)], \quad B = \sigma^2 - \omega^2 \quad (4.10)$$

$$C = e^{-d\sigma} [-K_D \sigma \sin(d\omega) + K_D \omega \cos(d\omega) - K_I \sin(d\omega)], \quad E = 2\sigma\omega \quad (4.11)$$

□

Σημειώνεται στο σημείο αυτό ότι για την αναγνώριση του συστήματος χρησιμοποιώντας τις μεθόδους των Yuwana και Seborg [48], και των Kavdia και Chidambaram [17], το κέρδος K του συστήματος λαμβάνεται από το σφάλμα που προκύπτει στη μόνιμη κατάσταση (οι μέθοδοι αυτές χρησιμοποιούν P ελεγκτή). Στη συνέχεια υπολογίζονται οι τιμές των T και d [17]. Αντιθέτως, στην περίπτωση που χρησιμοποιείται PD-OF ελεγκτής δεν υπάρχει σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση. Για το λόγο αυτό, όπως γίνεται και με τις μεθόδους που χρησιμοποιούν PID ελεγκτή [22], η τιμή του d λαμβάνεται από το αρχικό τμήμα της βηματικής απόκρισης.

Αλγόριθμος II:

Τα βασικά βήματα του δεύτερου αλγορίθμου είναι τα εξής:

Βήμα 1. Για δεδομένο πλάτος της βηματικής απόκρισης, το κέρδος του συστήματος υπολογίζεται από τη σχέση

$$K = -\frac{Y_{\infty}}{u_{\infty}} \quad (4.12)$$

όπου u_{∞} είναι το πλάτος της εξόδου του PD-OF ελεγκτή στη μόνιμη κατάσταση. Η σχέση (4.12) προέρχεται από το θεώρημα τελικής τιμής όταν αυτό εφαρμόζεται στο ευσταθές κλειστό σύστημα.

Βήμα 2. Το δεύτερο βήμα του αλγορίθμου II ταυτίζεται με το δεύτερο βήμα του αλγορίθμου I.

Βήμα 3. Ακολουθώντας παρόμοια διαδικασία με αυτήν που περιγράφεται στο 3^ο βήμα του αλγορίθμου I, καταλήγουμε στις σχέσεις (4.7) και (4.8). Λύνοντας την (4.7) ως προς T παίρνουμε

$$T = \frac{\sigma - e^{-d\sigma} [K_D \sigma \cos(d\omega) + K_D \omega \sin(d\omega) + K_I \cos(d\omega)] K}{\sigma^2 - \omega^2} \quad (4.13)$$

όπου το K έχει υπολογιστεί από τη σχέση (4.12). Αντικαθιστώντας την (4.13) στην (4.8) προκύπτει

$$e^{-d\sigma} [-K_D \sigma \sin(d\omega) + K_D \omega \cos(d\omega) - K_I \sin(d\omega)] K + 2\sigma\omega \left\{ \frac{\sigma - e^{-d\sigma} [K_D \sigma \cos(d\omega) + K_D \omega \sin(d\omega) + K_I \cos(d\omega)] K}{\sigma^2 - \omega^2} \right\} = \omega \quad (4.14)$$

Μετά από απλή επεξεργασία της (4.14) προκύπτει η εξίσωση

$$L_1 \sin(d\omega) + L_2 \cos(d\omega) + L_3 \exp(d\sigma) = 0 \quad (4.15)$$

όπου

$$L_1 = -K_D \sigma \left(\frac{\sigma^2 + \omega^2}{\sigma^2 - \omega^2} \right) - K_I$$

$$L_2 = -K_D \omega \left(\frac{\sigma^2 + \omega^2}{\sigma^2 - \omega^2} \right) - K_I \left(\frac{2\sigma\omega}{\sigma^2 - \omega^2} \right), \quad L_3 = \frac{\omega}{K} \left(\frac{\sigma^2 + \omega^2}{\sigma^2 - \omega^2} \right)$$

Προφανώς η (4.15) είναι μη γραμμική και δεν έχει αναλυτική λύση ως προς d. Ωστόσο αν βρεθεί μία καλή αρχική εκτίμηση για τη λύση της (4.15), τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των Newton-Raphson για τον ακριβή υπολογισμό

του d με ελάχιστες επαναλήψεις. Για να εξαχθεί η αρχική εκτίμηση ξεκινάμε με την προσέγγιση των συναρτήσεων $\sin(x)$, $\cos(x)$ και $\exp(x)$ από τα ακόλουθα δεύτερης τάξης πολυώνυμα (βλέπε [51] για λεπτομέρειες)

$$\sin(x) = \mu x^2 + \nu x \quad , \quad \cos(x) = \mu x^2 + \xi x + 1 \quad (4.16)$$

$$\exp(x) = 0.5x^2 + x + 1 \quad (4.17)$$

όπου

$$\mu = \frac{8(1-\sqrt{2})}{\pi^2} \quad , \quad \nu = \frac{2(2\sqrt{2}-1)}{\pi} \quad , \quad \xi = \frac{2(2\sqrt{2}-3)}{\pi}$$

(Παρατηρήστε ότι οι παραπάνω προσεγγίσεις των $\sin(x)$ και $\cos(x)$ είναι ακριβείς στα σημεία $x=0, \pi/4, \pi/2$). Αντικαθιστώντας τις (4.16) και (4.17) στην (4.15) παίρνουμε

$$\left(L_1 \mu \omega^2 + L_2 \mu \omega^2 + L_3 \frac{\sigma^2}{2} \right) d^2 + (L_1 \nu \omega + L_2 \xi \omega + L_3 \sigma) d + (L_2 + L_3) = 0 \quad (4.18)$$

Η μικρότερη ρίζα της (4.18) μας δίνει μία καλή αρχική εκτίμηση d_1 για το d . Εφαρμόζοντας τη μέθοδο Newton-Raphson παίρνουμε

$$d_{i+1} = d_i - \frac{\phi(d_i)}{\phi^{(1)}(d_i)} \quad (4.19)$$

όπου

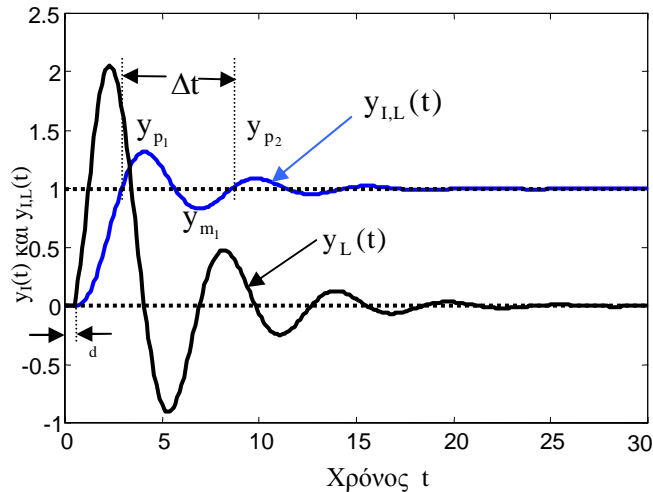
$$\phi(d) = L_1 \sin(d\omega) + L_2 \cos(d\omega) + L_3 \exp(d\sigma)$$

$$\phi^{(1)}(d) = \omega L_1 \cos(d\omega) - \omega L_2 \sin(d\omega) + \sigma L_3 \exp(d\sigma)$$

Συνήθως το αποτέλεσμα της (4.19), με μόνο ένα βήμα, είναι αρκετά ακριβές και δίνει κανονικοποιημένο σφάλμα για το d μικρότερο από 5%. Αν επιθυμείται μεγαλύτερη ακρίβεια για το d , τότε ο αλγόριθμος Newton-Raphson πρέπει να επαναληφθεί μέχρι να επέλθει σύγκλιση.

Έχοντας υπολογίσει το d , η σταθερά χρόνου T του συστήματος υπολογίζεται από την (4.13). □

Τονίζεται ότι η SPRT μέθοδος αναγνώρισης που περιγράφεται παραπάνω είναι ιδιαίτερα χρήσιμη όταν επιθυμείται η αναγνώριση του συστήματος κατά τη μετάβαση του συστήματος από ένα σημείο λειτουργίας σε ένα άλλο.



Σχήμα 4.3. Τυπική απόκριση κλειστού βρόχου σε βηματική διαταραχή φορτίου στην είσοδο ενός UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PD-0F ελεγκτή.

4.2.1.2 LRT μέθοδος αναγνώρισης

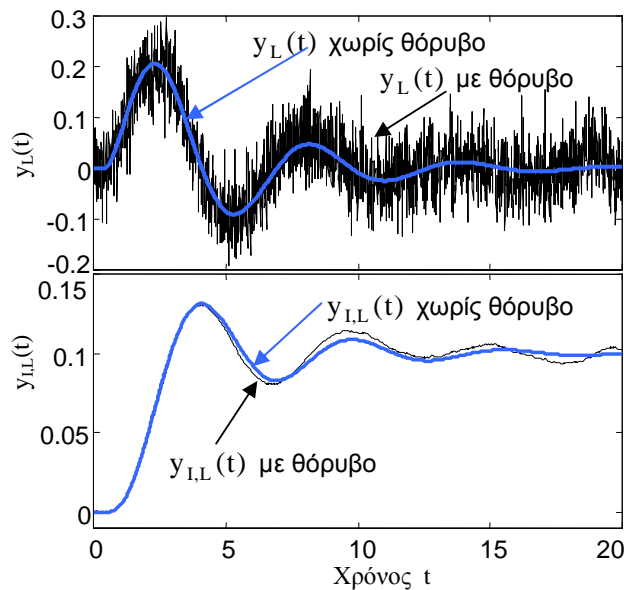
Η LRT μέθοδος αναγνώρισης χρησιμοποιεί τη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος μετά από αλλαγή του φορτίου L . Πιο συγκεκριμένα αν το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία σε κάποιο σημείο λειτουργίας, μία βηματική μεταβολή εφαρμόζεται στην είσοδο $u(t)$ του συστήματος. Στην περίπτωση αυτή εύκολα μπορεί κανείς να διαπιστώσει ότι η απόκριση $Y_L(s)$ που λαμβάνεται συνδέεται με την απόκριση $Y_R(s)$ που θα έπαιρνε κανείς αν εφάρμοζε την ίδια βηματική μεταβολή στην είσοδο αναφοράς του κλειστού συστήματος μέσω της σχέσης

$$\frac{1}{s} Y_L(s) = \frac{1}{K_I} Y_R(s)$$

Επομένως το ολοκλήρωμα της $Y_L(s)$ είναι ίσο με την $Y_R(s)$ διαιρεμένη κατά K_I . Για την αναγνώριση λοιπόν του συστήματος με την LRT μέθοδο δεν χρησιμοποιούμε απευθείας την απόκριση $y_L(t)$ (βλέπε σχήμα 4.3) αλλά το ολοκλήρωμα αυτής

$$y_{I,L}(t) = K_I^{-1} \int_0^t y_L(\lambda) d\lambda \quad (4.20)$$

Οι αλγόριθμοι I και II που περιγράφηκαν παραπάνω για την SPRT μέθοδο, μπορούν να εφαρμοστούν απευθείας στο σήμα $y_{I,L}(t)$ και στις αντίστοιχες μετρήσεις y_{p1} , y_{p2} , y_{m1} , y_{∞} και Δt που προκύπτουν από το $y_{I,L}(t)$ (βλέπε σχήμα 4.3, για περισσότερες λεπτομέρειες). Επίσης για τον υπολογισμό του κέρδους K του συστήματος στον αλγόριθμο II χρησιμοποιείται η τιμή εξόδου του ελεγκτή $u_{I,L}(\infty)$ που θα προκαλούσε την αντίστοιχη απόκριση $y_{I,L}(\infty)$ στην περίπτωση βηματικής αλλαγής του επιθυμητού



Σχήμα 4.4. . Τυπική απόκριση κλειστού βρόχου σε βηματική διαταραχή φορτίου και το ολοκλήρωμα αυτής.

σημείου λειτουργίας. Από το σχήμα 4.1 μπορεί εύκολα κανείς να διαπιστώσει ότι

$$u_{I,L}(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(-K_D y_{I,L}(t) + K_I \int_0^t (L - y_{I,L}(\lambda)) d\lambda \right)$$

όπου L είναι το πλάτος της βηματικής εισόδου.

Η LRT μέθοδος αναγνώρισης είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε περιπτώσεις που επιθυμούμε να αναγνωρίσουμε το σύστημα (πιθανόν κατόπιν κάποιας αλλαγής που έχει επέλθει σε αυτό) χωρίς την αλλαγή του σημείου λειτουργίας. Επίσης λόγω του γεγονότος ότι η μέθοδος αυτή βασίζεται στην $y_{I,L}(t)$ και όχι στην $y_L(t)$, συνίσταται η χρήση της σε περιπτώσεις όπου οι μετρήσεις που λαμβάνονται από το σύστημα είναι πολύ θορυβώδες αφού το ολοκλήρωμα των μετρήσεων φιλτράρει τα αντίστοιχα σήματα. Αυτό γίνεται φανερό και από το σχήμα 4.4, όπου από ένα πολύ θορυβώδες σήμα $y_L(t)$, λαμβάνεται ένα πολύ ομαλό σήμα $y_{I,L}(t)$ δίνοντας τη δυνατότητα μιας πιο ακριβούς αναγνώρισης του συστήματος.

4.2.1.3 Εφαρμογή των μεθόδων αναγνώρισης που βασίζονται στον PD-OF ελεγκτή σε πραγματικό χρόνο

Οι τεχνικές αναγνώρισης που παρουσιάστηκαν παραπάνω είναι χρήσιμες σε περιπτώσεις αναγνώρισης του συστήματος σε πραγματικό χρόνο. Στην περίπτωση αυτή το σύστημα που υλοποιεί την αναγνώριση (π.χ. κάποιος μικροεπεξεργαστής, PLC, κ.λ.π)

θα μπορούσε να έχει τη δυνατότητα να εφαρμόσει όλες τις παραπάνω τεχνικές και ανάλογα με την περίπτωση να αποφασίζει πια τεχνική να ακολουθήσει. Ένα τέτοιο σύστημα θα πρέπει να μπορεί να λάβει τις ακόλουθες αποφάσεις:

- i) Να μπορεί να διαπιστώσει αν στο σύστημα επιδρούν εξωτερικές διαταραχές οι οποίες θα μπορούσαν να μεταβάλουν τις παραμέτρους του συστήματος και επομένως να είναι αναγκαία η εκ νέου αναγνώριση του συστήματος. Εξωτερικές διαταραχές μπορούν να διαπιστωθούν στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου με κάποιον από τους παρακάτω τρόπους:
 - 1) όταν παρατηρηθεί αλλαγή στο σφάλμα του κλειστού συστήματος $e(t)=r(t)-y(t)$ μεγαλύτερο από κάποια τιμή e_{th} (η οποία θα μπορούσε να καθοριστεί π.χ. από τα επίπεδα θορύβου)
 - 2) όταν παρατηρηθεί αλλαγή στην έξοδο του ελεγκτή $u(t)$ μεγαλύτερη από κάποια τιμή u_{th}
 - 3) όταν παρατηρηθεί αλλαγή σε άλλες εξωτερικές παραμέτρους που επιδρούν στο σύστημα (π.χ. αλλαγή στη θερμοκρασία, την πίεση κ.λ.π).
- ii) Να πραγματοποιεί αναγνώριση του συστήματος όταν αλλάζει το σημείο λειτουργίας (γιατί πρακτικά όλες οι διεργασίες είναι μη γραμμικές).
- iii) Να αποφασίζει ποια μέθοδος είναι η καταλληλότερη για την αναγνώριση του συστήματος, ανάλογα με τις συνθήκες λειτουργίας και τα χαρακτηριστικά του συστήματος. Αυτό μπορεί να γίνει με βάση τους παρακάτω κανόνες:
 - 1) Αν ο σηματο-θορυβικός λόγος (SNR) είναι μεγάλος, τότε είναι προτιμότερη η χρήση της LRT μεθόδου.
 - 2) Αν γίνει αλλαγή στο σημείο λειτουργίας είναι χρήσιμο να γίνει η αναγνώριση κατά το μεταβατικό φαινόμενο κάνοντας χρήση της SPRT μεθόδου αναγνώρισης.
 - 3) Αν είναι αναγκαία η αναγνώριση του συστήματος χωρίς αλλαγή του σημείου λειτουργίας (π.χ. γιατί διαπιστώθηκε ότι το σύστημα έχει αλλάξει), τότε πρέπει να χρησιμοποιηθεί η LRT μέθοδος αναγνώρισης.
 - 4) Αν η τιμή του λόγου d/T είναι πολύ μικρή (π.χ. μικρότερη από 0.4), τότε πρέπει πάντα να εφαρμόζεται ο αλγόριθμος II γιατί δεν είναι δυνατό να μετρηθεί με ακρίβεια η τιμή του d από το αρχικό τμήμα της βηματικής απόκρισης.
 - 5) Αν υπάρχει περιορισμός στην υπολογιστική δυνατότητα ή στο χρόνο που διαρκεί η αναγνώριση (π.χ. αν το σύστημα είναι πολύ γρήγορο), τότε πρέπει να χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος I, αν ο λόγος d/T είναι αρκετά μεγάλος ή ο αλγόριθμος II με μικρό αριθμό επαναλήψεων αν ο λόγος d/T είναι μικρός.

iv) Να καθορίζει τις παραμέτρους του ελεγκτή K_D και K_I ώστε να λαμβάνεται η κατάλληλη υποκρίσιμη απόκριση. Ένας τρόπος για την επιλογή των παραμέτρων είναι να βασιστεί σε προηγούμενη πληροφορία για το σύστημα και να εφαρμόσει κάποια τεχνική βαθμονόμησης που να δίνει μικρό ζ (π.χ. την 2^η ΣΠΚ μέθοδο με $\zeta_{des}=0.5$). Αν δεν υπάρχει αρκετή πληροφορία για το σύστημα, τότε διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

- 1) Αν είναι απαραίτητη η διατήρηση του σημείου λειτουργίας, τότε είναι σκόπιμο να χρησιμοποιηθεί η LRT μέθοδος με τις υπάρχουσες παραμέτρους του ελεγκτή. Αν η απόκριση που λαμβάνεται είναι υπερκρίσιμη (αφού είναι σύνηθες ο ελεγκτής που χρησιμοποιείται να σχεδιάζεται έτσι ώστε να δίνει υπερκρίσιμη απόκριση), τότε αυξάνουμε το K_I μέχρι να λάβουμε την επιθυμητή υποκρίσιμη απόκριση.
- 2) Αν γίνεται αλλαγή του σημείου λειτουργίας, τότε συνίσταται η χρήση ενός εύρωστα σχεδιασμένου ελεγκτή για τη μετάβαση στο νέο σημείο λειτουργίας και στη συνέχεια θα πρέπει να ακολουθηθεί η διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω.

v) Να λαμβάνει απόφαση για το κατάλληλο πλάτος L_m της βηματικής αλλαγής του φορτίου όταν χρησιμοποιείται η LRT μέθοδος ώστε να μην αυξηθεί πολύ το σφάλμα (οπότε θα μπορούσαν τα τυχόν μη γραμμικά φαινόμενα να επηρεάσουν την αναγνώριση). Λαμβάνοντας υπόψη ότι η μέγιστη υπερύψωση της $y_L(t)$ δίνεται από την (βλέπε [50] για μια αντίστοιχη ανάλυση):

$$v_{\max} = \frac{L_m}{K_I \tau_e} \exp\left(-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)\right)$$

τότε, αν η μέγιστη επιτρεπτή τιμή της υπερύψωσης είναι $v_{\max,a}$ θα πρέπει

$$L_m < \frac{v_{\max,a} K_I \tau_e}{\exp\left(-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)\right)}$$

vi) Να αποφεύγει τα μεταβατικά φαινόμενα όταν γίνεται αλλαγή του ελεγκτή (bumpless control) κατά τη διάρκεια λειτουργίας του συστήματος. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με κατάλληλη επιλογή της αρχικής συνθήκης του ολοκληρωτικού όρου του ελεγκτή (βλέπε [69]).

vii) Τέλος είναι χρήσιμο οι παράμετροι του συστήματος που αντιστοιχούν σε κάθε σημείο λειτουργίας να αποθηκεύονται ώστε να χρησιμοποιούνται στην περίπτωση που εφαρμόζονται τεχνικές προγραμματισμού του κέρδους (gain scheduling).

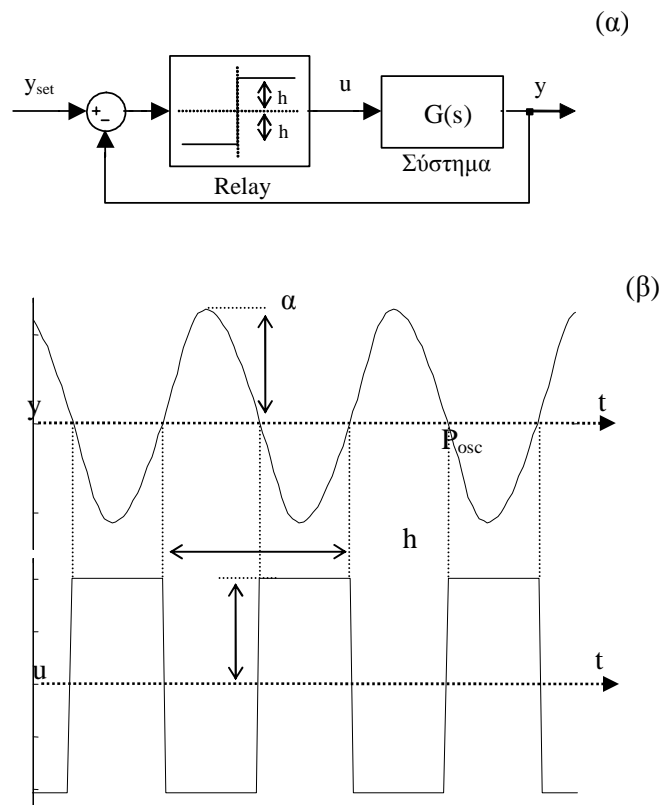
4.3. ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΒΑΣΙΣΜΕΝΕΣ ΣΕ ΔΙΑΚΟΠΤΙΚΗ ΑΝΑΤΡΟΦΟΔΟΤΗΣΗ (RELAY FEEDBACK IDENTIFICATION TECHNIQUES RFIT)

4.3.1 Βασικές αρχές των μεθόδων αναγνώρισης με διακοπτική ανατροφοδότηση

Η μέθοδος αναγνώρισης με διακοπτική ανατροφοδότηση αποτελεί εξέλιξη της μεθόδου των Ziegler-Nichols όπου αυξάνοντας το κέρδος ενός αναλογικού ελεγκτή μέχρι το σύστημα να οδηγηθεί σε αστάθεια, γίνεται δυνατός ο υπολογισμός του κρίσιμου κέρδους και της κρίσιμης περιόδου από την ταλάντωση που προκύπτει. Οι Astrom και Hagglund [52] έδειξαν ότι είναι δυνατό να εξαχθεί η ίδια πληροφορία για το σύστημα χρησιμοποιώντας ένα διακόπτη (ή όπως αναφέρεται πολλές φορές στη βιβλιογραφία ηλεκτρονόμο) για ελεγκτή. Η μέθοδος αυτή είναι τόσο απλή στην εφαρμογή της και δίνει τόσο σημαντική πληροφορία για το σύστημα που έχει υιοθετηθεί από τους περισσότερους τυποποιημένους βιομηχανικούς ελεγκτές του εμπορίου. Τα βασικότερα πλεονεκτήματα της μεθόδου συνοψίζονται στα ακόλουθα:

- i) Το πείραμα πραγματοποιείται σε ένα κλειστό βρόχο συνεπώς η λειτουργία του συστήματος παραμένει πολύ κοντά στο επιθυμητό σημείο λειτουργίας.
- ii) Η συντηρούμενη ταλάντωση είναι σε μεγάλο βαθμό ελεγχόμενη (π.χ. το πλάτος της ταλάντωσης μπορεί να ελεγχθεί) μέσω του πλάτους του διακόπτη.
- iii) Η πληροφορία της κρίσιμης περιόδου και του κρίσιμου κέρδους που προκύπτει από τη εφαρμογή της μεθόδου είναι πολύ σημαντική για το σύστημα και στην περίπτωση των ευσταθών συστημάτων (ανεξαρτήτως της τάξης τους) είναι αρκετή για την βαθμονόμηση του PID ελεγκτή.
- iv) Είναι λιγότερο χρονοβόρος από τις συμβατικές βηματικές ή παλμικές μεθόδους, για διαδικασίες με μεγάλη χρονική σταθερά. Η χρονική διάρκεια του πειράματος είναι περίπου ίση με 2~4 φορές η κρίσιμη περίοδος.
- v) Η κλασική μορφή της μεθόδου, στην περίπτωση των ασταθών συστημάτων, είναι η μόνη μέθοδος αναγνώρισης που μπορεί να εφαρμοστεί χωρίς την ανάγκη απριόρι πληροφορίας για το σύστημα (όταν βέβαια το συγκεκριμένο σύστημα δίνει συντηρούμενες ταλαντώσεις).

Για την εφαρμογή του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης στην κλασική του μορφή [68], χρησιμοποιείται ο κλειστός βρόχος του σχήματος 4.5.



Σχήμα 4.5. Το κλασικό πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης (Relay Feedback Experiment): α) ο κλειστός βρόχος ελέγχου και β) τυπική απόκριση εισόδου $u(t)$ και εξόδου $y(t)$.

Είναι γνωστό ότι το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης (relay feedback experiment RFE) χρησιμοποιείται από τις ATV μεθόδους αναγνώρισης (Auto Tune Variation) για την εκτίμηση του κρίσιμου κέρδους K_u και της κρίσιμης περιόδου (ultimate period) P_u του κλειστού συστήματος. Σημειώνεται ότι σύμφωνα με την ανάλυση που προηγήθηκε

$$K_u \equiv K_{\max} \quad \text{και} \quad P_u \equiv \frac{2\pi}{\omega_{\max}} \quad (4.21)$$

Οι ATV μέθοδοι αναγνώρισης [67] βασίζονται στην υπόθεση ότι όταν επιτευχθεί ευσταθής οριακός κύκλος (stable limit cycle), με τη χρήση διακοπτικής ανατροφοδότησης, η περίοδος ταλάντωσης P_{osc} (period of oscillation) είναι ίση με την κρίσιμη περίοδο P_u (ultimate period) και ο λόγος του πλάτους της προκύπτουσας ταλάντωσης α , με το πλάτος της εξόδου του διακόπτη h , ισούται με το κρίσιμο κέρδος K_u πολλαπλασιασμένο με ένα συντελεστή $(4/\pi)$, δηλαδή

$$P_{osc} = P_u \quad \text{και} \quad K_u = \frac{4}{\pi} \frac{\alpha}{h} \quad (4.22)$$

Το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει από την ανάλυση του κλειστού βρόχου του σχήματος 4.5α με βάση τη μέθοδο της συνάρτησης περιγραφής (describing function ή DF) [67]. Η μέθοδος αυτή είναι από τη φύση της προσεγγιστική και σε κάποιες περιπτώσεις (π.χ. ασταθή συστήματα, συστήματα με μεγάλη καθυστέρηση χρόνου, κ.λ.π) μπορεί να δώσει πολύ εσφαλμένες εκτιμήσεις για την κρίσιμη περίοδο και το κρίσιμο κέρδος και επομένως λανθασμένη αναγνώριση του συστήματος.

Τα σφάλματα στην εφαρμογή της ATV μεθόδου αναγνώρισης, όταν αυτή βασίζεται στην ανάλυση της συνάρτησης περιγραφής, οφείλονται κυρίως στους παρακάτω δύο λόγους:

- i. Το υπόλοιπο ρ της συνάρτησης περιγραφής [67] (που στην κλασική εφαρμογή της ATV μεθόδου αγνοείται) δεν είναι αμελητέο και επομένως αρμονικές συχνότητες μεγαλύτερης τάξης ($3^{\text{ης}}$ $5^{\text{ης}}$ κ.λ.π) επηρεάζουν τα αποτελέσματα του πειράματος.
- ii. Η ταλάντωση που προκύπτει από το RFE πείραμα δεν είναι συμμετρική λόγω εσφαλμένης τιμής στην προσο-τροφοδότηση.

Το σφάλμα στην εκτίμηση του οριακού σημείου από το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης είναι πολύ σημαντικότερο στην περίπτωση ασταθών συστημάτων. Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν τεχνικές βελτίωσης της ακρίβειας στην αναγνώριση των παραμέτρων UFOPDT συστημάτων.

4.3.2 Ανάλυση τη RFIT για UFOPDT συστήματα

Τα UFOPDT συστήματα περιγράφονται από τη συνάρτηση μεταφοράς

$$G(s) = \frac{Ke^{-ds}}{Ts - 1} \quad (4.23)$$

όπου K , T και d είναι το κέρδος η σταθερά χρόνου και η καθυστέρηση χρόνου του UFOPDT συστήματος αντίστοιχα. Η φάση και το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς $G(s)$ δίνονται από τις σχέσεις

$$\phi_L(\omega) = -\pi - d\omega + \tan^{-1}(T\omega) \quad (4.24)$$

$$A_L(\omega) = |G_L(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{1 + (T\omega)^2}} \quad (4.25)$$

αντίστοιχα. Η κρίσιμη συχνότητα ω_u του UFOPDT συστήματος δίνεται από τη μη μηδενική λύση της εξίσωσης $\phi_L(\omega_u) = -\pi$ ή ισοδύναμα της εξίσωσης

$$-d\omega + \tan^{-1}(T\omega) = 0 \quad (4.26)$$

Σύμφωνα με την ανάλυση του κεφαλαίου 3, η συχνότητα ω_u αντιστοιχεί στη μέγιστη κρίσιμη συχνότητα ω_{\max} όταν $\tau_1 \rightarrow \infty$ και $\tau_D=0$, ενώ στην περίπτωση που εξετάζουμε η ελάχιστη κρίσιμη συχνότητα είναι η $\omega_{\max}=0$. Η κρίσιμη περίοδος με βάση την (4.26) δίνεται προφανώς από τη σχέση

$$P_u=2\pi/\omega_u \quad (4.27)$$

και το κρίσιμο κέρδος, δίνεται από τη σχέση

$$K_u = \frac{1}{A_L(\omega_u)} = \frac{\sqrt{1+(T\omega_u)^2}}{K} \quad (4.28)$$

η οποία προκύπτει από την (4.25) όταν $\omega=\omega_u$.

4.3.2.1 Περίπτωση συμμετρικού διακόπτη

Η πιο απλή διάταξη για την εφαρμογή του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης σε UFOPDT συστήματα είναι αυτή που δίνεται στο σχήμα 4.5α. Μία τυπική απόκριση του UFOPDT συστήματος κάνοντας χρήση της παραπάνω διάταξης παρουσιάζεται στο σχήμα 4.6 για την περίπτωση συμμετρικού διακόπτη (symmetrical relay). Τη χρονική στιγμή t_1 το σφάλμα ($e=y_{\text{set}}-y$) γίνεται αρνητικό και ο διακόπτης αλλάζει κατάσταση με αποτέλεσμα η είσοδος στο σύστημα να γίνει ίση με $-h$. Προφανώς, λόγω της καθυστέρησης χρόνου η απόκριση του UFOPDT συστήματος καθυστερεί κατά χρόνο $d=t_2-t_1$ να αντιδράσει στην αλλαγή της εισόδου. Τη χρονική στιγμή t_2 η έξοδος του συστήματος αρχίζει να μειώνεται με αποτέλεσμα τη χρονική στιγμή t_3 το σφάλμα να γίνεται θετικό και να αλλάξει η κατάσταση του διακόπτη σε $+h$. Μετά από χρόνο d , την χρονική στιγμή t_4 , αρχίζει να αυξάνει και η τιμή της εξόδου. Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται σε κάθε περίοδο ταλάντωσης $P_{\text{osc}}=t_5-t_1$.

Η γενική μορφή της απόκρισης του συστήματος (4.23) σε βηματικές αλλαγές της εισόδου με πλάτος h είναι

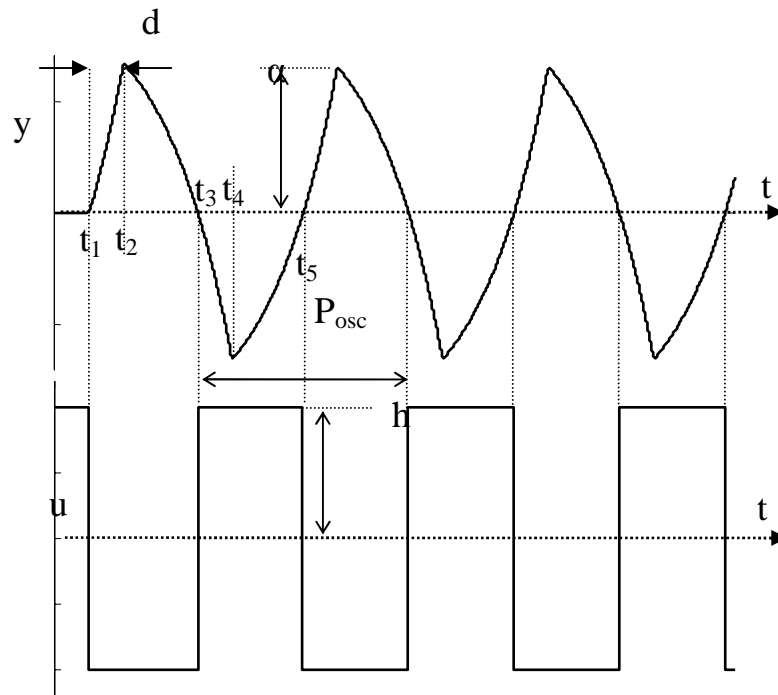
$$y(t+d) = y(0)e^{t/T} + hK[e^{t/T} - 1] \quad (4.29)$$

Λαμβάνοντας υπόψη την (4.29) μπορεί κανείς εύκολα να διαπιστώσει ότι το πλάτος της ταλάντωσης α , για συμμετρικό διακόπτη, δίνεται από τη σχέση

$$\alpha = 0e^{d/T} + hK[e^{d/T} - 1] = hK[e^{d/T} - 1] \quad (4.30)$$

όπου h είναι το πλάτος της εξόδου του διακόπτη. Η περίοδος ταλάντωσης P_{osc} είναι ίση με το διπλάσιο του χρονικού διαστήματος t_2-t_4 . Η σχέση (4.29) για το παραπάνω διάστημα δίνει

$$-\alpha = \alpha e^{t/T} + hK[e^{t/T} - 1] \quad (4.31)$$



Σχήμα 4.6. Τυπική απόκριση εισόδου $u(t)$ και εξόδου $y(t)$ ενός UFOPDT συστήματος στο πείραμα της διακοπτικής ανατροφοδότησης.

Αντικαθιστώντας την (4.30) στην (4.31) προκύπτει

$$P_{osc} = 2T \ln \left[\frac{e^{d/T}}{2 - e^{d/T}} \right] \quad (4.32)$$

ή ισοδύναμα

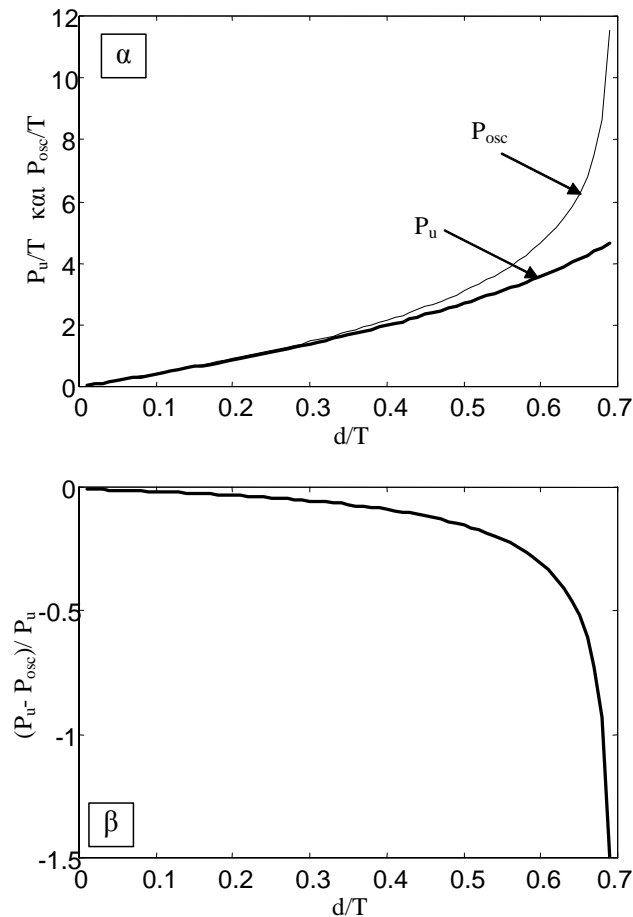
$$\omega_{osc} = \frac{2\pi}{P_{osc}} = \frac{\pi}{T \ln[(hK + \alpha)/(hK - \alpha)]} \quad (4.33)$$

Από τη σχέση (4.32) γίνεται φανερό ότι η μέγιστη τιμή της καθυστέρησης που μπορεί να δώσει συντηρούμενη ταλάντωση είναι

$$d_{max} = T \ln(2) = 0.693T \quad (4.34)$$

αφού για την τιμή αυτή του d η περίοδος ταλάντωσης απειρίζεται και μαζί με αυτή απειρίζεται και το πλάτος της ταλάντωσης α .

Συγκρίνοντας τις σχέσεις (4.33) και την εξίσωση (4.26) είναι προφανές ότι η συχνότητα ταλάντωσης ω_{osc} δεν ταυτίζεται με την κρίσιμη συχνότητα ω_c . Στο σχήμα 4.7α παρουσιάζονται η περίοδος ταλάντωσης P_{osc} από το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης και η κρίσιμη περίοδος P_U , για όλες τις τιμές του d/T που δίνει συντηρούμενες ταλαντώσεις, ενώ στο σχήμα 4.7β παρουσιάζεται το αντίστοιχο κανονικοποιημένο σφάλμα της εκτίμησης της P_U από τη μέτρηση της P_{osc} . Το σφάλμα αυτό είναι μεγαλύτερο από 5% όταν $d/T > 0.3$ και απειρίζεται καθώς $d/T \rightarrow \ln(2)$.



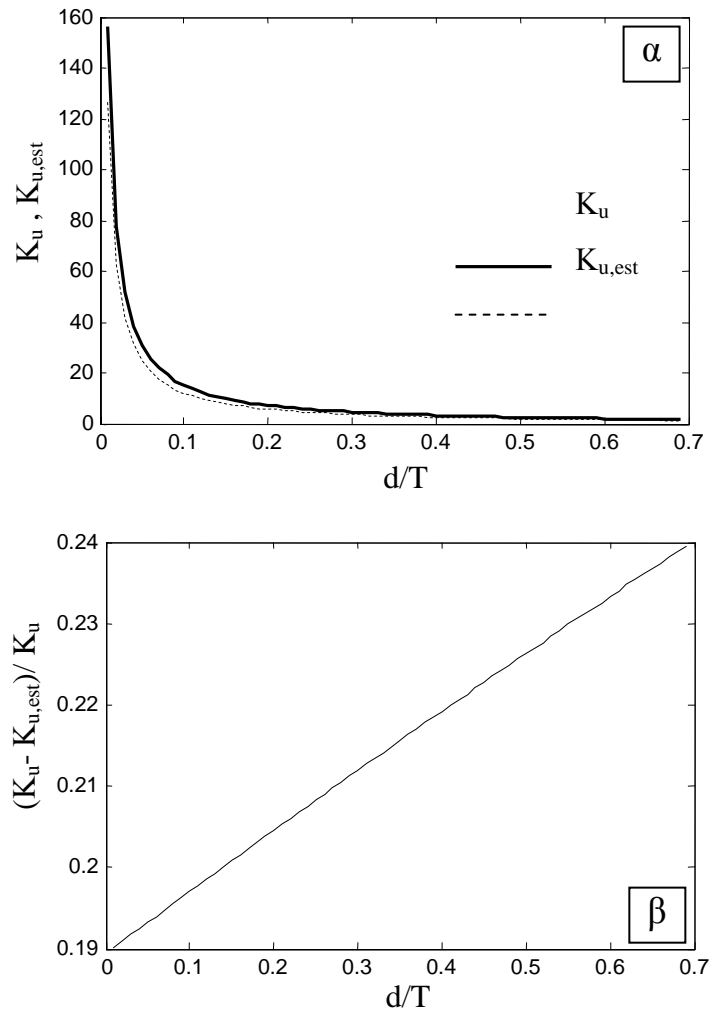
Σχήμα 4.7. α) Η περίοδος ταλάντωσης P_{OSC} από το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης σε σύγκριση με την κρίσιμη περίοδο P_U και β) το κανονικοποιημένο σφάλμα από την εκτίμηση της P_U από τη μέτρηση της P_{OSC} .

Η εκτίμηση του κρίσιμου κέρδους που υπολογίζεται με βάση τη μέθοδο της συνάρτησης περιγραφής, κάνοντας χρήση της (4.30), προκύπτει ότι είναι ίσο με

$$K_{u,est} = \frac{4h}{\pi\alpha} = \frac{4}{\pi K [e^{d/T} - 1]} \quad (3.9)$$

Το εκτιμώμενο κρίσιμο κέρδος είναι διαφορετικό από το πραγματικό κρίσιμο κέρδος το οποίο δίνεται από τη σχέση (4.28).

Στο σχήμα 4.8α παρουσιάζονται το εκτιμώμενο και το πραγματικό κρίσιμο κέρδος του UFOPDT συστήματος, ενώ στο σχήμα 4.8β παρουσιάζεται το αντίστοιχο κανονικοποιημένο σφάλμα. Όπως φαίνεται από το σχήμα 4.8β, το σφάλμα στην εκτίμηση του κρίσιμου κέρδους K_u από το πλάτος της ταλάντωσης του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης είναι μεγάλο (μεγαλύτερο του 19%), ακόμα και για μικρές τιμές της παραμέτρου d/T .



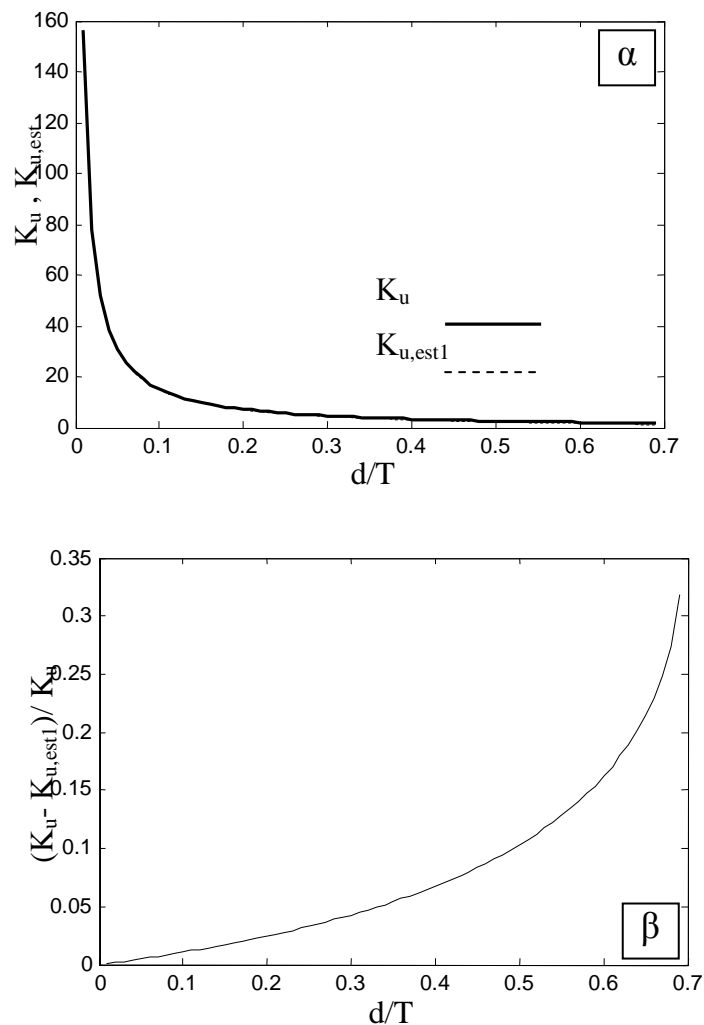
Σχήμα 4.8. α) Το πραγματικό κρίσιμο κέρδος K_u και το εκτιμώμενο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης $K_{u,est}$ και β) το κανονικοποιημένο σφάλμα της εκτίμησης, $(K_u - K_{u,est})/K_u$.

Το παραπάνω σφάλμα οφείλεται στην υπόθεση ότι η έξοδος του συστήματος είναι ημιτονοειδής. Συχνά όταν η απόκριση που λαμβάνεται από το RFE διαφέρει σημαντικά από την ημιτονοειδή κυματομορφή αντί να χρησιμοποιηθεί το πλάτος a της ταλάντωσης για τον υπολογισμό του K_u , χρησιμοποιείται το πλάτος a_1 της πρώτης αρμονικής της απόκρισης. Η τιμή του a_1 προκύπτει από το ανάπτυγμα Fourier της κυματομορφής $y(t)$ που στην περίπτωση που μελετάμε, για συμμετρικό διακόπτη, δίνεται από τη σχέση

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\omega t) \quad (4.35)$$

όπου

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} y(\tau) \sin(n\omega\tau) d(\omega\tau) \quad (4.36)$$

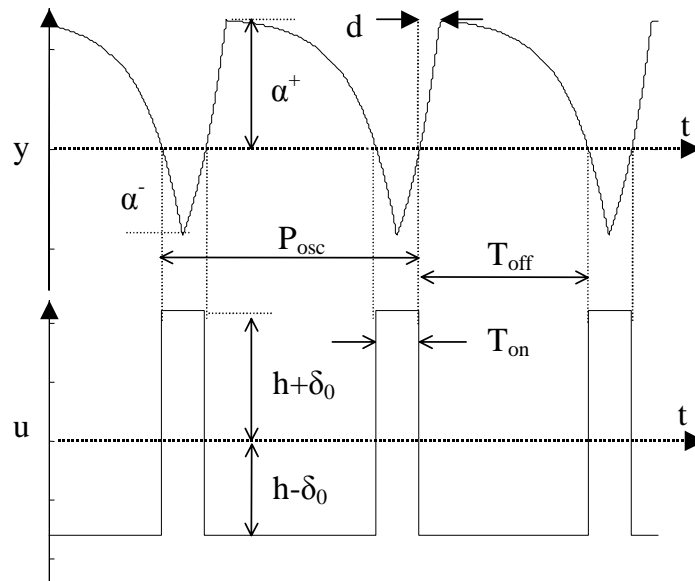


Σχήμα 4.9. α) Το πραγματικό κρίσιμο κέρδος K_u και το εκτιμώμενο με βάση το πλάτος της πρώτης αρμονικής $K_{u,est1}$ και β) το κανονικοποιημένο σφάλμα της εκτίμησης, $(K_u - K_{u,est1}) / K_u$.

Για UFOPDT σύστημα το πλάτος της πρώτης αρμονικής είναι

$$\alpha_1 = B_1 = \frac{2}{\pi} \left[\int_0^d (e^{-\tau} - 1) \sin(\omega_{osc} \tau) d\tau + \int_0^{\pi/2-d} (\alpha e^{-\tau} - (e^{-\tau} - 1)) \sin(\omega_{osc} (\tau + d)) d\tau \right]$$

όπου οι τιμές των ω_{osc} και α δίνονται από τις σχέσεις (4.33) και (4.30) αντίστοιχα. Όπως γίνεται φανερό και από το σχήμα 4.9, η εκτίμηση του κρίσιμου κέρδους με βάση το πλάτος της πρώτης αρμονικής βελτιώνεται σημαντικά. Μάλιστα για $d/T < 0.3$ το κανονικοποιημένο σφάλμα είναι μικρότερο από 5%.

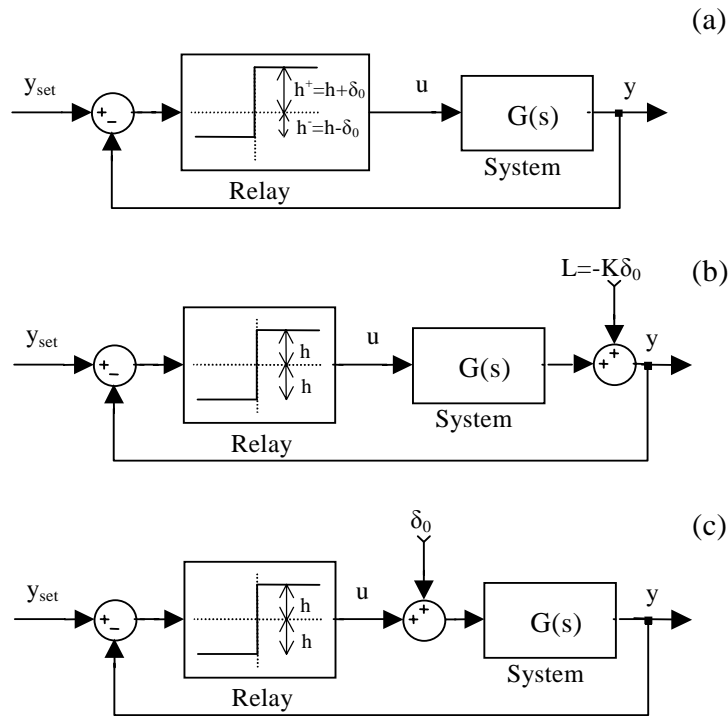


Σχήμα 4.10. Μη συμμετρική απόκριση στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης.

4.3.2.2 Περίπτωση μη συμμετρικού διακόπτη ή διαταραχής φορτίου στην είσοδο

Στην ανάλυση που προηγήθηκε έγινε η υπόθεση ότι στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης έγινε χρήση συμμετρικού διακόπτη ή ισοδύναμα ότι η προκύπτουσα ταλάντωση είναι συμμετρική γύρω από το επιθυμητό σημείο λειτουργίας y_{ref} . Στην πράξη για να επιτευχθεί συμμετρική ταλάντωση πρέπει να χρησιμοποιηθεί η κατάλληλη προσο-τροφοδότηση u_{ff} . Επίσης στην περίπτωση μη γραμμικών συστημάτων πρέπει να χρησιμοποιείται μικρό πλάτος h στο διακόπτη ώστε η απόκριση να παραμένει στην γραμμική περιοχή. Για τα συστήματα που μελετάμε, τα οποία παρουσιάζουν ασταθή συμπεριφορά, είναι εξαιρετικά δύσκολο να βρεθεί η κατάλληλη τιμή της προσο-τροφοδότησης u_{ff} για τον ακριβή υπολογισμό της οποίας είναι απαραίτητη η χρήση κάποιου ελεγκτή που ευσταθοποιεί το σύστημα και με βάση την έξοδο του ελεγκτή να υπολογιστεί η u_{ff} .

Μια τυπική μη συμμετρική απόκριση στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης παρουσιάζεται στο σχήμα 4.10. Αυτή η απόκριση μπορεί να επιτευχθεί από οποιοδήποτε από τα τρία σχήματα ελέγχου του σχήματος 4.11. Επομένως, η ασυμμετρία στην απόκριση μπορεί να οφείλεται: α) σε ασύμμετρο διακόπτη με απόκλιση δ_0 ή β) σε διαταραχή στην έξοδο με πλάτος $L=K\delta_0$ (όπου K είναι το κέρδος του συστήματος) ή γ) σε διαταραχή στην είσοδο με πλάτος δ_0 . Με βάση την παραπάνω ισοδυναμία και κάνοντας χρήση της (4.29) προκύπτει ότι



Σχήμα 4.11. Ισοδύναμα σχήματα μη συμμετρικού πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης.

$$\alpha^+ = (e^{d/T} - 1)Kh^+ \quad \text{και} \quad \alpha^- = (e^{d/T} - 1)Kh^- \quad (4.37)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις δύο σχέσεις παίρνουμε

$$\frac{\alpha^+}{\alpha^-} = \frac{h^+}{h^-} = \frac{h + \delta_0}{h - \delta_0}$$

ή ισοδύναμα

$$\delta_0 = \frac{\alpha^+ - \alpha^-}{\alpha^+ + \alpha^-} h \quad (4.38)$$

Επομένως αν η απόκριση από το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης είναι μη συμμετρική, για να γίνει συμμετρική πρέπει να χρησιμοποιηθεί επιπρόσθετη προσοτροφοδότηση ίση με $-\delta_0$. Σημειώνεται ότι η μέτρηση των α^+ και α^- γίνεται ως προς την είσοδο αναφοράς y_{ref} .

Η ισοδυναμία των διαφορών σχημάτων ελέγχου που παρουσιάζεται στο σχήμα 4.11 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον απευθείας υπολογισμό του κέρδους του UFOPDT συστήματος. Για το σκοπό αυτό μπορεί κανείς να εισάγει στο σύστημα μια γνωστή διαταραχή φορτίου L και να υπολογίσει το δ_0 από την σχέση (4.38). Τότε το κέρδος K του συστήματος δίνεται από τη σχέση

$$K = -L/\delta_0 \quad (4.39)$$

4.3.3 Μέθοδοι αναγνώρισης UFOPDT συστημάτων με απευθείας χρήση του RFIT

Από την ανάλυση που προηγήθηκε διαπιστώνεται ότι αν το σύστημα συμπεριφέρεται όπως ένα UFOPDT σύστημα, τότε η αναγνώριση του συστήματος με βάση το κρίσιμο κέρδος και την κρίσιμη περίοδο, όπως αυτά υπολογίζονται από το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης, οδηγεί σε σημαντικό σφάλμα στην εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου. Για πιο ακριβή εκτίμηση των παραμέτρων στην συνέχεια προτείνονται δύο νέες μέθοδοι αναγνώρισης UFOPDT συστημάτων που βασίζονται στο RFIT.

Για την εφαρμογή των μεθόδων αυτών χρησιμοποιείται η συνδεσμολογία του σχήματος 4.5α.

4.3.3.1 1^η RFE Μέθοδος απευθείας αναγνώρισης των παραμέτρων UFOPDT μοντέλων

Η μέθοδος αυτή υπολογίζει απευθείας τις παραμέτρους του UFOPDT μοντέλου από την απόκριση του RFIT σε αντίθεση με τις άλλες μεθόδους που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια οι οποίες αναγνωρίζουν το κρίσιμο κέρδος και την κρίσιμη συχνότητα και στη συνέχεια από τις μετρήσεις αυτές αναγνωρίζουν τις παραμέτρους του μοντέλου. Τα βασικά βήματα της μεθόδου αυτής είναι:

1^η RFIT Μέθοδος Απευθείας αναγνώρισης των παραμέτρων

Βήμα 1. Χρησιμοποιούμε τη διάταξη του σχήματος 4.5α και περιμένουμε αρκετό χρόνο μέχρι να σταθεροποιηθεί η ταλάντωση που λαμβάνουμε (για συστήματα που είναι UFOPDT η σταθεροποίηση επιτυγχάνεται από τον πρώτο κύκλο). Αν η προκύπτουσα ταλάντωση δεν είναι συμμετρική, τότε χρησιμοποιείται πρόσθετη προσο-τροφοδότηση κατά $-\delta_0$ η οποία υπολογίζεται από τη σχέση (4.38).

Βήμα 2. Μετράμε α) το πλάτος της ταλάντωσης a , β) την περίοδο P_{osc} και γ) τη χρονική καθυστέρηση d από το χρόνο που μεσολαβεί από την αλλαγή κατάστασης του διακόπτη και το επόμενο μέγιστο της εξόδου του συστήματος (βλέπε σχήμα 4.6).

Βήμα 3. Από την (4.32) προκύπτει

$$\frac{d}{P_{osc}} = 0.5d_N \left[\ln \left(\frac{e^{d_N}}{2 - e^{d_N}} \right) \right]^{-1} \quad (4.40)$$

όπου $d_N \equiv d/T$. Λύνουμε την (4.40) ως προς d_N χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο σταθερού σημείου που παρουσιάζεται στο σχήμα 4.12. Η σταθερά χρόνου του συστήματος δίνεται από τη σχέση

$$T = d / d_N$$

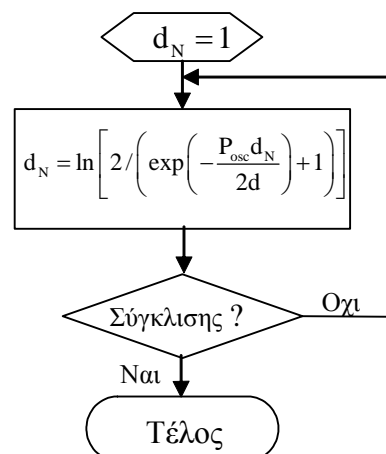
Βήμα 4. Έχοντας υπολογίσει την τιμή του d_N , το κέρδος του συστήματος K υπολογίζεται από τη σχέση

$$K = \frac{\alpha}{h} (e^{d_N} - 1) \quad (4.41)$$

η οποία προκύπτει από την (4.30). \square

Η παραπάνω μέθοδος χρειάζεται ένα πείραμα για την αναγνώριση και των τριών παραμέτρων του UFOPDT μοντέλου. Δυστυχώς η λύση της (4.40) ως προς d_N είναι πολύ ευαίσθητη στη μέτρηση της καθυστέρησης χρόνου d , ιδίως για μικρές τιμές του d . Για παράδειγμα αν $d/T=0.2$, 5% σφάλμα στην μέτρηση του d δίνει σφάλμα 67% στην εκτίμηση της σταθεράς χρόνου T και 65% σφάλμα στην εκτίμηση του κέρδους K . Στις περιπτώσεις εκείνες στις οποίες δεν είναι δυνατή η μέτρηση της καθυστέρησης χρόνου με αρκετή ακρίβεια, προτείνεται η μέτρηση του κέρδους να γίνεται απευθείας κάνοντας χρήση ενός ασύμμετρου διακόπτη όπως παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.3.2.2. Με βάση αυτή την αλλαγή τα βήματα 3 και 4 της παραπάνω μεθόδου αντικαθίστανται από τα παρακάτω βήματα:

Βήμα 3'. Εφαρμόζουμε γνωστή διαταραχή φορτίου L στην έξοδο του συστήματος όπως φαίνεται στο σχήμα 4.11β και μετράμε τα πλάτη a^+ και a^- της ταλάντωσης. Υπολογίζουμε την απαιτούμενη προσο-τροφοδότηση δ_0 από τη σχέση (4.38) και στη συνέχεια εκτιμούμε το κέρδος του συστήματος από την σχέση (4.39).



Σχήμα 4.12. Διάγραμμα βαθμίδων του αλγορίθμου που δίνει την λύση της εξίσωσης (4.40) ως προς d_N .

Βήμα 4'. Υπολογίζουμε τη σταθερά χρόνου T του συστήματος από την λύση της (4.30) ως προς T από την οποία προκύπτει

$$T = \frac{d}{\ln\left(\frac{a}{hK} + 1\right)} \quad (3.15)$$

□

Με την παραπάνω τροποποίηση απαιτείται η διεξαγωγή δύο πειραμάτων διακοπτικής ανατροφοδότησης, ένα με συμμετρική και ένα με μη συμμετρική απόκριση.

4.3.3.2 2^η RFIT Μέθοδος με έμμεση αναγνώριση των παραμέτρων UFOPDT μοντέλων

Η μέθοδος αναγνώρισης που προτάθηκε παραπάνω αναγνωρίζει τις παραμέτρους του συστήματος απευθείας από τις μετρήσεις του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης. Στην περίπτωση ευσταθών συστημάτων πολλές τεχνικές βαθμονόμησης ελεγκτών βασίζονται άμεσα στις μετρήσεις των κρίσιμων μεγεθών (δηλαδή P_u και K_u) [68]. Με την αναγνώριση αυτών των δύο χαρακτηριστικών μεγεθών του συστήματος αναγνωρίζεται το κρίσιμο σημείο στο διάγραμμα Nyquist (σημείο τομής του διαγράμματος με τον άξονα των πραγματικών) και αυτή η πληροφορία στην περίπτωση των ευσταθών συστημάτων είναι αρκετή για τη σχεδίαση ελεγκτών.

Αντίστοιχες τεχνικές σχεδίασης ελεγκτών στην περίπτωση των ασταθών συστημάτων δεν υπάρχουν στην υπάρχουσα βιβλιογραφία. Ο λόγος είναι ότι σε αντίθεση με τα ευσταθή συστήματα, στα ασταθή συστήματα κρίσιμο ρόλο στη βαθμονόμηση παίζει και το μειωτικό κρίσιμο κέρδος K_{\min} (decreasing gain margin). Παρόλα αυτά στη συνέχεια προτείνεται μία νέα βελτιωμένη μέθοδος αναγνώρισης των κρίσιμων μεγεθών P_U και K_U , για UFOPDT συστήματα, τα βασικά βήματα της οποίας είναι τα εξής:

2^η RFIT Μέθοδος αναγνώρισης των κρίσιμων παραμέτρων

Βήμα 1. Χρησιμοποιούμε τη διάταξη του σχήματος 4.5α και περιμένουμε αρκετό χρόνο μέχρι να σταθεροποιηθεί η ταλάντωση που λαμβάνουμε. Αν η προκύπτουσα ταλάντωση δεν είναι συμμετρική, τότε χρησιμοποιείται πρόσθετη προσο-τροφοδότηση κατά $-\delta_0$ η οποία υπολογίζεται από τη σχέση (4.38).

Βήμα 2. Μετράμε a) το πλάτος της ταλάντωσης a , ή χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο FFT (Fast Fourier Transform) υπολογίζουμε το πλάτος της πρώτης αρμονικής a_1 ,

β) την περίοδο P_{osc} και γ) τη χρονική καθυστέρηση d από το χρόνο που μεσολαβεί από την αλλαγή κατάστασης του διακόπτη και το επόμενο μέγιστο της εξόδου του συστήματος (βλέπε σχήμα 4.6).

Βήμα 2. Υπολογίζουμε την κρίσιμη περίοδο από τη σχέση

$$P_u = \frac{P_{osc}}{(1 - F_{CP})} \quad (4.42)$$

όπου

$$F_{CP} = \frac{(-0.0638d/T + 0.0076(d/T)^2)}{0.723 - d/T} \quad (4.43)$$

είναι διορθωτικός όρος ο οποίος αποτελεί προσέγγιση του κανονικοποιημένου σφάλματος $\tilde{P}_u = (P_u - P_{osc})/P_u$. Με αυτή τη διόρθωση το σφάλμα στην εκτίμηση της κρίσιμης περιόδου P_u είναι πάντα μικρότερο από 1.4% όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.13α.

Βήμα 4. Το κρίσιμο κέρδος στην περίπτωση που είναι γνωστό το πλάτος της ταλάντωσης α (από μετρήσεις), λαμβάνεται από τη σχέση

$$K_u = \frac{4h}{\pi\alpha} \frac{1}{(1 - F_{Ca})} \quad (3.17a)$$

ενώ αν με τη χρήση κάποιου φίλτρου ή FFT αλγορίθμου είναι γνωστό το πλάτος α_1 της πρώτης αρμονικής, τότε το κρίσιμο κέρδος μπορεί να ληφθεί από τη σχέση

$$K_u = \frac{4h}{\pi\alpha_1} \frac{1}{(1 - F_{Ca_1})} \quad (3.18a)$$

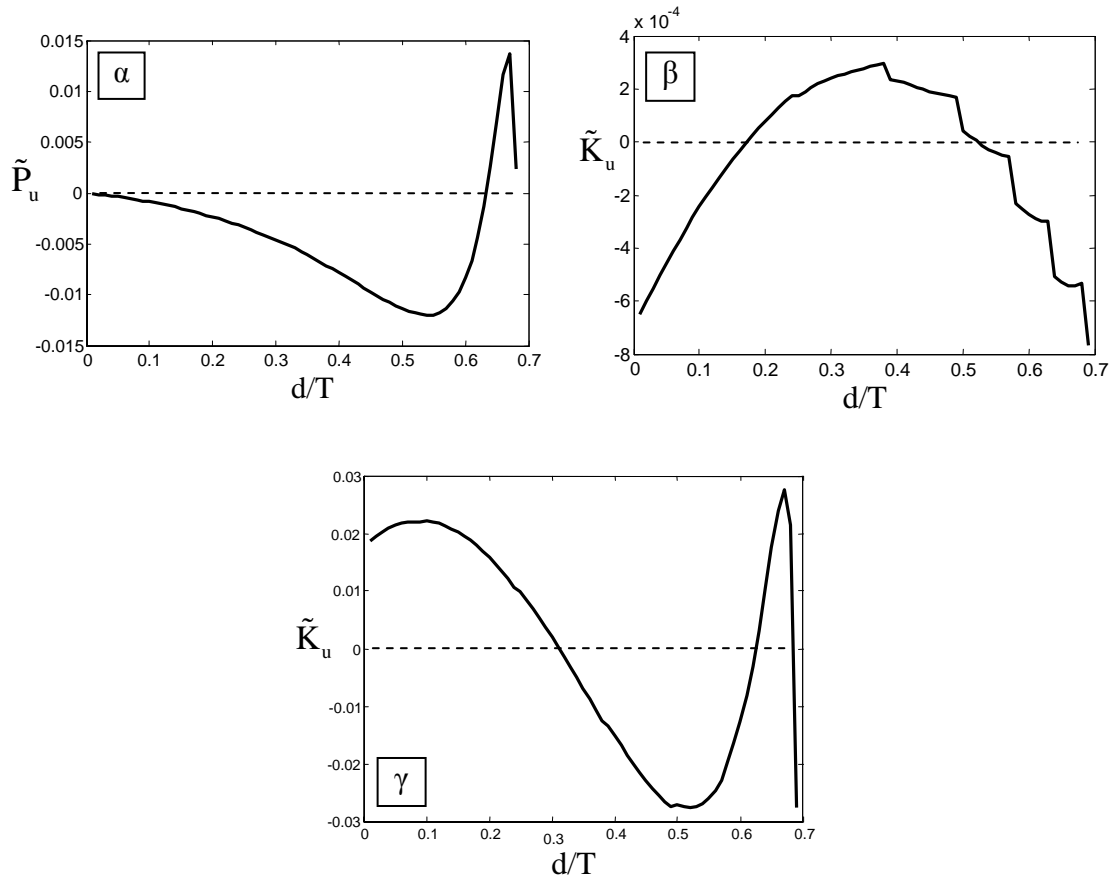
Οι διορθωτικοί όροι F_{Ca} και F_{Ca_1} δίνονται από τις σχέσεις

$$F_{Ca} = 0.19 + 0.0725(d/T) \quad (3.17b)$$

$$F_{Ca_1} = \frac{(0.0742d/T - 0.08(d/T)^2)}{0.77 - d/T} \quad (3.18b)$$

και αποτελούν προσεγγίσεις του αντίστοιχου κανονικοποιημένου σφάλματος $\tilde{K}_u = (K_u - K_{u,est})/K_u$. Με τη χρήση των παραπάνω διορθωτικών όρων το κανονικοποιημένο σφάλμα στην εκτίμηση του K_u είναι μικρότερο από 0.07% στην πρώτη περίπτωση και 3% στη δεύτερη.

Οι διορθωτικοί όροι F_{CP} , F_{Ca} και F_{Ca_1} είναι συναρτήσεις της κανονικοποιημένης καθυστέρησης χρόνου d/T η τιμή της οποίας μπορεί να υπολογιστεί από τη λύση της (4.40) κάνοντας χρήση του αλγορίθμου που παρουσιάζεται στο σχήμα 4.12.



Σχήμα 4.13. Τα κανονικοποιημένα σφάλματα στις περιπτώσεις α) εκτίμησης της κρίσιμης περιόδου P_u , β) εκτίμησης του κρίσιμου κέρδους από το πλάτος α και γ) εκτίμησης του κρίσιμου κέρδους από το πλάτος της πρώτης αρμονικής a_1 .

4.3.4 Μελέτη της ακρίβειας των μεθόδων αναγνώρισης UFOPDT συστημάτων με απευθείας χρήση του RFIT

Οι παραπάνω μέθοδοι είναι ακριβείς όταν το προς αναγνώριση σύστημα είναι ‘ακριβώς’ πρώτης τάξης με καθυστέρηση χρόνου. Στην πράξη, όπως προαναφέρθηκε, η καθυστέρηση χρόνου χρησιμοποιείται στο UFOPDT μοντέλο για να περιγράψει την ευσταθή δυναμική του συστήματος. Συνήθως η δυναμική αυτή συμπεριλαμβάνει την ύπαρξη πολλών πόλων στο αριστερό μιγαδικό ημιπίπεδο. Στο σχήμα 4.14 παρουσιάζεται η απόκριση που λαμβάνουμε από το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης, από ένα UFOPDT σύστημα και από ένα ασταθές σύστημα δεύτερης τάξης με καθυστέρηση χρόνου (USOPDT) με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_{\text{USOPDT}}(s) = \frac{K \exp(-ds)}{(\tau_s s + 1)(\tau_u s - 1)} \quad (4.44)$$

όπου K , d , τ_s και τ_u είναι το κέρδος, η καθυστέρηση χρόνου, η ευσταθής και η ασταθής

σταθερά χρόνου του συστήματος αντίστοιχα.

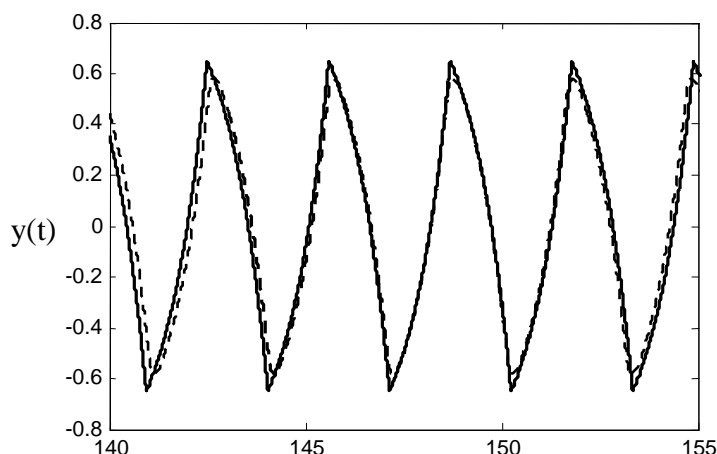
Πιο συγκεκριμένα στο σχήμα 4.14 παρουσιάζεται η απόκριση του RFIT ενός UFOPDT συστήματος με $d=0.5$ και ενός USOPDT συστήματος με $d=0.4$ και $\tau_s=0.1$. Από τις δύο αποκρίσεις του σχήματος προκύπτει ότι η συμπεριφορά των δύο συστημάτων στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης είναι παρόμοια. Βέβαια όσο μεγαλώνει η σταθερά χρόνου τ_s , τόσο πιο έντονες είναι οι διαφορές μεταξύ των δύο αποκρίσεων. Στην παρούσα ενότητα υπολογίζουμε ακριβώς το σφάλμα που γίνεται στην εκτίμηση των παραμέτρων του συστήματος.

Η απόκριση ενός USOPDT στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης, αφού σταθεροποιηθεί η ταλάντωση, παρουσιάζεται με λεπτομέρεια στο σχήμα 4.15.

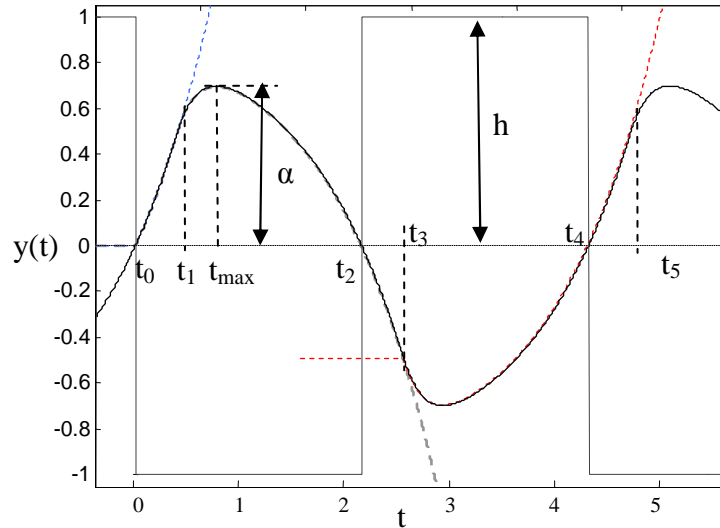
Η απόκριση του συστήματος στο χρονικό διάστημα (t_1, t_3) προκύπτει από την αρνητική έξοδο του διακόπτη ($u(t)=-h$), ενώ στο χρονικό διάστημα (t_3, t_5) από τη θετική έξοδο του διακόπτη. Η έξοδος λοιπόν του συστήματος είναι

$$y(t) = \begin{cases} h(1 + A_1 e^{\tau_u(t-t_1)} + B_1 e^{-\tau_s(t-t_1)}) & \text{για } t \in (t_1, t_3) \\ -h(1 + A_1 e^{\tau_u(t-t_1-P_{osc}/2)} + B_1 e^{-\tau_s(t-t_1-P_{osc}/2)}) & \text{για } t \in (t_3, t_5) \end{cases} \quad (4.45)$$

όπου οι παράμετροι A_1 και B_1 προκύπτουν από τις τιμές της εξόδου και της παραγώγου της στις χρονικές στιγμές t_1 , t_2 και t_3 . Με βάση την απόκριση του σχήματος 4.15 και την (4.45) προκύπτει το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων, η επίλυση του οποίου δίνει τις τιμές των A_1 , B_1 και P_{osc}



Σχήμα 4.14. Σύγκριση της απόκρισης ενός UFOPDT με $d=0.5$ (—) και ενός USOPDT συστήματος με $d=0.4$ και $\tau_s=0.1$.



Σχήμα 4.15. Η απόκριση ενός USOPDT συστήματος στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης και ο αναλυτικός υπολογισμός τους.

$$1 + A_1 e^{(P_{osc}/2-d)/\tau_U} + B_1 e^{-(P_{osc}/2-d)/\tau_S} = 0$$

$$1 + A_1 + B_1 = -1 - A_1 e^{(P_{osc}/2)/\tau_U} - B_1 e^{-(P_{osc}/2)/\tau_S}$$

$$\frac{A_1}{\tau_U} - \frac{B_1}{\tau_S} = -\frac{A_1}{\tau_U} e^{(P_{osc}/2)/\tau_U} + \frac{B_1}{\tau_S} e^{-(P_{osc}/2)/\tau_S}$$

Σημειώνεται ότι για μικρές τιμές τ_S σε σχέση με το d (π.χ. $\tau_S < 0.5d$) η λύση του παραπάνω συστήματος δίνει με μεγάλη ακρίβεια

$$B_1 = -\frac{2}{1 + \tau_U / \tau_S} \quad \text{και} \quad A_1 = -2 + \exp(d) - B_2$$

Έχοντας υπολογίσει τις τιμές των A_1 , B_1 και P_{osc} , από τα παραπάνω εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς ότι

$$t_{max} - t_1 = \log \left(\frac{\frac{B_2}{A_2} \frac{\tau_U}{\tau_S}}{1 + \frac{\tau_U}{\tau_S}} \right)$$

και ότι το πλάτος α της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση

$$\alpha = 1 + A_1 e^{(t_{max}-t_1)/\tau_U} + B_1 e^{-(t_{max}-t_1)/\tau_S}$$

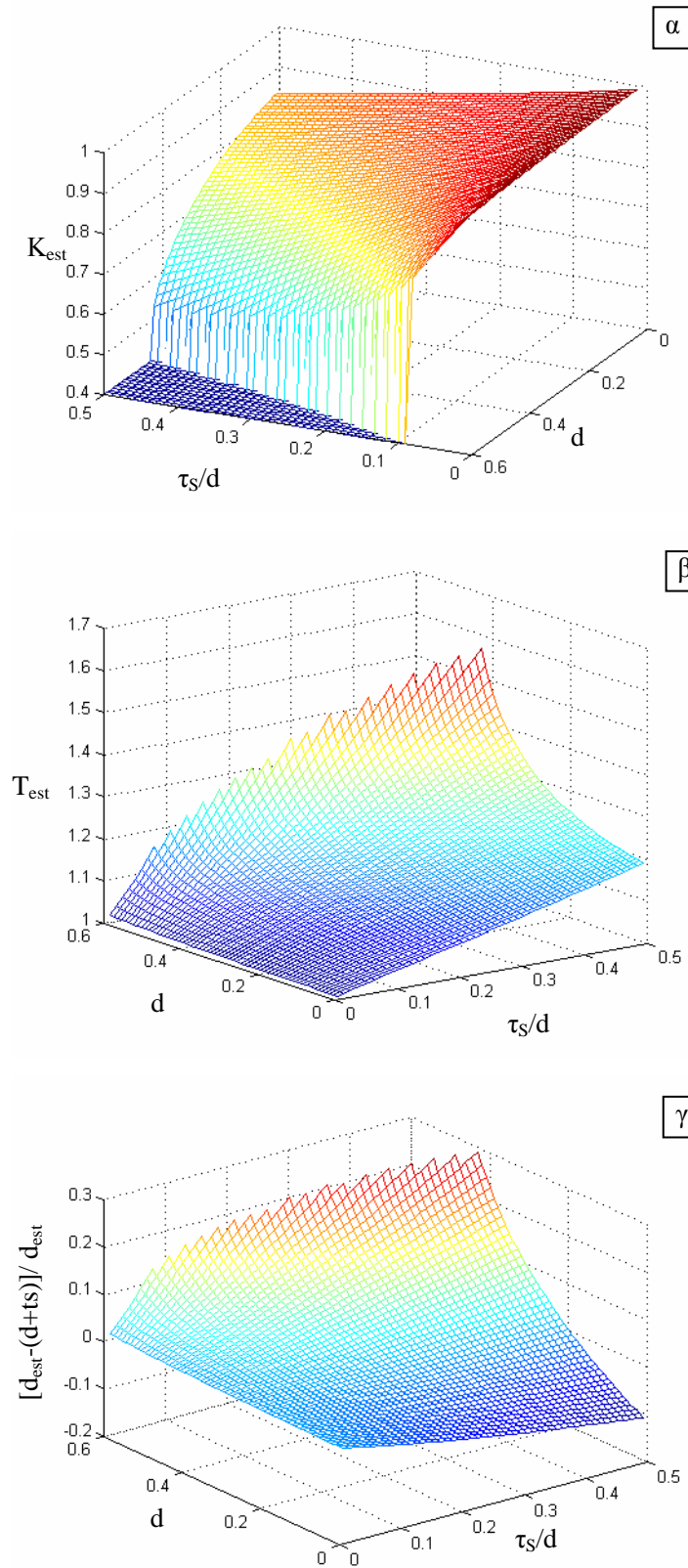
Χρησιμοποιώντας την παραπάνω ανάλυση μπορούμε να υπολογίσουμε το σφάλμα στην εκτίμηση των παραμέτρων με βάση τις μεθόδους που παρουσιάστηκαν παραπάνω. Στα σχήματα 4.16α-4.16γ παρουσιάζονται οι παράμετροι του UFOPDT μοντέλου που αναγνωρίζονται όταν το πραγματικό σύστημα είναι στην πραγματικότητα USOPDT με

$T=1$, $K=1$, $d \in (0,0.6)$ και $\tau_s \in (0,0.5d)$. Από τα σχήματα αυτά γίνεται φανερό ότι το σφάλμα στην εκτίμηση των παραμέτρων είναι σημαντικό, ακόμα και για πολύ μικρές τιμές του τ_s (π.χ. για $\tau_s/d < 0.1$). Παρόλο όμως που το σφάλμα αυτό είναι μεγάλο, χρησιμοποιώντας τεχνικές εκτεταμένης έρευνας βρέθηκε ότι το UFOPDT μοντέλο που αναγνωρίζεται δίνει ελεγκτές με τα αναμενόμενα χαρακτηριστικά. Αυτό μπορεί να το διαπιστώσει κανείς και από το γεγονός ότι η εκτίμηση του κρίσιμου κέρδους και της κρίσιμης περιόδου γίνεται με αρκετή ακρίβεια όπως φαίνεται στο σχήμα 4.17.

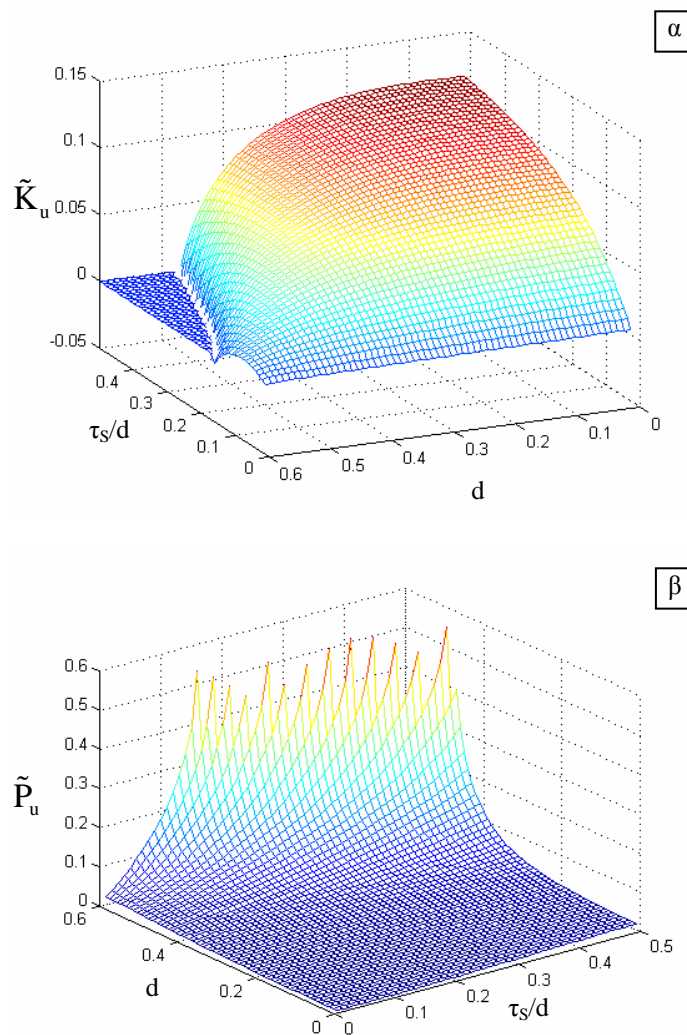
4.4. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΜΕ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ

4.4.1 Αριθμητικά παραδείγματα των SPTR και LTR μεθόδων αναγνώρισης

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα εφαρμογής των μεθόδων αναγνώρισης που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 4.2. Για να γίνει εμφανής η αποτελεσματικότητα των μεθόδων αυτών και για να γίνει σύγκριση με υπάρχουσες τεχνικές αναγνώρισης από τη βιβλιογραφία, χρησιμοποιείται αρχικά το ασταθές μοντέλο που μελετάται στην [22]. Οι παράμετροι αυτού του μοντέλου είναι $K=4$, $T=4$ και $d=2$. Όταν χρησιμοποιείται P ελεγκτής για την αναγνώριση αυτού του συστήματος, τότε η απόκλιση (σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση) που προκύπτει από το πείραμα βηματικής αλλαγής του σημείου λειτουργίας είναι μεγαλύτερη από 170%. Είναι προφανές ότι με τόσο μεγάλη απόκλιση η μέθοδος αυτή δεν έχει πρακτική αξία, διότι απομακρύνεται σημαντικά το σύστημα από το επιθυμητό σημείο λειτουργίας, επομένως δεν είναι δυνατή η χρήση της μεθόδου σε πραγματικό χρόνο. Επιπρόσθετα λόγω της μεγάλης απόκλισης σε περίπτωση μη γραμμικών συστημάτων (που είναι πρακτικά όλα τα ασταθή συστήματα) δεν αναγνωρίζεται το σύστημα στην περιοχή λειτουργίας του. Κατά συνέπεια για να εξαλειφθεί η μεγάλη απόκλιση η χρήση PI ή PID ελεγκτή είναι απαραίτητη. Αν χρησιμοποιηθεί η μέθοδος αναγνώρισης που προτείνεται στην [22] με χρήση PI ελεγκτή (και παραμέτρους του ελεγκτή $K_C=0.343$, $\tau_I=29.412$), οι παράμετροι του UFOPDT συστήματος που προκύπτουν είναι $K = 4.011$, $T=4.069$, $d=2.0$. Βέβαια στην περίπτωση αυτή η υπερύψωση που προκύπτει είναι 300% γεγονός που καθιστά την μέθοδο μη εφαρμόσιμη σε πραγματικό χρόνο. Αν τώρα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος που προτείνεται στην [22], με PID ελεγκτή (και με παραμέτρους του ελεγκτή $K_C=0.250$, $\tau_I=22.750$, $\tau_D=1.365$), από την αναγνώριση προκύπτουν $K=3.977$, $T=3.868$ και $d=2.0$. Και στην περίπτωση αυτή η υπερύψωση είναι πολύ μεγάλη και ξεπερνάει το 170%.



Σχήμα 4.16. Οι παράμετροι του UFOPDT μοντέλου που αναγνωρίζονται όταν το σύστημα είναι στην πραγματικότητα USOPDT: α) K_{est} , β) T_{est} και γ) $[d_{est} - (d + \tau_s)] / d_{est}$



Σχήμα 4.17. Το σφάλμα στην εκτίμηση α) του κρίσιμου κέρδους και β) της κρίσιμης περιόδου, όταν θεωρείται ότι το μοντέλο είναι UFOPDT ενώ στην πραγματικότητα είναι USOPDT.

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε την SPRT μέθοδο αναγνώρισης για την αναγνώριση του παραπάνω συστήματος. Οι παράμετροι του PD-0F ελεγκτή που χρησιμοποιούμε είναι $K_D = 0.3968$, $K_I = 0.0325$. Με τον ελεγκτή αυτόν η απόκριση που προκύπτει είναι παρόμοια με αυτήν που φαίνεται στο σχήμα 4.2. Για την εφαρμογή της μεθόδου με τη χρήση του αλγορίθμου I, η καθυστέρηση χρόνου μετράται από το αρχικό τμήμα της απόκρισης και είναι $d=2.0$. Υπενθυμίζεται ότι και οι μέθοδοι που προτείνονται στην [22] μετρούν την καθυστέρηση χρόνου με τον τρόπο αυτό. Οι μετρήσεις των y_{p1} , y_{m1} , y_{p2} και Δt παρουσιάζονται στον πίνακα 4.1 μαζί με τις τιμές των τ_e , ζ , σ και ω που

προκύπτουν από τις σχέσεις (4.5) και (4.6). Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζονται και οι τιμές των K και T που προκύπτουν από τις σχέσεις (4.9).

Παρόμοια αποτελέσματα από την εφαρμογή της SPRT μεθόδου και του αλγορίθμου I σε άλλα UFOPDT συστήματα βλέπουμε επίσης στον πίνακα 4.1 όπου παρουσιάζονται και χαρακτηριστικά παραδείγματα στα οποία οι παράμετροι του ελεγκτή επιλέγονται έτσι ώστε $K_I=K_D$. Αξίζει να σημειωθεί ότι στην τελευταία εφαρμογή του πίνακα 4.1, όπου $K=1$, $T=1$ και $d=0.8$ η μέθοδος των Ananth και Chidambaram [22] αναφέρει ότι είναι αναγκαία η χρήση PID ελεγκτή για την αναγνώριση. Όμως με τις μεθόδους που προτείνονται εδώ και βασίζονται στον PD-0F ελεγκτή είναι δυνατή η αναγνώριση και συστημάτων με τόσο μεγάλη καθυστέρηση χρόνου και μάλιστα με εξαιρετική ακρίβεια, αφού οι παράμετροι που αναγνωρίζονται έχουν σφάλμα μικρότερο από 1.5%.

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε την SPRT μέθοδο σε συνδυασμό με τον αλγόριθμο II για την αναγνώριση των παραμέτρων ενός UFOPDT συστήματος με $K=4$, $d=2$ και $T=4$. Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιούμε PD-0F ελεγκτή με αρχική επιλογή των παραμέτρων του $K_D=0.3779$, $K_I=0.0178$. Στην περίπτωση αυτή το σύστημα που αναγνωρίζουμε έχει $K=4.0003$, $T=3.9416$, $d=2.0036$. Προφανώς η αναγνώριση είναι εξίσου ακριβής. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζονται και μία σειρά από αλλά χαρακτηριστικά παραδείγματα αναγνώρισης με τη χρήση αυτής της μεθόδου.

Όταν τώρα χρησιμοποιείται η LRT μέθοδος αναγνώρισης, τότε τα αποτελέσματα είναι ακριβώς τα ίδια αφού υπάρχει ισοδυναμία μεταξύ των δύο μεθόδων. Στην περίπτωση αυτή οι μετρήσεις που παρουσιάζονται στον πίνακα 4.1 προκύπτουν από το ολοκλήρωμα της εξόδου του συστήματος όταν αυτό υπόκειται σε βηματική αλλαγή του φορτίου εισόδου διαιρεμένο με το ολοκληρωτικό κέρδος K_I .

4.4.2 Εφαρμογή στο σύστημα ασταθούς βιολογικού αντιδραστήρα

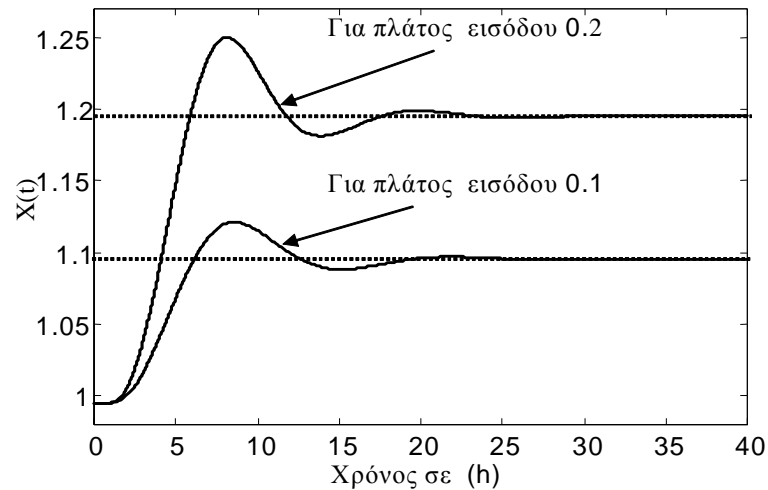
Στο 3^ο κεφάλαιο αναλύθηκε το μοντέλο ενός ασταθούς βιολογικού αντιδραστήρα επεξεργασίας βιομάζας. Σύμφωνα με την ανάλυση αυτή το σύστημα του βιολογικού αντιδραστήρα μπορεί να μοντελοποιηθεί σαν ένα UFOPDT σύστημα. Μάλιστα, όπως δείξαμε στο 3^ο κεφάλαιο η γραμμικοποίηση του συστήματος γύρω από το σημείο ισορροπίας $[X,S]_2=[0.9951, 1.5122]$ δίνει το προσεγγιστικό UFOPDT μοντέλο

$$G_P(s) = \left[\frac{-5.89}{5.86s - 1} \right] \exp(-s) \quad (4.46)$$

Στο σημείο αυτό ισορροπίας ο ρυθμός διάλυσης, που αποτελεί και την είσοδο ελέγχου του συστήματος, πρέπει να είναι $D=0.3h^{-1}$.

Σύστημα			Παράμετροι PD-0F Ελεγκτή		Μετρήσεις και υπολογισμοί								Αναγνωρισμένο Μοντέλο			Αλγόριθμος
<i>K</i>	<i>T</i>	<i>D</i>	K_p	K_I	y_{p1}	y_{m1}	y_{p2}	Δt	τ_e	ζ	σ	ω	<i>K</i>	<i>T</i>	<i>d</i>	
4	4	2.0	0.3968	0.0325	1.6546	0.3898	1.5609	19.3594	3.0802	0.0245	-0.0080	0.3246	4.0022	3.9853	2.0	I
1	1	0.1	1.6667	1.6667	1.5180	0.7314	1.1392	4.5502	0.7089	0.2047	-0.2888	1.3809	1.0000	0.9999	0.1	I
1	1	0.1	5.0616	15.620	1.3297	0.8805	1.0433	1.1966	0.1812	0.3074	-1.6965	5.2511	0.9991	0.9991	0.1	I
3	2	0.4	1.0585	1.0585	1.7061	0.4233	1.4708	3.5848	0.5694	0.0644	-0.1131	1.7527	2.9945	1.9972	0.4	I
3	2	0.4	1.0946	0.9639	1.5659	0.6109	1.2670	3.5665	0.5636	0.1186	-0.2105	1.7617	2.9992	1.9969	0.4	I
1	1	0.8	1.1328	0.0333	1.3621	0.6042	1.3398	11.7900	1.8764	0.0095	-0.0051	0.5329	0.9959	0.9854	0.8	I
4	4	2	0.3779	0.0178	1.2526	0.8692	1.0611	22.1000	3.4342	0.2161	-0.0629	0.2843	4.0003	3.9416	2.0036	II
1	1	0.1	5.6445	21.796	1.4582	0.7584	1.1287	0.9921	0.1547	0.1989	-1.2851	6.3332	1.0000	1.0104	0.1010	II
3	2	0.4	0.9340	0.4753	1.2333	0.9357	1.0177	5.1180	0.7536	0.3796	-0.5037	1.2277	3.0000	2.0013	0.4009	II
1	1	0.8	1.1294	0.0254	1.1683	0.7657	1.1440	11.0631	1.7594	0.1	-0.01	0.5679	1.0000	0.9303	0.8026	II

Πίνακας 4.1. Αριθμητικά αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή των SPRT και LRT μεθόδων αναγνώρισης.



Σχήμα 4.18. Η απόκριση που λαμβάνεται από το πείραμα αναγνώρισης του ασταθούς βιολογικού αντιδραστήρα.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα προσομοίωσης χρησιμοποιούμε τις προτεινόμενες SPRT και LRT μεθόδους αναγνώρισης για την αναγνώριση του UFOPDT μοντέλου του βιολογικού αντιδραστήρα. Και για τα δύο πειράματα αναγνώρισης χρησιμοποιείται PD-OF ελεγκτής με παραμέτρους $K_I = -0.1$ και $K_D = -0.5$.

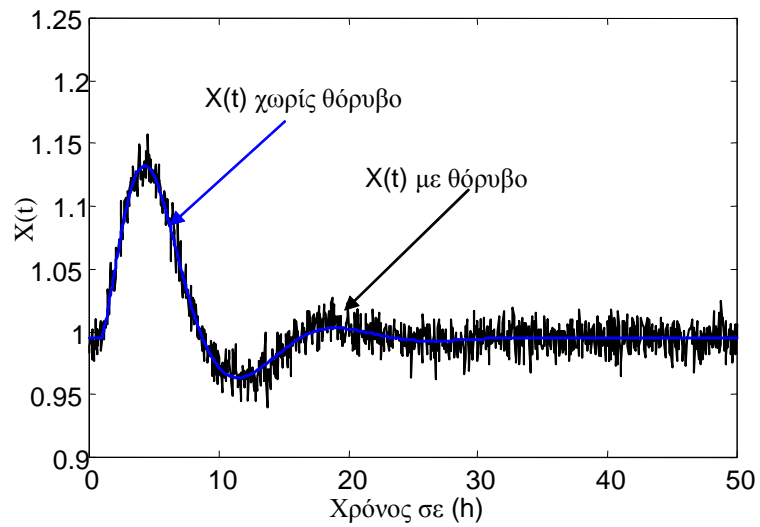
Για την εφαρμογή της SPRT μεθόδου εφαρμόζεται βηματική αλλαγή του σημείου ισορροπίας από 0.9951 σε 1.0951 και λαμβάνεται η έξοδος X (που είναι η συγκέντρωση της εκρέουσας βιομάζας) η οποία παρουσιάζεται στο σχήμα 0.6. Από την απόκριση που προκύπτει λαμβάνονται οι εξής μετρήσεις: α) τα μέγιστα και ελάχιστα της ταλάντωσης $y_{p1} = 1.1211$, $y_{m1} = 1.0883$, $y_{p2} = 1.0969$, β) η μεταβολή της εισόδου στη μόνιμη κατάσταση $u_\infty = 0.0176$ και γ) η περίοδος ταλάντωσης $\Delta t = 13.28$ h.

Από τις παραπάνω μετρήσεις και την εφαρμογή του αλγορίθμου I προκύπτουν: $\tau_e = 1.9311$, $\zeta = 0.4064$, $\sigma = -0.2105$ και $\omega = 0.4731$, ενώ οι παράμετροι του συστήματος που αναγνωρίζονται είναι $K = -5.8081$, $T = 5.2899$ και $d = 1.0$. Το αναγνωρισμένο μοντέλο είναι παρόμοιο με αυτό που προκύπτει από τη γραμμικοποίηση. Αν όμως θεωρήσουμε ότι η μέτρηση της καθυστέρησης χρόνου από το αρχικό τμήμα της απόκρισης γίνεται με 20% σφάλμα (αν δηλαδή μετρηθεί $d = 1.2$), τότε το σύστημα που προκύπτει από την αναγνώριση είναι $K = -8.3087$, $T = 8.4871$ το οποίο διαφέρει σημαντικά από το πραγματικό σύστημα. Επομένως, όπως είχε τονιστεί και στην ανάλυση της μεθόδου, ο αλγόριθμος I είναι εξαιρετικά ευαίσθητος στη μέτρηση της καθυστέρησης χρόνου. Αν γίνει η αναγνώριση χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο II, τότε οι παράμετροι του μοντέλου που αναγνωρίζονται είναι $K = -5.6814$, $T = 5.1246$ και

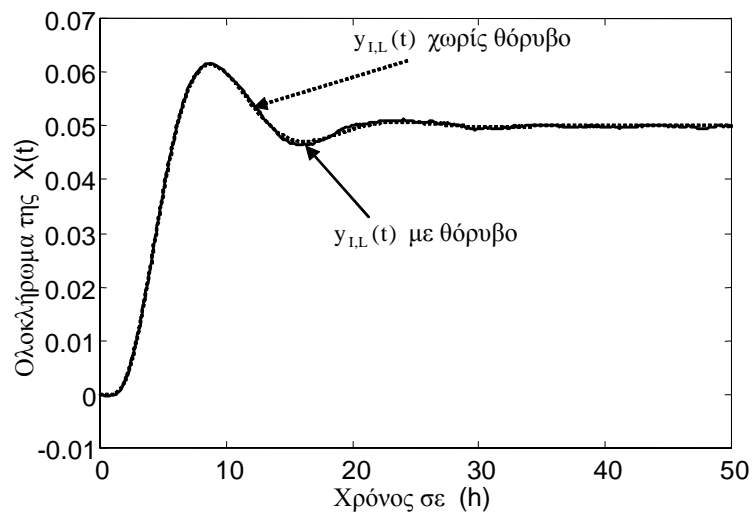
$d = 0.9848$ οι οποίες είναι επίσης πολύ κοντά σε αυτές του γραμμικοποιημένου μοντέλου. Προφανώς ο αλγόριθμος Π δεν επηρεάζεται καθόλου από τη μέτρηση του d και επομένως είναι λιγότερο ευαίσθητος. Αν η παραπάνω διαδικασία επαναληφθεί για μεγαλύτερο πλάτος βηματικής εισόδου οι μη γραμμικότητες του συστήματος επηρεάζουν πιο έντονα την απόκριση που λαμβάνεται και επομένως και τη διαδικασία της αναγνώρισης. Για παράδειγμα αν χρησιμοποιηθεί βηματική είσοδος από 0.9951 σε 1.1951 για το πείραμα (δηλαδή διπλάσια είσοδος από αυτήν που χρησιμοποιήθηκε για το προηγούμενο παράδειγμα) για να μειωθεί ο σηματο-θορυβικός λόγος, τότε με τον αλγόριθμο Π προκύπτει $K = -5.5963$, $T = 4.5533$ και $d = 0.9576$. Η επιδράση της μη γραμμικότητας του συστήματος είναι εμφανής. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι η SPRT μέθοδος βαθμονόμησης πρέπει να χρησιμοποιηθεί για την αναγνώριση του συστήματος στο τελικό σημείο ισορροπίας και όχι για το αρχικό.

Στο επόμενο παράδειγμα υποθέτουμε ότι η μέτρηση της εξόδου του συστήματος περιλαμβάνει θόρυβο με μηδενική μέση τιμή και διασπορά (variance) 0.0002. Επειδή η μέτρηση είναι πολύ θορυβώδης χρησιμοποιείται η RLT μέθοδος αναγνώρισης. Οι αποκρίσεις που προκύπτουν παρουσιάζονται στα σχήματα 4.19α και 4.19β. Από το σχήμα 4.19α είναι φανερό ότι δεν είναι εύκολο να αναγνωριστεί το σύστημα από τις μετρήσεις της εξόδου. Αντιθέτως το ολοκλήρωμα της εξόδου το οποίο παρουσιάζεται στο σχήμα 4.19β είναι πολύ ομαλό σήμα. Οι μετρήσεις που λαμβάνουμε από το $y_{IL}(t)$ είναι : $y_{p_1} = 0.0617$, $y_{p_2} = 0.0509$, $y_{m_1} = 0.0466$, $y_{\infty} = 0.0509$, $\Delta t = 16.09h$ ενώ στη μόνιμη κατάσταση η u_{IL} λαμβάνει την τιμή $u_{IL}(\infty) = 0.0089$. Από τις μετρήσεις αυτές, χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο Π για την αναγνώριση, προκύπτει το USOPDT μοντέλο με παραμέτρους $K = 5.7197$, $T = 6.1236$ και $d = 0.9874$. Αν λάβει κανείς υπόψη το πόσο θορυβώδης είναι η μέτρηση της εξόδου του συστήματος η αναγνώριση είναι εξαιρετικά ακριβής.

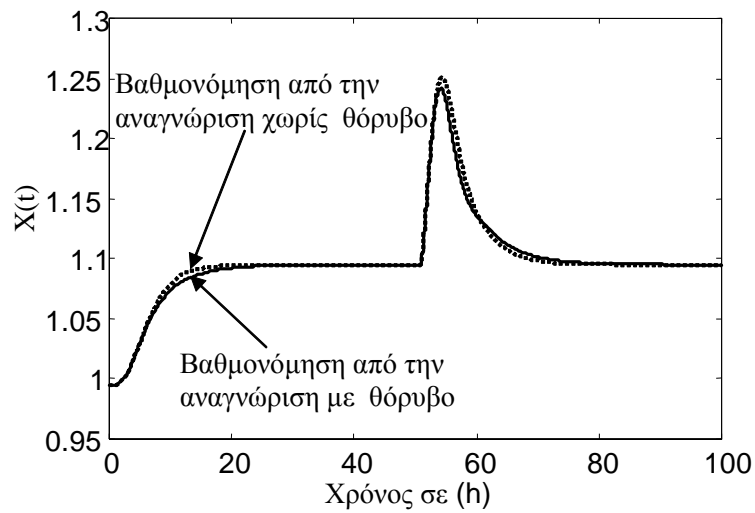
Τέλος η 2^η ΣΠΚ μέθοδος βαθμονόμησης με επιθυμητή σταθερά απόσβεσης $\zeta = 1$, χρησιμοποιήθηκε για την βαθμονόμηση του PD-0F ελεγκτή. Ο ελεγκτής που προκύπτει έχει $K_D = -0.5028$ και $K_I = -0.0480$ όταν χρησιμοποιηθεί το μοντέλο που αναγνωρίστηκε με την SRLT μέθοδο και με πλάτος εισόδου 0.1 και $K_D = -0.5473$, $K_I = -0.0494$ όταν χρησιμοποιηθεί το μοντέλο που αναγνωρίστηκε με την LRT μέθοδο παρουσία θορύβου. Οι αποκρίσεις που προκύπτουν για τους δύο παραπάνω ελεγκτές παρουσιάζονται στο σχήμα 4.20. Είναι προφανές ότι οι δύο αποκρίσεις είναι παρόμοιες, γεγονός που επιβεβαιώνει την ακρίβεια LRT μεθόδου παρουσία θορύβου.



Σχήμα 4.19α. Η απόκριση του $X(t)$ που λαμβάνεται από το LRT πείραμα αναγνώρισης του βιολογικού αντιδραστήρα, με και χωρίς θόρυβο.

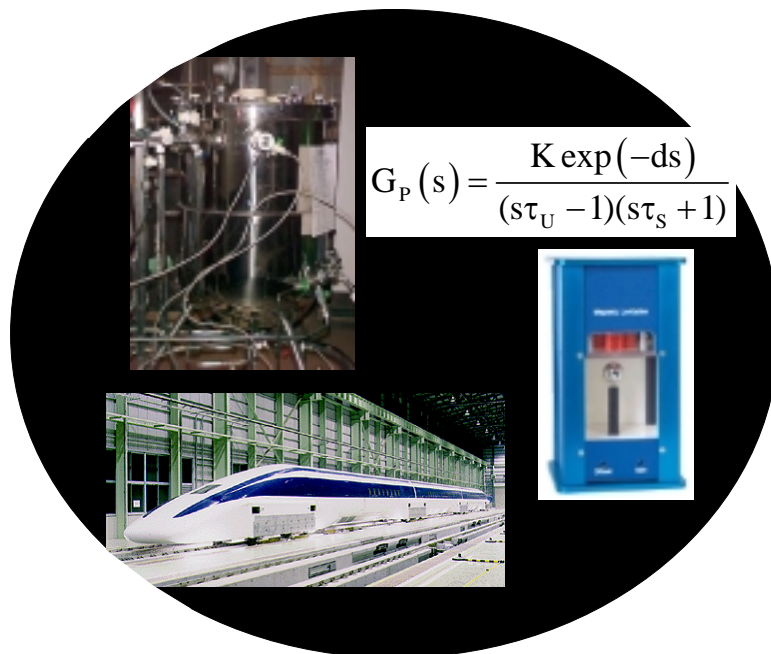


Σχήμα 4.19β. Το ολοκλήρωμα της απόκρισης του $X(t)$ που λαμβάνεται από το LRT πείραμα αναγνώρισης του βιολογικού αντιδραστήρα, με και χωρίς θόρυβο.



Σχήμα 4.20 . Οι βηματικές αποκρίσεις του συστήματος στην περίπτωση ελέγχου παρακολούθησης τροχιάς και ρυθμιστικού ελέγχου όταν χρησιμοποιείται για τη βαθμονόμηση του ελεγκτή το μοντέλο που αναγνωρίζεται με και χωρίς θόρυβο μέτρησης (χρησιμοποιείται η 2^η ΣΠΚ μέθοδος με $\zeta=1$).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5



$$G_P(s) = \frac{K \exp(-ds)}{(s\tau_U - 1)(s\tau_S + 1)}$$

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΓΙΑ
ΑΣΤΑΘΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ
ΧΡΟΝΟΥ**

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

Πολλές διεργασίες και συστήματα που συναντώνται σε διάφορους τομείς της επιστήμης των μηχανικών [28], [70]-[12] παρουσιάζουν ασταθή συμπεριφορά. Τέτοια συστήματα είναι πολλές εξωθερμικές χημικές αντιδράσεις, βιολογικοί αντιδραστήρες, διεργασίες που σχετίζονται με την επεξεργασία αποβλήτων, συστήματα μαγνητικής αιώρησης, μαγνητικά έδρανα κ.λ.π. Στις περισσότερες περιπτώσεις η αστάθεια προέρχεται από τη μη γραμμική συμπεριφορά που παρουσιάζουν τα συστήματα αυτά (π.χ. διαθέτουν περισσότερα του ενός σημεία ισορροπίας, κάποια ασταθή). Για την μοντελοποίηση της δυναμικής ανοικτού βρόχου τέτοιων συστημάτων και για να είναι δυνατή η σχεδίαση γραμμικών ελεγκτών, πολλά από αυτά τα συστήματα μπορεί να περιγραφούν με αρκετή ακρίβεια από ασταθείς συναρτήσεις μεταφοράς ([5], [6], [12] κ.λ.π.). Από τα πιο ευρέως χρησιμοποιούμενα μοντέλα (εκτός από τα UFOPDT μοντέλα) είναι και τα δεύτερης τάξης ασταθή με καθυστέρηση (second order plus dead-time transfer function models ή USOPDT). Η καθυστέρηση χρόνου και σε αυτά τα μοντέλα χρησιμοποιείται για να περιγράψει τη μη μοντελοποιημένη δυναμική του συστήματος.

Σε αντίθεση με τα UFOPDT συστήματα για τα οποία έχει δοθεί μεγάλη έμφαση και το μεγαλύτερο μέρος της βιβλιογραφίας που αφορά ασταθή συστήματα αναφέρεται σε αυτό το μοντέλο, για τα USOPDT συστήματα δεν υπάρχουν εκτενείς βιβλιογραφικές αναφορές [33], [75], [76], [66]. Συνήθως για τη σχεδίαση ελεγκτών για USOPDT συστήματα, τα συστήματα αυτά απλοποιούνται περαιτέρω είτε σε δεύτερης τάξης χωρίς καθυστέρηση χρόνου (όταν η καθυστέρηση είναι μικρή), είτε σε UFOPDT μοντέλα [15], [28], [66]. Αυτή η προσέγγιση δεν είναι δυνατή όταν η καθυστέρηση χρόνου και η ευσταθής σταθερά χρόνου του συστήματος είναι 'σημαντικές'. Για το λόγο αυτό υπάρχει ανάγκη για την ανάπτυξη νέων τεχνικών βαθμονόμησης που να είναι κατάλληλες για τα USOPDT συστήματα.

Όπως έγινε και στην περίπτωση των UFOPDT συστημάτων, στο πρώτο μέρος του παρόντος κεφαλαίου παρουσιάζεται μία εμπειριστατωμένη ανάλυση των USOPDT συστημάτων όταν αυτά ελέγχονται από PID ελεγκτές. Η ανάλυση αυτή δείχνει την επίδραση των τριών όρων του ελεγκτή στο κλειστό σύστημα. Επίσης από την ανάλυση αυτή προκύπτουν και η περιοχή τιμών που μπορούν να λάβουν οι παράμετροι του ελεγκτή. Στην ειδική περίπτωση όπου ο διαφορικός όρος του ελεγκτή επιλεγεί ίσος με την ευσταθή σταθερά χρόνου του συστήματος, τότε όπως αποδεικνύεται στην συνέχεια ένα USOPDT σύστημα ελεγχόμενο από PID ελεγκτή είναι ισοδύναμο με ένα UFOPDT

σύστημα ελεγχόμενο από PI ελεγκτή. Για την ειδική αυτή περίπτωση μπορούν να υπολογιστούν με αναλυτικές σχέσεις οι κρίσιμες συχνότητες, τα περιθώρια φάσης και κέρδους καθώς και οι επιτρεπτές τιμές των παραμέτρων του PID ελεγκτή.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου προτείνονται νέες τεχνικές βαθμονόμησης για τον PID ελεγκτή. Οι μέθοδοι αυτές μπορούν να εφαρμοστούν σε όλους του τύπους PID ελεγκτών που παρουσιάστηκαν στο 2^ο κεφάλαιο, δηλαδή τον PID, τον PDF και τον P-PID ελεγκτή.

Σε πρώτη φάση παρουσιάζονται τεχνικές που βασίζονται σε προδιαγραφές απόκρισης του κλειστού συστήματος. Οι προδιαγραφές που χρησιμοποιούνται για τη σχεδίαση των μεθόδων συμμετρικού περιθωρίου κέρδους και μεγίστου περιθωρίου φάσης, βασίζονται στα χαρακτηριστικά της απόκρισης συστήματος δεύτερης τάξης και στην ελαχιστοποίηση ευρέως χρησιμοποιούμενων ολοκληρωτικών κριτηρίων.

Για τα USOPDT συστήματα παρουσιάζεται και μία εναλλακτική μεθοδολογία σχεδίασης που βασίζεται στον υπολογισμό των επικρατούντων πόλων του κλειστού συστήματος. Για την περιγραφή του κλειστού συστήματος στη μορφή πόλων μηδενικών, ο εκθετικός όρος της συνάρτησης μεταφοράς που περιγράφει την καθυστέρηση χρόνου αντικαθίσταται από άπειρο αριθμό κατάλληλων πόλων. Όπως αποδεικνύετε, μόνο ένας από αυτούς τους άπειρους πόλους επηρεάζει τη μορφή της απόκρισης του κλειστού συστήματος, ενώ οι υπόλοιποι πόλοι συνεισφέρουν μόνο στην καθυστέρηση χρόνου. Με βάση αυτήν την ιδιότητα, η ανάπτυξη των προτεινόμενων μεθόδων βασίζεται στο γεγονός ότι η καθυστερημένη απόκριση ενός τρίτης τάξης συστήματος, με πόλους ίδιους με τους τρεις επικρατούντες πόλους του κλειστού USOPDT συστήματος, ταυτίζεται με την απόκριση του κλειστού USOPDT συστήματος. Η παραπάνω μεθοδολογία δίνει για πρώτη φορά την απόκριση ενός ασταθούς συστήματος με καθυστέρηση χρόνου σε αναλυτική μορφή γεγονός που την καθιστά ένα πολύ ισχυρό εργαλείο για τη σχεδίαση ελεγκτών για ασταθή συστήματα με καθυστέρηση χρόνου. Για να είναι δυνατή η εφαρμογή των μεθόδων που βασίζονται στους επικρατούντες πόλους σε πραγματικό χρόνο, η λύση του προβλήματος σχεδίασης υπολογίζεται για όλα τα USOPDT συστήματα και στη συνέχεια αναπτύσσονται προσεγγιστικές λύσεις.

Για τη σχεδίαση PID ελεγκτών με βάση προδιαγραφές ευρωστίας και συγκεκριμένα με βάση τα περιθώρια κέρδους και φάσης του κλειστού συστήματος προτείνονται νέες τεχνικές βαθμονόμησης που επιστρέφουν τον ελεγκτή που ικανοποιεί ακριβώς τις προδιαγραφές αυτές. Λόγω του γεγονότος ότι η συνάρτηση μεταφοράς ενός USOPDT συστήματος περιλαμβάνει και όρο καθυστέρησης χρόνου, για την εφαρμογή των προτεινόμενων μεθόδων απαιτείται η χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων. Για την ειδική

περίπτωση όπου ο διαφορικός όρος του ελεγκτή προ-επιλέγεται ίσος με την ευσταθή σταθερά χρόνου, οι προτεινόμενες μέθοδοι μπορούν να εφαρμοστούν απευθείας με τη χρήση κατάλληλων προσεγγιστικών σχέσεων που αναπτύχθηκαν για τα UFOPDT συστήματα. Κάνοντας χρήση αυτών των προσεγγίσεων οι μέθοδοι αυτές μπορούν πολύ εύκολα να εφαρμοστούν σε πραγματικό χρόνο.

Λόγω της ασταθούς συμπεριφοράς των USOPDT συστημάτων, ο μόνος τρόπος για την αναγνώριση των παραμέτρων του μοντέλου αυτού είναι η χρήση μεθόδων αναγνώρισης κλειστού βρόχου. Στην εργασία [66] προτείνεται μία τεχνική αναγνώρισης που χρησιμοποιεί το κλασικό σχήμα του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης. Λόγω του ότι το USOPDT μοντέλο διαθέτει τέσσερις παραμέτρους είναι αναγκαία η εφαρμογή δύο πειραμάτων. Για να προκύψουν ανεξάρτητες μετρήσεις στο δεύτερο πείραμα προστίθεται στο κλειστό βρόχο επιπλέον καθυστέρηση χρόνου. Παρόλο που για την εφαρμογή αυτής της μεθόδου δεν είναι απαραίτητη καμία απριόρι γνώση για το σύστημα, πρακτικά δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε συστήματα με μεγάλη καθυστέρηση χρόνου ή μεγάλη ευσταθή σταθερά χρόνου. Στο κεφάλαιο αυτό προτείνεται μία εναλλακτική μέθοδος αναγνώρισης η οποία βασίζεται σε τροποποιημένο σχήμα ελέγχου διακοπτικής ανατροφοδότησης. Η μέθοδος αυτή απαιτεί την αρχική εκτίμηση του κένδρου ενός διαφορικού ελεγκτή ώστε το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης να δίνει συντηρούμενες ταλαντώσεις.

Οι προτεινόμενες μέθοδοι βαθμονόμησης χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο ενός πειραματικού συστήματος μαγνητικής αιώρησης (magnetic levitation system). Τα συστήματα μαγνητικής αιώρησης χρησιμοποιούνται ευρέως σε διάφορους τομείς της επιστήμης των μηχανικών όπως είναι τα μαγνητικά έδρανα (magnetic bearings), τα οποία παρουσιάζουν σχεδόν μηδενικές απώλειες και βρίσκουν εφαρμογή στον έλεγχο προσανατολισμού δορυφόρων, τα υπερταχεία επιβατικά τρένα, η αιώρηση μοντέλων σε θαλάμους προσομοίωσης του ανέμου (wind tunnel), τα συστήματα απομόνωσης κραδασμών σε εξαιρετικά ευαίσθητες συσκευές (vibration isolation), η αιώρηση τηγμένων μετάλλων σε επαγωγικούς φούρνους κ.λ.π. Τα συστήματα μαγνητικής αιώρησης παρουσιάζουν μη γραμμική και ασταθή συμπεριφορά [70]. Το εργαστηριακό σύστημα που χρησιμοποιείται για την εφαρμογή των προτεινόμενων μεθόδων βαθμονόμησης είναι ενός βαθμού ελευθερίας και εξισορροπεί τη δύναμη της βαρύτητας, (gravity-biased one degree of freedom magnetic levitation system). Για την εφαρμογή των προτεινόμενων μεθόδων η δυναμική συμπεριφορά του ηλεκτρομαγνήτη και των φίλτρων που χρησιμοποιούνται για τη μείωση του θορύβου μέτρησης μοντελοποιούνται

σαν καθυστέρηση χρόνου του USOPDT μοντέλου. Τα πειραματικά αποτελέσματα που παρουσιάζονται επιβεβαιώνουν τα θεωρητικά αποτελέσματα.

5.2. ΑΝΑΛΥΣΗ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Τα ασταθή συστήματα δεύτερης τάξης με καθυστέρηση χρόνου περιγράφονται από τη συνάρτηση μεταφοράς

$$G_p(s) = \frac{\bar{K} \exp(-\bar{d}s)}{(\bar{\tau}_s s + 1)(\bar{\tau}_U s - 1)} \quad (5.1)$$

όπου \bar{K} , \bar{d} , $\bar{\tau}_s$ και $\bar{\tau}_U$ είναι το κέρδος, η καθυστέρηση χρόνου, η ευσταθής και η ασταθής σταθερά χρόνου του συστήματος αντίστοιχα. Όπως έγινε και στην περίπτωση των UFOPDT συστημάτων, για να διευκολυνθεί η ανάλυση που ακολουθεί, αλλά και για την ευκολότερη γενίκευση των αποτελεσμάτων του κεφαλαίου αυτού, όλες οι παράμετροι του συστήματος και του ελεγκτή στη συνέχεια θα παρουσιάζονται κανονικοποιημένα ως προς την ασταθή σταθερά χρόνου του συστήματος $\bar{\tau}_U$ και το κέρδος του συστήματος \bar{K} . Τα κανονικοποιημένα μεγέθη παρουσιάζονται στον πίνακα 5.1.

Η συνάρτηση μεταφοράς του κανονικοποιημένου USOPDT συστήματος, σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα, γίνεται

$$G_p(s) = \frac{\exp(-ds)}{(\tau_s s + 1)(s - 1)} \quad (5.2)$$

Αρχικές παράμετροι	Κανονικοποιημένες παράμετροι	Αρχικές παράμετροι	Κανονικοποιημένες παράμετροι
$\bar{\tau}_U$	$\tau_U (=1)$	$\bar{\tau}_I$	$\tau_I = \bar{\tau}_I / \bar{\tau}_U$
\bar{d}	$d = \bar{d} / \bar{\tau}_U$	$\bar{\tau}_D$	$\tau_D = \bar{\tau}_D / \bar{\tau}_U$
$\bar{\tau}_s$	$\tau_s = \bar{\tau}_s / \bar{\tau}_U$	\bar{K}	$K (=1)$
$\bar{\omega}$	$\omega = \bar{\omega} \bar{\tau}_U$	\bar{K}_C	$K_C = \bar{K} \bar{K}_C$

Πίνακας 5.1 Οι αρχικές παράμετροι του συστήματος και του ελεγκτή και οι αντίστοιχες κανονικοποιημένες παράμετροι.

5.2.1 Γενικά χαρακτηριστικά των USOPDT συστημάτων

Θεωρούμε τον PID ελεγκτή στην εν σειρά μορφή του με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_{\text{PID}}(s) = K_C \frac{(s\tau_I + 1)(1 + s\tau_D)}{s\tau_I} \quad (5.3)$$

Με βάση τις (5.2) και (5.3) η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου ενός USOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή είναι

$$G_{\text{L,PID}}(s) = \frac{K_C (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_I s (s - 1)(\tau_S s + 1)} \exp(-ds) \quad (5.4)$$

Παρατήρηση 5.1. Από τη συνάρτηση μεταφοράς βρόχου του USOPDT συστήματος που δίνεται από τη σχέση (5.4) μπορεί εύκολα να διαπιστώσει κανείς ότι αν η σταθερά χρόνου διαφορίσης τ_D επιλεγεί ίση με την ευσταθή σταθερά χρόνου του συστήματος τ_S (δηλαδή $\tau_D = \tau_S$), τότε η (5.4) απλοποιείται στην

$$G_{\text{L,PID}}(s) = \frac{K_C (\tau_I s + 1)}{\tau_I s (s - 1)} \exp(-ds) \quad (5.5)$$

η οποία είναι η ίδια με τη συνάρτηση μεταφοράς βρόχου ενός UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PI ελεγκτή. Επομένως αν επιλέξουμε $\tau_D = \tau_S$, τότε όλη η ανάλυση που παρουσιάστηκε στο 3^ο κεφάλαιο για τα UFOPDT συστήματα και για την ειδική περίπτωση του PI ελεγκτή ισχύει και για τα USOPDT συστήματα, ενώ οι αντίστοιχες μέθοδοι βαθμονόμησης του PI ελεγκτή μπορούν να εφαρμοστούν απευθείας στα USOPDT συστήματα.

Παρατήρηση 5.2. Αν η ευσταθής σταθερά χρόνου τ_S του συστήματος είναι πολύ μικρή (σε σύγκριση με την ασταθή σταθερά χρόνου), τότε χρησιμοποιώντας την προσέγγιση $(s\tau_S + 1) \approx \exp(s\tau_S)$ η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου $G_{\text{L,PID}}$ στην (5.4) προσεγγίζεται από την

$$G_{\text{L,PID}}(s) \approx \left[\frac{K_C (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_I s (s - 1)} \right] \left[\frac{\exp(-ds)}{\exp(s\tau_S)} \right]$$

ή ισοδύναμα

$$G_{\text{L,PID}}(s) \approx \left[\frac{K_C (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_I s (s - 1)} \right] \exp[-(d + \tau_S)s] \quad (5.6)$$

Επομένως στην περίπτωση που $\tau_S \ll 1$ το USOPDT σύστημα μπορεί για ευκολία να προσεγγιστεί με ένα UFOPDT σύστημα με καθυστέρηση χρόνου μεγαλύτερη κατά τ_S . □

Παρατήρηση 5.3. Αν η καθυστέρηση χρόνου d του συστήματος είναι πολύ μικρότερη της ευσταθούς σταθεράς χρόνου τ_S (δηλαδή $\tau_S \gg d$), τότε χρησιμοποιώντας την

προσέγγιση $\exp(-ds)=1/\exp(ds)\approx 1/(ds+1)$, η $G_{L,PID}$ στην (5.4) προσεγγίζεται από την

$$G_{L,PID}(s) \approx \left[\frac{K_C (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_I s (s - 1)} \right] \left[\frac{1}{(\tau_S s + 1)(ds + 1)} \right] \quad (5.7)$$

Αν το κλειστό σύστημα σχεδιαστεί αρκετά αργό (π.χ. οι πόλοι του κλειστού συστήματος να είναι 5 φορές μικρότεροι από την τιμή του $1/d$), τότε

$$(\tau_S s + 1)(ds + 1) = 1 + (\tau_S + d)s + (\tau_S d)s^2 \approx 1 + (\tau_S + d)s$$

αφού $(\tau_S d)s^2 \ll 1$. Με αυτή την προσέγγιση η (5.7) γίνεται

$$G_{L,PID}(s) \approx \left[\frac{K_C (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_I s [(\tau_S + d)s + 1](s - 1)} \right] \quad (5.8)$$

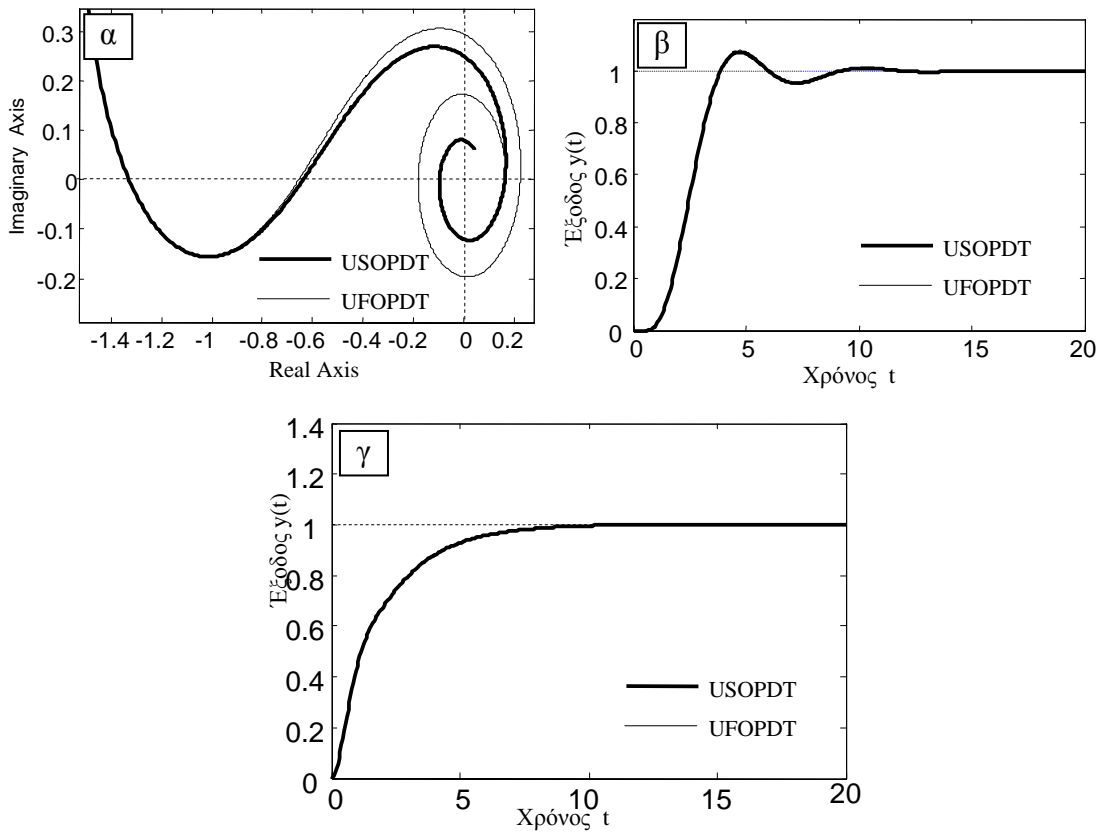
Επομένως στην περίπτωση αυτή το USOPDT σύστημα μπορεί για ευκολία να προσεγγιστεί με ένα ασταθές σύστημα δεύτερης τάξης χωρίς καθυστέρηση χρόνου.

Στο σχήμα 5.1 παρουσιάζονται χαρακτηριστικά παραδείγματα που δείχνουν την ακρίβεια των παραπάνω προσεγγίσεων, τόσο στο πεδίο του χρόνου, όσο και στο πεδίο της συχνότητας. Συγκεκριμένα στα σχήματα 5.1α και 5.1β παρουσιάζονται τα πολικά διαγράμματα και η βηματική απόκριση του κλειστού βρόχου αντίστοιχα, για ένα USOPDT σύστημα με $\tau_S=0.1$ και $d=0.5$ και για ένα UFOPDT σύστημα με $d=0.6$, χρησιμοποιώντας τον ίδιο PID ελεγκτή. Από τα σχήματα αυτά είναι προφανές ότι η συμπεριφορά των δύο συστημάτων είναι παρόμοια ενώ οι δύο χρονικές αποκρίσεις δεν είναι εύκολο να διακριθούν. Ομοίως στο σχήματα 5.1γ παρουσιάζεται η απόκριση ενός USOPDT συστήματος με $\tau_S=10$ και $d=0.2$ και ενός ασταθούς συστήματος δεύτερης τάξης χωρίς καθυστέρηση χρόνου και με $\tau_S=10.2$. Και σε αυτήν την περίπτωση οι αποκρίσεις είναι σχεδόν ταυτόσημες. Σημειώνεται ότι η παρατήρηση 5.3 δεν πρέπει να χρησιμοποιείται για το σχεδιασμό του ελεγκτή με βάση κριτήρια ευρωστίας αφού είναι προφανές ότι το αυξητικό κρίσιμο κέρδος του συστήματος χωρίς καθυστέρηση είναι άπειρο.

Βασίζόμενοι στην (5.4), η φάση και το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου ενός UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή δίνονται από τις σχέσεις

$$\varphi_{L,PID}(\omega) = -\frac{3\pi}{2} - d\omega + \tan^{-1}(\omega) - \tan^{-1}(\tau_S \omega) + \tan^{-1}(\tau_I \omega) + \tan^{-1}(\tau_D \omega) \quad (5.9)$$

$$A_{L,PID}(\omega) \equiv |G_{L,PID}(j\omega)| = K_C \frac{\sqrt{(1 + \tau_I^2 \omega^2)(1 + \tau_D^2 \omega^2)}}{\sqrt{(1 + \omega^2)(1 + \tau_D^2 \omega^2)}} \frac{1}{\tau_I \omega} \quad (5.10)$$

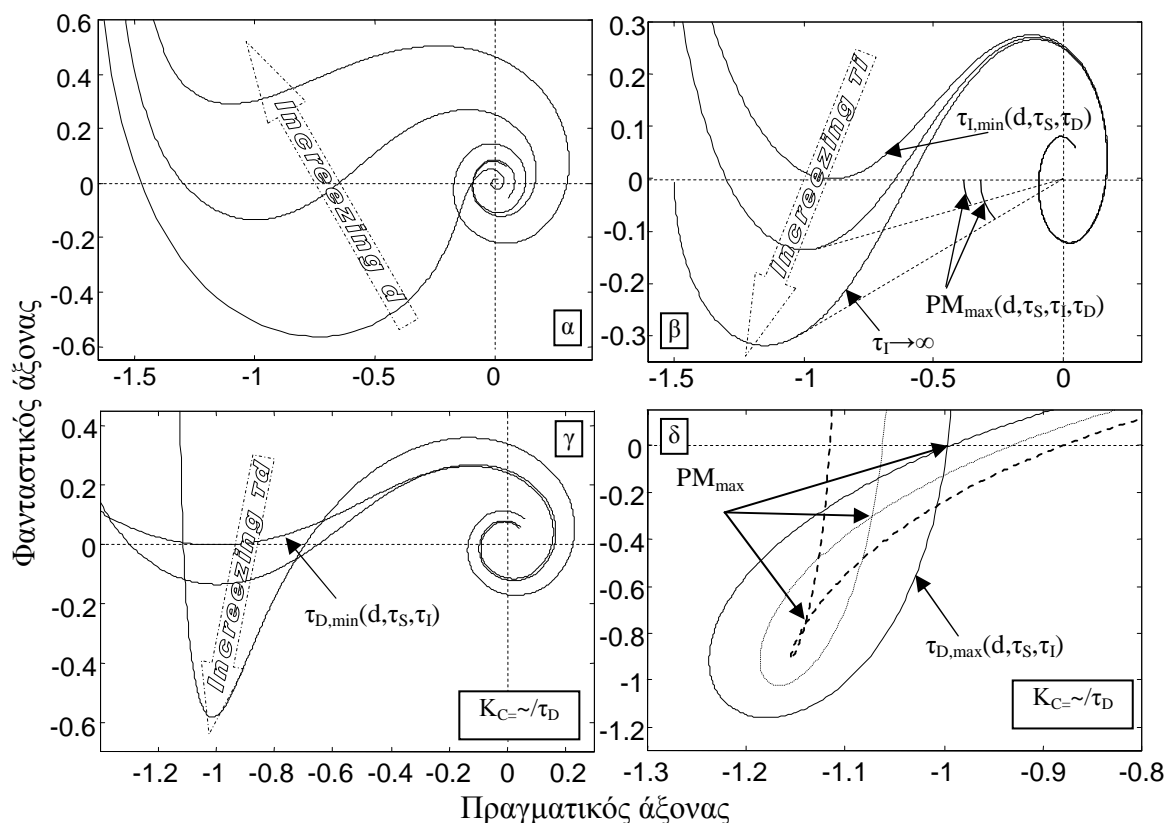


Σχήμα 5.1. : Χαρακτηριστικά παραδείγματα αποκρίσεων: α) διαγράμματα Nyquist, β) βηματική απόκριση ενός USOPDT συστήματος με $\tau_s=0.1$ και $d=0.5$ και για ένα UFOPDT σύστημα με $d=0.6$ χρησιμοποιώντας τον ίδιο PID ελεγκτή και γ) η βηματική απόκριση ενός USOPDT συστήματος με $\tau_s=10$ και $d=0.2$ και ενός ασταθούς συστήματος δεύτερης τάξης χωρίς καθυστέρηση χρόνου και με $\tau_s=10.2$.

αντίστοιχα. Για να γίνει καλύτερα κατανοητή η επίδραση των διαφόρων παραμέτρων του συστήματος και του ελεγκτή στην ευρωστία του κλειστού συστήματος στο σχήμα 5.2 παρουσιάζονται τα πολικά διαγράμματα της $G_{L,PID}$ για διάφορες τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή και του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα στο σχήμα 5.2α φαίνεται η επίδραση που έχει στο διάγραμμα Nyquist η αύξηση της καθυστέρησης χρόνου d . Όπως συνέβαινε και στα UFOPDT συστήματα (και όπως συμβαίνει πρακτικά σε όλα τα συστήματα με καθυστέρηση χρόνου) όσο αυξάνεται η καθυστέρηση χρόνου, τόσο λιγότερο εύρωστο γίνεται το κλειστό σύστημα. Ομοίως στα σχήματα 5.2β και 5.2γ φαίνεται η επίδραση στο σύστημα της αύξησης της σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης τ_i και η σταθερά χρόνου διαφορίσης τ_D του ελεγκτή αντίστοιχα. Και στην περίπτωση αυτή η συμπεριφορά είναι αντίστοιχη με αυτήν ενός UFOPDT συστήματος. Όμως σε αντίθεση με τη συμπεριφορά των UFOPDT συστημάτων (βλέπε σχήμα 3.1γ), καθώς αυξάνεται το

τ_D πέραν κάποιου ορίου, το πολικό διάγραμμα ‘διπλώνει’ (δηλαδή η συνάρτηση κέρδους $A_{L,PID}$ δεν είναι πλέον γνησίως αύξουσα ως προς τη συχνότητα ω , βλέπε σχήμα 5.2δ) και αρχίζουν να μειώνονται απότομα τόσο τα περιθώρια κέρδους, όσο και το περιθώριο φάσης. Στην περίπτωση αυτή το μέγιστο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί (με την κατάλληλη επιλογή της ενίσχυσης K_C) δεν προκύπτει από το σημείο που μεγιστοποιείται η φάση αλλά από τον κόμβο που δημιουργείται λόγω της αναδίπλωσης. Βέβαια λόγω του ότι η περιοχή ευστάθειας μειώνεται σημαντικά για μεγάλες τιμές του τ_D (αλλά και για λόγους ενίσχυσης του θορύβου) είναι σκόπιμο να μην επιλέγεται μεγάλη τιμή για το τ_D . Τέλος, όπως και στην περίπτωση των USOPDT συστημάτων, η μέγιστη τιμή $\tau_{D,max}$ που μπορεί να λάβει το τ_D και το σύστημα να παραμένει ευσταθοποίησιμο, είναι εκείνη για την οποία τα δύο σημεία τομής με τον άξονα των πραγματικών ταυτίζονται μεταξύ τους.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις θα αποτελέσουν τα βασικά εργαλεία για τη σχεδίαση των PID ελεγκτών.



Σχήμα 5.2. Πολικά διαγράμματα της $G_{L,PID}(s)$ για διάφορες τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή και του συστήματος: α) καθώς μεταβάλλεται το d , β) καθώς μεταβάλλεται το τ_I , γ) και δ) καθώς μεταβάλλεται το τ_D .

5.2.2 Υπολογισμός χαρακτηριστικών σημείων του διαγράμματος Nyquist

Οι δύο κρίσιμες συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} προκύπτουν από τη λύση της εξίσωσης $\varphi_{L,PID}(\omega)=-\pi$ ως προς ω , ή ισοδύναμα από την λύση της

$$-\frac{\pi}{2}-d\omega_c + \tan^{-1}(\omega_c) - \tan^{-1}(\tau_s\omega_c) + \tan^{-1}(\tau_I\omega_c) + \tan^{-1}(\tau_D\omega_c) = 0 \quad (5.11)$$

όταν η συνάρτηση $\tan^{-1}(x)$ λαμβάνει τιμές στο διάστημα $(0,\pi)$. Όπως φαίνεται και από το σχήμα 5.2β, σημεία τομής υπάρχουν μόνο όταν το τ_I είναι μεγαλύτερο από κάποια κρίσιμη τιμή $\tau_{I,\min}(d,\tau_s,\tau_D)$. Στην περίπτωση αυτή τα δύο κρίσιμα κέρδη του συστήματος δίνονται από τις σχέσεις

$$K_{\min} = \frac{\sqrt{1+(\omega_{\min})^2}}{\sqrt{1+(\tau_I\omega_{\min})^2}\sqrt{1+(\tau_D\omega_{\min})^2}}(\tau_I\omega_{\min}) \quad (5.12)$$

και

$$K_{\max} = \frac{\sqrt{1+(\omega_{\max})^2}}{\sqrt{1+(\tau_I\omega_{\max})^2}\sqrt{1+(\tau_D\omega_{\max})^2}}(\tau_I\omega_{\max}) \quad (5.13)$$

Προφανώς για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές θα πρέπει $K_{\min} < K_C < K_{\max}$.

Στην περιοχή τιμών του τ_D στην οποία το διάγραμμα Nyquist δεν ‘διπλώνει’, η συχνότητα ω_p στην οποία παρουσιάζεται το μέγιστο της φάσης $\varphi_{L,\max}$ μπορεί να υπολογιστεί από τη λύση της εξίσωσης

$$\left. \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_p} = 0$$

ή ισοδύναμα, κάνοντας χρήση της (5.9), από τη λύση της

$$-d + \frac{1}{1+\omega_p^2} - \frac{\tau_s}{1+\tau_s^2\omega_p^2} + \frac{\tau_I}{1+\tau_I^2\omega_p^2} + \frac{\tau_D}{1+\tau_D^2\omega_p^2} = 0 \quad (5.14)$$

Η (5.14) καταλήγει στην τέταρτης τάξης γραμμική εξίσωση

$$\alpha_4\omega_p^8 + \alpha_3\omega_p^6 + \alpha_2\omega_p^4 + \alpha_1\omega_p^2 + \alpha_0 = 0 \quad (5.15)$$

όπου

$$\alpha_4 = -d\tau_I^2\tau_D^2\tau_s^2,$$

$$\alpha_3 = \tau_I^2\tau_D^2\tau_s^2 + \tau_I\tau_D^2\tau_s^2 + \tau_D\tau_I^2\tau_s^2 - [(d\tau_I^2 + d)\tau_D^2 + d\tau_I^2]\tau_s^2 - d\tau_I^2\tau_D^2 - \tau_s\tau_I^2\tau_D^2,$$

$$\alpha_2 = (\tau_D^2 + \tau_I^2)\tau_s^2 + \tau_I^2\tau_D^2 + (\tau_I\tau_D^2 + \tau_I)\tau_s^2 + \tau_I\tau_D^2 + (\tau_D\tau_I^2 + \tau_D)\tau_s^2 + \tau_D\tau_I^2 - (\tau_s\tau_I^2 + \tau_s)\tau_D^2 - \tau_s\tau_I^2 - d(\tau_D^2 + \tau_I^2 + 1)\tau_s^2 - d(\tau_I^2 + 1)\tau_D^2 - d\tau_I^2$$

$$\alpha_1 = \tau_s^2 + \tau_D^2 + \tau_I^2 + \tau_I\tau_s^2 + \tau_I\tau_D^2 + \tau_I + \tau_D\tau_s^2 + \tau_D\tau_I^2 + \tau_D - d\tau_s^2 - d\tau_D^2 - d\tau_I^2 - d - \tau_s\tau_D^2 - \tau_s\tau_I^2 - \tau_s$$

$$\alpha_0 = 1 - d - \tau_s + \tau_I + \tau_D$$

η οποία έχει πάντα μία μόνο αποδεκτή ρίζα η οποία είναι πραγματική και θετική.

5.2.3 Ανάλυση του περιθωρίου φάσης για USOPDT συστήματα

Το περιθώριο φάσης PM ενός USOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή δίνεται από τη σχέση

$$PM = -\frac{\pi}{2} - d\omega_G - \tan^{-1}(\tau_S\omega_G) + \tan^{-1}(\omega_G) + \tan^{-1}(\tau_I\omega_G) + \tan^{-1}(\tau_D\omega_G) \quad (5.16)$$

όπου ω_G είναι η συχνότητα μοναδιαίου κέρδους η οποία κάνοντας χρήση της (5.10) δίνεται από τη μέγιστη θετική και πραγματική ρίζα της εξίσωσης

$$-\omega_G^6 \tau_I^2 \tau_S^2 + \omega_G^4 [K_C^2 \tau_I^2 \tau_D^2 - \tau_I^2 \tau_S^2 - \tau_I^2] + \omega_G^2 [K_C^2 (\tau_I^2 + \tau_D^2) - \tau_I^2] + K_C^2 = 0 \quad (5.17)$$

Για τις τιμές του τ_D για τις οποίες το διάγραμμα Nyquist δεν διπλώνει (που είναι και η περιοχή τιμών που μας ενδιαφέρει) το μεγαλύτερο περιθώριο φάσης, για δεδομένα d , τ_S τ_I και τ_D , επιτυγχάνεται όταν $\omega_G = \omega_p$, ή ισοδύναμα από την (5.10) όταν

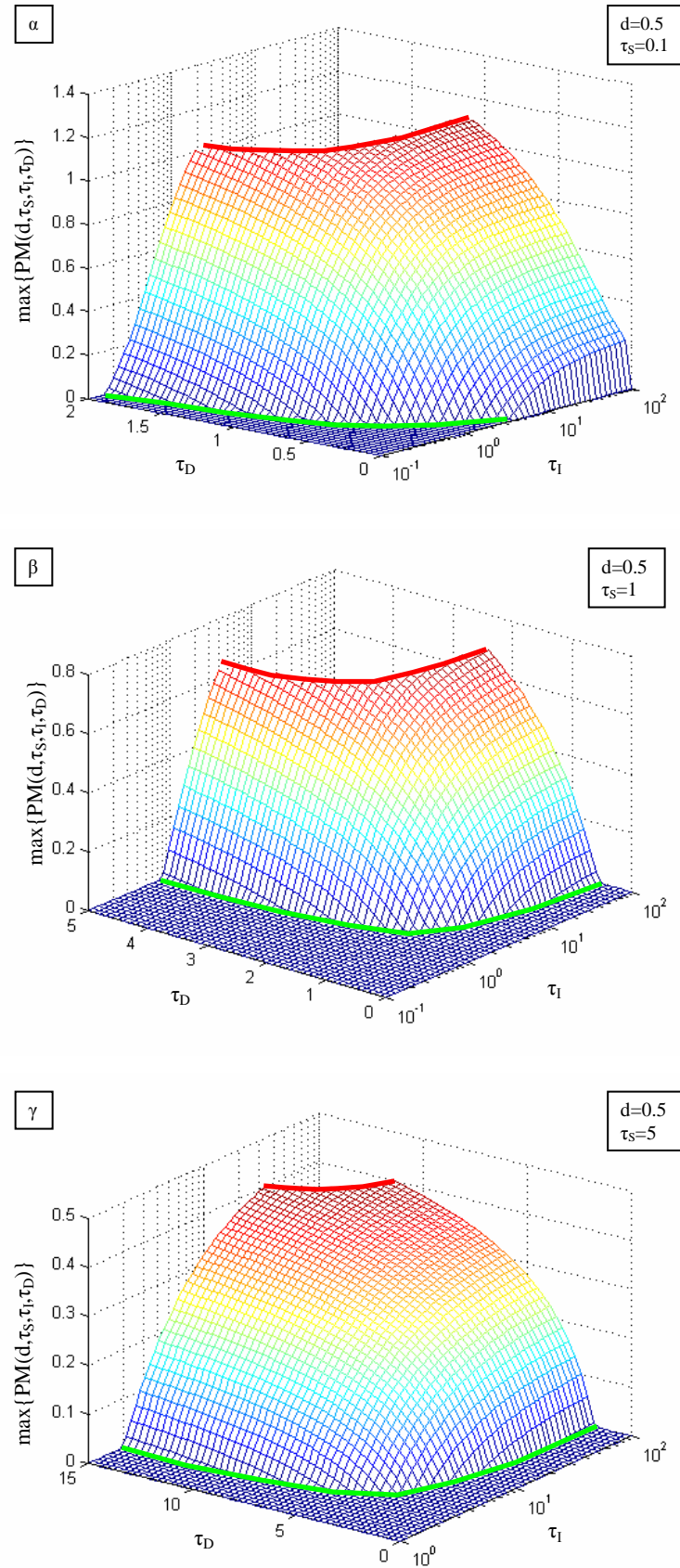
$$K_C = \tau_I \omega_p \sqrt{\frac{(1 + \omega_p^2)(1 + \tau_S^2 \omega_p^2)}{(1 + \tau_I^2 \omega_p^2)(1 + \tau_D^2 \omega_p^2)}} \quad (5.18)$$

Στην περίπτωση αυτή το περιθώριο φάσης είναι

$$PM = -\frac{\pi}{2} - d\omega_p - \tan^{-1}(\tau_S\omega_p) + \tan^{-1}(\omega_p) + \tan^{-1}(\tau_I\omega_p) + \tan^{-1}(\tau_D\omega_p) \quad (5.19)$$

όπου η συχνότητα ω_p δίνεται από τη λύση της (5.15). Στο σχήμα 5.3 παρουσιάζεται το μέγιστο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί από τρία χαρακτηριστικά συστήματα με $d=0.5$ και $\tau_S=0.1$, $\tau_S=1$ και $\tau_S=5$ συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D .

Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό ότι το $\max\{PM(d, \tau_S, \tau_I, \tau_D)\}$ είναι αύξουσα συνάρτηση τόσο ως προς το τ_I όσο και ως προς το τ_D . Η πράσινη καμπύλη στη βάση της επιφάνειας η οποία περιφράσσεται από τη λύση της εξίσωσης $PM(d, \tau_S, \tau_I, \tau_D)=0$ δείχνει τη μικρότερη τιμή του τ_I για την οποία το σύστημα είναι ευσταθοποιήσιμο, δηλαδή το $\tau_{I, \min}$. Επίσης, η κόκκινη καμπύλη στην κορυφή της επιφάνειας, δείχνει τη μέγιστη τιμή του τ_D για την οποία $K_{\min} < K_{\max}$ και το διάγραμμα Nyquist δεν έχει αρχίσει να 'διπλώνει'. Σημειώνεται ότι παρόμοια συμπεριφορά συναντάει κανείς για όλες τις τιμές του d .



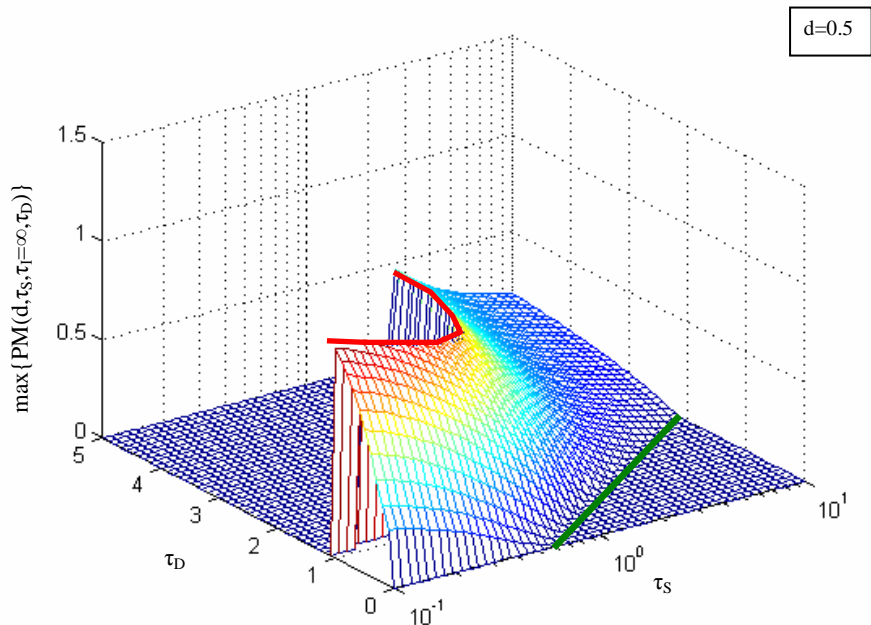
Σχήμα 5.3. Το μέγιστο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_i και τ_D για α) $\tau_s=0.1$, β) $\tau_s=1$ και γ) $\tau_s=5$.

Από τη σύγκριση των τριών σχημάτων διαπιστώνει κανείς ότι όσο μεγαλώνει η ευσταθής σταθερά χρόνου, τόσο μειώνεται η μέγιστη φάση που μπορεί να επιτευχθεί. Επίσης υπάρχει μία ελάχιστη τιμή $\tau_{D,\min}$ του τ_D για την οποία το κλειστό σύστημα είναι ευσταθοποιησιμο. Η τιμή του $\tau_{D,\min}$ αυξάνει όσο μεγαλύτερο είναι το τ_s . Το ίδιο συμβαίνει και για την τιμή του $\tau_{I,\min}$.

Το μέγιστο δυνατό περιθώριο φάσης επιτυγχάνεται όταν $\tau_I \rightarrow \infty$ και τ_D είναι το μέγιστο δυνατό $\tau_{D,\max PM}$ για το οποίο το διάγραμμα Nyquist δεν έχει αρχίσει να ‘διπλώνει’. Επειδή η συχνότητα στην οποία ‘διπλώνει’ το διάγραμμα Nyquist ταυτίζεται με τη συχνότητα ω_p , η τιμή αυτή του τ_D δίνεται από τη μέγιστη τιμή για την οποία

$$A_{L,PID}(\omega_p^+) < A_{L,PID}(\omega_p^-)$$

όπου ω_p^+ και ω_p^- είναι δύο συχνότητες εκατέρωθεν της συχνότητας ω_p . Αυτό είναι ισοδύναμο με την αναζήτηση της ελάχιστης τιμής του τ_D για την οποία η συνάρτηση $A_{L,PID}$ παρουσιάζει τοπικό ακρότατο. Η λύση του παραπάνω προβλήματος μπορεί να βρεθεί μόνο αλγοριθμικά. Πρακτικά τόσο μεγάλες τιμές του τ_D δεν είναι χρήσιμες γιατί αν και το περιθώριο φάσης που επιτυγχάνεται είναι μεγάλο η περιοχή ευστάθειας είναι σημαντικά μειωμένη. Λόγω της μικρής χρησιμότητας της παραπάνω τιμής του τ_D δε δίνεται προσεγγιστική αναλυτική λύση της τιμής αυτής.



Σχήμα 5.4. Το μέγιστο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί συναρτήσει των παραμέτρων τ_s και τ_D στην περίπτωση που $\tau_I \rightarrow \infty$.

Στο σχήμα 5.4 παρουσιάζεται η μέγιστη τιμή του περιθωρίου φάσης PM_{\max} που μπορεί να επιτευχθεί όταν $\tau_I \rightarrow \infty$ για $d=0.5$ και για διάφορες τιμές των τ_D και τ_S . Η πράσινη καμπύλη στη βάση του σχήματος 5.3 δείχνει την ελάχιστη τιμή του τ_D για την οποία το κλειστό σύστημα είναι ευσταθοποιησιμο, ενώ η κόκκινη καμπύλη δείχνει τη συνάρτηση $\tau_{D,\max PM}$ για $\tau_I \rightarrow \infty$.

Με βάση την παρατήρηση 5.1 και την ανάλυση των UFOPDT συστημάτων, στην ειδική περίπτωση που $\tau_D = \tau_S$ το μέγιστο περιθώριο φάσης δίνεται από την σχέση

$$\max [PM_{\max}(d)] = -d\sqrt{\frac{1}{d}-1} + \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{1}{d}-1}\right) \quad (5.20)$$

Αντίστοιχα με βάση την παρατήρηση 5.2, για πολύ μικρές τιμές του τ_S (δηλαδή $\tau_S < 0.1$) το μέγιστο περιθώριο φάσης τείνει στην τιμή

$$\max [PM_{\max}(d)] \approx -(d + \tau_S)\omega_p + 2 \tan^{-1}(\omega_p) \quad (5.21)$$

όταν $\tau_D \rightarrow 1$. Στην περίπτωση αυτή και για τιμές του $\tau_D < 1$ (με βάση την ανάλυση του κεφαλαίου 3) το μέγιστο περιθώριο φάσης προσεγγίζεται από την

$$PM_{\max}(d, \tau_S, \tau_D) \approx -(d + \tau_S)\omega_{p,\max} + \tan^{-1}(\omega_{p,\max}) + \tan^{-1}(\tau_D\omega_{p,\max}) \quad (5.22)$$

όπου

$$\omega_{p,\max} = \sqrt{\frac{[\tau_D^2(1-d_e) + \tau_D - d_e] + \sqrt{[\tau_D^2(1-d_e) + \tau_D - d_e]^2 + 4d\tau_D^2(1 + \tau_D - d_e)}}{2d\tau_D^2}} \quad (5.23)$$

και $d_e = d + \tau_S$ (βλέπε ενότητα 3.2.3).

5.2.4 Ανάλυση του περιθωρίου κέρδους για USOPDT συστήματα

Όπως όλα τα ασταθή συστήματα και τα USOPDT συστήματα παρουσιάζουν δύο κρίσιμα κέρδη K_{\min} και K_{\max} και για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές πρέπει να ισχύει $K_{\min} < K_C < K_{\max}$. Και στην περίπτωση των USOPDT συστημάτων ορίζουμε το αυξητικό περιθώριο κέρδους (increasing gain margin) GM_{inc} και το μειωτικό περιθώριο κέρδους (decreasing gain margin) GM_{dec} ως εξής:

$$GM_{\text{inc}} \equiv \frac{K_{\max}}{K_C} \quad \text{και} \quad GM_{\text{dec}} \equiv \frac{K_C}{K_{\min}} \quad (5.24)$$

και το γινόμενο των περιθωρίων κέρδους

$$GM_{\text{prod}} \equiv GM_{\text{inc}} GM_{\text{dec}} = \frac{K_{\max}}{K_{\min}} \quad (5.25)$$

το οποίο είναι ανεξάρτητο του K_C . Είναι προφανές ότι για να παραμένει ευσταθές το

κλειστό σύστημα θα πρέπει

$$\frac{1}{GM_{dec}} < K < GM_{inc} \quad (5.26)$$

υπό την προϋπόθεση βέβαια ότι δεν υπάρχει αβεβαιότητα στη φάση.

Από τον ορισμό του GM_{prod} , είναι φανερό ότι όσο πιο μεγάλες τιμές παίρνει το GM_{prod} , τόσο πιο εύρωστο μπορεί να γίνει το κλειστό σύστημα, αν βέβαια το K_C επιλεγεί κατάλληλα. Επίσης για να είναι δυνατό να γίνει το κλειστό σύστημα ευσταθές θα πρέπει να ισχύει η ανισότητα

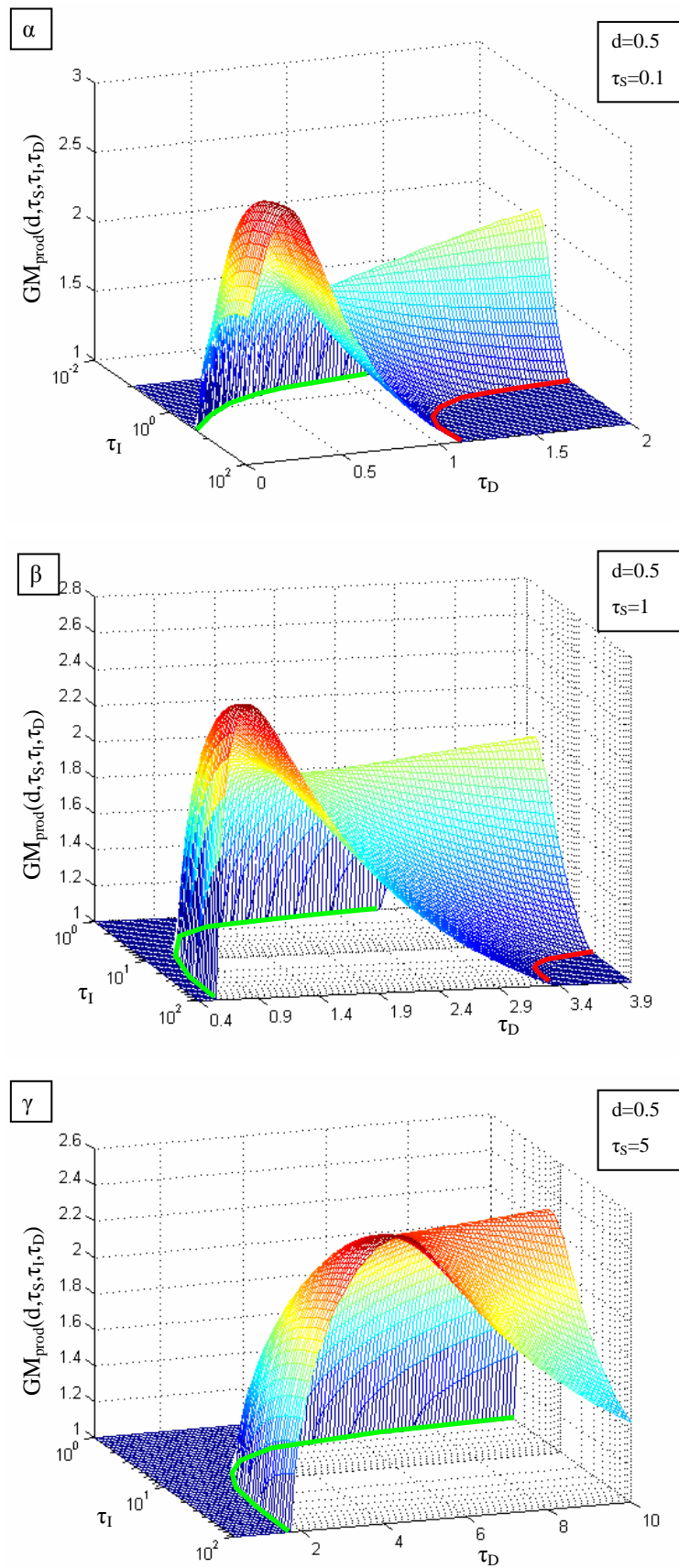
$$GM_{prod} > 1 \quad (5.27)$$

Στο σχήμα 5.5 παρουσιάζεται το γινόμενο των περιθωρίων κέρδους GM_{prod} για τρία συστήματα με $d=0.5$ και $\tau_S=0.1$, $\tau_S=1$ και $\tau_S=5$ συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D .

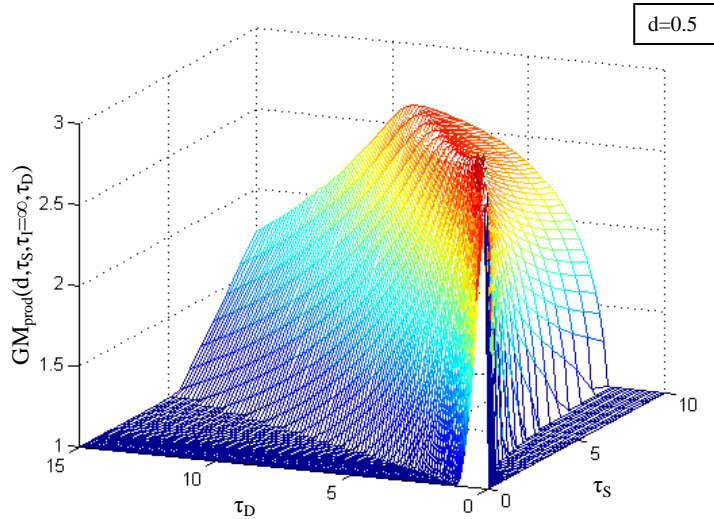
Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση το $GM_{prod}(d, \tau_S, \tau_I, \tau_D)$ δεν είναι γνησίως μονότονη ούτε ως προς το τ_I ούτε ως προς το τ_D σε όλη την περιοχή των τ_I και τ_D . Αντιθέτως όπως είδαμε και παραπάνω, για μεγάλες τιμές του τ_D το GM_{prod} (και επομένως και η αντίστοιχη περιοχή ευστάθειας) μειώνεται. Το ίδιο συμβαίνει για μεγάλες τιμές του τ_D όταν αυξηθεί πολύ η παράμετρος τ_I . Παρόλα αυτά το GM_{prod} για κάθε σύστημα λαμβάνει τη μέγιστη τιμή $GM_{prod,max}$ όταν $\tau_I \rightarrow \infty$. Η πράσινη και η κόκκινη καμπύλη στη βάση της επιφάνειας, περιγράφουν τις συναρτήσεις $\tau_{I,min}(d=0.5, \tau_S, \tau_D)$ και $\tau_{D,max}(d=0.5, \tau_S, \tau_I)$ αντίστοιχα. Είναι φανερό από τη σύγκριση των τριών σχημάτων ότι τόσο το $\tau_{I,min}$ όσο και το $\tau_{D,max}$ αυξάνονται με την αύξηση του τ_S . Σε αντίθεση με τα UFOPDT συστήματα, στα USOPDT συστήματα με μεγάλες τιμές του τ_S , ο διαφορικός όρος είναι πλέον αναγκαίος για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές και μάλιστα η ελάχιστη τιμή $\tau_{D,min}$ που μπορεί να πάρει ο διαφορικός όρος αυξάνει με το τ_S . Αυτό σημαίνει ότι για συστήματα με μεγάλο τ_S η χρήση μεγάλης τιμής για το διαφορικό όρο είναι αναπόφευκτη.

Μία πολύ ενδιαφέρουσα ιδιότητα που εμφανίζουν τα USOPDT συστήματα είναι ότι το μέγιστο του γινομένου των περιθωρίων κέρδους δεν μεταβάλλεται σημαντικά με την αύξηση του τ_S . Αυτό γίνεται πιο εμφανές από το σχήμα 5.6, όπου για την περίπτωση των συστημάτων με $d=0.5$ φαίνεται ότι το $GM_{prod,max}$ μεταβάλλεται από 2.81 για $\tau_S=0.1$ μέχρι 2.58 για $\tau_S=10$.

Σημειώνεται ότι παρόμοια συμπεριφορά συναντάει κανείς για όλες τις τιμές του d .



Σχήμα 5.5. Το γινόμενο GM_{prod} συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D για ένα σύστημα με $d=0.5$ και α) $\tau_S=0.1$, β) $\tau_S=1$ και γ) $\tau_S=5$.



Σχήμα 5.6. Το μέγιστο γινόμενο GM_{prod} συναρτήσει των παραμέτρων του τ_s και τ_D για $d=0.5$ όταν $\tau_I \rightarrow \infty$.

Σύμφωνα με τα παραπάνω η μεγαλύτερη τιμή του γινομένου των περιθωρίων κέρδους $GM_{\text{prod,max}}$ επιτυγχάνεται όταν χρησιμοποιείται ένας PD ελεγκτής και με κατάλληλη επιλογή του διαφορικού όρου του ελεγκτή. Για $\tau_I \rightarrow \infty$, από την (5.11) προκύπτει ότι $\omega_{\min}=0$ και επομένως από την (5.12) προκύπτει $K_{\min}=1$. Κατά συνέπεια $GM_{\text{prod,max}}=K_{\max}$ και κάνοντας χρήση της (5.13) για $\tau_I \rightarrow \infty$ προκύπτει ότι

$$GM_{\text{prod,max}}(d, \tau_s, \tau_D) = \sqrt{\frac{(1 + \omega_{\max}^2)(1 + \tau_s^2 \omega_{\max}^2)}{1 + \tau_{D,\max GM}^2 \omega_{\max}^2}} \quad (5.28)$$

όπου ω_{\max} είναι η αντίστοιχη κρίσιμη συχνότητα του PD ελεγκτή και $\tau_{D,\max GM}$ η τιμή της παραμέτρου τ_D για την οποία επιτυγχάνεται το μέγιστο GM_{prod} η οποία στην περίπτωση των USOPDT συστημάτων είναι συνάρτηση των d και τ_s .

5.2.5 Περιοχή τιμών των παραμέτρων τ_I και τ_D του ελεγκτή

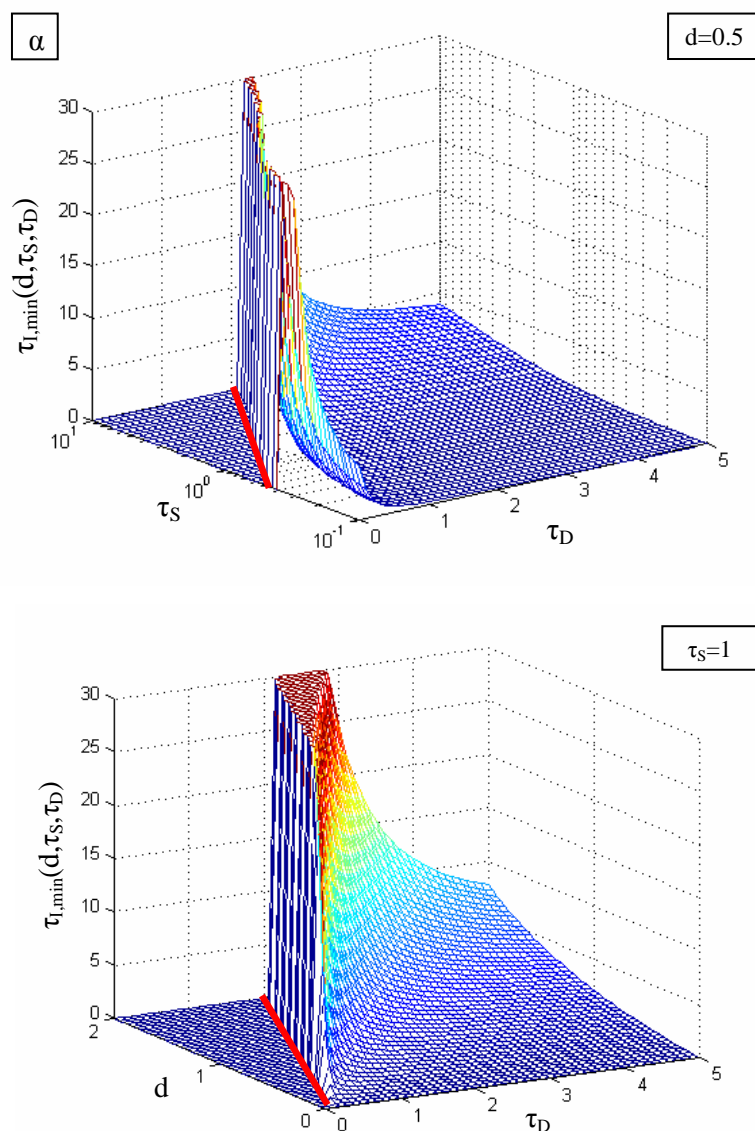
Οι σταθερές χρόνου ολοκλήρωσης και διαφόρισης τ_I και τ_D του PID ελεγκτή, όπως φάνηκε και από την ανάλυση που προηγήθηκε, πρέπει να ικανοποιούν κάποιες συνθήκες για να είναι εφικτό (με κατάλληλη επιλογή της ενίσχυσης K_C) να πάρουμε ένα ευσταθές κλειστό σύστημα.

Συγκεκριμένα η παράμετρος τ_I του ελεγκτή μπορεί να πάρει όλες τις τιμές στο διάστημα $\tau_{I,\min}(d, \tau_s, \tau_D) < \tau_I < \infty$, όπου το $\tau_{I,\min}$ είναι η τιμή στην οποία η μέγιστη φάση είναι ίση με $-\pi/2$ και μπορεί να υπολογιστεί από τη λύση της εξίσωσης

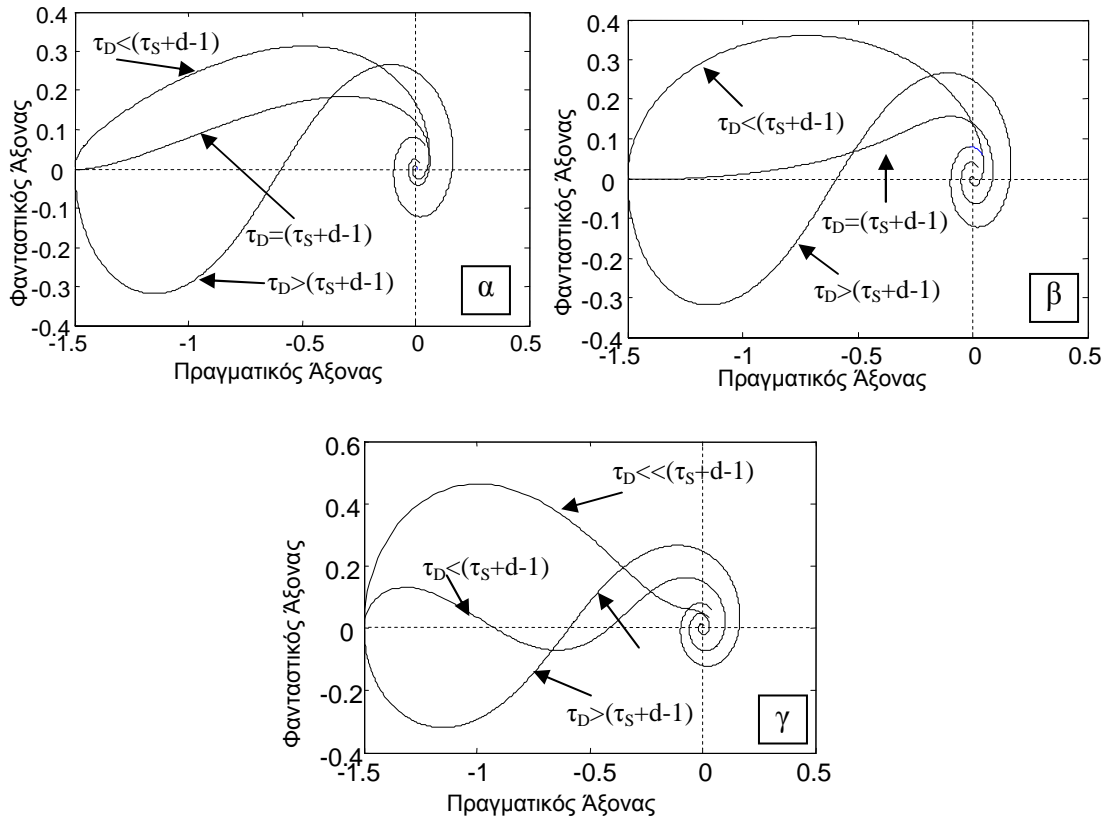
$$\max \{ \text{PM}(d, \tau_s, \tau_I, \tau_D) \} \Big|_{\tau_I = \tau_{I,\min}} = 0 \quad (5.29)$$

Στο σχήμα 5.7α παρουσιάζεται η συνάρτηση $\tau_{l,\min}(d,\tau_s,\tau_D)$ για όλες τις τιμές των τ_s και τ_D και για $d=0.5$ ενώ στο σχήμα 5.7β παρουσιάζεται η ίδια συνάρτηση για όλες τις τιμές των d και τ_D για $\tau_s=1$. Από τα σχήματα αυτά γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση $\tau_{l,\min}(d,\tau_s,\tau_D)$ είναι γνησίως αύξουσα και ως προς τις παραμέτρους d και τ_s , ενώ είναι γνησίως φθίνουσα ως προς το τ_D . Είναι λοιπόν χρήσιμο να επιλέγεται ο διαφορικός όρος αρκετά μεγάλος για να μπορεί κανείς να επιλέξει μικρή τιμή για το τ_l και να επιτυγχάνει γρήγορη σύγκλιση.

Στα σχήματα 5.7α και 5.4β η κόκκινη καμπύλη δείχνει την ελάχιστη τιμή $\tau_{D,\min}$ που μπορεί να λάβει η παράμετρος τ_D και να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθοποιήσιμο.



Σχήμα 5.7. Η συνάρτηση $\tau_{l,\min}(d,\tau_s,\tau_D)$: α) για $d=0.5$ και για όλες τις τιμές των τ_s και τ_D , β) για $\tau_s=1$ και για όλες τις τιμές των d και τ_D .



Σχήμα 5.8. Διαγράμματα Nyquist για $\tau_I \rightarrow \infty$ τριών συστημάτων με
 α) $\tau_S < 1$, β) $\tau_S = 1$ και γ) $\tau_S > 1$.

Από την ανάλυση που προηγήθηκε είναι φανερό ότι η μεγαλύτερη τιμή του $\tau_{D,\min}$ λαμβάνεται όταν $\tau_I \rightarrow \infty$. Για να γίνει κατανοητή η επίδραση του τ_D στο κλειστό σύστημα, στο σχήμα 5.8 παρουσιάζονται τα διαγράμματα Nyquist για διάφορες τιμές του τ_D και για τρία συστήματα με $\tau_S < 1$, $\tau_S = 1$ και $\tau_S > 1$ όταν $\tau_I \rightarrow \infty$. Από τα διαγράμματα αυτά διαπιστώνει κανείς ότι για συστήματα με $\tau_S \leq 1$, για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθοποιήσιμο πρέπει $\tau_D > d + \tau_S - 1$. Αντιθέτως για συστήματα με $\tau_S > 1$ είναι δυνατό το κλειστό σύστημα να είναι ευσταθές και για τιμές του $\tau_D < d + \tau_S - 1$. Από τις σχέσεις (5.11) και (5.9), για $\tau_I \rightarrow \infty$, μπορεί εύκολα να διαπιστώσει κανείς ότι $\omega_{\min} = 0$ και $\phi_L(0) = -\pi$. Αν για τη συχνότητα $\omega = \omega_{\min} = 0$ η παράγωγος της $\phi_L(\omega)$ είναι θετική, τότε είναι προφανές ότι το σύστημα έχει μέγιστη φάση μεγαλύτερη του $-\pi$ (ή ισοδύναμα, μέγιστο περιθώριο κέρδους $PM_{\max} > 0$) και επομένως το κλειστό σύστημα μπορεί να γίνει ευσταθές με κατάλληλη επιλογή της ενίσχυσης K_C . Με βάση την παρατήρηση αυτή κάνοντας χρήση της (5.15) προκύπτει ότι αν

$$\tau_{D,\min} > \tau_{D,\min 0} \equiv d + \tau_S - 1 \tag{5.30}$$

το κλειστό σύστημα είναι ευσταθοποιήσιμο. Αξίζει να σημειωθεί στο σημείο αυτό ότι

για συστήματα με $\tau_S < 1$, η τιμή $\tau_{D,\min 0}$ είναι και η μικρότερη επιτρεπτή τιμή του τ_D , ενώ για συστήματα με $\tau_S > 1$ είναι δυνατόν το σύστημα να είναι ευσταθοποιήσιμο και για μικρότερες τιμές του τ_D . Μια πρώτη προσέγγιση της τιμής του $\tau_{D,\min}$ για συστήματα με $\tau_S > 1$ είναι

$$\tau_{D,\min 1} \approx d + \tau_S - 1 - 0.6(\tau_S - 1) - 0.04(\tau_S - 1)^2 \quad (5.31)$$

Ο περιορισμός στη μέγιστη τιμή του διαφορικού όρου του ελεγκτή προκύπτει από το γεγονός ότι για μεγάλες τιμές του τ_D το K_{\max} αρχίζει να μικραίνει (όπως φαίνεται και στα σχήματα 5.2γ, 5.2δ και 5.5α-γ) και στη μέγιστη επιτρεπτή τιμή του τ_D γίνεται $K_{\max} = K_{\min}$. Η μέγιστη λοιπόν τιμή του τ_D στη γενική περίπτωση μπορεί να υπολογιστεί από τη λύση της εξίσωσης

$$K_{\max}(d, \tau_S, \tau_{D,\max}, \tau_I) = K_{\min}(d, \tau_S, \tau_{D,\max}, \tau_I) \quad (5.32)$$

Για την ειδική περίπτωση του PD ελεγκτή (για $\tau_I = \infty$ από την (5.11) προκύπτει ότι $\omega_{\min}(d, \tau_S, \tau_D) = 0$ και επομένως $K_{\min} = 1$), η (5.32) είναι ισοδύναμη με την εξίσωση

$$K_{\max}(d, \tau_S, \tau_{D,\max}) = 1$$

Όπως φαίνεται και από τις κόκκινες καμπύλες των σχημάτων 5.3α-γ, όσο μικρότερος είναι ο ολοκληρωτικός όρος, τόσο μεγαλύτερες τιμές μπορεί να λάβει η παράμετρος τ_D . Αντίστοιχα, από τα παραπάνω σχήματα αλλά και από το σχήμα 5.4 διαπιστώνει κανείς ότι η παράμετρος τ_D είναι δυνατό να λάβει μεγαλύτερες τιμές σε συστήματα με μεγαλύτερη σταθερά χρόνου τ_S .

Από πρακτικής απόψεως τιμές του τ_D μικρότερες του $\tau_{D,\min 0}$ δεν συνιστώνται (ούτε για συστήματα με $\tau_S > 1$) γιατί δεν δίνουν μεγάλη περιοχή ευρωστίας. Επίσης οι πολύ μεγάλες τιμές του διαφορικού όρου δεν προσφέρουν θετικά αποτελέσματα στον έλεγχο των USOPDT συστημάτων λόγω του γεγονότος ότι πέρα από κάποιες τιμές του τ_D η περιοχή ευστάθειας αρχίζει να μικραίνει σημαντικά ενώ ταυτόχρονα πρέπει να μειωθεί και ο αναλογικός όρος του ελεγκτή με αποτέλεσμα να γίνεται το κλειστό σύστημα και πιο αργό. Με τη χρήση προσομοίωσης και με τη μέθοδο εκτεταμένης αναζήτησης προκύπτει ότι η καλύτερη περιοχή επιλογής της τιμής του διαφορικού όρου είναι

$$\tau_S < \tau_D < \tau_S + 0.5d \quad (5.33)$$

5.3 ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν οι αλγόριθμοι με τους οποίους μπορούν να υπολογιστούν βασικά μεγέθη των κλειστών USOPDT συστημάτων όπως οι κρίσιμες

συχνότητες, τα κρίσιμα κέρδη, τα περιθώρια φάσης και κέρδους. Λόγω της ομοιότητας που υπάρχει μεταξύ των αλγορίθμων που θα παρουσιαστούν παρακάτω με τους αντίστοιχους των UFOPDT συστημάτων η παρουσίασή τους είναι σύντομη.

Στο σημείο αυτό αξίζει να τονιστεί ότι στη βιβλιογραφία δεν έχει προταθεί καμία μέθοδος για τον υπολογισμό των μεγεθών αυτών.

5.3.1 Αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνότητων

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη ενότητα, οι συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} προκύπτουν από τις δύο λύσεις της (5.11) όταν $\tau_I > \tau_{I,\min}$ και όταν η συνάρτηση \tan^{-1} παίρνει τιμές στο διάστημα $(0, \pi)$. Τα βασικά βήματα των αλγορίθμων για τον υπολογισμό των ω_{\min} και ω_{\max} είναι τα εξής:

ω_{\min} Αλγόριθμος

Βήμα 1: Ξεκινάμε με μία αρχική εκτίμηση για το ω_{\min} . Μία καλή αρχική εκτίμηση είναι η προσέγγιση του ω_{\min}

$$\omega_{\min} = \sqrt{(\tau_I - (d + \tau_S - \tau_D)(1 + \tau_I))^{-1}}.$$

Βήμα 2: Υπολογίζουμε το σφάλμα της εκτίμησης (από την (5.11)):

$$e_r = -\frac{\pi}{2} - d\omega_{\min} - \tan^{-1}(\tau_S \omega_{\min}) + \tan^{-1}(\omega_{\min}) + \tan^{-1}(\tau_I \omega_{\min}) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_{\min}).$$

Βήμα 3: Παίρνουμε ως νέα τιμή για το ω_{\min} την $\omega_{\min} = \omega_{\min}(1 - e_r)$.

Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 ως 4 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

ω_{\max} Αλγόριθμος

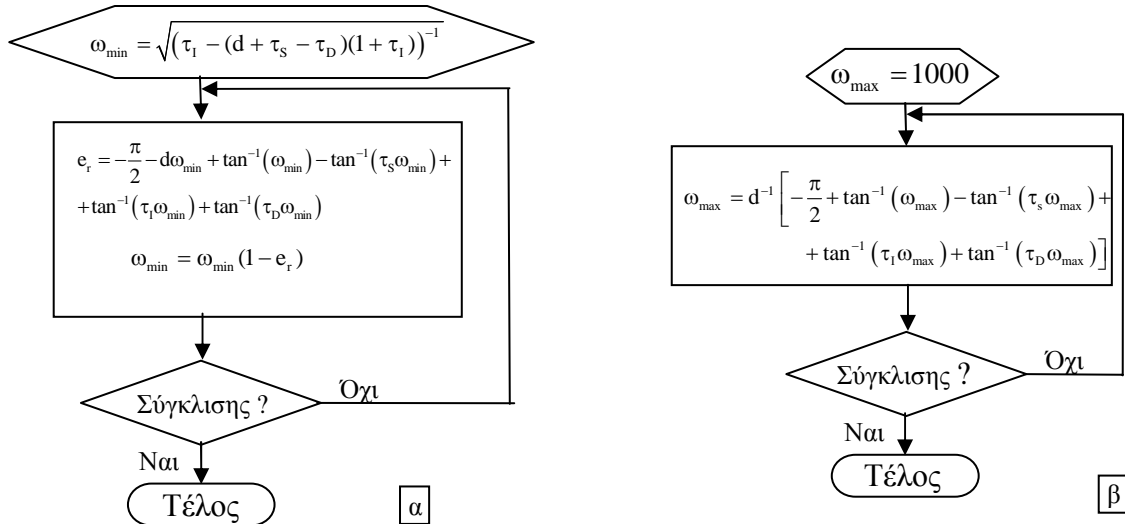
Βήμα 1: Ξεκινάμε με μία αρχική εκτίμηση για το ω_{\max} μεγαλύτερη από το ω_{\max} π.χ $\omega_{\max} = 10^4$.

Βήμα 2: Υπολογίζουμε τη νέα τιμή του ω_{\max} από τη σχέση

$$\omega_{\max} = d^{-1} \left[-\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(\tau_S \omega_{\max}) + \tan^{-1}(\omega_{\max}) + \tan^{-1}(\tau_I \omega_{\max}) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_{\max}) \right]$$

Βήμα 3: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

Στο σχήμα 5.9 παρουσιάζονται για ευκολία τα διαγράμματα βαθμίδων των παραπάνω αλγορίθμων. Σημειώνεται εδώ ότι οι αλγόριθμοι των ω_{\min} και ω_{\max} συγκλίνουν πάντα στις τιμές ω_{\min} και ω_{\max} υπό την προϋπόθεση ότι $\tau_I > \tau_{I,\min}(d, \tau_S, \tau_D)$.



Σχήμα 5.9. Αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων:

α) $\omega_{\min}(d, \tau_s, \tau_1, \tau_D)$ και β) $\omega_{\max}(d, \tau_s, \tau_1, \tau_D)$.

Οι κρίσιμες συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} στην περίπτωση των USOPDT συστημάτων, είναι συναρτήσεις τεσσάρων μεταβλητών και είναι εξαιρετικά δύσκολο να αναπτυχθούν αναλυτικές συναρτήσεις για την εκτίμησή τους. Παρόλα αυτά μπορεί να βρεθεί κάποια προσεγγιστική λύση κάνοντας χρήση των παρατηρήσεων 5.1 και 5.2. Συγκεκριμένα αν ο διαφορικός όρος του ελεγκτή επιλεγεί ίσος με την ευσταθή σταθερά χρόνου (δηλαδή $\tau_D = \tau_s$), τότε σύμφωνα με την παρατήρηση 5.1 οι κρίσιμες συχνότητες

$$\hat{\omega}_{\min}(d, \tau_1) = f_{\omega_{\min}}(d, \tau_1) \sqrt{\frac{1}{\tau_1 - d(1 + \tau_1)}} \quad (5.34)$$

όπου

$$f_{\omega_{\min}}(d, \tau_1) = \left(1 + \frac{(0.006 + 0.03d / (1.14 - d)) \hat{\tau}_{1,\min}}{(0.973 + 0.05 / (1 - d)) \tau_1 - \hat{\tau}_{1,\min}} \right)$$

και

$$\hat{\omega}_{\max}(d, \tau_1) = f_{\omega_{\max}}(d, \tau_1) \frac{\pi}{2d} \left(\frac{\tau_1}{(\tau_1 + 1)d} - 0.9463 \right) \left(\frac{\tau_1}{(\tau_1 + 1)d} - 0.5609 \right)^{-1} \quad (5.35)$$

όπου

$$f_{\omega_{\max}}(d, \tau_1) = (1 + 0.22d^4) \left[1 + (0.1 - 0.3\sqrt{d}) \left(\hat{\tau}_{1,\min} / \tau_1 \right)^2 \right]$$

Με βάση τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 3 τα κανονικοποιημένα σφάλματα $\tilde{\omega}_{\min}$ και $\tilde{\omega}_{\max}$ των παραπάνω προσεγγίσεων είναι μικρότερα από 1.8% όταν $d < 0.9$ και $\tau_1 < 1.2\tau_{1,\min}$. Αν οι εκτιμήσεις $\hat{\omega}_{\min}(d, \tau_1)$ και $\hat{\omega}_{\max}(d, \tau_1)$ χρησιμοποιηθούν για

την εκτίμηση των κρίσιμων κερδών το προκύπτουν μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα παραμένει μικρότερο του 2.2%.

Στην περίπτωση που η ευσταθής σταθερά χρόνου τ_S είναι πολύ μικρή (π.χ. $\tau_S < 0.2$) και είναι επιθυμητό η παράμετρος τ_D του ελεγκτή να είναι μεγαλύτερη από την τιμή του τ_S , τότε με βάση την παρατήρηση 5.2 οι κρίσιμες συχνότητες μπορούν να προσεγγιστούν από τις σχέσεις

$$\hat{\omega}_{\min}(d, \tau_S, \tau_I, \tau_D) = \hat{\omega}_{\min}((d + \tau_S - \tau_D), \tau_I) \left[1 + \frac{[0.14 + 1.15(d + \tau_S)]a^3}{1 + 2a^2} \left(\frac{\hat{\tau}_{I, \min}}{\tau_I} \right)^2 \right] \quad (5.36)$$

$$\hat{\omega}_{\max}(d, \tau_S, \tau_I, \tau_D) = \hat{\omega}_{\max}((d + \tau_S - \tau_D), \tau_I) \left[1 + \frac{[5.53 - 0.41(d + \tau_S)]a^4}{(1 - (0.1 + 0.55)a^3)(1.27 - 0.4(\tau_I / \hat{\tau}_{I, \min})^2)} \right]^{-1} \quad (5.37)$$

όπου οι συναρτήσεις $\hat{\omega}_{\min}((d + \tau_S - \tau_D), \tau_I)$ και $\hat{\omega}_{\max}((d + \tau_S - \tau_D), \tau_I)$ δίνονται από τις σχέσεις (5.34) και (5.35) αντίστοιχα και όπου $a = \tau_D / (d + \tau_S)$.

5.3.2 Αλγόριθμοι και προσεγγίσεις της περιοχής τιμών της παραμέτρου τ_I του ελεγκτή

Κάνοντας χρήση της ιδιότητας της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου να δίνει πάντα μέγιστη φάση ίση με $\pi/2$ όταν $\tau_I = \tau_{I, \min}$ (βλέπε σχέση (5.29)). Με βάση αυτή την ιδιότητα προτείνεται ο παρακάτω αλγόριθμος σταθερού σημείου για τον υπολογισμό του $\tau_{I, \min}$ τα βασικά βήματα του οποίου είναι τα εξής:

$\tau_{I, \min}$ Αλγόριθμος

Βήμα 1: Ξεκινάμε με αρχική εκτίμηση $\tau_{I, \min} = 0$.

Βήμα 2: Υπολογίζουμε τη συχνότητα ω_p για $\tau_I = \tau_{I, \min}$ από τη λύση της (5.15).

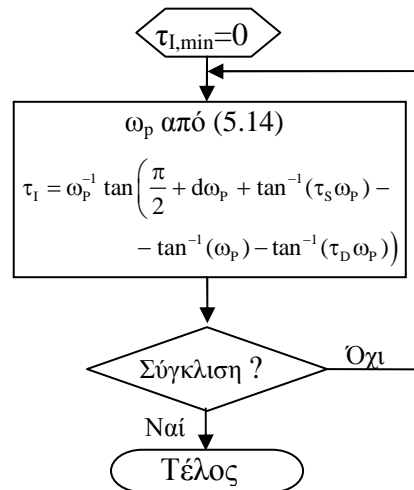
Βήμα 3: Επιλέγουμε την νέα τιμή του $\tau_{I, \min}$ από τη λύση, ως προς τ_I , της (5.16) για $PM=0$, δηλαδή

$$\tau_{I, \min} = \omega_p^{-1} \tan \left[+ \frac{\pi}{2} + d\omega_p + \tan^{-1}(\tau_S \omega_p) - \tan^{-1}(\omega_p) - \tan^{-1}(\tau_D \omega_p) \right]$$

Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

Ο $\tau_{I, \min}$ αλγόριθμος συγκλίνει πάντα. Το διάγραμμα βαθμίδων του $\tau_{I, \min}$ αλγορίθμου παρουσιάζεται στο σχήμα 5.10.

Στην περίπτωση που ο διαφορικός όρος του ελεγκτή επιλεγεί έτσι ώστε $\tau_D = \tau_S$, τότε κάνοντας χρήση της παρατήρησης 5.1 η τιμή του $\tau_{I, \min}$ μπορεί να εκτιμηθεί από τη σχέση με μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα μικρότερο από 1.4% για $d < 0.9$. Αντίστοιχα για



Σχήμα 5.10. Αλγόριθμος υπολογισμού του $\tau_{I,\min}(d, \tau_S, \tau_D)$.

$$\hat{\tau}_{1,\min}(d) \approx \frac{0.0029 - 0.0682\sqrt{d} + 1.4941d}{(1.003 - d)^2} \quad (5.38)$$

συστήματα με μικρές τιμές του τ_S (δηλαδή $\tau_S < 0.2$) κάνοντας χρήση της παρατήρησης 5.2, η παράμετρος $\tau_{I,\min}$ μπορεί να εκτιμηθεί από τη σχέση

$$\hat{\tau}_{1,\min}(d, \tau_S, \tau_D) \approx \hat{\tau}_{1,\min}(d + \tau_S - \tau_D) \left[1 + \frac{[0.367 + 1.78(d + \tau_S)]a^3}{1 - a^2} \right] \quad (5.39)$$

όπου $\hat{\tau}_{1,\min}(d + \tau_S - \tau_D)$ δίνεται από τη σχέση (5.38) και όπου $a = \tau_D / (\tau_D + \tau_S)$.

5.4 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΣ ΤΟΠΟΣ ΤΩΝ ΡΙΖΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ

Ένα από τα πιο χρήσιμα εργαλεία σχεδίασης και ανάλυσης των γραμμικών συστημάτων είναι ο γεωμετρικός τόπος των ριζών. Είναι χαρακτηριστικό ότι οι προδιαγραφές σχεδίασης δίνονται πολύ συχνά σαν επιθυμητή θέση των πόλων. Και αυτό όχι μόνο στη σχεδίαση ενός κλειστού συστήματος (σχεδίαση με βάση τεχνικές τοποθέτησης πόλων) αλλά και στη σχεδίαση των παρατηρητών κατάστασης, των επιθυμητών μοντέλων παρακολούθησης τροχιάς, ακόμα και στα μοντέλα αναφοράς στην περίπτωση προσαρμοστικού ελέγχου.

Στην περίπτωση που στο μοντέλο του συστήματος περιλαμβάνονται χρονικές καθυστερήσεις, τότε σχεδόν ποτέ δεν χρησιμοποιείται ο γεωμετρικός τόπος των ριζών σαν εργαλείο σχεδίασης αλλά ούτε και η θέση των πόλων του κλειστού συστήματος σαν προδιαγραφή σχεδίασης. Ο βασικότερος λόγος είναι ότι η προσέγγιση του συστήματος

που χρησιμοποιείται στις περιπτώσεις αυτές δεν είναι ακριβής.

Οι συνηθέστερες προσεγγίσεις που χρησιμοποιούνται για τον εκθετικό όρο της καθυστέρησης χρόνου είναι η πρώτη τάξης ανάπτυγμα Taylor

$$\exp(-ds) \approx 1 - ds \quad (5.40)$$

και η προσέγγιση κατά Padé

$$\exp(-ds) = \frac{\exp(-ds/2)}{\exp(ds/2)} \approx \frac{1 - ds/2}{1 + ds/2} \quad (5.41)$$

Και οι δύο αυτές προσεγγίσεις αν χρησιμοποιηθούν για τη σχεδίαση του γεωμετρικού τόπου των ριζών είναι δυνατό να ερμηνεύσουν βασικά χαρακτηριστικά της συμπεριφοράς του κλειστού συστήματος (π.χ. ότι για μεγάλα κέρδη το κλειστό σύστημα γίνεται ασταθές ή την ταλαντωτική συμπεριφορά του κλειστού συστήματος, κ.λ.π) αλλά δεν μπορούν να εκτιμήσουν την ακριβή θέση των πόλων.

Ο ακριβής υπολογισμός της θέσης των πόλων θα ήταν χρήσιμος για τη σχεδίαση του ελεγκτή π.χ. για τον υπολογισμό των κρισίμων κερδών (από την τιμή της ενίσχυσης για την οποία οι πόλοι περνάνε από το αριστερό στο δεξί μιγαδικό ημιεπίπεδο), των σημείων θλάσης (από την τιμή της ενίσχυσης στην οποία οι πόλοι γίνονται από πραγματικοί μιγαδικοί), αλλά ακόμα σημαντικότερο για να μπορέσουμε να υπολογίσουμε με ακρίβεια την απόκριση του κλειστού συστήματος και να αποφύγουμε τη χρήση προσομοίωσης για τον υπολογισμό της. Βέβαια όπως έγινε φανερό από την ανάλυση που προηγήθηκε, για τον υπολογισμό των κρισίμων κερδών μπορεί να χρησιμοποιηθεί το διάγραμμα Nyquist (ή Bode). Παραμένει όμως η ανάγκη του ακριβούς προσδιορισμού των άλλων χαρακτηριστικών του κλειστού συστήματος τα οποία μπορούν να προσδιοριστούν μόνο με τη χρήση του γεωμετρικού τόπου των ριζών και τον ακριβή προσδιορισμό της θέσης των πόλων.

Ο βασικότερος λόγος για τον οποίο χρησιμοποιούνται οι απλές προσεγγίσεις του εκθετικού όρου (5.40) και (5.41), είναι γιατί με πιο πολύπλοκες προσεγγίσεις θα αυξανόταν πολύ η τάξη του προσεγγιστικού μοντέλου και θα ήταν δύσκολος ο ακριβής υπολογισμός των ριζών του χαρακτηριστικού πολωνύμου. Με τις σημερινές υπολογιστικές δυνατότητες των ηλεκτρονικών υπολογιστών, αλλά και τους νέους αλγορίθμους υπολογισμού των ριζών πολωνύμων μεγάλης τάξης (όπως αυτούς που διαθέτει το πρόγραμμα Matlab[®]) μπορούν να χρησιμοποιηθούν και πιο ακριβή μοντέλα για τον εκθετικό όρο της καθυστέρησης χρόνου. Παραμένει βέβαια το πρόβλημα του ακριβούς υπολογισμού της απόκρισης του κλειστού συστήματος.

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστεί ο τρόπος με τον οποίο μπορεί να γίνει ο ακριβής

σχεδιασμός του γεωμετρικού τόπου των ριζών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου καθώς και μία νέα μέθοδος ακριβούς υπολογισμού της απόκρισης του κλειστού συστήματος.

5.4.1 Η προτεινόμενη προσέγγιση του εκθετικού όρου του USOPDT μοντέλου

Ένας από τους γνωστότερους ορισμούς για τον άρρητο αριθμό $e=2.7182818284\dots$ είναι ο

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} + 1 \right)^n$$

Με βάση αυτόν τον ορισμό του e εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι ο εκθετικός όρος $\exp(-ds)$ μπορεί να γραφεί ως

$$\exp(-ds) \equiv e^{-ds} = \left[\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{d}{n}s + 1 \right)^n \right]^{-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\left(\frac{d}{n}s + 1 \right)^n} \quad (5.42)$$

Από τη σχέση (5.42) είναι φανερό ότι η καθυστέρηση χρόνου ενός συστήματος ισοδυναμεί με άπειρο αριθμό πραγματικών πόλων στη θέση (n/d) . Από πρακτικής απόψεως, όπως θα δούμε παρακάτω, είναι αρκετό στην παραπάνω σχέση να θεωρήσει κανείς ότι το n είναι 20 ή το πολύ 30. Η ακρίβεια στους υπολογισμούς στην περίπτωση αυτή είναι υπέρ του δέοντος ικανοποιητική.

5.4.2 Παραδείγματα σχεδίασης του γεωμετρικού τόπου των ριζών για USOPDT συστήματα

Με βάση την παραπάνω προσέγγιση της καθυστέρησης χρόνου η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου του συστήματος γίνεται

$$G_{L,PID}(s) = \frac{K_c (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_I s (s - 1)(\tau_S s + 1)} \frac{1}{\left[(d/n)s + 1 \right]^n} \quad (5.43)$$

ενώ η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος από την είσοδο αναφοράς στην έξοδο και κάνοντας χρήση του κατάλληλου προ-φίλτρου που εξουδετερώνει τα μηδενικά του PID ελεγκτή (βλέπε σχέση 2.10 με $G_{F,PDF}=0$) είναι

$$G_{L,PID}(s) = \frac{K_c}{\tau_I s (s - 1)(\tau_S s + 1) \left[(d/n)s + 1 \right]^n + K_c (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)} \quad (5.44)$$

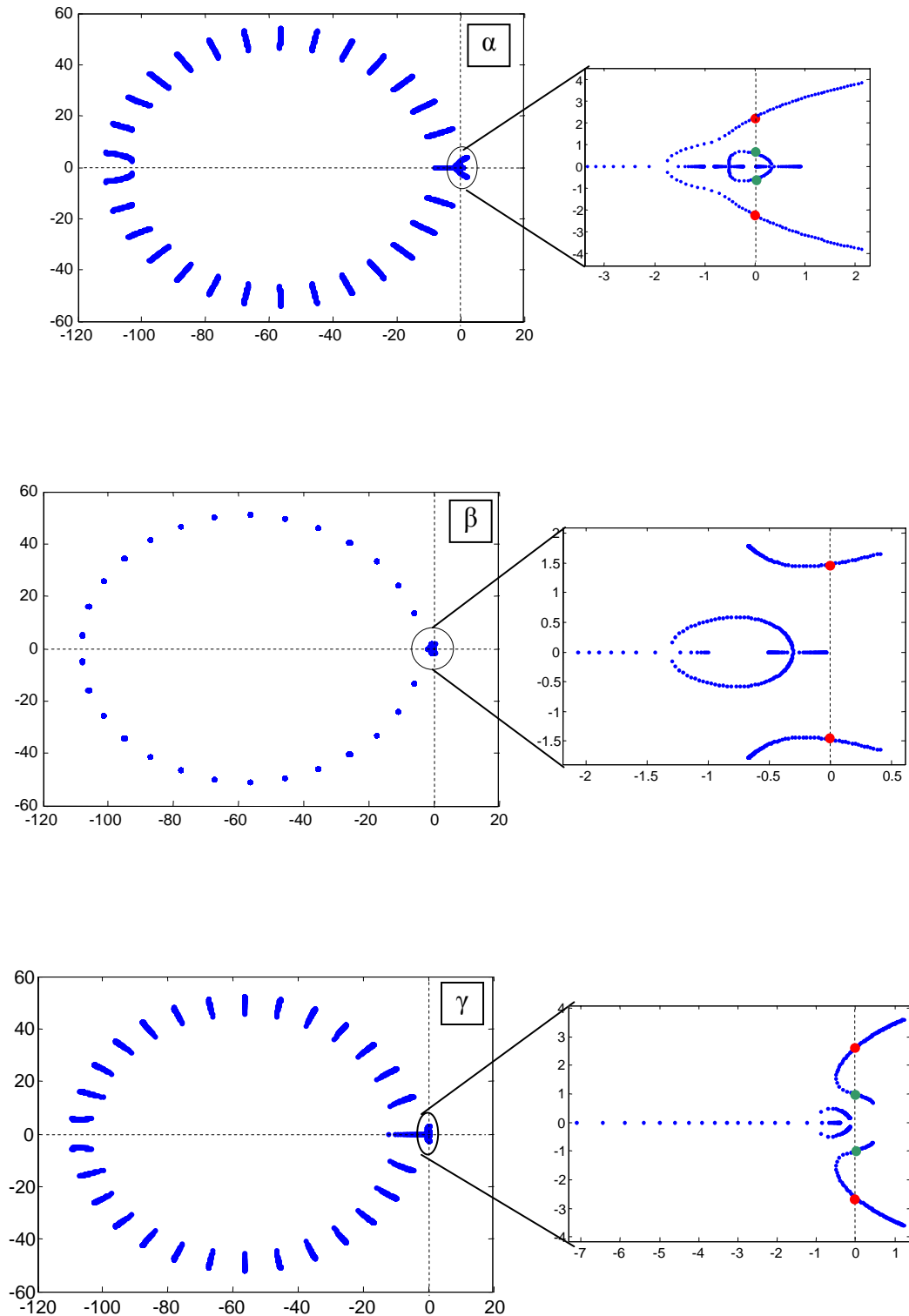
όπου n αρκετά μεγάλος ακέραιος αριθμός (π.χ. $n > 20$). Προφανώς η τάξη του κλειστού συστήματος είναι ίση με $n+3$.

Στο σχήμα 5.11 παρουσιάζονται μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα γεωμετρικού τόπου των ριζών (ΓΤΡ) ενός USOPDT συστήματος με $d=0.5$ και $\tau_S=1$ για $n=29$. Για να

γίνει καλύτερα κατανοητός ο γεωμετρικός τόπος των ριζών, στο δεξιό μέρος και των τριών σχημάτων παρουσιάζεται σε μεγέθυνση το τμήμα εκείνο του ΓΤΡ που αφορά τους επικρατούντες πόλους. Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, οι επικρατούντες πόλοι του κλειστού συστήματος είναι τέσσερις. Επίσης και στα τρία παραδείγματα φαίνεται πως οι 29 πόλοι της καθυστέρησης χρόνου κινούνται ακτινικά προς το ∞ και μόνον ένας από αυτούς κινείται πάνω στον πραγματικό άξονα προς του υπόλοιπους πόλους του συστήματος και του ελεγκτή. Αυτό το χαρακτηριστικό του ΓΤΡ το συναντάμε σε όλους τους τύπους των συστημάτων και όπως θα δούμε στη συνέχεια μόνον αυτός ο πόλος της καθυστέρησης χρόνου επηρεάζει τη μορφή της απόκρισης του κλειστού συστήματος.

Πιο συγκεκριμένα τώρα στο σχήμα 5.11α παρουσιάζεται ο ΓΤΡ στην περίπτωση που μεταβάλλεται η ενίσχυσης K_C ενώ οι άλλες παράμετροι του ελεγκτή είναι σταθερές ($\tau_I=5$ και $\tau_D=1.2$). Αν παρατηρήσει κανείς το τμήμα του ΓΤΡ που περιλαμβάνει τους τέσσερις επικρατούντες πόλους, διαπιστώνει ότι είναι αντίστοιχος με αυτόν ενός ασταθούς συστήματος τρίτης τάξης ελεγχόμενο από PID ελεγκτή. Βέβαια στον ΓΤΡ του σχήματος αυτού οι θέσεις των πόλων έχουν επηρεαστεί από την ύπαρξη των υπολοίπων 29 μη επικρατούντων πόλων. Από τον ΓΤΡ του σχήματος 5.11α εύκολα μπορεί να διακρίνει κανείς τις δύο τιμές του K_C στις οποίες οι πόλοι περνάνε στο δεξί μιγαδικό ημιεπίπεδο και οι οποίες καθορίζουν και τα δύο κρίσιμα κέρδη (οι κόκκινες τελείες καθορίζουν το K_{max} και οι πράσινες το K_{min}). Επίσης εύκολα διακρίνει κανείς και τα σημεία θλάσης που μπορεί να αποτελούν κριτήριο σχεδίασης του ελεγκτή. Στο σχήμα 5.11β παρουσιάζεται ο ΓΤΡ στην περίπτωση που μεταβάλλεται η σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης τ_I (ενώ $K_C=1.5$ και $\tau_D=1.2$). Από αυτό τον ΓΤΡ γίνεται φανερό ότι για μικρές τιμές του τ_I το κλειστό σύστημα είναι ασταθές. Αντίστοιχη πληροφορία μπορεί να αντλήσει κανείς και από τον τρίτο ΓΤΡ του σχήματος 5.11γ στο οποίο παρουσιάζεται ο ΓΤΡ στην περίπτωση που μεταβάλλεται μόνον ο διαφορικός όρος τ_D του ελεγκτή (ενώ $K_C=1.5$ και $\tau_I=5$). Στο παράδειγμα αυτό διακρίνονται οι τιμές $\tau_{D,min}$ και $\tau_{D,max}$ (με πράσινες και κόκκινες τελείες αντίστοιχα) για τις οποίες το κλειστό σύστημα γίνεται ασταθές.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι μπορεί κανείς να αναλύσει την συμπεριφορά των ελεγκτών σε συστήματα με καθυστέρηση χρόνου (στη συγκεκριμένη περίπτωση τα USOPDT συστήματα) χρησιμοποιώντας σαν εργαλείο το ΓΤΡ των επικρατούντων πόλων. Τα παραπάνω ισχύουν γενικά για τα συστήματα που εμπεριέχουν καθυστέρηση χρόνου στο μοντέλο του και αποτελούν ένα νέο εργαλείο ανάλυσης και σχεδίασης συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου.



Σχήμα 5.11. Χαρακτηριστικοί γεωμετρικοί τόποι ενός USOPDT συστήματος με $d=0.5$ και $\tau_S=1$ μεταβάλλοντας: α) το K_C στο διάστημα $(0.1,100)$ για $\tau_I=5$ και $\tau_D=1.2$, β) το τ_I στο διάστημα $(1,100)$ για $K_C=1.5$ και $\tau_D=1.2$ και γ) το τ_D στο διάστημα $(0.1,5)$ για $K_C=1.5$ και $\tau_I=5$.

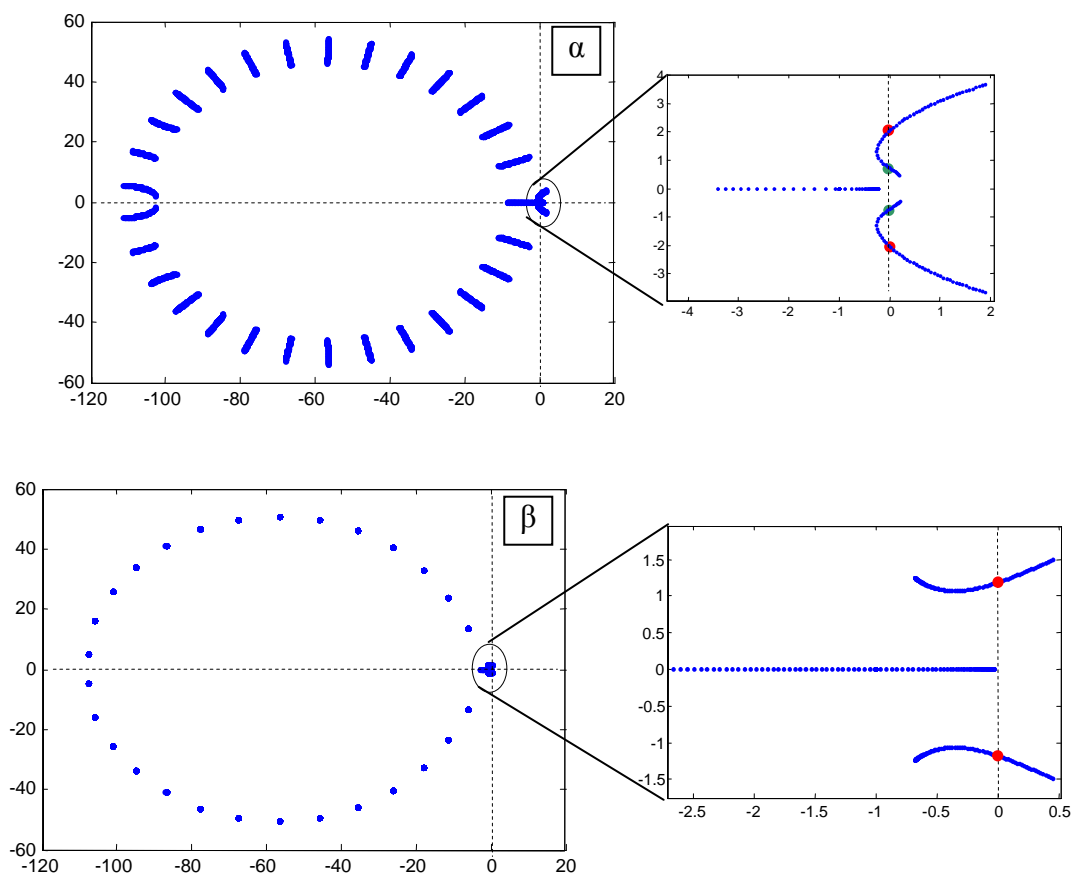
5.4.3 Ο ΓΤΡ στην ειδική περίπτωση που $\tau_D = \tau_S$

Ο ΓΤΡ απλοποιείται ακόμα περισσότερο στην περίπτωση που ο διαφορικός όρος επιλεγεί ως $\tau_D = \tau_S$ αφού στην περίπτωση αυτή απλοποιείται ο ευσταθής πόλος ($-1/\tau_S$) του USOPDT συστήματος με το μηδενικό ($-1/\tau_D$) που εισάγει ο PID ελεγκτής και οι επικρατούντες πόλοι είναι μόνο τρεις όπως φαίνεται και από τα χαρακτηριστικά παραδείγματα του σχήματος 5.12 όπου παρουσιάζεται ο ΓΤΡ για ένα σύστημα με $d=0.5$, $\tau_S=1$ και $\tau_D=\tau_S$.

Η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος στην περίπτωση που $\tau_D = \tau_S$ και με την επιλογή του προ-φίλτρου από τις παρακάτω σχέσεις (ανάλογα με τον τύπο του PID ελεγκτή που επιλέγουμε)

$$G_{F,PID}(s) = \frac{1}{s\bar{\tau}_i + 1} \quad , \quad G_{F,PPID}(s) = \frac{s\bar{\tau}_D + 1}{s\bar{\tau}_i\bar{\tau}_d + s\bar{\tau}_i + 1} \quad , \quad G_{F,PDF}(s) = s\bar{\tau}_D + 1 \quad (5.45)$$

είναι



Σχήμα 5.12. Χαρακτηριστικοί ΓΤΡ ενός USOPDT συστήματος με $d=0.5$ $\tau_S=1$ και με $\tau_D=\tau_S$. α) K_C στο διάστημα (0.1,100) και $\tau_i=5$, β) τ_i στο διάστημα (1,100) και $K_C=1.5$.

ενώ η συνάρτησης μεταφοράς μόνο των τριών επικρατούντων πόλων θα είναι της μορφής

$$G_{L,DP}(s) = \frac{P_{I,1}P_{I,2}P_R}{(s+p_{I,1})(s+p_{I,2})(s+p_R)} = \frac{P_R \omega_0^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2)(s+p_R)} \quad (5.46)$$

Αν οι δύο πόλοι της $G_{L,DP}$ είναι μιγαδικοί (δηλαδή αν $\zeta < 1$ ή $p_{I,1} = a + jb$ και $p_{I,2} = a - jb$), τότε η βηματική απόκριση της (5.46), στο πεδίο του χρόνου, δίνεται από τη σχέση

$$y(t) = 1 - \left[e^{-\zeta\omega_0 t} (A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t)) + C e^{-p_R t} \right] \quad (5.47)$$

όπου

$$\omega_0 = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \zeta = a/\omega_0, \quad \omega_n = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$A = p_R (-p_R + 2\zeta\omega_0)/D, \quad B = p_R \omega_0 (-\zeta p_R + 2\zeta^2\omega_0 - \omega_0)/(D\omega_n)$$

$$C = -\omega_0^2/D, \quad D = -p_R^2 + 2p_R \zeta\omega_0 - \omega_0^2$$

Αντίστοιχα αν και οι τρεις επικρατούντες πόλοι είναι πραγματικοί (δηλαδή αν $\zeta \geq 1$ ή $p_{I,1} = p_1$ και $p_{I,2} = p_2$, $p_R = p_3$), τότε η βηματική απόκριση της (5.46) είναι

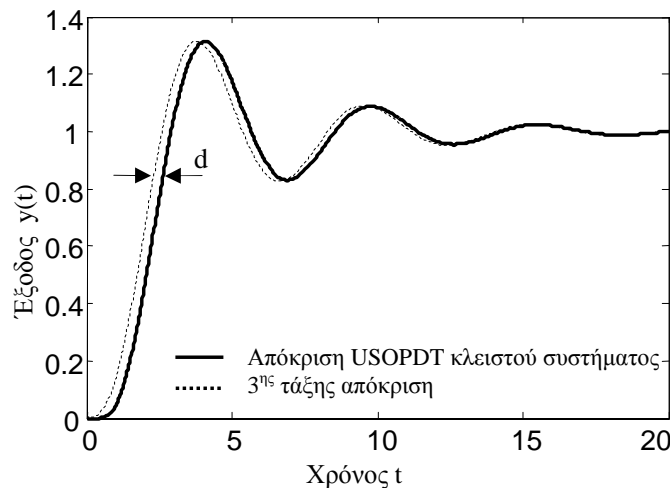
$$y(t) = 1 - \left[A' e^{-p_1 t} + B' e^{-p_2 t} + C' e^{-p_3 t} \right] \quad (5.48)$$

όπου

$$A' = \frac{P_2 P_3}{P_2 P_3 - P_2 P_1 + P_1^2 - P_3 P_1} \quad B' = \frac{P_1 P_3}{P_1 P_3 - P_2 P_1 + P_2^2 - P_3 P_2} \quad \text{και} \quad C' = \frac{P_1 P_1}{-P_1 P_3 + P_2 P_1 + P_3^2 - P_3 P_2}$$

Στο σχήμα 5.13 παρουσιάζεται ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα βηματικής απόκρισης του κλειστού USOPDT συστήματος μαζί με τη βηματική απόκριση ενός ανοικτού συστήματος τρίτης τάξης με πόλους ίσους με τους τρεις επικρατούντες πόλους του κλειστού USOPDT.

Από τη σύγκριση των δύο αποκρίσεων διαπιστώνει κανείς ότι η απόκριση του κλειστού USOPDT συστήματος είναι ταυτόσημη με την απόκριση του συστήματος 3^{ης} τάξης με τους ίδιους τρεις επικρατούντες πόλους και απλώς έπεται αυτής κατά χρόνο d . Το ίδιο ακριβώς αποτέλεσμα μπορεί να λάβει κανείς για όλες τις τιμές των παραμέτρων του USOPDT συστήματος και του PID ελεγκτή. Επίσης στην περίπτωση που $\tau_s \neq \tau_D$ υπάρχει πάλι ταύτιση των αντίστοιχων αποκρίσεων με τη διαφορά ότι πλέον αναφερόμαστε σε τέσσερις επικρατούντες πόλους. Τέλος η παραπάνω ιδιότητα μπορεί να επεκταθεί σε όλα τα συστήματα με καθυστέρηση.



Σχήμα 5.13. Χαρακτηριστικό παράδειγμα βηματικής απόκρισης του κλειστού USOPDT συστήματος σε σύγκριση με τη βηματική απόκριση ενός συστήματος 3^{ης} τάξης με πόλους ίσους με τους τρεις επικρατούντες πόλους του κλειστού USOPDT συστήματος ($d=0.5$, $\tau_s=\tau_D=1$, $K_C=1.5$, $\tau_I=5$).

Παρατήρηση 5.4. Από τον άπειρο αριθμό πόλων που ισοδυναμούν με την καθυστέρηση χρόνου μόνο ένας από αυτούς είναι επικρατών και επηρεάζει την απόκριση του κλειστού συστήματος. Οι υπόλοιποι πόλοι συνεισφέρουν μόνο στην καθυστέρηση της απόκρισης και όχι στη μορφή της απόκρισης. □

Με βάση την παραπάνω παρατήρηση μπορεί κανείς να αναλύσει τη συμπεριφορά των κλειστών συστημάτων με βάση μόνο τους επικρατούντες πόλους. Το σημαντικότερο όμως αποτέλεσμα που βασίζεται στην παραπάνω παρατήρηση είναι ότι με βάση τη μεθοδολογία αυτή είναι δυνατό να υπολογίσει με ακρίβεια και σε αναλυτική μορφή την απόκριση του κλειστού συστήματος στην περίπτωση που υπάρχει καθυστέρηση χρόνου. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι τεχνικές που υπάρχουν για τον αναλυτικό υπολογισμό της απόκρισης συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου είναι εξαιρετικά πολύπλοκες και βασίζονται στον υπολογισμό της απόκρισης στο χρονικό διαστήματα $(t, t+d)$ με αρχική συνθήκη την απόκριση στο χρονικό διάστημα $(t-d, d)$ [77].

Με βάση την παρατήρηση 5.4 είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν κριτήρια σχεδίασης του PID ελεγκτή τα οποία βασίζονται στην απόκριση στο πεδίο του χρόνου χωρίς την ανάγκη να καταφύγει κανείς στη χρήση προσομοίωσης. Με τον τρόπο αυτό η μέθοδος

βαθμονόμησης είναι πολύ ευκολότερο να εφαρμοστεί και χρειάζεται πολύ λιγότερο υπολογιστικό φόρτο και χρόνο.

5.5 ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ PID ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΓΙΑ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΕ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Με βάση την παρατήρηση 5.1 όλες οι μέθοδοι βαθμονόμησης του PI ελεγκτή για UFOPDT συστήματα μπορούν να εφαρμοστούν απευθείας για τη βαθμονόμηση του PID για USOPDT συστήματα επιλέγοντας τη σταθερά χρόνου διαφορίσης τ_D ίση με την ευσταθή σταθερά χρόνου του συστήματος τ_S . Στην περίπτωση αυτή, επειδή στην πράξη το μηδενικό που εισάγει ο διαφορικός όρος του ελεγκτή απλοποιείται από τον πόλο $(-\tau_S)$ του συστήματος, η επιλογή του προ-φίλτρου δεν πρέπει να γίνει με βάση τη σχέση (2.10 με $G_{F,PDF}=0$) παρόλο που γίνεται χρήση PID ελεγκτή. Έτσι λοιπόν στην περίπτωση που επιλέγουμε $\tau_D=\tau_S$, ανάλογα με τον τύπο του PID ελεγκτή που χρησιμοποιούμε το προ-φίλτρο πρέπει να επιλεγεί ως

$$G_{F,PID}(s) = \frac{1}{s\tau_I + 1}, \quad G_{F,P-PID}(s) = \frac{s\tau_D + 1}{s\tau_i\tau_d + s\tau_i + 1}, \quad G_{F,PDF}(s) = s\tau_D + 1 \quad (5.49)$$

Ο λόγος για την παραπάνω ειδική επιλογή των προ-φίλτρων είναι ότι το μηδενικό στη θέση $-1/\tau_D$ (στην εν σειρά μορφή του PID) απλοποιείται με τον πόλο $-1/\tau_S=-1/\tau_D$ στον παρονομαστή της συνάρτησης μεταφοράς του κλειστού συστήματος. Σημειώνεται στο σημείο αυτό ότι το προ-φίλτρο $G_{F,PDF}$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο στις περιπτώσεις όπου η είσοδος αναφοράς είναι γνωστή και πρόκειται για παραγωγίσιμο σήμα.

Για συστήματα στα οποία η ευσταθής σταθερά χρόνου τ_S είναι σχετικά μικρή (π.χ. για $\tau_S < 0.3$), είναι πολλές φορές αναγκαίο ο διαφορικός όρος του ελεγκτή να επιλεγεί μεγαλύτερος από τ_S (π.χ. για λόγους ταχύτερης απόκρισης ή μεγαλύτερης ευρωστίας). Στην περίπτωση αυτή οι μέθοδοι που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 3 μπορούν να εφαρμοσθούν και σε USOPDT συστήματα με μικρές αλλαγές στους αντίστοιχους αλγορίθμους.

Η μόνη δυσκολία προκύπτει στην εφαρμογή των μεθόδων που βασίζονται σε κριτήρια συστημάτων 2^{ης} τάξης (όπως η σταθερά απόσβεσης ζ και η ιδιοσυχνότητα $1/\tau_e$) όπου είναι δύσκολο να προσεγγιστεί η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου του κλειστού USOPDT συστήματος με ένα σύστημα δεύτερης τάξης. Πιο συγκεκριμένα αν δεν γίνει χρήση προ-φίλτρου, τότε η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού USOPDT συστήματος ελεγχόμενο από PID ελεγκτή είναι

$$G_{CL,PID}(s) = \frac{\exp(-ds)(\tau_D s + 1)(\tau_I s + 1)}{\tau_I s(\tau_S s + 1)(s - 1)K_C^{-1} + (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)\exp(-ds)} \quad (5.50)$$

η οποία ακόμα και με την προσέγγιση $\exp(-ds) \approx 1 - ds$ παραμένει τρίτης τάξης. Για να μπορέσουμε να βρούμε μία δεύτερης τάξης προσέγγιση για την (5.50) θεωρούμε ότι $\tau_D = \tau_S + \tau_\delta$, όπου ή $\tau_S \ll 1$ ή $\tau_\delta \ll 1$, οπότε

$$\tau_D s + 1 = (\tau_S + \tau_\delta)s + 1 \approx (\tau_S s + 1)(\tau_\delta s + 1)$$

και η (5.50) προσεγγίζεται από την

$$G_{CL,PID}(s) \approx \frac{\exp(-ds)(\tau_D s + 1)(\tau_I s + 1)}{\tau_I s(\tau_S s + 1)(s - 1)K_C^{-1} + (\tau_I s + 1)(\tau_S s + 1)(\tau_\delta s + 1)\exp(-ds)}$$

$$G_{CL,PID}(s) \approx \frac{\exp(-ds)(\tau_D s + 1)(\tau_I s + 1)}{\tau_I s(\tau_S s + 1)(s - 1)K_C^{-1} + (\tau_I s + 1)(\tau_S s + 1)\exp[-(d - \tau_\delta)s]}$$

Αν τώρα το προ-φίλτρο επιλεγεί ως

$$G_{F,PID}(s) = \frac{(s\tau_S + 1)}{(s\tau_I + 1)(s\tau_D + 1)}$$

τότε το σύστημα δεύτερης τάξης που προσεγγίζει την απόκριση του κλειστού USOPDT συστήματος είναι

$$G_{CL,PID}(s) = \frac{\exp(-ds)}{\tau_e^2 s^2 + 2\zeta\tau_e s + 1} \quad (3.18)$$

όπου

$$\tau_e = \sqrt{\tau_I (K_C^{-1} - (d - \tau_\delta))} \quad (5.51)$$

και

$$\zeta = \frac{\tau_I (1 - K_C^{-1}) - (d - \tau_\delta)}{2\sqrt{\tau_I (K_C^{-1} - (d - \tau_\delta))}} \quad (5.52)$$

Σημειώνεται ότι η επιλογή $\tau_D < \tau_S$ δεν είναι επιθυμητή γιατί στην περίπτωση αυτή μειώνεται σημαντικά η ευρωστία του συστήματος. Επίσης τονίζεται ότι παρόλο που οι παραπάνω προσεγγίσεις των παραμέτρων τ_e και ζ δεν είναι αρκετά ακριβείς αυτό δεν επηρεάζει το εύρος εφαρμογής των μεθόδων βαθμονόμησης αφού αυτές βασίζονται στον ακριβή υπολογισμό των κρίσιμων κερδών. Όμως η μειωμένη ακρίβεια των προσεγγίσεων (5.51) και (5.52) συνεπάγεται απόκλιση της συμπεριφοράς του κλειστού συστήματος από την επιθυμητή που περιγράφεται από τις προδιαγραφές των τ_e και ζ .

Με βάση τις σχέσεις (5.51) και (5.52) οι αλγόριθμοι των 2^{ης} και 4^{ης} ΣΠΚ και 2^{ης}

ΜΠΦ μεθόδων βαθμονόμησης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εφαρμογή των αντίστοιχων μεθόδων των USOPDT συστημάτων κάνοντας την αντικατάσταση

<<όπου d στις UFOPDT μεθόδους χρησιμοποιείται το d-τ_s στις USOPDT μεθόδους>>

Τέλος η 1^η ΣΠΚ και 1^η ΜΠΦ μέθοδοι μπορούν να εφαρμοστούν για όλες τις επιτρεπτές τιμές του τ_D αν η τιμή του τ_{L,min}(d,τ_s,τ_D) υπολογίζεται κάνοντας χρήση του τ_{L,min} αλγορίθμου που παρουσιάστηκε στην ενότητα 5.3.2.

5.6 ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ PID ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΒΑΣΙΣΜΕΝΕΣ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΩΝ ΕΠΙΚΡΑΤΟΥΝΤΩΝ ΠΟΛΩΝ

Στην ενότητα 5.4 δείξαμε ότι από την απειρία των πόλων ενός USOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή, μόνο τέσσερις από αυτούς του πόλους (οι τέσσερις επικρατούντες πόλοι) συνεισφέρουν στη μορφή της απόκρισης του κλειστού συστήματος, ενώ οι υπόλοιποι πόλοι συνεισφέρουν μόνο στην καθυστέρηση χρόνου. Στην περίπτωση μάλιστα που η σταθερά χρόνου διαφόρισης του PID ελεγκτή είναι ίση με την ευσταθή σταθερά χρόνου του USOPDT συστήματος (δηλαδή τ_D=τ_s), τότε το μηδενικό που εισάγει ο PID ελεγκτής απλοποιείται με τον πόλο στη θέση (-1/τ_s) και σε αυτήν την περίπτωση οι επικρατούντες πόλοι του κλειστού συστήματος είναι μόνο τρεις. Γι' αυτήν την ειδική περίπτωση επιλογής του τ_D στη συνέχεια της παρούσας ενότητας θα παρουσιαστούν κάποιες νέες μέθοδοι βαθμονόμησης που βασίζονται στην κατάλληλη επιλογή της θέσης των πόλων αυτών ώστε το κλειστό σύστημα να έχει την επιθυμητή συμπεριφορά. Στο σημείο αυτό τονίζεται ότι δεν είναι δυνατή η αυθαίρετη τοποθέτηση των πόλων αυτών γιατί υπάρχουν μόνο δύο ελεύθερες παράμετροι (K_C και τ_I) και γιατί η θέση των επικρατούντων πόλων επηρεάζεται και από την θέση των υπολοίπων πόλων.

Στη γενική περίπτωση είναι δυνατόν να σχεδιαστούν μέθοδοι βαθμονόμησης που να βασίζονται στη θέση των επικρατούντων πόλων και υπολογίζουν και τις δύο ελεύθερες παραμέτρους του ελεγκτή. Όμως όπως δείξαμε παραπάνω, τα USOPDT συστήματα έχουν πολύ μικρή περιοχή ευστάθειας. Για το λόγο αυτό είναι προτιμότερο το κέρδος K_C του ελεγκτή να επιλεγεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε να εγγυάται κάποιες ιδιότητες ως προς την ευρωστία του συστήματος. Συγκεκριμένα λοιπόν οι μέθοδοι που προτείνονται παρακάτω είναι επεκτάσεις της ΣΠΚ μεθόδου βαθμονόμησης, δηλαδή το κέρδος του ελεγκτή επιλέγεται πάντα ως

$$K_C = \sqrt{K_{\min} K_{\max}} \quad (5.53)$$

έτσι ώστε το αυξητικό και το μειωτικό περιθώριο κέρδους να είναι ίσα.

5.6.1 DPC μέθοδος βαθμονόμησης για PD ελεγκτή

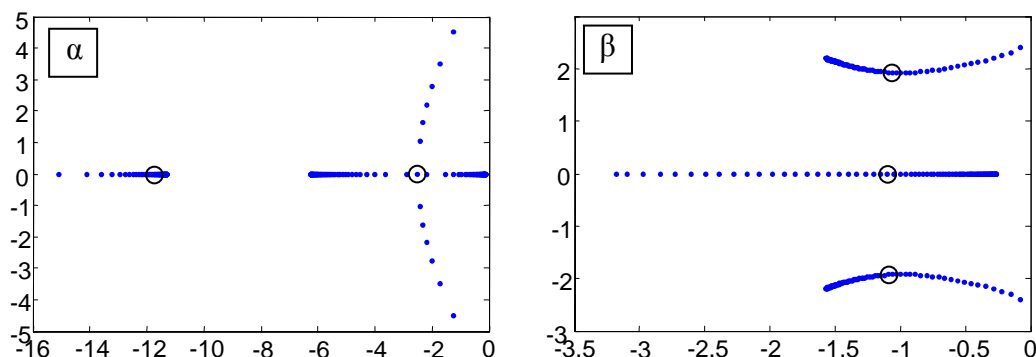
Η μέθοδος αυτή βαθμονόμησης βασίζεται σε ένα χαρακτηριστικό κριτήριο επιλογής της θέσης των τριών επικρατούντων πόλων (Dominant Pole Criterion ή DPC) του κλειστού USOPDT συστήματος. Πιο συγκεκριμένα το κριτήριο επιλογής της θέσης των πόλων που επιλέγουμε είναι το εξής:

«Ο πιο αργός από τους τρεις πόλους να είναι όσο γίνεται πιο αριστερά, δηλαδή να έχει όσο γίνεται μεγαλύτερο πραγματικό μέρος»

Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται μια σχετικά γρήγορη αλλά όπως θα φανεί στην συνέχεια και πολύ ομαλή απόκριση.

Στην εφαρμογή του παραπάνω κριτηρίου διακρίνουμε δύο χαρακτηριστικές περιπτώσεις ανάλογα με την τιμή της καθυστέρησης χρόνου. Για τιμές $d < 0.157$ η μέθοδος δίνει κλειστό σύστημα με τρεις πραγματικούς επικρατούντες πόλους, όπου οι δύο πιο αργοί πόλοι ταυτίζονται (βλέπε σχήμα 5.14α), ενώ για $d > 0.157$ η μέθοδος δίνει κλειστό σύστημα με έναν πραγματικό και δύο μιγαδικούς πόλους το πραγματικό μέρος των οποίων είναι το ίδιο (βλέπε σχήμα 5.14β). Στην ειδική περίπτωση όπου $d = 0.157$ και οι τρεις επικρατούντες πόλοι είναι πραγματικοί και βρίσκονται στο ίδιο σημείο.

Για την εφαρμογή της μεθόδου βαθμονόμησης που βασίζεται στο παραπάνω κριτήριο επιλογής της θέσης των επικρατούντων πόλων, σχεδιάστηκε κατάλληλος αλγόριθμος ο οποίος για δεδομένο σύστημα υπολογίζει την τιμή του ολοκληρωτικού όρου t_i για την οποία ικανοποιείται το κριτήριο. Τα βασικά βήματα του αλγορίθμου, ο οποίος βασίζεται στη μέθοδο της διχοτόμου, παρουσιάζονται στη συνέχεια.



Σχήμα 5.14. Ο ΓΤΡ της μεθόδου καθώς μεταβάλλεται το t_i για α) $d < 0.157$ και β) για $d > 0.157$.

Αλγόριθμος DPC μεθόδου

Βήμα 1: Επιλέγουμε την τιμή $\tau_{1,1}=1.1\tau_{1,\min}(d)$ και $\tau_{1,2}=40\tau_{1,\min}(d)$.

Βήμα 2: Επιλέγουμε τη νέα τιμή του τ_1

$$\tau_1 = (\tau_{1,1} + \tau_{1,2})/2$$

Για τις δεδομένες τιμές του τ_1 και τ_D υπολογίζουμε την τιμή του K_C από τη σχέση (5.53), όπου τα K_{\min} και K_{\max} δίνονται από τις σχέσεις (5.12) και (5.13) αντίστοιχα και οι κρίσιμες συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} μπορούν να υπολογιστούν κάνοντας χρήση των αντίστοιχων αλγορίθμων.

Βήμα 3: Για τις δεδομένες τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή υπολογίζουμε τους πόλους του κλειστού συστήματος. Έστω $\text{Im}P_1$ και $\text{Im}P_2$ η απόλυτη τιμή του πραγματικού μέρους των δύο πιο αργών πόλων με $\text{Im}P_1 < \text{Im}P_2$. Αν

$$\text{Im}P_1=0 \text{ τότε } \tau_{1,2} = \tau_1, \text{ αλλιώς } \tau_{1,1} = \tau_1$$

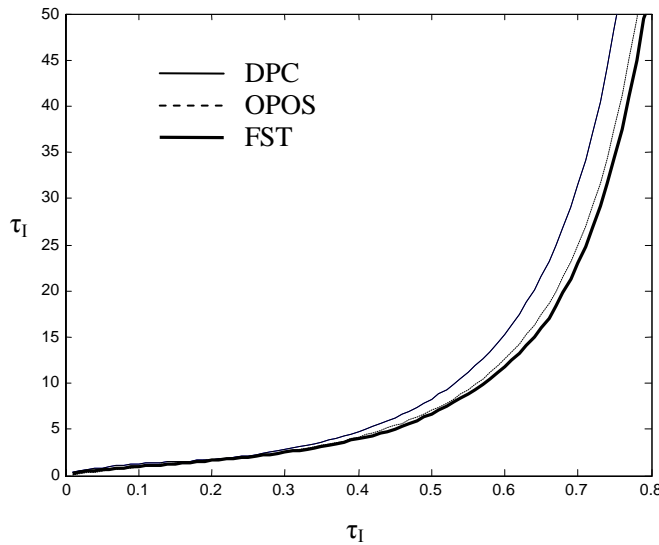
Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

Εφαρμόζοντας τον παραπάνω αλγόριθμο για όλες τις τιμές του d στο διάστημα $(0,0.9)$ υπολογίστηκαν οι αντίστοιχες τιμές του τ_1 που ικανοποιούν το κριτήριο της μεθόδου. Στο σχήμα 7.17 παρουσιάζεται η συνάρτηση $\tau_1(d)$ που προκύπτει από την εφαρμογή της DPC μεθόδου βαθμονόμησης.

Λόγω της δυσκολίας εφαρμογής της παραπάνω μεθόδου σε πραγματικό χρόνο και του μεγάλου υπολογιστικού φόρτου που χρειάζεται για τον υπολογισμό των πόλων του κλειστού USOPDT συστήματος, η συνάρτηση $\tau_1(d)$ που προκύπτει από την εφαρμογή της DPC μεθόδου προσεγγίστηκε από μία αναλυτική συνάρτηση ($\hat{\tau}_1(d)$). Οι παράμετροι της συνάρτησης αυτής υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας τα εργαλεία βελτιστοποίησης (optimization toolbox) του MATLAB[®] με σκοπό την ελαχιστοποίηση του μέγιστου κανονικοποιημένου σφάλματος της $\tau_1(d)$ το οποίο ορίζεται ως $\tilde{\tau}_1 = (\tau_1 - \hat{\tau}_1) / \tau_1$. Οι προσεγγίσεις που προκύπτουν παρουσιάζονται στον πίνακα 5.2 μαζί με το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα που προκύπτει.

5.6.2 Μέθοδοι βαθμονόμησης που βασίζονται στον υπολογισμό της απόκρισης του κλειστού συστήματος από τους επικρατούντες πόλους

Στην υπο-ενότητα αυτή παρουσιάζονται τρεις εναλλακτικές μέθοδοι για την επιλογή της παραμέτρου τ_1 του ελεγκτή. Οι μέθοδοι αυτές βασίζονται σε κάποια πολύ χρήσιμα κριτήρια της χρονικής απόκρισης του κλειστού συστήματος.



Σχήμα 5.15. Οι τιμές της παραμέτρου τ_I για τις μεθόδους DPC, OPOS και FST.

Ένα ευρέως χρησιμοποιούμενο κριτήριο που χρησιμοποιείται για τη βαθμονόμηση PID ελεγκτών είναι η ελαχιστοποίηση του χρόνου αποκατάστασης (Fastest Settling Time *FST*). Στην περίπτωση που η απόκριση του κλειστού συστήματος είναι ταλαντωτική (όπως συμβαίνει στην περίπτωση που μελετάμε), τότε για τον υπολογισμό του χρόνου αποκατάστασης χρησιμοποιείται η περιβάλλουσα της απόκρισης. Επειδή στην περίπτωση συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου η απόκριση του κλειστού συστήματος δεν είναι γνωστή σε αναλυτική μορφή, εδώ για τον υπολογισμό της περιβάλλουσας της απόκρισης χρησιμοποιούμε την απόκριση του συστήματος 3^{ης} τάξης, οι πόλοι του οποίου είναι ίσοι με τους επικρατούντες πόλους του κλειστού USOPDT συστήματος. Η απόκριση αυτή δίνεται από τη σχέση (5.47). Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι οι δύο περιβάλλουσες της απόκρισης (5.47) (κάτω και άνω) δίνονται από τις σχέσεις

$$y_{g1}(t) = 1 - \left[e^{-\zeta\omega_0 t} \left(\sqrt{A^2 + B^2} \right) + C e^{-p_R t} \right] \quad \text{και} \quad y_{g2}(t) = 1 + \left[e^{-\zeta\omega_0 t} \left(\sqrt{A^2 + B^2} \right) + C e^{-p_R t} \right] \quad (5.54)$$

Για την εφαρμογή της *FST* μεθόδου χρησιμοποιείται ένας αλγόριθμος αντίστοιχος με αυτόν της *DPC* μεθόδου για τον υπολογισμό της παραμέτρου τ_I η οποία ελαχιστοποιεί το χρόνο t_{stl} για τον οποίο $|1 - y_{g1}(t_{stl})| = 0.01$. Σημειώνεται ότι η σωστή εφαρμογή της *FST* μεθόδου, η οποία πρέπει να βασίζεται στην περιβάλλουσα της απόκρισης, δεν είναι εφικτή με τη χρήση προσομοίωσης αφού η προσομοίωση δίνει την απόκριση του συστήματος και όχι την περιβάλλουσα.

Ένα δεύτερο κριτήριο που χρησιμοποιείται για τη βαθμονόμηση PID ελεγκτών προκύπτει από την ανάγκη να επιτευχθεί η ταχύτερη δυνατή απόκριση σε βηματική

αλλαγή του επιθυμητού σημείου λειτουργίας με όσο το δυνατό μικρότερη υπερύψωση, για παράδειγμα η μέγιστη υπερύψωση να είναι μικρότερη του 1% (One Percent OverShoot ή *OPOS*). Και σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιείται η απόκριση του συστήματος που δίνεται από την (5.47) και σε συνδυασμό με κατάλληλο αλγόριθμο που βασίζεται στη μέθοδο της διχοτόμου υπολογίζεται η ελάχιστη τιμή της παραμέτρου τ_1 (και συνεπώς και η ταχύτερη απόκριση) για την οποία το μέγιστο της $y(t)$ είναι μικρότερο από 1.01 για όλα τα $t > 0$.

Η τρίτη μέθοδος βασίζεται στην ελαχιστοποίηση του ολοκληρώματος του τετραγώνου του σφάλματος που προκύπτει από τη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος σε μεταβολή του σημείου λειτουργίας (*ISE-Sp*). Αφού το πρώτο τμήμα της απόκρισης για $t < d$ δεν επηρεάζεται από τον έλεγχο, για την ελαχιστοποίηση του ISE μπορεί να χρησιμοποιηθεί η (5.47). Στην περίπτωση ενός συστήματος τρίτης τάξης το ολοκλήρωμα του $e^2(t) = (1-y(t))^2$ υπολογίζεται αναλυτικά και δίνεται από την σχέση (βλέπε ενότητα 7.6.2)

$$ISE_{sp} = \frac{1}{2} \frac{C^2}{p_R} + \frac{A^2(1+\zeta^2) + B^2(1-\zeta^2) + 2AB\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}{4\omega_0\zeta} + 2C \frac{A(\zeta\omega_0 + p_R) + B\omega_n}{p_R^2 + \omega_0^2 + 2\zeta\omega_0 p_R} \quad (5.55)$$

Χρησιμοποιώντας την (5.55) σε συνδυασμό με έναν απλό αλγόριθμο αναζήτησης, μπορεί κανείς να υπολογίσει την τιμή της παραμέτρου τ_1 η οποία ελαχιστοποιεί την τιμή του ISE_{sp} .

Και οι τρεις μέθοδοι επιλογής της παραμέτρου τ_1 που παρουσιάστηκαν παραπάνω δεν είναι δυνατό να εφαρμοστούν σε πραγματικό χρόνο λόγω του μεγάλου υπολογιστικού φόρτου που χρειάζεται για τον υπολογισμό των επικρατούντων πόλων. Για το λόγο αυτό, η τιμή της παραμέτρου τ_1 η οποία προκύπτει από την εφαρμογή των μεθόδων αυτών υπολογίστηκε για όλες τις τιμές του $d < 0.9$ και οι συναρτήσεις $\tau_1(d)$ που προκύπτουν προσεγγίστηκαν με αναλυτικές συναρτήσεις χρησιμοποιώντας τα εργαλεία βελτιστοποίησης του MATLAB[®]. Οι προσεγγιστικές συναρτήσεις $\hat{\tau}_1(d)$ που προκύπτουν παρουσιάζονται στον πίνακα 5.2. Όπως φαίνεται από τον ίδιο πίνακα, το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα αυτών των προσεγγίσεων είναι μικρότερο από 2.8%. Το σφάλμα αυτό στο τ_1 δεν προκαλεί σημαντική μεταβολή στην απόκριση του κλειστού συστήματος. Για παράδειγμα όταν χρησιμοποιείται η προσέγγιση $\hat{\tau}_1$ στην FST μέθοδο αντί του τ_1 , τότε το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα στο χρόνο αποκατάστασης είναι μικρότερο από 0.5%.

Αξίζει να σημειωθεί στο σημείο αυτό ότι χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα MATLAB® οι μέθοδοι που παρουσιάστηκαν παραπάνω και βασίζονται στον υπολογισμό της απόκρισης από τους τρεις επικρατούντες πόλους είναι τουλάχιστον δέκα φορές ταχύτεροι από το να εφαρμόζονταν οι ίδιοι αλγόριθμοι με τη χρήση προσομοίωσης (με ολοκληρωτή Runge-Kutta και βήμα ολοκλήρωσης 0.01) για τον υπολογισμό της απόκρισης του κλειστού συστήματος. Το δε σφάλμα στον υπολογισμό του τ_1 είναι μικρότερο από 0.1%.

Αντίστοιχες μέθοδοι με αυτές που παρουσιάστηκαν παραπάνω μπορούν πολύ εύκολα να εφαρμοστούν και για την περίπτωση βηματικής απόκρισης σε μεταβολή του φορτίου. Τέτοιες μέθοδοι είναι πιο κατάλληλες σε περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου. Η δυσκολία στην περίπτωση αυτή είναι να βρεθούν αναλυτικές σχέσεις για την εφαρμογή των μεθόδων σε πραγματικό χρόνο, αφού στην περίπτωση αυτή η απόκριση εξαρτάται από τα d και τ_D (ή ισοδύναμα τ_s), όπως εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς από τη συνάρτηση μεταφοράς φορτίου του κλειστού συστήματος η οποία δίνεται από τη σχέση

$$G_{CLL}(s) = G_{CL}(s)\tau_1s/(\tau_Ds + 1)$$

Είναι λοιπόν δύσκολο να βρεθούν ακριβείς προσεγγίσεις για την επιλογή της παραμέτρου $\tau_1(d, \tau_D)$.

Για να γίνει δυνατή η σύγκριση των παραπάνω μεθόδων, στον πίνακα 5.3 παρουσιάζονται οι θέσεις των τριών επικρατούντων πόλων του κλειστού USOPDT συστήματος για τρεις περιπτώσεις με $d=0.1$, $d=0.5$ και $d=0.9$. Οι αντίστοιχες βηματικές αποκρίσεις παρουσιάζονται στο σχήμα 5.15. Από τις αποκρίσεις αυτές και από την θέση των επικρατούντων πόλων εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι οι FST και OPOS μέθοδοι δίνουν παρόμοιους ελεγκτές. Επίσης η απόκριση που λαμβάνεται με την χρήση της

Method	Range of d	Estimated $\tau_1(d)$	$\max(\Delta\tau_1 / \tau_1)$
DPC	$0 < d < 0.17$	$3.06\sqrt{d} + 4.19d - 12.66d^2$	1.5%
	$0.17 < d < 0.9$	$\frac{3.47\sqrt{d} - 2.9d + 8.37d^2 + 18.28d^5}{0.95 - d}$	2%
FST	$0 < d < 0.17$	$0.017 + 0.42\sqrt{d} + 8.08d$	1.5%
	$0.17 < d < 0.9$	$\frac{3.26\sqrt{d} - 1.96d + 5.55d^2 + 15.47d^5}{0.96 - d}$	2%
OPOS	$0 < d < 0.9$	$\frac{2.29\sqrt{d} + 0.69d + 2.29d^2 + 15.07d^5}{0.96 - d}$	2.8%
ISE-SP	$0 < d < 0.9$	$\frac{0.1\sqrt{d} + 2.47d + 2.78d^2 + 5.59d^5}{0.95 - d}$	2.7%

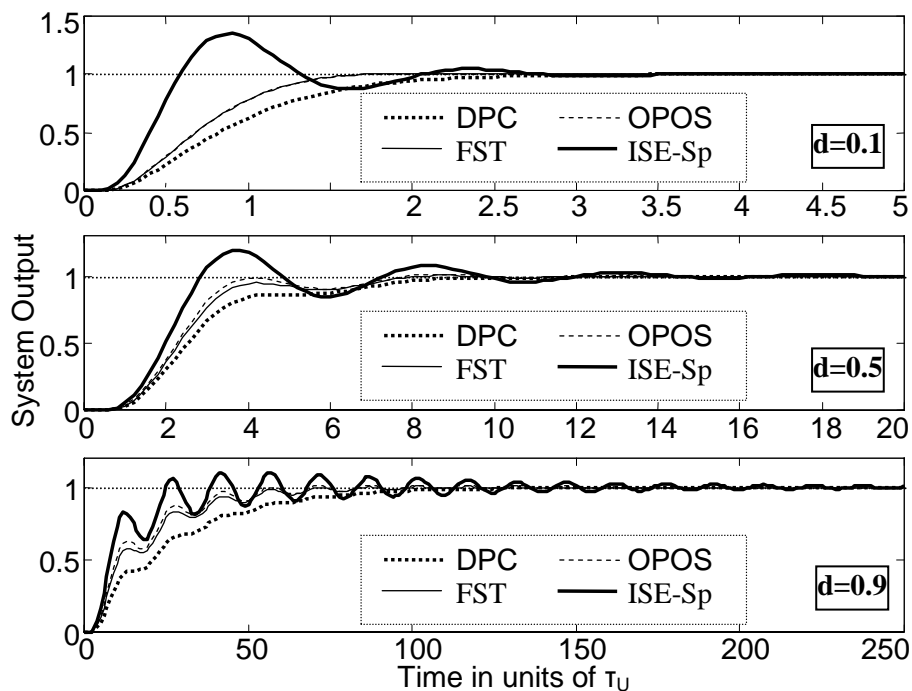
Πίνακας 5.2. Οι προσεγγίσεις του $\tau_1(d)$ για τις μεθόδους: DPC, FST, OPOS και ISE_SP.

Method	d=0.1	d=0.5	d=0.9
DPC	-12.61 -2.502±i0.0175	-0.425 -0.412±i1.312	-0.0377 -0.0377±i0.412
FST	-12.949 -2.326±i1.641	-0.516 -0.368±i1.302	-0.0550 -0.0291±i0.411
OPOS	-12.964 -2.318±i1.675	-0.556 -0.349±i1.299	-0.0609 -0.0262±i0.410
ISE-SP	-14.765 -1.378±i4.231	-0.785 -0.237±i1.298	-0.0883 -0.0129±i0.409

Πίνακας 5.3. Η θέση των τριών επικρατούντων πόλων για τρεις χαρακτηριστικές περιπτώσεις USOPDT.

ISE_Sp μεθόδου είναι η ταχύτερη αλλά αρκετά ταλαντωτική. Τέλος στην περίπτωση που χρησιμοποιείται η DPC μέθοδος, η απόκριση που προκύπτει είναι αργή αλλά πολύ ομαλή. Μια εξαιρετικά χρήσιμη ιδιότητα της μεθόδου αυτής είναι ότι η βηματική απόκριση είναι μονότονη. Επίσης αφού αυτή η μέθοδος δίνει τη μεγαλύτερη τιμή για το τ_i , σύμφωνα με την ανάλυση που παρουσιάστηκε στην ενότητα 5.2, συνεπάγεται ότι αυτή η μέθοδος δίνει και τον πιο εύρωστο ελεγκτή.

Παρόλο που οι παραπάνω τεχνικές βαθμονόμησης δεν βασίζονται σε προδιαγραφές ευρωστίας αλλά σε κριτήρια της χρονικής απόκρισης, στον πίνακα 5.4 επιχειρείται μία σύγκριση των μεθόδων αυτών με υπάρχουσες μεθόδους για PID ελεγκτές από την βιβλιογραφία. Συγκεκριμένα οι τέσσερις μέθοδοι που παρουσιάστηκαν παραπάνω συγκρίνονται με τις μεθόδους: α) των Rotstein and Lewin (R&L) [15] με $\lambda=2.2$, β) των De Paor και O'Malley (P&M) [12], γ) των Ho και Xu (H&X) [33] με προδιαγραφές ευρωστίας $A_m=1.3$ και $\phi_m=10^\circ$, δ) των Poulin και Pomerleau (P&P) [75] που βασίζεται στο ITAE κριτήριο και ε) των Jacob και Chidambaram (J&C) [5] που βασίζεται στην IMC τεχνική με $\lambda=2.5$. Η σύγκριση γίνεται στην ειδική περίπτωση ενός συστήματος με $d=0.5$ και $\tau_s=1$. Στον πίνακα 5.4 παρουσιάζονται το αυξητικό GM_{inc} και το μειωτικό GM_{dec} περιθώριο κέρδους καθώς και το περιθώριο φάσης PM. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζεται η μέγιστη ταυτόχρονη πολλαπλασιαστική αβεβαιότητα a_a (maximum simultaneous multiplicative uncertainty) που μπορεί να υποβληθεί το σύστημα και να παραμένει ευσταθές και μάλιστα στη χειρότερη δυνατή κατάσταση που είναι όταν οι παράμετροι d , τ_s , K αυξάνονται κατά a_a και η παράμετρος τ_U μειώνεται κατά a_a . Στον πίνακα 5.4 παρουσιάζεται και η μέγιστη πολλαπλασιαστική αβεβαιότητα a_d για την καθυστέρηση χρόνου (δηλαδή όταν αυξάνεται το d κατά a_d) που μπορεί να υποβληθεί το σύστημα και να παραμένει ευσταθές. Σημειώνεται ότι για τις μεθόδους που προορίζονται



Σχήμα 5.16. Οι βηματικές αποκρίσεις των κλειστών USOPDT συστημάτων για τρία συστήματα με $d=0.1$, $d=0.5$ και $d=0.9$.

Method	K_C	τ_I	τ_D	$PM_{(rad)}$	GM_{inc}	GM_{dec}	a_a	a_d
DPC	1.618	8.150	1	0.172	1.469	1.462	1.101	1.268
FST	1.622	6.948	1	0.155	1.446	1.436	1.091	1.240
OPOS	1.623	6.539	1	0.148	1.436	1.425	1.088	1.225
ISE-SP	1.632	4.834	1	0.107	1.372	1.353	1.064	1.163
R&L ($l=2.2$)	2.116	10.24	0.902	0.087	1.173	1.860	1.043	1.103
P&M	1.357	6.960	1	0.133	1.729	1.202	1.103	1.288
H&X	1.518	6.543	1	0.148	1.536	1.332	1.095	1.255
P&P	1.798	8.431	1	0.154	1.325	1.631	1.082	1.204
J&C ($l=2.5$)	1.573	9.495	1	0.188	1.528	1.443	1.113	1.307

Πίνακας 5.4. Σύγκριση της ευρωστίας με άλλες μεθόδους βαθμονόμησης USOPDT συστημάτων από τη βιβλιογραφία.

για PI ελεγκτές και UFOPDT συστήματα, ο διαφορικός όρος του ελεγκτή επιλέγεται έτσι ώστε $\tau_D = \tau_S$. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον πίνακα 5.4 δείχνουν ότι η DPC μέθοδος δίνει τον πιο εύρωστο ελεγκτή σε σύγκριση με όλες τις μεθόδους, εκτός την

μέθοδο J&C με $\lambda=2.5$ η οποία δίνει πολύ πιο αργή απόκριση. Οι άλλες τρεις μέθοδοι έχουν σχεδιαστεί με σκοπό να δίνουν γρήγορες αποκρίσεις και επομένως δίνουν λιγότερο εύρωστους ελεγκτές. Τέλος αξίζει να σημειωθεί ότι όλες οι άλλες μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στη σύγκριση αυτή δεν μπορούν να εφαρμοστούν για συστήματα με $d>0.6$.

5.7 ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ PID ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΓΙΑ USOPDT ΒΑΣΙΖΟΜΕΝΕΣ ΣΤΑ ΠΕΡΙΘΩΡΙΑ ΚΕΡΔΟΥΣ ΚΑΙ ΦΑΣΗΣ

Όταν ένας PID ελεγκτής χρησιμοποιείται για τον έλεγχο USOPDT συστημάτων, είναι δυνατό σε κάποιες περιπτώσεις να ικανοποιηθούν ταυτόχρονα όλες οι προδιαγραφές ευρωστίας GM_{dec} , GM_{inc} , και PM ακριβώς. Ο αναζητούμενος PID ελεγκτής μπορεί να υπολογιστεί από τη λύση του συστήματος εξισώσεων που περιλαμβάνει τις εξισώσεις (5.11)-(5.14), (5.16)-(5.18), (5.24) και (5.25). Δυστυχώς αυτό το σύστημα εξισώσεων είναι αρκετά πολύπλοκο για να λυθεί σε πραγματικό χρόνο ενώ η λύση που προκύπτει μπορεί να μην είναι κατάλληλη ή χρήσιμη, ιδίως στις περιπτώσεις εκείνες όπου ο διαφορικός όρος του ελεγκτή που προκύπτει είναι πολύ μεγάλος. Επίσης σημειώνεται ότι δεν υπάρχει πάντα λύση για το παραπάνω σύστημα εξισώσεων.

Για τις μεθόδους βαθμονόμησης που παρουσιάζονται στην παρούσα ενότητα ο διαφορικός όρος του ελεγκτή τ_D πρέπει να επιλεγεί εκ των προτέρων με βάση τη γνώση του σχεδιαστή για το σύστημα. Αν δεν υπάρχει κανένας περιορισμός για την επιλογή του τ_D από το σύστημα, τότε προτείνεται να επιλεγεί τ_D όσο το δυνατό μεγαλύτερο στο διάστημα που καθορίζεται από την (5.33). Με τον τρόπο αυτό το προκύπτον κλειστό σύστημα έχει την ταχύτερη δυνατή απόκριση, τόσο στην περίπτωση παρακολούθησης τροχιάς, όσο και στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου ενώ ταυτόχρονα δίνει και το μικρότερο μέγιστο σφάλμα στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου.

Έχοντας διαλέξει την τιμή του διαφορικού όρου τ_D , προτείνονται οι επόμενες τρεις μέθοδοι βαθμονόμησης για τον PID ελεγκτή.

5.7.1 PM μέθοδος βαθμονόμησης για USOPDT συστήματα

Όταν η μόνη προδιαγραφή για το κλειστό σύστημα είναι το επιθυμητό περιθώριο φάσης PM^{des} τότε προτείνεται η βαθμονόμηση του PID ελεγκτή να γίνει με τέτοιο τρόπο ώστε η προδιαγραφή του περιθωρίου φάσης να επιτυγχάνεται στο μέγιστο της φάσης που αντιστοιχεί στη συχνότητα ω_p , δηλαδή ο ελεγκτής να σχεδιαστεί έτσι ώστε $\omega_G=\omega_p$. Με τον τρόπο αυτό η σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης t_i είναι η μικρότερη δυνατή

που ικανοποιεί την προδιαγραφή του περιθωρίου φάσης και επομένως ο ελεγκτής που προκύπτει δίνει την ταχύτερη απόκριση.

Τα βασικά βήματα της PM μεθόδου βαθμονόμησης είναι τα ακόλουθα:

PM μέθοδος βαθμονόμησης

Βήμα 1. Δεδομένων των παραμέτρων του συστήματος d , τ_s , του διαφορικού όρου του ελεγκτή τ_D και του επιθυμητού περιθωρίου φάσης PM_{des} , υπολογίζουμε τη σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης $\tau_I(d, \tau_s, \tau_D, PM_{des})$ κάνοντας χρήση του *PM Αλγορίθμου* που παρουσιάζεται στη συνέχεια.

Βήμα 2. Έχοντας υπολογίσει το τ_I , υπολογίζουμε στη συνέχεια τη συχνότητα ω_p από την λύση της (5.15) και το κέρδος K_C του ελεγκτή από τη σχέση (5.18). \square

5.7.2 GM μέθοδος βαθμονόμησης για USOPDT συστήματα

Η GM μέθοδος βαθμονόμησης εφαρμόζεται όταν οι προδιαγραφές του κλειστού συστήματος περιγράφονται στη μορφή αυξητικού και μειωτικού περιθωρίου κέρδους (δηλαδή δίνονται οι επιθυμητές τιμές των $GM_{inc,des}$ και $GM_{dec,des}$).

Τα βασικά βήματα της PM μεθόδου βαθμονόμησης είναι τα ακόλουθα:

GM μέθοδος βαθμονόμησης

Βήμα 1. Δεδομένων των παραμέτρων του συστήματος d , τ_s , του διαφορικού όρου του ελεγκτή τ_D και του επιθυμητού γινομένου περιθωρίων κέρδους $GM_{prod,des}$, υπολογίζουμε τη σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης $\tau_I(d, \tau_s, \tau_D, GM_{prod,des})$ του PID ελεγκτή κάνοντας χρήση του *GM Αλγορίθμου* που παρουσιάζεται στη συνέχεια.

Βήμα 2. Υπολογίζουμε το κέρδος του ελεγκτή κάνοντας χρήση μίας εκ των σχέσεων

$$K_C = K_{max} / GM_{inc,des} \quad \text{ή} \quad K_C = K_{min} GM_{dec,des} \quad (5.56)$$

όπου τα κρίσιμα κέρδη K_{min} και K_{max} προκύπτουν από την εφαρμογή του *GM Αλγορίθμου*. \square

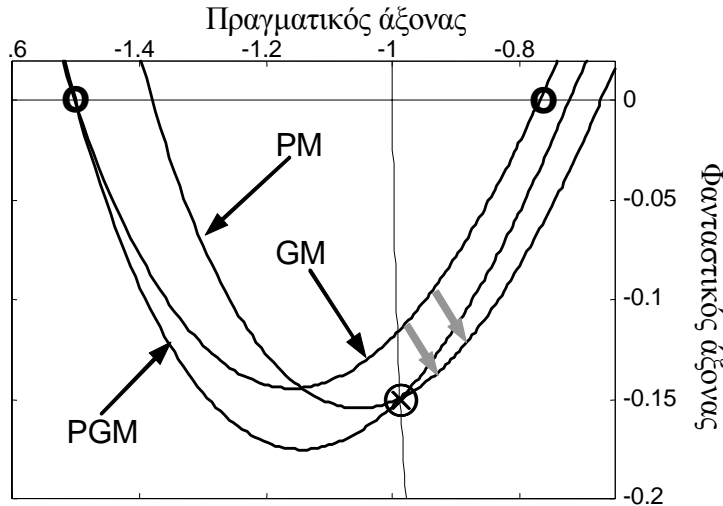
5.7.3 PGM μέθοδος βαθμονόμησης για USOPDT συστήματα

Με την τιμή του διαφορικού όρου προεπιλεγμένη δεν είναι δυνατό στην γενική περίπτωση να βρεθεί PID ελεγκτής που να ικανοποιεί ταυτόχρονα όλες τις προδιαγραφές ευρωστίας GM_{dec} , GM_{inc} , και PM επακριβώς χρησιμοποιώντας σαν ελεύθερες

μεταβλητές σχεδίασης τις υπόλοιπες δύο παραμέτρους του ελεγκτή. Και αυτό γιατί δεν μπορούν να καθοριστούν τρεις ανεξάρτητες προδιαγραφές με μόνο δύο ανεξάρτητες παραμέτρους, συγκεκριμένα τις K_C και τ_I . Πράγματι αν οι παράμετροι του ελεγκτή K_C και τ_I υπολογιστούν με βάση τον *GM Αλγόριθμο* έτσι ώστε να επιτευχθούν τα επιθυμητά GM_{dec} και GM_{inc} , τότε με δεδομένες και τις τρεις παραμέτρους του ελεγκτή προκύπτει συγκεκριμένη τιμή για το περιθώριο φάσης $PM(d, K_C, \tau_I, \tau_D)$, επομένως το περιθώριο φάσης δεν μπορεί να επιλεγεί ανεξάρτητα. Για να υπερβούμε την παραπάνω δυσκολία, η μέθοδος βαθμονόμησης που προτείνεται ικανοποιεί και τις τρεις προδιαγραφές, PM , GM_{dec} και GM_{inc} αλλά όχι ακριβώς. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στις PM και GM μεθόδους που παρουσιάστηκαν παραπάνω και τα βασικά βήματα της είναι τα ακόλουθα:

PGM μέθοδος βαθμονόμησης

- Βήμα 1. Για τη δεδομένη τιμή του τ_D ελέγχουμε αν υπάρχει τιμή του K_C η οποία να ικανοποιεί και τις τρεις προδιαγραφές όταν $\tau_I \rightarrow \infty$.
- Βήμα 2. Υπολογίζουμε τους δύο ελεγκτές που προκύπτουν από τις PM και GM μεθόδους. Αν ο ελεγκτής με τη μεγαλύτερη τιμή του τ_I ικανοποιεί και τις τρεις προδιαγραφές, τότε αυτό είναι ο ελεγκτής που αναζητάμε. Στην αντίθετη περίπτωση προχωράμε στο βήμα 3.
- Βήμα 3. Έστω ότι $K_{C,PM}$ και $\tau_{I,PM}$ είναι οι παράμετροι του ελεγκτή που προκύπτουν από την εφαρμογή της PM μεθόδου και $K_{C,GM}$ και $\tau_{I,GM}$ οι παράμετροι από την GM μέθοδο. Στην περίπτωση αυτή αν κανένας από τους δύο ελεγκτές δεν ικανοποιεί και τις τρεις προδιαγραφές, τότε ελέγχουμε ποιος ελεγκτής έχει το μεγαλύτερο κέρδος K_C .
 - i. Αν $K_{C,PM} > K_{C,GM}$, τότε για να ικανοποιηθούν και οι τρεις προδιαγραφές με το μικρότερο τ_I , αυξάνουμε το τ_I (αρχίζοντας από το $\max(\tau_{I,GM}, \tau_{I,PM})$), ενώ διατηρούμε το ίδιο GM_{inc} (αυτό επιτυγχάνεται επιλέγοντας $K_C = K_{\max}(d, \tau_S, \tau_I, \tau_D) / GM_{inc,des}$) μέχρι να ικανοποιηθεί και το περιθώριο φάσης.
 - ii. Αν $K_{C,PM} < K_{C,GM}$, τότε σταδιακά αυξάνουμε το τ_I (αρχίζοντας από το $\max(\tau_{I,GM}, \tau_{I,PM})$) ενώ διατηρούμε το ίδιο GM_{dec} (επιλέγοντας $K_C = K_{\min}(d, \tau_S, \tau_I, \tau_D) GM_{dec,des}$) μέχρι να ικανοποιηθεί και το περιθώριο φάσης (βλέπε παράδειγμα του σχήματος 5.17). □



Σχήμα 5.17. Παράδειγμα εφαρμογής της PGM μεθόδου.

Παρόλο που υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να επιλεγούν οι παράμετροι του ελεγκτή ώστε να ικανοποιούνται και οι τρεις προδιαγραφές (όχι βέβαια ακριβώς), η μέθοδος που προτείνεται παραπάνω πλεονεκτεί λόγω του γεγονότος ότι χρειάζεται τον μικρότερο υπολογιστικό φόρτο, αφού δεδομένου του τ_I το περιθώριο φάσης μπορεί να υπολογιστεί ακριβώς χωρίς τη χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων (από τις σχέσεις (5.16) και (5.17)).

Σημειώνεται ότι σε όλες τις PID μεθόδους βαθμονόμησης που παρουσιάστηκαν παραπάνω, αν η απόκριση που λαμβάνεται είναι πολύ ταλαντωτική (κυρίως λόγω της μικρής τιμής του τ_I), τότε αυξάνοντας την τιμή του τ_I αυξάνεται και η απόσβεση του κλειστού συστήματος. Από την ανάλυση που παρουσιάστηκε στην ενότητα 5.2 έγινε φανερό ότι όταν το τ_I αυξάνει το προκύπτον κλειστό σύστημα είναι πιο εύρωστο ως προς όλες τις προδιαγραφές ευρωστίας.

PM Αλγόριθμος

Βήμα 1: Επιλέγουμε μία αρχική εκτίμηση για το τ_I , π.χ. $\tau_I=0$.

Βήμα 2: Υπολογίζουμε τη συχνότητα ω_p για την τιμή αυτή του τ_I , από την μέγιστη πραγματική ρίζα της (5.14).

Βήμα 3: Η νέα τιμή του τ_I υπολογίζεται από τη λύση της (5.19) ως προς τ_I από την οποία προκύπτει

$$\tau_I = \tan \omega_p^{-1} \left(PM_{des} + \pi/2 + d\omega_p - \tan^{-1}(\omega_p) - \tan^{-1}(\tau_D \omega_p) + \tan^{-1}(\tau_S \omega_p) \right)$$

Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

GM Αλγόριθμος

Βήμα 1: Αρχικά επιλέγουμε $\tau_{I,1} = \hat{\tau}_{I,min}$ και $\tau_{I,2}$ πολύ μεγάλο, π.χ. $\tau_{I,2} = 10^3 \hat{\tau}_{I,min}$.

Βήμα 2: Η νέα τιμή του τ_I επιλέγεται ως η μέση τιμή των $\tau_{I,1}$ και $\tau_{I,2}$, δηλαδή

$$\tau_I = 0.5(\tau_{I,1} + \tau_{I,2}).$$

Βήμα 3: Υπολογίζουμε τις τιμές των ω_{min} και ω_{max} από τους ω_{min} και ω_{max} Αλγόριθμους για την τιμή αυτή του τ_I και τα κρίσιμα κέρδη K_{min} και K_{max} από τις σχέσεις (5.12) και (5.13).

Βήμα 4: Υπολογίζουμε την τιμή του GM_{prod} από (5.25).

Βήμα 5: Αν $GM_{prod} < GM_{prod,des}$, τότε επιλέγουμε $\tau_{I,1} = \tau_I$, ενώ στην αντίθετη περίπτωση επιλέγουμε $\tau_{I,2} = \tau_I$.

Βήμα 6: Τα βήματα 2 ως 5 επαναλαμβάνονται μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

Οι παραπάνω αλγόριθμοι συγκλίνουν πάντα στη σωστή λύση, αν η λύση αυτή υπάρχει, δηλαδή αν για το δεδομένο σύστημα (δεδομένα d , τ_s , τ_D) υπάρχει τιμή του τ_I για την οποία $PM(d, \tau_s, \tau_D, \tau_I) = PM_{des}$ ή $GM_{prod}(d, \tau_s, \tau_D, \tau_I) = GM_{prod,des}$.

5.7.4 Απλοποίηση των *PM*, *GM* και *PGM* μεθόδων βαθμονόμησης

Οι παραπάνω μέθοδοι βαθμονόμησης μπορούν να απλοποιηθούν σημαντικά αν γίνει χρήση της παρατήρησης 5.1, δηλαδή αν επιλεγεί ο διαφορικός όρος του ελεγκτή έτσι ώστε $\tau_D = \tau_s$. Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου του USOPDT συστήματος όταν αυτό ελέγχεται με PID ελεγκτή ταυτίζεται με αυτήν ενός UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PI ελεγκτή και δίνεται από τη σχέση (5.5). Σημειώνεται ότι αν $\tau_s \gg 1$, τότε η παράμετρος τ_D του ελεγκτή παίρνει πολύ μεγάλες τιμές πράγμα μη επιθυμητό κυρίως λόγω της ενίσχυσης του θορύβου. Δυστυχώς στην περίπτωση αυτή οι μεγάλες τιμές του τ_D είναι αναπόφευκτες και πρέπει να γίνεται χρήση φιλτραρισμένης παραγωγού.

Το βασικό προτέρημα που προκύπτει με την επιλογή $\tau_D = \tau_s$ είναι ότι οι λύσεις των αλγορίθμων ω_{min} , ω_{max} , *PM* και *GM* Αλγορίθμων, που παρουσιάστηκαν παραπάνω, έχουν υπολογιστεί προσεγγιστικά με μεγάλη ακρίβεια (για UFOPDT συστήματα ελεγχόμενα από PI ελεγκτή) για συστήματα με $0 < d < 0.9$. Οι προσεγγιστικές αυτές λύσεις έχουν παρουσιαστεί στο 3^ο κεφάλαιο και επαναλαμβάνονται συνοπτικά για τη διευκόλυνση του αναγνώστη στον πίνακα 5.5. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζονται και η μέγιστη κανονικοποιημένη τιμή του σφάλματος των προσεγγίσεων αυτών καθώς και το διάστημα στο οποίο οι προσεγγίσεις αυτές είναι έγκυρες.

Συναρτήσεις	Προσεγγίσεις	MNE	Περιοχή d<0.9 and
$\hat{\omega}_{\min}(d, \tau_1)$	$f_{\omega_{\min}}(d, \tau_1)[\tau_1 - d(1 + \tau_1)]^{-1/2}$	$ \tilde{\omega}_{\min} < 1.8\%$	$\tau_1 > 1.2 \hat{\tau}_{1,\min}$
$\hat{\omega}_{\max}(d, \tau_1)$	$f_{\omega_{\max}}(0.5\pi/d) \frac{\tau_1 / [(\tau_1 + 1)d] - 0.9463}{\tau_1 / [(\tau_1 + 1)d] - 0.5609}$	$ \tilde{\omega}_{\max} < 1.8\%$	$\tau_1 > 1.2 \hat{\tau}_{1,\min}$
$\hat{\tau}_1(d, PM^{\text{des}})$	$\hat{\tau}_{1,\min}(d) \left(1 + f_{PM}(d) \frac{PM^{\text{des}} / PM_{\max}(d)}{1 - [PM^{\text{des}} / PM_{\max}(d)]} \right)$	$ \tilde{PM} < 5\%$	$PM^{\text{des}} > 0.2 PM_{\max}$
$\hat{\tau}_1(d, GM_{\text{prod}}^{\text{des}})$	$\hat{\tau}_{1,\min}(d) \left(1 + 0.65 \frac{A^{(1+d)}}{1-A} \right) + g(d)$, $A = \frac{\sqrt{GM_{\text{prod}}^{\text{des}} - 1}}{\sqrt{\hat{GM}_{\text{prod,max}}(d) - 1}}$	$ \tilde{GM}_{\text{prod}} < 3\%$	$GM_{\text{prod}}^{\text{des}} > 1 + 0.2(GM_{\text{prod,max}} - 1)$

$$f_{\omega_{\min}}(d, \tau_1) = \left(1 + \frac{(0.006 + 0.03d/(1.14-d)) \hat{\tau}_{1,\min}}{(0.973 + 0.05/(1-d)) \tau_1 - \hat{\tau}_{1,\min}} \right)$$
, $f_{\omega_{\max}}(d, \tau_1) = (1 + 0.22d^4) \left[1 + (0.1 - 0.3\sqrt{d})(\hat{\tau}_{1,\min} / \tau_1)^2 \right]$,
 $f_{PM}(d) = (-0.0153 + 0.436\sqrt{d} + 0.632d)/d$, $\hat{\tau}_{1,\min}(d) \approx (0.0029 - 0.0682\sqrt{d} + 1.4941d)/(1.003-d)^2$,
 $\hat{GM}_{\text{prod,max}} = \frac{\pi}{2d} \frac{1}{1 + 0.4085d/(1 - 0.2864d)}$ και $g(d) = 10^{-2}[-0.18 + 5\sqrt{d} - 32d + 75d^2 - 51d^3 + (-2.3d^2 + 3d^4)/(1-d)^3]$

Πίνακας 5.5. Οι προσεγγίσεις που χρησιμοποιούνται στις PM, GM και PGM μεθόδους βαθμονόμησης όταν $\tau_D = \tau_S$.

5.7.5 Αριθμητικές εφαρμογές των PM, GM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης

Στο πίνακα 5.6 παρουσιάζονται μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα εφαρμογής των PM, GM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης σε τρία συστήματα με $\tau_D = 1$ και με καθυστέρηση χρόνου $d = 0.1$, $d = 0.5$ και $d = 0.9$. Οι τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή που προκύπτουν από την εφαρμογή των μεθόδων αυτών παρουσιάζονται στο αριστερό μέρος του πίνακα 5.6 τόσο για την ακριβή λύση (K_C, τ_I) όσο και για την προσεγγιστική λύση ($\hat{K}_C, \hat{\tau}_I$). Στο δεξιό τμήμα του πίνακα 5.6 παρουσιάζονται τα διαγράμματα Nyquist που προκύπτουν για το κλειστό σύστημα. Συμπαγείς γραμμές χρησιμοποιούνται για την ακριβή λύση ενώ για την προσεγγιστική λύση χρησιμοποιούνται διακεκομμένες γραμμές. Στα διαγράμματα αυτά οι προδιαγραφές για τα περιθώρια κέρδους υποδεικνύονται με το σύμβολο ‘o’ ενώ το σημείο του μοναδιαίου κύκλου το οποίο υποδεικνύει το επιθυμητό περιθώριο φάσης σημειώνεται με το σύμβολο ‘⊗’. Από όλα τα πολικά διαγράμματα που προκύπτουν γίνεται φανερό ότι η προσεγγιστική μέθοδος είναι εξαιρετικά ακριβής και μπορεί να χρησιμοποιείται ανεπιφύλακτα.

Οι προτεινόμενες αυτές μέθοδοι δίνουν ελεγκτές που ικανοποιούν με μεγάλη ακρίβεια όλες τις επιθυμητές προδιαγραφές ευρωστίας που μπορούν να επιτευχθούν με PID

ελεγκτή. Ο πιο εύρωστος ελεγκτής επιτυγχάνεται όταν $PM_{des} \rightarrow PM_{max}$ ή όταν $GM_{prod,des} \rightarrow GM_{pred,max}$ (δηλαδή για $\tau_I \rightarrow \infty$) και η απόκριση που δίνει είναι πολύ αργή και ομαλή ενώ είναι δυνατό να σχεδιάσουμε πολύ γρήγορους ελεγκτές επιλέγοντας μεγάλες τιμές για το τ_D και μικρές για το τ_I , όμως στην περίπτωση αυτή ο ελεγκτής που προκύπτει είναι λιγότερο εύρωστος.

Προδ/φρές		Παράμετροι του Ελεγκτή		Διαγράμματα Nyquist
$d=0.1, \tau_D = \tau_S$	PM Μέθοδος	$K_c = 5.2293$ $\hat{K}_c = 5.2170$	$\tau_I = 0.3010$ $\hat{\tau}_I = 0.2980$	
	GM Μέθοδος	$K_c = 3.0225$ $\hat{K}_c = 3.0400$	$\tau_I = 0.3184$ $\hat{\tau}_I = 0.3216$	
	PGM Μέθοδος	$K_c = 3.1333$ $\hat{K}_c = 3.1411$	$\tau_I = 0.3598$ $\hat{\tau}_I = 0.3597$	
$d=0.5, \tau_D = \tau_S$	PM Μέθοδος	$K_c = 1.5690$ $\hat{K}_c = 1.5688$	$\tau_I = 6.5667$ $\hat{\tau}_I = 6.5160$	
	GM Μέθοδος	$K_c = 1.7581$ $\hat{K}_c = 1.7505$	$\tau_I = 5.5286$ $\hat{\tau}_I = 5.7115$	
	PGM Μέθοδος	$K_c = 1.6933$ $\hat{K}_c = 1.6916$	$\tau_I = 6.6907$ $\hat{\tau}_I = 6.9608$	
$d=0.9, \tau_D = \tau_S$	PM Μέθοδος	$K_c = 1.0602$ $\hat{K}_c = 1.0602$	$\tau_I = 777.17$ $\hat{\tau}_I = 744.56$	
	GM Μέθοδος	$K_c = 1.0811$ $\hat{K}_c = 1.0795$	$\tau_I = 511.24$ $\hat{\tau}_I = 590.60$	
	PGM Μέθοδος	$K_c = 1.0756$ $\hat{K}_c = 1.0759$	$\tau_I = 971.46$ $\hat{\tau}_I = 930.70$	

Πίνακας 5.6. Μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα εφαρμογής των PM, GM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης σε τρία συστήματα με $\tau_D=1$ και με καθυστέρηση χρόνου $d=0.1$, $d=0.5$ και $d=0.9$.

5.8. ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΒΑΣΙΣΜΕΝΕΣ ΣΕ ΔΙΑΚΟΠΤΙΚΗ ΑΝΑΤΡΟΦΟΔΟΤΗΣΗ

Για τα USOPDT συστήματα είναι εξαιρετικά δύσκολο να γίνει αναγνώριση των παραμέτρων του μοντέλου K , τ_U , τ_S και d . Λόγω της ασταθούς συμπεριφοράς τους φυσικά δεν είναι δυνατή η εφαρμογή τεχνικών αναγνώρισης ανοικτού βρόχου. Είναι λοιπόν αναγκαία ανάπτυξη τεχνικών αναγνώρισης κλειστού βρόχου.

Στην εργασία [67] παρουσιάζεται μία μέθοδος αναγνώρισης USOPDT μοντέλων με τη χρήση του κλασικού σχήματος του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης (Relay Feedback Test ή RFT). Επειδή το USOPDT μοντέλο διαθέτει τέσσερις άγνωστες παραμέτρους, η μέθοδος που προτείνεται στην [67] απαιτεί την εκτέλεση δύο πειραμάτων. Το πρώτο πείραμα εκτελείται απευθείας στο USOPDT σύστημα ενώ στο δεύτερο πείραμα προστίθεται στο σύστημα μία επιπλέον καθυστέρηση χρόνου. Με τον τρόπο αυτό προκύπτει ένα σύστημα με τέσσερις (ανεξάρτητες μεταξύ τους) εξισώσεις, η λύση του οποίου δίνει τις παραμέτρους του συστήματος. Η μέθοδος αυτή έχει ένα βασικό μειονέκτημα. Το κλασικό σχήμα του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης δίνει συντηρούμενες ταλαντώσεις μόνο στην περίπτωση USOPDT συστημάτων για τα οποία ισχύει

$$\frac{d}{\tau_U} = 0.7 \left(1 - \frac{\tau_S}{\tau_U} \right) \quad (5.57)$$

Μάλιστα για πρακτικές εφαρμογές (στις οποίες το σύστημα υπόκειται σε διαταραχές και οι μετρήσεις επηρεάζονται από θόρυβο), είναι δύσκολο να επιτευχθεί σταθερός οριακός κύκλος όταν $(d+\tau_S)/\tau_U > 0.5$. Επίσης για να είναι αρκετά ανεξάρτητες μεταξύ τους οι μετρήσεις από τα δύο πειράματα, πρέπει η επιπλέον καθυστέρηση χρόνου να είναι τουλάχιστον 30% μεγαλύτερη από το άθροισμα $(d+\tau_S)$. Από τα παραπάνω είναι φανερό ότι πρακτικά η μέθοδος αυτή μπορεί να εφαρμοστεί μόνο σε συστήματα με $(d+\tau_S)/\tau_U < 0.35$. Όμως για τέτοια συστήματα είναι καλύτερο να χρησιμοποιηθεί USOPDT μοντέλο.

Στην περίπτωση που υπάρχει αρκετή πληροφορία για την ευσταθή σταθερά χρόνου του συστήματος, τότε χρησιμοποιώντας έναν ελεγκτή με συνάρτηση μεταφοράς $(1+s\tau_S)$ και με κατάλληλο προ-φίλτρο, είναι δυνατό να εκτιμηθούν οι υπόλοιπες παράμετροι K d και τ_U του συστήματος χρησιμοποιώντας κάποια από τις μεθόδους αναγνώρισης UFOPDT συστημάτων. Τονίζεται ότι για την παραπάνω μεθοδολογία δεν είναι

απαραίτητη η ακριβής εκτίμηση της παραμέτρου τ_s . Αν το σφάλμα στην εκτίμηση του τ_s είναι μικρότερο από 20%, τότε το σφάλμα αυτό μεταφέρεται στις άλλες παραμέτρους με αποτέλεσμα το μοντέλο που αναγνωρίζουμε να έχει παρόμοια δυναμική συμπεριφορά με το πραγματικό σύστημα.

Στην ενότητα αυτή προτείνεται μία εναλλακτική μέθοδος αναγνώρισης που βασίζεται στα τροποποιημένα σχήματα διακοπτικής ανατροφοδότησης που προτάθηκαν στο 4^ο κεφάλαιο. Ο πιο απλός ελεγκτής που μπορεί να δώσει συντηρούμενες ταλαντώσεις για τα συστήματα για τα οποία δεν ισχύει η (5.57) είναι ο διαφορικός ελεγκτής (D ελεγκτής). Όμως στα USOPDT συστήματα, τα οποία είναι τύπου μηδέν, υπάρχει το πρόβλημα της εκτίμησης κατάλληλης προσο-τροφοδότησης η οποία να δίνει συμμετρική ταλάντωση στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης. Στην περίπτωση που δεν είναι γνωστή η απαραίτητη προσο-τροφοδότηση, τότε όπως θα δείξουμε στη συνέχεια πρέπει αρχικά να εκτιμηθεί κατάλληλος PD ελεγκτής που να δίνει συντηρούμενες ταλαντώσεις στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης το οποίο διαθέτει και ολοκληρωτικό όρο στο βρόχο ελέγχου, γεγονός που είναι εξαιρετικά δύσκολο.

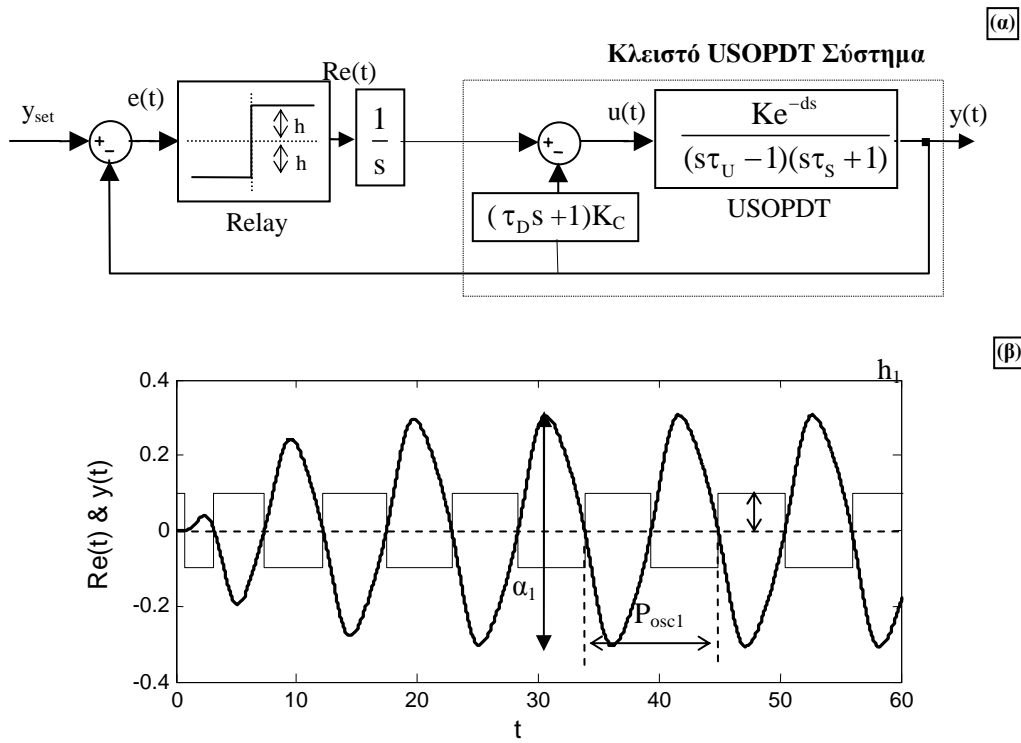
Το μειονέκτημα της RFIT μεθόδου που θα παρουσιάσουμε στη συνέχεια είναι ότι απαιτεί την εκτέλεση δύο πειραμάτων, ενώ για την εκτίμηση των παραμέτρων του συστήματος είναι απαραίτητη η επίλυση ενός μη γραμμικού συστήματος εξισώσεων τέταρτης τάξης. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται ότι είναι δύσκολη η εφαρμογή τους σε πραγματικό χρόνο, εκτός και αν η υπολογιστική ισχύς που χρησιμοποιείται για τον έλεγχο του συστήματος είναι αρκετή ή η σταθερά χρόνου του συστήματος είναι πολύ μεγάλη (της τάξης των 10 sec).

Σημειώνεται ότι για τη διευκόλυνση του αναγνώστη στην ενότητα αυτή του 5^{ου} κεφαλαίου χρησιμοποιούνται οι συμβολισμοί K , τ_U , τ_S , d , K_C και τ_D για τις μη κανονικοποιημένες τιμές των αντίστοιχων παραμέτρων του συστήματος και του ελεγκτή.

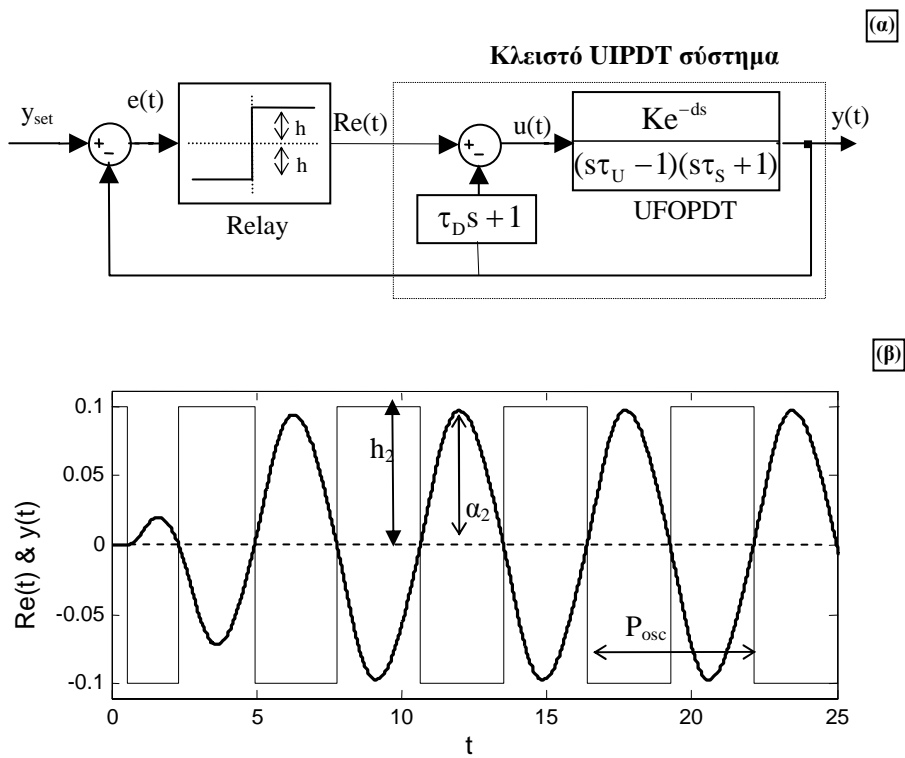
5.8.1 RFIT μέθοδος αναγνώρισης

Τα δύο τροποποιημένα σχήματα διακοπτικής ανατροφοδότησης που χρησιμοποιούνται στην προτεινόμενη μέθοδο αναγνώρισης φαίνονται στα σχήματα 5.17α και 5.18α. Ο λόγος που χρειάζονται δύο πειράματα είναι γιατί το USOPDT μοντέλο έχει τέσσερις άγνωστες παραμέτρους και από κάθε πείραμα προκύπτουν δύο μόνο εξισώσεις.

Αν δεν είναι δυνατή η επίτευξη συμμετρικών ταλαντώσεων, τότε είναι απαραίτητο στο πρώτο πείραμα που εφαρμόζεται να χρησιμοποιείται και ολοκληρωτής στο βρόχο



Σχήμα 5.18. Το πρώτο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης : α) ο κλειστός βρόχος ελέγχου β) μία τυπική απόκριση του Relay $Re(t)$ και της εξόδου $y(t)$.



Σχήμα 5.19. Το δεύτερο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης : α) ο κλειστός βρόχος ελέγχου, β) τυπική απόκριση του Relay $Re(t)$ και της εξόδου $y(t)$.

ελέγχου ώστε να επιτευχθεί συμμετρική ταλάντωση. Από τη μέση τιμή της εξόδου του ολοκληρωτή στο σχήμα 5.17α μπορεί να υπολογιστεί η κατάλληλη προσο-τροφοδότηση η οποία στη συνέχεια μπορεί να εφαρμοστεί στο δεύτερο πείραμα το οποίο δεν διαθέτει ολοκληρωτικό όρο. Το μειονέκτημα σε αυτήν τη σειρά εκτέλεσης των πειραμάτων είναι ότι για να επιτευχθούν συντηρούμενες ταλαντώσεις στο πρώτο πείραμα είναι αναγκαία η απριόρι εκτίμηση κατάλληλου PD ελεγκτή. Για να γίνει αυτό βέβαια πρέπει να υπάρχει ικανοποιητική εκ των προτέρων γνώση για το σύστημα. Για να δώσει το πρώτο πείραμα συντηρούμενες ταλαντώσεις πρέπει $\tau_D > d + \tau_S - 1$. Πρακτικά είναι καλύτερο να είναι μεγαλύτερη η περιοχή ευρωστίας επομένως

$$\tau_D \geq \tau_S \quad (5.58)$$

Επίσης η ενίσχυση K_C πρέπει να είναι μεταξύ των δύο κρίσιμων κερδών, δηλαδή

$$K_{\min}(d, \tau_S, \tau_D) < K_C < K_{\max}(d, \tau_S, \tau_D) \quad (5.59)$$

Αν δεν υπάρχει αρκετή γνώση για το σύστημα και είναι δυνατό να εκτιμηθεί μόνο η τιμή του τ_D με βάση τη σχέση (5.58), τότε μπορεί να εκτελεστεί αρχικά το δεύτερο πείραμα (ακόμα και να μην επιτευχθεί συμμετρική ταλάντωση) και από τις μετρήσεις που λαμβάνονται να εκτιμηθεί το $K_{\max}(d, \tau_S, \tau_D)$ το οποίο ταυτίζεται με το κρίσιμο κέρδος K_U .

Όπως έχει αναφερθεί και στο 4^ο κεφάλαιο, με βάση την θεωρία που βασίζεται στη συνάρτηση περιγραφής, από την ταλάντωση που προκύπτει από το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης μπορεί να υπολογιστούν το κρίσιμο κέρδος K_u και η κρίσιμη P_u της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου μεταξύ της εξόδου και της εισόδου του διακόπτη (Relay). Σύμφωνα με την παραπάνω θεωρία, αν αγνοηθούν οι αρμονικές της εξόδου (δηλαδή αν θεωρηθεί ότι η έξοδος του συστήματος είναι τέλειο ημίτονο), τότε τα K_u και P_u δίνονται από τις σχέσεις

$$P_{osc} = P_u \quad \text{και} \quad K_u = \frac{4}{\pi} \frac{\alpha}{h} \quad (5.60)$$

όπου P_{osc} είναι η περίοδος ταλάντωσης και α το πλάτος της εξόδου. Στα USOPDT συστήματα, η υπόθεση του τέλειου ημίτονου στην έξοδο του συστήματος είναι αρκετά ακριβής μόνο όταν η παράμετρος τ_S/τ_U λαμβάνει μεγάλες τιμές ($\tau_S/\tau_U > 0.3$) οπότε ο ευσταθής πόλος του συστήματος συμπεριφέρεται σε βαθυπερατό φίλτρο το οποίο κόβει τις αρμονικές της εξόδου.

Στην εφαρμογή του πρώτου πειράματος, τα K_u και P_u είναι το κρίσιμο κέρδος και η κρίσιμη περίοδος του κλειστού USOPDT συστήματος αντίστοιχα, με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_{L,1} = \frac{1}{s} \frac{K e^{-ds}}{(s\tau_U - 1)(s\tau_S + 1) + (1 + s\tau_D)KK_C e^{-ds}} \quad (5.61)$$

Το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της $G_{L,1}$ είναι

$$\operatorname{Re}[G_{L,1}] = \frac{K \cos(d\omega)[\omega\tau_U - \omega\tau_S] - \sin(d\omega)[\omega^2\tau_S\tau_U + 1] + \omega\tau_D KK_C}{D}$$

και

$$\operatorname{Im}[G_{L,1}] = \frac{K - \cos(d\omega)[\omega^2\tau_S\tau_U + 1] + \sin(d\omega)[\omega\tau_S - \omega\tau_U] + KK_C}{D}$$

αντίστοιχα και

$$D = \left[-\omega^2\tau_S\tau_U - 1 + KK_C \cos(d\omega) + KK_C \omega\tau_D \sin(d\omega) \right]^2 + \left[-\omega\tau_S + \omega^2\tau_U - KK_C \sin(d\omega) + KK_C \omega\tau_D \cos(d\omega) \right]^2$$

Η κρίσιμη συχνότητα ω_{U1} προκύπτει από το μηδενισμό του φανταστικού μέρους της $G_{L,1}$. Επομένως ισχύει ότι

$$-\cos(d\omega_{U1})[\omega_{U1}^2\tau_S\tau_U + 1] + \sin(d\omega_{U1})[\omega\tau_S - \omega_{U1}\tau_U] + KK_C = 0 \quad (5.62)$$

Αφού στο κρίσιμο σημείο το μιγαδικό μέρος είναι ίσο με το μηδέν, το μέτρο της $G_{L,1}$ για $\omega = \omega_{U1}$ είναι

$$|G_{L,1}(\omega)|_{\omega=\omega_{U1}} = \frac{K \cos(d\omega_{U1})[\omega_{U1}\tau_U - \omega_{U1}\tau_S] - \sin(d\omega_{U1})[\omega_{U1}^2\tau_S\tau_U + 1] + \omega_{U1}\tau_D KK_C}{\omega_{U1} D} \quad (5.63)$$

Για το δεύτερο πείραμα η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου μεταξύ της εξόδου και της εισόδου του διακόπτη είναι

$$G_{L,2} = \frac{K e^{-ds}}{(s\tau_U - 1)(s\tau_S + 1) + (1 + s\tau_D)K e^{-ds}} \quad (5.64)$$

Το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της $G_{L,2}$ είναι

$$\operatorname{Re}[G_{L,2}] = K \frac{-\cos(d\omega)[\omega^2\tau_S\tau_U + 1] + \sin(d\omega)[\omega\tau_S - \omega\tau_U] + KK_C}{D}$$

και

$$\operatorname{Im}[G_{L,2}] = K \frac{\cos(d\omega)[\omega\tau_U - \omega\tau_S] - \sin(d\omega)[\omega^2\tau_S\tau_U + 1] + \omega\tau_D KK_C}{D}$$

αντίστοιχα, όπου

$$D = \left[-\omega^2\tau_S\tau_U - 1 + KK_C \cos(d\omega) + KK_C \omega\tau_D \sin(d\omega) \right]^2 + \left[-\omega\tau_S + \omega^2\tau_U - KK_C \sin(d\omega) + KK_C \omega\tau_D \cos(d\omega) \right]^2$$

Η κρίσιμη συχνότητα ω_{U2} προκύπτει από το μηδενισμό του φανταστικού μέρους της $G_{L,2}$. Επομένως ισχύει ότι

$$\cos(d\omega_{U2})[\omega_{U2}\tau_U - \omega_{U2}\tau_S] - \sin(d\omega_{U2})[\omega_{U2}^2\tau_S\tau_U + 1] + \omega_{U2}\tau_D KK_C = 0 \quad (5.65)$$

Στην κρίσιμη συχνότητα ω_{U2} το μέτρο της $G_{L,2}$ είναι

$$|G_{L,2}(\omega)|_{\omega=\omega_{U2}} = K \frac{|-\cos(d\omega_{U2})[\omega_{U2}^2\tau_S\tau_U + 1] + \sin(d\omega_{U2})[\omega_{U2}\tau_S - \omega_{U2}\tau_U] + KK_C|}{D} = \frac{4\alpha_2}{\pi h_2} \quad (5.66)$$

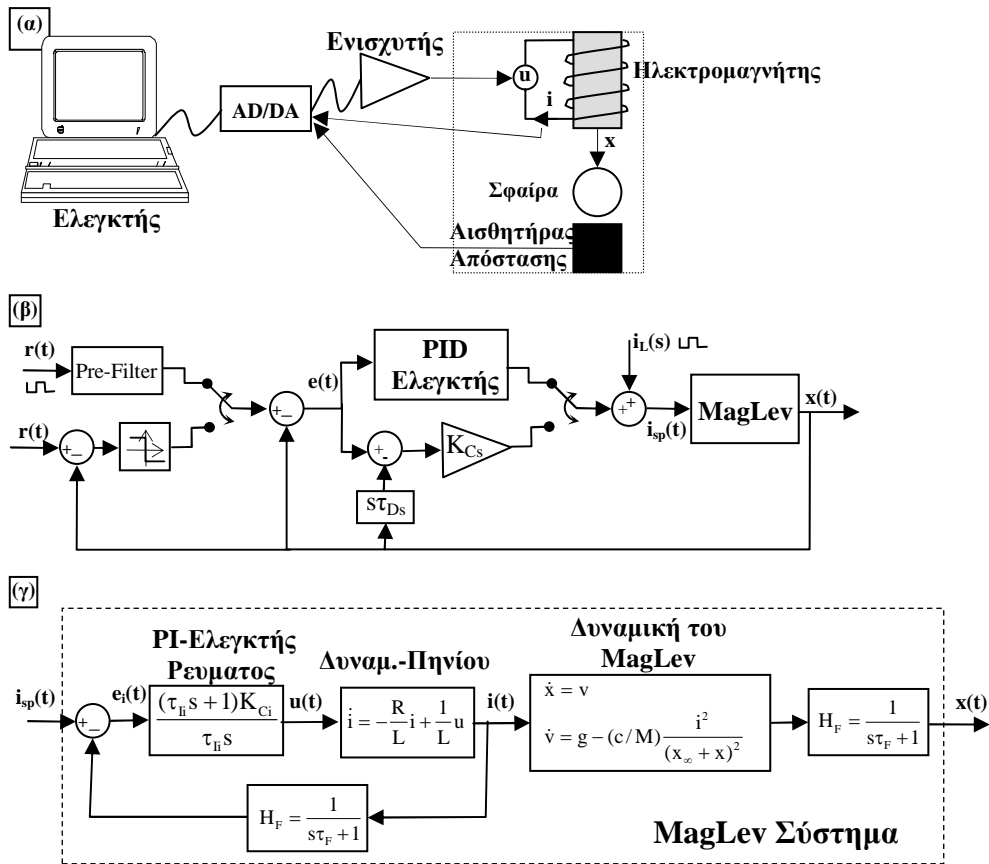
Για τον υπολογισμό των παραμέτρων τ_U , τ_S , d και K του USOPDT συστήματος πρέπει να επιλυθεί το σύστημα των εξισώσεων (5.62), (5.63), (5.65) και (5.66). Στο παραπάνω σύστημα των εξισώσεων οι τιμές των h_1 , h_2 και τ_D είναι γνωστές αφού αποτελούν παραμέτρους του ελεγκτή που εμείς επιλέγουμε, ενώ τα μεγέθη $\omega_{U1}=2\pi/P_{osc1}$, $\omega_{U2}=2\pi/P_{osc2}$, α_1 και α_2 προκύπτουν από τις μετρήσεις που γίνονται (βλέπε σχήματα 6.17β και 6.18β).

Η επίλυση αυτού του συστήματος απαιτεί μεγάλο υπολογιστικό φόρτο και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση του, είτε μέθοδοι εξαντλητικής αναζήτησης (extensive search), είτε πιο πολύπλοκοι (αλλά σημαντικά ταχύτεροι) αλγόριθμοι όπως αυτούς που χρησιμοποιεί η συνάρτηση “solve” του Matlab[®].

5.9 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΣΕ ΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑ ΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΑΙΩΡΗΣΗΣ

Στην ενότητα αυτή οι μέθοδοι βαθμονόμησης PID ελεγκτών για USOPDT συστήματα εφαρμόζονται σε ένα πειραματικό σύστημα μαγνητικής αιώρησης (magnetic levitation system ή MagLev). Το σχηματικό διάγραμμα του συστήματος της μαγνητικής αιώρησης παρουσιάζεται στο σχήμα 5.20α.

Το σύστημα αυτό είναι ένα ευρέως διαδεδομένο σύστημα μαγνητικής αιώρησης ενός βαθμού ελευθερίας στο οποίο ένας ηλεκτρομαγνήτης ασκεί ελκτική δύναμη σε μία ατσάλνια σφαίρα η οποία κινείται στο διάκενό του. Στη βάση της πειραματικής συσκευής υπάρχει ένα αισθητήριο το οποίο χρησιμοποιείται για να μετράει το μήκος του διακένου. Ελέγχοντας το ρεύμα του ηλεκτρομαγνήτη είναι δυνατό να ισορροπήσει η σφαίρα στο κενό. Ο ηλεκτρομαγνήτης οδηγείται από έναν ενισχυτή ισχύος ο οποίος ενισχύει το σήμα από την κάρτα του αναλογικό-ψηφιακού μετατροπέα, ο οποίος με την σειρά του συνδέει το σύστημα με τον υπολογιστή. Ο υπολογιστής υλοποιεί τον ελεγκτή του συστήματος.



Σχήμα 5.20 . Το σύστημα της μαγνητικής αιώρησης: (α) σχηματικό διάγραμμα, (β) σχήμα ελέγχου και (γ) το πλήρες μοντέλο του συστήματος μαγνητικής αιώρησης.

Η δυναμική συμπεριφορά του συστήματος μαγνητικής αιώρησης μπορεί να περιγραφεί (στη μορφή εξισώσεων κατάστασης) από το ακόλουθο απλοποιημένο μοντέλο, [70]

$$\dot{x} = v \quad , \quad \dot{v} = g - (c/M) \frac{i^2}{(x_\infty + x)^2} \quad (5.67)$$

όπου x, v και M είναι το μήκος του διακένου (ή ισοδύναμα η θέση της σφαίρας), η ταχύτητα και η μάζα της σφαίρας αντίστοιχα, g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, i το ρεύμα του ηλεκτρομαγνήτη, c και x_∞ είναι σταθερές οι οποίες καθορίζονται από τις μαγνητικές ιδιότητες του ηλεκτρομαγνήτη και της ατσαλένιας σφαίρας. Το πηνίο του ηλεκτρομαγνήτη έχει αυτεπαγωγή L και αντίσταση R. Οι τιμές των παραμέτρων του συστήματος παρουσιάζονται στον πίνακα 5.7. Ο υπολογισμός των παραμέτρων του μοντέλου c και x_∞ έγινε από μετρήσεις της μόνιμης κατάστασης κάνοντας χρήση κάποιου γνωστού ελεγκτή που ευσταθοποιεί το κλειστό σύστημα. Πιο συγκεκριμένα, από τη σχέση (5.67) εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι στη μόνιμη κατάσταση ισχύει

$$i_0 = (x_\infty + x_0)(gM/c)^{1/2} = x_0(gM/c)^{1/2} + x_\infty(gM/c)^{1/2} \quad (5.68)$$

Η παραπάνω σχέση δείχνει ότι το ρεύμα και το σημείο ισορροπίας συνδέονται μεταξύ τους με μία γραμμική σχέση όπου η κλίση ισούται με $(gM/c)^{1/2}$ και η απόκλιση με $x_{\infty}(gM/c)^{1/2}$. Παίρνοντας μετρήσεις του ρεύματος i για διάφορες τιμές του σημείου ισορροπίας x_0 στο διάστημα που μας ενδιαφέρει να λειτουργεί το σύστημα ($3\text{mm} < x_0 < 11\text{mm}$), υπολογίζουμε τις τιμές των c και x_{∞} με γραμμική παρεμβολή.

Γραμμικοποίηση του μοντέλου (5.67) γύρω από το σημείο ισορροπίας x_0 δίνει το ακόλουθο γραμμικό σύστημα δεύτερης τάξης

$$H_1^M(s) = \frac{K_m}{(s\tau_{Um} - 1)(s\tau_{Sm} + 1)}$$

όπου K_m , τ_{Um} , και τ_{Sm} είναι το κέρδος, η ασταθής και η ευσταθής σταθερά χρόνου του συστήματος αντίστοιχα. Οι παράμετροι αυτές δίνονται από τις σχέσεις

$$K_m = (x_{\infty} + x_0)/i_0, \quad \tau_{Um} = \tau_{Sm} = \sqrt{0.5(M/c)(x_{\infty} + x_0)^2 i_0^{-2}}, \quad (5.69)$$

Για τον έλεγχο του ρεύματος i του ηλεκτρομαγνήτη στην εφαρμογή που παρουσιάζουμε χρησιμοποιείται ένας PI ελεγκτής όπως φαίνεται και στο σχήμα 5.20β.

Παράμετροι του φυσικού συστήματος	
M=0.068 Kg , g=9.81 m/sec ² , c=8.068·10 ⁻⁵ Hm x _∞ =0.00215m , L=0.4125 , R=11Ω	
Παράμετροι του γραμ/νου συστήματος (x ₀ =0.007m)	
K _m =0.008474 m/A , τ _{Um} = τ _{Sm} =0.0216 sec d _m =0.01037 sec , i ₀ =1.08 A	
Παράμετροι του ελεγκτή ρεύματος και των φίλτρων μέτρησης	
K _{Ci} =200 , τ _{Ii} =1 , τ _F =0.005	
Παράμετροι του PID ελεγκτή	
OPOS	K _{Cm} =196.7, τ _{Im} =0.1273, τ _{Dm} =0.0216
ISE-Sp	K _{Cm} =197.9, τ _{Im} =0.0936, τ _{Dm} =0.0216
DPC	K _{Cm} =196.1, τ _{Im} =0.1565, τ _{Dm} =0.0216
FST	K _{Cm} =196.5, τ _{Im} =0.1346, τ _{Dm} =0.0216

Πίνακας 5.7. Παράμετροι του συστήματος και του ελεγκτή για το πείραμα της μαγνητικής αιώρησης.

Επίσης για να μειωθεί ο θόρυβος από τις μετρήσεις χρησιμοποιούμε απλά συστήματα πρώτης τάξης με σταθερά χρόνου τ_F για φίλτρα θορύβου στις μετρήσεις των x και i (βλέπε σχήμα 5.20β). Η μη μοντελοποιημένη δυναμική από το βρόχο ελέγχου του ρεύματος, από τα φίλτρα θορύβου καθώς και η δυναμική από το ηλεκτρονικό σύστημα των ενισχυτών και των αισθητηρίων, μοντελοποιείται ως καθυστέρηση χρόνου d_m . Με βάση τα παραπάνω, το πλήρες USOPDT μοντέλο του συστήματος μαγνητικής αιώρησης είναι

Έχοντας υπολογίσει με ακρίβεια τις τιμές των παραμέτρων K_m , τ_{Um} , και τ_{Sm} από τις σχέσεις (5.69), για την αναγνώριση της καθυστέρησης χρόνου d_m του συστήματος χρησιμοποιούμε ένα πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης (relay-feedback

$$H_1^M(s) = \frac{K_m e^{-d_m s}}{(s\tau_{Um} - 1)(s\tau_{Sm} + 1)} \quad (5.70)$$

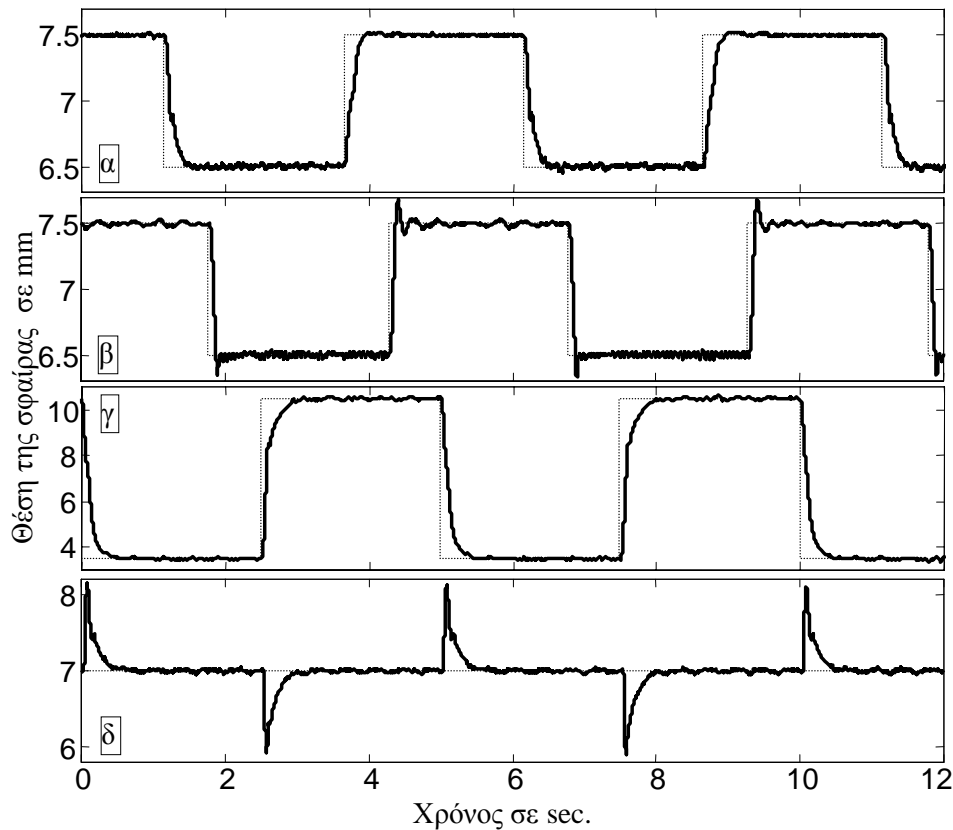
experiment). Το σχηματικό διάγραμμα του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης φαίνεται στο σχήμα 5.19β όταν οι δύο διακόπτες του σχήματος βρίσκονται στην κάτω θέση. Με τη χρήση ενός PD ελεγκτή και για την ειδική περίπτωση όπου $\tau_{Um} = \tau_{Ds}$, μπορεί εύκολα να διαπιστώσει κανείς ότι

$$d_m = \omega_c^{-1} \sin^{-1} \left[(\tau_{Um} \omega_c K_m K_{Cs}) / (\tau_{Um}^2 \omega_c^2 + 1) \right]$$

όπου ω_c είναι η κρίσιμη συχνότητα η οποία υπολογίζεται από τη συχνότητα ταλάντωσης του πειράματος δικοπτικής ανατροφοδότησης. Οι τιμές των παραμέτρων του USOPDT μοντέλου (5.70), γύρω από το σημείο λειτουργίας $x_0 = 0.007m$, δίνονται στον πίνακα 5.7. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζονται και οι παράμετροι του PID ελεγκτή που λαμβάνονται από την εφαρμογή των μεθόδων βαθμονόμησης που παρουσιάστηκαν στη ενότητα 5.6. Σημειώνεται ότι οι τιμές της σταθεράς χρόνου των φίλτρων θορύβου τ_F και οι παράμετροι του PI ελεγκτή ρεύματος έχουν επιλεγεί έτσι ώστε η προκύπτουσα συνολική καθυστέρηση χρόνου του συστήματος να είναι αρκετά μεγάλη ($d \approx 0.5$). Τέλος σημειώνεται ότι η περίοδος δειγματοληψίας που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εφαρμογή είναι $\tau_{st} = 0.5ms$ και είναι αρκετά μικρή ώστε να μπορεί να γίνει η υπόθεση ότι το σύστημα είναι συνεχές.

5.9.1 Εφαρμογή των μεθόδων που βασίζονται στον υπολογισμό των επικρατούντων πόλων

Στο σχήμα 5.21 παρουσιάζονται κάποιες χαρακτηριστικές αποκρίσεις της θέσης της σφαίρας γύρω από το σημείο λειτουργίας $x_0 = 7mm$. Στις εφαρμογές αυτές έγινε χρήση των τεσσάρων μεθόδων βαθμονόμησης που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 5.6. Πιο συγκεκριμένα στο σχήμα 5.21α και 5.21β παρουσιάζονται οι αποκρίσεις του συστήματος



Σχήμα 5.21. Πειραματικά αποτελέσματα από τα πειράματα της μαγνητικής αιώρησης: Βηματική απόκριση σε μεταβολή του σημείου λειτουργίας κάνοντας χρήση της μεθόδου βαθμονόμησης (α) OPOS, (β) ISE-Sp, (γ) DPC και (δ) βηματική απόκριση σε μεταβολή του φορτίου εισόδου κάνοντας χρήση της μεθόδου βαθμονόμησης FST (μεταβολή του ρεύματος του ηλεκτρομαγνήτη κατά 20% ή 0.2 A).

μαγνητικής αιώρησης όταν η είσοδος αναφοράς είναι παλμική κυματομορφή με πλάτος 1μm και περίοδο 5sec στην περίπτωση χρήσης των μεθόδων βαθμονόμησης OPOS και ISE-Sp, αντίστοιχα. Στο σχήμα 5.20γ φαίνεται η αντίστοιχη απόκριση στην περίπτωση που χρησιμοποιείται η DPC μέθοδος βαθμονόμησης με τη διαφορά ότι το πλάτος της παλμικής κυματομορφής είναι 7mm (από 3.5mm ως 10.5mm). Τέλος στο σχήμα 5.21δ παρουσιάζεται η απόκριση στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου για τη μέθοδο FST όταν το φορτίο εισόδου (δηλαδή το ρεύμα του ηλεκτρομαγνήτη) αλλάζει με βάση μία παλμική κυματομορφή με πλάτος 0.2A (δηλαδή 20% μεταβολή στην τιμή του ρεύματος ισορροπίας). Όλες οι αποκρίσεις που παρουσιάζονται στο σχήμα 5.20 επαληθεύουν την αναμενόμενη καλή συμπεριφορά των μεθόδων που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 5.6. Όπως αναμενόταν η ISE-Sp μέθοδος δίνει την πιο γρήγορη απόκριση αλλά η υπερύψωση στην περίπτωση αυτή είναι περίπου 20%. Οι FST και OPOS μέθοδοι δίνουν πολύ ομαλή

και γρήγορη απόκριση, τόσο στην περίπτωση παρακολούθησης τροχιάς, όσο και στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου. Τέλος είναι δυνατόν κάνοντας χρήση της DPC μεθόδου να σχεδιαστεί ένας αρκετά εύρωστος ελεγκτής ο οποίος μπορεί να ελέγξει το σύστημα σε μία αρκετά μεγάλη περιοχή λειτουργίας. Βέβαια στην περίπτωση αυτή η απόκριση είναι αρκετά αργή αλλά και ομαλή.

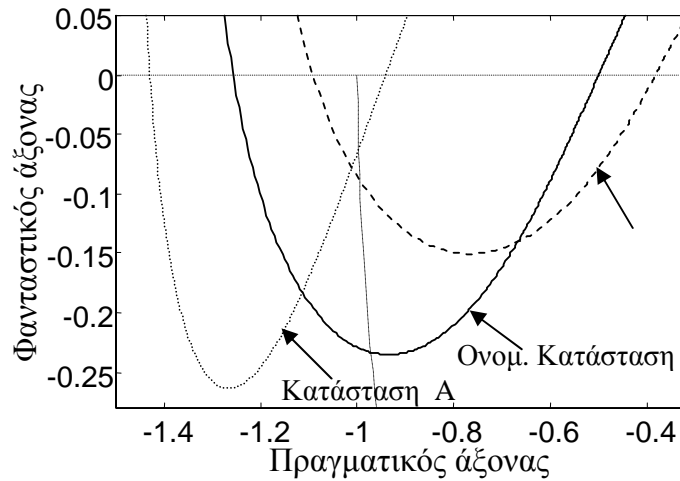
5.9.2 Εφαρμογή των PM, GM και PGM μεθόδων

Στην πρώτη εφαρμογή των μεθόδων βαθμονόμησης που βασίζονται σε προδιαγραφές ευρωστίας στο σύστημα της μαγνητικής αιώρησης, σχεδιάζεται ένας εύρωστος PID ελεγκτής ο οποίος να εξασφαλίζει ευστάθεια του κλειστού συστήματος σε μεγάλη περιοχή λειτουργίας και πιο συγκεκριμένα στο διάστημα $3.5\text{mm} < x < 10.5\text{mm}$ θεωρώντας ταυτόχρονα $\pm 20\%$ αβεβαιότητα στις παραμέτρους του συστήματος c , x_∞ και 10% αβεβαιότητα στην καθυστέρηση χρόνου d_m .

Στη γενική περίπτωση το πρόβλημα της μετατροπής της παραμετρικής αβεβαιότητας σε προδιαγραφές περιθωρίου κέρδους και φάσης είναι ένα αρκετά πολύπλοκο πρόβλημα το οποίο δεν έχει λυθεί. Επομένως στην περίπτωση που εξετάζουμε, για να επιλέξουμε τις κατάλληλες προδιαγραφές ευρωστίας για τον σχεδιασμό του εκλεκτή, χρησιμοποιούμε τις ακόλουθες παρατηρήσεις:

- 1) Από τη σχέση (5.16) είναι προφανές ότι η αβεβαιότητα στις παραμέτρους του μοντέλου τ_{Um} και τ_{Sm} (οι οποίες εξαρτώνται από τις x_∞ και x_0) δεν επηρεάζουν τη φάση της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου αφού η επίδρασή τους αλληλοεξουδετερώνεται. Επομένως η φάση επηρεάζεται μόνο από την αβεβαιότητα στην αναγνώριση της καθυστέρησης χρόνου.
- 2) Υποθέτοντας ότι $\tau_I > 5\tau_{I,\min}$ (αυτή η υπόθεση ισχύει και είναι σε συμφωνία με την επιθυμία μας να σχεδιάσουμε ένα εύρωστο ελεγκτή), τότε εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς ότι μια μεταβολή $\pm 10\%$ στην τιμή του d_m προκαλεί μεταβολή στις κρίσιμες συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} μικρότερη από 5% και 15% αντίστοιχα.

Το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου επηρεάζεται από όλες τις παραμέτρους του μοντέλου καθώς και από το σημείο λειτουργίας. Οι δύο χειρότερες καταστάσεις που μπορεί να προκύψουν από το συνδυασμό των παραμετρικών αβεβαιοτήτων λαμβάνονται όταν οι παράμετροι d , c μεγιστοποιούνται και οι παράμετροι x_0 , x_∞ ελαχιστοποιούνται (κατάσταση A) και όταν οι παράμετροι d , x_0 , x_∞ μεγιστοποιούνται ενώ η παράμετρος c παίρνει την ελάχιστη τιμή (κατάσταση B).



Σχήμα 5.22. Διαγράμματα Nyquist του συστήματος μαγνητικής αιώρησης χρησιμοποιώντας τον εύρωστο ελεγκτή που σχεδιάστηκε με την GM μέθοδο βαθμονόμησης.

- 3) Από την κατάσταση A παίρνουμε το μικρότερο μέγιστο κρίσιμο κέρδος $\min(K_{\max})$, ενώ από την κατάσταση B παίρνουμε το μέγιστο ελάχιστο κρίσιμο κέρδος $\max(K_{\min})$. Είναι προφανές ότι για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές σε όλη την επιθυμητή περιοχή λειτουργίας και υπό την επίδραση των προαναφερθέντων παραμετρικών αβεβαιοτήτων, θα πρέπει να ισχύει ότι

$$\min(K_{\max}) > \max(K_{\min})$$

Με βάση τις παραπάνω παρατηρήσεις μπορεί κανείς εύκολα να διαπιστώσει ότι για $\tau_I > 5\tau_{I,\min}$ θα πρέπει να ισχύει ότι

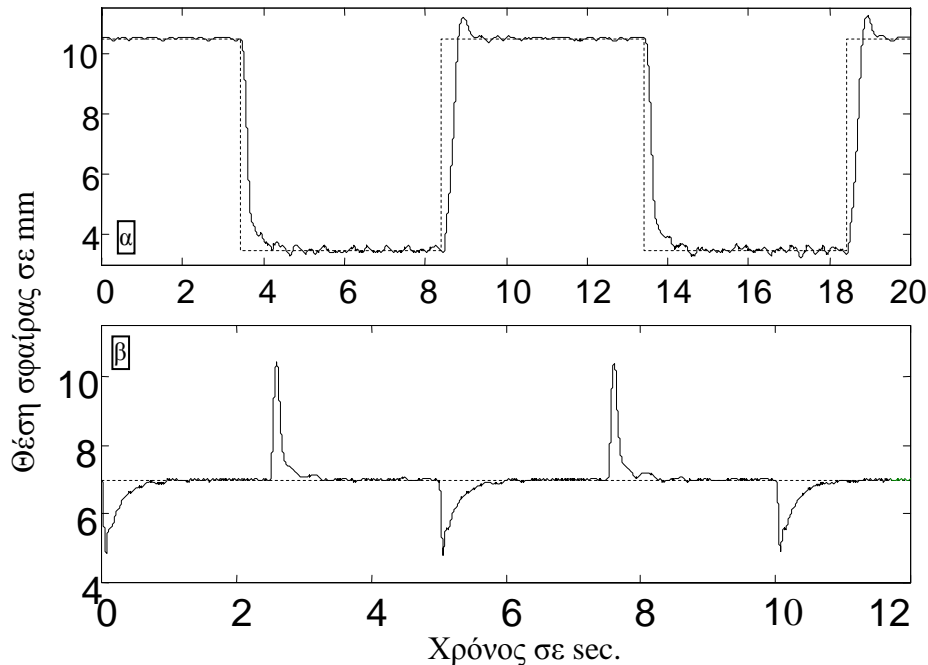
$$\min(K_{\max}) > 0.53 \cdot K_{\max,0} \text{ και } \max(K_{\min}) < 1.2 \cdot K_{\min,0}$$

όπου $K_{\max,0}$ και $K_{\min,0}$ είναι οι ονομαστικές τιμές των K_{\max} και K_{\min} στο σημείο λειτουργίας $x_0 = 0.007m$ όταν δεν υπάρχει παραμετρική αβεβαιότητα. Επομένως, για να εγγυηθούμε την ευστάθεια του κλειστού συστήματος το μειωτικό και το αυξητικό περιθώριο κέρδους πρέπει να επιλεγούν μεγαλύτερα από 1/0.53 και 1.2 αντίστοιχα.

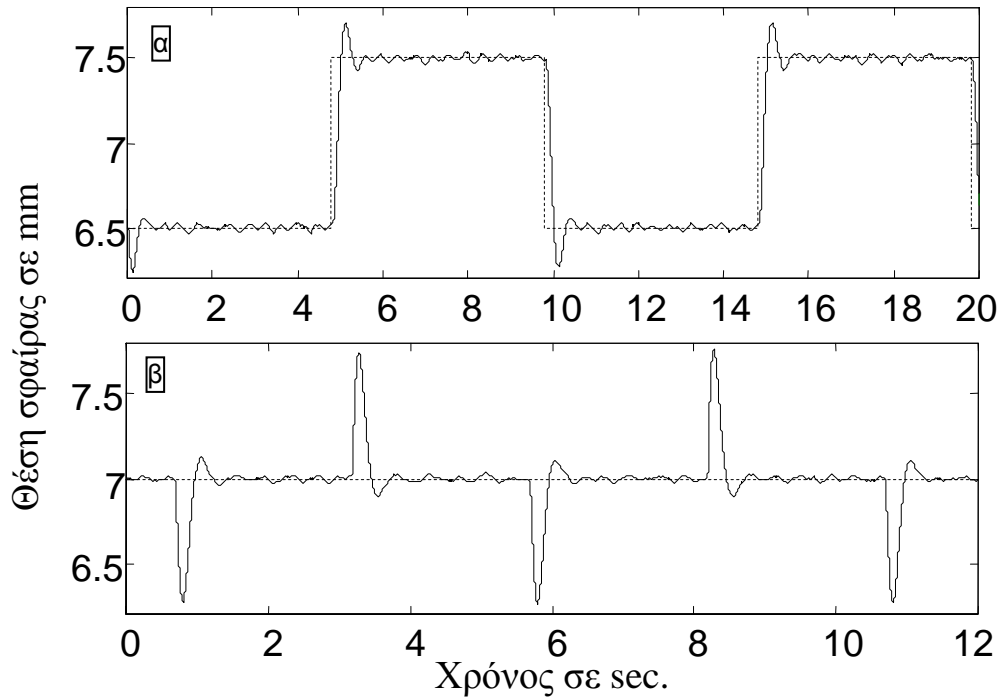
Με βάση τις παραπάνω παρατηρήσεις, για τη βαθμονόμηση του PID ελεγκτή χρησιμοποιούμε την GM μέθοδο βαθμονόμησης με προδιαγραφές $GM_{inc} = 2$ και $GM_{dec} = 1.25$. Οι τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή που λαμβάνονται από την εφαρμογή της GM μεθόδου βαθμονόμησης είναι $K_{Cm} = 118.5$, $\tau_{Im} = 0.428$, $\tau_{Dm} = 0.0216$. Τα διαγράμματα Nyquist για τις δύο ακραίες καταστάσεις A, B και για το σύστημα με τις ονομαστικές τιμές των παραμέτρων, κάνοντας χρήση του παραπάνω ελεγκτή,

παρουσιάζονται στο σχήμα 5.22. Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό ότι το κλειστό σύστημα με τον παραπάνω ελεγκτή είναι πάντα ευσταθές.

Για τις πειραματικές εφαρμογές, όπως προβλέπουν οι τεχνικές που προτείνουμε, χρησιμοποιήθηκε προ-φίλτρο με συνάρτηση μεταφοράς $G_{F,PID}(s)=1/(s\tau_I+1)$ ώστε να εξουδετερωθεί το μηδενικό που εισάγει ο PID ελεγκτής. Τα πειραματικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στο σχήμα 5.23. Η απόκριση σε βηματική αλλαγή του σημείου λειτουργίας από 3.5mm σε 10.5mm παρουσιάζεται στο σχήμα 5.23α. Η απόκριση αυτή είναι σχετικά αργή λόγω της μικρής τιμής που λαμβάνει η ενίσχυσης K_{Cm} και λόγω της πολύ μεγάλης τιμής της σταθεράς ολοκλήρωσης τ_{Im} ($\tau_{Im}/\tau_{Um}=19.81=9.728\tau_{I,min}$). Το γεγονός ότι το προκύπτον κλειστό σύστημα είναι αργό γίνεται πιο εμφανές στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου (με μεταβολή του φορτίου εισόδου) γύρω από το σημείο λειτουργίας $x_0=7mm$ όπως φαίνεται στο σχήμα 5.23β. Η απόκριση αυτή λαμβάνεται από τη μεταβολή της εισόδου του συστήματος (ρεύμα του ηλεκτρομαγνήτη) που προέρχεται από μία παλμική κυματομορφή με πλάτος 0.2A (ή 20% μεταβολή στο ρεύμα i).



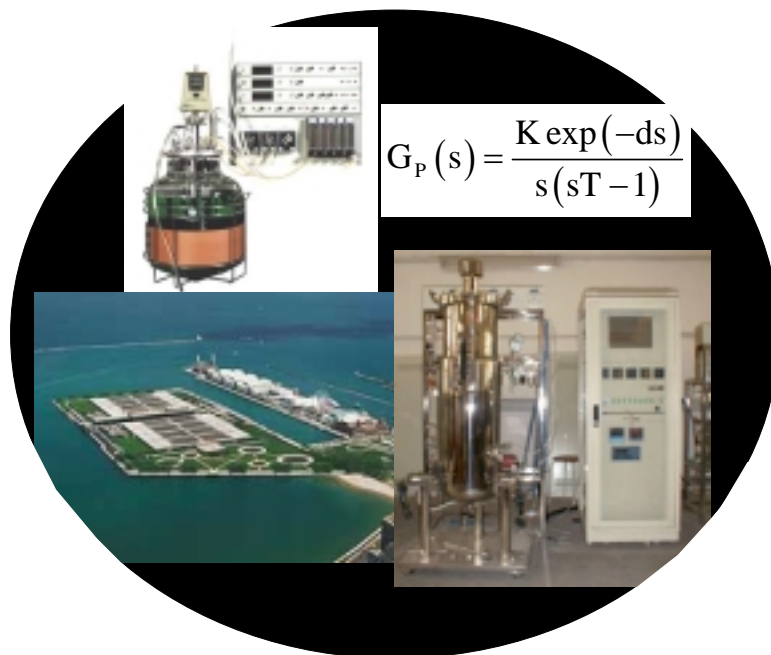
Σχήμα 5.23. Απόκριση της θέσης στο πείραμα της μαγνητικής αιώρησης όταν χρησιμοποιείται η GM-μέθοδος: (α) βηματική απόκριση εισόδου αναφοράς και (β) βηματική απόκριση φορτίου εισόδου.



Σχήμα 5.24. Απόκριση της θέσης στο πείραμα της μαγνητικής αιώρησης με ένα γρήγορο ελεγκτή που σχεδιάστηκε με την PM-μέθοδο: (α) βηματική απόκριση εισόδου αναφοράς και (β) βηματική απόκριση φορτίου εισόδου.

Ένας πιο γρήγορος ελεγκτής είναι δυνατό να σχεδιαστεί στην περίπτωση που περιοριστεί η περιοχή λειτουργίας και υποθέτοντας την ίδια παραμετρική αβεβαιότητα για το μοντέλο του συστήματος όπως αυτή της προηγούμενης εφαρμογής. Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την PM μέθοδο βαθμονόμησης με προδιαγραφή $PM_{des}=0.15\text{rad}$. Ο ελεγκτής που προκύπτει στην περίπτωση αυτή είναι $K_{Cm}=147.5$, $\tau_{Im}=0.1162$, $\tau_{Dm}=0.0216$. Τα σχήματα 5.24α και 5.24β παρουσιάζουν τη βηματική απόκριση για μεταβολή του σημείου λειτουργίας από 6.5mm σε 7.5mm και το ρυθμιστικό έλεγχο γύρω από το σημείο λειτουργίας $x_0=7\text{mm}$ κάνοντας χρήση του νέου ελεγκτή. Είναι προφανές από το σχήμα αυτό ότι στην περίπτωση αυτή οι αποκρίσεις που λαμβάνονται είναι σημαντικά πιο γρήγορες όπως και αναμενόταν από το νέο PID ελεγκτή ο οποίος διαθέτει μικρότερο τ_{Im} και μεγαλύτερο K_{Dm} . Επίσης στη ρυθμιστική απόκριση το μέγιστο σφάλμα είναι τουλάχιστον τρεις φορές μικρότερο από το μέγιστο σφάλμα του έδωσε η πρώτη εφαρμογή με τον εύρωστο ελεγκτή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6



**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΓΙΑ
ΑΣΤΑΘΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ
ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ**

6.1. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

Για τα ασταθή ολοκληρωτικά συστήματα με καθυστέρηση χρόνου (Unstable Integrating Plus Dead Time ή UIPDT) γίνεται ελάχιστη αναφορά στη διεθνή βιβλιογραφία [78]. Πρακτικά είναι πολύ σπάνιο να συναντήσει κανείς τέτοιου τύπου συστήματα. UIPDT συστήματα μπορεί να θεωρηθούν για παράδειγμα τα ασταθή εκείνα συστήματα στα οποία ο ενεργοποιητής (actuator) είναι ολοκληρωτικό σύστημα (π.χ. περιστροφική βαλβίδα).

Παρόλο που σπάνια συναντάει κανείς UIPDT συστήματα στην πράξη, για να υπάρχει πληρότητα στην παρούσα διατριβή θα προταθούν νέες τεχνικές για τη βαθμονόμηση PID ελεγκτών αλλά και για την αναγνώριση των παραμέτρων του UIPDT μοντέλου σε πραγματικό χρόνο.

Όπως έγινε και στην περίπτωση των άλλων ασταθών συστημάτων, στο πρώτο μέρος του παρόντος κεφαλαίου παρουσιάζεται μία εμπειριστατωμένη ανάλυση των USOPDT συστημάτων όταν αυτά ελέγχονται από PID ελεγκτές. Η ανάλυση αυτή δείχνει την επίδραση των τριών όρων του ελεγκτή στο κλειστό σύστημα. Επίσης από την ανάλυση αυτή προκύπτει και η περιοχή τιμών που μπορούν να λάβουν οι παράμετροι του ελεγκτή. Στην ειδική περίπτωση που χρησιμοποιείται PD ελεγκτής, όπως αποδεικνύεται στη συνέχεια, ένα UIPDT σύστημα ελεγχόμενο από PD ελεγκτή είναι ισοδύναμο με ένα UFOPDT σύστημα ελεγχόμενο από PI ελεγκτή. Για την ειδική αυτή περίπτωση είναι λοιπόν δυνατό να υπολογιστούν με αναλυτικές σχέσεις οι κρίσιμες συχνότητες, τα περιθώρια φάσης και κέρδους καθώς και οι επιτρεπτές τιμές των παραμέτρων του PID ελεγκτή.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου προτείνονται νέες τεχνικές βαθμονόμησης για τον PID ελεγκτή. Οι μέθοδοι αυτές μπορούν να εφαρμοστούν σε όλους του τύπους PID ελεγκτών που παρουσιάστηκαν στο 2^ο κεφάλαιο, δηλαδή τον PID, τον PDF και τον P-PID ελεγκτή.

Σε πρώτη φάση παρουσιάζονται τεχνικές που βασίζονται σε προδιαγραφές απόκρισης του κλειστού συστήματος. Οι μέθοδοι συμμετρικού περιθωρίου κέρδους και μεγίστου περιθωρίου φάσης εφαρμόζονται και στην περίπτωση των UIPDT συστημάτων με προδιαγραφές που βασίζονται στα χαρακτηριστικά της απόκρισης συστήματος δεύτερης τάξης όταν γίνεται χρήση PD ελεγκτή και στην ελαχιστοποίησης ευρέως γνωστών ολοκληρωτικών κριτηρίων στην περίπτωση που γίνεται χρήση PID ελεγκτή.

Για τη σχεδίαση PID ελεγκτών με βάση προδιαγραφές ευρωστίας και συγκεκριμένα τα περιθώρια κέρδους και φάσης του κλειστού συστήματος, προτείνονται νέες τεχνικές

βαθμονόμησης που επιστρέφουν τον ελεγκτή που ικανοποιεί ακριβώς τις προδιαγραφές αυτές. Λόγω του γεγονότος ότι η συνάρτηση μεταφοράς ενός UIPDT συστήματος περιλαμβάνει και όρο καθυστέρησης χρόνου, για την εφαρμογή των προτεινόμενων μεθόδων απαιτείται η χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων. Για την ειδική περίπτωση του PD ελεγκτή, οι προτεινόμενες μέθοδοι μπορούν να εφαρμοστούν απευθείας με τη χρήση κατάλληλων προσεγγιστικών σχέσεων. Κάνοντας χρήση αυτών των προσεγγίσεων οι μέθοδοι αυτές μπορούν πολύ εύκολα να εφαρμοστούν σε πραγματικό χρόνο.

Λόγω της ασταθούς συμπεριφοράς των UIPDT συστημάτων, ο μόνος τρόπος για την αναγνώριση των παραμέτρων του μοντέλου αυτού είναι η χρήση μεθόδων αναγνώρισης κλειστού βρόχου. Στο κεφάλαιο αυτό προτείνονται δύο εναλλακτικές μέθοδοι αναγνώρισης. Η πρώτη μέθοδος είναι αντίστοιχη της LRT μεθόδου που παρουσιάστηκε στο 4^ο κεφάλαιο για UFOPDT συστήματα. Η μέθοδος αυτή βασίζεται σε μετρήσεις της βηματικής απόκρισης του κλειστού συστήματος και για την εφαρμογή της είναι απαραίτητη η εύρεση ενός PD ελεγκτή που να ευσταθοποιεί το σύστημα. Λόγω της δυσκολίας εύρεσης ενός τέτοιου ελεγκτή η μέθοδος αυτή πρακτικά μπορεί να εφαρμοστεί μόνο σε UIPDT συστήματα με μικρή καθυστέρηση χρόνου. Η δεύτερη μέθοδος που προτείνεται για την αναγνώριση UIPDT μοντέλων βασίζεται σε ένα τροποποιημένο σχήμα ελέγχου διακοπτικής ανατροφοδότησης. Η μέθοδος αυτή απαιτεί την αρχική εκτίμηση μόνο του κέρδους ενός διαφορικού ελεγκτή ώστε το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης να δίνει συντηρούμενες ταλαντώσεις. Το μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι ότι απαιτεί την εκτέλεση δύο πειραμάτων, ενώ για την εκτίμηση των παραμέτρων του συστήματος είναι απαραίτητη η επίλυση ενός μη γραμμικού συστήματος εξισώσεων τρίτης τάξης. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται ότι είναι δύσκολη η εφαρμογή της μεθόδου σε πραγματικό χρόνο.

6.2 ΑΝΑΛΥΣΗ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Τα ασταθή συστήματα πρώτης τάξης με καθυστέρηση χρόνου περιγράφονται με τη συνάρτηση μεταφοράς

$$G_p(s) = \frac{\bar{K} \exp(-\bar{d}s)}{s(\bar{T}s - 1)} \quad (6.1)$$

όπου \bar{K} , \bar{T} και \bar{d} είναι το κέρδος, η ασταθής σταθερά χρόνου και η καθυστέρηση χρόνου του ασταθούς συστήματος αντίστοιχα. Για να διευκολυνθεί η ανάλυση που ακολουθεί αλλά και για την ευκολότερη γενίκευση των αποτελεσμάτων του κεφαλαίου

Αρχικές παράμετροι	Κανονικοποιημένες παράμετροι	Αρχικές παράμετροι	Κανονικοποιημένες παράμετροι
\bar{T}	$T (=1)$	$\bar{\tau}_D$	$\tau_D = \bar{\tau}_D / \bar{T}$
\bar{d}	$d = \bar{d} / \bar{T}$	\bar{K}	$K (=1)$
$\bar{\omega}$	$\omega = \bar{\omega} T$	\bar{K}_C	$K_C = \bar{K} \bar{K}_C \bar{T}$
$\bar{\tau}_I$	$\tau_I = \bar{\tau}_I / \bar{T}$		

Πίνακας 6.1 Οι αρχικές παράμετροι του UIPDT μοντέλου και του PID ελεγκτή και οι αντίστοιχες κανονικοποιημένες παράμετροι.

αυτού, όλες οι παράμετροι του συστήματος και του ελεγκτή στη συνέχεια θα παρουσιάζονται κανονικοποιημένα ως προς την ασταθή σταθερά χρόνου του συστήματος \bar{T} και το κέρδος του συστήματος \bar{K} . Τα κανονικοποιημένα μεγέθη παρουσιάζονται στον πίνακα 6.1.

Το κανονικοποιημένο κέρδος του ελεγκτή $K_C = \bar{K} \bar{K}_C \bar{T}$ περιλαμβάνει και το γινόμενο της ασταθούς σταθεράς χρόνου \bar{T} λόγω του γεγονότος ότι οι μονάδες μέτρησης του K_C είναι αντιστρόφως ανάλογες του χρόνου.

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα η συνάρτηση μεταφοράς του κανονικοποιημένου UIPDT συστήματος είναι

$$G_p(s) = \frac{\exp(-ds)}{s(s-1)} \quad (6.2)$$

όπου εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι είναι μονοπαραμετρικό.

Τα UIPDT συστήματα είναι τύπου ένα και επομένως δεν είναι αναγκαία, στην περίπτωση ελέγχου παρακολούθησης τροχιάς (tracking), η χρήση ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή για να εγγυηθεί κανείς μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση. Ο ολοκληρωτικός όρος του ελεγκτή είναι βέβαια απαραίτητος στις περιπτώσεις όπου στο σύστημα επιδρούν εξωτερικές διαταραχές στην είσοδο ή στην έξοδο του συστήματος. Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει ανάλυση τόσο για την περίπτωση που χρησιμοποιείται PD ελεγκτής, με έμφαση στην περίπτωση ελέγχου παρακολούθησης τροχιάς, όσο και για PID ελεγκτή κυρίως σε περιπτώσεις σχεδίασης εύρωστων ελεγκτών.

6.2.1 Γενικά χαρακτηριστικά των UIPDT συστημάτων ελεγχόμενα από PD και PID ελεγκτές

Θεωρούμε τον PID ελεγκτή στην εν σειρά μορφή του με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_{PID}(s) = K_C \frac{(s\tau_I + 1)(1 + s\tau_D)}{s\tau_I} \quad (6.3)$$

και τον αντίστοιχο PD ελεγκτή με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_{PD}(s) = K_C (1 + s\tau_D) \quad (6.4)$$

Με βάση την (6.3) η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου ενός UIPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή είναι

$$G_{L,PID}(s) = \frac{K_C (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_I s^2 (s - 1)} \exp(-ds) \quad (6.5)$$

ενώ η αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς βρόχου στην περίπτωση που έχουμε PD ελεγκτή είναι

$$G_{L,PD}(s) = \frac{K_C (\tau_D s + 1)}{s(s - 1)} \exp(-ds) \quad (6.6)$$

Παρατήρηση 6.1. Η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου $G_{L,PD}$ που δίνεται από τη σχέση (6.6) είναι ισοδύναμη με αυτή ενός UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PI ελεγκτή. Πράγματι αν οι δύο συναρτήσεις μεταφοράς βρόχου γραφούν στη μορφή

$$G_{L,PD,UIPDT}(s) = K_{C,UIPDT} \frac{(\tau_{D,UIPDT} s + 1)}{s(s - 1)} \exp(-ds)$$

και

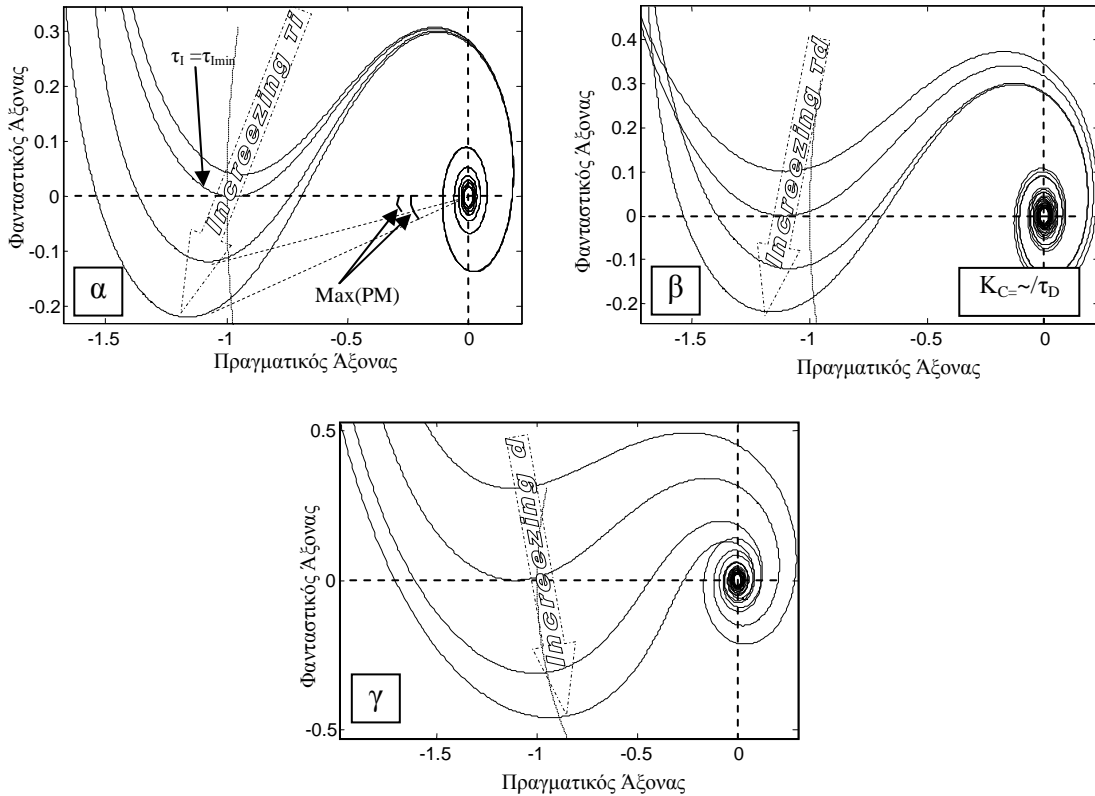
$$G_{L,PI,UFOPDT}(s) = \frac{K_{C,UFOPDT}}{\tau_{I,UFOPDT}} \frac{(\tau_{I,UFOPDT} s + 1)}{s(s - 1)} \exp(-ds)$$

εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι αν

$$\tau_{I,UFOPDT} = \tau_{D,UIPDT} \quad \text{και} \quad \frac{K_{C,UFOPDT}}{\tau_{I,UFOPDT}} = K_{C,UIPDT} \quad (6.7)$$

τότε οι δύο συναρτήσεις μεταφοράς βρόχου ταυτίζονται. □

Είναι προφανές ότι με βάση την παρατήρηση 6.1, η ανάλυση και οι τεχνικές ελέγχου (οι οποίες βασίζονται στη συνάρτηση μεταφοράς βρόχου) που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 3 για UFOPDT συστήματα, μπορούν να εφαρμοστούν άμεσα και για τα UIPDT συστήματα στην περίπτωση που χρησιμοποιείται PD ελεγκτής.



Σχήμα 6.1. Πολικά διαγράμματα της $G_{L,PID}(s)$ για διάφορες τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή και του συστήματος: α) καθώς μεταβάλλεται το τ_1 , β) καθώς μεταβάλλεται το τ_D και γ) καθώς μεταβάλλεται το d .

Από την (6.5) προκύπτει ότι η φάση και το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου ενός UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή δίνονται από τις σχέσεις

$$\varphi_{L,PID}(\omega) = -2\pi - d\omega + \tan^{-1}(\omega) + \tan^{-1}(\tau_1\omega) + \tan^{-1}(\tau_D\omega) \quad (6.8)$$

$$A_{L,PID}(\omega) \equiv |G_{L,PID}(j\omega)| = K_C \frac{\sqrt{(1 + \tau_1^2\omega^2)(1 + \tau_D^2\omega^2)}}{\sqrt{1 + \omega^2}} \frac{1}{\tau_1\omega^2} \quad (6.9)$$

αντίστοιχα. Στο σχήμα 6.1 παρουσιάζονται τα πολικά διαγράμματα της $G_{L,PID}$ για διάφορες τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή και του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα στο σχήμα 6.1α παρουσιάζονται τα πολικά διαγράμματα της $G_{L,PID}$ καθώς μεταβάλλεται η σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης τ_1 , στο σχήμα 6.1β καθώς μεταβάλλεται η σταθερά χρόνου διαφόρισης τ_D και στο σχήμα 6.1γ όταν μεταβάλλεται η καθυστέρηση χρόνου d .

Από το σχήμα 6.1α γίνεται φανερό ότι για συγκεκριμένες τιμές των d , τ_D , και τ_1 μεγαλύτερο από μια κρίσιμη τιμή $\tau_{1,min}$, υπάρχουν δύο σημεία τομής (crossover points) του διαγράμματος Nyquist με τον αρνητικό άξονα των πραγματικών. Μόνο όταν υπάρχουν δύο τέτοια σημεία τομής με τον άξονα των πραγματικών είναι δυνατό να

βρεθεί η τιμή της ενίσχυσης K_C που θα τοποθετήσει τα δύο σημεία τομής εκατέρωθεν του σημείου $1-j0$ του μιγαδικού επιπέδου. Από το θεώρημα του Nyquist προκύπτει ότι αυτή είναι και η προϋπόθεση για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές.

Έστω ότι ω_{\min} η μικρότερη και ω_{\max} η μεγαλύτερη συχνότητα που αντιστοιχεί στα δύο σημεία τομής (όταν αυτά υπάρχουν δηλαδή όταν $\tau_I > \tau_{I,\min}$). Οι δύο αυτές συχνότητες αποκαλούνται κρίσιμες συχνότητες του συστήματος. Με βάση τη σχέση (6.8), οι κρίσιμες συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} καθορίζουν τα πλάτη $A_{L,\min}$ και $A_{L,\max}$ της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου στα αντίστοιχα σημεία τομής. Με βάση τα παραπάνω, είναι φανερό ότι τα UIPDT συστήματα έχουν δύο κρίσιμα κέρδη, $K_{\min} = A_{L,\min}^{-1}$ και $K_{\max} = A_{L,\max}^{-1}$, που καθορίζουν το μέγεθος της αβεβαιότητας του κέρδους K του συστήματος για το οποίο το κλειστό σύστημα παραμένει ευσταθές.

Από τη μεταβολή του διαγράμματος Nyquist συναρτήσει του τ_I στο σχήμα 6.1α, είναι εμφανές ότι καθώς μειώνεται το τ_I η περιοχή ευστάθειας μικραίνει αρχίζοντας από τη μέγιστη περιοχή που επιτυγχάνεται καθώς το $\tau_I \rightarrow \infty$ (που αντιστοιχεί σε PD-ελεγκτή) και καταλήγοντας σε ένα σημείο όταν $\tau_I > \tau_{I,\min}(d, \tau_D)$. Στην περίπτωση των UIPDT συστημάτων, όπως θα φανεί στη συνέχεια, η ιδιότητα του διαγράμματος Nyquist να δίνει περιοχή ευστάθειας που είναι γνησίως αύξουσα με το τ_I ισχύει για όλες τις τιμές των d και τ_D . Το ίδιο ισχύει και στην περίπτωση που αυξάνεται η παράμετρος τ_D όπως φαίνεται και από το σχήμα 6.1β. Τέλος από το σχήμα 6.1γ γίνεται φανερό ότι όσο μεγαλύτερη είναι η καθυστέρηση χρόνου του συστήματος, τόσο μικρότερη είναι η περιοχή ευστάθειας. Όπως θα δείξουμε στη συνέχεια για να μπορεί να ελεγχθεί ένα UIPDT σύστημα με PID ελεγκτή θα πρέπει $d < d_{\max} \equiv 1$.

Όπως συμβαίνει και με τα άλλα ασταθή συστήματα που μελετάμε, και στα UIPDT συστήματα για κάθε τιμή των d , τ_I και τ_D υπάρχει πάντα ένα μέγιστο στη φάση $\varphi_{L,\max}(d, \tau_I, \tau_D)$. Αν $\varphi_{L,\max} < -\pi$, τότε είναι πάντα δυνατό να βρεθεί κατάλληλη τιμή του κέρδους K_C για την οποία το κλειστό σύστημα να είναι ευσταθές. Επίσης είναι προφανές ότι το μεγαλύτερο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί, με δεδομένα τα d , τ_I και τ_D , είναι $\varphi_{L,\max} + \pi$.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις θα αποτελέσουν τα εργαλεία για τη σχεδίαση του PID ελεγκτή.

6.2.2 Υπολογισμός των χαρακτηριστικών σημείων του διαγράμματος Nyquist

Οι δύο κρίσιμες συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} μπορούν να υπολογιστούν από τη λύση της εξίσωσης

$$\varphi_{L,PID}(\omega) = -\pi \quad (6.10)$$

ως προς ω , όταν η συνάρτηση $\tan^{-1}(x)$ παίρνει τιμές στο διάστημα $(-0, \pi)$. Κάνοντας χρήση της (6.8) η εξίσωση (6.10) παίρνει τη μορφή

$$-\pi - d\omega_c + \tan^{-1}(\omega_c) + \tan^{-1}(\tau_1\omega_c) + \tan^{-1}(\tau_D\omega_c) = 0 \quad (6.11)$$

Σημειώνεται στο σημείο αυτό ότι η (6.11) έχει λύση (για $0 < \tan^{-1}(x) < \pi$) μόνο όταν $\tau_I > \tau_{I,\min}(d, \tau_D)$ ή αντίστοιχα όταν $\tau_D > \tau_{D,\min}(d, \tau_I)$. Επειδή για την εξίσωση (6.11) δεν υπάρχει λύση που να δίνεται σε αναλυτική μορφή, στις ενότητες που ακολουθούν θα προταθούν απλοί αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των ω_{\min} και ω_{\max} καθώς επίσης και αναλυτικές συναρτήσεις που προσεγγίζουν με μεγάλη ακρίβεια τις δύο λύσεις της (6.11).

Έχοντας υπολογίσει τις κρίσιμες συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} μπορούν να προσδιοριστούν οι τιμές της ενίσχυσης K_C για τις οποίες το κλειστό σύστημα είναι ευσταθές. Πιο συγκεκριμένα πρέπει $K_{\min} < K_C < K_{\max}$, όπου K_{\min} και K_{\max} είναι τα κρίσιμα κέρδη τα οποία δίνονται από τις σχέσεις

$$K_{\min} = \frac{\sqrt{1 + (\omega_{\min})^2}}{\sqrt{1 + (\tau_1\omega_{\min})^2} \sqrt{1 + (\tau_D\omega_{\min})^2}} (\tau_1\omega_{\min}^2) \quad (6.12)$$

και

$$K_{\max} = \frac{\sqrt{1 + (\omega_{\max})^2}}{\sqrt{1 + (\tau_1\omega_{\max})^2} \sqrt{1 + (\tau_D\omega_{\max})^2}} (\tau_1\omega_{\max}^2) \quad (6.13)$$

αντίστοιχα.

Για τον υπολογισμό της συχνότητας ω_p στην οποία παρουσιάζεται το μέγιστο της φάσης $\varphi_{L,\max}$ γίνεται χρήση του γεγονότος ότι στο σημείο ω_p παρουσιάζει τοπικό ακρότατο και συνεπώς θα πρέπει

$$\left. \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_p} = 0 \quad (6.14)$$

Κάνοντας χρήση της (6.8), η σχέση (6.14) γράφεται στη μορφή

$$-d + \frac{1}{1 + \omega_p^2} + \frac{\tau_1}{1 + \tau_1^2\omega_p^2} + \frac{\tau_D}{1 + \tau_D^2\omega_p^2} = 0 \quad (6.15)$$

ή ισοδύναμα στη σχέση

$$\alpha_3\omega_p^6 + \alpha_2\omega_p^4 + \alpha_1\omega_p^2 + \alpha_0 = 0 \quad (6.16)$$

όπου

$$\alpha_3 = -d\tau_I^2\tau_D^2, \quad \alpha_2 = -d\tau_I^2\tau_D^2 - d\tau_I^2 - d\tau_D^2 + \tau_I^2\tau_D^2 + \tau_I\tau_D^2 + \tau_I^2\tau_D$$

$$\alpha_1 = -d\tau_I^2 - d\tau_D^2 - d + \tau_I^2 + \tau_D^2 + \tau_I + \tau_I\tau_D^2 + \tau_D + \tau_I^2\tau_D \quad \text{και} \quad \alpha_0 = 1 - d + \tau_I + \tau_D$$

Η εξίσωση (6.16) είναι τρίτης τάξης και γραμμική ως προς ω_p^2 . Το ω_p^2 δίνεται από τη μοναδική αποδεκτή (θετική και πραγματική) ρίζα της (6.16). Σημειώνεται ότι η εξίσωση (6.15) ταυτίζεται με την αντίστοιχη εξίσωση που δίνει τη συχνότητα μεγίστης φάσης σε UFOPDT συστήματα ελεγχόμενα από PID ελεγκτή.

Κάνοντας χρήση της παρατήρησης 6.1, προκύπτει ότι για την ειδική περίπτωση του PD ελεγκτή η συχνότητα ω_p δίνεται από τη σχέση

$$\omega_p = \sqrt{\frac{\left[\tau_D^2(1-d) + \tau_D - d\right] + \sqrt{\left[\tau_D^2(1-d) + \tau_D - d\right]^2 + 4d\tau_D^2(1 + \tau_D - d)}}{2d\tau_D^2}} \quad (6.17)$$

6.2.3 Ανάλυση του περιθωρίου φάσης για UIPDT συστήματα

Σύμφωνα με τον ορισμό, το περιθώριο φάσης PM ενός UIPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή δίνεται από τη σχέση

$$PM \equiv \varphi_{L,PID}(\omega_G) + \pi$$

ή ισοδύναμα από τη σχέση

$$PM = -\pi - d\omega_G + \tan^{-1}(\omega_G) + \tan^{-1}(\tau_I\omega_G) + \tan^{-1}(\tau_D\omega_G) \quad (6.18)$$

όπου ω_G είναι η συχνότητα μοναδιαίου κέρδους (δηλαδή $A_{L,PID}(\omega_G)=1$) η οποία, κάνοντας χρήση της (6.9) δίνεται από τη μέγιστη θετική και πραγματική ρίζα της εξίσωσης

$$\omega_G^6\tau_I^2 + \omega_G^4\tau_I^2[1 - K_C^2\tau_D^2] - \omega_G^2K_C^2(\tau_I^2 + \tau_D^2) - K_C^2 = 0 \quad (6.19)$$

Προφανώς το μεγαλύτερο περιθώριο φάσης, για δεδομένα d , τ_I και τ_D , θα επιτυγχάνεται όταν $\omega_G=\omega_p$ ή ισοδύναμα από την (6.9) όταν

$$K_C = \tau_I\omega_p^2 \sqrt{\frac{1 + \omega_p^2}{(1 + \tau_I^2\omega_p^2)(1 + \tau_D^2\omega_p^2)}} \quad (6.20)$$

Στην περίπτωση αυτή το περιθώριο φάσης είναι

$$\max(PM) = -\pi - d\omega_p + \tan^{-1}(\omega_p) + \tan^{-1}(\tau_I\omega_p) + \tan^{-1}(\tau_D\omega_p) \quad (6.21)$$

όπου η συχνότητα ω_p δίνεται από τη λύση της (6.15). Στο σχήμα 3.2α παρουσιάζεται το μέγιστο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί από ένα σύστημα με $d=0.5$ συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D . Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό

ότι το $\max\{PM(d,\tau_I,\tau_D)\}$ είναι αύξουσα συνάρτηση, τόσο ως προς το τ_I , όσο και ως προς το τ_D . Η πράσινη καμπύλη στη βάση της επιφάνειας, η οποία περιγράφεται από τη λύση της εξίσωσης $PM(d,\tau_I,\tau_D)=0$, δείχνει τη μικρότερη τιμή των τ_I και τ_D για τις οποίες το σύστημα είναι ευσταθοποιήσιμο (δηλαδή το $\tau_{I,\min}(d=0.5,\tau_D)$ ή $\tau_{D,\min}(d=0.5,\tau_I)$). Σε αντίθεση με τα UFOPDT και τα USOPDT συστήματα τα οποία είναι τύπου μηδέν, τα UIPDT συστήματα δεν έχουν περιορισμό στη μέγιστη τιμή του τ_D . Σημειώνεται ότι παρόμοια συμπεριφορά συναντάει κανείς για όλες τις τιμές του d . Στο σχήμα 3.2β παρουσιάζεται το αντίστοιχο σχήμα, στην ειδική περίπτωση του PD ελεγκτή, για όλα τα συστήματα με $d < 1$ συναρτήσει του τ_D . Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση της μέγιστης τιμής του περιθωρίου φάσης $PM(d,\tau_D)$ είναι γνησίως φθίνουσα ως προς την καθυστέρηση χρόνου d (όπως άλλωστε συμβαίνει με όλα τα συστήματα που μελετάμε).

Το μέγιστο δυνατό περιθώριο φάσης επιτυγχάνεται όταν $\tau_I \rightarrow \infty$ και $\tau_D \rightarrow \infty$. Κάνοντας χρήση της παρατήρησης 6.1 και για $\tau_D \rightarrow \infty$ (ή ισοδύναμα για UFOPDT συστήματα με $\tau_I \rightarrow \infty$) προκύπτει ότι το μεγαλύτερο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί είναι

$$PM_{\max}(d) = -d \sqrt{\frac{1}{d} - 1} + \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{1}{d} - 1} \right) \quad (6.22)$$

Για δεδομένη τιμή του $\tau_D < \infty$ η μέγιστη φάση του μπορεί να επιτευχθεί καθώς $\tau_I \rightarrow \infty$ και δίνεται από τη σχέση

$$PM_{\max}(d, \tau_D) = -\frac{\pi}{2} - d\omega_{p,\max} + \tan^{-1}(\omega_{p,\max}) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_{p,\max}) \quad (6.23)$$

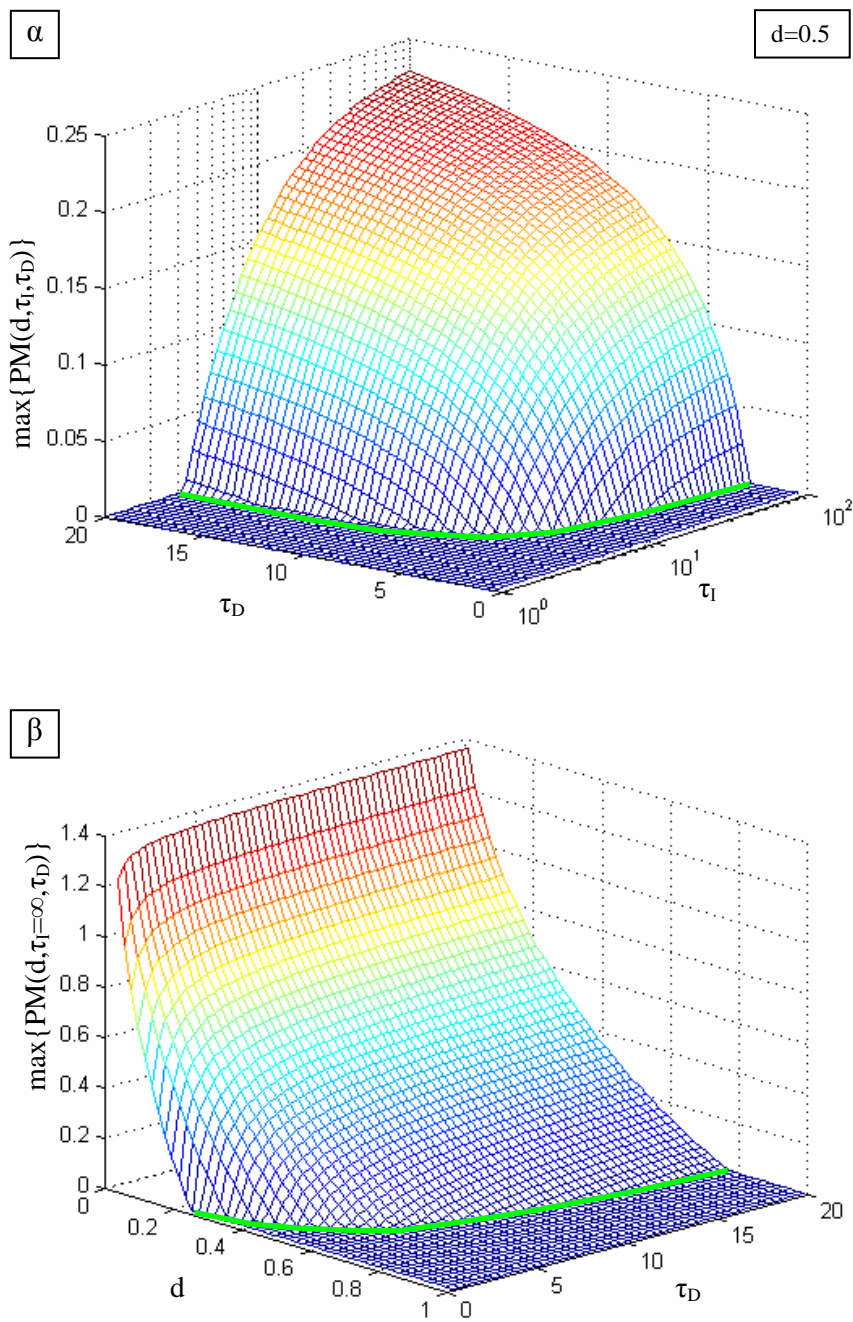
όπου στην περίπτωση αυτή

$$\omega_{p,\max} = \sqrt{\frac{\left[\tau_D^2 (1-d) + \tau_D - d \right] + \sqrt{\left[\tau_D^2 (1-d) + \tau_D - d \right]^2 + 4d\tau_D^2 (1 + \tau_D - d)}}{2d\tau_D^2}} \quad (6.24)$$

6.2.4 Ανάλυση του περιθωρίου κέρδους για UIPDT συστήματα

Όπως αναφέρθηκε στην υπο-ενότητα 6.2.1, τα UIPDT συστήματα έχουν την ιδιότητα να έχουν δύο κρίσιμα κέρδη (το K_{\min} και το K_{\max}) και ότι για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές θα πρέπει να ισχύει η ανισότητα $K_{\min} < K_C < K_{\max}$. Ορίζουμε λοιπόν το αυξητικό περιθώριο κέρδους (increasing gain margin) GM_{inc} και το μειωτικό περιθώριο κέρδους (decreasing gain margin) GM_{dec} ως εξής:

$$GM_{inc} \equiv \frac{K_{\max}}{K_C} \quad \text{και} \quad GM_{dec} \equiv \frac{K_C}{K_{\min}} \quad (6.25)$$

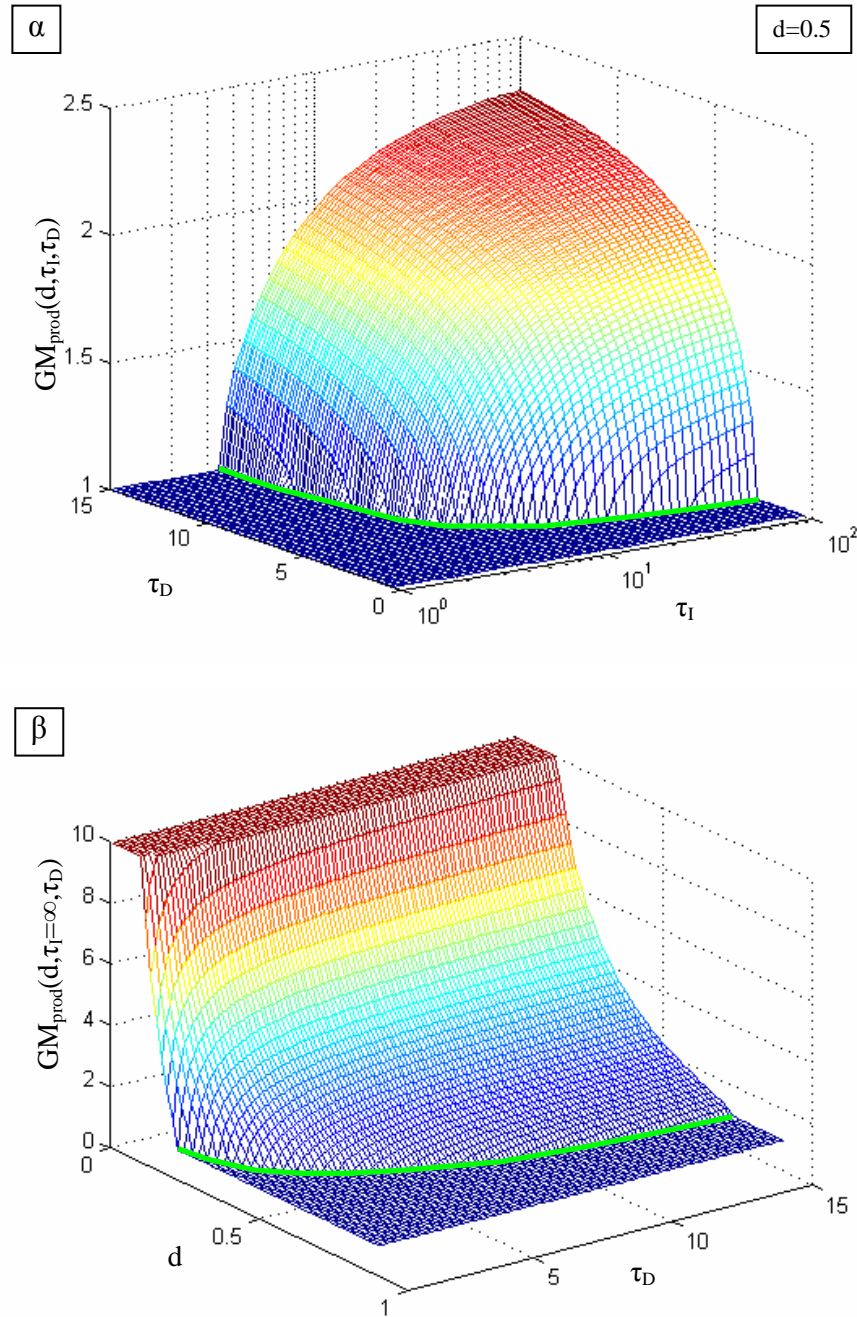


Σχήμα 6.2. Το μέγιστο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D : α) με PID ελεγκτή στην ειδική περίπτωση όπου $d=0.5$ και β) με PD ελεγκτή για όλες τις τιμές του $d < 1$.

Είναι προφανές ότι για να παραμένει ευσταθές το κλειστό σύστημα θα πρέπει

$$\frac{1}{GM_{dec}} < K < GM_{inc} \tag{6.26}$$

υπό την προϋπόθεση βέβαια ότι δεν υπάρχει αβεβαιότητα στη φάση.



Σχήμα 6.3. Το γινόμενο GM_{prod} συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D : α) με PID ελεγκτή στην ειδική περίπτωση όπου $d=0.5$ και β) με PD ελεγκτή για όλες τις τιμές του $d < 1$.

Σε αντιστοιχία με το μέγιστο περιθώριο φάσης το οποίο εξαρτάται από τις παραμέτρους d , τ_I , τ_D ορίζουμε εδώ το γινόμενο των περιθωρίων κέρδους

$$GM_{\text{prod}} \equiv GM_{\text{inc}} GM_{\text{dec}} = \frac{K_{\text{max}}}{K_{\text{min}}} \quad (6.27)$$

το οποίο επίσης εξαρτάται μόνο από τις παραμέτρους d , τ_I και τ_D όπως εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς από τις σχέσεις (6.12) και (6.13). Από τον ορισμό του GM_{prod} είναι φανερό ότι όσο πιο μεγάλες τιμές λαμβάνει το GM_{prod} , τόσο πιο εύρωστο μπορεί να γίνει το κλειστό σύστημα αν βέβαια το K_C επιλεγεί κατάλληλα. Επίσης για να μπορεί να γίνει το κλειστό σύστημα ευσταθές θα πρέπει να ισχύει η ανισότητα

$$GM_{prod} > 1 \quad (6.28)$$

Στο σχήμα 6.3α παρουσιάζεται το γινόμενο των περιθωρίων κέρδους GM_{prod} για UIPDT σύστημα με $d=0.5$ συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D .

Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση το $GM_{prod}(d, \tau_I, \tau_D)$, είναι γνησίως αύξουσα ως προς το τ_I και ως προς τ_D και λαμβάνει τη μέγιστη τιμή $GM_{prod,max}$ όταν $\tau_I \rightarrow \infty$ και $\tau_D \rightarrow \infty$. Η πράσινη καμπύλη στη βάση της επιφάνειας, περιγράφει τη συνάρτηση $\tau_{I,min}(d=0.5, \tau_D)$ (ή αντίστοιχα $\tau_{D,max}(d=0.5, \tau_I)$). Σημειώνεται ότι παρόμοια συμπεριφορά συναντάει κανείς για όλες τις τιμές του d . Αντίστοιχα στο σχήμα 6.3β παρουσιάζεται το γινόμενο των περιθωρίων κέρδους GM_{prod} στην ειδική περίπτωση του PD ελεγκτή για όλα τα UIPDT συστήματα με $d < 1$ και για όλες τις τιμές του τ_D στο διάστημα (1,15). Από το σχήμα αυτό φαίνεται ότι η συνάρτηση GM_{prod} είναι γνησίως φθίνουσα ως προς την καθυστέρηση χρόνου d .

Σύμφωνα με τα παραπάνω η μεγαλύτερη τιμή του γινομένου των περιθωρίων κέρδους $GM_{prod,max}$ για δεδομένη τιμή του τ_D επιτυγχάνεται όταν $\tau_I \rightarrow \infty$. Στην περίπτωση αυτή με βάση την παρατήρηση 6.1, το $GM_{prod,max}(d, \tau_D)$ ισούται με το αντίστοιχο γινόμενο περιθωρίου κέρδους ενός UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PI ελεγκτή με $\tau_{I,UFOPDT} = \tau_{D,UIPDT}$ και δίνεται από τη σχέση

$$GM_{prod,max}(d, \tau_D) = \frac{\sqrt{1 + (\omega_{max})^2} \sqrt{1 + (\tau_D \omega_{min})^2}}{\sqrt{1 + (\omega_{min})^2} \sqrt{1 + (\tau_D \omega_{max})^2}} \frac{\omega_{max}}{\omega_{min}} \quad (6.29)$$

όπου οι κρίσιμες συχνότητες ω_{max} και ω_{min} δίνονται από τις δύο λύσεις της εξίσωσης

$$-\frac{\pi}{2} - d\omega_c + \tan^{-1}(\omega_c) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_c) = 0$$

Σημειώνεται ότι η λύση του παραπάνω συστήματος εξισώσεων έχει υπολογιστεί στο 3^ο κεφάλαιο για $\tau_D > 1.2\tau_{D,min}$. Στη γενικότερη περίπτωση η μέγιστη τιμή που μπορεί να λάβει το $GM_{prod,max}$ επιτυγχάνεται όταν $\tau_I \rightarrow \infty$ και $\tau_D \rightarrow \infty$. Κάνοντας χρήση της παρατήρησης 6.1 εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι το μέγιστο δυνατό γινόμενο περιθωρίων κέρδους GM_{prod} είναι

$$GM_{prod,max}(d) = \sqrt{1 + (\omega_{max})^2} \quad (6.30)$$

όπου η κρίσιμη συχνότητα ω_{\max} δίνεται από τη λύση της

$$-d\omega_{\max} + \tan^{-1}(\omega_{\max}) = 0$$

Μία προσεγγιστική λύση του παραπάνω συστήματος δόθηκε προσεγγιστικά στο 3^ο κεφάλαιο και είναι

$$\hat{GM}_{\text{prod,max}}(d) = \frac{\pi}{2d} \frac{1}{1 + 0.4085d / (1 - 0.2864d)} \quad (6.31)$$

με μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα 0.03% όταν $d < 0.9$.

6.2.5 Περιοχή τιμών των παραμέτρων τ_I και τ_D του ελεγκτή

Οι σταθερές χρόνου ολοκλήρωσης και διαφόρισης τ_I και τ_D του PID ελεγκτή, όπως φάνηκε και από την ανάλυση που προηγήθηκε, πρέπει να ικανοποιούν κάποιες συνθήκες για να είναι εφικτό (με κατάλληλη επιλογή της ενίσχυσης K_C) να ευσταθοποιηθεί το κλειστό σύστημα.

Συγκεκριμένα η παράμετρος τ_I του ελεγκτή μπορεί να πάρει όλες τις τιμές στο διάστημα

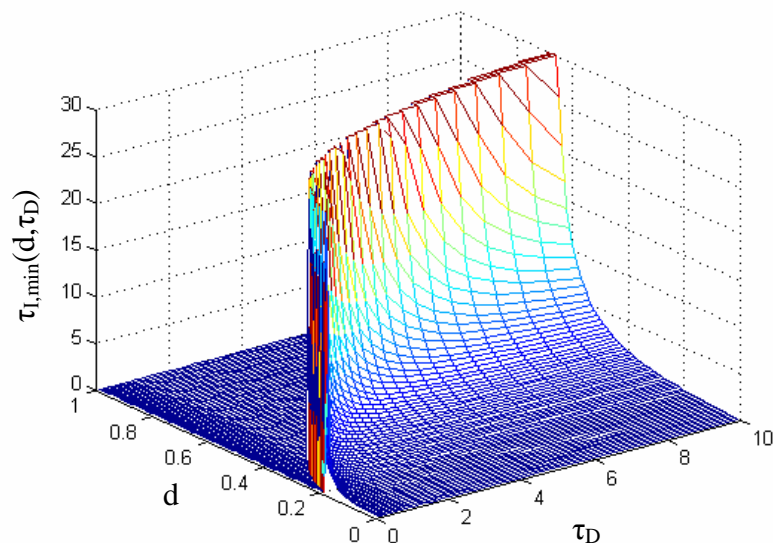
$$\tau_{I,\min}(d, \tau_D) < \tau_I < \infty \quad (6.32)$$

Για τον υπολογισμό της ελάχιστης επιτρεπτής τιμής που μπορεί να λάβει το τ_I , μπορεί να γίνει χρήση της ιδιότητας

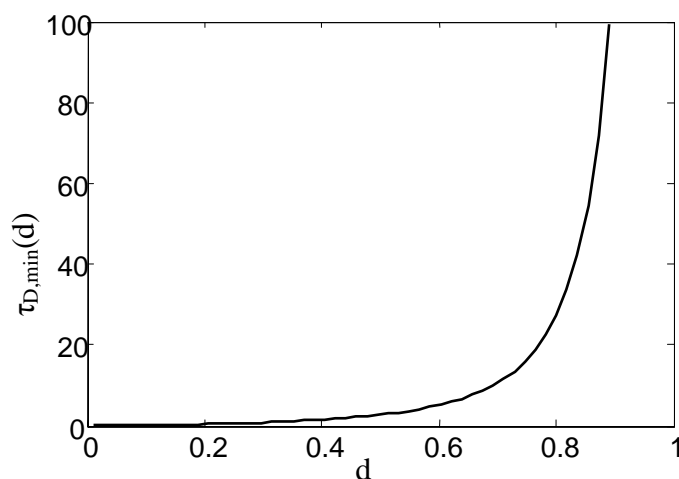
$$\max \{ \text{PM}(d, \tau_I, \tau_D) \} \Big|_{\tau_I = \tau_{I,\min}} = 0 \quad (6.33)$$

Το $\tau_{I,\min}$ υπολογίζεται από τη λύση της εξίσωσης (6.33) ως προς τ_I . Στο σχήμα 6.4 παρουσιάζεται η συνάρτηση $\tau_{I,\min}(d, \tau_D)$ για όλες τις τιμές των d και τ_D . Από αυτό το σχήμα γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση $\tau_{I,\min}(d, \tau_D)$ είναι γνησίως αύξουσα ως προς d και γνησίως φθίνουσα προς τ_D . Επομένως για να μπορέσει κανείς να επιλέξει μικρές τιμές για το τ_I (για λόγους π.χ. ταχύτητας σύγκλισης στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου) θα πρέπει ο διαφορικός όρος να πάρει μεγάλες τιμές.

Η ελάχιστη τιμή $\tau_{D,\min}$ για την οποία ένα UIPDT σύστημα είναι ευσταθοποιήσιμο προκύπτει όταν $\tau_I \rightarrow \infty$ και παρουσιάζεται στο σχήμα 6.5 συναρτήσεως του d . Είναι φανερό ότι στα UIPDT σύστημα ο διαφορικός όρος είναι αναγκαίος και μάλιστα για $d > 0.6$ λαμβάνει πολύ μεγάλες τιμές ($\tau_D > 5$). Σε αντίθεση με τα UFOPDT και USOPDT συστήματα δεν υπάρχει κανένας περιορισμός για τη μέγιστη τιμή που μπορεί να λάβει ο διαφορικός όρος του ελεγκτή, εκτός βέβαια από την ενίσχυση του θορύβου και την αλληλεπίδραση με άλλους βρόχους ελέγχου.



Σχήμα 6.4. Η συνάρτηση $\tau_{I,\min}(d, \tau_D)$ για όλες τις τιμές των d και τ_D .



Σχήμα 6.5. Η συνάρτηση $\tau_{D,\min}(d)$ όταν $\tau_I \rightarrow \infty$ (PD ελεγκτής).

6.3 ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ

Όπως έγινε φανερό από την ανάλυση που προηγήθηκε, στον υπολογισμό πολλών χρήσιμων μεγεθών όπως οι κρίσιμες συχνότητες, τα κρίσιμα κέρδη, τα περιθώρια φάσης και κέρδους, εμπλέκονται μη γραμμικές εξισώσεις η λύση των οποίων δεν μπορεί να δοθεί σε αναλυτική μορφή. Για το σκοπό αυτό στην ενότητα αυτή προτείνονται αλγόριθμοι για τη λύση των πολύπλοκων μη γραμμικών προβλημάτων, καθώς και αναλυτικές σχέσεις που προσεγγίζουν με αρκετή ακρίβεια τις λύσεις αυτών των προβλημάτων.

6.3.1 Αλγόριθμοι και προσεγγίσεις για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων

Πολλές από τις τεχνικές βαθμονόμησης του PID ελεγκτή που προτείνονται στη διατριβή βασίζονται στον υπολογισμό των κρίσιμων κερδών K_{\min} και K_{\max} τα οποία για να υπολογιστούν πρέπει να είναι γνωστές οι τιμές των κρίσιμων συχνοτήτων ω_{\min} και ω_{\max} . Οι κρίσιμες συχνότητες δυστυχώς προκύπτουν από τη λύση της μη γραμμικής εξίσωσης (6.11), η οποία δεν δίνεται σε αναλυτική μορφή και επομένως αυτή η λύση μπορεί να προέλθει μόνο με τη χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων. Για το σκοπό αυτό στην υπο-ενότητα αυτή προτείνονται αλγόριθμοι και αναλυτικές προσεγγίσεις με τις οποίες μπορούν να υπολογισθούν οι κρίσιμες συχνότητες και τα κρίσιμα κέρδη.

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη ενότητα, οι συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} προκύπτουν από τη λύση της (6.11) όταν $\tau_I > \tau_{I,\min}$ και όταν η συνάρτηση \tan^{-1} παίρνει τιμές στο διάστημα $(0, \pi)$. Τα βασικά βήματα των αλγορίθμων για τον υπολογισμό των ω_{\min} και ω_{\max} είναι τα εξής:

ω_{\min} Αλγόριθμος

Βήμα 1: Ξεκινάμε με μία αρχική εκτίμηση για το ω_{\min} . Μία καλή αρχική εκτίμηση είναι

$$\omega_{\min} = \sqrt{(\tau_I - d(1 - \tau_I))^{-1}}.$$

Βήμα 2: Υπολογίζουμε το σφάλμα εκτίμησης:

$$e_r = -\pi - d\omega_{\min} + \tan^{-1}(\omega_{\min}) + \tan^{-1}(\tau_I \omega_{\min}) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_{\min}).$$

Βήμα 3: Παίρνουμε σαν νέα τιμή για το ω_{\min} την $\omega_{\min} = \omega_{\min}(1 - e_r)$.

Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 ως 4 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

ω_{\max} Αλγόριθμος

Βήμα 1: Ξεκινάμε με μία αρχική εκτίμηση για το ω_{\max} , μεγαλύτερη από το ω_{\max} π.χ

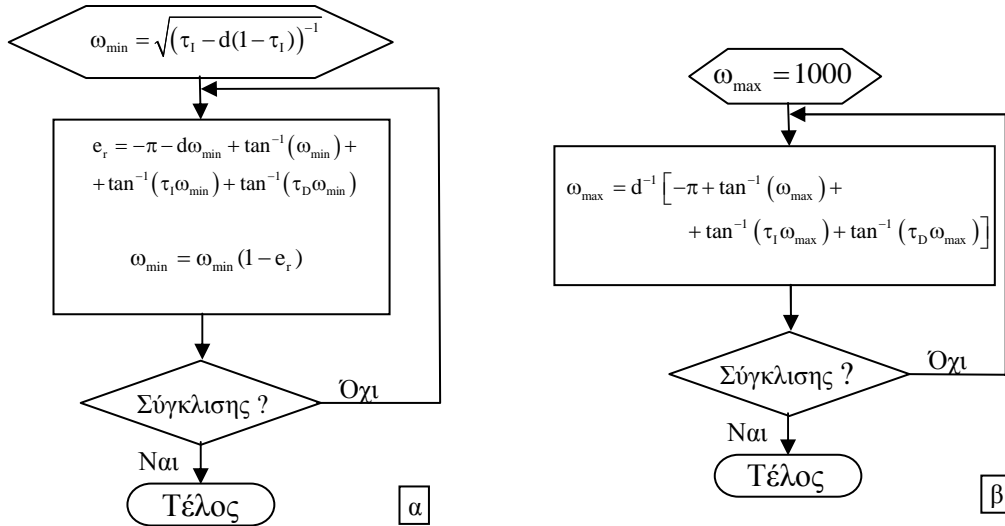
$$\omega_{\max} = 10^4.$$

Βήμα 2: Υπολογίζουμε τη νέα τιμή του ω_{\max} από τη σχέση

$$\omega_{\max} = d^{-1} \left[-\pi + \tan^{-1}(\omega_{\max}) + \tan^{-1}(\tau_I \omega_{\max}) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_{\max}) \right]$$

Βήμα 3: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

Στο σχήμα 6.6 παρουσιάζονται για ευκολία τα διαγράμματα βαθμίδων των παραπάνω αλγορίθμων. Σημειώνεται εδώ ότι οι αλγόριθμοι των ω_{\min} και ω_{\max} συγκλίνουν πάντα στις τιμές ω_{\min} και ω_{\max} υπό την προϋπόθεση ότι $\tau_I > \tau_{I,\min}(d, \tau_D)$.



Σχήμα 6.6. Αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων:

α) $\omega_{\min}(d, \tau_1, \tau_D)$ και β) $\omega_{\max}(d, \tau_1, \tau_D)$.

Βασιζόμενοι στην παρατήρηση 6.1 είναι δυνατόν οι προσεγγίσεις που αναπτύχθηκαν για τις κρίσιμες συχνότητες στην περίπτωση UFOPDT συστημάτων όταν γίνεται χρήση PI ελεγκτή, να χρησιμοποιηθούν και στην περίπτωση UIPDT συστημάτων όταν γίνεται χρήση PD ελεγκτή. Πιο συγκεκριμένα οι κρίσιμες συχνότητες ενός UIPDT συστήματος ελεγχόμενου από PD ελεγκτή μπορούν να υπολογιστούν από τις σχέσεις

$$\hat{\omega}_{\min}(d, \tau_D) = f_{\omega_{\min}}(d, \tau_D) \sqrt{\frac{1}{\tau_D - d(1 + \tau_D)}} \quad (6.34)$$

όπου

$$f_{\omega_{\min}}(d, \tau_D) = \left(1 + \frac{(0.006 + 0.03d / (1.14 - d)) \hat{\tau}_{D, \min}}{(0.973 + 0.05 / (1 - d)) \tau_D - \hat{\tau}_{D, \min}} \right)$$

και

$$\hat{\omega}_{\max}(d, \tau_D) = f_{\omega_{\max}}(d, \tau_D) \frac{\pi}{2d} \left(\frac{\tau_D}{(\tau_D + 1)d} - 0.9463 \right) \left(\frac{\tau_D}{(\tau_D + 1)d} - 0.5609 \right)^{-1} \quad (6.35)$$

όπου

$$f_{\omega_{\max}}(d, \tau_D) = (1 + 0.22d^4) \left[1 + (0.1 - 0.3\sqrt{d}) \left(\hat{\tau}_{D, \min} / \tau_1 \right)^2 \right]$$

όπου $\hat{\tau}_{D, \min}(d)$ είναι η προσέγγιση της ελάχιστη τιμής που μπορεί να λάβει ο διαφορικός όρος του ελεγκτή για να είναι το σύστημα ευσταθοποιήσιμο. Η προσέγγιση αυτή δίνεται στην επόμενη ενότητα. Όπως δείξαμε στο 3^ο κεφάλαιο, το μέγιστο κανονικοποιημένο

σφάλμα των προσεγγίσεων $\hat{\omega}_{I_{\min}}$ και $\hat{\omega}_{I_{\max}}$ (τα οποία ορίζονται ως $\tilde{\omega}_{\min} = (\omega_{\min} - \hat{\omega}_{I_{\min}}) / \omega_{\min}$ και $\tilde{\omega}_{\max} = (\omega_{\max} - \hat{\omega}_{I_{\max}}) / \omega_{\max}$ αντίστοιχα) είναι μικρότερο από 1.8% όταν $d < 0.9$ και $\tau_D > 1.2\tau_{D,\min}$. Επίσης αν οι προσεγγίσεις $\hat{\omega}_{\min}$ και $\hat{\omega}_{\max}$ χρησιμοποιηθούν σε συνδυασμό με τις σχέσεις (6.12) και (6.13) για τον υπολογισμό των κρίσιμων κερδών, τότε το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα που προκύπτει για τις \hat{K}_{\min} και \hat{K}_{\max} είναι μικρότερο από 3%.

Οι παραπάνω προσεγγίσεις ισχύουν με αρκετή ακρίβεια και για τη γενικότερη περίπτωση που χρησιμοποιείται ο πλήρης PID ελεγκτής, όταν η τιμή του ολοκληρωτικού όρου είναι αρκετά μεγάλη (π.χ. $\tau_I > 10\tau_{I,\min}$). Στην περίπτωση αυτή μπορεί στη σχέση (6.11) να χρησιμοποιηθεί η κλασική προσέγγιση

$$\tan^{-1}(\tau_I \omega_c) \approx \pi/2$$

6.3.2 Αλγόριθμοι και προσεγγίσεις για τον υπολογισμό των $\tau_{I,\min}$ και $\tau_{D,\min}$

Για τις μεθόδους βαθμονόμησης που θα παρουσιαστούν αλλά και για τον υπολογισμό των προσεγγίσεων που προτείνονται είναι αναγκαίος ο υπολογισμός της ελάχιστης τιμής της σταθεράς χρόνου διαφόρισης $\tau_{D,\min}$. Υπενθυμίζεται ότι επειδή για συστήματα που είναι τύπου ένα (ή μεγαλύτερου τύπου) η τιμή του ολοκληρωτικού όρου επιλέγεται πάντα μεγάλη, ο υπολογισμός του $\tau_{I,\min}$ δεν έχει πρακτική αξία. Δυστυχώς δεν μπορεί να βρεθεί αναλυτική έκφραση που να περιγράφει την $\tau_{D,\min}$ λόγω των μη γραμμικών σχέσεων που εμπλέκονται στον υπολογισμό της. Εδώ για τον υπολογισμό του $\tau_{D,\min}$ γίνεται χρήση της ιδιότητας της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου να δίνει πάντα μέγιστη φάση ίση με $\pi/2$ όταν $\tau_D = \tau_{D,\min}$. Με βάση αυτή την ιδιότητα προτείνεται ο παρακάτω αλγόριθμος σταθερού σημείου για τον υπολογισμό του $\tau_{D,\min}$. Τα βασικά βήματα αθτού του αλγόριθμου είναι τα εξής:

$\tau_{D,\min}$ Αλγόριθμος

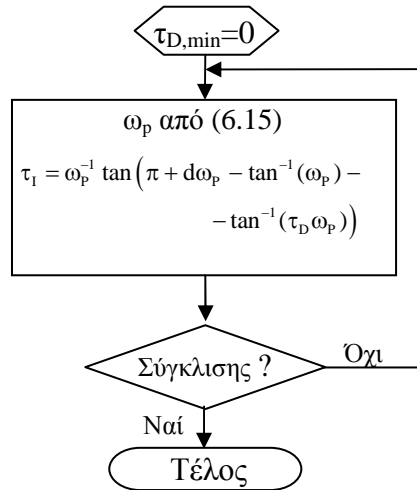
Βήμα 1: Ξεκινάμε με αρχική εκτίμηση $\tau_{D,\min} = 0$.

Βήμα 2: Υπολογίζουμε τη συχνότητα ω_p από τη λύση της (6.15).

Βήμα 3: Επιλέγουμε τη νέα τιμή του $\tau_{D,\min}$ από τη λύση, ως προς τ_D , της (6.18) για $PM=0$, δηλαδή

$$\tau_{D,\min} = \omega_p^{-1} \tan \left[+\frac{\pi}{2} + d\omega_p - \tan^{-1}(\omega_p) - \tan^{-1}(\tau_I \omega_p) \right]$$

Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □



Σχήμα 6.7. Αλγόριθμος υπολογισμού του $\tau_{D,min}(d, \tau_I)$.

Ο $\tau_{D,min}$ αλγόριθμος συγκλίνει πάντα. Το διάγραμμα βαθμίδων του $\tau_{D,min}$ αλγορίθμου παρουσιάζεται στο σχήμα 6.7.

Με βάση την παρατήρηση 6.1 και λόγω της συμμετρίας μεταξύ τ_I και τ_D στη σχέση (6.18) είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση του $\tau_{I,min}(d)$ που προτάθηκε στο 3^ο κεφάλαιο για UFOPDT συστήματα για τον αναλυτικό υπολογισμό της $\tau_{D,min}(d)$ στην περίπτωση που γίνεται χρήση του PD ελεγκτή. Συγκεκριμένα η συνάρτηση $\tau_{D,min}(d)$ προσεγγίζεται από την

$$\hat{\tau}_{D,min}(d) \approx \frac{0.0029 - 0.0682\sqrt{d} + 1.4941d}{(1.003 - d)^2} \quad (6.36)$$

και μάλιστα το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα της (6.36) είναι μικρότερο από 1.4% όπως δείξαμε στο 3^ο κεφάλαιο. Η παραπάνω σχέση ισχύει με ικανοποιητική ακρίβεια και όταν το τ_I λαμβάνει πολύ μεγάλες τιμές (π.χ. $\tau_I > 5\tau_{I,min}$).

Βέβαια λόγω της συμμετρίας μεταξύ τ_I και τ_D στην σχέση (6.18), ο παραπάνω αλγόριθμος μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τον υπολογισμό του $\tau_{I,min}$ αν είναι δεδομένη η τιμή του τ_D .

6.4 ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ PID ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΒΑΣΙΣΜΕΝΕΣ ΣΕ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟ

Από την ανάλυση που παρουσιάστηκε στην ενότητα 6.2 έγινε σαφές ότι τα UIPDT συστήματα, όπως άλλωστε συμβαίνει με όλα τα ασταθή συστήματα που μελετάμε, έχουν το χαρακτηριστικό να έχουν δύο κρίσιμα κέρδη (δηλαδή τα K_{min} και K_{max}) και ότι

η περιοχή ευστάθειας περιορίζεται σημαντικά στα συστήματα που έχουν καθυστέρηση χρόνου μεγαλύτερη από 0.2. Παρόλο που οι μέθοδοι βαθμονόμησης του PID ελεγκτή που θα παρουσιαστούν στην ενότητα αυτή βασίζονται σε κριτήρια απόκρισης στο πεδίο του χρόνου, για να έχει το κλειστό σύστημα ικανοποιητική ευρωστία, στη σχεδίαση πάντα θα λαμβάνονται υπόψη και κριτήρια ευρωστίας.

Επειδή τα UIPDT συστήματα είναι τύπου ένα η χρήση ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή δεν είναι απαραίτητη αν το σύστημα δεν υπόκειται σε εξωτερικές διαταραχές. Για το λόγο αυτό οι μέθοδοι βαθμονόμησης που παρουσιάζονται στη συνέχεια είναι προσανατολισμένες κυρίως στον PD ελεγκτή.

Οι δύο τεχνικές βαθμονόμησης που θα παρουσιαστούν στην ενότητα αυτή είναι η ΣΠΚ και ΜΠΦ τεχνικές βαθμονόμησης οι οποίες χρησιμοποιούνται και για τους άλλους τύπους ασταθών συστημάτων. Υπενθυμίζουμε ότι η βασική προδιαγραφή της μεθόδου ΣΠΚ είναι η επίτευξη συμμετρικού περιθωρίου κέρδους για την δεδομένη επιθυμητή μορφή της απόκρισης του κλειστού συστήματος στο πεδίο του χρόνου και επομένως το κέρδος του ελεγκτή επιλέγεται ως ο γεωμετρικός μέσος όρος των K_{\min} και K_{\max} , δηλαδή

$$K_C = \sqrt{K_{\min} K_{\max}} \quad (6.37)$$

Αντίστοιχα στην περίπτωση της ΜΠΦ μεθόδου η βασική προδιαγραφή είναι η επίτευξη της μέγιστης φάσης για τη δεδομένη επιθυμητή μορφή της απόκρισης του κλειστού συστήματος και επομένως το κέρδος του ελεγκτή επιλέγεται από τη σχέση

$$K_C = \tau_I \omega_p^2 \sqrt{\frac{1 + \omega_p^2}{(1 + \tau_I^2 \omega_p^2)(1 + \tau_D^2 \omega_p^2)}} \quad (6.38)$$

Είναι προφανές από τα προηγούμενα ότι αν η κύρια πηγή αβεβαιότητας προέρχεται από το κέρδος του συστήματος, τότε είναι προτιμότερη η επιλογή μεθόδου βαθμονόμησης που να βασίζεται στο συμμετρικό περιθώριο κέρδους, ενώ αν η αβεβαιότητα προέρχεται από την καθυστέρηση χρόνου, τότε είναι προτιμότερη η επιλογή μεθόδου που να βασίζεται στη μεγιστοποίηση του περιθωρίου φάσης.

Για την εφαρμογή όλων των μεθόδων που θα παρουσιαστούν στην παρούσα ενότητα, είναι απαραίτητη η χρήση είτε της PDF-μορφής του ελεγκτή, είτε ο κλασικός PID ελεγκτής με το προ-φίλτρο που δίνεται από τη σχέση (2.10) για $G_{F,PDF}=1$. Με τη χρήση των παραπάνω προ-φίλτρων, όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 2, γίνεται απλοποίηση των μηδενικών που προσθέτει ο PID ελεγκτής στη συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος. Το γεγονός αυτό έχει ως συνέπεια η βηματική απόκριση του κλειστού

UIPDT συστήματος να είναι πιο ομαλή και να αποφεύγονται οι υπερβολικές υπερυψώσεις.

Η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού UIPDT συστήματος ελεγχόμενο από PID ελεγκτή είναι

$$G_{CL,PID}(s) = \frac{\exp(-ds)}{\tau_I s^2 (s-1) K_C^{-1} + (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1) \exp(-ds)} \quad (6.39)$$

ενώ στην περίπτωση του PD ελεγκτή είναι

$$G_{CL,PD}(s) = \frac{\exp(-ds)}{s(s-1) K_C^{-1} + (\tau_D s + 1) \exp(-ds)} \quad (6.40)$$

Παρατήρηση 6.2. Η συνάρτηση μεταφοράς $G_{CL,PD}$ μπορεί να γραφεί και στη μορφή

$$G_{CL,PD}(s) = \frac{\exp(-ds)}{s \tau_D (s-1) [\tau_D K_C]^{-1} + (\tau_D s + 1) \exp(-ds)} \quad (6.41)$$

Η $G_{CL,PD}$ ταυτίζεται με τη συνάρτηση μεταφοράς ενός UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PI ελεγκτή αν

$$\tau_{D,UIPDT} = \tau_{I,UFOPDT} \quad \text{και} \quad K_{C,UIPDT} = \frac{K_{C,UFOPDT}}{\tau_{D,UIPDT}} \quad (6.42)$$

□

Η παραπάνω παρατήρηση αποτελεί επέκταση της παρατήρησης 6.1 στην περίπτωση της απόκρισης του κλειστού συστήματος.

Με βάση την παρατήρηση 6.2 εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς ότι όλες οι τεχνικές βαθμονόμησης που παρουσιάστηκαν στο 3^ο κεφάλαιο για UFOPDT συστήματα ελεγχόμενα από PI ελεγκτή, μπορούν να εφαρμοστούν άμεσα και στην περίπτωση UIPDT συστημάτων ελεγχόμενα από PD ελεγκτή κάνοντας απλώς τις αντικαταστάσεις που υποδεικνύονται από τη σχέση (6.42).

Στην περίπτωση που γίνεται χρήση PID ελεγκτή για τον έλεγχο των UIPDT συστημάτων, τότε οι ΣΠΚ και ΜΠΦ μέθοδοι βαθμονόμησης δεν μπορούν να εφαρμοστούν με κριτήρια απόκρισης συστημάτων δεύτερης τάξης όπως η σταθερά απόσβεσης και η ιδιοσυχνότητα. Ο βασικός λόγος είναι ότι δεν είναι δυνατό να προσεγγιστεί η συνάρτηση μεταφοράς $G_{CL,PID}$ με αυτήν ενός συστήματος 2^{ης} τάξης. Για το λόγο αυτό στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε μόνο τις τεχνικές βαθμονόμησης για PID ελεγκτές που βασίζονται σε ολοκληρωτικά κριτήρια. Για την εφαρμογή των PID

μεθόδων βαθμονόμησης που ακολουθούν θεωρούμε ότι η τιμή του διαφορικού όρου του ελεγκτή έχει προεπιλεγεί με βάση τη γνώση που διαθέτουμε για το σύστημα, και λαμβάνοντας υπόψη ότι όσο πιο μεγάλη επιλεγεί η τιμή του τ_D , τόσο πιο εύρωστο μπορεί να γίνει το κλειστό σύστημα, διατηρώντας τα άλλα βασικά χαρακτηριστικά της απόκρισης ίδια.

6.4.1 1^η ΣΠΚ και ΜΠΦ Μέθοδοι βαθμονόμησης για PID ελεγκτή

(αυθαίρετη επιλογή των τ_I και τ_D)

Με προεπιλεγμένη την τιμή της παραμέτρου τ_D , ο πιο προφανής τρόπος επιλογής της παραμέτρου τ_I του ελεγκτή είναι να επιλεγεί τυχαία με μόνο περιορισμό να ικανοποιεί την συνθήκη για είναι το σύστημα ευσταθοποιήσιμο, δηλαδή $\tau_I > \tau_{I,\min}(d, \tau_D)$, όπου η τιμή του $\tau_{I,\min}$ μπορεί να υπολογιστεί κάνοντας χρήση του $\tau_{I,\min}$ αλγορίθμου. Η απλή αυτή μέθοδος βαθμονόμησης μπορεί να εφαρμοστεί για όλα τα συστήματα με $d < 1$.

Σύμφωνα με την ανάλυση που έχει παρουσιαστεί (βλέπε σχήματα 6.2 και 6.3), όσο πιο μεγάλο επιλεγεί το τ_I τόσο πιο εύρωστο είναι το κλειστό σύστημα. Επιπλέον όσο πιο μεγάλο το τ_I τόσο πιο αργή και ομαλή είναι η απόκριση του κλειστού συστήματος, τόσο για την περίπτωση παρακολούθησης τροχιάς (tracking), όσο και για την περίπτωση ρύθμισης (regulation).

Λόγω του γεγονότος ότι τα UIPDT συστήματα είναι τύπου ένα, σε πολλές εφαρμογές γίνεται αρχικά επιλογή του ολοκληρωτικού όρου, και μάλιστα επιλέγεται πολύ μεγάλη τιμή για το τ_I έτσι ώστε απλώς να εγγυάται μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση. Στην περίπτωση αυτή, για την εφαρμογή της 1^{ης} μεθόδου, η τιμή του τ_D πρέπει να επιλεγεί έτσι ώστε $\tau_D > \tau_{D,\min}(d, \tau_I)$, όπου η τιμή του $\tau_{D,\min}$ υπολογίζεται κάνοντας χρήση του $\tau_{D,\min}$ αλγόριθμου.

6.4.1.1 3^η ΣΠΚ και ΜΠΦ Μέθοδοι βαθμονόμησης για PID ελεγκτή

(ολοκληρωτικά κριτήρια)

Οι ΣΠΚ και ΜΠΦ μέθοδοι βαθμονόμησης μπορούν να εφαρμοστούν με προδιαγραφές απόκρισης την ελαχιστοποίηση ολοκληρωτικών κριτηρίων όπως έγινε και στην περίπτωση των άλλων ασταθών συστημάτων.

Για να είναι δυνατό τα ολοκληρωτικά κριτήρια που χρησιμοποιούνται παρακάτω να εφαρμοστούν σε όλα τα UIPDT συστήματα ανεξαρτήτως της τιμής της ασταθούς σταθεράς χρόνου, με ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα, τα ολοκληρωτικά κριτήρια εφαρμόζονται στο αντίστοιχο κανονικοποιημένο σύστημα. Στην περίπτωση των UIPDT

συστημάτων χρησιμοποιήθηκαν τα ακόλουθα ολοκληρωτικά κριτήρια:

α) Το ολοκλήρωμα του τετραγώνου του σφάλματος που προκύπτει από μία βηματική αλλαγή της εισόδου αναφοράς του συστήματος (**I**ntegral of **S**quared **E**rror due to a unit step change in the **S**et **P**oint (ISE-SP)) ή από μία βηματική διαταραχή στην είσοδο του συστήματος (due to a unit step **L**oad change (ISE-L))

$$J_{\text{ISE}} = \int_0^{\infty} [y(t) - r(t)]^2 dt \quad (6.43)$$

β) Το ολοκλήρωμα του τετραγώνου του σφάλματος συν το τετράγωνο της εξόδου του ελεγκτή (**I**ntegral of the **S**quared **E**rror plus the **S**quared **C**ontroller **O**utput (ISESCO))

$$J_{\text{ISENSCOD}} = \int_0^{\infty} \left\{ [y(t) - r(t)]^2 + u^2(t) \right\} dt \quad (6.44)$$

γ) Το ολοκλήρωμα του τετραγώνου του σφάλματος συν το τετράγωνο της παραγώγου της εξόδου του ελεγκτή (**I**ntegral of **S**quared **E**rror plus the **S**quared **D**erivative of the **C**ontroller **O**utput (ISESDCO))

$$J_{\text{ISENSDCO}} = \int_0^{\infty} \left\{ [y(t) - r(t)]^2 + \dot{u}^2(t) \right\} dt \quad (6.45)$$

Για να υπολογιστεί η τιμή του τ_i που ελαχιστοποιεί τα παραπάνω ολοκληρωτικά κριτήρια, προτείνεται ο αλγόριθμος του σχήματος 3.16 ο οποίος βασίζεται στη μέθοδο της χρυσής τομής.

Η εφαρμογή των ΣΠΚ και ΜΠΦ μεθόδων βαθμονόμησης για τα παραπάνω κριτήρια δίνει σχεδόν του ίδιους ελεγκτές (ανεξαρτήτως κριτηρίου ή μεθόδου). Μικρή διαφορά υπάρχει μόνο μεταξύ μεθόδων που βασίζονται σε βηματική αλλαγή του σημείου λειτουργίας και σε αυτές που βασίζονται σε βηματική αλλαγή στο φορτίο εισόδου. Στους πίνακες 6.2α και 6.2β δίνονται μερικά παραδείγματα από την εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων σε χαρακτηριστικές περιπτώσεις UIPDT συστημάτων. Οι ελεγκτές αυτοί προέκυψαν από βελτιστοποίηση και των δύο παραμέτρων τ_i και τ_D του ελεγκτή.

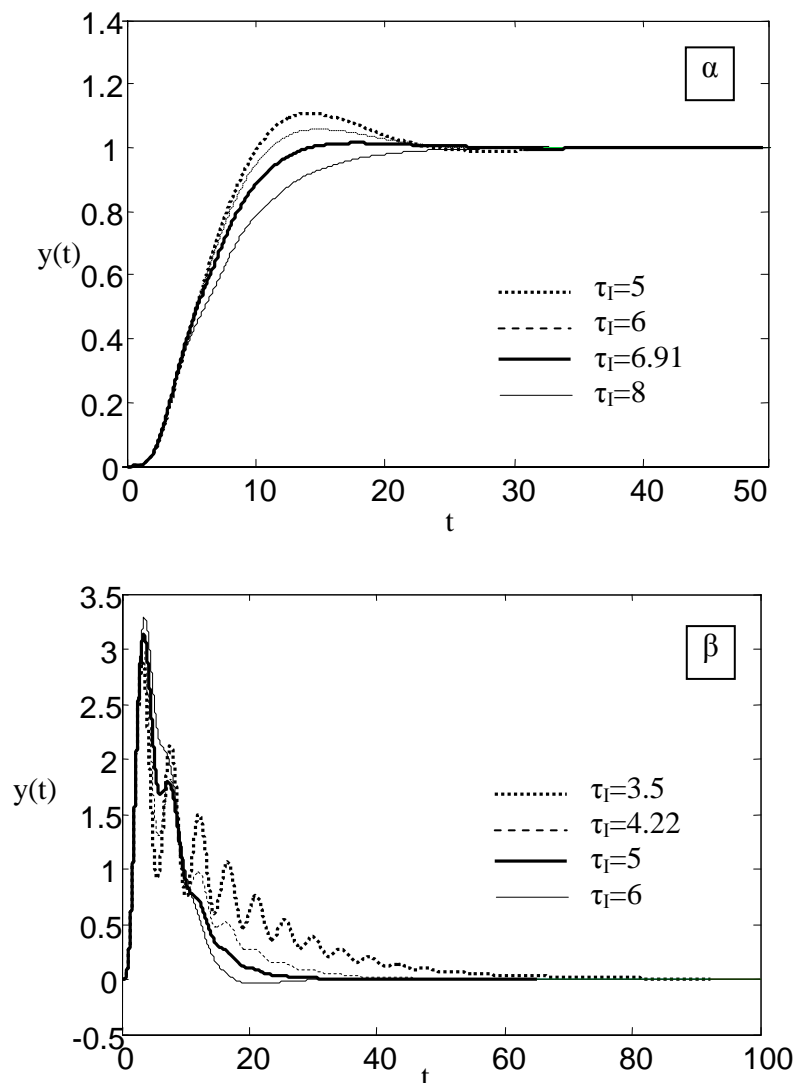
Στα σχήματα 6.8α και 6.8β παρουσιάζονται δύο χαρακτηριστικές αποκρίσεις για ένα σύστημα με $d=0.5$ όταν χρησιμοποιείται ο βέλτιστος ελεγκτής για τα κριτήρια ISE_Sp και ISE_L αντίστοιχα. Είναι προφανές ότι οι μέθοδοι αυτές δίνουν σχετικά ομαλές αποκρίσεις στην περίπτωση εφαρμογής τους σε UIPDT συστήματα.

d	τ_D	τ_I	K_C	J
0.02	0.048	0.099613	614.3173	0.091823
0.05	0.132	0.249721	93.74591	0.229737
0.1	0.305	0.519353	21.58578	0.467049
0.15	0.543	0.795542	8.512559	0.722252
0.2	0.85	1.12232	4.252755	1.00593
0.3	1.81	1.937166	1.416827	1.707962
0.4	3.56	3.19597	0.573401	2.714835
0.5	6.96	5.271532	0.245491	4.303757
0.6	14.3	9.124072	0.103527	7.110653
0.7	34.6	17.15666	0.037949	12.93568
0.8	95.5	41.58627	0.012028	28.66175
0.9	525	174.0582	0.002063	104.9533

Πίνακας 6.2α. Οι βέλτιστοι ελεγκτές που προκύπτουν από την 3^η ΣΠΚ μέθοδο βαθμονόμησης, ελαχιστοποιώντας το ISE_Sp κριτήριο και για μερικά χαρακτηριστικά UIPDT συστήματα.

d	τ_D	τ_I	K_C	J
0.02	0.045	0.106687	632.7728	3.44E-07
0.05	0.122	0.283168	99.57247	3.37E-05
0.1	0.27	0.629897	23.91644	0.001143
0.15	0.45	1.060572	10.07687	0.009733
0.2	0.67	1.603574	5.308863	0.048381
0.3	1.31	3.044422	1.952217	0.587138
0.4	2.36	5.397879	0.86209	4.767288
0.5	4.22	9.471206	0.404621	34.76749
0.6	7.85	17.361	0.188668	273.879
0.7	16.1	35.46918	0.08161	2843.884
0.8	40.6	91.50385	0.029192	55117.75
0.9	165.1	504.093	0.006563	3.93E+06

Πίνακας 6.2β. Οι βέλτιστοι ελεγκτές που προκύπτουν από την 3^η ΣΠΚ μέθοδο βαθμονόμησης, ελαχιστοποιώντας το ISE_L κριτήριο και για μερικά χαρακτηριστικά UIPDT συστήματα.



Σχήμα 6.8. Μερικές χαρακτηριστικές αποκρίσεις που προκύπτουν από την εφαρμογή της ΜΠΚ μεθόδου που βασίζεται σε ολοκληρωτικά κριτήρια: α)ISE_Sp και β)ISE_L.

6.5 ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ PID ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΒΑΣΙΣΜΕΝΕΣ ΣΕ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΕΥΡΩΣΤΙΑΣ

Οι μέθοδοι βαθμονόμησης που παρουσιάστηκαν παραπάνω βασίζονταν κυρίως σε κριτήρια απόκρισης στο πεδίο του χρόνου ενώ ταυτόχρονα εγγυώνται και κάποιες βασικές ιδιότητες όσον αφορά την ευρωστία του κλειστού συστήματος. Στην ενότητα προτείνονται τεχνικές βαθμονόμησης του PID ελεγκτή οι οποίες βασίζονται μόνο στα ευρέως χρησιμοποιούμενα κριτήρια ευρωστίας του περιθωρίου φάσης PM, του αυξητικού και του μειωτικού περιθωρίου κέρδους GM_{inc} και GM_{dec} αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι λόγω της μικρής περιοχής ευστάθειας που έχουν τα UIPDT συστήματα τεχνικές που βασίζονται μόνο στο περιθώριο φάσης και το αυξητικό ή το μειωτικό

περιθώριο κέρδους, όπως αυτές που παρουσιάστηκαν για τα UFOPDT συστήματα δεν είναι πρακτικά εφαρμόσιμες στα UIPDT συστήματα αφού είναι δυνατό να ικανοποιούνται αυτές οι προδιαγραφές και το κλειστό σύστημα να είναι τελικά ασταθές.

Επομένως οι μέθοδοι βαθμονόμησης που προτείνονται παρακάτω επιστρέφουν τις παραμέτρους του ελεγκτή που ικανοποιούν τις προδιαγραφές ευρωστίας:

- i. Μονό το περιθώριο φάσης (PM μέθοδος).
- ii. Αυξητικό και μειωτικό περιθώριο κέρδους (GM μέθοδος).
- iii. Περιθώριο φάσης αυξητικό και μειωτικό περιθώριο κέρδους (PGM μέθοδος).

Για λόγους που έχουν προαναφερθεί και στην περίπτωση εφαρμογής των παραπάνω μεθόδων η σταθερά χρόνου διαφόρισης τ_D πρέπει να επιλεγεί εκ των προτέρων με βάση τις κατευθυντήριες γραμμές που έχουν δοθεί στην ανάλυση που προηγήθηκε. Υπενθυμίζεται ότι δεν υπάρχει κανένας περιορισμός για το πόσο μεγάλο μπορεί να επιλεγεί το τ_D , ενώ όσο μεγαλύτερο επιλεγεί το τ_D , τόσο πιο εύρωστο μπορεί να γίνει το κλειστό UIPDT σύστημα.

6.5.1 PM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή

Αυτή η μέθοδος βαθμονόμησης χρησιμοποιείται όταν η μόνη προδιαγραφή σχεδίασης είναι το περιθώριο φάσης του κλειστού συστήματος. Βέβαια υπάρχει απειρία τιμών των παραμέτρων τ_I και K_C (το τ_D είναι προεπιλεγμένο) για τις οποίες το περιθώριο φάσης του κλειστού συστήματος είναι το επιθυμητό. Η καλύτερη επιλογή τ_I και K_C είναι εκείνη που θα ικανοποιεί το επιθυμητό περιθώριο φάσης PM_{des} στο σημείο που μεγιστοποιείται η φάση του συστήματος δηλαδή όταν $\omega_G = \omega_p$ (βλέπε ανάλυση στην ενότητα 6.2.3). Με την επιλογή αυτή των παραμέτρων, η παράμετρος τ_I που προκύπτει είναι η μικρότερη δυνατή και το κλειστό σύστημα που προκύπτει είναι το ταχύτερο δυνατόν (και για παρακολούθηση τροχιάς και για την περίπτωση ρύθμισης) που ικανοποιεί την προδιαγραφή PM_{des} .

Η τιμή της παραμέτρου $\tau_I(d, \tau_D, PM^{des})$ για την οποία η μέγιστη φάση που προκύπτει είναι

$$\max(\varphi_L(\tau_I)) = PM_{des} - \pi/2$$

μπορεί να υπολογιστεί από τη λύση του συστήματος εξισώσεων που αποτελείται από τις (6.15) και (6.21). Για τη λύση του μη γραμμικού αυτού συστήματος εξισώσεων προτείνεται ο ακόλουθος απλός αλγόριθμος σταθερού σημείου.

PM Αλγόριθμος

Βήμα 1: Βεβαιωνόμαστε πρώτα αν η επιθυμητή τιμή του περιθωρίου φάσης PM^{des} έχει αποδεκτή τιμή, δηλαδή αν ισχύει ότι

$$0 < PM_{des} < PM_{max} \quad (6.46)$$

όπου η τιμή του PM_{max} υπολογίζεται από τις σχέσεις (6.23) και (6.24). Αν δεν ισχύει η (6.46), τότε το πρόβλημα δεν έχει λύση ούτε όταν $\tau_1 = \infty$ και επομένως πρέπει να επιλεγεί μεγαλύτερη τιμή για το τ_D .

Βήμα 2: Ξεκινάμε με μία αρχική εκτίμηση για το τ_1 , π.χ. $\tau_1 = 0$.

Βήμα 3: Γι' αυτήν την τιμή τ_1 υπολογίζουμε την συχνότητα ω_p από τη λύση της (6.15).

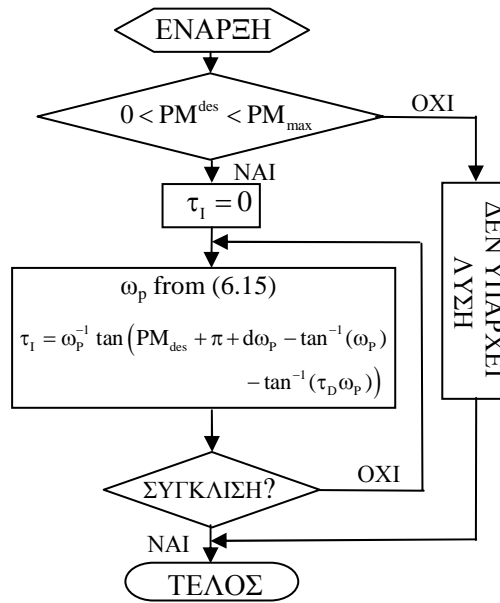
Βήμα 4: Επιλέγουμε τη νέα τιμή του τ_1 από τη λύση της (6.21) ως προς τ_1 , δηλαδή

$$\tau_1 = \frac{\tan \left[PM_{des} + \pi + d\omega_p - \tan^{-1}(\omega_p) - \tan^{-1}(\tau_D \omega_p) \right]}{\omega_p}$$

Βήμα 6: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 3 και 4 μέχρι να επέλθει σύγκλισης. □

Ο PM αλγόριθμος συγκλίνει πάντα στην τιμή του τ_1 η οποία δίνει μέγιστο περιθώριο φάσης ίσο με PM_{des} , όταν το PM_{des} έχει αποδεκτή τιμή. Προφανώς πρέπει $PM_{des} > 0$ για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές και μικρότερο από την τιμή του PM_{max} που είναι το μέγιστο δυνατό περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί (για το προεπιλεγμένο τ_D) με PD ελεγκτή. Στο σχήμα 6.9 παρουσιάζεται για ευκολία τα διαγράμματα βαθμίδων του PM αλγορίθμου. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο αλγόριθμος αυτός συγκλίνει με ακρίβεια του κανονικοποιημένου σφάλματος $\tilde{\tau}_1 = (\tau_1 - \hat{\tau}_1) / \tau_1$ στην περιοχή του 10^{-6} , σε 5 ή 6 επαναλήψεις.

Η συνάρτηση $\tau_1(d, \tau_D, PM_{des})$ που προκύπτει με τη χρήση του παραπάνω αλγορίθμου για $\tau_D = 1$ και $\tau_D = 5$, παρουσιάζεται στα σχήματα 6.10α και 6.10β αντίστοιχα, για όλες τις επιτρεπτές τιμές του d και για PM_{des} στην περιοχή $(0, PM_{max}^{des})$. Στο σχήμα 6.10 ο άξονας της επιθυμητής τιμής PM_{des} έχει κανονικοποιηθεί ως προς το μέγιστο περιθώριο φάσης $PM_{max}(d, \tau_D)$ που επιτυγχάνεται όταν $\tau_1 \rightarrow \infty$ για τις συγκεκριμένες τιμές των d και τ_D . Από τα δύο αυτά σχήματα γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση $\tau_1(d, \tau_D, PM_{des})$ είναι γνησίως αύξουσα και ως προς τις τρεις μεταβλητές της. Από την ιδιότητα αυτή συνεπάγεται ότι οποιαδήποτε τιμή του τ_1 μεγαλύτερη από αυτή που προκύπτει από τον παραπάνω αλγόριθμο, θα ικανοποιεί την προδιαγραφή του περιθωρίου φάσης (φυσικά όχι ακριβώς). Επίσης από τη σύγκριση των σχημάτων 6.10α και 6.10β είναι φανερό ότι



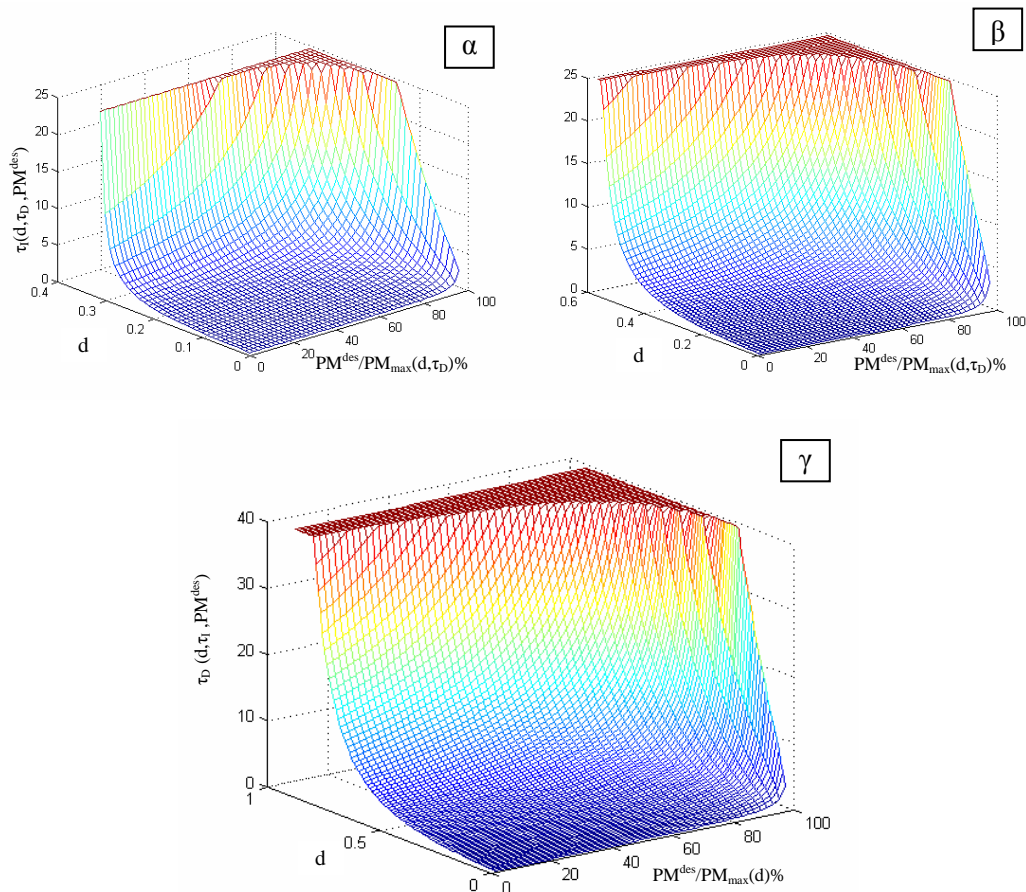
Σχήμα 6.9. Αλγόριθμος υπολογισμού του $\tau_I(d, \tau_D, PM_{des})$.

είναι δυνατό με τη χρήση μεγαλύτερου διαφορικού όρου να επιτευχθεί πολύ μεγαλύτερο περιθώριο φάσης χρησιμοποιώντας πολύ μικρότερη τιμή για τη σταθερά ολοκλήρωσης τ_I , πράγμα που σημαίνει ότι επιτυγχάνεται και πολύ ταχύτερη απόκριση, κυρίως στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου. Επομένως, όπως έχει αναφερθεί επανειλημμένως στο παρόν κεφάλαιο, είναι χρήσιμο να επιλέγεται ο διαφορικός όρος όσο γίνεται μεγαλύτερος.

Λόγω της συμμετρίας που παρουσιάζουν οι παράμετροι τ_I και τ_D στις σχέσεις που χρησιμοποιούνται στον παραπάνω αλγόριθμο, είναι δυνατόν ο PM αλγόριθμος να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της παραμέτρου $\tau_D(d, \tau_I, PM_{des})$ όταν το τ_I έχει προεπιλεγεί. Η συνάρτηση $\tau_D(d, PM_{des})$ για $\tau_I = \infty$, που προκύπτει με τη χρήση του παραπάνω αλγορίθμου, παρουσιάζεται στο σχήμα 6.10γ για όλες τις επιτρεπτές τιμές του d και για PM_{des} στην περιοχή $(0, PM_{max}^{des})$. Στην ειδική περίπτωση όπου ο ολοκληρωτικός όρος του PID ελεγκτή έχει επιλεγεί πολύ μεγάλος ($\tau_I > 5\tau_{I,min}$), κάνοντας χρήση της παρατήρησης 6.1 η λύση του PM αλγορίθμου με άγνωστη την τιμή του διαφορικού όρου μπορεί να δοθεί από την προσέγγιση

$$\hat{\tau}_D(d, PM^{des}) = \hat{\tau}_{D,min}(d) \left(1 + f_{PM}(d) \frac{\frac{PM^{des}}{PM_{max}(d)}}{1 - \frac{PM^{des}}{PM_{max}(d)}} \right) \quad (6.47)$$

όπου



Σχήμα 6.10. Η τιμή της παραμέτρου τ_i συναρτήσει του d και του PM_{des} :

α) για $\tau_D=1$, β) για $\tau_D=5$ και

γ) η τιμή της παραμέτρου τ_D συναρτήσει του d και του PM_{des} για PD ελεγκτή.

$$f_{PM}(d) = \frac{-0.0153 + 0.436\sqrt{d} + 0.632d}{d}$$

Η προσέγγιση αυτή είχε προταθεί για την εύρεση του $\tau_i(d, PM_{des})$ στην περίπτωση UFOPDT συστημάτων και όπως έχουμε δείξει στο 3^ο κεφάλαιο το κανονικοποιημένο σφάλμα στο περιθώριο φάσης \tilde{PM} της προσέγγισης αυτής (το οποίο ορίζεται ως $\tilde{PM} = (PM_{des} - PM(d, \hat{\tau}_D)) / PM_{des}$) είναι πάντα μικρότερο από 5% όταν το PM_{des} επιλέγεται μεγαλύτερο από $0.2 PM_{max}(d)$.

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε δύο εναλλακτικούς τρόπους εφαρμογής της PM μεθόδους βαθμονόμησης. Στην πρώτη περίπτωση θεωρείται προεπιλεγμένη η τιμή του τ_D ενώ στη δεύτερη θεωρείται προεπιλεγμένη η τιμή του τ_i . Ο δεύτερος τρόπος εφαρμογής της PM μεθόδους είναι χρήσιμος κυρίως στην περίπτωση βαθμονόμησης PD ελεγκτή (ή

PID ελεγκτή με $\tau_I > 5\tau_{I,\min}$) και μπορεί να εφαρμοστεί χωρίς χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων.

Έχοντας επιλέξει την τιμή του διαφορικού όρου τ_D του ελεγκτή, προτείνεται η παρακάτω μέθοδος η οποία επιστρέφει τον ελεγκτή που δίνει μέγιστο περιθώριο φάσης ίσο με το επιθυμητό PM_{des} . Τα βασικά βήματα της μεθόδου είναι τα εξής:

PM μέθοδος βαθμονόμησης (δεδομένο τ_D)

Βήμα 1. Ελέγχουμε αν η επιθυμητή προδιαγραφή για το περιθώριο φάσης είναι δυνατό να επιτευχθεί, δηλαδή αν

$$0 < PM_{des} < PM_{max}$$

Βήμα 2. Δεδομένων των d , τ_D και PM_{des}^{des} υπολογίζουμε τη σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης $\tau_I(d, \tau_D, PM_{des})$ χρησιμοποιώντας τον *PM αλγόριθμο*.

Βήμα 3. Με γνωστό το τ_I υπολογίζουμε τη συχνότητα ω_p από τη λύση της (6.15) και το κέρδος του ελεγκτή K_C από τη σχέση (6.20). \square

Αν έχει προεπιλεγεί η τιμή του ολοκληρωτικού όρου τ_I του ελεγκτή, προτείνεται η παρακάτω μέθοδος η οποία επιστρέφει τον ελεγκτή που δίνει μέγιστο περιθώριο φάσης ίσο με το επιθυμητό PM_{des} . Η εναλλακτική αυτή μορφή εφαρμογής της *PM* μεθόδου βαθμονόμησης είναι χρήσιμη κυρίως σε περιπτώσεις όπου δεν υπάρχει κανένας περιορισμός από το φυσικό σύστημα για την τιμή του διαφορικού όρου, ή όταν θέλουμε να βαθμονομήσουμε ένα PD ελεγκτή. Τα βασικά βήματα της μεθόδου είναι τα εξής:

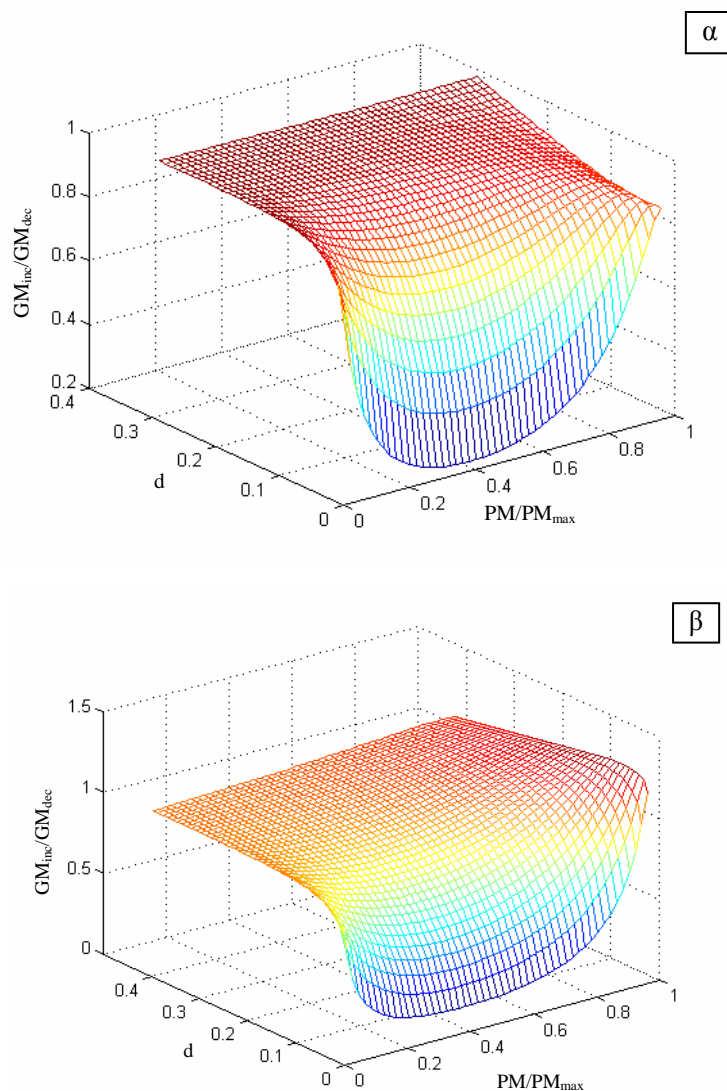
PM μέθοδος βαθμονόμησης (δεδομένο τ_I ή για PD ελεγκτή)

Βήμα 1. Ελέγχουμε αν η επιθυμητή προδιαγραφή για το περιθώριο φάσης μπορεί να επιτευχθεί, δηλαδή αν

$$0 < PM_{des} < PM_{max}$$

Βήμα 2. Δεδομένων των d , τ_I και PM_{des}^{des} υπολογίζουμε την τιμή του διαφορικού όρου $\tau_D(d, \tau_I, PM_{des})$ χρησιμοποιώντας την τροποποιημένη μορφή του *PM αλγόριθμου*, ή την προσέγγιση (6.47) αν $\tau_I > 5\tau_{I,\min}$.

Βήμα 3. Με γνωστό το τ_D υπολογίζουμε τη συχνότητα ω_p από τη λύση της (6.15) και το κέρδος του ελεγκτή K_C από τη σχέση (6.20). \square



Σχήμα 6.11. Ο λόγος GM_{inc}/GM_{dec} για όλα τα d και για $0 < PM^{des} < PM_{max}$ στην περίπτωση PID ελεγκτή με: α) $\tau_D=1$ και β) $\tau_D=5$.

Όταν χρησιμοποιείται η προσέγγιση (6.47) για τη βαθμονόμηση του ελεγκτή, τότε λόγω του σφάλματος αυτής της προσέγγισης συνιστάται να επιλέγεται το επιθυμητό περιθώριο φάσης μεγαλύτερο κατά 5% έτσι ώστε να είναι βέβαιο ότι οι προδιαγραφές ικανοποιούνται πάντα.

Το προτέρημα της PM μεθόδου βαθμονόμησης είναι ότι τα περιθώρια φάσης που επιτυγχάνονται (τόσο το αυξητικό όσο και το μειωτικό) είναι αρκετά συμμετρικά, ιδιαίτερα στην περίπτωση όπου η περιοχή ευστάθειας είναι περιορισμένη (π.χ. όταν έχουμε μεγάλα d ή πολύ μικρά PM_{des}). Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα για την περίπτωση του PI ελεγκτή φαίνεται στο σχήμα 6.11 όπου παρουσιάζεται ο λόγος GM_{inc}/GM_{dec} για όλα τα d και για $0 < PM^{des} < PM_{max}$ και για $\tau_D=1$ και $\tau_D=5$.

6.5.2 GM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή

Η GM μέθοδος βαθμονόμησης εφαρμόζεται όταν οι προδιαγραφές σχεδίασης περιγράφονται με τη μορφή αυξητικού και μειωτικού περιθωρίου φάσης GM_{inc} και GM_{dec} αντίστοιχα. Από την ανάλυση που παρουσιάστηκε στην ενότητα 6.2.4 έγινε φανερό ότι υπάρχει μοναδική τιμή της σταθεράς χρόνου ολοκλήρωσης τ_I (ή εναλλακτικά της παραμέτρου τ_D) για την οποία δύο προδιαγραφές ικανοποιούνται ακριβώς. Σε αυτήν την ιδιότητα βασίζεται η μέθοδος που παρουσιάζεται παρακάτω.

Με δεδομένη την τιμή του τ_D , από το σύστημα των εξισώσεων που αποτελείται από τις εξισώσεις (6.11), (6.12), (6.13) και (6.27) είναι δυνατό να υπολογιστεί η τιμή τ_I για την οποία το γινόμενο περιθωρίου κέρδους GM_{prod} είναι ίσο με το επιθυμητό δηλαδή

$$GM_{prod,des} = GM_{inc,des} GM_{dec,des} \quad (6.48)$$

Επειδή το παραπάνω σύστημα δεν έχει αναλυτική λύση ως προς τ_I , προτείνεται ο ακόλουθος επαναληπτικός αλγόριθμος για τον υπολογισμό του τ_I του οποίου το γινόμενο περιθωρίων κέρδους που προκύπτει είναι ίσο με $GM_{prod,des}$. Ο αλγόριθμος αυτός βασίζεται στη μέθοδο της διχοτόμησης και τα βασικά βήματα του είναι τα εξής:

GM Αλγόριθμος

Βήμα 1: Ελέγχουμε αν το $GM_{prod,des}$ έχει αποδεκτή τιμή, δηλαδή αν

$$1 < GM_{prod,des} < GM_{prod,max} \quad (6.49)$$

Βήμα 2: Ξεκινάμε με αρχικές τιμές $\tau_{I,1} = \tau_{I,min}$ και $\tau_{I,2}$ πολύ μεγάλο

(π.χ. $\tau_{I,2} = 1000 \tau_{I,min}$).

Βήμα 3: Υπολογίζουμε τη νέα τιμή του τ_I σαν την μέση τιμή των $\tau_{I,1}$ και $\tau_{I,2}$, δηλαδή

$$\tau_I = 0.5(\tau_{I,1} + \tau_{I,2})$$

Βήμα 4: Γι' αυτήν την τιμή του τ_I υπολογίζουμε τις τιμές των ω_{min} και ω_{max}

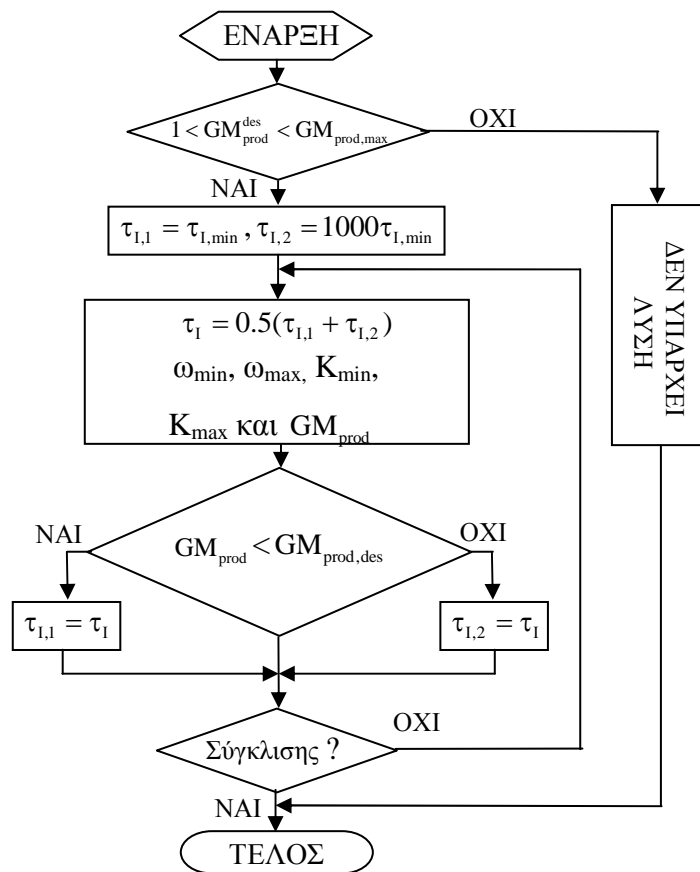
χρησιμοποιώντας τους ω_{min} και ω_{max} αλγόριθμους και τις τιμές των K_{min} και K_{max} από τις σχέσεις (6.12) και (6.13) αντίστοιχα.

Βήμα 5: Υπολογίζουμε την τιμή του GM_{prod} από τη σχέση (6.27).

Βήμα 6: Αν $GM_{prod} < GM_{prod,des}$ τότε $\tau_{I,1} = \tau_I$, αλλιώς $\tau_{I,2} = \tau_I$.

Βήμα 7: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 3 ως 7 μέχρι να επέλθει σύγκλισης. □

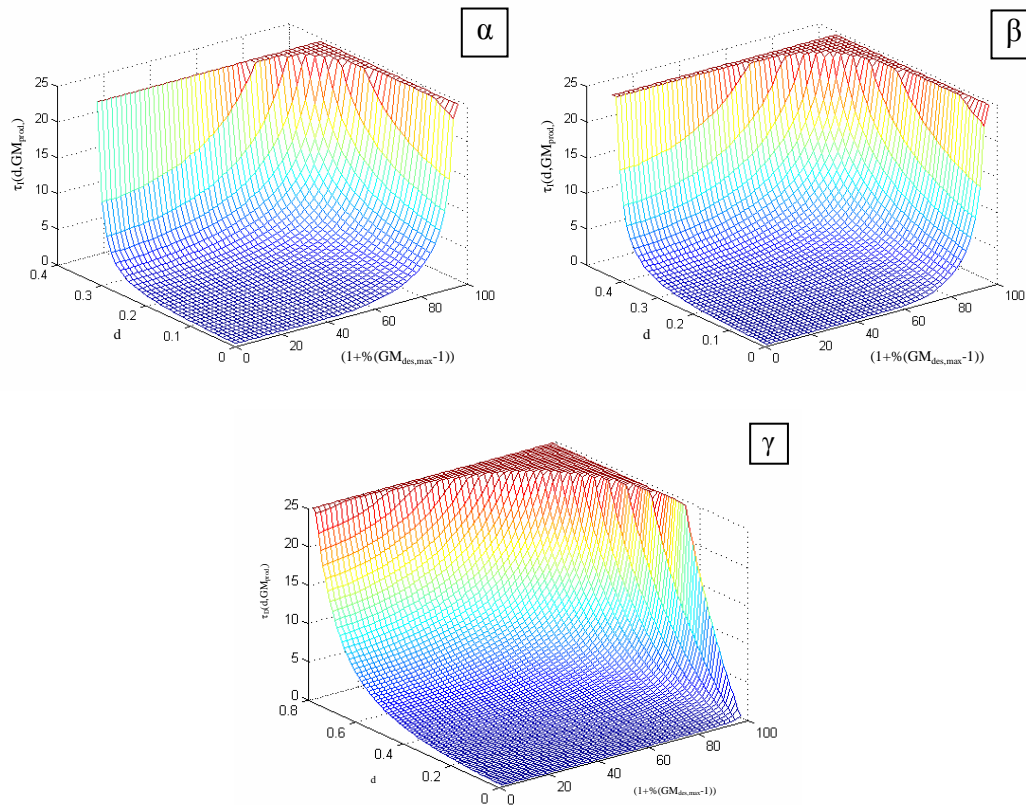
Εναλλακτικά αν έχει προεπιλεγεί η τιμή του τ_I , τότε ο παραπάνω αλγόριθμος μπορεί να εφαρμοστεί για τον υπολογισμό του $\tau_D(d, \tau_I, GM_{prod,des})$ με απλή αντικατάσταση του τ_I με τ_D .



Σχήμα 6.12. Αλγόριθμος υπολογισμού του $\tau_1(d, \tau_D, GM_{prod,des})$.

Και οι δύο μορφές του GM αλγορίθμου συγκλίνουν πάντα αν το επιθυμητό γινόμενο περιθωρίου κέρδους $GM_{prod,des}$ μπορεί να επιτευχθεί (δηλαδή αν $GM_{prod,des} > GM_{prod,max}$). Η τιμή του $GM_{prod,max}$ στην περίπτωση PID ελεγκτή μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση (6.29) κάνοντας χρήση των ω_{max} και ω_{min} αλγόριθμων, με $\tau_1 \rightarrow \infty$, για τον υπολογισμό των ω_{max} και ω_{min} αντίστοιχα. Στο σχήμα 6.12 παρουσιάζεται για ευκολία το διάγραμμα βαθμίδων του GM αλγορίθμου. Σημειώνεται ότι οι αλγόριθμοι που βασίζονται στη μέθοδο της διχοτόμησης συγκλίνουν με ακρίβεια 2^{-n} σε n επαναλήψεις.

Η συνάρτηση $\tau_1(d, \tau_D, GM_{prod,des})$, (υπολογισμένη με τη χρήση του GM αλγορίθμου) παρουσιάζεται στα σχήματα 6.13α και 6.13β για τις περιπτώσεις όπου $\tau_D=1$ και $\tau_D=5$ αντίστοιχα και για όλες τις τιμές του d για τις οποίες έχει λύση το πρόβλημα, καθώς και για όλες τις τιμές του $GM_{prod,des}$ στην περιοχή $(1, GM_{prod,max}(d, \tau_D))$. Ο άξονας της επιθυμητής τιμής $GM_{prod,des}$ παρουσιάζεται κανονικοποιημένος ως προς το $GM_{prod,max}(d, \tau_D)$. Από τα δύο αυτά σχήματα γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση $\tau_1(d, PM_{des})$ είναι γνησίως αύξουσα και ως προς το $GM_{prod,des}$ και επομένως οποιαδήποτε τιμή του τ_1



Σχήμα 6.13. Η τιμή της παραμέτρου τ_i συναρτήσει του d και του $GM_{prod,des}$:
 α) για $\tau_D=1$, β) για $\tau_D=5$ και γ) η τιμή της παραμέτρου τ_D συναρτήσει του d και του $GM_{prod,des}$ για PD ελεγκτή.

μεγαλύτερη από αυτή που προκύπτει από τον παραπάνω αλγόριθμο θα ικανοποιεί την προδιαγραφή $GM_{prod,des}$ (φυσικά όχι ακριβώς). Επίσης από τα σχήματα 6.13α και 6.13β είναι φανερό ότι είναι δυνατό με τη χρήση μεγαλύτερης τιμής για το διαφορικό όρο να επιτευχθεί πολύ μεγαλύτερη περιοχή ευστάθειας με πολύ μικρότερη τιμή για τη σταθερά ολοκλήρωσης τ_i , πράγμα που σημαίνει ότι επιτυγχάνεται και πολύ ταχύτερη απόκριση, κυρίως στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου. Επομένως και σε αυτή την μέθοδο βαθμονόμησης είναι χρήσιμο να επιλέγεται ο διαφορικός όρος όσο γίνεται μεγαλύτερος.

Λόγω του γεγονότος ότι τα UIPDT συστήματα είναι τύπου ένα, είναι πολλές φορές επιθυμητό στη βαθμονόμηση PID ελεγκτή να προεπιλεγεί η τιμή του ολοκληρωτικού όρου (συνήθως σε συστήματα τύπου ένα επιλέγεται μεγάλη τιμή για το τ_i , π.χ. $\tau_i > 5 \tau_{i,min}$). Στην περίπτωση αυτή για να εφαρμοστεί η GM μέθοδος βαθμονόμησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο παραπάνω αλγόριθμος για τον υπολογισμό του $\tau_D(d, \tau_i, GM_{prod,des})$, αν γίνει αντικατάσταση του τ_i με τ_D και το αντίθετο. Ο αλγόριθμος λειτουργεί και σε αυτήν την περίπτωση λόγω του γεγονότος ότι η συνάρτηση $GM_{prod}(d, \tau_i, \tau_D)$ είναι αύξουσα και

ως προς τις δύο μεταβλητές τ_I και τ_D . Με αυτή την εναλλακτική του μορφή ο παραπάνω αλγόριθμος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη βαθμονόμηση του PD ελεγκτή. Στο σχήμα 6.13γ παρουσιάζεται η συνάρτηση $\tau_D(d, GM_{prod,des})$, για όλες τις τιμές του $d < 0.8$ και για όλες τις τιμές του $GM_{prod,des}$ στην περιοχή $(1, GM_{prod,max}(d, \tau_D))$.

Για την περίπτωση βαθμονόμησης του PD ελεγκτή η λύση του παραπάνω αλγορίθμου έχει δοθεί προσεγγιστικά στο 3^ο κεφάλαιο. Πιο συγκεκριμένα κάνοντας χρήση της παρατήρησης 6.1 η τιμή του $\tau_D(d, GM_{prod,des})$ μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση

$$\hat{\tau}_D(d, GM_{prod,des}^{des}) = \hat{\tau}_{D,min}(d) \left(1 + 0.65 \frac{A^{(1+d)}}{1-A} \right) + g(d), \quad (6.50)$$

όπου

$$A = \frac{\sqrt{GM_{prod,des}^{des}} - 1}{\sqrt{GM_{prod,max}(d)} - 1} \text{ και } g(d) = 10^{-2} [-0.18 + 5\sqrt{d} - 32d + 75d^2 - 51d^3 + (-2.3d^2 + 3d^4)/(1-d)^3]$$

και $\hat{GM}_{prod,max}(d)$ είναι η προσέγγιση του $GM_{prod,max}(d)$ (για $\tau_D=0$) και δίνεται από τη σχέση (6.31). Όπως δείξαμε στο 3^ο κεφάλαιο το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα που προκύπτει για το GM_{prod} κάνοντας χρήση της παραπάνω προσέγγισης είναι μικρότερο 3% για $d < 0.9$ και για $GM_{prod,des} - 1 < 0.2(\hat{GM}_{prod,max} - 1)$. Η παραπάνω προσεγγιστική λύση μπορεί βέβαια να χρησιμοποιηθεί και στην περίπτωση όπου η τιμή του ολοκληρωτικού όρου έχει επιλεγεί μεγάλη (π.χ. $\tau_I > 5\tau_{I,min}$).

Έχοντας τη δυνατότητα να υπολογίσουμε την τιμή του τ_I που για δεδομένα d, τ_D δίνει το επιθυμητό GM_{prod} , μπορούμε να προχωρήσουμε στην GM τεχνική βαθμονόμησης τα βασικά βήματα της οποίας είναι τα εξής:

GM μέθοδος βαθμονόμησης με δεδομένο το τ_D

Βήμα 1. Υπολογίζουμε αρχικά την τιμή του $GM_{prod,des}$ από τα $GM_{inc,des}$ και $GM_{dec,des}$ και ελέγχουμε αν

$$1 < GM_{prod,des} < GM_{prod,max}$$

Βήμα 2. Δεδομένων των d, τ_D και $GM_{prod,des}$ υπολογίζουμε τη σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης $\tau_I(d, \tau_D, GM_{prod,des})$ χρησιμοποιώντας τον *GM αλγόριθμο*.

Βήμα 4. Υπολογίζουμε τις κρίσιμες συχνότητες ω_{min} και ω_{max} κάνοντας χρήση των ω_{min} και ω_{max} αλγορίθμων και τα κρίσιμα κέρδη K_{min} και K_{max} τις (6.12) και (6.13).

Βήμα 3. Το κέρδος του ελεγκτή υπολογίζεται με βάση μία από τις σχέσεις

$$K_C = K_{\max} / GM_{\text{inc}} \quad \text{ή} \quad K_C = GM_{\text{dec}} K_{\min} \quad (6.51)$$

□

Στην εναλλακτική περίπτωση όπου η GM μέθοδος βαθμονόμησης εφαρμόζεται με προεπιλεγμένη την τιμή του τ_I ή στην περίπτωση βαθμονόμησης PD ελεγκτή, τότε τα βασικά βήματα της μεθόδου είναι τα εξής:

GM μέθοδος βαθμονόμησης με προεπιλεγμένο τ_I

Βήμα 1. Υπολογίζουμε αρχικά την τιμή του $GM_{\text{prod,des}}$ από τα $GM_{\text{inc,des}}$ και $GM_{\text{dec,des}}$ και ελέγχουμε αν

$$1 < GM_{\text{prod,des}} < GM_{\text{prod,max}}$$

Βήμα 2. Δεδομένων των d , τ_I και $GM_{\text{prod,des}}$ υπολογίζουμε τη σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης $\tau_D(d, \tau_I, GM_{\text{prod,des}})$ χρησιμοποιώντας την προσέγγιση (6.50) αν $\tau_I > 5\tau_{I,\min}$ και $(GM_{\text{prod,des}} - 1) > 0.2(\hat{GM}_{\text{prod,max}} - 1)$ ή την εναλλακτική μορφή του *GM αλγόριθμου* στην αντίθετη περίπτωση.

Βήμα 4. Αν $\tau_D > 1.2\tau_{I,\min}$ και $\tau_I > 5\tau_{I,\min}$ υπολογίζουμε τις κρίσιμες συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} από τις σχέσεις (6.34) και (6.35), και τα κρίσιμα κέρδη K_{\min} και K_{\max} τις (6.12) και (6.13). Στην αντίθετη περίπτωση πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι ω_{\min} και ω_{\max} αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των ω_{\min} και ω_{\max} αντίστοιχα.

Βήμα 3. Το κέρδος του ελεγκτή υπολογίζεται με βάση μία από τις σχέσεις

$$K_C = K_{\max} / GM_{\text{inc}} \quad \text{ή} \quad K_C = GM_{\text{dec}} K_{\min} \quad (6.52)$$

□

Στην περίπτωση βαθμονόμησης PD ελεγκτή λόγω των σφαλμάτων των προσεγγίσεων, προτείνεται η χρήση 5% μεγαλύτερου $GM_{\text{prod,des}}$ έτσι ώστε να είναι βέβαιο ότι οι προδιαγραφές ικανοποιούνται πάντα, ενώ για εφαρμογές με PID ελεγκτή λόγω μεγαλύτερου σφάλματος το $GM_{\text{prod,des}}$ πρέπει να επιλέγεται κατά 10% μεγαλύτερο.

6.5.3 PGM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή

Η PGM μέθοδος βαθμονόμησης εφαρμόζεται όταν οι προδιαγραφές σχεδίασης του κλειστού συστήματος βασίζονται και στα τρία περιθώρια ευρωστίας, δηλαδή το περιθώριο φάσης PM, το αυξητικό περιθώριο κέρδους GM_{inc} και το μειωτικό περιθώριο

κέρδους GM_{dec} .

Με τη χρήση PID ελεγκτή είναι δυνατό, σε ειδικές περιπτώσεις, να βρεθούν παράμετροι K_C , τ_I και τ_D του ελεγκτή ώστε και τα τρία περιθώρια ευρωστίας να ικανοποιούνται ακριβώς. Οι παράμετροι του ελεγκτή σε αυτήν την περίπτωση μπορούν να υπολογιστούν από τη λύση του μη γραμμικού συστήματος εξισώσεων που αποτελείται από τις (6.11), (6.12), (6.13), (6.18), (6.19), (6.25) και (6.27). Δυστυχώς αυτό το σύστημα των εξισώσεων είναι αρκετά πολύπλοκο για να λυθεί σε πραγματικό χρόνο ενώ δεν έχει πάντα λύση. Επίσης η λύση του παραπάνω συστήματος είναι δυνατό να μην έχει πρακτική αξία, κυρίως σε περιπτώσεις όπου ο διαφορικός όρος που προκύπτει παίρνει μεγάλες τιμές.

Επομένως για την εφαρμογή της PGM μεθόδου, όπως έγινε και στις άλλες μεθόδους, ο διαφορικός όρος του ελεγκτή πρέπει να προεπιλεγεί με βάση τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του συστήματος. Με το τ_D επιλεγμένο γενικά δεν μπορούν να ικανοποιηθούν ακριβώς και οι τρεις προδιαγραφές σχεδίασης GM_{dec} , GM_{inc} , και PM. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι δεν είναι δυνατό να επιτευχθούν τρεις ανεξάρτητες προδιαγραφές με μόνο δύο ανεξάρτητες παραμέτρους του ελεγκτή (δηλαδή τις παραμέτρους K_C και τ_I). Πράγματι με τις παραμέτρους K_C και τ_I να έχουν υπολογιστεί με βάση π.χ. την GM μέθοδο βαθμονόμησης έτσι ώστε να επιτευχθούν οι προδιαγραφές GM_{dec} και GM_{inc} , προκύπτει συγκεκριμένη τιμή για το περιθώριο φάσης του κλειστού συστήματος $PM(d, K_C, \tau_I, \tau_D)$ και επομένως δεν μπορεί να επιλεγεί το PM ανεξάρτητα.

Η PGM μέθοδος βαθμονόμησης που προτείνεται παρακάτω ικανοποιεί όλες τις προδιαγραφές PM, GM_{dec} and GM_{inc} αλλά όχι ακριβώς. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στις μεθόδους PM και GM που προτάθηκαν στις παραπάνω ενότητες και τα βασικά βήματα της μεθόδου είναι τα εξής:

PGM μέθοδος βαθμονόμησης

Βήμα 1. Αρχικά επιβεβαιώνουμε ότι οι ζητούμενες προδιαγραφές είναι αποδεκτές, δηλαδή

$$0 < PM_{des} < PM_{max} \quad \text{and} \quad 1 < GM_{prod, des} < GM_{prod, max}$$

και αν υπάρχει τιμή του K_C η οποία να ικανοποιεί και τις τρεις προδιαγραφές, όταν $\tau_I \rightarrow \infty$.

Βήμα 2. Υπολογίζουμε τους δύο ελεγκτές που προκύπτουν με τη χρήση των μεθόδων PM και GM. Αν ο ελεγκτής με τη μεγαλύτερη τιμή του τ_I ικανοποιεί και τις

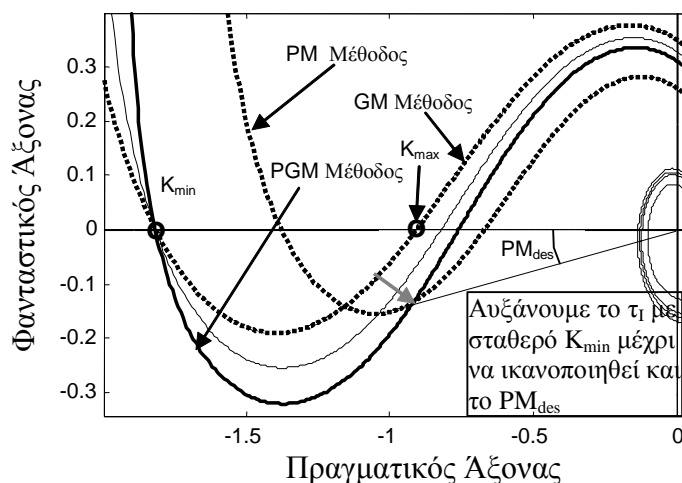
τρεις προδιαγραφές, τότε αυτός είναι ο ελεγκτής που αναζητούμε. Στην αντίθετη περίπτωση προχωράμε στο 3^ο βήμα.

Βήμα 3. Θεωρούμε ότι $K_{C,PM}$ και $\tau_{I,PM}$ είναι οι παράμετροι του ελεγκτή που προκύπτουν από την εφαρμογή της PM μεθόδου και $K_{C,GM}$, $\tau_{I,GM}$ είναι οι παράμετροι του ελεγκτή που προκύπτουν από την εφαρμογή της GM μεθόδου. Αν κανένας από τους ελεγκτές αυτούς δεν ικανοποιεί όλες τις προδιαγραφές, τότε ελέγχουμε ποιος ελεγκτής δίνει το μεγαλύτερο κέρδος K_C . Στην περίπτωση όπου:

- i. $K_{C,PM} > K_{C,GM}$, τότε για να ικανοποιήσουμε όλες τις προδιαγραφές με το μικρότερο τ_I , σταδιακά αυξάνουμε την τιμή του τ_I (αρχίζοντας από την $\max(\tau_{I,GM}, \tau_{I,PM})$), ενώ διατηρούμε το ίδιο αυξητικό περιθώριο κέρδους GM_{inc} (αυτό επιτυγχάνεται επιλέγοντας το $K_C = K_{\max}(d, \tau_I, \tau_D) / GM_{inc,des}$) μέχρι να ικανοποιηθεί και η προδιαγραφή του περιθωρίου φάσης.
- ii. $K_{C,PM} < K_{C,GM}$, τότε αυξάνουμε σταδιακά το τ_I (αρχίζοντας από την $\max(\tau_{I,GM}, \tau_{I,PM})$), ενώ διατηρούμε το ίδιο αυξητικό περιθώριο κέρδους GM_{dec} (αυτό επιτυγχάνεται επιλέγοντας το $K_C = K_{\min}(d, \tau_I) GM_{dec}^{des}$) μέχρι να ικανοποιηθεί και η προδιαγραφή του περιθωρίου φάσης, (βλέπε σχήμα 6.14). □

Παρόλο που υπάρχουν και άλλοι τρόποι για την επιλογή των παραμέτρων του ελεγκτή έτσι ώστε να ικανοποιούνται και οι τρεις προδιαγραφές, η μέθοδος που προτείνεται εδώ είναι προτιμότερη γιατί χρειάζεται τη μικρότερη υπολογιστική προσπάθεια, διότι για δεδομένο τ_I το περιθώριο φάσης μπορεί να υπολογιστεί χωρίς την χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων.

Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι σε όλες τις μεθόδους βαθμονόμησης που βασίζονται σε κριτήρια ευρωστίας, αν η απόκριση του κλειστού συστήματος είναι πολύ ταλαντωτική (λόγω κυρίως της μικρής τιμής που μπορεί να έχει η παράμετρος τ_I), τότε με την αύξηση του τ_I αυξάνεται ο συντελεστής απόσβεσης του κλειστού συστήματος. Από την ανάλυση που παρουσιάστηκε στην ενότητα 6.2, προκύπτει ότι σε αυτήν την περίπτωση το κλειστό σύστημα που προκύπτει είναι πιο εύρωστο και επομένως όλες οι προδιαγραφές συνεχίζουν να ικανοποιούνται (φυσικά όχι ακριβώς).



Σχήμα 6.14. Παράδειγμα εφαρμογής της PGM μεθόδου.

6.5.4 Αριθμητικές εφαρμογές των PM, GM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται κάποια χαρακτηριστικά αριθμητικά παραδείγματα βαθμονόμησης PID ελεγκτών για UIPDT συστήματα με βάση τις τεχνικές που προτείνονται στην ενότητα 6.5. Οι εφαρμογές των μεθόδων που βασίζονται σε προδιαγραφές ευρωστίας όπως το περιθώριο κέρδους και το περιθώριο φάσης, εφαρμόζονται σε ένα ευρύ φάσμα UIPDT συστημάτων ενώ η συμπεριφορά του κλειστού συστήματος αναλύεται στο χώρο της συχνότητας και στο χώρο του χρόνου, τόσο σε εφαρμογές παρακολούθησης τροχιάς όσο και σε εφαρμογές ρύθμισης κάτω από την επίδραση διαταραχών στη είσοδο.

Πιο συγκεκριμένα οι PM, GM και PGM μέθοδοι βαθμονόμησης, εφαρμόζονται σε τρία συστήματα με κανονικοποιημένη σταθερά χρόνου $d=0.1$, $d=0.5$ και $d=0.7$. Οι παράμετροι που προκύπτουν για τους δύο ελεγκτές παρουσιάζονται στο αριστερό τμήμα του πίνακα 6.3. Στον πίνακα 6.3 παρουσιάζονται ταυτόχρονα οι παράμετροι των ελεγκτών που προκύπτουν από την ακριβή εφαρμογή των αντίστοιχων μεθόδων (δηλαδή όταν χρησιμοποιούνται οι επαναληπτικοί αλγόριθμοι που παρουσιάστηκαν στις ενότητες 6.5.1 και 6.5.2 για τον υπολογισμό των παραμέτρων του ελεγκτή) και οι παράμετροι που προκύπτουν κάνοντας χρήση των προτεινόμενων προσεγγίσεων. Στο δεξί τμήμα του πίνακα 6.3 παρουσιάζονται τα διαγράμματα Nyquist των αντίστοιχων κλειστών συστημάτων. Στα διαγράμματα αυτά παρουσιάζεται μόνο το τμήμα του διαγράμματος Nyquist στην περιοχή του κρίσιμου σημείου $-1+j0$ που καθορίζει και τη συμπεριφορά του συστήματος ως προς την ευστάθεια του. Οι προδιαγραφές του περιθωρίου κέρδους

επισημαίνονται στο σχήμα με το σύμβολο ‘ο’, ενώ το σημείο του μοναδιαίου κύκλου που καθορίζει το περιθώριο φάσης δηλώνεται με το σύμβολο ‘⊗’.

Στο πρώτο παράδειγμα με $d=0.1$, οι προδιαγραφές ευρωστίας για το κλειστό σύστημα είναι $PM=0.4$ rad στην περίπτωση εφαρμογής της PM μεθόδου βαθμονόμησης, $GM_{inc}=2$ (ή ισοδύναμα 6.02 dB) και $GM_{dec}=3$ (9.54 dB) στην περίπτωση εφαρμογής της GM μεθόδου βαθμονόμησης και η ικανοποίηση όλων των παραπάνω προδιαγραφών στην περίπτωση εφαρμογής της PGM μεθόδου βαθμονόμησης. Ο διαφορικός όρος του PID ελεγκτή επιλέγεται ως $\tau_D=0.5$. Στο σχήμα 6.15α παρουσιάζεται η χρονική απόκριση του κλειστού συστήματος για τις τρεις μεθόδους βαθμονόμησης. Σημειώνεται ότι σε όλες τις εφαρμογές στο πεδίο του χρόνου, γίνεται χρήση των προ-φίλτρων που προτείνονται από τις σχέσεις 2.10 με $G_{F,PDF}=1$. Στο σχήμα 6.15α το πρώτο τμήμα της απόκρισης οφείλεται σε βηματική αλλαγή του σημείου λειτουργίας ενώ τη χρονική στιγμή $t=25T$ εφαρμόζεται μοναδιαία μεταβολή του φορτίου στη είσοδο του συστήματος. Από την απόκριση που προκύπτει είναι φανερό ότι η GM μέθοδος δίνει την ταχύτερη απόκριση αφού για τις προδιαγραφές που επελέγησαν για αυτό το παράδειγμα, η GM μέθοδος δίνει το μικρότερο τ_i και σχετικά μεγάλο K_C . Αντιθέτως η PGM μέθοδος που δίνει το μεγαλύτερο τ_i έχει την πιο αργή απόκριση.

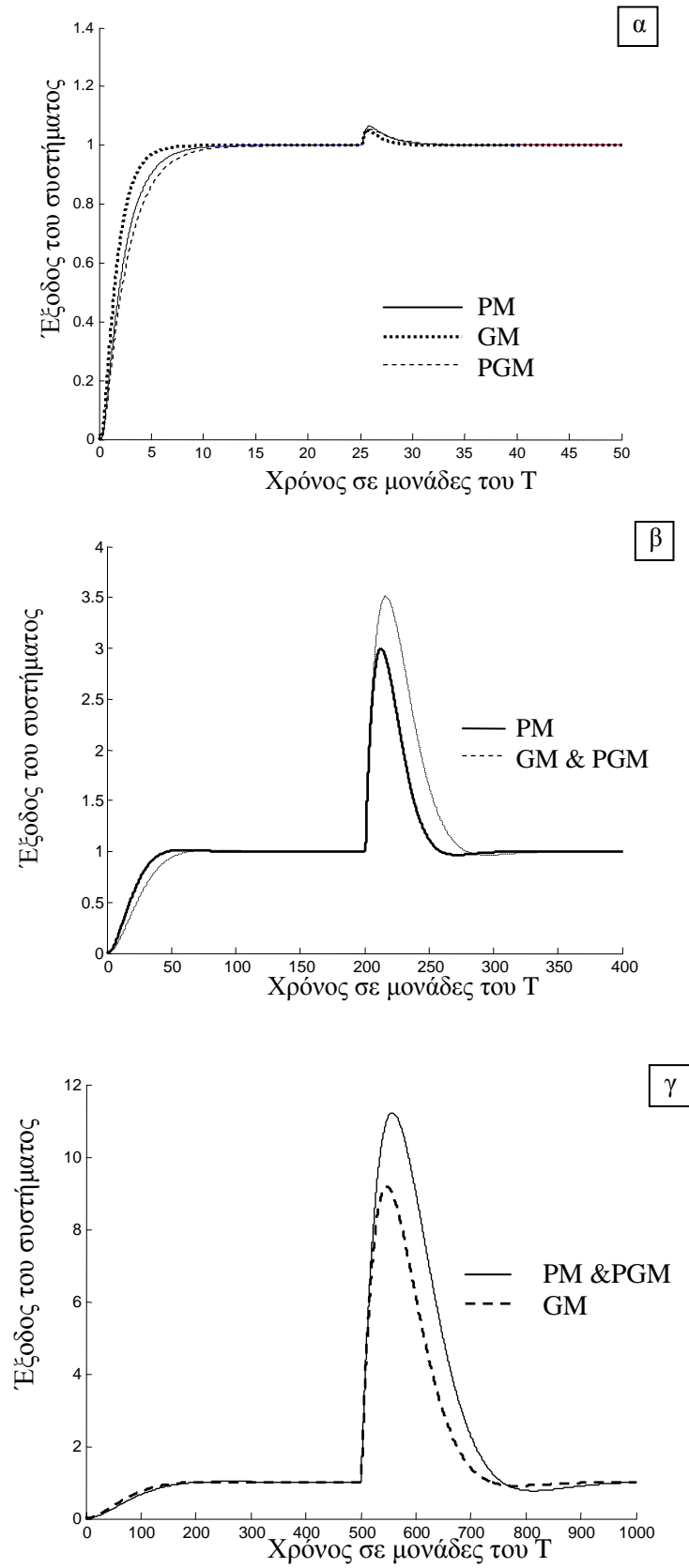
Στο δεύτερο παράδειγμα οι προτεινόμενες μέθοδοι που βασίζονται σε προδιαγραφές ευρωστίας εφαρμόζονται σε ένα σύστημα με $d=0.5$. Στην περίπτωση αυτή επιλέγουμε $PM=0.1$ rad, $GM_{inc}=1.4$ (2.92 dB) και $GM_{dec}=1.4$, ενώ ο διαφορικός όρος του ελεγκτή επιλέγεται ως $\tau_D=10$. Στο παράδειγμα αυτό όπως φαίνεται από το σχήμα του Πίνακα 6.3, ο ελεγκτής που σχεδιάζεται με βάση την GM μέθοδο ικανοποιεί και τις προδιαγραφές του περιθωρίου φάσης. Οι χρονικές αποκρίσεις των δύο ελεγκτών που προκύπτουν από τη χρήση της PM και GM μεθόδου παρουσιάζονται στο σχήμα 6.15β. Όπως αναμενόταν το κλειστό σύστημα είναι πολύ πιο αργό από αυτό με $d=0.1$, παρόλο που ο διαφορικός όρος έχει επιλεγεί πολύ μεγάλος. Επίσης οι προδιαγραφές ευρωστίας που επιτυγχάνονται είναι πολύ μικρές. Από τα παραπάνω συμπεραίνει κανείς ότι ο έλεγχος UIPDT συστημάτων με μεγάλη καθυστέρηση χρόνου είναι δύσκολος.

Το συμπέρασμα αυτό γίνεται ακόμα πιο εμφανές από το τρίτο παράδειγμα όπου οι προτεινόμενες μέθοδοι εφαρμόζονται σε ένα σύστημα με $d=0.7$. Στο παράδειγμα αυτό επιλέγουμε $\tau_D=50$ και προδιαγραφές $PM=0.05$ rad, $GM_{inc}=1.15$ (1.21 dB) και $GM_{dec}=1.15$. Από την απόκριση του κλειστού συστήματος που παρουσιάζεται στο σχήμα 6.15γ γίνεται φανερό ότι σε αυτήν την περίπτωση το σύστημα είναι εξαιρετικά αργό και

βέβαια, λαμβάνοντας υπόψη τις μικρές τιμές των περιθωρίων κέρδους και φάσης, είναι προφανές ότι η παραμικρή μεταβολή στο σύστημα θα το οδηγήσει σε αστάθεια.

Προδ/φές		Παράμετροι του Ελεγκτή		Διαγράμματα Nyquist
d=0.1, $\tau_D=0.5$	PM=0.4, GM _{inc} =2, GM _{dec} =3	PM Μέθοδος	$K_C=10.8976$ $\tau_I=1.9512$	
		GM Μέθοδος	$K_C=12.6439$ $\tau_I=1.3163$	
		PGM Μέθοδος	$K_C=12.9800$ $\tau_I=2.3025$	
d=0.5, $\tau_D=10$	PM=0.1, GM _{inc} =1.4, GM _{dec} =1.4	PM Μέθοδος	$K_C=0.1626$ $\tau_I=8.6858$	
		GM Μέθοδος	$K_C=0.1650$ $\tau_I=14.6416$	
		PGM Μέθοδος	$K_C=0.1650$ $\tau_I=14.6416$	
d=0.7, $\tau_D=50$	PM=0.05, GM _{inc} =1.15, GM _{dec} =1.15	PM Μέθοδος	$K_C=0.02544$ $\tau_I=31.3902$	
		GM Μέθοδος	$K_C=0.02610$ $\tau_I=22.3608$	
		PGM Μέθοδος	$K_C=0.02544$ $\tau_I=31.3902$	

Πίνακας 6.3. Αριθμητικά παραδείγματα των PM, GM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης για PID ελεγκτή.



Σχήμα 6.15. Χαρακτηριστικά παραδείγματα εφαρμογής των PM, GM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης: α) $d=0.1$, β) $d=0.5$ και γ) $d=0.7$.

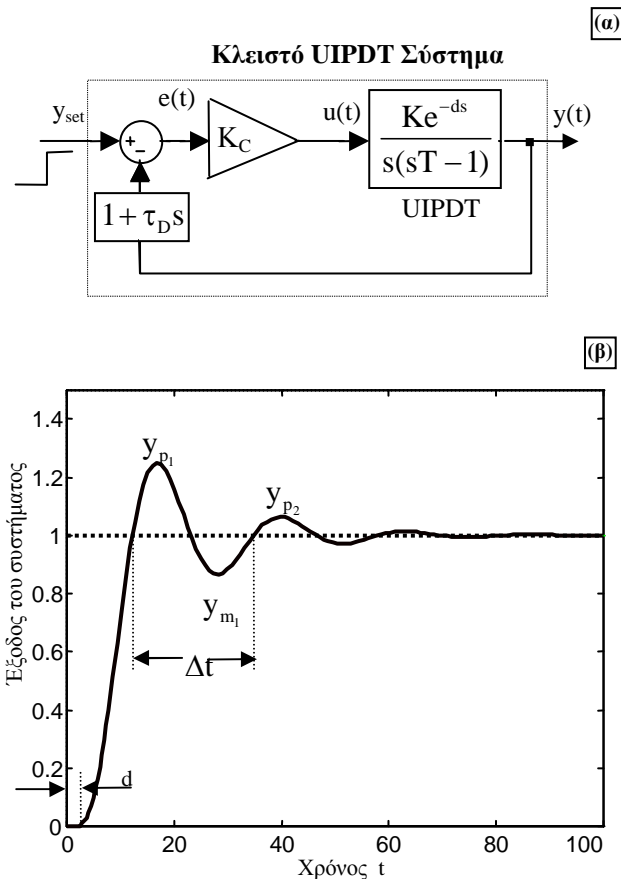
6.6 ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Για τα UIPDT συστήματα είναι εξαιρετικά δύσκολο να γίνει αναγνώριση των παραμέτρων του μοντέλου K , T και d . Λόγω της ασταθούς συμπεριφοράς τους φυσικά δεν είναι δυνατή η εφαρμογή τεχνικών αναγνώρισης ανοικτού βρόχου. Είναι λοιπόν αναγκαία η ανάπτυξη τεχνικών αναγνώρισης κλειστού βρόχου. Το μειονέκτημα όμως των UIPDT συστημάτων είναι ότι δε δίνουν συντηρούμενες ταλαντώσεις στο κλασικό πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης. Επομένως είναι αναγκαίο για την αναγνώριση των παραμέτρων τέτοιων μοντέλων να βρεθεί κατάλληλος ελεγκτής που να ευσταθοποιεί το κλειστό σύστημα.

Για μικρές τιμές της καθυστέρησης χρόνου είναι δυνατή η εκτίμηση ενός PD ελεγκτή που να ευσταθοποιεί το κλειστό σύστημα και επομένως είναι δυνατή η εφαρμογή των τεχνικών αναγνώρισης που βασίζονται στη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος (set-point step response test ή SPRT), όπως αυτές που παρουσιάστηκαν στο 4^ο κεφάλαιο.

Ένας πιο πρακτικός τρόπος αναγνώρισης UIPDT μοντέλων είναι με τη χρήση διακοπτικής ανατροφοδότησης (Relay Feedback Test ή *RFT*) όπου στην περίπτωση αυτή όπως θα δείξουμε στη συνέχεια είναι αναγκαία μόνο η εκτίμηση του κέρδους ενός D ελεγκτή. Ο διαφορικός ελεγκτής είναι ο πιο απλός ελεγκτής που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αναγνώριση του UIPDT μοντέλου αφού είναι αρκετός για να επιτευχθούν συντηρούμενες ταλαντώσεις στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης. Το μειονέκτημα της RFT μεθόδου που θα παρουσιάσουμε στη συνέχεια είναι ότι απαιτεί την εκτέλεση δύο πειραμάτων, ενώ για την εκτίμηση των παραμέτρων του συστήματος είναι απαραίτητη η επίλυση ενός μη γραμμικού συστήματος εξισώσεων τρίτης τάξης. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται ότι είναι δύσκολη η εφαρμογή τους σε πραγματικό χρόνο, εκτός και αν η υπολογιστική ισχύς που χρησιμοποιείται για τον έλεγχο του συστήματος είναι αρκετή ή η σταθερά χρόνου του συστήματος είναι πολύ μεγάλη (της τάξης των 10 sec).

Σημειώνεται ότι για τη διευκόλυνση του αναγνώστη στην ενότητα αυτή του 6^{ου} κεφαλαίου χρησιμοποιούνται οι συμβολισμοί K , T , d , K_C και τ_D για τις μη κανονικοποιημένες τιμές των αντίστοιχων παραμέτρων του συστήματος και του ελεγκτή. Τέλος αναφέρεται ότι στη βιβλιογραφία δεν έχουν προταθεί εναλλακτικές μέθοδοι για την αναγνώριση των παραμέτρων UIPDT μοντέλων.



Σχήμα 6.16. α) Το κλειστό σχήμα ελέγχου που προτείνεται για την εφαρμογή της SPRT μεθόδου αναγνώρισης, β) Χαρακτηριστική βηματική απόκριση.

6.6.1 SPRT μέθοδος αναγνώρισης

Η μέθοδος αυτή αναγνώρισης των παραμέτρων του UIPDT μοντέλου βασίζεται στη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος σε μεταβολή του επιθυμητού σημείου λειτουργίας. Το σχήμα ελέγχου που προτείνεται για την εφαρμογή της SPRT μεθόδου αναγνώρισης φαίνεται στο σχήμα 6.15α. Αφού τα UIPDT συστήματα είναι τύπου ένα, δεν είναι απαραίτητη η χρήση ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή. Ακόμα και στην περίπτωση που το σύστημα βρίσκεται κάτω από την επίδραση εξωτερικών διαταραχών, αυτές είναι πολύ εύκολο να εξουδετερωθούν εφαρμόζοντας προσο-τροφοδότηση ίση με την τιμή της εξόδου του ελεγκτή στη μόνιμη κατάσταση.

Η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού βρόχου $G_R(s)$, από την είσοδο αναφοράς στην έξοδο, στην περίπτωση που χρησιμοποιείται ο PD ελεγκτής είναι

$$G_R(s) = \frac{KK_C \exp(-ds)}{s(sT - 1) + KK_C (s\tau_D + 1) \exp(-ds)} \quad (6.53)$$

Κάνοντας χρήση της προσέγγισης $\exp(-ds) \cong 1 - ds$ στον εκθετικό όρο που βρίσκεται στον παρονομαστή των (6.53) παίρνουμε το προσεγγιστικό συστήματα 2^{ης} τάξης

$$G_R(s) = \frac{\exp(-ds)}{s^2 \left[\frac{T}{KK_C} - \tau_D d \right] + s \left[\tau_D - d - \frac{1}{KK_C} \right] + 1}$$

το οποίο γράφεται στη μορφή

$$G_R(s) = \frac{\exp(-ds)}{\tau_e^2 s^2 + 2\zeta\tau_e s + 1}, \quad (6.54)$$

όπου

$$\tau_e = \sqrt{\frac{T}{KK_C} - \tau_D d} \quad \text{και} \quad \zeta = \frac{\tau_D - d - 1/KK_C}{2\sqrt{\frac{T}{KK_C} - \tau_D d}} \quad (6.55)$$

Έστω τώρα ότι έχει βρεθεί κάποιος ελεγκτής που ευσταθοποιεί το κλειστό σύστημα (stabilizing controller). Αφού εφαρμοστεί κατάλληλη βηματική αλλαγή στην είσοδο αναφοράς, λαμβάνεται μια απόκριση της μορφής που φαίνεται στο σχήμα 6.15β, δηλαδή μια απόκριση που μοιάζει με την απόκριση ενός συστήματος 2^{ης} τάξης. Στη συνέχεια για την αναγνώριση του συστήματος μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει κάποιον από τους παρακάτω αλγορίθμους.

Αλγόριθμος I:

Τα τρία βασικά βήματα του αλγορίθμου αυτού είναι τα εξής:

Βήμα 1. Η καθυστέρηση χρόνου d του συστήματος λαμβάνεται από το αρχικό τμήμα της βηματικής απόκρισης όπως φαίνεται στο σχήμα 6.15β.

Βήμα 2. Έστω y_{p_1} και y_{p_2} το πλάτος της εξόδου στην πρώτη και τη δεύτερη κορυφή αντίστοιχα, y_{m_1} το πλάτος της εξόδου στην πρώτη κοιλάδα, y_{∞} η έξοδος στη μόνιμη κατάσταση και Δt η περίοδος ταλάντωσης (χρόνος μεταξύ δύο κορυφών ή δύο κοιλάδων). Από τις τιμές των μετρίσιμων μεγεθών y_{p_1} , y_{p_2} , y_{m_1} , y_{∞} και Δt υπολογίζονται οι τιμές των τ_e και ζ από τις παρακάτω σχέσεις

$$\tau_e = \frac{\Delta t}{2\pi} \sqrt{1 - \zeta^2} \quad \text{και} \quad \zeta = \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} \quad (6.56)$$

όπου

$$\zeta_1 = \frac{-\ln\left(\frac{y_\infty - y_{m_2}}{y_{p_1} - y_\infty}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \left[\ln\left(\frac{y_\infty - y_{m_2}}{y_{p_1} - y_\infty}\right)\right]^2}} \dots \zeta_2 = \frac{-\ln\left(\frac{y_{p_2} - y_\infty}{y_{p_1} - y_\infty}\right)}{\sqrt{4\pi^2 + \left[\ln\left(\frac{y_{p_2} - y_\infty}{y_{p_1} - y_\infty}\right)\right]^2}}$$

Από τις τιμές των ζ και τ_e που λαμβάνονται από την (6.56) μπορούν να υπολογιστούν οι τιμές των δύο επικρατούντων πόλων $\sigma \pm j\omega$ από τις σχέσεις

$$\sigma = -\zeta/\tau_e \text{ και } \omega = \sqrt{1 - \zeta^2}/\tau_e \quad (6.57)$$

Βήμα 3. Αντικαθιστώντας τις τιμές των επικρατούντων πόλων του κλειστού συστήματος στον παρονομαστή της (6.53) και εξισώνοντας το πραγματικό και το μιγαδικό μέρος των εξισώσεων που προκύπτουν με το μηδέν, παίρνουμε το επόμενο σύστημα γραμμικών εξισώσεων ως προς τα K και T

$$e^{-d\sigma} [\cos(d\omega) + \sigma\tau_D\omega\cos(d\omega) + \omega\tau_D\sin(d\omega)]KK_C + (\sigma^2 - \omega^2)T = \sigma \quad (6.58)$$

$$e^{-d\sigma} [-\sigma\tau_D\sin(d\omega) + \tau_D\omega\cos(d\omega) - \sin(d\omega)]KK_C + 2\sigma\omega T = \omega \quad (6.59)$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα εξισώσεων ως προς K και T παίρνουμε

$$K = \frac{E\sigma - B\omega}{AE - BC}, \quad T = \frac{A\omega - C\sigma}{AE - BC} \quad (6.60)$$

όπου

$$A = e^{-d\sigma} [\cos(d\omega) + \sigma\tau_D\omega\cos(d\omega) + \omega\tau_D\sin(d\omega)], \quad B = \sigma^2 - \omega^2 \quad (6.61)$$

$$C = e^{-d\sigma} [-\sigma\tau_D\sin(d\omega) + \tau_D\omega\cos(d\omega) - \sin(d\omega)], \quad E = 2\sigma\omega \quad (6.62)$$

□

Αλγόριθμος II:

Τα βασικά βήματα του δεύτερου αλγορίθμου είναι τα εξής:

Βήμα 1. Για δεδομένο πλάτος της βηματικής απόκρισης, το κέρδος του συστήματος υπολογίζεται από τη σχέση

$$K = -\frac{y_\infty}{Iu_\infty} \text{ όπου } Iu_\infty = \int_0^\infty u_\infty dt \quad (6.63)$$

Η παραπάνω σχέση προκύπτει από την εφαρμογή του θεωρήματος της τελικής τιμής όταν αυτό εφαρμόζεται στο ευσταθές κλειστό σύστημα.

Βήμα 2. Το δεύτερο βήμα του αλγορίθμου II ταυτίζεται με το δεύτερο βήμα του αλγορίθμου I.

Βήμα 3. Ακολουθώντας παρόμοια διαδικασία με αυτήν που περιγράφεται στο 3^ο βήμα του αλγορίθμου I, καταλήγουμε στις σχέσεις (6.58) και (6.59). Λύνοντας την (6.58) ως προς T παίρνουμε

$$T = \frac{\sigma - e^{-d\sigma} [\cos(d\omega) + \sigma\tau_D \omega \cos(d\omega) + \omega\tau_D \sin(d\omega)] KK_C}{\sigma^2 - \omega^2} \quad (6.64)$$

όπου το K έχει υπολογιστεί από τη σχέση (6.63). Αντικαθιστώντας την (6.64) στην (6.59) προκύπτει

$$e^{-d\sigma} [-\sigma\tau_D \sin(d\omega) + \tau_D \omega \cos(d\omega) - \sin(d\omega)] KK_C + 2\sigma\omega \left\{ \frac{\sigma - e^{-d\sigma} [\cos(d\omega) + \sigma\tau_D \omega \cos(d\omega) + \omega\tau_D \sin(d\omega)] KK_C}{\sigma^2 - \omega^2} \right\} = \omega \quad (6.65)$$

Μετά από απλή επεξεργασία της (6.65) προκύπτει η εξίσωση

$$L_1 \sin(d\omega) + L_2 \cos(d\omega) + L_3 \exp(d\sigma) = 0 \quad (6.66)$$

όπου

$$L_1 = -K_D \sigma \left(\frac{\sigma^2 + \omega^2}{\sigma^2 - \omega^2} \right) - K_I$$

$$L_2 = -K_D \omega \left(\frac{\sigma^2 + \omega^2}{\sigma^2 - \omega^2} \right) - K_I \left(\frac{2\sigma\omega}{\sigma^2 - \omega^2} \right), \quad L_3 = \frac{\omega}{K} \left(\frac{\sigma^2 + \omega^2}{\sigma^2 - \omega^2} \right)$$

Προφανώς η (6.66) είναι μη γραμμική και δεν έχει αναλυτική λύση ως προς d. Όμως, αν βρεθεί μία καλή αρχική εκτίμηση για τη λύση της (6.66), τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των Newton-Raphson για τον ακριβή υπολογισμό του d με ελάχιστες επαναλήψεις. Για να εξαχθεί η αρχική εκτίμηση ξεκινάμε με την προσέγγιση των συναρτήσεων sin(x), cos(x) και exp(x) από τα ακόλουθα δεύτερης τάξης πολυώνυμα (βλέπε [51] για λεπτομέρειες)

$$\sin(x) = \mu x^2 + \nu x, \quad \cos(x) = \mu x^2 + \xi x + 1 \quad (6.67)$$

$$\exp(x) = 0.5x^2 + x + 1 \quad (6.68)$$

όπου,

$$\mu = \frac{8(1-\sqrt{2})}{\pi^2}, \quad \nu = \frac{2(2\sqrt{2}-1)}{\pi}, \quad \xi = \frac{2(2\sqrt{2}-3)}{\pi}$$

Αντικαθιστώντας τις (6.67) και (6.68) στην (6.66) παίρνουμε

$$\left(L_1 \mu \omega^2 + L_2 \mu \omega^2 + L_3 \frac{\sigma^2}{2} \right) d^2 + (L_1 \nu \omega + L_2 \xi \omega + L_3 \sigma) d + (L_2 + L_3) = 0 \quad (6.69)$$

Η μικρότερη ρίζα της (6.69) μας δίνει μία καλή αρχική εκτίμηση d_1 για το d . Εφαρμόζοντας την μέθοδο Newton-Raphson παίρνουμε

$$d_{i+1} = d_i - \frac{\phi(d_i)}{\phi^{(1)}(d_i)} \quad (6.70)$$

όπου

$$\phi(d) = L_1 \sin(d\omega) + L_2 \cos(d\omega) + L_3 \exp(d\sigma)$$

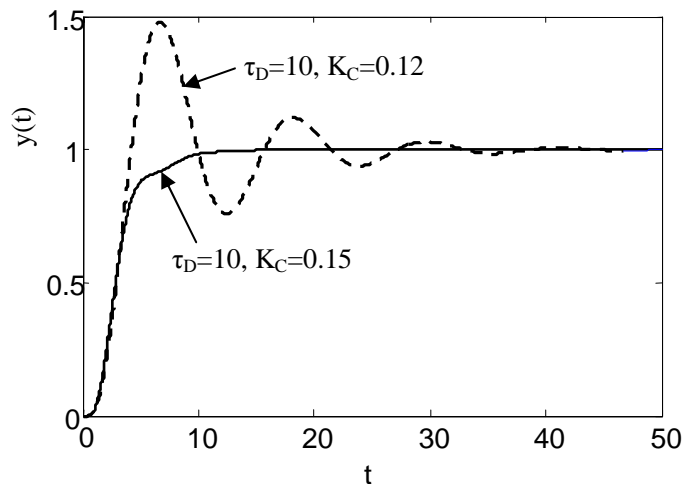
$$\phi^{(1)}(d) = \omega L_1 \cos(d\omega) - \omega L_2 \sin(d\omega) + \sigma L_3 \exp(d\sigma)$$

Συνήθως το αποτέλεσμα της (6.70), με μόνο ένα βήμα, είναι αρκετά ακριβές και δίνει κανονικοποιημένο σφάλμα για το d μικρότερο από 5%. Αν επιθυμείται μεγαλύτερη ακρίβεια για το d , τότε ο αλγόριθμος Newton-Raphson πρέπει να επαναληφθεί μέχρι να επέλθει σύγκλισης.

Έχοντας υπολογίσει το d , η σταθερά χρόνου T του συστήματος υπολογίζεται από την (6.64). □

Τονίζεται ότι η SPRT μέθοδος αναγνώρισης που περιγράφεται παραπάνω είναι ιδιαίτερα χρήσιμη όταν επιθυμείται η αναγνώριση του συστήματος κατά τη μετάβαση του συστήματος από ένα σημείο λειτουργίας σε ένα άλλο.

Για να δώσει ακριβή αποτελέσματα η παραπάνω μέθοδος αναγνώρισης είναι απαραίτητο η απόκριση του κλειστού συστήματος να μοιάζει με υποκρίσιμη απόκριση ενός συστήματος 2^{n_s} τάξης (βλέπε σχήμα 6.15β). Όταν η κανονικοποιημένη τιμή του τ_D είναι σχετικά μικρή (π.χ μικρότερη του $2\tau_{D,\min}(d)$), τότε η απόκριση μοιάζει με αυτήν ενός 2^{n_s} τάξης συστήματος. Όμως στην περίπτωση αυτή τα κρίσιμα κέρδη K_{\max} και K_{\min} είναι τόσο κοντά που είναι πρακτικά αδύνατο να βρεθεί κατάλληλη τιμή του K_C χωρίς την ακριβή γνώση του συστήματος. Επομένως είναι αναγκαίο να επιλέγεται η τιμή του τ_D όσο γίνεται μεγαλύτερη. Αλλά για μεγάλες τιμές του τ_D η απόκριση αρχίζει να μοιάζει με υπερκρίσιμη (βλέπε σχήμα 6.16 συμπαγή γραμμή). Στην περίπτωση αυτή για να επιτευχθεί απόκριση που να μοιάζει περισσότερο με υποκρίσιμη 2^{n_s} τάξης πρέπει να μειωθεί το K_C ώστε να πλησιάσει την τιμή του K_{\min} .



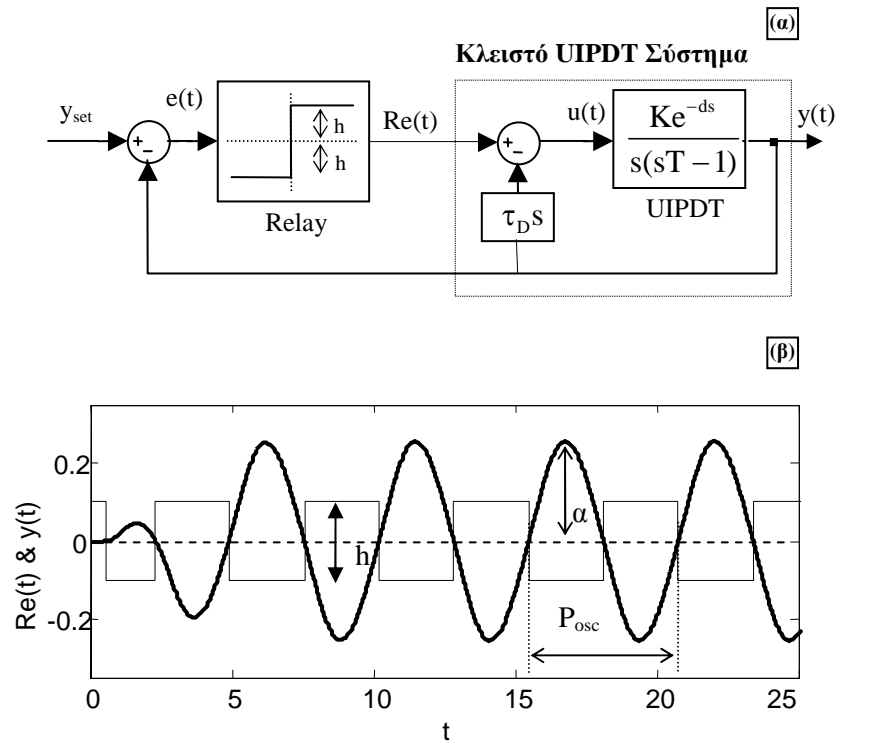
Σχήμα 6.17. Απόκριση που λαμβάνεται από τη μέθοδο SPRT για ένα σύστημα με $d=0.5$, $K=1$ και $T=1$.

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι η LRT μέθοδος (βλέπε 4^ο κεφάλαιο) δεν είναι εύκολο να εφαρμοστεί σε UIPDT συστήματα γιατί απαιτεί την χρήση ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή. Στην περίπτωση αυτή το κλειστό σύστημα δεν είναι εύκολο να προσεγγιστεί με σύστημα 2^{ης} τάξης. Επίσης στην περίπτωση UIPDT συστημάτων είναι εξαιρετικά δύσκολη η εκτίμηση του PID ελεγκτή που ευσταθοποιεί το κλειστό σύστημα.

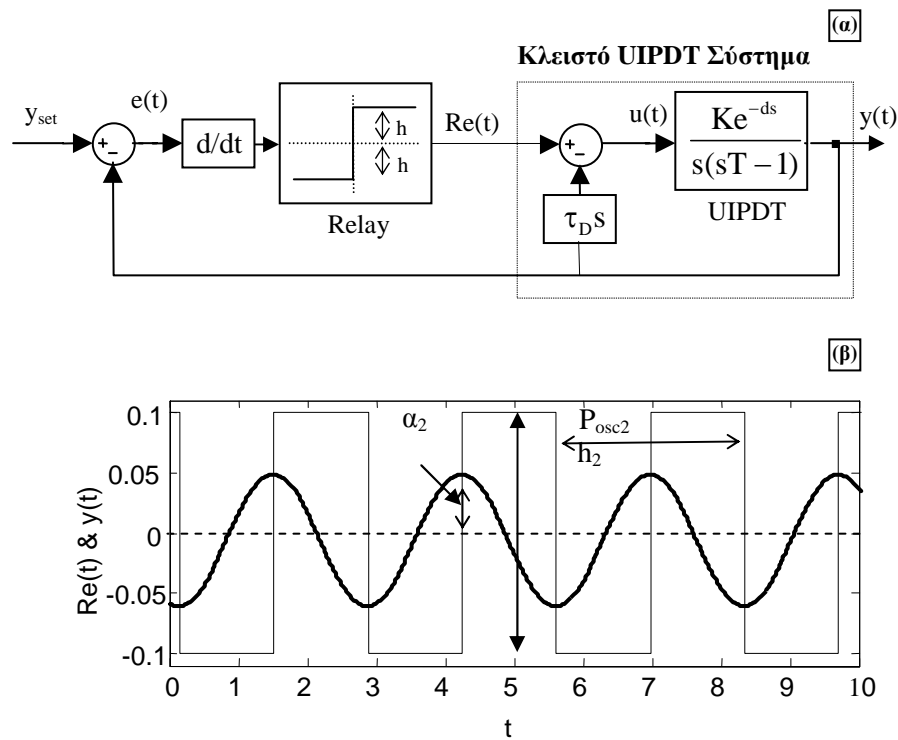
6.6.2 *RFIT μέθοδος αναγνώρισης*

Η μέθοδος αναγνώρισης που παρουσιάστηκε παραπάνω απαιτεί την εύρεση κατάλληλου PD ελεγκτή που να ευσταθοποιεί το κλειστό σύστημα. Αυτό γενικά είναι ένα δύσκολο πρόβλημα. Στη μέθοδο που παρουσιάζουμε στη συνέχεια και βασίζεται στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης, όπως θα δείξουμε απαιτείται μόνο η εκτίμηση του διαφορικού όρου ο οποίος δίνει συντηρούμενες ταλαντώσεις.

Τα δύο σχήματα διακοπτικής ανατροφοδότησης που χρησιμοποιούνται στην προτεινόμενη μέθοδο αναγνώρισης φαίνονται στα σχήματα 6.17α και 6.18α. Ο λόγος που χρειάζονται δύο πειράματα είναι γιατί το UIPDT μοντέλο έχει τρεις άγνωστες παραμέτρους και από κάθε πείραμα προκύπτουν δύο μόνο εξισώσεις.



Σχήμα 6.18. Το πρώτο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης: α) ο κλειστός βρόχος ελέγχου, β) μία τυπική απόκριση του Relay $Re(t)$ και της εξόδου $y(t)$.



Σχήμα 6.18. Το δεύτερο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης: α) ο κλειστός βρόχος ελέγχου, β) τυπική απόκριση του Relay $Re(t)$ και της εξόδου $y(t)$.

Όπως έχει αναφερθεί και στο 4^ο κεφάλαιο, με βάση τη θεωρία που βασίζεται στη συνάρτηση περιγραφής, από την ταλάντωση που προκύπτει από το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης μπορεί να υπολογιστούν το κρίσιμο κέρδος K_u και η κρίσιμη P_u της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου μεταξύ της εξόδου και της εισόδου του διακόπτη (Relay). Σύμφωνα με την παραπάνω θεωρία, αν αγνοηθούν οι αρμονικές της εξόδου (δηλαδή αν θεωρηθεί ότι η έξοδος του συστήματος είναι τέλειο ημιτονικό σήμα), τότε τα K_u και P_u δίνονται από τις σχέσεις

$$P_{osc} = P_u \quad \text{και} \quad K_u = \frac{4}{\pi} \frac{\alpha}{h} \quad (6.71)$$

όπου P_{osc} είναι η περίοδος ταλάντωσης και α το πλάτος της εξόδου. Λόγω του ολοκληρωτή που διαθέτει το UIPDT μοντέλο, η υπόθεση του τέλειου ημίτονου στην έξοδο του συστήματος είναι αρκετά ακριβής.

Στην εφαρμογή του πρώτου πειράματος τα K_u και P_u είναι το κρίσιμο κέρδος και η κρίσιμη περίοδος του κλειστού UIPDT συστήματος αντίστοιχα, με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_{L,1} = \frac{K e^{-ds}}{s(sT-1) + s\tau_D K e^{-ds}} \quad (6.72)$$

Το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της $G_{L,1}$ είναι

$$\text{Re}[G_{L,1}] = \frac{K \cos(d\omega) [-\omega T + \tau_D K \sin(d\omega)] - \sin(d\omega) [-1 + \tau_D K \cos(d\omega)]}{\omega \left[(-\omega T + \tau_D K \sin(d\omega))^2 + [-1 + \tau_D K \cos(d\omega)]^2 \right]}$$

και

$$\text{Im}[G_{L,1}] = \frac{K - \cos(d\omega) [-1 + \tau_D K \cos(d\omega)] - \sin(d\omega) [-\omega T + \tau_D K \sin(d\omega)]}{\omega \left[(-\omega T + \tau_D K \sin(d\omega))^2 + [-1 + \tau_D K \cos(d\omega)]^2 \right]}$$

αντίστοιχα. Η κρίσιμη συχνότητα ω_{U1} προκύπτει από το μηδενισμό του φανταστικού μέρους της $G_{L,1}$. Επομένως ισχύει ότι

$$\begin{aligned} \cos(d\omega_{U1}) [-1 + \tau_D K \cos(d\omega_{U1})] + \sin(d\omega_{U1}) [-\omega_{U1} T + \tau_D K \sin(d\omega_{U1})] &= 0 \Rightarrow \\ \tau_D K - \cos(d\omega_{U1}) - \omega_{U1} T \sin(d\omega_{U1}) &= 0 \end{aligned} \quad (6.73)$$

Αφού στο κρίσιμο σημείο το μιγαδικό μέρος είναι ίσο με το μηδέν, το μέτρο της $G_{L,1}$ για $\omega = \omega_{U1}$ είναι

$$\left| G_{L,1}(\omega) \right|_{\omega=\omega_{U1}} = \frac{K}{\omega_{U1}} \frac{\left| \cos(d\omega_{U1}) [-\omega_{U1} T + \tau_D K \sin(d\omega_{U1})] - \sin(d\omega_{U1}) [-1 + \tau_D K \cos(d\omega_{U1})] \right|}{\left[(-\omega_{U1} T + \tau_D K \sin(d\omega_{U1}))^2 + [-1 + \tau_D K \cos(d\omega_{U1})]^2 \right]} \quad (6.74)$$

Για το δεύτερο πείραμα η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου μεταξύ της εξόδου και της εισόδου του διακόπτη είναι

$$G_{L,2} = \frac{sKe^{-ds}}{s(sT-1) + s\tau_D Ke^{-ds}} = \frac{Ke^{-ds}}{(sT-1) + \tau_D Ke^{-ds}} \quad (6.75)$$

Το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της $G_{L,2}$ είναι

$$\operatorname{Re}[G_{L,1}] = K \frac{\cos(d\omega)[-1 + \tau_D K \cos(d\omega)] - \sin(d\omega)[\omega T - \tau_D K \sin(d\omega)]}{[-\omega T + \tau_D K \sin(d\omega)]^2 + [-1 + \tau_D K \cos(d\omega)]^2}$$

και

$$\operatorname{Im}[G_{L,1}] = K \frac{-\cos(d\omega)[\omega T - \tau_D K \sin(d\omega)] - \sin(d\omega)[-1 + \tau_D K \cos(d\omega)]}{[-\omega T + \tau_D K \sin(d\omega)]^2 + [-1 + \tau_D K \cos(d\omega)]^2}$$

αντίστοιχα. Η κρίσιμη συχνότητα ω_{U2} προκύπτει από το μηδενισμό του φανταστικού μέρους της $G_{L,2}$. Επομένως ισχύει ότι

$$\begin{aligned} -\cos(d\omega)[\omega T - \tau_D K \sin(d\omega)] - \sin(d\omega)[-1 + \tau_D K \cos(d\omega)] &= 0 \Rightarrow \\ -\cos(d\omega_{U2})[\omega_{U2} T - \tau_D K \sin(d\omega_{U2})] - \sin(d\omega_{U2})[-1 + \tau_D K \cos(d\omega_{U2})] &= 0 \Rightarrow \\ \tan(d\omega_{U2}) - \omega_{U2} T &= 0 \end{aligned} \quad (6.76)$$

ή

$$d\omega_{U2} - \tan^{-1}(\omega_{U2} T) = 0$$

Στην κρίσιμη συχνότητα ω_{U2} το μέτρο της $G_{L,2}$ είναι

$$|G_{L,2}(\omega)|_{\omega=\omega_{U2}} = K \frac{|\cos(d\omega_{U2})[-1 + \tau_D K \cos(d\omega_{U2})] - \sin(d\omega_{U2})[\omega_{U2} T - \tau_D K \sin(d\omega_{U2})]|}{[-\omega_{U2} T + \tau_D K \sin(d\omega_{U2})]^2 + [-1 + \tau_D K \cos(d\omega_{U2})]^2} \quad (6.77)$$

Για τον υπολογισμό των παραμέτρων d , K και T του UIPDT συστήματος πρέπει να επιλυθεί το σύστημα των εξισώσεων (6.73), (6.76) και (6.77). Η τέταρτη εξίσωση (6.74) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για επαλήθευση των αποτελεσμάτων.

Το παραπάνω σύστημα εξισώσεων μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω αν λάβει κανείς υπόψη ότι το πλάτος της συνάρτησης μεταφοράς του UIPDT συστήματος στην κρίσιμη συχνότητα ω_{U2} είναι

$$|G_{\text{UIPDT}}(\omega)|_{\omega=\omega_{U2}} \equiv \frac{|y(t)|_{\omega=\omega_{U2}}}{|u(t)|_{\omega=\omega_{U2}}} = \frac{K}{\omega_{U2}} \frac{\sqrt{(T\omega_{U2})^2 + 1}}{(T\omega_{U2})^2 + 1}. \quad (6.78)$$

Εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς ότι το πλάτος της πρώτης αρμονικής της $u(t)$ είναι ίσο με

(1)	$\tau_D K - \cos(d\omega_{U1}) - \omega_{U1} T \sin(d\omega_{U1}) = 0$
(2)	$d\omega_{U2} - \tan^{-1}(\omega_{U2} T) = 0$
(3)	$\frac{\alpha_2}{\alpha_2 \omega_{U2} \tau_D + \frac{\pi}{4} h_2} = \frac{K \sqrt{(T\omega_{U2})^2 + 1}}{\omega_{U2} (T\omega_{U2})^2 + 1}$

Πίνακας 6.5. Το μη γραμμικό σύστημα εξισώσεων που πρέπει να επιλυθεί για τον υπολογισμό των παραμέτρων του UIPDT συστήματος.

$$|u(t)|_{\omega=\omega_{U2}} = \alpha \omega_{U2} \tau_D + \frac{\pi}{4} h \tag{6.79}$$

Αντικαθιστώντας την (6.79) στην (6.78) προκύπτει

$$\frac{\alpha}{\alpha \omega_{U2} \tau_D + \frac{\pi}{4} h} = \frac{K \sqrt{(T\omega_{U2})^2 + 1}}{\omega_{U2} (T\omega_{U2})^2 + 1} \tag{6.80}$$

Στον πίνακα 6.4 συνοψίζεται το σύστημα των εξισώσεων που πρέπει να επιλυθεί για τον υπολογισμό των παραμέτρων του UIPDT μοντέλου.

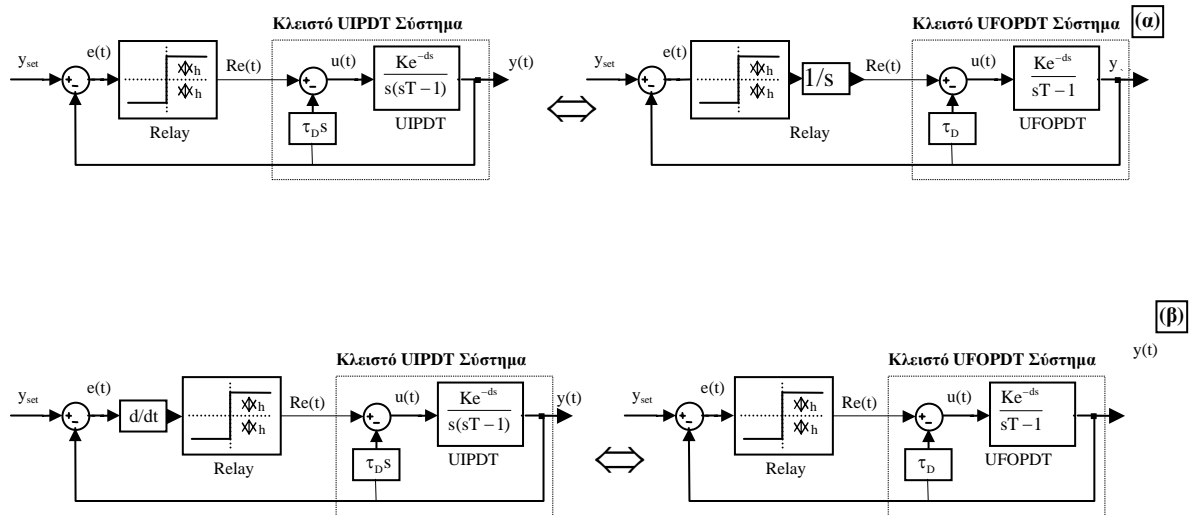
Στο σύστημα των εξισώσεων του πίνακα 6.4, οι τιμές των h και τ_D είναι γνωστές, αφού αποτελούν παραμέτρους του ελεγκτή που εμείς επιλέγουμε, ενώ τα μεγέθη $\omega_{U1}=2\pi/P_{osc1}$, $\omega_{U2}=2\pi/P_{osc2}$ και α_2 προκύπτουν από τις μετρήσεις που γίνονται (βλέπε σχήματα 6.17β και 6.18β).

Είναι προφανές ότι για να εφαρμοστεί η παραπάνω μέθοδος αναγνώρισης πρέπει να επιτευχθεί συντηρούμενη ταλάντωση από το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης. Όπως φαίνεται και στο σχήμα 6.19 τα δύο σχήματα ελέγχου που χρησιμοποιούνται στην RFT μέθοδο αναγνώρισης για UIPDT συστήματα είναι ισοδύναμα με αντίστοιχα σχήματα για UFOPDT συστήματα. Εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι για να υπάρξουν οριακοί κύκλοι, στο πρώτο πείραμα πρέπει να ισχύει

$$\frac{1}{K} < \tau_D < \frac{K_{\max}(d/T)}{K} > \tau_D$$

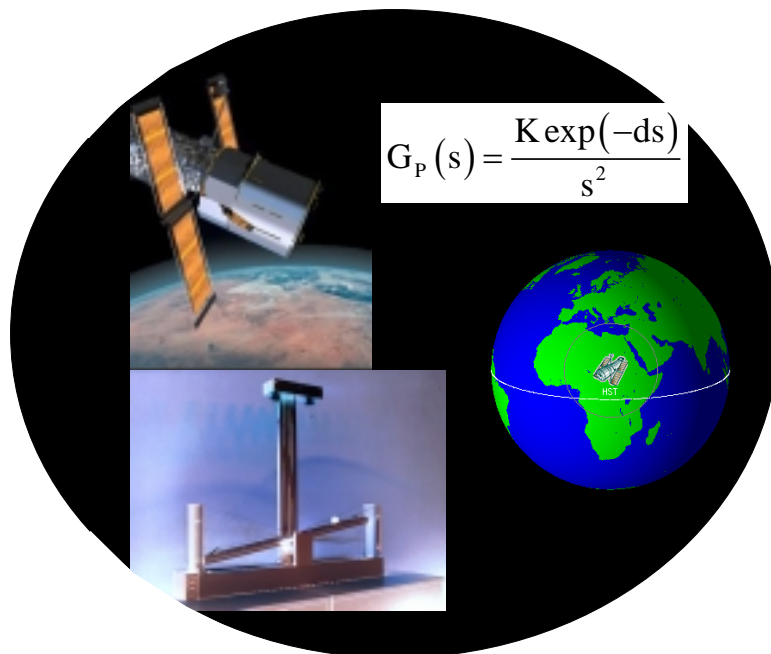
ενώ στο δεύτερο πείραμα πρέπει να ισχύει

$$0 < \tau_D < \frac{K_{\max}(d/T)}{K}$$



Σχήμα 6.20. Ισοδυναμία RFE σχημάτων ελέγχου μεταξύ UFOPDT και UIPDT συστημάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7



**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ ΓΙΑ ΔΙΠΛΑ
ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ**

7.1. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

Τα διπλά ολοκληρωτικά συστήματα συναντώνται σε πολλούς τομείς της επιστήμης των μηχανικών. Είναι χαρακτηριστικό ότι πολλά συστήματα ελέγχου θέσης, στα οποία μπορούν να αγνοηθούν οι απώλειες, είναι δυνατό να περιγραφούν με διπλά ολοκληρωτικά μοντέλα. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι ο έλεγχος θέσης ενός δορυφόρου και ο έλεγχος θέσης ενός πλοίου όταν κάνει χειρισμούς στο λιμάνι για να δέσει (όπου λόγω της μικρής τραχύτητας οι τριβές του νερού μπορούν να αγνοηθούν). Συνήθως για τον έλεγχο των συστημάτων αυτών αγνοείται η επιπλέον δυναμική που οφείλεται στους ενεργοποιητές (actuators), στα αισθητήρια και σε τυχόν φίλτρα που σχεδόν πάντα συνοδεύουν τις μετρήσεις των εξόδων. Το γεγονός αυτό περιορίζει σημαντικά την ταχύτητα του κλειστού βρόχου, ώστε η σταθερά χρόνου του κλειστού συστήματος να είναι σημαντικά μεγαλύτερη από τη συνολική καθυστέρηση χρόνου που οφείλεται στη μη μοντελοποιημένη δυναμική του συστήματος.

Για καλύτερα και πιο ακριβή αποτελέσματα είναι απαραίτητο να συμπεριληφθεί και η καθυστέρηση χρόνου στο μοντέλο που χρησιμοποιείται για τη σχεδίαση των ελεγκτών. Στο κεφάλαιο αυτό προτείνονται νέες τεχνικές βαθμονόμησης PID ελεγκτών για διπλά ολοκληρωτικά συστήματα με καθυστέρηση χρόνου (Double Integrating Plus Dead Time ή DIPDT).

Τα DIPDT συστήματα παρουσιάζουν παρόμοια ασταθή συμπεριφορά με τα υπόλοιπα συστήματα που μελετώνται σε αυτήν τη διατριβή. Είναι προφανές ότι οποιαδήποτε διαταραχή οδηγεί την έξοδο των συστημάτων αυτών στο άπειρο, επομένως είναι απαραίτητη η χρήση κλειστού βρόχου για τον έλεγχό τους. Όπως και τα άλλα ασταθή συστήματα, τα DIPDT συστήματα έχουν δύο κρίσιμα κέρδη όταν ελέγχονται από PID ελεγκτή, ενώ η φάση της συνάρτησης μεταφοράς ενός DIPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή ταυτίζεται με τη φάση της συνάρτησης μεταφοράς ενός UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PI ελεγκτή. Λόγω της ομοιότητας αυτής με τα άλλα ασταθή συστήματα, οι τεχνικές βαθμονόμησης που αναπτύχθηκαν για τα άλλα συστήματα, με μερικές τροποποιήσεις είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν και για τα DIPDT συστήματα.

Στο πρώτο μέρος του παρόντος κεφαλαίου παρουσιάζεται μία εμπειριστατωμένη ανάλυση των DIPDT συστημάτων όταν αυτά ελέγχονται από PD και PID ελεγκτές. Η ανάλυση αυτή δείχνει την επίδραση των τριών όρων του ελεγκτή στο κλειστό σύστημα. Επίσης από την ανάλυση αυτή προκύπτει και η περιοχή τιμών που μπορούν να λάβουν οι

παράμετροι του ελεγκτή. Μάλιστα μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι προσεγγίσεις των κρίσιμων συχνοτήτων που αναπτύχθηκαν για τα UFOPDT συστήματα για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων των DIPDT συστημάτων με αναλυτικές σχέσεις, και επομένως και για τον υπολογισμό των περιθωρίων φάσης και κέρδους με αναλυτικές σχέσεις. Η δυνατότητα αυτή αποτελεί ένα πολύ ισχυρό εργαλείο ανάλυσης και σχεδίασης PID ελεγκτών για DIPDT συστήματα.

Στο κεφαλαίο αυτό προτείνονται νέες τεχνικές βαθμονόμησης για τον PID ελεγκτή. Οι μέθοδοι αυτές μπορούν να εφαρμοστούν σε όλους του τύπους PID ελεγκτών που παρουσιάστηκαν στο 2^ο κεφάλαιο, δηλαδή τον PID, τον PDF και τον P-PID ελεγκτή.

Σε πρώτη φάση παρουσιάζονται τεχνικές που βασίζονται σε προδιαγραφές απόκρισης του κλειστού συστήματος. Οι προδιαγραφές που χρησιμοποιούνται για τη σχεδίαση των μεθόδων συμμετρικού περιθωρίου κέρδους (ΣΠΚ) και μεγίστου περιθωρίου φάσης (ΜΠΦ) βασίζονται στα χαρακτηριστικά της απόκρισης συστήματος δεύτερης τάξης και στην ελαχιστοποίηση ευρέως γνωστών ολοκληρωτικών κριτηρίων.

Όπως έγινε για τα USOPDT συστήματα, και για τα DIPDT συστήματα προτεινόμενων μεθόδων οι οποίες βασίζονται στον υπολογισμό των επικρατούντων πόλων του κλειστού συστήματος. Με βάση αυτή τη μεθοδολογία μπορεί να υπολογιστεί η απόκριση του κλειστού συστήματος σε αναλυτική μορφή. Για να είναι δυνατή η εφαρμογή των μεθόδων που βασίζονται στους επικρατούντες πόλους σε πραγματικό χρόνο (και να αποφευχθεί ο υπολογισμός των πόλων του κλειστού συστήματος), η λύση του προβλήματος σχεδίασης δίνεται και σε αναλυτική μορφή με τη χρήση κατάλληλων προσεγγιστικών σχέσεων.

Για τη σχεδίαση PID ελεγκτών με βάση προδιαγραφές ευρωστίας και συγκεκριμένα τα περιθώρια κέρδους και φάσης του κλειστού συστήματος, προτείνονται νέες τεχνικές βαθμονόμησης που επιστρέφουν τον ελεγκτή που ικανοποιεί ακριβώς τις προδιαγραφές αυτές. Λόγω του γεγονότος ότι η συνάρτηση μεταφοράς ενός DIPDT συστήματος περιλαμβάνει και όρο καθυστέρησης χρόνου, για την εφαρμογή των προτεινόμενων μεθόδων απαιτείται η χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων. Για να αποφευχθεί η χρήση των αλγορίθμων αυτών σε εφαρμογές πραγματικού χρόνου, οι προτεινόμενες μέθοδοι μπορούν να εφαρμοστούν απευθείας με τη χρήση κατάλληλων προσεγγιστικών σχέσεων. Κάνοντας χρήση αυτών των προσεγγίσεων οι μέθοδοι αυτές μπορούν πολύ εύκολα να εφαρμοστούν σε πραγματικό χρόνο.

Λόγω της ασταθούς συμπεριφοράς των USOPDT συστημάτων, ο μόνος τρόπος για την αναγνώριση των παραμέτρων του μοντέλου αυτού είναι η χρήση μεθόδων

αναγνώρισης κλειστού βρόχου. Το κλασικό σχήμα του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης δεν δίνει συντηρούμενες ταλαντώσεις όταν εφαρμόζεται σε DIPDT συστήματα. Στο κεφάλαιο αυτό προτείνεται μία μέθοδος αναγνώρισης η οποία βασίζεται σε τροποποιημένο σχήμα του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης. Η μέθοδος αυτή απαιτεί την αρχική εκτίμηση του κέρδους ενός διαφορικού ελεγκτή ώστε το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης να δίνει συντηρούμενες ταλαντώσεις. Η εφαρμογή της μεθόδου μπορεί να γίνει πολύ εύκολα σε πραγματικό χρόνο αφού οι παράμετροι του συστήματος υπολογίζονται από τις μετρήσεις του πειράματος με αναλυτικές σχέσεις.

Οι προτεινόμενες μέθοδοι βαθμονόμησης χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο ενός πειραματικού συστήματος ελέγχου θέσης σφαίρας σε ράβδο (Ball and Beam system). Για την εφαρμογή των προτεινόμενων μεθόδων η δυναμική συμπεριφορά του κλειστού συστήματος που ελέγχει τον κινητήρα και τη γωνία της ράβδου μοντελοποιούνται σαν καθυστέρηση χρόνου του DIPDT μοντέλου. Τα πειραματικά αποτελέσματα που παρουσιάζονται επιβεβαιώνουν τα θεωρητικά αποτελέσματα.

7.2. ΑΝΑΛΥΣΗ DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Τα διπλά ολοκληρωτικά συστήματα με καθυστέρηση χρόνου έχουν συνάρτηση μεταφοράς της μορφής

$$G_p(s) = \frac{\bar{K} \exp(-\bar{d}s)}{s^2} \quad (7.1)$$

όπου \bar{K} και \bar{d} είναι το κέρδος και η καθυστέρηση χρόνου του συστήματος αντίστοιχα.

Αρχικές παράμετροι	Κανονικοποιημένες παράμετροι
\bar{d}	$d (=1)$
$\bar{\tau}_I$	$\tau_I = \bar{\tau}_I / \bar{d}$
$\bar{\tau}_D$	$\tau_D = \bar{\tau}_D / \bar{d}$
$\bar{\omega}$	$\omega = \bar{\omega}T$
\bar{K}	$K (=1)$
\bar{K}_C	$K_C = \bar{K}\bar{K}_C\bar{d}^2$

Πίνακας 7.1 Οι αρχικές παράμετροι του συστήματος και του ελεγκτή και οι αντίστοιχες κανονικοποιημένες παράμετροι.

Όπως και στην περίπτωση των άλλων ασταθών συστημάτων, για να διευκολυνθεί η ανάλυση που ακολουθεί, αλλά και για την ευκολότερη γενίκευση των αποτελεσμάτων του κεφαλαίου αυτού, όλες οι παράμετροι του συστήματος και του ελεγκτή θα παρουσιάζονται στη συνέχεια κανονικοποιημένες ως προς την καθυστέρηση χρόνου του συστήματος \bar{d} και ως προς το κέρδος του συστήματος \bar{K} . Τα κανονικοποιημένα μεγέθη παρουσιάζονται στον πίνακα 7.1. Για να γίνει πιο κατανοητή η κανονικοποίηση που χρησιμοποιείται, πρέπει να παρατηρηθεί ότι το κέρδος \bar{K} του συστήματος έχει μονάδες το γινόμενο των μονάδων της εξόδου προς τις μονάδες της εισόδου του συστήματος δια sec^2 (π.χ. για έλεγχο θέσης με είσοδο δύναμη το \bar{K} έχει μονάδες m/N/sec^2). Από την ιδιότητα αυτή προέρχεται το κανονικοποιημένο κέρδος του ελεγκτή $K_C = \bar{K}\bar{K}_C\bar{d}^2$.

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα η συνάρτηση μεταφοράς του κανονικοποιημένου DIPDT συστήματος είναι

$$G_p(s) = \frac{\exp(-s)}{s^2} \quad (7.2)$$

Από αυτήν τη συνάρτηση μεταφοράς γίνεται φανερό ότι ουσιαστικά δεν υπάρχει καμία μεταβλητή παράμετρος στο κανονικοποιημένο σύστημα. Επομένως όλα τα DIPDT συστήματα έχουν ακριβώς την ίδια συμπεριφορά.

Τα DIPDT συστήματα είναι τύπου δύο και επομένως δεν είναι αναγκαία η χρήση ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή για να εγγυηθεί κανείς μηδενικό σφάλμα θέσης και ταχύτητας στη μόνιμη κατάσταση, στη περίπτωση βέβαια ελέγχου παρακολούθησης τροχιάς (tracking). Ο ολοκληρωτικός όρος του ελεγκτή είναι απαραίτητος μόνο σε περιπτώσεις που στο σύστημα επιδρούν εξωτερικές διαταραχές, στην είσοδο ή στην έξοδο του συστήματος. Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει ανάλυση τόσο για την περίπτωση που χρησιμοποιείται PD ελεγκτής, με έμφαση στον έλεγχο παρακολούθησης τροχιάς, αλλά και για PID ελεγκτή κυρίως σε περιπτώσεις σχεδίασης εύρωστων ελεγκτών.

7.2.1 Γενικά χαρακτηριστικά των DIPDT συστημάτων

7.2.1.1 Γενική περίπτωση ελέγχου με PID ελεγκτή

Θεωρούμε τον PID ελεγκτή στην εν-σειρά μορφή του με συνάρτηση μεταφοράς

$$G_{\text{PID}}(s) = K_C \frac{(s\tau_I + 1)(1 + s\tau_D)}{s\tau_I} \quad (7.3)$$

Με βάση την (7.3) η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου ενός DIPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή είναι

$$G_{L,PID}(s) = \frac{K_C (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_I s^3} \exp(-s) \quad (7.4)$$

Από την (7.4) προκύπτει ότι η φάση και το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου ενός UFOPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή δίνονται από τις σχέσεις

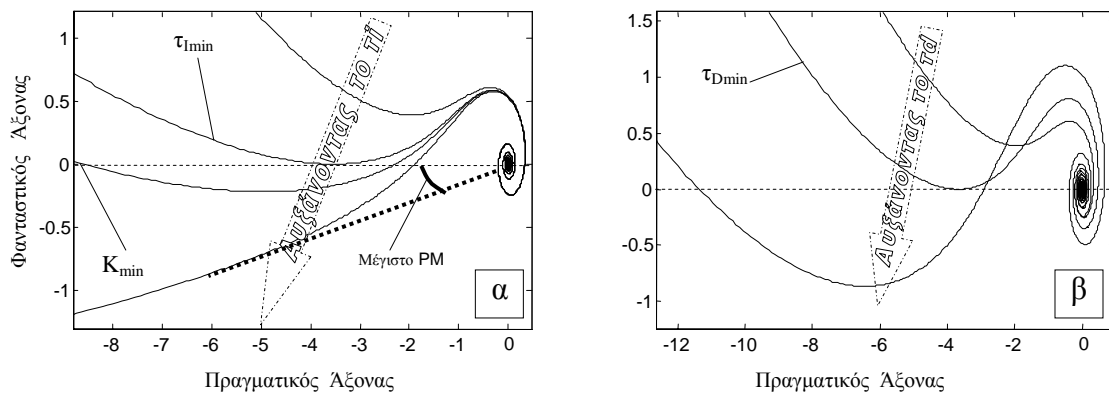
$$\phi_{L,PID}(\omega) = -\frac{3\pi}{2} - \omega + \tan^{-1}(\tau_I \omega) + \tan^{-1}(\tau_D \omega) \quad (7.5)$$

$$A_{L,PID}(\omega) \equiv |G_{L,PID}(j\omega)| = K_C \frac{\sqrt{(1 + \tau_I^2 \omega^2)(1 + \tau_D^2 \omega^2)}}{\tau_I \omega^3} \quad (7.6)$$

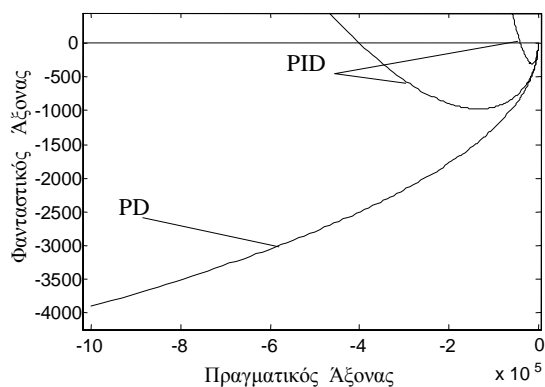
αντίστοιχα.

Στο σχήμα 7.1 παρουσιάζονται τα πολικά διαγράμματα της $G_{L,PID}$ για διάφορες τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή. Συγκεκριμένα στο σχήμα 7.1α παρουσιάζονται τα πολικά διαγράμματα της $G_{L,PID}$ για $K_C=1$ καθώς μεταβάλλεται η σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης τ_I , ενώ στο σχήμα 7.1β όταν μεταβάλλεται η σταθερά χρόνου διαφόρισης τ_D .

Από το σχήμα 7.1α γίνεται φανερό ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου τ_D , για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθοποιήσιμο (δηλαδή να υπάρχουν δύο κρίσιμα σημεία και με κατάλληλη επιλογή της ενίσχυσης K_C τα δύο αυτά σημεία τομής με τον πραγματικό άξονα να μπορούν να τοποθετηθούν εκατέρωθεν του σημείου $(-1+j0)$), πρέπει η παράμετρος τ_I του ελεγκτή να είναι μεγαλύτερη από μία κρίσιμη τιμή $\tau_{I,min}(\tau_D)$. Κάτι αντίστοιχο ισχύει και για την παράμετρο τ_D του ελεγκτή όπου για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθοποιήσιμο πρέπει $\tau_D > \tau_{D,min}$. Επίσης από τα σχήματα αυτά εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι η περιοχή ευστάθειας μεγαλώνει, τόσο ως προς τα περιθώρια κέρδους αλλά και ως προς το περιθώριο φάσης, όσο αυξάνονται οι τιμές των



Σχήμα 7.1. Πολικά διαγράμματα της $G_{L,PID}(s)$ για διάφορες τιμές των παραμέτρων του PID ελεγκτή καθώς μεταβάλλεται: α) η παράμετρος τ_I και β) η παράμετρος τ_D .



Σχήμα 7.2. Πολικά διαγράμματα της $G_{L,PID}(s)$ για $\tau_I < \infty$ (PID ελεγκτής) και $\tau_I = \infty$ (PD ελεγκτής).

παραμέτρων τ_I και τ_D . Μάλιστα όπως θα φανεί στη συνέχεια και σε αντίθεση με ότι συμβαίνει στα UFOPDT και στα USOPDT συστήματα η αύξηση αυτή είναι γνησίως μονότονη.

Όπως συμβαίνει και στην περίπτωση των άλλων ασταθών συστημάτων και στα DIPDT συστήματα, για κάθε τιμή των παραμέτρων τ_I και τ_D , υπάρχει ένα σημείο μεταξύ των κρίσιμων σημείων, στο οποίο μεγιστοποιείται η φάση της $G_{L,PID}$. Προφανώς το μεγαλύτερο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί για τα δεδομένα τ_I και τ_D αντιστοιχεί σε αυτή τη φάση.

Ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό των DIPDT συστημάτων είναι ότι το κρίσιμο κέρδος K_{min} αυξάνει πολύ απότομα με την αύξηση της παραμέτρου τ_I και μάλιστα τείνει στο άπειρο ($K_{min} \rightarrow \infty$) καθώς το $\tau_I \rightarrow \infty$. Στην ειδική περίπτωση του PD ελεγκτή (δηλαδή όταν $\tau_I = \infty$) υπάρχει μόνον ένα κρίσιμο σημείο (δεν υπάρχει καθόλου σημείο τομής με τον πραγματικό άξονα για $\omega = \omega_{min} = 0$) όπως φαίνεται και στο σχήμα 7.2.

7.2.1.2 Ειδική περίπτωση ελέγχου με PD ελεγκτή

Στην ειδική περίπτωση που γίνεται χρήση PD ελεγκτή, η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου του DIPDT συστήματος είναι

$$G_{L,PD}(s) = \frac{K_C (\tau_D s + 1)}{s} \exp(-s) \quad (7.7)$$

ενώ η φάση και το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου δίνονται από τις σχέσεις

$$\varphi_{L,PD}(\omega) = -\pi - \omega + \tan^{-1}(\tau_D \omega) \quad (7.8)$$

$$A_{L,PD}(\omega) \equiv |G_{L,PD}(j\omega)| = K_C \frac{\sqrt{(1 + \tau_D^2 \omega^2)}}{\omega^2} \quad (7.9)$$

αντίστοιχα.

Στο σχήμα 7.3 παρουσιάζονται τα πολικά διαγράμματα της $G_{L,PD}(s)$ για διάφορες τιμές της παραμέτρου τ_D . Από τα διαγράμματα αυτά γίνεται φανερό ότι για τιμές του τ_D μεγαλύτερες της μονάδας υπάρχει μόνον ένα σημείο τομής με τον πραγματικό άξονα το οποίο αντιστοιχεί στο μέγιστο κρίσιμο κέρδος K_{max} . Επομένως για τα DIPDT συστήματα, όταν χρησιμοποιείται PD ελεγκτής, ορίζεται μόνον το αυξητικό περιθώριο κέρδους GM_{max} , ενώ το μειωτικό περιθώριο κέρδους ισούται με άπειρο ($GM_{min}=\infty$). Επίσης για τιμές του τ_D μικρότερες της μονάδας, δεν υπάρχει κανένα κρίσιμο σημείο τομής και στην περίπτωση αυτή το κλειστό σύστημα δεν είναι ευσταθοποιήσιμο. Τέλος, από το σχήμα 7.3 είναι φανερό ότι με την αύξηση του διαφορικού όρου μπορούμε να επιτύχουμε μεγαλύτερη ευρωστία για το κλειστό σύστημα (κυρίως ως προς τη φάση).

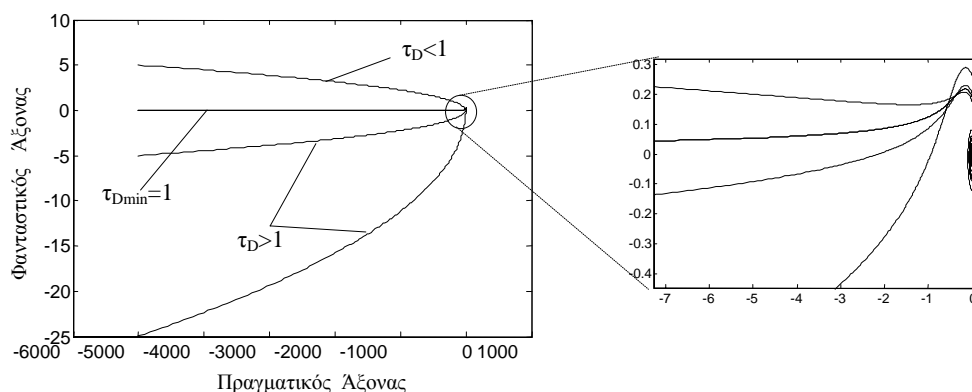
7.2.2 Υπολογισμός χαρακτηριστικών σημείων του διαγράμματος Nyquist

Όπως δείξαμε παραπάνω, όταν γίνεται χρήση PID ελεγκτή υπάρχουν δύο κρίσιμα σημεία τομής στο διάγραμμα Nyquist με τον πραγματικό άξονα. Οι δύο κρίσιμες συχνότητες ω_{min} και ω_{max} που αντιστοιχούν στα δύο αυτά σημεία μπορούν να υπολογιστούν από τη λύση της εξίσωσης

$$\varphi_{L,PID}(\omega) = -\pi \quad (7.10)$$

ως προς ω . Από την απειρία των λύσεων της (7.10), οι κρίσιμες ω_{min} και ω_{max} δίνονται από τις δύο λύσεις που προκύπτουν όταν η συνάρτηση $\tan^{-1}(x)$ παίρνει τιμές στο διάστημα $(0, \pi)$. Κάνοντας χρήση της (7.5), η εξίσωση (7.10) παίρνει τη μορφή

$$\frac{\pi}{2} - \omega_c + \tan^{-1}(\tau_I \omega_c) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_c) = 0 \quad (7.11)$$



Σχήμα 7.3. Πολικά διαγράμματα της $G_{L,PD}(s)$ για διάφορες τιμές της παραμέτρου τ_D του ελεγκτή.

Σημειώνεται στο σημείο αυτό ότι η (7.11) έχει λύση (για $0 < \tan^{-1}(x) < \pi$) μόνον όταν $\tau_I > \tau_{I,\min}(d, \tau_D)$. Η απειρία των λύσεων της (7.11) που προκύπτουν από τις υπόλοιπες τιμές της συνάρτησης \tan^{-1} παρέχουν τις υπόλοιπες συχνότητες τομής του διαγράμματος Nyquist με τον άξονα των πραγματικών οι οποίες δεν δίνουν καμία πληροφορία σχετικά με την ευστάθεια του κλειστού συστήματος. Επειδή για την εξίσωση (7.11) δεν υπάρχει λύση που να δίνεται σε αναλυτική μορφή, στις ενότητες που ακολουθούν θα προταθούν απλοί αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των ω_{\min} και ω_{\max} , καθώς επίσης και αναλυτικές συναρτήσεις που προσεγγίζουν με μεγάλη ακρίβεια τις δύο λύσεις της (7.11).

Έχοντας υπολογίσει τις κρίσιμες συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} , είναι δυνατό να προσδιοριστούν οι τιμές της ενίσχυσης K_C για τις οποίες το κλειστό σύστημα είναι ευσταθές. Πιο συγκεκριμένα, πρέπει $K_{\min} < K_C < K_{\max}$, όπου K_{\min} και K_{\max} είναι τα κρίσιμα κέρδη τα οποία δίνονται από τις σχέσεις

$$K_{\min} = \frac{\tau_I \omega_{\min}^3}{\sqrt{1 + (\tau_I \omega_{\min})^2} \sqrt{1 + (\tau_D \omega_{\min})^2}} \quad (7.12)$$

και

$$K_{\max} = \frac{\tau_I \omega_{\max}^3}{\sqrt{1 + (\tau_I \omega_{\max})^2} \sqrt{1 + (\tau_D \omega_{\max})^2}} \quad (7.13)$$

αντίστοιχα.

Στην περίπτωση του PD ελεγκτή η μικρότερη ρίζα της (7.11) είναι η $\omega=0$. Όμως το μιγαδικό μέρος της συνάρτησης μεταφοράς (7.7) είναι

$$\text{imag}[G_{L,PD}(\omega)] = K_C \left[\frac{\cos(\omega)}{\omega} + \tau_D \sin(\omega) \right]$$

που είναι διάφορο του μηδενός για $\omega=0$ παρόλο που η φάση τείνει στην τιμή $\pi/2$. Επομένως όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, στην περίπτωση του PD ελεγκτή δεν ορίζεται η συχνότητα ω_{\min} , ενώ το κρίσιμο κέρδος K_{\min} θεωρείται ότι είναι ίσο με ∞ .

Για τον υπολογισμό της συχνότητας ω_p στην οποία παρουσιάζεται το μέγιστο της φάσης $\phi_{L,\max}$, γίνεται χρήση του γεγονότος ότι στο σημείο ω_p η συνάρτηση $\phi_L(\omega)$ παρουσιάζει τοπικό ακρότατο και επομένως ισχύει ότι

$$\left. \frac{d\phi_L(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_p} = 0 \quad (7.14)$$

Κάνοντας χρήση της (7.5) η σχέση (7.14) καταλήγει στην εξίσωση

$$-1 + \frac{\tau_I}{1 + \tau_I^2 \omega_p^2} + \frac{\tau_D}{1 + \tau_D^2 \omega_p^2} = 0 \quad (7.15)$$

ή ισοδύναμα στην εξίσωση

$$\alpha_2 \omega_p^4 + \alpha_1 \omega_p^2 + \alpha_0 = 0 \quad (7.16)$$

όπου

$$\alpha_2 = \tau_I^2 \tau_D^2, \quad \alpha_1 = \tau_I^2 + \tau_D^2 - \tau_I \tau_D^2 - \tau_I^2 \tau_D \quad \text{και} \quad \alpha_0 = 1 - \tau_I - \tau_D$$

Η αποδεκτή λύση της (7.16) δίνεται από τη σχέση

$$\omega_p = \sqrt{\frac{\left[\tau_I^2 + \tau_D^2 - \tau_I \tau_D^2 - \tau_D \tau_I^2 \right] + \sqrt{\left[\tau_I^2 + \tau_D^2 - \tau_I \tau_D^2 - \tau_D \tau_I^2 \right]^2 - 4 \tau_I^2 \tau_D^2 (1 - \tau_I - \tau_D)}}{\tau_I^2 \tau_D^2}} \quad (7.17)$$

ενώ στην ειδική περίπτωση του PD ελεγκτή η συχνότητα ω_p δίνεται από την απλούστερη σχέση

$$\omega_{p,\max} = \sqrt{\frac{\tau_D - 1}{\tau_D^2}} \quad (7.18)$$

7.2.3 Ανάλυση του περιθωρίου φάσης για DIPDT συστήματα

Σύμφωνα με τον ορισμό, το περιθώριο φάσης PM δίνεται από τη σχέση

$$PM \equiv \phi_{L,PID}(\omega_G) + \pi$$

και στην περίπτωση του DIPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή είναι

$$PM = -\frac{\pi}{2} - \omega_G + \tan^{-1}(\tau_I \omega_G) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_G) \quad (7.19)$$

όπου ω_G είναι η συχνότητα μοναδιαίου κέρδους (δηλαδή $A_{L,PID}(\omega_G)=1$). Κάνοντας χρήση της (7.6) η ω_G δίνεται από την μέγιστη θετική και πραγματική ρίζα της εξίσωσης

$$\omega_G^6 \tau_I^2 - \omega_G^4 \left[K_C^2 \tau_I^2 \tau_D^2 \right] - \omega_G^2 \left[K_C^2 (\tau_I^2 + \tau_D^2) \right] - K_C^2 = 0 \quad (7.20)$$

Προφανώς για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές πρέπει το περιθώριο κέρδους του συστήματος να είναι μεγαλύτερο του μηδενός.

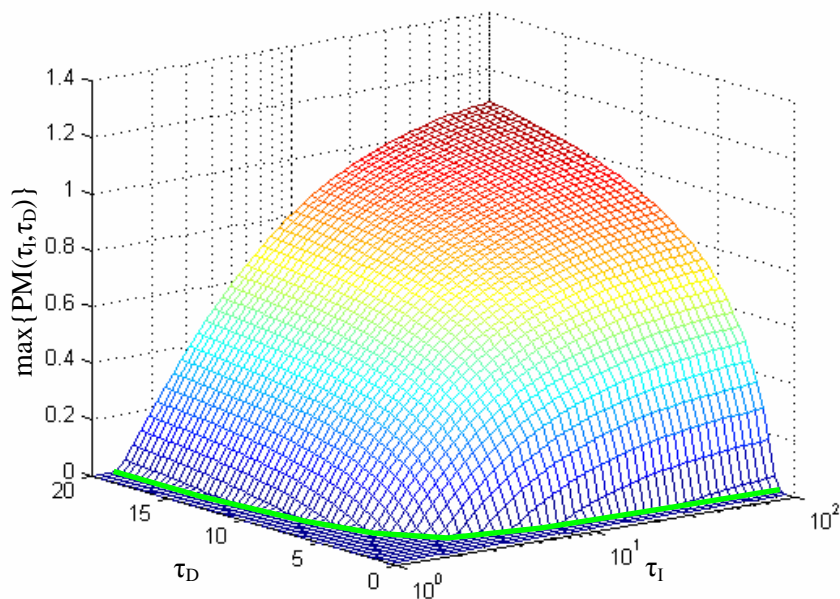
Σύμφωνα με τα παραπάνω το μεγαλύτερο περιθώριο φάσης, για δεδομένα τ_I και τ_D , επιτυγχάνεται όταν $\omega_G = \omega_p$, ή ισοδύναμα από την (7.6) όταν

$$K_C = \frac{\tau_I \omega_p^3}{\sqrt{(1 + \tau_I^2 \omega_p^2)(1 + \tau_D^2 \omega_p^2)}} \quad (7.21)$$

Στην περίπτωση αυτή το περιθώριο φάσης είναι

$$PM = -\frac{\pi}{2} - \omega_p + \tan^{-1}(\tau_I \omega_p) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_p) \quad (7.22)$$

όπου η συχνότητα ω_p δίνεται από τη σχέση (7.17). Στο σχήμα 7.4 παρουσιάζεται το μέγιστο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί από ένα DIPDT σύστημα, συνα-



Σχήμα 7.4. Το μέγιστο περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D .

ρήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D .

Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό ότι το $\max\{PM(d, \tau_I, \tau_D)\}$ είναι αύξουσα συνάρτηση τόσο ως προς το τ_I όσο και ως προς το τ_D . Η πράσινη καμπύλη στη βάση της επιφάνειας, η οποία περιγράφεται από τη λύση της εξίσωσης $PM(d, \tau_I, \tau_D)=0$, δείχνει τη μικρότερη τιμή $\tau_{I, \min}(\tau_D)$ (ή ισοδύναμα τη μικρότερη τιμή του $\tau_{D, \min}(\tau_I)$) για την οποία το σύστημα είναι ευσταθοποιήσιμο. Σε αντίθεση όμως με τα UFOPDT και USOPDT συστήματα δεν υπάρχει ανώτερο όριο για το διαφορικό όρο του ελεγκτή αφού πάντα $K_{\min} < K_{\max}$. Επίσης από το σχήμα 7.4 φαίνεται ότι η ελάχιστη τιμή του διαφορικού όρου είναι πάντα μεγαλύτερη του μηδενός και μάλιστα όπως θα δείξουμε στη συνέχεια $\tau_{D, \min}(\tau_I \rightarrow \infty) = 1$.

Το μέγιστο δυνατό περιθώριο φάσης επιτυγχάνεται πάντα όταν $\tau_I \rightarrow \infty$ και $\tau_D \rightarrow \infty$ και όπως εύκολα μπορεί κανείς να διαπιστώσει από τις σχέσεις (7.17) και (7.22), είναι ίσο με $\pi/2$ (αφού $\omega_p \rightarrow 0$). Γενικότερα για τον PD ελεγκτή και με $\tau_D > 1$, το μέγιστο περιθώριο φάσης που είναι δυνατό να επιτευχθεί προκύπτει από τις σχέσεις (7.18) και (7.22) για $\tau_I \rightarrow 0$ και είναι

$$PM_{\max, PD}(\tau_D) = -\sqrt{\frac{\tau_D - 1}{\tau_D^2}} + \tan^{-1}\left(\sqrt{\tau_D - 1}\right) \quad (7.23)$$

7.2.4 Ανάλυση του περιθωρίου κέρδους για DIPDT συστήματα

Όπως έγινε και για τα αλλά ασταθή συστήματα, ορίζουμε το αυξητικό περιθώριο κέρδους GM_{inc} και το μειωτικό περιθώριο κέρδους GM_{dec} ως εξής

$$GM_{inc} \equiv \frac{K_{max}}{K_C} \quad \text{και} \quad GM_{dec} \equiv \frac{K_C}{K_{min}} \quad (7.24)$$

Επίσης σε αντιστοιχία με το μέγιστο περιθώριο φάσης το οποίο εξαρτάται από τις παραμέτρους d , τ_I , τ_D ορίζουμε το γινόμενο των περιθωρίων κέρδους

$$GM_{prod} \equiv GM_{inc} GM_{dec} = \frac{K_{max}}{K_{min}} \quad (7.25)$$

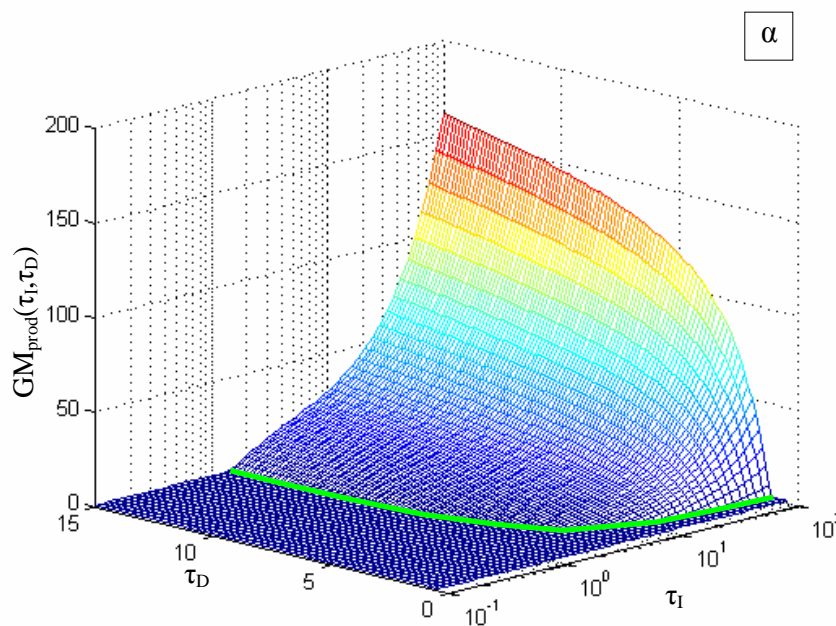
το οποίο επίσης εξαρτάται μόνο από τις παραμέτρους τ_I , τ_D όπως εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς από τις σχέσεις (7.12) και (7.13).

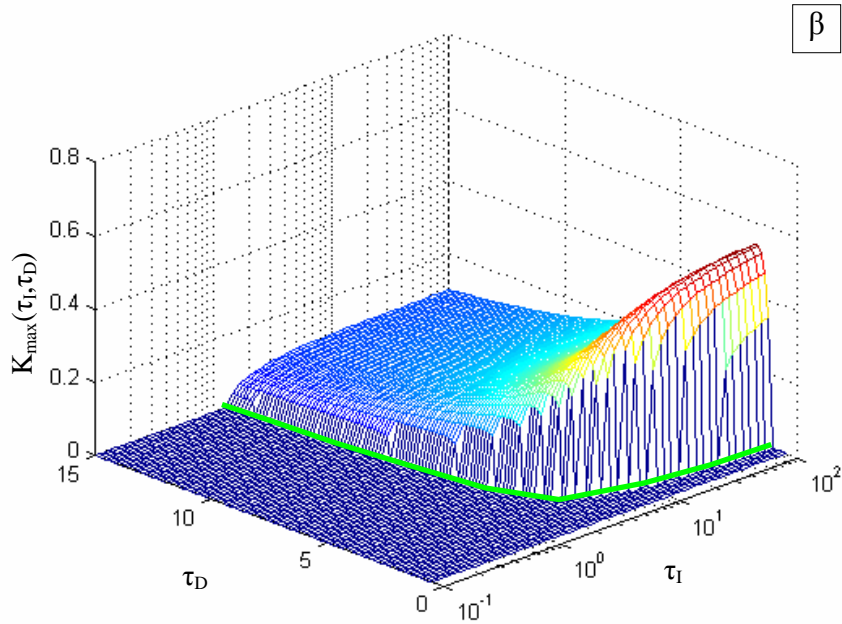
Για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές, θα πρέπει το κέρδος του συστήματος να ικανοποιεί την ανισότητα

$$\frac{1}{GM_{dec}} < K < GM_{inc} \quad (7.26)$$

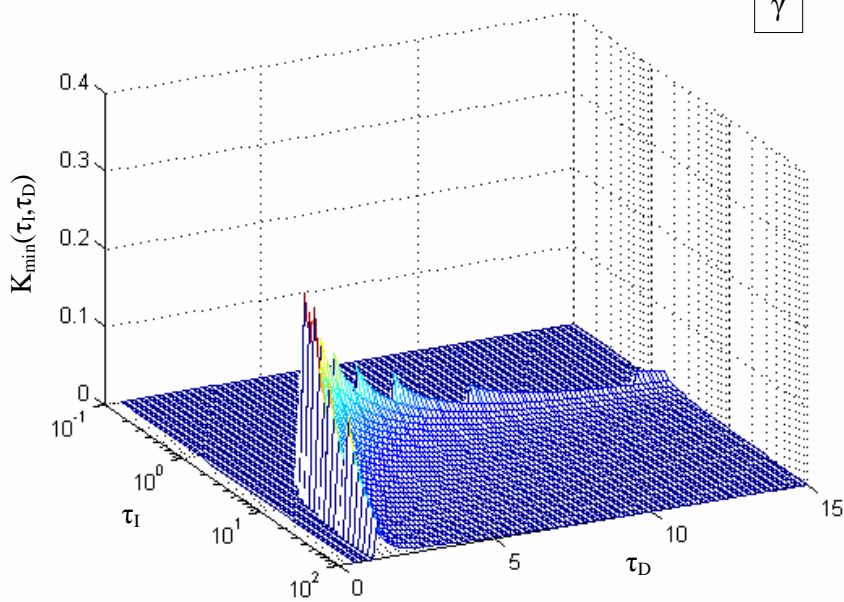
υπό την προϋπόθεση βέβαια ότι δεν υπάρχει αβεβαιότητα στη φάση. Επίσης από τον ορισμό του GM_{prod} είναι φανερό ότι όσο πιο μεγάλες τιμές παίρνει το GM_{prod} , τόσο πιο εύρωστο μπορεί να γίνει το κλειστό σύστημα, αν βέβαια το K_C επιλεγεί κατάλληλα, ενώ για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθοποιήσιμο (με κατάλληλη επιλογή της ενίσχυσης K_C) θα πρέπει

$$GM_{prod} > 1 \quad (7.27)$$





β



γ

Σχήμα 7.5. α) Το γινόμενο GM_{prod} , β) το αυξητικό περιθώριο κέρδους K_{max} και γ) το μειωτικό περιθώριο κέρδους K_{min} , ενός DIPDT συστήματος συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D .

Στο σχήμα 7.5α παρουσιάζεται το γινόμενο των περιθωρίων κέρδους GM_{prod} ενός DIPDT συστήματος συναρτήσει των παραμέτρων του ελεγκτή τ_I και τ_D .

Από το σχήμα 7.5α γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση του $GM_{\text{prod}}(\tau_I, \tau_D)$ είναι γνησίως αύξουσα και ως προς τις δύο παραμέτρους τ_I και τ_D του ελεγκτή. Αντίστοιχα η συνάρτηση $K_{\text{min}}(\tau_I, \tau_D)$ είναι γνησίως φθίνουσα (ή ισοδύναμα $GM_{\text{min}}(\tau_I, \tau_D)$ αύξουσα) ως προς τ_I και τ_D (βλέπε σχήμα 7.5γ). Αντιθέτως, η συνάρτηση $K_{\text{max}}(\tau_I, \tau_D)$ είναι γνησίως αύξουσα ως προς τ_I , ενώ δεν είναι μονότονη ως προς τ_D (βλέπε σχήμα 7.5β). Συγκεκριμένα, για μεγάλες τιμές του τ_I η συνάρτηση $K_{\text{max}}(\tau_I, \tau_D)$ παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο, για τιμές του τ_D πλησίον της μονάδας. Αυτό το μέγιστο μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη σχεδίαση του ελεγκτή, αν για παράδειγμα είναι επιθυμητή η επιλογή μεγάλης τιμής για την ενίσχυση K_C .

Τέλος, σύμφωνα με την ανάλυση που προηγήθηκε, το GM_{prod} τείνει στο άπειρο καθώς $\tau_I \rightarrow \infty$ (λόγω του γεγονότος ότι $K_{\text{min}} \rightarrow 0$). Επομένως για PD ελεγκτή είναι δυνατό να επιτευχθεί οποιοσδήποτε συνδυασμός περιθωρίων κέρδους GM_{max} και GM_{min} .

7.2.5 Περιοχή τιμών των παραμέτρων τ_I και τ_D του ελεγκτή

Οι σταθερές χρόνου ολοκλήρωσης και διαφορίσης τ_I και τ_D του PID ελεγκτή, όπως φάνηκε και από την ανάλυση που προηγήθηκε, πρέπει να ικανοποιούν κάποιες συνθήκες για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθοποιήσιμο με κατάλληλη επιλογή της ενίσχυσης K_C .

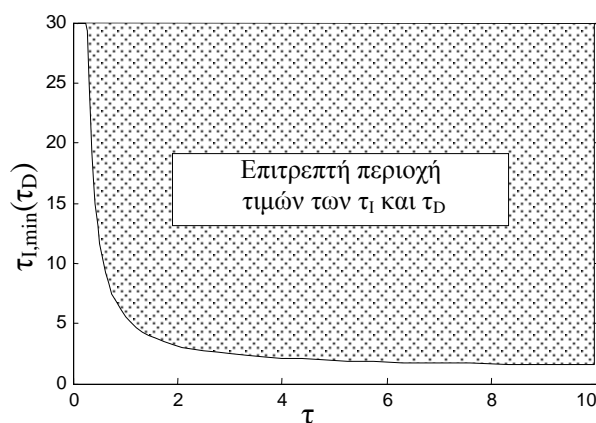
Συγκεκριμένα οι παράμετροι τ_I και τ_D του ελεγκτή μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή στο διάστημα

$$\tau_{I,\text{min}}(\tau_D) < \tau_I < \infty \quad \text{και} \quad \tau_{D,\text{min}}(\tau_I) < \tau_D < \infty \quad (7.28)$$

αντίστοιχα. Τα κατώτερα όρια των παραμέτρων καθορίζονται από τις τιμές $\tau_{I,\text{min}}$ και $\tau_{D,\text{min}}$ οι οποίες είναι δυνατό να υπολογιστούν κάνοντας χρήση της ιδιότητας

$$\max \{ \text{PM}(\tau_{I,\text{min}}(\tau_D), \tau_D) \} = \max \{ \text{PM}(\tau_I, \tau_{D,\text{min}}(\tau_I)) \} = 0 \quad (7.29)$$

Από τη σχέση (7.22) προκύπτει ότι υπάρχει πλήρης συμμετρία μεταξύ των παραμέτρων τ_I και τ_D και επομένως οι δύο συναρτήσεις $\tau_{I,\text{min}}(\tau_D)$ και $\tau_{D,\text{min}}(\tau_I)$ ταυτίζονται. Η τιμή του $\tau_{I,\text{min}}(\tau_D)$ (ή αντίστοιχα του $\tau_{D,\text{min}}(\tau_I)$) υπολογίζεται από τη λύση της εξίσωσης (7.29) ως προς $\tau_{I,\text{min}}$ (ή $\tau_{D,\text{min}}$). Στο σχήμα 7.6 παρουσιάζεται η συνάρτηση $\tau_{I,\text{min}}(\tau_D)$ για όλες τις τιμές του τ_D . Η ίδια καμπύλη αντιστοιχεί και στη συνάρτηση $\tau_{D,\text{min}}(\tau_I)$. Από αυτό το σχήμα γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση $\tau_{I,\text{min}}(\tau_D)$ είναι γνησίως φθίνουσα προς τ_D (όπως άλλωστε συμβαίνει με όλα τα ασταθή συστήματα που μελετάμε).



Σχήμα 7.6. Η συνάρτησης $\tau_{I,min}(\tau_D)$ για όλες τις τιμές του τ_D .

Παρόλο που όπως φαίνεται από τη σχέση (7.22) υπάρχει μια συμμετρία των παραμέτρων τ_I και τ_D ως προς τη φάση και τις κρίσιμες συχνότητες του συστήματος, πρακτικά πρέπει να επιλέγονται μικρές τιμές για την παράμετρο τ_D (π.χ. $\tau_D < 3$) και μεγάλες τιμές για την παράμετρο τ_I (π.χ. $\tau_I > 10$). Ο λόγος για τις παραπάνω επιλογές είναι ότι πολύ μεγάλες τιμές του διαφορικού όρου δεν είναι εύκολα υλοποιήσιμες στην πράξη (λόγω ενίσχυσης του θορύβου). Επίσης καθώς αυξάνεται η τιμή του τ_D (όπως φαίνεται και από το σχήμα 7.1β αλλά και από τη σχέση (7.6)) αυξάνεται το μέτρο της $G_{L,PID}$ με αποτέλεσμα να είναι απαραίτητη η μείωση του κέρδους του ελεγκτή K_C (πρακτικά η επιλογή του K_C είναι αντιστρόφως ανάλογη του τ_D). Κάτι τέτοιο όμως δεν είναι επιθυμητό γιατί συνεπάγεται πιο αργό κλειστό σύστημα και μεγάλες αποκλίσεις στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου. Ταυτόχρονα, μικρές τιμές της παραμέτρου τ_I δεν προσφέρουν κάτι θετικό στον έλεγχο του συστήματος αφού αυτό είναι τύπου δύο.

7.3 ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ

Όπως έγινε φανερό από την ανάλυση που προηγήθηκε, στον υπολογισμό πολλών χρήσιμων μεγεθών, όπως οι κρίσιμες συχνότητες, τα κρίσιμα κέρδη, τα περιθώρια φάσης και κέρδους, εμπλέκονται μη γραμμικές εξισώσεις η λύση των οποίων δεν μπορεί να δοθεί σε αναλυτική μορφή. Για το σκοπό αυτό στην ενότητα αυτή θα προταθούν αλγόριθμοι για τη λύση των πολύπλοκων μη γραμμικών προβλημάτων, καθώς και αναλυτικές σχέσεις που προσεγγίζουν με αρκετή ακρίβεια τις λύσεις αυτών των προβλημάτων.

7.3.1 Αλγόριθμοι και προσεγγίσεις για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων

Όπως θα φανεί στη συνέχεια του κεφαλαίου, κάποιες από τις τεχνικές βαθμονόμησης του PID ελεγκτή που προτείνονται για τα DIPDT συστήματα βασίζονται στον υπολογισμό των κρίσιμων κερδών K_{\min} και K_{\max} τα οποία για να υπολογιστούν πρέπει να είναι γνωστές οι τιμές των κρίσιμων συχνοτήτων ω_{\min} και ω_{\max} . Οι κρίσιμες συχνότητες προκύπτουν από τη λύση της μη γραμμικής εξίσωσης (7.11), της οποίας η λύση δεν δίνεται σε αναλυτική μορφή και επομένως η λύση μπορεί να προέλθει μόνο με χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων. Σημειώνεται στο σημείο αυτό ότι δεν υπάρχει στην υπάρχουσα βιβλιογραφία καμία μέθοδος εκτίμησης των κρίσιμων κερδών και συχνοτήτων για DIPDT συστήματα. Για το σκοπό αυτό στη συνέχεια προτείνονται αλγόριθμοι και αναλυτικές προσεγγίσεις με τις οποίες είναι δυνατό να υπολογισθούν τα πολύ χρήσιμα αυτά μεγέθη.

Οι συχνότητες ω_{\min} και ω_{\max} προκύπτουν από τις δύο λύσεις της (7.11) όταν η συνάρτηση \tan^{-1} λαμβάνει τιμές στο διάστημα $(0, \pi)$. Οι λύσεις αυτές υπάρχουν όταν $\tau_I > \tau_{I, \min}(\tau_D)$ (ή ισοδύναμα όταν $\tau_D > \tau_{D, \min}(\tau_I)$). Τα βασικά βήματα των αλγορίθμων για τον υπολογισμό των ω_{\min} και ω_{\max} είναι τα εξής:

ω_{\min} Αλγόριθμος

Βήμα 1: Ξεκινάμε με μία αρχική εκτίμηση για την ω_{\min} . Μία καλή αρχική εκτίμηση είναι η προσέγγιση του ω_{\min}

$$\omega_{\min} = \sqrt{(\tau_I \tau_D - (\tau_I + \tau_D))^{-1}}.$$

Βήμα 2: Υπολογίζουμε το σφάλμα της εκτίμησης

$$e_r = -\frac{\pi}{2} - \omega_{\min} + \tan^{-1}(\tau_I \omega_{\min}) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_{\min}).$$

Βήμα 3: Παίρνουμε ως νέα τιμή για την ω_{\min} την $\omega_{\min} = \omega_{\min}(1 - e_r)$.

Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 ως 4 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

ω_{\max} Αλγόριθμος

Βήμα 1: Ξεκινάμε με μία αρχική εκτίμηση για το ω_{\max} , μεγαλύτερη από το ω_{\max} π.χ $\omega_{\max} = 10^4$.

Βήμα 2: Υπολογίζουμε τη νέα τιμή του ω_{\max} από τη σχέση

$$\omega_{\max} = -\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}(\tau_I \omega_{\max}) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_{\max})$$

Βήμα 3: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

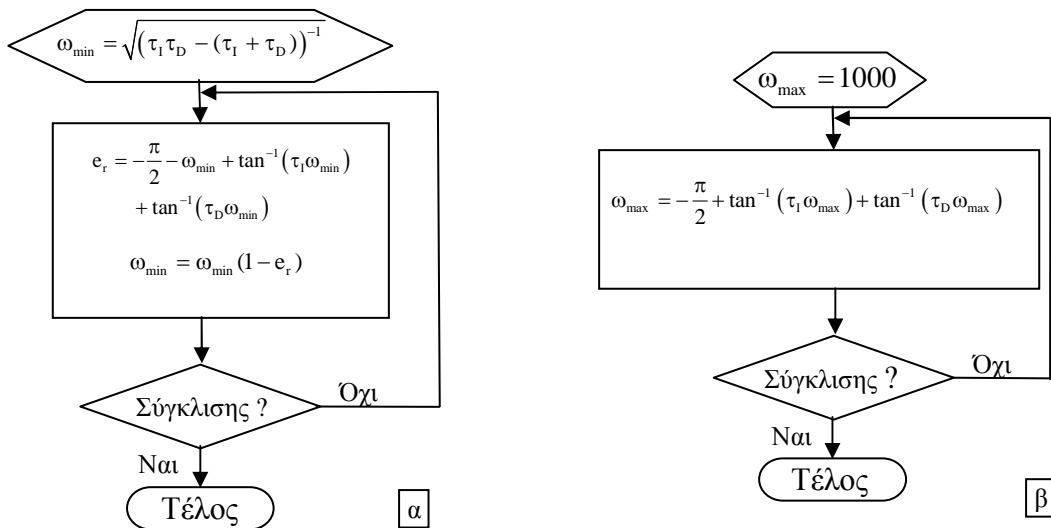
Στο σχήμα 7.7 παρουσιάζονται για ευκολία τα διαγράμματα βαθμίδων των παραπάνω αλγορίθμων. Σημειώνεται εδώ ότι οι αλγόριθμοι των ω_{\min} και ω_{\max} συγκλίνουν πάντα στις τιμές ω_{\min} και ω_{\max} υπό την προϋπόθεση ότι $\tau_I > \tau_{I,\min}(\tau_D)$.

Λόγω της σημασίας που έχουν τα κρίσιμα κέρδη και οι κρίσιμες συχνότητες στο σχεδιασμό του PID ελεγκτή και για να αποφευχθεί η χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων για τον υπολογισμό τους, είναι απαραίτητη η ανάπτυξη και αναλυτικών λύσεων της εξίσωσης (7.11). Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται η παρακάτω παρατήρηση:

Παρατήρηση 7.1. Η σχέση (7.5) η οποία δίνει τη φάση ενός DIPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\varphi_{L,PID}(\omega') = -\frac{3\pi}{2} - \omega' \frac{1}{\tau_D} + \tan^{-1}\left(\frac{\tau_I}{\tau_D} \omega'\right) + \tan^{-1}(\omega') \quad (7.30)$$

όπου $\omega' \equiv \omega \tau_D$. Η σχέση (7.30) είναι ίδια με την (3.10) για την ειδική περίπτωση του PI ελεγκτή, η οποία δίνει τη φάση ενός UFOPDT συστήματος με καθυστέρηση χρόνου $d_{USOPDT} = 1/\tau_D$ ελεγχόμενου από PI ελεγκτή με σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης ίση με $\tau_{I,USODT} = \tau_I/\tau_D$. □



Σχήμα 7.7. Αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των κρίσιμων συχνοτήτων:

α) $\omega_{\min}(d, \tau_I, \tau_D)$ και β) $\omega_{\max}(d, \tau_I, \tau_D)$.

Με βάση την παρατήρηση 7.1, όλες οι παράμετροι των DIPDT συστημάτων, ο υπολογισμός των οποίων βασίζεται στη σχέση (7.5), μπορούν να προκύψουν έμμεσα από τις αντίστοιχες σχέσεις των UFOPDT συστημάτων. Επίσης οι προσεγγίσεις που αναπτύχθηκαν στο κεφάλαιο 3 για τα UFOPDT συστήματα ελεγχόμενα από PI ελεγκτή, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για τον υπολογισμό των αντίστοιχων μεγεθών των DIPDT συστημάτων όταν χρησιμοποιείται PID ελεγκτής για τον έλεγχό τους.

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι δεν υπάρχει αντιστοίχιση σε παραμέτρους ή προσεγγίσεις οι οποίες βασίζονται και στη συνάρτηση μέτρου (π.χ. η προσέγγιση (3.106) με βάση την οποία υπολογίζεται η τιμή $\tau_{I(d,GM_{prod,des})}$ δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στα DIPDT συστήματα).

Με βάση τα παραπάνω και με βάση τις προσεγγίσεις (3.45) και (3.46), οι κρίσιμες συχνότητες στην περίπτωση των DIPDT συστημάτων μπορούν να προσεγγιστούν από τις σχέσεις

$$\hat{\omega}_{min}(\tau_I, \tau_D) = f_{\omega_{min}}(\tau_I, \tau_D) \sqrt{\frac{1}{\tau_I \tau_D - (\tau_I + \tau_D)}} \quad (7.31)$$

όπου

$$f_{\omega_{min}}(\tau_I, \tau_D) = \left(1 + \frac{(0.006 + 0.03/(1.14\tau_D - 1))\tau_D \hat{\tau}_{1,min}}{(0.973 + 0.05\tau_D / (\tau_I - 1)) \frac{\tau_I}{\tau_D} - \tau_D \hat{\tau}_{1,min}} \right)$$

και

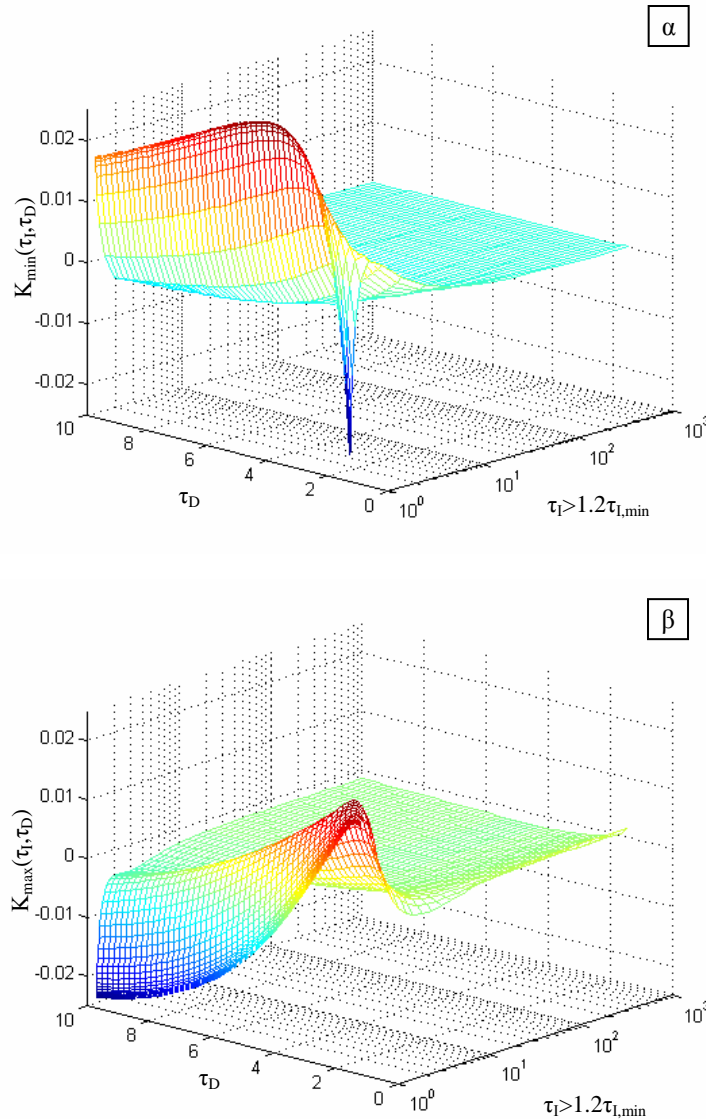
$$\hat{\omega}_{max}(\tau_I, \tau_D) = f_{\omega_{max}}(\tau_I, \tau_D) \frac{\pi\tau_D}{2} \left(\frac{\tau_I \tau_D}{(\tau_I + \tau_D)} - 0.9463 \right) \left(\frac{\tau_I \tau_D}{(\tau_I + \tau_D)} - 0.5609 \right)^{-1} \quad (7.32)$$

όπου

$$f_{\omega_{max}}(\tau_I, \tau_D) = \left(1 + 0.22 \frac{1}{\tau_D^4} \right) \left[1 + \left(0.1 - 0.3 \frac{1}{\sqrt{\tau_D}} \right) \left(\hat{\tau}_{1,min} \tau_D^2 / \tau_I \right)^2 \right]$$

Στις παραπάνω σχέσεις η παράμετρος $\hat{\tau}_{1,min}$ είναι η προσέγγιση του $\tau_{1,min}$ για DIPDT συστήματα και η τιμή της δίνεται στην επόμενη ενότητα.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του κεφαλαίου 3, οι παραπάνω προσεγγίσεις ισχύουν για $\tau_D > 1.1$ και για $\tau_I > 1.2\tau_{1,min}(\tau_D)$. Στο παραπάνω διάστημα τα κανονικοποιημένα σφάλματα $\tilde{\omega}_{min}$ και $\tilde{\omega}_{max}$ των συναρτήσεων $\hat{\omega}_{min}(\tau_I, \tau_D)$ και $\hat{\omega}_{max}(\tau_I, \tau_D)$ είναι μικρότερα από 1.8%. Αν τώρα οι προσεγγίσεις $\hat{\omega}_{min}(\tau_I, \tau_D)$ και $\hat{\omega}_{max}(\tau_I, \tau_D)$ χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση των κρίσιμων κερδών, το προκύπτον μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα παρα-



Σχήμα 7.8. Τα κανονικοποιημένα σφάλματα του προσεγγιστικού υπολογισμού των κρίσιμων κερδών: α) $\tilde{K}_{\min}(\tau_I, \tau_D)$ και β) $\tilde{K}_{\max}(\tau_I, \tau_D)$.

μένει μικρότερο του 2.2% όπως φαίνεται και από τα σχήματα 7.8α και 7.8β που παρουσιάζουν τα κανονικοποιημένα σφάλματα $\tilde{K}_{\min}(\tau_I, \tau_D)$ και $\tilde{K}_{\max}(\tau_I, \tau_D)$ του προσεγγιστικού υπολογισμού των κρίσιμων κερδών.

7.3.2 Αλγόριθμοι και προσεγγίσεις για τον υπολογισμό των $\tau_{I,min}$ και $\tau_{D,min}$

Για τον υπολογισμό των ελάχιστων τιμών $\tau_{I,min}(\tau_D)$ και $\tau_{D,min}(\tau_I)$, γίνεται χρήση της ιδιότητας της συνάρτησης μεταφοράς βρόχου να δίνει πάντα μέγιστη φάση ίση με $\pi/2$ στις οριακές αυτές τιμές. Με βάση αυτή την ιδιότητα προτείνεται ο παρακάτω

αλγόριθμος σταθερού σημείου για τον υπολογισμό του $\tau_{I,\min}$, τα βασικά βήματα του οποίου είναι τα εξής:

$\tau_{I,\min}$ Αλγόριθμος

Βήμα 1: Ξεκινάμε με την αρχική εκτίμηση $\tau_{I,\min}=1$.

Βήμα 2: Υπολογίζουμε τη συχνότητα μέγιστης φάσης ω_p για $\tau_I=\tau_{I,\min}$ από τη σχέση (7.17).

Βήμα 3: Στη συνέχεια επιλέγουμε τη νέα τιμή του $\tau_{I,\min}$ από τη λύση, ως προς τ_I , της (7.19) για $PM=0$, δηλαδή

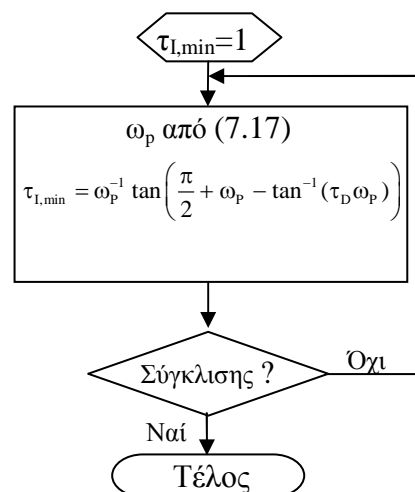
$$\tau_{I,\min} = \omega_p^{-1} \tan \left[+\frac{\pi}{2} + \omega_p - \tan^{-1}(\tau_D \omega_p) \right]$$

Βήμα 4: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. \square

Ο $\tau_{I,\min}$ αλγόριθμος συγκλίνει πάντα για $\tau_D > 1$. Το διάγραμμα βαθμίδων του $\tau_{I,\min}$ αλγορίθμου παρουσιάζεται στο σχήμα 7.9.

Σημειώνεται ότι αν στον παραπάνω αλγόριθμο γίνει αλλαγή των μεταβλητών τ_D και τ_I μεταξύ τους, ο παραπάνω αλγόριθμος μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τον υπολογισμό της ελάχιστης τιμής του διαφορικού όρου $\tau_{D,\min}(\tau_I)$ για δεδομένη τιμή της παραμέτρου τ_I .

Για την ειδική περίπτωση του PD ελεγκτή, όπως έχει προαναφερθεί, η ελάχιστη επιτρεπτή τιμή της παραμέτρου τ_D είναι $\tau_{D,\min PD}=1$. Η τιμή αυτή του διαφορικού όρου αποτελεί και την ελάχιστη τιμή που μπορεί να λάβει ώστε το κλειστό σύστημα να είναι ευσταθοποιήσιμο.



Σχήμα 7.9. Αλγόριθμος υπολογισμού του $\tau_{I,\min}(\tau_D)$.

Κάνοντας χρήση της παρατήρησης 7.1, είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση της συνάρτησης $\tau_{I,\min}$ που προτάθηκε στο κεφάλαιο 3 για UFOPDT συστήματα και PI ελεγκτή, για την εκτίμηση της $\tau_{I,\min}(\tau_D)$ στην περίπτωση DIPDT συστημάτων. Η προσέγγιση που προκύπτει είναι

$$\hat{\tau}_{I,\min}(\tau_D) \approx \tau_D \frac{0.0029 - 0.0682\sqrt{(1/\tau_D)} + 1.4941(1/\tau_D)}{(1.003 - (1/\tau_D))^2} \quad (7.33)$$

Το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα της (7.33) είναι μικρότερο από 1.4% όταν $1.1 < \tau_D < 100$.

Η αντίστοιχη προσέγγιση της συνάρτησης $\tau_{D,\min}(\tau_I)$ είναι

$$\hat{\tau}_{D,\min}(\tau_I) \approx \tau_I \frac{0.0029 - 0.0682\sqrt{(1/\tau_I)} + 1.4941(1/\tau_I)}{(1.003 - (1/\tau_I))^2} \quad (7.34)$$

και ισχύει στο διάστημα $1.1 < \tau_D < 100$.

7.4 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΣ ΤΟΠΟΣ ΤΩΝ ΡΙΖΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ

Στο κεφάλαιο 5 προτάθηκε για πρώτη φορά η χρήση του γεωμετρικού τόπου των ριζών (ΓΤΡ) σαν εργαλείο ανάλυσης και σχεδίασης ελεγκτών για συστήματα με καθυστέρηση χρόνου. Όπως έγινε λοιπόν για τα USOPDT συστήματα, έτσι και στην περίπτωση των DIPDT συστημάτων θα γίνει χρήση του ΓΤΡ για τη σχεδίαση των PD και PID ελεγκτών. Για το σκοπό αυτό ο εκθετικός όρος $\exp(-s)$ στη συνάρτηση μεταφοράς βρόχου αντικαθίσταται από τον όρο

$$\exp(-ds) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{n}s + 1\right)^n} \quad (7.35)$$

ή ισοδύναμα από άπειρο αριθμό πραγματικών πόλων στη θέση $p_n = n$. Για την πρακτική εφαρμογή των μεθόδων, όπως θα δούμε παρακάτω, είναι αρκετό στην παραπάνω σχέση να θεωρήσει κανείς ότι το n είναι 30 ή το πολύ 40. Η ακρίβεια στους υπολογισμούς στην περίπτωση αυτή είναι υπέρ του δέοντος ικανοποιητική.

7.4.1 Παραδείγματα σχεδίασης του γεωμετρικού τόπου των ριζών για USOPDT συστήματα

Με βάση την παραπάνω προσέγγιση της καθυστέρησης χρόνου, η συνάρτηση μεταφοράς βρόχου του συστήματος γίνεται

$$G_{L,PID}(s) = \frac{K_c (\tau_i s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_i s^3} \frac{1}{[(1/n)s + 1]^n} \quad (7.36)$$

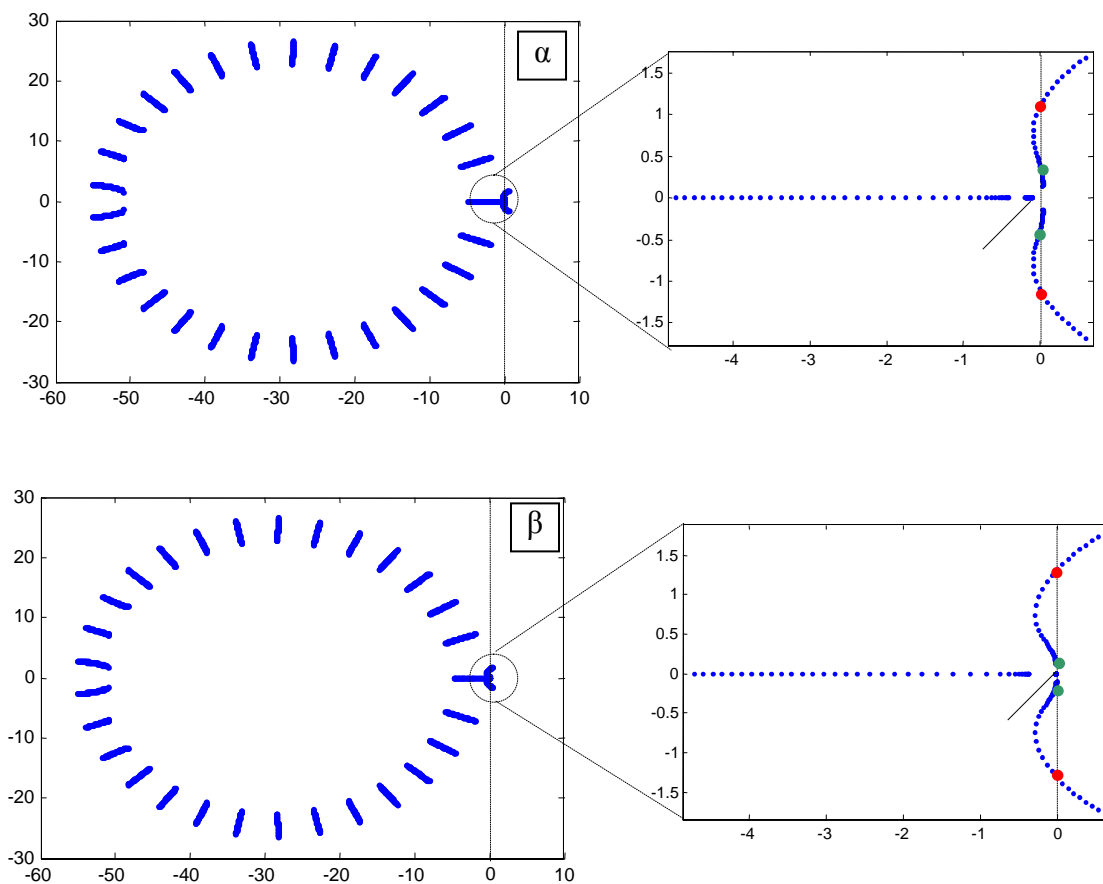
ενώ η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος από την είσοδο αναφοράς στην έξοδο και κάνοντας χρήση του κατάλληλου προ-φίλτρου που εξουδετερώνει τα μηδενικά του PID ελεγκτή (βλέπε σχέση (2.7) με $G_{F,PDF}=1$) είναι

$$G_{L,PID}(s) = \frac{K_c}{\tau_i s^3 [(d/n)s + 1]^n + K_c (\tau_i s + 1)(\tau_D s + 1)} \quad (7.37)$$

όπου n αρκετά μεγάλος ακέραιος αριθμός (π.χ. $n > 20$). Προφανώς η τάξη του κλειστού συστήματος είναι ίση με $n+3$.

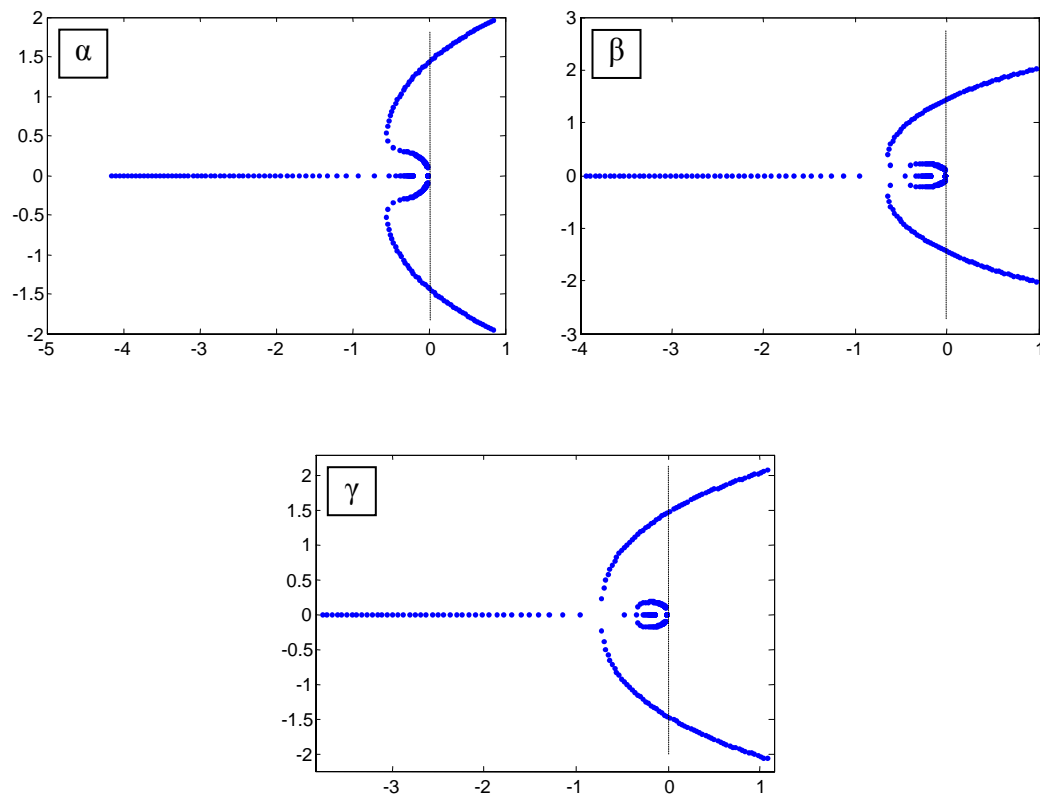
Στο σχήμα 7.10 παρουσιάζονται μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα γεωμετρικού τόπου των ριζών (ΓΤΡ) ενός DIPDT συστήματος (για $n=29$).

Όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό, οι 29 πόλοι της καθυστέρησης χρόνου κινούνται ακτινικά προς το ∞ , και μόνον ένας από αυτούς κινείται πάνω στον πραγματικό άξονα προς τους υπόλοιπους πόλους του συστήματος και του ελεγκτή. Αυτό το χαρακτηριστικό του ΓΤΡ το συναντάμε σε όλους τους τύπους των συστημάτων και όπως θα δούμε στη συνέχεια μόνο αυτός ο πόλος της καθυστέρησης χρόνου επηρεάζει τη μορφή της απόκρισης του κλειστού συστήματος. Στο δεξιό μέρος του κάθε ΓΤΡ παρουσιάζεται σε μεγέθυνση το τμήμα του ΓΤΡ που περιλαμβάνει μόνο τους επικρατούντες πόλους. Αν και δεν είναι άμεσα αντιληπτό, το κλειστό DIPDT σύστημα έχει τέσσερις επικρατούντες πόλους. Για παράδειγμα, στο σχήμα 7.10α στο οποίο παρουσιάζεται ο ΓΤΡ του DIPDT συστήματος καθώς μεταβάλλεται η ενίσχυση K_c (για $\tau_i=5$ και $\tau_D=3$) διακρίνονται: α) οι δύο μιγαδικοί πόλοι που ξεκινάνε από το σημείο $(0+j0)$ και είναι αυτοί που καθορίζουν αν το σύστημα είναι ευσταθές ή ασταθές, β) ένας πόλος που ξεκινάει από την τιμή $(1/n, j0)$ και καταλήγει στο μηδενικό $z_d=1/3+j0$, το οποίο είναι το μηδενικό που εισάγει ο διαφορικός όρος του ελεγκτή (στο σχήμα το τμήμα αυτό δείχνεται με το βέλος) και γ) έναν πόλο που ξεκινάει από το $(0+j0)$ και καταλήγει στο μηδενικό $z_i=1/5+j0$, το οποίο είναι το μηδενικό που εισάγει ο ολοκληρωτικός όρος του ελεγκτή. Την ίδια μορφή έχει και ο ΓΤΡ του σχήματος 7.10β στο οποίο παρουσιάζεται ο ίδιος ΓΤΡ στην περίπτωση που $\tau_i=100$. Όμως στην περίπτωση αυτή εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι είναι δυνατό να επιτευχθεί πολύ μεγαλύτερη ευρωστία για το κλειστό σύστημα και μπορεί να σχεδιαστεί ένας πολύ πιο γρήγορος ελεγκτής (το πραγματικό μέρος των επικρατούντων πόλων



Σχήμα 7.10. Χαρακτηριστικοί γεωμετρικοί τόποι ενός DIPDT συστήματος μεταβάλλοντας το K_C στο διάστημα $(0,01,1)$: α) για $\tau_I=5$ και $\tau_D=3$,
β) για $\tau_I=100$ και $\tau_D=3$.

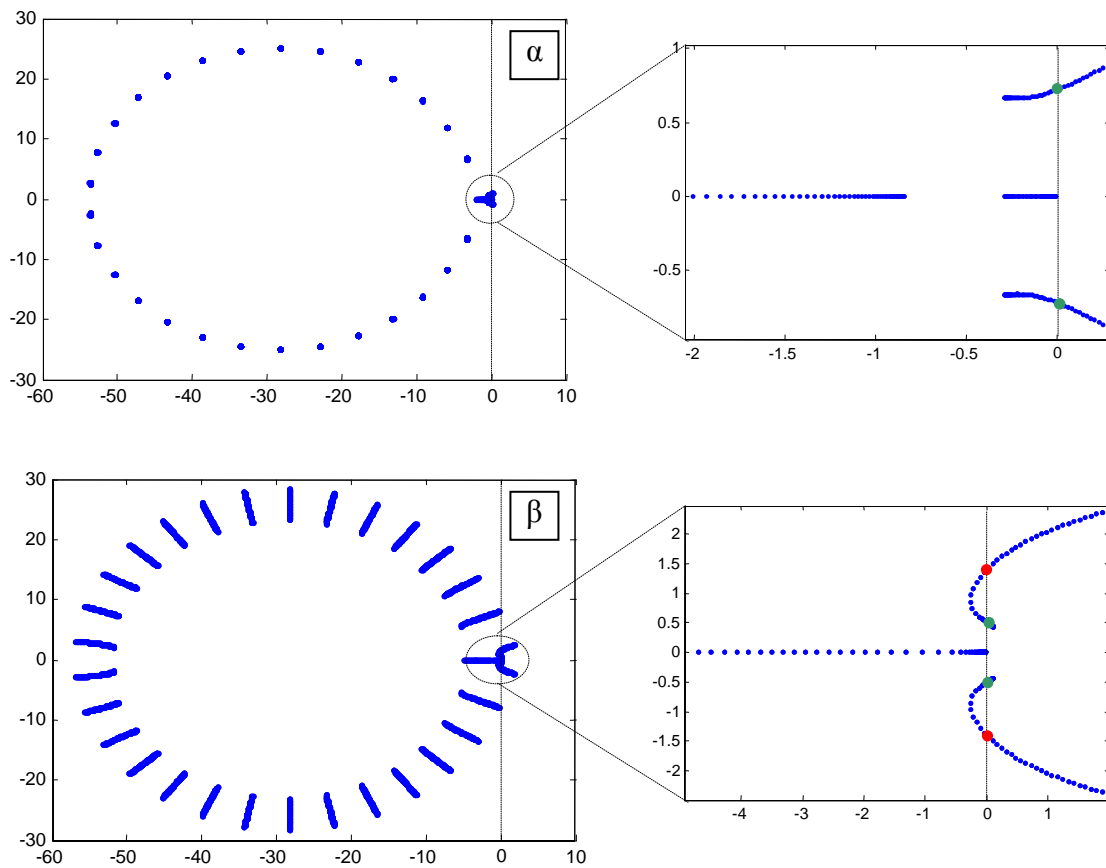
μπορεί να λάβει μεγαλύτερες τιμές). Γενικά ο ΓΤΡ ενός DIPDT συστήματος καθώς μεταβάλλεται το K_C έχει πάντα την ίδια μορφή και οι μόνες βασικές αλλαγές είναι οι εξής: α) ο πόλος που οφείλεται στην καθυστέρηση χρόνου καταλήγει στο μεγαλύτερο από τα μηδενικά που εισάγει ο ελεγκτής και β) για πολύ μικρές τιμές του διαφορικού όρου οι δύο μιγαδικοί πόλοι είναι δυνατό να συναντηθούν ξανά σε ένα ευσταθές σημείο θλάσης και στη συνέχεια ένας εξ αυτών καταλήγει στο μηδενικό του ελεγκτή ενώ ο άλλος συναντάει τον πόλο της καθυστέρησης χρόνου και οι δύο πόλοι γίνονται πάλι μιγαδικοί. Για μεγάλες τιμές του K_C οι δύο αυτοί πόλοι περνάνε στο δεξί μιγαδικό ημι-επίπεδο και οδηγούν το σύστημα σε αστάθεια. Τα παραπάνω φαίνονται παραστατικά στους γεωμετρικούς τόπους του σχήματος 7.11. Επομένως είναι δυνατό στην περίπτωση αυτή να είναι όλοι οι επικρατούντες πόλοι πραγματικοί.



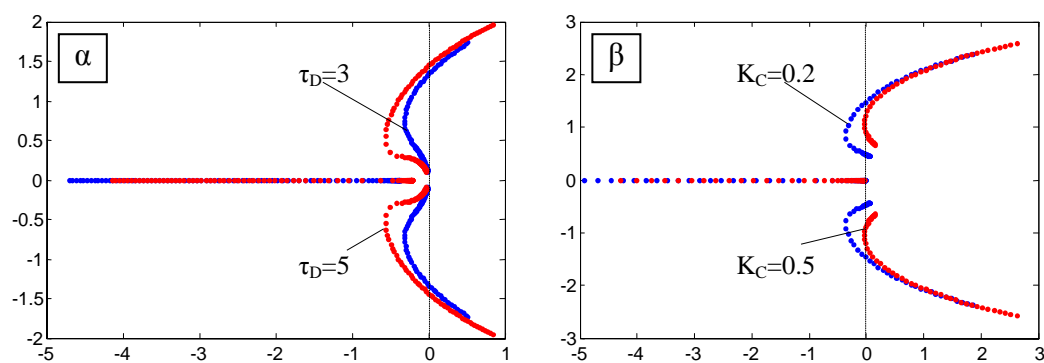
Σχήμα 7.11. Χαρακτηριστικοί γεωμετρικοί τόποι των τεσσάρων επικρατούντων πόλων ενός DIPDT συστήματος μεταβάλλοντας το K_C στο διάστημα $(0.01,1)$ με $\tau_I=100$ και α) $\tau_D=5$, β) $\tau_D=6$ και γ) $\tau_D=7$.

Στα σχήματα 7.12α και 7.12β παρουσιάζονται οι ΓΤΡ καθώς μεταβάλλονται οι παράμετροι τ_I (στο διάστημα $(1,100)$) και τ_D στο διάστημα $(0.3,100)$ αντίστοιχα. Από το σχήμα 7.12α γίνεται φανερό (όπως αναμενόταν για την περιοχή τιμών που αναφέρεται το σχήμα) ότι για μικρές τιμές του τ_I το σύστημα είναι ασταθές. Αντίστοιχα από το σχήμα 7.12β φαίνεται ότι υπάρχουν μία ελάχιστη και μια μέγιστη τιμή του τ_D πέραν των οποίων το κλειστό σύστημα είναι ασταθές.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι μπορεί κανείς να αναλύσει την συμπεριφορά των ελεγκτών σε συστήματα με καθυστέρηση χρόνου (στη συγκεκριμένη περίπτωση τα DIPDT συστήματα) χρησιμοποιώντας σαν εργαλείο το ΓΤΡ των επικρατούντων πόλων.



Σχήμα 7.12. Χαρακτηριστικοί γεωμετρικοί τόποι ενός DIPDT συστήματος μεταβάλλοντας: α) το τ_D στο διάστημα (1,100) για $K_C=0.2$ και $\tau_D=3$ και β) το τ_D στο διάστημα (0.3,100) για $K_C=0.2$ και $\tau_I=10$.



Σχήμα 7.13. Χαρακτηριστικοί γεωμετρικοί τόποι ενός DIPDT συστήματος καθώς μεταβάλλεται α) το K_C στο διάστημα (0.01,1) με $\tau_D=3$ και 5 και β) το τ_D στο διάστημα (0.3,100) με $K_C=0.2$ και 0.5.

7.4.2 Ο ΓΤΡ στην ειδική περίπτωση του PD ελεγκτή

Ο ΓΤΡ απλοποιείται σημαντικά στην περίπτωση που χρησιμοποιείται PD ελεγκτής. Στην περίπτωση αυτή οι επικρατούντες πόλοι στον ΓΤΡ είναι μόνο τρεις όπως φαίνεται και από τα χαρακτηριστικά παραδείγματα του σχήματος 7.13 όπου παρουσιάζεται ο ΓΤΡ για ένα σύστημα DIPDT σύστημα όταν $\tau_D=3$ και $\tau_D=10$.

Η σύγκριση μεταξύ των αντίστοιχων ΓΤΡ του PD και του PID ελεγκτή δείχνει ότι δεν υπάρχουν σημαντικές διαφορές. Η βασική διαφορά είναι ότι στον ΓΤΡ του PD ελεγκτή δεν υπάρχει το τμήμα του ΓΤΡ που ξεκινάει από τον πόλο στο $(0,j0)$ και καταλήγει στο μηδενικό $(-1/\tau_I)$ ή $(-1/\tau_D)$. Ο πόλος που αντιστοιχεί σε αυτό το τμήμα του ΓΤΡ είναι και ο πιο αργός πόλος στον οποίο οφείλεται η πολύ αργή σύγκλιση στην περίπτωση του PID ελεγκτή. Επομένως αναμένεται το κλειστό DIPDT σύστημα με PD ελεγκτή να είναι σημαντικά γρηγορότερο.

Η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος στην περίπτωση του PD ελεγκτή και με την επιλογή του προ-φίλτρου από τις παρακάτω σχέσεις (ανάλογα με τον τύπο του PD ελεγκτή που επιλέγουμε)

$$G_{F,PD}(s) = \frac{1}{s\bar{\tau}_D + 1}, \quad G_{F,PPD}(s) = \frac{s\bar{\tau}_D + 1}{s\bar{\tau}_d + 1}, \quad G_{F,PDF}(s) = 1 \quad (7.38)$$

είναι

$$G_{L,PD}(s) = \frac{K_C}{s^2 [(d/n)s + 1]^n + K_C (\tau_I s + 1)} \quad (7.39)$$

ενώ η συνάρτησης μεταφοράς μόνο των τριών επικρατούντων πόλων είναι της μορφής

$$G_{L,DP}(s) = \frac{P_{I,1}P_{I,2}P_R}{(s + p_{I,1})(s + p_{I,2})(s + p_R)} = \frac{P_R \omega_0^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2)(s + p_R)} \quad (7.40)$$

Αν οι δύο πόλοι της $G_{L,PD}$ είναι μιγαδικοί (δηλαδή αν $\zeta < 1$ ή $p_{I,1} = a + jb$ και $p_{I,2} = a - jb$), τότε η βηματική απόκριση της (7.40), στο πεδίο του χρόνου, δίνεται από την σχέση

$$y(t) = 1 - \left[e^{-\zeta\omega_0 t} (A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t)) + C e^{-p_R t} \right] \quad (7.41)$$

όπου

$$\omega_0 = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \zeta = a/\omega_0, \quad \omega_n = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$A = p_R (-p_R + 2\zeta\omega_0)/D, \quad B = p_R \omega_0 (-\zeta p_R + 2\zeta^2 \omega_0 - \omega_0)/(D\omega_n)$$

$$C = -\omega_0^2/D, \quad D = -p_R^2 + 2p_R \zeta \omega_0 - \omega_0^2$$

Αντίστοιχα, αν και οι τρεις επικρατούντες πόλοι της $G_{L,PD}$ είναι πραγματικοί (δηλαδή αν $\zeta \geq 1$ ή $p_{I,1} = p_1$ και $p_{I,2} = p_2, p_R = p_3$), τότε η βηματική απόκριση της (7.40) είναι

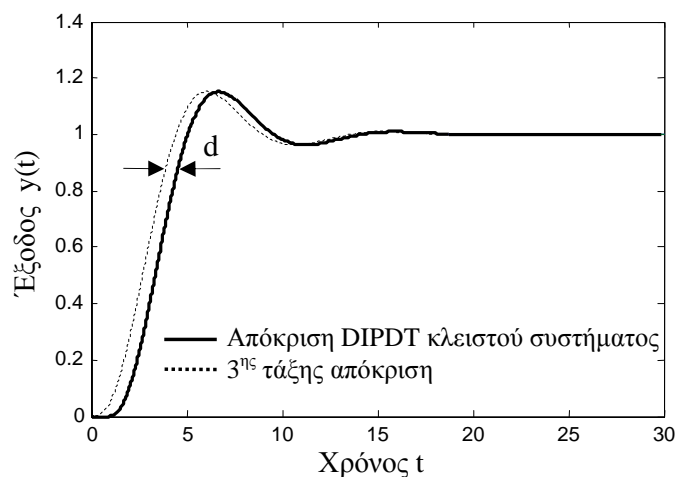
$$y(t) = 1 - \left[A'e^{-p_1 t} + B'e^{-p_2 t} + C'e^{-p_3 t} \right] \quad (7.42)$$

όπου

$$A' = \frac{p_2 p_3}{p_2 p_3 - p_2 p_1 + p_1^2 - p_3 p_1} \quad B' = \frac{p_1 p_3}{p_1 p_3 - p_2 p_1 + p_2^2 - p_3 p_2} \quad \text{και} \quad C' = \frac{p_1 p_1}{-p_1 p_3 + p_2 p_1 + p_3^2 - p_3 p_2}$$

Στο σχήμα 7.14 παρουσιάζεται ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα βηματικής απόκρισης του κλειστού DIPDT συστήματος μαζί με τη βηματική απόκριση ενός ανοικτού συστήματος τρίτης τάξης με πόλους ίσους με τους τρεις επικρατούντες πόλους του κλειστού DIPDT. Από το σχήμα αυτό διαπιστώνει κανείς ότι η απόκριση του κλειστού DIPDT συστήματος είναι ταυτόσημη με την απόκριση του συστήματος 3^{ης} τάξης με τους ίδιους τρεις επικρατούντες πόλους και απλώς έπεται αυτής κατά χρόνο d (ότι ακριβώς συνέβαινε και στην περίπτωση των USOPDT συστημάτων). Σημειώνεται ότι η ίδια ιδιότητα ισχύει και όταν χρησιμοποιείται ο PID ελεγκτής με τη διαφορά ότι πλέον αναφερόμαστε σε απόκριση τέταρτης τάξης.

Παρατήρηση 5.2. Από τον άπειρο αριθμό πόλων που εισάγει η καθυστέρηση χρόνου, μόνο ένας από αυτούς είναι επικρατών και επηρεάζει την απόκριση του κλειστού συστήματος. Οι υπόλοιποι πόλοι συνεισφέρουν μόνο στην καθυστέρηση της απόκρισης και όχι στη μορφή της απόκρισης. □



Σχήμα 7.14. Χαρακτηριστικό παράδειγμα βηματικής απόκρισης του κλειστού DIPDT συστήματος σε σύγκριση με τη βηματική απόκριση ενός συστήματος 3^{ης} τάξης με πόλους ίσους με τους τρεις επικρατούντες πόλους του κλειστού USOPDT συστήματος ($K_C=0.2$, $\tau_D=3$).

Με βάση την παραπάνω παρατήρηση, είναι δυνατό να αναλυθεί η συμπεριφορά των κλειστών συστημάτων χρησιμοποιώντας μόνο τους επικρατούντες πόλους. Το σημαντικότερο όμως αποτέλεσμα είναι ότι με βάση τη μεθοδολογία αυτή μπορεί να υπολογιστεί με ακρίβεια και σε αναλυτική μορφή η απόκριση του κλειστού συστήματος στην περίπτωση που υπάρχει καθυστέρηση χρόνου. Επομένως είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν κριτήρια σχεδίασης του PD ελεγκτή τα οποία βασίζονται στην απόκριση στο πεδίο του χρόνου χωρίς την ανάγκη να καταφύγει κανείς στη χρήση προσομοίωσης. Με τον τρόπο αυτό η μέθοδος βαθμονόμησης γίνεται πολύ εύκολη στην εφαρμογή και χρειάζεται πολύ λιγότερο υπολογιστικό φόρτο και χρόνο.

7.5 ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ PID ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΒΑΣΙΣΜΕΝΕΣ ΣΕ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

Οι μέθοδοι συμμετρικού περιθωρίου κέρδους (ΣΠΚ) και μεγίστου περιθωρίου φάσης (ΜΠΦ) που αναπτύχθηκαν για τους άλλους τύπους ασταθών συστημάτων σε προηγούμενα κεφάλαια, μπορούν να εφαρμοστούν και σε DIPDT συστήματα.

Από την ανάλυση που παρουσιάστηκε στην ενότητα 7.2, έγινε σαφές ότι μόνο στην περίπτωση που χρησιμοποιείται PID ελεγκτής υπάρχουν δύο σημεία τομής με τον άξονα των πραγματικών στο διάγραμμα Nyquist (δηλαδή $K_{\min} \neq \infty$) και επομένως μόνο σε αυτήν την περίπτωση μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος ΣΠΚ. Αντίθετα η μέθοδος ΜΠΦ μπορεί να εφαρμοστεί τόσο για PD όσο και για PID ελεγκτές.

Στο σημείο αυτό υπενθυμίζουμε ότι η βασική προδιαγραφή της μεθόδου ΣΠΚ είναι η επίτευξη συμμετρικού περιθωρίου κέρδους για τη δεδομένη επιθυμητή μορφή της απόκρισης του κλειστού συστήματος στο πεδίο του χρόνου και επομένως το κέρδος του ελεγκτή επιλέγεται ως ο γεωμετρικός μέσος των K_{\min} και K_{\max} , δηλαδή

$$K_C = \sqrt{K_{\min} K_{\max}} \quad (7.43)$$

Αντίστοιχα, στην περίπτωση της ΜΠΦ μεθόδου, η βασική προδιαγραφή είναι η επίτευξη της μέγιστης φάσης για τη δεδομένη επιθυμητή μορφή της απόκρισης του κλειστού συστήματος στο πεδίο του χρόνου και επομένως το κέρδος του ελεγκτή επιλέγεται έτσι ώστε να ικανοποιεί την (7.21), δηλαδή

$$K_C = \frac{\tau_I \omega_p^3}{\sqrt{(1 + \tau_I^2 \omega_p^2)(1 + \tau_D^2 \omega_p^2)}} \quad (7.44)$$

Είναι προφανές από τα προηγούμενα ότι αν η κύρια πηγή αβεβαιότητας προέρχεται

από το κέρδος του συστήματος, τότε είναι προτιμότερη η επιλογή μεθόδου βαθμονόμησης που να βασίζεται στο συμμετρικό περιθώριο κέρδους ενώ αν η αβεβαιότητα προέρχεται από την καθυστέρηση χρόνου, τότε είναι προτιμότερη η επιλογή μεθόδου που να βασίζεται στη μεγιστοποίηση του περιθωρίου φάσης.

Για την εφαρμογή όλων των μεθόδων που θα παρουσιαστούν στην παρούσα ενότητα είναι απαραίτητη η χρήση είτε της PDF-μορφής του ελεγκτή είτε ο κλασικός PID ελεγκτής με το προ-φίλτρο που δίνεται από τη σχέση (2.8) με $G_{F,PDF}=1$. Με τη χρήση των παραπάνω προ-φίλτρων, όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 2, γίνεται απλοποίηση των μηδενικών (τα οποία όπως δείξαμε στο κεφάλαιο 2 είναι πάντα ελαχίστης φάσης) που προσθέτει ο PID ελεγκτής στη συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος. Το γεγονός αυτό έχει ως συνέπεια η βηματική απόκριση του κλειστού DIPDT συστήματος να είναι πιο ομαλή και να αποφεύγονται οι υπερβολικές υπερυψώσεις.

Η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού DIPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή είναι

$$G_{CL,PID}(s) = \frac{\exp(-s)}{\tau_I s^3 K_C^{-1} + (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)\exp(-s)} \quad (7.45)$$

ενώ στην περίπτωση του PD ελεγκτή είναι

$$G_{CL,PD}(s) = \frac{\exp(-s)}{s^2 K_C^{-1} + (\tau_D s + 1)\exp(-s)} \quad (7.46)$$

Εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς ότι η $G_{L,PID}$ που δίνεται από τη σχέση (7.45) δεν μπορεί να προσεγγιστεί από συνάρτηση μεταφοράς συστήματος δεύτερης τάξης ακόμα και αν χρησιμοποιηθεί η απλή προσέγγιση $\exp(-s) \approx 1-s$ για τον εκθετικό όρο. Επομένως στην περίπτωση DIPDT συστημάτων ελεγχόμενων από PID ελεγκτή, δεν μπορούν να εφαρμοστούν κριτήρια απόκρισης που βασίζονται στην απόκριση συστημάτων δεύτερης τάξης όπως είναι η σταθερά απόσβεσης και η ιδιοσυχνότητα του κλειστού συστήματος.

Στην περίπτωση όμως που χρησιμοποιείται PD ελεγκτής, τότε κάνοντας χρήση της προσέγγισης $\exp(-s) \approx 1-s$ η $G_{L,PD}$ μπορεί να γραφεί στη μορφή ενός συστήματος 2^{ης} τάξης της μορφής

$$G_{CL,PD}(s) \approx \frac{\exp(-ds)}{\tau_{e,PD}^2 s^2 + 2\zeta_{PD} \tau_{e,PD} s + 1} \quad (3.18)$$

όπου

$$\tau_{e,PD} = \sqrt{K_C^{-1} - \tau_D} \quad \text{και} \quad \zeta_{PD} = \frac{\tau_D - 1}{2\sqrt{K_C^{-1} - \tau_D}} \quad (7.47)$$

Επομένως η ΜΠΦ μέθοδος βαθμονόμησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε αυτήν την περίπτωση με προδιαγραφές σχεδίασης τον επιθυμητό συντελεστή απόσβεσης ζ_{des} ή την επιθυμητή ιδιοσυχνότητα $1/\tau_{e,des}$. Λόγω του γεγονότος ότι η προσέγγιση του εκθετικού όρου της $G_{L,PD}$ δεν είναι επαρκής στην περίπτωση DIPDT συστημάτων, τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή μιας τέτοιας μεθόδου δεν είναι ικανοποιητικά.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν εφαρμογές των ΣΠΚ και ΜΠΦ μεθόδων για τη βαθμονόμηση PID ελεγκτών που βασίζονται στην αυθαίρετη επιλογή του τ_I και σε ολοκληρωτικά κριτήρια. Όπως θα φανεί στη συνέχεια, οι μέθοδοι που προτείνονται στην παρούσα ενότητα είναι δυνατό να εφαρμοστούν χωρίς τη χρήση επαναληπτικών μεθόδων με τη χρήση κατάλληλων προσεγγιστικών σχέσεων.

7.5.1 1^η ΣΠΚ και ΜΠΦ Μέθοδοι βαθμονόμησης για PID ελεγκτή (αυθαίρετη επιλογή των τ_I και τ_D)

Ο πιο προφανής τρόπος επιλογής της παραμέτρου τ_I του ελεγκτή είναι να επιλεγεί τυχαία με μόνο περιορισμό να ικανοποιεί τη συνθήκη για είναι το σύστημα ευσταθοποιήσιμο, δηλαδή

$$\tau_I > \tau_{I,min}(\tau_D) \text{ ή } \tau_D > \tau_{D,min}(\tau_I) \quad (7.48)$$

Οι τιμές των $\tau_{I,min}$ ή $\tau_{D,min}$ μπορούν να υπολογιστούν κάνοντας χρήση του $\tau_{L,min}$ Αλγόριθμου ή από τις προσεγγιστικές σχέσεις (7.33) και (7.34) αντίστοιχα. Στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται οι προσεγγιστικές σχέσεις, τότε η μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί για $\tau_D > 1.1$ ώστε να ισχύει η προσέγγιση.

Σύμφωνα με την ανάλυση που έχει παρουσιαστεί (βλέπε σχήματα 7.4 και 7.5 για $\tau_D=0$), όσο πιο μεγάλες τιμές επιλεγούν για τις παραμέτρους τ_I και τ_D , τόσο πιο εύρωστο είναι το κλειστό σύστημα ενώ ταυτόχρονα η απόκριση γίνεται πιο ομαλή αλλά και αργή. Οστόσο μεγάλες τιμές για την παράμετρο τ_D έχουν ως συνέπεια να προκύπτουν μικρές τιμές για την ενίσχυση K_C (η οποία μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τ_D) με αποτέλεσμα να γίνεται πολύ πιο αργή η απόκριση του συστήματος κυρίως στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου.

7.5.1.1 3^η ΣΠΚ και ΜΠΦ Μέθοδοι βαθμονόμησης για PID ελεγκτή (ολοκληρωτικά κριτήρια)

Οι ΣΠΚ και ΜΠΦ μέθοδοι βαθμονόμησης μπορούν να εφαρμοστούν με προδιαγραφές απόκρισης την ελαχιστοποίηση ολοκληρωτικών κριτηρίων, όπως έγινε και

στην περίπτωση των άλλων ασταθών συστημάτων.

Για να είναι δυνατό τα ολοκληρωτικά κριτήρια να εφαρμοστούν σε όλα τα DIPDT συστήματα, ανεξαρτήτως της τιμής της καθυστέρησης χρόνου και του κέρδους, με ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα, τα ολοκληρωτικά κριτήρια εφαρμόζονται στο αντίστοιχο κανονικοποιημένο σύστημα. Στην περίπτωση των DIPDT συστημάτων χρησιμοποιήθηκαν τα ακόλουθα ολοκληρωτικά κριτήρια:

α) Το ολοκλήρωμα του τετραγώνου του σφάλματος που προκύπτει από μία βηματική αλλαγή της εισόδου αναφοράς του συστήματος (**I**ntegral of **S**quared **E**rror due to a unit step change in the **S**et **P**oint (ISE-SP)) ή από μία βηματική διαταραχή στην είσοδο του συστήματος (due to a unit step **L**oad change (ISE-L))

$$J_{\text{ISE}} = \int_0^{\infty} [y(t) - r(t)]^2 dt \quad (7.49)$$

β) Το ολοκλήρωμα του τετραγώνου του σφάλματος συν το τετράγωνο της εξόδου του ελεγκτή (**I**ntegral of the **S**quared **E**rror plus the **S**quared **C**ontroller **O**utput (ISESCO))

$$J_{\text{ISENSCOD}} = \int_0^{\infty} \left\{ [y(t) - r(t)]^2 + u^2(t) \right\} dt \quad (7.50)$$

γ) Το ολοκλήρωμα του τετραγώνου του σφάλματος συν το τετράγωνο της παραγώγου της εξόδου του ελεγκτή (**I**ntegral of **S**quared **E**rror plus the **S**quared **D**erivative of the **C**ontroller **O**utput (ISESDCO))

$$J_{\text{ISENSDCO}} = \int_0^{\infty} \left\{ [y(t) - r(t)]^2 + \dot{u}^2(t) \right\} dt \quad (7.51)$$

Οι μέθοδοι βαθμονόμησης που βασίζονται στην ελαχιστοποίηση των κριτηρίων ISE εγγυώνται μικρές τιμές του σφάλματος και πολύ γρήγορη απόκριση. Κάτι τέτοιο είναι εξαιρετικά χρήσιμο κυρίως στην περίπτωση ρυθμιστικού ελέγχου (regulatory control), όπου ο βασικός στόχος του ελέγχου είναι να παραμείνει η έξοδος του συστήματος όσο γίνεται πιο κοντά στην επιθυμητή τιμή της. Δυστυχώς η βηματική απόκριση του συστήματος στην περίπτωση αυτή είναι πολύ ταλαντωτική με πολύ μεγάλη υπερύψωση (overshoot). Επί πλέον και η έξοδος του ελεγκτή παρουσιάζει ταλαντωτική συμπεριφορά, με αποτέλεσμα να προκαλούνται διαταραχές σε άλλους βρόχους ελέγχου του συστήματος. Αντιθέτως, η ελαχιστοποίηση των κριτηρίων ISESCO και ISESDCO δίνει πολύ πιο ομαλές αλλά και πιο αργές αποκρίσεις.

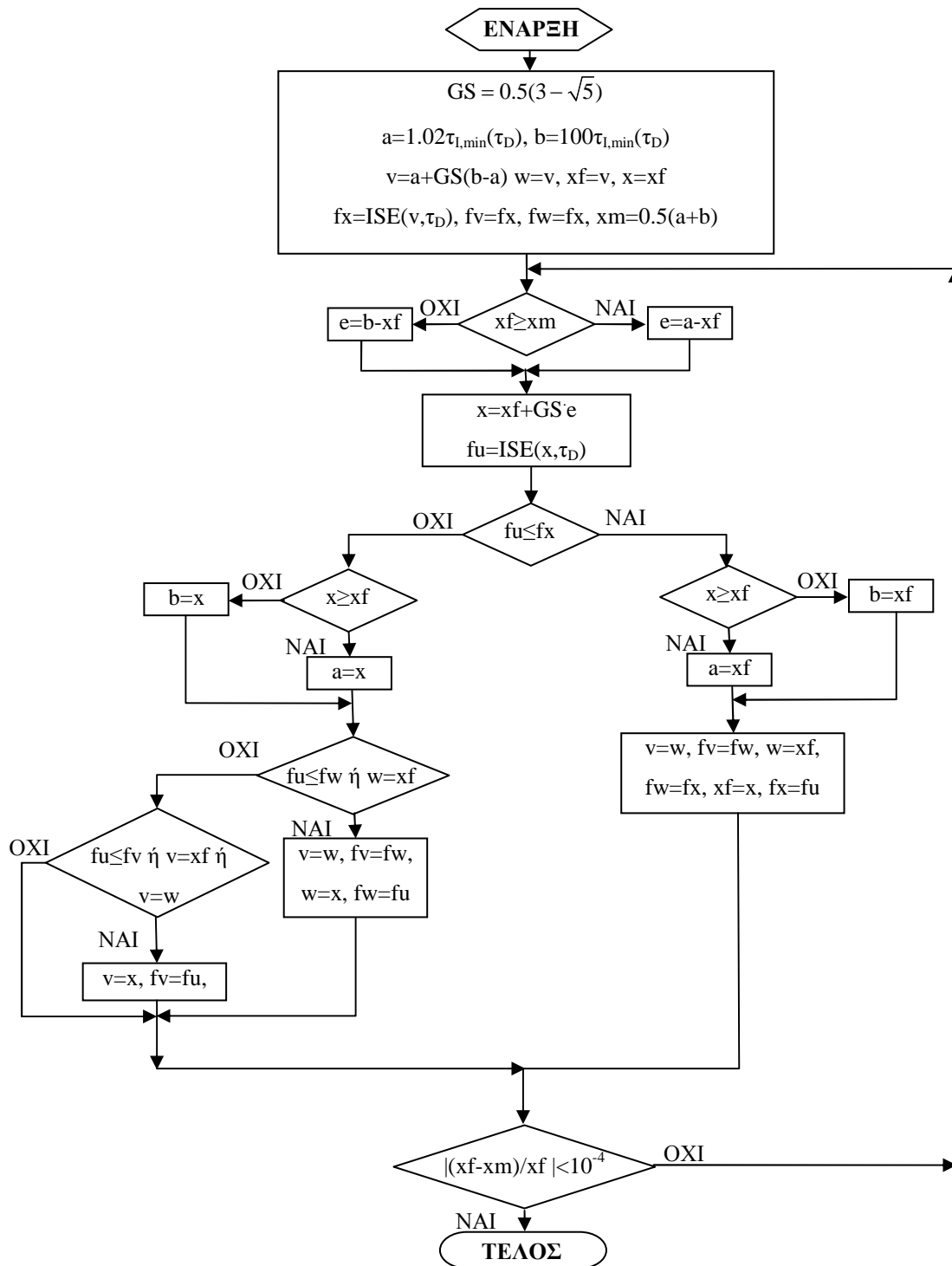
Για τον υπολογισμό της τιμής του ολοκληρώματος μπορεί να χρησιμοποιήσει κανείς

είτε προσομοίωση, είτε την απόκριση του συστήματος με πόλους ίδιους με τους επικρατούντες πόλους του κλειστού συστήματος. Για να υπολογιστεί η τιμή του τ_I που ελαχιστοποιεί τα παραπάνω ολοκληρωτικά κριτήρια προτείνεται ο αλγόριθμος του σχήματος 7.15, ο οποίος βασίζεται στη μέθοδο της χρυσής τομής.

Για να είναι δυνατή η εφαρμογή της μεθόδου σε πραγματικό χρόνο (real time), οι τιμές του τ_I που προκύπτουν από την εφαρμογή των παραπάνω κριτηρίων υπολογίστηκαν για όλες τις τιμές του τ_D στο διάστημα (1.4,10) και στη συνέχεια οι αντίστοιχες συναρτήσεις $\tau_I(\tau_D)$ προσεγγίστηκαν με αναλυτικές σχέσεις οι οποίες παρουσιάζονται στους πίνακες 7.2α και 7.2β. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζεται η περιοχή τιμών του τ_D για την οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση και το αντίστοιχο κανονικοποιημένο σφάλμα της. Όπως φαίνεται στον πίνακα αυτόν το σφάλμα είναι πάντα μικρότερο από 2.5%. Αξίζει να παρατηρηθεί στο σημείο αυτό ότι και τα τέσσερα κριτήρια δίνουν σχεδόν τον ίδιο ελεγκτή.

	Κριτήριο	Περιοχή του τ_D	Εκτίμηση του $\tau_I(\tau_D)$	$\max(\Delta\tau_I/\tau_I)$
ΣΠΚ Μέθοδοι	ISE-SP	1.4 - 10	$1.515 + \frac{4.54\tau_D - 0.024\tau_D^2}{\tau_D - 1.12}$	2%
	ISE-L	1.4 - 10	$0.987 + \frac{5.745\tau_D + 0.0314\tau_D^2}{\tau_D - 1.145}$	2%
	ISESCO	1.4 - 10	$1.525 + \frac{4.488\tau_D - 0.0028\tau_D^3}{\tau_D - 1.125}$	3.5%
	ISESDCO	1.4 - 10	$1.459 + \frac{4.52\tau_D - 0.00174\tau_D^3}{\tau_D - 1.125}$	2.8%
ΜΠΦ Μέθοδοι	ISE-SP	1.4 - 10	$1.436 + \frac{4.549\tau_D - 0.012\tau_D^2}{\tau_D - 1.12}$	2.1%
	ISE-L	1.4 - 10	$0.555 + \frac{6.713\tau_D + 0.0781\tau_D^2}{\tau_D - 1.14}$	3%
	ISESCO	1.4 - 10	$1.724 + \frac{4.41\tau_D - 0.0395\tau_D^3}{\tau_D - 1.13}$	3%
	ISESDCO	1.4 - 10	$1.688 + \frac{4.49\tau_D - 0.038\tau_D^3}{\tau_D - 1.13}$	3%

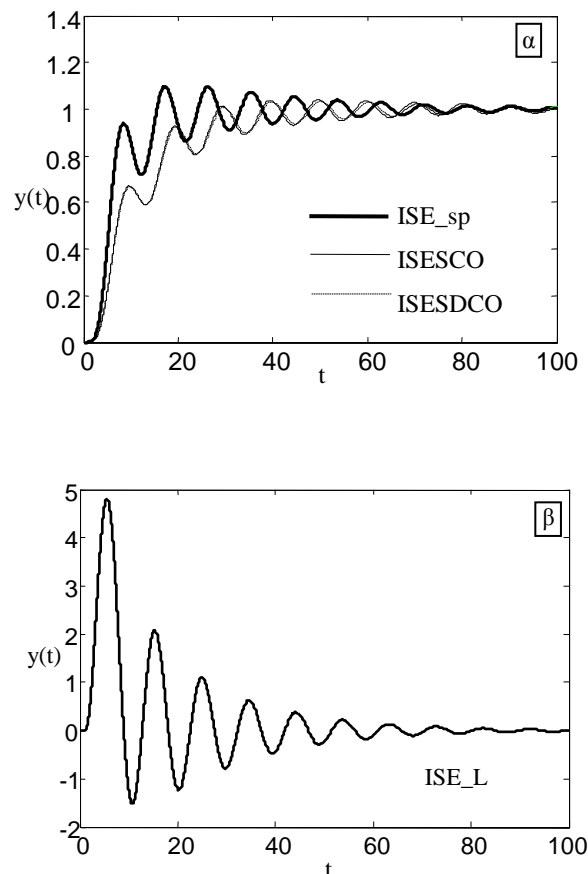
Πίνακας 7.2α. Οι προσεγγίσεις της συνάρτησης $\tau_I(\tau_D)$ που προκύπτουν από την εφαρμογή της 3^{ης} ΣΠΚ και 3^{ης} ΜΠΦ μεθόδου για όλα τα ολοκληρωτικά κριτήρια που προτείνονται.



Σχήμα 7.15. Ο αλγόριθμος χρυσής τομής που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του ελεγκτή που ελαχιστοποιεί τα ολοκληρωτικά κριτήρια.

Αν δεν υπάρχει κανένας περιορισμός για την επιλογή του τ_D , τότε οι βέλτιστοι ελεγκτές που προκύπτουν από την εφαρμογή των ολοκληρωτικών κριτηρίων παρουσιάζονται στον πίνακα 7.2β. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζονται και οι αντίστοιχες τιμές του κριτηρίου κόστους για το κανονικοποιημένο σύστημα. Από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται σε αυτόν τον πίνακα, διαπιστώνει κανείς ότι οι ΣΠΚ και η ΜΠΦ μέθοδοι δίνουν σχεδόν του ίδιους βέλτιστους ελεγκτές. Αυτό μπορεί να ερμηνευθεί από το γεγονός ότι οι μέθοδοι αυτές δίνουν ελεγκτές με μικρό περιθώριο φάσης και στην περίπτωση αυτή το K_C που δίνουν οι δύο μέθοδοι είναι σχεδόν το ίδιο.

Στα σχήματα 7.17α και 7.17β παρουσιάζονται οι βέλτιστες αποκρίσεις των παραπάνω μεθόδων. Είναι προφανές ότι όλες οι παραπάνω μέθοδοι δίνουν πολύ ταλαντωτικές αποκρίσεις.



Σχήμα 7.17. Οι βέλτιστες αποκρίσεις που προκύπτουν από την εφαρμογή της ΜΠΚ μεθόδου που βασίζεται σε ολοκληρωτικά κριτήρια.

	Κριτήριο	K_C	τ_I	τ_D	J
ΣΠΚ Μέθοδοι	ISE-SP	0.17	3.333	3.4	4.913
	ISE-L	0.154	3.484	3.62	103.3
	ISESCO	0.0459	1.799	9.82	109.06
	ISESDCO	0.0449	1.8162	9.98	109.036
ΜΠΦ Μέθοδοι	ISE-SP	0.177	3.34	3.41	4.913
	ISE-L	0.161	3.62	3.69	82.84
	ISESCO	0.0506	1.85	9.7	109.03
	ISESDCO	0.051	1.827	9.6	109.01

Πίνακας 7.2β. Οι βέλτιστοι ελεγκτές που προκύπτουν από την εφαρμογή της 3^{ης} ΣΠΚ και της 3^{ης} ΜΠΦ μεθόδου για όλα τα ολοκληρωτικά κριτήρια που προτείνονται.

7.6 ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ PD ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΒΑΣΙΣΜΕΝΕΣ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΩΝ ΕΠΙΚΡΑΤΟΥΝΤΩΝ ΠΟΛΩΝ

Στην ενότητα 7.4 δείξαμε ότι από την απειρία των πόλων ενός DIPDT συστήματος ελεγχόμενου από PID ελεγκτή, μόνο τέσσερις από αυτούς του πόλους (οι τέσσερις επικρατούντες πόλοι) συνεισφέρουν στη μορφή της απόκρισης του κλειστού συστήματος, ενώ οι υπόλοιποι πόλοι συνεισφέρουν μόνο στην καθυστέρηση χρόνου. Στην περίπτωση μάλιστα που $\tau_I \rightarrow \infty$ (ή $\tau_I \gg \tau_{I,\min}$), τότε το μηδενικό που εισάγει ο PID ελεγκτής τείνει στο μηδέν και απλοποιείται με έναν από τους επικρατούντες πόλους που βρίσκονται στο μηδέν. Έτσι στην περίπτωση DIPDT συστήματος ελεγχόμενου από PD ελεγκτή, οι επικρατούντες πόλοι του κλειστού συστήματος είναι μόνο τρεις. Οι μέθοδοι βαθμονόμησης που θα παρουσιαστούν σε αυτήν την ενότητα βασίζονται στην κατάλληλη επιλογή της θέσης των πόλων αυτών ώστε το κλειστό σύστημα να έχει την επιθυμητή συμπεριφορά. Στο σημείο αυτό τονίζεται ότι δεν είναι δυνατή η αυθαίρετη τοποθέτηση των πόλων αυτών, πρώτον γιατί υπάρχουν μόνο δύο ελεύθερες παράμετροι (K_C και τ_D) και δεύτερον γιατί η θέση των επικρατούντων πόλων επηρεάζεται και από τη θέση των του υπολοίπων πόλων.

7.6.1 DPC μέθοδος βαθμονόμησης για PD ελεγκτή

Η μέθοδος αυτή βαθμονόμησης βασίζεται σε ένα χαρακτηριστικό κριτήριο επιλογής της θέσης των τριών επικρατούντων πόλων (Dominant Pole Criterion ή DPC) του

κλειστού DIPDT συστήματος. Πιο συγκεκριμένα το κριτήριο επιλογής της θέσης των πόλων που επιλέγουμε είναι να είναι ο πιο αργός από τους τρεις πόλους όσο γίνεται πιο αριστερά. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται μια σχετικά γρήγορη, αλλά όπως θα φανεί στη συνέχεια και πολύ ομαλή απόκριση.

Στην εφαρμογή του παραπάνω κριτηρίου διακρίνουμε δύο χαρακτηριστικές περιπτώσεις ανάλογα με την επιλογή του τ_D . Όπως δείξαμε στην υπο-ενότητα 7.4.2, για $\tau_D > 1$ οι μιγαδικοί πόλοι που ξεκινούν από το $(0+j0)$ περνούν στο αρνητικό μιγαδικό επίπεδο. Για μικρές τιμές του τ_D ($\tau_D < 3.856$) ο πραγματικός πόλος (που οφείλεται στην καθυστέρηση χρόνου) παραμένει πάντα αριστερότερα των μιγαδικών για όλες τις τιμές του K_C (βλέπε παράδειγμα στο σχήμα 7.13). Στην περίπτωση αυτή για να ικανοποιήσουμε το επιθυμητό κριτήριο πρέπει να επιλεγεί η τιμή της ενίσχυσης K_C έτσι ώστε οι δύο μιγαδικοί πόλοι (οι οποίοι είναι και οι πιο αργοί) να είναι όσο το δυνατό πιο αριστερά. Για μεγαλύτερες τιμές του τ_D , υπάρχει τιμή του K_C για την οποία ο πραγματικός πόλος έχει το ίδιο πραγματικό μέρος με τους δύο μιγαδικούς πόλους ενώ αν συνεχίσει να μεγαλώνει το K_C αυτός ο πόλος είναι πλέον ο πιο αργός του συστήματος. Σε αυτήν την περίπτωση η ιδανική επιλογή του K_C με βάση το επιθυμητό κριτήριο είναι εκείνη η τιμή του K_C για την οποία και οι τρεις πόλοι έχουν το ίδιο πραγματικό μέρος.

Για την εφαρμογή της μεθόδου βαθμονόμησης που βασίζεται στο παραπάνω κριτήριο επιλογής της θέσης των επικρατούντων πόλων, σχεδιάστηκε κατάλληλος αλγόριθμος ο οποίος για δεδομένη (προεπιλεγμένη) τιμή του τ_D υπολογίζει την τιμή του K_C για την οποία ικανοποιείται το κριτήριο. Τα βασικά βήματα του αλγορίθμου παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Αλγόριθμος DPC Μεθόδου για PD ελεγκτή

Βήμα 1: Επιλέγουμε την τιμή τ_D (με $\tau_D > 1$) με βάση τους περιορισμούς του συστήματος. Η βέλτιστη επιλογή είναι $\tau_D = 5.94$ η οποία δίνει τους πιο γρήγορους πόλους.

Βήμα 2: Ξεκινάμε με αρχική τιμή του $K_C = 0$ και με βήμα αναζήτησης $s_t = 0.1$

Βήμα 3: Επιλέγουμε τη νέα τιμή του K_C

$$K_C = K_C + s_t$$

Για τις δεδομένες τιμές του K_C και τ_D υπολογίζουμε τους πόλους του κλειστού συστήματος. Έστω RP_R και RP_C η απόλυτη τιμή του πραγματικού μέρους του πιο αργού πραγματικού και μιγαδικού πόλου αντίστοιχα.

Βήμα 4: Αν

$$s_t > 0 \text{ και } RP_R < RP_C \text{ ή } RP_{C,Old} < RP_C$$

τότε $s_t = -s_t/2$, ενώ αν

$$s_t < 0 \text{ και } RP_R > RP_C \text{ ή } RP_{C,Old} > RP_C$$

τότε $s_t = -s_t/2$

Βήμα 5: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 3 ως 5 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

Εφαρμόζοντας τον παραπάνω αλγόριθμο για όλες τις τιμές του τ_D στο διάστημα (1.06,10), υπολογίστηκαν οι αντίστοιχες τιμές του K_C που ικανοποιούν το κριτήριο τη μεθόδου. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.3. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζονται και οι τιμές των επικρατούντων πόλων. Με P1 και P2 χαρακτηρίζονται ο πρώτος και δεύτερος πόλος αντίστοιχα. Επίσης στο σχήμα 7.17 παρουσιάζεται η συνάρτηση $K_C(\tau_D)$ που προκύπτει από την εφαρμογή της DPC μεθόδου βαθμονόμησης.

Από τα αποτελέσματα εφαρμογής της μεθόδου προκύπτουν δύο χαρακτηριστικές βέλτιστες επιλογές για την τιμή του τ_D . Για $\tau_D=5.94$ προκύπτει ότι το πραγματικό μέρος των τριών επικρατούντων πόλων είναι το μέγιστο που επιτυγχάνεται και επομένως αναμένεται και η πιο γρήγορη απόκριση για το κλειστό σύστημα. Επίσης για $\tau_D=1.7$ προκύπτει η μέγιστη τιμή για την ενίσχυση ($K_C=0.3206$).

Για να είναι δυνατή η εφαρμογή της μεθόδου σε πραγματικό χρόνο (χωρίς τη χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων και τον υπολογισμό των πόλων του κλειστού συστήματος) η προσέγγιση της συνάρτησης $K_C(\tau_D)$

$$K_C(\tau_D) = \frac{0.592\tau_D - 0.385}{0.208\tau_D^3 + 1} + 0.00632$$

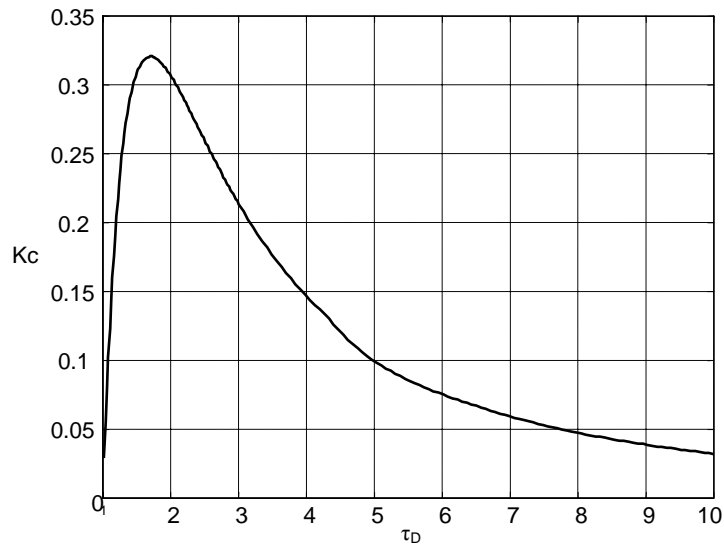
μπορεί να χρησιμοποιηθεί άμεσα. Το κανονικοποιημένο σφάλμα της παραπάνω προσέγγισης είναι μικρότερο από 2.4% για το K_C και μικρότερο από 1% για την θέση των πόλων.

Στα σχήματα 7.18α- 7.18γ παρουσιάζονται μερικές χαρακτηριστικές αποκρίσεις του κλειστού DIPDT συστήματος. Στο σχήμα 7.18α για τη βέλτιστη τιμή $\tau_D=5.94$, βλέπουμε πως μεταβάλλεται η απόκριση καθώς μεταβάλλεται η τιμή του K_C γύρω από τη βέλτιστη τιμή που προτείνει η μέθοδος. Προκύπτει ότι η μέθοδος δίνει την ταχύτερη και πιο ομαλή απόκριση. Αυτό είναι και το κυριότερο χαρακτηριστικό της μεθόδου, η οποία για όλες τις τιμές του τ_D δίνει απόκριση η οποία είναι πάντα γνησίως αύξουσα και πολύ ομαλή. Στο σχήμα 7.18β για την επιλογή $\tau_D=5.1$ βλέπουμε το ίδιο αποτέλεσμα όταν το

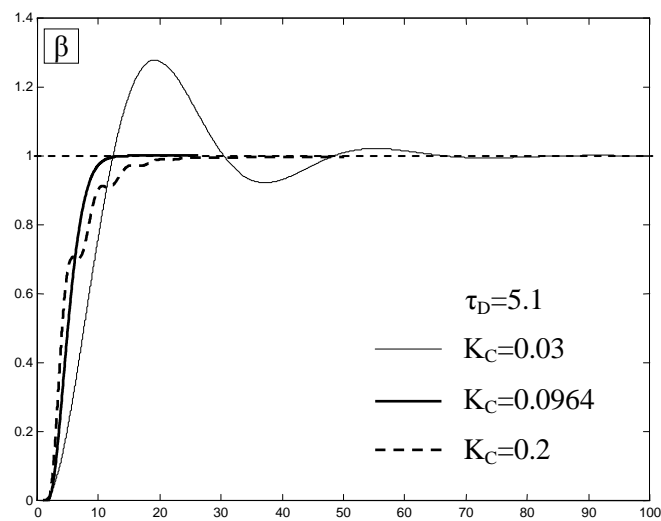
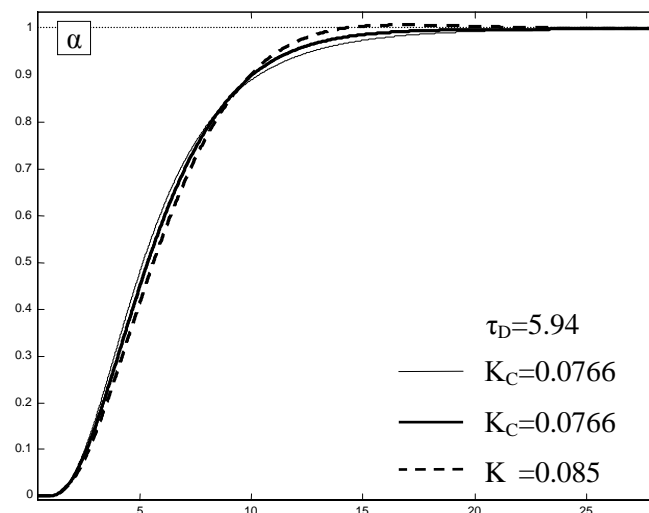
K_C μεταβάλλεται σε μια πιο μεγάλη περιοχή τιμών. Τέλος στο σχήμα 7.18γ παρουσιάζεται η μεταβολή της απόκρισης όταν μεταβάλλεται η επιλογή του τ_D γύρω από τη βέλτιστη τιμή της.

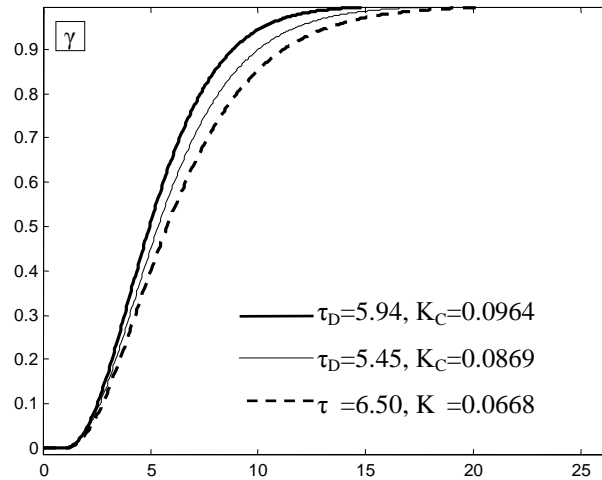
τ_D	K_C	P1	P2	τ_D	K_C	P1	P2
1,06	0,08	-0,0012+0,2890i	-3,8256	3,4	0,1817	-0,3702+0,7055i	-0,6309
1,1	0,1234	-0,0033+0,3642i	-3,3183	3,6	0,1679	-0,3993+0,6859i	-0,5909
1,2	0,2048	-0,0117+0,4861i	-2,6288	3,8	0,1554	-0,4272+0,6644i	-0,5556
1,3	0,2573	-0,0235+0,5639i	-2,2333	4	0,1478	-0,4452+0,6491i	-0,5344
1,4	0,2899	-0,0376+0,6185i	-1,961	4,2	0,1373	-0,4713+0,6248i	-0,5055
1,5	0,3087	-0,0532+0,6584i	-1,757	4,4	0,1262	-0,4960 - 0,5783i	-0,4959
1,6	0,318	-0,0699+0,6883i	-1,5962	4,6	0,1149	-0,5143 - 0,5029i	-0,5143
1,7	0,3206	-0,0872+0,7108i	-1,4652	4,80	0,1059	-0,5281+0,4372i	-0,5281
1,8	0,3187	-0,1048+0,7277i	-1,3558	5	0,0985	-0,5392+0,3763i	-0,5392
1,9	0,3137	-0,1227+0,7403i	-1,2627	5,2	0,0943	-0,5455+0,3367i	-0,5455
2	0,3066	-0,1405+0,7493i	-1,1823	5,4	0,0886	-0,5537+0,2765i	-0,5537
2,1	0,2982	-0,1584+0,7555i	-1,1121	5,6	0,0836	-0,5608 - 0,2114i	-0,5608
2,2	0,289	-0,1760+0,7593i	-1,0502	5,8	0,0792	-0,5670+0,1300i	-0,567
2,3	0,2793	-0,1935+0,7612i	-0,995	5,94	0,0766	-0,5707 - 0,0145i	-0,5707
2,4	0,2695	-0,2107+0,7613i	-0,9456	6	0,0753	-0,5191	-0,6798
2,5	0,2596	-0,2277+0,7601i	-0,9011	6,5	0,0668	-0,4236	-0,917
2,6	0,2499	-0,2444+0,7576i	-0,8607	7	0,0595	-0,3729	-1,0675
2,7	0,2404	-0,2608+0,7540i	-0,8238	7,5	0,0532	-0,3363	-1,1904
2,8	0,2312	-0,2769+0,7495i	-0,7901	8	0,0471	-0,3038	-1,3112
2,9	0,2223	-0,2927+0,7441i	-0,7591	8,5	0,0426	-0,2809	-1,405
3	0,2138	-0,3082+0,7380i	-0,7304	9	0,0387	-0,2614	-1,4905
3,1	0,2024	-0,3295+0,7283i	-0,6939	9,5	0,0353	-0,2448	-1,5692
3,2	0,197	-0,3398+0,7230i	-0,677	10	0,0323	-0,2302	-1,6422
3,3	0,1917	-0,3501+0,7174i	-0,6609				

Πίνακας 7.3. Οι παράμετροι του PD ελεγκτή που προκύπτουν για την DPC μέθοδο βαθμονόμησης και οι αντίστοιχες τιμές των επικρατούντων πόλων



Σχήμα 7.17. Η συνάρτηση $K_c(\tau_D)$ που προκύπτει από την εφαρμογή της DPC μεθόδου βαθμονόμησης.





Σχήμα 7.18. Χαρακτηριστικές αποκρίσεις UIPDT συστήματος: α) για το βέλτιστο $\tau_D=5.94$ και β) για $\tau_D=5.1$.

7.6.2 ISE μέθοδος βαθμονόμησης για PD ελεγκτή

Το γεγονός ότι η μορφή της απόκρισης του κλειστού UIPDT είναι ίδια με αυτήν ενός συστήματος 3^{ης} τάξης με τους ίδιους επικρατούντες πόλους, αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο για τη σχεδίαση με βάση ολοκληρωτικά κριτήρια της απόκρισης του κλειστού συστήματος. Ο λόγος είναι ότι είναι δυνατό να υπολογιστεί η χρονική απόκριση του κλειστού συστήματος σε αναλυτική μορφή και επομένως και ο υπολογισμός του αντίστοιχου ολοκληρωτικού κριτηρίου. Με τον τρόπο αυτό αποφεύγεται η χρήση προσομοίωσης για την οποία απαιτείται μεγάλος υπολογιστικός φόρτος.

Μια χαρακτηριστική εφαρμογή του αναλυτικού υπολογισμού της απόκρισης του κλειστού UIPDT συστήματος αποτελεί η μέθοδος βαθμονόμησης του PD ελεγκτή που βασίζεται στην ελαχιστοποίηση του ολοκληρώματος του τετραγώνου του σφάλματος.

Η βηματική απόκριση ενός συστήματος τρίτης τάξης με δύο μιγαδικούς ($p_{1,1}=a+jb$ και $p_{1,2}=a-jb$) και έναν πραγματικό (p_R) πόλο δίνεται από τη σχέση

$$y(t) = 1 - \left[e^{-\zeta\omega_0 t} (A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t)) + C e^{-p_R t} \right] \quad (7.52)$$

όπου $\omega_0 = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\zeta = a/\omega_0$, $\omega_n = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$, $A = p_R (-p_R + 2\zeta\omega_0)/D$, $B = p_R \omega_0 (-\zeta p_R + 2\zeta^2 \omega_0 - \omega_0)/(D\omega_n)$, $C = -\omega_0^2/D$ και $D = -p_R^2 + 2p_R \zeta \omega_0 - \omega_0^2$. Επομένως το τετράγωνο του σφάλματος δίνεται από τη σχέση

$$e^2(t) = e^{-2\zeta\omega_0 t} [A^2 \cos^2(\omega_n t) + B^2 \sin^2(\omega_n t) + 2AB \sin(\omega_n t) \cos(\omega_n t)] + C^2 e^{-2p_R t} + 2C e^{-\zeta\omega_0 t} e^{-p_R t} [A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t)]$$

Αν $A_1 = C^2 e^{-2p_R t}$, $A_2 = 2e^{-2\zeta\omega_0 t} A^2 (1 + \cos(2\omega_n t))/2$, $A_3 = 2e^{-2\zeta\omega_0 t} B^2 (1 - \cos(2\omega_n t))/2$,

$$A_4 = 2AB \sin(2\omega_n t), \quad A_5 = 2CAe^{-(\zeta\omega_o + p_R)t} \cos(\omega_n t) \quad \text{και} \quad A_6 = 2CBe^{-(\zeta\omega_o + p_R)t} \sin(\omega_n t)$$

τότε τα επιμέρους ολοκληρώματα που προκύπτουν δίνουν

$$I_1 = \int_0^{\infty} A_1 dt = \frac{C^2}{2p_R}, \quad I_2 = \int_0^{\infty} A_2 dt = \frac{A^2(1 + \zeta^2)}{4\omega_o \zeta}, \quad I_3 = \int_0^{\infty} A_3 dt = \frac{B^2(1 - \zeta^2)}{4\omega_o \zeta},$$

$$I_4 = \int_0^{\infty} A_4 dt = \frac{AB\sqrt{1 - \zeta^2}}{2\omega_o}, \quad I_5 = \int_0^{\infty} A_5 dt = \frac{2AC(\zeta\omega_o + p_R)}{p_R^2 + \omega_o^2 + 2\zeta\omega_o p_R} \quad \text{και}$$

$$I_6 = \int_0^{\infty} A_6 dt = \frac{2BC\omega_o \sqrt{1 - \zeta^2}}{p_R^2 + \omega_o^2 + 2\zeta\omega_o p_R}$$

Τελικώς προκύπτει ότι η τιμή του κριτηρίου ISE είναι

$$ISE_{sp} = \frac{1}{2} \frac{C^2}{p_R} + \frac{A^2(1 + \zeta^2) + B^2(1 - \zeta^2) + 2AB\zeta\sqrt{1 - \zeta^2}}{4\omega_o \zeta} + 2C \frac{A(\zeta\omega_o + p_R) + B\omega_n}{p_R^2 + \omega_o^2 + 2\zeta\omega_o p_R} \quad (7.53)$$

Για την εφαρμογή της μεθόδου χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος της χρυσής τομής που παρουσιάστηκε παραπάνω, με τη διαφορά ότι για δεδομένες τιμές των τ_D και K_C υπολογίζονται οι τιμές των επικρατούντων πόλων και στη συνέχεια από τη σχέση (7.53) η τιμή του ολοκληρωτικού κριτηρίου.

Εφαρμόζοντας τον παραπάνω αλγόριθμο για όλες τις τιμές του τ_D στο διάστημα (1.06,10), υπολογίστηκαν οι αντίστοιχες τιμές του K_C που ικανοποιούν το κριτήριο της μεθόδου. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 7.4 ενώ στο σχήμα 7.19 παρουσιάζεται η συνάρτηση $K_C(\tau_D)$ που προκύπτει από την εφαρμογή της ISE μεθόδου βαθμονόμησης.

Όπως έγινε και στην περίπτωση της DPC μεθόδου, προτείνεται η χρήση της παρακάτω προσέγγισης για να είναι δυνατή η εφαρμογή της ISE μεθόδου σε πραγματικό χρόνο. Η προσέγγιση της $K_C(\tau_D)$ που προτείνεται είναι

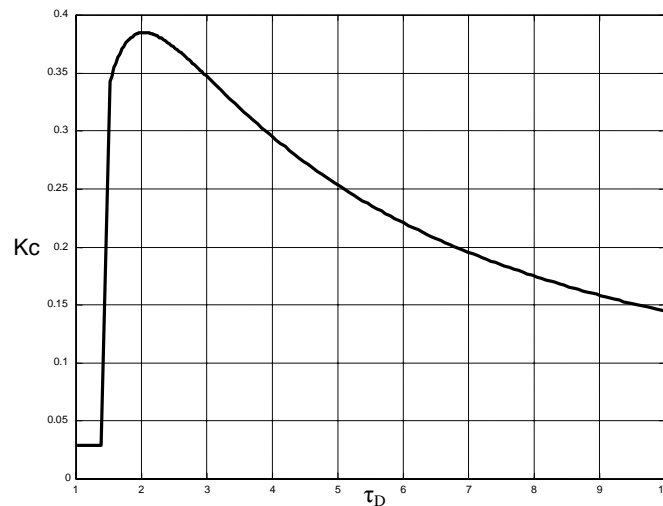
$$K_C(\tau_D) = \frac{4.29\tau_D - 4.012}{2.71\tau_D^2 + 1} \quad (7.54)$$

Το κανονικοποιημένο σφάλμα που προκύπτει για την K_C όταν χρησιμοποιείται η (7.54) είναι μικρότερο από 1% για $1.5 < \tau_D < 10$, ενώ το αντίστοιχο κανονικοποιημένο σφάλμα στην τιμή του ISE είναι μικρότερο από 0.5%.

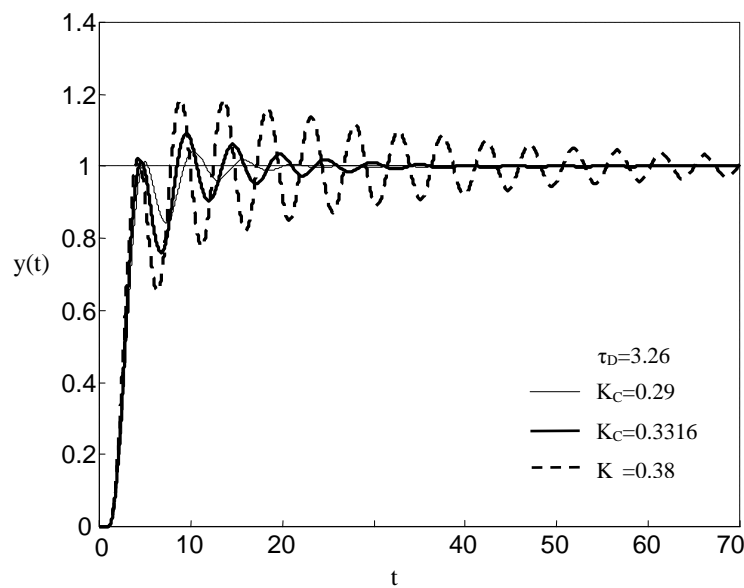
Και στην περίπτωση της ISE μεθόδου προκύπτουν δύο χαρακτηριστικές επιλογές για την τιμή του τ_D . Για $\tau_D = 3.28$ προκύπτει η ελάχιστη τιμή του κριτηρίου, αρά αυτή είναι και η βέλτιστη τιμή του τ_D , ενώ για $\tau_D = 2.04$ προκύπτει η μεγαλύτερη τιμή για την ενίσχυση K_C .

T _D	K _C	ISE	T _D	K _C	ISE
1,06	0,0288	345,9	3,5	0,3204	1,9
1,1	0,0288	192,3	3,6	0,3132	1,9
1,2	0,0288	91,1	3,7	0,3097	1,9
1,3	0,0288	59,7	3,8	0,3062	2
1,4	0,0288	44,4	3,9	0,2994	2
1,5	0,0288	35,4	4	0,296	2
1,6	0,3579	3,7	4,2	0,2864	2,1
1,7	0,3707	3,1	4,4	0,2771	2,2
1,8	0,3787	2,6	4,6	0,2684	2,3
1,9	0,3831	2,4	4,8	0,2601	2,4
2	0,3848	2,2	5	0,2523	2,4
2,1	0,3846	2	5,1	0,2497	2,5
2,2	0,3829	1,9	5,2	0,2473	2,5
2,3	0,3801	1,9	5,4	0,2401	2,6
2,4	0,3764	1,8	5,6	0,2333	2,7
2,5	0,3722	1,8	5,8	0,2268	2,8
2,6	0,3676	1,8	6	0,2206	2,9
2,7	0,3626	1,7	6,5	0,2075	3,1
2,8	0,3574	1,7	7	0,1957	3,3
2,9	0,3521	1,7	7,5	0,1851	3,6
3	0,3467	1,8	8	0,1756	3,8
3,1	0,3391	1,8	8,5	0,1659	4,1
3,2	0,3353	1,8	9	0,1581	4,3
3,28	0,3316	1,8	9,5	0,1511	4,6
3,4	0,3241	1,8	10	0,1455	4,8

Πίνακας 7.4. Οι παράμετροι του PD ελεγκτή που προκύπτουν από την ISE μέθοδο βαθμονόμησης και η αντίστοιχη τιμή του κριτηρίου.

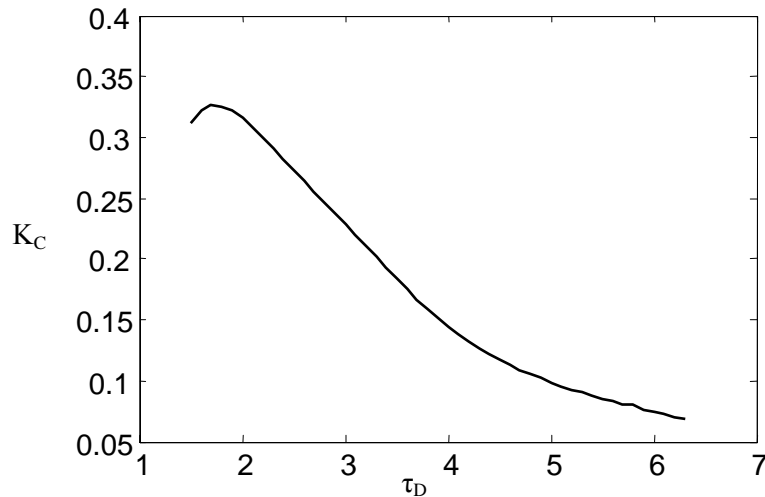


Σχήμα 7.17. Η συνάρτηση $K_C(\tau_D)$ που προκύπτει από την εφαρμογή της ISE μεθόδου βαθμονόμησης.



Σχήμα 7.20. Χαρακτηριστικές αποκρίσεις UIPDT συστήματος για το βέλτιστο $\tau_D=3.26$.

Στο σχήμα 7.20 παρουσιάζονται μερικές χαρακτηριστικές αποκρίσεις του κλειστού UIPDT συστήματος στην περίπτωση της βέλτιστης επιλογής $\tau_D=3.26$. Στο ίδιο σχήμα μπορεί να παρατηρήσει κανείς πως μεταβάλλεται η απόκριση για γειτονικές τιμές του K_C . Από τις αποκρίσεις αυτού του σχήματος είναι φανερό ότι η μέθοδος αυτή παρόλο που δίνει γρήγορη απόκριση είναι εξαιρετικά ταλαντωτική με αποτέλεσμα η σύγκλιση στο επιθυμητό σημείο λειτουργίας να είναι πολύ αργή.



Σχήμα 7.17. Η συνάρτηση $K_C(\tau_D)$ που προκύπτει από την εφαρμογή της FST μεθόδου βαθμονόμησης.

7.6.3 FST και OPOS μέθοδοι βαθμονόμησης για PD ελεγκτή

Η παραπάνω μεθοδολογία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εφαρμογή άλλων κριτηρίων που συνδέονται με την απόκριση του κλειστού συστήματος. Για παράδειγμα είναι δυνατό για κάθε τιμή του τ_D , να υπολογιστεί η βέλτιστη τιμή της ενίσχυσης K_C για την οποία ελαχιστοποιείται ο χρόνος αποκατάστασης (Fastest Settling Time ή FST).

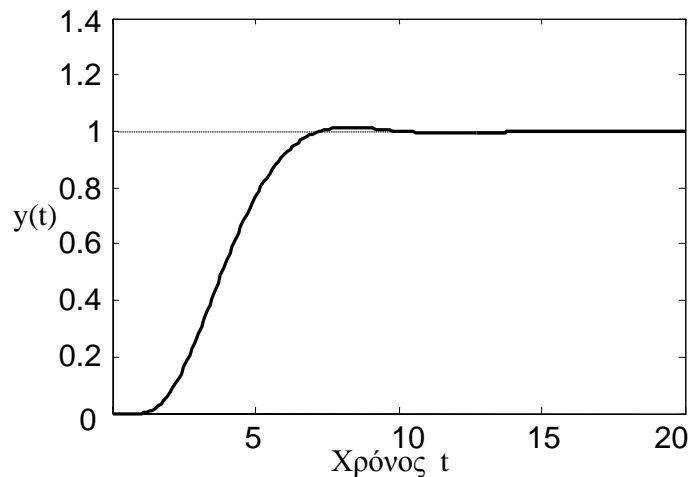
Για την εφαρμογή της FST μεθόδου, υπολογίζουμε αρχικά τις δύο περιβάλλουσες της απόκρισης του κλειστού UIPDT συστήματος. Οι δύο περιβάλλουσες (πάνω και κάτω) της (7.52) δίνονται από τις σχέσεις

$$y_{g1}(t) = 1 - \left[e^{-\zeta\omega_0 t} \left(\sqrt{A^2 + B^2} \right) + C e^{-p_R t} \right] \quad \text{και} \quad y_{g2}(t) = 1 + \left[e^{-\zeta\omega_0 t} \left(\sqrt{A^2 + B^2} \right) + C e^{-p_R t} \right]$$

Για την εφαρμογή της FST μεθόδου ένας απλός αλγόριθμος που βασίζεται στη μέθοδο της διχοτόμησης χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των τιμών της ενίσχυσης K_C για την οποία ελαχιστοποιείται ο χρόνος t_{stl} που απαιτείται ώστε $|1 - y_{g1}(t_{stl})| = 0.01$. Η συνάρτηση $K_C(\tau_D)$ που προκύπτει από την εφαρμογή της μεθόδου παρουσιάζεται στο σχήμα 7.17. Η συνάρτηση αυτή προσεγγίζεται με αρκετή ακρίβεια από τη

$$K_C(\tau_D) = \frac{3.026\tau_D - 2.116}{0.266\tau_D^5 + 4.737\tau_D} + 0.0311 \quad (7.55)$$

Η βέλτιστη τιμή του κριτηρίου επιτυγχάνεται για $\tau_D = 3.96$ και στην περίπτωση αυτή ο χρόνος αποκατάστασης είναι 11.215. Η αντίστοιχη απόκριση παρουσιάζεται στο σχήμα 7.22.



Σχήμα 7.22. Η απόκριση ενός DIPDT συστήματος με το βέλτιστο χρόνο αποκατάστασης για $\tau_D=3.95$.

7.7 ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ PID ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΒΑΣΙΣΜΕΝΕΣ ΣΕ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΕΥΡΩΣΤΙΑΣ

Οι μέθοδοι βαθμονόμησης που παρουσιάστηκαν παραπάνω βασίζονταν κυρίως σε κριτήρια απόκρισης στο πεδίο του χρόνου, ενώ ταυτόχρονα εγγυώνται και κάποιες βασικές ιδιότητες ως προς την ευρωστία του κλειστού συστήματος. Στην ενότητα αυτή προτείνονται τεχνικές βαθμονόμησης του PID ελεγκτή οι οποίες βασίζονται μόνο στα ευρέως χρησιμοποιούμενα κριτήρια ευρωστίας του περιθωρίου φάσης PM, του αυξητικού και του μειωτικού περιθωρίου κέρδους GM_{inc} και GM_{dec} , αντίστοιχα.

Πιο συγκεκριμένα οι μέθοδοι βαθμονόμησης που προτείνονται παρακάτω επιστρέφουν τις παραμέτρους του ελεγκτή που ικανοποιούν ακριβώς τις προδιαγραφές ευρωστίας:

- i. Περιθώριο φάσης και αυξητικό περιθώριο κέρδους (PGM_{inc} μέθοδος).
- ii. Μόνο το περιθώριο φάσης (PM μέθοδος).
- iii. Αυξητικό και μειωτικό περιθώριο κέρδους (GM μέθοδος).
- iv. Περιθώριο φάσης αυξητικό και μειωτικό περιθώριο κέρδους (PGM μέθοδος).

Σημειώνεται ότι λόγω της ιδιότητας των DIPDT συστημάτων να αυξάνεται το GM_{dec} ταχύτατα με την αύξηση του τ_i (βλέπε σχήμα 7.5), κάποια μέθοδος βαθμονόμησης που θα βασιζόταν στη ικανοποίηση του GM_{dec} και PM, δεν θα είχε μεγάλη πρακτική αξία.

Όπως γίνεται και στην περίπτωση των άλλων μεθόδων βαθμονόμησης ασταθών

συστημάτων που παρουσιάστηκαν σε προηγούμενα κεφάλαια, η σταθερά χρόνου διαφοράρισης τ_D πρέπει να επιλεγεί εκ των προτέρων με βάση τις κατευθυντήριες γραμμές που έχουν δοθεί στην ανάλυση που προηγήθηκε και φυσικά θα πρέπει $\tau_D > 1$. Υπενθυμίζουμε στο σημείο αυτό ότι με βάση τα παραπάνω, όσο μεγαλύτερο επιλεγεί το τ_D , τόσο πιο εύρωστο μπορεί να γίνει το κλειστό σύστημα.

7.7.1 PGM_{inc} μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή

Η μέθοδος αυτή έχει στόχο την ακριβή και ταυτόχρονη ικανοποίηση του επιθυμητού περιθωρίου φάσης PM_{des} και αυξητικού περιθωρίου κέρδους GM_{inc} . Φυσικά μία τέτοια μέθοδος έχει νόημα όταν η αβεβαιότητα που υπάρχει στο κέρδος του συστήματος είναι μόνο αυξητική.

Για τον ακριβή υπολογισμό των παραμέτρων K_C και τ_I του ελεγκτή (αφού προηγουμένως έχει επιλεγεί το τ_D) είναι απαραίτητη η λύση του συστήματος εξισώσεων που αποτελείται από τις μη-γραμμικές εξισώσεις (7.11), (7.13), (7.19), (7.20) και (7.24). Λόγω της μη ύπαρξης αναλυτικής λύσης του παραπάνω συστήματος ως προς τα K_C και τ_I , προτείνεται ο παρακάτω επαναληπτικός αλγόριθμος σταθερού σημείου για την εφαρμογή της PGM_{inc} μεθόδου. Τα βασικά βήματα του αλγορίθμου είναι τα εξής:

Αλγόριθμος PGM_{inc} για PID ελεγκτή

Βήμα 1: Ξεκινάμε με μία πολύ μεγάλη αρχική εκτίμηση για το τ_I , π.χ. $\tau_I = 100\tau_{I,min}$.

Βήμα 2: Για την τιμή αυτή του τ_I υπολογίζουμε την τιμή της ενίσχυσης K_C ώστε να ικανοποιείται το επιθυμητό $GM_{inc,des}$ από τη σχέση

$$K_C = \frac{\tau_I \omega_{max}^3}{GM_{inc,des} \sqrt{1 + (\tau_I \omega_{max})^2} \sqrt{1 + (\tau_D \omega_{max})^2}} \quad (7.56)$$

(η οποία προκύπτει κάνοντας χρήση των σχέσεων (7.13) και (7.24))

Βήμα 3: Για την τιμή αυτή του K_C υπολογίζουμε την νέα τιμή του τ_I για την οποία ικανοποιείται το επιθυμητό περιθώριο φάσης PM_{des} από τη σχέση

$$\tau_I = \frac{\tan \left[PM + \frac{\pi}{2} + \omega_G - \tan^{-1}(\tau_D \omega_G) \right]}{\omega_G} \quad (7.57)$$

(η οποία προκύπτει από την (7.19)), όπου η συχνότητα μοναδιαίου κέρδους ω_G υπολογίζεται από τη λύση της (7.20).

Βήμα 4: Τα βήματα 2 και 3 επαναλαμβάνονται μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

Ο παραπάνω αλγόριθμος συγκλίνει πάντα αν για τις επιθυμητές προδιαγραφές PM_{des} $GM_{inc,des}$ και για την τιμή του τ_D που επελέγη υπάρχει λύση του προβλήματος. Είναι προφανές ότι για να έχει λύση το πρόβλημα πρέπει τουλάχιστον να ισχύει ότι

$$PM_{des} < PM_{max}(d, \tau_D) \text{ και } GM_{inc,des} < GM_{prod,max} \quad (7.58)$$

Η PGM_{inc} μέθοδος, στην περίπτωση των DIPDT συστημάτων μπορεί να εφαρμοστεί και με προεπιλεγμένο το τ_i και αναζητώντας τις κατάλληλες τιμές των K_C και τ_D που να ικανοποιούν τις προδιαγραφές σχεδίασης. Για την εφαρμογή της τροποποιημένης αυτής μεθόδου, αφού προεπιλεγεί η επιθυμητή τιμή του τ_i , μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο PGM_{inc} αλγόριθμος με τη διαφορά ότι η σχέση (7.57) πρέπει να αντικατασταθεί από την αντίστοιχη επίλυση της (7.19) ως προς τ_D

$$\tau_D = \frac{\tan \left[PM + \frac{\pi}{2} + \omega_G - \tan^{-1}(\tau_i \omega_G) \right]}{\omega_G} \quad (7.59)$$

Με αυτήν την τροποποίηση ο PGM_{inc} Αλγόριθμος μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τη βαθμονόμηση PD ελεγκτών αν επιλεγεί $\tau_i = \infty$ ή ισοδύναμα αν οι σχέσεις (7.56) και (7.59) αντικατασταθούν από τις αντίστοιχες

$$K_C = \frac{\tau_i \omega_{max}^2}{GM_{inc,des} \sqrt{1 + (\tau_D \omega_{max})^2}}$$

και

$$\tau_D = \frac{\tan[PM + \omega_G]}{\omega_G}$$

7.7.2 PM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή

Αυτή η μέθοδος βαθμονόμησης χρησιμοποιείται όταν η μόνη προδιαγραφή σχεδίασης είναι το περιθώριο φάσης του κλειστού συστήματος. Βέβαια υπάρχει απειρία τιμών των παραμέτρων τ_i και K_C (το τ_D είναι προεπιλεγμένο) για τις οποίες το περιθώριο φάσης του κλειστού συστήματος είναι το επιθυμητό. Η καλύτερη επιλογή τ_i και K_C είναι εκείνη που θα ικανοποιεί το επιθυμητό περιθώριο φάσης PM_{des} εκεί που μεγιστοποιείται και η φάση του συστήματος δηλαδή όταν $\omega_G = \omega_p$ (βλέπε ανάλυση στην ενότητα 7.2.3). Με την επιλογή αυτή των παραμέτρων η παράμετρος τ_i που προκύπτει είναι η μικρότερη δυνατή και το κλειστό σύστημα που προκύπτει είναι το ταχύτερο δυνατό (και για έλεγχο παρακολούθησης τροχιάς και για την περίπτωση ρύθμισης) που ικανοποιεί την προδιαγραφή PM_{des} .

Η τιμή της παραμέτρου $\tau_i(d, PM^{des})$ για την οποία η μέγιστη φάση που προκύπτει είναι

$$\max(\varphi_L(\tau_1)) = PM_{des} - \pi/2$$

μπορεί να υπολογιστεί από τη λύση του συστήματος εξισώσεων που αποτελείται από τις (7.17) και (7.22). Για τη λύση του μη γραμμικού αυτού συστήματος εξισώσεων προτείνεται ο ακόλουθος απλός αλγόριθμος σταθερού σημείου.

PM Αλγόριθμος

Βήμα 1: Βεβαιωνόμαστε πρώτα αν η επιθυμητή τιμή του περιθωρίου φάσης PM^{des} είναι πραγματοποιήσιμη και αποδεκτή, δηλαδή

$$0 < PM_{des} < PM_{max} \quad (7.60)$$

όπου η τιμή του PM_{max} υπολογίζεται από τη σχέση (7.23). Αν δεν ισχύει η (7.60), το πρόβλημα δεν έχει λύση και για τη δεδομένη τιμή του τ_D η πλησιέστερη τιμή στην PM_{des} επιτυγχάνεται όταν $\tau_1 = \infty$.

Βήμα 2: Ξεκινάμε με μία αρχική εκτίμηση για το τ_1 , π.χ. $\tau_1 = 0$.

Βήμα 3: Γι' αυτήν την τιμή τ_1 υπολογίζουμε τη συχνότητα ω_p από τη σχέση (7.17).

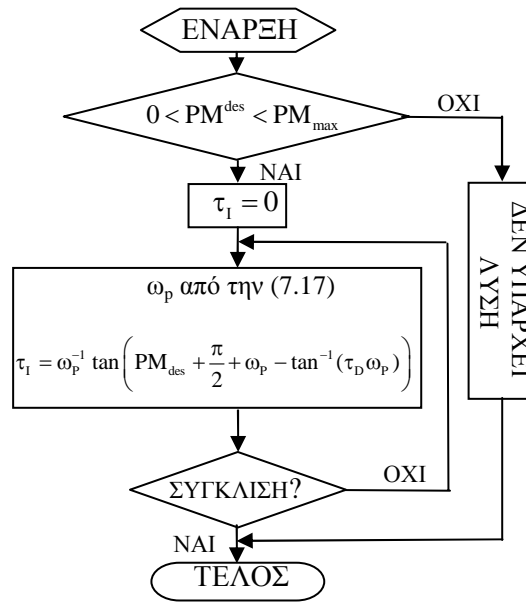
Βήμα 4: Επιλέγουμε την νέα τιμή του τ_1 από την λύση της (7.22) ως προς τ_1 , δηλαδή

$$\tau_1 = \frac{\tan \left[PM_{des} + \frac{\pi}{2} + \omega_p - \tan^{-1}(\tau_D \omega_p) \right]}{\omega_p}$$

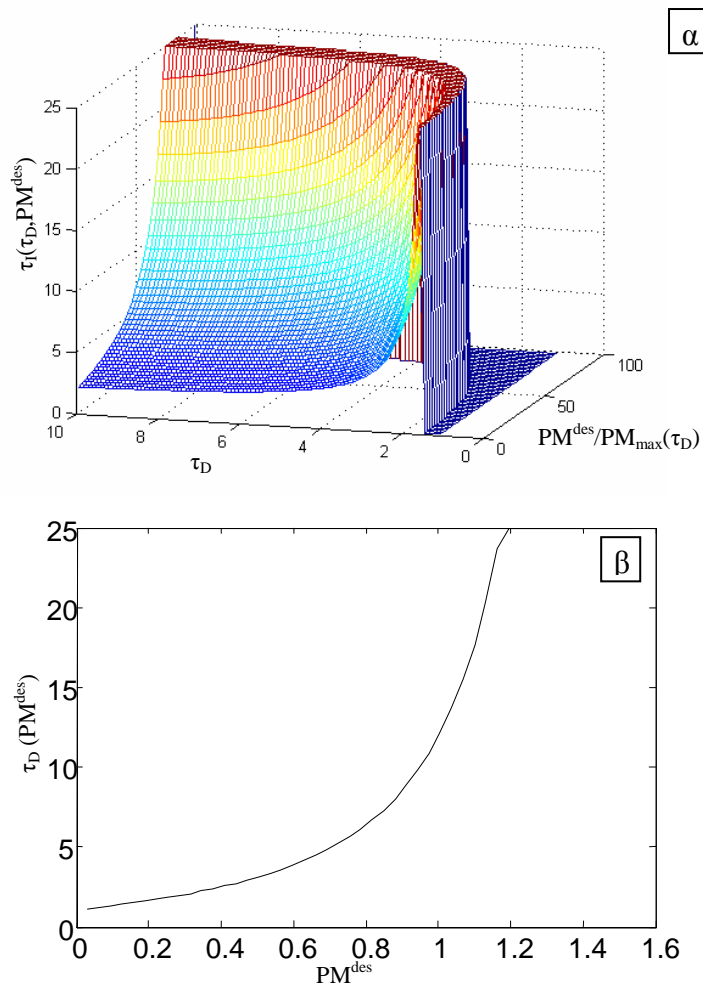
Βήμα 6: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 3 και 4 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

Ο PM αλγόριθμος συγκλίνει πάντα στην τιμή του τ_1 η οποία δίνει μέγιστο περιθώριο φάσης ίσο με PM_{des} , όταν το PM_{des} έχει αποδεκτή τιμή. Προφανώς, πρέπει $PM_{des} > 0$ για να είναι το κλειστό σύστημα ευσταθές και μικρότερο από την τιμή του PM_{max} που είναι το μέγιστο δυνατό περιθώριο φάσης που μπορεί να επιτευχθεί (για το προεπιλεγμένο τ_D) όταν $\tau_1 \rightarrow \infty$ (δηλαδή με PD ελεγκτή). Στο σχήμα 7.23 παρουσιάζεται για ευκολία το διάγραμμα βαθμίδων του PM αλγορίθμου. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο αλγόριθμος αυτός συγκλίνει με ακρίβεια του κανονικοποιημένου σφάλματος $\tilde{\tau}_1 = (\tau_1 - \hat{\tau}_1) / \tau_1$ στην περιοχή του 10^{-6} , σε 5 ή 6 επαναλήψεις, επομένως μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για εφαρμογές πραγματικού χρόνου.

Οι τιμές του $\tau_1(\tau_D, PM_{des})$ υπολογίστηκαν με τη χρήση του παραπάνω αλγορίθμου για όλα τα $\tau_D > 1$ και για όλες τις τιμές του PM_{des} στην περιοχή $(0, PM_{max}^{des})$ και παρουσιάζονται στο σχήμα 7.24α. Στο σχήμα αυτό ο άξονας της επιθυμητής τιμής PM_{des} έχει κανονικοποιηθεί ως προς το μέγιστο περιθώριο φάσης $PM_{max}(\tau_D)$ που επιτυγχάνεται όταν



Σχήμα 7.23. Αλγόριθμος υπολογισμού του $\tau_I(d, \tau_D, PM_{des})$.



Σχήμα 7.24. α) Η τιμή της παραμέτρου τ_I συναρτήσει του τ_D και του PM_{des} για PID ελεγκτή και β) η τιμή της παραμέτρου τ_D συναρτήσει του PM_{des} για PD ελεγκτή.

$\tau_I \rightarrow \infty$ για τη συγκεκριμένη τιμή του τ_D . Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση $\tau_I(\tau_D, PM_{des})$ είναι γνησίως αύξουσα και ως προς τις δύο μεταβλητές της. Από την ιδιότητα αυτή συνεπάγεται ότι οποιαδήποτε τιμή του τ_I μεγαλύτερη από αυτή που προκύπτει από τον παραπάνω αλγόριθμο, θα ικανοποιεί την προδιαγραφή του περιθωρίου φάσης (φυσικά όχι ακριβώς).

Κάνοντας χρήση της παρατήρησης 7.1, η προσέγγιση που δόθηκε στο 3^ο κεφάλαιο για τον υπολογισμό του $\tau_I(d, PM_{des})$ στην περίπτωση USOPDT συστημάτων, μπορεί να χρησιμοποιηθεί εδώ για τον υπολογισμό του $\tau_I(\tau_D, PM_{des})$ στην περίπτωση DIPDT συστημάτων. Συγκεκριμένα η προσέγγιση (3.102) εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς ότι στην περίπτωση των DIPDT συστημάτων παίρνει τη μορφή

$$\hat{\tau}_I(\tau_D, PM_{des}) = \tau_D \hat{\tau}_{I, \min}(\tau_D) \left(1 + f_{PM}(\tau_D) \frac{\frac{PM_{des}}{PM_{\max}(\tau_D)}}{1 - \frac{PM_{des}}{PM_{\max}(\tau_D)}} \right) \quad (7.61)$$

όπου

$$f_{PM}(\tau_D) = \frac{-0.0153 + 0.436\sqrt{1/\tau_D} + 0.632(1/\tau_D)}{(1/\tau_D)}$$

και όπου PM_{\max} και $\hat{\tau}_{I, \min}(\tau_D)$ δίνονται από τις σχέσεις (7.23) και (7.33), αντίστοιχα. Το κανονικοποιημένο σφάλμα του περιθωρίου φάσης \tilde{PM} , που προκύπτει χρησιμοποιώντας την προσέγγιση (7.61), όπως δείξαμε στο 3^ο κεφάλαιο είναι πάντα μικρότερο από 5% όταν το $PM_{des} > 0.2PM_{\max}$ και $\tau_D > 1.1$.

Έχοντας την δυνατότητα να υπολογίσουμε την τιμή του τ_I που για δεδομένο τ_D δίνει μέγιστο περιθώριο φάσης ίσο με το επιθυμητό PM_{des} , μπορούμε να προχωρήσουμε στην PM τεχνική βαθμονόμησης τα βασικά βήματα της οποίας είναι τα εξής:

PM μέθοδος βαθμονόμησης με προεπιλεγμένο τ_D

Βήμα 1. Ελέγχουμε αν η επιθυμητή προδιαγραφή για το περιθώριο φάσης είναι δυνατό να επιτευχθεί, δηλαδή αν

$$0 < PM_{des} < PM_{\max}$$

Βήμα 2. Δεδομένων των τ_D και PM_{des} υπολογίζουμε τη σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης $\tau_I(\tau_D, PM_{des})$ χρησιμοποιώντας την προσέγγιση (7.61) αν $PM_{des} > 0.2PM_{\max}$ ή τον PM αλγόριθμο για μεγαλύτερη ακρίβεια ή όταν $PM_{des} < 0.2PM_{\max}$.

Βήμα 3. Με γνωστό το τ_I , υπολογίζουμε τη συχνότητα ω_p από τη σχέση (7.17) και το κέρδος του ελεγκτή K_C από την σχέση (7.21) □

Όταν χρησιμοποιείται η προσέγγιση (7.61) για τη βαθμονόμηση του ελεγκτή, λόγω του σφάλματος αυτής της προσέγγισης, συνιστάται να επιλέγεται το επιθυμητό περιθώριο φάσης μεγαλύτερο κατά 5% έτσι ώστε να είναι βέβαιο ότι οι προδιαγραφές ικανοποιούνται πάντα.

Με βάση την ιδιότητα της συμμετρίας των παραμέτρων τ_I και τ_D στις σχέσεις που χρησιμοποιούνται στον PM Αλγόριθμο, είναι δυνατό να εφαρμοστεί η παραπάνω μέθοδος με προεπιλεγμένη την παράμετρο τ_I του ελεγκτή όπως περιγράφεται στην επόμενη μέθοδο βαθμονόμησης.

PM μέθοδος βαθμονόμησης με προεπιλεγμένο τ_I

Βήμα 1. Ελέγχουμε αν η επιθυμητή προδιαγραφή για το περιθώριο φάσης είναι δυνατό να επιτευχθεί, δηλαδή αν

$$0 < PM_{des} < PM_{max}$$

Βήμα 2. Δεδομένων των τ_I και PM^{des} υπολογίζουμε τη σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης $\tau_D(\tau_I, PM_{des})$ χρησιμοποιώντας την προσέγγιση (7.61) με αντικατάσταση του τ_I με τ_D και αντίστροφα αν $PM^{des} > 0.2PM_{max}$, ή τον *PM αλγόριθμο* για μεγαλύτερη ακρίβεια όταν $PM^{des} < 0.2PM_{max}$ και κάνοντας την ίδια αντικατάσταση.

Βήμα 3. Με γνωστό το τ_D υπολογίζουμε τη συχνότητα ω_p από τη σχέση (7.17) και το κέρδος του ελεγκτή K_C από τη σχέση (7.21). □

Η μέθοδος αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τη βαθμονόμηση του PD ελεγκτή με βάση το επιθυμητό περιθώριο φάσης αν επιλεγεί $\tau_I = \infty$. Επίσης σε περίπτωση όπου το σύστημα δεν υπόκειται σε μεγάλες διαταραχές και η τιμή της σταθεράς χρόνου ολοκλήρωσης μπορεί να επιλεγεί εκ των προτέρων πολύ μεγάλη (π.χ. $\tau_I > 10\tau_{I,min}$).

7.7.3 GM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή

Η GM μέθοδος βαθμονόμησης εφαρμόζεται όταν οι προδιαγραφές σχεδίασης περιγράφονται με τη μορφή αυξητικού και μειωτικού περιθωρίου φάσης GM_{inc} και GM_{dec} , αντίστοιχα. Από την ανάλυση που παρουσιάστηκε στην ενότητα 7.2.4 έγινε

φανερό ότι όταν οι δύο προδιαγραφές ικανοποιούνται ακριβώς, τότε η σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης τ_I είναι η μικρότερη που ικανοποιεί αυτές τις προδιαγραφές και επομένως το κλειστό σύστημα είναι το ταχύτερο δυνατό. Επομένως η μέθοδος που παρουσιάζεται παρακάτω βασίζεται στην ακριβή ικανοποίηση των προδιαγραφών GM_{inc} και GM_{dec} .

Από το σύστημα των εξισώσεων που αποτελείται από τις εξισώσεις (7.11), (7.12), (7.13) και (7.25) είναι δυνατό να υπολογιστεί η τιμή τ_I για την οποία το γινόμενο του περιθωρίου κέρδους GM_{prod} είναι ίσο με το επιθυμητό, δηλαδή

$$GM_{prod,des} = GM_{inc,des} GM_{dec,des} \quad (7.62)$$

Επειδή το παραπάνω σύστημα δεν έχει αναλυτική λύση ως προς τ_I , προτείνεται ο ακόλουθος επαναληπτικός αλγόριθμος για τον υπολογισμό τις τιμές του τ_I του οποίου το γινόμενο περιθωρίων κέρδους που προκύπτει είναι ίσο με $GM_{prod,des}$. Ο αλγόριθμος αυτός βασίζεται στη μέθοδο της διχοτόμησης και τα βασικά βήματα του είναι τα εξής:

GM Αλγόριθμος

Βήμα 1: Ελέγχουμε αν το $GM_{prod,des}$ έχει αποδεκτή τιμή, δηλαδή αν

$$GM_{prod,des} > 1 \quad (7.63)$$

Βήμα 2: Ξεκινάμε με αρχικές τιμές $\tau_{I,1} = \tau_{I,min}$ και $\tau_{I,2}$ πολύ μεγάλο

(π.χ. $\tau_{I,2} = 100 \tau_{I,min}$).

Βήμα 3: Υπολογίζουμε τη νέα τιμή του τ_I ως την μέση τιμή των $\tau_{I,1}$ και $\tau_{I,2}$, δηλαδή

$$\tau_I = 0.5(\tau_{I,1} + \tau_{I,2})$$

Βήμα 4: Γι' αυτήν την τιμή του τ_I υπολογίζουμε τις τιμές των ω_{min} και ω_{max}

χρησιμοποιώντας τους ω_{min} και ω_{max} αλγόριθμους και τις τιμές των K_{min} και K_{max} από τις σχέσεις (7.12) και (7.13), αντίστοιχα.

Βήμα 5: Υπολογίζουμε την τιμή του GM_{prod} από τη σχέση (7.25).

Βήμα 6: Αν $GM_{prod} < GM_{prod,des}$, τότε $\tau_{I,1} = \tau_I$, αλλιώς $\tau_{I,2} = \tau_I$.

Βήμα 7: Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 3 ως 7 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. \square

Ο παραπάνω αλγόριθμος συγκλίνει πάντα στη ζητούμενη τιμή τ_I η οποία δίνει το επιθυμητό γινόμενο περιθωρίου κέρδους $GM_{prod,des}$ αν βέβαια $GM_{prod,des} > 1$. Στο σχήμα 7.25 παρουσιάζεται για ευκολία το διάγραμμα βαθμίδων του GM αλγορίθμου. Σημειώνεται ότι οι αλγόριθμοι που βασίζονται στη μέθοδο της διχοτόμησης συγκλίνουν με ακρίβεια 2^{-n} σε n επαναλήψεις.

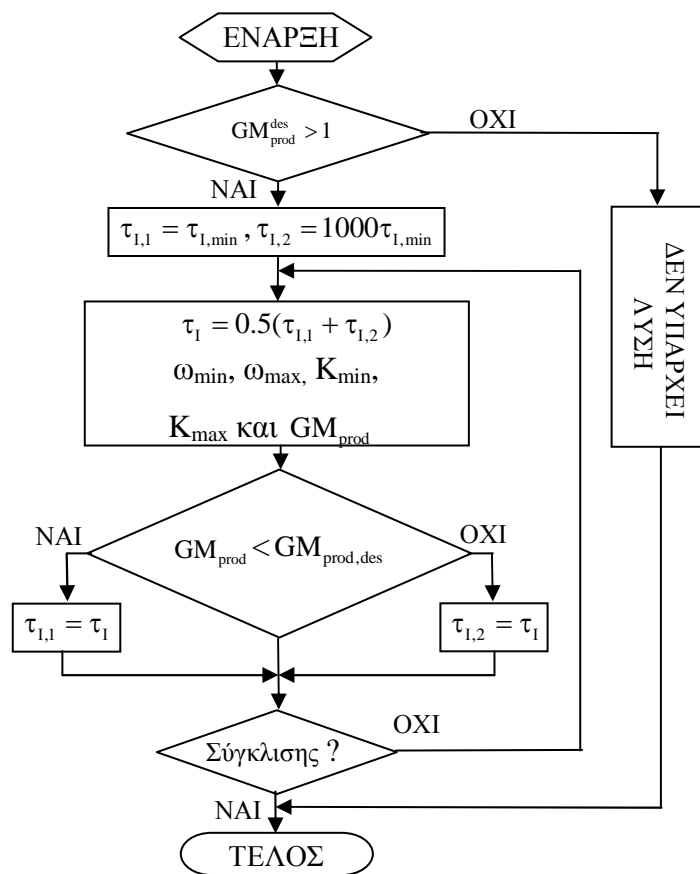
Η συνάρτηση $\tau_I(\tau_D, GM_{prod,des})$ (υπολογισμένη με τη χρήση του GM αλγορίθμου)

παρουσιάζεται στο σχήμα 7.26 για όλες τις τιμές του $\tau_D > 1$. Από τα δύο αυτά σχήματα γίνεται φανερό ότι η συνάρτηση $\tau_1(\tau_D, GM_{prod})$ είναι γνησίως αύξουσα ως προς το GM_{prod} και επομένως οποιαδήποτε τιμή του τ_1 μεγαλύτερη από αυτή που προκύπτει από τον παραπάνω αλγόριθμο, θα ικανοποιεί την προδιαγραφή $GM_{prod,des}$ (φυσικά όχι ακριβώς).

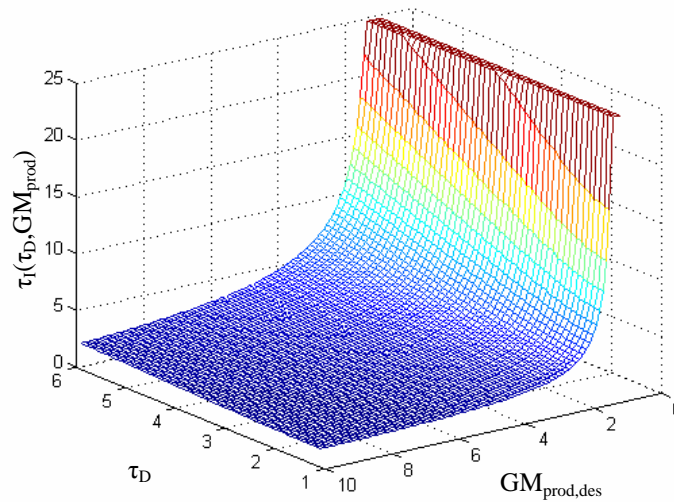
Επειδή η GM μέθοδος βαθμονόμησης βασίζεται στον υπολογισμό της τιμής του τ_1 η οποία δίνει το επιθυμητό γινόμενο περιθωρίου κέρδους $GM_{prod,des}$ και για να αποφευχθεί η χρήση του GM αλγορίθμου, αναπτύχθηκαν προσεγγιστικές σχέσεις που επιστρέφουν τη λύση του αλγορίθμου αυτού με αρκετή ακρίβεια. Ακολουθώντας μια διαδικασία όμοια με αυτήν που χρησιμοποιήθηκε και για την ανάπτυξη των άλλων προσεγγίσεων (βλέπε ενότητα 3.2), προκύπτει ότι το $\tau_1(\tau_D, GM_{prod,des})$ μπορεί να προσεγγιστεί από την

$$\hat{\tau}_1(\tau_D, GM_{prod,des}) = \hat{\tau}_{1,min}(\tau_D) + \frac{(a_3 GM_{prod,max} + a_1)^2}{GM_{prod,max} + a_2} \quad (7.64)$$

όπου



Σχήμα 7.25. Αλγόριθμος υπολογισμού του $\tau_1(\tau_D, GM_{prod,des})$.



Σχήμα 7.26. Η τιμή της παραμέτρου τ_1 συναρτήσει του τ_D και του $GM_{\text{prod,des}}$ για PID ελεγκτή.

$$a_1 = -0.35 - 3.8/\tau_D^2, \quad a_2 = 0.3\tau_D^2 - \frac{0.8}{\sqrt{\tau_D}} \quad \text{και} \quad a_3 = 0.8 + \frac{1}{2.78 + 0.64\tau_D} + \frac{1}{0.215\tau_D^4}$$

Το κανονικοποιημένο σφάλμα της προσέγγισης (7.64), το οποίο στην περίπτωση αυτή ορίζεται από τη σχέση

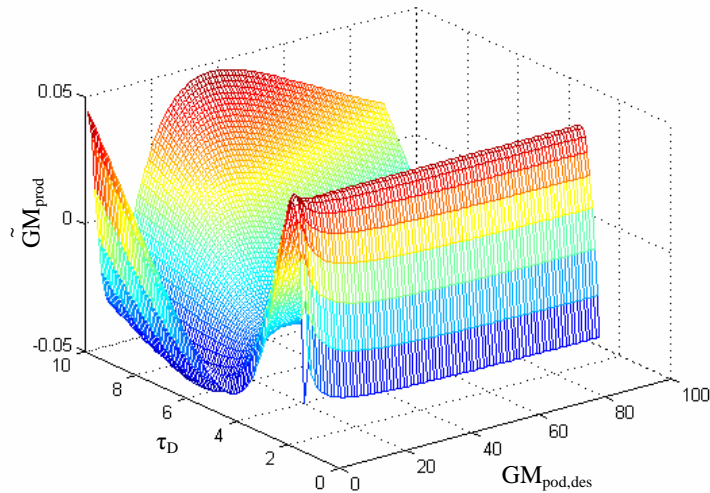
$$\tilde{GM}_{\text{prod}} = (GM_{\text{prod,des}} - GM_{\text{prod}}(\tau_D, \hat{\tau}_1)) / GM_{\text{prod,des}} \quad (7.65)$$

παρουσιάζεται στο σχήμα 7.27 για όλες $\tau_D > 1.5$ και για $GM_{\text{prod,des}} > \sqrt{\tau_D}$. Από αυτό το σχήμα προκύπτει ότι το κανονικοποιημένο σφάλμα είναι μικρότερο από 5% στο παραπάνω διάστημα. Για μικρότερες τιμές του $GM_{\text{prod,des}}$ πρέπει να χρησιμοποιείται ο *GM αλγόριθμος* για τον υπολογισμό του τ_1 . Σημειώνεται ότι αν $GM_{\text{prod,des}} > \sqrt{\tau_D}$, τότε ισχύει πάντα $\tau_1 > 1.2\tau_{1,\text{min}}$ και επομένως μπορούν να υπολογιστούν και τα ω_{min} και ω_{max} από τις αντίστοιχες προσεγγίσεις τους.

Έχοντας τη δυνατότητα να υπολογίσουμε την τιμή του τ_1 που για δεδομένα τ_D δίνει το επιθυμητό GM_{prod} , μπορούμε να προχωρήσουμε στην *GM μέθοδο βαθμονόμησης* τα βασικά βήματα της οποίας είναι τα εξής:

GM μέθοδος βαθμονόμησης

Βήμα 1. Υπολογίζουμε αρχικά την τιμή του $GM_{\text{prod,des}}$ από τα $GM_{\text{inc,des}}$ και $GM_{\text{dec,des}}$.



Σχήμα 7.27. Το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα στην GM_{prod} που προκύπτει όταν χρησιμοποιείται η προσέγγιση τ_i από της (7.64).

Βήμα 2. Δεδομένων των τ_D και $GM_{prod,des}$ υπολογίζουμε τη σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης $\tau_i(\tau_D, GM_{prod,des})$ χρησιμοποιώντας την προσέγγιση (7.64) αν $\tau_D > 1.5$, ή τον GM αλγόριθμο για μεγαλύτερη ακρίβεια στην αντίθετη περίπτωση.

Βήμα 3. Αν $\tau_i > 1.2\tau_{i,min}$, υπολογίζουμε τις κρίσιμες συχνότητες ω_{min} και ω_{max} από τις (7.31) και (7.32) και τα κρίσιμα κέρδη K_{min} και K_{max} τις (7.12) και (7.13). Αν $\tau_i < 1.2\tau_{i,min}$, τότε πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι ω_{min} και ω_{max} αλγόριθμοι για τον υπολογισμό των ω_{min} και ω_{max} , αντίστοιχα.

Βήμα 4. Το κέρδος του ελεγκτή υπολογίζεται με βάση μία από τις σχέσεις

$$K_C = K_{max} / GM_{inc} \quad \text{ή} \quad K_C = GM_{dec} K_{min} \quad (7.66)$$

□

Όταν για την εφαρμογή της μεθόδου χρησιμοποιούνται οι προσεγγιστικές σχέσεις τότε προτείνεται η χρήση 5% μεγαλύτερου $GM_{prod,des}$ έτσι ώστε να είναι βέβαιο ότι οι προδιαγραφές ικανοποιούνται πάντα.

7.7.4 PGM μέθοδος βαθμονόμησης για PID ελεγκτή

Η PGM μέθοδος βαθμονόμησης εφαρμόζεται όταν οι προδιαγραφές σχεδίασης του κλειστού συστήματος βασίζονται και στα τρία περιθώρια ευρωστίας, δηλαδή το περιθώριο φάσης PM, το αυξητικό περιθώριο κέρδους GM_{inc} και το μειωτικό περιθώριο

κέρδους GM_{dec} .

Στην περίπτωση των DIPDT συστημάτων και κάνοντας χρήση PID ελεγκτή είναι πάντα δυνατό να βρεθούν παράμετροι K_C , τ_I και τ_D του ελεγκτή ώστε και τα τρία περιθώρια ευρωστίας να ικανοποιούνται ακριβώς αρκεί το $PM_{des} < \pi/2$. Οι παράμετροι του ελεγκτή σε αυτήν την περίπτωση μπορούν να υπολογιστούν από τη λύση του μη γραμμικού συστήματος εξισώσεων που αποτελείται από τις (7.11), (7.12), (7.13), (7.19), (7.20), (7.24) και (7.25). Το σύστημα αυτό μπορεί να λυθεί αλλά μόνο με τη χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων. Ο λόγος που στην περίπτωση των DIPDT συστημάτων υπάρχει πάντα λύση του συστήματος οφείλεται στο γεγονός ότι όταν $\tau_I \rightarrow \infty$, τότε και το $GM_{prod} \rightarrow \infty$. Επειδή όμως η λύση του παραπάνω συστήματος είναι δυνατό να μην έχει πρακτική αξία, κυρίως σε περιπτώσεις όπου ο διαφορικός όρος που προκύπτει παίρνει μεγάλες τιμές, στη συνέχεια θα προταθούν δύο PGM μέθοδοι. Η ακριβής PGM μέθοδος επιστρέφει τον ελεγκτή που ικανοποιεί ακριβώς όλες τις προδιαγραφές ευρωστίας, ενώ η προσεγγιστική PGM μέθοδος επιστρέφει έναν ελεγκτή που ικανοποιεί όλες τις προδιαγραφές αλλά όχι ακριβώς. Η προσεγγιστική PGM μέθοδος έχει το πλεονέκτημα ότι είναι δυνατό να εφαρμοστεί χωρίς την χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων, ενώ δίνει την δυνατότητα στο σχεδιαστή να επιλέξει τον διαφορικό όρο με βάση τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του συστήματος.

Η προσεγγιστική PGM μέθοδος βαθμονόμησης βασίζεται στις μεθόδους PM και GM που προτάθηκαν στις παραπάνω ενότητες και τα βασικά βήματα της μεθόδου αυτής είναι τα εξής:

Προσεγγιστική PGM μέθοδος βαθμονόμησης

Βήμα 1. Αρχικά επιβεβαιώνουμε ότι οι ζητούμενες προδιαγραφές είναι αποδεκτές, δηλαδή

$$0 < PM_{des} < PM_{max}(\tau_D) \text{ και } GM_{prod,des} > 1$$

Βήμα 2. Υπολογίζουμε τους δύο ελεγκτές που προκύπτουν με τη χρήση των μεθόδων PM και GM. Αν ο ελεγκτής με τη μεγαλύτερη τιμή του τ_I ικανοποιεί και τις τρεις προδιαγραφές, τότε αυτός είναι ο ελεγκτής που αναζητούμε. Στην αντίθετη περίπτωση προχωράμε στο 3^ο βήμα.

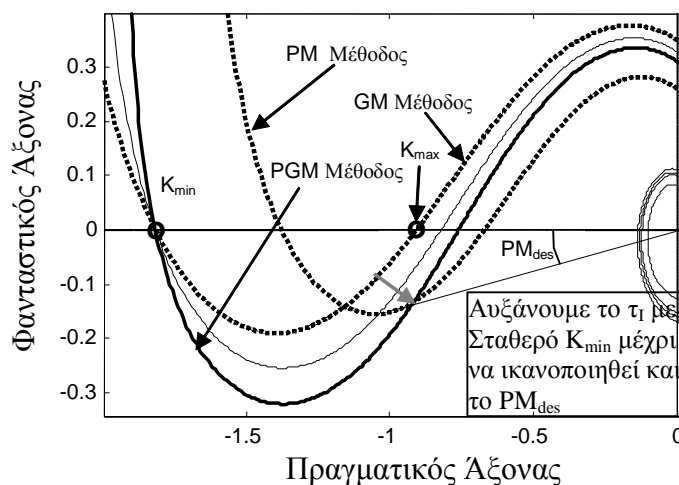
Βήμα 3. Θεωρούμε ότι $K_{C,PM}$ και $\tau_{I,PM}$ είναι οι παράμετροι του ελεγκτή που προκύπτουν από την εφαρμογή της PM μεθόδου και $K_{C,GM}$ και $\tau_{I,GM}$ είναι οι παράμετροι του ελεγκτή που προκύπτουν από την εφαρμογή της GM μεθόδου.

Αν κανένας από τους ελεγκτές αυτούς δεν ικανοποιεί όλες τις προδιαγραφές, τότε ελέγχουμε ποιος ελεγκτής δίνει το μεγαλύτερο κέρδος K_C . Στην περίπτωση όπου:

- i. $K_{C,PM} > K_{C,GM}$, τότε για να ικανοποιήσουμε όλες τις προδιαγραφές με το μικρότερο τ_I σταδιακά αυξάνουμε την τιμή του τ_I (αρχίζοντας από την $\max(\tau_{I,GM}, \tau_{I,PM})$) ενώ διατηρούμε το ίδιο αυξητικό περιθώριο κέρδους GM_{inc} (αυτό επιτυγχάνεται επιλέγοντας το $K_C = K_{\max}(\tau_I, \tau_D) / GM_{inc,des}$) μέχρι να ικανοποιηθεί και η προδιαγραφή του περιθωρίου φάσης.
- ii. $K_{C,PM} < K_{C,GM}$, τότε αυξάνουμε σταδιακά το τ_I (αρχίζοντας από την $\max(\tau_{I,GM}, \tau_{I,PM})$) ενώ διατηρούμε το ίδιο αυξητικό περιθώριο κέρδους GM_{dec} (αυτό επιτυγχάνεται επιλέγοντας το $K_C = K_{\min}(\tau_I, \tau_D) GM_{dec}^{des}$) μέχρι να ικανοποιηθεί και η προδιαγραφή του περιθωρίου φάσης (βλέπε σχήμα 7.28.). □

Παρόλο που υπάρχουν και άλλοι τρόποι για την επιλογή των παραμέτρων του ελεγκτή έτσι ώστε να ικανοποιούνται και οι τρεις προδιαγραφές, η μέθοδος που προτείνεται εδώ είναι προτιμότερη γιατί χρειάζεται τη μικρότερη υπολογιστική προσπάθεια αφού για δεδομένο τ_I το περιθώριο φάσης μπορεί να υπολογιστεί ακριβώς χωρίς χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων.

Για τον υπολογισμό των παραμέτρων K_C , τ_I και τ_D του ελεγκτή ώστε και τα τρία περιθώρια ευρωστίας να ικανοποιούνται ακριβώς γίνεται χρήση του PGM_{inc} και του GM αλγορίθμου. Τα βασικά βήματα αυτής της μεθόδου είναι τα εξής:



Σχήμα 7.28. Παράδειγμα εφαρμογής της προσεγγιστικής PGM μεθόδου βαθμονόμησης.

Ακριβής PGM μέθοδος βαθμονόμησης

Βήμα 1. Αρχικά επιβεβαιώνουμε ότι οι ζητούμενες προδιαγραφές είναι αποδεκτές, δηλαδή

$$0 < PM_{des} < \pi/2 \text{ και } GM_{prod,des} > 1$$

και επιλέγοντας μία πολύ μεγάλη αρχική τιμή για το τ_I (π.χ. $\tau_I=1000$).

Βήμα 2. Για αυτήν την τιμή του τ_I , κάνοντας χρήση του PGM_{inc} αλγόριθμου (στη μορφή του με προεπιλεγμένη την τιμή του τ_I), υπολογίζουμε τις τιμές K_C και τ_D που ικανοποιούν τις προδιαγραφές GM_{inc,des} και PM_{des}.

Βήμα 3. Για τη νέα τιμή του τ_D χρησιμοποιούμε τον GM αλγόριθμο για να υπολογίσουμε την τιμή του $\tau_I(\tau_D, GM_{prod,des})$.

Βήμα 4. Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 μέχρι να επέλθει σύγκλιση. □

Ο παραπάνω αλγόριθμος συγκλίνει πάντα στις τιμές εκείνες του PID ελεγκτή που ικανοποιούν ακριβώς και τα τρία κριτήρια ευρωστίας.

Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι σε όλες τις μεθόδους βαθμονόμησης που βασίζονται σε κριτήρια ευρωστίας, αν η απόκριση του κλειστού συστήματος είναι πολύ ταλαντωτική (λόγω κυρίως της μικρής τιμής που μπορεί να έχει η παράμετρος τ_I), τότε με την αύξηση του τ_I αυξάνεται ο συντελεστής απόσβεσης του κλειστού συστήματος. Από την ανάλυση που παρουσιάστηκε την ενότητα 7.2, προκύπτει ότι σε αυτήν την περίπτωση το κλειστό σύστημα που προκύπτει είναι πιο εύρωστο και επομένως όλες οι προδιαγραφές συνεχίζουν να ικανοποιούνται (φυσικά όχι ακριβώς).

7.7.5 Αριθμητικές εφαρμογές των GM, PM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης

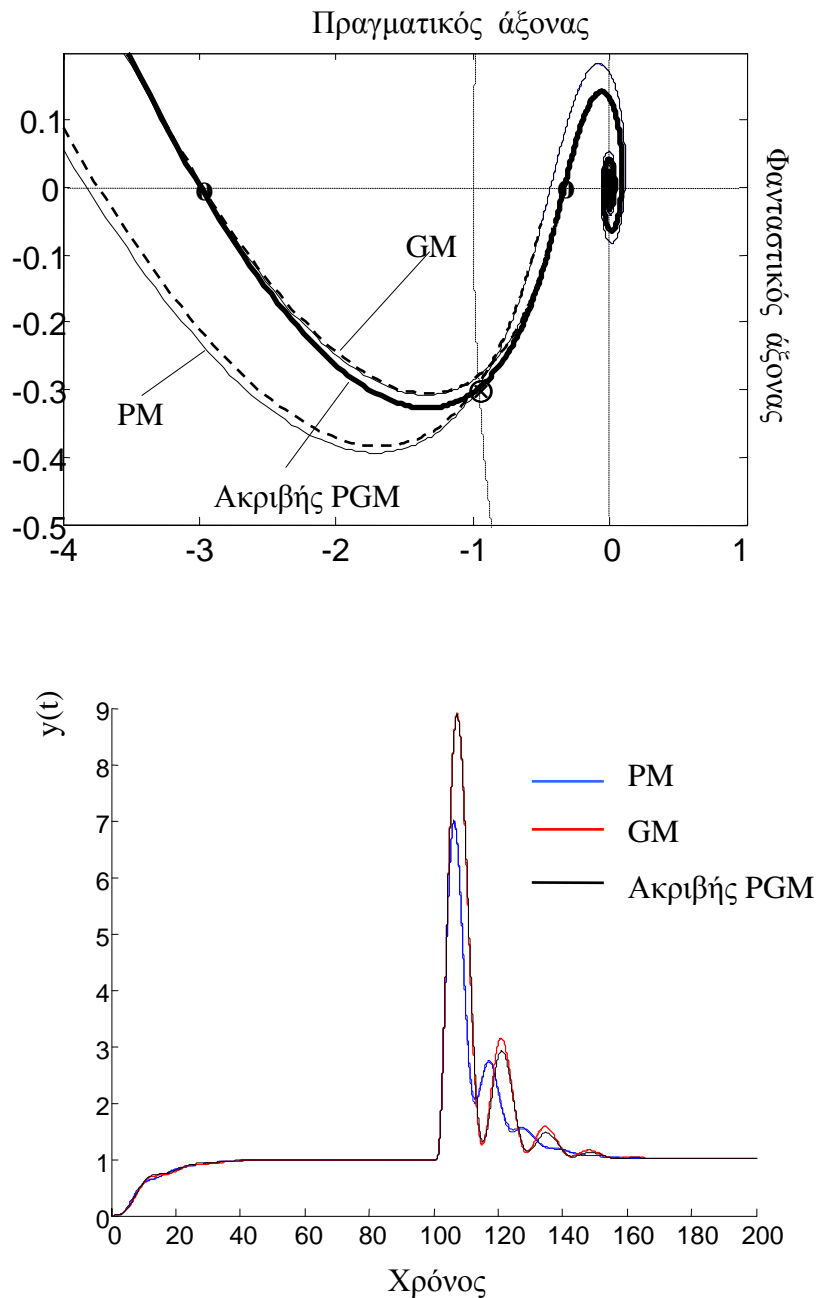
Με την εφαρμογή των GM, PM και PGM μεθόδων βαθμονόμησης είναι δυνατό να επιλεγούν κατάλληλες προδιαγραφές για τα περιθώρια κέρδους και φάσης ώστε να προκύψουν όλοι οι PD και PID ελεγκτές που προτείνονται από άλλες μεθόδους βαθμονόμησης (π.χ. οι μέθοδοι που προτείνονται στην [81] και [82]).

Για το σκοπό αυτό, στην περίπτωση PD ελεγκτή μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει την PGM_{inc} μέθοδο με προδιαγραφές το περιθώριο φάσης και το αυξητικό περιθώριο κέρδους που προκύπτουν από τις άλλες μεθόδους. Αντίστοιχα, στην περίπτωση του PID ελεγκτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ακριβής PGM μέθοδος με τις ίδιες προδιαγραφές. Επομένως η σύγκριση των προτεινόμενων μεθόδων βαθμονόμησης με άλλες υπάρχουσες

μεθόδους δεν μπορεί να δώσει καμία επιπλέον πληροφορία όσον αφορά την αποτελεσματικότητα των μεθόδων αυτών.

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται κάποια χαρακτηριστικά αριθμητικά παραδείγματα βαθμονόμησης PD και PID ελεγκτών για DIPDT συστήματα με βάση τις τεχνικές που προτείνονται στην ενότητα 7.7. Στο πρώτο παράδειγμα οι ζητούμενες προδιαγραφές ευρωστίας είναι: $GM_{inc}=GM_{dec}=3$ και $PM=0.3rad$. Εφαρμόζοντας την PM μέθοδο βαθμονόμησης κάνοντας χρήση του PM αλγορίθμου με προεπιλεγμένο το $\tau_D=3$, ο PID ελεγκτής που προκύπτει έχει $K_C=0.1692$, $\tau_I=10.083$ και $\tau_D=3$. Εφαρμόζοντας την ίδια μέθοδο κάνοντας χρήση των προσεγγιστικών σχέσεων προκύπτει ο ελεγκτής με $\hat{K}_C=0.1691$, $\hat{\tau}_I=9.8431$ και $\hat{\tau}_D=3$. Στο σχήμα 7.29α παρουσιάζονται τα διαγράμματα Nyquist των αντίστοιχων κλειστών συστημάτων. Στα διαγράμματα αυτά παρουσιάζεται μόνο το τμήμα του διαγράμματος Nyquist στην περιοχή του κρίσιμου σημείου $-1+j0$ που καθορίζει και τη συμπεριφορά του συστήματος όσον αφορά την ευστάθειά του. Συμπαγείς και διακεκομμένες γραμμές χρησιμοποιούνται για την ακριβή και την προσεγγιστική λύση αντίστοιχα. Στο σχήμα 7.29α το σημείο του μοναδιαίου κύκλου που καθορίζει το περιθώριο φάσης δηλώνεται με το σύμβολο '⊗'. Από τα πολικά διαγράμματα του σχήματος 7.29α είναι προφανές ότι η προσεγγιστική λύση είναι εξαιρετικά ακριβής και μάλιστα στο επίμαχο σημείο του μοναδιαίου κύκλου δύσκολα διακρίνεται από την ακριβή λύση. Το ίδιο μπορεί να διαπιστώσει κανείς και από την απόκριση στο πεδίο του χρόνου που παρουσιάζεται στο σχήμα 7.29β, όπου οι δύο αποκρίσεις δεν είναι δυνατό να διακριθούν μεταξύ τους. Σημειώνεται ότι σε όλες τις εφαρμογές στο πεδίο του χρόνου γίνεται χρήση των προ-φίλτρων που προτείνονται από τις σχέσεις (2.8). Στο σχήμα 7.29β, το πρώτο τμήμα της απόκρισης οφείλεται σε βηματική αλλαγή του σημείου λειτουργίας, ενώ τη χρονική στιγμή $t=100$ εφαρμόζεται μοναδιαία μεταβολή του φορτίου στην είσοδο του συστήματος.

Εφαρμόζοντας τώρα την GM μέθοδο βαθμονόμησης με προεπιλεγμένη τιμή για το διαφορικό όρο $\tau_D=3$, προκύπτει ο ελεγκτής PID με $K_C=0.13096$, $\tau_I=10.2036$ και $\tau_D=3$, για την ακριβή εφαρμογή της μεθόδου και $\hat{K}_C=0.13096$, $\hat{\tau}_I=10.1219$ και $\hat{\tau}_D=3$ όταν γίνεται χρήση των προσεγγιστικών σχέσεων. Στα σχήματα 7.29α και 7.29β παρουσιάζονται οι αποκρίσεις του κλειστού συστήματος στο πεδίο της συχνότητας και στο πεδίο του χρόνου αντίστοιχα. Και σε αυτήν την περίπτωση είναι δύσκολη η διάκριση μεταξύ ακριβούς και προσεγγιστικής λύσης. Αν εφαρμόσουμε την ακριβή PGM μέθοδο με τις προδιαγραφές ευρωστίας που χρησιμοποιήθηκαν για την PM και την GM μέθοδο,



Σχήμα 7.29. Χαρακτηριστικό παράδειγμα εφαρμογής των PM, GM και Ακριβής PGM μεθόδου βαθμονόμησης. α) διάγραμμα Nyquist, β) απόκριση στο πεδίο του χρόνου.

προκύπτει ο ελεγκτής με παραμέτρους $K_C=0.1238$, $\tau_I=9.3997$ και $\tau_D=3.23$. Προφανώς για να είναι δυνατή η επίτευξη και των τριών προδιαγραφών ακριβώς, δεν είναι δυνατό να προεπιλεγεί η τιμή του τ_D . Επίσης για την εφαρμογή της μεθόδου αυτής είναι αναγκαία η χρήση επαναληπτικών αλγορίθμων. Οι αποκρίσεις που προκύπτουν από αυτήν την μέθοδο παρουσιάζονται στο σχήμα 7.29.

7.8 ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΔΙΑΚΟΠΤΙΚΗΣ ΑΝΑΤΡΟΦΟΔΟΤΗΣΗΣ (Relay Feedback Identification)

Όπως προαναφέρθηκε στο 4^ο κεφάλαιο, η μέθοδος διακοπτικής ανατροφοδότησης είναι από τις πιο διαδεδομένες μεθόδους αναγνώρισης συστημάτων σε πραγματικό χρόνο. Δυστυχώς, όπως εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς, το κλασικό σχήμα κλειστού βρόχου με το relay που παρουσιάζεται στο σχήμα 4.5α δεν δίνει συντηρούμενη ταλάντωση στην περίπτωση των DIPDT συστημάτων [67]. Για την εφαρμογή λοιπόν της μεθόδου είναι απαραίτητο να τροποποιηθεί το σχήμα αυτό ώστε να επιτυγχάνονται συντηρούμενες ταλαντώσεις.

Η νέα μέθοδος αναγνώρισης που προτείνεται στην παρούσα ενότητα για την αναγνώριση DIPDT συστημάτων χρησιμοποιεί το τροποποιημένο σχήμα κλειστού βρόχου που παρουσιάζεται στο σχήμα 7.30α. Προκύπτει ότι για όλα τα $\tau_D > 1$ αυτό το σχήμα ελέγχου δίνει συντηρούμενες ταλαντώσεις όπως φαίνεται στο σχήμα 7.24β.

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα που έχουν τα DIPDT συστήματα έναντι των υπολοίπων συστημάτων, όσον αφορά την αναγνώρισή τους με τη μέθοδο της διακοπτικής ανατροφοδότησης, είναι το γεγονός ότι λόγω του διπλού ολοκληρωτή που διαθέτουν το σήμα εξόδου που προκύπτει από το πείραμα της αναγνώρισης αποτελείται σχεδόν αποκλειστικά από τη βασική αρμονική (1^η αρμονική). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα από τις μετρήσεις που παίρνουμε από το πλάτος α και την περίοδο ταλάντωσης P_{osc} να μπορεί να υπολογιστεί με μεγάλη ακρίβεια το κρίσιμο κέρδος K_u (που ταυτίζεται με το K_{max}) και την κρίσιμη συχνότητα (που ταυτίζεται με την ω_{max}), του κλειστού συστήματος, από τις σχέσεις

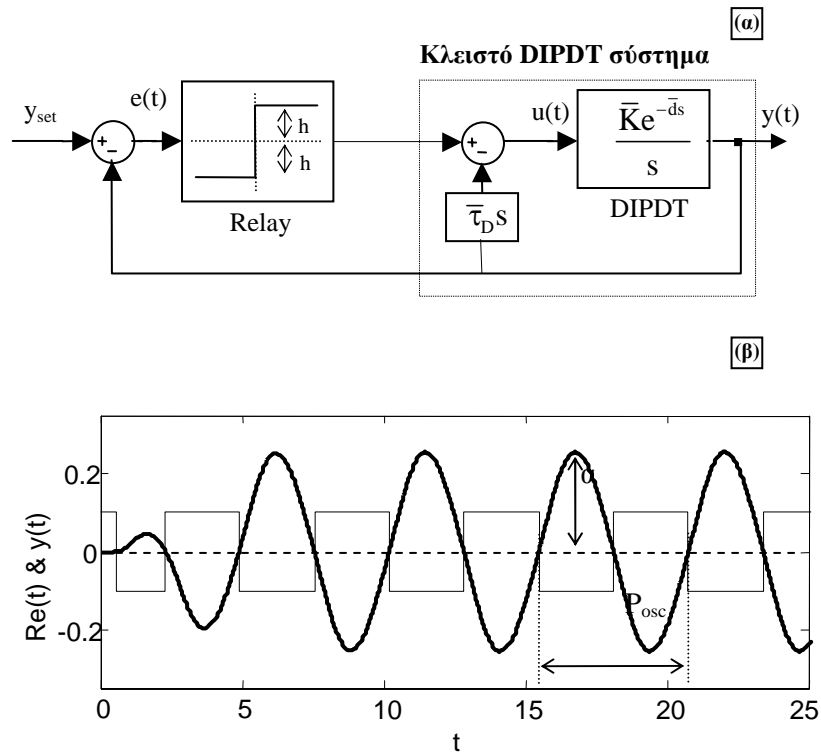
$$K_u = \frac{4}{\pi} \frac{\alpha}{h} \quad \text{και} \quad \omega_{max} = \frac{2\pi}{P_{osc}} \quad (7.67)$$

αντίστοιχα. Επίσης λόγω του γεγονότος ότι τα DIPDT συστήματα είναι τύπου δύο, είναι πολύ εύκολο να επιτευχθούν συμμετρικές ταλαντώσεις.

Η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού DIPDT συστήματος (το κλειστό σύστημα που περικλείεται από διακεκομμένες γραμμές) είναι

$$G_{CL,DIPDT}(s) = \frac{\bar{K}e^{-ds}}{s^2 + \bar{K}e^{-ds}\bar{\tau}_d s} \quad (7.68)$$

ενώ το πραγματικό και το μιγαδικό μέρος της (7.68) δίνονται από τις σχέσεις



Σχήμα 7.30. α) Τροποποιημένη διάταξη κλειστού βρόχου για την αναγνώριση DIPDT συστημάτων με τη μέθοδο διακοπτικής ανατροφοδότησης και β) η ταλάντωση που προκύπτει στην μόνιμη κατάσταση.

$$\text{Re}(G_{\text{CL,DIPDT}}(\bar{\omega})) = \frac{1}{\bar{\omega}} \frac{\cos(\bar{d}\bar{\omega})(\bar{\tau}_D \sin(\bar{d}\bar{\omega}) - \frac{\bar{\omega}}{\bar{K}}) - \bar{\tau}_D \cos(\bar{d}\bar{\omega})\sin(\bar{d}\bar{\omega})}{\left[\frac{\bar{\omega}}{\bar{K}}\right]^2 + [\bar{\tau}_D (\cos(\bar{d}\bar{\omega}) + j\sin(\bar{d}\bar{\omega}))]^2}$$

και

$$\text{Im}(G_{\text{CL,DIPDT}}(\bar{\omega})) = \frac{1}{\bar{\omega}} \frac{\sin(\bar{d}\bar{\omega})(\bar{\tau}_D \sin(\bar{d}\bar{\omega}) - \frac{\bar{\omega}}{\bar{K}}) + \bar{\tau}_D \cos^2(\bar{d}\bar{\omega})}{\left[\frac{\bar{\omega}}{\bar{K}}\right]^2 + [\bar{\tau}_D (\cos(\bar{d}\bar{\omega}) + j\sin(\bar{d}\bar{\omega}))]^2}$$

αντίστοιχα. Τα κρίσιμα σημεία του συστήματος $G_{\text{CL,DIPDT}}$ προκύπτουν από τα σημεία εκείνα στα οποία μηδενίζεται το φανταστικό μέρος της (7.68). Από τη λύση της

$$\text{Im}(G_{\text{CL,DIPDT}}(\bar{\omega})) = 0$$

προκύπτει

$$\sin(d\omega_c)\omega_c - \tau_d\omega_c = 0$$

ή ισοδύναμα

$$\bar{d} = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{\bar{\tau}_D \bar{K}}{\omega_C}\right)}{\omega_C} \quad (7.69)$$

Αντίστοιχα το μέτρο της $G_{CL,DIPDT}$ στην κρίσιμη συχνότητα ω_C δίνεται από τη σχέση

$$|G_{CL,DIPDT}(\omega_C)| = \frac{1}{\omega_C} \frac{\sqrt{[\cos(\bar{d}\omega_c)(\bar{\tau}_D \sin(\bar{d}\omega_c) - \frac{\omega_c}{\bar{K}}) - \bar{\tau}_D \cos(\bar{d}\omega_c) \sin(\bar{d}\omega_c)]^2 - [\sin(\bar{d}\omega_c)(\bar{\tau}_D \sin(\bar{d}\omega_c) - \frac{\omega_c}{\bar{K}}) + \bar{\tau}_D \cos^2(\bar{d}\omega_c)]^2}}{\left[\frac{\omega_c}{\bar{K}}\right]^2 + [\bar{\tau}_D (\cos(\bar{d}\omega_c) + j \sin(\bar{d}\omega_c))]^2}$$

Αντικαθιστώντας την (7.69) στην παραπάνω σχέση προκύπτει η πολύ απλούστερη σχέση

$$|G_{CL,DIPDT}(\omega_C)| = \frac{\bar{K}}{\omega_C^2} \frac{\cos[\sin^{-1}(X)]}{(X^2 - 1)^2 + X^2 \cos^2(\sin^{-1}(X))} \quad (7.70)$$

όπου

$$X \equiv \frac{\bar{\tau}_D \bar{K}}{\omega_C} \quad (7.71)$$

Αν στην παραπάνω σχέση γίνει χρήση της τριγωνομετρικής ιδιότητας $\cos^2(\theta) = 1 - \sin^2(\theta)$, προκύπτει ότι

$$|G_{CL,DIPDT}(\omega_C)| = \frac{\bar{K}}{\omega_C^2} \frac{\cos[\sin^{-1}(X)]}{1 - X^2}$$

Επίσης ο αριθμητής της (7.70) μπορεί να γραφεί ως

$$\cos(\sin^{-1}(X)) = \sqrt{\cos^2(\sin^{-1}(X))} = \sqrt{1 - \sin^2(\sin^{-1}(X))} = \sqrt{1 - X^2}$$

Καταλήγοντας το πλάτος της συνάρτησης μεταφοράς της $G_{CL,DIPDT}$ δίνεται από τη σχέση

$$|G_{CL,DIPDT}(\omega_C)| = K_u = \frac{X}{\tau_D \omega_C \sqrt{1 - X^2}} \quad (7.72)$$

Επομένως έχοντας υπολογίσει τα K_u και ω_C από την (7.67), οι τιμές των παραμέτρων του DIPDT συστήματος μπορούν να υπολογιστούν από τις σχέσεις (7.69), (7.71) και (7.72). Τα παραπάνω συνοψίζονται για ευκολία στον πίνακα 7.5.

Όπως φάνηκε από την παραπάνω ανάλυση, η χρήση της μεθόδου διακοπτικής ανατροφοδότησης ενδείκνυται για την αναγνώριση των παραμέτρων του DIPDT μοντέλου αφού είναι απαραίτητο να πραγματοποιηθεί μόνο ένα πείραμα. Οι σχέσεις που προκύπτουν για τον υπολογισμό των \bar{d} και \bar{K} δίνονται σε αναλυτική μορφή και η απόκριση του πειράματος αποτελείται σχεδόν αποκλειστικά από την πρώτη αρμονική με αποτέλεσμα η αναγνώριση να δίνει με μεγάλη ακρίβεια τις τιμές των παραμέτρων. Τέλος δεν είναι απαραίτητη η εκ των προτέρων γνώση του συστήματος με ακρίβεια αφού η

(1)	$K_u = \frac{4 \alpha}{\pi h}$
(2)	$\omega_{\max} = 2\pi / P_{\text{osc}}$
(3)	$X = \frac{K_u}{\sqrt{K_u^2 + \left(\frac{1}{\bar{\tau}_D \omega_C}\right)^2}}$
(4)	$\bar{K} \equiv \frac{\omega_C}{\bar{\tau}_D} X$
(5)	$\bar{d} = \omega_C^{-1} \sin^{-1}\left(\frac{\bar{\tau}_D \bar{K}}{\omega_C}\right)$

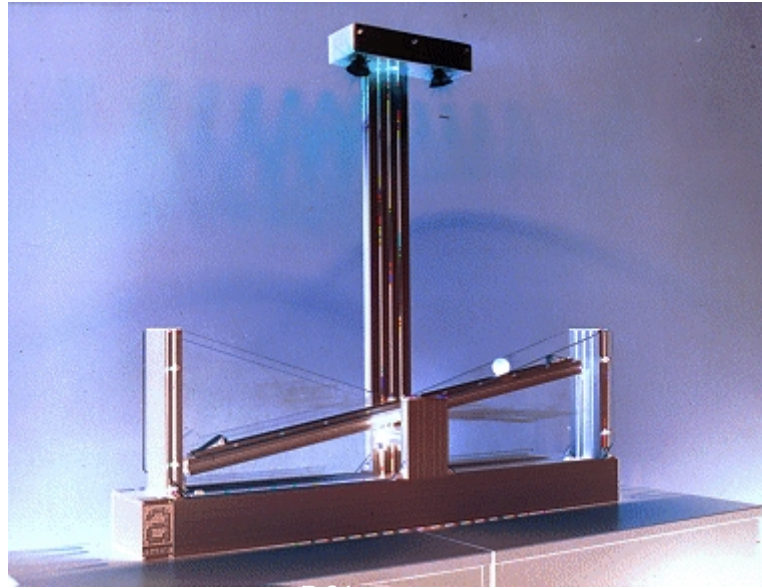
Πίνακας 7.5. Σχέσεις υπολογισμού των παραμέτρων του DIPDT συστήματος από το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης.

παράμετρος $\bar{\tau}_D$ του ελεγκτή που χρησιμοποιείται στο κλειστό σχήμα μπορεί να λάβει οποιαδήποτε τιμή μεγαλύτερη του \bar{d} . Αν λοιπόν η τάξη μεγέθους του \bar{d} δεν μπορεί να εκτιμηθεί, μπορεί κανείς να διαλέξει αρκετά μεγάλη τιμή για την παράμετρο $\bar{\tau}_D$ και έτσι να εγγυηθεί συντηρούμενες ταλαντώσεις.

7.9 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΦΑΙΡΑΣ-ΡΑΒΔΟΥ

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν κάποιες πειραματικές εφαρμογές των μεθόδων αναγνώρισης DIPDT συστημάτων και βαθμονόμησης PID ελεγκτών για τον έλεγχο DIPDT συστημάτων. Οι εφαρμογές αυτές πραγματοποιήθηκαν στην πειραματική διάταξη σφαίρας-ράβδου (**B**all & **B**eam ή **BB**) η φωτογραφία της οποίας φαίνεται στο σχήμα 7.31.

Η πειραματική διάταξη σφαίρας-ράβδου αποτελείται από μία ράβδο καταμήκος της οποίας υπάρχει κατάλληλα διαμορφωμένο κανάλι στο οποίο κινείται μία σφαίρα. Σκοπός του συστήματος ελέγχου είναι να ισορροπήσει την σφαίρα στην επιθυμητή θέση κατά μήκος της ράβδου. Με τη βοήθεια ενός ηλεκτροκινητήρα είναι δυνατό να μεταβάλουμε τη γωνία της ράβδου και με τον τρόπο αυτό να ελέγχουμε την δύναμη που ασκείται στη σφαίρα.



Σχήμα 7.31. Η πειραματική διάταξη του συστήματος σφαίρας-ράβδου.

Το σύστημα διαθέτει δύο αισθητήρια, ένα για τη θέση της σφαίρας και ένα για τη γωνία της ράβδου. Το αισθητήριο της θέσης είναι μία κάμερα και από την επεξεργασία της εικόνας που λαμβάνει γίνεται εκτίμηση της θέσης της σφαίρας. Η γωνία της ράβδου μετριέται από ένα ψηφιακό κωδικοποιητή (encoder) με ακρίβεια δεκάτου της μοίρας. Όπως θα γίνει φανερό στη συνέχεια η ακρίβεια αυτή είναι αναγκαία για τον έλεγχο του συστήματος.

7.9.1 Μαθηματικό μοντέλο του συστήματος σφαίρας-ράβδου

Στο σχήμα 7.32 παρουσιάζεται το σχηματικό διάγραμμα του συστήματος σφαίρας-ράβδου. Για τη διευκόλυνση του αναγνώστη στον πίνακα 7.6 παρουσιάζονται τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή και μοντελοποίηση του συστήματος.

Το σύστημα αυτό μπορεί να περιγραφεί από τις ακόλουθες τέσσερις καταστάσεις:

$$x_1 = x, x_2 = v, x_3 = \theta \text{ και } x_4 = \omega$$

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Lagrange [81] προκύπτει ότι η δυναμική συμπεριφορά του συνολικού συστήματος σφαίρας-ράβδου μπορεί να περιγραφεί στο χώρο κατάστασης από το ακόλουθο σύστημα μη γραμμικών διαφορικών εξισώσεων

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{a_2[(b_2 x_1 X_2 + b_3)x_4 + b_4 x_3 - b_6 x_1 \cos(x_3)] + (m x_1^2 + b_1)(a_3 \sin(x_3) + m x_1 x_4^2) - a_2 l \cos(x_3) u(t)}{a_1 (m x_1^2 + b_1) - a_2 b_5}$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{-(b_2 x_1 x_2 + b_3)x_4 - b_4 x_3 + b_6 x_1 \cos(x_3)}{m x_1^2 + b_1} - \frac{b_5 (a_3 \sin(x_3) + m x_1 x_4^2)}{a_1 (m x_1^2 + b_1) - a_2 b_5} - \frac{a_2 b_5 [(b_2 x_1 x_2 + b_3)x_4 + b_4 x_3 - b_6 x_1 \cos(x_3)]}{(m x_1^2 + b_1)(a_1 (m x_1^2 + b_1) - a_2 b_5)} + \left(1 + \frac{a_2 b_5}{a_1 (m x_1^2 + b_1) - a_2 b_5}\right) \frac{l \cos(x_3) u(t)}{m x_1^2 + b_1} \quad (7.73)$$

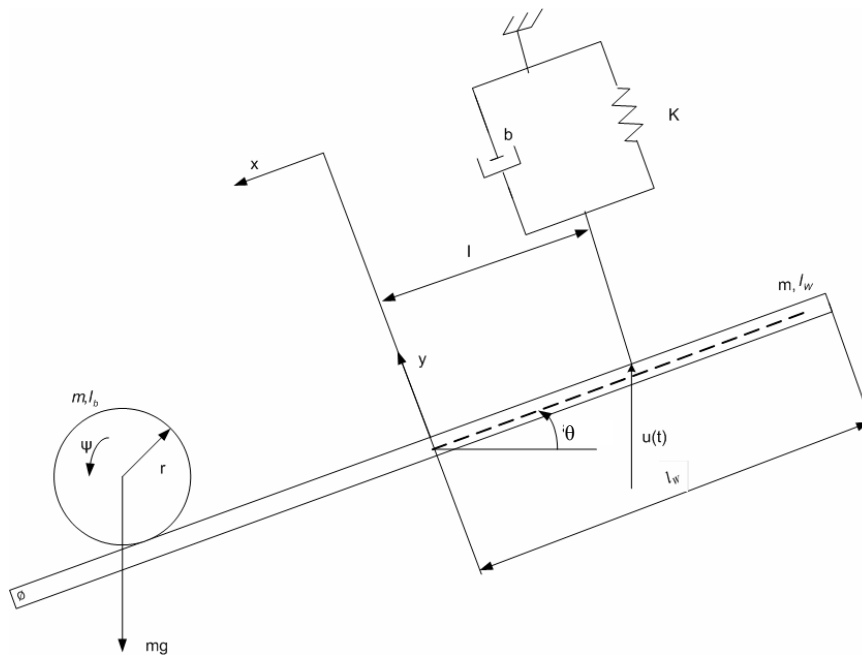
όπου

$$\alpha_1 = m + I_b/r^2, \quad \alpha_2 = (m r^2 + I_b)/r, \quad \alpha_3 = m g, \quad b_1 = I_b + I_w, \quad b_2 = 2m, \\ b_3 = b l^2, \quad b_4 = K l^2, \quad b_5 = (m r^2 + I_b)/r \quad \text{και} \quad b_6 = M g$$

Το παραπάνω μη γραμμικό μοντέλο μπορεί να γραμμικοποιηθεί γύρω από το σημείο ισορροπίας $\theta=0$ (μηδενική γωνία της ράβδου) και για οποιαδήποτε τιμή της θέσης της σφαίρας x . Το γραμμικοποιημένο σύστημα που προκύπτει είναι

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (7.74)$$

όπου



Σχήμα 7.32. Σχηματικό διάγραμμα του συστήματος σφαίρας-ράβδου.

m	Μάζα της σφαίρας	M	Μάζα της ράβδου	$2l_w$	Μήκος ράβδου
g	Επιτάχυνση της βαρύτητας	b	Συντελεστής τριβής στο μηχανισμό κίνησης	r	Ακτίνα σφαίρας
l	Απόσταση της σφαίρας από την αρχή των αξόνων	y	Κατακόρυφη θέση της σφαίρας	K	Αντίσταση στο μηχανισμό κίνησης
Ψ	Γωνία της σφαίρας σε σχέση με τη ράβδο	u(t)	Δύναμη του μηχανισμού κίνησης	I_b	Ορμή αδρανείας της σφαίρας
I_w	Ορμή αδρανείας της ράβδου	θ	Γωνία ράβδου	x	Οριζόντια θέση της σφαίρας
v	Οριζόντια ταχύτητα σφαίρας	ω	Γωνιακή ταχύτητα ράβδου		

Πίνακας 7.6. Συμβολισμοί που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή του μηχανικού μοντέλου του συστήματος σφαίρας-ράβδου.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ A_{21} & 0 & A_{23} & A_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_{41} & 0 & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \\ 0 \\ B_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

και

$$A_{21} = \frac{-a_2 b_6 (a_1 (mx_{10}^2 + b_1) - a_2 b_5) + 2ma_1 a_2 x_{10} (b_6 x_{10} + lu_0)}{(a_1 (mx_{10}^2 + b_1) - a_2 b_5)^2}$$

$$A_{23} = \frac{a_3 (mx_{10}^2 + b_1) + a_2 b_4}{a_1 (mx_{10}^2 + b_1) - a_2 b_5}, \quad A_{24} = \frac{a_2 b_3}{(a_1 (mx_{10}^2 + b_1) - a_2 b_5)}$$

$$A_{41} = \frac{b_6 (-mx_{10}^2 + b_1)}{(mx_{10}^2 + b_1)^2} - \left[1 + a_2 b_5 \frac{2a_1 mx_{10}^2 + 2a_1 b_1 - a_2 b_5}{(a_1 (mx_{10}^2 + b_1) - a_2 b_5)^2} \right] \frac{2mlx_{10}u_0}{(mx_{10}^2 + b_1)^2}$$

$$- a_2 b_5 b_6 \frac{mx_{10}^2 (3a_1 mx_{10}^2 + 2a_1 b_1 - a_2 b_5) + b_1 (a_2 b_5 - a_1 b_1)}{[(mx_{10}^2 + b_1)(a_1 (mx_{10}^2 + b_1) - a_2 b_5)]^2}$$

$$A_{43} = \frac{b_4}{mx_{10}^2 + b_1} - \frac{a_3 b_5}{a_1 (mx_{10}^2 + b_1) - a_2 b_5} - \frac{a_2 b_4 b_5}{(mx_{10}^2 + b_1)(a_1 (mx_{10}^2 + b_1) - a_2 b_5)}$$

$$A_{44} = -b_3 \left(\frac{1}{mx_{10}^2 + b_1} + \frac{a_2 b_5}{(mx_{10}^2 + b_1)(a_1 (mx_{10}^2 + b_1) - a_2 b_5)} \right)$$

$$B_2 = -\frac{a_2 l}{a_1 (mx_{10}^2 + b_1) - a_2 b_5}, \quad B_4 = \left(1 + \frac{a_2 b_5}{(a_1 (mx_{10}^2 + b_1) - a_2 b_5)} \right) \frac{l}{mx_{10}^2 + b_1}$$

7.9.2 DIPDT μοντέλο του συστήματος σφαίρας-ράβδου

Τεχνικές ελέγχου που χρησιμοποιούν ανατροφοδότηση κατάστασης για τον έλεγχο του συστήματος (π.χ. τεχνικές τοποθέτησης των πόλων) δε δίνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα. Οι βασικότεροι λόγοι για την αποτυχία τέτοιων μεθόδων είναι: α) οι στατικές (μη γραμμικές) τριβές τόσο στην κίνηση της ράβδου όσο και στην κίνηση της σφαίρας, β) η μεγάλη υστέρηση του κινητήρα και γ) η μη μοντελοποιημένη δυναμική του συστήματος, όπως για παράδειγμα η δυναμική του κινητήρα (ο οποίος είναι σχετικά αργός), των αισθητηρίων και των φίλτρων που χρησιμοποιούνται στις μετρήσεις.

Για να υπερβούμε τα παραπάνω προβλήματα του συστήματος, χρησιμοποιούμε αποκεντρωμένο έλεγχο. Πιο συγκεκριμένα, θεωρώντας ότι η ράβδος είναι άκαμπτη και αγνοώντας τη ροπή που ασκεί η σφαίρα στην ράβδο, εύκολα μπορεί να διαπιστώσει κανείς ότι το συνολικό σύστημα σφαίρας-ράβδου αποτελείται από δύο συστήματα εν σειρά. Το πρώτο σύστημα έχει είσοδο την τάση u που βάζουμε στον κινητήρα και έξοδο τη γωνία της ράβδου θ (σύστημα κινητήρα ράβδου) και το δεύτερο έχει σαν είσοδο τη γωνία της ράβδου και έξοδο τη θέση της σφαίρας. Για τον έλεγχο του συστήματος κινητήρα ράβδου χρησιμοποιούμε ένα ‘γρήγορο’ PID ελεγκτή. Κάνοντας το κλειστό σύστημα που προκύπτει αρκετά γρήγορο, η δυναμική αυτού του συστήματος μπορεί να αγνοηθεί, ή όπως θα γίνει στην περίπτωση που μελετάμε, μπορεί να συμπεριληφθεί στη συνολική καθυστέρηση χρόνου του συστήματος. Έχοντας ακριβή έλεγχο της γωνίας θ , η δυναμική του συστήματος σφαίρας-ράβδου απλοποιείται σε ένα σύστημα δεύτερης τάξης της μορφής

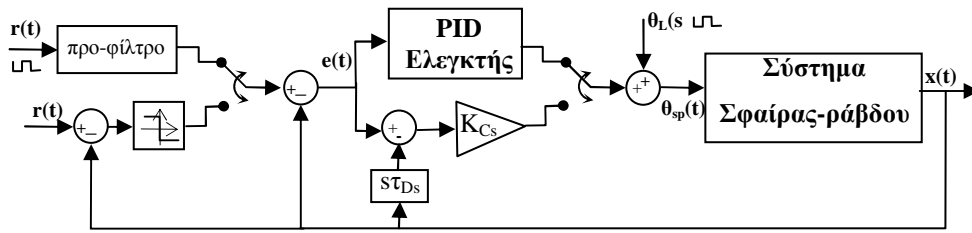
$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \\ \dot{v} &= K_{BB}\theta\end{aligned}$$

όπου K_{BB} το κέρδος του προκύπτοντος διπλά ολοκληρωτικού συστήματος. Σημειώνεται ότι στην ιδανική περίπτωση $K_{BB}=g$. Επειδή όμως στον έλεγχο του συστήματος εισέρχονται άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν το κέρδος του συστήματος, η παράμετρος αυτή θα υπολογιστεί κάνοντας χρήση της τεχνικής αναγνώρισης που παρουσιάστηκε παραπάνω.

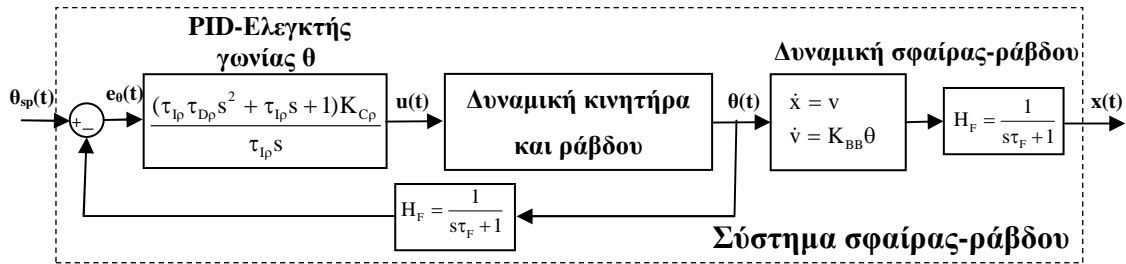
Το σχήμα εμφωλευμένου βρόχου (nested loop control) που χρησιμοποιείται για τον έλεγχο του συστήματος σφαίρας-ράβδου παρουσιάζεται στο σχήμα 7.33.

Ένα από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα που παρέχει το παραπάνω αποκεντρωμένο σχήμα ελέγχου είναι η δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν πρόσθετες κατάλληλες δράσεις στον ελεγκτή της γωνίας θ , ώστε να ξεπεραστούν τα προβλήματα από τη μη γραμμική

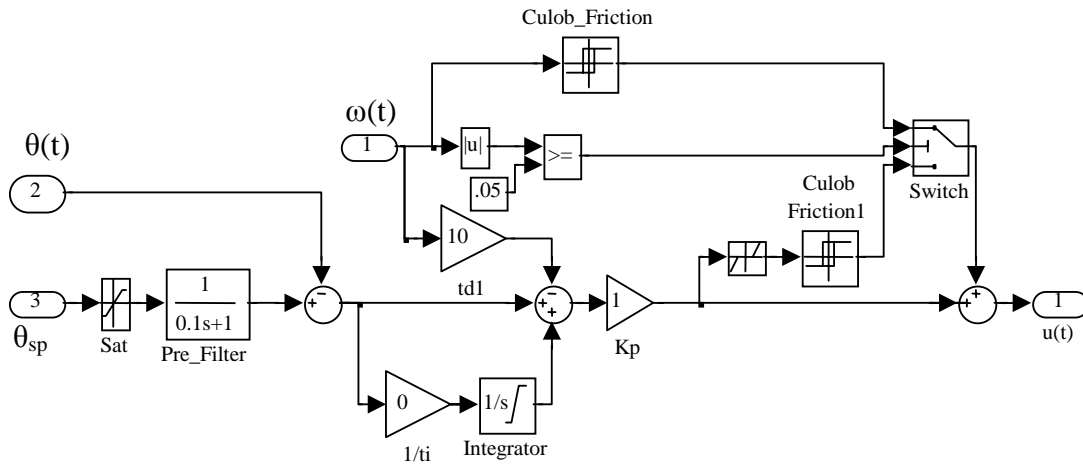
(α)



(β)



Σχήμα 7.33. Σχήμα εμφωλευμένου βρόχου που χρησιμοποιείται για τον έλεγχο του συστήματος σφαίρας-ράβδου.



Σχήμα 7.34. Το διάγραμμα βαθμίδων στο πρόγραμμα Simulink με το οποίο υλοποιείται ο PID ελεγκτής της γωνίας θ.

συμπεριφορά του κινητήρα αλλά και των στατικών τριβών. Στο σχήμα 7.34 παρουσιάζεται το διάγραμμα βαθμίδων (στο πρόγραμμα Simulink του Matlab) με το οποίο υλοποιείται ο συγκεκριμένος ελεγκτής. Όπως φαίνεται από το σχήμα αυτό το τελικό σχήμα του ελεγκτή είναι σημαντικά πιο πολύπλοκο από τον απλό PID ελεγκτή και δίνει τη δυνατότητα πολύ γρήγορης απόκρισης του συστήματος κινητήρα-ράβδου.

Επιπλέον, ο ελεγκτής αυτός, για πολύ μικρές τιμές της γωνίας θ ($\theta < 0.5^\circ$) προκαλεί πολύ μικρές ταλαντώσεις στη ράβδο οι οποίες δίνουν τη δυνατότητα στη σφαίρα να υπερβαίνει τις στατικές τριβές. Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι η βαθμονόμηση αυτού του PID ελεγκτή έγινε με τη μέθοδο δοκιμής-σφάλματος ώστε να επιτευχθεί όσο το δυνατό ταχύτερη απόκριση στον έλεγχο παρακολούθησης τροχιάς.

Θεωρώντας ότι η δυναμική του συστήματος κινητήρα-ράβδου καθώς και η καθυστέρηση που προσθέτουν τα φίλτρα των μετρήσεων και το ηλεκτρικό σύστημα των ενισχυτών που οδηγεί τον κινητήρα προσθέτουν μία συνολική καθυστέρηση d_{BB} στο σύστημα σφαίρας-ράβδου, μπορούμε να μοντελοποιήσουμε το συνολικό σύστημα ως ένα DIPDT σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς

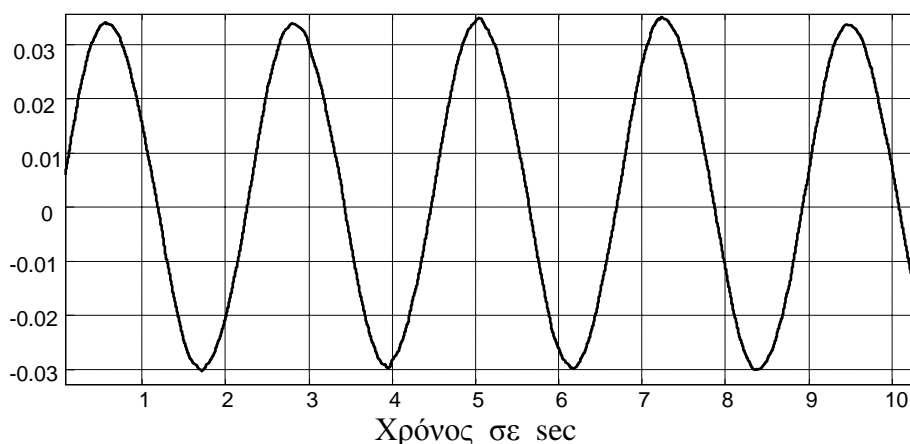
$$G_{BB}(s) = \frac{K_{BB}}{s^2} e^{-d_{BB}s} \quad (7.75)$$

Οι παράμετροι K_{BB} και d_{BB} του παραπάνω συστήματος θα αναγνωριστούν με την τεχνική της διακοπτικής ανατροφοδότησης.

7.9.3 Πείραμα αναγνώρισης του USOPDT μοντέλου του συστήματος σφαίρας ράβδου

Εφαρμόζοντας το σχήμα ελέγχου που παρουσιάζεται στο σχήμα 7.27, με τους διακόπτες στην κάτω θέση, με $\tau_d = 1.2$ ($\tau_d \gg d_{BB}$) και με πλάτος του διακόπτη $R1 = 0.02m$ (2cm) παίρνουμε τη συντηρούμενη ταλάντωση που φαίνεται στο σχήμα 7.35. Από τις μετρήσεις του πλάτους και της περιόδου ταλάντωσης προκύπτουν

$$\omega_c = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{2.2} = 2.856 \text{ rad/sec}$$



Σχήμα 7.35. Η συντηρούμενη ταλάντωση που προκύπτει από το πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης στο σύστημα σφαίρας-ράβδου.

και

$$A = 0.033$$

Από τις μετρήσεις αυτές προκύπτει

$$X = \frac{\frac{0.033}{0.02}}{\sqrt{\left(\frac{0.033}{0.02}\right)^2 + \left(\frac{1}{0.3 \cdot 2.856}\right)^2}} = 0.8164$$

οπότε από τις σχέσεις (4) και (5) του πίνακα 7.5 παίρνουμε

$$K_{BB} = \frac{2.856 \cdot 0.8164}{0.3} = 7.7721$$

$$d_{BB} = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{0.3 \cdot 7.7721}{2.856}\right)}{2.856} = 0.3344$$

αντίστοιχα. Επομένως το DIPDT μοντέλο του συστήματος που προκύπτει είναι

$$G_{BB} = \frac{7.77}{s^2} e^{-0.33s}$$

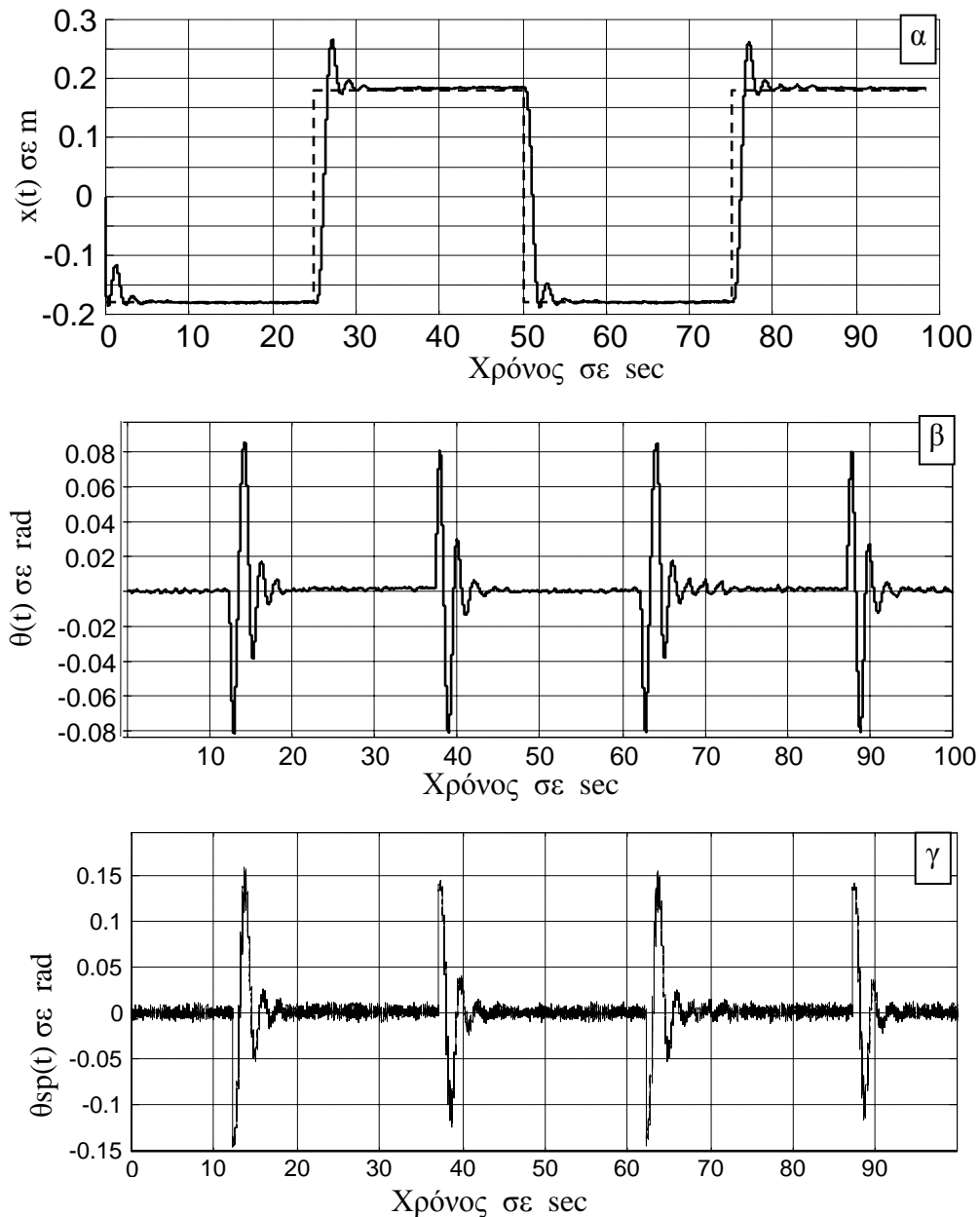
7.9.4 Εφαρμογή των μεθόδων βαθμονόμησης που βασίζονται στον ΓΤΡ

Στην πρώτη εφαρμογή κάνουμε χρήση της ISE μεθόδου για τη βαθμονόμηση ενός PD ελεγκτή. Από τον πίνακα 7.4 προκύπτει ότι οι βέλτιστες κανονικοποιημένες τιμές για το κέρδος και τη σταθερά χρόνου διαφόρισης του PD ελεγκτή είναι $K_C = 0.3316$ και $\tau_d = 3.28$ αντίστοιχα. Από τις τιμές αυτές και κάνοντας χρήση των ορισμών των κανονικοποιημένων μεγεθών προκύπτουν οι εξής παράμετροι για τον ελεγκτή

$$\bar{K}_c = 0.3815 \text{ και } \bar{\tau}_d = 1.097$$

Με αυτόν τον ελεγκτή η απόκριση του συστήματος σε μία παλμική κυματομορφή (διακεκομμένη γραμμή) με πλάτος 0.18m και περίοδο 50 sec, παρουσιάζεται στο σχήμα 7.36α. Στα σχήματα 7.36β και 7.36γ φαίνονται η μετρούμενη και η επιθυμητή (έξοδος PD ελεγκτή) τιμή της γωνίας της ράβδου, αντίστοιχα.

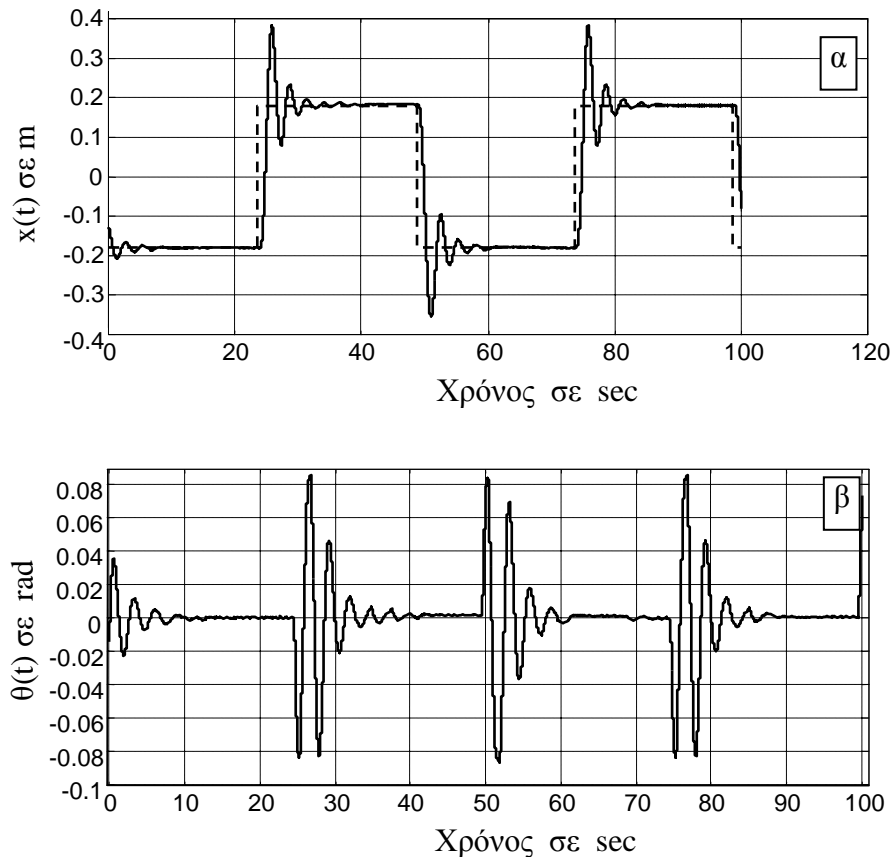
Όπως αναμενόταν η απόκριση του συστήματος που προκύπτει χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ISE είναι αρκετά γρήγορη (σταθερά χρόνου του κλειστού συστήματος είναι περίπου δύο sec), δίνει όμως σημαντική υπερύψωση (περίπου 20%). Από τη σύγκριση των σχημάτων 7.36β και 7.36γ προκύπτει ότι η απόκριση του συστήματος είναι τόσο γρήγορη που η πραγματική τιμή της γωνίας θ δεν προλαβαίνει να ακολουθήσει την



Σχήμα 7.36. Η απόκριση του συστήματος σφαίρας-ράβδου σε μία παλμική κυματομορφή όταν χρησιμοποιείται η ISE μέθοδος βαθμονόμησης για PD ελεγκτή με την βέλτιστη τιμή του τ_D .

επιθυμητή θ_{sp} που δίνει ο PD ελεγκτής. Στο σχήμα 7.36γ φαίνεται η ενίσχυση του θορύβου που προκαλεί η μεγάλη σχετικά τιμή του διαφορικού όρου.

Στην περίπτωση που δεν είναι επιθυμητό οι ενεργοποιητές του συστήματος να υποβάλλονται σε τόσο θορυβώδη σήματα εισόδου, τότε είναι απαραίτητη η μείωση του διαφορικού όρου του ελεγκτή. Για παράδειγμα αν επιλέξουμε $\bar{\tau}_d = 0.6153$, που είναι σχεδόν η μισή από αυτήν του προηγούμενου παραδείγματος, τότε προκύπτει για τη



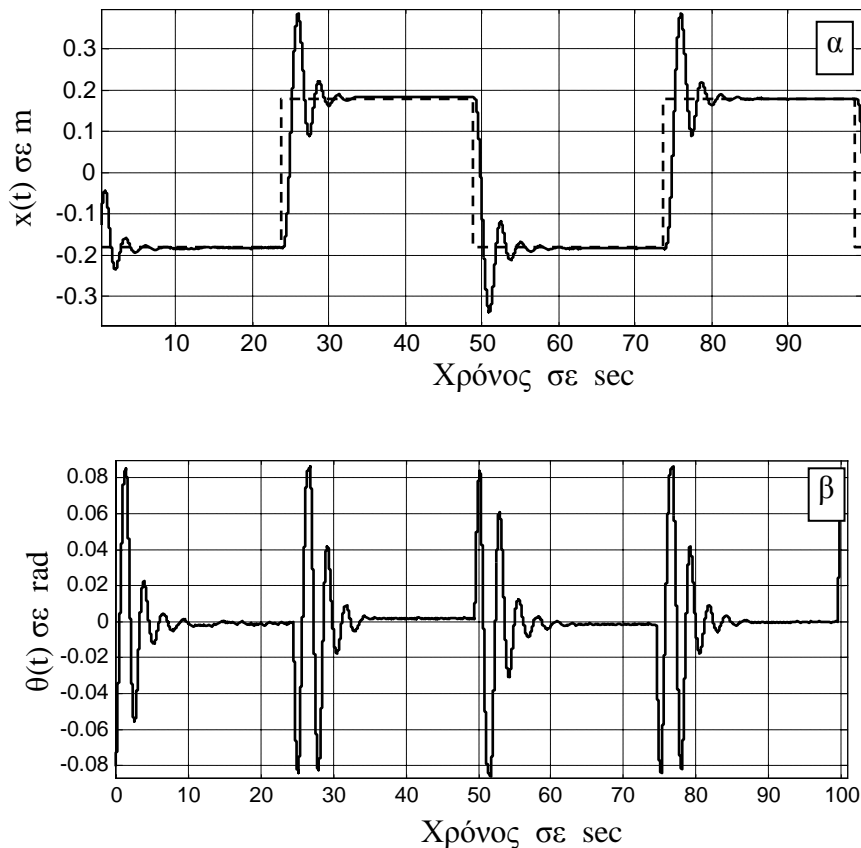
Σχήμα 7.37. Η απόκριση του συστήματος σφαίρας-ράβδου σε μία παλμική κυματομορφή όταν χρησιμοποιείται η ISE μέθοδος βαθμονόμησης με $\bar{\tau}_d = 0.6153$.

μέθοδο ISE $\bar{K}_c = 0.4382$. Η απόκριση του συστήματος με αυτόν τον ελεγκτή παρουσιάζεται στο σχήμα 7.37. Το σύστημα στην περίπτωση αυτή είναι εξίσου γρήγορο όμως πιο ταλαντωτικό, κυρίως λόγω του μικρού διαφορικού όρου και της μεγαλύτερης ενίσχυσης. Επομένως δε συνίσταται η χρήση μικρότερων τιμών του τ_D από τη βέλτιστη της μεθόδου. Το μόνο προτέρημα που προκύπτει στην περίπτωση αυτή είναι ότι λόγω του μεγαλύτερου κέρδους του ελεγκτή, μικραίνει το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση, κάτι που θα γίνει καλύτερα αντιληπτό σε επόμενα παραδείγματα. Σημειώνεται ότι το μέγιστο κέρδος λαμβάνεται για $\tau_D=2$. Στην περίπτωση αυτή προκύπτουν

$$\bar{K}_c = 0.4428 \text{ και } \bar{\tau}_d = 0.6688$$

ενώ η απόκριση που λαμβάνεται γι' αυτόν τον ελεγκτή φαίνεται στο σχήμα 7.38.

Σε αντίθεση με τη μέθοδο ISE, η μέθοδος βαθμονόμησης DPC δίνει ομαλή απόκριση αλλά σχετικά αργή. Οι προτεινόμενες βέλτιστες παράμετροι του PD ελεγκτή για τη μέθοδο αυτή είναι $\tau_D=5.94$ και $K_C=0.0766$ ή ισοδύναμα



Σχήμα 7.38. Η απόκριση του συστήματος σφαίρας-ράβδου σε μία παλμική κυματομορφή όταν χρησιμοποιείται η ISE μέθοδος βαθμονόμησης με $\bar{\tau}_d = 0.6688$ για το οποίο επιτυγχάνεται το μέγιστο K_C .

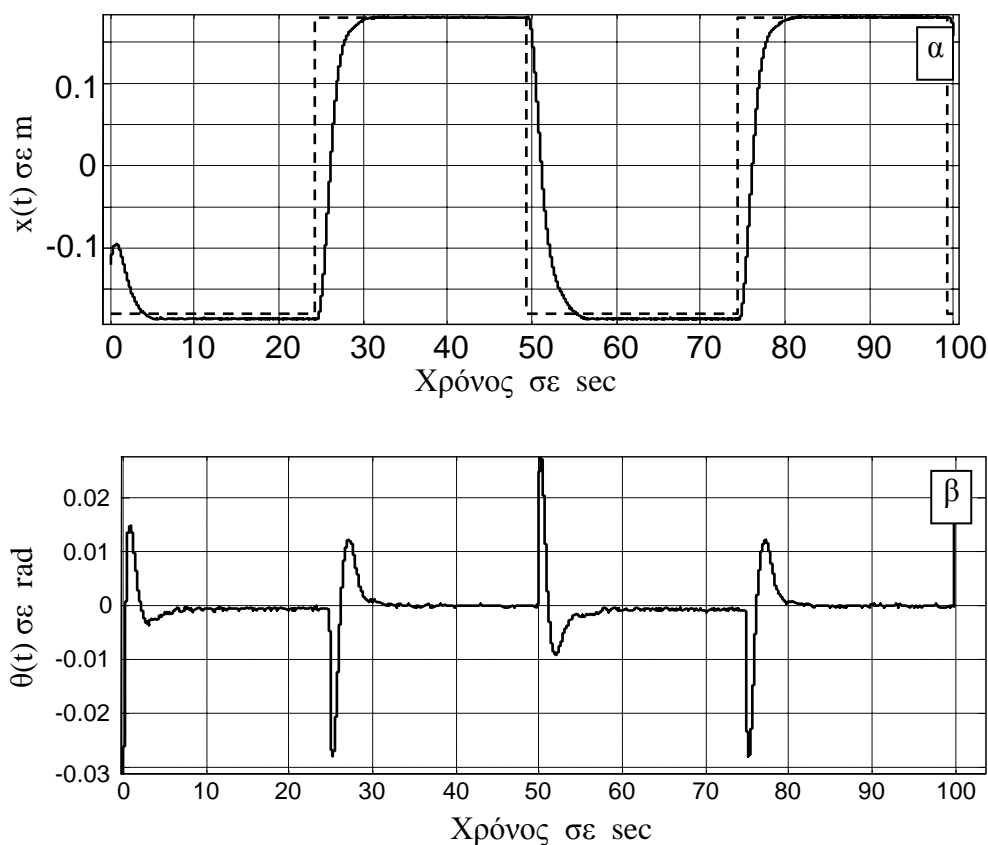
$$\bar{K}_C = 0.0881 \text{ και } \bar{\tau}_D = 1.9863$$

Η απόκριση του συστήματος σφαίρας-ράβδου με αυτόν τον ελεγκτή παρουσιάζεται στο σχήμα 7.39. Όπως αναμενόταν η αποκριση είναι πολύ αργή και ομαλή. Επίσης λόγω της πολύ μικρής τιμής του αναλογικού κέρδους K_c , το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση το οποίο οφείλεται στη στατική τριβή μεταξύ σφαίρας και ράβδου, είναι αρκετά μεγάλο ($\max(\text{error}) \approx 0.07\text{m}$). Στην περίπτωση αυτή λοιπόν η χρήση ολοκληρωτικού όρου στον ελεγκτή είναι απαραίτητη.

Η ίδια μέθοδος βαθμονόμησης αλλά με μικρότερη επιλογή για το τ_D και συγκεκριμένα για

$$\bar{K}_c = 0.1452 \text{ και } \bar{\tau}_d = 1.4714$$

δίνει εξίσου ομαλή απόκριση, σημαντικά γρηγορότερη και με μικρότερο σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση, κάνοντας τη χρήση PID ελεγκτή μη αναγκαία, όπως φαίνεται και από τις αποκρίσεις του σχήματος 7.40.

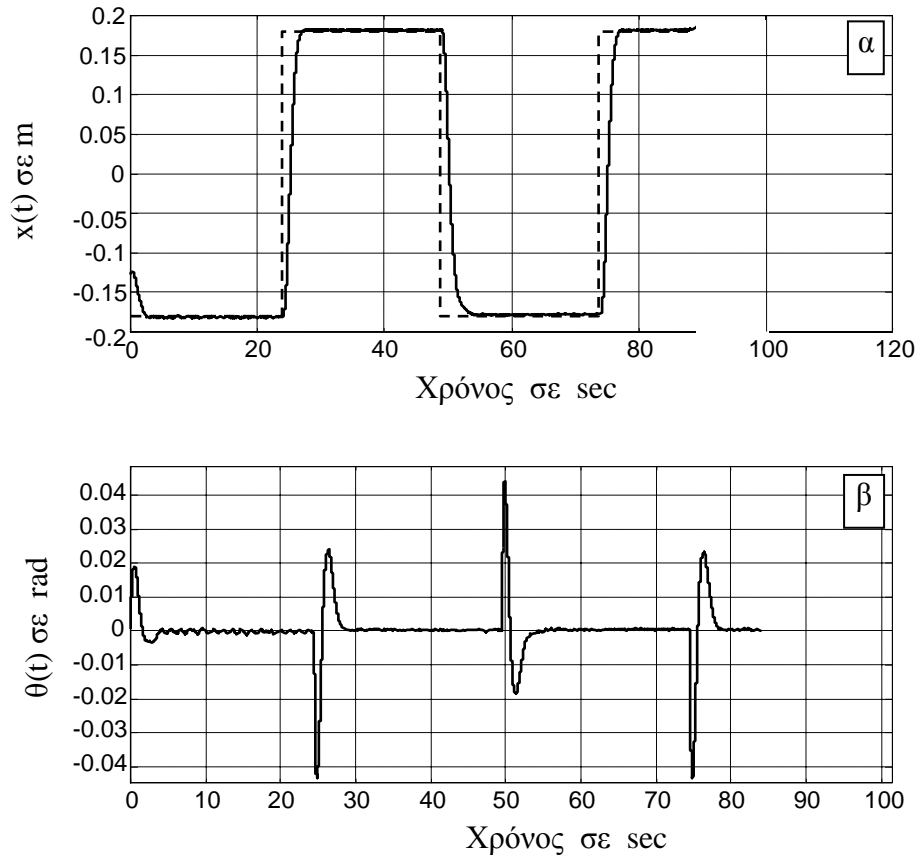


Σχήμα 7.39. Η απόκριση του συστήματος σφαίρας ράβδου σε μία παλμική κυματομορφή όταν χρησιμοποιείται η DPC μέθοδος βαθμονόμησης με την βέλτιστη επιλογή του τ_D .

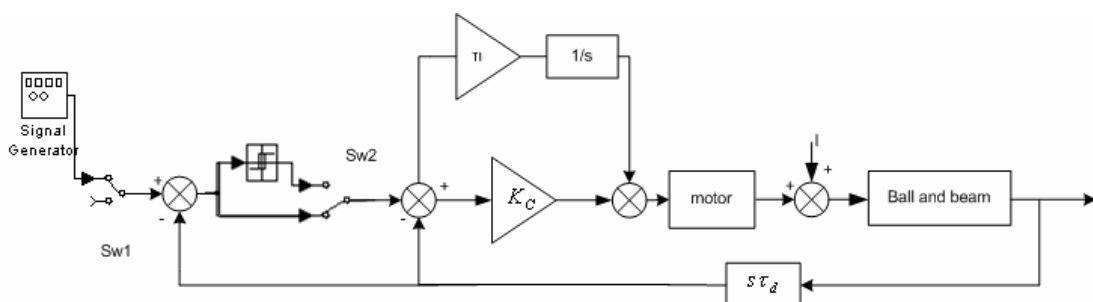
Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε μερικά παραδείγματα αποκρίσεων του συστήματος όταν χρησιμοποιείται και ολοκληρωτικός όρος σε συνδυασμό με τις προτεινόμενες μεθόδους βαθμονόμησης PD ελεγκτών που βασίζονται στη θέση των επικρατούντων πόλων. Λόγω του γεγονότος ότι το σύστημα είναι ήδη ολοκληρωτικό, θα επιλέξουμε πολύ μικρές τιμές για τον ολοκληρωτικό όρο (ή ισοδύναμα μεγάλες τιμές του τ_I). Με τον τρόπο αυτό ο ολοκληρωτικός όρος συμπεριφέρεται περισσότερο ως προσαρμοστικός αλγόριθμος σε σταθερό φορτίο. Το σχήμα ελέγχου που χρησιμοποιούμε φαίνεται στο σχήμα 7.41.

Ο σκοπός του ολοκληρωτικού όρου στην περίπτωση που μελετάμε χρειάζεται μόνο για να εξουδετερώσει διαταραχές στην είσοδο και στην έξοδο του συστήματος.

Για να γίνει πιο εμφανής η επίδραση του ολοκληρωτικού όρου του ελεγκτή στις επόμενες πειραματικές εφαρμογές χρησιμοποιούμε μία πολύ πιο ελαφριά σφαίρα από καουτσούκ η οποία εμφανίζει πολύ πιο έντονα το πρόβλημα των στατικών τριβών.



Σχήμα 7.40. Η απόκριση του συστήματος σφαίρας-ράβδου σε μία παλμική κυματομορφή όταν χρησιμοποιείται η DPC μέθοδος βαθμονόμησης με $\bar{\tau}_d = 1.4714$.



Σχήμα 7.41. Διάταξη ελέγχου η οποία χρησιμοποιεί και ολοκληρωτικό ελεγκτή.

Επαναλαμβάνοντας το πείραμα αναγνώρισης για το νέο σύστημα, το πλάτος και η περίοδος της συντηρούμενης ταλάντωσης που λαμβάνουμε είναι

$$A=0.0137 \text{ και } T=1.4563$$

αντίστοιχα. Από τις μετρήσεις αυτές προκύπτουν οι νέες παράμετροι του συστήματος

$$d_{BB}=0.1681 \text{ και } K_{BB}=9.541$$

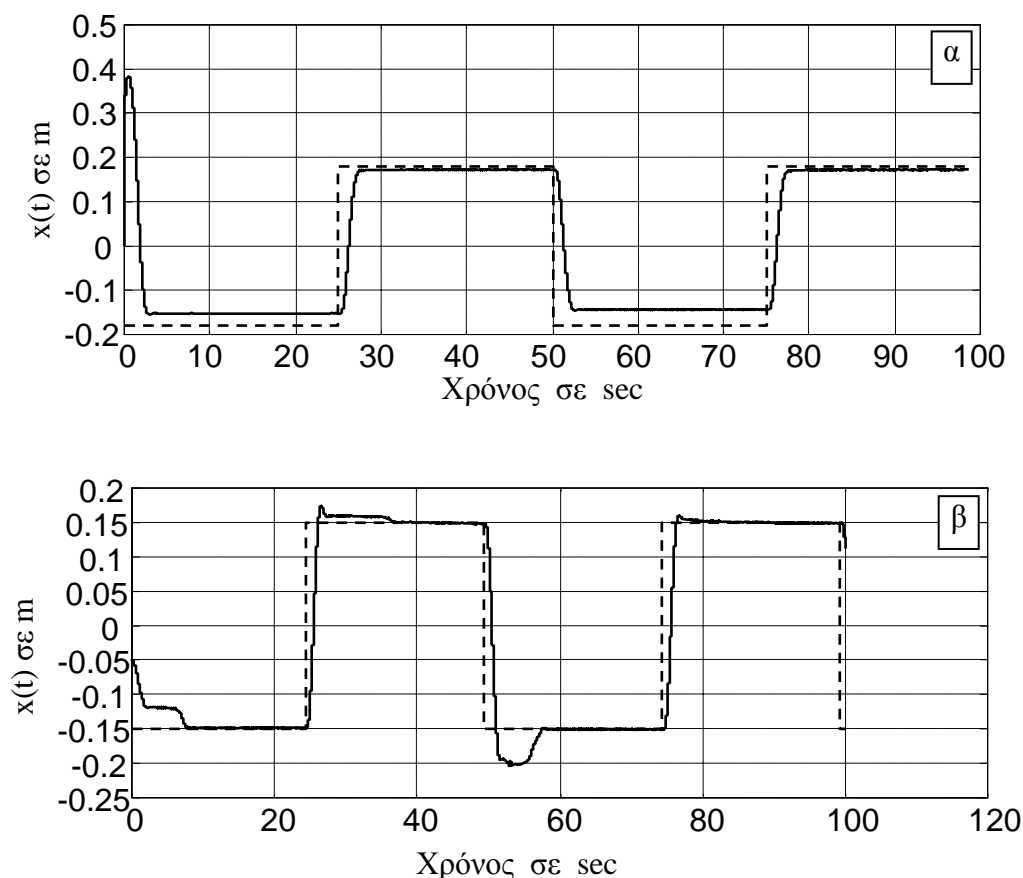
Εφαρμόζοντας τη μέθοδο DPC με $\tau_d=5.94$ και $K_c=0.0766$ ή ισοδύναμα

$$\bar{K}_c = 0.2841 \text{ και } \bar{\tau}_d = 0.9985$$

χωρίς ολοκληρωτικό όρο ($1/\tau_i=0$), η απόκριση που λαμβάνουμε έχει πολύ μεγάλα σφάλματα στη μόνιμη κατάσταση ($\max(\text{error})\approx 0.03\text{m}$), όπως φαίνεται στο σχήμα 7.42α.

Αντιθέτως, αν επιλέξουμε $1/\tau_i=0.1$, το σφάλμα τελικά σχεδόν μηδενίζεται όπως φαίνεται στο σχήμα 7.42β. Στο σχήμα αυτό αξίζει να παρατηρηθεί ότι η κίνηση της σφαίρας γίνεται σε σταδιακά βήματα τα οποία οφείλονται στην απότομη αλλαγή της δύναμης τριβής μόλις αρχίζει η κίνηση ($v\neq 0$).

Από τις εφαρμογές που παρουσιάστηκαν παραπάνω γίνεται φανερό ότι οι μέθοδοι βαθμονόμησης και αναγνώρισης που παρουσιάστηκαν στο παρόν κεφάλαιο δίνουν τα αναμενόμενα αποτελέσματα και έχουν εξαιρετική συμπεριφορά ενώ είναι δυνατό να εφαρμοστούν σε πραγματικό χρόνο.



Σχήμα 7.42. Η απόκριση του συστήματος σφαίρας-ράβδου στην περίπτωση σφαίρας με μεγάλες στατικές τριβές όταν χρησιμοποιείται η DPC μέθοδος βαθμονόμησης: α) για PD ελεγκτή και β) για PID ελεγκτή.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η διατριβή αυτή πραγματεύεται τον έλεγχο ασταθών συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου. Συγκεκριμένα τα συστήματα για τα οποία παρουσιάστηκαν τεχνικές βαθμονόμησης και αναγνώρισης είναι:

- i. Τα ασταθή συστήματα πρώτης τάξης με καθυστέρηση χρόνου των οποίων η δυναμική περιγράφεται μόνο από έναν ασταθή πόλο ενώ όλη η υπόλοιπη δυναμική ενσωματώνεται στην καθυστέρηση χρόνου.
- ii. Τα ασταθή συστήματα δεύτερης τάξης με καθυστέρηση χρόνου, στα οποία το ευσταθές μέρος της δυναμικής τους δεν είναι δυνατό να ενσωματωθεί όλο στην καθυστέρηση χρόνου και επομένως είναι απαραίτητο για την πιο ακριβή περιγραφή τους να χρησιμοποιηθεί και ένας ευσταθής πόλος.
- iii. Τα ασταθή ολοκληρωτικά συστήματα δεύτερης τάξης με καθυστέρηση χρόνου, όπου το ασταθές σύστημα παρουσιάζει και ολοκληρωτική συμπεριφορά.
- iv. Τα διπλά ολοκληρωτικά συστήματα με καθυστέρηση χρόνου, τα οποία είναι συστήματα ελέγχου θέσης χωρίς απώλειες τριβών.

Τα παραπάνω συστήματα παρουσιάζουν παρόμοιες ιδιότητες και το βασικό χαρακτηριστικό τους είναι η ασταθή συμπεριφορά που καθιστά τη χρήση ανατροφοδότησης για τον έλεγχο τους υποχρεωτική.

Για τον έλεγχο των παραπάνω συστημάτων χρησιμοποιείται ο PID ελεγκτής. Όπως αποδείχτηκε, όλα τα σχήματα ελέγχου τριών όρων που έχουν χρησιμοποιηθεί στη βιβλιογραφία για τον έλεγχο ασταθών συστημάτων (όπως είναι ο P-PID και ο PDF ελεγκτής), είναι τελικά ισοδύναμα με τον κλασικό PID ελεγκτή. Επομένως, η ανάλυση και οι τεχνικές σχεδίασης που παρουσιάζονται στη διατριβή επεκτείνονται σε όλα αυτά τα σχήματα ελέγχου.

Τρεις κατηγορίες μεθόδων βαθμονόμησης παρουσιάζονται στη διατριβή για τον PID ελεγκτή. Οι μέθοδοι συμμετρικού περιθωρίου κέρδους και μεγίστου περιθωρίου φάσης συνδυάζουν επιθυμητά χαρακτηριστικά που αφορούν την ευρωστία του συστήματος με προδιαγραφές σχεδίασης που αφορούν την απόκριση του κλειστού συστήματος στο πεδίο του χρόνου. Οι μέθοδοι που βασίζονται στις προδιαγραφές ευρωστίας δίνουν τον ελεγκτή που ικανοποιεί ακριβώς τις προδιαγραφές των περιθωρίων κέρδους και φάσης.

Τέλος, οι μέθοδοι που βασίζονται στη θέση των επικρατούντων πόλων βασίζονται στην ιδιότητα ότι από τον άπειρο αριθμό πόλων που αντιστοιχούν στην καθυστέρηση χρόνου του συστήματος, μόνο ένας είναι επικρατών στο κλειστό σύστημα, με αποτέλεσμα η συμπεριφορά του κλειστού συστήματος να καθορίζεται πλήρως από τη θέση μόνο τριών ή τεσσάρων πόλων.

Για να είναι δυνατή η εφαρμογή των μεθόδων βαθμονόμησης που προτείνονται στη διατριβή, σε πραγματικό χρόνο, χρησιμοποιήθηκαν εργαλεία βελτιστοποίησης για ανάπτυξη προσεγγιστικών αναλυτικών σχέσεων με τις οποίες μπορούν να υπολογιστούν οι τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή με μεγάλη ακρίβεια αποφεύγοντας τη χρήση χρονοβόρων επαναληπτικών αλγορίθμων. Η ίδια μεθοδολογία χρησιμοποιήθηκε και για την ανάπτυξη προσεγγιστικών σχέσεων με τις οποίες είναι δυνατόν να υπολογιστούν χρήσιμα μεγέθη των ασταθών συστημάτων, όπως είναι οι κρίσιμες συχνότητες.

Για την αναγνώριση των παραμέτρων των συστημάτων που μελετώνται στη διατριβή, προτείνονται τεχνικές αναγνώρισης ιδιαίτερα χρήσιμες για εφαρμογές σε πραγματικό χρόνο. Οι προτεινόμενες μέθοδοι αναγνωρίζουν το σύστημα, είτε από μετρήσεις της βηματικής απόκρισης του κλειστού ευσταθοποιημένου συστήματος, είτε από μετρήσεις του πειράματος διακοπτικής ανατροφοδότησης. Οι τροποποιήσεις και βελτιώσεις στις μεθόδους αναγνώρισης που προτείνονται δίνουν ακριβέστερα αποτελέσματα, ενώ δίνουν τη δυνατότητα να εφαρμοστούν και σε ασταθή συστήματα που στην κλασική τους μορφή δεν είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν.

Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στη διατριβή αποτελούν εξαιρετικά χρήσιμα εργαλεία ανάλυσης και σχεδίασης για τα ασταθή συστήματα που προαναφέραμε. Τα αποτελέσματα αυτά μπορούν να επεκταθούν και για πιο πολύπλοκα μοντέλα ασταθών συστημάτων όπου η συνάρτηση μεταφοράς τους περιλαμβάνει και μηδενικά που βρίσκονται στο αριστερό (μηδενικά ελαχίστης φάσης) ή το δεξιό μιγαδικό ημι-επίπεδο (μηδενικά μη ελαχίστης φάσης). Επίσης, είναι δυνατόν για τις μεθόδους που προτάθηκαν, να χρησιμοποιηθούν και άλλα κριτήρια σχεδίασης που να βελτιώνουν κάποιες χρήσιμες ιδιότητες του κλειστού συστήματος (π.χ. ολοκληρωτικά κριτήρια με ελεύθερη επιλογή των βαρών των διαφόρων παραγόντων του κριτηρίου) καθώς και πολυπαραμετρικά κριτήρια όπου μπορούν να συνδυάζονται τα κριτήρια ευρωστίας με αυτά της απόκρισης στο πεδίο του χρόνου.

Σημαντική πρωτοτυπία της διατριβής αποτελεί η ανάλυση και σχεδίαση ελεγκτών με βάση τους επικρατούντες πόλους. Όπως δείξαμε, οι επικρατούντες πόλοι καθορίζουν

ακριβώς τη συμπεριφορά του κλειστού συστήματος, ενώ ο αριθμός τους είναι μικρός αφού η καθυστέρηση χρόνου συνεισφέρει μόνο έναν επικρατούντα πόλο. Με τη μεθοδολογία αυτή είναι δυνατός ο ακριβής υπολογισμός, με αναλυτικές σχέσεις, της απόκρισης του κλειστού συστήματος για συστήματα που περιλαμβάνουν καθυστέρηση χρόνου στη συνάρτηση μεταφοράς τους. Το μόνο αρνητικό της μεθοδολογίας αυτής είναι ο υπολογισμός των ριζών (πόλων) πολυωνύμων μεγάλης τάξης. Αν και υπάρχουν αριθμητικές μέθοδοι που υπολογίζουν αυτές τις ρίζες με σχετικά μικρό υπολογιστικό φόρτο, ώστε η μέθοδος αυτή να είναι προτιμότερη από τη χρήση προσομοίωσης, η ανάπτυξη εργαλείων υπολογισμού της θέσης μόνο των επικρατούντων πόλων (έστω και σε μικρές περιοχές), θα αποτελούσε πολύ σημαντική καινοτομία για την ανάλυση και σχεδίαση ελεγκτών για συστήματα με καθυστέρηση χρόνο. Η χρήση των επικρατούντων πόλων σαν εργαλείο σχεδίασης μπορεί να επεκταθεί και σε άλλα μοντέλα που περιλαμβάνουν καθυστέρηση χρόνου. Ιδιαίτερα θετικά αποτελέσματα φαίνεται να προκύπτουν από τη χρήση των μεθόδων αυτών σε ολοκληρωτικά μοντέλα πρώτης και δεύτερης τάξης.

Όπως έγινε φανερό από την ανάλυση που παρουσιάστηκε για τα ασταθή συστήματα, υπάρχουν τρία χαρακτηριστικά σημεία (τα κρίσιμα σημεία και το σημείο μέγιστης φάσης) τα οποία δίνουν πολύ σημαντική πληροφορία για το σύστημα. Οι τεχνικές αναγνώρισης που βασίζονται στο πείραμα διακοπτικής ανατροφοδότησης, δίνουν τη δυνατότητα να προσδιοριστεί μόνο το ένα από αυτά τα σημεία τομής, και συγκεκριμένα αυτό που αντιστοιχεί στο μέγιστο κρίσιμο κέρδος. Για τη σχεδίαση ελεγκτών για ασταθή συστήματα θα ήταν εξαιρετικά χρήσιμο να βρεθούν τεχνικές αναγνώρισης, που να είναι δυνατό να εφαρμοστούν σε πραγματικό χρόνο, οι οποίες να βασίζονται στην αναγνώριση του σημείου μέγιστης φάσης και του κρίσιμου σημείου τομής που αντιστοιχεί στο ελάχιστο κρίσιμο κέρδος.

Τέλος, οι μέθοδοι βαθμονόμησης πραγματικού χρόνου σε συνδυασμό με τις τεχνικές αναγνώρισης των παραμέτρων των μοντέλων που προτείνονται στη διατριβή είναι δυνατόν να ενσωματωθούν σε εμπορικούς βιομηχανικούς-ελεγκτές που χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο ασταθών συστημάτων. Για να γίνει αυτό θα ήταν εξαιρετικά χρήσιμο να γίνουν και άλλες εφαρμογές των μεθόδων σε φυσικά συστήματα ώστε να βρεθεί ο καταλληλότερος τρόπος χρήσης των μεθόδων με αυτόματο τρόπο. Η πληροφορία από τις εφαρμογές αυτές θα μπορούσε να ενσωματωθεί στους εμπορικούς ελεγκτές με τη μορφή 'ευφυών κανόνων'.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1]. S. Bennett, "The past of PID controllers", *Proc. of PID'00: IFAC Workshop on digital control*, Terrassa, Spain, pp. 3-13.
- [2]. K. J. Astrom, and T. Hagglund, *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*, Instrument Society of America, Research Triangle Park, North Carolina, 2nd Edition, 1995.
- [3]. T. K. Kiong, W. Quing-Guo and H. C. Hagglund, *Advances in PID Control: Advances in Industrial Control*, Springer-Verlag, London 1999.
- [4]. R. M. Phelan, *Automatic Control Systems*, Cornell University Press, Ithaca, New York, 1978.
- [5]. E. F. Jacob and M. Chidambaram, "Design of controllers for unstable first-order plus time delay systems", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 20, pp. 579-584, 1996.
- [6]. C. S. Jung, H. K. Song and J. C. Hyun, "A direct synthesis tuning method of unstable first-order-plus-time-delay-processes", *J. Process Control*, vol. 9, pp. 265-269, 1999.
- [7]. Y. Lee, J. Lee and S. Park, "PID controller tuning for integrating and unstable processes with time delay", *Chem. Eng. Science*, vol. 55, pp. 3481-3493, 2000.
- [8]. P. B. Deshpande, "Process identification of open-loop unstable time delay systems", *AIChE J.*, vol. 26, pp. 305-308, 1980.
- [9]. S. P. Srinivas, P. B. Deshpande and P. R. Krishnaswamy, "Extension of Nichols chart for identification of open loop unstable systems", *AIChE J.*, vol. 30, pp. 684-686, 1984.
- [10]. A. M. De Paor, "Modified Smith predictor and controllers for unstable process with time delay", *Int. J. Control*, vol. 41, pp. 1025-1036, 1985.
- [11]. H. Stahl, H and P. Hippe, "Design of pole placing controllers for stable and unstable systems with pure time delay", *Int. J. Control.*, vol. 45, pp. 2173-2182, 1987.
- [12]. A. M. De Paor and M. O'Malley, "Controllers of Ziegler-Nichols type for unstable process with time delay", *Int. J. Control.*, vol. 49, pp. 1273-1284, 1989.
- [13]. S. B. Quinn and C. K. Sanathanan, "Controller design for integrating and runaway processes involving time delay", *AIChE Journal*, vol. 35, pp. 923-930, 1989.
- [14]. W. L. Luyben, *Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers*, McGraw Hill, International Editions, 1990.
- [15]. G. E. Rotstein and D. R. Lewin, "Simple PI and PID tuning for open-loop unstable systems", *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 30, pp. 1864-1869, 1991.
- [16]. G. E. Rotstein and D. R. Lewin, "Control of an unstable batch chemical reactor", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 16, pp. 27-50, 1992.

- [17]. M. Kavdia and M. Chidambaram, "On-line controller tuning for unstable systems", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 20, pp. 301-305, 1996.
- [18]. N. Srinivas and M. Chidambaram, "Comparison of on-line controller tuning methods for unstable systems", *Process Contr. Quality*, vol. 8, pp. 177-183, 1996.
- [19]. M. Chidambaram and G.P. Reddy, "Nonlinear control of systems with input and output multiplicities", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 20, pp. 295-299, 1996.
- [20]. M. Chidambaram, "Control of unstable systems: A review", *J. Energy, Heat, Mass Transf.*, vol. 19, pp. 49-56, 1997.
- [21]. C. V. Clement and M. Chidambaram, "PID controller for unstable time delay systems", *Chem. Eng. Commun.*, vol. 162, pp. 63-74, 1997.
- [22]. I. Ananth and M. Chidambaram, "Closed-loop identification of transfer function model for unstable systems", *J. Franklin Inst.*, vol. 336, pp. 1055-1061, 1999.
- [23]. M. Morari and E. Zafiriou, *Robust Process Control*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1989
- [24]. G. E. Rotstein, J. Bandoni, A. Desages and J. Romagnoli, "Mathematical programming with linear uncertain constraints - Application to robust control", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 14, pp. 373-380, 1990.
- [25]. J. P. Calvet and Y. Arkun, "Design of P and PI stabilizing controllers for quasi-linear systems", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 14, pp. 415-426, 1990.
- [26]. V. Venkatasankar and M. Chidambaram, "Design of P and PI controllers for unstable first-order plus time delay systems", *Int. J. Control.*, vol. 60, pp. 137-144, 1994.
- [27]. C. A. Smith and A. B. Corripio, *Principles and Practice of Automatic Process Control*. 2nd ed., John Wiley & Sons, 1997.
- [28]. E. F. Jacob and M. Chidambaram, "Robust control of unstable bioreactors", *Process Control Qual.*, vol. 8, pp. 147-157, 1996.
- [29]. C. S. Jung, H. K. Song and J. C. Hyun, "A direct synthesis tuning method of unstable first-order-plus-time-delay-processes", *J. Process Control*, vol. 9, pp. 265-269, 1999.
- [30]. P. N. Paraskevopoulos, G. D. Pasgianos and K. G. Arvanitis, "Tuning of pseudo-derivative feedback controllers for unstable first order plus dead time processes", *Mathematics Comp. Simulation*, submitted for publication, 2002.
- [31]. P. N. Paraskevopoulos, G. D. Pasgianos and K. G. Arvanitis, "New tuning and identification methods for unstable first order plus dead time processes based on pseudo-derivative feedback control", *IEEE Trans. Control Syst. Technology*, Accepted for publication, 2003.
- [32]. S. R. Wilton, "Controller tuning", *ISA Transactions*, vol. 38, pp. 157-170, 1999.

- [33]. E. K. Ho and W. Xu, "PID tuning for unstable processes based on gain and phase margin", *IEE Proc. Part D*, vol. 145, pp. 392-396, 1998.
- [34]. Y.G. Wang and W.J. Cai, "Advanced Proportional-Integral-Derivative Tuning for Integrating and Unstable Processes with Gain and Phase Margin Specifications", *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 41, pp.2910-2914, 2002.
- [35]. P. Agarwal and H. C. Lim, "Analysis of various control schemes for continuous bioreactors", *Adv. Biochem Biotechnology*, vol. 30, pp. 61-90, 1986.
- [36]. M. A. Henson and D. E. Seborg, "Nonlinear control strategies for continuous fermenters", *Chem. Engng. Science*, vol. 47, pp. 821-835, 1992.
- [37]. M. A. Henson and D. E. Seborg, *Nonlinear Process Control.*, Prentice-Hall Inc., 1997
- [38]. V. H. Edwards, R. C. Ko and S. A. Balogh, "Dynamics and control of continuous microbial propagators subject to substrate inhibition, *Biotechnol. Bioengng*, vol. 14, pp.939-950, 1972.
- [39]. P. Agarwal, G. Koshy and M. Ramseier, "An algorithm for operating a fed-batch fermentor at optimum specific growth rate", *Biotechnol. Bioengng*, vol. 33, pp. 115-125, 1989.
- [40]. D. DiBiasio, H. C. Lim, W. A. Weigand and G. T. Chao, "Phase plane analysis of feedback control of unsteady steady states in a biological reactor", *AIChE J.*, vol. 24, pp. 686-693, 1978.
- [41]. D. DiBiasio, H. C. Lim and W. A. Weigand, "An experimental investigation of stability and multiplicity of steady states in a biological reactor", *AIChE J.*, vol. 27, pp. 284, 1981.
- [42]. D. DiBiasio, H. C. Lim and W. A. Weigand, "Constrained control of an unstable biological reactor, *AIChE J.*, vol. 30, pp. 520-522, 1984.
- [43]. K. Shimizu and M. Matsubara, "Conditions for the phase-plane analysis of feedback control of chemostat", *Biotechnol. Bioengng*, vol. 27, pp. 519-524, 1975.
- [44]. J. Alvarez and J. Alvarez, "Estimation and control techniques for continuous culture fermentation processes", *Biotechnol. Bioengng*, vol. 33, pp. 442-451, 1984.
- [45]. M. Y. Andersen and S. B. Jorgensen, "Multivariable adaptive control of a simulated yeast fermentation", *Proc. IFAC Symp. Adaptive Control of Chemical Processes*, pp. 109-114, Copenhagen, 1988.
- [46]. A. S. Menawat and J. Balachander, "Alternative control structures for chemostat", *AIChE J.*, vol. 37, pp. 302-306, 1991.
- [47]. J. Alvarez and J. Alvarez, "Analysis and control of fermentation processes by optimal and geometric methods", *Proc. A.C.C.*, pp. 1112-1117, Atlanda, 1988.
- [48]. M. Yuwana, and D. E. Seborg, "A new method for on-line controller tuning", *AIChE Journal*, vol. 28, pp. 434-440, 1982.

- [49]. K. G. Arvanitis, G. D. Pasgianos and N. A. Sigrimis, "An alternative feedback control structure for open-loop unstable systems", *Proc. XIV Memorial CIGR World Congress 2000*, Tsukuba, Japan, November 28-December 1, 2000, pp. 947-952.
- [50]. K. Ogata, *Modern Control Engineering*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1997.
- [51]. Q. G. Wang, T. H. Lee, H. W. Fung, Q. Bi and Y. Zhang, "PID tuning for improved performance", *IEEE Trans. Control Syst. Techn.*, **7**, pp. 457-465, 1999.
- [52]. K. J. Astrom, and T. Hagglund, "Automatic tuning of simple controllers with specification on phase and amplitude margins" *Automatica*, vol. 20, pp.645-651, 1984.
- [53]. Z. J.Palmor, Y. Halevi and N. Krasney, "Automatic Tuning of Decentralized PID Controllers for TITO Processes", *Automatica*, vol. **20**, pp.645-651, 1995.
- [54]. W. L. Luyben, "Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers", 2nd Ed., McGraw-Hill Publishing Co., New York, 1990.
- [55]. W. Li, E. Eskinat and W. L. Luyben, "An Improved Autotune Identification Method", *Ind. Chem. Res.*, vol. **30**, pp. 1530-1541, 1991.
- [56]. C. Scali, G. Marchetti and D. Semino, "Relay and Additional Delay for Identification and Autotuning of Completely Unknown Processes", *Ind. Chem. Res.*, vol. **38**, pp. 1987-1997, 1999.
- [57]. G. Marchetti and C. Scali, "Use of Modified Relay Techniques for the Design of Model-Based Controllers for Chemical Processes", *Ind. Chem. Res.*, vol. **39**, pp. 3325-3334, 2000.
- [58] D. P.Atherton, "Improving Accuracy of Autotuning Parameter Estimation", *Proc of IEEE Int. Conf. Of Control and Application*, Hardford, USA 51, 1997.
- [59] S. Majhi and D. P. Atherton, "Autotuning and Controller Design for Processes with Small Time Delays", *IEE Proc. Control Theory and Application*, nol. 146(5), pp. 415, 1999.
- [60] D. Semino and M. Gori, "Automatic Control of Chemical Reactors at Unstable Steady-states", *Proceedings of DYCORD '95*, Copenhagen, pp. 471-476, 1995.
- [61] W. L. Luyben, "Tuning Temperature Controllers on Open-Loop Unstable Reactors", *Ind. Chem. Res.*, vol. **37**, pp. 4322-4331, 1998.
- [62] S. H. Shen, J. S. Wu and C. C. Yu, "Use of Biased-relay Feedback for System Identification", *AICHE Jnl.*, vol. 42(4) , pp. 1174-1180, 1996.
- [63] J. H.Park, S. W. Sung and I. B. Lee, "Improved Relay Auto-Tuning with Static Load Disturbance", *Automatica*, vol. **33**, pp. 711-715, 1997.
- [64] J. H.Park, S. W. Sung and I. B. Lee, "An Enhanced PID Control Strategy for Unstable Processes", *Automatica*, vol. **34**, pp. 751-756, 1998.
- [65] H. J.Kwak, S. W.Sung and I. Lee, "Stabilizability Conditions and Controller Design for Unstable Processes", *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 78(A), pp. 549-556, 2000.

- [66]. G. Marchetti, C. Scali and D. R. Lewin, "Identification and Control of Unstable Processes by Relay Methods", *Automatica*, Submitted 2001.
- [67]. C. C. Yu, *Auto-tuning of PID controllers: Relay Feedback Approach*, Springer-Verlang, New York, 1999.
- [68]. C. C. Hang, K. J. Astrom and Q. G. Wang, "Relay feedback auto-tune of process controllers- a tutorial review", *Jur. of Proc. Control*, vol. 12, pp. 143-162, 2002.
- [69]. N.A.Sigrimis, K.G. Arvanitis, G.D. Pasgianos, "Synergism of high and low level systems for the efficient management of greenhouses", *Comput. Electron. Agric.* vol. 29, pp. 21-39, 2000.
- [70]. Zi-Jiang Yang, M. Tateishi, "Adaptive robust nonlinear control of a magnetic levitation systems", *Automatica*,
- [71]. D. Cho, K. Kato and D. Sliman, "Sliding mode and classical control for magnetic levitation systems", *IEEE Control System Magazine*, pp. 43-48, 1993.
- [72]. S. A. Green and K. C. Craig, "Robust, digital, nonlinear control of magnetic levitation systems", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and control*, vol. 120, pp. 488-495, 1998.
- [73]. D. L. Trumper, S. M. Olson and P. K. Subrahmanyam, "Linearizing control of magnetic suspension systems", *IEEE Transactions on System Technology*, vol. 5(4), pp. 427-437, 1997.
- [74]. P.N.Paraskevopoulos, G.D.Pasgianos and K.G.Arvanitis, "PID-type controller tuning for unstable first order plus dead time processes based on gain and phase margin specifications", *Automatica*, provisionally accepted, 2002.
- [75]. E. Poulin and A. Pomerleau, "PID tuning for integrating and unstable processes", *IEE Proc. Contr. Theory Appl.*, Vol 143, No.5, pp. 429-435, 1996.
- [76]. E. Poulin and A. Pomerleau, "Unified PID design method based on maximum peak resonance specification", *IEE Proc. Contr. Theory Appl.*, Vol 144, No.6, pp. 566-574, 1997.
- [77]. J. Hale, *Theory of Functional Differential Equations*, Springer-Verlang, New York, 1977.
- [78]. Y. Lee, J. Lee and S. Park, "PID controller tuning for integrating and unstable processes with time delay", *Chem. Eng. Science*, vol. 55, pp. 3481-3493, 2000.
- [79]. P. D. Hansen, "Robust adaptive PID controller tuning for unmeasured load Rejection", *Proc. of PID'00: IFAC Workshop on digital control*, Terrassa, Spain, pp. 487-494.
- [80]. T. Liu, D. Gu and W. Zhang, "Analytical Design of H^∞ PID controller for Typical Second Order Processes with Integrator and Time Delay" *Proc*, USA, 2003.

- [81]. BW500 Ball and Beam Documentation, Bismarckstrabe 67, im Technologiezentrum, Duisburg, Germany, 1999 (www.amira.de).



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΓΕΩΡΓΙΟΣ Δ. ΠΑΣΓΙΑΝΟΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΥΧΟΣ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΜΠ

**ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ PID ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΧΡΟΝΟ
ΓΙΑ ΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟ ΑΣΤΑΘΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ**

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ
ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ**

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α
ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΠΟΥ
ΠΡΟΕΚΥΨΑΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β
ΚΩΔΙΚΑΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ
Matlab[®]

ΑΘΗΝΑ

Δεκέμβριος 2003

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α:
ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΠΟΥ
ΠΡΟΕΚΥΨΑΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΡΓΑΣΙΩΝ ΠΟΥ ΠΡΟΕΚΥΨΑΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΣΕ ΔΙΕΘΝΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ

- [1]. **P.N.Paraskevopoulos, G.D.Pasgianos and K.G.Arvanitis**, *ι New Tuning and Identification Methods for Unstable First Order plus Dead Time Processes Based on Pseudo-Derivative Feedback Control* . **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, 2003. Έγινε δεκτή για δημοσίευση.
- [2]. **P.N.Paraskevopoulos, G.D.Pasgianos and K.G.Arvanitis**, *ι PID-Type Controller Tuning for Unstable First Order plus Dead Time Processes Based on Gain and Phase Margin Specifications* . **Automatica**, 2003. Έγινε δεκτή για δημοσίευση με μικρές αλλαγές.
- [3]. **P.N.Paraskevopoulos, G.D.Pasgianos and K.G.Arvanitis**, *ι Tuning of Pseudo-Derivative Feedback Controllers for Unstable First Order plus Dead Time Processes* . **Asian Journal of Control**, έγινε δεκτή για δημοσίευση με σημαντικές αλλαγές το 2003.
- [4]. **G.D.Pasgianos and P.N.Paraskevopoulos**, *ι PID Controller Tuning for Unstable Second Order plus Dead Time Processes* . **Automatica**, υποβλήθηκε το 2003.
- [5]. **G.D.Pasgianos and P.N.Paraskevopoulos**, *ι PID-Type Controller Tuning for Unstable Second Order plus Dead Time Systems Based on Gain and Phase Margin Specifications* . **IEE proceedings on Control Theory and Applications**, υποβλήθηκε το 2003.

ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ ΣΕ ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΕΔΡΙΩΝ ΜΕ ΚΡΙΤΕΣ

- [6]. **P.N.Paraskevopoulos, G.D.Pasgianos and K.G.Arvanitis**, *ι Parameter Identification and Controller Tuning for Unstable Processes*^a, **ΚΤΗΣΙΒΙΟΣ: Πανελλήνιο Συνέδριο Αυτοματισμού, Ρομποτικής και Βιομηχανικής Παραγωγής Σαντορίνη**, 28-30 Ιουνίου 2001.

ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΠΟΥ ΒΡΙΣΚΟΝΤΑΙ ΣΤΗΝ ΦΑΣΗ ΤΗΣ ΣΥΓΓΡΑΦΗΣ

- [7]. **G.D.Pasgianos** *ι Relay Feed-Back Techniques for On-line Tuning of Unstable Systems with Time Delay* , υπό ολοκλήρωση.
- [8]. **G.D.Pasgianos** *ι PID-Type Controller Tuning for Double Integrating plus Dead Time Systems* , υπό ολοκλήρωση.

- [9]. **G.D.Pasgianos** *à New PID Controller Tuning for Unstable First Order plus Dead Time Processes*, υπό ολοκλήρωση.
- [10]. **G.D.Pasgianos** *à New PID Controller Tuning for Unstable Integrating plus Dead Time Processes*, υπό ολοκλήρωση.

**ΑΝΤΙΓΡΑΦΑ ΕΡΓΑΣΙΩΝ ΠΟΥ
ΠΡΟΕΚΥΨΑΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΔΙΑΤΡΙΒΗ**

New Tuning and Identification Methods for Unstable First Order plus Dead Time Processes based on Pseudo-Derivative Feedback Control

Paraskevas N.Paraskevopoulos, *Senior Member, IEEE*, George D.Pasgianos, and Kostas G.Arvanitis

Abstract— The use of Pseudo-derivative Feedback (PDF) in the control and identification of unstable first order plus dead-time (UFOPDT) processes is investigated. Several new methods for tuning the PDF feedback controller are presented. In contrast to known tuning rules for conventional PID controllers, which result in excessive overshoot in the closed-loop response, the proposed control structure and tuning methods ensure smooth response to set point changes, fast attenuation of step load disturbances and satisfactory robustness against parametric uncertainty. Moreover, two simple methods for identifying the UFOPDT process parameters, based on this controller structure, are proposed in the paper. Both methods rely on a single experiment on a closed-loop system with a step change in the set point of a PDF controller. They are very accurate, as well as simpler and less sensitive than existing identification methods. Finally, an application of the proposed identification and tuning methods to an open-loop unstable bioreactor with hard input constraints and significant measurement delay is presented.

Index Terms—Pseudo-derivative feedback, process control, identification, unstable processes, dead-time processes.

I. INTRODUCTION

IDENTIFICATION and control of unstable first order plus dead-time (UFOPDT) process models have long been the focus of interest by many control and process designers [1]-[10]. This increased interest is mainly due to the fact that identification is required for on-line controller tuning or design of self-tuning and model reference controllers, and of course, to the fact that classical PID tuning methods, like the Ziegler-Nichols method or the Cohen-Coon method, cannot be applied to unstable process models due to its peculiarity. In this respect, in [1]-[8] several controller structures and tuning rules for setting the parameters of PID controllers for UFOPDT processes have been presented. The common feature of these

tuning methods is that they give either unacceptable offset in the case of P controllers, or large overshoot in the case of PI or PID controllers (for PI controllers an overshoot of 200% or more has been reported [4]-[6]). This excessive overshoot, which is unacceptable in practice, is mainly due to the zeros introduced in the control-loop by the PI or the PID controller. Chidambaram and his co-workers were the first to point out these drawbacks of existing tuning methods, and in [5], [6], they propose several nonlinear and cascade controllers for UFOPDT models with superior performance. In particular, in [6], a new tuning rule, which incorporates both a two-stage P-PI control structure and the IMC-tuning rule, has successfully been developed. On the other hand, attempts to extend known identification methods for stable processes with time-delay (such as the well-known Yuwana and Seborg method [11]), to the unstable system case, have been reported in the literature. In [4], a second order plus time delay closed-loop model is first identified, using the response obtained for a set-point step change of a proportional controller, and, then, the open-loop transfer function is derived, from this identified model. Attempts to improve this method have been reported in [3], [9], where PI and/or PID stabilizing controllers have been used to avoid large offsets and overshoots.

The present paper investigates some aspects of the control scheme developed in [12], called the “Pseudoderivative Feedback Controller” (PDF controller), when it is applied for the identification and control of UFOPDT processes. Here, we apply to UFOPDT processes a simple form of the general PDF control scheme containing only proportional action in the feedback path and we call it the PD-0F control. A series of design procedures for tuning the proposed controller settings are presented. The proposed tuning rules rely on the performance of the closed-loop system output and are obtained by applying some new more accurate approximations of the crossover frequencies of the Nyquist plot of the loop transfer function. These approximations render the proposed tuning rules applicable to processes with larger normalized dead time than existing tuning rules for conventional PI controllers. In particular, the proposed tuning methods are applicable for a ratio between the process time delay and the process time constant up to 0.9.

With regard to the identification of UFOPDT models, two alternative methods are presented in the paper. Both methods

Manuscript received June 9, 2002.

P.N.Paraskevopoulos is with the Electrical and Computer Engineering Department, National Technical University of Athens, Zographou, 15773, Athens, GREECE (e-mail: parask@softlab.ntua.gr).

G.D.Pasgianos is with the Electrical and Computer Engineering Department, National Technical University of Athens, Zographou, 15773, Athens, GREECE (e-mail: pasgianos@24hteacher.com).

K.G.Arvanitis is with the Agricultural Engineering Department, Agricultural University of Athens, Iera Odos 75, 11855, Athens, GREECE (phone: +30-210-5294034; fax: +30-210-5294039; e-mail: karvan@aua.gr).

are similar to the method of [9], with the difference that a PD-OF controller is used here to stabilize the system instead of a PI or a PID controller. The reason for using this alternative scheme is due to the inherent feature of the PD-OF controller to produce no excessive overshoot, a fact that eliminates the need for the derivative action of the PID controller used in [9]. The proposed identification methods require small computational effort and they are particularly useful for on-line applications.

A variety of simulation studies have been performed and the performance of the proposed methods for PD-OF controller tuning is compared to that of both the conventional PI/PID controller and the two-stage IMC method. This comparison reveals that the proposed controller and tuning methods provide considerably smoother response to step set point changes, than known design methods for standard PI/PID controllers, while maintaining the same good behavior in the case of regulatory control. Our results are comparable to those provided by the two stage IMC method, in both set point tracking and regulatory control, while they are simpler to implement due to the simpler controller structure. Moreover, the proposed tuning methods ensure satisfactory robustness against parametric uncertainty. Finally, an application of the proposed identification and control methods is presented for an open loop unstable bioreactor with hard input constraints and significant measurement delay. It is mentioned that the present results are part of the material reported in [13].

II. THE PD-OF CONTROL STRUCTURE

The general PDF control structure is shown in Fig. 1. The transfer function $G_{CL}(s)$ of the closed loop system is

$$G_{CL}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\bar{K}_I G_P(s)}{s + (\bar{K}_{D,n-1} s^n + \dots + \bar{K}_{D,1} s^2 + \bar{K}_{D,0} s + \bar{K}_I) G_P(s)} \quad (1)$$

The PDF controller is essentially a variation of the conventional PID controller that differs in the following main points: (a) In contrast to standard PID controllers, in the PDF controller, only the integral term, which is dedicated to steady state error elimination, is located in the forward path, while the remaining terms, which are mainly dedicated in assigning the desired closed-loop performance (stability, responsiveness, disturbance attenuation, etc.), are located in the feedback path. (b) The conventional PID controller acts on the process error in such a way that its elements contribute to both closed-loop poles and zeros. In contrast, the PDF controller does not contribute to closed-loop zeros, and hence it is expected that it will not worsen the overshoot of the closed-loop response.

In the present paper, we focus our attention on the simplest possible form of the general PDF control structure, which contains only proportional action in the feedback path (i.e.

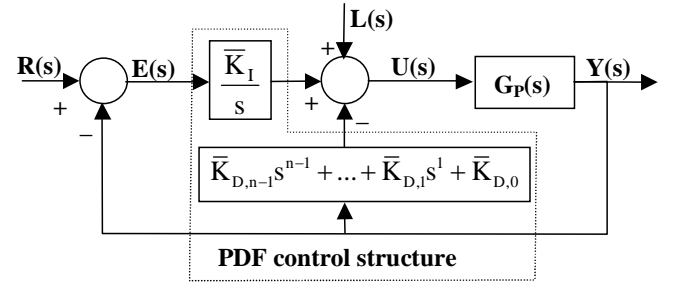


Fig. 1. The general PDF control structure

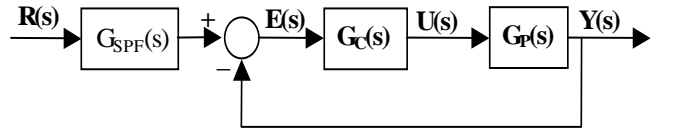


Fig. 2. PI controller with set-point filter control structure equivalent to PD-OF control.

$\bar{K}_{D,i} = 0$ for $i=1, \dots, n-1$ and $\bar{K}_{D,0} \equiv \bar{K}_D \neq 0$). We call this feedback scheme, the PD-OF control structure. We shall next analyze its behavior, in the case where the system under control is an UFOPDT process with transfer function model

$$G_p(s) = \bar{K} \exp(-\bar{d}s) / (\bar{T}s - 1) \quad (2)$$

where \bar{K} , \bar{d} and \bar{T} are the process gain, the time delay and the time constant, respectively. To this end, observe that, equation (1), in the case of a PD-OF controller with $\bar{K}_D = \bar{K}_{D,0}$ and for UFOPDT models of the form (2), takes the form

$$G_{CL}(s) = \left[\frac{\bar{K} \bar{K}_I}{s(\bar{T}s - 1) + \bar{K}(\bar{K}_D s + \bar{K}_I)} \right] \exp(-\bar{d}s) \quad (3)$$

The proposed controller is equivalent to a PI controller with a low-pass set-point filter, as shown in Fig. 2, where $G_C(s) = \bar{K}_D(1 + 1/\bar{\theta}s)$, $G_{SPF}(s) = 1/(\bar{\theta}s + 1)$ and $\bar{\theta} = \bar{K}_D / \bar{K}_I$. Taking into account this equivalence, the loop transfer function of an UFOPDT system controlled by a PD-OF controller is given by

$$G_L(s) = \left[\frac{\bar{K}(\bar{K}_D s + \bar{K}_I)}{s(\bar{T}s - 1)} \right] \exp(-\bar{d}s) \quad (4)$$

Note that $G_L(s)$ is the starting point for the derivation of the controller tuning methods that follow.

III. TUNING THE PD-OF CONTROLLER

To tune the PD-OF controller, it is convenient to work with

TABLE I.
ORIGINAL PROCESS PARAMETERS
VS. NORMALIZED PROCESS PARAMETERS.

Original parameters	Normalized parameters
\bar{T}	$T (=1)$
\bar{d}	$d = \bar{d} / \bar{T}$
$\bar{\theta}$	$\theta = \bar{\theta} / \bar{T}$
$\bar{\omega}$	$\omega = \bar{\omega} T$
\bar{K}	$K (=1)$
\bar{K}_D	$K_D = \bar{K} \bar{K}_D$
\bar{K}_I	$K_I = \bar{K}_I \bar{K} T$

\bar{K}_D and $\bar{\theta}$ and not directly with \bar{K}_I . Furthermore, here, to facilitate comparisons, all system parameters are normalized with respect to \bar{T} and \bar{K} . Thus, the original process and controller parameters are replaced with the dimensionless parameters shown in Table I. Then, relations (3) and (4) yield

$$G_{CL}(s) = \frac{\exp(-ds)}{s\theta(K_D^{-1}s - K_D^{-1}) + (\theta s + 1)\exp(-ds)} \quad (5)$$

$$G_L(s) = \left[\frac{K_D(\theta s + 1)}{\theta s(s - 1)} \right] \exp(-ds) \quad (6)$$

A. Frequency Domain Analysis of Closed-Loop UFOPDT Processes

Based on relation (6), the argument and the magnitude of the loop transfer function are given by

$$\phi_L(\omega) = -(3\pi/2) - d\omega + \tan^{-1}(\omega) + \tan^{-1}(\theta\omega) \quad (7)$$

$$A_L(\omega) = |G_L(j\omega)| = K_D \sqrt{[1 + (\theta\omega)^2][1 + \omega^2]}^{-1} (\theta\omega)^{-1} \quad (8)$$

In Fig. 3, the Nyquist plots of $G_L(s)$ are shown for several values of the parameter θ . For a specific d , and for θ greater than a critical value θ_{min} (which will be calculated in subsection III.B), there exist two crossover points of the Nyquist plot with the negative real axis. Note that, only in this case, it is plausible to stabilize the closed loop system by an appropriate choice of the controller gain K_D . Moreover, it can be easily checked that, if d is increased, the stability region is reduced. In fact, this region becomes very small for values of $d > 0.9$, even when $\theta \rightarrow \infty$ (resp. $K_I \rightarrow 0$).

Now, let ω_{min} and ω_{max} be the smallest and the largest frequency, corresponding to the two crossover points. Clearly, $\phi_L(\omega_{min}) = -\pi$, $\phi_L(\omega_{max}) = -\pi$. Hence, at frequencies ω_{min} and ω_{max} , relation (7) yields

$$-d\omega_{min} + \tan^{-1}(\omega_{min}) + \tan^{-1}(\theta\omega_{min}) - \pi/2 = 0 \quad (9)$$

$$-d\omega_{max} + \tan^{-1}(\omega_{max}) + \tan^{-1}(\theta\omega_{max}) - \pi/2 = 0 \quad (10)$$

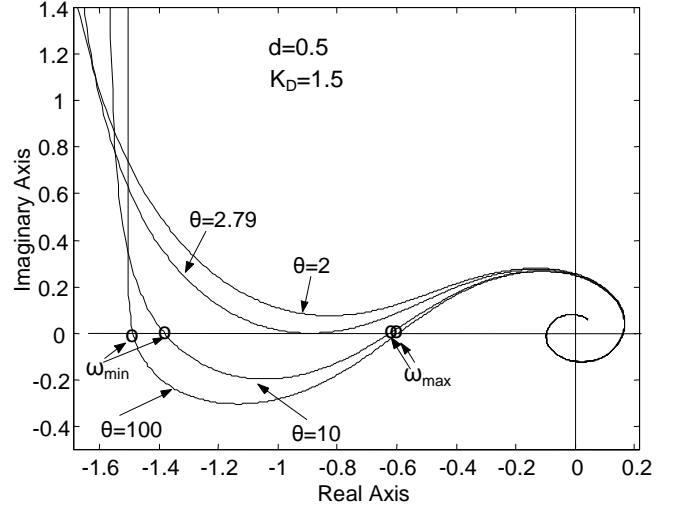


Fig. 3. Nyquist plots of an UFOPDT system with a PD-OF controller for various values of θ .

Equations (9) and (10) are nonlinear and have no analytic solution. Since the calculation of ω_{min} and ω_{max} is important for most on-line controller tuning methods, here, we propose to use the following approximations of the crossover frequencies

$$\hat{\omega}_{min} = [\theta - d(1 + \theta)]^{-1/2} \quad (11)$$

$$\hat{\omega}_{max} = \frac{\pi^2}{2d} \left(\frac{\theta}{\theta + 1} - d \right) \left[d + \pi \left(\frac{\theta}{\theta + 1} - d \right) \right]^{-1} \quad (12)$$

To derive relations (11) and (12), use was made of the following properties of the \tan^{-1} function

$$\tan^{-1}(x) = -\tan^{-1}(x^{-1}) + \pi/2, \quad \tan^{-1}(x) - \tan^{-1}(y) = \tan^{-1}[(x-y)/(1+xy)]$$

as well as, of the approximations $\tan^{-1}(x) \approx x$ (for $x < 1$), in the case of ω_{min} (under the constraints $(\theta\omega_{min}^2 - 1)[\omega_{min}(1 + \theta)]^{-1} < 1$ and $d < \theta/(1 + \theta)$), and $\tan(x) \approx x + x^2[\pi(0.5\pi - x)]^{-1}$, in the case of ω_{max} (under the assumption that $\theta\omega_{max}^2 \gg 1$). Note that, $(\theta\omega_{min}^2 - 1)[\omega_{min}(1 + \theta)]^{-1} < 1$ and $d < \theta/(1 + \theta)$ hold for $\theta > \theta_{min}$.

Extensive simulations show that the normalized errors in ω_{min} and ω_{max} (that is $(\omega_{min} - \hat{\omega}_{min})/\omega_{min}$ and $(\omega_{max} - \hat{\omega}_{max})/\omega_{max}$) are less than 5%, if the parameter θ is chosen larger than $2\theta_{min}$. Note that this choice of θ is very reasonable, in order to guarantee sufficient robustness of the closed-loop system.

B. PD-OF Controller Tuning Methods

Having obtained accurate approximations for ω_{min} and ω_{max} , we next calculate the PD-OF controller parameters K_D and θ . To this end, the two critical gains $K_{D,min}$ and $K_{D,max}$ of the system are first determined. These two critical gains appear when, at the frequencies ω_{min} and ω_{max} , the magnitude of the loop transfer function equals unity, in which case the Nyquist

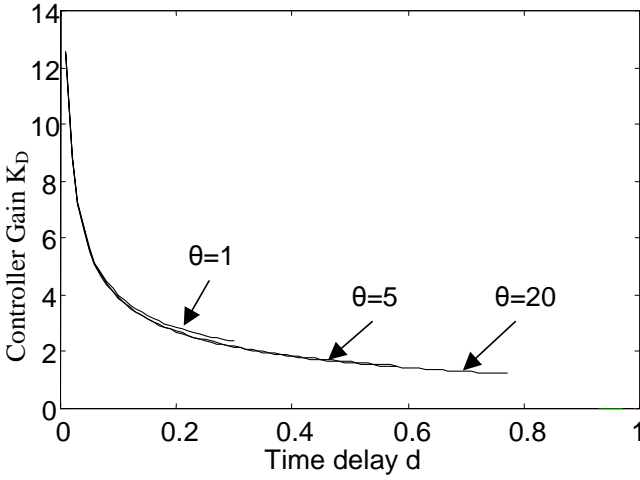


Fig. 4. Controller gain K_D for various values of θ .

plot of $G_L(s)$ crosses $-1+j0$ and the closed-loop system becomes unstable. In this case, from relation (8), we obtain

$$K_{D,min} = \sqrt{[1 + (\omega_{min})^2][1 + (\theta\omega_{min})^2]^{-1}} (\theta\omega_{min}) \quad (13)$$

$$K_{D,max} = \sqrt{[1 + (\omega_{max})^2][1 + (\theta\omega_{max})^2]^{-1}} (\theta\omega_{max}) \quad (14)$$

These two critical gains define the range of the controller gain K_D , in which the closed-loop system remains stable. Therefore, in order to guarantee the largest stability region in both directions (increasing and decreasing) of the gain uncertainty (and thus the maximum robustness), the PD-0F controller gain K_D is selected as follows

$$K_D = \sqrt{K_{D,min} K_{D,max}} \quad (15)$$

i.e. as the geometrical middle point in the range of K_D for which the closed-loop system is stable. Fig. 4 illustrates the gain K_D as a function of d . It is evident that the controller gain K_D , as obtained from (15), is essentially *almost* independent from θ and depends mainly on the normalized dead time d . Hence, K_D can be selected almost exclusively to meet only stability robustness specifications for the closed loop system, while θ can be chosen to assign the desired closed-loop performance.

A first method for selecting the parameter θ is as follows:

Method III.1:

The simplest way to tune the PD-0F controller is to choose θ arbitrarily, as an almost free parameter. To this end, as it was previously mentioned, the value of θ must be larger than a critical value θ_{min} , which depends only on d . Since the value of $\theta_{min}(d)$ can only be obtained with the use of iterative algorithms, here, to facilitate the method, two approximations of $\theta_{min}(d)$ are proposed. These approximations are

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{min}(d) &\approx \\ &1.3146d - 2.3805d^2 + 57.622d^3 - 158.99d^4 + 173.41d^5 \\ \hat{\theta}_{min}(d) &\approx 1.35d(1-d)^2 \end{aligned}$$

and they have been obtained by applying optimization techniques in order to minimize the normalized error $\Delta\theta_{min}/\theta_{min}$. Note that, for the first approximation the normalized error is less than 5% when $0.02 < d < 0.7$, while the normalized error for the second approximation is less than 3% when $0.1 < d < 0.9$. Moreover, as θ increases, the stability margins of the closed loop system also increase and tend to their maximum values, obtained by a P controller (see Fig. 3, and [1] for details).

Method III.2:

For control purposes, it is useful for the designer to have some precise rules for the choice of θ , based on some criteria relative to the closed-loop system performance. This is the purpose of the present method, whose starting point is the approximation $\exp(-ds) \approx 1 - ds$, in the denominator of $G_{CL}(s)$. The resulting closed-loop transfer function becomes

$$\begin{aligned} G_{CL}(s) &= \frac{\exp(-ds)}{\theta(K_D^{-1} - d)s^2 + [\theta(1 - K_D^{-1}) - d]s + 1} \\ &= \frac{\exp(-ds)}{\tau_e^2 s^2 + 2\zeta\tau_e s + 1} \end{aligned} \quad (16)$$

where

$$\tau_e = \sqrt{\theta(K_D^{-1} - d)}, \quad \zeta = 0.5[\theta(1 - K_D^{-1}) - d]/\tau_e \quad (17)$$

A first criterion for the choice of θ is related to the responsiveness of the closed-loop system. From the previous analysis, it becomes clear that the closed-loop system response may take any desired form by choosing an appropriate value of ζ or τ_e , in the second order approximation (16). Let ζ_{des} (resp. $\tau_{e,des}$) be this particular value of ζ (resp. τ_e). Relations (11), (12), (15) and the second (resp. the first) relation in (17) form a system of equations which could be solved, in order to obtain the parameter θ . Unfortunately, this system of equations is nonlinear and can only be solved by numerical methods. Such a simple numerical method for determining the parameter $\theta(\zeta_{des})$ (resp. $\theta(\tau_{e,des})$) is presented in the following algorithm.

Algorithm of Method III.2:

- Step 1. Start with a large value for θ , say $\theta = 1000$.
- Step 2. For this value of θ , calculate ω_{min} and ω_{max} and K_D using relations (11)-(15).
- Step 3. Solve the second of equations (17), with respect to θ to obtain

$$\theta^2(1 - 1/K_D)^2 - \theta(4\zeta_{des}^2(1/K_D - d) + 2d(1 - 1/K_D)) + d^2 = 0 \quad (18)$$

TABLE II.
APPROXIMATIONS OF THE FUNCTION $\theta(d, \zeta_{des})$ FOR VARIOUS VALUES OF ζ_{des} (METHOD III.2).

ζ_{des}	For $d < 0.3$	$max(\Delta\theta/\theta)$	For $0.2 < d < 0.7$	$max(\Delta\theta/\theta)$
0.5	$0.7269d + 2.5362\sqrt{d}$	4%	$-0.19 + 4.59d + 8.28d^6$	1%
0.75	$1.7016d + 3.0585\sqrt{d}$	2.6%	$0.028 + 6.16d + 9.90d^6$	1%
1	$3.0696d + 3.7509\sqrt{d}$	2%	$0.37 + 8.21d + 16.88d^6$	0.8%
1.5	$6.975d + 5.7053\sqrt{d}$	1.55%	$1.89 + 12.41d + 51.95d^6$	0.7%
2	$12.452d + 8.4358\sqrt{d}$	1.3%	$3.44 + 19.91d + 95d^6$	1.1%

TABLE III.
APPROXIMATIONS OF THE FUNCTION $\theta(d, \tau_{e,des})$ FOR VARIOUS VALUES OF $\tau_{e,des}$ (METHOD III.2).

$\tau_{e,des}$	For $d < 0.2$	$max(\Delta\theta/\theta)$	For $0.2 < d < 0.7$	$max(\Delta\theta/\theta)$
0.5	$0.409 - 0.2817/(d - \sqrt{d})$	4.5%	$1.518 + 10.54d^3$	1.5%
0.75	$0.717 - 0.6542/(d - \sqrt{d})$	3%	$3.34 + 16.89d^3$	0.5%
1	$1.142 - 1.177/(d - \sqrt{d})$	2.7%	$5.81 + 29.17d^3$	0.8%
1.5	$2.353 - 2.67/(d - \sqrt{d})$	2.3%	$13 + 49.66d^3$	0.4%
2	$4.07 - 4.76/(d - \sqrt{d})$	2.2%	$23.08 + 82.87d^3$	0.6%
3	$8.88 - 10.73/(d - \sqrt{d})$	2%	$51.94 + 176.8d^3$	0.8%

and select the new value of θ , as the maximum positive real root of (17) -resp. the first of (17), to obtain

$$\theta = \tau_{e,des}^2 / (K_D^{-1} - d) \quad (19)$$

Step 4. Repeat steps 2-3 until convergence is reached. \square

This algorithm always converges to values of θ and K_D satisfying equations (15) and (18) (resp. (19)), provided that these equations have an admissible solution ($K_D > 0, \theta > \theta_{min}$) for the given specification ζ_{des} (resp. $\tau_{e,des}$). The parameter $\theta(d, \zeta_{des})$ (resp. $\theta(d, \tau_{e,des})$) obtained by the above algorithm, for several values of the damping ratio ζ_{des} (resp. $\tau_{e,des}$) can be approximated by the functions summarized in Table II (resp. Table III). These approximations have been obtained by applying optimization techniques, intended to minimize the normalized error $\Delta\theta/\theta$, which is, always, smaller than 4.5% when $d < 0.7$. For intermediate values of ζ_{des} (resp. $\tau_{e,des}$), a simple linear interpolation gives sufficiently accurate estimates of $\theta(d, \zeta_{des})$ (resp. $\theta(d, \tau_{e,des})$). The above approximations are very useful, since they eliminate the need of iterations when applying Method III.2.

It is worth noticing that, although the first order Taylor approximation of the exponential term used above for the derivation of (16) and (17) is accurate for small values of d , the applicable range of this method is not crucially affected by this fact, since the method relies mainly on the accurate estimation of the critical gains. This approximation mainly affects the obtained response, which will be significantly deferent from the desired one, when $d > 0.3$. More precisely, the response of the closed loop system described by $G_{CL}(s)$ in

(5) is actually the response of a third order system, and not that of a second order one, as it is assumed by (16). Indeed, using

$$\exp(-ds) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{d}{n} s + 1 \right]^{-n}$$

the exponential term $\exp(-ds)$ is equivalent to an infinite number of poles. A typical root locus of a UFOPDT system (e.g. for $d=0.5$ and $n=25$) controlled by a PD-0F controller (with $\theta=5$) is shown in Fig. 5. As it can be easily seen, there exist three dominant poles, which are responsible for the shape of the system response. The rest of the poles contribute only to the delay of the response. Extensive analysis shows that the same holds for all values of d and θ . Nevertheless, the approximation provided by (16) is quite accurate for small values of d and large values of ζ_{des} . However, in the case where $d > 0.3$ and $\zeta_{des} < 1.5$, to obtain a response close to the expected one (in terms of the expected overshoot), one must correct ζ_{des} by

$$\zeta_{des,corr} = 1.5d + 0.5 \zeta_{des}$$

Simulation results show that, with this correction, Method III.2 can be applied to UFOPDT processes with $d < 0.7$.

Note also that, since θ increases as ζ_{des} increases, the closed-loop stability margins also increase with ζ_{des} .

Method III.3:

An alternative tuning can be obtained from the minimization of integral criteria. Such criteria include the integral of squared error due to unit step set-point changes (ISE-SP) or due to unit

TABLE IV.
APPROXIMATIONS OF $\theta(d)$ FOR VARIOUS INTEGRAL CRITERIA (METHOD III.3).

Criterion	Range of d	Estimate $\theta(d)$	$\max(\Delta\theta/\theta)$
ISE-SP	From 0.05 to 0.85	$\frac{2.725d + 1.71d^2}{0.88 - d}$	5%
ISE-L	From 0.05 to 0.85	$\frac{1.916d + 4.78^2}{0.88 - d}$	5%
ISENSCOD	From 0.01 to 0.3	$0.747 + 3.66d + 18.64d^3$	0.5%
ISENSCOD	From 0.3 to 0.85	$\frac{4.52d + 0.476d^3}{0.88 - d}$	4%
ISENSDCO	From 0.03 to 0.85	$\frac{2.58d + 3.60d^3}{0.91 - d}$	4.3%

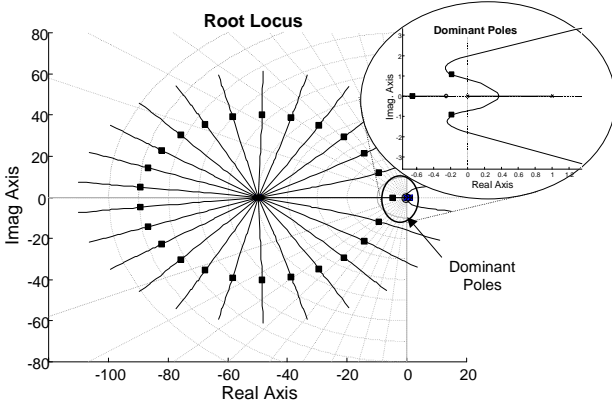


Fig. 5. Root locus of an UFOPDT system controlled by a PD-0F controller.

step load changes (ISE-L), the integral of squared error plus the normalized squared controller output deviation (ISENSCOD) from its final value u_∞ [14] and the integral of squared error plus the normalized squared derivative of the controller output (ISENSDCO), having the forms

$$J_{ISENSCOD} = \int_0^\infty \left\{ [y(t) - r(t)]^2 + K^2 [u(t) - u_\infty]^2 \right\} dt \quad (20)$$

$$J_{ISENSDCO} = \int_0^\infty \left\{ [y(t) - r(t)]^2 + K^2 T^2 \dot{u}^2(t) \right\} dt \quad (21)$$

Tuning methods based on the minimization of ISE guarantee small error and very fast response, particularly useful in the case of regulatory control. However, the closed-loop step response is very oscillatory, and the tuning can lead to excessive controller output swings that cause process disturbances in other control loops. In contrast, minimization of criteria (20) and (21) leads to smoother closed-loop responses that are less demanding for the process actuators.

Since there is no close form solution for the minimization of the above integrals in the case of time-delay systems, simulation must be used instead. Here, optimization algorithms are used to obtain the optimal values of θ that minimize the aforementioned integrals, as a function of d . Table IV summarizes some simple estimates of these functions $\theta(d)$.

IV. CLOSED LOOP IDENTIFICATION OF UFOPDT MODELS USING PD-0F CONTROLLERS

All tuning methods presented above are applicable if the process parameters are known. In the opposite case, an identification procedure must be applied. In what follows, two new closed-loop identification methods are proposed. These methods are extensions of the Yuwana and Seborg method, in the case of UFOPDT processes. Both methods use a PD-0F controller in order to stabilize the process. They provide all the benefits of the PID-based identification method reported in [9], while they are simpler to implement, since it is easier to seek for a two-term PD-0F stabilizing controller.

To present our methods, note that use of the approximation $\exp(-\bar{d}s) \approx 1 - \bar{d}s$ in the denominator of (3), yields

$$G_{CL}(s) = \exp(-\bar{d}s) / (\bar{\tau}_e^2 s^2 + 2\zeta\bar{\tau}_e s + 1)$$

where

$$\bar{\tau}_e = \sqrt{\bar{K}_D \bar{K}_I^{-1} (\bar{T} \bar{K}^{-1} \bar{K}_D^{-1} - \bar{d})}$$

$$\zeta = 0.5 [\bar{K}_D \bar{K}_I^{-1} (1 - \bar{K}^{-1} \bar{K}_D^{-1}) - \bar{d}] / \bar{\tau}_e$$

Method IV.1:

The first proposed identification method is similar to the method presented in [9], with the difference that a PD-0F stabilizing controller is used instead of a PI or a PID controller. The particular steps of this method are not given here, since it constitutes a simple modification of the method in [9], wherein the interested reader may refer for details.

It is not strongly recommended to use the above identification method in cases where the time delay of the system cannot be easily measured or cannot be known a priori. This is because the solution of the system of equations evolved in the method is very sensitive to the measurement of \bar{d} . For example, a 20% variation of \bar{d} will affect the result of \bar{K} and \bar{T} by a factor of 60%. For systems with small normalized time delay and process dynamics higher than first order, it is very

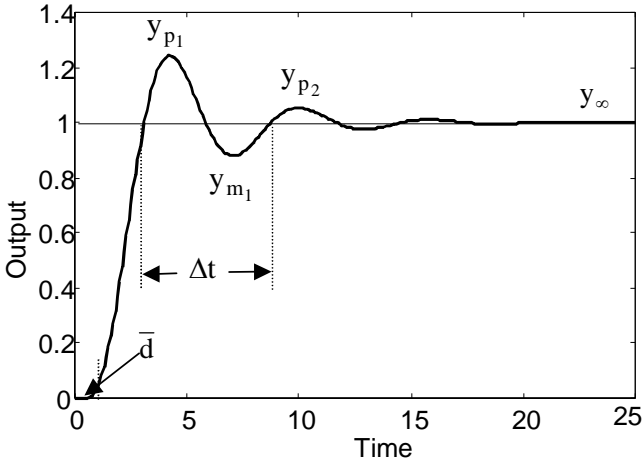


Fig. 6. Typical closed-loop response of an UFOPDT system controlled by the use of the PD-OF controller.

difficult to measure this delay from the initial portion of the step response, since in this case, the step response has no sudden change. To overcome these difficulties, we next propose the following alternative identification method.

Method IV.2:

Step 1. Select appropriate values of \bar{K}_D and \bar{K}_I , in order to obtain a stable closed-loop system with an oscillatory set point step response, as shown in Fig. 6. From the obtained response measure the values of y_{p1} , y_{p2} , y_{m1} , y_∞ and Δt .

Step 2. For a given set point change, calculate the process gain from the relation

$$\bar{K} = -y_\infty / u_\infty \quad (22)$$

This relation arises from the Final Value Theorem, when applied to the stable closed loop system.

Step 3. From the values of y_{p1} , y_{p2} , y_{m1} , y_∞ and Δt , calculate the dominant closed loop poles $\alpha \pm j\beta$ [11], where

$$\begin{aligned} \alpha &= -\zeta / \bar{\tau}_e, \quad \beta = \sqrt{1 - \zeta^2} / \bar{\tau}_e \\ \bar{\tau}_e &= 0.5 \Delta t \sqrt{1 - \zeta^2} / \pi, \quad \zeta = 0.5(\zeta_1 + \zeta_2) \\ \zeta_1 &= -\ln(R_1) / \sqrt{\pi^2 + \ln^2(R_1)}, \quad \zeta_2 = -\ln(R_2) / \sqrt{4\pi^2 + \ln^2(R_2)} \\ R_1 &= (y_\infty - y_{m1}) / (y_{p1} - y_\infty), \quad R_2 = (y_{p2} - y_\infty) / (y_{p1} - y_\infty) \end{aligned}$$

Step 4. Substitute the dominant poles in $G_{CL}(s)$ and equate the real and imaginary part of the resulting equation to obtain the following two relations

$$\bar{T} = \left\{ \alpha - \exp(-\bar{d}\alpha) \times \left[\bar{K}_D \alpha \cos(\bar{d}\beta) + \bar{K}_D \beta \sin(\bar{d}\beta) + \bar{K}_I \cos(\bar{d}\beta) \right] \times \bar{K} \right\} / (\alpha^2 - \beta^2) \quad (23)$$

$$L_1 \sin(\bar{d}\beta) + L_2 \cos(\bar{d}\beta) + L_3 \exp(\bar{d}\alpha) = 0 \quad (24)$$

where

$$\begin{aligned} L_1 &= -\bar{K}_D \alpha M - \bar{K}_I, \quad L_2 = -\bar{K}_D \beta M - \bar{K}_I N, \quad L_3 = -\beta \bar{K}^{-1} M \\ M &= (\alpha^2 + \beta^2) / (\alpha^2 - \beta^2), \quad N = 2\alpha\beta / (\alpha^2 - \beta^2) \end{aligned}$$

and \bar{K} is obtained from (22). Since (24) has no analytic solution with respect to \bar{d} , a Newton-Raphson's method [15] can be used to solve it. For faster convergence, it is proposed here to use as an initial guess \bar{d}_1 of \bar{d} , the smallest positive real root of the equation

$$\begin{aligned} (L_1 \mu w^2 + L_2 \mu w + L_3 \sigma^2 / 2) \bar{d}^2 \\ + (L_1 v w + L_2 \zeta w + L_3 \sigma) \bar{d} + (L_2 + L_3) = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

which can easily be derived from (24) by using the following approximations [15]

$$\sin(x) \approx \mu x^2 + vx, \quad \cos(x) \approx \mu x^2 + \zeta x + 1, \quad \exp(x) \approx 0.5x^2 + x + 1$$

with

$$\mu = 8(1 - \sqrt{2}) / \pi^2, \quad v = 2(\sqrt{2} - 1) / \pi, \quad \zeta = 2(\sqrt{2} - 3) / \pi$$

Simulation results show that the approximation provided by (25) is remarkably close to the true value and a 95% accuracy can usually be achieved, provided that the dead time is not exceptionally large. Hence, only one iteration is usually needed in the Newton-Raphson's method for identification of \bar{d} . After \bar{d} is obtained through the above procedure, the process time constant is identified through (23).

V. SIMULATION RESULTS

A. Numerical Examples for PD-OF Tuning and Identification based on PD-OF controllers

To check the validity of the proposed tuning and identification methods and to provide a comparison with existing methods, several numerical examples are presented. Regarding the tuning methods, controller parameters are given in Table V. The responses of the closed-loop systems for unit step set-point changes and for step load disturbances injected into the process during the control are illustrated in Figs. 7-11. For the identification examples, the results are summarized in Table VI.

In Fig. 7, the closed-loop system responses of an UFOPDT system with $d=0.9$ that is tuned based on Method III.1, with $\theta=3\theta_{min}$ and $\theta=4\theta_{min}$, are shown. The obtained responses are very satisfactory, considering that, in this case, known PI tuning methods cannot provide settings for controllers without derivative action. In Figs. 8a and 8b, the responses obtained using Method III.2 are compared with the expected response of the system given by (16). In Fig. 8a, Method III.2 for $\zeta_{des}=1$

TABLE V.
CONTROLLER SETTINGS FOR VARIOUS CASES CITED IN SUBSECTION V.A

Figure	Case	Controller parameters
Fig. 7	$\zeta_{des}=3$	$K_D=4.0005, \theta=1.3195$
	$\zeta_{des}=4$	$K_D=4.0005, \theta=1.3195$
	$d=0.1$	$K_D=4.0005, \theta=1.3195$
Fig. 8a	$d=0.3$	$K_D=2.2528, \theta=2.6487$
	$d=0.5$	$K_D=1.6480, \theta=6.6166$
Fig. 8b	$\zeta_{des}=0.5$	$K_D=2.2936, \theta=1.7391$
	$\zeta_{des}=1$	$K_D=2.2528, \theta=2.6487$
	$\zeta_{des}=2$	$K_D=2.2124, \theta=5.2952$
Fig. 9	$\zeta_{des}=1$	$K_D=1.6480, \theta=6.6166$
	$\zeta_{des}=2$	$K_D=1.6307, \theta=11.7182$
	$\zeta_{des}=5$	$K_D=1.6149, \theta=37.3292$
Fig. 10a	R&L	$K_C=1.9091, \tau_f=9.24$
	P&M	$K_C=1.357, \tau_f=6.944$
	V&C	$K_C=1.5066, \tau_f=12.5$
	K&C	$K_C=1.4528, \tau_f=10.94$
Fig. 10b	$\zeta_{des}=1$	$K_D=1.6480, \theta=6.6166$
	P&M	$K_C=1.357, \tau_f=4.6002, \tau_D=0.2174$
	R&L	$K_C=2.0091, \tau_f=8.86, \tau_D=0.2429$
	I-R&L	$K_C=2.3477, \tau_f=6.01, \tau_D=0.2396$
Fig. 11	$\zeta_{des}=1$	$K_D=1.6480, \theta=6.6166$
	ISE_L	$K_D=1.6561, \theta=5.4729$
	ISENSCOD	$K_D=1.6560, \theta=5.5111$
	ISENSDCO	$K_D=1.6438, \theta=7.3929$
IMC $\lambda=2$	$K_C=0.1402, \tau_f=0.9571, K_{C,f}=1.4142$	
	$K_C=0.1121, \tau_f=0.9571, K_{C,f}=1.4142$	

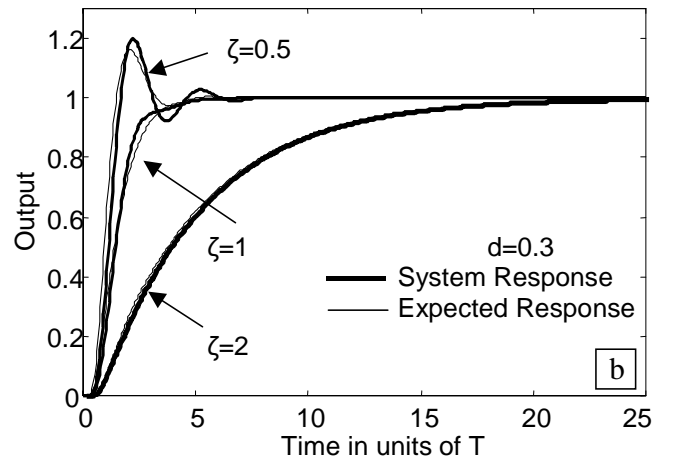
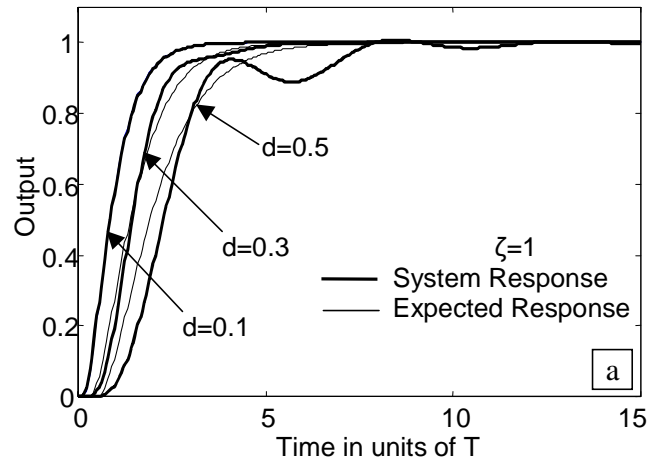


Fig. 8. a) Step response to a set point change for various values of d , with $\zeta_{des}=1$. b) Step response to a set-point change in case of $d=0.3$, with $\zeta_{des}=0.5, 1$ and 2 , (Method III.2).

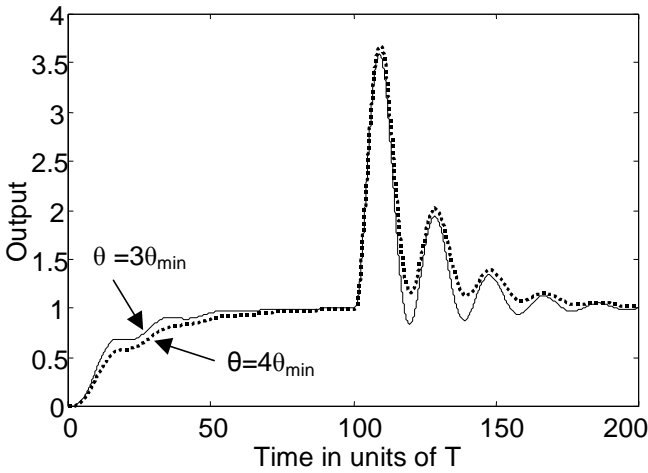


Fig. 7. Step response to set-point and load changes of an UFOPDT system with $d=0.9$, for various values of θ ($L_f=0.1$).

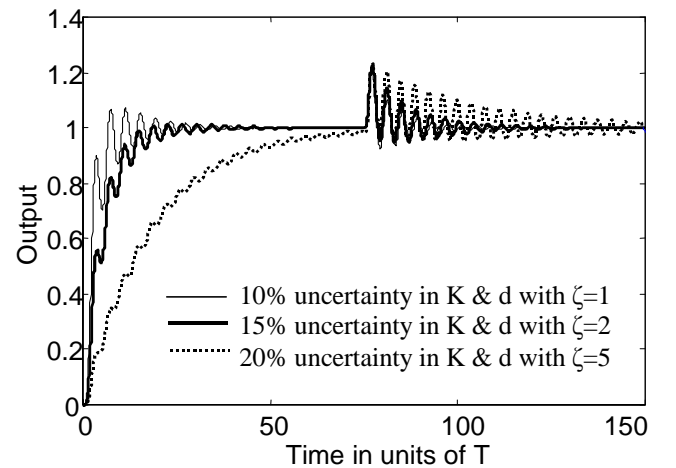


Fig. 9. Step response to set-point and load changes for a system with $d=0.5$ and increasing uncertainty in both d and K . ($L_f=0.1$)

is applied to process models, with $d=0.1, 0.3$ and 0.5 , while in Fig. 8b, the same method is applied to a model with $d=0.3$, for various values of ζ_{des} . From Fig. 8, it is clear that the response of the closed loop system is the same or very close to the expected ones. Furthermore, the mismatch increases for small values of ζ_{des} or large values of d , in which case, approximation (16) is not very accurate. Similar results are obtained when the specification of this method is given by $\tau_{e,des}$. In Fig. 9, the robustness performance under simultaneous

parametric uncertainty is shown, for a process with $d=0.5$ when Method III.2 is used for various values of ζ_{des} . The uncertainty is considered increasing in both d and K . From this figure, it becomes clear that our method provides sufficient robustness that is improved, when ζ_{des} (equivalently, θ) increases.

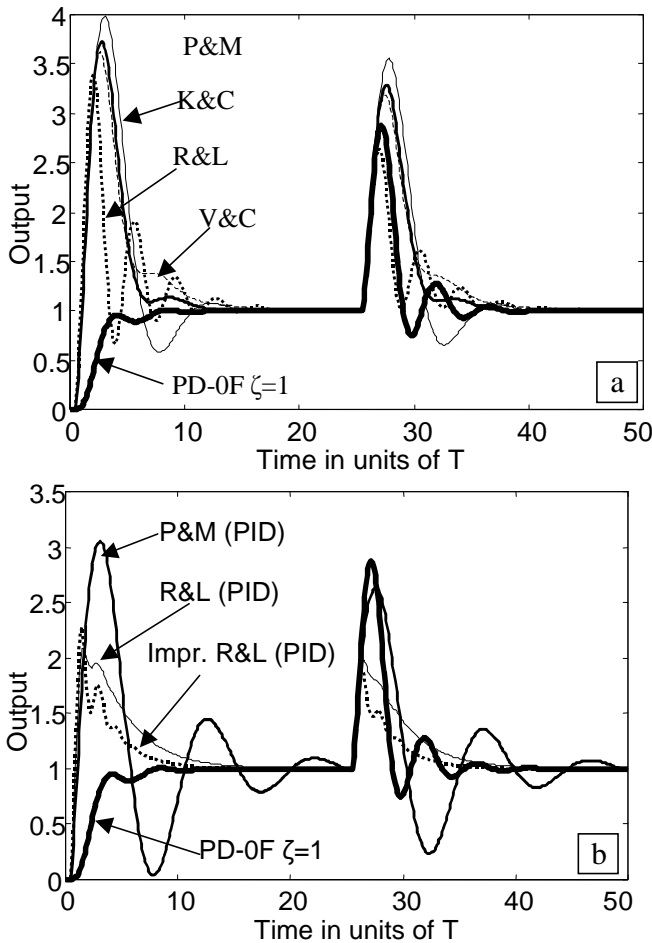


Fig. 10. Comparison of Method III.2 with several conventional PI and PID tuning methods: a) PI tuning methods b) PID tuning methods. ($L=1$).

Figs. 10 and 11 refer to the comparison of the proposed methods with existing tuning formulas and controller schemes, using the standard numerical example with $d=0.5$ [1], [3], [4]. Fig. 10a refers to the comparison between Method III.2, with $\zeta_{des}=1$ and the PI controller tuning methods proposed by Rotstein and Lewin (R&L) [2] (for $\lambda=2.2$), De Paor and O'Malley (P&M) [1] (quasi-optimum phase margin method), Venkatasankar and Chidambaram (V&C) [3], and Kavdia and Chidambaram (K&C) [4]. All conventional PI control schemes give unacceptable overshoot ($>300\%$) and some of them produce an oscillatory response. Our method offers the best response in terms of overshoot, oscillation and settling time. Regarding regulatory control, our method is comparable with the tuning methods mentioned above. On the other hand, in Fig. 10b, Method III.2 with $\zeta_{des}=1$ is compared with a PID controller tuned using the P&M method, the R&L method with $\lambda=2.1$, and the improved R&L method with $\lambda=1.6$ [2]. Clearly, our method has better performance in case of set-point tracking, while, in case of regulator control, the conventional PID controller obviously performs better, as it was expected, due to its derivative action. Finally, in Fig. 11, the two stage IMC method of [6] is compared with Method III.2 (for $\zeta_{des}=1$), as well as Method III.3 based on the minimization of

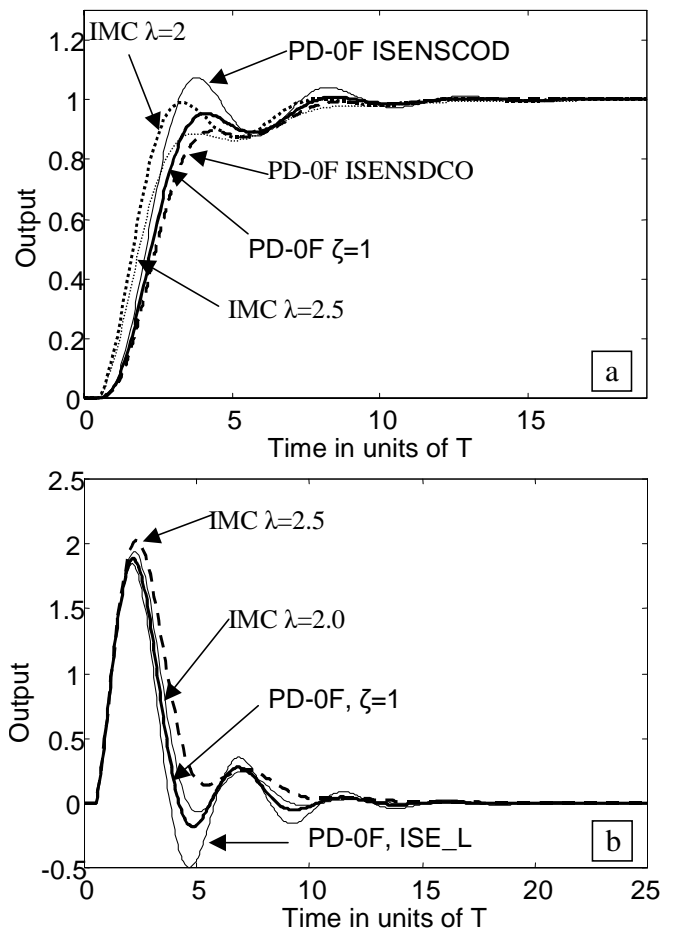


Fig. 11. Comparison of Methods III.2 and III.3 with the two-stage IMC tuning method, in case of: a) set-point tracking, and b) regulatory control. ($L=1$).

ISENSCOD or ISENSDCO criteria (in case of set-point tracking, Fig. 11a) and the minimization of ISE_L (in case of regulatory control, Fig. 11b). It turns out that, in case of set-point tracking, the performance of our methods is as good as that of the best-tuned two-stage IMC method. In case of regulatory control, Method III.2 is comparable with the method in [6], producing a smaller error, while the ISE_L method is better in terms of maximum error and worst in terms of oscillations and settling time.

For the first identification example, the unstable process model studied in [9], with $\bar{K}=4$, $\bar{T}=4$, $\bar{d}=2$, is considered. In the case where a P controller is used to identify the process, an unacceptable offset of 170% is obtained [3]. To eliminate this offset, the use of PI or PID controller is necessary. In [9], when a PI controller (with $K_c=0.343$ and $\tau_I=29.412$), is used to identify this model, the overshoot produced is 400% and the identified parameters are $\bar{K}=4.001$, $\bar{T}=4.069$ and $\bar{d}=2.0$, while, when a PID controller, is used (with $K_c=0.35$, $\tau_I=22.75$ and $\tau_D=1.365$), the overshoot produced is 270% and the identified model parameters are $\bar{K}=3.977$, $\bar{T}=3.868$, $\bar{d}=2.0$. In contrast, when the proposed PD-0F control structure is used with the parameters given in Table VI, the overshoot is less than 55% and the parameters are identified

TABLE VI.
RESULTS OBTAINED FROM THE APPLICATION OF THE PROPOSED IDENTIFICATION METHODS TO VARIOUS PROCESSES.

Method	Process		Controller settings			Measurement data				Identified model		
	\bar{K}	\bar{T}	\bar{d}	\bar{K}_D	\bar{K}_I	y_{p1}	y_{m1}	y_{p2}	Δt	\bar{K}	\bar{T}	\bar{d}
Method IV.1	4	4	2	0.4	0.03	1.5516	0.5301	1.3800	19.34	3.9871	3.9680	2.0
	1	1	0.1	1.5	1	1.5057	0.7441	1.1295	5.93	0.9997	0.9986	0.1
	1	1	0.1	5	15	1.3163	0.8905	1.0379	1.22	0.9973	0.9916	0.1
	3	2	0.4	1	0.8	1.5222	0.6852	1.1896	4.02	2.9970	1.9992	0.4
	3	2	0.4	1	0.5	1.1757	0.9570	1.0104	4.63	2.9880	1.9890	0.4
Method IV.2	1	1	0.8	1.15	0.03	1.1796	0.8442	1.1224	11.03	0.9983	0.9912	0.8
	4	4	2	0.4	0.03	1.5516	0.5301	1.3800	19.34	4	3.968	2.0080
	1	1	0.1	1.5	1	1.5057	0.7441	1.1295	5.93	1	0.9992	0.1004
	3	2	0.4	1	0.8	1.5222	0.6852	1.1896	4.02	3	2.0017	0.4002
	1	1	0.8	1.15	0.03	1.1796	0.8442	1.1224	11.03	1	0.9982	0.8084

with the same accuracy. Results from the application of the proposed identification methods on other UFOPDT processes are also listed in Table VI. Note that, for the case of the process with actual parameters $\bar{K}=1$, $\bar{T}=1$, $\bar{d}=0.8$ used in [9], a three-term (PID) controller needs to be used, in order to perform the identification, since a PI controller cannot stabilize the process. However, Methods IV.1 and IV.2 based on PD-OF controllers can easily identify this model with sufficient accuracy. From Table VI, it becomes clear that the proposed identification methods are very accurate and simpler to implement.

B. Simulation Application to an Unstable Bioreactor

The proposed PD-OF scheme for identification and control is applied to a nonlinear continuous bioreactor, which exhibits output multiplicity behavior. The model equations are given by [4], [5], [9]

$$\dot{X} = [\mu(S) - D]X \quad , \quad \dot{S} = D(S_f - S) - \mu(S)XY_{X/S}^{-1} \quad (26)$$

where, X is the effluent cell-mass concentration, S is the substrate concentration, $\mu(S) = \mu_m S [K_m + S + S^2/K_{SI}]^{-1}$ is the specific growth rate, $Y_{X/S}$ is the cell-mass yield coefficient, μ_m is the maximum specific growth rate, K_m is the growth rate constant and K_{SI} is the substrate inhibition constant. The dilution rate D is the manipulated input, while S_f is the feed substrate concentration. Typical values for the model parameters are [5]: $Y_{X/S} = 0.4\%/g$, $S_f = 4\%/g$, $D = 3h^{-1}$, $\mu_m = .53h^{-1}$, $K_m = 0.12\%/g$, $K_{SI} = 0.4545\%/g$. The steady state solution of (26) exhibits an unstable steady state at $[X, S]_2 = [0.9951, 1.5122]$, which is the desired operating point in this study. The cell mass concentration X is the controlled variable. The manipulated variable D is subject to the constraints $0.25 h^{-1} < D < 0.40 h^{-1}$. A measurement delay of one hour is also considered in the measurement of X . Local linearization of system (26) about the equilibrium point $[X, S]_2$, yields the following model [9]

$$G_p(s) = -5.89 \exp(-s) / (5.86s - 1) \quad (27)$$

In this study, Methods IV.1 and IV.2 are used, to obtain an UFOPDT model of the bioreactor. For the identification experiment, a PD-OF controller with gains $\bar{K}_I = -0.1$, $\bar{K}_D = -0.5$ is used. The closed-loop response of X for a step change in the set point from 0.9951 to 1.0951 is recorded. Then, we obtain: $y_{p1} = 1.1211$, $y_{m1} = 1.0883$, $y_{p2} = 1.0969$, $\Delta y_\infty = 0.1$, $u_\infty = 0.0176$, and $\Delta t = 13.67 h$, and the identified model parameters are $\bar{K} = -5.6131$, $\bar{T} = 5.1108$ and $\bar{d} = 1$, which match satisfactorily with those of (27). However, Method IV.1 is very sensitive in the measurement of \bar{d} . For example, with an error of 20% in the measurement of \bar{d} (i.e. $\bar{d} = 1.2$), the resulting identified parameters are $\bar{K} = -7.8714$, $\bar{T} = 8.02$, which are incorrect. If Method IV.2 is applied instead, the identified parameters are $\bar{K} = -5.6818$, $\bar{T} = 5.2$, which also match satisfactorily with the linearized model parameters. Method IV.2 does not depend on the measurement of \bar{d} and is less sensitive.

We next use the tuning method III.2 with damping ratio $\zeta_{des} = 0.75$, to control the process, based on the identified parameters obtained by Method IV.2. Then, the controller parameters are $\bar{K}_D = -0.5085$, $\bar{\theta} = 6.9$ ($\bar{K}_I = -0.0737$). This method is compared with the feedback linearization method, which requires a control input given by

$$u = -T_{cl}^{-1} X_{des} X^{-1} + T_{cl}^{-1} + \mu_m S (K_{SI} S^2 + S + K_m)^{-1}$$

where T_{cl} is the desired closed-loop time constant and X_{des} is the desired set-point. To apply the feedback linearization method to a system with dead-time, T_{cl} must be chosen as $T_{cl} \geq 5\bar{d}$. Here, we select $T_{cl} = 5h$. Finally, our method is compared with K&C method, for a PI controller (with $K_c = -0.4788$ and $\tau_f = 8.45$). In Fig. 12a, the step responses from $X = 0.9951$ and the responses for a load step change of -0.03 in D are reported. It is clear that our method gives a step response comparable to that of the feedback linearization method and with a significantly smaller overshoot than the K&C method. The feedback linearization method gives an unacceptable offset in the case of regulatory control, thus

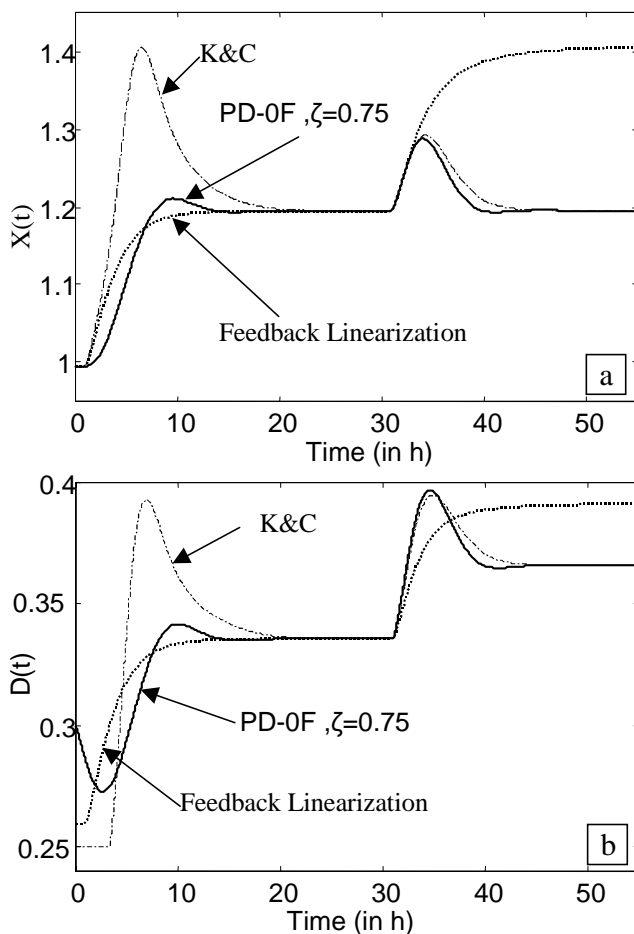


Fig. 12. Comparison of Method III.2 with the feedback linearization method and the K&C method, when applied to a bioreactor: a) Process output. b) Controller output.

making an additional PI controller necessary. Controller outputs are presented in Fig. 12b. Note that the PI controller output exceeds, at some point, the acceptable values of the system input ($D < 0.25$). Overall, the PD-0F controller gives a better response.

VI. CONCLUSION

In this paper, the PDF control structure has been applied for the control and identification of open-loop unstable dead-time processes, as an alternative approach to conventional and IMC based PI/PID controllers. To tune this alternative feedback structure, several methods, based on various performance criteria and requiring small computational effort, have been presented. The results obtained are encouraging, since, the

proposed control structure and tuning methods ensure smoother response to set point changes, than the conventional PI/PID controller, while providing almost the same ability of attenuating step load disturbances. Moreover, our tuning methods produce as good performance as the best-tuned two-stage IMC PID tuning method, while they are simpler to implement, due to simpler controller structure. The proposed methods can be applied in process models with larger dead times than known PI controller tuning techniques, while exhibit satisfactory robustness characteristics. Finally, the proposed identification methods are very accurate as well as simpler and less sensitive than existing identification methods. Overall, the simplicity of the proposed controller structure could provide a better understanding of the role of each of the fundamental controller actions, compared to the conventional PID algorithm.

REFERENCES

- [1] A.M. De Paor and M. O'Malley, "Controllers of Ziegler-Nichols type for unstable process with time delay," *Int. J. Control.*, vol. 49, pp. 1273-1284, 1989.
- [2] G.E. Rotstein and D.R. Lewin, "Simple PI and PID tuning for open-loop unstable systems," *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 30, pp. 1864-1869, 1991.
- [3] V. Venkatasankar and M. Chidambaram, "Design of P and PI controllers for unstable first-order plus time delay systems," *Int. J. Control.*, vol. 60, pp. 137-144, 1994.
- [4] M. Kavdia and M. Chidambaram, "On-line controller tuning for unstable systems," *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 20, pp. 301-305, 1996.
- [5] E.F. Jacob and M. Chidambaram, "Robust control of unstable bioreactors," *Proc. Contr. Qual.*, vol. 8, pp. 147-157, 1996.
- [6] E.F. Jacob and M. Chidambaram, "Design of controllers for unstable first-order plus time delay systems," *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 20, pp. 579-584, 1996.
- [7] M. Chidambaram, "Control of unstable systems: A review," *J. Energy, Heat, Mass Transf.*, vol. 19, pp. 49-56, 1997.
- [8] E.K. Ho and W. Xu, "PID tuning for unstable processes based on gain and phase margin," *IEE Proc. Part D*, vol. 145, pp. 392-396, 1998.
- [9] I. Ananth and M. Chidambaram, "Closed-loop identification of transfer function model for unstable systems," *J. Franklin Inst.*, vol. 336, pp. 1055-1061, 1999.
- [10] G. Marchetti, C. Scali and D.R. Lewin, "Identification and control of unstable processes by relay methods," *Automatica*, vol. 37, pp. 2049-2055, 2001.
- [11] M. Yuwana and D.E. Seborg, "A new method for on-line controller tuning," *AIChE Journal*, vol. 28, pp. 434-440, 1982.
- [12] R.M. Phelan, *Automatic Control Systems*, Cornell University Press, Ithaca, New York, 1978.
- [13] G.D. Pasgianos, *New PID Controller Design Techniques for Stable and Unstable Systems*, Ph.D. Thesis, National Technical University of Athens, under completion, 2003.
- [14] S.R. Wilton, "Controller tuning," *ISA Transactions*, vol. 38, pp. 157-170, 1999.
- [15] Q.G. Wang, T.H. Lee, H.W. Fung, Q. Bi and Y. Zhang, "PID tuning for improved performance," *IEEE Trans. Control Syst. Techn.*, vol. 7, pp. 457-465, 1999.

PID-TYPE CONTROLLER TUNING FOR UNSTABLE FIRST ORDER PLUS DEAD TIME PROCESSES BASED ON GAIN AND PHASE MARGIN SPECIFICATIONS

by

P.N.PARASKEVOPOULOS*, G.D.PASGIANOS* and K. G. ARVANITIS†

Abstract: The control of unstable first order plus dead-time (UFOPDT) processes using generalized PI and PID type controllers, which include the conventional PID controller, the pseudo-derivative feedback (PDF) controller and the two stage P-PID controller is investigated in this paper. New tuning rules based on the exact satisfaction of gain and phase margin specifications are proposed. The tuning rules are given in the form of iterative algorithms, as well as in the form of accurate analytic approximations. Moreover, several specific functions, related, for example, to the crossover frequencies of the Nyquist plot and to the feasible design specifications for a given process, are derived. These functions, which are particularly useful for the general design of PI and PID-type controllers for UFOPDT processes are accurately approximated, in order to simplify the tuning procedure. With the proposed approximations, the tuning rules reported in the paper require relatively small computational effort and they are particularly useful for on-line applications.

Keywords: Process control, PI-PID controllers, controller tuning, unstable processes, dead-time processes, gain and phase margin.

* National Technical University of Athens, Department of Electrical University of Athens, Division of Computer Science, Zographou 15773, Athens GREECE (email: parask@softlab.ntua.gr, pasgianos@24hteacher.com).

† Agricultural University of Athens, Department of Agricultural Engineering, Laboratory of Agricultural Engineering and Automation, Iera Odos 75, Botanikos 11855, Athens, GREECE (email: karvan@aua.gr).

1. Introduction

Although most processes exhibit open loop stable behavior, many processes and systems encountered in several fields of engineering (such as exothermic chemical processes, batch chemical reactors, biological reactors for biomass processing, waste treatment processes, etc) exhibit open loop unstable behavior. To approximate the open loop dynamics of such systems and for the purpose of designing controllers, many of these processes can be satisfactorily described by unstable transfer function models [1]-[14], the most popular of which is the first order plus dead-time (UFOPDT) transfer function model. Dead time might appear in the model due to measurement delay or due to approximation of higher order dynamics of the process by a simple transfer function model, like the UFOPDT model.

Research on tuning methods of two or three-term controllers for unstable process models has been a very active research area in the last 15 years [1]-[14]. In most cases the controllers used incorporate the three most common control actions, namely a proportional, a derivative and an integral action. In this paper it is shown that the three widely used control schemes, namely, the PID controller, the PDF controller [12]-[14] and the P-PID controller [4], [7], are identical provided that the parameters of the controllers and the additional pre-filters, needed in some cases, are chosen appropriately.

This paper is mainly focused on the tuning of generalized PI and PID-type controllers based on exact satisfaction of gain and phase margin specifications. For the first time all three stability robustness specifications, namely the phase margin, the increasing and the decreasing gain margins, have been taken into account for the design of the PID controller. The tuning methods presented here are based on the design of a PI type controller that satisfies the desired stability robustness specifications. These methods are subsequently extended to include PID type controllers, when the derivative term of the controller is a priori selected. Since the transfer function of an UFOPDT system includes a dead-time term, the tuning formulas of a PID type controller cannot be directly expressed by analytic functions. For this reason, to exactly estimate the controller parameters, iterative algorithms are derived in the paper. One of the main innovations of this paper is that, in addition to the exact solution of the controller-tuning problem provided by iterative algorithms, an analytic quite accurate approximation of the solution is also provided. This approximation is particularly useful in cases of on-line tuning. These approximate solutions that allow efficient controller tuning, are analytic functions of the process and controller parameters and they have been obtained with the use of the Optimization Toolbox of MATLAB. In particular, starting from basic functions having general characteristics that are similar to those of the functions that need to be approximated, optimization techniques are used to estimate the free parameters of these basic functions, in order to minimize the maximum normalized error (MNE) produced by the approximate solution. In many cases, the initial approximation has been derived from the solution of the problem studied, when the nonlinear functions involved in the problem (i.e. functions like $\tan(x)$, $\exp(x)$ etc.) are replaced by some well known accurate approximations. In contrast to the common practice, these initial approximations are further manipulated to obtain more accurate solutions, valid for a wider range of process and controller parameters. In addition to

the analytic solutions of the tuning problem proposed in this paper, several other very useful functions have also been approximated. For example, approximations of the crossover frequencies in the case of PID type controllers with MNE of 3% and for a wide range of UFOPDT systems are proposed for the first time. These approximations could be particular useful for the analysis and design of PID controllers, in general. Moreover the admissible values of the stability robustness specifications for a particular process are also given in analytical forms.

Finally, a variety of simulation studies both in frequency and time domain, have been performed for a wide range of UFOPDT processes. The reported results verify the accuracy and efficiency of the proposed methods for the design of PI and PID type controllers, in case where the design specifications are expressed in terms of gain and phase margins.

It is mentioned that the present results are part of the results reported in [14].

2. Three-term Control Structure for UFOPDT processes

In the literature, the most widely used control schemes are alternative schemes of the conventional PID controller. In Figure 1, three equivalent three-term control schemes, which have been used for the control of UFOPDT processes, are presented. These control schemes are the conventional PID controller, the P-PID controller, and the PDF controller with one derivative. These control schemes are identical when

$$\bar{K}'_C = \bar{K}_C \frac{\bar{\tau}_I + \bar{\tau}_D}{\bar{\tau}_I} = (1 + \bar{k}_c) \bar{k}_{c,i} = \bar{K}_{D0}, \quad \bar{\tau}'_I = \bar{\tau}_I + \bar{\tau}_D = \bar{\tau}_I \frac{1 + \bar{k}_c}{\bar{k}_c} = \frac{\bar{K}_{D0}}{\bar{K}_I}, \quad \bar{\tau}'_D = \frac{\bar{\tau}_D \bar{\tau}_I}{\bar{\tau}_I + \bar{\tau}_D} = \bar{\tau}_d \frac{\bar{k}_c}{1 + \bar{k}_c} = \frac{\bar{K}_{D0}}{\bar{K}_{DI}} \quad (2.1a)$$

$$G_{PF}(s) = \frac{1}{(s\bar{\tau}_I + 1)(s\bar{\tau}_D + 1)} \quad \text{and} \quad g_{pf}(s) = \frac{1}{s^2 \bar{\tau}_I \bar{\tau}_d + s\bar{\tau}_I + 1} \quad (2.1b)$$

where \bar{K}'_C , $\bar{\tau}'_I$ and $\bar{\tau}'_D$ are the three controller parameters of the conventional PID controller in its parallel form. The transfer function of the closed loop systems shown in Figure 1, when the pre-filters proposed in (2.1b) are used, is given by

$$G_{CL}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\bar{K}_C G_p(s)}{\bar{\tau}_I s + (\bar{\tau}_I s + 1)(\bar{\tau}_D s + 1) \bar{K}_C G_p(s)} \quad (2.2)$$

From (2.2) one can easily recognize that the control scheme proposed does not contribute to closed-loop zeros, and it is expected that it will not deteriorate the overshoot of the closed-loop step response [4].

It is well known that the stability properties of the closed loop are not affected by the pre-filter. Moreover, from Figure 1, it is obvious that in the case of regulatory control the three control schemes are identical when the controller parameters are chosen as suggested by (2.1a), even if there are no pre-filters used. Hence in the analysis that follows, the presence of the pre-filter is ignored and the results obtained are generalized to all PI and PID-type control schemes.

We shall next analyze the behavior of the PI and the PID-type controllers in the case where the system under control is an UFOPDT process with transfer function model of the form

$$G_p(s) = \bar{K} \exp(-\bar{d}s) / (\bar{T}s - 1) \quad (2.3)$$

where \bar{K} , \bar{d} and \bar{T} are the process gain, the time delay and the time constant, respectively. Based on the parameters of the system under control and in order to facilitate comparisons, all system and controller parameters are normalized with respect to \bar{T} and \bar{K} . The normalized parameters are presented in Table 1.

The loop transfer functions of an UFOPDT system controlled by PI/PID-type controllers, are given by

$$G_{L,PI}(s) = \frac{K_C(\tau_1 s + 1)}{\tau_1 s(s-1)} \exp(-ds) \quad \text{and} \quad G_{L,PID}(s) = \frac{K_C(\tau_1 s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_1 s(s-1)} \exp(-ds) \quad (2.4)$$

These transfer functions are the starting point for the derivation of tuning methods proposed in this paper.

3. Frequency domain analysis for closed-loop UFOPDT processes

3.1 General frequency domain analysis for PI-type controllers

Based on $G_{L,PI}$ in (2.4), the argument and the magnitude of the loop transfer function are given by

$$\varphi_L(\omega) = -3\pi/2 - d\omega + \tan^{-1}(\omega) + \tan^{-1}(\tau_1 \omega) \quad (3.1)$$

$$A_L(\omega) = |G_{L,PI}(j\omega)| = K_C \frac{\sqrt{1 + \tau_1^2 \omega^2}}{\sqrt{1 + \omega^2}} \frac{1}{\tau_1 \omega} \quad (3.2)$$

In Figures 2, the Nyquist plots of $G_{L,PI}(s)$ are depicted for several values of the parameters τ_1 . From this figure it becomes clear that, for a specific d , and for τ_1 greater than a critical value, say $\tau_{1,min}$ (which can be determined as suggested in subsection 4.1), there exist two crossover points which determine the critical frequencies ω_{min} and ω_{max} and the critical (or ultimate) gains $K_{min} = 1/A_L(\omega_{min})$ and $K_{max} = 1/A_L(\omega_{max})$. Clearly the largest the region (K_{min}, K_{max}) , the more robust the system becomes with respect to the gain uncertainty. Moreover, for given d and τ_1 , there exist one point of the Nyquist plot corresponding to the maximum argument $\varphi_{L,max}(d, \tau_1)$. If $\varphi_{L,max} < -\pi$, then the system can be stabilized, with an appropriate choice of K_C . From the shape change of the Nyquist plot with respect to τ_1 , one can observe that the stability region is reduced when τ_1 is decreased, starting from the maximum region of stability when $\tau_1 \rightarrow \infty$, (which corresponds to a P-controller) and degenerate to a single point when $\tau_1 = \tau_{1,min}$. It is also well known that the stability region is reduced, when d is increased. In fact, when $d > 1$, a PI controller is not sufficient to stabilize the system [1].

The two critical frequencies ω_{min} and ω_{max} , are given by the two solutions of the equation $\varphi_L(\omega_C) = -\pi$, or equivalently, using (3.1), of the equation

$$-\pi/2 - d\omega_C + \tan^{-1}(\omega_C) + \tan^{-1}(\tau_1 \omega_C) = 0 \quad (3.3)$$

with respect to ω_C , when the values of the \tan^{-1} function are assigned in the range $(-\pi, \pi)$.

Having computed ω_{min} and ω_{max} , one can determine the acceptable values for the controller gain K_C , for which the closed loop system is stable. In particular, $K_{min} < K_C < K_{max}$, where K_{min} and K_{max} are given by

$$K_{min} = \tau_1 \omega_{min} \sqrt{(1 + \omega_{min}^2)/(1 + \tau_1^2 \omega_{min}^2)} \quad \text{and} \quad K_{max} = \tau_1 \omega_{max} \sqrt{(1 + \omega_{max}^2)/(1 + \tau_1^2 \omega_{max}^2)} \quad (3.4)$$

The frequency ω_p at which $\varphi_L(\omega)$ is maximized, is given by the maximum real root of equation $d\varphi_L/d\omega = 0$ which, using (3.1), one can easily conclude that is given by

$$\omega_p = \sqrt{(\tau_1^2(1-d) + \tau_1 - d) + \sqrt{(\tau_1^2(1-d) + \tau_1 - d)^2 + 4d\tau_1^2(1 + \tau_1 - d)}} / \sqrt{2d\tau_1^2} \quad (3.5)$$

Substituting ω_p in (3.1), the respective maximum argument $\varphi_L(\omega_p)$ can be computed.

Taking into account the definition of the phase margin $PM=\varphi_L(\omega_G)+\pi$, where ω_G is the frequency at which $G_{L,PI}(\omega_G)=1$, one can easily conclude that the maximum phase margin, for given d and τ_i , can be obtained if the controller gain K_C is selected such that $\omega_G=\omega_p$, that is

$$K_C = \tau_i \omega_p \sqrt{(1 + \omega_p^2)/(1 + \tau_i^2 \omega_p^2)} \quad (3.6)$$

where ω_p is given by (3.5). With this choice for K_C the maximum phase margin is given by

$$PM(d, \tau_i) = -\pi/2 - d\omega_p + \tan^{-1}(\omega_p) + \tan^{-1}(\tau_i \omega_p) \quad (3.7)$$

The largest phase margin PM_{\max} is obtained by a P-controller. Using (3.5) and (3.7) for $\tau_i \rightarrow \infty$ we obtain

$$PM_{\max}(d) = -d\sqrt{d^{-1}-1} + \tan^{-1}(\sqrt{d^{-1}-1}) \quad (3.8)$$

Next we define the increasing gain margin GM_{inc} and the decreasing gain margin GM_{dec} as follows

$$GM_{\text{inc}} \equiv K_{\max}/K_C \quad \text{and} \quad GM_{\text{dec}} \equiv K_C/K_{\min} \quad (3.9)$$

These gain margins essentially describe the increasing and decreasing uncertainty of the process gain K for which the close loop system remains stable. Obviously, if $1/GM_{\text{dec}} < K < GM_{\text{inc}}$, and if there is no uncertainty in T and d (no phase uncertainty), then the system is stable. Note that, if $K_C = (K_{\max}K_{\min})^{1/2}$, then from (3.9), it follows that $GM_{\text{dec}} = GM_{\text{inc}} = (K_{\max}/K_{\min})^{1/2}$.

Given the increasing and decreasing gain margins GM_{inc} and GM_{dec} of the closed loop system, we next define the gain margin product

$$GM_{\text{prod}} \equiv GM_{\text{inc}}GM_{\text{dec}} = K_{\max}/K_{\min} \quad (3.10)$$

A very useful property of GM_{prod} is that it does not depend upon K_C . The largest value of the gain margin product, say $GM_{\text{prod,max}}$, is obtained when a P-controller is used. Since $K_{\min}(\tau_i \rightarrow \infty) = 1$, it follows that $GM_{\text{prod,max}} = K_{\max}$. From (3.3) and (3.4) and for $\tau_i \rightarrow \infty$ this results in the following system of equations

$$GM_{\text{prod,max}} = \sqrt{1 + \omega_{\max}^2} \quad \text{and} \quad -d\omega_{\max} + \tan^{-1}(\omega_{\max}) = 0 \quad (3.11)$$

3.2 General frequency domain analysis for PID-type controllers

In Figure 3, the Nyquist plots of $G_{L,PID}(s)$ are presented for several values of the controller parameters τ_D . From these plots, it is clear that all stability margins (PM , GM_{inc} , GM_{dec}) increase with τ_D for small values of τ_D , but for larger values of τ_D , GM_{inc} starts to decrease. Extensive search (for all d , τ_i and τ_D) has shown that the largest $\tau_D(d)$, for which all stability margins of a PID controller are larger than those obtained by a PI controller with the same τ_i , is obtained when $\tau_i \rightarrow \infty$. This limit of τ_D can be approximated by

$$\tau_{D\max} \approx d(0.5 + 0.2779d + 0.2171d^2) \quad (3.12)$$

Note that this limit can be used in combination with all existing PI-type tuning methods in order to incorporate an additional derivative term to the controller. Another very useful property of the Nyquist plot for both PI and PID controllers is that all stability margins increase when τ_i is increased.

Based on $G_{L,PID}$ in (2.4), the argument and the magnitude of the loop transfer function of an UFOPDT system controlled by a PID type controller are given by

$$\varphi_{L,PID}(\omega) = -3\pi/2 - d\omega + \tan^{-1}(\omega) + \tan^{-1}(\tau_i \omega) + \tan^{-1}(\tau_D \omega) \quad (3.13)$$

$$A_{L,PID}(\omega) = |G_{L,PID}(j\omega)| = K_C \frac{\sqrt{(1+\tau_I^2\omega^2)(1+\tau_D^2\omega^2)}}{\sqrt{1+\omega^2}} \frac{1}{\tau_I\omega} \quad (3.14)$$

The values of ω_{\min} , ω_{\max} , K_{\min} and K_{\max} can be calculated from the following relations

$$-\pi/2 - d\omega_M + \tan^{-1}(\omega_M) + \tan^{-1}(\tau_I\omega_M) + \tan^{-1}(\tau_D\omega_M) = 0 \quad (3.15)$$

$$K_M = \tau_I\omega_M \sqrt{[1+\omega_M^2]/[(1+\tau_I^2\omega_M^2)(1+\tau_D^2\omega_M^2)]} \quad (3.16)$$

where the subscript ‘‘M’’ is used for either ‘‘min’’ or ‘‘max’’. The frequency ω_G at which $A_{L,PID}(\omega_G)=1$ is now given by the maximum real root of the bi-quadratic equation

$$\omega_G^4[\tau_I^2 - K_C^2\tau_I^2\tau_D^2] + \omega_G^2[\tau_I^2 - K_C^2(\tau_I^2 + \tau_D^2)] - K_C^2 = 0 \quad (3.17)$$

obtained from (3.14). Furthermore, the phase margin of the system is given by

$$PM(d, K_C, \tau_I, \tau_D) = -\pi/2 - d\omega_G + \tan^{-1}(\omega_G) + \tan^{-1}(\tau_I\omega_G) + \tan^{-1}(\tau_D\omega_G) \quad (3.18)$$

Finally, the frequency ω_p , at which the maximum phase is obtained for given d , τ_I and τ_D , is calculated from the solution of the equation $d\phi_{L,PID}/d\omega=0$, or equivalently from the solution of equation

$$-d + 1/(1+\omega^2) + \tau_I/(1+\tau_I^2\omega^2) + \tau_D/(1+\tau_D^2\omega^2) = 0 \quad (3.19)$$

This equation results in a third order linear equation with respect to ω^2 , with only one acceptable (positive real) root. The maximum phase and gain margin in the case of a PID controller, for a given τ_D , are obtained when $\tau_I \rightarrow \infty$ (PD controller). In particular the maximum phase margin is given by (3.18) for $\tau_I \rightarrow \infty$ and the maximum value of the product $GM_{\text{prod,max}}$ is given by

$$GM_{\text{prod,max}}(d, \tau_D) = \sqrt{[(1+\omega_{\max}^2)/(1+\tau_D^2\omega_{\max}^2)]} \quad (3.20)$$

where ω_{\min} and ω_{\max} are the crossover frequencies of the PD controller.

4. Algorithms for the tuning problem and their approximate analytic solutions

4.1 Algorithms for Phase Margin specifications and PI-type controllers

From the system of equations (3.5) and (3.7), one can specify the value of parameter $\tau_I(d, PM^{\text{des}})$ which provides a maximum phase margin equal to the desired phase margin PM^{des} . To solve this system of equations, the following simple fixed-point algorithm is proposed.

PM Algorithm

Step 1: Check if PM^{des} has an acceptable value, that is $0 < PM^{\text{des}} < PM_{\max}$, where PM_{\max} is given by (3.8).

Step 2: Start with an initial guess for τ_I e.g. $\tau_I = 0$.

Step 3: Calculate the frequency ω_p for this value of τ_I using (3.5).

Step 4: Select the new value of τ_I from the solution of (3.7) with respect to τ_I , which is

$$\tau_I = \tan[PM_{\text{des}} + \pi/2 + d\omega_p - \tan^{-1}(\omega_p)]/\omega_p$$

Step 6: Repeat Steps 3 and 4 until convergence.

This algorithm always converges to the value of τ_I which gives the desired maximum phase margin, if PM^{des} has an acceptable value (i.e when $0 < PM^{\text{des}} < PM_{\max}$).

Using the above algorithm for $PM^{des}=0$, one can obtain $\tau_{I,min}(d)$, which is the smallest value of τ_I that renders the closed loop system stable. An approximation provided by an optimization algorithm designed to minimize the MNE $\tilde{\tau}_{I,min} = (\tau_{I,min} - \hat{\tau}_{I,min}) / \tau_{I,min}$, has been derived for $\tau_{I,min}(d)$ and is given by

$$\hat{\tau}_{I,min}(d) \approx (0.0029 - 0.0682\sqrt{d} + 1.4941d) / (1.003 - d)^2 \quad (4.1)$$

Note that the MNE of this approximation is always less than 1.4% when $d < 0.9$.

For on-line tuning, in order to avoid the iteration involved in the *PM Algorithm*, an analytic approximation of $\tau_I(d, PM^{des})$ is proposed here. Taking into account that $\tau_I(d, 0) = \tau_{I,min}$ and $\tau_I(d, PM_{max}) = \infty$, an approximation was derived with the use of an optimization algorithm designed to minimize the normalized error $\tilde{PM}^{des} = [PM^{des} - PM(d, \hat{\tau}_I)] / PM^{des}$. This approximation is as follows

$$\hat{\tau}_I(d, PM^{des}) = \hat{\tau}_{I,min}(d) \left(1 + f_{PM}(d) \frac{PM^{des} / PM_{max}(d)}{1 - [PM^{des} / PM_{max}(d)]} \right) \quad (4.2)$$

where $f_{PM}(d) = (-0.0153 + 0.436\sqrt{d} + 0.632d) / d$. The normalized error \tilde{PM}^{des} obtained using the approximation of (4.2) is less than 5%, when $PM^{des} > 0.2PM_{max}$ and $d < 0.9$

4.2 Estimation of the two crossover frequencies for PI-type controllers

The frequencies ω_{min} and ω_{max} , in the case of PI-type controllers, can be obtained from the solution of equations (3.3) which unfortunately has no analytic solution. To circumvent this difficulty the following two iterative algorithms are proposed. The main steps of these algorithms are given below:

ω_{min} Algorithm

Step 1: Start with an initial estimate for $\omega_{min} = (\tau_I - d(1 - \tau_I))^{-1/2}$.

Step 2: Calculate the error of this approximation using (3.3): $e_r = -\pi/2 - d\omega_{min} + \tan^{-1}(\omega_{min}) + \tan^{-1}(\tau_I\omega_{min})$

Step 3: Take the new value of ω_{min} as $\omega_{min} = \omega_{min}(1 - e_r)$.

Step 4: Repeat Steps 2 to 4 until convergence.

ω_{max} Algorithm

Step 1: Start from a very large initial estimate of ω_{max} , say $\omega_{max} = 10^4$.

Step 2: Using (3.3) assume the new value of ω_{max} as $\omega_{max} = [-\pi/2 + \tan^{-1}(\omega_{max}) + \tan^{-1}(\tau_I\omega_{max})] / d$.

Step 3: Repeat Step 2 and 3 until convergence.

These two algorithms always converge to the correct value of ω_{min} and ω_{max} , respectively, when such a value exists, or equivalently when $\tau_I > \tau_{I,min}$. In [12] the approximation $\hat{\omega}_{min} = [\tau_I - d(1 - \tau_I)]^{-1/2}$ is proposed for the estimation of ω_{min} . This approximation is satisfactory for values of $\tau_I > 2\tau_{I,min}$. An improved approximation of ω_{min} has been derived here using an additional correction factor

$$\hat{\omega}_{min}(d, \tau_I) = f_{\omega_{min}}(d, \tau_I) \sqrt{[\tau_I - d(1 + \tau_I)]^{-1}} \quad (4.3)$$

$$\text{where } f_{\omega_{\min}}(d, \tau_1) = \left(1 + \frac{[0.006 + 0.03d/(1.14-d)]\hat{\tau}_{1,\min}}{[0.973 + 0.05/(1-d)]\tau_1 - \hat{\tau}_{1,\min}} \right).$$

For the estimation of the second crossover frequency ω_{\max} , using the \tan^{-1} function properties

$$\tan^{-1}(x) = \tan^{-1}(1/x) + \pi/2 \quad \text{and} \quad \tan^{-1}(x) - \tan^{-1}(y) = \tan^{-1}[(x-y)/(1+xy)]$$

relation (3.3), can be rewritten in the form $\tan(d\omega_{\max}) = (\tau_1 \omega_{\max}^2 - 1)/[\omega_{\max}(1 + \tau_1)]$. Using the assumption that $\tau_1 \omega_{\max}^2 \gg 1$, and the approximation $\tan(x) \approx x[0.9463 + 0.3854x/(0.5\pi - x)]$, a first approximation for $\hat{\omega}_{\max}$ is obtained: $\hat{\omega}_{\max} = (0.5\pi/d)(\tau_1/[(\tau_1 + 1)d] - 0.9463)/(\tau_1/[(\tau_1 + 1)d] - 0.5609)^{-1}$. To further improve the accuracy of this approximation, an additional correction function $f_{\omega_{\max}}(d, \tau_1)$ is used to obtain

$$\hat{\omega}_{\max}(d, \tau_1) = f_{\omega_{\max}} \cdot (0.5\pi/d)(\tau_1/[(\tau_1 + 1)d] - 0.9463)/(\tau_1/[(\tau_1 + 1)d] - 0.5609)^{-1} \quad (4.4)$$

where, $f_{\omega_{\max}}(d, \tau_1) = (1 + 0.22d^4)[1 + (0.1 - 0.3\sqrt{d})(\hat{\tau}_{1,\min}/\tau_1)^2]$. The MNE (defined by $\tilde{\omega}_M = (\omega_M - \hat{\omega}_M)/\omega_M$ where M is either min or max) of the approximations presented above are smaller than 1.8% when $d < 0.9$ and $\tau_1 > 1.2\tau_{1,\min}$. Moreover, when (4.3) and (4.4) are used for the estimation of the critical gains K_{\min} and K_{\max} , then, the MNE of the critical gains are less than 2.2%.

4.3 Algorithms for Gain Margin specifications and PI-type controllers

Using relations (3.3), (3.4) and (3.10), one can specify the value of the parameter $\tau_1(d, GM_{\text{prod}}^{\text{des}})$ that satisfies (3.10), for desired gain margin specifications $GM_{\text{inc}}^{\text{des}}$ and $GM_{\text{dec}}^{\text{des}}$. For the estimation of $\tau_1(d, GM_{\text{prod}}^{\text{des}})$ the following algorithm is proposed based on the dissection method.

GM Algorithm

Step 1: Check if the product $GM_{\text{prod}}^{\text{des}}$ has an acceptable value, that is if

$$1 < GM_{\text{prod}}^{\text{des}} < GM_{\text{prod,max}} \quad (4.5)$$

Step 2: Start with $\tau_{1,1} = \hat{\tau}_{1,\min}$ and give at $\tau_{1,2}$ a very large value, say $\tau_{1,2} = 1000 \hat{\tau}_{1,\min}$.

Step 3: Take the new value of τ_1 as the average of $\tau_{1,1}$ and $\tau_{1,2}$, that is $\tau_1 = 0.5(\tau_{1,1} + \tau_{1,2})$.

Step 4: Calculate the values of ω_{\min} and ω_{\max} using the ω_{\min} Algorithm and the ω_{\max} Algorithm for the given τ_1 , and obtain K_{\min} and K_{\max} from (3.4).

Step 5: Calculate the value of GM_{prod} , from (3.10).

Step 6: If $GM_{\text{prod}} < GM_{\text{prod}}^{\text{des}}$ then $\tau_{1,1} = \tau_1$ or else $\tau_{1,2} = \tau_1$.

Step 7: Repeat Steps 2 to 7 until convergence.

GM Algorithm always converges to the value of τ_1 that attains the desired $GM_{\text{prod}}^{\text{des}}$, if (4.5) is satisfied.

The maximum gain margin product $GM_{\text{prod,max}}$ can be calculated using the *GM Algorithm* with $\tau_1 \rightarrow \infty$. A very good estimate of the function $GM_{\text{prod,max}}(d)$ is given by

$$\hat{GM}_{\text{prod,max}}(d) = (0.5\pi/d)[1 + 0.4085d/(1 - 0.2864d)]^{-1} \quad (4.6)$$

where the MNE of this estimate is smaller than 0.03% when $d < 0.9$.

To produce an accurate analytic approximate solution of $\tau_1(d, GM_{\text{prod}}^{\text{des}})$, one can observe that $\tau_1(d, 1) = \tau_{1,\text{min}}$ and $\tau_1(d, GM_{\text{prod,max}}) = \infty$. Based on these properties and with the use of an optimization algorithm designed to minimize the MNE defined by $\tilde{GM}_{\text{prod}} = [GM_{\text{prod}}^{\text{des}} - GM_{\text{prod}}(d, \hat{\tau}_1)] / GM_{\text{prod}}^{\text{des}}$ the following approximation was derived

$$\hat{\tau}_1(d, GM_{\text{prod}}^{\text{des}}) = \hat{\tau}_{1,\text{min}}(d) \left(1 + 0.65 \frac{A^{(1+d)}}{1-A} \right) + g(d), \text{ where } A = \frac{\sqrt{GM_{\text{prod}}^{\text{des}} - 1}}{\sqrt{\hat{GM}_{\text{prod,max}}(d) - 1}} \quad (4.7)$$

The term $g(d) = 10^{-2}[-0.18 + 5\sqrt{d} - 32d + 75d^2 - 51d^3 + (-2.3d^2 + 3d^4)/(1-d)^3]$ is a correction term needed when $GM_{\text{prod}}^{\text{des}} < 1 + 0.6(GM_{\text{prod,max}} - 1)$. The MNE of the gain margin is less than 3% for $GM_{\text{prod}}^{\text{des}} > 1 + 0.2(GM_{\text{prod,max}} - 1)$ and $d < 0.9$.

4.4 Approximations for the PID-type controllers

For exact estimation of the critical frequencies $\omega_{\text{min}}(d, \tau_1, \tau_D)$ and $\omega_{\text{max}}(d, \tau_1, \tau_D)$, in the case of a PID controller, the ω_{min} Algorithm and the ω_{max} Algorithm can be used, with the obvious modifications (namely, in step 2 of these algorithms, instead of using (3.3) the corresponding relations for the PID-type controllers, derived from (3.15), should be used). From ω_{min} and ω_{max} , one can then calculate the values of K_{min} and K_{max} using relation (3.16). Hence the *GM Algorithm* can be used also for PID controllers, if τ_D is previously selected. Similarly, the *PM Algorithm* can be used in the case of PID controllers, if in step 3 of the algorithm, the frequency ω_p is calculated from (3.19) and in step 4, the new value of τ_1 is selected from the solution of (3.18), with respect to τ_1 .

Although an exact design of the PID controller, which achieves a desired gain or phase margin, is possible using the aforementioned corresponding algorithms, our aim here is to derive an approximate solution, which satisfies the required specifications without resorting to iterative algorithms. To this end, the approximate solutions that have been previously derived for the PI controller will be appropriately modified, in order to be applicable in the case of PID controller design. For this purpose, the exponential term of $G_{L,\text{PID}}$ in (2.4) can be written in the form $\exp(-ds) = \exp[-(1-a)ds] / \exp(ads)$. When $ads \ll 1$, then the term $\exp(ads)$ can be approximated by $\exp(ads) \approx ads + 1$ and $G_{L,\text{PID}}$ approximates to

$$G_{L,\text{PID}}(s) \approx \left[\frac{K_c(\tau_1 s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_1 s(s-1)} \right] \left[\frac{\exp(-(1-a)ds)}{ads + 1} \right] \quad (4.8)$$

If $\tau_D = ad$, then the loop transfer function of a PID controller can be approximated (when $ad\omega \ll 1$) by that of a PI controller and an UFOPDT process with smaller time delay, namely $d_{\text{PI}} = d(1-a) = d - \tau_D$. Using this property, all approximations presented above are good enough and the MNE is always smaller than 5%, only when $a < 0.15$. For larger values of the parameter τ_D , the following more accurate approximations have been derived and are valid in the range

$$0.02 < d < 0.9 \text{ and } 0 < a < 0.55 + d[0.31 - 0.0098/(1-d)] \quad (4.9)$$

These constraints are mainly imposed by the range in which the following approximations are valid:

- i. The value of the parameter τ_1 which results in a marginally stable closed loop system in the case of PID type controllers, can be approximated by

$$\hat{\tau}_{1,\min}(d, \tau_D) \approx \hat{\tau}_{1,\min}(d - \tau_D) [1 + a^3(0.367 + 1.78d)/(1 - a^2)] \quad (4.10)$$

where $a = \tau_D/d$ and $\hat{\tau}_{1,\min}(d - \tau_D)$ is given by (4.1). The MNE of this approximation is smaller than 2%.

- ii. The frequency ω_{\min} can be approximated by

$$\hat{\omega}_{\min}(d, \tau_1, \tau_D) = \hat{\omega}_{\min}(d - \tau_D, \tau_1) \left[1 + \frac{(0.14 + 1.15d)a^3}{1 + 2a^2} (\hat{\tau}_{1,\min} / \tau_1)^2 \right] \quad (4.11)$$

- iii. The frequency ω_{\max} can be approximated by

$$\hat{\omega}_{\max}(d, \tau_1, \tau_D) = \hat{\omega}_{\max}(d - \tau_D, \tau_1) \left[1 + \frac{(5.53 - 0.41d)a^4}{[1 - (0.1 + 0.55)a^3][1.27 - 0.4(\tau_1 / \hat{\tau}_{1,\min})^2]} \right]^{-1} \quad (4.12)$$

where $\hat{\omega}_{\min}(d - \tau_D, \tau_1)$ and $\hat{\omega}_{\max}(d - \tau_D, \tau_1)$ are given by (4.3) and (4.4), respectively. The normalized error of these approximations is smaller than 3% when $\tau_1 > 1.2\tau_{1,\min}$. When approximations (4.11) and (4.12) are used in combination with (3.16) for the estimation of the critical gains K_{\min} and K_{\max} , then the resulting MNE is also smaller than 3%.

- iv. The analytic approximation of the function $\tau_1(d, \tau_D, PM^{\text{des}})$ is given by

$$\hat{\tau}_1(d, \tau_D, PM^{\text{des}}) = \hat{\tau}_{1,\min}(d, \tau_D) \left(1 + f_{PM}(d, \tau_D) \frac{PM^{\text{des}} / PM_{\max}(d, \tau_D)}{1 - [PM^{\text{des}} / PM_{\max}(d, \tau_D)]} \right) \quad (4.13)$$

where $f_{PM}(d, \tau_D) = [(1 + 0.4a - 0.22ad)(-0.0153 + 0.436\sqrt{d} + 0.632d)]/d$ and $PM_{\max}(d, \tau_D)$ is given by (3.18) for $\tau_1 \rightarrow \infty$. When $\hat{\tau}_1$ is used, then the MNE of the phase margin obtained is always smaller than 5%.

- v. The analytic approximation of the function $\tau_1(d, \tau_D, GM_{\text{prod}}^{\text{des}})$ is given by

$$\hat{\tau}_1(d, \tau_D, GM_{\text{prod}}^{\text{des}}) = f_{GM}(d, \tau_D) \left[\hat{\tau}_{1,\min}(d, \tau_D) \left(1 + 0.65 \frac{B^{(1+d)}}{1 - B} \right) + g(d - \tau_D) \right], \quad B = \frac{\sqrt{GM_{\text{prod}}^{\text{des}} - 1}}{\sqrt{\hat{GM}_{\text{prod,max}}(d, \tau_D) - 1}} \quad (4.14)$$

where the correction term $f_{GM}(d, \tau_D)$ is given by

$$f_{GM}(d, \tau_D) = \left[1 + a^2 \left(a^{3d} (2d^3 - 3.32d^2 + 1.2d - 0.27) - \frac{(GM_{\text{prod}}^{\text{des}} - 1)^3}{(\hat{GM}_{\text{prod,max}}(d, \tau_D) - 1)^3} \right) \right]$$

and the approximation (with MNE 3%) of $GM_{\text{prod,max}}(d, \tau_D)$ is given by

$$\hat{GM}_{\text{prod,max}}(d, \tau_D) = \hat{GM}_{\text{prod,max}}(d - \tau_D) \left[1 + \frac{(7.41 - 3.52d)a^3}{1 - (0.47 + 0.49d)a^2} \right]^{-1}$$

The MNE of GM_{prod} is smaller than 4%, when $\hat{\tau}_1(d, \tau_D, GM_{\text{prod}}^{\text{des}})$ is used instead of $\tau_1(d, \tau_D, GM_{\text{prod}}^{\text{des}})$.

5. Tuning PI and PID type controllers based on Phase and Gain Margin specifications

The tuning methods presented in this paper are based on the analysis and observations mentioned in section 3 as well as on the algorithms and approximations derived in section 4. In particular, for a certain

normalized time delay d and given desired gain margin specifications GM_{inc}^{des} and GM_{dec}^{des} , or phase margins specification PM^{des} , the methods presented below provide the controller that satisfy these specifications.

5.1 Tuning Method for PI-type controllers based on Phase Margin specifications

When the only specification for the closed loop system is the desired phase margin PM^{des} , then according to the analysis presented in section 3, it is recommended to tune the PI controller in such a way that this single specification is achieved at the maximum phase margin corresponding to the frequency ω_p , namely, when $\omega_G = \omega_p$. This way, the integral time constant τ_I is the smallest possible that satisfies the specification and, hence, the controller so derived gives the fastest possible response, in both for set-point tracking and regulatory control. The main steps of this tuning method are the following.

PM tuning method

- Step1. Check if the phase margin specification is achievable by a PI controller (i.e. $0 < PM^{des} < PM_{max}(d)$).
- Step2. Given the time delay d and the phase margin specification PM^{des} , calculate the integral time constant $\tau_I(d, PM^{des})$ of the PI controller using either (4.2), if $PM^{des} > 0.2PM_{max}$, or the *PM Algorithm* for better accuracy, if $PM^{des} < 0.2PM_{max}$.
- Step3. With τ_I known, calculate the corresponding frequency ω_p from (3.5) and the controller gain K_C from relations (3.6). This completes the method.

The advantage of this method is that the obtained GM_{dec} and GM_{inc} are quite symmetrical, especially in the case where the stability region is small (large d or small PM^{des}). It should be noted here, that it is not recommended to choose $PM^{des} < 0.2PM_{max}$ since in this case the system will not be sufficiently robust.

5.2 Tuning Method for PI-type controllers based on Gain Margin specifications

This tuning method is applicable in the case where the specifications are described in the form of increasing and decreasing gain margins (GM_{inc} and GM_{dec}). From the results presented in subsection 4.3, it becomes clear that, when both specifications are exactly achieved, the integral time constant τ_I is the smallest that satisfies these specifications. The main steps of Gain Margin tuning method are the following.

GM tuning method

- Step1. Estimate the desired gain margin product GM_{prod}^{des} and check if this product is achievable by a PI type controller (i.e. check if $1 < GM_{prod}^{des} < GM_{prod,max}$).
- Step2. Given the time delay d and the GM_{prod}^{des} , calculate the integral time constant $\tau_I(d, GM_{prod}^{des})$ of the PI controller, using either (4.7), if $GM_{prod}^{des} > 1 + 0.2(GM_{prod,max} - 1)$, or the *GM algorithm* for better accuracy, if $GM_{prod}^{des} < 1 + 0.2(GM_{prod,max} - 1)$.
- Step3. If $\tau_I > 1.2\tau_{I,min}$, estimate the crossover frequencies ω_{min} and ω_{max} using (4.3) and (4.4), and the critical gains K_{min} and K_{max} using (3.4). If $\tau_I < 1.2\tau_{I,min}$, then, the ω_{min} *Algorithm* and the ω_{max}

Algorithm should be used for the estimation of ω_{\min} and ω_{\max} , respectively. Note that when the *GM Algorithm* is used to obtain τ_1 , the algorithm produces the values of ω_{\min} , ω_{\max} , K_{\min} and K_{\max} .

Step4. The controller gain can now be evaluated from one of the following relations

$$K_C = K_{\max}/GM_{\text{inc}} \text{ or } K_C = GM_{\text{dec}}K_{\min} \quad (5.1)$$

When applying the GM tuning method it is preferable to select symmetrical gain margin specifications ($GM_{\text{inc}} = GM_{\text{dec}}$). In this case the phase margin of the closed-loop system is close to the maximum phase margin obtained when $\omega_G = \omega_p$, especially in the case of small phase margins (large d and small GM_{prod}).

5.3 Tuning Method for PI-type controllers based on Simultaneous Gain and Phase Margin Specifications

In general, it is not possible to simultaneously satisfy the specifications GM_{dec} , GM_{inc} , and PM exactly. This is due to the fact that, it is not possible to assign three independent specifications with only two independent controller parameters, namely K_C and τ_1 . Tuning methods for the exact simultaneous satisfaction of phase margin and one gain margin specifications (i.e PM and GM_{dec} or PM and GM_{inc}) have been reported in [6], [11] and [13]. Here, a tuning method is proposed in order to achieve simultaneous, although not exact, satisfaction of all three specifications PM, GM_{dec} and GM_{inc} . This new method is based on the tuning methods presented in subsections 5.1 and 5.2. The basic steps for the selection of the parameters of a PI type controller that will satisfy all three specifications are the following.

PGM tuning method

Step1. First, verify that the desired specifications are admissible, namely if

$$0 < PM^{\text{des}} < PM_{\text{max}} \text{ and } 1 < GM_{\text{prod}}^{\text{des}} < GM_{\text{prod,max}}$$

and if there exists a value of K_C that can satisfy all three specifications, when $\tau_1 \rightarrow \infty$.

Step2. Calculate the two controllers obtained by the PM and the GM methods. If the controller with the largest value of τ_1 satisfies all three specifications then this is the requested controller. In the opposite case continue with step 3.

Step3. Assume that $K_{C,PM}$ and $\tau_{1,PM}$ are the controller parameters obtained from the application of the PM tuning method and $K_{C,GM}$ and $\tau_{1,GM}$ are the controller parameters obtained from the GM tuning method. Then, if none of these two controllers satisfy all specifications, check which controller gives the largest gain K_C . In the case where:

- i. $K_{C,PM} > K_{C,GM}$, then in order to satisfy all specifications with the smallest value of τ_1 , gradually increase τ_1 (starting from the $\max(\tau_{1,GM}, \tau_{1,PM})$), while maintaining the same GM_{inc} (by choosing $K_C = K_{\max}/GM_{\text{inc}}^{\text{des}}$), until the phase margin specification is also satisfied.
- ii. $K_{C,PM} < K_{C,GM}$, then gradually increase τ_1 (starting from the $\max(\tau_{1,GM}, \tau_{1,PM})$), while maintaining the same GM_{dec} (by choosing $K_C = K_{\min} GM_{\text{dec}}^{\text{des}}$), until the phase margin specification is also satisfied (see examples in Table 2).

Although there are several ways to select the controller parameters in order to satisfy (not exactly of course) all three specifications, the method presented here is preferred because it requires the smallest computational effort, since for a given τ_i , $PM(d, \tau_i)$ can be calculated exactly without the use of iterative algorithms.

It is noted here that when the tuning methods are applied using the approximations proposed in the paper, it is recommended to select the specifications slightly larger (i.e by 5%) to compensate for the errors of the approximations. Moreover, in all PI tuning methods mentioned above, if the response obtained is too oscillatory (due to the small value of τ_i), then, by increasing the value of τ_i , the damping of the closed-loop system increases. From the analysis presented in section 3, it is clear that, when τ_i is increased, the resulting closed-loop system is more robust, and hence all the stability robustness specification are still satisfied.

5.4 Extension to PID-type controllers and USOPDT systems

When a PID controller is used, it is possible (in some cases) to simultaneously satisfy the specifications GM_{dec} , GM_{inc} , and PM exactly. The PID controller sought can be found from the solution of the system of equations (3.9) and (3.15)-(3.18). Unfortunately, this system of equations is too complicated to be solved on-line and moreover, it is not always solvable. Furthermore, the solution might not be appropriate or useful, especially if the derivative term is too large.

The simplest way to tune the PID controller is to first tune the parameters τ_i and K_C of a PI controller, in order to satisfy the desired specifications, on the basis of the PI-tuning methods, presented above, and subsequently add the derivative term τ_D in the series form of the controller. If $\tau_D < \tau_{Dmax}$, then the PID controller has a larger stability region than that of the initially tuned PI controller. Therefore, it satisfies both gain and phase margin specifications. Obviously, this method can only be applied if the required specifications can be achieved with the use of a PI controller.

To further improve the design of the PID controller, the derivative term τ_D should be a priori selected on the basis of the designer's knowledge relative to the process. If there are no restrictions imposed by the process, then it is recommended to select τ_D as large as possible in the range defined by (4.9). This way, the resulting closed-loop system has the fastest possible response, from both the set-point tracking and the load attenuation point of view, and the minimum possible error in the case of regulatory control. In the case where the time response of the system is too oscillatory, as it was previously suggested, it is preferable to increase the parameter τ_i . In this case, the response of the system becomes smoother and the resulting closed-loop is more robust. When τ_D is selected according to the previously mentioned guidelines, the rest of the controller parameters are designed in order to satisfy the stability specifications based on the methods presented in subsections 5.1-5.3 for PI-type controllers. In the case where $\tau_D < 0.15d$ all three PI-controller tuning methods can be directly applied for the system with time delay $d_{PI} = d - \tau_D$. If $\tau_D > 0.15d$, then the methods presented in subsections 5.1-5.3 should be appropriately modified by substituting all relations, with the relations presented in subsection 4.4, which refer to the PID-type controller.

The tuning methods presented in section 5 can easily be applied for the control of unstable second order plus dead time (USOPDT) systems where an additional time lag τ_s is included in the model of the system

(i.e. $G_p = Ke^{-ds}/[(s-1)(s\tau_s+1)]$). In the case of an USOPDT systems the loop transfer function is given by

$$G_{L,S}(s) = \frac{K_c(\tau_i s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_i s(\tau_s s + 1)(s - 1)} \exp(-ds) \quad (5.2)$$

From (5.2) it is clear that a PID controller can be tuned based on the PI-tuning methods presented in the paper if the derivative time constant τ_D of the controller is selected as $\tau_D = \tau_s$. In the case where $\tau_s > 0.3$ the controller designed this way has sufficiently large derivative action to obtain a fast response. In the case where $\tau_s < 0.3$ then the PID-tuning methods can be used for the design of a PID controller where for the application of the method we assume that the time delay is equal to $d + \tau_s$. It is noted that with this assumption the resulting controller is more robust than the one required from the specifications.

6. Numerical Examples

Using the methods proposed in this paper it is possible, by selecting appropriate specifications, to produce all the PI and PID controllers proposed by other tuning methods, as for example those reported in [1]-[13]. To this end one can use the GM tuning method with the same specifications GM_{inc} and GM_{dec} as those attained from the other methods, and in the case of a PID controller by selecting the same τ_D . Moreover, other PID tuning methods which are based on gain and phase margin specifications [6], [11] and [13], do not rely on all three specifications (namely PM, GM_{inc} , and GM_{dec}). The tuning methods proposed in [6] and [11] are developed using simple approximations of the exponential and the \tan^{-1} functions and they are accurate for small values of d (i.e. $d < 0.3$) and large values for the specifications (e.g. $PM^{des} > 0.6PM_{max}$). For these reasons, a comparison with existing tuning methods would not provide any information regarding the efficiency of the proposed methods. However, to check the validity and the accuracy of the tuning methods proposed, a series of numerical examples are presented in this Section. The methods are applied to a wide range of processes and design specifications, and their performance is analyzed both in frequency and time domain, under reference input step changes and unit step load disturbances.

In particular, the PM, GM and PGM tuning methods are applied to three processes with normalized dead time 0.1, 0.5 and 0.9 for both PI and PID type controllers. The controller parameters obtained from the application of these tuning methods are presented in the left section of Table 2 for both the exact methods and the approximate methods. In the right section of Table 2, the Nyquist plots of the resulting closed-loop systems are presented separately for the PI and the PID type controllers. Solid and dashed lines are used for the exact and the approximate controller, respectively. The gain margin specifications are indicated by the symbol ‘ \circ ’ and the point on the unit circle which determines the phase margin specification is indicated by the symbol ‘ \otimes ’. From all these polar plots, it becomes obvious that the approximate solution is very accurate and cannot be easily distinguished from the exact solution. Moreover, the use of the approximate solution makes the proposed tuning methods significantly faster (e.g. using Matlab[®] the GM method for PID controllers is 97 times faster when the approximations are used instead of the iterative algorithms with the same requirements for accuracy).

In the first example, with $d=0.1$, the same design specifications are selected for the PI and the PID type

controllers. In particular, it is desired for the closed-loop system to satisfy a phase margin of 0.3 rad (in the case of the PM tuning method), or an increasing and decreasing gain margin of 4 (12.04 dB) and 2 (6.02 dB) (in the case of the GM tuning method), or to simultaneously satisfy all the above design specifications, for the PGM tuning method. The derivative term for the PID controller is selected as the maximum, suggested by (4.9). Figure 4a illustrates the closed-loop time responses in the case of a PI and of a PID controller for the case where the PGM method is applied. The pre-filters obtained using the first of the two relations in (2.1b) are used for both controllers. The first part of the response is due to a unit step change in the reference input of the closed-loop system. For $t=10T$, a unit load step change at the input of the process is applied. From the responses obtained, it becomes clear that for small values of the delay, the two controllers perform similarly in the case of set point tracking. This is expected, since the system behaves as a simple first order system, in which case there is no significant advantage from the use of a derivative term. On the contrary, for the regulatory control case, the presence of the derivative term is important, since it reduces significantly the maximum error.

In the second example, the proposed tuning methods are applied to a process with normalized dead time $d=0.5$. In this case, the gain margin specifications are selected to have the same values for both the PI and the PID type controllers, namely, $GM_{inc}=1.3$ (2.28 dB) and $GM_{dec}=1.5$ (3.52 dB). The phase margin for the PID controller is selected four times larger than the respective margin for the PI controller. Note that the controller that satisfies the phase margin specification for a PID type controller satisfies also the gain margin specifications and has a significantly larger stability region than the PI controller. The time responses for the PI and PID controllers obtained from the application of the PGM method are shown in Figure 4b. From these responses, it is clear that by using a large derivative term, the response obtained is smoother and significantly faster load attenuation is achieved, while satisfying substantially larger stability margins. The benefit of a large derivative term can be also verified from the last example, where a process with $d=0.9$ is considered. In this example, the gain margin specifications for the PID controller are selected more than two times larger than those of the PI controller and the phase margin almost 17 times larger. From the unit input load response presented in Figure 4c, it becomes clear that the response of the PID controller is at least ten times faster and the maximum error is 10 times smaller than the error produced when a PI controller is used.

7. Conclusions

In this paper new tuning rules for generalized PI and PID controllers are developed, based on the exact satisfaction of phase and gain margin specifications. These methods incorporate all three robustness stability specifications (i.e. PM, GM_{dec} and GM_{inc}) and they are valid and accurate for a wider range of system and controller parameters than other existing methods which are based on gain and phase margin specifications. The tuning methods have the advantage that the derivative action is not imposed by the design methods and it's choice is left to the process engineer. The algorithms required to solve the tuning problem are expressed in iterative algorithmic form, for better accuracy, as well as in analytic equation form to avoid iteration in the case of on-line tuning. Moreover, the methods can easily be applied for the control of USOPDT systems.

Future research should investigate techniques for deriving the robustness stability specifications from the structured uncertainty of the process. Finally, the simulation results obtained from the application of the proposed tuning methods to a variety of UFOPDT process models show the accuracy of the proposed methods, and their efficiency in meeting the desired design specifications.

References

- [1]. A.M. De Paor and M. O'Malley, "Controllers of Ziegler-Nichols type for unstable process with time delay", *Int. J. Control.*, vol. 49, pp. 1273-1284, 1989.
- [2]. G.E. Rotstein and D.R.Lewin, "Simple PI and PID tuning for open-loop unstable systems", *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 30, pp. 1864-1869, 1991.
- [3]. C.T.Huang and Y.S. Lin, "Tuning PID controllers for open-loop unstable processes with time delay", *Chem. Eng. Comm.*, vol. 133, p. 11, 1995.
- [4]. E.F. Jacob and M. Chidambaram, "Design of controllers for unstable first-order plus time delay systems", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 20, pp. 579-584, 1996.
- [5]. E. Poulin and A. Pomerleau, "Unified PID design method based on maximum peak resonance specification", *IEE Proc. Contr. Theory Appl.*, Vol 144, No.6, pp. 566-574, 1997.
- [6]. E.K. Ho and W. Xu, "PID tuning for unstable processes based on gain and phase margin", *IEE Proc. Part D*, vol. 145, pp. 392-396, 1998.
- [7]. J.H.Park, S.W.Sung and I.B.Lee, "An enhanced PID control strategy for unstable processes", *Automatica*, vol. 34, pp. 751-756, 1998.
- [8]. C.S.Jung, H.K.Song and J.C.Hyun, "A direct synthesis tuning method of unstable first-order-plus-time-delay-processes", *J. Process Control*, vol. 9, pp. 265-269, 1999.
- [9]. Y.Lee, J.Lee and S.Park, "PID controller tuning for integrating and unstable processes with time delay", *Chem. Eng. Science*, vol. 55, pp. 3481-3493, 2000.
- [10]. G.Marchetti, C.Scali and D.R.Lewin, "Identification and control of Unstable Processes by relay methods", *Automatica*, vol. 37, pp. 2049-2055, 2001.
- [11]. Y.G. Wang and W.J. Cai, "Advanced Proportional-Integral-Derivative Tuning for Integrating and Unstable Processes with Gain and Phase Margin Specifications", *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 41, pp.2910-2914, 2002.
- [12]. P.N.Paraskevopoulos, G.D.Pasgianos and K.G.Arvanitis, "New tuning and identification methods for unstable first order plus dead time processes based on pseudo-derivative feedback control", *IEEE Trans. Control Syst. Technology*, accepted, 2003.
- [13]. P.N.Paraskevopoulos, G.D.Pasgianos and K.G.Arvanitis, "Tuning of pseudo-derivative feedback controllers for unstable first order plus dead time processes", *Mathematics Comp. Simulation*, submitted for publication, 2002.
- [14]. G.D.Pasgianos, *New PID controller Design Techniques for Unstable Systems*, Ph.D. Thesis, National Technical University of Athens, Dep. of Elec. & Comp. Eng., under completion, 2003.

APPENDIX

Table 1. Normalized parameters that replace the original system parameters.

ORIGINAL PARAMETERS	NORMALIZED PARAMETERS
\bar{T}	$T=1$
\bar{d}	$d = \bar{d} / \bar{T}$
$\bar{\tau}_I$	$\tau_I = \bar{\tau}_I / \bar{T}$
$\bar{\tau}_D$	$\tau_D = \bar{\tau}_D / \bar{T}$
$\bar{\omega}$	$\omega = \bar{\omega} T$
\bar{K}	$K=1$
\bar{K}_C	$K_C = \bar{K} \bar{K}_C$

Table 2. Some characteristic examples of the tuning methods proposed.

	PM Method	GM Method	PGM Method	PI-Nyquist Plots	PID-Nyquist Plots	
d=0.1	PI-Contr.	PM=0.3, GM _{inc} =4, GM _{dec} =2				
		$K_C = 5.2293$	$K_C = 3.0225$			$K_C = 3.1333$
		$\hat{K}'_C = 5.2170$	$\hat{K}'_C = 3.0400$			$\hat{K}'_C = 3.1411$
	PID-Contr.	PM=0.3, GM _{inc} =4, GM _{dec} =2, $\hat{\tau}'_D = 0.0579$				
		$K_C = 6.8658$	$K_C = 3.0341$			$K_C = 3.2544$
		$\hat{K}'_C = 6.8360$	$\hat{K}'_C = 3.0579$			$\hat{K}'_C = 3.2627$
	$\tau_I = 0.3010$	$\tau_I = 0.3184$	$\tau_I = 0.3598$			
	$\hat{\tau}_I = 0.2980$	$\hat{\tau}_I = 0.3216$	$\hat{\tau}_I = 0.3597$			
d=0.5	PI-Contr.	PM=0.15, GM _{inc} =1.3, GM _{dec} =1.5				
		$K_C = 1.5690$	$K_C = 1.7581$			$K_C = 1.6933$
		$\hat{K}'_C = 1.5688$	$\hat{K}'_C = 1.7505$			$\hat{K}'_C = 1.6916$
	PID-Contr.	PM=0.6,..GM _{inc} =1.3, GM _{dec} =1.5, $\hat{\tau}'_D = 0.3474$				
		$K_C = 1.8108$	$K_C = 1.7677$			$K_C = 1.8108$
		$\hat{K}'_C = 1.8133$	$\hat{K}'_C = 1.7685$			$\hat{K}'_C = 1.8133$
	$\tau_I = 6.5667$	$\tau_I = 5.5286$	$\tau_I = 6.6907$			
	$\hat{\tau}_I = 6.5160$	$\hat{\tau}_I = 5.7115$	$\hat{\tau}_I = 6.9608$			
d=0.9	PI-Contr.	PM=0.018, GM _{inc} =1.07, GM _{dec} =1.07				
		$K_C = 1.0602$	$K_C = 1.0811$			$K_C = 1.0756$
		$\hat{K}'_C = 1.0602$	$\hat{K}'_C = 1.0795$			$\hat{K}'_C = 1.0759$
	PID-Contr.	PM=0.3, GM _{inc} =1.15, GM _{dec} =1.15, $\hat{\tau}'_D = 0.6671$				
		$K_C = 1.2162$	$K_C = 1.1662$			$K_C = 1.1515$
		$\hat{K}'_C = 1.2156$	$\hat{K}'_C = 1.1607$			$\hat{K}'_C = 1.1596$
	$\tau_I = 777.17$	$\tau_I = 511.24$	$\tau_I = 971.46$			
	$\hat{\tau}_I = 744.56$	$\hat{\tau}_I = 590.60$	$\hat{\tau}_I = 930.70$			
	$\hat{\tau}'_I = 4.6784$	$\hat{\tau}'_I = 3.5103$	$\hat{\tau}'_I = 5.7544$			

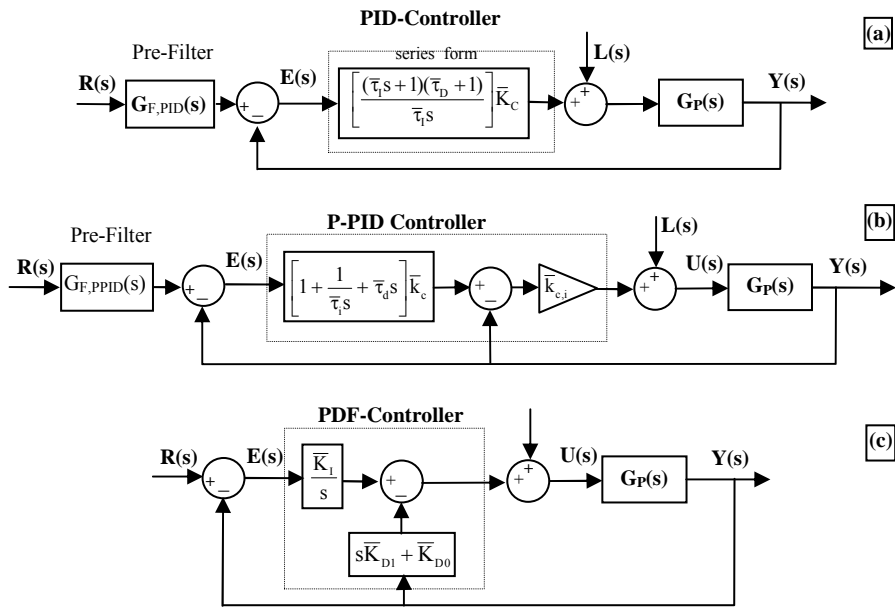


Figure 1. Equivalent three-term control schemes: (a) PID controller with pre-filter, (b) P-PID controller with pre-filter and (c) PDF controller.

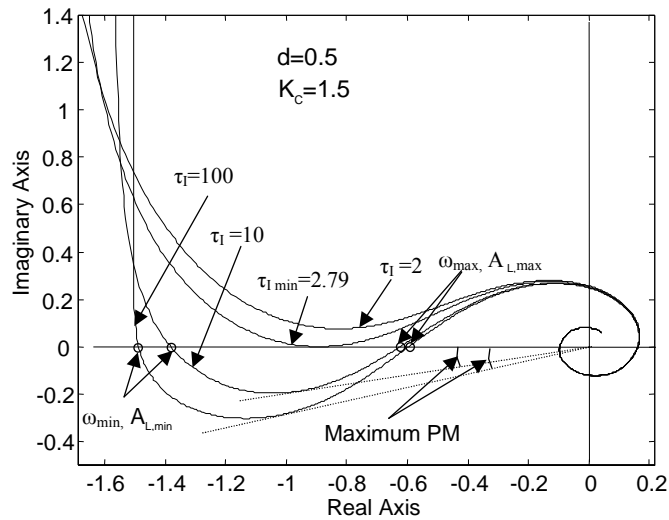


Figure 2. Polar plots of a closed loop UFOPDT system with a PI type controller for various values of the parameter τ_1 .

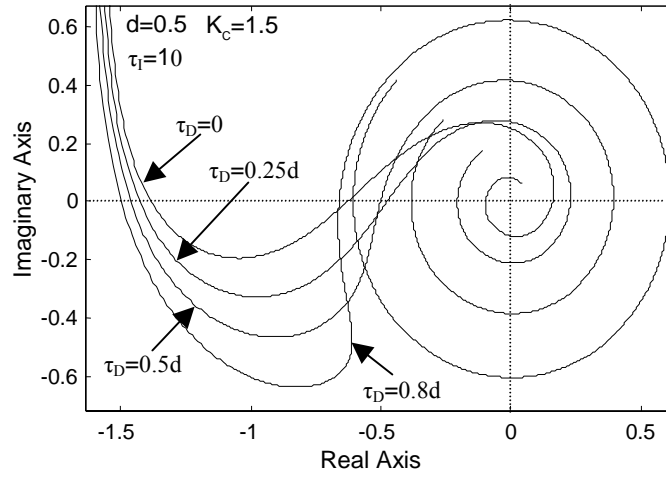


Figure 3. Polar plots of a closed loop UFOPDT system with a PID type controller for various values of the controller parameter τ_D .

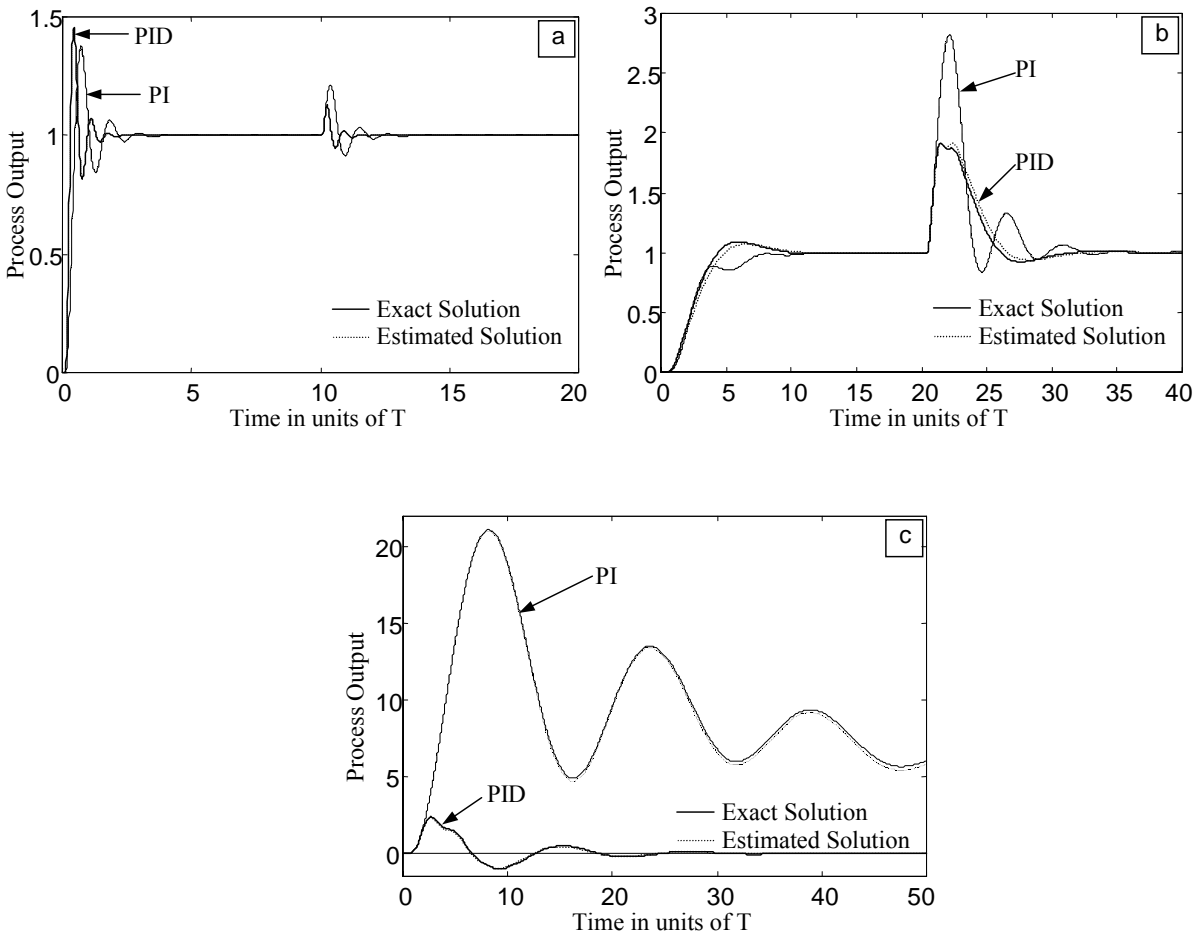


Figure 4. Typical time response examples for PI and PID controllers. a) $d=0.1$, b) $d=0.5$ and c) $d=0.9$.

TUNING OF PSEUDO-DERIVATIVE FEEDBACK CONTROLLERS FOR UNSTABLE FIRST ORDER PLUS DEAD TIME PROCESSES

by

P.N.PARASKEVOPOULOS^{*}, G.D.PASGIANOS^{*} and K. G. ARVANITIS[†]

Abstract: A new simple controller structure for unstable first order plus dead-time (UFOPDT) processes is investigated in this paper. Several new methods for tuning the settings of this controller are also proposed. In contrast to conventional PID controllers that result in excessive overshoot in the closed-loop response, the proposed two-term controller and the associated tuning methods ensure smooth closed-loop system response to set-point changes, fast attenuation of step load disturbances and robustness against parametric uncertainty. This enhanced performance is plausible through the application of some simple rules for setting the values of the controller parameters and without either using a two stage controller synthesis logic or introducing set-point pre-filters or even making use of controller derivative action. The proposed tuning rules rely on a series of new accurate approximations of the crossover frequencies of the Nyquist plot of the loop transfer function. These tuning rules are expressed either in terms of an adjustable parameter (that can be selected through precise rules and formulas) or in terms of simultaneous gain and phase margin specifications. The proposed methods require relatively small computational effort and they are particularly useful for on-line applications. Furthermore, they are favorably compared to the already known PI and PID controller tuning methods.

Keywords: Pseudo-derivative feedback, on-line controller tuning, process control, unstable processes, dead-time processes.

^{*} National Technical University of Athens, Department of Electrical University of Athens, Division of Computer Science, Zographou 15773, Athens GREECE (email: parask@softlab.ntua.gr).

[†] Agricultural University of Athens, Department of Agricultural Engineering, Laboratory of Agricultural Engineering and Automation, Iera Odos 75, Botanikos 11855, Athens, GREECE (email: karvan@aua.gr),

1. Introduction

Although most processes exhibit open loop stable behavior, many processes and systems encountered in several fields of engineering (such as exothermic chemical processes, batch chemical reactors, biological reactors for biomass processing, waste treatment processes, etc) exhibit multiple steady states due to system nonlinearities. Some of these steady states may be unstable. For several reasons, like safety, maximization of productivity and reduction of economic costs, it is often desirable to operate such processes around their unstable steady states. To approximate the open loop dynamics of such systems and for the purpose of designing controllers, many of these processes can be satisfactorily described by unstable transfer function models [1]-[15]. The most popular model of this type is the first order plus dead-time (UFOPDT) transfer function model. Dead time might appear in the model due to measurement delay or due to approximation of higher order dynamics of the process by a simple transfer function model, like the UFOPDT model. Control of such models has long been the focus of interest by many control and process designers [1]-[28]. This increased interest is mainly due to the fact that conventional PID tuning methods, like the Ziegler-Nichols method or the Cohen-Coon method or the Tyreus-Luyben method [29], [30] (just to name a few), cannot be applied to unstable process models [31].

For the above reasons, there is a need for developing new controller tuning methods that are appropriate for application to UFOPDT models. Research on tuning methods of two or three-term controllers for unstable process models, and particularly for UFOPDT models, has been a very active research area in the last 15 years. In [1]-[18] several controller structures and tuning rules for setting the parameters of these controllers are presented. The common feature of these tuning methods is that they give either unacceptable offset when a P controller is to be designed, or large overshoot in the case where a PI or a PID controller is to be designed (for the case of PI controllers an overshoot of 200% or more has been reported [3], [9], [12]). Even the best of these methods [15] gives about 100% overshoots to set-point changes. This excessive overshoot is mainly due to the zeros introduced in the control-loop by the PI or the PID controller. Hence, there is a need to develop new controller structures and new controller tuning techniques. Chidambaram and his co-workers were the first to point out these drawbacks of existing tuning methods and in their inspired works [19]-[21], they propose several nonlinear and cascade controllers for UFOPDT models with superior performance. In particular, in [20], a new tuning rule, which incorporates both a two-stage P-PI control structure and the IMC-tuning rule, has successfully been developed. Subsequently, in [22], a direct synthesis tuning method has been proposed for the PI controller settings of UFOPDT processes. This method ensures the desired overdamped response by introducing a first-order set-point pre-filter and applying simple rules for setting the values of the controller parameters. Overall, the above analysis reveals that, until now, to avoid the problem of excessive overshoot in PID control of UFOPDT processes, it is necessary to use a three term controller and/or to add a set-point pre-filter.

The purpose of this study is to investigate some aspects of the controller configuration developed by Phelan in [34], and called the “Pseudoderivative Feedback Controller” (PDF controller), when applied to control UFOPDT processes. Here, we apply to UFOPDT processes a simple form of the general PDF

control scheme containing only proportional action in the feedback path and we call it the PD-0F control. The results obtained are rather encouraging. In contrast to known conventional PID tuning rules [1]-[18] that result on excessive overshoot in the closed-loop response, the proposed controller structure and tuning methods ensure smooth response and robustness against parametric uncertainty. Moreover, this enhanced performance is plausible without either using a two stage controller synthesis logic, or introducing set-point pre-filters or finally making use of controller derivative action.

The step-by-step development of the proposed controller is outlined and a series of design procedures for tuning its settings are presented. In particular, the proposed tuning rules rely on some new more accurate approximations of the crossover frequencies of the Nyquist plot of the loop transfer function, and either they are expressed in terms of adjustable parameters or they are based on the simultaneous satisfaction of gain and phase margin specifications. As it is shown in the paper, the adjustable parameters can be appropriately selected, either to achieve a desired damping ratio for the closed-loop system or to ensure the minimization of the integral of squared error plus normalized square controller output deviation (ISENSCOD) criterion [35]. It is worth mentioning, that explicit and precise rules and formulas, for the selection of the adjustable parameters are proposed in the paper. The proposed tuning methods require relatively small computational effort and they are particularly useful for on-line applications.

In the paper, a variety of simulation studies have been performed and the performance of the proposed methods for PD-0F controller tuning is compared to that of the conventional PI/PID controller as well as to that of the methods proposed to overcome the problem of excessive overshoots. This comparison reveals that the proposed methods provide considerably smoother response to step set point changes, than known design methods for standard PI/PID controllers, while maintaining almost the same good behavior in case of regulatory control. Moreover, our results are comparable to those provided by the two stage IMC method or the direct synthesis tuning method, in both set point tracking and regulatory control, while providing more simplicity in implementation, due to simpler controller structure. As it is shown in the paper, the proposed methods are favorably compared to the already known tuning methods in terms of stability robustness. Finally, an application of the proposed controller tuning methods to an open loop unstable biological reactor with hard input constraint and significant measurement delay is also presented.

It is mentioned that the present results are part of the results reported in [37].

2. The PD-0F Control Structure

The general PDF control structure is a modification of the integral control with derivative-feedback (IDF) algorithm [34]. The IDF algorithm has an integrator in the forward path and derivative feedback of the controlled variable. Mathematically, this idealized controller works well, but in practical applications, derivatives of the controlled variable show significant noise, especially for the second and higher order derivatives.

The general PDF control structure shown in Figure 1 is different. Instead of feeding back the derivative of the controlled variable in order to calculate the actuating signal, and subsequently to integrate this signal

in the forward loop, all the controlled variable derivative feedback is by-passed to the integrator output. This approach reduces the number of derivatives by one. The transfer function $G_{CL}(s)$ of the closed loop system shown in Figure 1 is given by

$$G_{CL}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_I G_P(s)}{s + (K_{D,n-1}s^n + \dots + K_{D,1}s^2 + K_{D,0}s + K_I)G_P(s)}, \quad K_{D,i} = L_{D,i} / K_I, \quad i=0,1,\dots,n-1 \quad (2.1)$$

It is worth noticing that the PDF controller is essentially a variation of the conventional PID controller that differs in the following main points:

- The standard PID controller configuration usually consists of a proportional gain, which multiplies a dynamic part containing the integrating and derivative actions. Therefore all the controller elements are located to the forward path. In contrast the elements of the PDF controller are appropriately located on both the forward and the feedback path. This configuration contributes to better understanding of the controller action, since the elements located in the feedback path (which are related to the proportional and derivative controller actions) are mainly dedicated in assigning the desired closed-loop performance (stability, responsiveness, disturbance attenuation, etc.), while the forward path elements (relative to integral action) are devoted to steady state error elimination.
- The conventional PID controller acts on the process error in such a way that each element contributes to closed-loop poles as well as to closed-loop zeros. In contrast, as it can be easily seen by (2.1), the PDF controller elements do not contribute to closed-loop zeros, and hence it is expected that the PDF controller will not worsen the overshoot of the closed-loop response.
- PDF controllers can realize critical damping (no overshoot) with faster settling time than a PID controller.
- In most cases where the PDF controller is used there is no need for integrator anti-windup techniques.
- The response to load variations when a PDF controller is used is better than that obtained by PID controller with similar step response.

In the present paper, we focus our attention on the simplest possible form of the general PDF control structure which contains only proportional action in the feedback path (i.e. $\bar{K}_{D,i} = 0$ for $i=1,\dots,n-1$ and $\bar{K}_{D,0} \equiv \bar{K}_D \neq 0$). We call this feedback scheme, the PD-0F control structure. We will next analyze the behavior of this specific feedback scheme, particularly in the case where the system under control is an UFOPDT process with transfer function model of the form

$$G_P(s) = \left[\frac{K}{Ts - 1} \right] \exp(-ds) \quad (2.2)$$

where K , d and T are the gain, the time delay and the time constant of the process. To this end, observe that in the case of a PD-0F control structure, expression (2.1) takes the form

$$G_{CL}(s) = \frac{K_I G_P(s)}{s + (K_D s + K_I) G_P(s)}$$

with $K_D = K_{D,0}$ which for the case of UFOPDT models of the form (2.2) has the special form

$$G_{CL}(s) = \frac{KK_I}{s(Ts-1) + K(K_D s + K_I)\exp(-ds)} \exp(-ds) = \frac{\exp(-ds)}{s(TK^{-1}K_I^{-1}s - K^{-1}K_I^{-1}) + (K_D K_I^{-1}s + 1)\exp(-ds)} \quad (2.3)$$

It can be easily seen that the proposed control structure is equivalent to the PI control with set-point filter feedback control structure of Figure 2, where

$$G_C(s) = K_D \left(1 + \frac{1}{\theta s}\right) \text{ and } G_{SPF}(s) = \frac{1}{\theta s + 1}, \quad \theta = K_D / K_I \quad (2.4)$$

Therefore, the PDF structure internalizes a pre-filter that one would apply (as in [22], [23]) to cancel any zeros introduced in the PI (or PID) equivalent system. Thus, the PDF structure can be used instead of a PI (or PID) controller in the case where a pre-filter is also used to eliminate overshoot.

Taking into account the equivalence of the PI and the PD-0F controller, the loop transfer function $G_L(s)$ of the control structure is given by

$$G_L(s) = \left[\frac{KK_D(\theta s + 1)}{\theta s(Ts - 1)} \right] \exp(-ds) \quad (2.5)$$

The loop transfer function $G_L(s)$ is the starting point for the derivation of the tuning methods for the PD-0F controller that follow.

3. Tuning PD-0F controller for UFOPDT processes

To obtain a more familiar model in terms of output response performance the first order Taylor expansion is used to approximate the exponential function. This approximation is given by

$$\exp(-ds) \cong 1 - ds \quad (3.1)$$

Using (3.1) in the denominator of (2.3) we obtain the following second order approximation of the closed-loop transfer function

$$G_{CL}(s) = \frac{\exp(-ds)}{\theta \left[TK^{-1}K_D^{-1} - d \right]^2 + \left[\theta(1 - K^{-1}K_D^{-1}) - d \right] s + 1} \quad (3.2)$$

or more compactly

$$G_{CL}(s) = \frac{\exp(-ds)}{\tau_e^2 s^2 + 2\zeta\tau_e s + 1} \quad (3.3)$$

where

$$\tau_e = \sqrt{\theta \left(\frac{T}{KK_D} - d \right)} \text{ and } \zeta = \frac{\theta \left(1 - \frac{1}{KK_D} \right) - d}{2\sqrt{\theta \left(\frac{T}{KK_D} - d \right)}} \quad (3.4)$$

Relations (3.3) and (3.4) will be used in the methods that follow to assign a desired output response performance.

Moreover the argument and the magnitude of the loop transfer function $G_L(s)$ of the form (2.5), are given by

$$\phi_L(\omega) = -\frac{3\pi}{2} - d\omega + a \tan(T\omega) + a \tan(\theta\omega) \quad (3.5)$$

$$A_L(\omega) = |G_L(j\omega)| = K K_D \frac{\sqrt{1 + (\theta\omega)^2}}{\sqrt{1 + (T\omega)^2}} \frac{1}{\theta\omega} \quad (3.6)$$

In Figures 3, the Nyquist plots of $G_L(s)$ are shown for several values of the parameters θ . From this figure it becomes clear that for a specific d , and for θ greater than a critical value θ_0 , there exist two crossover points of the Nyquist plot with the negative real axis. Obviously, only in the case where two such points exist, there are values of the controller gain K_D , which locate these crossover points on both sides of the critical point $-1 + j0$ and render the system stable. Moreover, it can be easily checked that the stability region is reduced, if the dimensionless parameter d/T is increased. In fact, this region becomes very small for values of $d/T > 0.7$, even in the case where the controller integral term is almost negligible ($\theta \rightarrow \infty$ or $K_I \rightarrow 0$).

Now, let ω_{\min} and ω_{\max} be the smallest and the largest frequencies, corresponding to the two crossover points. Clearly, $\phi_L(\omega_{\min}) = -\pi$ and $\phi_L(\omega_{\max}) = -\pi$. However, the resulting equations obtained from (3.5) are nonlinear and have no analytic solution for ω_{\min} and ω_{\max} . To avoid a numerical solution, we propose here the following two approximations of the atan function

$$\arctan(x) \approx \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3x}, & \text{for } x > 1 \\ x, & \text{for } x < 1 \end{cases} \quad (3.7a)$$

$$\arctan(x) \approx \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x}, & \text{for } x > 1 \\ x, & \text{for } x < 1 \end{cases} \quad (3.7b)$$

Using (3.7a) and (3.7b), we obtain estimates for ω_{\min} of the form

$$\omega_{\min} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\pi}{3(T-d)\theta}}, & \text{if (3.7a) is applied} \\ \frac{1}{\sqrt{(T-d)\theta}}, & \text{if (3.7b) is applied} \end{cases} \quad (3.8)$$

provided that $T > d$. The estimation of ω_{\max} is based on the following two equations

$$6dT\theta\omega_{\max}^2 - 3\pi T\theta\omega_{\max} + 2\pi(T+\theta) = 0, \quad \text{if (3.7a) is applied}$$

$$dT\theta\omega_{\max}^2 - \frac{\pi}{2}T\theta\omega_{\max} + (T+\theta) = 0, \quad \text{if (3.7b) is applied}$$

Solving these equations, yields

$$\omega_{\max} = \begin{cases} \frac{\pi}{4d} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{16d(T+\theta)}{3\pi T\theta}} \right], & \text{if (3.7a) is applied} \\ \frac{\pi}{4d} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{16d(T+\theta)}{\pi^2 T\theta}} \right], & \text{if (3.7b) is applied} \end{cases} \quad (3.9)$$

provided that $\theta > 16dT/(3\pi T - 16d)$ and $T > 16d/(3\pi)$, if (3.7a) is used or provided that $\theta > 16dT/(\pi^2 T - 16d)$ and $T > 16d/(\pi^2)$, if (3.7b) is used.

In Figures 4 and 5, the exact solutions of equations $\phi_L(\omega_{\min}) = -\pi$ and $\phi_L(\omega_{\max}) = -\pi$ are compared with the estimates obtained by (3.8) and (3.9), when approximations (3.7a) and (3.7b) are applied (for $\theta = 10T$).

The accuracy of the estimate for ω_{\max} is very satisfactory in both cases, whereas approximation (3.7a) provides a better estimate of ω_{\min} for large values of the dimensionless parameter d/T than that provided by (3.7b). This is particularly beneficial in case of UFOPDT systems with large dead time, where accuracy is of more importance.

Methods based on output response performance

Having obtained very satisfactory approximations for ω_{\min} and ω_{\max} , we next calculate the PD-0F controller parameters. For simplicity of the presentation, we prefer here to work with K_D and θ , and not directly with K_I . Obviously, K_I is readily available, if K_D and θ are somehow calculated. To this end, the two critical gains $K_{D,\min}$ and $K_{D,\max}$ of the system are first determined. These two critical gains are obtained when, at the frequencies ω_{\min} and ω_{\max} , the magnitude of the loop transfer function equals to unity, in which case the Nyquist plot of $G_L(s)$ crosses $-1+j0$ and the closed-loop system becomes unstable. In this case, from (3.3), we obtain

$$K_{D,\min} = \frac{\sqrt{1 + (\omega_{\min})^2}}{\sqrt{1 + (\theta\omega_{\min})^2}} (\theta\omega_{\min}) \quad (3.10a)$$

$$K_{D,\max} = \frac{\sqrt{1 + (\omega_{\max})^2}}{\sqrt{1 + (\theta\omega_{\max})^2}} (\theta\omega_{\max}) \quad (3.10b)$$

These two critical gains define the range of the controller gain K_D , in which the closed-loop system remains stable. The methods proposed in this paper for tuning the PD-0F controller settings are based on the critical gains given by (3.10), which, here, are calculated using the estimates of the crossover frequencies ω_{\min} and ω_{\max} given by (3.8) and (3.9). Note that, in [22] an alternative way to calculate the ultimate gains is based on a Routh stability test, using the approximation (3.1). However, as it will be clarified later (see Section 4), this method, although simpler, introduces significant error in the estimation of the critical gains (particularly in $K_{D,\max}$), thus leading to robustness problems for relatively small values of the process dead-time.

It is now obvious that in order to ensure closed-loop system stability, the PD-0F controller gain K_D must be chosen in the range $(K_{D,\min}, K_{D,\max})$. Since here no a priori information is available for the process gain uncertainty, to ensure maximum robustness for a multiplicative gain uncertainty in both directions, K_D is chosen as the geometrical mean of the ultimate gains, i.e.

$$K_D = \sqrt{K_{D,\min} K_{D,\max}} \quad (3.11)$$

From relations (3.10), it becomes clear that the controller gain K_D depends on the specific value of the parameter θ , which can be computed by using one of the following four methods.

Method 3.1: We first assume a large value for θ , say $\theta=100T$. On the basis of this value, ω_{\min} , ω_{\max} , $K_{D,\min}$, $K_{D,\max}$ and K_D can be calculated using relations (3.8)-(3.11). Now K_D can further be written as

$$K_D = \frac{\theta \omega_F \sqrt{1 + (T \omega_F)^2}}{K \sqrt{1 + (\theta \omega_F)^2}}$$

where ω_F is the maximum positive real root of the biquadratic equation

$$f_1 T^2 \omega^4 + (f_1 - f_2 \theta^2) \omega^2 - f_2 = 0 \quad (3.12)$$

where

$$f_1 = \sqrt{1 + \theta^2 (\omega_{\min}^2 + \omega_{\max}^2) + \theta^4 (\omega_{\min} \omega_{\max})^2}, \quad f_2 = \omega_{\min} \omega_{\max} \sqrt{1 + T^2 (\omega_{\min}^2 + \omega_{\max}^2) + T^4 (\omega_{\min} \omega_{\max})^2}$$

Next, we check for which value of the parameter θ , say θ_{\max} , relation $\omega_F = \omega_{\max}$ is satisfied, or equivalently using (3.8) to yield

$$\omega_F = \begin{cases} \frac{\pi}{4d} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{16d(T+\theta)}{3\pi T\theta}} \right], & \text{if (3.7a) is applied} \\ \frac{\pi}{4d} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{16d(T+\theta)}{\pi^2 T\theta}} \right], & \text{if (3.7b) is applied} \end{cases}$$

Solving the above equation with respect to θ_{\max} yields

$$\theta_{\max} = \begin{cases} \left[\frac{3\pi}{16d} \left[1 - \left(\frac{4d\omega_F}{\pi} - 1 \right)^2 \right] - \frac{1}{T} \right]^{-1}, & \text{if (3.7a) is applied} \\ \left[\frac{\pi^2}{16d} \left[1 - \left(\frac{4d\omega_F}{\pi} - 1 \right)^2 \right] - \frac{1}{T} \right]^{-1}, & \text{if (3.7b) is applied} \end{cases}$$

Now set $\theta = \theta_{\max}/\beta_1$, where β_1 is an adjustable parameter and repeat this procedure until convergence is reached. Then $K_I = \beta_1 K_D / \theta_{\max}$.

Method 3.2: We repeat all the steps of method 3.1 up to the calculation of ω_F on the basis of (3.12). Then we check for which value of the parameter θ , say θ_{\min} , relation $\omega_F = \omega_{\min}$ is satisfied, or equivalently using (3.8) to yield

$$\omega_F = \begin{cases} \sqrt{\frac{\pi}{3(T-d)\theta}}, & \text{if (3.7a) is applied} \\ \frac{1}{\sqrt{(T-d)\theta}}, & \text{if (3.7b) is applied} \end{cases}$$

Solving the above equation with respect to θ_{\min} yields

$$\theta_{\min} = \begin{cases} \frac{\pi}{3(T-d)\omega_F^2}, & \text{if (3.7a) is applied} \\ \frac{1}{(T-d)\omega_F^2}, & \text{if (3.7b) is applied} \end{cases}$$

Now, set $\theta = \theta_{\min}/\beta_2$, where β_2 is an adjustable parameter and repeat this procedure until convergence is reached. Then $K_I = \beta_2 K_D / \theta_{\min}$.

Method 3.3: We repeat all the steps of method 3.1 up to the calculation of K_D on the basis of (3.11), and we propose that the parameter θ can be calculated through the Ziegler-Nichols type relation of the form

$$\theta = P_{u,\min} / \beta_3 \quad (3.13)$$

where β_3 is an adjustable parameter and $P_{u,\min}=2\pi/\omega_{\min}$. On the basis of (3.8), equation (3.13) yields

$$\theta = \begin{cases} \left(\frac{12\pi}{\beta_3^2} \right) (T-d), & \text{if (3.7a) is applied} \\ \left(\frac{4\pi^2}{\beta_3^2} \right) (T-d), & \text{if (3.7b) is applied} \end{cases}$$

We repeat the above procedure until convergence is reached. Then

$$K_I = \begin{cases} \frac{\beta_3^2 K_D}{12\pi(T-d)}, & \text{if (3.7a) is applied} \\ \frac{\beta_3^2 K_D}{4\pi^2(T-d)}, & \text{if (3.7b) is applied} \end{cases}$$

Method 3.4: We repeat all the steps of method 3.1, up to the calculation of K_D on the basis of (3.11), and we propose that the parameter θ can be obtained by an alternative Ziegler-Nichols type criterion of the form

$$\theta = P_{u,\max}/\beta_4 \quad (3.14)$$

where β_4 is an adjustable parameter and $P_{u,\max}=2\pi/\omega_{\max}$. On the basis of (3.9), equation (3.14) yields

$$\theta^2 + T \left(1 - \frac{3\pi}{\beta_4} \right) \theta + \frac{12\pi d T}{\beta_4^2} = 0 \quad \text{if (3.7a) is used,} \quad (3.15a)$$

and

$$\theta^2 + T \left(1 - \frac{\pi^2}{\beta_4} \right) \theta + \frac{4\pi^2 d T}{\beta_4^2} = 0 \quad \text{if (3.7b) is used} \quad (3.15b)$$

Parameter θ can be obtained as the smallest positive real root, say ρ_{\min} , of the quadratic equation (3.15a) (which has an admissible solution if $T > 16d/(3\pi)$ and $\beta_4 < 3\pi - 4\sqrt{3\pi d/T}$) or equation (3.15b) (which has an admissible solution if $T > 16d/(\pi^2)$ and $\beta_4 < \pi^2 - 4\pi\sqrt{d/T}$). We repeat the above procedure until convergence is reached. Then $K_I = K_D/\rho_{\min}$.

In the above four tuning methods, it is clear that in each iteration the value of the parameter θ depends on the adjustable parameter β_i ($i=1, 2, 3, 4$). In general, the value of β_i 's can be selected arbitrarily, thus permitting on-line tuning. However, it would be useful for the designer to have certain rules for choosing the independent parameters β_i 's. These rules may rely on some criteria relative to the closed-loop system performance.

A first criterion for the choice of the independent parameters β_i 's is related to the responsiveness of the closed-loop system. From the previous analysis it becomes clear that the closed-loop system response may take on any desired form by choosing an appropriate value of the damping ratio ζ (which depends on K_D and θ and hence on the adjustable parameters β_i) in the second order approximation (3.3). Let this particular value of ζ to be denoted as ζ_{des} .

In order to satisfy $\zeta = \zeta_{\text{des}}$, the adjustable parameter β_1 , in each iteration of method 3.1, must be selected as the smallest positive real root (if it exists) of the equation

$$d^2\beta_1^2 - \left[2d \left(1 - \frac{1}{KK_D} \right) + 4\zeta_{des}^2 \left(\frac{T}{KK_D} - d \right) \right] \theta_{max} \beta_1 + \left(1 - \frac{1}{KK_D} \right)^2 \theta_{max}^2 = 0 \quad (3.16)$$

where in deriving (3.16), the excretion of ζ in of (3.4) is solved for the desired damping ratio using $\theta = \theta_{max}/\beta_1$.

Similarly, the adjustable parameter β_2 , in each iteration of method 3.2, must be selected as the smallest positive real root (if it exists) of the equation

$$d^2\beta_2^2 - \left[2d \left(1 - \frac{1}{KK_D} \right) + 4\zeta_{des}^2 \left(\frac{T}{KK_D} - d \right) \right] \theta_{min} \beta_2 + \left(1 - \frac{1}{KK_D} \right)^2 \theta_{min}^2 = 0 \quad (3.17)$$

Moreover, to satisfy the same criterion, one must select the adjustable parameter β_3 , in each iteration of method 3.3, as the smallest positive real root (if it exists) of the biquadratic equation

$$d^2\beta_3^4 - 4\pi^2(T-d) \left[2d \left(1 - \frac{1}{KK_D} \right) + 4\zeta_{des}^2 \left(\frac{T}{KK_D} - d \right) \right] \beta_3^2 + 16\pi^4(T-d)^2 \left(1 - \frac{1}{KK_D} \right)^2 = 0 \quad (3.18a)$$

for the case where (3.7a) is used and of the biquadratic equation

$$d^2\beta_3^4 - 12\pi(T-d) \left[2d \left(1 - \frac{1}{KK_D} \right) + 4\zeta_{des}^2 \left(\frac{T}{KK_D} - d \right) \right] \beta_3^2 + 144\pi^2(T-d)^2 \left(1 - \frac{1}{KK_D} \right)^2 = 0 \quad (3.18b)$$

if (3.7b) is used. Finally, the adjustable parameter β_4 , in each iteration of method 3.4, must be selected as the smallest positive real root (if it exists) of the fourth order equation

$$\begin{aligned} (\delta^2 + T\delta\epsilon + T^2\delta)\beta_4^4 - (\pi^2T\delta\epsilon + 2\pi^2T^2\delta)\beta_4^3 + (4\pi^2dT^2\epsilon - 8\pi^2dT\delta + 4\pi^2dT\epsilon^2 + \pi^4T^2\delta)\beta_4^2 \\ - 4\pi^4dT^2\epsilon\beta_4 + 16\pi^4d^2T^2 = 0 \end{aligned} \quad (3.19a)$$

when (3.7a) is used and of the fourth order equation

$$\begin{aligned} (\delta^2 + T\delta\epsilon + T^2\delta)\beta_4^4 - (3\pi T\delta\epsilon + 6\pi T^2\delta)\beta_4^3 + (12\pi dT^2\epsilon - 24\pi dT\delta + 12\pi dT\epsilon^2 + 9\pi^2T^2\delta)\beta_4^2 \\ - 36\pi^2dT^2\epsilon\beta_4 + 144\pi^2d^2T^2 = 0 \end{aligned} \quad (3.19b)$$

when (3.7b) is used, where in both cases

$$\delta = d^2 \left(1 - K^{-1}K_D^{-1} \right)^2 \quad \text{and} \quad \epsilon = \left[2d \left(1 - K^{-1}K_D^{-1} \right) + 4\zeta_{des}^2 \left(TK^{-1}K_D^{-1} - d \right) \right] \left(1 - TK^{-1}K_D^{-1} \right)^2 \quad (3.19c)$$

Another common criterion for the selection of the controller is based on the minimization of the integral squared error (ISE) due to a unit step change in the set point [29]. However, this tuning can lead to excessive controller output swings that cause process disturbances in other control loops. A preferred method is to minimize the integral of the squared error plus the normalized squared controller output deviation (ISENSCOD) from its final value u_∞ [35]. This integral is defined by

$$J_{ISENSCOD} = \int_0^\infty \left\{ [y(t) - r(t)]^2 + K^2 [u(t) - u_\infty]^2 \right\} dt \quad (3.20)$$

This integral is used next to select the adjustable parameter β_i for tuning the PD-0F controller.

To this end, from relations (3.8)-(3.10) one can observe that K_D depends on θ . Using anyone of the methods 3.1-3.4 presented above, θ can be obtained as a function of the adjustable parameters β_i ($i=1, \dots, 4$). Therefore minimization of $J_{ISENSCOD}$ can be performed with respect to β_i 's. Unfortunately, there is no close

form solution for the integral (3.20) in the case of UFOPDT systems. Therefore, simulation must be used instead to compute the value of this integral. Extensive simulations show that the value of the adjustable parameters β_i , for which the quantity J_{ISENSCOD}/T is minimized, does not depend either on the process gain K or on the product KK_D . It depends only on the dimensionless parameter d/T . Simulation gives the results summarized in Tables 3.1 and 3.2 for the optimal values of β_i 's, as well as for the quantity $J_{\text{ISENSCOD,min}}/T$, for several values of the parameter d/T . Table 3.1 is obtained in the case where the approximation (3.7a) is used, while Table 3.2 is obtained in the case where (3.7b) is used. Based on these values we propose the following relations for obtaining the optimal β_i that minimizes J_{ISENSCOD} , as a function of the parameter d/T , when (3.7a) is used

$$\beta_1(d/T) = 0.7859(d/T)^{1/2} - 0.2459(d/T) - 0.4580(d/T)^2 - 0.1265(d/T)[(d/T) - 0.55]^{-1} \quad (3.21a)$$

$$\beta_2 = 0.00706(d/T)^{1/2} + 0.7746(d/T) - 1.3462(d/T)^2 + 1.4710(d/T)^3 \quad (3.21b)$$

$$\beta_3 = 7.5015 - 5.7093(d/T)^{1/2} - 3.4021(d/T) - 0.4157(d/T)^2 \quad (3.21c)$$

$$\beta_4 = -0.05736 + 0.8837(d/T)^{1/2} + 1.8372(d/T) - 3.7292(d/T)^2 - 1.2692(d/T)^5 + 0.9778(d/T)^8 \quad (3.21d)$$

When (3.7b) is used the respective relations are the following

$$\beta_1(d/T) = 0.7126(d/T)^{1/2} - 0.9554(d/T)^2 - 0.1195(d/T)[(d/T) - 0.58]^{-1} \quad (3.22a)$$

$$\beta_2(d/T) = 0.8039(d/T) - 1.6011(d/T)^2 + 1.8040(d/T)^3 \quad (3.22b)$$

$$\beta_3(d/T) = 6.9991 - 14.5403(d/T) + 8.1335(d/T)^2 \quad (3.22c)$$

$$\beta_4(d/T) = -0.025 + 0.4196(d/T)^{1/2} + 3.4351(d/T) - 8.2490(d/T)^2 + 4.8008(d/T)^3 \quad (3.22d)$$

The normalized error in the estimation of adjustable parameters β_i ($i=1, \dots, 4$) is always less than 3%. when relations (3.21) or (3.22) are used of Table 3.1.

Methods based on robustness specifications

The methods presented thus far, for tuning PD-0F controllers for UFOPDT models rely on the satisfaction of certain time-response characteristics of the closed-loop system. Moreover, it was assumed that there is no a priori information on the process gain uncertainty. We next propose two methods for PD-0F controller tuning based on the simultaneous satisfaction of phase and gain margin (PGM) specifications. In these two methods it is assumed that the ‘‘direction’’ of the process gain uncertainty is known (i.e. it is a priori known that the uncertainty is increasing or decreasing with respect to the nominal value of the process gain). In this case, with respect to the gain margin specification, our aim is to satisfy the specifications, only in the particular uncertainty ‘‘direction’’ of interest. To present the methods, let $G_{M,\text{dec}}$, $G_{M,\text{inc}}$ and P_M be the decreasing and increasing gain margins and the phase margin, respectively, of the closed-loop system. Then, from the basic definitions of the gain and phase margin, the following equations are obtained

$$P_M = \arg[G_L(j\omega_G)] + \pi, \quad G_{M,\text{dec}} = |G_L(j\omega_{\min})|^{-1} = K_{D,\text{min}} / K_D, \quad G_{M,\text{inc}} = |G_L(j\omega_{\max})|^{-1} = K_{D,\text{max}} / K_D \quad (3.23)$$

where, ω_G is given by

$$A_L(\omega_G) = |G_c(j\omega_G)G_p(j\omega_G)| = 1 \quad (3.24)$$

Note that in general, it is not possible to simultaneously satisfy the specifications $G_{M,dec}$, $G_{M,inc}$, and P_M . This is because it is not possible to assign three independent specifications with only two independent controller parameters, namely K_D and θ (and hence K_I). Indeed, from (3.8)-(3.10) and (3.23) one can easily conclude that

$$\frac{G_{M,inc}}{G_{M,dec}} = \frac{K_{D,max}(K, d, \theta)}{K_{D,min}(K, d, \theta)} \text{ and } K_D = \frac{K_{D,max}}{G_{M,inc}} \text{ or } K_D = \frac{K_{D,min}}{G_{M,dec}}$$

Therefore, the parameter θ is obtained from the first of the above relations, while the second or the third relation gives the controller gain K_D . Clearly, for the controller parameters K_D and θ (K_I) obtained, a specific value of the phase margin $P_M(K, d, K_D, \theta)$ is produced. That is, P_M cannot be selected independently.

The first PGM tuning methods aims at the simultaneous satisfaction of the specifications of the increasing gain margin $G_{M,inc}$ and the phase margin P_M . This method is as follows.

Method 3.5: First assume a large value for θ , say $\theta=100T$. On the basis of this value, ω_{min} , ω_{max} , $K_{D,min}$ and $K_{D,max}$ can be calculated using relations (3.8), (3.9) and (3.10). Then choose initially $K_D = \sqrt{K_{D,min} K_{D,max}}$. The frequency ω_G is obtained from (3.24), or equivalently as the square root of the largest absolute real root of the biquadratic equation

$$\theta^2 T^2 \omega^4 + \theta^2 (1 - K^2 K_D^2) \omega^2 - K^2 K_D^2 = 0 \quad (3.25)$$

obtained using relation (3.6). Then, using relations (3.5), (3.6) and (3.23), re-evaluate θ and K_D , using the relations

$$\theta = \frac{\tan \left[P_M + \frac{\pi}{2} + d\omega_G - a \tan(T\omega_G) \right]}{\omega_G} \text{ and } K_D = \frac{\theta \omega_{max} \sqrt{1 + (T\omega_{max})^2}}{K G_{M,inc} \sqrt{1 + (\theta \omega_{max})^2}} \quad (3.26)$$

and repeat the above procedure until convergence is reached. Then, $K_I = K_D/\theta$.

The second PGM tuning method aims at the simultaneous satisfaction of the specifications of the decreasing gain margin $G_{M,dec}$ and the phase margin P_M . This method is as follows.

Method 3.6: First assume a large value for θ , say $\theta=100T$. On the basis of this value, ω_{min} , ω_{max} , $K_{D,min}$ and $K_{D,max}$ can be calculated using relation (3.8), (3.9) and (3.10). Then, choose initially $K_D = \sqrt{K_{D,min} K_{D,max}}$. The frequency ω_G is then obtained as the square root of the largest absolute real root of the biquadratic equation (3.25). Re-evaluate θ using the expression for θ given in (3.26) and K_D using the relation

$$K_D = \frac{\theta \omega_{min} \sqrt{1 + (T\omega_{min})^2}}{K G_{M,dec} \sqrt{1 + (\theta \omega_{min})^2}}$$

which is obtained from relations (3.5), (3.6) and (3.23). Repeat the above procedure until convergence is reached. Then, $K_I = K_D/\theta$.

It is interesting to note that in the case where $\theta \rightarrow \infty$ (i.e. a P controller) it has been reported in [3] that

the maximum of the argument $\phi_p(\omega)$ of the open-loop system given by $\phi_p(\omega) = -\pi - d\omega + a \tan(T\omega)$, is achieved at the frequency $\omega_p = T^{-1} \sqrt{d^{-1}(T-d)}$. Thus, according to the results reported in [3], by choosing the P controller gain to be equal to the inverse of the open loop process gain $A_p(\omega) = |G_p(j\omega)| = K [1 + (T\omega)^2]^{1/2}$, at this frequency, that is $K_D = A_p^{-1}(\omega_p) = K^{-1} \sqrt{Td^{-1}}$, then, the phase margin P_M is maximized and is given by

$$P_{M,\max} = \text{atan}(T\omega_p) - d\omega_p \quad (3.27)$$

Moreover, it has been shown in [3] that the ultimate gains in the case of a P controller are

$$K_{D,\min} = K^{-1} \text{ and } K_{D,\max} = K^{-1} \sqrt{dT^{-1} (1 + (T\omega_{CF})^2)}$$

where ω_{CF} can be approximated by

$$\omega_{CF} = \begin{cases} \frac{\pi}{4d} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{16d}{3\pi T}} \right], & \text{if (3.7a) is applied} \\ \frac{\pi}{4d} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{16d}{\pi^2 T}} \right], & \text{if (3.7b) is applied} \end{cases} \quad (3.28)$$

In deriving (3.28), relation (3.7a) or (3.7b), was used to solve the equation $\phi_p(\omega_{CF}) = -\pi$. Taking into account this fact, the maximum increasing and decreasing gain margins that can be obtained by a P controller are

$$G_{M\max,\text{inc}} = \sqrt{dT^{-1} (1 + (T\omega_{CF})^2)} \text{ and } G_{M\max,\text{dec}} = 1 / \sqrt{dT^{-1} (1 + (T\omega_{CF})^2)} \quad (3.29)$$

It can be easily checked that, for a given UFOPDT process, the maximum gain and phase margins are obtained when $\theta \rightarrow \infty$. Hence, acceptable gain and phase margins specifications for a PD-0F controller must be more conservative than the maximum gain and phase margins obtained in the case of a P controller. Otherwise, either a P controller is obtained, or the method is not applicable. In conclusion, acceptable specifications for a PD-0F controller should satisfy

$$0 < P_M < \text{atan}(T\omega_p) - d\omega_p, \quad 1 < G_{M,\text{inc}} < \sqrt{dT^{-1} (1 + (T\omega_{CF})^2)}, \quad \left[\sqrt{dT^{-1} (1 + (T\omega_{CF})^2)} \right]^{-1} < G_{M,\text{dec}} < 1$$

Furthermore, to obtain acceptable integral action, the phase and increasing gain margin specifications should be sufficiently smaller than their maximum values given by equation (3.27) and the first of (3.29), respectively, while the decreasing gain margin specification should be sufficiently larger than $G_{M\max,\text{dec}}$ given by the second expression in (3.29). Finally, note that, in the case where a PD-0F controller is designed according to method 3.5 (or method 3.6), to further check the feasibility of the proposed PGM methods, one must check if the decreasing (or increasing) gain margin obtained by this controller, has an acceptable value.

4. Simulation Studies

4.1. A Numerical Example

To demonstrate the effectiveness of the proposed methods and to provide a comparison with existing tuning formulas for PID controllers, a numerical example is first elaborated. In particular, the unstable

process model studied in [3], [9], [12] as a benchmark system, is considered. Parameter values for this model are $K=1$, $T=1$, $d=0.5$.

First, the proposed method 3.1 is applied to this model to design a PD-0F controller, with the adjustable parameter β_1 obtained to minimizing J_{ISENSCOD} . In the case where (3.7a) is used, from Table 3.1 we obtain $\beta_{1,\text{opt}}=1.6444$ and the corresponding PD-0F controller parameters are $K_D=1.5092$ and $K_I=0.2302$. On the other hand, when (3.7b) is applied, from Table 3.2 we obtain $\beta_{1,\text{opt}}=0.9829$ with respective PD-0F controller parameters $K_D=1.5532$ and $K_I=0.2559$. Our method is compared to the methods of Rotstein and Lewin (R&L) [7] and Venkatasankar and Chidambaram (V&C) [9] for PI controller tuning. Applying the method of R&L for $\lambda=2.2$, we obtain $K_C=1.9091$, $\tau_I=9.24$. The method of V&C gives $K_C=1.5066$, $\tau_I=12.5$. For all cases presented thus far, the responses of the closed loop system to a unit step set-point change and unit step load change are presented in Figure 6. Our method offers the best response in terms of overshoot oscillation and settling time in the case of set-point tracking and produces a smaller error in the case of regulatory control. Furthermore, simulations show that in the extreme case where 20% error in the estimation of K and 10% error in the estimation of d are assumed, our method for PD-0F controller tuning is considerably better than the method of V&C, for PI controller tuning. For the assumed uncertainty, the method of R&L gives unstable closed-loop response.

We next apply method 3.3 to the above model to design a PD-0F controller in the case where the closed-loop system response is desired to have a damping ratio of $\zeta_{\text{des}}=1$. In this case the adjustable parameter is obtained by solving equation (3.18a), if the approximation (3.7a) is used, or by solving equation (3.18b), if (3.7b) is used. Application of the proposed method gives $K_D=1.5284$, $K_I=0.1963$, in the first case, and $K_D=1.5611$, $K_I=0.2278$, in the second case. The performance of method 3.3 is compared with that of the methods proposed by De Paor and O' Malley (P&M) [3] and Kavdia and Chidambaram (K&C) [12], for PI controller tuning. When the quasi-optimum phase margin method reported in [3] is applied, the PI controller parameters obtained are $K_C=1.357$, $\tau_I=6.9444$. The values of the PI controller parameters, when the method proposed in [12] is applied are $K_C=1.4528$, $\tau_I=10.94$. For the cases presented in this paragraph, the responses of the closed loop to a unit step set-point change and unit step load change are presented in Figure 7. It is obvious that our method gives the best response, while retaining this good performance even in the case where 20% error in the estimation of K and a 10% error in the estimation of T or d are assumed.

Thus far, the proposed methods which rely on performance specifications have been compared with several conventional PI controller-tuning methods. We will next perform a comparison of our methods with the following three methods proposed to account for closed-loop system overshoot: (a) the methods of Jacob and Chidambaram [20], which are based on a two stage P-PI control structure and the synthesis method, (b) on a two stage P-PI control structure and the IMC tuning rule, and (c) as well the direct synthesis method for PI controller tuning with a first-order pre-filter, reported in [22]. To this end, we apply method 3.2 to design a PD-0F controller in the case where the closed-loop system response is desired to have a damping ratio of $\zeta_{\text{des}}=1$. The PD-0F controller parameters obtained are $K_D=1.5284$, $K_I=0.1963$, when (3.7a) is used and $K_D=1.5611$, $K_I=0.2278$, if (3.7b) is used. In Figures 8 and 9, the responses of the closed loop system to a

unit step set-point change and unit step load change obtained by applying our method are given, in the case where no parametric uncertainty is assumed. These responses are compared with those obtained by the application of the two-stage P-PI synthesis tuning method and of the best-tuned two-stage P-PI IMC method (i.e. the tuning parameter λ taking on the values of 2.0 and 2.5) (Figure 8). The two-stage P-PI controller parameters designed according to the synthesis method are $K_C=0.1381$, $\tau_I=0.7071$ and $K_{C,i}=1.4142$, while the two stage IMC P-PI controller parameters for $\lambda=2.0$ are $K_C=0.1402$, $\tau_I=0.9571$, $K_{C,i}=1.4142$, and for $\lambda=2.5$ are $K_C=0.1121$, $\tau_I=0.9571$, $K_{C,i}=1.4142$. Moreover, in Figure 9, the responses obtained by our method are compared with those obtained by the direct synthesis tuning method of [22]. The PI controller parameters obtained by this method are $K_C=1.5353$ and $\tau_I=7.5753$, while the pre-filter time constant is $\tau_F=7.5753$. It turns out that, in the case where there is no parameter mismatch, the performance of our methods is as good as all three methods, namely, that of the two-stage P-PI synthesis method, the best-tuned two-stage IMC method, and the direct synthesis tuning method. In particular, the step response obtained by our method, when approximation (3.7a) is used is almost identical to that obtained by the direct synthesis tuning method. Moreover, our method allows faster regulatory control as compared to the two-stage synthesis and the two-stage IMC methods, while it gives regulatory response almost identical to that obtained by the direct synthesis tuning method. Figure 10 shows a comparison of the performance of the proposed method with the best-tuned two-stage IMC method, as well as the direct synthesis tuning method, in the case where the process parameters deviate from their estimated nominal values. In particular, a 10% simultaneous parametric uncertainty is assumed. Simulations show that for the two stage IMC method, in the robustness tests, the case of $\lambda=2.5$ performs better than the case of $\lambda=2.0$. Moreover, in the robustness tests for our method, simulation results show that when (3.7a) is used, our method performs better than the best-tuned two-stage IMC method as well as the case where (3.7b) is used, while its performance is as good as the performance of the direct synthesis tuning method. Finally, simulation results show that the controller obtained by the application of the two-stage P-PI synthesis method cannot tolerate the above simultaneous parameter mismatch, thus rendering the closed loop system unstable.

Methods 3.1-3.4 rely on the estimation of the ultimate gains $K_{D,\min}$ and $K_{D,\max}$ on the basis of the estimations (3.8) and (3.9) of the respective crossover frequencies. These methods provide considerably more accurate estimates of the critical gains than those obtained by the direct synthesis tuning method, in which case, the respective estimates of $K_{C,\min}$ and $K_{C,\max}$ are obtained through a Routh stability test. This is particularly evident for the estimation of $K_{C,\max}$ as well as for relatively small values of the process dead time. For example, consider the process with parameter values $K=1$, $T=1$, $d=0.2$. For $\zeta_{des}=1$, the direct synthesis tuning method gives $K_C=3.0691$, $\tau_I=1.6473$, $\tau_F=1.6473$. The estimates of the ultimate gains obtained by this method are $K_{C,\min}=1.1382$, $K_{C,\max}=5$. Applying to the same process a PD-0F controller equivalent to the above PI with set-point pre-filter controller, we obtain (see relation (2.4)) $K_D=3.0691$, $K_I=K_D/\theta \equiv K_C/\tau_I=1.8631$ as well as $K_{D,\min}=1.1073$, $K_{D,\max}=6.6215$. The exact values of the ultimate gains obtained for both controllers are $K_{D,\min}^{exact} = K_{C,\min}^{exact} = 1.1609$, $K_{D,\max}^{exact} = K_{C,\max}^{exact} = 6.6999$. The exact controller gain K_C^{exact} (obtained using the arithmetic mean of the exact values of $K_{C,\min}^{exact}$ and $K_{C,\max}^{exact}$, as proposed in

[22]) is $K_C^{\text{exact}}=3.9304$. Thus, in this case an error of approximately 22% appears. Our method gives a significantly lower error of approximately 2.9% in the estimation of K_D^{exact} (using the geometric mean of the ultimate gains). In the case where (3.7b) is applied, instead of (3.7a), a similar analysis concludes that the respective error is 3.25%.

Simulation results show that the aforementioned error in the estimation of the ultimate gains has a significant effect in the case of simultaneous parametric uncertainty. In this case, the performance of our method is considerably better than the performance of the direct synthesis tuning method as the time delay, d , becomes small, since, as pointed out above, the error introduced by our method is smaller than that introduced by the direct synthesis tuning method. For example, consider the case where $K=1$, $T=1$, $d=0.15$. The PD-0F controller settings obtained by method 3.2, in the case where $\zeta_{\text{des}}=1$, are $K_D=3.1727$, $K_I=1.7426$, when (3.7a) is used and $K_D=3.1570$, $K_I=1.7141$, when (3.7b) is used. The PI controller settings obtained by the direct synthesis tuning method are $K_C=3.9098$, $\tau_I=1.1310$, while the pre-filter time constant is $\tau_F=1.1310$. Figure 11 shows the closed-loop responses obtained to a unit step change in the set-point, in the case where a 25% simultaneous parametric uncertainty is considered. It is evident that approximations (3.7a) and (3.7b) give almost identical closed-loop responses and that our method provides a smooth response, while the response obtained by the direct synthesis tuning method is very oscillatory. This reveals that, when d takes medium or relatively small values (as in the case of the bioreactor model studied in the next sub-section), our method can tolerate large simultaneous parametric uncertainty, whereas the direct synthesis tuning method cannot.

Next, we present several examples from the application of tuning methods 3.5 and 3.6, which rely on the simultaneous satisfaction of gain and phase margins specifications. The results obtained, for several values of the dimensionless parameter d/T , as well as for several stability robustness specifications are presented in Table 3.3 in the case where the process gain $K=1$. In this Table, the exact increasing and decreasing gain margins and the exact phase margin of the respective closed-loop systems, obtained by solving numerically the system of equations (3.5), (3.10), (3.23) and (3.24), are also presented to show the validity of the methods 3.5 and 3.6. From these results one can easily conclude that the desired phase margin specification is always satisfied exactly by the proposed methods. When method 3.5 is used, the resulting controller is always more conservative, since it gives a larger $G_{M,\text{inc}}$ than the desired $G_{M,\text{inc,des}}$. In this case, when the approximation (3.7b) is used, the results are more accurate. Finally, method 3.6 is more accurate for large values of d/T , in which case accuracy is of more importance. For small values of d/T , the resulting closed-loop system is less robust, since the obtained $G_{M,\text{dec}}$ is larger than the $G_{M,\text{dec,des}}$.

Finally, for the benchmark example with process parameters $K=1$, $T=1$ and $d=0.5$, methods 3.5 and 3.6 are compared with other existing PI tuning methods, which rely on robustness specifications. Such methods are the P&M methods [3] R&L methods [7] and Ho and Xu method (H&X) [24]. The first P&M PI tuning method (called the optimum stability design [3]) gives the controller settings $K_C=1.733$ and $\tau_I=11.9517$. The closed-loop system controlled by this PI controller has the stability margins $G_{M,\text{inc}}=1.4038$, $G_{M,\text{dec}}=0.6169$ and $P_M=0.1885$ rad. In [3], this controller is considered as the one with the largest stability region. From

Table 3.3, one can see that method 3.5, with $G_{M,inc,des}=1.31$ and $P_{M,des}=0.2$ rad, as well as method 3.6 with $G_{M,dec,des}=0.6$ and $P_{M,des}=0.2$ rad, give a closed-loop system with larger stability region. The second PI tuning method proposed in [3] for a PI controller (called the quasi-optimum phase margin [3]) gives the controller settings $K_C=1.357$ and $\tau_I= 6.9601$, and the stability margins $G_{M,inc}=1.7289$, $G_{M,dec}=0.8319$ and $P_M=0.1329$ rad. These controller parameters are far from being optimal, since they produce a very oscillatory response, the gain margin specifications produced are not symmetrical and the phase margin is very small. From Table 3.3, one can see that method 3.5 with $G_{M,inc,des}=1.7$ and $P_{M,des}=0.2$ produce a significantly more robust system with less oscillatory response. The R&L PI tuning method proposed in [7] for UFOPDT systems, suggests that the IMC filter parameter that maximizes the stability margins is $\lambda=2.6$. For this value of λ , the controller parameters obtained are $K_C= 1.7692$ and $\tau_I= 11.96$ and the respective stability margins are $G_{Minc}=1.3751$, $G_{Mdec}=0.6043$ and $PM=0.1826$. This method also provides a small phase margin and non symmetrical gain margins. Furthermore, method 3.6 produces slightly larger stability margins for $G_{Mdec,des}=0.6$ and $P_{Mdes}=0.19$, as one can see in Table 3.3. The H&X PI tuning method is based on phase and increasing gain margin specification, and uses some approximations of the atan function to tune the PI controller. Due to the less accurate approximations used, this method does not work for large values of d and small gain and phase margin specifications. In particular the H&X method when compared with the method 3.5 presented in this paper and for $d=0.5$ gives acceptable tuning values only in the first case presented in Table 3.3. In this case, for desired specifications $G_{M,inc,des}=1.5$ and $P_{M,des}=0.15$ the controller parameters obtained are $K_C= 1.4966$ and $\tau_I= 154.91$ and the stability margins obtained with this controller are $G_{Minc}=1.6899$, $G_{Mdec}=0.6714$ and $PM=0.2765$. Clearly the error in the phase margin specification obtained is very large, resulting in a very conservative controller.

4.2. Simulation Application to an Unstable Bioreactor

The open loop behavior of a variety of constant volume continuous stirred tank fermenters (CSTF) with sterile feed, can be described by the following unstructured model [36]

$$\frac{dX}{dt} = (\mu(S) - D)X \quad , \quad \frac{dS}{dt} = D(S_f - S) - \frac{\mu(S)X}{Y_{X/S}} \quad (5.1)$$

where, $\mu(S) = \mu_m S \left(K_m + S + S^2 / K_{SI} \right)^{-1}$ is the specific growth rate, $Y_{X/S}$ is the cell-mass yield coefficient, μ_m is the maximum specific growth rate, K_m is the growth rate constant and K_{SI} is the substrate inhibition constant. Typical values for the model parameters are [36]

$$Y_{X/S} = 0.4\%g/g, \quad S_f = 4\%g/g, \quad D=0.3h^{-1} \quad \mu_m = 0.53h^{-1}, \quad K_m = 0.12\%g/g, \quad K_I = 0.4545\%g/g$$

The dilution rate D is available as the manipulated input, while S_f is the feed substrate concentration. Moreover, X is the effluent cell-mass or biomass concentration and S is the substrate concentration. In ethanol production, for example, X and S represent yeast and glucose concentrations, respectively.

The steady state solution of equation (5.1) exhibits multiple steady states (equilibrium points). For all values of the dilution rate D , a trivial and stable steady state exists at $[X,S]_1 = [0,4]$ (washout condition, which is a catastrophic condition). For a given dilution rate D , two additional equilibrium points for system

(5.1) exist and are given from the solution of the following two equations

$$D - \frac{\mu_m S}{K_1 S^2 + S + K_m} = 0 \quad \text{and} \quad (S - S_f) - X/Y_{X/Y} = 0 \quad (5.2)$$

One of these equilibrium points is stable and the other one is unstable. For example, in the case where $D=0.3\text{h}^{-1}$, the unstable equilibrium point is $[X,S]_2=[0.9951, 1.5122]$, and the stable one is $[X,S]_3=[1.5301,0.1746]$. The two equilibrium points degenerate into one $[X,S]=[1.3945, 0.5138]$, when $D=0.3613$. Considering the cell mass concentration X as the controlled variable, all desired set points for X that are smaller than 1.3945 produce unstable responses, whereas those larger than this value give stable responses. It is often desired, as in the case that is examined in this paper, to operate and control the CSTF at the unstable region of the state $[X,S]$ and in particular, in the unstable equilibrium point $[X,S]_2$. Another constraint that must be taken into account is the upper and lower limits of the manipulated variable [21], which are $D_L=0.25 \text{ h}^{-1}$ and $D^U=0.40 \text{ h}^{-1}$, respectively. In the control scheme presented below, a measurement delay of one hour is also considered in the measurement of X [12], [21].

Linearization of system (5.1) around the equilibrium point $[X,S]_2$, yields the following second order system

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{X} \\ \Delta \dot{S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \left(\frac{\partial \mu}{\partial S}\right)_{S_2} X_2 \\ -\frac{\mu(S_2)}{Y} & -\mu(S_2) - \left(\frac{\partial \mu}{\partial S}\right)_{S_2} \frac{X_2}{Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -X_2 \\ S_f - S_2 \end{bmatrix} \Delta D = \begin{bmatrix} 0 & -0.067934 \\ -0.75 & -0.13016 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.9951 \\ 2.4877 \end{bmatrix} \Delta D$$

where ΔX , ΔS and ΔD are variations of X , S and D , respectively, from their steady state values. The eigenvalues of this system are

$$\lambda_1 = -D = -0.3 \quad \text{and} \quad \lambda_2 = -\left(\frac{\partial \mu}{\partial S}\right)_{S_2} \frac{X_2}{Y} = 0.1698$$

The dominant pole of the system is λ_2 , i.e. the unstable pole. The dynamics due to λ_1 can be considered as unmodeled dynamics of the system. The resulting UFOPDT model obtained by local linearization of the nonlinear model around the unstable steady state $[X,S]_2$ is

$$G_p(s) = \frac{-5.89}{5.86s - 1} \exp(-s) \quad (5.3)$$

To the above UFOPDT model of the CSTF we apply a PD-0F controller to control the process. To tune the PD-0F controller, we first apply method 3.4 with the adjustable parameter β_4 chosen such that J_{ISENSCOD} is minimized. Since $d/T=0.1706$, from relation (3.21d), we obtain $\beta_{4,\text{opt}} = 0.5123$. Application of the method yields $K_D = -0.5017$, $K_I = -0.0554$. Next, method 3.4 is applied, in the case where the closed-loop system response is desired to have a damping ratio of $\zeta_{\text{des}}=0.75$. In this case, the adjustable parameter β_4 is obtained by solving equation (3.19b), if the approximation (3.7b) is considered. The PD-0F controller parameters obtained are $K_D = -0.4980$, $K_I = -0.0629$. Finally, methods 3.5 and 3.6 are applied to obtain a robust PD-0F controller with stability margin specifications $G_{M,\text{inc,des}}=2$, $P_{M,\text{des}}=0.35 \text{ rad}$, and $G_{M,\text{dec,des}}=0.25$, $P_{M,\text{des}}=0.35$, respectively, when approximation (3.7b) is used. The parameters of the respective PD-0F

controllers have the values $K_D = -0.6284$, $K_I = -0.1332$ and $K_D = -0.7489$, $K_I = -0.1401$. The real stability margins of the closed-loop system obtained by the first PD-0F controller are $G_{M,inc}=2.0048$, $G_{M,dec}=0.3551$ and $P_M=0.35$ rad, while the second one gives $G_{M,inc}=1.7199$, $G_{M,dec}=0.2872$ and $P_M=0.35$ rad.

The closed-loop response of the CSTF, for a step change in the set point from 0.9951 to 1.1941 and a load step change of -0.1 , is given in Figure 12 for all the PD-0F controllers obtained above. From this figure it is evident that very smooth step response and fast attenuation of load disturbances can be achieved using a very simple controller structure like the PD-0F controller. Taking into consideration the difficulty of the problem, the responses obtained, in all cases examined above are very satisfactory.

5. Conclusions

In this paper, a new simple controller structure has been applied to unstable first-order plus dead-time processes, as an alternative to conventional as well as modified PID controller existing schemes. Several methods based on performance as well as stability robustness criteria and requiring small computational effort, have been presented for the purpose of tuning this alternative feedback structure. The results obtained are rather encouraging, since the proposed control structure and tuning methods ensure smoother response to set point changes than the conventional PID controller, while providing almost the same ability of attenuating step load disturbances. Moreover, the proposed tuning methods, which are based on robustness specifications, give significantly more robust controllers than existing PI tuning methods. Finally the proposed scheme and tuning methods produce as good performance as the modified PID controller schemes, while providing more simplicity in implementation, due to simpler controller structure. The simplicity of the proposed controller structure could provide a better understanding of the role of each of the fundamental controller actions, as compared to the conventional PID algorithm.

References

- [1]. A.M. De Paor, "Modified Smith predictor and controllers for unstable process with time delay", *Int. J. Control*, vol. 41, pp. 1025-1036, 1985.
- [2]. H. Stahl, H and P. Hippe, "Design of pole placing controllers for stable and unstable systems with pure time delay", *Int. J. Control.*, vol. 45, pp. 2173-2182, 1987.
- [3]. A.M. De Paor and M. O'Malley, "Controllers of Ziegler-Nichols type for unstable process with time delay", *Int. J. Control.*, vol. 49, pp. 1273-1284, 1989.
- [4]. S.B. Quinn and C.K. Sanathanan, "Controller design for integrating and runaway processes involving time delay", *AIChE Journal*, vol. 35, pp. 923-930, 1989.
- [5]. G.E. Rotstein, J. Bandoni, A. Desages and J. Romagnoli, "Mathematical programming with linear uncertain constraints - Application to robust control", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 14, pp. 373-380, 1990.
- [6]. J.P. Calvet and Y. Arkun, "Design of P and PI stabilizing controllers for quasi-linear systems", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 14, pp. 415-426, 1990.

- [7]. G.E. Rotstein and D.R.Lewin, "Simple PI and PID tuning for open-loop unstable systems", *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 30, pp. 1864-1869, 1991.
- [8]. G.E. Rotstein and D.R. Lewin, "Control of an unstable batch chemical reactor", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 16, pp. 27-50, 1992.
- [9]. V. Venkatasankar and M.Chidambaram, "Design of P and PI controllers for unstable first-order plus time delay systems", *Int. J. Control.*, vol. 60, pp. 137-144, 1994.
- [10]. Z. Shafiei and A.T.Shenton, "Tuning of PID-type controllers for stable and unstable systems with time delay", *Automatica*, vol. 30, p. 1609, 1994.
- [11]. C.T.Huang and Y.S. Lin, "Tuning PID controllers for open-loop unstable processes with time delay", *Chem. Eng. Comm.*, vol. 133, p. 11, 1995.
- [12]. M. Kavdia and M.Chidambaram, "On-line controller tuning for unstable systems", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 20, pp. 301-305, 1996.
- [13]. E. Poulin and A. Pomerleau, "PID tuning for integrating and unstable processes", *Proc. IEE: pt. D - Control Theory Appl.*, vol. 143, p. 429, 1996.
- [14]. C.V.Clement and M.Chidambaram, "PID controller for unstable time delay systems", *Chem. Eng. Commun.*, vol. 162, pp. 63-74, 1997.
- [15]. H.P.Huang and C.C.Chen, "Control-system synthesis for open-loop unstable process with time delay", *Proc. IEE -pt. D: Control Theory Appl.*, vol. 144, p. 334, 1997.
- [16]. I.K.Kookos, A.I.Lygeros, K.G.Arvanitis and G.Kalogeropoulos, "On line PI controller tuning for unstable first-order plus delay time systems", *Proc. 17th IASTED Int. Conf. Modelling, Identification and Control*, pp. 249-252, Grindelwald, Switzerland, 1998.
- [17]. N.Srinivas and M.Chidambaram, "Comparison of on-line controller tuning methods for unstable systems", *Process Contr. Quality*, vol. 8, pp. 177-183, 1996.
- [18]. M.Chidambaram, "Control of unstable systems: A review", *J. Energy, Heat, Mass Transf.*, vol. 19, pp. 49-56, 1997.
- [19]. M. Chidambaram and G.P. Reddy, "Nonlinear control of systems with input and output multiplicities", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 20, pp. 295-299, 1996.
- [20]. E.F. Jacob and M. Chidambaram, "Design of controllers for unstable first-order plus time delay systems", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 20, pp. 579-584, 1996.
- [21]. E.F.Jacob and M.Chidambaram, "Robust control of unstable bioreactors", *Process Control Qual.*, vol. 8, pp. 147-157, 1996.
- [22]. C.S.Jung, H.K.Song and J.C.Hyun, "A direct synthesis tuning method of unstable first-order-plus-time-delay-processes", *J. Process Control*, vol. 9, pp. 265-269, 1999.
- [23]. Y.Lee, J.Lee and S.Park, "PID controller tuning for integrating and unstable processes with time delay", *Chem. Eng. Science*, vol. 55, pp. 3481-3493, 2000.
- [24]. E.K. Ho and W. Xu, "PID tuning for unstable processes based on gain and phase margin", *IEE Proc. Part D*, vol. 145, pp. 392-396, 1998.

- [25]. J.H.Park, S.W.Sung and I.B.Lee, "An enhanced PID control strategy for unstable processes", *Automatica* vol. 34, pp. 751-756, 1998.
- [26] W.L.Luyben, "Tuning controllers for open loop unstable reactors", *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 37, pp. 4322-4331, 1998.
- [27] H.J.Kwak, S.W.Sung, I.B.Lee and J.Y.Park, "A modified Smith predictor with a new structure for unstable processes", *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 38, pp. 405-412, 1999.
- [28]. G.Marchetti, C.Scali and D.R.Lewin, "Identification and control of Unstable Processes by relay methods", submitted for publication in *Automatica*, 2001.
- [29]. K.J. Astrom and T. Hagglund, *PID Controllers*, 2nd ed., ISA, Research Triangle Park, N.C., 1995.
- [30]. K.K.Tan, Q.-G.Wang, C.C.Hang and T.J.Hagglund, *Advances in PID Control*, Springer-Verlag, London, U.K., 1999.
- [31]. W.L. Luyben, *Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers*, McGraw Hill, International Editions, 1990.
- [32]. M. Morari and E. Zafiriou, *Robust Process Control*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1989
- [33]. C.A. Smith and A.B. Corripio, *Principles and Practice of Automatic Process Control*. 2nd ed., John Wiley & Sons, 1997.
- [34]. R.M.Phelan, *Automatic Control Systems*, Cornell University Press, Ithaca, New York, 1978.
- [35]. S.R. Wilton, "Controller tuning", *ISA Transactions*, vol. 38, pp. 157-170, 1999.
- [36]. P. Agarwal and H.C.Lim, "Analysis of various control schemes for continuous bioreactors", *Adv. Biochem Biotechnology*, vol. 30, pp. 61-90, 1986.
- [37]. G.D.Pasgianos, New PID controller Design Techniques for Stable and Unstable Systems, *Ph.D. Thesis*, National Technical University of Athens, under completion.

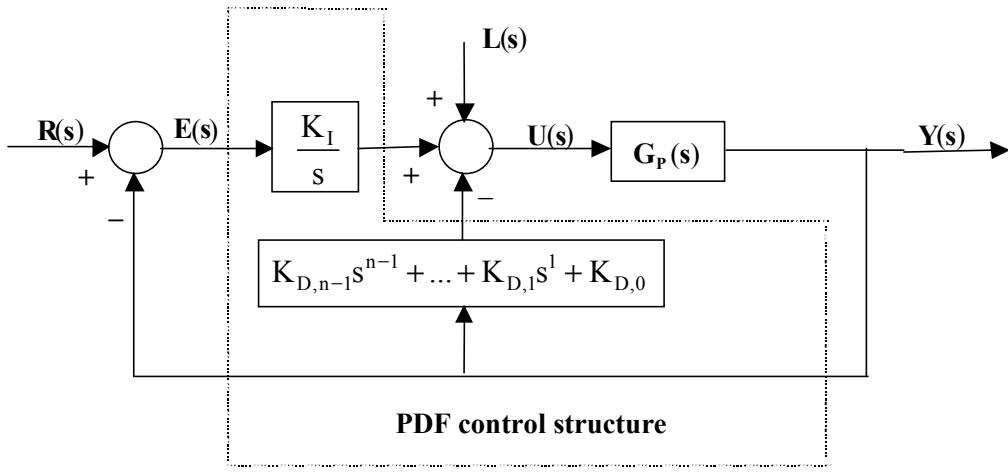


Fig. 1. The general PDF control structure

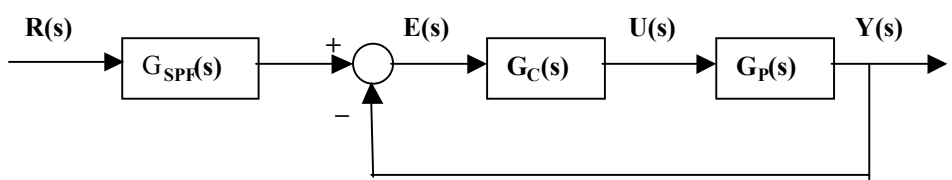


Fig. 2. PI controller with set point filter control structure equivalent to PD-0F control.

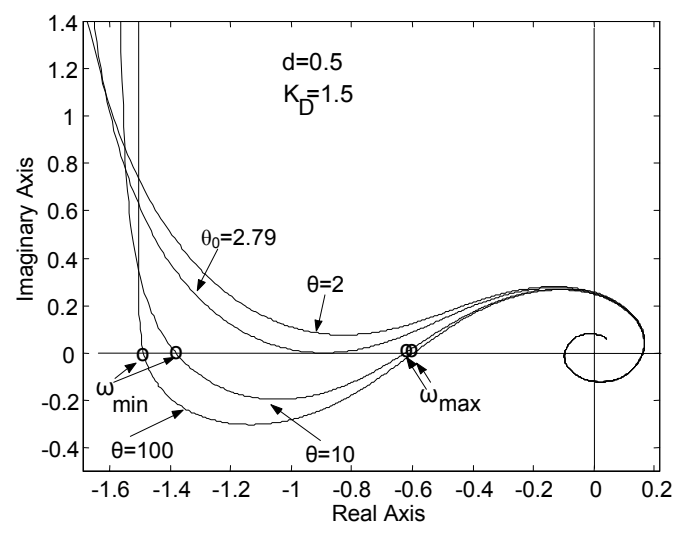


Fig. 3. Nyquist plots of an UFOPDT system with a PD-0F controller for various values of θ .

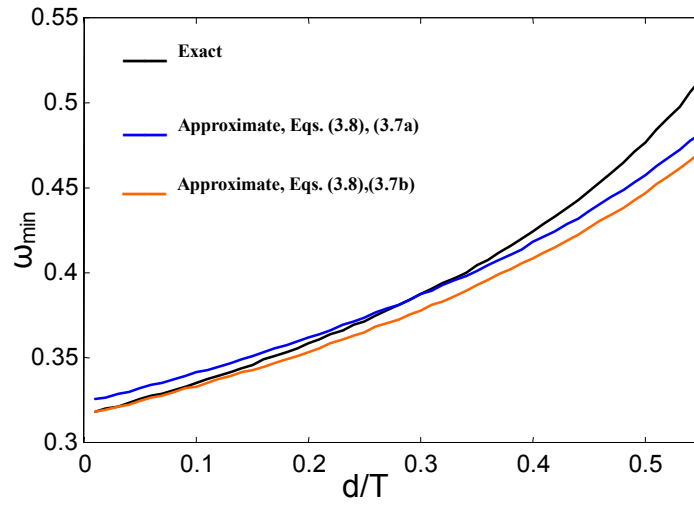


Fig. 4. Estimation of the frequency ω_{\min} using (3.8) and exact solution.

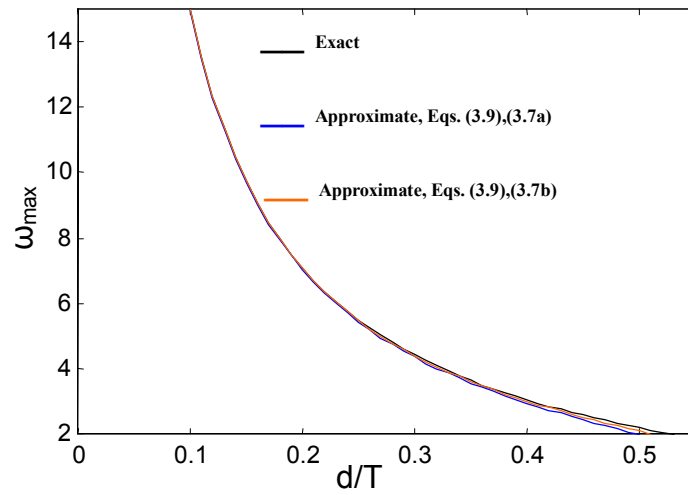


Fig. 5. Estimation of the frequency ω_{\max} using (3.9) and exact solution.

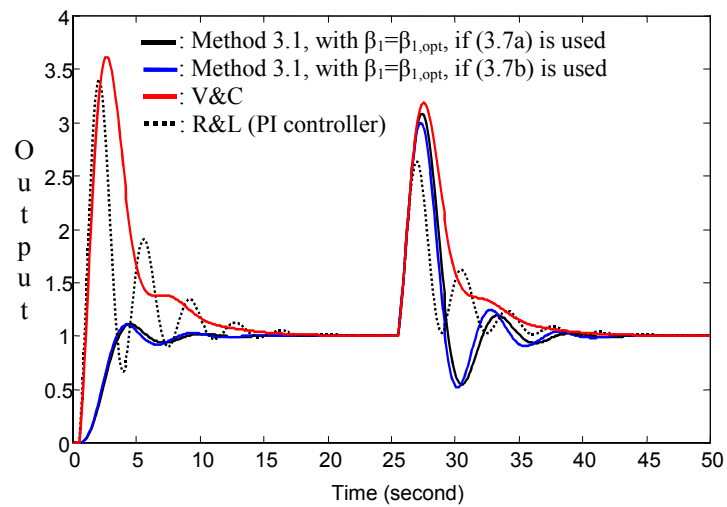


Fig. 6. Comparison of method 3.1 for PD-0F controller tuning and the methods of V&C and R&L for PI controller tuning, in case of set point tracking and regulatory control.

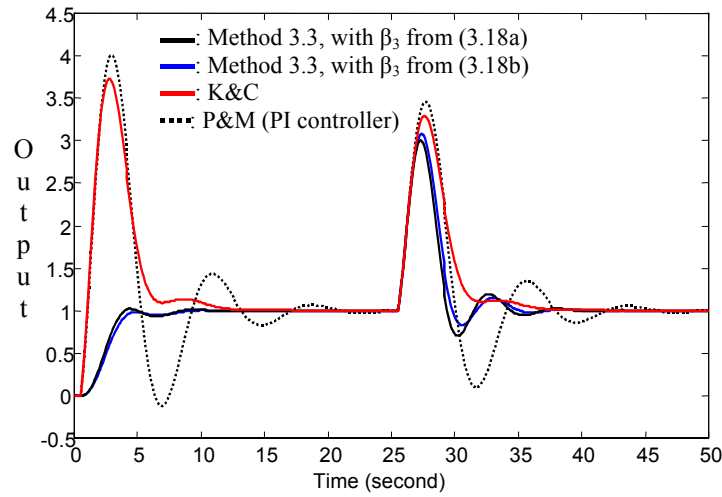


Fig. 7. Comparison of method 3.3 for PD-0F controller tuning and the methods of K&C and P&M for PI controller tuning, in case of set point tracking and regulatory control.

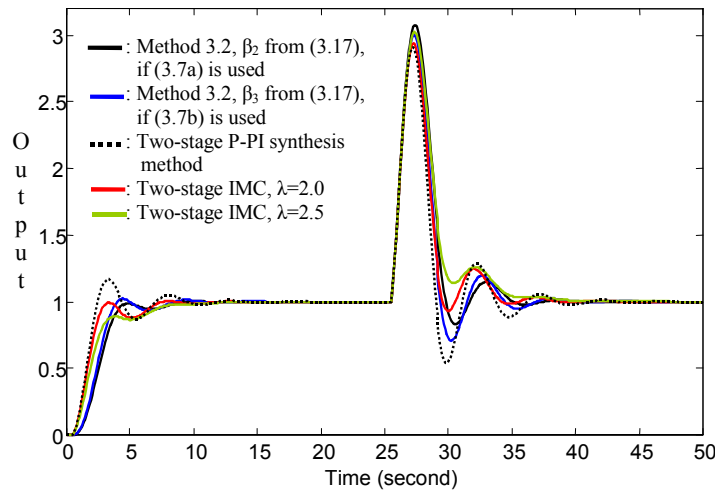


Fig. 8. Comparison of method 3.2 with the two-stage P-PI synthesis method and the two-stage P-PI IMC method (with $\lambda=2$ and $\lambda=2.5$), in case of set-point tracking and regulatory control.

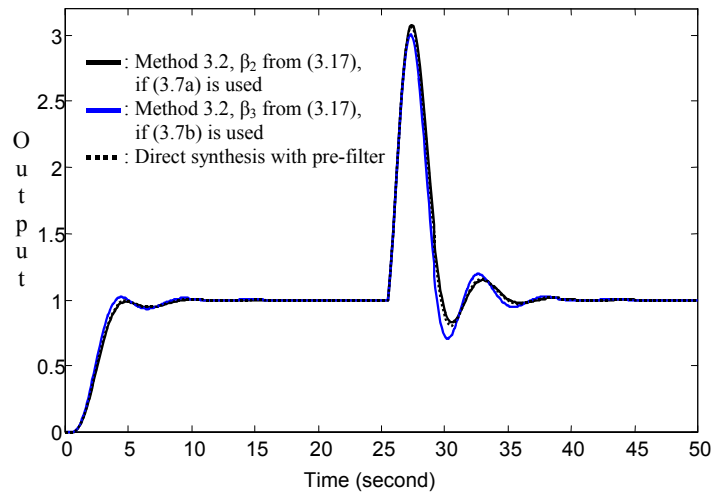


Fig. 9. Comparison of method 3.2 and the direct synthesis method with prefilter, in case of set-point tracking and regulatory control.

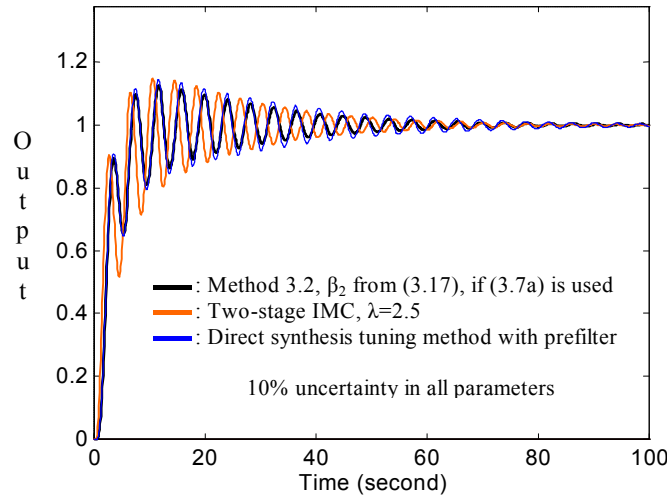


Fig. 10. Method 3.2 vs. the two-stage IMC method as well as the direct synthesis tuning method, in case of simultaneous parametric uncertainty.

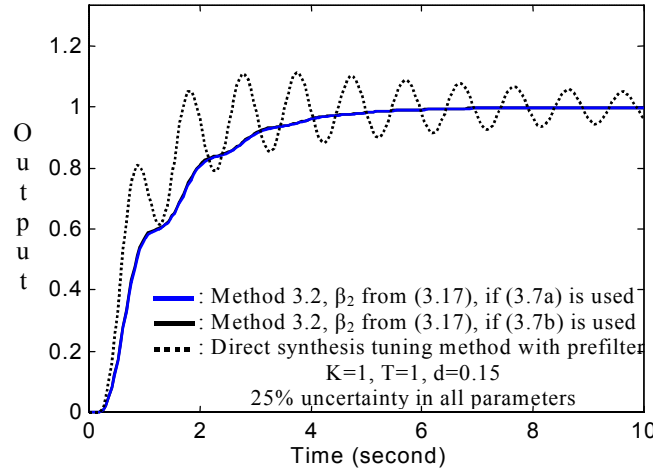


Fig. 11. Method 3.2 vs. the direct synthesis tuning method, in case of simultaneous parametric uncertainty for small time delays.

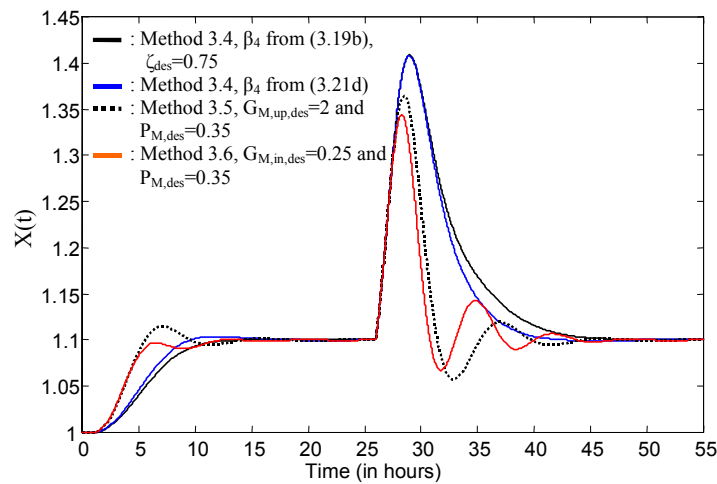


Fig. 12. Comparison of methods 3.4-3.6 for tuning PD-OF controllers applied to a bioreactor: Case of set-point tracking and regulatory control.

d/T	$\beta_{1,opt}$	$\beta_{2,opt}$	$\beta_{3,opt}$	$\beta_{4,opt}$	$J_{ISENSCOD,min}/T$
0.01	0.0758	0.0082	6.8320	0.0505	2.5099
0.02	0.1122	0.0163	6.7257	0.0999	2.5325
0.03	0.1388	0.0237	6.5410	0.1445	2.5687
0.04	0.1608	0.0304	6.3577	0.1856	2.6044
0.05	0.1801	0.0372	6.1829	0.2238	2.6388
0.06	0.1974	0.0435	6.0168	0.2593	2.6720
0.07	0.2133	0.0495	5.8583	0.2924	2.7043
0.08	0.2281	0.0553	5.7068	0.3234	2.7359
0.09	0.2421	0.0610	5.5614	0.3523	2.7670
0.10	0.2553	0.0665	5.4215	0.3794	2.7977
0.11	0.2681	0.0718	5.2865	0.4048	2.8281
0.12	0.2803	0.0771	5.1562	0.4284	2.8582
0.13	0.2923	0.0822	5.0300	0.4506	2.8882
0.14	0.3040	0.0872	4.9077	0.4713	2.9181
0.15	0.3154	0.0922	4.7890	0.4907	2.9479
0.16	0.3261	0.0969	4.6686	0.5075	3.0134
0.17	0.3366	0.1015	4.5516	0.5231	3.0464
0.18	0.3470	0.1061	4.4379	0.5375	3.0497
0.19	0.3574	0.1106	4.3272	0.5507	3.0795
0.20	0.3678	0.1150	4.2175	0.5628	3.1128
0.21	0.3780	0.1193	4.1128	0.5734	3.1476
0.22	0.3883	0.1236	4.0089	0.5830	3.1827
0.23	0.3987	0.1279	3.9074	0.5917	3.2181
0.24	0.4094	0.1321	3.8085	0.5994	3.2539
0.25	0.4203	0.1363	3.7118	0.6064	3.2900
0.26	0.4309	0.1404	3.6150	0.6116	3.3290
0.27	0.4418	0.1444	3.5203	0.6160	3.3685

d/T	$\beta_{1,opt}$	$\beta_{2,opt}$	$\beta_{3,opt}$	$\beta_{4,opt}$	$J_{ISENSCOD,min}/T$
0.28	0.4532	0.1484	3.4277	0.6197	3.4086
0.29	0.4650	0.1524	3.3372	0.6227	3.4493
0.30	0.4774	0.1565	3.2486	0.6250	3.4906
0.31	0.4902	0.1604	3.1610	0.6262	3.5338
0.32	0.5037	0.1644	3.0751	0.6269	3.5778
0.33	0.5180	0.1684	2.9910	0.6270	3.6226
0.34	0.5334	0.1725	2.9085	0.6265	3.6683
0.35	0.5500	0.1765	2.8275	0.6255	3.7149
0.36	0.5675	0.1805	2.7467	0.6234	3.7649
0.37	0.5866	0.1845	2.6673	0.6207	3.8161
0.38	0.6076	0.1885	2.5873	0.6175	3.8686
0.39	0.6310	0.1927	2.5125	0.6139	3.9226
0.40	0.6573	0.1969	2.4369	0.6098	3.9782
0.41	0.6869	0.2011	2.3618	0.6050	4.0367
0.42	0.7210	0.2054	2.2877	0.5997	4.0971
0.43	0.7609	0.2098	2.2145	0.5940	4.1598
0.44	0.8083	0.2143	2.1419	0.5879	4.2251
0.45	0.8660	0.2189	2.0697	0.5812	4.2933
0.46	0.9375	0.2235	1.9969	0.5734	4.3675
0.47	1.0303	0.2282	1.9239	0.5649	4.4461
0.48	1.1568	0.2330	1.8501	0.5555	4.5303
0.49	1.3419	0.2378	1.7745	0.5447	4.6218
0.50	1.6444	0.2424	1.6955	0.5317	4.7235
0.51	1.8660	0.2460	1.6100	0.5146	4.8424
0.52	2.2497	0.2295	1.5128	0.4896	4.9885
0.53	2.9341	0.2082	1.3955	0.4494	5.1885
0.54	5.1459	0.1842	1.2545	0.3889	5.5024

Table 3.1. Optimal values of the adjustable parameters β_i for the minimization of $J_{ISENSCOD}$ in the case where (3.7a) is used.

d/T	$\beta_{1,opt}$	$\beta_{2,opt}$	$\beta_{3,opt}$	$\beta_{4,opt}$	$J_{ISENSCOD,min}/T$
0.01	0.0732	0.0081	6.9962	0.0506	2.5095
0.02	0.1078	0.0159	6.8779	0.0996	2.5339
0.03	0.1330	0.0231	6.6860	0.1440	2.5707
0.04	0.1538	0.0298	6.4971	0.1848	2.6068
0.05	0.1718	0.0361	6.3175	0.2226	2.6415
0.06	0.1880	0.0423	6.1470	0.2577	2.6750
0.07	0.2028	0.0483	5.9846	0.2904	2.7076
0.08	0.2165	0.0537	5.8294	0.3210	2.7394
0.09	0.2294	0.0597	5.6806	0.3495	2.7706
0.10	0.2416	0.0647	5.5375	0.3762	2.8014
0.11	0.2531	0.0695	5.3997	0.4011	2.8318
0.12	0.2643	0.0745	5.2666	0.4243	2.8620
0.13	0.2751	0.0793	5.1378	0.4460	2.8920
0.14	0.2855	0.0841	5.0131	0.4663	2.9218
0.15	0.2959	0.0889	4.8921	0.4852	2.9516
0.16	0.3053	0.0933	4.7695	0.5017	2.9842
0.17	0.3146	0.0977	4.6504	0.5169	3.0169
0.18	0.3238	0.1020	4.5412	0.5309	3.0497
0.19	0.3328	0.1062	4.4231	0.5437	3.0826
0.20	0.3419	0.1104	4.3139	0.5555	3.1156
0.21	0.3506	0.1145	4.2048	0.5657	3.1501
0.22	0.3594	0.1185	4.0990	0.5750	3.1849
0.23	0.3683	0.1225	3.9957	0.5833	3.2199
0.24	0.3772	0.1264	3.8954	0.5908	3.2552
0.25	0.3864	0.1303	3.7974	0.5974	3.2908
0.26	0.3951	0.1341	3.7050	0.6024	3.3292
0.27	0.4041	0.1378	3.6050	0.6066	3.3681

d/T	$\beta_{1,opt}$	$\beta_{2,opt}$	$\beta_{3,opt}$	$\beta_{4,opt}$	$J_{ISENSCOD,min}/T$
0.28	0.4133	0.1415	3.5212	0.6101	3.4075
0.29	0.4228	0.1453	3.4200	0.6128	3.4473
0.30	0.4326	0.1490	3.3312	0.6150	3.4878
0.31	0.4427	0.1526	3.2416	0.6161	3.5300
0.32	0.4531	0.1562	3.1541	0.6166	3.5729
0.33	0.4642	0.1599	3.0681	0.6165	3.6165
0.34	0.4758	0.1636	2.9852	0.6160	3.6608
0.35	0.4882	0.1673	2.9036	0.6149	3.7060
0.36	0.5010	0.1708	2.8224	0.6126	3.7544
0.37	0.5147	0.1744	2.7429	0.6099	3.8038
0.38	0.5295	0.1781	2.6643	0.6067	3.8543
0.39	0.5457	0.1817	2.5876	0.6031	3.9059
0.40	0.5634	0.1855	2.5119	0.5991	3.9589
0.41	0.5828	0.1892	2.4371	0.5944	4.0144
0.42	0.6044	0.1930	2.3636	0.5893	4.0714
0.43	0.6288	0.1968	2.2912	0.5838	4.1301
0.44	0.6567	0.2007	2.2199	0.5780	4.1906
0.45	0.6889	0.2048	2.1495	0.5719	4.2531
0.46	0.7261	0.2088	2.0792	0.5649	4.3203
0.47	0.7706	0.2129	2.0096	0.5575	4.3902
0.48	0.8251	0.2171	1.9406	0.5498	4.4631
0.49	0.8935	0.2215	1.8719	0.5416	4.5396
0.50	0.9829	0.2261	1.8032	0.5329	4.6203
0.51	1.1050	0.2307	1.7339	0.5234	4.7076
0.52	1.2850	0.2354	1.6633	0.5129	4.8018
0.53	1.5627	0.2401	1.5903	0.5008	4.9076
0.54	1.8046	0.2444	1.5124	0.4860	5.0995

Table 3.2. Optimal values of the adjustable parameters β_i for the minimization of $J_{ISENSCOD}$ in the case where (3.7b) is used.

	Gain & Phase margins Specifications			Approximation of atan from (3.7a)					Approximation of atan from (3.7b)				
	d/T	GM _{inc,des}	GM _{dec,des}	PM _{des}	Controller		Exact GM _{up} , GM _{in} & PM			Controller		Exact GM _{up} , GM _{in} & PM	
K _D					K _I	GM _{inc}	GM _{dec}	PM	K _D	K _I	GM _{inc}	GM _{dec}	PM
0.5	1.5		0.15	1.4062	0.1929	1.6756	0.7978	0.15	1.4781	0.2182	1.5831	0.7667	0.15
0.5	1.5		0.2	1.4869	0.1363	1.6289	0.7241	0.2	1.5514	0.1422	1.5611	0.6939	0.2
0.5	1.5		0.25	1.5663	0.0482	1.5963	0.6537	0.25	1.6235	0.0367	1.5462	0.6267	0.25
0.5	1.31		0.2	1.7463	0.1125	1.4077	0.6024	0.2					
0.5	1.7		0.2	1.3349	0.0982	1.8326	0.7941	0.2	1.3792	0.1124	1.7661	0.7738	0.2
0.5		0.6	0.19	1.7615	0.1320	1.3878	0.6025	1.9	1.7792	0.1252	1.3773	0.5942	0.19
0.5		0.7	0.2	1.5272	0.1408	1.5854	0.7053	0.2	1.5201	0.1402	1.5927	0.7086	0.2
0.5		0.8	0.2	1.3163	0.0915	1.8622	0.8026	0.2	1.3104	0.0894	1.8722	0.8053	0.2000
0.5		0.7	0.25	1.4695	0.0537	1.6967	0.6999	0.25	1.4666	0.0537	1.7001	0.7014	0.25
0.3	2		0.3	2.0519	0.8498	2.0482	0.5772	0.3	2.0883	0.8708	2.0109	0.5678	0.3
0.3		0.5	0.3	2.2547	0.9448	1.8615	0.5265	0.3	2	0.9340	1.8867	0.5340	0.3
0.1	2		0.3	5.7748	19.035	2.0589	0.2687	0.3	5.9089	19.394	2.0153	0.2620	0.3
0.1		0.5	0.3	2.2106	4.2587	6.0899	0.5693	0.3	0.3022	3.9401	6.3107	0.5788	0.3

Table 3.3. Results from the application of methods 3.5 and 3.6 for several values of d/T and several stability margins specifications for K=1.

PID CONTROLLER TUNING FOR UNSTABLE SECOND ORDER PLUS DEAD TIME SYSTEMS

by

G. D. PASGIANOS* AND P. N. PARASKEVOPOULOS*

Abstract: The control of unstable second order plus dead-time (USOPDT) systems using generalized PID type controllers is investigated. New tuning rules which are based on the location of the dominant poles, as well as time response criteria of the closed loop system, are proposed. For the development of the tuning methods the exponential term of the time delay is replaced by an infinite number of appropriate poles. It is shown that only one of these infinite number of poles affects the shape of the closed loop response, while the other poles of the exponential term contribute only to the time delay of the response. The tuning rules are given as analytical functions of the system parameters, they require relatively small computational effort and they are particularly useful for on-line applications. The proposed tuning rules are applied for the control of a gravity-biased one degree of freedom magnetic levitation experimental system with very satisfactory results.

Keywords: unstable systems, dead-time, PID controllers, PID tuning, magnetic levitation system.

* National Technical University of Athens, Department of Electrical University of Athens, Division of Computer Science, Zographou 15773, Athens GREECE (email: pasgianos@24hteacher.com & parask@softlab.ntua.gr).

1. Introduction

Many processes and systems encountered in several fields of engineering [1]-[5] (such as exothermic chemical processes, biological reactors, waste treatment processes, magnetic levitation systems, magnetic bearings etc) exhibit unstable open loop behavior. In most cases the instability originates from the nonlinearities in the system dynamics. To approximate the open loop dynamics of such systems and for the purpose of designing linear controllers, many of these systems can be satisfactorily described by unstable transfer function models [1], [6]-[15]. The most popular models of this type are the first order plus dead-time (UFOPDT) and the second order plus dead-time (USOPDT) transfer function models. Dead time might appear in the model due to measurement delay or due to approximation of higher order dynamics of the system by a simple transfer function model, like the UFOPDT and USOPDT models.

Although much attention has been given for the control of UFOPDT systems [6]-[15], research on USOPDT systems is very limited. Usually USOPDT systems are further simplified to second order models without delay, or UFOPDT models [1], [11], [15] in order to tune their controllers. This simplification is not possible when the time delay of the system and the stable dynamics (stable time constant) are significant. For these reasons, there is a need for developing new controller tuning methods that are appropriate for application to USOPDT models.

The new tuning rules proposed in this paper can be applied to all widely used PID-type control schemes, namely, the PID controller, the PDF controller [9] and the P-PID controller [7], which are identical provided that the parameters of the controllers and the additional pre-filters are chosen appropriately [10]. These tuning rules are based on the location of the dominant poles of the closed loop-system as well as other time response criteria like the fastest settling time and the minimization of the integral of squared error. To obtain a zero-pole description of the closed loop system, the exponential term of the time delay is replaced by an infinite number of appropriate poles. It is shown that only one of these infinite number of poles effects the time response of the closed loop system, while the other poles of the exponential term contribute only to the time delay of the response. The development of proposed tuning methods is based on the property that a delayed open loop response of a third order system, with poles equal to the three dominant poles of the closed loop USOPDT system (provided that the derivative time constant of the PID controller is selected appropriately), is identical to the closed loop set-point step response of an USOPDT system. Based on this observation the closed loop response of an USOPDT system can be given in analytical form, a fact which makes the proposed approach a very useful tool for designing controllers for unstable systems with time delays. To overcome the computational effort required for the estimation of the three dominant poles, the solution of the tuning problem is first obtained for a wide range of system parameters and then approximated by analytical functions of these parameters. These approximations are particularly useful in cases of on-line tuning.

The proposed control schemes and tuning rules are applied for the control of an experimental magnetic levitation system. Magnetic levitation systems are widely used in various fields of engineering, such as

frictionless bearings, high-speed magnetic levitation systems, passenger trains, levitation of wind tunnel models, vibration isolation of sensitive machinery, levitation of molten metal in induction furnaces etc. The magnetic levitation systems, in general, are highly nonlinear and exhibit open loop unstable behavior [2]. The experimental system used is a gravity-biased one degree of freedom magnetic levitation system. For the application of the proposed methods, the dynamics of the electromagnets-current control loop and the measurement filters used are modeled as the time delay of the linearized USOPDT model. The experimental results obtained verify the theoretical results and they are very satisfactory.

It is mentioned that the present results are part of the results reported in [16].

2. Three-term Control Structures for USOPDT systems

The tuning methods presented in this paper can be used to tune any of the three alternative PID-type control structures presented in Figure 1. Similar control schemes have been widely used for the control of unstable systems. The first scheme is the conventional PID controller (in its series form) with a pre-filter $G_{F,PID}(s)$, the second scheme is a P-PID controller with a pre-filter $G_{F,PPID}(s)$ and the third scheme is the PDF controller with a pre-filter $G_{F,PDF}(s)$. The three control schemes are identical when the following holds

$$\begin{aligned}\bar{K}'_C &= \bar{K}_C (\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_D) / \bar{\tau}_1 = (1 + \bar{k}_c) \bar{k}_{c,i} = \bar{K}_{D0}, \quad \bar{\tau}'_1 = \bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_D = \bar{\tau}_1 (1 + \bar{k}_c) / \bar{k}_c = \bar{K}_{D0} / \bar{K}_1, \\ \bar{\tau}'_D &= \bar{\tau}_D \bar{\tau}_1 / (\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_D) = \bar{\tau}_D \bar{k}_c / (1 + \bar{k}_c) = \bar{K}_{D1} \bar{K}_{D0}\end{aligned}\quad (2.1)$$

where \bar{K}'_C , $\bar{\tau}'_1$ and $\bar{\tau}'_D$ are the three controller parameters of the conventional PID controller in its parallel form. For reasons that would be evident in the next section, the pre-filters of the control schemes should be selected as

$$G_{F,PID}(s) = \frac{1}{s\bar{\tau}_1 + 1}, \quad G_{F,PPID}(s) = \frac{s\bar{\tau}_D + 1}{s\bar{\tau}_1\bar{\tau}_d + s\bar{\tau}_1 + 1}, \quad G_{F,PDF}(s) = s\bar{\tau}_D + 1 \quad (2.2)$$

In the case of the conventional PID controller, the pre-filter $G_{F,PID}$ is used in order to cancel out one of the zeros introduced by the PID controller and smoothen the set-point step response of the closed loop system. The pre-filters $G_{F,PPID}$ and $G_{F,PDF}$ are the equivalent pre-filters of the corresponding control schemes. Note that the pre-filter $G_{F,PDF}$ can be used only when the reference input is a known and differentiable signal. From Figure 1, one can easily recognize that in the case of regulatory control the three control schemes are identical when the controller parameters are chosen as suggested by (2.1a), even if there are no pre-filters used. Moreover, since the stability properties of the closed-loop system depend only on the loop transfer function, it is obvious that the three schemes have the same stability properties.

Next, we will use the generalized PID-type controllers for the control of USOPDT systems with transfer function models the form

$$G_p(s) = \frac{\bar{K} \exp(-\bar{d}s)}{(\bar{\tau}_S s + 1)(\bar{\tau}_U s - 1)} \quad (2.3)$$

where \bar{K} , \bar{d} , $\bar{\tau}_S$ and $\bar{\tau}_U$ are the system gain, the time delay, the stable and unstable time constants, respectively. Based on the parameters of the system under control and in order to facilitate comparisons, all

system and controller parameters are normalized with respect to the unstable time constant $\bar{\tau}_U$, as well as the gain \bar{K} of the system. Thus, in what follows, the original system and controller parameters are replaced with the dimensionless parameters shown in Table 1.

Note that, in the case of an USOPDT system controlled by a PID-type controller, the loop transfer function takes on the form

$$G_L(s) = \frac{K_C(\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_I s(\tau_S s + 1)(s - 1)} \exp(-ds) \quad (2.4)$$

while the closed loop transfer function, when the pre-filters proposed in (2.2) are used, is as follows

$$G_{CL}(s) = \frac{K_C(\tau_D s + 1) \exp(-ds)}{\tau_I s(\tau_S s + 1)(s - 1) + K_C(\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1) \exp(-ds)} \quad (2.5)$$

3. PID tuning for USOPDT systems

For the derivation of the tuning formulas presented in this paper we first select the value of the parameter τ_D in (2.4) equal to the stable time constant of the USOPDT system (i.e. $\tau_D = \tau_S$). With this selection of τ_D the loop transfer function of an USOPDT system controlled by a PID type controller is equivalent to that of an UFOPDT system controlled by a PI-type controller. In this case (2.4) takes on the form

$$G_L(s) = \frac{K_C(\tau_I s + 1) \exp(-ds)}{\tau_I s(s - 1)} \quad (3.1)$$

Moreover, if the pre-filter used is selected as proposed in (2.2), then (2.5) is reduced to

$$G_{CL}(s) = \frac{K_C \exp(-ds)}{\tau_I s(s - 1) + K_C(\tau_I s + 1) \exp(-ds)} \quad (3.2)$$

Note here that with the proposed selection of the pre-filters, the closed-loop transfer function G_{CL} has no zeros. Moreover, if $\tau_S \gg 1$ then the parameter τ_D of the controller takes on very large values, a fact which is not desirable mainly for reasons of noise amplification. Unfortunately, in this case large values of τ_D are inevitable and an appropriate filtered derivative should be considered.

For an UFOPDT system, a variety of tuning methods based on PI-type controllers exist in the literature, and any one of these methods can be used to tune the PID controller for an USOPDT system (if $\tau_D = \tau_S$). In this paper two alternative controller tuning methods are presented. The first method is based on the location of the dominant poles in the root locus, while the second method is based on various time response criteria.

The main characteristic of the methods proposed in the paper is that the controller gain K_C is selected as the geometric middle point of the two ultimate gains, K_{\min} and K_{\max} , of the closed loop system [9], that is

$$K_C = \sqrt{K_{\min} K_{\max}} \quad (3.3)$$

while the integral time τ_I is considered a free parameter that can be selected to assign the desired performance. This selection for K_C provides the same robustness against both increasing and decreasing parametric uncertainty of the system gain. This is particularly useful for systems with large values of d (i.e. $d > 0.3$) where the region of stability is reduced significantly [10].

Based on the loop transfer function given by (3.1), the two ultimate gains are given by

$$K_{\min} = \frac{\tau_1 \omega_{\min} \sqrt{1 + (\omega_{\min})^2}}{\sqrt{1 + (\tau_1 \omega_{\min})^2}} \quad \text{and} \quad K_{\max} = \frac{\tau_1 \omega_{\max} \sqrt{1 + (\omega_{\max})^2}}{\sqrt{1 + (\tau_1 \omega_{\max})^2}} \quad (3.4)$$

In (3.4), ω_{\min} and ω_{\max} are the two critical frequencies given by the two solutions of the equation

$$-\pi/2 - d\omega_c + \tan^{-1}(\omega_c) + \tan^{-1}(\tau_1 \omega_c) = 0 \quad (3.5)$$

with respect to ω_c , when the values of the \tan^{-1} function are assigned in the range $(-\pi, \pi)$. For given d , the solution of (3.5) exists only if τ_1 is larger than critical value $\tau_{1,\min}(d)$ [10]. Since there are no analytical solutions for (3.5), in [10] two very accurate approximations for ω_{\min} and ω_{\max} have been derived using optimization techniques. These approximations are

$$\hat{\omega}_{\min}(d, \tau_1) = f_{\omega_{\min}}(d, \tau_1) \sqrt{\frac{1}{\tau_1 - d(1 + \tau_1)}} \quad \text{and} \quad \hat{\omega}_{\max}(d, \tau_1) = f_{\omega_{\max}}(d, \tau_1) \frac{\pi (\tau_1 - 0.9463(\tau_1 + 1)d)}{2d (\tau_1 - 0.5609(\tau_1 + 1)d)} \quad (3.6)$$

where

$$f_{\omega_{\min}}(d, \tau_1) = \left(1 + \frac{(0.006 + 0.03d/(1.14-d)) \hat{\tau}_{1,\min}}{(0.973 + 0.05/(1-d)) \tau_1 - \hat{\tau}_{1,\min}} \right) \quad \text{and} \quad f_{\omega_{\max}}(d, \tau_1) = (1 + 0.27d^5) \left[1 + (0.1 - 0.3\sqrt{d}) (\hat{\tau}_{1,\min} / \tau_1)^2 \right]$$

and where $\hat{\tau}_{1,\min}$ is an approximation of $\tau_{1,\min}$ given by

$$\hat{\tau}_{1,\min}(d) = (0.0029 - 0.0682\sqrt{d} + 1.4941d) / (1.003 - d)^2 \quad (3.7)$$

The normalized errors of the ultimate gains, (defined by $\tilde{K}_{\min} = (K_{\min} - \hat{K}_{\min}) / K_{\min}$ and $\tilde{K}_{\max} = (K_{\max} - \hat{K}_{\max}) / K_{\max}$, where \hat{K}_{\max} and \hat{K}_{\min} are the approximations of K_{\max} and K_{\min} respectively obtained using (3.6)), are smaller than 2.2% for $d \leq 0.9$ and $\tau_1 > 1.2 \hat{\tau}_{1,\min}$. Moreover the normalized error of $\hat{\tau}_{1,\min}$ is smaller than 1.4% for $d \leq 0.9$.

For the tuning of the PID controller, the parameter τ_1 can be selected arbitrarily, with the only constrain that it should be larger than $\tau_{1,\min}$ (or larger than $1.014 \hat{\tau}_{1,\min}$). The following tuning methods provide precise rules for the selection of the parameter τ_1 based on some criteria relative to the closed-loop system performance.

3.1 Tuning method based on dominant poles criteria (DPC method)

The method presented here is based on the location of the dominant poles of the closed loop system described by (3.2). More precisely the objective of this method is to select the controller parameter τ_1 in order to maximize the real part of the slowest dominant pole (i.e the pole with the smallest real part). This way the resulting closed loop system will have a very fast settling time and at the same time very smooth response (non-oscillatory response). Of course, the procedure described below can also be used for other type of root-locus criteria and with both K_c and τ_1 as free parameters.

To obtain a zero-pole description for (3.2) the exponential term in (3.2) is replaced by the relation

$$\exp(-ds) = \lim_{n \rightarrow \infty} [(d/n)s + 1]^{-n} \quad (3.8)$$

From (3.8) it is easily recognized that the exponential term $\exp(-ds)$ is equivalent to an infinite number of poles at $-n/d + j0$. A typical example of the root locus of (3.2) is shown in Figures 2 (for $d=0.5$, $n=25$, K_C given by (3.3) and $1.1\tau_{1,\min} < \tau_I < 10\tau_{1,\min}$). From this figure it becomes clear that there exist three dominant poles, which are responsible for the shape of the closed-loop system response. The rest of the poles contribute only to the delay of the response. Extensive simulation analysis (for $0 < d < 0.9$, $\tau_I > \tau_{1,\min}$ and $K_{\min} < K_C < K_{\max}$) shows that the step response of an USOPDT system controlled by a PID-type controller (when $\tau_D = \tau_S$) cannot be easily distinguished from that of a third order system with the same dominant poles and the same initial delay when $n > 20$ in (3.8). A step response example is given in Figure 3.

To solve the tuning problem presented above, MATLAB[®] control toolbox was used to estimate the poles of a 27th order closed loop system ($n=25$ in (3.8)). Moreover, a simple algorithm based on the dissection method was used to find the value of τ_I that maximizes the real part of the slowest dominant pole. Since this procedure cannot be applied on-line due to the computational burden, the function $\tau_I(d)$ obtained by the DPC method has been approximated by analytical functions ($\hat{\tau}_I(d)$). The parameters involved in these functions have been estimated using the optimization toolbox of MATLAB[®] with the purpose of minimizing the maximum normalized error defined by $\tilde{\tau}_I = (\tau_I - \hat{\tau}_I) / \tau_I$. In Table 2 these approximate functions are given together with their maximum normalized error.

The response obtained by this method can be distinguished in to two types. For $d < 0.157$ the method gives three real dominant poles (the two slowest are identical) and the response approximates that of a critical second order system response, while for $d > 0.157$ the methods gives two complex and one real poles all with the same real part (see Figure 4).

3.2 Tuning methods based on closed-loop response criteria

In this subsection three alternative methods are presented for the selection of the parameter τ_I . These methods are based on some very useful closed-loop set-point step response criteria.

One widely used criterion for the tuning of PID controllers is the fastest settling time (*FST method*). In the case of oscillatory response the settling time is usually estimated from the envelope of the response. Since for systems with time delay the closed-loop response is not known in analytical form, to estimate the envelope of the response, we use the response of a third order system with the dominant poles of the closed-loop USOPDT system. In particular, the response of a third order system with two complex ($p_{1,1} = a + jb$ and $p_{1,2} = a - jb$) and one real (p_R) poles is given by

$$y(t) = 1 - \left[e^{-\zeta\omega_0 t} (A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t)) + C e^{-p_R t} \right] \quad (3.9)$$

where $\omega_0 = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\zeta = a/\omega_0$, $\omega_n = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$, $A = p_R (-p_R + 2\zeta\omega_0)/D$, $B = p_R \omega_0 (-\zeta p_R + 2\zeta^2 \omega_0 - \omega_0)/(D\omega_n)$, $C = -\omega_0^2/D$ and $D = -p_R^2 + 2p_R \zeta \omega_0 - \omega_0^2$. The two envelopes (top and bottom) of (3.9) are given by

$$y_{g1}(t) = 1 - \left[e^{-\zeta\omega_0 t} \left(\sqrt{A^2 + B^2} \right) + C e^{-p_R t} \right] \quad \text{and} \quad y_{g2}(t) = 1 + \left[e^{-\zeta\omega_0 t} \left(\sqrt{A^2 + B^2} \right) + C e^{-p_R t} \right]$$

For the application of the FST method a simple algorithm based on the dissection method was used to estimate the value of parameter τ_1 that minimizes the time t_{stl} required for $|1 - y_{g1}(t_{stl})| = 0.01$.

A second criterion used here to tune the PID-type controller is derived by the need to provide the fastest possible set-point step response of the closed loop system with a maximum overshoot of 1% (*OPOS method*). Also in this case a search algorithm was used to estimate the smallest value of the parameter τ_1 (and hence the fastest response) for which the maximum of $y(t)$, given by (3.9), is smaller than 1.01 for all $t > 0$.

The third method is based on the minimization of the integral of squared error due to a unit step change in the set point (*ISE-Sp method*). The first part of the response, for $t < d$, can not be affected by the controller. Hence, for the optimization problem of minimizing the integral of squared errors we can use the response obtained by (3.9). The integral of $(1 - y(t))^2$ can be calculated analytically and it is given by

$$ISE_{Sp} \triangleq \int_0^{\infty} (1 - y(t))^2 dt = \frac{1}{2} \frac{C^2}{p_R} + \frac{A^2(1 + \zeta^2) + B^2(1 - \zeta^2) + 2AB\zeta\sqrt{1 - \zeta^2}}{4\omega_0\zeta} + 2C \frac{A(\zeta\omega_0 + p_R) + B\omega_n}{p_R^2 + \omega_0^2 + 2\zeta\omega_0 p_R} \quad (3.10)$$

Using (3.10) in combination with a simple search algorithm, the parameter τ_1 that minimizes the value of ISE_{Sp} can be estimated.

All three methods presented in this subsection can not be applied on-line because of the excessive computational burden required to calculate the values of the three dominant poles. For this reason, the parameter τ_1 obtained by the application of these methods, is calculated for all values of $d < 0.9$ and the function $\tau_1(d)$ is approximated using the optimization toolbox of MATLAB[®]. The resulting approximate functions $\hat{\tau}_1(d)$ are given in Table 2. The error in the estimation of the function $\tau_1(d)$ for all approximations, presented in Table 2, is less than 2.8%. This error in τ_1 does not produce a significant change in the response of the closed loop system. For example, when $\hat{\tau}_1$ is used in the FST method instead of τ_1 , the maximum normalized error in the settling time is less than 0.5%.

It is worth noticing, that with the MATLAB[®] program, the procedure (based on the three dominant poles) used here to estimate the criteria of the tuning rules presented in this subsection, is at least ten times faster than using simulation (with a Runge-Kutta integrator and 0.01 step-time) to obtain the response of the closed loop system. The corresponding error in the estimation of parameter τ_1 that satisfies the criteria is smaller than 0.1%. Moreover, tuning techniques like the ones presented in this section, can be derived for the load change step response (instead to the set-point step response) of the closed loop system. These tuning rules would be more appropriate in the case of regulatory control. The difficulty in this case is that the final tuning formulas depend on both d and τ_D , as one can easily recognize from the load transfer function of the closed loop system, which is given by

$$G_{CL,L}(s) = G_{CL}(s) \tau_1 s / (\tau_D s + 1)$$

Hence it is difficult to produce accurate approximations for the selection of parameter $\tau_1(d, \tau_D)$.

In Table 3 the location of the three dominant poles of the closed loop system are given in the case where the normalized dead time is 0.1, 0.5 and 0.9, for all methods presented above. The corresponding closed loop responses obtained from a unit change in the set-point are shown in Figure 4. From these responses and the location of the dominant poles reported in Table 3, one can easily recognize that the FST and the OPOS methods give very similar controllers. Moreover, the response obtained when the ISE_Sp method is used is the fastest but very oscillatory. Finally, in the case where the DPC method is used, the response obtained is very slow and smooth. A very useful property of this method is that the set-point step response is strictly increasing. Also, since this method gives a large value of τ_i , it follows that this method provides the most robust controller (see [9], [10]).

Although the design of the tuning methods proposed in the paper is based on time response criteria (and not robustness criteria), in Table 4 a stability robustness comparison with other existing PID tuning methods is presented. In particular, the four tuning methods presented in this paper are compared with the methods of: a) of Rotstein and Lewin (R&L) [11] with $\lambda=2.2$, b) De Paor and O'Malley (P&M) [6], c) Ho and Xu (H&X) [14] with specifications $A_m=1.3$ and $\phi_m=10^\circ$, d) Poulin and Pomerleau (P&P) [12] based on the ITAE criterion and e) Jacob and Chidambaram (J&C) [7], based on the IMC tuning rule with $\lambda=2.5$, in the special case where $d=0.5$ and $\tau_s=1$. Table 4 presents the increasing and decreasing gain margins defined by $GM_{inc}=K_{max}/K_C$ and $GM_{dec}=K_C/K_{min}$ respectively and the phase margin PM. Moreover, it presents the maximum simultaneous multiplicative uncertainty a_a of all system parameters (i.e. when the system parameters d , τ_s , K are increased by a_a and τ_U is decreased by a_a) and the maximum multiplicative uncertainty a_d of the time delay (i.e. when d is increased by a_d), for which the closed loop system remains stable. It should be noted here that for the tuning rules which are intended for PI and USOPDT systems the derivative time constant of the PID-type controller is selected as $\tau_D=\tau_s$. The results presented in Table 4 show that the DPC method provides a more robust controller than most other examples (except the J&C method with $\lambda=2.5$ which is significantly slower in both set point and disturbance step response). The other three methods presented in the paper are designed to provide faster responses and hence they provide less robustness. Finally, it is worth noticing that all the other methods used for the robustness comparison are not applicable in cases where $d>0.7$.

4. Experimental application to a magnetic levitation system

In this section the tuning methods presented above will be applied to the experimental magnetic levitation (*MagLev*) system shown in Figure 5a. This is a popular gravity-biased one degree of freedom magnetic levitation system in which an electromagnet exerts attractive force to levitate a steel ball. The dynamics of the MagLev system can be described by the following simplified state space model [2]

$$\dot{x} = v, \quad \dot{v} = g - (c/M) \frac{i^2}{(x_\infty + x)^2} \quad (4.1)$$

where x , v and M are the air gap (vertical position), the velocity and the mass of the steel ball respectively, g

is the gravity acceleration, i is the coil current, c and x_∞ are constants which are determined by the magnetic properties of the electromagnet and the steel ball. Moreover the coil of the electromagnet has an inductance L and a total resistance R . The values of the system parameters are listed in Table 5. Note that the model parameters c and x_∞ have been obtained from measurements of the steady state value of the coil current i (i.e. $i_0=(x_\infty+x_0)(gM/c)^{1/2}$) for several values of the equilibrium point x_0 ($3\text{mm}<x_0<11\text{mm}$), using a stabilizing PID controller.

By linearizing (4.1) about the operating point x_0 one obtains the following second order transfer function for the MagLev

$$H_1^M(s) = \frac{K_m}{(s\tau_{Um} - 1)(s\tau_{Sm} + 1)}$$

where K_m , τ_{Um} , and τ_{Sm} are the gain, the unstable and the stable time constants of the system given by

$$K_m = (x_\infty + x_0)/i_0, \quad \tau_{Um} = \tau_{Sm} = \sqrt{0.5(M/c)(x_\infty + x_0)^2 i_0^{-2}},$$

For the MagLev system used in the following experiments the current i is controlled by a PI controller (see Figure 5c). Moreover to reduce measurement noise additional first order filters with time constants τ_F are used for the measurement of x and i (see Figure 5c). The unmodeled dynamics derived from the current control loop, the measurement filters and the dynamics of the electrical circuitry (amplifiers drivers etc.) is modeled here as a time delay d_m . With this in mind the complete transfer function of the linearized MagLev system is given by

$$H_1^M(s) = \frac{K_m e^{-d_m s}}{(s\tau_{Um} - 1)(s\tau_{Sm} + 1)} \quad (4.2)$$

Having quite accurate values and measurements for all system parameters, to identify the time delay d_m of the system, a single closed loop relay-feedback experiment was performed. The control diagram for this experiment is shown in Figure 5b. With a PD stabilizing controller and with $\tau_{Um} = \tau_{Ds}$, one can easily verify that d_m is given by

$$d_m = \omega_C^{-1} \sin^{-1} \left[(\tau_{Um} \omega_C K_m K_{Cs}) / (\tau_{Um}^2 \omega_C^2 + 1) \right]$$

where ω_C is the ultimate frequency of the closed loop system, which is measured by the relay experiment. The values of the model parameters for the linearized system given by (4.2), about the operating point $x_0=0.007\text{m}$, are listed in Table 5 together with the PID controller parameters obtained from the application of the four tuning methods presented in section 3. It is noted here that the filter time constant τ_F and the gains of the PI current controller are selected in purpose in order to produce a significant time delay to the MagLev system. Finally, the sampling intervals for all experiments is chosen as $\tau_{st}=0.5\text{ms}$, which is fast enough to assume a continuous-time system.

In Figure 6, the set-point and load step responses around the operating point $x_0=7\text{mm}$, for the four tuning methods, are presented. In particular in Figures 6a and 6b the response of the MagLev to a pulse waveform with amplitude 1mm and period 5sec is shown in the case where the PID controller is tuned using the OPOS and ISE-Sp tuning methods, respectively. Figure 6c shows the tracking response in the case where the DPC

method is used. In this case the amplitude of the pulse waveform used as reference input is 7mm (from 3.5mm to 10.5mm). Finally, Figure 6d shows the regulatory response in the case where the FST method is used and for a change in the system input (current set-point) produced by a pulse waveform with amplitude 0.2A (i.e. 20% change in the steady state value of the coil current). All responses shown in Figure 6 verify the validity and good performance of the proposed methods. As expected, the ISE-Sp method provides the fastest response but with an overshoot of about 20%. The FST and OPOS methods produce very smooth and fast regulatory and tracking responses. Finally, it is possible, using the DPC method, to design a very robust controller that can control the MagLev system in a large operating region. This controller provides very smooth but slow response.

5. Conclusions

New tuning rules for USOPDT systems that can be applied to generalized PID controllers are proposed in this paper. These tuning rules have been developed using the fact that the delayed response of a third order system, with poles equal to the three dominant poles of the closed loop USOPDT system, is identical to the closed-loop response of an USOPDT system. To obtain a zero-pole description of the closed-loop system, the exponential term of the time delay is replaced by an infinite number of appropriate poles, from which only one pole affects the shape of the closed loop response, while the other poles of the exponential term contribute only to the time delay of the response. The criteria used for the tuning rules are based on the location of the dominant poles, as well as the time response of the closed loop system. The tuning methods presented in the paper have been applied for the control of an experimental magnetic levitation system which is modeled as an USOPDT system. The experimental results verify the validity of the tuning methods and the responses obtained are very satisfactory.

References

- [1]. E.F.Jacob and M.Chidambaram, "Robust control of unstable bioreactors", *Proc. Contr. Qual.*, vol. 8, pp. 147-157, 1996.
- [2]. Zi-Jiang Yang, M. Tateishi, "Adaptive robust nonlinear control of a magnetic levitation systems", *Automatica*,
- [3]. D. Cho, K. Kato and D. Sliman, "Sliding mode and classical control for magnetic levitation systems", *IEEE Control System Magazine*, pp. 43-48, 1993.
- [4]. S. A. Green and K. C. Craig, "Robust, digital, nonlinear control of magnetic levitation systems", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and control*, vol. 120, pp. 488-495, 1998.
- [5]. D. L. Trumper , S. M. Olson and P. K. Subrahmanyam, "Linearizing control of magnetic suspension systems", *IEEE Transactions on System Technology*, vol. 5(4), pp. 427-437, 1997.
- [6]. A.M. De Paor and M. O'Malley, "Controllers of Ziegler-Nichols type for unstable process with time delay", *Int. J. Control.*, vol. 49, pp. 1273-1284, 1989.

- [7]. E.F. Jacob and M. Chidambaram, "Design of controllers for unstable first-order plus time delay systems", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 20, pp. 579-584, 1996.
- [8]. C.S.Jung, H.K.Song and J.C.Hyun, "A direct synthesis tuning method of unstable first-order-plus-time-delay-processes", *J. Process Control*, vol. 9, pp. 265-269, 1999.
- [9]. P.N.Paraskevopoulos, G.D.Pasgianos and K.G.Arvanitis, "New tuning and identification methods for unstable first order plus dead time processes based on pseudo-derivative feedback control", *IEEE Trans. Control Syst. Technology*, under revision, 2002.
- [10]. P.N.Paraskevopoulos, G.D.Pasgianos and K.G.Arvanitis, "PID-type controller tuning for unstable first order plus dead time processes based on gain and phase margin specifications", *Automatica*, under revision, 2002.
- [11]. G.E. Rotstein and D.R.Lewin, "Simple PI and PID tuning for open-loop unstable systems", *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 30, pp. 1864-1869, 1991.
- [12]. E. Poulin and A. Pomerleau, "PID tuning for integrating and unstable processes", *IEE Proc. Contr. Theory Appl.*, Vol 143, No.5, pp. 429-435, 1996.
- [13]. E. Poulin and A. Pomerleau, "Unified PID design method based on maximum peak resonance specification", *IEE Proc. Contr. Theory Appl.*, Vol 144, No.6, pp. 566-574, 1997.
- [14]. E.K. Ho and W. Xu, "PID tuning for unstable processes based on gain and phase margin", *IEE Proc. Part D*, vol. 145, pp. 392-396, 1998.
- [15]. G.Marchetti, C.Scali and D.R.Lewin, "Identification and control of unstable processes by relay methods", *Automatica*, vol. 37, pp. 2049-2055, 2001.
- [16]. G.D.Pasgianos, *New PID Controller Design Techniques for Unstable Systems*, Ph.D. Thesis, National Technical University of Athens, under completion, 2003.

APPENDIX

Table 1. Normalized parameters that replace the original system parameters.

ORIGINAL PARAMETER	NORMALIZED PARAMETER
$\bar{\tau}_U$	$\tau_U = 1$
$\bar{\tau}_S$	$\tau_S = \bar{\tau}_S / \bar{\tau}_U$
\bar{d}	$d = \bar{d} / \bar{\tau}_U$
$\bar{\tau}_I$	$\tau_I = \bar{\tau}_I / \bar{\tau}_U$
$\bar{\tau}_D$	$\tau_D = \bar{\tau}_D / \bar{\tau}_U$
$\bar{\omega}$	$\omega = \bar{\omega} \bar{\tau}_U$
\bar{K}	$K=1$
\bar{K}_C	$K_C = \bar{K} \bar{K}_C$

Table 2. Approximations of $\tau_I(d)$ for all four tuning methods.

Method	Range of d	Estimated $\tau_I(d)$	$\max(\Delta\tau_I / \tau_I)$
DPC	$0 < d < 0.17$	$3.06\sqrt{d} + 4.19d - 12.66d^2$	1.5%
	$0.17 < d < 0.9$	$\frac{3.47\sqrt{d} - 2.9d + 8.37d^2 + 18.28d^5}{0.95 - d}$	2%
FST	$0 < d < 0.17$	$0.017 + 0.42\sqrt{d} + 8.08d$	1.5%
	$0.17 < d < 0.9$	$\frac{3.26\sqrt{d} - 1.96d + 5.55d^2 + 15.47d^5}{0.96 - d}$	2%
OPOS	$0 < d < 0.9$	$\frac{2.29\sqrt{d} + 0.69d + 2.29d^2 + 15.07d^5}{0.96 - d}$	2.8%
ISE-SP	$0 < d < 0.9$	$\frac{0.1\sqrt{d} + 2.47d + 2.78d^2 + 5.59d^5}{0.95 - d}$	2.7%

Table 3. Location of dominant poles for some typical examples.

Method	d=0.1	d=0.5	d=0.9
DPC	-12.61	-0.425	-0.0377
	-2.502±i0.175	-0.412±i1.312	-0.0377±i0.412
FST	-12.949	-0.516	-0.0550
	-2.326±i1.641	-0.368±i1.302	-0.0291±i0.411
OPOS	-12.964	-0.556	-0.0609
	-2.318±i1.675	-0.349±i1.299	-0.0262±i0.410
ISE-SP	-14.765	-0.785	-0.0883
	-1.378±i4.231	-0.237±i1.298	-0.0129±i0.409

Table 4. Robustness performance comparison with other existing tuning methods.

Method	K_C	τ_I	τ_D	$PM_{(rad)}$	GM_{inc}	GM_{dec}	a_a	a_d
DPC	1.618	8.150	1	0.172	1.469	1.462	1.101	1.268
FST	1.622	6.948	1	0.155	1.446	1.436	1.091	1.240
OPOS	1.623	6.539	1	0.148	1.436	1.425	1.088	1.225
ISE-SP	1.632	4.834	1	0.107	1.372	1.353	1.064	1.163
R&L (l=2.2)	2.116	10.24	0.902	0.087	1.173	1.860	1.043	1.103
P&M	1.357	6.960	1	0.133	1.729	1.202	1.103	1.288
H&X	1.518	6.543	1	0.148	1.536	1.332	1.095	1.255
P&P	1.798	8.431	1	0.154	1.325	1.631	1.082	1.204
J&C (l=2.5)	1.573	9.495	1	0.188	1.528	1.443	1.113	1.307

Table 5. System and controller parameters for MagLev experiments

Physical parameters	
M=0.068 Kg , g=9.81 m/sec ² , c=8.068·10 ⁻⁵ Hm x _∞ =0.00215m , L=0.4125 , R=11Ω	
Linearized Model parameters (x₀=0.007m)	
K _m =0.008474 m/A , τ _{Um} = τ _{Sm} =0.0216 sec d _m =0.01037 sec , i ₀ =1.08 A	
Current controller and Measurement filter parameters	
K _{Ci} =200 , τ _{ii} =1 , τ _F =0.005	
PID controller parameters	
OPOS	K _{Cm} =196.7, τ _{Im} =0.1273, τ _{Dm} =0.0216
ISE-Sp	K _{Cm} =197.9, τ _{Im} =0.0936, τ _{Dm} =0.0216
DPC	K _{Cm} =196.1, τ _{Im} =0.1565, τ _{Dm} =0.0216
FST	K _{Cm} =196.5, τ _{Im} =0.1346, τ _{Dm} =0.0216

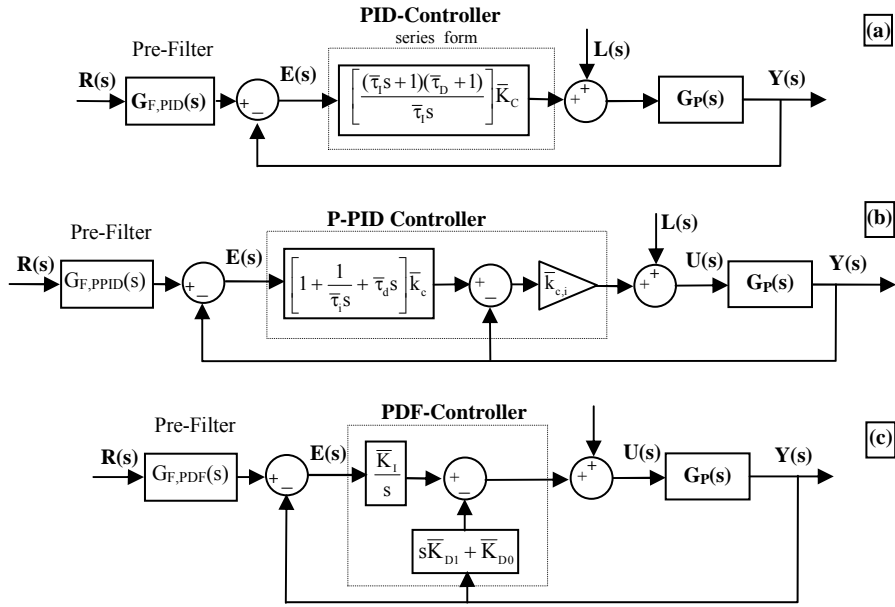


Figure 1. Equivalent three-term control schemes: (a) PID controller with pre-filter, (b) PDF controller with pre-filter and (c) P-PID controller with pre-filter.

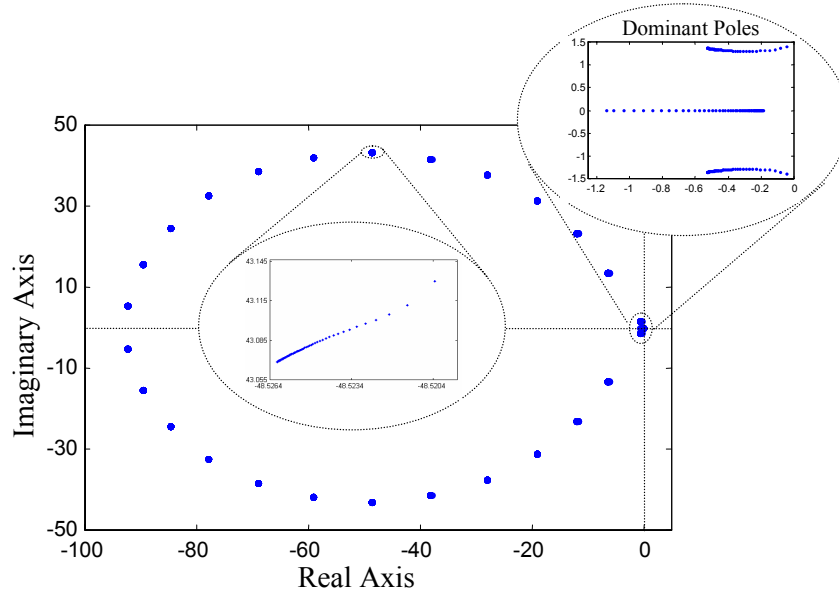


Figure 2. A typical root locus of system (2.5) for $d=0.5$, $n=25$, $1.1\tau_{l,\min} < \tau_I < 10\tau_{l,\min}$ and K_C given by (3.3).

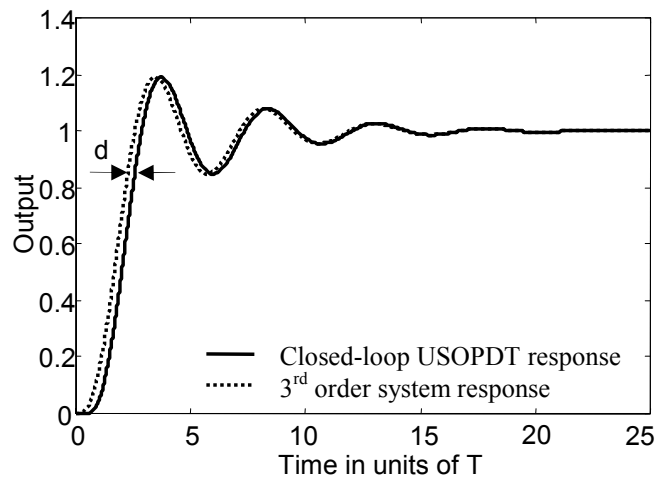


Figure 3. A typical closed loop set-point step response of the USOPDT system and the response given by (3.9) without delay ($d=0.5$ tuned with ISE-SP method).

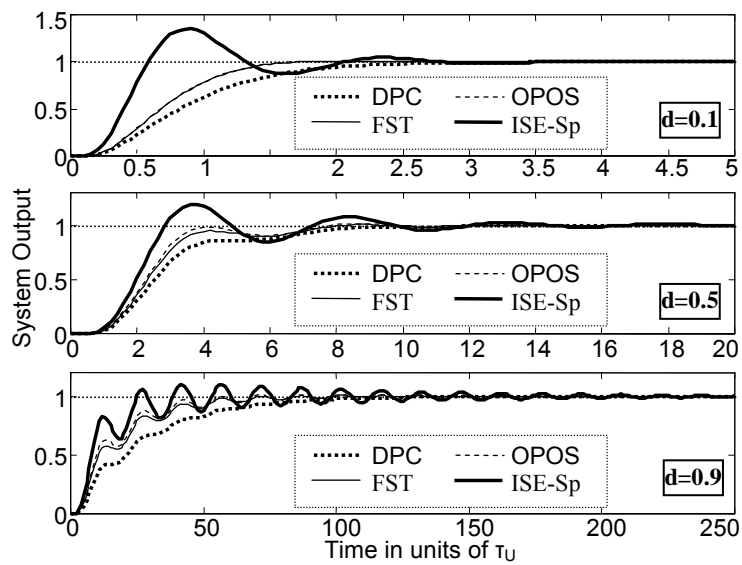


Figure 4. Characteristic set-point step responses for all proposed tuning methods.

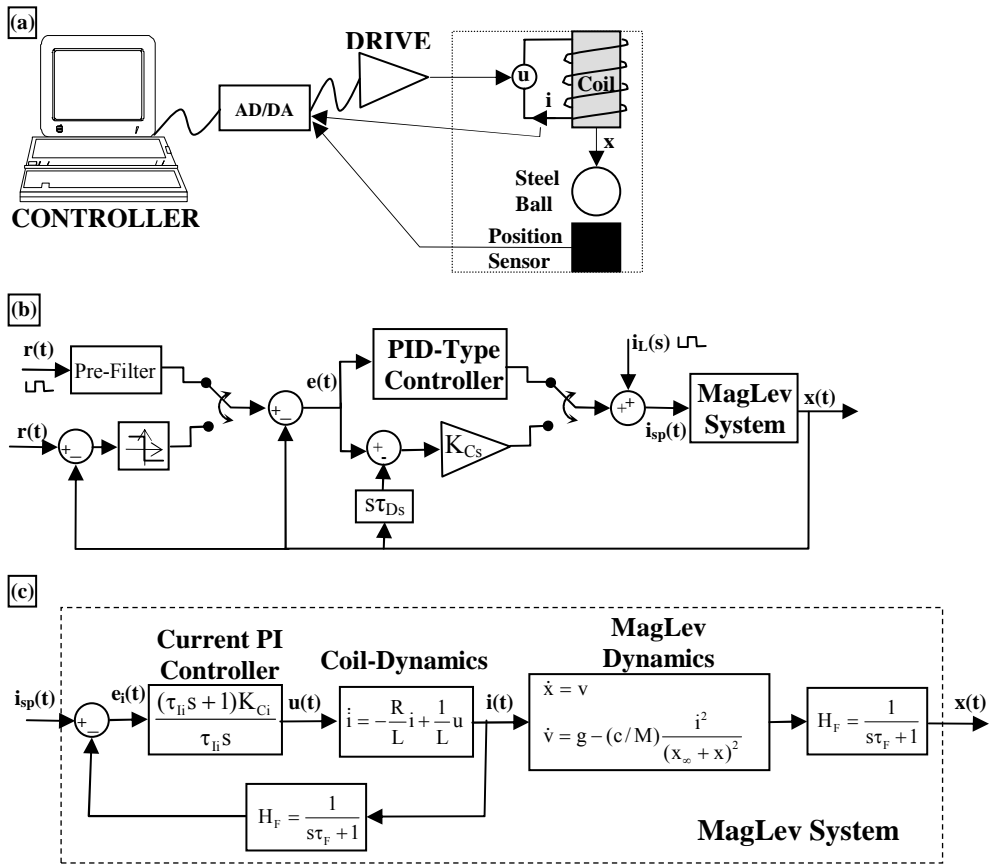


Figure 5. MagLev diagrams: (a) Schematic diagram, (b) control diagram and (c) MagLev system.

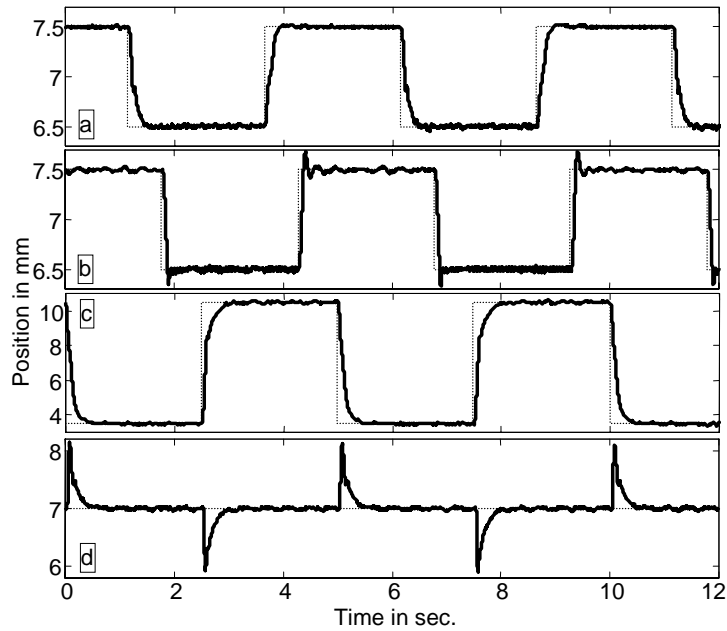


Figure 6. Experimental MagLev Position responses: (a) Set-point response using OPOS method, (b) Set-point response using ISE-Sp method, (c) Set-point response using DPC method and (d) Load step response using FST method (current load disturbance amplitude 20% or 0.2 A).

PID CONTROLLER TUNING FOR UNSTABLE SECOND ORDER PLUS DEAD TIME SYSTEMS BASED ON GAIN AND PHASE MARGIN SPECIFICATIONS

by

G.D.PASGIANOS* and P. N. PARASKEVOPOULOS

Abstract: The control of unstable second order plus dead-time (USOPDT) systems using generalized PID type controllers, which include the conventional PID controller, the pseudo-derivative feedback (PDF) controller and the two stage P-PID controller, is investigated in this paper. New tuning rules based on the exact satisfaction of gain and phase margin specifications are proposed. The tuning rules are given in the form of iterative algorithms, as well as in the form of accurate analytic approximations, particularly useful for on-line tuning applications. The proposed tuning rules are applied for the control of a gravity-biased one degree of freedom magnetic levitation experimental system with very satisfactory results.

Keywords: unstable systems, dead-time, PID controllers, PID tuning, gain and phase margins, magnetic levitation.

* National Technical University of Athens, Department of Electrical University of Athens, Division of Computer Science, Zographou 15773, Athens GREECE (email: pasgianos@24hteacher.com & parask@softlab.ntua.gr).

1. Introduction

Many processes and systems encountered in several fields of engineering (such as exothermic chemical processes, biological reactors, waste treatment processes, magnetic levitation systems, magnetic bearings etc) exhibit unstable open loop behavior [1]-[5]. In most cases the instability is due to the nonlinearities of the system dynamics. To approximate the open loop dynamics of such systems and for the purpose of designing linear controllers, many of these systems can be satisfactorily described by unstable transfer function models [1], [6]-[14]. The most popular models of this type are the first order plus dead-time (UFOPDT) and the second order plus dead-time (USOPDT) transfer function models. Dead time might appear in the model due to measurement delay or due to approximation of higher order dynamics of the system by a simple transfer function model, like the UFOPDT and USOPDT models.

Although much attention has been given for the control of UFOPDT systems [6]-[14], less attention has been given for USOPDT systems. Usually USOPDT systems are further simplified to second order models without delay, or UFOPDT models [1], [10], [14] in order to tune their controllers. This simplification is not possible when the time delay of the system and the stable dynamics (stable time constant) are significant. For the above reasons, there is a need for developing new controller tuning methods that are appropriate for application to USOPDT models.

Most control schemes used in practice incorporate the three most common control actions, namely a proportional, a derivative and an integral action. The stability properties three widely used (for unstable systems) control schemes, namely, the PID controller, the PDF controller [8] and the P-PID controller [6], are identical provided that the parameters of the controllers are chosen appropriately [9]. Hence, the tuning rules proposed in the paper can be applied to all these control schemes.

The tuning methods proposed in the paper for the generalized PID-type controllers are based on the exact satisfaction of gain and phase margin specifications. Since the transfer function of an USOPDT system includes a dead-time term, the tuning formulas for the parameters of a PID type controller that satisfy the gain and phase margin specifications cannot be directly expressed by analytic functions. For this reason, in order to estimate exactly the controller parameters, iterative algorithms are derived in the paper. In addition to the exact solution of the controller-tuning problem provided by iterative algorithms, an analytic quite accurate approximation of the solution is also provided for the special case where the derivative time constant of the controller is selected equal to the stable time constant of the system. In this special case the USOPDT system controlled by a PID controller is equivalent to an UFOPDT system controlled by a PI controller [9]. Using the analytic solution, the proposed tuning methods can easily be applied for on-line tuning applications.

The proposed tuning rules are applied for the control of an experimental magnetic levitation system. Magnetic levitation systems are widely used in various fields of engineering, such as frictionless bearings, high-speed magnetic levitation systems, passenger trains, levitation of wind tunnel models, vibration isolation of sensitive machinery, levitation of molten metal in induction furnaces etc. The magnetic

levitation systems, in general, are highly nonlinear and exhibit open loop unstable behavior [2]. The experimental system used is a gravity-biased one degree of freedom magnetic levitation system. For the application of the proposed tuning methods, the dynamics of the electromagnets-current control loop and the measurement filters used are modeled as the time delay of the linearized USOPDT model. The experimental results obtained verify the theoretical results and are very satisfactory.

It is mentioned that the present results are part of the results reported in [15].

2. Frequency domain analysis for closed-loop USOPDT systems

The tuning methods presented in this paper can be used to tune any of the three alternative PID-type control structures presented in Figure 1. Similar control schemes have been widely used for the control of unstable systems. The three control schemes are: a) the conventional PID controller (in its series form), b) the P-PID controller and c) the PDF controller. One can easily verify that the loop transfer functions of these control schemes are identical when

$$\begin{aligned}\bar{K}'_C &= \bar{K}_C (\bar{\tau}_I + \bar{\tau}_D) / \bar{\tau}_I = (1 + \bar{k}_c) \bar{k}_{c,i} = \bar{K}_{D0}, \quad \bar{\tau}'_I = \bar{\tau}_I + \bar{\tau}_D = \bar{\tau}_I (1 + \bar{k}_c) / \bar{k}_c = \bar{K}_{D0} / \bar{K}_I, \\ \bar{\tau}'_D &= \bar{\tau}_D \bar{\tau}_I / (\bar{\tau}_I + \bar{\tau}_D) = \bar{\tau}_d \bar{k}_c / (1 + \bar{k}_c) = \bar{K}_{D1} \bar{K}_{D0}\end{aligned}\quad (2.1)$$

and the pre-filters are related as follows

$$G_{F,PPID}(s) = G_{F,PID}(s) \frac{(s\bar{\tau}_I + 1)(s\bar{\tau}_D + 1)}{s\bar{\tau}_I \bar{\tau}_d + s\bar{\tau}_I + 1}, \quad G_{F,PDF}(s) = G_{F,PID}(s)(s\bar{\tau}_I + 1)(s\bar{\tau}_D + 1) \quad (2.2)$$

where \bar{K}'_C , $\bar{\tau}'_I$ and $\bar{\tau}'_D$ are the three controller parameters of the conventional PID controller in its parallel form. Since the stability properties of the closed-loop system depend only on the loop transfer function, it is obvious that the three schemes have the same stability properties regardless of the pre-filter selection.

Next we will analyze the behavior of the general PID-type controller in the case where the system under control is an USOPDT system with transfer function model of the form

$$G_p(s) = \frac{\bar{K} \exp(-\bar{d}s)}{(\bar{\tau}_s s + 1)(\bar{\tau}_u s - 1)} \quad (2.3)$$

where \bar{K} , \bar{d} , $\bar{\tau}_s$ and $\bar{\tau}_u$ are the system gain, the time delay, the stable and unstable time constants, respectively. Based on the parameters of the system under control and in order to facilitate comparisons, all system and controller parameters are normalized with respect to the unstable time constant $\bar{\tau}_u$ as well as with respect to the gain \bar{K} of the system. Thus, in what follows, the original system and controller parameters are replaced with the dimensionless parameters shown in Table 1.

The loop transfer function of an USOPDT system controlled by a PID-type controller is given by

$$G_L(s) = \frac{K_C (\tau_I s + 1)(\tau_D s + 1)}{\tau_I s (\tau_s s + 1)(s - 1)} \exp(-ds) \quad (2.4)$$

Based on (2.4), the argument and the magnitude of the loop transfer function of an UFOPDT system controlled by a PID-type controller are given by

$$\phi_L(\omega) = -3\pi/2 - d\omega + \tan^{-1}(\omega) + \tan^{-1}(\tau_I\omega) + \tan^{-1}(\tau_D\omega) - \tan^{-1}(\tau_S\omega) \quad (2.5)$$

$$A_L(\omega) = \frac{K_C}{\tau_I\omega} \frac{\sqrt{1+(\tau_I\omega)^2} \sqrt{1+(\tau_D\omega)^2}}{\sqrt{1+\omega^2} \sqrt{1+(\tau_S\omega)^2}} \quad (2.6)$$

The two critical (or crossover) frequencies ω_{\min} and ω_{\max} , of the system are given from the solution (with respect to ω_C) of the equation $\phi(\omega_C)=-\pi$, or equivalently of the equation

$$-\pi/2 - d\omega_C + \tan^{-1}(\omega_C) - \tan^{-1}(\tau_S\omega_C) + \tan^{-1}(\tau_I\omega_C) + \tan^{-1}(\tau_D\omega_C) = 0 \quad (2.7)$$

when \tan^{-1} function takes values in the range $(0,\pi)$. In the case where two such solutions exist, then there exists a value of the controller gain K_C , for which $K_{\min} < K_C < K_{\max}$, which renders a stable closed loop system. The gains K_{\min} and K_{\max} are the ultimate gains of the closed loop system and they are given by

$$K_M = \frac{\tau_I\omega_M \sqrt{1+\omega_M^2} \sqrt{1+(\tau_S\omega_M)^2}}{\sqrt{1+(\tau_I\omega_M)^2} \sqrt{1+(\tau_D\omega_M)^2}} \quad (2.8)$$

where the subscript ‘‘M’’ is used for either ‘‘min’’ or ‘‘max’’. We define here the increasing gain margin GM_{inc} and the decreasing gain margin GM_{dec} and the gain margin product of the closed loop system as follows

$$GM_{\text{inc}} \equiv K_{\max} / K_C, \quad GM_{\text{dec}} \equiv K_C / K_{\min} \quad \text{and} \quad GM_{\text{prod}} \equiv GM_{\text{inc}} GM_{\text{dec}} = K_{\max} / K_{\min} \quad (2.9)$$

Obviously for the closed loop system to be stable GM_{inc} and GM_{dec} should be greater than one. Moreover, the largest the values of GM_{prod} , the more robust the system becomes with respect to the gain uncertainty, if the controller gain K_C is chosen appropriately.

The phase margin of the closed loop system is defined by

$$PM = \phi_L(\omega_G) + \pi \quad (2.10)$$

where ω_G is the frequency at which $A_L=1$. Using (2.6), ω_G is given by the maximum real root of

$$-\omega_G^6 \tau_I^2 \tau_S^2 + \omega_G^4 [K_C^2 \tau_I^2 \tau_D^2 - \tau_I^2 \tau_S^2 - \tau_I^2] + \omega_G^2 [K_C^2 (\tau_I^2 + \tau_D^2) - \tau_I^2] + K_C^2 = 0 \quad (2.11)$$

To obtain the maximum phase margin for given d , τ_S , τ_I and τ_D , the controller gain K_C should be selected as

$$K_C = \frac{\tau_I\omega_p \sqrt{1+\omega_p^2} \sqrt{1+(\tau_S\omega_p)^2}}{\sqrt{1+(\tau_I\omega_p)^2} \sqrt{1+(\tau_D\omega_p)^2}} \quad (2.12)$$

where ω_p is the frequency at which the argument of the loop transfer function is maximized. From (2.5), one can easily conclude that ω_p is given by the solution of $d\phi_L/d\omega_p=0$ or equivalently of the equation

$$-d + \frac{1}{1+\omega_p^2} + \frac{\tau_I}{1+\tau_I^2\omega_p^2} + \frac{\tau_D}{1+\tau_D^2\omega_p^2} - \frac{\tau_S}{1+\tau_S^2\omega_p^2} = 0 \quad (2.13)$$

Equation (2.13) results in a fourth order linear equation with respect to ω_p^2 , with only one acceptable (positive real) root. Substituting ω_p in (2.5), the respective maximum argument $\phi_L(\omega_p)$ is computed.

When the maximum phase margin is zero, then the close-loop system (with the appropriate selection of K_C) can only become marginally stable. The solution of equation $\max(PM(d,\tau_I,\tau_D,\tau_S))=0$, yields the acceptable values of the controller parameters τ_I and τ_D , which can render a stable close-loop system. Obviously these values depend on the rest of the system parameters. From (2.7) and for $\tau_I \rightarrow \infty$, one can

easily verify that $\omega_{\min}=0$ and $\varphi_L(0)=-\pi$. If at $\omega_{\min}=0$ the derivative of φ_L is positive then it is obvious that the system has maximum phase margin greater than zero and can be stabilized with the appropriate K_C . With this observation, using (2.13) one can easily verify that for $\tau_D > \tau_{D,\min} \equiv 1-d-\tau_s$ the closed-loop system can become stable. Note here that, when $\tau_s \leq 1$, $\tau_{D,\min}$ is also the smallest τ_D that can render a stable closed-loop system, while when $\tau_s > 1$, the system can be stable with smaller values of τ_D . Although the function $\varphi_L(\tau_D)$ is strictly increasing, the function $GM_{\text{prod}}(\tau_D)$ is not strictly monotonous. In fact there exists a very large value of τ_D for which $GM_{\text{prod}}(\tau_D)=1$ and the system is no longer stabilizable. For the case where $\tau_1 \rightarrow \infty$, then $K_{\min}=1$. Solving the equation $K_{\min}(\tau_D)=1$, one can determine the maximum value of τ_D ($\tau_{D,\max}$) for which the system can be stabilized. Unfortunately the solution of $K_{\min}(\tau_D)=1$ involves non-linear equations that can only be solved using iterative algorithms. A simple quite accurate approximate solution for $\tau_{D,\max}$ has been obtained through fitting, using the optimization toolbox of MATLAB[®] and is given by

$$\hat{\tau}_{D,\max} \approx 0.85 + \tau_s (-0.46 + 1.5/d)$$

The maximum normalized error (MNE) of this approximation (defined by $\tilde{\tau}_{D,\max} \equiv (\tau_{D,\max} - \hat{\tau}_{D,\max}) / \tau_{D,\max}$) is 6% when $0.1 < \tau_D < 10$ and $0.01 < d < 0.9$. In general, it is possible to obtain a stable closed-loop system by selecting $\tau_{D,\min} < \tau_D < \tau_{D,\max}$. In practice, when τ_D is close to $\tau_{D,\min}$ or $\tau_{D,\max}$, the region of stability is very small. From extensive search, it has been found that a more suitable range for the selection of τ_D is the following

$$\tau_s \leq \tau_D < \tau_s + d/2 \quad (2.14)$$

When τ_D is selected in the range defined by (2.14), very large PM_{\max} and GM_{prod} can be obtained. Moreover with this selection of τ_D the functions $\max(PM(\tau_1))$ and $GM_{\text{prod}}(\tau_1)$ are strictly increasing with respect to τ_1 . This is a very useful property for the design of the PID controller.

For the tuning of USOPDT systems we can distinguish three cases depending on the values of d and τ_s . In the case where $\tau_s < 0.1$ the PID-type controllers can be tuned using tuning rules for UFOPDT systems assuming that the new normalized dead time is equal to $d + \tau_s$. If $\tau_s > 10$ then it is possible to tune the PID-type controller assuming that the system is a second order system with no time delay. In this case the inverse of the eigenfrequency of the closed loop system (without delay) must be at least 5 times larger than the time delay of the USOPDT system. Finally, in the case where $0.1 > \tau_s > 10$ the above approximate solutions do not give accurate results, and it is recommended to use the more accurate tuning rules presented in this paper.

3. PID tuning for USOPDT systems

When a PID controller is used to control an USOPDT system, it is possible, in some cases, to simultaneously satisfy the specifications GM_{dec} , GM_{inc} , and PM exactly. The PID controller sought can be found from the solution of the system of equations involving relations (2.7)-(2.13). Unfortunately, this system of equations is too complicated to be solved on-line and it is not always solvable. Furthermore, the solution might not be appropriate or useful, especially if the derivative term is too large.

For the tuning rules presented in this section the derivative term τ_D of the controller, should be a priori selected on the basis of the designer's knowledge relative to the process. If there are no restrictions imposed

by the process, then it is recommended to select τ_D as large as possible in the range proposed in (2.14). In this way, the resulting closed-loop system has the fastest possible response, from both, the set-point tracking and the load attenuation response, as well as the smallest possible maximum error in the case of regulatory control.

Having selected τ_D , the next three tuning methods are proposed.

3.1 PID-type Tuning Method based on Phase Margin specifications

When the only specification for the closed loop system is the desired phase margin PM^{des} , then it is recommended to tune the PID controller in such a way so that this single specification is achieved at the maximum phase margin corresponding to the frequency ω_p , namely, when $\omega_G = \omega_p$. This way, the integral time constant τ_I is the smallest possible that satisfies the specification and, hence, the controller so derived gives the fastest possible response, for both set-point tracking and regulatory control. The main steps of this tuning method are the following.

PM tuning method

- Step1. Given the system parameters d , τ_s , the controller's derivative term τ_D and the phase margin specification PM_{des} , calculate the integral time constant $\tau_I(d, \tau_s, \tau_D, PM_{des})$ using the *PM Algorithm* given in Appendix B.
- Step2. With τ_I known, calculate the corresponding frequency ω_p from (2.13) and the controller gain K_C from (2.12). This completes the method.

3.2 PID-type Tuning Method based on Gain Margin specifications

The proposed tuning method is applicable in the case where the specifications of the closed loop system are described in the form of increasing and decreasing gain margins ($GM_{inc,des}$ and $GM_{dec,des}$). The main steps of Gain Margin tuning method are the following.

GM tuning method

- Step1. Given the system parameters d , τ_s , the controller's derivative term τ_D and the desired gain margin product $GM_{prod,des}$, calculate the integral time constant $\tau_I(d, \tau_s, \tau_D, GM_{prod,des})$ of the PID controller, using the *GM Algorithm* given in Appendix B.
- Step2. The controller gain is evaluated from one of the following relations

$$K_C = K_{max}/GM_{inc,des} \quad \text{or} \quad K_C = K_{min}GM_{dec,des} \quad (3.1)$$

where the ultimate gains K_{min} and K_{max} are produced by *GM Algorithm*.

3.3 PID-type Tuning Method based on Simultaneous Gain and Phase Margin Specifications

With the derivative term a priori selected it is not possible, in general, to simultaneously satisfy the specifications GM_{dec} , GM_{inc} , and PM exactly with the remaining two free parameters. This is due to the fact that, it is not possible to assign three independent specifications with only two independent controller

parameters, namely K_C and τ_I . Indeed, with the controller parameters K_C and τ_I obtained from *GM Algorithm*, in order to satisfy GM_{dec} and GM_{inc} , then a specific value of the phase margin $PM(d, K_C, \tau_I, \tau_D)$ is produced and hence, in this case the phase margin cannot be selected independently. To this end, here, a tuning method is proposed in order to achieve simultaneous, although not exact, satisfaction of all three specifications PM , GM_{dec} and GM_{inc} . This method is based on the tuning methods presented in subsections 3.1 and 3.2. The basic steps for the selection of the parameters of a PID type controller that will satisfy all three specifications, namely, the increasing and decreasing gain margins and the phase margin, are the following

PGM tuning method

- Step1. For the selected value of τ_D check if there exists a value of K_C that can satisfy all three specifications, when $\tau_I \rightarrow \infty$.
- Step2. Calculate the two controllers obtained by the PM and the GM methods. If the controller with the largest value of τ_I satisfies all three specifications then this is the required controller. In the opposite case continue with step 3.
- Step3. Assume that $K_{C,PM}$ and $\tau_{I,PM}$ are the controller parameters obtained from the application of the PM tuning method and $K_{C,GM}$ and $\tau_{I,GM}$ are the controller parameters obtained from the GM tuning method. Then, if none of these two controllers satisfy all specifications, check which controller gives the largest gain K_C . We have two cases:
 - i. If $K_{C,PM} > K_{C,GM}$, then in order to satisfy all specifications with the smallest value of τ_I , gradually increase τ_I (starting from the $\max(\tau_{I,GM}, \tau_{I,PM})$), while maintaining the same increasing gain margin GM_{inc} (by choosing $K_C = K_{\max}(d, \tau_S, \tau_I, \tau_D) / GM_{inc,des}$), until the phase margin specification is also satisfied.
 - ii. If $K_{C,PM} < K_{C,GM}$, then gradually increase τ_I (starting from the $\max(\tau_{I,GM}, \tau_{I,PM})$), while maintaining the same decreasing gain margin GM_{dec} (by choosing $K_C = K_{\min}(d, \tau_S, \tau_I, \tau_D) GM_{dec,des}$), until the phase margin specification is also satisfied.

Although there are several ways to select the controller parameters in order to satisfy all three specifications (even though not exactly), the method presented here is preferred because it requires the smallest computational effort, since for a given τ_I , the phase margin can be calculated exactly without the use of iterative algorithms (using relations (2.10) and (2.11)).

It is noted here that, in all PID tuning methods mentioned above, if the response obtained is too oscillatory (due to the small value of τ_I), then, by increasing the value of τ_I , the damping of the closed-loop system increases. From the analysis presented in section 2, it becomes clear that, when τ_I is increased, the resulting closed-loop system is more robust, and hence all the stability robustness specifications are still satisfied (even though not exactly).

3.4 Simplification of the tuning rules for on line tuning

The above tuning rules can be significantly simplified if the derivative term τ_D is selected equal to the stable time constant of the USOPDT system (i.e $\tau_D=\tau_s$). In this case the loop transfer function of an USOPDT system controlled by a PID-type controller is equivalent to that of an UFOPDT system controlled by a PI-type controller and the loop transfer function given by (2.4) is reduced to

$$G_L(s) = \frac{K_C(\tau_I s + 1)\exp(-ds)}{\tau_I s(s-1)} \quad (3.2)$$

Note here that if $\tau_s \gg 1$, then the parameter τ_D of the controller takes very large values which is not desirable mainly for reasons of noise amplification. Unfortunately in this case, large values of τ_D are inevitable and an appropriate filtered derivative should be considered.

The advantage for the above selection for τ_D is that the solutions of the ω_{min} , ω_{max} , PM and GM Algorithms, presented in Appendix B, for the case where $\tau_D=\tau_s$ (or equivalently for the case of PI-type controller and UFOPDT systems), have been approximated with satisfactory accuracy for all systems with $0 < d < 0.9$. These approximate solutions have been reported in [9] and they are repeated in Table 2 for convenience together with there MNE and the range for which they are valid. Note here that $\hat{\tau}_{1,min}(d)$ is an approximation of the smallest value of the integral term τ_i , for which (2.7) has a solution when $\tau_D=\tau_s$ and when \tan^{-1} function takes values in the range $(-\pi, \pi)$. The normalized errors of the ultimate gains (defined by $\tilde{K}_{min} = (K_{min} - \hat{K}_{min})/K_{min}$ and $\tilde{K}_{max} = (K_{max} - \hat{K}_{max})/K_{max}$, where \hat{K}_{max} and \hat{K}_{min} are the approximations of K_{max} and K_{min} respectively obtained using $\hat{\omega}_{max}$ and $\hat{\omega}_{min}$), are smaller than 2.2% for $d \leq 0.9$ and $\tau_I > 1.2 \hat{\tau}_{1,min}$.

For the case where $\tau_D=\tau_s$, the maximum stability robustness specifications that can be achieved for $\tau_I \rightarrow \infty$, have also been estimated and they are given by

$$PM_{max}(d) = -d\sqrt{d^{-1}-1} + \tan^{-1}\left(\sqrt{(d^{-1}-1)^{-1}}\right) \quad \text{and} \quad GM_{prod,max}(d) = \sqrt{1+(\omega_{max})^2} \quad (3.3)$$

where ω_{max} in (3.3) is the solution of equation $-d\omega_{max} + \tan^{-1}(\omega_{max}) = 0$.

In Table 3 numerical applications of the PM, GM and PGM tuning methods are presented for three processes with normalized dead time 0.1, 0.5 and 0.9. The controller parameters obtained from the application of these tuning methods are presented in the left section of Table 2 for both the exact (K_C, τ_I) and the approximate methods ($\hat{K}_C, \hat{\tau}_I$). In the right section of Table 3, the polar plots of the resulting closed-loop systems are presented. Solid and dashed lines are used for the exact and the approximate controller, respectively. The gain margin specifications are indicated by the symbol 'o' and the point on the unit circle which determines the phase margin specification is indicated by the symbol '⊗'. From all these polar plots, it becomes obvious that the approximate solution is very accurate and in most cases cannot be distinguished from the exact solution.

Since the proposed tuning methods provide a controller that satisfies the required stability robustness

specifications with significant accuracy, it is possible to design a closed loop system with any desired specifications. The most robust (but slow) closed loop system possible (when $\tau_D = \tau_S$) can be obtained when $PM_{des} \rightarrow PM_{max}$ or when $GM_{prod,des} \rightarrow GM_{pred,max}$ (i.e. $\tau_I \rightarrow \infty$), while it is possible to design a faster but less robust system with less conservative specifications.

4. Experimental application to a magnetic levitation system

In this section the tuning methods presented above will be applied to the experimental magnetic levitation (*MagLev*) system shown in Figure 5a. This experimental system is a popular gravity-biased one degree of freedom magnetic levitation system in which an electromagnet exerts attractive force to levitate a steel ball. The dynamics of the MagLev system can be described by the following simplified state space model [2]

$$\dot{x} = v, \quad \dot{v} = g - (c/M) \frac{i^2}{(x_\infty + x)^2} \quad (4.1)$$

where x , v and M are the air gap (vertical position), the velocity and the mass of the steel ball respectively, g is the gravity acceleration, i is the coil current, c and x_∞ are constants which are determined by the magnetic properties of the electromagnet and the steel ball. Moreover the coil of the electromagnet has an inductance L and a total resistance R .

By linearizing (4.1) about the operating point x_0 , the following second order transfer function for the MagLev system is obtained

$$H_1^M(s) = \frac{K_m}{(s\tau_{Um} - 1)(s\tau_{Sm} + 1)}$$

where K_m , τ_{Um} , and τ_{Sm} are the gain, the unstable and the stable time constants of the system given by

$$K_m = \sqrt{c/(Mg)}, \quad \tau_{Um} = \tau_{Sm} = \sqrt{0.5(x_\infty + x_0)/g} \quad (4.2)$$

For the MagLev system used in the following experiments the current i is controlled by a PI controller (see Figure 5c). Moreover to reduce measurement noise additional first order filters with time constants τ_F are used for the measurement of x and i (see Figure 5c). The unmodeled dynamics derived from the current control loop, the measurement filters and the dynamics of the electrical circuitry (amplifiers drivers etc.) is modeled here as a time delay d_m . With this in mind the complete transfer function of the linearized MagLev system is given by

$$H_1^M(s) = \frac{K_m e^{-d_m s}}{(s\tau_{Um} - 1)(s\tau_{Sm} + 1)} \quad (4.3)$$

The model parameters c and x_∞ are obtained from measurements of the steady state value of coil current (which is given by $i_0 = \sqrt{g(M/c)(x_\infty + x_0)^2}$), for several values of x_0 ($3\text{mm} < x_0 < 11\text{mm}$), using a stabilizing PID controller. Since the model parameters K_m , τ_{Um} and τ_{Sm} can be obtained from (4.2), to identify the time delay d_m of the system, a single closed loop relay-feedback experiment can be used. The control diagram for this experiment is shown in Figure 5b. Using a PD stabilizing controller with derivative time $\tau_{Ds} = \tau_{Um}$, one

can easily verify that d_m is given by

$$d_m = \omega_c^{-1} \sin^{-1} \left[(\tau_{Um} \omega_c K_m K_{Cs}) / (\tau_{Um}^2 \omega_c^2 + 1) \right]$$

where ω_c is the ultimate frequency of the closed loop system, which is measured by the relay experiment. The values of the model parameters for the linearized system given by (4.3), about the operating point $x_0=7\text{mm}$, are listed in Table 4 together with the parameters of the PI-current controller and the time constant of the two measurement filters used. It is noted here that the selection of the filter time constant τ_f and the gains of the PI current controller are selected intentionally in order to produce a significant time delay to the MagLev system. Finally, it is mentioned that the sampling intervals for all experiments is chosen as $\tau_{st}=0.5\text{ms}$, which is fast enough to assume a continuous-time system.

As a first application of the tuning methods presented in the paper, a robust PID controller is designed in order to guarantee a stable closed loop system in a wide operating region ($3.5\text{mm} < x < 10.5\text{mm}$) and in the case of $\pm 20\%$ uncertainty in the parameters c , x_∞ and 10% uncertainty in the time delay d_m . The problem of converting the parametric uncertainties into gain and phase margin specifications is a very complicated problem that has not, in general, been solved. Here, in order to select appropriate specifications for the design of the controller we make the following observations:

- From (2.7) it is clear that the uncertainty in the model parameters τ_{Um} and τ_{Sm} (which depend on x_∞ and x_0) does not affect the argument of the loop transfer function. The only term which influences the phase uncertainty is the uncertainty in the identification of the time delay.
- Assuming that $\tau_l > 5\tau_{l,\min}$, (this assumption is in accordance with the desire to design a very robust controller [8]) one can easily verify from $\hat{\tau}_{l,\min}(d)$ (given in Table 2) that a $\pm 10\%$ change in d_m produces a change in ω_{\min} and ω_{\max} smaller than 5% and 15% , respectively.
- The magnitude of the loop transfer function is affected by all parameters, as well as the operating point. The two extreme worst cases are obtained: when d , c are maximized and x_0 , x_∞ are minimized (case A) and when d , x_0 , x_∞ are maximized and c is minimized (case B). From case A we obtain the smallest maximum ultimate gain $\min(K_{\max})$, while from case B we obtain the largest minimum ultimate gain $\max(K_{\min})$. Obviously, for the closed loop system to be stable under the assumed uncertainty and for the whole desired operating region, there must be $\min(K_{\max}) > \max(K_{\min})$. Based on the above observation one can easily verify that for $\tau_l > 5\tau_{l,\min}$ the following must hold

$$\min(K_{\max}) > 0.53 \cdot K_{\max,0} \quad \text{and} \quad \max(K_{\min}) < 1.2 \cdot K_{\min,0}$$

where $K_{\max,0}$ and $K_{\min,0}$ are the nominal values of K_{\max} and K_{\min} at the operating point $x_0=0.007\text{m}$ when there is no uncertainty. To guarantee stability the increasing and decreasing gain margins must be selected greater than $1/0.53$ and 1.2 , respectively.

Using the above results and observations, to tune the PID controller, the GM tuning method is used here with specifications $GM_{\text{inc}}=2$ and $GM_{\text{dec}}=1.25$. The controller gains obtained are listed in Table 4. The Nyquist plots for the two extreme cases A and B and for the nominal system, using the obtained robust controller, are shown in Figure 3. From this figure it becomes clear that the closed loop system is always

stable.

For the experimental application, a pre-filter with transfer function $G_{F,PID}(s)=1/(s\tau_I+1)$ is used in order to cancel the zero introduced by the PID controller. With this filter the set-point step response of the system is smoothen out and excessive overshoots are avoided [8]. The experimental results obtained are presented in Figure 4. The set-point step response from 3.5mm to 10.5mm is shown in Figure 4a. This response is rather slow due to the small value of K_{Cm} and the very large value of τ_{Im} ($\tau_{Im}/\tau_{Um}=19.81=9.728\tau_{I,min}$). This is more evident in the regulatory control case (load disturbance response) around the operating point $x_0=7$ mm shown in Figure 4b. This response is obtained from a change in the system input (current set-point) produced by a pulse waveform with amplitude 0.2A (or 20% change in i).

A faster controller can be designed if the desired operating region is smaller and assuming the same parameter uncertainties as those used in the previous application. In this case the PM tuning method is used with specifications $PM_{des}=0.15$ rad. The controller obtained is presented in Table 4. Figures 5a and 5b, show the set-point step response from 6.5mm to 7.5mm and the regulatory control around the operating point $x_0=7$ mm using the new controller. Clearly, the responses obtained are significantly faster as it was expected from the design of the PID controller (smaller τ_{Im} , larger K_{Dm}). Moreover, in the case of load disturbance response the maximum error produced in the second case is significantly smaller (at least three times smaller) than the maximum error produced when the robust controller is used.

5. Conclusions

In this paper, new tuning methods for USOPDT systems are developed based on the exact satisfaction of phase and gain margin specifications. These methods can be applied to generalized PID controllers (namely the PID, the PDF and the P-PID controllers). For the general case, where the derivative action of the controller is selected arbitrarily, the tuning methods require the use of iterative algorithms for the solution of a nonlinear system of equations. In the special case where the derivative time constant of the controller is selected equal to the stable time constant of the system, the solutions of the nonlinear system of equations involved in the tuning methods are given in the form of quite accurate analytic approximations and thus the iterative algorithms can be avoided. In this case the tuning methods can be easily used for on-line applications. The tuning methods presented in the paper have been applied for the control of an experimental magnetic levitation system which is modeled as an USOPDT system. The experimental results verify the validity of the methods and the responses obtained are very satisfactory.

References

- [1]. E.F.Jacob and M.Chidambaram, "Robust control of unstable bioreactors", *Proc. Contr. Qual.*, vol. 8, pp. 147-157, 1996.
- [2]. Zi-Jiang Yang, M. Tateishi, "Adaptive robust nonlinear control of a magnetic levitation systems", *Automatica*, vol(31), pp. 1125-1131, 2001
- [3]. D. Cho, K. Kato and D. Sliman, "Sliding mode and classical control for magnetic levitation systems",

IEEE Control System Magazine, pp. 43-48, 1993.

- [4]. S. A. Green and K. C. Craig, "Robust, digital, nonlinear control of magnetic levitation systems", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and control*, vol. 120, pp. 488-495, 1998.
- [5]. D. L. Trumper , S. M. Olson and P. K. Subrahmanyam, "Linearizing control of magnetic suspension systems", *IEEE Transactions on System Technology*, vol. 5(4), pp. 427-437, 1997.
- [6]. E.F. Jacob and M. Chidambaram, "Design of controllers for unstable first-order plus time delay systems", *Comp. & Chem. Eng.*, vol. 20, pp. 579-584, 1996.
- [7]. C.S.Jung, H.K.Song and J.C.Hyun, "A direct synthesis tuning method of unstable first-order-plus-time-delay-processes", *J. Process Control*, vol. 9, pp. 265-269, 1999.
- [8]. P.N.Paraskevopoulos, G.D.Pasgianos and K.G.Arvanitis, "New tuning and identification methods for unstable first order plus dead time processes based on pseudo-derivative feedback control", *IEEE Trans. Control Syst. Technology*, under revision, 2002.
- [9]. P.N.Paraskevopoulos, G.D.Pasgianos and K.G.Arvanitis, "PID-type controller tuning for unstable first order plus dead time processes based on gain and phase margin specifications", *Automatica*, under revision, 2002.
- [10]. G.E. Rotstein and D.R.Lewin, "Simple PI and PID tuning for open-loop unstable systems", *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 30, pp. 1864-1869, 1991.
- [11]. E. Poulin and A. Pomerleau, "PID tuning for integrating and unstable processes", *IEE Proc. Contr. Theory Appl.*, Vol 143, No.5, pp. 429-435, 1996.
- [12]. E. Poulin and A. Pomerleau, "Unified PID design method based on maximum peak resonance specification", *IEE Proc. Contr. Theory Appl.*, Vol 144, No.6, pp. 566-574, 1997.
- [13]. E.K. Ho and W. Xu, "PID tuning for unstable processes based on gain and phase margin", *IEE Proc. Part D*, vol. 145, pp. 392-396, 1998.
- [14]. G.Marchetti, C.Scali and D.R.Lewin, "Identification and control of unstable processes by relay methods", *Automatica*, vol. 37, pp. 2049-2055,2001.
- [15]. G.D.Pasgianos, *New PID Controller Design Techniques for Unstable Systems*, Ph.D. Thesis, National Technical University of Athens, under completion, 2003.

APENDIX B

Algorithms used for tuning the PID-type controllers

ω_{min} Algorithm

Step 1: Start with an initial estimate for ω_{min} . A good starting point for faster convergence is

$$\omega_{min} = \sqrt{(\tau_I - d(1 - \tau_I))^{-1}}$$

Step 2: Calculate the error of this approximation:

$$e_r = -\pi/2 - d\omega_{min} + \tan^{-1}(\omega_{min}) + \tan^{-1}(\tau_I \omega_{min}) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_{min}) - \tan^{-1}(\tau_S \omega_{min}).$$

Step 3: Take the new value of ω_{min} as $\omega_{min} = \omega_{min}(1 - e_r)$.

Step 4: Repeat Steps 2 to 4 until convergence.

ω_{max} Algorithm

Step 1: Start from a very large initial estimate of ω_{max} , say $\omega_{max} = 10^4$.

Step 2: Assume the new value of ω_{max} as

$$\omega_{max} = d^{-1} \left[-\pi/2 + \tan^{-1}(\omega_{max}) + \tan^{-1}(\tau_I \omega_{max}) + \tan^{-1}(\tau_D \omega_{max}) - \tan^{-1}(\tau_S \omega_{max}) \right]$$

Step 3: Repeat Step 2 and 3 until convergence.

PM Algorithm

Step 1: Start with an initial guess for τ_I , e.g. $\tau_I = 0$.

Step 2: Calculate the frequency ω_p for this value of τ_I (ω_p is given by the maximum real root of (2.13)).

Step 3: Select the new value of τ_I from the solution of (2.10) with respect to τ_I , which is

$$\tau_I = \tan \omega_p^{-1} \left(PM_{des} + \pi/2 + d\omega_p - \tan^{-1}(\omega_p) - \tan^{-1}(\tau_D \omega_p) + \tan^{-1}(\tau_S \omega_p) \right)$$

Step 6: Repeat Steps 2 and 3 until convergence.

GM Algorithm

Step 1: Start with $\tau_{I,1} = \hat{\tau}_{I,min}$ and give $\tau_{I,2}$ a very large value, say $\tau_{I,2} = 10^3 \hat{\tau}_{I,min}$.

Step 2: Take the new value of τ_I as the average of $\tau_{I,1}$ and $\tau_{I,2}$, that is $\tau_I = 0.5(\tau_{I,1} + \tau_{I,2})$.

Step 3: Calculate the values of ω_{min} and ω_{max} using the ω_{min} Algorithm and the ω_{max} Algorithm for the given τ_I and obtain K_{min} and K_{max} from (2.8).

Step 4: Calculate the value of GM_{prod} from (2.9).

Step 5: If $GM_{prod} < GM_{prod,des}$ or $\omega_{min} \leq 0$ or $\omega_{max} \leq 0$, then $\tau_{I,1} = \tau_I$ or else $\tau_{I,2} = \tau_I$.

Step 6: Repeat Steps 2 to 5 until convergence.

The above algorithms converge to the correct solution, if such a solution exists. That is, in case of ω_{min} and ω_{max} Algorithms, if for the given d , τ_S , τ_D and τ_I there exist a solution of (2.7), with respect to ω_C , when \tan^{-1} function takes values in the range $(-\pi, \pi)$, and in the case of PM and GM Algorithms, if for the given d , τ_S , τ_D there exists a value for τ_I for which $PM(d, \tau_S, \tau_D, \tau_I) = PM_{des}$ or $GM_{prod}(d, \tau_S, \tau_D, \tau_I) = GM_{prod,des}$.

APPENDIX A

Table 1. Normalized parameters that replace the original system parameters.

ORIGINAL PARAMETER	NORMALIZED PARAMETER
$\bar{\tau}_U$	$\tau_U = 1$
$\bar{\tau}_S$	$\tau_S = \bar{\tau}_S / \bar{\tau}_U$
\bar{d}	$d = \bar{d} / \bar{\tau}_U$
$\bar{\tau}_I$	$\tau_I = \bar{\tau}_I / \bar{\tau}_U$
$\bar{\tau}_D$	$\tau_D = \bar{\tau}_D / \bar{\tau}_U$
$\bar{\omega}$	$\omega = \bar{\omega} \bar{\tau}_U$
\bar{K}	$K=1$
\bar{K}_C	$K_C = \bar{K} \bar{K}_C$

Table 2. Approximations used for PID controller tuning when $\tau_D=\tau_S$.

Function	Approximation	MNE	Valid Range $d < 0.9$ and
$\hat{\omega}_{\min}(d, \tau_I)$	$f_{\omega_{\min}}(d, \tau_I) [\tau_I - d(1 + \tau_I)]^{-1/2}$	$ \tilde{\omega}_{\min} < 1.8\%$	$\tau_I > 1.2 \hat{\tau}_{I,\min}$
$\hat{\omega}_{\max}(d, \tau_I)$	$f_{\omega_{\max}}(0.5\pi/d) \frac{\tau_I / [(\tau_I + 1)d] - 0.9463}{\tau_I / [(\tau_I + 1)d] - 0.5609}$	$ \tilde{\omega}_{\max} < 1.8\%$	$\tau_I > 1.2 \hat{\tau}_{I,\min}$
$\hat{\tau}_I(d, PM^{\text{des}})$	$\hat{\tau}_{I,\min}(d) \left(1 + f_{PM}(d) \frac{PM^{\text{des}} / PM_{\max}(d)}{1 - [PM^{\text{des}} / PM_{\max}(d)]} \right)$	$ \tilde{PM} < 5\%$	$PM^{\text{des}} > 0.2 PM_{\max}$
$\hat{\tau}_I(d, GM_{\text{prod}}^{\text{des}})$	$\hat{\tau}_{I,\min}(d) \left(1 + 0.65 \frac{A^{(1+d)}}{1-A} \right) + g(d)$, $A = \frac{\sqrt{GM_{\text{prod}}^{\text{des}} - 1}}{\sqrt{\hat{GM}_{\text{prod,max}}(d) - 1}}$	$ \tilde{GM}_{\text{prod}} < 3\%$	$GM_{\text{prod}}^{\text{des}} > 1 + 0.2(GM_{\text{prod,max}} - 1)$
$f_{\omega_{\min}}(d, \tau_I) = \left(1 + \frac{(0.006 + 0.03d/(1.14-d)) \hat{\tau}_{I,\min}}{(0.973 + 0.05/(1-d)) \tau_I - \hat{\tau}_{I,\min}} \right)$, $f_{\omega_{\max}}(d, \tau_I) = (1 + 0.22d^4) \left[1 + (0.1 - 0.3\sqrt{d}) (\hat{\tau}_{I,\min} / \tau_I)^2 \right]$, $f_{PM}(d) = (-0.0153 + 0.436\sqrt{d} + 0.632d)/d$, $\hat{\tau}_{I,\min}(d) \approx (0.0029 - 0.0682\sqrt{d} + 1.4941d)/(1.003-d)^2$, $\hat{GM}_{\text{prod,max}} = \frac{\pi}{2d} \frac{1}{1 + 0.4085d/(1 - 0.2864d)}$ and $g(d) = 10^{-2} [-0.18 + 5\sqrt{d} - 32d + 75d^2 - 51d^3 + (-2.3d^2 + 3d^4)/(1-d)^3]$			

Table 3. Some characteristic numerical examples of the tuning methods proposed.

Spec/tions		Controller parameters		Nyquist Plots
$d=0.1, \tau_D=\tau_S$	PM	$K_C = 5.2293$ $\hat{K}_C = 5.2170$	$\tau_i = 0.3010$ $\hat{\tau}_i = 0.2980$	
	GM	$K_C = 3.0225$ $\hat{K}_C = 3.0400$	$\tau_i = 0.3184$ $\hat{\tau}_i = 0.3216$	
	PGM	$K_C = 3.1333$ $\hat{K}_C = 3.1411$	$\tau_i = 0.3598$ $\hat{\tau}_i = 0.3597$	
$d=0.5, \tau_D=\tau_S$	PM	$K_C = 1.5690$ $\hat{K}_C = 1.5688$	$\tau_i = 6.5667$ $\hat{\tau}_i = 6.5160$	
	GM	$K_C = 1.7581$ $\hat{K}_C = 1.7505$	$\tau_i = 5.5286$ $\hat{\tau}_i = 5.7115$	
	PGM	$K_C = 1.6933$ $\hat{K}_C = 1.6916$	$\tau_i = 6.6907$ $\hat{\tau}_i = 6.9608$	
$d=0.9, \tau_D=\tau_S$	PM	$K_C = 1.0602$ $\hat{K}_C = 1.0602$	$\tau_i = 777.17$ $\hat{\tau}_i = 744.56$	
	GM	$K_C = 1.0811$ $\hat{K}_C = 1.0795$	$\tau_i = 511.24$ $\hat{\tau}_i = 590.60$	
	PGM	$K_C = 1.0756$ $\hat{K}_C = 1.0759$	$\tau_i = 971.46$ $\hat{\tau}_i = 930.70$	

Table 4. System and controller parameters for MagLev experiments.

Physical parameters
$M=0.068 \text{ Kg}$, $g=9.81 \text{ m/sec}^2$, $c=8.068 \cdot 10^{-5} \text{ Hm}$ $x_\infty=0.00215 \text{ m}$, $L=0.4125$, $R=11\Omega$
Linearized Model parameters ($x_0=0.007 \text{ m}$)
$K_m=0.008474 \text{ m/A}$, $\tau_{U_m}=\tau_{S_m}=0.0216 \text{ sec}$ $d_m=0.01037 \text{ sec}$, $i_0=1.08 \text{ A}$
Current controller and Measurement filter parameters
$K_{Ci}=200$, $\tau_{ii}=1$, $\tau_F=0.005$
PID controller parameters
<i>Robust controller ($GM_{inc}=2$ and $GM_{dec}=1.25$)</i>
$K_{Cm}=118.5$, $\tau_{im}=0.428$, $\tau_{Dm}=0.0216$
<i>Fast controller ($PM_{des}=0.15 \text{ rad}$)</i>
$K_{Cm}=147.5$, $\tau_{im}=0.1162$, $\tau_{Dm}=0.0216$

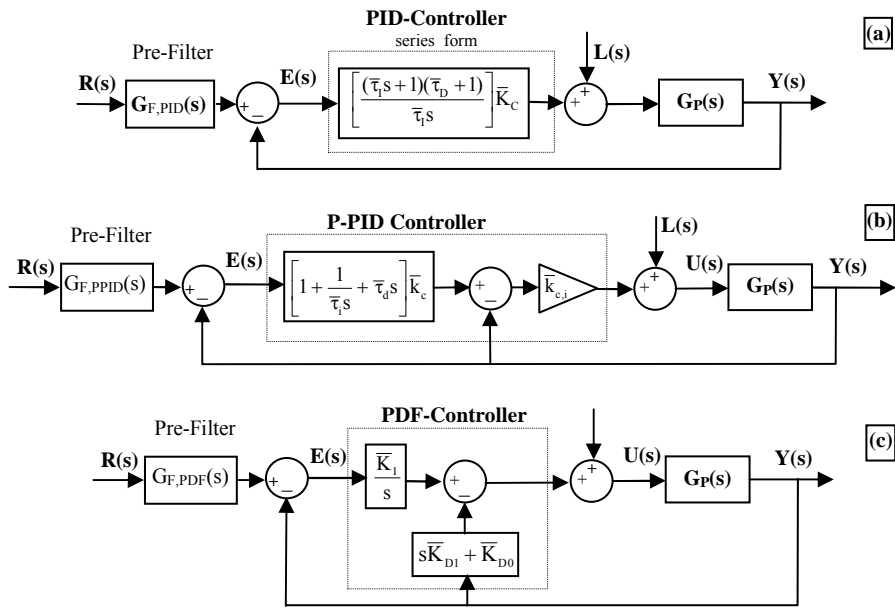


Figure 1. Equivalent three-term control schemes: (a) PID controller with pre-filter, (b) PDF controller with pre-filter and (c) P-PID controller with pre-filter.

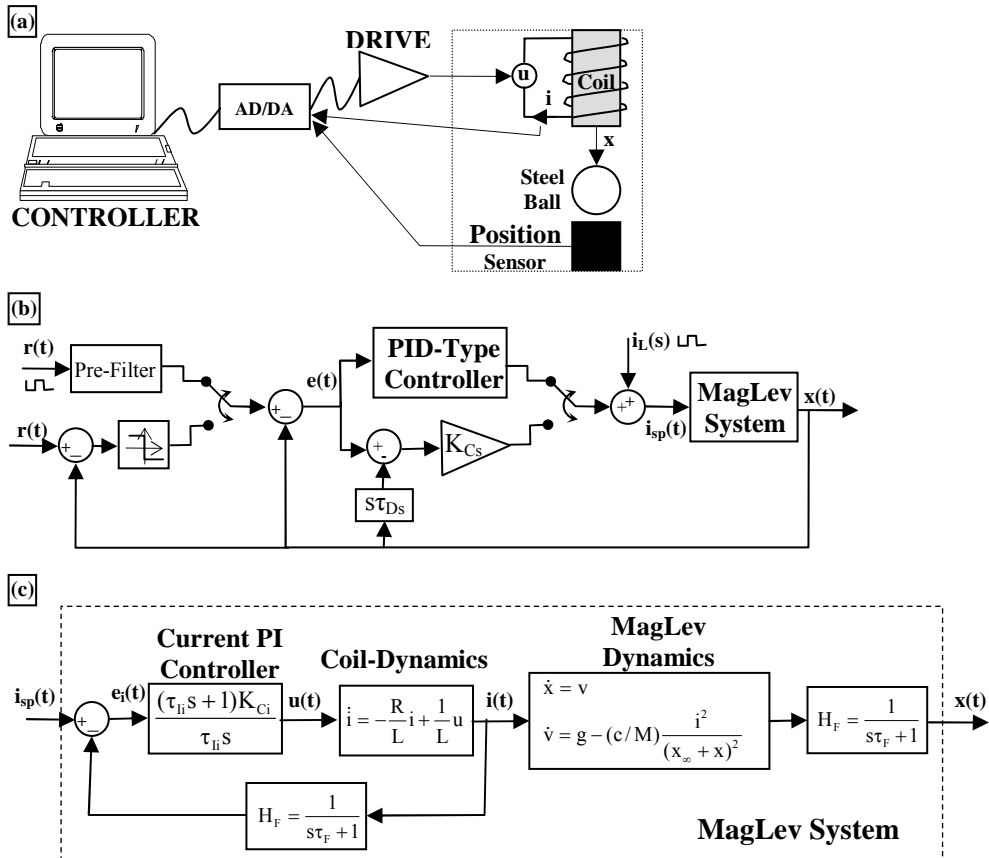


Figure 2. MagLev diagrams: (a) Schematic diagram, (b) control diagram and (c) MagLev system.

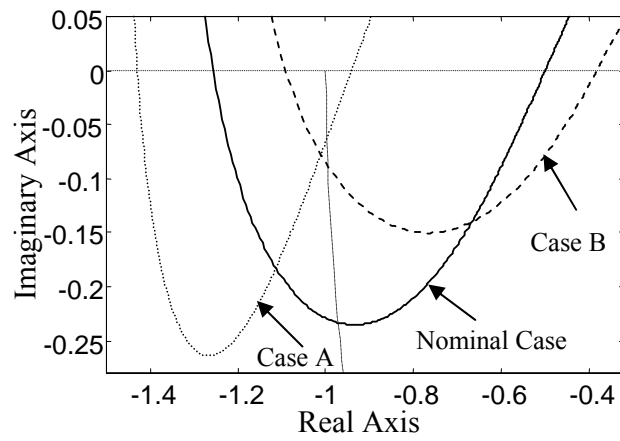


Figure 3. Nyquist plots of the MagLev system using the robust controller designed with the GM method.

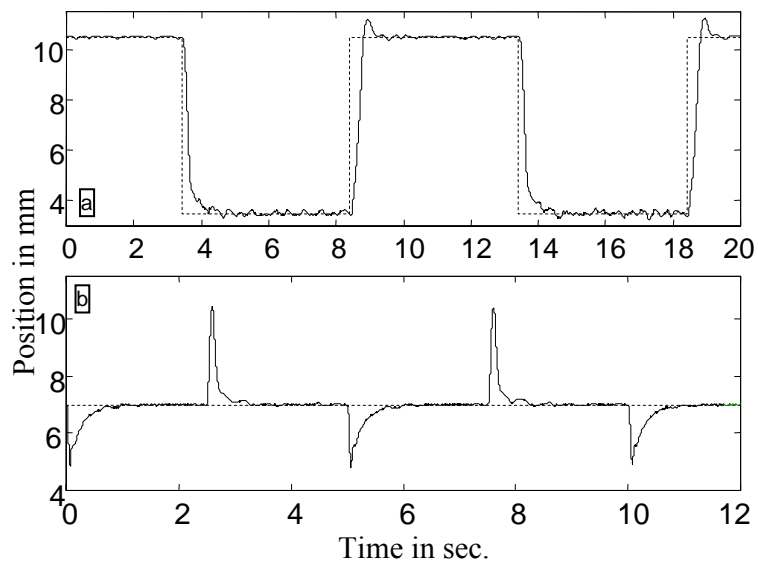


Figure 4. Position response of MagLev system using the robust controller designed with the GM-method: (a) Set-point response and (b) Load step response (current load disturbance amplitude 20% or 0.2 A).

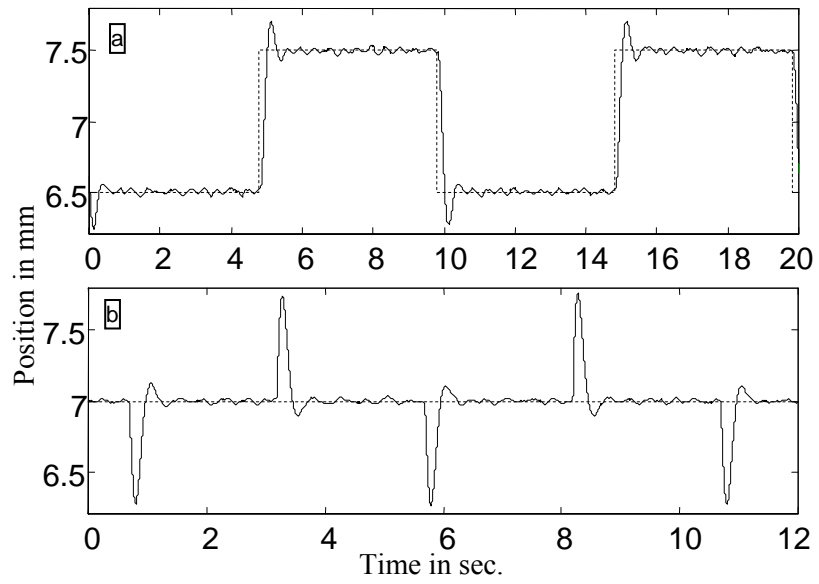
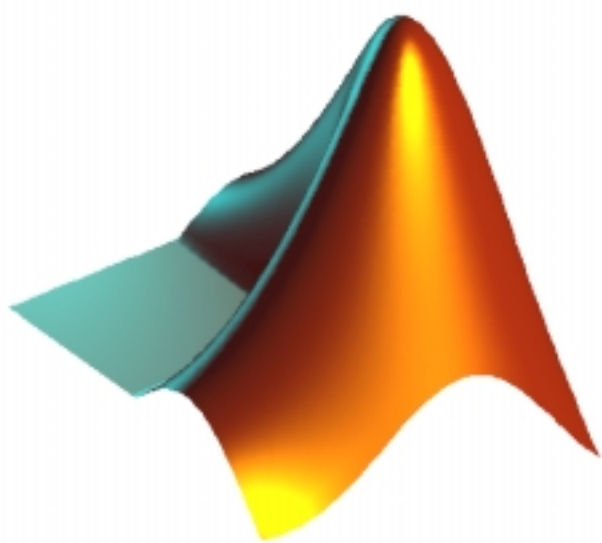


Figure 5. Position response of MagLev system using a fast controller designed with the PM-method: (a) Set-point response and (b) Load step response (current load disturbance 0.2 A).



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β:
Κώδικας Προγραμμάτων Matlab®

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1. ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ NYQUIST UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

```

function [] = UFO_PolarPlot(d,Kc,ti,td,Wstart,Wend)
%
%   UFO_PolarPlot(d,Kc,ti,td,Wstart,Wend)
%
%   UFO_PolarPlot(d,Kc,ti,td)
%
%   THE FUNCTION UFO_PolarPlot RETURNS THE POLAR (OR NYQUIST)
%   PLOT, OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE
%   TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%   UNSTABLE FIRST ORDER PLUS DEAD TIME (UFOPDT)
%   SYSTEM, IN THE FREQUENCY RANGE (Wstart,Wend).
%   IF Wstart,Wend ARE NOT DEFINED THEN
%   Wstart=0.5Wmin AND Wend=2Wmax, WHERE Wmin AND Wmax
%   ARE THE CRITICAL (CROSSOVER) FREQUENCIES
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==4;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=Ufo_ultimate(d,ti,td);
    Wstart=0.5*Wmin;
    Wend=2*Wmax;
end
wf=linspace(Wstart,Wend,500);
for z=1:500;
    w=wf(z);
    A(z)=Kc*sqrt(1+(ti*w)^2)*sqrt(1+(td*w)^2)/sqrt(1+w^2)/(ti*w);
    f(z)=-3/2*pi-d*w+atan(w)+atan(ti*w)+atan(td*w);
    x(z)=A(z)*cos(f(z));
    y(z)=A(z)*sin(f(z));
end
plot(x,y);zoom on;hold on

%Unit Circle
for i=1:75,cx(i)=-cos((i-1)/150*pi);cy(i)=-sin((i-1)/150*pi);end
plot(cx,cy,'-.k')
x0=linspace(1.2*min(x),0.8*max(x),100);
y0=linspace(1.2*min(y),0.8*max(y),100);
plot(x0,zeros(100),'-.k')
AXIS([1.2*min(x) 0.8*max(x) 1.2*min(y) 1.2*max(y)])
hold off

```

2. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΚΡΙΣΙΜΩΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΚΕΡΔΩΝ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

```

function [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = UFO_Ultimate(d,ti,td)
%
%
%   UFO_Ultimate(d,ti,td)
%
%   UFO_Ultimate(d,ti)
%
%   THE FUNCTION UFO_Ultimate RETURNS THE CRITICAL (CROSSOVER) FREQUENCIES
%   AND THE CRITICAL (ULTIMATE) GAINS, OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE
%   UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN, UNSTABLE FIRST ORDER PLUS DEAD
%   TIME (UFOPDT)SYSTEM
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==2;
    td=0;
end
if ti<UFO_timin(d,td)
    Wmin=0;Wmax=0;Kmin=0;Kmax=0;
    'The integral action is too small. The system is not Stabilizable.'
    return
end

%Wmin & Kmin
Wmin=sqrt(1/(ti-(d-td)*(1+td)));
Wmin_old=100;
n=0;
while (abs((Wmin_old-Wmin)/Wmin)>1e-5 & n<1000)
    n=n+1;
    Wmin_old=Wmin;
    Er=-pi/2-d*Wmin+atan(Wmin)+atan(ti*Wmin)+atan(td*Wmin);
    Wmin=Wmin-Wmin*Er;
end
Kmin=ti*Wmin*sqrt(1+Wmin^2)/sqrt(1+(Wmin*ti)^2)/sqrt(1+(Wmin*td)^2);

%Wmax & Kmax
Wmax_old=1;Wmax=1e4;
n=0;
while (abs((Wmax_old-Wmax)/Wmax)>1e-5 & n<1000)
    n=n+1;
    Wmax_old=Wmax;
    Wmax=(atan(Wmax)+atan(ti*Wmax)+atan(td*Wmax)-pi/2)/d;
end
Kmax=ti*Wmax*sqrt(1+Wmax^2)/sqrt(1+(Wmax*ti)^2)/sqrt(1+(Wmax*td)^2);

```

3. ΠΕΡΙΘΩΡΙΟ ΦΑΣΗΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΘΩΡΙΑ ΚΕΡΔΟΥΣ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

```

function [PM,GMinc,GMdec] = UFO_Margins(d,Kc,ti,td)
%
%   UFO_Margins(d,Kc,ti,td)
%
%   UFO_Margins(d,Kc,ti)
%
%   THE FUNCTION UFO_Margins RETURNS THE PHASE MARGIN PM, THE
%   INCREASING GAIN MARGIN GMinc, AND THE DECREASING GAIN MARGIN GMdec
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND
%   THE SYSTEM GAIN, UNSTABLE FIRST ORDER PLUS DEAD TIME (UFOPDT)SYSTEM
%   FOR THE CLOSED LOOP SYSTEM TO BE STABLE THE FOLLOWING MUST HOLD TRUE
%
%   PM>0 AND GMinc>1 AND GMdec>1 AND
%   Im(PM)=0 AND Im(GMinc)=0 AND Im(GMdec)=0
%
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==3;
    td=0;
end
%PM
WG=sqrt(max(roots([ti^2-Kc^2*ti^2*td^2 ti^2-Kc^2*(ti^2+td^2) -Kc^2])));
PM=-pi/2-d*WG+atan(WG)+atan(ti*WG)+atan(td*WG);
%GM
[Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=Ufo_ultimate(d,ti,td);
GMinc=Kmax/Kc;
GMdec=Kc/Kmin;

```


4. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $\tau_{I,\min}$ ΓΙΑ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [timin] = UFO_timin(d,td)
%
%   UFO_timin(d,td)
%
%   UFO_timin(d)
%
%   THE FUNCTION UFO_timin RETURNS THE SMALLEST VALUE OF THE INTEGRAL
%   TIME CONSTANT ti OF PID CONTROLLER IN ITS SERIES FORM FOR WHICH
%   THE CLOSED LOOP UNSTABLE FIRST ORDER PLUS DEAD TIME (UFOPDT)SYSTEM
%   CAN BE STABILIZED.
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%           IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==1;
    td=0;
end
timin=1e-5;timin_old=1000;n=0;
while (abs((timin-timin_old)/timin)>1e-9 & n<100)
    n=n+1;
    a=-d*conv([1 1],conv([timin^2 1],[td^2 1]))+...
        [0,conv([timin^2 1],[td^2 1])] +...
        timin*[0,conv([1 1],[td^2 1])] +...
        td*[0,conv([timin^2 1],[1 1])];
    Wp=sqrt(max(real(roots(a)))));
    timin_old=timin;
    timin=tan(pi/2+d*Wp-atan(Wp)-atan(td*Wp))/Wp;
end

```

5. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $\tau_{D,\min}$ ΓΙΑ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [tdmin] = UFO_tdmin(d,ti)
%
%   UFO_tdmin(d,ti)
%
%   UFO_tdmin(d)
%
%   THE FUNCTION UFO_tdmin RETURNS THE SMALLEST VALUE OF THE DERIVATIVE
%   TIME CONSTANT td OF PID CONTROLLER IN ITS SERIES FORM, FOR WHICH
%   THE CLOSED LOOP UNSTABLE FIRST ORDER PLUS DEAD TIME (UFOPDT)SYSTEM
%   CAN BE STABILIZED.
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%           IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==1;
    ti=0;
end
tdmin=1e-5;tdmin_old=1000;n=0;
while (abs((tdmin-tdmin_old)/tdmin)>1e-9 & n<100)
    n=n+1;
    a=-d*conv([1 1],conv([ti^2 1],[tdmin^2 1]))+...
        [0,conv([ti^2 1],[tdmin^2 1]])+...
        ti*[0,conv([1 1],[tdmin^2 1]])+...
        tdmin*[0,conv([ti^2 1],[1 1])];
    Wp=sqrt(max(real(roots(a)))));
    tdmin_old=tdmin;
    tdmin=tan(pi/2+d*Wp-atan(Wp)-atan(ti*Wp))/Wp;
end

```

6. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $\tau_{D,max}$ ΓΙΑ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```
function [tdmax] = UFO_tdmax(d,ti)
%
%   UFO_tdmax(d,ti)
%
%   THE FUNCTION UFO_tdmax RETURNS THE LARGEST VALUE OF THE DERIVATIVE
%   TIME CONSTANT td OF PID CONTROLLER IN ITS SERIES FORM, FOR WHICH
%   THE CLOSED LOOP UNSTABLE FIRST ORDER PLUS DEAD TIME (UFOPDT)SYSTEM
%   CAN BE STABILIZED.
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

td1=1;td2=1e3;n=1;
while n<100
    td=(td1+td2)/2;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = UFO_Ultimate(d,ti,td);
    if Kmin<Kmax,
        td1=td;
    else
        td2=td;
    end
    n=n+1;
end
tdmax=td;
```

7. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ PM_{\max} ΓΙΑ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [PMmax] = UFO_PMmax(d,td,ti)
%
%   UFO_PMmax(d,td,ti)
%
%   UFO_PMmax(d,td)
%
%   UFO_PMmax(d)
%
%   THE FUNCTION UFO_PMmax RETURNS THE MAXIMUM ACHIEVABLE PHASE MARGIN
%   OF AN UNSTABLE FIRST ORDER PLUS DEAD TIME (UFOPDT)SYSTEM
%   IF ti IS NOT SPECIFIED THEN ti=inf (THAT IS A PD CONTROLLER)
%   IF td IS NOT SPECIFIED THEN td=0 (THAT IS A P CONTROLLER)
%
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==1;
    ti=1e20;
    td=0;
end
if nargin==2;
    ti=1e20;
    if td>1
        'The derivative action is too large: td must be smaller than 1'
        return
    end
end
if nargin==3;
    timin=UFO_timin(d,td);
    if ti<timin
        'The integral action is too small: ti must be larger than', timin
        return
    end
    tdmax=UFO_tdmax(d,ti);
    if td>tdmax
        'The derivative action is too large: td must be smaller than', tdmax
        return
    end
end

a=-d*conv([1 1],conv([ti^2 1],[td^2 1]))+...
    [0,conv([ti^2 1],[td^2 1])+...
    ti*[0,conv([1 1],[td^2 1])+...
    td*[0,conv([ti^2 1],[1 1])];
Wp=sqrt(max(real(roots(a)))));
PMmax=-pi/2-d*Wp+atan(Wp)+atan(ti*Wp)+atan(td*Wp);

```

8. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $GM_{prod,max}$ ΓΙΑ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [GMmax] = UFO_GMmax(d,td,ti)
%
%   UFO_GMmax(d,td,ti)
%
%   UFO_GMmax(d,td)
%
%   UFO_GMmax(d)
%
%   THE FUNCTION UFO_GMmax RETURNS THE MAXIMUM ACHIEVABLE GAIN MARGIN PRODUCT
%   DEFINED BY :
%
%    $GM_{prod,max}=GM_{inc}*GM_{dec}=K_{max}/K_{min}$ 
%
%   OF AN UNSTABLE FIRST ORDER PLUS DEAD TIME (UFOPDT)SYSTEM
%   FOR THE SYSTEM TO BY STABILIZABLE THE FOLLOWING MUST HOLD TRUE:
%
%    $GM_{prod,max}>1$ .
%
%   IF ti IS NOT SPECIFIED THEN ti=inf (THAT IS A PD CONTROLLER)
%   IF td IS NOT SPECIFIED THEN td=0 (THAT IS A P CONTROLLER)
%
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%           IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%           IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==1;
    ti=1e20;
    td=0;
end
if nargin==2;
    ti=1e20;
    if td>1
        'The derivative action is too large: td must be smaller than 1'
        return
    end
end
if nargin==3;
    tmin=UFO_tmin(d,td);
    if ti<tmin
        'The integral action is too small: ti must be larger than',tmin
        return
    end
    tdmax=UFO_tdmax(d,ti);
    if td>tdmax
        'The derivative action is too large: td must be smaller than',tdmax
        return
    end
end

[Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = UFO_Ultimate(d,ti,td);
GMmax=Kmax/Kmin;

```

9. PM ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = UFO_Meth_PM(d,PMdes,td_Select)
%
%   UFO_Meth_PM(d,PMdes)
%
%   UFO_Meth_PM(d,PMdes,td_Select)
%
%   THE FUNCTION UFO_Meth_PM RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE PM TUNING METHOD IS APPLIED TO AN UNSTABLE FIRST
%   ORDER PLUS DEAD TIME (UFOPDT) SYSTEM.
%   THE PM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE PHASE MARGIN PMdes AT THE POINT OF MAXIMUM PHASE.
%
%   IF td_Select IS NOT SPECIFIED THEN td=0 (THAT IS A PD CONTROLLER)
%   IF td_Select='tdmaxPI' THEN td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
%   IF td_Select='tdmaxGM' THEN td=0.245*d+0.164*d^2-0.0047d^5;
%   Else td=td_Select;
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==2,
    td=0;
end
if nargin==3,
    if td_Select=='tdmaxPI'
        td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
    elseif td_Select=='tdmaxGM'
        td=0.245*d+1.164*d^2-0.0047*d^5;
    else
        td=td_Select;
    end
end
PMmax=UFO_PMmax(d,td);
if PMdes>PMmax
    'The DESIRED PHASE MARGIN IS NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM PM
WITH',td,' IS',PMmax
    return
end

ti=1e-10;ti_old=1000;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    a=-d*conv([1 1],conv([ti^2 1],[td^2 1]))+[0,conv([ti^2 1],[td^2 1])].
        +ti*[0,conv([1 1],[td^2 1])+td*[0,conv([ti^2 1],[1 1])];
    Wp=sqrt(max(real(roots(a))));
    ti=tan(PMdes+pi/2+d*Wp-atan(Wp)-atan(Wp*td))/Wp;
end
Kc=ti*Wp*sqrt(1+Wp^2)/sqrt(1+ti^2*Wp^2)/sqrt(1+td^2*Wp^2);

```

10. GM ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = UFO_Meth_GM(d,GMinc,GMdec,td_Select)
%
%   UFO_Meth_GM(d,GMinc,GMdec,td_Select)
%
%   UFO_Meth_GM(d,GMinc,GMdec)
%
%   UFO_Meth_GM(d,GMinc)
%
%   THE FUNCTION UFO_Meth_GM RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE GM TUNING METHOD IS APPLIED TO AN UNSTABLE FIRST
%   ORDER PLUS DEAD TIME (UFOPDT) SYSTEM.
%   THE GM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE INCREASING GAIN MARGIN GMinc AND THE DECREASING GAIN MARGIN GMdec.
%
%   IF GMdec IS NOT SPECIFIED THEN GMdec=GMinc
%
%   IF td_Select IS NOT SPECIFIED THEN td=0 (THAT IS A PD CONTROLLER)
%   IF td_Select='tdmaxPI' THEN td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
%   IF td_Select='tdmaxGM' THEN td=0.245*d+0.164*d^2-0.0047d^5;
%   Else td=td_Select;
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if (nargin==2 | nargin==3),
    td=0;
end
if nargin==2
    GMdec=GMinc;
end
if nargin==4,
    if td_Select=='tdmaxPI'
        td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
    elseif td_Select=='tdmaxGM'
        td=0.245*d+1.164*d^2-0.0047*d^5;
    else
        td=td_Select;
    end
end
GMprod=GMinc*GMdec;
GMmax=UFO_GMmax(d,td);
if GMprod>GMmax
    'The DESIRED GAIN MARGINS ARE NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM GMprod
    WITH',td,' IS ',GMmax
    ti=0;Kc=0;td=0;
    return
end
timin=UFO_timin(d,td);

```

```
ti1=1.01*timin;ti2=1000*timin;
while abs((ti1-ti2)/ti1)>1e-4,
    ti=(ti1+ti2)/2;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = UFO_Ultimate(d,ti,td);
    GMp=Kmax/Kmin;
    if GMp<GMprod
        ti1=ti;
    else
        ti2=ti;
    end
end
Kc=Kmax/GMinc;
```


11. PGM_{inc} ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = UFO_Meth_PGMinc(d,PMdes,GMinc,td_Select)
%
%   UFO_Meth_PGMinc(d,PM,GMinc,td_Select)
%
%   UFO_Meth_GMinc(d,PM,GMinc)
%
%   THE FUNCTION UFO_Meth_PGMinc RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE PGMinc TUNING METHOD IS APPLIED TO AN UNSTABLE FIRST
%   ORDER PLUS DEAD TIME (UFOPDT) SYSTEM.
%   THE GM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE INCREASING GAIN MARGIN GMinc AND THE PHASE MARGIN PM.
%
%
%   IF td_Select IS NOT SPECIFIED THEN td=0 (THAT IS A PI CONTROLLER)
%   IF td_Select='tdmaxPI' THEN   td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
%   IF td_Select='tdmaxGM' THEN   td=0.245*d+0.164*d^2-0.0047d^5;
%   Else td=td_Select;
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d  -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if (nargin==3),
    td=0;
end
if nargin==4,
    if td_Select=='tdmaxPI'
        td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
    elseif td_Select=='tdmaxGM'
        td=0.245*d+1.164*d^2-0.0047*d^5;
    else
        td=td_Select;
    end
end
PMmax=UFO_PMmax(d,td);
if PMdes>PMmax
    'The DESIRED PHASE MARGIN IS NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM PM
WHITH',td,' IS',PMmax
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end
ti=1e3*UFO_timin(d,td);ti_old=1000;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = UFO_Ultimate(d,ti,td);
    Kc=Kmax/GMinc;
    wg=sqrt(max(roots([ti^2-Kc^2*ti^2*td^2 ti^2-Kc^2*(ti^2+td^2) -Kc^2])));
    ti=tan(PMdes+pi/2+d*wg-atan(wg)-atan(wg*td))/wg;
end

if (Kc/Kmin<1)

```

```
'WITH THESE SPECIFICATIONS THE CLOSED LOOP SYSTEM IS NOT STABLE'  
Kc=0;ti=0;td=0;  
return
```

```
end
```

12. PGM_{dec} ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = UFO_Meth_PGMdec(d,PMdes,GMdec,td_Select)
%
%   UFO_Meth_PGMdec(d,PM,GMdec,td_Select)
%
%   UFO_Meth_GMdec(d,PM,GMdec)
%
%   THE FUNCTION UFO_Meth_PGMdec RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE PGMinc TUNING METHOD IS APPLIED TO AN UNSTABLE FIRST
%   ORDER PLUS DEAD TIME (UFOPDT) SYSTEM.
%   THE GM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE INCREASING GAIN MARGIN GMdec AND THE PHASE MARGIN PM.
%
%   IF td_Select IS NOT SPECIFIED THEN td=0 (THAT IS A PI CONTROLLER)
%   IF td_Select='tdmaxPI' THEN td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
%   IF td_Select='tdmaxGM' THEN td=0.245*d+0.164*d^2-0.0047d^5;
%   Else td=td_Select;
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if (nargin==3),
    td=0;
end
if nargin==4,
    if td_Select=='tdmaxPI'
        td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
    elseif td_Select=='tdmaxGM'
        td=0.245*d+0.164*d^2-0.0047*d^5;
    else
        td=td_Select;
    end
end
PMmax=UFO_PMmax(d,td);
if PMdes>PMmax
    'The DESIRED PHASE MARGIN IS NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM PM
WHITH',td,' IS',PMmax
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end
ti=1e3*UFO_timin(d,td);ti_old=1000;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = UFO_Ultimate(d,ti,td);
    Kc=GMdec*Kmin;
    wg=sqrt(max(roots([ti^2-Kc^2*ti^2*td^2 ti^2-Kc^2*(ti^2+td^2) -Kc^2])));
    ti=tan(PMdes+pi/2+d*wg-atan(wg)-atan(wg*td))/wg;
end

if (Kmax/Kc<1)
    'WITH THESE SPECIFICATIONS THE CLOSED LOOP SYSTEM IS NOT STABLE'

```

```
Kc=0;ti=0;td=0;  
return  
end
```

13. 2^η ΜΠΦ ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = UFO_Meth_MPF_2(d,Criter_Val,Criter_Type,td_Select)
%
% UFO_Meth_MPF_2(d,Criter_Val)
%
% APPLIES THE 2nd MPF METHOD FOR PI CONTROLLER WITH zdez=Criter_Val.
%
% UFO_Meth_MPF_2(d,Criter_Val,Criter_Type)
%
% APPLIES THE 2nd MPF METHOD FOR PI CONTROLLER
% IF Criter_Type='te' THEN THE CRITERION IS tedez=Criter_Val
% If Criter_Type='z' THEN THE CRITERION IS zdez=Criter_Val
% FOR ANY OTHER VALUE OF PARAMETER Criter_Type THE
% THE CRITERION IS zdez=Criter_Val
%
% UFO_Meth_MPF_2(d,Criter_Val,Criter_Type,td_Select)

% APPLIES THE 2nd MPF METHOD FOR PI PID CONTROLLER td=td_Select
% If td_Select='tdmaxPI' THEN td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
% If td_Select='tdmaxGM' THEN td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
%
% THE MPF PID TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAT SATISFIES
% THE TIME RESPONSE SPECIFICATION z (DUMPING RATIO)
% OR te (INVERSE OF EIGEN-FREQUENCY) AND GIVES THE MAXIMUM PHASE MARGIN

% VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==2,
    zdes=Criter_Val;flag=1;
end
if nargin>2,
    if Criter_Type=='te',
        tedes=Criter_Val;flag=2;
    else
        zdes=Criter_Val;flag=1;
    end
end
if nargin<4,
    td=0;
end
if nargin==4,
    if td_Select=='tdmaxPI'
        td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
    elseif td_Select=='tdmaxGM'
        td=0.245*d+1.164*d^2-0.0047*d^5;
    else
        td=td_Select;
    end
end
d0=d-td;
ti=UFO_timin(d,td)*1.5;ti_old=10;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    a=-d*conv([1 1],conv([ti^2 1],[td^2 1]))+[0,conv([ti^2 1],[td^2
1])]+ti*[0,conv([1 1],[td^2 1])+td*[0,conv([ti^2 1],[1 1])]];
    Wp=sqrt(max(real(roots(a))));
    Kc=ti*Wp*sqrt(1+Wp^2)/sqrt(1+(Wp*ti)^2)/sqrt(1+(Wp*td)^2);
    if flag==1,
        ti=max(real(roots([(1-1/Kc)^2 -(4*zdes^2*(1/Kc-d0)+2*d0*(1-1/Kc)) d0^2])));
    else
        ti=tedes^2/(1/Kc-d0);
    end
end

```

```
    end  
end
```

14. 2^η ΣΠΚ ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = UFO_Meth_SPK_2(d,Criter_Val,Criter_Type,td_Select)
%
% UFO_Meth_SPK_2(d,Criter_Val)
%
% APPLIES THE 2nd SPK METHOD FOR PI CONTROLLER WITH zdez=Criter_Val.
%
% UFO_Meth_SPK_2(d,Criter_Val,Criter_Type)
%
% APPLIES THE 2nd SPK METHOD FOR PI CONTROLLER
% IF Criter_Type='te' THEN THE CRITERION IS tedez=Criter_Val
% If Criter_Type='z' THEN THE CRITERION IS zdez=Criter_Val
% FOR ANY OTHER VALUE OF PARAMETER Criter_Type THE
% THE CRITERION IS zdez=Criter_Val
%
% UFO_Meth_SPK_2(d,Criter_Val,Criter_Type,td_Select)
% APPLIES THE 2nd MPF METHOD FOR PI PID CONTROLLER td=td_Select
% If td_Select='tdmaxPI' THEN td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
% If td_Select='tdmaxGM' THEN td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
%
% THE SPK PID TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAT SATISFIES
% THE TIME RESPONSE SPECIFICATION z (DUMPING RATIO)
% OR te (INVERSE OF EIGEN-FREQUENCY) AND GIVES SIMETRICAL
% GAIN MARGINS (i.e. GMinc=GMdec)
%
% VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==2,
    zdes=Criter_Val;flag=1;
end
if nargin>2,
    if Criter_Type=='te',
        tedes=Criter_Val;flag=2;
    else
        zdes=Criter_Val;flag=1;
    end
end
if nargin<4,
    td=0;
end
if nargin==4,
    if td_Select=='tdmaxPI'
        td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
    elseif td_Select=='tdmaxGM'
        td=0.245*d+1.164*d^2-0.0047*d^5;
    else
        td=td_Select;
    end
end
d0=d-td;
ti=UFO_timin(d,td)*1.5;ti_old=10;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=Ufo_ultimate(d,ti,td);
    Kc=sqrt(Kmax*Kmin);
    if flag==1,
        ti=max(roots([(1-1/Kc)^2 -(4*zdes^2*(1/Kc-d0)+2*d0*(1-1/Kc)) d0^2]));
    else
        ti=tedes^2/(1/Kc-d0);
    end
end
end

```

15. 3^η ΜΠΦ ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td,J] = UFO_Meth_MPF_3(d,Criter_Type,td_Select)
%
%   UFO_Meth_SPK_3(d)
%
%   APPLIES THE 3rd MPF METHOD FOR PI CONTROLLER MINIMIZING THE ISE CRITERION.
%
%   UFO_Meth_MPF_3(d,Criter_Type)
%
%   APPLIES THE 3rd MPF METHOD FOR PI CONTROLLER MINIMIZING THE ISE_SP
CRITERION%
%
%   UFO_Meth_MPF_3(d,Criter_Val,Criter_Type,td_Select)
%
%   APPLIES THE 3rd MPF METHOD FOR PI CONTROLLER
%   IF Criter_Type='ise_____sp' THEN THE CRITERION ISE_SP
%   IF Criter_Type='ise_____de' THEN THE CRITERION ISE_D
%   IF Criter_Type='isenscod_sp' THEN THE CRITERION ISENSCOD_SP
%   IF Criter_Type='isenscod_de' THEN THE CRITERION ISENSCOD_D
%   IF Criter_Type='isensdco_sp' THEN THE CRITERION ISENSDCO_SP
%   IF Criter_Type='isensdco_de' THEN THE CRITERION ISENSDCO_D
%   FOR ANY OTHER VALUE OF PARAMETER Criter_Type THE
%   THE CRITERION IS ISE_SP
%
%   APPLIES THE 3rd MPF METHOD FOR A PID CONTROLLER WITH td=td_Select
%   If td_Select='tdmaxPI' then td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
%   If td_Select='tdmaxGM' then td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==1,
    model='UFO_ise_sp';
end
if nargin>1,
    if Criter_Type=='ise_____sp',
        model='UFO_ise_sp';
    elseif Criter_Type=='ise_____de',
        model='UFO_ise_d';
    elseif Criter_Type=='isenscod_sp',
        model='UFO_isenscod_sp';
    elseif Criter_Type=='isenscod_de',
        model='UFO_isenscod_d';
    elseif Criter_Type=='isensdco_sp',
        model='UFO_isensdco_sp';
    elseif Criter_Type=='isensdco_de',
        model='UFO_isensdco_d';
    else
        model='UFO_ise_sp';
    end
end
if nargin<3,
    td=0;
end
if nargin==3,
    if td_Select=='tdmaxPI'
        td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
    elseif td_Select=='tdmaxGM'
        td=0.245*d+0.164*d^2-0.0047*d^5;
    else
        td=td_Select;
    end
end

```



```

end
if d-td>0.1
    opt = simset('solver','ode45','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.02);
else
    opt = simset('solver','ode45','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.002);
end
opt
simset('solver','ode4','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.1*d,'RelTol',1e-
2);
GS=0.5*(3-sqrt(5));
%STEP 0;
timin=UFO_timin(d,td);
til=1.1*timin;
ti2=1500*timin;
c=0.5*(3.0-sqrt(5.0));
a=til; b=ti2;
v=a + GS*(b-a);
w=v; xf=v;
ds=0.0; e=0.0;
x=xf;
ti=x;
aaa=-d*conv([1 1],conv([ti^2 1],[td^2 1]))+[0,conv([ti^2 1],[td^2
1])+ti*[0,conv([1 1],[td^2 1])+td*[0,conv([ti^2 1],[1 1])]];
Wp=sqrt(max(roots(aaa)));
Kc=ti*Wp*sqrt(1+Wp^2)/sqrt(1+(Wp*ti)^2)/sqrt(1+(Wp*td)^2);
sim(model,[0 100+d^2*200],opt);
fx=ise;
fv=fx; fw=fx;
xm=0.5*(a+b);
%ALGORITHM%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
while abs((xf-xm)./xf) > 0.001,
    if xf>=xm, e=a-xf; else, e=b-xf; end
    ds=GS*e;
    x=xf+ds;
    ti=x;
    aaa=-d*conv([1 1],conv([ti^2 1],[td^2 1]))+[0,conv([ti^2 1],[td^2
1])+ti*[0,conv([1 1],[td^2 1])+td*[0,conv([ti^2 1],[1 1])]];
    Wp=sqrt(max(roots(aaa)));
    Kc=ti*Wp*sqrt(1+Wp^2)/sqrt(1+(Wp*ti)^2)/sqrt(1+(Wp*td)^2);
    sim(model,[0 100+d^2*200],opt);
    fu=ise;
% Update a, b, v, w, x, xm, toll, tol2
    if fu<=fx
        if x>=xf, a=xf; else, b=xf; end
        v=w; fv=fw; w=xf; fw=fx; xf=x; fx=fu;
    else % fu > fx
        if x<xf, a=x; else, b=x; end
        if ((fu<=fw)|(w==xf))
            v=w; fv=fw; w=x; fw=fu;
        elseif ((fu<=fv)|(v==xf)|(v==w))
            v=x; fv=fu;
        end
    end
    xm=0.5*(a+b);
end %while
J=fx;ti=x;

```

16. 3^η ΣΠΚ ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ UFO/PDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td,J] = UFO_Meth_SPK(d,Criter_Type,td_Select)
%
%   UFO_Meth_SPK_3(d)
%
%   APPLIES THE 3rd SPK METHOD FOR PI CONTROLLER MINIMIZING THE ISE CRITERION.
%
%   UFO_Meth_SPK_3(d,Criter_Type)
%
%   APPLIES THE 3rd SPK METHOD FOR PI CONTROLLER MINIMIZING THE ISE_SP
CRITERION%
%
%   UFO_Meth_SPK_3(d,Criter_Val,Criter_Type,td_Select)
%
%   APPLIES THE 3rd SPK METHOD FOR PI CONTROLLER
%   IF Criter_Type='ise_____sp' THEN THE CRITERION ISE_SP
%   IF Criter_Type='ise_____de' THEN THE CRITERION ISE_D
%   IF Criter_Type='isenscod_sp' THEN THE CRITERION ISENSCOD_SP
%   IF Criter_Type='isenscod_de' THEN THE CRITERION ISENSCOD_D
%   IF Criter_Type='isensdco_sp' THEN THE CRITERION ISENSDCO_SP
%   IF Criter_Type='isensdco_de' THEN THE CRITERION ISENSDCO_D
%   FOR ANY OTHER VALUE OF PARAMETER Criter_Type THE
%   THE CRITERION IS ISE_SP
%
%   APPLIES THE 3rd SPK METHOD FOR A PID CONTROLLER WITH td=td_Select
%   If td_Select='tdmaxPI' then td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
%   If td_Select='tdmaxGM' then td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==1,
    model='UFO_ise_sp';
end
if nargin>1,
    if Criter_Type=='ise_____sp',
        model='UFO_ise_sp';
    elseif Criter_Type=='ise_____de',
        model='UFO_ise_d';
    elseif Criter_Type=='isenscod_sp',
        model='UFO_isenscod_sp';
    elseif Criter_Type=='isenscod_de',
        model='UFO_isenscod_d';
    elseif Criter_Type=='isensdco_sp',
        model='UFO_isensdco_sp';
    elseif Criter_Type=='isensdco_de',
        model='UFO_isensdco_d';
    else
        model='UFO_ise_sp';
    end
end
if nargin<3,
    td=0;
end
if nargin==3,
    if td_Select=='tdmaxPI'
        td=0.5*d+0.27*d^2+0.23*d^3;
    elseif td_Select=='tdmaxGM'
        td=0.245*d+0.164*d^2-0.0047*d^5;
    else
        td=td_Select;
    end
end

```

```

        end
end

%if d-td>0.1
% opt = simset('solver','ode45','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.02);
%else
%
%                                     opt =
simset('solver','ode45','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.002);
%end
opt =
simset('solver','ode4','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.1*d,'RelTol',1e-
2);
GS=0.5*(3-sqrt(5));
%STEP 0;
timin=UFO_timin(d,td);
ti1=1.1*timin;
ti2=500*timin;
c=0.5*(3.0-sqrt(5.0));
a=ti1; b=ti2;
v=a + GS*(b-a);
w=v; xf=v;
ds=0.0; e=0.0;
x=xf;
ti=x;
[Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=Ufo_ultimate(d,ti,td);
Kc=sqrt(Kmin*Kmax);
sim(model,[0 100+d^2*200],opt);
fx=ise;
fv=fx; fw=fx;
xm=0.5*(a+b);
%ALGORITHM%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
while abs((xf-xm)./xf) > 0.001,
    if xf>=xm, e=a-xf; else, e=b-xf; end
    ds=GS*e;
    x=xf+ds;
    ti=x;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=Ufo_ultimate(d,ti,td);
    Kc=sqrt(Kmin*Kmax);
    sim(model,[0 100+d^2*200],opt);
    fu=ise;
% Update a, b, v, w, x, xm, toll, tol2
    if fu<=fx
        if x>=xf, a=xf; else, b=xf; end
        v=w; fv=fw; w=xf; fw=fx; xf=x; fx=fu;
    else % fu > fx
        if x<xf, a=x; else, b=x; end
        if ((fu<=fw)|(w==xf))
            v=w; fv=fw; w=x; fw=fu;
        elseif ((fu<=fv)|(v==xf)|(v==w))
            v=x; fv=fu;
        end
    end
    xm=0.5*(a+b);
end %while
J=fx;ti=x;

```

17. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΠΟΛΩΝ ΕΝΟΣ ΥΦΟΡΡΤ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

```

function [P]=UFO_Poles(Kc,d,ti,td,n,p);

%
%   UFO_Poles(Kc,d,ti,td)
%
%   UFO_Poles(Kc,d,ti,td,n)
%
%   UFO_Poles(Kc,d,ti,td,n,p)
%
%   THE FUNCTION UFO_Poles RETURNS ALL THE POLES OF AN UNSTABLE
%   FIRST ORDER PLUS DEAD TIME SYSTEM (UFOPDT) CONTROLLED BY
%   A PID CONTROLLER. THE POLES ARE SORTED WITH THEIR SIGNIFICANCE
%   STARTING FROM THE ONES WITH THE SMALLER REAL PART
%
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%       IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%   p -> IS THE FLAG FOR PLOTTING THE ROOTS
%       IF p=1 OR p='p' THEN THE ROOTS ARE PLOTTED
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==4,
    n=21,p=0;
end
if nargin==5,
    p=0;
end
D=zpk([],(-n/d)*ones(1,n),(n/d)^n);
Q=zpk([], [1],1);
QD=Q*D;
if td==0, td=1e-10;end
Gc=zpk([-1/td,-1/ti],[0],Kc*td);
L=Gc*QD;
[N,D]=tfdata(L,'v');B=N+D;P=roots(B);
P=esort(P);
if (p==1 | p=='p')
    figure, hold on
    for k=1:max(size(P))
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5)
    end
end
end

```

18. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ 3^{ΩV} ΕΠΙΚΡΑΤΟΥΝΤΩΝ ΠΟΛΩΝ ΕΝΟΣ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

```

function [P3]=UFO_DomPoles(Kc,d,ti,td,n,p);
%
%   UFO_DomPoles(Kc,d,ti,td)
%
%   UFO_DomPoles(Kc,d,ti,td,n)
%
%   UFO_DomPoles(Kc,d,ti,td,n,p)
%
%   THE FUNCTION UFO_DomPoles RETURNS THE 3 DOMINANT POLES OF AN UNSTABLE
%   FIRST ORDER PLUS DEAD TIME SYSTEM (UFOPDT) CONTROLLED BY
%   A PID CONTROLLER. THE POLES ARE SORTED WITH THERE SIGNIFICANCE
%   STARTING FROM THE ONES WITH THE SMALLER REAL PART
%
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%         IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%   p -> IS THE FLAG FOR PLOTTING THE ROOTS
%         IF p=1 OR p='p' THEN THE ROOTS ARE PLOTTED
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==4,
    n=21,p=0;
end
if nargin==5,
    p=0;
end

P=UFO_Poles(Kc,d,ti,td,n);
P3=[P(1);P(2);P(3)];
if (p==1 | p=='p')
    figure, hold on
    for k=1:max(size(P3))
        plot(real(P3(k)),imag(P3(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
end
end

```

19. Γ.Τ.Ρ. ΕΝΟΣ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ ΤΟ K_C

```

function [] = UFO_RL_Kc(d,ti,td,No_Poles,Kc_start,Kc_end,n)
%
%   UFO_RL_Kc(d,ti,td)
%
%   UFO_RL_Kc(d,ti,td,No_Poles)
%
%   UFO_RL_Kc(d,ti,td,No_Poles,Kc_start,Kc_end)
%
%   UFO_RL_Kc(d,ti,td,No_Poles,Kc_start,Kc_end,n)
%
%   THE FUNCTION UFO_RL_Kc PLOTS THE ROOT LOCUS
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE
%   TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%   UNSTABLE FIRST ORDER PLUS DEAD TIME (UFOPDT)
%   SYSTEM, IN THE GAIN RANGE (Kc_start,Kc_end).
%   IF Kc_start,Kc_end ARE NOT DEFINED THEN
%   Kc_start=0.01 AND Kc_end=100
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%         IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%
%   No_Poles -> IS THE NUMBER OF POLES THAT WILL BE PLOTTED. IF No_Poles
%               IS NOT DEFINED THEN No_Poles=3;
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin<7,
    n=21;
end
if nargin<5,
    Kc_start=.01;Kc_end=100;
end
if nargin<4
    No_Poles=3;
end

Kci=logspace(log10(Kc_start),log10(Kc_end),100);
figure,hold on

for i=1:100
    Kc=Kci(i);
    P=UFO_Poles(Kc,d,ti,td,n);
    for k=1:min(max(size(P)),No_Poles)
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
    clear P;
end
end

```

20. Γ.Τ.Ρ. ΕΝΟΣ UFOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ ΤΟ t_f

```
function [] = UFO_RL_td(d,Kc,ti,No_Poles,td_start,td_end,n)
%
%   UFO_RL_td(d,Kc,ti)
%
%   UFO_RL_td(d,Kc,ti,No_Poles)
%
%   UFO_RL_td(d,Kc,ti,No_Poles,td_start,td_end)
%
%   UFO_RL_td(d,Kc,ti,No_Poles,td_start,td_end,n)
%
%   THE FUNCTION UFO_RL_td PLOTS THE ROOT LOCUS
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE
%   TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%   UNSTABLE FIRST ORDER PLUS DEAD TIME (UFOPDT)
%   SYSTEM, IN THE DERIVATIVE TIME CONSTANT RANGE (td_start,td_end).
%   IF ti_start,ti_end ARE NOT DEFINED THEN
%   td_start=0.01 AND td_end=ts+10
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%         IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%
%   No_Poles -> IS THE NUMBER OF POLES THAT WILL BE PLOTTED. IF No_Poles
%   IS NOT DEFINED THEN No_Poles=4;
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin<7,
    n=21;
end
if nargin<5,
    td_start=.01;td_end=ts+10;
end
if nargin<4
    No_Poles=3;
end

tdi=logspace(log10(td_start),log10(td_end),100);
figure,hold on

for i=1:100
    td=tdi(i);
    P=UFO_Poles(Kc,d,ti,td,n);
for k=1:min(max(size(P)),No_Poles)
plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5 )
end
clear P;
end
```

21. Γ.Τ.Ρ. ΕΝΟΣ ΥΦΟΡΡΔΤ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ ΤΟ t_D

```

function [] = UFO_RL_ti(d,Kc,td,No_Poles,ti_start,ti_end,n)
%
%   UFO_RL_ti(d,Kc,td)
%
%   UFO_RL_ti(d,Kc,td,No_Poles)
%
%   UFO_RL_ti(d,Kc,td,No_Poles,ti_start,ti_end)
%
%   UFO_RL_ti(d,Kc,td,No_Poles,ti_start,ti_end,n)
%
%   THE FUNCTION UFO_RL_ti PLOTS THE ROOT LOCUS
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE
%   TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%   UNSTABLE FIRST ORDER PLUS DEAD TIME (UFOPDT)
%   SYSTEM, IN THE INTEGRATING TIME CONSTANT RANGE (ti_start,ti_end).
%   IF ti_start,ti_end ARE NOT DEFINED THEN
%   ti_start=0.01 AND ti_end=100
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%         IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%
%   No_Poles -> IS THE NUMBER OF POLES THAT WILL BE PLOTTED. IF No_Poles
%   IS NOT DEFINED THEN No_Poles=4;
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin<7,
    n=21;
end
if nargin<5,
    ti_start=.01;ti_end=100;
end
if nargin<4
    No_Poles=3;
end

tii=logspace(log10(ti_start),log10(ti_end),100);
figure,hold on

for i=1:100
    ti=tii(i);
    P=UFO_Poles(Kc,d,ti,td,n);
    for k=1:min(max(size(P)),No_Poles)
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
    clear P;
end
end

```


ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

22. ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ NYQUIST USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

```

function [] = USO_PolarPlot(d,ts,Kc,ti,td,Wstart,Wend)
%
%   USO_PolarPlot(d,ts,Kc,ti,td,Wstart,Wend)
%
%   USO_PolarPlot(d,ts,Kc,ti,td)
%
%   THE FUNCTION USO_PolarPlot RETURNS THE POLAR (OR NYQUIST)
%   PLOT, OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE
%   TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%   UNSTABLE SECOND ORDER PLUS DEAD TIME (USOPDT)
%   SYSTEM, IN THE FREQUENCY RANGE (Wstart,Wend).
%   IF Wstart,Wend ARE NOT DEFINED THEN
%   Wstart=0.5Wmin AND Wend=2Wmax, WHERE Wmin AND Wmax
%   ARE THE CRITICAL (CROSSOVER) FREQUENCIES
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==5;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=USO_Ultimate(d,ts,ti,td);
    Wstart=0.5*Wmin;
    Wend=2*Wmax;
end
wf=linspace(Wstart,Wend,500);
for z=1:500;
    w=wf(z);

A(z)=Kc*sqrt(1+(ti*w)^2)*sqrt(1+(td*w)^2)/sqrt(1+(ts*w)^2)/sqrt(1+w^2)/(ti*w);
    f(z)=-3/2*pi-d*w+atan(w)+atan(ti*w)+atan(td*w)-atan(ts*w);
    x(z)=A(z)*cos(f(z));
    y(z)=A(z)*sin(f(z));
end
plot(x,y);zoom on;hold on

%Unit Circle
for i=1:75,cx(i)=-cos((i-1)/150*pi);cy(i)=-sin((i-1)/150*pi);end
plot(cx,cy,'-.k')
x0=linspace(1.2*min(x),0.8*max(x),100);
y0=linspace(1.2*min(y),0.8*max(y),100);
plot(x0,zeros(100),'-.k')
AXIS([1.2*min(x) 0.8*max(x) 1.2*min(y) 1.2*max(y)])
hold off

```

23. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΚΡΙΣΙΜΩΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΚΕΡΔΩΝ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

```

function [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = USO_Ultimate(d,ts,ti,td)
%
%
%   USO_Ultimate(d,ts,ti,td)
%
%   THE FUNCTION USO_Ultimate RETURNS THE CRITICAL (CROSSOVER) FREQUENCIES
%   AND THE CRITICAL (ULTIMATE) GAINS, OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE
%   UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN, UNSTABLE SECOND ORDER PLUS DEAD
%   TIME (USOPDT)SYSTEM
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if ti<USO_timin(d,ts,td)
    Wmin=0;Wmax=0;Kmin=0;Kmax=0;
    'The integral action is too small. The system is not Stabilizable.'
    return
end

%Wmin & Kmin
Wmin=sqrt(1/(ti-(d-td)*(1+td)));
Wmin_old=100;
n=0;
while (abs((Wmin_old-Wmin)/Wmin)>1e-5 & n<1000)
    n=n+1;
    Wmin_old=Wmin;
    Er=-pi/2-d*Wmin+atan(Wmin)+atan(ti*Wmin)+atan(td*Wmin)-atan(ts*Wmin);
    Wmin=Wmin-Wmin*Er;
end
Kmin=ti*Wmin*sqrt(1+Wmin^2)*sqrt(1+(Wmin*ts)^2)/sqrt(1+(Wmin*ti)^2)/...
    sqrt(1+(Wmin*td)^2);

%Wmax & Kmax
Wmax_old=1;Wmax=1e4;
n=0;
while (abs((Wmax_old-Wmax)/Wmax)>1e-5 & n<1000)
    n=n+1;
    Wmax_old=Wmax;
    Wmax=(atan(Wmax)+atan(ti*Wmax)+atan(td*Wmax)-atan(ts*Wmax)-pi/2)/d;
end
Kmax=ti*Wmax*sqrt(1+Wmax^2)*sqrt(1+(Wmax*ts)^2)/sqrt(1+(Wmax*ti)^2)/...
    sqrt(1+(Wmax*td)^2);

```

24. ΠΕΡΙΘΩΡΙΟ ΦΑΣΗΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΘΩΡΙΑ ΚΕΡΔΟΥΣ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

```

function [PM,GMinc,GMdec] = USO_Margins(d,ts,Kc,ti,td)
%
%   USO_Margins(d,ts,Kc,ti,td)
%
%
%   THE FUNCTION USO_Margins RETURNS THE PHASE MARGIN PM, THE
%   INCREASING GAIN MARGIN GMinc, AND THE DECREASING GAIN MARGIN GMdec
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND
%   THE SYSTEM GAIN, UNSTABLE SECOND ORDER PLUS DEAD TIME (USOPDT)SYSTEM
%   FOR THE CLOSED LOOP SYSTEM TO BE STABLE THE FOLLOWING MUST HOLD TRUE
%
%   PM>0 AND GMinc>1 AND GMdec>1 AND
%   Im(PM)=0 AND Im(GMinc)=0 AND Im(GMdec)=0
%
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

%PM
b3=-ti^2*ts^2;
b2=(Kc^2*ti^2*td^2-ti^2*ts^2-ti^2);
b1=(Kc^2*td^2+Kc^2*ti^2-ti^2);
b0=Kc^2;
WG=sqrt(max(roots([b3 b2 b1 b0])));
PM=-pi/2-d*WG-atan(ts*WG)+atan(WG)+atan(ti*WG)+atan(td*WG);
%GM
[Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=Uso_ultimate(d,ts,ti,td);
GMinc=Kmax/Kc;
GMdec=Kc/Kmin;

```

25. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $\tau_{I,\min}$ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [timin] = USO_timin(d,ts,td)
%
%   USO_ timin(d,ts,td)
%
%   THE FUNCTION USO_timin RETURNS THE SMALLEST VALUE OF THE INTEGRAL
%   TIME CONSTANT ti OF PID CONTROLLER IN ITS SERIES FORM FOR WHICH
%   THE CLOSED LOOP UNSTABLE SECOND ORDER PLUS DEAD TIME (USOPDT)SYSTEM
%   CAN BE STABILIZED.
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d  ->  IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts ->  IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   td ->  IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%           IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

ti=1e-5;ti_old=1000;n=0;
while (abs((ti-ti_old)/ti)>1e-9 & n<100)
    n=n+1;
    b4=-d*ti^2*td^2*ts^2;
    b3=(ti^2*td^2*ts^2+ti*td^2*ts^2+td*ti^2*ts^2-((d*ti^2+d)*...
        td^2+d*ti^2)*ts^2-d*ti^2*td^2-ts*ti^2*td^2);
    b2=((td^2+ti^2)*ts^2+ti^2*td^2+(ti*td^2+ti)*ts^2+ti*td^2+...
        (td*ti^2+td)*ts^2+td*ti^2-(ts*ti^2+ts)*td^2-ts*ti^2-...
        (d*td^2+d*ti^2+d)*ts^2-(d*ti^2+d)*td^2-d*ti^2);
    b1=(ts^2+td^2+ti^2+ti*ts^2+ti*td^2+ti+td*ts^2+td*ti^2+td-...
        d*ts^2-d*td^2-d*ti^2-d-ts*td^2-ts*ti^2-ts);
    b0=-d+1-ts+ti+td;
    wpi=roots([b4 b3 b2 b1 b0]);
    for k=1:length(wpi),if imag(wpi(k))~=0,wpi(k)=0;end,end
    Wp=sqrt(max(wpi));
    ti_old=ti;
    ti=tan(pi/2+d*Wp-atan(Wp)-atan(td*Wp)+atan(ts*Wp))/Wp;
end
timin=ti;

```

26. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $\tau_{D,\min}$ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [tdmin] = USO_tadmin(d,ts,ti)
%
%   USO_ tadmin(d,ts,ti)
%
%   THE FUNCTION USO_tadmin RETURNS THE SMALLEST VALUE OF THE DERIVATIVE
%   TIME CONSTANT td OF PID CONTROLLER IN ITS SERIES FORM FOR WHICH
%   THE CLOSED LOOP UNSTABLE SECOND ORDER PLUS DEAD TIME (USOPDT)SYSTEM
%   CAN BE STABILIZED.
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d  ->  IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts ->  IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   ti ->  IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%           IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

td=1e-5;td_old=1000;n=0;
while (abs((td-td_old)/td)>1e-9 & n<100)
    n=n+1;
    b4=-d*ti^2*td^2*ts^2;
    b3=(ti^2*td^2*ts^2+ti*td^2*ts^2+td*ti^2*ts^2-((d*ti^2+d)*...
        td^2+d*ti^2)*ts^2-d*ti^2*td^2-ts*ti^2*td^2);
    b2=((td^2+ti^2)*ts^2+ti^2*td^2+(ti*td^2+ti)*ts^2+ti*td^2+...
        (td*ti^2+td)*ts^2+td*ti^2-(ts*ti^2+ts)*td^2-ts*ti^2-...
        (d*td^2+d*ti^2+d)*ts^2-(d*ti^2+d)*td^2-d*ti^2);
    b1=(ts^2+td^2+ti^2+ti*ts^2+ti*td^2+ti+td*ts^2+td*ti^2+td-...
        d*ts^2-d*td^2-d*ti^2-d-ts*td^2-ts*ti^2-ts);
    b0=-d+1-ts+ti+td;
    wpi=roots([b4 b3 b2 b1 b0]);
    for k=1:length(wpi),if imag(wpi(k))~=0,wpi(k)=0;end,end
    Wp=sqrt(max(wpi));
    td_old=ti;
    td=tan(pi/2+d*Wp-atan(Wp)-atan(ti*Wp)+atan(ts*Wp))/Wp;
end
tdmin=td;

```

27. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $\tau_{D,max}$ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [tdmax] = USO_tdmax(d,ts,ti)
%
%   USO_tdmax(d,ts,ti)
%
%
%   THE FUNCTION USO_tdmax RETURNS THE LARGEST VALUE OF THE DERIVATIVE
%   TIME CONSTANT td OF PID CONTROLLER IN ITS SERIES FORM, FOR WHICH
%   THE CLOSED LOOP UNSTABLE SECOND ORDER PLUS DEAD TIME (USOPDT)SYSTEM
%   CAN BE STABILIZED.
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%           IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

    tdl=ts;td2=1e3;
    n=1;
    while n<100
        td=(tdl+td2)/2;
        [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = USO_Ultimate(d,ts,ti,td);
        if Kmin<Kmax,
            tdl=td;
        else
            td2=td;
        end
        n=n+1;
    end
    tdmax=td;

```

28. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ PM_{\max} ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [PMmax] = USO_PMmax(d,ts,td,ti)
%
%   USO_PMmax(d,td,ti)
%
%   USO_PMmax(d,td)
%
%
%   THE FUNCTION USO_PMmax RETURNS THE MAXIMUM ACHIEVABLE PHASE MARGIN
%   OF AN UNSTABLE SECOND ORDER PLUS DEAD TIME (USOPDT)SYSTEM
%   IF ti IS NOT SPECIFIED THEN ti=inf (THAT IS A PD CONTROLLER)
%
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==3;
    ti=1e20;
    tdmax=USO_tdmax(d,ts,ti);
    if td>tdmax
        'The derivative action is too large: td must be smaller than 1'
        return
    end
end
if nargin==4;
    timin=USO_timin(d,ts,td);
    if ti<timin
        'The integral action is too small: ti must be larger than',timin
        return
    end
    tdmax=USO_tdmax(d,ts,ti);
    if td>tdmax
        'The derivative action is too large: td must be smaller than',tdmax
        return
    end
end
b4=-d*ti^2*td^2*ts^2;
b3=(ti^2*td^2*ts^2+ti*td^2*ts^2+td*ti^2*ts^2-((d*ti^2+d)*...
    td^2+d*ti^2)*ts^2-d*ti^2*td^2-ts*ti^2*td^2);
b2=((td^2+ti^2)*ts^2+ti^2*td^2+(ti*td^2+ti)*ts^2+ti*td^2+...
    (td*ti^2+td)*ts^2+td*ti^2-(ts*ti^2+ts)*td^2-ts*ti^2-...
    (d*td^2+d*ti^2+d)*ts^2-(d*ti^2+d)*td^2-d*ti^2);
b1=(ts^2+td^2+ti^2+ti*ts^2+ti*td^2+ti+td*ts^2+td*ti^2+td-...
    d*ts^2-d*td^2-d*ti^2-d-ts*td^2-ts*ti^2-ts);
b0=-d+1-ts+ti+td;
wpi=roots([b4 b3 b2 b1 b0]);
for k=1:length(wpi),if imag(wpi(k))~=0,wpi(k)=0;end,end
Wp=sqrt(max(wpi));
PMmax=-pi/2-d*Wp-atan(ts*Wp)+atan(Wp)+atan(ti*Wp)+atan(td*Wp);

```

29. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $GM_{prod,max}$ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [GMmax] = USO_GMmax(d,ts,td,ti)
%
%   USO_GMmax(d,ts,td,ti)
%
%   USO_GMmax(d,ts,td)
%
%   THE FUNCTION USO_GMmax RETURNS THE MAXIMUM ACHIEVABLE GAIN MARGIN PRODUCT
%   DEFINED BY :
%
%    $GM_{prod,max}=GM_{inc}*GM_{dec}=K_{max}/K_{min}$ 
%
%   OF AN UNSTABLE SECOND ORDER PLUS DEAD TIME (USOPDT) SYSTEM
%   FOR THE SYSTEM TO BE STABILIZABLE THE FOLLOWING MUST HOLD TRUE:
%
%    $GM_{prod,max}>1$ .
%
%   IF ti IS NOT SPECIFIED THEN ti=inf (THAT IS A PD CONTROLLER)
%   IF td IS NOT SPECIFIED THEN td=0 (THAT IS A P CONTROLLER)
%
%   ALL PARAMETERS ARE NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==3;
    ti=1e20;
    tdmax=USO_tdmax(d,ts,ti);
    if td>tdmax
        'The derivative action is too large: td must be smaller than 1'
        return
    end
end
if nargin==4;
    tmin=USO_tmin(d,ts,td);
    if ti<tmin
        'The integral action is too small: ti must be larger than',tmin
        return
    end
    tdmax=USO_tdmax(d,ts,ti);
    if td>tdmax
        'The derivative action is too large: td must be smaller than',tdmax
        return
    end
end

[Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = USO_Ultimate(d,ts,ti,td);
GMmax=Kmax/Kmin;

```


30. PM ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = USO_Meth_PM(d,ts,PMdes,td)
%
%   UsO_Meth_PM(d,ts,PMdes,td)
%
%   THE FUNCTION USO_Meth_PM RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE PM TUNING METHOD IS APPLIED TO AN UNSTABLE SECOND
%   ORDER PLUS DEAD TIME (USOPDT) SYSTEM.
%   THE PM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE PHASE MARGIN PMdes AT THE POINT OF MAXIMUM PHASE.
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d  -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

PMmax=USO_PMmax(d,ts,td);
if PMdes>PMmax
    'The DESIRED PHASE MARGIN IS NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM PM
    WHITH',td,' IS',PMmax
    return
end

ti=1e-10;ti_old=1000;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    b4=-d*ti^2*td^2*ts^2;
    b3=(ti^2*td^2*ts^2+ti*td^2*ts^2+td*ti^2*ts^2-((d*ti^2+d)*...
        td^2+d*ti^2)*ts^2-d*ti^2*td^2-ts*ti^2*td^2);
    b2=((td^2+ti^2)*ts^2+ti^2*td^2+(ti*td^2+ti)*ts^2+ti*td^2+...
        (td*ti^2+td)*ts^2+td*ti^2-(ts*ti^2+ts)*td^2-ts*ti^2-...
        (d*td^2+d*ti^2+d)*ts^2-(d*ti^2+d)*td^2-d*ti^2);
    b1=(ts^2+td^2+ti^2+ti*ts^2+ti*td^2+ti+td*ts^2+td*ti^2+td-...
        d*ts^2-d*td^2-d*ti^2-d-ts*td^2-ts*ti^2-ts);
    b0=-d+1-ts+ti+td;
    wpi=roots([b4 b3 b2 b1 b0]);
    for k=1:length(wpi),if imag(wpi(k))~=0,wpi(k)=0;end,end
    Wp=sqrt(max(wpi));
    ti=tan(PMdes+pi/2+d*Wp+atan(Wp*ts)-atan(Wp)-atan(Wp*td))/Wp;
end
Kc=ti*Wp*sqrt(1+Wp^2)*sqrt(1+ts^2*Wp^2)/sqrt(1+ti^2*Wp^2)/sqrt(1+td^2*Wp^2);

```

31. GM ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = USO_Meth_GM(d,ts,GMinc,GMdec,td)
%
%   USO_Meth_GM(d,ts,GMinc,GMdec,td)
%
%
%   THE FUNCTION USO_Meth_GM RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE GM TUNING METHOD IS APPLIED TO AN UNSTABLE INTEGRATING
%   PLUS DEAD TIME (UIPDT) SYSTEM.
%   THE GM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE INCREASING GAIN MARGIN GMinc AND THE DECREASING GAIN MARGIN GMdec.
%
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d  ->  IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts ->  IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   td ->  IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%           IN ITS SERIES FORM
%   ti ->  IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%           IN ITS SERIES FORM
%   Kc ->  IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

GMprod=GMinc*GMdec;
GMmax=USO_GMmax(d,ts,td);
if GMprod>GMmax
    'The DESIRED GAIN MARGINS ARE NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM GMprod
    WITH',td,' IS',GMmax
    ti=0;Kc=0;td=0;
    return
end
timin=USO_timin(d,ts,td);
ti1=1.01*timin;ti2=1000*timin;
while abs((ti1-ti2)/ti1)>1e-4,
    ti=(ti1+ti2)/2;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = USO_Ultimate(d,ts,ti,td);
    GMp=Kmax/Kmin;
    if GMp<GMprod
        ti1=ti;
    else
        ti2=ti;
    end
end
end
Kc=Kmax/GMinc;

```

32. PGM_{inc} ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = USO_Meth_PGMinc(d,ts,PMdes,GMinc,td)
%
%   USO_Meth_PGMinc(d,ts,PMdes,GMinc,td)
%
%   THE FUNCTION USO_Meth_PGMinc RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE PGMinc TUNING METHOD IS APPLIED TO AN UNSTABLE SECOND
%   ORDER PLUS DEAD TIME (USOPDT) SYSTEM.
%   THE GM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE INCREASING GAIN MARGIN GMinc AND THE PHASE MARGIN PM.
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

PMmax=USO_PMmax(d,ts,td);
if PMdes>PMmax
    'The DESIRED PHASE MARGIN IS NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM PM
    WHITH',td,' IS',PMmax
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end
ti=1e3*USO_timin(d,ts,td);ti_old=1000;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = USO_Ultimate(d,ts,ti,td);
    Kc=Kmax/GMinc;
    wg=sqrt(max(roots([-ti^2*ts^2 Kc^2*ti^2*td^2-ti^2*ts^2-ti^2
    Kc^2*ti^2+Kc^2*td^2-ti^2 Kc^2])));
    ti=tan(PMdes+pi/2+d*wg+atan(wg*ts)-atan(wg)-atan(wg*td))/wg;
end

if (Kc/Kmin<1)
    'WITH THESE SPECIFICATIONS THE CLOSED LOOP SYSTEM IS NOT STABLE'
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end

```

33. PGM_{dec} ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = USO_Meth_PGMdec(d,ts,PMdes,GMdec,td)
%
%   USO_Meth_PGMdec(d,ts,PMdes,GMdec,td)
%
%   THE FUNCTION USO_Meth_PGMdec RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE PGMdec TUNING METHOD IS APPLIED TO AN UNSTABLE SECOND
%   ORDER PLUS DEAD TIME (USOPDT) SYSTEM.
%   THE GM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE INCREASING GAIN MARGIN GMinc AND THE PHASE MARGIN PM.
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

PMmax=USO_PMmax(d,ts,td);
if PMdes>PMmax
    'The DESIRED PHASE MARGIN IS NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM PM
    WHITH',td,' IS',PMmax
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end
ti=1e3*USO_timin(d,ts,td);ti_old=1000;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = USO_Ultimate(d,ts,ti,td);
    Kc=GMdec*Kmin;
    wg=sqrt(max(roots([-ti^2*ts^2 Kc^2*ti^2*td^2-ti^2*ts^2-ti^2
    Kc^2*ti^2+Kc^2*td^2-ti^2 Kc^2])));
    ti=tan(PMdes+pi/2+d*wg+atan(wg*ts)-atan(wg)-atan(wg*td))/wg;
end

if (Kmax/Kc<1)
    'WITH THESE SPECIFICATIONS THE CLOSED LOOP SYSTEM IS NOT STABLE'
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end

```

34. 2^η ΜΠΦ ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = USO_Meth_MPF_2(d,ts,Criter_Val,Criter_Type)
%
%
%   USO_Meth_MPF_2(d,Criter_Val,Criter_Type)
%
%   APPLIES THE 2nd MPF METHOD FOR A PID CONTROLLER
%   IF Criter_Type='te' THEN THE CRITERION IS tedez=Criter_Val
%   If Criter_Type='z' THEN THE CRITERION IS zdez=Criter_Val
%   FOR ANY OTHER VALUE OF PARAMETER Criter_Type THE
%   THE CRITERION IS zdez=Criter_Val
%
%   THE MPF PID TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAT SATISFIES THE
%   THE TIME RESPONSE SPECIFICATION z (DUMPING RATIO)
%   OR te (INVERSE OF EIGEN-FREQUENCY) AND GIVES THE MAXIMUM PHASE MARGIN
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if Criter_Type=='te',
    tedes=Criter_Val;flag=2;
else
    zdes=Criter_Val;flag=1;
end
td=ts;
ti=USO_timin(d,ts,td)*1.5;ti_old=10;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    a=-d*conv([1 1],conv([ti^2 1],[0 1]))+[0,conv([ti^2 1],[0
1])]+ti*[0,conv([1 1],[0 1])];
    Wp=sqrt(max(real(roots(a))));

Kc=ti*Wp*sqrt(1+Wp^2)*sqrt(1+(Wp*ts)^2)/sqrt(1+(Wp*ti)^2)/sqrt(1+(Wp*td)^2);
    if flag==1,
        ti=max(real(roots([(1-1/Kc)^2 -(4*zdes^2*(1/Kc-d)+2*d*(1-1/Kc)) d^2]));)
    else
        ti=tedes^2/(1/Kc-d);
    end
end
end

```

35. 2^η ΣΠΚ ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = USO_Meth_SPK_2(d,ts,Criter_Val,Criter_Type)
%
%   USO_Meth_SPK_2(d,ts,Criter_Val,Criter_Type)
%
%   APPLIES THE 2nd SPK METHOD FOR PID CONTROLLER
%   IF Criter_Type='te' THEN THE CRITERION IS tede=Criter_Val
%   If Criter_Type='z' THEN THE CRITERION IS zdez=Criter_Val
%   FOR ANY OTHER VALUE OF PARAMETER Criter_Type THE
%   THE CRITERION IS zdez=Criter_Val
%
%   THE SPK PID TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAT SATISFIES
%   THE TIME RESPONSE SPECIFICATION z (DUMPING RATIO)
%   OR te (INVERSE OF EIGEN-FREQUENCY) AND GIVES SIMETRICAL
%   GAIN MARGINS (i.e. GMinc=GMdec)
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if Criter_Type=='te',
    tede=Criter_Val;flag=2;
else
    zdes=Criter_Val;flag=1;
end
td=ts;
ti=USO_timin(d,ts,td)*1.5;ti_old=10;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=USO_Ultimate(d,ts,ti,td);
    Kc=sqrt(Kmax*Kmin);
    if flag==1,
        ti=max(roots([(1-1/Kc)^2 -(4*zdes^2*(1/Kc-d)+2*d*(1-1/Kc)) d^2]));
    else
        ti=tede^2/(1/Kc-d);
    end
end
end

```

36. 3^η ΜΠΦ ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td,J] = USO_Meth_MPF_3(d,ts,Criter_Type,td)
%
%
%   USO_Meth_MPF_2(d,Criter_Val,Criter_Type,td_Select)
%
%   APPLIES THE 3rd MPF METHOD FOR PI CONTROLLER
%   IF Criter_Type='ise_____sp' THEN THE CRITERION ISE_SP
%   IF Criter_Type='ise_____de' THEN THE CRITERION ISE_D
%   IF Criter_Type='isenscod_sp' THEN THE CRITERION ISENSCOD_SP
%   IF Criter_Type='isenscod_de' THEN THE CRITERION ISENSCOD_D
%   IF Criter_Type='isensdco_sp' THEN THE CRITERION ISENSDCO_SP
%   IF Criter_Type='isensdco_de' THEN THE CRITERION ISENSDCO_D
%   FOR ANY OTHER VALUE OF PARAMETER Criter_Type THE
%   THE CRITERION IS ISE_SP
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin>1,
    if Criter_Type=='ise_____sp',
        model='USO_ise_sp';
    elseif Criter_Type=='ise_____de',
        model='USO_ise_d';
    elseif Criter_Type=='isenscod_sp',
        model='USO_isenscod_sp';
    elseif Criter_Type=='isenscod_de',
        model='USO_isenscod_d';
    elseif Criter_Type=='isensdco_sp',
        model='USO_isensdco_sp';
    elseif Criter_Type=='isensdco_de',
        model='USO_isensdco_d';
    else
        model='USO_ise_sp';
    end
end

if d+ts-td>0.1
    opt = simset('solver','ode45','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.02);
else
    opt = simset('solver','ode45','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.002);
end
opt =
simset('solver','ode4','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.1*d,'RelTol',1e-
2);
GS=0.5*(3-sqrt(5));
%STEP 0;
timin=USO_timin(d,ts,td);
ti1=1.1*timin;
ti2=1500*timin;
c=0.5*(3.0-sqrt(5.0));
a=ti1; b=ti2;
v=a + GS*(b-a);
w=v; xf=v;
ds=0.0; e=0.0;
x=xf;
ti=x;
b4=-d*ti^2*td^2*ts^2;
b3=(ti^2*td^2*ts^2+ti*td^2*ts^2+td*ti^2*ts^2-((d*ti^2+d)*...
td^2+d*ti^2)*ts^2-d*ti^2*td^2-ts*ti^2*td^2);
b2=((td^2+ti^2)*ts^2+ti^2*td^2+(ti*td^2+ti)*ts^2+ti*td^2+...
```

```

    (td*ti^2+td)*ts^2+td*ti^2-(ts*ti^2+ts)*td^2-ts*ti^2-...
    (d*td^2+d*ti^2+d)*ts^2-(d*ti^2+d)*td^2-d*ti^2);
b1=(ts^2+td^2+ti^2+ti*ts^2+ti*td^2+ti+td*ts^2+td*ti^2+td-...
    d*ts^2-d*td^2-d*ti^2-d-ts*td^2-ts*ti^2-ts);
b0=-d+1-ts+ti+td;
wpi=roots([b4 b3 b2 b1 b0]);
for k=1:length(wpi),if imag(wpi(k))~=0,wpi(k)=0;end,end
Wp=sqrt(max(wpi));
Kc=ti*Wp*sqrt(1+Wp^2)*sqrt(1+(Wp*ts)^2)/sqrt(1+(Wp*ti)^2)/sqrt(1+(Wp*td)^2);
sim(model,[0 100+d^2*200],opt);
fx=ise;
fv=fx; fw=fx;
xm=0.5*(a+b);
%ALGORITHM%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
while abs((xf-xm)./xf) > 0.001,
    if xf>=xm, e=a-xf; else, e=b-xf; end
    ds=GS*e;
    x=xf+ds;
    ti=x;
    b4=-d*ti^2*td^2*ts^2;
    b3=(ti^2*td^2*ts^2+ti*td^2*ts^2+td*ti^2*ts^2-((d*ti^2+d)*...
        td^2+d*ti^2)*ts^2-d*ti^2*td^2-ts*ti^2*td^2);
    b2=((td^2+ti^2)*ts^2+ti^2*td^2+(ti*td^2+ti)*ts^2+ti*td^2+...
        (td*ti^2+td)*ts^2+td*ti^2-(ts*ti^2+ts)*td^2-ts*ti^2-...
        (d*td^2+d*ti^2+d)*ts^2-(d*ti^2+d)*td^2-d*ti^2);
    b1=(ts^2+td^2+ti^2+ti*ts^2+ti*td^2+ti+td*ts^2+td*ti^2+td-...
        d*ts^2-d*td^2-d*ti^2-d-ts*td^2-ts*ti^2-ts);
    b0=-d+1-ts+ti+td;
    wpi=roots([b4 b3 b2 b1 b0]);
    for k=1:length(wpi),if imag(wpi(k))~=0,wpi(k)=0;end,end
    Wp=sqrt(max(wpi));

Kc=ti*Wp*sqrt(1+Wp^2)*sqrt(1+(Wp*ts)^2)/sqrt(1+(Wp*ti)^2)/sqrt(1+(Wp*td)^2);
sim(model,[0 100+d^2*200],opt);
fu=ise;
% Update a, b, v, w, x, xm, toll1, toll2
if fu<=fx
    if x>=xf, a=xf; else, b=xf; end
    v=w; fv=fw; w=xf; fw=fx; xf=x; fx=fu;
else % fu > fx
    if x<xf, a=x; else, b=x; end
    if ((fu<=fw)|(w==xf))
        v=w; fv=fw; w=x; fw=fu;
    elseif ((fu<=fv)|(v==xf)|(v==w))
        v=x; fv=fu;
    end
end
end
xm=0.5*(a+b);

end %while
J=fx;ti=x;

```


37. 3^η ΣΠΚ ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td,J] = USO_Meth_SPK_3(d,ts,Criter_Type,td)
%
%
%   USO_Meth_SPK_2(d,Criter_Val,Criter_Type,td_Select)
%
%   APPLIES THE 3rd SPK METHOD FOR PI CONTROLLER
%   IF Criter_Type='ise_____sp' THEN THE CRITERION ISE_SP
%   IF Criter_Type='ise_____de' THEN THE CRITERION ISE_D
%   IF Criter_Type='isenscod_sp' THEN THE CRITERION ISENSCOD_SP
%   IF Criter_Type='isenscod_de' THEN THE CRITERION ISENSCOD_D
%   IF Criter_Type='isensdco_sp' THEN THE CRITERION ISENSDCO_SP
%   IF Criter_Type='isensdco_de' THEN THE CRITERION ISENSDCO_D
%   FOR ANY OTHER VALUE OF PARAMETER Criter_Type THE
%   THE CRITERION IS ISE_SP
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin>1,
    if Criter_Type=='ise_____sp',
        model='USO_ise_sp';
    elseif Criter_Type=='ise_____de',
        model='USO_ise_d';
    elseif Criter_Type=='isenscod_sp',
        model='USO_isenscod_sp';
    elseif Criter_Type=='isenscod_de',
        model='USO_isenscod_d';
    elseif Criter_Type=='isensdco_sp',
        model='USO_isensdco_sp';
    elseif Criter_Type=='isensdco_de',
        model='USO_isensdco_d';
    else
        model='USO_ise_sp';
    end
end

if d+ts-td>0.1
    opt = simset('solver','ode45','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.02);
else
    opt = simset('solver','ode45','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.002);
end
opt =
simset('solver','ode4','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.1*d,'RelTol',1e-
2);
GS=0.5*(3-sqrt(5));
%STEP 0;
timin=USO_timin(d,ts,td);
til=1.1*timin;
ti2=1500*timin;
c=0.5*(3.0-sqrt(5.0));
a=til; b=ti2;
v=a + GS*(b-a);
w=v; xf=v;
ds=0.0; e=0.0;
x=xf;
ti=x;
[Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=USO_Ultimate(d,ts,ti,td);
Kc=sqrt(Kmin*Kmax);
sim(model,[0 100+d^2*200],opt);
fx=ise;
fv=fx; fw=fx;

```

```

xm=0.5*(a+b);
%ALGORITHM%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
while abs((xf-xm)./xf) > 0.001,
    if xf>=xm, e=a-xf; else, e=b-xf; end
    ds=GS*e;
    x=xf+ds;
    ti=x;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=USO_Ultimate(d,ts,ti,td);
    Kc=sqrt(Kmin*Kmax);
    sim(model,[0 100+d^2*200],opt);
    fu=ise;
% Update a, b, v, w, x, xm, tol1, tol2
    if fu<=fx
        if x>=xf, a=xf; else, b=xf; end
        v=w; fv=fw; w=xf; fw=fx; xf=x; fx=fu;
    else % fu > fx
        if x<xf, a=x; else, b=x; end
        if ((fu<=fw)|(w==xf))
            v=w; fv=fw; w=x; fw=fu;
        elseif ((fu<=fv)|(v==xf)|(v==w))
            v=x; fv=fu;
        end
    end
    xm=0.5*(a+b);
end %while
J=fx;ti=x;

```

38. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΠΟΛΩΝ ΕΝΟΣ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

```

function [P]=USO_Poles(Kc,d,ts,ti,td,n,p);

%
%   USO_Poles(Kc,d,ts,ti,td)
%
%   USO_Poles(Kc,d,ts,ti,td,n)
%
%   USO_Poles(Kc,d,ts,ti,td,n,p)
%
%   THE FUNCTION USO_Poles RETURNS ALL THE POLES OF AN UNSTABLE
%   SECOND ORDER PLUS DEAD TIME SYSTEM (USOPDT) CONTROLLED BY
%   A PID CONTROLLER. THE POLES ARE SORTED WITH THERE SIGNIFICANCE
%   STARTING FROM THE ONES WITH THE SMALLER REAL PART
%
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%         IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%   p -> IS THE FLAG FOR PLOTTING THE ROOTS
%         IF p=1 OR p='p' THEN THE ROOTS ARE PLOTTED
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==5,
    n=21;p=0;
end
if nargin==6,
    p=0;
end

D=zpk([],(-n/d)*ones(1,n),(n/d)^n);
Q=zpk([], [1 -1/ts], 1/ts);
QD=Q*D;
if td==0, td=1e-10;end
Gc=zpk([-1/td,-1/ti],[0],Kc*td);L=Gc*QD;
[N,D]=tfdata(L,'v');B=N+D;P=roots(B);
P=esort(P);
if (p==1 | p=='p')
    figure, hold on
    for k=1:max(size(P))
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
end
end

```

39. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ 4^{OV} ΕΠΙΚΡΑΤΟΥΝΤΩΝ ΠΟΛΩΝ ΕΝΟΣ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

```
function [P4]=USO_DomPoles(Kc,d,ts,ti,td,n,p);

%
%   USO_DomPoles(Kc,d,ts,ti,td)
%
%   USO_DomPoles(Kc,d,ts,ti,td,n)
%
%   USO_DomPoles(Kc,d,ts,ti,td,n,p)
%
%   THE FUNCTION USO_Poles RETURNS THE 4 DOMINANT POLES OF AN UNSTABLE
%   SECOND ORDER PLUS DEAD TIME SYSTEM (USOPDT) CONTROLLED BY
%   A PID CONTROLLER. THE POLES ARE SORTED WITH THERE SIGNIFICANCE
%   STARTING FROM THE ONES WITH THE SMALLER REAL PART
%
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%         IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%   p -> IS THE FLAG FOR PLOTTING THE ROOTS
%         IF p=1 OR p='p' THEN THE ROOTS ARE PLOTTED
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==5,
    n=21;p=0;
end
if nargin==6,
    p=0;
end

P=USO_Poles(Kc,d,ts,ti,td,n);
P4=[P(1);P(2);P(3);P(4)];
if (p==1 | p=='p')
    figure, hold on
    for k=1:max(size(P4))
        plot(real(P4(k)),imag(P4(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
end
end
```

40. Γ.Τ.Ρ. ΕΝΟΣ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ ΤΟ K_C

```
function [] = USO_RL_Kc(d,ts,ti,td,No_Poles,Kc_start,Kc_end,n)
%
%   USO_RL_Kc(d,ts,ti,td)
%
%   USO_RL_Kc(d,ts,ti,td,No_Poles)
%
%   USO_RL_Kc(d,ts,ti,td,No_Poles,Kc_start,Kc_end)
%
%   USO_RL_Kc(d,ts,ti,td,No_Poles,Kc_start,Kc_end,n)
%
%   THE FUNCTION USO_RL_Kc PLOTS THE ROOT LOCUS
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE
%   TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%   UNSTABLE SECOND ORDER PLUS DEAD TIME (USOPDT)
%   SYSTEM, IN THE GAIN RANGE (Kc_start,Kc_end).
%   IF Kc_start,Kc_end ARE NOT DEFINED THEN
%   Kc_start=0.01 AND Kc_end=100
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%         IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%
%   No_Poles -> IS THE NUMBER OF POLES THAT WILL BE PLOTTED. IF No_Poles
%   IS NOT DEFINED THEN No_Poles=4;
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin<8,
    n=21;
end
if nargin<6,
    Kc_start=.01;Kc_end=100;
end
if nargin<5
    No_Poles=4;
end

Kci=logspace(log10(Kc_start),log10(Kc_end),100);
figure,hold on

for i=1:100
    Kc=Kci(i);
    P=USO_Poles(Kc,d,ts,ti,td,n);
    for k=1:min(max(size(P)),No_Poles)
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
    clear P;
end
```

41. Γ.Τ.Ρ. ΕΝΟΣ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ ΤΟ t_i

```

function [] = USO_RL_ti(d,ts,Kc,td,No_Poles,ti_start,ti_end,n)
%
%   USO_RL_ti(d,ts,Kc,td)
%
%   USO_RL_ti(d,ts,Kc,td,No_Poles)
%
%   USO_RL_ti(d,ts,Kc,td,No_Poles,ti_start,ti_end)
%
%   USO_RL_ti(d,ts,Kc,td,No_Poles,ti_start,ti_end,n)
%
%   THE FUNCTION USO_RL_ti PLOTS THE ROOT LOCUS
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE
%   TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%   UNSTABLE SECOND ORDER PLUS DEAD TIME (USOPDT)
%   SYSTEM, IN THE INTEGRATING TIME CONSTANT RANGE (ti_start,ti_end).
%   IF ti_start,ti_end ARE NOT DEFINED THEN
%   ti_start=0.01 AND ti_end=100
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%         IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%
%   No_Poles -> IS THE NUMBER OF POLES THAT WILL BE PLOTTED. IF No_Poles
%   IS NOT DEFINED THEN No_Poles=4;
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin<8,
    n=21;
end
if nargin<6,
    ti_start=.01;ti_end=100;
end
if nargin<5
    No_Poles=4;
end

tii=logspace(log10(ti_start),log10(ti_end),100);
figure,hold on

for i=1:100
    ti=tii(i);
    P=USO_Poles(Kc,d,ts,ti,td,n);
    for k=1:min(max(size(P)),No_Poles)
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
    clear P;
end
end

```

42. Γ.Τ.Ρ. ΕΝΟΣ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ ΤΟ t_D

```
function [] = USO_RL_td(d,ts,Kc,ti,No_Poles,td_start,td_end,n)
%
%   USO_RL_td(d,ts,Kc,ti)
%
%   USO_RL_td(d,ts,Kc,ti,No_Poles)
%
%   USO_RL_td(d,ts,Kc,ti,No_Poles,td_start,td_end)
%
%   USO_RL_td(d,ts,Kc,ti,No_Poles,td_start,td_end,n)
%
%   THE FUNCTION USO_RL_td PLOTS THE ROOT LOCUS
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE
%   TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%   UNSTABLE SECOND ORDER PLUS DEAD TIME (USOPDT)
%   SYSTEM, IN THE DERIVATIVE TIME CONSTANT RANGE (td_start,td_end).
%   IF ti_start,ti_end ARE NOT DEFINED THEN
%   td_start=0.01 AND td_end=ts+10
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%         IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%
%   No_Poles -> IS THE NUMBER OF POLES THAT WILL BE PLOTTED. IF No_Poles
%   IS NOT DEFINED THEN No_Poles=4;
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin<8,
    n=21;
end
if nargin<6,
    td_start=.01;td_end=ts+10;
end
if nargin<5
    No_Poles=4;
end

tdi=logspace(log10(td_start),log10(td_end),100);
figure,hold on

for i=1:100
    td=tdi(i);
    P=USO_Poles(Kc,d,ts,ti,td,n);
    for k=1:min(max(size(P)),No_Poles)
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
    clear P;
end
```

43. DPC ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td,Rp] = USO_Meth_DPC(d,ts)
%
%
%   USO_Meth_DPC(d,Criter_Val,Criter_Type)
%
%   APPLIES THE DPC(DOMINANT POLES CRITERION) METHOD FOR A PID CONTROLLER
%
%
%   THE DPC PID TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAT POSITIONS
%   THE SLOWEST DOMINANT POLE OF THE CLOSED LOOP SYSTEM TO THE MOST
%   LEFT POSITION
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%   Rp -> IS THE REAL PART OF THE SLOWEST DOMINANT POLE.
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

td=ts;T=1;K=1;n=25;
timin=USO_timin(d,ts,td);

%Step 0

v1=1.2;v2=40;
for j=1:40
    v=(v1+v2)/2;
    ti=timin*v;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = USO_Ultimate(d,ts,ti,td);
    Kc=sqrt(Kmin*Kmax);
    P=USO_DomPoles(Kc,d,ts,ti,td,25);
    Re1=real(P(1));Im1=imag(P(1));
    Re2=real(P(2));Im2=imag(P(2));
    Re3=real(P(3));Im3=imag(P(3));

    if Im1==0, v2=v;else v1=v;end
end%for
Rp=real(P(1));
end %i

```


44. OPOS ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = USO_Meth_OPOS(d,ts)
%
%   USO_Meth_OPOS(d,Criter_Val,Criter_Type)
%
%   APPLIES THE OPOS(ONE PERCENT OVERSHOOT METHOD) METHOD FOR A PID CONTROLLER
%
%
%   THE OPOS PID TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAT GIVES THE
%   FASTEST RESPONSE WITH 1% OVERSHOOT TO THE SET-POINT STEP RESPONSE.
%   THE RESPONSE IS ESTIMATED USING THE ESTIMATION OF DOMINANT POLES
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER

%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

td=ts;tu=1;K=1;n=25;z=1;
timin=USO_timin(d,ts,td);

til=1.1*timin;
ti2=100*timin;
for n=1:40
    ti=0.5*(til+ti2);
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = USO_Ultimate(d,ts,ti,td);
    Kc=sqrt(Kmin*Kmax);
    P=USO_DomPoles(Kc,d,ts,ti,td,25);
    w0=sqrt(imag(P(2))^2+real(P(2))^2);w0=abs(w0);
    z=real(P(2))/w0;z=abs(z);
    if imag(P(1))==0,p1=abs(P(1));else p1=abs(P(3)); end
    wn=w0*sqrt(1-z^2);
    if wn==0,
        ti2=ti;
    else
        D=-p1^2+2*p1*z*w0-w0^2;
        X(1)=p1*(-p1+2*z*w0)/D;X(2)=p1*w0*(-z*p1+2*z^2*w0-w0)/wn/D;X(3)=-w0^2/D;
        f=min(z*w0,p1);
        t=linspace(0,10/f,1000);
        J=max(1-exp(-z*w0*t).*(X(1)*cos(wn*t)+X(2)*sin(wn*t))-X(3)*exp(-p1*t));
        if J<1.01,ti2=ti; else til=ti;end
    end
end
end

```

45. FST ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ USOPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td,ts] = USO_Meth_FST(d,ts)
%
%   USO_Meth_FST(d,Criter_Val,Criter_Type)
%
%   APPLIES THE FST(FATEST SETTLING TIME) METHOD FOR A PID CONTROLLER
%
%   THE FST PID TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAT GIVES THE
%   FASTEST SETTLING TIME TO THE SET-POINT STEP RESPONSE.
%   THE RESPONSE IS ESTIMATED USING THE ESTIMATION OF DOMINANT POLES
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ts -> IS THE NORMALIZED STABLE TIME CONSTANT
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%   ts -> IS THE SETTLING TIME
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

td=ts;tu=1;K=1;n=25;z=1;
timin=USO_timin(d,ts,td);
options = optimset('TolFun',0.0000000000000005,'MaxFunEvals',100000,'TolX',1e-
8);

q0=10;J0=10000;
w=0;St=1;n=0;
while w==0&n<80,
    q=q0-St;n=n+1;
    ti=q*timin;if ti<1.2*timin, ti=1.2*timin;q=1.2;end
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = USO_Ultimate(d,ts,ti,td);
    Kc=sqrt(Kmin*Kmax);
    P=USO_DomPoles(Kc,d,ts,ti,td,25);
    w0=sqrt(imag(P(2))^2+real(P(2))^2);w0=abs(w0);
    z=real(P(2))/w0;z=abs(z);
    if imag(P(1))==0,p1=abs(P(1));else p1=abs(P(3)); end
    wn=w0*sqrt(1-z^2);pr=p1;
    a1=p1^2;a2=(z^2*w0^2-wn^2);a3=(-2*z*w0*wn);a4=1/td^2;
    b1=-p1^3;b2=-z^3*w0^3+3*z*w0*wn^2;b3=3*z^2*w0^2*wn-wn^3;b4=-1/td^3;
    A=[1 1 0 1;-p1 -z*w0 wn -1/td;a1 a2 a3 a4;b1 b2 b3 b4];B=[1;0;0;0];
    X=inv(A)*B;Y(1)=X(1)*p1;Y(2)=X(2)*z*w0-
    wn*X(3);Y(3)=X(3)*z*w0+wn*X(2);Y(4)=X(4)/td;
    y1=Y(1);y2=Y(2);y3=Y(3);y4=Y(4);zw0=z*w0;
    r=inline('0.01-ti*(y1*exp(-p1*sqrt(t))+exp(-
    zw0*sqrt(t))*sqrt(y2^2+y3^2)+y4*exp(-
    sqrt(t)/td))','t','p1','td','ti','zw0','y1','y2','y3','y4');

    J=sqrt(fsolve(r,100,options,p1,td,ti,zw0,y1,y2,y3,y4));
    if J>J0,St=-St/10;end
    if abs(St)<0.005,w=1;else    q0=q;J0=J;end
end %while
ts=J;

```

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

46. ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ NYQUIST UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

```

function [] = UI_PolarPlot(d,Kc,ti,td,Wstart,Wend)
%
%   UI_PolarPlot(d,Kc,ti,td,Wstart,Wend)
%
%   UI_PolarPlot(d,Kc,ti,td)
%
%   THE FUNCTION UI_PolarPlot RETURNS THE POLAR (OR NYQUIST)
%   PLOT, OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE
%   TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%   UNSTABLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (USOPDT)SYSTEM,
%   IN THE FREQUENCY RANGE (Wstart,Wend).
%   IF Wstart,Wend ARE NOT DEFINED THEN
%   Wstart=0.5Wmin AND Wend=2Wmax, WHERE Wmin AND Wmax
%   ARE THE CRITICAL (CROSSOVER) FREQUENCIES
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==4;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=UI_Ultimate(d,ti,td);
    Wstart=0.5*Wmin;
    Wend=2*Wmax;
end
wf=linspace(Wstart,Wend,500);
for z=1:500;
    w=wf(z);
    A(z)=Kc*sqrt(1+(ti*w)^2)*sqrt(1+(td*w)^2)/sqrt(1+w^2)/(ti*w^2);
    f(z)=-2*pi-d*w+atan(w)+atan(ti*w)+atan(td*w);
    x(z)=A(z)*cos(f(z));
    y(z)=A(z)*sin(f(z));
end
plot(x,y);zoom on;hold on

%Unit Circle
for i=1:75,cx(i)=-cos((i-1)/150*pi);cy(i)=-sin((i-1)/150*pi);end
plot(cx,cy,'-.k')
x0=linspace(1.2*min(x),0.8*max(x),100);
y0=linspace(1.2*min(y),0.8*max(y),100);
plot(x0,zeros(100),'-.k')
AXIS([1.2*min(x) 0.8*max(x) 1.2*min(y) 1.2*max(y)])
hold off%

```

47. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΚΡΙΣΙΜΩΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΚΕΡΔΩΝ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

```

function [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = UI_Ultimate(d,ti,td)
%
%   UI_Ultimate(d,ti,td)
%
%   THE FUNCTION UI_Ultimate RETURNS THE CRITICAL (CROSSOVER) FREQUENCIES
%   AND THE CRITICAL (ULTIMATE) GAINS, OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE
%   UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN, UNSTABLE INTEGRATING PLUS DEAD
%   TIME (UIPDT)SYSTEM
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if ti<UI_timin(d,td)
    Wmin=0;Wmax=0;Kmin=0;Kmax=0;
    'The integral action is too small. The system is not Stabilizable.'
    return
end

%Wmin & Kmin
Wl=sqrt(1/(ti-(d-td)*(1+ti)));
W=Wl;Wold=100;n=0;
while (abs((Wold-W)/W)>1e-10 & n<1000)
    n=n+1;
    Wold=W;
    Er=-pi-d*W+atan(W)+atan(ti*W)+atan(td*W);;
    W=W-W*Er;
end
Wmin=W;
Kmin=ti*Wmin^2*sqrt(1+Wmin^2)/sqrt(1+(Wmin*ti)^2)/sqrt(1+(Wmin*td)^2);

%Wmax & Kmax
W_old=1;W=10000;n=0;
while (abs((W_old-W)/W)>1e-5 & n<100)
    n=n+1;
    W_old=W;
    W=(atan(W)+atan(ti*W)+atan(td*W)-pi)/d;
end
Wmax=W;
Kmax=ti*Wmax^2*sqrt(1+Wmax^2)/sqrt(1+(Wmax*ti)^2)/sqrt(1+(Wmax*td)^2);

```

48. ΠΕΡΙΘΩΡΙΟ ΦΑΣΗΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΘΩΡΙΑ ΚΕΡΔΟΥΣ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

```

function [PM,GMinc,GMdec] = UI_Margins(d,Kc,ti,td)
%
%   UI_Margins(d,Kc,ti,td)
%
%
%   THE FUNCTION UI_Margins RETURNS THE PHASE MARGIN PM, THE
%   INCREASING GAIN MARGIN GMinc, AND THE DECREASING GAIN MARGIN GMdec
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND
%   THE SYSTEM GAIN, UNSTABLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (UIPDT)SYSTEM
%   FOR THE CLOSED LOOP SYSTEM TO BE STABLE THE FOLLOWING MUST HOLD TRUE
%
%   PM>0 AND GMinc>1 AND GMdec>1 AND
%   Im(PM)=0 AND Im(GMinc)=0 AND Im(GMdec)=0
%
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

%PM
WG=sqrt(max(roots([ti^2 ti^2*(1-Kc^2*td^2) -Kc^2*(ti^2+td^2) -Kc^2])));
PM=-pi-d*WG+atan(WG)+atan(ti*WG)+atan(td*WG);
%GM
[Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=UI_ultimate(d,ti,td);
GMinc=Kmax/Kc;
GMdec=Kc/Kmin;

```

49. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $\tau_{I,\min}$ ΓΙΑ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [timin] = UI_timin(d,td)
%
%   UI_timin(d,td)
%
%   THE FUNCTION UI_timin RETURNS THE SMALLEST VALUE OF THE INTEGRAL
%   TIME CONSTANT  $t_i$  OF PID CONTROLLER IN ITS SERIES FORM FOR WHICH
%   THE CLOSED LOOP UNSTABLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (UIPDT) SYSTEM
%   CAN BE STABILIZED.
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

timin=1e-5;timin_old=1000;n=0;
while (abs((timin-timin_old)/timin)>1e-9 & n<100)
    n=n+1;
    a=-d*conv([1 1],conv([timin^2 1],[td^2 1]))+...
      [0,conv([timin^2 1],[td^2 1]))+...
      timin*[0,conv([1 1],[td^2 1]))+...
      td*[0,conv([timin^2 1],[1 1])];
    Wp=sqrt(max(real(roots(a))));
    timin_old=timin;
    timin=tan(pi+d*Wp-atan(Wp)-atan(td*Wp))/Wp;
end

```

50. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $\tau_{D,\min}$ ΓΙΑ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [tdmin] = UI_tdmin(d,ti)
%
%   UI_tdmin(d,ti)
%
%   THE FUNCTION UFO_tdmin RETURNS THE SMALLEST VALUE OF THE DERIVATIVE
%   TIME CONSTANT td OF PID CONTROLLER IN ITS SERIES FORM, FOR WHICH
%   THE CLOSED LOOP UNSTABLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (UFOPDT)SYSTEM
%   CAN BE STABILIZED.
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

tdmin=1e-5;tdmin_old=1000;n=0;
while (abs((tdmin-tdmin_old)/tdmin)>1e-9 & n<100)
    n=n+1;
    a=-d*conv([1 1],conv([ti^2 1],[tdmin^2 1]))+...
      [0,conv([ti^2 1],[tdmin^2 1]))+...
      ti*[0,conv([1 1],[tdmin^2 1]))+...
      tdmin*[0,conv([ti^2 1],[1 1])];
    Wp=sqrt(max(real(roots(a))));
    tdmin_old=tdmin;
    tdmin=tan(pi+d*Wp-atan(Wp)-atan(ti*Wp))/Wp;
end

```

51. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ PM_{\max} ΓΙΑ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [PMmax] = UI_PMmax(d,td,ti)
%
%   UI_PMmax(d,td,ti)
%
%   UI_PMmax(d,td)
%
%   THE FUNCTION UI_PMmax RETURNS THE MAXIMUM ACHIEVABLE PHASE MARGIN
%   OF AN UNSTABLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (UIPDT)SYSTEM
%   IF ti IS NOT SPECIFIED THEN ti=inf (THAT IS A PD CONTROLLER)
%
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==2;
    ti=1e20;
    tadmin=UI_tadmin(d,ti);
    if td<tadmin
        'The derivative action is too Small: td must be larger than ',tadmin
    return
    end
end
if nargin==3;
    timin=UI_timin(d,td);
    if ti<timin
        'The integral action is too small: ti must be larger than',timin
    return
    end
end

a=-d*conv([1 1],conv([ti^2 1],[td^2 1]))+...
    [0,conv([ti^2 1],[td^2 1])] +...
    ti*[0,conv([1 1],[td^2 1])] +...
    td*[0,conv([ti^2 1],[1 1])];
Wp=sqrt(max(real(roots(a))));
PMmax=-pi-d*Wp+atan(Wp)+atan(ti*Wp)+atan(td*Wp);

```


52. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $GM_{prod,max}$ ΓΙΑ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [GMmax] = UI_GMmax(d,td,ti)
%
%   UI_GMmax(d,td,ti)
%
%   UI_GMmax(d,td)
%
%
%   THE FUNCTION UI_GMmax RETURNS THE MAXIMUM ACHIEVABLE GAIN MARGIN PRODUCT
%   DEFINED BY :
%
%   GMprod,max=GMinc*GMdec=Kmax/Kmin
%
%   OF AN UNSTABLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (UIPDT)SYSTEM
%   FOR THE SYSTEM TO BY STABILIZABLE THE FOLLOWING MUST HOLD TRUE:
%
%   GMprod,max>1.
%
%   IF ti IS NOT SPECIFIED THEN ti=inf (THAT IS A PD CONTROLLER)
%
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==2;
    ti=1e20;
    tdmin=UI_tdmin(d,ti);
    if td<tdmin
        'The derivative action is too Small: td must be larger than ',tdmin
        return
    end
end
if nargin==3;
    timin=UI_timin(d,td);
    if ti<timin
        'The integral action is too small: ti must be larger than',timin
        return
    end
end

[Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = UI_Ultimate(d,ti,td);
GMmax=Kmax/Kmin;

```

53. PM ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = UI_Meth_PM(d,PMdes,td)
%
%   UI_Meth_PM(d,PMdes,td)
%
%   THE FUNCTION UI_Meth_PM RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE PM TUNING METHOD IS APPLIED TO AN UNSTABLE INTEGRATING
%   PLUS DEAD TIME (UIPDT) SYSTEM.
%   THE PM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE PHASE MARGIN PMdes AT THE POINT OF MAXIMUM PHASE.
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

PMmax=UI_PMmax(d,td);
if PMdes>PMmax
    'The DESIRED PHASE MARGIN IS NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM PM
WHITH',td,' IS',PMmax
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end

ti=1e-10;ti_old=1000;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    a=-d*conv([1 1],conv([ti^2 1],[td^2 1]))+[0,conv([ti^2 1],[td^2 1])].
    +ti*[0,conv([1 1],[td^2 1])+td*[0,conv([ti^2 1],[1 1])];
    Wp=sqrt(max(real(roots(a))));
    ti=tan(PMdes+pi+d*Wp-atan(Wp)-atan(Wp*td))/Wp;
end
Kc=ti*Wp^2*sqrt(1+Wp^2)/sqrt(1+ti^2*Wp^2)/sqrt(1+td^2*Wp^2);

```

54. GM ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = UI_Meth_GM(d,GMinc,GMdec,td)
%
%   UFO_Meth_GM(d,GMinc,GMdec,td)
%
%   THE FUNCTION UI_Meth_GM RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE GM TUNING METHOD IS APPLIED TO AN UNSTABLE FINTEGRATING
%   PLUS DEAD TIME (UIPDT) SYSTEM.
%   THE GM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE INCREASING GAIN MARGIN GMinc AND THE DECREASING GAIN MARGIN GMdec.
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

GMprod=GMinc*GMdec;
GMmax=UI_GMmax(d,td);
if GMprod>GMmax
    'The DESIRED GAIN MARGINS ARE NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM GMprod
    WITH',td,' IS',GMmax
    ti=0;Kc=0;td=0;
    return
end
timin=UI_timin(d,td);
til=1.01*timin;ti2=1000*timin;
while abs((til-ti2)/til)>1e-4,
    ti=(til+ti2)/2;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = UI_Ultimate(d,ti,td);
    GMp=Kmax/Kmin;
    if GMp<GMprod
        til=ti;
    else
        ti2=ti;
    end
end
Kc=Kmax/GMinc;

```

55. PGM_{inc} ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = UI_Meth_PGMinc(d,PMdes,GMinc,td)
%
%   UI_Meth_PGMinc(d,PM,GMinc,td_Select)
%
%   THE FUNCTION UI_Meth_PGMinc RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE PGMinc TUNING METHOD IS APPLIED TO AN UNSTABLE INTEGRATING
%   PLUS DEAD TIME (UFOPDT) SYSTEM.
%   THE GM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE INCREASING GAIN MARGIN GMinc AND THE PHASE MARGIN PM.
%
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

PMmax=UI_PMmax(d,td);
if PMdes>PMmax
    'The DESIRED PHASE MARGIN IS NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM PM
    WHITH',td,' IS',PMmax
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end
ti=1e3*UI_timin(d,td);ti_old=1000;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = UI_Ultimate(d,ti,td);
    Kc=Kmax/GMinc;
    wg=sqrt(max(roots([ti^2 ti^2*(1-Kc^2*td^2) -Kc^2*(ti^2+td^2) -Kc^2])));
    ti=tan(PMdes+pi+d*wg-atan(wg)-atan(wg*td))/wg;
end

if (Kc/Kmin<1)
    'WITH THESE SPECIFICATIONS THE CLOSED LOOP SYSTEM IS NOT STABLE'
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end

```

56. PGM_{dec} ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = UI_Meth_PGMdec(d,PMdes,GMdec,td)
%
%   UI_Meth_PGMdec(d,PM,GMdec,td)
%
%   THE FUNCTION UI_Meth_PGMdec RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE PGMinc TUNING METHOD IS APPLIED TO AN UNSTABLE INTEGRATING
%   PLUS DEAD TIME (UIPDT) SYSTEM.
%   THE GM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE INCREASING GAIN MARGIN GMinc AND THE PHASE MARGIN PM.
%
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

PMmax=UI_PMmax(d,td);
if PMdes>PMmax
    'The DESIRED PHASE MARGIN IS NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM PM
    WHITH',td,' IS',PMmax
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end
ti=1e3*UI_timin(d,td);ti_old=1000;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = UI_Ultimate(d,ti,td);
    Kc=GMdec*Kmin;
    wg=sqrt(max(roots([ti^2 ti^2*(1-Kc^2*td^2) -Kc^2*(ti^2+td^2) -Kc^2])));
    ti=tan(PMdes+pi+d*wg-atan(wg)-atan(wg*td))/wg;
end

if (Kmax/Kc<1)
    'WITH THESE SPECIFICATIONS THE CLOSED LOOP SYSTEM IS NOT STABLE'
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end

```

57. 3^η ΣΠΚ ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td,J] = UI_Meth_SPK_3(d,Criter_Type,td)
%
%   UI_Meth_SPK_3(d,Criter_Val,td)
%
%   APPLIES THE 3rd SPK METHOD FOR PID CONTROLLER
%   IF Criter_Type='ise_____sp' THEN THE CRITERION ISE_SP
%   IF Criter_Type='ise_____de' THEN THE CRITERION ISE_D
%   IF Criter_Type='isenscod_sp' THEN THE CRITERION ISENSCOD_SP
%   IF Criter_Type='isenscod_de' THEN THE CRITERION ISENSCOD_D
%   IF Criter_Type='isensdco_sp' THEN THE CRITERION ISENSDCO_SP
%   IF Criter_Type='isensdco_de' THEN THE CRITERION ISENSDCO_D
%   FOR ANY OTHER VALUE OF PARAMETER Criter_Type THE
%   THE CRITERION IS ISE_SP
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==1,
    model='UI_ise_sp';
end
if nargin>1,
    if Criter_Type=='ise_____sp',
        model='UI_ise_sp';
    elseif Criter_Type=='ise_____de',
        model='UI_ise_d';
    elseif Criter_Type=='isenscod_sp',
        model='UI_isenscod_sp';
    elseif Criter_Type=='isenscod_de',
        model='UI_isenscod_d';
    elseif Criter_Type=='isensdco_sp',
        model='UI_isensdco_sp';
    elseif Criter_Type=='isensdco_de',
        model='UI_isensdco_d';
    else
        model='UI_ise_sp';
    end
end
if td<UI_tdmin(d,1e10);Kc=0;td=0;ti=0;J=inf; return, end
opt =
simset('solver','ode4','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.1*d,'RelTol',1e-
2);
GS=0.5*(3-sqrt(5));
%STEP 0;
timin=UI_timin(d,td);
til=1.1*timin;
ti2=3*timin;
c=0.5*(3.0-sqrt(5.0));
a=til; b=ti2;
v=a + GS*(b-a);
w=v; xf=v;
ds=0.0; e=0.0;
x=xf;
ti=x;
[Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=UI_ultimate(d,ti,td);
Kc=sqrt(Kmin*Kmax);
sim(model,[0 100+d^2*200],opt);
fx=ise;
fv=fx; fw=fx;
xm=0.5*(a+b);
%ALGORITHM%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
while abs((xf-xm)./xf) > 0.001,

```

```

        if xf>=xm, e=a-xf; else, e=b-xf; end
        ds=GS*e;
        x=xf+ds;
        ti=x;
        [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=UI_ultimate(d,ti,td);
        Kc=sqrt(Kmin*Kmax);
        sim(model,[0 100+d^2*200],opt);
        fu=ise;
% Update a, b, v, w, x, xm, tol1, tol2
    if fu<=fx
        if x>=xf, a=xf; else, b=xf; end
        v=w; fv=fw; w=xf; fw=fx; xf=x; fx=fu;
    else % fu > fx
        if x<xf, a=x; else, b=x; end
        if ((fu<=fw)|(w==xf))
            v=w; fv=fw; w=x; fw=fu;
        elseif ((fu<=fv)|(v==xf)|(v==w))
            v=x; fv=fu;
        end
    end
    end
    xm=0.5*(a+b);

end %while
J=fx;ti=x;

```

58. 3^η ΜΠΦ ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΓΙΑ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td,J] = UI_Meth_MPF_ise(d,Criter_Type,td)
%
%
%   UI_Meth_MPF_3(d,Criter_Val,td)
%
%   UI_Meth_MPF_3(d,Criter_Val,td)
%
%   APPLIES THE 3rd MPF METHOD FOR PID CONTROLLER
%   IF Criter_Type='ise_____sp' THEN THE CRITERION ISE_SP
%   IF Criter_Type='ise_____de' THEN THE CRITERION ISE_D
%   IF Criter_Type='isenscod_sp' THEN THE CRITERION ISENSCOD_SP
%   IF Criter_Type='isenscod_de' THEN THE CRITERION ISENSCOD_D
%   IF Criter_Type='isensdco_sp' THEN THE CRITERION ISENSDCO_SP
%   IF Criter_Type='isensdco_de' THEN THE CRITERION ISENSDCO_D
%   FOR ANY OTHER VALUE OF PARAMETER Criter_Type THE
%   THE CRITERION IS ISE_SP
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==1,
    model='UI_ise_sp';
end
if nargin>1,
    if Criter_Type=='ise_____sp',
        model='UI_ise_sp';
    elseif Criter_Type=='ise_____de',
        model='UI_ise_d';
    elseif Criter_Type=='isenscod_sp',
        model='UI_isenscod_sp';
    elseif Criter_Type=='isenscod_de',
        model='UI_isenscod_d';
    elseif Criter_Type=='isensdco_sp',
        model='UI_isensdco_sp';
    elseif Criter_Type=='isensdco_de',
        model='UI_isensdco_d';
    else
        model='UI_ise_sp';
    end
end
if td<UI_tdmin(d,1e10);Kc=0;td=0;ti=0;J=inf;return, end
opt =
simset('solver','ode4','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.1*d,'RelTol',1e-
2);
GS=0.5*(3-sqrt(5));
%STEP 0;
timin=UI_timin(d,td);
ti1=1.1*timin;
ti2=15*timin;
c=0.5*(3.0-sqrt(5.0));
a=ti1; b=ti2;
v=a + GS*(b-a);
w=v; xf=v;
ds=0.0; e=0.0;
x=xf;
ti=x;
aaa=-d*conv([1 1],conv([ti^2 1],[td^2 1]))+[0,conv([ti^2 1],[td^2
1])+ti*[0,conv([1 1],[td^2 1])+td*[0,conv([ti^2 1],[1 1])]];
Wp=sqrt(max(roots(aaa)));
Kc=ti*Wp^2*sqrt(1+Wp^2)/sqrt(1+(Wp*ti)^2)/sqrt(1+(Wp*td)^2);
sim(model,[0 100+d^2*200],opt);

```



```

fx=ise;
fv=fx; fw=fx;
xm=0.5*(a+b);
%ALGORITHM%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
while abs((xf-xm)./xf) > 0.001,
    if xf>=xm, e=a-xf; else, e=b-xf; end
    ds=GS*e;
    x=xf+ds;
    ti=x;
    aaa=-d*conv([1 1],conv([ti^2 1],[td^2 1]))+[0,conv([ti^2 1],[td^2
1])]+ti*[0,conv([1 1],[td^2 1])+td*[0,conv([ti^2 1],[1 1])];
    Wp=sqrt(max(roots(aaa)));
    Kc=ti*Wp^2*sqrt(1+Wp^2)/sqrt(1+(Wp*ti)^2)/sqrt(1+(Wp*td)^2);
    sim(model,[0 100+d^2*200],opt);
    fu=ise;
% Update a, b, v, w, x, xm, toll1, tol2
if fu<=fx
    if x>=xf, a=xf; else, b=xf; end
    v=w; fv=fw; w=xf; fw=fx; xf=x; fx=fu;
else % fu > fx
    if x<xf, a=x; else, b=x; end
    if ((fu<=fw)|(w==xf))
        v=w; fv=fw; w=x; fw=fu;
    elseif ((fu<=fv)|(v==xf)|(v==w))
        v=x; fv=fu;
    end
end
xm=0.5*(a+b);

end %while
J=fx;ti=x;

```

59. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΠΟΛΩΝ ΕΝΟΣ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

```

function [P]=UI_Poles(Kc,d,ti,td,n,p);
%
%   UI_Poles(Kc,d,ti,td)
%
%   UI_Poles(Kc,d,ti,td,n)
%
%   UI_Poles(Kc,d,ti,td,n,p)
%
%   THE FUNCTION UI_Poles RETURNS ALL THE POLES OF AN UNSTABLE
%   INTEGRATING PLUS DEAD TIME SYSTEM (UIPDT) CONTROLLED BY
%   A PID CONTROLLER. THE POLES ARE SORTED WITH THEIR SIGNIFICANCE
%   STARTING FROM THE ONES WITH THE SMALLER REAL PART
%
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%         IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%   p -> IS THE FLAG FOR PLOTTING THE ROOTS
%         IF p=1 OR p='p' THEN THE ROOTS ARE PLOTTED
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==4,
    n=21,p=0;
end
if nargin==5,
    p=0;
end
D=zpk([],(-n/d)*ones(1,n),(n/d)^n);
Q=zpk([], [0,1],1);
QD=Q*D;
if td==0, td=1e-10;end
Gc=zpk([-1/td,-1/ti],[0],Kc*td);
L=Gc*QD;
[N,D]=tfdata(L,'v');B=N+D;P=roots(B);
P=esort(P);
if (p==1 | p=='p')
    figure, hold on
    for k=1:max(size(P))
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5)
    end
end
end

```

60. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ 4^{ΩV} ΕΠΙΚΡΑΤΟΥΝΤΩΝ ΠΟΛΩΝ ΕΝΟΣ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

```
function [P4]=UI_DomPoles(Kc,d,ti,td,n,p);

%
% UI_DomPoles(Kc,d,ti,td)
%
% UI_DomPoles(Kc,d,ti,td,n)
%
% UI_DomPoles(Kc,d,ti,td,n,p)
%
% THE FUNCTION UI_DomPoles RETURNS THE 3 DOMINANT POLES OF AN UNSTABLE
% INTEGRATING PLUS DEAD TIME SYSTEM (UIPDT) CONTROLLED BY
% A PID CONTROLLER. THE POLES ARE SORTED WITH THERE SIGNIFICANCE
% STARTING FROM THE ONES WITH THE SMALLER REAL PART
%
%
% ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
% TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
% d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
% td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%      IN ITS SERIES FORM
% ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%      IN ITS SERIES FORM
% Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
% n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%     IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
% p -> IS THE FLAG FOR PLOTTING THE ROOTS
%     IF p=1 OR p='p' THEN THE ROOTS ARE PLOTTED
%
% VERSION : 1    $Date: 01/03/2003

if nargin==4,
    n=21,p=0;
end
if nargin==5,
    p=0;
end

P=UI_Poles(Kc,d,ti,td,n);
P4=[P(1);P(2);P(3);P(4)];
if (p==1 | p=='p')
    figure, hold on
    for k=1:max(size(P4))
        plot(real(P4(k)),imag(P4(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
end
end
```

61. Γ.Τ.Ρ. ΕΝΟΣ ΥΙΡΡΤ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ ΤΟ Κ_κ

```

function [] = UI_RL_Kc(d,ti,td,No_Poles,Kc_start,Kc_end,n)
%
%   UI_RL_Kc(d,ti,td)
%
%   UI_RL_Kc(d,ti,td,No_Poles)
%
%   UI_RL_Kc(d,ti,td,No_Poles,Kc_start,Kc_end)
%
%   UI_RL_Kc(d,ti,td,No_Poles,Kc_start,Kc_end,n)
%
%   THE FUNCTION UI_RL_Kc PLOTS THE ROOT LOCUS
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE
%   TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%   UNSTABLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (UIPDT)
%   SYSTEM, IN THE GAIN RANGE (Kc_start,Kc_end).
%   IF Kc_start,Kc_end ARE NOT DEFINED THEN
%   Kc_start=0.01 AND Kc_end=100
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%         IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%
%   No_Poles -> IS THE NUMBER OF POLES THAT WILL BE PLOTTED. IF No_Poles
%               IS NOT DEFINED THEN No_Poles=3;
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin<7,
    n=21;
end
if nargin<5,
    Kc_start=.01;Kc_end=100;
end
if nargin<4
    No_Poles=4;
end

Kci=logspace(log10(Kc_start),log10(Kc_end),100);
figure,hold on

for i=1:100
    Kc=Kci(i);
    P=UI_Poles(Kc,d,ti,td,n);
    for k=1:min(max(size(P)),No_Poles)
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
    clear P;
end
end

```

62. Γ.Τ.Ρ. ΕΝΟΣ UIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ ΤΟ t_i

```

function [] = UI_RL_ti(d,Kc,td,No_Poles,ti_start,ti_end,n)
%
%   UI_RL_ti(d,Kc,td)
%
%   UI_RL_ti(d,Kc,td,No_Poles)
%
%   UI_RL_ti(d,Kc,td,No_Poles,ti_start,ti_end)
%
%   UI_RL_ti(d,Kc,td,No_Poles,ti_start,ti_end,n)
%
%   THE FUNCTION UI_RL_ti PLOTS THE ROOT LOCUS
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE
%   TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%   UNSTABLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (UIPDT)
%   SYSTEM, IN THE INTEGRATING TIME CONSTANT RANGE (ti_start,ti_end).
%   IF ti_start,ti_end ARE NOT DEFINED THEN
%   ti_start=0.01 AND ti_end=100
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%         IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%
%   No_Poles -> IS THE NUMBER OF POLES THAT WILL BE PLOTTED. IF No_Poles
%   IS NOT DEFINED THEN No_Poles=4;
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin<7,
    n=21;
end
if nargin<5,
    ti_start=.01;ti_end=100;
end
if nargin<4
    No_Poles=3;
end

tii=logspace(log10(ti_start),log10(ti_end),100);
figure,hold on

for i=1:100
    ti=tii(i);
    P=UI_Poles(Kc,d,ti,td,n);
    for k=1:min(max(size(P)),No_Poles)
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
    clear P;
end
end

```

63. Γ.Τ.Ρ. ΕΝΟΣ ΥΙΡΔΤ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ ΤΟ t_D

```

function [] = UI_RL_td(d,Kc,ti,No_Poles,td_start,td_end,n)
%
%   UI_RL_td(d,Kc,ti)
%
%   UI_RL_td(d,Kc,ti,No_Poles)
%
%   UI_RL_td(d,Kc,ti,No_Poles,td_start,td_end)
%
%   UI_RL_td(d,Kc,ti,No_Poles,td_start,td_end,n)
%
%   THE FUNCTION UI_RL_td PLOTS THE ROOT LOCUS
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE
%   TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%   UNSTABLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (UIPDT)
%   SYSTEM, IN THE DERIVATIVE TIME CONSTANT RANGE (td_start,td_end).
%   IF ti_start,ti_end ARE NOT DEFINED THEN
%   td_start=0.01 AND td_end=ts+10
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%        IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%        IN ITS SERIES FORM
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%        IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%
%   No_Poles -> IS THE NUMBER OF POLES THAT WILL BE PLOTTED. IF No_Poles
%   IS NOT DEFINED THEN No_Poles=4;
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin<7,
    n=21;
end
if nargin<5,
    td_start=.01;td_end=ts+10;
end
if nargin<4
    No_Poles=3;
end

tdi=logspace(log10(td_start),log10(td_end),100);
figure,hold on

for i=1:100
    td=tdi(i);
    P=UI_Poles(Kc,d,ti,td,n);
    for k=1:min(max(size(P)),No_Poles)
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
    clear P;
end
end

```

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

64. ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ NYQUIST DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

```

function [] = DI_PolarPlot(Kc,ti,td,Wstart,Wend)
%
%   DI_PolarPlot(Kc,ti,td,Wstart,Wend)
%
%   DI_PolarPlot(Kc,ti,td)
%
%   THE FUNCTION DI_PolarPlot RETURNS THE POLAR (OR NYQUIST)
%   PLOT, OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE TIME DELAY
%   AND THE SYSTEM GAIN, DOUBLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (DIPDT)
%   SYSTEM, IN THE FREQUENCY RANGE (Wstart,Wend).
%   IF Wstart,Wend ARE NOT DEFINED THEN
%   Wstart=0.5Wmin AND Wend=2Wmax, WHERE Wmin AND Wmax
%   ARE THE CRITICAL (CROSSOVER) FREQUENCIES
%
%
%
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==3;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=DI_Ultimate(ti,td);
    Wstart=0.5*Wmin;
    Wend=2*Wmax;
end
wf=linspace(Wstart,Wend,500);
for z=1:500;
    w=wf(z);
    A(z)=Kc*sqrt(1+(ti*w)^2)*sqrt(1+(td*w)^2)/(ti*w^3);
    f(z)=-3/2*pi-w+atan(ti*w)+atan(td*w);
    x(z)=A(z)*cos(f(z));
    y(z)=A(z)*sin(f(z));
end
plot(x,y);zoom on;hold on

%Unit Circle
for i=1:75,cx(i)=-cos((i-1)/150*pi);cy(i)=-sin((i-1)/150*pi);end
plot(cx,cy,'-.k')
x0=linspace(1.2*min(x),0.8*max(x),100);
y0=linspace(1.2*min(y),0.8*max(y),100);
plot(x0,zeros(100),'-.k')
AXIS([1.2*min(x) 0.8*max(x) 1.2*min(y) 1.2*max(y)])
hold off

```

65. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΚΡΙΣΙΜΩΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΚΕΡΔΩΝ DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

```

function [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = DI_Ultimate(d,ti,td)
%
%   UD_Ultimate(d,ti,td)
%
%   THE FUNCTION DI_Ultimate RETURNS THE CRITICAL (CROSSOVER) FREQUENCIES
%   AND THE CRITICAL (ULTIMATE) GAINS, OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE
%   TIME DELAY AND THE SYSTEM GAIN, DOUBLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME
%   (DIPDT)SYSTEM
%
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if ti<DI_timin(td)
    Wmin=0;Wmax=0;Kmin=0;Kmax=0;
    'The integral action is too small. The system is not Stabilizable.'
    return
end

%Wmin & Kmin

W=pi/2/(ti+td-1);
Wold=100;
n=0;
while (abs((Wold-W)/W)>1e-10 & n<1000)
    n=n+1;
    Wold=W;
    Er=-pi/2-W+atan(ti*W)+atan(td*W);
    W=W-W*Er;
end
Wmin=W;
Kmin=ti*Wmin^3/sqrt(1+(Wmin*ti)^2)/sqrt(1+(Wmin*td)^2);

%Wmax & Kmax
W_old=1;
W=10000;
n=0;
while (abs((W_old-W)/W)>1e-5 & n<100)
    n=n+1;
    W_old=W;
    W=(atan(ti*W)+atan(td*W)-pi/2);
end
Wmax=W;
Kmax=ti*Wmax^3/sqrt(1+(Wmax*ti)^2)/sqrt(1+(Wmax*td)^2);

```


66. ΠΕΡΙΘΩΡΙΟ ΦΑΣΗΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΘΩΡΙΑ ΚΕΡΔΟΥΣ ΔΙΠΔΤ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

```

function [PM,GMinc,GMdec] = DI_Margins(Kc,ti,td)
%
%   DI_Margins(Kc,ti,td)
%
%   THE FUNCTION DI_Margins RETURNS THE PHASE MARGIN PM, THE
%   INCREASING GAIN MARGIN GMinc, AND THE DECREASING GAIN MARGIN GMdec
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO DELAY AND THE SYSTEM GAIN,
%   DOUBLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (DIPDT)SYSTEM
%   FOR THE CLOSED LOOP SYSTEM TO BE STABLE THE FOLLOWING MUST HOLD TRUE
%
%   PM>0 AND GMinc>1 AND GMdec>1 AND
%   Im(PM)=0 AND Im(GMinc)=0 AND Im(GMdec)=0
%
%
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

%PM
WG=sqrt(max(roots([ti^2 -Kc^2*ti^2*td^2 -Kc^2*(ti^2+td^2) -Kc^2])));
PM=-pi/2-WG+atan(ti*WG)+atan(td*WG);
%GM
[Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=DI_ultimate(ti,td);
GMinc=Kmax/Kc;
GMdec=Kc/Kmin;

```

67. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $\tau_{I,\min}$ ΓΙΑ ΔΙΡΔΤ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [timin] = DI_timin(td)
%
%   DI_timin(td)
%
%   THE FUNCTION UI_timin RETURNS THE SMALLEST VALUE OF THE INTEGRAL
%   TIME CONSTANT ti OF PID CONTROLLER IN ITS SERIES FORM FOR WHICH
%   THE CLOSED LOOP DOUBLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (DIPDT)SYSTEM
%   CAN BE STABILIZED.
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO TEH TIME DELAY
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

timin=1e-5;timin_old=1000;n=0;
while (abs((timin-timin_old)/timin)>1e-9 & n<100)
    n=n+1;
    Wp=sqrt(max(roots([td^2*timin^2 timin^2+td^2-td*timin^2-timin*td^2 1-timin-
td]))));
    timin_old=timin;
                    timin=tan(pi/2+Wp-atan(td*Wp))/Wp;
end

```

68. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $\tau_{D,\min}$ ΓΙΑ DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```
function [tdmin] = DI_tdmin(ti)
%
%   DI_tdmin(ti)
%
%   THE FUNCTION DI_tdmin RETURNS THE SMALLEST VALUE OF THE DERIVATIVE
%   TIME CONSTANT td OF PID CONTROLLER IN ITS SERIES FORM, FOR WHICH
%   THE CLOSED LOOP DOUBLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (DIPDT) SYSTEM
%   CAN BE STABILIZED.
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE TIME CONSTANT
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

tdmin=1e-5;tdmin_old=1000;n=0;
while (abs((tdmin-tdmin_old)/tdmin)>1e-9 & n<100)
    n=n+1;
    Wp=sqrt(max(roots([tdmin^2*ti^2 ti^2+tdmin^2-tdmin*ti^2-ti*tdmin^2 1-ti-
tdmin]))));
    tdmin_old=tdmin;
    tdmin=tan(pi/2+Wp-atan(ti*Wp))/Wp;
end
```

69. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ PM_{\max} ΓΙΑ DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [PMmax] = DI_PMmax(td,ti)
%
%   DI_PMmax(td,ti)
%
%   DI_PMmax(td)
%
%   THE FUNCTION DI_PMmax RETURNS THE MAXIMUM ACHIEVABLE PHASE MARGIN
%   OF AN DOUBLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (DIPDT)SYSTEM
%   IF ti IS NOT SPECIFIED THEN ti=inf (THAT IS A PD CONTROLLER)
%
%   ALL PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE TIME DELAY
%   AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   td ->  IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%           IN ITS SERIES FORM
%   ti ->  IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%           IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==1;
    ti=1e20;
    if td<1
        'The derivative action is too Small: td must be larger than 1'
        return
    end
end
if nargin==2;
    timin=DI_timin(td);
    if ti<timin
        'The integral action is too small: ti must be larger than',timin
        return
    end
end

Wp=sqrt(max(roots([td^2*ti^2 ti^2+td^2-td*ti^2-ti*td^2 1-ti-td])));
PMmax=-pi/2-Wp+atan(ti*Wp)+atan(td*Wp);

```

70. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ $GM_{prod,max}$ ΓΙΑ DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [GMmax] = DI_GMmax(td,ti)
%
%   DI_GMmax(td,ti)
%
%   DI_GMmax(td)
%
%   THE FUNCTION DI_GMmax RETURNS THE MAXIMUM ACHIEVABLE GAIN MARGIN PRODUCT
%   DEFINED BY :
%
%    $GM_{prod,max}=GM_{inc}*GM_{dec}=K_{max}/K_{min}$ 
%
%   OF A DOUBLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (DIPDT) SYSTEM
%   FOR THE SYSTEM TO BE STABILIZABLE THE FOLLOWING MUST HOLD TRUE:
%
%    $GM_{prod,max}>1$ .
%
%   IF ti IS NOT SPECIFIED THEN ti=inf (THAT IS A PD CONTROLLER)
%
%   ALL PARAMETERS ARE NORMALIZED WITH RESPECT TO THE UNSTABLE TIME
%   CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==1;
    if td<1
        'The derivative action is too Small: td must be larger than 1'
        return
    end
    GMmax=inf;
    return
end
if nargin==2;
    tmin=DI_tmin(td);
    if ti<tmin
        'The integral action is too small: ti must be larger than',tmin
        return
    end
end

[Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = DI_Ultimate(ti,td);
GMmax=Kmax/Kmin;

```

71. PM ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = DI_Meth_PM(PMdes,td)
%
%   DI_Meth_PM(PMdes,td_Select)
%
%   THE FUNCTION DI_Meth_PM RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE PM TUNING METHOD IS APPLIED TO A DOUBLE INTEGRATING
%   PLUS DEAD TIME (DIPDT) SYSTEM.
%   THE PM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE PHASE MARGIN PMdes AT THE POINT OF MAXIMUM PHASE.
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE TIME DELAY AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

PMmax=DI_PMmax(td);
if PMdes>PMmax
    'The DESIRED PHASE MARGIN IS NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM PM
WHITH',td,' IS',PMmax
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end

ti=1e-10;ti_old=1000;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    Wp=sqrt(max(roots([td^2*ti^2 ti^2+td^2-td*ti^2-ti*td^2 1-ti-td])));
    ti=tan(PMdes+pi/2+Wp-atan(Wp*td))/Wp;
end
Kc=ti*Wp^3/sqrt(1+ti^2*Wp^2)/sqrt(1+td^2*Wp^2);

```

72. GM ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = DI_Meth_GM(GMinc,GMdec,td)
%
%   DI_Meth_GM(GMinc,GMdec,td)
%
%   THE FUNCTION DI_Meth_GM RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE GM TUNING METHOD IS APPLIED TO A DOUBLE INTEGRATING
%   PLUS DEAD TIME (DIPDT) SYSTEM.
%   THE GM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE INCREASING GAIN MARGIN GMinc AND THE DECREASING GAIN MARGIN GMdec.
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE TIME DELAY AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

GMprod=GMinc*GMdec;
GMmax=DI_GMmax(td);
if GMprod>GMmax
    'The DESIRED GAIN MARGINS ARE NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM GMprod
WITH',td,' IS ',GMmax
    ti=0;Kc=0;td=0;
    return
end
timin=DI_timin(td);
ti1=1.01*timin;ti2=1000*timin;
while abs((ti1-ti2)/ti1)>1e-4,
    ti=(ti1+ti2)/2;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = DI_Ultimate(ti,td);
    GMp=Kmax/Kmin;
    if GMp<GMprod
        ti1=ti;
    else
        ti2=ti;
    end
end
Kc=Kmax/GMinc;

```

73. PGM_{inc} ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = DI_Meth_PGMinc(PMdes,GMinc,td)
%
%   DI_Meth_PGMinc(d,PM,GMinc,td)
%
%   THE FUNCTION DI_Meth_PGMinc RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE PGMinc TUNING METHOD IS APPLIED TO A DOUBLE INTEGRATING
%   PLUS DEAD TIME (DIPDT) SYSTEM.
%   THE GM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE INCREASING GAIN MARGIN GMinc AND THE PHASE MARGIN PM.
%
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

PMmax=DI_PMmax(td);
if PMdes>PMmax
    'The DESIRED PHASE MARGIN IS NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM PM
    WHITH',td,' IS',PMmax
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end
ti=1e3*DI_timin(td);ti_old=1000;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = DI_Ultimate(ti,td);
    Kc=Kmax/GMinc;
    wg=sqrt(max(roots([ti^2 -ti^2*Kc^2*td^2 -Kc^2*(ti^2+td^2) -Kc^2])));
    ti=tan(PMdes+pi/2+wg-atan(wg*td))/wg;
end

if (Kc/Kmin<1)
    'WITH THESE SPECIFICATIONS THE CLOSED LOOP SYSTEM IS NOT STABLE'
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end

```


74. PGM_{dec} ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td] = DI_Meth_PGMdec(PMdes,GMdec,td)
%
%   DI_Meth_PGMdec(PM,GMdec,td)
%
%   THE FUNCTION DI_Meth_PGMdec RETURNS THE PID CONTROLLED PARAMETERS
%   WHEN THE PGMinc TUNING METHOD IS APPLIED TO A DOUBLE INTEGRATING
%   PLUS DEAD TIME (DIPDT) SYSTEM.
%   THE GM TUNING METHOD RETURNS THE CONTROLLER THAN SATISFIES EXACTLY
%   THE INCREASING GAIN MARGIN GMinc AND THE PHASE MARGIN PM.
%
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   d -> IS THE NORMALIZED DEAD TIME
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

PMmax=DI_PMmax(td);
if PMdes>PMmax
    'The DESIRED PHASE MARGIN IS NOT ACHIEVABLE WITH THIS td. THE MAXIMUM PM
    WHITH',td,' IS',PMmax
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end
ti=1.2*DI_timin(td);ti_old=1000;
while abs((ti-ti_old)/ti)>1e-5,
    ti_old=ti;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax] = DI_Ultimate(ti,td);
    Kc=GMdec*Kmin;
    wg=sqrt(max(roots([ti^2 -ti^2*Kc^2*td^2 -Kc^2*(ti^2+td^2) -Kc^2])));
    ti=tan(PMdes+pi/2+wg-atan(wg*td))/wg;
end

if (Kmax/Kc<1)
    'WITH THESE SPECIFICATIONS THE CLOSED LOOP SYSTEM IS NOT STABLE'
    Kc=0;ti=0;td=0;
    return
end

```

75. 2^η ΜΠΦ ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ PD ΕΛΕΓΚΤΗ ΓΙΑ ΔΙΡΔΤ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,td] = DI_Meth_MPF_2(Criter_Val,Criter_Type)
%
%   DI_Meth_MPF_2(Criter_Val)
%
%   Apliys the 2nd method for PD controller and asumes the criterion is
%   zdez=Criter_Val.
%
%   UFO_Meth_MPF_2(Criter_Val,Criter_Type)
%
%   Apliys the 3rd method for PD controller
%   If Criter_Type='te' then the criterion is tedez=Criter_Val
%   If Criter_Type='z' then the criterion is zdez=Criter_Val
%   for any other value of parameter Criter_Type then it asumes
%   the criterion is zdez=Criter_Val
%
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==1,
    zdes=Criter_Val;flag=1;
end
if nargin==2,
    if Criter_Type=='te',
        tedes=Criter_Val;flag=2;
    else
        zdes=Criter_Val;flag=1;
    end
end

td=1.1;td_old=10;
while abs((td-td_old)/td)>1e-5,
    td_old=td;
    wp=sqrt((td-1)/td^2);
    Kc=wp^2/sqrt(1+(wp*td)^2);
    if flag==1,
        td=max(roots([1 4*zdes^2-2 1-4*zdes^2/Kc]));
    else
        td=1/Kc-tedes^2;
    end
end
end

```

76. 3^η ΜΠΦ ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ PD ΕΛΕΓΚΤΗ ΓΙΑ DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td,J] = DI_Meth_SPK_3(td,Criter_Type)
%
%
%   DI_Meth_MPF_2(td,Criter_Type)
%
%   APPLIES THE 3rd MPF METHOD FOR PID CONTROLLER
%   IF Criter_Type='ise_____sp' THEN THE CRITERION ISE_SP
%   IF Criter_Type='ise_____de' THEN THE CRITERION ISE_D
%   IF Criter_Type='isenscod_sp' THEN THE CRITERION ISENSCOD_SP
%   IF Criter_Type='isenscod_de' THEN THE CRITERION ISENSCOD_D
%   IF Criter_Type='isensdco_sp' THEN THE CRITERION ISENSDCO_SP
%   IF Criter_Type='isensdco_de' THEN THE CRITERION ISENSDCO_D
%   FOR ANY OTHER VALUE OF PARAMETER Criter_Type THE
%   THE CRITERION IS ISE_SP
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==1,
    model='DI_ise_sp';
end
if nargin==2,
    if Criter_Type=='ise_____sp',
        model='DI_ise_sp';
    elseif Criter_Type=='ise_____de',
        model='DI_ise_d';
    elseif Criter_Type=='isesco__sp',
        model='DI_isesco_sp';
    elseif Criter_Type=='isesco__de',
        model='DI_isesco_d';
    elseif Criter_Type=='isesdco_sp',
        model='DI_isesdco_sp';
    elseif Criter_Type=='isesdco_de',
        model='DI_isesdco_d';
    else
        model='DI_ise_sp';
    end
end

if d-td>0.1
opt = simset('solver','ode45','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.02);
else
    opt = simset('solver','ode45','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.002);
end
opt =
simset('solver','ode4','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.1/td,'RelTol',1e-
2);
GS=0.5*(3-sqrt(5));
%STEP 0;
timin=DI_timin(td);
til=1.02*timin; ti2=10*timin;
a=til; b=ti2;
v=a + GS*(b-a);
w=v; xf=v;
x=xf;
ti=x;
    wp=sqrt(max(roots([ti^2*td^2 ti^2+td^2-ti*td^2-ti^2*td 1-ti-td])));
    Kc=ti*wp^3/sqrt(1+(wp*ti)^2)/sqrt(1+(wp*td)^2);sim(model,[0
100+(1/td)^2*200],opt);
fx=ise;
fv=fx; fw=fx;
xm=0.5*(a+b);

```

```

%ALGORITHM%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
while abs((xf-xm)./xf) > 0.001,
    if xf>=xm, e=a-xf; else, e=b-xf; end
    ds=GS*e;
    x=xf+ds;
    ti=x;
    wp=sqrt(max(roots([ti^2*td^2 ti^2+td^2-ti*td^2-ti^2*td 1-ti-td])));
    Kc=ti*wp^3/sqrt(1+(wp*ti)^2)/sqrt(1+(wp*td)^2);sim(model,[0
100+(1/td)^2*200],opt);
    fu=ise;
    % Update a, b, v, w, x, xm, toll, tol2
    if fu<=fx
        if x>=xf, a=xf; else, b=xf; end
        v=w; fv=fw; w=xf; fw=fx; xf=x; fx=fu;
    else % fu > fx
        if x<xf, a=x; else, b=x; end
        if ((fu<=fw)|(w==xf))
            v=w; fv=fw; w=x; fw=fu;
        elseif ((fu<=fv)|(v==xf)|(v==w))
            v=x; fv=fu;
        end
    end
    end
    xm=0.5*(a+b);
end %while
J=fx;ti=x;

```

77. 3^η ΜΠΦ ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ PD ΕΛΕΓΚΤΗ ΓΙΑ DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

```

function [Kc,ti,td,J] = DI_Meth_SPK_ise(td,Criter_Type)
%
%   UFO_Meth_SPK_ise(td,Criter_Type)
%
%   APPLIES THE 3rd MPF METHOD FOR PI CONTROLLER
%   IF Criter_Type='ise_____sp' THEN THE CRITERION ISE_SP
%   IF Criter_Type='ise_____de' THEN THE CRITERION ISE_D
%   IF Criter_Type='isenscod_sp' THEN THE CRITERION ISENSCOD_SP
%   IF Criter_Type='isenscod_de' THEN THE CRITERION ISENSCOD_D
%   IF Criter_Type='isensdco_sp' THEN THE CRITERION ISENSDCO_SP
%   IF Criter_Type='isensdco_de' THEN THE CRITERION ISENSDCO_D
%   FOR ANY OTHER VALUE OF PARAMETER Criter_Type THE
%   THE CRITERION IS ISE_SP

%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==1,
    model='DI_ise_sp';
end
if nargin==2,
    if Criter_Type=='ise_____sp',
        model='DI_ise_sp';
    elseif Criter_Type=='ise_____de',
        model='DI_ise_d';
    elseif Criter_Type=='isesco__sp',
        model='DI_isesco_sp';
    elseif Criter_Type=='isesco__de',
        model='DI_isesco_d';
    elseif Criter_Type=='isesdco_sp',
        model='DI_isesdco_sp';
    elseif Criter_Type=='isesdco_de',
        model='DI_isesdco_d';
    else
        model='DI_ise_sp';
    end
end

%if d-td>0.1
%
%                                     opt =
simset('solver','ode45','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.02);
%else
%   opt =
simset('solver','ode45','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.002);
%end
opt =
simset('solver','ode4','SrcWorkspace','Current','FixedStep',0.1/td,'RelTol',1e-
2);
GS=0.5*(3-sqrt(5));
%STEP 0;
timin=DI_timin(td);
ti1=1.02*timin;
ti2=1000*timin;
c=0.5*(3.0-sqrt(5.0));
a=ti1; b=ti2;
v=a + GS*(b-a);
w=v; xf=v;
ds=0.0; e=0.0;
x=xf;
ti=x;
[Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=DI_ultimate(ti,td);

```

```

Kc=sqrt(Kmin*Kmax);
sim(model,[0 100+1/td^2*200],opt);
fx=ise;
fv=fx; fw=fx;
xm=0.5*(a+b);
%ALGORITHM%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
while abs((xf-xm)./xf) > 0.001,
    if xf>=xm, e=a-xf; else, e=b-xf; end
    ds=GS*e;
    x=xf+ds;
    ti=x;
    [Wmin,Wmax,Kmin,Kmax]=DI_ultimate(ti,td);
    Kc=sqrt(Kmin*Kmax);
    sim(model,[0 100+(1/td)^2*200],opt);
    fu=ise;
% Update a, b, v, w, x, xm, tol1, tol2
    if fu<=fx
        if x>=xf, a=xf; else, b=xf; end
        v=w; fv=fw; w=xf; fw=fx; xf=x; fx=fu;
    else % fu > fx
        if x<xf, a=x; else, b=x; end
        if ((fu<=fw)|(w==xf))
            v=w; fv=fw; w=x; fw=fu;
        elseif ((fu<=fv)|(v==xf)|(v==w))
            v=x; fv=fu;
        end
    end
    xm=0.5*(a+b);
end %while
J=fx;ti=x;

```

78. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΠΟΛΩΝ ΕΝΟΣ ΔΙΠΔΤ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

```

function [P]=DI_Poles(Kc,ti,td,n,p);

%
%   DI_Poles(Kc,ti,td)
%
%   DI_Poles(Kc,ti,td,n)
%
%   DI_Poles(Kc,ti,td,n,p)
%
%   THE FUNCTION DI_Poles RETURNS ALL THE POLES OF A DOUBLE
%   INTEGRATING PLUS DEAD TIME SYSTEM (DIPDT) CONTROLLED BY
%   A PID CONTROLLER. THE POLES ARE SORTED WITH THERE SIGNIFICANCE
%   STARTING FROM THE ONES WITH THE SMALLER REAL PART
%
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%          IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%   p -> IS THE FLAG FOR PLOTTING THE ROOTS
%          IF p=1 OR p='p' THEN THE ROOTS ARE PLOTTED
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==3,
    n=21,p=0;
end
if nargin==4,
    p=0;
end
D=zpk([],(-n/1)*ones(1,n),(n/1)^n);
Q=zpk([], [0,0],1);
QD=Q*D;
if td==0, td=1e-10;end
Gc=zpk([-1/td,-1/ti],[0],Kc*td);
L=Gc*QD;
[N,D]=tfdata(L,'v');B=N+D;P=roots(B);
P=esort(P);
if (p==1 | p=='p')
    figure, hold on
    for k=1:max(size(P))
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
end
end

```

79. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ 4^{ΩV} ΕΠΙΚΡΑΤΟΥΝΤΩΝ ΠΟΛΩΝ ΕΝΟΣ ΔΙΡΔΤ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

```
function [P4]=DI_DomPoles(Kc,ti,td,n,p);

%
%   DI_DomPoles(Kc,d,ti,td)
%
%   DI_DomPoles(Kc,d,ti,td,n)
%
%   DI_DomPoles(Kc,d,ti,td,n,p)
%
%   THE FUNCTION DI_DomPoles RETURNS THE 3 DOMINANT POLES OF A DOUBLE
%   INTEGRATING PLUS DEAD TIME SYSTEM (DIPDT) CONTROLLED BY
%   A PID CONTROLLER. THE POLES ARE SORTED WITH THERE SIGNIFICANCE
%   STARTING FROM THE ONES WITH THE SMALLER REAL PART
%
%
%   ALL SYSTEM AND CONTROLLER PARAMETERS ARE A NORMALIZED WITH RESPECT
%   TO THE UNSTABLE TIME CONSTANT AND THE SYSTEM GAIN,
%
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%          IN ITS SERIES FORM
%   Kc -> IS THE NORMALIZED GAIN OF THE PID CONTROLLER
%   n  -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%          IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%   p  -> IS THE FLAG FOR PLOTTING THE ROOTS
%          IF p=1 OR p='p' THEN THE ROOTS ARE PLOTTED
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin==3,
    n=21,p=0;
end
if nargin==4,
    p=0;
end

P=DI_Poles(Kc,ti,td,n);
P4=[P(1);P(2);P(3);P(4)];
if (p==1 | p=='p')
    figure, hold on
    for k=1:max(size(P4))
        plot(real(P4(k)),imag(P4(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
end
end
```


80. Γ.Τ.Ρ. ΕΝΟΣ DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ ΤΟ K_c

```
function [] = DI_RL_Kc(ti,td,No_Poles,Kc_start,Kc_end,n)
%
%   DI_RL_Kc(ti,td)
%
%   DI_RL_Kc(ti,td,No_Poles)
%
%   DI_RL_Kc(ti,td,No_Poles,Kc_start,Kc_end)
%
%   DI_RL_Kc(ti,td,No_Poles,Kc_start,Kc_end,n)
%
%   THE FUNCTION DI_RL_Kc PLOTS THE ROOT LOCUS
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE TIME DELAY
%   AND THE SYSTEM GAIN, DOUBLE INTEGRATING
%   PLUS DEAD TIME (DIPDT)
%   SYSTEM, IN THE GAIN RANGE (Kc_start,Kc_end).
%   IF Kc_start,Kc_end ARE NOT DEFINED THEN
%   Kc_start=0.01 AND Kc_end=100
%
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%        IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%
%   No_Poles -> IS THE NUMBER OF POLES THAT WILL BE PLOTTED. IF No_Poles
%               IS NOT DEFINED THEN No_Poles=3;
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin<6,
    n=21;
end
if nargin<4,
    Kc_start=.01;Kc_end=100;
end
if nargin<3
    No_Poles=3;
end

Kci=logspace(log10(Kc_start),log10(Kc_end),100);
figure,hold on

for i=1:100
    Kc=Kci(i);
    P=DI_Poles(Kc,ti,td,n);
    for k=1:min(max(size(P)),No_Poles)
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
    clear P;
end
```

81. Γ.Τ.Ρ. ΕΝΟΣ ΔΙΡΔΤ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ ΤΟ t_i

```

function [] = DI_RL_ti(Kc,td,No_Poles,ti_start,ti_end,n)
%
%   DI_RL_ti(Kc,td)
%
%   DI_RL_ti(Kc,td,No_Poles)
%
%   DI_RL_ti(Kc,td,No_Poles,ti_start,ti_end)
%
%   DI_RL_ti(Kc,td,No_Poles,ti_start,ti_end,n)
%
%   THE FUNCTION DI_RL_ti PLOTS THE ROOT LOCUS
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE TIME DELAY
%   AND THE SYSTEM GAIN, DOUBLE INTEGRATING
%   PLUS DEAD TIME (DIPDT) SYSTEM,
%   IN THE INTEGRATING TIME CONSTANT RANGE (ti_start,ti_end).
%   IF ti_start,ti_end ARE NOT DEFINED THEN
%   ti_start=0.01 AND ti_end=100
%
%   Kc ->  IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti ->  IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td ->  IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   n ->  IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%         IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%
%   No_Poles -> IS THE NUMBER OF POLES THAT WILL BE PLOTTED. IF No_Poles
%   IS NOT DEFINED THEN No_Poles=4;
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin<6,
    n=21;
end
if nargin<4,
    ti_start=.01;ti_end=100;
end
if nargin<3
    No_Poles=3;
end

tii=logspace(log10(ti_start),log10(ti_end),100);
figure,hold on

for i=1:100
    ti=tii(i);
    P=DI_Poles(Kc,ti,td,n);
    for k=1:min(max(size(P)),No_Poles)
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
    clear P;
end
end

```

82. Γ.Τ.Ρ. ΕΝΟΣ DIPDT ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΚΑΘΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ ΤΟ t_D

```
function [] = DI_RL_td(Kc,ti,No_Poles,td_start,td_end,n)
%
%   DI_RL_td(Kc,ti)
%
%   DI_RL_td(Kc,ti,No_Poles)
%
%   DI_RL_td(Kc,ti,No_Poles,td_start,td_end)
%
%   DI_RL_td(Kc,ti,No_Poles,td_start,td_end,n)
%
%   THE FUNCTION DI_RL_td PLOTS THE ROOT LOCUS
%   OF A NORMALIZED WITH RESPECT TO THE
%   TIME DELAY AND THE SYSTEM GAIN,
%   DOUBLE INTEGRATING PLUS DEAD TIME (DIPDT)
%   SYSTEM, IN THE DERIVATIVE TIME CONSTANT RANGE (td_start,td_end).
%   IF ti_start,ti_end ARE NOT DEFINED THEN
%   td_start=0.01 AND td_end=ts+10
%
%   Kc -> IS THE NORMALIZED CONTROLLER GAIN
%   ti -> IS THE NORMALIZED INTEGRAL TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   td -> IS THE NORMALIZED DERIVATIVE TIME OF THE PID CONTROLLER
%         IN ITS SERIES FORM
%   n -> IS THE NUMBER OF POLES THAT REPLACE THE DEAD TIME TERM
%         IF n IS NOT SPECIFIED THEN n=21
%
%   No_Poles -> IS THE NUMBER OF POLES THAT WILL BE PLOTTED. IF No_Poles
%               IS NOT DEFINED THEN No_Poles=4;
%
%   VERSION : 1   $Date: 01/03/2003

if nargin<6,
    n=21;
end
if nargin<4,
    td_start=.01;td_end=ts+10;
end
if nargin<3
    No_Poles=3;
end

tdi=logspace(log10(td_start),log10(td_end),100);
figure,hold on

for i=1:100
    td=tdi(i);
    P=DI_Poles(Kc,ti,td,n);
    for k=1:min(max(size(P)),No_Poles)
        plot(real(P(k)),imag(P(k)),'.','MarkerSize',5 )
    end
    clear P;
end
```