ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Βελτιστοποίηση της Μεθόδου Βοηθητικών Πηγών σε Προβλήματα Σκέδασης στον Υπολογιστικό Ηλεκτρομαγνητισμό με Χρήση Γενετικών Αλγορίθμων

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Ιωάννης Ι. Χαιρετάκης

Αθήνα, Οκτώβριος 2006

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

Βελτιστοποίηση της Μεθόδου Βοηθητικών Πηγών στον Υπολογιστικό Ηλεκτρομαγνητισμό με Χρήση Γενετικών Αλγορίθμων

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Ιωάννης Ι. Χαιρετάκης

Συμβουλευτική Επιτροπή: **Χρήστος Καψάλης**
Φίλιππος Κωνσταντίνου
Δήμητρα-Θεοδώρα Κακλαμάνη

Εγκρίθηκε από την επταμελή εξεταστική επιτροπή την 15/12/2006.

.....	.....	.....
Χ. Καψάλης	**Φ. Κωνσταντίνου**	**Δ. –Θ. Κακλαμάνη**
Καθηγητής Ε.Μ.Π.	**Καθηγητής Ε.Μ.Π.**	**Αν. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.**
.....	.....	.....
Ι. Κανελλόπουλος	**Π. Κωττής**	**Γ. Φικιώρης**
Καθηγητής Ε.Μ.Π.	**Καθηγητής Ε.Μ.Π.**	**Λέκτορας Ε.Μ.Π.**
	.....	
	Σ. Κωτσόπουλος	
	Καθηγητής Παν. Πατρών	

.....
Ιωάννης Ι. Χαιρετάκης
Διδάκτωρ Ηλεκτρολόγος Μηχανικός & Μηχανικός Υπολογιστών, Ε.Μ.Π.

Στους γονείς μου Ιωάννη και Ιωάννα,
στον αδερφό μου Νίκο

Περίληψη

Στην παρούσα διατριβή αναπτύσσεται μία συστηματική, πλήρως αυτοματοποιημένη τεχνική εύρεσης της κατάλληλης θέσης των βοηθητικών πηγών της Μεθόδου των Βοηθητικών Πηγών (Method of Auxiliary Sources – MAS) στον Υπολογιστικό Ηλεκτρομαγνητισμό. Η MAS είναι μία ευρύτατα διαδεδομένη αριθμητική μέθοδος στην οποία η χωρική κατανομή των βοηθητικών πηγών επηρεάζει δραστικά την σύγκλιση και την ακρίβεια της προκύπτουσας αριθμητικής λύσης. Η κλασική τοποθέτηση των βοηθητικών πηγών της MAS βασίζεται σε εμπειρικούς κανόνες και στην αρχή των καυστικών επιφανειών. Κατά συνέπεια, η εύρεση της βέλτιστης κατανομής των βοηθητικών πηγών για προκαθορισμένη τάξη ακρίβειας της αριθμητικής λύσης επιχειρείται είτε χρησιμοποιώντας μια κοπιώδη διαδικασία χειρωνακτικών δοκιμών, είτε προσδιορίζοντας τις αντίστοιχες καυστικές επιφάνειες, με την τελευταία μεθοδολογία να είναι αναλυτικά εφικτή μόνο για προβλήματα που περιλαμβάνουν κανονικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά και ορισμένους τύπους πεδίων διέγερσης. Με την προτεινόμενη τεχνική καταργείται το ενδεχόμενα ιδιαίτερα κοπιώδες στάδιο δοκιμών και απόρριψης που υπεισέρχεται κατά την εφαρμογή της κλασικής MAS και αντικαθίσταται από μία στοχαστική διαδικασία βελτιστοποίησης, τον Γενετικό Αλγόριθμο (Genetic Algorithm – GA).

Αναλυτικότερα, αρχικά γίνεται μια συνοπτική παρουσίαση των κυριότερων μεθόδων Υπολογιστικού Ηλεκτρομαγνητισμού, με κύριο γνώμονα την έκθεση της αποδοτικότητάς τους στα ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα σκέδασης. Στην συνέχεια, επικεντρώνοντας στα θέματα υλοποίησης και εφαρμογής της μεθόδου MAS, αναλύονται ζητήματα όπως η επιλογή του τύπου των βοηθητικών πηγών και η επιλογή των σημείων επιβολής των οριακών συνθηκών, ενώ ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην κατανομή των θέσεων των βοηθητικών πηγών στο χώρο με την παράθεση των σχετικών εμπειρικών κανόνων. Ακολούθως, παρουσιάζονται οι κυριότερες τεχνικές βελτιστοποίησης που έχουν εφαρμοστεί σε προβλήματα Υπολογιστικού Ηλεκτρομαγνητισμού και αναδεικνύονται οι GAs ως η ιδανική επιλογή για τη βελτιστοποίηση της MAS, λόγω της εξαιρετικής ικανότητάς τους να αντιμετωπίζουν ευέλικτα και επιτυχώς, σύνθετα ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα που διέπονται από εντελώς διαφορετικές αλλά και ιδιαίτερα πολύπλοκες πολυπαραμετρικές αντικειμενικές συναρτήσεις.

Εν συνεχεία, εξετάζεται το πρόβλημα ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης από απείρου μήκους τέλεια αγώγιμους κυλίνδρους αυθαίρετης λείας διατομής, χρησιμοποιώντας την γενετικά βελτιστοποιημένη μέθοδο MAS. Η τεχνική εφαρμόζεται σε κυλίνδρους κυκλικούς, ελλειπτικούς με υψηλό λόγο του μεγάλου ως προς τον μικρό άξονα, ελλειπτικούς Cassini, κρανοειδείς και περιοδικά ανώμαλης επιφάνειας, επιδεικνύοντας την ιδανική σύγκλιση της αριθμητικής λύσης στην επιθυμητή τάξη ακρίβειας. Ερευνάται τόσο η περίπτωση της διέγερσης από επίπεδο κύμα, όσο και η περίπτωση της διέγερσης από απείρου μήκους νηματοειδή ρευματική γραμμή τοποθετημένη παράλληλα στον άξονα του κυλίνδρου. Επίσης, υπολογίζονται ποσότητες που αφορούν τόσο το κοντινό όσο και το μακρινό πεδίο και συγκρίνονται με τυχόν διαθέσιμες αναλυτικές λύσεις.

Επιπρόσθετα, παρατίθενται αριθμητικά αποτελέσματα για το πρόβλημα της ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης από απείρου μήκους διηλεκτρικούς κυλίνδρους αυθαίρετης λείας διατομής. Οι λύσεις της προτεινόμενης τεχνικής ελέγχονται επί ενός μεγάλου εύρους μεταβολής των γεωμετρικών και φυσικών χαρακτηριστικών διαφόρων τύπων κυλίνδρων. Επίσης εξετάζεται τόσο η διέγερση από επίπεδο κύμα, όσο και η διέγερση από απείρου μήκους νηματοειδή ρευματική γραμμή τοποθετημένη παράλληλα στον άξονα του διηλεκτρικού κυλίνδρου. Τέλος, διερευνάται η επίδραση της χρήσης υπερπροσδιορισμένων συστημάτων γραμμικών εξισώσεων στην ακρίβεια των προκυπτουσών αριθμητικών λύσεων.

Λέξεις Κλειδιά: Υπολογιστικός Ηλεκτρομαγνητισμός, Ηλεκτρομαγνητική Σκέδαση, Αριθμητικές Μέθοδοι, Μέθοδος Βοηθητικών Πηγών, Στοχαστική Βελτιστοποίηση, Γενετικοί Αλγόριθμοι.

Summary

In the current thesis, a systematic, fully automated, adaptive technique is presented for the proper allocation of the auxiliary sources of the Method of Auxiliary Sources (MAS) in Computational Electromagnetics. The MAS is a widely known numerical method in which the spatial distribution of the corresponding auxiliary sources strongly affects the convergence and the accuracy of the resulting numerical solution. The standard placement of the MAS auxiliary sources is based on empirical rules and on the caustic concept. As a result, the optimal allocation of the auxiliary sources, for a predefined accuracy of the numerical solution, is achieved either by a manual, laborious, trial and error procedure or by determining the corresponding caustic surfaces, with the latter approach being analytically feasible only when treating problems with canonical geometries and for specific types of excitation fields. The salient feature of the proposed technique is that the potentially laborious trial and error stage of the standard MAS is replaced by a stochastic optimization procedure, the Genetic Algorithm (GA).

Specifically, in the beginning, the most widely spread methods of Computational Electromagnetics are presented and their effectiveness is reported in various electromagnetic scattering problems. Next, the research is focused on implementation and application issues of the MAS. General rules are provided for the selection of the type of the auxiliary sources and the distribution of the matching points for the approximate fulfilment of the boundary conditions, while at the same time the empirical rules for the allocation of the auxiliary sources are highlighted. Subsequently, the major optimization techniques applied in Computational Electromagnetics are presented, with the GAs being the appropriate selection for the MAS optimization because of their exceptional effectiveness when dealing with complex electromagnetic problems accompanied by especially complicated multiparameter objective functions.

Moreover, the problem of electromagnetic scattering by infinite perfectly conducting cylinders of arbitrary smooth cross-section is examined using the GA-optimized MAS. The technique is applied to circular, elliptic with large major to minor axis ratio, Cassinian elliptic, cranioid and sinusoidally corrugated cylinders, demonstrating the desirable convergence to the predefined accuracy of the numerical solution. The cases of plane wave excitation and of an infinite line current source radiating parallel to the axis of the cylinder are investigated. Both near field and far field quantities are evaluated and are compared with available analytic solutions.

Furthermore, numerical results are provided for the problem of electromagnetic scattering by infinite dielectric cylinders of arbitrary smooth cross-section. The numerical solutions of the proposed technique are evaluated over a wide range of the geometric and physical characteristics of various types of cylinders. Both the cases of plane wave excitation and of an infinite line current source radiating parallel to the axis of the cylinder are investigated. Finally, the effect of using overdetermined systems of equations in the accuracy of the proposed technique is evaluated.

Keywords: Computational Electromagnetics, Electromagnetic Scattering, Numerical Methods, Method of Auxiliary Sources, Stochastic Optimization, Genetic Algorithms.

Πρόλογος

Είναι αδιαμφισβήτητο γεγονός ότι ο Εφαρμοσμένος Ηλεκτρομαγνητισμός αποτελεί την θεμελιώδη δέσμη επιστημονικών μεθοδολογιών πάνω στην οποία εδράζεται η σχεδίαση, η ανάπτυξη και η υλοποίηση των σύγχρονων ασύρματων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων και εφαρμογών. Παράλληλα, ο Υπολογιστικός Ηλεκτρομαγνητισμός, εντασσόμενος στην προαναφερθείσα δέσμη μεθοδολογιών, συνιστά ένα πολύτιμο εργαλείο επίλυσης σύνθετων και ρεαλιστικών προβλημάτων. Η αδήριτη ανάγκη και η ευρεία χρήση των υπολογιστικών τεχνικών στον Ηλεκτρομαγνητισμό, πηγάζουν από την καθολική παραδοχή ότι μόνο ελάχιστα πρακτικά προβλήματα μπορούν να αντιμετωπιστούν με επιτυχία χρησιμοποιώντας αναλυτικές προσεγγίσεις, ενώ την ίδια στιγμή και οι αντίστοιχες πειραματικές μελέτες είναι συνήθως δαπανηρές και ασύμφορες. Το ολοένα αυξανόμενο τα τελευταία χρόνια ερευνητικό ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας για τις μεθόδους Υπολογιστικού Ηλεκτρομαγνητισμού εξηγείται και από την ραγδαία αύξηση της ταχύτητας των σύγχρονων υπολογιστικών συστημάτων η οποία επιτρέπει την διενέργεια ταχύτερων, αποτελεσματικότερων και συνθετότερων προσομοιώσεων.

Χωρίς αμφιβολία, τα προβλήματα ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης αποτελούν ένα από τα σημαντικότερα πεδία έρευνας στον Υπολογιστικό Ηλεκτρομαγνητισμό. Είναι χαρακτηριστικό ότι προβλήματα ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης εμφανίζονται κατά την μελέτη φυσικών φαινομένων σε πολυάριθμους τομείς της επιστήμης του μηχανικού και κυρίως στην ανάλυση κεραιών και κυματοδηγών, στην οπτική, σε προβλήματα ραδιοεντοπισμού, στην μετεωρολογία, στην μικροηλεκτρονική και στην ανίχνευση ατελειών σε κατασκευές. Από φυσικής άποψης, τα φαινόμενα σκέδασης δημιουργούνται κατά την διάδοση κυμάτων σε μέσα με ασυνέχειες και η μελέτη τους πραγματοποιείται με την διατύπωση του αντίστοιχου προβλήματος οριακών συνθηκών. Η ανάλυση των προβλημάτων σκέδασης έχει, ως επί το πλείστον, ως στόχο την εύρεση των δευτερευόντων ηλεκτρομαγνητικών πεδίων σκέδασης και διάθλασης σε κάθε διακριτή περιοχή του χώρου, δεδομένου του πρωτεύοντος (προσπίπτοντος) ηλεκτρομαγνητικού πεδίου των πηγών διέγερσης.

Η παρούσα διδακτορική διατριβή πραγματεύεται την βελτιστοποίηση της Μεθόδου των Βοηθητικών Πηγών (Method of Auxiliary Sources – MAS) σε προβλήματα σκέδασης στον Υπολογιστικό Ηλεκτρομαγνητισμό με την χρήση της μεθόδου των Γενετικών Αλγορίθμων (Genetic Algorithms - GAs). Η μέθοδος MAS αναπτύχθηκε πριν από αρκετές δεκαετίες στην πρώην ΕΣΣΔ για την επίλυση προβλημάτων συνοριακών τιμών στην Εφαρμοσμένη Φυσική και τα Μαθηματικά. Την ίδια χρονική περίοδο παρουσιάστηκαν συναφείς αριθμητικές μέθοδοι από ανεξάρτητους ερευνητές σε άλλες χώρες, συνθέτοντας το

συμπαγές μαθηματικό και φυσικό θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο εδράζεται η MAS. Τα τελευταία χρόνια η MAS και οι συναφείς υπολογιστικές τεχνικές θεωρούνται παρακλάδια των λεγόμενων Τεχνικών Γενικευμένων Πολυπόλων (Generalised Multipole Techniques – GMTs).

Στην ουσία η MAS και οι GMTs, δεδομένης μιας διαφορικής εξίσωσης που διέπει το ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα, υπολογίζουν την λύση του προβλήματος συνοριακών τιμών χρησιμοποιώντας λύσεις αυτής της διαφορικής εξίσωσης. Οι θεμελιώδεις λύσεις καλούνται και βοηθητικές πηγές, ενώ οι λύσεις ανώτερης τάξης συνιστούν τα λεγόμενα πολύπολα. Το κυρίαρχο συμπέρασμα της εκτενούς βιβλιογραφικής έρευνας της MAS και των GMTs είναι ότι η χωρική κατανομή των βοηθητικών πηγών επηρεάζει δραστικά την σύγκλιση και την ακρίβεια της προκύπτουσας αριθμητικής λύσης. Σύμφωνα με την βιβλιογραφία, η κλασική τοποθέτηση των βοηθητικών πηγών βασίζεται σε εμπειρικούς κανόνες και στην αρχή των καυστικών επιφανειών. Κατά συνέπεια, η εύρεση της βέλτιστης κατανομής των βοηθητικών πηγών για προκαθορισμένο επίπεδο ακρίβειας της αριθμητικής λύσης επιχειρείται είτε χρησιμοποιώντας μια κοπιώδη διαδικασία χειρωνακτικών δοκιμών, είτε προσδιορίζοντας τις αντίστοιχες καυστικές επιφάνειες, κάτι το οποίο είναι αναλυτικά εφικτό μόνο για προβλήματα που περιλαμβάνουν κανονικές γεωμετρίες και ορισμένους τύπους πεδίων διέγερσης.

Το κύριο πεδίο έρευνας της παρούσας διατριβής εστιάζεται στην ανάπτυξη μιας συστηματικής, αυτοματοποιημένης μεθόδου κατανομής των βοηθητικών πηγών της MAS για την επίλυση ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων σκέδασης. Ως εργαλείο βελτιστοποίησης επιλέγονται οι GAs λόγω της εύρωστης, καθολικής, στοχαστικής έρευνας που δύνανται να διεξάγουν στον χώρο λύσεων. Επιπροσθέτως, η ευκολία εφαρμογής τους, χωρίς να απαιτείται a priori γνώση για το πρόβλημα βελτιστοποίησης και η μη εξάρτησή τους από τις αρχικές συνθήκες αναζήτησης, τους καθιστούν ιδανικούς για να αντιμετωπίσουν τα σύνθετα προβλήματα σκέδασης που περιλαμβάνουν πολλές κρίσιμες παραμέτρους διαφορετικής υφής. Όλα όσα εκτέθηκαν προηγουμένως, αναπτύσσονται εκτενώς στα κεφάλαια της παρούσας διατριβής, το περιεχόμενο των οποίων παρουσιάζεται συνοπτικά στη συνέχεια.

Αρχικά, στο πρώτο Κεφάλαιο της διατριβής περιγράφεται το γενικό ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα σκέδασης. Επίσης, γίνεται μια συνοπτική παρουσίαση των κυριότερων μεθόδων Υπολογιστικού Ηλεκτρομαγνητισμού που χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων σκέδασης, με κύριο γνώμονα την έκθεση των σημαντικότερων πλεονεκτημάτων και μειονεκτημάτων τους με βάση την σύγχρονη βιβλιογραφία. Επιπρόσθετα, αναφέρονται τα βασικά είδη διατάξεων και οι κατηγορίες προβλημάτων στις οποίες είναι πιο αποτελεσματική και εφαρμόζεται η κάθε υπολογιστική τεχνική.

Στην συνέχεια, το δεύτερο Κεφάλαιο επικεντρώνεται στα θέματα υλοποίησης και εφαρμογής της μεθόδου MAS, περιγράφοντας διεξοδικά τις κρίσιμες παραμέτρους που υπεισέρχονται κατά την ανάπτυξη της μεθόδου. Αναλύονται με περιεκτικό τρόπο ζητήματα όπως η επιλογή του τύπου των βοηθητικών πηγών και η επιλογή των σημείων επιβολής των οριακών συνθηκών, ενώ ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην κατανομή των θέσεων των βοηθητικών πηγών στο χώρο με την παράθεση των σχετικών εμπειρικών κανόνων που έχουν καταγραφεί στην βιβλιογραφία. Επιπλέον, γίνεται μία σύντομη παράθεση των εξειδικευμένων τεχνικών επίλυσης γραμμικών συστημάτων με υψηλό δείκτη κατάστασης, καθώς αυτά εμφανίζονται σε πολλές περιπτώσεις κατά την εφαρμογή της MAS.

Ακολούθως, στο τρίτο Κεφάλαιο παρουσιάζονται οι κυριότερες τεχνικές βελτιστοποίησης που έχουν εφαρμοστεί σε προβλήματα Υπολογιστικού Ηλεκτρομαγνητισμού. Αρχικά αναπτύσσονται οι κυριότερες αρχές στις οποίες στηρίζονται και κατόπιν αξιολογούνται με βάση την ευρωστία, την αποδοτικότητα και την ικανότητα ανάκτησης πληροφοριών από τον χώρο αναζήτησης. Εξ αυτής της ανάλυσης, καθίσταται προφανές ότι οι σύγχρονοι στοχαστικοί, εξελικτικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης, όπως οι GAs, αποτελούν ένα πανίσχυρο εργαλείο πολλαπλών εφαρμογών το οποίο δύναται να αντιμετωπίσει ευέλικτα και επιτυχώς σύνθετα ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα με εντελώς διαφορετικές αλλά και ιδιαίτερα πολύπλοκες αντικειμενικές συναρτήσεις. Κατά αυτόν τον τρόπο, οι GAs προβάλλονται ως η ιδανική επιλογή για τη βελτιστοποίηση της MAS.

Επιπλέον, στο τέταρτο Κεφάλαιο εξετάζεται το πρόβλημα ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης από απείρου μήκους τέλεια αγώγιμους κυλίνδρους αυθαίρετης λείας διατομής, χρησιμοποιώντας γενετικά βελτιστοποιημένη μέθοδο MAS. Η πρωτοτυπία της προτεινόμενης τεχνικής είναι ότι εφαρμόζει γενετική βελτιστοποίηση για την κατανομή των θέσεων των βοηθητικών πηγών εντός του σώματος του σκεδαστή. Αφού γίνει η επιλογή των παραμέτρων του GA, ένας κατάλληλος αριθμός βοηθητικών πηγών τοποθετείται εξελικτικά από τον GA εντός του κυλίνδρου, ούτως ώστε το μέγιστο σφάλμα της οριακής συνθήκης στην επιφάνεια του να ελαχιστοποιείται. Ερευνάται τόσο η περίπτωση της διέγερσης από επίπεδο κύμα, όσο και η περίπτωση της διέγερσης από απείρου μήκους νηματοειδή ρευματική γραμμή τοποθετημένη παράλληλα στον άξονα του κυλίνδρου. Η γενετικά βελτιστοποιημένη MAS τεχνική εφαρμόζεται σε κυλίνδρους κυκλικούς, ελλειπτικούς με υψηλό λόγο του μεγάλου ως προς τον μικρό άξονα, ελλειπτικούς Cassini, κρανοειδείς και περιοδικά ανώμαλης επιφάνειας (corrugated), επιδεικνύοντας την ιδανική σύγκλιση της αριθμητικής λύσης στην επιθυμητή τάξη ακρίβειας. Επίσης υπολογίζονται ποσότητες που αφορούν τόσο το κοντινό όσο και το μακρινό πεδίο και συγκρίνονται με τυχόν διαθέσιμες αναλυτικές λύσεις.

Στο πέμπτο κεφάλαιο της διατριβής παρατίθενται αριθμητικά αποτελέσματα για το πρόβλημα της ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης από απείρου μήκους διηλεκτρικούς κυλίνδρους αυθαίρετης λείας διατομής, χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη γενετικά βελτιστοποιημένη

μέθοδο MAS. Σε αυτήν την περίπτωση, για την υλοποίηση της MAS προσέγγισης απαιτείται ένα σύνολο βοηθητικών πηγών εντός και ένα σύνολο βοηθητικών πηγών εκτός του σώματος του κυλίνδρου. Για μία ακόμη φορά ερευνάται τόσο η διέγερση από επίπεδο κύμα, όσο και η διέγερση από απείρου μήκους νηματοειδή ρευματική γραμμή τοποθετημένη παράλληλα στον άξονα του κυλίνδρου. Η προτεινόμενη βελτιστοποιημένη MAS τεχνική εφαρμόζεται σε διηλεκτρικούς κυλίνδρους κυκλικούς, ελλειπτικούς με υψηλό λόγο του μεγάλου ως προς τον μικρό άξονα, ελλειπτικούς Cassini και περιοδικά ανώμαλης επιφάνειας (corrugated), επιδεικνύοντας την ιδανική σύγκλιση της αριθμητικής λύσης στην επιθυμητή τάξη ακρίβειας. Υπολογίζονται ποσότητες που αφορούν τόσο το κοντινό όσο και το μακρινό πεδίο και συγκρίνονται με τυχόν διαθέσιμες αναλυτικές λύσεις. Επιπρόσθετα, οι λύσεις της προτεινόμενης τεχνικής ελέγχονται επί ενός μεγάλου εύρους μεταβολής των γεωμετρικών και φυσικών χαρακτηριστικών κάθε τύπου κυλίνδρου. Πέραν των προηγουμένων, διερευνάται η επίδραση της χρήσης υπερπροσδιορισμένων συστημάτων γραμμικών εξισώσεων στην ακρίβεια των προκυπτουσών αριθμητικών λύσεων και μελετάται η επίδοση της διαδικασίας βελτιστοποίησης αυξανομένων των γενιών του GA.

Τέλος, η διατριβή ολοκληρώνεται με την παράθεση των κυριότερων συμπερασμάτων τα οποία εξήχθησαν και τις προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

Σε αυτό το σημείο, θα ήθελα να ευχαριστήσω από καρδιάς τον Καθηγητή ΕΜΠ κ. Χρήστο Καψάλη, ο οποίος καθόλη την διάρκεια εκπόνησης της διατριβής μου υπήρξε ο επιστημονικός σύμβουλος, ο καθοδηγητής και ο φαεινός εμπνευστής, διατηρώντας άσβηστη την φλόγα της επιστημονικής έρευνας που διεξήγαγα, με πρωτότυπες ιδέες και γόνιμες συζητήσεις. Επίσης ευχαριστώ τον κ. Χρήστο Τσόκα, τεχνικό υπεύθυνο του Εργαστηρίου Ασυρμάτου Επικοινωνίας και Επικοινωνίας Μεγάλων Αποστάσεων του ΕΜΠ για την ειλικρινή και ανθρώπινη επικοινωνία που διατηρήσαμε. Ευχαριστίες εκφράζω ακόμη στον Καθηγητή ΕΜΠ κ. Γιώργο Φικιώρη για τις διαφωτιστικές συζητήσεις που είχαμε πάνω σε διάφορα ερευνητικά θέματα σχετικά με την μέθοδο MAS . Οφείλω επίσης να επισημάνω ότι η ενασχόλησή μου με την μέθοδο MAS ξεκίνησε ήδη από τα προπτυχιακά μου χρόνια, υπό την επίβλεψη των Καθηγητών ΕΜΠ κ. κ. Ουζούνογλου και Κακλαμάνη και του δρα Αναστασίου, διευκολύνοντας σημαντικά την μεταπτυχιακή μου έρευνα. Ευχαριστίες επίσης εκφράζονται σε όλους τους κατά καιρούς συναδέλφους μου στο Εργαστήριο για την άψογη συνεργασία μας. Ιδιαιτέρως ευχαριστώ τον δρα Παναγιώτη Παπακανέλλο για την συμβουλή του και την συμβολή του σε κάθε ερευνητική μου αναζήτηση, τον δρα Παντελή Βαρλάμο ο οποίος σε όλη την διάρκεια εκπόνησης της διατριβής μου με προέτρεπε να συνεχίσω με ζήλο το ερευνητικό μου έργο και τους δρες Π. Τρακάδα, Ν. Κουβελιώτη και τον Σ. Μυτιληναίο για την άψογη ερευνητική συνεργασία μας όλα αυτά τα χρόνια. Ακόμη ευχαριστώ τον Σπυρίδωνα Τσάλλα και τους Απόστολο και Ροδούλα Σταματάκου για την ηθική τους συμπαράσταση και για το γεγονός ότι με τιμούν με την φιλία τους επί συναπτά έτη.

Ολοκληρώνοντας, σε μια προσπάθεια να περιγράψω την Διαδρομή, τιμώντας την Παράδοση και την Καταγωγή, αναπαράγω το ακόλουθο τετράστιχο, βγαλμένο από τις εμπειρίες του θυμόσοφου Κρητικού λαού

Η γνώση είναι στην κορφή
πάντα καλά χωσμένη,
χαρά στον π'ούλα τ' αψηφά,
γλακά και ανεβαίνει

Κρητική Μαντινάδα

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΛΙΣΤΑ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΣΚΕΔΑΣΗΣ

1.1 Εισαγωγή

Τα προβλήματα ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης αποτελούν ένα από τα σημαντικότερα πεδία έρευνας στον υπολογιστικό ηλεκτρομαγνητισμό. Είναι χαρακτηριστικό ότι προβλήματα ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης εμφανίζονται κατά την μελέτη φυσικών φαινομένων σε πολυάριθμους τομείς της επιστήμης του μηχανικού και κυρίως στην ανάλυση κεραιών και κυματοδηγών, στην οπτική, σε προβλήματα ραδιοεντοπισμού, στην μετεωρολογία, στην μικροηλεκτρονική και στην ανίχνευση ατελειών σε κατασκευές. Από φυσικής άποψης, τα φαινόμενα σκέδασης δημιουργούνται κατά την διάδοση κυμάτων σε μέσα με ασυνέχειες και η μελέτη τους πραγματοποιείται με την διατύπωση του αντίστοιχου προβλήματος οριακών συνθηκών. Η ανάλυση των προβλημάτων σκέδασης έχει, ως επί το πλείστον, ως στόχο την εύρεση των δευτερευόντων ηλεκτρομαγνητικών πεδίων σκέδασης και διάθλασης σε κάθε διακριτή περιοχή του χώρου, δεδομένου του πρωτεύοντος ηλεκτρομαγνητικού πεδίου των πηγών διέγερσης (προσπίπτοντος πεδίου).

Στην γενική περίπτωση, η διατύπωση ενός προβλήματος ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης για ένα σύνολο σωμάτων (ή για υποχώρους) με γνωστές υλικές ιδιότητες, περιλαμβάνει την καταγραφή των ηλεκτροδυναμικών καταστατικών εξισώσεων σε κάθε σώμα ή υπόχωρο με διαφορετικές ιδιότητες, καθώς και των οριακών συνθηκών στις διαχωριστικές επιφάνειες μεταξύ γειτονικών περιοχών. Επιπροσθέτως, το γενικό πρόβλημα σκέδασης μπορεί τυπικά να αντικατασταθεί από την σύνθεση των αντίστοιχων επιμέρους απλούστερων προβλημάτων οριακών συνθηκών.

Χωρίς αμφιβολία, οι σύγχρονες υπολογιστικές τεχνικές έφεραν μια επανάσταση στον τρόπο επίλυσης των ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων. Οι μηχανικοί που ασχολούνται με θέματα κεραιών και μικροκυμάτων βασίζονται σε μεγάλο βαθμό σε υπολογιστικές μεθόδους για την ανάλυση και την σχεδίαση νέων διατάξεων. Η αδήριτη ανάγκη και η ευρεία χρήση των υπολογιστικών τεχνικών στον Ηλεκτρομαγνητισμό, πηγάζουν από την καθολική παραδοχή ότι μόνο ελάχιστα πρακτικά προβλήματα μπορούν να αντιμετωπιστούν με επιτυχία χωρίς την χρήση υπολογιστή.

Τα υπολογιστικά εργαλεία που έχει στην διάθεσή του ο σύγχρονος μηχανικός για την ανάλυση ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων εντάσσονται σε τρεις βασικές κατηγορίες: Τις αναλυτικές τεχνικές, τις αριθμητικές τεχνικές και τις ασυμπτωτικές μεθόδους. Οι αναλυτικές

τεχνικές συνηθέστερα εμπεριέχουν αναλυτικές προσεγγίσεις και υποθέσεις εργασίας που επιδιώκουν την απλούστευση της γεωμετρίας του προβλήματος, με στόχο την εφαρμογή μιας λύσης η οποία στην ιδανική περίπτωση δίνεται σε κλειστή μορφή. Από την άλλη πλευρά οι αριθμητικές τεχνικές επιχειρούν την άμεση (αριθμητική) εφαρμογή των θεμελιωδών πεδιακών εξισώσεων, δεδομένων των οριακών συνθηκών που επιβάλλει η εκάστοτε γεωμετρία. Ακόμη, οι ασυμπτωτικές μέθοδοι βασίζονται στις προσεγγίσεις της γεωμετρικής και της φυσικής οπτικής, παρέχοντας προσεγγιστικές λύσεις για ποσότητες που αφορούν το μακρινό πεδίο ακτινοβολίας. Αποτελώντας ουσιαστικά μεθόδους υψηλών συχνοτήτων, οι προκύπτουσες λύσεις είναι ικανοποιητικής ακριβείας, μόνο εφόσον οι διαστάσεις της δομής υπό έλεγχο είναι πολύ μεγαλύτερες από το μήκος κύματος του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου.

Οι αναλυτικές τεχνικές αποτελούν πανίσχυρο εργαλείο όταν οι κυρίαρχες ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις της υπό εξέταση διάταξης μπορούν να προβλεφθούν με ασφάλεια. Επίσης, κατά την χρήση τους σε κανονικά προβλήματα, μπορούν να αποτελέσουν στέρεα βάση για την εξαγωγή πολύτιμων συμπερασμάτων για την καταλληλότητα και την αποδοτικότητα των διάφορων υπολογιστικών μεθόδων. Ωστόσο, σε πληθώρα ηλεκτρομαγνητικών διατάξεων πρακτικού ενδιαφέροντος, οι αναλυτικές μέθοδοι αντιμετωπίζουν ανυπέρβλητες δυσκολίες εφαρμογής. Επιπροσθέτως, οι ασυμπτωτικές μέθοδοι διέπονται εκ των πραγμάτων από προσεγγίσεις που περιορίζουν το πεδίο εφαρμογής τους σε συγκεκριμένους τύπους προβλημάτων.

Απεναντίας, οι αριθμητικές μέθοδοι αν και συνήθως έχουν μεγαλύτερη πολυπλοκότητα από τις αναλυτικές τεχνικές απαιτώντας περισσότερο υπολογιστικό χρόνο, αποτελούν πολύ αποτελεσματικά εργαλεία ηλεκτρομαγνητικής ανάλυσης. Χωρίς να στηρίζονται σε εκ των προτέρων υποθέσεις για τις επικρατέστερες ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις της υπό εξέταση δομής, υπολογίζουν τα ζητούμενα πεδία λαμβάνοντας πλήρως υπόψη την γεωμετρία του προβλήματος. Η επίλυση του προβλήματος σε αυτήν την περίπτωση βασίζεται σε ανάλυση 'πλήρους κύματος' (full-wave analysis).

Υπάρχουν διάφορες αριθμητικές τεχνικές για την επίλυση ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων σκέδασης. Κάθε μέθοδος είναι πιο αποτελεσματική ως επί το πλείστον σε συγκεκριμένο τύπο προβλημάτων. Στην συνέχεια παρατίθεται μια συνοπτική περιγραφή των κυριότερων αριθμητικών υπολογιστικών τεχνικών στον Ηλεκτρομαγνητισμό [1-2]. Σε όσα σημεία είναι εφικτό, θα εκτεθούν τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των μεθόδων με βάση την σύγχρονη βιβλιογραφία, καθώς και τα επικρατέστερα είδη διατάξεων και κατηγορίες προβλημάτων στις οποίες είναι πιο αποτελεσματική και εφαρμόζεται η κάθε τεχνική.

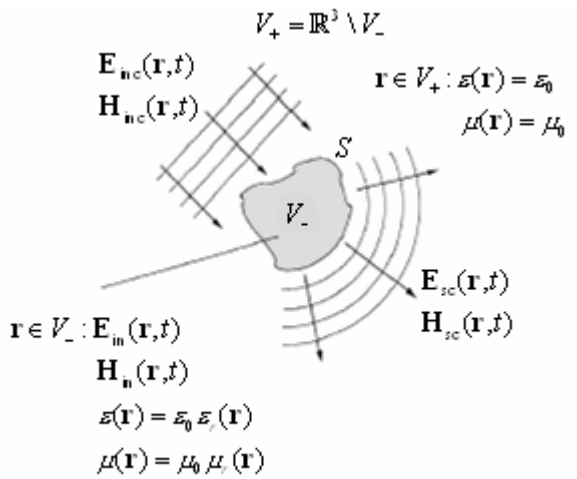
1.2 Το γενικό ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα σκέδασης

Στο Σχήμα 1 αναπαρίσταται το γενικό ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα σκέδασης. Το προσπίπτον ηλεκτρομαγνητικό πεδίο έντασης ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου $\mathbf{E}_{\mathbf{inc}}$, $\mathbf{H}_{\mathbf{inc}}$ αντίστοιχα αλληλεπιδρά με τον σκεδαστή που καταλαμβάνει την περιοχή V_- στον τρισδιάστατο πραγματικό χώρο. Τα συνολικά πεδία, στην εξωτερική περιοχή $V_+ = \Re^3 \setminus V_-$ ισούνται με το άθροισμα των προσπιπτόντων και των σκεδαζόμενων πεδίων $\mathbf{E}_{\mathbf{sc}}$, $\mathbf{H}_{\mathbf{sc}}$:

$$\mathbf{E}_{\mathbf{tot}} = \mathbf{E}_{\mathbf{inc}} + \mathbf{E}_{\mathbf{sc}} \tag{1.1}$$

$$\mathbf{H}_{\mathbf{tot}} = \mathbf{H}_{\mathbf{inc}} + \mathbf{H}_{\mathbf{sc}} \tag{1.2}$$

Το πρόβλημα σκέδασης συνίσταται στον προσδιορισμό των άγνωστων σκεδαζόμενων πεδίων και των πεδίων ($\mathbf{E}_{\mathbf{in}}$, $\mathbf{H}_{\mathbf{in}}$) στην περιοχή V_-, στο εσωτερικό του σκεδαστή. Η αρχή των αξόνων στο σύστημα συντεταγμένων συνήθως επιλέγεται να είναι ένα εσωτερικό σημείο της περιοχής V_-.



Σχήμα 1 – Το γενικό ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα σκέδασης.

Για τον προσδιορισμό των άγνωστων πεδίων, θα πρέπει να επιλυθούν οι εξισώσεις του Maxwell (εδώ στην διαφορική τους μορφή):

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \mathbf{J}(\mathbf{r},t) + \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r},t)}{\partial t} \tag{1.3}$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r},t)}{\partial t} \tag{1.4}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r},t) = \rho(\mathbf{r},t) \tag{1.5}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = 0 \tag{1.6}$$

όπου $\nabla \times$ και $\nabla \cdot$ είναι οι τελεστές στροφής και απόκλισης αντίστοιχα, $\mathbf{J}$ είναι η πυκνότητα του ρεύματος στο σημείο του χώρου $\mathbf{r}$, την χρονική στιγμή t, ρ είναι η πυκνότητα φορτίου,

$\mathbf{D}$ είναι το διάνυσμα της διηλεκτρικής μετατόπισης και $\mathbf{B}$ είναι το διάνυσμα της μαγνητικής επαγωγής. Θεωρώντας στην περίπτωσή μας ότι δεν υπάρχουν πηγές στον χώρο για κάθε χρονική στιγμή t, έχουμε $\mathbf{J} = \mathbf{0}$ και $\rho = 0$.

Για τον καθορισμό των πεδίων είναι απαραίτητη η γνώση των ηλεκτρικών και μαγνητικών ιδιοτήτων των υλικών μέσων. Για σχετικά χαμηλές πεδιακές εντάσεις ισχύουν οι συντακτικές σχέσεις:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},t) = \varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \varepsilon_0\varepsilon_r(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r},t) \tag{1.7}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \mu(\mathbf{r})\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \mu_0\mu_r(\mathbf{r})\mathbf{H}(\mathbf{r},t) \tag{1.8}$$

όπου ε η διηλεκτρική επιτρεπτότητα και μ η μαγνητική διαπερατότητα του υλικού μέσου, ε_0 και μ_0 οι τιμές τους στο κενό, ενώ οι σχετικές τιμές τους ε_r και μ_r είναι βαθμωτά μεγέθη για ισοτροπικά υλικά και τανυστές για ανισοτροπικά υλικά. Οι εξισώσεις (1.3)-(1.6) μπορούν πλέον να απλοποιηθούν:

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \varepsilon(\mathbf{r})\frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{\partial t} \tag{1.9}$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = -\mu(\mathbf{r})\frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r},t)}{\partial t} \tag{1.10}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r},t) = 0 \tag{1.11}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = 0 \tag{1.12}$$

Οι εξισώσεις (1.9)-(1.12) αποτελούν ένα υπερπροσδιορισμένο σύστημα 8 εξισώσεων με 6 άγνωστες πεδιακές συνιστώσες. Χρησιμοποιώντας τον τελεστή στροφής $\nabla\times$ στην εξίσωση (1.10) προκύπτει:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = -\varepsilon(\mathbf{r})\mu(\mathbf{r})\frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{\partial t^2} \tag{1.13}$$

και χρησιμοποιώντας την διανυσματική ταυτότητα $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r},t)) - \nabla^2\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ με $\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = 0$, καταλήγουμε στην κυματική εξίσωση για το ηλεκτρικό πεδίο:

$$-\nabla^2\mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \frac{\varepsilon_r(\mathbf{r})\mu_r(\mathbf{r})}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{\partial t^2} = 0 \tag{1.14}$$

όπου $c = (\varepsilon_0\mu_0)^{-1/2}$ η ταχύτητα του φωτός στο κενό. Υποθέτοντας αρμονική χρονική μεταβολή για τα πεδία ($\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})\exp(+j\omega t)$, $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$ η συχνότητα ταλάντωσης του πεδίου), καταλήγουμε στην κυματική εξίσωση Helmholtz για το ηλεκτρικό πεδίο:

$$[\nabla^2 + k^2(\mathbf{r})]\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \tag{1.15}$$

όπου $k^2(\mathbf{r}) = \omega^2\varepsilon_r(\mathbf{r})\mu_r(\mathbf{r})/c^2$. Ανάλογα προκύπτει και η κυματική εξίσωση Helmholtz για το μαγνητικό πεδίο:

$$[\nabla^2 + k^2(\mathbf{r})]\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \tag{1.16}$$

Η διανυσματική εξίσωση Helmholtz είναι μια ελλειπτική διαφορική εξίσωση η οποία επιλύεται εφαρμόζοντας τις κατάλληλες οριακές συνθήκες. Συγκεκριμένα οι εφαπτομενικές συνιστώσες των συνολικών πεδίων πρέπει να είναι συνεχείς στην συνοριακή επιφάνεια S μεταξύ των περιοχών V_- και V_+. Επίσης πρέπει να ικανοποιείται η συνθήκη ακτινοβολίας, δηλαδή οι εφαπτομενικές συνιστώσες του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου πρέπει να τείνουν προς το μηδέν όταν η απόσταση r από την αρχή των αξόνων τείνει στο άπειρο, έχοντας συμπεριφορά ανάλογη του $\frac{1}{r}$. Στην συνέχεια, ακολουθεί μία συνοπτική περιγραφή των κυριότερων ηλεκτρομαγνητικών αριθμητικών υπολογιστικών τεχνικών.

1.3 Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών στο Πεδίο του Χρόνου (FDTD)

Η μέθοδος FDTD βασίζεται στην άμεση επίλυση των εξισώσεων του Maxwell και αναπτύχθηκε από τον Yee [3]. Σε αυτήν την μέθοδο διακριτοποιούνται τόσο ο χώρος όσο και ο χρόνος, κατά τρόπον ώστε όλες οι χωρικές και χρονικές παράγωγοι των εξισώσεων Maxwell στην διαφορική τους μορφή να αντικαθίστανται από κατάλληλες κεντρικές προσεγγίσεις πεπερασμένων διαφορών. Ο αλγόριθμος επίλυσης της μεθόδου είναι στην ουσία επαναληπτικός, καθώς ανάγεται στην εξελικτική αριθμητική λύση ενός προβλήματος αρχικών συνθηκών με ένα προσπίπτον κύμα που ενεργοποιήθηκε σε κάποιο προγενέστερο χρόνο. Ο αλγόριθμος εξελίσσεται σε διακριτά χρονικά βήματα και μέσα σε ένα πεπερασμένο χωρίο με πλέγματα διακριτών σημείων που περιλαμβάνουν τον σκεδαστή [4].

Τυπικά, οι συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου είναι παράλληλες (ή κάθετες) στις πλευρές των στοιχείων του πλέγματος, έχοντας σημεία εφαρμογής σε διακριτά σημεία που διαμορφώνουν ένα πλέγμα, και οι συνιστώσες του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετες (ή παράλληλες) στις πλευρές του πλέγματος, έχοντας σημεία εφαρμογής σε διακριτά σημεία που διαμορφώνουν ένα έτερο πλέγμα. Η διαστρωμάτωση των πλεγμάτων υλοποιείται και με χρονικό διαχωρισμό, ώστε να εναλλάσσεται ο υπολογισμός των συνιστωσών του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου σε όλα τα σημεία του πλέγματος. Κατά αυτόν τον τρόπο η τιμή μιας συνιστώσας του πεδίου μια δεδομένη χρονική στιγμή προκύπτει από την προηγούμενη τιμή της ίδιας συνιστώσας καθώς και από τις τελευταίες τιμές των άλλων συνιστωσών του πεδίου σύμφωνα με τον αλγόριθμο. Ο σκεδαστής εξάλλου αναπαρίσταται από την διηλεκτρική του σταθερά ε, η οποία μπορεί να είναι και μεταβλητή στον χώρο. Σε κάθε κελί του πλέγματος ανατίθεται η μέση τιμή της αντίστοιχης διηλεκτρικής σταθεράς ε που περιέχεται στον νόμο του Faraday.

Το προσπίπτον πεδίο που διέπει τις αρχικές συνθήκες συνήθως επιλέγεται να είναι ένα επίπεδο κύμα ή ένας παλμός. Αν επιλεγεί ένα ημιτονοειδές επίπεδο κύμα, η επαναληπτική διαδικασία συνεχίζεται έως ότου η μεταβατική λύση για τα πεδία συγκλίνει. Αντίστοιχα, αν επιλεγεί μια παλμική πηγή, τότε ο αλγόριθμος συνεχίζεται μέχρι να εξασθενήσουν οι τιμές των υπολογιζόμενων πεδίων κάτω από ένα καθορισμένο κατώφλι. Η λύση κοντινού πεδίου που εξάγεται για τα πεδία εντός του πεπερασμένου χωρίου του χωρικού πλέγματος στο οποίο εξελίσσεται ο αλγόριθμος, μετατρέπεται κατάλληλα στο πεδίο της συχνότητας με χρήση μετασχηματισμού Fourier και προβάλλεται στο μακρινό πεδίο με την βοήθεια τεχνικών επιφανειακής ολοκλήρωσης [5-6] ή τεχνικών ολοκλήρωσης όγκου (για μη αγώγιμους σκεδαστές) [7].

Όπως προαναφέρθηκε, το χωρικό πλέγμα πάνω στο οποίο εξελίσσεται χρονικά ο επαναληπτικός υπολογισμός του πεδίου και στο οποίο περιέχεται ο σκεδαστής, αποτελεί μια πεπερασμένη περιοχή του χώρου. Ένα μείζον ζήτημα στην εφαρμογή μεθόδων FDTD είναι ο περιορισμός των συστηματικών αριθμητικών σφαλμάτων που οφείλονται στην αλληλεπίδραση των πεδίων με το τεχνητό όριο του υπολογιστικού πλέγματος. Οι συμβατικές τεχνικές για την επίτευξη αυτού του σκοπού βασίζονται σε προσεγγιστικές αναλυτικές συνθήκες που εφαρμόζονται στο τεχνητό όριο [8].

Ένα ακόμη θέμα που χρήζει ιδιαίτερης προσοχής στην εφαρμογή της FDTD είναι η μέθοδος της χωρικής διαμέρισης. Σε ένα ορθογωνικό πλέγμα, η επιφάνεια του σκεδαστή που διέπεται από κάποια ακτίνα καμπυλότητας αναπαρίσταται από ορθογωνικά κελιά. Για την αποφυγή πρόκλησης αριθμητικών σφαλμάτων, έχουν προταθεί διάφορα μη ορθογωνικά πλέγματα [9,10]. Παρόλα αυτά τα ορθογωνικά πλέγματα είναι πιο εύκολα υλοποιήσιμα, ενώ σε πολλές περιπτώσεις, ιδιαίτερα για μη φερομαγνητικούς και μη αγώγιμους σκεδαστές, τα συνακόλουθα αριθμητικά σφάλματα μπορούν να αντιμετωπιστούν με χρήση του κανόνα Maxwell-Garnett [11] για τον υπολογισμό των μέσων τιμών της διηλεκτρικής σταθεράς στα πλεγματικά σημεία.

Οι πλέον κρίσιμες παράμετροι για την επίτευξη αριθμητικών λύσεων υψηλής ακρίβειας στην FDTD είναι το μέγεθος των κελιών του χωρικού πλέγματος και η διάρκεια των διακριτών χρονικών βημάτων. Το μεν μέγεθος των κελιών δεν πρέπει να υπερβαίνει τα $\frac{\lambda}{20}$, όπου λ το μήκος κύματος στην περιοχή συχνοτήτων ενδιαφέροντος ενώ, για την επίτευξη της απαραίτητης αριθμητικής ευστάθειας, η διάρκεια των χρονικών βημάτων πρέπει να ικανοποιεί την συνθήκη Courant-Friedrichs-Levy, ώστε να επιτυγχάνεται ταχύτητα διάδοσης μικρότερη από την ταχύτητα του φωτός [12].

Η FDTD έχει εφαρμοστεί με επιτυχία σε διάφορα ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα, όπως σε σκέδαση από κεραίες [13], σε ανάλυση μικροταινιακών κυκλωμάτων [14], σε ανάλυση θαλάμων αντήχησης [15], σε προβλήματα απορρόφησης από ιστούς [16-17], σε

σκέδαση από ατμοσφαιρικούς παγοκρυστάλλους [7], σε προβλήματα ακτινοβολίας πάνω από εδάφη με απώλειες [18] και σε σκέδαση από σφαίρες [19].

Συνοψίζοντας, ο αλγόριθμος FDTD χαρακτηρίζεται από απλότητα όσον αφορά τις βασικές αρχές του και ευκολία στην υλοποίηση. Τα κυριότερα πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι η επίλυση προβλημάτων που περιέχουν ποικιλόμορφους σκεδαστές και η αποδοτική εφαρμογή της σε μη ομογενείς, ανισοτροπικούς σκεδαστές αυθαίρετης γεωμετρίας. Επιπλέον, λόγω της επαναληπτικής διαδικασίας επίλυσης στο πεδίο του χρόνου, αποφεύγεται το πρόβλημα της διαχείρισης υπερβολικά μεγάλων συστημάτων γραμμικών εξισώσεων, το οποίο ενδέχεται να είναι αρκετά οξύ σε άλλες αριθμητικές τεχνικές. Από την άλλη μεριά, ένα βασικό μειονέκτημα της μεθόδου είναι η ανάγκη διενέργειας υπολογισμών σε ένα χωρίο με διαστάσεις μεγαλύτερες από αυτές του σκεδαστή, με συνέπεια τις αυξημένες απαιτήσεις σε μνήμη και το υψηλό υπολογιστικό κόστος, ιδιαίτερα για ηλεκτρικά μεγάλους σκεδαστές. Το πλήθος των αριθμητικών πράξεων στον αλγόριθμο FDTD, ως μέτρο της υπολογιστικής πολυπλοκότητάς του, αυξάνει προσεγγιστικά ανάλογα με την τέταρτη δύναμη της παραμέτρου μεγέθους x του σκεδαστή, $N \prec O(x^4)$, όπως καθορίζεται από την εκάστοτε διαμέριση. Μια επιπρόσθετη αδυναμία της FDTD είναι η ανάγκη επανάληψης των υπολογισμών για κάθε ξεχωριστό προσανατολισμό του σκεδαστή σε σχέση με το προσπίπτον κύμα, καθιστώντας την μέθοδο μη αποδοτική σε δομές που περιέχουν σκεδαστές με τυχαίο προσανατολισμό.

1.4 Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων (FEM)

Όπως παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο, η μέθοδος FDTD βασίζεται στην επίλυση του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος σκέδασης στο πεδίο του χρόνου, διακριτοποιώντας τις εξισώσεις Maxwell στον χώρο και τον χρόνο και λύνοντάς τις αριθμητικά ως πρόβλημα αρχικών συνθηκών. Αντιστοίχως, η μέθοδος FEM εδράζεται στην λύση του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος σκέδασης στο πεδίο της συχνότητας, με διακριτοποίηση της εξίσωσης Helmholtz στον χώρο και επίλυσή της αριθμητικά όπως ένα πρόβλημα οριακών συνθηκών [20]. Όμοια με την FDTD, αρχικά πρέπει να γίνει η επιλογή ενός πεπερασμένου υπολογιστικού χωρίου που περιέχει τον σκεδαστή και η διαμόρφωση ενός κατάλληλου πλέγματος με την επιλογή διακριτών σημείων. Η διακριτοποίηση της εξίσωσης Helmholtz και η επιβολή των οριακών συνθηκών στην επιφάνεια του σκεδαστή καθώς και η εφαρμογή των συνθηκών συνέχειας σε γειτονικά κελιά του πλέγματος, οδηγεί σε ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων, το οποίο μπορεί να επιλυθεί αριθμητικά για τις τιμές των πεδίων στα πλεγματικά σημεία. Η αριθμητική επίλυση του συστήματος μπορεί να

περιλαμβάνει την μέθοδο απαλοιφής Gauss ή την μέθοδο Συζυγών Κλίσεων (Conjugate Gradient). Η επιλογή του πλέγματος είναι συνήθως σύμμορφη στην γεωμετρία του σκεδαστή ούτως ώστε να ικανοποιούνται ιδανικά οι οριακές συνθήκες στην επιφάνειά του. Το μέγεθος των κελιών δεν πρέπει να υπερβαίνει τα $\frac{\lambda}{20}$, όπως και στην FDTD.

Ο πίνακας συντελεστών της FEM είναι αποτέλεσμα της διακριτοποίησης των παραγώγων χώρου της εξίσωσης Helmholtz, οι οποίες έχουν εξ ορισμού τοπικό χαρακτήρα. Ως εκ τούτου λαμβάνονται υπόψη μόνο οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ γειτονικών σημείων του πλέγματος και ο πίνακας συντελεστών της FEM είναι δεσμοδιαγώνιος. Για αυτόν τον λόγο χρησιμοποιούνται ειδικές υπολογιστικές τεχνικές για την επίλυση γραμμικών συστημάτων αραιών δεσμοδιαγώνιων πινάκων. Επισημαίνεται ότι υπάρχει και εναλλακτική προσέγγιση για την εξαγωγή του πίνακα συντελεστών της FEM, η οποία βασίζεται στην συνάρτηση Lagrange του προβλήματος σκέδασης και στην εφαρμογή της μεταβατικής αρχής Euler-Lagrange στο ολοκλήρωμα ενέργειας χώρου [21].

Στην μέθοδο FEM η λύση πρέπει να ικανοποιεί όχι μόνο τις οριακές συνθήκες στο όριο της περιοχής υπολογισμού αλλά και την συνθήκη ακτινοβολίας στο άπειρο. Η προσομοίωση της συνθήκης ακτινοβολίας στο άπειρο επιτυγχάνεται με χρήση ειδικών προσεγγιστικών οριακών συνθηκών στο όριο της περιοχής υπολογισμού [22] ή με συνδυασμό της FEM με μεθόδους επιφανειακής ολοκλήρωσης [23] με συνέπεια όμως την απώλεια των διαγώνιων ιδιοτήτων του πίνακα συντελεστών. Μια εναλλακτική μέθοδος είναι η επιλογή μιας σφαιρικής περιοχής υπολογισμού με ακτίνα R η οποία περικλείει τον σκεδαστή [21]. Στο χωρίο εκτός της σφαιρικής περιοχής υπολογισμού, το σκεδαζόμενο πεδίο αναπαρίσταται από διανυσματικές σφαιρικές συναρτήσεις εξερχόμενου κύματος οι οποίες ικανοποιούν αυτομάτως την συνθήκη ακτινοβολίας. Οι συντελεστές των συναρτήσεων αυτών προκύπτουν από την λύση FEM εντός της σφαιρικής περιοχής και την εφαρμογή της οριακής συνθήκης στην σφαιρική συνοριακή επιφάνεια ακτίνας R.

Η μέθοδος FEM εφαρμόζεται εν γένει σε προβλήματα σκέδασης από ανομοιογενείς σκεδαστές αυθαίρετης γεωμετρίας με χρήση προσαρμοζόμενων σύμμορφων πλεγμάτων ανάλογα με το σχήμα του σκεδαστή. Το βασικό πλεονέκτημα της μεθόδου συνίσταται στον ανεξάρτητο καθορισμό των ηλεκτρικών και γεωμετρικών ιδιοτήτων κάθε επιμέρους στοιχείου του πλέγματος, επιτρέποντας για παράδειγμα την πυκνή διάταξη κελιών εκεί που η γεωμετρία είναι σύνθετη και την μοντελοποίηση περίπλοκων διατάξεων με αποδοτικό τρόπο. Η χρήση μεθόδων επίλυσης γραμμικών συστημάτων αραιών πινάκων αποτελεί ένα επιπλέον θετικό στοιχείο. Από την άλλη μεριά οι υπολογισμοί της FEM εκτείνονται σε περιοχή του χώρου μεγαλύτερη από αυτήν που καταλαμβάνει ο σκεδαστής, ενώ απαιτείται η επανάληψη των υπολογισμών για κάθε νέο προσανατολισμό του σκεδαστή σε σχέση με το προσπίπτον κύμα. Για τους ανωτέρω λόγους, η μέθοδος έχει ιδιαίτερα υψηλές απαιτήσεις σε

υπολογιστική ισχύ και χρόνο. Επίσης η ακρίβεια της υπολογιστικής μεθόδου εξαρτάται σημαντικά από την χωρική διαμέριση και είναι δύσκολο να ελεγχθεί, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις ανοιχτών διατάξεων.

1.5 Μέθοδοι Σημειακής Επιβολής

Στις μεθόδους σημειακής επιβολής [24] τα ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία αναπαρίστανται από πεπερασμένα αναπτύγματα διανυσματικών σφαιρικών κυματικών συναρτήσεων. Ακολούθως επιλέγεται ένα πεπερασμένο σύνολο σημείων πάνω στην συνοριακή επιφάνεια ∂S και εφαρμόζονται σε αυτό οι οριακές συνθήκες συνεχείας των εφαπτομενικών συνιστωσών του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου των αντίστοιχων πεδιακών αναπτυγμάτων. Κατά αυτόν τον τρόπο παράγεται ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων της μορφής:

$$\sum_{i=1}^{n} A_{i,j} c_i = b_j \,,\; j = 1..m \tag{1.17}$$

όπου n είναι το πλήθος των άγνωστων συντελεστών των πεπερασμένων αναπτυγμάτων που αντιπροσωπεύουν τα σκεδαζόμενα πεδία και τα πεδία εντός του σκεδαστή και $\frac{m}{6}$ είναι το πλήθος των σημείων επιβολής των οριακών συνθηκών, με $m \geq n$. Ο παράγοντας $\frac{1}{6}$ υπεισέρχεται λόγω των έξι εξισώσεων που προκύπτουν από τις οριακές συνθήκες στην συνοριακή επιφάνεια. Οι γνωστές ποσότητες b_i εξαρτώνται από τον προσανατολισμό, την πόλωση και την συχνότητα του προσπίπτοντος κύματος, ενώ η μήτρα συντελεστών $A_{i,j}$ περιέχει σφαιρικές κυματικές συναρτήσεις υπολογισμένες στα επιλεγμένα σημεία της συνοριακής επιφάνειας ∂S. Τα στοιχεία της μήτρας αυτής περιέχουν ουσιαστικά τις πληροφορίες για την γεωμετρία του σκεδαστή και τους κυματαριθμούς εντός και εκτός του σκεδαστή. Τέλος οι άγνωστοι συντελεστές των αναπτυγμάτων βρίσκονται στα στοιχεία του διανύσματος c_i.

Στις αρχικές εφαρμογές των μεθόδων σημειακής επιβολής [24], ο αριθμός των σημείων επιβολής της οριακής συνθήκης επιλεγόταν κατά τρόπο ώστε το πλήθος των προκυπτουσών εξισώσεων να ισούται με τον αριθμό των αγνώστων ($n = m$). Σε αυτήν την περίπτωση το γραμμικό σύστημα (1.17) επιλυόταν με κλασικές τεχνικές. Η προσέγγιση αυτή οδηγούσε συχνά σε μη ακριβείς ή αριθμητικά ασταθείς λύσεις καθότι, ενδεχομένως, υπήρχαν σημαντικά σφάλματα μεταξύ των σημείων επιβολής. Επίσης η ακρίβεια των λύσεων είχε ισχυρή εξάρτηση από την επιλογή των θέσεων των σημείων επιβολής [25-26].

Για αυτούς τους λόγους αναπτύχθηκαν οι λεγόμενες μέθοδοι γενικευμένης σημειακής επιβολής στις οποίες προκύπτουν περισσότερες εξισώσεις από αγνώστους, επιλέγοντας μεγαλύτερο πλήθος σημείων επιβολής ($m > n$) [27]. Κατά αυτόν τον τρόπο το σύστημα γραμμικών εξισώσεων (1.17) είναι υπερπροσδιορισμένο και οι άγνωστοι συντελεστές καθορίζονται με διαδικασία βελτιστοποίησης και ελαχιστοποιώντας την νόρμα:

$$\left\| \sum_{i=1}^{n} A_{i,j} c_i - b_j \right\|^2 \tag{1.18}$$

υπό την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν σε αυτήν την περίπτωση είναι αριθμητικά ευσταθή και πιο ακριβή από την μέθοδο απλής σημειακής επιβολής, εφόσον χρησιμοποιηθούν κατάλληλες συναρτήσεις βάρους [28]. Στην συνέχεια θα δοθεί η θεωρητική εξήγηση για αυτήν την παρατήρηση.

Η επιλογή ίσου αριθμού εξισώσεων και αγνώστων στην μέθοδο απλής σημειακής επιβολής συμπεριλαμβάνει την υπόθεση ότι τα αναπτύγματα που αναπαριστούν τα πεδία συγκλίνουν για κάθε σημείο επιβολής στην συνοριακή επιφάνεια ∂S, μια υπόθεση που σε πλείστα παραδείγματα δεν επιβεβαιώνεται. Η ομοιόμορφη αυτή σύγκλιση των αναπτυγμάτων που αντιπροσωπεύουν τα πεδία στην συνοριακή επιφάνεια ∂S είναι και ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά της λεγόμενης υπόθεσης Rayleigh. Από την άλλη μεριά στις μεθόδους γενικευμένης σημειακής επιβολής, τα αναπτύγματα που προσομοιώνουν τα πεδία συγκλίνουν στην συνοριακή επιφάνεια υπό την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων, μια απαίτηση σαφώς ασθενέστερη από την απαίτηση για ομοιόμορφη σύγκλιση. Επιπροσθέτως ισχύει η ακόλουθη πρόταση [29]:

Αν τα αναπτύγματα που αντιπροσωπεύουν το σκεδαζόμενο πεδίο καθοριστούν ούτως ώστε το προκύπτον σκεδαζόμενο πεδίο να συγκλίνει στην συνοριακή επιφάνεια ∂S υπό την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων, τότε το αυτό σκεδαζόμενο πεδίο συγκλίνει ομοιόμορφα στο περιβάλλον χωρίο S_+.

Από τα ανωτέρω συνάγεται ότι η μέθοδος γενικευμένης σημειακής επιβολής βασίζεται σε έγκυρες υποθέσεις, ενώ η λύση που προκύπτει από αυτήν έχει σαφώς καθορισμένες μαθηματικές ιδιότητες σύγκλισης. Βεβαίως μια αριθμητική μέθοδος μπορεί να είναι αποτελεσματική, αποδοτική και χρήσιμη ακόμα και όταν δεν υπάρχει απόλυτη μαθηματική θεμελίωση της σύγκλισής της, όπως συμβαίνει στην περίπτωση της τεχνικής της απλής σημειακής επιβολής.

Στις αρχικές υλοποιήσεις μεθόδων σημειακής επιβολής [24], το βασικό πρακτικό πρόβλημα ήταν ότι οι σφαιρικές κυματικές συναρτήσεις που χρησιμοποιούνταν, δεν ήταν κατάλληλες για προβλήματα με μη σφαιρικούς σκεδαστές. Η δυσκολία αυτή ξεπεράστηκε με την ανάπτυξη των λεγόμενων μεθόδων γενικευμένων πολυπόλων (Generalised Multipole Techniques – GMTs) που παρουσιάζονται στην συνέχεια. Οι μέθοδοι σημειακής επιβολής

χρησιμοποιούνται κυρίως σε προβλήματα σκέδασης κυμάτων ραντάρ από βροχοσταγόνες και υδρομετεωρίτες [30].

1.6 Τεχνικές Γενικευμένων Πολυπόλων – GMT

Ο όρος GMT εισήχθη στα τέλη της δεκαετίας του 1980 από τον Ludwig [31] και έγινε ευρύτερα αποδεκτός ως γενικευμένη ονομασία κατηγοριοποίησης μιας πλειάδας συγγενών αριθμητικών μεθόδων με διαφορετικές ονομασίες που είχαν αναπτυχθεί ανεξάρτητα από διάφορες ομάδες ερευνητών. Η μαθηματική θεμελίωση των μεθόδων αυτών είχε παρουσιαστεί αρκετές δεκαετίες νωρίτερα από τους διάσημους Γεωργιανούς μαθηματικούς Kupradze και Vekua [32-33].

Στις μεθόδους GMT η αριθμητική λύση του προβλήματος σκέδασης προκύπτει από τον γραμμικό συνδυασμό πεδίων στοιχειωδών πηγών προσομοίωσης, οι οποίες είναι τοποθετημένες σε πεπερασμένες αποστάσεις από την συνοριακή επιφάνεια ∂S, εκτός του χωρίου υπολογισμού. Οι πηγές που δύνανται να χρησιμοποιηθούν πρέπει απαραιτήτως να ικανοποιούν την κυματική εξίσωση. Οι άγνωστοι συντελεστές των στοιχειωδών πηγών καθορίζονται συνήθως με μεθόδους σημειακής επιβολής ή με επιφανειακή ολοκλήρωση. Η λύση του προβλήματος οριακών συνθηκών έχει σε αυτήν την περίπτωση χαρακτήρα ημιαναλυτικής προσέγγισης, σύμφωνα με την οποία οι διαφορικές εξισώσεις Maxwell ικανοποιούνται επακριβώς στην διακριτή περιοχή του χώρου εξωτερικά της συνοριακής επιφάνειας ∂S, ενώ οι οριακές συνθήκες ικανοποιούνται με χρήση κατάλληλων προσεγγιστικών μεθόδων.

Στην συνέχεια παρατίθενται οι κυριότερες υπολογιστικές μέθοδοι που εντάσσονται στην κατηγορία των GMTs [34]:

Η μέθοδος των Βοηθητικών Πηγών (Method of Auxiliary Sources – MAS) θεμελιώθηκε μαθηματικά από τους Γεωργιανούς μαθηματικούς Vekua, Kupradze και Aleksidze από το 1943 έως το 1967 [33, 35-37]. Η MAS μπορεί να θεωρηθεί ως η μέθοδος επίλυσης ενός προβλήματος οριακών συνθηκών, για δεδομένη διαφορική εξίσωση, με αξιοποίηση αναπτυγμάτων που προκύπτουν από τις θεμελιώδεις λύσεις της εξίσωσης αυτής. Η προσεγγιστική λύση του προβλήματος οριακών συνθηκών υλοποιείται με χρήση ημιαναλυτικής προσέγγισης, σύμφωνα με την οποία η διαφορική εξίσωση θα ικανοποιείται επακριβώς στην διακριτή περιοχή του χώρου εξωτερικά της συνοριακής επιφάνειας, ενώ η οριακή συνθήκη θα ικανοποιείται με χρήση κατάλληλων προσεγγιστικών μεθόδων.

Η ανάπτυξη της μεθόδου και η εφαρμογή της σε προβλήματα Υπολογιστικού Ηλεκτρομαγνητισμού πραγματοποιήθηκε στα μέσα της δεκαετίας του 1980 παράλληλα από

διάφορες ανεξάρτητες ερευνητικές ομάδες [38-39]. Μια συναφής με την MAS τεχνική είναι η Μέθοδος Φανταστικών Ρευμάτων (Fictitious Current Method - FCM) που αναπτύχθηκε από την ερευνητική ομάδα του Leviatan [40]. Σε αυτήν, για τον υπολογισμό των σκεδαζόμενων πεδίων, χρησιμοποιούνται φανταστικά ρεύματα που ρέουν σε μια υποθετική επιφάνεια που περικλείεται από τον σκεδαστή. Ο προσδιορισμός των άγνωστων συντελεστών των φανταστικών ρευμάτων ταυτίζεται με την ημιαναλυτική προσέγγιση της MAS.

Πρωταρχικής σημασίας στην MAS είναι ο τρόπος τοποθέτησης των βοηθητικών πηγών, εκτός του χωρίου υπολογισμού, ούτως ώστε η μέθοδος να συγκλίνει, επιτυγχάνοντας λύσεις με την επιθυμητή ακρίβεια [41]. Για αυτόν τον σκοπό, έχουν προταθεί διάφορες εμπειρικές τεχνικές που βασίζονται σε σύμμορφες απεικονίσεις ως προς το σχήμα του σκεδαστή, τεχνικές που λαμβάνουν υπόψη καυστικές επιφάνειες και τα ιδιάζοντα σημεία (singularities) του σκεδαζόμενου πεδίου [42]. Επιπροσθέτως, στην παρούσα διατριβή εισάγεται μια συστηματική μέθοδος κατανομής των βοηθητικών πηγών της MAS με την αξιοποίηση γενετικών αλγόριθμων βελτιστοποίησης.

Η MAS και οι συναφείς τεχνικές εφαρμόζονται με επιτυχία σε ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα σκέδασης και περίθλασης από τέλεια αγώγιμους και διηλεκτρικούς κυλίνδρους [43], από περιοδικές επιφάνειες [44-45], από σώματα εκ περιστροφής στον κενό χώρο ή κοντά σε συνοριακή επιφάνεια μεταξύ διαφορετικών διηλεκτρικών μέσων, στην ανάλυση κεραιών σύρματος και στοιχειοκεραιών [46], σε προβλήματα ακτινοβολίας υπεράνω εδαφών με απώλειες [47-48], σε προβλήματα αντίστροφης σκέδασης [49], σκέδασης από βροχοσταγόνες [50] και στην οπτική [51].

Ακόμη, η τεχνική Ανάλυσης Αρμονικών Αναπτυγμάτων (Circular Harmonic Analysis – CHA) είναι μια επέκταση της θεωρίας του Mie για σκέδαση από σφαίρα, χρησιμοποιώντας αναπτύγματα σφαιρικών κυματικών συναρτήσεων. Και σε αυτήν την περίπτωση οι άγνωστοι συντελεστές των αναπτυγμάτων προσδιορίζονται ικανοποιώντας τις οριακές συνθήκες στις συνοριακές επιφάνειες. Η CHA έχει εφαρμοστεί κυρίως σε προβλήματα κλειστών σκεδαστών σφαιροειδούς γεωμετρίας.

Στις τεχνικές GMT ανήκει επίσης η Μέθοδος Πολλαπλών Πολυπόλων (Multiple Multipole Method – MMP) [52]. Η μέθοδος προτάθηκε από τον Hafner το 1980 ως επέκταση της μεθόδου γενικευμένης σημειακής επιβολής σε συνδυασμό με την μέθοδο CHA. Στην MMP η περιοχή υπολογισμού των πεδίων χωρίζεται σε ένα πλήθος από χωρία, καθένα εκ των οποίων αποτελείται από συνήθως διαφορετικό, ομογενές, ισοτροπικό υλικό. Σε κάθε χωρίο το συνολικό πεδίο προκύπτει από την υπέρθεση του τυχόντος προσπίπτοντος πεδίου και του αναπτύγματος των πεδίων των πολλαπλών πολυπόλων του χωρίου. Οι άγνωστοι συντελεστές των αναπτυγμάτων καθορίζονται από την ικανοποίηση των οριακών συνθηκών, υπό την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων, στις συνοριακές επιφάνειες μεταξύ των χωρίων.

Όπως και στην MAS, σημαντικό ρόλο στην ακρίβεια και την σύγκλιση των MMP λύσεων παίζει ο τρόπος τοποθέτησης των πολλαπλών πολυπόλων, πάντοτε εκτός του αντίστοιχου χωρίου για το οποίο αναφέρονται. Οι θέσεις επιλέγονται, όσο είναι δυνατόν, ώστε οι περιοχές επιρροής των πολυπολικών πηγών στην συνοριακή επιφάνεια να μην επικαλύπτονται μεταξύ τους. Επίσης, η τάξη των πολυπόλων επιλέγεται εν γένει με βάση την γεωμετρία του σκεδαστή.

Στο εμπόριο είναι διαθέσιμα διάφορα πακέτα εργαλείων λογισμικού MMP, όπως το MMP-2D, το MMP-3D και το MaX-1 [53-55]. Η MMP και οι επεκτάσεις της μεθόδου [56-60] έχουν εφαρμοστεί ευρέως σε πλειάδα προβλημάτων στον ηλεκτρομαγνητισμό, όπως σε σκέδαση από σφαιροειδή [61], πεπερασμένους κυλίνδρους [62], σε απορρόφηση από βιολογικούς σκεδαστές [63-64] και στην οπτική [65-67].

Εξάλλου, η μέθοδος της Εκτεταμένης Οριακής Συνθήκης (Extended Boundary Condition Method – EBCM) παρουσιάστηκε στα μέσα της δεκαετίας του 1960 από τον Waterman [68]. Στην EBCM ο σκεδαστής αντικαθίσταται από ένα σύνολο ισοδύναμων επιφανειακών ρευματικών κατανομών, ούτως ώστε στην εξωτερική περιοχή του σκεδαστή οι πηγές και τα πεδία να ταυτίζονται με αυτά του αρχικού προβλήματος σκέδασης. Η λύση προκύπτει από γραμμικούς συνδυασμούς των μερικών λύσεων της κυματικής εξίσωσης που προσεγγίζουν τις επιφανειακές ρευματικές πυκνότητες. Οι άγνωστοι συντελεστές υπολογίζονται μέσω επιφανειακής ολοκλήρωσης, αυξάνοντας την υπολογιστική πολυπλοκότητα και περιορίζοντας την εφαρμογή της μεθόδου κυρίως σε συμμετρικούς περί τον άξονα σκεδαστές. Συνήθως χρησιμοποιούνται σφαιρικές κυματικές συναρτήσεις, αλλά μπορούν να επιλεγούν και διαφορετικές συναρτήσεις βάσης, κατανεμημένες ή διακριτές πηγές για τις περιπτώσεις σκεδαστών με πολύπλοκη γεωμετρία. Στην επαναληπτική εκδοχή της EBCM (Iterative EBCM – IEBCM) γίνεται χρήση πολλαπλών σφαιρικών κυματικών αναπτυγμάτων για την αναπαράσταση των πεδίων σε διαφορετικές επικαλυπτόμενες μεταξύ τους περιοχές [69]. Κατόπιν είναι απαραίτητη η επιβολή των οριακών συνθηκών τόσο στην επιφάνεια του σκεδαστή, όσο και στις διαχωριστικές επιφάνειες μεταξύ των διαφορετικών περιοχών.

Η μέθοδος του Πίνακα Μετάβασης (Transition matrix ή T-matrix) ουσιαστικά ταυτίζεται με την μέθοδο EBCM [70-71]. Πίνακας μετάβασης καλείται αυτός από τον οποίο υπολογίζονται οι άγνωστοι συντελεστές του σκεδαζόμενου πεδίου, δεδομένων των συντελεστών του προσπίπτοντος πεδίου. Τα στοιχεία του T-matrix λαμβάνονται με επιφανειακή ολοκλήρωση, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως. Οι μέθοδοι EBCM και T-matrix έχουν εφαρμοστεί με επιτυχία σε προβλήματα ηλεκτρομαγνητικής και οπτικής σκέδασης από σώματα συμμετρικά και μη συμμετρικά ως προς τον άξονα, από επικαλυμμένα σφαιροειδή και διηλεκτρικούς κύβους [72-77].

Η μέθοδος του Yasuura (Conventional Yasuura Method – CYM) ανήκει και αυτή στην οικογένεια των τεχνικών GMT. Προτάθηκε από τον Yasuura το 1965 και χρησιμοποιεί αναπτύγματα ρυθμών για την προσέγγιση των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων. Ο υπολογισμός των άγνωστων συντελεστών πραγματοποιείται με ικανοποίηση των οριακών συνθηκών υπό την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων. Για την αύξηση της αποδοτικότητας της μεθόδου και την μείωση των ανεπιθύμητων ταλαντώσεων των αρμονικών ανώτερης τάξης των κυματικών συναρτήσεων των αναπτυγμάτων αξιοποιούνται τεχνικές εξομάλυνσης, όπως η αόριστη ολοκλήρωση στις συνοριακές επιφάνειες για σχετικά λείους σκεδαστές (Yassuura Method with Smoothing Procedure – YMSP) [78] και η επιπρόσθετη χρήση κατάλληλων συναρτήσεων βάρους για σκεδαστές με αιχμές (Yasuura Method with Singular Smoothing Procedure – YMSSP) [79]. Η CYM έχει εφαρμοστεί σε προβλήματα σκέδασης από κλειστά σώματα και περιοδικές δομές και σε προβλήματα περίθλασης από μεταλλικά και επικαλυμμένα πετάσματα [80].

Ολοκληρώνοντας σχετικά με τις βασικές τεχνικές GMT, αναφέρεται η μέθοδος διακριτών πηγών (Discrete Sources Method – DSM). Προτάθηκε, θεμελιώθηκε και αναπτύχθηκε από τους Eremin και Sveshnikov στις αρχές της δεκαετίας του 1980 [81-82], κυρίως για προβλήματα σωμάτων συμμετρικών ως προς τον άξονα. Οι διακριτές πηγές πρέπει να ικανοποιούν τις εξισώσεις Maxwell, την συνθήκη ακτινοβολίας στο άπειρο και να διαμορφώνουν ένα πλήρες σύνολο πεδίων στην επιφάνεια του σκεδαστή. Τα πλάτη των πηγών καθορίζονται από την ικανοποίηση των οριακών συνθηκών. Η DSM έχει επεκταθεί κατάλληλα για την αντιμετώπιση σημαντικού εύρους ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων και προβλημάτων στην οπτική και έχει εφαρμοστεί σε μη σφαιρικούς, ανομοιογενείς σκεδαστές [83-84], σε σκέδαση από πεπερασμένους κυλίνδρους [85] και βροχοσταγόνες [86] και στην μοντελοποίηση σκεδαστών παρουσία διαστρωματωμένων διατάξεων [87].

1.7 Ασυμπτωτικές Μέθοδοι

Οι ασυμπτωτικές μέθοδοι βασίζονται στην προσέγγιση της γεωμετρικής οπτικής (Geometrical Optics – GO) και στις βελτιωμένες επεκτάσεις αυτής, την γεωμετρική θεωρία περίθλασης (Geometrical Theory of Diffraction – GTD) και την φυσική θεωρία περίθλασης (Physical Theory of Diffraction – PTD). Ισχύουν στην περιοχή των υψηλών συχνοτήτων για το μακρινό πεδίο, όταν δηλαδή οι διαστάσεις του σκεδαστή είναι πολύ μεγάλες σε σχέση με το μήκος κύματος του προσπίπτοντος πεδίου και η διάδοση των πεδίων μπορεί να θεωρηθεί ως τοπικού χαρακτήρα. Οι GTD και PTD παρουσιάστηκαν από τον Keller [88] και τον Ufimtsev [89] αντίστοιχα και λαμβάνουν υπόψη τόσο τα φαινόμενα ανάκλασης σε λείες επιφάνειες όσο και τις επιδράσεις της περίθλασης από αιχμές, μέσω κατάλληλων

συντελεστών ανάκλασης και περίθλασης που υπολογίζονται από τις γεωμετρικές παραμέτρους του σκεδαστή. Επίσης, για την αντιμετώπιση ανακριβειών σε περιοχές σκίασης, αναπτύχθηκε η μέθοδος της Ενοποιημένης Θεωρίας Περίθλασης (Unified Theory of Diffraction – UTD) [90].

Η ευρεία διάδοση στην χρήση των ασυμπτωτικών μεθόδων οφείλεται στο κυριότερο πλεονέκτημα τους που είναι η επίλυση, με ελάχιστο υπολογιστικό κόστος, προβλημάτων που περιλαμβάνουν σώματα μεγάλων διαστάσεων με αιχμές. Από την άλλη μεριά, το βασικό τους μειονέκτημα, εκτός από τους εγγενείς περιορισμούς της γεωμετρικής οπτικής, είναι ότι οι σχετικοί συντελεστές περίθλασης μπορούν να προσδιοριστούν μόνο για σκεδαστές με σχετικά απλή, κανονική γεωμετρία. Επιπροσθέτως, δεν υπάρχουν συστηματικές μέθοδοι για την εκτίμηση της ακρίβειας των GTD λύσεων για ένα δεδομένο πρόβλημα, καθώς δεν μπορούν να ανακτηθούν πληροφορίες σχετικές με το κοντινό πεδίο, όπως για παράδειγμα για τις οριακές συνθήκες. Για την βελτίωση της ακρίβειας συνήθως συνεκτιμώνται όροι πολλαπλών ανακλάσεων, μια διαδικασία που ενδέχεται όμως να οδηγήσει σε αποκλίνουσες λύσεις.

Μια τεχνική που αντιμετωπίζει ικανοποιητικά τις ανωτέρω αδυναμίες είναι η Φασματική Θεωρία Περίθλασης (Spectral Theory of Diffraction – STD) [91]. Η STD βασίζεται στον φασματικό μετασχηματισμό Fourier της ολοκληρωτικής έκφρασης της επιφανειακής ρευματικής κατανομής του σκεδαστή, σε συνδυασμό με τον ασυμπτωτικό υπολογισμό της ολοκληρωτικής αναπαράστασης του σκεδαζόμενου πεδίου. Κατά αυτόν τον τρόπο είναι δυνατός ο υπολογισμός του πεδίου σε καυστικές περιοχές και περιοχές σκίασης, ενώ παρέχεται και ένα μέτρο για την ακρίβεια της μεθόδου από τον έλεγχο της ικανοποίησης των οριακών συνθηκών. Εξάλλου έχουν προταθεί διάφορες υβριδικές τεχνικές, κυρίως της μεθόδου MoM με ασυμπτωτικές μεθόδους, για την επίλυση προβλημάτων σκέδασης με μη ομογενείς σκεδαστές μεγάλων διαστάσεων και πολύπλοκης γεωμετρίας [92-93].

1.8 Μέθοδος Ροπών (Method of Moments – MoM)

Η μέθοδος MoM ανήκει στην κατηγορία των ολοκληρωτικών αριθμητικών τεχνικών στο πεδίο της συχνότητας και βασίζεται στην τεχνική της μεθόδου των σταθμικών υπολοίπων. Παρότι η μέθοδος είχε εφαρμοστεί προγενέστερα σε ειδικά προβλήματα από τους Andreasen [94], Richmond [95] και Waterman [68], η ευελιξία και η ισχύς της αναδείχθηκε από τον Harrington [96].

Η MoM μεταχειρίζεται γραμμικούς συνδυασμούς κατάλληλων συναρτήσεων βάσης προκειμένου να εκφράσει τα ζητούμενα ηλεκτρομαγνητικά μεγέθη. Η συνήθης πρακτική περιλαμβάνει την κατάστρωση μιας ολοκληρωτικής εξίσωσης ηλεκτρικού ή μαγνητικού

πεδίου (Electric Field Integral Equation – EFIE ή Magnetic Field Integral Equation – MFIE αντίστοιχα) ή μιας συνδυασμένης ολοκληρωτικής εξίσωσης (Combined Field Integral Equation – CFIE) με τη χρήση άγνωστων ισοδύναμων ηλεκτρικών και μαγνητικών επιφανειακών ρευματικών κατανομών στις συνοριακές επιφάνειες. Αφού διαμεριστεί κατάλληλα ο σκεδαστής χρησιμοποιώντας συνήθως κυβικά ή σφαιρικά κελιά, οι άγνωστες ρευματικές κατανομές προσεγγίζονται από γραμμικούς συνδυασμούς επιλεγμένων συναρτήσεων βάσης.

Οι συναρτήσεις βάσης που χρησιμοποιούνται είναι τμηματικές, τουτέστιν είναι μη μηδενικές μόνο σε ένα τμήμα των συναρτήσεων που προσεγγίζουν. Στην πράξη συχνά επιλέγονται συναρτήσεις τεμαχισμένου ημιτόνου (piecewise sinusoids - PS), κυριότερα λόγω των επιθυμητών ιδιοτήτων τους και της ομοιότητάς τους με τις ρευματικές κατανομές των κυλινδρικών κεραιών. Οι άγνωστοι συντελεστές των συναρτήσεων βάσης υπολογίζονται επιβάλλοντας τις οριακές συνθήκες και αξιοποιώντας κατάλληλες συναρτήσεις δοκιμής. Ως συναρτήσεις δοκιμής μπορούν πάλι να επιλεγούν συναρτήσεις PS. Με αυτήν την διαδικασία, η ολοκληρωτική εξίσωση μετατρέπεται σε ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων το οποίο μπορεί να επιλυθεί με την μέθοδο απαλοιφής Gauss ή με την μέθοδο Συζυγών Κλίσεων [97-98].

Η MoM αποτελεί μία ισχυρότατη μέθοδο στην οποία ικανοποιείται αυτόματα η συνθήκη ακτινοβολίας, ενώ οι υπολογισμοί περιορίζονται στον όγκο του σκεδαστή, σε αντίθεση με τις κυριότερες μεθόδους πεπερασμένων διαφορών. Από την άλλη μεριά η MoM δημιουργεί πυκνούς πίνακες μιγαδικών στοιχείων και απαιτεί αυξημένους υπολογιστικούς πόρους, ιδιαίτερα για ηλεκτρικά μεγάλες δομές. Τα προκύπτοντα συστήματα γραμμικών εξισώσεων έχουν συνήθως υψηλό δείκτη κατάστασης, με πιθανό κίνδυνο υποβάθμισης της ακρίβειας της λύσης, ενώ η υπολογιστική πολυπλοκότητα της εξαρτάται σημαντικά από την μέθοδο επίλυσης του συστήματος γραμμικών εξισώσεων. Ακόμη έχει παρατηρηθεί ότι η υπολογιστική της ακρίβεια βελτιώνεται αργά με την αύξηση του αριθμού των κελιών διακριτοποίησης. Η μέθοδος MoM έχει εφαρμοστεί σε μη ομογενείς, ανισοτροπικούς σκεδαστές αυθαίρετης γεωμετρίας, όπως ελλειψοειδή, πεπερασμένους κυλίνδρους, ορθογώνια παραλληλεπίπεδα, εξαγωνικά πρίσματα και τετράεδρα και σώματα εκ περιστροφής [99-101], στην ανάλυση κεραιών [102-104] και στην μελέτη φαινομένων διάδοσης σε εσωτερικούς χώρους [105-106].

1.9 Βιβλιογραφία

[1] E.K. Miller, “A selective survey of computational electromagnetics”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 36, No. 9, pp. 1281-1305, 1988.

[2] Δ.-Θ. Κακλαμάνη, *Υπολογιστικές Τεχνικές για Συστήματα Μετάδοσης Πληροφορίας*. Αθήνα, ΕΜΠ, 2002.

[3] S.K. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 14, No. 3, pp. 302-307, 1966.

[4] A. Taflove, *Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method*. Norwood, MA: Artech House, 1995.

[5] K. Umashankar and A. Taflove, "A novel method to analyze electromagnetic scattering of complex objects", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 24, No. 4, pp. 397-405, 1982.

[6] C.L. Britt, "Solution of electromagnetic scattering problems using time domain techniques", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 37, No. 9, pp. 1181-1191, 1989.

[7] P. Yang and K.N. Liou, "Finite-difference time domain method for light scattering by small ice crystals in three-dimensional space", Journal of the Optical Society of America A, Vol. 13, No. 10, pp. 2072-2085, 1996.

[8] G. Mur, "Absorbing boundary condition for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 23, No. 4, pp. 377-382, 1981.

[9] M.A. Fusco, "FDTD algorithm in curvilinear coordinates", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 38, No. 1, pp. 76-89, 1990.

[10] T.G. Jurgens, A. Taflove, K. Umashankar and T.G. Moore, "Finite-difference time-domain modeling of curved surfaces", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 40, No. 4, pp. 357-366, 1992.

[11] J.C. Maxwell-Garnett, "Colours in metal glasses and in metallic films", Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Vol. 203, pp. 385-420, 1904.

[12] A. Taflove, M.E. Brodwin, "Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the time-dependent Maxwell's equations", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 23, No. 8, pp. 623-630, 1975.

[13] W.V. Andrew, C.A. Balanis, P.A. Tirkas, J. Peng and C.R. Birtcher, "Finite-difference time-domain analysis of HF antennas on helicopter airframes", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 39, No. 2, pp. 100-117, 1997.

[14] D.M. Sheen, S.M. Ali, M.D. Abouzahra and J.A. Kong, "Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 38, No. 7, pp. 849-857, 1990.

[15] N.K. Kouveliotis, P.T. Trakadas, I.I. Heretakis and C.N. Capsalis, "Antenna Reverberation Chamber", in Wiley Encyclopedia of RF and Microwave Engineering, edited by Kai Chang, Vol. 1, pp. 239-250, 2005.

[16] D.M. Sullivan, D.T. Borup and O.P. Gandhi, "Use of the finite-difference time-domain method in calculating EM absorption in human tissues", IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol. 34, No. 2, pp. 148-157, 1987.

[17] M. Martinez-Burdalo, L. Nonidez, A. Martin and R. Villar, "FDTD analysis of the maximum SAR when operating a mobile phone near a human eye and a wall", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 28, No. 2, pp. 83-85, 2001.

[18] K. Paran and M. Kamyab, "Electromagnetic radiation from vertical dipole antennas near air-lossy soil interface- a finite-difference time-domain simulation", International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields, Vol. 18, No. 2, pp. 119-132, 2005.

[19] W. Sun, Q. Fu Q and Z. Chen, "Finite-difference time domain solution of light scattering by dielectric particles with a perfectly matched layer absorbing boundary condition", Applied Optics, Vol. 38, No. 15, pp. 3141-3151, 1999.

[20] P.P. Silvester and G. Pelosi, *Finite Elements for Wave Problems*. New York: IEEE Press, 1994.

[21] M.A. Morgan and K.K. Mei, "Finite-element computation of scattering by inhomogeneous penetrable bodies of revolution", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 27, No. 2, pp. 202-214, 1979.

[22] M.A. Morgan, editor, *Finite element and finite difference methods in electromagnetic scattering*. New York: Elsevier, 1990. p. 133-173.

[23] J.L. Volakis, A. Chatterjee and L.C. Kempel, *Finite element method for electromagnetics*. New York: IEEE Press, 1998.

[24] T. Oguchi, "Scattering properties of oblate raindrops and cross polarization of radio waves due to rain: calculations at 19.3 and 34:8 GHz", Journal of the Radio Research Laboratories Japan, Vol. 20, pp. 79-118, 1973.

[25] L. Lewin, "On the restricted validity of point-matching techniques", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 18, No. 12, pp. 1041-1047, 1970.

[26] S. Christiansen and R.E. Kleinman, "On a misconception involving point collocation and the Rayleigh Hypothesis", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 44, No. 10, pp. 1309-1316, 1996.

[27] T. Oguchi and Y. Hosoya, "Scattering properties of oblate raindrops and cross polarization of radio waves due to rain II. Calculations at microwave and millimeter wave regions", Journal of the Radio Research Laboratories Japan, Vol. 21, pp. 191-259, 1974.

[28] H.M. Al-Rizzo and J.M. Tranquilla, "Electromagnetic scattering from dielectrically coated axisymmetric objects using the generalized point-matching technique I. Theoretical formulation", Journal of Computational Physics, Vol. 119, No. 2, pp. 342-355, 1995.

[29] R.F. Millar, "The Rayleigh hypothesis and a related least-squares solution to scattering problems for periodic surfaces and other scatterers", Radio Science, Vol. 8, No. 8-9, pp. 785-796, 1973.

[30] J.A. Morrison and M.J. Cross, "Scattering of a plane electromagnetic wave by axisymmetric raindrops", Bell System Technical Journal, Vol. 53, No. 6, pp. 955-1019, 1974.

[31] A.C. Ludwig, "The Generalized Multipole Technique", Antennas and Propagation Society International Symposium, AP-S. Digest, San Jose, CA, USA, Vol. 1, pp. 160-163, 1989.

[32] V.D. Kupradze, *Dynamical problems in elasticity*. Progress in Solid Mechanics, Vol. III. Amsterdam, The Netherlands: North-Holland Publishing Company, 1963.

[33] I.N. Vekua, *The new methods for solving elliptic equations.* New York: John Wiley, 1967 (translated from Russian by D.E. Brown).

[34] T. Wriedt (editor), *Generalized Multipole Techniques for Electromagnetic and Light Scattering.* Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 1999.

[35] I.N. Vekua, "On the metaharmonic functions", Proceedings of Tbilisi Math. Institute, Academy of Sciences, Georgia, Vol. 12, pp. 105-174, 1943.

[36] V.D. Kupradze and M.A. Aleksidze, "On one approximate method for solving boundary problems", Bulletin of Georgian Academy of Sciences, Vol. 30, No. 5, pp. 529-536, 1963.

[37] V.D. Kupradze and M.A. Aleksidze, "The method of functional equations for approximate solution of some boundary problems", Journal of Applied Mathematics and Mathematical Physics, Vol. 4, No. 4, pp. 683-715, 1964.

[38] R.S. Popovidi-Zaridze, D.D. Karkashadze, G.Z. Akhvlediani and J. H. Khatiashvili, "Investigation of the possibilities of the method of auxiliary sources in solution of the two dimensional electrodynamics problems", Radiotekhnika i Elektronika, Vol. 26, No. 2, pp. 254-262, 1981.

[39] A.G. Dmitrienko and A.I. Mukomolov, "On the one modification of the method of non-orthogonal serieses for solving the problems of electromagnetic diffraction on the arbitrary smooth perfectly conducting bodies", Radiotekhnika i Elektronika, Vol. 23, No. 3, pp. 449-455, 1988.

[40] Y. Leviatan, A. Boag and A. Boag, "Generalized formulations for Electromagnetic Scattering from Perfectly Conducting and Homogeneous Material Bodies-Theory and

Numerical Solution", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 36, No. 12, 1988.

[41] D.I. Kaklamani and H.T. Anastassiu, "Aspects of the method of auxiliary sources (MAS) in computational electromagnetics", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 44, No. 3, pp. 48-64, 2002.

[42] R. Zaridze, R. Jobava, G. Bit-Babik, D. Karkashadze, D. Economou and N. Uzunoglu, "The method of auxiliary sources and scattered field singularities (caustics)", Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 12, pp.1491-1507, 1998.

[43] Y. Leviatan and A. Boag, "Analysis of electromagnetic scattering from dielectric cylinders using a multifilament current model", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 35, No. 10, pp. 1119-1127, 1987.

[44] A. Boag, Y. Leviatan and A. Boag, "Analysis of electromagnetic scattering from doubly periodic nonplanar surfaces using a patch-current model", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 41, No. 6, pp. 732-738, 1993.

[45] A. Boag, Y. Leviatan and A. Boag, "Analysis of scattering from cylinders with a periodically corrugated periphery using a current model technique", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 41, No. 9, pp. 1265-1272, 1993.

[46] Π.Ι. Παπακανέλλος, *Ανάπτυξη της Μεθόδου Βοηθητικών Πηγών για την Ανάλυση Σύνθετων Διατάξεων Ακτινοβόλησης.* Διδακτορική Διατριβή, ΕΜΠ, Αθήνα, 2004.

[47] P.J. Papakanellos, D.I. Kaklamani and C.N. Capsalis, "Analysis of an infinite current source above a semi-infinite lossy ground using fictitious current auxiliary sources in conjunction with complex image theory techniques", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 49, No. 10, pp. 1491-1503, 2001.

[48] S.G. Shepherd and F. Shubitidze, "Method of auxiliary sources for calculating the magnetic and electric fields induced in a layered Earth", Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, Vol. 65, No. 10, pp. 1151-1160, 2003.

[49] R. Zaridze, G. Bit-Babik, K. Tavzarashvili, D.P. Economou and N.K. Uzunoglu, "Wave field singularity aspects in large-size scatterers and inverse problems", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 50, No. 1, pp. 50-58, 2002.

[50] S.A. Kanellopoulos, A.D. Panagopoulos and J.D. Kanellopoulos, "Analysis of electromagnetic scattering by a raindrop using the method of auxiliary sources", IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC/URSI National Radio Science Meeting, Monterey, California, pp. 4176-4179, 2004.

[51] D. Karkashadze, R. Zaridze, A. Bijamov, C. Hafner, J. Smajic and D. Erni, "Reflection compensation scheme for the efficient and accurate computation of waveguide discontinuities in photonic crystals", Applied Computational Electromagnetics Society Journal, Vol. 19, No. 1a, pp. 10-21, 2004.

[52] C. Hafner, *The Generalized Multipole Technique for Computational Electromagnetics.* Boston, USA: Artech House, 1990.

[53] C. Hafner, *2D MMP: Two-dimensional Multiple Multipole Software and User's Manual*. Boston, USA: Artech House, 1990.

[54] C. Hafner and L. Bomholt, *The 3D Electrodynamic Wave simulator.* Chichester: John Wiley, 1993.

[55] C. Hafner, *MaX-1: A Visual Electromagnetics Platform for PCs.* Chichester: John Wiley, 1998.

[56] N. Kuster and L.H. Bomholt, "A block iterative technique to expand MMP's applicability to EM problems of higher complexity", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 42, No. 5, pp. 875-883, 1994.

[57] J.L. Rodriguez, F. Obelleiro, and A.G. Pino, "A hybrid multipolar-expansion-moment-method approach for electromagnetic scattering problems", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 11, No. 6, pp. 300-304, 1996.

[58] F. Obelleiro, J.L. Rodriguez, L. Landesa and A.G. Pino, "An iterative algorithm to extend the applicability of the hybrid GMT-MoM method to composite scattering problems", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 16, No. 5, pp. 267-271, 1997.

[59] R.V. Sabariego, L. Landesa and F. Obelleiro, "Directive beam expansions for the generalized multipole technique", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 22, No. 6, pp. 382-387, 1999.

[60] N.B. Piller and O.J.F. Martin, "Extension of the generalized multipole technique to three-dimensional anisotropic scatterers", Optics Letters, Vol. 23, No. 8, pp. 579-581, 1998.

[61] A.C. Ludwig, "Scattering by two and three spheres computed by the Generalized Multipole Technique", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 39, No. 5, pp. 703-705, 1991.

[62] X.L. Bao and W.X. Zhang, "A hybrid GMT-PO method for calculating the NDC of the irregular edge of a semi-infinite circular cylinder", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 31, No. 2, pp. 108-110, 2001.

[63] M. Martinez-Burdalo, A. Martin and R. Villar, "GMT study of the telephone-operator interaction in mobile communications", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 15, No. 3, pp. 123-127, 1997.

[64] A.I.M. Hassanin, "Theoretical comparison of TLM and hybridization of MoM and GMT for the numerical analysis of the electromagnetic field inside the biological bodies", Electromagnetics, Vol. 22, No. 2, pp. 141-159, 2002.

[65] J. Smajic, C. Hafner and D. Erni, “Automatic calculation of band diagrams of photonic crystals using the multiple multipole method”, Applied Computational Electromagnetics Society Journal, Vol. 18, No. 3, pp. 172-180, 2003.

[66] E. Moreno, D. Erni and C. Hafner, “Modeling of discontinuities in photonic crystal waveguides with the multiple multipole method”, Physical Review E, Vol. 66, No. 3, pp. 036618-1-036618-12, 2002.

[67] E. Moreno, D. Erni and C. Hafner, “Band structure computations of metallic photonic crystals with the multiple multipole method”, Physical Review B, Vol. 65, No. 15, pp. 155120-1-155120-10, 2002.

[68] P.C. Waterman, “Matrix formulation of electromagnetic scattering”, Proceedings of the IEEE, Vol. 53, No. 8, pp. 805-812, 1965.

[69] M.F. Iskander, A. Lakhtakia and C.H. Durney, “A new procedure for improving the solution stability and extending the frequency range of the EBCM”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 31, No. 2, pp. 317-324, 1983.

[70] B. Peterson and S. Strom, “T-matrix formulation of electromagnetic scattering from multilayered scatterers”, Physical Review D, Vol. 10, No. 8, pp. 2670-2684, 1984.

[71] T. Wriedt and A. Doicu, “Comparison between various formulations of the extended boundary condition method”, Optics Communications, Vol. 142, No. 1-3, pp. 91-98, 1997.

[72] A. Doicu and T. Wriedt, “T-matrix method for electromagnetic scattering from scatterers with complex structure”, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer , Vol. 70, No. 4-6, pp. 663-673, 2001.

[73] A. Doicu, Y.A. Eremin and T. Wriedt, “Convergence of the T-matrix method for light scattering from a particle on or near a surface”, Optics Communications, Vol. 159, No. 4-6, pp. 266-277, 1999.

[74] T.A. Nieminen, H. Rubinsztein-Dunlop and N.R. Heckenberg, “Calculation of the T-matrix: general considerations and application of the point-matching method”, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer , Vol. 79-80, Sp. Iss. SI, pp. 1019-1029, 2003.

[75] A. Doicu, Y. Eremin and T. Wriedt, “Scattering of evanescent waves by a particle on or near a plane surface”, Computer Physics Communications, Vol. 134, No. 1, pp. 1-10, 2001.

[76] A. Doicu, Y. Eremin and T. Wriedt, “Non-axisymmetric models for light scattering from a particle on or near a plane surface”, Optics Communications, Vol. 182, No. 4-6, pp. 281-288, 2000.

[77] A. Doicu, Y.A. Eremin and T. Wriedt, “T- and D-matrix methods for electromagnetic scattering by impedance obstacles”, Computer Physics Communications, Vol. 124, No. 1, pp. 19-27, 2000.

[78] H. Ikuno and K. Yasuura, “Numerical calculation of the scattered field from a periodic deformed cylinder using the smoothing process on the mode-matching method”, Radio Science, Vol. 13, No. 6, pp. 937-946, 1978.

[79] Y. Okuno and K. Yasuura, “Numerical algorithm based on the mode-matching method with a singular-smoothing procedure for analysing edge-type scattering problems”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 30, No. 4, pp. 580-587, 1982.

[80] T. Matsuda, D.Q. Zhou and Y. Okuno, “Numerical analysis of TE-TM mode conversion in a metal grating placed in conical mounting”, IEICE Transactions on Electronics, Vol. J-82-C-I, No. 2, pp. 42-49, 1999.

[81] A.G. Sveshnikov and Y.A. Eremin, “Numerical analysis of scattering problems on the bodies of revolution by non-orthogonal series method”, Radiophysics and Quantum Electronics, Vol. 23, No. 8, pp. 1006-1008, 1980.

[82] Y.A. Eremin and A.G. Sveshnikov, “The discrete sources method for investigating of three-dimensional electromagnetic scattering problems”, Electromagnetics, Vol. 13, No. 1, pp. 1-22, 1993.

[83] Y.A. Eremin and V.I. Ivakhnenko, “Modeling of light scattering by non-spherical inhomogeneous particles”, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer , Vol. 60, No. 3, pp. 475-482, 1998.

[84] Y. Eremin and N. Orlov, “Modeling of light scattering by non-spherical particles based on discrete sources method”, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer , Vol. 60, No. 3, pp. 451-462, 1998.

[85] E. Eremina, Y. Eremin and T. Wriedt, “Extension of the discrete sources method to light scattering by highly elongated finite cylinders”, Journal of Modern Optics, Vol. 51, No. 3, pp. 423-435, 2004.

[86] Y.A. Eremin, N.V. Orlov and V.I. Rozenberg, “Multiple electromagnetic scattering by a linear array of electrified raindrops”, Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, Vol. 57, No. 3, pp. 311-319, 1995.

[87] Y.A. Eremin and N.V. Orlov, “Simulation of light scattering from particle upon wafer surface”, Applied Optics, Vol. 35, No. 33, pp. 6599-6605, 1996.

[88] J.B. Keller, “Geometrical theory of diffraction”, Journal of the Optical Society of America, Vol. 52, No. 2, pp. 116-130, 1962.

[89] P. Ya. Ufimtsev, “Method of edge waves in the physical theory of diffraction”, (from the Russian “Method krayevykh voin v frizicheskoy teorii diffraksii”, Izd-Vo. Sov.

Radio, pp. 1-243, 1962), translation by the U.S. Air Force Foreign Technology Division, Document ID No. FTD-HC-23-259-71, 1971.

[90] J.L. Volakis, "A Uniform Geometrical-Theory of Diffraction for an imperfectly conducting half-plane", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 34, No. 2, pp. 172- 180, 1986.

[91] R. Mittra, W.L. Lo and Y. Rahmat-Samii, "Solution of electromagnetic scattering and radiation problems using a spectral domain approach-a review", Wave Motion, Vol. 1, No. 2, pp. 95-106, 1979.

[92] L.N. Medgyesi-Mitschang and D.S. Wang, "Hybrid methods in computational electromagnetics: a review", Computer Physics Communications, Vol. 68, No. 1-3, pp. 76-94, 1991.

[93] D.P. Bouche, F.A. Molinet and R. Mittra, "Asymptotic and hybrid techniques for electromagnetic scattering", Proceedings of the IEEE, Vol. 81, No. 12, pp.1658-1684, 1993.

[94] M.G. Andreasen, "Scattering from parallel metallic cylinders with arbitrary cross sections", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 12, No. 6, pp. 746-754, 1964.

[95] J.H. Richmond, "Digital computer solutions of the rigorous equations for scattering problems", Proceedings of the IEEE, Vol. 53, No. 8, pp. 796-804, 1965.

[96] R.F. Harrington, *Field Computation by moment methods.* New York: MacMillan, 1968.

[97] T.K. Sarkar, K.R. Siarkiewicz and R.F. Stratton, "Survey of numerical methods for solution of large systems of linear equations for electromagnetic field problems", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 29, No. 6, pp. 847-856, 1981.

[98] T.K. Sarkar and X. Yang, "A limited survey of various conjugate gradient methods for solving complex matrix equations", Wave Motion, Vol. 10, No. 6, pp. 527-546, 1988.

[99] K.R. Umashankar, "Numerical analysis of electromagnetic wave scattering and interaction based on frequency-domain integral equation and method of moments techniques", Wave Motion, Vol. 10, pp. 493-525, 1988.

[100] B.R. Riper and M.E. Bialkowski, "Electromagnetic modelling of conformal wideband and multi-band patch antennas by bridging a solid-object modeller with MoM software", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 46, No. 5, pp. 42-52, 2004.

[101] A.G. Tyzhnenko and Y.V. Ryeznik, "Convergent Galerkin MoM solution for 2-D H-scattering from screens", Electromagnetics, Vol. 25, No. 4, pp. 329-341, 2005.

[102] K.W. Leung, "Efficient calculation of self/mutual impedances in MoM analysis of a monopole in free space", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 50, No. 1, pp. 77-79, 2002.

[103] G. Fikioris, P.J. Papakanellos, J.D. Koundouros and A.K. Patsiotis, "Difficulties in MoM analyses of resonant circular arrays of cylindrical dipoles", Electronics Letters, Vol. 41, No. 2, pp. 54-44, 2005.

[104] D.H. Werner, "A method of moments approach for the efficient and accurate modelling of moderately thick cylindrical wire antennas", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 46, No. 3, pp. 373-382, 1998.

[105] A. Fourie and D. Nitch, "SuperNEC: Antenna and indoor-propagation simulation program", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 42, No. 3, pp. 31-48, 2000.

[106] P.K. Varlamos, I.I. Heretakis, P.J. Papakanellos, P.T. Trakadas and C.N. Capsalis, "Measurements and simulation for a joint non-Gaussian fast-fading model in indoor-propagation environments", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 45, No. 6, pp. 515-519, 2005.

2 Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΣΚΕΔΑΣΗΣ ΚΑΙ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ

2.1 Εισαγωγή

Η κλασική μέθοδος των Βοηθητικών Πηγών (Method of Auxiliary Sources – MAS) συνίσταται στην τεχνική επίλυσης προβλημάτων οριακών συνθηκών, τα οποία διέπονται από δεδομένες διαφορικές εξισώσεις, χρησιμοποιώντας γραμμικούς συνδυασμούς θεμελιωδών λύσεων των εν λόγω διαφορικών εξισώσεων. Η μέθοδος αναπτύχθηκε και αποδείχτηκε μαθηματικά από τους Γεωργιανούς μαθηματικούς V. Kupradze, I. Aleksidze και I. Vekua, οι οποίοι πρώτοι εφάρμοσαν την ιδέα της εναλλαγής μεταξύ διαφορικών εξισώσεων και οριακών συνθηκών σε μια σειρά προβλημάτων οριακών συνθηκών, όπως, μεταξύ άλλων, σε προβλήματα ακουστικής περίθλασης, σε προβλήματα περίθλασης στην υδροδυναμική και σε ηλεκτροδυναμικά προβλήματα οριακών συνθηκών [1-4]. Οι πρώιμες αυτές εργασίες ανέφεραν την MAS με διάφορα ονόματα: 'Μέθοδο Γενικευμένων Σειρών Fourier' (Method of Generalized Fourier Series), 'Μέθοδο Αναπτυγμάτων επί τη βάσει Μετα-Αρμονικών Συναρτήσεων' (Method of Expansion in Terms of Metaharmonic Functions) και 'Μέθοδο Αναπτυγμάτων με Θεμελιώσεις Λύσεις' (Method of Expansion by Fundamental Solutions). Σε αυτές τις εργασίες η λύση του προβλήματος οριακών συνθηκών αποτελούνταν από Γενικευμένες Σειρές Fourier, οι συντελεστές των οποίων μπορούσαν μεν να υπολογιστούν επακριβώς, αλλά απαιτούνταν προκαταβολικά η διενέργεια ορθοκανονικοποίησης του συνόλου των θεμελιωδών λύσεων. Η διαδικασία αυτή, αν και απολύτως ορθή από μαθηματικής άποψης, απείχε αρκετά από το να είναι η βέλτιστη. Από την άλλη μεριά, η ανάπτυξη της λύσης επί τη βάσει μη ορθογωνίων συναρτήσεων, σε συνδυασμό με την εφαρμογή τεχνικών σημειακής επιβολής για τον προσδιορισμό των άγνωστων συντελεστών των βοηθητικών αναπτυγμάτων επιδείκνυε σημαντική αποδοτικότητα και ευκολία εφαρμογής.

Ουσιαστικά, η MAS μπορεί να θεωρηθεί ως η μέθοδος επίλυσης ενός προβλήματος οριακών συνθηκών, για δεδομένη διαφορική εξίσωση, με χρήση αναπτυγμάτων που προκύπτουν από τις θεμελιώσεις λύσεις της εξίσωσης αυτής. Η προσεγγιστική λύση του προβλήματος οριακών συνθηκών μπορεί να υλοποιηθεί με χρήση ημιαναλυτικής προσέγγισης, σύμφωνα με την οποία η διαφορική εξίσωση θα ικανοποιείται επακριβώς στην διακριτή περιοχή του χώρου εξωτερικά της διαχωριστικής επιφάνειας S, ενώ η οριακή συνθήκη θα ικανοποιείται με χρήση κατάλληλων προσεγγιστικών μεθόδων. Στην μέθοδο

MAS, η προσεγγιστική λύση προκύπτει από τον πεπερασμένο γραμμικό συνδυασμό των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων στοιχειωδών πηγών, οι οποίες αποτελούν αναλυτικές λύσεις της εξίσωσης Helmholtz στην υπό εξέταση διακριτή περιοχή. Οι στοιχειώδεις βοηθητικές πηγές τοποθετούνται σε πεπερασμένη απόσταση d από την διαχωριστική επιφάνεια S και υποχρεωτικά, σε κάθε περίπτωση, εκτός της διακριτής περιοχής για την οποία επιδιώκεται ο υπολογισμός των πεδιακών συνιστωσών. Από τα ανωτέρω είναι προφανές ότι η MAS αποτελεί τεχνική που εφαρμόζεται στο πεδίο της συχνότητας.

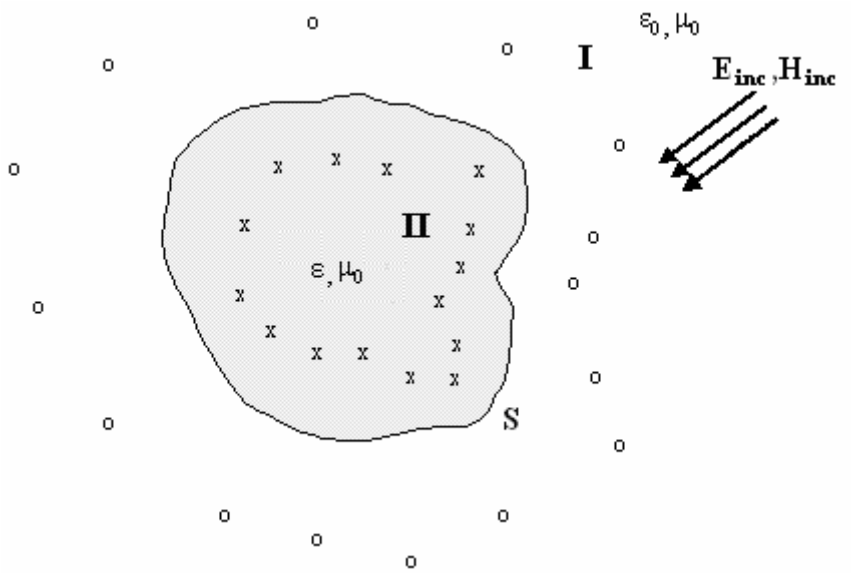
Οι πρώτες αναφορές της MAS στον Υπολογιστικό Ηλεκτρομαγνητισμό εμφανίστηκαν στα μέσα της δεκαετίας του 1980. Η μέθοδος και οι συναφείς GMT τεχνικές εφαρμόστηκαν με επιτυχία σε ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα σκέδασης και περίθλασης από τέλεια αγώγιμους και διηλεκτρικούς κυλίνδρους, από σώματα εκ περιστροφής στον κενό χώρο ή κοντά σε διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ διαφορετικών διηλεκτρικών μέσων, σε διηλεκτρικούς ή ανομοιογενείς κυματοδηγούς κτλ [5-8]. Κατά την ανάπτυξη της MAS αναδείχθηκαν και τα κυριότερα προβλήματα που προκύπτουν κατά την εφαρμογή της. Συγκεκριμένα παρατηρήθηκαν ορισμένα προβλήματα στην σύγκλιση της μεθόδου κατά την επιλογή αυθαίρετων βοηθητικών επιφανειών στις οποίες κατανέμονταν οι βοηθητικές πηγές προσομοίωσης. Αργότερα διαπιστώθηκε ότι η σύγκλιση της μεθόδου σε ακριβείς λύσεις μπορούσε να επιτευχθεί μόνο μετά την κατάλληλη επιλογή των εν λόγω βοηθητικών επιφανειών [7, 9]. Για αυτόν τον λόγο πλήθος ερευνητών ασχολήθηκε με την εξαγωγή γενικών κατευθύνσεων και τεχνικών για την υλοποίηση αποτελεσματικών λύσεων με την χρήση μεθόδων GMT και ειδικότερα της MAS, αρχικά σε απλά ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα και κατόπιν σε προβλήματα που περιλαμβάνουν σώματα με περίπλοκη δομή ή αποτελούνται από σύνθετα υλικά [10].

Στην συνέχεια θα εκτεθούν συνοπτικά οι σημαντικότεροι παράγοντες και οι κυριότερες παράμετροι που υπεισέρχονται κατά την ανάπτυξη λύσεων ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων με την MAS. Έμφαση θα δοθεί στις δυσκολίες που εμφανίζονται κατά την εφαρμογή της MAS και στους προτεινόμενους τρόπους αντιμετώπισής τους με βάση την υπάρχουσα βιβλιογραφία. Ακόμη, για λόγους πληρότητας, θα αναφερθούν εφαρμογές της MAS σε ένα συναφές πεδίο έρευνας στον Υπολογιστικό Ηλεκτρομαγνητισμό, τα προβλήματα ακτινοβολίας.

2.2 Συνοπτική περιγραφή εφαρμογής της MAS σε προβλήματα ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης

Η MAS στηρίζεται στην προσέγγιση των άγνωστων πεδιακών κατανομών με την βοήθεια γραμμικών συνδυασμών αναλυτικά γνωστών πεδιακών συναρτήσεων. Εφαρμόζεται

ουσιαστικά στο πεδίο της συχνότητας και για αυτόν τον λόγο, στην συνέχεια της παρούσας διατριβής, τα δυναμικά μεγέθη θεωρείται ότι διέπονται από αρμονική χρονική μεταβολή της μορφής $\exp(+j\omega t)$, η οποία αποσιωπάται. Στην γενική περίπτωση της διέγερσης ενός ομογενή διηλεκτρικού σκεδαστή με διηλεκτρική επιτρεπτότητα ε και μαγνητική διαπερατότητα μ_0 από γνωστό προσπίπτον πεδίο ($\mathbf{E_{inc}}, \mathbf{H_{inc}}$), κατά την κατάστρωση της MAS λύσης διακρίνονται δύο μη επικαλυπτόμενα χωρία. Το χωρίο I αποτελείται από τον κενό χώρο (με χαρακτηριστικά ε_0, μ_0) που περιβάλλει τον σκεδαστή, ενώ το χωρίο II περικλείεται από την επιφάνεια S του σκεδαστή (Σχήμα 2).



Σχήμα 2 – Αρχή εφαρμογής της MAS για την γενική περίπτωση σκέδασης από ομογενή διηλεκτρικό σκεδαστή. Με 'x' αναπαρίστανται οι βοηθητικές πηγές που βρίσκονται στην περιοχή II και προσομοιώνουν τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία στην περιοχή I, ενώ με 'o' αναπαρίστανται οι βοηθητικές πηγές που βρίσκονται στην περιοχή I και προσομοιώνουν τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία στην περιοχή II. Οι βοηθητικές πηγές θεωρείται ότι ακτινοβολούν απουσία του σκεδαστή και εντός άπειρου ομογενή χώρου που αποτελείται από το υλικό της περιοχής που προσομοιώνουν.

Τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία σε κάθε χωρίο εκφράζονται ως υπερθέσεις των πεδίων των βοηθητικών πηγών που βρίσκονται στο έτερο χωρίο (ή στα γειτνιάζοντα χωρία στην γενικευμένη περίπτωση), με συντελεστές βάρους που προσδιορίζονται από την εφαρμογή των οριακών συνθηκών στην συνοριακή επιφάνεια S (ή στο σύνολο των συνοριακών επιφανειών του χωρίου στην γενικευμένη περίπτωση). Κατά αυτόν τον τρόπο τα σκεδαζόμενα πεδία στην περιοχή I προσεγγίζονται από το σύνολο των βοηθητικών πηγών (σύνολο S_1) που περικλείονται από την S και οι οποίες θεωρείται ότι ακτινοβολούν σε άπειρο κενό χώρο, απουσία του σκεδαστή. Η ένταση του σκεδαζόμενου ηλεκτρικού $\mathbf{E_{sc}}$ (ή μαγνητικού $\mathbf{H_{sc}}$) πεδίου προκύπτει:

$$\mathbf{E_{sc}} = \sum_n \mathbf{E_n^{S_1}} = \sum_n \mathbf{F_{E,n}^{S_1}} \cdot \mathbf{a_{E,n}^{S_1}} \tag{2.1}$$

$$\mathbf{H}_{\mathbf{sc}} = \sum_n \mathbf{H}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{S}_1} = \sum_n \mathbf{F}_{\mathbf{H,n}}^{\mathbf{S}_1} \cdot \mathbf{a}_{\mathbf{H,n}}^{\mathbf{S}_1} \tag{2.2}$$

και στην συνέχεια για τα συνολικά πεδία ($\mathbf{E_I}$, $\mathbf{H_I}$) στην περιοχή I ισχύει:

$$\mathbf{E_I} = \mathbf{E_{inc}} + \mathbf{E_{sc}} \tag{2.3}$$

$$\mathbf{H_I} = \mathbf{H_{inc}} + \mathbf{H_{sc}} \tag{2.4}$$

Από την άλλη μεριά τα πεδία εντός του σκεδαστή προσομοιώνονται από το δεύτερο σύνολο των βοηθητικών πηγών (σύνολο S_2) που βρίσκονται εκτός του σώματος του σκεδαστή και οι οποίες θεωρείται ότι ακτινοβολούν σε άπειρο χώρο με τις ιδιότητες του υλικού του διηλεκτρικού σκεδαστή, απουσία του σκεδαστή. Η ένταση του ηλεκτρικού $\mathbf{E_{II}}$ (ή μαγνητικού $\mathbf{H_{II}}$) πεδίου στην περιοχή II προκύπτει:

$$\mathbf{E_{II}} = \sum_n \mathbf{E}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{S}_2} = \sum_n \mathbf{F}_{\mathbf{E,n}}^{\mathbf{S}_2} \cdot \mathbf{a}_{\mathbf{E,n}}^{\mathbf{S}_2} \tag{2.5}$$

$$\mathbf{H_{II}} = \sum_n \mathbf{H}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{S}_2} = \sum_n \mathbf{F}_{\mathbf{H,n}}^{\mathbf{S}_2} \cdot \mathbf{a}_{\mathbf{H,n}}^{\mathbf{S}_2} \tag{2.6}$$

Στις σχέσεις (2.1) έως (2.6) $\mathbf{E}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{S}_i}$, $\mathbf{H}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{S}_i}$ είναι το συνολικό ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο αντίστοιχα της n-ιοστής πηγής του εκάστοτε συνόλου βοηθητικών πηγών (i :1 ή 2), $\mathbf{F}_{\mathbf{E,n}}^{\mathbf{S}_i}$, $\mathbf{F}_{\mathbf{H,n}}^{\mathbf{S}_i}$ είναι οι συναρτήσεις βάσης που αντιστοιχούν στο ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο αντίστοιχα της n-ιοστής πηγής του εκάστοτε συνόλου βοηθητικών πηγών και $\mathbf{a}_{\mathbf{E,n}}^{\mathbf{S}_i}$, $\mathbf{a}_{\mathbf{H,n}}^{\mathbf{S}_i}$ είναι οι συναρτήσεις βάρους που αντιστοιχούν στις συναρτήσεις βάσης ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου αντίστοιχα της n-ιοστής πηγής του εκάστοτε συνόλου βοηθητικών πηγών.

Στην γενική περίπτωση, τα αναπτύγματα για το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο (σχέσεις (2.1),(2.2) ή (2.5),(2.6)) δύνανται να είναι τελείως ανεξάρτητα μεταξύ τους. Κάθε πεδιακή συνιστώσα μπορεί να προσεγγιστεί είτε απευθείας, χρησιμοποιώντας ανάπτυγμα, είτε να υπολογιστεί δευτερογενώς από άλλες πεδιακές συνιστώσες (μέθοδος MMP, [9]). Στην προκειμένη περίπτωση, όπως και στις περισσότερες εφαρμογές, για πρακτικούς λόγους επιλέγεται ίδιο πλήθος βοηθητικών πηγών n σε κάθε περίπτωση ενώ και οι θέσεις των βοηθητικών πηγών που απαρτίζουν τα αναπτύγματα επιλέγονται να είναι κοινές. Επίσης οι συναρτήσεις βάσης $\mathbf{F_n}$ είναι γνωστές αναλυτικές λύσεις της κυματικής εξίσωσης (για παράδειγμα δυαδικές συναρτήσεις Green σε 3D προβλήματα) και οι άγνωστοι συντελεστές βάρους $\mathbf{a_n}$ είναι διανύσματα.

Στην απλούστερη περίπτωση εφαρμογής της MAS σε τέλεια αγώγιμους (Perfectly Electric Conductors – PEC) σκεδαστές χρησιμοποιείται ένα σύνολο βοηθητικών πηγών, τοποθετημένο αυστηρά εντός του σώματος του PEC. Οι βοηθητικές πηγές θεωρείται ότι ακτινοβολούν, απουσία του PEC, σε έναν άπειρο, ομογενή, ισοτροπικό χώρο με τις υλικές

ιδιότητες του χώρου που περιβάλλει τον PEC. Η ανάπτυξη της MAS λύσης γίνεται χρησιμοποιώντας κατάλληλες εξισώσεις σε πλήρη αναλογία με τις σχέσεις (2.1) έως (2.4).

2.3 Επιλογή τύπου βοηθητικών πηγών

Στις αριθμητικές μεθόδους συναρτησιακής προσέγγισης, η επίτευξη της ζητούμενης ακρίβειας της λύσης επιχειρείται με την προσομοίωση του πεδίου με όσο το δυνατόν λιγότερες συναρτήσεις βάσης. Επιπλέον, συνήθως προτιμούνται συναρτήσεις βάσης οι οποίες έχουν ευελιξία εφαρμογής και μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων. Στις μεθόδους GMT οι πιο διαδεδομένες συναρτήσεις βάσης είναι τα αναπτύγματα ηλεκτρομαγνητικών πεδίων σε κυλινδρικές και σφαιρικές συντεταγμένες (multipoles-πολύπολα) [9]. Τα πολύπολα τοποθετούνται κατάλληλα, σε διακριτές θέσεις, ούτως ώστε να έχουν τοπική επιρροή στο άγνωστο πεδίο και να είναι μεταξύ τους αριθμητικά ανεξάρτητα. Η τάξη των πολυπόλων προσομοίωσης έχει άμεση συσχέτιση με το συνολικό πλήθος τους, καθώς όσο μικρότερη είναι η τάξη των πολυπόλων, τόσο μεγαλύτερο είναι ως επί το πλείστον το απαιτούμενο πλήθος τους. Συνήθως τα πολύπολα υψηλής τάξης επιλέγεται να τοποθετηθούν σε περιοχές όπου το πεδίο αναμένεται να έχει περίπλοκη, ιδιαίτερα ιδιόμορφη συμπεριφορά, όπως για παράδειγμα κοντά σε πεπλατυσμένες συνοριακές επιφάνειες ή αιχμές.

Επιπροσθέτως, σε πολλές περιπτώσεις υπολογισμού των χαρακτηριστικών σκέδασης σωμάτων με πεπλεγμένη γεωμετρία, έχει αποδειχτεί χρήσιμη η θεώρηση κατανεμημένων πηγών και κατανεμημένων πεδιακών κατανομών στις συνοριακές επιφάνειες [11]. Η σύγκλιση των σχετικών λύσεων είναι ταχεία, ενώ και η συνακόλουθη υπολογιστική πολυπλοκότητα μειώνεται σημαντικά. Τα ανωτέρω πλεονεκτήματα επιτυγχάνονται όμως εις βάρος της απλότητας και της ευκολίας εφαρμογής που χαρακτηρίζουν τις GMT μεθόδους.

Εξάλλου, τα λεγόμενα 'κανονικά αναπτύγματα' ('normal expansions') αποτελούν υπέρθεση εισερχόμενων και εξερχόμενων κυμάτων και χρησιμοποιούνται σε σφαιρικά ή σχεδόν σφαιρικά προβλήματα για την προσέγγιση της ακτινικής συμπεριφοράς του πεδίου. Από την άλλη μεριά, δεν είναι δυνατή η πολλαπλή χρησιμοποίησή τους καθώς δεν έχουν τοπική συμπεριφορά.

Επιπλέον, για τις περιπτώσεις δομών που χαρακτηρίζονται από υψηλό λόγο επιφάνειας προς όγκο, όπως τα λεπτά σύρματα, έχουν αποδειχθεί κατάλληλα τα αναπτύγματα τα οποία περιέχουν συναρτήσεις Green:

$$G(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \frac{e^{jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \tag{2.7}$$

Στην (2.7) k είναι ο κυματαριθμός στο μέσο διάδοσης, $\mathbf{r}$ είναι το διάνυσμα της θέσης του σημείου παρατήρησης και $\mathbf{r}'$ είναι το διάνυσμα της θέσης του αναπτύγματος Green.

Ακόμη σε περιπτώσεις σκεδαστών που αποτελούνται από υλικά με υψηλές ηλεκτρικές απώλειες, εντός των οποίων τα πεδία εξασθενούν πολύ γρήγορα, χρησιμοποιούνται προσεγγιστικές οριακές συνθήκες (Impedance Boundary Conditions) προκειμένου να ξεπεραστούν αριθμητικές δυσκολίες που σχετίζονται με έντονες μεταβολές των πεδίων.

Στην περίπτωση της MAS, οι συναρτήσεις βάσης που χρησιμοποιούνται επιλέγονται με βασικό κριτήριο την ικανοποίηση της κυματικής εξίσωσης στο χωρίο όπου επιζητείται η MAS προσέγγιση. Η MAS, αν και αναπτύχθηκε ανεξάρτητα, μπορεί να θεωρηθεί ως ειδική περίπτωση των μεθόδων GMT, αφού ενεργοποιούνται μόνο οι σχετικοί όροι μηδενικής τάξης. Το χαρακτηριστικό γνώρισμα τους είναι ότι έχουν εν γένει φυσική ερμηνεία για αυτόν τον λόγο αποκαλούνται και βοηθητικές 'πηγές'. Όταν το προσπίπτον ηλεκτρομαγνητικό πεδίο έχει πόλωση Transverse Magnetic (TM) χρησιμοποιούνται βοηθητικές πηγές που εκπέμπουν στοιχειώδη ηλεκτρικά πεδία, ενώ για Transverse Electric (TE) πόλωση οι βοηθητικές πηγές εκπέμπουν στοιχειώδη μαγνητικά πεδία. Όταν η πόλωση είναι τυχαία, το προσπίπτον πεδίο μπορεί να αναλυθεί σε TM και TE κύματα και η επίλυση επιτυγχάνεται με υπέρθεση των επιμέρους προβλημάτων. Σε προβλήματα 2D στην MAS, συνήθως χρησιμοποιούνται νηματοειδείς ηλεκτρικές ή μαγνητικές πηγές, ενώ σε 3D περιπτώσεις ως βοηθητικές πηγές προτιμούνται, ως επί το πλείστον, ζεύγη εγκάρσιων ηλεκτρικών ή μαγνητικών στοιχειωδών δίπολων Hertz [12].

Αξίζει ακόμη να αναφερθεί ότι σε περιπτώσεις λεπτών ή επίπεδων σκεδαστών δύναται να χρησιμοποιηθεί η λεγόμενη τροποποιημένη MAS (Modified MAS-MMAS) [13] στην οποία θεωρούνται πλέον ως άγνωστοι τα ίδια τα ρεύματα και τα φορτία των βοηθητικών πηγών και όχι τα πεδία που παράγουν, όπως συμβαίνει στην κλασική MAS. Το σημαντικότερο όφελος που προσδίδει η MMAS είναι η αποφυγή μαθηματικών εκφράσεων που περιέχουν αναλυτικές παραγώγους της βαθμωτής συνάρτησης Green και των συνακόλουθων ιδιομορφιών υψηλής τάξης, με συνέπεια την βελτιωμένη ακρίβεια της MMAS προσέγγισης. Η MMAS έχει εφαρμοστεί με επιτυχία στην ανάλυση μικροταινιακών και ελικοειδών κεραιών [13,14].

2.4 Οριακές Συνθήκες

Μετά την επιλογή των κατάλληλων συναρτήσεων βάσης – βοηθητικών πηγών για την προσομοίωση του πεδίου, είναι απαραίτητη η ικανοποίηση των οριακών συνθηκών του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου προκειμένου να κατασκευαστεί ένα σύστημα εξισώσεων για την εύρεση των αγνώστων ρευματικών συντελεστών. Επισημαίνεται ότι η συνθήκη ακτινοβολίας

στο άπειρο ικανοποιείται αυτόματα από τις βοηθητικές πηγές που προσομοιώνουν το αντίστοιχο χωρίο. Στην συνοριακή επιφάνεια ∂S μεταξύ των χωρίων I και II ισχύουν οι ακόλουθες οριακές συνθήκες:

$$\hat{n} \times \mathbf{E}^{I} = \hat{n} \times \mathbf{E}^{II} \tag{2.8}$$

$$\hat{n} \cdot \varepsilon_{I} \mathbf{E}^{I} = \hat{n} \cdot \varepsilon_{II} \mathbf{E}^{II} + \rho_0 \tag{2.9}$$

$$\hat{n} \times \mathbf{H}^{I} = \hat{n} \times \mathbf{H}^{II} + \mathbf{j}_0 \tag{2.10}$$

$$\hat{n} \cdot \mu_{I} \mathbf{H}_{I} = \hat{n} \cdot \mu_{II} \mathbf{H}_{II} \tag{2.11}$$

όπου $\hat{n}$ είναι ένα διάνυσμα κάθετο στην συνοριακή επιφάνεια, (ε_I, μ_I) και ($\varepsilon_{II}, \mu_{II}$) είναι τα χαρακτηριστικά του υλικού από το οποίο αποτελείται το χωρίο I και το χωρίο II αντίστοιχα και ρ_0, $\mathbf{j_0}$ οι επιφανειακές κατανομές άγνωστων φορτίων και ρευμάτων στην ∂S αντίστοιχα, οι οποίες θεωρούνται αμφότερες μηδενικές. Ανάγοντας τις ανωτέρω οριακές συνθήκες στο σύστημα συντεταγμένων ενός εκάστου σημείου επιβολής, με μία κάθετη και δύο εφαπτομενικές συνιστώσες ($\hat{e}_n, \hat{e}_{t1}, \hat{e}_{t2}$) προκύπτουν οι ακόλουθες έξι εξισώσεις:

$$\varepsilon_{I} E_n^{I} = \varepsilon_{II} E_n^{II} \tag{2.12α}$$

$$E_{t1}^{I} = E_{t1}^{II} \tag{2.12β}$$

$$E_{t2}^{I} = E_{t2}^{II} \tag{2.12γ}$$

$$\mu_{I} H_n^{I} = \mu_{II} H_n^{II} \tag{2.12δ}$$

$$H_{t1}^{I} = H_{t1}^{II} \tag{2.12ε}$$

$$H_{t2}^{I} = H_{t2}^{II} \tag{2.12ζ}$$

Οι εξισώσεις των κάθετων συνιστωσών είναι εξαρτημένες από τις εξισώσεις των εφαπτομενικών συνιστωσών, ούτως ώστε, από τις ανωτέρω, μόνο οι τέσσερις εξισώσεις να είναι γραμμικώς ανεξάρτητες. Στην προκειμένη περίπτωση όμως, επειδή στην MAS οι οριακές συνθήκες δεν ικανοποιούνται επακριβώς αλλά προσεγγιστικά, παύει να ισχύει η γραμμική εξάρτηση. Ως εκ τούτου, θεωρητικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν κατά την διαδικασία επίλυσης και οι έξι εξισώσεις (2.12α-2.12ζ) για την στάθμιση των σχετικών σφαλμάτων των οριακών συνθηκών.

Πρέπει να σημειωθεί ότι η MAS προσέγγιση δεν έχει εφαρμογή εντός τέλεια αγώγιμων περιοχών στις οποίες το πεδίο μηδενίζεται. Οι οριακές συνθήκες στην επιφάνεια ενός τέλεια αγώγιμου χωρίου εκφυλίζονται στις ακόλουθες:

$$E_{t1} = 0 \tag{2.13α}$$

$$E_{t2} = 0 \tag{2.13β}$$

$$\mu H_n = 0 \tag{2.13γ}$$

Οι άγνωστες επιφανειακές κατανομές φορτίων και ρευμάτων σε αυτήν την περίπτωση μπορούν να προκύψουν από σχέσεις ανάλογες με τις (2.9) και (2.10).

2.5 Ιδιάζουσες περιοχές του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου και εφαρμογή της MAS

Η αποδοτικότητα της MAS εξαρτάται αποφασιστικά από τις αναλυτικές ιδιότητες του σκεδαζόμενου πεδίου και συγκεκριμένα από τον χαρακτήρα και την θέση των ιδιάζουσων περιοχών του (singularities). Οι περιοχές αυτές αποτελούνται από σημεία στα οποία το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο απειρίζεται ή δεν διατηρεί τις ιδιότητες συνεχείας των παραγώγων του. Έχει αποδειχτεί ότι κάθε σκεδαζόμενο πεδίο το οποίο μεταφέρει ενέργεια στο άπειρο οφείλει να έχει περιοχές ιδιάζουσων πηγών εντός πεπερασμένου χωρίου, διαφορετικά το σκεδαζόμενο πεδίο έχει εκ ταυτότητος μηδενική τιμή παντού [15]. Στην περίπτωση της MAS, κατά την διερεύνηση των ιδιάζουσων περιοχών, πρέπει να ληφθεί επιπροσθέτως υπόψη η αναλυτική επέκταση του σκεδαζόμενου πεδίου εντός του σκεδαστή.

Οι ιδιάζουσες περιοχές των πεδίων μπορεί να συνίστανται σε διακριτά σημεία, γραμμές ή επιφάνειες. Από φυσικής άποψης, μπορούν να ερμηνευτούν ως τα είδωλα του πεδίου διέγερσης με αναφορά στην αντίστοιχη διαχωριστική επιφάνεια. Ως εκ τούτου ο τύπος, η θέση και η ένταση των ιδιάζουσων πηγών εξαρτώνται από την γεωμετρία του σκεδαστή αλλά και από τα χαρακτηριστικά των προσπίπτοντων πεδίων.

Η γνώση της θέσης των ιδιάζουσων πηγών έχει καταλυτική σημασία κατά την εφαρμογή της MAS. Η επιλογή της βοηθητικής επιφάνειας στην οποία κατανέμονται οι πηγές πρέπει να γίνεται με τρόπο ώστε αυτή να περικλείει το σύνολο των ιδιάζουσων περιοχών. Η απαίτηση αυτή απορρέει από την ομαλή συμπεριφορά των πεδίων των βοηθητικών πηγών εκτός της βοηθητικής επιφάνειας. Ο τύπος της ιδιομορφίας καθορίζεται από την συμπεριφορά της αναλυτικής επέκτασης του σκεδαζόμενου πεδίου πέριξ των ιδιαζόντων σημείων και μπορεί να έχει λογαριθμική μορφή (τύπου $\log|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$), μορφή πόλου τάξης n (τύπου $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^{-n}$) ή μορφή ουσιώδους απειρισμού (τύπου ∞). Η γνώση του τύπου της ιδιομορφίας αποτελεί χρήσιμη πληροφορία για την επιλογή του προσήκοντος τύπου των βοηθητικών πηγών σε κάθε περίπτωση.

Έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι για τον προσδιορισμό της θέσης των ιδιαζόντων σημείων του πεδίου. Οι μέθοδοι αυτοί βασίζονται κυρίως σε αναλυτικές και εμπειρικές προσεγγίσεις, χωρίς να έχουν όμως γενικό πεδίο εφαρμογής. Σε μη κανονικά προβλήματα και όταν τα πεδία διέγερσης είναι σύνθετα, η εύρεση των ιδιομορφιών του πεδίου είναι πρακτικά

αδύνατη ή περιλαμβάνει κοπιώδεις αριθμητικές προσεγγίσεις με δυσανάλογο κόστος εις βάρος της απλότητας και της υπολογιστικής πολυπλοκότητας της μεθόδου.

2.6 Κατανομή βοηθητικών πηγών στον χώρο

Το σημαντικότερο ζήτημα που αναδεικνύεται κατά την εφαρμογή της MAS και των συγγενών GMT μεθόδων είναι δίχως άλλο η κατάλληλη κατανομή των βοηθητικών πηγών προσομοίωσης στο εκάστοτε χωρίο, αφού αυτή επηρεάζει αποφασιστικά την σύγκλιση της αριθμητικής λύσης. Δεδομένου ότι δεν υφίστανται κανόνες γενικής εφαρμογής, ούτε γενικευμένες συναρτήσεις κατανομής για την τοποθέτηση των βοηθητικών πηγών, υιοθετούνται συνήθως διάφοροι εμπειρικοί κανόνες, οι οποίοι έχουν αποδειχτεί αποδοτικοί στην πράξη σε ένα ευρύ φάσμα ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων. Οι κανόνες αυτοί λαμβάνουν υπόψη κυρίως την γεωμετρία των δομών που εμπλέκονται στο πρόβλημα αλλά έχουν διατυπωθεί και προτάσεις για την κατανομή των πηγών ανάλογα με τη μορφή του προσπίπτοντος πεδίου.

Πρωτίστως, επισημαίνεται ότι, εν γένει, η βοηθητική επιφάνεια στην οποία κατανέμονται οι πηγές προσομοίωσης θα πρέπει να περιλαμβάνει εντός της το σύνολο των ιδιαζόντων σημείων του σκεδαζόμενου πεδίου, για λόγους αναλυτικής συνέχειας και σύγκλισης της αριθμητικής λύσης. Εναλλακτικά, η βοηθητική επιφάνεια θα πρέπει να επιλέγεται έτσι ώστε να μην υπάρχουν ιδιάζοντα σημεία μεταξύ αυτής και της συνοριακής επιφάνειας του χωρίου. Διαφορετικά, η παραβίαση αυτής της απαίτησης, ενδέχεται να οδηγήσει ακόμη και σε αποκλίνουσες λύσεις. Πρέπει όμως να σημειωθεί ότι όταν στο ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα σκέδασης εμπεριέχονται περίπλοκες δομές και αυθαίρετα πεδία διέγερσης, η ανίχνευση των ιδιαζόντων σημείων αποτελεί μία διαδικασία που χαρακτηρίζεται από υπέρογκο υπολογιστικό φόρτο.

Για την ειδικότερη περίπτωση της MAS έχουν προταθεί οι ακόλουθες εμπειρικές κατευθύνσεις για την τοποθέτηση των πηγών [16]:

Αρχικά, προτείνεται η βοηθητική επιφάνεια να κατασκευάζεται έτσι ώστε τα σημεία της να ισαπέχουν από την συνοριακή επιφάνεια S κατά μία απόσταση d. Με αυτόν τον τρόπο οι βοηθητικές πηγές κατανέμονται σύμμορφα με την S και εξασφαλίζεται η ευστάθεια του προκύπτοντος συστήματος γραμμικών εξισώσεων. Η βέλτιστη τιμή της παραμέτρου d εξαρτάται από τον αριθμό των βοηθητικών πηγών, την πολυπλοκότητα του προσπίπτοντος πεδίου και την ζητούμενη ακρίβεια και επιτυγχάνεται συνήθως με ένα πεπερασμένο πλήθος δοκιμών.

Ακόμη, για σκεδαστές ή χωρία με περίπλοκη συνοριακή επιφάνεια S, η απόσταση μεταξύ βοηθητικής και συνοριακής επιφάνειας θα πρέπει να ικανοποιεί την συνθήκη

$d < R^{+}_{\min}$, όπου $R^{+}_{\min}$ είναι η ελάχιστη ακτίνα θετικής καμπυλότητας της S. Με την εφαρμογή αυτού του κανόνα επιχειρείται η αποφυγή ύπαρξης ιδιαζόντων σημείων που οφείλονται στην γεωμετρία του σκεδαστή, ανάμεσα στην βοηθητική επιφάνεια και την S. Επίσης, σε προβλήματα που περιλαμβάνουν σκεδαστές με αιχμές, είναι δυνατόν να προσεγγιστεί η συνοριακή επιφάνεια στα σημεία αιχμών από μία σχετικά λεία επιφάνεια κατάλληλης ακτίνας καμπυλότητας R^{+}_{approx}. Σε αυτήν την περίπτωση η βοηθητική επιφάνεια θα πρέπει να κατασκευαστεί ικανοποιώντας την απαίτηση $d < R^{+}_{approx}$.

Επιπροσθέτως, σε προβλήματα σκέδασης από κλειστά σώματα, η μορφή και οι διαστάσεις της βοηθητικής επιφάνειας καθορίζουν και τις ιδιοσυχνότητες συντονισμού αυτής. Αυτές δεν θα πρέπει να αντιστοιχούν στην συχνότητα του προσπίπτοντος κύματος, καθώς διαφορετικά λαμβάνει χώρα υπέρθεση του αυτοδιεγειρόμενου πεδίου, το οποίο ικανοποιεί το πρόβλημα οριακών συνθηκών. Η συνέπεια αυτού του ανεπιθύμητου φαινομένου είναι η παραγωγή λύσεων με υψηλά σχετικά σφάλματα. Για την αποφυγή του ακολουθείται συνήθως μια διαδικασία επαναλαμβανόμενης δοκιμής και απόρριψης.

Ένας ακόμη ημιεμπειρικός κανόνας της MAS ορίζει ότι η θέση των βοηθητικών πηγών κείται επί της καυστικής επιφάνειας του σκεδαζόμενου πεδίου [17]. Σε αυτήν την περίπτωση είναι δυνατή η επίτευξη αριθμητικών λύσεων ικανοποιητικής ακρίβειας με χρήση μικρότερου πλήθους βοηθητικών πηγών [18]. Η εύρεση της καυστικής επιφάνειας όμως είναι δυνατή αναλυτικά μόνο για ορισμένες κανονικές γεωμετρίες, καθιστώντας ανέφικτη την γενική εφαρμογή του κανόνα. Επίσης το σφάλμα της οριακής συνθήκης είναι εξαιρετικά ευαίσθητο όσον αφορά την θέση των πηγών, καθώς διαφοροποιείται σημαντικά ακόμη και με μικρές μετακινήσεις αυτών.

Παράλληλα με τους εμπειρικούς κανόνες της MAS έχουν αναπτυχθεί προτάσεις για την χωρική κατανομή των πηγών προσομοίωσης και σε συγγενείς GMT μεθόδους. Όπως είναι προφανές, έχουν ιδιαίτερη σημασία και σε πολλές περιπτώσεις άμεση εφαρμογή στην MAS και για αυτούς τους λόγους, περιγράφονται στην συνέχεια [9]:

Ο πρώτος γεωμετρικός κανόνας ορίζει ότι κάθε πολυπολική πηγή πρέπει να βρίσκεται εκτός του χωρίου στο οποίο επιθυμείται η προσομοίωση. Ο λόγος για αυτήν την απαίτηση απορρέει από την συνακόλουθη ιδιομορφία που προκαλείται στο σημείο που τοποθετείται η νοητή πηγή.

Ο δεύτερος γεωμετρικός κανόνας περιλαμβάνει την διαμέριση της συνοριακής επιφάνειας ∂S σε ένα πεπερασμένο πλήθος L μη επικαλυπτόμενων τμημάτων. Σε κάθε τμήμα της συνοριακής επιφάνειας αντιστοιχεί μία πολυπολική πηγή. Επίσης κάθε τμήμα της ∂S, το οποίο μπορεί προσεγγιστικά να θεωρηθεί ότι αποτελεί το ευθύγραμμο τμήμα ∂S_L, πρέπει να φαίνεται υπό περίπου σταθερή γωνία ϕ_L από την θέση της αντίστοιχης

πολυπολικής πηγής. Ο βέλτιστος υπολογισμός της ϕ_L υπόκειται σε δύο αλληλοσυγκρουόμενους περιορισμούς. Όσο μικρότερη είναι η ϕ_L τόσο μικρότερη είναι και η απόσταση των γειτονικών πολυπολικών πηγών, με αποτέλεσμα την ανεπιθύμητη ισχυρή αριθμητική εξάρτηση μεταξύ τους. Από την άλλη πλευρά, για μεγάλες τιμές της ϕ_L, αυξάνεται η απόσταση των πηγών από την ∂S με συνέπεια να απαιτούνται συναρτήσεις βάσης υψηλότερης τάξης για να επιτευχθεί η προσομοίωση και να χειροτερεύει ο ρυθμός σύγκλισης.

Ο τρίτος γεωμετρικός κανόνας υπαγορεύεται από τον τοπικό χαρακτήρα των βοηθητικών πηγών προσομοίωσης. Μπορεί να θεωρηθεί ότι η περιοχή πρωτεύουσας επιρροής κάθε πολυπολικής πηγής, η οποία δεν χαρακτηρίζεται από κατευθυντικότητα οποιασδήποτε μορφής, μπορεί να προσεγγιστεί στις δύο διαστάσεις από ένα κύκλο. Μέσα στις περιοχές πρωτεύουσας επιρροής κάθε πολυπολικής πηγής δεν θα πρέπει να βρίσκεται καμία άλλη πολυπολική πηγή. Επίσης, σε συνάρτηση με τον δεύτερο κανόνα, οι περιοχές πρωτεύουσας επιρροής δεν θα πρέπει να επικαλύπτονται στην ∂S.

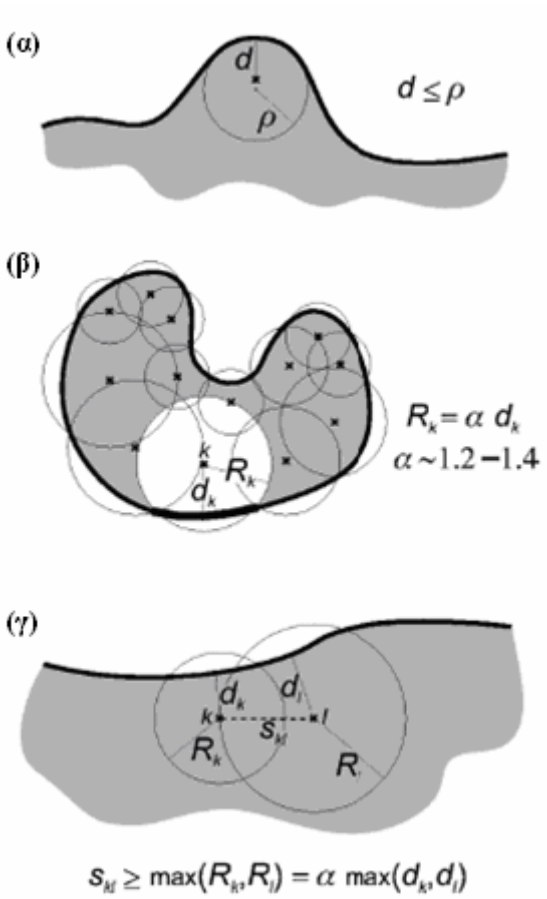
Ο τέταρτος γεωμετρικός κανόνας καθορίζει την έκταση της περιοχής πρωτεύουσας επιρροής των βοηθητικών πολυπόλων. Η περιοχή αυτή είναι ένας κύκλος γύρω από την θέση της εκάστοτε νοητής πηγής με ακτίνα R_L ίση με $\alpha d_{L,\min}$, όπου $d_{L,\min}$ η ελάχιστη απόσταση της πηγής από την ∂S και $\alpha = \sqrt{2}$. Τέλος ένας ακόμη εμπειρικός κανόνας υπαγορεύει ότι θα πρέπει $d_{L,\min} < \lambda$, όπου λ το μήκος κύματος του πεδίου διέγερσης.

Οι ανωτέρω κανόνες έχουν περιληφθεί σε έναν αλγόριθμο ο οποίος αποπειράται να αυτοματοποιήσει την διαδικασία τοποθέτησης των πολυπολικών πηγών σε 2D προβλήματα κυλινδρικών σωμάτων (Automatic Multipole Setting – AMS) [19]. Ο AMS κατανέμει τις πηγές αντλώντας την απαραίτητη πληροφορία για την επίλυση του προβλήματος από την γεωμετρία της εκάστοτε συνοριακής επιφάνειας.

Αρχικά, αναμένεται η αύξηση της πολυπλοκότητας των πεδίων στις περιοχές όπου η συνοριακή επιφάνεια έχει περίπλοκη γεωμετρία. Αυτό συμβαίνει διότι τα πεδία σε αυτές τις περιοχές ενδέχεται να είναι εστιασμένα ή να προσεγγίζουν μια κατάσταση συντονισμού. Η αναπαράσταση των πεδίων σε αυτές τις περιπτώσεις επιτυγχάνεται με την χρήση πυκνότερης κατανομής βοηθητικών πηγών. Ακολούθως, είναι επιθυμητή η χρήση του ελάχιστου δυνατού πλήθους βοηθητικών πηγών με σκοπό τον περιορισμό της υπολογιστικής πολυπλοκότητας της λύσης. Συνεπώς, απαιτείται μειωμένη πυκνότητα βοηθητικών πηγών κοντά σε περιοχές της συνοριακής επιφάνειας με ομαλή γεωμετρία. Ακόμη, οι βοηθητικές πηγές πρέπει να τοποθετούνται με γνώμονα την αποφυγή της αριθμητικής εξάρτησης μεταξύ τους.

Οι προαναφερθείσες απαιτήσεις ικανοποιούνται στον AMS με την εφαρμογή ευριστικών κανόνων οι οποίοι εδράζονται στους εμπειρικούς κανόνες της GMT αλλά και της MAS:

1) Αν η πολυπολική πηγή βρίσκεται στο κοίλο μέρος ενός τμήματος της συνοριακής επιφάνειας S, τότε η απόστασή της d από την συνοριακή επιφάνεια θα πρέπει να είναι $d \leq \rho$, όπου ρ η τοπική ακτίνα καμπυλότητας της S (Σχήμα 3α).
2) Κάθε τμήμα της συνοριακής επιφάνειας S πρέπει να βρίσκεται εντός της περιοχής πρωτεύουσας επιρροής κάποιας πολυπολικής πηγής (Σχήμα 3β).
3) Έστω δύο πολυπολικές πηγές με ελάχιστες αποστάσεις από την S ίσες με d_k και d_l και ακτίνες πρωτεύουσας επιρροής ίσες με R_k και R_l αντίστοιχα. Αν οι περιοχές πρωτεύουσας επιρροής τους επικαλύπτονται στην συνοριακή επιφάνεια S, τότε η απόσταση μεταξύ τους $s_{k,l}$ πρέπει να είναι $s_{k,l} \geq \max(R_k, R_l) = a \max(d_k, d_l)$ όπου $a \in [1.2,\ 1.4]$ (Σχήμα 3γ).



Σχήμα 3 – Κανόνες κατανομής των βοηθητικών πολυπολικών πηγών σύμφωνα με τον αλγόριθμο AMS. Πηγή [19].

Ο πρώτος κανόνας του αλγόριθμου AMS εξασφαλίζει την πυκνότερη κατανομή των βοηθητικών πολυπόλων κοντά σε περιοχές της S που παρουσιάζουν υψηλή καμπυλότητα και σχετίζεται με εμπειρικό κανόνα της MAS που αναπτύχθηκε προηγουμένως. Ο δεύτερος

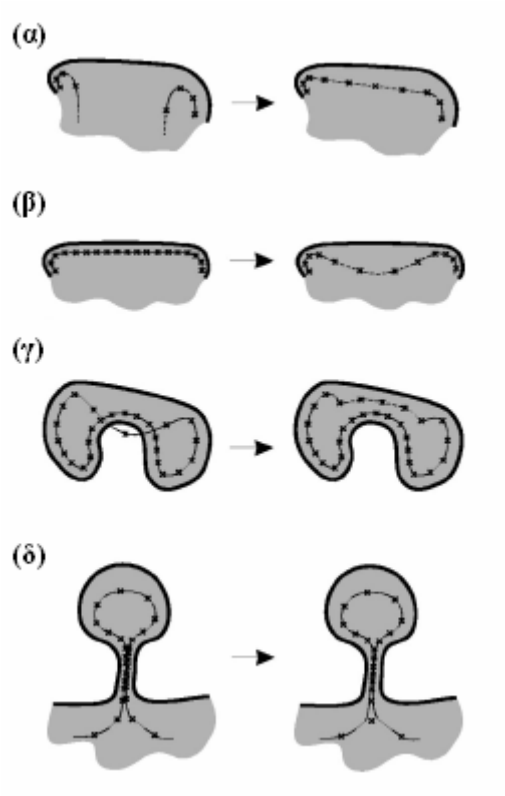
κανόνας επιτρέπει την ακριβή ικανοποίηση των οριακών συνθηκών σε κάθε τμήμα της ∂S, ενώ ο τρίτος χρησιμοποιείται για την εξάλειψη της αριθμητικής εξάρτησης μεταξύ γειτονικών πολυπόλων.

Η εφαρμογή του αλγόριθμου AMS περιλαμβάνει την κατασκευή μιας βοηθητικής επιφάνειας εκτός του χωρίου στο οποίο ζητείται η αριθμητική προσομοίωση. Η βοηθητική επιφάνεια, πάνω στην οποία κατανέμονται οι πολυπολικές πηγές, αναπτύσσεται παράλληλα, υπό την ευρεία έννοια, στην συνοριακή επιφάνεια S και σε απόσταση από την S που καθορίζεται από την τοπική ακτίνα καμπυλότητας της υπόψη γεωμετρίας. Σε περιοχές όπου η ακτίνα καμπυλότητας είναι μικρή πλησιάζει την S, ενώ σε περιοχές όπου η ακτίνα καμπυλότητας είναι μεγάλη απομακρύνεται από την S. Οι γειτονικές, διαδοχικές βοηθητικές πηγές δεν θα πρέπει να βρίσκονται ούτε πολύ κοντά, ούτε πολύ μακριά μεταξύ τους. Με βάση τους κανόνες του AMS εφαρμόζεται πυκνότερη κατανομή βοηθητικών πηγών κοντά στις περιοχές ανωμαλίας της S σε σύγκριση με τις κανονικές περιοχές της S.

Εκ των ανωτέρω συνάγεται ότι η βοηθητική επιφάνεια κατασκευάζεται λαμβάνοντας υπόψη μόνο την τοπική μορφολογία της υπό έλεγχο γεωμετρίας. Για την γενικότερη εφαρμογή του αλγόριθμου AMS σε προβλήματα με σώματα αυθαίρετης γεωμετρίας απαιτούνται ορισμένες αναγκαίες βελτιώσεις, όπως για παράδειγμα η συνοριακή επιφάνεια αποτελείται από ευθύ τμήμα. Σε αυτήν την περίπτωση η τοπική ακτίνα καμπυλότητας προσεγγίζει το άπειρο και για αυτόν τον λόγο η βοηθητική επιφάνεια προκύπτει με χρήση παρεμβολής μεταξύ των γειτονικών τμημάτων της (Σχήμα 4α). Επιπροσθέτως, όταν το ευθύ τμήμα έχει μεγάλο μήκος σε σχέση με τις ακτίνες καμπυλότητας των γειτονικών τμημάτων της S, παράγεται ένα ανεπιθύμητα υψηλό πλήθος βοηθητικών πηγών (Σχήμα 4β). Για την αποφυγή αυτής της ατέλειας, χρησιμοποιείται ένα ειδικό είδος παρεμβολής με την οποία η βοηθητική επιφάνεια απομακρύνεται από την S κοντά στο κέντρο του ευθέος τμήματος. Στην συνέχεια, σε σώματα με στενώσεις, είναι πιθανό ο AMS να κατανείμει κάποια βοηθητική πηγή εκτός της επιτρεπόμενης περιοχής. Το πρόβλημα αυτό διορθώνεται με την κατάλληλη διαμόρφωση της βοηθητικής επιφάνειας (Σχήμα 4γ). Ακόμη σε περιπτώσεις κατά τις οποίες οι γειτονικές βοηθητικές πηγές κατανέμονται εξαιρετικά κοντά μεταξύ τους, είναι δυνατή η εκ των υστέρων αντικατάστασή τους από μία και μόνη πολυπολική πηγή (Σχήμα 4δ).

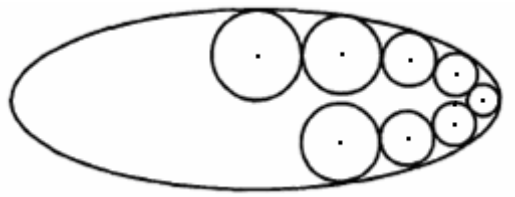
Με τις μετατροπές που αναλύθηκαν προηγουμένως, ο αλγόριθμος AMS παύει να έχει αποκλειστικά τοπικό χαρακτήρα. Λαμβάνοντας υπόψη εκτεταμένα τμήματα της συνοριακής επιφάνειας, κατανέμει τις βοηθητικές πηγές εκμεταλλευόμενος σφαιρικά τις πληροφορίες που παρέχει η γεωμετρία του υπό εξέταση σώματος. Η βελτιστοποίηση όμως αυτή, στην πράξη εμπεριέχει εκ των υστέρων μετατροπές της βοηθητικής επιφάνειας με κατάλληλη επιλογή συναρτήσεων παρεμβολής, ενώ σε αρκετές περιπτώσεις είναι αναγκαία και η χειρωνακτική

τοποθέτηση ή αφαίρεση ορισμένων πηγών που κατανέμει ο AMS, με συνέπεια την απώλεια της πλήρως αυτοματοποιημένης διαδικασίας. Πρέπει ακόμη να σημειωθεί ότι ο AMS αλγόριθμος δεν συνυπολογίζει κρίσιμες παραμέτρους του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος, όπως είναι η μορφή του πεδίου διέγερσης και οι υλικές ιδιότητες των εμπλεκομένων σωμάτων.



Σχήμα 4 – Βελτιώσεις του αλγόριθμου AMS. Πηγή [19].

Εξάλλου, έχει παρουσιαστεί μία τεχνική η οποία επιταχύνει σημαντικά την σύγκλιση της αριθμητικής λύσης, κυρίως σε προβλήματα που περιλαμβάνουν ελλειπτικούς κυλίνδρους με σχετικά υψηλή αναλογία μηκών μεταξύ μεγάλου και μικρού άξονα [20]. Σε αυτήν την περίπτωση οι βοηθητικές πηγές κατανέμονται στα κέντρα κύκλων οι οποίοι εφάπτονται με την συνοριακή επιφάνεια, αλλά και μεταξύ τους (Σχήμα 5). Η τεχνική αυτή εδράζεται στην ιδέα των περιοχών πρωτεύουσας επιρροής γύρω από τις βοηθητικές πηγές και αντιστοιχεί μεγαλύτερο πλήθος πηγών κοντά στις ζώνες με μικρή ακτίνα καμπυλότητας τοποθετώντας ταυτόχρονα αυτές πιο κοντά στην συνοριακή επιφάνεια. Από την άλλη μεριά όμως, έχει εφαρμοστεί μόνο σε κυλίνδρους με κυκλική και ελλειπτική διατομή και δεν μπορεί να αποτελέσει γενικό κανόνα τοποθέτησης των πηγών στις GMT μεθόδους.



Σχήμα 5 – Κατανομή βοηθητικών πηγών στα κέντρα εφαπτόμενων κύκλων σε κυλίνδρους ελλειπτικής διατομής.

Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφερθεί ότι η σύγκλιση και η ακρίβεια της αριθμητικής λύσης της MAS και των συγγενών GMT μεθόδων, μπορούν να βελτιωθούν υπό προϋποθέσεις, όταν οι βοηθητικές πηγές τοποθετηθούν στον μιγαδικό χώρο. Με αυτόν τον τρόπο οι πηγές είναι δυνατόν να εκπέμπουν πιο εστιασμένα πεδία, προσεγγίζοντας καλύτερα τα σκεδαζόμενα πεδία σε περιοχές όπου μεταβάλλεται απότομα η γεωμετρία του σκεδαστή. Η σύγκλιση της αριθμητικής λύσης είναι δυνατόν να επιταχυνθεί, καθώς αυξάνονται οι διαθέσιμες παράμετροι για την βέλτιστη κατανομή των πηγών, προσδίδοντας στις GMT μεθόδους πρόσθετη ευελιξία. Το ζητούμενο και σε αυτήν την περίπτωση είναι η εύρεση της θέσης των βοηθητικών πηγών, η οποία αποκτά έναν πρόσθετο βαθμό δυσκολίας αφού εισάγεται η επιπλέον διάσταση στον φανταστικό χώρο. Συνήθως οι πηγές κατανέμονται στον πραγματικό χώρο σύμφωνα με τους γνωστούς εμπειρικούς κανόνες, ενώ οι φανταστικές συνιστώσες επιλέγονται σχετικά μικρές με βάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του σκεδαστή και με κατάλληλη συσχέτιση αναφορικά με τις πραγματικές συνιστώσες, ώστε να εξασφαλίζεται η τοποθέτηση των πηγών εντός του επιτρεπομένου χωρίου.

Η χρήση βοηθητικών πηγών στον μιγαδικό χώρο έχει αποδειχτεί εξαιρετικά αποδοτική στην ανάλυση προβλημάτων σκέδασης από πεπλατυσμένα σφαιροειδή [21] και από επιμήκη σώματα συμμετρικά ως προς τον άξονα [22]. Επίσης, η MAS σε σύνδεση με την θεωρία μιγαδικών ειδώλων έχει εφαρμοστεί με επιτυχία στην ανάλυση άπειρης σε μήκος ρευματικής γραμμής υπεράνω ημιάπειρου εδάφους με απώλειες [23]. Συμπερασματικά, η θέση των βοηθητικών πηγών στον μιγαδικό χώρο, έχει αποδειχτεί χρήσιμη σε πλειάδα ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων, αυξάνοντας την αποτελεσματικότητα των GMT τεχνικών με μία μικρή επιβάρυνση στην πολυπλοκότητα της αριθμητικής λύσης.

2.7 Επιλογή σημείων επιβολής των οριακών συνθηκών

Η εξαγωγή των εξισώσεων που περιέχουν τους άγνωστους ρευματικούς συντελεστές των βοηθητικών πηγών επιτυγχάνεται με την επιβολή των οριακών συνθηκών στις συνοριακές επιφάνειες (σχέσεις 2.8-2.12). Όταν το πλήθος των σημείων επιβολής ισούται με το πλήθος των βοηθητικών πηγών, τα σημεία επιβολής συνήθως κατανέμονται στις θέσεις προβολής των βοηθητικών πηγών στις συνοριακές επιφάνειες. Η επιλογή αυτή συμβάλλει

στην αριθμητική ευστάθεια των προκυπτόντων γραμμικών συστημάτων. Σε κάθε περίπτωση η ισομερής κατανομή τους στην συνοριακή επιφάνεια, σε συνδυασμό με την κατάλληλη τοποθέτηση των βοηθητικών πηγών οδηγεί συνήθως σε συγκλίνουσες αριθμητικές λύσεις.

Πρέπει να σημειωθεί ότι ο κυριότερος τρόπος εξαγωγής και εκμετάλλευσης κρίσιμης πληροφορίας για το ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα είναι η επιβολή των οριακών συνθηκών. Για αυτόν τον λόγο, όταν επιδιώκονται αριθμητικές λύσεις υψηλής ακρίβειας, επιλέγεται η γενικευμένη επιβολή των οριακών συνθηκών, κατά την οποία, όπως προαναφέρθηκε, το πλήθος των σημείων επιβολής υπερβαίνει το πλήθος των βοηθητικών πηγών. Ως αποτέλεσμα παράγονται υπερπροσδιορισμένα συστήματα γραμμικών εξισώσεων, τα οποία επιλύονται με ειδικές τεχνικές. Η πυκνότερη δειγματοληψία των συνοριακών επιφανειών από την άλλη μεριά επιβαρύνει το υπολογιστικό κόστος της αριθμητικής λύσης.

2.8 Επίλυση συστημάτων γραμμικών εξισώσεων

Οι πίνακες των γραμμικών συστημάτων που προκύπτουν κατά την εφαρμογή της MAS είναι συνήθως ιδιαίτερα πυκνοί και περιέχουν πολυάριθμους όρους με μιγαδικούς συντελεστές. Η αποδοτική επίλυση των γραμμικών συστημάτων είναι εφικτή μόνο με την χρησιμοποίηση των κατάλληλων αριθμητικών μεθόδων. Οι τεχνικές επίλυσης συστημάτων χωρίζονται γενικά σε δύο βασικές κατηγορίες: τις απευθείας και τις επαναληπτικές. Στις απευθείας τεχνικές ανήκουν η μέθοδος απαλοιφής Gauss (Gauss elimination), οι παραγοντοποιήσεις LU και Choleski (LU ή Choleski factorization) και η μέθοδος αποσύνθεσης QR (QR decomposition). Οι επαναληπτικές τεχνικές υπερτερούν στην επίλυση αραιών πινάκων, καθώς οι εμπλεκόμενοι υπολογισμοί αφορούν μόνο τα μη μηδενικά στοιχεία τους. Πρέπει να σημειωθεί ότι ο πρωταρχικός παράγοντας που συνεισφέρει στον υπολογιστικό φόρτο της MAS είναι η επίλυση του γραμμικού συστήματος, για αυτό πάντα επιδιώκεται ο περιορισμός του πλήθους των βοηθητικών πηγών και συνακόλουθα των αγνώστων συντελεστών τους. Ακόμη υπενθυμίζεται ότι όταν το πλήθος των εξισώσεων υπερβαίνει το πλήθος των αγνώστων, η επίλυση του γραμμικού συστήματος γίνεται, εισάγοντας τις απαραίτητες τροποποιήσεις στην εκάστοτε τεχνική επίλυσης, υπό την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων.

2.8.1 Δείκτης Κατάστασης

Ο δείκτης κατάστασης (condition number) ενός πίνακα $\mathbf{A}$ ορίζεται από την σχέση:

$$cond(\mathbf{A}) = \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{A}^{-1}\| \tag{2.14}$$

όπου με $\|.\|$ συμβολίζεται η νόρμα του πίνακα και $\mathbf{A}^{-1}$ είναι ο αντίστροφος του. Επισημαίνεται ότι ο δείκτης κατάστασης, όταν χρησιμοποιούνται νόρμες δεύτερης τάξης, ισούται με τον λόγο της μέγιστης προς την ελάχιστη ιδιοτιμή του πίνακα $\mathbf{A}$. Ο δείκτης κατάστασης αποτελεί μέτρο της ευαισθησίας της λύσης ενός συστήματος σε μικρές μεταβολές του πίνακα συντελεστών του. Επίσης δίνει μία ένδειξη της ακρίβειας αλλά και της δυσκολίας επίλυσης του γραμμικού συστήματος.

Ένας εμπειρικός κανόνας ορίζει ότι ο δεκαδικός λογάριθμος του δείκτη κατάστασης αντιστοιχεί στο πλήθος των δεκαδικών ψηφίων που μπορεί να απολέσει ο υπολογιστής λόγω σφαλμάτων στρογγυλοποίησης. Σύμφωνα με το IEEE πρότυπο οι αριθμοί διπλής ακρίβειας έχουν περί τα 16 δεκαδικά ψηφία ακρίβειας. Είναι επιθυμητό οι πίνακες συντελεστών να διαθέτουν μικρό δείκτη κατάστασης ο οποίος προσεγγίζει την μονάδα στην ιδεατή περίπτωση. Στην πράξη όμως και με αναφορά στις μεθόδους GMT, όσο πιο πολύπλοκο είναι το προς επίλυση ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα και όσο περισσότερες βοηθητικές πηγές απαιτούνται για την μοντελοποίησή του, τόσο πιο υψηλή είναι η πιθανότητα να εμφανιστεί ισχυρή αριθμητική εξάρτηση μεταξύ βοηθητικών πηγών και συνακόλουθα σύστημα εξισώσεων με αυξημένο δείκτη κατάστασης (ill-conditioning).

Κατά την εφαρμογή των GMT μεθόδων, σε καμία περίπτωση δεν πρέπει να αποτελεί αυτοσκοπό η αποφυγή δημιουργίας πινάκων συντελεστών με υψηλό δείκτη κατάστασης, καθώς, σε πολλά προβλήματα στην πράξη, οι GMT λύσεις υψηλής ακρίβειας συνοδεύονται από πίνακες με υψηλό δείκτη κατάστασης. Για αυτόν τον λόγο είναι απαραίτητη η χρησιμοποίηση τεχνικών ομαλοποίησης (regularization methods) που μπορούν να οδηγήσουν στην αξιόπιστη επίλυση τέτοιων γραμμικών συστημάτων. Οι τεχνικές ομαλοποίησης ενσωματώνουν στην λύση περισσότερες πληροφορίες από το υπό εξέταση πρόβλημα, καθώς εξισορροπούνται οι εμπλεκόμενες κρίσιμες παράμετροι του προβλήματος με συνέπεια την επίτευξη αποδοτικής και σταθερής λύσης.

2.8.2 Τεχνικές επίλυσης γραμμικών συστημάτων με υψηλό δείκτη κατάστασης

Η πλέον ισχυρή και αξιόπιστη μέθοδος επίλυσης γραμμικών συστημάτων με υψηλό δείκτη κατάστασης είναι η SVD (Singular Value Decomposition). Η SVD στηρίζεται στην εύρεση των k το πλήθος ιδιοτιμών του πίνακα $\mathbf{A}$ (τάξης k) και εφαρμόζεται τόσο σε τετραγωνικούς πίνακες, όσο και σε πίνακες συστημάτων με μεγαλύτερο πλήθος εξισώσεων από αγνώστους, όταν η επίλυση του προβλήματος γίνεται υπό την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων. Όταν υπάρχει σημαντική διαφορά μεταξύ των μεγάλων και των μικρών

ιδιοτιμών του πίνακα $\mathbf{A}$ συνίσταται η χρήση της λεγόμενης Truncated-SVD (TSVD) κατά την οποία επιλέγονται οι p μεγαλύτερες ιδιοτιμές $(p \leq k)$ και αγνοούνται οι μικρότερες. Το κυριότερο μειονέκτημα της SVD είναι το υψηλό υπολογιστικό κόστος που συνεπάγεται η εφαρμογή της [24].

Μια ακόμη ιδιαίτερα αποδοτική μέθοδος επίλυσης συστημάτων με υψηλό δείκτη κατάστασης είναι η ορθογώνια-τριγωνική αποσύνθεση QR. Η αξιόπιστη επίλυση επιτυγχάνεται ακόμα και για συστήματα με μεγάλο πλήθος αγνώστων, ενώ το υπολογιστικό κόστος της μεθόδου δεν είναι ιδιαίτερα επιβαρυντικό.

Εξάλλου, η μέθοδος ομαλοποίησης Tikhonov (Tikhonov Regularization Method) προσεγγίζει ικανοποιητικά προβλήματα που περιλαμβάνουν πίνακες με υψηλό δείκτη κατάστασης [25-26]. Η αποδοτική επίλυση των κανονικοποιήμενων κατά Tikhonov συστημάτων επιτυγχάνεται με χρήση των λεγόμενων περιστροφών Givens [24]. Η μέθοδος Tikhonov λαμβάνει υπόψη το σύνολο των k ιδιοτιμών του πίνακα $\mathbf{A}$ και ταιριάζει σε συστήματα των οποίων οι ιδιοτιμές εξασθενούν σταδιακά προς το μηδέν. Κρίσιμο ρόλο κατά την εφαρμογή της μεθόδου παίζει η επιλογή της παραμέτρου κανονικοποίησης των ιδιοτιμών. Η εύρεση της βέλτιστης τιμής της παραμέτρου είναι γενικά μία δύσκολη υπόθεση, η οποία μπορεί να εισάγει ανεπιθύμητη πολυπλοκότητα στο πρόβλημα.

2.8.3 Αξιοποίηση συμμετριών

Η αξιοποίηση τυχόν συμμετριών είναι πρωταρχικής σημασίας στην MAS, καθώς εξοικονομείται πολύτιμος υπολογιστικός χρόνος και μειώνονται οι απαιτήσεις σε μνήμη και υπολογιστική ισχύ. Το πρόβλημα οριακών συνθηκών ανάγεται ουσιαστικά στην επίλυση ισοδύναμων, μικρότερου μεγέθους προβλημάτων που προκύπτουν μετά την εφαρμογή των συμμετριών και τα οποία χαρακτηρίζονται από μικρότερο συνολικό υπολογιστικό κόστος. Κατά την εφαρμογή των κανόνων συμμετρίας και για την ορθή συμπλήρωση του πίνακα συντελεστών της MAS πρέπει να λαμβάνονται υπόψη τόσο η γεωμετρία του σκεδαστή, όσο και τα χαρακτηριστικά του πεδίου διέγερσης. Ως αποτέλεσμα παράγονται πίνακες συντελεστών με χαμηλότερο δείκτη κατάστασης, με συνέπεια την ταχύτερη σύγκλιση της αριθμητικής λύσης.

2.9 Ανάλυση σφαλμάτων – Επιβεβαίωση αριθμητικής λύσης

Ένα από τα κύρια πλεονεκτήματα της MAS και των συναφών GMT μεθόδων είναι ότι παρέχουν άμεση δυνατότητα εκτίμησης της ακρίβειας και της αξιοπιστίας της αριθμητικής

λύσης. Μια πρώτη αποτίμηση της ποιότητας της λύσης παρέχεται κατά τον υπολογισμό του μέσου τετραγωνικού σφάλματος των οριακών συνθηκών. Στην συνέχεια, ο υπολογισμός και η γραφική αναπαράσταση του σφάλματος στις συνοριακές επιφάνειες καταδεικνύει σε ποια τμήματα αυτών έχει επιτευχθεί ικανοποιητική ή μη αποδεκτή λύση. Στην πλειοψηφία των περιπτώσεων, μία ικανοποιητική λύση της MAS στο κοντινό πεδίο που χαρακτηρίζεται από μικρά περιθώρια σφάλματος, αποτελεί εξαιρετική λύση όσον αφορά τους υπολογισμούς μακρινού πεδίου, εφόσον δεν έχουν προκύψει προβλήματα αριθμητικής αστάθειας. Η αξιοπιστία της λύσης μπορεί να ελεγχθεί εκ των υστέρων, εξετάζοντας την σύγκλιση των αποτελεσμάτων κατά την αύξηση του πλήθους των βοηθητικών πηγών. Ακόμη, σε περιπτώσεις ομοιόμορφων κατανομών των βοηθητικών πηγών εξετάζεται και η σύγκλιση των ρευματικών τους συντελεστών, η οποία αποτελεί πρόσθετο κριτήριο αξιολόγησης της αριθμητικής λύσης. Επίσης, όπως είναι φυσικό, η ποιότητα της MAS λύσης μπορεί να συγκριθεί και με τα αποτελέσματα άλλων αριθμητικών, αναλυτικών ή ημιαναλυτικών μεθόδων, με τον υπολογισμό, σε κάθε περίπτωση, του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου στα σημεία ενδιαφέροντος.

Θα πρέπει να τονιστεί ότι η αριθμητική προσομοίωση του πεδίου με μεθόδους όπως η MAS σπάνια περατώνεται με εφάπαξ εφαρμογή της διαδικασίας. Ακόμη και όταν το MAS μοντέλο δεν παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα, μπορούν να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα και διαπιστώσεις με άμεση αξιοποίηση σε επόμενες, βελτιωμένες προσομοιώσεις. Η γραφική αναπαράσταση των σφαλμάτων της οριακής συνθήκης μπορεί να προσδώσει μια ολοκληρωμένη αντίληψη των περιοχών που είναι σημαντικές για την σύγκλιση της αριθμητικής λύσης και αυτών που έχουν προσεγγιστεί ικανοποιητικά. Στις προβληματικές περιοχές είναι δυνατόν να αυξηθεί η πυκνότητα των σημείων επιβολής της οριακής συνθήκης, να τοποθετηθούν περισσότερες βοηθητικές πηγές ή να αυξηθεί η τάξη των βοηθητικών πολυπόλων στις μεθόδους GMT. Εξάλλου, εισάγοντας κατάλληλες συναρτήσεις βάρους είναι εφικτή η επίτευξη ισορροπημένης κατανομής της κατανομής των σφαλμάτων, προς χάριν μιας πιο αξιόπιστης αναπαράστασης του πεδίου παντού στον χώρο.

Οι ανωτέρω διαδικασίες, παρότι είναι αναγκαίες και απαραίτητες κατά την εφαρμογή της MAS, ενδέχεται να οδηγήσουν σε πολυάριθμες επαναλήψεις των εκτελέσεων της προσομοίωσης. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται συνήθως μία κοπιώδη διαδικασία δοκιμής και απόρριψης (trial and error), εις βάρος της ευελιξίας, της απλότητας και της ευκολίας εφαρμογής της μεθόδου, με επαναδιατάξεις των βοηθητικών επιφανειών σε μεταβαλλόμενες αποστάσεις από τις συνοριακές επιφάνειες ή την τοποθέτηση των βοηθητικών πηγών με μη σύμμορφο τρόπο χρησιμοποιώντας τους εμπειρικούς και ημιεμπειρικούς κανόνες που εκτέθηκαν προηγουμένως για την εύρεση υποβέλτιστων λύσεων.

Αναμφισβήτητα, η εισαγωγή ενός υπολογιστικού εργαλείου, το οποίο μπορεί να εκτελεί τις επίπονες και χρονοβόρες διαδικασίες βελτιστοποίησης της MAS, με έναν

συστηματικό και συνάμα αξιόπιστο τρόπο, θα αποτελούσε πολύτιμο εφόδιο στους χρήστες-σχεδιαστές που εφαρμόζουν την μέθοδο. Το εργαλείο θα πρέπει να ικανοποιεί όλους τους κανόνες που διέπουν την MAS, με πρόσθετη απαίτηση την ευκολία εφαρμογής σε προβλήματα με σώματα αυθαίρετης γεωμετρίας. Επιπροσθέτως η βελτιστοποίηση θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη τους κυριότερους παράγοντες που διαμορφώνουν και επηρεάζουν το ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα, αποδίδοντας σε αυτούς την βαρύτητα που τους αρμόζει. Η ενσωμάτωση μιας διεργασίας βελτιστοποίησης της MAS, υπό αυτούς τους όρους, αποτελεί τον ακρογωνιαίο λίθο της παρούσας διατριβής.

2.10 Εφαρμογή της MAS σε προβλήματα ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας

Ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον, εξάλλου, παρουσιάζει τα τελευταία χρόνια η εφαρμογή της MAS σε προβλήματα ακτινοβολίας. Επιχειρώντας μία σύντομη ιστορική αναδρομή, στις αρχές του 20^{ου} αιώνα, λίγες δεκαετίες μετά την διατύπωση των εξισώσεων του Maxwell και την ανακάλυψη του ηλεκτρικού διπόλου από τον Hertz, η πρωτοποριακή δυνατότητα επίτευξης ασύρματης επικοινωνίας μεταξύ απομακρυσμένων περιοχών ώθησε πλήθος ερευνητών στην μελέτη της ακτινοβολίας των κεραιών και ιδιαίτερα των διπόλων, καθώς αυτά αποτελούν τις απλούστερες και συνάμα τις πλέον διαδεδομένες κεραίες που χρησιμοποιούνται σε πρακτικές εφαρμογές. Οι αρχικές έρευνες υλοποιήθηκαν θεωρώντας απλοποιημένα φυσικά μοντέλα των εξεταζόμενων διπόλων, ενώ στην συνέχεια εφαρμόστηκε η προσέγγιση της ημιτονοειδούς κατανομής ρεύματος κατά μήκος του διπόλου και η λεγόμενη μέθοδος της επαγόμενης ηλεκτρεργετικής δύναμης (Induced Electromagnetic Force – EMF) για την εύρεση των ποσοτήτων ενδιαφέροντος [27]. Στην συνέχεια αναπτύχθηκαν αναλυτικές τεχνικές επίλυσης της ολοκληρωτικής εξίσωσης Hallén για την εκτίμηση της ακριβούς κατανομής του ρεύματος του διπόλου και κατόπιν προσεγγιστικές αναλυτικές μέθοδοι για τον υπολογισμό της κατανομής του ρεύματος από τις οποίες μπορεί να εξαχθεί το παραγόμενο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο σε κλειστή μορφή [28].

Τα τελευταία χρόνια, η ραγδαία ανάπτυξη των υπολογιστικών συστημάτων σε συνδυασμό με την ανάγκη ανάλυσης των κεραιών σύρματος αυθαίρετου σχήματος και των συζευγμένων κεραιών των σύγχρονων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων, δημιούργησαν τις προϋποθέσεις για την ευδοκίμηση των αριθμητικών μεθόδων ανάλυσης κεραιών [29], ορισμένες εκ των οποίων έχουν υλοποιηθεί σε εμπορικά διαθέσιμα πακέτα λογισμικού [30]. Οι περισσότερες αριθμητικές μέθοδοι βασίζονται στην προσέγγιση της άγνωστης κατανομής ρεύματος κατά μήκος της κεραίας από υπέρθεση κατάλληλων συναρτήσεων βάσης και

υπάγονται στην MoM, η οποία παρουσιάστηκε στην Παράγραφο 1.8 της παρούσας διατριβής.

Από την άλλη μεριά, η μέθοδος MAS και οι συγγενείς υπολογιστικές μέθοδοι GMTs αναπτύχθηκαν αρχικά με κύριο στόχο την επίλυση προβλημάτων σκέδασης [12]. Η ανάλυση της ακτινοβολίας κεραιών με την MAS δεν είχε τύχει, μέχρι προσφάτως, ευρείας εφαρμογής, παρότι η μέθοδος δεν έχει εγγενείς περιορισμούς στην αντιμετώπιση τέτοιου είδους ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων. Επί παραδείγματι, όπως προαναφέρθηκε, η MMAS έχει εφαρμοστεί επιτυχώς στην ανάλυση μικροταινιακών και ελικοειδών κεραιών [13-14]. Επιπρόσθετα, αξιοσημείωτο είναι ότι παρέχεται η δυνατότητα ανάλυσης διατάξεων κεραιών που αλληλεπιδρούν με αγώγιμα ή διηλεκτρικά σώματα, είτε χρησιμοποιώντας αποκλειστικά την MAS [31], είτε υβριδικές τεχνικές MoM/MAS [32].

Πρόσφατα επίσης, παρουσιάστηκαν ενδελεχείς μελέτες της ακρίβειας και της σύγκλισης των MAS λύσεων σε προβλήματα στοιχειωδών ακτινοβολητών υπεράνω της επιφάνειας του εδάφους και διερευνήθηκε η επίδραση της μεταβολής της απόστασης μεταξύ των διαδοχικών ομοιόμορφα κατανεμημένων βοηθητικών πηγών στην χωρική κατανομή των σφαλμάτων των οριακών συνθηκών [33-35]. Ακόμη, αναδείχθηκε η εγγενής αδυναμία της MAS, όταν εφαρμόζεται σε ανοιχτά χωρία, να προσεγγίσει την απλή συμπεριφορά εξασθένησης στο μακρινό πεδίο και συγκεκριμένα σε σημεία των οποίων οι προβολές στην συνοριακή επιφάνεια βρίσκονται εκτός της περιοχής των σημείων επιβολής [36].

Παράλληλα, η MAS έχει εφαρμοστεί τα τελευταία χρόνια και στην ανάλυση κεραιών σύρματος και στοιχειοκεραιών. Έχουν μελετηθεί διεξοδικά οι περιπτώσεις της κρουστικής και της κατανεμημένης διέγερσης διπόλων και της παλμικής διέγερσης μονοπόλων και έχουν διατυπωθεί κανόνες για την επιλογή του κατάλληλου πλήθους και του ενδεδειγμένου τύπου των βοηθητικών πηγών (ηλεκτρικά δίπολα ημιτονοειδούς κατανομής ρεύματος) για την επίτευξη ικανοποιητικών λύσεων σε κάθε περίπτωση [37-40]. Επιπλέον, έχει διερευνηθεί η συμπεριφορά της MAS σε διατάξεις στοιχειοκεραιών διπόλων [41] και σε περιπτώσεις φορτωμένων διπόλων που λειτουργούν ως δέκτες [42].

Τέλος, έχει αναπτυχθεί η υβριδοποίηση της MAS με την τεχνική συνταιριάσματος των αντιδράσεων (MAS Reaction Matching – MAS-RM) για την ανάλυση κεραιών σύρματος. Με την προσθήκη κατάλληλα προσανατολισμένων μονοπολικών βοηθητικών πηγών στα άκρα της διπολικής κεραίας, η MAS-RM επιτυγχάνει αριθμητικές λύσεις από τις οποίες προκύπτει ομαλή ρευματική κατανομή κατά μήκος του διπόλου ανεξάρτητα από το πλήθος των βοηθητικών πηγών [43]. Οι MAS-RM λύσεις χαρακτηρίζονται από ταχεία σύγκλιση και υψηλή αριθμητική ακρίβεια, παρέχοντας την επιπρόσθετη δυνατότητα επίλυσης προβλημάτων στοιχειοκεραιών σχετικά μεγάλης κλίμακας σε σύντομο χρόνο [44].

2.11 Βιβλιογραφία

[1] I.N. Vekua, "On the metaharmonic functions", Proceedings of Tbilisi Math. Institute, Academy of Sciences, Georgia, Vol. 12, pp. 105-174, 1943.

[2] V.D. Kupradze and M.A. Aleksidze, "On one approximate method for solving boundary problems", Bulletin of Georgian Academy of Sciences, Vol. 30, No. 5, pp. 529-536, 1963.

[3] V.D. Kupradze and M.A. Aleksidze, "The method of functional equations for approximate solution of some boundary problems", Journal of Applied Mathematics and Mathematical Physics, Vol. 4, No. 4, pp. 683-715, 1964.

[4] I.N. Vekua, *The new methods for solving elliptic equations.* New York: John Wiley, 1967 (translated from Russian by D.E. Brown).

[5] R.S. Popovidi-Zaridze, D.D. Karkashadze, G.Z. Akhvlediani and J. H. Khatiashvili, "Investigation of the possibilities of the method of auxiliary sources in solution of the two dimensional electrodynamics problems", Radiotekhnika i Elektronika, Vol. 26, No. 2, pp. 254-262, 1981.

[6] A.G. Dmitrienko and A.I. Mukomolov, "On the one modification of the method of non-orthogonal serieses for solving the problems of electromagnetic diffraction on the arbitrary smooth perfectly conducting bodies", Radiotekhnika i Elektronika, Vol. 23, No. 3, pp. 449-455, 1988.

[7] Y. Leviatan, A. Boag and A. Boag, "Generalized Formulations for Electromagnetic Scattering from Perfectly Conducting and Homogeneous Material Bodies-Theory and Numerical Solution", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 36, No 12, 1988.

[8] Ch.Hafner, "Multiple Multipole (MMP) computations of guided waves and waveguide discontinuities", International Journal of Numerical Modelling, Vol. 3, No. 4, pp. 247-257, 1990.

[9] C. Hafner, *The Generalized Multipole Technique for Computational Electromagnetics.* Boston, USA: Artech House, 1990.

[10] T. Wriedt (editor), *Generalized Multipole Techniques for Electromagnetic and Light Scattering.* Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 1999.

[11] T. Wriedt and A. Doicu, "Comparison between various formulations of the extended boundary condition method", Optics Communications, Vol. 142, No. 1-3, pp. 91-98, 1997.

[12] D.I. Kaklamani and H.T. Anastassiu, “Aspects of the method of auxiliary sources (MAS) in computational electromagnetics”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 44, No. 3, pp. 48-64, 2002.

[13] F. Shubitidze, H.T. Anastassiu and D.I. Kaklamani, “An improved accuracy version of the method of auxiliary sources for computational electromagnetics”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 52, No. 1, pp. 302-309, 2004.

[14] A.I. Karafotias, H.T. Anastassiu and K.S. Nikita, “Application of the modified method of auxiliary sources (MMAS) to the analysis of helical and quadrifilar antennas”, Electromagnetics, Vol. 24, No. 7, pp. 539-554, 2004.

[15] V. Kupradze, *Method of Integral Equations in the Theory of Diffraction*. Leningrad, Moscow, Russia, 1935.

[16] F.G. Bogdanov, D.D. Karkashadze and R.S. Zaridze, “The method of auxiliary sources in electromagnetic scattering problems”, in Generalized Multipole Techniques for Electromagnetic and Light Scattering. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 1999, ch. 7, pp. 143–172.

[17] R. Zaridze, R. Yobava, G. Bit-Babik, D. Karkashadze, D. Economou and N. Uzunoglu, “The method of auxiliary sources and scattered field singularities (caustics)”, Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 12, pp. 1491-1507, 1998.

[18] R. Zaridze, G. Bit-Babik, K. Tavzarashvili, D.P. Economou and N.K. Uzunoglu, “Wave field singularity aspects in large-size scatterers and inverse problems”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 50, No. 1, pp. 50-58, 2002.

[19] E. Moreno, D. Erni, C. Hafner and R. Vahldieck, “Multiple multipole method with automatic multipole setting applied to the simulation of surface plasmons in metallic nanostructures”, Journal of the Optical Society of America A, Vol. 19, No. 1, pp. 101-111, 2002.

[20] K.I. Beshir and J.E. Richie, “On the location and number of expansion centers for the generalized multipole technique”, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 38, No. 2, pp. 177-180, 1996.

[21] E. Erez and Y. Leviatan, “Electromagnetic scattering analysis using a model of dipoles located in complex plane”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 42, No. 12, pp. 1620-1624, 1994.

[22] A. Doicu and T. Wriedt, “Extended boundary condition method with multipole sources located in the complex plane”, Optics Communications, Vol. 139, No. 1-3, pp. 85-91, 1997.

[23] P.J. Papakanellos, D.I. Kaklamani and C.N. Capsalis, “Analysis of an infinite current source above a semi-infinite lossy ground using fictitious current auxiliary sources in

conjunction with complex image theory techniques", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 49, No. 10, pp. 1491-1503, 2001.

[24] P.C. Hansen, *Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems: Numerical Aspects of Linear Inversion*. Philadelphia, USA: SIAM, 1998.

[25] A.N. Tikhonov and V.A. Arsenin, *Solution of Ill-posed Problems*. Washington, USA: Winston & Sons, 1977.

[26] G. Hammerlin and K.H. Hoffmann, *Numerical Mathematics*. New York, USA: Springer, 1991.

[27] Χ. Καψάλης, Π. Κωττής, *Κεραίες-Ασύρματες Ζεύξεις*. ΕΜΠ, Αθήνα, 1999.

[28] R.W.P. King, G.J. Fikioris and R.B. Mack, *Cylindrical Antennas and Arrays.* Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2002.

[29] E.K. Miller and G.J. Burke, "Low-frequency computational electromagnetics for antenna analysis", IEEE Proceedings, Vol. 80, No. 1, pp. 24-43, 1992.

[30] A. Fourie and D. Nitch, *SuperNEC Manuals*. Pointing Software, 2002.

[31] K.S. Nikita, G.S. Stamatakos, N.K. Uzunoglu and A. Karafotias, "Analysis of the interaction between a layered spherical human head model and a finite-length dipole", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 48, No. 11, pp. 2003-2013, 2000.

[32] D.P. Economou, A. Marsh and D.I. Kaklamani, "P(MoM/MAS): An interactive environment, coupling WWW technology and parallel processing, to solve large-size electromagnetic problems", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 41, No. 1, pp. 130-137, 1999.

[33] P.J. Papakanellos and C.N. Capsalis, "Analysis of a vertical electric dipole above a planar dissipative ground using the method of auxiliary sources", Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 17, No. 4, pp. 551-570, 2003.

[34] P.J. Papakanellos, I.I. Heretakis and C.N. Capsalis, "On the convergence properties of the method of auxiliary sources in 2D problems with open boundaries", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 39, No. 6, pp. 518-522, 2003.

[35] P.J. Papakanellos, I.I. Heretakis and C.N. Capsalis, "On the convergence properties of the method of auxiliary sources in 3D problems with open boundaries", International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields, Vol. 18, No. 1, pp. 67-83, 2005.

[36] P.J. Papakanellos, I.I. Heretakis and C.N. Capsalis, "A note on the accuracy of the method of auxiliary sources in the far-field region", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 46, No. 6, pp. 566-569, 2005.

[37] Π.Ι. Παπακανέλλος, *Ανάπτυξη της Μεθόδου Βοηθητικών Πηγών για την Ανάλυση Σύνθετων Διατάξεων Ακτινοβόλησης.* Διδακτορική Διατριβή, ΕΜΠ, Αθήνα, 2004.

[38] P.J. Papakanellos and C.N. Capsalis, “Analysis of coaxially fed monopole antennas using an auxiliary sources technique”, Radio Science, Vol. 37, No. 3, 1040, doi:10.1029/2001RS002566, 2002.

[39] P.J. Papakanellos and C.N. Capsalis, “Numerical analysis of cylindrical dipole antennas using an auxiliary sources model”, Journal of Electromagnetic Waves and Applications Vol. 17, No. 3, pp. 389-407, 2003.

[40] P.J. Papakanellos and C.N. Capsalis, “Study of scattering and receiving dipole antennas on the basis of the method of auxiliary sources”, Electromagnetics, Vol. 23, No. 6, pp. 525-537, 2003.

[41] P.J. Papakanellos and C.N. Capsalis, “Study of two arbitrarily located parallel cylindrical dipoles based on an auxiliary sources technique”, Electromagnetics, Vol. 23, No. 5, pp. 399-416, 2003.

[42] P.J. Papakanellos and C.N. Capsalis, “Estimation of the coupling between closely spaced transmitters using the method of auxiliary sources”, Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 17, No. 5, pp. 785-805, 2003.

[43] P.J. Papakanellos and C.N. Capsalis, “On the combination of the method of auxiliary sources with reaction matching for the analysis of thin cylindrical antennas”, International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields, Vol. 17, No. 5, pp. 433-449, 2004.

[44] P.J. Papakanellos, I.I. Heretakis, P.K. Varlamos and C.N. Capsalis, “A combined method of auxiliary sources-reaction matching approach for analyzing moderately large-scale arrays of cylindrical dipoles”, Progress in Electromagnetics Research, Vol. 59, pp. 51-67, 2006.

3 ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟ

3.1 Εισαγωγή

Η αλματώδης σύγχρονη τεχνολογική εξέλιξη σε συνδυασμό με την ολοένα αυξανόμενη διαθέσιμη υπολογιστική ισχύ παρέχουν την δυνατότητα προαγωγής της επιστημονικής γνώσης μέσω εκτεταμένων υπολογιστικών προσομοιώσεων σε κάθε τομέα των θετικών επιστημών. Στην θεματική περιοχή του υπολογιστικού ηλεκτρομαγνητισμού, η προσπάθεια επικεντρώνεται στην ανάπτυξη μεθόδων αριθμητικής επίλυσης ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων. Στο πρώτο κεφάλαιο της παρούσας διατριβής παρουσιάστηκαν οι κυριότερες μέθοδοι υπολογιστικού ηλεκτρομαγνητισμού, οι οποίες βασίζονται είτε στην ολοκληρωτική είτε στην διαφορική μορφή των εξισώσεων Maxwell. Υπενθυμίζεται ότι οι μέθοδοι πεπερασμένων διαφορών, όπως για παράδειγμα η FDTD, βασίζονται στην απευθείας διακριτοποίηση των εξισώσεων Maxwell, ενώ οι μέθοδοι συνοριακών συνθηκών όπως οι GMTs χρησιμοποιούν αναλυτικές λύσεις των εξισώσεων Maxwell σε διακριτά χωρία. Θεμελιώδες χαρακτηριστικό όλων των προαναφερόμενων υπολογιστικών τεχνικών είναι η δυνατότητα γενικής εφαρμογής τους. Από την άλλη πλευρά όμως, η βέλτιστη εκμετάλλευσή τους στην πράξη απαιτεί την ρύθμιση μιας πλειάδας παραμέτρων για την αποδοτική εφαρμογή τους σε διαφορετικούς τύπους προβλημάτων.

Στην πλειοψηφία των περιπτώσεων, όσο πιο γενικευμένη είναι μια υπολογιστική μέθοδος, τόσο περισσότερες είναι οι διαθέσιμες επιλογές που πρέπει να διερευνηθούν για την επίτευξη ικανοποιητικής λύσης. Στόχος είναι το εξαγόμενο αποτέλεσμα να βρίσκεται μέσα στα αποδεκτά περιθώρια αριθμητικής ακρίβειας. Πρέπει να σημειωθεί ότι, τις περισσότερες φορές, δεν είναι επακριβώς γνωστό ποιες παράμετροι του υπολογιστικού αλγόριθμου και με ποιον τρόπο καθορίζουν την ακρίβεια της παραγόμενης λύσης. Συνεπώς το επιδιωκόμενο αποτέλεσμα μπορεί κάλλιστα να θεωρηθεί ως μια αντικειμενική συνάρτηση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης, η οποία πρέπει να ελαχιστοποιηθεί ή να μεγιστοποιηθεί. Στην περίπτωση της MAS, οι παράμετροι της βελτιστοποίησης μπορεί να περιλαμβάνουν την κατάλληλη διακριτοποίηση της υπό έλεγχο γεωμετρίας, την επιλογή του τύπου των βοηθητικών πηγών ή την κατανομή της θέσης των βοηθητικών πηγών στον χώρο. Συνήθως, η διαδικασία εύρεσης της βέλτιστης λύσης στην MAS εμπεριέχει κοπιώδεις μεθόδους δοκιμής και απόρριψης. Ο αλγόριθμος της MAS εκτελείται αρκετές φορές με διαφορετικά δεδομένα αρχικοποίησης και κατόπιν αξιοποιούνται τα αποτελέσματα με βάση ποιοτικά κριτήρια όπως η ακρίβεια και η ταχύτητα σύγκλισης της αριθμητικής λύσης.

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν επιλεγμένες κλασικές, ευριστικές αλλά και σύγχρονες πιθανοτικές μέθοδοι βελτιστοποίησης και αναζήτησης. Αφού αναλυθούν οι κυριότερες αρχές στις οποίες στηρίζονται, θα αξιολογηθούν με βάση την ευρωστία, την αποδοτικότητα και την ικανότητα ανάκτησης πληροφοριών από τον χώρο αναζήτησης. Επιπροσθέτως, θα δειχθεί ότι οι σύγχρονοι στοχαστικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης, όπως οι Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Alorithms – GAs), αποτελούν ένα πανίσχυρο εργαλείο πολλαπλών εφαρμογών το οποίο είναι δυνατόν να αντιμετωπίσει επιτυχώς αριθμητικά προβλήματα με εντελώς διαφορετικές αλλά και ιδιαίτερα πολύπλοκες αντικειμενικές συναρτήσεις [1].

3.2 Γενικές Αρχές Μεθόδων Βελτιστοποίησης

Ο πρώτιστος σκοπός της βελτιστοποίησης είναι η εύρεση της καλύτερης λύσης, μέσα από ένα πεπερασμένο, ή μη πεπερασμένο, σύνολο δυνητικών λύσεων, για ένα δεδομένο πρόβλημα, με βάση κάποιο ποιοτικό κριτήριο. Η απαίτηση αυτή μπορεί να διατυπωθεί με την χρήση συνάρτησης κόστους ή ωφέλειας η οποία πρέπει να ελαχιστοποιηθεί ή να μεγιστοποιηθεί αντίστοιχα, μέσω της εύρεσης των κατάλληλων τιμών των μεταβλητών παραμέτρων του προβλήματος. Στην συνέχεια, χωρίς βλάβη της γενικότητας, θα γίνεται λόγος μόνο για την συνάρτηση κόστους, καθώς οι διαδικασίες βελτιστοποίησης με συνάρτηση ωφέλειας πραγματοποιούνται με παρόμοιο τρόπο. Οι ιδιότητες της συνάρτησης κόστους εν γένει ποικίλλουν και για αυτόν τον λόγο αποτελεί ζήτημα ενδελεχούς έρευνας η σχέση μεταξύ αυτής και των χαρακτηριστικών που πρέπει να διαθέτει η μέθοδος βελτιστοποίησης για την επίτευξη αποδοτικής έρευνας στον χώρο λύσεων. Είναι προφανές ότι όταν περισσότερα του ενός ποιοτικά κριτήρια πρέπει να ληφθούν υπόψη, τότε αυτά πρέπει να συνδυαστούν καταλλήλως.

Επιπροσθέτως, σε κάθε πρόβλημα, απαιτείται ένας αντικειμενικός τρόπος για να χαρακτηριστεί μια λύση ως προς την καταλληλότητά της. Ως καταλληλότητα ορίζεται ένα βαθμωτό μέγεθος φραγμένο στο διάστημα $[0,1]$, όπου με 0 χαρακτηρίζεται η πλέον ακατάλληλη και με 1 η πλέον κατάλληλη λύση. Η απεικόνιση του χώρου έρευνας στο πεδίο τιμών της καταλληλότητας ονομάζεται συνάρτηση καταλληλότητας (fitness function) και προκύπτει συνήθως ως μετασχηματισμός της αντίστοιχης συνάρτησης κόστους.

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης βασικά διακρίνονται σε καθολικές και τοπικές. Οι καθολικοί βελτιστοποιητές εμπεριέχουν την δυνατότητα εύρεσης του ολικού βέλτιστου, ενώ οι τοπικοί εντοπίζουν ένα τοπικό βέλτιστο χωρίς να διαθέτουν κριτήρια για τον προσδιορισμό του ολικού βέλτιστου. Θεωρητικά η εύρεση του ολικού βέλτιστου είναι εγγυημένη μόνο όταν εξεταστούν όλες οι πιθανές περιπτώσεις του συνόλου λύσεων. Στον υπολογιστικό

ηλεκτρομαγνητισμό όμως, όπως και στις περισσότερες εφαρμογές που άπτονται της επιστήμης του μηχανικού, η βελτιστοποίηση υποδηλώνει την εύρεση μιας λύσης η οποία εκπληρώνει μια ελάχιστη προδιαγραφή, χωρίς να είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός του ολικού βέλτιστου. Επιπλέον, η διαδικασία της εκτέλεσης της βελτιστοποίησης υπόκειται στον περιορισμό της υπολογιστικής ακρίβειας του ηλεκτρονικού υπολογιστή.

Οι απαιτήσεις που πρέπει να ικανοποιούν οι υπολογιστικές μέθοδοι βελτιστοποίησης είναι η ταχύτητα, η απλότητα και η περιορισμένη ανάγκη υπολογιστικής μνήμης για τον εντοπισμό του ολικού βέλτιστου. Συχνά, ο υπολογιστικός φόρτος οφείλεται στον υπολογισμό της αντίστοιχης συνάρτησης κόστους. Σε αυτές τις περιπτώσεις το πλήθος των σχετικών υπολογισμών πρέπει να διατηρείται επαρκώς περιορισμένο. Εξάλλου πολλές φορές ενυπάρχει εκ των προτέρων γνώση για το πρόβλημα βελτιστοποίησης ή αιτιολογημένη πρόβλεψη για την αποδοτικότητα ή την αποτυχία κατά την επιλογή κάποιων λύσεων. Η ιδανική τεχνική αναζήτησης οφείλει να ενσωματώνει το σύνολο της διαθέσιμης γνώσης ή εμπειρίας στον αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να τονιστεί η ύπαρξη του εμπειρικού κανόνα που ορίζει ότι το σύνολο των αλγορίθμων που ερευνούν για κάποιο βέλτιστο έχουν πανομοιότυπη απόδοση με βάση οιοδήποτε κριτήριο, όταν ληφθούν υπόψη όλες οι πιθανές συναρτήσεις κόστους. Τουτέστιν, δεν υφίσταται αλγόριθμος ο οποίος δύναται να επιλύσει με τον καλύτερο δυνατό τρόπο όλων των ειδών τα προβλήματα αναζήτησης, με μέτρα αξιολόγησης το πλήθος των απαιτούμενων υπολογισμών και την πιθανότητα εύρεσης του ολικού βέλτιστου. Ο κανόνας αυτός ισχύει τόσο για ντετερμινιστικούς όσο και για στοχαστικούς αλγόριθμους.

Οι στρατηγικές αναζήτησης και βελτιστοποίησης έχουν όλες την ίδια θεμελιώδη δομή. Αποτελούνται από τις γενικευμένες διαδικασίες Επιλογής, Δημιουργίας, Αντικατάστασης και Τερματισμού οι οποίες υλοποιούνται με ντετερμινιστικό, ευριστικό ή στοχαστικό τρόπο. Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης διακρίνονται κατά τον ίδιο τρόπο, αν και είναι δυνατόν να περιέχουν ταυτοχρόνως ντετερμινιστικές και στοχαστικές διαδικασίες. Οι κλασικές μέθοδοι κλίσεων βασίζονται σε μαθηματικές αιτιάσεις και ως εκ τούτου είναι πλήρως ντετερμινιστικές. Η αναζήτηση διενεργείται με προβλεπόμενο τρόπο αμέσως μόλις ανακτηθεί η απαραίτητη πληροφορία από τον χώρο λύσεων. Οι ευριστικές μέθοδοι υλοποιούν μια προκαθορισμένη επαναληπτική διαδικασία η οποία εδράζεται σε συγκεκριμένη γνώση γύρω από το πρόβλημα και περιλαμβάνει ντετερμινιστικούς αλλά και στοχαστικούς μηχανισμούς αποφάσεων. Τέλος οι μέθοδοι τυχαίας αναζήτησης χρησιμοποιούν μόνο στοχαστικούς μηχανισμούς αποφάσεων και συχνά είναι εμπνευσμένες από διάφορες φυσικές διεργασίες. Οι ευριστικές και οι στοχαστικές μέθοδοι δεν προϋποθέτουν την ύπαρξη ή την εκ των προτέρων γνώση μιας καλώς ορισμένης, παραγωγίσιμης συνάρτησης και για αυτόν τον λόγο έχουν την δυνατότητα να μοντελοποιούν ακριβέστερα τα προβλήματα του φυσικού κόσμου.

3.2.1 Συνεχής και Συνδυαστική Βελτιστοποίηση

Η συνεχής βελτιστοποίηση περιλαμβάνει την αναζήτηση των βέλτιστων τιμών για ένα σύνολο παραμέτρων οι οποίες ευθέως αναπαριστούν παραμέτρους του φυσικού προβλήματος. Σε αυτήν την περίπτωση ο χώρος των δυνητικών λύσεων αποτελείται από τον ν-διάστατο πραγματικό χώρο (οι μιγαδικές παράμετροι μπορούν να κωδικοποιηθούν με την βοήθεια πραγματικών παραμέτρων), όπου ν το πλήθος των παραμέτρων. Κάθε παράμετρος μπορεί να λαμβάνει τιμή από ένα δεδομένο πεπερασμένο ή μη πεπερασμένο σύνολο. Από την άλλη μεριά, τυπικά προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης είναι η εύρεση του συνδυασμού ή της θέσης αντικειμένων η οποία εξασφαλίζει την μέγιστη απόδοση σύμφωνα με τις καθορισμένες σχεδιαστικές απαιτήσεις. Οι δυνητικές λύσεις είναι σύνολα ή αλληλουχίες ακεραίων αριθμών ή διακριτά αντικείμενα. Σε αυτήν την περίπτωση πρέπει να υλοποιηθούν οι κατάλληλες λειτουργίες αναζήτησης στον διακριτό χώρο, έτσι ώστε να επιτρέπεται η μετάβαση του αλγόριθμου στα επιμέρους στοιχεία του χώρου λύσεων. Πρέπει να σημειωθεί ότι πολλά προβλήματα του φυσικού κόσμου και της επιστήμης του μηχανικού απαιτούν υβριδικές μεθόδους που επιλύουν παραλλήλως προβλήματα συνεχούς και συνδυαστικής βελτιστοποίησης.

3.2.2 Συνδυασμός κριτηρίων ποιότητας

Σε προβλήματα στα οποία περισσότερα του ενός κριτήρια πρέπει να ληφθούν υπόψη, εφαρμόζεται ένα συνολικό μέτρο της ποιότητας της λύσης. Συνήθως επιλέγεται ένα σταθμισμένο άθροισμα ή γινόμενο των σχετικών συναρτήσεων κόστους. Η χρήση γινομένων συγκριτικά με την χρήση αθροισμάτων, προξενεί ευρύτερη κλιμάκωση της συνολικής συνάρτησης κόστους μεταξύ εγγύτατων τιμών των μεμονωμένων συναρτήσεων κόστους. Οι συναρτήσεις βάρους προσδιορίζονται έτσι ώστε να συνυπολογίζονται κρίσιμα χαρακτηριστικά του προβλήματος και να επιτυγχάνεται ταχεία σύγκλιση του αλγόριθμου βελτιστοποίησης. Σε περιπτώσεις που είναι δύσκολη ή αδύνατη η εκτίμηση των συναρτήσεων βάρους με βάση τα δεδομένα του προβλήματος, χρησιμοποιείται η αρχή του Pareto για την επικράτηση στον χώρο λύσεων. Με αυτόν τον τρόπο οι μεμονωμένες συναρτήσεις κόστους δεν είναι σταθμισμένες μεταξύ τους και η καλύτερη απόδοση με βάση ένα από τα κριτήρια δεν αντισταθμίζεται από την μειωμένη τιμή της συνολικής συνάρτησης κόστους [2].

3.3 Επιλεγμένες Μέθοδοι Βελτιστοποίησης

3.3.1 Εξαντλητική Αναζήτηση – Τυχαία Αναζήτηση

Η μέθοδος της εξαντλητικής αναζήτησης εξασφαλίζει την εύρεση του βέλτιστου στο επιλεγμένο χωρίο. Χρησιμοποιείται για περιορισμένους, αριθμήσιμους χώρους αναζήτησης με σχετικά απλές συναρτήσεις κόστους που χαρακτηρίζονται από χαμηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα. Παρότι η μέθοδος αυτή αποκομίζει μέγιστη γνώση από το εξεταζόμενο πρόβλημα, γενικότερα δεν είναι εφαρμόσιμη σε πρακτικά προβλήματα καθώς είναι εξαιρετικά χρονοβόρα. Η τυχαία αναζήτηση πραγματοποιείται με τυχαία επιλογή λύσεων από το χώρο αναζήτησης. Σε κάθε περίπτωση υπολογίζεται η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας και αποθηκεύεται η καλύτερη λύση. Η μέθοδος αυτή δεν εκμεταλλεύεται την γνώση από προηγούμενες δοκιμές, έχει εν γένει χαμηλή απόδοση και αποτελεί το άλλο άκρο όσον αφορά την διαχείριση γνώσης στις τεχνικές βελτιστοποίησης, παρέχοντας την απόδοση αναφοράς για τους λοιπούς αλγόριθμους.

3.3.2 Ντετερμινιστικές Μέθοδοι Βελτιστοποίησης Συνεχών Συναρτήσεων

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης συνεχών συναρτήσεων που χρησιμοποιούν, κατά την έννοια της παραγώγισης, τις πληροφορίες της κλίσης αυτών, βασίζονται στην προσέγγιση της συνάρτησης κόστους από μια σειρά Taylor. Η προσέγγιση γίνεται ακριβέστερη όσο πιο κοντά βρίσκεται στο βέλτιστο. Εφόσον δεν είναι γνωστή η συναρτησιακή μορφή της συνάρτησης κόστους, η ζητούμενη κλίση υπολογίζεται με την χρήση μιας προσέγγισης πεπερασμένων διαφορών του αναπτύγματος Taylor. Ανάλογες είναι και οι στρατηγικές βελτιστοποίησης Newton και Quasi-Newton, οι οποίες όμως περιλαμβάνουν και πληροφορίες από προηγούμενες δοκιμές.

Μια τεχνική γενικότερης αναζήτησης μπορεί να επιτευχθεί με την εφαρμογή γραμμικής βελτιστοποίησης σε n το πλήθος ανεξάρτητες διευθύνσεις. Τέτοιες μέθοδοι ξεκινούν με μία γραμμική βελτιστοποίηση σε μία διεύθυνση και συνεχίζουν με την διαδοχική επιλογή συζυγών διευθύνσεων με τις προηγούμενές τους. Μετά από κάθε κύκλο n διευθύνσεων, το σύνολό τους ενημερώνεται και επιλέγεται το υποσύνολο που οδηγεί κατευθείαν στο βέλτιστο. Όπως είναι φανερό, αυτές οι μέθοδοι επιτρέπουν γενικότερη αναζήτηση στο χώρο λύσεων, χωρίς όμως να διασφαλίζουν απόλυτα την έρευνα γύρω από το χώρο του ολικού βέλτιστου. Οι γνωστότερες τεχνικές γραμμικής βελτιστοποίησης βασίζονται στον διαδοχικό τεμαχισμό του διαστήματος εντός του οποίου βρίσκεται το βέλτιστο. Τα

κριτήρια χωρισμού του εκάστοτε διαστήματος μέχρι την επίτευξη της επιθυμητής λύσης συνίστανται σε τεχνικές πολυωνυμικής παρεμβολής και τεχνικές προσδιορισμού στάσιμων σημείων για την επιλογή του επόμενου σημείου αναζήτησης. Χαρακτηριστικά παραδείγματα τέτοιων τεχνικών είναι η μέθοδος Συζυγών Κατευθύνσεων (Conjugate Directions) και η μέθοδος Συζυγών Κλίσεων (Conjugate Gradient).

Οι ανωτέρω μέθοδοι είναι εξαιρετικά αποδοτικές όταν εφαρμόζονται σε περιοχές με ένα τοπικό μέγιστο ή ελάχιστο και εφόσον η συνάρτηση κόστους είναι αρκετά ομαλή και έχει πολυωνυμική μορφή. Σε αυτές τις περιπτώσεις παρατηρείται ταχεία σύγκλιση στην βέλτιστη τιμή. Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις οι μέθοδοι αυτές παγιδεύονται σε τοπικά ακρότατα. Είναι δυνατή η συνέχιση της βελτιστοποίησης όταν η μέθοδος παγιδευτεί, εφόσον αυτή συνδυαστεί με τεχνικές τυχαίας αναζήτησης. Βεβαίως, δεδομένου ότι κάθε επανεκκίνηση της διαδικασίας αναζήτησης εκτελείται ανεξάρτητα, δεν είναι ουσιαστικά εφικτή η έρευνα στο σύνολο του χώρου λύσεων. Η έρευνα δυσχεραίνεται ακόμη περισσότερο όταν η συνάρτηση κόστους περιέχει μεγάλο πλήθος τοπικών ακρότατων τοποθετημένων σε όλο το πεδίο ορισμού της. Ακόμη οι μέθοδοι που χρησιμοποιούν πληροφορίες κλίσης κάνουν πλήθος υπολογισμών επί της συνάρτησης κόστους για κάθε βήμα αναζήτησης. Το βήμα αναζήτησης πρέπει να επιλεχθεί κατάλληλα καθώς η αποδοτικότητα της μεθόδου βελτιστοποίησης εξαρτάται ισχυρά από αυτό. Μια εκτεταμένη περιγραφή των προαναφερομένων μεθόδων και πλειάδα σχετικών αναφορών μπορεί να ευρεθεί στην [3].

3.3.3 Μέθοδοι Γειτονικής Αναζήτησης

Στις μεθόδους γειτονικής αναζήτησης κάθε λύση της μορφής $\mathbf{x} \in \Psi$, όπου $\mathbf{x}$ διάνυσμα ή ένα σύνολο διακριτών μεταβλητών και Ψ ο n- διάστατος χώρος αναζήτησης, διαθέτει ένα σύνολο συνδεδεμένων γειτόνων $M(\mathbf{x},\omega)$. Κάθε λύση $\mathbf{x}' \in M(\mathbf{x},\omega)$ μπορεί να προέλθει κατευθείαν από την $\mathbf{x}$ με την διενέργεια μιας λειτουργίας ω, η οποία αποκαλείται μετάβαση. Σε αυτήν την περίπτωση η λύση $\mathbf{x}$ μεταβαίνει στην λύση $\mathbf{x}'$.

Τα κυριότερα παραδείγματα τεχνικών γειτονικής αναζήτησης είναι οι μέθοδοι της Πλέον Απότομης Κατάβασης (Steepest Descent - SD) και της Τυχαίας Κατάβασης (Random Descent - RD). Η SD υπολογίζει όλες τις γειτονικές λύσεις και μεταβαίνει σε αυτήν που ικανοποιεί καλύτερα την συνάρτηση κόστους κάθε φορά. Αντίθετα η RD επιλέγει τυχαία γειτονικές λύσεις και μεταβαίνει στην πρώτη για την οποία επιτυγχάνεται μείωση της συνάρτησης κόστους (για προβλήματα ελαχιστοποίησης). Η SD καθίσταται μη αποδοτική όταν το πλήθος των γειτόνων είναι μεγάλο, ενώ η RD ενδέχεται να καταλήξει σε ατέρμονους βρόχους. Οι δύο μέθοδοι τερματίζονται όταν δεν μπορούν να ευρεθούν γειτονικές λύσεις οι οποίες να μειώνουν περαιτέρω την συνάρτηση κόστους.

3.3.4 Προσομοιωμένη Ανόπτηση (Simulated Annealing – SA)

Η SA είναι μία από τις πρώτες στοχαστικές μεθόδους που αναπτύχθηκαν εμπνευσμένες από τις διεργασίες της φύσης. Παρουσιάστηκε αρχικά το 1953 για την προσομοίωση της σταδιακής ψύξης (ανόπτησης) ενός υλικού σε θερμοδυναμική ισορροπία [4] και αναπτύχθηκε ως μέθοδος βελτιστοποίησης το 1983 [5]. Ουσιαστικά η μέθοδος επιτρέπει την μετάβαση σε πιο ικανοποιητική λύση χρησιμοποιώντας συγκεκριμένη πιθανότητα στον χρόνο. Το μαθηματικό υπόβαθρο της SA βρίσκεται στην στατιστική θερμοδυναμική: Δεδομένης της κατάστασης ενός συστήματος σε θερμοκρασία T υπό θερμοδυναμική ισορροπία, η πιθανότητα της αύξησης της ενέργειας του συστήματος κατά δE δίνεται από την σχέση:

$$p(\delta E) = \exp(-\delta E/(kT)) \tag{3.1}$$

όπου k η σταθερά Boltzmann. Η προσομοίωση παράγει μικρές διαταραχές και υπολογίζει την εκάστοτε ενεργειακή διαφορά. Όταν η ενεργειακή στάθμη μειώνεται η λύση γίνεται άμεσα αποδεκτή, ενώ όταν αυτή δεν μειώνεται η λύση γίνεται αποδεκτή με πιθανότητα $p(\delta E)$. Η διαδικασία εκτελείται με ένα προκαθορισμένο πλήθος επαναλήψεων για κάθε θερμοκρασία και κατόπιν η θερμοκρασία του συστήματος μειώνεται σταδιακά με προγραμματισμένο τρόπο μέχρι να ολοκληρωθεί η ψύξη. Επισημαίνεται ότι ο αλγόριθμος τείνει να εγκλωβιστεί σε τοπικό ακρότατο όταν δεν γίνει ορθή επιλογή της συνάρτησης σταδιακής ψύξης. Το πρόβλημα μπορεί να αποφευχθεί με την λεγόμενη επανα-ανόπτηση (reannealing) της λύσης, δηλαδή με την εκ νέου αρχικοποίηση της συνάρτησης ψύξης. Κατά την διενέργεια της βελτιστοποίησης πραγματοποιούνται οι ακόλουθες αντιστοιχήσεις: Η κατάσταση του συστήματος αντιστοιχεί στην τρέχουσα λύση, η ενέργεια στην συνάρτηση κόστους, η θερμοκρασία στην παράμετρο βελτιστοποίησης και η τελική κατάσταση ψύξης στην ευριστική λύση.

3.3.5 Εξελικτικοί αλγόριθμοι

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι είναι υπολογιστικές μέθοδοι βελτιστοποίησης οι οποίες μιμούνται διαδικασίες της φυσικής εξέλιξης και βασίζονται στην αθροιστική γνώση ενός πληθυσμού (population) ατόμων (individuals). Κάθε άτομο απεικονίζει μία πλήρη λύση του προβλήματος. Το χρονικό στιγμιότυπο του πληθυσμού ονομάζεται γενιά (generation). Ο πληθυσμός αρχικοποιείται συνήθως με τυχαίο τρόπο και εξελίσσεται χρησιμοποιώντας τους στοχαστικούς τελεστές επιλογής (selection) και εξέλιξης. Με την εισαγωγή αντικειμενικών κριτηρίων αποτίμησης (fitness), ευνοούνται κατά τον ανασυνδυασμό τα άτομα που λαμβάνουν υψηλές τιμές, μετέχοντας στην εξελικτική διαδικασία συχνότερα από τα άτομα με

χαμηλότερες αποτιμήσεις. Οι στοχαστικοί τελεστές εισάγουν πρόσθετη πληροφορία στον πληθυσμό, διαμορφώνοντας νέα άτομα (απογόνους). Ο επόμενος πληθυσμός δημιουργείται με την επιλογή ορισμένων ατόμων από τον προηγούμενο πληθυσμό και ορισμένων από τα νέα άτομα, χρησιμοποιώντας προκαθορισμένες τεχνικές επιλογής. Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι αποτελούν μεθόδους καθολικής (global) αναζήτησης στον χώρο λύσεων και για αυτόν τον λόγο έχουν αποδειχτεί εξαιρετικά αποδοτικοί σε απαιτητικά προβλήματα βελτιστοποίησης στον υπολογιστικό ηλεκτρομαγνητισμό.

Στην συνέχεια θα παρουσιαστούν χαρακτηριστικές στρατηγικές εξελικτικών αλγορίθμων οι οποίες έχουν χρησιμοποιηθεί στις φυσικές επιστήμες και ειδικότερα στον υπολογιστικό ηλεκτρομαγνητισμό. Έμφαση θα δοθεί στην περιγραφή των GAs καθώς αποτελούν την επιλεχθείσα τεχνική βελτιστοποίησης για την μέθοδο MAS.

3.3.5.1 Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization – PSO)

Η PSO είναι μέθοδος στοχαστικής βελτιστοποίησης η οποία βασίζεται στην συνεργασία μεταξύ των ατόμων του πληθυσμού [6]. Είναι εμπνευσμένη από την φαινομενολογική κοινωνική συμπεριφορά ορισμένων πτηνών και ιχθύων που δημιουργούν σμήνη και κοπάδια αντίστοιχα. Ο πληθυσμός αρχικοποιείται επιλέγοντας τυχαίες λύσεις (σωματίδια). Σε κάθε επανάληψη, κάθε σωματίδιο μετακινείται σε επόμενη θέση στον χώρο λύσεων ακολουθώντας δύο κριτήρια που απορρέουν από την εφαρμογή της συνάρτησης καταλληλότητας. Το πρώτο αφορά την καλύτερη θέση από την οποία έχει διέλθει το ίδιο (συντηρητισμός - τοπικό βέλτιστο) και το δεύτερο αφορά την καλύτερη θέση από την οποία έχει διέλθει οποιοδήποτε σωματίδιο του πληθυσμού (μιμητισμός - ολικό βέλτιστο). Ο πληθυσμός δύναται να χωρίζεται σε υποσμήνη, οπότε σε αυτήν την περίπτωση το δεύτερο κριτήριο αναφέρεται στην καλύτερη θέση του υποσμήνους. Η διαδικασία τερματίζεται μετά από ένα προκαθορισμένο αριθμό επαναλήψεων ή όταν επιτευχθεί ο στόχος της βελτιστοποίησης. Η βασική διαφορά της PSO από τους άλλους εξελικτικούς αλγορίθμους είναι ότι τα επιμέρους σωματίδια διαθέτουν μνήμη. Επίσης δεν υπάρχει γενικότερη ανταλλαγή πληροφορίας μεταξύ των σωματιδίων αφού ο μηχανισμός ανταλλαγής γνώσης περιορίζεται στην πληροφορία που παρέχει το εκάστοτε ολικό βέλτιστο ή υποβέλτιστο στα υπόλοιπα σωματίδια.

Το σημαντικότερο χαρακτηριστικό της PSO είναι η ευκολία στην υλοποίηση και στην ρύθμιση των σχετικών παραμέτρων της. Οι παράμετροι που πρέπει να επιλέξει ο σχεδιαστής είναι το πλήθος των σωματιδίων, το πεδίο τιμών τους, ο συντελεστής αδράνειας και ο συντελεστής ταχύτητας κάθε σωματιδίου. Όταν ο συντελεστής αδράνειας λαμβάνει υψηλές

τιμές η έρευνα καθίσταται καθολική, ενώ για χαμηλές τιμές του η έρευνα έχει περισσότερο τοπικό χαρακτήρα στο χώρο λύσεων. Επίσης ο συντελεστής ταχύτητας κάθε σωματιδίου εξαρτάται από τον συντελεστή ταχύτητάς του στην προηγούμενη επανάληψη και τις παραμέτρους γνώσης (cognition) και κοινωνικότητας (sociality), οι οποίες είναι τυχαίοι θετικοί αριθμοί ομοιόμορφης κατανομής και με άθροισμα που συνήθως δεν ξεπερνάει την τιμή 4.0. Ο συντελεστής ταχύτητας παίζει το ρόλο της μετάλλαξης στην εξελικτική διαδικασία.

Η PSO είναι χρήσιμη σε προβλήματα βελτιστοποίησης στα οποία οι GAs δεν έχουν ικανοποιητική απόδοση, όπως για παράδειγμα όταν οι GAs καταλήγουν συστηματικά σε ομογενοποιημένους πληθυσμούς, περιορίζοντας την έρευνα τους σε ένα τμήμα μόνο του χώρου λύσεων. Οι παράμετροι των μεθόδων PSO επιτρέπουν καλύτερο έλεγχο της επιθυμητής μεταβλητότητας των λύσεων διεξάγοντας ενδεχομένως πιο αποδοτική έρευνα [7]. Προσφάτως, η PSO έχει χρησιμοποιηθεί με επιτυχία σε προβλήματα βελτιστοποίησης χοανοκεραιών [8] και σχεδίασης στοιχειοκεραιών [9-11].

3.3.5.2 Βελτιστοποίηση Αποικίας Εντόμων (Ant Colony Optimization – ACO)

Η ACO είναι μια πρόσφατη μέθοδος στοχαστικής επαναληπτικής βελτιστοποίησης η οποία είναι εμπνευσμένη από την εξαιρετικά οργανωμένη και αποδοτική συλλογική συμπεριφορά που επιδεικνύουν οι αποικίες μυρμηγκιών κατά την εύρεση τροφής. Συνοπτικά, τα έντομα ξεκινούν από την φωλιά τους για την εύρεση τροφής επιλέγοντας αρχικά τυχαίες διαδρομές και αφήνοντας στην πορεία τους χημικά ίχνη φερομόνης. Όταν κάποιο έντομο εντοπίσει τροφή, επιστρέφει στη φωλιά ακολουθώντας το δικό του μονοπάτι, ενισχύοντας με αυτόν τον τρόπο τα ίχνη φερομόνης και έλκοντας πιο αποτελεσματικά το επόμενο έντομο που θα φύγει από την φωλιά να ακολουθήσει την δική του διαδρομή. Σημαντικό ρόλο παίζει και η εξάτμιση της φερομόνης, η οποία μειώνει την επίδραση των ιχνών με την πάροδο του χρόνου αποτρέποντας τα έντομα από διαδρομές που οδηγούν σε σημεία όπου η τροφή έχει εξαντληθεί [12].

Ο αλγόριθμος ACO περιλαμβάνει την δημιουργία ενός εικονικού περιβάλλοντος κομβικών σημείων τα οποία συνδέονται μεταξύ τους σχηματίζοντας τις πιθανές διαδρομές των εντόμων. Αρχικά επιλέγεται το πλήθος των εντόμων και στην συνέχεια καθορίζεται η ένταση φερομόνης κοινή για όλες τις αρχικές διαδρομές. Η ένταση της φερομόνης εξαρτάται από τη μεταβολή της συγκέντρωσής της, λόγω της διέλευσης εντόμων σε προηγούμενο χρόνο και από τον συντελεστή εξάτμισής της. Τα έντομα μετακινούνται κάθε χρονική στιγμή επιλέγοντας μεταξύ των πιθανών κομβικών σημείων με βάση πιθανότητες που εξαρτώνται από την ένταση της φερομόνης σε κάθε σημείο. Κατόπιν υπολογίζεται για κάθε έντομο η

συνάρτηση καταλληλότητας η οποία αντιστοιχεί στο συνολικό μήκος της διαδρομής που αυτό διανύει σε κάθε γενιά. Ακολούθως, προστίθεται φερομόνη στην διαδρομή που ακολούθησε κάθε έντομο και υπολογίζεται η νέα ένταση φερομόνης και οι νέες πιθανότητες μετάβασης για την επόμενη χρονική στιγμή. Την επόμενη χρονική στιγμή, ένα νέο σύνολο εντόμων αναπτύσσεται στα διάφορα κομβικά σημεία. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι την πλήρωση του κριτηρίου τερματισμού. Η ACO εφαρμόζεται αποκλειστικά σε προβλήματα με διακριτές καταστάσεις και έχει χρησιμοποιηθεί στην ανάπτυξη αυτοπροσαρμοζόμενων κεραιών [13].

3.3.5.3 Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms – GAs)

Σε αντίθεση με την PSO και την ACO, οι GAs βασίζονται στον ανταγωνισμό μεταξύ των ατόμων του πληθυσμού και όχι στην συνεργασία αυτών. Ουσιαστικά μιμούνται την διαδικασία της φυσικής επιλογής, σύμφωνα με την οποία επιβιώνει τελικά ο ισχυρότερος. Τα άτομα τα οποία έχουν προσαρμοστεί καλύτερα στο περιβάλλον έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να επιβιώσουν για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα και να ζευγαρώσουν παράγοντας περισσότερους και πιο εύρωστους απογόνους. Η διαδικασία της φυσικής εξέλιξης έχει ως αποτέλεσμα την επικράτηση ατόμων με χαρακτηριστικά τα οποία τους επιτρέπουν την βέλτιστη προσαρμογή και τελικά την επιβίωση.

Στην Βιολογία, η γενετική ταυτότητα του ατόμου εμπεριέχεται στις αλυσίδες DNA, τα λεγόμενα χρωμοσώματα. Αντίστοιχα στους GAs το σύνολο των παραμέτρων κάθε λύσης κωδικοποιείται σε αλληλουχίες αριθμών ή γενικότερα χαρακτήρων που επίσης καλούνται χρωμοσώματα. Αυτά με τη σειρά τους αποτελούνται από τα γονίδια (genes) τα οποία είναι λειτουργικά τμήματα της αλυσίδας DNA και περιγράφουν αυτοτελώς ένα γνώρισμα. Οι δυνατές τιμές κάθε γνωρίσματος ονομάζονται αλληλόμορφες (alleles).

Οι βασικές αρχές των GAs και εφαρμογές τους σε συστήματα υπολογιστών παρουσιάστηκαν από τους Holland [1] και De Jong [14] το 1975 και περιγράφηκαν διεξοδικά από τον Goldberg [15]. Ο GA εκκινεί διαμορφώνοντας, συνήθως με τυχαίο τρόπο, έναν αρχικό πληθυσμό χρωμοσωμάτων. Η επίδοση κάθε ατόμου εκτιμάται μέσω της αντικειμενικής συνάρτησης (objective function) ή της συνάρτησης καταλληλότητας (fitness function). Η αντικειμενική συνάρτηση πρέπει να επιλέγεται με ιδιαίτερη προσοχή καθώς αυτή αποτελεί ουσιαστικά την κινητήρια δύναμη του αλγορίθμου. Κατόπιν, ορισμένα άτομα, ακολουθώντας στοχαστικές διαδικασίες επιλογής (selection), υποβάλλονται σε μετασχηματισμούς μέσω στοχαστικών, γενετικών τελεστών για να δημιουργήσουν απογόνους, σύμφωνα με τη λογική της επικράτησης του ισχυρότερου. Οι δύο τύποι γενετικών τελεστών είναι η διασταύρωση (crossover), κατά την οποία κατασκευάζονται νέα άτομα

συνδυάζοντας γενετικό υλικό από προϋπάρχοντα άτομα και η μετάλλαξη (mutation), δηλαδή η τροποποίηση γενετικού υλικού για τη σύνθεση νέων ατόμων. Κατά αυτόν τον τρόπο, δημιουργείται μια νέα γενιά με την αντικατάσταση των γονέων (parents) από τον πληθυσμό των απογόνων (offspring). Κατόπιν εκτιμάται η επίδοση των ατόμων του νέου πληθυσμού. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για αρκετές γενιές, έως ότου ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο τερματισμού.

Η ευκολία εφαρμογής των GAs σε οποιοδήποτε πρόβλημα, η εύρωστη, καθολική έρευνα που διεξάγουν στον χώρο λύσεων, χωρίς να απαιτείται a priori γνώση για το πρόβλημα βελτιστοποίησης και η μη εξάρτησή τους από τις αρχικές συνθήκες αναζήτησης, τούς έχουν καταστήσει τα τελευταία χρόνια ένα εξαιρετικά δημοφιλές εργαλείο βελτιστοποίησης. Υπολογιστικές μοντελοποιήσεις τους έχουν εφαρμοστεί σε διάφορα προβλήματα σε ένα ευρύ φάσμα επιστημών, όπως για παράδειγμα στην αεροναυπηγική, στην επιχειρησιακή έρευνα, στις κοινωνικές επιστήμες και στην κβαντική φυσική [15-18]. Στον ηλεκτρομαγνητισμό έχουν εφαρμοστεί στην σχεδίαση και την βελτιστοποίηση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών κεραιών και στοιχειοκεραιών [19-32], σε προβλήματα ηλεκτρομαγνητικής συμβατότητας [33-34], σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης (multiobjective optimization) κεραιοδιατάξεων [35], αλλά και σε προβλήματα βελτιστοποίησης χρησιμοποιώντας υπολογιστικές μεθόδους [36-47]. Στην συνέχεια θα αναλυθούν οι κυριότερες ιδιότητες των GAs, οι μηχανισμοί υλοποίησης τους και οι παράμετροι που πρέπει να ρυθμιστούν για την επίτευξη της επιθυμητής λύσης [48].

3.3.5.3.1 Κωδικοποίηση Παραμέτρων Βελτιστοποίησης GA

Οι GAs χρησιμοποιούν κατά την εκτέλεσή τους μια κωδικοποιημένη μορφή των παραμέτρων του προβλήματος. Οι κωδικοποιημένες παράμετροι έχουν την μορφή γονιδίων εντός του χρωμοσώματος και επιτρέπουν στον GA να εξελίσσεται με τρόπο που δεν εξαρτάται άμεσα από το χώρο λύσεων. Παράλληλα, θα πρέπει να σημειωθεί ότι η εκτίμηση της καταλληλότητας των λύσεων συνεπάγεται την αποκωδικοποίηση των χρωμοσωμάτων και τον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης με τις αποκωδικοποιημένες παραμέτρους. Κάθε γονίδιο μπορεί να αποτελείται από μια αλληλουχία συμβόλων ενός συγκεκριμένου αλφαβήτου. Το αλφάβητο μπορεί να περιέχει δυαδικά ψηφία, ακεραίους αριθμούς, αριθμούς κινητής υποδιαστολής ή σύμβολα (A, B, C, D). Ανάλογα με το πρόβλημα, οι παράμετροι μπορούν να έχουν διαφορετική κωδικοποίηση, διαμορφώνοντας χρωμοσώματα με μεικτές αναπαραστάσεις. Ο τρόπος αναπαράστασης επηρεάζει εν γένει την ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου και καθορίζει το είδος των γενετικών τελεστών που δύνανται να εφαρμοστούν.

Για την επίτευξη ικανοποιητικών αποτελεσμάτων, έχει αποδειχθεί ότι η κωδικοποίηση πρέπει να έχει κάποιας μορφής αντιστοιχία με το πρόβλημα προς επίλυση [49]. Επίσης θα πρέπει γενικά να χρησιμοποιείται το μικρότερο δυνατό αλφάβητο που επιτρέπει η φυσική έκφραση του προβλήματος [15]. Συνήθως επιλέγεται δυαδική κωδικοποίηση [1], ακόμα και όταν αυτή δεν φαίνεται να έχει άμεση σχέση με το πρόβλημα, καθώς διέπεται από απλούς γενετικούς τελεστές οι οποίοι μπορούν να ρυθμιστούν με αποτελεσματικότητα και με ευχέρεια για την διεξαγωγή αποδοτικής βελτιστοποίησης [36]. Από την άλλη μεριά, αναπαραστάσεις με αλφάβητο πραγματικών αριθμών (real coding) έχουν αποδειχτεί εξαιρετικά χρήσιμες σε προβλήματα που περιέχουν συνεχή (μη κβαντισμένα) μεγέθη. Ουσιαστικά παρέχουν ακριβέστερη απεικόνιση του χώρου λύσεων, διευκολύνοντας την στοχαστική αναζήτηση και επιταχύνοντας την σύγκλιση του αλγορίθμου. Σε κάθε περίπτωση όμως, η πραγματική κωδικοποίηση αυξάνει την δυσκολία υλοποίησης των σχετικών γενετικών τελεστών, η αποδοτική ρύθμιση των οποίων ενδέχεται να απαιτεί σημαντική προσπάθεια από τον σχεδιαστή.

3.3.5.3.2 Δομικά Τμήματα - Σχήματα

Ο βασικός μηχανισμός της γενετικής έρευνας σύμφωνα με τον Holland [1] είναι η εξερεύνηση και κατόπιν η αναπαραγωγή αλληλουχιών από σύμβολα τα οποία βελτιώνουν την καταλληλότητά (fitness) των χρωμοσωμάτων εφόσον αποτελούν μέρος τους. Οι αλληλουχίες συμβόλων καλούνται δομικά τμήματα (building blocks), ενώ το συμβολικό μέσο για την ακριβή ταξινόμηση ομοιοτήτων μεταξύ συμβολοσειρών ονομάζεται σχήμα (schema). Διατυπώνεται ωσαύτως η Υπόθεση των δομικών τμημάτων (building block Hypothesis) [15] η οποία προτείνει ότι οι πιο κατάλληλες λύσεις (σχήματα υψηλής τάξης) προκύπτουν από την σύνθεση βασικών δομικών τμημάτων (σχήματα χαμηλής τάξης). Ο GA θα πρέπει να έχει την δυνατότητα να αναγνωρίζει, να ελέγχει και να ενσωματώνει στην εξελικτική διαδικασία τα σχήματα με σκοπό την βελτίωση της επίδοσής του από γενιά σε γενιά. Η αποτελεσματικότητα του GA σε προβλήματα με μη γραμμικό πεδίο έρευνας οφείλεται στον τρόπο με τον οποίο επεξεργάζεται παράλληλα τα δομικά τμήματα. Η ιδιότητα αυτή του 'εγγενούς παραλληλισμού' (implicit parallelism) [1] θεωρείται εξαιρετικά σημαντική, καθώς ο GA ουσιαστικά υπολογίζει την μέση τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας για ένα πολύ μεγαλύτερο πλήθος σχημάτων με το ίδιο υπολογιστικό κόστος. Με αυτόν τον τρόπο ο GA δειγματοληπτεί αποδοτικά μεγαλύτερο τμήμα του χώρου λύσεων, αποφεύγοντας την παγίδευση σε τοπικά βέλτιστα.

3.3.5.3.3 Μηχανισμοί Επιλογής και Αντικατάστασης των GAs

Οι μηχανισμοί επιλογής (selection) του GA διαλέγουν τα άτομα που θα συμμετάσχουν στην διαδικασία αναπαραγωγής για την γέννηση της επόμενης γενιάς. Η επιλογή οφείλει να λαμβάνει υπόψη την καταλληλότητα κάθε ατόμου εισάγοντας με αυτόν τον τρόπο την επίδραση της συνάρτησης καταλληλότητας στην διαδικασία βελτιστοποίησης. Ακόμη πρέπει να λαμβάνεται μέριμνα ώστε τα επιλεγμένα άτομα να μην είναι αποκλειστικά αυτά που συνοδεύονται από υψηλές τιμές της συνάρτησης καταλληλότητας, διότι αυτή η τακτική μπορεί να οδηγήσει σε απόρριψη χρήσιμης πληροφορίας και τελικά σε πρόωρη σύγκλιση σε τοπικό και όχι στο ολικό βέλτιστο. Οι κυριότερες στρατηγικές στοχαστικής επιλογής στους GAs είναι οι εξής:

- Η πιο δημοφιλής τεχνική επιλογής είναι η λεγόμενη διαδικασία της ρουλέτας. Τα άτομα προς αναπαραγωγή επιλέγονται ανάλογα με την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Σε αυτά με την καλύτερη επίδοση αντιστοιχούν αναλογικά υψηλότερες πιθανότητες επιλογής, ούτως ώστε κατά μέσο όρο τα ισχυρά άτομα να αναπαράγονται συχνότερα [15]. Όπως είναι φανερό, η διαδικασία της ρουλέτας αποτελεί στοχαστικό μηχανισμό, ο οποίος αποδίδει πεπερασμένη πιθανότητα επιλογής ακόμα και σε άτομα με εξαιρετικά χαμηλές επιδόσεις.
- Στην επονομαζόμενη μέθοδο τουρνουά (tournament selection) επιλέγεται ένα ορισμένο πλήθος ατόμων με τυχαίο τρόπο από τον πληθυσμό. Από αυτά, επιβιώνει το άτομο με την καλύτερη επίδοση και αυτομάτως επιλέγεται για αναπαραγωγή. Τα υπόλοιπα άτομα επανατοποθετούνται στον πληθυσμό και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι την δημιουργία του επόμενου πληθυσμού. Η μέθοδος επιλογής τουρνουά αποτελεί μία από τις πλέον αποδοτικές στοχαστικές μεθόδους επιλογής.
- Η επιλογή με την μέθοδο κατάταξης (ranking selection) πραγματοποιείται τοποθετώντας τα άτομα σε φθίνουσα σειρά σύμφωνα με την εκάστοτε τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Κατόπιν αποδίδονται σε αυτά πιθανότητες επιλογής χρησιμοποιώντας μία γραμμική ή μη γραμμική κατανομή. Η μέθοδος αυτή μπορεί να εφαρμοστεί σε περιπτώσεις κατά τις οποίες η αντικειμενική συνάρτηση λαμβάνει αρνητικές τιμές.

Ο μηχανισμός της αντικατάστασης επιτρέπει στους GAs την εισαγωγή νέων ατόμων στον πληθυσμό. Υπάρχουν δύο διαφορετικές μέθοδοι αντικατάστασης. Η γενικευμένη αντικατάσταση μιμείται τις βραχύβιες μορφές ζωής στις οποίες οι γονείς αποβιώνουν πριν την στιγμή που οι απόγονοί τους είναι ικανοί να αναπαραχθούν. Με αυτόν τον τρόπο κάθε γενιά δίνει πλήρως την θέση της στην επόμενη. Από την άλλη μεριά, στην σταθερή

αντικατάσταση, ορισμένα μόνο άτομα του πληθυσμού αντικαθίστανται από νέα, επιτυγχάνοντας πιο αποδοτική έρευνα και αποφεύγοντας την πρόωρη σύγκλιση σε κάποιο τοπικό μέγιστο.

3.3.5.3.4 Γενετικοί τελεστές διασταύρωσης (crossover)

Οι μηχανισμοί επιλογής μεταβάλλουν την εκπροσώπηση των υπαρχόντων ατόμων, χωρίς όμως την δημιουργία νέων. Η ανάγκη περαιτέρω εξερεύνησης του χώρου έρευνας επιβάλλει την εισαγωγή διαδικασιών σύνθεσης του γενετικού υλικού. Η διασταύρωση είναι η μέθοδος ανταλλαγής γενετικής πληροφορίας μεταξύ των γονέων με σκοπό την δημιουργία βελτιωμένων απογόνων [15]. Ο τελεστής της διασταύρωσης εφαρμόζεται στους γονείς με πιθανότητα p_c, η οποία πρέπει να επιλεχθεί κατάλληλα από τον σχεδιαστή. Τυπικές τιμές της p_c για την αποδοτική εξερεύνηση του χώρου λύσεων είναι μεταξύ 0.6 και 0.8 [36]. Η διαδικασία διασταύρωσης στους GAs πραγματοποιείται με δύο βασικούς τρόπους που εφαρμόζονται τόσο σε δυαδικές όσο και σε πραγματικές απεικονίσεις και περιγράφονται στην συνέχεια.

Στην διασταύρωση n-σημείων (n-point crossover) επιλέγονται τυχαία n σημεία στα χρωμοσώματα των γονέων και κατόπιν ενώνονται οι υποακολουθίες που βρίσκονται ανάμεσα στα σημεία αυτά με αμοιβαία ανταλλαγή γενετικού υλικού. Συνήθως πραγματοποιείται διασταύρωση ενός ή δύο σημείων ($n=1$ ή $n=2$). Η δεύτερη τεχνική είναι η ομοιόμορφη διασταύρωση (uniform crossover) κατά την οποία κάθε γονίδιο των απογόνων προέρχεται από το αντίστοιχο γονίδιο του ενός από τους δύο γονείς με τυχαία επιλογή.

Στην βιβλιογραφία συναντώνται διάφορες ακόμη στρατηγικές διασταύρωσης όπως η αριθμητική (arithmetic crossover) κατά την οποία εκτελείται κάποια λογική πράξη (AND, OR) για την δημιουργία απογόνων και η ευριστική (heuristic crossover) στην οποία οι απόγονοι παράγονται από τους γονείς με μία σύντομη επαναληπτική διαδικασία βελτιστοποίησης [49].

3.3.5.3.5 Γενετικοί τελεστές Μετάλλαξης (mutation)

Ο τελεστής μετάλλαξης συμβάλλει στην καθολική έρευνα του χώρου λύσεων και αποτρέπει τον GA από την παγίδευση σε κάποιο τοπικό βέλτιστο. Αλλάζοντας κάποια τμήματα των χρωμοσωμάτων με τυχαίο τρόπο διαφοροποιείται ο πληθυσμός και ο GA ερευνά πιο αποδοτικά σε ανεξερεύνητες περιοχές. Η μετάλλαξη μεταβάλλει ένα ή περισσότερα δομικά στοιχεία ενός ατόμου με πιθανότητα p_k, ώστε να παραχθεί ένα νέο

άτομο. Η p_k επιλέγεται σχετικά μικρή (τυπικές τιμές $0.001 - 0.1$) καθώς όταν πλησιάζει την μονάδα ο GA εκφυλίζεται ουσιαστικά σε τυχαία αναζήτηση. Στην συνέχεια περιγράφονται συνοπτικά οι κυριότερες τεχνικές μετάλλαξης που συναντώνται στην βιβλιογραφία [15, 48, 50]:

Η δυαδική μετάλλαξη (binary mutation) αντιστρέφει ένα η περισσότερα bits σε κάθε άτομο με πιθανότητα p_k και χρησιμοποιείται σε δυαδικές απεικονίσεις. Σε πραγματικές απεικονίσεις εφαρμόζονται οι ακόλουθες τεχνικές μετάλλαξης:

- Η ομοιόμορφη (uniform mutation), στην οποία ένα γονίδιο του χρωμοσώματος επιλέγεται τυχαία και τίθεται ίσο με έναν ομοιόμορφα κατανεμημένο τυχαίο αριθμό εντός προκαθορισμένων ορίων.
- Η ανομοιόμορφη (non-uniform mutation), όπου ένα γονίδιο επιλέγεται τυχαία και τίθεται ίσο με ένα μη-ομοιόμορφα κατανεμημένο τυχαίο αριθμό εντός των προκαθορισμένων ορίων.
- Η πολλαπλά ανομοιόμορφη (multi-non-uniform mutation), όπου η ανομοιόμορφη μετάλλαξη εφαρμόζεται σε κάθε γονίδιο του χρωμοσώματος.
- Τέλος η συνοριακή (boundary mutation), όπου ένα γονίδιο του χρωμοσώματος επιλέγεται τυχαία και τίθεται ίσο με το κατώτατο ή το ανώτατο φράγμα του.

3.3.5.3.6 Ελιτισμός

Έχει αποδειχτεί αναλυτικά ότι η σύγκλιση του GA δεν είναι εξασφαλισμένη όταν δεν συμπεριλαμβάνεται σε κάθε νέα γενιά το πλέον ισχυρό άτομο της προηγούμενης γενιάς. Απεναντίας, η εύρεση του βέλτιστου μετά από άπειρες επαναλήψεις του αλγορίθμου είναι εγγυημένη, όταν προστατεύεται το πιο κατάλληλο άτομο από την επίδραση των στοχαστικών τελεστών [51]. Η στρατηγική αυτή καλείται ελιτισμός (elitism). Στην πράξη έχει παρατηρηθεί ότι η υιοθέτηση του ελιτισμού βελτιώνει την απόδοση του GA. Γενικότερα, μπορούν να επιλεχθούν, με κριτήριο την επίδοσή τους, περισσότερα άτομα τα οποία θα προστατεύονται σε κάθε γενιά αποτελώντας την εκλεκτή ομάδα (elite group). Τα πλήθος των μελών της εκλεκτής ομάδας, ως ποσοστό του συνολικού πληθυσμού, καθορίζει το ποσοστό ελιτισμού που χρησιμοποιείται κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου. Το ποσοστό αυτό πρέπει να επιλέγεται κατάλληλα σε κάθε πρόβλημα, ώστε από την μία πλευρά να μην αφήνονται απροστάτευτα άτομα με εξαιρετική επίδοση και από την άλλη να μην εφαρμόζονται οι γενετικοί τελεστές σε μικρό αριθμό χρωμοσωμάτων, επηρεάζοντας δυσμενώς την απόδοση του GA.

3.3.5.3.7 Εκκίνηση – Τερματισμός του GA

Η αρχικοποίηση του GA πραγματοποιείται διαμορφώνοντας συνήθως με τυχαίο τρόπο την πρώτη γενιά [15]. Σε αρκετές περιπτώσεις όμως συμπεριλαμβάνονται στον αρχικό πληθυσμό άτομα που αποτελούν λύσεις του προβλήματος και προέρχονται από άλλες μεθόδους αναζήτησης, από εμπειρικές τεχνικές ή από a priori γνώση [50]. Επίσης σε προβλήματα σχεδίασης είναι δυνατόν η πρώτη γενιά να αποτελεί την γενετικά βέλτιστη λύση ενός παραπλήσιου προβλήματος με κατάλληλες τροποποιήσεις. Μια πρακτική απόδειξη της ευρωστίας των GAs είναι η διεξαγωγή αποδοτικής έρευνας του χώρου λύσεων με οποιαδήποτε μέθοδο εκκίνησης του αλγορίθμου.

Από την άλλη μεριά, ο πιο απλός τρόπος τερματισμού του GA, είναι ο καθορισμός του μέγιστου πλήθους γενιών – επαναλήψεων. Δεδομένου όμως ότι ο αλγόριθμος είναι στοχαστικός, δεν υπάρχει σε αυτήν την περίπτωση εγγυημένα εύρεση ικανοποιητικής λύσης, ενώ επιπρόσθετα, είναι πιθανόν ο GA να έχει συγκλίνει και παρόλα αυτά να συνεχίζει την μη παραγωγική αναζήτηση. Για αυτούς τους λόγους επιλέγονται ως επί το πλείστον διαφορετικά κριτήρια τερματισμού. Ο GA μπορεί να τερματίζεται όταν η συνάρτηση καταλληλότητας των ατόμων υπερβεί ένα προκαθορισμένο κατώφλι. Όταν δεν είναι δυνατός ο προσδιορισμός της τιμής κατωφλίου, κριτήρια σύγκλισης μπορούν να οριστούν από την εξέταση της μεταβολής, κατά την διάρκεια κάποιων γενιών, της μέσης ή της ανώτερης τιμής επίδοσης των ατόμων του πληθυσμού, ή από την εξέταση της διασποράς του πληθυσμού. Τα τελευταία κριτήρια, χωρίς να εξασφαλίζουν την εύρεση της επιθυμητής λύσης, παρέχουν μετά από κάθε γενιά ένα μέτρο αξιολόγησης της συγκεκριμένης εκτέλεσης του αλγορίθμου.

3.3.5.3.8 Επιλογή Παραμέτρων GA

Όπως εκτέθηκε αναλυτικά προηγουμένως, η αποδοτική λειτουργία του GA εξαρτάται σημαντικά από την επιλογή των βασικών του παραμέτρων. Αυτές με την σειρά τους εξαρτώνται ισχυρά από την υφή του εκάστοτε προβλήματος βελτιστοποίησης. Χωρίς αμφιβολία, η επιτυχής εύρεσή τους σε διάφορα ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα βελτιστοποίησης αποτελεί μία σύνθετη διαδικασία, η οποία όμως διευκολύνεται στην πράξη αν ακολουθηθούν κάποιες γενικές κατευθυντήριες οδηγίες [36]:

- Η επιλογή της κατάλληλης κωδικοποίησης πραγματοποιείται ανάλογα με το υπό εξέταση πρόβλημα, σύμφωνα με την παράγραφο 3.3.5.3.1 της παρούσας διατριβής. Παράλληλα λαμβάνεται μέριμνα ώστε οι θέσεις των γονιδίων που σχετίζονται άμεσα μεταξύ τους να απέχουν το ελάχιστο δυνατό μέσα στο χρωμόσωμα. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η κωδικοποίηση μιγαδικών αριθμών, στην οποία

χρησιμοποιούνται δύο γονίδια για την περιγραφή του μέτρου και της φάσης αντίστοιχα. Τα γονίδια αυτά επιλέγονται να βρίσκονται σε διαδοχικές θέσεις εντός του χρωμοσώματος.

- Το μέγεθος του πληθυσμού αποτελεί πολύ σημαντικό παράγοντα αφού καθορίζει την ποιότητα δειγματοληψίας του χώρου έρευνας και την ταχύτητα σύγκλισης. Όσο μεγαλύτερος είναι ο πληθυσμός τόσο μεγαλύτερο ποσοστό του χώρου λύσεων ερευνάται και τόσο περισσότερα σχήματα αντιπροσωπεύονται. Από την άλλη μεριά αυξάνεται το υπολογιστικό κόστος κατά την εκτέλεση του GA, ενώ σε ορισμένες περιπτώσεις μεγάλοι πληθυσμοί μπορεί να παραβλέψουν το ολικό βέλτιστο εφόσον αυτό κείται σε απότομη κορυφή του χώρου λύσεων, καθώς τείνουν να αναδείξουν λύσεις που βρίσκονται επί εκτεταμένων, τοπικών κορυφών. Τυπικές τιμές πλήθους ατόμων μεταξύ 10 και 40 αποδεικνύονται ικανοποιητικές στις περισσότερες περιπτώσεις εκτέλεσης του GA.
- Η δεύτερη σημαντικότερη παράμετρος για την εκτέλεση του GA είναι η πιθανότητα διασταύρωσης p_c η οποία μπορεί να λάβει τιμές μεταξύ 0.5 και 0.9. Οι υψηλότερες τιμές εξασφαλίζουν πιο γρήγορη αναζήτηση του χώρου λύσεων. Τιμές μεταξύ 0.7 και 0.8 αποδεικνύονται αποδοτικές στα περισσότερα προβλήματα [20].
- Η πιθανότητα μετάλλαξης p_k επιλέγεται πάντα σχετικά μικρή. Τιμές της p_k μεγαλύτερες από 0.1 δίνουν την δυνατότητα στον GA να ξεφύγει από τα τοπικά βέλτιστα, αλλά μπορεί να οδηγήσουν στην απομάκρυνση ατόμων με εξαιρετικές επιδόσεις που βρίσκονται κοντά στο ολικό βέλτιστο, καθυστερώντας ή αποτρέποντας την σύγκλιση.
- Σε κάθε περίπτωση χρησιμοποιούνται στρατηγικές ελιτισμού.

3.4 Βιβλιογραφία

[1] J.H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems.* MIT Press, 1975.

[2] A.D. Belegundu and T.R. Chandrupatla, *Optimization Concepts and Applications in Engineering.* Pearson Education India, 1999.

[3] E. Polak, *Computational methods in Optimization: A Unified Approach.* Academic Press, New York, 1971.

[4] N. Metropolis, A.W. Rosenbluth, M.N. Rosenbluth, A.H. Teller and E. Teller, “Equation of state calculation by fast computing machines”, Journal of Chemical Physics, Vol .21, pp. 1087-1092, 1953.

[5] S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt and M.P. Vecchi, "Optimization by Simulated Annealing", Science, Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680, 1983.

[6] J. Kennedy, R.C. Eberhart and Y. Shi, *Swarm Intelligence.* San Francisco: Morgan Kaufmann, 2001.

[7] J. Robinson and Y. Rahmat-Samii, "Particle Swarm Optimization in electromagnetics", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 52, No. 2, pp.397-407, 2004.

[8] J. Robinson, S. Sinton and Y. Rahmat-Samii, "Particle swarm, genetic algorithm, and their hybrids: Optimization of a profiled corrugated horn antenna", IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium Digest, Vol. 1, pp. 314–317, 2002.

[9] D.W. Boeringer and D.H. Werner, "Particle swarm optimization versus genetic algorithms for phased array synthesis", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 52, No. 3, pp. 771-779, 2004.

[10] D. Gies and Y. Rahmat-Samii, "Particle swarm optimization for reconfigurable phase-differentiated array design", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 38, No. 3, pp. 168-175, 2003.

[11] M. Donelli, R. Azaro, F.G.B. De Natale and A. Massa, "An innovative computational approach based on a particle swarm strategy for adaptive phased-arrays control", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 54, No. 3, pp. 888-898, 2006.

[12] M. Dorigo and A. Colorni, "The ant system: Optimization by a colony of cooperating agents", IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B-Cybernetics, Vol. 26, No. 1, pp. 29-41, 1996.

[13] C.M. Coleman, E.J. Rothwell and J.E. Ross, "Investigation of Simulated Annealing, Ant-Colony optimization, and Genetic Algorithms for self-structuring antennas", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 52, No. 4, pp. 1007-1014, 2004.

[14] K.A. De Jong, *An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems.* PhD Thesis, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.

[15] D.E. Goldberg, *Genetic Algorithms in search, optimization and machine learning.* Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.

[16] A. Oyama, S. Obayashi and T. Nakamura, "Real-coded adaptive range genetic algorithm applied to transonic wing optimization", Applied Soft Computing, Vol. 1, pp. 179-187, 2001.

[17] D.F. Jones, S.K. Mirrazavi and M. Tamiz, "Multi-objective meta-heuristics: An overview of the current state-of-the-art", European Journal of Operational Research, Vol. 137, No. 1, pp. 1-9, 2002.

[18] R. Saha, P. Chaudhury and S.P. Bhattacharyya, "Direct solution of Schrödinger equation by genetic algorithm: test cases", Physics Letters A, Vol. 291, No. 6, pp. 397-406, 2001.

[19] R.L. Haupt, “An introduction to Genetic Algorithms for electromagnetics”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 37, No. 2, pp. 7-15, 1995.

[20] J.M. Johnson and Y. Rahmat-Samii, “Genetic algorithms in engineering electromagnetics”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 39, No. 4, pp. 7-25, 1997.

[21] A. Boag, A. Boag, E. Michielssen and R. Mittra, “Design of electrically loaded wire antennas using genetic algorithms”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 44, No. 5, pp. 687-695, 1996.

[22] E.A. Jones and W.T. Joines, “Design of Yagi-Uda antennas using genetic algorithms”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 45, No. 9, pp. 1386-1392, 1997.

[23] Z. Altman, R. Mittra and A. Boag, “New designs of ultra wide-band communication antennas using a genetic algorithm”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 45, No. 10, pp. 1494-1501, 1997.

[24] P.L. Werner, Z. Altman, R. Mittra, D.H. Werner and A.J. Ferraro, “Optimization of stacked vertical dipoles above a ground plane using the genetic algorithm”, Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 13, No. 1, pp. 51-66, 1999.

[25] E.A. Jones and W.T. Joines, “Genetic design of linear antenna arrays”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 42, No. 3, pp. 92-100, 2000.

[26] D. Marcano and F. Duran, “Synthesis of antenna arrays using genetic algorithms”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 42, No. 3, pp. 12-20, 2000.

[27] S.D. Rogers, C.M. Butler and A.Q. Martin, “Realization of a genetic-algorithm-optimized wire antenna with 5 : 1 bandwidth”, Radio Science, Vol. 36, No. 6, pp. 1315-1325, 2001.

[28] S.L. Avila, W.P. Carpes and J.A. Vasconcelos, “Optimization of an offset reflector antenna using genetic algorithms”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 40, No. 2, pp. 1256-1259, 2004.

[29] Y.C. Ji, Q.Z. Liu, X.L. He and H. Zhang, “Optimal designs of ultra wide-band communication antennas”, Chinese Journal of Electronics, Vol. 13, No. 4, pp. 728-731, 2004.

[30] M. Donelli, S. Caorsi, F. De Natale, D. Franceschini and A. Massa, “A versatile enhanced genetic algorithm for planar array design”, Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 18, No. 11, pp. 1533-1548, 2004.

[31] P.K. Varlamos, C.N. Capsalis, “Electronic Beam Steering Using Switched Parasitic Smart Antenna Arrays”, Progress in Electromagnetics Research, Vol. 36, pp. 101-119, 2002.

[32] P.K. Varlamos, C.N. Capsalis, "Design of a Six-Sector Switched Parasitic Planar Array Using the Method of Genetic Algorithms", Wireless Personal Communications Journal, Vol. 26, No. 1, August 2003.

[33] M.H. Oktem and B. Saka, "Design of multilayered cylindrical shields using a genetic algorithm", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 43, No. 2, pp. 170-176, 2001.

[34] L. Dawson, J. Clegg, S.J. Porter, J.F. Dawson and M.J. Alexander, "The use of genetic algorithms to maximize the performance of a partially lined screened room", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 44, No. 1, pp. 233-242, 2002.

[35] S.A. Mitilineos, I.I. Heretakis, N. Chatziathanasiou, S.C.A. Thomopoulos and C.N. Capsalis, "Multiobjective antenna array design using the method of Genetic Algorithms", WSEAS Transactions on Communications, Vol. 4, No. 8, pp. 739-744, 2005.

[36] Y. Rahmat-Samii and E. Michielssen, *Electromagnetic Optimization by Genetic Algorithms.* New York: John Wiley and Sons, 1999.

[37] C. Hafner, *Post-modern Electromagnetics: Using Intelligent MaXwell Solvers.* Chichester, UK: John Wiley and Sons, 1999.

[38] D.S. Weile and E. Michielssen, "Genetic algorithm optimization applied to electromagnetics: A review", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 45, No. 3, pp. 343-353, 1997.

[39] J.M. Johnson and Y. Rahmat-Samii, "Genetic algorithms and method of moments (GA/MOM) for the design of integrated antennas", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 47, No. 10, pp. 1606-1614, 1999.

[40] T. Su and H. Ling, "Determining the equivalent impedance boundary condition for corrugated coatings based on the genetic algorithm", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 48, No. 3, pp. 374-382, 2000.

[41] Z.F. Li, Y.E. Erdemli, J.L. Volakis and P.Y. Papalambros, "Design optimization of conformal antennas by integrating stochastic algorithms with the hybrid finite-element method", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 50, No. 5, pp. 676-684, 2002.

[42] D. Erni, D. Wiesmann, M. Spuhler, S. Hunziker, E. Moreno, B. Oswald, J. Frohlich and C. Hafner, "Application of evolutionary optimization algorithms in computational optics", Applied Computational Electromagnetics Society Journal, Vol. 15, No. 2, pp. 43-60, 2000.

[43] E. Moreno, D. Erni, C. Hafner, R.E. Kunz and R. Vahldieck, "Modeling and optimization of non-periodic grating couplers", Optical and Quantum Electronics, Vol. 34, No. 11, pp. 1051-1069, 2002.

[44] W. Chien and C. Chiu, "Using NU-SSGA to reduce the searching time in inverse problem of a buried metallic object", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 53, No. 10, pp. 3128-3134, 2005.

[45] Δ.Γ. Λυμπερόπουλος, *Ηλεκτρομαγνητική Ανακατασκευή και Βελτιστοποίηση Απεικόνισης Τρισδιάστατων Αντικειμένων με Ανάπτυξη Κατανεμημένης Πλατφόρμας Γενετικών Αντιπροσώπων Λογισμικού*. Διδακτορική Διατριβή, ΕΜΠ, Αθήνα, 2005.

[46] S.M. Cui, A. Mohan and D.S. Weile, "Pareto optimal design of absorbers using a parallel elitist nondominate sorting genetic algorithm and the finite element-boundary integral method", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 53, No. 6, pp. 2099-2107, 2005.

[47] T.S. Sijher and A.A. Kishk, "Antenna modelling by infinitesimal dipoles using genetic algorithms", Progress in Electromagnetics Research, Vol. 52, pp. 225-254, 2005.

[48] L.M. Schmitt, "Theory of genetic algorithms", Theoretical Computer Science, Vol. 259, No. 1-2, pp. 1-61, 2001.

[49] Z. Michalewicz, *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs.* AI Series, Springer Verlag, New York, 1994.

[50] C.R. Houck, J.A. Joines, and M.G. Kay, "A genetic algorithm for function optimization: A MATLAB implementation", North Carolina State University – Department of Industrial Engineering, Technical Report 95-09, 1995.

[51] G. Rudolph, "Convergence analysis of canonical genetic algorithms", IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 5, No. 1, pp. 96-101, 1994.

4 ΓΕΝΕΤΙΚΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΤΕΧΝΙΚΗ MAS (GA/MAS) – ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΚΕΔΑΣΗΣ ΑΠΟ ΤΕΛΕΙΑ ΑΓΩΓΙΜΟΥΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥΣ

4.1 Εισαγωγή

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενα κεφάλαια, η μέθοδος MAS έχει εφαρμοστεί επιτυχώς σε πληθώρα ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων σκέδασης. Τα προβλήματα αυτά περιλαμβάνουν κλειστά σώματα, σκεδαστές απείρων και πεπερασμένων διαστάσεων, μη επίπεδες περιοδικές επιφάνειες και άπειρης έκτασης διαχωριστικές επιφάνειες [1-7]. Στην [8] εξετάζεται η ηλεκτρομαγνητική σκέδαση από άπειρους διηλεκτρικούς κυλίνδρους υπό πεδία διέγερσης με πόλωση τύπου TM και TE, χρησιμοποιώντας μία μέθοδο φανταστικών ρευμάτων (Fictitious Current Model). Στις ανωτέρω αναφορές ένα πλήθος βοηθητικών ακτινοβολητών, με την μορφή απείρου μήκους νηματοειδών ηλεκτρικών ή μαγνητικών πηγών (περίπτωση 2D) τοποθετείται σε πεπερασμένη απόσταση από τις φυσικές συνοριακές επιφάνειες με σκοπό την προσομοίωση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου σε κάθε σημείο του χώρου. Τα άγνωστα πλάτη των βοηθητικών πηγών υπολογίζονται επιβάλλοντας τις οριακές συνθήκες σε διακριτά σημεία. Στην συνέχεια επιλύεται το προκύπτον σύστημα γραμμικών εξισώσεων χρησιμοποιώντας κατάλληλη αριθμητική μέθοδο.

Επιπροσθέτως, οι θέσεις των βοηθητικών πηγών έχουν επιλεχθεί, στην πλειοψηφία των περιπτώσεων, σύμφωνα με εμπειρικούς κανόνες. Συνήθως κατασκευάζονται βοηθητικές επιφάνειες σύμμορφες των φυσικών διαχωριστικών επιφανειών πάνω στις οποίες κατανέμονται ομοιόμορφα οι πηγές προσομοίωσης. Ακόμη, μπορεί να αξιοποιηθούν οι φυσικές ιδιότητες των εξεταζόμενων γεωμετριών, τοποθετώντας τις πηγές πάνω σε καυστικές επιφάνειες [4] ή χρησιμοποιώντας την θεωρία των μιγαδικών ειδώλων [9]. Σε κάθε περίπτωση, όπως αναλύθηκε διεξοδικά σε προηγούμενο κεφάλαιο, η τοποθέτηση των βοηθητικών πηγών έχει καταλυτική επίδραση στην σύγκλιση και την ακρίβεια της αριθμητικής μεθόδου [10].

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα εξεταστεί το 2D πρόβλημα σκέδασης από απείρου μήκους τέλεια αγώγιμο κύλινδρο αυθαίρετης λείας διατομής, χρησιμοποιώντας γενετικά βελτιστοποιημένη μέθοδο MAS. Ερευνάται τόσο η περίπτωση της διέγερσης από επίπεδο κύμα, όσο και η περίπτωση της διέγερσης από απείρου μήκους νηματοειδή ρευματική γραμμή τοποθετημένη παράλληλα στον άξονα του κυλίνδρου. Η πρωτοτυπία της παρουσιαζόμενης τεχνικής είναι ότι εφαρμόζει γενετική βελτιστοποίηση για την κατανομή

των βοηθητικών πηγών εντός του σώματος του σκεδαστή [11]. Συγκεκριμένα, ένας κατάλληλος αριθμός βοηθητικών πηγών τοποθετείται εξελικτικά από τον GA εντός του κυλίνδρου, ούτως ώστε το μέγιστο σφάλμα της οριακής συνθήκης στην επιφάνεια του να ελαχιστοποιείται. Η γενετικά βελτιστοποιημένη MAS τεχνική εφαρμόζεται σε κυλίνδρους κυκλικούς, ελλειπτικούς, ελλειπτικούς Cassini, κρανοειδείς και περιοδικά ανώμαλης επιφάνειας (corrugated), επιδεικνύοντας σε κάθε περίπτωση την ιδανική σύγκλιση της αριθμητικής λύσης στην επιθυμητή τάξη ακρίβειας. Επίσης υπολογίζονται ποσότητες που αφορούν τόσο το κοντινό όσο και το μακρινό πεδίο και συγκρίνονται με διαθέσιμες λύσεις.

Έξάλλου, έχει αποδειχτεί ότι όταν χρησιμοποιούνται τεχνικές MAS μπορούν να προκύψουν πιο αποδοτικές αριθμητικές λύσεις τοποθετώντας τις βοηθητικές πηγές στον μιγαδικό χώρο [12]. Ένα σημαντικό πλεονέκτημα της παρουσιαζόμενης τεχνικής είναι ότι η γενετική στοχαστική έρευνα μπορεί να διενεργηθεί με ευχέρεια και στον μιγαδικό χώρο.

4.2 Περιγραφή του Ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος Σκέδασης – Εφαρμογή της MAS

Θεωρούμε το 2D πρόβλημα ενός απείρου μήκους τέλεια αγώγιμου κυλίνδρου, ο οποίος διεγείρεται είτε από ένα επίπεδο κύμα TM πόλωσης, είτε από το πεδίο μιας απείρου μήκους ρευματικής γραμμής. Το επίπεδο κύμα διαδίδεται στην διεύθυνση του αρνητικού άξονα x και περιγράφεται από τις σχέσεις:

$$\mathbf{E}_{\mathbf{inc}} = \exp(jk_o x)\,\hat{z} \tag{4.1}$$

$$\mathbf{H}_{\mathbf{inc}} = \frac{1}{Z_o}\exp(jk_o x)\,\hat{y} \tag{4.2}$$

όπου k_o είναι ο κυματαριθμός στο κενό,

$Z_o = \sqrt{\dfrac{\mu_o}{\varepsilon_o}}$ είναι η χαρακτηριστική αντίσταση στο κενό,

ε_o διηλεκτρική σταθερά του κενού και

μ_o η μαγνητική διαπερατότητα του κενού.

Από την άλλη μεριά το πεδίο μιας απείρου μήκους νηματοειδούς ρευματικής γραμμής με προσανατολισμό κατά την κατεύθυνση του άξονα z που είναι τοποθετημένη στο σημείο (x_o, y_o) δίνεται από τις ακόλουθες σχέσεις σε καρτεσιανές συντεταγμένες:

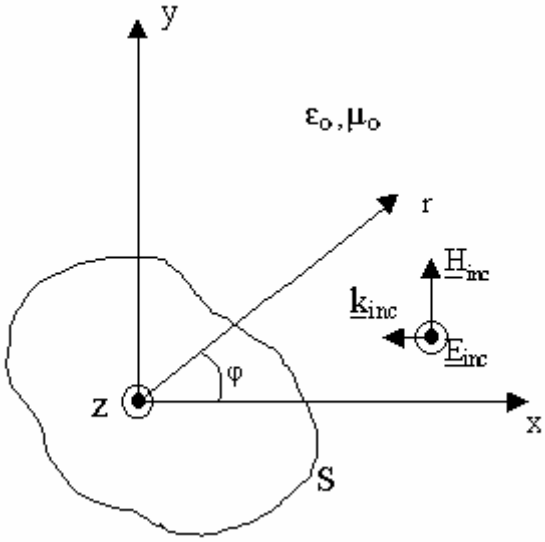
$$\mathbf{E}_{\mathbf{inc}} = -\left[k_o Z_o \frac{I_o}{4} H_o^{(2)}\left(k_o\sqrt{(x-x_o)^2+(y-y_o)^2}\right)\right]\cdot\hat{z} \tag{4.3}$$

$$\mathbf{H_{inc}} = \left[jk_o \frac{I_o(y-y_o)}{4\sqrt{(x-x_o)^2+(y-y_o)^2}} H_1^{(2)}\left(k_o\sqrt{(x-x_o)^2+(y-y_o)^2}\right)\right]\hat{x} -$$
$$(-)\left[jk_o \frac{I_o(x-x_o)}{4\sqrt{(x-x_o)^2+(y-y_o)^2}} H_1^{(2)}\left(k_o\sqrt{(x-x_o)^2+(y-y_o)^2}\right)\right]\hat{y} \tag{4.4}$$

όπου $I_o = -1$ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την νηματοειδή γραμμή και $H_n^{(2)}(\bullet)$ η συνάρτηση Hankel δευτέρου είδους, τάξης n.

Υποθέτουμε αρμονική χρονική μεταβολή της μορφής $\exp(j\omega t)$ για τα πεδία. Επίσης, η συχνότητα των πεδίων διέγερσης είναι $f = 300MHz$, υποδηλώνοντας μήκος κύματος στον ελεύθερο χώρο $\lambda = 1m$. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι παράλληλος με τον άξονα z ενός ορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6, ενώ εξωτερικά του κυλίνδρου βρίσκεται κενός χώρος. Το ζητούμενο είναι η εύρεση των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων σκέδασης εξωτερικά του κυλίνδρου, αφού εντός αυτού το πεδίο μηδενίζεται.

Ακολουθώντας τον κλασικό φορμαλισμό της MAS, το σκεδαζόμενο πεδίο προσομοιώνεται από ένα σύνολο N απείρου μήκους νηματοειδών ηλεκτρικών πηγών με διεύθυνση κατά τον άξονα z. Οι πηγές αυτές έχουν μιγαδικά πλάτη, τοποθετούνται αυστηρά εντός του σώματος του κυλίνδρου και θεωρείται ότι ακτινοβολούν σε άπειρο κενό χώρο.



Σχήμα 6 – Γεωμετρία του εξεταζόμενου προβλήματος – περίπτωση πρόσπτωσης επίπεδου κύματος. Το διάνυσμα $\underline{k}_{inc}$ υποδηλώνει το διάνυσμα διάδοσης του πεδίου διέγερσης (προς την κατεύθυνση του αρνητικού άξονα x).

Το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο δίνεται πλέον από την σχέση:

$$\mathbf{E_{tot}} = \mathbf{E_{inc}} + \mathbf{E_{sc}} = (Ez_{inc} + Ez_{sc}) \cdot \hat{z} \Rightarrow$$

$$\mathbf{E_{tot}}(x,y) = \left[Ez_{inc} - \sum_{i=1}^{N} k_o Z_o \frac{I_i}{4} H_o^{(2)}\left(k_o\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}\right)\right]\cdot\hat{z} \tag{4.5}$$

Το συνολικό μαγνητικό πεδίο προκύπτει εφαρμόζοντας τον νόμο του Faraday:

$$\mathbf{H_{tot}}(x,y) = \frac{j}{k_o Z_o} \nabla \times \mathbf{E_{tot}}(x,y) \tag{4.6}$$

Στην σχέση (4.3) I_i είναι ο άγνωστος μιγαδικός ρευματικός συντελεστής της πηγής i η οποία τοποθετείται στην θέση $\mathbf{r_i} = x_i\hat{x} + y_i\hat{y}$ και $H_o^{(2)}(\bullet)$ είναι η συνάρτηση Hankel δευτέρου είδους, μηδενικής τάξης.

Ακόμη, η οριακή συνθήκη στην τέλεια αγώγιμη επιφάνεια S του κυλίνδρου ορίζει ότι η εφαπτομενική συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου πρέπει να είναι συνεχής. Η οριακή συνθήκη εκφράζεται από την σχέση:

$$\hat{n} \times (\mathbf{E_{inc}} + \mathbf{E_{sc}}) = 0 \text{ on } S \tag{4.7}$$

όπου $\hat{n}$ είναι μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην S. Τα άγνωστα μιγαδικά ρεύματα I_i, $i = 1..N$ των βοηθητικών πηγών μπορούν να υπολογιστούν επιβάλλοντας την οριακή συνθήκη σε N_C διακριτά σημεία στην τέλεια αγώγιμη επιφάνεια, τα οποία βρίσκονται στις θέσεις $\boldsymbol{\rho}_\mathbf{C} = x_C\hat{x} + y_C\hat{y}$. Κατόπιν επιλύεται το γραμμικό σύστημα N_C εξισώσεων:

$$Ez_{inc}\big|_{(x_C, y_C)} - \sum_{i=1}^{N} k_o Z_o \frac{I_i}{4} H_o^{(2)}\left(k_o\sqrt{(x_C - x_i)^2 + (y_C - y_i)^2}\right) = 0, \quad c = 1..N_C,\ i = 1..N \tag{4.8}$$

Τα σημεία επιβολής της οριακής συνθήκης επιλέγονται έτσι ώστε να ισαπέχουν μεταξύ τους. Στην ειδική περίπτωση ενός κυκλικού κυλίνδρου ακτίνας r_a, οι θέσεις τους σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο δίνονται από την σχέση:

$$x_C = r_\mathrm{a}\cos\left(\frac{2\pi(m-1)}{N}\right), \quad y_C = r_\mathrm{a}\sin\left(\frac{2\pi(m-1)}{N}\right), \quad m = 1..N_C \tag{4.9}$$

Το πλήθος των σημείων επιβολής της οριακής συνθήκης πρέπει να είναι μεγαλύτερο ή ίσο με τον αριθμό των βοηθητικών πηγών N για την επίλυση του γραμμικού συστήματος της σχέσης (4.8). Στην πρώτη περίπτωση η λύση του συστήματος εξάγεται υπό την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων. Τυπικά, η οριακή συνθήκη συνεχείας δεν ικανοποιείται επακριβώς στα σημεία της επιφάνειας του κυλίνδρου μεταξύ των σημείων επιβολής. Ακολούθως θα παρουσιαστεί μια γενετικά βελτιστοποιημένη τεχνική MAS για την κατανομή των βοηθητικών πηγών, η οποία θα ελαχιστοποιεί το σφάλμα της οριακής συνθήκης.

4.3 Ανάπτυξη της Γενετικά Βελτιστοποιημένης Τεχνικής MAS (GA/MAS)

Οι γενετικοί αλγόριθμοι (GAs) βελτιστοποίησης παρουσιάζουν εξαιρετική ευρωστία, προσομοιώνοντας την προσαρμοστική ικανότητα που συναντάται στην φύση μέσω της

επιβίωσης του ισχυρότερου [13]. Οι GAs έχουν εφαρμοστεί σε πλειάδα προβλημάτων βελτιστοποίησης στον ηλεκτρομαγνητισμό τα οποία περιγράφονται από περίπλοκες, πολλαπλών μεταβλητών, μη γραμμικές αντικειμενικές συναρτήσεις που περιέχουν πολυάριθμα τοπικά βέλτιστα, επιδεικνύοντας ικανοποιητική σύγκλιση στην επιθυμητή λύση [14-16].

Στην προτεινόμενη γενετικά βελτιστοποιημένη MAS τεχνική, ο GA χρησιμοποιείται για την επίτευξη λύσης ικανοποιητικής ακρίβειας τοποθετώντας κατάλληλα τις βοηθητικές πηγές στο επιτρεπόμενο χωρίο. Ένα μέτρο του σφάλματος της οριακής συνθήκης κανονικοποιημένο από την μέγιστη ένταση του προσπίπτοντος πεδίου δίνεται από την επόμενη σχέση:

$$BCE = \Delta \mathrm{E}_{BC} = \frac{\left|\hat{n} \times (\mathbf{E}_{\mathbf{inc}} + \mathbf{E}_{\mathbf{sc}})\right|}{\max\left\{\left|\mathbf{E}_{\mathbf{inc}}\right|\right\}} \text{ on } S \tag{4.10}$$

Κάθε βοηθητική πηγή μπορεί θεωρητικά να βρίσκεται οπουδήποτε στο χωρίο εντός του σώματος του μεταλλικού κυλίνδρου. Κατά αυτόν τον τρόπο, οι παράμετροι του GA, δηλαδή οι συντεταγμένες των βοηθητικών πηγών, οριοθετούνται από τη φυσική επιφάνεια του κυλίνδρου. Η απολύτως τυχαία γενετική κατανομή των βοηθητικών πηγών εντός του επιτρεπόμενου χωρίου ενδέχεται να δώσει υποβέλτιστες λύσεις ικανοποιητικής ακρίβειας, χρήσιμες για σκοπούς μηχανικού, κυρίως σε προβλήματα σκέδασης από κανονικές επιφάνειες. Στην πράξη, οι βοηθητικές πηγές κατανέμονται από τον γενετικό αλγόριθμο με βάση γεωμετρικούς κανόνες και λαμβάνοντας υπόψη τις εμπειρικές προσεγγίσεις της MAS οι οποίες αναλύθηκαν διεξοδικά σε προηγούμενο κεφάλαιο.

Κάθε μια από τις παραμέτρους εκφράζεται με ένα δυαδικό, διακριτοποιημένο τρόπο, ο οποίος καλείται γονίδιο. Το πλήθος των δυαδικών ψηφίων N_b κάθε γονιδίου εξαρτάται από την επιθυμητή ακρίβεια της αναπαράστασης και δίνεται από την σχέση:

$$N_b = ceil\left[\log_2\left(\frac{upperbound - lowerbound}{prec}\right)\right] \tag{4.11}$$

όπου $ceil(x)$ είναι συνάρτηση που στρογγυλοποιεί τον αριθμό x στον εγγύτερο ακέραιο αριθμό προς το $+\infty$, οι μεταβλητές $upperbound$ και $lowerbound$ καθορίζουν τον χώρο λύσεων για κάθε παράμετρο και $prec$ είναι η επιθυμητή ακρίβεια. Η συμβολοσειρά όλων των κωδικοποιημένων παραμέτρων που συμμετέχουν στο πρόβλημα βελτιστοποίησης καλείται χρωμόσωμα [13]. Επίσης τα γονίδια που αφορούν την ίδια μιγαδική παράμετρο τοποθετούνται γειτονικά στο χρωμόσωμα για την διενέργεια πιο αποδοτικής γενετικής κωδικοποίησης. Κατά αυτόν τον τρόπο, κάθε χρωμόσωμα στην γενετικά τροποποιημένη τεχνική MAS είναι η αναπαράσταση των συντεταγμένων όλων των βοηθητικών πηγών.

Ο GA αρχικοποιείται παράγοντας τυχαίες λύσεις για έναν πληθυσμό N_p χρωμοσωμάτων. Για κάθε χρωμόσωμα επιλύεται το γραμμικό σύστημα (4.8) επιβάλλοντας την οριακή συνθήκη σε N_C σημεία. Σκοπός του GA είναι η ελαχιστοποίηση του μέγιστου σφάλματος της οριακής συνθήκης στην PEC επιφάνεια, ή ισοδύναμα η μεγιστοποίηση του αντίστροφου του μέγιστου σφάλματος. Με αυτόν τον τρόπο διαμορφώνεται η αντικειμενική συνάρτηση του GA. Στην συνέχεια υπολογίζεται η εκάστοτε τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αναφορικά με το σφάλμα της οριακής συνθήκης στην συνοριακή επιφάνεια. Η οριακή συνθήκη ελέγχεται σε ένα πεπερασμένο αριθμό N_t σημείων μεταξύ γειτονικών σημείων επιβολής. Πρέπει να σημειωθεί ότι ως κριτήριο βελτιστοποίησης επιλέγεται το μέγιστο σφάλμα και όχι το μέσο σφάλμα της οριακής συνθήκης, καθώς το πρώτο αποτελεί πιο αξιόπιστο μέτρο της ποιότητας της MAS λύσης, ιδιαίτερα στο κοντινό πεδίο. Σε ορισμένες περίπλοκες διατάξεις σκέδασης, είναι πιθανό κατά την εφαρμογή της MAS να προκύπτουν ιδιαίτερα υψηλά τοπικά σφάλματα σε σχέση με το μέσο σφάλμα. Σε αυτές τις περιπτώσεις, είναι εμφανές ότι ισχυροποιείται η διαδικασία βελτιστοποίησης όταν αυτή πραγματοποιείται με βασικό κριτήριο τα υψηλά τοπικά σφάλματα, τα οποία δεν είναι δυνατόν να ληφθούν υπόψη επαρκώς, καθώς κανονικοποιούνται εντός των συναρτήσεων του μέσου σφάλματος. Επιπροσθέτως, παρατηρήθηκε κατά την εφαρμογή της GA/MAS σε πλειάδα περιπτώσεων ότι η μείωση του μέγιστου σφάλματος έχει γενικότερα ως συνέπεια την ταυτόχρονη μείωση και του μέσου σφάλματος της οριακής συνθήκης, χωρίς όμως να ισχύει πάντα το αντίστροφο.

Ακολούθως, ο GA εκτελείται επαναληπτικά για N_G γενιές εφαρμόζοντας τους γενετικούς τελεστές της επιλογής, της διασταύρωσης και της μετάλλαξης [17], οι οποίοι περιγράφονται κατωτέρω:

Αρχικά, εφαρμόζεται πιθανοτική μέθοδος επιλογής που αντιστοιχεί στην επίδοση κάθε χρωμοσώματος. Η πιθανότητα επιλογής σύμφωνα με την μέθοδο της ρουλέτας, δίνεται από την σχέση:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^{N_P} f_j} \tag{4.12}$$

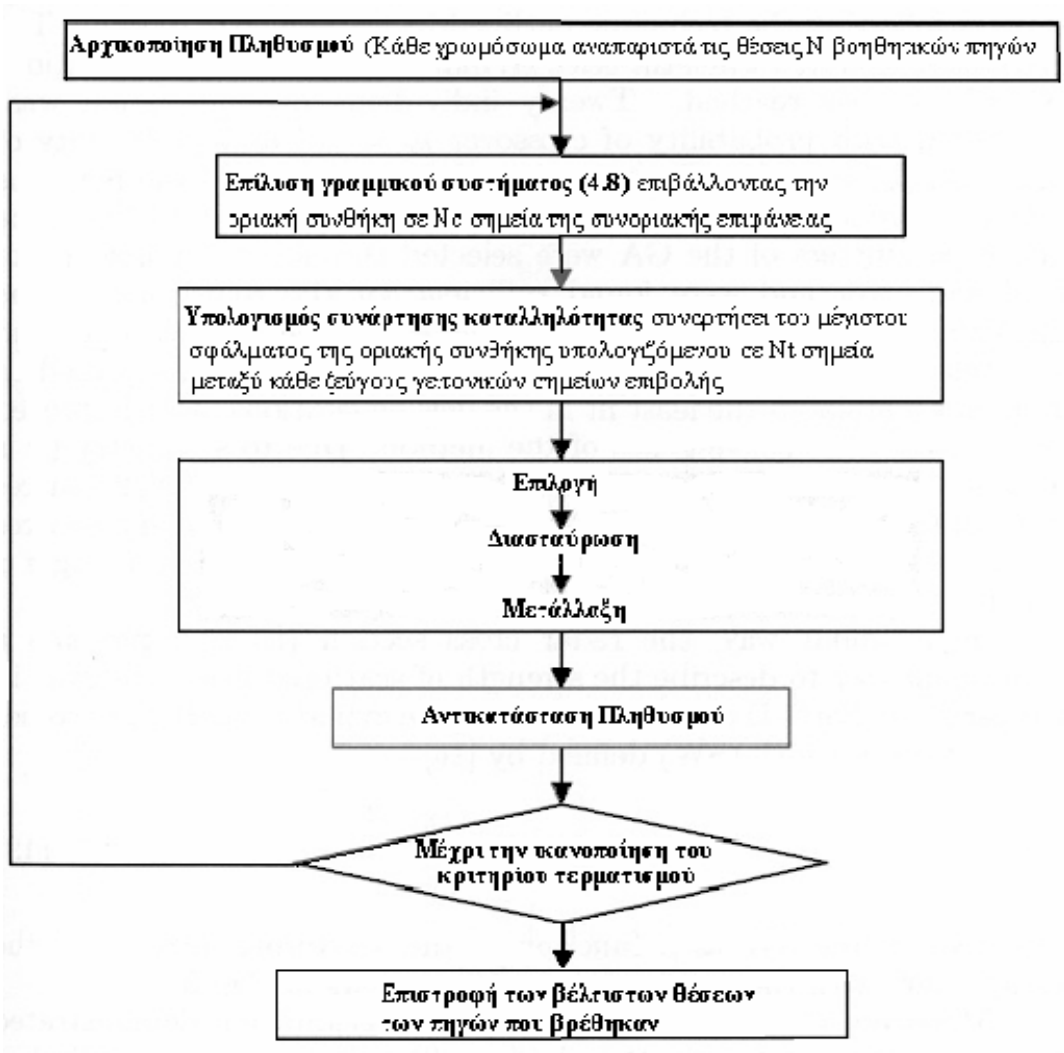
όπου με f_i συμβολίζεται η επίδοση του ατόμου i. Άρα η πιθανότητα επιλογής κάθε ατόμου είναι ευθέως ανάλογη με την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησής του. Στην συνέχεια εφαρμόζεται απλή διασταύρωση, κατά την οποία οι δύο γονείς $\overline{X}$, $\overline{Y}$ που αποτελούνται από k δυαδικά ψηφία παράγουν τους απογόνους X', Y' σύμφωνα με τις ακόλουθες σχέσεις:

$$x_i' = \begin{Bmatrix} \overline{x}_i, & i < r \\ \overline{y}_i, & otherwise \end{Bmatrix}, \quad y_i' = \begin{Bmatrix} \overline{y}_i, & i < r \\ \overline{x}_i, & otherwise \end{Bmatrix}, \quad 0 < i \le k \tag{4.13}$$

όπου $\overline{x}_i$, $\overline{y}_i$ και x'_i, y'_i είναι τα ψηφία στην θέση i των γονέων και των απογόνων αντίστοιχα και r είναι ένας τυχαίος ακέραιος αριθμός που παράγεται από μια ομοιόμορφη κατανομή μεταξύ του 1 και του k. Ο τρίτος γενετικός τελεστής είναι η δυαδική μετάλλαξη κατά την οποία αντιστρέφεται ένα από τα δυαδικά ψηφία κάθε χρωμοσώματος του πληθυσμού με βάση την πιθανότητα p_k:

$$x'_i = \begin{Bmatrix} 1 - x_i & if\ U(0,1) < p_k \\ x_i & otherwise \end{Bmatrix} \tag{4.14}$$

όπου x'_i, x_i είναι τα ψηφία του τέκνου και του γονέα αντίστοιχα.



Σχήμα 7 – Το διάγραμμα ροής της γενετικά βελτιστοποιημένης MAS (GA/MAS).

Ο GA τερματίζεται μετά από N_G γενιές ή όταν το μέγιστο σφάλμα της οριακής συνθήκης γίνει μικρότερο από μία προκαθορισμένη τιμή κατωφλίου. Κατόπιν ο GA επιλέγει την λύση με την καλύτερη επίδοση, με τις αντίστοιχες βοηθητικές πηγές τοποθετημένες κατάλληλα μέσα στο σώμα του κυλίνδρου, ικανοποιώντας την επιθυμητή απαίτηση για την ακρίβεια της αριθμητικής λύσης. Μετά τον τερματισμό της διαδικασίας τα συνολικά

ηλεκτρομαγνητικά πεδία μπορούν να υπολογιστούν αναλυτικά χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (4.5) και (4.6). Το ολοκληρωμένο διάγραμμα ροής της προτεινόμενης διαδικασίας παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.

4.4 Αριθμητικά Αποτελέσματα

Στις επόμενες παραγράφους αναπτύσσεται η γενετικά τροποποιημένη MAS για την ανάλυση ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων σκέδασης από απείρου μήκους τέλεια αγώγιμους κυλίνδρους διαφόρων γεωμετριών. Αρχικά θα εξεταστούν κανονικές γεωμετρίες κυκλικών και ελλειπτικών κυλίνδρων και στην συνέχεια η προτεινόμενη μέθοδος θα εφαρμοστεί σε πιο περίπλοκες γεωμετρίες για να αξιολογηθεί η ευελιξία και η αποδοτικότητά της. Σε κάθε περίπτωση θα διερευνηθεί το φαινόμενο της σκέδασης με δύο διαφορετικούς τύπους πεδίων διέγερσης: Είτε επίπεδο κύμα μοναδιαίου πλάτους με πόλωση τύπου TM και διάδοση προς την διεύθυνση του αρνητικού άξονα x σύμφωνα με τις εξισώσεις (4.1) και (4.2), είτε το πεδίο άπειρης ρευματικής γραμμής, τοποθετημένης παράλληλα στον άξονα του κυλίνδρου και στον χώρο εκτός αυτού, η οποία διαρρέεται από ρεύμα μοναδιαίου πλάτους (εξισώσεις (4.3) και (4.4)).

Ιδιαίτερη προσοχή δίνεται σε κάθε περίπτωση στον δείκτη κατάστασης $cond(\mathbf{A})_{MAS}$ του πίνακα $\mathbf{A}$ του προκύπτοντος γραμμικού συστήματος προσδιορισμού των ρευματικών συντελεστών της MAS. Χρησιμοποιώντας νόρμες δεύτερης τάξης:

$$cond(\mathbf{A})_{MAS} = \frac{\max(\lambda_m)}{\min(\lambda_m)} \tag{4.15}$$

όπου λ_m οι m το πλήθος ιδιοτιμές του πίνακα $\mathbf{A}$. Η στοχαστική επιλογή των θέσεων των πηγών με την προτεινόμενη μέθοδο, ενδέχεται να οδηγήσει στην δημιουργία πινάκων της MAS $\mathbf{A}$ με ιδιαίτερα υψηλούς δείκτες κατάστασης, οι οποίοι δεν είναι δυνατόν να αντιστραφούν αξιόπιστα, ακόμη και με την χρήση εξειδικευμένων μεθόδων επίλυσης τέτοιων συστημάτων. Είναι προφανές κατόπιν τούτου, ότι πρωταρχικής σημασίας για την εφαρμογή της GA/MAS αποτελεί ο προσδιορισμός ενός ορίου για τον δείκτη κατάστασης, άνω του οποίου, τα ενδιάμεσα αποτελέσματα της διαδικασίας βελτιστοποίησης δεν θα λαμβάνονται υπόψη, ελεγχόμενα ως ανακριβή.

Η ανάπτυξη της GA/MAS στην παρούσα διατριβή πραγματοποιήθηκε με το υπολογιστικό πακέτο MATLAB® (Έκδοση 6.5 και μεταγενέστερες). Για το σύνολο των απαιτούμενων υπολογισμών, κατά την εκτέλεση της διαδικασίας βελτιστοποίησης και κατόπιν κατά την παρουσίαση των αποτελεσμάτων, χρησιμοποιήθηκε αριθμητική διπλής ακρίβειας (double precision arithmetic). Η επίλυση των γραμμικών συστημάτων της MAS

που περιέχουν πίνακες με υψηλό δείκτη κατάστασης, επιτεύχθηκε με την χρήση των εξειδικευμένων μεθόδων SVD, TSVD και αποσύνθεσης QR που περιλαμβάνονται στο υπολογιστικό πακέτο MATLAB®. Σε όλες τις περιπτώσεις που παρουσιάζονται στην παρούσα διατριβή, εξήχθησαν αξιόπιστα αποτελέσματα τόσο για το κοντινό, όσο και για το μακρινό πεδίο, ακόμα και όταν εμπλέκονταν πίνακες της MAS με $cond(\mathbf{A})_{MAS}$ της τάξης του 10^{15}. Στο παρόν και στο επόμενο κεφάλαιο της διατριβής, η τιμή αυτή αποτελεί την εκτίμηση για τον μέγιστο αποδεκτό δείκτη κατάστασης $cond(\mathbf{A})$. Η διεξοδική ανάλυση των υπολογιστικών σφαλμάτων που υπεισέρχονται κατά την εφαρμογή της SVD και των συναφών μεθόδων επίλυσης γραμμικών συστημάτων του υπολογιστικού πακέτου MATLAB® δίνεται στην βιβλιογραφία [18].

Επιπροσθέτως, για την επιβεβαίωση της αξιοπιστίας των αριθμητικών λύσεων στην περίπτωση που εμπλέκονται πίνακες της MAS με υψηλό δείκτη κατάστασης ελήφθησαν, στην πλειοψηφία των εξεταζόμενων περιπτώσεων, ανεξάρτητα αποτελέσματα χρησιμοποιώντας την τεχνική της ομαλοποίησης Tikhonov [19]. Για αυτόν τον σκοπό, τροποποιήθηκε κατάλληλα και εκσφαλματώθηκε ένα ισχυρό υπολογιστικό εργαλείο (toolbox) που έχει αναπτύξει ο P.C. Hansen (αποτελεί ελεύθερο λογισμικό – freeware) για την επίλυση προβλημάτων που περιλαμβάνουν ιδιαίτερα υψηλούς δείκτες κατάστασης, οι οποίοι θεωρητικά ενδέχεται να τείνουν στο άπειρο (ill-posed problems) [20-21]. Σε όλες τις περιπτώσεις, παρατηρήθηκε ταύτιση στα τελικά αποτελέσματα μεταξύ των δύο ανεξάρτητων τεχνικών, τόσο των ποσοτήτων κοντινού όσο και αυτών μακρινού πεδίου, της τάξεως των δύο (σημαντικότερων) δεκαδικών ψηφίων.

Κατόπιν αυτών, επιλέχθηκε η απόδοση μηδενικής αντικειμενικής τιμής στα χρωμοσώματα στα οποία η κατανομή των θέσεων των πηγών οδηγεί σε πίνακες της MAS με δείκτες κατάστασης μεγαλύτερους από 10^{15}. Παράλληλα, πλειάδα δοκιμών χωρίς την χρήση της στρατηγικής απόρριψης των ενδεχόμενα ανακριβών αριθμητικών λύσεων, έδειξε ότι η διαδικασία βελτιστοποίησης της GA/MAS δεν διαταράσσεται ιδιαίτερα από αυτές. Αυτό συμβαίνει διότι οι λύσεις αυτές συνοδεύονται, ως επί το πλείστον, από ιδιαίτερα υψηλά αριθμητικά σφάλματα της οριακής συνθήκης και συνακόλουθα από σχετικά μικρές τιμές των αντίστοιχων αντικειμενικών συναρτήσεων.

4.4.1 Σκέδαση από Τέλεια Αγώγιμο Κυκλικό Κύλινδρο

Κατά την εφαρμογή της MAS και των συναφών GMTs, η απαίτηση για τον περιορισμό του υπολογιστικού κόστους είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την αναζήτηση του ελάχιστου συνόλου συναρτήσεων βάσης (δηλαδή του ελάχιστου πλήθους βοηθητικών πηγών) για την

επίτευξη της επιθυμητής ακρίβειας της αριθμητικής λύσης. Σε προβλήματα σκέδασης από λείους PEC κυλίνδρους με σχετικά μεγάλο ηλεκτρικό μέγεθος έχει αποδειχτεί ότι εφόσον το πεδίο διέγερσης, το οποίο οφείλεται σε ένα σύνολο πηγών διέγερσης που βρίσκονται ορισμένα μήκη κύματος μακριά από την επιφάνεια S του σκεδαστή, ταυτίζεται με το πεδίο των MAS πηγών, σε ένα πλήθος $N_S > N_0$ ομοιόμορφα κατανεμημένων σημείων στην S, τότε το σφάλμα μεταξύ των δύο πεδίων στο σύνολο της S είναι κατάλληλα φραγμένο. Στην προηγούμενη ανισότητα, N_0 είναι το πλήθος των βαθμών ελευθερίας του σκεδαζόμενου πεδίου (αριθμός Nyquist), το οποίο δίνεται από την σχέση [22-26]:

$$N_0 = \frac{2P_L}{\lambda} \tag{4.16}$$

όπου P_L είναι το μήκος της περιφέρειας της S. Επιπρόσθετα, το σφάλμα ελαττώνεται ταχύτατα, όσο αυξάνεται το πλήθος N_S.

Στην πράξη, κατά την εφαρμογή της MAS σε λείους κυλίνδρους μεγάλων ηλεκτρικών διαστάσεων, η επιλογή του N_S και συνακόλουθα του πλήθους των βοηθητικών πηγών N μεταξύ $1.2N_0$ και $1.4N_0$ δύναται να παράγει λύσεις με ικανοποιητικά μικρό αριθμητικό σφάλμα, εφόσον οι MAS πηγές τοποθετηθούν κατάλληλα εντός του κυλίνδρου.

4.4.1.1 Σκέδαση Επίπεδου Κύματος από Τέλεια Αγώγιμο Κυκλικό Κύλινδρο

Κατ' αρχάς εξετάζεται η απλή περίπτωση ενός απείρου μήκους κυκλικού κυλίνδρου ακτίνας $r_a = 2\lambda$. Για να επιδειχθεί η αξιοπιστία και η εγκυρότητα της προτεινόμενης μεθόδου, οι βοηθητικές πηγές προσομοίωσης κατανέμονται εντελώς ελεύθερα εντός του σώματος του κυλίνδρου. Λόγω συμμετρίας (ο άξονας x αποτελεί άξονα συμμετρίας του προβλήματος) ο GA βελτιστοποιεί τις θέσεις μόνο των $N' = N/2 = 20$ πηγών. Χρησιμοποιώντας ίσο αριθμό βοηθητικών πηγών και σημείων επιβολής $N' = N_C = 20$, τα σημεία επιβολής κατανέμονται ομοιόμορφα στην επιφάνεια του κυλίνδρου, ενώ ο GA βελτιστοποιεί τις θέσεις των πηγών, σύμφωνα με την τεχνική που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Μέριμνα λαμβάνεται ώστε οι πηγές να τοποθετούνται πάντα στο επιτρεπόμενο χωρίο. Με αυτές τις προϋποθέσεις, το ίδιο επίπεδο ακρίβειας της αριθμητικής λύσης επιτυγχάνεται βελτιστοποιώντας τις θέσεις λιγότερων πηγών.

Πίνακας 1– Παράμετροι της διαδικασίας γενετικής βελτιστοποίησης

Μηχανισμός Επιλογής	Διαδικασία Ρουλέτας
Μηχανισμός Διασταύρωσης	Απλή Διασταύρωση
Μηχανισμός Μετάλλαξης	Δυαδική Μετάλλαξη
Πιθανότητα Διασταύρωσης p_C	0.8
Πιθανότητα Μετάλλαξης p_k	0.008
Πλήθος γενεών	10 (εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά κατά περίπτωση)
Πλήθος χρωμοσωμάτων ανά γενεά	10 (εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά κατά περίπτωση)
Ακρίβεια παραμέτρων βελτιστοποίησης	10^{-6}

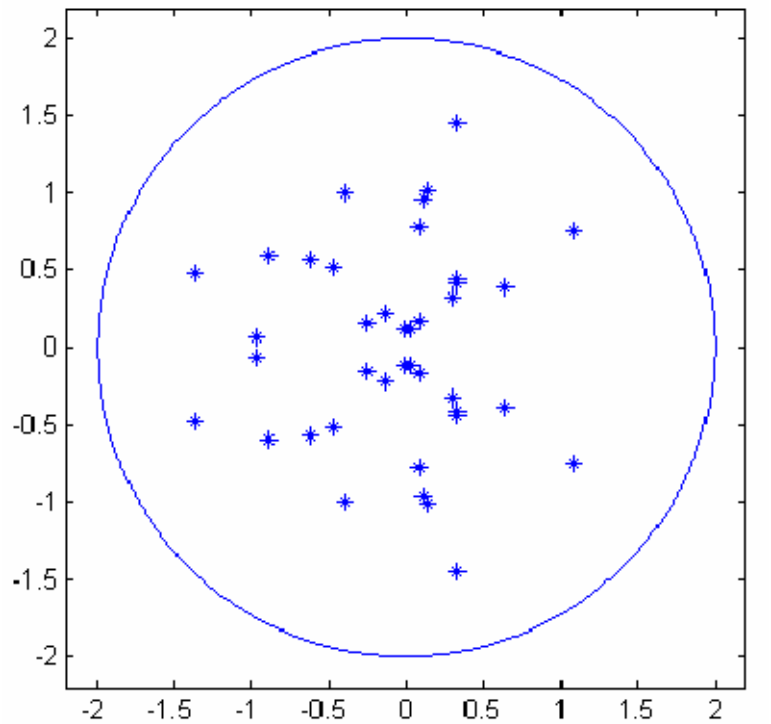
Ο GA τερματίστηκε μετά από $N_G = 10$ γενιές. Σε κάθε γενιά δημιουργήθηκαν 10 χρωμοσώματα με πιθανότητα διασταύρωσης $p_C = 0.8$ και πιθανότητα μετάλλαξης $p_k = 0.008$. Η ακρίβεια που χρησιμοποιήθηκε για τις θέσεις των πηγών ήταν της τάξης του 10^{-6}. Οι ανωτέρω παράμετροι επιλέχθηκαν μετά από πλήθος δοκιμών και αποδείχτηκαν ικανοποιητικές για την ευρωστία και την σύγκλιση του αλγόριθμου στην πλειονότητα των προβλημάτων που ερευνήθηκαν. Η χρήση των παραμέτρων αυτών γίνεται καθ' όλη την συνέχεια της διατριβής, εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά (Πίνακας 1). Ακόμη χρησιμοποιήθηκε στρατηγική ελιτισμού, με την αντικατάσταση του ατόμου της γενιάς με την χειρότερη επίδοση από αυτό που είχε την καλύτερη επίδοση στην προηγούμενη γενιά, βελτιώνοντας σημαντικά την σύγκλιση της προτεινόμενης τεχνικής. Η προκύπτουσα κατανομή των βοηθητικών πηγών εντός του σώματος του κυλίνδρου (Περίπτωση Ι) δίνεται στο Σχήμα 8.

Το κανονικοποιημένο σφάλμα της οριακής συνθήκης (Boundary Condition Error – BCE) ως προς την γωνία φ (phi) γύρω από την επιφάνεια του κυλίνδρου παρουσιάζεται στο Σχήμα 9. Πρέπει να σημειωθεί ότι για το ίδιο επίπεδο ακρίβειας της αριθμητικής λύσης, υφίσταται πληθώρα εξίσου ικανοποιητικών κατανομών των βοηθητικών πηγών εντός του κυλίνδρου. Η ιδιότητα αυτή δύναται να χαρακτηριστεί ως μία κατεξοχήν πλειοτροπική συμπεριφορά. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα πλειοτροπικής συμπεριφοράς της προτεινόμενης μεθόδου (μέγιστο σφάλμα της οριακής συνθήκης της τάξης του 10^{-3}, Περίπτωση Ι και Περίπτωση ΙΙ) αποτυπώνεται στα Σχήματα 8-11.

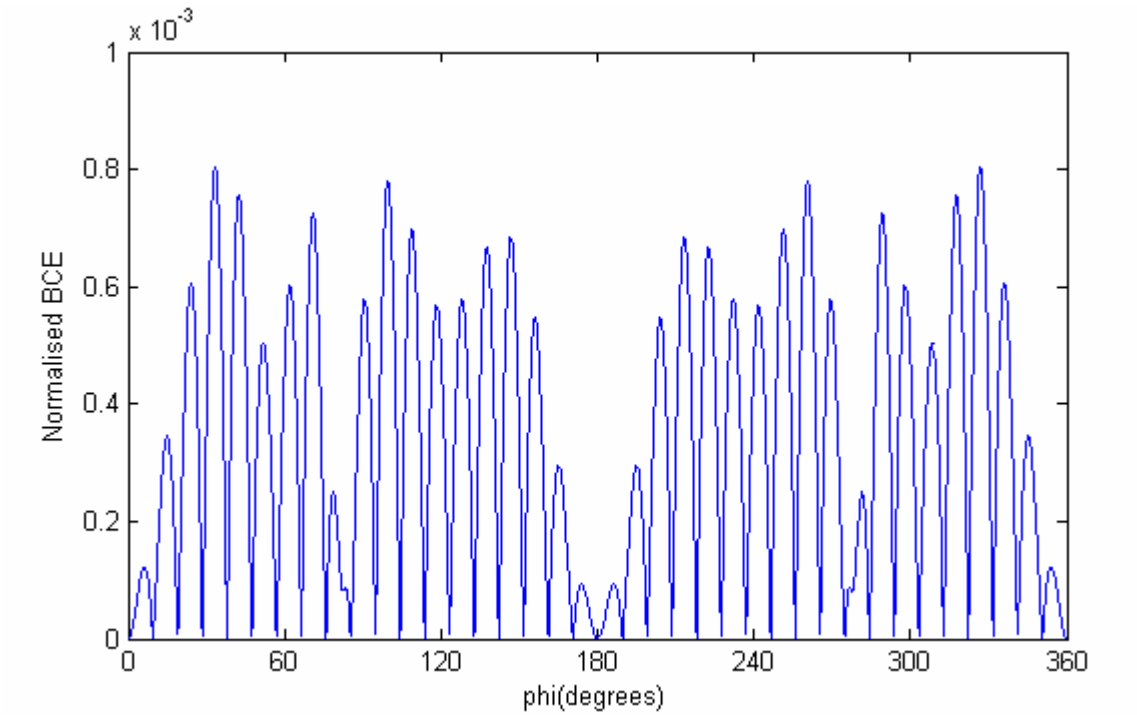
Εν συνεχεία, είναι γνωστό ότι η διατομή σκέδασης ραντάρ (Radar Cross Section – RCS) αποτελεί έναν εύχρηστο τρόπο εκτίμησης της έντασης των σκεδαζόμενων πεδίων στο μακρινό πεδίο. Για σώματα 2D όπως οι απείρου μήκους κύλινδροι, η RCS εκφυλίζεται στο λεγόμενο σκεδαζόμενο πλάτος (Scattering Width – SW) το οποίο δίνεται από την σχέση [27]:

$$SW = \lim_{r \to \infty} 2\pi r \frac{|\mathbf{E}_{\mathbf{sc}}|^2}{|\mathbf{E}_{\mathbf{inc}}|^2} \tag{4.17}$$

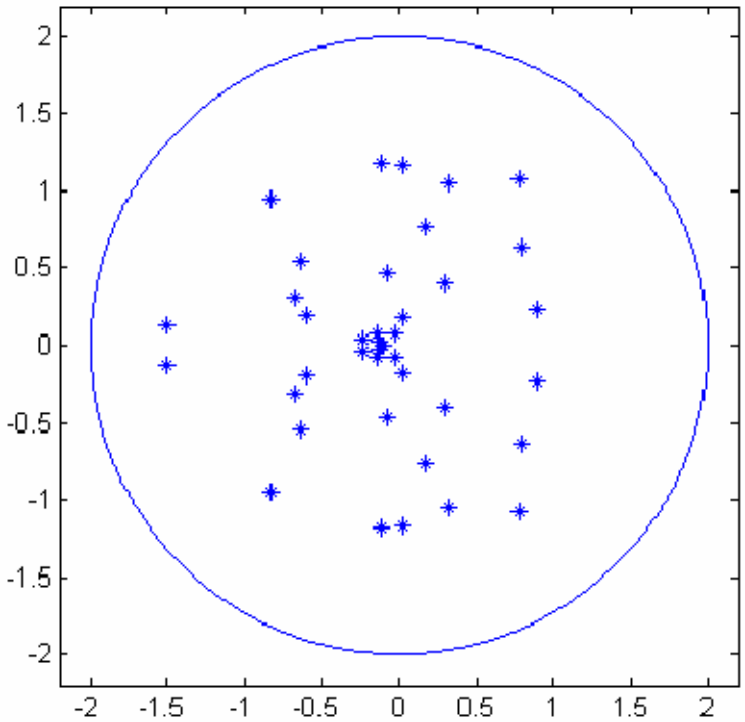
Η εγκυρότητα της προτεινόμενης τεχνικής επιδεικνύεται υπολογίζοντας το σκεδαζόμενο πλάτος για $\varphi = 0$ (Backscattered SW – BSW) κυκλικών κυλίνδρων διαφόρων ακτινών και συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με τις ακριβείς αναλυτικές λύσεις [27]. Στο Σχήμα 12 παρουσιάζεται η ικανοποιητική συμφωνία των αποτελεσμάτων.



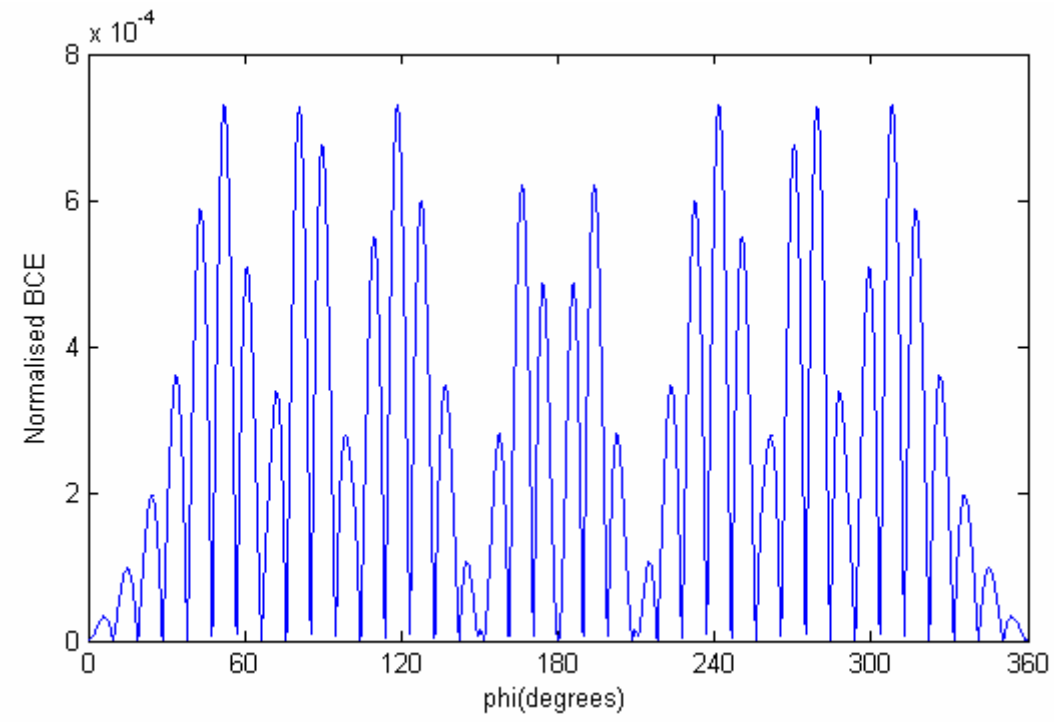
Σχήμα 8 – Κατανομή βοηθητικών πηγών για τον κυκλικό κύλινδρο ακτίνας 2λ . Περίπτωση Ι.



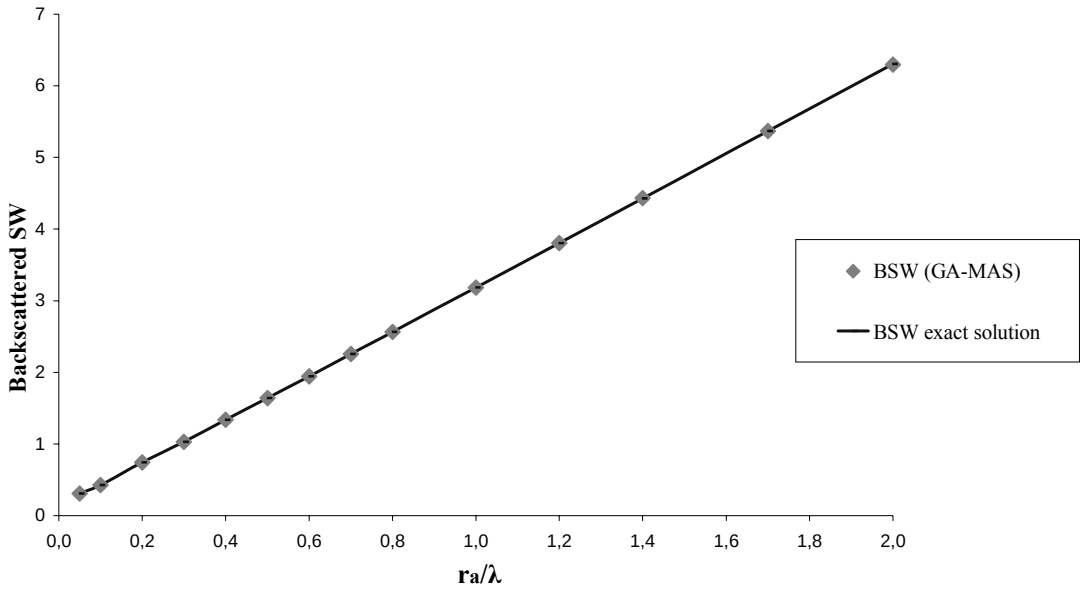
Σχήμα 9 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για τον κύλινδρο ακτίνας 2λ. Περίπτωση Ι.



Σχήμα 10 – Κατανομή των βοηθητικών πηγών για τον κυκλικό κύλινδρο ακτίνας 2λ. Περίπτωση ΙΙ.



Σχήμα 11 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για τον κύλινδρο ακτίνας 2λ. Περίπτωση ΙΙ.

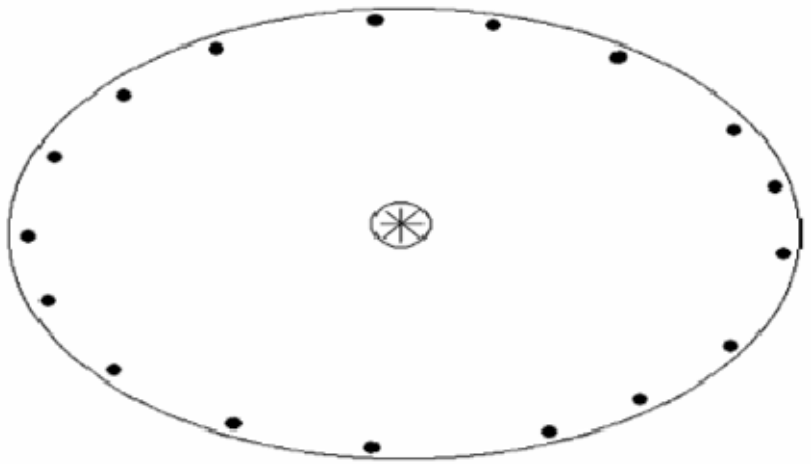


Σχήμα 12 – Σκεδαζόμενο πλάτος $(\varphi = 0)$ για κυλίνδρους διαφόρων ακτινών. Σύγκριση με τις ακριβείς λύσεις.

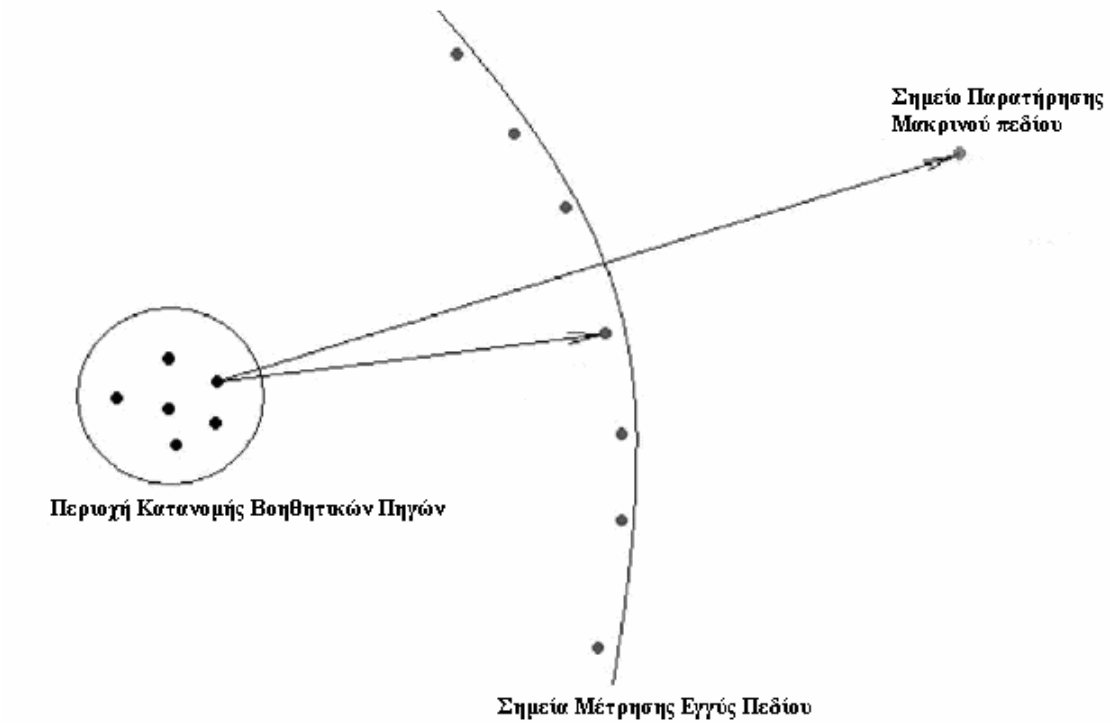
Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να επισημανθεί ότι οι κατανομές των βοηθητικών πηγών που παρουσιάστηκαν ανωτέρω για την περίπτωση της σκέδασης από κυκλικούς κυλίνδρους, δεν αποτελούν τις βέλτιστες επιλογές όσον αφορά την ακρίβεια και την σύγκλιση της μεθόδου MAS. Η γεωμετρία του προβλήματος, η ανάλυση των συμμετριών και η μορφή του προσπίπτοντος πεδίου οδηγούν στην κατανομή των βοηθητικών πηγών πάνω σε ομόκεντρες κυκλικές επιφάνειες, εντός του σώματος του κυλίνδρου. Βεβαίως, ακόμα και αυτές οι κατανομές δεν έχει αποδειχτεί ότι είναι οι απόλυτα βέλτιστες για δεδομένο πλήθος πηγών. Γενικότερα, ο GA δύναται να παράγει, για δεδομένο πλήθος βοηθητικών πηγών, *υποβέλτιστες* λύσεις οι οποίες ικανοποιούν ένα προκαθορισμένο κατώφλι επιδιωκόμενης ακρίβειας. Σε προβλήματα ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης, η επίτευξη των βέλτιστων κατανομών των βοηθητικών πηγών έχει αποδειχτεί αναλυτικά μόνο, επί του παρόντος, για κανονικές γεωμετρίες σκεδαστών και ορισμένους τύπους προσπίπτοντων πεδίων [28-31].

Παρόλα αυτά, η έκθεση των αποτελεσμάτων με ουσιαστικά τυχαίες χωρικές κατανομές που προέρχονται από γενετική βελτιστοποίηση, κρίνεται απαραίτητη για την αξιολόγηση της ευκολίας εφαρμογής, της εγκυρότητας και της αποτελεσματικότητας της παρουσιαζόμενης τεχνικής GA/MAS ακόμα και όταν δεν λαμβάνονται υπόψη γεωμετρικοί και εμπειρικοί κανόνες. Τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν, εκτός από το γεγονός ότι παρέχουν λύσεις με σχετικά ικανοποιητική ακρίβεια, μπορούν να αποδειχτούν ιδιαιτέρως χρήσιμα σε διάφορες εφαρμογές της επιστήμης του μηχανικού.

Επί παραδείγματι, η μέθοδος MAS δύναται να χρησιμοποιηθεί κατά τον υπολογισμό ή την εκτίμηση του μακρινού πεδίου ενός αυθαίρετου ακτινοβολητή σε προβλήματα στην ακουστική. Σε αυτήν την περίπτωση λαμβάνονται μετρήσεις κοντινού πεδίου, οι οποίες είναι απόλυτα ελεγχόμενες σε εργαστηριακό περιβάλλον και με βάση αυτές υπολογίζονται τα ζητούμενα χαρακτηριστικά του μακρινού πεδίου (Σχήμα 13).



Σχήμα 13 – Ακουστικός ακτινοβολητής στο κέντρο και σημεία μέτρησης πλησίον αυθαίρετης επιφανείας που βρίσκεται στο εγγύς πεδίο. Πηγή [27].



Σχήμα 14 – Εφαρμογή της μεθόδου MAS για τον προσδιορισμό του μακρινού πεδίου με βάση τις μετρήσεις του εγγύς πεδίου σε προβλήματα ακουστικής.

Κατά τα γνωστά, οι βοηθητικές πηγές της MAS τοποθετούνται εντός της περιοχής μετρήσεων για να προσομοιώσουν το μακρινό πεδίο εκτός της περιοχής αυτής (Σχήμα 14). Κρίσιμη παράμετρος και σε αυτήν την MAS προσέγγιση είναι η βέλτιστη τοποθέτηση των MAS πηγών στο επιτρεπόμενο χωρίο. Για τέτοιου τύπου προβλήματα, έχει δειχθεί ότι οι ανομοιόμορφες κατανομές των βοηθητικών πηγών αποδίδουν καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τις κλασικές σύμμορφες και τις λοιπές κανονικές επιφανειακές κατανομές των πηγών προσομοίωσης [32]. Εκ των ανωτέρω, καθίσταται προφανές ότι η GA/MAS με μικρές τροποποιήσεις και προσαρμογές, είναι δυνατόν να αντιμετωπίσει αποτελεσματικά ανάλογα προβλήματα ακτινοβολίας παράγοντας τυχαίες, μη κανονικές κατανομές πηγών και βελτιώνοντας την επίδοσή της από γενιά σε γενιά, όσον αφορά το ζητούμενο κριτήριο, με την βοήθεια των γενετικών αλγορίθμων. Ωστόσο, η περαιτέρω ανάλυση προβλημάτων ακουστικής δεν εμπίπτει στους σκοπούς αυτής της διατριβής.

Από την άλλη πλευρά, όπως θα αναλυθεί διεξοδικά στην συνέχεια, όταν χρησιμοποιείται η GA/MAS σε προβλήματα σκέδασης στον ηλεκτρομαγνητισμό και για την επίτευξη αριθμητικών λύσεων υψηλής ακρίβειας, απαιτείται εκ των ων ουκ άνευ η υιοθέτηση και η κατάλληλη ενσωμάτωση των γεωμετρικών και εμπειρικών κανόνων που διέπουν την MAS. Στην περίπτωση της σκέδασης από κυκλικούς κυλίνδρους, οι σχετικοί εμπειρικοί και γεωμετρικοί κανόνες ορίζουν ότι οι βοηθητικές πηγές θα πρέπει να κατανέμονται σε

επιφάνειες που προσδιορίζονται από ομόκεντρους κύκλους στο εσωτερικό του κυλίνδρου. Ουσιαστικά δηλαδή, αναφερόμενοι σε κυλινδρικές συντεταγμένες, εφόσον r_a είναι η ακτίνα του κυκλικού σκεδαστή, οι βοηθητικές πηγές θα πρέπει να βρίσκονται σε μια επιφάνεια ακτίνας r_i από το κέντρο του κυλίνδρου, όπου $r_i < r_a$.

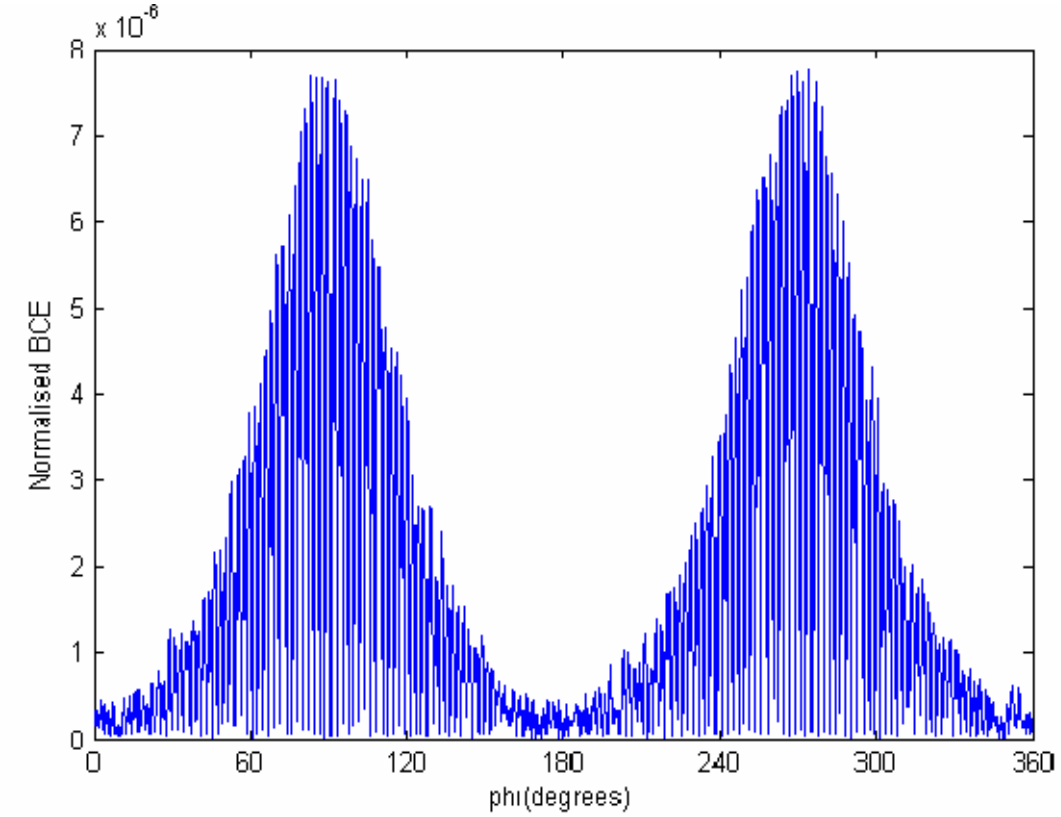
Στον Πίνακα 2 παρουσιάζονται, για λόγους πληρότητας, τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την εκτέλεση της GA/MAS για κυκλικούς κυλίνδρους διαφόρων ακτινών, χρησιμοποιώντας κυκλικές και ομοιόμορφες κατανομές βοηθητικών πηγών. Υιοθετώντας τέτοιου είδους κατανομές των πηγών στο εσωτερικό του κυλίνδρου, η αποστολή του GA εκφυλίζεται στην βελτιστοποίηση μίας και μόνης γεωμετρικής παραμέτρου, της r_i. Ο GA ταχύτατα οδηγήθηκε σε κατανομές πηγών με όσο το δυνατόν μεγαλύτερο βάθος στο εσωτερικό του κυλίνδρου ή διαφορετικά όσο το δυνατόν μικρότερο r_i. Το βάθος κατανομής τους περιορίζεται μόνο από το μέγιστο αποδεκτό $cond(\mathbf{A})_{MAS}$, όπως αναλύθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, σύμφωνα με τα θεωρητικώς αναμενόμενα από την πρόσφατη εργασία των Anastassiu et al [28]. Στην ίδια εργασία περιέχεται ο υπολογισμός του αναλυτικού σφάλματος (analytical error) της οριακής συνθήκης, το οποίο δεν επηρεάζεται ούτε από υπολογιστικά σφάλματα, ούτε από την ακρίβεια της υπολογιστικής μηχανής. Με αυτήν την έννοια, το υπολογιστικό σφάλμα (computational error) το οποίο οφείλεται στην περιορισμένη υπολογιστική ακρίβεια της μηχανής, έχει ως κατώτατο φράγμα (για ίδιο πλήθος πηγών και πανομοιότυπη υλοποίηση) το αντίστοιχο αναλυτικό σφάλμα.

Πίνακας 2 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση επίπεδου κύματος από κυκλικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων

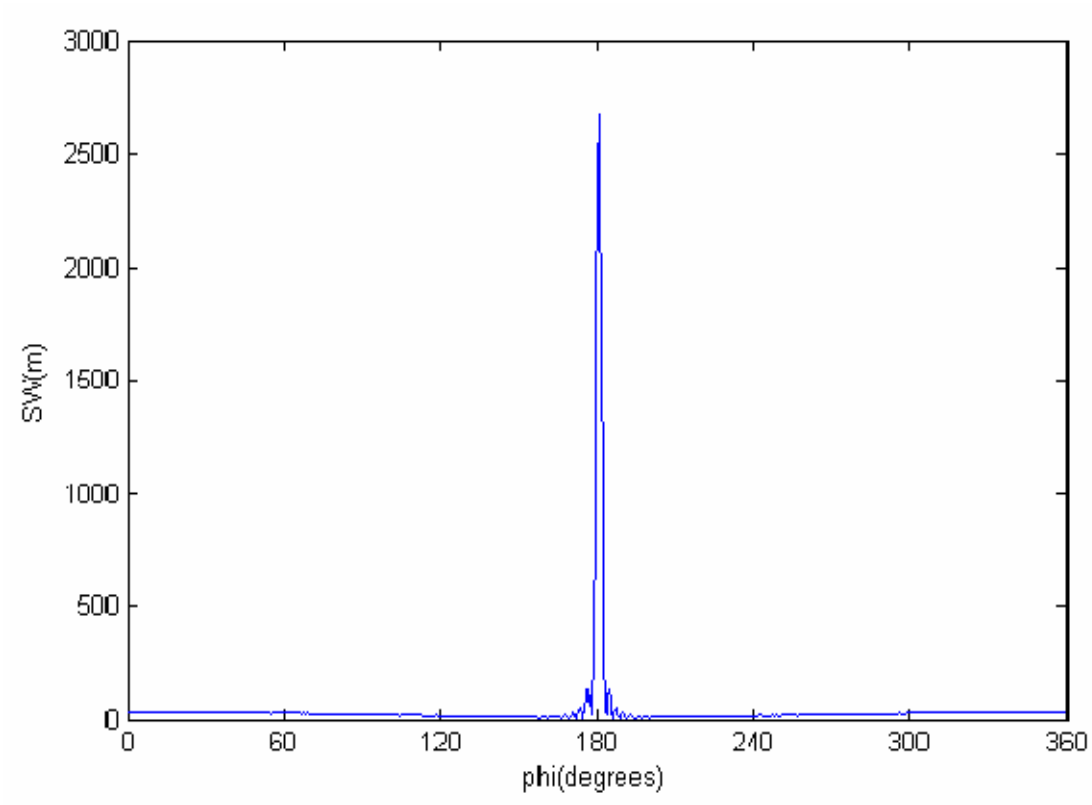
$r_a(\lambda)$	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ N	r_i / r_a (GA/MAS)	MAXIMUM NORMALISED BCE	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	25	0.082	$8.09 \cdot 10^{-4}$	$5.9 \cdot 10^{13}$
2	50	0.291	$2.46 \cdot 10^{-6}$	$4.6 \cdot 10^{13}$
3	60	0.340	$7.37 \cdot 10^{-5}$	$5.3 \cdot 10^{13}$
4	80	0.445	$6.30 \cdot 10^{-6}$	$3.4 \cdot 10^{13}$
5	90	0.470	$5.99 \cdot 10^{-5}$	$4.5 \cdot 10^{13}$
6	100	0.499	$3.44 \cdot 10^{-4}$	$2.6 \cdot 10^{13}$
7	116	0.548	$1.59 \cdot 10^{-4}$	$1.8 \cdot 10^{13}$
8	132	0.574	$7.15 \cdot 10^{-5}$	$5.5 \cdot 10^{13}$
9	150	0.623	$1.64 \cdot 10^{-5}$	$1.6 \cdot 10^{13}$
10	166	0.649	$7.76 \cdot 10^{-6}$	$1.6 \cdot 10^{13}$

Είναι εμφανές από τον Πίνακα 2 ότι όσο αυξάνονται οι διαστάσεις του κυκλικού κυλίνδρου, απαιτείται μεγαλύτερο πλήθος βοηθητικών πηγών για την επίτευξη ιδίας τάξης σφάλματος της οριακής συνθήκης. Λόγω του ότι $r_i < r_a$, η αύξηση του πλήθους των πηγών N ή ταυτόσημα της ακτίνας r_a έχει ως αποτέλεσμα την εκθετική αύξηση του δείκτη κατάστασης $cond(\mathbf{A})_{MAS}$ [28, 33]. Το γεγονός αυτό έχει ως συνέπεια την κατάρρευση των αριθμητικών λύσεων της MAS για πολύ μεγάλο πλήθος αγνώστων N, παρότι θεωρητικά σε αυτήν την περίπτωση η αριθμητική σύγκλιση είναι εγγυημένη [34].

Ακολούθως, στο Σχήμα 15 παρουσιάζεται το κανονικοποιημένο σφάλμα της οριακής συνθήκης και στο Σχήμα 16 το σκεδαζόμενο πλάτος SW για την περίπτωση του κυλίνδρου ακτίνας 10λ.



Σχήμα 15 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για τον κυκλικό κύλινδρο ακτίνας 10λ. Σύμμορφη – ομοιόμορφη κατανομή βοηθητικών πηγών.



Σχήμα 16 – Σκεδαζόμενο πλάτος (SW) για τον κυκλικό κύλινδρο ακτίνας 10λ , σύμμορφη – ομοιόμορφη κατανομή βοηθητικών πηγών.

4.4.1.2 Ακτινοβολία Απείρου Μήκους Νηματοειδούς Ρευματικής Γραμμής Παρουσία Τέλεια Αγώγιμου Κυκλικού Κυλίνδρου

Στα προβλήματα ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης, είναι γνωστό ότι η μεταβολή του τύπου του πεδίου διέγερσης έχει ως συνέπεια την ριζική τροποποίηση των χαρακτηριστικών σκέδασης και των λοιπών μεγεθών ενδιαφέροντος, τόσο του κοντινού όσο και του μακρινού πεδίου. Κατά συνέπεια, κάθε διαφορετικός τύπος πεδίου διέγερσης διαμορφώνει και συνιστά ένα ξεχωριστό πρόβλημα σκέδασης, το οποίο δύναται να αναλυθεί με πιθανή χρήση εναλλακτικών τεχνικών και προσεγγίσεων επίλυσης. Ως εκ τούτου, για την πληρέστερη εκτίμηση των δυνατοτήτων εφαρμογής της GA/MAS εξετάζεται διακεκριμένα, εκτός από την σκέδαση επίπεδου κύματος και η ακτινοβολία άπειρης νηματοειδούς ρευματικής γραμμής παρουσία τέλεια αγώγιμων σκεδαστών διαφόρων γεωμετρικών χαρακτηριστικών [35].

Πλεονέκτημα της MAS αλλά και της GA/MAS αποτελεί η ευκολία εφαρμογής της για διαφορετικούς τύπους προσπίπτοντων πεδίων χωρίς κοπιώδεις μετατροπές. Στο υπό εξέταση πρόβλημα, ως βοηθητικές πηγές χρησιμοποιούνται και πάλι απείρου μήκους ρευματικές γραμμές, οι οποίες είναι τοποθετημένες στην περιοχή εντός του σώματος του κυλίνδρου και διαρρέονται από άγνωστα μιγαδικά ρεύματα, σύμφωνα με τις εξισώσεις (4.3) και (4.4). Η κατανομή των βοηθητικών πηγών επιλέγεται και πάλι να είναι σύμμορφη με την επιφάνεια

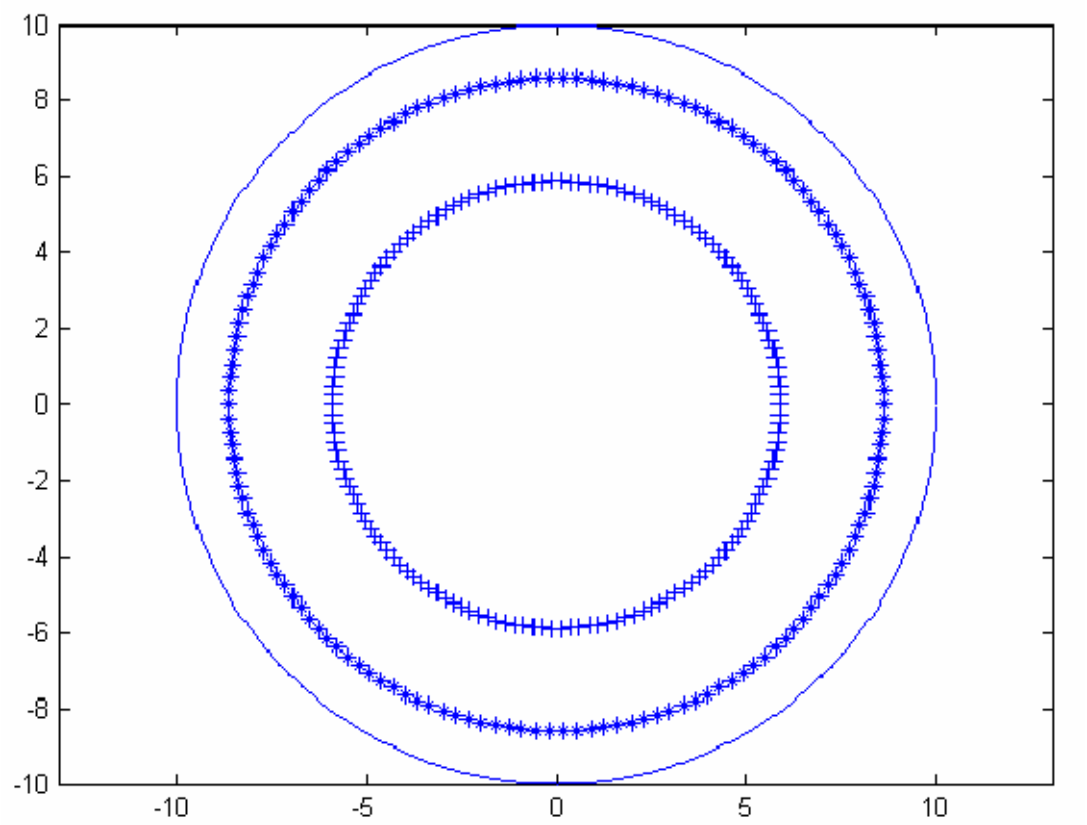
του σκεδαστή, δηλαδή κυκλική και ομοιόμορφη. Επομένως και σε αυτήν την περίπτωση η αποστολή του GA εκφυλίζεται στην βελτιστοποίηση μίας και μόνης γεωμετρικής παραμέτρου, δηλαδή της ακτίνας r_i κατανομής των βοηθητικών πηγών στο εσωτερικό του κυλίνδρου. Η βατή διαδικασία βελτιστοποίησης έχει σαν αποτέλεσμα την επιλογή εκτέλεσης ενός micro-GA για την επίλυση του προβλήματος, ο οποίος αποτελείται από 10 γενιές, με 5 χρωμοσώματα ανά γενιά. Ακόμη, λόγω της κυκλικής κατανομής των βοηθητικών πηγών και της ομοιόμορφης επιβολής της οριακής συνθήκης στην επιφάνεια του κυλίνδρου, αρκεί η δειγματοληψία ενός ενδιαμέσου σημείου μεταξύ των σημείων επιβολής για τον έλεγχο του μέγιστου σφάλματος BCE. Είναι προφανές ότι τα σημεία ελέγχου της οριακής συνθήκης κατά την διαδικασία βελτιστοποίησης συμπίπτουν με τα σημεία στην επιφάνεια του κυκλικού κυλίνδρου τα οποία ισαπέχουν από διαδοχικά σημεία επιβολής, καθώς εκεί εμφανίζονται τα μεγαλύτερα σχετικά σφάλματα.

Στον Πίνακα 3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS για τις περιπτώσεις σκέδασης του πεδίου άπειρου μήκους ρευματικής γραμμής η οποία διαρρέεται από ρεύμα μοναδιαίου πλάτους και είναι τοποθετημένη εν παραλλήλω και σε διάφορες αποστάσεις από κυκλικούς κυλίνδρους διαφόρων ακτινών.

Πίνακας 3 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση πεδίου άπειρης γραμμής από κυκλικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων

Α/Α	$r_a(\lambda)$	ΘΕΣΗ ΠΗΓΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ (x_o, y_o) (λ)	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ N	r_i / r_a (GA/MAS)	MAXIMUM NORMALISED BCE	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	5	(7, 0)	80	0.420	$2.25 \cdot 10^{-3}$	$2.7 \cdot 10^{13}$
2	6	(8, 0)	90	0.472	$7.91 \cdot 10^{-3}$	$2.5 \cdot 10^{12}$
3	7	(9, 0)	106	0.523	$3.26 \cdot 10^{-3}$	$2.9 \cdot 10^{12}$
4	8	(10, 0)	120	0.564	$2.67 \cdot 10^{-3}$	$1.5 \cdot 10^{12}$
5	9	(11, 0)	136	0.582	$1.17 \cdot 10^{-3}$	$9.1 \cdot 10^{12}$
6	10	(11, 0)	150	0.861	$4.15 \cdot 10^{-3}$	$9.3 \cdot 10^{03}$
7	10	(20, 0)	150	0.589	$1.31 \cdot 10^{-3}$	$6.5 \cdot 10^{13}$
8	11	(13, 0)	166	0.685	$4.65 \cdot 10^{-4}$	$4.4 \cdot 10^{10}$
9	12	(14, 0)	181	0.730	$3.12 \cdot 10^{-4}$	$3.3 \cdot 10^{09}$
10	13	(15, 0)	196	0.755	$2.18 \cdot 10^{-4}$	$1.3 \cdot 10^{09}$
11	14	(16, 0)	211	0.773	$1.61 \cdot 10^{-4}$	$8.6 \cdot 10^{08}$
12	15	(17, 0)	226	0.803	$1.21 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{08}$

Η προσεκτική παρατήρηση του Πίνακα 3 οδηγεί στα ακόλουθα συμπεράσματα: Κατ΄ αρχάς η αύξηση της διάστασης του κυκλικού κυλίνδρου έχει ως συνέπεια την χρήση περισσότερων βοηθητικών πηγών για την επίτευξη ίδιας τάξης μεγέθους BCE. Η αύξηση του μεγέθους του κυλίνδρου και του πλήθους των βοηθητικών πηγών διαμορφώνει εκθετικά υψηλότερο δείκτη κατάστασης του MAS πίνακα, αναφερόμενοι στην ίδια ακτίνα κατανομής των πηγών από το κέντρο του κυλίνδρου. Το γεγονός αυτό έχει ως συνέπεια την μείωση του βέλτιστου βάθους κατανομής των πηγών (από την συνοριακή επιφάνεια) αυξανομένης της διάστασης του κυκλικού κυλίνδρου, όταν η θέση της άπειρης γραμμής διέγερσης είναι σχετικά μακριά από αυτήν. Σε αυτήν την περίπτωση ισχύουν κατά αναλογία, όσα αναπτύχθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο για την βέλτιστη κατανομή των πηγών, όταν το προσπίπτον πεδίο είναι επίπεδο κύμα: Οι πηγές τοποθετούνται ομοιόμορφα σε κυκλική επιφάνεια ακτίνας τόσο μικρής, όσο επιτρέπει ο δείκτης κατάστασης του πίνακα της MAS.

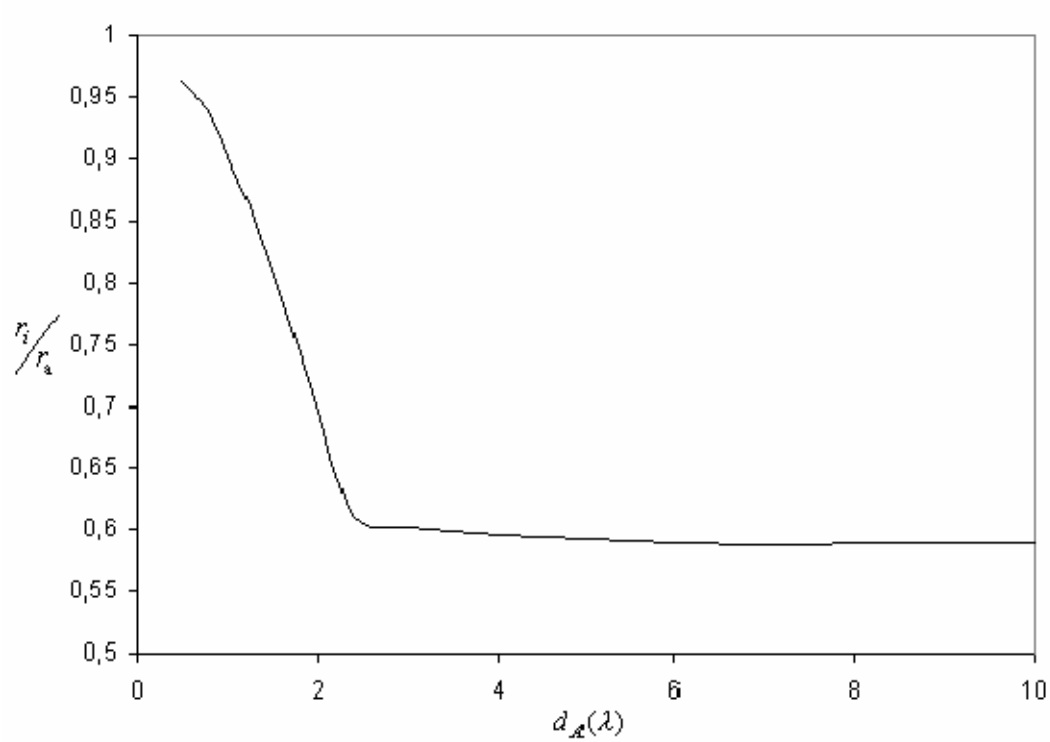


Σχήμα 17 – Βέλτιστη κατανομή των βοηθητικών πηγών για κυκλικό κύλινδρο ακτίνας 10λ **. Με '*' απεικονίζεται η περίπτωση για** $(x_o, y_o) = (11,\ 0)$ **και με '+' η περίπτωση για** $(x_o, y_o) = (20,\ 0)$**.**

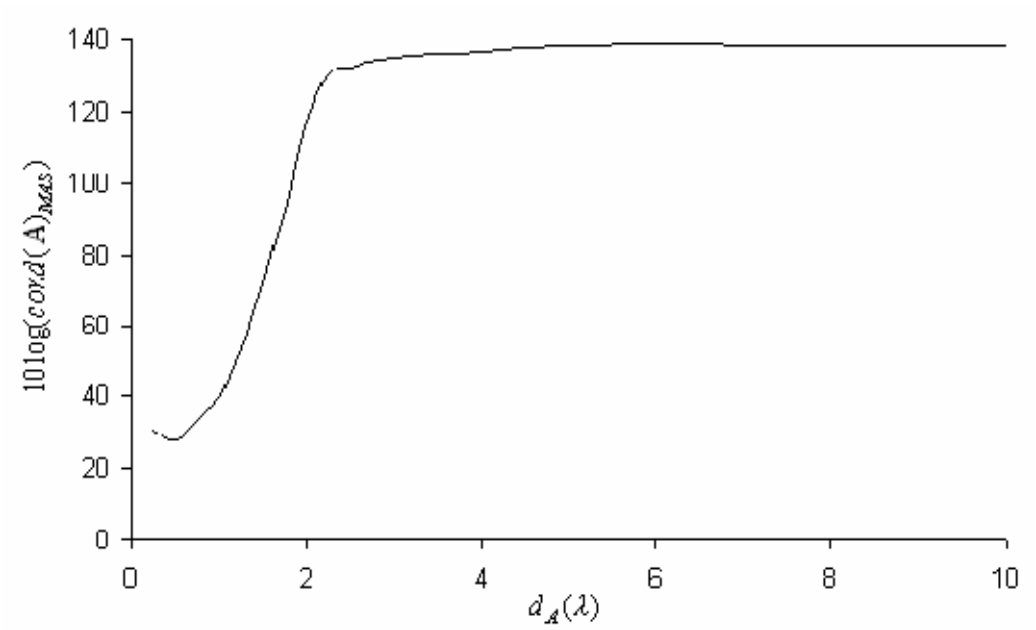
Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εκτίμηση της θέσης της πηγής διέγερσης (x_o, y_o) πέρα από την οποία η βέλτιστη κατανομή των βοηθητικών πηγών ανάγεται στην εκτίμηση του δείκτη κατάστασης και μόνο. Εξετάζοντας τις Περιπτώσεις 6 και 7 του Πίνακα 3 είναι εμφανής η διαφορετική συμπεριφορά της MAS όταν η πηγή διέγερσης βρίσκεται σχετικά

κοντά ή σχετικά μακριά από τον κυκλικό σκεδαστή ακτίνας 10λ. Αναφορικά με την Περίπτωση 6, για τον προσδιορισμό της βέλτιστης ακτίνας κατανομής των πηγών, καθοριστικό ρόλο παίζει η σχετικά κοντινή απόσταση της άπειρης γραμμής διέγερσης από τον κύλινδρο και όχι ο δείκτης κατάστασης της MAS, ο οποίος είναι εξαιρετικά χαμηλός. Στο Σχήμα 17 παρουσιάζονται οι βέλτιστες κατανομές των πηγών όταν η πηγή διέγερσης απέχει 1λ και 10λ αντίστοιχα από τον σκεδαστή.

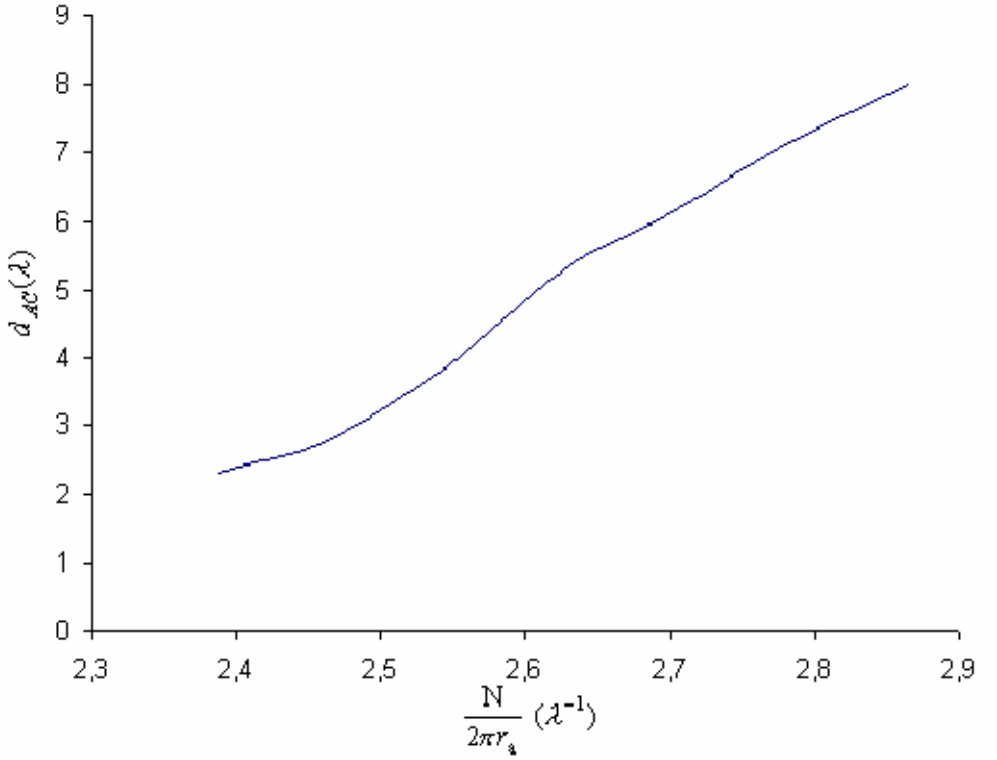
Στην συνέχεια, στο Σχήμα 18 απεικονίζεται το διάγραμμα της βέλτιστης ακτίνας κατανομής των βοηθητικών πηγών συναρτήσει της απόστασης d_A της πηγής διέγερσης από τον κυκλικό κύλινδρο ακτίνας 10λ. Το πλήθος των πηγών διατηρείται σταθερό ($\mathrm{N} = 150$) σε κάθε περίπτωση. Είναι φανερό ότι η αύξηση της d_A έχει ως συνέπεια την βέλτιστη τοποθέτηση των πηγών πιο βαθιά στο εσωτερικό του κυλίνδρου, σε συμφωνία με τα θεωρητικώς αναμενόμενα από την αναλυτική προσέγγιση του προβλήματος [36]. Ακόμη, από το διάγραμμα προκύπτει ότι $d_{AC} \simeq 2.5\lambda$, όπου d_{AC} η κρίσιμη απόσταση πέρα από την οποία η βέλτιστη κατανομή των βοηθητικών πηγών καθορίζεται αποκλειστικά και μόνο από τον δείκτη κατάστασης $cond(\mathbf{A})_{MAS}$. Στο Σχήμα 19 παρουσιάζεται το διάγραμμα του εκτιμώμενου $cond(\mathbf{A})_{MAS}$ για τις ανωτέρω βέλτιστες κατανομές των βοηθητικών πηγών συναρτήσει της απόστασης d_A της πηγής διέγερσης από τον κυκλικό κύλινδρο ακτίνας 10λ.



Σχήμα 18 – Βέλτιστη ακτίνα κατανομής των $N = 150$ βοηθητικών πηγών για τον κύλινδρο ακτίνας 10λ ως προς την απόσταση d_A της πηγής διέγερσης από τον σκεδαστή.



Σχήμα 19 – Εκτίμηση του δείκτη κατάστασης για τις βέλτιστες ακτίνες κατανομών των βοηθητικών πηγών ως προς την απόσταση d_A της πηγής διέγερσης από τον σκεδαστή (ακτίνα σκεδαστή 10λ, $N = 150$).



Σχήμα 20 – Εκτίμηση της μεταβολής της απόστασης d_{AC} ως προς την ποσότητα $\frac{N}{2\pi r_a}$ για τον κυκλικό κύλινδρο με $r_a = 10\lambda$.

Η απόσταση d_{AC} με την σειρά της εξαρτάται από το πλήθος των βοηθητικών πηγών N. Στο Σχήμα 20 παρουσιάζεται η εκτίμηση για την d_{AC}, όταν μεταβάλλεται το πηλίκο του πλήθους των πηγών ως προς την περιφέρεια του κυκλικού σκεδαστή $\frac{N}{2\pi r_{\mathrm{a}}}$ ($r_{\mathrm{a}} = 10\lambda$ και $150 \le \mathrm{N} \le 180$). Από το διάγραμμα προκύπτει ότι όσο αυξάνεται το πλήθος των βοηθητικών πηγών, τόσο μετατοπίζεται σε ακόμα μεγαλύτερες αποστάσεις από την επιφάνεια του σκεδαστή η d_{AC}. Ακόμη διαπιστώθηκε ότι για πολύ μεγάλες τιμές του $\frac{N}{2\pi r_{\mathrm{a}}}$ η d_{AC} τείνει ταχύτατα προς το άπειρο (διέγερση επίπεδου κύματος), ούτως ώστε η βέλτιστη ακτίνα κατανομής των πηγών να μην σχετίζεται κατά άμεσο τρόπο με τον μέγιστο αποδεκτό $cond(\mathbf{A})_{MAS}$ για οποιαδήποτε πεπερασμένη απόσταση της πηγής διέγερσης d_A.

Τα συμπεράσματα που εκτέθηκαν προηγουμένως στην παρούσα παράγραφο, προέκυψαν από καθαρά αριθμητική εφαρμογή της MAS. Παράλληλα, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η αναλυτική προσέγγιση των ρευματικών συντελεστών της MAS για το υπό εξέταση πρόβλημα [10]. Θεωρώντας πάντα κυκλική και ομοιόμορφη κατανομή των MAS πηγών έχει αποδειχτεί αναλυτικά ότι η κρίσιμη ακτίνα κατανομής τους r_{ic} η οποία καθορίζει την σύγκλιση των αντίστοιχων ρευματικών συντελεστών όταν $N \to \infty$, δίνεται από την σχέση [37]:

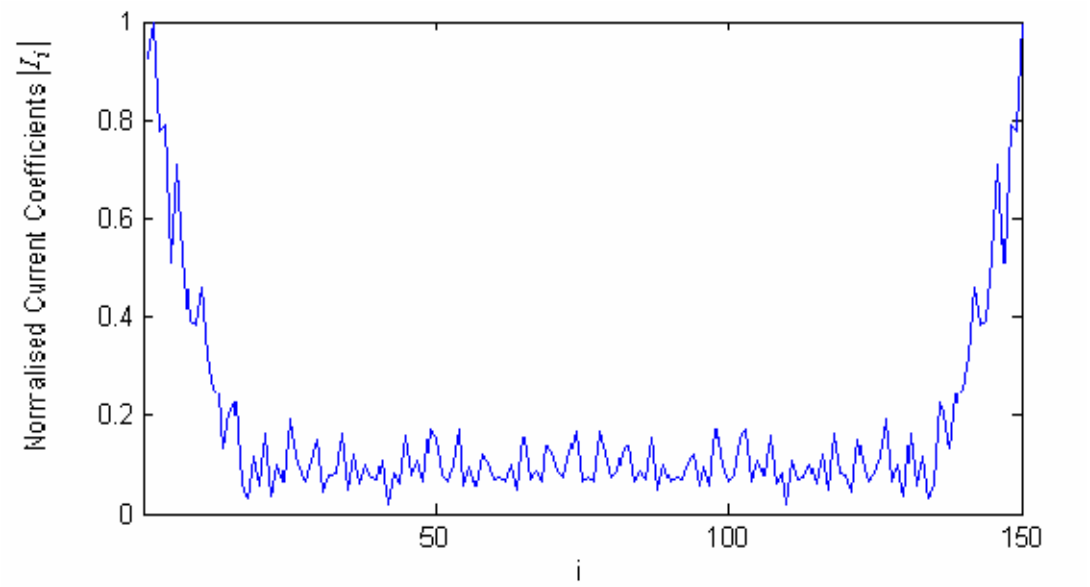
$$r_{ic} = \frac{r_{\mathrm{a}}^2}{r_{\mathrm{a}} + d_A} \tag{4.18}$$

Συγκεκριμένα, όταν $r_{ic} < r_i < r_{\mathrm{a}}$ οι ρευματικοί συντελεστές της MAS συγκλίνουν και το σκεδαζόμενο MAS πεδίο συγκλίνει απόλυτα για οποιοδήποτε σημείο παρατήρησης (r_{ob}, ϕ_{ob}) με $r_{ob} > r_{\mathrm{a}}$. Ταυτόχρονα, η αναλυτική επέκταση του σκεδαζόμενου πεδίου εντός του σώματος του κυλίνδρου συγκλίνει ομοιόμορφα για $r_{ic} < r_{obs} < r_{\mathrm{a}}$. Από την άλλη πλευρά όταν $r_i < r_{ic}$, οι ρευματικοί συντελεστές της MAS αποκλίνουν. Παρόλα αυτά, έχει αποδειχτεί αναλυτικά ότι σε αυτήν την περίπτωση [37], όπως και στην περίπτωση της ακτινοβολίας άπειρης γραμμής υπεράνω τελείως αγώγιμου επιπέδου [38], το σκεδαζόμενο MAS πεδίο συγκλίνει στην ακριβή λύση για $r_{ob} > r_{\mathrm{a}}$. Ομοίως, η αναλυτική επέκταση του σκεδαζόμενου πεδίου εντός του σώματος του κυλίνδρου συγκλίνει και αυτή για $r_{ic} < r_{obs} < r_{\mathrm{a}}$. Το όριο του MAS πεδίου δεν μπορεί να επεκταθεί στην περιοχή $r_i < r_{obs} < r_{ic}$, κάτι το οποίο όμως δεν πρέπει να προβληματίζει καθώς πρόκειται για μαθηματικό όριο το οποίο δεν οφείλει να ικανοποιεί τις εξισώσεις Maxwell. Εκ των ανωτέρω, συνάγεται το διόλου προφανές συμπέρασμα ότι για ορισμένα προβλήματα σκέδασης, είναι δυνατή η επίτευξη απόλυτα ορθών και αξιόπιστων λύσεων με την μέθοδο MAS, ακόμα και όταν οι σχετικοί ρευματικοί

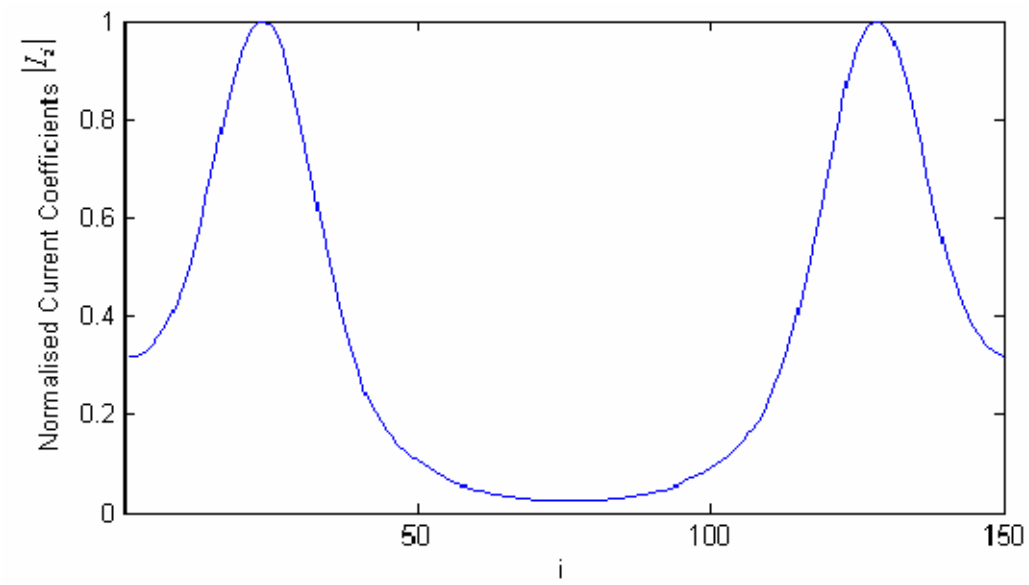
συντελεστές αποκλίνουν ή εναλλακτικά, ακόμα και στην περίπτωση κατά την οποία μεταξύ της βοηθητικής επιφάνειας και της επιφάνειας του σκεδαστή παρεμβάλλονται ιδιάζοντα σημεία που καθιστούν αδύνατη την αναλυτική επέκταση του σκεδαζόμενου πεδίου έως το όριο της βοηθητικής επιφάνειας [37].

Στο Σχήμα 21 απεικονίζεται το κανονικοποιημένο μέτρο των μιγαδικών ρευματικών συντελεστών της MAS όταν $N = 150$, $r_a = 10\lambda$, $d_A = \lambda$ και $r_i = 8.61\lambda < r_{ic}$ (Περίπτωση 6 Πίνακα 3) και στο Σχήμα 22 όταν $N = 150$, $r_a = 10\lambda$, $d_A = 10\lambda$ και $r_i = 5.89\lambda > r_{ic}$ (Περίπτωση 7 Πίνακα 3).

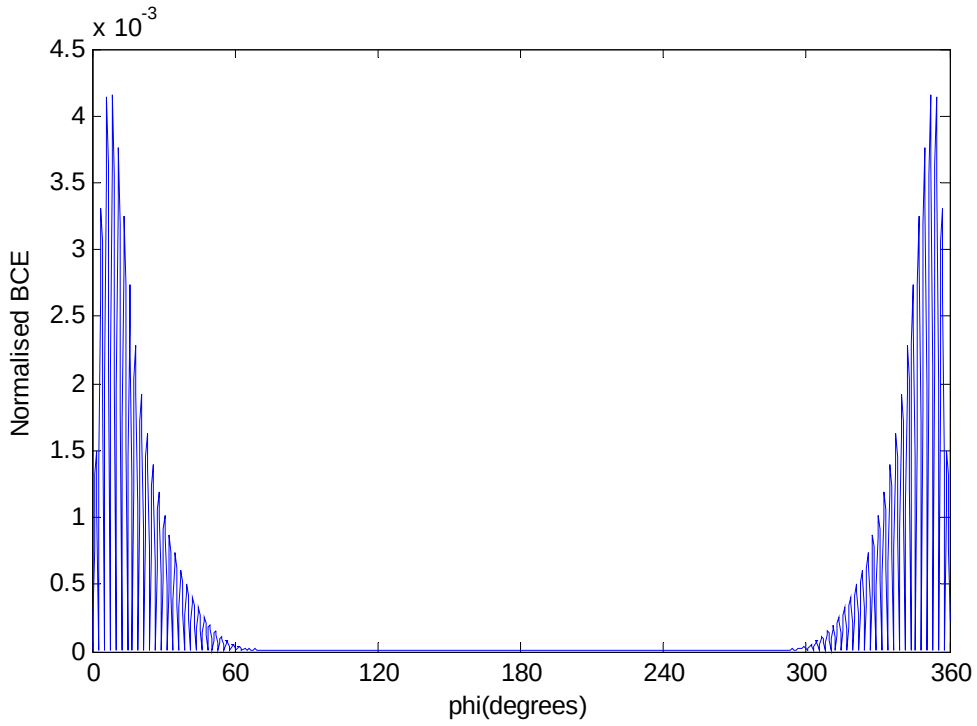
Ακόμη, στο Σχήμα 23 παρουσιάζεται το σφάλμα της οριακής συνθήκης για την Περίπτωση 6 του Πίνακα 3 και στο Σχήμα 24 το σφάλμα της οριακής συνθήκης για την Περίπτωση 7 του Πίνακα 3. Ακολούθως, στο Σχήμα 25 απεικονίζεται το μέτρο της έντασης του σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου ως προς την γωνία παρατήρησης ϕ σε απόσταση $r = 30\lambda$ από το κέντρο του κυλίνδρου για τις δύο ανωτέρω περιπτώσεις και η σύγκριση με την ακριβή λύση [10]. Τα αριθμητικά αποτελέσματα συμπίπτουν πλήρως με τα θεωρητικώς αναμενόμενα. Υπενθυμίζεται ότι το σκεδαζόμενο MAS πεδίο στην πρώτη περίπτωση έχει υπολογιστεί χρησιμοποιώντας μη συγκλίνοντες ρευματικούς συντελεστές (Σχήμα 21).



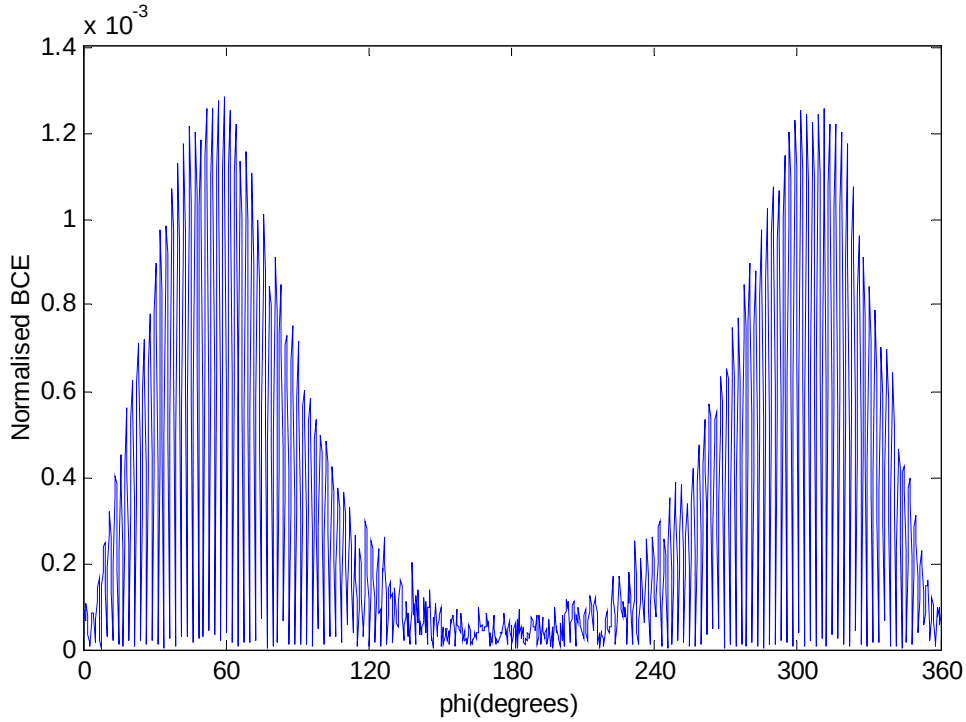
Σχήμα 21 – Κανονικοποιημένο μέτρο των μιγαδικών ρευματικών συντελεστών της MAS όταν $N = 150$, $r_a = 10\lambda$, $d_A = \lambda$ και $r_i = 8.61\lambda < r_{ic}$.



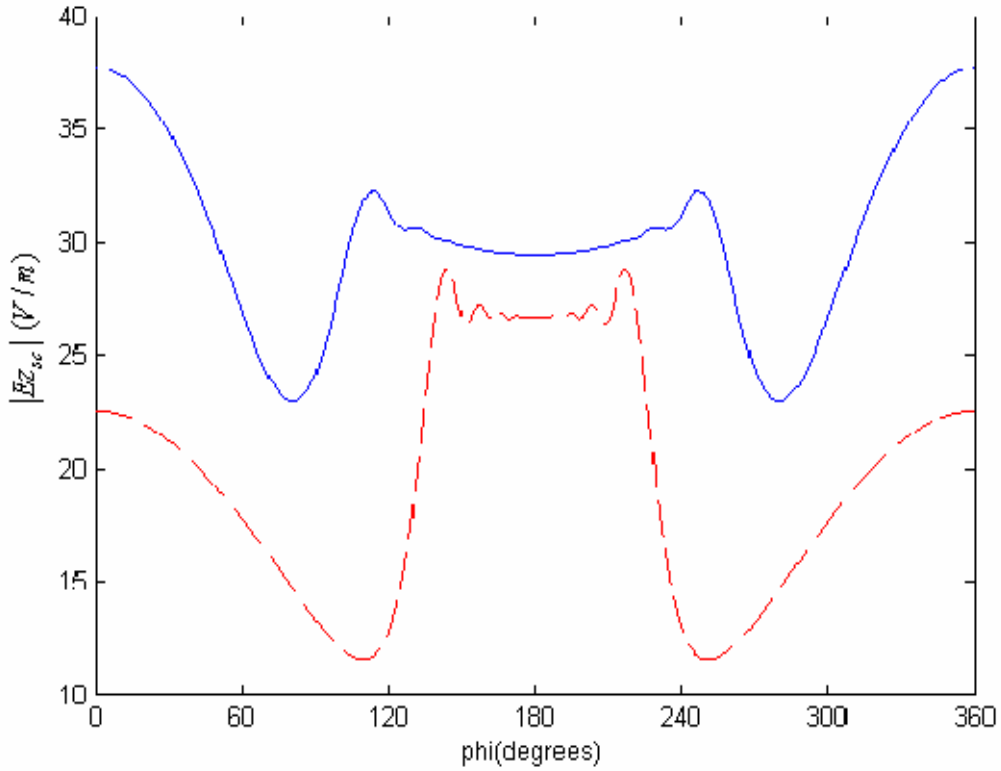
Σχήμα 22 – Κανονικοποιημένο μέτρο των μιγαδικών ρευματικών συντελεστών της MAS όταν $N = 150$, $r_a = 10\lambda$, $d_A = 10\lambda$ **και** $r_i = 5.89\lambda > r_{ic}$.



Σχήμα 23 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για την περίπτωση $N = 150$, $r_a = 10\lambda$, $d_A = \lambda$ **και** $r_i = 8.61\lambda < r_{ic}$.



Σχήμα 24 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για την περίπτωση $N = 150$, $r_a = 10\lambda$, $d_A = 10\lambda$ **και** $r_i = 5.89\lambda > r_{ic}$.



Σχήμα 25 – Μέτρο σκεδαζόμενου πεδίου σε απόσταση $r = 30\lambda$ **από το κέντρο του κυλίνδρου. Συνεχής γραμμή:** $N = 150$, $r_a = 10\lambda$, $d_A = \lambda$ **και** $r_i = 8.61\lambda < r_{ic}$, **διακεκομμένη γραμμή:** $N = 150$, $r_a = 10\lambda$, $d_A = 10\lambda$ **και** $r_i = 5.89\lambda > r_{ic}$. **Σύγκριση με την ακριβή λύση (οι αντίστοιχες καμπύλες συμπίπτουν πλήρως).**

Τέλος, διερευνάται η επίλυση του ίδιου προβλήματος τοποθετώντας όμως τις βοηθητικές πηγές σε μιγαδικό βάθος εντός του κυκλικού κυλίνδρου. Εξετάζοντας την Περίπτωση 7 του Πίνακα 3, για την οποία $N = 150$, $r_{\mathrm{a}} = 10\lambda$ και $d_A = 10\lambda$ αναζητήθηκε η μιγαδική ακτίνα κυκλικής κατανομής των πηγών μέσω της GA/MAS. Η έρευνα του GA περιορίστηκε σε σχετικά μικρές τιμές του φανταστικού μέρους της μιγαδικής ακτίνας, ώστε να διασφαλιστεί ότι οι κλαδικές τομές των θέσεων των βοηθητικών πηγών βρίσκονται εξολοκλήρου εντός του κυλίνδρου. Χρησιμοποιώντας $N_G = 10$ γενιές και $N_p = 5$ χρωμοσώματα ανά γενιά η βέλτιστη ακτίνα προέκυψε ίση με $r_{icomplex} = 5.90231541224258 + 0.01459582878076\mathrm{j}$ και το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης $BCE = 1.29 \cdot 10^{-3}$. Παρατηρώντας τον Πίνακα 3 η βελτίωση στο σφάλμα της οριακής συνθήκης κρίνεται αμελητέα. Το γεγονός ότι η λύση αυτή είναι οριακά πιο ακριβής από την βέλτιστη που επιτυγχάνεται με κυκλική τοποθέτηση των πηγών στον πραγματικό χώρο, ενδέχεται να οφείλεται αποκλειστικά στην αριθμητική προσέγγιση της μεθόδου επίλυσης του γραμμικού συστήματος. Ανάλογα αποτελέσματα οριακής βελτίωσης της αριθμητικής λύσης κατά περίπου 1% εξήχθησαν και στις υπόλοιπες περιπτώσεις που εξετάστηκαν. Παρόλα αυτά, ένα από τα προφανή πλεονεκτήματα της GA/MAS αποτελεί η δυνατότητα διερεύνησης της επιθυμητής ακρίβειας της MAS λύσης μέσω συστηματικής και αυτοματοποιημένης κατανομής των θέσεων των πηγών και στον μιγαδικό χώρο.

4.4.2 Σκέδαση από Τέλεια Αγώγιμο Ελλειπτικό Κύλινδρο

Όπως εκτέθηκε ενδελεχώς στις προηγούμενες παραγράφους, στα προβλήματα σκέδασης από τέλεια αγώγιμους κυκλικούς κυλίνδρους η βέλτιστη κατανομή των βοηθητικών πηγών είναι κυκλική και ομοιόμορφη, περιορίζοντας την αποστολή της προτεινόμενης μεθόδου στην βελτιστοποίηση μίας μόνο παραμέτρου, η οποία μπορεί να γίνει ουσιαστικά χωρίς ιδιαίτερο κόπο ακόμα και μετά από ένα εύλογο πλήθος επανειλημμένων χειρωνακτικών εκτελέσεων της MAS προσομοίωσης. Για λόγους πληρότητας δεν θα μπορούσε βεβαίως να παραληφθεί η έκθεση της επίδοσης της GA/MAS και σε αυτές τις απλές περιπτώσεις.

Στην πράξη όμως, μόνο οι κύλινδροι κυκλικής διατομής χαρακτηρίζονται από ομοιόμορφη τοπική ακτίνα καμπυλότητας σε όλη την επιφάνειά τους. Επιπρόσθετα, οι εμπειρικοί κανόνες κατανομής της θέσης των βοηθητικών πηγών για την MAS και τις GMTs, ορίζουν ότι η απόσταση των πηγών από την συνοριακή επιφάνεια S εξαρτάται από την τοπική ακτίνα καμπυλότητας αυτής. Συγκεκριμένα, οι πηγές οφείλουν να πλησιάζουν στην S όταν η ακτίνα καμπυλότητάς της είναι μικρή και να απομακρύνονται από την S όταν αυτή

μεγαλώνει. Παράλληλα, μεγαλύτερο πλήθος πηγών απαιτείται για την προσομοίωση του πεδίου κοντά σε περιοχές της επιφάνειας S με πολύπλοκη γεωμετρία. Οι εμπειρικοί αυτοί κανόνες ενσωματώνονται ιδανικά στον συστηματικό τρόπο επιλογής της θέσης των βοηθητικών πηγών που εφαρμόζει η προτεινόμενη MAS τεχνική και αναλύεται διεξοδικά στην συνέχεια.

4.4.2.1 Προσαρμόσιμη Κατανομή των Θέσεων των Βοηθητικών Πηγών της GA/MAS σε Προβλήματα Σκέδασης από Τέλεια Αγώγιμους Κυλίνδρους

Στην συνέχεια αυτού του κεφαλαίου, εφαρμόζεται μία προσαρμόσιμη (adaptive) χωρική κατανομή των πηγών της GA/MAS σε προβλήματα σκέδασης από τέλεια αγώγιμους κυλίνδρους. Η τεχνική αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ποικιλόμορφους 2D κυλίνδρους των οποίων ο άξονας διέρχεται από την αρχή των αξόνων O και εφόσον για κάθε γωνία αζιμουθίου $\phi \in [0, 2\pi]$ αντιστοιχεί ένα και μόνο σημείο της επιφάνειας του κυλίνδρου. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, στις περιπτώσεις κυκλικών κυλίνδρων, (για τους οποίους υφίστανται άλλωστε πλήρεις αναλυτικές MAS προσεγγίσεις [28-31, 36-38, 39]) επιλέγονται κατανομές των MAS πηγών εντός ομόκεντρων κύκλων.

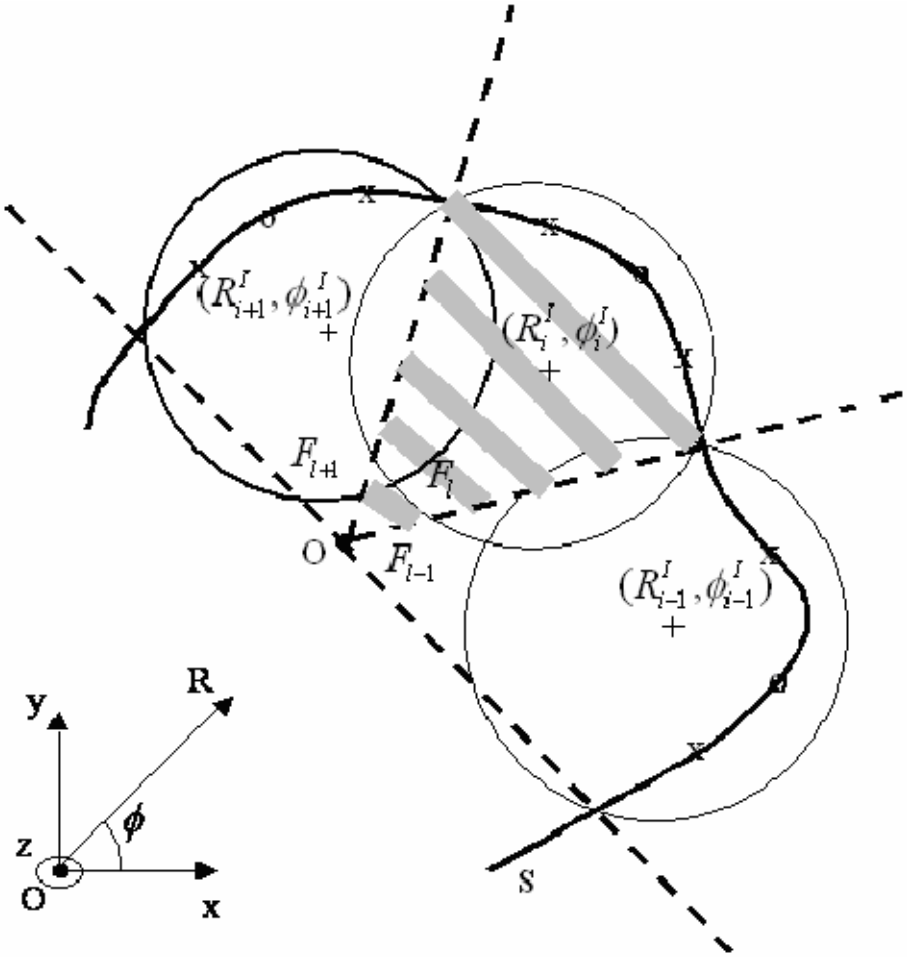
Κατά την αρχικοποίηση της διαδικασίας βελτιστοποίησης, ενσωματώνεται στην πρώτη γενιά ένα χρωμόσωμα το οποίο αναπαριστά μία τυπική κατανομή των MAS πηγών. Ως εκ τούτου, το χρωμόσωμα αυτό περιέχει ένα σύνολο βοηθητικών πηγών τοποθετημένο ομοιόμορφα σε μία σύμμορφη επιφάνεια S' εντός της S. Τα σημεία της S' ισαπέχουν από την S για κάθε γωνία φ (με αναφορά στο Σχήμα 6), σύμφωνα με τους γνωστούς εμπειρικούς κανόνες της MAS. Η ενσωμάτωση της τυπικής MAS λύσης εντός του GA γίνεται κυρίως για λόγους διερεύνησης της αποδοτικότητας της προτεινόμενης τεχνικής, καθώς δεν προσδίδει αξιόλογη αναβάθμιση στην σύγκλιση της GA/MAS, συγκρινόμενη με την πλήρως στοχαστική διαδικασία αρχικοποίησης.

Πέραν από το χρωμόσωμα της πρώτης γενιάς, το οποίο διαμορφώνεται με βάση την εφαρμογή της κλασικής MAS, τα υπόλοιπα χρωμοσώματα αναπαριστούν βοηθητικές πηγές οι οποίες κατανέμονται εντός συνεχόμενων, μη επικαλυπτόμενων γωνιακών τομέων και τοποθετούνται αυστηρά εντός οριοθετημένων περιοχών, σύμφωνα με τις ακόλουθες ανισότητες:

$$0 < R_i^l < r_l \text{ και } 2\pi \frac{l-1}{L} < \phi_i^l < 2\pi \frac{l}{L} \tag{4.19}$$

Στην (4.19) r_l είναι η ελάχιστη απόσταση των σημείων της S που ανήκουν στον γωνιακό τομέα F_l από τον άξονα του κυλίνδρου, $l = 1..L$, (R_i^l, ϕ_i^l) είναι οι πολικές

συντεταγμένες της θέσης της πηγής i, όπου i ορίζεται στις σχέσεις (4.5) έως (4.8), $L = N$ το πλήθος των συνεχόμενων γωνιακών τομέων οι οποίοι είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι στο διάστημα $[0, 2\pi]$ αναφορικά με την γωνία φ (Σχήμα 26) και N το πλήθος των βοηθητικών πηγών. Με αυτήν την προσέγγιση, η πηγή i δύναται να τοποθετηθεί οπουδήποτε εντός του τομέα F_l, σύμφωνα με ορισμένους περιορισμούς που θα εκτεθούν στην συνέχεια. Στην γενικότερη περίπτωση, το πλήθος των γωνιακών τομέων L μπορεί να επιλεγεί κατάλληλα μικρότερο από N ούτως ώστε περισσότερες πηγές να κατανέμονται εντός κάθε F_l με χρήση του GA ή δύναται να επιλεγεί ανομοιόμορφη κατανομή των F_l ως προς την γωνία φ με σκοπό την τοποθέτηση περισσότερων πηγών σε γωνιακούς τομείς οι οποίοι αντιστοιχούν σε περίπλοκες συνοριακές επιφάνειες.



Σχήμα 26 – Διάγραμμα σύνοψης (υποθετικών) γωνιακών τομέων μαζί με τις αντίστοιχες βοηθητικές πηγές (μία για κάθε γωνιακό τομέα), τα σημεία επιβολής 'ο' και τα σημεία ελέγχου 'x'. Το σημείο 'Ο' ανήκει στον άξονα του κυλίνδρου ο οποίος είναι παράλληλος στον άξονα z του κυλινδρικού συστήματος συντεταγμένων (ένθετο). Ο γωνιακός τομέας F_l είναι σκιασμένος για λόγους παρουσίασης. Ωσαύτως, οι κύκλοι δηλώνουν τις περιοχές πρωτεύουσας επιρροής των πηγών προσομοίωσης στις δύο διαστάσεις. Στην ιδανική περίπτωση οι περιοχές πρωτεύουσας επιρροής των γειτονικών βοηθητικών πηγών δεν επικαλύπτονται στην επιφάνεια S, ούτως ώστε η S να ακτινοβολείται ομοιόμορφα από αυτές.

Τοιουτοτρόπως, οι αποστάσεις των βοηθητικών πηγών από τον άξονα του κυλίνδρου και κατ' επέκταση η μορφή της δημιουργούμενης βοηθητικής επιφάνειας βελτιστοποιούνται από τον GA. Οι MAS πηγές τοποθετούνται σε αποστάσεις $R_i^I = C_l^I \cdot r_l$ από τον άξονα του κυλίνδρου, όπου $C_l^I < 1$ είναι GA-βελτιστοποιημένοι πολλαπλασιαστές για κάθε τομέα F_l. Μεταξύ δύο διαδοχικών πολλαπλασιαστών C_{l-1}^I και C_l^I επιτρέπονται μόνο μικρές μεταβολές (τυπικά της τάξης του 5%), ούτως ώστε οι περιοχές πρωτεύουσας επιρροής των γειτονικών πηγών να μην επικαλύπτονται σημαντικά στην συνοριακή επιφάνεια. Για μια ακόμα φορά, είναι δυνατόν στην γενικότερη περίπτωση, οι επιτρεπόμενες μεταβολές μεταξύ διαδοχικών πολλαπλασιαστών να διαφοροποιούνται κατάλληλα, για να αντιμετωπίζονται προβλήματα με περίπλοκες συνοριακές επιφάνειες.

Με την ανωτέρω περιγραφείσα διαδικασία, οι βοηθητικές πηγές κατανέμονται σε διαδοχικούς γωνιακούς τομείς με σκοπό την ομοιόμορφη ακτινοβόληση όλων των σημείων της S από αυτές. Επίσης, επιχειρείται να μην επικαλύπτονται επί της S οι περιοχές πρωτεύουσας επιρροής τους. Επισημαίνεται ότι η προτεινόμενη κατανομή των πηγών επιταχύνει σημαντικά την σύγκλιση της GA/MAS. Παράλληλα, ένα επιπλέον πλεονέκτημα της τεχνικής αυτής είναι η αποφυγή ισχυρών αριθμητικών εξαρτήσεων μεταξύ των βοηθητικών πηγών. Η εκ των πραγμάτων αναγκαία, υψηλή συγκέντρωσή τους για την προσομοίωση της ενδεχόμενα ιδιάζουσας συμπεριφοράς του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου, προξενεί αναπόφευκτα την δημιουργία συστημάτων της MAS με υψηλό δείκτη κατάστασης. Το φαινόμενο αυτό εξομαλύνεται με την υιοθέτηση της προτεινόμενης κατανομής και η επίλυση του συστήματος της MAS δυσχεραίνεται μόνο για μεγάλο πλήθος βοηθητικών πηγών ή όταν αντιμετωπίζονται προβλήματα που περιλαμβάνουν επιφάνειες με αιχμές.

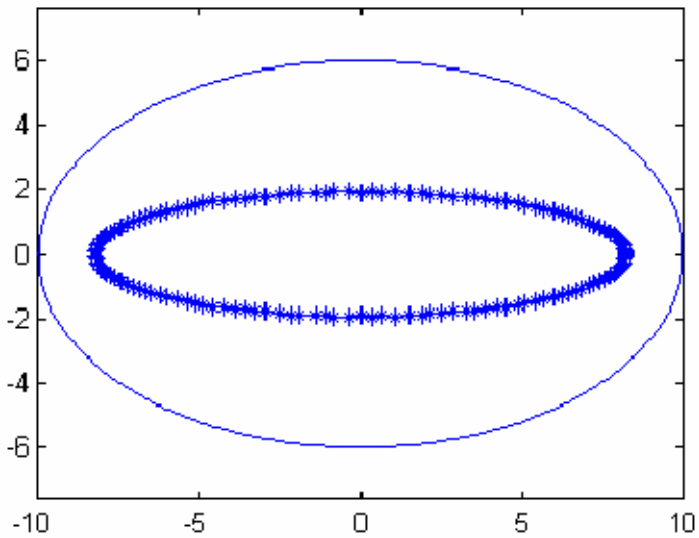
Εξάλλου, τα σημεία ικανοποίησης της οριακής συνθήκης επιλέγονται ομοιόμορφα κατανεμημένα στην S. Από την άλλη μεριά, προσδιορίζεται στην S ένα πλήθος N_t σημείων ελέγχου της οριακής συνθήκης μεταξύ γειτονικών σημείων επιβολής. Σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν προέκυψε ότι αρκεί $N_t = 2$, με τα σημεία ελέγχου να κατανέμονται ομοιόμορφα μεταξύ των σημείων επιβολής. Ουσιαστικά, με $N_t = 2$ επιτυγχάνεται ικανοποιητική δειγματοληψία των σφαλμάτων της οριακής συνθήκης, ενώ για μεγαλύτερο πλήθος σημείων ελέγχου, επιβαρύνεται το υπολογιστικό κόστος, χωρίς να παρέχεται σημαντική πρόσθετη πληροφορία στην διαδικασία βελτιστοποίησης. Στο Σχήμα 26 παρουσιάζεται ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα διαμόρφωσης γωνιακών τομέων της GA/MAS μαζί με τα αντίστοιχα σημεία επιβολής και σημεία ελέγχου της προτεινόμενης τεχνικής.

4.4.2.2 Σκέδαση Επίπεδου Κύματος από Τέλεια Αγώγιμο Ελλειπτικό Κύλινδρο

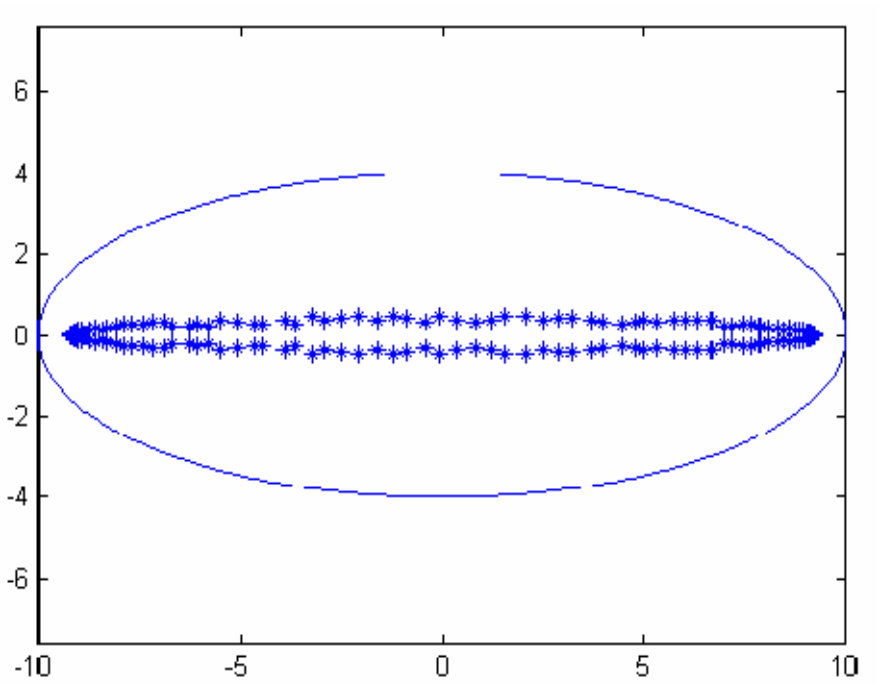
Θεωρείται ότι ο άξονας των ελλειπτικών κυλίνδρων είναι παράλληλος στον άξονα z και διέρχεται από το κέντρο O. Ο πρωτεύον και ο δευτερεύον άξονας της έλλειψης έχουν μήκος r_{ELLa} και r_{ELLb} αντίστοιχα. Στον Πίνακα 4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την εκτέλεση της GA/MAS για το πρόβλημα της σκέδασης επίπεδου κύματος από ελλειπτικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων. Λόγω συμμετρίας, η GA/MAS βελτιστοποιεί την θέση $N' = N/2$ πηγών. Ακόμη, μετά το πέρας της διαδικασίας βελτιστοποίησης η οριακή συνθήκη ελέγχεται σε $N_{BC} = 10$ σημεία μεταξύ κάθε ζεύγους σημείων επιβολής για να προκύψει το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα BCE. Επίσης στα Σχήματα 27 και 28 δίνονται οι GA/MAS κατανομές των βοηθητικών πηγών για τις Περιπτώσεις 2 και 4 του Πίνακα 4.

Πίνακας 4 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση επίπεδου κύματος από τέλεια αγώγιμους ελλειπτικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων

Α/Α	r_{ELLa} (λ)	r_{ELLb} (λ)	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ N'	MAXIMUM NORMALISED BCE	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	20	14	70	$6.38 \cdot 10^{-4}$	$3.8 \cdot 10^{13}$
2	20	12	70	$2.29 \cdot 10^{-3}$	$4.0 \cdot 10^{13}$
3	20	10	70	$8.58 \cdot 10^{-4}$	$6.5 \cdot 10^{13}$
4	20	8	70	$1.70 \cdot 10^{-4}$	$1.3 \cdot 10^{12}$
5	20	6	70	$2.62 \cdot 10^{-4}$	$3.0 \cdot 10^{09}$

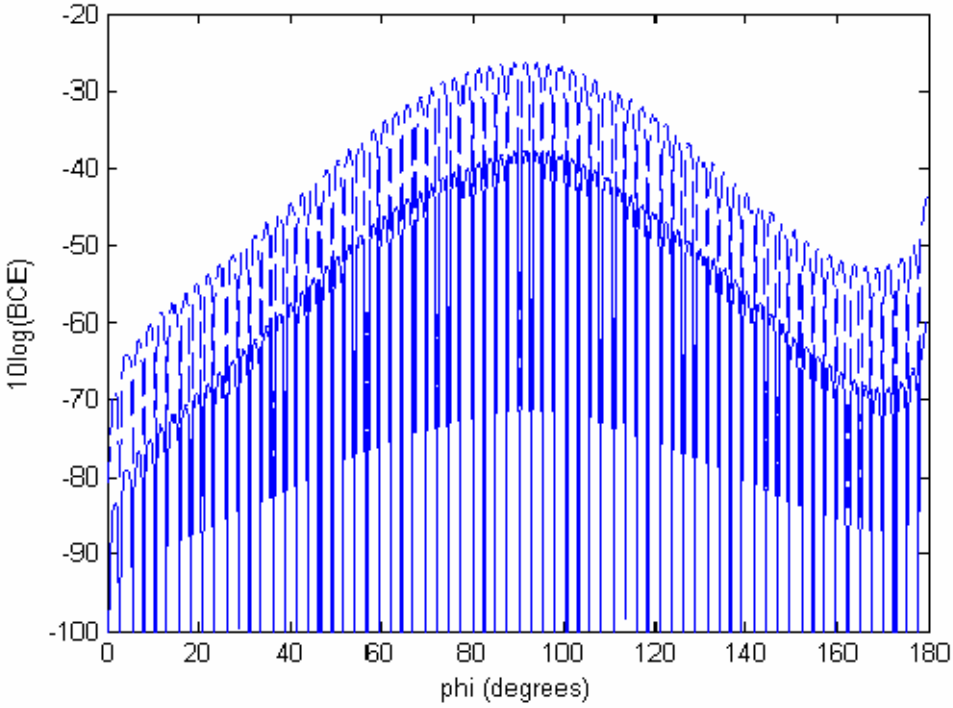


Σχήμα 27 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για ελλειπτικό κύλινδρο με διαστάσεις αξόνων $r_{ELLa} = 20\lambda$ και $r_{ELLb} = 12\lambda$. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.

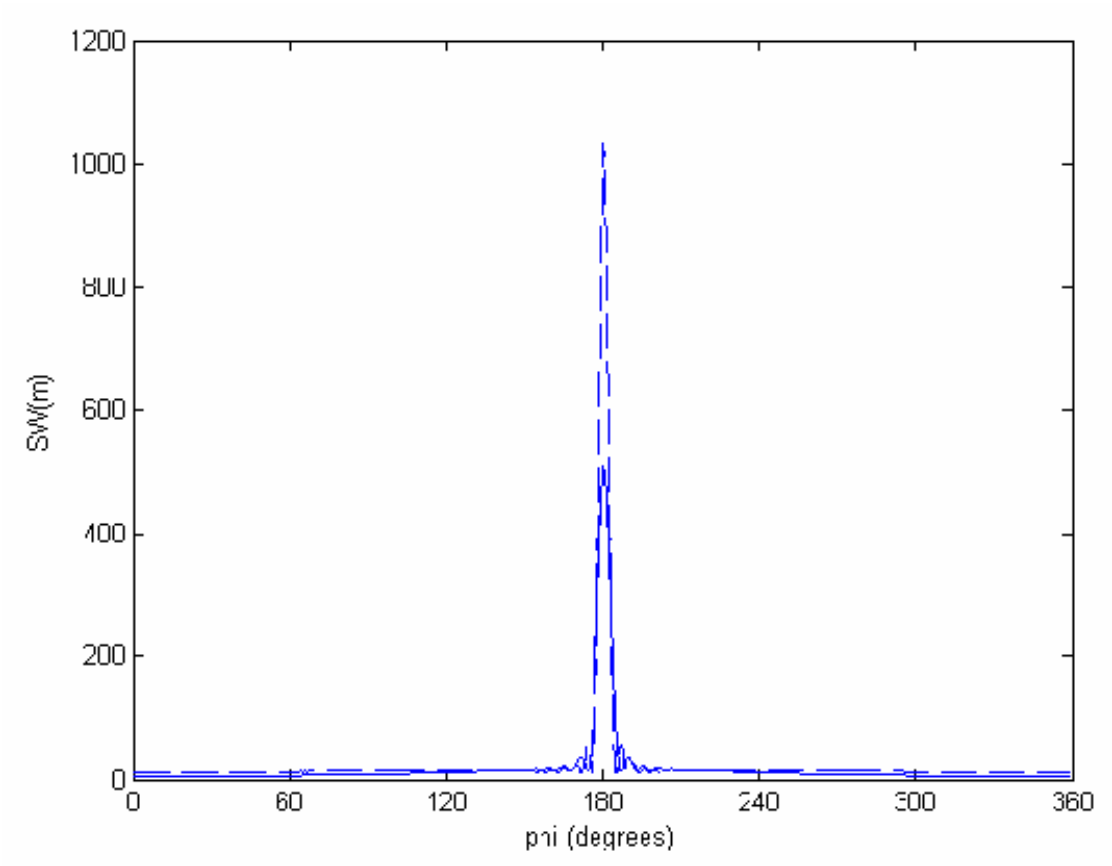


Σχήμα 28 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για ελλειπτικό κύλινδρο με διαστάσεις αξόνων $r_{ELLa} = 20\lambda$ και $r_{ELLb} = 8\lambda$. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.

Ακολούθως, στο Σχήμα 29 δίνεται το κανονικοποιημένο σφάλμα της οριακής συνθήκης για τις Περιπτώσεις 2 και 4 του Πίνακα 4. Λόγω συμμετρίας παρουσιάζεται το διάγραμμα για $0 < \phi < 180$. Ακόμη, στο Σχήμα 30 δίνεται το σκεδαζόμενο πλάτος που προκύπτει για τις Περιπτώσεις 2 και 4 του Πίνακα 4.



Σχήμα 29 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για τις περιπτώσεις $r_{ELLa} = 20\lambda$, $r_{ELLb} = 8\lambda$ (συνεχής γραμμή) και $r_{ELLa} = 20\lambda$, $r_{ELLb} = 12\lambda$ (διακεκομμένη γραμμή).



Σχήμα 30 – Σκεδαζόμενο πλάτος (SW) για τις περιπτώσεις $r_{ELLa} = 20\lambda$, $r_{ELLb} = 8\lambda$ (συνεχής γραμμή) και $r_{ELLa} = 20\lambda$, $r_{ELLb} = 12\lambda$ (διακεκομμένη γραμμή).

Στην συνέχεια διερευνήθηκε η ακρίβεια της αριθμητικής λύσης τοποθετώντας ίσο αριθμό βοηθητικών πηγών σε σύμμορφες βοηθητικές επιφάνειες ελλείψεων εντός του τέλεια αγώγιμου κυλίνδρου, οι οποίες περιέκλειαν τα ιδιάζοντα σημεία (εστίες της έλλειψης) σύμφωνα με τους εμπειρικούς κανόνες της MAS. Εκτελώντας έναν micro-GA για την εύρεση της βέλτιστης κλασικής κατανομής των MAS πηγών (με αντικειμενικό στόχο πάντα την ελαχιστοποίηση του μέγιστου BCE) προέκυψε ότι οι GA/MAS κατανομές υπερτερούν σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις. Ενδεικτικά, για την Περίπτωση 2 του Πίνακα 4, τοποθετώντας τις βοηθητικές πηγές σε μία σύμμορφη βοηθητική επιφάνεια έλλειψης με άξονες $r_{ELLa,\mathrm{aux}} = 17.23\lambda$ και $r_{ELLb,\mathrm{aux}} = 9.23\lambda$ προκύπτει μέγιστο κανονικοποιημένο $BCE = 3.65 \cdot 10^{-3}$ και για την Περίπτωση 4 του Πίνακα 4 $r_{ELLa,\mathrm{aux}} = 18.82\lambda$ και $r_{ELLb,\mathrm{aux}} = 6.82\lambda$ προκύπτει μέγιστο κανονικοποιημένο $BCE = 3.98 \cdot 10^{-2}$. Η υπεροχή της GA/MAS είναι εμφανής, όσο αυξάνεται η αναλογία μηκών πρωτεύοντος προς δευτερεύοντα άξονα του ελλειπτικού σκεδαστή.

4.4.2.2.1 Σκέδαση Επίπεδου Κύματος από Τέλεια Αγώγιμο Ελλειπτικό Κύλινδρο με σχετικά μεγάλη αναλογία πρωτεύοντος προς δευτερεύοντα άξονα

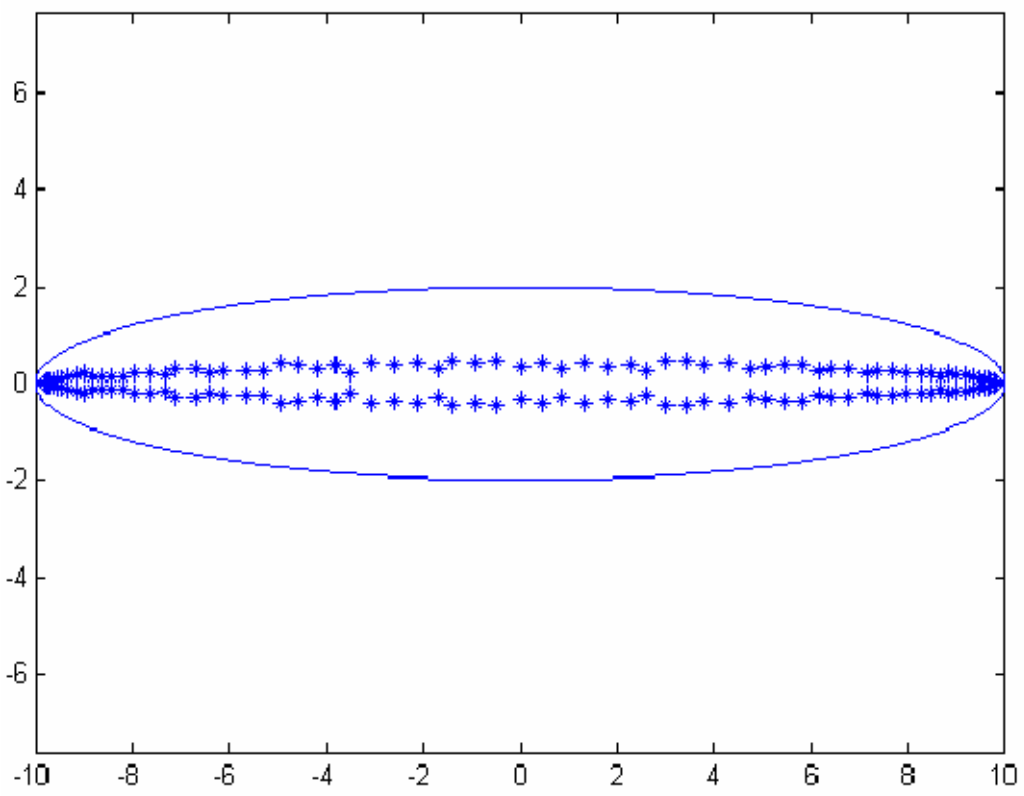
Στην περίπτωση κατά την οποία εξετάζεται η σκέδαση από ελλειπτικούς κυλίνδρους με μεγάλη αναλογία μήκους μεταξύ πρωτεύοντος και δευτερεύοντος άξονα, η εφαρμογή της κλασικής MAS δεν είναι αποδοτική. Για οποιοδήποτε βάθος της σύμμορφης βοηθητικής επιφάνειας εντός του κυλίνδρου, η μέγιστη τιμή των σχετικών σφαλμάτων της οριακής συνθήκης είναι ιδιαίτερα υψηλή, ενώ αυξανομένου του βάθους ή του πλήθους των MAS πηγών ο δείκτης κατάστασης του σχετικού πίνακα MAS λαμβάνει υπερβολικές τιμές. Εξάλλου, για αντίστοιχες περιπτώσεις έχει προταθεί η κατανομή των MAS (ή GMT) βοηθητικών πηγών στα κέντρα κύκλων οι οποίοι εφάπτονται με την συνοριακή επιφάνεια, αλλά και μεταξύ τους. Η τεχνική αυτή είναι αποτελεσματική για ελλειπτικούς κυλίνδρους με αναλογία μεταξύ των αξόνων έως και 5:1 [40].

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εφαρμογή της GA/MAS σε τέτοιου είδους προβλήματα. Επιλέγεται ανομοιόμορφη κατανομή των γωνιακών τομέων της GA/MAS ώστε κοντά στα άκρα του μεγάλου άξονα των ελλειπτικών κυλίνδρων να κατανέμονται περισσότερες πηγές. Ακόμη, το εύρος διακύμανσης μεταξύ διαδοχικών πολλαπλασιαστικών παραγόντων ακτινικής θέσης των πηγών ορίζεται να μην υπερβαίνει το 20%. Στον Πίνακα 5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την εκτέλεση της GA/MAS.

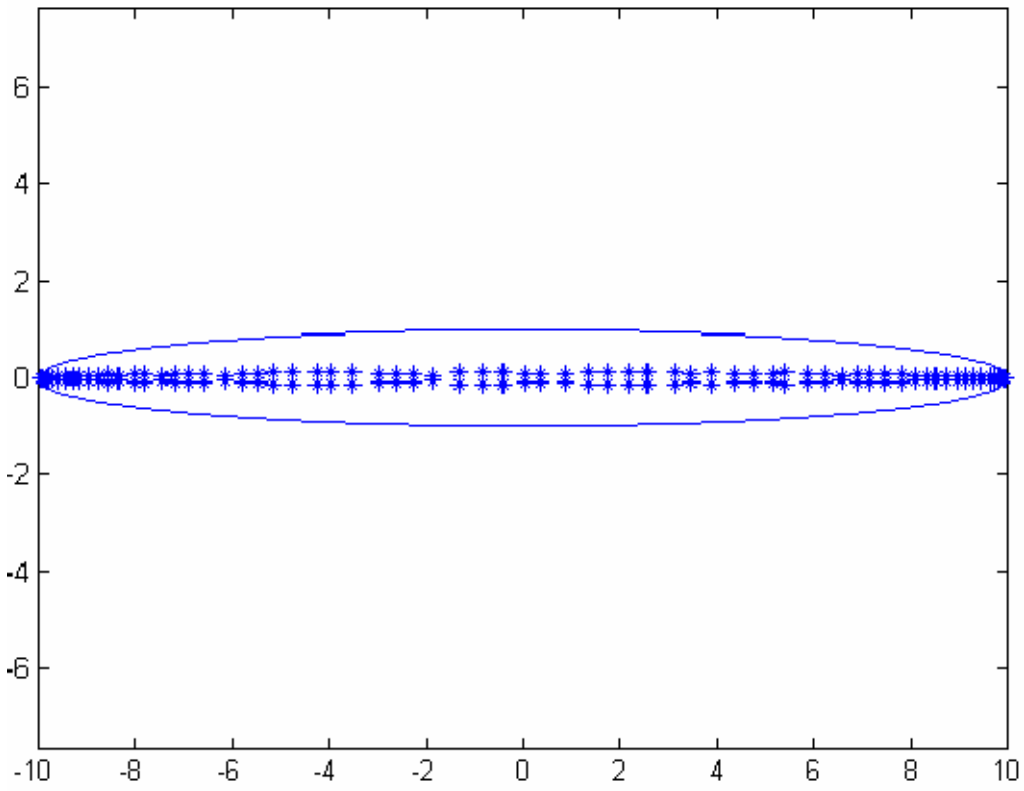
Πίνακας 5 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση επίπεδου κύματος από τέλεια αγώγιμους ελλειπτικούς κυλίνδρους με μεγάλη αναλογία μεταξύ των αξόνων τους

Α/Α	r_{ELLa} (λ)	r_{ELLb} (λ)	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ N'	MAXIMUM NORMALISED BCE	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	20	4	70	$8.65\cdot10^{-4}$	$2.1\cdot10^{06}$
2	20	2	70	$6.71\cdot10^{-3}$	$9.8\cdot10^{03}$

Επίσης στα Σχήματα 31-32 δίνονται οι GA/MAS κατανομές των βοηθητικών πηγών για τις περιπτώσεις του Πίνακα 5. Κατ' αντιστοιχία με την προηγούμενη παράγραφο, διερευνώντας τις βέλτιστες κατανομές ακολουθώντας τους κανόνες τις κλασικής MAS, ελήφθησαν τα εξής αποτελέσματα: Για την Περίπτωση 1 του Πίνακα 5, τοποθετώντας τις βοηθητικές πηγές σε μία σύμμορφη βοηθητική επιφάνεια έλλειψης με άξονες $r_{ELLa,\mathrm{aux}} = 19.76\lambda$ και $r_{ELLb,\mathrm{aux}} = 3.76\lambda$ προκύπτει μέγιστο κανονικοποιημένο $BCE = 1.63\cdot10^{-1}$ και για την Περίπτωση 2 του Πίνακα 5 με $r_{ELLa,\mathrm{aux}} = 19.90\lambda$ και $r_{ELLb,\mathrm{aux}} = 1.90\lambda$ προκύπτει μέγιστο κανονικοποιημένο $BCE = 3.24\cdot10^{-1}$. Ακόμη, στο Παράρτημα δίνονται οι ακριβείς θέσεις των βοηθητικών πηγών για την Περίπτωση 2 του Πίνακα 5.

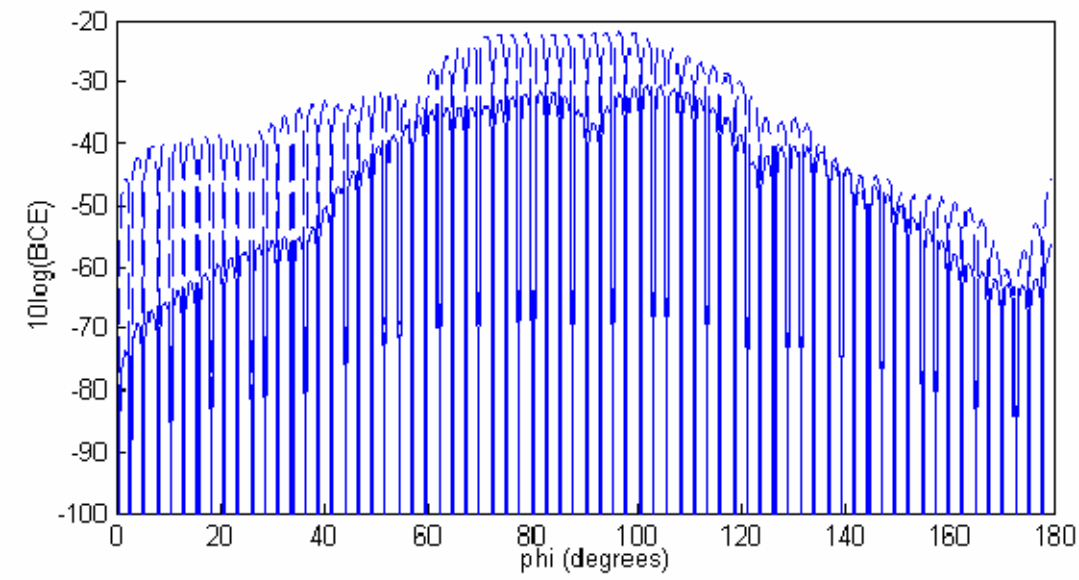


Σχήμα 31 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για ελλειπτικό κύλινδρο με διαστάσεις αξόνων $r_{ELLa} = 20\lambda$ και $r_{ELLb} = 4\lambda$. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.



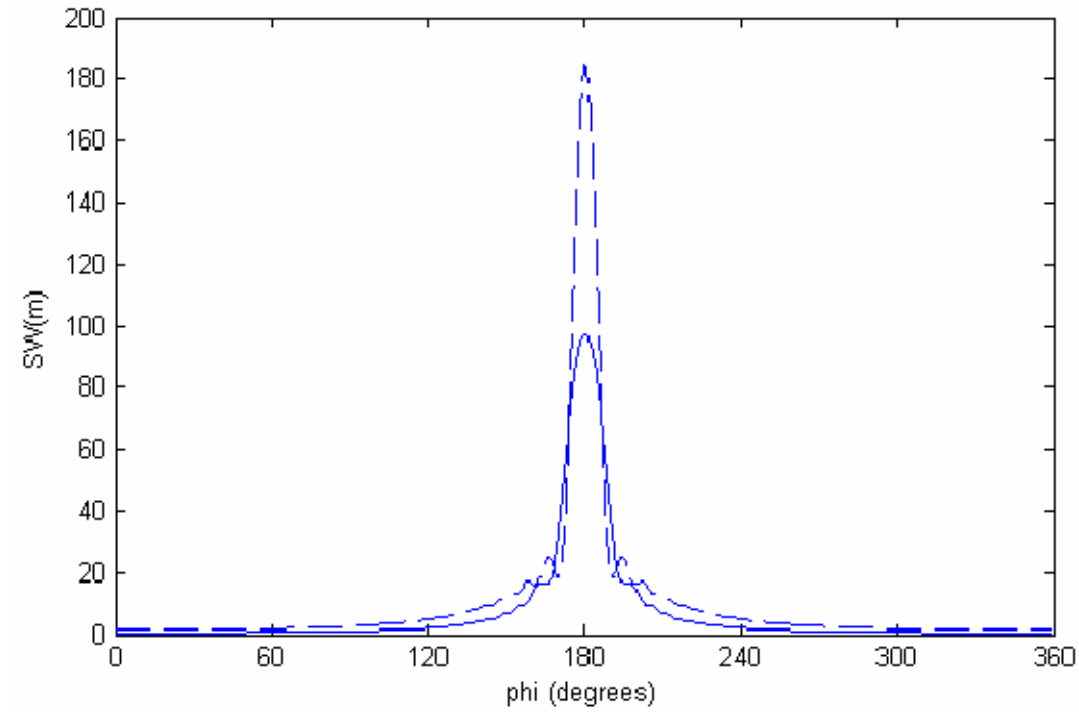
Σχήμα 32 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για ελλειπτικό κύλινδρο με διαστάσεις αξόνων $r_{ELLa} = 20\lambda$ και $r_{ELLb} = 2\lambda$. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.

Ακολούθως, στο Σχήμα 33 δίνεται το κανονικοποιημένο σφάλμα της οριακής συνθήκης για τις Περιπτώσεις του Πίνακα 5. Λόγω συμμετρίας παρουσιάζεται το διάγραμμα για $0 < \phi < 180$.



Σχήμα 33 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για τις περιπτώσεις $r_{ELLa} = 20\lambda$, $r_{ELLb} = 4\lambda$ (συνεχής γραμμή) και $r_{ELLa} = 20\lambda$, $r_{ELLb} = 2\lambda$ (διακεκομμένη γραμμή).

Ακόμη, στο Σχήμα 34 δίνεται το σκεδαζόμενο πλάτος που προκύπτει για τις Περιπτώσεις του Πίνακα 5.



Σχήμα 34 – Σκεδαζόμενο πλάτος (SW) για τις περιπτώσεις $r_{ELLa} = 20\lambda$, $r_{ELLb} = 2\lambda$ (συνεχής γραμμή) και $r_{ELLa} = 20\lambda$, $r_{ELLb} = 4\lambda$ (διακεκομμένη γραμμή).

4.4.2.3 Ακτινοβολία Απείρου Μήκους Νηματοειδούς Ρευματικής Γραμμής Παρουσία Τέλεια Αγώγιμου Ελλειπτικού Κυλίνδρου

Στον Πίνακα 6 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS για τις περιπτώσεις σκέδασης του πεδίου άπειρου μήκους ρευματικής γραμμής, η οποία διαρρέεται από ρεύμα μοναδιαίου πλάτους και είναι τοποθετημένη παράλληλα σε ελλειπτικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων και σε απόσταση λ από την επιφάνειά τους. Το πλήθος των βοηθητικών πηγών επιλέγεται μεταξύ $1.2N_0$ και $1.4N_0$ σύμφωνα με την σχέση (4.16).

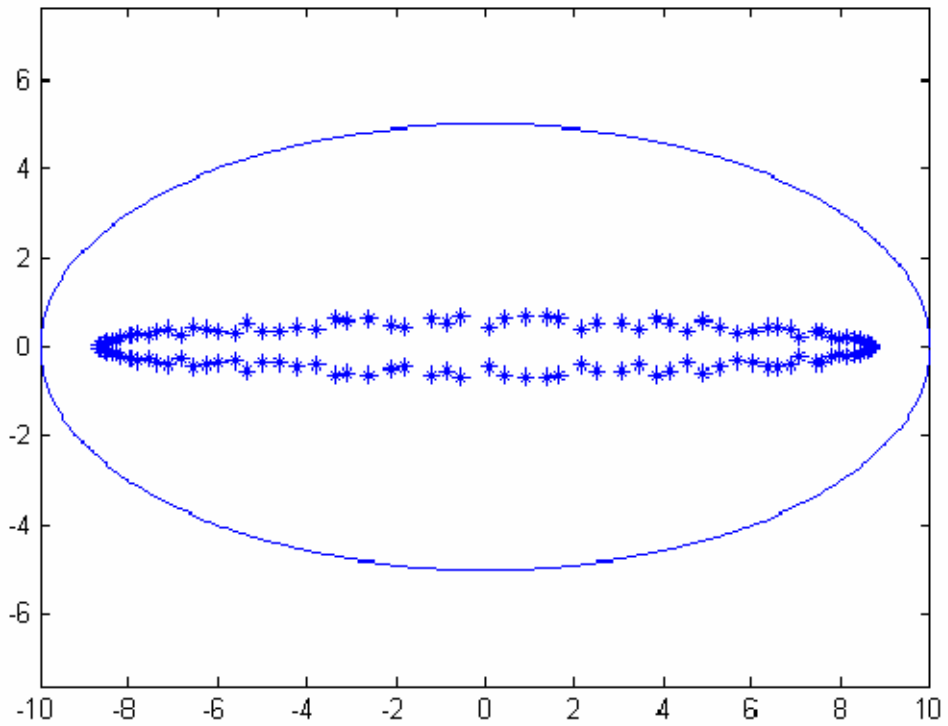
Πίνακας 6 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση πεδίου άπειρης γραμμής από τέλεια αγώγιμους ελλειπτικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων

Α/Α	r_{ELLa} (λ)	r_{ELLb} (λ)	ΘΕΣΗ ΠΗΓΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ (x_o, y_o) (λ)	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ N'	MAXIMUM NORMALISED BCE	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	20	14	(11, 0)	66	$5.14\cdot10^{-4}$	$2.8\cdot10^{09}$
2	20	12	(11, 0)	62	$2.33\cdot10^{-3}$	$6.3\cdot10^{13}$
3	20	10	(11, 0)	62	$3.69\cdot10^{-4}$	$7.1\cdot10^{12}$
4	20	8	(11, 0)	62	$7.45\cdot10^{-5}$	$3.0\cdot10^{10}$
5	20	6	(11, 0)	62	$2.43\cdot10^{-4}$	$2.0\cdot10^{08}$

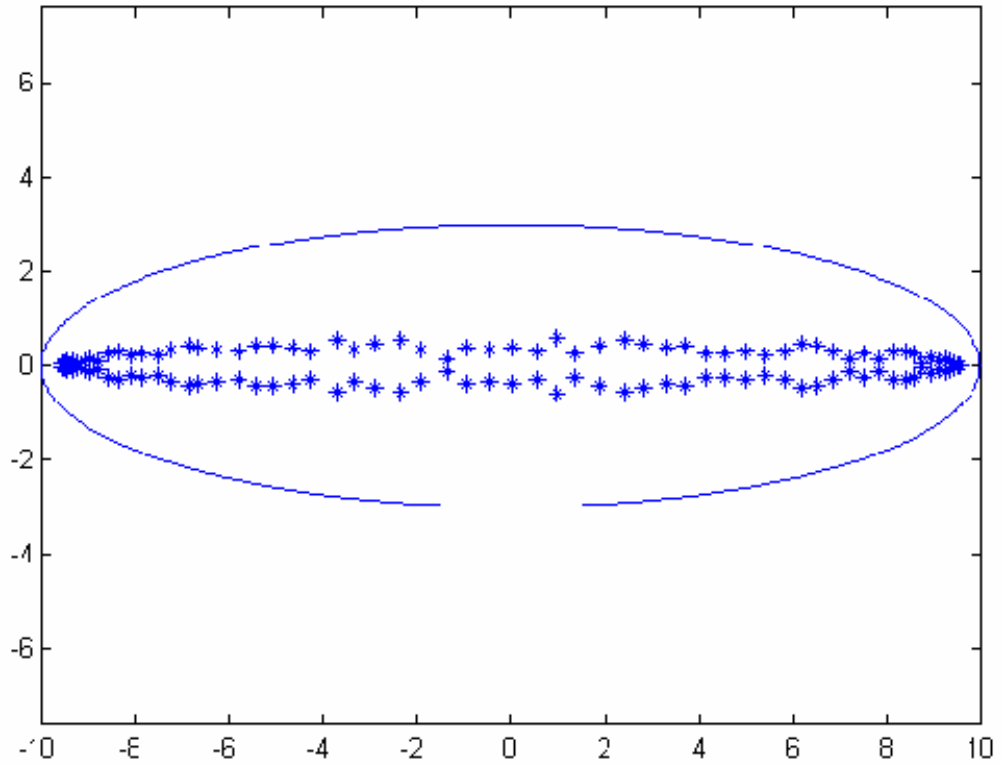
Κατ' αντιστοιχία με τις προηγούμενες παραγράφους, διερευνώντας τις βέλτιστες κατανομές ακολουθώντας τους κανόνες τις κλασικής MAS, ελήφθησαν τα εξής αποτελέσματα: Για την Περίπτωση 1 του Πίνακα 6, τοποθετώντας τις βοηθητικές πηγές σε μία σύμμορφη βοηθητική επιφάνεια έλλειψης με άξονες $r_{ELLa,\text{aux}} = 18.16\lambda$ και $r_{ELLb,\text{aux}} = 12.16\lambda$ προκύπτει μέγιστο κανονικοποιημένο $BCE = 2.70\cdot10^{-3}$, για την Περίπτωση 3 του Πίνακα 6 $r_{ELLa,\text{aux}} = 18.82\lambda$ και $r_{ELLb,\text{aux}} = 8.82\lambda$ προκύπτει μέγιστο κανονικοποιημένο $BCE = 2.38\cdot10^{-2}$ και για την Περίπτωση 5 του Πίνακα 6 $r_{ELLa,\text{aux}} = 19.36\lambda$ και $r_{ELLb,\text{aux}} = 11.36\lambda$ προκύπτει μέγιστο κανονικοποιημένο $BCE = 1.68\cdot10^{-1}$.

Ακολούθως, στα Σχήματα 35 και 36 δίνονται οι GA/MAS κατανομές των βοηθητικών πηγών για τις Περιπτώσεις 3 και 5 του Πίνακα 6. Ακόμη, στο Σχήμα 37 δίνεται το κανονικοποιημένο σφάλμα της οριακής συνθήκης για τις Περιπτώσεις 3 και 5 του Πίνακα 6. Λόγω συμμετρίας παρουσιάζεται το διάγραμμα για $0 < \phi < 180$. Επίσης, στο Σχήμα 38

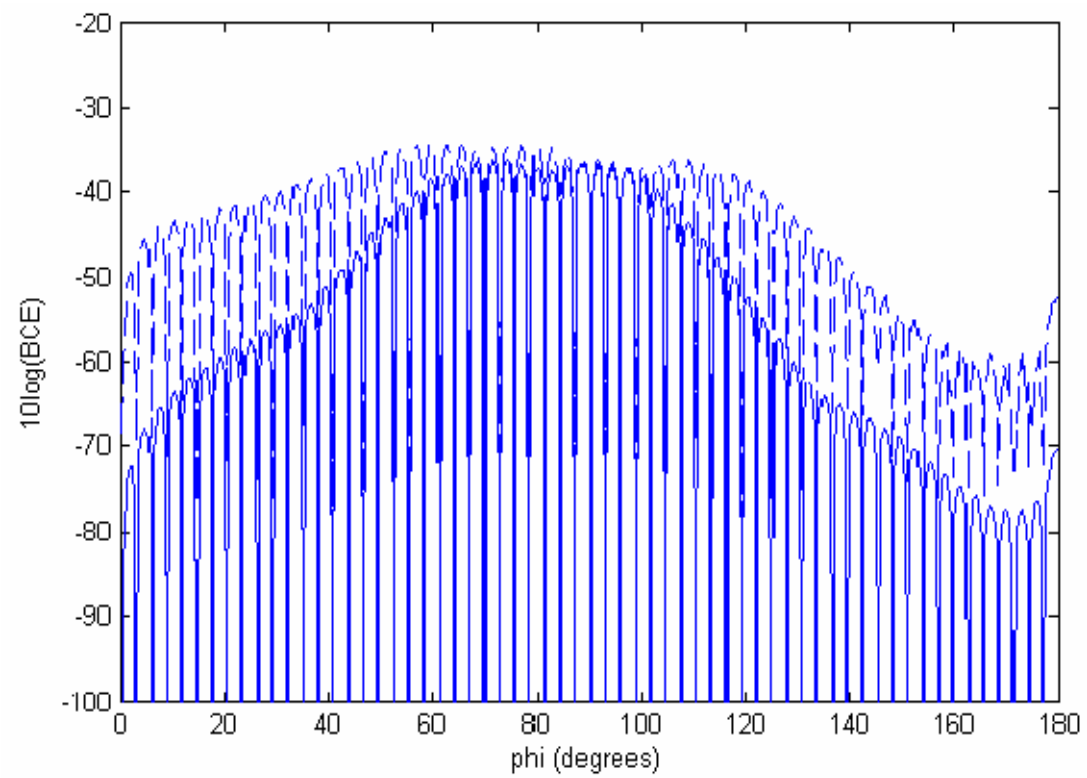
απεικονίζεται το μέτρο του σκεδαζόμενου πεδίου ως προς την γωνία παρατήρησης ϕ σε απόσταση $r = 30\lambda$ από τον άξονα του κυλίνδρου για τις δύο ανωτέρω περιπτώσεις.



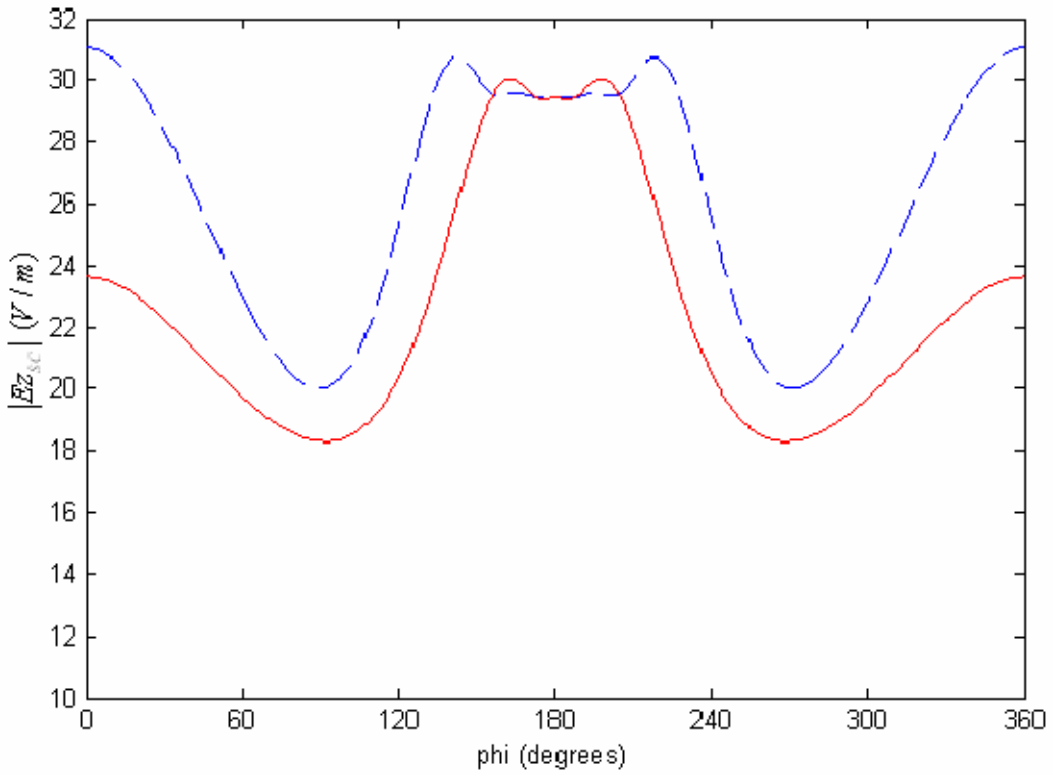
Σχήμα 35 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για ελλειπτικό κύλινδρο με διαστάσεις αξόνων $r_{ELLa} = 20\lambda$ και $r_{ELLb} = 10\lambda$. Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (11,\ 0)$.



Σχήμα 36 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για ελλειπτικό κύλινδρο με διαστάσεις αξόνων $r_{ELLa} = 20\lambda$ και $r_{ELLb} = 6\lambda$. Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (11,\ 0)$.



Σχήμα 37 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για τις περιπτώσεις $r_{ELLa} = 20\lambda$ **,** $r_{ELLb} = 6\lambda$ **(συνεχής γραμμή) και** $r_{ELLa} = 20\lambda$ **,** $r_{ELLb} = 10\lambda$ **(διακεκομμένη γραμμή).**



Σχήμα 38 – Μέτρο σκεδαζόμενου πεδίου σε απόσταση $r = 30\lambda$ **από τον άξονα του κυλίνδρου,** $r_{ELLa} = 20\lambda$ **,** $r_{ELLb} = 6\lambda$ **(συνεχής γραμμή) και** $r_{ELLa} = 20\lambda$ **,** $r_{ELLb} = 10\lambda$ **(διακεκομμένη γραμμή).**

4.4.2.3.1 Σκέδαση Πεδίου Άπειρης Ρευματικής Γραμμής από Τέλεια Αγώγιμο Ελλειπτικό Κύλινδρο με σχετικά μεγάλη αναλογία πρωτεύοντος προς δευτερεύοντα άξονα

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εφαρμογή της GA/MAS σε προβλήματα σκέδασης του πεδίου άπειρης νηματοειδούς ρευματικής γραμμής από ελλειπτικούς κυλίνδρους με μεγάλη αναλογία πρωτεύοντος προς δευτερεύοντα άξονα. Στον Πίνακα 7 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την εκτέλεση της GA/MAS σε αυτές τις περιπτώσεις.

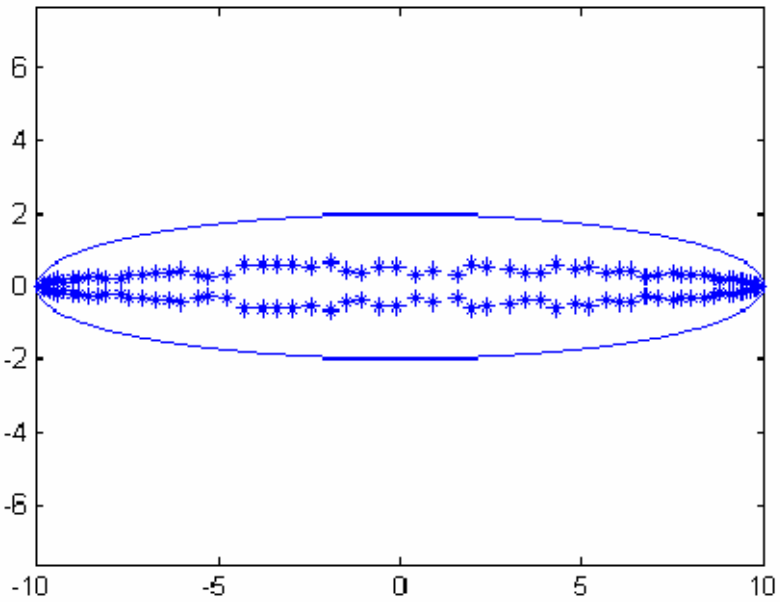
Πίνακας 7 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση πεδίου άπειρης γραμμής από τέλεια αγώγιμους ελλειπτικούς κυλίνδρους με μεγάλη αναλογία μεταξύ των αξόνων τους

Α/Α	r_{ELLa} (λ)	r_{ELLb} (λ)	ΘΕΣΗ ΠΗΓΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ (x_o, y_o) (λ)	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ N'	MAXIMUM NORMALISED BCE	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	20	4	(11, 0)	62	$1.39 \cdot 10^{-3}$	$1.6 \cdot 10^{05}$
2	20	2	(11, 0)	62	$3.96 \cdot 10^{-3}$	$2.4 \cdot 10^{03}$
3	20	2	(11, 0)	70	$3.11 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{04}$
4	20	1	(11, 0)	70	$2.44 \cdot 10^{-3}$	$3.2 \cdot 10^{02}$

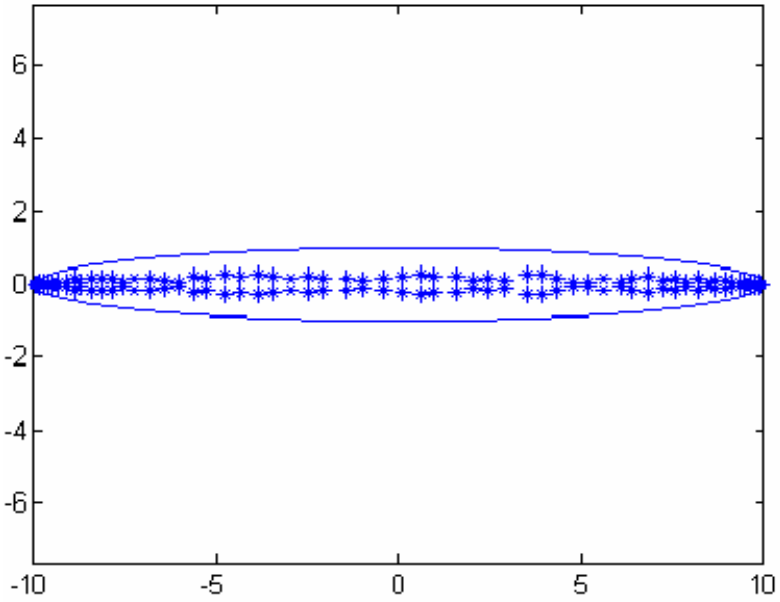
Επίσης, στα Σχήματα 39 και 40 δίνονται οι GA/MAS κατανομές των βοηθητικών πηγών για τις περιπτώσεις 1 και 2 του Πίνακα 7. Ακολούθως, στο Σχήμα 41 δίνεται το κανονικοποιημένο σφάλμα της οριακής συνθήκης για τις Περιπτώσεις 1 και 2 του Πίνακα 7. Λόγω συμμετρίας παρουσιάζεται το διάγραμμα για $0 < \phi < 180$. Ακόμη, στο Σχήμα 42 απεικονίζεται το μέτρο του σκεδαζόμενου πεδίου ως προς την γωνία παρατήρησης ϕ σε απόσταση $r = 30\lambda$ από τον άξονα του κυλίνδρου για τις περιπτώσεις του Πίνακα 7.

Κατ' αντιστοιχία με τις προηγούμενες παραγράφους, διερευνώντας τις βέλτιστες κατανομές ακολουθώντας τους κανόνες τις κλασικής MAS, ελήφθησαν τα εξής αποτελέσματα: Για την Περίπτωση 1 του Πίνακα 7, τοποθετώντας τις βοηθητικές πηγές σε μία σύμμορφη βοηθητική επιφάνεια έλλειψης με άξονες $r_{ELLa,\text{aux}} = 19.84\lambda$ και $r_{ELLb,\text{aux}} = 3.84\lambda$ προκύπτει μέγιστο κανονικοποιημένο $BCE = 1.43 \cdot 10^{-1}$, για την Περίπτωση 3 του Πίνακα 7 $r_{ELLa,\text{aux}} = 19.90\lambda$ και $r_{ELLb,\text{aux}} = 1.90\lambda$ προκύπτει μέγιστο κανονικοποιημένο $BCE = 1.89 \cdot 10^{-2}$ και για την Περίπτωση 4 του Πίνακα 7 $r_{ELLa,\text{aux}} = 19.98\lambda$ και $r_{ELLb,\text{aux}} = 0.98\lambda$ προκύπτει μέγιστο κανονικοποιημένο $BCE = 4.04 \cdot 10^{-2}$.

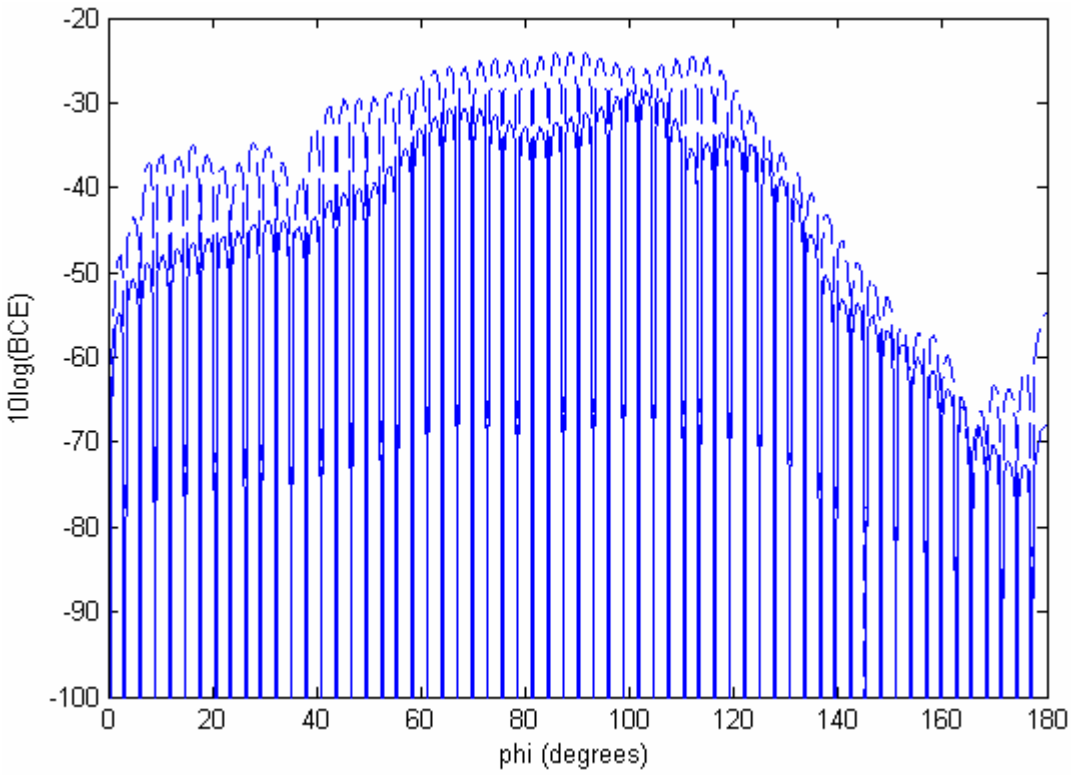
Επισημαίνεται ότι, όπως προκύπτει από τις Περιπτώσεις 2 και 3 του Πίνακα 7, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων της GA/MAS βελτιώνεται με την αύξηση του πλήθους των βοηθητικών πηγών. Απεναντίας, μετά από πληθώρα δοκιμών για διάφορες περιπτώσεις ελλειπτικών κυλίνδρων με μεγάλη αναλογία αξόνων και διενέργεια βελτιστοποίησης με κατανομές πηγών της κλασικής MAS, προέκυψε ότι αυτή εμφανίζει πενιχρή βελτίωση της ακρίβειας της αριθμητικής λύσης αυξανομένων των MAS πηγών.



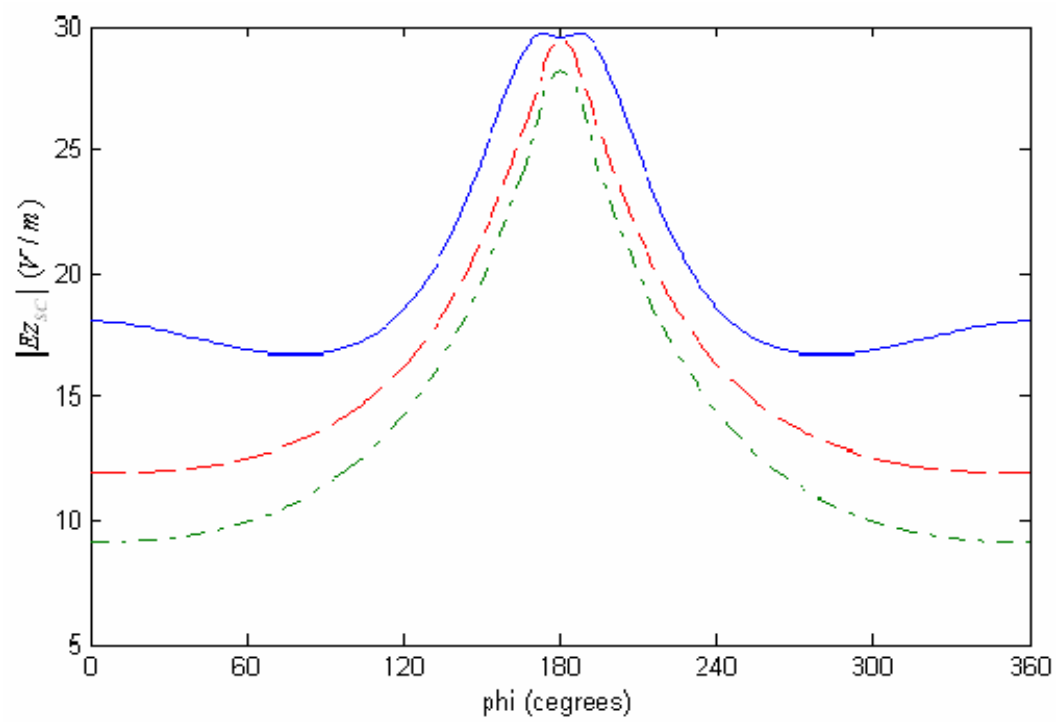
Σχήμα 39 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για ελλειπτικό κύλινδρο με διαστάσεις αξόνων $r_{ELLa} = 20\lambda$ **και** $r_{ELLb} = 4\lambda$ **. Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (11,\ 0)$ **.**



Σχήμα 40 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για ελλειπτικό κύλινδρο με διαστάσεις αξόνων $r_{ELLa} = 20\lambda$ **και** $r_{ELLb} = 2\lambda$ **,** $N' = 62$ **. Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (11,\ 0)$ **.**



Σχήμα 41 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για τις περιπτώσεις $r_{ELLa} = 20\lambda$ **,** $r_{ELLb} = 4\lambda$ **(συνεχής γραμμή) και** $r_{ELLa} = 20\lambda$ **,** $r_{ELLb} = 2\lambda$ **,** $N' = 62$ **(διακεκομμένη γραμμή).**



Σχήμα 42 – Μέτρο σκεδαζόμενου πεδίου σε απόσταση $r = 30\lambda$ **από τον άξονα του κυλίνδρου,** $r_{ELLa} = 20\lambda$ **,** $r_{ELLb} = 4\lambda$ **(συνεχής γραμμή),** $r_{ELLa} = 20\lambda$ **,** $r_{ELLb} = 2\lambda$ **(διακεκομμένη γραμμή) και** $r_{ELLa} = 20\lambda$ **,** $r_{ELLb} = \lambda$ **(διακεκομμένη γραμμή με τελείες και παύλες).**

4.4.3 Σκέδαση από Τέλεια Αγώγιμο Ελλειπτικό Κύλινδρο Cassini

Η αποτελεσματικότητα και η αποδοτικότητα της προτεινόμενης τεχνικής εξετάζεται στην συνέχεια σε κυλινδρικούς σκεδαστές με πιο περίπλοκη επιφάνεια, όπως είναι οι ελλειπτικοί κύλινδροι Cassini. Οι ελλείψεις Cassini διέπονται από την ακόλουθη σχέση σε πολικές συντεταγμένες:

$$r_{cas}^2(\phi_{cas}) = C_{cas}^2\left(2\cos(2\phi_{cas}) + C_{cas}^2\frac{a_{cas}-1}{r_{cas}^2}\right),\ \phi_{cas} = 0..2\pi \qquad (4.20)$$

με $\alpha_{cas} > 1$, $C_{cas} > 0$. Το πλήθος των βοηθητικών πηγών N δεν προκύπτει πλέον βάση της σχέσης (4.16) καθώς η επιφάνεια του σκεδαστή δεν είναι αρκούντως λεία. Από την άλλη πλευρά, λόγω συμμετρίας, η GA/MAS και σε αυτήν την περίπτωση βελτιστοποιεί την θέση $N' = N/2$ πηγών.

4.4.3.1 Σκέδαση Επίπεδου Κύματος από Τέλεια Αγώγιμο Ελλειπτικό Κύλινδρο Cassini

Θεωρείται ότι ο άξονας των ελλειπτικών κυλίνδρων Cassini είναι παράλληλος στον άξονα z και διέρχεται από το κέντρο O. Στον Πίνακα 8 παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την εκτέλεση της GA/MAS για το πρόβλημα της σκέδασης επίπεδου κύματος από ελλειπτικούς κυλίνδρους Cassini διαφόρων διαστάσεων.

Πίνακας 8 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση επίπεδου κύματος από τέλεια αγώγιμους ελλειπτικούς κυλίνδρους Cassini διαφόρων διαστάσεων

Α/Α	C_{cas}	a_{cas}	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ N'	MAXIMUM NORMALISED BCE	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	1	1.6	65	$3.04\cdot10^{-3}$	$1.1\cdot10^{10}$
2	1	1.5	65	$3.46\cdot10^{-3}$	$1.2\cdot10^{10}$
3	1	1.4	65	$4.09\cdot10^{-3}$	$2.5\cdot10^{10}$
4	1	1.3	65	$2.86\cdot10^{-3}$	$5.5\cdot10^{09}$
5	1	1.2	65	$3.92\cdot10^{-3}$	$6.8\cdot10^{10}$
6	1	1.1	65	$1.56\cdot10^{-2}$	$1.7\cdot10^{10}$
7	1	1.1	70	$1.21\cdot10^{-2}$	$5.2\cdot10^{11}$

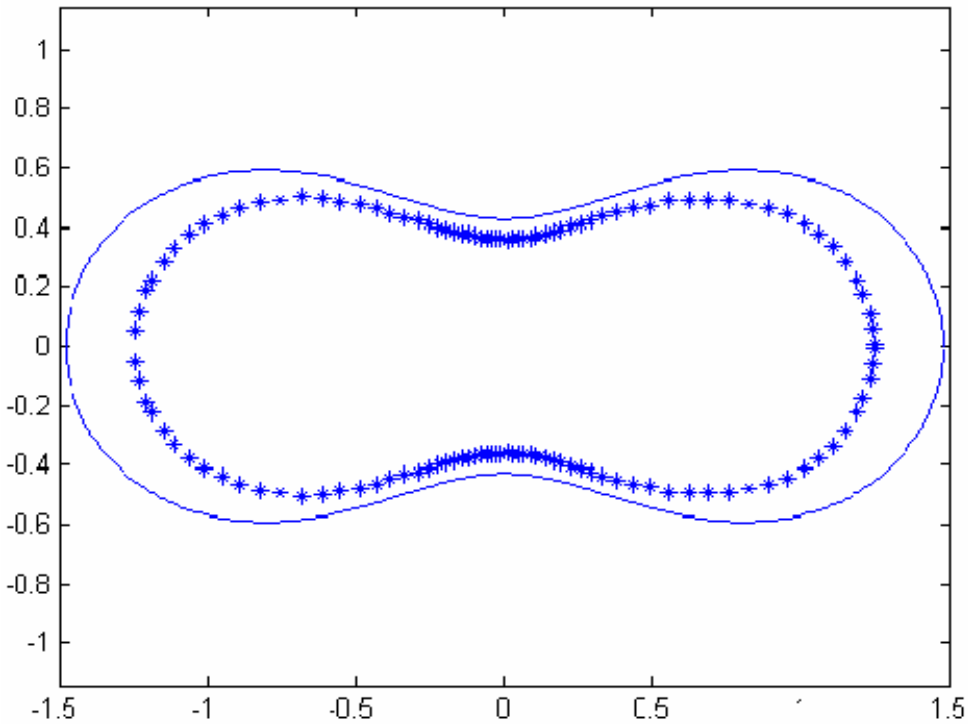
Μετά το πέρας της διαδικασίας βελτιστοποίησης η οριακή συνθήκη ελέγχεται σε $N_{BC} = 10$ σημεία μεταξύ κάθε ζεύγους σημείων επιβολής για να προκύψει το μέγιστο κανονικοποιημένο σφάλμα BCE. Επιπρόσθετα, για την καλύτερη αξιολόγηση της βελτίωσης που επιφέρει η GA/MAS, παρουσιάζονται συγκριτικά στον Πίνακα 9 τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προέκυψαν τοποθετώντας ομοιόμορφα τις βοηθητικές πηγές στην βέλτιστη, σταθερή απόσταση d_S (βάθος) από την συνοριακή επιφάνεια, σύμφωνα με τους εμπειρικούς κανόνες εφαρμογής της MAS. Η βέλτιστη απόσταση d_S προέκυψε εκτελώντας έναν micro-GA με αντικειμενικό κριτήριο βελτιστοποίησης την ελαχιστοποίηση του μέγιστου σφάλματος της οριακής συνθήκης.

Πίνακας 9 – Συγκριτικά αποτελέσματα εφαρμογής κλασικής MAS και GA/MAS σε σκέδαση επίπεδου κύματος από ελλειπτικούς κυλίνδρους Cassini διαφόρων διαστάσεων

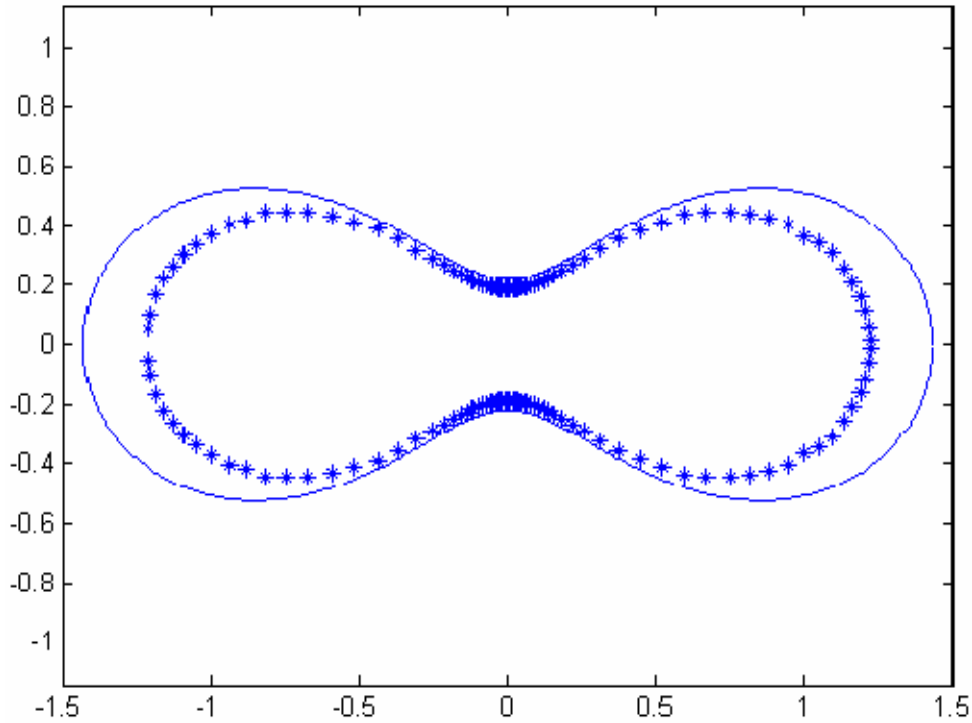
Α/Α	C_{cas}	a_{cas}	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ N'	ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΒΑΘΟΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ STANDARD MAS $d_S(\lambda)$	MAXIMUM NORMALISED BCE STANDARD MAS	MAXIMUM NORMALISED BCE GA/MAS	MEAN SQUARE NORMALISED BCE STANDARD MAS	MEAN SQUARE NORMALISED BCE GA/MAS
1	1	1.6	65	0.0690	$3.71 \cdot 10^{-3}$	$3.04 \cdot 10^{-3}$	$5.29 \cdot 10^{-5}$	$3.40 \cdot 10^{-5}$
2	1	1.5	65	0.0600	$7.57 \cdot 10^{-3}$	$3.46 \cdot 10^{-3}$	$8.63 \cdot 10^{-5}$	$4.28 \cdot 10^{-5}$
3	1	1.4	65	0.0519	$1.34 \cdot 10^{-2}$	$4.09 \cdot 10^{-3}$	$1.55 \cdot 10^{-4}$	$6.35 \cdot 10^{-5}$
4	1	1.3	65	0.0460	$2.08 \cdot 10^{-2}$	$2.86 \cdot 10^{-3}$	$2.53 \cdot 10^{-4}$	$3.31 \cdot 10^{-5}$
5	1	1.2	65	0.0335	$3.11 \cdot 10^{-2}$	$3.92 \cdot 10^{-3}$	$2.90 \cdot 10^{-4}$	$3.67 \cdot 10^{-5}$
6	1	1.1	65	0.0198	$5.83 \cdot 10^{-2}$	$1.56 \cdot 10^{-2}$	$6.51 \cdot 10^{-4}$	$1.96 \cdot 10^{-4}$
7	1	1.1	70	0.0187	$5.23 \cdot 10^{-2}$	$1.21 \cdot 10^{-2}$	$5.78 \cdot 10^{-4}$	$1.20 \cdot 10^{-4}$

Παρατηρώντας τόσο τις τιμές των μέγιστων όσο και τις τιμές των μέσων τετραγωνικών σφαλμάτων στον Πίνακα 9, είναι φανερό ότι σε όλες τις περιπτώσεις επιτυγχάνεται υψηλότερη αριθμητική ακρίβεια χρησιμοποιώντας την GA/MAS. Η βελτίωση των αριθμητικών αποτελεσμάτων είναι μάλιστα μεγαλύτερη, όσο μειώνεται η τιμή της παραμέτρου a_{cas} της επιφάνειας Cassini, όσο δηλαδή αυξάνεται η τοπική ιδιομορφία της επιφάνειας του σκεδαστή (ή εναλλακτικά όσο πιο έντονη είναι η μεταβολή της τοπικής ακτίνας καμπυλότητας της συνοριακής επιφάνειας).

Ακόμη, στα Σχήματα 43 και 44 δίνονται οι GA/MAS κατανομές των βοηθητικών πηγών για τις Περιπτώσεις 3 και 7 του Πίνακα 9.



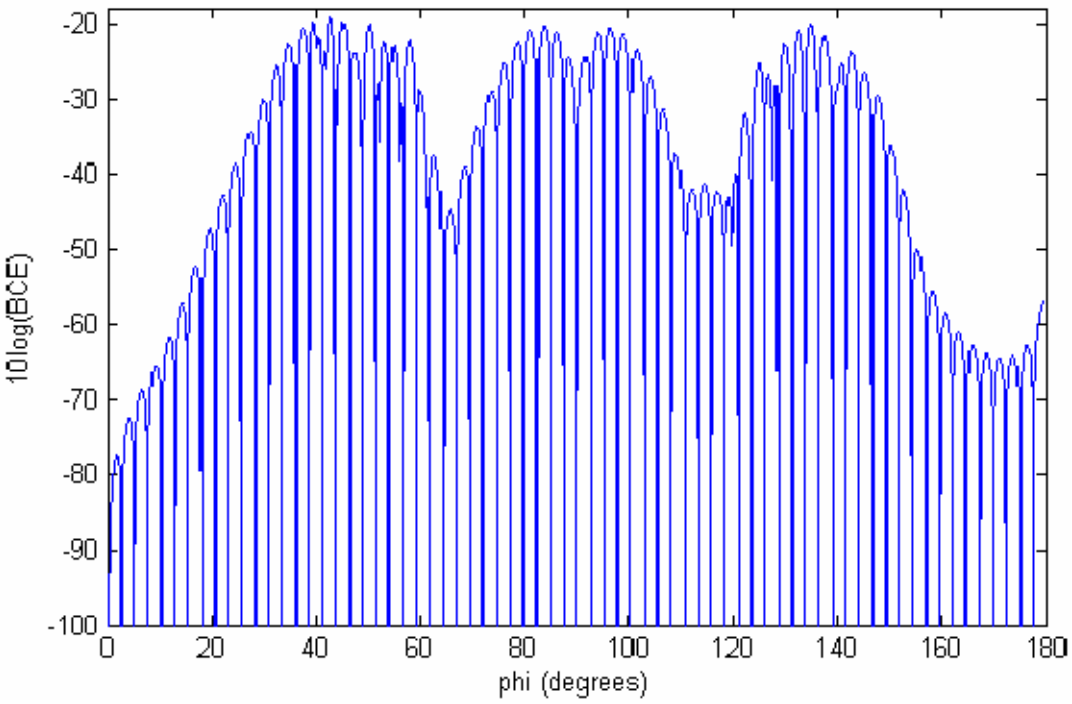
Σχήμα 43 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για ελλειπτικό κύλινδρο Cassini με $C_{cas} = 1$ και $a_{cas} = 1.4$. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.



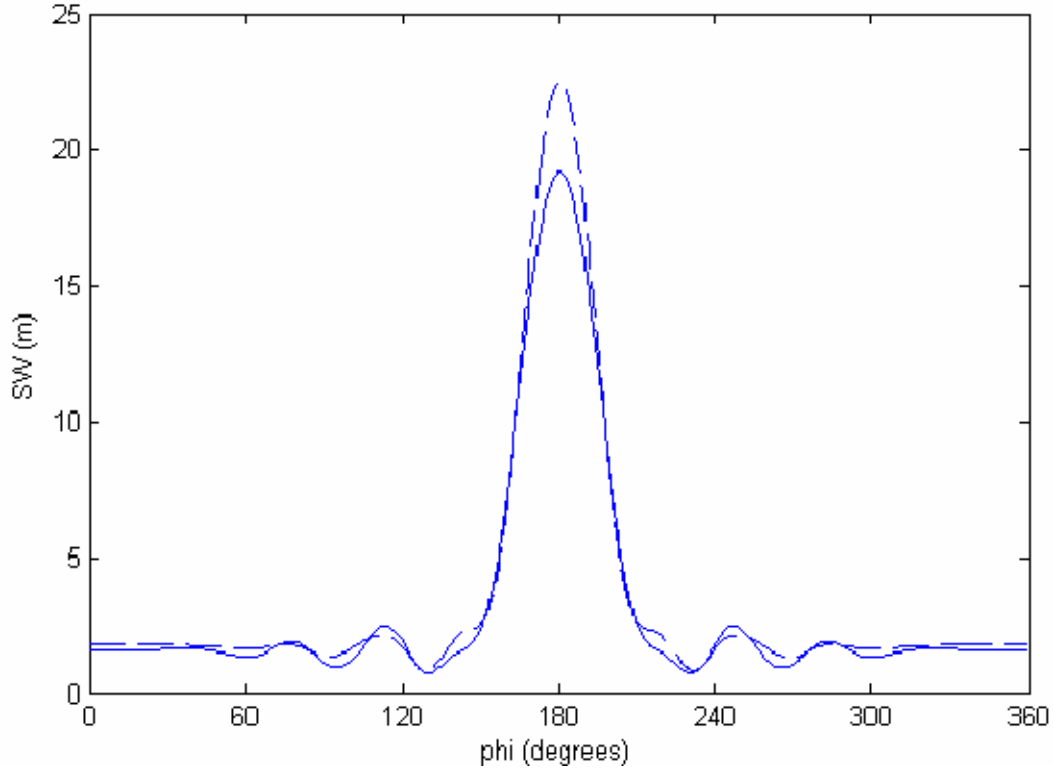
Σχήμα 44 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για ελλειπτικό κύλινδρο Cassini με $C_{cas} = 1$ και $a_{cas} = 1.1$ ($N' = 70$). Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.

Ακολούθως, στο Σχήμα 45 δίνεται το κανονικοποιημένο σφάλμα της οριακής συνθήκης για τις Περιπτώσεις 3 και 7 του Πίνακα 9. Λόγω συμμετρίας παρουσιάζεται το

διάγραμμα για $0 < \phi < 180$. Ακόμη, στο Σχήμα 46 δίνεται το σκεδαζόμενο πλάτος που προκύπτει για τις αντίστοιχες Περιπτώσεις του Πίνακα 9.



Σχήμα 45 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για την περίπτωση του ελλειπτικού κύλινδρου Cassini με $C_{cas} = 1$ και $a_{cas} = 1.1$, $N' = 70$ (GA/MAS).



Σχήμα 46 – Σκεδαζόμενο πλάτος (SW) για τις περιπτώσεις ελλειπτικών κυλίνδρων Cassini με $C_{cas} = 1$, $a_{cas} = 1.1$ (συνεχής γραμμή) και $C_{cas} = 1$, $a_{cas} = 1.4$ (διακεκομμένη γραμμή).

4.4.3.2 Ακτινοβολία Απείρου Μήκους Νηματοειδούς Ρευματικής Γραμμής Παρουσία Τέλεια Αγώγιμου Ελλειπτικού Κυλίνδρου Cassini

Στον Πίνακα 10 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS για τις περιπτώσεις σκέδασης του πεδίου άπειρου μήκους ρευματικής γραμμής, η οποία διαρρέεται από ρεύμα μοναδιαίου πλάτους και είναι τοποθετημένη παράλληλα σε ελλειπτικούς κυλίνδρους Cassini διαφόρων διαστάσεων και σε απόσταση περίπου λ από την επιφάνειά τους.

Πίνακας 10 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση πεδίου άπειρης γραμμής από ελλειπτικούς κυλίνδρους Cassini διαφόρων διαστάσεων

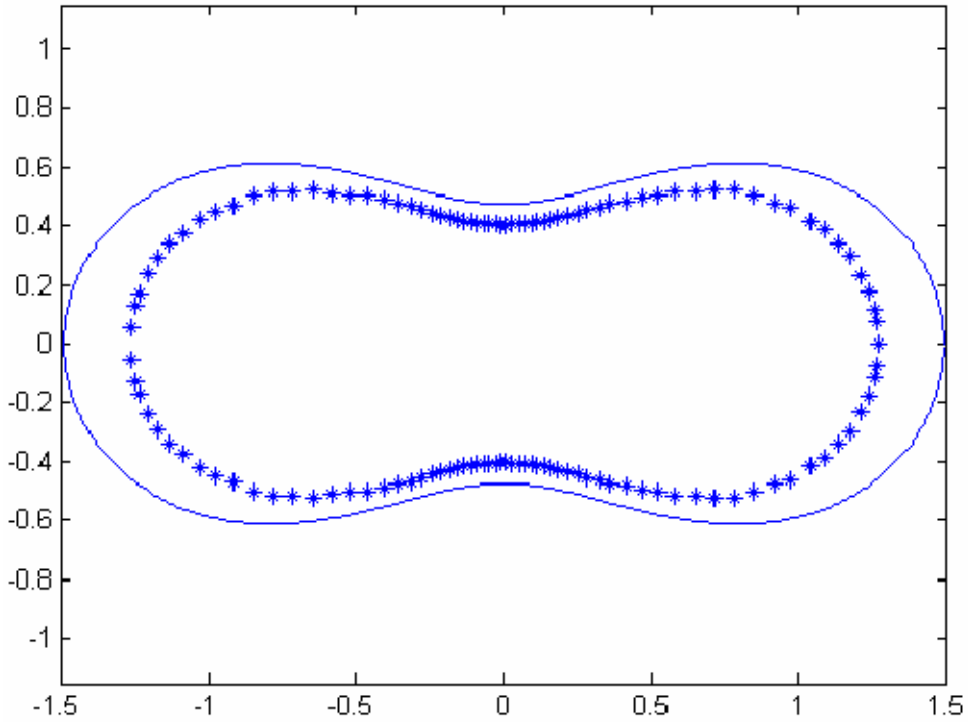
Α/Α	C_{cas}	a_{cas}	ΘΕΣΗ ΠΗΓΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ (x_o, y_o) (λ)	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ N'	MAXIMUM NORMALISED BCE	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	1	1.6	(2.5, 0)	65	$2.27 \cdot 10^{-3}$	$2.6 \cdot 10^{09}$
2	1	1.5	(2.5, 0)	65	$1.98 \cdot 10^{-3}$	$3.3 \cdot 10^{09}$
3	1	1.4	(2.5, 0)	65	$2.97 \cdot 10^{-3}$	$3.0 \cdot 10^{09}$
4	1	1.3	(2.5, 0)	65	$3.51 \cdot 10^{-3}$	$3.4 \cdot 10^{09}$
5	1	1.2	(2.5, 0)	65	$3.60 \cdot 10^{-3}$	$5.5 \cdot 10^{09}$
6	1	1.1	(2.5, 0)	70	$1.08 \cdot 10^{-2}$	$2.7 \cdot 10^{10}$

Ακολούθως, στα Σχήματα 47 και 48 δίνονται οι GA/MAS κατανομές των βοηθητικών πηγών για τις Περιπτώσεις 2 και 5 του Πίνακα 10.

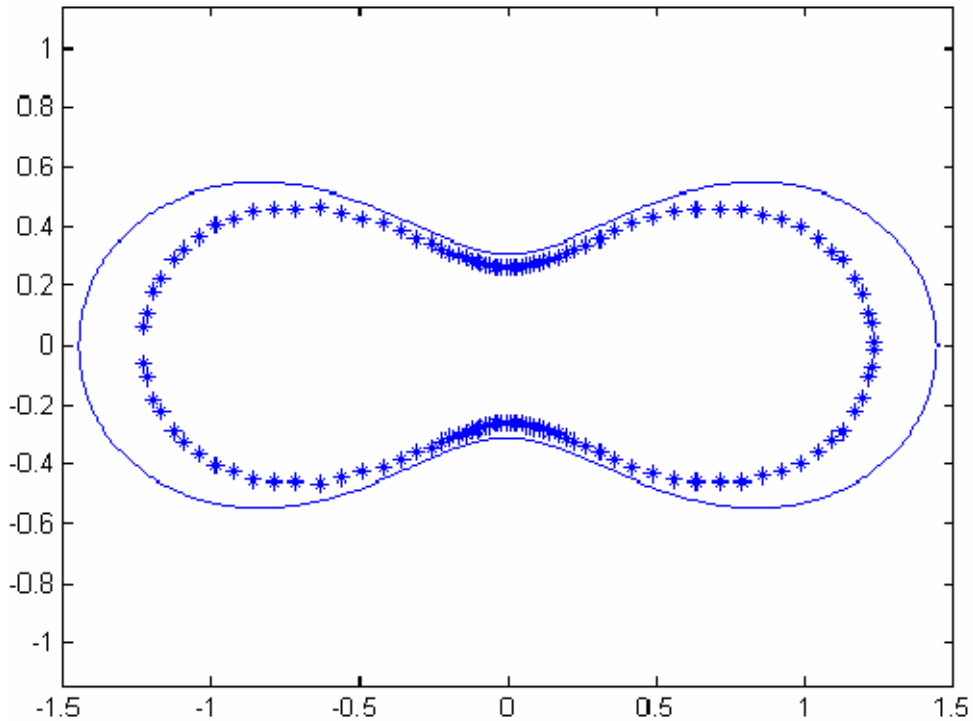
Κατ' αντιστοιχία με τις προηγούμενες παραγράφους, διερευνώντας τις βέλτιστες κατανομές ακολουθώντας τους κανόνες της κλασικής MAS, ελήφθησαν τα εξής αποτελέσματα: Για την Περίπτωση 2 του Πίνακα 10, τοποθετώντας τις βοηθητικές πηγές σε μία σύμμορφη βοηθητική επιφάνεια έλλειψης Cassini, ομοιόμορφα ως προς ϕ και σε σταθερή απόσταση (βάθος) $d_S = 0.0614\lambda$ προκύπτει μέγιστο κανονικοποιημένο $BCE = 4.23 \cdot 10^{-3}$, για την Περίπτωση 3 του Πίνακα 10, $d_S = 0.0522\lambda$ ενώ προκύπτει μέγιστο κανονικοποιημένο $BCE = 7.64 \cdot 10^{-3}$ και για την Περίπτωση 5 του Πίνακα 10, $d_S = 0.0355\lambda$ ενώ προκύπτει μέγιστο κανονικοποιημένο $BCE = 1.66 \cdot 10^{-2}$.

Επίσης, στο Σχήμα 49 δίνεται το κανονικοποιημένο σφάλμα της οριακής συνθήκης για την Περίπτωση 5 του Πίνακα 10 σε σύγκριση με το αντίστοιχο σφάλμα της οριακής συνθήκης όταν το ίδιο πλήθος πηγών τοποθετηθεί σε βάθος $d_S = 0.0355\lambda$ από την συνοριακή

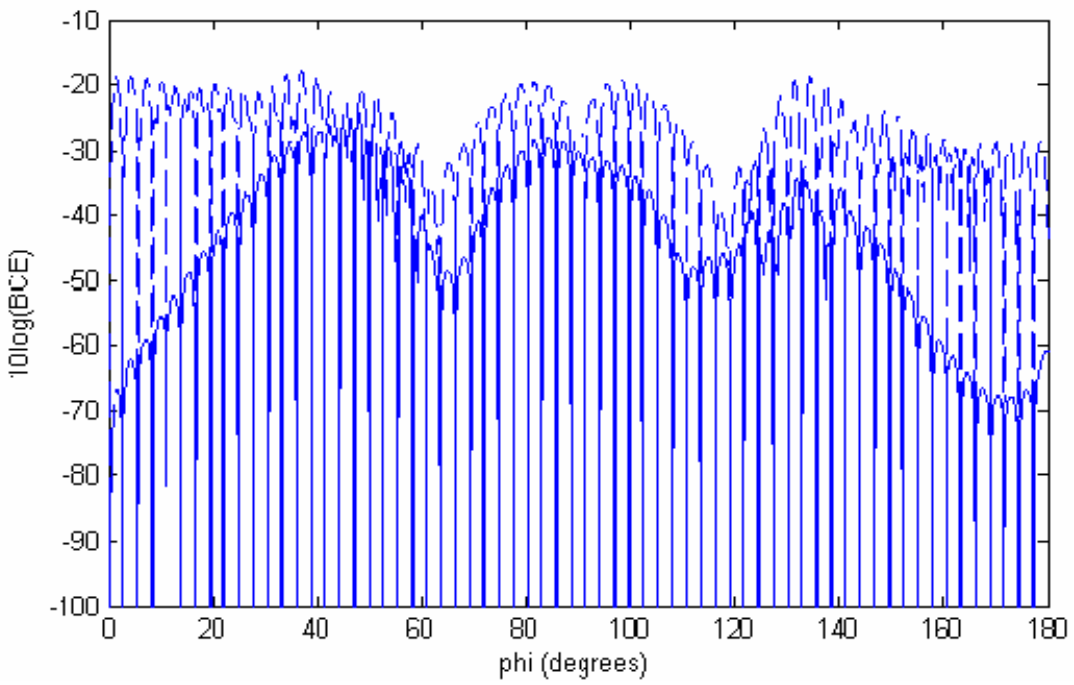
επιφάνεια, σύμφωνα με τους κανόνες της κλασικής MAS. Λόγω συμμετρίας παρουσιάζεται το διάγραμμα για $0 < \phi < 180$. Ακόμη, στο Παράρτημα δίνονται οι ακριβείς θέσεις των MAS πηγών για την Περίπτωση 5 του Πίνακα 10.



Σχήμα 47 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για ελλειπτικό κύλινδρο Cassini με $C_{cas} = 1$ και $a_{cas} = 1.5$. Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (2.5,\ 0)$.

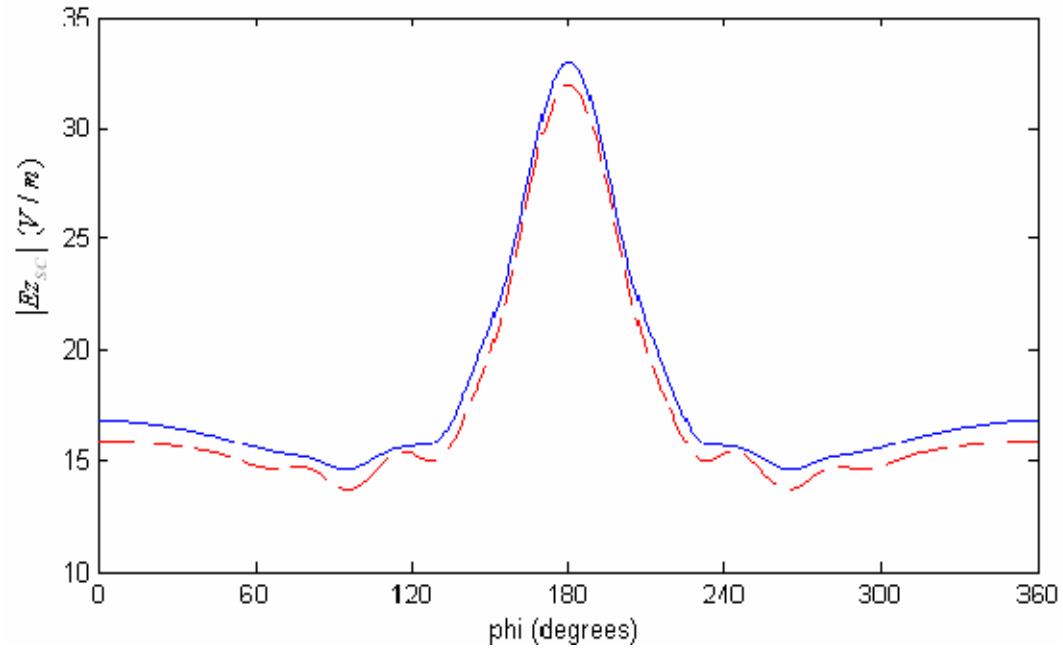


Σχήμα 48 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για ελλειπτικό κύλινδρο Cassini με $C_{cas} = 1$ και $a_{cas} = 1.2$. Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (2.5,\ 0)$.



Σχήμα 49 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για την περίπτωση του ελλειπτικού κύλινδρου Cassini με $C_{cas} = 1$ και $a_{cas} = 1.2$ (συνεχής γραμμή κατανομή πηγών GA/MAS, διακεκομμένη γραμμή βέλτιστη σύμμορφη – ομοιόμορφη κατανομή πηγών). Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (2.5,\ 0)$.

Ακολούθως, στο Σχήμα 50 απεικονίζεται το μέτρο της έντασης του σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου ως προς την γωνία παρατήρησης ϕ σε απόσταση $r = 30\lambda$ από τον άξονα του κυλίνδρου για τις Περιπτώσεις 2 και 5 του Πίνακα 10.



Σχήμα 50 – Μέτρο σκεδαζόμενου πεδίου σε απόσταση $r = 30\lambda$ από τον άξονα του κυλίνδρου, $C_{cas} = 1$ και $a_{cas} = 1.5$ (συνεχής γραμμή) και $C_{cas} = 1$ και $a_{cas} = 1.2$ (διακεκομμένη γραμμή).

4.4.4 Σκέδαση από Τέλεια Αγώγιμο Κρανοειδή Κύλινδρο

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των κυλίνδρων που εξετάστηκαν στις προηγούμενες παραγράφους, επέτρεπαν την MAS προσομοίωση χρησιμοποιώντας βοηθητικές πηγές τοποθετημένες συμμετρικά ως προς τον άξονα συμμετρίας που όριζε το προσπίπτον πεδίο (άξονας x). Κατά αυτόν τον τρόπο, αποστολή της GA/MAS ήταν η εύρεση της θέσης των μισών από το σύνολο των βοηθητικών πηγών. Ακολούθως, θα διερευνηθεί το πρόβλημα της σκέδασης από τέλεια αγώγιμους κρανοειδείς κυλίνδρους με μη συμμετρικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά ως προς το πεδίο διέγερσης.

Η επιφάνεια των απείρου μήκους κατά τον άξονα z κρανοειδών κυλίνδρων δίνεται από την ακόλουθη σχέση σε πολικές συντεταγμένες [41]:

$$r_{cran}(\phi_{cran}) = a_{cran}\sin(\phi_{cran}) + b_{cran}\sqrt{1 - p_{cran}\cos^2(\phi_{cran})} + c_{cran}\sqrt{1 - q_{cran}\cos^2(\phi_{cran})} \qquad (4.21)$$

όπου $\phi_{cran} = 0..2\pi$, $a_{cran} > 0$, $b_{cran} > 0$, $c_{cran} > 0$, $a_{cran} < b_{cran} + c_{cran}$, $0 < p_{cran} < 1$, $0 < q_{cran} < 1$, και $p_{cran} \neq q_{cran}$. Το πλήθος των βοηθητικών πηγών N δεν προκύπτει βάση της σχέσης (4.16) καθώς η επιφάνεια του σκεδαστή δεν είναι αρκούντως λεία.

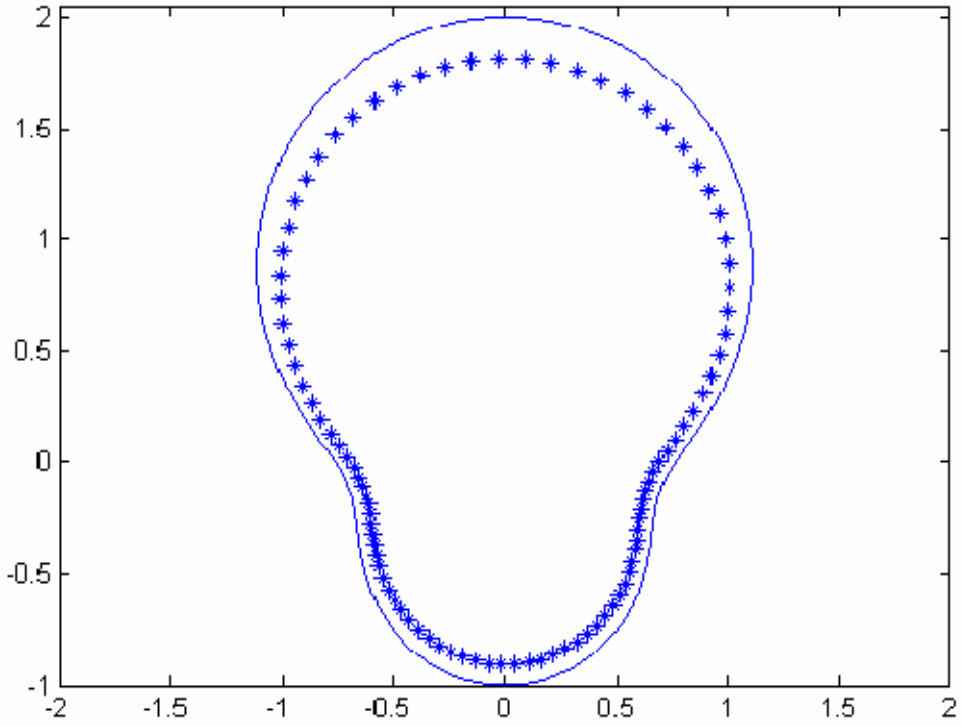
4.4.4.1 Σκέδαση Επίπεδου Κύματος από Τέλεια Αγώγιμο Κρανοειδή Κύλινδρο

Θεωρείται ότι ο άξονας των κρανοειδών κυλίνδρων είναι παράλληλος στον άξονα z και διέρχεται από το κέντρο O. Στον Πίνακα 11 παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την εκτέλεση της GA/MAS για το πρόβλημα της σκέδασης επίπεδου κύματος από κρανοειδείς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων.

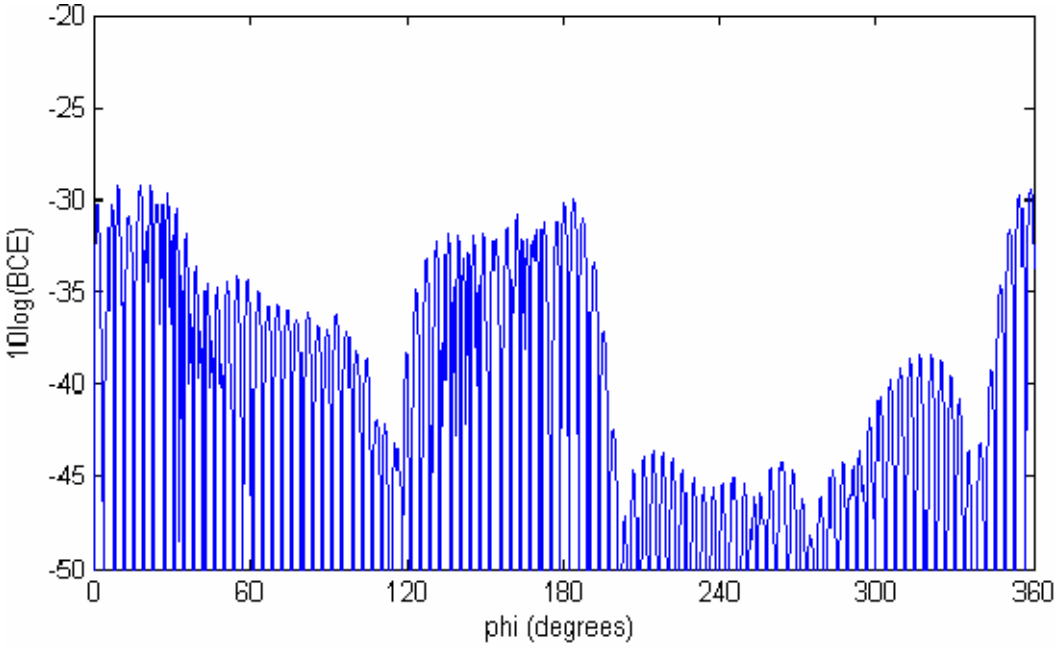
Πίνακας 11 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση επίπεδου κύματος από τέλεια αγώγιμους κρανοειδείς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων

Α/Α	a_{cran}	b_{cran}	c_{cran}	p_{cran}	q_{cran}	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ N	MAXIMUM NORMALISED BCE	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	0.5	1	0.9	0.8	0.6	95	$1.59\cdot10^{-3}$	$4.1\cdot10^{06}$
2	0.5	1	0.5	0.9	0.2	95	$6.25\cdot10^{-4}$	$2.8\cdot10^{07}$
3	0.5	1	0.5	0.8	0.6	95	$1.19\cdot10^{-3}$	$2.3\cdot10^{07}$

Στο Σχήμα 51 δίνεται η GA/MAS κατανομή των βοηθητικών πηγών για την Περίπτωση 3 του Πίνακα 11.



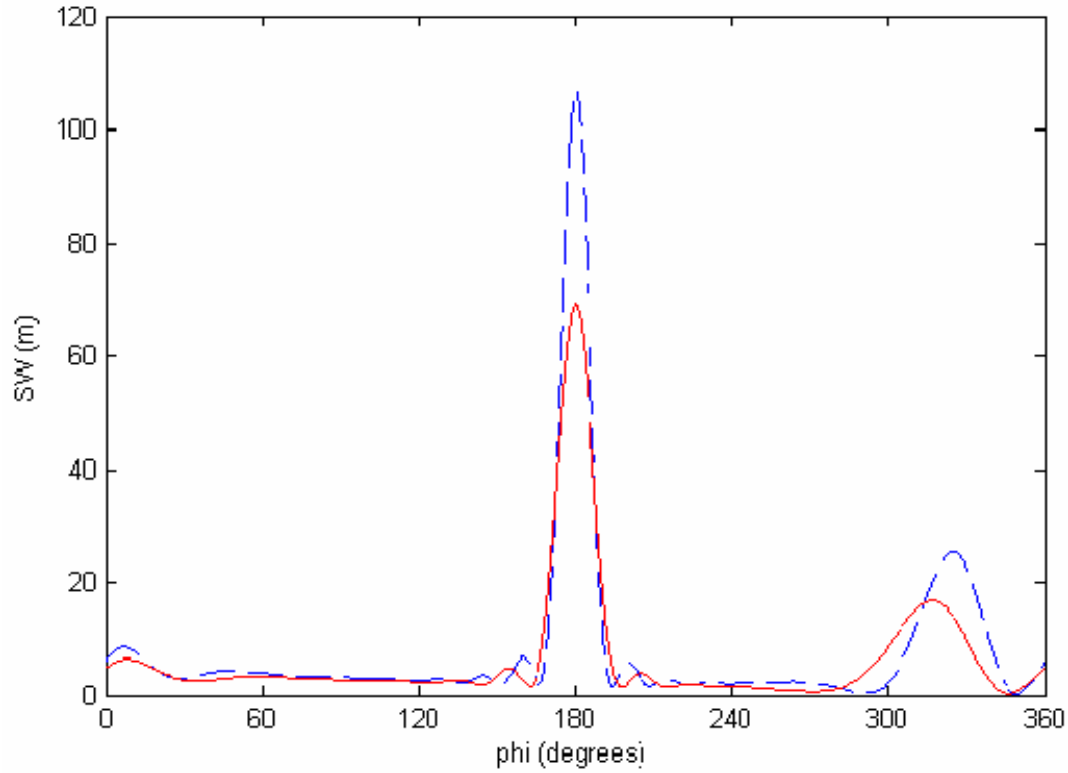
Σχήμα 51 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για κρανοειδή κύλινδρο με $a_{cran} = 0.5$, $b_{cran} = 1$, $c_{cran} = 0.5$, $p_{cran} = 0.8$ και $c_{cran} = 0.6$. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.



Σχήμα 52 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για την περίπτωση του κρανοειδούς κυλίνδρου με $a_{cran} = 0.5$, $b_{cran} = 1$, $c_{cran} = 0.5$, $p_{cran} = 0.8$ και $c_{cran} = 0.6$.

Από την παρατήρηση του Σχήματος 51, προκύπτει ότι η GA/MAS κατανέμει τις βοηθητικές πηγές σε αυξημένη απόσταση από την συνοριακή επιφάνεια στις περιοχές όπου η τοπική ακτίνα καμπυλότητας του σκεδαστή είναι μεγάλη σε σχέση με τις περιοχές όπου η τοπική ακτίνα καμπυλότητας είναι πιο μικρή.

Ακόμη, στο Σχήμα 52 παρουσιάζεται το κανονικοποιημένο σφάλμα της οριακής συνθήκης για την Περίπτωση 3 του Πίνακα 11. Εκτελώντας έναν micro-GA για την εύρεση της βέλτιστης κλασικής κατανομής των MAS πηγών αναφορικά με την Περίπτωση 2 του Πίνακα 11, βρέθηκε ότι το βέλτιστο ομοιόμορφο βάθος εντός του κρανοειδούς κυλίνδρου είναι $d_S = 0.135\lambda$. Σε αυτήν την περίπτωση το μέγιστο κανονικοποιημένο $BCE = 1.89 \cdot 10^{-3}$. Ακολούθως, στο Σχήμα 53 δίνεται το σκεδαζόμενο πλάτος που προκύπτει για τις περιπτώσεις 1 και 2 του Πίνακα 11.



Σχήμα 53 – Σκεδαζόμενο πλάτος (SW) για τις περιπτώσεις κρανοειδών κυλίνδρων με $a_{cran} = 0.5$, $b_{cran} = 1$, $c_{cran} = 0.5$, $p_{cran} = 0.9$, $c_{cran} = 0.2$ (συνεχής γραμμή) και $a_{cran} = 0.5$, $b_{cran} = 1$, $c_{cran} = 0.9$, $p_{cran} = 0.8$, $c_{cran} = 0.6$ (διακεκομμένη γραμμή).

4.4.4.2 Ακτινοβολία Απείρου Μήκους Νηματοειδούς Ρευματικής Γραμμής Παρουσία Τέλεια Αγώγιμου Κρανοειδούς Κυλίνδρου

Στον Πίνακα 12 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS για τις περιπτώσεις σκέδασης του πεδίου άπειρου μήκους ρευματικής γραμμής, η οποία διαρρέεται

από ρεύμα μοναδιαίου πλάτους και είναι τοποθετημένη παράλληλα και σε διάφορες αποστάσεις από την επιφάνεια ενός τυπικού κρανοειδούς κυλίνδρου.

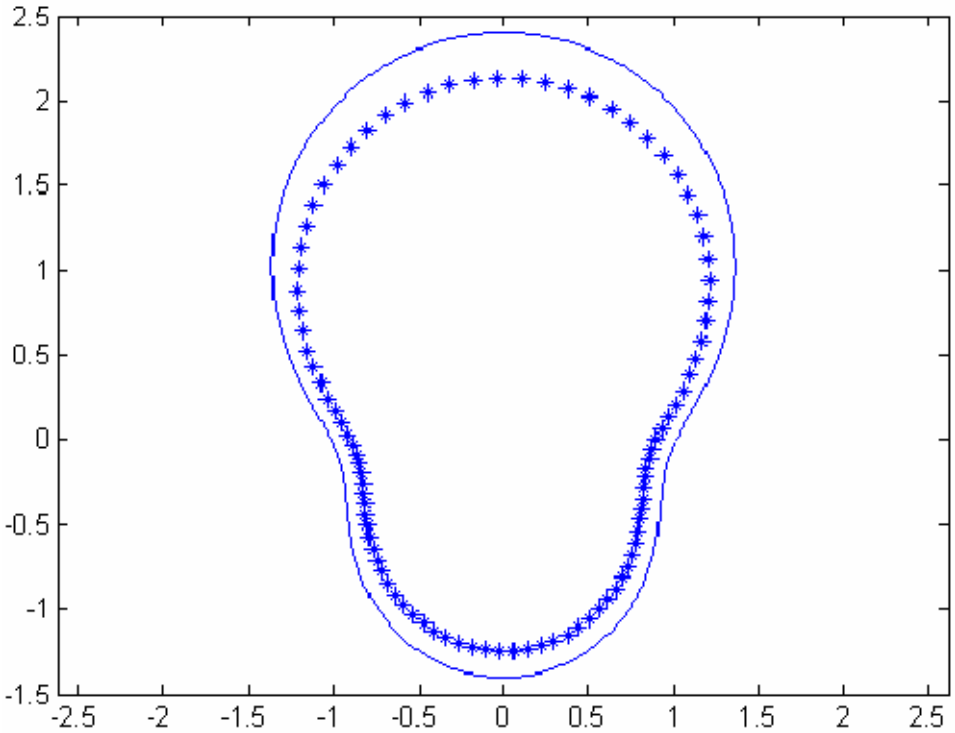
Πίνακας 12 – Συγκριτικά αποτελέσματα εφαρμογής κλασικής MAS και GA/MAS σε σκέδαση πεδίου άπειρης γραμμής από τέλεια αγώγιμο κρανοειδή κύλινδρο με $a_{cran} = 0.5$, $b_{cran} = 1$, $c_{cran} = 0.9$, $p_{cran} = 0.8$, $c_{cran} = 0.6$

Α/Α	ΘΕΣΗ ΠΗΓΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ (x_o, y_o) (λ)	ΠΛΗΘΟΣ MAS ΠΗΓΩΝ N	ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΒΑΘΟΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ STANDARD MAS $d_S(\lambda)$	MAXIMUM NORMALISED BCE STANDARD MAS	MAXIMUM NORMALISED BCE GA/MAS	MEAN SQUARE NORMALISED BCE STANDARD MAS	MEAN SQUARE NORMALISED BCE GA/MAS
1	(1.50, 0)	95	0.176	$1.01 \cdot 10^{-3}$	$7.02 \cdot 10^{-4}$	$7.33 \cdot 10^{-6}$	$4.12 \cdot 10^{-6}$
2	(1.75, 0)	95	0.166	$1.44 \cdot 10^{-3}$	$7.12 \cdot 10^{-4}$	$1.13 \cdot 10^{-5}$	$4.22 \cdot 10^{-6}$
3	(2.00, 0)	95	0.160	$2.02 \cdot 10^{-3}$	$8.57 \cdot 10^{-4}$	$1.53 \cdot 10^{-5}$	$5.26 \cdot 10^{-6}$
4	(2.25, 0)	95	0.157	$2.70 \cdot 10^{-3}$	$9.69 \cdot 10^{-4}$	$1.92 \cdot 10^{-5}$	$6.88 \cdot 10^{-6}$
5	(2.50, 0)	95	0.154	$2.96 \cdot 10^{-3}$	$9.85 \cdot 10^{-4}$	$2.24 \cdot 10^{-5}$	$7.46 \cdot 10^{-6}$
6	(2.75, 0)	95	0.152	$3.28 \cdot 10^{-3}$	$1.02 \cdot 10^{-3}$	$2.49 \cdot 10^{-5}$	$8.40 \cdot 10^{-6}$
7	(3.00, 0)	95	0.150	$3.28 \cdot 10^{-3}$	$1.07 \cdot 10^{-3}$	$2.67 \cdot 10^{-5}$	$9.34 \cdot 10^{-6}$
8	(3.25, 0)	95	0.150	$3.24 \cdot 10^{-3}$	$1.13 \cdot 10^{-3}$	$2.80 \cdot 10^{-5}$	$1.07 \cdot 10^{-5}$
9	(3.50, 0)	95	0.150	$3.13 \cdot 10^{-3}$	$1.18 \cdot 10^{-3}$	$2.89 \cdot 10^{-5}$	$1.08 \cdot 10^{-5}$

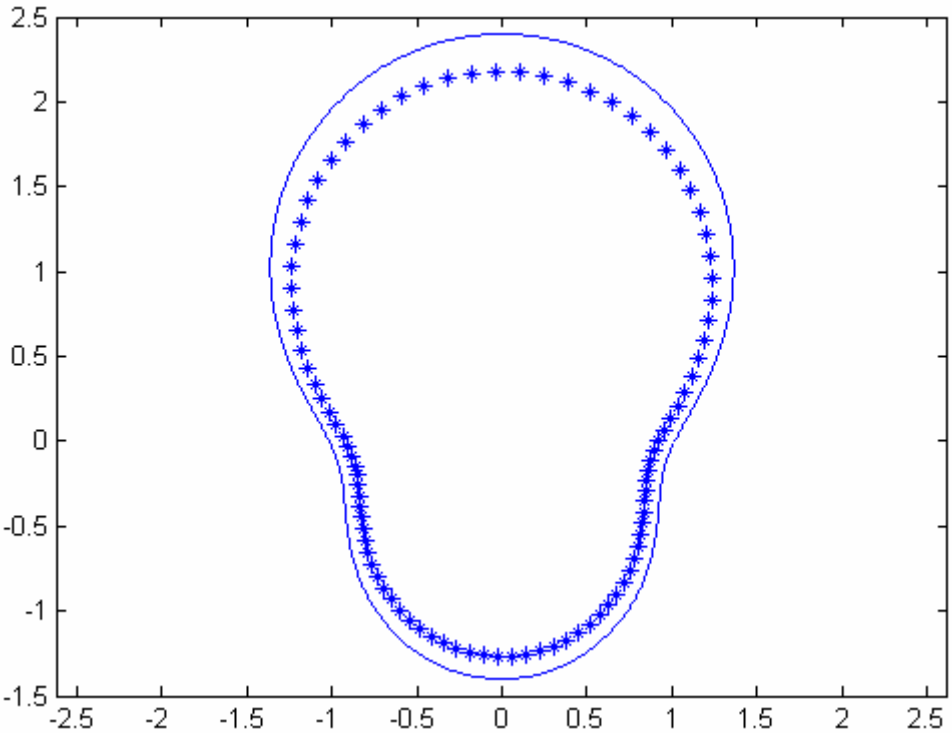
Οι δείκτες κατάστασης των σχετικών MAS πινάκων κυμαίνονται μεταξύ $10^6 \sim 10^{11}$. Από τον Πίνακα 12 είναι φανερό ότι η GA/MAS πλεονεκτεί σε ακρίβεια της κλασικής MAS σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις, τόσο σε όρους μέγιστου σφάλματος, όσο και σε όρους μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Η βελτίωση της ακρίβειας της αριθμητικής λύσης δεν κρίνεται ιδιαίτερα μεγάλη, παρόλα αυτά επιτυγχάνεται χωρίς σημαντικό υπολογιστικό κόστος καθώς για την GA/MAS διαδικασία απαιτούνται μόλις 10 γενιές με 5 χρωμοσώματα ανά γενιά.

Ακολούθως, στα Σχήματα 54 και 55 δίνονται οι GA/MAS κατανομές των βοηθητικών πηγών για τις Περιπτώσεις 1 και 9 του Πίνακα 12. Επίσης, στο Σχήμα 56 δίνεται το κανονικοποιημένο σφάλμα της οριακής συνθήκης για την Περίπτωση 9 του Πίνακα 12.

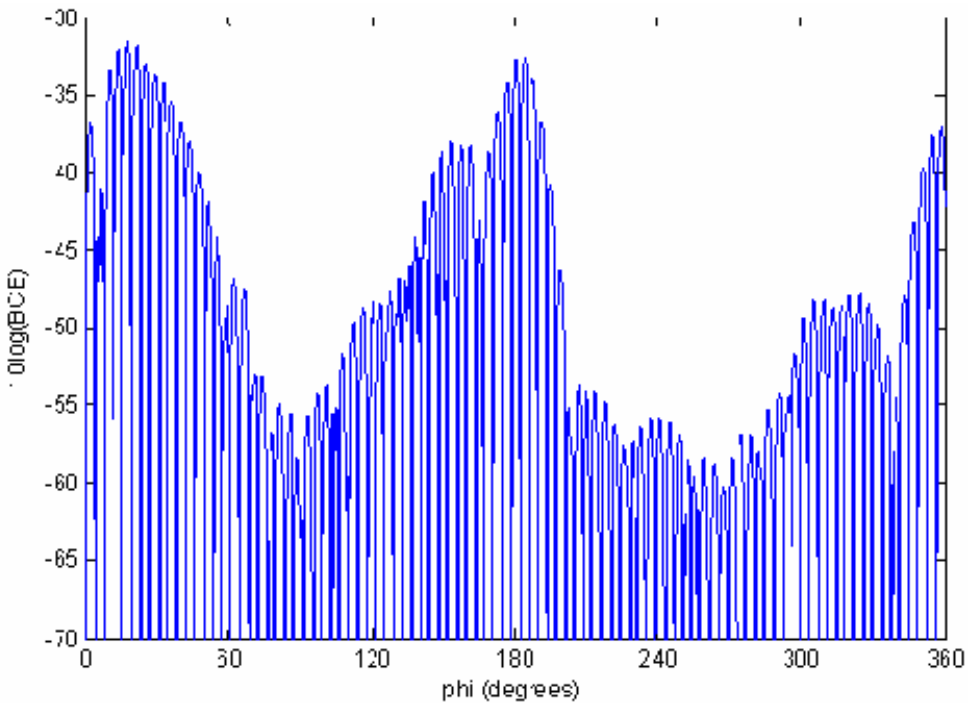
Ακόμη, στο Σχήμα 57 απεικονίζεται το μέτρο του σκεδαζόμενου πεδίου ως προς την γωνία παρατήρησης ϕ σε απόσταση $r = 30\lambda$ από τον άξονα του κυλίνδρου για τις Περιπτώσεις 1 και 9 του Πίνακα 12. Επίσης στο Παράρτημα δίνονται οι ακριβείς θέσεις των MAS πηγών για την Περίπτωση 1 του Πίνακα 12.



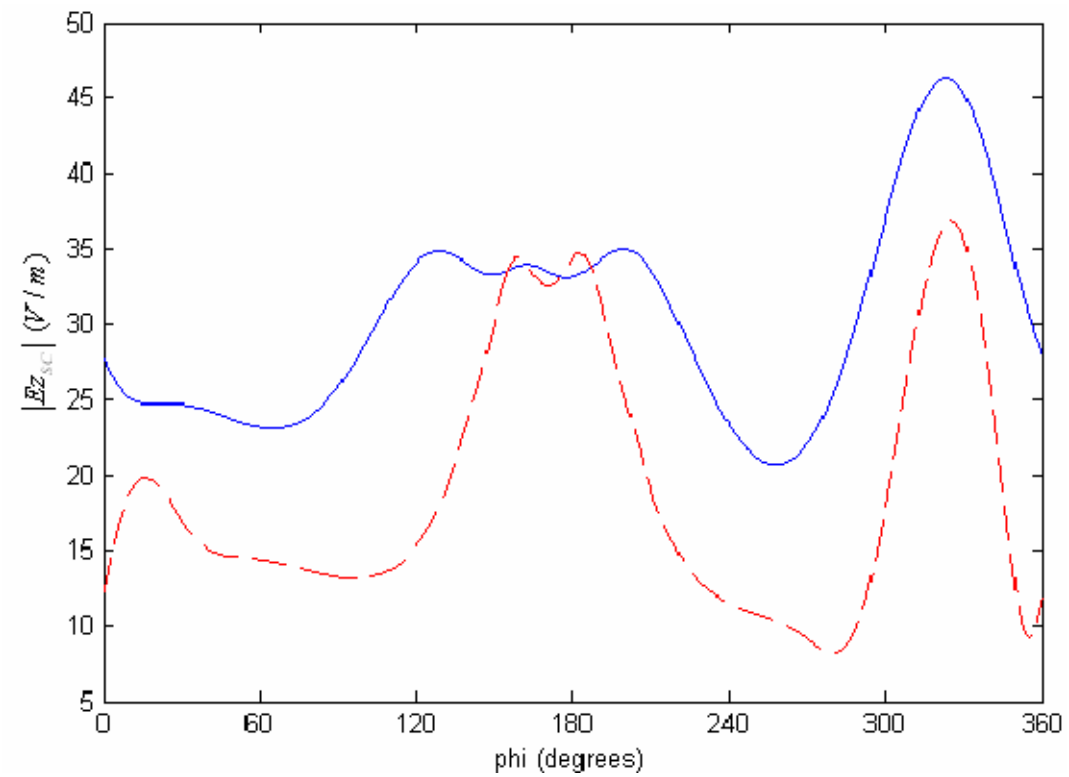
Σχήμα 54 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για κρανοειδή κύλινδρο με $a_{cran} = 0.5$, $b_{cran} = 1$, $c_{cran} = 0.9$, $p_{cran} = 0.8$ **και** $c_{cran} = 0.6$. **Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (1.5,\ 0)$.



Σχήμα 55 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για κρανοειδή κύλινδρο με $a_{cran} = 0.5$, $b_{cran} = 1$, $c_{cran} = 0.9$, $p_{cran} = 0.8$ **και** $c_{cran} = 0.6$. **Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (3.5,\ 0)$.



Σχήμα 56 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για την GA/MAS περίπτωση του κρανοειδούς κυλίνδρου με $a_{cran} = 0.5$, $b_{cran} = 1$, $c_{cran} = 0.9$, $p_{cran} = 0.8$ **και** $c_{cran} = 0.6$. **Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (1.5,\ 0)$.



Σχήμα 57 – Μέτρο σκεδαζόμενου πεδίου σε απόσταση $r = 30\lambda$ **από τον άξονα του κυλίνδρου, για την περίπτωση κρανοειδούς κυλίνδρου με** $a_{cran} = 0.5$, $b_{cran} = 1$, $c_{cran} = 0.9$, $p_{cran} = 0.8$, $c_{cran} = 0.6$. **Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (1.5,\ 0)$ **(συνεχής γραμμή) και** $(x_o, y_o) = (3.5,\ 0)$ **(διακεκομμένη γραμμή).**

4.4.5 Σκέδαση από Τέλεια Αγώγιμο Κύλινδρο με Περιοδικά Ανώμαλη Επιφάνεια

Η ευελιξία και η αποδοτικότητα της GA/MAS τεχνικής εξετάζεται και σε περιπτώσεις κυλίνδρων που διαθέτουν επιφάνεια με γενικευμένη ιδιομορφία, όπως είναι οι κύλινδροι με περιοδικά ανώμαλη επιφάνεια (sinusoidally corrugated). Το μεγάλο πλήθος των βοηθητικών πηγών που απαιτούνται για την ικανοποιητική προσομοίωση του σκεδαζόμενου πεδίου καθώς και η γενικευμένη ιδιομορφία των σύμμορφων βοηθητικών επιφανειών εντός του κυλίνδρου, διαμορφώνουν MAS πίνακες με ιδιαίτερα υψηλούς δείκτες κατάστασης, καθιστώντας την αριθμητική επίλυση του προβλήματος μη αποδοτική, ακόμα και όταν η κλασική τοποθέτηση των βοηθητικών πηγών γίνεται πλησίον της συνοριακής επιφάνειας.

Η περιοδικά ανώμαλη επιφάνεια των απείρου μήκους κατά τον άξονα z κυλίνδρων δίνεται από την ακόλουθη σχέση σε πολικές συντεταγμένες:

$$r_{cor}(\phi_{cor}) = a_{cor}\left(1+\frac{\sin(n_1\phi_{cor})}{n_2}\right),\ \phi_{cor} = 0..2\pi \tag{4.22}$$

όπου $n_1 > 0$, $n_2 > 1$. Σε αυτήν την περίπτωση, το πλήθος των βοηθητικών πηγών N δεν προκύπτει βάση της σχέσης (4.16) καθώς η επιφάνεια του σκεδαστή δεν είναι αρκούντως λεία.

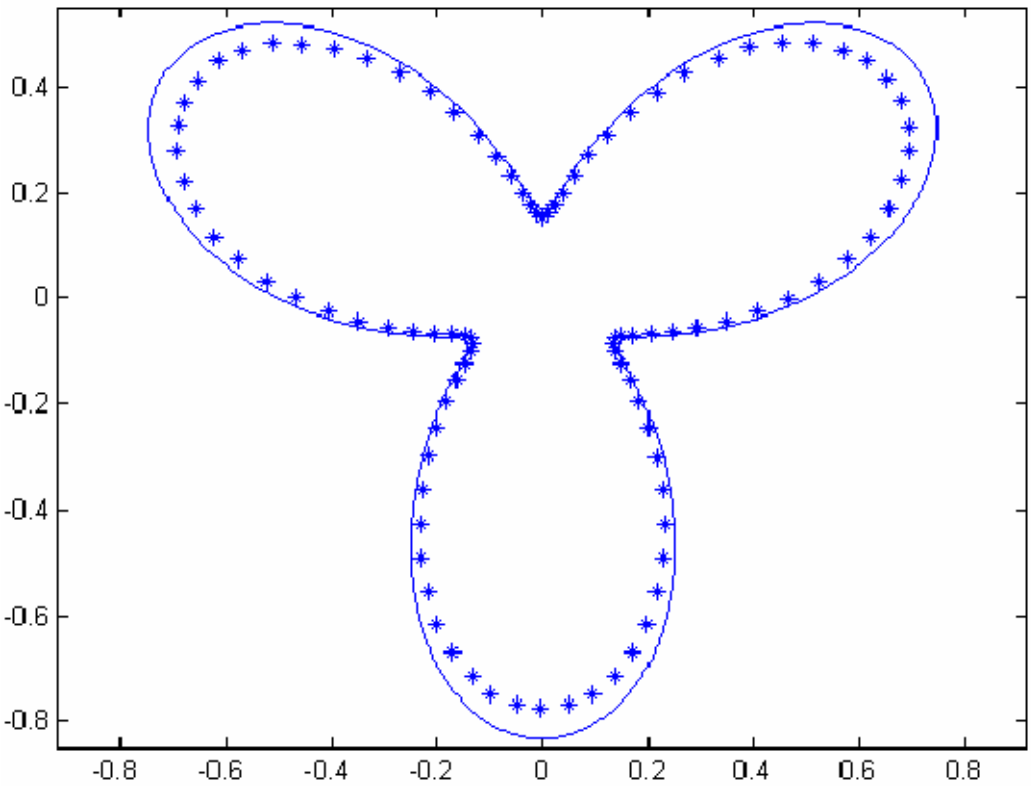
4.4.5.1 Σκέδαση Επίπεδου Κύματος από Τέλεια Αγώγιμο Κύλινδρο με Περιοδικά Ανώμαλη Επιφάνεια

Θεωρείται ότι ο άξονας των κυλίνδρων είναι παράλληλος στον άξονα z και διέρχεται από το κέντρο O. Στον Πίνακα 13 παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την εκτέλεση της GA/MAS για το πρόβλημα της σκέδασης επίπεδου κύματος από κυλίνδρους με περιοδικά ανώμαλη επιφάνεια διαφορετικών διαστάσεων.

Ακόμη, στα Σχήματα 58 και 59 δίνονται οι GA/MAS κατανομές των βοηθητικών πηγών για τις Περιπτώσεις 1 και 4 του Πίνακα 13. Από την παρατήρηση των σχημάτων, προκύπτει και πάλι ότι η GA/MAS κατανέμει τις βοηθητικές πηγές σε αυξημένη απόσταση από την συνοριακή επιφάνεια στις περιοχές όπου η τοπική ακτίνα καμπυλότητας του σκεδαστή είναι μεγάλη σε σχέση με τις περιοχές όπου η τοπική ακτίνα καμπυλότητας είναι πιο μικρή. Επίσης, στο Σχήμα 60 παρουσιάζεται το κανονικοποιημένο σφάλμα της οριακής συνθήκης για τις Περιπτώσεις 1 και 4 του Πίνακα 13.

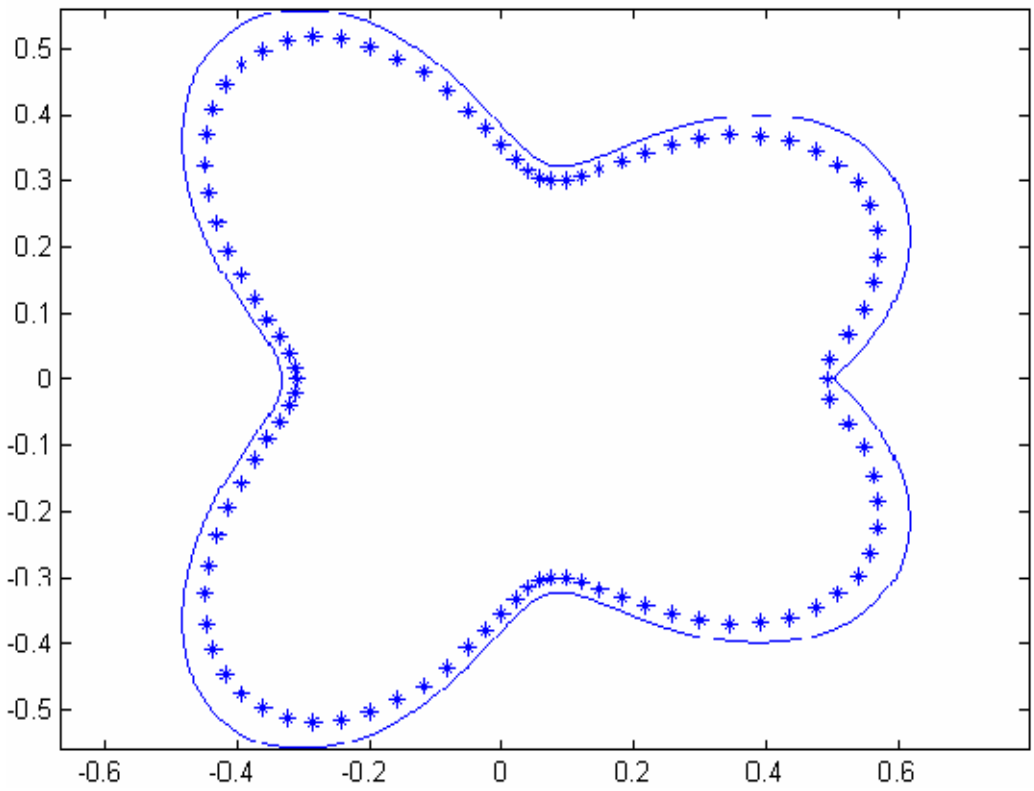
Πίνακας 13 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση επίπεδου κύματος από τέλεια αγώγιμους κυλίνδρους με περιοδικά ανώμαλη επιφάνεια (corrugated)

Α/Α	a_{cor}	n_1	n_2	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ N	MAXIMUM NORMALISED BCE	MEAN SQUARE NORMALISED BCE	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	0.5	3	1.5	100	$2.91\cdot10^{-2}$	$5.00\cdot10^{-4}$	$5.8\cdot10^{07}$
2	0.5	3	2	100	$1.80\cdot10^{-2}$	$9.58\cdot10^{-5}$	$7.8\cdot10^{06}$
3	0.5	3	3	90	$3.48\cdot10^{-3}$	$3.01\cdot10^{-5}$	$2.4\cdot10^{05}$
4	0.5	3.5	3	100	$2.50\cdot10^{-3}$	$2.51\cdot10^{-5}$	$7.0\cdot10^{04}$
5	0.5	4	3	100	$1.17\cdot10^{-2}$	$1.13\cdot10^{-4}$	$4.3\cdot10^{05}$
6	0.5	4	4	80	$4.67\cdot10^{-3}$	$4.95\cdot10^{-5}$	$1.0\cdot10^{04}$
7	0.5	5	5	90	$4.17\cdot10^{-3}$	$3.70\cdot10^{-5}$	$5.3\cdot10^{03}$

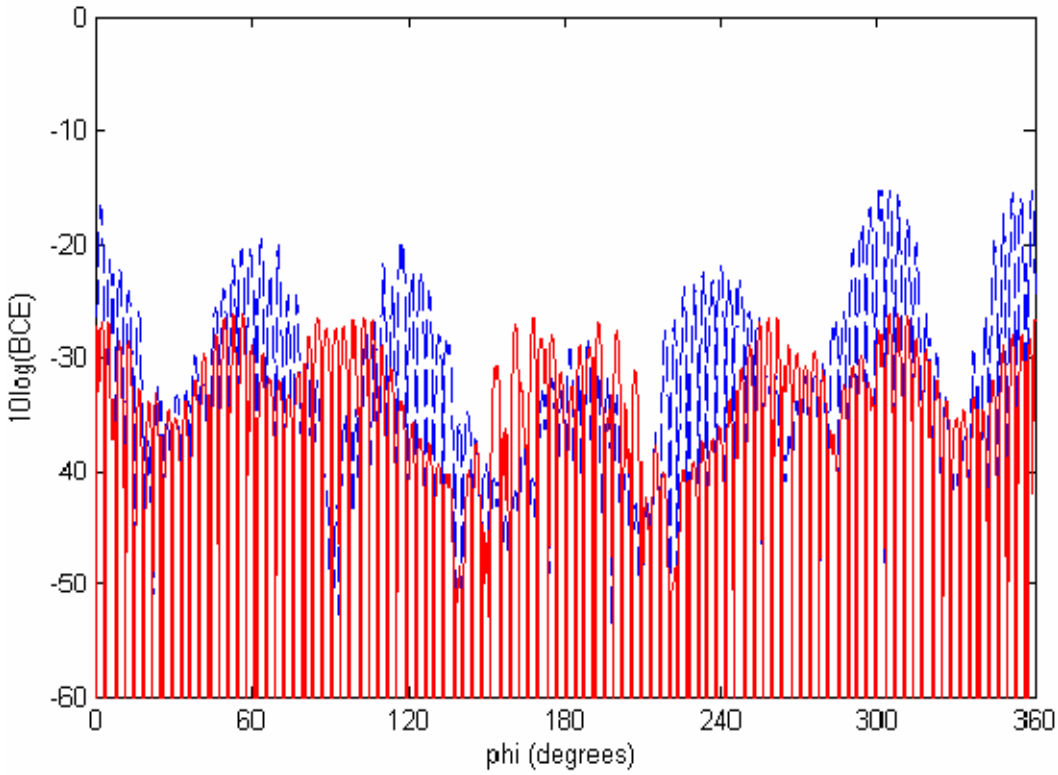


Σχήμα 58 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για corrugated κύλινδρο με $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 3$ και $n_2 = 1.5$. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.

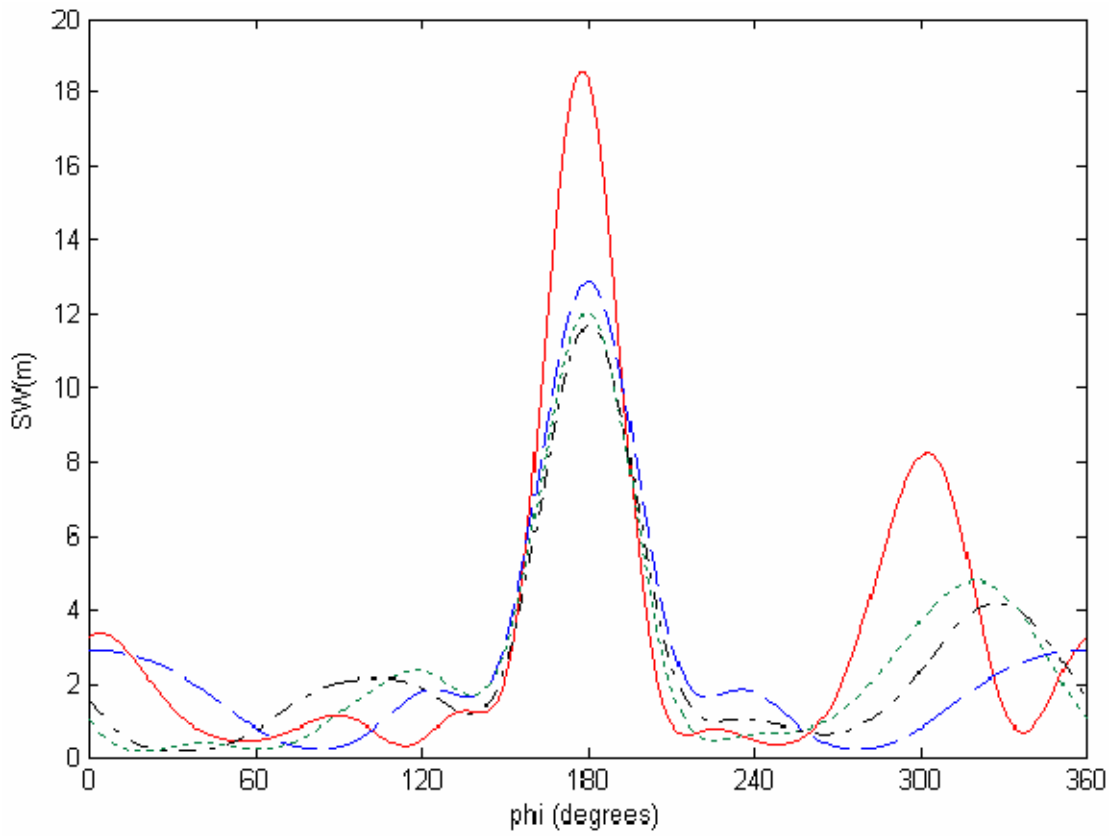
Κατόπιν, στο Σχήμα 61 δίνεται το σκεδαζόμενο πλάτος που προκύπτει για τις Περιπτώσεις 1 και 4 του Πίνακα 13. Επίσης στο Παράρτημα δίνονται οι ακριβείς θέσεις των MAS πηγών για την Περίπτωση 4 του Πίνακα 13.



Σχήμα 59 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για corrugated κύλινδρο με $a_{cor} = 0.5$ **,** $n_1 = 3.5$ **και** $n_2 = 3$ **. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.**



Σχήμα 60 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για τις περιπτώσεις των κυλίνδρων με $a_{cor} = 0.5$ **,** $n_1 = 3.5$ **,** $n_2 = 3$ **(συνεχής γραμμή) και** $a_{cor} = 0.5$ **,** $n_1 = 3$ **,** $n_2 = 1.5$ **(διακεκομμένη γραμμή).**



Σχήμα 61 – Σκεδαζόμενο πλάτος (SW) για τις περιπτώσεις κυλίνδρων με $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 3$, $n_2 = 1.5$ (συνεχής γραμμή), $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 3.5$, $n_2 = 3$ (διακεκομμένη γραμμή με παύλες), $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 4$, $n_2 = 4$ (διακεκομμένη γραμμή με τελείες) και $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 5$, $n_2 = 5$ (διακεκομμένη γραμμή με τελείες και παύλες).

4.4.5.2 Ακτινοβολία Απείρου Μήκους Νηματοειδούς Ρευματικής Γραμμής Παρουσία Τέλεια Αγώγιμου Κυλίνδρου με Περιοδικά Ανώμαλη Επιφάνεια

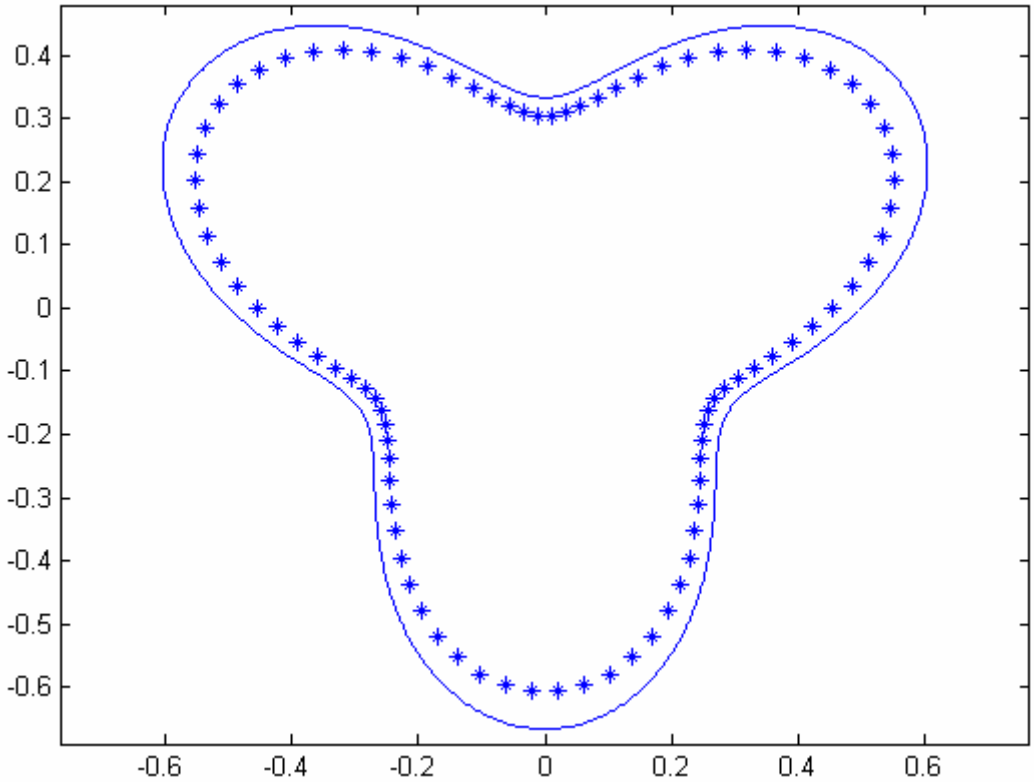
Στον Πίνακα 14 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS για τις περιπτώσεις σκέδασης του πεδίου άπειρου μήκους ρευματικής γραμμής, η οποία διαρρέεται από ρεύμα μοναδιαίου πλάτους και είναι τοποθετημένη παράλληλα και σε διάφορες αποστάσεις από την επιφάνεια διαφορετικών κυλίνδρων με περιοδικά ανώμαλη επιφάνεια.

Ακολούθως, στο Σχήμα 62 δίνεται η GA/MAS κατανομή των βοηθητικών πηγών για την Περίπτωση 3 του Πίνακα 14. Επίσης, στο Σχήμα 63 δίνεται το κανονικοποιημένο σφάλμα της οριακής συνθήκης για την Περίπτωση 3 του Πίνακα 14.

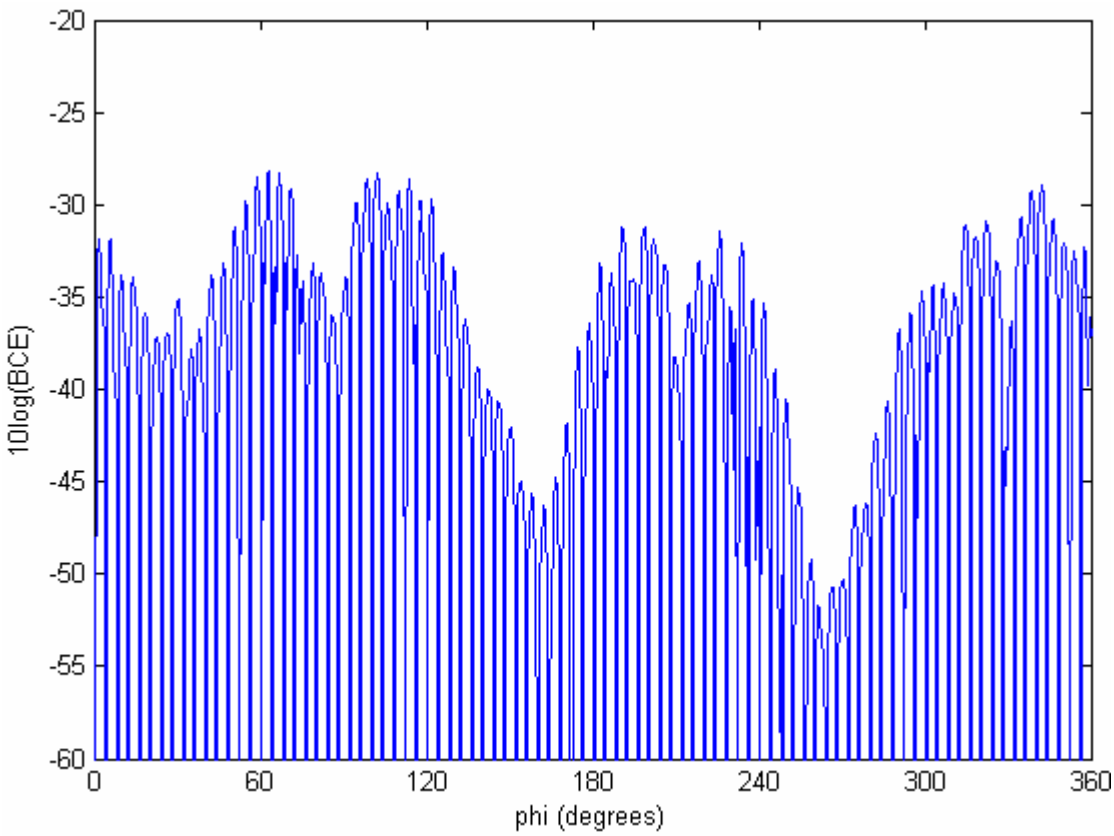
Ακόμη, στο Σχήμα 64 απεικονίζεται το μέτρο του σκεδαζόμενου πεδίου ως προς την γωνία παρατήρησης ϕ σε απόσταση $r = 30\lambda$ από τον άξονα του κυλίνδρου για τις Περιπτώσεις 1 και 9 του Πίνακα 14.

Πίνακας 14 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση πεδίου άπειρης γραμμής από τέλεια αγώγιμους κυλίνδρους με περιοδικά ανώμαλη επιφάνεια (corrugated)

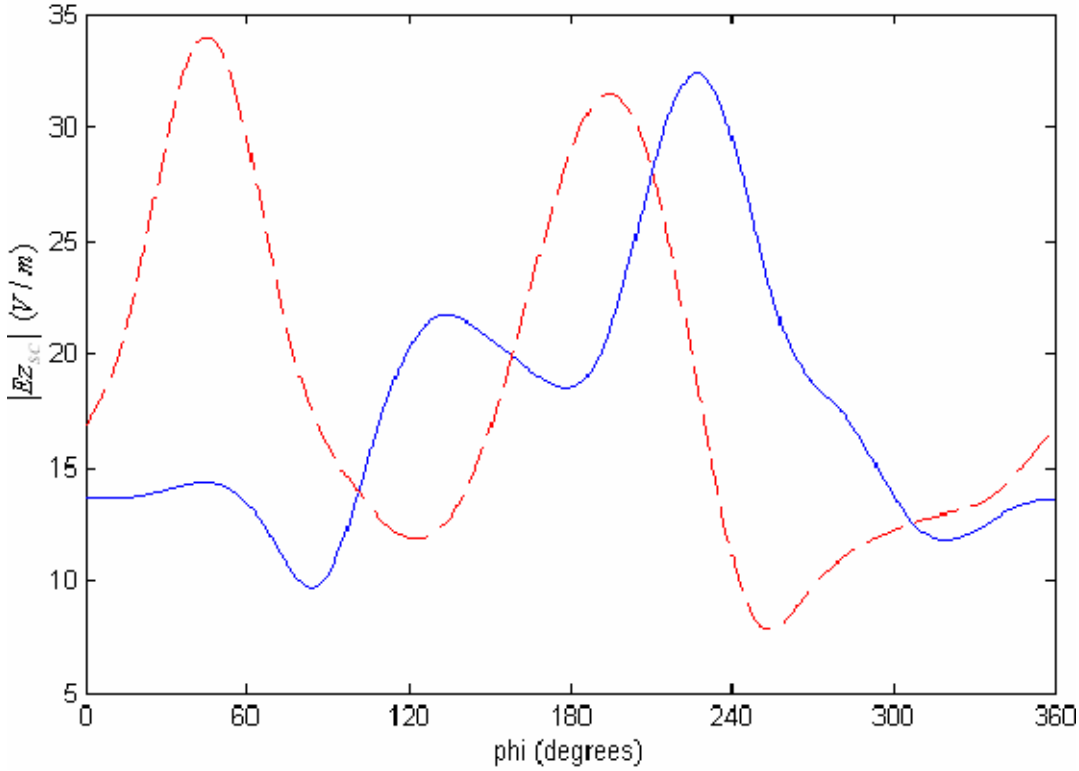
Α/Α	a_{cor}	n_1	n_2	ΘΕΣΗ ΠΗΓΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ (x_o, y_o) (λ)	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ N	MAXIMUM NORMALISED BCE	MEAN SQUARE NORMALISED BCE	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	0.5	3	1.5	(1.00, 0)	100	$3.31 \cdot 10^{-2}$	$1.70 \cdot 10^{-4}$	$6.1 \cdot 10^{06}$
2	0.5	3	3	(1.00, 0)	90	$2.37 \cdot 10^{-3}$	$1.84 \cdot 10^{-5}$	$1.3 \cdot 10^{05}$
3	0.5	3	3	(1.00, 1.00)	90	$1.50 \cdot 10^{-3}$	$1.40 \cdot 10^{-5}$	$1.7 \cdot 10^{05}$
4	0.5	3	3	(0,1.00)	90	$2.86 \cdot 10^{-3}$	$3.53 \cdot 10^{-6}$	$8.9 \cdot 10^{06}$
5	0.5	3	3	(-1.00,-1.00)	90	$3.07 \cdot 10^{-3}$	$1.78 \cdot 10^{-5}$	$2.4 \cdot 10^{05}$
6	0.5	4	4	(1.00, 0)	80	$3.62 \cdot 10^{-3}$	$3.11 \cdot 10^{-5}$	$3.8 \cdot 10^{04}$
7	0.5	5	5	(1.00, 0)	90	$5.46 \cdot 10^{-3}$	$4.07 \cdot 10^{-5}$	$4.4 \cdot 10^{03}$



Σχήμα 62 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για corrugated κύλινδρο με $a_{cor} = 0.5$**,** $n_1 = 3$ **και** $n_2 = 3$**. Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (1.0,\ 1.0)$**.**



Σχήμα 63 – Κανονικοποιημένο σφάλμα οριακής συνθήκης για την περίπτωση του κυλίνδρου με $a_{cor} = 0.5$**,** $n_1 = 3$**,** $n_2 = 3$**. Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (1.0,\ 1.0)$**.**



Σχήμα 64 – Μέτρο σκεδαζόμενου πεδίου σε απόσταση $r = 30\lambda$ **από τον άξονα του κυλίνδρου, για την περίπτωση κυλίνδρου με** $a_{cor} = 0.5$**,** $n_1 = 3$**,** $n_2 = 3$**. Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (1.0,\ 1.0)$ **(συνεχής γραμμή) και** $(x_o, y_o) = (-1.0,\ -1.0)$ **(διακεκομμένη γραμμή).**

4.5 Βιβλιογραφία

[1] D.I. Kaklamani and H.T. Anastassiu, "Aspects of the method of auxiliary sources (MAS) in computational electromagnetics", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 44, No. 3, pp. 48-64, 2002.

[2] Y. Leviatan, A. Boag and A. Boag, "Generalized formulations for electromagnetic scattering from perfectly conducting and homogeneous material bodies – theory and numerical solution", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 36, No. 12, pp. 1722-1734, 1988.

[3] Y. Leviatan and A. Boag, "Analysis of electromagnetic scattering from dielectric cylinders using a Multifilament Current Model", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 35, No. 10, pp. 1119-1127, 1987.

[4] R. Zaridze, R. Jobava, G. Bit-Babik, D. Karkashadze, D. Economou and N. Uzunoglu, "The Method of Auxiliary Sources and scattered field singularities (caustics)", Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 12, No. 11, pp. 1491-1507, 1998.

[5] S. Eisler and Y. Leviatan, "Analysis of electromagnetic scattering from metallic and penetrable cylinders with edges using a Multifilament Current Model", Proceedings of the IEEE, Vol. 136, Part. H, No. 6, pp. 431-438, 1989.

[6] A. Boag, Y. Leviatan and A. Boag, "Analysis of Two-Dimensional Electromagnetic Scattering from Nonplanar Periodic Surfaces Using a Strip Current Model", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 37, No. 11, pp. 1437-1446, 1989.

[7] A. Boag, Y. Leviatan, A. Boag, "Analysis of scattering from cylinders with a periodically corrugated periphery using a Current-Model Technique", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-41, no.9, pp. 1265-1272, Sep. 1993.

[8] Y. Leviatan and A. Boag and A. Boag, "Analysis of electromagnetic scattering from dielectrically coated conducting cylinders using a Multifilament Current Model", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 36, No. 11, pp. 1602-1607, 1988.

[9] P.J. Papakanellos, D.I. Kaklamani and C.N. Capsalis, "Radiation of an infinite current source above a semi-infinite lossy ground using fictitious current auxiliary sources in conjunction with complex image theory techniques", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 49, No. 10, pp. 1491-1503, 2001.

[10] Y. Leviatan, "Analytic continuation considerations when using generalized formulations for scattering problems", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 38, No. 8, pp. 1259-1263, 1990.

[11] I.I. Heretakis, P.J. Papakanellos and C.N. Capsalis, "Analysis of electromagnetic scattering by infinite conducting cylinders of arbitrary smooth cross section using a genetically optimized MAS technique (GA/MAS)", Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 16, No. 11, pp. 1555-1572, 2002.

[12] E. Erez and Y. Leviatan, "Electromagnetic scattering analysis using a model of dipoles located in complex space", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 42, No. 12, pp. 1620-1624, 1994.

[13] D.E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning.* Addison-Wesley, 1989.

[14] Y. Rahmat-Samii and E. Michielssen, *Electromagnetic Optimization by Genetic Algorithms.* Wiley Series in Microwave and Optical Engineering, 1999.

[15] J.M. Johnson and Y. Rahmat-Samii, "Genetic Algorithms and Method of Moments (GA/MOM) for the design of integrated antennas", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 47, No.10, pp. 1606-1614, 1999.

[16] D.S. Weile and E. Michielssen, "Genetic Algorithm Optimization applied to Electromagnetics: A Review", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 45, No. 3, pp. 343-353, 1997.

[17] C.R. Houck, J.A. Joines and M.G. Kay, "A genetic algorithm for function optimization: A MATLAB implementation", North Carolina State University –Department of Industrial Engineering, Technical Report 95-09, 1995.

[18] E. Anderson, Z. Bai, C. Bischof, S. Blackford, J. Demmel, J. Dongarra, J. Du Croz, A. Greenbaum, S. Hammarling, A. McKenney and D. Sorensen, *LAPACK User's Guide*, Online: http://www.netlib.org/lapack/lug/lapack_lug.html, Third Edition, SIAM, Philadelphia, 1999.

[19] A.N. Tikhonov and V.A. Arsenin, *Solution of Ill-posed Problems.* Washington, USA: Winston & Sons, 1977.

[20] P.C. Hansen, "Regularization Tools: A Matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems", Numerical Algorithms, Vol. 6, pp. 1-35, 1994.

[21] P.C. Hansen, *Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems: Numerical Aspects of Linear Inversion.* Philadelphia, USA: SIAM, 1998.

[22] O.M. Bucci, "Computational complexity in the analysis of large antennas", 2004 URSI EMTS Symposium, Union Radio Sci. Int., Pisa, Italy.

[23] O.M. Bucci, "Computational complexity in the solution of large antenna and scattering problems", Radio Science, Vol. 40, RS6S16, 2005.

[24] O.M. Bucci, C. Gennarelli and C. Savarese, "Representation of electromagnetic fields over arbitrary surfaces by a finite and nonredundant number of samples", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 46, 1998.

[25] O.M. Bucci and G. Franceschetti, “On the degrees of freedom of scattered fields”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 37, No. 7, pp. 918-926, 1998.

[26] O.M. Bucci, G. D’Elia and M. Santojanni, “Non redundant implementation of the Method of Auxiliary Sources for 2-D smooth geometries”, IEE Electronics Letters, Vol. 41, Iss. 22, 2005.

[27] C.A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*. John Wiley & Sons, 1989.

[28] H.T. Anastassiu, D.G. Lymperopoulos and D.I. Kaklamani, “Accuracy analysis and optimization of the method of auxiliary sources (MAS) for scattering by a circular cylinder”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 52, No.6, pp. 1541-1547, 2004.

[29] H.T. Anastassiu and D.I. Kaklamani, “Error estimation and optimization of the Method of Auxiliary Sources (MAS) applied to TE scattering by a perfectly conducting circular cylinder”, Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 18, No. 10, pp. 1283-1294, 2004.

[30] N.L. Tsitsas, E.G. Alivizatos, H.T. Anastassiu and D.I. Kaklamani, “Optimization of the Method of Auxiliary Sources (MAS) for scattering by an infinite cylinder under oblique incidence”, Electromagnetics, Vol. 25, No. 1, pp. 39-54, 2005.

[31] H.T. Anastassiu, “Error estimation of the Method of Auxiliary Sources (MAS) for scattering from an impedance circular cylinder”, Progress in Electromagnetics Research, Vol. 52, pp. 109-128, 2005.

[32] A.J. Petrov, “An adaptation of the Method of Auxiliary Sources Method for stationary acoustic problems”, Wave Motion, Vol. 39, No. 2, pp. 169-180, 2004.

[33] Y.-S. Smyrlis and A. Karageorghis, “Some aspects of the Method of Fundamental Solutions for certain harmonic problems”, Journal of Scientific Computing, Vol. 16, No. 3, pp. 341-371, 2001.

[34] V.D. Kupradze, *Dynamical problems in elasticity*. Progress in Solid Mechanics, Vol. III. Amsterdam, The Netherlands: North-Holland Publishing Company, 1963.

[35] I.I. Heretakis and C.N. Capsalis, “Radiation of an infinite Current Source in the presence of an Infinite perfectly conducting cylinder of arbitrary smooth cross section using a Genetically Optimized MAS Technique”, 2nd International Workshop on Biological Effects of Electromagnetic Fields, pp. 781-789, Rhodes, Greece, 2002.

[36] N.V. Larsen and O. Breinbjerg, “An analytical Method of Auxiliary Sources solution for line source illumination of impedance cylinders”, in MMET*04, 10th International Conference On Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, pp. 25–29, Dniepropetrovsk, Ukraine, 2004.

[37] G. Fikioris, “On two types of convergence in the Method of Auxiliary Sources”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 54, No.7, pp. 2022-2033, 2006.

[38] G. Fikioris and I. Psarros, “On the phenomenon of oscillations in the Method of Auxiliary Sources”, under review, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2006.

[39] N.V. Larsen and O. Breinbjerg, “An analytical method of auxiliary sources solution for plane wave scattering by impedance cylinders - A reference solution for the numerical method of auxiliary sources”, Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 18, No. 6, pp. 745-761, 2004.

[40] K.I. Beshir and J.E. Richie, “On the location and number of expansion centers for the generalized multipole technique”, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 38, No. 2, pp. 177-180, 1996.

[41] E.V. Shikin, *Handbook and Atlas of Curves*. Florida, USA: CRC Press, 1995.

5 ΓΕΝΕΤΙΚΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΤΕΧΝΙΚΗ MAS (GA/MAS) – ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΚΕΔΑΣΗΣ ΑΠΟ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥΣ

5.1 Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια, η αριθμητική μέθοδος MAS έχει αποδειχτεί μία αξιόπιστη και αποδοτική προσέγγιση στην αντιμετώπιση ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων που περιλαμβάνουν διηλεκτρικούς σκεδαστές και μέσα διάδοσης με απώλειες. Τα σχετικά πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της MAS και των συγγενών GMTs, συγκρινόμενων με τις κλασικές τεχνικές ολοκληρωτικών εξισώσεων και άλλες αριθμητικές τεχνικές έχουν αναλυθεί διεξοδικά στην βιβλιογραφία [1-13] και στα πρώτα Κεφάλαια της παρούσας διατριβής. Η ευκολία εφαρμογής της MAS [1] και η χαμηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα που υπεισέρχεται κατά την εφαρμογή της [11], έχουν ως αντίβαρο την προβληματική σύγκλιση των προκυπτουσών αριθμητικών λύσεων σε ορισμένα προβλήματα σκέδασης, η οποία εξαρτάται άμεσα από την χωρική κατανομή των βοηθητικών πηγών στο εκάστοτε επιτρεπόμενο χωρίο ευρισκόμενο εκτός του χωρίου υπολογισμού.

Η καθοριστική σημασία της θέσης των βοηθητικών πηγών στην σύγκλιση και την ακρίβεια της αριθμητικής λύσης, επέδρασε καταλυτικά στην διερεύνηση συστηματικών μεθόδων βελτιστοποίησης της MAS. Στην γενική περίπτωση, η κλασική τοποθέτηση των MAS πηγών βασίζεται σε εμπειρικούς κανόνες, σε σύμμορφες κατανομές και στην αρχή των καυστικών επιφανειών [1, 5]. Από την άλλη πλευρά, μη σύμμορφες κατανομές πηγών έχουν επιδείξει βελτιωμένη σύγκλιση, όταν επιλύονται για παράδειγμα προβλήματα που περιλαμβάνουν αιχμές [14]. Προσφάτως, έχει παρουσιαστεί μια πληθώρα προσεγγίσεων για την τοποθέτηση των MAS ή των αντίστοιχων GMT πηγών [15-23]. Συγκεκριμένα, στην [15] παρουσιάζονται γεωμετρικοί κανόνες κατανομής των πηγών οι οποίοι εφαρμόζονται σε κυκλικούς και ελλειπτικούς σκεδαστές, επιταχύνοντας την σύγκλιση της αριθμητικής λύσης, ενώ στην [16] αναπτύσσεται μια αυτοματοποιημένη διαδικασία τοποθέτησης των GMT πηγών η οποία λαμβάνει υπόψη όλους τους γνωστούς εμπειρικούς γεωμετρικούς κανόνες των GMTs, χωρίς όμως την συνεκτίμηση άλλων κρίσιμων παραγόντων των προβλημάτων σκέδασης, όπως είναι ο τύπος του πεδίου διέγερσης και οι υλικές ιδιότητες του σκεδαστή. Ακόμη, στις εργασίες [17-22] διερευνάται συστηματικά, τόσο από αναλυτική όσο και από αριθμητική σκοπιά, η ακρίβεια των MAS λύσεων για μια πλειάδα προβλημάτων σκέδασης από τέλεια αγώγιμους και διηλεκτρικούς κυκλικούς κυλίνδρους. Εξετάζονται ξεχωριστά οι περιπτώσεις διέγερσης επίπεδου κύματος TM, TE και πλάγιας πρόσπτωσης και εξάγονται οι

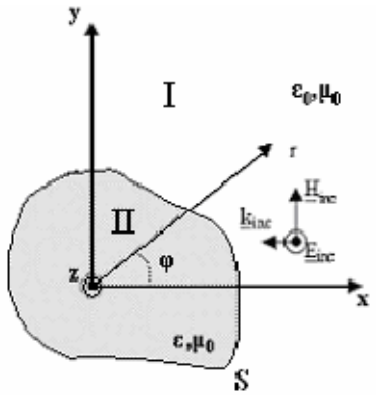
βέλτιστες θέσεις κατανομής των MAS πηγών, λαμβάνοντας υπόψη τα χαρακτηριστικά των προσπιπτόντων πεδίων και τις υλικές ιδιότητες των κυκλικών σκεδαστών.

Στο παρόν κεφάλαιο, επεκτείνεται η εφαρμογή της GA/MAS τεχνικής [23] στο πρόβλημα της ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης από απείρου μήκους διηλεκτρικούς κυλίνδρους αυθαίρετης λείας διατομής. Ερευνάται τόσο η περίπτωση της διέγερσης από επίπεδο κύμα, όσο και η περίπτωση της διέγερσης από απείρου μήκους νηματοειδή ρευματική γραμμή τοποθετημένη παράλληλα στον άξονα του κυλίνδρου. Αρχικά, επιλέγεται η κατάλληλη αντικειμενική συνάρτηση του GA ούτως ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή ικανοποίηση των οριακών συνθηκών στην επιφάνεια των κυλίνδρων. Επίσης, οι βοηθητικές πηγές κατανέμονται από τον βελτιστοποιητή εντός διαδοχικών γωνιακών τομέων με τέτοιο τρόπο ώστε να ακτινοβολούν ομοιόμορφα την επιφάνεια του σκεδαστή, όπως περιγράφηκε αναλυτικά στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Στο παρόν κεφάλιο, η προτεινόμενη τεχνική εφαρμόζεται σε διηλεκτρικούς κυλίνδρους κυκλικούς, ελλειπτικούς, ελλειπτικούς Cassini και με περιοδικά ανώμαλη επιφάνεια επιδεικνύοντας την σύγκλιση και την επιθυμητή ακρίβεια της αριθμητικής λύσης. Επιπρόσθετα, εξετάζεται η επίδραση των τεχνικών εκτεταμένης σημειακής επιβολής, των οποίων η χρήση οδηγεί στην δημιουργία υπερπροσδιορισμένων συστημάτων γραμμικών εξισώσεων, στην ακρίβεια των προκυπτουσών λύσεων. Ακόμη, μελετάται η επίδοση της διαδικασίας βελτιστοποίησης GA/MAS κατά την επίλυση των προβλημάτων σκέδασης από τυπικές περιπτώσεις διηλεκτρικών κυλίνδρων.

5.2 Περιγραφή του Ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος Σκέδασης – Εφαρμογή της MAS

Θεωρούμε το 2D πρόβλημα ενός απείρου μήκους κατά τον άξονα z, ομογενούς, διηλεκτρικού κυλίνδρου, γεμάτου με υλικό διηλεκτρικής σταθεράς ε και μαγνητικής διαπερατότητας μ_0, ο οποίος διεγείρεται είτε από ένα επίπεδο κύμα TM πόλωσης, είτε από το πεδίο μιας απείρου μήκους ρευματικής γραμμής. Το επίπεδο κύμα διαδίδεται στην διεύθυνση του αρνητικού άξονα x και περιγράφεται από τις σχέσεις (4.1) και (4.2). Από την άλλη πλευρά το πεδίο μιας απείρου μήκους νηματοειδούς ρευματικής γραμμής με προσανατολισμό κατά την κατεύθυνση του άξονα z και η οποία είναι τοποθετημένη στο σημείο (x_o, y_o) εκτός του σώματος του κυλίνδρου δίνεται από τις σχέσεις (4.3) και (4.4), όπως εκτέθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Η γεωμετρία του εξεταζόμενου προβλήματος δίνεται στο Σχήμα 65.



Σχήμα 65 – Γεωμετρία του εξεταζόμενου προβλήματος – περίπτωση διέγερσης επίπεδου κύματος. Η επιφάνεια S υποδηλώνει την επιφάνεια του διηλεκτρικού κυλίνδρου και $\underline{k}_{inc}$ είναι το διάνυσμα διάδοσης του προσπίπτοντος κύματος. Ακόμη απεικονίζονται οι δύο διακεκριμένες περιοχές εκτός και εντός του σώματος του κυλίνδρου (περιοχή I και περιοχή II αντίστοιχα).

Εφαρμόζοντας την τυπική MAS προσέγγιση, τα σκεδαζόμενα πεδία εκτός του κυλίνδρου προσομοιώνονται από ένα σύνολο N_1 απείρου μήκους, νηματοειδών, ρευματικών γραμμών με άγνωστα μιγαδικά πλάτη, εντός του σώματος του κυλίνδρου, οι οποίες ακτινοβολούν στον κενό χώρο. Ως εκ τούτου, τα σκεδαζόμενα πεδία περιγράφονται από τις σχέσεις:

$$\mathbf{E_{sc}} = \hat{z}E_{sc} = -\hat{z}\frac{k_0 Z_0}{4}\sum_{i=1}^{N_1} I_i H_0^{(2)}(k_0 r_i) \tag{5.1}$$

$$\mathbf{H_{sc}} = \hat{x}\frac{jk_0}{4}\sum_{i=1}^{N_1} I_i \frac{(y-y_i)}{r_i} H_1^{(2)}(k_0 r_i) + \hat{y}\frac{jk_0}{4}\sum_{i=1}^{N_1} I_i \frac{(x_i-x)}{r_i} H_1^{(2)}(k_0 r_i) \tag{5.2}$$

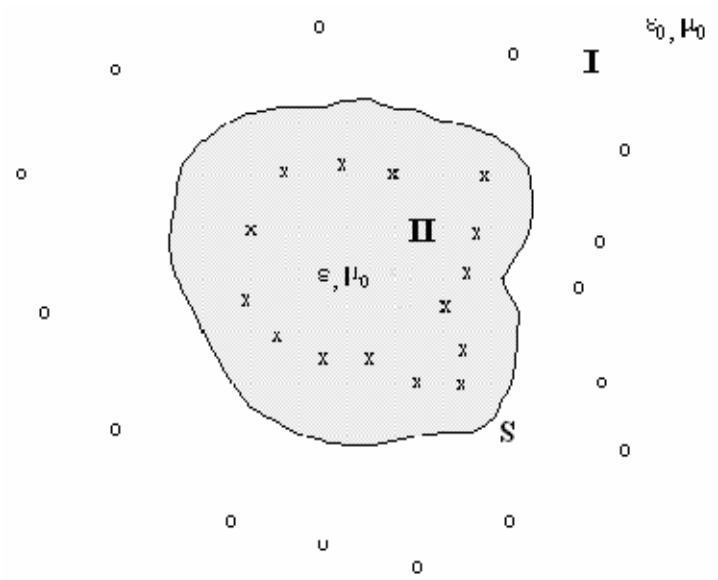
όπου k_o είναι ο κυματαριθμός στο κενό, $Z_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}}$ είναι η χαρακτηριστική αντίσταση στο κενό, I_i είναι ο άγνωστος μιγαδικός ρευματικός συντελεστής της πηγής i στην θέση (x_i, y_i), $r_i = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}$ είναι η απόσταση της πηγής i από το σημείο παρατήρησης (x, y) και $H_n^{(2)}(\bullet)$ η συνάρτηση Hankel δευτέρου είδους τάξης n.

Από την άλλη πλευρά, τα πεδία που διεγείρονται εντός του σώματος του κυλίνδρου προσεγγίζονται από ένα δεύτερο σύνολο N_2 βοηθητικών πηγών τοποθετημένων εκτός του διηλεκτρικού κυλίνδρου. Οι πηγές αυτές διαρρεόνται από άγνωστα ρεύματα I_k και ακτινοβολούν, απουσία του κυλίνδρου, εντός ενός ομογενούς και γραμμικού χώρου που αποτελείται από υλικό διηλεκτρικής σταθεράς ε και μαγνητικής διαπερατότητας μ_0. Τα άγνωστα πεδία εντός του κυλίνδρου προκύπτουν από τις σχέσεις:

$$\mathbf{E_{II}} = \hat{z}E_{II} = -\hat{z}\frac{k_e Z}{4}\sum_{k=1}^{N_2} I_k H_0^{(2)}(k_e r_k) \tag{5.3}$$

$$\mathbf{H_{II}} = \hat{x}\frac{jk_e}{4}\sum_{k=1}^{N_2} I_k \frac{(y-y_k)}{r_k} H_1^{(2)}(k_e r_k) + \hat{y}\frac{jk_e}{4}\sum_{k=1}^{N_2} I_k \frac{(x_k-x)}{r_k} H_1^{(2)}(k_e r_k) \tag{5.4}$$

Στις ανωτέρω εξισώσεις, k_e και Z είναι ο κυματαριθμός και η χαρακτηριστική αντίσταση του διηλεκτρικού μέσου αντίστοιχα, (x_k, y_k) είναι οι συντεταγμένες της k -ιοστής βοηθητικής πηγής και $r_k = \sqrt{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2}$ είναι η απόσταση της πηγής k από το σημείο παρατήρησης. Στο Σχήμα 66 παρουσιάζεται το ισοδύναμο MAS ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα.



Σχήμα 66 – Ισοδύναμο προσέγγισης MAS. Οι MAS πηγές με το σύμβολο 'x' προσομοιώνουν τα πεδία στην περιοχή I και οι MAS πηγές με το σύμβολο 'o' προσομοιώνουν τα πεδία στην περιοχή II .

Επιπλέον, επιβάλλεται σημειακά η συνέχεια των εφαπτομενικών συνιστωσών του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου στην επιφάνεια S του κυλίνδρου. Οι άγνωστοι ρευματικοί συντελεστές I_i και I_k υπολογίζονται ικανοποιώντας τις ακόλουθες οριακές συνθήκες σε $2N_3 = N_1 + N_2$ σημεία και επιλύοντας το προκύπτον σύστημα εξισώσεων:

$$\hat{z}\cdot(\mathbf{E_{inc}} + \mathbf{E_{sc}} - \mathbf{E_{II}}) = 0 \text{ και } (\hat{n}\times\hat{z})\cdot(\mathbf{H_{inc}} + \mathbf{H_{sc}} - \mathbf{H_{II}}) = 0 \;\; on\ S \tag{5.5}$$

όπου $\hat{n}$ μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην S. Κατόπιν, τα σφάλματα των οριακών συνθηκών στα σημεία μεταξύ των σημείων επιβολής δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\Delta E_{BC} = \frac{\left|\hat{z}\cdot(\mathbf{E}_{\mathbf{inc}} + \mathbf{E}_{\mathbf{sc}} - \mathbf{E}_{\mathbf{II}})\right|}{\max\left|\mathbf{E}_{\mathbf{inc}}\right|} \text{ on } S \tag{5.6}$$

$$\Delta H_{BC} = \frac{\left|(\hat{n}\times\hat{z})\cdot(\mathbf{H}_{\mathbf{inc}} + \mathbf{H}_{\mathbf{sc}} - \mathbf{H}_{\mathbf{II}})\right|}{\max\left|\mathbf{H}_{\mathbf{inc}}\right|} \text{ on } S \tag{5.7}$$

5.3 Εφαρμογή της GA/MAS

Η επιλογή των θέσεων των βοηθητικών πηγών εντός και εκτός του κυλίνδρου πραγματοποιείται με την βοήθεια του GA [24-26]. Οι βελτιστοποιούμενες μεταβλητές από τον GA είναι οι συντεταγμένες όλων των MAS πηγών, ενώ οι παράμετροι της GA διαδικασίας δόθηκαν στον Πίνακα 1. Ο στόχος του GA είναι η ελαχιστοποίηση των μέγιστων σφαλμάτων των οριακών συνθηκών, ακολουθώντας διαδικασία ανάλογη με αυτή που περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Κατά αυτόν τον τρόπο, στην πρώτη γενιά του GA συμπεριλαμβάνεται ένα χρωμόσωμα το οποίο αναπαριστά βοηθητικές πηγές τοποθετημένες σύμφωνα με την κλασική MAS προσέγγιση. Σε αυτήν την περίπτωση, οι MAS πηγές είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες σε κατάλληλες βοηθητικές επιφάνειες, τα σημεία των οποίων ισαπέχουν από την επιφάνεια του σκεδαστή.

Η επιλογή της αντικειμενικής συνάρτησης του GA αποτελεί κομβικό σημείο κατά την ανάπτυξη της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Αφού διενεργήθηκε πληθώρα δοκιμών χρησιμοποιώντας αντικειμενικές συναρτήσεις, οι οποίες περιείχαν τις πληροφορίες σφάλματος και των δύο οριακών συνθηκών (BCEs) για διάφορες γεωμετρίες σκεδαστών, προέκυψε ότι η κατάλληλη αντικειμενική συνάρτηση που διασφαλίζει ταχεία σύγκλιση της αριθμητικής λύσης είναι ο γεωμετρικός μέσος των αντίστροφων μεγίστων των BCEs [27]:

$$FF = \sqrt{\frac{1}{\max(\Delta E_{BC})}\cdot\frac{1}{\max(\Delta H_{BC})}} \tag{5.8}$$

Η ανωτέρω αντικειμενική συνάρτηση επέδειξε ευρωστία σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν και καλύτερη επίδοση συγκρινόμενη με άλλες κανονικοποιημένες ή σταθμισμένες αντικειμενικές συναρτήσεις. Κατά τα λοιπά, επισημαίνεται ότι οι οριακές συνθήκες ελέγχονται σε $N_t = 2$ σημεία μεταξύ των σημείων επιβολής, εκτός από την ειδική περίπτωση των κυκλικών κυλίνδρων στην οποία ο έλεγχος πραγματοποιείται στα ενδιάμεσα σημεία. Η GA διαδικασία ολοκληρώνεται μετά την συμπλήρωση ενός πλήθους γενιών ή όταν η FF υπερβεί ένα προκαθορισμένο κατώφλι. Το χρωμόσωμα με την υψηλότερη τιμή της FF αναπαριστά τις θέσεις των πηγών της βελτιστοποιημένης MAS τεχνικής. Κατόπιν, τα

συνολικά πεδία παντού στον χώρο, δύνανται να εξαχθούν αναλυτικά χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (5.1) – (5.4).

5.3.1.1 Προσαρμόσιμη Κατανομή των Θέσεων των Βοηθητικών Πηγών της GA/MAS σε Προβλήματα Σκέδασης από Διηλεκτρικούς Κυλίνδρους

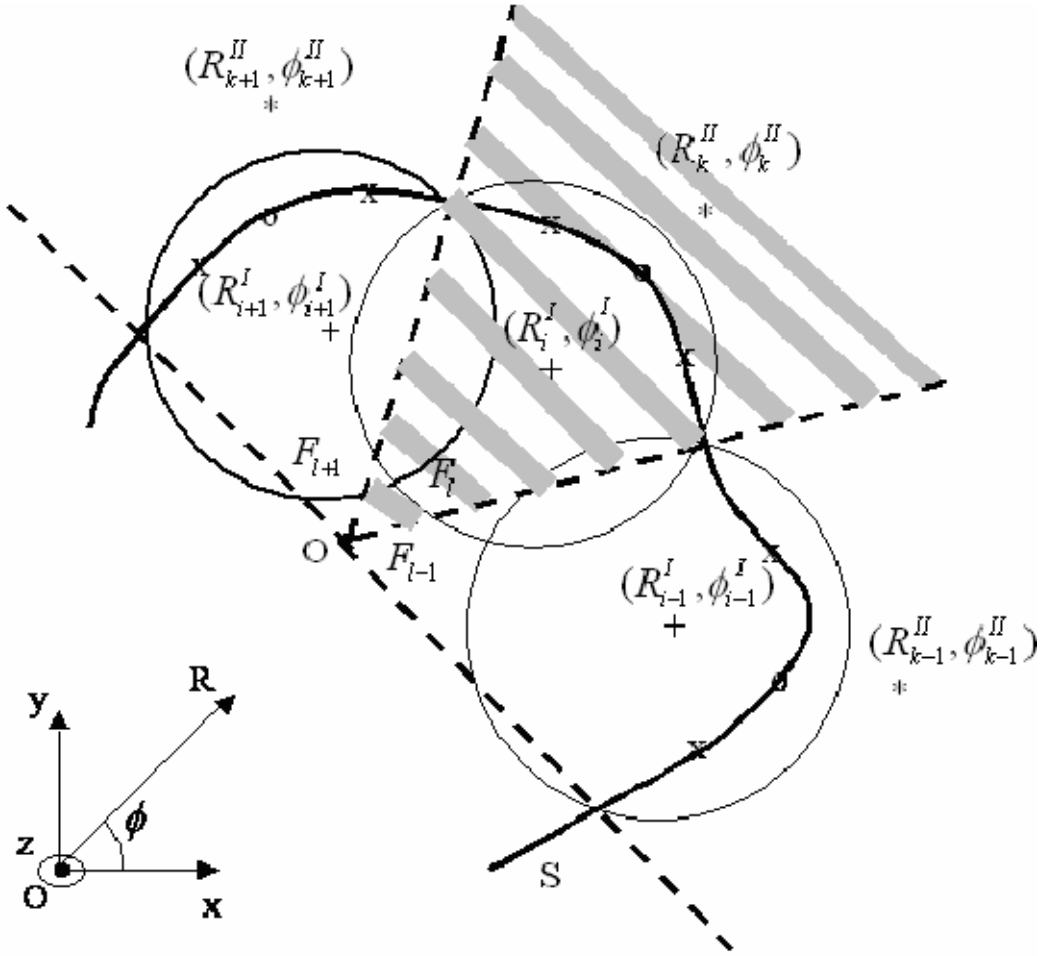
Στην ειδική περίπτωση των κυκλικών κυλίνδρων, λόγω της συμμετρίας του προβλήματος, επιλέγεται η ομοιόμορφη κατανομή των MAS πηγών. Η αποστολή του GA εκφυλίζεται στην εύρεση των αποστάσεων (ακτινών) της εσωτερικής και εξωτερικής σύμμορφης επιφάνειας από τον άξονα του κυλίνδρου. Στην γενική περίπτωση, για ποικιλόμορφους 2D κυλίνδρους των οποίων ο άξονας διέρχεται από την αρχή των αξόνων O και εφόσον για κάθε γωνία αζιμουθίου $\phi \in [0, 2\pi]$ αντιστοιχεί ένα και μόνο σημείο της επιφάνειας S, τα σύνολα των βοηθητικών πηγών εντός και εκτός του κυλίνδρου (G_I και G_{II} αντίστοιχα) κατανέμονται εντός διαδοχικών γωνιακών τομέων στις περιοχές που οριοθετούνται από τις κατωτέρω ανισότητες [27], ακολουθώντας παρόμοια στρατηγική με αυτήν που αναπτύχθηκε στην υποπαράγραφο 4.4.2 της παρούσας διατριβής για τις περιπτώσεις των τέλεια αγώγιμων κυλίνδρων:

$$0 < R_i^I < r_l \text{ και } 2\pi \frac{l-1}{L} < \phi_i^I < 2\pi \frac{l}{L} \text{ για το σύνολο } G_I \tag{5.9}$$

$$R_l < R_k^{II} < C_{OUT} R_l \text{ και } 2\pi \frac{l-1}{L} < \phi_k^{II} < 2\pi \frac{l}{L} \text{ για το σύνολο } G_{II} \tag{5.10}$$

Στις (5.9)-(5.10) r_l είναι η ελάχιστη και R_l η μέγιστη απόσταση των σημείων της S που ανήκουν στον γωνιακό τομέα F_l από τον άξονα του κυλίνδρου, $l = 1..L$, (R_i^I, ϕ_i^I) και (R_k^{II}, ϕ_k^{II}) είναι οι πολικές συντεταγμένες της θέσης της πηγής i και k αντίστοιχα, όπου i και k ορίζονται στις σχέσεις (5.1)-(5.4), $L = N_1 = N_2$ το πλήθος των συνεχόμενων γωνιακών τομέων οι οποίοι είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι στο διάστημα $[0, 2\pi]$ αναφορικά με την γωνία φ (Σχήμα 67) και $N_1 = N_2$ το πλήθος των βοηθητικών πηγών των συνόλων G_I και G_{II}. Με αυτήν την προσέγγιση, οι πηγές i και k δύνανται να τοποθετηθούν οπουδήποτε εντός του τομέα F_l, σύμφωνα με ορισμένους περιορισμούς που θα εκτεθούν στην συνέχεια. Στην γενικότερη περίπτωση, το πλήθος των γωνιακών τομέων L μπορεί να επιλεγεί κατάλληλα μικρότερο από N_1 ή N_2, ούτως ώστε περισσότερες πηγές να κατανέμονται εντός κάθε F_l με χρήση του GA ή δύναται να επιλεγεί ανομοιόμορφη κατανομή των F_l ως προς την γωνία φ με σκοπό την τοποθέτηση περισσότερων πηγών σε γωνιακούς τομείς οι οποίοι αντιστοιχούν σε περίπλοκες συνοριακές επιφάνειες.

Ακόμη, οι αποστάσεις των βοηθητικών πηγών από τον άξονα του κυλίνδρου και κατ' επέκταση η μορφή της δημιουργούμενης βοηθητικής επιφάνειας βελτιστοποιούνται από τον GA. Οι MAS πηγές τοποθετούνται σε αποστάσεις $R_i^I = C_l^I r_l$ για το σύνολο G_I και $R_k^{II} = C_l^{II} R_l$ για το σύνολο G_{II} από τον άξονα του κυλίνδρου, όπου $C_l^I < 1$ και $C_l^{II} > 1$ είναι GA-βελτιστοποιημένοι πολλαπλασιαστές για κάθε τομέα F_l. Μεταξύ δύο διαδοχικών πολλαπλασιαστών $C_{l-1}^{I,II}$ και $C_l^{I,II}$ επιτρέπονται μόνο μικρές μεταβολές (τυπικά της τάξης του 5%), ούτως ώστε οι περιοχές πρωτεύουσας επιρροής των γειτονικών πηγών να μην επικαλύπτονται σημαντικά στην συνοριακή επιφάνεια. Επιπρόσθετα, είναι δυνατόν στην γενικότερη περίπτωση, οι επιτρεπόμενες μεταβολές μεταξύ διαδοχικών πολλαπλασιαστών να διαφοροποιούνται κατάλληλα, ούτως ώστε να αντιμετωπίζονται προβλήματα με περίπλοκες συνοριακές επιφάνειες.



Σχήμα 67 – Προσαρμόσιμη βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών, ανάλογα με το Σχήμα 26. Επιπρόσθετα, με '*' εμφανίζονται οι πηγές εκτός του κυλίνδρου (G_{II}) . Οι περιοχές πρωτεύουσας επιρροής των πηγών προσομοίωσης του συνόλου G_{II} θεωρείται ότι συμπίπτουν με αυτές του συνόλου G_I στην επιφάνεια S και δεν απεικονίζονται για λόγους ευκρίνειας του σχήματος.

Οι βοηθητικές πηγές του συνόλου G_{II}, εκτός του σώματος του κυλίνδρου, μπορούν θεωρητικά να τοποθετηθούν σε οιαδήποτε απόσταση $R_k^{II} > R_l$ από τον άξονα. Σε κλασικές MAS προσεγγίσεις κατανέμονται ομοιόμορφα σε σύμμορφες βοηθητικές επιφάνειες εκτός του κυλίνδρου [8], ή πλησίον των καυστικών επιφανειών της αναλυτικής επέκτασης του διαθλώμενου πεδίου [6]. Από την άλλη μεριά, όταν εξετάζονται σκεδαστές με περίπλοκη γεωμετρία, ο καθορισμός των αντίστοιχων καυστικών επιφανειών είναι ιδιαίτερα δυσχερής αναλυτικά ενώ, σε κάθε περίπτωση, όπως μελετήθηκε διεξοδικά στο προηγούμενο κεφάλαιο της παρούσας διατριβής, η GA/MAS κατανομή των πηγών δύναται να παράγει αριθμητικά αποτελέσματα βελτιωμένης ακρίβειας.

Κατόπιν αυτών, διενεργώντας πληθώρα δοκιμών GA/MAS προσομοίωσης για διηλεκτρικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων και γεωμετριών, διαπιστώθηκε ότι ακόμα και όταν το εξωτερικό όριο της βοηθητικής επιφάνειας λάμβανε τιμή $C_{OUT}R_l = 10R_l$, η πλειονότητα των MAS πηγών κατανεμόταν εντός της περιοχής $1.1R_l - 4R_l$. Παράλληλα, οι MAS πηγές του συνόλου G_{II} εκτός αυτής της περιοχής είχαν αμελητέα επιρροή στην αριθμητική λύση. Σε κάθε περίπτωση, αν το επιτρεπόμενο χωρίο για τις πηγές του συνόλου G_{II}, δεν είναι κατάλληλα οριοθετημένο, ο ρυθμός σύγκλισης της GA/MAS επιδεινώνεται και απαιτούνται περισσότερες επαναλήψεις (γενιές) για την επίτευξη του ίδιου επιπέδου ακρίβειας της αριθμητικής λύσης.

Επιπλέον, οι βοηθητικές πηγές των συνόλων G_I και G_{II} κατανέμονται σε διαδοχικούς γωνιακούς τομείς, ούτως ώστε να ακτινοβολούνται ομοιόμορφα όλα τα σημεία της S από αυτές. Επίσης, επιχειρείται να μην επικαλύπτονται επί της S οι περιοχές πρωτεύουσας επιρροής τους (Σχήμα 67). Επισημαίνεται ότι η προτεινόμενη κατανομή των πηγών επιταχύνει σημαντικά την σύγκλιση της GA/MAS. Παράλληλα, αποφεύγονται οι ισχυρές αριθμητικές εξαρτήσεις μεταξύ των βοηθητικών πηγών, οι οποίες διαμορφώνουν πίνακες MAS με ιδιαίτερα υψηλούς δείκτες κατάστασης.

Εν συνεχεία, παρότι η διαδικασία GA/MAS δίνει την εντύπωση ότι λαμβάνει υπόψη της μόνο τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του σκεδαστή, στην πράξη, όλες οι παράμετροι που συνιστούν το ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα σκέδασης χρησιμοποιούνται ως πληροφορίες εισόδου στον βελτιστοποιητή. Όπως συνάγεται από τις σχέσεις (5.1)-(5.7), η αντικειμενική συνάρτηση του GA περιλαμβάνει το πεδίο διέγερσης και τις διηλεκτρικές ιδιότητες του σκεδαστή που αποτελούν σημαντικούς παράγοντες για τον καθορισμό της θέσης των MAS πηγών.

Επιπρόσθετα, ένα ζήτημα που πρέπει να εξετάζεται κατά την εφαρμογή της MAS είναι η χρήση μεθόδων εκτεταμένης σημειακής επιβολής για την ικανοποίηση των οριακών συνθηκών και η συνακόλουθη δημιουργία υπερπροσδιορισμένων συστημάτων γραμμικών

εξισώσεων της MAS. Είναι προφανές ότι στην διαδικασία GA/MAS ενυπάρχει η δειγματοληψία των σφαλμάτων των οριακών συνθηκών, σε $N_t = 2$ σημεία ελέγχου της συνοριακής επιφάνειας ανάμεσα στα σημεία επιβολής. Κατά αυτόν τον τρόπο υλοποιείται στην πράξη μία προσέγγιση σταδιακής γενικευμένης σημειακής επιβολής. Από την άλλη μεριά, δεδομένου ότι η γενικευμένη σημειακή επιβολή απευαισθητοποιεί μερικώς την ακρίβεια της αριθμητικής λύσης από τις μεταβολές της θέσης των MAS πηγών, δεν συνίσταται η χρήση υπερπροσδιορισμένων MAS συστημάτων κατά την αποτίμηση της καταλληλότητας κάθε χρωμοσώματος, καθώς αυξάνεται ο χρόνος εκτέλεσης της διαδικασίας χωρίς να παρέχεται χρήσιμη πρόσθετη πληροφορία στον βελτιστοποιητή. Συνεπώς, μεθόδοι γενικευμένης σημειακής επιβολής μπορούν να υλοποιηθούν χρησιμοποιώντας τις βελτιστοποιημένες κατανομές των MAS πηγών, μετά το πέρας της GA/MAS, για την επίτευξη αριθμητικών λύσεων υψηλής ακρίβειας.

5.4 Αριθμητικά Αποτελέσματα

Στις επόμενες παραγράφους αναπτύσσεται η γενετικά βελτιστοποιημένη MAS για την ανάλυση ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων σκέδασης από απείρου μήκους διηλεκτρικούς κυλίνδρους διαφόρων γεωμετριών. Αρχικά θα εξεταστούν κανονικές γεωμετρίες κυκλικών και ελλειπτικών κυλίνδρων και στην συνέχεια η προτεινόμενη μέθοδος θα εφαρμοστεί σε πιο περίπλοκες γεωμετρίες για να αξιολογηθεί η ευελιξία και η αποδοτικότητά της. Σε κάθε περίπτωση θα διερευνηθεί το φαινόμενο της σκέδασης με δύο διαφορετικούς τύπους πεδίων διέγερσης: Είτε επίπεδο κύμα μοναδιαίου πλάτους με πόλωση τύπου TM και διάδοση προς την διεύθυνση του αρνητικού άξονα x, είτε το πεδίο άπειρης ρευματικής γραμμής, τοποθετημένης παράλληλα στον άξονα του κυλίνδρου και στον χώρο εκτός αυτού, η οποία διαρρέεται από ρεύμα μοναδιαίου πλάτους. Η συχνότητα των πεδίων διέγερσης είναι $f = 300MHz$, υποδηλώνοντας μήκος κύματος στον ελεύθερο χώρο $\lambda = 1m$.

5.4.1 Σκέδαση από Διηλεκτρικό Κυκλικό Κύλινδρο

Στην περίπτωση των κυκλικών κυλίνδρων, η κανονικότητα και η συμμετρία της γεωμετρίας των σκεδαστών, επιβάλλει την υιοθέτηση σύμμορφων κατανομών των MAS πηγών ως προς την επιφάνεια S. Κατά αυτόν τον τρόπο, η αποστολή του GA εκφυλίζεται στην βελτιστοποίηση δύο μόνον γεωμετρικών παραμέτρων, δηλαδή των ακτινών κατανομής r_I και r_{II} των βοηθητικών πηγών στο εσωτερικό και το εξωτερικό του κυλίνδρου αντίστοιχα.

Η βατή διαδικασία βελτιστοποίησης έχει σαν αποτέλεσμα την επιλογή εκτέλεσης ενός micro-GA για την επίλυση του προβλήματος, ο οποίος αποτελείται από 10 γενιές, με 5 χρωμοσώματα ανά γενιά. Ακόμη, λόγω της κυκλικής κατανομής των βοηθητικών πηγών και της ομοιόμορφης επιβολής της οριακής συνθήκης στην επιφάνεια του κυλίνδρου, αρκεί η δειγματοληψία του ενδιαμέσου σημείου μεταξύ των σημείων επιβολής για τον έλεγχο του μέγιστου σφάλματος των $BCEs$.

5.4.1.1 Σκέδαση Επίπεδου Κύματος από Διηλεκτρικό Κυκλικό Κύλινδρο

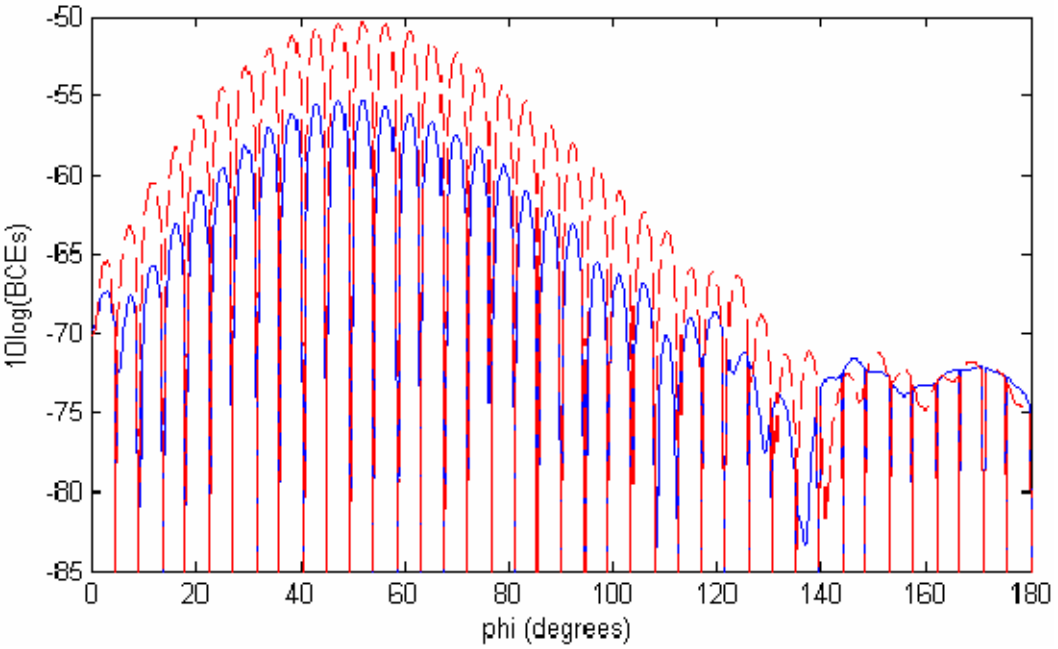
Στον Πίνακα 15 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την εκτέλεση της GA/MAS για το πρόβλημα της σκέδασης επίπεδου κύματος από κυκλικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων r_{a} και διηλεκτρικών ιδιοτήτων. Ο GA ταχύτατα οδηγήθηκε σε κατανομές πηγών για το σύνολο G_I με όσο το δυνατόν μεγαλύτερο βάθος στο εσωτερικό του κυλίνδρου ή διαφορετικά όσο το δυνατόν μικρότερο r_I . Το βάθος κατανομής τους $r_{\mathrm{a}} - r_I$ περιορίζεται μόνο από το μέγιστο αποδεκτό $cond(\mathbf{A})_{MAS}$, σύμφωνα με τα θεωρητικώς αναμενόμενα [21]. Αντίθετα, η ακτίνα κατανομής r_{II} των πηγών του συνόλου G_{II} λαμβάνει διάφορες τιμές και τοποθετείται σχετικά μακριά από την επιφάνεια του κυκλικού σκεδαστή.

Παράλληλα, η GA/MAS δεν διαταράσσεται ιδιαίτερα από τα φαινόμενα εσωτερικών συντονισμών τα οποία εμφανίζονται κατά την εφαρμογή της MAS σε προβλήματα σκέδασης [28-29]. Τα προβλήματα αυτά παρουσιάζονται κατά την τοποθέτηση του συνόλου πηγών G_I σε συγκεκριμένες r_I οι οποίες σχετίζονται με τους μηδενισμούς της συνάρτησης Bessel [21]. Η διαδικασία βελτιστοποίησης δίνει την δυνατότητα αποφυγής των προβληματικών περιοχών λύσεων που χαρακτηρίζονται από απότομες μεταβολές των σχετικών σφαλμάτων και συνακόλουθα υψηλές τιμές των BCEs.

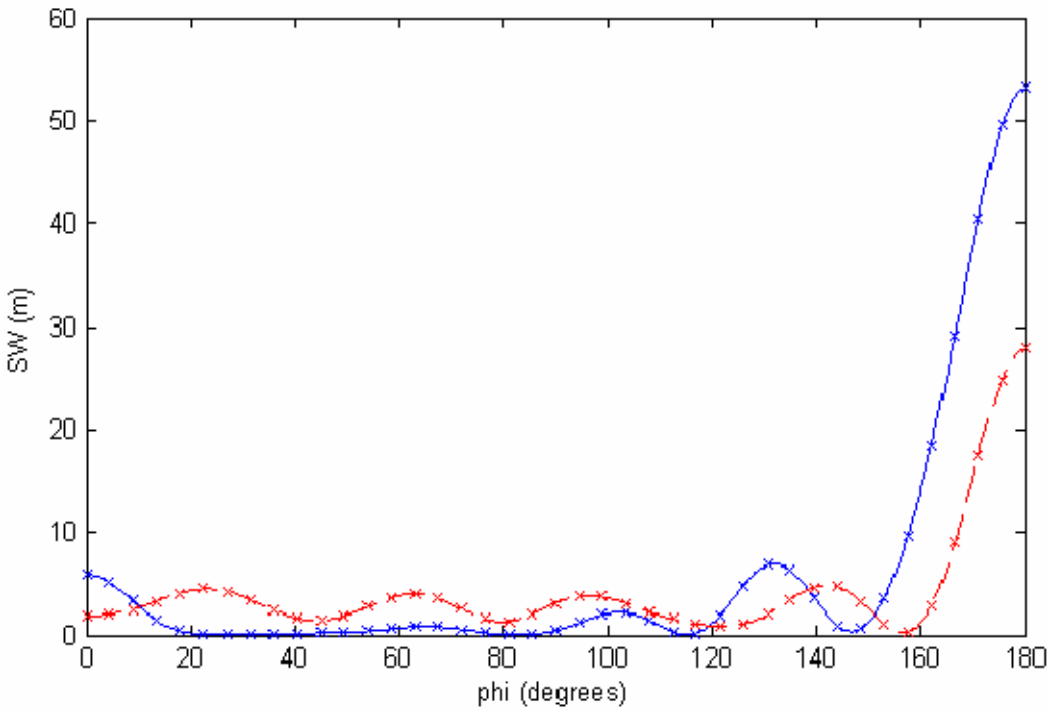
Πίνακας 15 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση επίπεδου κύματος από διηλεκτρικούς κυκλικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων

Α/Α	$r_{\mathrm{a}}(\lambda)$	ε_r	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘ. ΠΗΓΩΝ $N_1 = N_2$	r_I / r_{a} (GA/MAS)	r_{II} / r_{a} (GA/MAS)	$\Delta E_{BC\max}$	$\Delta H_{BC\max}$	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	1	3	30	0.222	3.877	$7.35 \cdot 10^{-5}$	$1.64 \cdot 10^{-4}$	$2.3 \cdot 10^{12}$
2	1	30	60	0.488	4.172	$4.76 \cdot 10^{-6}$	$2.88 \cdot 10^{-5}$	$4.7 \cdot 10^{12}$
3	2.5	$7.5 - 7.2j$	80	0.527	2.045	$2.96 \cdot 10^{-6}$	$9.24 \cdot 10^{-6}$	$1.2 \cdot 10^{14}$
4	5	3	110	0.617	1.935	$7.24 \cdot 10^{-6}$	$1.02 \cdot 10^{-5}$	$4.7 \cdot 10^{13}$

Στο Σχήμα 68 παρουσιάζονται τα σχετικά σφάλματα των οριακών συνθηκών για την Περίπτωση 3 του Πίνακα 15 (υλικές ιδιότητες σκυροδέματος - μπετόν), ενώ στο Σχήμα 69 απεικονίζεται το σκεδαζόμενο πλάτος και η σύγκριση με τις ακριβείς λύσεις [30] για τις 2 πρώτες Περιπτώσεις του Πίνακα 15.



Σχήμα 68 – Κανονικοποιημένα σφάλματα οριακών συνθηκών για την περίπτωση του κυκλικού κυλίνδρου με $r_a = 2.5\lambda$ και $\varepsilon_r = 7.5 - 7.2j$ (ΔE_{BC} συνεχής γραμμή, ΔH_{BC} διακεκομμένη γραμμή). Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.



Σχήμα 69 – Σκεδαζόμενο πλάτος (SW) για τους κυκλικούς κυλίνδρους ακτίνας $r_a = \lambda$ ($\varepsilon_r = 3$ συνεχής γραμμή, $\varepsilon_r = 30$ διακεκομμένη γραμμή). Σύγκριση με τις ακριβείς λύσεις ('x').

5.4.1.2 Ακτινοβολία Απείρου Μήκους Νηματοειδούς Ρευματικής Γραμμής Παρουσία Διηλεκτρικού Κυκλικού Κυλίνδρου

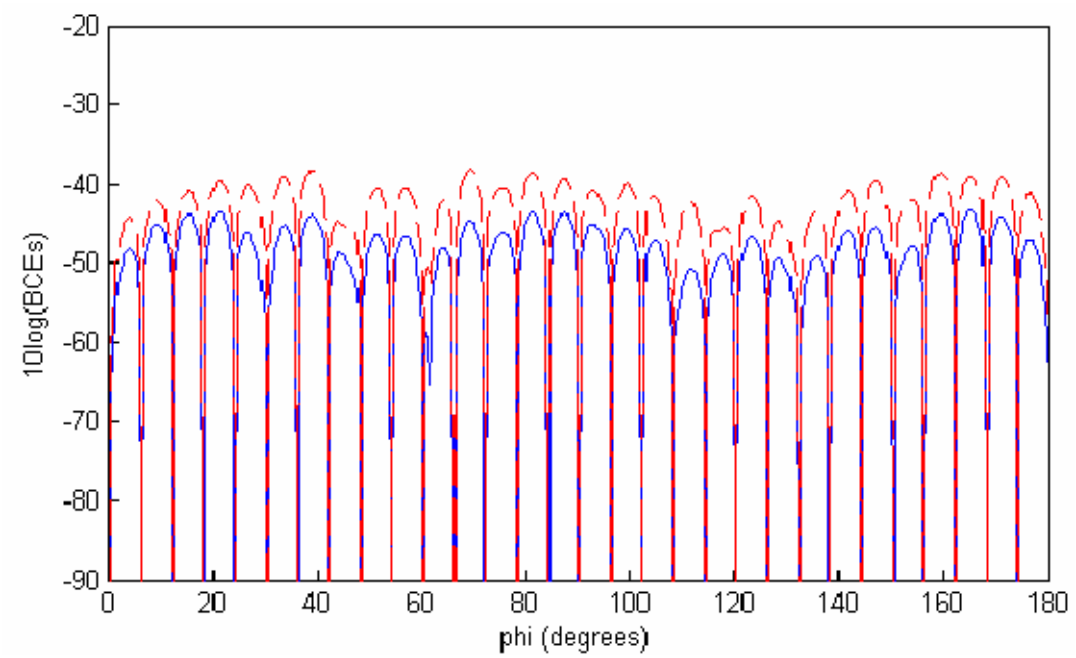
Η κατανομή των βοηθητικών πηγών επιλέγεται και πάλι να είναι σύμμορφη με την επιφάνεια του σκεδαστή, δηλαδή κυκλική και ομοιόμορφη. Στον Πίνακα 16 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS για τις περιπτώσεις σκέδασης του πεδίου άπειρου μήκους ρευματικής γραμμής η οποία διαρρέεται από ρεύμα μοναδιαίου πλάτους και είναι τοποθετημένη εν παραλλήλω και σε διάφορες αποστάσεις από κυκλικούς κυλίνδρους διαφόρων ακτινών και διηλεκτρικών ιδιοτήτων.

Πίνακας 16 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση πεδίου άπειρης γραμμής από διηλεκτρικούς κυκλικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων

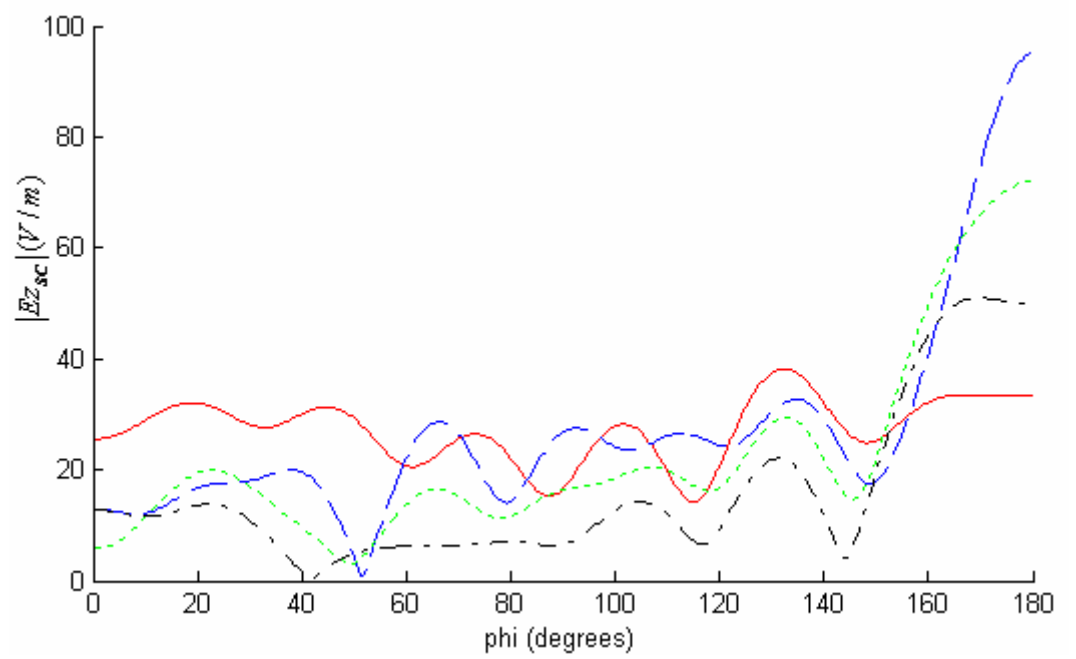
Α/Α	$r_a(\lambda)$	ε_r	ΘΕΣΗ ΠΗΓΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ (x_o, y_o) (λ)	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘ. ΠΗΓΩΝ $N_1 = N_2$	r_I / r_a (GA/MAS)	r_{II} / r_a (GA/MAS)	$\Delta E_{BC\max}$	$\Delta H_{BC\max}$	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	1	3	(1.2, 0)	40	0.322	1.186	$2.80 \cdot 10^{-3}$	$1.17 \cdot 10^{-2}$	$3.0 \cdot 10^{12}$
2	1	30	(1.2, 0)	60	0.512	2.322	$4.22 \cdot 10^{-3}$	$7.23 \cdot 10^{-3}$	$1.1 \cdot 10^{12}$
3	1	$7.5-7.2j$	(1.2, 0)	60	0.679	1.222	$5.10 \cdot 10^{-4}$	$2.79 \cdot 10^{-3}$	$6.2 \cdot 10^{07}$
4	1	3	(1.5, 0)	40	0.705	1.427	$5.39 \cdot 10^{-5}$	$1.72 \cdot 10^{-4}$	$7.1 \cdot 10^{05}$
5	1	30	(1.5, 0)	60	0.567	2.547	$4.54 \cdot 10^{-5}$	$1.51 \cdot 10^{-4}$	$5.4 \cdot 10^{10}$
6	1	3	(2.0, 0)	40	0.376	1.689	$3.69 \cdot 10^{-7}$	$1.28 \cdot 10^{-6}$	$1.3 \cdot 10^{11}$
7	1	3	(2.5, 0)	40	0.352	1.993	$2.87 \cdot 10^{-8}$	$8.53 \cdot 10^{-8}$	$5.0 \cdot 10^{11}$
8	2	3	(2.2, 0)	80	0.636	1.103	$2.57 \cdot 10^{-3}$	$1.04 \cdot 10^{-2}$	$3.9 \cdot 10^{10}$
9	2	30	(2.2, 0)	100	0.720	1.088	$3.79 \cdot 10^{-4}$	$1.81 \cdot 10^{-3}$	$8.5 \cdot 10^{09}$
10	2	30	(2.5, 0)	100	0.865	1.788	$6.26 \cdot 10^{-6}$	$4.01 \cdot 10^{-5}$	$8.3 \cdot 10^{12}$
11	4	3	(4.5, 0)	140	0.778	1.101	$1.78 \cdot 10^{-5}$	$7.39 \cdot 10^{-5}$	$2.4 \cdot 10^{10}$

Όπως είναι φανερό από τον Πίνακα 16, η αριθμητική λύση MAS δυσχεραίνεται όσο η πηγή διέγερσης πλησιάζει στην επιφάνεια του σκεδαστή. Κατά την διενέργεια των προσομοιώσεων παρατηρήθηκε, σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις, ότι η ακρίβεια της αριθμητικής λύσης δεν είχε σημαντική εξάρτηση από την θέση των πηγών στο εσωτερικό του κυλίνδρου, εφόσον η r_I επιλεγόταν σχετικά μακριά από την επιφάνεια του κυλίνδρου. Παράλληλα, σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις, η βέλτιστη τιμή της r_{II} εμφάνιζε

σημαντική εξάρτηση από την θέση της πηγής διέγερσης. Με την αύξηση της απόστασης της πηγής διέγερσης από τον σκεδαστή, αυξανόταν και η βέλτιστη ακτίνα κατανομής των πηγών του συνόλου G_{II} .



Σχήμα 70 – Κανονικοποιημένα σφάλματα οριακών συνθηκών για την περίπτωση του κυκλικού κυλίνδρου με $r_a = \lambda$ και $\varepsilon_r = 30$ (ΔE_{BC} συνεχής γραμμή, ΔH_{BC} διακεκομμένη γραμμή). Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (1.5,\ 0)$.



Σχήμα 71 – Μέτρο σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου σε απόσταση $r = 30\lambda$ από τον άξονα του κυλίνδρου, για την περίπτωση κυλίνδρου με $r_a = \lambda$, $\varepsilon_r = 30$, θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (1.2,\ 0)$ (συνεχής γραμμή), $\varepsilon_r = 3$, $(x_o, y_o) = (1.2,\ 0)$ (διακεκομμένη γραμμή), $\varepsilon_r = 3$, $(x_o, y_o) = (1.5,\ 0)$ (διακεκομμένη γραμμή με τελείες) και $\varepsilon_r = 3$, $(x_o, y_o) = (2.5,\ 0)$ (διακεκομμένη γραμμή με τελείες και παύλες).

Ακόμη, στο Σχήμα 70 δίνονται τα σφάλματα των οριακών συνθηκών για την Περίπτωση 5 του Πίνακα 16. Επίσης, στο Σχήμα 71 απεικονίζεται το μέτρο της έντασης του σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου ως προς την γωνία παρατήρησης ϕ σε απόσταση $r = 30\lambda$ από το κέντρο του κυλίνδρου για διάφορες περιπτώσεις του Πίνακα 16.

5.4.2 Σκέδαση από Διηλεκτρικό Ελλειπτικό Κύλινδρο

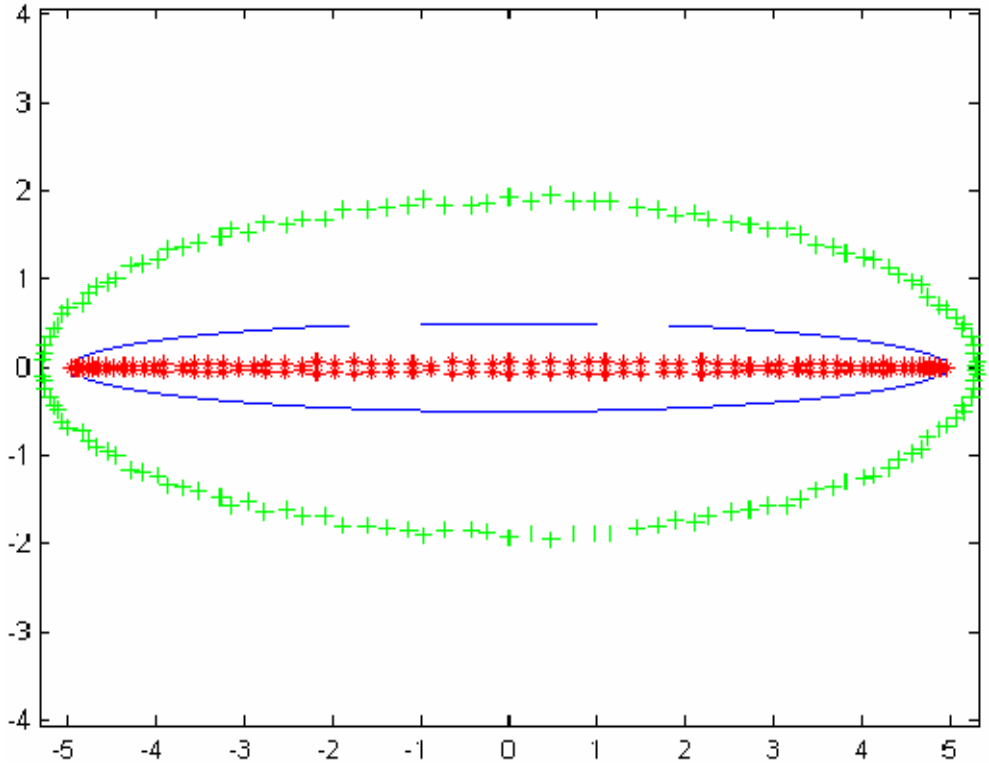
Θεωρείται ότι ο άξονας των ελλειπτικών κυλίνδρων είναι παράλληλος στον άξονα z και διέρχεται από το κέντρο O. Ο πρωτεύον και ο δευτερεύον άξονας της έλλειψης έχουν μήκος r_{ELLa} και r_{ELLb} αντίστοιχα. Λόγω συμμετρίας, η GA/MAS βελτιστοποιεί την θέση $N_1' = N_2' = N_1/2 = N_2/2$ πηγών, ενώ χρησιμοποιούνται 10 γενιές των 10 χρωμοσωμάτων ανά γενιά. Για τους ελλειπτικούς κυλίνδρους με μεγάλη αναλογία αξόνων επιλέγεται ανομοιόμορφη κατανομή των γωνιακών τομέων της GA/MAS ώστε κοντά στα άκρα του μεγάλου άξονά τους να κατανέμονται περισσότερες πηγές. Ακόμη, το εύρος διακύμανσης μεταξύ διαδοχικών πολλαπλασιαστικών συντελεστών ακτινικής θέσης των πηγών ορίζεται να μην υπερβαίνει το 20%.

5.4.2.1 Σκέδαση Επίπεδου Κύματος από Διηλεκτρικό Ελλειπτικό Κύλινδρο

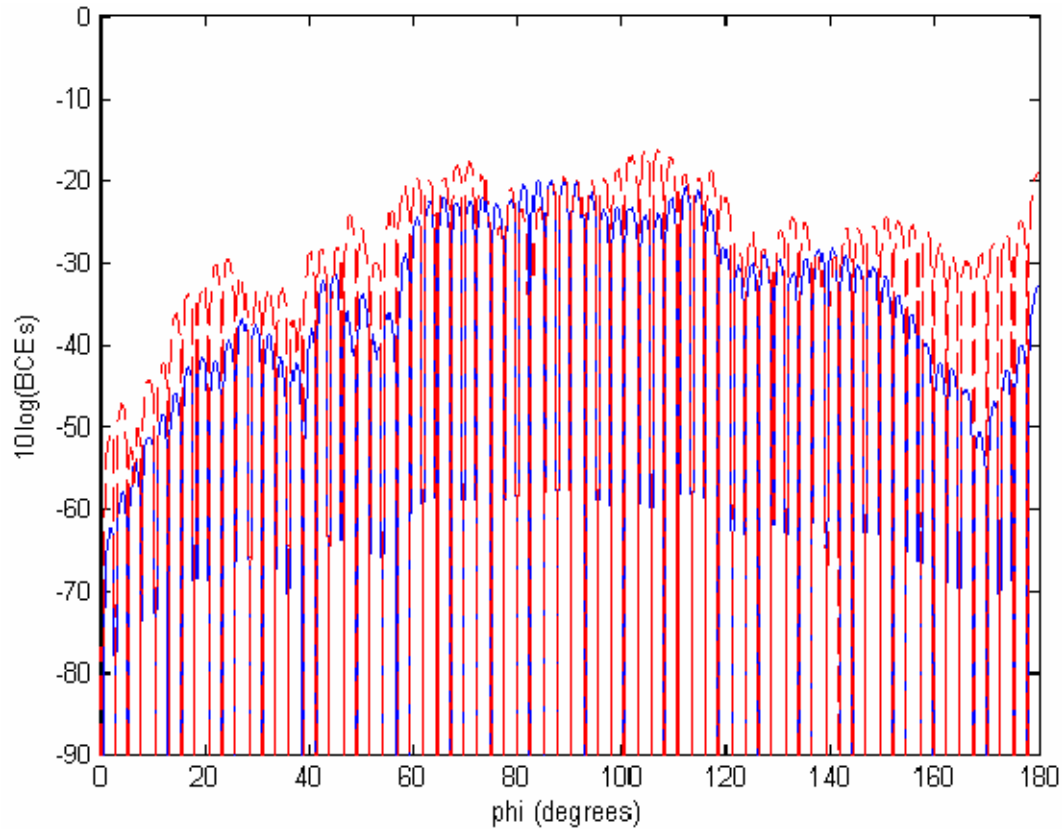
Στον Πίνακα 17 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την εκτέλεση της GA/MAS για το πρόβλημα της σκέδασης επίπεδου κύματος από διηλεκτρικούς ελλειπτικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων και διηλεκτρικών ιδιοτήτων. Επίσης στο Σχήμα 72 δίνεται η GA/MAS κατανομή των βοηθητικών πηγών και στο Σχήμα 73 τα σφάλματα των οριακών συνθηκών για την Περίπτωση 6 του Πίνακα 17.

Πίνακας 17 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση επίπεδου κύματος από διηλεκτρικούς ελλειπτικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων

Α/Α	r_{ELLa} (λ)	r_{ELLb} (λ)	ε_r	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ $N_1' = N_2'$	$\Delta E_{BC\max}$	$\Delta H_{BC\max}$	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	10	6	$7.5-7.2j$	60	$4.30\cdot10^{-4}$	$1.09\cdot10^{-3}$	$1.8\cdot10^{14}$
2	10	5	3	60	$1.99\cdot10^{-4}$	$1.06\cdot10^{-4}$	$4.9\cdot10^{13}$
3	10	4	3	60	$6.71\cdot10^{-4}$	$8.34\cdot10^{-4}$	$3.5\cdot10^{13}$
4	10	3	3	60	$3.24\cdot10^{-3}$	$2.80\cdot10^{-3}$	$4.7\cdot10^{11}$
5	10	2	3	60	$1.88\cdot10^{-2}$	$3.07\cdot10^{-2}$	$4.3\cdot10^{09}$
6	10	1	3	70	$9.76\cdot10^{-3}$	$2.42\cdot10^{-2}$	$3.3\cdot10^{11}$

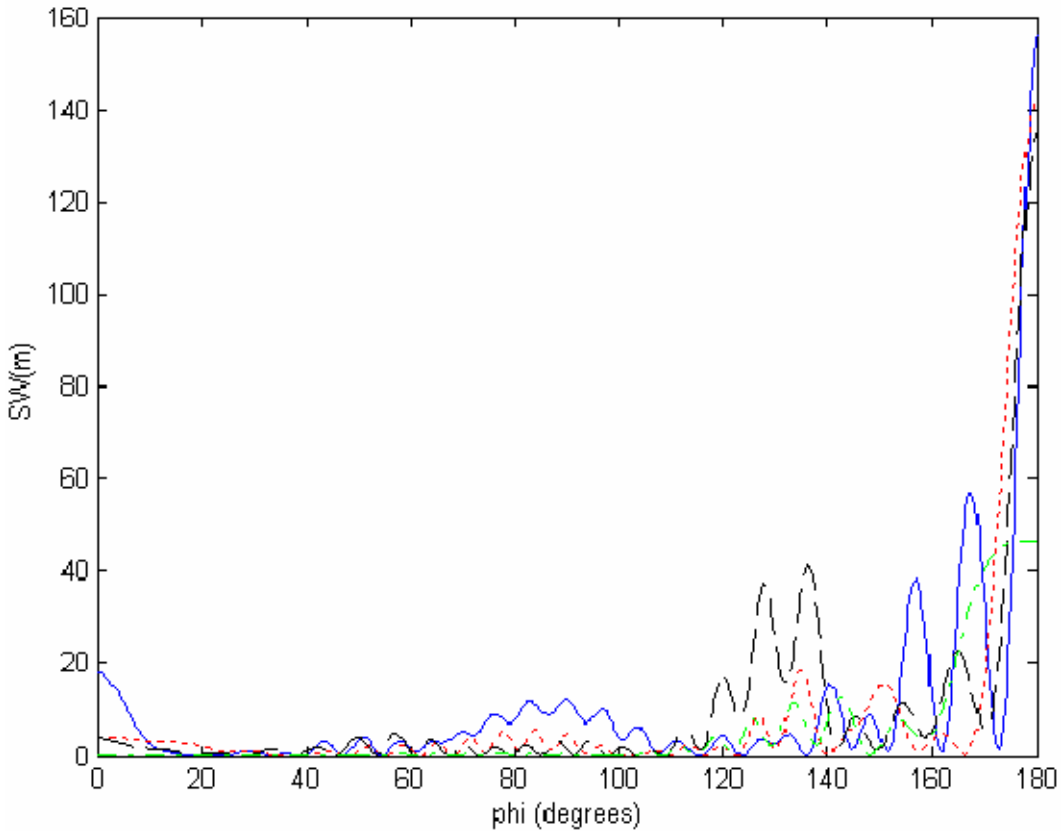


Σχήμα 72 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για τον ελλειπτικό κύλινδρο με $r_{ELLa} = 10\lambda$, $r_{ELLb} = \lambda$ και $\varepsilon_r = 3$. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.



Σχήμα 73 – Κανονικοποιημένα σφάλματα οριακών συνθηκών για την περίπτωση του ελλειπτικού κυλίνδρου με $r_{ELLa} = 10\lambda$, $r_{ELLb} = \lambda$ και $\varepsilon_r = 3$ (ΔE_{BC} συνεχής γραμμή, ΔH_{BC} διακεκομμένη γραμμή). Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.

Ακόμη στο Σχήμα 74 δίνεται το σκεδαζόμενο πλάτος για διάφορες Περιπτώσεις του Πίνακα 17.



Σχήμα 74 – Σκεδαζόμενο πλάτος (SW) για τους ελλειπτικούς κυλίνδρους με $\varepsilon_r = 3$ ($r_{ELLa} = 10\lambda$, $r_{ELLb} = 5\lambda$ συνεχής γραμμή, $r_{ELLa} = 10\lambda$, $r_{ELLb} = 4\lambda$ διακεκομμένη γραμμή, $r_{ELLa} = 10\lambda$, $r_{ELLb} = 3\lambda$ διακεκομμένη γραμμή με τελείες και $r_{ELLa} = 10\lambda$, $r_{ELLb} = \lambda$ διακεκομμένη γραμμή με τελείες και παύλες).

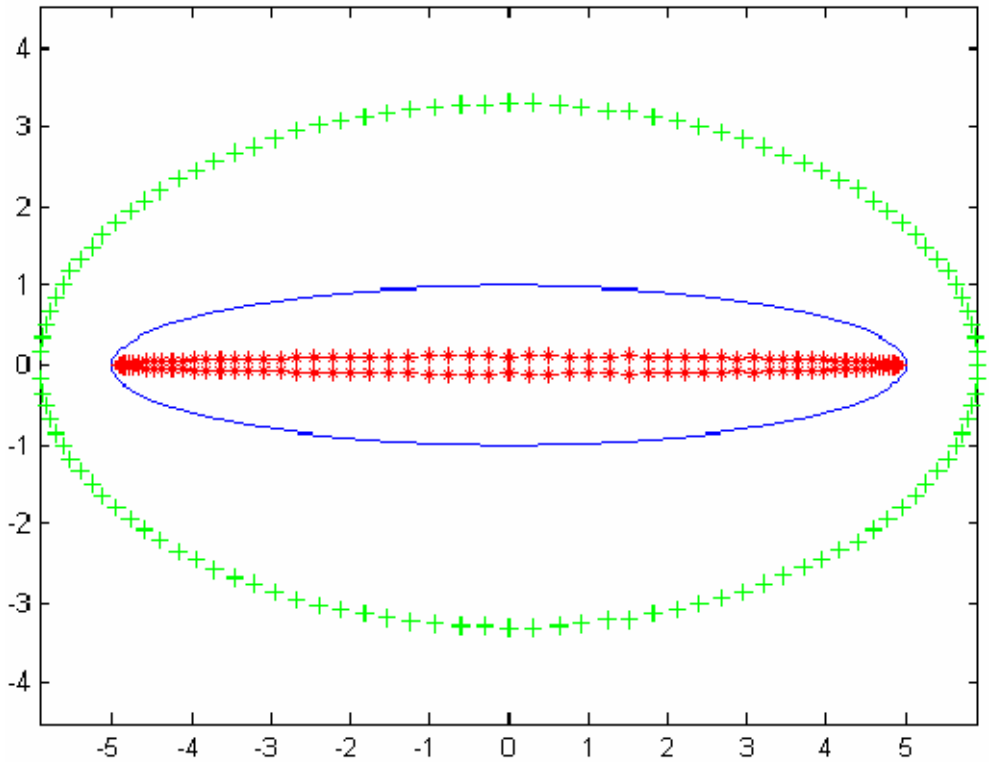
5.4.2.2 Ακτινοβολία Απείρου Μήκους Νηματοειδούς Ρευματικής Γραμμής Παρουσία Διηλεκτρικού Ελλειπτικού Κυλίνδρου

Στον Πίνακα 18 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS για τις περιπτώσεις σκέδασης του πεδίου άπειρου μήκους ρευματικής γραμμής η οποία διαρρέεται από ρεύμα μοναδιαίου πλάτους και είναι τοποθετημένη παράλληλα σε ελλειπτικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων και διηλεκτρικών ιδιοτήτων.

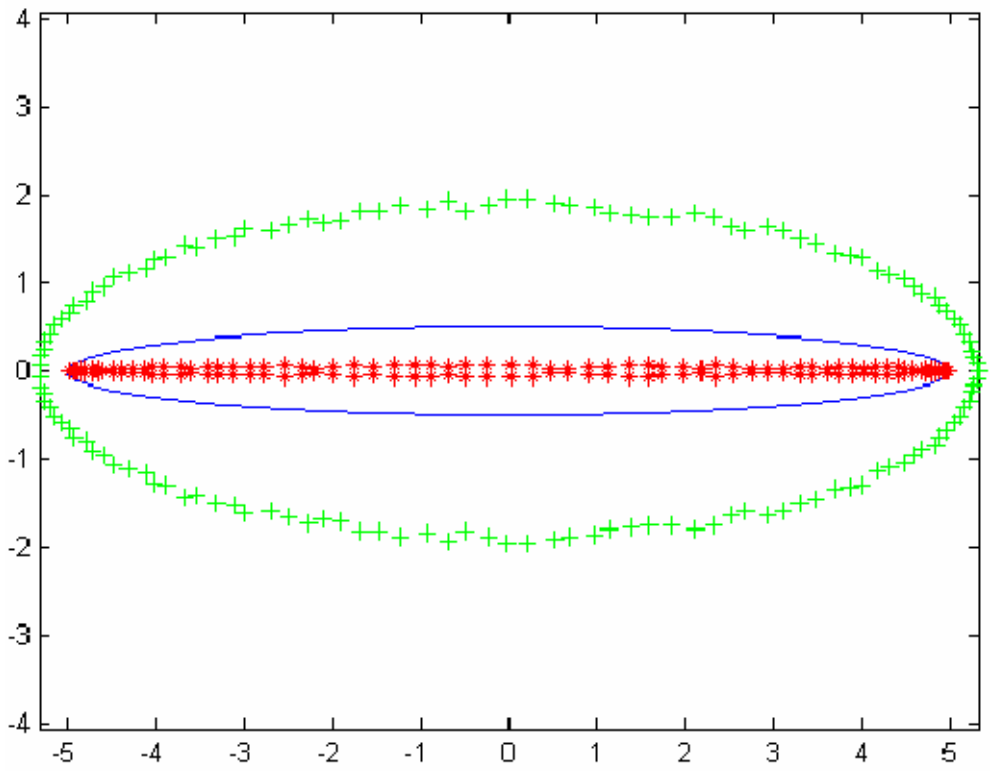
Πίνακας 18 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση πεδίου άπειρης γραμμής από διηλεκτρικούς ελλειπτικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων

Α/Α	r_{ELLa} (λ)	r_{ELLb} (λ)	ε_r	ΘΕΣΗ ΠΗΓΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ (x_o, y_o) (λ)	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ $N_1' = N_2'$	$\Delta E_{BC\max}$	$\Delta H_{BC\max}$	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	10	6	3	(5.5, 0)	60	$4.09\cdot10^{-4}$	$7.84\cdot10^{-4}$	$4.1\cdot10^{12}$
2	10	5	3	(5.5, 0)	60	$6.71\cdot10^{-4}$	$4.13\cdot10^{-4}$	$4.6\cdot10^{14}$
3	10	4	3	(5.5, 0)	60	$4.31\cdot10^{-4}$	$7.65\cdot10^{-4}$	$1.1\cdot10^{13}$
4	10	3	3	(5.5, 0)	60	$1.97\cdot10^{-3}$	$2.01\cdot10^{-3}$	$1.1\cdot10^{11}$
5	10	2	$3-j$	(5.5, 0)	60	$1.55\cdot10^{-5}$	$3.29\cdot10^{-5}$	$5.4\cdot10^{12}$
6	10	2	$3-3j$	(5.5, 0)	60	$1.17\cdot10^{-6}$	$2.85\cdot10^{-6}$	$1.1\cdot10^{09}$
7	10	1	$7.5-7.2j$	(5.5, 0)	70	$4.47\cdot10^{-5}$	$3.71\cdot10^{-4}$	$7.3\cdot10^{10}$

Στα Σχήματα 75 και 76 δίνονται οι GA/MAS κατανομές των βοηθητικών πηγών για τις Περιπτώσεις 5 και 7 του Πίνακα 18.

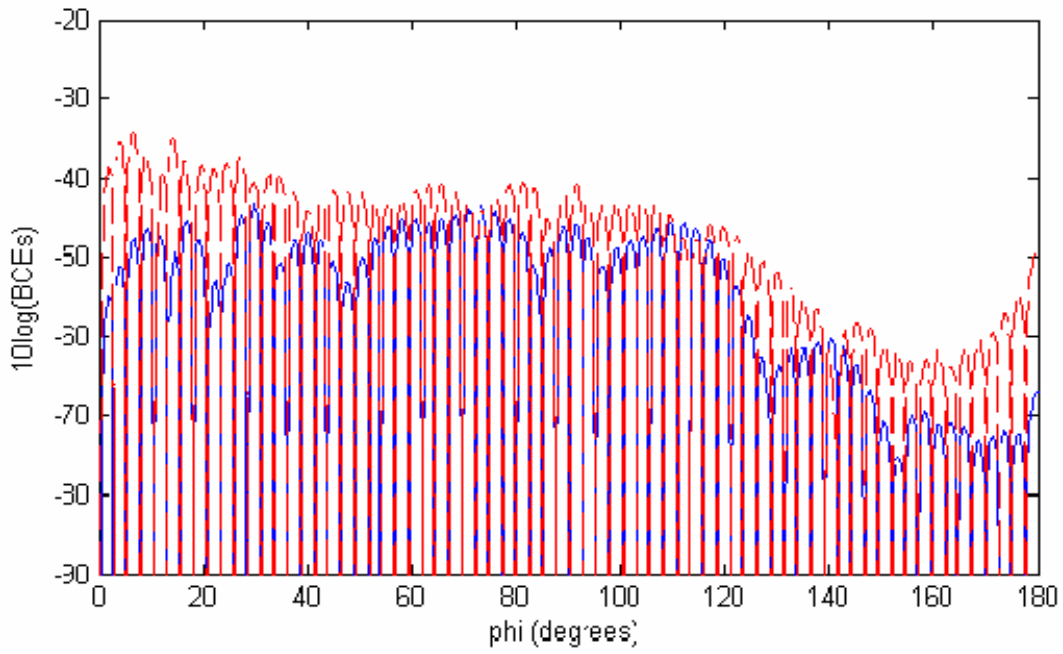


Σχήμα 75 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για τον ελλειπτικό κύλινδρο με $r_{ELLa} = 10\lambda$ **,** $r_{ELLb} = 2\lambda$ **και** $\varepsilon_r = 3-j$ **. Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (5.5,\ 0)$ **.**



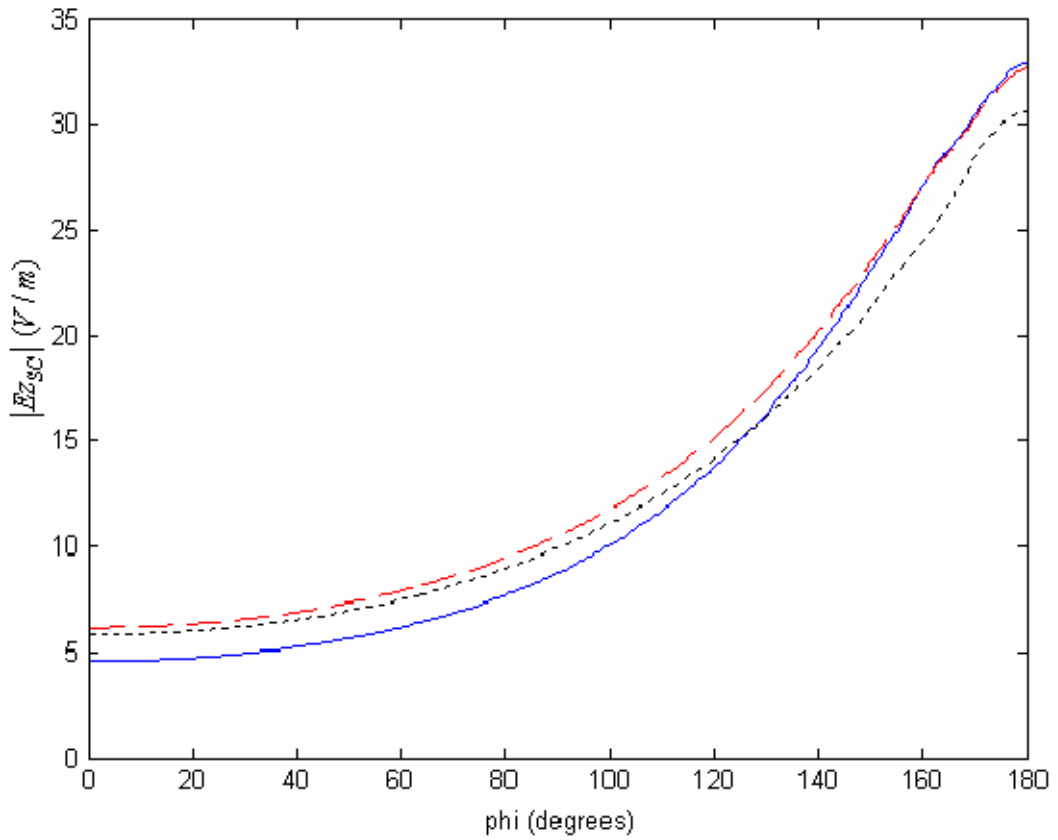
Σχήμα 76 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για τον ελλειπτικό κύλινδρο με $r_{ELLa} = 10\lambda$ **,** $r_{ELLb} = \lambda$ **και** $\varepsilon_r = 7.5 - 7.2j$ **. Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (5.5,\ 0)$ **.**

Ακόμη, στο Σχήμα 77 δίνονται τα σφάλματα των οριακών συνθηκών για την περίπτωση 7 του Πίνακα 18.



Σχήμα 77 – Κανονικοποιημένα σφάλματα οριακών συνθηκών για την περίπτωση του ελλειπτικού κυλίνδρου με $r_{ELLa} = 10\lambda$ **,** $r_{ELLb} = \lambda$ **και** $\varepsilon_r = 7.5 - 7.2j$ **(**ΔE_{BC} **συνεχής γραμμή,** ΔH_{BC} **διακεκομμένη γραμμή). Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (5.5,\ 0)$ **.**

Επίσης στο Σχήμα 78 απεικονίζεται το μέτρο της έντασης του σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου ως προς την γωνία παρατήρησης ϕ σε απόσταση $r = 30\lambda$ από τον άξονα των κυλίνδρων για διάφορες περιπτώσεις του Πίνακα 18. Ακόμη, στο Παράρτημα δίνονται οι ακριβείς θέσεις των βοηθητικών πηγών για την Περίπτωση 7 του Πίνακα 18.



Σχήμα 78 – Μέτρο σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου σε απόσταση $r = 30\lambda$ από τον άξονα του κυλίνδρου, για την περίπτωση κυλίνδρων με $r_{ELLa} = 10\lambda$, $r_{ELLb} = 2\lambda$ και $\varepsilon_r = 3 - j$ (συνεχής γραμμή), $\varepsilon_r = 3 - 10j$ (διακεκομμένη γραμμή) και $r_{ELLa} = 10\lambda$, $r_{ELLb} = \lambda$ και $\varepsilon_r = 7.5 - 7.2j$ (διακεκομμένη γραμμή με τελείες). Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (5.5,\ 0)$.

5.4.3 Σκέδαση από Διηλεκτρικό Ελλειπτικό Κύλινδρο Cassini

Θεωρείται ότι ο άξονας των ελλειπτικών Cassini κυλίνδρων είναι παράλληλος στον άξονα z και διέρχεται από το κέντρο O. Η εξίσωση της έλλειψης Cassini έχει δοθεί στο προηγούμενο Κεφάλαιο (σχ. 4.20). Λόγω συμμετρίας, η GA/MAS βελτιστοποιεί την θέση $N_1' = N_2' = N_1/2 = N_2/2$ πηγών, ενώ χρησιμοποιούνται 10 γενιές των 10 χρωμοσωμάτων ανά γενιά. Ακόμη, μετά το πέρας της διαδικασίας βελτιστοποίησης η οριακή συνθήκη ελέγχεται σε $N_{BC} = 10$ σημεία μεταξύ κάθε ζεύγους σημείων επιβολής για να προκύψουν τα μέγιστα

και τα μέσα τετραγωνικά σχετικά σφάλματα $\Delta E_{BC\max}$, $\Delta H_{BC\max}$ και $\Delta E_{BC\text{mean}}$, $\Delta H_{BC\text{mean}}$ αντίστοιχα.

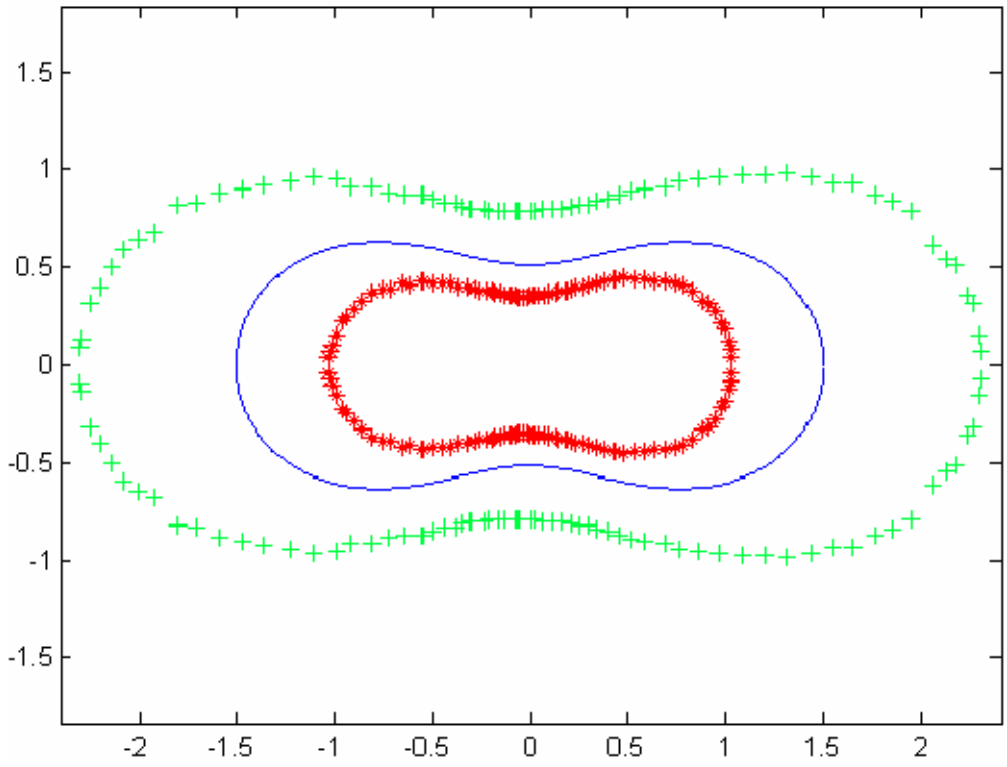
5.4.3.1 Σκέδαση Επίπεδου Κύματος από Διηλεκτρικό Ελλειπτικό Κύλινδρο Cassini

Στον Πίνακα 19 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την εκτέλεση της GA/MAS για το πρόβλημα της σκέδασης επίπεδου κύματος από διηλεκτρικούς ελλειπτικούς κυλίνδρους Cassini διαφόρων διαστάσεων και διηλεκτρικών ιδιοτήτων.

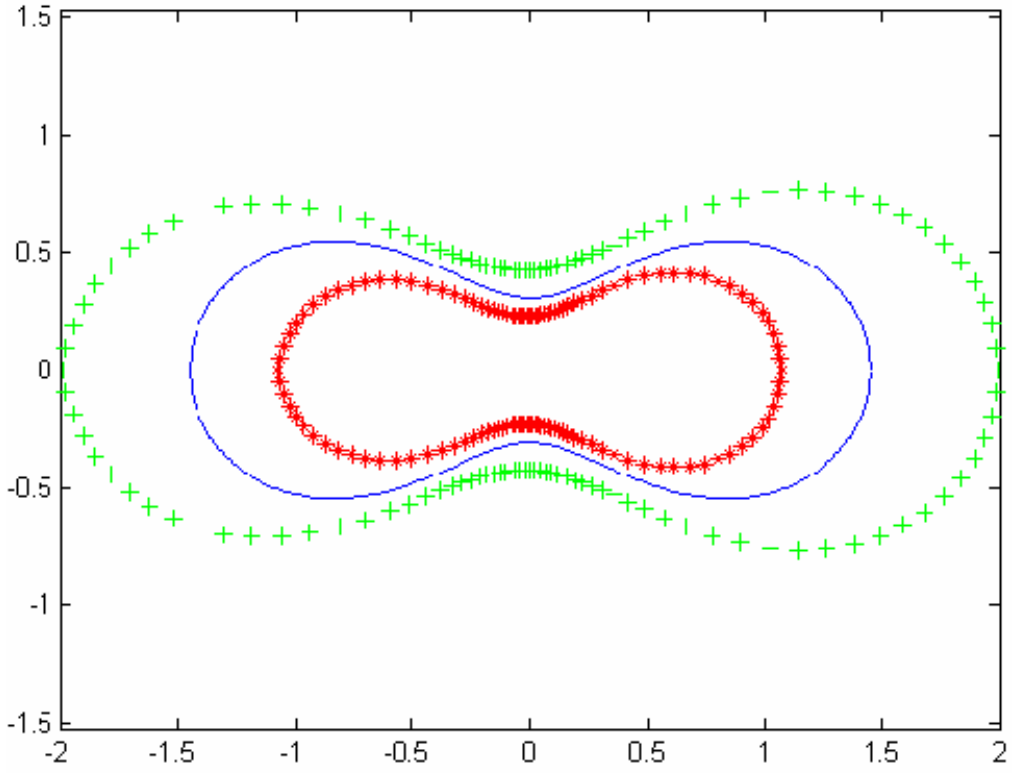
Πίνακας 19 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση επίπεδου κύματος από διηλεκτρικούς ελλειπτικούς κυλίνδρους Cassini διαφόρων διαστάσεων

Α/Α	C_{cas}	a_{cas}	ε_r	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗ-ΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ $N_1' = N_2'$	$\Delta E_{BC\max}$	$\Delta E_{BC\text{mean}}$	$\Delta H_{BC\max}$	$\Delta H_{BC\text{mean}}$	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	1	1.6	3	60	$1.42\cdot10^{-6}$	$1.55\cdot10^{-8}$	$1.52\cdot10^{-5}$	$1.51\cdot10^{-7}$	$4.7\cdot10^{12}$
2	1	1.6	10	65	$1.71\cdot10^{-4}$	$1.55\cdot10^{-6}$	$1.25\cdot10^{-3}$	$1.07\cdot10^{-5}$	$1.8\cdot10^{12}$
3	1	1.6	$10-3j$	65	$8.86\cdot10^{-7}$	$5.76\cdot10^{-9}$	$8.69\cdot10^{-6}$	$5.34\cdot10^{-8}$	$6.3\cdot10^{11}$
4	1	1.6	$10-10j$	65	$4.13\cdot10^{-6}$	$4.23\cdot10^{-8}$	$5.43\cdot10^{-5}$	$4.73\cdot10^{-7}$	$6.6\cdot10^{14}$
5	1	1.5	3	60	$9.41\cdot10^{-6}$	$7.03\cdot10^{-8}$	$1.27\cdot10^{-4}$	$8.82\cdot10^{-7}$	$3.1\cdot10^{13}$
6	1	1.4	3	60	$1.01\cdot10^{-5}$	$8.91\cdot10^{-8}$	$1.29\cdot10^{-4}$	$9.53\cdot10^{-7}$	$4.0\cdot10^{12}$
7	1	1.3	3	60	$2.61\cdot10^{-4}$	$1.79\cdot10^{-6}$	$1.52\cdot10^{-3}$	$1.20\cdot10^{-5}$	$6.9\cdot10^{11}$
8	1	1.2	3	65	$5.69\cdot10^{-4}$	$4.42\cdot10^{-6}$	$5.50\cdot10^{-3}$	$4.46\cdot10^{-5}$	$7.3\cdot10^{12}$

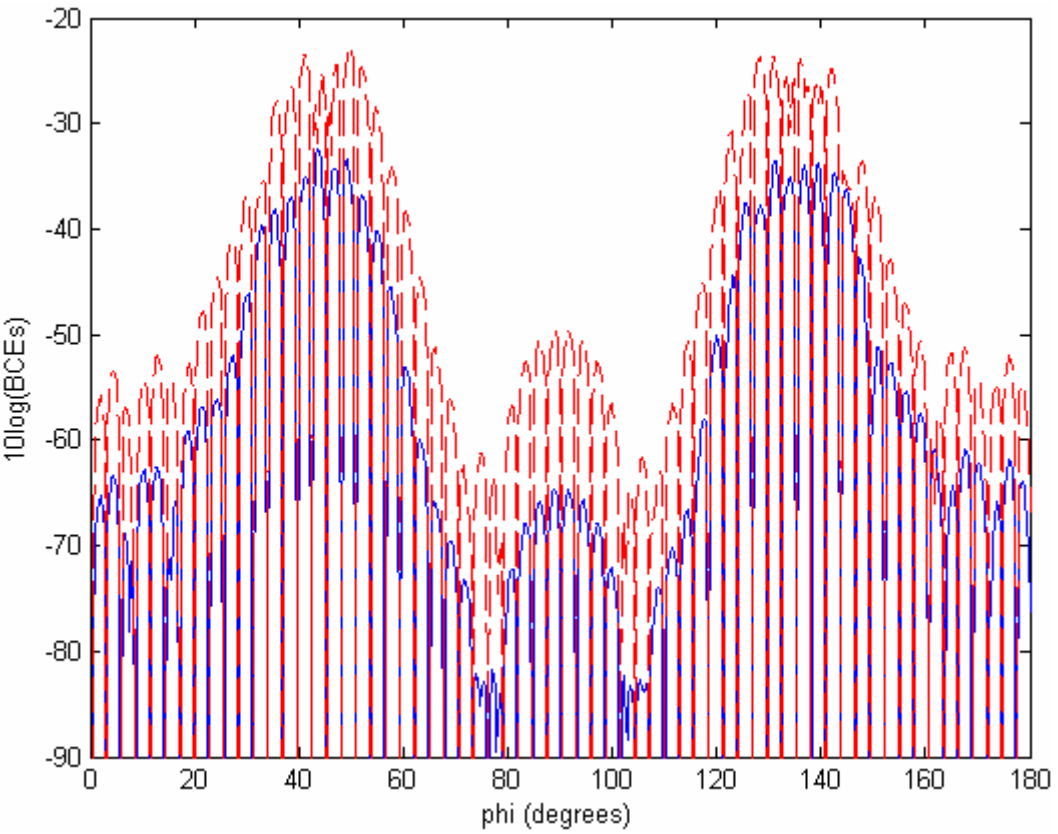
Επίσης, στα Σχήματα 79 και 80 δίνονται οι GA/MAS κατανομές των βοηθητικών πηγών για τις Περιπτώσεις 4 και 8 του Πίνακα 19, ενώ στο Σχήμα 81 τα σφάλματα των οριακών συνθηκών για την Περίπτωση 8 του Πίνακα 19. Ακόμη, στο Σχήμα 82 δίνεται το σκεδαζόμενο πλάτος ως προς την γωνία παρατήρησης για διάφορες Περιπτώσεις του Πίνακα 19. Επιπρόσθετα, στο Παράρτημα δίνονται οι ακριβείς θέσεις των βοηθητικών πηγών για την Περίπτωση 8 του Πίνακα 19.



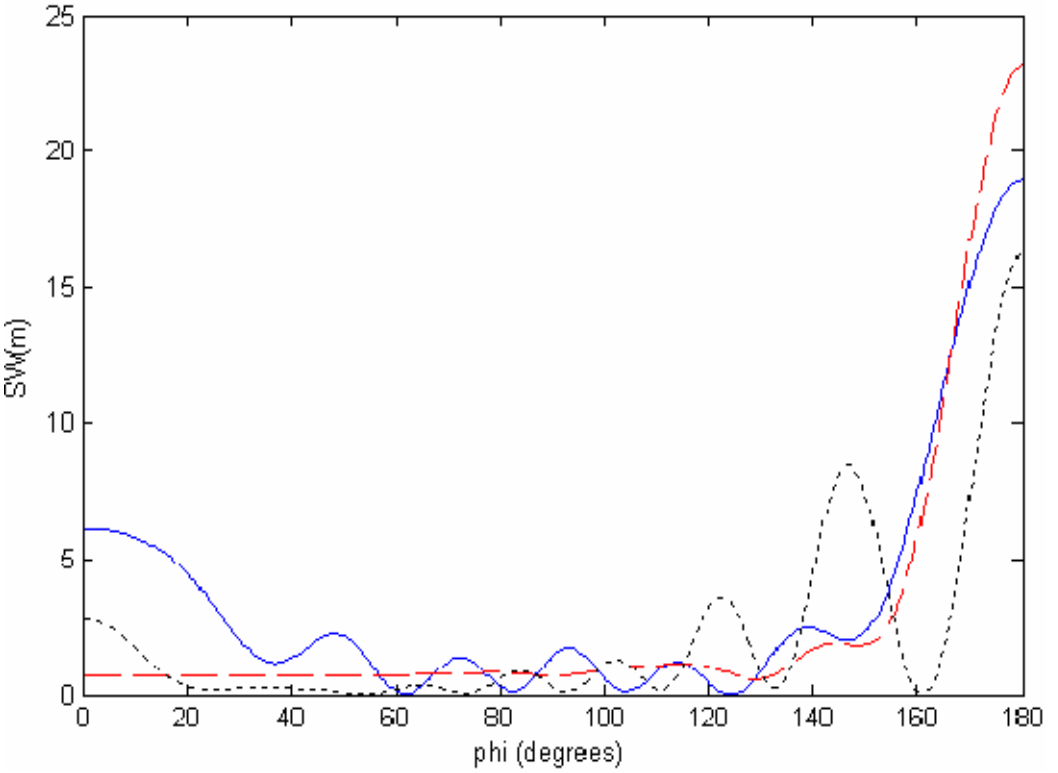
Σχήμα 79 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για τον ελλειπτικό κύλινδρο Cassini με $C_{cas} = 1$, $a_{cas} = 1.6$ και $\varepsilon_r = 10 - 10j$. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.



Σχήμα 80 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για τον ελλειπτικό κύλινδρο Cassini με $C_{cas} = 1$, $a_{cas} = 1.2$ και $\varepsilon_r = 3$. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.



Σχήμα 81 – Σχετικά σφάλματα οριακών συνθηκών για την περίπτωση του ελλειπτικού κυλίνδρου Cassini με $C_{cas} = 1$, $a_{cas} = 1.2$ και $\varepsilon_r = 3$ (ΔE_{BC} συνεχής γραμμή, ΔH_{BC} διακεκομμένη γραμμή).



Σχήμα 82 – Σκεδαζόμενο πλάτος (SW) για τους ελλειπτικούς κυλίνδρους Cassini με $C_{cas} = 1$, $a_{cas} = 1.6$ ($\varepsilon_r = 10$ συνεχής γραμμή, $\varepsilon_r = 10 - 10j$ διακεκομμένη γραμμή) και $C_{cas} = 1$, $a_{cas} = 1.2$ $\varepsilon_r = 3$ (διακεκομμένη γραμμή με τελείες).

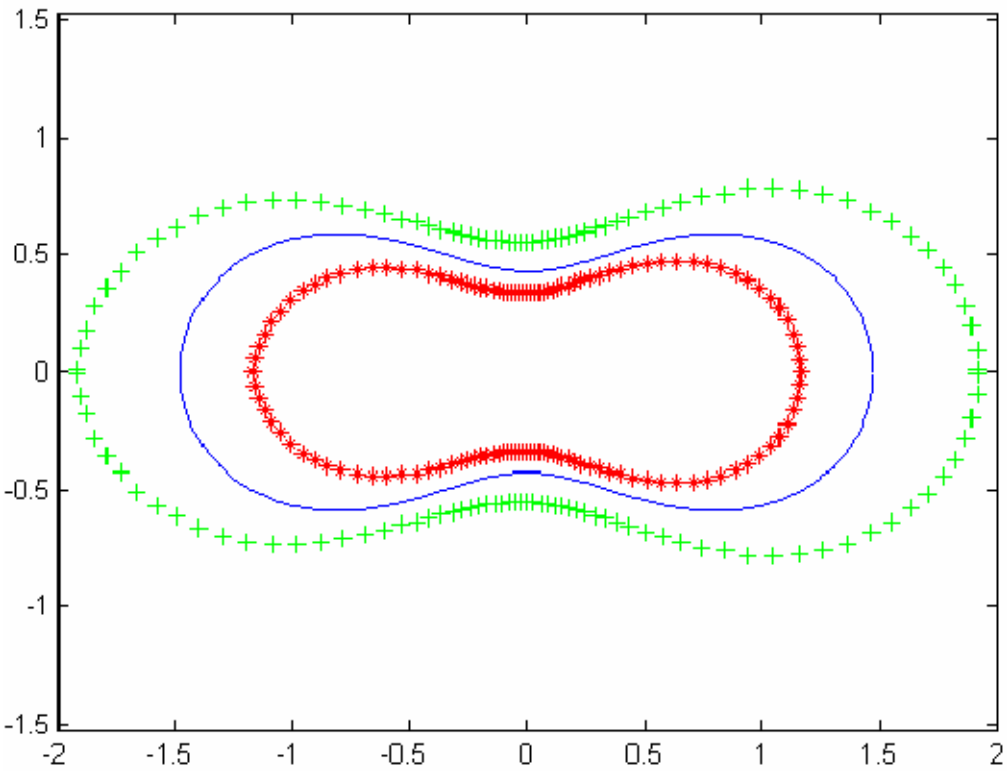
5.4.3.2 Ακτινοβολία Απείρου Μήκους Νηματοειδούς Ρευματικής Γραμμής Παρουσία Διηλεκτρικού Ελλειπτικού Κυλίνδρου Cassini

Στον Πίνακα 20 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS για τις περιπτώσεις σκέδασης του πεδίου άπειρου μήκους ρευματικής γραμμής η οποία διαρρέεται από ρεύμα μοναδιαίου πλάτους και είναι τοποθετημένη παράλληλα στον άξονα ελλειπτικών κυλίνδρων Cassini διαφόρων διαστάσεων και διηλεκτρικών ιδιοτήτων.

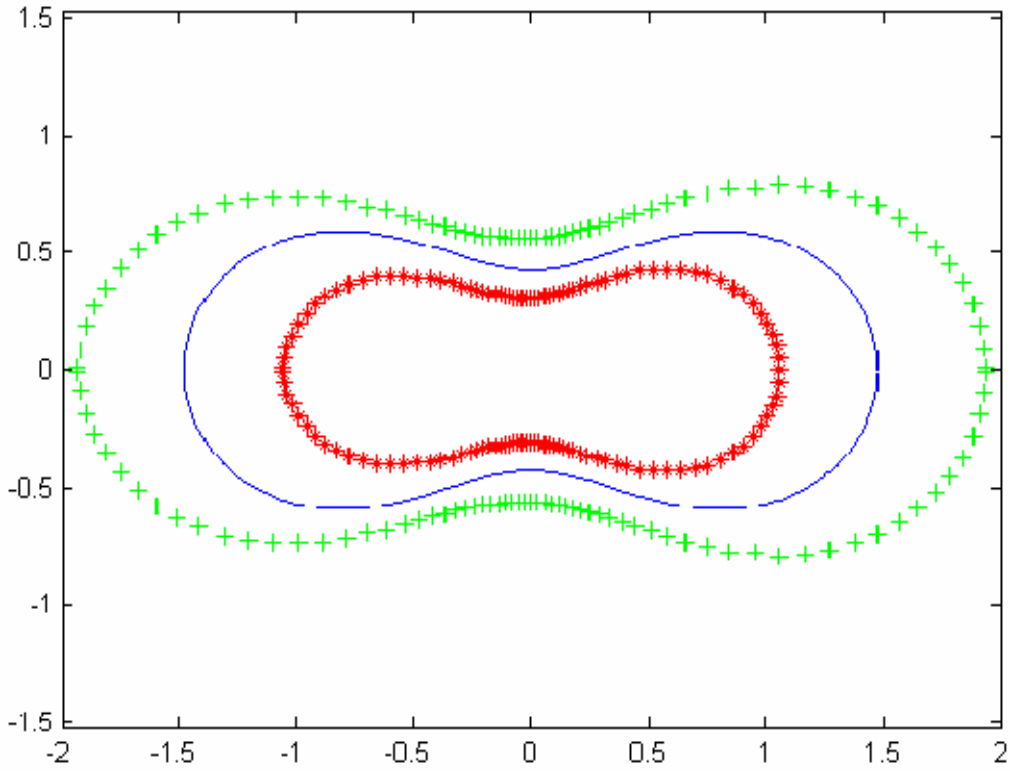
Πίνακας 20 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση πεδίου άπειρης γραμμής από διηλεκτρικούς ελλειπτικούς κυλίνδρους Cassini διαφόρων διαστάσεων

Α/Α	C_{cas}	a_{cas}	ε_r	ΘΕΣΗ ΠΗΓΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ (x_o, y_o) (λ)	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗ-ΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ $N_1' = N_2'$	$\Delta E_{BC\max}$	$\Delta E_{BC\text{mean}}$	$\Delta H_{BC\max}$	$\Delta H_{BC\text{mean}}$	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	1	1.6	3	(1.8, 0)	65	$1.72\cdot10^{-4}$	$8.96\cdot10^{-7}$	$1.10\cdot10^{-3}$	$7.51\cdot10^{-6}$	$3.3\cdot10^{08}$
2	1	1.6	3	(2.2, 0)	65	$1.07\cdot10^{-5}$	$1.12\cdot10^{-7}$	$2.20\cdot10^{-4}$	$1.77\cdot10^{-6}$	$4.7\cdot10^{12}$
3	1	1.6	10	(2.2, 0)	65	$1.37\cdot10^{-4}$	$1.40\cdot10^{-6}$	$1.60\cdot10^{-3}$	$1.67\cdot10^{-5}$	$1.4\cdot10^{13}$
4	1	1.6	$7.5-7.2j$	(2.2, 0)	65	$9.53\cdot10^{-7}$	$8.48\cdot10^{-9}$	$7.71\cdot10^{-6}$	$6.49\cdot10^{-8}$	$3.2\cdot10^{12}$
5	1	1.5	3	(2.2, 0)	65	$2.15\cdot10^{-6}$	$1.31\cdot10^{-8}$	$2.33\cdot10^{-5}$	$1.63\cdot10^{-7}$	$1.1\cdot10^{13}$
6	1	1.4	3	(1.8, 0)	65	$5.44\cdot10^{-5}$	$3.78\cdot10^{-7}$	$6.99\cdot10^{-4}$	$5.25\cdot10^{-6}$	$1.6\cdot10^{11}$
7	1	1.4	3	(2.2, 0)	65	$4.98\cdot10^{-5}$	$4.34\cdot10^{-7}$	$4.13\cdot10^{-4}$	$3.56\cdot10^{-6}$	$1.5\cdot10^{13}$
8	1	1.3	3	(2.2, 0)	65	$5.73\cdot10^{-4}$	$4.21\cdot10^{-6}$	$2.12\cdot10^{-3}$	$2.15\cdot10^{-5}$	$1.2\cdot10^{14}$
9	1	1.2	3	(2.2, 0)	65	$6.35\cdot10^{-4}$	$4.66\cdot10^{-6}$	$6.40\cdot10^{-3}$	$4.45\cdot10^{-5}$	$2.1\cdot10^{12}$

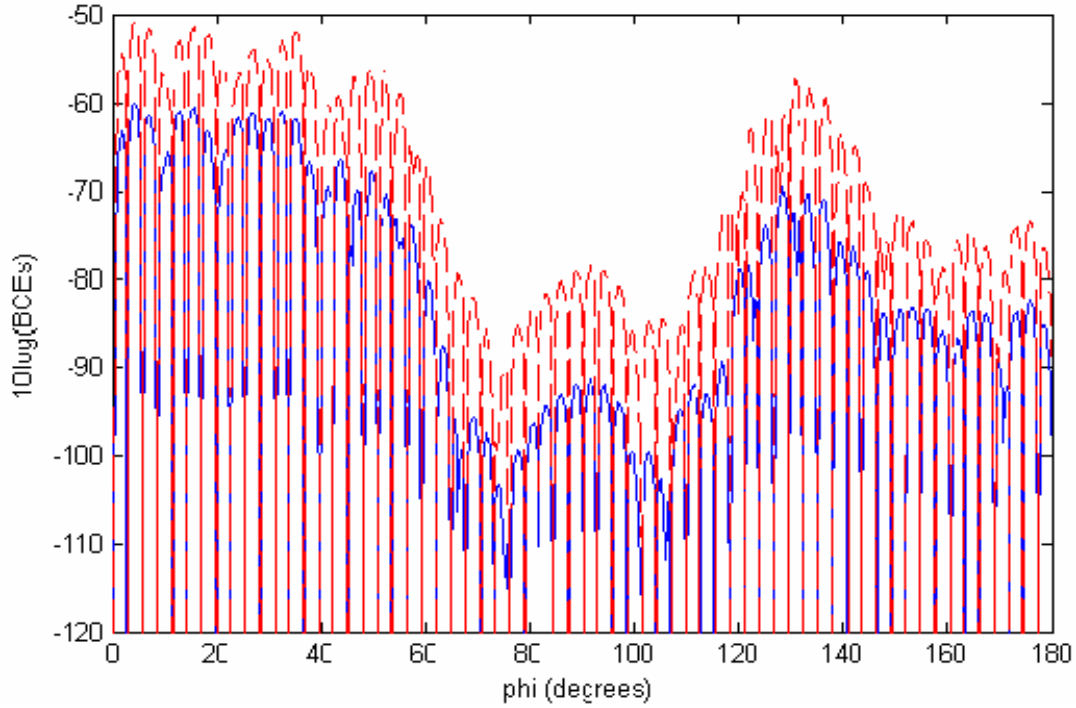
Στα Σχήματα 83 και 84 δίνονται οι GA/MAS κατανομές των βοηθητικών πηγών για τις Περιπτώσεις 6 και 7 του Πίνακα 20. Ακόμη, στο Σχήμα 85 δίνονται τα σφάλματα των οριακών συνθηκών για την περίπτωση 4 του Πίνακα 20. Επίσης, στο Σχήμα 86 απεικονίζεται το μέτρο της έντασης του σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου ως προς την γωνία παρατήρησης ϕ σε απόσταση $r = 30\lambda$ από τον άξονα των κυλίνδρων για διάφορες περιπτώσεις του Πίνακα 20.



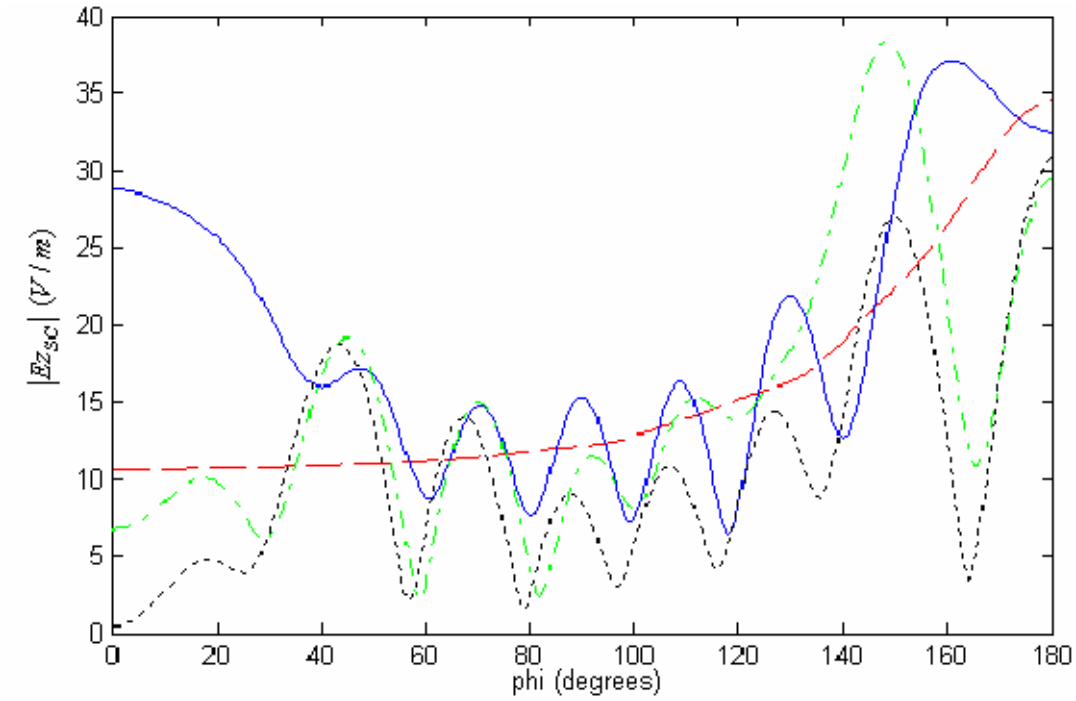
Σχήμα 83 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για τον ελλειπτικό κύλινδρο Cassini με $C_{cas} = 1$, $a_{cas} = 1.4$ και $\varepsilon_r = 3$. Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (1.8,\ 0)$.



Σχήμα 84 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για τον ελλειπτικό κύλινδρο Cassini με $C_{cas} = 1$, $a_{cas} = 1.4$ και $\varepsilon_r = 3$. Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (2.2,\ 0)$.



Σχήμα 85 – Σχετικά σφάλματα οριακών συνθηκών για την περίπτωση του ελλειπτικού κυλίνδρου Cassini με $C_{cas} = 1$, $a_{cas} = 1.6$ και $\varepsilon_r = 7.5 - 7.2j$ (ΔE_{BC} συνεχής γραμμή, ΔH_{BC} διακεκομμένη γραμμή). Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (2.2,\ 0)$.



Σχήμα 86 – Μέτρο σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου σε απόσταση $r = 30\lambda$ από τον άξονα του κυλίνδρου, για τις περιπτώσεις με $C_{cas} = 1$, $a_{cas} = 1.6$ και $\varepsilon_r = 10$ (συνεχής γραμμή), $\varepsilon_r = 7.5 - 7.2j$ (διακεκομμένη γραμμή) και $a_{cas} = 1.4$, $\varepsilon_r = 3$ (διακεκομμένη γραμμή με τελείες), θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (2.2,\ 0)$. Ακόμη, η περίπτωση $C_{cas} = 1$, $a_{cas} = 1.4$ και $\varepsilon_r = 3$ με θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (1.8,\ 0)$ (διακεκομμένη γραμμή με τελείες και παύλες).

5.4.4 Σκέδαση από Διηλεκτρικό Κύλινδρο με Περιοδικά Ανώμαλη Επιφάνεια

Θεωρείται ότι ο άξονας των κυλίνδρων είναι παράλληλος στον άξονα z και διέρχεται από το κέντρο O. Η εξίσωση των κυλίνδρων με περιοδικά ανώμαλη επιφάνεια έχει δοθεί στο προηγούμενο Κεφάλαιο (σχ. 4.22). Για την εφαρμογή της GA/MAS χρησιμοποιούνται 10 γενιές των 10 χρωμοσωμάτων ανά γενιά. Μετά το πέρας της διαδικασίας βελτιστοποίησης οι οριακές συνθήκες ελέγχονται σε $N_{BC} = 10$ σημεία μεταξύ κάθε ζεύγους σημείων επιβολής για να προκύψουν τα μέγιστα και τα μέσα τετραγωνικά σχετικά σφάλματα $\Delta E_{BC\max}$, $\Delta H_{BC\max}$ και $\Delta E_{BC\text{mean}}$, $\Delta H_{BC\text{mean}}$ αντίστοιχα.

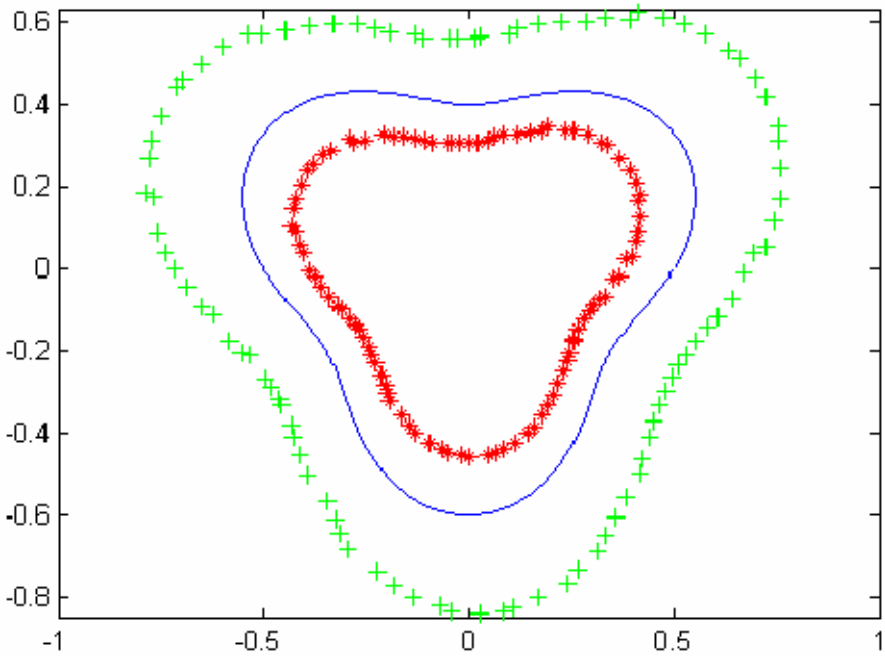
5.4.4.1 Σκέδαση Επίπεδου Κύματος από Διηλεκτρικό Κύλινδρο με Περιοδικά Ανώμαλη Επιφάνεια

Στον Πίνακα 21 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά την εκτέλεση της GA/MAS για το πρόβλημα της σκέδασης επίπεδου κύματος από διηλεκτρικούς κυλίνδρους διαφόρων διαστάσεων και διηλεκτρικών ιδιοτήτων με περιοδικά ανώμαλη επιφάνεια.

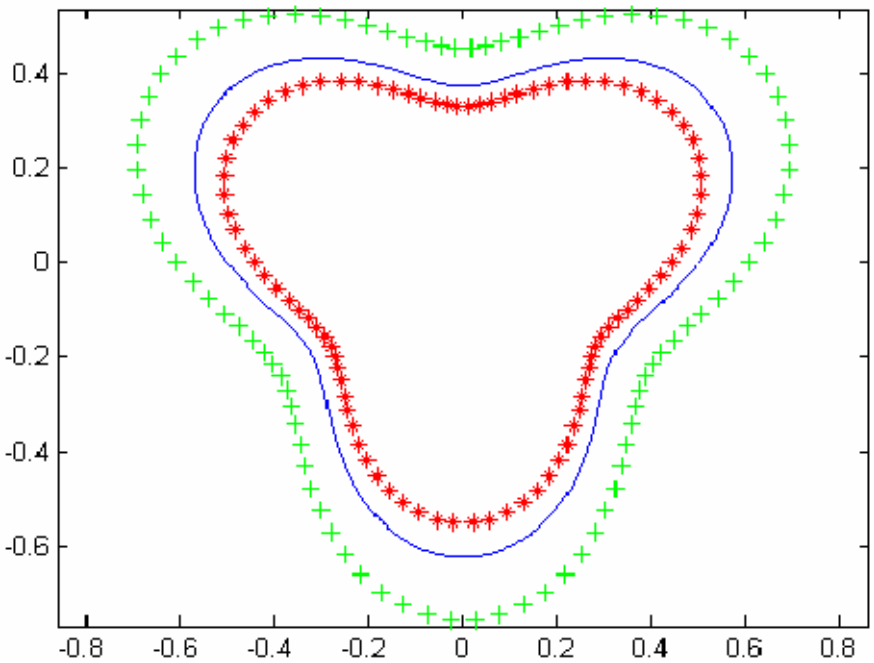
Πίνακας 21 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση επίπεδου κύματος από διηλεκτρικούς κυλίνδρους με περιοδικά ανώμαλη επιφάνεια

Α/Α	a_{cor}	n_1/n_2	ε_r	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗ-ΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ $N_1 = N_2$	$\Delta E_{BC\max}$	$\Delta E_{BC\text{mean}}$	$\Delta H_{BC\max}$	$\Delta H_{BC\text{mean}}$	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	0.5	3/5	3	55	$2.38\cdot10^{-3}$	$2.86\cdot10^{-5}$	$2.18\cdot10^{-2}$	$2.60\cdot10^{-4}$	$4.2\cdot10^{07}$
2	0.5	3/5	$3-10j$	80	$5.13\cdot10^{-5}$	$4.91\cdot10^{-7}$	$7.42\cdot10^{-4}$	$6.58\cdot10^{-6}$	$4.1\cdot10^{06}$
3	0.5	3/5	$7.5-7.2j$	95	$1.56\cdot10^{-5}$	$1.06\cdot10^{-7}$	$1.08\cdot10^{-4}$	$1.93\cdot10^{-6}$	$9.0\cdot10^{08}$
4	0.5	3/5	30	100	$1.17\cdot10^{-3}$	$1.10\cdot10^{-5}$	$1.95\cdot10^{-2}$	$1.96\cdot10^{-4}$	$6.0\cdot10^{08}$
5	0.5	3/5	$30-30j$	100	$1.59\cdot10^{-5}$	$8.79\cdot10^{-8}$	$2.80\cdot10^{-4}$	$1.63\cdot10^{-6}$	$5.5\cdot10^{08}$
6	0.5	3/4	3	80	$1.68\cdot10^{-4}$	$1.48\cdot10^{-6}$	$2.24\cdot10^{-3}$	$2.34\cdot10^{-5}$	$5.5\cdot10^{06}$
7	0.5	3/4	$10-10j$	90	$1.24\cdot10^{-4}$	$9.98\cdot10^{-7}$	$2.28\cdot10^{-3}$	$1.91\cdot10^{-5}$	$1.6\cdot10^{07}$

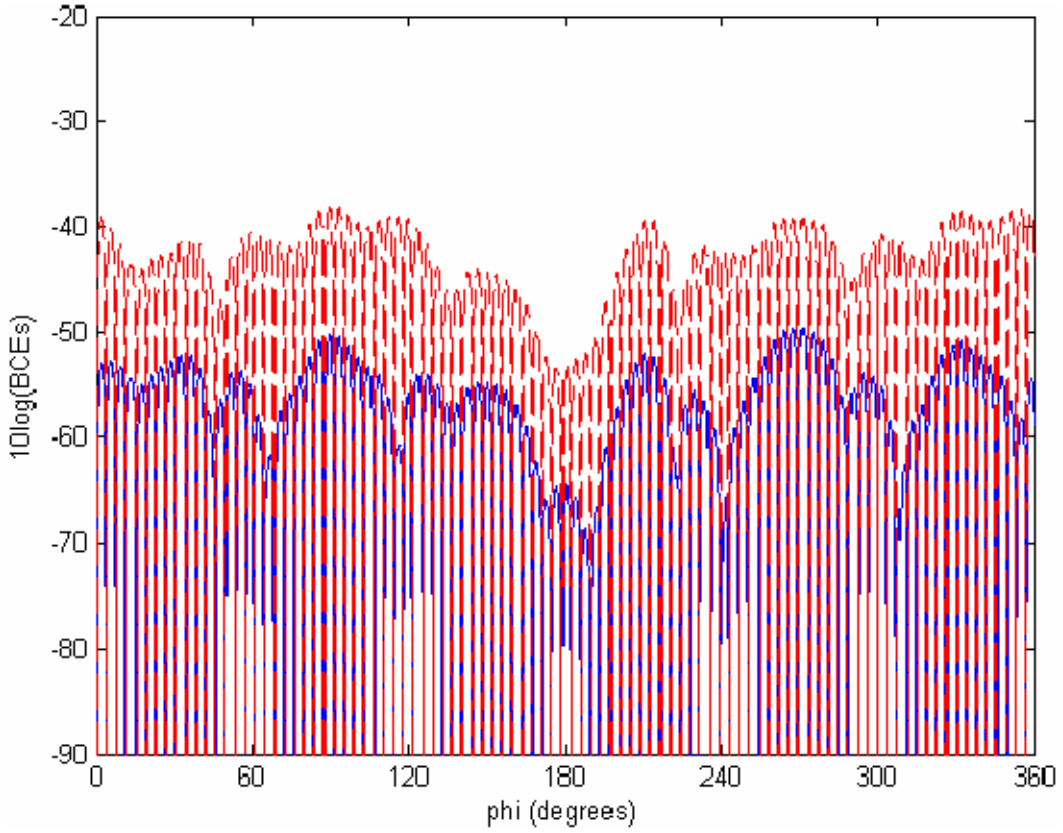
Ακολούθως, στα Σχήματα 87 και 88 δίνονται οι GA/MAS κατανομές των βοηθητικών πηγών για τις Περιπτώσεις 3 και 7 του Πίνακα 21, ενώ στο Σχήμα 89 τα σφάλματα των οριακών συνθηκών για την Περίπτωση 3 του Πίνακα 21. Ακόμη, στο Σχήμα 90 δίνεται το σκεδαζόμενο πλάτος ως προς την γωνία παρατήρησης για διάφορες Περιπτώσεις του Πίνακα 21.



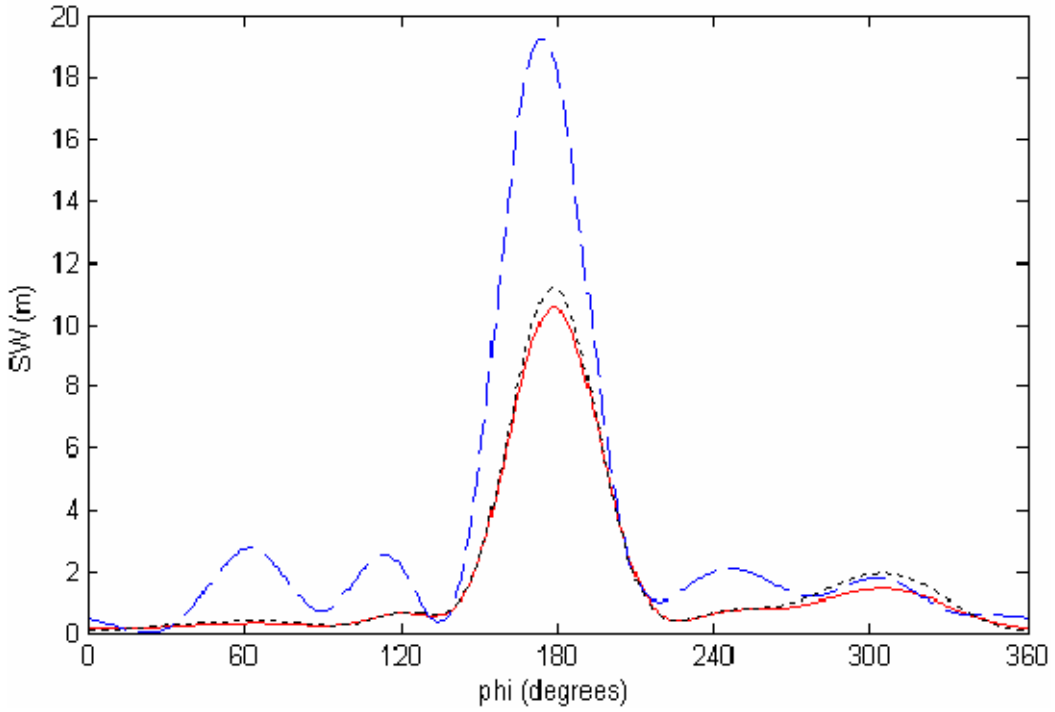
Σχήμα 87 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για τον κύλινδρο με $a_{cor} = 0.5$ **,** $n_1 = 3$ **,** $n_2 = 5$ **και** $\varepsilon_r = 7.5 - 7.2j$ **. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.**



Σχήμα 88 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για τον κύλινδρο με $a_{cor} = 0.5$ **,** $n_1 = 3$ **,** $n_2 = 4$ **και** $\varepsilon_r = 10 - 10j$ **. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.**



Σχήμα 89 – Σχετικά σφάλματα οριακών συνθηκών για την περίπτωση του κυλίνδρου με $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 3$, $n_2 = 5$ **και** $\varepsilon_r = 7.5 - 7.2j$ **(**ΔE_{BC} **συνεχής γραμμή,** ΔH_{BC} **διακεκομμένη γραμμή). Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.**



Σχήμα 90 – Σκεδαζόμενο πλάτος (SW**) για τους κυλίνδρους με** $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 3$, $n_2 = 5$ **(**$\varepsilon_r = 7.5 - 7.2j$ **συνεχής γραμμή,** $\varepsilon_r = 3$ **διακεκομμένη γραμμή) και** $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 3$, $n_2 = 4$, $\varepsilon_r = 10 - 10j$ **(διακεκομμένη γραμμή με τελείες).**

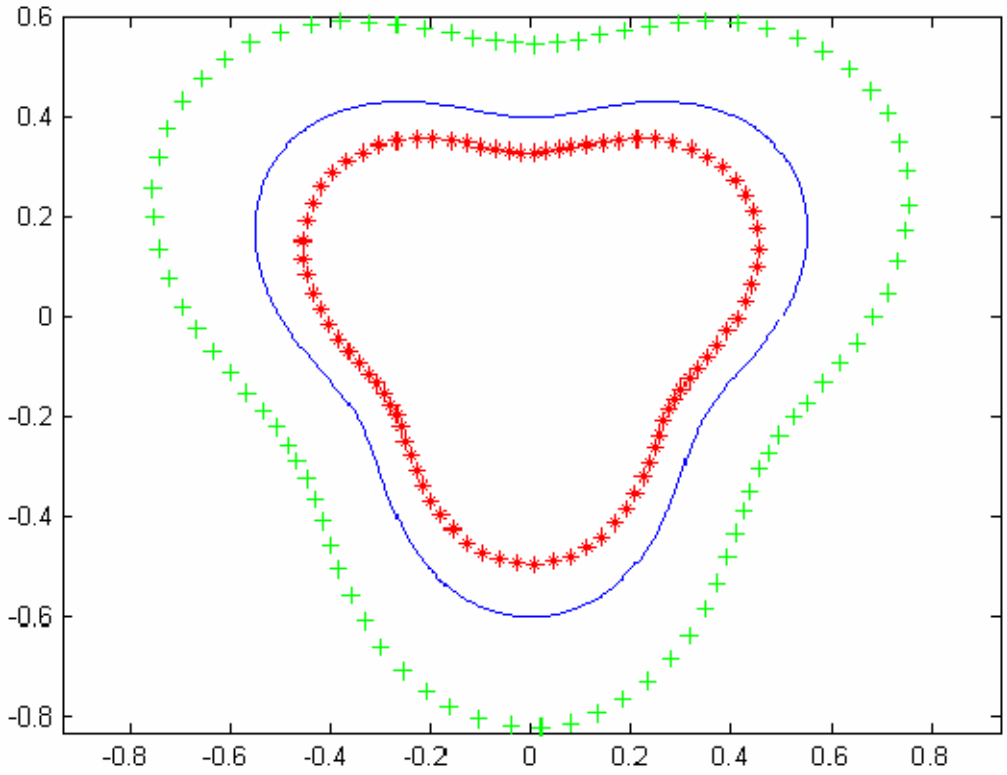
5.4.4.2 Ακτινοβολία Απείρου Μήκους Νηματοειδούς Ρευματικής Γραμμής Παρουσία Διηλεκτρικού Κυλίνδρου με Περιοδικά Ανώμαλη Επιφάνεια

Στον Πίνακα 22 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS για τις περιπτώσεις σκέδασης του πεδίου άπειρου μήκους ρευματικής γραμμής η οποία διαρρέεται από ρεύμα μοναδιαίου πλάτους και είναι τοποθετημένη παράλληλα στον άξονα κυλίνδρων διαφόρων διαστάσεων και διηλεκτρικών ιδιοτήτων με περιοδικά ανώμαλη επιφάνεια.

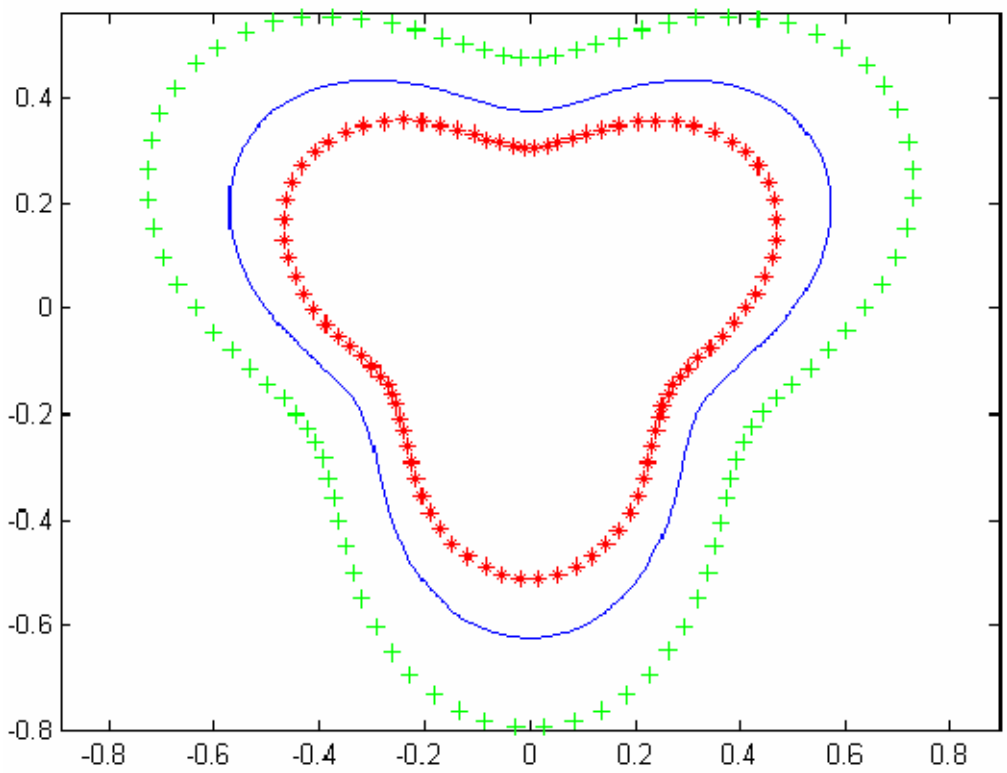
Πίνακας 22 – Αποτελέσματα εφαρμογής της GA/MAS σε σκέδαση πεδίου άπειρης γραμμής από διηλεκτρικούς κυλίνδρους με περιοδικά ανώμαλη επιφάνεια

Α/Α	a_{cor}	n_1/n_2	ε_r	ΘΕΣΗ ΠΗΓΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ (x_o, y_o) (λ)	ΠΛΗΘΟΣ ΒΟΗΘΗ-ΤΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ $N_1 = N_2$	$\Delta E_{BC\max}$	$\Delta E_{BC\text{mean}}$	$\Delta H_{BC\max}$	$\Delta H_{BC\text{mean}}$	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ $cond(\mathbf{A})_{MAS}$
1	0.5	3/5	3	(1.0, 0)	85	$8.20\cdot10^{-5}$	$8.34\cdot10^{-7}$	$8.68\cdot10^{-4}$	$1.11\cdot10^{-5}$	$2.8\cdot10^{09}$
2	0.5	3/5	3	(1.5, 0)	80	$3.73\cdot10^{-5}$	$3.98\cdot10^{-7}$	$5.30\cdot10^{-4}$	$5.58\cdot10^{-6}$	$7.4\cdot10^{07}$
3	0.5	3/5	$7.5-7.2j$	(1.5, 0)	95	$7.19\cdot10^{-6}$	$5.00\cdot10^{-8}$	$1.33\cdot10^{-4}$	$8.44\cdot10^{-7}$	$1.3\cdot10^{07}$
4	0.5	3/5	30	(1.5, 0)	100	$3.41\cdot10^{-4}$	$2.79\cdot10^{-6}$	$5.96\cdot10^{-3}$	$4.99\cdot10^{-5}$	$1.3\cdot10^{07}$
5	0.5	3/5	$30-30j$	(1.5, 0)	100	$4.40\cdot10^{-6}$	$3.43\cdot10^{-8}$	$1.62\cdot10^{-4}$	$8.85\cdot10^{-7}$	$1.4\cdot10^{07}$
6	0.5	3/4	3	(1.5, 0)	80	$2.03\cdot10^{-4}$	$1.84\cdot10^{-6}$	$3.71\cdot10^{-3}$	$2.75\cdot10^{-5}$	$3.0\cdot10^{06}$
7	0.5	3/4	$3-10j$	(1.5, 0)	80	$1.66\cdot10^{-4}$	$1.44\cdot10^{-6}$	$2.38\cdot10^{-3}$	$2.01\cdot10^{-5}$	$3.7\cdot10^{06}$
8	0.5	3/4	10	(1.5, 0)	90	$7.98\cdot10^{-4}$	$7.37\cdot10^{-6}$	$1.06\cdot10^{-2}$	$1.16\cdot10^{-4}$	$1.6\cdot10^{08}$
9	0.5	3/4	$10-10j$	(1.5, 0)	90	$1.44\cdot10^{-4}$	$1.03\cdot10^{-6}$	$2.89\cdot10^{-3}$	$2.15\cdot10^{-5}$	$1.4\cdot10^{08}$

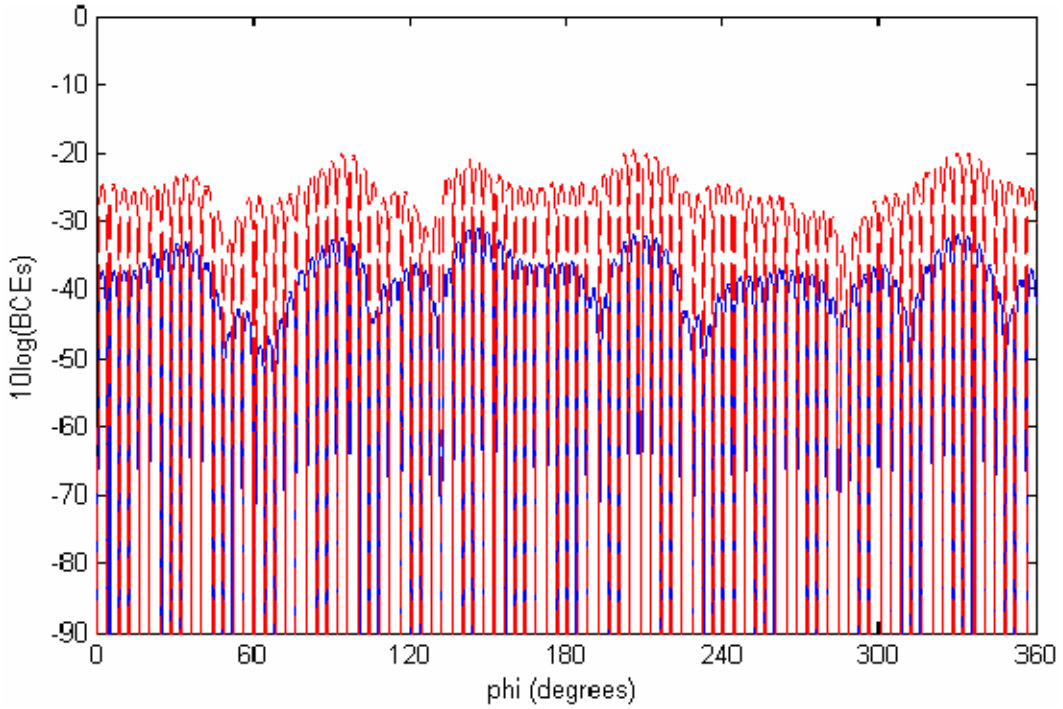
Στα Σχήματα 91 και 92 δίνονται οι GA/MAS κατανομές των βοηθητικών πηγών για τις Περιπτώσεις 1 και 8 του Πίνακα 22. Ακόμη, στο Σχήμα 93 δίνονται τα σφάλματα των οριακών συνθηκών για την περίπτωση 8 του Πίνακα 22. Επίσης, στο Σχήμα 94 απεικονίζεται το μέτρο της έντασης του σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου ως προς την γωνία παρατήρησης ϕ σε απόσταση $r = 30\lambda$ από τον άξονα των κυλίνδρων για διάφορες περιπτώσεις του Πίνακα 22. Ακόμη, στο Σχήμα 95 δίνεται το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου σε μία ακτίνα $r_{in} = 0.1\lambda$ από τον άξονα, δηλαδή στο εσωτερικό του διηλεκτρικού κυλίνδρου για την περίπτωση 3 του Πίνακα 22. Τέλος, στο Παράρτημα δίνονται οι ακριβείς θέσεις των GA/MAS βοηθητικών πηγών για την Περίπτωση 8 του Πίνακα 22.



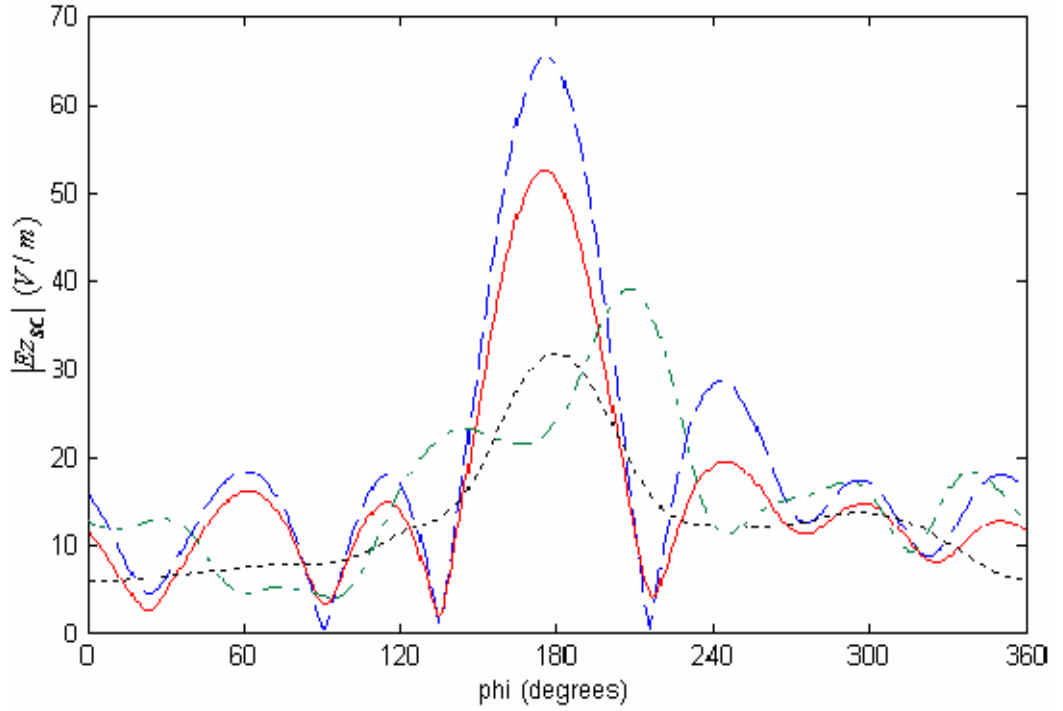
Σχήμα 91 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για τον κύλινδρο με $a_{cor} = 0.5$**,** $n_1 = 3$**,** $n_2 = 5$ **και** $\varepsilon_r = 3$**. Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (1.0,\ 0)$**.**



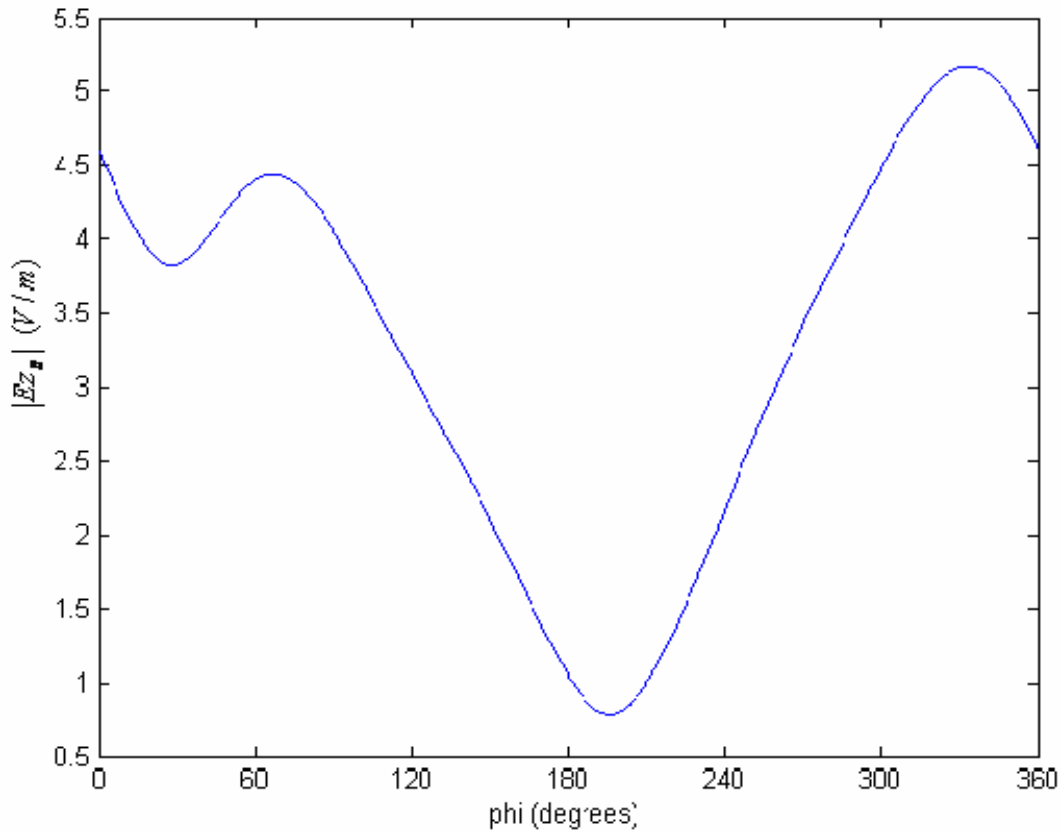
Σχήμα 92 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για τον κύλινδρο με $a_{cor} = 0.5$**,** $n_1 = 3$**,** $n_2 = 4$ **και** $\varepsilon_r = 10$**. Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (1.5,\ 0)$**.**



Σχήμα 93 – Σχετικά σφάλματα οριακών συνθηκών για την περίπτωση του κυλίνδρου με $a_{cor} = 0.5$**,** $n_1 = 3$**,** $n_2 = 4$ **και** $\varepsilon_r = 10$ **(**ΔE_{BC} **συνεχής γραμμή,** ΔH_{BC} **διακεκομμένη γραμμή). Θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (1.5,\ 0)$**.**



Σχήμα 94 – Μέτρο σκεδαζόμενου ηλεκτρικού πεδίου σε απόσταση $r = 30\lambda$ **από τον άξονα του κυλίνδρου, για τις περιπτώσεις κυλίνδρων με** $a_{cor} = 0.5$**,** $n_1 = 3$**,** $n_2 = 5$ **και** $\varepsilon_r = 3$ **(θέση άπειρης γραμμής** $(x_o, y_o) = (1.5,\ 0)$ **συνεχής γραμμή,** $(x_o, y_o) = (1.0,\ 0)$ **διακεκομμένη γραμμή),** $a_{cor} = 0.5$**,** $n_1 = 3$**,** $n_2 = 5$ **και** $\varepsilon_r = 7.5 - 7.2j$ **(**$(x_o, y_o) = (1.5,\ 0)$**, διακεκομμένη γραμμή με τελείες),** $a_{cor} = 0.5$**,** $n_1 = 3$**,** $n_2 = 4$ **και** $\varepsilon_r = 10$ **(**$(x_o, y_o) = (1.5,\ 0)$**, διακεκομμένη γραμμή με τελείες και παύλες).**



Σχήμα 95 – Μέτρο έντασης διαθλώμενου ηλεκτρικού πεδίου σε απόσταση $r = 0.1\lambda$ από τον άξονα του κυλίνδρου, για την περίπτωση με $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 3$, $n_2 = 5$ και $\varepsilon_r = 7.5 - 7.2j$ (θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (1.5,\ 0)$).

5.4.5 Τεχνική GA/MAS σε Συνδυασμό με την Μέθοδο Γενικευμένης Σημειακής Επιβολής

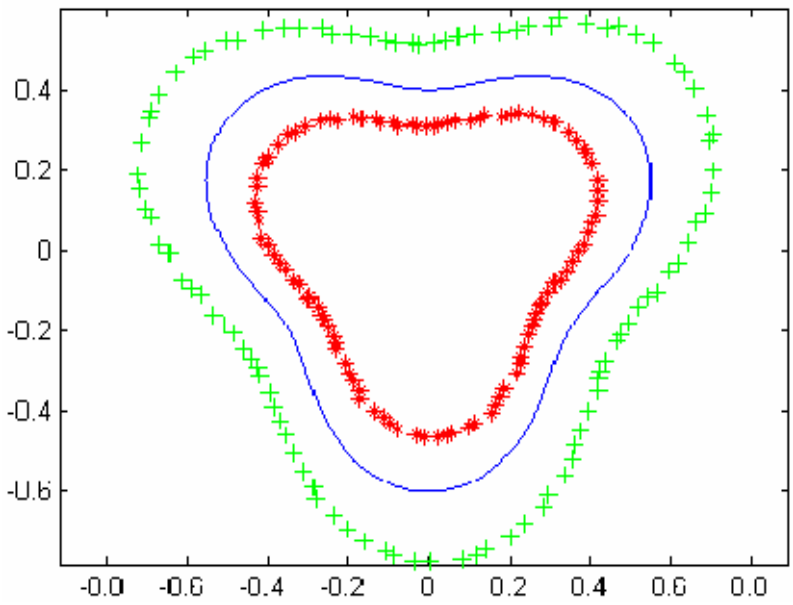
Η χρήση μεθόδων γενικευμένης σημειακής επιβολής στις τεχνικές GMTs έχει αποδειχτεί ότι δύναται να παράγει αριθμητικά αποτελέσματα αυξημένης ακρίβειας [3]. Ένα από τα πλεονεκτήματα της GA/MAS είναι ότι κατά την διαδικασία της βελτιστοποίησης, υλοποιείται στην πράξη μια στρατηγική εκτεταμένης σημειακής επιβολής, καθώς μεταβάλλοντας τις θέσεις των MAS πηγών, ελέγχονται και ελαχιστοποιούνται τα σφάλματα των οριακών συνθηκών σε N_t σημεία (συνήθως $N_t = 2$) μεταξύ διαδοχικών σημείων επιβολής. Τα αριθμητικά αποτελέσματα που έχουν παρουσιαστεί τόσο στο παρόν, όσο και στο προηγούμενο Κεφάλαιο, έχουν εξαχθεί εφαρμόζοντας απλή σημειακή επιβολή στις προκύπτουσες GA/MAS κατανομές των πηγών προσομοίωσης. Η επιλογή αυτή έγινε για την ευχερή αξιολόγηση της βελτίωσης που εισάγει η προτεινόμενη τεχνική και την εν δυνάμει σύγκριση των αποτελεσμάτων με κλασικές MAS προσεγγίσεις.

Εν συνεχεία, θα διερευνηθεί η επίδραση της χρήσης γενικευμένης σημειακής επιβολής και συνακόλουθα υπερπροσδιορισμένων γραμμικών συστημάτων στην ακρίβεια των

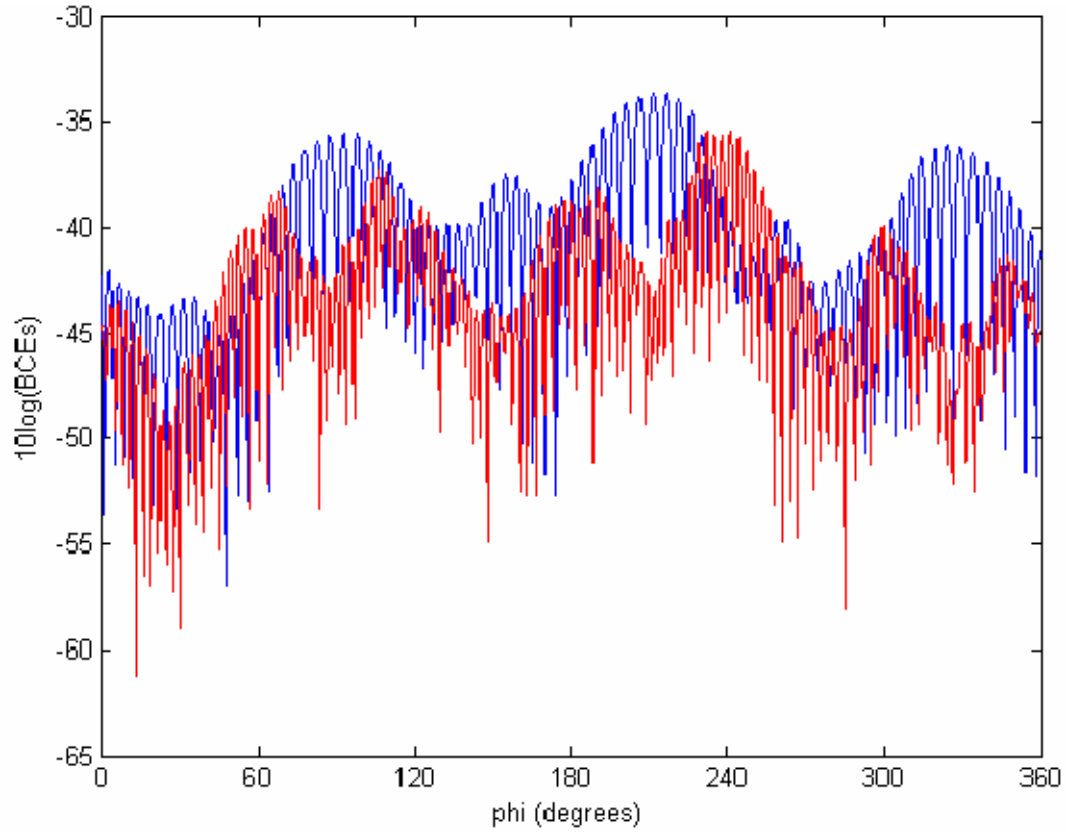
αριθμητικών αποτελεσμάτων της GA/MAS. Ο βαθμός υπερπροσδιορισμού των γραμμικών συστημάτων ισούται με το πλήθος των σημείων ελέγχου του GA ($N_t = 2$). Για την επίλυση του προβλήματος ελαχίστων τετραγώνων χρησιμοποιήθηκε μέθοδος βασισμένη στην SVD, ενώ πραγματοποιήθηκε κατάλληλη στάθμιση των διαφορετικών πεδιακών εξισώσεων [3]. Τα αριθμητικά αποτελέσματα αυξημένης ακρίβειας που προέκυψαν για διάφορες περιπτώσεις σκέδασης από διηλεκτρικούς κυλίνδρους δίνονται συγκριτικά στον Πίνακα 23. Στον ίδιο πίνακα παρατίθενται και οι αντίστοιχες τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης FF σε κάθε περίπτωση.

Πίνακας 23 – Αποτελέσματα εφαρμογής GA/MAS χρησιμοποιώντας απλή σημειακή επιβολή (ΑΣΕ) και γενικευμένη σημειακή επιβολή (ΓΣΕ) για διάφορες περιπτώσεις διηλεκτρικών κυλίνδρων (PW: σκέδαση από επίπεδο κύμα, IL: σκέδαση πεδίου άπειρης γραμμής)

	$\Delta E_{BC\max}$	ΔE_{BCmean}	$\Delta H_{BC\max}$	ΔH_{BCmean}	FF
Περίπτωση 6 Πίνακα 17 **ΑΣΕ** (**Έλλειψη PW**)	$9.76\cdot10^{-3}$	$1.02\cdot10^{-4}$	$2.42\cdot10^{-2}$	$2.15\cdot10^{-4}$	$6.50\cdot10^{1}$
Περίπτωση 6 Πίνακα 17 **ΓΣΕ** (**Έλλειψη PW**)	$7.21\cdot10^{-3}$	$8.35\cdot10^{-5}$	$1.16\cdot10^{-2}$	$1.24\cdot10^{-4}$	$1.06\cdot10^{2}$
Περίπτωση 4 Πίνακα 18 **ΑΣΕ** (**Έλλειψη IL**)	$1.97\cdot10^{-3}$	$2.08\cdot10^{-5}$	$2.01\cdot10^{-3}$	$1.29\cdot10^{-5}$	$9.03\cdot10^{2}$
Περίπτωση 4 Πίνακα 18 **ΓΣΕ** (**Έλλειψη IL**)	$1.32\cdot10^{-3}$	$1.57\cdot10^{-5}$	$7.72\cdot10^{-4}$	$9.74\cdot10^{-6}$	$1.11\cdot10^{3}$
Περίπτωση 8 Πίνακα 19 **ΑΣΕ** (**Cassini PW**)	$5.69\cdot10^{-4}$	$4.42\cdot10^{-6}$	$5.50\cdot10^{-3}$	$4.46\cdot10^{-5}$	$5.65\cdot10^{2}$
Περίπτωση 8 Πίνακα 19 **ΓΣΕ** (**Cassini PW**)	$5.48\cdot10^{-4}$	$4.87\cdot10^{-6}$	$3.01\cdot10^{-3}$	$2.91\cdot10^{-5}$	$8.79\cdot10^{2}$
Περίπτωση 3 Πίνακα 20 **ΑΣΕ** (**Cassini IL**)	$1.37\cdot10^{-4}$	$1.40\cdot10^{-6}$	$1.60\cdot10^{-3}$	$1.67\cdot10^{-5}$	$2.13\cdot10^{3}$
Περίπτωση 3 Πίνακα 20 **ΓΣΕ** (**Cassini IL**)	$9.61\cdot10^{-5}$	$1.04\cdot10^{-6}$	$1.29\cdot10^{-4}$	$1.24\cdot10^{-6}$	$1.99\cdot10^{4}$
Περίπτωση 4 Πίνακα 21 **ΑΣΕ** (**Corrugated PW**)	$1.17\cdot10^{-3}$	$1.10\cdot10^{-5}$	$1.95\cdot10^{-2}$	$1.96\cdot10^{-4}$	$2.39\cdot10^{2}$
Περίπτωση 4 Πίνακα 21 **ΓΣΕ** (**Corrugated PW**)	$4.32\cdot10^{-4}$	$4.37\cdot10^{-6}$	$2.85\cdot10^{-4}$	$2.44\cdot10^{-6}$	$4.00\cdot10^{3}$
Περίπτωση 8 Πίνακα 22 **ΑΣΕ** (**Corrugated IL**)	$7.98\cdot10^{-4}$	$7.37\cdot10^{-6}$	$1.06\cdot10^{-2}$	$1.16\cdot10^{-4}$	$3.44\cdot10^{2}$
Περίπτωση 8 Πίνακα 22 **ΓΣΕ** (**Corrugated IL**)	$2.97\cdot10^{-4}$	$3.89\cdot10^{-6}$	$2.62\cdot10^{-3}$	$6.19\cdot10^{-6}$	$3.15\cdot10^{3}$



Σχήμα 96 – Βελτιστοποιημένη κατανομή των βοηθητικών πηγών για τον κύλινδρο με $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 3$, $n_2 = 5$ και $\varepsilon_r = 30$. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.

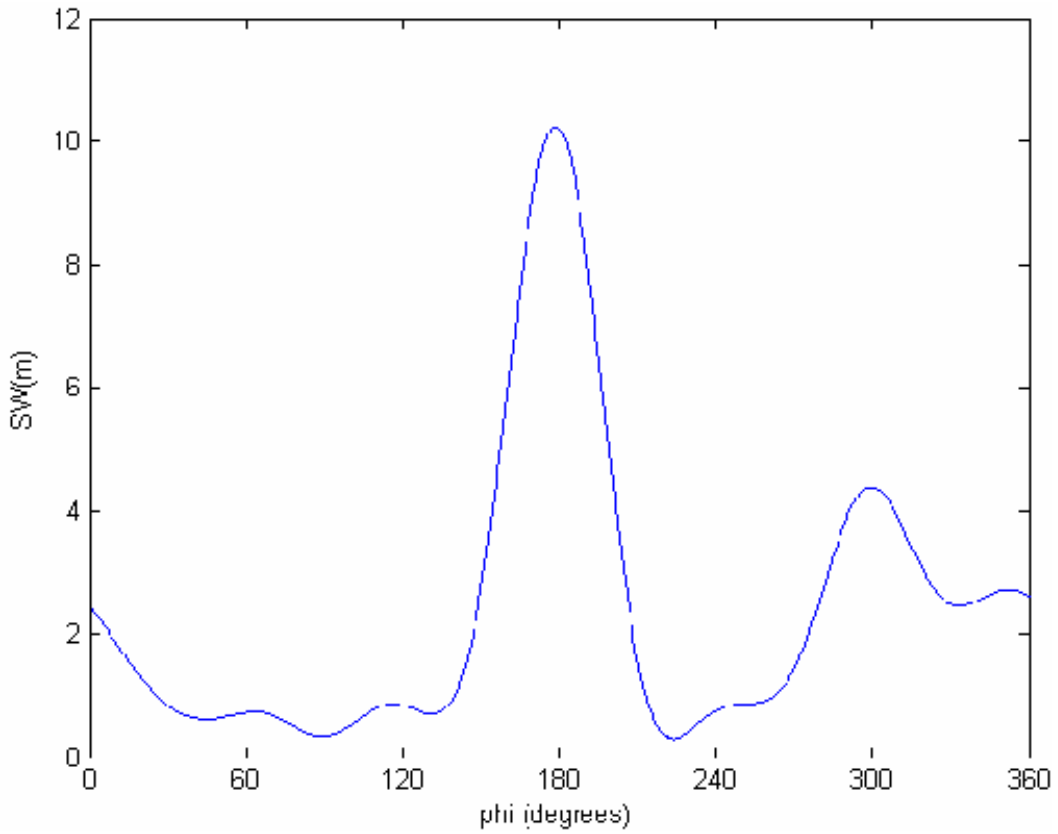


Σχήμα 97 – Σχετικά σφάλματα οριακών συνθηκών για την περίπτωση του κυλίνδρου με $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 3$, $n_2 = 5$ και $\varepsilon_r = 30$ (ΔE_{BC} συνεχής γραμμή, ΔH_{BC} διακεκομμένη γραμμή). Πρόσπτωση επίπεδου κύματος, χρήση ΓΣΕ.

Παρατηρώντας τον Πίνακα 23 προκύπτει ότι, σε όλες τις περιπτώσεις, η ΓΣΕ πλεονεκτεί όσον αφορά την αριθμητική ακρίβεια σε σχέση με την ΑΣΕ. Εξάλλου, έχει δειχτεί ότι τα αποτελέσματα αυτά υπερτερούν από άποψη ακρίβειας συγκρινόμενα με τα αντίστοιχα

αποτελέσματα που προκύπτουν με κλασική τοποθέτηση των MAS πηγών και εφαρμογή ΓΣΕ [27]. Επιπρόσθετα, ένας παράγοντας ο οποίος ενδέχεται να προκαλέσει μια περιορισμένη αριθμητική αστάθεια στα γραμμικά συστήματα της GA/MAS είναι το γεγονός ότι τα σημεία επιβολής δεν συμπίπτουν με τις ακτινικές προβολές των θέσεων των MAS πηγών επί της συνοριακής επιφάνειας. Από την άλλη μεριά, με την εφαρμογή ΓΣΕ και την επιλογή κατάλληλων συναρτήσεων βάρους για κάθε τύπο πεδιακής εξίσωσης, ο πίνακας της MAS εξισορροπείται ικανοποιητικά, αίροντας ουσιαστικά τα αίτια πρόκλησης αριθμητικών ασταθειών. Συμπερασματικά, ο συνδυασμός της GA/MAS με την μέθοδο ΓΣΕ δύναται να παράγει αριθμητικά αποτελέσματα υψηλής ακρίβειας σε προβλήματα σκέδασης από κυλίνδρους που περιλαμβάνουν ιδιόμορφες συνοριακές επιφάνειες και διηλεκτρικά μέσα.

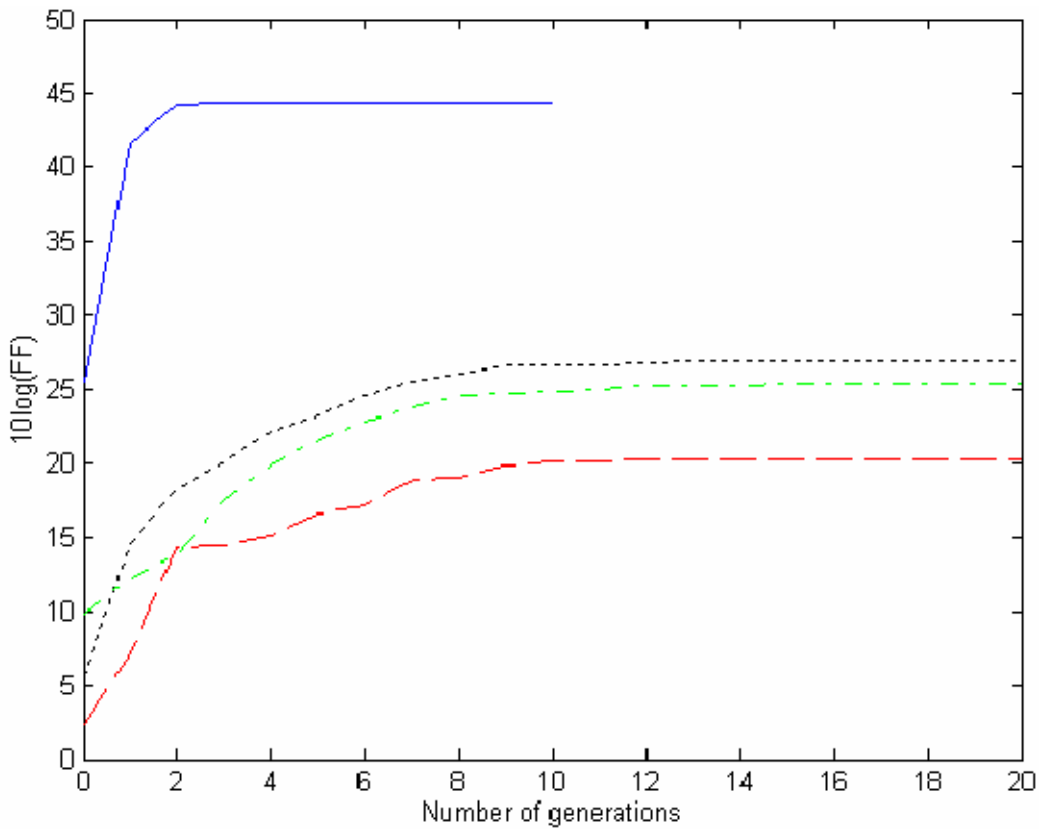
Στο Σχήμα 96 δίνεται η GA/MAS κατανομή των βοηθητικών πηγών για την Περίπτωση 4 του Πίνακα 21. Ακόμη, στο Σχήμα 97 δίνονται τα σφάλματα των οριακών συνθηκών και στο Σχήμα 98 το σκεδαζόμενο πλάτος για την Περίπτωση 4 του Πίνακα 21. Τα αποτελέσματα προέκυψαν με χρήση ΓΣΕ.



Σχήμα 98 – Σκεδαζόμενο πλάτος (SW) για τον κύλινδρο με $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 3$, $n_2 = 5$ και $\varepsilon_r = 30$. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος, χρήση ΓΣΕ.

5.4.6 Επίδοση της διαδικασίας βελτιστοποίησης GA/MAS

Η επίδοση της διαδικασίας βελτιστοποίησης GA/MAS μπορεί να αξιολογηθεί μελετώντας την συμπεριφορά της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης FF αυξανομένου του πλήθους των γενεών του GA, όπως φαίνεται στο Σχήμα 99 για διαφορετικές περιπτώσεις προβλημάτων σκέδασης από διηλεκτρικούς κυλίνδρους. Στο Σχήμα 99, η τιμή της FF στην γενιά '0' αντιπροσωπεύει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που αντιστοιχεί σε μία κλασική, σύμμορφη κατανομή των MAS πηγών, η οποία εισάγεται στην πρώτη γενιά του GA. Σε αυτήν την περίπτωση, οι αποστάσεις των σύμμορφων βοηθητικών επιφανειών από την επιφάνεια του κυλίνδρου επιλέγονται με τυχαίο τρόπο από τον GA και βρίσκονται εντός των ορίων του χώρου που προβλέπονται και για τις GA/MAS κατανομές των βοηθητικών πηγών, σύμφωνα με όσα έχουν εκτεθεί διεξοδικά στην Παράγραφο 5.3.1.1.



Σχήμα 99 – Επίδοση της GA/MAS για διαφορετικές περιπτώσεις σκέδασης από διηλεκτρικούς κυλίνδρους (Περίπτωση 11 Πίνακα 16 – κυκλικός IL – συνεχής γραμμή, Περίπτωση 6 Πίνακα 17 – ελλειπτικός PW – διακεκομμένη γραμμή, Περίπτωση 9 Πίνακα 20 – cassini IL – διακεκομμένη γραμμή με τελείες και Περίπτωση 8 Πίνακα 22 – corrugated IL – διακεκομμένη γραμμή με τελείες και παύλες.

Παρατηρώντας το Σχήμα 99, είναι φανερό ότι η προτεινόμενη τεχνική επιτυγχάνει αισθητή μείωση των μέγιστων σφαλμάτων των οριακών συνθηκών σε σχέση με τις αρχικές, κλασικές κατανομές των MAS πηγών. Επίσης προκύπτει ότι, μετά από ένα ορισμένο πλήθος

γενιών, η αύξηση της τιμής FF της αντικειμενικής συνάρτησης είναι σχετικά μικρή, υποδηλώνοντας ότι ο GA έχει συγκλίνει στην επιθυμητή λύση.

5.5 Βιβλιογραφία

[1] F.G. Bogdanov, D.D. Karkashadze and R.S. Zaridze, "The method of auxiliary sources in electromagnetic scattering problems", in *Generalized Multipole Techniques for Electromagnetic and Light Scattering*. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 1999, ch. 7, pp. 143–172.

[2] C. Hafner, *The Generalized Multipole Technique for Computational Electromagnetics.* Boston, MA: Artech House, 1990.

[3] A. Doicu, Y. Eremin and T. Wriedt, *Acoustic and electromagnetic scattering analysis using discrete sources*. London, UK: Academic Press, 2000.

[4] D.I. Kaklamani and H.T. Anastassiu, "Aspects of the method of auxiliary sources (MAS) in computational electromagnetics", IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 44, No. 3, pp. 48-64, 2002.

[5] R. Zaridze, R. Jobava, G. Bit-Babik, D. Karkashadze, D. Economou and N. Uzunoglu, "The method of auxiliary sources and scattered field singularities (caustics)", Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 12, No. 11, pp. 1491–1507, 1998.

[6] R. Zaridze, G. Bit-Babik, K. Tavzarashvili, D.P. Economou and N.K. Uzunoglu, "Wave field singularity aspects in large-size scatterers and inverse problems", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 50, No. 1, pp. 50–58, 2002.

[7] P. Leuchtmann and F. Bomholt, "Field modeling with the MMP code", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 35, No. 2, pp. 170–177, 1993.

[8] Y. Leviatan and A. Boag, "Analysis of electromagnetic scattering from dielectric cylinders using a multifilament current model", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 35, No. 10, pp. 1119–1127, 1987.

[9] Y. Leviatan, "Analytic continuation considerations when using generalized formulations for scattering problems", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 38, No. 8, pp. 1259-1263, 1990.

[10] Y. Leviatan, A. Boag, and A. Boag, "Generalized formulations for electromagnetic scattering from perfectly conducting and homogeneous material bodies - theory and numerical solution", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 36, No. 12, pp. 1722–1734, 1988.

[11] G.K. Avdikos and H.T. Anastassiu, “Computational cost estimations and comparisons for three methods of applied electromagnetics (MoM, MAS, MMAS)”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 47, No. 1, pp.121–129, 2005.

[12] G. Fairweather, A. Karageorghis and P.A. Martin, “The method of fundamental solutions for scattering and radiation problems”, Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol. 27, No. 7, pp. 759–769, 2003.

[13] Π.Ι. Παπακανέλλος, *Ανάπτυξη της Μεθόδου Βοηθητικών Πηγών για την Ανάλυση Σύνθετων Διατάξεων Ακτινοβόλησης.* Διδακτορική Διατριβή, ΕΜΠ, Αθήνα, 2004.

[14] S. Eisler and Y. Leviatan, “Analysis of electromagnetic scattering from metallic and penetrable cylinders with edges using a multifilament current model”, IEE Proceedings Microwaves Antennas and Propagation, part. H, Vol. 136, No. 6, pp. 431–438, 1989.

[15] K.I. Beshir and J.E. Richie, “On the location and number of expansion centers for the generalized multipole technique”, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 38, No. 2, pp. 177–180, 1996.

[16] E. Moreno, D. Erni, C. Hafner, and R. Vahldieck, “Multiple multipole method with automatic multipole setting applied to the simulation of surface plasmons in metallic nanostructures”, Journal of the Optical Society of America A, Vol. 19, No. 1, pp. 101–111, 2002.

[17] H.T. Anastassiu, D.G. Lymperopoulos and D.I. Kaklamani, “Accuracy analysis and optimization of the method of auxiliary sources (MAS) for scattering by a circular cylinder”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 52, No.6, pp. 1541-1547, 2004.

[18] H.T. Anastassiu and D.I. Kaklamani, “Error estimation and optimization of the Method of Auxiliary Sources (MAS) applied to TE scattering by a perfectly conducting circular cylinder”, Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 18, No. 10, pp. 1283-1294, 2004.

[19] N.L. Tsitsas, E.G. Alivizatos, H.T. Anastassiu and D.I. Kaklamani, “Optimization of the Method of Auxiliary Sources (MAS) for scattering by an infinite cylinder under oblique incidence”, Electromagnetics, Vol. 25, No. 1, pp. 39-54, 2005.

[20] H.T. Anastassiu, “Error estimation of the Method of Auxiliary Sources (MAS) for scattering from an impedance circular cylinder”, Progress in Electromagnetics Research, Vol. 52, pp. 109-128, 2005.

[21] H.T. Anastassiu and D.I. Kaklamani, “Error estimation and optimization of the method of auxiliary sources (MAS) for scattering from a dielectric circular cylinder”, Radio Science, Vol. 39, No. 5, RS5015, 2004.

[22] N.L. Tsitsas, E.G. Alivizatos, H.T. Anastassiu and D.I. Kaklamani, “Optimization of the method of auxiliary Sources (MAS) for oblique incidence scattering by an infinite

dielectric cylinder", Electrical Engineering, accepted for publication, available online since April 2006.

[23] I.I. Heretakis, P.J. Papakanellos and C.N. Capsalis, "Analysis of electromagnetic scattering by infinite conducting cylinders of arbitrary smooth cross section using a genetically optimized MAS technique (GA/MAS)", Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 16, No. 11, pp. 1555-1572, 2002.

[24] D.E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.

[25] Y. Rahmat-Samii and E. Michielssen, *Electromagnetic Optimization by Genetic Algorithms*. Wiley Series in Microwave and Optical Engineering. New York: Wiley, 1999.

[26] C.R. Houck, J.A. Joines, and M.G. Kay, "A genetic algorithm for function optimization: A MATLAB implementation", North Carolina State University – Department of Industrial Engineering, Technical Report 95-09, 1995.

[27] I.I. Heretakis, P.J. Papakanellos and C.N. Capsalis, "A stochastically optimized adaptive procedure for the location of MAS auxiliary monopoles: The case of electromagnetic scattering by dielectric cylinders", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 53, No. 3, pp. 938–947, 2005.

[28] Y. Leviatan and Z. Baharav, "Overcoming the onset of ill-conditioning at interior resonances by using generalised formulations", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 9, No. 1, pp. 49-52, 1995.

[29] J. Lee and S. Nam, "Protecting the Method of Auxiliary Sources (MAS) solutions from the interior resonance problem", IEEE Microwave and Wireless Components Letters, Vol. 15, No. 3, pp. 186-188, 2005.

[30] C.A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*. John Wiley & Sons, 1989.

Παράρτημα

Ακολούθως δίνονται οι ακριβείς θέσεις των βοηθητικών πηγών της MAS, σε καρτεσιανές συντεταγμένες, όπως προέκυψαν μετά την διαδικασία βελτιστοποίησης για ορισμένες ενδεικτικές περιπτώσεις προβλημάτων σκέδασης που μελετήθηκαν στην παρούσα διατριβή. Με i συμβολίζεται ο Α/Α της εκάστοτε βοηθητικής πηγής, ενώ $\mathbf{r_i} = x_i\hat{x} + y_i\hat{y}$ είναι το διάνυσμα θέσης της πηγής i.

Πίνακας 24 – Ακριβείς θέσεις βοηθητικών πηγών GA/MAS. Σκέδαση από PEC ελλειπτικό κύλινδρο με διαστάσεις αξόνων $r_{ELLa} = 20\lambda$ και $r_{ELLb} = 2\lambda$. Επιπλέον χρησιμοποιούνται βοηθητικές πηγές σε συμμετρικές θέσεις ως προς τον άξονα x. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.

i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$	i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$
1	9.95012663891700	0.00066114744178	**36**	0.04447811270005	0.09109092641520
2	9.93824478202272	0.00628329026281	**37**	-0.41589812846089	0.12504111724676
3	9.91121587190991	0.00505699063109	**38**	-0.81192549880795	0.10359999306290
4	9.84955514040223	0.01639628700138	**39**	-1.32032255263783	0.13813617628252
5	9.79136468248278	0.02413606803188	**40**	-1.85233206320891	0.05629983823537
6	9.69597145880405	0.02991342055533	**41**	-2.28101882767071	0.09434464354921
7	9.61458141984749	0.03042098756127	**42**	-2.61070277431892	0.08364777164757
8	9.46650563242799	0.02585041247090	**43**	-2.98501279530361	0.08689628853795
9	9.29200667261215	0.04905661943530	**44**	-3.49345003372733	0.11054790795028
10	9.14924337587251	0.03580835042368	**45**	-3.96610814962371	0.11983628898448
11	8.95728989529379	0.05112907953617	**46**	-4.25310836668149	0.11143174008953
12	8.73791068806005	0.03640071448014	**47**	-4.77084698000975	0.12081684141007
13	8.50855374062363	0.02749739289843	**48**	-5.16364134773892	0.12151511544668
14	8.33931875795512	0.03610300340258	**49**	-5.46054152710398	0.07016189943456
15	8.10530881651610	0.06029585898607	**50**	-5.79609450877107	0.06821988210186
16	7.80198914040984	0.08072749393047	**51**	-6.17182840057581	0.04494612446076
17	7.47965777388295	0.07428127095871	**52**	-6.58014500220032	0.09246078662278
18	7.15188536254874	0.09084906336562	**53**	-6.89328364102864	0.08843149035361
19	6.91769008508098	0.08486516180580	**54**	-7.17473606313606	0.10001612951788
20	6.58189672824527	0.04594667038460	**55**	-7.43689081466410	0.05575969248562
21	6.22452025886322	0.08109718593503	**56**	-7.81430556777776	0.07591516496768
22	5.85100233764926	0.06788558031682	**57**	-7.99754460791940	0.08157863154413
23	5.39886156273170	0.10975972029803	**58**	-8.33456405101916	0.04735135309138
24	5.17614864975421	0.07403244005501	**59**	-8.53723685365414	0.07498832469523
25	4.73860431461362	0.09903783909617	**60**	-8.75737485466878	0.05699572698336
26	4.38321438822562	0.09263889178604	**61**	-8.96139017795802	0.05984805695892
27	3.86796317289336	0.11983437790325	**62**	-9.16460483252391	0.04494275606843
28	3.48566788454376	0.07127387432628	**63**	-9.30737976821583	0.02832638177606
29	3.12721006008432	0.10953211036138	**64**	-9.43503788920727	0.02416702614265
30	2.56801119740751	0.14153266874892	**65**	-9.60115183427715	0.03304228004951
31	2.17376795288003	0.11192667750993	**66**	-9.69476001671298	0.01125238650572
32	1.72338532975008	0.13726235537767	**67**	-9.80000742337950	0.02337669353128
33	1.36966629669312	0.11953974884068	**68**	-9.85146198298406	0.01054564105684
34	0.85198340039646	0.07883377986480	**69**	-9.91742150858050	0.01160234058061
35	0.38325619515006	0.08386713327573	**70**	-9.94073967628098	0.00429525569939

Πίνακας 25 – Ακριβείς θέσεις βοηθητικών πηγών GA/MAS. Σκέδαση από PEC ελλειπτικό κύλινδρο Cassini με διαστάσεις $C_{cas} = 1$ και $a_{cas} = 1.2$. Επιπλέον χρησιμοποιούνται βοηθητικές πηγές σε συμμετρικές θέσεις ως προς τον άξονα x. Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (2.5,\ 0)$.

i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$	i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$
1	1.23142818203171	0.01214405614407	**34**	-0.00453394009742	0.26292746258953
2	1.22680594777356	0.07105075499609	**35**	-0.02049724082003	0.26329714919208
3	1.21633772614973	0.10636309106009	**36**	-0.03445644937883	0.26414100034693
4	1.19540004649183	0.17284516129951	**37**	-0.04325199767506	0.26639695485810
5	1.16842749463506	0.22238246944462	**38**	-0.05815787851348	0.26848692682431
6	1.12958725300508	0.28777762456117	**39**	-0.07494464052006	0.27083086597986
7	1.09092999755706	0.31897035567039	**40**	-0.09157933223113	0.27407687438496
8	1.04269053672508	0.35721169227699	**41**	-0.10443881893598	0.28003386013306
9	0.98381904309551	0.40092304902250	**42**	-0.12191464757123	0.28619989822317
10	0.92333250439756	0.42674199035571	**43**	-0.14209458289536	0.29350334171957
11	0.85976753580504	0.44179471696089	**44**	-0.16668496228319	0.30154566367169
12	0.78622001474445	0.45997055505329	**45**	-0.19341656846714	0.31227351395610
13	0.71381740948435	0.46199670364548	**46**	-0.22253342601995	0.32696385275724
14	0.63671106555279	0.46007384547416	**47**	-0.25957588810033	0.34332059625728
15	0.55704986859199	0.45303719366879	**48**	-0.30843771317153	0.35897358777482
16	0.48434872753523	0.43343021474901	**49**	-0.35780882797786	0.38397171176400
17	0.41693201702717	0.40962868863385	**50**	-0.41502609087247	0.41155961083341
18	0.35877959188435	0.38306479512109	**51**	-0.49044071281407	0.42652473332363
19	0.30839651906691	0.35900897851422	**52**	-0.56154671403304	0.44745116259134
20	0.26365074264841	0.34020135125904	**53**	-0.63508596906141	0.46231454247956
21	0.22589226136617	0.32465238788728	**54**	-0.71445543225078	0.46100941811376
22	0.19521225509242	0.31115412891014	**55**	-0.78713874653109	0.45839657155160
23	0.16946548906858	0.29999185313154	**56**	-0.85562794311244	0.44975950298355
24	0.14311807046277	0.29300563133800	**57**	-0.92273826005723	0.42802540045701
25	0.12356010004092	0.28549337069930	**58**	-0.98346627860184	0.40178760514470
26	0.10740423242265	0.27890995066412	**59**	-1.04060526873480	0.36324154932607
27	0.08665010739557	0.27567492822683	**60**	-1.09016997167021	0.32155836209763
28	0.07631324564314	0.27044841587536	**61**	-1.12941861030312	0.28843877348685
29	0.05778352838547	0.26856774295525	**62**	-1.16838756954727	0.22259213881646
30	0.04801599988081	0.26557962387201	**63**	-1.19352232806924	0.18536767069130
31	0.03004335176969	0.26467926247161	**64**	-1.21608208910824	0.10924707659748
32	0.02167647260304	0.26320269031566	**65**	-1.22721257270945	0.06364231816929
33	0.00779291970080	0.26285105592162			

Πίνακας 26 – Ακριβείς θέσεις βοηθητικών πηγών GA/MAS. Σκέδαση από PEC κρανοειδή κύλινδρο με $a_{cran} = 0.5$, $b_{cran} = 1$, $c_{cran} = 0.9$, $p_{cran} = 0.8$, $c_{cran} = 0.6$. Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (1.5,\ 0)$.

i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$	i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$
1	0.90261294601166	0.00000090261295	**49**	-0.88872774986865	-0.02940129797423
2	0.93501683341642	0.06193215271350	**50**	-0.86577951693996	-0.08617531505708
3	0.97273896463690	0.12942831226988	**51**	-0.84892521190022	-0.14166055414282
4	1.01410964945011	0.20389983574991	**52**	-0.83718949088269	-0.19733577146218
5	1.05693193504145	0.28632815763910	**53**	-0.82915409174562	-0.25433183609033
6	1.09873671857878	0.37719677964419	**54**	-0.82318869662769	-0.31339246825907
7	1.13701064342871	0.47648247159159	**55**	-0.81763269331168	-0.37488770593013
8	1.16936423716919	0.58369423719866	**56**	-0.81092025126525	-0.43884808364170
9	1.19363430213821	0.69794650417348	**57**	-0.80164590948693	-0.50503019749232
10	1.20795490510085	0.81801055409147	**58**	-0.78860710369661	-0.57295780360804
11	1.21078648477964	0.94239292889706	**59**	-0.77081562019387	-0.64197946938302
12	1.20093047615786	1.06939865646012	**60**	-0.74750013230535	-0.71131262822860
13	1.17754470171727	1.19717778505817	**61**	-0.71810906811147	-0.78007595998099
14	1.14012701516114	1.32379715627637	**62**	-0.68229790956456	-0.84733156957838
15	1.08851792630122	1.44727925001961	**63**	-0.63991860863023	-0.91211600716866
16	1.02288894400545	1.56565150164235	**64**	-0.59101613980918	-0.97346251819064
17	0.94372098134065	1.67699537226931	**65**	-0.53580705611355	-1.03043354151949
18	0.85178345967589	1.77948684642140	**66**	-0.47467055633634	-1.08213984015425
19	0.74811955385293	1.87142931385806	**67**	-0.40812763189847	-1.12776377179063
20	0.63401114992629	1.95129231798509	**68**	-0.33683049276286	-1.16657436455522
21	0.51095849136875	2.01773793072056	**69**	-0.26153891410754	-1.19794535083124
22	0.38063600373270	2.06965081728822	**70**	-0.18310798428367	-1.22136640769323
23	0.24486494319229	2.10615666121180	**71**	-0.10245569932774	-1.23645626129904
24	0.10557664979460	2.12663939349668	**72**	-0.02055398285169	-1.24296779043861
25	-0.03523670576694	2.13075334037546	**73**	0.06159899689414	-1.24079430967290
26	-0.17554013631328	2.11842865864766	**74**	0.14300080714183	-1.22997129575904
27	-0.31331512406971	2.08987402300050	**75**	0.22266055049553	-1.21067639757172
28	-0.44659714480144	2.04557105210507	**76**	0.29963430411117	-1.18322413638102
29	-0.57350610969929	1.98626625162287	**77**	0.37302926644815	-1.14806212583085
30	-0.69228463598316	1.91295824076143	**78**	0.44203795688659	-1.10575964770242
31	-0.80134237116803	1.82687664321092	**79**	0.50595088033515	-1.05699749449441
32	-0.89928908952957	1.72945725425567	**80**	0.56418188756149	-1.00255079806366
33	-0.98495824223361	1.62231713050112	**81**	0.61627511643466	-0.94327722738274
34	-1.05743616454293	1.50722347554749	**82**	0.66193200448677	-0.88009250315602
35	-1.11609388715606	1.38605381998524	**83**	0.70102012265260	-0.81395184050091
36	-1.16060874865685	1.26075465429739	**84**	0.73359120357968	-0.74582232512555
37	-1.19096999902386	1.13330897315024	**85**	0.75988814612925	-0.67666010550427
38	-1.20750681213894	1.00567892190864	**86**	0.78035962512473	-0.60737702302964
39	-1.21089112919290	0.87976205206740	**97**	0.79566510822456	-0.53881121682603
40	-1.20214329725005	0.75733852930463	**88**	0.80668363945156	-0.47168613196237
41	-1.18263402217690	0.64000954257810	**89**	0.81451342957124	-0.40656863246311
42	-1.15406973878160	0.52914258009238	**90**	0.82046112819737	-0.34382541189745
43	-1.11846945486420	0.42580621059777	**91**	0.82601756215985	-0.28357219650402
44	-1.07811977537676	0.33069753435770	**92**	0.83280887701055	-0.22561211598455
45	-1.03549032590853	0.24407661421232	**93**	0.84249874254866	-0.16939437987006
46	-0.99309637519303	0.16571848519256	**94**	0.85663840824549	-0.11397874595358
47	-0.95330236493772	0.09488594364337	**95**	0.87645490135384	-0.05805234942602
48	-0.91807293512334	0.03037119893002			

Πίνακας 27 – Ακριβείς θέσεις βοηθητικών πηγών GA/MAS. Σκέδαση από PEC corrugated κύλινδρο με $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 3.5$ και $n_2 = 3$. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.

i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$	i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$
1	0.49438268358729	-0.00000558173998	**51**	-0.30859822168167	0.00001826551549
2	0.49556640907435	0.03133244760099	**52**	-0.31169166179874	-0.01969958926507
3	0.52444042418157	0.06613465851526	**53**	-0.32074031176765	-0.04046552331136
4	0.54756844382350	0.10459115429634	**54**	-0.33492185426976	-0.06396541194487
5	0.56347815715640	0.14479928614921	**55**	-0.35311136173673	-0.09057409514591
6	0.57101771969226	0.18546471050667	**56**	-0.37364617559810	-0.12130847948998
7	0.56942149641607	0.22523383088889	**57**	-0.39470910601891	-0.15629466741186
8	0.55830552037307	0.26293774702473	**58**	-0.41449334258729	-0.19494894483841
9	0.53842122898280	0.29608569985451	**59**	-0.43093878003529	-0.23699988581700
10	0.51040810988193	0.32389744456269	**60**	-0.44265131985083	-0.28075682906653
11	0.47546973900508	0.34547309533402	**61**	-0.44778981692724	-0.32549590309970
12	0.43535355528166	0.36002509117136	**62**	-0.44578891512688	-0.36891070647612
13	0.39152027250151	0.36787052923058	**63**	-0.43613487073408	-0.40929543636357
14	0.34629413014846	0.36886415887040	**64**	-0.41840922525290	-0.44535380892163
15	0.30115380676264	0.36420160593478	**65**	-0.39333699743180	-0.47522402407013
16	0.25793453878925	0.35493905291773	**66**	-0.36159474948336	-0.49783465911581
17	0.21762971506320	0.34286032519860	**67**	-0.32503227563818	-0.51188279718135
18	0.18118488250451	0.32966090092942	**68**	-0.28441217372282	-0.51750779668407
19	0.14928191987305	0.31702876549508	**69**	-0.24196543407263	-0.51445808871898
20	0.12144462359554	0.30693197681575	**70**	-0.19940488769031	-0.50338815273591
21	0.09764044773096	0.30069296281159	**71**	-0.15784923520816	-0.48556748162276
22	0.07701202983360	0.29954336561200	**72**	-0.11888802739903	-0.46238083502964
23	0.05814558598945	0.30430921284982	**73**	-0.08313989057444	-0.43569608127611
24	0.03974312250319	0.31522453411384	**74**	-0.05135666269849	-0.40740528736930
25	0.02097815507603	0.33195752214816	**75**	-0.02397247389725	-0.37946326238424
26	-0.00010591307755	0.35379289827778	**76**	0.00004297020160	-0.35379087339428
27	-0.02380314394834	0.37947337315073	**77**	0.02085399679484	-0.33196318513561
28	-0.05144934422675	0.40739240124081	**78**	0.03986342065017	-0.31520888252379
29	-0.08308998364119	0.43570657708713	**79**	0.05815087541065	-0.30430865640155
30	-0.11861132057447	0.46244728010073	**80**	0.07687281665183	-0.29957728312572
31	-0.15769625959952	0.48561447861460	**81**	0.09767481832939	-0.30068323611029
32	-0.19947053065526	0.50335669284270	**82**	0.12152238032298	-0.30690196615736
33	-0.24198442213359	0.51445458669152	**83**	0.14910238239742	-0.31711408019122
34	-0.28435942657024	0.51754017832292	**84**	0.18131231850761	-0.32959082876677
35	-0.32487254037672	0.51198418995699	**85**	0.21765575065025	-0.34283860201854
36	-0.36160104165596	0.49782899358202	**86**	0.25782704948295	-0.35501635966759
37	-0.39332594128256	0.47523317489024	**97**	0.30113832314694	-0.36421485015882
38	-0.41819403093242	0.44555588582156	**88**	0.34642989772830	-0.36873665160166
39	-0.43587059978700	0.40958062848092	**89**	0.39157193179014	-0.36781667121864
40	-0.44585004207887	0.36884205820158	**90**	0.43530855854670	-0.36008268696576
41	-0.44787994900845	0.32536847958395	**91**	0.47556785755075	-0.34534305776495
42	-0.44251948279036	0.28096458030174	**92**	0.51051246670395	-0.32373537563349
43	-0.43101793626609	0.23685369234206	**93**	0.53848562581918	-0.29596948497145
44	-0.41448139942963	0.19497588571131	**94**	0.55829910772831	-0.26294406211890
45	-0.39470002985320	0.15630513279393	**95**	0.56930975225774	-0.22550774910542
46	-0.37365451299086	0.12128829392230	**96**	0.57100845480910	-0.18549323325228
47	-0.35306067762734	0.09077251678498	**97**	0.56351178999531	-0.14466160343100
48	-0.33495584522936	0.06379636555350	**98**	0.54759622729115	-0.10444345126279
49	-0.32074787505597	0.04040739208814	**99**	0.52442104987102	-0.06627293548033
50	-0.31170211554809	0.01951909592698	**100**	0.49556655339731	-0.03130181608605

Πίνακας 28 – Ακριβείς θέσεις βοηθητικών πηγών GA/MAS στο εσωτερικό του σκεδαστή. Σκέδαση από διηλεκτρικό ελλειπτικό κύλινδρο με $\varepsilon_r = 7.5 - 7.2j$ και διαστάσεις αξόνων $r_{ELLa} = 10\lambda$ και $r_{ELLb} = \lambda$. Επιπλέον χρησιμοποιούνται βοηθητικές πηγές σε συμμετρικές θέσεις ως προς τον άξονα x. Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (5.5,\ 0)$.

i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$	i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$
1	4.97489419529764	0.00029940226189	**36**	0.03697533907273	0.07430740725529
2	4.97050645219632	0.00109558392057	**37**	-0.24146924824078	0.06404572989153
3	4.95181404793967	0.00585681144098	**38**	-0.49499099701716	0.06589660758242
4	4.92345718598959	0.00882898398213	**39**	-0.66672864823872	0.03560567691768
5	4.89448309792941	0.01123488520151	**40**	-0.87441207398402	0.05908457823035
6	4.85003778121897	0.01374298722083	**41**	-1.06465913376525	0.07155086490585
7	4.79814997512264	0.01980208837571	**42**	-1.28544387236128	0.06866275396861
8	4.72853791886177	0.01751362961092	**43**	-1.54042281047194	0.04491367949804
9	4.67324094549812	0.00857434885159	**44**	-1.75413029738558	0.06520976367787
10	4.56459387747693	0.02738953960423	**45**	-2.00002552930483	0.03436344380532
11	4.47976228011498	0.03044239624474	**46**	-2.19930426436232	0.03366342716150
12	4.40259769252547	0.03449492396388	**47**	-2.32868268127222	0.05332639905855
13	4.28936371179452	0.03545270323288	**48**	-2.52864101865763	0.06285189969124
14	4.15565460576366	0.04071811829358	**49**	-2.77185554696739	0.04790658306728
15	4.02168743832280	0.03232377221906	**50**	-2.91994582877870	0.04779591403362
16	3.88619165373215	0.03848197588286	**51**	-3.12431030670334	0.04382608549593
17	3.75555748592636	0.03958035027141	**52**	-3.28518611192741	0.05148255562419
18	3.60851850554472	0.02757396777580	**53**	-3.40902973004544	0.04395259376002
19	3.42137102131053	0.03773315132130	**54**	-3.61527822050950	0.03244991825512
20	3.28760657486491	0.05080561183261	**55**	-3.72406261060407	0.03544959351079
21	3.12016176834210	0.02231567810778	**56**	-3.90952960115751	0.03630481516378
22	2.92729476452856	0.02316618028226	**57**	-4.02959037112320	0.04037678526642
23	2.75019201359607	0.02552701203246	**58**	-4.12858455683003	0.02207513782290
24	2.55461721271618	0.05288474987132	**59**	-4.25581059457198	0.02898876777406
25	2.34390661037399	0.05841583979065	**60**	-4.37054350151050	0.01817804218999
26	2.17345532938707	0.03182558067336	**61**	-4.47991667180319	0.02932031376115
27	1.96974973731254	0.04487245290526	**62**	-4.59356672309587	0.00989651584261
28	1.72533338438349	0.04065261334679	**63**	-4.65453015284999	0.01530709166241
29	1.58289679896662	0.07044864934331	**64**	-4.72109721129879	0.01200149764507
30	1.35547817281919	0.07149872838104	**65**	-4.80488527509687	0.01599247832653
31	1.11193251758180	0.05065865033054	**66**	-4.85338995713606	0.01291366048710
32	0.91939531586010	0.03531093053788	**67**	-4.89442362125437	0.00560559372258
33	0.65729387394726	0.03280192247773	**68**	-4.92442349732309	0.00874676496801
34	0.48791280746917	0.03048542681683	**69**	-4.95729912361841	0.00521281281312
35	0.26721982306511	0.05760578204483	**70**	-4.97089285030307	0.00235791314559

Πίνακας 29 – Ακριβείς θέσεις βοηθητικών πηγών GA/MAS στο εξωτερικό του σκεδαστή. Σκέδαση από διηλεκτρικό ελλειπτικό κύλινδρο με $\varepsilon_r = 7.5 - 7.2j$ και διαστάσεις αξόνων $r_{ELLa} = 10\lambda$ και $r_{ELLb} = \lambda$. Επιπλέον χρησιμοποιούνται βοηθητικές πηγές σε συμμετρικές θέσεις ως προς τον άξονα x. Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (5.5,\ 0)$.

i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$	i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$
1	5.32838878828222	0.00462605829912	**36**	-0.02714596472712	1.94421275441828
2	5.31750639660096	0.08800144710818	**37**	-0.23044211728609	1.89077840147530
3	5.28172952738272	0.16245415882804	**38**	-0.49988647874549	1.82511873303390
4	5.25705965602065	0.23264031992440	**39**	-0.68235934026471	1.91970685487172
5	5.21832353865749	0.34129207412607	**40**	-0.92996320434481	1.83874674005608
6	5.16761800168764	0.41625911528303	**41**	-1.21630984750852	1.88222733188244
7	5.12201285905515	0.52414572443610	**42**	-1.46683874373815	1.82209479446603
8	5.03571886508345	0.58160698107999	**43**	-1.67955370624854	1.82428025372841
9	4.96021307634741	0.67008444282930	**44**	-1.91013245145073	1.71324294247618
10	4.87829999471640	0.75064185055581	**45**	-2.10354362225821	1.68433064243588
11	4.83307330223250	0.83805905384931	**46**	-2.27598743216580	1.73574655558673
12	4.67432343697275	0.88045221463245	**47**	-2.49660454529672	1.66482717487058
13	4.59138746990514	0.94854456065721	**48**	-2.70522881327341	1.59404992599608
14	4.46679990528292	1.05313388752906	**49**	-2.98522101425372	1.61141223108552
15	4.31887225175611	1.08244464891214	**50**	-3.09586939124908	1.51851157488100
16	4.17223106096972	1.14533690992019	**51**	-3.31712045788499	1.49890813462445
17	3.99982916935910	1.29212518226417	**52**	-3.52863208683049	1.39935296217276
18	3.85824321298346	1.32079457851732	**53**	-3.68349624513022	1.42030644934419
19	3.70091263077380	1.33773075118271	**54**	-3.88336337095300	1.29317214447159
20	3.48595738394102	1.45114383073082	**55**	-4.02401076382975	1.28147025450937
21	3.29953565367579	1.48832228938059	**56**	-4.11369487113515	1.15775459263629
22	3.12575343239285	1.58124616350612	**57**	-4.30913566847231	1.10595455962234
23	2.93453143181061	1.62369122535898	**58**	-4.47082434459759	1.07493381926829
24	2.69057562793706	1.58772165810667	**59**	-4.58700265429519	0.96470614854408
25	2.52488931939824	1.64081496414198	**60**	-4.70891674833994	0.91110002644091
26	2.32551451773685	1.73736286743293	**61**	-4.79248057123539	0.78739408169083
27	2.10989395626380	1.80358478114791	**62**	-4.91759237052457	0.73855390807367
28	1.85037613676527	1.75810076408447	**63**	-4.97045220611935	0.66510364679538
29	1.59011163064668	1.74901419003606	**64**	-5.05453631940418	0.59942187160878
30	1.39900033100133	1.76427227647816	**65**	-5.14111094610722	0.51446812774327
31	1.14172201321459	1.79337652362196	**66**	-5.19553251838066	0.39983946083467
32	0.97888931081367	1.86255994548821	**67**	-5.26697258404509	0.33611795441276
33	0.68627791507202	1.87341855888289	**68**	-5.25539491712814	0.24227769717337
34	0.52257148282716	1.91198411193954	**69**	-5.32002752175720	0.17912413399501
35	0.21252443916983	1.96001086854743	**70**	-5.31827018114064	0.06956795608701

Πίνακας 30 – Ακριβείς θέσεις βοηθητικών πηγών GA/MAS στο εσωτερικό του σκεδαστή. Σκέδαση από διηλεκτρικό ελλειπτικό κύλινδρο Cassini με $\varepsilon_r = 3$ και διαστάσεις $C_{cas} = 1$, $a_{cas} = 1.2$. Επιπλέον χρησιμοποιούνται βοηθητικές πηγές σε συμμετρικές θέσεις ως προς τον άξονα x. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.

i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$	i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$
1	1.07392082516103	0.00001810925313	**34**	-0.01123829325180	0.22904479310849
2	1.07033526923647	0.05267182059114	**35**	-0.02256297891557	0.22919541846055
3	1.05963969815826	0.10426176664161	**36**	-0.03407509100591	0.22978327604775
4	1.04188157423154	0.15461158602408	**37**	-0.04591607039802	0.23083141620942
5	1.01729460951822	0.20232635164738	**38**	-0.05820875727858	0.23238509173885
6	0.98607514599685	0.24693033683226	**39**	-0.07115821563116	0.23449542969393
7	0.94851901968321	0.28765414190961	**40**	-0.08489231481161	0.23726897926824
8	0.90499755945004	0.32373684219434	**41**	-0.09971929108900	0.24080375947684
9	0.85591700271466	0.35455091334292	**42**	-0.11599545016324	0.24523211674402
10	0.80184379468107	0.37930428433502	**43**	-0.13406763412230	0.25078055628547
11	0.74345202255004	0.39730654492424	**44**	-0.15447248863202	0.25771467231945
12	0.68133574954173	0.40835986312510	**45**	-0.17798049307122	0.26632615891725
13	0.61655616365879	0.41190146269893	**46**	-0.20546021653886	0.27702762661777
14	0.55020901243019	0.40808656111539	**47**	-0.23813180713906	0.29012059523486
15	0.48399713895782	0.39724906970110	**48**	-0.27714947705052	0.30582853875166
16	0.42000010041690	0.38061280426071	**49**	-0.32366325265324	0.32360969398969
17	0.36038141033012	0.36045010133321	**50**	-0.37764611390835	0.34231922106796
18	0.30736721594834	0.33912612656995	**51**	-0.43811752096059	0.35960982876551
19	0.26181184564553	0.31905718174652	**52**	-0.50291091220653	0.37301564079988
20	0.22360280380809	0.30146061679746	**53**	-0.56956862751291	0.38059975995189
21	0.19164077148276	0.28676126167103	**54**	-0.63598089173571	0.38122516085145
22	0.16465586629387	0.27476376131598	**55**	-0.70054527122566	0.37444960192063
23	0.14165239068767	0.26497773922607	**56**	-0.76205197543565	0.36034731469516
24	0.12157068229624	0.25707117134371	**57**	-0.81949590830400	0.33948735978891
25	0.10380742617229	0.25063470193253	**58**	-0.87231433255361	0.31203841255509
26	0.08778657399538	0.24540559288579	**59**	-0.91976533148975	0.27903021448232
27	0.07315765631907	0.24114566336339	**60**	-0.96149591627662	0.24074642062125
28	0.05956430628212	0.23770505172647	**61**	-0.99699496430168	0.19829227407514
29	0.04673881052906	0.23496079221163	**62**	-1.02598056079182	0.15227660359707
30	0.03455284353279	0.23280362805128	**63**	-1.04822151691867	0.10321632005057
31	0.02277996641097	0.23117642377330	**64**	-1.06347350731178	0.05225806293897
32	0.01128592599640	0.23002664135976	**65**	-1.07163048812550	0.00007858623594
33	0.00000530584307	0.22932033589975			

Πίνακας 31 – Ακριβείς θέσεις βοηθητικών πηγών GA/MAS στο εξωτερικό του σκεδαστή. Σκέδαση από διηλεκτρικό ελλειπτικό κύλινδρο Cassini με $\varepsilon_r = 3$ και διαστάσεις $C_{cas} = 1$, $a_{cas} = 1.2$. Επιπλέον χρησιμοποιούνται βοηθητικές πηγές σε συμμετρικές θέσεις ως προς τον άξονα x. Πρόσπτωση επίπεδου κύματος.

i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$	i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$
1	1.99468198199487	0.00008682733339	**34**	-0.02094054458575	0.42542056133205
2	1.98802100613535	0.09785667713387	**35**	-0.04193513177111	0.42570094656037
3	1.96812788921176	0.19394420823991	**36**	-0.06334036128613	0.42678808712583
4	1.93517958902738	0.28712735467803	**37**	-0.08526320326683	0.42874636351455
5	1.88949186973838	0.37586563955413	**38**	-0.10810070593947	0.43163186943388
6	1.83150023006062	0.45871883760618	**39**	-0.13211304048579	0.43556444507971
7	1.76168948734517	0.53452563815143	**40**	-0.15772694507482	0.44068161476330
8	1.68082399318684	0.60159061334685	**41**	-0.18524144357926	0.44725457238592
9	1.58973239286990	0.65861653906359	**42**	-0.21542793872556	0.45549935846994
10	1.48940429089884	0.70435786197349	**43**	-0.24900431233926	0.46580113557438
11	1.38087262489533	0.73795464334877	**44**	-0.28694381424013	0.47865722581422
12	1.26546376849913	0.75854308314768	**45**	-0.33054297369902	0.49469293920861
13	1.14510875386802	0.76516643760468	**46**	-0.38159848090050	0.51456099245291
14	1.02195287363377	0.75796731628325	**47**	-0.44227443160594	0.53888752841030
15	0.89907207975477	0.73771663723847	**48**	-0.51486174768882	0.56795988760610
16	0.78001387201553	0.70703969987758	**49**	-0.60109534325519	0.60113824649312
17	0.66936620425667	0.66949378973884	**50**	-0.70141690965778	0.63583596056371
18	0.57092473872758	0.62986327547234	**51**	-0.81381529737791	0.66785585233144
19	0.48633731778484	0.59256819564719	**52**	-0.93415835184078	0.69275148151348
20	0.41529709992520	0.55994174690072	**53**	-1.05788474837038	0.70695260636572
21	0.35590430413184	0.53265611972465	**54**	-1.18131156385771	0.70799486192901
22	0.30589059985899	0.51030451936324	**55**	-1.30117249914864	0.69551152818232
23	0.26308031379144	0.49217704218120	**56**	-1.41532924250194	0.66949936306483
24	0.22585646130370	0.47745440028688	**57**	-1.52209973482648	0.63060093300986
25	0.19285502814027	0.46550596179972	**58**	-1.62018747250030	0.57967006169116
26	0.16306220307240	0.45580891047523	**59**	-1.70832249170646	0.51837710835785
27	0.13589898000638	0.44789456574762	**60**	-1.78579749071640	0.44743136883178
28	0.11055268143701	0.44152955270410	**61**	-1.85181306146278	0.36824509512379
29	0.08683753019373	0.43640700806180	**62**	-1.90567226989396	0.28260874820520
30	0.06414156614586	0.43241082034407	**63**	-1.94695529764921	0.19164349336269
31	0.04229495093964	0.42938468743703	**64**	-1.97527944706278	0.09701984443556
32	0.02101187800736	0.42724507271782	**65**	-1.990427956209740	0.00003512519923
33	0.00003758255549	0.42593562776455			

Πίνακας 32 – Ακριβείς θέσεις βοηθητικών πηγών GA/MAS στο εσωτερικό του σκεδαστή. Σκέδαση από διηλεκτρικό corrugated κύλινδρο με $\varepsilon_r = 10$ και διαστάσεις $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 3$, $n_2 = 4$. Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (1.5,\ 0)$.

i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$	i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$
1	0.40926692699270	0.00144404400225	**46**	-0.40926825254144	-0.00100012739460
2	0.42957268613766	0.02888096263940	**47**	-0.38694226430039	-0.02858261913039
3	0.44630441032239	0.06411150925342	**48**	-0.36393079419201	-0.05218515473306
4	0.45894995898677	0.09854334629339	**49**	-0.34181795380453	-0.07107340804344
5	0.46703092457587	0.13192469010478	**50**	-0.32069292524456	-0.09055485082045
6	0.46808081865634	0.16965777682745	**51**	-0.30172027620511	-0.10857132387426
7	0.46237961215986	0.20694794803973	**52**	-0.28525358961273	-0.12629074721201
8	0.45131669701538	0.23971056933646	**53**	-0.27158036828766	-0.14425016319701
9	0.43301973550709	0.27137027603968	**54**	-0.26091108347736	-0.16275568358830
10	0.41035832663838	0.29703266267787	**55**	-0.25302479748927	-0.18247579311742
11	0.38260975503932	0.31857995759428	**56**	-0.24529180899444	-0.20653035099311
12	0.34943924097804	0.33677028555697	**57**	-0.24028388425925	-0.23088479437658
13	0.31386312908048	0.34904984193732	**58**	-0.23308898864522	-0.25992396243205
14	0.27871529018312	0.35442305132442	**59**	-0.22522594134460	-0.29058938156990
15	0.24163715792653	0.35634012766975	**60**	-0.21789668725172	-0.32103320031267
16	0.20467486792895	0.35441458947312	**61**	-0.20503084490326	-0.35420877379222
17	0.16924954674600	0.34913589466645	**62**	-0.18899067397142	-0.38684535389524
18	0.13738933520202	0.34101771788059	**63**	-0.17009051165373	-0.41757290397886
19	0.10781387899984	0.33206491890748	**64**	-0.14637927295658	-0.44600332330753
20	0.08154999028582	0.32310018940479	**65**	-0.11870273505355	-0.47056526546297
21	0.05487970701044	0.31592890845813	**66**	-0.08404535597636	-0.49073393215757
22	0.03339060052888	0.31016774657375	**67**	-0.05334845805044	-0.50376214721096
23	0.00936451152418	0.30736999194056	**68**	-0.02004567833451	-0.51063302756147
24	-0.01034081217063	0.30733869529442	**69**	0.01581454248897	-0.51078157592297
25	-0.03202393742327	0.31031182808624	**70**	0.05472427856893	-0.50361454732172
26	-0.05516624385263	0.31587900053706	**71**	0.08665762521128	-0.49027937956308
27	-0.08222094245198	0.32293010068951	**72**	0.11763796611663	-0.47083257884026
28	-0.10700807765781	0.33232546425155	**73**	0.14593218891639	-0.44614980913447
29	-0.13602587844797	0.34156386478695	**74**	0.16726434161504	-0.41871297127753
30	-0.17087414956755	0.34834366224726	**75**	0.18927963951863	-0.38670404800338
31	-0.20438621495258	0.35458113025158	**76**	0.20493808589792	-0.35426245036925
32	-0.23974538640752	0.35761564895123	**77**	0.21604818227021	-0.32228010325803
33	-0.27732709847423	0.35551032719716	**78**	0.22596804071047	-0.29001268577980
34	-0.31544417598318	0.34762167336193	**79**	0.23300822216465	-0.25999636781635
35	-0.35018354292678	0.33599627175413	**80**	0.24028402518870	-0.23088464770994
36	-0.38277460385941	0.31838187239900	**81**	0.24615244689310	-0.20550384504831
37	-0.40834283807399	0.29979740748151	**82**	0.25184797139649	-0.18409661192371
38	-0.43375903454440	0.27018700562313	**83**	0.26131579640188	-0.16210509113682
39	-0.45097312225798	0.24035632102646	**84**	0.27178673980317	-0.14386095401042
40	-0.46244123517841	0.20681020996464	**85**	0.28504120008321	-0.12676938697271
41	-0.46782741205335	0.17035529508496	**86**	0.30088785487364	-0.11085736886035
42	-0.46705370628350	0.13184401319847	**97**	0.32000873648951	-0.09294375653809
43	-0.45940551137426	0.09639726174330	**88**	0.34136539040149	-0.07321620797381
44	-0.44650733682092	0.06268261686514	**89**	0.36390696199577	-0.05235108735019
45	-0.42959295787797	0.02857784491807	**90**	0.38715962311038	-0.02546975169285

Πίνακας 33 – Ακριβείς θέσεις βοηθητικών πηγών GA/MAS στο εξωτερικό του σκεδαστή. Σκέδαση από διηλεκτρικό corrugated κύλινδρο με $\varepsilon_r = 10$ και διαστάσεις $a_{cor} = 0.5$, $n_1 = 3$, $n_2 = 4$. Θέση άπειρης γραμμής $(x_o, y_o) = (1.5,\ 0)$.

i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$	i	$x_i(\lambda)$	$y_i(\lambda)$
1	0.63657771574397	0.00183614499059	**46**	-0.63657848206027	0.00154783335203
2	0.66809470564015	0.04588408385786	**47**	-0.60181813545505	-0.04492008712061
3	0.69459094516174	0.09684958316141	**48**	-0.56662552321950	-0.07712454123874
4	0.71367744407501	0.15409358494056	**49**	-0.53133042415788	-0.11214905085347
5	0.72533191546091	0.20902018947207	**50**	-0.49780069290496	-0.14436873365627
6	0.72778459603147	0.26463413031621	**51**	-0.46854918709048	-0.17093822659630
7	0.72063616160496	0.31863332825956	**52**	-0.44299708878871	-0.19798051942024
8	0.70002343916602	0.37650962237926	**53**	-0.42199844961525	-0.22515545153521
9	0.67277759595718	0.42327605354435	**54**	-0.40545396464955	-0.25374150504728
10	0.63916194611813	0.46077725847200	**55**	-0.39268260390351	-0.28503171636984
11	0.59373547933014	0.49717182314921	**56**	-0.38240468300460	-0.32019506000434
12	0.54445278465655	0.52284509414631	**57**	-0.37292775055105	-0.35996215632078
13	0.48899938853715	0.54218071259642	**58**	-0.36511997748357	-0.40196620664619
14	0.43444499020148	0.55053971096376	**59**	-0.34990223992614	-0.45230642369938
15	0.37683361795696	0.55358134834308	**60**	-0.33615011643414	-0.50120453071658
16	0.31666904765173	0.55222755623890	**61**	-0.31883095904775	-0.55098219496000
17	0.26229579305392	0.54351062486002	**62**	-0.29327986993155	-0.60203222733406
18	0.21266563582211	0.53083519642675	**63**	-0.26162587441420	-0.65068296788546
19	0.16688396566342	0.51675832963541	**64**	-0.22655685459341	-0.69408379806620
20	0.12757638005746	0.50236652791125	**65**	-0.18381421031026	-0.73212578378387
21	0.08614689074452	0.49126055332185	**66**	-0.13440519027519	-0.76265122171016
22	0.04860925064717	0.48278343747140	**67**	-0.08626353080437	-0.78320002460652
23	0.01763814164742	0.47798176198776	**68**	-0.02749391703966	-0.79437799293020
24	-0.01707154171707	0.47800233398708	**69**	0.02524590885833	-0.79445261357234
25	-0.04833842693658	0.48281062874224	**70**	0.08566067601779	-0.78326618966649
26	-0.08887577112144	0.49077419995616	**71**	0.13550924769645	-0.76245582490899
27	-0.12369486224878	0.50333631119504	**72**	0.18200020359846	-0.73257883745250
28	-0.16727094346450	0.51663319745795	**73**	0.22857760089047	-0.69342094536610
29	-0.21618071943822	0.52941342537588	**74**	0.26214052431138	-0.65047580152760
30	-0.26300518854703	0.54316770263599	**75**	0.29450074815053	-0.60143594355064
31	-0.32054091685448	0.54998916374082	**76**	0.32086683226139	-0.54979908654415
32	-0.37477151519989	0.55497945570142	**77**	0.33840689898119	-0.49968355297273
33	-0.43243121365078	0.55212287429497	**78**	0.35037828868100	-0.45193775372946
34	-0.48583061145518	0.54502196659800	**79**	0.36182745001030	-0.40493249519170
35	-0.54170070224404	0.52569589724616	**80**	0.37245129799047	-0.36045511751033
36	-0.59364109004712	0.49728452354419	**81**	0.38210979227444	-0.32054691494853
37	-0.63671709115754	0.46414978306401	**82**	0.39130009776763	-0.28692671578683
38	-0.67408170161242	0.42119611901975	**83**	0.40617268123876	-0.25258943336770
39	-0.70246980653832	0.37192537158416	**84**	0.42335498548879	-0.22259430607156
40	-0.72029753720092	0.31939807950704	**85**	0.44325242743828	-0.19740818705222
41	-0.72728401264164	0.26600677830607	**86**	0.46944960392690	-0.16844965837875
42	-0.72623496579467	0.20586063647611	**97**	0.49781743255875	-0.14431100081001
43	-0.71385716918487	0.15325883042956	**88**	0.53138908527341	-0.11187077051412
44	-0.69467656738032	0.09623351594904	**89**	0.56625921611515	-0.07976953422021
45	-0.66799111075286	0.04736835242049	**90**	0.60216694923382	-0.03997308644511

Επίλογος

Γενικά

Η παρούσα διατριβή, εντασσόμενη στην θεματική περιοχή του Υπολογιστικού Ηλεκτρομαγνητισμού, πραγματεύεται την βελτιστοποίηση της μεθόδου MAS σε προβλήματα σκέδασης από κυλίνδρους. Η μέθοδος MAS αποτελεί μία πολλά υποσχόμενη υπολογιστική τεχνική επίλυσης προβλημάτων συνοριακών τιμών η οποία διακρίνεται για την ευκολία εφαρμογής της και την ταχεία σύγκλισή της σε αριθμητικές λύσεις υψηλής υπολογιστικής ακρίβειας, εφόσον επιλεγούν κατάλληλα οι διάφορες παράμετροι υλοποίησής της. Το κύριο συμπέρασμα που εξάγεται από το σύνολο των ερευνητών που έχουν μελετήσει την MAS, είναι ότι η αριθμητική ακρίβεια και η σύγκλιση της μεθόδου εξαρτώνται καθοριστικά από την χωρική κατανομή των δομικών στοιχείων της αριθμητικής λύσης, δηλαδή των βοηθητικών πηγών της MAS. Στην σχετική βιβλιογραφία τόσο της MAS, όσο και των συναφών GMT μεθόδων προτείνεται πληθώρα εμπειρικών κανόνων και παρουσιάζονται αναλυτικές προσεγγίσεις για την κατάλληλη κατανομή των βοηθητικών πηγών. Όμως, οι εμπειρικοί αυτοί κανόνες εμπεριέχουν πολύπλοκες κατευθυντήριες γραμμές γενικής εφαρμογής, οι οποίες, ιδιαίτερα σε προβλήματα με ιδιόμορφες συνοριακές επιφάνειες, ενδέχεται να αλληλοσυγκρούονται μεταξύ τους, υποχρεώνοντας τον σχεδιαστή να διεξάγει υπερβολική πληθώρα κοπιωδών χειρωνακτικών δοκιμών μέχρι την επίτευξη ικανοποιητικών λύσεων. Από την άλλη μεριά, αναλυτικές MAS προσεγγίσεις έχουν παρουσιαστεί τα τελευταία χρόνια μόνο για περιπτώσεις σκέδασης από κανονικές γεωμετρικές επιφάνειες, ενώ για πιο περίπλοκες επιφάνειες τέτοιες προσεγγίσεις είναι τρομακτικά δύσκολο να αναπτυχθούν και να τύχουν γενικότερης εφαρμογής.

Η κύρια ερευνητική προσπάθεια της παρούσας διατριβής οδηγήθηκε εξαρχής στην κατεύθυνση της ανάπτυξης μιας συστηματικής μεθόδου κατανομής των MAS πηγών. Στα πρώτα Κεφάλαια, μελετώντας την σχετική βιβλιογραφία, διερευνήθηκαν οι δυνατότητες εφαρμογής της MAS και εκτέθηκαν διεξοδικά όλες οι παράμετροι που εμπλέκονται κατά την υλοποίηση της μεθόδου. Στην συνέχεια εξετάστηκαν οι κυριότερες τεχνικές βελτιστοποίησης και εξήχθη το συμπέρασμα ότι στοχαστικές μέθοδοι καθολικής αναζήτησης, όπως οι GAs, ενδείκνυνται στην αντιμετώπιση πολυπαραμετρικών προβλημάτων ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης με σύνθετες αντικειμενικές συναρτήσεις. Ακολούθως, επιλέχθηκε η μελέτη προβλημάτων σκέδασης από κλειστά χωρία, όπως οι κύλινδροι απείρου μήκους. Επισημαίνεται ότι, κατά την εφαρμογή της MAS σε προβλήματα που περιλαμβάνουν ανοιχτά χωρία, τα προκύπτοντα σφάλματα των οριακών συνθηκών έχουν ισχυρή συσχέτιση με το

πεπερασμένο εύρος χωρικής κατανομής των MAS πηγών. Το εγγενές αυτό χαρακτηριστικό της MAS, τείνει να προσδώσει έναν αιτιοκρατικό χαρακτήρα στην επιδιωκόμενη διαδικασία βελτιστοποίησης, η οποία μπορεί να επιτευχθεί αποδοτικά, σε αυτές τις περιπτώσεις, διενεργώντας ένα αποδεκτό πλήθος συστηματικών δοκιμών.

Στα τελευταία Κεφάλαια της διατριβής, η προτεινόμενη τεχνική GA/MAS εφαρμόζεται σε πληθώρα προβλημάτων σκέδασης που περιλαμβάνουν τέλεια αγώγιμους και διηλεκτρικούς κυλίνδρους με κανονικές επιφάνειες αλλά και με επιφάνειες που παρουσιάζουν ιδιομορφίες. Σε κάθε περίπτωση επιδεικνύεται η σύγκλιση της GA/MAS στην επιθυμητή τάξη ακρίβειας, μεταβάλλοντας τις γεωμετρικές και φυσικές παραμέτρους του εξεταζόμενου προβλήματος, με παράλληλη εκτίμηση της αριθμητικής ευστάθειας των λύσεων. Κατόπιν, υπολογίζονται ποσότητες που αφορούν τόσο το κοντινό όσο και το μακρινό πεδίο και συγκρίνονται με τυχόν διαθέσιμες αναλυτικές λύσεις. Στην συνέχεια παρατίθενται τα κυριότερα ερευνητικά συμπεράσματα που εξήχθησαν στα πλαίσια της παρούσας διατριβής.

Συμπεράσματα

Συνοψίζοντας την μελέτη εφαρμογής των GA τεχνικών βελτιστοποίησης της MAS σε προβλήματα 2D σκέδασης από τέλεια αγώγιμους κυλίνδρους, εξήχθησαν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

Πρωτίστως, σε κάθε περίπτωση που εξετάστηκε, εξαιρώντας τους κυκλικούς κυλίνδρους, επιτυγχάνονται καλύτερα αποτελέσματα με την GA/MAS σε σύγκριση με κλασικές MAS προσεγγίσεις που χρησιμοποιούν ίδιο τύπο και ίδιο πλήθος βοηθητικών πηγών. Η βελτίωση κυμαίνεται από οριακή έως και τάξεις μεγέθους, ανάλογα με την περίπτωση και αφορά τόσο το μέγιστο όσο και το μέσο σφάλμα της οριακής συνθήκης. Το αποτέλεσμα αυτό κρίνεται αναμενόμενο, καθώς οι κλασικές MAS λύσεις αποτελούν υποσύνολο των δυνατών GA/MAS λύσεων.

Κατόπιν, εξετάζοντας αριθμητικά το πρόβλημα της σκέδασης επίπεδου κύματος από κυκλικούς κυλίνδρους, η βέλτιστη κατανομή των MAS πηγών προκύπτει σε ομόκεντρους κύκλους, τόσο πιο κοντά στο κέντρο (άξονα) των κυλίνδρων, όσο επιτρέπει ο δείκτης κατάστασης του εκάστοτε MAS πίνακα, σύμφωνα με τα θεωρητικώς αναμενόμενα από αναλυτικές MAS προσεγγίσεις. Από την άλλη μεριά, όταν οι κύλινδροι ακτινοβολούνται από το πεδίο άπειρης γραμμής εκτός του σώματός τους, η βέλτιστη κατανομή των βοηθητικών πηγών εξαρτάται εν γένει από την απόσταση της άπειρης γραμμής από την επιφάνεια του κυκλικού σκεδαστή. Παράλληλα, όσο αυξάνεται το πλήθος των βοηθητικών πηγών, τόσο μετατοπίζεται σε ακόμα μεγαλύτερες αποστάσεις από την επιφάνεια του σκεδαστή η κρίσιμη

απόσταση, πέρα από την οποία, η βέλτιστη κατανομή των βοηθητικών πηγών καθορίζεται αποκλειστικά και μόνο από τον δείκτη κατάστασης $cond(\mathbf{A})_{MAS}$.

Εξάλλου, η GA/MAS δίνει την δυνατότητα ευχερούς διερεύνησης αριθμητικών λύσεων με βοηθητικές πηγές τοποθετημένες στον μιγαδικό χώρο. Κατά αυτόν τον τρόπο, στα προβλήματα σκέδασης από κυλίνδρους που εξετάστηκαν, προέκυψε το συμπέρασμα ότι το όφελος από την τοποθέτηση των πηγών στον μιγαδικό χώρο είναι πενιχρό και δεν ενδείκνυται μια τέτοια προσέγγιση.

Ακόμη, χρησιμοποιώντας την GA/MAS, επιτυγχάνονται αποτελέσματα αρκετά υψηλής ακρίβειας ακόμα και σε προβλήματα σκέδασης από τέλεια αγώγιμους ελλειπτικούς κυλίνδρους με αναλογία αξόνων 20:1. Η GA/MAS εφαρμόζει στην πράξη την απαίτηση τοποθέτησης των βοηθητικών πηγών σε σχέση με τα ιδιάζοντα σημεία του σκεδαζόμενου πεδίου των ελλειπτικών κυλίνδρων, διαμορφώνοντας βοηθητικές επιφάνειες που τα περικλείουν.

Την ίδια στιγμή, η GA/MAS τεχνική ακολουθεί τους εμπειρικούς κανόνες της MAS και των GMTs τοποθετώντας τις βοηθητικές πηγές πλησίον της επιφάνειας του σκεδαστή, όπου η τοπική ακτίνα καμπυλότητας αυτού είναι μικρή και απομακρύνοντάς τις MAS πηγές, όπου η ακτίνα καμπυλότητας του σκεδαστή είναι μεγάλη. Με αυτόν τον τρόπο, επιτυγχάνονται ικανοποιητικά αριθμητικά αποτελέσματα για κυλίνδρους ελλειπτικούς Cassini, κρανοειδείς και κυλίνδρους με περιοδικά ανώμαλη επιφάνεια.

Παράλληλα, η σύγκλιση της GA/MAS δεν φαίνεται να επηρεάζεται από τα φαινόμενα εσωτερικών συντονισμών τα οποία εμφανίζονται κατά την εφαρμογή της MAS σε προβλήματα σκέδασης. Η διαδικασία βελτιστοποίησης δίνει την δυνατότητα αποφυγής των προβληματικών περιοχών λύσεων που χαρακτηρίζονται από απότομες μεταβολές των σχετικών σφαλμάτων και συνακόλουθα υψηλές τιμές των σφαλμάτων της οριακής συνθήκης.

Εν συνεχεία, αυξάνοντας το πλήθος των βοηθητικών πηγών όταν εφαρμόζεται η GA/MAS τεχνική, επιτυγχάνεται καλύτερη αριθμητική ακρίβεια όπως και στην κλασική MAS. Στην κλασική MAS όμως υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες η αύξηση πηγών δεν έχει ουσιαστικό όφελος στην ακρίβεια της αριθμητικής λύσης, λόγω ιδιομορφίας της επιφάνειας του σκεδαστή (όπως για παράδειγμα σε ελλειπτικούς κυλίνδρους με ιδιαίτερα μεγάλη αναλογία μεταξύ των αξόνων τους). Επίσης, η αριθμητική εφαρμογή της κλασικής σύμμορφης – ομοιόμορφης MAS σε αυτές τις περιπτώσεις με οσοδήποτε μεγάλο πλήθος πηγών, δεν δύναται να επιτύχει την αριθμητική ακρίβεια της GA/MAS, λόγω των περιορισμών που εισάγονται από τους συνακόλουθους υψηλούς δείκτες κατάστασης των κλασικών MAS πινάκων.

Ακολούθως, σχετικά με την εφαρμογή της GA/MAS σε προβλήματα 2D σκέδασης από διηλεκτρικούς κυλίνδρους, επισημαίνονται τα ακόλουθα:

Η παρουσία του διηλεκτρικού μέσου εντός του σώματος των κυλίνδρων διαμορφώνει ισοδύναμα MAS προβλήματα με δύο (ή παραπάνω για πολυστρωματικούς κυλίνδρους) σύνολα βοηθητικών πηγών. Η χρήση κάποιας, έστω υποτυπώδους, τεχνικής βελτιστοποίησης για την κατάλληλη χωρική κατανομή των διακριτών συνόλων βοηθητικών πηγών κρίνεται επιβεβλημένη, ακόμα και για την κλασική κατανομή των MAS πηγών σε κυλίνδρους με κανονικές γεωμετρίες, για την αποφυγή πολυάριθμων άσκοπων δοκιμών.

Στην περίπτωση της σκέδασης από κυκλικούς διηλεκτρικούς κυλίνδρους, τα σύνολα των βοηθητικών πηγών προσομοίωσης τοποθετούνται σε ομόκεντρους κύκλους εντός και εκτός του σκεδαστή. Όταν προσπίπτει επίπεδο κύμα, ο GA τείνει να κατανείμει τις εσωτερικές βοηθητικές πηγές σε όσο το δυνατόν μεγαλύτερο βάθος από την επιφάνεια του κυλίνδρου. Μάλιστα, το βάθος κατανομής τους περιορίζεται μόνο από το μέγιστο αποδεκτό $cond(\mathbf{A})_{MAS}$, σύμφωνα με τα θεωρητικώς αναμενόμενα. Αντίθετα, η ακτίνα κατανομής του συνόλου των εξωτερικών πηγών λαμβάνει διάφορες τιμές, σχετικά μακριά από την επιφάνεια του κυκλικού σκεδαστή, χωρίς να επηρεάζει ιδιαίτερα την ακρίβεια της αριθμητικής λύσης. Μία φυσική εξήγηση για αυτό το φαινόμενο παρέχεται από το γεγονός ότι, όπως είναι γνωστό από τις θεμελιώδεις αρχές της MAS, η κατάλληλη κατανομή των MAS πηγών για τον περιορισμό των σφαλμάτων των οριακών συνθηκών εξαρτάται καθοριστικά από την εγγύτητά τους με τις ιδιάζουσες περιοχές του σκεδαζόμενου πεδίου. Στην προκειμένη περίπτωση όμως, η αναλυτική επέκταση του εσωτερικού πεδίου δεν διαθέτει ιδιάζοντα σημεία στο χωρίο εξωτερικά του σκεδαστή και άρα η μεταβολή της βοηθητικής ακτίνας κατανομής των εξωτερικών πηγών δεν έχει σημαντική επίδραση στην ακρίβεια της αριθμητικής λύσης.

Αντιθέτως, όταν ο κυκλικός διηλεκτρικός σκεδαστής διεγείρεται από το πεδίο άπειρης νηματοειδούς γραμμής παρατηρήθηκε κατά την διενέργεια των GA/MAS προσομοιώσεων, σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις, ότι η ακρίβεια της αριθμητικής λύσης δεν είχε σημαντική εξάρτηση από την θέση των πηγών στο εσωτερικό του κυλίνδρου, εφόσον οι εσωτερικές πηγές κατανέμονταν σχετικά μακριά από την επιφάνεια του κυλίνδρου. Παράλληλα, σε όλες τις εξεταζόμενες περιπτώσεις, η βέλτιστη τιμή της ακτίνας κατανομής των εξωτερικών πηγών εμφάνιζε σημαντική εξάρτηση από την θέση της πηγής διέγερσης. Με την αύξηση της απόστασης της πηγής διέγερσης από τον σκεδαστή, αυξανόταν και η βέλτιστη ακτίνα κατανομής του εξωτερικού συνόλου πηγών (με το πλήθος των πηγών να παραμένει σταθερό).

Στην συνέχεια, για τους ελλειπτικούς διηλεκτρικούς κυλίνδρους με μεγάλη αναλογία αξόνων επιλέχθηκε ανομοιόμορφη κατανομή των γωνιακών τομέων της GA/MAS ώστε κοντά στα άκρα του μεγάλου άξονά τους να κατανέμονται περισσότερες πηγές, τόσο για το εσωτερικό όσο και για το εξωτερικό σύνολο πηγών. Ακόμη, το εύρος διακύμανσης μεταξύ

διαδοχικών πολλαπλασιαστικών σταθερών ακτινικής θέσης των πηγών ορίστηκε να μην υπερβαίνει το 20%. Κατά αυτόν τον τρόπο προέκυψαν ιδιαίτερα ικανοποιητικά αποτελέσματα για σκέδαση επίπεδου κύματος και πεδίου άπειρης γραμμής από ελλειπτικούς κυλίνδρους με αναλογία αξόνων 10:1.

Ακόμη, όπως επισημάνθηκε και στις περιπτώσεις σκέδασης από τέλεια αγώγιμους κυλίνδρους, η GA/MAS τεχνική ακολουθεί τους εμπειρικούς κανόνες της MAS τοποθετώντας τις εσωτερικές και τις εξωτερικές βοηθητικές πηγές πλησίον της επιφάνειας του σκεδαστή, όπου η τοπική ακτίνα καμπυλότητας αυτού είναι μικρή και απομακρύνοντάς τις, όπου η ακτίνα καμπυλότητας του σκεδαστή είναι μεγάλη. Με αυτόν τον τρόπο, επιτυγχάνονται τα επιθυμητά αποτελέσματα για τα προβλήματα σκέδασης επίπεδου κύματος και πεδίου άπειρης γραμμής από διηλεκτρικούς ελλειπτικούς κυλίνδρους Cassini και διηλεκτρικούς κυλίνδρους με περιοδικά ανώμαλη επιφάνεια.

Σε όλες τις ανωτέρω περιπτώσεις εξετάστηκε η ευελιξία και η αποδοτικότητα της GA/MAS μεταβάλλοντας τις διηλεκτρικές ιδιότητες των σκεδαστών. Επίσης παρουσιάστηκαν GA/MAS κατανομές πηγών με μεταβαλλόμενη απόσταση της νηματοειδούς ρευματικής γραμμής διέγερσης από την επιφάνεια των σκεδαστών. Το κυρίαρχο πλεονέκτημα της GA/MAS είναι ότι η διαδικασία βελτιστοποίησης λαμβάνει υπόψη της, όχι μόνο τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του σκεδαστή, αλλά το σύνολο των παραμέτρων που διαμορφώνουν το ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα σκέδασης. Γίνεται προφανές ότι τόσο τα χαρακτηριστικά του πεδίου διέγερσης, όσο και οι διηλεκτρικές ιδιότητες του σκεδαστή ενσωματώνονται στην αντικειμενική συνάρτηση του GA και συντελούν στον καθορισμό της θέσης των MAS πηγών.

Επιπρόσθετα, η διαδικασία βελτιστοποίησης GA/MAS εμπεριέχει μία προσέγγιση γενικευμένης σημειακής επιβολής, καθώς για τον υπολογισμό της καταλληλότητας κάθε χρωμοσώματος λαμβάνονται δείγματα των σφαλμάτων σε ενδιάμεσα σημεία μεταξύ των σημείων επιβολής. Για αυτόν τον λόγο, δεν συνίσταται η χρήση υπερπροσδιορισμένων συστημάτων εντός της διαδικασίας GA/MAS, καθώς αυξάνεται ο υπολογιστικός χρόνος εκτέλεσης χωρίς να παρέχεται χρήσιμη πρόσθετη πληροφορία στον βελτιστοποιητή. Αντίθετα, προτείνεται η υιοθέτηση μεθόδων γενικευμένης σημειακής επιβολής χρησιμοποιώντας τις βελτιστοποιημένες κατανομές των MAS πηγών *μετά το πέρας* της GA/MAS, για την επίτευξη αριθμητικών λύσεων υψηλής ακρίβειας.

Εξάλλου, μελετήθηκε η σύγκλιση της GA/MAS αυξανομένου του πλήθους των γενιών του GA, με την εισαγωγή στην πρώτη γενιά μίας MAS λύσης με κλασική κατανομή των πηγών. Διαπιστώθηκε ότι η προτεινόμενη τεχνική επιτυγχάνει αισθητή βελτίωση της αριθμητικής ακρίβειας της λύσης συγκριτικά με τις αρχικές, κλασικές κατανομές των MAS πηγών. Επίσης μετά από ένα ορισμένο πλήθος γενιών, παρατηρήθηκε ότι η αύξηση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης ήταν σχετικά μικρή, υποδηλώνοντας ότι ο GA είχε συγκλίνει.

Σύμφωνα με την θεωρία των GAs, εφόσον γίνει κατάλληλη επιλογή των γενετικών παραμέτρων και ακολουθηθεί στρατηγική ελιτισμού, η σύγκλιση στην απόλυτα βέλτιστη αριθμητική λύση είναι εγγυημένη, για πεπερασμένους χώρους αναζήτησης, μετά από άπειρο πλήθος γενιών. Στην πράξη, σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν, η διαδικασία GA/MAS με 10 γενιές των 10 χρωμοσωμάτων παρήγαγε αρκετά ακριβή αριθμητικά αποτελέσματα.

Επισημαίνεται ότι η κινητήριος δύναμη της προτεινόμενης τεχνικής είναι μία στοχαστική διαδικασία και μπορεί να θεωρηθεί, από μία επιφανειακή προσέγγιση, ότι δεν λαμβάνεται υπόψη το θεμελιώδες μαθηματικό και φυσικό υπόβαθρο του προβλήματος σκέδασης. Απεναντίας, εντός της GA/MAS λαμβάνεται μέριμνα ώστε να μην αγνοείται η φυσική του προβλήματος. Τούτο επιχειρείται μέσω κατάλληλων περιορισμών και ρυθμίσεων που εισάγονται στην προσαρμόσιμη διαδικασία κατανομής των βοηθητικών πηγών. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται η ομοιόμορφη ακτινοβόληση της επιφάνειας του σκεδαστή από τις MAS πηγές και η αποφυγή ανεπιθύμητων αριθμητικών εξαρτήσεων μεταξύ γειτονικών πηγών. Ακόμη, όπως επιδείχθηκε κατά την επίλυση προβλημάτων σκέδασης με ελλειπτικούς κυλίνδρους, οι προσαρμόσιμες GA/MAS κατανομές που δημιουργούνται, περικλείουν τα ιδιάζοντα σημεία της αναλυτικής επέκτασης του σκεδαζόμενου πεδίου (εστίες της έλλειψης).

Γενικότερα, η GA/MAS αποδίδει καλύτερα εφαρμοζόμενη σε σκεδαστές με ιδιόμορφα γεωμετρικά χαρακτηριστικά, κατανέμοντας περισσότερες πηγές κοντά σε ιδιάζοντα σημεία και συνδυάζει ευκολία εφαρμογής, υιοθέτηση των εμπειρικών κανόνων στην πράξη, υψηλότερη αριθμητική ακρίβεια και αξιοπιστία αριθμητικών αποτελεσμάτων, η οποία ελέγχθηκε διεξοδικά σε πλειάδα προβλημάτων τόσο στο μακρινό, όσο και στο κοντινό πεδίο. Τα ανωτέρω πλεονεκτήματα επιτυγχάνονται εις βάρος του συνολικού υπολογιστικού κόστους επίλυσης του προβλήματος. Άλλωστε, η αυξανόμενη πολυπλοκότητα αποτελεί τυπικό γνώρισμα κάθε εξελικτικής διαδικασίας. Από την άλλη μεριά, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, το κόστος αυτό δεν είναι ιδιαίτερα υψηλό. Κατόπιν αυτών, συνάγεται ότι η διαδικασία βελτιστοποίησης GA/MAS δύναται να ενσωματωθεί σε γενικής χρήσεως πακέτα λογισμικού ηλεκτρομαγνητικών προσομοιώσεων παράγοντας αριθμητικά αποτελέσματα υψηλής ακρίβειας σε προβλήματα σκέδασης που περιλαμβάνουν διάφορους τύπους πεδίων διέγερσης, ιδιόμορφες συνοριακές επιφάνειες και διηλεκτρικά μέσα.

Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι πλέον ενδιαφέρουσες, κατά τον συγγραφέα, ερευνητικές προτάσεις επέκτασης των αποτελεσμάτων της παρούσας έρευνας.

Στην παρούσα διατριβή εξετάστηκαν προβλήματα 2D σκέδασης από κλειστά χωρία. Οι MAS προσομοιώσεις αυτών των διατάξεων ήταν εφικτές χρησιμοποιώντας ένα πλήθος 200 το πολύ αγνώστων (βοηθητικών πηγών). Αναμένεται ότι η ραγδαία αύξηση της υπολογιστικής ισχύος στο μέλλον θα ευνοήσει την εφαρμογή της GA/MAS και σε πολύπλοκα 3D προβλήματα σκέδασης τα οποία, ανάλογα με το μέγεθος των σκεδαστών, ενδέχεται να απαιτούν για την ικανοποιητική αριθμητική επίλυσή τους, την θεώρηση πολλαπλασίου πλήθους αγνώστων.

Ακόμη, στην παρούσα διατριβή χρησιμοποιήθηκαν οι κλασικές MAS πηγές, δηλαδή στοιχειώδεις, απείρου μήκους, νηματοειδείς ρευματικές γραμμές. Στην GA/MAS δύνανται να ενσωματωθούν, χωρίς ιδιαίτερη δυσκολία, πηγές ακτινοβολίας ανώτερης τάξης, GMT πολύπολα και κατανεμημένες πηγές, εφόσον γίνουν οι απαραίτητες μετατροπές στην προσαρμόσιμη διαδικασία χωρικής κατανομής τους. Με αυτόν τον τρόπο αναμένεται να επεκταθεί η δυνατότητα εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου σε προβλήματα σκέδασης που περιλαμβάνουν λεπτές δομές ή αιχμές και να αυξηθεί ακόμη περισσότερο η αριθμητική ακρίβεια των προκυπτουσών λύσεων.

Επιπρόσθετα, η GA/MAS ενδέχεται να είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε προβλήματα ανακατασκευής του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου και προβλήματα αντίστροφης σκέδασης. Γνωρίζοντας, από μετρήσεις, το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο σε κάποια σημεία του χώρου, είναι δυνατόν, χρησιμοποιώντας ως βοηθητικές πηγές καταβόθρες, να εκτιμηθούν οι θέσεις και τα λοιπά χαρακτηριστικά των αγνώστων πηγών διέγερσης. Επισημαίνεται ότι, σε αντίστοιχα προβλήματα στην ακουστική, έχει αποδειχθεί ότι μη κανονικές κατανομές βοηθητικών πηγών πλεονεκτούν των κλασικών ομοιόμορφων κατανομών.

Τέλος, μολονότι στην παρούσα διατριβή επικεντρώθηκε το ενδιαφέρον σε προβλήματα σκέδασης, η ανάλυση διατάξεων ακτινοβολίας δύναται επίσης να αποτελέσει πεδίο εφαρμογής της GA/MAS. Επί παραδείγματι, η GA/MAS πιθανόν να είναι χρήσιμη στην ανάλυση διπόλου παχέος σύρματος. Σε αυτήν την περίπτωση, η υπολογισθείσα σύνθετη αγωγιμότητα εισόδου εμφανίζει εξάρτηση από την ακτίνα των βοηθητικών δακτυλίων στις οποίες κατανέμονται οι MAS πηγές, πιθανόν λόγω της επίδρασης των φαινομένων άκρων. Η GA/MAS, σε συνδυασμό με την ενσωμάτωση κατάλληλης οριακής συνθήκης για την μοντελοποίηση της ρευματικής κατανομής πλησίον των άκρων του διπόλου, ενδέχεται να επιτύχει ικανοποιητικότερη προσομοίωση της διάταξης, αναζητώντας κατάλληλες τιμές για την ακτίνα κάθε βοηθητικού δακτυλίου.