



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΙΣΧΥΟΣ

## **Ανάλυση Απωλειών Μετασχηματιστών Ισχύος με Προηγμένα Υλικά**

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Θεμιστοκλής Δ. Κεφάλας

Αθήνα, Νοέμβριος 2008





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΙΣΧΥΟΣ

## Ανάλυση Απωλειών Μετασχηματιστών Ισχύος με Προηγμένα Υλικά

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Θεμιστοκλής Δ. Κεφάλας

Συμβουλευτική Επιτροπή : Αντώνιος Γ. Κλαδάς

Στέφανος Ν. Μανιάς

Πολυξένη Ι. Γιαννοπούλου-Λασκαράτου

Εγκρίθηκε από την επταμελή εξεταστική επιτροπή την 14<sup>η</sup> Νοεμβρίου 2008.

.....  
Α. Κλαδάς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Κ. Βουρνάς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Σ. Μανιάς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Π. Γεωργιλάκης  
Επ. Καθηγητής Πολυτεχνείου Κρήτης

.....  
Δ. Λαμπρίδης  
Καθηγητής Πολυτεχνικής Σχολής Α.Π.Θ.

.....  
Π. Γιαννοπούλου-Λασκαράτου  
Επ. Καθηγήτρια Ε.Μ.Π.

.....  
Φ. Τοπαλής  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Νοέμβριος 2008

.....  
Θεμιστοκλής Δ. Κεφάλας

Διδάκτωρ Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Θεμιστοκλής Δ. Κεφάλας, 2008.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.



## Περίληψη

Στην παρούσα διατριβή αναπτύσσονται αριθμητικές τεχνικές για τον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών διανομής τυλιχτού πυρήνα καθώς και μέθοδοι που αποσκοπούν στη μείωση τους. Οι συγκεκριμένες αριθμητικές τεχνικές συνδυάζονται με ντετερμινιστικούς και στοχαστικούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης για την ελαχιστοποίηση του κατασκευαστικού κόστους και του ολικού κόστους κατοχής των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα.

Ο υπολογισμός των απωλειών κενού φορτίου επιτυγχάνεται μέσω μίας νέας τεχνικής στην οποία συνδυάζονται η υπολογισμένη πεδιακή κατανομή της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής και οι πειραματικά προσδιορισμένες τοπικές ειδικές απώλειες. Η εύρεση της τοπικής πεδιακής κατανομής υλοποιείται μέσω μίας πρωτότυπης επαναληπτικής διαδικασίας και μη γραμμικών μαγνητοστατικών αναλύσεων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, αποφεύγοντας με αυτόν τον τρόπο τις υπολογιστικά ακριβείς αρμονικές και μεταβατικές αναλύσεις. Η αναπαράσταση της ανισοτροπίας του υλικού των τυλιχτών πυρήνων γίνεται μέσω ενός νέου ελλειπτικού ανιστροπικού μοντέλου που αναπτύχθηκε ειδικά για την πεδιακή ανάλυση των τυλιχτών πυρήνων, σε αντίθεση με τα συμβατικά ανιστροπικά μοντέλα τα οποία έχουν αναπτυχθεί μέχρι στιγμής και είναι κατάλληλα για μετασχηματιστές στοιβαχτού τύπου. Το πλεονέκτημα της νέας αυτής τεχνικής σε σχέση με τις τεχνικές που εμφανίζονται στη διεθνή βιβλιογραφία είναι το μικρό υπολογιστικό κόστος και η καλή ακρίβεια, καθιστώντας τη συγκεκριμένη τεχνική ιδανική για βιομηχανική εφαρμογή.

Επιπλέον, αναπτύχθηκε μία καινοτόμος τεχνική για τη μείωση των απωλειών κενού φορτίου η οποία δεν είχε προταθεί ξανά στη διεθνή βιβλιογραφία. Η συγκεκριμένη τεχνική βασίζεται στην ανομοιομορφία της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής των τυλιχτών πυρήνων και στη χρήση σύνθετων τυλιχτών πυρήνων που είναι κατασκευασμένοι από δύο διαφορετικές ποιότητες σιδηρομαγνητικών λαμαρινών κατευθυνόμενων κόκκων. Μέσω της τεχνικής αυτής είναι δυνατή η περαιτέρω μείωση του ολικού κόστους κατοχής των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα.

Οι αριθμητικές τεχνικές που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της διατριβής συμβάλλουν στη μείωση του κατασκευαστικού κόστους των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα καθώς και στη μείωση των απωλειών κενού φορτίου.

## Λέξεις Κλειδιά

Αλγόριθμος Προσομοιωμένης Ανόπτωσης, Απώλειες Κενού Φορτίου, Βαθμωτό Δυναμικό, Βελτιστοποίηση Σχεδίασης, Γενετικός Αλγόριθμος, Ελλειπτικό Ανιστροπικό Μοντέλο, Εξοικονόμηση Ενέργειας, Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων, Μετασχηματιστές, Μη Γραμμική Ανάλυση, Ντετερμινιστικοί Αλγόριθμοι, Ολικό Κόστος Κατοχής, Τανυστική Ανάλυση, Τρισδιάστατες Αριθμητικές Τεχνικές, Τυλιχτός Πυρήνας.

## **Abstract**

The present thesis concerns the development of numerical techniques and methods for the evaluation and minimization of wound core distribution transformer no load losses. The aforementioned numerical techniques are combined with deterministic and stochastic optimization algorithms for the minimization of the manufacturing and the total owing cost of wound core transformers.

The no load loss evaluation is achieved by the application of a new technique that combines the computed peak flux density distribution with the experimentally determined local specific core losses. The computation of the peak flux density distribution is performed by a novel iterative procedure and nonlinear finite element magnetostatic analysis, avoiding in this manner the computationally expensive harmonic and transient analysis. The representation of the wound core material anisotropy is accomplished by a new elliptic anisotropy model specifically developed for wound cores, in contrast with conventional elliptic anisotropy models that have been developed so far which are suitable for stack core transformers. The advantages of the aforementioned technique, in contrast with conventional techniques appearing in the literature, are its accuracy and low computational cost which renders the proposed numerical technique ideal for industry application.

Furthermore, a novel technique for the no load loss minimization has been developed. The specific technique is based on the wound core flux density non-uniformity and makes use of multiple grade lamination wound cores which are constructed of two different grades of grain oriented magnetic steel. By applying the multiple grade lamination wound core technique a further reduction of the total owing cost of wound core distribution transformers is achieved.

The numerical techniques developed in the present thesis are going to contribute to the reduction of the manufacturing cost and no load loss of wound core transformers.

## **Keywords**

Design Optimization, Deterministic Algorithms, Elliptic Anisotropy Model, Energy Efficiency, Finite Element Method, Genetic Algorithm, No Load Loss, Nonlinear Analysis, Scalar Potential, Simulated Annealing, Tensor Analysis, Three-Dimensional Numerical Methods, Total Owing Cost, Transformers, Wound Core.

Γ' ΚΟΙΝΟΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΣΤΗΡΙΞΗΣ  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ



Η υλοποίηση της παρούσας διδακτορικής διατριβής συγχρηματοδοτείται ως ακολούθως:

- 72% από την Ευρωπαϊκή Ένωση – Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
- 18% από το Ελληνικό Δημόσιο – Υπουργείο Ανάπτυξης – Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας
- 10% από την εταιρία Σεντέρ Ελεκτρικ ΑΕ

στο πλαίσιο του Μέτρου 8.3 του Επιχειρησιακού Προγράμματος Ανταγωνιστικότητα – Γ' Κοινοτικό Πλαίσιο Στήριξης.



## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η διατριβή αυτή άρχισε να εκπονείται το Νοέμβριο του 2005 και ολοκληρώθηκε το Νοέμβριο του 2008 στο Εργαστήριο Ηλεκτρικών Μηχανών και Ηλεκτρονικών Ισχύος του Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, υπό την επίβλεψη του Καθηγητή κ. Αντωνίου Κλαδά.

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου:

- στα μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής, κ. Αντώνιο Κλαδά, Καθηγητή ΕΜΠ και επιβλέποντα της διατριβής, κ. Στέφανο Μανιά, Καθηγητή ΕΜΠ και κ. Πολυξένη Γιαννοπούλου-Λασκαράτου, Επίκουρο Καθηγήτρια ΕΜΠ, για τις υποδείξεις τους και τις εύστοχες παρατηρήσεις τους σε όλα τα στάδια εκπόνησης της διατριβής.
- στον κ. Δημήτριο Λαμπρίδη, Καθηγητή ΑΠΘ, στον κ. Κωνσταντίνο Βουρνά, Καθηγητή ΕΜΠ, στον κ. Φραγκίσκο Τοπαλή, Καθηγητή ΕΜΠ, στον κ. Μιχάλη Παπαδόπουλο, Ομότιμο Καθηγητή ΕΜΠ και στον κ. Ιωάννη Τεγόπουλο, Ομότιμο Καθηγητή ΕΜΠ, για το θερμό ενδιαφέρον τους για την παρούσα διατριβή καθώς και για τις καίριες παρατηρήσεις και διορθώσεις τους στο τελικό κείμενο.
- στον κ. Παύλο Γεωργιάκη, Επίκουρο Καθηγητή Πολυτεχνείου Κρήτης, για τις πολύτιμες συμβουλές του και την αμέριστη στήριξη του καθόλη τη διάρκεια της παρούσας διατριβής. Οι επιστημονικές του γνώσεις και η σημαντική βιομηχανική εμπειρία του στον τομέα των μετασχηματιστών ισχύος συνέβαλαν ουσιαστικά στην περάτωση της διατριβής.
- στον κ. Σταύρο Παπαθανασίου, Επίκουρο Καθηγητή ΕΜΠ, για την ηθική και υλική υποστήριξη του. Χωρίς αυτή δε θα ήταν δυνατή η εκπόνηση σημαντικών πειραμάτων που βοήθησαν στην ολοκλήρωση της διατριβής.

Επιθυμώ να ευχαριστήσω την εταιρία Σεντέρ Ελεκτρικ ΑΕ και τη Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας του Υπουργείου Ανάπτυξης, για την οικονομική ενίσχυση που μου παρείχαν μέσα από τη συγχρηματοδότηση ερευνητικού προγράμματος που βρισκόταν κοντά στην επιστημονική περιοχή της παρούσας διατριβής.

Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω:

- τον κ. Δημήτρη Παπαρήγα, Διευθυντή Βιομηχανικής Λειτουργίας της Σεντέρ Ελεκτρικ ΑΕ και τον κ. Διονύση Σηπλιόπουλο, Διευθυντή Έργων, Μελετών και Εφαρμογών της Σεντέρ Ελεκτρικ ΑΕ, για την εμπιστοσύνη που έδειξαν στο πρόσωπό μου και την καθοριστική υλική υποστήριξη τους που χωρίς αυτή δε θα ήταν δυνατή η ολοκλήρωση της παρούσας διατριβής. Τον κ. Θανάση Σουφλάρη, Προϊστάμενο Μελετών Μετασχηματιστών της Σεντέρ Ελεκτρικ ΑΕ και τον κ. Γιώργο Λοΐζο, διδάκτορα Πανεπιστημίου Cardiff και Μηχανικό Μελετών Μετασχηματιστών της Σεντέρ Ελεκτρικ ΑΕ, οι οποίοι με τη στενή συνεργασία, την καθοδήγηση, τις πρωτότυπες ιδέες και την παροχή κάθε είδους αναγκαίων τεχνικών πληροφοριών, συνέβαλαν ουσιαστικά στην υλοποίηση των ερευνητικών στόχων της διατριβής. Τον κ. Σπύρο Ελευσινιώτη, Υπεύθυνο Διασφάλισης Ποιότητας, για το θερμό ενδιαφέρον του για την παρούσα διατριβή.
- τους συναδέλφους μου κκ. Νικόλαο Κιμουλάκη, Παναγιώτη Ροβολή, Δημήτριο Ράπτη, Χαράλαμπο Πάτσιο, Ευάγγελο Τσαμπούρη, Μίνω Μπενιακάρ, Ευάγγελο Καρφόπουλο, Κωνσταντίνο Παύλου, Ιάκωβο Μανωλά, Εύα Παρασκευαδάκη,

Στέφανο Παπαευθυμίου, υποψήφιους διδάκτορες ΕΜΠ και Ελευθέριο Αμοιραλή, διδάκτορα Πολυτεχνείου Κρήτης, για τις συμβουλές τους, τις πολύτιμες ιδέες τους και τη στήριξη τους σε δύσκολες στιγμές.

- την κ. Μαρίνα Τσίλη και τον κ. Αντώνιο Χανιώτη, διδάκτορες ΕΜΠ, για την πολύ σημαντική βοήθεια τους στην κατανόηση θεωρητικών και πειραματικών θεμάτων που σχετίζονται με το μετασχηματιστή καθώς και για τις συμβουλές και τη στήριξη τους σε δύσκολες στιγμές.
- τον κ. Παναγιώτη Ζάννη, ΕΤΕΠ ΕΜΠ, για τη βοήθεια και καθοδήγηση του σε πειραματικά θέματα που σχετίζονται με τους μετασχηματιστές ισχύος.
- την κ. Φωτεινή Κουτσογιάννη και την κ. Γεωργία Βγενοπούλου, ΙΔΑΧ ΕΜΠ, καθώς και όλα τα μέλη (ΔΕΠ, ΕΔΤΠ, ΕΤΕΠ, ΙΔΑΧ, μεταπτυχιακούς και προπτυχιακούς φοιτητές) του Τομέα Ηλεκτρικής Ισχύος, με τα οποία αναπτύχθηκαν άψογες σχέσεις, δημιουργώντας ένα ιδανικό περιβάλλον συνεργασίας.
- τα μέλη της οικογένειάς μου που σε όλη αυτή την περίοδο μου συμπαραστάθηκαν και με στήριξαν με πολλούς τρόπους.

Θεμιστοκλής Δ. Κεφάλας

Αθήνα, Νοέμβριος 2008

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1	Αντικείμενο και σκοπός της διατριβής	1
1.2	Ανασκόπηση βιβλιογραφίας	3
1.2.1	Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων	3
1.2.2	Μοντελοποίηση ανισοτροπικών υλικών και ελασμάτων σιδηρομαγνητικού υλικού	6
1.2.3	Υστέρηση	6
1.2.4	Πειράματα σε τυλιχτούς πυρήνες	8
1.2.5	Αλγόριθμοι βελτιστοποίησης και σύζευξη με πεπερασμένα στοιχεία	9
1.2.6	Υπολογισμός απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα	9
1.3	Συμβολή της διατριβής	11
1.4	Δομή της διατριβής	13
1.5	Βιβλιογραφία	15

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΠΡΟΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΚΑΙ ΠΛΕΓΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗ

2.1	Εισαγωγή	21
2.2	Απλός πυρήνας τυλιχτού τύπου	22
2.2.1	Σημεία	23
2.2.2	Ευθύγραμμα τμήματα	25
2.2.3	Περιοχές	28
2.3	Μονοφασικός μετασχηματιστής τύπου κελύφους τυλιχτού πυρήνα	31
2.3.1	Σημεία	31
2.3.2	Ευθύγραμμα τμήματα	33
2.3.3	Περιοχές	36
2.4	Ο πλεγματοποιητής Triangle	39
2.5	Τριγωνοποίηση Delaunay	40
2.6	Συνθήκες τριγωνοποίησης Delaunay	42
2.7	Αλγόριθμοι τριγωνοποίησης Delaunay	42
2.7.1	Αλγόριθμος προσαύξησης	42
2.7.2	Αλγόριθμος διαίρει και βασίλευε	43
2.8	Πλέγματα απλού τυλιχτού πυρήνα και μονοφασικού μετασχηματιστή	43
2.9	Συμπεράσματα	46
2.10	Βιβλιογραφία	47

### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΙΔΗΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΜΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ SPLINES**

3.1	Εισαγωγή	49
3.2	Παρεμβολή συναρτήσεων με κυβικές Splines	50
3.3	Γενίκευση για μη ισαπέχοντα σημεία	52
3.4	Υλοποίηση κώδικα για παρεμβολή συναρτήσεων με κυβικές Splines	52
3.5	Εφαρμογή κώδικα κυβικών Splines για διάφορες μαγνητικές λαμαρίνες	56
3.6	Επέκταση της καμπύλης μαγνήτισης	63
3.7	Συμπεράσματα	71
3.8	Βιβλιογραφία	73

### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

4.1	Τριγωνικά στοιχεία πρώτης τάξης	75
4.2	Συνέχεια μεταξύ στοιχείων πρώτης τάξης	77
4.3	Λύση του συνδεδεμένου προβλήματος	79
4.4	Εξίσωση Poisson	81
4.5	Μοντελοποίηση της πηγής ρεύματος	82
4.6	Ανομοιογένεια υλικών και συνοριακές συνθήκες	84
4.7	Προγραμματιστικές τεχνικές για την εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών	84
4.8	Διασύνδεση πολλαπλών στοιχείων	86
4.9	Ελαχιστοποίηση συναρτησιακής για μαγνητικά πεδία	89
4.10	Λύση με απλή επαναληπτική διαδικασία	92
4.11	Επίλυση με τη μέθοδο Newton-Raphson	94
4.12	Πρακτική εφαρμογή της μεθόδου Newton-Raphson	97
4.13	Ανισοτροπικά υλικά	98
4.13.1	Ελλειπτικό ανισοτροπικό μοντέλο για τη μακροσκοπική αναπαράσταση σιδηρομαγνητικών ελασμάτων	98
4.13.2	Εκφράσεις για την ειδική μαγνητική αντίσταση κατά την $p$ και $q$ διεύθυνση	102
4.13.3	Ενσωμάτωση του ανισοτροπικού μοντέλου στη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων	106
4.14	Συμπεράσματα	107
4.15	Βιβλιογραφία	109



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΔΙΑΤΑΞΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ ΤΥΛΙΧΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ**

5.1	Πειραματική διάταξη	111
5.2	Λογισμικό της διάταξης μέτρησης	114
5.3	Μετεπεξεργασία των μετρήσεων	116
5.4	Μετρήσεις τοπικής μαγνητικής επαγωγής και τοπικών ειδικών απωλειών	119
5.5	Μετρήσεις απωλειών κενού φορτίου τριφασικών μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα	123
5.6	Επίπτωση μηχανικής καταπόνησης στις τοπικές ειδικές απώλειες	128
5.7	Συμπεράσματα	132
5.8	Βιβλιογραφία	133

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΚΕΝΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ ΤΥΛΙΧΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ**

6.1	Υπολογισμός απωλειών κενού φορτίου με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων	135
6.1.1	Εύρεση ρεύματος εισόδου πειραματικά	137
6.1.2	Εύρεση απωλειών κενού φορτίου μέσω μαγνητοστατικών αναλύσεων πεπερασμένων στοιχείων	139
6.2	Υπολογισμός απωλειών κενού φορτίου και σύγκριση με πειραματικά δεδομένα	144
6.2.1	Αναλυτικός υπολογισμός	146
6.2.2	Συζευγμένη αριθμητική-πειραματική ανάλυση (Coupled FEM-experiment)	147
6.2.3	Ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων FEM	148
6.2.4	Ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων FEM με τη χρήση τανυστή ειδικής μαγνητικής αντίστασης	149
6.3	Υπολογισμός κατανομής μαγνητικής επαγωγής και σύγκριση με πειραματικά δεδομένα	151
6.4	Ενσωμάτωση της επίπτωσης των μηχανικών καταπονήσεων στον κώδικα υπολογισμού απωλειών κενού φορτίου	156
6.4.1	Σύνθετος τύπος τραπεζίου	158
6.4.2	Σύνθετος τύπος Simpson	159
6.4.3	Πειραματική επιβεβαίωση	159
6.5	Συμπεράσματα	160
6.6	Βιβλιογραφία	161

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΕΡΕΥΝΑΣ**

7.1	Επίπτωση του υπολογισμού απωλειών κενού φορτίου στο κατασκευαστικό κόστος των μετασχηματιστών	163
7.2	Ελαχιστοποίηση του ολικού κόστους κατοχής μετασχηματιστών διανομής τυλιχτού πυρήνα	168
7.3	Σύνθετοι τυλιχτοί πυρήνες για τη μείωση των απωλειών σιδήρου και του κατασκευαστικού κόστους	173
7.4	Επίπτωση ανώτερων αρμονικών τάσης στη λειτουργία κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα	182
7.5	Συμπεράσματα	190
7.6	Βιβλιογραφία	191

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ**

8.1	Συμπεράσματα	193
8.2	Σημεία προαγωγής της επιστήμης	196
8.3	Θέματα για περαιτέρω διερεύνηση	197
8.4	Βιβλιογραφία	199

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΓΡΑΦΙΚΟΣ ΜΕΤΕΠΕΞΕΡΓΑΣΤΗΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ POTENTIAL<sup>®</sup>**

Π.1	Κεντρικό μενού γραφικού μετεπεξεργαστή	201
Π.2	Μενού γεωμετρίας γραφικού μετεπεξεργαστή	202
Π.3	Μενού πλέγματος γραφικού μετεπεξεργαστή	203
Π.4	Μενού πεδιακών κατανομών (Element Plot)	206
Π.5	Μενού διανυσματικών πεδιακών κατανομών	210
Π.6	Μενού ισοδυναμικών γραμμών (Nodal Plot)	212

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΩΝ

Παρακάτω παρατίθενται οι συμβολισμοί που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διατριβή.

$A$	Ενεργός διατομής σιδηρομαγνητικού υλικού, εμβαδό.
$\mathbf{A}$	Μαγνητικό διανυσματικό δυναμικό.
$a$	Παράμετρος γραμμικής παρεμβολής δυναμικού.
$Al$	Συμβολισμός επιφανειών.
$a_1 \dots a_3$	Συναρτήσεις μορφής.
$A_{factor}$	Παράγοντας $A$ ολικού κόστους κατοχής.
$A_z$	Συνιστώσα $z$ διανυσματικού δυναμικού.
$B$	Μαγνητική επαγωγή.
$b$	Παράμετρος γραμμικής παρεμβολής δυναμικού.
$B_{factor}$	Παράγοντας $B$ ολικού κόστους κατοχής.
$B_p$	Τοπική τιμή κορυφής μαγνητικής επαγωγής.
$c$	Παράμετρος γραμμικής παρεμβολής δυναμικού.
$C$	Μήτρα συνδετικότητας.
$C_{Cu}$	Κόστος αγωγίμου υλικού.
$CD$	Απόσταση πηνίου από πυρήνα.
$C_{Fe}$	Κόστος σιδηρομαγνητικού υλικού.
$CH$	Ύψος πηνίου.
$C_{HM}$	Κόστος μαγνητικής λαμαρίνας υψηλής μαγνήτισης.
$CMDV$	Συντελεστής ελέγχου πυκνότητας πλέγματος.
$c_{sf}$	Συντελεστής πληρότητας πυρήνα.
$C_{SM}$	Κόστος συμβατικής μαγνητικής λαμαρίνας.
$CT$	Πάχος πηνίου.
$D$	Αξονικό μήκος πυρήνα.
$D1$	Αξονικό μήκος πρώτου πυρήνα.
$D2$	Αξονικό μήκος δεύτερου πυρήνα.
$DF$	Συντελεστής αλλοίωσης.
$DF$	Μέση τιμή συντελεστή αλλοίωσης.
$d_{ms}$	Πυκνότητα σιδηρομαγνητικού υλικού.

$E$	Ενέργεια.
$EL$	Κόστος ηλεκτρισμού.
$Eu$	Πάχος πυρήνα.
$f$	Συχνότητα.
$F1$	Πλάτος παράθυρου μικρού πυρήνα.
$F2$	Πλάτος παράθυρου μεγάλου πυρήνα.
$f_s$	Συχνότητα δειγματοληψίας.
$f(\mathbf{x})$	Αντικειμενική συνάρτηση.
$H$	Ένταση μαγνητικού πεδίου.
$\mathbf{H}_g$	Εκτιμώμενο πεδίο.
$\mathbf{H}_{gi}$	Εκτιμώμενο πεδίο στην περιοχή του σιδήρου.
$\mathbf{H}_{go}$	Εκτιμώμενο πεδίο στην περιοχή του αέρα.
$HPY$	Ωρες λειτουργίας ανά χρόνο.
$HV$	Υψηλή τάση.
$I$	Ρεύμα.
$i$	Δείκτης.
$I_{rms}$	Ενεργός τιμή ρεύματος.
$J$	Πυκνότητα ρεύματος
$j$	Δείκτης.
$k$	Δείκτης.
$\mathbf{K}$	Κατανομή πεδίου.
$k_s$	Σχετική ποσότητα σιδήρου σε πυρήνα μετασχηματιστή.
$l_k$	Μέσο μήκος $k$ -οστού σιδηρομαγνητικού ελάσματος.
$L_{th}$	Πάχος σιδηρομαγνητικού ελάσματος.
$LV$	Χαμηλή τάση.
$M$	Μάζα.
$M_{Cu}$	Μάζα αγωγίμου υλικού.
$M_{Fe}$	Μάζα σιδηρομαγνητικού υλικού.
$M_{HM}$	Μάζα μαγνητικής λαμαρίνας υψηλής μαγνήτισης.
$MM$	Συντελεστής απόδοσης ιδιότητας υλικού.
$M/\Sigma$	Μετασχηματιστής.

$M_{SM}$	Μάζα συμβατικής μαγνητικής λαμαρίνας.
$N$	Αριθμός σπειρών πηνίου.
$N1$	Αριθμός σπειρών πηνίου διέγερσης.
$N2$	Αριθμός σπειρών δοκιμαστικού πηνίου.
$P$	Ισχύς απωλειών.
$p$	Διεύθυνση εύκολης μαγνήτισης.
$P_k$	Απώλειες $k$ -οστού σιδηρομαγνητικού ελάσματος.
$P_{IL}$	Πειραματικά προσδιορισμένες απώλειες σιδήρου.
$P_L$	Τοπικές ειδικές απώλειες σιδήρου.
$P_{Lk}$	Τοπικές ειδικές απώλειες $k$ -οστού σιδηρομαγνητικού ελάσματος.
$P_{LL}$	Απώλειες φορτίου.
$P_{LL}^g$	Εγγυημένες απώλειες φορτίου.
$P_{NLL}$	Απώλειες κενού φορτίου.
$P_{NLL}^g$	Εγγυημένες απώλειες κενού φορτίου.
$P_{SCL}$	Ειδικές μονοφασικές απώλειες.
PSLG	Τυποποιημένο αρχείο γραφικών.
$q$	Συντελεστής απόσβεσης τροποποιημένης μεθόδου Newton-Raphson.
$q$	Διεύθυνση δύσκολης μαγνήτισης.
$r$	Λόγος ημιαξόνων έλλειψης.
$R_{Air}$	Μαγνητική αντίσταση αέρα.
$R_{Fe}$	Μαγνητική αντίσταση σιδήρου.
$R_M$	Μαγνητική αντίσταση.
$R_p$	Μαγνητική αντίσταση κατά την κατεύθυνση $p$ .
$R_q$	Μαγνητική αντίσταση κατά την κατεύθυνση $q$ .
$S$	Φαινόμενη ισχύς.
$S$	Μήτρα σκληρότητας.
$S_{dis}$	Ασύνδετη μήτρα σκληρότητας.
$SM$	Περιθώριο κέρδους.
$t$	Χρόνος.
$T$	Περίοδος.
TOC	Ολικό κόστος κατοχής μετασχηματιστή.

$U$	Δυναμικό.
$U_1 \dots U_3$	Τιμές δυναμικού στις κορυφές τριγωνικού στοιχείου.
$U_{con}$	Συνδεδεμένο διάνυσμα δυναμικών.
$U_{dis}$	Ασύνδετο διάνυσμα δυναμικών.
$U_k$	Τάση βραχυκύκλωσης.
$U_k^s$	Εγγυημένη τάση βραχυκύκλωσης.
$V$	Τάση.
$\nu$	Ειδική μαγνητική αντίσταση.
$\nu_0$	Ειδική μαγνητική αντίσταση του κενού.
$\nu_I$	Ειδική μαγνητική αντίσταση του σιδήρου.
$\nu_r$	Σχετική ειδική μαγνητική αντίσταση.
$V_{rms}$	Ενεργός τιμή τάσης.
$W$	Ενέργεια.
$x$	Καρτεσιανή συντεταγμένη.
$\mathbf{x}$	Διάνυσμα ανεξάρτητων μεταβλητών.
$x_1$	Γεωμετρική παράμετρος σύνθετου τυλιχτού πυρήνα.
$x_2$	Γεωμετρική παράμετρος σύνθετου τυλιχτού πυρήνα.
$y$	Καρτεσιανή συντεταγμένη.
$\theta_{max}$	Μέγιστη γωνία τριγωνικού στοιχείου.
$\theta_{min}$	Ελάχιστη γωνία τριγωνικού στοιχείου.
$\lambda$	Πεπλεγμένη ροή.
$\mu$	Μαγνητική διαπερατότητα.
$\mu_0$	Μαγνητική διαπερατότητα του κενού.
$\mu_I$	Μαγνητική διαπερατότητα του σιδήρου.
$\mu_r$	Σχετική μαγνητική διαπερατότητα.
$\Phi$	Μαγνητικό βαθμωτό δυναμικό.
$\Phi$	Μαγνητική ροή.
$\Phi_g$	Γενικευμένο μαγνητικό βαθμωτό δυναμικό.
$\omega$	Γωνιακή ταχύτητα.

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Παρακάτω παρατίθεται ο κατάλογος των σχημάτων της διατριβής.

2.1	Γεωμετρία του απλού τυλιχτού πυρήνα και του πηνίου διεγέρσεως.	22
2.2	Διάταξη των σημείων του δισδιάστατου μοντέλου του απλού τυλιχτού πυρήνα.	23
2.3	Ευθύγραμμα τμήματα του δισδιάστατου μοντέλου του απλού τυλιχτού πυρήνα.	26
2.4	Οι πέντε περιοχές που απαρτίζουν το δισδιάστατο μοντέλο του απλού τυλιχτού πυρήνα.	29
2.5	Σημεία, ευθύγραμμα τμήματα και περιοχές του δισδιάστατου μοντέλου του απλού τυλιχτού πυρήνα.	30
2.6	Γεωμετρία του μονοφασικού μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα και του πηνίου διεγέρσεως.	31
2.7	Διάταξη των σημείων του δισδιάστατου μοντέλου του μονοφασικού μετασχηματιστή.	33
2.8	Ευθύγραμμα τμήματα του δισδιάστατου μοντέλου του μονοφασικού μετασχηματιστή.	34
2.9	Οι τρεις περιοχές του δισδιάστατου μοντέλου του μονοφασικού μετασχηματιστή.	37
2.10	Σημεία, ευθύγραμμα τμήματα και περιοχές του δισδιάστατου μοντέλου του μονοφασικού μετασχηματιστή.	38
2.11	Τριγωνοποίηση Delaunay ενός τυχαίου συνόλου σημείων στο καρτεσιανό επίπεδο.	41
2.12	Πλέγμα του απλού τυλιχτού πυρήνα.	44
2.13	Πλέγμα του μονοφασικού μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα.	44
2.14	Πλέγμα της τάξης των $10^7$ κόμβων του απλού τυλιχτού πυρήνα.	45
3.1	Διάγραμμα ροής του κώδικα των κυβικών splines.	53
3.2	Χαρακτηριστική μαγνήτισης $B-H$ για τη λαμαρίνα M4 0.27 mm.	56
3.3	Χαρακτηριστική $\nu-B^2$ για τη λαμαρίνα M4 0.27 mm.	57
3.4	Χαρακτηριστική $\mu-H$ για τη λαμαρίνα M4 0.27 mm.	57
3.5	Χαρακτηριστική μαγνήτισης $B-H$ για τη λαμαρίνα M-OH 0.27 mm.	62
3.6	Χαρακτηριστική $\nu-B^2$ για τη λαμαρίνα M-OH 0.27 mm.	63
3.7	Χαρακτηριστική $\mu-H$ για τη λαμαρίνα M-OH 0.27 mm.	63
3.8	Σύνθετη χαρακτηριστική $\nu-B^2$ για τη λαμαρίνα M-OH 0.27 mm.	68
3.9	Λανθασμένη διανυσματική κατανομή $H$ .	68
3.10	Ορθή διανυσματική κατανομή $H$ .	69
3.11	Λανθασμένη διανυσματική κατανομή $B$ .	70
3.12	Ορθή διανυσματική κατανομή $B$ .	70

4.1	Στοιχείο με τριγωνική γεωμετρία στο καρτεσιανό επίπεδο.	75
4.2	Ένωση δύο τριγωνικών στοιχείων.	78
4.3	Ένα στοιχειώδες πλέγμα που αποτελείται από τέσσερα τριγωνικά στοιχεία επεκτείνεται με την προσθήκη ενός ακόμα στοιχείου.	87
4.4	Διάγραμμα ροής απλής επαναληπτικής μεθόδου.	92
4.5	Διάγραμμα ροής τροποποιημένης απλής επαναληπτικής μεθόδου.	93
4.6	Διάγραμμα ροής επαναληπτικής μεθόδου Newton-Raphson.	97
4.7	Καμπύλες μαγνήτισης για διαφορετικές γωνίες σε σχέση με την κατεύθυνση εξέλασης και προβολή τους στο $B_p - B_q$ επίπεδο.	99
4.8	Έλλειψη στο $B_p - B_q$ επίπεδο για την αναπαράσταση της μαγνητικής επαγωγής $B(H, \theta)$ .	100
4.9	Σιδηρομαγνητικές περιοχές στοιβαχτού πυρήνα.	102
4.10	Σιδηρομαγνητική περιοχή τυλιχτού πυρήνα.	102
4.11	Περιοχή σιδηρομαγνητικών ελασμάτων και ροή κατά την κατεύθυνση εξέλασης της μαγνητικής λαμαρίνας.	103
4.12	Περιοχή σιδηρομαγνητικών ελασμάτων και ροή κάθετα προς την κατεύθυνση εξέλασης της μαγνητικής λαμαρίνας.	104
5.1	Εργαστηριακή διάταξη μετρήσεων μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα.	111
5.2	Αναλογικά όργανα μέτρησης.	112
5.3	Αισθητήρια ρεύματος και διαφορικό τάσεως.	113
5.4	Διάταξη σύνδεσης αισθητηρίων (BNC Connector Block).	113
5.5	Διάγραμμα βαθμιδών (block diagram) του πρώτου εικονικού οργάνου.	114
5.6	Έξοδος στην οθόνη του υπολογιστή του πρώτου εικονικού οργάνου.	115
5.7	Διάγραμμα βαθμιδών (block diagram) του δεύτερου εικονικού οργάνου.	115
5.8	Έξοδος στην οθόνη του υπολογιστή του δεύτερου εικονικού οργάνου.	116
5.9	Τάση εισόδου σε κενό φορτίο, χρονική μεταβολή.	117
5.10	Τάση εισόδου σε κενό φορτίο, ανάλυση Fourier.	117
5.11	Ρεύμα κενού φορτίου, χρονική μεταβολή.	117
5.12	Ρεύμα κενού φορτίου, ανάλυση Fourier.	117
5.13	Βρόχοι $B - H$ (σιδηρομαγνητικό υλικό HiB, M-OH 0.27 mm).	119
5.14	Τυλιχτός πυρήνας και δοκιμαστικά πηνία.	120
5.15	Εσωτερικό τμήμα τυλιχτού πυρήνα.	129
5.16	Εξωτερικό τμήμα τυλιχτού πυρήνα.	129
5.17	Σύγκριση ειδικών απωλειών εσωτερικού και εξωτερικού τμήματος.	129
5.18	Σύγκριση ειδικών απωλειών καταπονημένων εσωτερικών ελασμάτων και μη καταπονημένου εξωτερικού ελάσματος για τη λαμαρίνα M-OH 0.27 mm.	130
5.19	Σύγκριση ειδικών απωλειών καταπονημένων εσωτερικών ελασμάτων και μη καταπονημένου εξωτερικού ελάσματος για τη λαμαρίνα M4 0.27 mm.	131



6.1	Διάγραμμα ροής υπολογισμού απωλειών κενού φορτίου με βάση τοπικές πεδιακές τιμές του πυρήνα.	136
6.2	Βρόχοι $B - H$ τυλιχτού πυρήνα κατά τη δοκιμή κενού φορτίου.	137
6.3	Κυματομορφή της τάσης εισόδου στο τύλιγμα διέγερσης του πυρήνα.	138
6.4	Κυματομορφή του ρεύματος διέγερσης.	138
6.5	Διάγραμμα ροής επαναληπτικού αλγορίθμου μαγνητοστατικών αναλύσεων πεπερασμένων στοιχείων.	141
6.6	Υπολογισμός της μαγνητικής ροής μέσω επιφάνειας με σύνορο $\Gamma$ .	142
6.7	Γεωμετρία μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα, τύπου πυρήνα.	143
6.8	Γεωμετρία μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα, τύπου κελύφους.	143
6.9	Απώλειες κενού φορτίου συναρτήσει της ενεργού τιμής της τάσεως του πηνίου διεγέρσεως. Σύγκριση τεσσάρων μεθόδων, μίας αναλυτικής και τριών αριθμητικών, με τα πειραματικά αποτελέσματα.	145
6.10	Απώλειες κενού φορτίου συναρτήσει της ενεργού τιμής της τάσεως του πηνίου διεγέρσεως. Σύγκριση αναλυτικής μεθόδου και πειραματικών αποτελεσμάτων.	146
6.11	Απώλειες κενού φορτίου συναρτήσει της ενεργού τιμής της τάσεως του πηνίου διεγέρσεως. Σύγκριση συζευγμένης πειραματικής-πεπερασμένων στοιχείων μεθόδου (Coupled FEM-experiment) με τα πειραματικά αποτελέσματα.	148
6.12	Απώλειες κενού φορτίου συναρτήσει της ενεργού τιμής της τάσεως του πηνίου διεγέρσεως. Σύγκριση μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων (FEM) με πειραματικά αποτελέσματα.	149
6.13	Διανυσματική απεικόνιση της μαγνητικής επαγωγής για μαγνητοστατική ανάλυση χωρίς τη χρήση τανυστή.	150
6.14	Διανυσματική απεικόνιση της μαγνητικής επαγωγής για μαγνητοστατική ανάλυση με τη χρήση τανυστή.	150
6.15	Απώλειες κενού φορτίου συναρτήσει της ενεργού τιμής της τάσεως του πηνίου διεγέρσεως. Σύγκριση μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων με χρήση τανυστή ειδικής μαγνητικής αντίστασης (FEM tensor) με τα πειραματικά αποτελέσματα.	151
6.16	Διανυσματική απεικόνιση της μαγνητικής επαγωγής για μαγνητοστατική ανάλυση με τη χρήση τανυστή και για μέση μαγνητική επαγωγή 0,94 T.	151
6.17	Διανυσματική απεικόνιση της μαγνητικής επαγωγής για μαγνητοστατική ανάλυση με τη χρήση τανυστή και για μέση μαγνητική επαγωγή 1,05 T.	152
6.18	Διανυσματική απεικόνιση της μαγνητικής επαγωγής για μαγνητοστατική ανάλυση με τη χρήση τανυστή και για μέση μαγνητική επαγωγή 1,65 T.	152
6.19	Διανυσματική απεικόνιση της μαγνητικής επαγωγής και γραμμές $F1$ , $Eu$ , $G$ κατά μήκος των οποίων υπολογίστηκε η κατανομή της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής.	152
6.20	Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής $Eu$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,55 T.	153
6.21	Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής $F1$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,55 T.	153

6.22	Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής $G$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,55 T.	153
6.23	Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής $Eu$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,65 T.	154
6.24	Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής $F1$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,65 T.	154
6.25	Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής $G$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,65 T.	154
6.26	Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής $Eu$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,86 T.	155
6.27	Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής $F1$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,86 T.	155
6.28	Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής $G$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,86 T.	155
6.29	Συντελεστής αλλοίωσης συναρτήσει του μήκους του σκέλους του πυρήνα για τη λαμαρίνα υψηλής μαγνήτισης M-OH 0.27 mm.	156
6.30	Συντελεστής αλλοίωσης συναρτήσει του μήκους του σκέλους του πυρήνα για τη συμβατική λαμαρίνα M4 0.27 mm.	156
6.31	Τροποποιημένο διάγραμμα ροής υπολογισμού απωλειών κενού φορτίου στο οποίο ενσωματώνεται η επίπτωση της μηχανικής καταπόνησης.	158
6.32	Απώλειες κενού φορτίου συναρτήσει της ενεργού τιμής της τάσεως του πηνίου διεγέρσεως. Σύγκριση μεθόδων FEM tensor χωρίς χρήση $DF$ , FEM tensor με χρήση $DF$ και πειραματικών αποτελεσμάτων.	159
7.1	Κατασκευαστικό κόστος μετασχηματιστή 160 kVA συναρτήσει απωλειών κενού φορτίου.	165
7.2	Κατανομή απωλειών κενού φορτίου 10 μετασχηματιστών 250 kVA.	167
7.3	Κατανομή απωλειών κενού φορτίου 33 μετασχηματιστών 100 kVA.	167
7.4	Γεωμετρία του υβριδικού αριθμητικού μοντέλου πεπερασμένων-οριακών στοιχείων.	170
7.5	Γεωμετρία και διανυσματική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής του εξωτερικού πυρήνα τριφασικού μετασχηματιστή ( $B = 1,57$ T).	172
7.6	Λεπτομέρεια από τη διανυσματική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής τυλιχτού πυρήνα ( $B = 1,66$ T).	172
7.7	Λεπτομέρεια από την κατανομή της μαγνητικής επαγωγής τυλιχτού πυρήνα ( $B = 1,66$ T).	173

7.8	Σύνθετος τυλιχτός πυρήνας κατασκευασμένος από συμβατική και υψηλής μαγνήτισης μαγνητική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων.	174
7.9	Γεωμετρία του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα.	175
7.10	Γεωμετρία του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων σύνθετου τυλιχτού πυρήνα.	176
7.11	Διανυσματική κατανομή μαγνητικής επαγωγής σύνθετου τυλιχτού πυρήνα για $x_1 = 5 \text{ mm}$ , $x_2 = 10 \text{ mm}$ , $B = 1,4 \text{ T}$ .	177
7.12	Διανυσματική κατανομή μαγνητικής επαγωγής σύνθετου τυλιχτού πυρήνα για $x_1 = 0 \text{ mm}$ , $x_2 = 10 \text{ mm}$ , $B = 1,4 \text{ T}$ .	177
7.13	Κατανομή μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής AB σύνθετου τυλιχτού πυρήνα για $x_1 = 5 \text{ mm}$ , $x_2 = 10 \text{ mm}$ , $B = 1,4 \text{ T}$ .	178
7.14	Κατανομή μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής AB σύνθετου τυλιχτού πυρήνα για $x_1 = 0 \text{ mm}$ , $x_2 = 10 \text{ mm}$ , $B = 1,4 \text{ T}$ .	178
7.15	Διανυσματική κατανομή μαγνητικής επαγωγής, τρισδιάστατου μοντέλου σύνθετου τυλιχτού πυρήνα, για $x_1 = 5,9 \text{ mm}$ , $x_2 = 6.7 \text{ mm}$ .	179
7.16	Διαγραμματική αναπαράσταση της διαδικασίας βελτιστοποίησης.	180
7.17	Σύγκλιση ντετερμινιστικών αλγόριθμων βελτιστοποίησης για την ελαχιστοποίηση της εξίσωσης (7.17).	180
7.18	Σύγκλιση αλγόριθμου βελτιστοποίησης προσομοιωμένης απόπτωσης για την ελαχιστοποίηση της εξίσωσης (7.17).	181
7.19	Σύγκλιση τροποποιημένου αλγόριθμου προσομοιωμένης απόπτωσης SAR για την ελαχιστοποίηση της εξίσωσης (7.17).	182
7.20	Σύγκριση πλάτους αρμονικών παραμορφωμένων κυματομορφών τάσης (φάσης-ουδέτερου και φάσης-φάσης).	186
7.21	Σύγκριση φάσης αρμονικών παραμορφωμένων κυματομορφών τάσης (φάσης-ουδέτερου και φάσης-φάσης).	186
7.22	Σύγκριση προσομοιωμένου και πειραματικού ρεύματος διεγέρσεως για ημιτονοειδή τάση.	186
7.23	Σύγκριση προσομοιωμένου και πειραματικού ρεύματος διεγέρσεως για παραμορφωμένη ημιτονοειδή τάση μεταξύ φάσης και ουδέτερου.	187
7.24	Σύγκριση προσομοιωμένου και πειραματικού ρεύματος διεγέρσεως για παραμορφωμένη ημιτονοειδή τάση μεταξύ δύο φάσεων.	187
7.25	Σύγκριση πλάτους αρμονικών ρεύματος διεγέρσεως υπό ημιτονοειδή και παραμορφωμένη τάση μεταξύ φάσεων.	189
7.26	Σύγκριση φάσης αρμονικών ρεύματος διεγέρσεως υπό ημιτονοειδή και παραμορφωμένη τάση μεταξύ φάσεων.	189
Π.1	Κεντρικό μενού γραφικού μετεπεξεργαστή.	201
Π.2	Μενού γεωμετρίας γραφικού μετεπεξεργαστή.	202
Π.3	Σημεία γεωμετρίας δισδιάστατου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.	202
Π.4	Ευθύγραμμα τμήματα δισδιάστατου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.	203
Π.5	Μενού πλέγματος γραφικού μετεπεξεργαστή.	203

<b>Π.6</b>	Κόμβοι του πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων.	204
<b>Π.7</b>	Βαρύκεντρα τριγωνικών στοιχείων πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων.	204
<b>Π.8</b>	Πλέγμα δισδιάστατου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.	205
<b>Π.9</b>	Πλέγμα και βαρύκεντρα δισδιάστατου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.	205
<b>Π.10</b>	Υλικά δισδιάστατου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.	206
<b>Π.11</b>	Μενού πεδιακών κατανομών γραφικού μετεπεξεργαστή.	206
<b>Π.12</b>	Κατανομή συνιστώσας $H_x$ της έντασης του μαγνητικού πεδίου.	207
<b>Π.13</b>	Κατανομή συνιστώσας $H_y$ της έντασης του μαγνητικού πεδίου.	207
<b>Π.14</b>	Κατανομή του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου.	208
<b>Π.15</b>	Κατανομή συνιστώσας $B_x$ της μαγνητικής επαγωγής.	208
<b>Π.16</b>	Κατανομή συνιστώσας $B_y$ της μαγνητικής επαγωγής.	209
<b>Π.17</b>	Κατανομή του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής.	209
<b>Π.18</b>	Κατανομή συνιστώσας $J_z$ της πυκνότητας ρεύματος.	210
<b>Π.19</b>	Μενού διανυσματικών κατανομών γραφικού μετεπεξεργαστή.	210
<b>Π.20</b>	Διανυσματική κατανομή έντασης μαγνητικού πεδίου.	211
<b>Π.21</b>	Διανυσματική κατανομή μαγνητικής επαγωγής.	211
<b>Π.22</b>	Μενού ισοδυναμικών γραμμών γραφικού μετεπεξεργαστή.	212
<b>Π.23</b>	Δυναμικές γραμμές μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού.	212

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Παρακάτω παρατίθεται ο κατάλογος των πινάκων της διατριβής.

2.1	Συντεταγμένες των σημείων της γεωμετρίας του απλού τυλιχτού πυρήνα.	24-25
2.2	Αρχικά και τελικά σημεία των ευθύγραμμων τμημάτων του μοντέλου του απλού τυλιχτού πυρήνα.	26-28
2.3	Συντεταγμένες των σημείων των περιοχών του μοντέλου απλού τυλιχτού πυρήνα και συντελεστές αποδιδόμενου υλικού.	30
2.4	Συντεταγμένες των σημείων της γεωμετρίας του μονοφασικού μετασχηματιστή.	31-32
2.5	Αρχικά και τελικά σημεία των ευθύγραμμων τμημάτων του μοντέλου του μονοφασικού μετασχηματιστή.	35-36
2.6	Συντεταγμένες των σημείων των περιοχών του μοντέλου μονοφασικού μετασχηματιστή και συντελεστές αποδιδόμενου υλικού.	38
2.7	Χρόνοι κατασκευής και γραφικής απεικόνισης πλεγμάτων μέχρι $10^7$ κόμβων και μέγεθος αρχείων εξόδου του πλεγματοποιητή.	45
3.1	Έξοδος του κώδικα των κυβικών splines για τη λαμαρίνα M4.	58-60
3.2	Έξοδος του κώδικα των κυβικών splines για τη λαμαρίνα M-OH.	60-62
5.1	Στοιχεία τριφασικού μετασχηματιστή διανομής τυλιχτού πυρήνα, σχεδίαση 400/99008.	124
5.2	Στοιχεία τριφασικού μετασχηματιστή διανομής τυλιχτού πυρήνα, σχεδίαση 1000/99003.	125
5.3	Στοιχεία τριών σχεδιάσεων τριφασικών μετασχηματιστών διανομής τυλιχτού πυρήνα, σχεδιάσεις 100/030017, 100/98022 και 250/02030.	126
5.4	Στοιχεία 8 σχεδιάσεων τριφασικών μετασχηματιστών διανομής.	127
5.5	Στοιχεία 8 σχεδιάσεων τριφασικών μετασχηματιστών διανομής.	127
5.6	Συντελεστής αλλοίωσης εσωτερικών ελασμάτων για M-OH 0.27 mm.	131
5.7	Συντελεστής αλλοίωσης εσωτερικών ελασμάτων για M4 0.27 mm.	132
7.1	Προδιαγραφές μετασχηματιστών κατά IEC.	163
7.2	Ανοχές κατά IEC 60076-1.	164
7.3	Στοιχεία τριφασικού μετασχηματιστή διανομής τυλιχτού πυρήνα.	165
7.4	Σύγκριση πειραματικών και προσομοιωμένων αποτελεσμάτων.	188



## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ

Παρακάτω παρατίθεται ο κατάλογος των δημοσιεύσεων του συγγραφέα της διατριβής.

### A. Δημοσιεύσεις σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά μετά από κρίση

- [1] G. Loizos, T. Kefalas, A. Kladas, T. Souflaris, and D. Paparigas, "Flux distribution in single phase, Si-Fe, wound transformer cores," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 320, pp. 874-877, 2008.
- [2] T. D. Kefalas, P. S. Georgilakis, A. G. Kladas, A. T. Souflaris, and D. G. Paparigas, "Multiple grade lamination wound core: A novel technique for transformer iron loss minimization using simulated annealing with restarts and an anisotropy model," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 6, pp. 1082-1085, Jun. 2008.
- [3] T. Kefalas, M. Tsili, and A. Kladas, "Unification of anisotropy and FEM-BE models for distribution transformer optimization," *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 10, no. 5, pp. 1143-1148, May 2008.
- [4] T. Kefalas and A. Kladas, "FEM package for iron loss evaluation and minimization of two grade lamination wound cores," *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 10, no. 5, pp. 1197-1202, May 2008.
- [5] E. I. Amoiralis, P. S. Georgilakis, T. D. Kefalas, M. A. Tsili, and A. G. Kladas, "Artificial intelligence combined with hybrid FEM-BE techniques for global transformer optimization", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, no. 4, pp. 1633-1636, Apr. 2007.
- [6] T. Kefalas, G. Kalokiris, A. Kladas, and J. Tegopoulos, "Design of skewed mounted permanent magnet synchronous generators based on 2D and 3D finite element techniques," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 161, pp. 288-293, 2005.
- [7] G. D. Kalokiris, T. D. Kefalas, A. G. Kladas, and J. A. Tegopoulos, "Special air-gap element for 2-D FEM analysis of electrical machines accounting for rotor skew," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 41, no 5, pp. 2020-2023, May 2005.

### B. Δημοσιεύσεις σε πρακτικά συνεδρίων μετά από κρίση

- [1] T. D. Kefalas and A. G. Kladas, "A new technique for reducing the total owing cost of wound core distribution transformers," *Proceedings of the 6th Mediterranean Conference and Exhibition on Power Generation, Transmission and Distribution MedPower 2008*, Thessaloniki, Greece, November 2-5, 2008.
- [2] T. D. Kefalas and A. G. Kladas, "Robust numerical analysis of wound core distribution transformers," *Proceedings of the 18th International Conference on Electrical Machines IECM 2008*, Vilamoura, Portugal, September 6-9, 2008.
- [3] T. D. Kefalas and A. G. Kladas, "Nonlinear FE analysis considering hysteresis of wound core transformers under distorted supply voltage conditions," *Proceedings of the 13th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation CEFC 2008*, Athens, Greece, May 11-15, 2008.
- [4] Th. D. Kefalas, M. A. Tsili, A. G. Kladas, P. S. Georgilakis, A. T. Souflaris, and D. G. Paparigas, "Power transformer no load loss optimization considering manufacturing process effects," *Proceedings of the 12th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation CEFC 2006*, pp. 370, Miami FL, USA, April 30 - May 3, 2006.





## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΚΑΙ ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ

Αντικείμενο της παρούσας διατριβής είναι η ανάπτυξη αριθμητικών τεχνικών για τον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών διανομής τυλιχτού πυρήνα κατά τη φάση σχεδίασης του μετασχηματιστή. Οι περισσότερες εργασίες που εμφανίζονται στη διεθνή βιβλιογραφία έχουν επικεντρωθεί στους μετασχηματιστές στοιβαχτού πυρήνα οι οποίοι παρουσιάζουν σημαντικές κατασκευαστικές διαφορές με τους μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα. Το παραπάνω έχει ως αποτέλεσμα οι τεχνικές που έχουν προταθεί για τον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου στους μετασχηματιστές στοιβαχτού πυρήνα να μην είναι αποδοτικές ή εφαρμόσιμες στους μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα.

Οι απώλειες κενού φορτίου είναι από τις σημαντικότερες λειτουργικές παραμέτρους των μετασχηματιστών δεδομένου ότι ο μετασχηματιστής είναι διαρκώς ενεργοποιημένος. Ενώ οι απώλειες κενού φορτίου είναι ένα κλάσμα των απωλειών φορτίου η ενέργεια που καταναλώνεται στους πυρήνες του μετασχηματιστή είναι στις περισσότερες περιπτώσεις 50% με 100% μεγαλύτερη από την ενέργεια που καταναλώνεται στα τυλίγματα του, εφόσον οι απώλειες φορτίου συμβαίνουν μόνο όταν ο μετασχηματιστής λειτουργεί υπό φορτίο. Αν ληφθεί υπόψη ότι η διάρκεια ζωής ενός τυπικού μετασχηματιστή είναι είκοσι με τριάντα χρόνια, το λειτουργικό κόστος λόγω των απωλειών κενού φορτίου είναι πολύ μεγάλο και ξεπερνάει κατά πολύ το αρχικό κόστος αγοράς του μετασχηματιστή. Οι απώλειες κενού φορτίου στο σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας όλων των χωρών συνιστούν ένα σημαντικό ποσοστό των συνολικών απωλειών λόγω του μεγάλου αριθμού των εγκαταστημένων μετασχηματιστών διανομής. Πιο συγκεκριμένα στο Ελληνικό σύστημα, η ΔΕΗ διαθέτει περίπου 140.000 μετασχηματιστές διανομής, που με ένα μέσο ύψος απωλειών κενού φορτίου 400 W/μετασχηματιστή ισοδυναμούν με απαιτήσεις ισχύος 56 MW ή απαιτήσεις ενέργειας, λόγω απωλειών κενού φορτίου, περίπου 490 GWh/έτος. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας το έτος 2006 στις γραμμές του Μετρό της Αθήνας ήταν 90 GWh. Συνοπτικά οι επιπτώσεις των απωλειών κενού φορτίου των μετασχηματιστών διανομής είναι οι εξής:

- Αύξηση του λειτουργικού κόστους του μετασχηματιστή.
- Εκπομπή αερίων θερμοκηπίου λόγω της καύσης ορυκτών καυσίμων προκειμένου να αντισταθμιστούν οι απώλειες κενού φορτίου των μετασχηματιστών του συστήματος.
- Σπατάλη ορυκτών καυσίμων.

Η μείωση των απωλειών κενού φορτίου των μετασχηματιστών διανομής έχει προσελκύσει τα τελευταία χρόνια το ενδιαφέρον πολλών ερευνητών, κατασκευαστών μετασχηματιστών αλλά και ηλεκτρικών εταιριών καθώς θα προκύψουν πολλαπλά οικονομικά και περιβαλλοντικά οφέλη.

Ένας εύκολος τρόπος για να μειωθούν οι απώλειες κενού φορτίου είναι να σχεδιαστεί ο μετασχηματιστής έτσι ώστε να λειτουργεί σε χαμηλά επίπεδα μαγνήτισης, δηλαδή σε χαμηλή μέση επαγωγή. Με το συγκεκριμένο όμως τρόπο προκύπτει μία σχεδίαση με μεγάλο κατασκευαστικό κόστος καθώς η φαινόμενη ισχύς ενός μετασχηματιστή είναι ανάλογη του

τετραγώνου της μέσης μαγνητικής επαγωγής. Όσο μικρότερο είναι το επίπεδο μαγνήτισης τόσο μεγαλύτερη ποσότητα σιδηρομαγνητικού και αγωγίμου υλικού θα απαιτηθεί για να κατασκευαστεί ένας μετασχηματιστής δεδομένης φαινόμενης ισχύος. Επίσης μία τέτοια σχεδίαση θα έχει μεγαλύτερες απώλειες φορτίου καθώς κάθε προσπάθεια να μειωθούν οι απώλειες κενού φορτίου οδηγεί σε αυξημένες απώλειες φορτίου. Η διαδικασία για την εύρεση του βέλτιστου οικονομικά και τεχνικά μετασχηματιστή, για δεδομένες προδιαγραφές και λειτουργικές παραμέτρους είναι πολύπλοκη και εξαρτάται από την ικανότητα του κατασκευαστή μετασχηματιστών να υπολογίζει με ακρίβεια τις απώλειες κενού φορτίου και τις λοιπές λειτουργικές παραμέτρους. Συνήθως εφαρμόζεται ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί είτε το κατασκευαστικό κόστος του μετασχηματιστή είτε το άθροισμα του κατασκευαστικού και του λειτουργικού κόστους, δηλαδή το ολικό κόστος κατοχής του μετασχηματιστή. Στη συγκεκριμένη διαδικασία βελτιστοποίησης τον πρωτεύοντα ρόλο έχουν τα υπολογιστικά εργαλεία των λειτουργικών παραμέτρων του μετασχηματιστή. Σφάλμα στον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου έχει ως αποτέλεσμα είτε την εύρεση μίας σχεδίασης με υψηλό κατασκευαστικό κόστος είτε την εύρεση μίας σχεδίασης μετασχηματιστή με υψηλότερες απώλειες κενού φορτίου από την εγγυημένη τιμή με αποτέλεσμα ο κατασκευαστής μετασχηματιστών να οδηγείται στην πληρωμή ρήτρων απωλειών κενού φορτίου. Από τα παραπάνω φαίνεται καθαρά η σημασία που έχει ο ακριβής υπολογισμός των απωλειών κενού φορτίου.

Για την εύρεση των απωλειών κενού φορτίου η συμβατική διαδικασία που ακολουθείται είναι ο διαχωρισμός των απωλειών σε τρεις συνιστώσες και ο υπολογισμός καθεμίας συνιστώσας από κατάλληλα μοντέλα. Οι απώλειες κενού φορτίου χωρίζονται στις εξής συνιστώσες:

- Απώλειες κλασσικών δινορρευμάτων (classical eddy current losses).
- Απώλειες υστέρησης (hysteresis losses).
- Απώλειες ανώμαλων δινορρευμάτων (anomalous or excess eddy current losses).

Οι απώλειες υστέρησης και ανώμαλων δινορρευμάτων είναι πιο δύσκολο να υπολογιστούν καθώς δεν έχει αναπτυχθεί μέχρι στιγμής ένα ακριβές φυσικό μοντέλο. Τα μοντέλα που βρίσκουν συνήθως εφαρμογή είναι τα φαινομενολογικά μοντέλα, δηλαδή μαθηματικά μοντέλα. Αν και έχουν δώσει χρήσιμα αποτελέσματα σε πολλές εφαρμογές, δεν έχουν ικανοποιητική ακρίβεια και για αυτόν το λόγο δεν έχουν βρει εφαρμογή στη βιομηχανία. Η συνήθης πρακτική στη βιομηχανία μετασχηματιστών για τον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου είναι η κατασκευή πειραματικών καμπύλων η οποία απαιτεί τη διεξαγωγή ενός μεγάλου αριθμού μετρήσεων, προκειμένου να διερευνηθεί η επίδραση των παραμέτρων που επηρεάζουν τις απώλειες κενού φορτίου. Η συγκεκριμένη μέθοδος παρουσιάζει πολύ καλή ακρίβεια στην περίπτωση τυποποιημένων μετασχηματιστών και σιδηρομαγνητικών υλικών για τα οποία υπάρχει επαρκής βιομηχανική εμπειρία. Στην περίπτωση όμως μη τυποποιημένων σχεδιάσεων ή στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται καινούργιες μαγνητικές λαμαρίνες η συγκεκριμένη μέθοδος παρουσιάζει μεγάλα σφάλματα. Παρόλαυτα η χρήση για κάθε μαγνητική λαμαρίνα, καμπύλων ειδικών απωλειών σε συνάρτηση με την τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής είναι ένα καλό πρώτο βήμα για τον προσδιορισμό των απωλειών κενού φορτίου καθώς οι συγκεκριμένες καμπύλες μπορούν να προσδιοριστούν πειραματικά με μεγάλη ακρίβεια. Αυτό που πρέπει να διερευνηθεί είναι η ανάπτυξη συστηματικών τεχνικών, για τον υπολογισμό της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής και για τον πειραματικό προσδιορισμό των τοπικών ειδικών απωλειών, έτσι ώστε να αναπτυχθεί μία γενικευμένη μέθοδος για τον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου τυλιχτών πυρήνων ανεξάρτητα των γεωμετρικών παραμέτρων τους.

Στην παρούσα διατριβή ο υπολογισμός των απωλειών κενού φορτίου επιτυγχάνεται με συνδυασμό της τοπικά προσδιορισμένης κατανομής της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής με τις πειραματικά προσδιορισμένες τοπικές ειδικές απώλειες. Με αυτόν τον τρόπο προκύπτει μικρό σφάλμα στην πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου ανεξάρτητα της γεωμετρίας των τυλιχτών πυρήνων. Συνεπώς η συγκεκριμένη μεθοδολογία είναι

κατάλληλη για εφαρμογή στη βιομηχανία κατασκευής μετασχηματιστών. Ο προσδιορισμός της τοπικής κατανομής της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής γίνεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Πιο συγκεκριμένα αναπτύχθηκε μία επαναληπτική μέθοδος με την οποία είναι δυνατή η εύρεση της κατανομής της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής μόνο με μαγνητοστατικές αναλύσεις. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται μικρό υπολογιστικό κόστος και μεγάλη ακρίβεια σε αντίθεση με τις συμβατικές τεχνικές στις οποίες γίνεται χρήση αρμονικών ή μεταβατικών αναλύσεων. Ένα άλλο πρόβλημα το οποίο έπρεπε να επιλυθεί ήταν η αναπαράσταση του υλικού του τυλιχτού πυρήνα. Ένας τυπικός τυλιχτός πυρήνας αποτελείται από εκατοντάδες σιδηρομαγνητικά ελάσματα. Προκειμένου να υπολογιστεί με ακρίβεια η κατανομή της μαγνητικής επαγωγής με συμβατικές μεθόδους θα έπρεπε να μοντελοποιηθούν όλα τα ελάσματα και ο αέρας μεταξύ τους. Το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων που θα προέκυπτε όμως με αυτόν τον τρόπο θα είχε πολύ μεγάλο υπολογιστικό κόστος και η λύση του θα ήταν πολύ δύσκολη ή αδύνατη. Η τεχνική που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας διατριβής ήταν να θεωρηθεί το υλικό του τυλιχτού πυρήνα ως συνεχές και να αντικατασταθεί από ένα φαινόμενο υλικό με συγκεκριμένες ιδιότητες. Για την αναπαράσταση του υλικού αναπτύχθηκε ένα ελλειπτικό ανισοτροπικό μοντέλο κατάλληλο για τη μοντελοποίηση των σιδηρομαγνητικών ελασμάτων από τα οποία αποτελείται ο τυλιχτός πυρήνας. Με την παραπάνω τεχνική επιτυγχάνεται καλή ακρίβεια στον υπολογισμό της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής αλλά και εξαιρετικά χαμηλό υπολογιστικό κόστος. Οι τοπικές ειδικές απώλειες προσδιορίζονται πειραματικά από εργαστηριακή διάταξη που υλοποιήθηκε στα πλαίσια της διατριβής κάνοντας χρήση δοκιμαστικών πηνίων, κάρτας δειγματοληψίας και κατάλληλων υπολογιστικών τεχνικών.

Σκοπός της παρούσας διατριβής είναι πρώτον η ανάπτυξη αριθμητικών τεχνικών για τον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα και δεύτερον η ανάπτυξη μεθόδων για τη μείωση των απωλειών κενού φορτίου. Οι αριθμητικές τεχνικές θα πρέπει να προβλέπουν κατά τη φάση σχεδίασης του μετασχηματιστή τις απώλειες κενού φορτίου με ικανοποιητική ακρίβεια ανεξάρτητα της γεωμετρίας των τυλιχτών πυρήνων ή το επίπεδο της μαγνήτισης. Επίσης θα πρέπει να παρουσιάζουν πολύ χαμηλό υπολογιστικό κόστος έτσι ώστε να μπορούν να ενσωματωθούν στην υφιστάμενη μεθοδολογία σχεδίασης και βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούν οι κατασκευαστές μετασχηματιστών.

## 1.2 ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

### 1.2.1 Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων εφαρμόστηκε για πρώτη φορά για την επίλυση ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων από τον *Silvester* το 1969 [1.1], [1.2]. Και άλλοι ερευνητές ακολούθησαν με την επίλυση δισδιάστατων προβλημάτων με εφαρμογή του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού. Ο περιορισμός σε προβλήματα με δισδιάστατη γεωμετρία ήταν αναπόφευκτος λόγω της αυξημένης υπολογιστικής επιβάρυνσης που απαιτεί η εφαρμογή του διανυσματικού δυναμικού. Το παραπάνω οφείλεται κυρίως στο ότι σε ένα πρόβλημα με τρισδιάστατη γεωμετρία υπάρχουν τρεις άγνωστοι σε κάθε κόμβο του πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων, σε αντίθεση με τα προβλήματα δισδιάστατης γεωμετρίας όπου υπάρχει μόνο ένας άγνωστος σε κάθε κόμβο του πλέγματος. Μία αποτελεσματική λύση στο προαναφερθέν πρόβλημα έδωσαν οι *O. C. Zienkiewicz, J. Lyness*, και *D. R. J. Owen* το 1977 [1.3], κάνοντας χρήση του μαγνητικού βαθμωτού δυναμικού. Παρόλαυτα η απευθείας εφαρμογή του βαθμωτού δυναμικού παρουσίαζε σημαντικά αριθμητικά προβλήματα σε περιοχές του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων με ιδιότητες σιδηρομαγνητικών υλικών, δηλαδή περιοχές όπου η σχετική μαγνητική διαπερατότητα ήταν πολύ μεγαλύτερη της μονάδας. Δυσκολίες υπήρχαν στη μοντελοποίηση των περιοχών με μη μηδενική πυκνότητα ρεύματος και επίσης στη μοντελοποίηση πολλαπλά συνεκτικών τόπων (*multiply connected domains*), όπως για παράδειγμα πυρήνες μετασχηματιστών. Πολλοί ερευνητές στα επόμενα χρόνια επεσήμαναν τα προβλήματα και τις δυσκολίες που

προέκυπταν κατά την εφαρμογή του διανυσματικού και του βαθμωτού δυναμικού. Ενδεικτικά αναφέρονται οι *N. A. Demerdash, T. W. Nehl, F. A. Fouad* [1.4], *J. L. Coulomb* [1.5], *N. A. Demerdash, R. Wang* [1.6], *K. Preis, I. Bardi, O. Biro, C. Magele, W. Renhart, K. R. Richter, G. Vrisk* [1.7].

Αρκετοί ερευνητές ανέπτυξαν μεθόδους προκειμένου να ξεπεράσουν τα προβλήματα που προέκυπταν από την εφαρμογή του βαθμωτού και του διανυσματικού δυναμικού. Οι *R. Wang, N. A. Demerdash* [1.8], ανέπτυξαν την υβριδική μέθοδο του συζευγμένου βαθμωτού-διανυσματικού δυναμικού, η οποία συνδύαζε τα πλεονεκτήματα του βαθμωτού και του διανυσματικού δυναμικού. Τη συγκεκριμένη μέθοδο εφάρμοσαν επιτυχώς οι *M. A. Alhamadi, N. A. Demerdash* [1.9], για την ανάλυση μηχανής συνεχούς ρεύματος με μόνιμους κεκλιμένους μαγνήτες.

Άλλοι ερευνητές επέλεξαν την τροποποίηση του βαθμωτού δυναμικού που εισήγαγε ο *O. C. Zienkiewicz* προκειμένου να επωφεληθούν από το χαμηλό υπολογιστικό κόστος της συγκεκριμένης μεθόδου. Οι *J. Simkin, C. Trowbridge* [1.10], εισήγαν το ολικό βαθμωτό δυναμικό (Total Scalar Potential, TP) το οποίο παρουσίαζε εμφανή πλεονεκτήματα σε σχέση με το προαναφερθέν μειωμένο βαθμωτό δυναμικό (Reduced Scalar Potential, RP). Οι *I. D. Mayergoyz, M. V. K. Chari, J. D' Angelo* [1.11], ανέπτυξαν το διαφορικό βαθμωτό δυναμικό (Difference Scalar Potential, DP). Παρόλα τα πλεονεκτήματα των δύο παραπάνω τροποποιημένων βαθμωτών δυναμικών, υπήρχανε προβλήματα στην επίλυση προβλημάτων ηλεκτρομαγνητικών πεδίων που συμπεριλαμβάνανε στη γεωμετρία τους κλειστούς σιδηρομαγνητικούς πυρήνες, όπως δηλαδή οι πυρήνες μετασχηματιστών. Τα προβλήματα αυτά λύθηκαν με την εισαγωγή του γενικευμένου βαθμωτού δυναμικού (General Scalar Potential, GP) από τους *M. Gyimesi, J. D. Lavers* [1.12]. Η συγκεκριμένη γενικευμένη εκδοχή του βαθμωτού δυναμικού ενοποίησε και επέκτεινε τα προϋπάρχοντα βαθμωτά δυναμικά. Η συγκεκριμένη τεχνική ενσωματώθηκε στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ANSYS και αποτελεί μέχρι σήμερα την επικρατέστερη μέθοδο για την επίλυση τρισδιάστατων ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων με εφαρμογή του βαθμωτού δυναμικού. Μία εφαρμογή του γενικευμένου βαθμωτού δυναμικού δόθηκε από τους *M. Gyimesi, D. Lavers, T. Pawlak, D. Ostergaard* [1.13]. Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί και η συνεισφορά των ακμικών στοιχείων (edge elements) στην επίλυση τρισδιάστατων προβλημάτων. Λόγω αριθμητικών δυσκολιών που παρουσιάζουν δεν είναι τόσο δημοφιλή όσο τα κομβικά στοιχεία (nodal elements) ιδιαίτερα στην επίλυση μαγνητοστατικών προβλημάτων. Μία εφαρμογή των ακμικών στοιχείων δίνεται από τους *M. Gyimesi, D. Ostergaard* [1.14].

Το γενικευμένο βαθμωτό δυναμικό πάρα την ευρεία αποδοχή και εφαρμογή του, παρουσιάζει κάποια μειονεκτήματα. Πρώτον απαιτείται μία διαδικασία τριών βημάτων για την επίλυση του προβλήματος. Δεύτερον στην περίπτωση του μη γραμμικού προβλήματος απαιτείται η εφαρμογή επαναληπτικής διαδικασίας στο πρώτο και στο τρίτο βήμα της διαδικασίας, κάτι που οδηγεί σε αυξημένο υπολογιστικό κόστος. Τέλος για τον υπολογισμό του μαγνητικού πεδίου που παράγεται από τις πηγές ρεύματος, εφαρμόζεται συνήθως ο νόμος των Biot-Savart, κάτι που οδηγεί σε περαιτέρω υπολογιστικό κόστος. Μία λύση στα παραπάνω μειονεκτήματα δόθηκε από τους κκ. Κλαδά και Τεγόπουλο [1.15] με κατάλληλη τροποποίηση του βαθμωτού δυναμικού, έτσι ώστε να μην είναι αναγκαίος ο υπολογισμός του πεδίου από το νόμο των Biot-Savart. Το συγκεκριμένο δυναμικό επεκτάθηκε περαιτέρω και χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό δινορρευμάτων πάλι από τους κκ. Κλαδά και Τεγόπουλο [1.16]. Η νέα διατύπωση του βαθμωτού δυναμικού από τους κκ. Κλαδά και Τεγόπουλο έδωσε το έναυσμα για περαιτέρω έρευνα, ιδιαίτερα στον τομέα του γενικευμένου υπολογισμού του μαγνητικού πεδίου που παράγουν οι πηγές ρεύματος. Γενικευμένες μεθόδους υπολογισμού του πεδίου από πηνία οποιοδήποτε σχήματος ανέπτυξαν οι *P. Dular, F. Henrotte, F. Robert, A. Genon, W. Legros* [1.17], οι *Y. L. Menach, S. Clenet, F. Piriou* [1.18], και το 2006 οι *V. Phuong, Y. L. Floch, G. Meunier, J. L. Coulomb* [1.19].

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως για την επίλυση προβλημάτων με δινορρέυματα. Από τους πρώτους ερευνητές που εξέτασαν τα συγκεκριμένα προβλήματα ήταν οι *E. Chiricozzi, A. Napoli* [1.20], οι *N. A. Demerdash, T. W. Nehl* [1.21] και οι *V. K. Garg, J. Weiss* [1.22]. Ιδιαίτερη είναι η συνεισφορά της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων στη μεταβατική ανάλυση (transient analysis) ηλεκτρομαγνητικών διατάξεων. Η μεταβατική ανάλυση επιτυγχάνεται με σύζευξη των πεπερασμένων στοιχείων με κυκλωματικές εξισώσεις. Στη συγκεκριμένη περίπτωση η είσοδος των πεπερασμένων στοιχείων, δηλαδή η πυκνότητα ρεύματος, δεν είναι καθορισμένη εξ αρχής αλλά αντιμετωπίζεται ως άγνωστος με την εισαγωγή και των κυκλωματικών εξισώσεων. Η μεταβατική ανάλυση είναι η κατεξοχήν επιλογή των ερευνητών για τη μελέτη των δινορρευμάτων και της υστέρησης, καθώς και της ανάλυσης απωλειών δινορρευμάτων και υστέρησης ηλεκτρομαγνητικών διατάξεων κάτω από μη ημιτονοειδή, αλλά και ημιτονοειδή διέγερση. Με τη θεωρητική διατύπωση της μεταβατικής ανάλυσης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων για τρισδιάστατα και δισδιάστατα προβλήματα έχει ασχοληθεί ένας μεγάλος αριθμός ερευνητών. Ενδεικτικά αναφέρονται οι *O. Biro, K. Preis, K. R. Richter* [1.23], οι *N. M. Abe, J. R. Cardoso* [1.24], οι *P. Dular, P. K. Peng, C. Geuzaine, N. Sadowski, J. P. A. Bastos* [1.25], οι *L. Nowak, A. Demenko* [1.26] και οι *G. Meunier, Y. L. Floch, C. Guerin* [1.27]. Η μεταβατική ανάλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως για την ανάλυση ηλεκτρικών μηχανών. Πιο συγκεκριμένα οι *N. M. Abe, J. R. Cardoso* [1.28], εφάρμοσαν τη μεταβατική ανάλυση σε έναν αριθμό ηλεκτρικών μηχανών συνδεδεμένων σε διατάξεις ηλεκτρονικών ισχύος. Οι *C. S. Schlensock, G. Henneberger* [1.29], εφάρμοσαν τη δισδιάστατη μεταβατική ανάλυση για τη διερεύνηση της επίπτωσης της εκκεντρότητας του δρομέα σε επαγωγικές μηχανές, ενώ οι *C. Kaehler, G. Henneberger* [1.30], εφάρμοσαν τρισδιάστατη μεταβατική ανάλυση για τον προσδιορισμό των δινορρευμάτων στο δρομέα εναλλακτήρα ειδικού τύπου. Τρισδιάστατη μεταβατική ανάλυση έχει επίσης εφαρμοστεί από τους *S. Bouissou, F. Piriou* [1.31], για τη μελέτη μετασχηματιστών στοιβαχτού τύπου. Μη γραμμική μεταβατική ανάλυση εφάρμοσαν οι *G. B. Kumbhar, S. V. Kulkarni, V. S. Joshi* [1.32], για τη διερεύνηση της επίπτωσης της ημίσιας σπείρας σε μετασχηματιστές στοιβαχτού τύπου.

Τα μη γραμμικά προβλήματα είναι ιδιαίτερα σημαντικά καθώς οι περισσότερες ηλεκτρομαγνητικές συσκευές αποτελούνται από σιδηρομαγνητικά υλικά που έχουν έντονα μη γραμμικές ιδιότητες. Η δυσκολία επίλυσης ενός μη γραμμικού προβλήματος είναι πολλαπλάσια αυτής του αντίστοιχου γραμμικού προβλήματος και επίσης το υπολογιστικό κόστος είναι ιδιαίτερα αυξημένο. Από την άλλη μεριά ήταν επιτακτική η ανάγκη της επίλυσης μη γραμμικών προβλημάτων λόγω των σημαντικών πρακτικών εφαρμογών. Έτσι ήταν επόμενο τα μη γραμμικά προβλήματα, δισδιάστατα και τρισδιάστατα, να προσελκύσουν το ενδιαφέρον των ερευνητών από πολύ νωρίς. Οι *N. A. Demerdash, T. W. Nehl* [1.33], έλυσαν μη γραμμικά τρισδιάστατα προβλήματα με εφαρμογή του διανυσματικού δυναμικού το 1981. Μία τροποποιημένη Newton-Raphson μέθοδος, για την επίλυση τρισδιάστατων μαγνητοστατικών προβλημάτων αναπτύχθηκε από τους *O. A. Mohammed, N. A. Demerdash* [1.34], ενώ οι *N. A. Demerdash, R. Wang, M. A. Alhamadi* [1.35], έλυσαν μη γραμμικά προβλήματα με εφαρμογή του υβριδικού διανυσματικού-βαθμωτού δυναμικού. Τέλος οι *M. Chiampi, M. Repetto, D. Chiarabaglio* [1.36], παρουσίασαν μία υβριδική Fixed-point, Newton-Raphson μέθοδο για την αποδοτικότερη επίλυση μη γραμμικών μαγνητικών προβλημάτων. Οι παραπάνω εργασίες καθώς και ένας μεγάλος αριθμός μεταγενέστερων δημοσιεύσεων, κατέδειξαν γρήγορα την ανωτερότητα της μεθόδου Newton-Raphson για την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων. Η συγκεκριμένη μέθοδος είναι ενσωματωμένη σε όλους τους εμπορικούς κώδικες πεπερασμένων στοιχείων και είναι σήμερα η κατεξοχήν μέθοδος επίλυσης μη γραμμικών ηλεκτρομαγνητικών προβλημάτων. Παρά την πολύ καλή απόδοση της μεθόδου Newton-Raphson, η επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων που λαμβάνουν υπόψη την ανισοτροπία και την υστέρηση των σιδηρομαγνητικών υλικών, είναι ακόμη ιδιαίτερα δύσκολη και υπολογιστικά απαιτητική και πολλοί ερευνητές εξετάζουν με αμείωτο ρυθμό το συγκεκριμένο πρόβλημα.

### 1.2.2 Μοντελοποίηση Ανισοτροπικών Υλικών και Ελασμάτων Σιδηρομαγνητικού Υλικού

Η μοντελοποίηση μη γραμμικών προβλημάτων με ανισοτροπικές ιδιότητες από τη μία μεριά παρουσιάζει δυσκολίες και ιδιαιτερότητες αλλά από την άλλη μεριά είναι ιδιαίτερα σημαντική για την ανάλυση μετασχηματιστών οι οποίοι αποτελούνται από ελάσματα μαγνητικών λαμαρινών κατευθυνόμενων κόκκων. Οι προσπάθειες των ερευνητών έχουν συγκεντρωθεί από πολύ νωρίς στη μοντελοποίηση μετασχηματιστών στοιβαχτού τύπου. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι λαμαρίνες κατευθυνόμενων κόκκων χρησιμοποιούνται κυρίως για την κατασκευή μετασχηματιστών και όχι στρεφόμενων μηχανών όπου χρησιμοποιούνται ιστροπικά υλικά για κατασκευαστικούς και λειτουργικούς λόγους. Επίσης σε μετασχηματιστές στοιβαχτού τύπου η ροή δεν περιορίζεται μόνο στην κατεύθυνση των κόκκων της λαμαρίνας αλλά λόγω της γεωμετρίας και της κατασκευής αυτών των διατάξεων η ροή σχηματίζει γωνία με την κατεύθυνση των κόκκων του σιδηρομαγνητικού υλικού. Στην περίπτωση των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα, λόγω της συμμετρίας του προβλήματος η ροή είναι κατά την κατεύθυνση των κόκκων της σιδηρομαγνητικής λαμαρίνας και επίσης σχηματίζει γωνία στο επίπεδο των ελασμάτων, δηλαδή ένα ποσοστό της ροής κατευθύνεται κάθετα προς την κατεύθυνση των κόκκων της λαμαρίνας και περνάει από το ένα έλασμα σε παρακείμενα σιδηρομαγνητικά ελάσματα.

Οι *A. D. Napoli, R. Paggi* [1.37], ανέπτυξαν ένα ελλειπτικό ανισοτροπικό μοντέλο για τη διδιάστατη προσομοίωση μετασχηματιστών στοιβαχτού πυρήνα το 1983. Οι *O. A. Mohammed, N. A. Demerdash, T. W. Nehl* [1.38], ανέπτυξαν ένα ανάλογο ελλειπτικό ανισοτροπικό μοντέλο αλλά για την τρισδιάστατη προσομοίωση μετασχηματιστών στοιβαχτού πυρήνα. Μία θεωρητική μελέτη για τη μοντελοποίηση ελασμάτων μη γραμμικού σιδηρομαγνητικού υλικού για τρισδιάστατα προβλήματα με εφαρμογή του βαθμωτού δυναμικού, αναπτύχθηκε από τους *J. P. A. Bastos, G. Quichaud* [1.39]. Εφαρμογή σε πυρήνες μετασχηματιστών στοιβαχτού τύπου δίνεται από τους *D. Shen, J. C. Sabonnadiere, G. Meunier, J. L. Coulomb* [1.40], πάλι για τρισδιάστατες γεωμετρίες και για εφαρμογή του βαθμωτού δυναμικού.

Τα παραπάνω απλά μοντέλα περιγραφής των ιδιοτήτων των ανισοτροπικών υλικών δεν προσομοίωναν αποτελεσματικά τη συμπεριφορά των μετασχηματιστών στοιβαχτού πυρήνα. Έτσι πιο πολύπλοκα και ακριβή μοντέλα αναπτύχθηκαν από τα μέσα της δεκαετίας του 1990. Τα μοντέλα αυτά στηρίζονται στις περισσότερες περιπτώσεις σε πειραματικά δεδομένα. Τέτοια μοντέλα ανέπτυξαν διαδοχικά οι *M. Enokizono K. Yuki, S. Kawano* [1.41], οι *M. Birkfeld, K. A. Hempel* [1.42], οι *M. Enokizono, N. Soda* [1.43], [1.44] και οι *H. V. Sande, T. Boonen, I. Podoleanu, F. Henrotte, K. Hameyer* [1.45]. Παρόλαυτα οι προσπάθειες των ερευνητών έχουν επικεντρωθεί μόνο στη μοντελοποίηση της ανισοτροπίας σε μετασχηματιστές στοιβαχτού πυρήνα και δεν υπάρχουν εργασίες που να μελετούν τη μοντελοποίηση της ανισοτροπίας σε μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα, οι οποίοι επίσης παρουσιάζουν ιδιαιτερότητες και δυσκολίες στη μοντελοποίηση τους.

### 1.2.3 Υστέρηση

Η ενσωμάτωση φαινομενολογικών μοντέλων υστέρησης στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων είναι μία σημαντική πρόκληση και απασχολεί πολλούς ερευνητές τα τελευταία χρόνια. Ενσωμάτωση του φαινομένου της υστέρησης θα έχει ως αποτέλεσμα την ακριβή πρόβλεψη λειτουργικών χαρακτηριστικών και καταστάσεων λειτουργίας των ηλεκτρομαγνητικών συσκευών όπως οι μετασχηματιστές. Επίσης σημαντική είναι και η συνεισφορά της υστέρησης στον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου των μετασχηματιστών αλλά και στρεφόμενων ηλεκτρικών μηχανών.

Δύο είναι τα φαινομενολογικά μοντέλα υστέρησης που απασχολούν τον κύριο όγκο των ερευνητών και αυτά είναι τα μοντέλα των Preisach-Neel και των Jiles-Atherton. Ειδικότερα

το μοντέλο Jiles-Atherton που ανέπτυξαν οι *D. C. Jiles, D. L. Atherton* [1.46], παρουσιάζει σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με το μοντέλο των Preisach-Neel, όπως σημαντικά μικρότερο υπολογιστικό κόστος και πολυπλοκότητα καθώς εμπλέκει μόνο έναν πολύ μικρό αριθμό παραμέτρων. Επίσης από πολύ νωρίς έχει αναπτυχθεί μέθοδος από τους *D. C. Jiles, J. B. Thoenke, M. K. Devine* [1.47], για το συστηματικό αριθμητικό υπολογισμό των παραμέτρων του μοντέλου Jiles-Atherton για διάφορα σιδηρομαγνητικά υλικά. Μία σύγκριση μεταξύ των δύο φαινομενολογικών μοντέλων υστέρησης παρουσίασαν οι *A. Benabou, S. Clenet, F. Piriou* [1.48].

Παρόλα τα πλεονεκτήματα του μοντέλου Jiles-Atherton, σημαντικές αποκλίσεις παρουσιάζονται με τα πειραματικά αποτελέσματα τόσο όσον αφορά τη μαγνήτιση όσο και τις απώλειες. Σημαντικές προσπάθειες έχουν γίνει από διάφορους ερευνητές προκειμένου να συμπληρώσουν, να βελτιώσουν αλλά και να γενικεύσουν το μοντέλο Jiles-Atherton. Πιο συγκεκριμένα ο *K. H. Carpenter* [1.49], τροποποίησε το μοντέλο Jiles-Atherton προκειμένου να βελτιωθεί η απόδοση του μοντέλου στην ακριβή απόδοση των ελάσσονων βρόχων. Ο *A. J. Bergqvist* [1.50], ανέπτυξε ένα γενικευμένο αν και απλοποιημένο διανυσματικό μοντέλο Jiles-Atherton, σε σύγκριση με το αρχικό βαθμωτό μοντέλο Jiles-Atherton. Όλες αυτές οι προσπάθειες, καθώς και από άλλους ερευνητές, βελτίωσαν σημαντικά το μοντέλο Jiles-Atherton, αλλά παρόλαυτα παραμένει ανώριμο για βιομηχανική εφαρμογή όπου οι απαιτήσεις στην ακριβή εύρεση των απωλειών κενού φορτίου είναι ιδιαίτερα απαιτητικές.

Σημαντική είναι η έρευνα που έχει διεξαχθεί στην ενσωμάτωση του φαινομένου υστέρησης σε κυκλωματικά μοντέλα σε αντίθεση με τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων. Αυτό οφείλεται κυρίως στη σχετική ευκολία ενσωμάτωσης του φαινομένου υστέρησης στα κυκλωματικά μοντέλα και στο μικρότερο υπολογιστικό κόστος που τα τελευταία προσφέρουν, πάντα σε σχέση με τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων. Πιο συγκεκριμένα οι *S. Casoria, G. Sybille, P. Brunelle* [1.51], ανέπτυξαν ένα μοντέλο υστέρησης που δανείζεται στοιχεία από το μοντέλο Jiles-Atherton, και το οποίο ενσωμάτωσαν στο Power System Blockset του Matlab-Simulink. Οι κκ. Παπαδιάς, Χατζηαργυρίου, Μπακόπουλος, Προυσαλίδης [1.52], ενσωμάτωσαν στον κώδικα EMTP ένα μοντέλο υστέρησης που βασίζεται στο μοντέλο Preisach-Neel για την κυκλωματική προσομοίωση τριφασικών μετασχηματιστών σε ταχέα μεταβατικά φαινόμενα. Τη δουλειά αυτή βελτίωσαν και γενίκευσαν οι Προυσαλίδης, Χατζηαργυρίου, Παπαδιάς [1.53] και οι Προυσαλίδης, Χατζηαργυρίου, Κλαδάς [1.54]. Το μοντέλο Jiles-Atherton ενσωμάτωσαν σε κυκλωματικά μοντέλα για τη μοντελοποίηση μετασχηματιστών οι *S. Clenet, J. Cros, I. Haouara, P. Viarouge, F. Piriou* [1.55], ο *D. W. P. Thomas* [1.56] και οι *W. Chandrasena, P. G. McLaren, U. D. Annakkage, R. P. Jayasinghe, D. Muthumuni, E. Dirks* [1.57]. Τέλος αξίζει να αναφερθεί και η τροποποίηση του μοντέλου Jiles-Atherton για την αναπαράσταση σκληρών μαγνητικών υλικών για κυκλωματικές προσομοιώσεις από τους *H. G. Brachtendorf, R. Laur* [1.58].

Η ενσωμάτωση των φαινομενολογικών μοντέλων υστέρησης στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων παρουσιάζει περισσότερες δυσκολίες από την ενσωμάτωση στα κυκλωματικά μοντέλα. Επίσης οι περισσότεροι ερευνητές έχουν προσανατολιστεί στην ενσωμάτωση του μοντέλου Preisach-Neel. Παρόλαυτα το μοντέλο Jiles-Atherton είναι πιο απλοϊκό και υπολογιστικά αποδοτικό όπως αναφέρθηκε παραπάνω και πολλοί ερευνητές το προτιμούν. Η συνήθης πρακτική για την ενσωμάτωση των ιδιοτήτων των σιδηρομαγνητικών υλικών στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων είναι η έκφραση της ειδικής μαγνητικής αντίστασης σε συνάρτηση της μαγνητικής επαγωγής ή του τετραγώνου της μαγνητικής επαγωγής και η ενσωμάτωση αυτού στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και στη μέθοδο Newton-Raphson. Μία πρώτη σκέψη θα ήταν να εκφραστεί και ο βρόχος υστέρησης με τον παραπάνω τρόπο. Όμως όπως επεσήμαναν πολύ νωρίς οι *T. Nakata, N. Takahashi, Y. Kawase* [1.59] το 1985, κάτι τέτοιο οδηγεί σε μεγάλα σφάλματα και σημαντικές αριθμητικές δυσκολίες. Η προσέγγιση που ακολουθήθηκε στην αναφορά [1.59] ήταν να εκφραστεί ο βρόχος υστέρησης μέσω της μαγνήτισης και η μαγνήτιση να εκφραστεί μέσω της

μακροσκοπικής σχέσης που συνδέει τη μαγνητική επαγωγή, την ένταση του μαγνητικού πεδίου και τη μαγνήτιση. Μία έξοχη αναφορά για τη μακροσκοπική αναπαράσταση του διανύσματος της μαγνήτισης δίνει ο *L. I. Antonov* [1.60]. Αρχικά οι ερευνητές ενσωμάτωσαν το μοντέλο *Jiles-Atherton* στη μονοδιάστατη γεωμετρία πεπερασμένων στοιχείων και ασχολήθηκαν με τη σύγκλιση αυτού του δύσκολου μη γραμμικού προβλήματος. Χαρακτηριστική εργασία είναι αυτή των *M. Chiampi, D. Chiarabaglio, M. Repetto* [1.61]. Στη συνέχεια ακολούθησε η ενσωμάτωση του μοντέλου *Jiles-Atherton* σε διδιάστατες γεωμετρίες πεπερασμένων στοιχείων. Οι *L. A. Righi, P. I. Koltermann, N. Sadowski, J. B. A. Bastos, R. Carlson, A. Kost, L. Janicke, D. Lederer* [1.62], ενσωμάτωσαν ένα μέρος του μοντέλου *Jiles-Atherton*, συγκεκριμένα τη συνάρτηση *Langevin*, σε διδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Οι *H. L. Toms, R. G. Colclaser, M. P. Krefta* [1.63], προχώρησαν σε πιο ολοκληρωμένη ενσωμάτωση του μοντέλου *Jiles-Atherton* σε διδιάστατη γεωμετρία. Οι *P. I. Koltermann, L. A. Righi, J. P. A. Bastos, R. Carlson, N. Sadowski, N. J. Batistela* [1.64], τροποποίησαν το μοντέλο *Jiles-Atherton* έτσι ώστε η μαγνήτιση να εκφράζεται συναρτήσει της μαγνητικής επαγωγής και όχι της έντασης του μαγνητικού πεδίου όπως το κλασσικό βαθμωτό μοντέλο *Jiles-Atherton*. Το παραπάνω είναι ιδιαίτερα σημαντικό καθώς τα διδιάστατα προβλήματα πεπερασμένων στοιχείων λύνονται με εφαρμογή του διανυσματικού δυναμικού. Κατά την επίλυση ενός διδιάστατου προβλήματος πεπερασμένων στοιχείων από τη λύση του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού προκύπτει άμεσα η μαγνητική επαγωγή. Οι *P. I. Koltermann, J. P. A. Bastos, N. Sadowski, N. J. Batistela, A. Kost, L. Janicke, K. Miethner* [1.65], ενσωμάτωσαν επιτυχώς στη συνέχεια το συγκεκριμένο τροποποιημένο μοντέλο *Jiles-Atherton* σε ένα κλασσικό διδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Τέλος πρέπει να σημειωθεί ότι στις περισσότερες από τις παραπάνω εργασίες ακολουθείται μία μεταβατική ανάλυση προκειμένου να υπολογιστούν και οι απώλειες που προκύπτουν από μία ημιτονοειδή ή μη ημιτονοειδή διέγερση.

#### 1.2.4 Πειράματα σε Τυλιχτούς Πυρήνες

Τα πειράματα σε απλούς τυλιχτούς πυρήνες και σε μετασχηματιστές τυλιχτών πυρήνων, μονοφασικούς και τριφασικούς είναι πολύ σημαντικά καθώς επιτρέπουν την επιβεβαίωση των θεωρητικών μοντέλων, τη διόρθωση τους και την περαιτέρω ανάπτυξη τους. Ιδιαίτερα η πειραματικά προσδιορισμένη τοπική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής μπορεί να συγκριθεί απευθείας με την υπολογισμένη τοπική κατανομή από τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, ενώ οι πειραματικά υπολογισμένες τοπικές ειδικές απώλειες αποτελεί απαραίτητη πληροφορία που θα πρέπει να ενσωματωθεί στον μετεπεξεργαστή του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων προκειμένου να προσδιορισθούν θεωρητικά οι απώλειες κενού φορτίου. Επίσης τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τα συγκεκριμένα πειράματα είναι ιδιαίτερα χρήσιμα για κατασκευαστές μετασχηματιστών αφού μπορούν να βοηθήσουν αποφασιστικά στην κατασκευή μετασχηματιστών μειωμένου κατασκευαστικού κόστους και απωλειών.

Σημαντικά πειράματα πάνω στην επίπτωση που έχει η κοπή και η ανόπτηση στη μαγνήτιση και στις απώλειες σιδήρου, λαμαρινών κατευθυνόμενων κόκκων έχουν διεξαχθεί από τον *Z. Godec* [1.66]-[1.68], κατά τη δεκαετία του 1970. Θεωρητική πρόβλεψη της μηχανικής και τις θερμικής καταπόνησης σιδηρομαγνητικών λαμαρινών έγινε πολύ αργότερα από τους *A. F. Ossart, E. Hug, O. Hubert, C. Buvat, R. Bilardon* [1.69] και τους *K. Fujisaki, S. Satoh* [1.70]. Οι συγκεκριμένοι ερευνητές χρησιμοποίησαν μία συζευγμένη μαγνητική-μηχανική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων προκειμένου να μοντελοποιήσουν τις επιπτώσεις στην κατανομή της μαγνητικής επαγωγής σε σιδηρομαγνητικές λαμαρίνες των μηχανικών και θερμικών καταπονήσεων.

Ένας αριθμός ερευνητών έχουν διεξάγει πειράματα σε απλούς τυλιχτούς πυρήνες και σε μετασχηματιστές τυλιχτών πυρήνων. Οι *W. Grimmond, A. Moses, P. Ling* [1.71], διερεύνησαν την επίδραση που έχουν γεωμετρικές παράμετροι στα μαγνητικά χαρακτηριστικά τοροειδών πυρήνων. Οι *M. Enokizono, T. Todaka, K. Kihara* [1.72], διεξήγαγαν



μετρήσεις για την εύρεση της τοπικής μαγνητικής επαγωγής σε μονοφασικούς μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα και σε τριφασικούς μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα τύπου Evans. Οι τοπικές μετρήσεις έγιναν κάνοντας χρήση δοκιμαστικών πηνίων. Περαιτέρω τοπικές μετρήσεις μαγνητικής επαγωγής σε απλούς τυλιχτούς πυρήνες διεξήγαγαν οι *M. Enokizono, T. Todaka, K. Nakamura* [1.73]. Οι δυο παραπάνω εργασίες αφορούσαν πυρήνες κατασκευασμένους με λαμαρίνες κατευθυνόμενων κόκκων. Πειράματα τοπικών μετρήσεων μαγνητικής επαγωγής σε τριφασικούς μετασχηματιστές τυλιχτών πυρήνων τύπου κελύφους και τύπου Evans, κατασκευασμένους με άμορφο σίδηρο, διεξήγαγαν αντίστοιχα οι *A. Basak, A. J. Moses, M. R. Yasin* [1.74] και οι *R. Kolano, I. Pinkiewicz, N. Wojcik* [1.75].

### 1.2.5 Αλγόριθμοι Βελτιστοποίησης και Σύζευξη με Πεπερασμένα Στοιχεία

Προκειμένου να επιλυθεί το πρόβλημα του ελάχιστου κατασκευαστικού κόστους, ή του ελάχιστου ολικού κόστους κατοχής (Total Owning Cost, TOC), δηλαδή το πρόβλημα εύρεσης του βέλτιστου τεχνικά και οικονομικά μετασχηματιστή, είναι αναγκαία η χρήση αλγόριθμων βελτιστοποίησης. Στην περίπτωση που η εύρεση κάποιων λειτουργικών χαρακτηριστικών του μετασχηματιστή γίνεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, τότε οι υπολογιστικές απαιτήσεις και οι δυσκολίες υλοποίησης της διαδικασίας βελτιστοποίησης πολλαπλασιάζονται. Στη συγκεκριμένη περίπτωση οι κώδικες πεπερασμένων στοιχείων θα πρέπει να κατασκευαστούν με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να παραμετροποιηθούν οι διαστάσεις της γεωμετρίας και οι λειτουργικοί παράμετροι του προβλήματος πεπερασμένων στοιχείων, καθώς η είσοδος στους συγκεκριμένους κώδικες θα δίνεται με επαναληπτική διαδικασία από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Επίσης θα πρέπει να επιλεγεί ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης που εξασφαλίζει τη σύγκλιση του εκάστοτε προβλήματος ελαχιστοποίησης με τον μικρότερο δυνατό αριθμό επαναλήψεων προκειμένου να επιτευχθεί ο περιορισμός του υπολογιστικού κόστους. Το τελευταίο είναι απαραίτητο καθώς το υπολογιστικό κόστος ενός κώδικα πεπερασμένων στοιχείων είναι αυξημένο σε σχέση με απλές αναλυτικές σχέσεις και επίσης ο αριθμός επαναλήψεων των αλγόριθμων βελτιστοποίησης κυμαίνεται από μερικές δεκάδες μέχρι μερικές χιλιάδες ανά μεταβλητή του προβλήματος βελτιστοποίησης, για τους ντετερμινιστικούς και τους στοχαστικούς αλγόριθμους αντίστοιχα.

Τα τελευταία χρόνια η αύξηση της υπολογιστικής ισχύος των απλών προσωπικών υπολογιστών έκανε δυνατή τη βελτιστοποίηση ηλεκτρομαγνητικών συσκευών με τη σύζευξη της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων με αλγόριθμους βελτιστοποίησης. Οι περισσότεροι ερευνητές επικεντρώθηκαν στην τροποποίηση των στοχαστικών αλγορίθμων προσομοιωμένης απόπτωσης και των γενετικών αλγορίθμων, έτσι ώστε να γίνει πιο αποδοτική η σύζευξη τους με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και να μειωθεί το υπολογιστικό κόστος. Οι *S. Yang, J. M. Machado, G. Ni, S. L. Ho, P. Zhou* [1.76], ανέπτυξαν έναν αυτό-οργανωμένο αλγόριθμο προσομοιωμένης απόπτωσης υψηλής αποδοτικότητας για τη βελτιστοποίηση ηλεκτρομαγνητικών συσκευών. Ένας αλγόριθμος προσομοιωμένης απόπτωσης εξειδικευμένος για τη διανυσματική βελτιστοποίηση (multiobjective ή vector objective) ηλεκτρομαγνητικών συσκευών αναπτύχθηκε από τους *S. L. Ho, S. Yang, H. C. Wong, G. Ni* [1.77]. Οι *L. S. Shu, S. Y. Ho, S. J. Ho* [1.78], ανέπτυξαν ένα ορθογώνιο αλγόριθμο προσομοιωμένης απόπτωσης για τη μείωση των απαιτούμενων επαναλήψεων που απαιτούνται για τη σύγκλιση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Ανάλογα και οι *S. Alfonzetti, E. Diletto, N. Salerno* [1.79], προκειμένου να μειώσουν τον αριθμό επαναλήψεων τροποποίησαν τον κλασικό αλγόριθμο προσομοιωμένης απόπτωσης έτσι ώστε να επανακινεί όταν παρατηρείται πρόωρη σύγκλιση.

### 1.2.6 Υπολογισμός Απωλειών Κενού Φορτίου Μετασχηματιστών Τυλιχτού Πυρήνα

Η πλέον διαδεδομένη μέθοδος πρόβλεψης απωλειών κενού φορτίου που συναντάτε στη βιομηχανία κατασκευής μετασχηματιστών διανομής και ισχύος, είναι κατά βάση εμπειρική και εμπλέκει σταθερές της σχεδίασης που εξάγονται με βάση μετρήσεις σε ήδη

κατασκευασμένους μετασχηματιστές [1.80], [1.81]. Η μέθοδος αυτή παρουσιάζει ικανοποιητικό βαθμό επιτυχίας για τυποποιημένες κατασκευές, όμως η ακρίβεια της μειώνεται όταν μελετώνται μη τυποποιημένες κατασκευές ή υλικά με νέα χαρακτηριστικά απωλειών συναρτήσει των τοπικών τιμών της μαγνητικής επαγωγής. Ως αποτέλεσμα η έρευνα για την πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου επικεντρώνεται σε διαφορετικούς τρόπους ανάλυσης οι οποίες μπορούν να διακριθούν σε τρεις βασικές κατηγορίες.

Η πρώτη κατηγορία ανάλυσης αφορά τα κυκλωματικά μοντέλα πρόβλεψης των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών. Τα συγκεκριμένα κυκλωματικά μοντέλα είναι βελτιωμένες εκδοχές του κλασικού ισοδύναμου κυκλώματος του μετασχηματιστή, στο οποίο οι απώλειες πυρήνα αναπαρίστανται από τον εγκάρσιο κλάδο μαγνήτισης. Παρά το γεγονός ότι οι αριθμητικές μέθοδοι ανάλυσης του μαγνητικού πεδίου των πυρήνων μετασχηματιστών προσφέρουν μεγάλο εύρος δυνατοτήτων, τα κυκλωματικά μοντέλα εξακολουθούν να αποτελούν αντικείμενο έρευνας επειδή είναι πιο απλά στην εφαρμογή δεδομένου ότι εμπλέκουν μειωμένο αριθμό παραμέτρων οι οποίοι μπορούν να προσδιοριστούν από τις κλασικές δοκιμές ή από τα γεωμετρικά στοιχεία των μετασχηματιστών, παρουσιάζουν μειωμένες υπολογιστικές απαιτήσεις σε σχέση με τα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων και μπορούν να ενσωματωθούν εύκολα σε προγράμματα προσομοίωσης συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας [1.52]-[1.54]. Στα εν λόγω κυκλωματικά μοντέλα γίνεται διάκριση των απωλειών κενού φορτίου, σε απώλειες υστέρησης, σε κλασικές απώλειες δινορρευμάτων και σε ανώμαλες απώλειες δινορρευμάτων. Ο *S. Ray* [1.82], θεωρεί τις κλασικές και τις ανώμαλες απώλειες δινορρευμάτων ανάλογες του τετραγώνου του γινομένου της συχνότητας και της μέγιστης τιμής της μαγνητικής επαγωγής και τις αναπαριστά στο κυκλωματικό μοντέλο με γραμμικές αντιστάσεις. Οι *M. Amar, F. Protat* [1.83], εφαρμόζουν την ίδια διαδικασία για τις κλασικές απώλειες δινορρευμάτων αλλά όχι για τις ανώμαλες απώλειες δινορρευμάτων, μία προσέγγιση που οδηγεί στην υιοθέτηση μη γραμμικών αντιστάσεων στα κυκλωματικά μοντέλα. Μία άλλη οικογένεια κυκλωματικών μοντέλων θεωρεί τις συνολικές απώλειες του πυρήνα και λαμβάνει υπόψη έναν παράγοντα προσαύξησης των απωλειών που προκύπτει από τα εγγενή χαρακτηριστικά των ελασμάτων του υλικού του πυρήνα ως αποτέλεσμα του τρόπου συναρμολόγησης του. Τον παράγοντα αυτό χρησιμοποίησαν οι *R. S. Albir, A. J. Moses* [1.84], για να αναπαραστήσουν τις συνέπειες της ανομοιογενούς κατανομής του μαγνητικού πεδίου στον πυρήνα, του τοπικού κορεσμού και τις περιστροφικής συνιστώσας της ροής στις γωνίες του πυρήνα, και της αλλοίωσης των αρχικών χαρακτηριστικών του σιδηρομαγνητικού υλικού λόγω κατασκευαστικών κατεργασιών. Τα κυκλωματικά μοντέλα που αναφέρθηκαν παραπάνω αναπαριστούν παράγοντες όπως τη διαμόρφωση των πυρήνων, τη ροή σκέδασης και άλλες απώλειες που οφείλονται στον τρόπο κατασκευής των πυρήνων, ως εγγενείς παράγοντες που προκύπτουν από μετρήσεις που πραγματοποιούνται στους μετασχηματιστές. Έτσι δε μπορούν να προβλεφθούν σωστά σε καταστάσεις λειτουργίας των μετασχηματιστών που δεν έχουν μελετηθεί πειραματικά. Οι *M. Elleuch, M. Poloujadoff* [1.85], [1.86], προχώρησαν στη θεωρητική αναπαράσταση των παραπάνω παραγόντων με κατάλληλη τροποποίηση των κυκλωματικών μοντέλων. Με αυτό τον τρόπο όμως προέκυψαν κυκλωματικά μοντέλα αρκετά περίπλοκα, αναιρώντας ως ένα βαθμό το πλεονέκτημα της απλότητας εφαρμογής τους.

Η δεύτερη κατηγορία ανάλυσης είναι οι στοχαστικές μέθοδοι πρόβλεψης απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών. Στην κατηγορία των στοχαστικών μεθόδων εντάσσονται οι γενετικοί αλγόριθμοι και τα νευρωνικά δίκτυα, η χρήση των οποίων στην ανάλυση των ηλεκτρικών μετασχηματιστών έχει αυξηθεί σημαντικά την τελευταία δεκαετία. Οι μέθοδοι τεχνητής νοημοσύνης έχουν χρησιμοποιηθεί από τους κκ. Γεωργιλάκη και Χατζηαργυρίου [1.87], [1.88], για την πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα, προτείνοντας μοντέλα που είναι σε θέση να μειώσουν δραστικά το σφάλμα πρόβλεψης. Για την πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα έχουν χρησιμοποιηθεί και οι τεχνικές γραμμικών στατιστικών μοντέλων από τους κκ. Παπαρήγα, Σπηλιόπουλο, Ελευσινιώτη, Μπακόπουλο [1.89], στα οποία οι απώλειες πυρήνα

συνδέονται με τις γεωμετρικές παραμέτρους και με την ποιότητα κατασκευής του πυρήνα, με τη χρήση κατάλληλων συντελεστών.

Η τρίτη κατηγορία ανάλυσης βασίζεται στις αριθμητικές τεχνικές ανάλυσης του μαγνητικού πεδίου, η δημοφιλέστερη των οποίων είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Στην εν λόγω ανάλυση υπολογίζεται η τοπική κατανομή του πεδίου σε όλη τη γεωμετρία του προβλήματος και βάση αυτής προσδιορίζονται οι τοπικές απώλειες. Πιο συγκεκριμένα στην περίπτωση των μετασχηματιστών ισχύος, υπολογίζεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων η τοπική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής στον πυρήνα του μετασχηματιστή και μετά μέσω κατάλληλης διαδικασίας μετεπεξεργασίας στην οποία ενσωματώνονται οι ειδικές απώλειες κενού φορτίου συναρτήσει της μαγνητικής επαγωγής, υπολογίζονται αρχικά οι τοπικές απώλειες και μετέπειτα οι συνολικές απώλειες κενού φορτίου. Το πλεονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου είναι ότι αποφεύγει την ομογενοποίηση κρίσιμων παραμέτρων όπως της μαγνητικής επαγωγής, που υιοθετούν αναγκαστικά οι απλές αναλυτικές και εμπειρικές μέθοδοι, και δίνουν πιο ακριβή αποτελέσματα ανεξάρτητα της γεωμετρίας του μετασχηματιστή. Τη συγκεκριμένη μέθοδο εφάρμοσαν οι *A. Basak, C. H. Yu, G. Lloyd* [1.90], [1.91], προκειμένου να υπολογίσουν τις απώλειες κενού φορτίου σε τριφασικούς μετασχηματιστές διανομής στοιβαχτού τύπου. Πιο συγκεκριμένα λαμβάνοντας υπόψη τη μη γραμμικότητα και την ανισοτροπία του σιδηρομαγνητικού υλικού του πυρήνα του μετασχηματιστή και εφαρμόζοντας μη γραμμικές μαγνητοστατικές αναλύσεις, υπολόγισαν αρχικά την τοπική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής και βάση αυτής της κατανομής και των πειραματικά προσδιορισμένων ειδικών απωλειών του σιδηρομαγνητικού υλικού, υπολόγισαν με χρήση κατάλληλου μετεπεξεργαστή τις τοπικές και τις ολικές απώλειες κενού φορτίου. Ανάλογη ανάλυση υλοποιούν και οι *G. F. Mechler, R. S. Girgis* [1.92], χρησιμοποιούν όμως τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών για τον υπολογισμό της τοπικής κατανομής του πεδίου. Ο *A. J. Moses* [1.93], βασιζόμενος στην παραπάνω εργασία, πραγματοποίησε έναν αριθμό μαγνητοστατικών αναλύσεων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων προκειμένου να υπολογίσει τοπικούς βρόχους υστέρησης σε πυρήνες μετασχηματιστών στοιβαχτού τύπου και βάση αυτών να υπολογίσει τις ολικές απώλειες κενού φορτίου. Τέλος οι *A. Mae, K. Harada, Y. Ishihara, T. Todaka* [1.94], εφάρμοσαν τη συγκεκριμένη ανάλυση σε τριφασικούς μετασχηματιστές ισχύος τυλιχτού πυρήνα, προκειμένου να υπολογίσουν λεπτομερειακά την κατανομή της μαγνητικής επαγωγής στην περιοχή του πυρήνα που συμβαίνει επικάλυψη των σιδηρομαγνητικών ελασμάτων. Βάση αυτής της κατανομής προέβλεψαν και τις τοπικές απώλειες στις συγκεκριμένες περιοχές.

### 1.3 ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ

Οι αριθμητικές τεχνικές και οι κώδικες λογισμικού που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της διατριβής για την πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα, έχουν μεγάλη σημασία για τους κατασκευαστές μετασχηματιστών καθώς συμβάλλουν στα εξής:

- Μείωση του κατασκευαστικού κόστους των μετασχηματιστών διανομής τυλιχτού πυρήνα.
- Αποφυγή πληρωμής ρητρών απωλειών κενού φορτίου από τους κατασκευαστές μετασχηματιστών.
- Αύξηση της αξιοπιστίας και της απόδοσης των μετασχηματιστών.
- Ελαχιστοποίηση της ανάγκης κατασκευής δοκιμών για την επιβεβαίωση της ακρίβειας της σχεδίασης.
- Μείωση του χρόνου παράδοσης των μετασχηματιστών.

Η ακριβής πρόβλεψη της πεδιακής κατανομής των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα είναι ιδιαίτερα σημαντική καθώς συμβάλλει στη διαδικασία βελτιστοποίησης των

μετασχηματιστών και έδωσε ώθηση για την ανάπτυξη καινοτόμων τεχνικών για τη μείωση των απωλειών κενού φορτίου. Η μείωση των απωλειών κενού φορτίου έχει προσελκύσει το ενδιαφέρον πολλών ερευνητών διεθνώς τα τελευταία χρόνια καθώς η εξοικονόμηση ενέργειας συνεπάγεται και τη μείωση των εκπομπών αερίων θερμοκηπίου αλλά και τη διασφάλιση των φυσικών πόρων.

Παρακάτω αναφέρονται συνοπτικά τα σημεία πρωτότυπης συνεισφοράς της παρούσας διατριβής όσον αφορά στις αριθμητικές τεχνικές που αναπτύχθηκαν, στις μεθόδους βελτιστοποίησης των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα αλλά και στις τεχνικές μείωσης των απωλειών κενού φορτίου των μετασχηματιστών.

Η πρώτη πρωτότυπη συμβολή της παρούσας διατριβής έγκειται στην αναπαράσταση του υλικού του τυλιχτού πυρήνα από ένα ισοδύναμο υλικό που αναπαριστά με ακρίβεια τον ελασματοποιημένο τυλιχτό πυρήνα και αποδίδεται σε ολόκληρη τη γεωμετρία του πυρήνα. Με αυτόν τον τρόπο δεν είναι απαραίτητη η λεπτομερής αναπαράσταση όλων των ελασμάτων του τυλιχτού πυρήνα και της μόνωσης μεταξύ αυτών, προκειμένου να προκύψει με ακρίβεια η τοπική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής. Το πλεονέκτημα της συγκεκριμένης αριθμητικής τεχνικής είναι το πολύ χαμηλό υπολογιστικό κόστος της κάτι που κάνει πρακτική τη γρήγορη και ακριβή πεδιακή ανάλυση των τυλιχτών πυρήνων. Χωρίς αυτή την αριθμητική τεχνική μόνο χονδροειδής προσεγγίσεις θα μπορούσαν να υλοποιηθούν και επιπλέον με πολύ μεγάλο υπολογιστικό κόστος.

Η δεύτερη πρωτότυπη συνεισφορά αφορά στην ανάπτυξη μίας συστηματικής επαναληπτικής μαγνητοστατικής ανάλυσης προκειμένου να βρεθεί η ακριβής διέγερση του μη γραμμικού μαγνητοστατικού προβλήματος από την οποία θα προκύψει η τοπική κατανομή της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής, δηλαδή η κατανομή της μαγνητικής επαγωγής τη χρονική στιγμή που μεγιστοποιείται η πεπλεγμένη ροή του πηνίου διέγερσης του τυλιχτού πυρήνα. Με αυτόν τον τρόπο δεν είναι αναγκαία μία αρμονική ή μεταβατική ανάλυση η οποία παρουσιάζει υψηλό υπολογιστικό κόστος, μη ικανοποιητικά σφάλματα αλλά και πολλές δυσκολίες.

Με βάση την ακριβή πρόβλεψη της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής τη χρονική στιγμή που μεγιστοποιείται η πεπλεγμένη ροή και τις ειδικές απώλειες που είναι συνάρτηση του πλάτους της μαγνητικής επαγωγής, είναι δυνατός ο υπολογισμός των συνολικών απωλειών κενού φορτίου. Στο συγκεκριμένο σημείο η πρωτοτυπία έγκειται στη χρήση της καμπύλης τοπικών ειδικών απωλειών που προσδιορίστηκε πειραματικά και όχι της καμπύλης μέσων ειδικών απωλειών. Με αυτόν τον τρόπο προκύπτει σημαντική βελτίωση στη διασπορά του σφάλματος για τυλιχτούς πυρήνες διαφόρων γεωμετριών και επίσης ενσωματώνονται κατά ένα μεγάλο ποσοστό οι μηχανικές και θερμικές κατεργασίες που επηρεάζουν σημαντικά τις απώλειες.

Επιπλέον τα πειράματα μέτρησης της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής και των απωλειών σε τρεις περιοχές του τυλιχτού πυρήνα, συμπλήρωσαν και επεκτείνανε σημαντικά προγενέστερες πειραματικές διερευνήσεις που εμφανίζονται στη διεθνή βιβλιογραφία, ενώ βοήθησαν στην επιβεβαίωση και στην ανάπτυξη των αριθμητικών τεχνικών που παρουσιάστηκαν στην παρούσα διατριβή.

Τέλος αναπτύχθηκε μία καινοτόμος τεχνική διαμόρφωσης πυρήνων χρησιμοποιώντας διαφορετικά υλικά η οποία δεν είχε προταθεί ξανά στη διεθνή βιβλιογραφία, και προέκυψε από την τοπική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής όπως μετρήθηκε πειραματικά και προέκυψε θεωρητικά από τις αριθμητικές τεχνικές που αναπτύχθηκαν στην παρούσα διατριβή. Η συγκεκριμένη τεχνική βασίζεται στην ανομοιομορφία της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής των τυλιχτών πυρήνων και στη χρήση σύνθετων τυλιχτών πυρήνων που είναι κατασκευασμένοι από δύο διαφορετικές ποιότητες σιδηρομαγνητικών λαμαρινών κατευθυνόμενων κόκκων. Μέσω της τεχνικής αυτής είναι δυνατή η περαιτέρω μείωση του

ολικού κόστους κατοχής των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα. Πιο συγκεκριμένα επιτεύχθηκε μείωση κατά 3,2% του αθροίσματος του κόστους του σιδηρομαγνητικού υλικού και του κόστους των απωλειών κενού φορτίου.

Η παρούσα διατριβή δεν περιορίστηκε στην ανάπτυξη αριθμητικών τεχνικών πεπερασμένων στοιχείων για μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα και στις τεχνικές μείωσης των απωλειών κενού φορτίου αλλά προχώρησε και στην ανάπτυξη λογισμικών κατάλληλων για χρήση σε βιομηχανικό περιβάλλον. Επίσης ο κώδικας που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής είναι έτσι διαμορφωμένος ώστε να μπορεί να ενσωματωθεί σε κώδικες βελτιστοποίησης μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα. Με αυτόν τον τρόπο η ακριβής πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου θα κάνει δυνατή την εύρεση των βέλτιστων τεχνικά και οικονομικά μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα με αποτέλεσμα τη μείωση του κατασκευαστικού κόστους των μετασχηματιστών και την αποφυγή της πληρωμής ρητρών απωλειών από τους κατασκευαστές μετασχηματιστών.

#### 1.4 ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ

Η δομή της παρούσας διατριβής είναι η ακόλουθη:

Στο **Κεφάλαιο 2**, παρουσιάζεται η προεπεξεργασία του προβλήματος πεπερασμένων στοιχείων, που συνίσταται πρώτον στην κατασκευή της γεωμετρίας του προβλήματος, του απλού τυλιχτού πυρήνα και του μονοφασικού μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα, και δεύτερον στην κατασκευή του πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων της γεωμετρίας. Η συγκεκριμένη διαδικασία προεπεξεργασίας είναι γενικευμένη. Αυτό σημαίνει ότι οι επιμέρους διαστάσεις της γεωμετρίας του προβλήματος δεν είναι σταθερές αλλά ορίζονται ως μεταβλητές. Η τιμές αυτών των μεταβλητών μπορεί να αποδοθούν απευθείας από τον χρήστη του κώδικα υπολογισμού των απωλειών κενού φορτίου, μπορούν να αποδοθούν παραμετρικά, ή τέλος μπορεί να δοθούν από την έξοδο ενός αλγόριθμου βελτιστοποίησης, ντετερμινιστικού ή στοχαστικού. Η προεπεξεργασία δηλαδή, είναι έτσι ορισμένη έτσι ώστε να μπορούν να προκύψουν άπειρες δυνατές γεωμετρίες και καταστάσεις λειτουργίας, για τον απλό τυλιχτό πυρήνα και για τον μονοφασικό μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα. Επιπλέον στη φάση της προεπεξεργασίας αποδίδονται ιδιότητες υλικών και κατάλληλες συνοριακές συνθήκες στη γεωμετρία του προβλήματος, οι οποίες είναι απαραίτητες για την επίλυση του προβλήματος των πεπερασμένων στοιχείων. Η λεπτομερής γεωμετρία του προβλήματος, οι ιδιότητες υλικών και οι συνοριακές συνθήκες, αποτελούν την είσοδο του πλεγματοποιητή από τον οποίο προκύπτει τελικά το πλέγμα των πεπερασμένων στοιχείων.

Το **Κεφάλαιο 3**, αναφέρεται στη μακροσκοπική αναπαράσταση των ιδιοτήτων των σιδηρομαγνητικών υλικών και στην κατάλληλη διαμόρφωση και ορισμό αυτών έτσι ώστε να μπορούν να ενσωματωθούν στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Ιδιαίτερη αναφορά γίνεται και στις ιδιότητες των σιδηρομαγνητικών υλικών σε πολύ υψηλές τιμές του μαγνητικού πεδίου έτσι ώστε να προκύπτει ακριβής λύση του προβλήματος στη συγκεκριμένη περιοχή, κάτι που οδηγεί στη γενίκευση της αναπαράστασης των ιδιοτήτων των σιδηρομαγνητικών υλικών μέσω υβριδικής συνάρτησης παρεμβολής. Η αναπαράσταση των μη γραμμικών ιδιοτήτων των σιδηρομαγνητικών υλικών σε χαμηλές τιμές του μαγνητικού πεδίου και στην περιοχή κορεσμού, γίνεται μέσω παρεμβολής με κατά τμήματα πολυωνυμικές συναρτήσεις τρίτου βαθμού με κυβικές splines. Η συγκεκριμένη μέθοδος είναι ιδιαίτερα σημαντική καθώς επιτρέπει την ενσωμάτωση των μακροσκοπικών ιδιοτήτων των υλικών στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και την επίλυση του μη γραμμικού προβλήματος το οποίο παρουσιάζει σημαντικές δυσκολίες. Επίσης η μέθοδος παρεμβολής κυβικών splines αποτελεί μία γενικευμένη μέθοδο η οποία χρησιμοποιείται επιπλέον για την αναπαράσταση της καμπύλης κανονικής μαγνήτισης του σιδηρομαγνητικού υλικού, καθώς και των ειδικών απωλειών κενού φορτίου προκειμένου να επιλυθεί πλήρως το πρόβλημα υπολογισμού απωλειών κενού φορτίου που μελετάται στην παρούσα διατριβή.

Στο **Κεφάλαιο 4**, παρουσιάζεται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Έμφαση δίνεται στη διαμόρφωση του μη γραμμικού μαγνητοστατικού προβλήματος για την επιτυχή και αποδοτική επίλυση αυτού. Επίσης παρουσιάζεται ένα ανισοτροπικό μοντέλο, στο επίπεδο των πεπερασμένων στοιχείων, διαμορφωμένο αποκλειστικά για μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα, μέσω του οποίου είναι δυνατή η ακριβής αναπαράσταση της κατανομής της μαγνητικής επαγωγής σε τυλιχτούς πυρήνες, ανεξάρτητα από τη διεύθυνση και την ένταση του μαγνητικού πεδίου. Ο ακριβής προσδιορισμός της τοπικής κατανομής του πεδίου σε συνδυασμό με την πειραματική εύρεση των τοπικών ειδικών απωλειών σιδήρου είναι η μέθοδος που οδηγεί τελικά στον ακριβή υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου.

Το **Κεφάλαιο 5**, αφιερώνεται στην περιγραφή της πειραματικής διάταξης που υλοποιήθηκε και χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση των απωλειών κενού φορτίου, της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής καθώς και των τοπικών ειδικών απωλειών σιδήρου. Η συνεισφορά της συγκεκριμένης διάταξης είναι ιδιαίτερα σημαντική καθώς οδήγησε στην επιβεβαίωση και βελτίωση των μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων και της μεθόδου υπολογισμού των απωλειών κενού φορτίου. Επίσης προέκυψαν σημαντικά πειραματικά αποτελέσματα και μετρήσεις μεγεθών τα οποία δεν είχαν εξεταστεί, ή είχαν διερευνηθεί μερικώς από άλλους ερευνητές και απουσίαζαν από τη διεθνή βιβλιογραφία.

Στο **Κεφάλαιο 6**, δίνεται η μέθοδος που αναπτύχθηκε για τον προσδιορισμό των απωλειών κενού φορτίου με τη βοήθεια των πεπερασμένων στοιχείων και των τοπικά μετρημένων ειδικών απωλειών σιδήρου. Η όλη μέθοδος συνίσταται στην εύρεση της τοπικής κατανομής της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής. Από την τοπική κατανομή που προκύπτει με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και μέσω των τοπικών ειδικών απωλειών σιδήρου προκύπτει ο υπολογισμός των απωλειών κενού φορτίου. Αυτό επιτυγχάνεται με τον μετεπεξεργαστή του προβλήματος στον οποίο είναι ενσωματωμένες οι τοπικές ειδικές απώλειες σιδήρου και αναπαρίστανται μέσω παρεμβολής με κυβικές splines. Η μέθοδος που αναπτύχθηκε συγκρίνεται με άλλες μεθόδους που εμφανίζονται στη βιβλιογραφία καθώς και με τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα.

Στο **Κεφάλαιο 7**, παρουσιάζεται η αξιοποίηση των αποτελεσμάτων της διατριβής. Πιο συγκεκριμένα ο κώδικας πεπερασμένων στοιχείων για τον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής, συνδυάζεται με προϋπάρχοντα αριθμητικά εργαλεία εύρεσης της κατανομής του πεδίου σκέδασης και ντετερμινιστικούς και στοχαστικούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί το ολικό κόστος κατοχής μετασχηματιστών διανομής τυλιχτού πυρήνα. Επίσης χρησιμοποιείται για τον ακριβή προσδιορισμό των απωλειών κενού φορτίου κατά τη φάση σχεδίασης των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα με ευρεστικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης ο οποίος χρησιμοποιείται από τη βιομηχανία κατασκευής μετασχηματιστών. Επιπλέον ο πειραματικός και θεωρητικός προσδιορισμός της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής των τυλιχτών πυρήνων οδήγησε στην εύρεση μίας καινοτόμου τεχνικής που αφορά την κατασκευή μετασχηματιστών με συνδυασμό διαφορετικής ποιότητας λαμαρινών κατευθυνόμενων κόκκων και η οποία έχει ως σκοπό την περαιτέρω μείωση των απωλειών και του ολικού κόστους κατοχής των μετασχηματιστών διανομής. Τέλος διερευνάται η επίπτωση των ανώτερων αρμονικών τάσης στις απώλειες κενού φορτίου και στην λειτουργία κενού φορτίου των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα μέσω αριθμητικών μεθόδων μεταβατικής ανάλυσης που ενσωματώνουν το φαινόμενο της υστέρησης.

Στο **Κεφάλαιο 8**, δίνονται τα βασικά συμπεράσματα που προέκυψαν από τη διατριβή, η συμβολή της στην προαγωγή της επιστήμης καθώς και προτάσεις για περαιτέρω ανάπτυξη και έρευνα.

## 1.5 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1.1] P. Silvester, "High-order polynomial triangular finite elements for potential problems," *International Journal of Engineering Science*, vol. 7, pp. 849-861, 1969.
- [1.2] P. Silvester, "A general high-order finite-element waveguide analysis program," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technology*, vol. 17, no. 4, pp. 204-210, 1969.
- [1.3] O. C. Zienkiewicz, J. Lyness, and D. R. J. Owen, "Three-dimensional magnetic field determination using a scalar potential-A finite element solution," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 13, no. 5, pp. 1649-1656, Sep. 1977.
- [1.4] N. A. Demerdash, T. W. Nehl, and F. A. Fouad, "Finite element formulation and analysis of three dimensional magnetic field problems," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 16, no. 5, pp. 1092-1094, Sep. 1980.
- [1.5] J. L. Coulomb, "Finite element three dimensional magnetic field computation," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 17, no. 6, pp. 3241-3246, Nov. 1981.
- [1.6] N. A. Demerdash and R. Wang, "Theoretical and numerical difficulties in 3-D vector potential methods in finite element magnetostatic computation," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 26, no. 5, pp. 1656-1658, Sep. 1990.
- [1.7] K. Preis, I. Bardi, O. Biro, C. Magele, W. Renhart, K. R. Richter, and G. Vrisk, "Numerical analysis of 3D magnetostatic fields," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 27, no. 5, pp. 3798-3803, Sep. 1991.
- [1.8] R. Wang and N. A. Demerdash, "A combined vector potential-scalar potential method for FE computation of 3D magnetic fields in electrical devices with iron cores," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 27, no. 5, pp. 3971-3977, Sep. 1991.
- [1.9] M. A. Alhamadi and N. A. Demerdash, "Three dimensional magnetic field computation by a coupled vector-scalar potential method in brushless DC motors with skewed permanent magnet mounts-The formulation and FE grids," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 9, no. 1, pp. 1-10, Mar. 1994.
- [1.10] J. Simkin and C. Trowbridge, "On the use of the total scalar potential in the numerical solution of field problems in electromagnetics," *Int. J. Num. Met. Eng.*, vol. 14, pp. 423-440, 1979.
- [1.11] I. D. Mayergoyz, M. V. K. Chari, and J. D' Angelo, "A new scalar potential formulation for three-dimensional magnetostatic problems," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 23, no. 6, pp. 3889-3894, Nov. 1987.
- [1.12] M. Gyimesi and J. D. Lavers, "Generalized potential formulation for 3-D magnetostatic problems," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 28, no. 4, pp. 1924-1929, Jul. 1992.
- [1.13] M. Gyimesi, D. Lavers, T. Pawlak, and D. Ostergaard, "Application of the general potential formulation," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 29, no. 2, pp. 1345-1347, Mar. 1993.
- [1.14] M. Gyimesi and D. Ostergaard, "Non-conforming hexahedral edge elements for magnetic analysis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 34, no. 5, pp. 2481-2484, Sep. 1998.
- [1.15] A. G. Kladas and J. A. Tegopoulos, "A new scalar potential formulation for 3-D magnetostatics necessitating no source field calculation," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 28, no. 2, pp. 1103-1106, Mar. 1992.
- [1.16] A. G. Kladas and J. A. Tegopoulos, "3D eddy currents modelling by means of a particular reduced scalar potential technique," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 33, no. 2, pp. 1350-1353, Mar. 1997.
- [1.17] P. Dular, F. Henrotte, F. Robert, A. Genon, and W. Legros, "A generalized source

- magnetic field calculation method for inductors of any shape,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 33, no. 2, pp. 1398-1401, Mar. 1997.
- [1.18] Y. L. Menach, S. Clenet, F. Piriou, “Determination and utilization of the source field in 3D magnetostatic problems,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 34, no. 5, pp. 2509-2512, Sep. 1998.
- [1.19] V. Phuong, Y. L. Floch, G. Meunier, and J. L. Coulomb, “A new three-dimensional (3-D) scalar finite element method to compute  $T_0$ ,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 42, no. 4, pp. 1035-1038, Apr. 2006.
- [1.20] E. Chiricozzi and A. Napoli, “Time-analysis of leakage flux of a slot-bar and computation of equivalent network parameters,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 13, no. 5, pp. 1131-1133, Sep. 1977.
- [1.21] N. A. Demerdash and T. W. Nehl, “Use of numerical analysis of nonlinear eddy current problems by finite element in the determination of parameters of electrical machines with solid iron rotors,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 15, no. 6, pp. 1482-1484, Nov. 1979.
- [1.22] V. K. Garg and J. Weiss, “Finite element solution of transient eddy-current problems in multiply-excited magnetic systems,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 22, no. 5, pp. 1257-1259, Sep. 1986.
- [1.23] O. Biro, K. Preis, and K. R. Richter, “Various FEM formulations for the calculation of transient 3d eddy currents in nonlinear media,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 31, no. 3, pp. 1307-1312, May. 1995.
- [1.24] N. M. Abe and J. R. Cardoso, “Coupling electric circuit and 2D-FEM model with Dommel’s approach for transient analysis,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 34, no. 5, pp. 3487-3490, Sep. 1998.
- [1.25] P. Dular, P. K. Peng, C. Geuzaine, N. Sadowski, and J. P. A. Bastos, “Dual magnetodynamic formulations and their source fields associated with massive and stranded inductors,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 36, no. 4, pp. 1293-1299, Jul. 2000.
- [1.26] L. Nowak and A. Demenko, “The 3D coupled field-circuit simulation of transients in converters with conducting solid parts,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 36, no. 4, pp. 1412-1416, Jul. 2000.
- [1.27] G. Meunier, Y. L. Floch, and C. Guerin, “A nonlinear circuit coupled  $t-t_0-\phi$  formulation for solid conductors,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 39, no. 3, pp. 1729-1732, May 2003.
- [1.28] N. M. Abe and J. R. Cardoso, “A virtual lab for electric motors and drives,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 35, no. 3, pp. 1674-1677, May 1999.
- [1.29] C. S. Schlensok and G. Henneberger, “Calculation of force excitations in induction machines with centric and excentric positioned rotor using 2-D transient FEM,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 40, no. 2, pp. 782-785, Mar. 2004.
- [1.30] C. Kaehler and G. Henneberger, “Transient 3-D FEM computation of eddy-current losses in the rotor of a claw-pole alternator,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 40, no. 2, pp. 1362-1365, Mar. 2004.
- [1.31] S. Bouissou and F. Piriou, “Numerical simulation of a power transformer using 3D finite element method coupled to circuit equation,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 30, no. 5, pp. 3224-3227, Sep. 1994.
- [1.32] G. B. Kumbhar, S. V. Kulkarni, and V. S. Joshi, “Analysis of half turn effect in power transformers using nonlinear-transient FE formulation,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 22, no. 1, pp. 195-200, Jan. 2007.
- [1.33] N. A. Demerdash and T. W. Nehl, “Nonlinear three dimensional magnetic vector potential finite element solution of field problems including experimental verification,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 17, no. 6, pp. 3408-3410,



- Nov. 1981.
- [1.34] O. A. Mohammed and N. A. Demerdash, "An extremely fast technique for nonlinear three dimensional finite element magnetic field computations," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 23, no. 5, pp. 3575-3577, Sep. 1987.
- [1.35] N. A. Demerdash, R. Wang, and M. A. Alhamadi, "An adaptive Newton-Raphson technique for combined vector-scalar potential solutions of large scale 3D magnetic field problems involving anisotropic materials," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 29, no. 2, pp. 1950-1957, Mar. 1993.
- [1.36] M. Chiampi, M. Repetto, and D. Chiarabaglio, "An improved technique for nonlinear magnetic problems," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, no. 6, pp. 4332-4334, Nov. 1994.
- [1.37] A. D. Napoli and R. Paggi, "A model of anisotropic grain-oriented steel," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 19, no. 4, pp. 1557-1561, Jul. 1983.
- [1.38] O. A. Mohammed, N. A. Demerdash, and T. W. Nehl, "Nonlinear three dimensional field computation methods in laminated iron cores under saturated conditions," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 19, no. 5, pp. 2091-2093, Sep. 1983.
- [1.39] J. P. A. Bastos and G. Quichaud, "3D modelling of a non-linear anisotropic lamination," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 21, no. 6, pp. 2366-2369, Nov. 1985.
- [1.40] D. Shen, J. C. Sabonnadiere, G. Meunier, and J. L. Coulomb, "Three-dimensional anisotropic magnetic field calculation in transformer cores," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 24, no. 1, pp. 483-486, Jan. 1988.
- [1.41] M. Enokizono K. Yuki, and S. Kawano, "An improved magnetic field analysis in oriented steel sheet by finite element method considering tensor reluctivity," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 31, no. 3, pp. 1797-1800, May. 1995.
- [1.42] M. Birkfeld and K. A. Hempel, "Calculation of the magnetic behavior of electrical steel sheet under two dimensional excitation by means of the reluctance tensor," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 33, no. 5, pp. 3757-3759, Sep. 1997.
- [1.43] M. Enokizono and N. Soda, "Finite element analysis of transformer model core with measured reluctivity tensor," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 33, no. 5, pp. 4110-4112, Sep. 1997.
- [1.44] M. Enokizono and N. Soda, "Direct magnetic loss analysis by FEM considering vector magnetic properties," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 34, no. 5, pp. 3008-3011, Sep. 1998.
- [1.45] H. V. Sande, T. Boonen, I. Podoleanu, F. Henrotte, and K. Hameyer, "Simulation of a three-phase transformer using an improved anisotropy model," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 2, pp. 850-855, Mar. 2004.
- [1.46] D. C. Jiles and D. L. Atherton, "Theory of ferromagnetic hysteresis," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 61, pp. 48-60, 1986.
- [1.47] D. C. Jiles, J. B. Thoelke, and M. K. Devine, "Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 28, no. 1, pp. 27-35, Jan. 1992.
- [1.48] A. Benabou, S. Clenet, and F. Piriou, "Comparison of Preisach and Jiles-Atherton models to take into account hysteresis phenomenon for finite element analysis," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 261, pp. 139-160, 2003.
- [1.49] K. H. Carpenter, "A differential equation approach to minor loops in the Jiles-Atherton hysteresis model," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 27, no. 6, pp. 4404-4406, Nov. 1991.
- [1.50] A. J. Bergqvist, "A simple vector generalization of the Jiles-Atherton model of

- hysteresis” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 32, no. 5, pp. 4213-4215, Sep. 1996.
- [1.51] S. Casoria, G. Sybille, and P. Brunelle, “Hysteresis modeling in the Matlab/Power system blockset,” *Journal of Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 63, pp. 237-248, 2003.
- [1.52] B. C. Papadias, N. D. Hatziaargyriou, J. A. Bakopoulos, and J. M. Prousalidis, “Three phase transformer modeling for fast electromagnetic transient studies,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 9, no. 2, pp. 1151-1159, Apr. 1994.
- [1.53] J. M. Prousalidis, N. D. Hatziaargyriou, and B. C. Papadias, “Representation of hysteresis in three-phase transformer models for electromagnetic transients,” *IEE Proc. Electr. Power Appl.*, vol. 143, no. 4, pp. 331-338, Jul. 1996.
- [1.54] J. Prousalidis, N. Hatziaargyriou, and A. Kladas, “Iron lamination efficient representation in power transformers,” *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 108, pp. 217-220, 2001.
- [1.55] S. Clenet, J. Cros, I. Haouara, P. Viarouge, and F. Piriou, “A direct identification method of the hysteresis model for the design of SMC transformers,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, no. 5, pp. 3466-3469, Sep. 2000.
- [1.56] D. W. P. Thomas, “Time-domain simulation of nonlinear transformers displaying hysteresis,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, no. 7, pp. 1820-1827, Jul. 2006.
- [1.57] W. Chandrasena, P. G. McLaren, U. D. Annakkage, R. P. Jayasinghe, D. Muthumuni, and E. Dirks, “Simulation of hysteresis and eddy current effects in a power transformer,” *Journal of Electric Power Systems Research*, vol. 76, pp. 634-641, 2006.
- [1.58] H. G. Brachtendorf and R. Laur, “A hysteresis model for hard magnetic core materials” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 33, no. 1, pp. 723-727, Jan. 1997.
- [1.59] T. Nakata, N. Takahashi, and Y. Kawase, “Finite element analysis of magnetic fields taking into account hysteresis characteristics,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 21, no. 5, pp. 1856-1858, Sep. 1985.
- [1.60] L. I. Antonov, “Macroscopic representation of the magnetization vector field in a magnetic substance,” *Physics-Uspekhi, Methodological Notes*, vol. 46, no. 11, pp. 1203-1207, 2003.
- [1.61] M. Chiampi, D. Chiarabaglio, and M. Repetto, “A Jiles-Atherton and fixed point combined technique for time periodic magnetic field problems with hysteresis” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 31, no. 6, pp. 4306-4311, Nov. 1995.
- [1.62] L. A. Righi, P. I. Koltermann, N. Sadowski, J. B. A. Bastos, R. Carlson, A. Kost, L. Janicke, and D. Lederer, “Non-linear magnetic field analysis by FEM using Langevin function,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, no. 4, pp. 1263-1266, Jul. 2000.
- [1.63] H. L. Toms, R. G. Colclaser, and M. P. Krefta, “Two-dimensional finite element magnetic modeling for scalar hysteresis effects,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 37, no. 2, pp. 982-988, Mar. 2001.
- [1.64] P. I. Koltermann, L. A. Righi, J. P. A. Bastos, R. Carlson, N. Sadowski, and N. J. Batistela, “A modified Jiles method for hysteresis computation including minor loops,” *Physica B*, vol. 275, pp. 233-237, 2000.
- [1.65] P. I. Koltermann, J. P. A. Bastos, N. Sadowski, N. J. Batistela, A. Kost, L. Jänicke, and K. Miethner, “Nonlinear magnetic field model by FEM taking into account hysteresis characteristics with M-B variables,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 38, no. 2, pp. 897-900, Mar. 2002.
- [1.66] Z. Godec, “Influence of slitting on core losses and magnetization curve of grain-oriented electrical steels,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 13, no. 4, pp.

- 1053-1057, Jul. 1977.
- [1.67] Z. Godec, "Aging of grain-oriented electrical steel strips," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 14, no. 1, pp. 9-13, Jan. 1978.
- [1.68] Z. Godec, "Effect of various stress-relief annealing treatments on permeability and aging of grain-oriented electrical steel strips," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 14, no. 1, pp. 4-8, Jan. 1978.
- [1.69] A. F. Ossart, E. Hug, O. Hubert, C. Buvat, and R. Bilardon, "Effect of punching on electrical steels: Experimental and numerical coupled analysis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, no. 5, pp. 3137-3140, 2000.
- [1.70] K. Fujisaki and S. Satoh, "Numerical calculations of electromagnetic fields in silicon steel under mechanical stress," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 4, pp. 1820-1825, Jul. 2004.
- [1.71] W. Grimmond, A. Moses, and P. Ling, "Geometrical factors affecting magnetic properties of wound toroidal cores," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 25, no. 3, pp. 2686-2693, May 1989.
- [1.72] M. Enokizono, T. Todaka, and K. Kihara, "Flux distribution in magnetic core with wound strips laminations," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 112, pp. 203-206, 1992.
- [1.73] M. Enokizono, T. Todaka, and K. Nakamura, "Flux distribution in a wound core of a single-phase transformer," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 160, pp. 61-62, 1996.
- [1.74] A. Basak, A. J. Moses, and M. R. Yasin, "Flux distribution and loss in a 100 kVA 3-phase wound core amorphous transformer core," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 160, pp. 210-212, 1996.
- [1.75] R. Kolano, I. Pinkiewicz, and N. Wojcik, "Flux distribution power losses and harmonics of magnetizing current in three-limb amorphous magnetic circuit," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 196, pp. 930-932, 1999.
- [1.76] S. Yang, J. M. Machado, G. Ni, S. L. Ho, and P. Zhou, "A self-learning simulated annealing algorithm for global optimizations of electromagnetic devices," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, no. 4, pp. 1004-1008, Jul. 2000.
- [1.77] S. L. Ho, S. Yang, H. C. Wong, and G. Ni, "A simulated annealing algorithm for multiobjective optimizations of electromagnetic devices," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 39, no. 3, pp. 1285-1288, May 2003.
- [1.78] L. S. Shu, S. Y. Ho, and S. J. Ho, "A novel orthogonal simulated annealing algorithm for optimization of electromagnetic problems," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 4, pp. 1791-1795, Jul. 2004.
- [1.79] S. Alfonzetti, E. Diletto, and N. Salerno, "Simulated annealing with restarts for the optimization of electromagnetic devices," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, no. 4, pp. 1115-1118, Apr. 2006.
- [1.80] Π. Σ. Γεωργιλάκης, "Συμβολή μεθόδων τεχνητής νοημοσύνης στη μείωση των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών διανομής," Διδακτορική διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Μάρτιος 2000.
- [1.81] Μ. Α. Τσίλη, "Ανάπτυξη μεικτών αριθμητικών τεχνικών πεπερασμένων στοιχείων-οριακών στοιχείων για τη σχεδίαση μετασχηματιστών ισχύος," Διδακτορική διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιούνιος 2005.
- [1.82] S. Ray, "Analysis of transient behavior of power system circuits containing iron cored coils," *IEE Proc.*, vol. 138, no. 4, pp. 275-282, Jul. 1991.
- [1.83] M. Amar and F. Protat, "A simple method for the estimation of power losses in silicon iron sheets under alternating pulse voltage excitation," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, pp. 942-944, Mar. 1994.

- [1.84] R. S. Albir and A. J. Moses, "Reduction in transformer losses achieved by staggering lamination layers," *Physica Scripta*, vol. 39, pp. 629-638, 1989.
- [1.85] M. Elleuch and M. Poloujadoff, "A contribution to the modeling of three phase transformers using reluctances," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 32, no. 2, pp. 335-343, Mar. 1996.
- [1.86] M. Elleuch and M. Poloujadoff, "New transformer model including joint air gaps and lamination anisotropy," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 34, no. 5, pp. 3701-3711, Sep. 1998.
- [1.87] P. S. Georgilakis, N. D. Doulamis, A. D. Doulamis, N. D. Hatzargyriou, S. D. Kollias and P. Ioannou, "A novel iron loss reduction technique for distribution transformers based on a combined genetic algorithm-neural network approach," *IEEE Transactions on Systems and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, vol. 31, no. 1, pp. 16-34, Feb. 2001.
- [1.88] P. S. Georgilakis, N. D. Hatzargyriou, and D. Pappas, "AI helps reduce transformer iron losses," *IEEE Computer Applications in Power*, vol. 12, no. 4, pp. 41-46, 1999.
- [1.89] Δ. Παπαρήγας, Δ. Σπηλιόπουλος, Σ. Ελευσινιώτης, και Ι. Μπακόπουλος, "Εκτίμηση μαγνητικών υλικών για πυρήνες μετασχηματιστών," *Πρακτικά Ευρωπαϊκού Συμποσίου THERMIE για τα Τεχνολογικά και Οικονομικά Πλεονεκτήματα από τη Χρησιμοποίηση Μετασχηματιστών Διανομής με Μειωμένες Απώλειες*, 16 Μαΐου 1994, Αθήνα.
- [1.90] A. Basak, C. H. Yu, and G. Lloyd, "Core loss computation of a 1000 kVA distribution transformer," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 133, pp. 564-567, 1994.
- [1.91] A. Basak, C. H. Yu, and G. Lloyd, "Efficient transformer design by computing core loss using a novel approach," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, no. 5, pp. 3725-3728, Sep. 1994.
- [1.92] G. F. Mechler and R. S. Girgis, "Calculation of spatial loss distribution in stacked power and distribution transformer cores," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 13, no. 2, pp. 532-537, Apr. 1998.
- [1.93] A. J. Moses, "Comparison of transformer loss prediction from computed and measured flux density distribution," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 34, no. 4, pp. 1186-1188, Jul. 1998.
- [1.94] A. Mae, K. Harada, Y. Ishihara, and T. Todaka, "A study of characteristic analysis of the three-phase transformer with step-lap wound-core," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 38, no. 2, pp. 829-832, Mar. 2002.

## **ΠΡΟΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΚΑΙ ΠΛΕΓΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗ**

### **2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Προκειμένου να κατασκευαστεί το πλέγμα ενός δισδιάστατου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων από τον πλεγματοποιητή θα πρέπει πρώτα να ορισθεί η γεωμετρία του δισδιάστατου μοντέλου, να αποδοθούν υλικά στις περιοχές αυτού και να αποδοθούν οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες. Οι παραπάνω πληροφορίες αποθηκεύονται σε ένα τυποποιημένο αρχείο το οποίο χρησιμοποιείται από τον πλεγματοποιητή προκειμένου να κατασκευαστεί το πλέγμα του δισδιάστατου μοντέλου. Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και στην περίπτωση του τρισδιάστατου προβλήματος.

Ο τύπος του αρχείου που χρησιμοποιείται από τον πλεγματοποιητή στην περίπτωση του δισδιάστατου προβλήματος είναι ο PSLG (Planar Straight Line Graphic), δηλαδή ένας τυποποιημένος τύπος αρχείου γραφικών για προβλήματα δισδιάστατης γεωμετρίας. Η δομή ενός τυπικού αρχείου PSLG συνοπτικά είναι ως εξής:

- Αναγράφονται όλα τα σημεία της δισδιάστατης γεωμετρίας καθώς και οι καρτεσιανές συντεταγμένες του κάθε σημείου.
- Κατόπιν απαριθμούνται όλα τα ευθύγραμμο τμήματα της δισδιάστατης γεωμετρίας, δίνεται για κάθε ευθύγραμμο τμήμα ο αύξων αριθμός του αρχικού και τελικού σημείου κάθε ευθύγραμμου τμήματος και τέλος αποδίδεται ένας συντελεστής σε κάθε ευθύγραμμο τμήμα που αντιπροσωπεύει μία δεδομένη συνοριακή συνθήκη.
- Τέλος αναγράφονται οι περιοχές από τις οποίες αποτελείται το δισδιάστατο μοντέλο καθώς και δύο συντελεστές για κάθε περιοχή που εκφράζουν αντίστοιχα το αποδιδόμενο υλικό και μία μεταβλητή ελέγχου της πυκνότητας του πλέγματος.

Στις δύο ακόλουθες παραγράφους αναλύονται εκτενώς η δισδιάστατη γεωμετρία οι αποδιδόμενες ιδιότητες υλικών καθώς και οι αποδιδόμενες συνοριακές συνθήκες για τις περιπτώσεις του απλού τυλιχτού πυρήνα και του μονοφασικού μετασχηματιστή.

Για να προκύψει μία ακριβής λύση το πλέγμα του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων θα πρέπει να είναι πυκνό. Όμως ένα πλέγμα που θα αντιστοιχούσε σε ολόκληρη τη δισδιάστατη γεωμετρία του απλού τυλιχτού πυρήνα ή του μονοφασικού μετασχηματιστή και θα ήταν αρκετά πυκνό έτσι ώστε να προκύψει αξιόπιστη λύση και με μικρό σφάλμα θα είχε μεγάλο αριθμό κόμβων και στοιχείων με αποτέλεσμα και ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος αλλά και το υπολογιστικό κόστος να είναι μεγάλο.

Τα παραπάνω οδηγούν στο να ληφθούν υπόψη οι συμμετρίες του προβλήματος των πεπερασμένων στοιχείων και να σχεδιαστεί το δισδιάστατο μοντέλο μόνο για ένα κλάσμα της συνολικής γεωμετρίας. Πιο συγκεκριμένα για τον απλό τυλιχτό πυρήνα αρκεί να υλοποιηθεί μόνο το ένα δεύτερο της γεωμετρίας ενώ για τον μονοφασικό μετασχηματιστή τύπου κελύφους αρκεί να υλοποιηθεί το ένα τέταρτο της συνολικής γεωμετρίας.

Προκειμένου όμως να προκύψει η σωστή λύση για τα διαστάσιμα μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων για τα οποία έχει ληφθεί υπόψη η συμμετρία της γεωμετρίας θα πρέπει να εφαρμοστούν οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες. Αυτές οι συνοριακές συνθήκες εξαρτώνται από τη συμμετρία του προβλήματος καθώς επίσης και από τον τύπο του προβλήματος όπως αναλύεται στις επόμενες δύο παραγράφους.

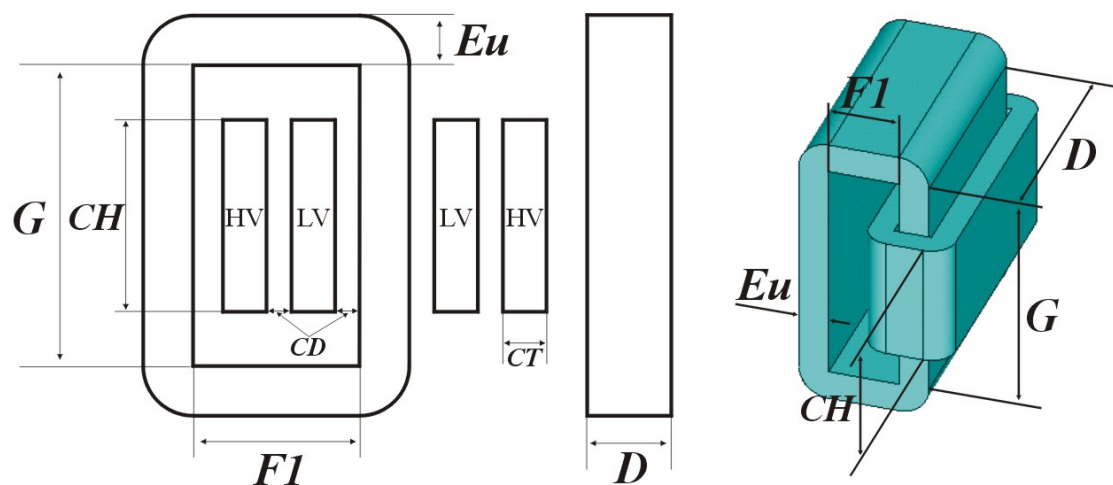
Ο έλεγχος της πυκνότητας του πλέγματος είναι επίσης μία πολύ σημαντική παράμετρος που θα πρέπει να ληφθεί υπόψη εφόσον οι διαστάσεις της γεωμετρίας του προβλήματος μεταβάλλονται σε ένα ιδιαίτερα ευρύ φάσμα. Συνεπώς πρέπει να γίνει ένας συμβιβασμός μεταξύ της πυκνότητας του πλέγματος και της ακρίβειας της λύσης, δηλαδή μεταξύ του υπολογιστικού κόστους και του σφάλματος της λύσης. Η πυκνότητα του πλέγματος θα πρέπει να παραμένει εντός συγκεκριμένων ορίων ανεξάρτητα με τη μεταβολή των διαστάσεων της γεωμετρίας ειδικά στην περιοχή του πυρήνα. Το παραπάνω πρέπει να ισχύει τόσο στην περίπτωση του απλού τυλιχτού πυρήνα όσο και στην περίπτωση του μονοφασικού μετασχηματιστή. Ο έλεγχος της πυκνότητας του πλέγματος είναι απαραίτητος προκειμένου να επιτευχθεί λύση με υψηλή αξιοπιστία και μικρό σφάλμα, κάτι το οποίο είναι δύσκολο στην περίπτωση του μη γραμμικού μαγνητοστατικού προβλήματος, περιορίζοντας ταυτόχρονα το υπολογιστικό κόστος έτσι ώστε η λύση του μη γραμμικού προβλήματος να προκύψει σε μικρό χρονικό διάστημα.

## 2.2 ΑΠΛΟΣ ΠΥΡΗΝΑΣ ΤΥΛΙΧΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η γεωμετρία του απλού τυλιχτού πυρήνα καθώς και του πρωτεύοντος πηνίου, δηλαδή του πηνίου χαμηλής τάσης. Το πηνίο υψηλής τάσης δε μοντελοποιείται καθώς η δοκιμή κενού φορτίου γίνεται για πρακτικούς λόγους από την πλευρά του πηνίου χαμηλής τάσης. Συνεπώς η πυκνότητα ρεύματος στο πηνίο υψηλής τάσης είναι μηδενική κατά τη διάρκεια της δοκιμής κενού φορτίου. Επίσης λόγω συμμετρίας, όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.1, μπορεί να αναπαρασταθεί μόνο το ένα δεύτερο της γεωμετρίας του απλού τυλιχτού πυρήνα. Με αυτόν τον τρόπο μειώνεται το υπολογιστικό κόστος του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.

Οι διαστάσεις που απεικονίζονται στο σχήμα 2.1 και αφορούν το πηνίο χαμηλής τάσης είναι οι εξής:

- $CH$  είναι το πλάτος στρώσεως του πηνίου χαμηλής τάσης.
- $CT$  είναι το πάχος του πηνίου χαμηλής τάσης.
- $CD$  είναι η απόσταση μεταξύ πηνίου χαμηλής τάσης και του πυρήνα.

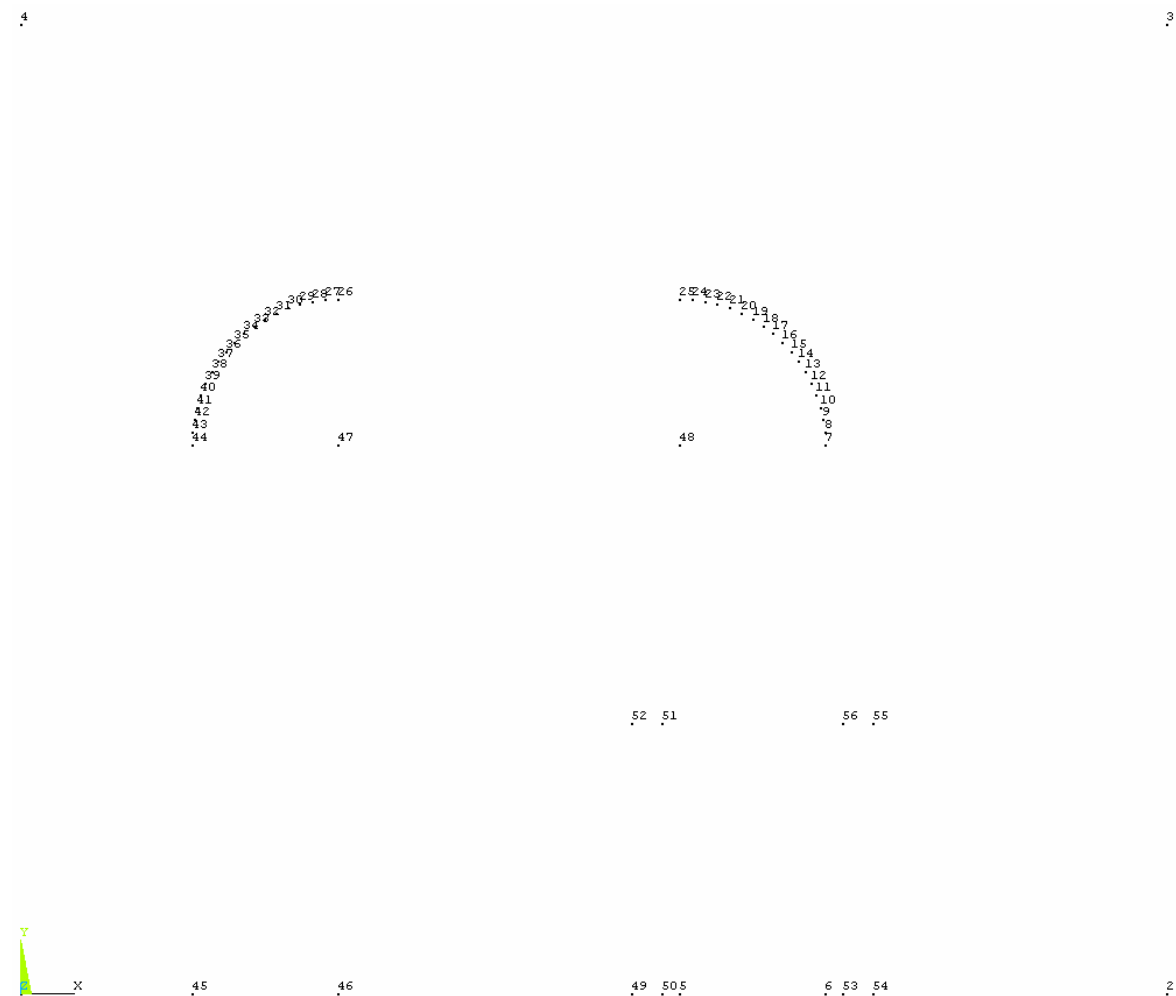


Σχήμα 2.1: Γεωμετρία του απλού τυλιχτού πυρήνα και του πηνίου διεγέρσεως.

### 2.2.1 Σημεία

Στο επόμενο σχήμα φαίνονται τα 56 σημεία από τα οποία αποτελείται το δισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων του απλού τυλιχτού πυρήνα για τις συγκεκριμένες διαστάσεις:

- $F1 = 57 \text{ mm}$
- $Eu = 24,3 \text{ mm}$
- $G = 183 \text{ mm}$
- $CH = 90 \text{ mm}$
- $CT = 5 \text{ mm}$
- $CD = 3 \text{ mm}$



**Σχήμα 2.2:** Διάταξη των σημείων του δισδιάστατου μοντέλου του απλού τυλιχτού πυρήνα.

Στον πίνακα 2.1 παρατίθενται τα σημεία από τα οποία αποτελείται το δισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων του απλού τυλιχτού πυρήνα. Το συγκεκριμένο μοντέλο αποτελείται από 56 συνολικά σημεία οι καρτεσιανές συντεταγμένες των οποίων είναι συνάρτηση των έξι παραπάνω γεωμετρικών παραμέτρων του απλού τυλιχτού πυρήνα και οι οποίες εκφράζονται ως μεταβλητές. Στη δεύτερη και στην τρίτη στήλη του πίνακα 2.1 δίνονται οι καρτεσιανές συντεταγμένες,  $x$  και  $y$  αντίστοιχα, των σημείων.

A/A	x	y
1	0	0
2	$5 \cdot (F1/2) + 2 \cdot Eu$	0
3	$5 \cdot (F1/2) + 2 \cdot Eu$	$3 \cdot (G/4) + Eu$
4	0	$3 \cdot (G/4) + Eu$
5	$3 \cdot (F1/2) + Eu$	0
6	$3 \cdot (F1/2) + 2 \cdot Eu$	0
7	$3 \cdot (F1/2) + 2 \cdot Eu$	$G/2$
8	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(5^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(5^\circ) \cdot Eu$
9	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(10^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(10^\circ) \cdot Eu$
10	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(15^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(15^\circ) \cdot Eu$
11	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(20^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(20^\circ) \cdot Eu$
12	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(25^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(25^\circ) \cdot Eu$
13	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(30^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(30^\circ) \cdot Eu$
14	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(35^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(35^\circ) \cdot Eu$
15	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(40^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(40^\circ) \cdot Eu$
16	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(45^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(45^\circ) \cdot Eu$
17	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(50^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(50^\circ) \cdot Eu$
18	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(55^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(55^\circ) \cdot Eu$
19	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(60^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(60^\circ) \cdot Eu$
20	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(65^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(65^\circ) \cdot Eu$
21	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(70^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(70^\circ) \cdot Eu$
22	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(75^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(75^\circ) \cdot Eu$
23	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(80^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(80^\circ) \cdot Eu$
24	$3 \cdot F1/2 + (1 + \cos(85^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \sin(85^\circ) \cdot Eu$
25	$3 \cdot (F1/2) + Eu$	$G/2 + Eu$
26	$F1/2 + Eu$	$G/2 + Eu$
27	$F1/2 + (1 - \sin(5^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \cos(5^\circ) \cdot Eu$
28	$F1/2 + (1 - \sin(10^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \cos(10^\circ) \cdot Eu$
29	$F1/2 + (1 - \sin(15^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \cos(15^\circ) \cdot Eu$
30	$F1/2 + (1 - \sin(20^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \cos(20^\circ) \cdot Eu$
31	$F1/2 + (1 - \sin(25^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \cos(25^\circ) \cdot Eu$
32	$F1/2 + (1 - \sin(30^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \cos(30^\circ) \cdot Eu$
33	$F1/2 + (1 - \sin(35^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \cos(35^\circ) \cdot Eu$
34	$F1/2 + (1 - \sin(40^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \cos(40^\circ) \cdot Eu$
35	$F1/2 + (1 - \sin(45^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \cos(45^\circ) \cdot Eu$
36	$F1/2 + (1 - \sin(50^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \cos(50^\circ) \cdot Eu$
37	$F1/2 + (1 - \sin(55^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \cos(55^\circ) \cdot Eu$
38	$F1/2 + (1 - \sin(60^\circ)) \cdot Eu$	$G/2 + \cos(60^\circ) \cdot Eu$



39	$F1/2+(1-\sin(65^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(65^\circ)\cdot Eu$
40	$F1/2+(1-\sin(70^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(70^\circ)\cdot Eu$
41	$F1/2+(1-\sin(75^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(75^\circ)\cdot Eu$
42	$F1/2+(1-\sin(80^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(80^\circ)\cdot Eu$
43	$F1/2+(1-\sin(85^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(85^\circ)\cdot Eu$
44	$F1/2$	$G/2$
45	$F1/2$	0
46	$F1/2+Eu$	0
47	$F1/2+Eu$	$G/2$
48	$3\cdot(F1/2)+Eu$	$G/2$
49	$3\cdot(F1/2)+Eu-CD-CT$	0
50	$3\cdot(F1/2)+Eu-CD$	0
51	$3\cdot(F1/2)+Eu-CD$	$CH/2$
52	$3\cdot(F1/2)+Eu-CD-CT$	$CH/2$
53	$3\cdot(F1/2)+2\cdot Eu+CD$	0
54	$3\cdot(F1/2)+2\cdot Eu+CD+CT$	0
55	$3\cdot(F1/2)+2\cdot Eu+CD+CT$	$CH/2$
56	$3\cdot(F1/2)+2\cdot Eu+CD$	$CH/2$

**Πίνακας 2.1:** Συντεταγμένες των σημείων της γεωμετρίας του απλού τυλιχτού πυρήνα.

### 2.2.2 Ευθύγραμμα Τμήματα

Το δισδιάστατο μοντέλο του απλού τυλιχτού πυρήνα αποτελείται συνολικά από 60 ευθύγραμμα τμήματα που δίνονται στον πίνακα 2.2. Στην πρώτη στήλη του πίνακα 2.2 δίνεται ο αύξων αριθμός του ευθύγραμμου τμήματος ενώ στη δεύτερη και στην τρίτη στήλη το αρχικό και το τελικό σημείο αντίστοιχα του ευθύγραμμου τμήματος. Στην τέταρτη στήλη δίνεται ένας συντελεστής που εκφράζει τη συνοριακή συνθήκη του ευθύγραμμου τμήματος. Όταν ο συντελεστής είναι ίσος με το μηδέν τότε η εφαρμοζόμενη συνοριακή συνθήκη είναι η συνοριακή συνθήκη Neumann δηλαδή η κάθετη παράγωγος της κάθετης στο  $x-y$  επίπεδο συνιστώσας του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού  $A_z$ , είναι ίση με το μηδέν:

$$\frac{\partial A_z}{\partial n} = 0 \quad (2.1)$$

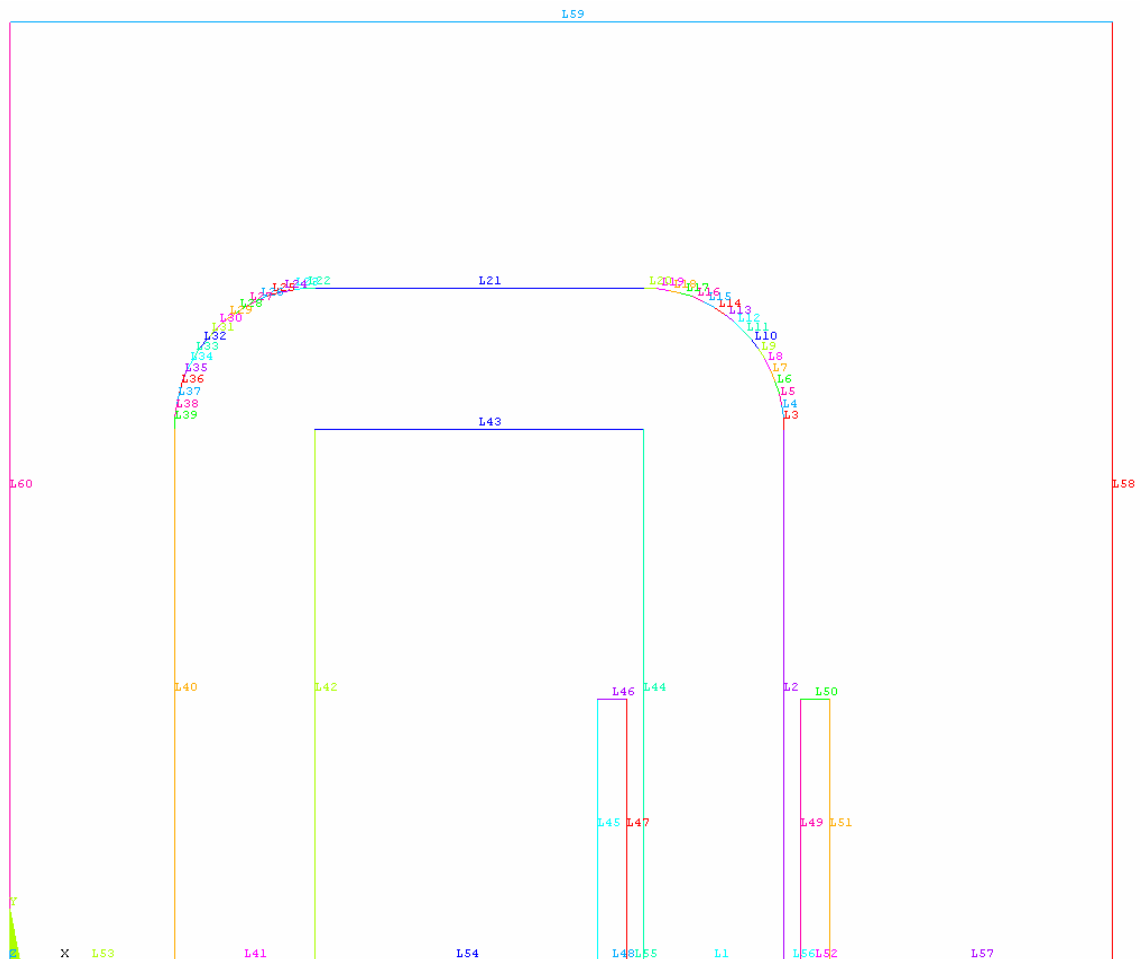
Η παραπάνω συνοριακή συνθήκη ικανοποιείται αυτόματα στην περίπτωση του δισδιάστατου προβλήματος των πεπερασμένων στοιχείων.

Όταν ο συντελεστής είναι ίσος με το δύο τότε η εφαρμοζόμενη συνοριακή συνθήκη είναι η συνοριακή συνθήκη Dirichlet δηλαδή η κάθετη στο  $x-y$  επίπεδο συνιστώσα του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού  $A_z$ , είναι ίση με το μηδέν:

$$A_z = 0 \quad (2.2)$$

Όπως φαίνεται και από τον πίνακα 2.2 η συγκεκριμένη συνοριακή συνθήκη επιβάλλεται στα ευθύγραμμα τμήματα 58, 59 και 60. Δηλαδή στα εν λόγω ευθύγραμμα τμήματα οι ισοδυναμικές γραμμές του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού θα είναι παράλληλες.

Στο επόμενο σχήμα απεικονίζονται τα 60 ευθύγραμμα τμήματα από τα οποία απαρτίζεται το δισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων του απλού τυλιχτού πυρήνα και για τις διαστάσεις που δόθηκαν στην παράγραφο 2.2.1.



**Σχήμα 2.3:** Ευθύγραμμα τμήματα του δισδιάστατου μοντέλου του απλού τυλιχτού πυρήνα.

A/A	Αρχικό σημείο	Τελικό σημείο	Συνοριακή συνθήκη
1	5	6	0
2	6	7	0
3	7	8	0
4	8	9	0
5	9	10	0
6	10	11	0
7	11	12	0
8	12	13	0
9	13	14	0
10	14	15	0
11	15	16	0
12	16	17	0

---

13	17	18	0
14	18	19	0
15	19	20	0
16	20	21	0
17	21	22	0
18	22	23	0
19	23	24	0
20	24	25	0
21	25	26	0
22	26	27	0
23	27	28	0
24	28	29	0
25	29	30	0
26	30	31	0
27	31	32	0
28	32	33	0
29	33	34	0
30	34	35	0
31	35	36	0
32	36	37	0
33	37	38	0
34	38	39	0
35	39	40	0
36	40	41	0
37	41	42	0
38	42	43	0
39	43	44	0
40	44	45	0
41	45	46	0
42	46	47	0
43	47	48	0
44	48	5	0
45	49	50	0
46	50	51	0
47	51	52	0
48	52	49	0
49	53	54	0
50	54	55	0
51	55	56	0
52	56	53	0

---

53	1	45	0
54	46	49	0
55	50	5	0
56	6	53	0
57	54	2	0
58	2	3	2
59	3	4	2
60	4	1	2

**Πίνακας 2.2:** Αρχικά και τελικά σημεία των ευθύγραμμων τμημάτων του μοντέλου του απλού τυλιχτού πυρήνα.

### 2.2.3 Περιοχές

Στη συνέχεια καθορίζονται οι περιοχές του δισδιάστατου μοντέλου, αποδίδονται ιδιότητες υλικών και καθορίζεται για κάθε περιοχή το μέγιστο επιτρεπόμενο εμβαδόν των στοιχείων του πλέγματος.

Ο ορισμός των περιοχών επιτυγχάνεται προσδιορίζοντας ένα σημείο για κάθε περιοχή και θέτοντας τις συντεταγμένες του συγκεκριμένου σημείου με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε το εν λόγω σημείο να βρίσκεται μέσα στη συγκεκριμένη περιοχή και όχι στο σύνορο αυτής ή έξω από αυτή.

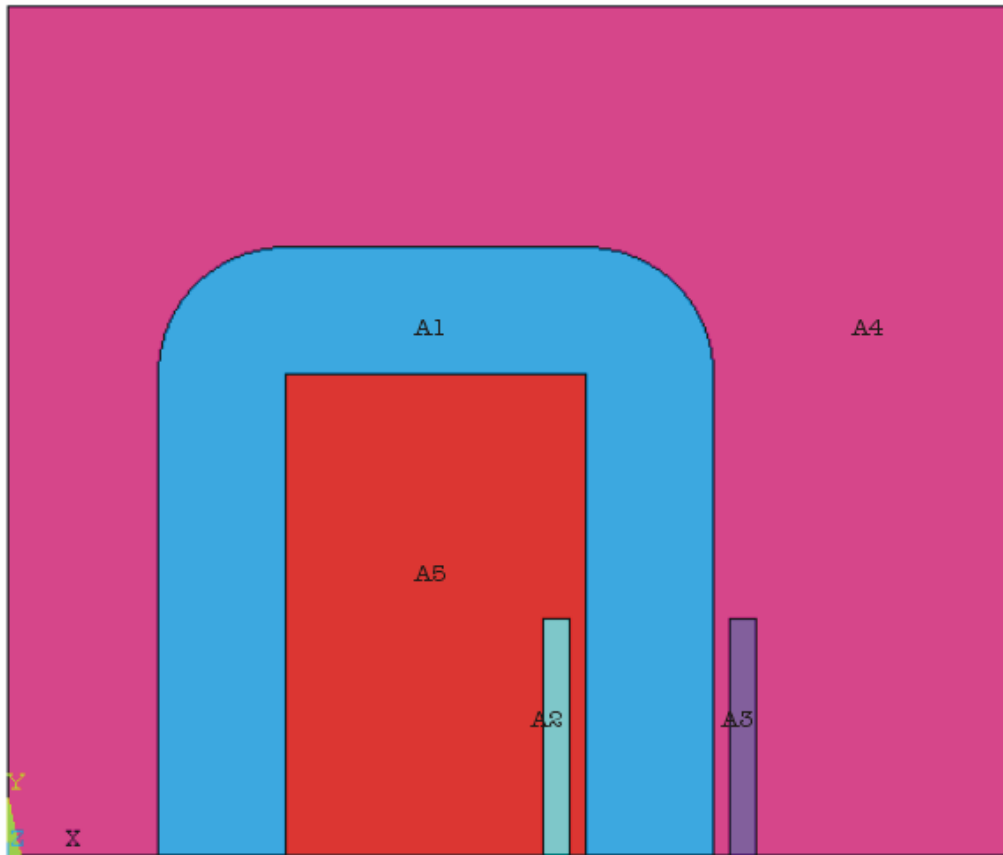
Στο δισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων του απλού πυρήνα υπάρχουν πέντε συνολικά περιοχές που απεικονίζονται στο σχήμα 2.4. Αυτές οι περιοχές είναι οι εξής:

- A1 είναι η περιοχή του πυρήνα.
- A2 είναι η περιοχή του πηνίου χαμηλής τάσης με θετική πυκνότητα ρεύματος.
- A3 είναι η περιοχή του πηνίου χαμηλής τάσης με αρνητική πυκνότητα ρεύματος.
- A4 είναι η περιοχή του αέρα που περιβάλλει τον πυρήνα και την περιοχή του πηνίου χαμηλής τάσης με αρνητική πυκνότητα ρεύματος.
- A5 είναι η περιοχή του αέρα στο παράθυρο του πυρήνα που περιβάλλει την περιοχή του πηνίου χαμηλής τάσης με θετική πυκνότητα ρεύματος.

Σε κάθε περιοχή αποδίδονται και δύο συντελεστές. Ο πρώτος από αυτούς εκφράζει το υλικό που αποδίδεται στην περιοχή. Ο συγκεκριμένος συντελεστής μπορεί να πάρει τις παρακάτω τιμές ανάλογα με το αποδιδόμενο υλικό.

- Αν ο συντελεστής είναι ίσος με  $MM = 2$ , όπου  $MM$  είναι η μεταβλητή του σιδηρομαγνητικού υλικού (Magnetic Material), τότε το αποδιδόμενο υλικό είναι η τυπικής μαγνήτισης λαμαρίνα M4.
- Αν ο συντελεστής είναι ίσος με  $MM = 3$ , όπου  $MM$  είναι η μεταβλητή του σιδηρομαγνητικού υλικού (Magnetic Material), τότε το αποδιδόμενο υλικό είναι η λαμαρίνα M-OH υψηλής μαγνήτισης. Τα δύο παραπάνω υλικά χρησιμοποιούνται κατά κόρον για την κατασκευή των πυρήνων των μετασχηματιστών τόσο των μονοφασικών όσο και των τριφασικών.
- Αν ο συντελεστής είναι ίσος με 20, τότε το αποδιδόμενο υλικό έχει σχετική μαγνητική διαπερατότητα ίση με τη μονάδα  $\mu_r = 1$ , και επίσης θετική πυκνότητα ρεύματος.
- Αν ο συντελεστής είναι ίσος με 21, τότε το αποδιδόμενο υλικό έχει σχετική μαγνητική διαπερατότητα ίση με τη μονάδα  $\mu_r = 1$ , και αρνητική πυκνότητα ρεύματος.

- Αν ο συντελεστής είναι ίσος με το μηδέν, τότε το αποδιδόμενο υλικό είναι ο αέρας, αποδίδεται δηλαδή ένα υλικό με σχετική μαγνητική διαπερατότητα ίση με τη μονάδα  $\mu_r = 1$ .



**Σχήμα 2.4:** Οι πέντε περιοχές που απαρτίζουν το δισδιάστατο μοντέλο του απλού τυλιχτού πυρήνα.

Ο δεύτερος συντελεστής είναι υπεύθυνος για τον έλεγχο της πυκνότητας του δισδιάστατου πλέγματος καθώς καθορίζει το μέγιστο εμβαδόν των στοιχείων του πλέγματος της κάθε περιοχής. Ο έλεγχος της πυκνότητας του πλέγματος είναι πολύ σημαντικός καθώς η πυκνότητα του πλέγματος που προκύπτει για μετασχηματιστές και πυρήνες διαφορετικής γεωμετρίας θα είναι περίπου η ίδια με αποτέλεσμα και η λύση που προκύπτει να είναι αξιόπιστη. Αν το πλέγμα ήταν πολύ αραιό τότε η λύση που θα προέκυπτε θα είχε μεγάλα σφάλματα. Από την άλλη μεριά όμως αν το πλέγμα ήταν πολύ πυκνό τότε το υπολογιστικό κόστος θα ήταν αντίστοιχα μεγάλο και ο χρόνος επίλυσης μεγάλος χωρίς όμως αντίστοιχη βελτίωση στο σφάλμα της λύσης. Πιο συγκεκριμένα ο συντελεστής ελέγχου πυκνότητας του πλέγματος παίρνει τις εξής τιμές:

- Αν ο συντελεστής είναι ίσος με -1 τότε η πυκνότητα του πλέγματος προσδιορίζεται από τον πλεγματοποιητή. Στην περίπτωση που η πυκνότητα πλέγματος προσδιορίζεται από τον πλεγματοποιητή τότε η πυκνότητα θα είναι η μικρότερη δυνατή.
- Αν ο συντελεστής είναι ίσος με  $CMDV$ , μεταβλητή πυκνότητας πλέγματος πυρήνα (Core Mesh Density Variable), τότε ο ελάχιστος δυνατός αριθμός των στοιχείων του πλέγματος της περιοχής του πυρήνα θα είναι ίσος με  $n$ . Η μεταβλητή πυκνότητας πλέγματος πυρήνα δίνεται από τη σχέση:

$$CMDV = \left\{ (F1 + G) \cdot Eu + \frac{\pi Eu^2}{2} \right\} / n \quad (2.3)$$

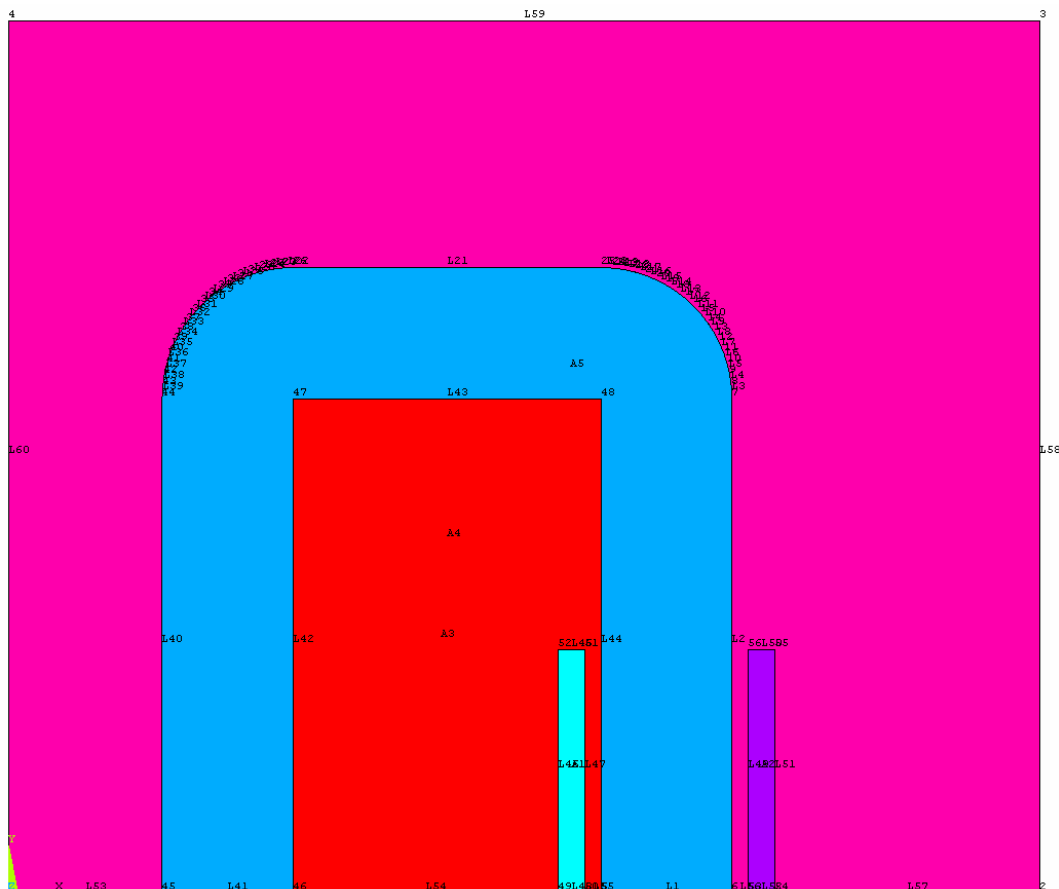
όπου  $(F1 + G) \cdot Eu + \pi Eu^2 / 2$ , είναι το ένα δεύτερο του εμβαδού της περιοχής του πυρήνα, δηλαδή το εμβαδόν της περιοχής A1 και  $n$  είναι ο ελάχιστος δυνατός αριθμός των στοιχείων του πλέγματος της περιοχής A1.

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται στη δεύτερη και στην τρίτη στήλη οι καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων της κάθε περιοχής ενώ στην τέταρτη και πέμπτη στήλη δίνονται οι συντελεστές του αποδιδόμενου υλικού και ο συντελεστής ελέγχου πυκνότητας του πλέγματος αντίστοιχα.

A/A	x	y	Υλικό	Έλεγχος πλέγματος
1	$F1+Eu$	$G/2+Eu/2$	MM	CMDV
2	$3 \cdot (F1/2) + Eu - CD - CT/2$	$CH/4$	20	-1
3	$3 \cdot (F1/2) + 2 \cdot Eu + CD + CT/2$	$CH/4$	21	-1
4	$3 \cdot (F1/2) + 2 \cdot Eu + CD + CT/2$	$G/2 + Eu/2$	0	-1
5	$F1 + Eu - CD/2 - CT/2$	$CH/4$	0	-1

**Πίνακας 2.3:** Συντεταγμένες των σημείων των περιοχών του μοντέλου απλού τυλιχτού πυρήνα και συντελεστές αποδιδόμενου υλικού.

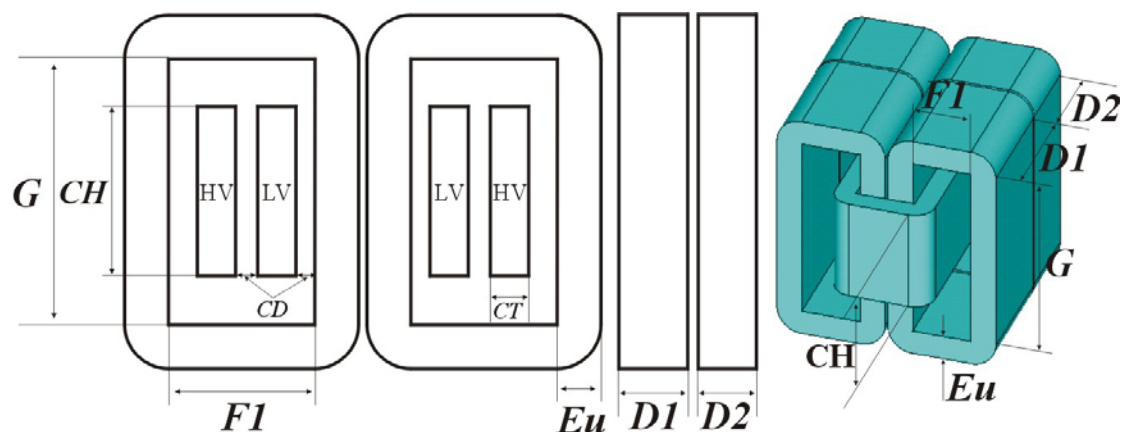
Στο επόμενο σχήμα απεικονίζονται τα σημεία, τα ευθύγραμμα τμήματα, καθώς και οι περιοχές για το δισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων του απλού τυλιχτού πυρήνα και για τις διαστάσεις που δόθηκαν στην παράγραφο 2.2.1.



**Σχήμα 2.5:** Σημεία, ευθύγραμμα τμήματα και περιοχές του δισδιάστατου μοντέλου του απλού τυλιχτού πυρήνα.

### 2.3 ΜΟΝΟΦΑΣΙΚΟΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΗΣ ΤΥΠΟΥ ΚΕΛΥΦΟΥΣ ΤΥΛΙΧΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ

Στο επόμενο σχήμα απεικονίζεται η γεωμετρία του μονοφασικού μετασχηματιστή τύπου κελύφους τυλιχτού πυρήνα καθώς και του πηνίου διεγέρσεως, δηλαδή του πηνίου χαμηλής τάσης. Ο μονοφασικός μετασχηματιστής μπορεί να αποτελείται από δύο ή από τέσσερις τυλιχτούς πυρήνες όπως φαίνεται στο σχήμα 2.6. Στην περίπτωση που αποτελείται από δύο πυρήνες θα ισχύει  $D1 = 0$  ή  $D2 = 0$ .



**Σχήμα 2.6:** Γεωμετρία του μονοφασικού μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα και του πηνίου διεγέρσεως.

Λόγω συμμετρίας μπορεί να αναπαρασταθεί μόνο το ένα τέταρτο της γεωμετρίας του μονοφασικού μετασχηματιστή και να μειωθεί με αυτόν τον τρόπο η υπολογιστική πολυπλοκότητα του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.

#### 2.3.1 Σημεία

Στον παρακάτω πίνακα παρατίθενται τα σημεία από τα οποία αποτελείται το δισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων του μονοφασικού μετασχηματιστή τύπου κελύφους. Το συγκεκριμένο μοντέλο αποτελείται από 48 συνολικά σημεία. Στη δεύτερη και στην τρίτη στήλη του παρακάτω πίνακα δίνονται οι καρτεσιανές συντεταγμένες,  $x$  και  $y$  αντίστοιχα, των σημείων οι οποίες είναι συνάρτηση των γεωμετρικών παραμέτρων του μονοφασικού μετασχηματιστή.

A/A	$x$	$y$
1	0	0
2	$Eu$	0
3	$Eu$	$G/2$
4	$Eu+F1$	$G/2$
5	$F1+Eu$	0
6	$F1+2 \cdot Eu$	0
7	$F1+2 \cdot Eu$	$G/2$
8	$F1+(1+\cos(5^\circ)) \cdot Eu$	$G/2+\sin(5^\circ) \cdot Eu$
9	$F1+(1+\cos(10^\circ)) \cdot Eu$	$G/2+\sin(10^\circ) \cdot Eu$
10	$F1+(1+\cos(15^\circ)) \cdot Eu$	$G/2+\sin(15^\circ) \cdot Eu$
11	$F1+(1+\cos(20^\circ)) \cdot Eu$	$G/2+\sin(20^\circ) \cdot Eu$

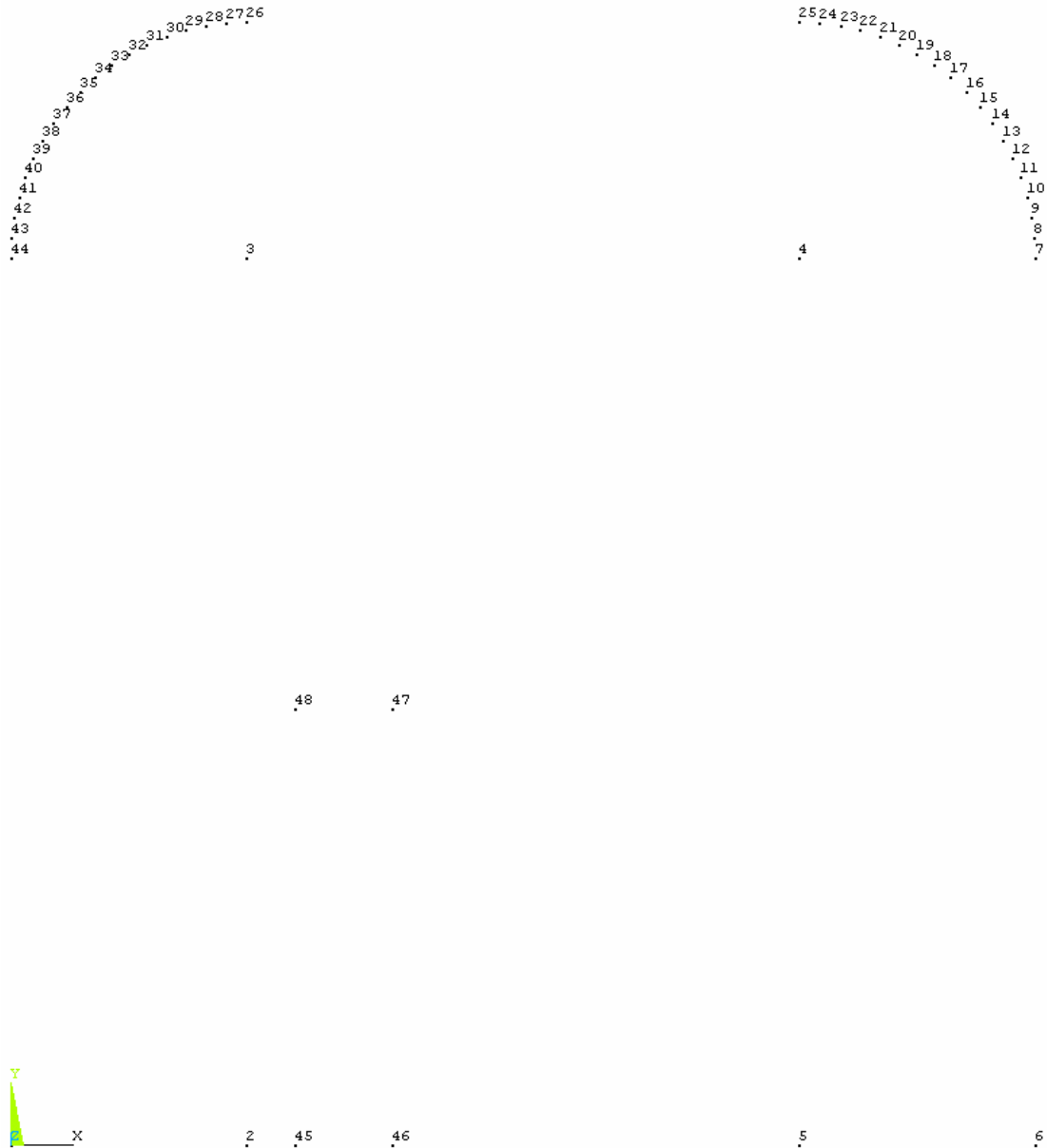
12	$FI+(1+\cos(25^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\sin(25^\circ)\cdot Eu$
13	$FI+(1+\cos(30^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\sin(30^\circ)\cdot Eu$
14	$FI+(1+\cos(35^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\sin(35^\circ)\cdot Eu$
15	$FI+(1+\cos(40^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\sin(40^\circ)\cdot Eu$
16	$FI+(1+\cos(45^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\sin(45^\circ)\cdot Eu$
17	$FI+(1+\cos(50^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\sin(50^\circ)\cdot Eu$
18	$FI+(1+\cos(55^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\sin(55^\circ)\cdot Eu$
19	$FI+(1+\cos(60^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\sin(60^\circ)\cdot Eu$
20	$FI+(1+\cos(65^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\sin(65^\circ)\cdot Eu$
21	$FI+(1+\cos(70^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\sin(70^\circ)\cdot Eu$
22	$FI+(1+\cos(75^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\sin(75^\circ)\cdot Eu$
23	$FI+(1+\cos(80^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\sin(80^\circ)\cdot Eu$
24	$FI+(1+\cos(85^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\sin(85^\circ)\cdot Eu$
25	$FI+Eu$	$G/2+Eu$
26	$Eu$	$G/2+Eu$
27	$(1-\sin(5^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(5^\circ)\cdot Eu$
28	$(1-\sin(10^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(10^\circ)\cdot Eu$
29	$(1-\sin(15^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(15^\circ)\cdot Eu$
30	$(1-\sin(20^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(20^\circ)\cdot Eu$
31	$(1-\sin(25^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(25^\circ)\cdot Eu$
32	$(1-\sin(30^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(30^\circ)\cdot Eu$
33	$(1-\sin(35^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(35^\circ)\cdot Eu$
34	$(1-\sin(40^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(40^\circ)\cdot Eu$
35	$(1-\sin(45^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(45^\circ)\cdot Eu$
36	$(1-\sin(50^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(50^\circ)\cdot Eu$
37	$(1-\sin(55^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(55^\circ)\cdot Eu$
38	$(1-\sin(60^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(60^\circ)\cdot Eu$
39	$(1-\sin(65^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(65^\circ)\cdot Eu$
40	$(1-\sin(70^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(70^\circ)\cdot Eu$
41	$(1-\sin(75^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(75^\circ)\cdot Eu$
42	$(1-\sin(80^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(80^\circ)\cdot Eu$
43	$(1-\sin(85^\circ))\cdot Eu$	$G/2+\cos(85^\circ)\cdot Eu$
44	0	$G/2$
45	$Eu+CD$	0
46	$Eu+CD+CT$	0
47	$Eu+CD+CT$	$CH/2$
48	$Eu+CD$	$CH/2$

**Πίνακας 2.4:** Συντεταγμένες των σημείων της γεωμετρίας του μονοφασικού μετασχηματιστή.



Στο επόμενο σχήμα φαίνονται τα 48 σημεία από τα οποία αποτελείται το δισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων του μονοφασικού μετασχηματιστή για τις παρακάτω διαστάσεις:

- $F1 = 57 \text{ mm}$
- $Eu = 24,3 \text{ mm}$
- $G = 183 \text{ mm}$
- $CH = 90 \text{ mm}$
- $CT = 10 \text{ mm}$
- $CD = 5 \text{ mm}$



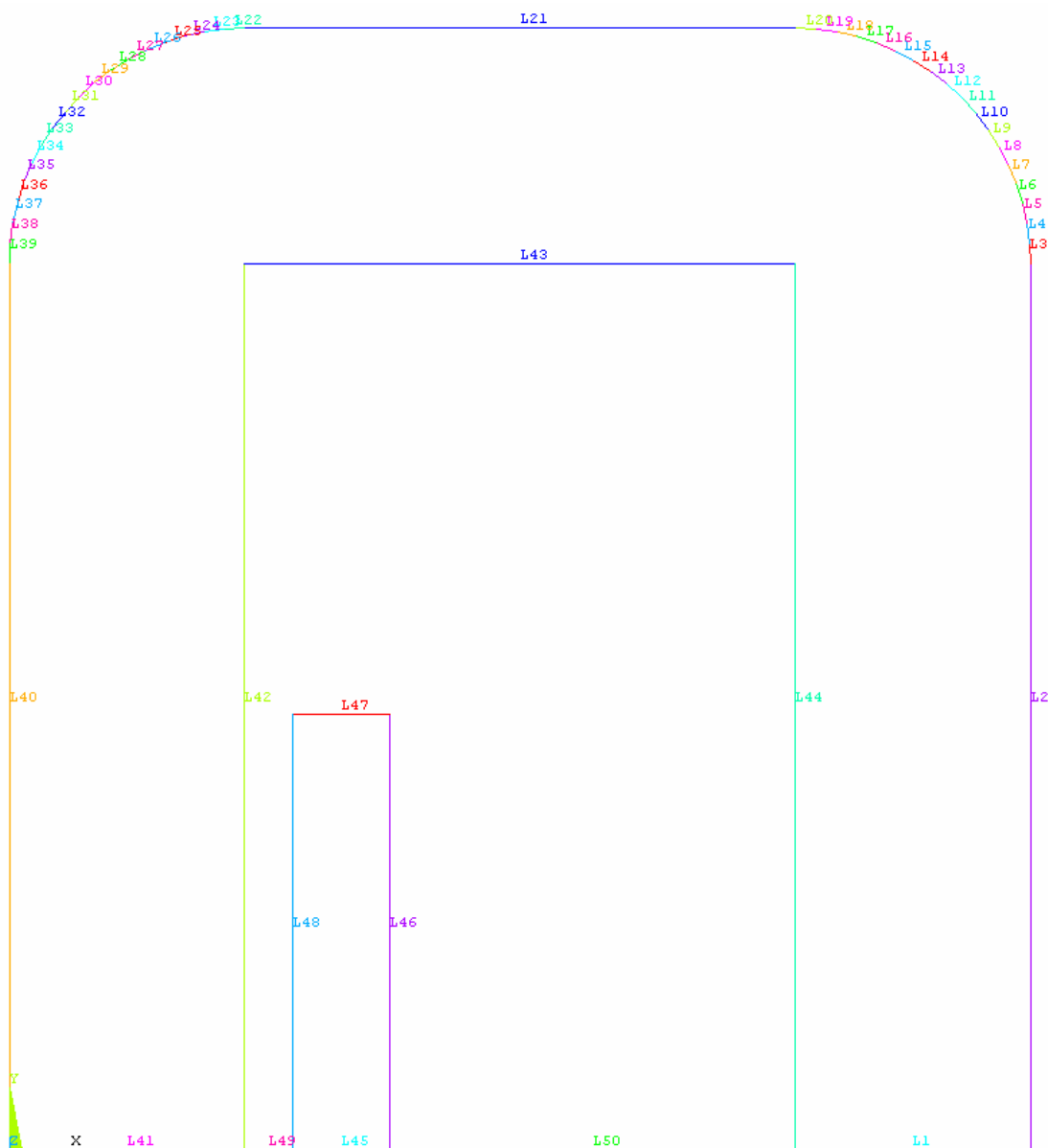
**Σχήμα 2.7:** Διάταξη των σημείων του δισδιάστατου μοντέλου του μονοφασικού μετασχηματιστή.

### 2.3.2 Ευθύγραμμα Τμήματα

Το δισδιάστατο μοντέλο του μονοφασικού μετασχηματιστή αποτελείται συνολικά από 50 ευθύγραμμα τμήματα που δίνονται στον πίνακα 2.5. Στην πρώτη στήλη του πίνακα 2.5

δίνεται ο αύξων αριθμός του ευθύγραμμου τμήματος ενώ στη δεύτερη και στην τρίτη στήλη το αρχικό και το τελικό σημείο αντίστοιχα του ευθύγραμμου τμήματος. Στην τέταρτη στήλη δίνεται ένας συντελεστής που εκφράζει τη συνοριακή συνθήκη του ευθύγραμμου τμήματος. Όταν ο συγκεκριμένος συντελεστής είναι ίσος με το μηδέν τότε η εφαρμοζόμενη συνοριακή συνθήκη είναι η συνοριακή συνθήκη Neumann δηλαδή η κάθετη παράγωγος της κάθετης στο  $x - y$  επίπεδο συνιστώσας του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού  $A_z$  είναι ίση με το μηδέν, εξίσωση (2.1). Όταν ο συντελεστής είναι ίσος με το δύο τότε η εφαρμοζόμενη συνοριακή συνθήκη είναι η συνοριακή συνθήκη Dirichlet δηλαδή η κάθετη στο  $x - y$  επίπεδο συνιστώσα του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού  $A_z$  είναι ίση με το μηδέν, εξίσωση (2.2).

Στο επόμενο σχήμα απεικονίζονται τα 50 ευθύγραμμα τμήματα από τα οποία απαρτίζεται το δισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων του μονοφασικού μετασχηματιστή και για τις διαστάσεις που δόθηκαν στην παράγραφο 2.3.1.



**Σχήμα 2.8:** Ευθύγραμμα τμήματα του δισδιάστατου μοντέλου του μονοφασικού μετασχηματιστή.

---

A/A	Αρχικό σημείο	Τελικό σημείο	Συνοριακή συνθήκη
1	5	6	0
2	6	7	2
3	7	8	2
4	8	9	2
5	9	10	2
6	10	11	2
7	11	12	2
8	12	13	2
9	13	14	2
10	14	15	2
11	15	16	2
12	16	17	2
13	17	18	2
14	18	19	2
15	19	20	2
16	20	21	2
17	21	22	2
18	22	23	2
19	23	24	2
20	24	25	2
21	25	26	2
22	26	27	2
23	27	28	2
24	28	29	2
25	29	30	2
26	30	31	2
27	31	32	2
28	32	33	2
29	33	34	2
30	34	35	2
31	35	36	2
32	36	37	2
33	37	38	2
34	38	39	2
35	39	40	2
36	40	41	2
37	41	42	2
38	42	43	2
39	43	44	2

---

40	44	1	2
41	1	2	0
42	2	3	0
43	3	4	0
44	4	5	0
45	45	46	0
46	46	47	0
47	47	48	0
48	48	45	0
49	2	45	0
50	46	5	0

**Πίνακας 2.5:** Αρχικά και τελικά σημεία των ευθύγραμμων τμημάτων του μοντέλου του μονοφασικού μετασχηματιστή.

### 2.3.3 Περιοχές

Έπειτα καθορίζονται οι περιοχές του δισδιάστατου μοντέλου, αποδίδονται υλικά στις συγκεκριμένες περιοχές και καθορίζεται για κάθε περιοχή το μέγιστο εμβαδόν των στοιχείων του πλέγματος.

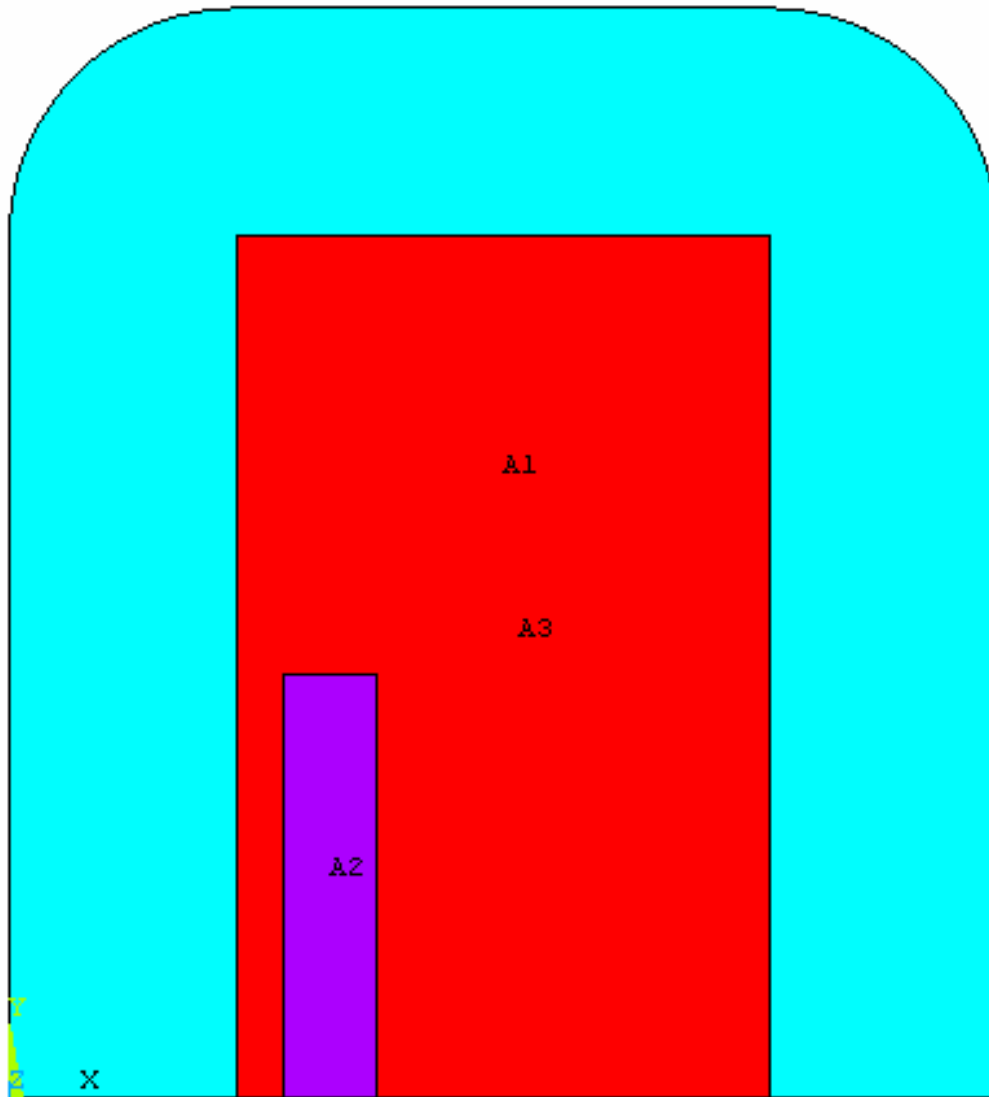
Ο ορισμός των περιοχών επιτυγχάνεται προσδιορίζοντας ένα σημείο για κάθε περιοχή και θέτοντας τις συντεταγμένες του συγκεκριμένου σημείου με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε το εν λόγω σημείο να βρίσκεται μέσα στη συγκεκριμένη περιοχή και όχι στο σύνορο αυτής ή έξω από αυτήν.

Στο δισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων του μονοφασικού μετασχηματιστή υπάρχουν τρεις περιοχές που απεικονίζονται στο σχήμα 2.9. Αυτές οι περιοχές είναι οι εξής:

- A1 είναι η περιοχή του πυρήνα.
- A2 είναι η περιοχή του πηνίου χαμηλής τάσης με θετική πυκνότητα ρεύματος.
- A3 είναι η περιοχή του αέρα στο παράθυρο του πυρήνα που περιβάλλει την περιοχή του πηνίου χαμηλής τάσης.

Επιπλέον σε κάθε περιοχή αποδίδονται και δύο συντελεστές. Ο πρώτος από αυτούς εκφράζει το υλικό που αποδίδεται στην περιοχή. Ο συγκεκριμένος συντελεστής μπορεί να πάρει τις παρακάτω τιμές ανάλογα με το αποδιδόμενο υλικό.

- Αν ο συντελεστής είναι ίσος με  $MM = 2$ , όπου  $MM$  είναι η μεταβλητή του σιδηρομαγνητικού υλικού (Magnetic Material), τότε το αποδιδόμενο υλικό είναι η τυπικής μαγνήτισης λαμαρίνα M4.
- Αν ο συντελεστής είναι ίσος με  $MM = 3$ , όπου  $MM$  είναι η μεταβλητή του σιδηρομαγνητικού υλικού (Magnetic Material), τότε το αποδιδόμενο υλικό είναι η λαμαρίνα M-OH υψηλής μαγνήτισης.
- Αν ο συντελεστής είναι ίσος με 20, τότε το αποδιδόμενο υλικό έχει σχετική μαγνητική διαπερατότητα ίση με τη μονάδα  $\mu_r = 1$ , και επίσης θετική πυκνότητα ρεύματος.
- Αν ο συντελεστής είναι ίσος με το μηδέν, τότε το αποδιδόμενο υλικό είναι ο αέρας, αποδίδεται δηλαδή ένα υλικό με σχετική μαγνητική διαπερατότητα ίση με τη μονάδα  $\mu_r = 1$ .



**Σχήμα 2.9:** Οι τρεις περιοχές του διδιάστατου μοντέλου του μονοφασικού μετασχηματιστή.

Ο δεύτερος συντελεστής είναι υπεύθυνος για τον έλεγχο της πυκνότητας του διδιάστατου πλέγματος καθώς καθορίζει το μέγιστο εμβαδόν των στοιχείων του πλέγματος της κάθε περιοχής.

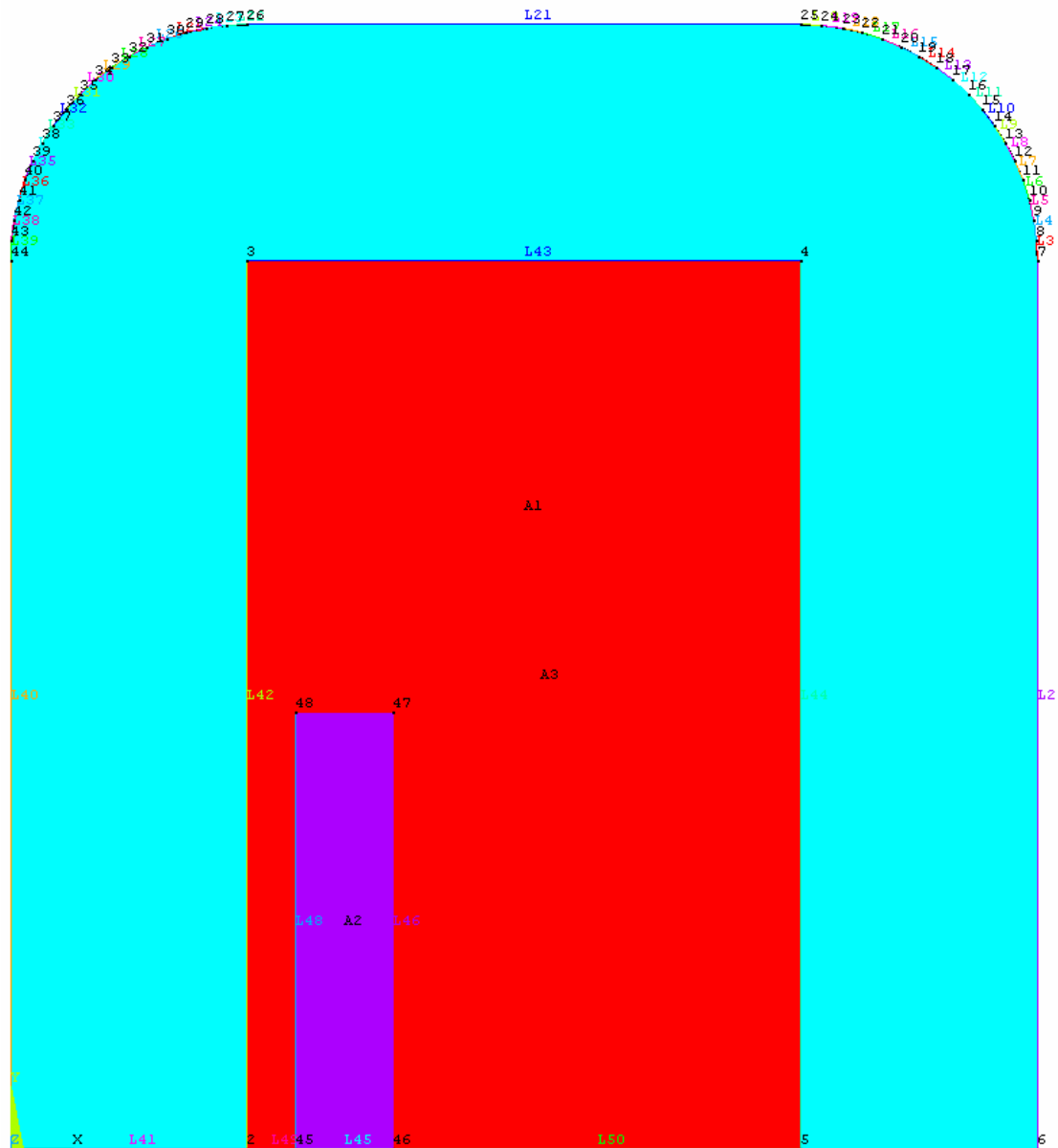
- Αν ο συντελεστής είναι ίσος με -1 τότε η πυκνότητα του πλέγματος προσδιορίζεται από τον πλεγματοποιητή.
- Αν ο συντελεστής είναι ίσος με  $CMDV$ , μεταβλητή πυκνότητας πλέγματος πυρήνα (Core Mesh Density Variable), τότε ο ελάχιστος δυνατός αριθμός των στοιχείων του πλέγματος της περιοχής του πυρήνα θα είναι ίσος με  $n$ . Η μεταβλητή πυκνότητας πλέγματος πυρήνα δίνεται από την εξίσωση (2.3). Στη συγκεκριμένη περίπτωση  $(F1 + G) \cdot Eu + \pi Eu^2 / 2$ , είναι το ένα τέταρτο του εμβαδού της περιοχής των δύο πυρήνων του μονοφασικού μετασχηματιστή, δηλαδή το εμβαδόν της περιοχής A1 και  $n$  είναι ο ελάχιστος δυνατός αριθμός των στοιχείων του πλέγματος της περιοχής A1.

Στον πίνακα 2.6 δίνονται στη δεύτερη και στην τρίτη στήλη οι καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων της κάθε περιοχής ενώ στην τέταρτη και πέμπτη στήλη δίνονται οι συντελεστές του αποδιδόμενου υλικού και ο συντελεστής ελέγχου πυκνότητας του πλέγματος αντίστοιχα.

A/A	x	y	Υλικό	Έλεγχος πλέγματος
1	$F1/2+Eu$	$G/2+Eu/2$	MM	CMDV
2	$Eu+CD+CT/2$	$CH/4$	20	-1
3	$Eu+3\cdot(F1/4)$	$G/4$	0	-1

**Πίνακας 2.6:** Συντεταγμένες των σημείων των περιοχών του μοντέλου μονοφασικού μετασχηματιστή και συντελεστές αποδιδόμενου υλικού.

Στο επόμενο σχήμα απεικονίζονται τα σημεία, τα ευθύγραμμα τμήματα καθώς και οι περιοχές για το δισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων του μονοφασικού μετασχηματιστή και για τις διαστάσεις που δόθηκαν στην παράγραφο 2.3.1.



**Σχήμα 2.10:** Σημεία, ευθύγραμμα τμήματα και περιοχές του δισδιάστατου μοντέλου του μονοφασικού μετασχηματιστή.

## 2.4 Ο ΠΛΕΓΜΑΤΟΠΟΙΗΤΗΣ Triangle

Ο πλεγματοποιητής που χρησιμοποιείται στα πλαίσια της παρούσας διατριβής είναι ο Triangle, ένας δισδιάστατος πλεγματοποιητής κατάλληλος για παραγωγή πλεγμάτων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Ο συγκεκριμένος πλεγματοποιητής υλοποιήθηκε στα πλαίσια του ερευνητικού προγράμματος Quake, που αφορούσε την ανάπτυξη υπολογιστικών εργαλείων για την προσομοίωση σεισμών, από τον *J. R. Shewchuk*. Επίσης υποστηρίχθηκε μερικώς από το έργο NSF Grant CMS-9318163 και από μία υποτροφία NSERC 1967. Λεπτομέρειες για τη δομή και τον κώδικα του πλεγματοποιητή Triangle εμφανίζονται στην αναφορά [2.1], ενώ λεπτομέρειες για τους αλγόριθμους που χρησιμοποιεί ο πλεγματοποιητής Triangle παρουσιάζονται στην αναφορά [2.2].

Ο πλεγματοποιητής Triangle, έχει τις παρακάτω δυνατότητες:

- Παράγει ακριβείς τριγωνοποιήσεις Delaunay.
- Παράγει δεσμευμένες τριγωνοποιήσεις Delaunay.
- Παράγει διαγράμματα Voronoi.
- Παράγει υψηλής ποιότητας πλέγματα με τριγωνικά στοιχεία, κατάλληλα για τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.
- Τα τριγωνικά στοιχεία μπορεί να είναι πρώτης τάξης με τρεις κόμβους, ή δεύτερης τάξης με έξι συνολικά κόμβους. Πιο συγκεκριμένα τα δεύτερης τάξης τριγωνικά στοιχεία είναι υποπαραμετρικά (subparametric) δηλαδή οι ακμές των τριγωνικών στοιχείων είναι πάντα ευθείες. Αυτό σημαίνει ότι τα υποπαραμετρικά δεύτερης τάξης τριγωνικά στοιχεία είναι γεωμετρικά παρόμοια με τα γραμμικά τριγωνικά στοιχεία και η συνάρτηση παρεμβολής δεν είναι γραμμική αλλά τετραγωνική. Οι τρεις επιπλέον κόμβοι βρίσκονται στο μέσον της κάθε ακμής του τριγώνου, με τον τέταρτο, πέμπτο και έκτο κόμβο να βρίσκονται απέναντι από την πρώτη, δεύτερη και τρίτη γωνία του τριγώνου αντίστοιχα.

Η παραγωγή πλεγμάτων κατάλληλων για τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων γίνεται με έναν υβριδικό αλγόριθμο που στηρίζεται στους αλγόριθμους των *L. P. Chew* και *J. Ruppert* [2.3], [2.4]. Οι αλγόριθμοι των *L. P. Chew* και *J. Ruppert* βασίζονται σε ακόμη προγενέστερες εργασίες [2.5], [2.6]. Ο συγκεκριμένος υβριδικός αλγόριθμος στηρίζεται στην τριγωνοποίηση Delaunay και εισάγει επιπλέον σημεία στο επίπεδο, εκτός των σημείων που ορίζονται από τη γεωμετρία του προβλήματος όπως περιγράφεται στις παραγράφους 2.2 και 2.3, έτσι ώστε όλες οι γωνίες όλων των τριγωνικών στοιχείων του πλέγματος των πεπερασμένων στοιχείων να είναι μεταξύ  $20^\circ$  και  $140^\circ$ . Επίσης μπορεί να οριστεί εναλλακτική τιμή για την ελάχιστη γωνία, δηλαδή μικρότερη ή μεγαλύτερη από  $20^\circ$ . Η μέγιστη γωνία τότε θα είναι ίση με:

$$\theta_{\max} = 180^\circ - 2 \cdot \theta_{\min} \quad (2.4)$$

Αν  $\theta_{\min}$  είναι μικρότερη από  $28,6^\circ$  και θεωρώντας άπειρη ακρίβεια, τότε ο πλεγματοποιητής Triangle είναι μαθηματικά αποδεδειγμένο ότι θα δημιουργήσει το πλέγμα. Βέβαια επειδή η ακρίβεια ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή είναι περιορισμένη, υπάρχει πάντα το ενδεχόμενο ο πλεγματοποιητής Triangle να αποτύχει να δημιουργήσει το πλέγμα. Πάντως στην πράξη ο πλεγματοποιητής Triangle δημιουργεί πλέγματα με  $\theta_{\min}$  ίση με  $34^\circ$ .

Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, ο πλεγματοποιητής Triangle χρησιμοποιεί ως είσοδο ένα τυποποιημένο αρχείο γραφικών τύπου PSLG (Planar Straight Line Graphic). Το συγκεκριμένο αρχείο έχει το όνομα GEOMETRY και επέκταση poly (GEOMETRY.poly). Η δομή του αρχείου GEOMETRY.poly δίνεται παρακάτω:

- Αναγράφονται όλα τα σημεία της δισδιάστατης γεωμετρίας καθώς και οι καρτεσιανές συντεταγμένες του κάθε σημείου.

- Απαριθμούνται όλα τα ευθύγραμμα τμήματα της δισδιάστατης γεωμετρίας, δίνεται για κάθε ευθύγραμμο τμήμα ο αύξων αριθμός του αρχικού και τελικού σημείου κάθε ευθύγραμμου τμήματος και τέλος αποδίδεται ένας συντελεστής σε κάθε ευθύγραμμο τμήμα που αντιπροσωπεύει μία δεδομένη συνοριακή συνθήκη.
- Αναγράφονται οι περιοχές από τις οποίες αποτελείται το δισδιάστατο μοντέλο, οι καρτεσιανές συντεταγμένες του σημείου κάθε περιοχής, όπως αναφέρεται στις παραγράφους 2.2 και 2.3, καθώς και δύο συντελεστές για κάθε περιοχή που εκφράζουν αντίστοιχα το αποδιδόμενο υλικό και τη μεταβλητή ελέγχου της πυκνότητας του πλέγματος.

Η έξοδος του πλεγματοποιητή Triangle είναι δύο αρχεία. Το πρώτο αρχείο έχει όνομα GEOMETRY και επέκταση node (GEOMETRY.node). Το αρχείο GEOMETRY.node περιέχει τα στοιχεία για τους κόμβους (nodes) του πλέγματος. Αποτελείται από τέσσερις στήλες στις οποίες αναγράφονται τα εξής στοιχεία:

- Στην πρώτη στήλη αναγράφεται ο αύξων αριθμός του κόμβου.
- Στη δεύτερη στήλη αναγράφεται η  $x$  συντεταγμένη του κόμβου.
- Στην τρίτη στήλη αναγράφεται η  $y$  συντεταγμένη του κόμβου.
- Στην τέταρτη στήλη δίνεται ο συντελεστής που αντιπροσωπεύει τη συνοριακή συνθήκη που αποδίδεται στον κάθε κόμβο. Αν ο συντελεστής αυτός είναι ίσος με το μηδέν τότε ο συγκεκριμένος κόμβος δεν είναι δεσμευμένος, δηλαδή δεν αποδίδεται σε αυτόν καμία συνοριακή συνθήκη.

Το δεύτερο αρχείο έχει όνομα GEOMETRY και επέκταση ele (GEOMETRY.ele). Το αρχείο GEOMETRY.ele περιέχει τα δεδομένα για τα στοιχεία (elements) του πλέγματος. Αποτελείται από πέντε στήλες στις οποίες αναγράφονται τα εξής:

- Στην πρώτη στήλη αναγράφεται ο αύξων αριθμός του στοιχείου.
- Στη δεύτερη, τρίτη και τέταρτη στήλη αναγράφονται οι αύξοντες αριθμοί των τριών κόμβων του τριγωνικού στοιχείου.
- Στην πέμπτη στήλη αναγράφεται ο συντελεστής που εκφράζει το αποδιδόμενο υλικό του στοιχείου, για παράδειγμα αέρας, σιδηρομαγνητικό υλικό ή πηνίο.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφερθεί ότι η δημιουργία ενός κώδικα πλεγματοποιητή δεν ήταν μέσα στα πλαίσια της συγκεκριμένης διατριβής και επίσης η κατασκευή ενός εμπορικού, αξιόπιστου πλεγματοποιητή είναι ιδιαίτερα δύσκολη και απαιτητική. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι ο κώδικας του πλεγματοποιητή Triangle είναι συνολικά πάνω από 16.000 γραμμές σε γλώσσα προγραμματισμού C++. Για αυτούς τους λόγους προτιμήθηκε και η χρήση ενός υπάρχον εμπορικού κώδικα, ο οποίος διανέμεται ελεύθερα. Ο συγκεκριμένος πλεγματοποιητής χρησιμοποιείται και από το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων για ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα FEMM (Finite Element Method Magnetics).

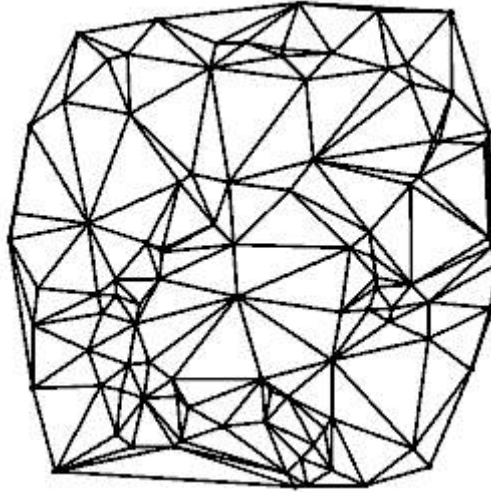
Στις επόμενες τρεις παραγράφους δίνονται κάποια εισαγωγικά στοιχεία που αφορούν την τριγωνοποίηση Delaunay και τους αλγόριθμους που συνήθως χρησιμοποιούνται.

## 2.5 ΤΡΙΓΩΝΟΠΟΙΗΣΗ DELAUNAY

Στα μαθηματικά και στην υπολογιστική γεωμετρία, τριγωνοποίηση Delaunay για ένα σύνολο σημείων  $P$  στο επίπεδο είναι μία τριγωνοποίηση  $DT(P)$  τέτοια ώστε κανένα σημείο του συνόλου  $P$  να μη βρίσκεται μέσα στον περιγραμμένο κύκλο των τριγώνων της  $DT(P)$ . Η τριγωνοποίηση Delaunay μεγιστοποιεί την ελάχιστη γωνία όλων των γωνιών των τριγώνων της τριγωνοποίησης και έτσι αποφεύγεται η δημιουργία πολύ μικρών γωνιών. Η τριγωνοποίηση Delaunay αναπτύχθηκε από τον *Boris Delaunay* το 1934 [2.7]. Στο παρακάτω



σχήμα παρουσιάζεται η τριγωνοποίηση Delaunay για ένα τυχαίο σύνολο σημείων  $P$  στο καρτεσιανό επίπεδο.



**Σχήμα 2.11:** Τριγωνοποίηση Delaunay ενός τυχαίου συνόλου σημείων στο καρτεσιανό επίπεδο.

Στη γενική περίπτωση των  $n$  διαστάσεων η τριγωνοποίηση Delaunay ορίζεται ως εξής. Για ένα σύνολο σημείων  $P$ , στον  $n$  διαστάσεων Ευκλείδειο χώρο, η τριγωνοποίηση Delaunay είναι μία τριγωνοποίηση  $DT(P)$  τέτοια ώστε κανένα σημείο του συνόλου  $P$  να μη βρίσκεται στο εσωτερικό της περιγραμμένης υπερσφαίρας κανενός  $n$  διαστάσεων τριγώνου ( $n$ -simplex) της τριγωνοποίησης  $DT(P)$ .

Είναι γνωστό ότι υπάρχει μία μοναδική τριγωνοποίηση Delaunay για ένα σύνολο σημείων  $P$ , μόνο αν το σύνολο σημείων  $P$  είναι στη γενική θέση, δηλαδή δεν υπάρχουν τρία σημεία στην ίδια γραμμή και δεν υπάρχουν τέσσερα σημεία στον ίδιο κύκλο για ένα σύνολο σημείων δύο διαστάσεων, ή να μην υπάρχουν  $n+1$  σημεία στο ίδιο  $n$  διαστάσεων επίπεδο (υπερεπίπεδο) και  $n+2$  σημεία στην ίδια υπερσφαίρα για ένα  $n$ -διάστατο σύνολο σημείων. Μία απόδειξη των προαναφερθέντων παρουσιάζεται παρακάτω.

Η εύρεση της τριγωνοποίησης Delaunay ενός συνόλου σημείων στον  $n$ -διάστατο Ευκλείδειο χώρο είναι ισοδύναμο με το να βρεθεί η κυρτή επιφάνεια ενός συνόλου σημείων στον  $n+1$ -διάστατο Ευκλείδειο χώρο, δίνοντας σε κάθε σημείο  $p$  μία επιπλέον συντεταγμένη ίση με  $|p|^2$ , παίρνοντας την κάτω πλευρά της κυρτής επιφάνειας και προβάλλοντας αυτή στον  $n$ -διάστατο χώρο με απαλοιφή της επιπλέον συντεταγμένης. Επειδή η κυρτή επιφάνεια είναι μοναδική το ίδιο θα ισχύει και για την τριγωνοποίηση δεδομένου ότι οι έδρες της κυρτής επιφάνειας είναι  $n$  διαστάσεων τρίγωνα ( $n$ -simplexes). Μία έδρα η οποία δεν είναι  $n$  διαστάσεων τρίγωνο σημαίνει ότι  $n+2$  σημεία από το αρχικό σύνολο σημείων ανήκουν στην ίδια υπερσφαίρα και τα σημεία δεν ήταν στη γενική θέση.

Επίσης είναι εύκολο να αποδειχθεί ότι για ένα σύνολο τριών σημείων που ανήκουν στην ίδια ευθεία δεν είναι εφικτή η τριγωνοποίηση Delaunay. Από την άλλη μεριά για τέσσερα σημεία που ανήκουν στον ίδιο κύκλο η τριγωνοποίηση Delaunay δεν είναι μοναδική εφόσον είναι φανερό ότι υπάρχουν δύο δυνατές τριγωνοποιήσεις που χωρίζουν το τραπέζιο, το οποίο σχηματίζεται από τα τέσσερα προαναφερθέντα σημεία, σε δύο τρίγωνα και οι οποίες ικανοποιούν τις συνθήκες Delaunay. Τέλος γενικεύσεις είναι δυνατές για χώρους άλλους από τον Ευκλείδειο αλλά σε αυτές τις περιπτώσεις δεν είναι σίγουρο ότι υπάρχει τριγωνοποίηση Delaunay ή αν υπάρχει ότι είναι η μοναδική.

## 2.6 ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΤΡΙΓΩΝΟΠΟΙΗΣΗΣ DELAUNAY

Έστω  $n$  ο αριθμός των σημείων του συνόλου  $P$  και  $d$  ο αριθμός των διαστάσεων. Οι συνθήκες της τριγωνοποίησης Delaunay είναι οι εξής:

- Οι ένωση όλων των  $d$ -διαστάσεων τριγώνων που προκύπτουν από τη διαδικασία τριγωνοποίησης σχηματίζουν την κυρτή επιφάνεια των σημείων.
- Η τριγωνοποίηση Delaunay περιέχει το πολύ:

$$O(n^{\lfloor d/2 \rfloor}) \quad (2.5)$$

$d$ -διάστατα τρίγωνα.

- Για το καρτεσιανό επίπεδο, δηλαδή για  $d = 2$ , αν υπάρχουν  $b$  κορυφές στην κυρτή επιφάνεια τότε οποιαδήποτε τριγωνοποίηση των σημείων έχει το πολύ:

$$2n - 2 - b \quad (2.6)$$

τρίγωνα συν μία εξωτερική έδρα.

- Η τριγωνοποίηση Delaunay μεγιστοποιεί την ελάχιστη γωνία των τριγώνων του πλέγματος. Συγκρινόμενη με άλλες τριγωνοποιήσεις των σημείων η μικρότερη γωνία στην τριγωνοποίηση Delaunay είναι τουλάχιστον τόσο μεγάλη όσο η ελάχιστη γωνία στις άλλες τριγωνοποιήσεις. Το αντίστροφο δεν είναι αληθές δηλαδή η τριγωνοποίηση Delaunay δεν ελαχιστοποιεί τη μέγιστη γωνία.

## 2.7 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΤΡΙΓΩΝΟΠΟΙΗΣΗΣ DELAUNAY

Όλοι οι αλγόριθμοι τριγωνοποίησης Delaunay βασίζονται σε γρήγορες αριθμητικές λειτουργίες για να διαπιστώσουν αν ένα σημείο βρίσκεται στον περιγραμμένο κύκλο των τριγώνων και σε μία αποδοτική δομή δεδομένων για την αποθήκευση των τριγώνων και των ακμών. Σε δύο διαστάσεις ένας τρόπος για να βρεθεί αν ένα σημείο  $D$  βρίσκεται στον περιγραμμένο κύκλο των σημείων  $A, B, C$ , είναι να υπολογιστεί η παρακάτω ορίζουσα:

$$\begin{vmatrix} A_x & A_y & A_x^2 + A_y^2 & 1 \\ B_x & B_y & B_x^2 + B_y^2 & 1 \\ C_x & C_y & C_x^2 + C_y^2 & 1 \\ D_x & D_y & D_x^2 + D_y^2 & 1 \end{vmatrix} \quad (2.7)$$

Θεωρώντας ότι  $A, B, C$ , διατάσσονται σε αριστερόστροφη φορά η παραπάνω ορίζουσα είναι θετική αν και μόνο αν το σημείο  $D$  βρίσκεται στον περιγραμμένο κύκλο.

### 2.7.1 Αλγόριθμος Προσαύξησης

Ο πιο ευθύς τρόπος για τον υπολογισμό της τριγωνοποίησης Delaunay είναι η κατ' επανάληψη εισαγωγή ενός καινούργιου σημείου κάθε φορά και εκτελώντας την τριγωνοποίηση των επηρεασμένων περιοχών του γράφου. Όταν ένα σημείο εισάγεται σαρώνονται οι περιγραμμένοι κύκλοι όλων των τριγώνων στους οποίους περιέχεται το νέο σημείο. Τότε αυτά τα τρίγωνα αφαιρούνται και η τριγωνοποίηση εκτελείται ξανά. Η παραπάνω διαδικασία έχει πολυπλοκότητα:

$$O(n^2) \quad (2.8)$$

Ένας κοινός τρόπος για να επιταχυνθεί η παραπάνω διαδικασία είναι η μέθοδος σάρωσης γραμμής (sweepline) με την οποία ταξινομούνται οι κορυφές κατά μία συντεταγμένη και μετά προστίθενται με αυτήν τη σειρά. Οπότε μετά χρειάζεται μόνο να ελέγχονται οι περιγραμμένοι

κύκλοι που περιέχουν σημεία με πρώτη συντεταγμένη μεγάλης τιμής. Σε αυτή την περίπτωση και για το πρόβλημα των δύο διαστάσεων η πολυπλοκότητα είναι:

$$O(n^{3/2}) \quad (2.9)$$

αν και η χειρότερη περίπτωση είναι πάλι της τάξης  $O(n^2)$ . Η απόδοση του αλγορίθμου για μικρό αριθμό σημείων είναι ανταγωνιστική με αυτή του αλγορίθμου διαίρει και βασίλευε, που παρουσιάζεται στην επόμενη παράγραφο, αλλά δεν είναι ικανοποιητική για πάνω από δέκα χιλιάδες σημεία. Αν η εισαγωγή των κορυφών γίνεται με τυχαία σειρά τότε η πολυπλοκότητα θα είναι ίση με:

$$O(n \log n) \quad (2.10)$$

Ένας άλλος αποδοτικός αλγόριθμος προσαύξησης με πολυπλοκότητα  $O(n \log n)$ , κρατάει όλη την ιστορία της τριγωνοποίησης σε δομή δένδρου. Τα στοιχεία που αντικαθιστούν ένα αντιτιθέμενο στοιχείο κατά τη διαδικασία της εισαγωγής καλούνται παιδιά. Όταν ένας γονιός είναι σε σύγκρουση με ένα στοιχείο που εισάγεται το ίδιο ισχύουν και για τα παιδιά του. Ο παραπάνω τρόπος παρέχει μία εύκολη διαδικασία για την εύρεση των τριγώνων που πρέπει να αφαιρεθούν και το οποίο είναι και το πιο δαπανηρό υπολογιστικά κομμάτι του αλγορίθμου προσαύξησης.

### 2.7.2 Αλγόριθμος Διαίρει και Βασίλευε

Οι *Lee* και *Schachter* ήταν οι πρώτοι που ανέπτυξαν ένα αλγόριθμο διαίρει και βασίλευε για δισδιάστατη τριγωνοποίηση. Οι *Guibas* και *Stolfi* βελτίωσαν τον συγκεκριμένο αλγόριθμο ενώ περαιτέρω βελτίωση επιτεύχθηκε από τον *Dwyer*. Στον συγκεκριμένο αλγόριθμο μία γραμμή σχεδιάζεται σταδιακά προκειμένου να χωριστούν τα σημεία σε δύο σύνολα. Η τριγωνοποίηση *Delaunay* εκτελείται για κάθε σύνολο σημείων ξεχωριστά και μετά τα δύο σύνολα συγχωνεύονται κατά μήκος της γραμμής. Με διάφορες τεχνικές η διαδικασία συγχώνευσης μπορεί να γίνει με γραμμική πολυπλοκότητα  $O(n)$  έτσι ώστε η συνολική πολυπλοκότητα να είναι  $O(n \log n)$ .

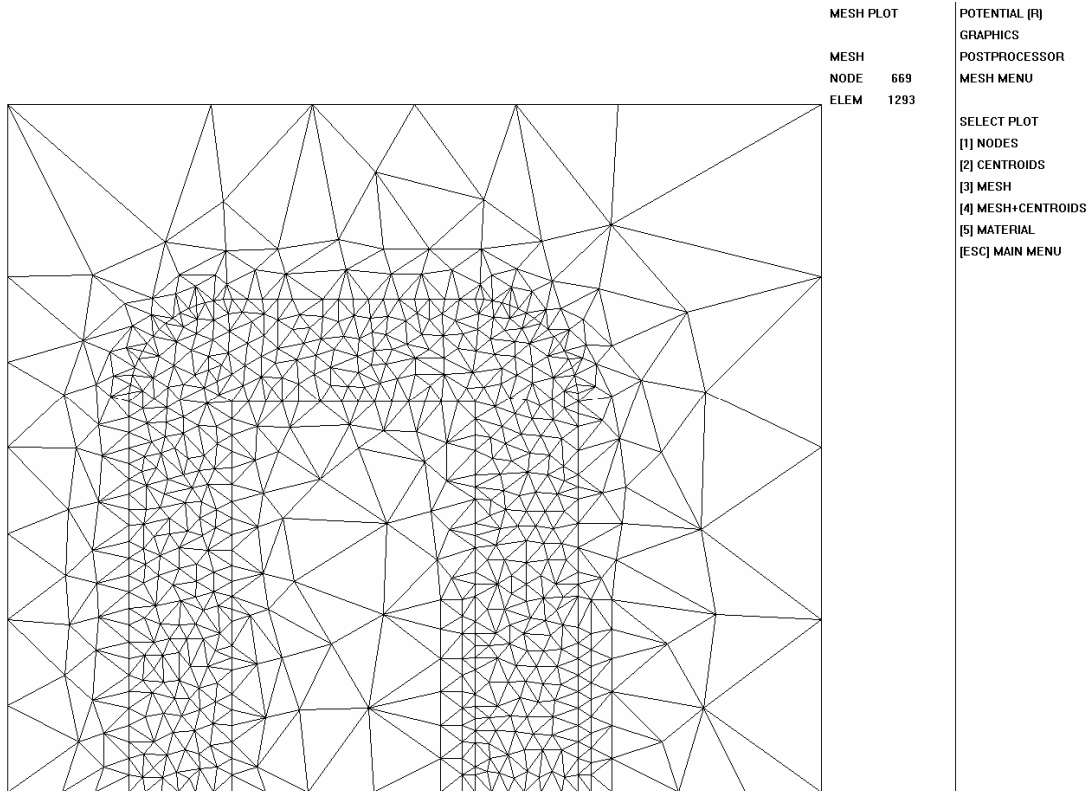
Για συγκεκριμένους τύπους συνόλων σημείων, με κατάλληλη επιλογή των γραμμών που διχοτομούν το σύνολο των σημείων η πολυπλοκότητα μπορεί να μειωθεί σε:

$$O(n \log \log n) \quad (2.11)$$

η οποία διατηρείται και στη χειρότερη περίπτωση. Ένα παράδειγμα για την τριγωνοποίηση με τον αλγόριθμο διαίρει και βασίλευε σε  $d$  διαστάσεις δίνεται στην αναφορά [2.8].

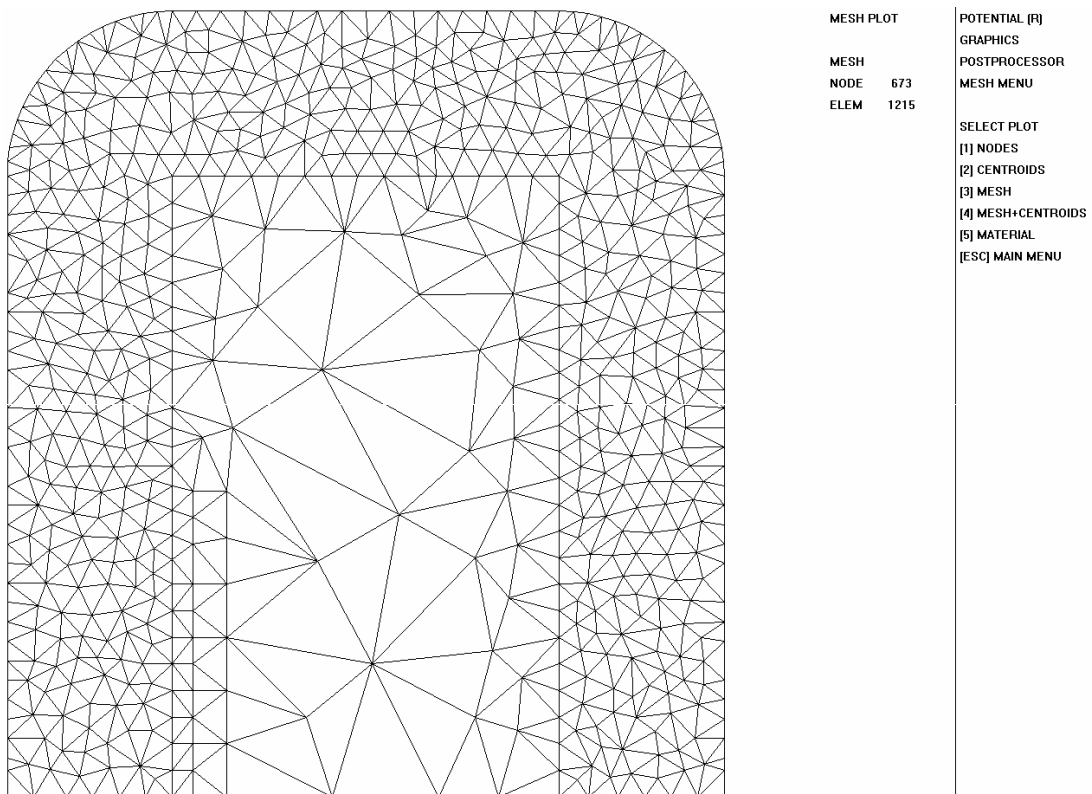
## 2.8 ΠΛΕΓΜΑΤΑ ΑΠΛΟΥ ΤΥΛΙΧΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ ΚΑΙ ΜΟΝΟΦΑΣΙΚΟΥ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΗ

Στο σχήμα 2.12 απεικονίζεται το πλέγμα του απλού τυλιχτού πυρήνα για τις διαστάσεις που δόθηκαν στην παράγραφο 2.2. Αποτελείται συνολικά από 669 κόμβους και 1.293 τριγωνικά στοιχεία πρώτης τάξης. Το πλέγμα είναι πιο πυκνό στην περιοχή του πυρήνα, ενώ είναι πιο αραιό στις περιοχές του αέρα και των πηνίων. Η λεπτομερής διακριτοποίηση του πυρήνα είναι αναγκαία καθόσον η ροή στη λειτουργία κενού φορτίου, που μελετάται στην παρούσα διατριβή, περιορίζεται στην περιοχή του πυρήνα. Εκτός του πυρήνα η μαγνητική επαγωγή είναι πολύ μικρή εφόσον και το στιγμιαίο ρεύμα μαγνήτισης είναι ένα μικρό κλάσμα του ονομαστικού ρεύματος του μετασχηματιστή, τόσο του μονοφασικού όσο και του τριφασικού μετασχηματιστή.



**Σχήμα 2.12:** Πλέγμα του απλού τυλιχτού πυρήνα.

Στο σχήμα 2.13 απεικονίζεται το πλέγμα του μονοφασικού μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα για τις διαστάσεις που δόθηκαν στην παράγραφο 2.3. Αποτελείται συνολικά από 673 κόμβους και 1.215 τριγωνικά στοιχεία πρώτης τάξης.



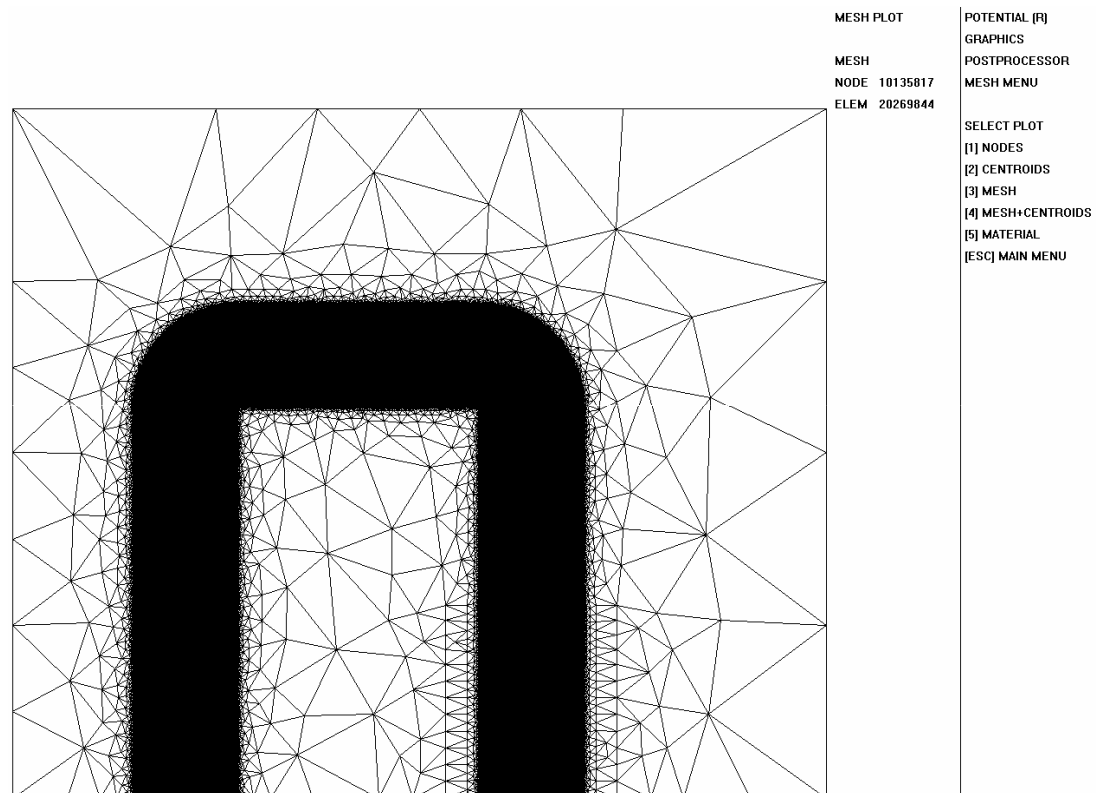
**Σχήμα 2.13:** Πλέγμα του μονοφασικού μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα.

Στον πίνακα 2.7 δίνονται στοιχεία που αφορούν τις επιδόσεις του πλεγματοποιητή Triangle και του γραφικού μετεπεξεργαστή POSTGRPH (Postprocessor graphics). Πιο συγκεκριμένα τα παραπάνω υπολογιστικά εργαλεία χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή και γραφική απεικόνιση πλεγμάτων με αριθμό κόμβων και στοιχείων της τάξης των  $10^7$  και  $2 \cdot 10^7$  αντίστοιχα. Για τις μετρήσεις χρησιμοποιήθηκε ένας πολυύρηνος προσωπικός υπολογιστής με επεξεργαστή Intel Core 2 Duo 6420 2.13 GHz, μνήμη 2 GB DDR2 667 MHz, κάρτα οθόνης NVIDIA GeForce 7600 GT 256 MB, σκληρό δίσκο 500 GB και λειτουργικό σύστημα Win Vista Ultimate 64-bit. Στην τρίτη και τέταρτη στήλη του πίνακα 2.7 παρατίθεται το μέγεθος των αρχείων GEOMETRY.node και GEOMETRY.ele, ενώ στην πέμπτη και έκτη στήλη ο χρόνος κατασκευής του πλέγματος από τον Triangle και ο χρόνος απεικόνισης του πλέγματος από τον γραφικό μετεπεξεργαστή POSTGRPH, για αριθμό κόμβων και στοιχείων που δίνεται στην πρώτη και δεύτερη στήλη αντίστοιχα.

Κόμβοι	Στοιχεία	GEOMETRY.node	GEOMETRY.ele	Triangle	POSTGRPH
785.780	1.571.022	43.4 MB	55.2 MB	11 sec	1 min 39 sec
1.958.419	3.915.989	109 MB	145 MB	28 sec	3 min 23 sec
3.907.545	7.813.804	219 MB	298 MB	55 sec	7 min 16 sec
5.857.632	11.713.718	328 MB	452 MB	1 min 22 sec	10 min 18 sec
7.804.958	15.608.267	439 MB	608 MB	2 min 29 sec	13 min 42 sec
10.135.817	20.269.844	571 MB	795 MB	6 min 54 sec	18 min 46 sec

**Πίνακας 2.7:** Χρόνοι κατασκευής και γραφικής απεικόνισης πλεγμάτων μέχρι  $10^7$  κόμβων και μέγεθος αρχείων εξόδου του πλεγματοποιητή.

Στο σχήμα 2.14 απεικονίζεται πλέγμα της τάξης των  $10^7$  κόμβων και  $2 \cdot 10^7$  στοιχείων, του απλού τυλιχτού πυρήνα για τις διαστάσεις που δόθηκαν στην παράγραφο 2.2.



**Σχήμα 2.14:** Πλέγμα της τάξης των  $10^7$  κόμβων του απλού τυλιχτού πυρήνα.

Η κατασκευή πλεγμάτων με παραπάνω από  $1,3 \cdot 10^7$  κόμβους, με τον πλεγματοποιητή Triangle και με τον συγκεκριμένο προσωπικό υπολογιστή, παρουσιάζει πολλές δυσκολίες καθώς ο χρόνος κατασκευής του πλέγματος ξεπερνάει την 1 h και επίσης συχνά προκύπτουν σφάλματα λόγω ανεπαρκούς μνήμης. Αυτό μάλλον συμβαίνει διότι ο κώδικας Triangle δε διαχειρίζεται αποδοτικά την εικονική μνήμη του υπολογιστή (μη αποδοτική εκχώρηση μνήμης από τον σκληρό δίσκο). Από την άλλη μεριά για πλέγματα με αριθμό κόμβων μικρότερο από  $1,3 \cdot 10^7$  ο πλεγματοποιητής Triangle είναι πολύ αποδοτικός, όπως μπορεί να διαπιστωθεί και από την πέμπτη στήλη του πίνακα 2.7. Έτσι ο χρόνος κατασκευής των πλεγμάτων, που απεικονίζονται στα σχήματα 2.12 και 2.13, είναι πρακτικά αμελητέος (μη μετρήσιμος). Το παραπάνω οφείλεται στην αποδοτική διαχείριση της κεντρικής μνήμης του υπολογιστή που κάνει ο κώδικας Triangle.

## 2.9 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο παρόν κεφάλαιο αναπτύχθηκε μία συστηματική διαδικασία για την κατασκευή της γεωμετρίας, την απόδοση υλικών και συνοριακών συνθηκών, μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα. Πιο συγκεκριμένα, οι γεωμετρικές παράμετροι των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα αναπαρίστανται ως μεταβλητές και μπορούν να καθοριστούν είτε απευθείας από τον χρήστη του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ή από οποιοδήποτε αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Με αυτόν τον τρόπο είναι δυνατή η κατασκευή άπειρων συνδυασμών γεωμετριών χωρίς τη χρήση κάποιου σχεδιαστικού προγράμματος, όπως κάνουν οι εμπορικοί κώδικες πεπερασμένων στοιχείων.

Επιπλέον η κατασκευή του πλέγματος γίνεται κάθε φορά από τον πλεγματοποιητή Triangle βάση της γεωμετρίας που κατασκευάζεται από τον προεπεξεργαστή του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων. Με αυτόν τον τρόπο αποφεύγεται η αποθήκευση προκατασκευασμένων πλεγμάτων και η διαδικασία της παραμετροποίησης [2.9], η οποία παρουσιάζει προβλήματα όταν η γεωμετρία του προβλήματος είναι πολύπλοκη. Το πλέγμα που προκύπτει με αυτόν τον τρόπο είναι το βέλτιστο για την κάθε γεωμετρία του μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα.

## 2.10 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [2.1] J. R. Shewchuk, "Triangle: Engineering a 2D quality mesh generator and Delaunay triangulator," *Springer-Verlag, Lecture Notes in Computer Science, Applied Computational Geometry: Towards Geometric Engineering*, vol. 1148, pp. 203-222, May 1996.
- [2.2] J. R. Shewchuk, "Delaunay refinement algorithms for triangular mesh generation," *Computational Geometry: Theory and Applications*, vol. 22, no. 1-3, pp. 21-74, May 2002.
- [2.3] L. P. Chew, "Guaranteed-quality mesh generation for curved surfaces," *Proceedings of the ninth Annual Symposium on Computational Geometry, San Diego, California*, pp. 274-280, May 1993.
- [2.4] J. Ruppert, "A Delaunay refinement algorithm for quality 2-dimensional mesh generation," *Journal of Algorithms*, vol. 18, no. 3, pp. 548-585, May 1995.
- [2.5] L. P. Chew, "Guaranteed-quality triangular meshes," *Technical Report TR-89-983, Department of Computer Science, Cornell University*, 1989.
- [2.6] M. Bern, D. Eppstein, J. R. Gilbert, "Provably good mesh generation," *Journal of Computer and System Sciences*, vol. 48, no. 3, pp. 384-409, Jun. 1994.
- [2.7] B. Delaunay, "Sur la sphère vide," *Izvestia Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Matematicheskikh i Estestvennykh Nauk*, vol. 7, pp. 793-800, 1934.
- [2.8] P. Cignoni, C. Montani, R. Scopigno, "DeWall: A fast divide & conquer Delaunay triangulation algorithm in  $E^d$ ".
- [2.9] Μ. Α. Τσίλη, "Ανάπτυξη μεικτών αριθμητικών τεχνικών πεπερασμένων στοιχείων – οριακών στοιχείων για τη σχεδίαση μετασχηματιστών ισχύος," Διδακτορική Διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιούνιος 2005.





## ΜΑΚΡΟΣΚΟΠΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΙΔΗΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΜΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ SPLINES

### 3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Για την επίλυση μη γραμμικών μαγνητοστατικών προβλημάτων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων είναι απαραίτητη η εφαρμογή κάποιας επαναληπτικής μεθόδου η οποία να συγκλίνει γρήγορα προκειμένου να ελαττωθεί και ο συνολικός χρόνος της ανάλυσης. Αυτό ισχύει τόσο στα δισδιάστατα όσο και στα τρισδιάστατα προβλήματα. Η επαναληπτική μέθοδος η οποία χρησιμοποιείται συνήθως είναι μία τροποποιημένη μορφή του επαναληπτικού αλγορίθμου Newton-Raphson [3.1]-[3.4]. Ο λόγος που επιλέγεται η συγκεκριμένη μέθοδος είναι η γρήγορη σύγκλιση που προσφέρει ο αλγόριθμος Newton-Raphson, η οποία είναι τετραγωνική κοντά στην τελική λύση της ανάλυσης. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι χρειάζονται λίγες επαναλήψεις, 7 με 12 επαναλήψεις, για να επιτευχθεί η λύση με πολύ μεγάλη ακρίβεια, την ακρίβεια που προσφέρει ένας τυπικός 32bit υπολογιστής. Άλλες μέθοδοι όπως για παράδειγμα η απλή επαναληπτική μέθοδος δεν έχει καθόλου καλή σύγκλιση με αποτέλεσμα να χρειάζονται πολλές επαναλήψεις και να απαιτείται μεγάλο χρονικό διάστημα για την ικανοποιητική επίλυση του προβλήματος είτε του δισδιάστατου είτε του τρισδιάστατου [3.5], [3.6]. Τα παραπάνω αναλύονται διεξοδικά στο 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο.

Συνοπτικά η διαδικασία που ακολουθείται σε μία μη γραμμική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων με την επαναληπτική μέθοδο Newton-Raphson έχει ως εξής:

- Αρχικά διακριτοποιείται ο χώρος του προβλήματος γίνεται δηλαδή η πλεγματοποίηση της γεωμετρίας του προβλήματος. Στην περίπτωση του δισδιάστατου προβλήματος η πλεγματοποίηση γίνεται με τριγωνικά στοιχεία ενώ στην περίπτωση του τρισδιάστατου προβλήματος γίνεται με τετράεδρα.
- Κατόπιν εφαρμόζονται οι συνοριακές συνθήκες, οι ιδιότητες των υλικών, καθώς και οι πηγές διέγερσης στο πλέγμα του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.
- Μετά ακολουθεί η διαδικασία της μη γραμμικής επίλυσης. Στην περίπτωση του δισδιάστατου προβλήματος υπολογίζεται η κάθετη στο  $x - y$  επίπεδο συνιστώσα του διανυσματικού μαγνητικού δυναμικού  $A_z$ . Στην τρισδιάστατη ανάλυση υπολογίζεται το βαθμωτό μαγνητικό δυναμικό  $\Phi$ .
- Στη συνέχεια αποδίδεται ένα αρχικό διάνυσμα δυναμικού  $\mathbf{U}$  ( $A_z$  ή  $\Phi$ ) στους μη δεσμευμένους κόμβους του πλέγματος του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, συνήθως αποδίδεται η τιμή μηδέν δηλαδή  $\mathbf{U} = \mathbf{0}$ .
- Κατόπιν βάση των τιμών αυτών του δυναμικού υπολογίζεται διαδοχικά στην περίπτωση του δισδιάστατου προβλήματος, το μέτρο της μαγνητικής επαγωγής  $B$ , η τιμή του τετραγώνου του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής  $B^2$  και τέλος από αυτήν η τιμή της ειδικής μαγνητικής αντίστασης  $\nu$ . Τα παραπάνω ισχύουν για μη γραμμικά υλικά, μαλακά και σκληρά σιδηρομαγνητικά υλικά.
- Στην περίπτωση της τρισδιάστατης ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία, υπολογίζεται η τιμή του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $H$  και από αυτήν η μαγνητική

διαπερατότητα του μη γραμμικού υλικού  $\mu$ . Η παραπάνω διαδικασία γίνεται για κάθε στοιχείο του πλέγματος, τριγωνικό για δισδιάστατο και τετράεδρο για τρισδιάστατο.

- Τέλος ακολουθεί η επίλυση του προβλήματος που είναι παρόμοια με την περίπτωση της γραμμικής ανάλυσης. Από τη λύση του δυναμικού που θα προκύψει εφαρμόζεται ξανά η παραπάνω διαδικασία για να ξαναβρεθούν νέες τιμές ειδικής μαγνητικής αντίστασης ή μαγνητικής διαπερατότητας για τα μη γραμμικά υλικά και ακολουθεί εκ νέου η επίλυση του προβλήματος.
- Αυτή η επαναληπτική διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι δύο διαδοχικές λύσεις να έχουν μία πολύ μικρή διαφορά μεταξύ τους, της τάξης του  $10^{-3}$  ή και μικρότερη.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι χρειάζεται να είναι γνωστά εκ των προτέρων η ειδική μαγνητική αντίσταση συναρτήσει του τετραγώνου του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής  $v = f(B^2)$  για το δισδιάστατο πρόβλημα και η μαγνητική διαπερατότητα συναρτήσει του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $\mu = f(H)$  για την τρισδιάστατη ανάλυση.

Μία αναλυτική έκφραση για αυτές τις ποσότητες όμως είναι πολύ δύσκολο να προκύψει και επίσης θα ήταν υπολογιστικά ακριβή εφόσον μπορεί να περιέχει εκθετικούς όρους. Επίσης μία κατά τμήματα γραμμική παρεμβολή, ενώ από τη μία μεριά είναι υπολογιστικά απλή από την άλλη δεν έχει καλή ακρίβεια και επίσης δε θα μπορούσε να εφαρμοστεί στον επαναληπτικό αλγόριθμο Newton-Raphson εφόσον ο τελευταίος απαιτεί τη συνέχεια της συνάρτησης, δηλαδή των συναρτήσεων  $v = f(B^2)$ ,  $\mu = f(H)$ , αλλά και τη συνέχεια της κλίσης της εν λόγω συνάρτησης, δηλαδή τη συνέχεια της πρώτης παραγώγου της συνάρτησης.

Το παραπάνω πρόβλημα μπορεί να λυθεί με τη χρήση των κυβικών splines. Οι κατά τμήματα κυβικές splines προσφέρουν μεγάλη ακρίβεια με μικρό υπολογιστικό κόστος. Επιπλέον εξασφαλίζουν τη συνέχεια της συνάρτησης που παρεμβάλουν καθώς και τη συνέχεια της πρώτης παραγώγου αυτής. Στην επόμενη παράγραφο δίνεται η αριθμητική τεχνική της παρεμβολής συναρτήσεων με κυβικές splines.

### 3.2 ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΜΕ ΚΥΒΙΚΕΣ SPLINES

Οι κυβικές συναρτήσεις παρεμβολής splines είναι κατά τμήματα πολυώνυμα τρίτου βαθμού με ομαλότητα  $C^2$ . Οι συναρτήσεις αυτές έχουν το πλεονέκτημα να δίνουν σχετικά μικρό σφάλμα παρεμβολής προσεγγίζοντας ταυτόχρονα ικανοποιητικά και την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης που παρεμβάλλεται. Οι splines χρησιμοποιούνται στην προσέγγιση συναρτήσεων, στην αριθμητική επίλυση συνήθων και μερικών διαφορικών εξισώσεων καθώς και ολοκληρωτικών εξισώσεων [3.7].

Οι κυβικές splines ορίζονται ως εξής. Έστω  $f$  μία συνάρτηση ορισμένη στο διάστημα  $[a, b]$  και  $x_0, \dots, x_n$   $n+1$  ισαπέχοντα σημεία με  $x_i < x_{i+1}$ ,  $x_0 = a$ ,  $x_n = b$ .

Συμβολίζεται με  $S_3$  το σύνολο των συναρτήσεων  $s$  που ικανοποιούν:

$$s \in \Pi_3 \text{ σε κάθε διάστημα } [x_i, x_{i+1}] \quad (3.1)$$

$$s \in C^2 \text{ σε κάθε διάστημα } [a, b] \quad (3.2)$$

Μία συνάρτηση  $s \in \mathcal{S}_3$  καλείται κυβική spline. Μία spline  $s \in \mathcal{S}_3$  καλείται spline παρεμβολής της  $f$  στα σημεία  $x_i$  αν ικανοποιεί επιπλέον τις σχέσεις:

$$s(x_i) = f(x_i), i = 0, \dots, n \quad (3.3)$$

$$s''(a) = d_0, s''(b) = d_n \text{ όπου } d_0, d_n \text{ δοθέντα} \quad (3.4)$$

Η κυβική συνάρτηση spline παρεμβολής για τη συνάρτηση  $f$  η οποία ικανοποιεί τις παραπάνω τέσσερις συνθήκες προκύπτει ως εξής:

$$h = \frac{b-a}{n} \quad (3.5)$$

$$s''(x_i) = d_i, i = 0, \dots, n \quad (3.6)$$

Επειδή  $s \in \Pi_3$  σε κάθε διάστημα  $[x_i, x_{i+1}]$ , τότε η δεύτερη παράγωγος της spline θα είναι γραμμική δηλαδή  $s'' \in \Pi_1$  στο  $[x_i, x_{i+1}]$ , οπότε με μία απλή γραμμική παρεμβολή της δεύτερης παραγώγου της spline στο διάστημα  $[x_i, x_{i+1}]$  θα προκύψει:

$$s''(x) = d_i \frac{x_{i+1} - x}{h} + d_{i+1} \frac{x - x_i}{h} \quad (3.7)$$

Ολοκληρώνοντας δύο φορές την  $s''$  και χρησιμοποιώντας τη συνθήκη (3.3) θα προκύψει η παρακάτω σχέση για  $x \in [x_i, x_{i+1}]$  όπου θέτουμε  $f_i = f(x_i)$ :

$$s(x) = d_i \frac{(x_{i+1} - x)^3}{6h} + d_{i+1} \frac{(x - x_i)^3}{6h} + \left( \frac{f_{i+1}}{h} - \frac{d_{i+1}h}{6} \right) (x - x_i) + \left( \frac{f_i}{h} - \frac{d_i h}{6} \right) (x_{i+1} - x) \quad (3.8)$$

Από τη συνθήκη (3.2) η πρώτη παράγωγος  $s'$  πρέπει να είναι συνεχής στο  $[a, b]$  άρα πρέπει να ισχύει:

$$s'(x_i^+) = s'(x_i^-), i = 1, \dots, n-1 \quad (3.9)$$

ή από τη σχέση (3.8) για το διάστημα  $[x_i, x_{i+1}]$ ,  $[x_{i-1}, x_i]$  αντίστοιχα:

$$-\frac{d_i h}{2} + \frac{f_{i+1}}{h} - \frac{d_{i+1} h}{6} + \frac{h d_i}{6} - \frac{f_i}{h} = \frac{d_i h}{2} + \frac{f_i}{h} - \frac{d_i h}{6} + \frac{h d_{i-1}}{6} - \frac{f_{i-1}}{h} \quad (3.10)$$

Απλοποιώντας την (3.10) προκύπτει η επόμενη σχέση:

$$d_{i-1} + 4d_i + d_{i+1} = \frac{6}{h^2} (f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1}), i = 1, \dots, n-1 \quad (3.11)$$

Οι εξισώσεις (3.11) αποτελούν ένα γραμμικό σύστημα  $n-1$  εξισώσεων με  $n+1$  αγνώστους  $d_0, \dots, d_n$ . Γνωρίζοντας τα  $d_0, d_n$ , τα  $d_1, \dots, d_{n-1}$  υπολογίζονται λύνοντας το τριδιαγώνιο σύστημα των εξισώσεων (3.11), το οποίο έχει διαγώνια υπεροχή και άρα μία μοναδική λύση.

### 3.3 ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΓΙΑ ΜΗ ΙΣΑΠΕΧΟΝΤΑ ΣΗΜΕΙΑ

Τα παραπάνω μπορεί να γενικευτούν για την περίπτωση όπου τα  $n+1$  σημεία  $x_0, \dots, x_n$  δεν είναι ισαπέχοντα. Πάλι η συνάρτηση  $f$  θα είναι ορισμένη στο διάστημα  $[a, b]$  με  $x_i < x_{i+1}$ ,  $x_0 = a$ ,  $x_n = b$ . Στη γενική αυτή περίπτωση θα ισχύει η σχέση (3.12) που είναι η αντίστοιχη της σχέσης (3.11) για μη ισαπέχοντα σημεία  $x_0, \dots, x_n$ .

$$\begin{aligned} h &= x_{i+1} - x_i \\ h' &= x_i - x_{i-1} \\ h'd_{i-1} + 2(h+h')d_i + hd_{i+1} &= 6 \left( \frac{f_{i-1}}{h'} - f_i \left( \frac{1}{h} + \frac{1}{h'} \right) + \frac{f_{i+1}}{h} \right), i = 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Επίσης θα ισχύει η εξίσωση (3.8) για την οποία όμως το  $h$  θα είναι διαφορετικό σε κάθε τμήμα της παρεμβολής  $[x_i, x_{i+1}]$ . Έτσι προκύπτει η εξίσωση (3.13) που φαίνεται παρακάτω.

$$\begin{aligned} h &= x_{i+1} - x_i \\ s(x) &= d_i \frac{(x_{i+1} - x)^3}{6h} + d_{i+1} \frac{(x - x_i)^3}{6h} + \left( \frac{f_{i+1}}{h} - \frac{d_{i+1}h}{6} \right) (x - x_i) + \left( \frac{f_i}{h} - \frac{d_i h}{6} \right) (x_{i+1} - x) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Η πρώτη παράγωγος της κυβικής spline μπορεί να βρεθεί από την εξίσωση (3.13). Έτσι παραγωγίζοντας μία φορά τη σχέση (3.13) προκύπτει η πρώτη παράγωγος της κυβικής spline η οποία φαίνεται στην εξίσωση (3.14).

$$\begin{aligned} h &= x_{i+1} - x_i \\ s'(x) &= -d_i \frac{3(x_{i+1} - x)^2}{6h} + d_{i+1} \frac{3(x - x_i)^2}{6h} + \left( \frac{f_{i+1}}{h} - \frac{d_{i+1}h}{6} \right) - \left( \frac{f_i}{h} - \frac{d_i h}{6} \right) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Οι εξισώσεις (3.12) αποτελούν ένα γραμμικό σύστημα  $n-1$  εξισώσεων με  $n+1$  αγνώστους  $d_0, \dots, d_n$ . Γνωρίζοντας τα  $d_0$ ,  $d_n$ , τα  $d_1, \dots, d_{n-1}$  υπολογίζονται λύνοντας το τριδιαγώνιο σύστημα των εξισώσεων (3.12), το οποίο έχει διαγώνια υπεροχή και άρα μία μοναδική λύση. Για την επίλυση του παραπάνω τριδιαγώνιου συστήματος τα  $d_0$ ,  $d_n$  επιλέγονται ίσα με το μηδέν δηλαδή:

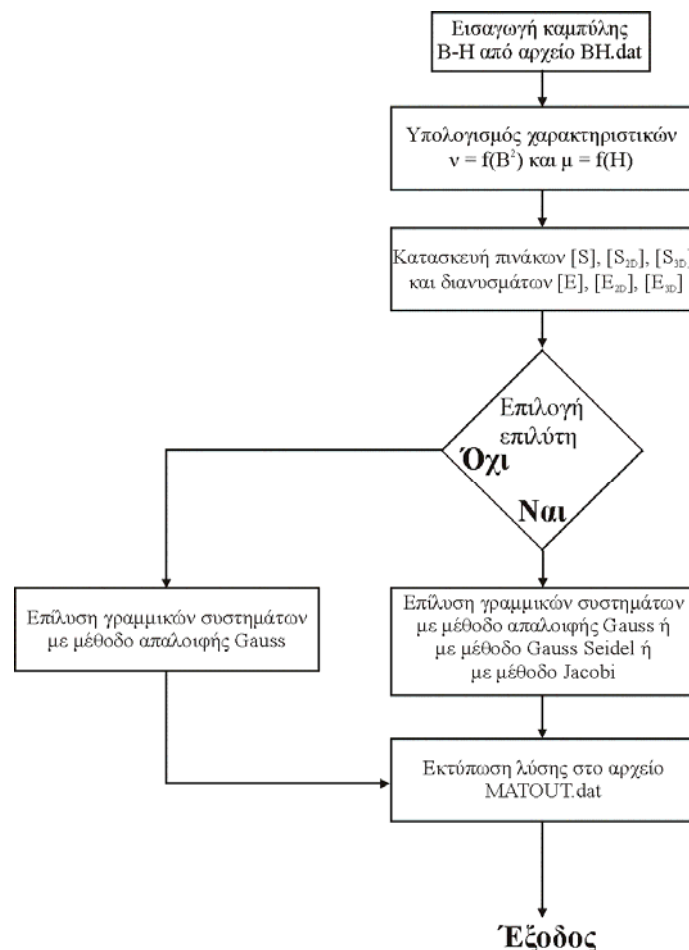
$$d_0 = 0, d_n = 0 \quad (3.15)$$

### 3.4 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΩΔΙΚΑ ΓΙΑ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΜΕ ΚΥΒΙΚΕΣ SPLINES

Κάθε κώδικας πεπερασμένων στοιχείων, δισδιάστατος ή τρισδιάστατος, για μη γραμμικά μαγνητοστατικά προβλήματα χρησιμοποιεί μη γραμμικά υλικά, μαλακά ή σκληρά μαγνητικά υλικά, τις ιδιότητες των οποίων τις αποδίδει σε διάφορες περιοχές του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων. Οπότε ο κώδικας των πεπερασμένων στοιχείων θα πρέπει να δέχεται ως είσοδο κάποια δεδομένα και συγκεκριμένα την καμπύλη κανονικής μαγνήτισης  $B-H$  των σιδηρομαγνητικών υλικών η οποία είναι μη γραμμική. Από τη συγκεκριμένη καμπύλη και ανάλογα με τον τύπο του μη γραμμικού μαγνητοστατικού προβλήματος, αν είναι δηλαδή δισδιάστατο ή τρισδιάστατο, θα πρέπει να προκύψουν και η καμπύλη της

ειδικής μαγνητικής αντίστασης συναρτήσει του τετραγώνου της μαγνητικής επαγωγής  $\nu - B^2$  για το δισδιάστατο πρόβλημα και η καμπύλη της μαγνητικής διαπερατότητας συναρτήσει της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $\mu - H$  για το τρισδιάστατο πρόβλημα. Οι συγκεκριμένες χαρακτηριστικές θα χρησιμοποιηθούν αντίστοιχα από τον δισδιάστατο και τον τρισδιάστατο κώδικα πεπερασμένων στοιχείων για την επίλυση του μη γραμμικού μαγνητοστατικού προβλήματος με τη μέθοδο Newton-Raphson. Για να γίνει η παρεμβολή των χαρακτηριστικών αυτών με τις κυβικές splines, οι οποίες είναι απαραίτητες στην περίπτωση που το μη γραμμικό πρόβλημα λύνεται με τη μέθοδο Newton-Raphson, χρειάζεται να βρεθούν και οι τιμές της δεύτερης παραγώγου της ειδικής μαγνητικής αντίστασης  $\nu$  για τις αντίστοιχες τιμές του τετραγώνου της μαγνητικής επαγωγής  $B^2$  στην περίπτωση του δισδιάστατου προβλήματος, ενώ στην περίπτωση του τρισδιάστατου προβλήματος θα πρέπει να βρεθούν οι τιμές της δεύτερης παραγώγου της μαγνητικής διαπερατότητας  $\mu$  για τις αντίστοιχες τιμές της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $H$ . Βάση των παραπάνω συντελεστών θα μπορεί να γίνει η παρεμβολή της ειδικής μαγνητικής αντίστασης  $\nu$  και της μαγνητικής διαπερατότητας  $\mu$  με κυβικές splines.

Παρακάτω φαίνεται το διάγραμμα ροής του κώδικα κυβικών splines. Αποτελείται συνολικά από οχτώ στάδια τα οποία αναλύονται παρακάτω.



Σχήμα 3.1: Διάγραμμα ροής του κώδικα των κυβικών splines.

Ένας κώδικας μακροσκοπικής αναπαράστασης των σιδηρομαγνητικών υλικών με κυβικές splines θα πρέπει να εκτελεί τις επόμενες διαδικασίες:

- Εισαγωγή της χαρακτηριστικής κανονικής μαγνήτισης  $B - H$  του σιδηρομαγνητικού υλικού από αρχείο ή από το πληκτρολόγιο. Η χαρακτηριστική κανονικής μαγνήτισης

κάθε μαγνητικής λαμαρίνας δίνεται σε φύλλα προδιαγραφών από τον κατασκευαστή της μαγνητικής λαμαρίνας. Από αυτά τα φύλλα προδιαγραφών ο χρήστης του κώδικα κυβικών spline μπορεί να πάρει την τιμή της μαγνητικής επαγωγής  $B$ , για δεδομένη ένταση του μαγνητικού πεδίου  $H$ . Συνολικά χρειάζονται τουλάχιστον τέσσερα ζεύγη δεδομένων  $B-H$ , δηλαδή ο χρήστης θα πρέπει να δώσει  $n+1$ , ζεύγη δεδομένων  $B-H$  όπου  $n \geq 3$ . Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι ο κατασκευαστής της μαγνητικής λαμαρίνας δίνει μερικές φορές και την καμπύλη της μαγνητικής διαπερατότητας συναρτήσει της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $\mu-H$ . Όπως θα αναλυθεί στη συνέχεια ο συγκεκριμένος κώδικας κυβικών spline μπορεί να υπολογίσει απευθείας τη χαρακτηριστική της μαγνητικής διαπερατότητας συναρτήσει της έντασης του μαγνητικού πεδίου από τη χαρακτηριστική κανονικής μαγνήτισης του σιδηρομαγνητικού υλικού οπότε ο χρήστης δε χρειάζεται να εισάγει άλλα δεδομένα. Επίσης στις περισσότερες περιπτώσεις ο κατασκευαστής της μαγνητικής λαμαρίνας δίνει μόνο τη χαρακτηριστική κανονικής μαγνήτισης  $B-H$  του σιδηρομαγνητικού υλικού και σπάνια τη χαρακτηριστική  $\mu-H$ .

- Υπολογισμός της χαρακτηριστικής της ειδικής μαγνητικής αντίστασης συναρτήσει του τετραγώνου της μαγνητικής επαγωγής  $v-B^2$ . Αυτό γίνεται εφαρμόζοντας τις παρακάτω σχέσεις όπου  $H_i, B_i$  είναι το  $i$ -οστό ζεύγος τιμών της χαρακτηριστικής κανονικής μαγνήτισης του σιδηρομαγνητικού υλικού και  $v_i, B_i^2$  είναι το  $i$ -οστό ζεύγος τιμών της χαρακτηριστικής  $v-B^2$ , όπου  $0 \leq i \leq n$ :

$$v_i = \frac{H_i}{B_i}, B_i^2 = (B_i)^2 \quad (3.16)$$

- Υπολογισμός της χαρακτηριστικής της μαγνητικής διαπερατότητας συναρτήσει της έντασης του μαγνητικού πεδίου. Αυτό γίνεται εφαρμόζοντας τις παρακάτω σχέσεις όπου  $H_i, B_i$  είναι το  $i$ -οστό ζεύγος τιμών της χαρακτηριστικής κανονικής μαγνήτισης του σιδηρομαγνητικού υλικού και  $\mu_i, H_i$  είναι το  $i$ -οστό ζεύγος τιμών της χαρακτηριστικής της μαγνητικής διαπερατότητας συναρτήσει της έντασης του μαγνητικού πεδίου, όπου  $0 \leq i \leq n$ :

$$\mu_i = \frac{B_i}{H_i} \quad (3.17)$$

- Κατασκευή του γραμμικού συστήματος για την εύρεση των τιμών της δεύτερης παραγώγου της μαγνητικής επαγωγής  $B''$ . Οι τιμές της δεύτερης παραγώγου της μαγνητικής επαγωγής χρειάζονται για την παρεμβολή με κυβικές splines της χαρακτηριστικής κανονικής μαγνήτισης  $B-H$  του σιδηρομαγνητικού υλικού. Το συγκεκριμένο γραμμικό σύστημα περιγράφεται με τη γενική του μορφή από την εξίσωση (3.12). Στην περίπτωση της χαρακτηριστικής μαγνήτισης του σιδηρομαγνητικού υλικού το γραμμικό σύστημα εξισώσεων περιγράφεται από την εξίσωση (3.18). Στο συγκεκριμένο στάδιο υπολογίζονται ο τετραγωνικός πίνακας  $\mathbf{S}$  διάστασης  $(n-1) \times (n-1)$  και ο πίνακας διάνυσμα  $\mathbf{E}$  διάστασης  $(n-1)$  από την τέταρτη σχέση της εξίσωσης (3.18).

$$\mathbf{SB}'' = \mathbf{E} \quad (3.18-1)$$

$$h = H_{i+1} - H_i \quad (3.18-2)$$

$$h' = H_i - H_{i-1} \quad (3.18-3)$$

$$h'B_{i-1}'' + 2(h+h')B_i'' + hB_{i+1}'' = 6\left(\frac{B_{i-1}}{h'} - B_i\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h'}\right) + \frac{B_{i+1}}{h}\right), i=1, \dots, n-1 \quad (3.18-4)$$

- Κατασκευή του γραμμικού συστήματος για την εύρεση των τιμών της δεύτερης παραγώγου της ειδικής μαγνητικής αντίστασης  $v''$ . Οι τιμές της δεύτερης παραγώγου της ειδικής μαγνητικής αντίστασης  $v''$ , χρειάζονται για την παρεμβολή με κυβικές splines της χαρακτηριστικής  $v-B^2$  του σιδηρομαγνητικού υλικού. Το συγκεκριμένο γραμμικό σύστημα περιγράφεται με τη γενική του μορφή από την εξίσωση (3.12). Στην περίπτωση της χαρακτηριστικής  $v-B^2$  του σιδηρομαγνητικού υλικού το γραμμικό σύστημα εξισώσεων περιγράφεται από την εξίσωση (3.19). Στο συγκεκριμένο στάδιο υπολογίζονται ο τετραγωνικός πίνακας  $\mathbf{S}_{2D}$  διάστασης  $(n-1) \times (n-1)$  και ο πίνακας διάνυσμα  $\mathbf{E}_{2D}$  διάστασης  $(n-1)$  από την τέταρτη σχέση της εξίσωσης (3.19).

$$\mathbf{S}_{2D} \mathbf{v}'' = \mathbf{E}_{2D} \quad (3.19-1)$$

$$h = B_{i+1}^2 - B_i^2 \quad (3.19-2)$$

$$h' = B_i^2 - B_{i-1}^2 \quad (3.19-3)$$

$$h'v_{i-1}'' + 2(h+h')v_i'' + hv_{i+1}'' = 6\left(\frac{v_{i-1}}{h'} - v_i\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h'}\right) + \frac{v_{i+1}}{h}\right), i=1, \dots, n-1 \quad (3.19-4)$$

- Κατασκευή του γραμμικού συστήματος για την εύρεση των τιμών της δεύτερης παραγώγου της μαγνητικής διαπερατότητας  $\mu''$ . Οι τιμές της δεύτερης παραγώγου της μαγνητικής διαπερατότητας  $\mu''$ , χρειάζονται για την παρεμβολή με κυβικές splines της χαρακτηριστικής  $\mu-H$  του σιδηρομαγνητικού υλικού. Το συγκεκριμένο γραμμικό σύστημα περιγράφεται με τη γενική του μορφή από την εξίσωση (3.12). Στην περίπτωση της χαρακτηριστικής  $\mu-H$  του σιδηρομαγνητικού υλικού το γραμμικό σύστημα εξισώσεων περιγράφεται από την εξίσωση (3.20). Στο συγκεκριμένο στάδιο υπολογίζονται ο τετραγωνικός πίνακας  $\mathbf{S}_{3D}$  διάστασης  $(n-1) \times (n-1)$  και ο πίνακας διάνυσμα  $\mathbf{E}_{3D}$  διάστασης  $(n-1)$  από την τέταρτη σχέση της εξίσωσης (3.20).

$$\mathbf{S}_{3D} \boldsymbol{\mu}'' = \mathbf{E}_{3D} \quad (3.20-1)$$

$$h = H_{i+1} - H_i \quad (3.20-2)$$

$$h' = H_i - H_{i-1} \quad (3.20-3)$$

$$h'\mu_{i-1}'' + 2(h+h')\mu_i'' + h\mu_{i+1}'' = 6\left(\frac{\mu_{i-1}}{h'} - \mu_i\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h'}\right) + \frac{\mu_{i+1}}{h}\right), i=1, \dots, n-1 \quad (3.20-4)$$

- Επίλυση των γραμμικών συστημάτων που αναφέρονται στα τρία προηγούμενα στάδια, εξισώσεις (3.18)-(3.20). Ο προεπιλεγμένος αλγόριθμος του κώδικα των κυβικών spline που χρησιμοποιείται για την επίλυση των παραπάνω γραμμικών συστημάτων είναι η μέθοδος με απαλοιφή Gauss. Παρόλα αυτά συμπεριλαμβάνονται και άλλοι αλγόριθμοι επίλυσης γραμμικών συστημάτων οι οποίοι είναι η μέθοδος

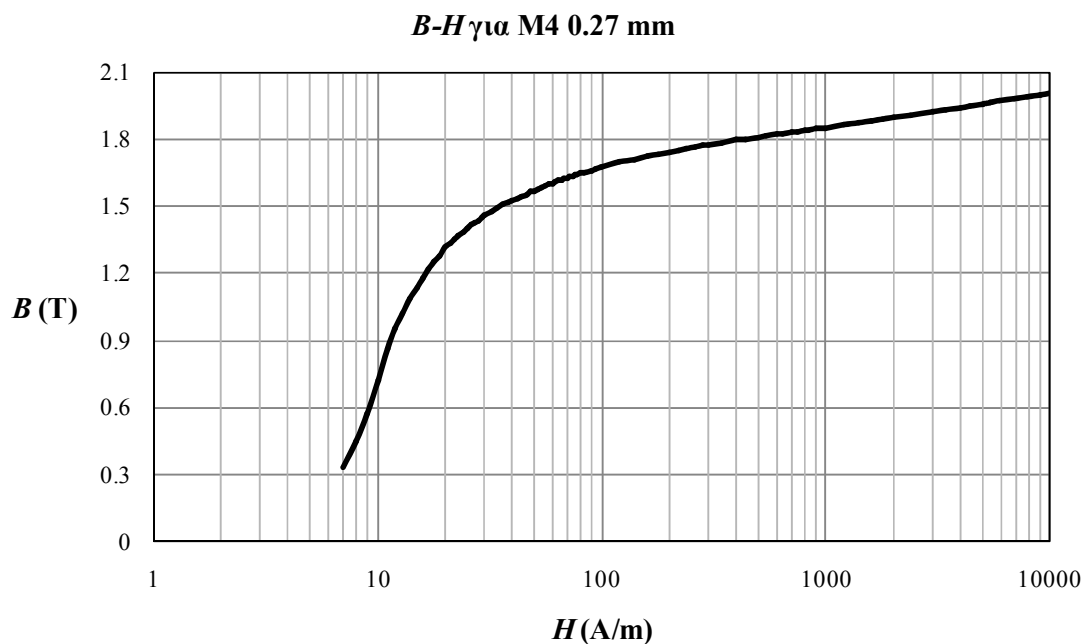
Gauss-Seidel και η μέθοδος του Jacobi. Οι τελευταίοι δύο αλγόριθμοι είναι επαναληπτικοί. Η προεπιλεγμένη μέθοδος που επιλέχθηκε είναι η μέθοδος του Gauss με απαλοιφή (Gauss Elimination Method). Ο λόγος για αυτήν την επιλογή έγκειται στο ότι η συγκεκριμένη μέθοδος δίνει μεγάλη ακρίβεια αν και δεν είναι αποδοτική όσον αφορά στην ταχύτητα επίλυσης. Αυτό όμως δεν αποτελεί μειονέκτημα εφόσον το γραμμικό σύστημα προς επίλυση είναι μικρό, έχει λιγότερο από εκατό αγνώστους, όποτε και ο χρόνος επίλυσης είναι πολύ μικρός, για σύγχρονους προσωπικούς υπολογιστές μικρότερος του ενός δευτερολέπτου. Οι επαναληπτικοί αλγόριθμοι είναι πολύ πιο ταχείς αλλά χρειάζεται να καθοριστούν διάφοροι παράμετροι όπως ο συνολικός αριθμός των επαναλήψεων καθώς και κάποιο κριτήριο σύγκλισης. Πάντως για μικρά συστήματα γραμμικών εξισώσεων ο χρόνος επίλυσης είναι πρακτικά σχεδόν ίδιος για τους διάφορους αλγορίθμους επίλυσης που χρησιμοποιούνται στον κώδικα κυβικών spline.

- Τέλος μετά την επίλυση των γραμμικών συστημάτων ο κώδικας αποθηκεύει διαδοχικά τα διανύσματα πίνακες  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{B}''$ ,  $\mathbf{B}^2$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{v}''$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\boldsymbol{\mu}$ ,  $\boldsymbol{\mu}''$ , σε ένα αρχείο εξόδου.

### 3.5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΚΩΔΙΚΑ ΚΥΒΙΚΩΝ SPLINES ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΕΣ ΛΑΜΑΡΙΝΕΣ

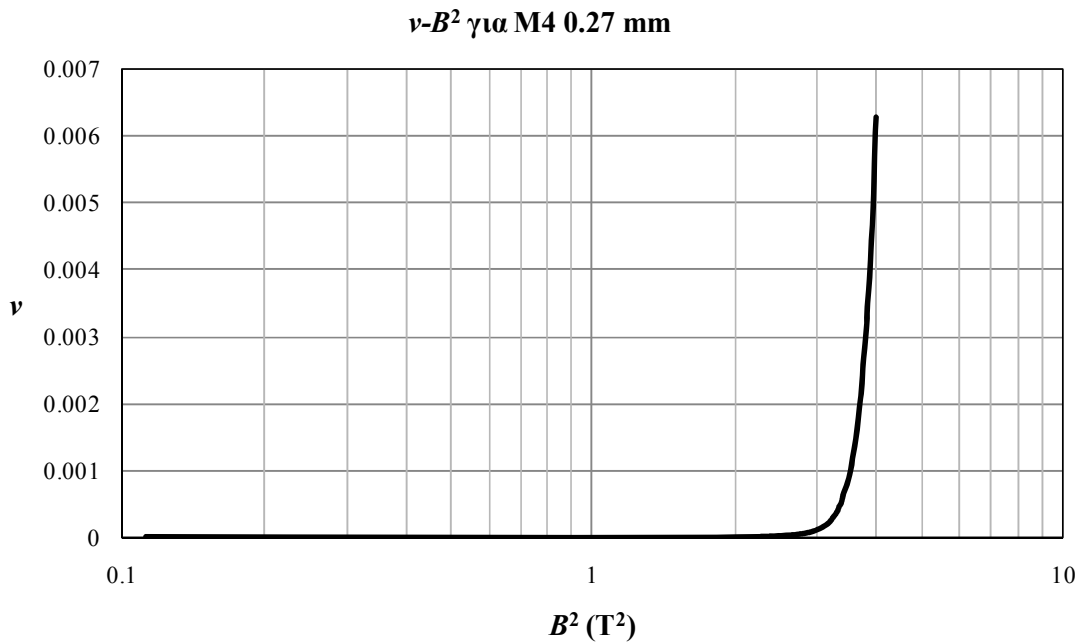
Ο κώδικας κυβικών spline που υλοποιήθηκε στην παραπάνω παράγραφο χρησιμοποιείται στη συνέχεια για τον υπολογισμό των παραμέτρων δύο σιδηρομαγνητικών υλικών που χρησιμοποιούνται πολύ συχνά για την κατασκευή των πυρήνων μετασχηματιστών διανομής τυλιχτού πυρήνα τύπου κελύφους. Οι λαμαρίνες αυτές είναι η M4 πάχους 0.27 mm και η M-OH πάχους 0.27 mm.

Στα επόμενα τρία γραφήματα απεικονίζονται διαδοχικά οι χαρακτηριστικές της καμπύλης κανονικής μαγνήτισης  $B-H$ , της ειδικής μαγνητικής αντίστασης συναρτήσεως του τετραγώνου της μαγνητικής επαγωγής  $\nu-B^2$  και της σχετικής μαγνητικής διαπερατότητας συναρτήσεως της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $\mu-H$  για τη συμβατική μαγνητική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων M4 0.27 mm.

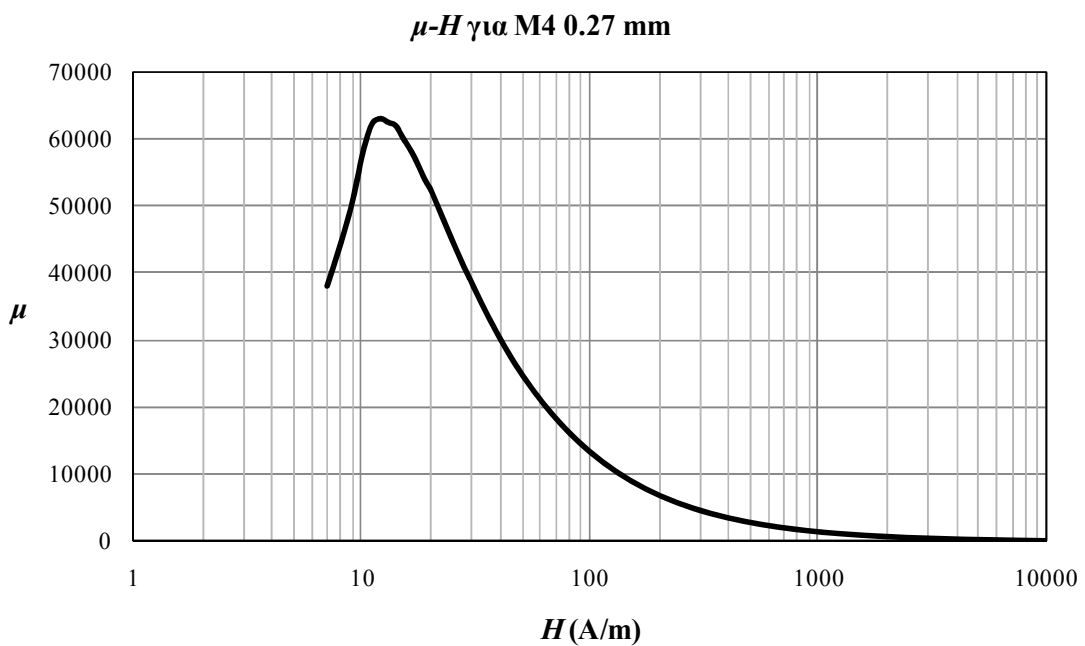


**Σχήμα 3.2:** Χαρακτηριστική μαγνήτισης  $B-H$  για τη λαμαρίνα M4 0.27 mm.





**Σχήμα 3.3:** Χαρακτηριστική  $\nu - B^2$  για τη λαμαρίνα M4 0.27 mm.



**Σχήμα 3.4:** Χαρακτηριστική  $\mu - H$  για τη λαμαρίνα M4 0.27 mm.

Στον πίνακα 3.1 φαίνεται η έξοδος του κώδικα των κυβικών splines για τη λαμαρίνα M4 πάχους 0.27 mm. Ως είσοδος στον κώδικα χρησιμοποιήθηκε η καμπύλη κανονικής μαγνήτισης της λαμαρίνας M4 που δίνεται στα φύλλα των προδιαγραφών του κατασκευαστή της λαμαρίνας και η έξοδος του κώδικα είναι τα διανύσματα πίνακες του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $\mathbf{H}$ , του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής  $\mathbf{B}$ , της δεύτερης παραγώγου της μαγνητικής επαγωγής  $\mathbf{B}''$ , του τετραγώνου της μαγνητικής επαγωγής  $\mathbf{B}^2$ , της ειδικής μαγνητικής αντίστασης  $\nu$ , της δεύτερης παραγώγου της ειδικής μαγνητικής

αντίστασης  $\mathbf{v}''$ , του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $\mathbf{H}$ , της μαγνητικής διαπερατότητας  $\mu$  και της δεύτερης παραγώγου της μαγνητικής διαπερατότητας  $\mu''$ .

$\mathbf{H}$	$\mathbf{B}$	$\mathbf{B}''$	$\mathbf{B}^2$	$\mathbf{v}$	$\mathbf{v}''$	$\mathbf{H}$	$\mu$	$\mu''$
7	0,335	0,00E+00	0,112225	20,89552	0,00E+00	7	4,79E-02	0,00E+00
8	0,445	1,01E-02	0,198025	17,97753	232,7737	8	5,56E-02	-9,96E-04
9	0,57	4,96E-02	0,3249	15,78947	12,38031	9	6,33E-02	3,63E-03
10	0,725	-2,86E-02	0,525625	13,7931	30,66365	10	7,25E-02	-4,76E-03
11	0,86	-5,53E-02	0,7396	12,7907	17,05431	11	7,82E-02	-5,48E-03
12	0,95	-2,02E-02	0,9025	12,63158	17,38151	12	7,92E-02	-1,48E-03
13	1,02	1,63E-02	1,0404	12,7451	-17,6573	13	7,85E-02	1,27E-03
14	1,09	-4,48E-02	1,1881	12,84404	45,82893	14	7,79E-02	-3,01E-03
15	1,135	1,31E-02	1,288225	13,21586	-18,425	15	7,57E-02	1,23E-03
16	1,18	-7,52E-03	1,3924	13,55932	4,226036	16	7,38E-02	-2,88E-04
17	1,22	-1,30E-02	1,4884	13,93443	40,5173	17	7,18E-02	-4,95E-04
18	1,25	-4,41E-04	1,5625	14,4	0,871594	18	6,94E-02	2,57E-04
19	1,28	1,48E-02	1,6384	14,84375	-77,5104	19	6,74E-02	9,34E-04
20	1,315	-2,87E-02	1,729225	15,20913	163,3663	20	6,58E-02	-1,25E-03
21	1,335	9,84E-03	1,782225	15,73034	-95,9332	21	6,36E-02	6,88E-04
22	1,355	-1,07E-02	1,836025	16,23616	171,7393	22	6,16E-02	-3,17E-04
23	1,37	3,02E-03	1,8769	16,78832	-66,5085	23	5,96E-02	3,10E-04
24	1,385	-1,37E-03	1,918225	17,32852	31,33877	24	5,77E-02	8,89E-05
25	1,4	2,45E-03	1,96	17,85714	-118,91	25	5,60E-02	2,25E-04
26	1,415	-8,43E-03	2,002225	18,37456	385,2239	26	5,44E-02	-2,02E-04
27	1,425	1,29E-03	2,030625	18,94737	-66,8411	27	5,28E-02	1,72E-04
28	1,435	3,29E-03	2,059225	19,5122	-204,251	28	5,13E-02	2,19E-04
29	1,4475	5,63E-04	2,095256	20,03454	-88,7867	29	4,99E-02	1,03E-04
30	1,46	-5,54E-03	2,1316	20,54795	494,9068	30	4,87E-02	-9,71E-05
32	1,475	1,34E-03	2,175625	21,69492	-108,231	32	4,61E-02	1,22E-04
34	1,49	1,84E-04	2,2201	22,81879	-164,776	34	4,38E-02	6,47E-05
36	1,505	-2,07E-03	2,265025	23,92027	662,5455	36	4,18E-02	-2,16E-06
38	1,515	6,13E-04	2,295225	25,08251	-276,296	38	3,99E-02	6,52E-05
40	1,525	-3,77E-04	2,325625	26,22951	294,4296	40	3,81E-02	3,21E-05
42	1,535	8,96E-04	2,356225	27,36156	-1043,5	42	3,65E-02	5,55E-05
44	1,545	-3,21E-03	2,387025	28,47896	3728,426	44	3,51E-02	-3,89E-05
46	1,55	4,44E-03	2,4025	29,67742	-4260,69	46	3,37E-02	1,24E-04
48	1,5625	-3,29E-03	2,441406	30,72	2617,113	48	3,26E-02	-4,61E-05
50	1,57	1,22E-03	2,4649	31,84713	-1437,67	50	3,14E-02	4,74E-05
52	1,5775	-1,58E-03	2,488506	32,96355	2958,844	52	3,03E-02	-1,06E-05
54	1,5825	1,36E-03	2,504306	34,12322	-2698,3	54	2,93E-02	4,37E-05
56	1,59	-9,40E-05	2,5281	35,22013	132,0857	56	2,84E-02	1,32E-05
58	1,5975	-9,80E-04	2,552006	36,30673	1995,926	58	2,75E-02	-2,20E-06
60	1,6025	2,64E-04	2,568006	37,4415	-602,222	60	2,67E-02	1,80E-05
62	1,6075	-7,73E-05	2,584056	38,56921	168,4108	62	2,59E-02	1,09E-05
64	1,6125	4,47E-05	2,600156	39,68992	-315,446	64	2,52E-02	1,18E-05

66	1,6175	-1,02E-04	2,616306	40,80371	852,486	66	2,45E-02	8,66E-06
68	1,6225	3,62E-04	2,632506	41,91063	-3325,99	68	2,39E-02	1,43E-05
70	1,6275	-1,35E-03	2,648756	43,01075	12201,45	70	2,33E-02	-1,04E-05
72	1,63	1,27E-03	2,6569	44,17178	-11300,7	72	2,26E-02	2,59E-05
74	1,635	1,13E-05	2,673225	45,25994	-110,329	74	2,21E-02	6,80E-06
76	1,64	-1,32E-03	2,6896	46,34146	11483,78	76	2,16E-02	-1,02E-05
78	1,6425	1,50E-03	2,697806	47,48858	-14663,3	78	2,11E-02	2,56E-05
80	1,6475	-9,49E-04	2,714256	48,55842	10963,17	80	2,06E-02	-6,08E-06
84	1,6525	2,20E-04	2,730756	50,83207	-2708,65	84	1,97E-02	7,98E-06
90	1,66	-1,01E-04	2,7556	54,21687	1358,786	90	1,84E-02	3,03E-06
94	1,665	1,75E-04	2,772225	56,45646	-3283,51	94	1,77E-02	5,53E-06
100	1,675	-1,01E-04	2,805625	59,70149	2412,975	100	1,68E-02	2,00E-06
120	1,695	9,10E-06	2,873025	70,79646	414,7696	120	1,41E-02	1,91E-06
140	1,71	-1,07E-05	2,9241	81,87135	1026,287	140	1,22E-02	1,06E-06
160	1,7225	-3,63E-06	2,967006	92,88824	594,2797	160	1,08E-02	7,65E-07
180	1,7325	-1,22E-05	3,001556	103,8961	6800,113	180	9,63E-03	4,96E-07
200	1,74	1,51E-05	3,0276	114,9425	-8115,89	200	8,70E-03	4,86E-07
220	1,75	-1,05E-05	3,0625	125,7143	3412,916	220	7,95E-03	2,55E-07
240	1,7575	-1,06E-05	3,088806	136,5576	18503,5	240	7,32E-03	2,02E-07
260	1,7625	1,56E-05	3,106406	147,5177	-25647,1	260	6,78E-03	2,49E-07
280	1,77	-1,41E-05	3,1329	158,1921	23292,09	280	6,32E-03	1,01E-07
300	1,775	3,33E-06	3,150625	169,0141	-7588,93	300	5,92E-03	1,36E-07
340	1,785	-2,93E-06	3,186225	190,4762	9843,182	340	5,25E-03	7,58E-08
400	1,795	-7,76E-07	3,222025	222,8412	18761,4	400	4,49E-03	5,21E-08
440	1,8	2,03E-06	3,24	244,4444	-32455,8	440	4,09E-03	4,46E-08
500	1,81	-2,08E-06	3,2761	276,2431	34539,3	500	3,62E-03	2,31E-08
540	1,815	1,12E-06	3,294225	297,5207	-44999,6	540	3,36E-03	2,41E-08
600	1,8225	-2,35E-06	3,321506	329,2181	124193,4	600	3,04E-03	1,22E-08
640	1,825	6,92E-07	3,330625	350,6849	-72383,2	640	2,85E-03	1,48E-08
700	1,83	1,34E-06	3,3489	382,5137	-46058,2	700	2,61E-03	1,20E-08
740	1,835	-1,51E-06	3,367225	403,2698	56771,28	740	2,48E-03	6,58E-09
800	1,84	-3,84E-08	3,3856	434,7826	9301,998	800	2,30E-03	6,93E-09
840	1,8425	-6,72E-07	3,394806	455,9023	208354,1	840	2,19E-03	5,25E-09
900	1,845	1,82E-07	3,404025	487,8049	-82890,1	900	2,05E-03	5,17E-09
1000	1,85	3,21E-07	3,4225	540,5405	-52329,8	1000	1,85E-03	3,77E-09
1200	1,865	-3,03E-07	3,478225	643,4316	58304	1200	1,55E-03	1,74E-09
1400	1,875	1,42E-07	3,515625	746,6667	-65767,9	1400	1,34E-03	1,40E-09
1600	1,885	-2,66E-07	3,553225	848,8064	197386,5	1600	1,18E-03	7,07E-10
1800	1,89	1,73E-07	3,5721	952,381	-169348	1800	1,05E-03	7,27E-10
2000	1,8975	-4,97E-08	3,600506	1054,018	29286,49	2000	9,49E-04	4,17E-10
2400	1,91	-3,12E-08	3,6481	1256,545	92929,38	2400	7,96E-04	2,46E-10
3000	1,9225	3,28E-08	3,696006	1560,468	-137986	3000	6,41E-04	1,42E-10
3400	1,9325	-5,47E-08	3,734556	1759,379	319112,3	3400	5,68E-04	7,78E-11
4000	1,94	3,54E-08	3,7636	2061,856	-216653	4000	4,85E-04	6,72E-11
4400	1,9475	-1,28E-09	3,792756	2259,307	-202493	4400	4,43E-04	4,22E-11
5000	1,9575	-4,02E-08	3,831806	2554,278	989203,8	5000	3,92E-04	2,24E-11

5400	1,96	4,65E-08	3,8416	2755,102	-1124794	5400	3,63E-04	3,25E-11
6000	1,97	-2,40E-08	3,8809	3045,685	561954,9	6000	3,28E-04	1,30E-11
7000	1,98	8,83E-09	3,9204	3535,354	-363128	7000	2,83E-04	1,24E-11
8000	1,99	-1,14E-08	3,9601	4020,101	861555,8	8000	2,49E-04	5,67E-12
9000	1,995	6,59E-09	3,980025	4511,278	-686469	9000	2,22E-04	7,08E-12
10000	2,0025	0,00E+00	4,010006	4993,758	0,00E+00	10000	2,00E-04	0,00E+00

**Πίνακας 3.1:** Έξοδος του κώδικα των κυβικών splines για τη λαμαρίνα M4.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται η έξοδος του κώδικα των κυβικών splines για τη λαμαρίνα M-OH πάχους 0.27 mm. Ως είσοδος στον κώδικα χρησιμοποιήθηκε η καμπύλη κανονικής μαγνήτισης της λαμαρίνας M-OH που δίνεται στα φύλλα των προδιαγραφών του κατασκευαστή της λαμαρίνας και η έξοδος του κώδικα είναι τα διανύσματα πίνακες του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $\mathbf{H}$ , του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής  $\mathbf{B}$ , της δεύτερης παραγώγου της μαγνητικής επαγωγής  $\mathbf{B}''$ , του τετραγώνου της μαγνητικής επαγωγής  $\mathbf{B}^2$ , της ειδικής μαγνητικής αντίστασης  $\mathbf{v}$ , της δεύτερης παραγώγου της ειδικής μαγνητικής αντίστασης  $\mathbf{v}''$ , του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $\mathbf{H}$ , της μαγνητικής διαπερατότητας  $\mu$  και της δεύτερης παραγώγου της μαγνητικής διαπερατότητας  $\mu''$ .

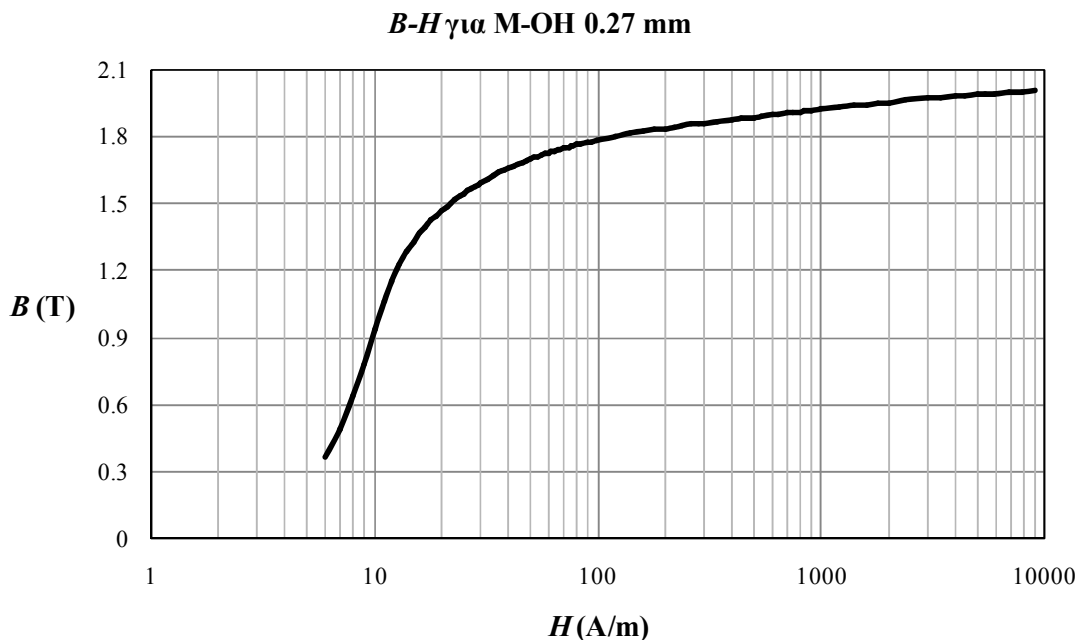
	$\mathbf{H}$	$\mathbf{B}$	$\mathbf{B}''$	$\mathbf{B}^2$	$\mathbf{v}$	$\mathbf{v}''$	$\mathbf{H}$	$\mu$	$\mu''$
6	6	0,365	0,00E+00	0,133225	16,438356	0,00E+00	6	6,08E-02	0,00E+00
7	7	0,49	4,76E-02	0,2401	14,285714	97,082773	7	7,00E-02	2,97E-03
8	8	0,64	-4,05E-02	0,4096	12,5	23,459837	8	8,00E-02	-6,86E-03
9	9	0,78	5,44E-02	0,6084	11,538462	2,2877452	9	8,67E-02	4,49E-03
10	10	0,94	-5,71E-02	0,8836	10,638298	9,3096517	10	9,40E-02	-7,10E-03
11	11	1,065	-3,61E-02	1,134225	10,328638	7,1512692	11	9,68E-02	-3,18E-03
12	12	1,155	-8,57E-03	1,334025	10,38961	2,3464823	12	9,63E-02	-5,05E-04
13	13	1,23	-1,96E-02	1,5129	10,569106	5,5004169	13	9,46E-02	-1,20E-03
14	14	1,2875	-1,79E-02	1,657656	10,873786	18,154379	14	9,20E-02	-7,97E-04
15	15	1,33	1,20E-03	1,7689	11,278195	-8,161509	15	8,87E-02	5,08E-04
16	16	1,3675	-1,69E-02	1,870056	11,700183	46,119025	16	8,55E-02	-6,37E-04
17	17	1,395	6,38E-03	1,946025	12,18638	-28,19761	17	8,21E-02	7,68E-04
18	18	1,4225	-8,61E-03	2,023506	12,653779	38,008254	18	7,90E-02	-1,62E-04
19	19	1,445	-1,94E-03	2,088025	13,148789	19,065447	19	7,61E-02	2,17E-04
20	20	1,465	1,38E-03	2,146225	13,651877	-22,35312	20	7,33E-02	3,31E-04
21	21	1,485	-3,59E-03	2,205225	14,141414	34,722411	21	7,07E-02	6,16E-05
22	22	1,5025	-2,01E-03	2,257506	14,642263	24,614129	22	6,83E-02	1,24E-04
23	23	1,5175	-3,37E-03	2,302806	15,156507	88,596377	23	6,60E-02	5,17E-05
24	24	1,53	4,89E-04	2,3409	15,686275	-14,75486	24	6,38E-02	2,03E-04
25	25	1,5425	1,41E-03	2,379306	16,207455	-81,69986	25	6,17E-02	2,08E-04
26	26	1,555	-6,14E-03	2,418025	16,720257	289,60829	26	5,98E-02	-8,71E-05
27	27	1,565	8,15E-03	2,449225	17,252396	-463,6548	27	5,80E-02	4,26E-04
28	28	1,5775	-1,14E-02	2,488506	17,749604	762,03127	28	5,63E-02	-2,91E-04
29	29	1,585	7,64E-03	2,512225	18,29653	-649,104	29	5,47E-02	3,76E-04
30	30	1,595	-4,10E-03	2,544025	18,808777	386,73126	30	5,32E-02	-4,06E-05
32	32	1,61	9,77E-04	2,5921	19,875776	-96,15141	32	5,03E-02	1,18E-04
34	34	1,625	1,89E-04	2,640625	20,923077	-75,96601	34	4,78E-02	7,24E-05
36	36	1,64	-1,73E-03	2,6896	21,95122	325,51698	36	4,56E-02	1,20E-05

38	1,65	-7,57E-04	2,7225	23,030303	645,93014	38	4,34E-02	3,55E-05
40	1,6575	1,01E-03	2,747306	24,13273	-620,9024	40	4,14E-02	7,23E-05
42	1,6675	4,57E-04	2,780556	25,187406	-609,3249	42	3,97E-02	4,80E-05
44	1,6775	-2,84E-03	2,814006	26,229508	2945,7556	44	3,81E-02	-2,75E-05
46	1,6825	3,41E-03	2,830806	27,340267	-3922,077	46	3,66E-02	1,05E-04
48	1,6925	-3,29E-03	2,864556	28,360414	3902,0107	48	3,53E-02	-4,18E-05
50	1,6975	2,24E-03	2,881506	29,455081	-3372,284	50	3,40E-02	7,01E-05
52	1,705	-1,92E-03	2,907025	30,498534	3062,0339	52	3,28E-02	-1,55E-05
54	1,71	1,70E-03	2,9241	31,578947	-2370,769	54	3,17E-02	5,15E-05
56	1,7175	-1,13E-03	2,949806	32,605531	409,5623	56	3,07E-02	-3,48E-06
58	1,7225	-9,48E-04	2,967006	33,671988	9198,0706	58	2,97E-02	8,80E-07
60	1,725	1,17E-03	2,975625	34,782609	-9382,342	60	2,88E-02	3,46E-05
62	1,73	2,30E-05	2,9929	35,83815	3,4772892	62	2,79E-02	1,30E-05
64	1,735	-1,26E-03	3,010225	36,887608	9158,6921	64	2,71E-02	-7,09E-06
66	1,7375	1,27E-03	3,018906	37,985612	-9329,996	66	2,63E-02	3,07E-05
68	1,7425	-7,29E-05	3,036306	39,02439	372,83551	68	2,56E-02	8,45E-06
70	1,7475	-9,79E-04	3,053756	40,057225	7638,1108	70	2,50E-02	-4,47E-06
72	1,75	2,40E-04	3,0625	41,142857	-1922,624	72	2,43E-02	1,24E-05
74	1,7525	1,93E-05	3,071256	42,225392	-306,0399	74	2,37E-02	8,29E-06
76	1,755	-3,17E-04	3,080025	43,304843	2781,9171	76	2,31E-02	3,62E-06
78	1,7575	1,25E-03	3,088806	44,381223	-11172,83	78	2,25E-02	2,26E-05
80	1,7625	-9,28E-04	3,106406	45,390071	9860,2644	80	2,20E-02	-5,28E-06
84	1,7675	2,85E-04	3,124056	47,524752	-6615,373	84	2,10E-02	9,04E-06
90	1,775	-3,31E-04	3,150625	50,704225	15181,762	90	1,97E-02	8,76E-07
94	1,7775	2,91E-04	3,159506	52,883263	-16498,48	94	1,89E-02	7,18E-06
100	1,785	-1,26E-04	3,186225	56,022409	10205,348	100	1,79E-02	2,06E-06
120	1,7975	5,17E-05	3,231006	66,759388	-6361,74	120	1,50E-02	2,40E-06
140	1,8125	-4,37E-05	3,285156	77,241379	9687,7317	140	1,29E-02	8,94E-07
160	1,82	1,08E-05	3,3124	87,912088	-1612,849	160	1,14E-02	9,39E-07
180	1,8275	6,73E-07	3,339756	98,495212	-4265,246	180	1,02E-02	5,88E-07
200	1,835	-1,35E-05	3,367225	108,99183	17598,278	200	9,17E-03	3,77E-07
220	1,84	1,57E-05	3,3856	119,56522	-18319,49	220	8,36E-03	4,01E-07
240	1,8475	-1,17E-05	3,413256	129,90528	5564,7879	240	7,70E-03	2,02E-07
260	1,8525	-6,34E-06	3,431756	140,35088	61483,451	260	7,13E-03	1,82E-07
280	1,855	-4,15E-07	3,441025	150,9434	-5224,419	280	6,63E-03	1,65E-07
300	1,8575	8,00E-06	3,450306	161,5074	-43498,05	300	6,19E-03	1,57E-07
340	1,8675	-5,06E-06	3,487556	182,06158	15517,036	340	5,49E-03	7,36E-08
400	1,875	-9,83E-07	3,515625	213,33333	105709,46	400	4,69E-03	5,53E-08
440	1,8775	3,13E-06	3,525006	234,35419	-169857	440	4,27E-03	4,92E-08
500	1,885	-3,51E-06	3,553225	265,25199	173884,44	500	3,77E-03	2,19E-08
540	1,8875	3,50E-06	3,562656	286,09272	-170864,3	540	3,50E-03	2,97E-08
600	1,895	-3,07E-06	3,591025	316,62269	157778,54	600	3,16E-03	1,14E-08
640	1,8975	7,34E-07	3,600506	337,2859	-50359,53	640	2,96E-03	1,55E-08
700	1,9025	1,68E-06	3,619506	367,93693	-106543,2	700	2,72E-03	1,28E-08
740	1,9075	-3,27E-06	3,638556	387,94233	298499,38	740	2,58E-03	4,68E-09
800	1,91	1,46E-06	3,6481	418,84817	-200309,8	800	2,39E-03	9,26E-09
840	1,9125	7,57E-07	3,657656	439,21569	-192437,8	840	2,28E-03	6,99E-09
900	1,9175	-1,41E-06	3,676806	469,36115	502330,15	900	2,13E-03	3,58E-09

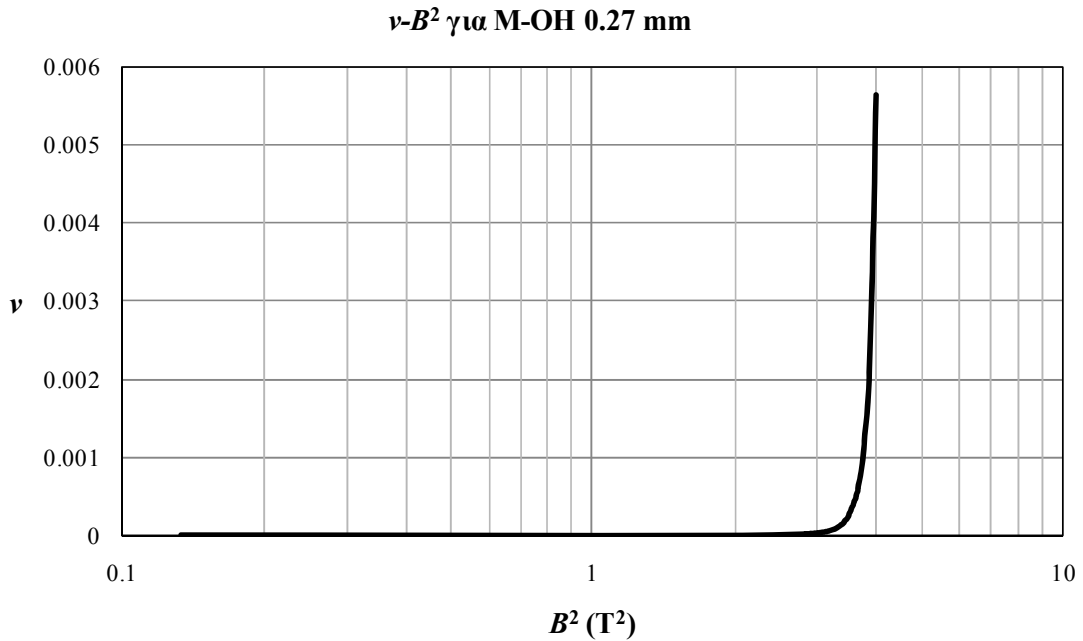
1000	1,92	5,59E-07	3,6864	520,83333	-255009,7	1000	1,92E-03	4,25E-09
1200	1,93	-2,21E-07	3,7249	621,76166	84351,485	1200	1,61E-03	1,87E-09
1400	1,9375	-4,97E-08	3,753906	722,58065	122555,85	1400	1,38E-03	1,34E-09
1600	1,9425	4,47E-08	3,773306	823,68082	-200936,5	1600	1,21E-03	9,34E-10
1800	1,9475	-1,29E-07	3,792756	924,26187	668105,95	1800	1,08E-03	5,81E-10
2000	1,95	9,65E-08	3,8025	1025,641	-379854,5	2000	9,75E-04	5,16E-10
2400	1,96	-3,74E-08	3,8416	1224,4898	-33660,74	2400	8,17E-04	2,45E-10
3000	1,97	-2,30E-08	3,8809	1522,8426	894821,58	3000	6,57E-04	1,32E-10
3400	1,9725	1,47E-08	3,890756	1723,7009	-1007149	3400	5,80E-04	1,02E-10
4000	1,9775	-1,29E-08	3,910506	2022,756	982066,16	4000	4,94E-04	5,59E-11
4400	1,98	1,12E-08	3,9204	2222,2222	-830853,3	4400	4,50E-04	4,80E-11
5000	1,985	-7,99E-09	3,940225	2518,8917	428197,53	5000	3,97E-04	2,88E-11
5400	1,9875	-8,13E-09	3,950156	2716,9811	2102306,6	5400	3,68E-04	2,35E-11
6000	1,99	1,16E-08	3,9601	3015,0754	-2778364	6000	3,32E-04	1,95E-11
7000	1,9975	-1,22E-08	3,990006	3504,3805	3973427,6	7000	2,85E-04	9,47E-12
8000	2	7,26E-09	4	4000	-3462081	8000	2,50E-04	8,31E-12
9000	2,005	-1,81E-09	4,020025	4488,7781	850830,55	9000	2,23E-04	6,09E-12
10000	2,01	0,00E+00	4,0401	4975,1244	0,00E+00	10000	2,01E-04	0,00E+00

**Πίνακας 3.2:** Έξοδος του κώδικα των κυβικών splines για τη λαμαρίνα M-OH.

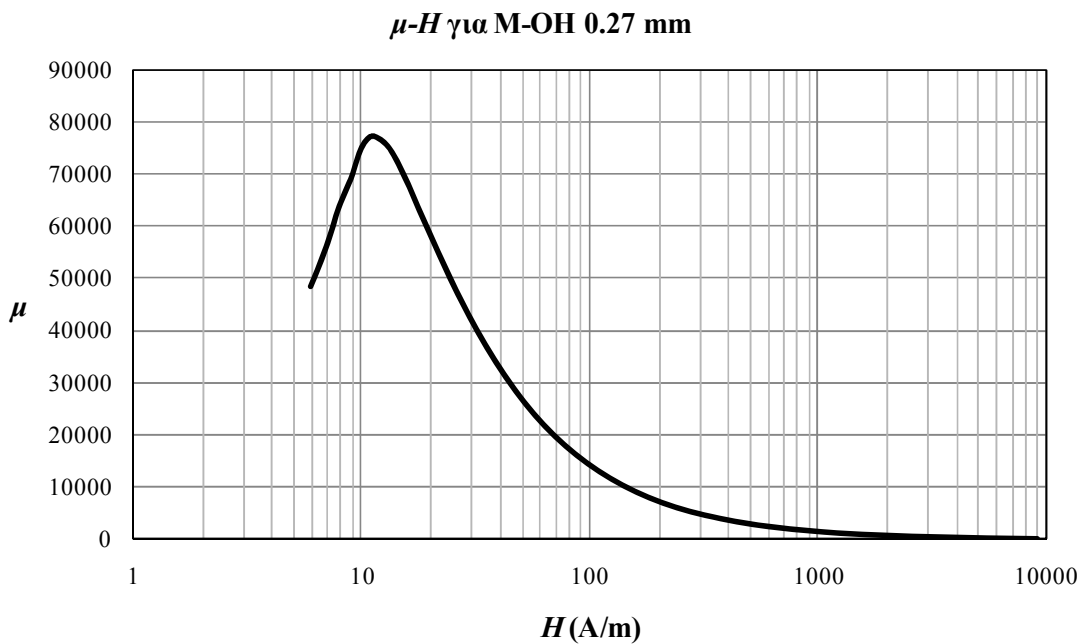
Τέλος στα επόμενα τρία γραφήματα απεικονίζονται διαδοχικά οι χαρακτηριστικές της καμπύλης κανονικής μαγνήτισης  $B - H$ , της ειδικής μαγνητικής αντίστασης συναρτήσεως του τετραγώνου της μαγνητικής επαγωγής  $\nu - B^2$  και της σχετικής μαγνητικής διαπερατότητας συναρτήσεως της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $\mu - H$  για την υψηλής μαγνήτισης μαγνητική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων M-OH 0.27 mm.



**Σχήμα 3.5:** Χαρακτηριστική μαγνήτισης  $B - H$  για τη λαμαρίνα M-OH 0.27 mm.



**Σχήμα 3.6:** Χαρακτηριστική  $\nu - B^2$  για τη λαμαρίνα M-OH 0.27 mm.



**Σχήμα 3.7:** Χαρακτηριστική  $\mu - H$  για τη λαμαρίνα M-OH 0.27 mm.

### 3.6 ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΜΑΓΝΗΤΙΣΗΣ

Προκειμένου να λυθεί το μη γραμμικό μαγνητοστατικό πρόβλημα πεπερασμένων στοιχείων θα πρέπει να είναι γνωστή η τιμή της ειδικής μαγνητικής αντίστασης ή η τιμή της μαγνητικής διαπερατότητας για πολύ υψηλές τιμές της μαγνητικής επαγωγής και της έντασης του μαγνητικού πεδίου αντίστοιχα. Αυτό είναι απαραίτητο διότι κατά τις αρχικές επαναλήψεις της μεθόδου Newton-Raphson το μέτρο της μαγνητικής επαγωγής και της

έντασης του μαγνητικού πεδίου παίρνει πολύ μεγάλες τιμές. Επίσης, παρότι οι πρακτικές ηλεκτρομαγνητικές συσκευές που χρησιμοποιούν σιδηρομαγνητικά υλικά λειτουργούν σε μαγνητική επαγωγή μικρότερη των 1,8 T, ένας κώδικας πεπερασμένων στοιχείων για λόγους πληρότητας, θα πρέπει να υπολογίζει με μεγάλη ακρίβεια την πεδιακή κατανομή ακόμα και σε πολύ υψηλά επίπεδα μαγνητικής επαγωγής τα οποία δεν έχουν φυσική σημασία ή πρακτική εφαρμογή.

Από τα παραπάνω είναι φανερό ότι θα πρέπει να αναπτυχθεί μία γενικευμένη μακροσκοπική αναπαράσταση των σιδηρομαγνητικών υλικών. Η λύση είναι να αναπτυχθεί μία σύνθετη συνάρτηση για την περιγραφή της ειδικής μαγνητικής αντίστασης και της μαγνητικής διαπερατότητας [3.8]. Πιο συγκεκριμένα για μηδενική μαγνητική επαγωγή και ένταση μαγνητικού πεδίου, μέχρι τη  $n$ -ιοστή τιμή  $B_n$  και  $H_n$  αντίστοιχα, που προκύπτει από φύλλα προδιαγραφών ή πειράματα, η ειδική μαγνητική αντίσταση και η μαγνητική διαπερατότητα προσεγγίζονται από κυβικές splines. Από τη  $n$ -ιοστή τιμή της μαγνητικής επαγωγής και της έντασης του μαγνητικού πεδίου μέχρι το άπειρο χρησιμοποιείται μία άλλη συνάρτηση παρεμβολής. Η παρακάτω ανάλυση αφορά την αναπαράσταση της ειδικής μαγνητικής αντίστασης που χρησιμοποιείται στη δισδιάστατη μη γραμμική ανάλυση.

Η παρεμβολή που συνήθως χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση της ειδικής μαγνητικής αντίστασης σε υψηλές τιμές της μαγνητικής επαγωγής, είναι η γραμμική παρεμβολή [3.5], [3.6], [3.9]. Αρχικά υπολογίζεται η παράγωγος της ειδικής μαγνητικής αντίστασης  $v(B^2)$ , για τη  $n$ -ιοστή τιμή του τετραγώνου της μαγνητικής επαγωγής  $B_n^2$ . Πιο συγκεκριμένα από την εξίσωση (3.14) και θέτοντας  $i = n - 1$ :

$$h = B_{n-1+1}^2 - B_{n-1}^2 \quad (3.21-1)$$

$$\left. \frac{dv(B^2)}{dB^2} \right|_{B_n^2} = -d_{n-1} \frac{3(B_{n-1+1}^2 - B_n^2)^2}{6h} + d_{n-1+1} \frac{3(B_n^2 - B_{n-1}^2)^2}{6h} + \left( \frac{v_{n-1+1}}{h} - \frac{d_{n-1+1}h}{6} \right) - \left( \frac{v_{n-1}}{h} - \frac{d_{n-1}h}{6} \right) \quad (3.21-2)$$

Απλοποιώντας την (3.21-2) προκύπτει:

$$\left. \frac{dv(B^2)}{dB^2} \right|_{B_n^2} = -d_{n-1} \frac{3(B_n^2 - B_n^2)^2}{6h} + d_n \frac{3(B_n^2 - B_{n-1}^2)^2}{6h} + \left( \frac{v_n}{h} - \frac{d_n h}{6} \right) - \left( \frac{v_{n-1}}{h} - \frac{d_{n-1} h}{6} \right) \quad (3.22)$$

Δεδομένου ότι ο πρώτος όρος στο δεξί μέρος της (3.22) είναι ίσος με το μηδέν και χρησιμοποιώντας την (3.21-1) προκύπτει:

$$\left. \frac{dv(B^2)}{dB^2} \right|_{B_n^2} = d_n \frac{3h^2}{6h} + \left( \frac{v_n}{h} - \frac{d_n h}{6} \right) - \left( \frac{v_{n-1}}{h} - \frac{d_{n-1} h}{6} \right) \quad (3.23)$$

Απλοποιώντας περαιτέρω την (3.23) προκύπτει η παράγωγος της ειδικής μαγνητικής αντίστασης στο σημείο  $B_n^2$ .

$$\left. \frac{dv(B^2)}{dB^2} \right|_{B_n^2} = - \left( \frac{v_{n-1} - v_n}{h} \right) + (d_{n-1} + 2d_n) \frac{h}{6} \quad (3.24)$$



Η εξίσωση (3.24) μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω δεδομένου ότι  $d_n = 0$ , όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 3.3.

$$\left. \frac{dv(B^2)}{dB^2} \right|_{B_n^2} = -\left( \frac{v_{n-1} - v_n}{h} \right) + \frac{d_{n-1}h}{6} \quad (3.25)$$

Γνωρίζοντας την παράγωγο της ειδικής μαγνητικής αντίστασης στο σημείο  $B_n^2$ , είναι δυνατή και η εύρεση της ειδικής μαγνητικής αντίστασης για τιμές του τετραγώνου της μαγνητικής επαγωγής  $B^2 > B_n^2$ , από την εξίσωση (3.26).

$$v(B^2) = v_n + (B^2 - B_n^2) \cdot \left. \frac{dv(B^2)}{dB^2} \right|_{B_n^2} \quad (3.26)$$

Όπως φαίνεται και από την εξίσωση (3.26), η ειδική μαγνητική αντίσταση για  $B^2 > B_n^2$ , περιγράφεται από μία ευθεία με θετική κλίση ίση με την τιμή της παραγώγου της ειδικής μαγνητικής αντίστασης στο σημείο  $B_n^2$ . Αν και με την παραπάνω τεχνική επιτυγχάνεται η επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων πεπερασμένων στοιχείων και προκύπτει η ορθή πεδιακή κατανομή για μεγάλο εύρος της μαγνητικής επαγωγής, αρκετά μεγαλύτερο από  $B_n^2$ , παρουσιάζονται αριθμητικά προβλήματα στη σύγκλιση αλλά και στην πεδιακή κατανομή όταν η μαγνητική επαγωγή είναι πολύ υψηλή. Πιο συγκεκριμένα, όπως φαίνεται και από την εξίσωση (3.27), καθώς η μαγνητική επαγωγή τείνει στο άπειρο η ειδική μαγνητική αντίσταση θα τείνει στο άπειρο, δηλαδή η μαγνητική διαπερατότητα θα τείνει στο μηδέν.

$$\lim_{B \rightarrow \infty} \left( v_n + (B^2 - B_n^2) \cdot \left. \frac{dv(B^2)}{dB^2} \right|_{B_n^2} \right) = \infty \quad (3.27)$$

Το παραπάνω είναι σαφώς εσφαλμένο. Πιο συγκεκριμένα για σιδηρομαγνητικά υλικά θα ισχύει για τη μαγνητική επαγωγή:

$$B = \mu_0(M + H) \quad (3.28)$$

Ξαναγράφοντας την (3.28) προκύπτει η σχέση που ισχύει για την ένταση του μαγνητικού πεδίου:

$$H = \nu_0 B - M \quad (3.29)$$

Συνεπώς από τις εξισώσεις (3.16) και (3.29), το όριο της ειδικής μαγνητικής αντίστασης όταν η μαγνητική επαγωγή τείνει στο άπειρο θα δίνεται από:

$$\lim_{B \rightarrow \infty} \frac{H}{B} = \lim_{B \rightarrow \infty} \frac{\nu_0 B - M}{B} \quad (3.30)$$

Επειδή η μαγνήτιση  $M$ , καθώς η μαγνητική επαγωγή τείνει στο άπειρο είναι πολύ μικρότερη από το γινόμενο  $\nu_0 B$ , δηλαδή  $M \ll \nu_0 B$ , η εξίσωση (3.30) απλοποιείται στην επόμενη εξίσωση:

$$\lim_{B \rightarrow \infty} \frac{\nu_0 B}{B} = \nu_0 \quad (3.31)$$

Από τη σχέση (3.31) φαίνεται καθαρά ότι καθώς η μαγνητική επαγωγή τείνει στο άπειρο, η ειδική μαγνητική αντίσταση θα τείνει στην τιμή  $\nu_0$ , ή ισοδύναμα η σχετική ειδική μαγνητική αντίσταση θα τείνει στη μονάδα. Συνεπώς θα πρέπει η ειδική μαγνητική αντίσταση να εκφραστεί με μία συνάρτηση η οποία να τείνει στη μονάδα όταν η μαγνητική επαγωγή τείνει στο άπειρο. Στην παρούσα εργασία προτείνεται η ειδική μαγνητική αντίσταση, όταν  $B^2 > B_n^2$ , να δίνεται από την παρακάτω συνάρτηση:

$$\nu(B^2) = 1 - \exp[-(aB^2 + b)] \quad (3.32)$$

όπου  $a$  και  $b$ , είναι παράμετροι της συνάρτησης παρεμβολής.

Η συνάρτηση που περιγράφεται από την εξίσωση (3.32) είναι συνεχής, είναι δύο φορές παραγωγίσιμη και επιπλέον η πρώτη παράγωγος αυτής είναι συνεχής συνάρτηση. Επίσης καθώς η μαγνητική επαγωγή τείνει στο άπειρο η ειδική μαγνητική αντίσταση τείνει στη μονάδα:

$$\lim_{B \rightarrow \infty} (1 - \exp[-(aB^2 + b)]) = 1 \quad (3.33)$$

εφόσον ισχύει:

$$\lim_{B \rightarrow \infty} \exp[-(aB^2 + b)] = 0 \quad (3.34)$$

Η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης (3.32) δίνεται από:

$$\frac{d\nu(B^2)}{dB^2} = a \exp[-(aB^2 + b)] \quad (3.35)$$

Οι παράμετροι  $a$  και  $b$ , είναι άγνωστοι οι οποίοι πρέπει να υπολογιστούν. Παρακάτω δίνεται η συστηματική διαδικασία υπολογισμού των συγκεκριμένων παραμέτρων.

Η  $n$ -ιοστή τιμή του τετραγώνου της μαγνητικής αντίστασης, δηλαδή στο σημείο  $B_n^2$ , θα είναι ίση με:

$$\nu(B_n^2) = 1 - \exp[-(aB_n^2 + b)] \quad (3.36)$$

Η πρώτη παράγωγος της μαγνητικής αντίστασης στο  $B_n^2$  θα είναι ίση με:

$$\left. \frac{d\nu(B^2)}{dB^2} \right|_{B_n^2} = a \exp[-(aB_n^2 + b)] \quad (3.37)$$

Απαραίτητες προϋποθέσεις για την επίλυση του μη γραμμικού προβλήματος με την επαναληπτική μέθοδο Newton-Raphson, είναι η σύνθετη συνάρτηση που εκφράζει την ειδική μαγνητική αντίσταση, να είναι παντού συνεχής καθώς και η πρώτη παράγωγος αυτής να είναι παντού συνεχής. Συνεπώς η σύνθετη συνάρτηση της ειδικής μαγνητικής αντίστασης και η πρώτη παράγωγος αυτής, θα πρέπει να είναι συνεχής και στο σημείο  $B_n^2$ . Αυτό σημαίνει ότι

η τιμή της συνάρτησης (3.32) και η τιμή της πρώτης παραγώγου αυτής στο σημείο  $B_n^2$  είναι γνωστές από την παρεμβολή με κυβικές splines, εξίσωση (3.24). Από την εξίσωση (3.37) προκύπτει ότι:

$$\exp[-(aB_n^2 + b)] = \frac{\left. \frac{dv(B^2)}{dB^2} \right|_{B_n^2}}{a} \quad (3.38)$$

Συνδυάζοντας την εξίσωση (3.38) και την εξίσωση (3.36), που δίνει τη  $n$ -ιοστή τιμή της ειδικής μαγνητικής αντίστασης, προκύπτει ότι:

$$a = \frac{\left. \frac{dv(B^2)}{dB^2} \right|_{B_n^2}}{1 - \nu(B_n^2)} \quad (3.39)$$

Η παράμετρος  $b$  υπολογίζεται συνδυάζοντας την εξίσωση (3.38) και την εξίσωση (3.39), οπότε θα προκύψει διαδοχικά:

$$\frac{\left. \frac{dv(B^2)}{dB^2} \right|_{B_n^2}}{a} = \exp[-(aB_n^2 + b)] \quad (3.40)$$

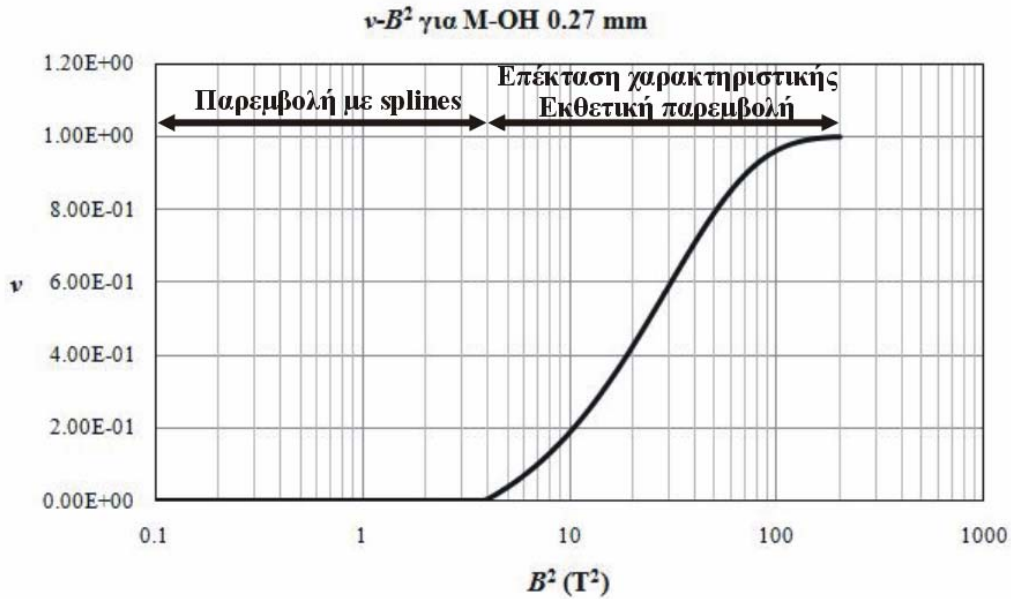
$$\ln \left( \frac{\left. \frac{dv(B^2)}{dB^2} \right|_{B_n^2}}{a} \right) = -aB_n^2 - b \quad (3.41)$$

$$b = -aB_n^2 - \ln \left( \frac{\left. \frac{dv(B^2)}{dB^2} \right|_{B_n^2}}{a} \right) \quad (3.42)$$

Ισοδύναμα η παράμετρος  $b$  δίνεται και από την κάτωτι εξίσωση:

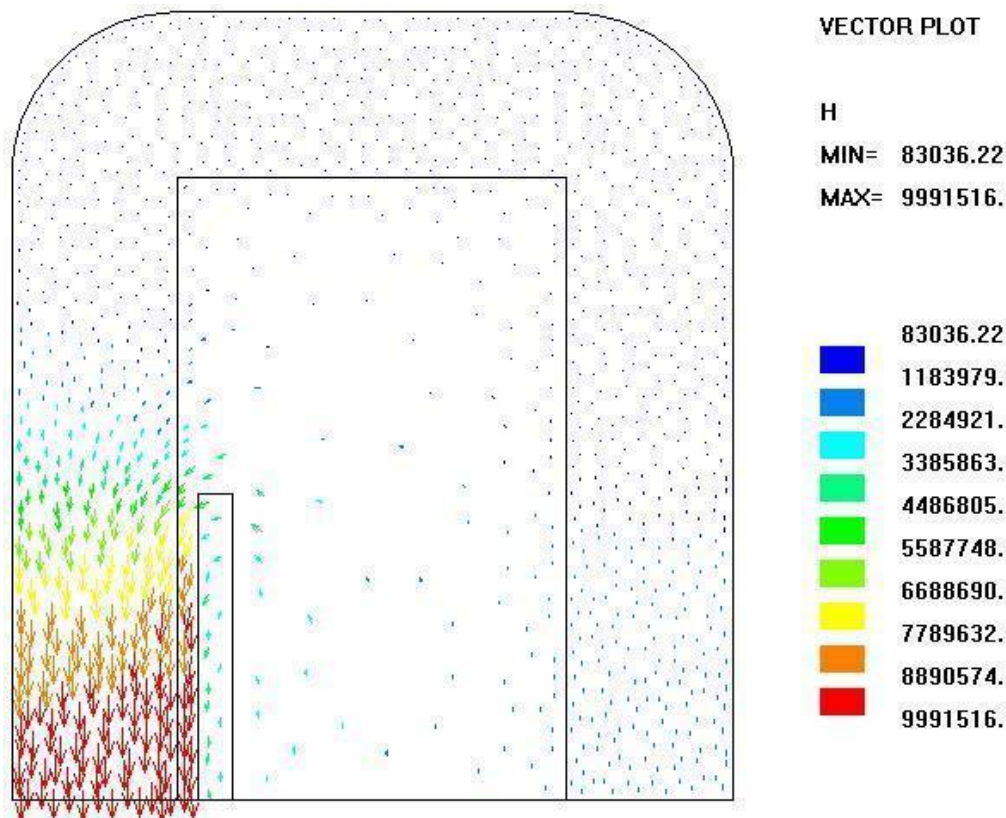
$$b = -aB_n^2 - \ln(1 - \nu(B_n^2)) \quad (3.43)$$

Στο σχήμα 3.8 απεικονίζεται η σύνθετη χαρακτηριστική  $\nu - B^2$  που δόθηκε παραπάνω, για τη μαγνητική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων M-OH πάχους 0.27 mm. Απεικονίζονται επίσης οι δύο περιοχές στις οποίες χωρίζεται η σύνθετη χαρακτηριστική. Η  $n$ -ιοστή τιμή του τετραγώνου της μαγνητικής επαγωγής είναι ίση με  $B_n^2 = 4,04 T^2$ . Για την περιοχή  $0 < B^2 < B_n^2$ , η ειδική μαγνητική αντίσταση προσεγγίζεται με κυβικές splines, ενώ για την περιοχή  $B^2 > B_n^2$  η ειδική μαγνητική αντίσταση προσεγγίζεται από την εκθετική συνάρτηση της εξίσωσης (3.32).

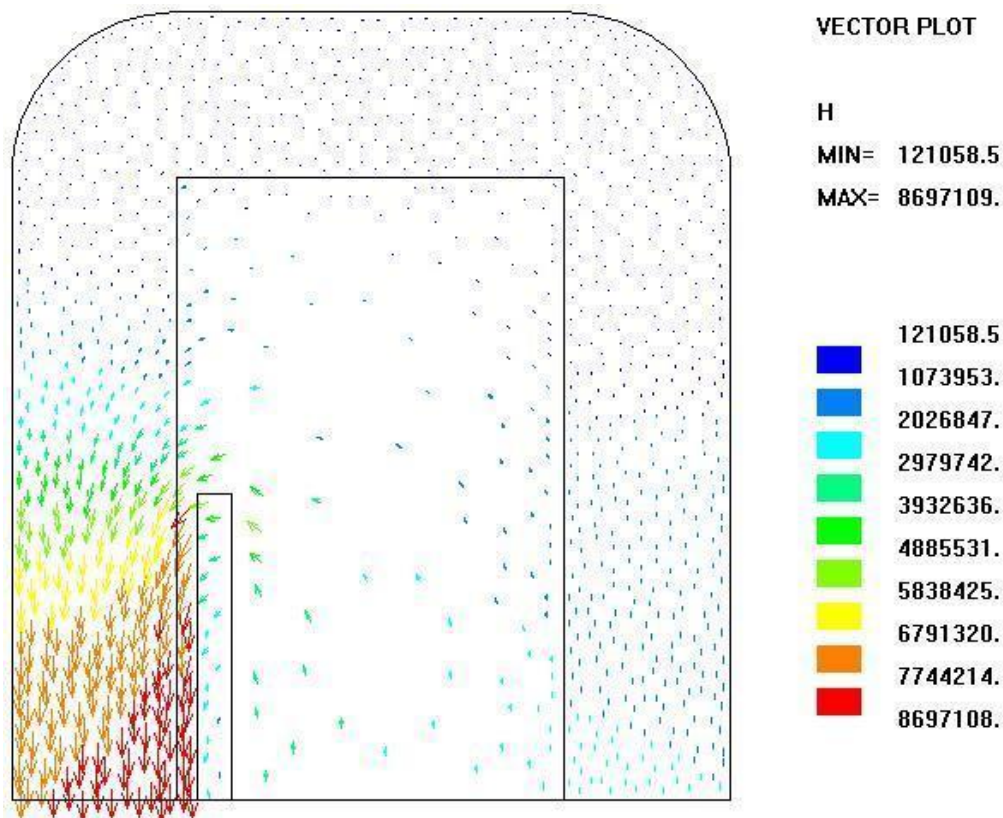


**Σχήμα 3.8:** Σύνθετη χαρακτηριστική  $\nu - B^2$  για τη λαμαρίνα M-OH 0.27 mm.

Στα σχήματα 3.9, 3.10 απεικονίζεται η λανθασμένη και η ορθή διανυσματική κατανομή της έντασης του μαγνητικού πεδίου, μονοφασικού μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα, τύπου κελύφους, για μεγάλη τιμή μαγνητικής επαγωγής. Η λανθασμένη κατανομή προέκυψε με χρήση της γραμμικής παρεμβολής για την επέκταση της καμπύλης ειδικής μαγνητικής αντίστασης, ενώ η ορθή κατανομή προέκυψε με χρήση της συνάρτησης (3.32). Οι δύο κατανομές παρουσιάζουν μεγάλη διαφορά μεταξύ τους.



**Σχήμα 3.9:** Λανθασμένη διανυσματική κατανομή  $H$ .



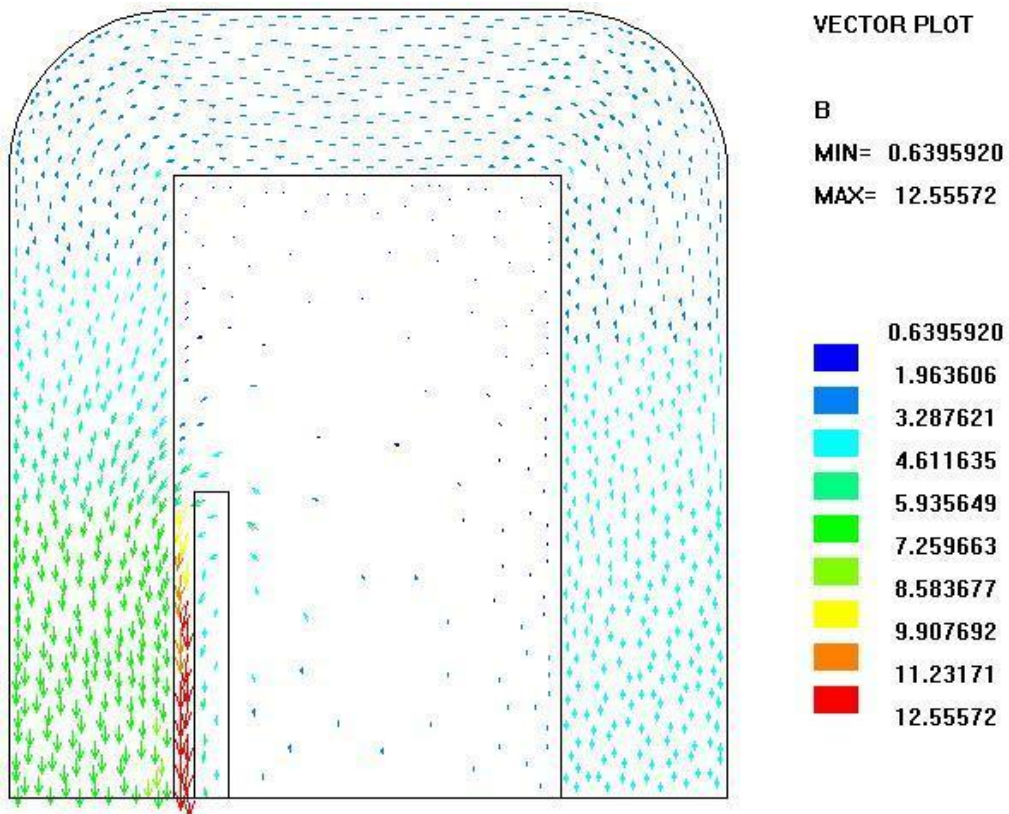
Σχήμα 3.10: Ορθή διανυσματική κατανομή  $H$ .

Στα σχήματα 3.11, 3.12 απεικονίζεται η λανθασμένη και η ορθή διανυσματική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής, μονοφασικού μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα, τύπου κελύφους. Η μέγιστη τοπική τιμή της μαγνητικής επαγωγής είναι 12,56 T και 10,93 T αντίστοιχα, πολύ υψηλότερη της τιμής κορεσμού μίας μαγνητικής λαμαρίνας κατευθυνόμενων κόκκων. Η διαφορά μεταξύ των δύο κατανομών είναι εμφανής.

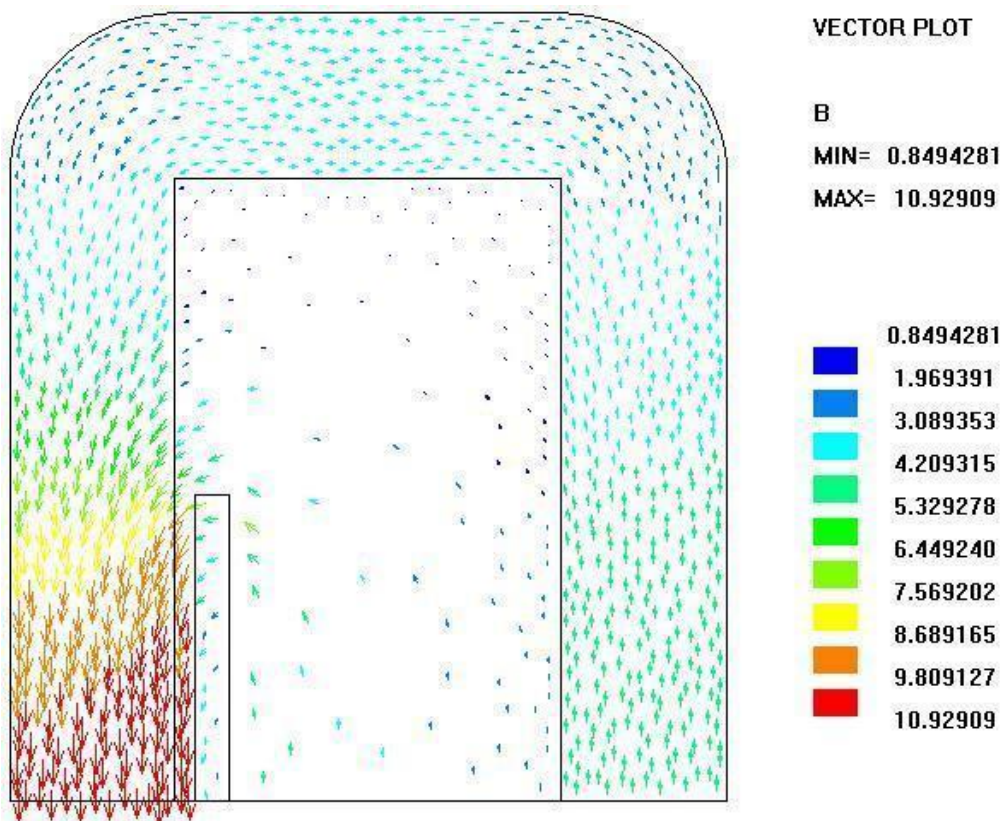
Παρατηρώντας την κατανομή της μαγνητικής επαγωγής του σχήματος 3.11, φαίνεται καθαρά ότι η μαγνητική επαγωγή είναι μεγαλύτερη στην περιοχή του αέρα από ότι στην περιοχή του σιδηρομαγνητικού υλικού. Αυτό συμβαίνει διότι η σχετική ειδική μαγνητική αντίσταση έχει πάρει τιμή υψηλότερης της μονάδας λόγω της γραμμικής παρεμβολής που υιοθετήθηκε για την επέκταση της καμπύλης  $\nu - B^2$ . Από τα παραπάνω συνεπάγεται ότι προέκυψε μία λανθασμένη κατανομή όπου φαίνεται ότι η σχετική μαγνητική διαπερατότητα της μαγνητικής λαμαρίνας είναι μικρότερη της μονάδας. Το παραπάνω πρόβλημα λύνεται με χρήση της συνάρτησης (3.32) για την επέκταση της καμπύλης της ειδικής μαγνητικής αντίστασης, όπως φαίνεται και από την κατανομή του σχήματος 3.12.

Η λανθασμένη πεδιακή κατανομή είναι ένα μόνο από τα προβλήματα που προκύπτουν με τη χρήση της γραμμικής παρεμβολής για την επέκταση της καμπύλης  $\nu - B^2$ . Τα άλλα προβλήματα αφορούν τη σύγκλιση της μη γραμμικής ανάλυσης καθώς και αριθμητικά σφάλματα. Για να προκύψουν οι κατανομές της έντασης του μαγνητικού πεδίου και της μαγνητικής επαγωγής των σχημάτων 3.9 και 3.11 αντίστοιχα, απαιτήθηκαν 31 επαναλήψεις. Αντιθέτως για τις κατανομές των σχημάτων 3.10 και 3.12 που προέκυψαν με χρήση της συνάρτησης (3.32) για την επέκταση της καμπύλης της ειδικής μαγνητικής αντίστασης, απαιτήθηκαν μόνο 16 επαναλήψεις. Η σύγκλιση για μεγάλες τιμές της μαγνητικής επαγωγής στην περίπτωση που υιοθετείται η χρήση της γραμμικής παρεμβολής για την επέκταση της καμπύλης  $\nu - B^2$ , είναι πολύ αργή και έχει διπλάσιο υπολογιστικό κόστος σε σχέση με την τεχνική επέκτασης της καμπύλης  $\nu - B^2$  που παρουσιάστηκε στην παρούσα παράγραφο.





Σχήμα 3.11: Λανθασμένη διανυσματική κατανομή  $B$ .



Σχήμα 3.12: Ορθή διανυσματική κατανομή  $B$ .

Κατά τις πρώτες επαναλήψεις της μεθόδου Newton-Raphson, ακόμα και για μικρές τιμές διέγερσης, η μαγνητική επαγωγή παίρνει πολύ μεγάλες τιμές με αποτέλεσμα και η ειδική μαγνητική αντίσταση να πάρει μεγάλες τιμές, στην περίπτωση βεβαίως που επιλέγεται η γραμμική επέκταση της καμπύλης  $\nu - B^2$ .

Το παραπάνω γίνεται πιο έντονο όταν οι διεγέρσεις είναι πολύ υψηλής τιμής, δηλαδή όταν τα επίπεδα μαγνητικής επαγωγής της τελικής λύσης του προβλήματος είναι υψηλά. Στη συγκεκριμένη περίπτωση η ειδική μαγνητική αντίσταση μπορεί να πάρει τόσο μεγάλες τιμές ώστε να προκληθεί υπερχείλιση (overflow) εφόσον ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής μπορεί να χειριστεί αριθμούς πεπερασμένου μεγέθους.

Μία εύκολη λύση για το συγκεκριμένο πρόβλημα θα ήταν ο περιορισμός της μέγιστης τιμής της ειδικής μαγνητικής αντίστασης, δηλαδή να τεθεί μία σταθερή τιμή για τη σχετική ειδική μαγνητική αντίσταση, μικρότερη ή ίση με τη μονάδα, για μεγάλες τιμές της μαγνητικής επαγωγής. Η συγκεκριμένη εναλλακτική λύση εφαρμόστηκε στα πλαίσια της διατριβής αλλά προέκυψαν πολλά προβλήματα στη σύγκλιση του μη γραμμικού προβλήματος αλλά και στην ακρίβεια της λύσης της μαγνητοστατικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων.

Τα προαναφερθέντα μειονεκτήματα λύνονται με υιοθέτηση της τεχνικής που παρουσιάστηκε στη παρούσα παράγραφο για τη γενικευμένη μακροσκοπική αναπαράσταση των σιδηρομαγνητικών υλικών. Πιο συγκεκριμένα επιλέγοντας τη συνάρτηση (3.32) για την επέκταση της καμπύλης  $\nu - B^2$ , δεν δημιουργούνται προβλήματα σύγκλισης ούτε προβλήματα υπερχείλισης, ανεξάρτητα από το επίπεδο της μαγνητικής επαγωγής της τελικής λύσης του προβλήματος πεπερασμένων στοιχείων.

### 3.7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάστηκε μία τεχνική για τη γενικευμένη μακροσκοπική αναπαράσταση σιδηρομαγνητικών υλικών. Με τη χρήση αυτής της τεχνικής είναι εφικτή η αποδοτική επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων πεπερασμένων στοιχείων με τη μέθοδο Newton-Raphson.

Πιο συγκεκριμένα, η μακροσκοπική αναπαράσταση των σιδηρομαγνητικών υλικών επιτυγχάνεται με την προσέγγιση της ειδικής μαγνητικής αντίστασης ή της μαγνητικής διαπερατότητας μέσω μίας σύνθετης συνάρτησης με ανεξάρτητη μεταβλητή το τετράγωνο της μαγνητικής επαγωγής και την ένταση του μαγνητικού πεδίου αντίστοιχα. Τα δεδομένα που προκύπτουν από την κανονική καμπύλη μαγνήτισης, είτε πειραματικά είτε από φύλλα προδιαγραφών, προσεγγίζονται από κυβικές splines.

Οι κυβικές splines αποτελούν μία δημοφιλή αριθμητική τεχνική για την προσέγγιση οποιοσδήποτε συνεχούς συνάρτησης. Στη παρούσα διατριβή θα χρησιμοποιηθούν, για την προσέγγιση της κανονικής καμπύλης μαγνήτισης  $B - H$ , της ειδικής μαγνητικής αντίστασης  $\nu - B^2$ , της μαγνητικής διαπερατότητας  $\mu - H$ , της αντίστροφης καμπύλης μαγνήτισης  $H - B$  και των τοπικών ειδικών απωλειών  $P - B$ . Η επέκταση των καμπύλων της ειδικής μαγνητικής αντίστασης  $\nu - B^2$  και της μαγνητικής διαπερατότητας  $\mu - H$ , πέρα από τα δεδομένα που προκύπτουν πειραματικά ή από φύλλα προδιαγραφών, είναι απαραίτητη για την επίλυση του μη γραμμικού προβλήματος.

Οι τεχνικές που συνήθως χρησιμοποιούνται δεν είναι αποδοτικές με αποτέλεσμα να προκύπτουν λανθασμένες πεδιακές κατανομές, να αυξάνεται σημαντικά το υπολογιστικό κόστος (άνω του 100%) και τέλος να ανακύπτουν αριθμητικά σφάλματα όπως η υπερχείλιση, όταν η διέγερση του προβλήματος πεπερασμένων στοιχείων παίρνει πολύ υψηλές τιμές.

Τα παραπάνω προβλήματα δεν αναφέρονται στη διεθνή βιβλιογραφία ούτε δίνονται λεπτομέρειες για κάποια αριθμητική τεχνική προκειμένου να ξεπεραστούν. Στο παρόν κεφάλαιο αναπτύχθηκε μία μέθοδος επέκτασης της καμπύλης της ειδικής μαγνητικής αντίστασης η οποία επιλύει τα παραπάνω προβλήματα. Με χρήση της συγκεκριμένης τεχνικής, η οποία εφαρμόστηκε επιτυχώς στις αναφορές [3.10]-[3.12], επιτυγχάνεται η ορθή εύρεση της πεδιακής κατανομής για υψηλές τιμές διέγερσης, σημαντική βελτίωση στη σύγκλιση του μη γραμμικού προβλήματος και απαλείφονται τα αριθμητικά σφάλματα.



### 3.8 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [3.1] N. A. Demerdash and T. W. Nehl, "Nonlinear three dimensional magnetic vector potential finite element solution of field problems including experimental verification," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 17, no. 6, pp. 3408-3410, Nov. 1981.
- [3.2] O. A. Mohammed and N. A. Demerdash, "An extremely fast technique for nonlinear three dimensional finite element magnetic field computations," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 23, no. 5, pp. 3575-3577, Sep. 1987.
- [3.3] N. A. Demerdash, R. Wang, and M. A. Alhamadi, "An adaptive Newton-Raphson technique for combined vector-scalar potential solutions of large scale 3D magnetic field problems involving anisotropic materials," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 29, no. 2, pp. 1950-1957, Mar. 1993.
- [3.4] M. Chiampi, M. Repetto, and D. Chiarabaglio, "An improved technique for nonlinear magnetic problems," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, no. 6, pp. 4332-4334, Nov. 1994.
- [3.5] P. P. Silvester, R. L. Ferrari, "Finite elements for electrical engineers," Cambridge University Press, 1996.
- [3.6] K. Hameyer, R. Belmans, "Numerical modelling and design of electrical machines and devices," WIT Press, 1999.
- [3.7] Α. Μπακόπουλος, Ι. Χρυσοβέργης, "Εισαγωγή στην αριθμητική ανάλυση," Εκδόσεις Συμμεών, 1999.
- [3.8] O. A. Mohammed, N. A. Demerdash, and T. W. Nehl, "Nonlinear three dimensional field computation methods in laminated iron cores under saturated conditions," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 19, no. 5, pp. 2091-2093, Sep. 1983.
- [3.9] N. Bianchi, "Electrical machine analysis using finite elements," Taylor & Francis Group, 2005.
- [3.10] T. D. Kefalas, P. S. Georgilakis, A. G. Kladas, A. T. Souflaris, and D. G. Pappas, "Multiple grade lamination wound core: A novel technique for transformer iron loss minimization using simulated annealing with restarts and an anisotropy model," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 6, pp. 1082-1085, Jun. 2008.
- [3.11] T. Kefalas, M. Tsili, and A. Kladas, "Unification of anisotropy and FEM-BE models for distribution transformer optimization," *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 10, no. 5, pp. 1143-1148, May 2008.
- [3.12] T. Kefalas and A. Kladas, "FEM package for iron loss evaluation and minimization of two grade lamination wound cores," *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 10, no. 5, pp. 1197-1202, May 2008.



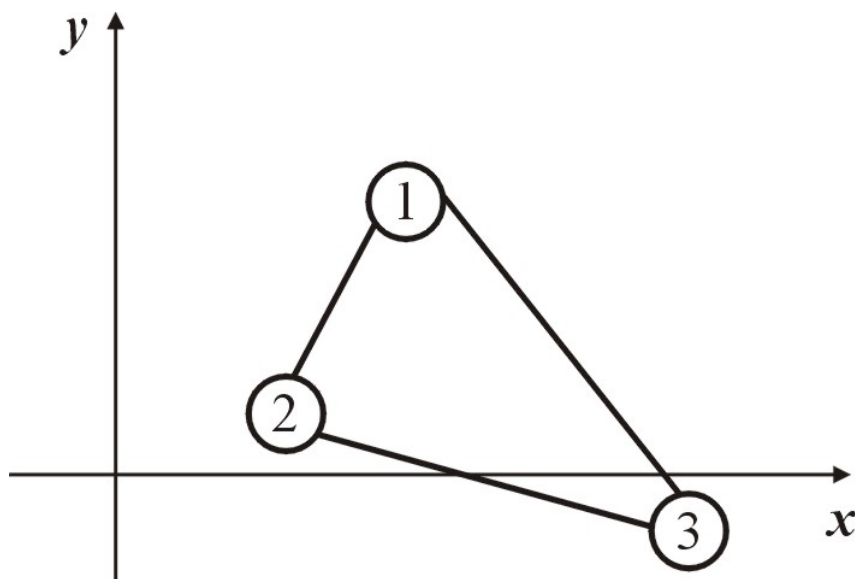
## ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

### 4.1 ΤΡΙΓΩΝΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ

Για να προκύψει μία λύση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων η περιοχή του δισδιάστατου προβλήματος πρέπει να διαιρεθεί αρχικά σε στοιχεία με τριγωνική γεωμετρία. Έπειτα το δυναμικό  $U$  εκφράζεται με ένα συστηματικό τρόπο για ένα δεδομένο στοιχείο και τέλος η κατανομή του δυναμικού σε όλα τα στοιχεία αλληλοσυνδέεται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε το δυναμικό να είναι συνεχές στο σύνορο διαδοχικών στοιχείων.

Στο εσωτερικό ενός τυπικού τριγωνικού στοιχείου, που φαίνεται στο σχήμα 4.1, το δυναμικό περιγράφεται από την εξίσωση:

$$U = a + bx + cy \tag{4.1}$$



**Σχήμα 4.1:** Στοιχείο με τριγωνική γεωμετρία στο καρτεσιανό επίπεδο.

Συνεπώς η πραγματική λύση προσεγγίζεται από μία κατά τμήματα πρώτου βαθμού συνάρτηση  $U$ , δηλαδή η πραγματική κατανομή του δυναμικού στο καρτεσιανό επίπεδο μοντελοποιείται μέσω της προσεγγιστικής συνάρτησης (4.1). Αυτή η κατανομή του δυναμικού παραμένει συνεχής σε όλη την περιοχή του προβλήματος ακόμα και στα σύνορα, στις ακμές δηλαδή, διαδοχικών στοιχείων. Κατά μήκος κάθε ακμής του τριγωνικού στοιχείου το δυναμικό, όπως δίνεται από την εξίσωση (4.1), προκύπτει με τη γραμμική παρεμβολή των τιμών των κορυφών της ακμής, έτσι ώστε αν δύο στοιχεία έχουν κοινές κορυφές το δυναμικό θα είναι πάντοτε συνεχές στο σύνορο των δύο στοιχείων, δηλαδή στην κοινή τους ακμή. Η προσεγγιστική συνάρτηση αν και είναι κατά τμήματα γραμμική είναι συνεχής παντού και επομένως θα είναι και παραγωγίσιμη παντού.

Οι σταθερές  $a$ ,  $b$ ,  $c$  της εξίσωσης (4.1) μπορούν να βρεθούν λύνοντας το γραμμικό σύστημα τριών εξισώσεων της εξίσωσης (4.2). Συνεπώς θεωρώντας ότι είναι γνωστό το δυναμικό στις τρεις κορυφές του τριγωνικού στοιχείου θα προκύψει:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Η ορίζουσα του τετραγωνικού πίνακα του γραμμικού συστήματος της εξίσωσης (4.2), είναι ίση με το διπλάσιο του εμβαδού  $A$  του τριγωνικού στοιχείου. Με αντικατάσταση της εξίσωσης (4.2) στην εξίσωση (4.1) προκύπτει η παρακάτω σχέση:

$$U = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Η εξίσωση (4.3) μπορεί τέλος να απλοποιηθεί στην παρακάτω έκφραση:

$$U = \sum_{i=1}^3 U_i a_i(x, y) \quad (4.4)$$

όπου  $a_i(x, y)$  είναι οι συναρτήσεις μορφής του τριγωνικού στοιχείου.

Οι τρεις συναρτήσεις μορφής  $a_i(x, y)$  δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις, εξίσωση (4.5), όπου  $A$  είναι το εμβαδόν του τριγωνικού στοιχείου:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{2A} \{ (x_2 y_3 - x_3 y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y \} \\ a_2 &= \frac{1}{2A} \{ (x_3 y_1 - x_1 y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y \} \\ a_3 &= \frac{1}{2A} \{ (x_1 y_2 - x_2 y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y \} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Αντικαθιστώντας τις συντεταγμένες των τριών κορυφών του τριγωνικού στοιχείου, στις συναρτήσεις μορφής της εξίσωσης (4.5), βγαίνει το συμπέρασμα ότι οι συναρτήσεις μορφής μηδενίζονται για τις δύο από τις τρεις κορυφές του τριγωνικού στοιχείου, ενώ για την τρίτη κορυφή είναι ίσες με τη μονάδα.

$$\begin{aligned} a_i(x_j, y_j) &= 0, \quad i \neq j \\ a_i(x_j, y_j) &= 1, \quad i = j \end{aligned} \quad (4.6)$$

Η ενέργεια που σχετίζεται με ένα τριγωνικό στοιχείο μπορεί να προσδιοριστεί από την εξίσωση (4.7) όπου η περιοχή της ολοκλήρωσης είναι ολόκληρη η περιοχή του συγκεκριμένου τριγωνικού στοιχείου.

$$W(U) = \frac{1}{2} \iint \nabla U \cdot \nabla U dx dy \quad (4.7)$$

Ο τελεστής Euler του δυναμικού σε ένα στοιχείο μπορεί να βρεθεί από την εξίσωση (4.4) ως εξής:

$$\nabla U = \sum_{i=1}^3 U_i \nabla a_i \quad (4.8)$$

Έτσι η ενέργεια του τριγωνικού στοιχείου θα είναι:

$$W^{(e)} = \frac{1}{2} \int \nabla U \cdot \nabla U dS \quad (4.9)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (4.8) στην εξίσωση (4.9) η σχέση που προκύπτει για την ενέργεια του στοιχείου θα είναι:

$$W^{(e)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \int \nabla a_i \cdot \nabla a_j dS U_j \quad (4.10)$$

όπου η περιοχή της ολοκλήρωσης είναι αυτή του τριγωνικού στοιχείου.

Η εξίσωση (4.10) μπορεί να γραφτεί και σε μητρική μορφή ως εξής:

$$W^{(e)} = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{S}^{(e)} \mathbf{U} \quad (4.11)$$

όπου το κάθε στοιχείο της μήτρας  $\mathbf{S}^{(e)}$  δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$S_{ij}^{(e)} = \int \nabla a_i \cdot \nabla a_j dS \quad (4.12)$$

Στη σχέση (4.11),  $\mathbf{U}$  είναι το διάνυσμα των τιμών του δυναμικού στις τρεις κορυφές του στοιχείου. Τέλος η μήτρα  $\mathbf{S}^{(e)}$  ενός δεδομένου στοιχείου προκύπτει με αντικατάσταση των σχέσεων (4.5) στην εξίσωση (4.12). Οπότε για παράδειγμα το στοιχείο  $S_{12}^{(e)}$  της μήτρας  $\mathbf{S}^{(e)}$  θα δίνεται από την εξίσωση (4.13) ενώ ανάλογα θα ισχύουν για τα υπόλοιπα στοιχεία της μήτρας.

$$S_{12}^{(e)} = \frac{1}{4A} \{(y_2 - y_3)(y_3 - y_1) + (x_3 - x_2)(x_1 - x_3)\} \quad (4.13)$$

## 4.2 ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΜΕΤΑΞΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ

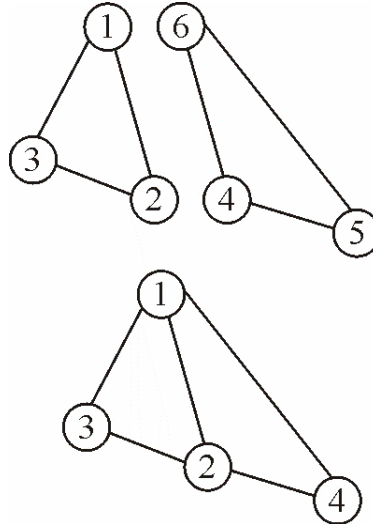
Για ένα τριγωνικό στοιχείο η προσεγγιστική έκφραση της ενέργειας του στοιχείου μπορεί να βρεθεί με τον τρόπο που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Η συνολική ενέργεια η οποία σχετίζεται με ένα σύνολο συνδεδεμένων στοιχείων, δηλαδή του συνολικού πλέγματος, είναι το άθροισμα όλων των επιμέρους ενεργειών κάθε στοιχείου του πλέγματος:

$$W = \sum_e W^{(e)} \quad (4.14)$$

Κάθε μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, μετά την πλεγματοποίηση θα αποτελείται από ένα σύνολο στοιχείων. Το πλέγμα του μοντέλου μπορεί να κατασκευαστεί με την προσθήκη ενός στοιχείου κάθε φορά. Αυτή διαδικασία μπορεί να κατανοηθεί καλύτερα θεωρώντας αρχικά μόνο δύο τριγωνικά στοιχεία και μετά γενικεύοντας για πλέγμα που αποτελείται από μεγαλύτερο αριθμό στοιχείων. Ας θεωρηθούν τα δύο ανεξάρτητα τριγωνικά στοιχεία του

σχήματος 4.2, τα οποία ενώνονται και σχηματίζουν το στοιχειώδες πλέγμα που απεικονίζεται πάλι στο σχήμα 4.2. Αφού τρεις τιμές δυναμικού σχετίζονται με κάθε τριγωνικό στοιχείο όλες οι δυνατές καταστάσεις των ζευγών των ασύνδετων στοιχείων μπορούν να αναπαρασταθούν από ένα διάνυσμα στήλη τα στοιχεία του οποίου είναι οι τιμές των δυναμικών των έξι κορυφών των δύο στοιχείων:

$$\mathbf{U}_{dis}^T = [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4 \ U_5 \ U_6]_{dis} \quad (4.15)$$



Σχήμα 4.2: Ένωση δύο τριγωνικών στοιχείων.

Η συνολική ενέργεια του ζεύγους των τριγωνικών στοιχείων του σχήματος 4.2 θα είναι ίση με:

$$W = \frac{1}{2} \mathbf{U}_{dis}^T \mathbf{S}_{dis} \mathbf{U}_{dis} \quad (4.16)$$

όπου η μήτρα  $\mathbf{S}_{dis}$  του ασύνδετου ζεύγους των στοιχείων είναι ίση με:

$$\mathbf{S}_{dis} = \begin{bmatrix} S_{11}^{(1)} & S_{12}^{(1)} & S_{13}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21}^{(1)} & S_{22}^{(1)} & S_{23}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31}^{(1)} & S_{32}^{(1)} & S_{33}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44}^{(2)} & S_{45}^{(2)} & S_{46}^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & S_{54}^{(2)} & S_{55}^{(2)} & S_{56}^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & S_{64}^{(2)} & S_{65}^{(2)} & S_{66}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Πιο σύντομα η μήτρα  $\mathbf{S}_{dis}$  του ασύνδετου ζεύγους των στοιχείων μπορεί να εκφραστεί στην παρακάτω μητρική μορφή:

$$\mathbf{S}_{dis} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}^{(1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Σε ένα πραγματικό πρόβλημα το δυναμικό πρέπει να είναι συνεχές στο σύνορο μεταξύ δύο διαδοχικών στοιχείων. Επειδή το δυναμικό σε κάθε τριγωνικό στοιχείο προσεγγίζεται από μία γραμμική συνάρτηση των  $x$  και  $y$ , η τιμή του μεταβάλλεται γραμμικά με την

απόσταση κατά μήκος των ακμών του στοιχείου. Συνεπώς το κριτήριο της συνέχειας του δυναμικού ικανοποιείται με την προϋπόθεση ότι το δυναμικό στις αντίστοιχες κορυφές είναι ίδιο. Δηλαδή το δυναμικό για τα τριγωνικά στοιχεία του σχήματος 4.2 θα είναι συνεχές παντού εφόσον το δυναμικό στην κορυφή 1 είναι ίσο με το δυναμικό της κορυφής 6 καθώς επίσης και το δυναμικό των κορυφών 2 και 4 είναι ίσο. Το κριτήριο της ισότητας στις κορυφές μπορεί να εκφραστεί σε μητρική μορφή με μία μήτρα  $\mathbf{C}$  η οποία συσχετίζει τα δυναμικά των ασύνδετων στοιχείων με τα δυναμικά του συνόλου των συνδεδεμένων στοιχείων:

$$\mathbf{U}_{dis} = \mathbf{C}\mathbf{U}_{con} \quad (4.19)$$

Με την αρίθμηση των κορυφών του σχήματος 4.2 η εξίσωση (4.19) θα είναι:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{bmatrix}_{dis} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}_{con} \quad (4.20)$$

Με αντικατάσταση της εξίσωσης (4.19) στην εξίσωση της ενέργειας που περιγράφεται από τη σχέση (4.16) θα προκύψει η έκφραση για την ενέργεια του συνδεδεμένου συνόλου των στοιχείων, η οποία θα είναι ίση με:

$$W = \frac{1}{2} \mathbf{U}_{con}^T \mathbf{S} \mathbf{U}_{con} \quad (4.21)$$

όπου η μήτρα  $\mathbf{S}$  δίνεται από την εξίσωση (4.22) και παριστάνει τη μήτρα των παραμέτρων του συνδεδεμένου προβλήματος.

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}^T \mathbf{S}_{dis} \mathbf{C} \quad (4.22)$$

Για τη σύνδεση των τριγωνικών στοιχείων του σχήματος 4.2 η μήτρα  $\mathbf{S}$  θα είναι ίση με:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11}^{(1)} + S_{66}^{(2)} & S_{12}^{(1)} + S_{64}^{(2)} & S_{13}^{(1)} & S_{65}^{(2)} \\ S_{21}^{(1)} + S_{46}^{(2)} & S_{22}^{(1)} + S_{44}^{(2)} & S_{23}^{(1)} & S_{45}^{(2)} \\ S_{31}^{(1)} & S_{32}^{(1)} & S_{33}^{(1)} & 0 \\ S_{56}^{(2)} & S_{54}^{(2)} & 0 & S_{55}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Η αρίθμηση των κόμβων των ασύνδετων και των συνδεδεμένων στοιχείων καλούνται τοπική και ολική αρίθμηση αντίστοιχα. Για τη σύνδεση των δύο τριγωνικών στοιχείων αυτό που χρειάζεται τελικά είναι η πρόσθεση των αντίστοιχων πινάκων των στοιχείων και δε χρειάζεται να κατασκευαστεί η μήτρα  $\mathbf{C}$ .

### 4.3 ΛΥΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Η ενέργεια μιας συνεχούς προσεγγιστικής κατανομής δυναμικού αναπτύχθηκε στην προηγούμενη παράγραφο σε τετραγωνική μορφή χρησιμοποιώντας και το διάλυμα των δυναμικών των κόμβων. Για να προκύψει και η προσεγγιστική λύση πρέπει να

ελαχιστοποιηθεί η ενέργεια του συνδεδεμένου συνόλου των τριγωνικών στοιχείων του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων. Επειδή η έκφραση για την ενέργεια της εξίσωσης (4.21) είναι τετραγωνική στα δυναμικά των κόμβων πρέπει να έχει ένα μοναδικό ελάχιστο για κάθε συνιστώσα του διανύσματος του δυναμικού  $\mathbf{U}$ . Οπότε για την ελαχιστοποίηση της ενέργειας αρκεί να τεθεί:

$$\frac{\partial W}{\partial U_k} = 0 \quad (4.24)$$

όπου το  $k$  αντιστοιχεί στο  $k$ -ιστό στοιχείο του συνδεδεμένου διανύσματος δυναμικών  $\mathbf{U}_{con}$ , ή στον αντίστοιχο κόμβο του πλέγματος του συνδεδεμένου μοντέλου. Παραγωγή ως προς όλες της συνιστώσες του δυναμικού αντιστοιχεί σε μη δεσμευμένη ελαχιστοποίηση, με το δυναμικό να μπορεί να μεταβάλλεται σε κάθε κόμβο. Αυτό όμως δεν αντιστοιχεί σε ένα πρόβλημα συνοριακών τιμών. Μάλιστα το μη περιορισμένο ελάχιστο είναι το μηδέν και το δυναμικό όλων των κόμβων θα είναι μηδέν. Σε ένα πρόβλημα που επιβάλλονται συνοριακές συνθήκες, το υποσύνολο των δυναμικών που αντιστοιχούν σε σταθερές τιμές δε θα πρέπει να μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια της ελαχιστοποίησης. Ας υποθεθεί ότι η αρίθμηση των κόμβων στο συνδεδεμένο μοντέλο είναι έτσι ώστε όλοι οι κόμβοι το δυναμικό των οποίων μπορεί να μεταβληθεί ελεύθερα αριθμούνται πρώτοι, ενώ οι κόμβοι που έχουν σταθερό δυναμικό αριθμούνται τελευταίοι. Η εξίσωση (4.24) τότε μπορεί να γραφτεί ως:

$$\frac{\partial W}{\partial U_k} = \frac{\partial}{\partial [\mathbf{U}_f]_k} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_f^T & \mathbf{U}_p^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{ff} & \mathbf{S}_{fp} \\ \mathbf{S}_{pf} & \mathbf{S}_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_f \\ \mathbf{U}_p \end{bmatrix} = 0 \quad (4.25)$$

όπου οι δείκτες  $f$  και  $p$  αναφέρονται σε κόμβους που είναι ελεύθεροι να μεταβάλλονται και σε κόμβους το δυναμικό των οποίων είναι δεσμευμένο αντίστοιχα. Ας σημειωθεί ότι η παραγωγή γίνεται μόνο για την  $k$ -ιστή συνιστώσα του δυναμικού  $\mathbf{U}_f$  και όχι για τη συνιστώσα  $\mathbf{U}_p$  εφόσον η τελευταία έχει ως στοιχεία τα δυναμικά τα οποία δε μπορούν να μεταβληθούν. Συνεπώς παραγωγίζοντας μόνο ως προς τα ελεύθερα δυναμικά προκύπτει η παρακάτω μητρική εξίσωση:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{ff} & \mathbf{S}_{fp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_f \\ \mathbf{U}_p \end{bmatrix} = 0 \quad (4.26)$$

Η μήτρα των παραμέτρων της εξίσωσης (4.26) είναι μη τετραγωνική. Έχει τόσες σειρές όσες είναι οι μη δεσμευμένες μεταβλητές και ο αριθμός των στηλών της είναι ίσος με τον συνολικό αριθμό των κόμβων. Θέτοντας στο δεξί μέρος της εξίσωσης (4.26) τα γνωστά δυναμικά προκύπτει η εξής σχέση:

$$\mathbf{S}_{ff} \mathbf{U}_f = -\mathbf{S}_{fp} \mathbf{U}_p \quad (4.27)$$

Η μήτρα παραμέτρων του αριστερού μέρους της εξίσωσης (4.27) είναι τετραγωνική και μη μοναδιαία και η λύση για το συνολικό πρόβλημα δίνεται από:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} -\mathbf{S}_{ff}^{-1} \mathbf{S}_{fp} \mathbf{U}_p \\ \mathbf{U}_p \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Η προσεγγιστική λύση που θα προκύψει είναι το σύνολο τιμών των δυναμικών στους κόμβους του πλέγματος. Αλλά η λύση που προκύπτει με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων δεν είναι γνωστή και ορισμένη μόνο στους κόμβους του πλέγματος αλλά σε όλη την περιοχή του προβλήματος γιατί η ελαχιστοποίηση της ενέργειας έλαβε υπόψη ότι η



επιφάνεια της λύσης έχει ένα συγκεκριμένο σχήμα. Το σύνολο των τιμών των δυναμικών στους κόμβους είναι μία προσεγγιστική αναπαράσταση της κατά τμήματα γραμμικής παρεμβολής της επιφάνειας της λύσης η οποία δίνει την ελάχιστη ενέργεια.

Στο εσωτερικό κάθε τριγωνικού στοιχείου η τοπική τιμή του δυναμικού δίνεται από την εξίσωση (4.1). Οπότε καμία επιπλέον προσέγγιση δεν είναι αναγκαία προκειμένου να προκύψουν οι ισοδυναμικές γραμμές του πεδίου και να υπολογιστεί η συνολική αποθηκευμένη ενέργεια. Εφόσον στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων το δυναμικό σε κάθε στοιχείο προκύπτει από τη γραμμική παρεμβολή των τιμών του δυναμικού των κορυφών του στοιχείου οι ισοδυναμικές γραμμές θα αποτελούνται αναγκαστικά από ένα σύνολο ευθύγραμμων τμημάτων.

#### 4.4 ΕΞΙΣΩΣΗ POISSON

Αν μέσα στην περιοχή του πεδίου υπάρχουν κατανεμημένες πηγές, μπορεί να χρησιμοποιηθεί μία προσέγγιση όπως αναπτύχθηκε στις παραπάνω παραγράφους, με τη διαφορά ότι η κατανομή των πηγών πρέπει να εισαχθούν με συγκεκριμένο τρόπο.

Πιο συγκεκριμένα για το δισδιάστατο πρόβλημα η κατανομή του πεδίου θα προκύψει από τη λύση της εξίσωσης Poisson, εξίσωση (4.29), όπου το μαγνητικό διανυσματικό δυναμικό θα έχει μόνο μία συνιστώσα την κάθετη στο επίπεδο  $x, y$ .

$$\nabla^2 A = -\mu_0 J \quad (4.29)$$

Η ελαχιστοποίηση της συναρτησιακής είναι ισοδύναμη με τη λύση της εξίσωσης Poisson:

$$F(U) = \frac{1}{2} \int \nabla U \cdot \nabla U dS - \mu_0 \int U J dS \quad (4.30)$$

Για να αποδειχθεί ότι η παραπάνω συναρτησιακή ελαχιστοποιείται στην πραγματική λύση της εξίσωσης (4.29), θα υποθεθεί ότι  $A$  είναι η πραγματική λύση και  $h$  είναι μία παραγωγίσιμη συνάρτηση η οποία μηδενίζεται στο σύνορο του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων όπου το  $A$  είναι καθορισμένο εξαρχής. Ας υπολογιστεί η ποσότητα  $F(A + \theta h)$ , όπου  $\theta$  είναι μία αριθμητική παράμετρος:

$$F(A + \theta h) = F(A) + \theta \int \nabla A \cdot \nabla h dS - \theta \mu_0 \int h J dS + \frac{1}{2} \theta^2 \int \nabla h \cdot \nabla h dS \quad (4.31)$$

Χρησιμοποιώντας το θεώρημα Green, ο δεύτερος όρος στο δεξί μέρος της εξίσωσης (4.31) μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\int \nabla A \cdot \nabla h dS = \oint h \frac{\partial A}{\partial n} ds - \int h \nabla^2 A dS \quad (4.32)$$

Το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα στο δεξί μέρος της εξίσωσης (4.32) μηδενίζεται εφόσον η ποσότητα  $h$  μηδενίζεται στα τμήματα στα οποία εφαρμόστηκε η συνοριακή συνθήκη Dirichlet και η κάθετη παράγωγος του δυναμικού  $A$  είναι μηδέν σε όλα τα υπόλοιπα τμήματα των συνόρων του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων. Εφόσον  $A$  είναι η σωστή λύση της εξίσωσης (4.29) ο δεύτερος όρος στο δεξί μέρος της εξίσωσης (4.32) μπορεί να γραφτεί ως:

$$-\int h\nabla^2 AdS = \mu_0 \int hJdS \quad (4.33)$$

Με αντικατάσταση της εξίσωσης (4.33) στην εξίσωση (4.31) θα προκύψει η σχέση:

$$F(A + \theta h) = F(A) + \frac{1}{2} \theta^2 \int \nabla h \cdot \nabla h dS \quad (4.34)$$

Εφόσον το ολοκλήρωμα στο δεξί μέρος της εξίσωσης (4.34) είναι πάντα θετικό προκύπτει ότι το ελάχιστο θα προκύψει όταν το  $\theta$  θα είναι ίσο με το μηδέν και συνεπώς η συναρτησιακή ελαχιστοποιείται όταν  $U = A$  δηλαδή για τη λύση της εξίσωσης (4.29).

Η ενέργεια του πεδίου μπορεί να προσδιοριστεί από τη γενική έκφραση:

$$W = \frac{1}{2} \int \nabla A \cdot \nabla A dS \quad (4.35)$$

ή υπολογίζοντας την ισοδύναμη έκφραση:

$$W = \frac{\mu_0}{2} \int AJdS \quad (4.36)$$

Στην ελάχιστη της τιμή  $F(A)$ , η συναρτησιακή  $F$  έχει μία αρνητική τιμή ίση με το μέτρο της συνολικής αποθηκευμένης ενέργειας. Πάλι ο όρος σφάλματος στην εξίσωση (4.34) εξαρτάται από το τετράγωνο της παραμέτρου  $\theta$ . Κοντά στην πραγματική λύση η παράμετρος  $\theta$  είναι πολύ μικρή. Συνεπώς η ακρίβεια με την οποία υπολογίζεται η αποθηκευμένη ενέργεια είναι πολύ μεγάλη ακόμα και αν οι τοπικές τιμές του δυναμικού δεν είναι ακριβείς.

#### 4.5 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΠΗΓΗΣ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Για την υλοποίηση ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων για το πρόβλημα που περιγράφεται από την εξίσωση Poisson θα ακολουθηθεί μία διαδικασία παρόμοια με αυτή που υιοθετήθηκε στις προηγούμενες παραγράφους. Η περιοχή του προβλήματος θα πρέπει να διακριτοποιηθεί ξανά και αρχικά θα εξεταστεί μόνο ένα τυπικό τριγωνικό στοιχείο. Αφού ο πρώτος όρος της συναρτησιακής της εξίσωσης (4.30) είναι ίδιος με το δεξί μέρος της εξίσωσης (4.7), η διαδικασία διακριτοποίησης ακολουθεί τα ίδια ακριβώς βήματα των προηγούμενων παραγράφων και οδηγεί σε μία μητρική αναπαράσταση του συνδεδεμένου προβλήματος η οποία είναι ίδια ακριβώς με αυτή που προκύπτει για την εξίσωση Laplace. Ο δεύτερος όρος της εξίσωσης (4.30) όμως είναι καινούργιος και απαιτεί μία ανάλογη αντιμετώπιση αλλά με κάποιες διαφορές στις επιμέρους λεπτομέρειες.

Σε κάθε τριγωνικό στοιχείο η αποδιδόμενη πυκνότητα ρεύματος  $J(x, y)$  θα προσεγγιστεί από την εξίσωση (4.37), κατά αναλογία με το δυναμικό, όπου οι σταθερές  $J_i$  στο δεξί μέρος της εξίσωσης (4.37), είναι οι τιμές της πυκνότητας ρεύματος στις τρεις κορυφές του τριγωνικού στοιχείου. Αυτές οι τιμές είναι φυσικά γνωστές αφού η πυκνότητα ρεύματος είναι εξ' αρχής μία γνωστή συνάρτηση η οποία αποδίδεται στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων.

$$J = \sum_{i=1}^3 J_i a_i(x, y) \quad (4.37)$$

Συνεπώς ο δεύτερος όρος στο δεξί μέρος της εξίσωσης (4.30) μπορεί να γραφτεί όπως η εξίσωση (4.38), με τις προσεγγιστικές τιμές των δυναμικών των κόμβων των στοιχείων  $A_i$  σαν τους μόνους αγνώστους.

$$\int AJdS = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_i \int a_i a_j dS J_j \quad (4.38)$$

Για κάθε τριγωνικό στοιχείο ορίζεται άλλη μία μήτρα  $\mathbf{T}$ , τρίτης τάξης, όπου κάθε στοιχείο αυτής δίνεται από τη σχέση (4.39) και έτσι ώστε η εξίσωση (4.38) να απλοποιηθεί στη μητρική μορφή της εξίσωσης (4.40).

$$T_{ij}^{(e)} = \int a_i a_j dS \quad (4.39)$$

$$\int AJdS = \mathbf{A}^T \mathbf{T}^{(e)} \mathbf{J} \quad (4.40)$$

Για το μη συνδεδεμένο σύνολο των τριγωνικών στοιχείων η συναρτησιακή της εξίσωσης (4.30) θα πάρει τελικά την παρακάτω μορφή:

$$F(\mathbf{A}) = \frac{1}{2} \mathbf{A}_{dis}^T \mathbf{S}_{dis} \mathbf{A}_{dis} - \mu_0 \mathbf{A}_{dis}^T \mathbf{T}_{dis} \mathbf{J}_{dis} \quad (4.41)$$

Η διασύνδεση του συνόλου των τριγωνικών στοιχείων θα πρέπει να γίνει πάλι με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να εξασφαλίζει τη συνέχεια του διανυσματικού δυναμικού σε όλη την περιοχή του προβλήματος κατ' αναλογία με την εξίσωση (4.19). Έτσι προκύπτει η σχέση:

$$F(\mathbf{A}) = \frac{1}{2} \mathbf{A}^T \mathbf{S} \mathbf{A} - \mu_0 \mathbf{A}^T \mathbf{C}^T \mathbf{T}_{dis} \mathbf{J}_{dis} \quad (4.42)$$

Ελαχιστοποίηση της συναρτησιακής  $F(\mathbf{A})$  ως προς κάθε μη δεσμευμένο δυναμικό γίνεται θέτοντας:

$$\frac{\partial W}{\partial A_k} = 0 \quad (4.43)$$

και το οποίο οδηγεί στην παρακάτω μητρική εξίσωση που περιγράφει το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων του προβλήματος συνοριακών τιμών:

$$\mathbf{S}' \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{C}^T \mathbf{T}_{dis} \mathbf{J}_{dis} \quad (4.44)$$

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί πως ο πίνακας διάνυσμα των σταθερών της πυκνότητας ρεύματος στο δεξί μέρος της εξίσωσης (4.44) δε δεσμεύτηκε με τον ίδιο τρόπο όπως το αντίστοιχο διάνυσμα των δυναμικών και συνεπώς θα παραμείνει ασυνεχές. Αυτό αντικατοπτρίζει τη φυσική ερμηνεία του προβλήματος όπου δεν υπάρχει ανάγκη η κατανομή της πυκνότητας ρεύματος να είναι συνεχής μεταξύ των συνόρων διασυνδεδεμένων στοιχείων. Οπότε δε χρειάζεται να εφαρμοστεί επιπλέον μετασχηματισμός στο δεξί μέρος της εξίσωσης (4.44).

Εφόσον η παραγωγή της εξίσωσης (4.43) δεν μπορεί να γίνει ως προς τα δυναμικά η τιμή των οποίων παραμένει σταθερή, η μήτρα  $\mathbf{S}'$  της εξίσωσης (4.44) είναι μη τετραγωνική. Ο αριθμός των σειρών του παραπάνω πίνακα είναι ίσος με τον αριθμό των δυναμικών τα οποία είναι ελεύθερα να μεταβάλλονται ενώ ο αριθμός των στηλών είναι ίσος με το συνολικό

αριθμό κομβικών δυναμικών. Όπως και στην εξίσωση (4.26) το διάνυσμα των δυναμικών των κόμβων θα διαιρεθεί σε δύο μέρη έτσι ώστε στο πάνω μέρος του πίνακα να εισαχθούν όλα τα δυναμικά που μπορούν να μεταβάλλονται ελεύθερα ενώ στο κάτω μέρος του πίνακα να τοποθετηθούν τα δεσμευμένα δυναμικά. Με τη διαίρεση της μήτρας  $\mathbf{S}'$  θα προκύψει η παρακάτω σχέση:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{ff} & \mathbf{S}_{fp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_f \\ \mathbf{A}_p \end{bmatrix} = \mu_0 \mathbf{C}^T \mathbf{T}_{dis} \mathbf{J}_{dis} \quad (4.45)$$

Όπως και πριν οι δείκτες  $f$  και  $p$  αναφέρονται αντίστοιχα στα δυναμικά που είναι μη δεσμευμένα και στα δυναμικά που είναι δεσμευμένα. Εφόσον τα δεσμευμένα δυναμικά είναι γνωστά θα μεταφερθούν στο δεξί μέρος της εξίσωσης (4.45):

$$\mathbf{S}_{ff} \mathbf{A}_f = \mu_0 \mathbf{C}^T \mathbf{T}_{dis} \mathbf{J}_{dis} - \mathbf{S}_{fp} \mathbf{A}_p \quad (4.46)$$

Από τη λύση της εξίσωσης (4.46) θα προκύψουν οι τιμές των μη δεσμευμένων δυναμικών και συνεπώς η λύση του μαγνητοστατικού προβλήματος.

#### 4.6 ΑΝΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΑ ΥΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Η πλειονότητα των πραγματικών προβλημάτων πεδιακής ανάλυσης εμπλέκουν περισσότερα του ενός υλικά. Παρόλα αυτά δεν υπάρχει μεγάλη διαφορά στη βασική αρχή μεταξύ της μεθόδου που αναπτύχθηκε για ένα υλικό και για τη μέθοδο που χρησιμοποιεί πολλά υλικά. Και στις δύο περιπτώσεις η βασική αρχή είναι αυτή της ελάχιστης αποθηκευμένης ενέργειας. Δεδομένου ότι η διακριτοποίηση είναι έτσι ώστε οι ακμές των στοιχείων να ακολουθούν το σύνορο του μέσου η μήτρα του κάθε στοιχείου  $\mathbf{S}^{(e)}$ , διαμορφώνεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο όπως πριν αλλά μετά πολλαπλασιάζεται με την τοπική τιμή της σχετικής μαγνητικής διαπερατότητας πριν το στοιχείο ενωθεί με τα υπόλοιπα τριγωνικά στοιχεία.

Αν και η διαδικασία της ελαχιστοποίησης της ενέργειας για ανομοιογενή μέσο είναι απλή θα πρέπει επίσης να εξετασθεί αν θα πρέπει να εφαρμοστούν οι οριακές συνθήκες στη διαχωριστική επιφάνεια που χωρίζει δύο διαφορετικά υλικά. Κάτι τέτοιο στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων δεν είναι αναγκαίο εφόσον οι συγκεκριμένες οριακές συνθήκες ικανοποιούνται προσεγγιστικά στη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ διαφορετικών υλικών αλλά δεν ικανοποιούνται ακριβώς σε όλα τα σημεία της διαχωριστικής επιφάνειας. Οι οριακές συνθήκες δηλαδή προκύπτουν από τη διαδικασία ελαχιστοποίησης της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων και δε χρειάζεται να επιβληθούν εξωτερικά.

#### 4.7 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΣΥΝΟΡΙΑΚΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ

Η υλοποίηση του προβλήματος των πεπερασμένων στοιχείων με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να ακολουθούν το θεωρητικό υπόβαθρο των εξισώσεων (4.26) και (4.45) απαιτεί την αρίθμηση των μεταβλητών με ειδικό τρόπο. Συνεπώς όπως αναφέρθηκε και παραπάνω θα πρέπει τα μη δεσμευμένα δυναμικά να αριθμηθούν πρώτα ενώ τα δεσμευμένα δυναμικά να αριθμηθούν τελευταία. Όμως στην πράξη η παραπάνω διαδικασία, ή η διαίρεση των μήτρων, δεν είναι ούτε ευέλικτη ούτε επιθυμητή.

Ας θεωρηθεί πάλι το στοιχειώδες πρόβλημα των δύο τριγωνικών στοιχείων που απεικονίζεται στο σχήμα (4.2). Ας θεωρηθεί επίσης ότι τα δυναμικά των κόμβων 3 και 4 είναι

δεσμευμένα, αποδίδεται δηλαδή σε αυτά συνοριακή συνθήκη τύπου Dirichlet, ενώ τα δυναμικά των κόμβων 1 και 2 είναι μη δεσμευμένα και συνεπώς η τιμή τους είναι ελεύθερη να μεταβάλλεται. Από τα παραπάνω βγαίνει το συμπέρασμα ότι η αρίθμηση των κόμβων είναι ακριβώς όπως έχει αναλυθεί παραπάνω. Οπότε σύμφωνα και με την εξίσωση (4.27) η μητρική εξίσωση που πρέπει να λυθεί είναι η εξής:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S_{13} & S_{14} \\ S_{23} & S_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

Τα δυναμικά τα οποία είναι καθορισμένα εξ' αρχής μέσω της εφαρμογής των συνοριακών συνθηκών μπορούν να τεθούν στην παρακάτω βολική σχέση ισοδυναμίας:

$$\begin{bmatrix} D_{33} & 0 \\ 0 & D_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{33} & 0 \\ 0 & D_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

Η μήτρα  $\mathbf{D}$  μπορεί να επιλεγεί έτσι ώστε να είναι μία δεδομένη διαγώνια μήτρα. Αντικαθιστώντας την εξίσωση (4.48) στην εξίσωση (4.47) θα προκύψει:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_{13} & -S_{14} \\ -S_{23} & -S_{24} \\ D_{33} & 0 \\ 0 & D_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

Αυτή η αναδιαμόρφωση πάλι διατηρεί όλες τις γνωστές ποσότητες στο δεξί μέρος της εξίσωσης αλλά με την εισαγωγή των γνωστών δυναμικών  $U_3$  και  $U_4$  στο αριστερό μέρος της εξίσωσης στοχεύει σε μία υπολογιστική διαδικασία στην οποία το δεξί μέρος της εξίσωσης δημιουργείται πρώτα και μετά και τα τέσσερα δυναμικά υπολογίζονται χωρίς να έχει σημασία αν είναι δεσμευμένα ή μη δεσμευμένα. Αυτό σημαίνει ότι η σειρά τους, δηλαδή η αρίθμηση των δυναμικών, δεν είναι τώρα σημαντική.

Ας θεωρηθεί μία αυθαίρετη αρίθμηση για τα τέσσερα δυναμικά του παραδείγματος και η οποία δε λαμβάνει μία συγκεκριμένη σειρά για τα δεσμευμένα και τα μη δεσμευμένα δυναμικά. Για παράδειγμα ας αριθμηθούν ξανά οι κορυφές από 1-2-3-4 σε 2-4-1-3 έτσι ώστε τα δεσμευμένα δυναμικά να αριθμηθούν σαν 1 και 3. Το πρόβλημα φυσικά δε θα αλλάξει λόγω της συγκεκριμένης καινούργιας αρίθμησης. Μόνο οι σειρές και οι στήλες της μήτρας παραμέτρων της εξίσωσης (4.49) εναλλάσσονται προκειμένου να είναι συνεπής με την καινούργια αρίθμηση. Έτσι η εξίσωση (4.43) ξαναγράφεται ως εξής:

$$\begin{bmatrix} D_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{22} & 0 & S_{24} \\ 0 & 0 & D_{33} & 0 \\ 0 & S_{42} & 0 & S_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}U_1 \\ -S_{21}U_2 - S_{23}U_3 \\ D_{33}U_3 \\ -S_{41}U_1 - S_{43}U_3 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Η μήτρα παραμέτρων στα αριστερά της εξίσωσης (4.50) είναι ομαλή οπότε η εξίσωση (4.50) μπορεί να λυθεί για τα τέσσερα δυναμικά σαν κανένα από αυτά να έχει γνωστή τιμή.

Το γραμμικό σύστημα της εξίσωσης (4.50) έχει μήτρα παραμέτρων με περισσότερες σειρές και στήλες, συνεπώς για την επίλυση του απαιτεί περισσότερη μνήμη και υπολογιστικός χρόνος. Από την άλλη μεριά όμως οι κόμβοι και τα αντίστοιχα δυναμικά

μπορούν να αριθμούνται με όποιον τρόπο είναι επιθυμητός. Αν όμως οι υπολογιστικές μέθοδοι επίλυσης επιλεγθούν κατάλληλα μπορεί να γίνει χρήση του γεγονότος ότι η μήτρα παραμέτρων είναι αραιή και συγκεκριμένα ότι σειρές που αντιστοιχούν σε δεσμευμένα δυναμικά περιέχουν μόνο μία μη μηδενική εγγραφή. Οπότε η αύξηση των απαιτήσεων στη μνήμη και το υπολογιστικό κόστος μπορεί να περιοριστεί σημαντικά. Συνεπώς το αυξημένο υπολογιστικό κόστος αντισταθμίζεται σημαντικά από το υπολογιστικό κόστος το οποίο απαιτείται για την εκ νέου αρίθμηση και εναλλαγή των εξισώσεων.

Στην πράξη η διαγώνια μήτρα  $\mathbf{D}$  επιλέγεται να είναι η μοναδιαία μήτρα  $\mathbf{D} = \mathbf{I}$ . Μερικές φορές προκύπτουν μήτρες  $\mathbf{S}$  οι οποίες έχουν εγγραφές που είναι πολύ μικρές ή πολύ μεγάλες σε σύγκριση με τη μονάδα όποτε και για λόγους αριθμητικής ευστάθειας επιλέγεται μία διαφορετική διαγώνια μήτρα  $\mathbf{D}$ . Τις περισσότερες φορές όμως δεν προκύπτει μία τέτοια κατάσταση και όταν εμφανίζονται είναι αρκετό να δοθεί στο στοιχείο  $D_{ii}$  μία τιμή της ίδιας τάξης με τις άλλες διαγώνιες εγγραφές της μήτρας  $\mathbf{S}$  δηλαδή της μέσης τιμής των στοιχείων  $S_{ii}$ . Οπότε αν είναι ικανοποιητικό να τεθεί μοναδιαία μήτρα  $\mathbf{D} = \mathbf{I}$  τότε θα προκύψει:

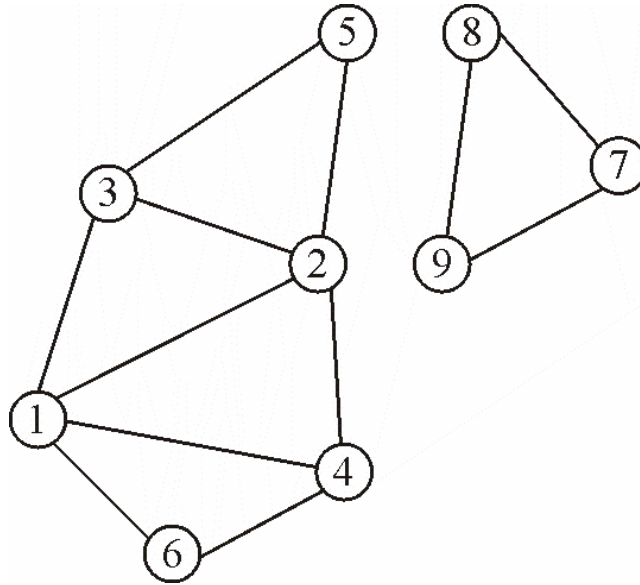
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{22} & 0 & S_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & S_{42} & 0 & S_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ -S_{21}U_2 - S_{23}U_3 \\ U_3 \\ -S_{41}U_1 - S_{43}U_3 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

Από την εξίσωση (4.51) προκύπτει ότι κατά την κατασκευή των εξισώσεων των πεπερασμένων στοιχείων η επιβολή των συνοριακών συνθηκών μπορεί να γίνει ταυτόχρονα με την εισαγωγή των στοιχείων που γίνεται ένα κάθε φορά. Καθώς κατασκευάζεται η μήτρα για κάθε μεμονωμένο στοιχείο οι αριθμοί των σειρών και των στηλών ελέγχονται προκειμένου να καθοριστεί αν αντιστοιχούν σε ελεύθερα ή δεσμευμένα δυναμικά. Οι εγγραφές των στοιχείων της μήτρας που αντιστοιχούν σε μη δεσμευμένα δυναμικά γίνεται με κανονικό τρόπο. Αντίθετα για τις δεσμευμένες τιμές δυναμικού γίνεται αντικατάσταση των σειρών και των στηλών της μοναδιαίας μήτρας στο αριστερό μέρος της εξίσωσης (4.51) και συμπληρώνοντας το δεξί μέρος της εξίσωσης. Οπότε το δεξί μέρος της εξίσωσης (4.51) κατασκευάζεται σταδιακά κατά ένα στοιχείο κάθε φορά.

#### 4.8 ΔΙΑΣΥΝΔΕΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Προκειμένου να κατασκευαστεί η συνολική μήτρα απεικόνισης από τις μεμονωμένες μήτρες των στοιχείων θα πρέπει να γίνει ο μετασχηματισμός συνδετικότητας των εξισώσεων (4.18) και (4.19). Όλη η τοπολογική πληροφορία περιέχεται στη μήτρα συνδετικότητας  $\mathbf{C}$ . Όμως δεν είναι καθόλου αποδοτικό να αποθηκευτεί η μήτρα συνδετικότητας με τη μορφή της εξίσωσης (4.20) και η αποσυνδεδεμένη συνολική μήτρα με τη μορφή που δίνεται από την εξίσωση (4.17) εφόσον και οι δύο μήτρες περιέχουν πολλά μηδενικά στοιχεία. Ένας αποδοτικός τρόπος για την κατασκευή της συνδεδεμένης μήτρας είναι η σταδιακή κατασκευή της μήτρας κατά ένα στοιχείο κάθε φορά.

Ας θεωρηθεί ένα πλέγμα από τριγωνικά στοιχεία, όπου οι αντίστοιχες μήτρες είναι μερικώς κατασκευασμένες, και ότι ένα ακόμα στοιχείο προστίθεται. Το  $k$ -ιοστό βήμα αυτής της διαδικασίας απεικονίζεται στο σχήμα 4.3 όπου το τριγωνικό στοιχείο με τους κόμβους 7-8-9 θα προστεθεί στο υπάρχον πλέγμα των τεσσάρων στοιχείων.



**Σχήμα 4.3:** Ένα στοιχειώδες πλέγμα που αποτελείται από τέσσερα τριγωνικά στοιχεία επεκτείνεται με την προσθήκη ενός ακόμα στοιχείου.

Πριν την άθροιση του νέου στοιχείου το πλέγμα μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει ένα σύνολο συνδεδεμένων δυναμικών το οποίο αντιπροσωπεύεται από το διάνυσμα-πίνακα των δυναμικών  $\mathbf{U}_{con}^{(k-1)}$ . Η εισαγωγή του νέου στοιχείου δημιουργεί ένα μερικώς αποσυνδεδεμένο διάνυσμα δυναμικών  $\mathbf{U}_{dis}^{(k)}$  που επιβάλλεται στο διάνυσμα  $\mathbf{U}_{con}^{(k-1)}$  και τρεις επιπλέον εγγραφές. Αυτό το διάνυσμα πρέπει να μετατραπεί σε ένα νέο συνδεδεμένο διάνυσμα δυναμικών  $\mathbf{U}_{con}^{(k)}$ , μέσω ενός μετασχηματισμού συνδετικότητας ο οποίος θα επιβάλλει τη συνέχεια του δυναμικού. Στο σχήμα 4.3 το διάνυσμα  $\mathbf{U}_{con}^{(k-1)}$ , έχει έξι συνολικά στοιχεία. Το νέο μερικώς αποσυνδεδεμένο διάνυσμα δυναμικών  $\mathbf{U}_{dis}^{(k)}$  έχει εννέα στοιχεία μα όταν το νέο τριγωνικό στοιχείο με κόμβους 7-8-9 ενώνεται στο υπάρχον πλέγμα τα νέα κομβικά δυναμικά 8 και 9 ταυτίζονται με τα υπάρχοντα δυναμικά στους κόμβους 5 και 2, οπότε το νέο συνδεδεμένο διάνυσμα δυναμικών  $\mathbf{U}_{con}^{(k)}$  περιέχει μόνο επτά στοιχεία. Συνεπώς το διάνυσμα  $\mathbf{U}_{dis}^{(k)}$  σχετίζεται με το συνδεδεμένο διάνυσμα  $\mathbf{U}_{con}^{(k)}$  μέσω μιας μήτρας συνδετικότητας  $\mathbf{C}$ .

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \\ U_8 \\ U_9 \end{bmatrix}_{dis} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \end{bmatrix}_{con} \quad (4.52)$$

Τα κομβικά δυναμικά στο νέο διάνυσμα  $\mathbf{U}_{con}^{(k)}$  μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε τρεις ομάδες και η μήτρα συνδετικότητας μπορεί να διααιρεθεί ανάλογα.

- Τα προηγούμενα δυναμικά και οι αντίστοιχοι κόμβοι, με τον δείκτη  $o$ , οι οποίοι εμφανίζονται στη μήτρα  $\mathbf{U}_{dis}^{(k)}$  αλλά και στη μήτρα  $\mathbf{U}_{con}^{(k-1)}$ . Στο σχήμα 4.3 οι κόμβοι που αριθμούνται από 1 έως 6 ανήκουν στη συγκεκριμένη κατηγορία.
- Νέοι κόμβοι, με τον δείκτη  $n$ , των οποίων το δυναμικό είναι ελεύθερο να μεταβάλλεται και οι οποίοι θα επεκτείνουν το σύνολο των κόμβων. Στο σχήμα 4.3 μόνο ο κόμβος 7 ανήκει σε αυτή την κατηγορία.
- Κόμβοι που απομακρύνονται, με τον δείκτη  $r$ , των οποίων το δυναμικό είναι εξαρτώμενο από το δυναμικό των υπαρχόντων κόμβων και οι οποίοι δεν επεκτείνουν το σύνολο των κόμβων. Στο σχήμα 4.3 οι κόμβοι 8 και 9 ανήκουν σε αυτή την κατηγορία.

Με διαίρεση στις παραπάνω τρεις κατηγορίες η εξίσωση (4.52) μπορεί να γραφτεί ξανά όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\mathbf{U}_{dis}^{(k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{con}^{(k-1)} \\ \mathbf{U}_n \\ \mathbf{U}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{C}_{or} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{con}^{(k-1)} \\ \mathbf{U}_n \end{bmatrix} = \mathbf{C} \mathbf{U}_{con}^{(k)} \quad (4.53)$$

Καθώς τα στοιχεία προστίθενται στο πλέγμα οι μήτρες  $\mathbf{S}$  και  $\mathbf{T}$  μεγαλώνουν διαδοχικά,  $\mathbf{S}^{(0)}, \dots, \mathbf{S}^{(k-1)}, \mathbf{S}^{(k)}$ . Για να δημιουργηθεί η μήτρα  $\mathbf{S}^{(k)}$ , θα πρέπει να γραφτεί πρώτα η αποσυνδεδεμένη μήτρα  $\mathbf{S}_{dis}^{(k)}$ , η οποία αντιστοιχεί στο διάνυσμα δυναμικών  $\mathbf{U}_{dis}^{(k)}$  στη μητρική μορφή:

$$\mathbf{S}_{dis}^{(k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{con}^{(k-1)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_{nn} & \mathbf{S}_{nr} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_{rn} & \mathbf{S}_{rr} \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

Στην εξίσωση (4.54) η πάνω αριστερή μήτρα είναι η μήτρα η οποία προέκυψε από το προηγούμενο βήμα ενώ οι τέσσερις υπόλοιπες μήτρες περιέχουν τα νέα στοιχεία που κατηγοριοποιούνται στους νέους και στους αφαιρούμενους κόμβους σειρές και στήλες. Έπειτα οι αφαιρούμενες σειρές και στήλες απομακρύνονται μέσω του μετασχηματισμού συνδετικότητας:

$$\mathbf{S}^{(k)} = \mathbf{C}^T \mathbf{S}_{dis}^{(k)} \mathbf{C} \quad (4.55)$$

Εκτελώντας τον πολλαπλασιασμό των πινάκων θα προκύψει η προσαυξημένη μήτρα  $\mathbf{S}^{(k)}$ , η οποία δίνεται από την κάτωθι σχέση:

$$\mathbf{S}^{(k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{con}^{(k-1)} + \mathbf{C}_{rn}^T \mathbf{S}_{rr} \mathbf{C}_{rn} & \mathbf{C}_{rn}^T \mathbf{S}_{rn} \\ \mathbf{S}_{nr} \mathbf{C}_{rn} & \mathbf{S}_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

Η μήτρα  $\mathbf{T}$  αντιμετωπίζεται με την ίδια ακριβώς μέθοδο. Αυτή η διαδικασία μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε μερικό πλέγμα και όχι μόνο σε μεμονωμένα στοιχεία. Η παραπάνω διαδικασία είναι πολύ αποδοτική και έχει μικρές απαιτήσεις σε μνήμη καθώς σε κάθε βήμα η μήτρα προσαυξάνεται μόνο κατά μερικές γραμμές και στήλες. Επίσης έχει μικρό



υπολογιστικό κόστος γιατί η μήτρα  $C_m$  είναι μικρή και επίσης πολύ αραιή και έτσι οι πολλαπλασιασμοί των πινάκων που φαίνονται στην εξίσωση (4.56), μπορούν να εκτελεστούν με μεγάλη ταχύτητα.

#### 4.9 ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΑΚΗΣ ΓΙΑ ΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ

Οι βασικές αρχές της γραμμικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων ισχύουν και για τη μη γραμμική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων. Όπως και για τη γραμμική ανάλυση μία στατική συναρτησιακή κατασκευάζεται και διακριτοποιείται μέσω τριγωνικών στοιχείων. Το σημείο ελάχιστης ενέργειας καθορίζεται με τη λύση ενός συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων. Οι αλγεβρικές εξισώσεις που προκύπτουν για ένα μη γραμμικό πρόβλημα συνοριακών τιμών είναι και αυτές μη γραμμικές. Το συγκεκριμένο σύστημα μη γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων μπορεί να λυθεί με διάφορες μεθόδους που αναλύονται παρακάτω.

Ένα μαγνητοστατικό πρόβλημα μπορεί να αναπαρασταθεί μέσω ενός μαγνητικού βαθμωτού δυναμικού  $P$  έτσι ορισμένο ώστε η ένταση του μαγνητικού πεδίου  $\mathbf{H}$  να είναι η κλίση του βαθμωτού δυναμικού:

$$\mathbf{H} = -\nabla P \quad (4.57)$$

ή μέσω ενός μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού  $\mathbf{A}$  του οποίου η περιστροφή είναι ίση με τη μαγνητική επαγωγή  $\mathbf{B}$ :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (4.58)$$

Το βαθμωτό δυναμικό μπορεί να οριστεί μόνο σε περιοχές που το  $\mathbf{H}$  είναι αστρόβιλο δηλαδή σε περιοχές που δεν υπάρχουν πηγές ρεύματος. Το βαθμωτό δυναμικό περιγράφεται από την παρακάτω μη γραμμική διαφορική εξίσωση, η οποία είναι μη γραμμική εφόσον η μαγνητική διαπερατότητα του υλικού είναι συνάρτηση του μαγνητικού πεδίου.

$$\nabla \cdot (\mu \nabla P) = 0 \quad (4.59)$$

Ανάλογα το διανυσματικό δυναμικό περιγράφεται από την κάτωθι εξίσωση η οποία είναι πιο γενική από την εξίσωση (4.59) εφόσον η περιοχή του προβλήματος μπορεί να περιέχει και πηγές ρεύματος με μη μηδενική πυκνότητα ρεύματος  $\mathbf{J}$ .

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J} \quad (4.60)$$

Αυτές οι πηγές ρεύματος μπορεί να είναι είτε επιβαλλόμενες είτε να προκύπτουν από χρονικά μεταβαλλόμενα πεδία (δινορρεύματα). Η ειδική μαγνητική αντίσταση του υλικού είναι πάλι μη γραμμική ποσότητα αφού είναι συνάρτηση του πεδίου.

Οι εξισώσεις (4.59) και (4.60) ισχύουν για την ανάλυση τόσο των δισδιάστατων πεδίων όσο και των τρισδιάστατων πεδίων. Στην περίπτωση της δισδιάστατης ανάλυσης οι τελεστές της κλίσης και της περιστροφής αναφέρονται στις δύο διαστάσεις. Στην εξίσωση (4.60) το μαγνητικό διανυσματικό δυναμικό και η πυκνότητα ρεύματος έχουν μόνο την κάθετη συνιστώσα  $z$ , συνεπώς η εξίσωση (4.60) απλοποιείται στην παρακάτω έκφραση, όπου έχει την ίδια μορφή με τη γραμμική εξίσωση Poisson μόνο που το  $\nu$  δεν είναι σταθερό αλλά εξαρτάται από το διανυσματικό δυναμικό  $\mathbf{A}$ .

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J \quad (4.61)$$

Η μαγνητική διαπερατότητα των περισσότερων κοινών υλικών μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι βαθμωτή, αμφιμονοσήμαντη, μονότονη και καθώς το πεδίο αυξάνεται προκύπτει μειωμένη τιμή μαγνητικής διαπερατότητας. Το παραπάνω έχει μεγάλη θεωρητική σημασία καθώς εξασφαλίζει τη μοναδικότητα της λύσης για τις μεθόδους που παρουσιάζονται στο παρόν κεφάλαιο.

Για να προκύψει η λύση του μη γραμμικού προβλήματος από τις εξισώσεις (4.59) και (4.60) με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων πρέπει να οριστεί μία κατάλληλη συναρτησιακή. Θα μπορούσε να θεωρηθεί λόγω της ομοιότητας της εξίσωσης (4.61) με την αντίστοιχη γραμμική της μορφή ότι μία κατάλληλη συναρτησιακή θα ήταν και η παρακάτω:

$$F(\mathbf{U}) = \int_{\Omega} \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}}{2} d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{J} \cdot \mathbf{U} d\Omega \quad (4.62)$$

όπου  $\mathbf{U}$  είναι το προσεγγιστικό διανυσματικό δυναμικό  $\mathbf{A}$  όπως και στη γραμμική περίπτωση. Κάτι τέτοιο όμως δεν ισχύει στη γενική περίπτωση του μη γραμμικού προβλήματος. Η κατάλληλη μορφή της συναρτησιακής είναι:

$$F(\mathbf{U}) = \int_{\Omega} W(\mathbf{U}) d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{J} \cdot \mathbf{U} d\Omega \quad (4.63)$$

όπου  $W(\mathbf{U})$  είναι η πυκνότητα ενέργειας η οποία σχετίζεται με την προσεγγιστική λύση  $\mathbf{U}$ . Η ενέργεια πυκνότητας δε σχετίζεται μόνο με τα γραμμικά υλικά αλλά και με τα μη γραμμικά υλικά, δεδομένου βεβαίως ότι η πυκνότητα ενέργειας θα υπολογίζεται από την:

$$W = \int_{\Omega} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} \quad (4.64)$$

Για το πρόβλημα του διανυσματικού δυναμικού, εξίσωση (4.60), θα ισχύουν αντίστοιχα οι δύο επόμενες εξισώσεις όπου το  $\nu$  είναι συνάρτηση του  $\mathbf{B}$ .

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{U} \quad (4.65)$$

$$\mathbf{H} = \nu \mathbf{B} \quad (4.66)$$

Μπορεί να αποδειχθεί ότι εφόσον ο πρώτος όρος τη εξίσωσης (4.63) απεικονίζει ενέργεια οι συνθήκες για την ύπαρξη και τη μοναδικότητα της λύσης είναι ακριβώς αυτές που απαιτούνται για την ύπαρξη μίας μοναδικής κατάστασης ισορροπίας σε μαγνητικό σύστημα. Οι καμπύλες μαγνήτισης όλων των υλικών του προβλήματος πρέπει να είναι γνησίως αύξουσες ενώ η πρώτη παράγωγος της καμπύλης μαγνήτισης πρέπει να είναι γνησίως φθίνουσα.

Η διακριτοποίηση της συναρτησιακής της εξίσωσης (4.63) για τη μη γραμμική περίπτωση γίνεται χρησιμοποιώντας τεχνικές που χρησιμοποιούνται και για το γραμμικό πρόβλημα. Ας διακριτοποιηθεί η περιοχή του προβλήματος  $\Omega$  σε ένα σύνολο πεπερασμένων στοιχείων και ας θεωρηθεί ένα μεμονωμένο στοιχείο. Το δυναμικό  $U$  του στοιχείου θα δίνεται από τη σχέση:

$$U = \sum_i U_i a_i(x, y) \quad (4.67)$$

Η διαδικασία ελαχιστοποίησης περιγράφεται από την εξίσωση (4.68) όπου ο δείκτης  $i$  περιλαμβάνει όλες της μη δεσμευμένες μεταβλητές  $U_i$ .

$$\frac{\partial F}{\partial U_i} = 0 \quad (4.68)$$

Οπότε παραγωγίζοντας τη συναρτησιακή προκύπτει:

$$\int \left( \frac{\partial W}{\partial U_i} - J a_i \right) d\Omega = 0 \quad (4.69)$$

Από τις εξισώσεις (4.64) και (4.66) προκύπτει η κάτωθι έκφραση όπου  $b$  είναι μεταβλητή ολοκλήρωσης.

$$\frac{\partial W}{\partial U_i} = \frac{\partial}{\partial U_i} \int_0^B v b db = 0 \quad (4.70)$$

Επίσης είναι βολικό να θεωρηθεί η ειδική μαγνητική αντίσταση σα συνάρτηση του τετραγώνου της μαγνητικής επαγωγής όποτε η εξίσωση (4.70) πρέπει να γραφτεί ξανά σαν:

$$\frac{\partial W}{\partial U_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial U_i} \int_0^{B^2} v(b^2) d(b^2) = 0 \quad (4.71)$$

Η παραπάνω εξίσωση με τον αλυσοειδή κανόνα παραγωγίσης γίνεται:

$$\frac{\partial W}{\partial U_i} = \frac{1}{2} v(B^2) \frac{\partial}{\partial U_i} B^2 \quad (4.72)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (4.71) στην εξίσωση (4.69) και σύμφωνα με την εξίσωση (4.65) που συνδέει τη μαγνητική επαγωγή με το διανυσματικό δυναμικό η εξίσωση (4.69) γράφεται στην παρακάτω μητρική μορφή:

$$\mathbf{S}\mathbf{U} = \mathbf{J} \quad (4.73)$$

όπου  $\mathbf{U}$  είναι το διάνυσμα των κομβικών δυναμικών,  $\mathbf{J}$  είναι ένα διάνυσμα τα στοιχεία του οποίου δίνονται από τη σχέση:

$$J_k = \int J a_k d\Omega \quad (4.74)$$

και η μήτρα παραμέτρων  $\mathbf{S}$  περιέχει τα στοιχεία:

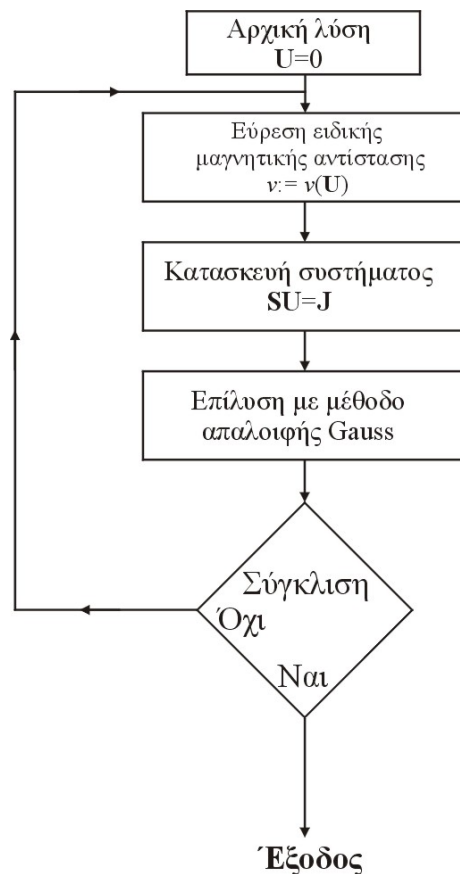
$$S_{ij} = \int v \left( \frac{\partial a_i}{\partial x} \frac{\partial a_j}{\partial x} + \frac{\partial a_i}{\partial y} \frac{\partial a_j}{\partial y} \right) d\Omega \quad (4.75)$$

Η ειδική μαγνητική αντίσταση δεν είναι συνάρτηση μόνο της θέσης αλλά και της τιμής του πεδίου. Συνεπώς η κατασκευή των μήτρων των στοιχείων είναι αρκετά πιο πολύπλοκη για το μη γραμμικό πρόβλημα από ότι στο αντίστοιχο γραμμικό ειδικά εφόσον η ιδιότητα του υλικού μπορεί να μεταβάλλεται τοπικά σε κάθε στοιχείο.

#### 4.10 ΛΥΣΗ ΜΕ ΑΠΛΗ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Αν και όλες οι μέθοδοι για την επίλυση συστημάτων μη γραμμικών εξισώσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν, στην πράξη μόνο δύο μέθοδοι έχουν βρει ευρεία χρήση. Αυτές είναι η απλή επαναληπτική μέθοδος και η επαναληπτική μέθοδος Newton-Raphson. Η απλή επαναληπτική μέθοδος δε βρίσκει ευρεία χρήση αλλά μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περιπτώσεις που είναι δύσκολη η εφαρμογή της επαναληπτικής μεθόδου Newton-Raphson.

Μία απλή επαναληπτική μέθοδος μπορεί να υλοποιηθεί ως εξής. Αρχικά θεωρείται ένα σύνολο τιμών ειδικής μαγνητικής αντίστασης και μετά λύνεται το γραμμικό σύστημα που προκύπτει. Το διάνυσμα κομβικών δυναμικών  $U$  το οποίο προκύπτει θα χρησιμοποιηθεί εκ νέου για τον προσδιορισμό ενός νέου συνόλου τιμών για την τοπική ειδική μαγνητική αντίσταση το οποίο θα χρησιμοποιηθεί για την κατάστρωση των γραμμικών εξισώσεων και την επίλυση του συστήματος που θα δώσει το νέο προσεγγιστικό διάνυσμα κομβικών δυναμικών  $U$ . Η διαδικασία αυτή μπορεί να αρχίσει υποθέτοντας αρχικές τιμές ειδικής μαγνητικής αντίστασης για μηδενική τιμή του πεδίου, και θα ολοκληρωθεί όταν δύο διαδοχικές λύσεις διαφέρουν μεταξύ τους κατά ένα συγκεκριμένο ποσοστό. Το διάγραμμα ροής της διαδικασίας που αναλύθηκε παραπάνω απεικονίζεται στο κάτωθι σχήμα.



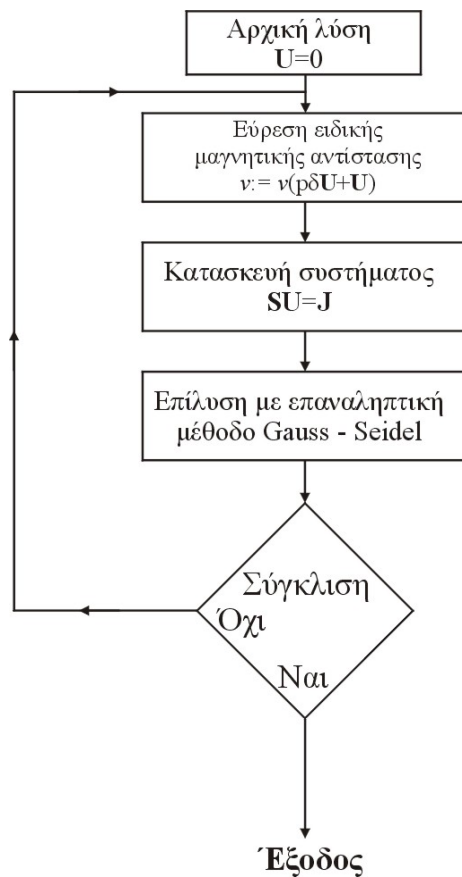
Σχήμα 4.4: Διάγραμμα ροής απλής επαναληπτικής μεθόδου.

Ο παραπάνω αλγόριθμος δε συγκλίνει ικανοποιητικά μπορεί όμως να βελτιωθεί σημαντικά με κατάλληλο υπολογισμό των ειδικών μαγνητικών αντιστάσεων  $\nu$ . Πιο συγκεκριμένα οι ειδικές μαγνητικές αντιστάσεις οι οποίες χρησιμοποιούνται στο επαναληπτικό βήμα  $k+1$ , δε θα υπολογίζονται από το διάνυσμα των τιμών των δυναμικών που προέκυψε από το βήμα  $k$  αλλά από ένα συνδυασμό των τιμών των κομβικών δυναμικών τα οποία προέκυψαν για το βήμα  $k$  και το βήμα  $k-1$ , πολλαπλασιασμένα με κατάλληλα βάρη όπως στην παρακάτω σχέση:

$$v^{(k+1)} = v\{pU^{(k)} + (1-p)U^{(k-1)}\} \quad (4.76)$$

Η παράμετρος  $p$  είναι μία σταθερή αριθμητική παράμετρος όπου  $0 < p < 1$ . Χωρίς την παραπάνω τροποποίηση η απλή επαναληπτική μέθοδος θα ταλαντώνει μεταξύ ενός ευρέως φάσματος των τιμών της ειδικής μαγνητικής αντίστασης. Επίσης δε χρειάζεται περαιτέρω μνήμη για τη συγκεκριμένη τροποποίηση εφόσον η προσέγγιση για το επαναληπτικό βήμα  $k-1$  μπορεί να αντικατασταθεί από τη λύση του επαναληπτικού βήματος  $k+1$ , οπότε η απαιτούμενη μνήμη θα αντιστοιχεί πάλι σε δύο πλήρη διανύσματα-πίνακες.

Σε κάθε βήμα του επαναληπτικού αλγόριθμου ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων, εξίσωση (4.73), πρέπει να λυθεί. Οι ευθείς μέθοδοι επίλυσης όπως η μέθοδος απαλοιφής Gauss, δεν είναι αποδοτικοί υπολογιστικά εφόσον, πρώτον μία αρκετά καλή προσέγγιση της λύσης είναι γνωστή σε κάθε επαναληπτικό βήμα αλλά δεν γίνεται καμία χρήση αυτής της προσεγγιστικής λύσης και δεύτερον όλες οι προσεγγιστικές λύσεις υπολογίζονται με όσο το δυνατόν περισσότερα σημαντικά ψηφία χωρίς όμως αυτό να έχει καμία σημασία αφού η λύση δεν είναι παρά προσεγγιστική. Συνεπώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί μία επαναληπτική μέθοδος όπως η επαναληπτική μέθοδος των Gauss-Seidel. Τέτοιες μέθοδοι μπορούν να λάβουν υπόψη τις προηγούμενες προσεγγιστικές λύσεις και μπορούν να θέσουν ένα συμβιβασμό μεταξύ της ταχύτητας επίλυσης και της ακρίβειας περιορίζοντας των αριθμό των επαναλήψεων της μεθόδου Gauss-Seidel οι οποίες εκτελούνται σε κάθε βήμα της επαναληπτικής διαδικασίας ελαχιστοποίησης της συναρτησιακής. Η παραπάνω μέθοδος παρουσιάζεται στο διάγραμμα ροής του επόμενου σχήματος.



Σχήμα 4.5: Διάγραμμα ροής τροποποιημένης απλής επαναληπτικής μεθόδου.

#### 4.11 ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ NEWTON-RAPHSON

Η απλή επαναληπτική μέθοδος της παραπάνω παραγράφου συγκλίνει αργά και έχει μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Επίσης δεν υπάρχει κάποια μέθοδος για την εύρεση της ειδικής μαγνητικής αντίστασης η οποία θα δώσει στην απλή επαναληπτική μέθοδο ευστάθεια χωρίς να επηρεαστεί σημαντικά η σύγκλιση. Στη συγκεκριμένη παράγραφο θα εξεταστεί η μέθοδος Newton-Raphson η οποία δεν παρουσιάζει τα παραπάνω μειονεκτήματα. Συγκλίνει πολύ πιο γρήγορα από την απλή επαναληπτική μέθοδο και επίσης οι απαιτήσεις σε μνήμη είναι ελάχιστα μεγαλύτερες από ότι αυτές της απλής επαναληπτικής μεθόδου. Ο ρυθμός σύγκλισης είναι θεωρητικά τετραγωνικός κοντά στη λύση, δηλαδή ο αριθμός σημαντικών ψηφίων της λύσης διπλασιάζεται με κάθε επανάληψη. Οπότε αν στην πρώτη επανάληψη η προσεγγιστική λύση είναι σωστή μέχρι ένα σημαντικό δυαδικό ψηφίο, η δεύτερη επανάληψη θα δώσει μία προσεγγιστική λύση η οποία είναι σωστή μέχρι δύο σημαντικά δυαδικά ψηφία, η τρίτη επανάληψη θα δώσει τέσσερα σημαντικά δυαδικά ψηφία και ούτω καθ' εξής. Συνεπώς πέντε ή έξι επαναληπτικά βήματα τετραγωνικής σύγκλισης θα δώσουν τη μέγιστη ακρίβεια η οποία διατίθεται σε ένα τυπικό 32-bit προσωπικό υπολογιστή. Πραγματική τετραγωνική σύγκλιση επιτυγχάνεται μόνο πολύ κοντά στη λύση. Πάντως περισσότερες από εφτά ή οχτώ επαναλήψεις της μεθόδου Newton-Raphson δε χρειάζονται προκειμένου να προκύψει μία ακριβής λύση.

Η επαναληπτική διαδικασία της μεθόδου Newton-Raphson μπορεί να υλοποιηθεί ως εξής. Αρχικά η συναρτησιακή της ενέργειας που περιγράφεται από την εξίσωση (4.63), διακριτοποιείται με αντικατάσταση σε αυτή της εξίσωσης (4.67). Ας θεωρηθεί ότι  $\mathbf{A}$  είναι η σωστή λύση ενώ  $\mathbf{U}$  είναι η προσεγγιστική λύση της  $\mathbf{A}$ .

$$\mathbf{U} = \mathbf{A} - \delta\mathbf{U} \quad (4.77)$$

Κάθε συνιστώσα της κλίσης της  $F(\mathbf{U})$  αναλύεται σε πολυδιάστατη σειρά Taylor κοντά στην προσεγγιστική λύση  $\mathbf{U}$ :

$$\frac{\partial F}{\partial U_i} = \left. \frac{\partial F}{\partial U_i} \right|_{\mathbf{U}} + \sum_j \left. \frac{\partial^2 F}{\partial U_i \partial U_j} \right|_{\mathbf{U}} \delta U_j + \dots \quad (4.78)$$

Αλλά η εξίσωση (4.68) απαιτεί ότι όταν  $\mathbf{U} = \mathbf{A}$  όλες οι συνιστώσες της κλίσης μηδενίζονται. Έτσι αγνοώντας τους όρους μεγαλύτερους της δεύτερης τάξης στη σειρά Taylor, η εξίσωση (4.78) που προκύπτει χρησιμοποιείται για την εύρεση της διαφοράς μεταξύ των  $\mathbf{U}$  και  $\mathbf{A}$ :

$$\delta\mathbf{U} = -\mathbf{P}^{-1}\mathbf{V} \quad (4.79)$$

όπου  $\mathbf{P}$  είναι η Ιακωβιανή μήτρα της επαναληπτικής μεθόδου Newton-Raphson (η Εσσιανή μήτρα της  $F$ ),

$$P_{ij} = \left. \frac{\partial^2 F}{\partial U_i \partial U_j} \right|_{\mathbf{U}} \quad (4.80)$$

ενώ  $\mathbf{V}$  είναι η κλίση της  $F(\mathbf{U})$  στη λύση  $\mathbf{U}$ :

$$V_i = \left. \frac{\partial F}{\partial U_i} \right|_{\mathbf{U}} \quad (4.81)$$

Μία επαναληπτική μέθοδος υλοποιείται θεωρώντας ένα αρχικό σύνολο τιμών δυναμικών  $\mathbf{U}$ , και υπολογίζοντας τη φαινόμενη διαφορά από το  $\mathbf{U}$ , χρησιμοποιώντας την εξίσωση (4.79). Η υπολογισμένη διαφορά αθροίζεται στην αρχική τιμή των δυναμικών. Αφού τρίτης και υψηλότερης τάξης παράγωγοι στη σειρά Taylor αγνοήθηκαν η μεταβολή όπως υπολογίζεται από την εξίσωση (4.79) είναι προσεγγιστική. Είναι ακριβής μόνο όταν η  $F(\mathbf{U})$  είναι δευτέρου βαθμού έτσι ώστε να μην υπάρχουν τρίτου ή υψηλότερου βαθμού παράγωγοι και αυτό ισχύει στο γραμμικό πρόβλημα για αυτό η επαναληπτική διαδικασία συγκλίνει σε ένα βήμα. Σε μη γραμμικά προβλήματα η υπολογισμένη μεταβολή  $\delta\mathbf{U}$  απλώς προστίθεται στην ποσότητα  $\mathbf{U}$  και η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται. Οπότε η παρακάτω επαναληπτική έκφραση είναι η επαναληπτική διαδικασία Newton-Raphson που συγκλίνει στη λύση  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{U}^{(k+1)} = \mathbf{U}^{(k)} - [\mathbf{P}^{(k)}]^{-1} \mathbf{V}^{(k)} \quad (4.82)$$

Επιτυχής εφαρμογή της επαναληπτικής διαδικασίας Newton-Raphson απαιτεί τον υπολογισμό των παραγώγων των εξισώσεων (4.80) και (4.81). Με παραγωγή της  $F(\mathbf{U})$  προκύπτει:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial U_i \partial U_j} = \int \frac{\partial^2 W}{\partial U_i \partial U_j} d\Omega \quad (4.83)$$

Με παραγωγή της εξίσωσης (4.72) θα προκύψει:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial U_i \partial U_j} = \frac{\nu}{2} \frac{\partial^2 (B^2)}{\partial U_i \partial U_j} + \frac{1}{2} \frac{dv}{dB^2} \frac{\partial B^2}{\partial U_i} \frac{\partial B^2}{\partial U_j} \quad (4.84)$$

Σύμφωνα και με τις εξισώσεις (4.65) και (4.67) θα προκύψει η εξής έκφραση:

$$B^2 = \sum_m \sum_n (\nabla a_m \cdot \nabla a_n) U_m U_n \quad (4.85)$$

Οι παράγωγοι της εξίσωσης (4.84) μπορούν να υπολογιστούν δίνοντας:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial U_i \partial U_j} = \nu (\nabla a_i \cdot \nabla a_j) + 2 \frac{dv}{dB^2} \sum_m \sum_n (\nabla a_m \cdot \nabla a_i) (\nabla a_n \cdot \nabla a_j) U_m U_n \quad (4.86)$$

Από την εξίσωση (4.86) προκύπτει ότι ο πρώτος όρος στο δεξί μέρος της εξίσωσης, είναι ακριβώς αυτό που προκύπτει από το γραμμικό πρόβλημα. Ο δεύτερος όρος ο οποίος είναι και πιο πολύπλοκος εμφανίζεται μόνο στη μη γραμμική περίπτωση. Οπότε θα χρειαστούν περισσότεροι υπολογισμοί για να κατασκευαστεί η μήτρα παραμέτρων  $\mathbf{P}$  για ένα μη γραμμικό πρόβλημα από ότι θα χρειαστούν για τη μήτρα  $\mathbf{S}$  ενός ανάλογου γραμμικού προβλήματος. Η δομή των μήτρων και στις δύο περιπτώσεις είναι όμοια. Το μη γραμμικό πρόβλημα απαιτεί λίγο περισσότερο υπολογιστικό κόστος αλλά έχει τις ίδιες απαιτήσεις σε μνήμη όπως το ανάλογο γραμμικό πρόβλημα.

Για να αναπτυχθούν σε λεπτομέρεια τα τριγωνικά στοιχεία πρώτης τάξης αρχικά υπολογίζεται η Ιακωβιανή μήτρα της εξίσωσης (4.80):

$$P_{ij} = \int \nu (\nabla a_i \cdot \nabla a_j) d\Omega + 2 \int \frac{dv}{dB^2} \sum_m \sum_n (\nabla a_m \cdot \nabla a_i) (\nabla a_n \cdot \nabla a_j) U_m U_n d\Omega \quad (4.87)$$

Σε ένα τριγωνικό στοιχείο πρώτης τάξης η μαγνητική επαγωγή και συνεπώς και η ειδική μαγνητική αντίσταση είναι σταθερές παντού στο εσωτερικό του τριγωνικού στοιχείου. Το πρώτο ολοκλήρωμα στο δεξί μέρος της εξίσωσης (4.87) είναι η μη γραμμική μήτρα  $\mathbf{S}$  της εξίσωσης (4.75). Επίσης επειδή η πρώτη τάξης συναρτήσεις παρεμβολής είναι γραμμικές, η κλίση αυτών θα είναι μία σταθερά. Από την εξίσωση (4.87) προκύπτει η παρακάτω έκφραση όπου  $\Delta$  είναι το εμβαδόν του τριγωνικού στοιχείου.

$$P_{ij} = S_{ij} + \frac{2}{\Delta} \frac{dv}{dB^2} \sum_m \sum_n (\nabla a_m \cdot \nabla a_i)(\nabla a_n \cdot \nabla a_j) U_m U_n \quad (4.88)$$

Για απλότητα θεωρείται ως  $\mathbf{S}'$  η μήτρα  $\mathbf{S}$  η οποία προκύπτει για ένα στοιχείο με ειδική μαγνητική αντίσταση ίση με τη μονάδα.

$$S_{ij} = vS'_{ij} \quad (4.89)$$

Επίσης ας θεωρηθεί ο πίνακας  $\mathbf{E}$  με στοιχεία:

$$E_k = \sum_m S'_{km} U_m \quad (4.90)$$

Οπότε σύμφωνα με τις σχέσεις (4.89) και (4.90) η εξίσωση (4.88) θα δίνεται από την:

$$P_{ij} = vS'_{ij} + \frac{2}{\Delta} \frac{dv}{dB^2} E_i E_j \quad (4.91)$$

Ο δεύτερος όρος στο δεξί μέρος της εξίσωσης (4.91) είναι απλώς το γινόμενο των διανυσμάτων  $\mathbf{E}$ , οπότε και το υπολογιστικό κόστος θα είναι μικρό.

Το διάνυσμα υπολοίπων της εξίσωσης (4.81) μπορεί να γραφτεί ως εξής:

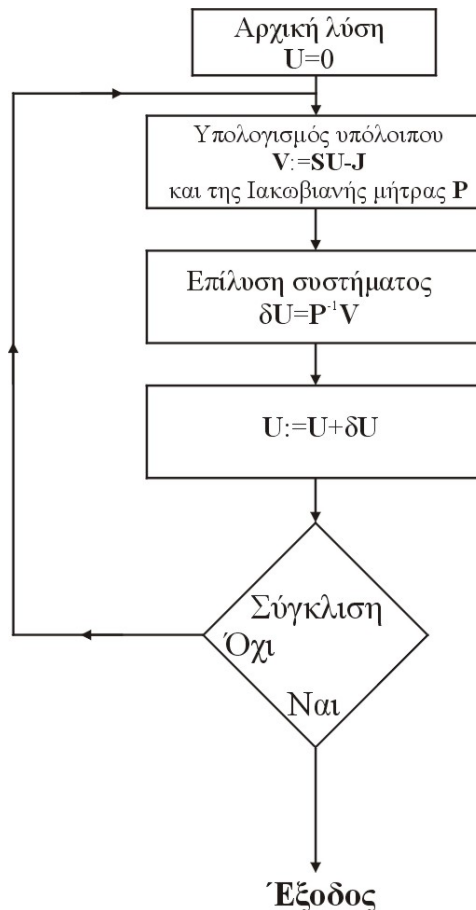
$$V_i = \int \frac{\partial W}{\partial U_i} \Big|_U d\Omega - J_i \quad (4.92)$$

όπου  $\mathbf{J}$  είναι το διάνυσμα που περιγράφεται από τη σχέση (4.74). Παραγωγίζοντας σε αντιστοιχία με την εξίσωση (4.72) και χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (4.89) και (4.90) προκύπτει:

$$\int \frac{\partial W}{\partial U_i} d\Omega = v \sum_m S'_{im} U_m = vE_i \quad (4.93)$$

Το διάγραμμα ροής της επαναληπτικής μεθόδου Newton-Raphson απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα.





Σχήμα 4.6: Διάγραμμα ροής επαναληπτικής μεθόδου Newton-Raphson.

#### 4.12 ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ NEWTON-RAPHSON

Οι ιδιότητες των μαγνητικών υλικών, μαγνητική διαπερατότητα και ειδική μαγνητική αντίσταση, μπορούν να μεταβάλλονται σε ένα διάστημα τριών η τεσσάρων τάξεων μεγέθους. Η επαναληπτική μέθοδος Newton-Raphson συγκλίνει πολύ καλά όταν είναι κοντά στην τελική λύση, όμως τέτοιες μεγάλες αλλαγές μπορεί να επιδράσουν στην αρχική σύγκλιση δραματικά. Η υπερεκτίμηση των δυναμικών και της μαγνητικής επαγωγής έχει ως αποτέλεσμα να προκύψουν υψηλές τιμές για την ειδική μαγνητική αντίσταση κάτι το οποίο με τη σειρά του θα οδηγήσει σε υποεκτίμηση της μαγνητικής επαγωγής και ούτω καθ' εξής. Η λύση θα συγκλίνει τελικά αλλά με ένα πολύ αργό ρυθμό και με μεγάλη ταλάντωση. Η συνηθισμένη τεχνική για ξεπεραστεί το παραπάνω πρόβλημα είναι να αποτραπεί ο αλγόριθμος Newton-Raphson να παίρνει μεγάλα βήματα. Αυτό επιτυγχάνεται εύκολα με την εισαγωγή ενός συντελεστή απόσβεσης  $q$  και τροποποιώντας την επαναληπτική διαδικασία Newton-Raphson της εξίσωσης (4.82) με τον παρακάτω τρόπο:

$$\mathbf{U}^{(k+1)} = \mathbf{U}^{(k)} - q[\mathbf{P}^{(k)}]^{-1} \mathbf{V}^{(k)} \quad (4.94)$$

Συνεπώς το πλήρες βήμα μπορεί να υπολογίζεται αλλά δεν εφαρμόζεται. Η εισαγωγή όμως αυτού του συντελεστή απόσβεσης έχει δυσμενή επίδραση στην τετραγωνική σύγκλιση της επαναληπτικής διαδικασίας Newton-Raphson οπότε θα πρέπει να εφαρμοστεί μία μη στατική επαναληπτική διαδικασία όπου ο συντελεστής απόσβεσης  $q$  μεταβάλλεται σε κάθε επαναληπτικό στάδιο. Η γενική ιδέα είναι να μειωθεί το μέγεθος του βήματος, περίπου στο

μισό, αν η μεταβολή είναι μεγάλη, αλλά να διατηρηθεί το πλήρες βήμα αν η μεταβολή είναι μικρή. Οπότε ο συντελεστής απόσβεσης  $q$  μπορεί να τεθεί ίσος με:

$$q = 1 - \frac{1}{2} \frac{\|\delta \mathbf{U}^{(k)}\|}{\|\mathbf{U}^{(k)}\|} \quad (4.95)$$

### 4.13 ΑΝΙΣΟΤΡΟΠΙΚΑ ΥΛΙΚΑ

Σε μετασχηματιστές τυλιχτών πυρήνων, καθώς και σε πολλές πρακτικές συσκευές, χρησιμοποιούνται σιδηρομαγνητικά υλικά κατευθυνόμενων κόκκων. Τέτοια υλικά έχουν μία τιμή μαγνητικής διαπερατότητας σε μία κατεύθυνση  $p$  και μία διαφορετική τιμή στην κάθετη κατεύθυνση  $q$ . Το παραπάνω συνεπάγεται ότι η μαγνητική επαγωγή στα σιδηρομαγνητικά υλικά κατευθυνόμενων κόκκων δεν είναι συνάρτηση μόνο της έντασης του μαγνητικού πεδίου αλλά και της γωνίας που σχηματίζει με την κατεύθυνση εύκολης μαγνήτισης  $p$ . Η κατεύθυνση εύκολης μαγνήτισης  $p$  στις μαγνητικές λαμαρίνες κατευθυνόμενων κόκκων συμπίπτει με την κατεύθυνση εξέλασης των σιδηρομαγνητικών ελασμάτων. Στην επόμενη παράγραφο αναπτύσσεται ένα ελλειπτικό ανισοτροπικό μοντέλο για τη μακροσκοπική αναπαράσταση των σιδηρομαγνητικών ελασμάτων από τα οποία κατασκευάζεται ένας τυλιχτός πυρήνα.

#### 4.13.1 Ελλειπτικό Ανισοτροπικό Μοντέλο για τη Μακροσκοπική Αναπαράσταση Σιδηρομαγνητικών Ελασμάτων

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω η μαγνητική επαγωγή στην περιοχή ενός σιδηρομαγνητικού υλικού κατευθυνόμενων κόκκων είναι μία συνάρτηση δύο μεταβλητών  $B(H, \theta)$  της έντασης του μαγνητικού πεδίου και της γωνίας που σχηματίζει με την κατεύθυνση εξέλασης της μαγνητικής λαμαρίνας. Ένα μοντέλο υπολογισμού της μαγνητικής επαγωγής στην περιοχή ενός σιδηρομαγνητικού υλικού θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη όχι μόνο τη μη γραμμική εξάρτηση της μαγνητικής επαγωγής από την ένταση του μαγνητικού πεδίου αλλά και τη διεύθυνση του πεδίου σε σχέση με την κατεύθυνση  $p$ .

Στο σχήμα 4.7 απεικονίζονται έξι καμπύλες μαγνήτισης  $B - H$  για μία τυπική μαγνητική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων και για διαφορετικές γωνίες σε σχέση με την κατεύθυνση εξέλασης της λαμαρίνας, από  $0^\circ$  έως  $60^\circ$ . Οι συγκεκριμένες καμπύλες μπορεί να προκύψουν με χρήση της διάταξης Epstein, κόβοντας τη μαγνητική λαμαρίνα σε διαφορετικές γωνίες σε σχέση με την κατεύθυνση εξέλασης, ή με χρήση διατάξεων δοκιμής μονού ελάσματος (single sheet testers). Από τις χαρακτηριστικές μαγνήτισης του σχήματος 4.7 βγαίνει το συμπέρασμα ότι για δεδομένη τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου, η μαγνητική επαγωγή δεν είναι σταθερή αλλά μεταβάλλεται. Όσο αυξάνει η γωνία σε σχέση με την κατεύθυνση εξέλασης της λαμαρίνας, τόσο μειώνεται η τιμή της μαγνητικής επαγωγής, μέχρι να λάβει την ελάχιστη τιμή της για  $\theta = 90^\circ$ , όταν δηλαδή η κατεύθυνση του πεδίου συμπίπτει με την κάθετη κατεύθυνση  $q$ .

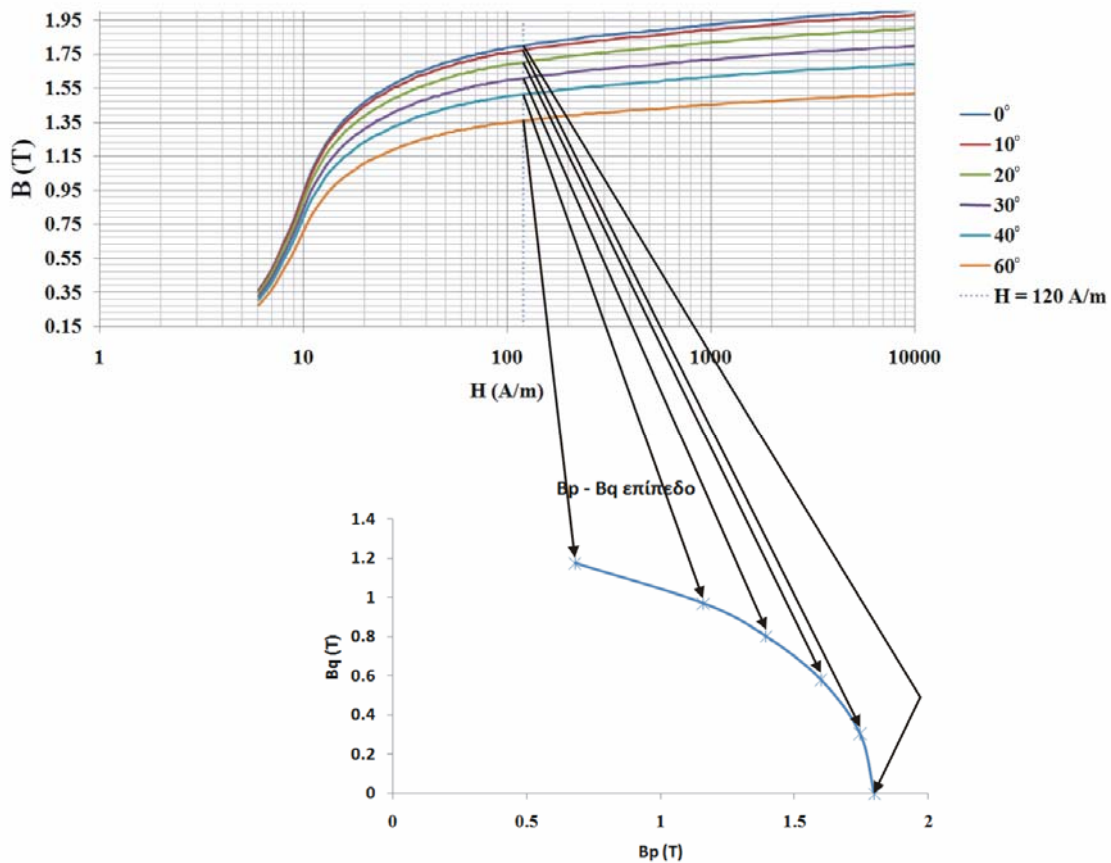
Από τα παραπάνω συνεπάγεται ότι καθώς αυξάνει η γωνία σε σχέση με την κατεύθυνση εξέλασης της λαμαρίνας για δεδομένη τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου, τόσο μειώνεται η μαγνητική διαπερατότητα του σιδηρομαγνητικού υλικού ή αντίστροφα τόσο αυξάνεται η ειδική μαγνητική αντίσταση, κάνοντας τη μαγνήτιση του υλικού πιο δύσκολη. Αναλύοντας την ένταση του μαγνητικού πεδίου και της μαγνητικής επαγωγής σε δύο συνιστώσες, μία παράλληλη στην κατεύθυνση  $p$  και την άλλη παράλληλη στην κατεύθυνση

$q$ , η σχέση που θα συνδέει την ένταση του μαγνητικού πεδίου και της μαγνητικής επαγωγής θα δίνεται από:

$$H_p = \nu_p B_p, \quad H_q = \nu_q B_q \quad (4.96)$$

ή υιοθετώντας τανυστική περιγραφή για την ειδική μαγνητική αντίσταση:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \nu_p & 0 \\ 0 & \nu_q \end{bmatrix} \mathbf{B} \quad (4.97)$$

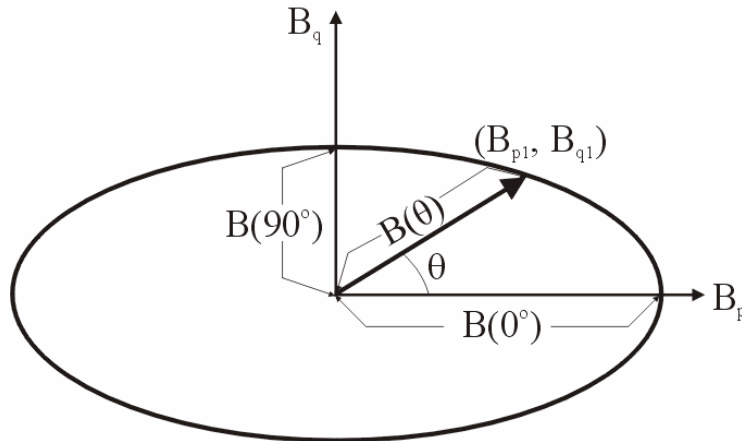


**Σχήμα 4.7:** Καμπύλες μαγνήτισης για διαφορετικές γωνίες σε σχέση με την κατεύθυνση εξέλασης και προβολή τους στο  $B_p - B_q$  επίπεδο.

Προκειμένου να υπολογιστεί η μαγνητική επαγωγή για διάφορες τιμές της γωνίας σε σχέση με την κατεύθυνση  $p$ , θα πρέπει να είναι γνώστες από μετρήσεις οι καμπύλες μαγνήτισης για έναν πολύ μεγάλο αριθμό γωνιών, κάτι που είναι πρακτικά πολύ δύσκολο. Επιπλέον για να υπολογιστεί η μαγνητική επαγωγή σε μία γωνία για την οποία δεν υπάρχουν τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα, θα πρέπει αναγκαστικά να γίνει παρεμβολή μεταξύ δύο διαδοχικών καμπύλων μαγνήτισης με αποτέλεσμα να προκύψουν μεγάλα σφάλματα. Η λύση που προτείνεται στη παρούσα εργασία, είναι να χρησιμοποιηθεί ένα ελλειπτικό ανισοτροπικό μοντέλο το οποίο αναλύεται παρακάτω.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 4.7, με προβολή της τιμής της μαγνητικής επαγωγής στο επίπεδο  $B_p - B_q$  για διάφορες γωνίες και για δεδομένη τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου, προκύπτει μία καμπύλη η οποία κάτω υπό συγκεκριμένες προϋποθέσεις μπορεί να

προσεγγιστεί από μία έλλειψη. Τα κύρια γεωμετρικά χαρακτηριστικά της έλλειψης απεικονίζονται στο σχήμα 4.8.



**Σχήμα 4.8:** Έλλειψη στο  $B_p - B_q$  επίπεδο για την αναπαράσταση της μαγνητικής επαγωγής  $B(H, \theta)$ .

Η εξίσωση της έλλειψης του σχήματος 4.8 δίνεται από τη σχέση (4.98) όπου  $B(0^\circ)$  και  $B(90^\circ)$  είναι το μήκος του μεγάλου και του μικρού ημιάξονα της έλλειψης. Το μήκος του μεγάλου και του μικρού ημιάξονα εκφράζουν αντίστοιχα την τιμή της μαγνητικής επαγωγής για γωνία  $0^\circ$  (ταύτιση με κατεύθυνση  $p$ ) και  $90^\circ$  (ταύτιση με κατεύθυνση  $q$ ).

$$\frac{B_p^2}{B(0^\circ)^2} + \frac{B_q^2}{B(90^\circ)^2} = 1 \quad (4.98)$$

Ο λόγος  $r$  των ημιαξόνων της έλλειψης δίνεται από:

$$r = \frac{B(0^\circ)}{B(90^\circ)} \quad (4.99)$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της (4.98) με  $B(0^\circ)^2$  και χρησιμοποιώντας την εξίσωση (4.99) προκύπτει:

$$B_p^2 + r^2 B_q^2 = B(0^\circ)^2 \quad (4.100)$$

Έστω ότι η επαγωγή για μία αυθαίρετη γωνία έχει συνιστώσες  $B_{p1}$ ,  $B_{q1}$ . Τότε από το σχήμα 4.8 θα ισχύει:

$$B_{p1} = B \cos \theta, \quad B_{q1} = B \sin \theta \quad (4.101)$$

Επειδή το σημείο  $(B_{p1}, B_{q1})$  ανήκει στην έλλειψη του σχήματος 4.8, θα ικανοποιεί και την εξίσωση της έλλειψης. Οπότε αντικαθιστώντας τις σχέσεις (4.101) στην (4.102) προκύπτει:

$$B^2(\cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta) = B(0^\circ)^2 \quad (4.102)$$

Ξαναγράφοντας την εξίσωση (4.102) προκύπτει διαδοχικά:

$$B^2(\cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta + \sin^2 \theta - \sin^2 \theta) = B(0^\circ)^2 \quad (4.103)$$

$$B^2(1 + (r^2 - 1)\sin^2 \theta) = B(0^\circ)^2 \quad (4.104)$$

$$B(\theta) = \frac{B(0^\circ)}{\sqrt{1 + (r^2 - 1)\sin^2 \theta}} \quad (4.105)$$

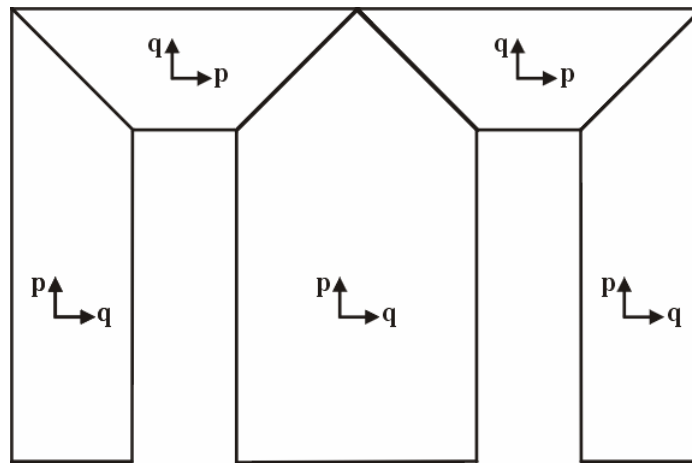
Από την εξίσωση (4.105) υπολογίζεται η μαγνητική επαγωγή για μία αυθαίρετη γωνία ως προς την κατεύθυνση  $p$  και για δεδομένη τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου. Στο συγκεκριμένο ανισοτροπικό μοντέλο απαιτούνται να είναι γνωστές μόνο η τυπική καμπύλη μαγνήτισης του σιδηρομαγνητικού υλικού (για γωνία  $0^\circ$ ) και η καμπύλη μαγνήτισης κατά την κατεύθυνση  $q$  (για γωνία  $90^\circ$ ). Συνοπτικά η διαδικασία που ακολουθείται είναι η ακόλουθη.

- Από την καμπύλη μαγνήτισης υπολογίζεται η ποσότητα  $B(0^\circ)$  για δεδομένη ένταση του μαγνητικού πεδίου.
- Κατόπιν από την καμπύλη μαγνήτισης κατά την κατεύθυνση  $q$  (για γωνία  $90^\circ$ ) και για την ίδια τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου υπολογίζεται η ποσότητα  $B(90^\circ)$ .
- Από την εξίσωση (4.99) υπολογίζεται ο λόγος των ημιαξόνων της έλλειψης  $r$ .
- Τέλος από την εξίσωση (4.105) υπολογίζεται η μαγνητική επαγωγή για οποιαδήποτε γωνία μεταξύ  $0^\circ$  και  $90^\circ$ .

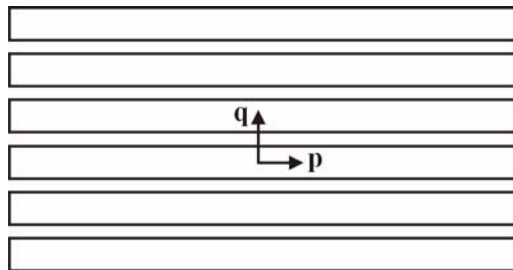
Ελλειπτικά ανισοτροπικά μοντέλα έχουν προταθεί και χρησιμοποιηθεί από αρκετούς ερευνητές [4.1]-[4.6] για τη μοντελοποίηση μετασχηματιστών στοιβαχτού πυρήνα. Δεν έχουν όμως αναπτυχθεί μέχρι στιγμής αντίστοιχα μοντέλα για τους μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα οι οποίοι παρουσιάζουν σημαντικές κατασκευαστικές διαφορές με τους μετασχηματιστές στοιβαχτού πυρήνα. Πιο συγκεκριμένα οι αναφορές [4.1]-[4.6] έχουν επικεντρωθεί στην εύρεση της πεδριακής κατανομής σε σιδηρομαγνητικές περιοχές που απεικονίζονται στο σχήμα 4.9 (στοιβαχτός πυρήνας). Αντιθέτως στην περίπτωση του τυλιχτού πυρήνα πρέπει να υπολογιστεί η πεδριακή κατανομή σε σιδηρομαγνητικές περιοχές που απεικονίζονται στο σχήμα 4.10, δηλαδή σε περιοχές που αποτελούνται από μεγάλο αριθμό σιδηρομαγνητικών ελασμάτων όπου ανάμεσα σε δύο διαδοχικά ελάσματα υπάρχει αέρας και το μονωτικό υλικό των ελασμάτων (υλικό με σχετική μαγνητική διαπερατότητα ίση με τη μονάδα).

Ενώ το παραπάνω ελλειπτικό μοντέλο δεν είναι αποδοτικό για μετασχηματιστές στοιβαχτού πυρήνα μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα καθώς μοντελοποιεί με πολύ καλή ακρίβεια τα σιδηρομαγνητικά ελάσματα. Επίσης το συγκεκριμένο ανισοτροπικό μοντέλο μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω δεδομένου ότι οι ειδικές μαγνητικές αντιστάσεις κατά την  $p$  και  $q$  κατεύθυνση μπορούν να βρεθούν αναλυτικά με μία

διαδικασία που αναπτύσσεται στην επόμενη παράγραφο. Έτσι δεν είναι απαραίτητο να καθοριστεί πειραματικά η καμπύλη μαγνήτισης κατά την κατεύθυνση  $q$  και αρκεί να είναι γνωστή μόνο η τυπική καμπύλη μαγνήτισης της μαγνητικής λαμαρίνας.



Σχήμα 4.9: Σιδηρομαγνητικές περιοχές στοιβαχτού πυρήνα.



Σχήμα 4.10: Σιδηρομαγνητική περιοχή τυλιχτού πυρήνα.

#### 4.13.2 Εκφράσεις για την Ειδική Μαγνητική Αντίσταση κατά την $p$ και $q$ Διεύθυνση

Η εξίσωση υπολογισμού της μαγνητικής αντίστασης υλικού μαγνητικής διαπερατότητας  $\mu$ , μήκους  $l$  και διατομής  $A$  δίνεται από:

$$R_M = \frac{l}{\mu A} \quad (4.106)$$

Έστω η περιοχή σιδηρομαγνητικών ελασμάτων που απεικονίζεται στο σχήμα 4.11, μήκους  $l$ , πλάτους  $w$  και μοναδιαίου πάχους. Η ροή κατευθύνεται κατά την κατεύθυνση  $p$ , δηλαδή κατά την κατεύθυνση εξέλασης της μαγνητικής λαμαρίνας. Όπως φαίνεται από το σχήμα 4.11, η ροή μπορεί να περάσει μέσα από το σίδηρο ή μέσα από τον αέρα. Οι δύο συγκεκριμένες διαδρομές έχουν διαφορετική μαγνητική αντίσταση. Σύμφωνα με την εξίσωση (4.106) και το σχήμα 4.11, η μαγνητική αντίσταση του σιδήρου θα είναι:

$$R_{Fe} = \frac{l}{\mu_r \mu_0 c_{sf} w} \quad (4.107)$$

όπου  $\mu_r$  είναι η σχετική μαγνητική διαπερατότητα του σιδήρου και  $c_{sf}$  είναι ο συντελεστής πληρότητας του τυλιχτού πυρήνα, δηλαδή η σχετική ποσότητα σιδήρου στην περιοχή των σιδηρομαγνητικών ελασμάτων.

Με τον ίδιο τρόπο η μαγνητική αντίσταση του αέρα θα δίνεται από:

$$R_{Air} = \frac{l}{\mu_0 (1 - c_{sf}) w} \quad (4.108)$$

Η συνολική μαγνητική αντίσταση κατά την κατεύθυνση  $p$  είναι ο παράλληλος συνδυασμός των μαγνητικών αντιστάσεων του σιδήρου και του αέρα:

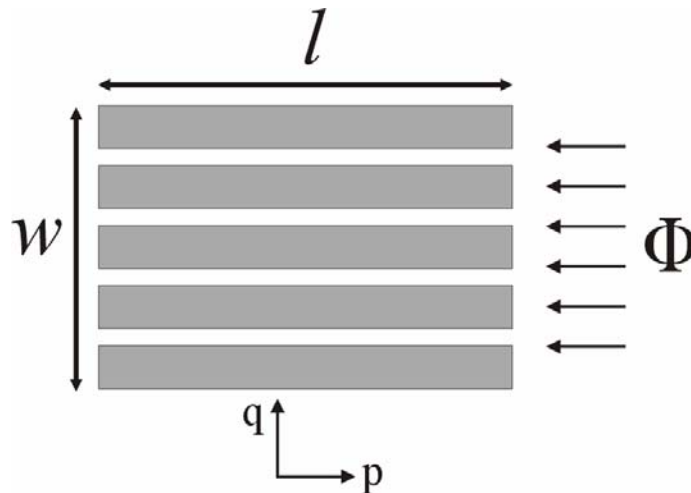
$$R_p = \frac{R_{Fe} R_{Air}}{R_{Fe} + R_{Air}} \quad (4.109)$$

Με αντικατάσταση των εξισώσεων (4.107), (4.108) στην εξίσωση (4.109), προκύπτει:

$$R_p = \frac{l}{\mu_0 [c_{sf} \mu_r + (1 - c_{sf})]} w \quad (4.110)$$

Από την εξίσωση (4.110) και παρατηρώντας την εξίσωση (4.106), προκύπτει ότι η μαγνητική διαπερατότητα κατά την κατεύθυνση  $p$  είναι ίση με:

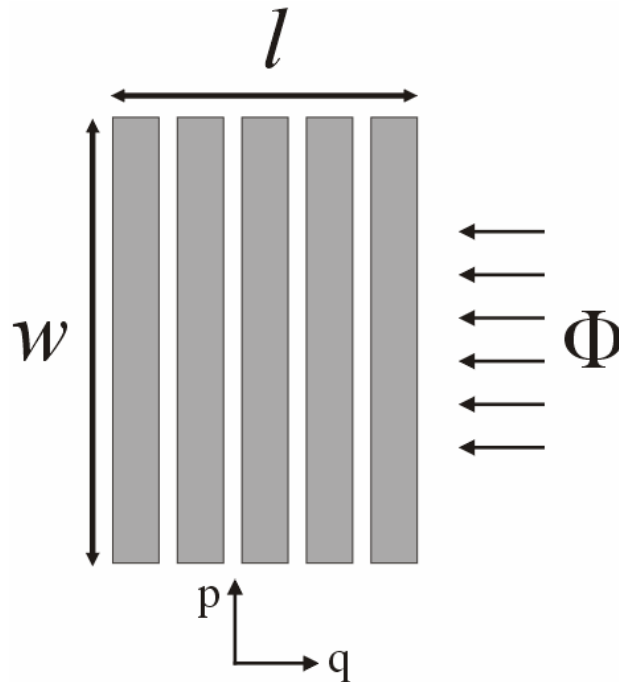
$$\mu_p = \mu_0 [c_{sf} \mu_r + (1 - c_{sf})] \quad (4.111)$$



**Σχήμα 4.11:** Περιοχή σιδηρομαγνητικών ελασμάτων και ροή κατά την κατεύθυνση εξέλασης της μαγνητικής λαμαρίνας.

Ανάλογη ανάλυση μπορεί να ακολουθηθεί για την εύρεση της μαγνητικής διαπερατότητας κατά την κατεύθυνση  $q$ . Έστω η περιοχή σιδηρομαγνητικών ελασμάτων που απεικονίζεται στο σχήμα 4.12, μήκους  $l$ , πλάτους  $w$  και μοναδιαίου πάχους. Η ροή κατευθύνεται κατά την κατεύθυνση δύσκολης μαγνήτισης  $q$ . Από το σχήμα 4.12, φαίνεται ότι η ροή περνάει διαδοχικά μέσα από σίδηρο και αέρα, δηλαδή οι μαγνητικές αντιστάσεις του σιδήρου και του αέρα συνδέονται σε σειρά. Επιπλέον στη συγκεκριμένη περίπτωση, η σχετική μαγνητική διαπερατότητα του σιδήρου είναι σημαντικά μικρότερη από τη σχετική μαγνητική διαπερατότητα του αέρα όταν η ροή κατευθύνεται κατά την κατεύθυνση εξέλασης της λαμαρίνας. Επειδή όμως η μαγνητική αντίσταση κατά την κατεύθυνση  $q$  καθορίζεται κυρίως από τη μαγνητική αντίσταση του αέρα μπορεί να θεωρηθεί με πολύ καλή προσέγγιση ότι η σχετική μαγνητική διαπερατότητα του σιδήρου είναι και σε αυτή την περίπτωση ίση με τη

σχετική μαγνητική διαπερατότητα κατά την κατεύθυνση εξέλασης. Με την παραπάνω παραδοχή απαιτείται να είναι γνωστή μόνο η τυπική καμπύλη μαγνήτισης του σιδηρομαγνητικού υλικού ενώ το προκύπτουν σφάλμα είναι πολύ μικρό.



**Σχήμα 4.12:** Περιοχή σιδηρομαγνητικών ελασμάτων και ροή κάθετα προς την κατεύθυνση εξέλασης της μαγνητικής λαμαρίνας.

Παρατηρώντας το σχήμα 4.12, η μαγνητική αντίσταση του σιδήρου δίνεται από:

$$R_{Fe} = \frac{c_{sf} l}{\mu_r \mu_0 w} \quad (4.112)$$

ενώ η μαγνητική αντίσταση του αέρα από:

$$R_{Air} = \frac{(1 - c_{sf}) l}{\mu_0 w} \quad (4.113)$$

Η μαγνητική αντίσταση κατά την κατεύθυνση  $q$  θα δίνεται από:

$$R_q = R_{Fe} + R_{Air} \quad (4.114)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (4.112), (4.113) στην εξίσωση (4.114) προκύπτει:

$$R_q = \frac{[c_{sf} + (1 - c_{sf}) \mu_r] l}{\mu_r \mu_0 w} \quad (4.115)$$

Από την εξίσωση (4.115) και παρατηρώντας την εξίσωση (4.106), προκύπτει ότι η μαγνητική διαπερατότητα κατά την κατεύθυνση  $q$  είναι ίση με:



$$\mu_q = \frac{\mu_r \mu_0}{[c_{sf} + (1 - c_{sf})\mu_r]} \quad (4.116)$$

Εναλλακτικές εκφράσεις για τις ειδικές μαγνητικές αντιστάσεις κατά τις κατευθύνσεις  $p$  και  $q$ , όπως αυτές που αναπτύχθηκαν στην αναφορά [4.7], προκύπτουν με την παρακάτω διαδικασία.

Από την εξίσωση (4.111) η ειδική μαγνητική αντίσταση κατά την κατεύθυνση  $p$  δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$v_p = \frac{1}{\mu_0 [c_{sf} \mu_r + (1 - c_{sf})]} \quad (4.117)$$

Θέτοντας  $k_S = c_{sf}$  και  $\mu_I = \mu_0 \mu_r$ , η εξίσωση (4.117) θα δίνεται από:

$$v_p = \frac{1}{k_S \mu_I + \mu_0 (1 - k_S)} \quad (4.118)$$

Ξαναγράφοντας την εξίσωση (4.118) προκύπτει:

$$v_p = \frac{1}{k_S \frac{\mu_I \mu_0}{\mu_0} + \mu_0 \mu_I \frac{(1 - k_S)}{\mu_I}} \quad (4.119)$$

και θέτοντας  $v_0 = 1/\mu_0$  και  $v_I = 1/\mu_I$  η παραπάνω εξίσωση γράφεται ως:

$$v_p = \frac{1}{\mu_I \mu_0 [k_S v_0 + (1 - k_S) v_I]} \quad (4.120)$$

Τέλος η εξίσωση (4.120) απλοποιείται στην παρακάτω σχέση που δίνει την εναλλακτική έκφραση για την ειδική μαγνητική αντίσταση κατά την κατεύθυνση  $p$ .

$$v_p = \frac{v_I v_0}{k_S v_0 + (1 - k_S) v_I} \quad (4.121)$$

Ανάλογη διαδικασία ακολουθείται για την εύρεση της εναλλακτικής έκφρασης της ειδικής μαγνητικής αντίστασης κατά την κατεύθυνση  $q$ . Από την εξίσωση (4.116) προκύπτει η ειδική μαγνητική αντίσταση κατά την κατεύθυνση δύσκολης μαγνήτισης:

$$v_q = \frac{c_{sf} + (1 - c_{sf})\mu_r}{\mu_r \mu_0} \quad (4.122)$$

Δεδομένου ότι  $k_S = c_{sf}$ ,  $\mu_I = \mu_0 \mu_r$ ,  $v_0 = 1/\mu_0$  και  $v_I = 1/\mu_I$  θα προκύψουν διαδοχικά:

$$v_q = \frac{k_s + (1 - k_s)\mu_r}{\mu_r \mu_0} \quad (4.123)$$

$$v_q = \frac{k_s}{\mu_l} + \frac{(1 - k_s)}{\mu_0} \quad (4.124)$$

Απλοποιώντας τη σχέση (4.124) προκύπτει και η εναλλακτική έκφραση της ειδικής μαγνητικής αντίστασης κατά την κατεύθυνση  $q$ :

$$v_q = k_s v_l + (1 - k_s) v_0 \quad (4.125)$$

#### 4.13.3 Ενσωμάτωση του Ανισοτροπικού Μοντέλου στη Μέθοδο Πεπερασμένων Στοιχείων

Οι αρχές που εφαρμόστηκαν προηγουμένως, εξισώσεις (4.61)-(4.66), ισχύουν και στην περίπτωση των ανισοτροπικών υλικών και η συναρτησιακή που θα ελαχιστοποιηθεί είναι πάλι η  $F(\mathbf{U})$  που δίνεται από την εξίσωση (4.63) δεδομένου βεβαίως ότι η ειδική μαγνητική αντίσταση είναι τανυστής. Η δυσκολία στην πρακτική εφαρμογή συνίσταται στο ότι η αποθηκευμένη ενέργεια  $W$  δεν εξαρτάται μόνο από το πλάτος αλλά και από τη διεύθυνση της μαγνητικής επαγωγής όπως αναφέρθηκε και παραπάνω. Στην πράξη μπορούν να χρησιμοποιηθούν καμπύλες της ειδικής μαγνητικής αντίστασης για τις δύο κύριες διευθύνσεις  $p$  και  $q$  αλλά και για κάποιες ενδιάμεσες διευθύνσεις. Μπορεί όμως να χρησιμοποιηθεί εναλλακτικά η μέθοδος που παρουσιάστηκε στην παράγραφο 4.13.1 και η οποία δίνει πολύ καλά αποτελέσματα με σφάλμα της τάξης μερικών εκατοστιαίων μονάδων σε εφαρμογές όπου πρέπει να υπολογιστεί η πεδιακή κατανομή σε περιοχές σιδηρομαγνητικών ελασμάτων (τυλιχτούς πυρήνες). Η συγκεκριμένη μέθοδος συνίσταται στο να υποτεθεί ότι ο γεωμετρικός τόπος σταθερής ειδικής μαγνητικής αντίστασης σχηματίζει ελλείψεις στο  $B_p - B_q$  επίπεδο. Αυτό είναι το ίδιο με το να θεωρηθεί ότι:

$$W = W(B_p^2 + r^2 B_q^2) \quad (4.126)$$

όπου  $r$  είναι ο λόγος των ημιαξόνων της έλλειψης. Το όρισμα της εξίσωσης (4.126) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$B_p^2 + r^2 B_q^2 = \left( \frac{\partial A}{\partial q} \right)^2 + r^2 \left( \frac{\partial A}{\partial p} \right)^2 \quad (4.127)$$

Η αμοιβαία αλλαγή των  $p$  και  $q$  προκύπτει από την περιστροφή του διανυσματικού δυναμικού,  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ . Για τριγωνικά στοιχεία η εξίσωση (4.127) μπορεί να γραφτεί ως:

$$B_p^2 + r^2 B_q^2 = \sum_i \sum_j \frac{\partial A}{\partial \zeta_i} \frac{\partial A}{\partial \zeta_j} \left( \frac{\partial \zeta_i}{\partial q} \frac{\partial \zeta_j}{\partial q} + r^2 \frac{\partial \zeta_i}{\partial p} \frac{\partial \zeta_j}{\partial p} \right) \quad (4.128)$$

Όπως και στην περίπτωση των γραμμικών στοιχείων οι παράγωγοι των γενικών συντεταγμένων ως προς τις τοπικές συντεταγμένες  $p$  και  $q$  μπορούν να εκφραστούν σε όρους των τιμών των συντεταγμένων στους κόμβους των τριγωνικών στοιχείων. Έτσι προκύπτει:

$$B_p^2 + r^2 B_q^2 = \sum_i \sum_j \frac{\partial A}{\partial \zeta_i} \frac{\partial A}{\partial \zeta_j} \left\{ (q_{i-1} - q_{i+1})(q_{j-1} - q_{j+1}) + r^2 (p_{i+1} - p_{i-1})(p_{j+1} - p_{j-1}) \right\} \quad (4.129)$$

Για την κατασκευή των μήτρων των στοιχείων πρέπει να γίνει η ελαχιστοποίηση της συναρτησιακής. Χρησιμοποιώντας τον αλυσοειδή κανόνα παραγωγίσης θα προκύψει:

$$\frac{\partial W}{\partial U_i} = \frac{\partial W}{\partial b^2} \frac{\partial b^2}{\partial U_i} \quad (4.130)$$

$$b^2 = B_p^2 + r^2 B_q^2$$

Στην εξίσωση (4.130),  $\mathbf{U}$  είναι η προσεγγιστική λύση ενώ η σωστή λύση είναι  $\mathbf{U} = \mathbf{A}$ . Χρησιμοποιώντας παρεμβολή συναρτήσεων όπως στην εξίσωση (4.67) και αντικαθιστώντας θα προκύψει η κάτωθι εξίσωση:

$$\frac{\partial W}{\partial U_k} = \frac{1}{2\Delta^2} \sum_i U_i \sum_j \frac{dW}{db^2} \frac{\partial a_i}{\partial \zeta_i} \frac{\partial a_k}{\partial \zeta_j} \left\{ (q_{i-1} - q_{i+1})(q_{j-1} - q_{j+1}) + r^2 (p_{i+1} - p_{i-1})(p_{j+1} - p_{j-1}) \right\} \quad (4.131)$$

Η μήτρα  $\mathbf{S}$  της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να προκύψει με ολοκλήρωση της εξίσωσης (4.130). Η αναλυτική ολοκλήρωση είναι δυνατή μόνο σε μερικές απλές περιπτώσεις εφόσον η  $W$  είναι σε γενικές περιπτώσεις μόνο εμπειρικά γνωστή και μία πολύπλοκη συνάρτηση της θέσεως. Για την υλοποίηση της μεθόδου Newton-Raphson, ο αλυσοειδής κανόνας παραγωγίσης μπορεί να εφαρμοστεί ξανά δίνοντας:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial U_k \partial U_m} = \frac{d^2 W}{d(b^2)^2} \frac{\partial b^2}{\partial U_k} \frac{\partial b^2}{\partial U_m} + \frac{dW}{d(b^2)} \frac{\partial^2 (b^2)}{\partial U_k \partial U_m} \quad (4.132)$$

όπου οι παράγωγοι υπολογίζονται ακριβώς όπως στην εξίσωση (4.130).

Μέθοδοι όπως αυτές που αναλύθηκαν παραπάνω είναι πολύ εύκολο να εφαρμοστούν σε υλικά που αποτελούνται από ελάσματα όπου η έκφραση της ενέργειας μπορεί να προκύψει αναλυτικά με όρους των ιδιοτήτων των υλικών από την παράγραφο 4.13.2.

#### 4.14 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η ανάλυση που παρουσιάστηκε στο παρόν κεφάλαιο βασίστηκε στις αναφορές [4.8]-[4.11] και ιδιαίτερα στο σύγγραμμα των *Silvester, Ferrari* [4.8]. Η πιο σημαντική προσθήκη που έγινε ήταν η ανάπτυξη του ελλειπτικού ανισοτροπικού μοντέλου για τη μοντελοποίηση των τυλιχτών πυρήνων. Διάφορα ελλειπτικά ανισοτροπικά μοντέλα έχουν αναπτυχθεί [4.1]-[4.6], τα οποία όμως είναι μόνο κατάλληλα για τη μοντελοποίηση μετασχηματιστών στοιβαχτού πυρήνα οι οποίοι παρουσιάζουν σημαντικές κατασκευαστικές διαφορές με τους μετασχηματιστές τυλιχτού τύπου. Το ελλειπτικό ανισοτροπικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στην παράγραφο 4.13 είναι κατάλληλο για τη μοντελοποίηση τυλιχτών πυρήνων ενώ για την εφαρμογή του απαιτούνται να είναι γνωστά μόνο η τυπική καμπύλη μαγνήτισης της μαγνητικής λαμαρίνας και ο συντελεστής πληρότητας του πυρήνα.

Στο συγκεκριμένο μοντέλο γίνεται η υπόθεση ότι ο γεωμετρικός τόπος σταθερής έντασης μαγνητικού πεδίου σχηματίζει ελλείψεις στο  $B_p - B_q$  επίπεδο ή αντίστροφα ο γεωμετρικός

τόπος σταθερής μαγνητικής επαγωγής σχηματίζει ελλείψεις στο  $H_p - H_q$  επίπεδο. Με αυτόν τον τρόπο είναι δυνατή η εύρεση της μαγνητικής επαγωγής ή αντίστροφα της έντασης του μαγνητικού πεδίου για οποιαδήποτε διεύθυνση του πεδίου γνωρίζοντας μόνο την τυπική καμπύλη μαγνήτισης του σιδηρομαγνητικού υλικού.

Η ενσωμάτωση του ελλειπτικού ανισοτροπικού μοντέλου στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων επιτυγχάνεται στην περίπτωση του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού (για δισδιάστατα και τρισδιάστατα προβλήματα) θεωρώντας ότι ο γεωμετρικός τόπος σταθερής ειδικής μαγνητικής αντίστασης σχηματίζει ελλείψεις στο  $B_p - B_q$  επίπεδο και στην περίπτωση του μαγνητικού βαθμωτού δυναμικού (τρειςδιάστατα προβλήματα) θεωρώντας ότι ο γεωμετρικός τόπος σταθερής μαγνητικής διαπερατότητας σχηματίζει ελλείψεις στο  $H_p - H_q$  επίπεδο.

Προκειμένου να υπολογιστεί η ακριβής πεδιακή κατανομή των τυλιχτών πυρήνων, θα πρέπει να μοντελοποιηθούν όλα τα σιδηρομαγνητικά ελάσματα καθώς και ο αέρας μεταξύ των ελασμάτων. Με αυτόν τον τρόπο όμως προκύπτει ένα μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων με πολύ πυκνό πλέγμα και τεράστιο υπολογιστικό κόστος καθώς ένας τυπικός τυλιχτός πυρήνας αποτελείται από πολλές δεκάδες ή εκατοντάδες ελάσματα. Η επίλυση ενός τέτοιου προβλήματος είναι πολύ δύσκολη ή πρακτικά αδύνατη ακόμα και με τους σημερινούς προσωπικούς υπολογιστές. Θεωρώντας όμως τον τυλιχτό πυρήνα ως συνεχές και χρησιμοποιώντας το ελλειπτικό ανισοτροπικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στην παρούσα εργασία για την αναπαράσταση του υλικού του πυρήνα, προκύπτει αραιό πλέγμα ενώ η πεδιακή κατανομή υπολογίζεται με πολύ μικρό σφάλμα και υπολογιστικό κόστος. Η συγκεκριμένη τεχνική εφαρμόστηκε στις αναφορές [4.12]-[4.13].

#### 4.15 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [4.1] D. Shen, J. C. Sabonnadiere, G. Meunier, and J. L. Coulomb, "Three-dimensional anisotropic magnetic field calculation in transformer cores," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 24, no. 1, pp. 483-486, Jan. 1988.
- [4.2] M. Enokizono K. Yuki, and S. Kawano, "An improved magnetic field analysis in oriented steel sheet by finite element method considering tensor reluctivity," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 31, no. 3, pp. 1797-1800, May. 1995.
- [4.3] M. Birkfeld and K. A. Hempel, "Calculation of the magnetic behavior of electrical steel sheet under two dimensional excitation by means of the reluctance tensor," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 33, no. 5, pp. 3757-3759, Sep. 1997.
- [4.4] M. Enokizono and N. Soda, "Finite element analysis of transformer model core with measured reluctivity tensor," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 33, no. 5, pp. 4110-4112, Sep. 1997.
- [4.5] M. Enokizono and N. Soda, "Direct magnetic loss analysis by FEM considering vector magnetic properties," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 34, no. 5, pp. 3008-3011, Sep. 1998.
- [4.6] H. V. Sande, T. Boonen, I. Podoleanu, F. Henrotte, and K. Hameyer, "Simulation of a three-phase transformer using an improved anisotropy model," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 2, pp. 850-855, Mar. 2004.
- [4.7] O. A. Mohammed, N. A. Demerdash, and T. W. Nehl, "Nonlinear three dimensional field computation methods in laminated iron cores under saturated conditions," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 19, no. 5, pp. 2091-2093, Sep. 1983.
- [4.8] P. P. Silvester, R. L. Ferrari, "Finite elements for electrical engineers," Cambridge University Press, 1996.
- [4.9] K. Hameyer, R. Belmans, "Numerical modelling and design of electrical machines and devices," WIT Press, 1999.
- [4.10] S. Moaveni, "Finite element analysis," Pearson Educational International, 2003.
- [4.11] N. Bianchi, "Electrical machine analysis using finite elements," Taylor & Francis Group, 2005.
- [4.12] T. Kefalas, M. Tsili, and A. Kladas, "Unification of anisotropy and FEM-BE models for distribution transformer optimization," *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 10, no. 5, pp. 1143-1148, May 2008.
- [4.13] T. Kefalas and A. Kladas, "FEM package for iron loss evaluation and minimization of two grade lamination wound cores," *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 10, no. 5, pp. 1197-1202, May 2008.
- [4.14] T. D. Kefalas, P. S. Georgilakis, A. G. Kladas, A. T. Souflaris, and D. G. Paparigas, "Multiple grade lamination wound core: A novel technique for transformer iron loss minimization using simulated annealing with restarts and an anisotropy model," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 6, pp. 1082-1085, Jun. 2008.



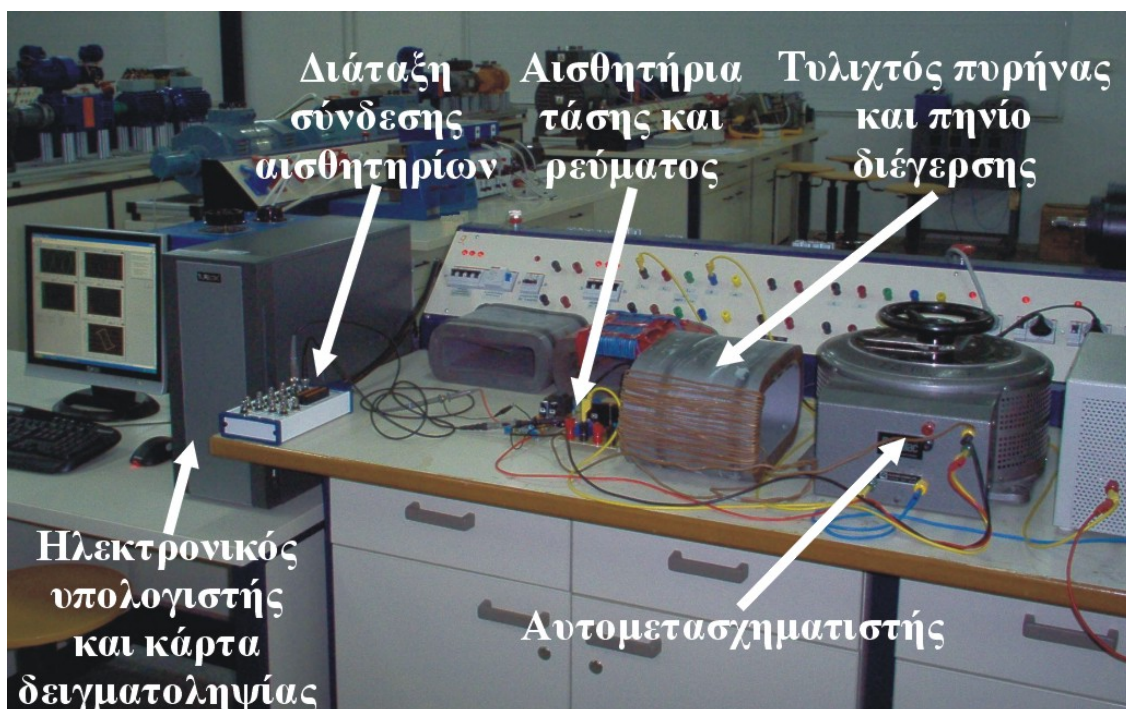
## ΔΙΑΤΑΞΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ ΤΥΛΙΧΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ

### 5.1 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ

Στο Σχήμα 5.1 φαίνεται η διάταξη που χρησιμοποιήθηκε, στο Εργαστήριο Ηλεκτρικών Μηχανών και Ηλεκτρονικών Ισχύος του ΕΜΠ, για τις μετρήσεις απωλειών κενού φορτίου, τοπικής μαγνητικής επαγωγής και τοπικών ειδικών απωλειών, μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα.

Η συγκεκριμένη εργαστηριακή διάταξη αποτελείται από τα παρακάτω στοιχεία.

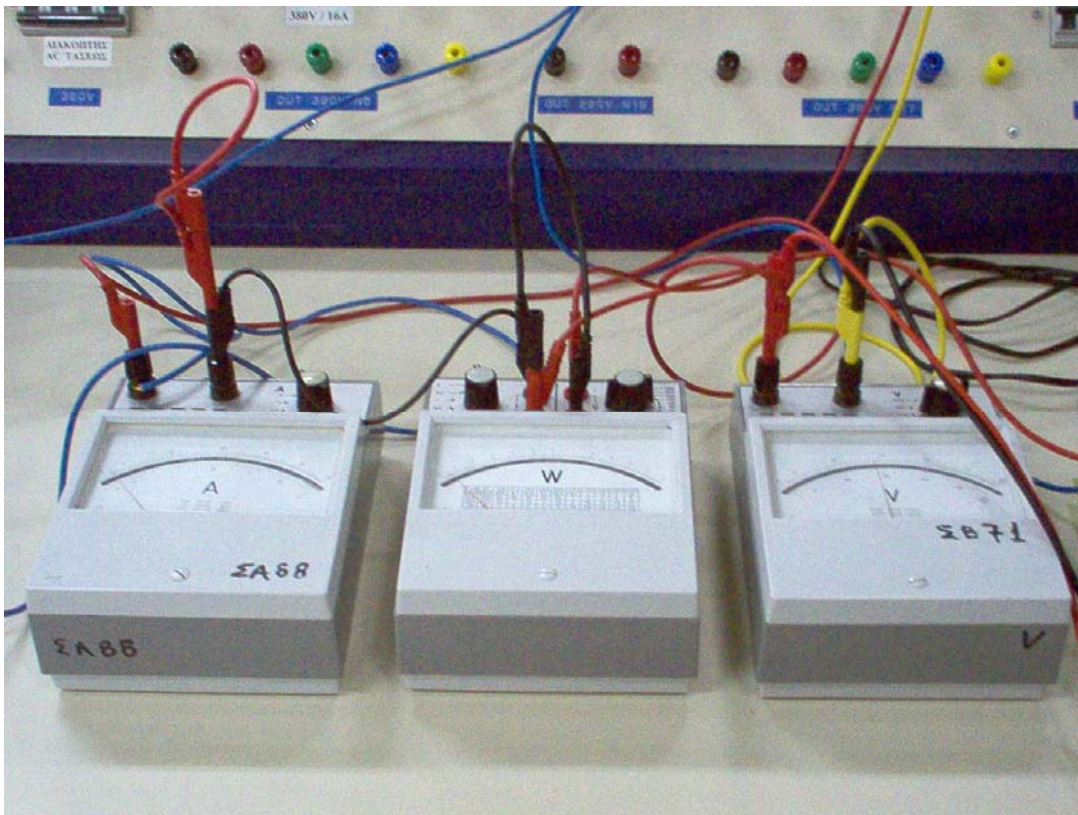
- Αυτομετασχηματιστής (VARIAC).
- Αναλογικά όργανα (ένα βολτόμετρο, ένα αμπερόμετρο, ένα βαττόμετρο).
- Παλμογράφος.
- Διαφορικό ενεργό αισθητήριο τάσεως (High Voltage Active Differential Probe).
- Αισθητήριο ρεύματος (Current Probe).
- Διάταξη σύνδεσης αισθητηρίων (BNC Connector Block).
- Κάρτα δειγματοληψίας (Data Acquisition).
- Προσωπικό ηλεκτρονικό υπολογιστή με το πρόγραμμα LabVIEW.



Σχήμα 5.1: Εργαστηριακή διάταξη μετρήσεων μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα.

Η κάρτα δειγματοληψίας καθώς και η διάταξη σύνδεσης αισθητηρίων είναι της εταιρίας National Instruments. Η κάρτα δειγματοληψίας είναι μία κάρτα PCI που εισάγεται στον προσωπικό υπολογιστή και χρησιμοποιείται για τη δειγματοληψία διαφόρων σημάτων μέσω των μετατροπέων από αναλογικό σε ψηφιακό (Analog to Digital Converter ADC) που διαθέτει. Η συγκεκριμένη κάρτα έχει τη δυνατότητα δειγματοληψίας οχτώ σημάτων ταυτόχρονα με μέγιστη συχνότητα δειγματοληψίας 250 kHz, διαθέτει δηλαδή συνολικά οκτώ αναλογικές εισόδους.

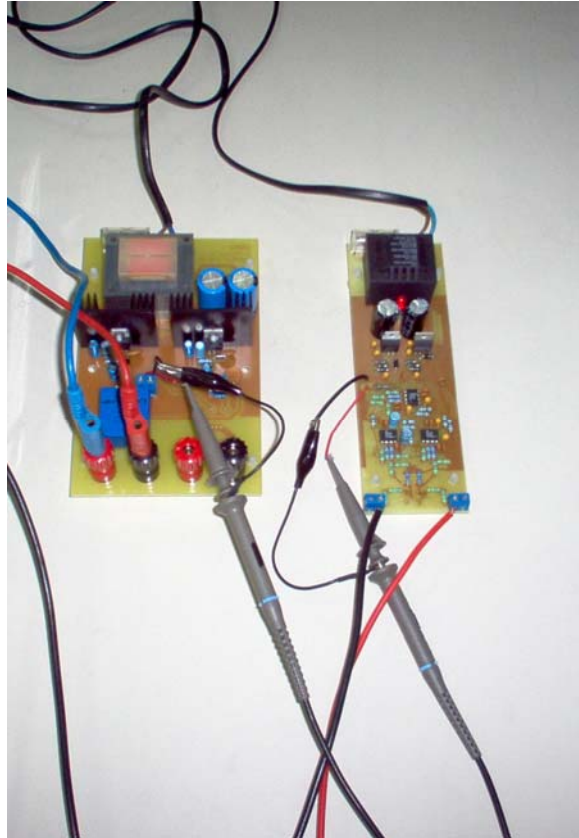
Στο Σχήμα 5.2 φαίνονται τα αναλογικά όργανα που χρησιμοποιήθηκαν καθώς και οι αντίστοιχες συνδέσεις. Φαίνονται από αριστερά προς τα δεξιά το αμπερόμετρο, το βαττόμετρο και το βολτόμετρο. Τα αναλογικά όργανα χρησιμοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια των αρχικών μετρήσεων προκειμένου να επιβεβαιωθούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την επεξεργασία των δεδομένων, η λήψη των οποίων έγινε με την κάρτα δειγματοληψίας, με το λογισμικό LabVIEW.



Σχήμα 5.2: Αναλογικά όργανα μέτρησης.

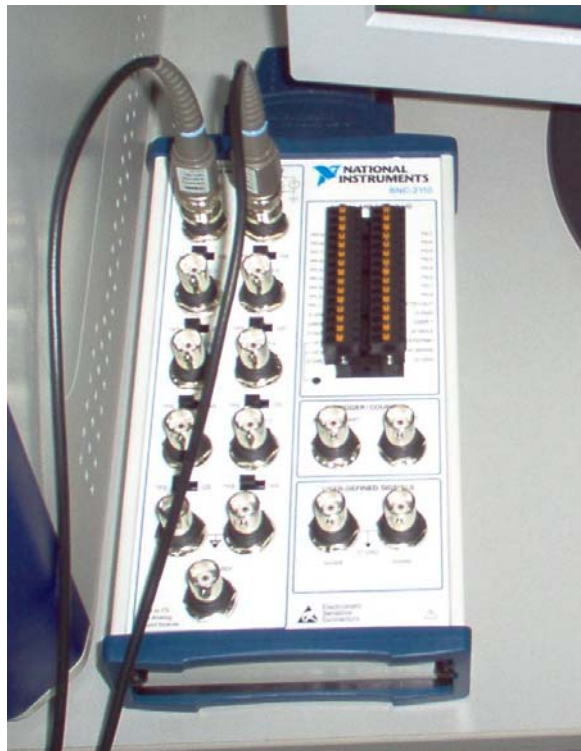
Στο σχήμα 5.3 φαίνονται από αριστερά προς τα δεξιά το αισθητήριο ρεύματος και το διαφορικό ενεργό αισθητήριο τάσεως. Χρησιμοποιώντας αυτά τα αισθητήρια και τον ηλεκτρονικό υπολογιστή με την κάρτα δειγματοληψίας, είναι δυνατό να αποθηκευτούν οι κυματομορφές τάσης και ρεύματος με μεγάλη ακρίβεια. Τα αναλογικά όργανα καθώς και ο παλμογράφος χρησιμοποιούνται απλώς για λόγους εποπτείας και επιβεβαίωσης. Έτσι η χρήση τους στις μετρήσεις δεν είναι αναγκαία με αποτέλεσμα να μην εισάγονται και επιπρόσθετα σφάλματα. Επίσης τα συγκεκριμένα αισθητήρια τάσης και ρεύματος, προσφέρουν γαλβανική απομόνωση προστατεύοντας την κάρτα δειγματοληψίας η οποία είναι πολύ ευαίσθητη. Τέλος τα αισθητήρια τάσης και ρεύματος αναπαράγουν τα σήματα του ρεύματος και της τάσης με πολύ μεγάλη ακρίβεια. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό δεδομένου ότι τα αποτελέσματα των μετρήσεων πρόκειται να συγκριθούν με τα αντίστοιχα που προκύπτουν από τις αριθμητικές προσομοιώσεις.





**Σχήμα 5.3:** Αισθητήρια ρεύματος και διαφορικό τάσεως.

Η έξοδος των αισθητήριων τάσης και ρεύματος μπορεί να συνδεθεί απευθείας στον παλμογράφο ή μέσω της διάταξης σύνδεσης, που φαίνεται στο σχήμα 5.4, στην κάρτα δειγματοληψίας.



**Σχήμα 5.4:** Διάταξη σύνδεσης αισθητήριων (BNC Connector Block).

## 5.2 ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΤΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

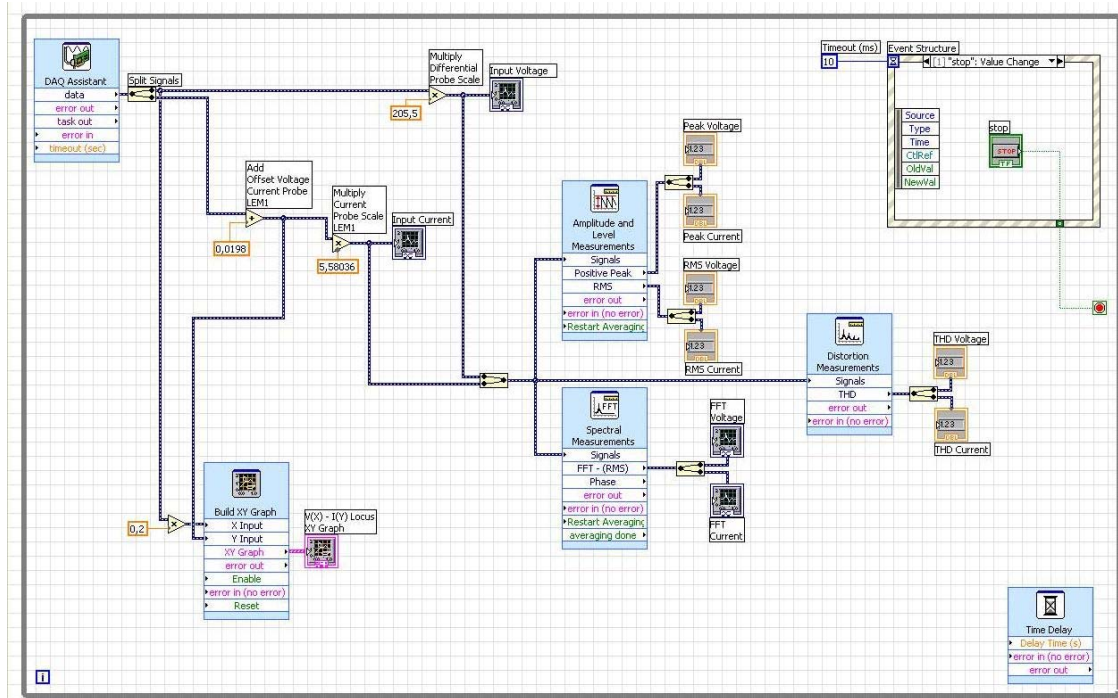
Τα υποσυστήματα που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο αποτελούν το υλικό (Hardware) της πειραματικής διάταξης μέτρησης που χρησιμοποιήθηκε για τους μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα. Στην παρούσα παράγραφο αναλύεται το λογισμικό (Software) της συγκεκριμένης διάταξης. Το λογισμικό είναι απαραίτητο καθώς μέσω αυτού μπορεί να ελεγχθεί η κάρτα δειγματοληψίας και να αποθηκευτούν για περαιτέρω επεξεργασία τα αναλογικά σήματα που παρέχει το υλικό στις εισόδους της κάρτας.

Το λογισμικό υλοποιήθηκε μέσω του προγράμματος LabVIEW το οποίο επιτρέπει τη δημιουργία εικονικών οργάνων (Virtual Instruments) με τα οποία υλοποιούνται οι μετρήσεις και ο έλεγχος της διατάξεως. Τα εικονικά όργανα κατασκευάζονται μέσω διαγραμμάτων βαθμίδων (block diagrams) όπως ακριβώς και στο λογισμικό Simulink-Matlab. Για τις μετρήσεις των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα κατασκευάστηκαν δύο εικονικά όργανα.

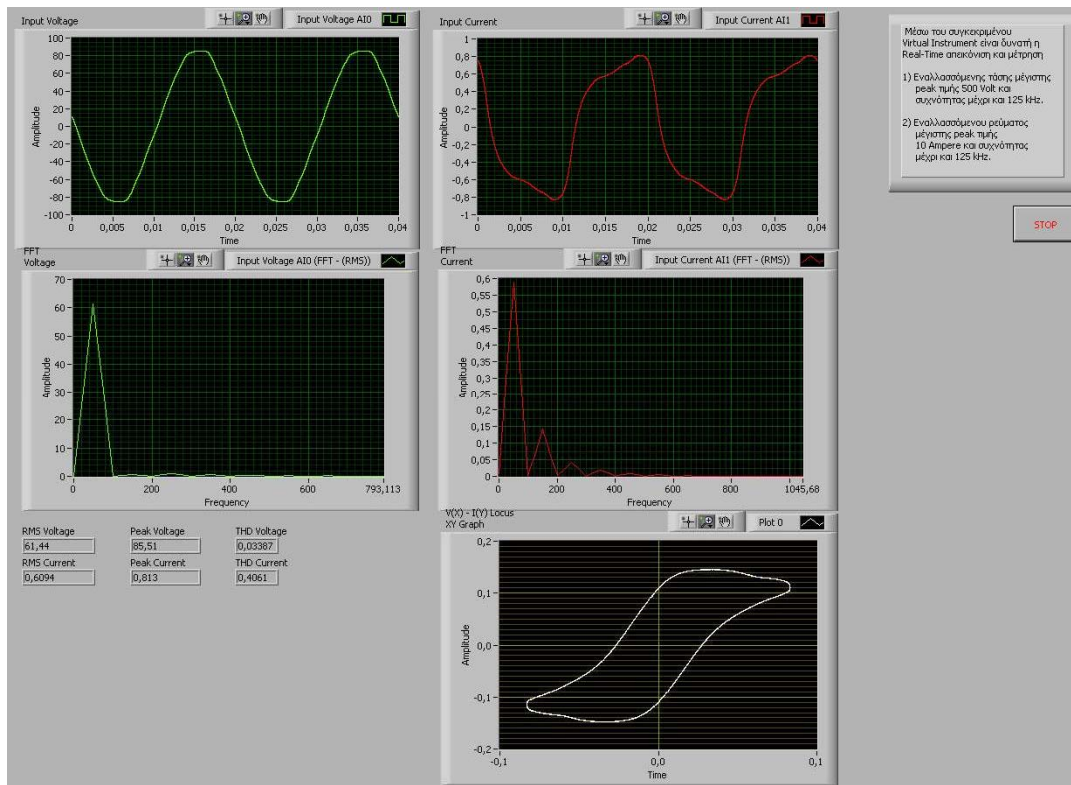
Το πρώτο αφορά την απεικόνιση σε πραγματικό χρόνο των δύο σημάτων εισόδου, του ρεύματος κενού φορτίου του μετασχηματιστή καθώς και της τάσης που εφαρμόζεται στα άκρα του πρωτεύοντος τυλίγματος, του μετασχηματισμού Fourier, της ενεργού (rms) τιμής, του πλάτους (peak) και της ολικής αρμονικής παραμόρφωσης (THD) των δύο σημάτων καθώς και του βρόχου τάσης εισόδου-ρεύματος κενού φορτίου του μετασχηματιστή (βρόχος V-I).

Το δεύτερο εικονικό όργανο χρησιμοποιείται για την αποθήκευση των σημάτων εισόδου, του ρεύματος διέγερσης του μετασχηματιστή και της τάσης εισόδου, καθώς και του μετασχηματισμού Fourier αυτών, για χρονικό διάστημα δύο περιόδων.

Το διάγραμμα βαθμίδων για το πρώτο εικονικό όργανο φαίνεται στο σχήμα 5.5 ενώ στο σχήμα 5.6 φαίνεται η έξοδος του ίδιου εικονικού οργάνου όταν τρέχει σε πραγματικό χρόνο (real time).

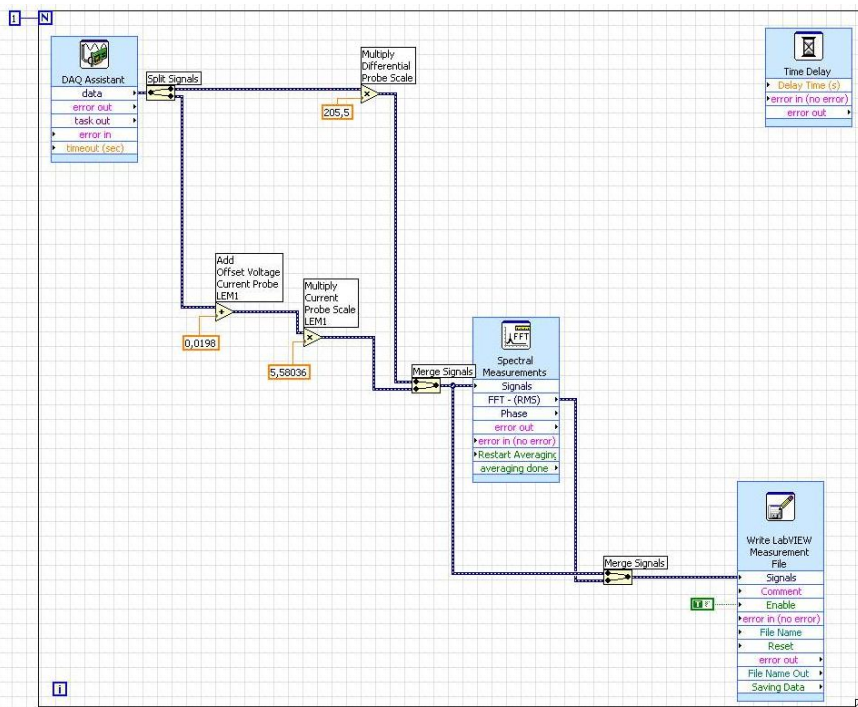


Σχήμα 5.5: Διάγραμμα βαθμίδων (block diagram) του πρώτου εικονικού οργάνου.



Σχήμα 5.6: Έξοδος στην οθόνη του υπολογιστή του πρώτου εικονικού οργάνου.

Το διάγραμμα βαθμιδών για το δεύτερο εικονικό όργανο φαίνεται στο σχήμα 5.7 και η αντίστοιχη έξοδος φαίνεται στο σχήμα 5.8. Το συγκεκριμένο εικονικό όργανο απλώς αποθηκεύει τις δύο εισόδους, κυματομορφές τάσεως και ρεύματος, σε αρχείο στον ηλεκτρονικό υπολογιστή για χρονικό διάστημα 40ms, δηλαδή για δύο περιόδους της θεμελιώδους αρμονικής των 50 Hz.



Σχήμα 5.7: Διάγραμμα βαθμιδών (block diagram) του δεύτερου εικονικού οργάνου.



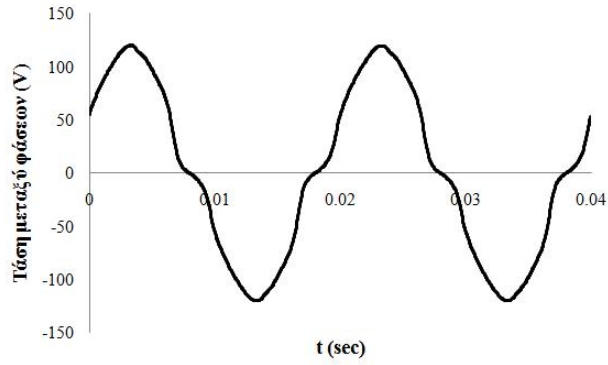
Σχήμα 5.8: Έξοδος στην οθόνη του υπολογιστή του δεύτερου εικονικού οργάνου.

### 5.3 ΜΕΤΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

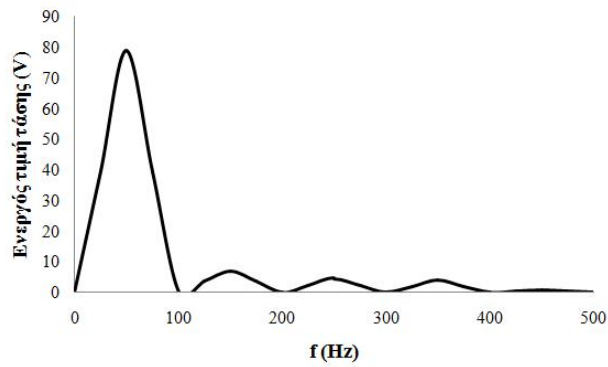
Η καταγραφή της κυματομορφής της τάσης και του ρεύματος που πραγματοποιείται με το δεύτερο εικονικό όργανο, η περιγραφή του οποίου δόθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, είναι αρκετή για την εύρεση ενός αριθμού σημαντικών λειτουργικών παραμέτρων, όπως οι απώλειες κενού φορτίου και η κατασκευή των βρόχων πεπλεγμένης ροής-ρεύματος. Ο υπολογισμός των συγκεκριμένων παραμέτρων καθώς και άλλων, γίνεται με επεξεργασία των μετρήσεων με αριθμητικές τεχνικές. Η μετεπεξεργασία μπορεί να υλοποιηθεί σε εμπορικά πακέτα λογισμικού όπως το Excel, το Simulink-Matlab και το LabVIEW, ή από εξειδικευμένους κώδικες που υλοποιούνται σε κάποια γλώσσα προγραμματισμού όπως η Visual Basic και η Digital Fortran. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας η μετεπεξεργασία των μετρήσεων έγινε κυρίως στο Excel και στο Simulink-Matlab.

Στο σχήμα 5.9 φαίνεται η χρονική μεταβολή της τάσης εισόδου στο πρωτεύον μονοφασικού μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα. Η ενεργός τιμή της τάσης εισόδου είναι 80 V ενώ η ολική αρμονική παραμόρφωση είναι ίση με 12,02%. Η τάση εισόδου είναι αρκετά παραμορφωμένη όπως φαίνεται από το σχήμα 5.9, για αυτόν τον λόγο η ολική αρμονική παραμόρφωση έχει υψηλή τιμή. Στο σχήμα 5.10 απεικονίζεται η ανάλυση Fourier της ίδιας κυματομορφής. Από το σχήμα 5.10 βγαίνει το συμπέρασμα ότι οι ανώτερες αρμονικές της τάσης είναι περιττής τάξης.

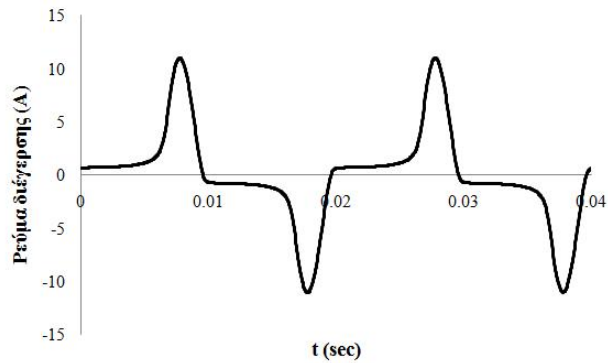
Στο σχήμα 5.11 φαίνεται η χρονική μεταβολή του ρεύματος κενού φορτίου, ενώ στο σχήμα 5.12 απεικονίζεται η αντίστοιχη ανάλυση Fourier όπου παρατηρούνται και οι έντονες αρμονικές του ρεύματος λόγω του κορεσμού. Η ολική αρμονική παραμόρφωση είναι ίση με 86,06%. Όλα τα γραφήματα προέκυψαν απευθείας με τη βοήθεια του δεύτερου εικονικού οργάνου και του προγράμματος Excel.



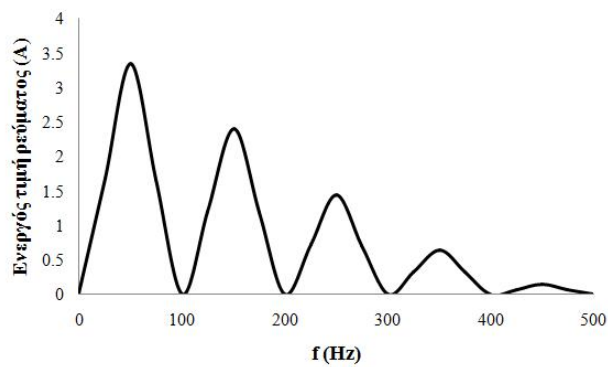
Σχήμα 5.9: Τάση εισόδου σε κενό φορτίο, χρονική μεταβολή.



Σχήμα 5.10: Τάση εισόδου σε κενό φορτίο, ανάλυση Fourier.



Σχήμα 5.11: Ρεύμα κενού φορτίου, χρονική μεταβολή.



Σχήμα 5.12: Ρεύμα κενού φορτίου, ανάλυση Fourier.



Ο υπολογισμός της ενεργού τιμής της τάσεως και του ρεύματος γίνεται με τις ακόλουθες σχέσεις αντίστοιχα, όπου  $T$  είναι η περίοδος της πρώτης αρμονικής των 50 Hz, δηλαδή 0,02 sec.

$$V_{rms} = \frac{1}{T} \sqrt{\int_0^T v(t)^2 dt} \quad (5.1)$$

$$I_{rms} = \frac{1}{T} \sqrt{\int_0^T i(t)^2 dt} \quad (5.2)$$

Αν η συχνότητα δειγματοληψίας της κάρτας δειγματοληψίας, είναι ίση με  $f_s$ , τότε ο συνολικός αριθμός δειγμάτων σε μία περίοδο θα είναι ίσος με  $f_s \cdot T$ . Ο ρυθμός δειγματοληψίας που επιλέχθηκε στα πειράματα κενού φορτίου, ήταν ίσος με 25 ksamples/sec, δηλαδή 500 δείγματα ανά περίοδο. Τα ολοκληρώματα (5.1), (5.2) συνεπώς αντικαθίστανται από τα παρακάτω αθροίσματα όπου το  $\Delta t$  είναι σταθερό και ίσο με  $1/f_s$  δηλαδή  $\Delta t = 4 \cdot 10^{-5}$  sec. Οι ποσότητες  $V_i$ ,  $I_i$  είναι αντίστοιχα η τιμή της τάσης και του ρεύματος τη στιγμή της  $i$ -οστής δειγματοληψίας.

$$V_{rms} = \frac{1}{T} \sqrt{\sum_i^{f_s T} (V_i)^2 \Delta t} \quad (5.3)$$

$$I_{rms} = \frac{1}{T} \sqrt{\sum_i^{f_s T} (I_i)^2 \Delta t} \quad (5.4)$$

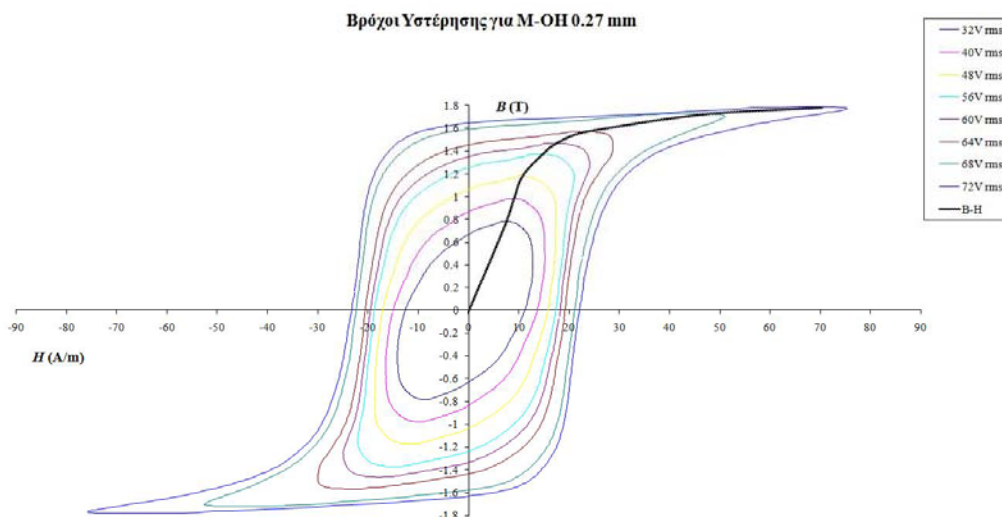
Ανάλογα ισχύουν και για τη μέση ισχύ  $P_{mean}$ , δηλαδή για τις απώλειες κενού φορτίου, η οποία υπολογίζεται από τη σχέση (5.5) και αριθμητικά υπολογίζεται από την εξίσωση (5.6).

$$P_{mean} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t)dt \quad (5.5)$$

$$P_{mean} = \frac{1}{T} \sum_i^{f_s T} V_i \cdot I_i \Delta t \quad (5.6)$$

Με μετεπεξεργασία των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από το δεύτερο εικονικό όργανο κατασκευάστηκαν διαδοχικοί βρόχοι υστέρησης για ένα μονοφασικό μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα και για διάφορα επίπεδα της ενεργού τιμής της τάσεως, από 32 V μέχρι και 72 V. Οι οχτώ συνολικά βρόχοι  $B-H$  απεικονίζονται στο σχήμα 5.13.

Συνδέοντας διαδοχικά τις κορυφές των βρόχων, συνδέοντας δηλαδή μεταξύ τους τα σημεία με την τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής κάθε βρόχου, προκύπτει η κανονική καμπύλη μαγνήτισης η οποία χρησιμοποιείται για τη μακροσκοπική αναπαράσταση των σιδηρομαγνητικών υλικών. Επίσης η κανονική καμπύλη μαγνήτισης πρακτικά συμπίπτει με την αρχική καμπύλη μαγνήτισης. Οπότε η αναπαράσταση των σιδηρομαγνητικών υλικών και η ενσωμάτωση τους στον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων γίνεται μέσω της πειραματικά προσδιορισμένης κανονικής καμπύλης μαγνήτισης όπως εξηγήθηκε και από το 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο.



Σχήμα 5.13: Βρόχοι  $B-H$  (σιδηρομαγνητικό υλικό HiB, M-OH 0.27 mm).

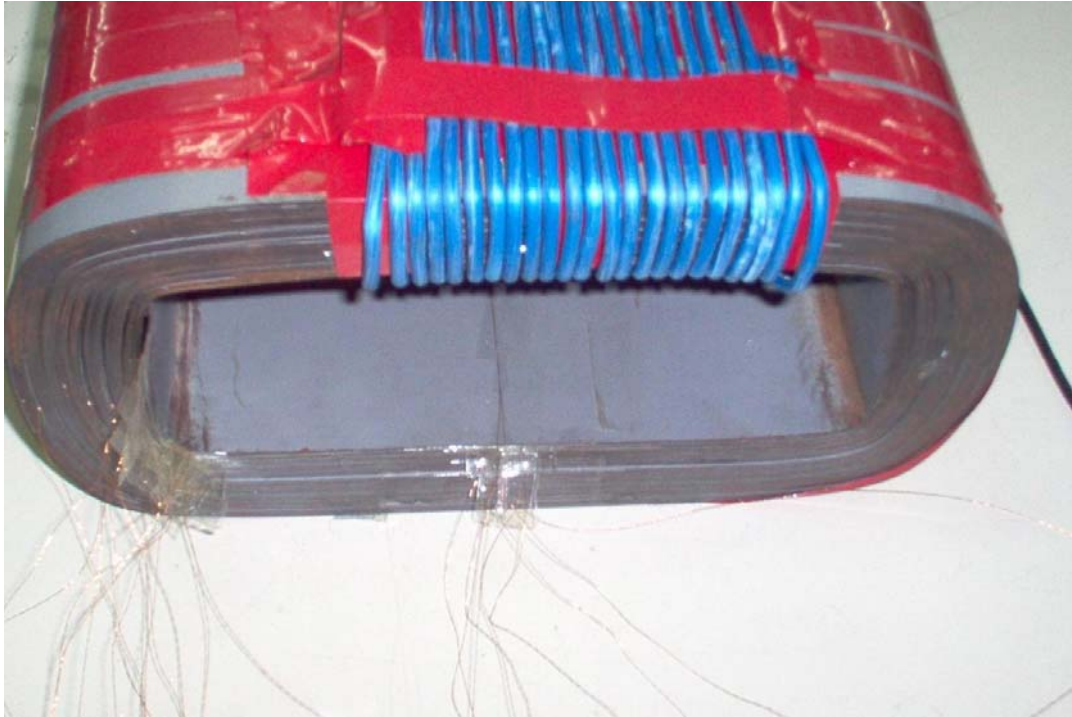
#### 5.4 ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΤΟΠΙΚΗΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΤΟΠΙΚΩΝ ΕΙΔΙΚΩΝ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

Μέσω της πειραματικής διάταξης που παρουσιάζεται στο παρόν κεφάλαιο, είναι δυνατή και η μέτρηση της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής και των τοπικών ειδικών απωλειών, μετασχηματιστών τυλιχτών πυρήνων. Οι τοπικές μετρήσεις κατανομής πεδιακών μεγεθών και απωλειών επιτυγχάνεται με τη χρήση δοκιμαστικών πηνίων. Η συγκεκριμένη τεχνική είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική και έχει χρησιμοποιηθεί από διάφορους ερευνητές για τη μελέτη μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα [5.1]-[5.5]. Επιπλέον τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την πειραματική διάταξη του παρόντος κεφαλαίου, επεκτείνανε την ερευνητική εργασία των *Enokizono, Todaka, Nakamura* [5.1], και παρουσιάστηκαν στην αναφορά [5.6].

Κάθε δοκιμαστικό πηνίο τυλίγεται κατά μήκος ενός μόνου σιδηρομαγνητικού ελάσματος του τυλιχτού πηνίου. Συνήθως μόνο μία ή δύο σπείρες αρκούν για ένα τυπικό δοκιμαστικό πηνίο. Επίσης χρησιμοποιείται μονόκλωνο μονωμένο χάλκινο σύρμα πολύ μικρής διατομής, έτσι ώστε το δοκιμαστικό πηνίο να επηρεάζει ελάχιστα τις μετρήσεις. Τέλος μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας μεγάλος αριθμός δοκιμαστικών πηνίων. Για την πειραματική διάταξη που παρουσιάζεται στο παρόν κεφάλαιο, χρησιμοποιήθηκαν μερικές δεκάδες δοκιμαστικά πηνία.

Εφαρμόζοντας εναλλασσόμενη τάση στο τύλιγμα διέγερσης του μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα, επάγεται τάση και στα δοκιμαστικά πηνία. Η τάση εξόδου των δοκιμαστικών πηνίων είναι πολύ μικρής τιμής λόγω του μικρού αριθμού σπειρών αλλά και της μικρής ενεργού διατομής του σιδηρομαγνητικού υλικού γύρω από το οποίο τυλίγεται το δοκιμαστικό πηνίο. Η ακριβής καταγραφή της τάσης εξόδου του δοκιμαστικού πηνίου είναι δύσκολη και επιτυγχάνεται συνδέοντας απευθείας στη διάταξη σύνδεσης αισθητηρίων τις εξόδους των δοκιμαστικών πηνίων.

Στο σχήμα 5.14 φαίνεται ένας τυλιχτός πυρήνας κατασκευασμένος από μαγνητική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων υψηλής μαγνήτισης και τα δοκιμαστικά πηνία που χρησιμοποιήθηκαν για την εύρεση της τοπικής μαγνητικής επαγωγής και των τοπικών απωλειών.



**Σχήμα 5.14:** Τυλιχτός πυρήνας και δοκιμαστικά πηνία.

Η τιμή κορυφής της τοπικής μαγνητικής επαγωγής  $B_p$ , υπολογίζεται από την εξίσωση (5.7), όπου  $\langle V \rangle$  είναι η μέση τιμή της ανορθωμένης τάσης στην έξοδο του δοκιμαστικού πηνίου,  $f$  είναι η συχνότητα,  $N$  είναι ο αριθμός των σπειρών του δοκιμαστικού πηνίου και  $A$  είναι η ενεργός διατομή του σιδηρομαγνητικού υλικού. Η εξίσωση (5.7) ισχύει για τάση οποιασδήποτε κυματομορφής, με την προϋπόθεση να έχει ανώτερες αρμονικές μόνο περριτής τάξης.

$$B_p = \frac{\langle V \rangle}{4fNA} \quad (5.7)$$

Η ενεργός διατομή του σιδηρομαγνητικού υλικού, δεδομένου ότι το δοκιμαστικό πηνίο τυλίγεται γύρω από ένα μόνο σιδηρομαγνητικό έλασμα, δίνεται από την εξίσωση (5.8) όπου  $c_{sf}$  είναι ο συντελεστής πληρότητας της μαγνητική λαμαρίνας,  $L_{th}$  είναι το πάχος του ελάσματος (lamination thickness) και  $D$  είναι το αξονικό μήκος του ελάσματος, δηλαδή του τυλιχτού πυρήνα.

$$A = c_{sf} L_{th} D \quad (5.8)$$

Η μέση ανορθωμένη τιμή της τάσης, δίνεται από την εξίσωση (5.9) και αριθμητικά από την εξίσωση (5.10), όπου  $|v(t)|$  και  $|V_i|$  είναι αντίστοιχα η απόλυτη τιμή της τάσης και η απόλυτη τιμή της τάσης τη στιγμή της  $i$ -οστής δειγματοληψίας.

$$\langle V \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T |v(t)| dt \quad (5.9)$$



$$\langle V \rangle = \frac{1}{T} \sum_i^{fT} |V_i| \Delta t \quad (5.10)$$

Οι τοπικές ειδικές απώλειες μπορούν να υπολογιστούν ακολουθώντας την παρακάτω διαδικασία. Η ισχύς είναι ίση με το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας:

$$P = \frac{dE}{dt} \quad (5.11)$$

Η εξίσωση (5.11) μπορεί να απλοποιηθεί ως εξής, όπου  $T$ ,  $f$  είναι η περίοδος και η συχνότητα αντίστοιχα:

$$P = \frac{E}{T} \Rightarrow P = fE \quad (5.12)$$

Η ηλεκτρομαγνητική ενέργεια σε δεδομένο όγκο σιδηρομαγνητικού υλικού (σε ένα σιδηρομαγνητικό έλασμα) δίνεται από την εξίσωση (5.13) όπου  $\int HdB$  είναι η πυκνότητα ενέργειας:

$$E = \int_V \left( \int HdB \right) dV \quad (5.13)$$

Θεωρώντας ότι η πυκνότητα ενέργειας είναι ομοιόμορφη σε όλο τον όγκο του σιδηρομαγνητικού υλικού η (5.13) απλοποιείται στην παρακάτω σχέση:

$$E = V \int HdB \quad (5.14)$$

Θέτοντας  $l_k$  τη μέση διαδρομή του  $k$ -οστού σιδηρομαγνητικού ελάσματος και  $A$  την ενεργό διατομή του ελάσματος, τότε η (5.14) θα δίνεται από:

$$E = l_k A \int HdB \quad (5.15)$$

Από το νόμο του Ampere και θεωρώντας ότι η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι ομοιόμορφη κατά μήκος της μέσης διαδρομής του  $k$ -οστού σιδηρομαγνητικού ελάσματος, θα προκύψει αντίστοιχα:

$$\oint_{l_k} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = N_1 i(t) \quad (5.16)$$

$$H l_k = N_1 i(t) \quad (5.17)$$

όπου  $N_1$  είναι ο αριθμός των σπειρών του πηνίου διέγερσης του τυλιχτού πυρήνα.

Εφαρμόζοντας το νόμο του Faraday θα προκύψει αντίστοιχα:

$$v(t) = \frac{d\lambda}{dt} \quad (5.18)$$

$$v(t) = N_2 \frac{d\Phi}{dt} \quad (5.19)$$

$$v(t) = N_2 A \frac{dB}{dt} \quad (5.20)$$

όπου  $N_2$  είναι ο αριθμός των σπειρών του δοκιμαστικού πηνίου,  $\lambda$  είναι η πεπλεγμένη ροή και  $\Phi$  είναι η μαγνητική ροή.

Επιπλέον η πυκνότητα ενέργειας μπορεί να ξαναγραφτεί ως εξής:

$$\int H dB = \int H \frac{dB}{dt} dt \quad (5.21)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (5.21) στη σχέση (5.15) θα προκύψει:

$$E = \int H l_k A \frac{dB}{dt} dt \quad (5.22)$$

Πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας την εξίσωση (5.22) με  $N_2$  προκύπτει:

$$E = \frac{1}{N_2} \int H l_k N_2 A \frac{dB}{dt} dt \quad (5.23)$$

Τέλος αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (5.17) και (5.20) στην εξίσωση (5.23) προκύπτει η τελική σχέση για την ενέργεια που καταναλίσκεται στο  $k$ -οστό σιδηρομαγνητικό έλασμα:

$$E = \frac{N_1}{N_2} \int i(t)v(t)dt \quad (5.24)$$

Οι απώλειες στο  $k$ -οστό σιδηρομαγνητικό έλασμα υπολογίζονται αντικαθιστώντας την εξίσωση (5.24) στην εξίσωση (5.12):

$$P_k = \frac{N_1}{N_2} \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t)dt \quad (5.25)$$

Οι απώλειες στο  $k$ -οστό σιδηρομαγνητικό έλασμα μπορούν να υπολογιστούν αριθμητικά, όπως αναλύθηκε στην παράγραφο 5.3, με την παρακάτω εξίσωση:

$$P_k = \frac{N_1}{N_2} \frac{1}{T} \sum_i^{fT} V_i \cdot I_i \Delta t \quad (5.26)$$

όπου οι ποσότητες  $V_i$ ,  $I_i$  είναι αντίστοιχα η τιμή της τάσης εξόδου του δοκιμαστικού πηνίου και του ρεύματος κενού φορτίου του πηνίου διεγέρσεως, τη στιγμή της  $i$ -οστής δειγματοληψίας.

Οι τοπικές ειδικές απώλειες υπολογίζονται από τις απώλειες στο  $k$ -οστό σιδηρομαγνητικό έλασμα και τη μάζα του  $k$ -οστού ελάσματος  $M_{Fe}$ :

$$P_{Lk} = \frac{P_k}{M_{Fe}} \quad (5.27)$$

Η μάζα του  $k$ -οστού σιδηρομαγνητικού ελάσματος δίνεται από την κάτωθι σχέση, όπου  $d_{ms}$ ,  $V$  είναι αντίστοιχα η πυκνότητα ( $7.650 \text{ Kg}/m^3$  για μαγνητική λαμαρίνα ψυχρής εξέλασης) και ο όγκος της  $k$ -οστής λαμαρίνας.

$$M_{Fe} = d_{ms} V \quad (5.28)$$

Ο όγκος του  $k$ -οστού σιδηρομαγνητικού ελάσματος δίνεται από τη σχέση (5.29), ενώ η ενεργός διατομή του ελάσματος δίνεται από τη σχέση (5.8).

$$V = l_k A \quad (5.29)$$

Τέλος η μέση διαδρομή του  $k$ -οστού σιδηρομαγνητικού ελάσματος δίνεται από την κάτωθι σχέση:

$$l_k = 2(F1 + G) + \pi L_{th} (2 \cdot k - 1) \quad (5.30)$$

όπου οι ποσότητες  $F1$ ,  $G$  είναι γεωμετρικές παράμετροι του τυλιχτού πυρήνα και εκφράζουν αντίστοιχα το πλάτος και το ύψος του παραθύρου του πυρήνα.

## 5.5 ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΚΕΝΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ ΤΥΛΙΧΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ

Στην παρούσα παράγραφο παρουσιάζονται οι μετρήσεις απωλειών κενού φορτίου τριφασικών μετασχηματιστών διανομής τυλιχτού πυρήνα κατασκευασμένων από την Σεντέρ Ελεκτρική ΑΕ. Οι συγκεκριμένες μετρήσεις προέκυψαν από τη δοκιμή κενού φορτίου κατά τη διάρκεια της οποίας διεγείρονται τα τυλίγματα χαμηλής τάσης του τριφασικού μετασχηματιστή με ονομαστική τάση διατηρώντας τα τυλίγματα υψηλής τάσης ανοιχτά.

Η διέγερση των τυλιγμάτων χαμηλής τάσης είναι αναγκαία καθόσον η διέγερση των τυλιγμάτων υψηλής τάσης δεν είναι πρακτική. Επιπλέον οι μετρήσεις υπό μέση τάση 20-15 kV παρουσιάζει πολλές δυσκολίες σε αντίθεση με τις μετρήσεις υπό χαμηλή τάση 0.4 kV.

Για τον περιορισμό των ανώτερων αρμονικών τάσης, τα τυλίγματα υψηλής τάσης είναι συνδεδεμένα κατά τρίγωνο (Wye) ή κατά τεθλασμένο αστέρα (Zig-Zag). Με αυτόν τον τρόπο αναιρούνται οι δυσμενείς επιπτώσεις των ανώτερων αρμονικών περιττής τάξεως και αποφεύγεται η υπερτίμηση των απωλειών κενού φορτίου.

Στους πίνακες 5.1 και 5.2 παρουσιάζονται τα στοιχεία δύο τριφασικών μετασχηματιστών διανομής, φαινόμενης ισχύος 400 kVA και 1.000 kVA αντίστοιχα. Πιο συγκεκριμένα παρατίθενται τα στοιχεία που αφορούν τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των τυλιχτών πυρήνων, το σιδηρομαγνητικό υλικό κατευθυνόμενων κόκκων, η μάζα των τυλιχτών πυρήνων  $M_{Fe}$ , τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των τυλιγμάτων χαμηλής τάσης, ο αριθμός των σπειρών των τυλιγμάτων χαμηλής τάσης  $N$  και η μέση μαγνητική επαγωγή  $B$ . Επίσης παρατίθενται οι μετρημένες απώλειες κενού φορτίου  $P_{NLL}$ , οι εγγυημένες απώλειες κενού φορτίου  $P_{NLL}^g$  και το εγγυημένο ρεύμα διέγερσης καθώς και οι πειραματικά προσδιορισμένες απώλειες κενού φορτίου και το μετρημένο ρεύμα διέγερσης ανά φάση.

Από τους πίνακες 5.1 και 5.2 βγαίνει το συμπέρασμα ότι οι απώλειες κενού φορτίου ανά φάση παρουσιάζουν σημαντική διαφορά μεταξύ τους. Οι απώλειες κενού φορτίου της φάσης *C* είναι σημαντικά αυξημένες σε σχέση με τις απώλειες κενού φορτίου των φάσεων *A* και *B*. Αυτό οφείλεται στην ασυμμετρία του μαγνητικού κυκλώματος του τριφασικού μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα τύπου κελύφους.

Παράμετρος	Τιμή παραμέτρου
Αριθμός σχεδίασης	99008
Φαινόμενη ισχύς, <i>S</i> (kVA)	400
Μέση επαγωγή, <i>B</i> (T)	1,75
Σιδηρομαγνητική λαμαρίνα	M4 0.27 mm
<i>F1</i> (mm)	66
<i>F2</i> (mm)	132
<i>Eu</i> (mm)	81
<i>D = D1 + D2</i> (mm)	190
<i>D1</i> (mm)	190
<i>D2</i> (mm)	0
<i>G</i> (mm)	230
Μάζα μικρού πυρήνα <i>D1</i> (Kg)	95,5
Μάζα μικρού πυρήνα <i>D2</i> (Kg)	0
Μάζα μεγάλου πυρήνα <i>D1</i> (Kg)	110,5
Μάζα μεγάλου πυρήνα <i>D2</i> (Kg)	0
Συνολική μάζα σιδηρομαγνητικού υλικού, <i>M<sub>Fe</sub></i> (Kg)	412
<i>CH</i> (mm)	212
<i>CT</i> (mm)	19,6
<i>CD</i> (mm)	1,5
Αριθμός σπειρών πηνίου χαμηλής τάσης, <i>N</i>	20
Τάση εσωτερικού πηνίου XT (V)	400
Συνδεσμολογία εσωτερικού πηνίου XT	Y
Απώλειες κενού φορτίου φάσης <i>A</i> (W)	252
Απώλειες κενού φορτίου φάσης <i>B</i> (W)	198
Απώλειες κενού φορτίου φάσης <i>C</i> (W)	368
Απώλειες κενού φορτίου, <i>P<sub>NLL</sub></i> (W)	818
Εγγυημένες απώλειες κενού φορτίου, <i>P<sub>NLL</sub><sup>s</sup></i> (W)	850
Ενεργός τιμή ρεύματος διέγερσης φάσης <i>A</i> (A)	5,04
Ενεργός τιμή ρεύματος διέγερσης φάσης <i>B</i> (A)	4,34
Ενεργός τιμή ρεύματος διέγερσης φάσης <i>C</i> (A)	4,72
Εγγυημένο ρεύμα διέγερσης (A)	10,39

**Πίνακας 5.1:** Στοιχεία τριφασικού μετασχηματιστή διανομής τυλιχτού πυρήνα, σχεδίαση 400/99008.

Παράμετρος	Τιμή παραμέτρου
Αριθμός σχεδίασης	99003
Φαινόμενη ισχύς, $S$ (kVA)	1.000
Μέση επαγωγή, $B$ (T)	1,75
Σιδηρομαγνητική λαμαρίνα	103H27 0.27mm
$F1$ (mm)	72
$F2$ (mm)	144
$Eu$ (mm)	86,6
$D = D1 + D2$ (mm)	254
$D1$ (mm)	127
$D2$ (mm)	127
$G$ (mm)	360
Μάζα μικρού πυρήνα $D1$ (Kg)	91,8
Μάζα μικρού πυρήνα $D2$ (Kg)	91,8
Μάζα μεγάλου πυρήνα $D1$ (Kg)	103,5
Μάζα μεγάλου πυρήνα $D2$ (Kg)	103,5
Συνολική μάζα σιδηρομαγνητικού υλικού, $M_{Fe}$ (Kg)	780,9
$CH$ (mm)	342
$CT$ (mm)	20,3
$CD$ (mm)	1,5
Αριθμός σπειρών πηνίου χαμηλής τάσης, $N$	14
Τάση εσωτερικού πηνίου XT (V)	400
Συνδεσμολογία εσωτερικού πηνίου XT	Y
Απώλειες κενού φορτίου φάσης $A$ (W)	426
Απώλειες κενού φορτίου φάσης $B$ (W)	392
Απώλειες κενού φορτίου φάσης $C$ (W)	610
Απώλειες κενού φορτίου, $P_{NLL}$ (W)	1.428
Εγγυημένες απώλειες κενού φορτίου, $P_{NLL}^g$ (W)	1.750
Ενεργός τιμή ρεύματος διέγερσης φάσης $A$ (A)	7,9
Ενεργός τιμή ρεύματος διέγερσης φάσης $B$ (A)	7,02
Ενεργός τιμή ρεύματος διέγερσης φάσης $C$ (A)	7,7
Εγγυημένο ρεύμα διέγερσης (A)	20,2

**Πίνακας 5.2:** Στοιχεία τριφασικού μετασχηματιστή διανομής τυλιχτού πυρήνα, σχεδίαση 1000/99003.

Επιπλέον και το ρεύμα διέγερσης παρουσιάζει σημαντικές διαφορές σε κάθε φάση του μετασχηματιστή. Η ενεργός τιμή του ρεύματος διέγερσης της φάσης  $A$  είναι υψηλότερη σε σχέση με την ενεργό τιμή του ρεύματος διέγερσης των φάσεων  $B$  και  $C$ . Επίσης οι συγκεκριμένες σχεδιάσεις έχουν ενεργό τιμή ρεύματος διέγερσης σημαντικά μικρότερη από την εγγυημένη τιμή του ρεύματος διέγερσης. Δεν ισχύει το ίδιο για τις απώλειες κενού φορτίου όπου η μετρημένες τιμές είναι πολύ κοντά με τις αντίστοιχες εγγυημένες.

Στον πίνακα 5.3 παρουσιάζονται τα στοιχεία τριών διαφορετικών σχεδιάσεων τριφασικών μετασχηματιστών διανομής. Οι σχεδιάσεις αυτές είναι οι 100/030017, 100/98022 και 250/02030. Και εδώ παρατίθενται τα στοιχεία που αφορούν τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των τυλιχτών πυρήνων, το σιδηρομαγνητικό υλικό κατευθυνόμενων κόκκων, η μάζα των τυλιχτών πυρήνων  $M_{Fe}$ , τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των τυλιγμάτων χαμηλής τάσης, ο αριθμός των σπειρών των τυλιγμάτων χαμηλής τάσης  $N$ , η μέση μαγνητική επαγωγή  $B$ , οι μετρημένες απώλειες κενού φορτίου  $P_{NLL}$  και οι εγγυημένες απώλειες κενού φορτίου  $P_{NLL}^g$ . Η συνδεσμολογία του τυλίγματος χαμηλής τάσης στις δύο πρώτες σχεδιάσεις είναι θετλασμένου αστέρα ενώ στην τρίτη σχεδίαση είναι αστέρα.

Παράμετρος	Τιμή παραμέτρου		
Αριθμός σχεδίασης	030017	98022	02030
Φαινόμενη ισχύς, $S$ (kVA)	100	100	250
Μέση επαγωγή, $B$ (T)	1,40	1,50	1,55
Σιδηρομαγνητική λαμαρίνα	103H27	103H27	HiB
$F1$ (mm)	60	60	63
$F2$ (mm)	114	117	120
$Eu$ (mm)	55,7	49,6	76,5
$D = D1 + D2$ (mm)	190	190	190
$D1$ (mm)	190	190	190
$D2$ (mm)	0	0	0
$G$ (mm)	218	205	265
Μάζα μικρού πυρήνα $D1$ (Kg)	56,6	47,3	95,5
Μάζα μικρού πυρήνα $D2$ (Kg)	0	0	0
Μάζα μεγάλου πυρήνα $D1$ (Kg)	65,1	55,2	107,8
Μάζα μεγάλου πυρήνα $D2$ (Kg)	0	0	0
Συνολική μάζα σιδηρομαγνητικού υλικού, $M_{Fe}$ (Kg)	243,5	205,1	406,7
$CH$ (mm)	200	187	242
$CT$ (mm)	19,5	19,4	18
$CD$ (mm)	1,5	1,5	1,5
Αριθμός σπειρών πηνίου χαμηλής τάσης, $N$	42	44	24
Τάση εσωτερικού πηνίου XT (V)	400	400	400
Συνδεσμολογία εσωτερικού πηνίου XT	Z	Z	Y
Απώλειες κενού φορτίου, $P_{NLL}$ (W)	218	226	446
Εγγυημένες απώλειες κενού φορτίου, $P_{NLL}^g$ (W)	220	220	446

**Πίνακας 5.3:** Στοιχεία τριών σχεδιάσεων τριφασικών μετασχηματιστών διανομής τυλιχτού πυρήνα, σχεδιάσεις 100/030017, 100/98022 και 250/02030.

Τέλος στους πίνακες 5.4 και 5.5 δίνονται οι μετρημένες απώλειες κενού φορτίου και τα στοιχεία 16 σχεδιάσεων τριφασικών μετασχηματιστών διανομής τυλιχτού πυρήνα τύπου κελύφους. Στους συγκεκριμένους πίνακες δίνονται τα στοιχεία που αφορούν τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των τυλιχτών πυρήνων, το σιδηρομαγνητικό υλικό κατευθυνόμενων κόκκων,

η μάζα των τυλιχτών πυρήνων  $M_{Fe}$ , ο αριθμός των σπειρών των τυλιγμάτων χαμηλής τάσης  $N$ , η μέση μαγνητική επαγωγή  $B$  και οι μετρημένες απώλειες κενού φορτίου  $P_{NLL}$ . Η φαινόμενη ισχύ των 16 σχεδιάσεων κυμαίνεται από 50 kVA μέχρι 1.600 kVA ενώ η μέση επαγωγή από 1,35 T μέχρι 1,8 T. Επίσης δύο σιδηρομαγνητικές λαμαρίνες κατευθυνόμενων κόκκων έχουν χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή των τυλιχτών πυρήνων. Η συμβατική λαμαρίνα M4 πάχους 0.27 mm και η λαμαρίνα υψηλής μαγνήτισης (HiB) 103H27 πάχους 0.27 mm.

Παράμετρος	Τιμή παραμέτρου							
$S$ (kVA)	630	400	1.000	1.600	50	630	1.600	1.000
$B$ (T)	1,37	1,35	1,45	1,55	1,60	1,75	1,80	1,72
Λαμαρίνα	HiB	HiB	HiB	HiB	HiB	HiB	HiB	HiB
$F1$ (mm)	78	75	90	84	45	63	72	78
$F2$ (mm)	156	150	180	168	90	126	144	156
$Eu$ (mm)	101,7	89,5	110,9	123,8	44,2	93	97,5	94,7
$D$ (mm)	279	254	279	304	127	237	279	254
$D1$ (mm)	127	127	127	152	127	110	127	127
$D2$ (mm)	152	127	152	152	0	127	152	127
$G$ (mm)	318	285	325	370	202	280	390	320
$M_{Fe}$ (Kg)	991,7	718,5	1.153,6	1.528,2	111,4	673,8	1.041,4	828
$N$	15	19	13	10	60	14	11	13
$P_{NLL}$ (W)	830	568	1.070	1.620	150	1.130	1.830	1.350

**Πίνακας 5.4:** Στοιχεία 8 σχεδιάσεων τριφασικών μετασχηματιστών διανομής.

Παράμετρος	Τιμή παραμέτρου							
$S$ (kVA)	160	250	1.000	630	1.250	160	200	630
$B$ (T)	1,62	1,66	1,61	1,60	1,76	1,80	1,80	1,80
Λαμαρίνα	HiB	HiB	HiB	HiB	HiB	M4	M4	M4
$F1$ (mm)	57	63	78	66	78	51	51	66
$F2$ (mm)	114	120	156	132	156	102	102	132
$Eu$ (mm)	55,5	68,3	101,4	94,7	88,6	50,8	56,3	84,2
$D$ (mm)	200	190	254	237	279	190	190	254
$D1$ (mm)	200	190	127	110	127	190	190	127
$D2$ (mm)	0	0	127	127	152	0	0	127
$G$ (mm)	202	237	325	305	365	210	210	265
$M_{Fe}$ (Kg)	243,7	331,7	910,1	728,8	902,6	207,1	235	623,1
$N$	30	25	13	15	13	31	28	14
$P_{NLL}$ (W)	307	430	1.145	872	1.430	480	555	1.350

**Πίνακας 5.5:** Στοιχεία 8 σχεδιάσεων τριφασικών μετασχηματιστών διανομής.

## 5.6 ΕΠΙΠΤΩΣΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗΣ ΣΤΙΣ ΤΟΠΙΚΕΣ ΕΙΔΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ

Η επίπτωση της μηχανικής καταπόνησης στις ιδιότητες των σιδηρομαγνητικών υλικών είναι ιδιαίτερα σημαντική και έχει μελετηθεί από πολύ νωρίς από αρκετούς ερευνητές [5.7]-[5.9]. Πιο συγκεκριμένα η κοπή των σιδηρομαγνητικών ελασμάτων, η διαμόρφωση των μαγνητικών πυρήνων, καθώς επίσης και η ανόπτηση έχουν δυσμενή επίπτωση στις ειδικές απώλειες σιδήρου και στην μαγνήτιση των σιδηρομαγνητικών υλικών. Ένας συστηματικός τρόπος για την εύρεση της μαγνήτισης των σιδηρομαγνητικών υλικών υπό μηχανική τάση έχει αναπτυχθεί από τους *D. C. Jiles, D. L. Atherton* [5.10]. Από την άλλη μεριά ο υπολογισμός των ειδικών απωλειών σιδήρου σιδηρομαγνητικών υλικών υπό μηχανική καταπόνηση παρουσιάζει πολλές δυσκολίες και δεν έχει διερευνηθεί εκτενώς.

Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής έγιναν πειράματα προσδιορισμού της επίπτωσης της μηχανικής καταπόνησης στις ειδικές απώλειες σιδήρου προκειμένου να ενσωματωθούν τα πειραματικά αποτελέσματα στον μετεπεξεργαστή του κώδικα απωλειών κενού φορτίου με σκοπό τον ακριβέστερο υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα. Ειδικά στην περίπτωση των μετασχηματιστών, τόσο τριφασικών όσο και μονοφασικών, μικρής φαινόμενης ισχύος οι οποίοι είναι κατασκευασμένοι από τυλιχτούς πυρήνες μικρών διαστάσεων, η επίπτωση των μηχανικών καταπονήσεων είναι πολύ σημαντική και οι απώλειες κενού φορτίου είναι ιδιαίτερα αυξημένες. Το παραπάνω συμβαίνει επειδή οι τυλιχτοί πυρήνες μετασχηματιστών μικρής ικανότητας αποτελούνται από μικρό αριθμό ελασμάτων από τα οποία το μεγαλύτερο ποσοστό καταπονείται μηχανικά σε μεγάλο βαθμό κατά τη διαμόρφωση των πυρήνων.

Ένας εύκολος τρόπος για την ποιοτική διερεύνηση της επίπτωσης της μηχανικής καταπόνησης στις απώλειες κενού φορτίου, την οποία χρησιμοποίησε ο γράφοντας στα αρχικά στάδια της διατριβής, ήταν ο χωρισμός των τυλιχτών πυρήνων σε δύο τμήματα, στο εσωτερικό τμήμα του τυλιχτού πυρήνα όπου οι μηχανικές καταπονήσεις των σιδηρομαγνητικών ελασμάτων είναι έντονη και στο εξωτερικό τμήμα όπου οι μηχανικές καταπονήσεις των ελασμάτων είναι αμελητέες, και ο πειραματικός προσδιορισμός των ειδικών απωλειών σιδήρου των δύο τμημάτων.

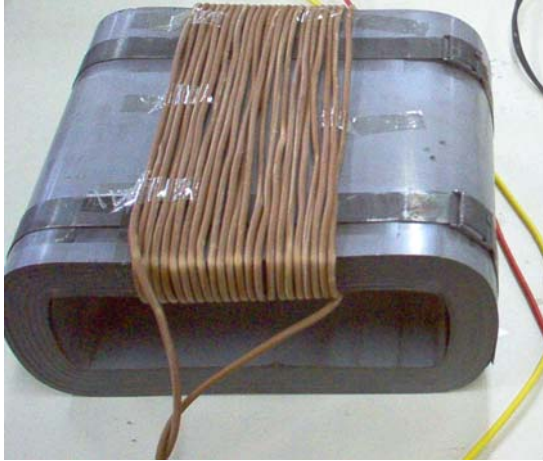
Στα σχήματα 5.15 και 5.16 απεικονίζονται αντίστοιχα το εσωτερικό και το εξωτερικό τμήμα ενός τυλιχτού πυρήνα 187 ελασμάτων, καθώς επίσης και το τύλιγμα διέγερσης. Ο συγκεκριμένος τυλιχτός πυρήνας είναι κατασκευασμένος από τη σιδηρομαγνητική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων, υψηλής μαγνήτισης M-OH πάχους 0.27 mm. Οι διαστάσεις του τυλιχτού πυρήνα είναι οι εξής:

- $F1$  = 57 mm
- $Eu$  = 51,3 mm
- $G$  = 183 mm
- $D$  = 190 mm

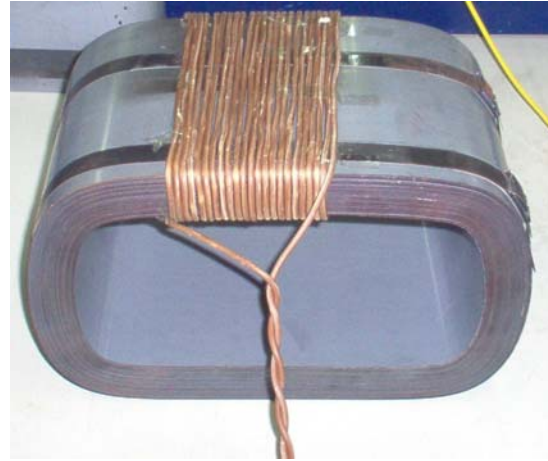
Το εσωτερικό τμήμα του τυλιχτού πυρήνα που απεικονίζεται στο σχήμα 5.15 αποτελείται από 90 συνολικά σιδηρομαγνητικά ελάσματα και έχει μάζα 18,85 Kg, ενώ το εξωτερικό τμήμα αποτελείται από 97 ελάσματα και έχει μάζα 26,85 Kg.

Οι ειδικές απώλειες σιδήρου συναρτήσεως της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής των δύο τμημάτων απεικονίζεται στο σχήμα 5.17. Οι ειδικές απώλειες του εσωτερικού τμήματος είναι αυξημένες σε σχέση με τις ειδικές απώλειες του εξωτερικού τμήματος. Για επίπεδα επαγωγής από 1,0 T έως 1,8 T η αύξηση των ειδικών απωλειών είναι σχεδόν σταθερή και ίση με 7,5% ενώ είναι ανεξάρτητη του επιπέδου της μαγνητικής επαγωγής. Το παραπάνω είναι πολύ σημαντικό καθώς οι τυπικοί μετασχηματιστές διανομής τυλιχτού πυρήνα λειτουργούν εντός των συγκεκριμένων επιπέδων μαγνήτισης.

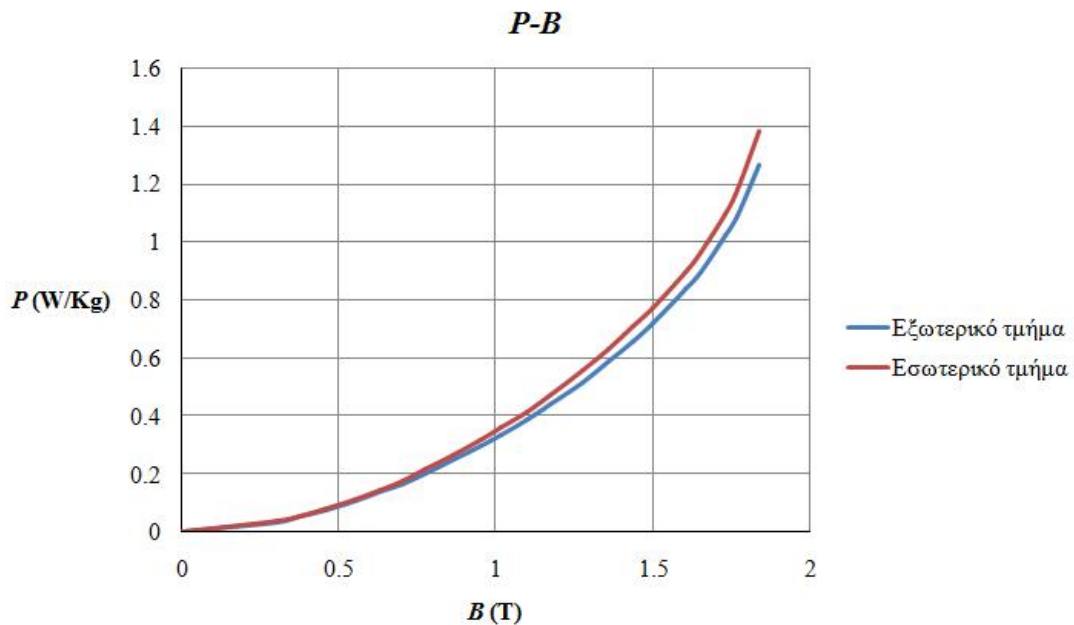




Σχήμα 5.15: Εσωτερικό τμήμα τυλιχτού πυρήνα.



Σχήμα 5.16: Εξωτερικό τμήμα τυλιχτού πυρήνα.



Σχήμα 5.17: Σύγκριση ειδικών απωλειών εσωτερικού και εξωτερικού τμήματος.

Η επίπτωση της μηχανικής παραμόρφωσης στις απώλειες κενού φορτίου μπορεί να εκφραστεί μέσω ενός αδιάστατου συντελεστή, του συντελεστή αλλοίωσης  $DF$ , ο οποίος ορίζεται ως το πηλίκο των απωλειών του μηχανικά καταπονημένου τμήματος προς τις απώλειες του μη καταπονημένου τμήματος του τυλιχτού πυρήνα.

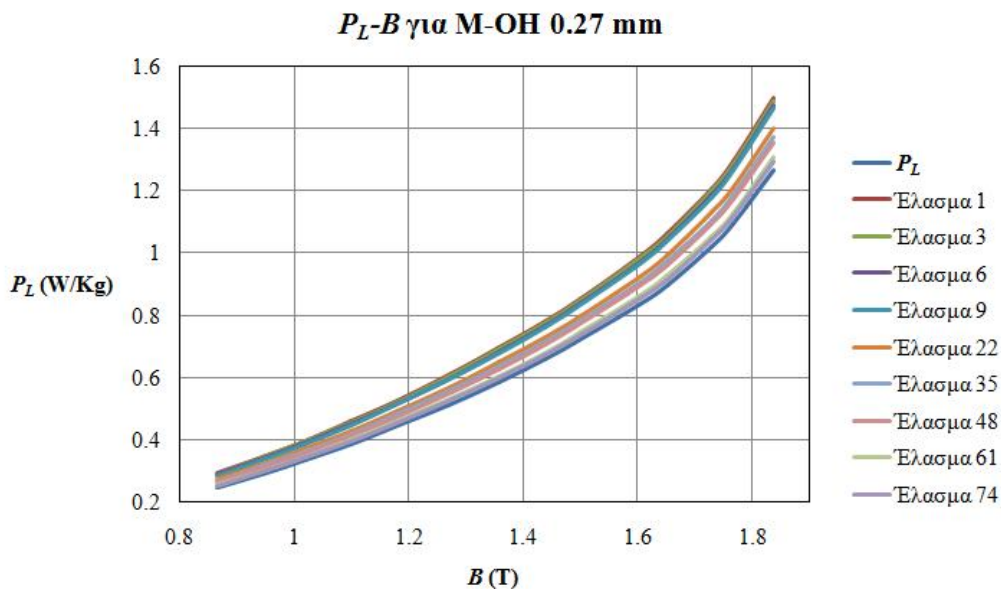
Η παραπάνω πειραματική ανάλυση μπορεί να γενικευθεί προκειμένου να προσδιοριστεί ο συντελεστής αλλοίωσης μεμονωμένων σιδηρομαγνητικών ελασμάτων. Στην συγκεκριμένη περίπτωση ο συντελεστής αλλοίωσης του  $k$ -οστού σιδηρομαγνητικού ελάσματος θα δίνεται από την εξίσωση (5.31), όπου  $P_{Lk}$  είναι οι τοπικές ειδικές απώλειες του  $k$ -οστού σιδηρομαγνητικού ελάσματος για δεδομένη τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής  $B_p$ , ενώ  $P_L$  είναι οι τοπικές ειδικές απώλειες του σιδηρομαγνητικού υλικού χωρίς μηχανική καταπόνηση για την ίδια τοπική τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής. Η τοπική τιμή κορυφής  $B_p$  της μαγνητικής επαγωγής ενός μεμονωμένου σιδηρομαγνητικού ελάσματος

μπορεί να υπολογιστεί μέσω της εξίσωσης (5.7). Επίσης μέσω των εξισώσεων (5.26) και (5.27) υπολογίζονται οι τοπικές ειδικές απώλειες ενός σιδηρομαγνητικού ελάσματος.

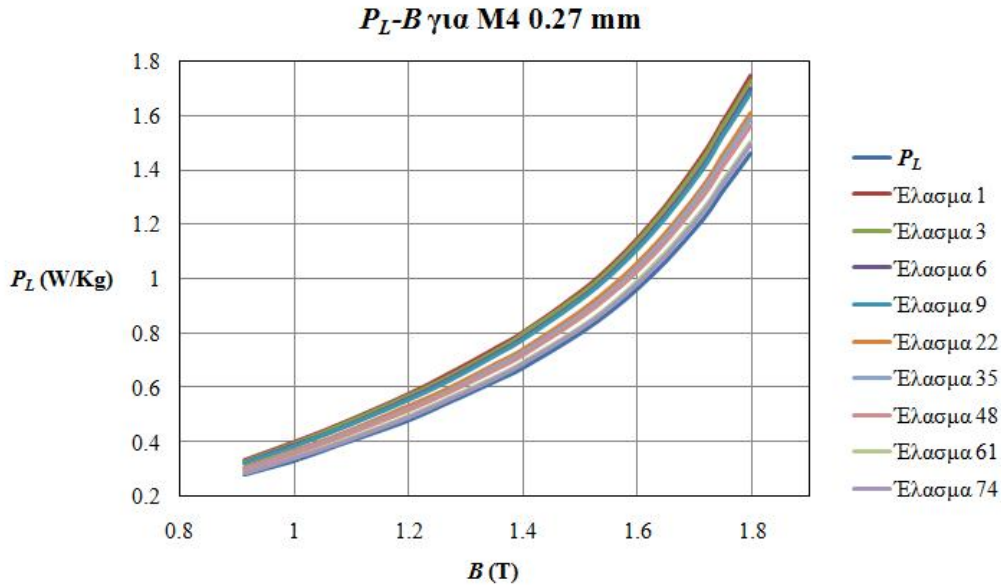
$$DF = \frac{P_{Lk}}{P_L} \quad (5.31)$$

Στο σχήμα 5.18 απεικονίζονται οι τοπικές ειδικές απώλειες σιδήρου συναρτήσει της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής 9 εσωτερικών σιδηρομαγνητικών ελασμάτων του τυλιχτού πυρήνα που εξετάστηκε παραπάνω καθώς και οι τοπικές ειδικές απώλειες του σιδηρομαγνητικού υλικού χωρίς μηχανική καταπόνηση. Οι συγκεκριμένες πειραματικές καμπύλες αφορούν τη σιδηρομαγνητική λαμαρίνα υψηλής μαγνήτισης κατευθυνόμενων κόκκων M-OH πάχους 0.27 mm. Όπως φαίνεται από το γράφημα 5.18, οι ειδικές απώλειες των εσωτερικών ελασμάτων είναι αυξημένες σε σχέση με τις ειδικές απώλειες του σιδηρομαγνητικού υλικού που δεν έχει υποστεί τη μηχανική καταπόνηση, δηλαδή σε σχέση με τις ειδικές απώλειες των εξωτερικών σιδηρομαγνητικών ελασμάτων. Επίσης η αύξηση των ειδικών απωλειών είναι πιο έντονη στα πιο εσωτερικά ελάσματα ενώ πρακτικά οι ειδικές απώλειες για το 80° έλασμα και τα επόμενα ελάσματα συμπίπτουν με τις ειδικές απώλειες των εξωτερικών ελασμάτων που δεν έχουν υποστεί μηχανική παραμόρφωση. Αυτό σημαίνει ότι ο συντελεστής αλλοίωσης είναι μία συνάρτηση με ανεξάρτητη μεταβλητή το μήκος του σκέλους του πυρήνα  $x$ , το οποίο έχει εύρος τιμών  $[0, Eu]$ , όπου  $Eu$  είναι το πάχος του σκέλους του τυλιχτού πυρήνα.

Στο σχήμα 5.19 απεικονίζονται οι τοπικές ειδικές απώλειες σιδήρου συναρτήσει της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής 9 εσωτερικών σιδηρομαγνητικών ελασμάτων του τυλιχτού πυρήνα που εξετάστηκε παραπάνω καθώς και οι τοπικές ειδικές απώλειες του σιδηρομαγνητικού υλικού χωρίς μηχανική καταπόνηση. Το σιδηρομαγνητικό υλικό είναι η συμβατική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων M4 πάχους 0.27 mm.



**Σχήμα 5.18:** Σύγκριση ειδικών απωλειών καταπονημένων εσωτερικών ελασμάτων και μη καταπονημένου εξωτερικού ελάσματος για τη λαμαρίνα M-OH 0.27 mm.



**Σχήμα 5.19:** Σύγκριση ειδικών απωλειών καταπονημένων εσωτερικών ελασμάτων και μη καταπονημένου εξωτερικού ελάσματος για τη λαμαρίνα M4 0.27 mm.

Με βάση τις πειραματικές καμπύλες ειδικών απωλειών των σχημάτων 5.18, 5.19 καθώς και από την εξίσωση (5.31) είναι εύκολο να προσδιοριστεί ο συντελεστής αλλοίωσης των εσωτερικών σιδηρομαγνητικών ελασμάτων. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, για επίπεδα επαγωγής από 1,0 T έως 1,8 T, ο συντελεστής αλλοίωσης κάθε ελάσματος παραμένει σχεδόν σταθερός. Έτσι ως συντελεστή αλλοίωσης κάθε ελάσματος θα λαμβάνεται η μέση τιμή του συντελεστή αλλοίωσης για μαγνητική επαγωγή από 1,0 T έως 1,8 T. Επιπλέον η τιμή της μεταβλητής μήκους  $x$  του  $k$ -οστού σιδηρομαγνητικού ελάσματος θα δίνεται από την εξίσωση (5.32) όπου  $L_{th}$  είναι το πάχος του ελάσματος.

$$x = L_{th} \frac{(2k - 1)}{2} \quad (5.32)$$

Στους πίνακες 5.6 και 5.7 παρατίθενται ο συντελεστής αλλοίωσης και οι αντίστοιχες τιμές του μήκους του σκέλους του πυρήνα  $x$ , για τα προαναφερθέντα εσωτερικά ελάσματα κατασκευασμένα από τις λαμαρίνες M-OH και M4 για τις οποίες ισχύει  $L_{th} = 0.27$  mm.

Σιδηρομαγνητικό έλασμα	$x$ (mm)	Συντελεστής αλλοίωσης
1°	0,135	1,182
3°	0,675	1,175
6°	1,485	1,163
9°	2,295	1,156
22°	5,805	1,107
35°	9,315	1,079
48°	12,825	1,051
61°	16,335	1,032
74°	19,845	1,021

**Πίνακας 5.6:** Συντελεστής αλλοίωσης εσωτερικών ελασμάτων για M-OH 0.27 mm.

Σιδηρομαγνητικό έλασμα	$x$ (mm)	Συντελεστής αλλοίωσης
1°	0,135	1,194
3°	0,675	1,181
6°	1,485	1,162
9°	2,295	1,153
22°	5,805	1,105
35°	9,315	1,077
48°	12,825	1,048
61°	16,335	1,03
74°	19,845	1,022

**Πίνακας 5.7:** Συντελεστής αλλοίωσης εσωτερικών ελασμάτων για M4 0.27 mm.

## 5.7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Μέσω της πειραματικής διάταξης που παρουσιάστηκε στο παρόν κεφάλαιο, είναι δυνατή η εύρεση της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής, των τοπικών ειδικών απωλειών καθώς και άλλων σημαντικών λειτουργικών παραμέτρων των μετασχηματιστών τυλιχτών πυρήνων. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη συγκεκριμένη πειραματική διάταξη παρουσιάζουν ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον [5.6] και είναι χρήσιμα για τους κατασκευαστές μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα.

Η εύρεση της τοπικής κατανομής της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής, είναι ιδιαίτερα σημαντική καθώς επιτρέπει την επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τις αριθμητικές τεχνικές πεπερασμένων στοιχείων και της τανυστικής αναπαράστασης των σιδηρομαγνητικών ελασμάτων του πυρήνα που αναπτύχθηκε στο 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο. Επιπλέον η πειραματικά επιβεβαιωμένη ανισοκατανομή της μαγνητικής επαγωγής των τυλιχτών πυρήνων έδωσε την έναυση για μία καινοτόμο τεχνική που αποσκοπεί στη μείωση του κατασκευαστικού και του λειτουργικού κόστους των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα και η οποία παρουσιάζεται στο 7<sup>ο</sup> Κεφάλαιο.

Η εύρεση των τοπικών ειδικών απωλειών είναι εξίσου σημαντική, διότι με την ενσωμάτωση τους στον μετεπεξεργαστή του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων και τον συνδυασμό τους με την υπολογισμένη κατανομή της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής, επιτυγχάνεται ο ακριβής προσδιορισμός των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα. Το παραπάνω αποτελεί και σημαντική συμβολή της παρούσας διατριβής.

Τέλος ο πειραματικός προσδιορισμός της τοπικής τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής και των τοπικών ειδικών απωλειών έδωσε τη δυνατότητα να διερευνηθεί συστηματικά η επίπτωση της μηχανικής καταπόνησης των σιδηρομαγνητικών ελασμάτων στις απώλειες σιδήρου. Στην παρούσα διατριβή η ποσοτικοποίηση των επιπτώσεων της μηχανικής καταπόνησης επιτυγχάνεται μέσω ενός κατάλληλα ορισμένου συντελεστή που ονομάζεται συντελεστή αλλοίωσης. Ο συντελεστής αλλοίωσης μπορεί να προσδιοριστεί πειραματικά μέσω της πειραματικής διάταξης που παρουσιάστηκε στο παρόν κεφάλαιο και είναι κατάλληλα διαμορφωμένος έτσι ώστε να ενσωματωθεί στη μεθοδολογία υπολογισμού των απωλειών κενού φορτίου που θα αναπτυχθεί στο 6<sup>ο</sup> Κεφάλαιο.

## 5.8 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [5.1] M. Enokizono, T. Todaka, and K. Nakamura, "Flux distribution in a wound core of a single-phase transformer," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 160, pp. 61-62, 1996.
- [5.2] W. Grimmond, A. Moses, and P. Ling, "Geometrical factors affecting magnetic properties of wound toroidal cores," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 25, no. 3, pp. 2686-2693, May 1989.
- [5.3] A. Basak, A. J. Moses, and M. R. Yasin, "Flux distribution and loss in a 100 kVA 3-phase wound core amorphous transformer core," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 160, pp. 210-212, 1996.
- [5.4] M. Enokizono, T. Todaka, and K. Kihara, "Flux distribution in magnetic core with wound strips laminations," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 112, pp. 203-206, 1992.
- [5.5] R. Kolano, I. Pinkiewicz, and N. Wojcik, "Flux distribution power losses and harmonics of magnetizing current in three-limb amorphous magnetic circuit," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 196, pp. 930-932, 1999.
- [5.6] G. Loizos, T. Kefalas, A. Kladas, T. Souflaris, and D. Papparigas, "Flux distribution in single phase, Si-Fe, wound transformer cores," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 320, pp. 874-877, 2008.
- [5.7] Z. Godec, "Influence of slitting on core losses and magnetization curve of grain-oriented electrical steels," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 13, no. 4, pp. 1053-1057, Jul. 1977.
- [5.8] Z. Godec, "Aging of grain-oriented electrical steel strips," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 14, no. 1, pp. 9-13, Jan. 1978.
- [5.9] Z. Godec, "Effect of various stress-relief annealing treatments on permeability and aging of grain-oriented electrical steel strips," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 14, no. 1, pp. 4-8, Jan. 1978.
- [5.10] D. C. Jiles and D. L. Atherton, "Theory of the magnetization process in ferromagnets and its application to the magnetomechanical effect," *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 17, pp. 1265-1281, 1984.



## **ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΚΕΝΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ ΤΥΛΙΧΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ**

### **6.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΚΕΝΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

Ο υπολογισμός των απωλειών κενού φορτίου με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων παρουσιάζει αρκετές δυσκολίες εφόσον μία απλή μαγνητοστατική μη γραμμική ανάλυση, δισδιάστατη ή τρισδιάστατη, δεν είναι αρκετή έτσι ώστε να υπολογιστούν οι απώλειες σιδήρου. Προκειμένου να υπολογιστούν οι απώλειες κενού φορτίου θα πρέπει ως είσοδος στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων να επιβληθεί η τάση εισόδου στο τύλιγμα χαμηλής τάσης του μονοφασικού μετασχηματιστή ή το τριφασικό σύστημα τάσεων στην περίπτωση του τριφασικού μετασχηματιστή. Το παραπάνω θα οδηγούσε στην υιοθέτηση μίας αρμονικής (harmonic) ή μεταβατικής (transient) ανάλυσης η οποία παρουσιάζει πολλές δυσκολίες και μειονεκτήματα, με κυριότερο το μεγάλο υπολογιστικό κόστος σε σχέση με μία μαγνητοστατική ανάλυση όπως θα αναλυθεί και στο 7<sup>ο</sup> Κεφάλαιο.

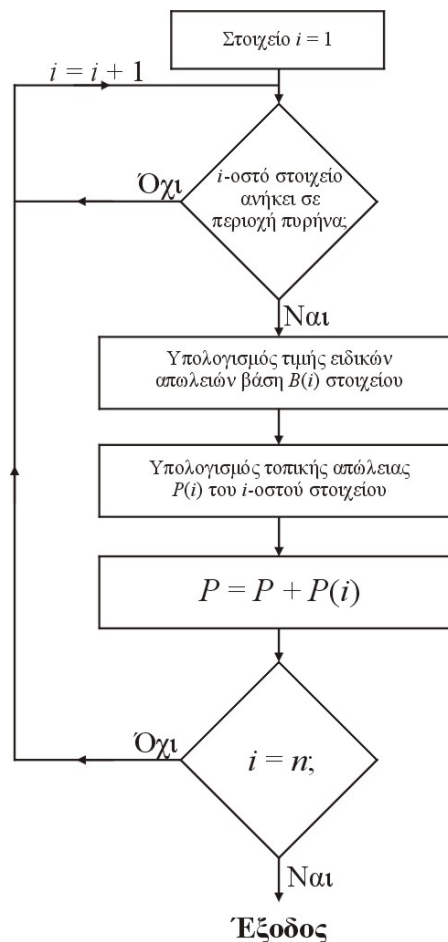
Επίσης στην περίπτωση μίας μεταβατικής ανάλυσης, αναγκαία θα ήταν η λεπτομερής αναπαράσταση των μηχανισμών απωλειών σιδήρου με κατάλληλα μοντέλα όπως στατικά μοντέλα υστέρησης [6.1], [6.2], ή δυναμικά μοντέλα υστέρησης που λαμβάνουν υπόψη τόσο τις απώλειες υστέρησης όσο και τις κλασσικές και ανώμαλες απώλειες δινορρευμάτων [6.3]. Αν και τα συγκεκριμένα μοντέλα έχουν δώσει χρήσιμα αποτελέσματα το προκύπτουν σφάλμα απωλειών κενού φορτίου δεν είναι ικανοποιητικό για βιομηχανική εφαρμογή (άνω του 5% και σε αρκετές περιπτώσεις μεγαλύτερο του 10%). Επιπλέον η ενσωμάτωση των συγκεκριμένων μοντέλων στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων παραμένει ακόμα πρόκληση [6.1], ενώ το υπολογιστικό κόστος τους είναι μεγάλο με αποτέλεσμα να μην είναι εφικτή η σύζευξη τους με αλγόριθμους βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούνται για την εύρεση του βέλτιστου τεχνικά και οικονομικά μετασχηματιστή από τους κατασκευαστές μετασχηματιστών. Για τους παραπάνω λόγους, στα πλαίσια της παρούσας διατριβής αναπτύχθηκε μία νέα τεχνική η οποία είναι εναλλακτική της συζευγμένης κυκλωματικής-πεπερασμένων στοιχείων ανάλυσης και στην οποία δεν είναι αναγκαία η ενσωμάτωση φαινομενολογικών μοντέλων αναπαράστασης των απωλειών.

Διαδεδομένη μέθοδος για το θεωρητικό υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου του μετασχηματιστή είναι η κατασκευή πειραματικών καμπύλων. Η μέθοδος των πειραματικών καμπύλων απαιτεί τη διεξαγωγή ενός μεγάλου αριθμού μετρήσεων, προκειμένου να διερευνηθεί η επίδραση των παραμέτρων που επηρεάζουν τις απώλειες κενού φορτίου. Επειδή, τόσο τα τεχνικά χαρακτηριστικά των μαγνητικών υλικών, όσο και η σχεδίαση των πυρήνων εξελίσσονται με την πάροδο του χρόνου, η μέθοδος των πειραματικών καμπύλων πρέπει να αντικατοπτρίζει την ισχύουσα πραγματικότητα. Για το λόγο αυτό είναι αναγκαίο οι καμπύλες αυτές να ανακατασκευάζονται με τρόπο συστηματικό, όταν αλλάζουν τα δεδομένα [6.4], [6.5]. Το μειονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου είναι ότι δε λαμβάνει υπόψη την τοπική κατανομή των πεδιακών μεγεθών των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα με αποτέλεσμα να προκύπτουν μεγάλα σφάλματα διασποράς. Η λύση στο προαναφερθέν

πρόβλημα είναι ο συνδυασμός των τοπικών ειδικών απωλειών που προκύπτουν πειραματικά και εκφράζονται σα συνάρτηση της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής, με την τοπική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής όπως προκύπτει από αριθμητικές τεχνικές επίλυσης του πεδίου.

Κατά τη διάρκεια της δοκιμής κενού φορτίου ενός μετασχηματιστή, με τάση εισόδου ημιτονοειδούς κυματομορφής σταθερού πλάτους και συνεπώς σταθερής ενεργού τιμής, το μέτρο της μαγνητικής επαγωγής  $B$  στον πυρήνα του μετασχηματιστή μεταβάλλεται ημιτονοειδώς και φτάνει κάποια χρονική στιγμή τη τιμή κορυφής. Γνωρίζοντας την τοπική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής στον πυρήνα του μετασχηματιστή τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή, είναι δυνατό να υπολογιστούν μέσω της καμπύλης τοπικών ειδικών απωλειών αρχικά οι τοπικές απώλειες και κατόπιν οι συνολικές απώλειες κενού φορτίου. Η τεχνική αυτή μπορεί να εφαρμοστεί ανεξάρτητα της γεωμετρίας του μετασχηματιστή, καθώς η ακριβής κατανομή της μαγνητικής επαγωγής επιτυγχάνεται από τη λύση του προβλήματος με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων [6.6]-[6.8].

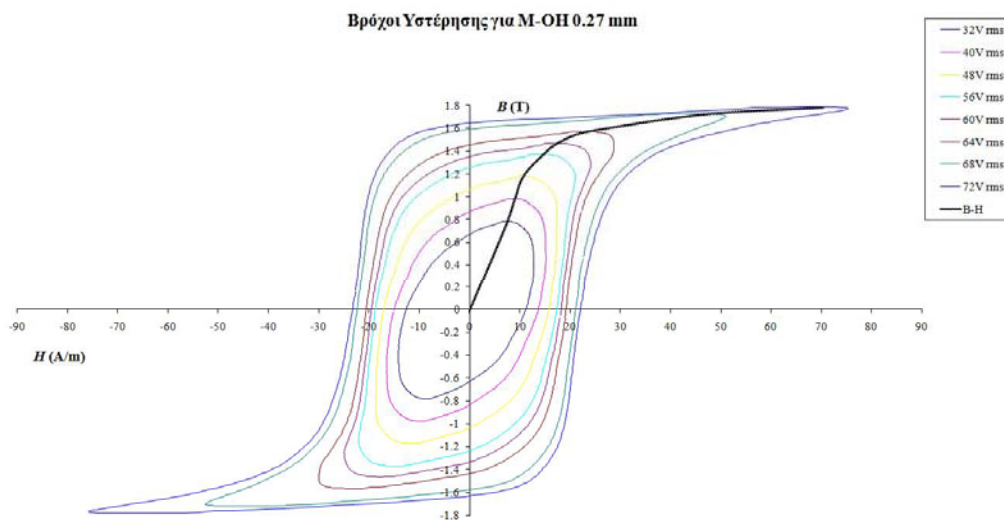
Ο αλγόριθμος ο οποίος χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου βάση της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής, μετά τη λύση του μη γραμμικού μαγνητοστατικού προβλήματος με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος έχει ενσωματωθεί στον μετεπεξεργαστή του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ο οποίος αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας διατριβής.



**Σχήμα 6.1:** Διάγραμμα ροής υπολογισμού απωλειών κενού φορτίου με βάση τοπικές πεδιακές τιμές του πυρήνα.



Στο σχήμα 6.2 απεικονίζονται οκτώ βρόχοι  $B-H$  όπως προέκυψαν πειραματικά κατά τη δοκιμή κενού φορτίου ενός τυλιγτού πυρήνα και για τάσεις εισόδου με ενεργό τιμή από 32 V μέχρι 72 V. Συνδέοντας τα σημεία της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής κάθε βρόχου  $B-H$ , προκύπτει η καμπύλη κανονικής μαγνήτισης η οποία χρησιμοποιείται ως είσοδος στη μη γραμμική μαγνητοστατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, όπως αναφέρθηκε στο 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο.



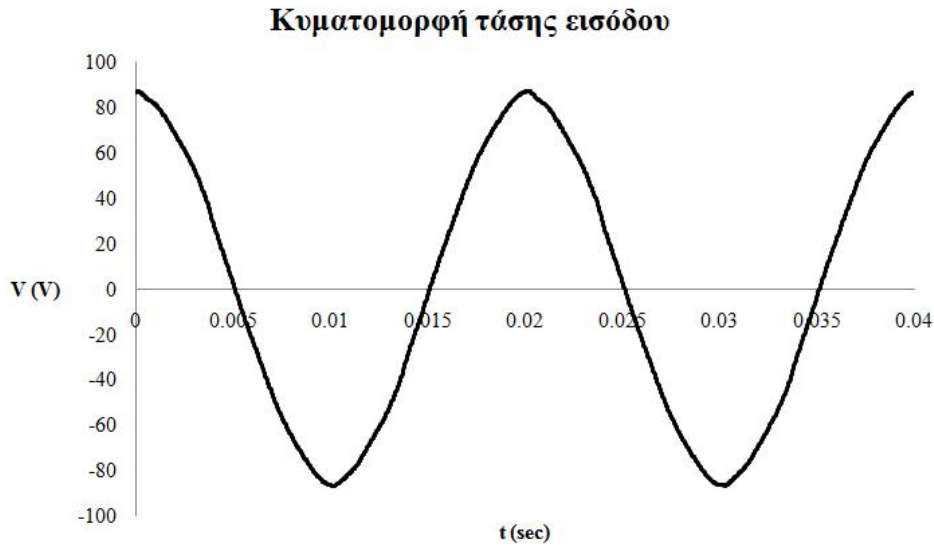
**Σχήμα 6.2:** Βρόχοι  $B-H$  τυλιγτού πυρήνα κατά τη δοκιμή κενού φορτίου.

Σύμφωνα με τα παραπάνω είναι δυνατόν μέσω μίας μη γραμμικής μαγνητοστατικής ανάλυσης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων να βρεθεί η κατανομή της μαγνητικής επαγωγής τη χρονική στιγμή που η πεπλεγμένη ροή αποκτά τη μέγιστη τιμή για δεδομένη τάση εισόδου. Όμως στη συγκεκριμένη περίπτωση η είσοδος στη μαγνητοστατική ανάλυση με πεπερασμένα στοιχεία είναι η πυκνότητα του ρεύματος  $J$  και όχι η τάση εισόδου  $V$ . Οπότε η δυσκολία έγκειται στην εύρεση της τιμής της πυκνότητας ρεύματος, δηλαδή της κατάλληλης τιμής εισόδου, η οποία αν χρησιμοποιηθεί σε μία μαγνητοστατική ανάλυση να δώσει την κατανομή του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής η οποία να αντιστοιχεί στην τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής που προκύπτει για δεδομένη τάση εισόδου. Πρέπει επίσης να τονιστεί το γεγονός ότι η συγκεκριμένη τιμή του ρεύματος θα είναι διαφορετική για διαφορετική τάση εισόδου, για διαφορετική γεωμετρία πυρήνα, για πυρήνα κατασκευασμένο από διαφορετική μαγνητική λαμαρίνα και για διαφορετικό αριθμό σπειρών του τυλίγματος χαμηλής τάσης. Δύο τρόποι μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι οποίοι αναλύονται παρακάτω.

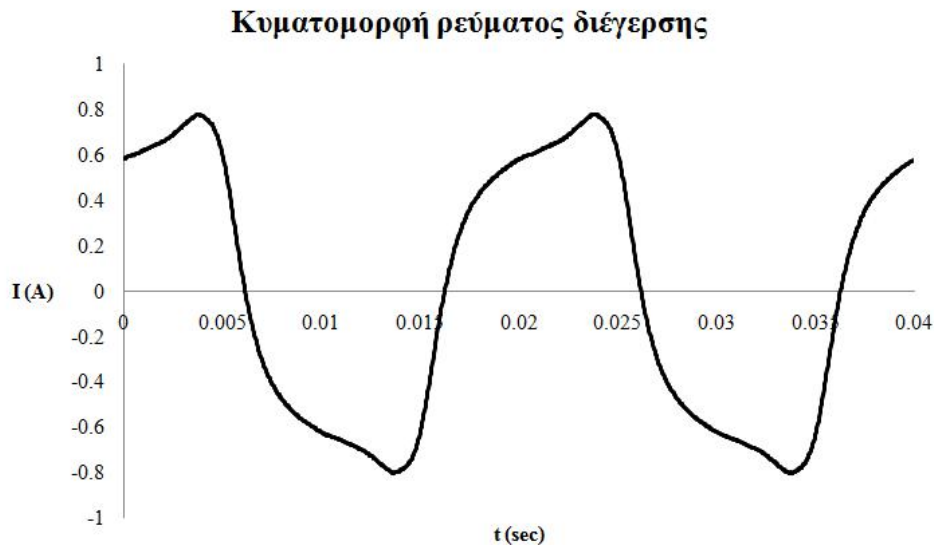
### 6.1.1 Εύρεση Ρεύματος Εισόδου Πειραματικά

Η τιμή του ρεύματος εισόδου σε μία μαγνητοστατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, που εξασφαλίζει την τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής στον πυρήνα για δεδομένη τάση εισόδου, μπορεί να βρεθεί πειραματικά μέσω μίας διάταξης δειγματοληψίας. Συγκεκριμένα είναι η τιμή του ρεύματος εισόδου για την οποία η πεπλεγμένη ροή  $\lambda$  του πρωτεύοντος τυλίγματος παίρνει τη μέγιστη τιμή της ή όταν η τάση εισόδου έχει μηδενική τιμή. Αυτό φαίνεται στα σχήματα 6.3 και 6.4, τα οποία προέκυψαν από τη διάταξη μέτρησης απωλειών κενού φορτίου του 5<sup>ο</sup> Κεφαλαίου, όπου παρουσιάζεται η τάση εισόδου στο τυλίγμα του πυρήνα καθώς και το ρεύμα διέγερσης. Από τα δύο αυτά γραφήματα παρατηρούμε ότι η τιμή του ρεύματος έχει μία μη μηδενική τιμή τη χρονική στιγμή κατά την οποία η τάση εισόδου του πρωτεύοντος πηνίου μηδενίζεται. Πρέπει να σημειωθεί ότι και η πεπλεγμένη ροή έχει παρόμοια κυματομορφή με αυτήν της τάσεως, όταν η τάση είναι ημιτονοειδούς μορφής, και παίρνει τη μέγιστη τιμή της όταν η τάση είναι μηδέν, δηλαδή η κυματομορφή της

πεπλεγμένης ροής είναι μετατοπισμένη κατά  $\pi/2$  σε σχέση με την κυματομορφή της τάσης εισόδου.



**Σχήμα 6.3:** Κυματομορφή της τάσης εισόδου στο τυλιγμά διέγερσης του πυρήνα.



**Σχήμα 6.4:** Κυματομορφή του ρεύματος διέγερσης.

Θέτοντας ως είσοδο τη συγκεκριμένη τιμή ρεύματος  $I$  ή την πυκνότητα ρεύματος  $J$ , σε μία μη γραμμική μαγνητοστατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, προκύπτει η τοπική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής στον τυλιχτό πυρήνα η οποία αντιστοιχεί στη μέγιστη πεπλεγμένη ροή για δεδομένη τάση εισόδου. Οπότε, μέσω της καμπύλης τοπικών ειδικών απωλειών και τον αλγόριθμο μετεπεξεργασίας του σχήματος 6.1 είναι δυνατή και η εύρεση των απωλειών κενού φορτίου.

Η συγκεκριμένη ανάλυση ονομάζεται συζευγμένη πειραματική-πεπερασμένων στοιχείων ανάλυση. Το πλεονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου είναι ότι απαιτείται μία μόνο μαγνητοστατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων και ότι δίνει αποτελέσματα με μικρό σφάλμα. Το σημαντικότερο μειονέκτημα όμως είναι ότι χρειάζεται πρώτα να κατασκευαστεί ο μετασχηματιστής ή ο απλός τυλιχτός πυρήνας και να γίνει η δοκιμή κενού φορτίου, όπου θα

καταγραφούν και με μεγάλη ακρίβεια η κυματομορφή της τάσης και του ρεύματος στη λειτουργία κενού φορτίου, και μετά να γίνει ο προσδιορισμός των απωλειών κενού φορτίου κάτι το οποίο σαφώς δεν είναι επιθυμητό εφόσον θα πρέπει ο υπολογισμός των απωλειών σιδήρου να γίνεται με πολύ μεγάλη ακρίβεια πριν τη σχεδίαση και την κατασκευή του μετασχηματιστή. Αυτό επιτυγχάνεται με τη μέθοδο που αναλύεται στην επόμενη παράγραφο.

Τέλος πρέπει να σημειωθεί ότι αν ληφθεί σαν είσοδος ρεύματος η ενεργός τιμή του ρεύματος κενού φορτίου ή η τιμή κορυφής, τότε τα σφάλματα που θα προκύψουν θα είναι πολύ μεγάλα εφόσον η μέθοδος αυτή είναι λανθασμένη. Η μόνη τιμή ρεύματος εισόδου που μπορεί να χρησιμοποιηθεί είναι αυτή για την οποία η πεπλεγμένη ροή  $\lambda$  γίνεται μέγιστη.

### 6.1.2 Εύρεση Απωλειών Κενού Φορτίου Μέσω Μαγνητοστατικών Αναλύσεων Πεπερασμένων Στοιχείων

Στη συγκεκριμένη περίπτωση γίνεται σύζευξη των κυκλωματικών εξισώσεων και των εξισώσεων πεδίου όπως φαίνονται παρακάτω στην περίπτωση του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού  $A$  και για ένα πυρήνα τυλιχτού τύπου με απλή διέγερση. Η εξίσωση του μαγνητοστατικού πεδίου στην περίπτωση του δισδιάστατου προβλήματος δίνεται από την παρακάτω εξίσωση Poisson, όπου  $\nu$  είναι η μη γραμμική ειδική μαγνητική αντίσταση (το αντίστροφο της ειδικής μαγνητικής διαπερατότητας), η οποία μπορεί να είναι βαθμωτή ποσότητα ή ταυστική,  $A$  είναι το μαγνητικό διανυσματικό δυναμικό και  $J$  είναι η πυκνότητα ρεύματος.

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J} \quad (6.1)$$

Για τον απλό τυλιχτό πυρήνα η κυκλωματική εξίσωση δίνεται από την παρακάτω σχέση όπου,  $V$  είναι η τάση εισόδου του πρωτεύοντος πηνίου,  $I$  είναι το ρεύμα του πρωτεύοντος τυλίγματος,  $R$  είναι η ωμική αντίσταση του πρωτεύοντος τυλίγματος και τέλος  $\lambda$  είναι η πεπλεγμένη ροή.

$$V = RI + \frac{d\lambda}{dt} \quad (6.2)$$

Η σύζευξη μεταξύ της εξίσωσης πεδίου και της κυκλωματικής εξίσωσης επιτυγχάνεται μέσω της παρακάτω εξίσωσης που συνδέει την πυκνότητα ρεύματος  $J$  με την ένταση του ρεύματος  $I$ .

$$I = \iint_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (6.3)$$

Η ανάλυση μπορεί να απλοποιηθεί λαμβάνοντας υπόψη ότι στη λειτουργία κενού φορτίου το ρεύμα κενού φορτίου είναι ένα πολύ μικρό κλάσμα του ρεύματος πλήρους φορτίου και επίσης ότι η αντίσταση του πηνίου χαμηλής τάσης είναι της τάξης των mΩ. Συνεπώς η (6.2) απλοποιείται στην (6.4) εφόσον  $RI \ll d\lambda/dt$ .

$$V = \frac{d\lambda}{dt} \quad (6.4)$$

Προκειμένου για τάση ημιτονοειδούς κυματομορφής η σχέση που συνδέει την ενεργό τιμή της τάσης και την τιμή κορυφής της πεπλεγμένης ροής δίνεται από την (6.5).

$$\lambda_{peak} = \frac{\sqrt{2}V_{rms}}{2\pi f} \quad (6.5)$$

Η τιμή του ρεύματος εισόδου σε μία μαγνητοστατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, η οποία εξασφαλίζει την τιμή κορυφής της πεπλεγμένης ροής για δεδομένη τάση εισόδου μπορεί να βρεθεί επαναληπτικά. Πιο συγκεκριμένα θα ισχύει:

$$\lambda(I) = \frac{\sqrt{2}V_{rms}}{2\pi f} \quad (6.6)$$

ή εναλλακτικά η (6.6) μπορεί να ξαναγραφτεί ως εξής:

$$\lambda(I) - \frac{\sqrt{2}V_{rms}}{2\pi f} = 0 \quad (6.7)$$

Μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας αλγόριθμος επίλυσης μη γραμμικών εξισώσεων προκειμένου να βρεθεί η ρίζα της παρακάτω συνάρτησης μίας μεταβλητής.

$$f(I) = \lambda(I) - \frac{\sqrt{2}V_{rms}}{2\pi f} \quad (6.8)$$

Ο αλγόριθμος που εφαρμόζεται στην παρούσα εργασία είναι η μέθοδος της διχοτόμησης και ισχύει για συνεχείς συναρτήσεις μίας μεταβλητής και σε ένα διάστημα  $[a, b]$  για το οποίο ικανοποιείται η σχέση:

$$f(a) \cdot f(b) \leq 0 \quad (6.9)$$

Αρχικά τίθεται:

$$a_0 = a, \quad b_0 = b, \quad I_0 = \frac{a_0 + b_0}{2} \quad (6.10)$$

Η ανισότητα (6.9) δείχνει ότι η συνάρτηση  $f$  έχει μία ρίζα στο διάστημα  $[a, b]$  η οποία βρίσκεται σε ένα από τα δύο διαστήματα  $[a_0, I_0]$ ,  $[I_0, b_0]$ . Στη συνέχεια εξετάζεται το πρόσημο του γινομένου  $f(a_0) \cdot f(I_0)$ .

Αν  $f(a_0) \cdot f(I_0) \leq 0$  τότε υπάρχει μία ρίζα στο διάστημα  $[a_0, I_0]$  και στην επόμενη επανάληψη τίθεται:

$$a_1 = a_0, \quad b_1 = I_0 \quad (6.11)$$

Αν  $f(a_0) \cdot f(I_0) > 0$  τότε υπάρχει μία ρίζα στο διάστημα  $[I_0, b_0]$  και στην επόμενη επανάληψη τίθεται:

$$a_1 = I_0, \quad b_1 = b_0 \quad (6.12)$$

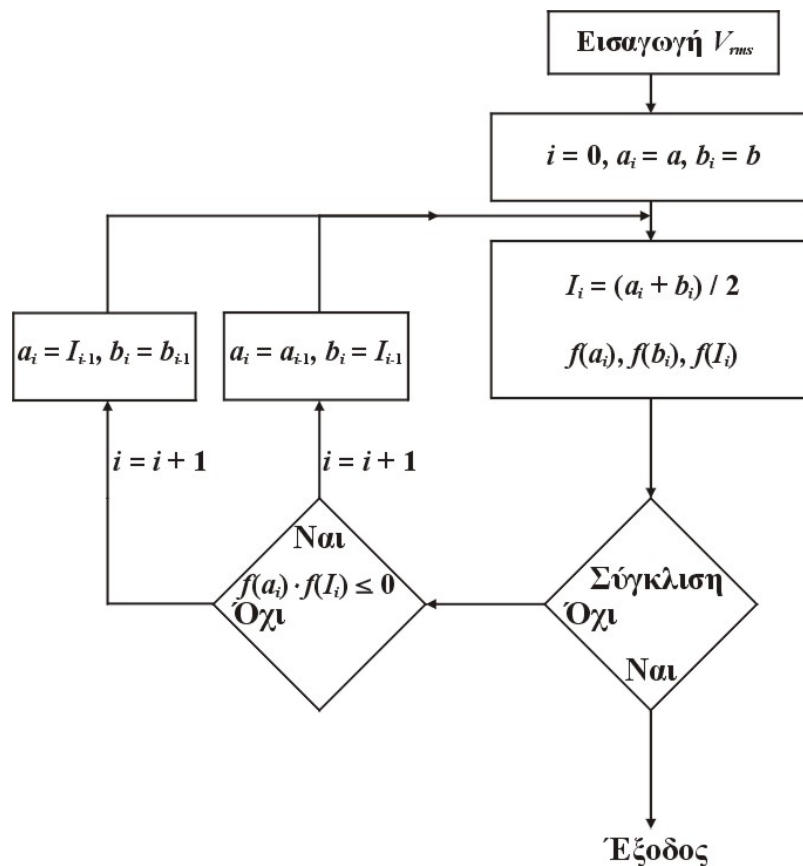
Έχοντας επιλέξει το νέο διάστημα  $[a_1, b_1]$ , το επόμενο σημείο θα δίνεται από την (6.13). Η επαναληπτική διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να ικανοποιηθεί ένα από τα δύο κριτήρια (6.14), (6.15), όπου ο δείκτης  $k$  εκφράζει την  $k$ -οστή επανάληψη.

$$I_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} \tag{6.13}$$

$$f(I) = 0 \tag{6.14}$$

$$b_k - a_k < \varepsilon, \quad \varepsilon = 10^{-4} \tag{6.15}$$

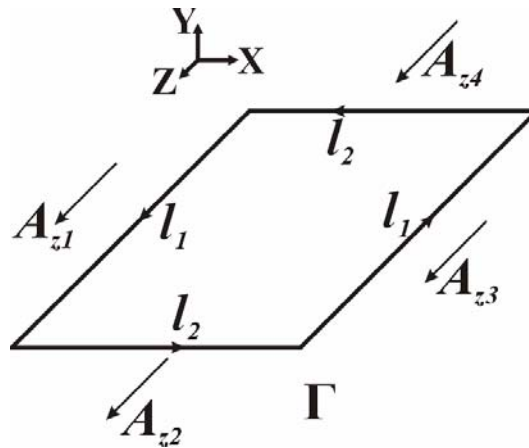
Σε κάθε επανάληψη του παραπάνω αλγορίθμου, το διάγραμμα ροής του οποίου απεικονίζεται στο σχήμα 6.5, και μετά την εύρεση της  $k$ -οστής τιμής του ρεύματος καλείται ο κώδικας πεπερασμένων στοιχείων. Η πεπλεγμένη ροή  $\lambda$  προκύπτει από την κατανομή του διανυσματικού δυναμικού του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων μετά την επίλυση του μη γραμμικού μαγνητοστατικού προβλήματος.



**Σχήμα 6.5:** Διάγραμμα ροής επαναληπτικού αλγορίθμου μαγνητοστατικών αναλύσεων πεπερασμένων στοιχείων.

Η μαγνητική ροή μπορεί να υπολογιστεί με βάση το διανυσματικό δυναμικό σύμφωνα με το παρακάτω επικαμπύλιο ολοκλήρωμα. Στην περίπτωση του δισδιάστατου προβλήματος ο υπολογισμός της ροής απλουστεύεται επειδή το διανυσματικό δυναμικό  $\mathbf{A}$  έχει μόνο μία συνιστώσα και συγκεκριμένα κατά τον άξονα  $z$ .

$$\Phi = \oint_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \tag{6.16}$$



Σχήμα 6.6: Υπολογισμός της μαγνητικής ροής μέσω επιφάνειας με σύνορο  $\Gamma$ .

Λόγω της συμμετρίας του δισδιάστατου προβλήματος το διανυσματικό δυναμικό  $A_{z1}$ ,  $A_{z3}$ , κατά μήκος των γραμμών  $l_1$  του συνόρου  $\Gamma$  του παραπάνω σχήματος είναι σταθερό. Κατά μήκος των δύο άλλων γραμμών,  $l_2$  του συνόρου  $\Gamma$ , το διανυσματικό δυναμικό  $A_{z2}$ ,  $A_{z4}$  δεν είναι σταθερό αλλά επειδή το διανυσματικό δυναμικό είναι κάθετο στις γραμμές αυτές το εσωτερικό τους γινόμενο θα είναι ίσο με το μηδέν ( $\mathbf{A}_{z2} \cdot \mathbf{l}_2 = \mathbf{A}_{z4} \cdot \mathbf{l}_2 = 0$ ). Σύμφωνα με τα παραπάνω, η μαγνητική ροή η οποία περνάει από την επιφάνεια του σχήματος 6.6, το σύνορο της οποίας είναι το  $\Gamma$ , θα είναι ίση με:

$$\Phi = \oint_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \Rightarrow \Phi = (A_{z1} - A_{z3})l_1 \quad (6.17)$$

Ο υπολογισμός της πεπλεγμένης ροής ενός πηνίου μπορεί να γίνει βάση της παραπάνω εξίσωσης η οποία όμως για αυτόν το σκοπό πρέπει να τροποποιηθεί κατάλληλα. Πιο συγκεκριμένα επειδή τα πηνία στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων μοντελοποιούνται από αγωγίμους ράβδους αυτό συνεπάγεται ότι καταλαμβάνουν μία συγκεκριμένη επιφάνεια στο μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων και το διανυσματικό δυναμικό στην επιφάνεια αυτή δεν είναι σταθερό αλλά διαφέρει σημαντικά. Συνεπώς πρέπει να υπολογιστεί η μέση τιμή του διανυσματικού δυναμικού στις συγκεκριμένες επιφάνειες και αυτή η μέση τιμή να χρησιμοποιηθεί στην εξίσωση (6.17). Η μέση τιμή του διανυσματικού δυναμικού σε μία επιφάνεια υπολογίζεται από το παρακάτω επιφανειακό ολοκλήρωμα, όπου  $S_{Cu}$  είναι το εμβαδόν της επιφάνειας της αγωγίμης ράβδου, δηλαδή του τυλίγματος.

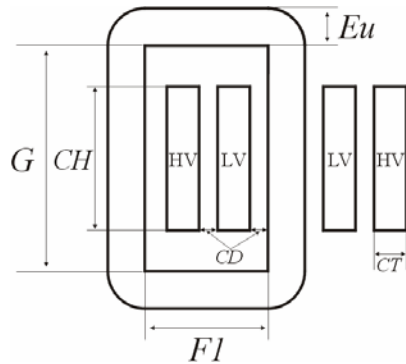
$$\frac{1}{S_{Cu}} \int_{S_{Cu}} A_z dS \quad (6.18)$$

Η πεπλεγμένη ροή για ένα πηνίο  $N$  σπειρών και αξονικού μήκους  $D$  θα δίνεται από την παρακάτω εξίσωση, όπου  $S_{Cu+}$  και  $S_{Cu-}$  είναι το εμβαδόν της αγωγίμης ράβδου με θετική και αρνητική πυκνότητα ρεύματος αντίστοιχα.

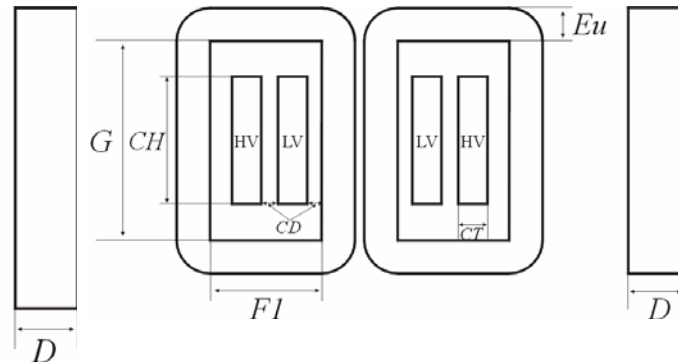
$$\lambda = ND \frac{1}{S_{Cu}} \left( \int_{S_{Cu+}} A_z dS - \int_{S_{Cu-}} A_z dS \right) \quad (6.19)$$

Η ανάλυση που αναπτύχθηκε παραπάνω έχει σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με μία μεταβατική ανάλυση καθώς παρουσιάζει μικρό υπολογιστικό κόστος και είναι εύκολο να εφαρμοστεί. Παρόλαυτα απαιτούνται δέκα με είκοσι επαναλήψεις προκειμένου να προκύψει

η λύση και ο υπολογιστικός χρόνος παραμένει υψηλός. Η παραπάνω τεχνική μπορεί να απλοποιηθεί έτσι ώστε να μειωθεί περαιτέρω ο υπολογιστικός χρόνος. Οι πρακτικοί μετασχηματιστές διανομής τυλιχτού πυρήνα είναι κατασκευασμένοι από μαγνητική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων και λειτουργούν σε επίπεδα μέσης επαγωγής μικρότερα των 1,8 T. Συνεπώς οι σκεδάσεις κατά τη δοκιμή κενού φορτίου είναι αμελητέες και μπορούν να αγνοηθούν. Σε αυτή την περίπτωση η μέση μαγνητική επαγωγή μπορεί να υπολογιστεί με την παρακάτω διαδικασία και από τα σχήματα 6.7 και 6.8 που απεικονίζουν αντίστοιχα τη γεωμετρία μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα τύπου πυρήνα και τύπου κελύφους.



**Σχήμα 6.7:** Γεωμετρία μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα, τύπου πυρήνα.



**Σχήμα 6.8:** Γεωμετρία μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα, τύπου κελύφους.

Η ενεργός διατομή  $A$ , του σκέλους του μονοφασικού μετασχηματιστή, προκύπτει από την επόμενη σχέση, όπου  $c_{sf}$  είναι ο συντελεστής πληρότητας του πυρήνα.

$$A = c_{sf} \cdot Eu \cdot D \tag{6.20}$$

Οι απλοποιημένες σχέσεις που συνδέουν την πεπλεγμένη ροή  $\lambda$ , με τη μαγνητική ροή  $\Phi$ , και τη μαγνητική ροή με τη μαγνητική επαγωγή  $B$ , στην περίπτωση που ζητείται το πλάτος της μέσης μαγνητικής επαγωγής, είναι αντίστοιχα:

$$\lambda = N \cdot \Phi \tag{6.21}$$

$$\Phi = B \cdot A \tag{6.22}$$

Η μέση τιμή του πλάτους της μαγνητικής επαγωγής  $B$ , μπορεί να υπολογιστεί από το νόμο του Faraday. Η παραδοχή η οποία υιοθετείται είναι ότι εφαρμόζεται ημιτονοειδούς κυματομορφής τάση  $v(t)$ , στα άκρα του πρωτεύοντος τυλίγματος του μετασχηματιστή, γωνιακής ταχύτητας  $\omega$  και συχνότητας  $f$ ,  $v(t) = V \cos(\omega t)$ . Οπότε θα ισχύουν διαδοχικά οι παρακάτω εξισώσεις:

$$v(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt} \Rightarrow \lambda(t) = \int v(t)dt \Rightarrow \lambda(t) = \int V \cos(\omega t)dt \Rightarrow \lambda(t) = \frac{V}{\omega} \sin(\omega t) \tag{6.23}$$

$$B = \frac{V}{N \cdot A \cdot \omega} = \frac{\sqrt{2} \cdot V_{rms}}{N \cdot A \cdot \omega} \tag{6.24}$$

$$B = \frac{\sqrt{2} \cdot V_{rms}}{N \cdot c_{sf} \cdot Eu \cdot D \cdot 2\pi f} \tag{6.25}$$

Γνωρίζοντας τη μέση τιμή της μαγνητικής επαγωγής από την εξίσωση (6.25), μπορεί να υπολογιστεί και η μέση τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $H$ , μέσω της παρεμβολής με κυβικές splines, της καμπύλης κανονικής μαγνήτισης, όπως εξηγήθηκε στο 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο. Στη συνέχεια η ένταση του ρεύματος προκύπτει ακολουθώντας την παρακάτω διαδικασία.

Το μέσο μήκος του τυλιχτού πυρήνα μπορεί να υπολογιστεί ως η μέση τιμή του εσωτερικού και του εξωτερικού μήκους του πυρήνα ( $L_{inner}$  και  $L_{outer}$  αντίστοιχα) τα οποία δίνονται από τις δύο επόμενες σχέσεις βάση και της γεωμετρίας του μονοφασικού μετασχηματιστή που απεικονίζεται στο σχήμα 6.7.

$$L_{inner} = 2 \cdot F1 + 2 \cdot G \quad (6.26)$$

$$L_{outer} = 2 \cdot F1 + 2 \cdot G + 2 \cdot \pi \cdot Eu \quad (6.27)$$

Τα μέσο μήκος του πυρήνα θα είναι σύμφωνα με τα παραπάνω ίσο με:

$$L_{average} = \frac{L_{inner} + L_{outer}}{2} = 2 \cdot F1 + 2 \cdot G + \pi \cdot Eu \quad (6.28)$$

Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος μπορεί να υπολογιστεί από το νόμο του Ampere όπου επιλέγεται ως διαδρομή ολοκλήρωσης για το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα η μέση διαδρομή που ορίστηκε παραπάνω. Η παραδοχή η οποία υιοθετείται είναι ότι η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι σταθερή σε όλο το μήκος της μέσης διαδρομής. Οπότε θα ισχύουν διαδοχικά οι παρακάτω εξισώσεις, όπου  $N$  είναι ο αριθμός των σπειρών του τυλίγματος του μετασχηματιστή και  $I$  είναι η ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI \Rightarrow HL_{average} = NI \quad (6.29)$$

$$I = H \left( \frac{2 \cdot F1 + 2 \cdot G + \pi \cdot Eu}{N} \right) \quad (6.30)$$

Η τιμή της χωρικής πυκνότητας ρεύματος του πρωτεύοντος η οποία θα χρησιμοποιηθεί για τη μαγνητοστατική ανάλυση, δεδομένου ότι έχει μοντελοποιηθεί λόγω συμμετρίας το ένα δεύτερο της γεωμετρίας όπως αναφέρθηκε στο 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, θα είναι ίση με:

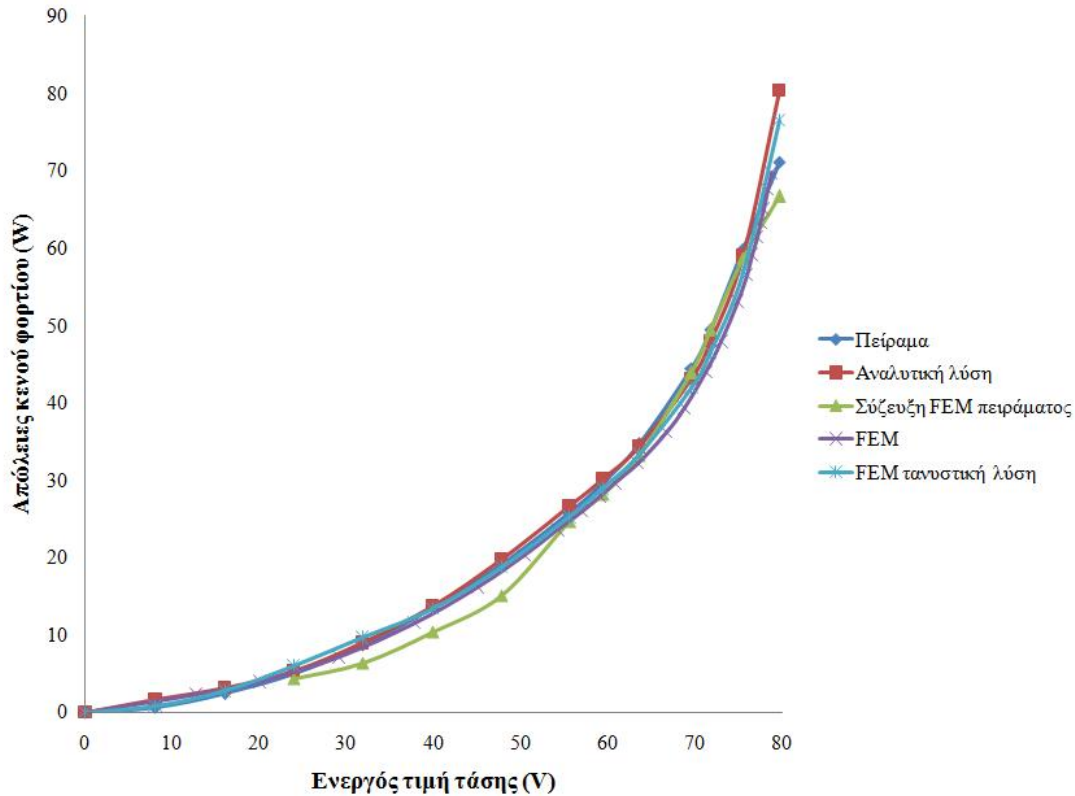
$$I = J \cdot S_{Cu} \Rightarrow \frac{I \cdot N}{2} = J \cdot S_{Cu} \Rightarrow J = \frac{I \cdot N}{2S_{Cu}} A/m^2 \quad (6.31)$$

Με τον παραπάνω τρόπο είναι δυνατή η εύρεση της κατανομής της μαγνητικής επαγωγής τη χρονική στιγμή που μεγιστοποιείται η πεπλεγμένη ροή, με μία μόνο μαγνητοστατική ανάλυση. Με τη συγκεκριμένη διαδικασία ελαχιστοποιείται το υπολογιστικό κόστος και ο χρόνος της ανάλυσης, γεγονός το οποίο είναι ιδιαίτερα σημαντικό για τους κατασκευαστές μετασχηματιστών.

## 6.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΚΕΝΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Στο σχήμα 6.9 παρουσιάζονται οι απώλειες κενού φορτίου συναρτήσει της ενεργού τιμής της τάσης εισόδου για τον μικρό πυρήνα ενός τριφασικού μετασχηματιστή διανομής, τύπου κελύφους, ονομαστικής ισχύος 100 kVA και ονομαστικής τάσεως 20 kV / 0,4 kV.





**Σχήμα 6.9:** Απώλειες κενού φορτίου συναρτήσει της ενεργού τιμής της τάσεως του πηνίου διεγέρσεως. Σύγκριση τεσσάρων μεθόδων, μίας αναλυτικής και τριών αριθμητικών, με τα πειραματικά αποτελέσματα.

Οι συγκεκριμένες καμπύλες προέκυψαν από το πείραμα κενού φορτίου, τον αναλυτικό υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου, τη συζευγμένη αριθμητική-πειραματική ανάλυση (Coupled FEM-experiment), τον αριθμητικό υπολογισμό μέσω της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (FEM) και τέλος τον αριθμητικό υπολογισμό μέσω της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων και με τη χρήση τανυστή της ειδικής μαγνητικής αντίστασης  $\nu$  (FEM tensor).

Στις επόμενες παραγράφους αναλύονται εκτενέστερα οι τέσσερις μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν προκειμένου να υπολογιστούν οι απώλειες κενού φορτίου στην περίπτωση του απλού τυλιχτού πυρήνα.

Οι απώλειες κενού φορτίου που υπολογίζονται θεωρητικά δε συμπεριλαμβάνουν τις ωμικές απώλειες  $P_{Cu}$ , στην αντίσταση του πρωτεύοντος τυλίγματος. Αυτό συνεπάγεται ότι θα πρέπει πρώτα να προσδιοριστεί πειραματικά η αντίσταση του πρωτεύοντος και μετά βάση αυτής της τιμής να υπολογιστούν και οι ωμικές απώλειες σύμφωνα με την παρακάτω σχέση, όπου  $I_{rms}^2$  είναι το τετράγωνο της ενεργού τιμής του ρεύματος διέγερσης.

$$P_{Cu} = I_{rms}^2 \cdot R \quad (6.32)$$

Οι ωμικές απώλειες θα πρέπει να αφαιρεθούν από τις απώλειες κενού φορτίου που προκύπτουν πειραματικά:

$$P_{IL} = P_{NLL} - P_{Cu} \quad (6.33)$$

όπου  $P_{IL}$  είναι οι πειραματικά προσδιορισμένες απώλειες σιδήρου ενώ  $P_{NLL}$  είναι οι συνολικές απώλειες κενού φορτίου που προσδιορίζονται επίσης πειραματικά. Με τον παραπάνω τρόπο θα είναι απόλυτα σωστή και η σύγκριση των πειραματικών και θεωρητικών αποτελεσμάτων.

### 6.2.1 Αναλυτικός Υπολογισμός

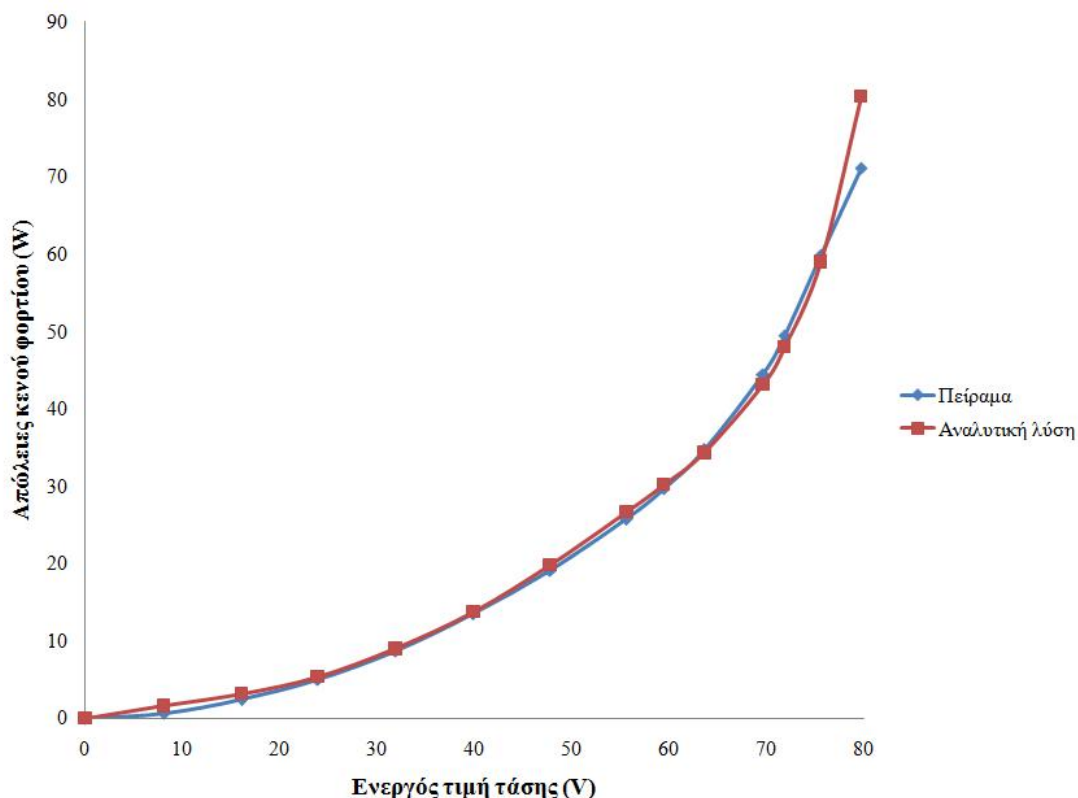
Στην περίπτωση του αναλυτικού υπολογισμού των απωλειών κενού φορτίου, πρώτα προσδιορίζεται η μέση τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής στον πυρήνα για δεδομένη τιμή της ενεργού τάσης εισόδου και μετά μέσω της καμπύλης μέσων ειδικών απωλειών προσδιορίζονται οι ειδικές απώλειες στη λειτουργία κενού φορτίου.

Οι συνολικές απώλειες κενού φορτίου του πυρήνα θα δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$P_{IL} = P_{SCL} \cdot M_{Fe} \quad (6.34)$$

όπου  $P_{SCL}$  είναι οι ειδικές μονοφασικές απώλειες (specific core loss) και  $M_{Fe}$  είναι η μάζα του σιδηρομαγνητικού υλικού του τυλιχτού πυρήνα.

Στο επόμενο γράφημα παρουσιάζονται οι μετρημένες απώλειες σιδήρου καθώς και οι απώλειες σιδήρου υπολογισμένες με την αναλυτική μέθοδο για διάφορες τιμές τις ενεργού τάσης εισόδου του πρωτεύοντος πηνίου.



**Σχήμα 6.10:** Απώλειες κενού φορτίου συναρτήσεως της ενεργού τιμής της τάσεως του πηνίου διεγέρσεως. Σύγκριση αναλυτικής μεθόδου και πειραματικών αποτελεσμάτων.

Το σφάλμα το οποίο προκύπτει κυμαίνεται μεταξύ 3,5% για μέσες τιμές της μαγνητικής επαγωγής στον πυρήνα ( $1,3 \text{ T} \div 1,8 \text{ T}$ ) και 4% για μικρές και μεγάλες τιμές της μαγνητικής επαγωγής ( $B < 1,3 \text{ T}$  και  $B > 1,8 \text{ T}$ ). Επίσης το σφάλμα τείνει να αυξάνεται καθώς η τιμή

της μαγνητικής επαγωγής μειώνεται, δηλαδή όταν είναι πολύ μικρότερη του 1 T, καθώς επίσης και όταν το μέτρο της μαγνητικής επαγωγής είναι μεγάλο δηλαδή όταν είναι αρκετά μεγαλύτερο του 1,8 T.

Ενώ τα σφάλματα που προκύπτουν από τη συγκεκριμένη μέθοδο είναι ικανοποιητικά για την περίπτωση των απλών πυρήνων, δεν ισχύει το ίδιο με τους τριφασικούς μετασχηματιστές όπου τα σφάλματα είναι σημαντικά μεγαλύτερα. Επίσης το σφάλμα δε διατηρείται σταθερό με την αλλαγή των γεωμετρικών διαστάσεων του πυρήνα καθώς και με την αλλαγή των σχεδιαστικών παραμέτρων αυτού, δηλαδή υπάρχει σημαντική διασπορά.

Για τους παραπάνω λόγους υιοθετείται μία αριθμητική ανάλυση για τον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου. Χρησιμοποιείται συγκεκριμένα η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων σε συνδυασμό με άλλες τεχνικές που αναλύονται στις επόμενες τρεις παραγράφους.

### 6.2.2 Συζευγμένη Αριθμητική-Πειραματική Ανάλυση (Coupled FEM-experiment)

Στη συζευγμένη αριθμητική-πειραματική ανάλυση πρώτα προσδιορίζεται πειραματικά η τιμή του ρεύματος που αντιστοιχεί στη μέγιστη πεπλεγμένη ροή για δεδομένη ενεργό τιμή της τάσης εισόδου. Μετά η συγκεκριμένη τιμή του ρεύματος χρησιμοποιείται σαν είσοδος σε μία μη γραμμική μαγνητοστατική ανάλυση η οποία γίνεται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Από την τοπική κατανομή του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής στον πυρήνα που προκύπτει από τη συγκεκριμένη ανάλυση προσδιορίζονται μέσω του κώδικα μετεπεξεργασίας της παραγράφου 6.1 και οι απώλειες κενού φορτίου.

Στο σχήμα 6.11 παρουσιάζονται οι μετρημένες απώλειες σιδήρου καθώς και οι απώλειες σιδήρου υπολογισμένες με τη συζευγμένη πειραματική-πεπερασμένων στοιχείων μέθοδο για διάφορες τιμές τις ενεργού τάσης εισόδου του πρωτεύοντος πηνίου, δηλαδή για διάφορες τιμές του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής.

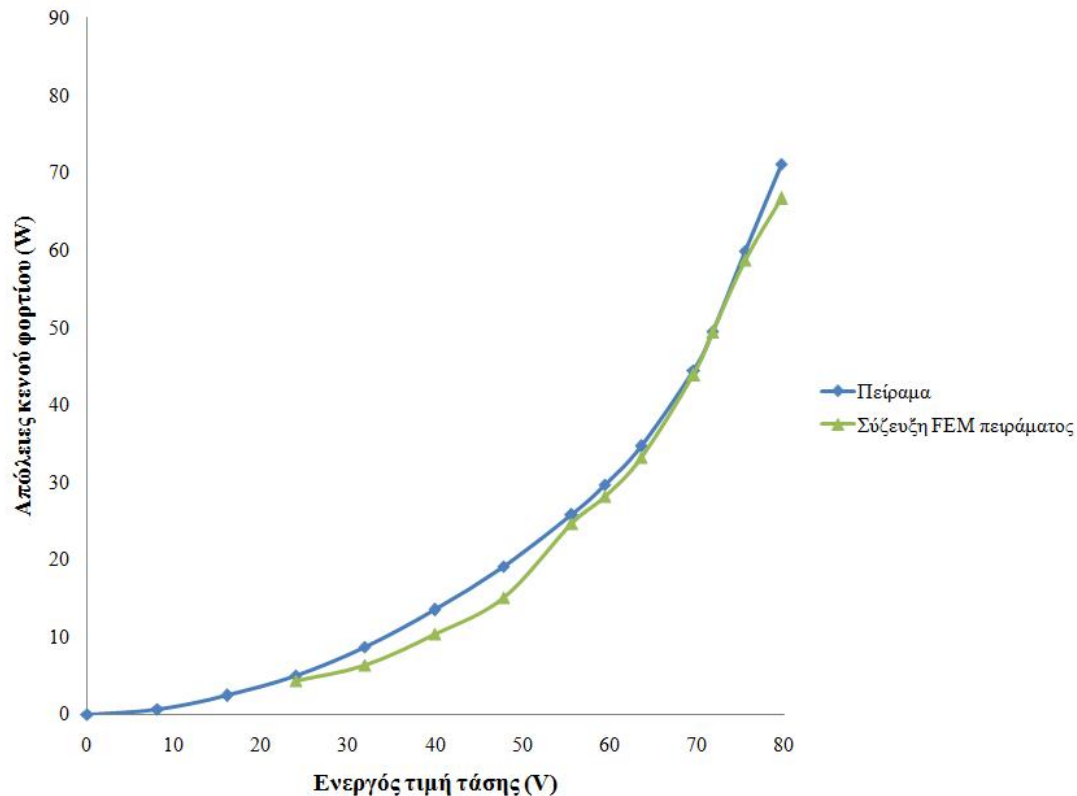
Για μέσες και μεγάλες τιμές της μαγνητικής επαγωγής (1,3 T ÷ 1,95 T) το σφάλμα κυμαίνεται μεταξύ 4% και 1%. Αντιθέτως για μικρές τιμές της μαγνητικής επαγωγής ( $B < 1,0$  T) στον πυρήνα το σφάλμα είναι μεγαλύτερο (6% ÷ 14%).

Η συγκεκριμένη μέθοδος παρουσιάζει τα μικρότερα σφάλματα από όλες τις μεθόδους που εξετάζονται στο παρόν κεφάλαιο στις περιοχές 1,3 T ÷ 1,95 T, την περιοχή δηλαδή μαγνητικής επαγωγής που λειτουργεί ένας τυπικός τριφασικός και μονοφασικός μετασχηματιστής διανομής.

Τα σφάλματα για επαγωγές όμως μικρότερες από 1,3 T δεν είναι ικανοποιητικά. Αυτό οφείλεται στη δυσκολία πειραματικής εύρεσης του ρεύματος που αντιστοιχεί στην μέγιστη πεπλεγμένη ροή για δεδομένη ενεργό τιμή της τάσης εισόδου, όταν το συγκεκριμένο ρεύμα έχει μικρή τιμή. Το παραμικρό σφάλμα στην εύρεση του ρεύματος έχει ως αποτέλεσμα να προκύψουν μεγάλα σφάλματα στην εύρεση της κατανομής του πεδίου με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων καθώς η τοπική τιμή της σχετικής μαγνητικής διαπερατότητας ανήκει στη γραμμική περιοχή της καμπύλης πρώτης μαγνήτισης και είναι πολύ μεγάλη για μικρές τιμές της διέγερσης ( $\mu_r > 40.000$ ).

Τέλος το σημαντικότερο μειονέκτημα που παρουσιάζει η συγκεκριμένη μέθοδος είναι ότι πρώτα πρέπει να κατασκευαστεί ο πυρήνας ή ο μετασχηματιστής, να γίνει το πείραμα για τη λειτουργία κενού φορτίου του μετασχηματιστή, να χρησιμοποιηθεί πειραματική διάταξη μεγάλης ακρίβειας για τον προσδιορισμό του ρεύματος που αντιστοιχεί στη μέγιστη πεπλεγμένη ροή για δεδομένη ενεργό τιμή της τάσης εισόδου και μετά να χρησιμοποιηθεί η συγκεκριμένη τιμή ρεύματος για την εύρεση της κατανομής της μαγνητικής επαγωγής με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Είναι ευνόητο από τα παραπάνω ότι η συγκεκριμένη

μέθοδος δε θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί κατά τη φάση σχεδίασης του μετασχηματιστή ή του απλού τυλιχτού πυρήνα, για την εύρεση των απωλειών κενού φορτίου.



**Σχήμα 6.11:** Απώλειες κενού φορτίου συναρτήσει της ενεργού τιμής της τάσεως του πηνίου διεγέρσεως. Σύγκριση συζευγμένης πειραματικής-πεπερασμένων στοιχείων μεθόδου (Coupled FEM-experiment) με τα πειραματικά αποτελέσματα.

### 6.2.3 Ανάλυση Πεπερασμένων Στοιχείων FEM

Στην εν λόγω περίπτωση μέσω της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων γίνονται διαδοχικές μη γραμμικές μαγνητοστατικές αναλύσεις για διάφορες τιμές του ρεύματος εισόδου και προσδιορίζεται κάθε φορά η πεπλεγμένη ροή του πηνίου του πυρήνα και μέσω αυτής η ενεργός τιμή της τάσης εισόδου, όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 6.1.2. Αυτό επαναλαμβάνεται μέχρι να βρεθεί η κατάλληλη τιμή του ρεύματος εισόδου που εξασφαλίζει μία συγκεκριμένη τιμή της τάσης εισόδου. Από την τοπική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής στον πυρήνα που προκύπτει από τη συγκεκριμένη τιμή του ρεύματος εισόδου προσδιορίζονται μέσω του αλγόριθμου του σχήματος 6.1 και οι απώλειες κενού φορτίου.

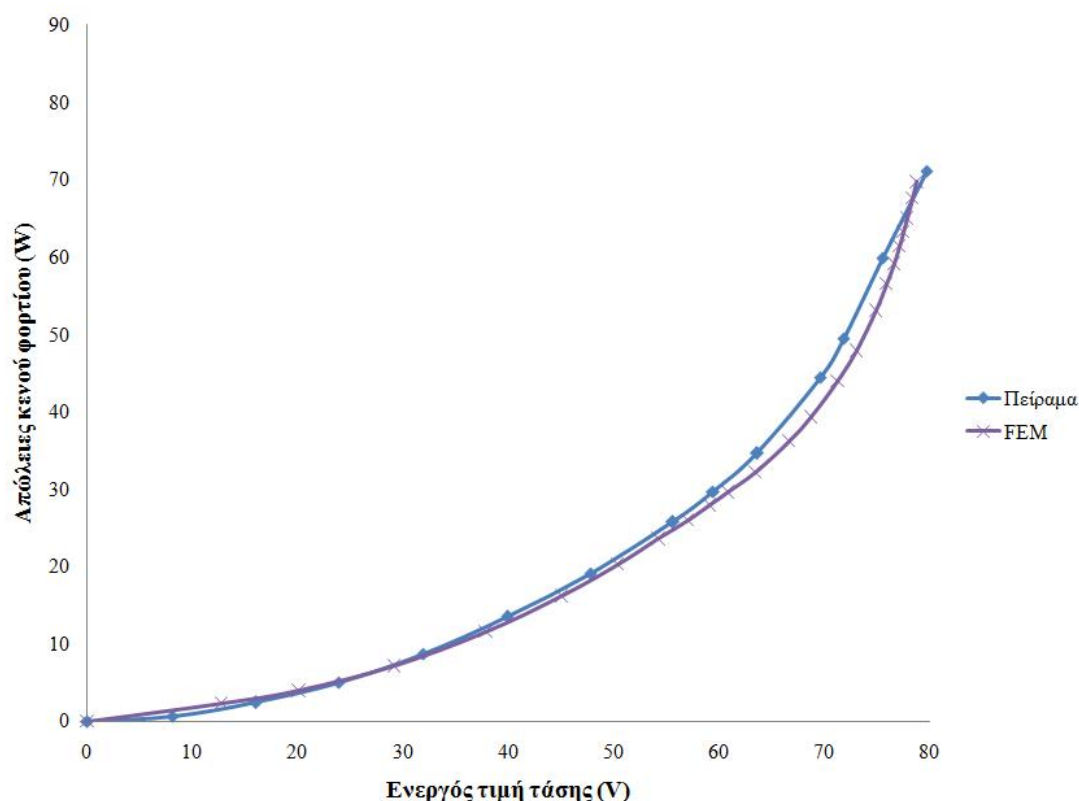
Στο σχήμα 6.12 παρουσιάζονται οι μετρημένες απώλειες σιδήρου καθώς και οι απώλειες σιδήρου υπολογισμένες με την επαναληπτική μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για διάφορες τιμές τις ενεργού τάσης εισόδου του πρωτεύοντος πηνίου, δηλαδή για διάφορες τιμές του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής.

Για μέσες και μεγάλες τιμές της μαγνητικής επαγωγής ( $1,3T \div 1,95T$ ) το σφάλμα κυμαίνεται μεταξύ 7% και 2%. Αντιθέτως για μικρές τιμές της μαγνητικής επαγωγής ( $B < 1,0 T$ ) στον πυρήνα το σφάλμα είναι μικρότερο.

Η μεγάλες αυτές διαφορές στο σφάλμα οφείλονται στο γεγονός ότι κατά τη διάρκεια της προεπεξεργασίας της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων, στη γεωμετρία του τυλιχτού πυρήνα αποδόθηκε ιστροπικό μη γραμμικό σιδηρομαγνητικό υλικό. Αν και με αυτόν τον τρόπο

επιτεύχθηκε η ανάλυση των απωλειών κενού φορτίου με πολύ μικρό υπολογιστικό κόστος, η τοπική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής που προέκυψε δεν προσέγγιζε την πραγματική. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ένας τυπικός τυλιχτός πυρήνας αποτελείται από εκατοντάδες σιδηρομαγνητικά ελάσματα. Έτσι η μαγνητική ροή κατευθύνεται κυρίως κατά την κατεύθυνση εξέλασης των ελασμάτων ενώ ένα πολύ μικρότερο ποσοστό κατευθύνεται υπό γωνία ή κάθετα προς την κατεύθυνση εξέλασης καθώς η ροή θα πρέπει να υπερκεράσει την μεγάλη μαγνητική αντίσταση της μόνωσης και του αέρα που υπάρχει μεταξύ δύο διαδοχικών σιδηρομαγνητικών ελασμάτων.

Είναι δυνατό να προκύψουν ακόμα μικρότερα σφάλματα με τη συγκεκριμένη μέθοδο απλώς υιοθετώντας στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων τανυστική προσέγγιση για την περιγραφή του υλικού του πυρήνα όπως περιγράφεται στην επόμενη παράγραφο.



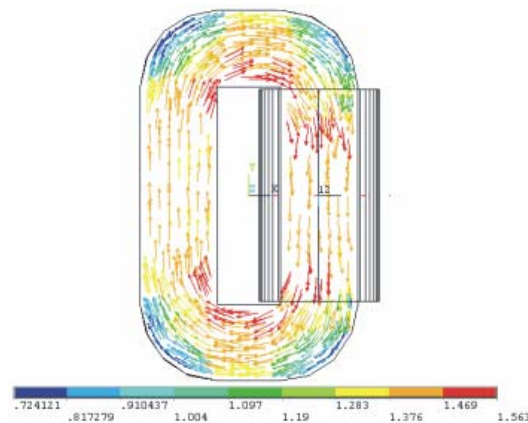
**Σχήμα 6.12:** Απώλειες κενού φορτίου συναρτήσει της ενεργού τιμής της τάσεως του πηνίου διεγέρσεως. Σύγκριση μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων (FEM) με πειραματικά αποτελέσματα.

#### 6.2.4 Ανάλυση Πεπερασμένων Στοιχείων FEM με τη Χρήση Τανυστή Ειδικής Μαγνητικής Αντίστασης

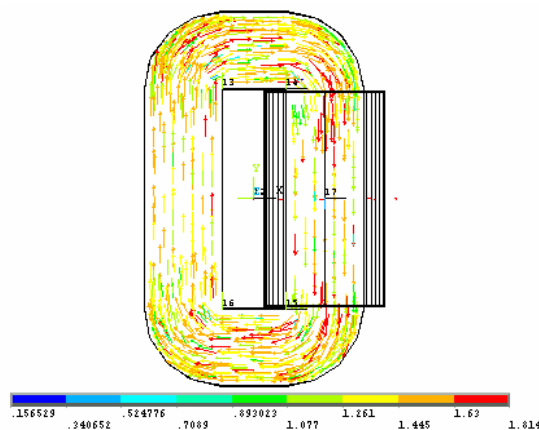
Πάλι στη συγκεκριμένη ανάλυση, μέσω της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων γίνονται διαδοχικές μη γραμμικές μαγνητοστατικές αναλύσεις για διάφορες τιμές του ρεύματος εισόδου και προσδιορίζεται κάθε φορά η πεπλεγμένη ροή του πηνίου του πυρήνα και μέσω αυτής η ενεργός τιμή της τάσης εισόδου. Αυτό επαναλαμβάνεται μέχρι να βρεθεί η κατάλληλη τιμή του ρεύματος εισόδου που εξασφαλίζει μία συγκεκριμένη τιμή της τάσης εισόδου. Από την τοπική κατανομή του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής στον πυρήνα που προκύπτει από τη συγκεκριμένη τιμή του ρεύματος εισόδου προσδιορίζονται μέσω κώδικα μετεπεξεργασίας και οι απώλειες κενού φορτίου.

Στη συγκεκριμένη μέθοδο απλώς επιλέγεται η μακροσκοπική αναπαράσταση του υλικού του πυρήνα μέσω τανυστή της ειδικής μαγνητικής αντίστασης  $\nu$  με το ελλειπτικό ανισοτροπικό μοντέλο που αναπτύχθηκε στο 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο.

Ο λόγος για τον οποίο επιλέγεται η περιγραφή του υλικού μέσω του τανυστή είναι ότι ο πυρήνας αποτελείται από μεγάλο αριθμό ελασμάτων με αποτέλεσμα η μαγνητική αντίσταση να είναι μικρότερη κατά την κατεύθυνση εξέλασης της λαμαρίνας ενώ κάθετα στη διεύθυνση εξέλασης η μαγνητική αντίσταση να είναι πολύ μεγαλύτερη. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η τοπική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής του πυρήνα να είναι διαφορετική από αυτή που προκύπτει θεωρώντας μία ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων χωρίς τη χρήση του τανυστή. Το παραπάνω επιβεβαιώνεται και πειραματικά μέσω της πειραματικής εύρεσης της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής του πυρήνα με τη χρήση δοκιμαστικών πηνίων (search coils) στην επόμενη παράγραφο. Επίσης μεγαλύτερη ακρίβεια στον υπολογισμό της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής θα έχει και ως αποτέλεσμα να προκύψει μεγαλύτερη ακρίβεια στον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου. Στα επόμενα δύο σχήματα απεικονίζεται η κατανομή της μαγνητικής επαγωγής σε ένα απλό τυλιχτό πυρήνα για μέση επαγωγή 1,4 T. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του εν λόγω πυρήνα είναι  $E_u = 51,3$  mm,  $F_1 = 57$  mm,  $G = 183$  mm και  $D = 190$  mm. Το πηνίο διέγερσης που χρησιμοποιήθηκε έχει  $N = 20$  σπείρες, ενώ η εφαρμοζόμενη ενεργός τάση είναι 58 V. Από τα δύο σχήματα προκύπτει ότι υπάρχει σημαντική διαφορά μεταξύ των κατανομών που προκύπτουν από τις δύο μεθόδους.

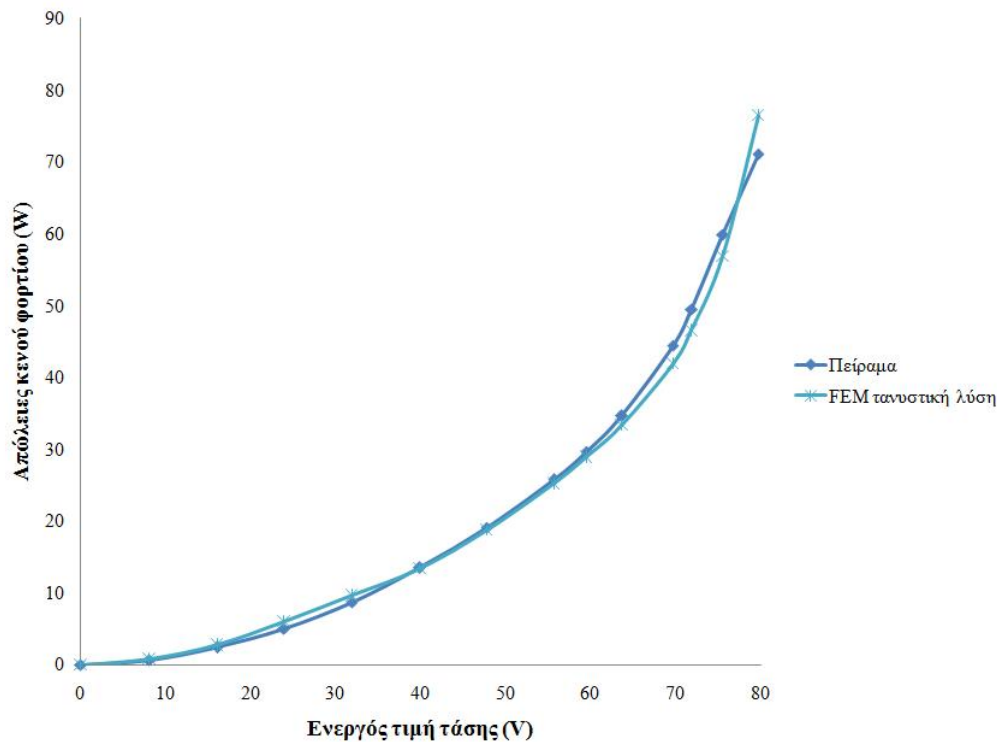


**Σχήμα 6.13:** Διανυσματική απεικόνιση της μαγνητικής επαγωγής για μαγνητοστατική ανάλυση χωρίς τη χρήση τανυστή.



**Σχήμα 6.14:** Διανυσματική απεικόνιση της μαγνητικής επαγωγής για μαγνητοστατική ανάλυση με τη χρήση τανυστή.

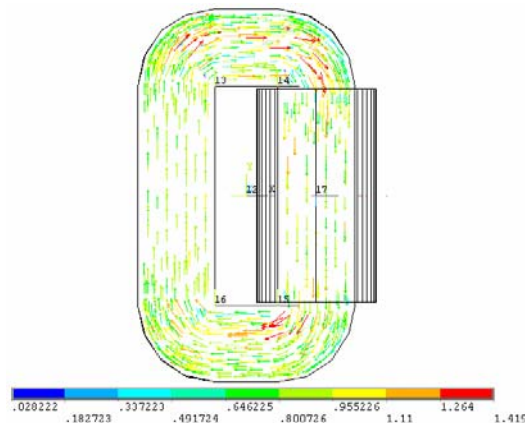
Στο σχήμα 6.15 παρουσιάζονται οι μετρημένες και οι υπολογισμένες με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων και με τη χρήση τανυστή απώλειες σιδήρου. Το σφάλμα κυμαίνεται μεταξύ 4% και 1% για όλες τις τιμές της μαγνητικής επαγωγής.



**Σχήμα 6.15:** Απώλειες κενού φορτίου συναρτήσει της ενεργού τιμής της τάσεως του πηνίου διεγέρσεως. Σύγκριση μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων με χρήση τανυστή ειδικής μαγνητικής αντίστασης (FEM tensor) με τα πειραματικά αποτελέσματα.

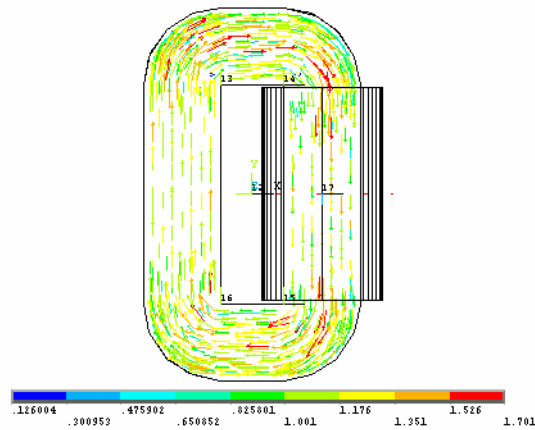
### 6.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Στα σχήματα 6.16-6.18 παρουσιάζεται η διανυσματική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής για διάφορα επίπεδα μέσης επαγωγής, όπως προέκυψαν από τη μη γραμμική μαγνητοστατική ανάλυση και τη χρήση τανυστή ειδικής μαγνητικής αντίστασης.

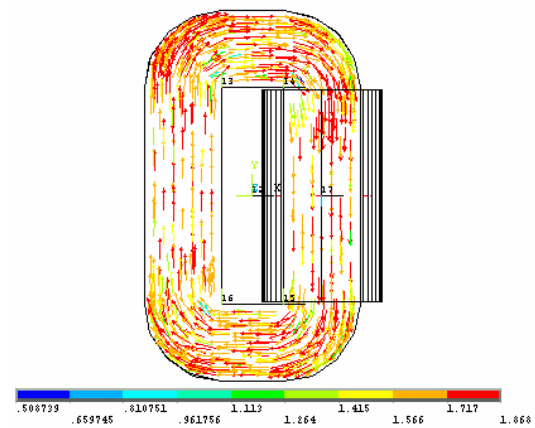


**Σχήμα 6.16:** Διανυσματική απεικόνιση της μαγνητικής επαγωγής για μαγνητοστατική ανάλυση με τη χρήση τανυστή και για μέση μαγνητική επαγωγή 0,94 T.



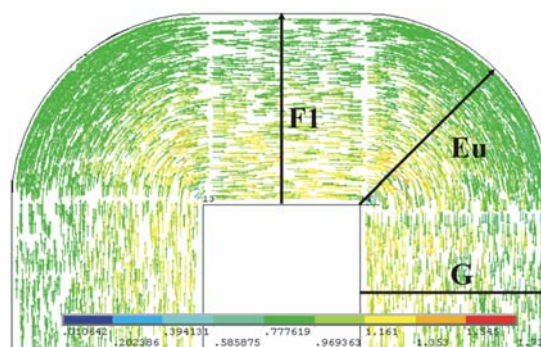


**Σχήμα 6.17:** Διανυσματική απεικόνιση της μαγνητικής επαγωγής για μαγνητοστατική ανάλυση με τη χρήση τανυστή και για μέση μαγνητική επαγωγή 1,05 T.



**Σχήμα 6.18:** Διανυσματική απεικόνιση της μαγνητικής επαγωγής για μαγνητοστατική ανάλυση με τη χρήση τανυστή και για μέση μαγνητική επαγωγή 1,65 T.

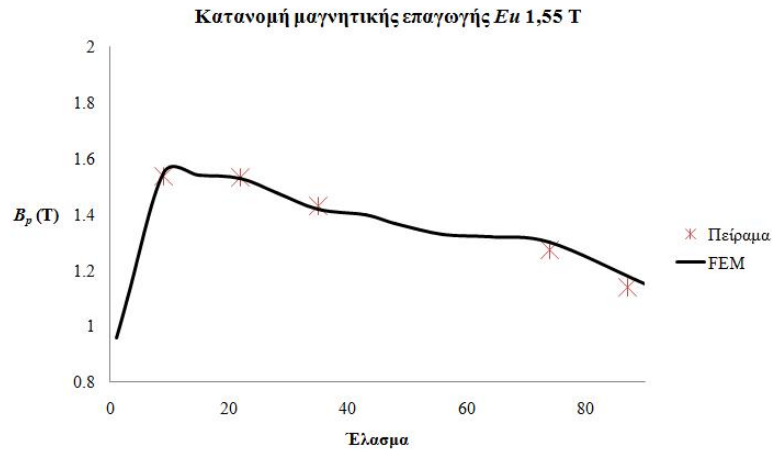
Στο σχήμα 6.19 απεικονίζονται οι γραμμές  $F1$ ,  $Eu$  και  $G$  κατά μήκος των οποίων υπολογίστηκε η κατανομή της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής.



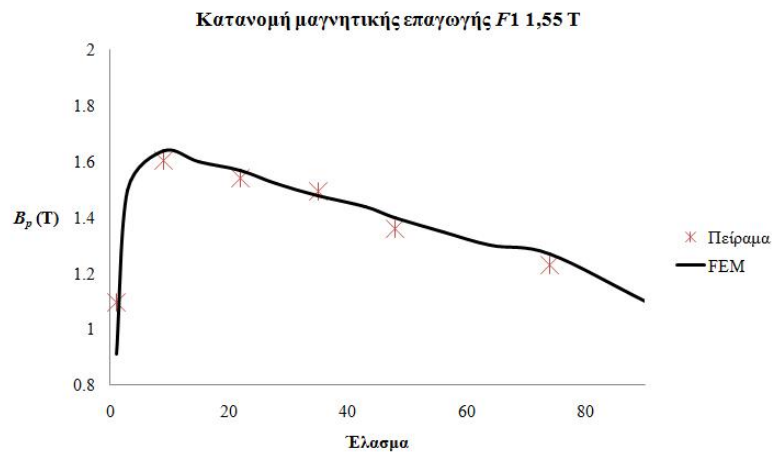
**Σχήμα 6.19:** Διανυσματική απεικόνιση της μαγνητικής επαγωγής και γραμμές  $F1$ ,  $Eu$ ,  $G$  κατά μήκος των οποίων υπολογίστηκε η κατανομή της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής.

Στα επόμενα 9 γραφήματα, σχήματα 6.20-6.28 παρουσιάζονται οι κατανομές της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής, στη λειτουργία κενού φορτίου, όπως προέκυψαν από την τανυστική ανάλυση με τον δισδιάστατο μη γραμμικό κώδικα πεπερασμένων στοιχείων. Επίσης στα ίδια γραφήματα απεικονίζεται και η κατανομή της μαγνητικής επαγωγής όπως προέκυψε πειραματικά με τη χρήση τοπικών μετρήσεων με δοκιμαστικά πηνία [6.9].

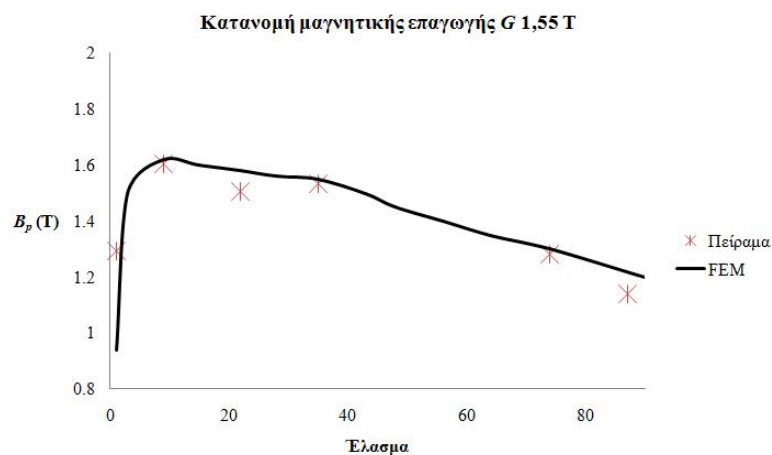




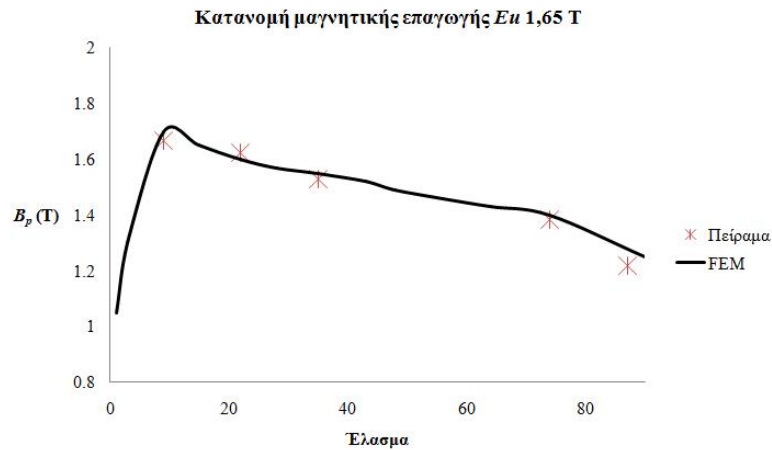
**Σχήμα 6.20:** Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής  $E_u$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,55 T.



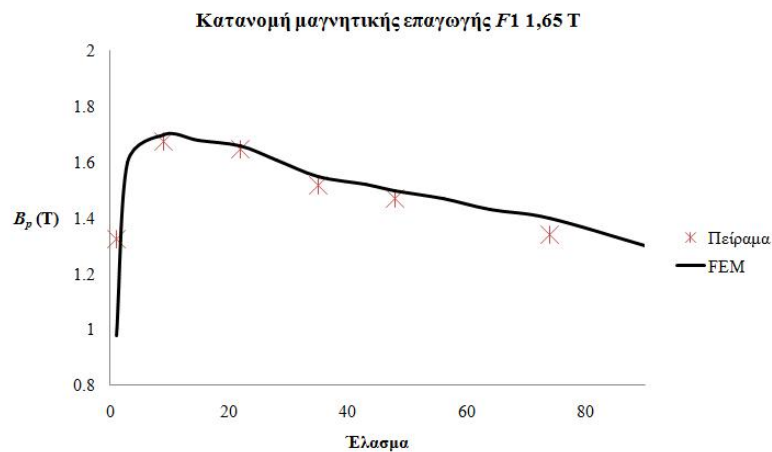
**Σχήμα 6.21:** Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής  $F1$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,55 T.



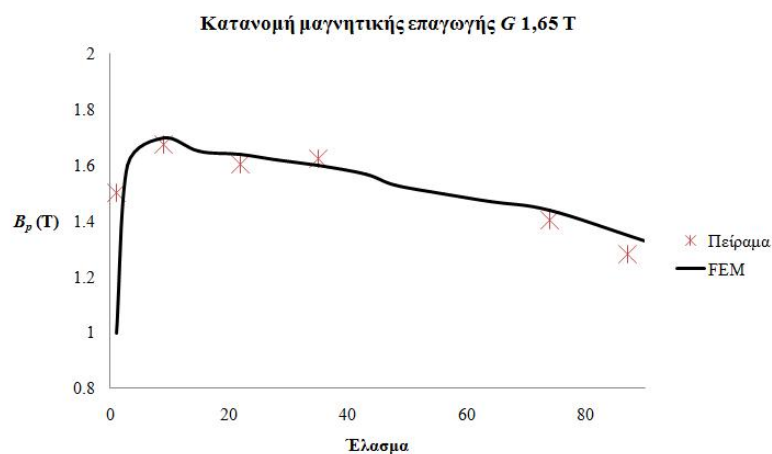
**Σχήμα 6.22:** Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής  $G$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,55 T.



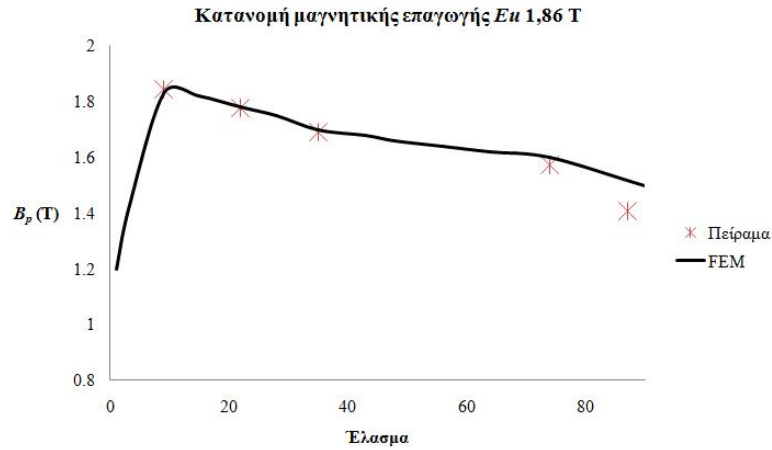
**Σχήμα 6.23:** Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής  $E_u$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,65 T.



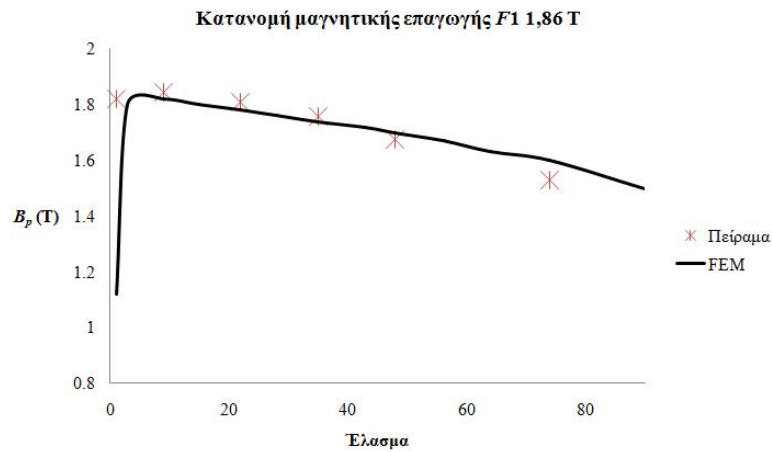
**Σχήμα 6.24:** Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής  $F1$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,65 T.



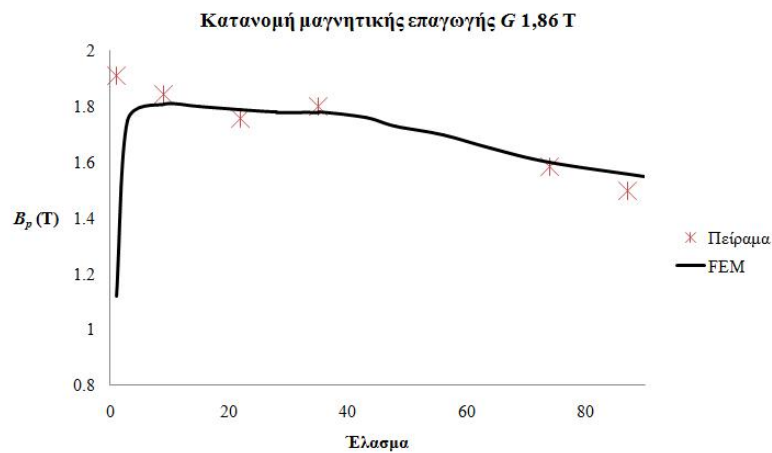
**Σχήμα 6.25:** Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής  $G$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,65 T.



**Σχήμα 6.26:** Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής  $E_u$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,86 T.



**Σχήμα 6.27:** Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής  $F1$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,86 T.

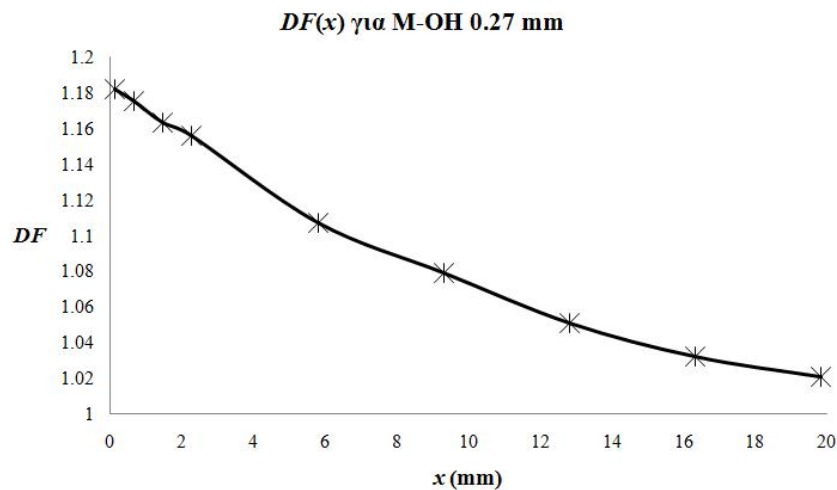


**Σχήμα 6.28:** Σύγκριση πειραματικών δεδομένων και θεωρητικών αποτελεσμάτων, της κατανομής του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής  $G$ , για μέση επαγωγή στον πυρήνα 1,86 T.

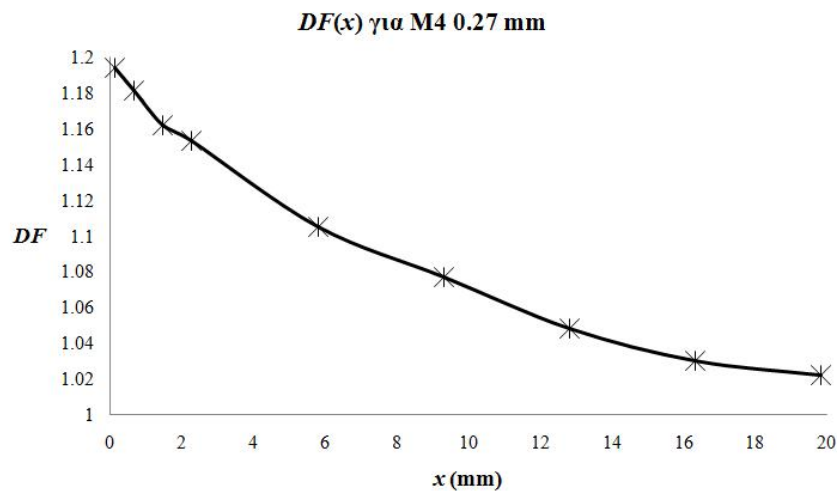
#### 6.4 ΕΝΣΩΜΑΤΩΣΗ ΤΗΣ ΕΠΙΠΤΩΣΗΣ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΕΩΝ ΣΤΟΝ ΚΩΔΙΚΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΚΕΝΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ

Η ενσωμάτωση της επίπτωσης των μηχανικών καταπονήσεων στις απώλειες σιδήρου στον κώδικα υπολογισμού των απωλειών κενού φορτίου επιτυγχάνεται μέσω μίας απλής τεχνικής που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής και η οποία βασίζεται στον πειραματικό προσδιορισμό ενός κατάλληλα ορισμένου συντελεστή, του συντελεστή αλλοίωσης  $DF$ . Όπως εξηγήθηκε στην παράγραφο 5.6 ο συντελεστής αλλοίωσης είναι μία συνάρτηση με ανεξάρτητη μεταβλητή το μήκος του σκέλους του πυρήνα  $x$ , το οποίο έχει εύρος τιμών  $[0, Eu]$ , όπου  $Eu$  είναι το πάχος του σκέλους του τυλιχτού πυρήνα.

Ο πειραματικά προσδιορισμένος συντελεστής αλλοίωσης συναρτήσκει του μήκους του σκέλους του πυρήνα για την σιδηρομαγνητική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων υψηλής μαγνήτισης M-OH και για τη συμβατική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων M4 απεικονίζεται στα σχήματα 6.29 και 6.30 αντίστοιχα.



**Σχήμα 6.29:** Συντελεστής αλλοίωσης συναρτήσκει του μήκους του σκέλους του πυρήνα για τη λαμαρίνα υψηλής μαγνήτισης M-OH 0.27 mm.



**Σχήμα 6.30:** Συντελεστής αλλοίωσης συναρτήσκει του μήκους του σκέλους του πυρήνα για τη συμβατική λαμαρίνα M4 0.27 mm.

Από τα συγκεκριμένα γραφήματα προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο συντελεστής αλλοίωσης είναι υψηλός για μικρές τιμές του μήκους του σκέλους του πυρήνα  $x$ , ενώ μειώνεται καθώς το  $x$  αυξάνεται. Επίσης για μεγάλες τιμές του μήκους του σκέλους του πυρήνα, ο συντελεστής αλλοίωσης συγκλίνει με τη μονάδα. Το παραπάνω εκφράζει το γεγονός ότι τα εξωτερικά σιδηρομαγνητικά ελάσματα του τυλιχτού πυρήνα δεν έχουν υποστεί μηχανικές παραμορφώσεις με αποτέλεσμα οι ειδικές απώλειες τους να είναι ίσες με τις ειδικές απώλειες του μη καταπονημένου μηχανικά σιδηρομαγνητικού υλικού.

Ο κώδικας υπολογισμού απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα που έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια της παρούσας διατριβής, κάνει χρήση της καμπύλης τοπικών ειδικών απωλειών των μη καταπονημένων μηχανικά σιδηρομαγνητικών υλικών. Συνεπώς, ειδικά στην περίπτωση τυλιχτών πυρήνων που αποτελούνται από μικρό αριθμό ελασμάτων και έχουν υποστεί μεγάλη μηχανική καταπόνηση λόγω της διαμόρφωσης του πυρήνα, οι απώλειες κενού φορτίου όπως υπολογίζονται από τον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων είναι υποτιμημένες σε σχέση με τις μετρημένες και το σφάλμα ξεπερνάει σε αρκετές περιπτώσεις το 10%.

Η διόρθωση στις υπολογισμένες απώλειες κενού φορτίου προκύπτει με τον πολλαπλασιασμό των υπολογισμένων απωλειών κενού φορτίου με τη μέση τιμή του συντελεστή αλλοίωσης  $DF_{mean}$  η οποία δίνεται από το παρακάτω ολοκλήρωμα.

$$DF_{mean} = \frac{1}{Eu} \int_0^{Eu} DF(x) dx \quad (6.35)$$

Το ολοκλήρωμα της εξίσωσης (6.35) όπως φαίνεται και από τα σχήματα 6.29 και 6.30, εκφράζει το εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη του συντελεστή αλλοίωσης  $DF(x)$ , τον άξονα  $x$  και τις ευθείες  $x = 0$  και  $x = Eu$ , διαιρεμένο με το πάχος του σκέλους του τυλιχτού πυρήνα  $Eu$ .

Στην περίπτωση ενός μη καταπονημένου τυλιχτού πυρήνα ο συντελεστής αλλοίωσης  $DF(x)$  θα ήταν ίσος με τη μονάδα και το ολοκλήρωμα της εξίσωσης (6.35) θα ήταν ίσο με:

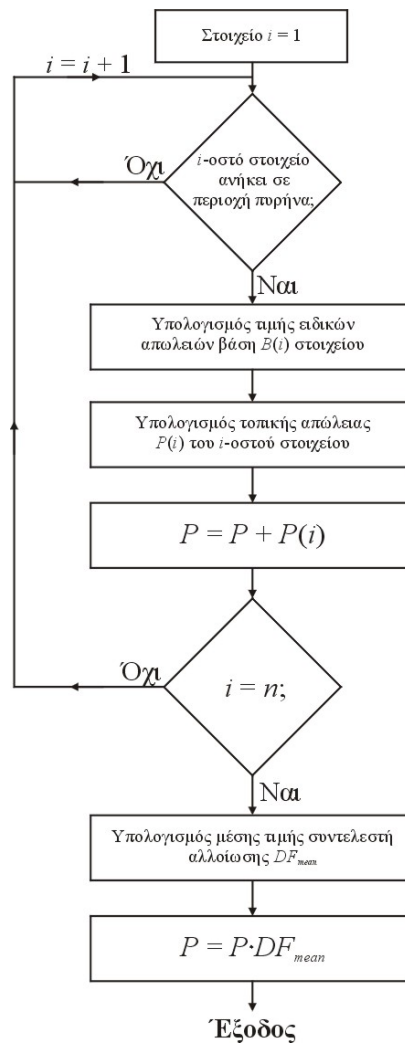
$$DF_{mean} = \frac{1}{Eu} \int_0^{Eu} dx = \frac{1}{Eu} x \Big|_0^{Eu} = \frac{1}{Eu} Eu = 1 \quad (6.36)$$

δηλαδή οι απώλειες κενού φορτίου θα παραμείνουν αμετάβλητες.

Σύμφωνα με τα παραπάνω ο αλγόριθμος μετεπεξεργασίας του κώδικα απωλειών κενού φορτίου, το διάγραμμα ροής του οποίου φαίνεται στο σχήμα 6.1, τροποποιείται στο διάγραμμα ροής που απεικονίζεται στο σχήμα 6.31.

Το ολοκλήρωμα της εξίσωσης (6.35) μπορεί να υπολογιστεί εύκολα μέσω αριθμητικών τεχνικών. Πιο συγκεκριμένα ο συντελεστής αλλοίωσης  $DF(x)$  των γραφημάτων 6.29 και 6.30 μπορεί να αναπαρασταθεί μέσω της τεχνικής παρεμβολής κυβικών splines που αναπτύχθηκε στο 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο.

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλες τεχνικές παρεμβολής αλλά επιλέγεται η κατά τμήματα παρεμβολή με κυβικές splines λόγω της ευρείας εφαρμογής της στην παρούσα διατριβή, της υπολογιστικής της αποδοτικότητας αλλά και της πολύ καλής ακριβείας που προσφέρει. Τέλος για την αριθμητική ολοκλήρωση δύο τεχνικές εφαρμόστηκαν, ο σύνθετος τύπος τραπέζιου και ο σύνθετος τύπος Simpson, οι οποίες αναλύονται συνοπτικά στις δύο επόμενες παραγράφους.



**Σχήμα 6.31:** Τροποποιημένο διάγραμμα ροής υπολογισμού απωλειών κενού φορτίου στο οποίο ενσωματώνεται η επίπτωση της μηχανικής καταπόνησης.

#### 6.4.1 Σύνθετος Τύπος Τραπεζίου

Έστω  $f$  μία συνάρτηση, για την οποία ισχύει  $f \in C^2$  και η οποία είναι ορισμένη στο διάστημα  $[a, b]$ , και  $x_0, \dots, x_n$   $n+1$  ισαπέχοντα σημεία με  $x_{i-1} < x_i$  όπου  $x_0 = a$ ,  $x_n = b$ .

Στη σύνθετη μέθοδο του τραπεζίου εφαρμόζεται διαδοχικά ο τύπος του τραπεζίου σε κάθε υποδιάστημα  $[x_{i-1}, x_i]$  του διαστήματος  $[a, b]$ . Με αυτόν τον τρόπο το ορισμένο ολοκλήρωμα της  $f$  από το  $a$  στο  $b$  θα προσεγγίζεται αριθμητικά από την εξίσωση (6.37) όπου  $h$  δίνεται από την εξίσωση (6.38).

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n \frac{h}{2} (f_{i-1} + f_i), \quad i = 1, \dots, n \quad (6.37)$$

$$h = x_i - x_{i-1} \quad (6.38)$$

Η σύνθετη μέθοδος τραπεζίου συγκλίνει με σφάλμα της τάξης του  $h^2$ , όταν  $h \rightarrow 0$ , δηλαδή όταν  $n \rightarrow \infty$ .

### 6.4.2 Σύνθετος Τύπος Simpson

Έστω  $f$  μία συνάρτηση, για την οποία ισχύει  $f \in C^4$  και η οποία είναι ορισμένη στο διάστημα  $[a, b]$ , και  $x_0, \dots, x_n$   $n+1$  ισαπέχοντα σημεία με  $x_{i-1} < x_i$  όπου  $x_0 = a$ ,  $x_n = b$  και  $n = 2m$ .

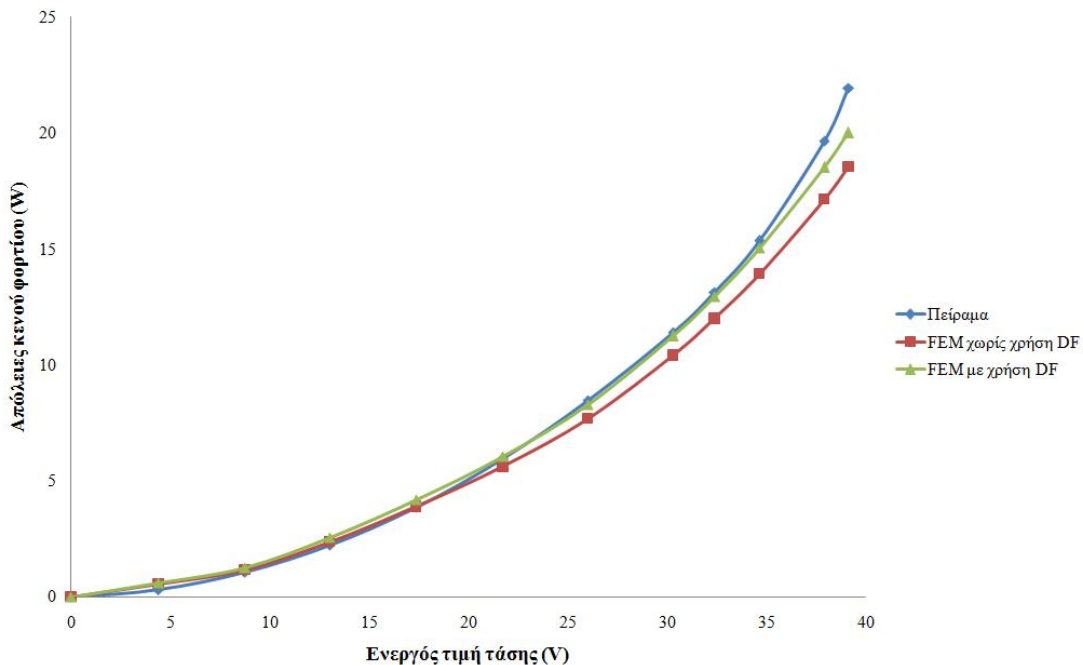
Στην περίπτωση της σύνθετης μεθόδου Simpson εφαρμόζεται διαδοχικά ο τύπος του Simpson σε κάθε υποδιάστημα  $[x_{2k-2}, x_{2k}]$  του διαστήματος  $[a, b]$  όπου  $k = 1, \dots, m$ . Με αυτόν τον τρόπο το ορισμένο ολοκλήρωμα της  $f$  από το  $a$  στο  $b$  θα προσεγγίζεται αριθμητικά από την παρακάτω εξίσωση όπου  $h$  δίνεται από την εξίσωση (6.38)

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{k=1}^m \frac{h}{3} (f_{2k-2} + 4f_{2k-1} + f_{2k}) \quad (6.39)$$

Η σύνθετη μέθοδος Simpson συγκλίνει με σφάλμα της τάξης του  $h^4$ , όταν  $h \rightarrow 0$ , δηλαδή όταν  $n \rightarrow \infty$ . Στην παρούσα διατριβή υιοθετήθηκε ο σύνθετος τύπος Simpson για την αριθμητική ολοκλήρωση της εξίσωσης (6.35) και χρησιμοποιήθηκε  $n = 128$ .

### 6.4.3 Πειραματική Επιβεβαίωση

Η τεχνική που αναπτύχθηκε στην παρούσα παράγραφο χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση των απωλειών κενού φορτίου του μηχανικά καταπονημένου τυλιχτού πυρήνα του σχήματος 5.15. Στο σχήμα 6.32 παρουσιάζεται μία σύγκριση των μετρημένων απωλειών κενού φορτίου, των υπολογισμένων απωλειών με τη μέθοδο FEM τανυστικής ανάλυσης αλλά χωρίς τη χρήση του συντελεστή αλλοίωσης  $DF$  και των υπολογισμένων απωλειών με τη μέθοδο FEM τανυστικής ανάλυσης και τη χρήση του συντελεστή αλλοίωσης.



**Σχήμα 6.32:** Απώλειες κενού φορτίου συναρτήσει της ενεργού τιμής της τάσεως του πηνίου διεγέρσεως. Σύγκριση μεθόδων FEM tensor χωρίς χρήση  $DF$ , FEM tensor με χρήση  $DF$  και πειραματικών αποτελεσμάτων.

Ο συγκεκριμένος τυλιχτός πυρήνας είναι κατασκευασμένος από τη σιδηρομαγνητική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων, υψηλής μαγνήτισης M-OH πάχους 0.27 mm, αποτελείται από 90 σιδηρομαγνητικά ελάσματα, έχει μάζα 18,85 Kg ενώ ένα τύλιγμα 23 σπειρών χρησιμοποιήθηκε για τη διέγερση. Οι διαστάσεις του τυλιχτού πυρήνα είναι  $F1 = 57$  mm,  $E_u = 24,3$  mm,  $G = 183$  mm και  $D = 190$  mm. Το σφάλμα στην περίπτωση που δεν λαμβάνεται υπόψη ο συντελεστής αλλοίωσης, δηλαδή η επίπτωση των μηχανικών καταπονήσεων, οι απώλειες κενού φορτίου είναι υποτιμημένες και το σφάλμα κυμαίνεται μεταξύ 8,7% και 15,6%. Στην περίπτωση όμως που εφαρμόζεται η τεχνική που αναπτύχθηκε στην παρούσα διατριβή για την ενσωμάτωση των μηχανικών καταπονήσεων στο στάδιο της μετεπεξεργασίας του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων, το σφάλμα είναι σαφώς βελτιωμένο και κυμαίνεται μεταξύ 1,4% και 8,9% για τα ίδια επίπεδα μαγνητικής επαγωγής.

## 6.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο παρόν κεφάλαιο αναπτύχθηκε μία νέα τεχνική για τον υπολογισμό απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα. Η συγκεκριμένη τεχνική κάνει χρήση των πειραματικά προσδιορισμένων τοπικών ειδικών απωλειών που εκφράζονται ως συνάρτηση της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται μεγάλη ακρίβεια στον προσδιορισμό των απωλειών κενού φορτίου γεγονός το οποίο είναι επιθυμητό για τους κατασκευαστές μετασχηματιστών.

Η εύρεση της τοπικής κατανομής της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής, δηλαδή η κατανομή της μαγνητικής επαγωγής τη χρονική στιγμή που μεγιστοποιείται η πεπλεγμένη ροή, υλοποιείται μέσω επαναληπτικών μαγνητοστατικών αναλύσεων πεπερασμένων στοιχείων. Με αυτόν τον τρόπο αποφεύγονται οι χρονοβόρες και υπολογιστικά απαιτητικές μεταβατικές αναλύσεις που συνήθως υιοθετούνται κατά τον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου. Επιπλέον η συγκεκριμένη γενικευμένη επαναληπτική διαδικασία μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω λαμβάνοντας υπόψη ότι κατά τη λειτουργία κενού φορτίου οι σκεδάσεις είναι αμελητέες. Έτσι απαιτείται μόνο μία μαγνητοστατική ανάλυση με αποτέλεσμα να μειωθεί δραστικά το υπολογιστικό κόστος.

Η ακριβής αναπαράσταση των σιδηρομαγνητικών ελασμάτων από τα οποία αποτελείται ο πυρήνας επιτυγχάνεται με την υιοθέτηση μη γραμμικής τανυστικής αναπαράστασης της ειδικής μαγνητικής αντίστασης. Με αυτόν τον τρόπο προκύπτει ο ακριβής προσδιορισμός της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής που οδηγεί στη μείωση του σφάλματος διασποράς για πυρήνες διαφορετικών γεωμετρικών παραμέτρων αλλά και για διαφορετικά επίπεδα επαγωγής.

Επιπλέον στα πλαίσια της παρούσας διατριβής αναπτύχθηκε μία απλή τεχνική μέσω της οποίας είναι δυνατή η ενσωμάτωση των επιπτώσεων των μηχανικών καταπονήσεων στη μεθοδολογία υπολογισμού των απωλειών κενού φορτίου. Μέσω της συγκεκριμένη τεχνικής ενσωματώνεται ο πειραματικά προσδιορισμένος συντελεστής αλλοίωσης στον μετεπεξεργαστή του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων. Με αυτόν τον τρόπο η τεχνική υπολογισμού των απωλειών κενού φορτίου βελτιώνεται περαιτέρω και γενικεύεται έτσι ώστε να προβλέπει ικανοποιητικά τις απώλειες κενού φορτίου τυλιχτών πυρήνων που έχουν υποστεί σημαντική μηχανική καταπόνηση.

Τα μειονεκτήματα της τεχνικής που αναπτύχθηκε στο παρόν κεφάλαιο, είναι ότι δε μπορεί να εφαρμοστεί όταν η τάση είναι μη ημιτονοειδούς κυματομορφής, για παράδειγμα τριγωνική ή PWM, και δεν αναπαριστά τους ελάσσονες βρόχους. Επίσης δεν είναι δυνατή και η εύρεση της κατανομής της μαγνητικής επαγωγής σε άλλη χρονική στιγμή εκτός αυτής στην οποία μεγιστοποιείται η πεπλεγμένη ροή. Παρόλαυτα η ακρίβεια υπολογισμού των απωλειών κενού φορτίου καθώς και το πολύ μικρό υπολογιστικό κόστος την καθιστούν ιδανική για βιομηχανική εφαρμογή.



## 6.6 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [6.1] P. I. Koltermann, J. P. A. Bastos, N. Sadowski, N. J. Batistela, A. Kost, L. Jänicke, K. Miethner, “Nonlinear magnetic field model by FEM taking into account hysteresis characteristics with M-B variables,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 38, no. 2, pp. 897-900, Mar. 2002.
- [6.2] H. L. Toms, R. G. Colclaser, M. P. Krefta, “Two-dimensional finite element magnetic modeling for scalar hysteresis effects,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 37, no. 2, pp. 982-988, Mar. 2001.
- [6.3] P. J. Leonard, P. Marketos, A. J. Moses, M. Lu, “Iron losses under PWM excitation using a dynamic hysteresis model and finite elements,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, no. 4, pp. 907-910, Apr. 2006.
- [6.4] Π. Σ. Γεωργιλάκης, “Συμβολή μεθόδων τεχνητής νοημοσύνης στη μείωση των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών διανομής,” Διδακτορική διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Μάρτιος 2000.
- [6.5] Μ. Α. Τσίλη, “Ανάπτυξη μεικτών αριθμητικών τεχνικών πεπερασμένων στοιχείων – οριακών στοιχείων για τη σχεδίαση μετασχηματιστών ισχύος,” Διδακτορική Διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιούνιος 2005.
- [6.6] T. D. Kefalas, P. S. Georgilakis, A. G. Kladas, A. T. Souflaris, and D. G. Paparigas, “Multiple grade lamination wound core: A novel technique for transformer iron loss minimization using simulated annealing with restarts and an anisotropy model,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 6, pp. 1082-1085, Jun. 2008.
- [6.7] T. Kefalas, M. Tsili, and A. Kladas, “Unification of anisotropy and FEM-BE models for distribution transformer optimization,” *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 10, no. 5, pp. 1143-1148, May 2008.
- [6.8] T. Kefalas and A. Kladas, “FEM package for iron loss evaluation and minimization of two grade lamination wound cores,” *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 10, no. 5, pp. 1197-1202, May 2008.
- [6.9] G. Loizos, T. Kefalas, A. Kladas, T. Souflaris, and D. Paparigas, “Flux distribution in single phase, Si-Fe, wound transformer cores,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 320, pp. 874-877, 2008.



## ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΕΡΕΥΝΑΣ

### 7.1 ΕΠΙΠΤΩΣΗ ΤΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΚΕΝΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΤΟ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΤΩΝ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ

Αντικειμενικός σκοπός του κατασκευαστή μετασχηματιστών είναι η εύρεση μίας σχεδίασης μετασχηματιστή που να ελαχιστοποιεί το κατασκευαστικό κόστος του μετασχηματιστή ενώ ταυτόχρονα να ικανοποιεί συγκεκριμένες διεθνείς τεχνικές προδιαγραφές και προδιαγραφές που επιβάλλει ο χρήστης [7.1], [7.2].

Για την εύρεση της βέλτιστης σχεδίασης του μετασχηματιστή, η οποία εξασφαλίζει την ελαχιστοποίηση του κατασκευαστικού κόστους, χρησιμοποιούνται κατάλληλοι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης σε συνδυασμό με μοντέλα πρόβλεψης των λειτουργικών χαρακτηριστικών του μετασχηματιστή όπως οι απώλειες σιδήρου, οι απώλειες χαλκού και η τάση βραχυκύκλωσης.

Οι διεθνείς τεχνικές προδιαγραφές που αφορούν την κατασκευή μετασχηματιστών παρουσιάζονται στον πίνακα 7.1. Πιο συγκεκριμένα οι προδιαγραφές IEC 60076 από 1 έως 5, περιγράφουν τα ηλεκτρικά χαρακτηριστικά και τις δοκιμές που αφορούν τη δυναμική, θερμική και ηλεκτρική καταπόνηση των μετασχηματιστών. Η προδιαγραφή κατά DIN προσδιορίζει τις απώλειες και τα εξαρτήματα των μετασχηματιστών και η προδιαγραφή κατά CENELEC συνδυάζει δεδομένα διάφορων προδιαγραφών [7.3].

A/A	Προδιαγραφή	Περιγραφή
1	IEC 60076-1	M/Σ ισχύος: Γενικά
2	IEC 60076-2	M/Σ ισχύος: Μέρος 2, ανύψωση θερμοκρασίας
3	IEC 60076-3	M/Σ ισχύος: Μέρος 3, επίπεδα μόνωσης, διηλεκτρικές δοκιμές
4	IEC 60076-4	M/Σ ισχύος: Μέρος 4, λήψεις, συνδεσμολογίες
5	IEC 60076-5	M/Σ ισχύος: Μέρος 5, δυνατότητα αντοχής στο βραχυκύκλωμα
6	IEC 60137: 2003	Διαπεραστήρες για εναλλασσόμενες τάσεις πάνω από 1000 V
7	IEC 60354: 1991	M/Σ ισχύος: Τύπου λαδιού, οδηγός φόρτισης
8	IEC 60076-11	M/Σ ισχύος: Ξηρού τύπου
9	IEC 60905: 1987	M/Σ ισχύος: Ξηρού τύπου, οδηγός φόρτισης

**Πίνακας 7.1:** Προδιαγραφές μετασχηματιστών κατά IEC.

Ο πίνακας 7.2, παρουσιάζει τις ανοχές κατά IEC 60076-1 που εφαρμόζονται σε διάφορα ονομαστικά μεγέθη όταν υπόκεινται σε εγγυήσεις του κατασκευαστή. Οι συγκεκριμένες

ανοχές είναι και οι κύριοι περιορισμοί που επιβάλλονται κατά την εύρεση του βέλτιστου τεχνικά και οικονομικά μετασχηματιστή.

Μέγεθος	Επιτρεπόμενη απόκλιση
Συνολικές απώλειες, $P_{NLL} + P_{LL}$	+10% των εγγυημένων συνολικών απωλειών
Απώλειες κενού φορτίου, $P_{NLL}$	+15% των εγγυημένων απωλειών κενού φορτίου
Απώλειες φορτίου, $P_{LL}$	+15% των εγγυημένων απωλειών φορτίου
Λόγος μετασχηματισμού ονομαστικής λήψης	Η μικρότερη από τις δύο παρακάτω τιμές: α) $\pm 7.5\%$ του εγγυημένου λόγου μετασχηματισμού β) $\pm 1/10$ της μετρηθείς $U_k$ (%)
Λόγος μετασχηματισμού τάσεων άλλων λήψεων	Προκύπτει από προδιαγραφές που θέτει ο χρήστης
Τάση βραχυκύκλωσης για την ονομαστική λήψη, $U_k$ (%)	$\pm 7.5\%$ της εγγυημένης τάσης βραχυκύκλωσης όταν $U_k \geq 10\%$ $\pm 10\%$ της εγγυημένης τάσης βραχυκύκλωσης όταν $U_k < 10\%$
Τάση βραχυκύκλωσης άλλων λήψεων, $U_k$ (%)	$\pm 10\%$ της εγγυημένης τάσης βραχυκύκλωσης όταν $U_k \geq 10\%$ $\pm 15\%$ της εγγυημένης τάσης βραχυκύκλωσης όταν $U_k < 10\%$
Ρεύμα κενού φορτίου	+30% του εγγυημένου ρεύματος κενού φορτίου

**Πίνακας 7.2:** Ανοχές κατά IEC 60076-1.

Αν και υπάρχουν αυστηρά καθορισμένες προδιαγραφές και περιορισμοί που πρέπει να ικανοποιηθούν κατά τη σχεδίαση ενός μετασχηματιστή διανομής τυλιχτού πυρήνα, αυτό δε συνεπάγεται ότι υπάρχει μόνο μία σχεδίαση η οποία να ικανοποιεί τους συγκεκριμένους περιορισμούς. Συνήθως υπάρχει ένας αρκετά μεγάλος αριθμός δυνατών σχεδιάσεων που πληρούν όλες τις προδιαγραφές. Από αυτό το σύνολο των δυνατών σχεδιάσεων ο κατασκευαστής μετασχηματιστών επιλέγει τη σχεδίαση με το μικρότερο κατασκευαστικό κόστος. Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζει την ανταγωνιστικότητα του προϊόντος του. Από τα παραπάνω βγαίνει το συμπέρασμα ότι μία σχεδίαση μετασχηματιστή η οποία απλώς να ικανοποιεί κάποιους περιορισμούς δεν είναι αρκετή για να εξασφαλίσει την επιβίωση ενός κατασκευαστή μετασχηματιστών σε ένα σύγχρονο και ιδιαίτερα ανταγωνιστικό περιβάλλον. Η ελαχιστοποίηση του κατασκευαστικού κόστους του μετασχηματιστή είναι ιδιαίτερα σημαντική.

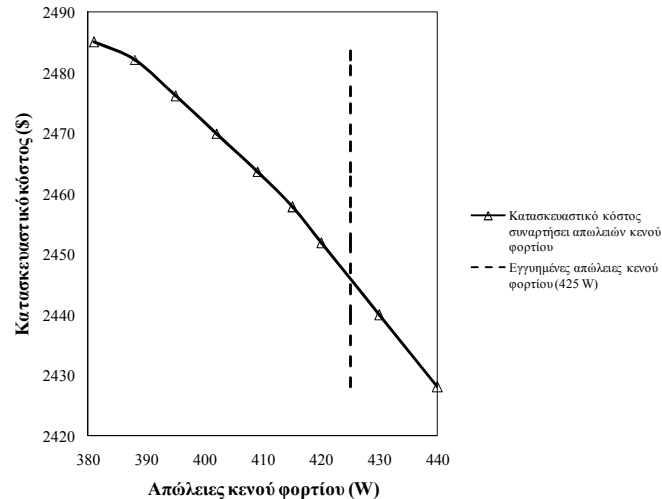
Μία από τις λειτουργικές παραμέτρους που επηρεάζουν σε καθοριστικό βαθμό το κατασκευαστικό κόστος ενός μετασχηματιστή διανομής τυλιχτού πυρήνα είναι οι απώλειες κενού φορτίου του μετασχηματιστή. Για δύο διαφορετικές σχεδιάσεις μετασχηματιστή όπου και οι δύο πληρούν τις απαιτούμενες προδιαγραφές, η σχεδίαση με τις μικρότερες απώλειες κενού φορτίου έχει και το μεγαλύτερο κατασκευαστικό κόστος. Από την άλλη μεριά, όπως φαίνεται και από τον πίνακα 7.2, οι απώλειες κενού φορτίου δεν επιτρέπεται να ξεπεράσουν κατά 15% τις εγγυημένες απώλειες κενού φορτίου  $P_{NLL}^g$ . Σε περίπτωση που συμβεί κάτι τέτοιο ο κατασκευαστής είναι υποχρεωμένος να πληρώσει ρήτρες απωλειών [7.1], [7.2].

Οι κκ. Γεωργιάκης, Τσίλη και Σουφλάρης [7.4], χρησιμοποίησαν έναν ευρεστικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης για να βρουν τη βέλτιστη τεχνικά και οικονομικά σχεδίαση, για έναν τριφασικό μετασχηματιστή διανομής τυλιχτού πυρήνα, τα χαρακτηριστικά του οποίου φαίνονται στον πίνακα 7.3.

Παράμετρος	Τιμή παραμέτρου
Φαινόμενη ισχύς, $S$ (kVA)	160
Τάση εσωτερικού πηνίου XT (V)	400
Τάση εξωτερικού πηνίου YT (V)	20.000
Συνδεσμολογία εσωτερικού πηνίου XT	Y
Συνδεσμολογία εξωτερικού πηνίου YT	D
Συχνότητα, $f$ (Hz)	50
Εγγυημένες απώλειες κενού φορτίου, $P_{NLL}^g$ (W)	425
Εγγυημένες απώλειες φορτίου, $P_{LL}^g$ (W)	2.350
Εγγυημένη τάση βραχυκύκλωσης, $U_k^g$ (%)	4%

**Πίνακας 7.3:** Στοιχεία τριφασικού μετασχηματιστή διανομής τυλιχτού πυρήνα.

Στην αναφορά [7.4] παρουσιάζεται και ένας αριθμός εναλλακτικών σχεδιάσεων που ικανοποιούν τις προδιαγραφές. Σύμφωνα με την παραπάνω αναφορά το κατασκευαστικό κόστος του τριφασικού μετασχηματιστή του πίνακα 7.3 σε συνάρτηση με τις απώλειες κενού φορτίου παρουσιάζεται στο σχήμα 7.1.



**Σχήμα 7.1:** Κατασκευαστικό κόστος μετασχηματιστή 160 kVA συναρτήσεως απωλειών κενού φορτίου.

Τα σημεία που ανήκουν στην καμπύλη κατασκευαστικού κόστους του σχήματος 7.1 και βρίσκονται αριστερά από τη διακεκομμένη γραμμή, η οποία συμβολίζει τις εγγυημένες απώλειες κενού φορτίου, εκφράζουν σχεδιάσεις μετασχηματιστή που ικανοποιούν τις τεχνικές προδιαγραφές. Τα υπόλοιπα σημεία της καμπύλης κατασκευαστικού κόστους, που βρίσκονται στα δεξιά της διακεκομμένης γραμμής, εκφράζουν σχεδιάσεις με απώλειες κενού φορτίου μεγαλύτερες από τις εγγυημένες. Οι συγκεκριμένες σχεδιάσεις είναι μη αποδεκτές και απορρίπτονται από τον κατασκευαστή μετασχηματιστών, για την αποφυγή πληρωμής ρητρών απωλειών. Επιπλέον, από το σχήμα 7.1 φαίνεται καθαρά ότι το κατασκευαστικό

κόστος του μετασχηματιστή είναι μεγαλύτερο όταν οι απώλειες κενού φορτίου είναι μειωμένες. Συνεπώς η βέλτιστη σχεδίαση, η οποία έχει το μικρότερο κατασκευαστικό κόστος, είναι αυτή με τις μεγαλύτερες επιτρεπόμενες απώλειες κενού φορτίου, δηλαδή όσο το δυνατόν πιο κοντά στις εγγυημένες απώλειες κενού φορτίου ή ιδανικά ίσες με τις εγγυημένες απώλειες κενού φορτίου. Από τα παραπάνω βγαίνει το συμπέρασμα ότι η επιλογή μίας σχεδίασης με απώλειες κενού φορτίου σημαντικά μικρότερες από τις εγγυημένες, είναι οικονομικά ασύμφορη.

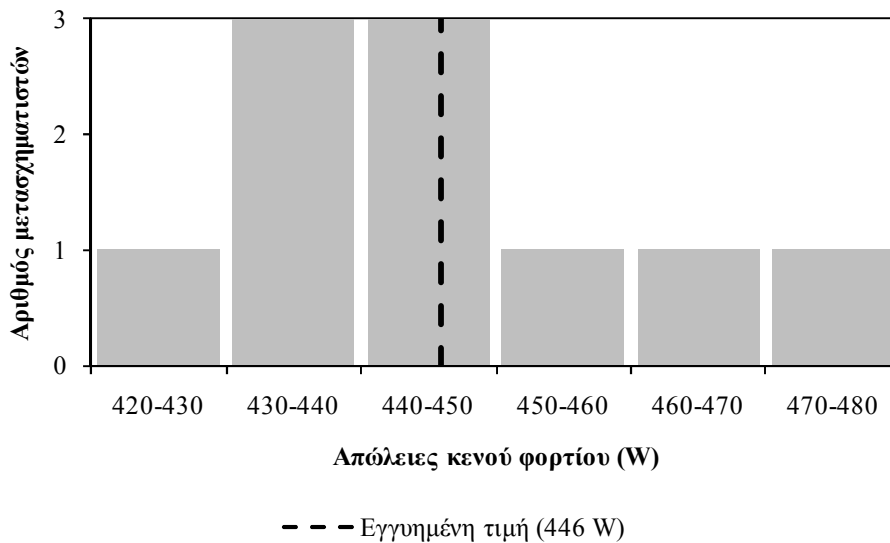
Τα παραπάνω φαίνεται ότι μπορούν να εφαρμοστούν πολύ εύκολα προκειμένου να καθοριστεί η σχεδίαση με το ελάχιστο κατασκευαστικό κόστος. Η πραγματικότητα όμως είναι πολύ διαφορετική, καθώς η όλη διαδικασία εξαρτάται από την πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου η οποία παρουσιάζει πολλές δυσκολίες. Μόνο όταν οι υπολογισμένες απώλειες κενού φορτίου συμπίπτουν με τις μετρημένες, η εύρεση της σχεδίασης με το ελάχιστο κατασκευαστικό κόστος είναι εύκολη και δεδομένη. Στη συγκεκριμένη περίπτωση η βέλτιστη σχεδίαση θα είναι αυτή όπου οι απώλειες κενού φορτίου θα είναι ίσες με τις εγγυημένες απώλειες κενού φορτίου. Για τις υπόλοιπες περιπτώσεις θα ισχύουν τα εξής:

- Όταν οι υπολογισμένες απώλειες κενού φορτίου είναι υπερτιμημένες σε σχέση με τις πραγματικές απώλειες κενού φορτίου, η σχεδίαση με το ελάχιστο κατασκευαστικό κόστος όπως θα προκύψει κατά τη φάση σχεδίασης, θα έχει πραγματικές απώλειες κενού φορτίου μικρότερες από τις εγγυημένες. Όσο μεγαλύτερο είναι το σφάλμα μεταξύ υπολογισμένων και μετρημένων απωλειών, τόσο οι πραγματικές απώλειες κενού φορτίου της σχεδίασης που υιοθέτησε ο κατασκευαστής θα είναι μικρότερες από τις εγγυημένες απώλειες κενού φορτίου. Αυτό συνεπάγεται ότι ο κατασκευαστής επέλεξε μία σχεδίαση η οποία δεν είναι η βέλτιστη, αλλά έχει αυξημένο κατασκευαστικό κόστος.
- Όταν οι υπολογισμένες απώλειες κενού φορτίου είναι υποτιμημένες σε σχέση με τις πραγματικές απώλειες κενού φορτίου, τότε η σχεδίαση με το ελάχιστο κατασκευαστικό κόστος όπως θα προκύψει από τον κατασκευαστή μετασχηματιστών, θα έχει πραγματικές απώλειες κενού φορτίου μεγαλύτερες από τις εγγυημένες με αποτέλεσμα την πληρωμή ρητρών απωλειών από τον κατασκευαστή.

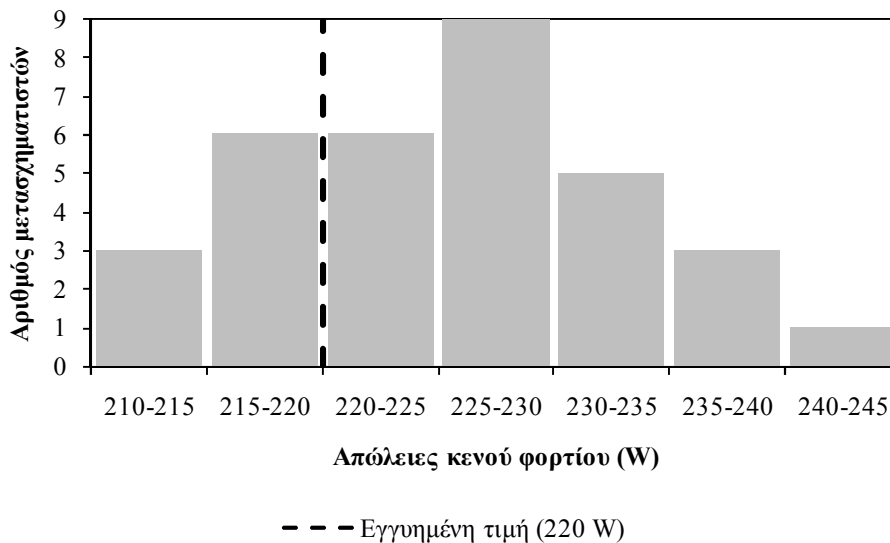
Το πρόβλημα περιπλέκεται περαιτέρω καθώς οι απώλειες κενού φορτίου είναι στατιστικό μέγεθος και εμφανίζουν διασπορά γύρω από μία μέση τιμή για μία παρτίδα μετασχηματιστών. Αυτό οφείλεται στις κατασκευαστικές διαδικασίες των τυλιχτών πυρήνων, όπως στην κοπή της μαγνητικής λαμαρίνας, στη διαμόρφωση των πυρήνων και στην ανόπτηση. Το εύρος της διασποράς εξαρτάται από την επιλεγόμενη τεχνική ομαδοποίησης των πυρήνων των μετασχηματιστών [7.1]. Κάθε τριφασικός μετασχηματιστής τύπου κελύφους, αποτελείται από δύο μικρούς και δύο μεγάλους τυλιχτούς πυρήνες. Για μία παρτίδα  $N$  συνολικά μετασχηματιστών, χρησιμοποιούνται  $2N$  μικροί τυλιχτοί πυρήνες και  $2N$  μεγάλοι τυλιχτοί πυρήνες. Με κατάλληλο συνδυασμό των πυρήνων για κάθε μετασχηματιστή είναι δυνατό να περιοριστεί η διασπορά των απωλειών κενού φορτίου [7.5]. Το τελευταίο έχει ως αποτέλεσμα την αποφυγή πληρωμής ρητρών απωλειών για ένα μέρος της παρτίδας των μετασχηματιστών.

Η στατιστική φύση των απωλειών κενού φορτίου καθώς και η τεχνική ομαδοποίησης των πυρήνων των μετασχηματιστών πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά τη φάση σχεδίασης του μετασχηματιστή προκειμένου να επιλεγεί η κατάλληλη σχεδίαση μετασχηματιστή. Στο σχήμα 7.2 απεικονίζεται η κατανομή των απωλειών κενού φορτίου για μία παρτίδα 10 τριφασικών μετασχηματιστών διανομής τυλιχτού πυρήνα, ονομαστικής ισχύος 250 kVA, της σχεδίασης 02030. Από το σχήμα 7.2 φαίνεται καθαρά η διασπορά των απωλειών κενού φορτίου. Μόνο 3 από τους 10 μετασχηματιστές έχουν απώλειες κενού φορτίου πλησίον της εγγυημένης τιμής. Οι 4 μετασχηματιστές έχουν απώλειες κενού φορτίου μικρότερες από τις εγγυημένες ενώ 3 μετασχηματιστές έχουν απώλειες κενού φορτίου μεγαλύτερες από τις εγγυημένες. Στο σχήμα 7.3 απεικονίζεται η κατανομή των απωλειών κενού φορτίου για μία παρτίδα 33 τριφασικών

μετασχηματιστών διανομής τυλιχτού πυρήνα, ονομαστικής ισχύος 100 kVA, της σχεδίασης 98022. Στη συγκεκριμένη περίπτωση 12 μετασχηματιστές έχουν απώλειες κενού φορτίου κοντά στην εγγυημένη τιμή, 3 έχουν απώλειες κενού φορτίου μικρότερες από τις εγγυημένες, ενώ 18 μετασχηματιστές έχουν απώλειες κενού φορτίου μεγαλύτερες από τις εγγυημένες.



Σχήμα 7.2: Κατανομή απωλειών κενού φορτίου 10 μετασχηματιστών 250 kVA.



Σχήμα 7.3: Κατανομή απωλειών κενού φορτίου 33 μετασχηματιστών 100 kVA.

Από τα σχήματα 7.2 και 7.3 καθίσταται σαφές ότι υπάρχει ο κίνδυνος για μία συγκεκριμένη παρτίδα μετασχηματιστών, κάποιος αριθμός μετασχηματιστών να έχουν απώλειες κενού φορτίου που να ξεπερνούν τις ανοχές που τίθενται από τις διεθνείς τεχνικές προδιαγραφές (μεγαλύτερες του 15% των εγγυημένων απωλειών κενού φορτίου). Αυτό συνεπάγεται ότι για τους συγκεκριμένους μετασχηματιστές ο κατασκευαστής θα υποχρεωθεί στην πληρωμή ρητρών απωλειών. Τα παραπάνω οδηγούν τον κατασκευαστή να υιοθετήσει περιθώρια ασφαλείας για τις απώλειες κενού φορτίου. Συνήθως η λύση που επιλέγει είναι να επιλέξει σχεδίαση μετασχηματιστή με μειωμένη μέση μαγνητική επαγωγή στους πυρήνες του μετασχηματιστή [7.6], αφού ο παράγοντας που επηρεάζει αποφασιστικά τις απώλειες κενού φορτίου είναι το επίπεδο της μαγνητικής επαγωγής. Με τον παραπάνω τρόπο όμως προκύπτει μη ιδανική σχεδίαση με αυξημένο κατασκευαστικό κόστος. Ο μόνος τρόπος για να

αποφευχθεί αυτό είναι να χρησιμοποιηθούν εξελιγμένες αριθμητικές τεχνικές υπολογισμού της κατανομής του πεδίου και των απωλειών κενού φορτίου των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα, όπως αυτές που παρουσιάστηκαν στην παρούσα διατριβή. Οι συγκεκριμένες τεχνικές μπορούν να χρησιμοποιηθούν με αλγόριθμους βελτιστοποίησης για την εύρεση του βέλτιστου τεχνικά και οικονομικά μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα.

## 7.2 ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΟΛΙΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΚΑΤΟΧΗΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ ΔΙΑΝΟΜΗΣ ΤΥΛΙΧΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ

Ένας εναλλακτικός τρόπος αξιολόγησης των μετασχηματιστών ισχύος από τους χρήστες, τόσο τις ηλεκτρικές εταιρίες όσο και τους ιδιώτες, είναι η μέθοδος του ολικού κόστους κατοχής TOC (Total Owning Cost). Η συγκεκριμένη μέθοδος αναπτύχθηκε το 1981 ως μία βιομηχανική τυποποίηση [7.7]. Το ολικό κόστος κατοχής ορίζεται ως το άθροισμα της τιμής αγοράς  $BP$  (bidding price) και του λειτουργικού κόστους του μετασχηματιστή και περιγράφεται από την εξίσωση (7.1-1). Στην περίπτωση που μελετάται μόνο το ενεργό μέρος του μετασχηματιστή το ολικό κόστος κατοχής απλοποιείται στην αντικειμενική συνάρτηση της εξίσωσης (7.1-2).

$$TOC = BP + A_{factor} P_{NLL} + B_{factor} P_{LL} \quad (7.1-1)$$

$$f(\mathbf{x}) = (C_{Fe} M_{Fe} + C_{Cu} M_{Cu}) / SM + A_{factor} P_{NLL} + B_{factor} P_{LL} \quad (7.1-2)$$

Οι σταθερές  $C_{Fe}$ ,  $C_{Cu}$  στην παραπάνω εξίσωση είναι το κόστος ανά κιλό (\$/Kg) του σιδηρομαγνητικού και του αγωγίμου υλικού αντίστοιχα,  $M_{Fe}$ ,  $M_{Cu}$  είναι η συνολική μάζα (Kg) του σιδηρομαγνητικού και του αγωγίμου υλικού,  $SM$  είναι το περιθώριο κέρδους (%) και  $P_{NLL}$ ,  $P_{LL}$  είναι οι απώλειες κενού φορτίου και οι απώλειες φορτίου (W) αντίστοιχα, του μετασχηματιστή. Οι παράγοντες  $A_{factor}$ ,  $B_{factor}$  (\$/W) εκφράζουν αντίστοιχα το κόστος 1 W απωλειών κενού φορτίου και απωλειών κενού φορτίου καθ' όλη τη διάρκεια της λειτουργίας του μετασχηματιστή. Μία περιγραφή των παραγόντων  $A_{factor}$ ,  $B_{factor}$  δίνεται από τους S. Y. Merritt, S. D. Chaitkin [7.8]. Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη αναφορά ο παράγοντας  $A_{factor}$  δίνεται από την εξίσωση (7.2) όπου  $PV$  είναι ένας πολλαπλασιαστής που εξαρτάται από το επιτόκιο και τη χρονική διάρκεια λειτουργίας του μετασχηματιστή (τυπικές τιμές της διάρκειας λειτουργίας ενός μετασχηματιστή διανομής είναι 10-30 χρόνια),  $EL$  είναι το κόστος του ηλεκτρισμού (\$/Wh) και  $HPY$  είναι οι ώρες λειτουργίας ανά χρόνο, που στην περίπτωση των απωλειών κενού φορτίου όπου ο μετασχηματιστής είναι συνέχεια ενεργοποιημένος η συγκεκριμένη σταθερά είναι ίση με 8.760 h.

$$A_{factor} = PV \cdot EL \cdot HPY \quad (7.2)$$

Επίσης ο παράγοντας  $B_{factor}$  υπολογίζεται από την εξίσωση (7.3), όπου  $P$  είναι το ανά μονάδα φορτίο του μετασχηματιστή (τυπική τιμή είναι 0,5).

$$B_{factor} = A_{factor} P^2 \quad (7.3)$$

Στόχος των κατασκευαστών μετασχηματιστών είναι να βρουν μία σχεδίαση μετασχηματιστή η οποία να ελαχιστοποιεί το ολικό κόστος κατοχής που δίνεται από τις εξισώσεις (7.1). Επίσης η ελαχιστοποίηση των (7.1) θα πρέπει να γίνει με την ταυτόχρονη ικανοποίηση των συνθηκών που αναφέρονται στην παράγραφο 7.1 και συνοψίζονται στις



παρακάτω εξισώσεις όπου  $P_{NLL}^g$ ,  $P_{LL}^g$ ,  $U_k^g$  είναι αντίστοιχα οι εγγυημένες τιμές των απωλειών κενού φορτίου, απωλειών φορτίου και της τάσης βραχυκύκλωσης.

$$P_{NLL} < 1.15 P_{NLL}^g \quad (7.4)$$

$$P_{LL} < 1.15 P_{LL}^g \quad (7.5)$$

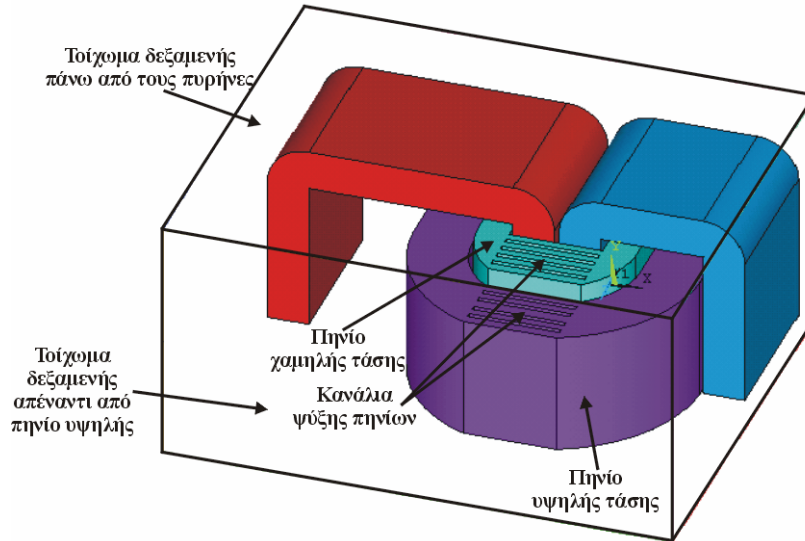
$$|U_k| < 1.1 U_k^g \quad (7.6)$$

Στην περίπτωση που ζητείται η βέλτιστη σχεδίαση μη τυποποιημένων μετασχηματιστών στις οποίες ο κατασκευαστής μετασχηματιστών δε διαθέτει την απαραίτητη τεχνική εμπειρία, η ακριβής πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου και της τάσης βραχυκύκλωσης με βάση απλές αναλυτικές σχέσεις είναι ιδιαίτερα δύσκολη και απρόβλεπτη. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο κατασκευαστής μετασχηματιστών να υιοθετήσει περιθώρια ασφαλείας για τις απώλειες κενού φορτίου όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 7.1. Όσον αφορά την τάση βραχυκύκλωσης της τελικής σχεδίασης του μετασχηματιστή που επιλέγει ο κατασκευαστής, αν βρίσκεται εκτός των ορίων που ορίζει η εξίσωση (7.6), τότε ο κατασκευαστής είναι αναγκασμένος να εγκαταστήσει θωράκιση στα τοιχώματα της δεξαμενής του μετασχηματιστή που βρίσκονται απέναντι από τα τυλίγματα προκειμένου να διορθώσει την τιμή της τάσης βραχυκύκλωσης στα επιτρεπόμενα όρια. Πιο συγκεκριμένα η προσθήκη ηλεκτρικής θωράκισης έχει ως αποτέλεσμα την εξασθένηση του πεδίου σκέδασης των τυλιγμάτων του μετασχηματιστή και μείωση της τιμής της τάσης βραχυκύκλωσης. Η τοποθέτηση μαγνητικής θωράκισης έχει το αντίθετο αποτέλεσμα δηλαδή αύξηση της έντασης του πεδίου σκέδασης και αύξηση της τάσης βραχυκύκλωσης [7.2]. Η συγκεκριμένη μέθοδος όμως έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του κατασκευαστικού κόστους αλλά και αύξηση των απωλειών, δηλαδή του λειτουργικού κόστους.

Τα παραπάνω προβλήματα μπορούν να αντιμετωπιστούν αν στη διαδικασία βελτιστοποίησης ενσωματωθούν ακριβή μοντέλα πρόβλεψης των απωλειών κενού φορτίου και της τάσης βραχυκύκλωσης. Στην αναφορά [7.9] αναπτύχθηκε μία μεθοδολογία στην οποία γίνεται σύζευξη δύο καινοτόμων μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων για την πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου και της τάσης βραχυκύκλωσης, μέσω της διαδικασίας της βελτιστοποίησης του ολικού κόστους κατοχής.

Το αριθμητικό μοντέλο για την πρόβλεψη της τάσης βραχυκύκλωσης στηρίζεται σε μία υβριδική τεχνική πεπερασμένων-οριακών στοιχείων [7.2], [7.10], [7.11]. Η χρήση της συγκεκριμένης υβριδικής τεχνικής είναι απαραίτητη για τους εξής λόγους. Επειδή κατά τη διάρκεια ενός βραχυκυκλώματος το μαγνητικό πεδίο δεν περιορίζεται μόνο στο ενεργό μέρος του μετασχηματιστή, δηλαδή στους πυρήνες και στα πηνία, αλλά εκτείνεται στο χώρο που περιβάλλει τον μετασχηματιστή. Αυτό σημαίνει ότι στην περίπτωση που θα χρησιμοποιηθεί μόνο η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων θα πρέπει να διακριτοποιηθεί με μεγάλη ακρίβεια όχι μόνο το ενεργό μέρος του μετασχηματιστή αλλά και ο αέρας που τον περιβάλλει. Αυτό σημαίνει ότι το πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων θα είναι πυκνό και το υπολογιστικό κόστος για την κατασκευή του πλέγματος και τη λύση του προβλήματος θα είναι πολύ μεγάλο. Ένα τέτοιο μοντέλο δε θα ήταν κατάλληλο για να ενσωματωθεί σε μία επαναληπτική διαδικασία βελτιστοποίησης. Με τη χρήση της μεθόδου οριακών στοιχείων αρκεί η διακριτοποίηση μόνο των επιφανειών που περιβάλλουν το μοντέλο. Αυτό συνεπάγεται σημαντική μείωση του υπολογιστικού κόστους. Στο σχήμα 7.4 παρουσιάζεται η γεωμετρία του τρισδιάστατου υβριδικού μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων για τον τριφασικό μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα. Η μοντελοποίηση μόνο μίας φάσης είναι αρκετή λόγω συμμετρίας. Στο συγκεκριμένο μοντέλο αναπαρίστανται τα πηνία υψηλής και χαμηλής τάσης καθώς και τα κανάλια ψύξης των πηνίων με μεγάλη ακρίβεια. Η ακριβής αναπαράσταση των μη γραμμικών και ανισοτροπικών ιδιοτήτων του υλικού του πυρήνα δεν αναγκαία καθώς

κατά τη διάρκεια βραχυκύκλωσης το πεδίο στους πυρήνες του μετασχηματιστή είναι μικρής έντασης και ο μετασχηματιστής λειτουργεί στη γραμμική περιοχή. Το υβριδικό μοντέλο πεπερασμένων-οριακών στοιχείων χωρίζεται σε δύο περιοχές, το ενεργό μέρος του μετασχηματιστή που αποτελείται από τους πυρήνες και τα πηνία, το οποίο αντιπροσωπεύεται από τρισδιάστατο πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων που αποτελείται από τετράεδρα και την περιοχή μεταξύ των τοιχωμάτων της δεξαμενής και του ενεργού μέρους το οποίο αντιπροσωπεύεται από το δισδιάστατο πλέγμα των συνόρων του, το οποίο αποτελείται από τρίγωνα.



**Σχήμα 7.4:** Γεωμετρία του υβριδικού αριθμητικού μοντέλου πεπερασμένων-οριακών στοιχείων.

Και τα δύο μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων βασίζονται σε ένα βελτιωμένο βαθμωτό δυναμικό το οποίο επιτρέπει την τρισδιάστατη ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων με ελάχιστο υπολογιστικό κόστος, καθώς η τρισδιάστατη ανάλυση είναι αναγκαία στην περίπτωση του υπολογισμού της τάσης βραχυκύκλωσης. Η πιο δημοφιλής μέθοδος υπολογισμού πεδίου μέσω του βαθμωτού δυναμικού είναι αυτή του γενικευμένου βαθμωτού δυναμικού, μέθοδος η οποία είναι ενσωματωμένη στον εμπορικό κώδικα πεπερασμένων στοιχείων ANSYS. Σύμφωνα με τη μέθοδο του γενικευμένου βαθμωτού δυναμικού η ένταση του μαγνητικού πεδίου  $\mathbf{H}$  δίνεται από την εξίσωση (7.7) όπου  $\mathbf{H}_g$  είναι ένα εκτιμώμενο μαγνητικό πεδίο ενώ  $\Phi_g$  είναι το γενικευμένο βαθμωτό δυναμικό.

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_g + \nabla \Phi_g \quad (7.7)$$

Αν το πεδίο  $\mathbf{H}_g$  ικανοποιεί το νόμο του Ampere και η απόλυτη τιμή του είναι πολύ μεγαλύτερη από την τιμή του  $\nabla \Phi_g$  τότε η λύση του προβλήματος προκύπτει από τη σχέση (7.8).

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{\mu} \cdot (\mathbf{H}_g + \nabla \Phi_g)) = 0 \quad (7.8)$$

Το ζητούμενο στη μέθοδο του γενικευμένου βαθμωτού δυναμικού είναι να βρεθεί ένα κατάλληλο πεδίο  $\mathbf{H}_g$  το οποίο να ικανοποιεί τις παραπάνω συνθήκες. Αυτό επιτυγχάνεται με μία διαδικασία τριών σταδίων. Στο πρώτο βήμα υπολογίζεται το εκτιμώμενο πεδίο  $\mathbf{H}_{gi}$  στη περιοχή του σιδήρου ικανοποιώντας τις δύο παρακάτω εξισώσεις, όπου  $\boldsymbol{\mu}$  είναι ο ταυιστής

της μαγνητικής διαπερατότητας και  $\mathbf{n}$  είναι το κάθετο στην εξωτερική επιφάνεια του σιδήρου διάνυσμα.

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H}_{gi}) = 0 \quad (7.9)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H}_{gi}) = 0 \quad (7.10)$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται το εκτιμώμενο πεδίο  $\mathbf{H}_{go}$  στις αγωγίμες περιοχές και στις περιοχές του αέρα ικανοποιώντας τις επόμενες τρεις εξισώσεις όπου  $\mathbf{J}_o$  είναι η πυκνότητα ρεύματος.

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H}_{go}) = 0 \quad (7.11)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_{go} = \mathbf{J}_o \quad (7.12)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_{gi} - \mathbf{H}_{go}) = 0 \quad (7.13)$$

Στο τρίτο βήμα υπολογίζεται το γενικευμένο δυναμικό σε όλη τη γεωμετρία του προβλήματος λύνοντας την εξίσωση (7.8). Τα μειονεκτήματα της παραπάνω μεθόδου είναι πρώτον η πολυπλοκότητα της και δεύτερον στην περίπτωση των μη γραμμικών προβλημάτων απαιτούνται αρκετές επαναλήψεις στο τρίτο στάδιο της μεθόδου αλλά και στο πρώτο με αποτέλεσμα σημαντική αύξηση του υπολογιστικού κόστους.

Η λύση στο παραπάνω πρόβλημα είναι η υιοθέτηση ενός τροποποιημένου βαθμωτού δυναμικού που προτάθηκε από τους κκ. Κλαδά και Τεγόπουλου [7.12]. Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη μέθοδο η ένταση του μαγνητικού πεδίου διαχωρίζεται σε δύο συνιστώσες, όπως φαίνεται στην εξίσωση (7.14):

$$\mathbf{H} = \mathbf{K} - \nabla \Phi \quad (7.14)$$

όπου  $\mathbf{K}$  είναι μία κατανομή πεδίου χωρίς φυσική σημασία η οποία ικανοποιεί τις επόμενες τρεις συνθήκες.

- Η κατανομή  $\mathbf{K}$  περιορίζεται σε έναν απλά συνεκτικό τόπο.
- Στην περιοχή του πηνίου θα ισχύει  $\nabla \times \mathbf{K} = \mathbf{J}$  ενώ έξω από την περιοχή του πηνίου θα ισχύει  $\nabla \times \mathbf{K} = \mathbf{0}$ .
- Το διάνυσμα  $\mathbf{K}$  θα είναι κάθετο στο σύνορο της περιοχής του αγωγίμου υλικού με μη μηδενική πυκνότητα ρεύματος  $\mathbf{J}$ , δηλαδή του πηνίου.

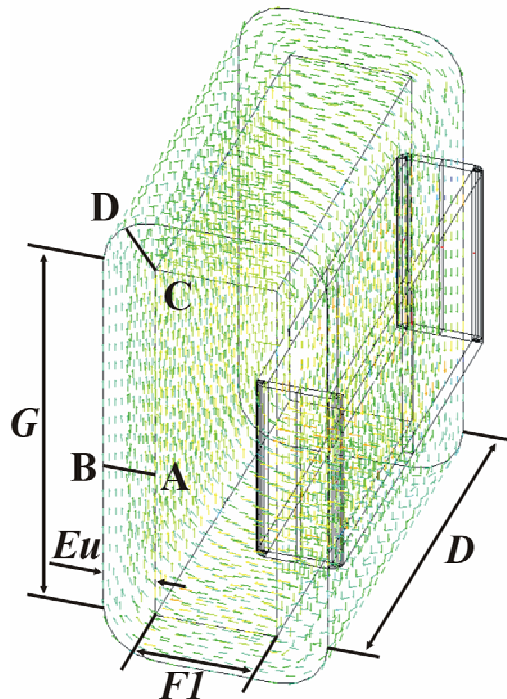
Οι τρεις παραπάνω συνθήκες επιτρέπουν την προσομοίωση του ρευματοφόρου αγωγού. Η κατανομή  $\mathbf{K}$  μπορεί να υπολογιστεί με πολύ μικρό υπολογιστικό κόστος, αναλυτικά ή αριθμητικά, από το σχήμα του πηνίου. Τέλος η λύση του τρισδιάστατου προβλήματος προκύπτει με τη διακριτοποίηση της εξίσωσης (7.15), από την οποία προκύπτει το βαθμωτό δυναμικό σε όλη τη γεωμετρία του προβλήματος.

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{\mu} \cdot (\mathbf{K} - \nabla \Phi)) = 0 \quad (7.15)$$

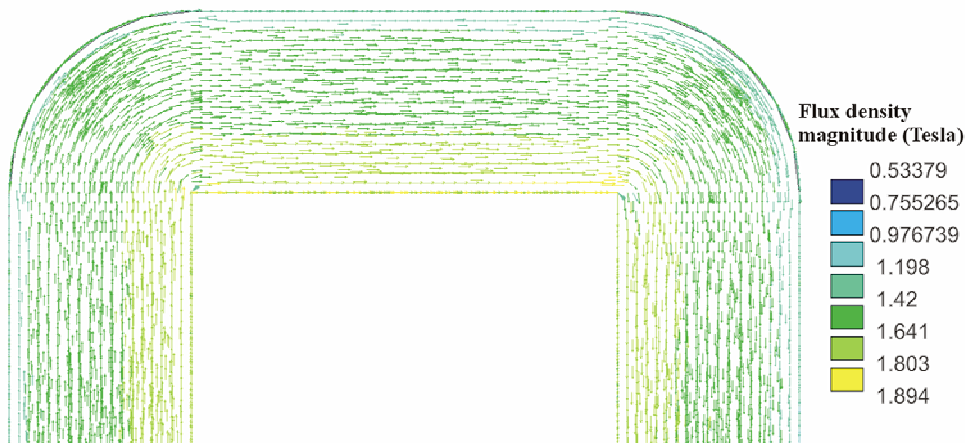
Τα πλεονεκτήματα της συγκεκριμένης μεθόδου είναι η απλότητα της και η υπολογιστική υπεροχή της σε σχέση με τη μέθοδο του γενικευμένου βαθμωτού δυναμικού. Επίσης η συγκεκριμένη μέθοδος είναι ιδιαίτερα αποδοτική σε μη γραμμικά προβλήματα, όπως στην περίπτωση που πρέπει να υπολογιστεί η κατανομή της μαγνητικής επαγωγής σε τυλιχτούς πυρήνες μετασχηματιστών κατά τη διάρκεια της λειτουργίας κενού φορτίου. Επαναληπτική

διαδικασία θα εφαρμοστεί μόνο κατά τη διάρκεια της επίλυσης της εξίσωσης (7.15), ενώ στην περίπτωση του γενικευμένου βαθμωτού δυναμικού θα εφαρμοστεί επαναληπτική διαδικασία για τα μη γραμμικά προβλήματα στις εξισώσεις (7.9), (7.10) και στην εξίσωση (7.8). Λόγω του μικρού υπολογιστικού κόστους της παραπάνω μεθόδου, το συγκεκριμένο βαθμωτό δυναμικό μπορεί να συνδυαστεί με στοχαστικούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης για την εύρεση βέλτιστων σχεδιάσεων ηλεκτρομαγνητικών διατάξεων.

Η μεθοδολογία που αναφέρθηκε παραπάνω επεκτάθηκε και στην επίλυση μη γραμμικών τρισδιάστατων προβλημάτων και στην ανισοτροπία που παρουσιάζουν τα σιδηρομαγνητικά υλικά όπως οι λαμαρίνες κατευθυνόμενων κόκκων που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή των τυλιχτών πυρήνων των μετασχηματιστών διανομής. Στα επόμενα τρία σχήματα απεικονίζεται η κατανομή της μαγνητικής επαγωγής στον εξωτερικό τυλιχτό πυρήνα ενός τριφασικού μετασχηματιστή διανομής 100 kVA, για δύο διαφορετικά επίπεδα μαγνήτισης.



**Σχήμα 7.5:** Γεωμετρία και διανυσματική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής του εξωτερικού πυρήνα τριφασικού μετασχηματιστή ( $B = 1,57$  T).



**Σχήμα 7.6:** Λεπτομέρεια από τη διανυσματική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής τυλιχτού πυρήνα ( $B = 1,66$  T).



**Σχήμα 7.7:** Λεπτομέρεια από την κατανομή της μαγνητικής επαγωγής τυλιχτού πυρήνα ( $B=1,66$  T).

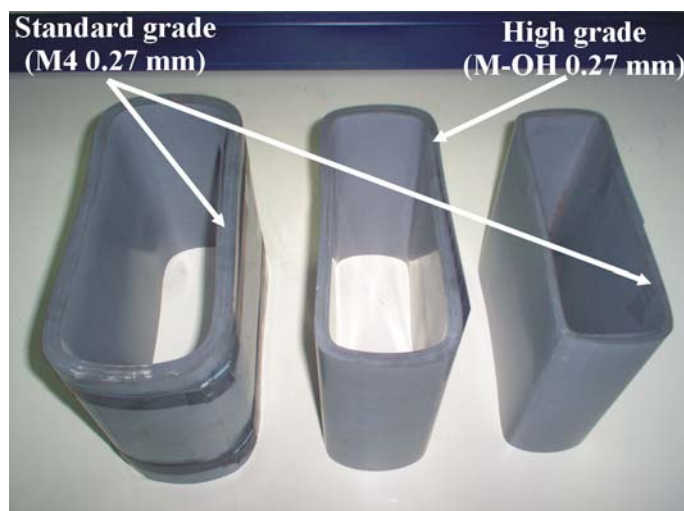
Η ενοποίηση των δύο αριθμητικών μοντέλων, του μη γραμμικού μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων που λαμβάνει υπόψη την ανισοτροπία, για την εύρεση των απωλειών κενού φορτίου στους τυλιχτούς πυρήνες τριφασικών μετασχηματιστών διανομής και το υβριδικό γραμμικό μοντέλο πεπερασμένων-οριακών στοιχείων, για την εύρεση της τάσης βραχυκύκλωσης μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα, γίνεται μέσω της ελαχιστοποίησης του ολικού κόστους κατοχής που περιγράφεται από τις εξισώσεις (7.1), από στοχαστικούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης. Στην αναφορά [7.9] χρησιμοποιήθηκαν γενετικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης και αλγόριθμος προσομοιωμένης απόπτωσης για την ελαχιστοποίηση της εξίσωσης (7.1-2). Κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης οι απώλειες κενού φορτίου  $P_{NLL}$  και η τάση βραχυκύκλωσης  $U_k$  υπολογίζονται από τα αριθμητικά μοντέλα που αναπτύχθηκαν παραπάνω με μικρό υπολογιστικό κόστος και ικανοποιητική ακρίβεια.

### 7.3 ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΤΥΛΙΧΤΟΙ ΠΥΡΗΝΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΙΩΣΗ ΤΩΝ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΣΙΔΗΡΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ

Η μεθοδολογία που αναπτύχθηκε στην παράγραφο 7.2, έχει ως σκοπό την εύρεση μίας σχεδίασης μετασχηματιστή η οποία να ελαχιστοποιεί το ολικό κόστος κατοχής του μετασχηματιστή καθιστώντας το συγκεκριμένο προϊόν ανταγωνιστικό. Η αποδοτικότητα της μεθόδου βασίζεται κυρίως στην ακρίβεια των αριθμητικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των λειτουργικών παραμέτρων του μετασχηματιστή, όπως οι απώλειες κενού φορτίου και η τάση βραχυκύκλωσης. Επίσης οι στοχαστικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης όπως οι γενετικοί αλγόριθμοι και η προσομοιωμένη απόπτωση εξασφαλίζουν τη μαθηματική εύρεση του ολικού ελάχιστου με ένα μεγάλο ποσοστό επιτυχίας. Συνεπώς φαίνεται ότι δεν είναι δυνατή μία περαιτέρω μείωση του ολικού κόστους κατοχής παρά μόνο με τη συνεχιζόμενη βελτίωση των μοντέλων πρόβλεψης των λειτουργικών χαρακτηριστικών των μετασχηματιστών και της αποδοτικότητας των αλγόριθμων βελτιστοποίησης. Παρόλαυτα η συνεχιζόμενη αύξηση του κόστους της ηλεκτρικής ενέργειας και του κόστους των πρώτων υλών, δηλαδή του σιδήρου και του χαλκού, έχει οδηγήσει τους ερευνητές στην αναζήτηση καινοτόμων μεθόδων για την περαιτέρω μείωση του κατασκευαστικού και του λειτουργικού κόστους του μετασχηματιστή. Μία μέθοδος για τη μείωση του κόστους που χρησιμοποιείται για το αγωγίμο υλικό του μετασχηματιστή δόθηκε από τους κκ. Αμοιραλή, Γεωργιάκη, Κεφάλα, Τσίλη, Κλαδά [7.13], όπου με τη χρήση μεθόδων τεχνητής νοημοσύνης γίνεται η βέλτιστη επιλογή του αγωγίμου υλικού, χαλκός ή αλουμίνιο, για τη μείωση τους κόστους σε μετασχηματιστές διανομής τυλιχτού πυρήνα.

Μία καινοτόμος μέθοδος για την περαιτέρω μείωση του ολικού κόστους κατοχής αναπτύχθηκε στις αναφορές [7.14] και [7.15]. Η συγκεκριμένη μέθοδος στοχεύει στη μείωση του αθροίσματος του κόστους του σιδηρομαγνητικού υλικού και του κόστους των απωλειών κενού φορτίου. Μείωση του κόστους του σιδηρομαγνητικού υλικού και του κόστους των απωλειών κενού φορτίου έχει ως αποτέλεσμα σημαντική μείωση του ολικού κόστους κατοχής του μετασχηματιστή εφόσον το κόστος του σιδηρομαγνητικού υλικού είναι ίσο ή μεγαλύτερο του 35% του συνολικού κόστους των υλικών του μετασχηματιστή και επίσης το κόστος των απωλειών κενού φορτίου συνιστά το 60% και πλέον του κόστους των συνολικών απωλειών του μετασχηματιστή. Είναι σαφές δηλαδή ότι τη μεγαλύτερη επίπτωση στο ολικό κόστος κατοχής του μετασχηματιστή την έχει η μαγνητική λαμαρίνα και οι σχετιζόμενες με αυτή απώλειες.

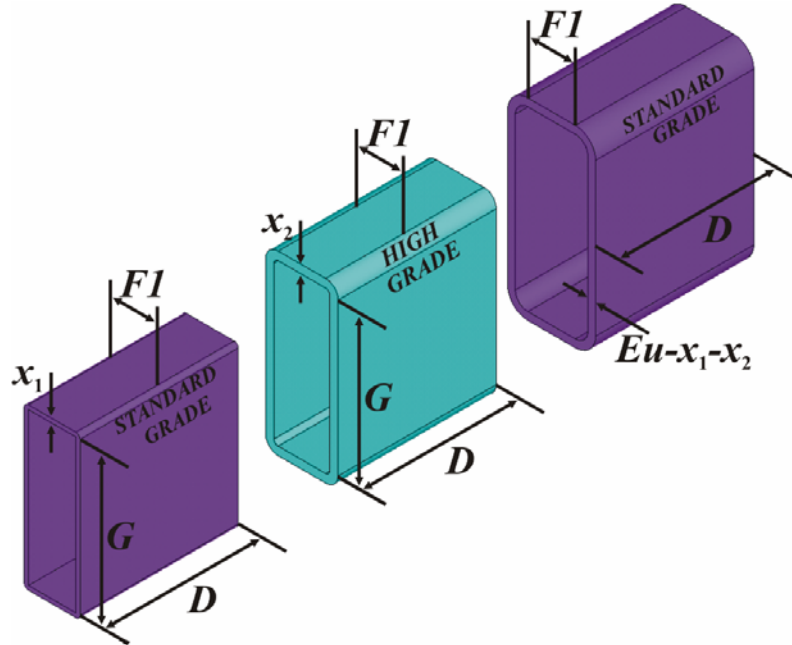
Η μέθοδος που προτάθηκε από τον γράφοντα στις αναφορές [7.14], [7.15] συνίσταται στη χρήση σύνθετων τυλιχτών πυρήνων κατασκευασμένων από δύο είδη μαγνητικών λαμαρινών διαφορετικής ποιότητας. Πιο συγκεκριμένα οι σύνθετοι τυλιχτοί πυρήνες αποτελούνται από συμβατική μαγνητική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων, μέτριας μαγνήτισης, μέτριας απόδοσης απωλειών σιδήρου και χαμηλού κόστους, και υψηλής απόδοσης μαγνητική λαμαρίνα, υψηλής μαγνήτισης, χαμηλών απωλειών σιδήρου αλλά υψηλού κόστους. Η τεχνική των σύνθετων τυλιχτών πυρήνων βασίζεται στην πειραματικά επιβεβαιωμένη ανομοιομορφία της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής στους τυλιχτούς πυρήνες. Η μαγνητική επαγωγή στα εσωτερικά σιδηρομαγνητικά ελάσματα είναι χαμηλής τιμής λόγω σκεδάσεων και κατασκευαστικών διαδικασιών, όπως η διαμόρφωση των πυρήνων που έχει ως αποτέλεσμα δυσμενή επίπτωση στη μαγνήτιση του σιδηρομαγνητικού υλικού, μετά αυξάνεται σε μία τιμή αρκετά παραπάνω από τη μέση τιμή της μαγνητικής επαγωγής του πυρήνα και κατόπιν μειώνεται σχεδόν γραμμικά μέχρι τα εξωτερικά ελάσματα. Επειδή οι απώλειες σιδήρου εξαρτώνται από τη τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής αυτό συνεπάγεται ότι οι απώλειες σιδήρου είναι μικρότερες στα πρώτα εσωτερικά και στα εξωτερικά σιδηρομαγνητικά ελάσματα του τυλιχτού πυρήνα όπου η μαγνητική επαγωγή είναι χαμηλή, ενώ οι απώλειες σιδήρου στα υπόλοιπα ελάσματα, όπου το πλάτος της μαγνητικής επαγωγής είναι μεγάλο, είναι αυξημένες. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι είναι δυνατή η μείωση του αθροίσματος του κόστους του σιδηρομαγνητικού υλικού και του κόστους των απωλειών κενού φορτίου των μετασχηματιστών με την κατασκευή σύνθετων τυλιχτών πυρήνων όπου τα εσωτερικά και τα εξωτερικά ελάσματα είναι από συμβατική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων ενώ το υπόλοιπο τμήμα του πυρήνα αποτελείται από ελάσματα λαμαρίνας κατευθυνόμενων κόκκων υψηλής μαγνήτισης. Ένας σύνθετος τυλιχτός πυρήνας και τα τρία μέρη από τα οποία αποτελείται φαίνεται στο σχήμα 7.8



**Σχήμα 7.8:** Σύνθετος τυλιχτός πυρήνας κατασκευασμένος από συμβατική και υψηλής μαγνήτισης μαγνητική λαμαρίνα κατευθυνόμενων κόκκων.



Στο σχήμα 7.9 απεικονίζεται η γεωμετρία του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα. Εκτός από τις γεωμετρικές παραμέτρους  $F1$ ,  $Eu$ ,  $G$  και  $D$  του συμβατικού τυλιχτού πυρήνα, εισάγονται άλλες δύο γεωμετρικές παράμετροι  $x_1$ ,  $x_2$  που καθορίζουν αντίστοιχα τον αριθμό των εσωτερικών ελασμάτων της συμβατικής μαγνητικής λαμαρίνας και τον αριθμό των ελασμάτων της μαγνητικής λαμαρίνας υψηλής μαγνήτισης.



Σχήμα 7.9: Γεωμετρία του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα.

Σκοπός της τεχνικής των τυλιχτών πυρήνων είναι η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος του κόστους του σιδηρομαγνητικού υλικού και του κόστους των απωλειών κενού φορτίου με την εύρεση του βέλτιστου συνδυασμού των παραμέτρων του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα  $x_1$ ,  $x_2$ . Το άθροισμα του κόστους του σιδηρομαγνητικού υλικού και του κόστους των απωλειών κενού φορτίου, δίνεται από την αντικειμενική συνάρτηση  $f(\mathbf{x})$  της εξίσωσης (7.16) η οποία είναι μέρος του ολικού κόστους κατοχής που περιγράφεται από την εξίσωση (7.1-1).

$$f(\mathbf{x}) = C_{Fe} M_{Fe} / SM + A_{factor} P_{NLL} \quad (7.16)$$

Επειδή στους σύνθετους τυλιχτούς πυρήνες χρησιμοποιούνται δύο σιδηρομαγνητικές λαμαρίνες διαφορετικής ποιότητας η συνάρτηση  $f(\mathbf{x})$  πρέπει να τροποποιηθεί όπως φαίνεται στην εξίσωση (7.17), όπου οι σταθερές  $C_{HM}$ ,  $C_{SM}$  είναι το κόστος ανά κιλό (\$/Kg) της μαγνητικής λαμαρίνας υψηλής μαγνήτισης και της συμβατικής μαγνητικής λαμαρίνας αντίστοιχα και  $M_{HM}$ ,  $M_{SM}$  είναι η μάζα (Kg) της μαγνητικής λαμαρίνας υψηλής μαγνήτισης και της συμβατικής μαγνητικής λαμαρίνας.

$$f(\mathbf{x}) = (C_{HM} M_{HM} + C_{SM} M_{SM}) / SM + A_{factor} P_{NLL} \quad (7.17)$$

Οι μάζες  $M_{HM}$ ,  $M_{SM}$  προκύπτουν εύκολα από τη γεωμετρία του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα του σχήματος 7.9 και δίνονται από τις εξισώσεις (7.18) και (7.19), όπου  $d_{ms}$  είναι η πυκνότητα του σιδηρομαγνητικού υλικού ( $\text{Kg}/\text{m}^3$ ) και  $c_{sf}$  είναι ο συντελεστής πληρότητας του πυρήνα.

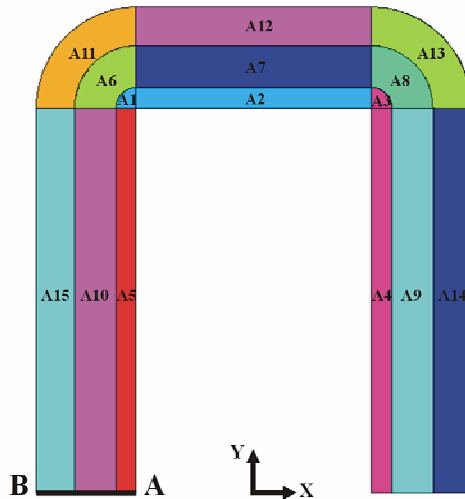
$$M_{HM} = d_{ms} c_{sf} \{ \pi x_2^2 D + 2x_2 D (\pi x_1 + F1 + G) \} \quad (7.18)$$

$$M_{SM} = d_{ms} c_{sf} \{ \pi D (Eu^2 - x_2^2 - 2x_1 x_2) + 2D (Eu - x_2) (F1 + G) \} \quad (7.19)$$

Η εύρεση του βέλτιστου συνδυασμού των παραμέτρων του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα  $x_1$ ,  $x_2$ , επιτυγχάνεται με την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης (7.17). Η ελαχιστοποίηση μπορεί να γίνει με στοχαστικούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης. Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης οι απώλειες κενού φορτίου  $P_{NLL}$  υπολογίζονται με τις αριθμητικές τεχνικές που αναπτύχθηκαν στη παρούσα διατριβή, που αφορούν την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων που λαμβάνουν υπόψη την ταυστική ιδιότητα των σιδηρομαγνητικών υλικών, με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η αναπαράσταση της ανισοτροπικής και μη γραμμικής συμπεριφοράς του υλικού των τυλιχτών πυρήνων είναι απαραίτητη για τους παρακάτω λόγους.

- Την προσομοίωση της ανομοιομορφίας της κατανομής της μαγνητικής επαγωγής στους τυλιχτούς πυρήνες η οποία βρέθηκε πειραματικά από τους *M. Enokizono, T. Todaka, K. Nakamura* [7.16].
- Τον ακριβή υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου  $P_{NLL}$  ανεξάρτητα των τιμών των παραμέτρων  $x_1$ ,  $x_2$ , ανεξάρτητα δηλαδή της ποσότητας της λαμαρίνας υψηλής μαγνήτισης και της θέσης της μέσα στον τυλιχτό πυρήνα.

Η γεωμετρία του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα απεικονίζεται στο σχήμα 7.10. Λόγω συμμετρίας μόνο το ένα δεύτερο του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα μοντελοποιείται, προκειμένου να περιοριστεί και το υπολογιστικό κόστος.



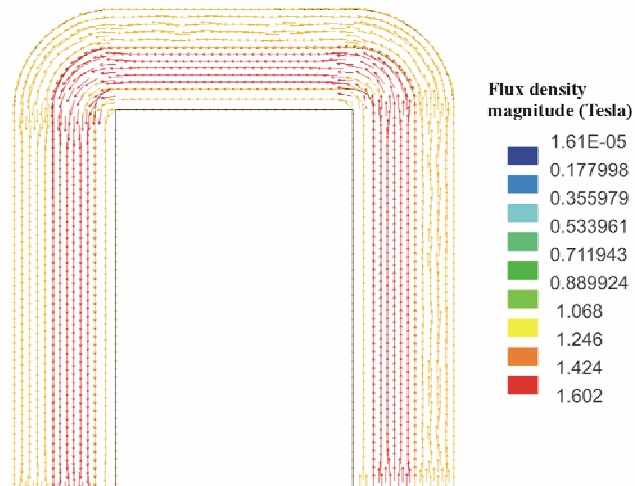
**Σχήμα 7.10:** Γεωμετρία του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων σύνθετου τυλιχτού πυρήνα.

Στο συγκεκριμένο μοντέλο η περιοχή του πυρήνα χωρίζεται σε 15 περιοχές. Στις περιοχές A1 έως A5 και A11 έως A15 αποδίδεται ιδιότητα υλικού που αντιστοιχεί στη συμβατική μαγνητική λαμαρίνα, ενώ στις περιοχές A6 έως A10 αποδίδεται ιδιότητα υλικού που αντιστοιχεί στη μαγνητική λαμαρίνα υψηλής μαγνήτισης. Επίσης στις περιοχές A4, A5, A9, A10, A14 και A15 γίνεται περιστροφή του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων κατά  $90^\circ$  έτσι ώστε η κατεύθυνση εξέλασης της μαγνητικής λαμαρίνας να συμπίπτει με τον

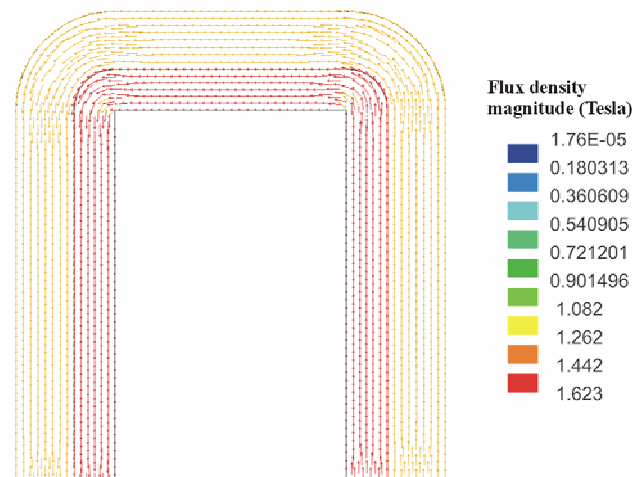


άξονα  $Y$ . Τέλος στις περιοχές  $A1$ ,  $A3$ ,  $A6$ ,  $A8$ ,  $A11$  και  $A13$  γίνεται περιστροφή του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων στο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων έτσι ώστε η κατεύθυνση εξέλασης της μαγνητικής λαμαρίνας να συμπίπτει με τον άξονα  $\Phi$ .

Στα σχήματα 7.11 και 7.12 απεικονίζεται η διανυσματική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής σύνθετου τυλιχτού πυρήνα με  $x_1 = 5 \text{ mm}$ ,  $x_2 = 10 \text{ mm}$  και  $x_1 = 0 \text{ mm}$ ,  $x_2 = 10 \text{ mm}$  αντίστοιχα, ενώ η μέση τιμή της μαγνητικής επαγωγής που χρησιμοποιήθηκε στις αναλύσεις ήταν  $1,4 \text{ T}$ .



**Σχήμα 7.11:** Διανυσματική κατανομή μαγνητικής επαγωγής σύνθετου τυλιχτού πυρήνα για  $x_1 = 5 \text{ mm}$ ,  $x_2 = 10 \text{ mm}$ ,  $B = 1,4 \text{ T}$ .

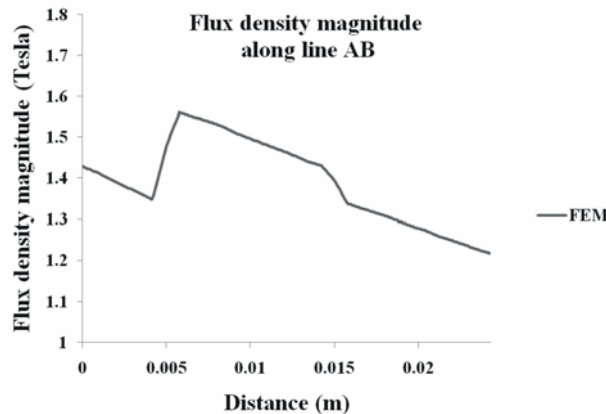


**Σχήμα 7.12:** Διανυσματική κατανομή μαγνητικής επαγωγής σύνθετου τυλιχτού πυρήνα για  $x_1 = 0 \text{ mm}$ ,  $x_2 = 10 \text{ mm}$ ,  $B = 1,4 \text{ T}$ .

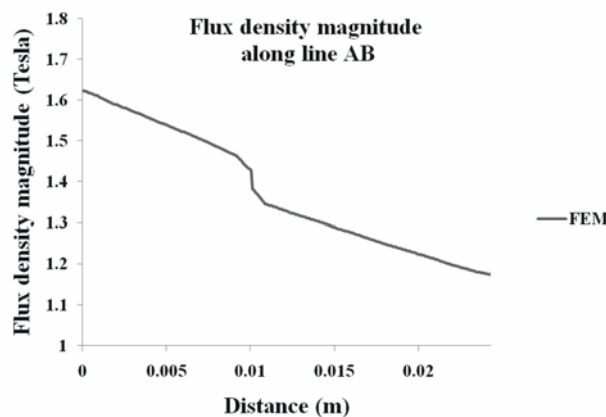
Από τα σχήματα 7.11, 7.12 φαίνεται καθαρά ότι η μαγνητική ροή συγκεντρώνεται στη μαγνητική λαμαρίνα υψηλής μαγνήτισης και όχι στη συμβατική μαγνητική λαμαρίνα. Αυτό είναι ένα επιθυμητό φαινόμενο καθώς οι απώλειες σιδήρου είναι συνάρτηση της μαγνητικής επαγωγής και επίσης οι ειδικές απώλειες σιδήρου για την ίδια μαγνητική επαγωγή είναι μικρότερες για τη μαγνητική λαμαρίνα υψηλής μαγνήτισης από ότι για τη συμβατική μαγνητική λαμαρίνα. Συνεπώς είναι επιθυμητή η συγκέντρωση της μαγνητικής ροής στο

σιδηρομαγνητικό υλικό υψηλής μαγνήτισης καθώς έτσι επιτυγχάνεται η μείωση των απωλειών κενού φορτίου του τυλιχτού πυρήνα.

Στα σχήματα 7.13 και 7.14 απεικονίζεται η κατανομή της μαγνητικής επαγωγής, κατά μήκος της γραμμής AB του σχήματος 7.10, σύνθετου τυλιχτού πυρήνα με  $x_1 = 5 \text{ mm}$ ,  $x_2 = 10 \text{ mm}$  και  $x_1 = 0 \text{ mm}$ ,  $x_2 = 10 \text{ mm}$  αντίστοιχα, με μέση τιμή της μαγνητικής επαγωγής 1,4 T. Πάλι από τα σχήματα 7.13 και 7.14 είναι φανερό ότι η μαγνητική ροή συγκεντρώνεται στη μαγνητική λαμαρίνα υψηλής μαγνήτισης. Επίσης η μαγνητική επαγωγή είναι υψηλότερη στα εσωτερικά ελάσματα και μειώνεται σχεδόν γραμμικά στα εξωτερικά ελάσματα, φαινόμενο που έχει επιβεβαιωθεί πειραματικά.

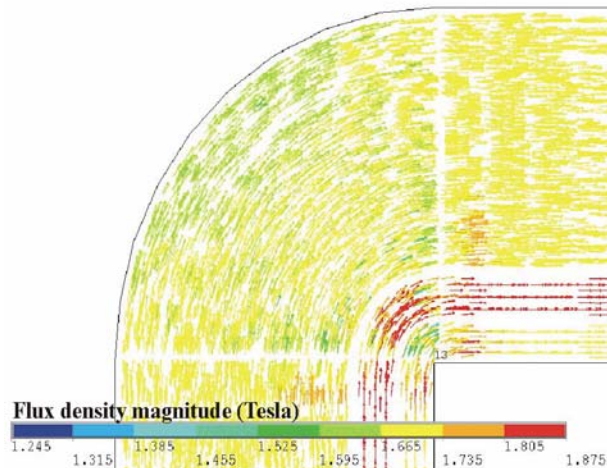


**Σχήμα 7.13:** Κατανομή μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής AB σύνθετου τυλιχτού πυρήνα για  $x_1 = 5 \text{ mm}$ ,  $x_2 = 10 \text{ mm}$ ,  $B = 1,4 \text{ T}$ .



**Σχήμα 7.14:** Κατανομή μαγνητικής επαγωγής κατά μήκος της γραμμής AB σύνθετου τυλιχτού πυρήνα για  $x_1 = 0 \text{ mm}$ ,  $x_2 = 10 \text{ mm}$ ,  $B = 1,4 \text{ T}$ .

Το δισδιάστατο μοντέλο που αναπτύχθηκε παραπάνω είναι πιο απλό και το υπολογιστικό κόστος του πολύ μικρό σε σύγκριση με το τρισδιάστατο μοντέλο της παραγράφου 7.2. Επίσης λόγω της συμμετρίας του τυλιχτού πυρήνα, ένα δισδιάστατο μοντέλο είναι ικανοποιητικό για τη μελέτη της λειτουργίας κενού φορτίου. Έτσι το δισδιάστατο μοντέλο είναι σαφώς πιο κατάλληλο για βιομηχανική εφαρμογή. Στην αναφορά [7.15] χρησιμοποιήθηκε το συγκεκριμένο δισδιάστατο μοντέλο, ενώ στην αναφορά [7.14] αναπτύχθηκε το τρισδιάστατο μοντέλο του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα, με τη μέθοδο που δόθηκε στην παράγραφο 7.2. Στο σχήμα 7.15 απεικονίζεται λεπτομέρεια της διανυσματικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής στο επάνω αριστερό μέρος του τρισδιάστατου μοντέλου σύνθετου τυλιχτού πυρήνα για  $x_1 = 5,9 \text{ mm}$ ,  $x_2 = 6,7 \text{ mm}$ .



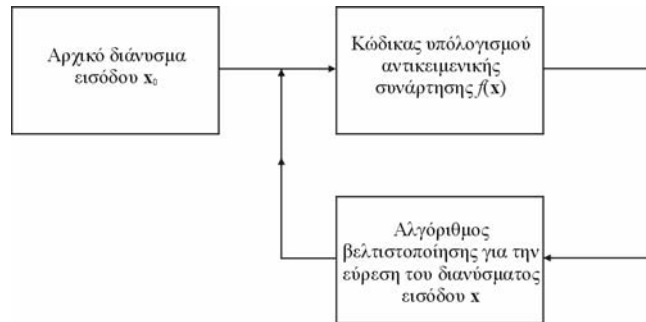
**Σχήμα 7.15:** Διανυσματική κατανομή μαγνητικής επαγωγής, τρισδιάστατου μοντέλου σύνθετου τυλιχτού πυρήνα, για  $x_1 = 5,9 \text{ mm}$ ,  $x_2 = 6.7 \text{ mm}$ .

Για την ελαχιστοποίηση της εξίσωσης (7.17) και τον προσδιορισμό του βέλτιστου συνδυασμού των παραμέτρων του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα  $x_1$  και  $x_2$ , έγινε χρήση ενός αριθμού ντετερμινιστικών και στοχαστικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Οι ντετερμινιστικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες που αναλύονται παρακάτω.

- Ντετερμινιστικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης που βασίζονται στη μεταβολή της κλίσης της αντικειμενικής συνάρτησης (gradient-based), γνωστοί και ως μέθοδοι πρώτης τάξης, σύμφωνα με την τάξη της παραγώγου της αντικειμενική συνάρτησης που απαιτείται για να καθορίσει την κατεύθυνση αναζήτησης κατά τη διάρκεια κάθε αναγωγής. Σε αυτή την κατηγορία ανήκουν η μέθοδος Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) και η μέθοδος της πιο απότομης καθόδου (Steepest Descent).
- Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν μέθοδοι που δε βασίζονται στη μεταβολή της κλίσης της αντικειμενικής συνάρτησης (non-gradient) αναφέρονται και ως μέθοδοι μηδενικής τάξης, σύμφωνα με την τάξη της παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης, που απαιτείται για να επαληθεύσει την κατεύθυνση αναζήτησης κατά τη διάρκεια κάθε επανάληψης. Δεδομένου ότι δε χρησιμοποιούνται παράγωγοι, χρησιμοποιούνται μόνο οι τιμές της συνάρτησης για να καθιερώσουν το διάνυσμα αναζήτησης. Επομένως, οι συνθήκες πρώτης τάξης που επιβάλλουν μηδενισμό της πρώτης παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης, δεν εφαρμόζονται σε αυτές τις μεθόδους και μόνο οι αλλαγές στην αντικειμενική συνάρτηση ή οι μεταβλητές σχεδιασμού μπορούν να παρέχουν σύγκλιση ή και κριτήρια τερματισμού. Σε αυτή την κατηγορία ανήκει η μέθοδος αναζήτησης προτύπου (Pattern search) και η μέθοδος Downhill simplex.

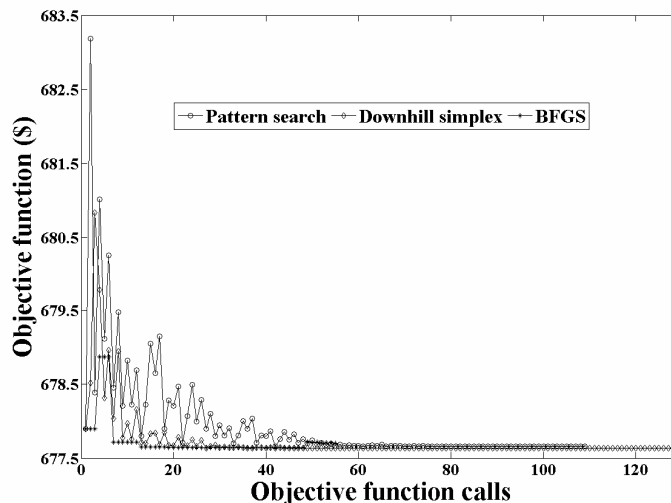
Η διαδικασία βελτιστοποίησης μπορεί να αναπαρασταθεί διαγραμματικά από το σχήμα 7.16. Σκοπός της διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι η εύρεση των τιμών του διανύσματος ανεξάρτητων μεταβλητών  $\mathbf{x}$ , το οποίο ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση  $f(\mathbf{x})$ . Στο πρόβλημα βελτιστοποίησης που μελετάται στην παρούσα παράγραφο το διάνυσμα ανεξάρτητων μεταβλητών είναι οι παράμετροι του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα  $[x_1 \ x_2]$ , ενώ η αντικειμενική συνάρτηση είναι το άθροισμα του κόστους του σιδηρομαγνητικού υλικού και του κόστους των απωλειών κενού φορτίου που περιγράφεται από την εξίσωση (7.17). Η διαδικασία βελτιστοποίησης είναι επαναληπτική, όπως φαίνεται καθαρά από το σχήμα 7.16. Στην πρώτη επανάληψη, ένα αρχικό διάνυσμα εισόδου των ανεξάρτητων μεταβλητών  $\mathbf{x}_0$ , εισάγεται στον κώδικα υπολογισμού της αντικειμενικής συνάρτησης. Ο συγκεκριμένος κώδικας μπορεί να βασίζεται σε απλές αναλυτικές σχέσεις, σε τεχνικές παρεμβολής, σε αριθμητικές τεχνικές, ή μπορεί να είναι υβριδικός όπως στην περίπτωση που μελετάται στη

συγκεκριμένη παράγραφο, όπου οι απώλειες κενού φορτίου  $P_{NLL}$  υπολογίζονται μέσω της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, ενώ οι μάζες της μαγνητικής λαμαρίνας υψηλής μαγνήτισης και της συμβατικής μαγνητικής λαμαρίνας  $M_{HM}$ ,  $M_{SM}$  υπολογίζονται από απλές εξισώσεις. Κατόπιν η προκύπτουσα τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης  $f(\mathbf{x})$  εισάγεται στον αλγόριθμο βελτιστοποίησης ο οποίος παράγει ένα νέο διάνυσμα μεταβλητών  $\mathbf{x}$ . Το νέο αυτό διάνυσμα μεταβλητών εισάγεται στον κώδικα υπολογισμού της αντικειμενικής συνάρτησης για να προκύψει μία νέα τιμή η οποία χρησιμοποιείται ως είσοδος από τον κώδικα βελτιστοποίησης για την παραγωγή ενός νέου διανύσματος μεταβλητών. Η διαδικασία συνεχίζεται επαναληπτικά μέχρι να ικανοποιηθούν κατάλληλα κριτήρια σύγκλισης.



**Σχήμα 7.16:** Διαγραμματική αναπαράσταση της διαδικασίας βελτιστοποίησης.

Η σύγκλιση των ντετερμινιστικών αλγορίθμων Pattern search, Downhill simplex και BFGS φαίνεται στο σχήμα 7.17. Το πλεονέκτημα των ντετερμινιστικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης είναι το χαμηλό υπολογιστικό κόστος τους εφόσον, όπως μπορεί να διαπιστωθεί και από το σχήμα 7.17, μερικές δεκάδες επαναλήψεις είναι αρκετές για την εύρεση της βέλτιστης λύσης.



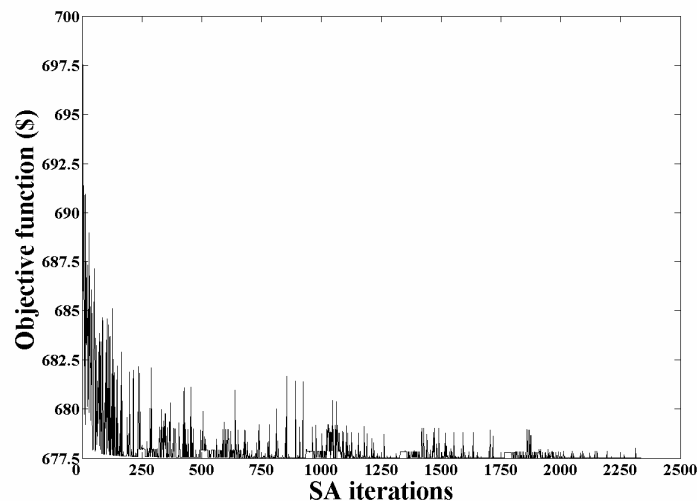
**Σχήμα 7.17:** Σύγκλιση ντετερμινιστικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης για την ελαχιστοποίηση της εξίσωσης (7.17).

Το μειονέκτημα όμως των ντετερμινιστικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης είναι ότι δεν εξασφαλίζουν τη μαθηματική εύρεση του ολικού ελάχιστου πάντοτε, αλλά τείνουν να συγκλίνουν σε μία λύση που βρίσκεται κοντά στο αρχικό διάνυσμα εισόδου, δηλαδή σε ένα τοπικό ελάχιστο. Στο πρόβλημα του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα οι ντετερμινιστικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης απέτυχαν να προσδιορίσουν το ολικό ελάχιστο και συνέκλιναν

σε ένα τοπικό ελάχιστο κοντά στο αρχικό διάνυσμα τιμών των ανεξάρτητων μεταβλητών. Μόνο όταν το αρχικό διάνυσμα βρισκόταν κοντά στο βέλτιστο διάνυσμα, οι ντετερμινιστικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης εντόπισαν το ολικό ελάχιστο.

Οι στοχαστικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης που χρησιμοποιήθηκαν για το πρόβλημα του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα κατάφεραν επιτυχώς να εντοπίσουν το ολικό ελάχιστο της αντικειμενικής συνάρτησης. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν οι γενετικοί αλγόριθμοι και ο αλγόριθμος προσομοιωμένης απόπτωσης. Το μειονέκτημα των στοχαστικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης είναι το μεγάλο υπολογιστικό κόστος, καθώς απαιτούνται πολλές εκατοντάδες ή και χιλιάδες επαναλήψεις προκειμένου να υπολογιστεί το ολικό ελάχιστο (απαιτούνται περίπου 1.000 επαναλήψεις ανά ανεξάρτητη μεταβλητή).

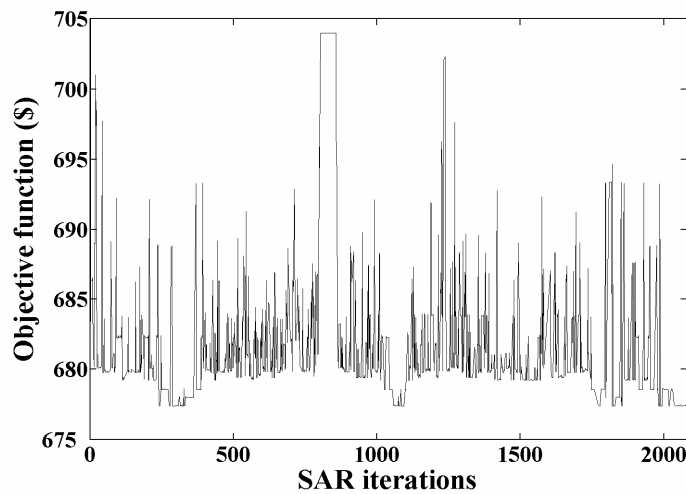
Ο αλγόριθμος προσομοιωμένης απόπτωσης αποδείχθηκε πιο αποδοτικός στην περίπτωση του προβλήματος του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα, από ότι οι γενετικοί αλγόριθμοι. Πιο συγκεκριμένα ο αριθμός των επιτυχιών εύρεσης του ολικού ελάχιστου, των γενετικών αλγορίθμων ήταν σημαντικά μικρότερος από αυτόν του αλγορίθμου προσομοιωμένης απόπτωσης. Η σύγκλιση του αλγορίθμου προσομοιωμένης απόπτωσης παρουσιάζεται στο σχήμα 7.18.



**Σχήμα 7.18:** Σύγκλιση αλγορίθμου βελτιστοποίησης προσομοιωμένης απόπτωσης για την ελαχιστοποίηση της εξίσωσης (7.17).

Παρ' όλη την αποδοτικότητα του αλγορίθμου προσομοιωμένης απόπτωσης, το υπολογιστικό κόστος της διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι πολύ υψηλό, λόγω του μεγάλου αριθμού επαναλήψεων που απαιτούνται για την εύρεση του ολικού ελάχιστου της αντικειμενικής συνάρτησης. Μία τροποποίηση του αλγορίθμου προσομοιωμένης απόπτωσης για ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα με συνεχείς μεταβλητές που ανέπτυξαν οι *S. Alfonzetti, E. Diletto, N. Salerno* [7.17], έχει ως αποτέλεσμα την κατά 20% μείωση του αριθμού των επαναλήψεων. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος ονομάζεται προσομοιωμένη απόπτωση με επανεκκινήσεις (Simulated annealing with restarts, SAR). Η διαφορά του αλγορίθμου SAR σε σχέση με αυτή του αλγορίθμου προσομοιωμένης απόπτωσης, είναι ότι όταν ο αλγόριθμος προσομοιωμένης απόπτωσης παγιδεύεται σε ένα μικρό μέρος του χώρου λύσεως αφιερώνει πολλές επαναλήψεις για την εξερεύνηση του, ενώ ο αλγόριθμος SAR όταν παγιδεύεται ξεκινά σε ένα τυχαίο σημείο του χώρου λύσεως με αποτέλεσμα να αποφεύγονται οι επιπλέον επαναλήψεις. Το παραπάνω συνεπάγεται μείωση των επαναλήψεων και συνεπώς μείωση του υπολογιστικού κόστους. Ο αλγόριθμος SAR χρησιμοποιήθηκε για το πρόβλημα του σύνθετου τυλιχτού πυρήνα στην αναφορά [7.14], με αποτέλεσμα την κατά 20% μείωση του υπολογιστικού κόστους σε σχέση με τον αλγόριθμο προσομοιωμένης απόπτωσης. Η σύγκλιση

του αλγορίθμου SAR παρουσιάζεται στο σχήμα 7.19. Ο συνολικός αριθμός των επαναλήψεων είναι 2.080 σε σχέση με τις 2.597 επαναλήψεις του αλγορίθμου προσομοιωμένης ανόπτησης.



**Σχήμα 7.19:** Σύγκλιση τροποποιημένου αλγορίθμου προσομοιωμένης ανόπτησης SAR για την ελαχιστοποίηση της εξίσωσης (7.17).

#### 7.4 ΕΠΙΠΤΩΣΗ ΑΝΩΤΕΡΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΤΑΣΗΣ ΣΤΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΚΕΝΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ ΤΥΛΙΧΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ

Η ακριβής πρόβλεψη της λειτουργίας κενού φορτίου και των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα, κάτω από συνθήκες παραμορφωμένης τάσης εισόδου, είναι πολύ σημαντική για τους κατασκευαστές μετασχηματιστών και τις ηλεκτρικές εταιρίες. Αυτό συμβαίνει διότι οι απώλειες κενού φορτίου και το ρεύμα διέγερσης είναι σημαντικές λειτουργικές παράμετροι που πρέπει να περιοριστούν κάτω από ένα εγγυημένο όριο. Στην περίπτωση όμως που η τάση εισόδου στα τυλίγματα του μετασχηματιστή δεν είναι αμιγώς ημιτονοειδής αλλά περιέχει ανώτερες αρμονικές τάσης, το ρεύμα διέγερσης και οι απώλειες κενού φορτίου επηρεάζονται σε σημαντικό βαθμό. Πρέπει να τονιστεί το γεγονός ότι η κυματομορφή της τάσεως των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας δεν είναι ημιτονοειδής αλλά περιέχει ανώτερες αρμονικές κυρίως περιττής τάξεως.

Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής μελετήθηκε πειραματικά, μέσω τις εργαστηριακής διατάξεως που παρουσιάστηκε στο 5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, η επίπτωση των ανώτερων αρμονικών τάσης στη λειτουργία κενού φορτίου των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα. Επίσης για τη θεωρητική ανάλυση της επίπτωσης των ανώτερων αρμονικών τάσης αναπτύχθηκε μία μεταβατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων στην οποία γίνεται σύζευξη των εξισώσεων πεδίου και κυκλώματος έτσι ώστε να χρησιμοποιηθεί ως διέγερση όχι η πυκνότητα ρεύματος αλλά απευθείας η κυματομορφή της τάσης εισόδου. Για την ακριβή εύρεση του ρεύματος διέγερσης και των απωλειών κενού φορτίου ενσωματώθηκε στη μεταβατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων ένα μοντέλο υστέρησης το οποίο αναλύεται παρακάτω.

Το μοντέλο υστέρησης που υιοθετείται για την μεταβατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων είναι παρόμοιο με το μοντέλο των Jiles-Atherton αλλά η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι η μαγνητική επαγωγή και όχι η ένταση του μαγνητικού πεδίου, δηλαδή πρόκειται για ένα αντίστροφο (inverse) μοντέλο υστέρησης [7.18]. Το συγκεκριμένο μοντέλο υστέρησης μπορεί να ενσωματωθεί σε ένα δισδιάστατο κώδικα πεπερασμένων στοιχείων, όπου η μαγνητική επαγωγή σε κάθε στοιχείο του πλέγματος του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων μπορεί να υπολογιστεί απευθείας από την κάθετη στο  $x-y$  επίπεδο συνιστώσα του

διανυσματικού μαγνητικού δυναμικού  $A_z$ . Σύμφωνα με το συγκεκριμένο μοντέλο υστέρησης, η ένταση του μαγνητικού πεδίου χωρίζεται σε δύο συνιστώσες  $H_{AN}$ ,  $H_H$  όπως φαίνεται στην εξίσωση (7.20).

$$H = H_{AN} + H_H \quad (7.20)$$

Επιπλέον, η συνιστώσα  $H_H$  χωρίζεται σε δύο συνιστώσες, στη συνιστώσα  $H_{HW}$  η οποία σχετίζεται με τη μη αντιστρεπτή κίνηση των ορίων των μαγνητικών περιοχών του σιδηρομαγνητικού υλικού και τη συνιστώσα  $H_{RET}$  που σχετίζεται με την αντιστρεπτή κίνηση των ορίων των μαγνητικών περιοχών. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η ενέργεια της συνιστώσας  $H_H$  θα είναι ίση με:

$$\int_{\Delta B} H_H dB = \int_{\Delta B} H_{HW} dB - \int_{\Delta B} H_{RET} dB \quad (7.21)$$

Η συνιστώσα  $H_{AN}$  προκύπτει με λύση της εξίσωσης (7.22), όπου  $M_S$  είναι η μαγνήτιση κορεσμού,  $L(\lambda_{AN})$  είναι η συνάρτηση Langevin της μεταβλητής  $\lambda_{AN}$  που δίνεται από τις εξισώσεις (7.23) και (7.24) ενώ  $\alpha$ ,  $a$  είναι οι παράμετροι της συνάρτησης Langevin.

$$H_{AN} = B / \mu_0 - M_S L(\lambda_{AN}) \quad (7.22)$$

$$L(\lambda_{AN}) = \coth(\lambda_{AN}) - 1 / \lambda_{AN} \quad (7.23)$$

$$\lambda_{AN} = \frac{H_{AN}(1 - \alpha) + B(\alpha / \mu_0)}{a} \quad (7.24)$$

Η μη αντιστρεπτή συνιστώσα  $H_{HW}$  και η αντιστρεπτή συνιστώσα  $H_{RET}$  δίνονται από τις εξισώσεις (7.25) και (7.26) αντίστοιχα, όπου  $I_D$  είναι μία μεταβλητή η οποία παίρνει την τιμή +1 όταν  $\Delta B > 0$  και την τιμή -1 όταν  $\Delta B < 0$ . Οι σταθερές  $H_{HS}$ ,  $a_H$  και  $\gamma_H$  είναι οι παράμετροι του μοντέλου υστέρησης.

$$H_{HW} = H_{HS} L(\lambda_H), \quad \lambda_H = \frac{H_H + I_D H_{HS}}{a_H} \quad (7.25)$$

$$H_{RET} = I_D \gamma_H \frac{dH_H}{dB} \quad (7.26)$$

Η διαφορική εξίσωση του μοντέλου υστέρησης προκύπτει αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (7.25) και (7.26) στην εξίσωση (7.21) και απομονώνοντας την πρώτη παράγωγο της συνιστώσας  $H_H$  ως προς τη μαγνητική επαγωγή:

$$\frac{dH_H}{dB} = \frac{H_{HS} L(\lambda_H) - H_H}{I_D \gamma_H} \quad (7.27)$$

Με εφαρμογή της μεθόδου Euler στην εξίσωση (7.27) προκύπτει η μη γραμμική εξίσωση της σχέσης (7.28). Λύνοντας την εξίσωση (7.28) προκύπτει η συνιστώσα υστέρησης της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $H_H$ .

$$I_D \gamma_H \Delta H_H = (H_{HS} L(\lambda_H) - H_H) \Delta B \quad (7.28)$$

Στη δισδιάστατη ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων λύνεται η εξίσωση Poisson η οποία είναι συνάρτηση του διανυσματικού δυναμικού και της ειδικής μαγνητικής αντίστασης. Όταν λαμβάνεται υπόψη το φαινόμενο της υστέρησης ανακύπτουν αριθμητικές δυσκολίες λόγω της ασυνέχειας της ειδικής μαγνητικής αντίστασης όταν η μαγνητική επαγωγή μηδενίζεται. Το συγκεκριμένο πρόβλημα αντιμετωπίζεται θεωρώντας την εξίσωση (7.29) για τα σιδηρομαγνητικά υλικά [7.19], [7.20].

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (7.29)$$

Συνδυάζοντας την παραπάνω εξίσωση και τον νόμο του Ampere για μαγνητοστατικά προβλήματα προκύπτει η παρακάτω εξίσωση που ισχύει για τα δισδιάστατα προβλήματα.

$$\nabla \cdot \nu_0 \nabla A_z + \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) + J_z = 0 \quad (7.30)$$

Θεωρώντας ότι οι δύο συνιστώσες της μαγνήτισης  $\mathbf{M}$  είναι συνάρτηση της μαγνητικής επαγωγής, δηλαδή  $M_x = f(B_x, B_y)$  και  $M_y = f(B_x, B_y)$ , το διαφορικό της μαγνήτισης θα δίνεται από:

$$\begin{bmatrix} dM_x \\ dM_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial M_x}{\partial B_x} & \frac{\partial M_x}{\partial B_y} \\ \frac{\partial M_y}{\partial B_x} & \frac{\partial M_y}{\partial B_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dB_x \\ dB_y \end{bmatrix}. \quad (7.31)$$

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (7.31) και το δισδιάστατο διανυσματικό δυναμικό, ο δεύτερος όρος στο αριστερό μέρος της εξίσωσης (7.30) θα δίνεται από:

$$\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} = \frac{\partial M_y}{\partial B_x} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial M_y}{\partial B_y} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial B_x} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial B_y} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial x}. \quad (7.32)$$

Επίσης η σχέση μεταξύ των διαφορικών της μαγνήτισης και της μαγνητικής επαγωγής μπορεί να εκφραστεί μέσω ενός τανυστή όπως στις αναφορές [7.20] και [7.21]. Έτσι κάνοντας χρήση της μεθόδου Euler για την αναπαράσταση των διαφορικών, θα ισχύει η εξίσωση (7.33), όπου  $\theta$  είναι η γωνία περιστροφής μεταξύ των διαφορικών της μαγνήτισης και της μαγνητικής επαγωγής  $\Delta \mathbf{M}$ ,  $\Delta \mathbf{B}$ .

$$\begin{bmatrix} \Delta M_x \\ \Delta M_y \end{bmatrix} = \frac{|\Delta \mathbf{M}|}{|\Delta \mathbf{B}|} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta B_x \\ \Delta B_y \end{bmatrix} \quad (7.33)$$

Πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας το δεξί μέρος της εξίσωσης (7.33) με  $|\Delta \mathbf{B}|$  θα προκύψει η εξίσωση (7.34), όπου  $\eta$  και  $\xi$  δίνονται από τη σχέση (7.35).

$$\begin{bmatrix} \Delta M_x \\ \Delta M_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta & -\xi \\ \xi & \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta B_x \\ \Delta B_y \end{bmatrix} \quad (7.34)$$



$$\eta = \frac{\Delta \mathbf{M} \cdot \Delta \mathbf{B}}{|\Delta \mathbf{B}|^2}, \quad \xi = \frac{|\Delta \mathbf{M} \times \Delta \mathbf{B}|}{|\Delta \mathbf{B}|^2} \quad (7.35)$$

Συγκρίνοντας τις εξισώσεις (7.31) και (7.34) προκύπτει ότι θα ισχύει η επόμενη ισότητα:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial M_x}{\partial B_x} & \frac{\partial M_x}{\partial B_y} \\ \frac{\partial M_y}{\partial B_x} & \frac{\partial M_y}{\partial B_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta & -\xi \\ \xi & \eta \end{bmatrix}. \quad (7.36)$$

Η λύση του δισδιάστατου προβλήματος πεπερασμένων στοιχείων στο οποίο ενσωματώνεται το φαινόμενο υστέρησης προκύπτει με τη διακριτοποίηση της (7.37). Η εξίσωση (7.37) προκύπτει με αντικατάσταση των (7.32) και (7.36) στην εξίσωση (7.30).

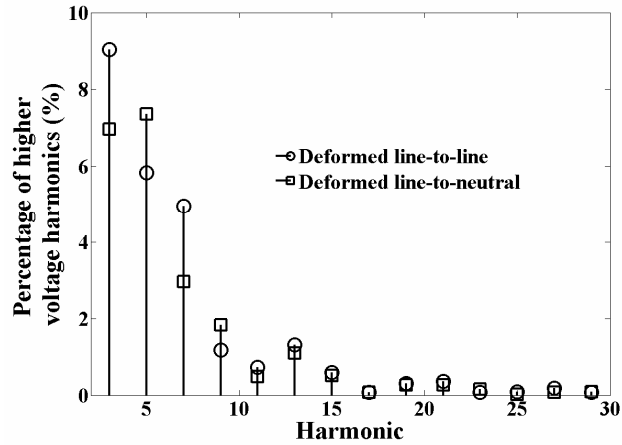
$$\nabla \cdot \left( \begin{bmatrix} v_0 - \eta & \xi \\ -\xi & v_0 - \eta \end{bmatrix} \nabla A_z \right) + J_z = 0 \quad (7.37)$$

Το συζευγμένο πεδιακό, κυκλωματικό σύστημα εξισώσεων της μεταβατικής ανάλυσης δίνεται από την σχέση (7.38), όπου  $\mathbf{D}$  είναι η μήτρα σύζευξης του διανυσματικού δυναμικού και του ρεύματος,  $\mathbf{G}$  είναι η μήτρα επαγωγών και  $\dot{\mathbf{A}}$ ,  $\dot{\mathbf{I}}$  είναι αντίστοιχα τα διανύσματα της πρώτης παραγωγού ως προς τον χρόνο του διανυσματικού δυναμικού και του ρεύματος. Για τη λύση του χρονομεταβλητού συστήματος εξισώσεων (7.38) χρησιμοποιήθηκε η οπισθοδρομική, ή πεπλεγμένη, μέθοδος ολοκλήρωσης Euler και η μη γραμμικότητα του φαινομένου υστέρησης λαμβάνεται υπόψη μέσω της μεθόδου Newton-Raphson.

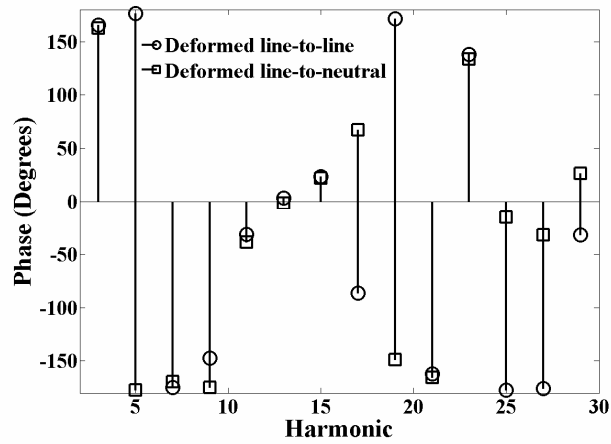
$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{G} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{A}} \\ \dot{\mathbf{I}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{S} & \mathbf{D} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (7.38)$$

Η μεταβατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκε παραπάνω, χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση της επίπτωσης των ανώτερων αρμονικών τάσης σε τυλιχτούς πυρήνες. Ως είσοδος στη μεταβατική ανάλυση είναι η κυματομορφή της τάσης εισόδου. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκε ημιτονοειδής τάση εισόδου, παραμορφωμένη ημιτονοειδής τάση μεταξύ φάσης και ουδετέρου και παραμορφωμένη ημιτονοειδής τάση μεταξύ δύο φάσεων. Οι διαφορές στο αρμονικό περιεχόμενο των δύο παραμορφωμένων κυματομορφών τάσεως έχουν σημαντική επίπτωση στη λειτουργία κενού φορτίου όπως θα αναλυθεί στη συνέχεια, ενώ σημαντικότερο ρόλο φαίνεται να έχουν όχι τόσο οι διαφορές στο πλάτος των ανώτερων αρμονικών όσο οι διαφορές στη φάση των αρμονικών. Και στις τρεις περιπτώσεις η τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής των τυλιχτών πυρήνων είναι η ίδια έτσι ώστε να είναι δυνατή η απευθείας σύγκριση των αποτελεσμάτων.

Στα σχήματα 7.20, 7.21 παρουσιάζεται αντίστοιχα το πλάτος και η φάση των ανώτερων αρμονικών τάσης, για τις παραμορφωμένες ημιτονοειδής κυματομορφές μεταξύ φάσεως και ουδετέρου και μεταξύ δύο φάσεων οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν για τη μεταβατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων. Όσον αφορά το πλάτος των ανώτερων αρμονικών, αυτό είναι εκφρασμένο ως ποσοστό του πλάτους της θεμελιώδους αρμονικής, δηλαδή των 50 Hz. Από το σχήμα 7.20 φαίνεται ότι οι διαφορές στο πλάτος των ανώτερων αρμονικών δεν είναι σημαντικές. Οι διαφορές όμως στη φάση των ανώτερων αρμονικών είναι μεγάλες και σε αυτές οφείλονται κυρίως τόσο οι διαφορές στις κυματομορφές της τάσης, όπως φαίνεται στα σχήματα 7.23 και 7.24, όσο και οι διαφορές στη λειτουργία κενού φορτίου.

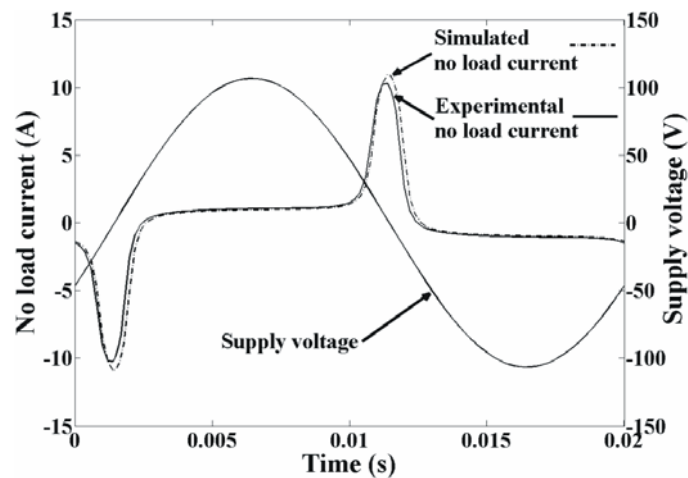


**Σχήμα 7.20:** Σύγκριση πλάτους αρμονικών παραμορφωμένων κυματομορφών τάσης (φάσης-ουδέτερου και φάσης-φάσης).

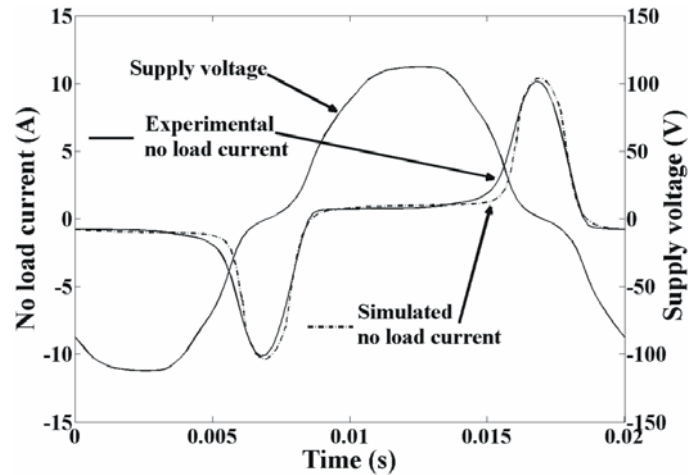


**Σχήμα 7.21:** Σύγκριση φάσης αρμονικών παραμορφωμένων κυματομορφών τάσης (φάσης-ουδέτερου και φάσης-φάσης).

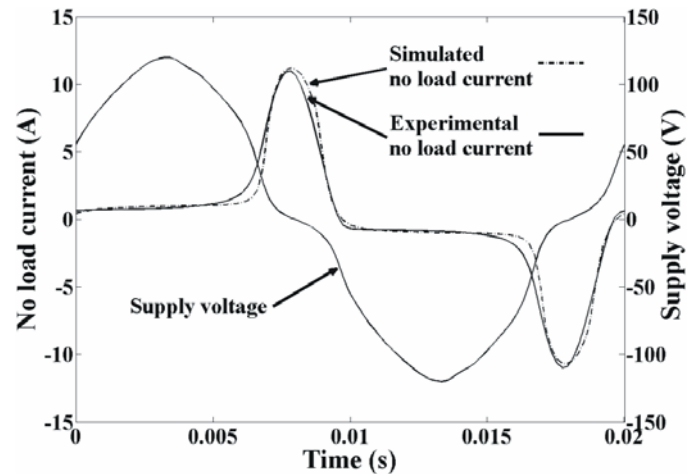
Η σύγκριση μεταξύ του υπολογισμένου και του πειραματικού ρεύματος διεγέρσεως για τις περιπτώσεις που αναφέρθηκαν παραπάνω παρουσιάζεται στα σχήματα 7.22-7.24. Επίσης στα ίδια γραφήματα φαίνεται και η αντίστοιχη κυματομορφή της τάσης εισόδου.



**Σχήμα 7.22:** Σύγκριση προσομοιωμένου και πειραματικού ρεύματος διεγέρσεως για ημιτονοειδή τάση.



**Σχήμα 7.23:** Σύγκριση προσομοιωμένου και πειραματικού ρεύματος διεγέρσεως για παραμορφωμένη ημιτονοειδή τάση μεταξύ φάσης και ουδετέρου.



**Σχήμα 7.24:** Σύγκριση προσομοιωμένου και πειραματικού ρεύματος διεγέρσεως για παραμορφωμένη ημιτονοειδή τάση μεταξύ δύο φάσεων.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται με όρους του συντελεστή αλλοίωσης  $DF$  (deterioration factor), ο οποίος ορίζεται ως το πηλίκο των απωλειών σιδήρου υπό παραμορφωμένη κυματομορφή τάσης προς τις απώλειες σιδήρου υπό ημιτονοειδή κυματομορφή τάσης και για την ίδια τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής [7.22]. Στη μεταβατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, η τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής που χρησιμοποιήθηκε ήταν 1,8 T. Η τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής για αυθαίρετη κυματομορφή τάσης δίνεται από την εξίσωση (7.39) όπου  $\langle V \rangle$  είναι η μέση τιμή της ανορθωμένης τάσης,  $f$  είναι η συχνότητα,  $N$  είναι ο αριθμός σπειρών του πηνίου διεγέρσεως και  $S$  είναι η ενεργός διατομή του σκέλους του τυλιχτού πυρήνα.

$$B_p = \frac{\langle V \rangle}{4fNS} \quad (7.39)$$

Η σύγκριση των πειραματικών και προσομοιωμένων αποτελεσμάτων για τις τρεις προαναφερθείσες περιπτώσεις παρουσιάζεται στον πίνακα 7.4. Ο συντελεστής αλλοίωσης στις περιπτώσεις της παραμορφωμένης τάσης μεταξύ φάσεων και μεταξύ φάσης και ουδετέρου είναι αυξημένος κατά 3,46% και 1,51% αντίστοιχα. Αυτό σημαίνει ότι οι ανώτερες

αρμονικές τάσης έχουν ως αποτέλεσμα την αντίστοιχη αύξηση των απωλειών κενού φορτίου των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα.

Η μεγάλη διαφορά που παρουσιάζει ο συντελεστής αλλοίωσης στις περιπτώσεις της παραμορφωμένης ημιτονοειδούς τάσης μεταξύ φάσεων και της παραμορφωμένης τάσης μεταξύ φάσης και ουδέτερου οφείλεται τόσο στις διαφορές στο πλάτος των ανώτερων αρμονικών τάσης όσο και στις διαφορές στη φάση των ανώτερων αρμονικών. Έτσι η αύξηση των απωλειών κενού φορτίου για την ίδια τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής και για παραμορφωμένη τάση μεταξύ δύο φάσεων είναι κατά 129% μεγαλύτερη της αντίστοιχης για παραμορφωμένη τάση μεταξύ φάσης και ουδέτερου.

Δυσμενής είναι η επίπτωση των ανώτερων αρμονικών τάσης και στην περίπτωση της ενεργού τιμής του ρεύματος διέγερσης. Η ενεργός τιμή του ρεύματος κενού φορτίου, στην περίπτωση των παραμορφωμένων κυματομορφών τάσης μεταξύ φάσεων και μεταξύ φάσης και ουδέτερου, είναι αυξημένη κατά 37,3% και 27% σε σχέση με την ενεργό τιμή του ρεύματος διέγερσης υπό ημιτονοειδή τάση. Αντιθέτως η ολική αρμονική παραμόρφωση του ρεύματος διεγέρσεως υπό παραμορφωμένη τάση εισόδου είναι μειωμένη σε σχέση με την ολική αρμονική παραμόρφωση του ρεύματος διεγέρσεως υπό ημιτονοειδή τάση. Αυτό εξηγείται λόγω του αρμονικού περιεχομένου του ρεύματος διεγέρσεως υπό παραμορφωμένη ημιτονοειδή τάση και αναλύεται παρακάτω.

Κυματομορφή τάσης	Ημιτονοειδής	Παραμορφωμένη φάση-φάση	Παραμορφωμένη φάση-ουδέτερος
THD τάσης (%)	0	12,02	10,8
Ενεργός τιμή ρεύματος διέγερσης (A) πείραμα	3,22	4,421	4,089
Ενεργός τιμή ρεύματος διέγερσης (A) προσομοίωση	3,415	4,429	4,115
THD ρεύματος διέγερσης (%) πείραμα	120,6	86,06	86,33
THD ρεύματος διέγερσης (%) προσομοίωση	123	95,35	97,39
Ειδικές απώλειες σιδήρου (W/Kg) πείραμα	1,462	1,513	1,485
Ειδικές απώλειες σιδήρου (W/Kg) προσομοίωση	1,371	1,412	1,402
Συντελεστής αλλοίωσης πείραμα	1	1,0346	1,0151
Συντελεστής αλλοίωσης προσομοίωση	1	1,0302	1,0231

**Πίνακας 7.4:** Σύγκριση πειραματικών και προσομοιωμένων αποτελεσμάτων.

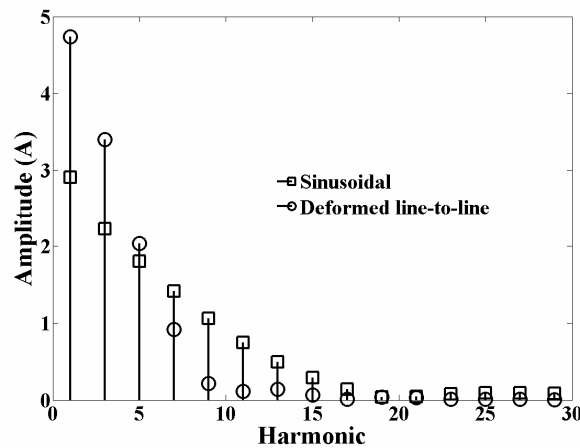
Η ανώτερες αρμονικές τάσης επηρεάζουν και το αρμονικό περιεχόμενο του ρεύματος διέγερσης. Στα σχήματα 7.25 και 7.26 παρουσιάζεται μία σύγκριση του πλάτους και της φάσης των ανώτερων αρμονικών του ρεύματος διέγερσης υπό ημιτονοειδή τάση και υπό παραμορφωμένη ημιτονοειδή τάση μεταξύ δύο φάσεων. Τα αποτελέσματα που φαίνονται στα σχήματα 7.25 και 7.26 προέκυψαν πειραματικά.

Από τη σύγκριση του πλάτους των αρμονικών του ρεύματος διεγέρσεως υπό ημιτονοειδή και παραμορφωμένη τάση, προκύπτει ότι το πλάτος είναι αυξημένο μόνο για τη θεμελιώδη την τρίτη και την πέμπτη αρμονική του ρεύματος διεγέρσεως υπό παραμορφωμένη τάση.

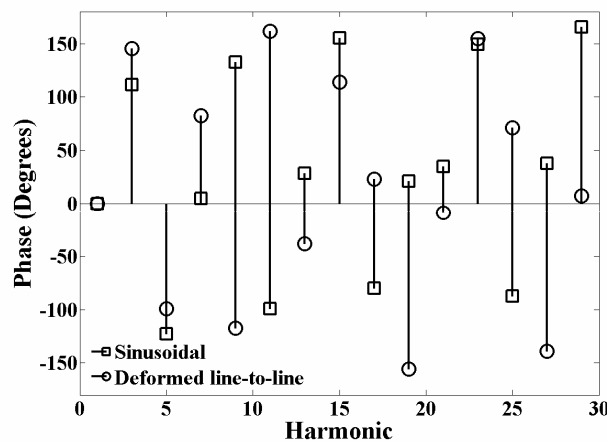
Η ολική αρμονική παραμόρφωση THD δίνεται από τη σχέση (7.40), όπου  $I_1$  είναι το πλάτος της θεμελιώδους αρμονικής του ρεύματος διέγερσης και  $I_i$  είναι το πλάτος της  $i$ -οστής αρμονικής του ρεύματος διέγερσης.

$$\text{THD (\%)} = \frac{1}{I_1} \sqrt{\sum_{i=2}^{\infty} (I_i)^2} \cdot 100 \quad (7.40)$$

Λόγω του ότι η θεμελιώδης αρμονική του ρεύματος διέγερσης υπό παραμορφωμένη τάση, είτε μεταξύ φάσεων είτε μεταξύ φάσης και ουδετέρου, έχει πλάτος σημαντικά υψηλότερο από τις ανώτερες, περιττής τάξεως αρμονικές, η ολική αρμονική παραμόρφωση δεν είναι υψηλή (86,06%). Αντιθέτως, στην περίπτωση της διέγερσης υπό ημιτονοειδή τάση, το πλάτος των ανώτερων αρμονικών του ρεύματος κενού φορτίου είναι σημαντικό σε σύγκριση με το πλάτος της θεμελιώδους, όπως φαίνεται και από το σχήμα 7.25, με αποτέλεσμα η ολική αρμονική παραμόρφωση να είναι ιδιαίτερα υψηλή 120,6% .



**Σχήμα 7.25:** Σύγκριση πλάτους αρμονικών ρεύματος διεγέρσεως υπό ημιτονοειδή και παραμορφωμένη τάση μεταξύ φάσεων.



**Σχήμα 7.26:** Σύγκριση φάσης αρμονικών ρεύματος διεγέρσεως υπό ημιτονοειδή και παραμορφωμένη τάση μεταξύ φάσεων.

Το σφάλμα που προέκυψε για τις ειδικές απώλειες σιδήρου από την μεταβατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, όπως φαίνεται και από τον πίνακα 7.4, ήταν -6,22%, -6,68% και -

5,59%, για ημιτονοειδή τάση, για παραμορφωμένη τάση μεταξύ φάσεων και για παραμορφωμένη τάση μεταξύ φάσης και ουδέτερου αντίστοιχα.

Η πρόβλεψη του συντελεστή αλλοίωσης από την προσομοίωση δεν ήταν ικανοποιητική καθώς η υπολογισμένη αύξηση του συντελεστή αλλοίωσης για παραμορφωμένη τάση μεταξύ φάσεων και παραμορφωμένη τάση μεταξύ φάσης και ουδέτερου ήταν 3,02% και 2,31% ενώ οι αντίστοιχες πειραματικές τιμές είναι ίσες με 3,46% και 1,51%. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η μεταβατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων δεν ήταν τόσο ακριβής στον προσδιορισμό της επίπτωσης στις απώλειες κενού φορτίου του διαφορετικού αρμονικού περιεχομένου των δύο παραμορφωμένων κυματομορφών.

Το υπολογιστικό κόστος της μεταβατικής ανάλυσης που αναπτύχθηκε στην παρούσα παράγραφο είναι πολύ υψηλό καθώς η σύγκλιση του μη γραμμικού προβλήματος είναι δύσκολη λόγω του μοντέλου υστέρησης που ενσωματώθηκε στον δισδιάστατο κώδικα πεπερασμένων στοιχείων. Έτσι η σύγκλιση του μη γραμμικού προβλήματος σε κάθε βήμα της ανάλυσης απαιτούσε περίπου 40 επαναλήψεις Newton-Raphson έναντι των 10-15 επαναλήψεων μίας τυπικής μαγνητοστατικής ανάλυσης. Επιπλέον κάθε μεταβατική ανάλυση απαιτεί έναν μεγάλο αριθμό βημάτων προκειμένου να αναπαρασταθεί με ακρίβεια η κυματομορφή της τάσης εισόδου. Στην ανάλυση που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα παράγραφο χρησιμοποιήθηκαν συνολικά 50 βήματα.

## 7.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παράγραφο 7.1 του παρόντος κεφαλαίου εξηγήθηκε γιατί είναι σημαντική η ακριβής πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου. Αποκλίσεις στον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου έχει ως αποτέλεσμα είτε την επιλογή μίας σχεδίασης μετασχηματιστή με υψηλό κατασκευαστικό κόστος, είτε την πληρωμή ρητρών απωλειών. Το παραπάνω ισχύει ιδιαίτερα στις μη τυποποιημένες σχεδιάσεις μετασχηματιστών καθώς και όταν χρησιμοποιούνται νέα σιδηρομαγνητικά υλικά από τους κατασκευαστές μετασχηματιστών. Η λύση είναι η χρήση προηγμένων αριθμητικών τεχνικών υπολογισμού απωλειών κενού φορτίου, όπως αυτών που αναπτύχθηκαν στην παρούσα διατριβή, κατά τη φάση σχεδίασης.

Επίσης οι αριθμητικές τεχνικές υπολογισμού απωλειών κενού φορτίου συνδυάστηκαν με προγενέστερες αριθμητικές τεχνικές υπολογισμού της τάσης βραχυκύκλωσης και με στοχαστικούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης προκειμένου να βρεθεί η βέλτιστη τεχνικά και οικονομικά σχεδίαση που ελαχιστοποιεί το ολικό κόστος κατοχής του μετασχηματιστή.

Στην παράγραφο 7.3 παρουσιάστηκε μία καινοτόμος τεχνική για την περαιτέρω μείωση του ολικού κόστους κατοχής. Η συγκεκριμένη τεχνική εισάγει τη χρήση σύνθετων τυλιχτών πυρήνων για τη μείωση του αθροίσματος του κόστους του σιδηρομαγνητικού υλικού και του κόστους των απωλειών κενού φορτίου. Οι παραπάνω τεχνικές οδηγούν τόσο στη μείωση του κατασκευαστικού κόστους των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα, όσο και στη μείωση των απωλειών κενού φορτίου, με αποτέλεσμα σημαντικά οικονομικά και περιβαλλοντικά οφέλη.

Τέλος, στην παράγραφο 7.4 διερευνήθηκε η επίπτωση των ανώτερων αρμονικών τάσης στη λειτουργία κενού φορτίου των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα. Μελετήθηκαν κυματομορφές τάσεως παραμορφωμένου ημιτόνου που προκύπτουν κατά τη δοκιμή κενού φορτίου στην έξοδο των αυτομετασχηματιστών που χρησιμοποιούνται για τη διέγερση των τυλιγμάτων. Ανάλογες είναι και οι κυματομορφές τάσης των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας αλλά με μικρότερο πλάτος ανώτερων αρμονικών. Οι ανώτερες αρμονικές της τάσης έχουν ως αποτέλεσμα αύξηση των απωλειών κενού φορτίου καθώς και σημαντική αύξηση της ενεργού τιμής του ρεύματος διέγερσης. Τα παραπάνω επιβεβαιώθηκαν μέσω μεταβατικής ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων στην οποία ενσωματώθηκε το φαινόμενο της υστέρησης και η οποία αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής.

## 7.6 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [7.1] Π. Σ. Γεωργιάκης, “Συμβολή μεθόδων τεχνητής νοημοσύνης στη μείωση των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών διανομής,” Διδακτορική διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Μάρτιος 2000.
- [7.2] Μ. Α. Τσίλι, “Ανάπτυξη μεικτών αριθμητικών τεχνικών πεπερασμένων στοιχείων – οριακών στοιχείων για τη σχεδίαση μετασχηματιστών ισχύος,” Διδακτορική Διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιούνιος 2005.
- [7.3] CENELEC Harmonization document, HD 428.1 S1:1992.
- [7.4] P. S. Georgilakis, M. A. Tsili, A. T. Souflaris, “A heuristic solution to the transformer manufacturing cost optimization problem,” *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 181, pp. 260-266, 2007.
- [7.5] P. S. Georgilakis, N. D. Doulamis, A. D. Doulamis, N. D. Hatzargyriou, S. D. Kollias and P. Ioannou, “A novel iron loss reduction technique for distribution transformers based on a combined genetic algorithm-neural network approach,” *IEEE Transactions on Systems and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, vol. 31, no. 1, pp. 16-34, Feb. 2001.
- [7.6] P. S. Georgilakis, N. D. Hatzargyriou, and D. Paparigas, “AI helps reduce transformer iron losses,” *IEEE Computer Applications in Power*, vol. 12, no. 4, pp. 41-46, 1999.
- [7.7] B. Kennedy, *Energy Efficient Transformers*, Mc Graw - Hill, 1998.
- [7.8] S. Y. Merritt and S. D. Chaitkin, “No-load versus load loss,” *IEEE Industry Applications Magazine*, vol. 9, no. 6, pp. 21-28, Nov.-Dec. 2003.
- [7.9] T. Kefalas, M. Tsili, and A. Kladas, “Unification of anisotropy and FEM-BE models for distribution transformer optimization,” *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 10, no. 5, pp. 1143-1148, May 2008.
- [7.10] M. A. Tsili, A. G. Kladas, P. S. Georgilakis, A. T. Souflaris, C. P. Pitsilis, J. A. Bakopoulos, and D. G. Paparigas, “Hybrid numerical techniques for power transformer modeling: A comparative analysis validated by measurements,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 2, pp. 842-845, Mar. 2004.
- [7.11] M. A. Tsili, A. G. Kladas, P. S. Georgilakis, A. T. Souflaris, and D. G. Paparigas, “Geometry optimization of magnetic shunts in power transformers based on a particular hybrid finite-element boundary-element model and sensitivity analysis,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 41, no. 5, pp. 1776-1779, May. 2005.
- [7.12] A. G. Kladas and J. A. Tegopoulos, “A new scalar potential formulation for 3-D magnetostatics necessitating no source field calculation,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 28, no. 2, pp. 1103-1106, Mar. 1992.
- [7.13] E. I. Amoiralis, P. S. Georgilakis, T. D. Kefalas, M. A. Tsili, and A. G. Kladas, “Artificial intelligence combined with hybrid FEM-BE techniques for global transformer optimization,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, no. 4, pp. 1633-1636, Apr. 2007.
- [7.14] T. D. Kefalas, P. S. Georgilakis, A. G. Kladas, A. T. Souflaris, and D. G. Paparigas, “Multiple grade lamination wound core: A novel technique for transformer iron loss minimization using simulated annealing with restarts and an anisotropy model,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 6, pp. 1082-1085, Jun. 2008.
- [7.15] T. Kefalas and A. Kladas, “FEM package for iron loss evaluation and minimization of two grade lamination wound cores,” *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 10, no. 5, pp. 1197-1202, May 2008.
- [7.16] M. Enokizono, T. Todaka, and K. Nakamura, “Flux distribution in a wound core of a single-phase transformer,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 160, pp. 61-62, 1996.

- [7.17] S. Alfonzetti, E. Diletto, and N. Salerno, "Simulated annealing with restarts for the optimization of electromagnetic devices," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, no. 4, pp. 1115-1118, Apr. 2006.
- [7.18] P. I. Koltermann, L. A. Righi, J. P. A. Bastos, R. Carlson, N. Sadowski, and N. J. Batistela, "A modified Jiles method for hysteresis computation including minor loops," *Physica B*, vol. 275, pp. 233-237, 2000.
- [7.19] H. L. Toms, R. G. Colclaser, M. P. Krefta, "Two-dimensional finite element magnetic modeling for scalar hysteresis effects," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 37, no 2, pp. 982-988, Mar. 2001.
- [7.20] P. I. Koltermann, J. P. A. Bastos, N. Sadowski, N. J. Batistela, A. Kost, L. Jänicke, K. Miethner, "Nonlinear magnetic field model by FEM taking into account hysteresis characteristics with M-B variables," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 38, no 2, pp. 897-900, Mar. 2002.
- [7.21] L. A. Righi, P. I. Koltermann, N. Sadowski, J. P. A. Bastos, R. Carlson, A. Kost, L. Jänicke, D. Lederer, "Non-linear magnetic field analysis by FEM using Langevin function," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, no 4, pp. 1263-1266, Jul. 2000.
- [7.22] A. J. Moses, G. H. Shirkoohi, "Iron loss in non-oriented electrical steels under distorted flux condition," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 23, no 5, pp. 3217-3220, Sep. 1987.



## **ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ**

### **8.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

Η παρούσα διατριβή πραγματεύεται το πρόβλημα της πρόβλεψης των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα καθώς και την ανάπτυξη καινοτόμων μεθόδων για τη μείωση των απωλειών κενού φορτίου. Η ανάπτυξη μεθόδων πρόβλεψης και μείωσης των απωλειών κενού φορτίου οδήγησε στη μείωση του κατασκευαστικού κόστους και του ολικού κόστους κατοχής των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα. Τα παραπάνω με τη σειρά τους είχαν ως αποτέλεσμα οικονομικές και περιβαλλοντικές ωφέλειες καθώς και τη βελτίωση της ποιότητας των μετασχηματιστών.

Πιο συγκεκριμένα η ακριβής πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου κατά τη φάση σχεδίασης είναι πολύ σημαντική για τους κατασκευαστές μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα καθώς συμβάλλει στα εξής.

- Στη μείωση των περιθωρίων ασφαλείας για τις απώλειες κενού φορτίου.
- Στην αποφυγή της πληρωμής ρητρών απωλειών κενού φορτίου.
- Στη μείωση του χρόνου παράδοσης του μετασχηματιστή, εφόσον δεν είναι πλέον απαραίτητη η κατασκευή δοκιμών για την επιβεβαίωση της σχεδίασης του μετασχηματιστή.

Όλα τα παραπάνω έχουν ως αποτέλεσμα τη σημαντική μείωση του κατασκευαστικού κόστους των μετασχηματιστών διανομής τυλιχτού πυρήνα. Τέλος επειδή η προμήθεια των μετασχηματιστών από τις εταιρίες παροχής ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται με βάση το ολικό κόστος κατοχής, δηλαδή λαμβάνεται υπόψη όχι μόνο το κατασκευαστικό αλλά και το λειτουργικό κόστος κατοχής, οι κατασκευαστές μετασχηματιστών που θα έχουν τη δυνατότητα να προσφέρουν μετασχηματιστές συγκεκριμένων προδιαγραφών με ελαχιστοποιημένο ολικό κόστος κατοχής, θα αυξήσουν το μερίδιό τους στην αγορά [8.1].

Από την άλλη μεριά, η μείωση των απωλειών κενού φορτίου είναι πολύ σημαντική για τους χρήστες των μετασχηματιστών διανομής καθώς το ύψος των συνολικών απωλειών κενού φορτίου του δικτύου διανομής και κατ' επέκταση το κόστος των απωλειών, είναι ιδιαίτερα αυξημένο λόγω του μεγάλου πλήθους μετασχηματιστών διανομής εγκατεστημένων στο δίκτυο διανομής και δεδομένου ότι οι απώλειες κενού φορτίου εμφανίζονται όλο το εικοσιτετράωρο [8.1].

Για τον ακριβή προσδιορισμό των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα κατά τη φάση σχεδίασης, αναπτύχθηκαν αριθμητικές τεχνικές πεπερασμένων στοιχείων για την επίλυση μη γραμμικών προβλημάτων, οι οποίες ενσωματώνουν την τανυστική αναπαράσταση των ιδιοτήτων των σιδηρομαγνητικών υλικών. Βάση αυτών των τεχνικών επιτεύχθηκε η ακριβής εύρεση της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής και με συνδυασμό των πειραματικά προσδιορισμένων τοπικών ειδικών απωλειών κατέστη δυνατός ο ακριβής προσδιορισμός των απωλειών κενού φορτίου.

Προκειμένου να υπολογιστεί η ακριβής κατανομή της μαγνητικής επαγωγής σε τυλιχτούς πυρήνες με συμβατικές τεχνικές πεπερασμένων στοιχείων, πρέπει να μοντελοποιηθεί με ακρίβεια η γεωμετρία του τυλιχτού πυρήνα, δηλαδή να σχεδιαστούν όλα τα σιδηρομαγνητικά ελάσματα και η μόνωση μεταξύ αυτών. Με αυτόν τον τρόπο όμως το πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων που προκύπτει είναι πολύ πυκνό και το υπολογιστικό κόστος του συγκεκριμένου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων είναι εξαιρετικά μεγάλο. Υλοποίηση του συγκεκριμένου μοντέλου με εμπορικούς κώδικες πεπερασμένων στοιχείων, όπως το ANSYS και το FEMM, παρόλη την υπολογιστική αποδοτικότητα τους, οδήγησε σε μοντέλα με τεράστιο υπολογιστικό κόστος και πρακτικές λύσεις με χρόνο επίλυσης της τάξης των μερικών ωρών με τους σημερινούς προσωπικούς υπολογιστές ήταν εφικτή μόνο για χονδροειδής προσεγγίσεις της γεωμετρίας του τυλιχτού πυρήνα όπου μοντελοποιήθηκαν μόλις έξι με επτά ελάσματα. Οι πραγματικοί τυλιχτοί πυρήνες όμως αποτελούνται από αρκετές δεκάδες μέχρι μερικές εκατοντάδες ελάσματα. Από την άλλη μεριά υλοποιώντας τη γεωμετρία του πυρήνα και αποδίδοντας σε αυτόν απλώς τη μη γραμμική ιδιότητα του σιδηρομαγνητικού υλικού σε όλη τη γεωμετρία, οδηγεί σε λάθος προσδιορισμό της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής παρόλο το μικρό υπολογιστικό κόστος του μοντέλου. Η λύση στο παραπάνω πρόβλημα προκύπτει με την κατάλληλη τροποποίηση των ιδιοτήτων του σιδηρομαγνητικού υλικού έτσι ώστε να λαμβάνεται υπόψη η ταυστική ιδιότητα του. Πιο συγκεκριμένα με την υιοθέτηση ενός φαινομένου σιδηρομαγνητικού υλικού, όπου η μαγνητική διαπερατότητα είναι μεγάλη κατά μία κατεύθυνση  $p$  και μικρή στην κάθετη σε αυτή κατεύθυνση  $q$ , μπορούν να μοντελοποιηθούν τα ετάλληλα σιδηρομαγνητικά ελάσματα. Η μαγνητική διαπερατότητα σε όλες τις άλλες κατευθύνσεις υπολογίζεται υιοθετώντας ένα ελλειπτικό ανισοτροπικό μοντέλο. Έτσι η μοντελοποίηση του τυλιχτού πυρήνα προκύπτει με κατασκευή της γεωμετρίας του πυρήνα και την απόδοση σε ολόκληρη τη γεωμετρία του παραπάνω φαινομένου σιδηρομαγνητικού υλικού, χωρίς να υπάρχει η ανάγκη για τη λεπτομερή αναπαράσταση κάθε ελάσματος και της μόνωσης μεταξύ διαδοχικών ελασμάτων. Το υπολογιστικό κόστος που προκύπτει από την εφαρμογή της αριθμητικής αυτής τεχνικής είναι εξαιρετικά μικρό και κάνει πολύ εύκολη τη μοντελοποίηση των τυλιχτών πυρήνων καθώς και τη σύζευξη του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων με αλγόριθμους βελτιστοποίησης.

Για τη μοντελοποίηση του τυλιχτού πυρήνα χρησιμοποιήθηκαν μοντέλα πεπερασμένων στοιχείων δισδιάστατης και τρισδιάστατης γεωμετρίας. Το δισδιάστατο μοντέλο βασίστηκε στο μαγνητικό διανυσματικό δυναμικό, ενώ το τρισδιάστατο μοντέλο σε ένα καινοτόμο ανηγμένο βαθμωτό δυναμικό το οποίο προσφέρει μικρό υπολογιστικό κόστος. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τα δύο μοντέλα ήταν παρόμοια λόγω της συμμετρίας του προβλήματος. Συνεπώς για τον περιορισμό του υπολογιστικού κόστους και την κατασκευή του κώδικα πεπερασμένων στοιχείων που προορίζεται για βιομηχανική χρήση επιλέχθηκε το δισδιάστατο μοντέλο. Παρόλαυτα το τρισδιάστατο μοντέλο αναπτύχθηκε και χρησιμοποιήθηκε λόγω του μεγάλου ερευνητικού ενδιαφέροντος που παρουσιάζουν τα τρισδιάστατα προβλήματα και το συγκεκριμένο ανηγμένο βαθμωτό δυναμικό στο οποίο στηρίχθηκε.

Στο 6<sup>ο</sup> Κεφάλαιο διερευνήθηκε η επιλογή της καταλληλότερης ανάλυσης που θα ακολουθηθεί για την πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου. Η μεταβατική ανάλυση θα ήταν η πιο κατάλληλη αλλά σε αυτή θα έπρεπε να ενσωματωθούν το φαινόμενο της υστέρησης καθώς και ένας συστηματικός τρόπος εύρεσης των κλασσικών και ανώμαλων δινορρευμάτων. Παρ' όλες τις μεθόδους που έχουν αναπτυχθεί για την επίτευξη των παραπάνω, καμία δεν παρουσιάζει ικανοποιητική ακρίβεια και δε θα ήταν κατάλληλη για βιομηχανική χρήση. Επίσης το υπολογιστικό κόστος της συγκεκριμένης ανάλυσης είναι αυξημένο. Μία αρμονική ανάλυση έχει μικρότερο υπολογιστικό κόστος και υπάρχουν μέθοδοι με τις οποίες ενσωματώνεται ο βρόχος  $B-H$  και συνεπώς και οι συνολικές απώλειες μέσω πειραματικά προσδιορισμένων παραμέτρων. Επιπλέον η συγκεκριμένη μέθοδος είναι ήδη ενσωματωμένη σε κάποιους εμπορικούς κώδικες πεπερασμένων στοιχείων. Παρόλαυτα η ακρίβεια στον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου έχει πολύ μεγάλα σφάλματα και μόνο σε ένα στενό πεδίο τιμών μαγνήτισης το σφάλμα είναι αποδεκτό. Η λύση

που προέκυψε κατά τη διάρκεια της διατριβής ήταν ο υπολογισμός της τοπικής κατανομής της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής και ο συνδυασμός αυτής με τις πειραματικά υπολογισμένες τοπικές ειδικές απώλειες που ενσωματώνουν κατά ένα μεγάλο μέρος τις μηχανικές και θερμικές καταπονήσεις των κατασκευασμένων τυλιχτών πυρήνων.

Το σημαντικό πρόβλημα που προέκυψε όμως ήταν η κατάλληλη επιλογή της τιμής της διέγερσης που θα χρησιμοποιηθεί για τη μαγνητοστατική ανάλυση έτσι ώστε να προκύψει η τοπική κατανομή της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής, δηλαδή η κατανομή της μαγνητικής επαγωγής τη χρονική στιγμή που μεγιστοποιείται η πεπλεγμένη ροή του πηνίου. Αρχικά η διέγερση υπολογίστηκε πειραματικά μέσω διάταξης δειγματοληψίας (DAQ) όπου προσδιοριζόταν η τιμή του ρεύματος τη χρονική στιγμή της μεγιστοποίησης της πεπλεγμένης ροής, δηλαδή όταν μηδενιζόταν η τάση εισόδου του πηνίου διέγερσης, για διάφορα επίπεδα μαγνήτισης του τυλιχτού πυρήνα. Χρησιμοποιώντας τη συγκεκριμένη τιμή διέγερσης στη μη γραμμική μαγνητοστατική ανάλυση προέκυψε η ορθή κατανομή της μαγνητικής επαγωγής του τυλιχτού πυρήνα. Το πρόβλημα που έπρεπε να αντιμετωπιστεί μετά ήταν ο προσδιορισμός της διέγερσης με συστηματικό θεωρητικό τρόπο και όχι πειραματικά. Η λύση προέκυψε λόγω του γεγονότος ότι η τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής που αντιστοιχεί σε κάθε επίπεδο μαγνήτισης ανήκει στην καμπύλη κανονικής μαγνήτισης η οποία χρησιμοποιείται στο μη γραμμικό κώδικα πεπερασμένων στοιχείων. Έτσι με την εφαρμογή μίας επαναληπτικής διαδικασίας μαγνητοστατικών αναλύσεων είναι δυνατή η εύρεση της τιμής της διέγερσης που αντιστοιχεί στην τιμή κορυφής της μαγνητικής επαγωγής κάθε επιπέδου μαγνήτισης. Με τον παραπάνω τρόπο προκύπτει η ορθή κατανομή της τιμής κορυφής της μαγνητικής επαγωγής η οποία όταν συνδυάζεται με τις πειραματικά προσδιορισμένες τοπικές ειδικές απώλειες οδηγεί στον υπολογισμό των συνολικών απωλειών κενού φορτίου του τυλιχτού πυρήνα με μικρό σφάλμα.

Η παραπάνω αριθμητική τεχνική συγκρίθηκε με τρεις άλλες τεχνικές, με συμβατική αναλυτική τεχνική που στηρίζεται στη μέση τιμή της μαγνητικής επαγωγής και τη μέση τιμή των ειδικών απωλειών, με τη συζευγμένη πειραματική-πεπερασμένων στοιχείων τεχνική και με την επαναληπτική τεχνική πεπερασμένων στοιχείων στην οποία όμως αποδίδεται ισοτροπικό μη γραμμικό υλικό σε όλη τη γεωμετρία του πυρήνα και όχι το φαινόμενο ανισοτροπικό υλικό που αναλύθηκε παραπάνω. Η προτεινόμενη αριθμητική τεχνική αποδείχθηκε ανώτερη σε σχέση με τις άλλες τρεις τεχνικές, για ένα μεγάλο εύρος τιμών μαγνήτισης, για διαφορετικές γεωμετρίες τυλιχτών πυρήνων και για δύο σιδηρομαγνητικά υλικά κατευθυνόμενων κόκκων.

Προκειμένου να επιβεβαιωθεί η εγκυρότητα της αριθμητικής τεχνικής που αναπτύχθηκε, έγιναν πειράματα με κάρτα δειγματοληψίας, για τη μέτρηση της τοπικής μαγνητικής επαγωγής και των απωλειών κενού φορτίου. Στις περισσότερες περιπτώσεις το σφάλμα των απωλειών κενού φορτίου ήταν μικρότερο του 5% για μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα διαφορετικής ονομαστικής ικανότητας και επιπέδου μαγνήτισης. Παρόλαυτα υπήρχαν περιπτώσεις που το προκύπτουν σφάλμα ήταν υποτιμημένο ή υπερτιμημένο, ιδιαίτερα στην περίπτωση των τριφασικών μετασχηματιστών, με αποτέλεσμα δυσμενή επίπτωση στη διασπορά του σφάλματος. Επίσης, ιδιαίτερα προβλήματα προέκυψαν στον υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών μικρής ονομαστικής ικανότητας λόγω των μικρών διαστάσεων των τυλιχτών πυρήνων οι οποίοι αποτελούνται από μικρό αριθμό ελασμάτων, λιγότερα από 90 ελάσματα, και στα οποία οι μηχανικές καταπονήσεις είναι ιδιαίτερα έντονες. Στη συγκεκριμένη περίπτωση οι υπολογισμένες απώλειες κενού φορτίου είναι ιδιαίτερα υποτιμημένες και σε μερικές περιπτώσεις το σφάλμα ξεπερνάει το 10%.

Το παραπάνω πρόβλημα αντιμετωπίστηκε με την ανάπτυξη μίας απλής τεχνικής, βάση της οποίας η επίπτωση των μηχανικών καταπονήσεων στις απώλειες κενού φορτίου ενσωματώνεται στη μεθοδολογία υπολογισμού των απωλειών κενού φορτίου μέσω ενός κατάλληλα ορισμένου και πειραματικά προσδιορισμένου συντελεστή που ονομάζεται συντελεστής αλλοίωσης. Με αυτόν τον τρόπο οι αριθμητικές τεχνικές που αναπτύχθηκαν στα

πλαίσια της διατριβής γενικεύονται έτσι ώστε να προβλέπουν με ικανοποιητική ακρίβεια τις απώλειες κενού φορτίου τυλιχτών πυρήνων που έχουν υποστεί σημαντική μηχανική καταπόνηση.

Οι αριθμητικές τεχνικές που αναπτύχθηκαν στην παρούσα διατριβή χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή κώδικα πεπερασμένων στοιχείων. Το συγκεκριμένο λογισμικό αναπτύχθηκε προκειμένου να χρησιμοποιηθεί από κατασκευαστές μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα για τον συστηματικό υπολογισμό των απωλειών κενού φορτίου. Επίσης ο συγκεκριμένος κώδικας είναι διαμορφωμένος με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να είναι δυνατή η ενσωμάτωση του σε κώδικες βελτιστοποίησης οι οποίοι με επαναληπτική διαδικασία υπολογίζουν τη βέλτιστη τεχνικά και οικονομικά σχεδίαση του μετασχηματιστή.

Ο κώδικας που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής χρησιμοποιήθηκε για την ελαχιστοποίηση του ολικού κόστους κατοχής μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα. Επίσης από τη μελέτη της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής που προέκυψε από τις προσομοιώσεις και τα πειράματα, δόθηκε η έναυση για μία καινοτόμα ιδέα βάση της οποίας είναι δυνατή η περαιτέρω μείωση του ολικού κόστους κατοχής με την κατασκευή σύνθετων τυλιχτών πυρήνων μέσω των οποίων επιτυγχάνεται ένας πιο αποδοτικός συμβιβασμός μεταξύ κατασκευαστικού και λειτουργικού κόστους.

## 8.2 ΣΗΜΕΙΑ ΠΡΟΑΓΩΓΗΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

Στη παρούσα διατριβή αντιμετωπίστηκε το πρόβλημα της πρόβλεψης των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα κατά τη φάση σχεδίασης. Οι περισσότερες εργασίες επικεντρώθηκαν στους μετασχηματιστές στοιβαχτού πυρήνα ενώ δεν έχει δοθεί μέχρι στιγμής μία συστηματική μέθοδος υπολογισμού των απωλειών κενού φορτίου σε μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα κατά τη φάση σχεδίασης. Επίσης σε όσες εργασίες ασχολήθηκαν με τους μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα, οι αριθμητικές τεχνικές πεπερασμένων στοιχείων που εφάρμοσαν για την πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου ήταν παρόμοιες με αυτές που αναπτύχθηκαν για τους μετασχηματιστές στοιβαχτού πυρήνα χωρίς να λαμβάνουν υπόψη τις ιδιαιτερότητες και την κατασκευαστική τεχνολογία των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα. Μία εργασία έχει διερευνήσει συστηματικά την πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα [8.1], αλλά μόνο κατά την παραγωγική διαδικασία και όχι κατά τη φάση σχεδίασης η οποία είναι ιδιαίτερα σημαντική ειδικά για μη τυποποιημένους μετασχηματιστές ή σε περιπτώσεις όπου ο κατασκευαστής μετασχηματιστών επιλέγει νέες σχεδιάσεις και νέα σιδηρομαγνητικά υλικά.

Το πρώτο σημείο πρωτοτυπίας της παρούσας διατριβής έγκειται στην αναπαράσταση του υλικού του τυλιχτού πυρήνα από ένα ισοδύναμο υλικό που αναπαριστά με ακρίβεια τον ελασματοποιημένο τυλιχτό πυρήνα και αποδίδεται σε ολόκληρη τη γεωμετρία του πυρήνα. Με αυτόν τον τρόπο δεν είναι απαραίτητη η λεπτομερής αναπαράσταση όλων των ελασμάτων του τυλιχτού πυρήνα και του αέρα μεταξύ αυτών, προκειμένου να προκύψει με ακρίβεια η τοπική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής. Το πλεονέκτημα της συγκεκριμένης αριθμητικής τεχνικής είναι το πολύ χαμηλό υπολογιστικό κόστος της κάτι που κάνει πρακτική τη γρήγορη και ακριβή πεδιακή ανάλυση των τυλιχτών πυρήνων. Χωρίς αυτή την αριθμητική τεχνική μόνο χονδροειδής προσεγγίσεις θα μπορούσαν να υλοποιηθούν και επιπλέον με πολύ μεγάλο υπολογιστικό κόστος.

Η δεύτερη πρωτότυπη συνεισφορά αφορά στην ανάπτυξη μίας συστηματικής επαναληπτικής μαγνητοστατικής ανάλυσης προκειμένου να βρεθεί η ακριβής διέγερση του μη γραμμικού μαγνητοστατικού προβλήματος από την οποία θα προκύψει η τοπική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής τη χρονική στιγμή που μεγιστοποιείται η πεπλεγμένη ροή του ηνίου του τυλιχτού πυρήνα. Με αυτόν τον τρόπο δεν είναι αναγκαία μία αρμονική ή

μεταβατική ανάλυση η οποία παρουσιάζει υψηλό υπολογιστικό κόστος αλλά και πολλές δυσκολίες.

Με βάση την ακριβή πρόβλεψη της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής τη χρονική στιγμή που μεγιστοποιείται η πεπλεγμένη ροή και τις ειδικές απώλειες που είναι συνάρτηση του πλάτους της μαγνητικής επαγωγής, είναι δυνατός ο υπολογισμός των συνολικών απωλειών κενού φορτίου. Στο συγκεκριμένο σημείο η πρωτοτυπία έγκειται στη χρήση της καμπύλης τοπικών ειδικών απωλειών που προσδιορίστηκε πειραματικά και όχι της καμπύλης μέσων ειδικών απωλειών. Με αυτόν τον τρόπο προκύπτει σημαντική βελτίωση στη διασπορά του σφάλματος για τυλιχτούς πυρήνες διαφόρων γεωμετριών και επίσης ενσωματώνονται κατά ένα μεγάλο ποσοστό οι μηχανικές και θερμικές κατεργασίες που επηρεάζουν σημαντικά τις απώλειες.

Επιπλέον τα πειράματα μέτρησης της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής και των απωλειών σε τρεις διαφορετικές περιοχές του τυλιχτού πυρήνα, συμπλήρωσαν και επεκτείνανε σημαντικά προγενέστερα πειράματα όπως της αναφοράς [8.2], και βοήθησαν στην επιβεβαίωση και στην ανάπτυξη των αριθμητικών τεχνικών που παρουσιάστηκαν στην παρούσα διατριβή.

Τέλος αναπτύχθηκε μία καινοτόμος τεχνική η οποία δεν είχε προταθεί ξανά στη διεθνή βιβλιογραφία, και προέκυψε από την τοπική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής όπως μετρήθηκε πειραματικά και προέκυψε θεωρητικά από τις αριθμητικές τεχνικές που αναπτύχθηκαν στην παρούσα διατριβή. Η συγκεκριμένη τεχνική βασίζεται στην ανομοιομορφία της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής των τυλιχτών πυρήνων και στη χρήση σύνθετων τυλιχτών πυρήνων που είναι κατασκευασμένοι από δύο διαφορετικές ποιότητες σιδηρομαγνητικών λαμαρινών κατευθυνόμενων κόκκων [8.3], [8.4]. Μέσω της τεχνικής αυτής είναι δυνατή η περαιτέρω μείωση του ολικού κόστους κατοχής των μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα. Πιο συγκεκριμένα επιτεύχθηκε μείωση κατά 3,2% του αθροίσματος του κόστους του σιδηρομαγνητικού υλικού και του κόστους των απωλειών κενού φορτίου.

Η παρούσα διατριβή δεν περιορίστηκε στην ανάπτυξη αριθμητικών τεχνικών πεπερασμένων στοιχείων για μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα και στις τεχνικές μείωσης των απωλειών κενού φορτίου αλλά προχώρησε και στην ανάπτυξη λογισμικών κατάλληλων για χρήση σε βιομηχανικό περιβάλλον. Ο κώδικας που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής είναι έτσι διαμορφωμένος ώστε να μπορεί να ενσωματωθεί σε κώδικες βελτιστοποίησης μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα. Με αυτόν τον τρόπο η ακριβής πρόβλεψη των απωλειών κενού φορτίου θα κάνει δυνατή την εύρεση των βέλτιστων τεχνικά και οικονομικά μετασχηματιστών τυλιχτού πυρήνα με αποτέλεσμα τη μείωση του κατασκευαστικού κόστους των μετασχηματιστών και την αποφυγή της πληρωμής ρητρών απωλειών από τους κατασκευαστές μετασχηματιστών.

### 8.3 ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Η συνεχής αύξηση του κόστους της ηλεκτρικής ενέργειας και του κόστους των πρώτων υλών, δημιουργούν την ανάγκη για την ανάπτυξη καινοτόμων μεθόδων που θα οδηγήσουν στη μείωση των απωλειών κενού φορτίου των μετασχηματιστών διανομής κάθε τύπου. Οι νέες αυτές ιδέες δε θα μπορούν να αναπτυχθούν χωρίς αριθμητικές τεχνικές πρόβλεψης των απωλειών κενού φορτίου όπως αυτές που αναπτύχθηκαν στην παρούσα διατριβή και οι οποίες δίνουν το έναυσμα για συνέχιση της έρευνας στις παρακάτω περιοχές:

- Οι μη γραμμικές αριθμητικές τεχνικές συνεχίζουν να παρουσιάζουν έντονο ερευνητικό ενδιαφέρον λόγω των πολλών δυσκολιών σύγκλισης που εμφανίζονται. Μία ενδιαφέρουσα ιδέα είναι η μελέτη της σύγκλισης και της αξιοπιστίας της λύσης

- σε περίπτωση μη γραμμικών προβλημάτων που ενσωματώνουν μέσω φαινομενολογικών μοντέλων το φαινόμενο της υστέρησης.
- Από την παρούσα διατριβή, μέσω της σύγκρισης της θεωρητικής και πειραματικά προσδιορισμένης κατανομής της μαγνητικής επαγωγής των τυλιχτών πυρήνων, προέκυψε ότι η θεωρητική πρόβλεψη της μαγνητικής επαγωγής στα εσωτερικά σιδηρομαγνητικά ελάσματα δεν προσεγγίζει την πραγματική. Αυτό οφείλεται στις έντονες μηχανικές παραμορφώσεις λόγω της διαμόρφωσης των τυλιχτών πυρήνων. Μία λύση στο παραπάνω πρόβλημα θα ήταν η ενσωμάτωση του μαγνητομηχανικού φαινομένου, που αναπτύχθηκε από τους *D. C. Jiles, D. L. Atherton* [8.5], στις αριθμητικές τεχνικές που υλοποιήθηκαν στα πλαίσια της διατριβής.
  - Περαιτέρω διερεύνηση της μεθόδου κοπής των σιδηρομαγνητικών ελασμάτων στις απώλειες σιδήρου είναι επίσης απαραίτητη, παρά τα πρώτα αποτελέσματα που δείχνουν ότι η επίπτωση της κοπής δεν έχει ιδιαίτερη επίδραση στη μαγνήτιση και τις απώλειες σιδήρου. Ενδιαφέρουσα ιδέα όμως θα ήταν η ενσωμάτωση των επιπτώσεων της κοπής στις αριθμητικές μεθόδους που αναπτύχθηκαν στη διατριβή, κυρίως μέσω του μαγνητομηχανικού φαινομένου.
  - Χρήσιμη επίσης θα ήταν μία διερεύνηση για την εύρεση της κατανομής της μαγνητικής επαγωγής στις περιοχές επικάλυψης των σιδηρομαγνητικών ελασμάτων (lap joints) του τυλιχτού πυρήνα, καθώς και των μηχανισμών απωλειών στη συγκεκριμένη περιοχή.
  - Σημαντική επέκταση της διατριβής θα ήταν η εφαρμογή των αριθμητικών τεχνικών που αναπτύχθηκαν σε τυλιχτούς πυρήνες κατασκευασμένους από άμορφο σίδηρο, καθώς τα τελευταία χρόνια έχει ξεκινήσει προσπάθεια αξιοποίησης της εν λόγω τεχνολογίας υλικού και έχουν κατασκευαστεί αρκετοί μετασχηματιστές από άμορφο σίδηρο. Επίσης πειράματα προσδιορισμού της τοπικής κατανομής της μαγνητικής επαγωγής και των απωλειών είναι απαραίτητα έτσι ώστε να επιβεβαιώσουν τις συγκεκριμένες αριθμητικές τεχνικές οι οποίες αναμένονται να είναι άμεσα εφαρμόσιμες σε τυλιχτούς πυρήνες άμορφου σιδήρου.
  - Τέλος χρήσιμη θα ήταν η εφαρμογή των αριθμητικών τεχνικών που αναπτύχθηκαν στην παρούσα διατριβή, σε τριφασικούς μετασχηματιστές τυλιχτού πυρήνα τύπου *Evans* [8.2], καθώς μέχρι στιγμής η ανάλυση έχει περιοριστεί στον πεντασκελή τριφασικό μετασχηματιστή τυλιχτού πυρήνα.

Το πρόβλημα της πρόβλεψης και μείωσης των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών που πραγματεύεται η παρούσα διατριβή παρουσιάζει ιδιαίτερο θεωρητικό και πρακτικό ενδιαφέρον. Από τα νέα αριθμητικά μοντέλα και τεχνικές που αναπτύχθηκαν καθώς και από τις καινοτόμες ιδέες που προτάθηκαν προκύπτουν πολλά νέα ζητήματα που πρέπει να διερευνηθούν. Επίσης λόγω της συνθετότητας και πολυπλοκότητας της πρόβλεψης και μείωσης των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών, η έρευνα δε γίνεται να περιοριστεί σε ένα εξειδικευμένο πεδίο αλλά πρέπει να επεκταθεί σε πολλά διαφορετικά πεδία, όπως της οικονομίας, πειραμάτων, τεχνολογίας υλικών και νέων αριθμητικών τεχνικών μη γραμμικών προβλημάτων.

#### 8.4 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [8.1] Π. Σ. Γεωργιλάκης, “Συμβολή μεθόδων τεχνητής νοημοσύνης στη μείωση των απωλειών κενού φορτίου μετασχηματιστών διανομής,” Διδακτορική διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Μάρτιος 2000.
- [8.2] M. Enokizono, T. Todaka, and K. Kihara, “Flux distribution in magnetic core with wound strips laminations,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 112, pp. 203-206, 1992.
- [8.3] T. D. Kefalas, P. S. Georgilakis, A. G. Kladas, A. T. Souflaris, and D. G. Pappas, “Multiple grade lamination wound core: A novel technique for transformer iron loss minimization using simulated annealing with restarts and an anisotropy model,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 6, pp. 1082-1085, Jun. 2008.
- [8.4] T. Kefalas and A. Kladas, “FEM package for iron loss evaluation and minimization of two grade lamination wound cores,” *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 10, no. 5, pp. 1197-1202, May 2008.
- [8.5] D. C. Jiles and D. L. Atherton, “Theory of the magnetization process in ferromagnets and its application to the magnetomechanical effect,” *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 17, pp. 1265-1281, 1984.



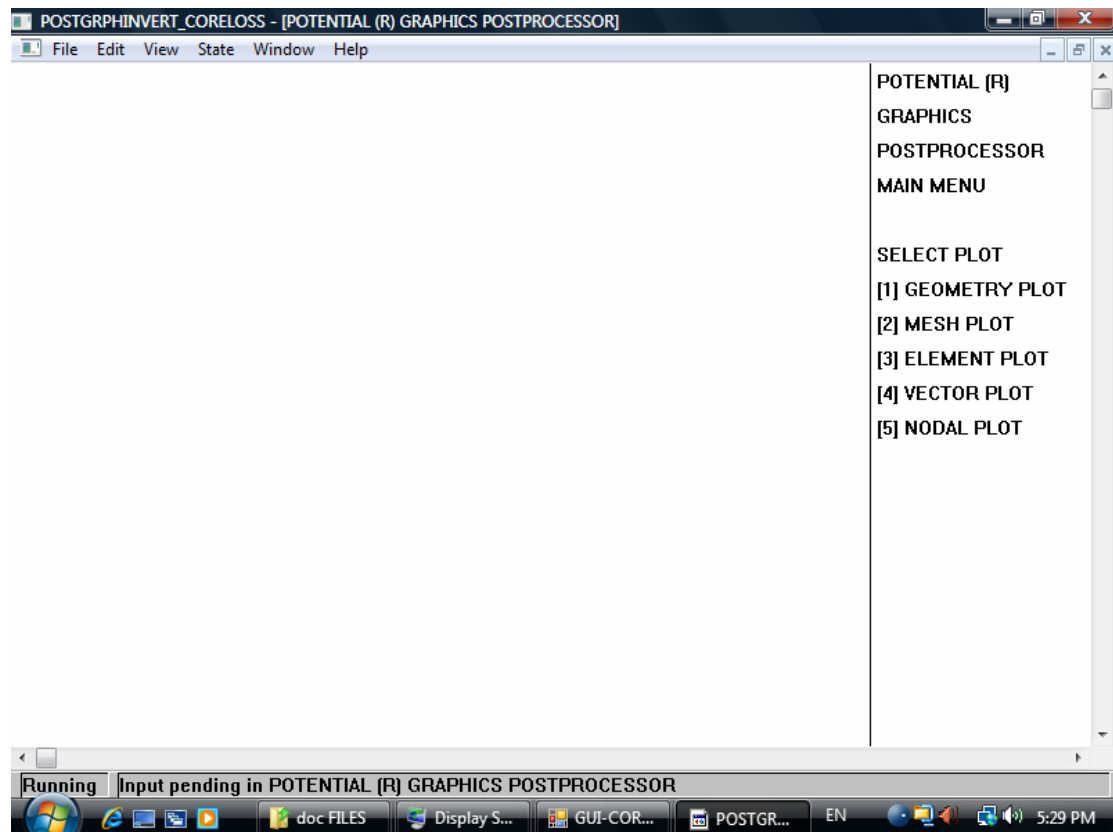


## ΓΡΑΦΙΚΟΣ ΜΕΤΕΠΕΞΕΡΓΑΣΤΗΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ POTENTIAL®

Στα πλαίσια της διατριβής υλοποιήθηκε ένας γραφικός μετεπεξεργαστής πεπερασμένων στοιχείων προκειμένου να χρησιμοποιηθεί για τη γραφική απεικόνιση πεδιακών κατανομών, γεωμετρίας και πλεγμάτων δισδιάστατων και τρισδιάστατων μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων. Η συγκεκριμένη εφαρμογή έχει υλοποιηθεί σε γλώσσα προγραμματισμού Digital Fortran και αποτελείται μέχρι στιγμής (10/2008) από 12.768 συνολικά γραμμές κώδικα.

### Π.1 ΚΕΝΤΡΙΚΟ ΜΕΝΟΥ ΓΡΑΦΙΚΟΥ ΜΕΤΕΠΕΞΕΡΓΑΣΤΗ

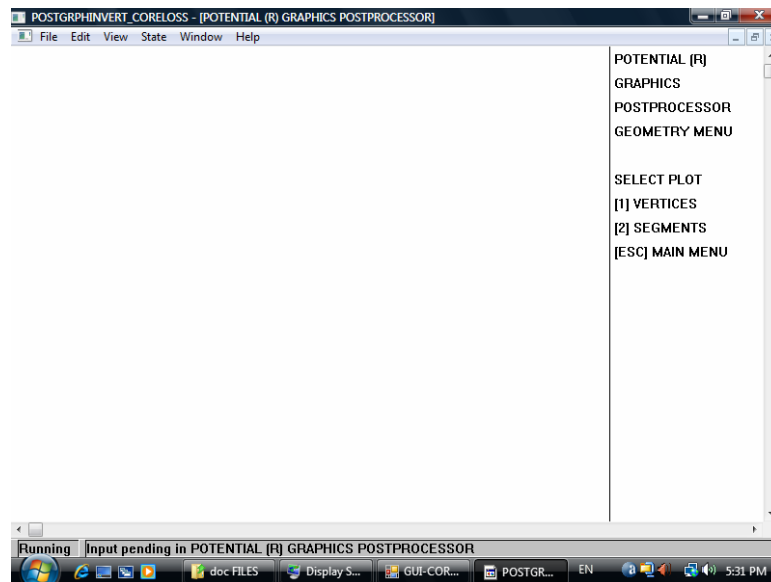
Στο σχήμα Π.1 απεικονίζεται η αρχική οθόνη της εφαρμογής του γραφικού μετεπεξεργαστή πεπερασμένων στοιχείων. Αποτελείται από ένα βασικό μενού, στο επάνω μέρος της εφαρμογής, το οποίο περιλαμβάνει βασικές λειτουργίες του λειτουργικού συστήματος Windows και από το κεντρικό μενού, στο δεξί μέρος της οθόνης, από το οποίο ο χρήστης μπορεί να επιλέξει ανάμεσα από πέντε υπομενού γραφικής αναπαράστασης κατανομών.



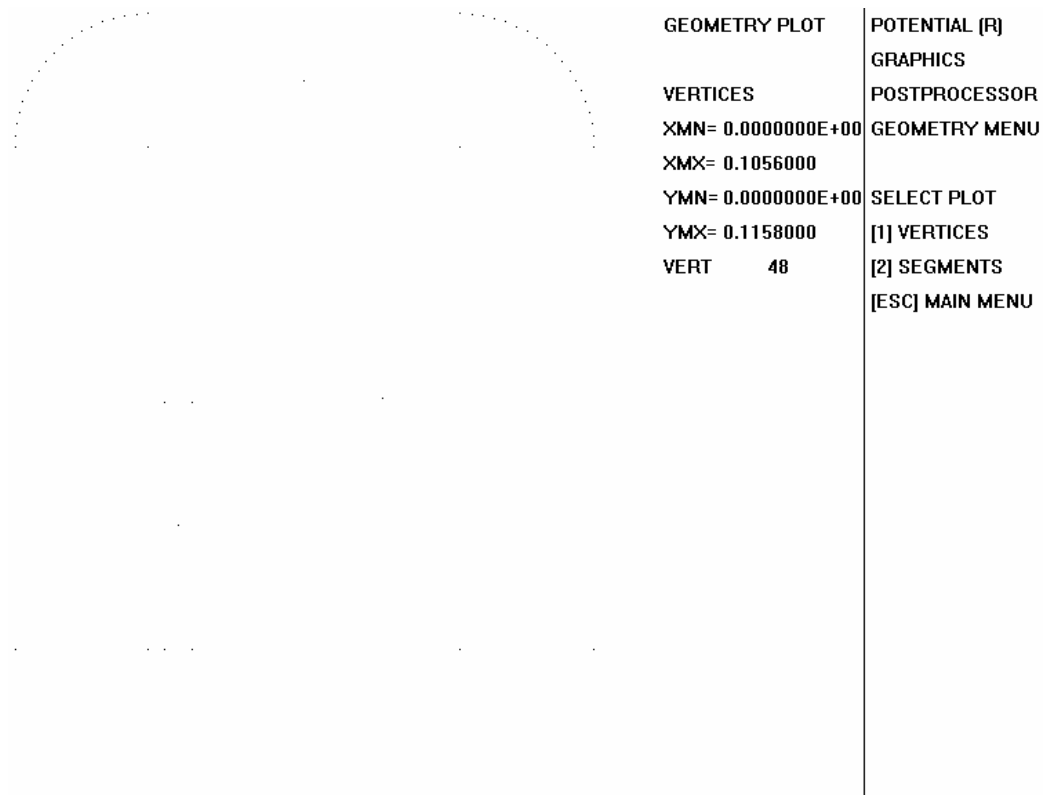
Σχήμα Π.1: Κεντρικό μενού γραφικού μετεπεξεργαστή.

## Π.2 ΜΕΝΟΥ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΓΡΑΦΙΚΟΥ ΜΕΤΕΠΕΞΕΡΓΑΣΤΗ

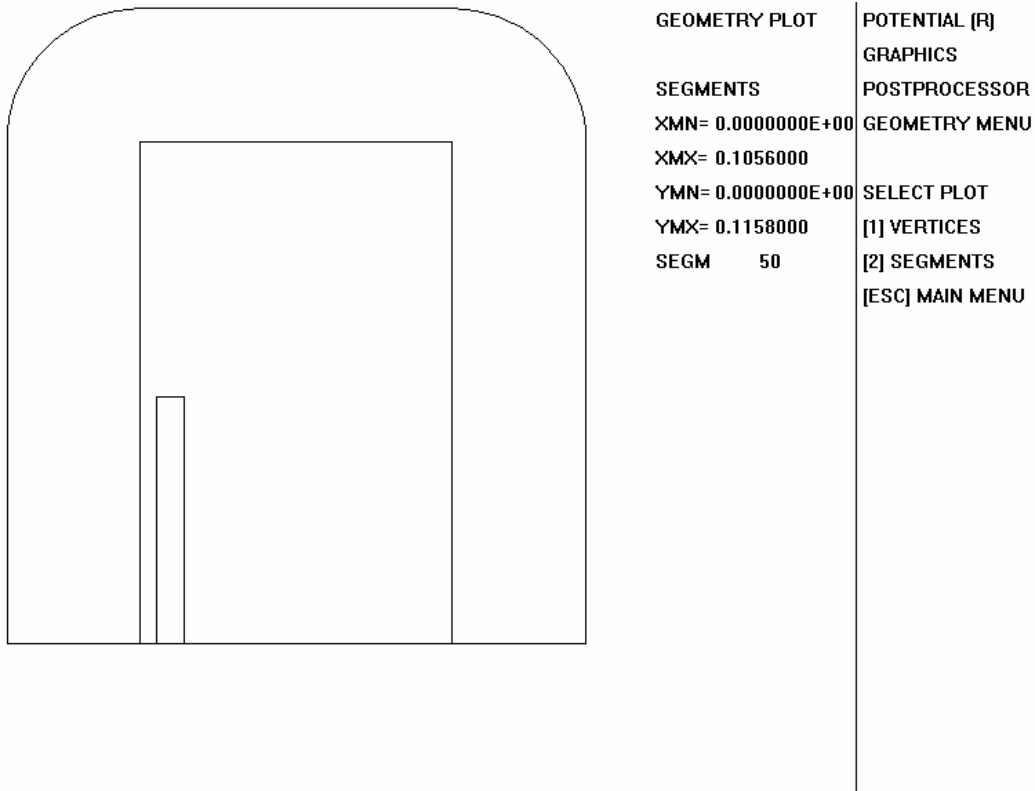
Επιλέγοντας [1] από το κεντρικό μενού του γραφικού μετεπεξεργαστή προκύπτει η οθόνη που απεικονίζεται στο σχήμα Π.2. Στο δεξί μέρος της οθόνης φαίνεται το υπομενού της γεωμετρίας του μετεπεξεργαστή από το οποίο μπορούν να απεικονιστούν γραφικά τα σημεία και τα ευθύγραμμα τμήματα της γεωμετρίας πεπερασμένων στοιχείων (σχήματα Π.3 και Π.4 αντίστοιχα).



Σχήμα Π.2: Μενού γεωμετρίας γραφικού μετεπεξεργαστή.



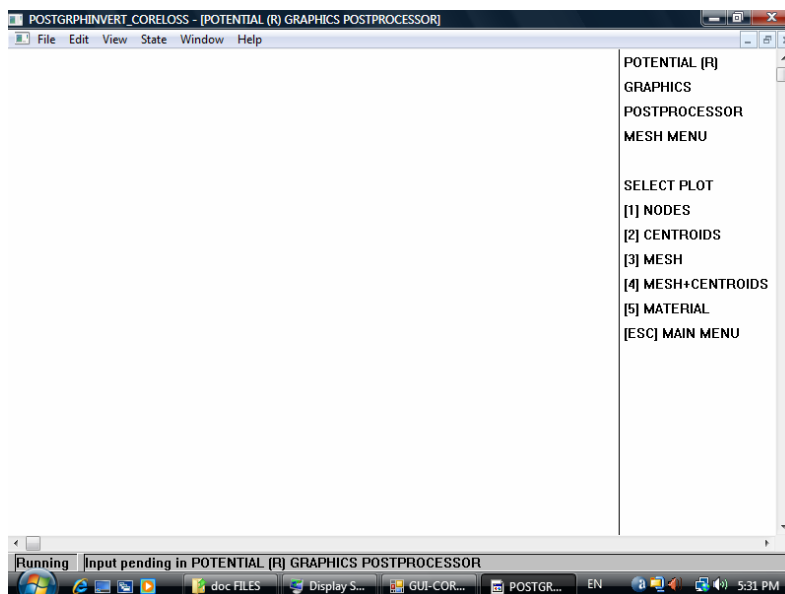
Σχήμα Π.3: Σημεία γεωμετρίας δισδιάστατου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.



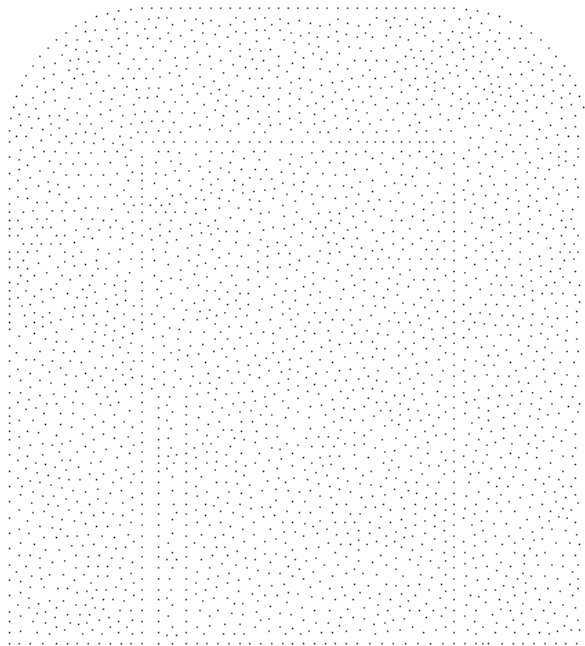
Σχήμα Π.4: Ευθύγραμμα τμήματα δισδιάστατου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.

### Π.3 ΜΕΝΟΥ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ ΓΡΑΦΙΚΟΥ ΜΕΤΕΠΕΞΕΡΓΑΣΤΗ

Επιλέγοντας [2] από το κεντρικό μενού του γραφικού μετεπεξεργαστή προκύπτει η οθόνη που απεικονίζεται στο σχήμα Π.5. Στο δεξί μέρος της οθόνης φαίνεται το υπομενού πλέγματος του μετεπεξεργαστή από το οποίο μπορούν να απεικονιστούν γραφικά οι κόμβοι, τα βαρύκεντρα των στοιχείων, το πλέγμα και τα υλικά του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων (σχήματα Π.6-Π.10).



Σχήμα Π.5: Μενού πλέγματος γραφικού μετεπεξεργαστή.



```

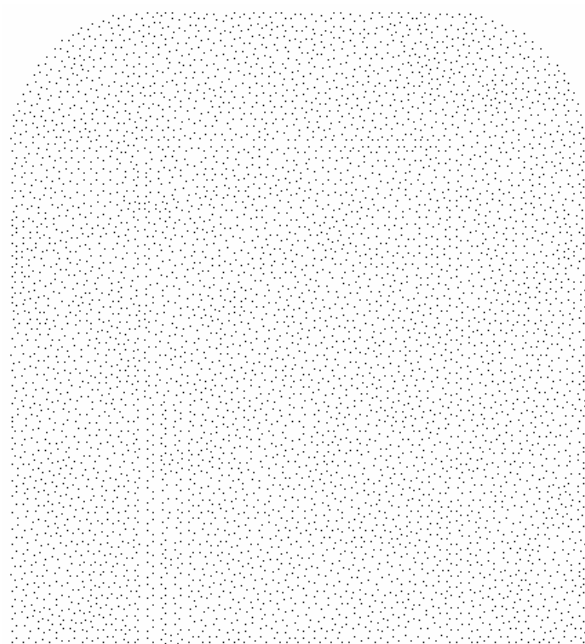
MESH PLOT
NODES
NODE 2999

POTENTIAL (R)
GRAPHICS
POSTPROCESSOR
MESH MENU

SELECT PLOT
[1] NODES
[2] CENTROIDS
[3] MESH
[4] MESH+CENTROIDS
[5] MATERIAL
[ESC] MAIN MENU

```

Σχήμα Π.6: Κόμβοι του πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων.



```

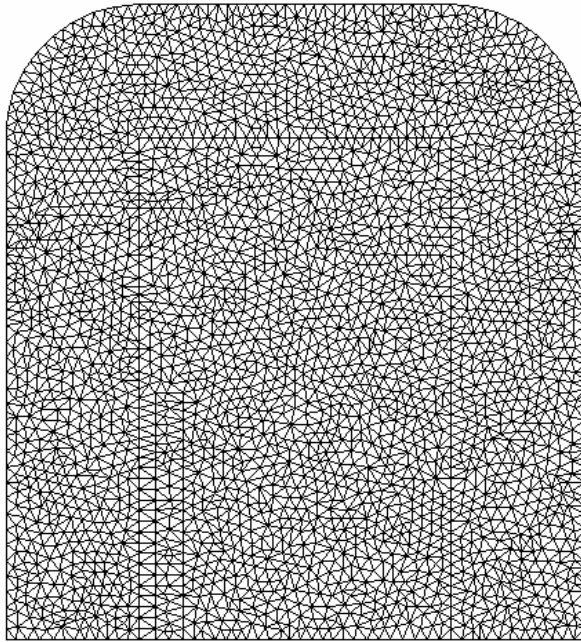
MESH PLOT
CENTROIDS
NODE 2999
ELEM 5789

POTENTIAL (R)
GRAPHICS
POSTPROCESSOR
MESH MENU

SELECT PLOT
[1] NODES
[2] CENTROIDS
[3] MESH
[4] MESH+CENTROIDS
[5] MATERIAL
[ESC] MAIN MENU

```

Σχήμα Π.7: Βαρύκεντρα τριγωνικών στοιχείων πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων.



MESH PLOT

MESH

NODE 2999

ELEM 5789

POTENTIAL (R)

GRAPHICS

POSTPROCESSOR

MESH MENU

SELECT PLOT

[1] NODES

[2] CENTROIDS

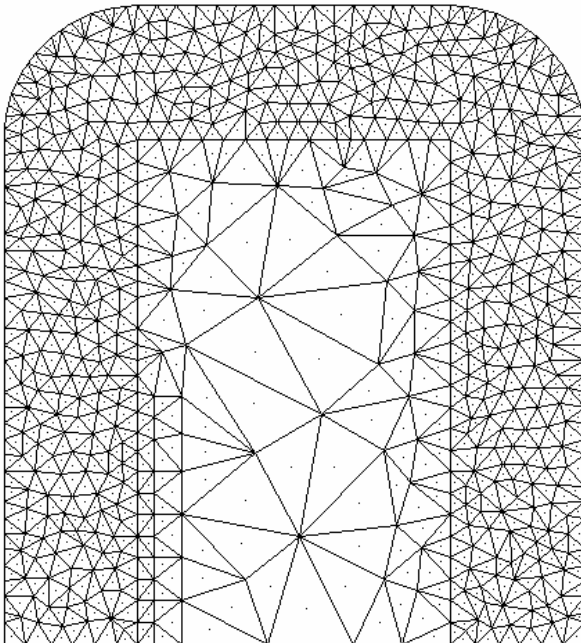
[3] MESH

[4] MESH+CENTROIDS

[5] MATERIAL

[ESC] MAIN MENU

Σχήμα Π.8: Πλέγμα δισδιάστατου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.



MESH PLOT

MESH+CENTROIDS

NODE 673

ELEM 1215

POTENTIAL (R)

GRAPHICS

POSTPROCESSOR

MESH MENU

SELECT PLOT

[1] NODES

[2] CENTROIDS

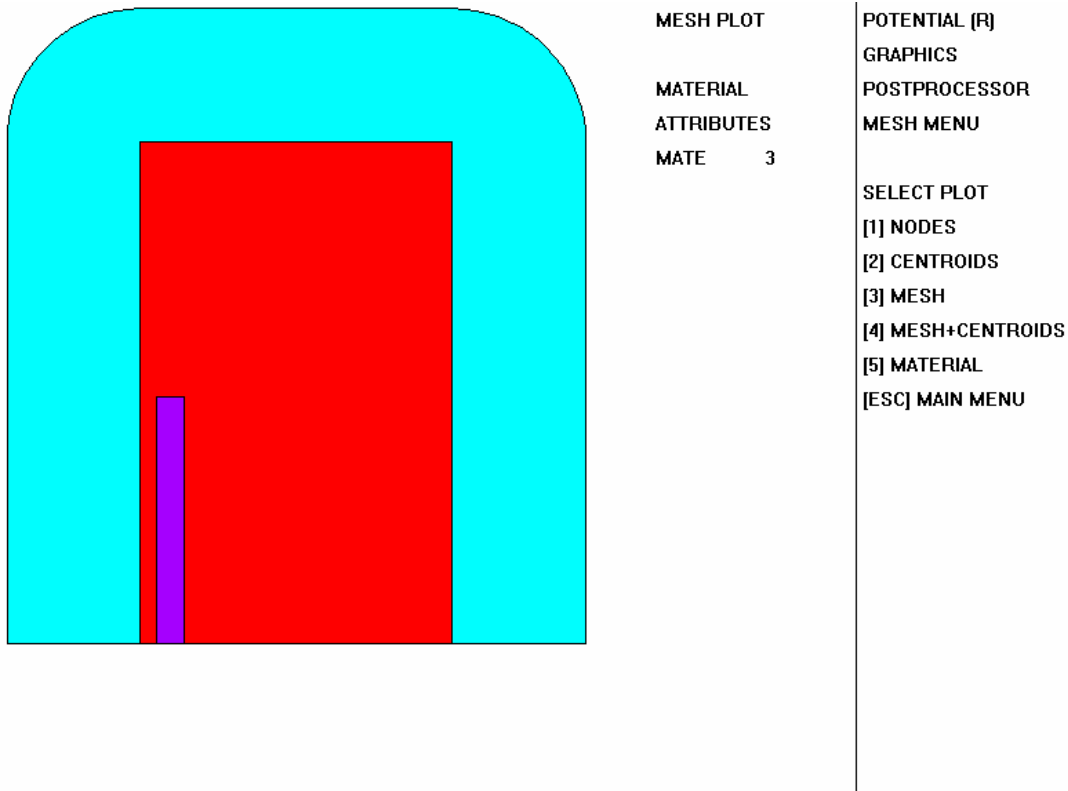
[3] MESH

[4] MESH+CENTROIDS

[5] MATERIAL

[ESC] MAIN MENU

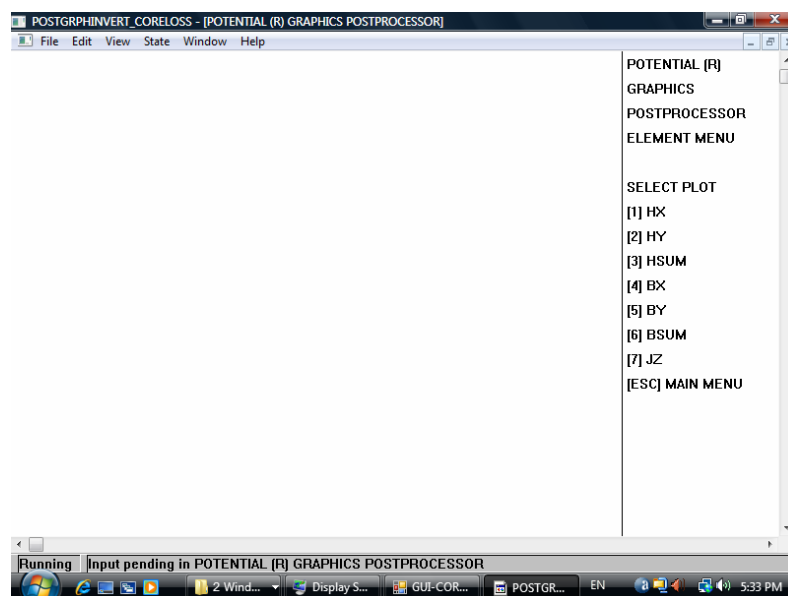
Σχήμα Π.9: Πλέγμα και βαρύκεντρα δισδιάστατου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.



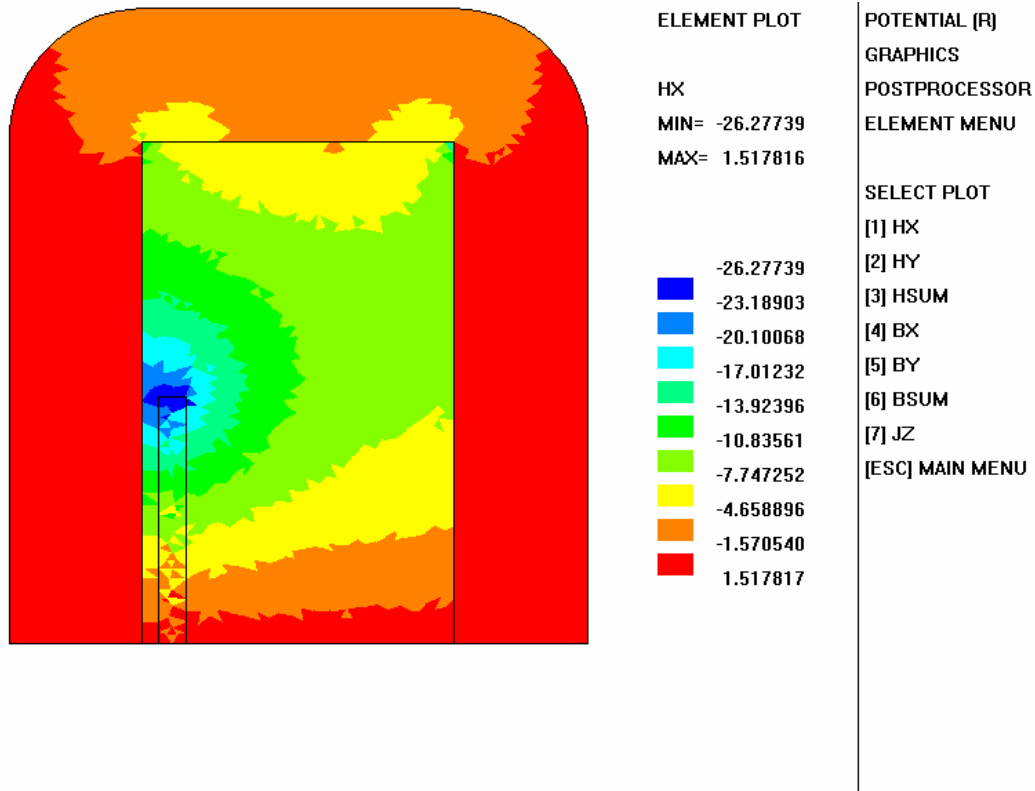
Σχήμα Π.10: Υλικά δισδιάστατου μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων.

#### Π.4 ΜΕΝΟΥ ΠΕΔΙΑΚΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ (Element Plot)

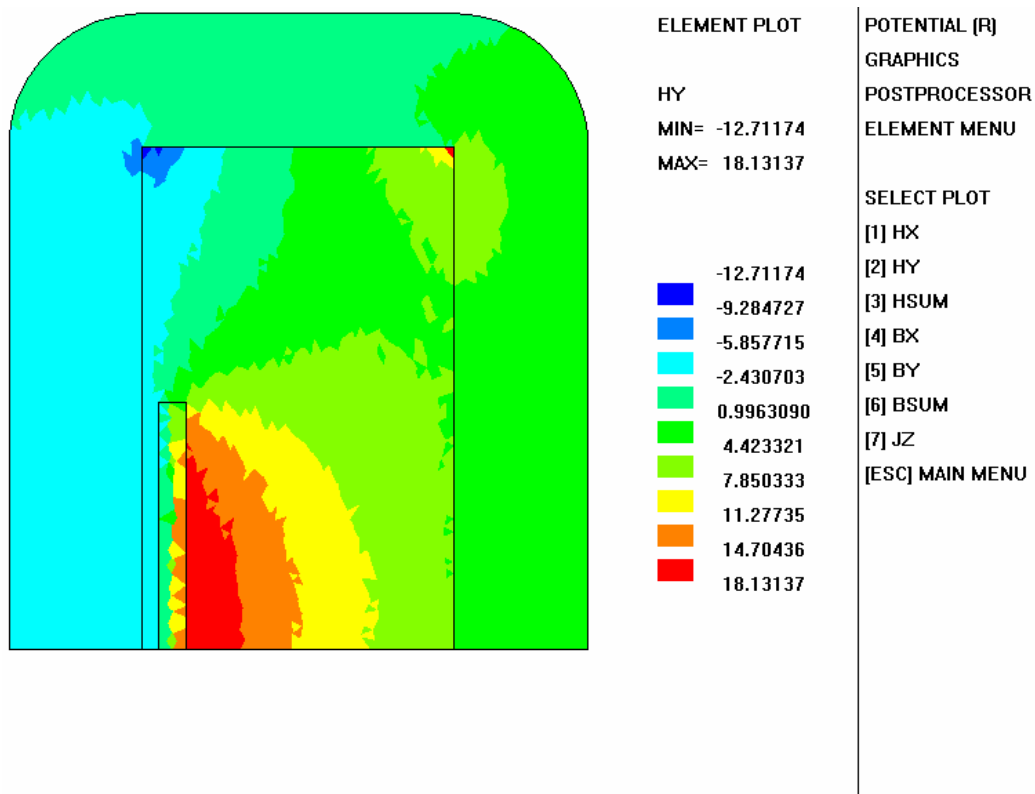
Επιλέγοντας [3] από το κεντρικό μενού του γραφικού μετεπεξεργαστή προκύπτει η οθόνη που απεικονίζεται στο σχήμα Π.11. Στο δεξί μέρος της οθόνης φαίνεται το υπομενού των πεδιακών κατανομών από το οποίο μπορούν να απεικονιστούν γραφικά η τοπική κατανομή της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H$ , της μαγνητικής επαγωγής  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $B$  και της πυκνότητας ρεύματος  $J_z$  (σχήματα Π.12-Π.18).



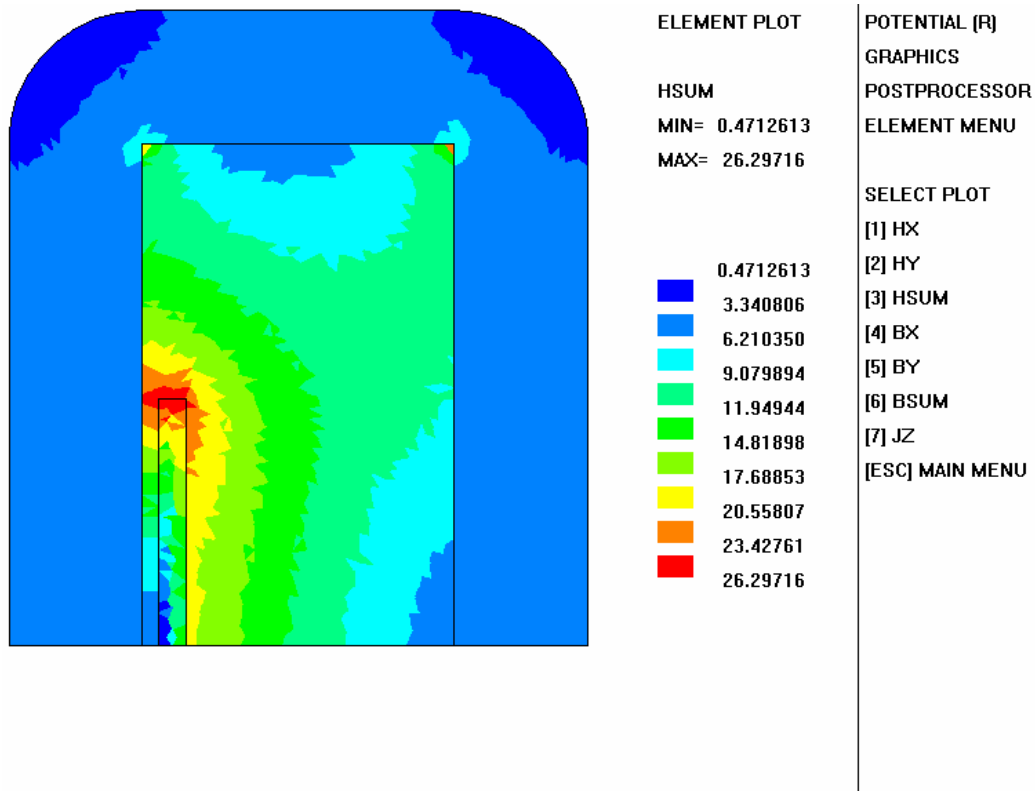
Σχήμα Π.11: Μενού πεδιακών κατανομών γραφικού μετεπεξεργαστή.



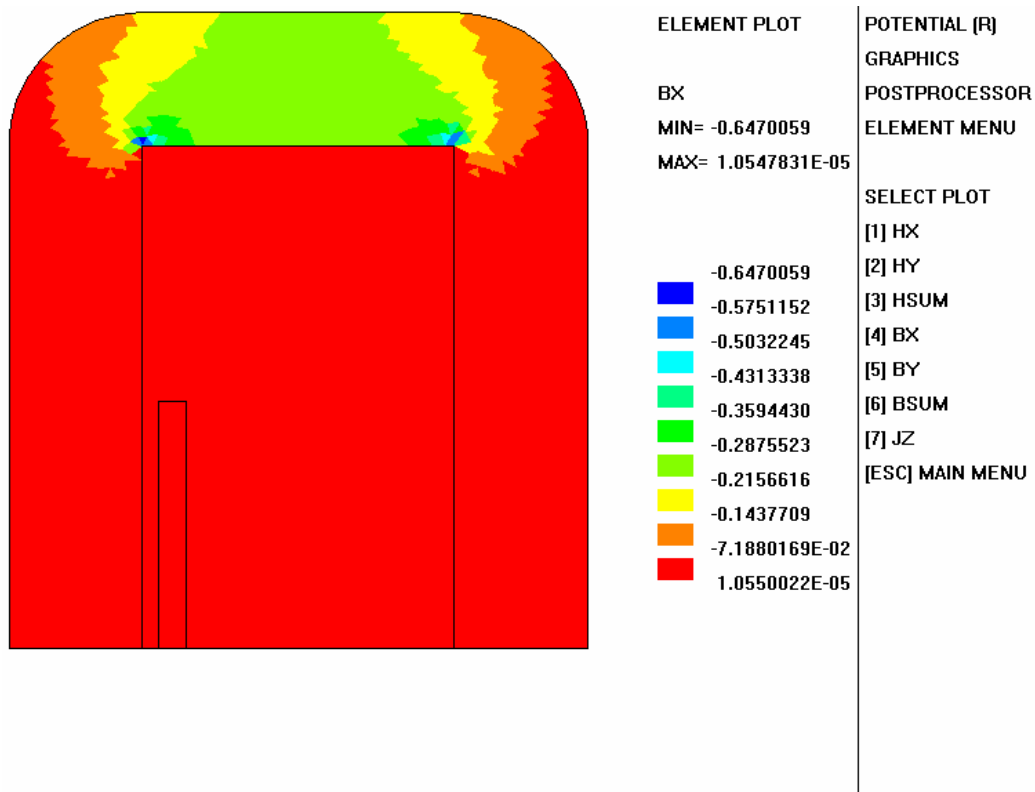
Σχήμα Π.12: Κατανομή συνιστώσας  $H_x$  της έντασης του μαγνητικού πεδίου.



Σχήμα Π.13: Κατανομή συνιστώσας  $H_y$  της έντασης του μαγνητικού πεδίου.

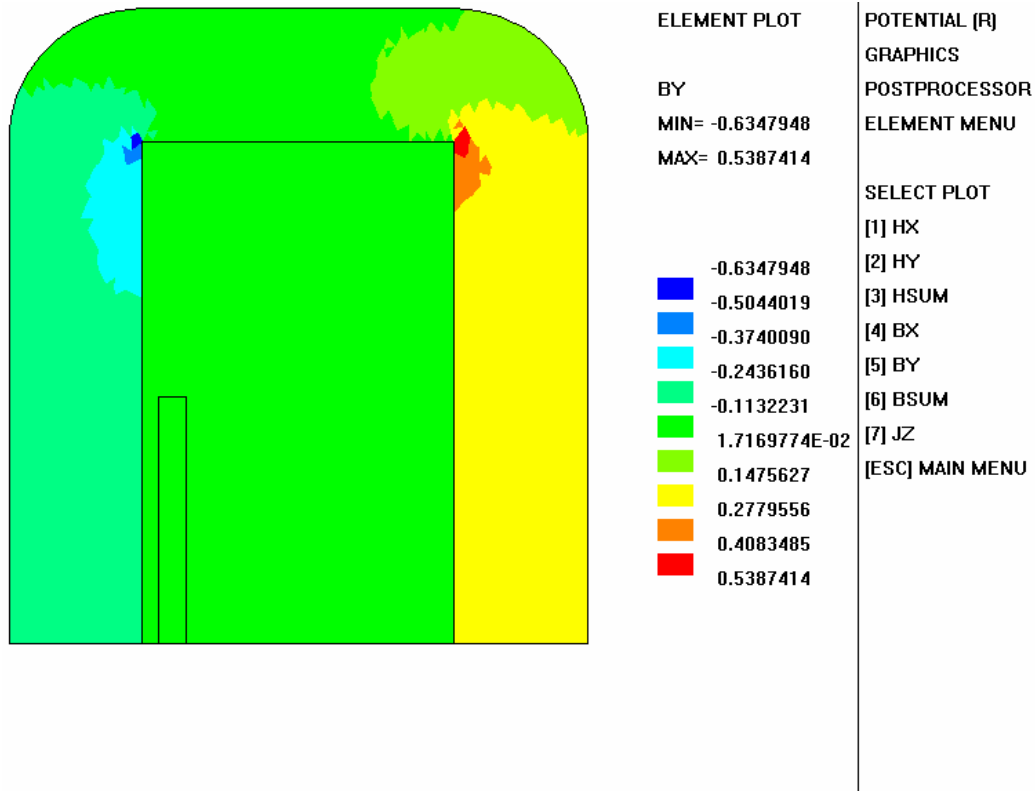


Σχήμα Π.14: Κατανομή του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου.

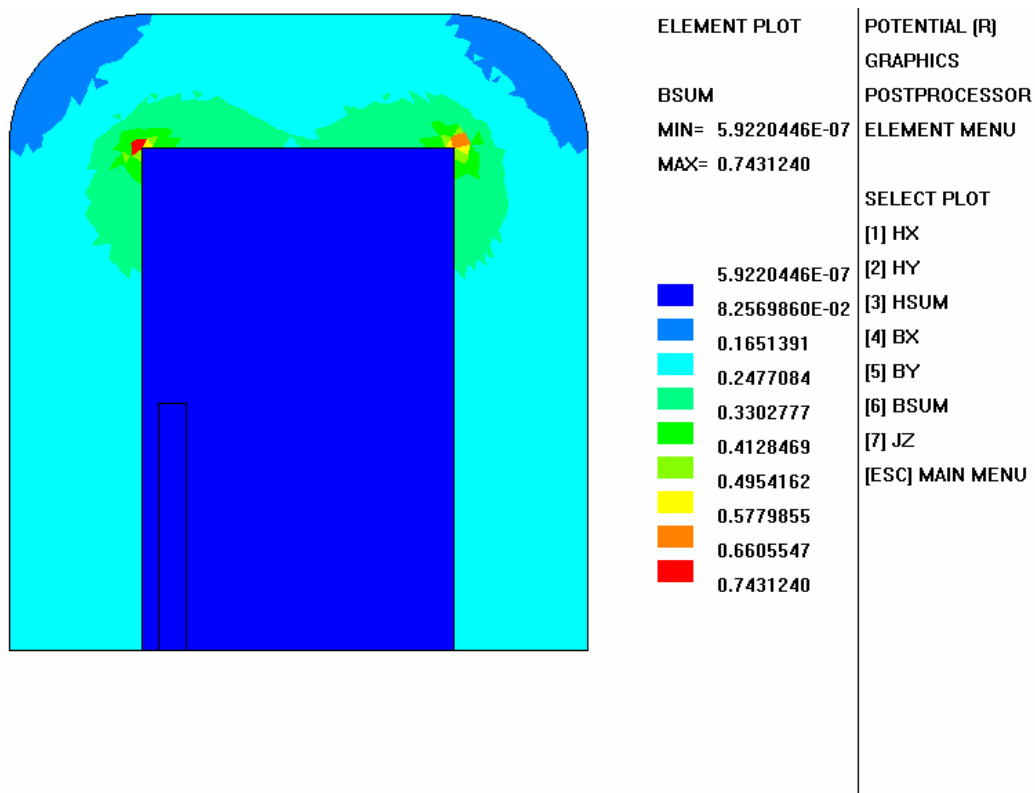


Σχήμα Π.15: Κατανομή συνιστώσας  $B_x$  της μαγνητικής επαγωγής.

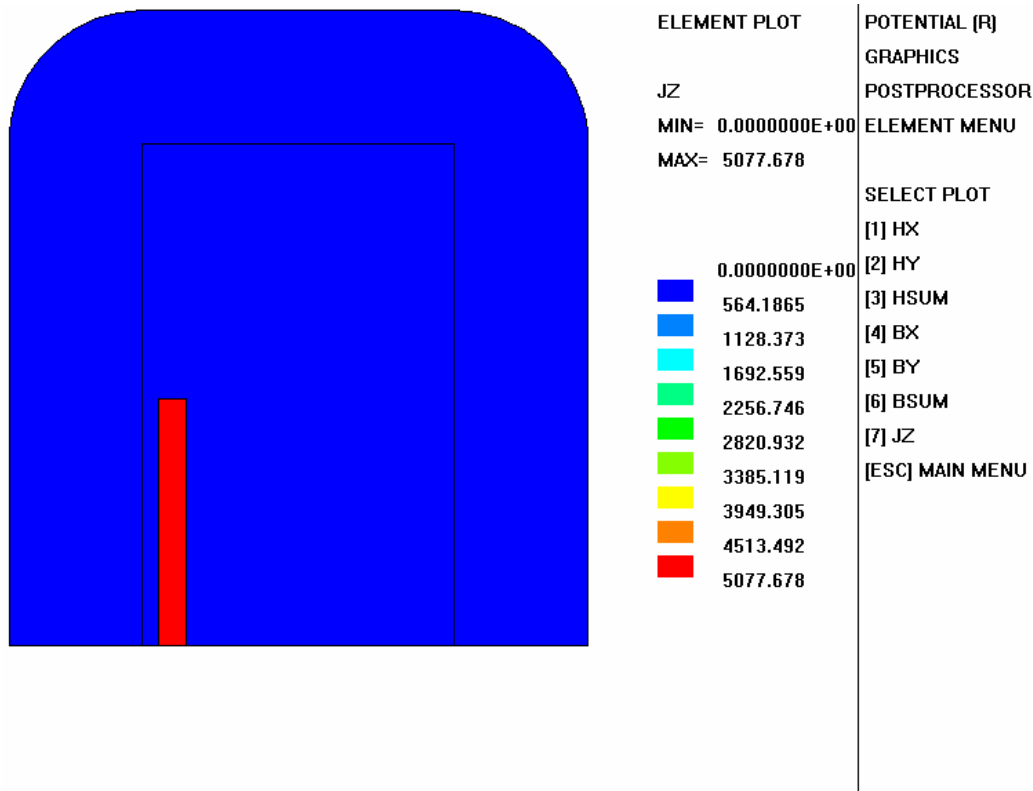




Σχήμα Π.16: Κατανομή συνιστώσας  $B_y$  της μαγνητικής επαγωγής.



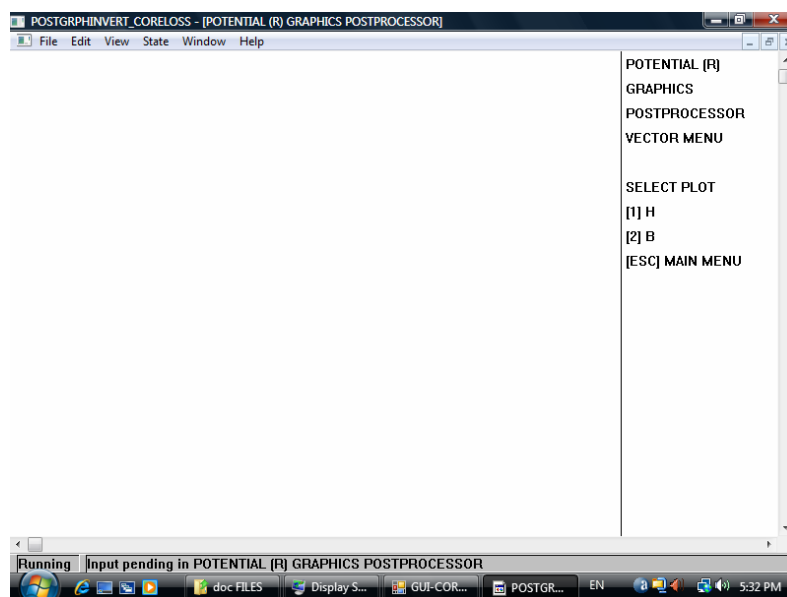
Σχήμα Π.17: Κατανομή του μέτρου της μαγνητικής επαγωγής.



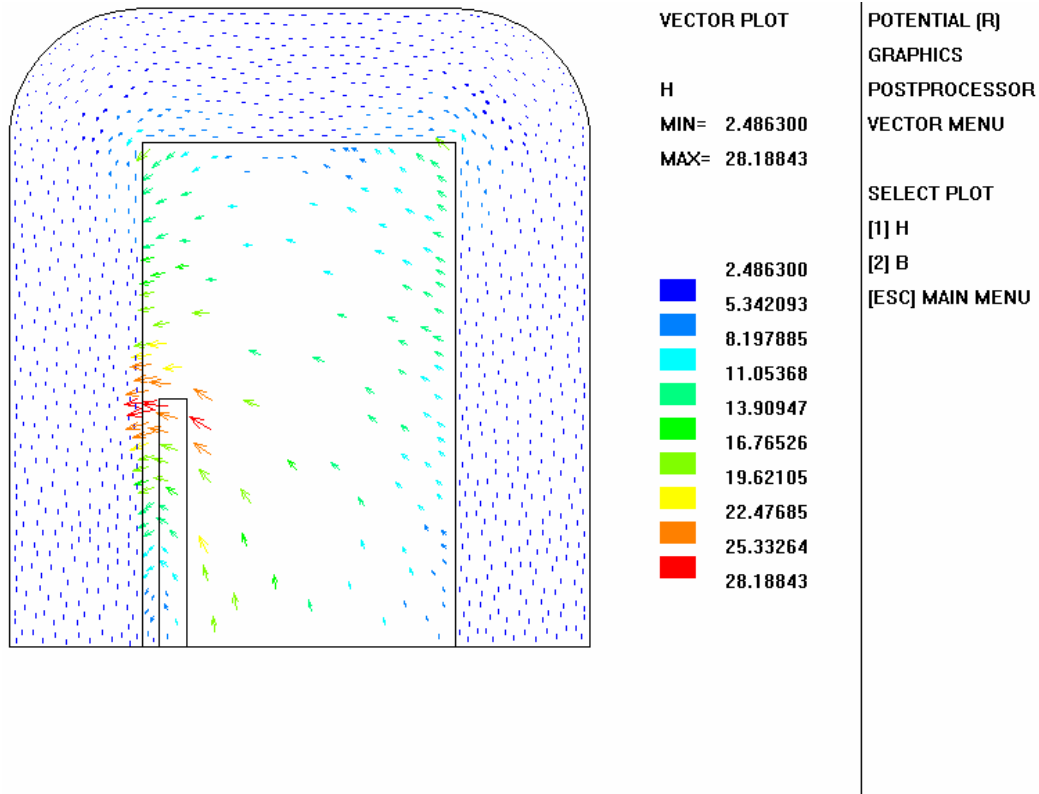
Σχήμα Π.18: Κατανομή συνιστώσας  $J_z$  της πυκνότητας ρεύματος.

## Π.5 ΜΕΝΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΔΙΑΚΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ

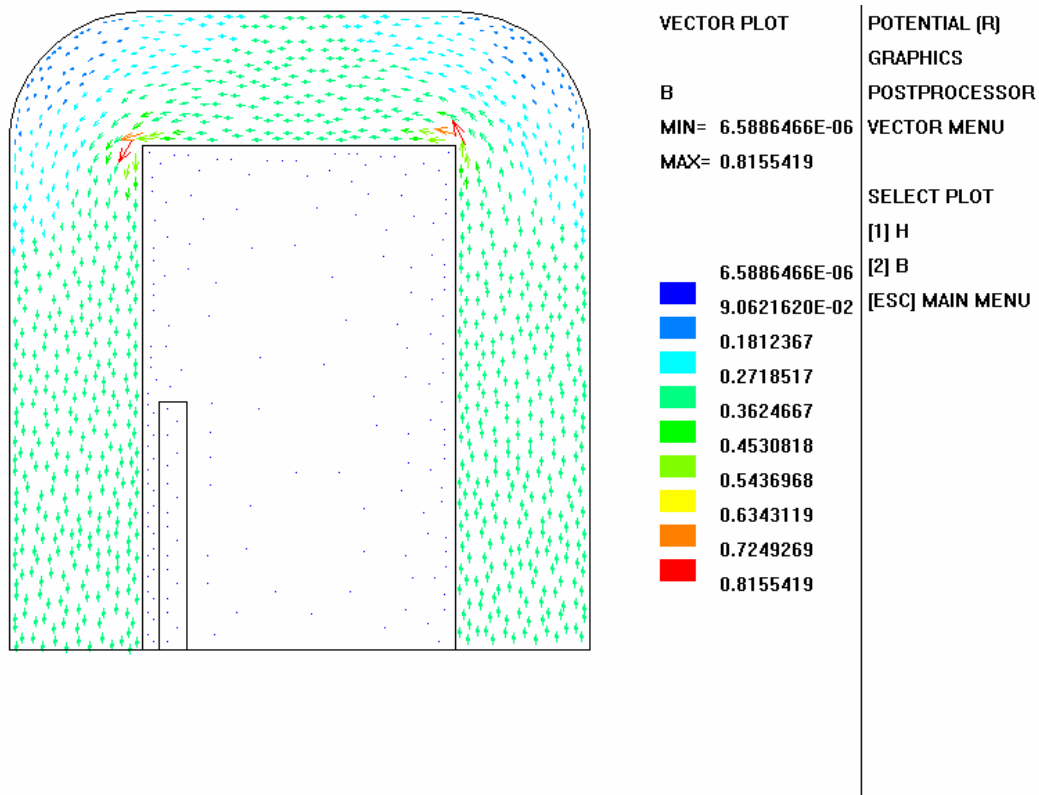
Επιλέγοντας [4] από το κεντρικό μενού του γραφικού μετεπεξεργαστή προκύπτει η οθόνη που απεικονίζεται στο σχήμα Π.19. Στο δεξί μέρος της οθόνης φαίνεται το υπομενού των διανυσματικών κατανομών από το οποίο μπορούν να απεικονιστούν γραφικά η διανυσματική κατανομή της έντασης του μαγνητικού πεδίου  $\mathbf{H}$  και της μαγνητικής επαγωγής  $\mathbf{B}$  (σχήματα Π.20 και Π.21).



Σχήμα Π.19: Μενού διανυσματικών κατανομών γραφικού μετεπεξεργαστή.



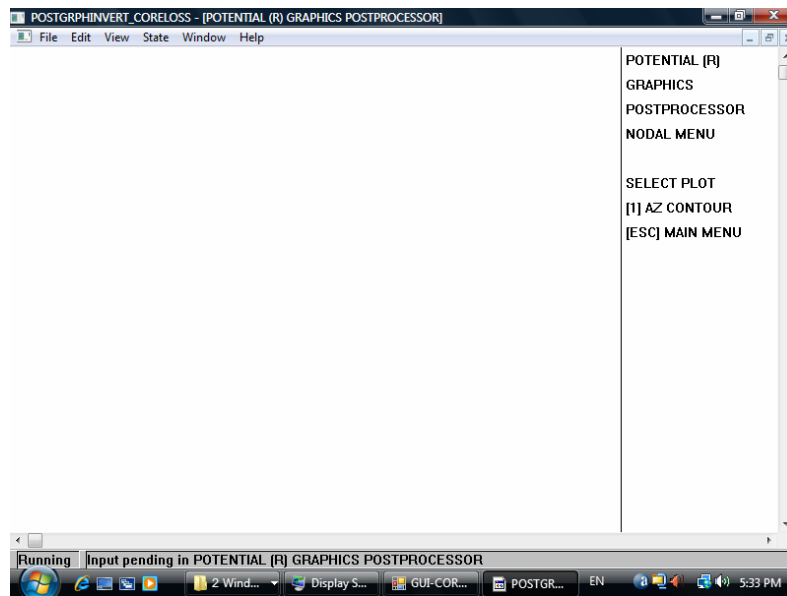
Σχήμα Π.20: Διανυσματική κατανομή έντασης μαγνητικού πεδίου.



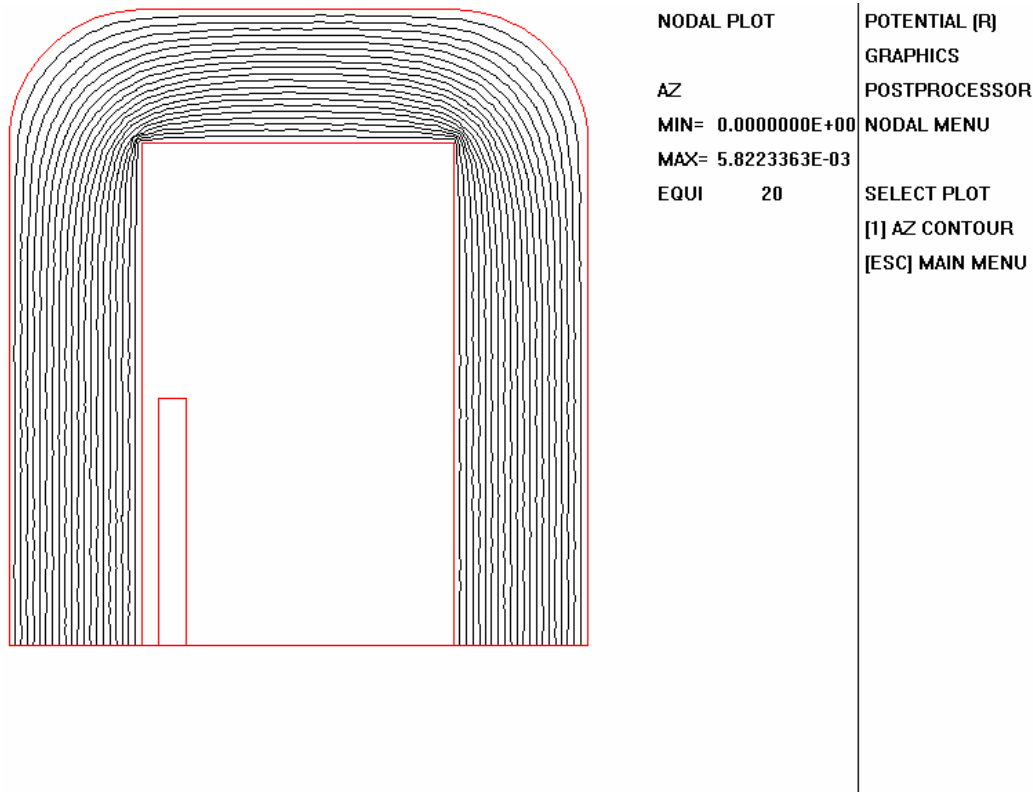
Σχήμα Π.21: Διανυσματική κατανομή μαγνητικής επαγωγής.

## Π.6 ΜΕΝΟΥ ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ (Nodal Plot)

Τέλος επιλέγοντας [5] από το κεντρικό μενού του γραφικού μετεπεξεργαστή προκύπτει η οθόνη που απεικονίζεται στο σχήμα Π.22. Στο δεξί μέρος της οθόνης φαίνεται το υπομενού των ισοδυναμικών γραμμών από το οποίο μπορούν να απεικονιστούν γραφικά οι δυναμικές γραμμές της κάθετης στο  $x-y$  επίπεδο συνιστώσας του μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού  $A_z$  (σχήμα Π.23).



Σχήμα Π.22: Μενού ισοδυναμικών γραμμών γραφικού μετεπεξεργαστή.



Σχήμα Π.23: Δυναμικές γραμμές μαγνητικού διανυσματικού δυναμικού.