



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ  
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

**Τεχνικές πολλαπλών κεραιών (MIMO) και συνεργατικής  
διαφορικότητας σε ασύρματες επικοινωνίες**

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Δημήτριος Σκραπαρλής

Αθήνα, Ιούλιος 2009





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ  
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

## Τεχνικές πολλαπλών κεραιών (MIMO) και συνεργατικής διαφορικότητας σε ασύρματες επικοινωνίες

### ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Δημήτριος Σκραπαρλής

Συμβουλευτική Επιτροπή : Ι. Δ. Κανελλόπουλος

Π. Γ. Κωττής

Χ. Ν. Καψάλης

Εγκρίθηκε από την επταμελή εξεταστική επιτροπή την 10<sup>η</sup> Ιουλίου 2009.

.....  
Ι. Δ. Κανελλόπουλος  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Π. Γ. Κωττής  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Χ. Ν. Καψάλης  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Φ. Κωνσταντίνου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Ν. Κοζύρης  
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Α. Δ. Παναγόπουλος  
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

.....  
Γ. Κ. Καραγιαννίδης  
Αν. Καθηγητής Α.Π.Θ.

Αθήνα, Ιούλιος 2009



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ  
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

.....  
Δημήτριος Σκραπαρλής

Διδάκτωρ Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright © Δημήτριος Σκραπαρλής, 2009.  
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## Περίληψη

### Τεχνικές πολλαπλών κεραιών (MIMO) και συνεργατικής διαφορικότητας σε ασύρματες επικοινωνίες

Αντικείμενο της παρούσας Διατριβής είναι οι τεχνικές διαφορικότητας στις ασύρματες επικοινωνίες και πιο συγκεκριμένα οι τεχνικές διαφορικής λήψης και εκπομπής, οι τεχνικές πολλαπλών εισόδων πολλαπλών εξόδων (MIMO) και οι τεχνικές συνεργατικής διαφορικότητας. Στην παρούσα Διατριβή καλύπτονται θέματα και τεχνικές που αφορούν την επίδοση των συστημάτων διαφορικότητας στην διάδοση με συσχετισμένα λογαριθμοκανονικά κανάλια καθώς και στην διάδοση ελεύθερου χώρου. Επίσης προτείνονται τεχνικές βελτιστοποίησης της πολυπλοκότητας δεκτών σε τηλεπικοινωνιακά συστήματα πολλαπλών κεραιών.

Στο κεφάλαιο 1 της Διατριβής παρουσιάζονται νέες μαθηματικές εκφράσεις σημαντικών παραμέτρων που χαρακτηρίζουν την επίδοση τεχνικών διαφορικής λήψης σε κανάλια με συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις. Πιο συγκεκριμένα, προτείνονται μαθηματικές εκφράσεις της πιθανότητας αποκοπής και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του τελικού σηματοθορυβικού λόγου της διαφορικής λήψης, της ροπογεννήτριας συνάρτησης και της μέσης τιμής του λογαρίθμου του αθροίσματος δύο συσχετισμένων λογαριθμοκανονικών μεταβλητών, και της εργοδικής χωρητικότητας και της μέσης πιθανότητας σφάλματος ψηφίου ενός δέκτη με δύο κλάδους διαφορικότητας με συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις. Τέλος προτείνεται μια ερμηνεία της συσχέτισης ως αύξηση στις λογαριθμοκανονικές μεταβλητότητες ενός ισοδύναμου συστήματος με δύο ασυσχέτιστους κλάδους διαφορικότητας.

Στο κεφάλαιο 2 της Διατριβής εξετάζεται η περίπτωση ενός συστήματος συνεργατικής διαφορικότητας με επαναλήπτη. Προτείνονται αναλυτικοί τύποι οι οποίοι περιγράφουν την ολική πιθανότητα αποκοπής ενός συνεργατικού συστήματος σε κανάλια με συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις. Επίσης περιγράφεται αναλυτικά η αποδοτικότητα της συνεργασίας, σε σύγκριση με συστήματα μη συνεργασίας, μέσω της

μελέτης της επίπτωσης του τρόπου πολλαπλής πρόσβασης των συνεργαζόμενων κόμβων στο μέσο αλλά και μέσω της μελέτης της συνολικής χρησιμοποιούμενης ενέργειας εκπομπής από το συνεργατικό σύστημα.

Στο κεφάλαιο 3 της Διατριβής αναλύεται η επίδοση των τεχνικών πολλαπλών κεραιών σε περιβάλλοντα απόλυτης οπτικής ζεύξης, όπου δεν εμφανίζονται φαινόμενα όπως η πολλαπλή σκέδαση. Η παρεχόμενη ανάλυση αφορά στοιχειοκεραίες με τυχαίο προσανατολισμό και κατευθυντικά στοιχεία. Τέλος διερευνάται η καταλληλότητα των τεχνικών MIMO κατά τη διάδοση στις χιλιοστομετρικές συχνότητες συναρτήσει της απόστασης της ζεύξης καθώς και της απόστασης μεταξύ των στοιχείων κάθε κεραίας.

Στο κεφάλαιο 4 της Διατριβής παρουσιάζεται το πρόβλημα του σχεδιασμού της αλυσίδας επεξεργασίας τυπικών δεκτών MIMO-OFDM λαμβάνοντας υπόψη το ρυθμό επεξεργασίας και το ρυθμό της άφιξης των προς-επεξεργασία δεδομένων. Στη συνέχεια, λαμβάνοντας υπόψη τη δομή των πακέτων επικοινωνίας, προτείνονται συγκεκριμένοι αλγόριθμοι προ-επεξεργασίας MIMO οι οποίοι παρέχουν βελτιστοποιήσεις στη συνολική πολυπλοκότητα του δέκτη.

## Abstract

### Multiple antenna (MIMO) and cooperative diversity techniques for wireless communications

This Thesis addresses diversity techniques for wireless communications and specifically receive and transmit diversity, multiple-input multiple-output (MIMO) techniques and cooperative diversity techniques. The Thesis focuses on the study of the performance of diversity techniques on correlated lognormal fading channels as well as on free-space propagation. In addition, techniques for achieving low complexity MIMO receiver designs are proposed.

In chapter 1, several performance metrics are studied for the case of correlated lognormal fading channels. More specifically, novel mathematical expressions are proposed for the outage probability and the probability distribution function of the output Signal-to-Noise Ratio of a diversity receiver, the moment-generating function and the mean value of the logarithm of the sum of two correlated lognormal random variables, and the ergodic capacity and the average bit error probability of dual-branch diversity receivers under correlated lognormal fading. Finally, it is proposed that correlation can be viewed as an increase in the lognormal standard deviations of an equivalent uncorrelated dual-branch receive diversity system.

In chapter 2, a cooperative diversity system with a relay is studied. Analytical formulas for the total outage probability under correlated lognormal fading are proposed. In addition, the efficiency of cooperation is studied in-depth and compared to non-cooperation, taking into account the effect of the multiple-access protocol of the participating nodes and the total transmission energy consumed by the cooperative system.

In chapter 3, the performance of multiple-antenna techniques in pure Line-of-Sight environments, characterized by the absence of multipath, is analyzed. The provided analysis considers directive antenna elements with random orientation. Finally, the

applicability of MIMO techniques to millimeter-wave propagation is studied for varying link distances and antenna element separation.

Chapter 4 addresses the problem of designing the processing pipeline of typical MIMO-OFDM receivers, taking into account both the processing rate and the arrival rate of the data to be processed. Furthermore, MIMO pre-processing algorithms are proposed that take into account the structure of the packet frames, resulting in optimizations of the overall complexity of the receiver.



Στην οικογένειά μου.



## Προλογικό σημείωμα

Η παρούσα Διατριβή ασχολείται με τεχνικές διαφορικότητας, οι οποίες συντελούν αποτελεσματικά στη βελτίωση της επίδοσης των ασύρματων ζεύξεων. Η διαφορικότητα ως ιδέα βασίζεται στην παροχή πολλαπλών εκδόσεων του σήματος μέσω διαφορετικών (ιδανικά) διαδρομών, διασφαλίζοντας τη συνολική μείωση των διαλείψεων που παρουσιάζονται στις ασύρματες ζεύξεις. Την τελευταία δεκαετία υπήρξε ένα έντονο ενδιαφέρον της ερευνητικής κοινότητας αλλά και της βιομηχανίας για τη μελέτη και αξιοποίηση των τεχνικών πολλαπλών κεραιών (τεχνικές MIMO) ώστε να επιτευχθούν τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές με πολλαπλούς χρήστες, υψηλότερες επιδόσεις και αξιοπιστία. Οι πολυετείς ερευνητικές προσπάθειες και κυρίως η ανάγκη της βιομηχανίας για την ανανέωση της τεχνολογίας έχουν οδηγήσει στην ένταξη των τεχνικών διαφορικότητας και των τεχνικών MIMO σε προτυποποιήσεις όπως η IEEE 802.11n, το πρότυπο WiMAX/IEEE 802.11e και το πρότυπο 3GPP. Επίσης οι προσπάθειες τυποποίησης περιλαμβάνουν συστήματα με αναμεταδότες (IEEE 802.16j), καθώς παρέχουν, υπό προϋποθέσεις (βλ. κεφάλαιο 2 της παρούσας Διατριβής) περαιτέρω αύξηση της επίδοσης των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων.

Τα πρώτα μου ερευνητικά βήματα στις τεχνολογίες διαφορικότητας, τις τεχνολογίες MIMO και την ανάπτυξη αλγορίθμων και αποκωδικοποιητών χαμηλής πολυπλοκότητας έγιναν κατά την παραμονή στο ερευνητικό εργαστήριο της Toshiba Research στο Bristol της Αγγλίας. Η συνεργασία με την Toshiba TREL ωστόσο συνεχίστηκε και καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διδακτορικής μου Διατριβής. Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον Dr. Magnus Sandell της Toshiba TREL, εξωτερικό επιβλέποντα της εργασίας μου, ο οποίος με τις αξιόλογες γνώσεις και τον τρόπο σκέψης με βοήθησε σημαντικά στο δύσκολο έργο της εκπόνησης της Διατριβής και της παραγωγής πρωτότυπης επιστημονικής γνώσης. Επίσης θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στον καθηγητή Joe McGeehan για την οικονομική στήριξη που μου παρείχε μέσω της Toshiba στη μεγαλύτερη διάρκεια της Διατριβής, καθώς και στους κ. Kazuaki Kawabata και Dr. Mutsumu Serizawa. Θα ήθελα τέλος να εκφράσω τις ευχαριστίες μου και στον Dr.

Paul Strauch για τη συνεργασία μας στην αρχή της Διατριβής καθώς και στους Dr. Yong Sun, Dr. Justin Coon, Dr. Darren McNamara, Dr. Steve Parker, και τους υπόλοιπους συναδέλφους στην Toshiba που μου διασφάλιζαν ένα δημιουργικό περιβάλλον κατά τις επισκέψεις μου στο Bristol.

Σε αυτή την πολυετή πορεία, από τη στιγμή της άφιξής μου στην Αθήνα, βρέθηκα ανάμεσα σε ιδιαίτερα αξιόλογους συνεργάτες και εξαιρετικούς επιστήμονες. Είμαι ευγνώμων στον καθηγητή Ι. Κανελλόπουλο, επιβλέποντα της Διατριβής μου, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε κάνοντας με δεκτό ως μεταπτυχιακό του φοιτητή και για το εξαιρετικό του ήθος που υπήρξε καταλύτης για την άψογη ολοκλήρωση της συνεργασία μας με το εργαστήριο της Toshiba. Επίσης θα ήθελα να τον ευχαριστήσω θερμά για την καθοδήγηση που μου παρείχε στις δύσκολες φάσεις της πολυετούς μου αυτής προσπάθειας αλλά και για τις συζητήσεις που απέδωσαν είτε τεχνικές λύσεις είτε βελτίωσαν την καθαρότητα των ιδεών στις υπό-προετοιμασία δημοσιεύσεις.

Είμαι ιδιαίτερα ευγνώμων στον Θανάση Παναγόπουλο, Λέκτορα Ε.Μ.Π. για την άριστη συνεργασία μας όλα αυτά τα χρόνια. Το ήθος του και το πάθος του για γνώση υπήρξαν σημαντικός μου σύμμαχος σε κάθε ερευνητική δραστηριότητα. Καθώς και στο συνάδελφο και φίλο Βασίλη Σακαρέλλο, με τον οποίο συνεργαστήκαμε άψογα και καταφέραμε να παράγουμε πρωτότυπα αναλυτικά αποτελέσματα σε δύσκολα τηλεπικοινωνιακά προβλήματα. Οι γνώσεις, οι δυνατότητες και η δυναμική της ομάδας είμαι σίγουρος πως θα μας οδηγήσουν σε πολλαπλάσια συνεισφορά στη θεωρητική γνώση αλλά και σε πρακτικά προβλήματα των τηλεπικοινωνιών μέσα στα επόμενα χρόνια.

Επίσης εξαιρετικοί συνεργάτες και φίλοι ήταν για μένα και όλοι οι ερευνητές της ομάδας Ασυρμάτων και Δορυφορικών Επικοινωνιών και ιδιαίτερα οι Δρ. Σωτήρης Κανελλόπουλος, Κώστας Λιώλης, Μάρκος Αναστασόπουλος, Δρ. Θανάσης Δρούγκας, Δημήτρης Στρατογιάννης, Γιώργος Τσιρόπουλος, Θανάσης Λαζαρόπουλος, που μοιραζόμαστε τα ίδια όνειρα και προσπάθειες.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου, Βαγγέλη και Ράνια και τον αδερφό μου Παναγιώτη για τη συμπαράσταση, την υποστήριξη και την αγάπη τους όλα αυτά τα χρόνια. Τον παππού τον Παναγιώτη, τη γιαγιά τη Μάχη για την αγάπη τους και τη μαγειρική τους και τα ξαδέρφια μου Χρήστο, Έβα και Άντα. Τους φίλους μου Κώστα, Γεράσιμο, Παντελή, Νίκο, Κώτσο, Σταύρο, Βασίλη Δ., Βασίλη Λ., Σίβα και τον Λευτέρη για την παρέα και τη φιλία τους. Τη Βασιλική για τη φροντίδα που μου έδειξε, τις συμβουλές της καθώς και τις ευχάριστες εμπειρίες που έχουμε μαζί.

## Δημοσιεύσεις σχετικές με τα περιεχόμενα της Διατριβής

Η ανάλυση του κεφαλαίου 1 συμπεριλαμβάνεται στις δημοσιεύσεις:

- D. Skraparlis, V. K. Sakarellos, A. D. Panagopoulos and J. D. Kanellopoulos, "Analytical evaluation of N-branch receive diversity", *IEEE Communication Letters*, July 2009.
- D. Skraparlis, V. K. Sakarellos, M. Sandell, A. D. Panagopoulos and J. D. Kanellopoulos, "Novel results on the PDF, the ergodic capacity and the average BEP of dual-branch MRC and EGC diversity in correlated lognormal channels", submitted to *IEEE Trans. on Vehicular Technology*.

Η ανάλυση του κεφαλαίου 2 συμπεριλαμβάνεται στη δημοσίευση:

- D. Skraparlis, V. K. Sakarellos, A. D. Panagopoulos and J. D. Kanellopoulos, "Outage Performance Analysis of Cooperative Diversity with MRC and SC in Correlated Lognormal Channels.", *Eurasip Wireless Communications & Networking, Special Issue on Cooperative Communications (Accepted)*.

Η ανάλυση του κεφαλαίου 3 συμπεριλαμβάνεται στη δημοσίευση:

- Skraparlis, D., Strauch, P., Sandell, M., McGeehan, J. and Kanellopoulos, J. D., An overview of MIMO techniques for LOS environments, *Mediterranean Microwaves Symposium 2005*, Athens, 6-8 Sept. 2005.

Η ανάλυση του κεφαλαίου 4 συμπεριλαμβάνεται στη δημοσίευση:

- D. Skraparlis and J. D. Kanellopoulos, "Design of pre-processing algorithms for efficient MIMO-OFDM receiver architectures", *Elsevier Physical Communication (Minor revision)*.



## Πίνακας περιεχομένων

Προλογικό σημείωμα.....	11
Δημοσιεύσεις σχετικές με τα περιεχόμενα της Διατριβής .....	13
Πίνακας περιεχομένων .....	15
Ευρετήριο Σχημάτων .....	21
Ευρετήριο Πινάκων.....	25
Λίστα συμβόλων και τελεστών .....	27
1. Ανάλυση επίδοσης τεχνικών διαφορικότητας σε κανάλια με συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις– διαφορική λήψη.....	29
1.1. Γενικά στοιχεία .....	29
1.2. Στοιχεία θεωρίας .....	30
1.3. Πιθανότητα αποκοπής.....	32
1.3.1. Συναφής βιβλιογραφία.....	32
1.3.2. Πιθανότητα αποκοπής των τεχνικών MRC και EGC .....	33
1.3.3. Πιθανότητα αποκοπής της τεχνικής SC.....	34
1.3.4. Ενοποιημένος τύπος της πιθανότητα αποκοπής των τεχνικών MRC, EGC και SC .....	34
1.3.5. Αριθμητικός υπολογισμός της προτεινόμενης εξίσωσης (8) .....	35
1.3.6. Εφαρμογή της προτεινόμενης εξίσωσης (8) .....	37
1.3.7. Συμπεράσματα .....	42
1.4. Συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας (PDF).....	43
1.4.1. Συναφής βιβλιογραφία.....	43
1.4.2. Συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας των τεχνικών MRC και EGC .....	44

1.5.	Εργοδική χωρητικότητα .....	47
1.5.1.	Συναφής βιβλιογραφία.....	47
1.5.2.	Υπολογισμός στατιστικών μεγεθών του λογαρίθμου του αθροίσματος δύο συσχετισμένων λογαριθμοκανονικών μεταβλητών.....	48
1.5.2.1.	Υπολογισμός ροπογεννήτριας συνάρτησης .....	48
1.5.2.2.	Υπολογισμός μέσης τιμής.....	51
1.5.3.	Εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής MRC.....	52
1.5.4.	Εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής EGC .....	54
1.5.5.	Προσεγγιστικός υπολογισμός του συντελεστή διόρθωσης .....	54
1.5.6.	Ανάλυση της ακρίβειας των προτεινόμενων προσεγγίσεων.....	55
1.6.	Μέση πιθανότητα σφάλματος ψηφίου (BER).....	59
1.6.1.	Συναφής βιβλιογραφία.....	59
1.6.2.	Μέση πιθανότητα σφάλματος bit της διαφορικής λήψης με δύο κεραιές	59
1.6.3.	Μέση πιθανότητα σφάλματος bit των τεχνικών MRC και EGC.....	61
1.7.	Ανάλυση της επίπτωσης της συσχέτισης στην επίδοση BER της διαφορικής λήψης με δύο κεραιές .....	64
1.7.1.	Συναφής βιβλιογραφία.....	64
1.7.2.	Πρώτη προσέγγιση.....	64
1.7.2.1.	Θεωρητική εκτίμηση της ακρίβειας της πρώτης προσέγγισης .....	65
1.7.3.	Δεύτερη προσέγγιση.....	66
1.7.4.	Ανάλυση της ακρίβειας των δύο προσεγγίσεων.....	68
1.7.5.	Συμπεράσματα .....	70
2.	Ανάλυση επίδοσης τεχνικών συνεργατικής διαφορικότητας σε κανάλια με συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις .....	71
2.1.	Γενικά στοιχεία .....	71
2.2.	Συναφής βιβλιογραφία .....	72
2.3.	Μοντέλο συστήματος .....	72
2.3.1.	Γεωμετρία του προβλήματος .....	72



2.3.2.	Μοντέλο καναλιού διάδοσης.....	73
2.3.3.	Τεχνικές διαφορικότητας.....	74
2.3.4.	Πρωτόκολλα πολλαπλής προσπέλασης στο μέσο .....	74
2.4.	Επίδοση συνεργατικής διαφορικότητας με τις τεχνικές SC και MRC ..	76
2.4.1.	Συνολικός σηματοθρομβικός λόγος .....	76
2.4.2.	Πιθανότητα αποκοπής.....	76
2.5.	Αποδοτικότητα πρωτοκόλλων συνεργατικής διαφορικότητας.....	78
2.5.1.	Ενεργειακή αποδοτικότητα πρωτοκόλλων A και B .....	78
2.5.2.	Φασματική αποδοτικότητα πρωτοκόλλων A και B .....	79
2.6.	Αριθμητικά αποτελέσματα και συμπεράσματα.....	80
3.	Αναλυτική προσέγγιση για τη δυνατότητα εφαρμογής των τεχνικών MIMO στη διάδοση απόλυτης οπτικής επαφής.....	87
3.1.	Γενικά στοιχεία.....	87
3.1.1.	Διάδοση στις χιλιοστομετρικές συχνότητες εσωτερικού χώρου.....	88
3.1.2.	Συναφής βιβλιογραφία.....	89
3.2.	Ανάλυση για κατευθυντικές κεραιές MIMO .....	90
3.2.1.	Εισαγωγή .....	90
3.2.2.	Συνάρτηση κέρδους των κεραιών .....	92
3.2.3.	Απώλειες ελεύθερου χώρου .....	92
3.2.4.	Υπολογισμός των συναρτήσεων μεταφοράς των καναλιών MIMO .....	93
3.3.	Ανάλυση με απλοποιήσεις: Παράλληλες MIMO κεραιές.....	93
3.3.1.	Ισοτροπικές παράλληλες MIMO κεραιές με ισο-κατανομή ισχύος ανά στοιχείο .....	94
3.3.1.1.	Υπολογισμός χωρικού συντελεστή ορθογωνικότητας .....	95
3.3.1.2.	Υπολογισμός συντελεστή κατάστασης (Condition Number) του καναλιού MIMO.....	99
3.3.1.3.	Υπολογισμός της χωρητικότητας καναλιού MIMO .....	100
3.4.	Συμπεράσματα.....	102

4.	Καθυστέρηση προ-επεξεργασίας σε δέκτες MIMO-OFDM .....	103
4.1.	Γενικά Στοιχεία .....	103
4.2.	Στοιχεία σχεδιασμού δεκτών MIMO-OFDM .....	104
4.2.1.	Στάδιο 1: εκτίμηση καναλιού MIMO-OFDM .....	107
4.2.1.1.	Τεχνική περιοδικής εκπαίδευσης καναλιού MIMO-OFDM .....	107
4.2.2.	Στάδιο 2: προ-επεξεργασία .....	110
4.2.2.1.	Προ-επεξεργασία QR.....	110
4.2.2.2.	Προ-επεξεργασία PLU .....	111
4.2.3.	Στάδιο 3: MIMO ανίχνευση.....	111
4.2.3.1.	Ανίχνευση QR .....	112
4.2.3.2.	Ανίχνευση PLU .....	112
4.2.4.	Αρχιτεκτονικός σχεδιασμός δεκτών .....	113
4.2.4.1.	Αλυσίδα επεξεργασίας σταδίων δέκτη MIMO-OFDM .....	113
4.2.4.2.	Περιοχές λειτουργίας δέκτη MIMO-OFDM.....	114
4.3.	Διατύπωση προβλήματος .....	116
4.4.	Προτεινόμενη Αρχιτεκτονική Δέκτη.....	117
4.4.1.	Προτεινόμενος αλγόριθμος παραγοντοποίησης QR.....	119
4.4.2.	Προτεινόμενος αλγόριθμος παραγοντοποίησης PLU .....	120
4.5.	Αποτελέσματα .....	122
4.5.1.	Βαθμωτός επεξεργαστής .....	122
4.5.2.	Διανυσματικός Επεξεργαστής.....	125
4.6.	Συμπεράσματα.....	129
5.	Συμπεράσματα, πρωτοτυπία της Διατριβής και προοπτικές για μελλοντική έρευνα.....	131
5.1.	Κεφάλαιο 1: Συστήματα διαφορικής λήψης.....	131
5.2.	Κεφάλαιο 2: Συστήματα συνεργατικής διαφορικότητας.....	132

5.3. Κεφάλαιο 3: Επίδοση συστημάτων MIMO στις χιλιοστομετρικές συχνότητες σε περιβάλλοντα απόλυτης οπτικής επαφής .....	134
5.4. Κεφάλαιο 4: Σχεδιασμός δεκτών MIMO-OFDM χαμηλής πολυπλοκότητας .....	134
Βιβλιογραφία .....	137



## Ευρετήριο Σχημάτων

<b>Σχήμα 1-1.</b> Ενδεχόμενα αποκοπής για τις τεχνικές (α) MRC και (β) EGC. ....	33
<b>Σχήμα 1-2.</b> Τιμές άνω φράγματος για τη συνάρτηση σφάλματος στην εξίσωση (14).....	36
<b>Σχήμα 1-3.</b> Πιθανότητα αποκοπής για 2 κεραιές με συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις. ....	38
<b>Σχήμα 1-4.</b> Πιθανότητα αποκοπής για 2 κεραιές με λογαριθμοκανονικές διαλείψεις με υψηλή συσχέτιση.....	38
<b>Σχήμα 1-5.</b> Πιθανότητα αποκοπής για 2 κεραιές με ισο-κατανεμημένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις. ....	39
<b>Σχήμα 1-6.</b> Επίδοση των τεχνικών MRC, EGC και SC για ανισο-κατανεμημένους και αντίστροφα ανισο-κατανεμημένους κλάδους. ....	40
<b>Σχήμα 1-7.</b> Επίδοση των τεχνικών MRC, EGC και SC με δύο κεραιές για δεδομένη πιθανότητα αποκοπής και διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης. ....	41
<b>Σχήμα 1-8.</b> Πιθανότητα αποκοπής για N κεραιές με συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις. ....	42
<b>Σχήμα 1-9.</b> Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του σηματοθορυβικού λόγου δεκτών που χρησιμοποιούν τεχνικές MRC και EGC. ....	46
<b>Σχήμα 1-10.</b> Σύγκριση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας σύμφωνα με την προτεινόμενη εξίσωση και τις προσεγγιστικές τεχνικές Fenton-Wilkinson και τροποποιημένη Schwartz-Yeh. ....	47

<b>Σχήμα 1-11.</b> Εργοδική χωρητικότητα για εύρος τιμών του μέσου σηματοθορυβικού λόγου του συνδυαστή MRC με δυο ισο-κατανεμημένους κλάδους διαφορικότητας.....	56
<b>Σχήμα 1-12.</b> Εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής MRC συναρτήσει του συντελεστή συσχέτισης (μη-μηδενικές μέσες τιμές).....	57
<b>Σχήμα 1-13.</b> Εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής MRC συναρτήσει του συντελεστή συσχέτισης (μηδενικές μέσες τιμές). ....	57
<b>Σχήμα 1-14.</b> Εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής EGC συναρτήσει του συντελεστή συσχέτισης (μη-μηδενικές μέσες τιμές).....	58
<b>Σχήμα 1-15.</b> Εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής EGC συναρτήσει του συντελεστή συσχέτισης (μηδενικές μέσες τιμές). ....	58
<b>Σχήμα 1-16.</b> Μέση πιθανότητα σφάλματος ψηφίου της τεχνικής MRC. ....	62
<b>Σχήμα 1-17.</b> Ακρίβεια της προτεινόμενης εξίσωσης για τη μέση πιθανότητα σφάλματος ψηφίου της τεχνικής MRC σε σύγκριση με τεχνικές της βιβλιογραφίας και ίδιο συνολικό αριθμό όρων Gauss-Hermite. ....	63
<b>Σχήμα 1-18.</b> Απόλυτο προσεγγιστικό σφάλμα για τις δύο προσεγγίσεις και την τεχνική Fenton-Wilkinson για ίσους μέσους σηματοθορυβικούς λόγους των κλάδων διαφορικότητας και διάφορες λογαριθμοκανονικές μεταβλητότητες ( $\alpha$ ) (8,8), ( $\beta$ ) (2,2), ( $\gamma$ ) (8,11), ( $\delta$ ) (3,8) [dB].....	69
<b>Σχήμα 2-1.</b> Γεωμετρικό μοντέλο συστήματος συνεργατικής διαφορικότητας (σύστημα επαναλήπτη).....	73
<b>Σχήμα 2-2.</b> Πιθανότητα αποκοπής για ένα συγκεκριμένο εύρος τιμών του κανονικοποιημένου ως προς το ρυθμό κατωφλίου των συνεργατικών συστημάτων με χρήση διαφόρων πρωτοκόλλων πολλαπλής πρόσβασης καθώς και διαφόρων τεχνικών συνεργατικής λήψης, και σύγκριση με το μη-συνεργατικό σύστημα αναφοράς.....	81

<b>Σχήμα 2-3.</b> Κέρδος κανονικοποιημένου κατωφλίου συναρτήσει της θέσης του κόμβου προορισμού D για λήψη MRC και πρωτόκολλο πολλαπλής πρόσβασης A. .....	83
<b>Σχήμα 2-4.</b> Επίδραση του συντελεστή συσχέτισης στο κέρδος κανονικοποιημένου κατωφλίου για τις τεχνικές λήψης MRC και SC και διάφορες λογαριθμοκανονικές μεταβλητότητες.....	84
<b>Σχήμα 3-1.</b> Παράδειγμα μοντελοποίησης ασύρματου καναλιού.....	88
<b>Σχήμα 3-2.</b> Μοντέλο MIMO απόλυτης οπτικής επαφής. ....	91
<b>Σχήμα 3-3.</b> Μοντέλο MIMO σε συνθήκες ελεύθερου χώρου με παράλληλη διάταξη κεραιών.....	94
<b>Σχήμα 3-4.</b> Μέσος χωρικός συντελεστής ορθογωνικότητας. Διακρίνεται η μεταβολή του με την απόσταση πομπού-δέκτη, καθώς και την απόσταση μεταξύ των στοιχείων της κάθε MIMO κεραιάς.....	97
<b>Σχήμα 3-5.</b> Περιοχές όπου ο μέσος συντελεστής ορθογωνικότητας είναι χαμηλότερος του 0.7 (λευκό). ....	97
<b>Σχήμα 3-6.</b> Κατώτερη και ανώτερη απόσταση όπου ο μέσος συντελεστής ορθογωνικότητας είναι μικρότερος του 0.7. Αντιστοιχεί στην μεγαλύτερη λευκή περιοχή του σχήματος 3.5. ....	98
<b>Σχήμα 3-7.</b> Λογάριθμος με βάση 2 του συντελεστή κατάστασης του πίνακα μεταφοράς MIMO. ....	100
<b>Σχήμα 3-8.</b> Shannon χωρητικότητα του MIMO συστήματος σε bps/Hz. ....	101
<b>Σχήμα 4-1.</b> Τυπική αρχιτεκτονική MIMO πομπού-δέκτη.....	105
<b>Σχήμα 4-2.</b> Τυπικό πλαίσιο (frame) με περιοδική εκπαίδευση καναλιού στο δέκτη MIMO-OFDM.....	108

<b>Σχήμα 4-3.</b> Παράδειγμα θέσεων συμβόλων-οδηγών σε προοίμιο PACE/MIMO-OFDM.....	109
<b>Σχήμα 4-4.</b> Τυπική αλυσίδα επεξεργασίας σε δέκτη MIMO-OFDM. ....	113
<b>Σχήμα 4-5.</b> Περιοχές λειτουργίας δέκτη MIMO-OFDM. ....	115
<b>Σχήμα 4-6.</b> Προτεινόμενη αρχιτεκτονική επεξεργασίας δέκτη MIMO-OFDM..	118
<b>Σχήμα 4-7.</b> Ψευδο-κώδικας για την προτεινόμενη τεχνική QR παραγοντοποίησης. ....	119
<b>Σχήμα 4-8.</b> Ψευδο-κώδικας για την προτεινόμενη τεχνική PLU παραγοντοποίησης. ....	121
<b>Σχήμα 4-9.</b> Καθυστέρηση προ-επεξεργασίας για τους προτεινόμενους και τυπικούς δέκτες QR και PLU (βαθμωτός επεξεργαστής, 1 OFDM φέρον). ....	124
<b>Σχήμα 4-10.</b> Καθυστέρηση προ-επεξεργασίας σε νorns και OFDM σύμβολα για τον QR δέκτη με και χωρίς την προτεινόμενη βελτιστοποίηση (διανυσματικός επεξεργαστής). ....	126
<b>Σχήμα 4-11.</b> Καθυστέρηση προ-επεξεργασίας σε νorns και OFDM σύμβολα για τον PLU δέκτη με και χωρίς την προτεινόμενη βελτιστοποίηση (διανυσματικός επεξεργαστής). ....	127
<b>Σχήμα 4-12.</b> Απαιτήσεις σε συχνότητα ρολογιού για βέλτιστο σημείο λειτουργίας, συναρτήσει του αριθμού των κεραιών MIMO και 64 OFDM φέροντα. ....	128
<b>Σχήμα 4-13.</b> Απαιτήσεις σε συχνότητα ρολογιού για βέλτιστο σημείο λειτουργίας, συναρτήσει του αριθμού των κεραιών MIMO και 512 OFDM φέροντα. ....	129
<b>Σχήμα 4-14.</b> Μείωση της πολυπλοκότητας από τη χρήση των προτεινόμενων τεχνικών για QR και PLU δέκτες με βαθμωτή ή διανυσματική επεξεργασία. ...	130



## Ευρετήριο Πινάκων

<b>Πίνακας 4.1.</b> Αριθμός FLOP σε κάθε στάδιο της προ-επεξεργασίας (ανά OFDM φέρον) με το πιο απαιτητικό υπολογιστικά στάδιο υπογραμμισμένο. ....	123
<b>Πίνακας 4.2.</b> Καθυστέρηση προ-επεξεργασίας για βαθμωτό επεξεργαστή.....	124
<b>Πίνακας 4.3.</b> Σύγκριση πολυπλοκότητας του προτεινόμενου δέκτη MIMO-OFDM/QR με το δέκτη αναφορά της δημοσίευσης [Perels05] .....	125



## Λίστα συμβόλων και τελεστών

### Τελεστές

$\mathbf{A}^T$ ,  $\mathbf{a}^T$  είναι ο ανάστροφος (transpose) του πίνακα  $\mathbf{A}$  ή διανύσματος  $\mathbf{a}$

$\mathbf{A}^H$ ,  $\mathbf{a}^H$  είναι ο συζυγής ανάστροφος (conjugate transpose ή Hermitian) του πίνακα  $\mathbf{A}$  ή διανύσματος  $\mathbf{a}$

$(x \bmod y)$  είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης  $x / y$ .

### Σύνολα

$\mathbb{C}$  είναι το σύνολο των μιγαδικών αριθμών

$\mathbb{R}$  είναι το σύνολο των πραγματικών αριθμών

$\mathbb{R}_+$  είναι το σύνολο των μη αρνητικών πραγματικών αριθμών

$\mathbb{L} \subset \mathbb{C}$  είναι το σύνολο που αναπαριστά το διάγραμμα διαμόρφωσης όπως Quadrature Amplitude Modulation (QAM)

$\mathbb{A}^N$  είναι το καρτεσιανό γινόμενο από  $N$  σύνολα  $\mathbb{A}$ , όπου  $\mathbb{A}$  οποιοδήποτε σύνολο. (χρησιμοποιείται ως πεδίο ορισμού διανυσμάτων  $N$  διαστάσεων, όπου κάθε διάσταση παίρνει τιμές από το σύνολο  $\mathbb{A}$ ).

$\mathbb{A}^{N \times M}$  είναι το καρτεσιανό γινόμενο από  $N \times M$  σύνολα  $\mathbb{A}$ , όπου  $\mathbb{A}$  οποιοδήποτε σύνολο. Χρησιμοποιείται ως πεδίο ορισμού πινάκων  $N \times M$  διαστάσεων, όπου κάθε στοιχείο του πίνακα παίρνει τιμές από το σύνολο  $\mathbb{A}$ .

### Συναρτήσεις

$f(\mathbf{x}) : \mathbb{A}^N \rightarrow \mathbb{B}$ : Μια συνάρτηση  $f$  που αντιστοιχίζει το διάνυσμα  $\mathbf{x} \in \mathbb{A}^N$  στο σύνολο  $\mathbb{B}$

### Πίνακες και διανύσματα

$x_i$  είναι η μιγαδική τιμή της  $i$  διάστασης του διανύσματος  $\mathbf{x}$

$\text{diag}(\mathbf{x})$  είναι ένας διαγώνιος πίνακας του οποίου η διαγώνιος αποτελείται από τα στοιχεία του διανύσματος  $\mathbf{x}$  (τα υπόλοιπα στοιχεία του πίνακα είναι ίσα με το μηδέν)



# 1. Ανάλυση επίδοσης τεχνικών διαφορικότητας σε κανάλια με συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις– διαφορική λήψη

## 1.1. Γενικά στοιχεία

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναλυθεί η επίδοση των διάφορων τεχνικών διαφορικής λήψης. Στις συγκεκριμένες τεχνικές ο δέκτης αποτελείται από πληθώρα κεραιών, τις οποίες χρησιμοποιεί για να συνδυάσει πολλαπλές εκδοχές του λαμβανόμενου σήματος. Ως αποτέλεσμα, ένας δέκτης με διαφορική λήψη καταφέρνει να μειώσει τις διαλείψεις του λαμβανόμενου σήματος και να αυξήσει την επίδοση του.

Στην ενότητα 1.2 παρουσιάζονται τα απαραίτητα στοιχεία της θεωρίας στα οποία βασίζονται οι ενότητες που ακολουθούν. Πιο συγκεκριμένα, τονίζεται η σημασία των συσχετισμένων λογαριθμοκανονικών διαλείψεων και παρουσιάζονται οι αντίστοιχες συναρτήσεις πυκνότητας-πιθανότητας. Επίσης δίνονται κάποια στοιχεία της λειτουργίας των διαφορικών δεκτών τα οποία χρησιμοποιούνται στην ανάλυση που ακολουθεί.

Στην ενότητα 1.3 προτείνονται νέες μαθηματικές εκφράσεις της πιθανότητας αποκοπής για τις τεχνικές MRC, EGC και SC, καθώς και ένας ενοποιημένος τύπος για τις τρεις αυτές τεχνικές διαφορικής λήψης, καλύπτοντας ένα κενό στη βιβλιογραφία η οποία περιορίζεται σε φράγματα και προσεγγιστικές μεθόδους. Στη συνέχεια αποδεικνύεται πως η τελική προτεινόμενη αναλυτική έκφραση μπορεί να υπολογιστεί αριθμητικά με ευκολία και ακρίβεια. Στη ίδια ενότητα παρουσιάζονται επίσης αριθμητικές εφαρμογές της προτεινόμενης έκφρασης και αναλύεται η επίδοση των τεχνικών διαφορικής λήψης καθώς και η επίδραση του συντελεστή συσχέτισης και του αριθμού των κεραιών δέκτη στην πιθανότητα αποκοπής.

Στην ενότητα 1.4 δίνεται μια αναλυτική έκφραση για τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του σηματοθορυβικού λόγου των συνδυαστών MRC και EGC με δύο

κλάδους. Αξίζει να σημειωθεί πως η προτεινόμενη έκφραση έχει την πιο απλή γνωστή μορφή στη βιβλιογραφία.

Στην ενότητα 1.5 προτείνονται προσεγγιστικές εκφράσεις για την εργοδική χωρητικότητα των τεχνικών MRC και EGC με δύο κλάδους. Για το σκοπό αυτό προτείνονται αναλυτικές εκφράσεις για τη ροπογεννήτρια συνάρτηση και τη μέση τιμή του λογαρίθμου του αθροίσματος δύο συσχετισμένων λογαριθμοκανονικών μεταβλητών. Τέλος, αποδεικνύεται μέσω αριθμητικών εφαρμογών πως οι προτεινόμενες εκφράσεις προσφέρουν σημαντικά μεγαλύτερη ακρίβεια από τις υπάρχουσες τεχνικές της βιβλιογραφίας για μεγάλο εύρος λογαριθμοκανονικών παραμέτρων.

Στην ενότητα 1.6 προτείνονται αναλυτικοί τύποι για τη μέση πιθανότητα σφάλματος bit της διαφορικής λήψης με δύο κεραιές, ανεξαρτήτως του τύπου του συνδυαστή. Έπειτα παρέχονται εκφράσεις για τη μέση πιθανότητα σφάλματος bit των τεχνικών MRC και EGC, καλύπτοντας ένα κενό στη βιβλιογραφία.

Τέλος, στην ενότητα 1.7 αξιοποιείται το μαθηματικό υπόβαθρο που αναπτύχθηκε στην ενότητα 1.6 ώστε να αναλυθεί η επίδραση του συντελεστή συσχέτισης μεταξύ των λογαριθμοκανονικών διαλείψεων στην επίδοση της διαφορικής λήψης με δύο κεραιές. Συγκεκριμένα προτείνεται, μέσω δύο διαφορετικών κλειστών τύπων, πως η συσχέτιση μπορεί να αντιμετωπιστεί ως μια αύξηση στις λογαριθμοκανονικές μεταβλητότητες ενός αντίστοιχου συστήματος διαφορικότητας χωρίς συσχέτιση. Το ποιοτικό αυτό συμπέρασμα συμπληρώνεται με θεωρητική και αριθμητική ανάλυση της ακρίβειας των δύο προτεινόμενων τύπων.

## 1.2. Στοιχεία θεωρίας

Στο κεφάλαιο αυτό θεωρούμε πως οι διαλείψεις σε κάθε κεραιά του διαφορικού δέκτη είναι τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν τη λογαριθμοκανονική κατανομή. Αυτή η θεώρηση ισχύει στη διάδοση σε εσωτερικούς χώρους [Hashemi93, Foerster01, Foerster02, Ghassemzadeh04] και σε εξωτερικούς χώρους με κατάλληλες προσεγγίσεις [Stuber01, κεφάλαιο 4.2.1], καθώς και σε δέκτες που υλοποιούν έλεγχο ισχύος (power control), τεχνικές handover και δυναμικής εκχώρησης καναλιών μέσω της λήψης του μέσου όρου (φίλτραρίσματος) της ταχέως μεταβαλλόμενης συνιστώσας του καναλιού [Stuber01, Wei02]. Οι τυχαίες αυτές μεταβλητές συχνά θεωρούνται συσχετισμένες λόγω της ύπαρξης

συγκεκριμένων γεωμετρικών και ηλεκτρομαγνητικών χαρακτηριστικών διάδοσης [Wang08, IEEE07, Saunders99].

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε αναλυτικές μαθηματικές εκφράσεις της πιθανότητας αποκοπής για δέκτες με πολλαπλές κεραιές και συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις.

Έστω λοιπόν ένας διαφορικός δέκτης ο οποίος συνδυάζει τα λαμβανόμενα σήματα με post-detection diversity combining [Stuber01]. Ο τελικός σηματοθορυβικός λόγος στην έξοδο του δέκτη δίνεται από:

$$\gamma_C = \begin{cases} \sum_{i=1}^N \gamma_i & , \text{για MRC} \\ \left( \sum_{i=1}^N \sqrt{\gamma_i} \right)^2 / N & , \text{για EGC} \\ \max(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N) & , \text{για SC} \end{cases} \quad (1)$$

όπου  $\gamma_i$  είναι ο σηματοθορυβικός λόγος (SNR) στην κεραιά  $i$  (εκφρασμένο σε γραμμική κλίμακα) και  $N$  ο αριθμός των κεραιών του δέκτη. Οι σηματοθορυβικοί λόγοι  $\gamma_i$  ακολουθούν την από-κοινού λογαριθμοκανονική κατανομή  $f_{\gamma_1, \dots, \gamma_N}(\gamma_1, \dots, \gamma_N)$ , η οποία προκύπτει από το μετασχηματισμό:

$$u_i = (\ln \gamma_i - \mu_i) / \sigma_i \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

στην από-κοινού κανονική κατανομή (NPDF) με μέση τιμή μηδέν και συμμεταβλητότητα 1 [Papoulis01, (8-58)]:

$$f_{u_1, \dots, u_N}(u_1, \dots, u_N) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \det\{\mathbf{C}_{1..N}\}}} \exp\left\{-\frac{\mathbf{u}(\mathbf{C}_{1..N})^{-1}\mathbf{u}^T}{2}\right\} \quad (3)$$

όπου  $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_N]^T$  και  $\mathbf{C}_{1..N}$  είναι ο πίνακας των συντελεστών συσχέτισης για τις μεταβλητές  $u_1, \dots, u_N$  που αποτελείται από τους συντελεστές συσχέτισης  $\rho_{n_{ij}}$  στη σειρά  $i$ , στήλη  $j$  και μονάδες στη διαγώνιο.

Για την περίπτωση των δύο κεραιών, η από κοινού κατανομή πυκνότητας πιθανότητας δίνεται από τη σχέση:

$$f_{\gamma_1, \gamma_2}(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\gamma_1\gamma_2\sqrt{1-\rho_n^2}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho_n^2)}\left[\left(\frac{\ln \gamma_1 - \mu_1}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{\ln \gamma_2 - \mu_2}{\sigma_2}\right)^2 - 2\rho_n\left(\frac{\ln \gamma_1 - \mu_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{\ln \gamma_2 - \mu_2}{\sigma_2}\right)\right]\right\} \quad (4)$$

όπου  $\rho_n = \rho_{n_2} = \rho_{n_{21}}$  είναι ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των δύο διαλείψεων και  $(\mu_i, \sigma_i)$ ,  $i = 1, 2$  είναι η μέση τιμή και η μεταβλητότητα εκφρασμένες σε Naper ( $1 \text{ Np} = \xi \text{ dB}$  όπου  $\xi = 10 / \ln(10)$ ). Τέλος, ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος για κάθε κεραία  $i$  δίνεται από την εξίσωση  $E\{\gamma_i\} = \exp(\mu_i + \sigma_i^2 / 2)$ .

Αξίζει να σημειωθεί ότι η διαφορική λήψη με δύο κεραίες είναι τεχνικά ισοδύναμη με συστήματα διαφορικής εκπομπής με μια κεραία στο δέκτη [Alamouti98] και η μελέτη της έχει πολύ μεγάλο ενδιαφέρον για πρακτικά συστήματα χαμηλού κόστους (π.χ. με περιορισμό χρήσης δύο κεραιών) που εφαρμόζουν και την τεχνική της μεταβίβασης κλήσης (handover).

Στις επόμενες ενότητες θα μελετηθεί η επίδοση των τεχνικών διαφορικής λήψης σε συσχετισμένα λογαριθμοκανονικά κανάλια. Τα μεγέθη που θα μελετηθούν είναι η πιθανότητα αποκοπής, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, η εργοδική χωρητικότητα και η μέση πιθανότητα σφάλματος bit. Άλλα μεγέθη όπως ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος και το μέγεθος των διαλείψεων έχουν μελετηθεί στη δημοσίευση [Alouini02]. Αξίζει ωστόσο να σημειωθεί πως το μέγεθος των διαλείψεων σχετίζεται με την κανονικοποιημένη τυπική απόκλιση και πιο συγκεκριμένα ισούται με το τετράγωνο του συντελεστή μεταβλητότητας. Επιπλέον τα μεγέθη αυτά είναι κανονικοποιημένες μεταβλητές που περιγράφουν τη διασπορά μιας πιθανοτικής κατανομής και έχουν το ελάττωμα της μεγάλης ευαισθησίας ως προς μικρές αλλαγές της μεταβλητότητας για μέσες τιμές γύρω από το μηδέν.

### 1.3. Πιθανότητα αποκοπής

#### 1.3.1. Συναφής βιβλιογραφία

Η βιβλιογραφία περιέχει αρκετά περιορισμένα αποτελέσματα σχετικά με την πιθανότητα αποκοπής. Στις δημοσιεύσεις [Alouini02, Slimane01, Tellambura08] παρέχονται άνω/κάτω φράγματα για τις τεχνικές MRC και EGC (δίχως να διακρίνεται η μεταξύ τους επίδοση), ενώ στις δημοσιεύσεις [AbuDayya94, Ho95] παρέχονται προσεγγίσεις χρησιμοποιώντας μια μόνο λογαριθμοκανονική μεταβλητή. Για την τεχνική SC με δυο κεραίες, αθροίσματα ορισμένων ολοκληρωμάτων πεπερασμένων ορίων παρουσιάζονται επίσης στη δημοσίευση [Alouini02], ενώ για  $N$  κεραίες χρειάζονται  $N$



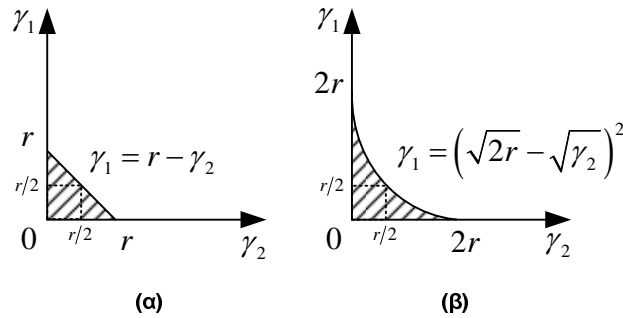
ολοκληρώματα [Piboonngun04] ή ένα ολοκλήρωμα για διαλείψεις με την ίδια συσχέτιση [Zhang01]. Τέλος, για δυο ή τρεις κεραιές με την ίδια συσχέτιση και ομοιόμορφα κατανεμημένες διαλείψεις, η πιθανότητα αποκοπής της τεχνικής SC μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα ορισμένων ολοκληρωμάτων πεπερασμένων ορίων [Tellambura08].

### 1.3.2. Πιθανότητα αποκοπής των τεχνικών MRC και EGC

Η πιθανότητα αποκοπής για δεδομένη στάθμη  $r$  δίνεται από τον τύπο:

$$P_{out} = P(\gamma_C < r) \quad (5)$$

Για τις τεχνικές MRC και EGC [Stuber01] με δύο κεραιές, το ενδεχόμενο αποκοπής (5) προκύπτει από την γραμμοσκιασμένη επιφάνεια στο επίπεδο  $(\gamma_1, \gamma_2)$ , Σχήμα 1-1.



**Σχήμα 1-1.** Ενδεχόμενα αποκοπής για τις τεχνικές (α) MRC και (β) EGC.

Για  $N$  κεραιές δέκτη, η πιθανότητα αποκοπής ορίζεται στο χώρο  $(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N)$  και δίνεται από το γενικό τύπο:

$$P_{out} = \int_0^{\gamma'_{i0}} \dots \int_0^{\gamma'_{i0}} \dots \int_0^{\gamma'_{N0}} f_{\gamma_1, \dots, \gamma_N}(\gamma_1, \dots, \gamma_N) d\gamma_N \dots d\gamma_i \dots d\gamma_1 \quad (6)$$

όπου  $\gamma'_{i0} = \gamma_{i0}(\gamma_1, \dots, \gamma_{i-1}, 0, \dots, 0)$  και  $\gamma_{i0}(\gamma_1, \dots, \gamma_{i-1}, \gamma_{i+1}, \dots, \gamma_N)$  είναι η ρίζα της εξίσωσης  $\gamma_c = r$  όπου το  $\gamma_c$  δίνεται από την (1). Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (2) σε κάθε κεραιά  $i$  καθώς και το θεώρημα Bayes [Papoulis01], η πιθανότητα αποκοπής λαμβάνει τη μορφή της εξίσωσης (8).

### 1.3.3. Πιθανότητα αποκοπής της τεχνικής SC

Για την περίπτωση της τεχνικής SC [Stuber01], η πιθανότητα αποκοπής (5) προκύπτει από το ενδεχόμενο ότι όλοι οι σηματοθορυβικοί λόγοι  $\gamma_i$ ,  $i=1,\dots,N$  να είναι μικρότεροι από τη στάθμη  $r$ , δηλαδή  $P((\gamma_1 < r) \cap \dots \cap (\gamma_N < r))$  ή ισοδύναμα:

$$P_{out(SC)} = \int_0^{\gamma'_{i0}} \dots \int_0^{\gamma'_{N0}} f_{\gamma_1 \dots \gamma_N}(\gamma_1, \dots, \gamma_N) d\gamma_N \dots d\gamma_1 \quad (7)$$

όπου  $\gamma'_{i0} = r$  για  $i=1,\dots,N$ . Χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό (2) καθώς και το θεώρημα Bayes [Papoulis01] η εξίσωση (7) μετασχηματίζεται πάλι στη γενική εξίσωση (8).

### 1.3.4. Ενοποιημένος τύπος της πιθανότητα αποκοπής των τεχνικών MRC, EGC και SC

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης των δύο παραπάνω ενοτήτων μπορούν να εκφραστούν ως τον ακόλουθο ενοποιημένο τύπο για την πιθανότητα αποκοπής:

$$P_{out} = \int_{-\infty}^{D_1} \dots \int_{-\infty}^{D_{N-1}} f_{u_1 \dots u_{N-1}}(u_1, \dots, u_{N-1}) \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{D_N - \mu'_N}{\sqrt{2\sigma'_N}} \right) \right) du_{N-1} \dots du_1 \quad (8)$$

όπου  $D_i = (\ln \gamma'_{i0} - \mu_i) / \sigma_i$  για  $i=1,\dots,N$ , οι συντελεστές  $\gamma'_{i0}$  έχουν ορισθεί στις προηγούμενες ενότητες, η συνάρτηση  $f_{u_1 \dots u_{N-1}}(u_1, \dots, u_{N-1})$  δίνεται από την (3) και οι παράμετροι  $(\mu'_N, \sigma'_N)$  είναι οι παράμετροι της υπό όρους κατανομής πυκνότητας πιθανότητας  $f_{u_N | u_1 \dots u_{N-1}}(u_1, \dots, u_N)$  [Papoulis01, κεφάλαιο 8.3] και δίνονται από:

$$\mu'_N = \left( (\mathbf{C}_{1,\dots,N-1})^{-1} \boldsymbol{\rho}_N \right)^T [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_{N-1}]^T \quad (9)$$

$$\sigma'_N = \left( 1 - \boldsymbol{\rho}_N^T (\mathbf{C}_{1,\dots,N-1})^{-1} \boldsymbol{\rho}_N \right)^{1/2} \quad (10)$$

$$\text{όπου } \boldsymbol{\rho}_N = \left[ \rho_{n_{1N}} \quad \rho_{n_{2N}} \quad \dots \quad \rho_{n_{(N-1)N}} \right]^T.$$

Ο τύπος (8) αποτελείται από  $N-1$  ολοκληρώματα. Για την περίπτωση των δύο κεραιών δέκτη (dual-branch receive diversity), ο τύπος (8) εκφράζεται ως:

$$P_{out} = \int_{-\infty}^{(\ln(\gamma'_{i0}) - \mu_i) / \sigma_i} f_{u_1}(u_1) \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{D_2 - \rho_n u_1}{\sqrt{2(1 - \rho_n^2)}} \right) \right) du_1 \quad (11)$$

όπου  $f_{u_1}(u_1) = e^{-u_1^2/2} / \sqrt{2\pi}$  είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κανονικής κατανομής και:

$$\gamma'_{10} = \begin{cases} 2r & , \text{για EGC} \\ r & , \text{για MRC ή SC} \end{cases} \quad (12)$$

$$D_2 = \begin{cases} (\ln(r - e^{\sigma u_1 + \mu_1}) - \mu_2) / \sigma_2 & , \text{για MRC} \\ 2 \ln \left( \sqrt{2r} - e^{\frac{\sigma u_1 + \mu_1}{2}} \right) - \mu_2 & , \text{για EGC} \\ (\ln r - \mu_2) / \sigma_2 & , \text{για SC} \end{cases} \quad (13)$$

### 1.3.5. Αριθμητικός υπολογισμός της προτεινόμενης εξίσωσης (8)

Η ολοκληρωτέα συνάρτηση της εξίσωσης (8) είναι συνεχής και δεν παρουσιάζει ασυνέχειες ή ταλαντώσεις. Επομένως ο υπολογισμός των ολοκληρωμάτων στην εξίσωση (8) αναμένεται να έχει γρήγορη σύγκλιση (ιδιαίτερα για μικρό  $N$ ) για οποιαδήποτε ζητούμενη ακρίβεια.

Θεωρώντας την εξίσωση (11), το ολοκλήρωμα χαρακτηρίζεται από ημίπειρο διάστημα ολοκλήρωσης (improper integral) [Apostol67, Ενότητα 10.23] και έχει ως ολοκληρωτέα συνάρτηση το γινόμενο της συνεχούς, θετικής και γνησίως μονότονης συνάρτησης  $f_{u_1}(u_1)$  και μιας μονότονης συνάρτησης από το 0 μέχρι το 1. Φράζοντας την ολοκληρωτέα συνάρτηση με τη συνάρτηση  $f_{u_1}(u_1)$  για όλες τις τιμές του  $D_2$  και χρησιμοποιώντας θεωρήματα της μαθηματικής ανάλυσης ολοκληρωμάτων [Apostol67, Ενότητες 10.23 και 10.13] για τις θετικές και τις αρνητικές τιμές της μεταβλητής  $u_1$ , μπορεί να δειχθεί ότι το ολοκλήρωμα στην εξίσωση (11) συγκλίνει τουλάχιστο με τον ίδιο ρυθμό με τον οποίο συγκλίνει το ολοκλήρωμα  $\int_{-\infty}^{D_1} f_{u_1}(u_1) du_1 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{D_1}{\sqrt{2}} \right)$ , το οποίο συγκλίνει τουλάχιστον με τον ίδιο ρυθμό με το ρυθμό σύγκλισης μιας εκθετικής σειράς (βλ. [Apostol67, Ενότητες 10.23 και 10.13]).

Σύμφωνα με τα παραπάνω, τα ολοκληρώματα στην εξίσωση (8) αναμένεται να συγκλίνουν ταχέως. Επομένως τα κάτω όρια των ολοκληρωμάτων της προηγούμενης εξίσωσης μπορούν να αντικατασταθούν από έναν κατάλληλα επιλεγμένο αρνητικό αριθμό

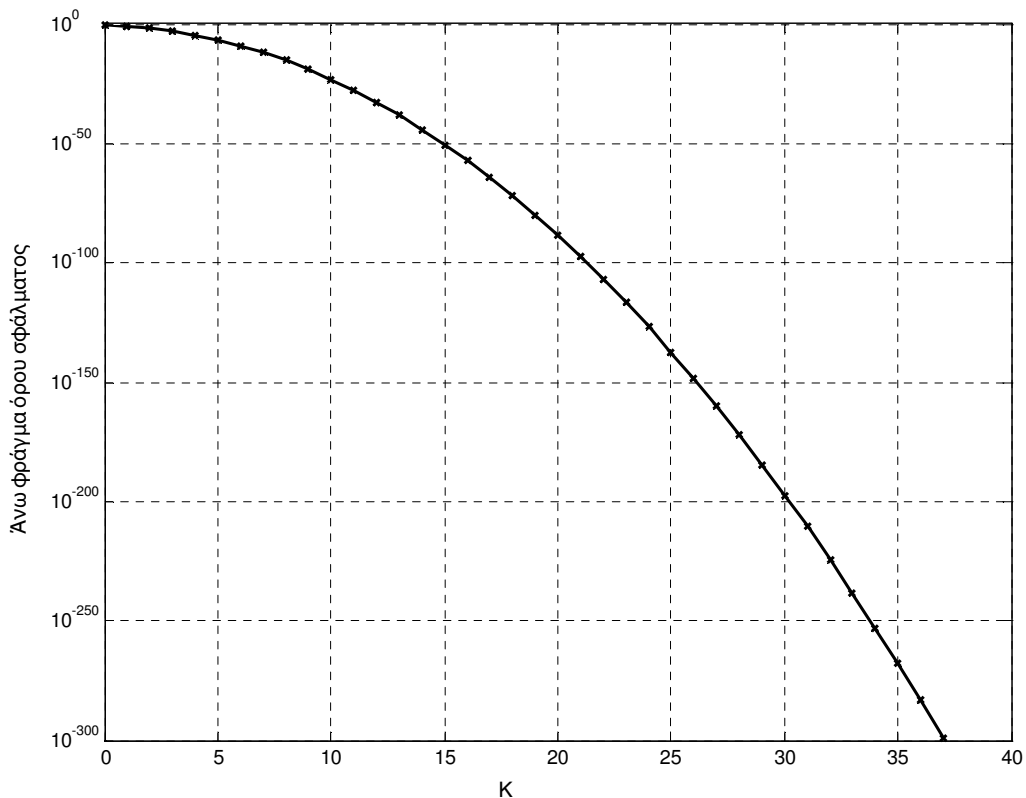
$-K$ ,  $K > 0$ . Για παράδειγμα, για την περίπτωση των δύο κεραιών δέκτη, η εξίσωση (11) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$P_{out} = E(-K) + \int_{-K}^{(\ln(\gamma_{10}) - \mu_1) / \sigma_1} H(u_1) du_1 \quad (14)$$

όπου  $H(u_1) = f_{u_1}(u_1) \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{D_2 - \rho_n u_1}{\sqrt{2(1 - \rho_n^2)}} \right) \right)$  είναι η ολοκληρωτέα συνάρτηση και

$$E(-K) = \int_{-\infty}^{-K} H(u_1) du_1 \text{ είναι ο όρος σφάλματος.}$$

Ο όρος σφάλματος  $E(-K)$  στην (14) μπορεί να φραχθεί από τη συνάρτηση σφάλματος για συσχέτιση ίση με τη μονάδα, δηλαδή  $E(-K) \leq \operatorname{erfc}(K / \sqrt{2}) / 2$ . Οι τιμές του άνω φράγματος φαίνονται στο Σχήμα 1-2.



**Σχήμα 1-2.** Τιμές άνω φράγματος για τη συνάρτηση σφάλματος στην εξίσωση (14).

Από το Σχήμα 1-2 προκύπτει ότι, επιλέγοντας μια σχετικά μικρή τιμή για το συντελεστή  $K$  όπως  $K = 30$  (αντί για  $K = \infty$ ) οδηγούμαστε σε ακρίβεια υπολογισμού για

την εξίσωση (14) της τάξης του  $10^{-197}$  ή 197 δεκαδικά ψηφία. Στην περίπτωση αυτή βέβαια η ακρίβεια υπολογισμού της εξίσωσης (14) θα περιοριστεί από την ακρίβεια του υπολογισμού της συνάρτησης  $erfc(\cdot)$  (στο πακέτο Matlab η ακρίβεια υπολογισμού της συνάρτησης αυτής είναι τουλάχιστον  $10^{-18}$  [Cody69]).

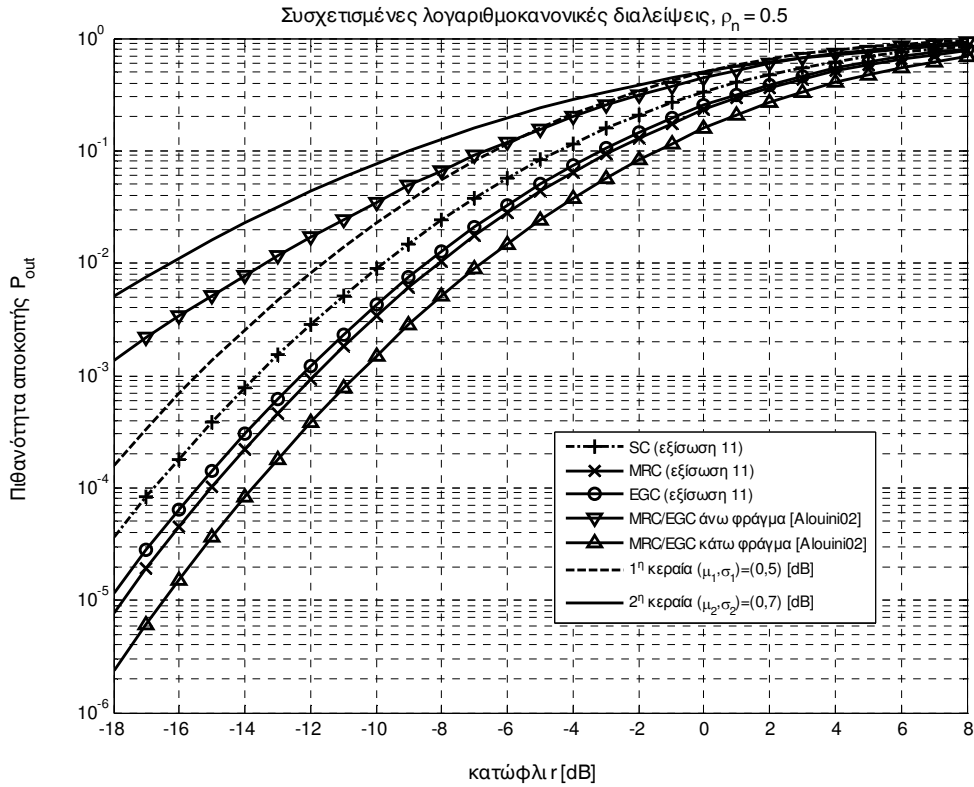
Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, μια κατάλληλη τιμή για το συντελεστή  $K$  είναι η  $K = 10$ , η οποία οδηγεί σε ακρίβεια υπολογισμού της εξίσωσης (14) μεγαλύτερη από  $10^{-23}$ .

Η αριθμητική εφαρμογή που παρουσιάζεται στην επόμενη ενότητα έγινε χρησιμοποιώντας το πακέτο Matlab. Η ακρίβεια των καμπυλών επιβεβαιώθηκε υλοποιώντας την ολοκλήρωση Gauss-Legendre στη γλώσσα C καθώς και με προσομοιώσεις Monte-Carlo. Για υψηλό αριθμό κεραιών (άνω των 4) συνιστάται η μέθοδος ολοκλήρωσης Monte-Carlo integration [Press07] με  $N - 1$  ολοκληρώματα.

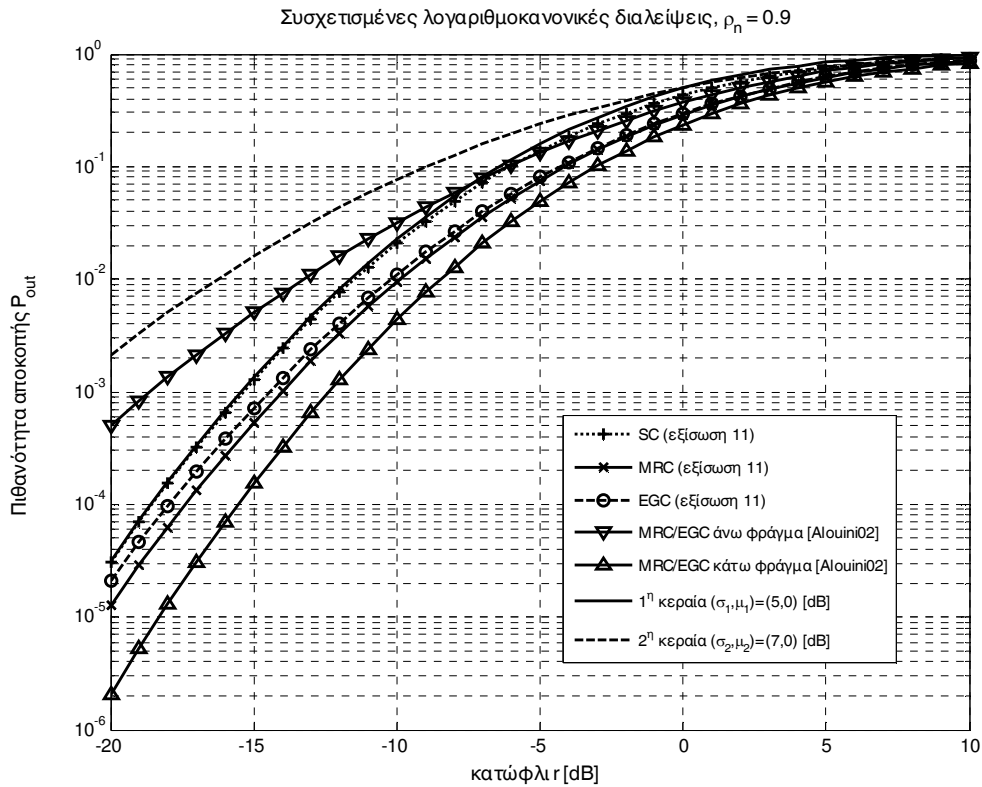
### 1.3.6. Εφαρμογή της προτεινόμενης εξίσωσης (8)

Στο Σχήμα 1-3, χρησιμοποιώντας την εξίσωση (11), φαίνεται ότι η τεχνική MRC έχει λίγο καλύτερη επίδοση από την τεχνική EGC. Το συμπέρασμα αυτό προκύπτει και από την απευθείας σύγκριση των περιοχών ολοκλήρωσης στο Σχήμα 1-1. Επίσης, φαίνεται πως η τεχνική SC υπολείπεται των υπολοίπων ως προς την επίδοση. Αξίζει να σημειωθεί ότι λαμβάνοντας μέσες τιμές ίσες με το μηδέν ουσιαστικά εξετάζουμε τις τεχνικές διαφορικής λήψης δίχως να λάβουμε υπόψη χαρακτηριστικά όπως η ισχύς εκπομπής, οι απώλειες ελευθέρου χώρου και τα κέρδη των κεραιών. Στο Σχήμα 1-3 επίσης φαίνεται πως τα άνω και κάτω φράγματα για τις τεχνικές MRC/EGC που παρουσιάζονται στη δημοσίευση [Alouini02] είναι χαλαρά (loose). Αξίζει να σημειωθεί πως η καμπύλη του άνω φράγματος εμφανίζεται επάνω από την καμπύλη της τεχνικής SC, αποδεικνύοντας τη μεγάλη «χαλαρότητα» του άνω φράγματος. Τα συμπεράσματα αυτά ισχύουν και για διαφορετικές παραμέτρους της λογαριθμοκανονικής κατανομής σε μεγάλο εύρος τιμών του κατωφλίου  $r$ , όπως φαίνεται από το Σχήμα 1-4 για ισο-κατανεμημένες λογαριθμοκανονικές παραμέτρους και από το Σχήμα 1-5 για υψηλή συσχέτιση.

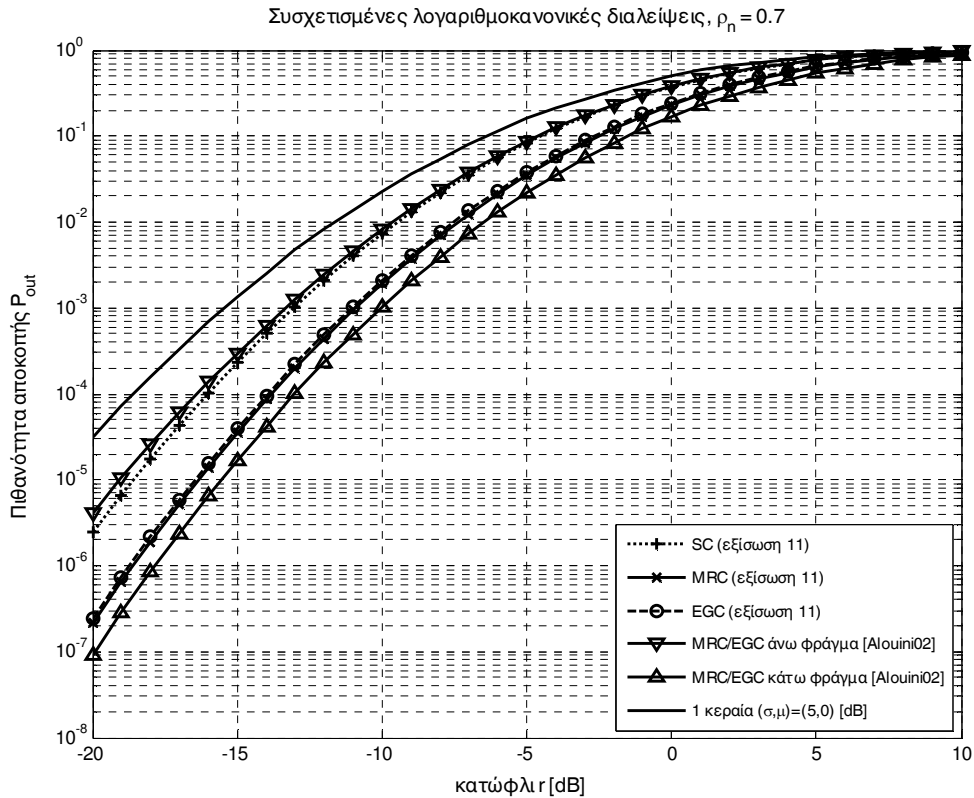
Τέλος, η καμπύλη που προκύπτει από την εξίσωση (11) για την τεχνική SC συμπίπτει με την αντίστοιχη καμπύλη από τη δημοσίευση [Alouini02, Εκφράσεις (70-73)]. Ωστόσο, η προτεινόμενη έκφραση (11) είναι πιο συμπαγής και επομένως είναι πιο άμεσα εφαρμόσιμη.



Σχήμα 1-3. Πιθανότητα αποκοπής για 2 κεραιές με συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις.

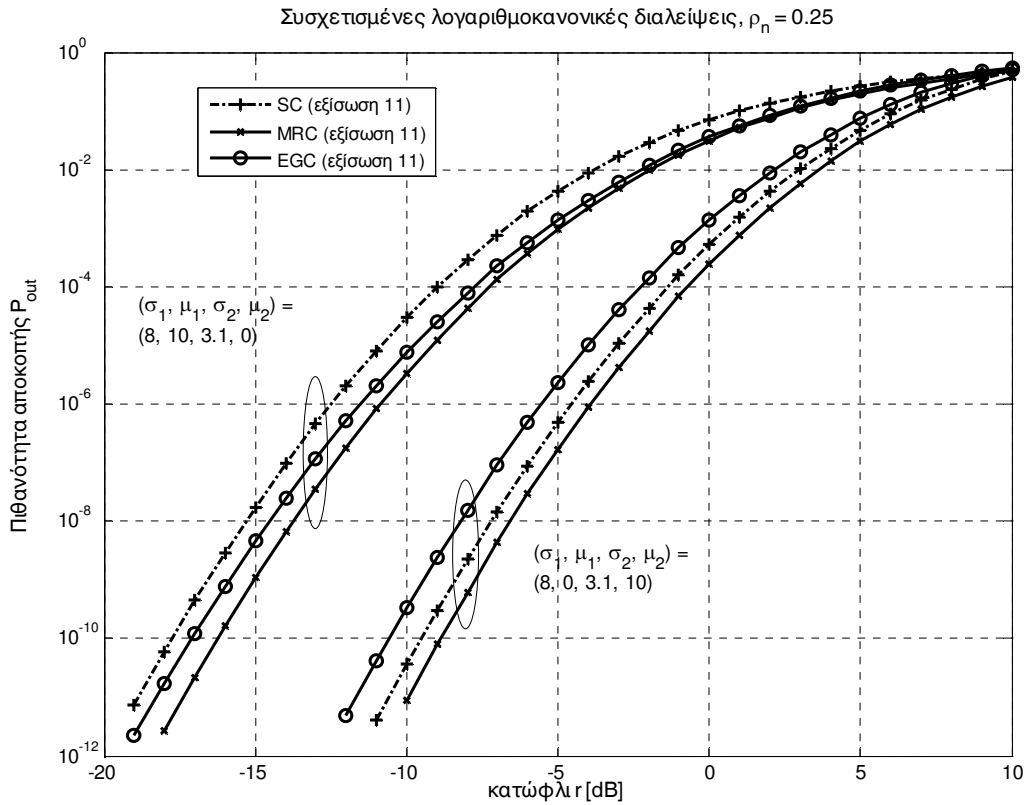


Σχήμα 1-4. Πιθανότητα αποκοπής για 2 κεραιές με λογαριθμοκανονικές διαλείψεις με υψηλή συσχέτιση.



**Σχήμα 1-5.** Πιθανότητα αποκοπής για 2 κεραιές με ισο-κατανεμημένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις.

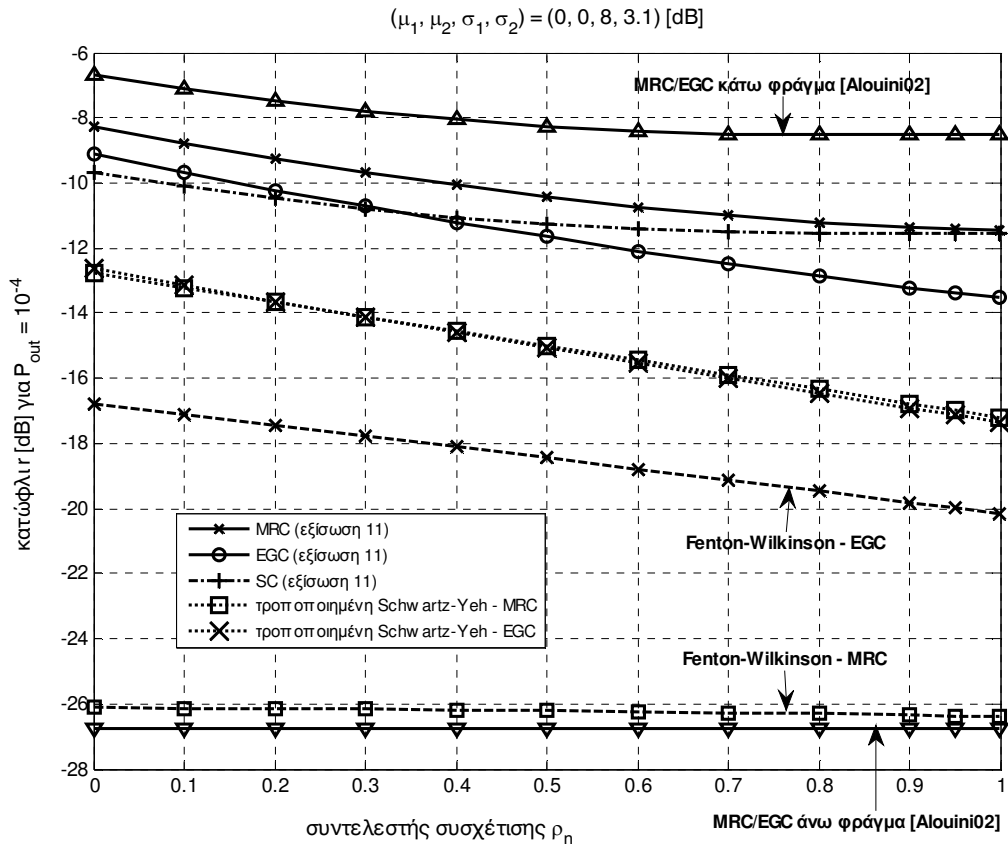
Στο Σχήμα 1-6 παρουσιάζεται η επίδοση των τεχνικών MRC, EGC και SC με δύο κεραιές (κλάδους) που αφορούν περιπτώσεις ανισο-κατανομής ( $\mu_1 > \mu_2, \sigma_1 > \sigma_2$ ) και αντίστροφης ανισο-κατανομής ( $\mu_1 < \mu_2, \sigma_1 > \sigma_2$ ) των λογαριθμοκανονικών παραμέτρων. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα οι μεταβλητότητες  $(\sigma_1, \sigma_2) = (8, 3.1)$  αντιστοιχούν σε ένα σύστημα με δύο πομπούς και ένα δέκτη, όπου ο ένας πομπός βρίσκεται στη στέγη κτιρίου - ART (Above Roof-Top), ενώ ο άλλος πομπός (π.χ. αναμεταδότης) και ο δέκτης βρίσκονται κάτω από τη στέγη κτιρίων - BRT (Below Roof-Top) [IEEE07]. Από το συγκεκριμένο σχήμα φαίνεται ότι στο συγκεκριμένο σύστημα διαφορικής λήψης, η επίδοση βελτιώνεται με τη διασφάλιση καλύτερου καναλιού (από πλευράς ισχύος) για τη ζεύξη αναμεταδότη - δέκτη, δηλαδή όταν  $\mu_1 < \mu_2$  (αντίστροφη ανισο-κατανομή λογαριθμοκανονικών παραμέτρων). Το φαινόμενο αυτό μπορεί να ερμηνευτεί από την παρατήρηση ότι η διασπορά της ενέργειας της ζεύξης αναμεταδότη - δέκτη (BRT -> BRT) είναι μικρότερη από εκείνη της ζεύξης πομπού - δέκτη (ART -> BRT), όπως φαίνεται και από τις λογαριθμοκανονικές μεταβλητότητες ( $\sigma_1 > \sigma_2$ ).



**Σχήμα 1-6.** Επίδοση των τεχνικών MRC, EGC και SC για ανισο-κατανεμημένους και αντίστροφα ανισο-κατανεμημένους κλάδους.

Επιπλέον, παρατηρείται πως, σε αντίθεση με ένα σύστημα διαφορικής λήψεως με ανισο-κατανομή (ομάδα καμπυλών στα αριστερά του σχήματος), σε ένα σύστημα με αντίστροφη ανισο-κατανομή λογαριθμοκανονικών παραμέτρων (ομάδα καμπυλών στα δεξιά του σχήματος) η τεχνική EGC υπολείπεται της τεχνικής SC. Το φαινόμενο αυτό εξαρτάται και από τη συσχέτιση, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



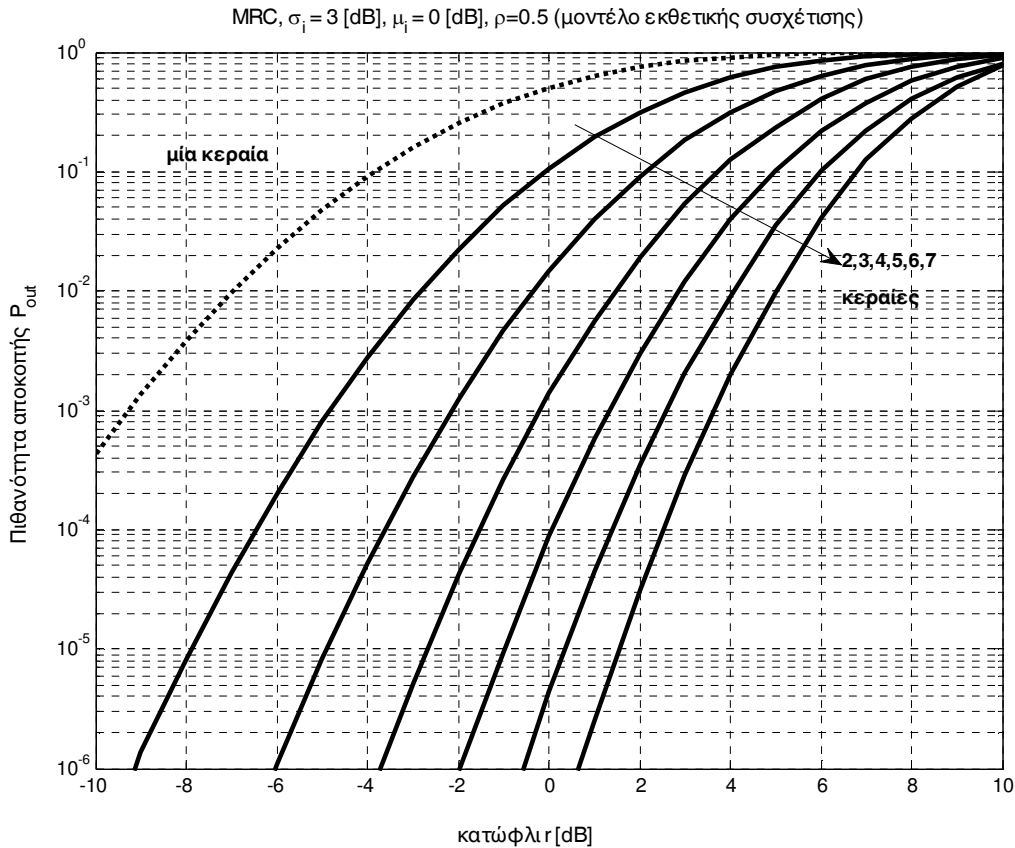


**Σχήμα 1-7.** Επίδοση των τεχνικών MRC, EGC και SC με δύο κεραιές για δεδομένη πιθανότητα αποκοπής και διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης.

Στο Σχήμα 1-7, φαίνεται η επίδραση του συντελεστή συσχέτισης σε ένα σύστημα διαφορικής λήψης με δύο κεραιές, για δεδομένη πιθανότητα αποκοπής. Για χαμηλές τιμές του συντελεστή συσχέτισης, η τεχνική MRC έχει καλύτερη επίδοση από την τεχνική SC, ωστόσο η σειρά της επίδοσης αντιστρέφεται πάνω από κάποιο κατώφλι (~0.35 στην περίπτωση αυτή). Για εξαιρετικά υψηλή συσχέτιση οι τεχνικές MRC και SC έχουν την ίδια επίδοση, ενώ η τεχνική EGC υπολείπεται κατά 2 dB περίπου. Επίσης, στο σχήμα φαίνεται πως τα φράγματα MRC/EGC [Alouini02] είναι χαλαρά και πως οι τεχνικές προσέγγισης της επίδοσης των τεχνικών MRC και EGC που χρησιμοποιούν τη μέθοδο Fenton-Wilkinson [AbuDayya94] ή την τροποποιημένη μέθοδο Schwartz-Yeh [Ho95] δεν είναι πολύ ακριβείς.

Τέλος, στο Σχήμα 1-8, χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη εξίσωση (8), φαίνεται η επίδραση του αριθμού των κεραιών στην επίδοση της τεχνικής διαφορικής λήψης MRC. Για το παρόν σχήμα οι διαλείψεις θεωρήθηκαν όμοια κατανομημένες, ενώ η συσχέτιση θεωρήθηκε ότι ακολουθεί το εκθετικό μοντέλο  $\rho_{n_{ij}} = \rho^{|i-j|}$ . Στο Σχήμα 1-8 φαίνεται πως η

χρήση αυξανόμενου αριθμού κεραιών επιφέρουν κέρδος το οποίο μειώνεται με τον αριθμό των κεραιών.



**Σχήμα 1-8.** Πιθανότητα αποκοπής για N κεραιές με συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις.

### 1.3.7. Συμπεράσματα

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάστηκαν μαθηματικές εκφράσεις για την πιθανότητα αποκοπής των τεχνικών MRC, EGC και SC σε συσχετισμένα λογαριθμοκανονικά κανάλια. Οι εκφράσεις αυτές αποτελούνται από ολοκληρώματα τα οποία είναι σχετικά εύκολα υπολογίσιμα και έχουν αριθμητική σταθερότητα. Οι παρεχόμενες εκφράσεις επιτρέπουν τη μελέτη και σύγκριση των διαφόρων τεχνικών συνεργατικής λήψης για όλο το σύνολο των λογαριθμοκανονικών μεταβλητών καθώς και τη μελέτη της επίπτωσης των πολλαπλών κεραιών στην επίδοση του συστήματος. Τέλος, χρησιμοποιώντας τους αναλυτικούς τύπους που παρουσιάζονται στη συγκεκριμένη ενότητα, κατέστη δυνατή η εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων για το σχεδιασμό πρακτικών συστημάτων (π.χ. κατανομή ισχύος σε

συστήματα με αναμεταδότες) καθώς και την εκτίμηση της σημασίας του συντελεστή συσχέτισης στην επιλογή της κατάλληλης τεχνικής διαφορικής λήψης.

## 1.4. Συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας (PDF)

### 1.4.1. Συναφής βιβλιογραφία

Η βιβλιογραφία δεν περιέχει ακριβείς αναλυτικούς τύπους για τον υπολογισμό της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του σηματοθορυβικού λόγου (SNR) στην έξοδο της επεξεργασίας MRC ή EGC, όσον αφορά συσχετισμένα λογαριθμοκανονικά κανάλια με διαλείψεις. Για ανεξάρτητες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του SNR των τεχνικών αυτών μπορεί να εκφραστεί ως ένα διπλό ολοκλήρωμα μέσω της χαρακτηριστικής συνάρτησης, της οποίας ο αριθμητικός υπολογισμός είναι δύσκολος [Paroulis01, Bealieu04a]. Εναλλακτικά, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που αφορά ανεξάρτητες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις μπορεί να υπολογιστεί μέσω της διαφόρισης εκθετικών προσεγγίσεων στην συνάρτηση αθροιστικής κατανομής πιθανότητας (cumulative distribution function) και κατόπιν χρησιμοποιώντας μη γραμμική παρεμβολή ελαχίστων τετραγώνων, με ακρίβεια η οποία εξαρτάται από το σηματοθορυβικό λόγο και τις παραμέτρους της λογαριθμοκανονικής κατανομής [Bealieu04b]. Επίσης, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μπορεί να υπολογιστεί συνδυάζοντας τεχνικές παρεμβολής (curve fitting) και πολλαπλά ολοκληρώματα, με ακρίβεια η οποία περιορίζεται σε ίδιες μέσες τιμές και συγκεκριμένο εύρος τιμών της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας [Zhao07].

Περαιτέρω, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του αθροίσματος δύο συσχετισμένων λογαριθμοκανονικών μεταβλητών μπορεί να εκφραστεί ως ένα τριπλό ολοκλήρωμα μέσω του αντίστροφου μετασχηματισμού Laplace της ροπογεννήτριας συνάρτησης. Ο προσεγγιστικός υπολογισμός της ροπογεννήτριας συνάρτησης του αθροίσματος συσχετισμένων λογαριθμοκανονικών μεταβλητών περιλαμβάνεται στην [Mehta07]. Επίσης, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για την τεχνική MRC μπορεί να προσεγγιστεί από τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας μοναδικής λογαριθμοκανονικής μεταβλητής με παραμέτρους  $(\mu_{approx.}, \sigma_{approx.})$  (σε dB) οι οποίες υπολογίζονται είτε από την τεχνική Fenton-Wilkinson [AbuDayya94] (κλειστού τύπου) ή την τροποποιημένη τεχνική Schwartz-Yeh (η οποία απαιτεί τον υπολογισμό πέντε

ορισμένων ολοκληρωμάτων [Ho95: Εξ. (76-78), (80-82)]. Οι παραπάνω τεχνικές μπορεί τέλος να χρησιμοποιηθούν και για την προσέγγιση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της τεχνικής EGC.

#### 1.4.2. Συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας των τεχνικών MRC και EGC

Στην ενότητα αυτή προτείνεται μια αναλυτική έκφραση για τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των τεχνικών MRC και EGC με δύο κεραιές και συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις. Σύμφωνα με τη μεθοδολογία που περιγράφεται στην [Paroulis01: Ενότητα 6.3], η από-κοινού τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δύο λογαριθμοκανονικών μεταβλητών  $f_{\gamma_1\gamma_2}(\gamma_1, \gamma_2)$  (βλέπε εξίσωση (4)) μπορεί να μετασχηματιστεί στη συνάρτηση  $f_{\gamma_c w}(\gamma_c, w)$ :

$$f_{\gamma_c w}(\gamma_c, w) = \frac{f_{\gamma_1\gamma_2}(w, x)}{|J(w, x)|} \Big|_{x=\begin{cases} \gamma_c - w & , \text{για MRC} \\ (\sqrt{2\gamma_c} - \sqrt{w})^2 & , \text{για EGC} \end{cases}} \quad (15)$$

όπου η Ιακωβιανή  $J(\gamma_1, \gamma_2) = -1$  και  $J(\gamma_1, \gamma_2) = -(\sqrt{\gamma_1} + \sqrt{\gamma_2}) / (2\sqrt{\gamma_2})$  για τις τεχνικές MRC και EGC αντίστοιχα.

Τελικά, η συνάρτηση (15) δίνεται από:

$$f_{\gamma_c w}(\gamma_c, w) = \begin{cases} f_{\gamma_1\gamma_2}(w, \gamma_c - w) & , \text{για MRC} \\ 2(1 - \sqrt{w/2\gamma_c}) f_{\gamma_1\gamma_2}\left(w, (\sqrt{2\gamma_c} - \sqrt{w})^2\right) & , \text{για EGC} \end{cases} \quad (16)$$

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του σηματοθορυβικού λόγου δύο διαφορεικών δεκτών για τις τεχνικές MRC και EGC μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει της (16) ως εξής:

$$f_{\gamma_c}(\gamma_c) = \int_0^{\gamma_{10}} f_{\gamma_c w}(\gamma_c, w) dw \quad (17)$$

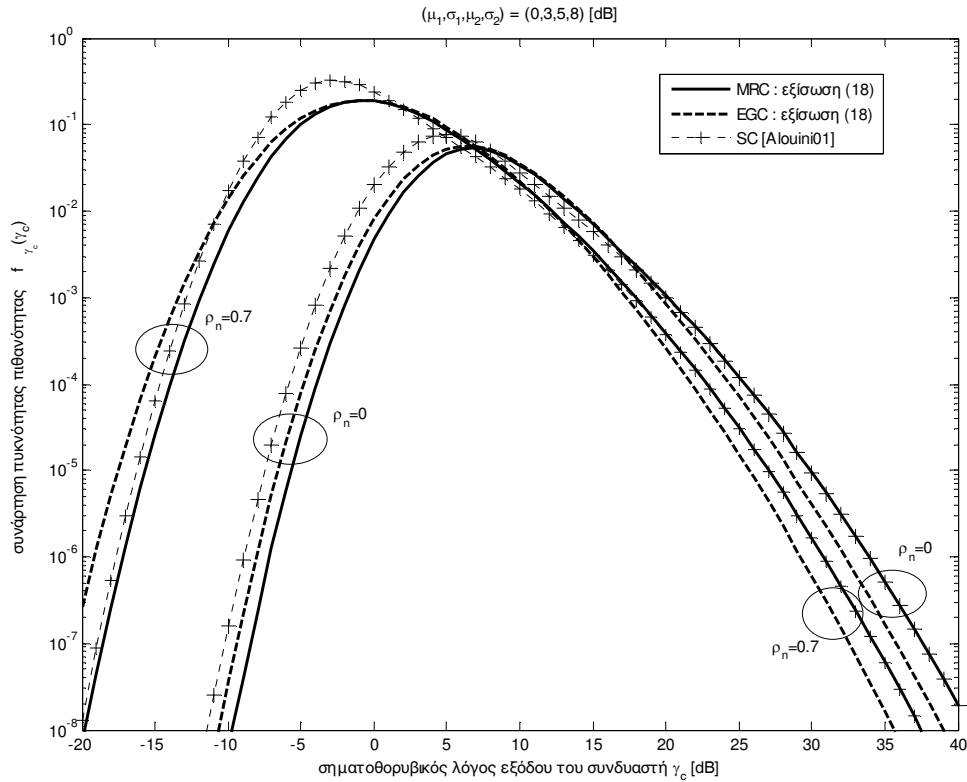
όπου  $\gamma_{10} = \gamma_c$  και  $\gamma_{10} = 2\gamma_c$  είναι οι ρίζες της (1) για  $\gamma_2 = 0$  για τις τεχνικές MRC και EGC αντίστοιχα. Επομένως χρησιμοποιώντας τις (16) και (17) και μια αλλαγή μεταβλητής  $y = w/2$  για την περίπτωση της τεχνικής EGC, η τελική σχέση για τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται από:

$$f_{\gamma_c}(\gamma_c) = \begin{cases} \int_0^{\gamma_c} f_{\gamma_1\gamma_2}(w, \gamma_c - w) dw & , \text{για MRC} \\ \int_0^{\gamma_c} 4(1 - \sqrt{w/\gamma_c}) f_{\gamma_1\gamma_2}\left(2w, 2(\sqrt{\gamma_c} - \sqrt{w})^2\right) dw & , \text{για EGC} \end{cases} \quad (18)$$

όπου η  $f_{\gamma_1\gamma_2}(\gamma_1, \gamma_2)$  δίνεται από την (4). Η τελική έκφραση (18) αποτελείται από ορισμένα ολοκληρώματα με ολοκληρωτέες συναρτήσεις κλειστής μορφής. Επομένως, μπορεί να υπολογιστεί με ακρίβεια και ευκολία χρησιμοποιώντας τεχνικές αριθμητικής ολοκλήρωσης όπως π.χ. η τεχνική Gauss-Legendre [Press07].

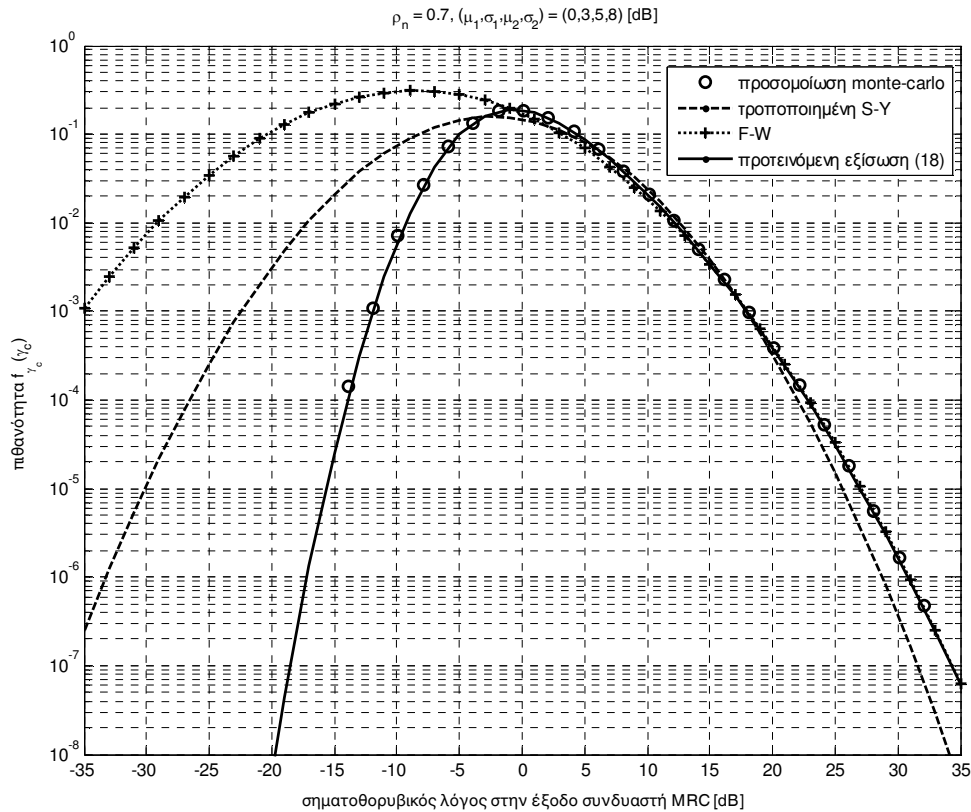
Στο Σχήμα 1-9 παρουσιάζεται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας σύμφωνα με την εξίσωση (18) για δυο τιμές του συντελεστή συσχέτισης και κλάδους διαφορικότητας με ανισοκατανομή λογαριθμικών παραμέτρων. Επίσης στο σχήμα φαίνεται η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για την τεχνική SC σύμφωνα με τους τύπους που δίνονται στην [Alouini02]. Στο σχήμα φαίνεται πως η σχετική θέση μεταξύ των καμπυλών EGC και SC στον οριζόντιο άξονα εξαρτάται από το συντελεστή συσχέτισης. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρείται πως για υψηλό συντελεστή συσχέτισης, η τεχνική EGC παρουσιάζει χαμηλούς σηματοθορυβικούς λόγους στην έξοδο του συνδυαστή με μεγαλύτερη πιθανότητα, φαινόμενο το οποίο αντιστρέφεται για χαμηλό συντελεστή συσχέτισης. Το ίδιο φαινόμενο παρατηρήθηκε μέσω της πιθανότητας αποκοπής στο Σχήμα 1-7 της προηγούμενης ενότητας.

Αξίζει επίσης να σημειωθεί πως η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής πιθανότητας (CDF) καθώς και η συμπληρωματική της (CCDF) μπορούν πολύ εύκολα να υπολογιστούν χρησιμοποιώντας κατάλληλη αριθμητική ολοκλήρωση της εξίσωσης (18), οδηγώντας σε ταύτιση αποτελεσμάτων με τους αναλυτικούς τύπους (11) που προτάθηκαν στην προηγούμενη ενότητα.



**Σχήμα 1-9.** Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του σηματοθρομβικού λόγου δεκτών που χρησιμοποιούν τεχνικές MRC και EGC.

Στο Σχήμα 1-10 παρουσιάζεται η ακρίβεια των προσεγγιστικών τεχνικών Fenton-Wilkinson και τροποποιημένης Schwartz-Yeh σε σύγκριση με την ακριβή λύση που δίνει η προτεινόμενη εξίσωση (18) η οποία συμπίπτει με τα αποτελέσματα προσομοίωσης monte-carlo. Πιο συγκεκριμένα, φαίνεται πως, για τις συγκεκριμένες λογαριθμοκανονικές παραμέτρους που φαίνονται στο σχήμα, οι δύο προσεγγιστικές μέθοδοι υπερεκτιμούν σε μεγάλο βαθμό την καμπύλη της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του SNR στην έξοδο του συνδυαστή, με την τεχνική F-W να έχει τη μεγαλύτερη απόκλιση. Ωστόσο, για μεγάλες τιμές του σηματοθρομβικού λόγου η ίδια τεχνική δείχνει πως έχει μεγαλύτερη ακρίβεια, αφού συμπίπτει με τις θεωρητικές καμπύλες.



**Σχήμα 1-10.** Σύγκριση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας σύμφωνα με την προτεινόμενη εξίσωση και τις προσεγγιστικές τεχνικές Fenton-Wilkinson και τροποποιημένη Schwartz-Yeh.

## 1.5. Εργοδική χωρητικότητα

### 1.5.1. Συναφής βιβλιογραφία

Θεωρώντας ένα σύστημα δίχως περιορισμούς στην καθυστέρηση της πληροφορίας (με άλλα λόγια η πληροφορία μεταδίδεται σε πακέτα πολύ μεγάλου μεγέθους) και με ακριβή γνώση του καναλιού μόνο στο δέκτη, η εργοδική χωρητικότητα ορίζεται ως η αναμενόμενη (μέση) τιμή της μη-εργοδικής χωρητικότητας [Ozarow94, Biglieri98]:

$$E\{C\} = \int_0^{\infty} \log_2(1 + \gamma_c) f_{\gamma_c}(\gamma_c) d\gamma_c = (\ln 2)^{-1} E\{\ln(1 + \gamma_c)\} \quad (19)$$

όπου η  $f_{\gamma_c}(\gamma_c)$  δίνεται από την (18). Επομένως, ο απευθείας υπολογισμός της εργοδικής χωρητικότητας απαιτεί τον υπολογισμό ενός διπλού ολοκληρώματος, σύμφωνα με τις (18)-(19), ο οποίος στην πράξη έχει αργή σύγκλιση για μεγάλες μεταβλητότητες,

φαινόμενο το οποίο οφείλεται στην αργή κάθοδο της ουράς της λογαριθμοκανονικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας  $f_{\gamma_c}(\gamma_c)$ .

Στη βιβλιογραφία η εργοδική χωρητικότητα υπολογίζεται αξιοποιώντας την προσέγγιση Fenton-Wilkinson [AbuDayya94], παρέχοντας άνω/κάτω φράγματα [Alouini99] ή επιπλέον προσεγγίσεις βασισμένες σε προσεγγίσεις συναρτήσεων [Laouirine07] ή αριθμητική παρεμβολή [Heliot08].

Στην επόμενη ενότητα θα προταθούν αναλυτικές εκφράσεις για τη ροπογεννήτρια συνάρτηση και τη μέση τιμή του λογαρίθμου του αθροίσματος δύο συσχετισμένων λογαριθμοκανονικών μεταβλητών. Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα αυτά, θα προταθούν στη συνέχεια αναλυτικές εκφράσεις για την εργοδική χωρητικότητα των τεχνικών MRC και EGC και θα συγκριθούν με τις προσεγγιστικές εκφράσεις της βιβλιογραφίας.

### 1.5.2. Υπολογισμός στατιστικών μεγεθών του λογαρίθμου του αθροίσματος δύο συσχετισμένων λογαριθμοκανονικών μεταβλητών

Η ροπογεννήτρια συνάρτηση (MGF) και η μέση τιμή του λογαρίθμου του αθροίσματος δύο συσχετισμένων λογαριθμοκανονικών μεταβλητών ( $e^{u_1}, e^{u_2}$ ) με μηδενικές μέσες τιμές έχει λεπτομερώς μελετηθεί στην [Hamdan71]. Επίσης, μια προσέγγιση για τη ροπογεννήτρια συνάρτηση βασισμένη σε διπλή ολοκλήρωση Gauss-Hermite (αποτελούμενη από ένα διπλό άθροισμα) παρατίθεται στην [DiRenzo08]. Στην ενότητα αυτή θα επεκταθεί η ανάλυση της δημοσίευσης [Hamdan71] για μη-μηδενικές μέσες τιμές.

#### 1.5.2.1. Υπολογισμός ροπογεννήτριας συνάρτησης

Μπορεί να δειχθεί ότι οι τυχαίες μεταβλητές  $(R, W) = \left( \frac{u_1 + u_2}{2}, \frac{u_2 - u_1}{2} \right)$  ακολουθούν

μια από-κοινού κανονική κατανομή με παραμέτρους (σε Neper):

$$(\mu_R, \mu_W) = \left( \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}, \frac{\mu_2 - \mu_1}{2} \right) \quad (20)$$

$$(\sigma_R, \sigma_W) = \left( \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho_n \sigma_1 \sigma_2}, \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_n \sigma_1 \sigma_2} \right) \quad (21)$$

$$\rho_{RW} = (\sigma_2^2 - \sigma_1^2) / (4\sigma_R \sigma_W) \quad (22)$$



όπου  $(\mu_i, \sigma_i)_{i=1,2}$  είναι η μέση τιμή και η μεταβλητότητα κάθε λογαριθμοκανονικής παραμέτρου. Ο λογάριθμος του αθροίσματος δυο λογαριθμοκανονικών μεταβλητών επομένως δίνεται από:

$$V = \ln(e^{u_1} + e^{u_2}) = \ln(e^R (e^{-W} + e^W)) \quad (23)$$

Η ροπογεννήτρια συνάρτηση της τυχαίας μεταβλητής  $V$  δίνεται από το γενικό τύπο:

$$M_V(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{RW}(r, w) (e^{rs} (e^{-w} + e^w))^s dr dw \quad (24)$$

Χρησιμοποιώντας το θεώρημα Bayes [Papoulis01, Εξ. (7.41)] στην από-κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των μεταβλητών  $R$  και  $W$ , έχουμε:

$$f_{RW}(r, w) = f_W(w) f(r|w) \quad (25)$$

όπου  $f_W(w) = \frac{1}{\sigma_W \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(w - \mu_W)^2}{2\sigma_W^2}\right)$ . Χρησιμοποιώντας την έκφραση για την υπό συνθήκη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δύο κανονικών τυχαίων μεταβλητών [Papoulis, Εξ. (7.42)]:

$$f_{RW}(r, w) = f_W(w) \frac{1}{\sigma_R \sqrt{2\pi(1 - \rho_{RW}^2)}} \exp\left(-\frac{(r - \mu_R - \rho_{RW}\sigma_R(w - \mu_W)/\sigma_W)^2}{2\sigma_R^2(1 - \rho_{RW}^2)}\right) \quad (26)$$

Επομένως, η ροπογεννήτρια συνάρτηση του λογαρίθμου του αθροίσματος δύο συσχετισμένων λογαριθμοκανονικών μεταβλητών μπορεί να εκφραστεί ως:

$$M_V(s) = \frac{1}{\sigma_R \sqrt{2\pi(1 - \rho_{RW}^2)}} \int_{-\infty}^{\infty} \left( f_W(w) (e^{-w} + e^w)^s \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(r - \mu_R - \rho_{RW}\sigma_R(w - \mu_W)/\sigma_W)^2}{2\sigma_R^2(1 - \rho_{RW}^2)} + rs\right) dr \right) dw \quad (27)$$

Χρησιμοποιώντας τους τύπους:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-(Ax^2 + Bx + C)) dr = \sqrt{\frac{\pi}{A}} \exp\left(\frac{B^2}{4A} - C\right) \\ \int_0^{\infty} \exp(-(Ax^2 + Bx + C)) dr = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{A}} \exp\left(\frac{B^2}{4A} - C\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{B}{2\sqrt{A}}\right) \\ \int_{-\infty}^0 \exp(-(Ax^2 + Bx + C)) dr = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{A}} \exp\left(\frac{B^2}{4A} - C\right) \operatorname{erfc}\left(-\frac{B}{2\sqrt{A}}\right) \end{cases} \quad (28)$$

είναι δυνατό να συμπληρωθεί το τετράγωνο ως προς  $r$  στο δεύτερο ολοκλήρωμα στην (27) και να οδηγηθούμε στον τύπο:

$$M_V(s) = \exp\left[\frac{s^2\sigma_R^2(1-\rho_{RW}^2)\sigma_W - 2s(\mu_R + \rho_{RW}\sigma_R\mu_W)}{2\sigma_W}\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} f_W(w)(\exp[-w] + \exp[w])^s \exp\left[\frac{s\rho_{RW}\sigma_R}{\sigma_W}w\right] dw \quad (29)$$

Η έκφραση (29) μπορεί να εκφραστεί με το διαχωρισμό του διαστήματος ολοκλήρωσης σε θετικά και αρνητικά  $w$  ως:

$$M_V(s) = \exp\left[\frac{s^2\sigma_R^2(1-\rho_{RW}^2)\sigma_W - 2s(\mu_R + \rho_{RW}\sigma_R\mu_W)}{2\sigma_W}\right] \times \left( \int_{-\infty}^0 f_W(w) \exp\left[\frac{s\rho_{RW}\sigma_R}{\sigma_W}w\right] \exp[-ws](1 + \exp[2w])^s dw + \int_0^{\infty} f_W(w) \exp\left[\frac{s\rho_{RW}\sigma_R}{\sigma_W}w\right] \exp[ws](1 + \exp[-2w])^s dw \right) \quad (30)$$

Χρησιμοποιώντας τη διωνυμική ανάπτυξη:

$$w < 0: (1 + \exp[2w])^s = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{s}{k} \exp[2wk] \quad (31)$$

$$w > 0: (1 + \exp[2w])^s = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{s}{k} \exp[-2wk]$$

όπου ο διωνυμικός συντελεστής  $\binom{s}{k}$  μπορεί να εκφραστεί για μη ακέραιες τιμές του  $s$  ως

το πολυώνυμο Newton  $\binom{s}{k} = \frac{s(s-1)\dots(s-k+1)}{k!}$ . Επομένως η έκφραση για τη

ροπογεννήτρια συνάρτηση (30) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$M_V(s) = \exp\left[\frac{s^2\sigma_R^2(1-\rho_{RW}^2)\sigma_W - 2s(\mu_R + \rho_{RW}\sigma_R\mu_W)}{2\sigma_W}\right] \sum_{k=0}^{\infty} \binom{s}{k} (I_1 + I_2) \quad (32a)$$

όπου:

$$\begin{cases} I_1 = \int_{-\infty}^0 f_W(w) \exp\left[w\left(2k - s + \frac{s\rho_{RW}\sigma_R}{\sigma_W}\right)\right] dw \\ I_2 = \int_0^{\infty} f_W(w) \exp\left[w\left(s - 2k + \frac{s\rho_{RW}\sigma_R}{\sigma_W}\right)\right] dw \end{cases} \quad (32\beta)$$

Συμπληρώνοντας τα τετράγωνα και κάνοντας χρήση της (28), η ροπογεννήτρια συνάρτηση  $M_V(s) \triangleq E(e^{sV}) = E\left(e^{Rs}(e^{-w} + e^w)^s\right)$  δίνεται τελικά από την ακόλουθη έκφραση:

$$M_V(s) = \exp \left[ \frac{s^2 \sigma_R^2 (1 - \rho_{RW}^2) \sigma_w + 2s(\mu_R \sigma_w - \rho_{RW} \sigma_R \mu_w)}{2\sigma_w} \right] \times \sum_{k=0}^{\infty} \binom{s}{k} \left( \frac{1}{2} \exp \left[ \frac{A_1(s,k)^2}{2} - A_1(s,k) \frac{\mu_w}{\sigma_w} \right] \operatorname{erfc} \left[ \left( \frac{\mu_w}{\sigma_w} - A_1(s,k) \right) / \sqrt{2} \right] + \frac{1}{2} \exp \left[ \frac{A_2(s,k)^2}{2} + A_2(s,k) \frac{\mu_w}{\sigma_w} \right] \operatorname{erfc} \left[ - \left( \frac{\mu_w}{\sigma_w} + A_2(s,k) \right) / \sqrt{2} \right] \right) \quad (33)$$

όπου  $(A_1(s,k), A_2(s,k)) = ((s-2k)\sigma_w - s\rho_{RW}\sigma_R), ((s-2k)\sigma_w + s\rho_{RW}\sigma_R)$ .

### 1.5.2.2. Υπολογισμός μέσης τιμής

Η μέση τιμή  $E\{V\}$  του λογαρίθμου του αθροίσματος συσχετισμένων λογαριθμοκανονικών μεταβλητών μπορεί να εκφραστεί μέσω της πρώτης παραγώγου της ροπογεννήτριας συνάρτησης για  $s=0$ :

$$E\{V\} = \left. \frac{dM_V(s)}{ds} \right|_{s=0} \quad (34)$$

Ο υπολογισμός της (34) μπορεί να γίνει με αντικατάσταση της ροπογεννήτριας συνάρτησης από την (33) και εναλλάσσοντας τη διαφορίση με το άθροισμα σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφεται στη δημοσίευση [Naus69] (μέσω του θεωρήματος Leibnitz για την απόδειξη σύγκλισης εναλλασσόμενης σειράς). Επιπλέον, για τον υπολογισμό της διαφορίσης πρέπει να εκφραστεί ο δυνωμικός συντελεστής ως το πολυώνυμο Newton

$\binom{s}{k} = \frac{s(s-1)\dots(s-k+1)}{k!}$  του οποίου η παράγωγος για  $s=0$  δίνεται από:

$$\left. \frac{d \binom{s}{k}}{ds} \right|_{s=0} = \left. \frac{d \left( \frac{s(s-1)\dots(s-k+1)}{k!} \right)}{ds} \right|_{s=0} = \frac{(-1)^{k-1}}{k} \quad (35)$$

Έτσι καταλήγουμε στον τελικό τύπο για τη μέση τιμή του λογαρίθμου του αθροίσματος δύο συσχετισμένων λογαριθμοκανονικών μεταβλητών:

$$E\{V\} = \left( \mu_R + \mu_w - \mu_w \operatorname{erf} \left[ \frac{\mu_w}{\sqrt{2}\sigma_w} \right] + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_w \exp \left[ -\frac{\mu_w^2}{2\sigma_w^2} \right] + \frac{1}{2} \exp \left[ -\frac{\mu_w^2}{2\sigma_w^2} \right] \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k} \left( \operatorname{erfcx} \left[ \frac{2k\sigma_w + \mu_w / \sigma_w}{\sqrt{2}} \right] + \operatorname{erfcx} \left[ \frac{2k\sigma_w - \mu_w / \sigma_w}{\sqrt{2}} \right] \right) \right)$$

(36)

όπου η συνάρτηση  $\operatorname{erfcx}[z]$  ορίζεται ως:

$$\operatorname{erfcx}[z] \triangleq \exp[z^2] \operatorname{erfc}[z] \quad (37)$$

Η συνάρτηση  $\operatorname{erfcx}[z]$  μπορεί να υπολογιστεί είτε με περιορισμένη αριθμητική ακρίβεια σύμφωνα με την ανάλυση [Cody69] (στην οποία βασίζεται η σχετική συνάρτηση του πακέτου Matlab) είτε χρησιμοποιώντας αριθμητικές αντικαταστάσεις μεταβλητών από πίνακες [Tellambura00]. Εναλλακτικά, οποιαδήποτε αριθμητική ακρίβεια μπορεί να επιτευχθεί με αναπαράσταση της συνάρτησης με συνεχή κλάσματα: [Abramowitz64: Eq. (7.1.14)]:

$$\operatorname{erfcx}[z] = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \operatorname{cfrac}\left[z, \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{2}, \dots\right\}\right], \quad z > 0 \quad (38)$$

όπου τα συνεχή κλάσματα  $\operatorname{cfrac}[z, \{c_1, c_2, c_3, \dots\}] \triangleq c_1 / (z + c_2 / (z + c_3 / (z + \dots)))$  υπολογίζονται με την τροποποιημένη μέθοδο Lentz [Lentz76, 24: Ενότητα 5.2, σ. 208].

Τέλος, ο αριθμός των όρων του απείρου αθροίσματος στην έκφραση (36) μπορεί να αποκοπεί σε κάποιο περιορισμένο αριθμό ώστε η έκφραση (36) να δώσει οποιαδήποτε ζητούμενη ακρίβεια. Φράγματα για την ακρίβεια της αποκοπής μπορούν να βρεθούν στη δημοσίευση [Hamdan71: Εξ. (2.8)] για την περίπτωση των μηδενικών λογαριθμοκανονικών μέσων τιμών, αποτελέσματα τα οποία μπορούν εύκολα να γενικευθούν για την περίπτωση μη-μηδενικών μέσων τιμών. Γενικά, μπορεί να παρατηρηθεί ότι για δεδομένη ζητούμενη ακρίβεια υπολογισμού της έκφρασης (36), ο απαραίτητος αριθμός όρων αθροίσματος που πρέπει να ληφθούν μεγαλώνει με μείωση των λογαριθμοκανονικών μεταβλητοτήτων και/ή με αύξηση του συντελεστή συσχέτισης.

### 1.5.3. Εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής MRC

Ο υπολογισμός της εργοδικής χωρητικότητας μέσω της εξίσωσης (19) μπορεί να έχει αργή σύγκλιση, όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 1.5.1. Στην ενότητα αυτή θα προταθούν προσεγγιστικές λύσεις για την εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής MRC.

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση:

$$\ln(1 + \gamma_c) = \ln(\gamma_c) + T_{err} \quad (39)$$

όπου ο συντελεστής σφάλματος  $T_{err} = \ln(1 + \gamma_c) - \ln(\gamma_c)$  μπορεί να εκφραστεί ως άθροισμα θετικών όρων [Abramowitz64: Εξ. (4.1.29)]:

$$T_{err} = 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(2i-1)(2\gamma_c+1)^{2i-1}} \quad (40)$$

η εργοδική χωρητικότητα προκύπτει λαμβάνοντας τη μέση τιμή της εξίσωσης (39):

$$E\{C\} = (\ln 2)^{-1} E\{\ln \gamma_c\} + F_C \quad (41)$$

όπου  $F_C$  είναι ο συντελεστής διόρθωσης:

$$F_C = \frac{2}{\ln 2} \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{f_{\gamma_c}(\gamma_c)}{(2i-1)(2\gamma_c+1)^{2i-1}} d\gamma_c \quad (42)$$

και  $f_{\gamma_c}(\gamma_c)$  είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που δίνεται από την εξίσωση (18).

Στο σημείο αυτό αξίζει να σημειωθεί πως η εξίσωση (41) είναι ακριβής για ασυμπτωτικά μεγάλους σηματοθορυβικούς λόγους, διότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_{\gamma_c}(\gamma_c)$  καθώς και ο συντελεστής διόρθωσης  $F_C$  τείνουν στο μηδέν για μέσους σηματοθορυβικούς λόγους που πλησιάζουν στο άπειρο. Το συμπέρασμα αυτό επιβεβαιώνεται στην ενότητα 1.5.5 όπου δίνεται μια προσεγγιστική έκφραση για τον συντελεστή διόρθωσης (42).

Η έκφραση της εργοδικής χωρητικότητας (41) όπως προκύπτει είναι συνάρτηση της μέσης τιμής του λογαρίθμου του αθροίσματος λογαριθμοκανονικών μεταβλητών (έξοδος του συνδυαστή MRC, βλέπε εξίσωση (1)), η οποία υπολογίστηκε στην ενότητα 1.5.2 (βλέπε εξίσωση (36)). Επομένως η εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής MRC με δύο κεραιές δίνεται από:

$$\begin{aligned} E\{C_{MRC}\} = & \frac{1}{\ln 2} \left( \mu_R + \mu_W - \mu_W \operatorname{erf} \left[ \frac{\mu_W}{\sqrt{2}\sigma_W} \right] + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_W \exp \left[ -\frac{\mu_W^2}{2\sigma_W^2} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \exp \left[ -\frac{\mu_W^2}{2\sigma_W^2} \right] \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k} \left( \operatorname{erfcx} \left[ \frac{2k\sigma_W + \mu_W / \sigma_W}{\sqrt{2}} \right] + \operatorname{erfcx} \left[ \frac{2k\sigma_W - \mu_W / \sigma_W}{\sqrt{2}} \right] \right) \right) \\ & + F_C^{MRC} \end{aligned} \quad (43)$$

όπου οι συντελεστές  $(\mu_R, \mu_W, \sigma_R, \sigma_W)$  δίνονται από τις εξισώσεις (20)-(21), ο συντελεστής διόρθωσης  $F_C^{MRC}$  μπορεί είτε να αγνοηθεί είτε να υπολογιστεί προσεγγιστικά σύμφωνα με την ανάλυση της ενότητας 1.5.5 ενώ στοιχεία υπολογισμού του αθροίσματος και της συνάρτησης  $\operatorname{erfcx}[\ ]$  δόθηκαν στην ενότητα 1.5.2.

#### 1.5.4. Εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής EGC

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (41) και (1), η εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής EGC μπορεί να εκφραστεί ως:

$$E\{C_{EGC}\} = \frac{2}{\ln 2} E\left\{\ln\left(\sqrt{\frac{\gamma_1}{2}} + \sqrt{\frac{\gamma_2}{2}}\right)\right\} + F_C^{EGC} = \frac{2}{\ln 2} E\{\ln(\gamma'_1 + \gamma'_2)\} + F_C^{EGC} \quad (44)$$

όπου ο συντελεστής διόρθωσης  $F_C^{EGC}$  μπορεί είτε να αγνοηθεί είτε να υπολογιστεί προσεγγιστικά σύμφωνα με την ανάλυση της ενότητας 1.5.5 ενώ η μέση τιμή του λογαρίθμου του αθροίσματος των μεταβλητών  $(\gamma'_1, \gamma'_2)$  δίνεται από την εξίσωση (36) χρησιμοποιώντας στη θέση των παραμέτρων  $(\mu_1, \sigma_1, \mu_2, \sigma_2)$  τις παραμέτρους:

$$(\mu'_1, \sigma'_1, \mu'_2, \sigma'_2) = \left(\frac{\mu_1 - \ln 2}{2}, \frac{\sigma_1}{2}, \frac{\mu_2 - \ln 2}{2}, \frac{\sigma_2}{2}\right) \quad (45)$$

Επομένως η έκφραση της εργοδικής χωρητικότητας για την τεχνική EGC μπορεί εύκολα να δοθεί σε μορφή όμοια της (43).

#### 1.5.5. Προσεγγιστικός υπολογισμός του συντελεστή διόρθωσης

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιασθούν προσεγγιστικές εκφράσεις για το συντελεστή διόρθωσης  $F_C$  που δίνεται από τη σχέση (42). Μπορεί να παρατηρηθεί ότι ο πρώτος όρος του αθροίσματος θετικών όρων στη σχέση (40) αποτελεί ένα κάτω φράγμα το οποίο είναι πιο κλειστό από το φράγμα που δίνεται στη δημοσίευση [Alouini99: Εξ. (32)] και επομένως αποτελεί μια ικανοποιητική προσέγγιση για το συντελεστή διόρθωσης  $F_C$ . Λαμβάνοντας τη μέση τιμή του πρώτου όρου της (40) επί  $(\ln 2)^{-1}$ , ο συντελεστής διόρθωσης  $F_C$  (42) μπορεί λοιπόν να προσεγγιστεί ως:

$$F_C \approx \frac{2}{\ln 2} \int_0^{\infty} \frac{f_{\gamma_c}(\gamma_c)}{2\gamma_c + 1} d\gamma_c \quad (46)$$

Στη συνέχεια, το ολοκλήρωμα στην (46) μπορεί να προσεγγιστεί μέσω της μεθόδου ολοκλήρωσης Gauss-Laguerre για μικρό αριθμό όρων  $N = 2$  (βλ. [Abramowitz64: Εξ. (25.4.45), Πίνακας 25.9]) ως εξής:

$$F_C \approx 2.037 f_{\gamma_c}(0.586) + 1.641 f_{\gamma_c}(3.414) \quad (47)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (47), μια μεγάλη μέση τιμή του σηματοθορυβικού λόγου στην έξοδο του συνδυαστή MRC θα είχε ως αποτέλεσμα ο συντελεστής διόρθωσης όπως

δίνεται από τη σχέση (47) να πλησιάζει το μηδέν, ενώ μια μικρή μέση τιμή θα οδηγούσε σε μεγάλες τιμές των όρων της (47) και επομένως του συντελεστή διόρθωσης. Ωστόσο, σε πρακτικά συστήματα όπου ο μέσος σηματοθορυβικός λόγος είναι διάφορος του μηδενός (λόγω του πρακτικού εύρους τιμών των χαρακτηριστικών της διάδοσης όπως οι απώλειες ελευθέρου χώρου, η ισχύς και το κέρδος των κεραιών) αναμένεται η προσέγγιση (47) να παρέχει ικανοποιητική ακρίβεια.

#### 1.5.6. Ανάλυση της ακρίβειας των προτεινόμενων προσεγγίσεων

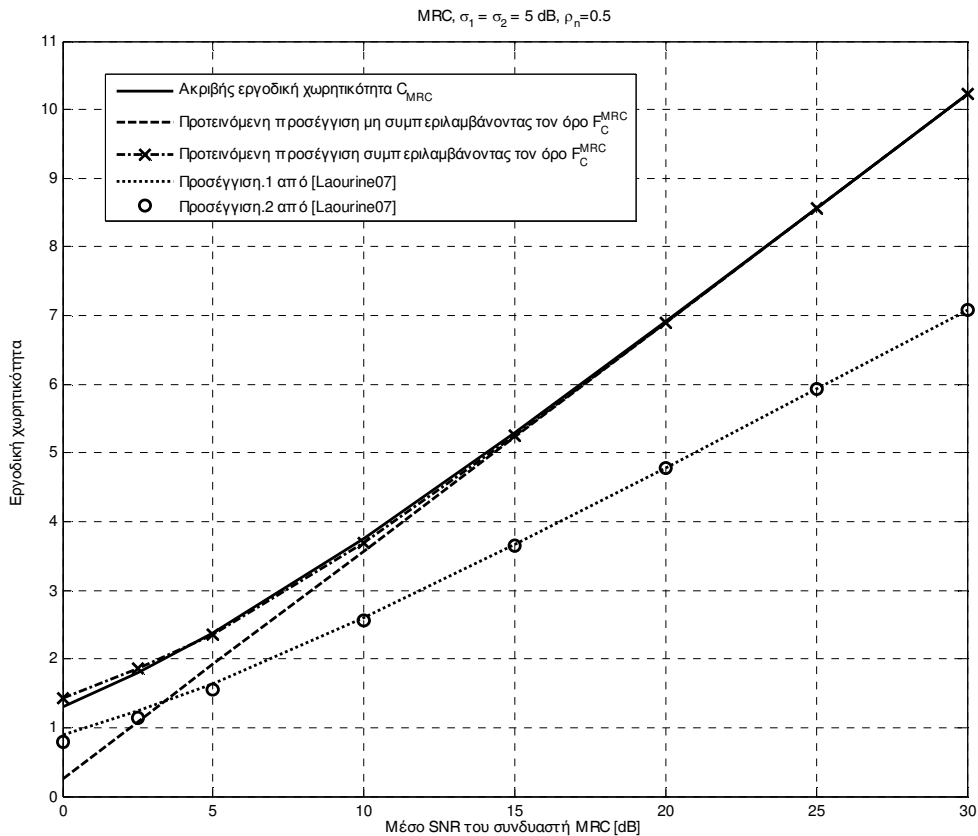
Στην παρούσα ενότητα θα συγκριθεί η ακρίβεια της προσέγγισης (43) για την τεχνική MRC με προσεγγίσεις της βιβλιογραφίας [Laourine07, AbuDayya94]. Η ανάλυση μπορεί με ευκολία να επαναληφθεί για την τεχνική EGC.

Στο Σχήμα 1-11 παρουσιάζεται η ακρίβεια της προτεινόμενης προσέγγισης (43) συναρτήσει του μέσου λόγου SNR (σε dB) για ένα σύστημα MRC που χρησιμοποιεί δύο κεραιές με ίσες μεταβλητότητες των κλάδων διαφορικότητας. Σχεδιάζεται πρώτα η ακριβής θεωρητική καμπύλη της σχέσης (19) (υπολογισμένης με διπλή ολοκλήρωση) και κατόπιν παρουσιάζονται δύο καμπύλες που αντιστοιχούν στην (43), η πρώτη με το συντελεστή διόρθωσης  $F_C^{MRC}$  να έχει αγνοηθεί και η δεύτερη με το συντελεστή διόρθωσης  $F_C^{MRC}$  να έχει προσεγγιστεί σύμφωνα με τη σχέση (47). Και στις δύο καμπύλες επιλέχθηκε πρόχειρα ένας ικανοποιητικός αριθμός όρων στο άθροισμα της εξίσωσης (43), παρέχοντας ικανοποιητική ακρίβεια, ωστόσο η διαδικασία αυτή θα μπορούσε να αυτοματοποιηθεί σύμφωνα με την ανάλυση της δημοσίευσης [Hamdan71]. Όπως φαίνεται από το Σχήμα 1-11, οι δύο καμπύλες της προτεινόμενης προσέγγισης (43) είναι αρκετά ακριβείς για μη-μηδενικές μέσες τιμές, ενώ ταυτίζονται με την ακριβή θεωρητική καμπύλη της εργοδικής χωρητικότητας για υψηλούς μέσους σηματοθορυβικούς λόγους, επιβεβαιώνοντας κατ' αυτό τον τρόπο τη θεωρητική ανάλυση των προηγούμενων ενοτήτων. Επίσης, στο ίδιο Σχήμα 1-11 φαίνεται πως ο συνυπολογισμός του συντελεστή διόρθωσης, έστω και προσεγγιστικά σύμφωνα με τη σχέση (47), οδηγεί σε αρκετά ακριβή προσέγγιση της εργοδικής χωρητικότητας, με ακρίβεια μεγαλύτερη των τεχνικών της δημοσίευσης [Laourine07].

Στο Σχήμα 1-12 φαίνεται η ακρίβεια των προτεινόμενων προσεγγίσεων για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης και μη-μηδενικές μέσες τιμές των κλάδων διαφορικότητας, καθώς και η αδυναμία των προσεγγίσεων της βιβλιογραφίας να

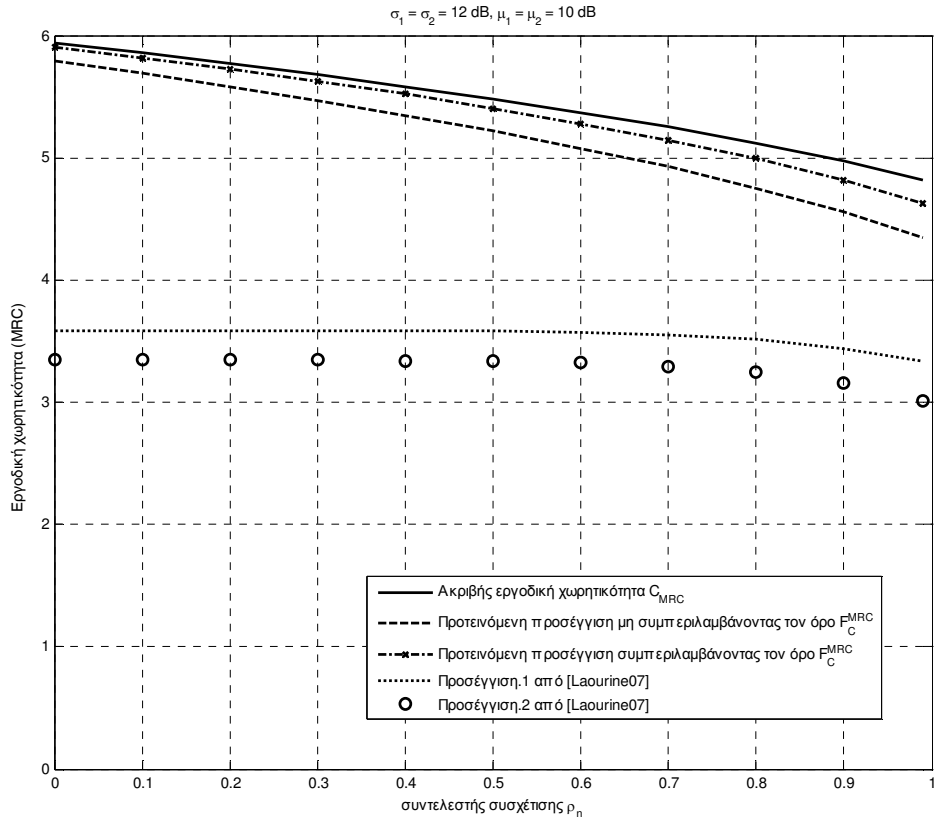
απεικονίζουν την επίδραση της συσχέτισης στην εργοδική χωρητικότητα. Από την άλλη μεριά, για μηδενικές μέσες τιμές (Σχήμα 1-13) οι προσεγγίσεις που προτείνονται στη δημοσίευση [Laourine07] μπορούν σε ένα πολύ μικρό εύρος (υψηλών) τιμών του συντελεστή συσχέτισης να πετύχουν καλύτερη ακρίβεια από την προτεινόμενη προσέγγιση που συμπεριλαμβάνει το συντελεστή διόρθωσης  $F_C$ . Τέλος, η προτεινόμενη προσεγγιστική καμπύλη όπου αγνοείται ο συντελεστής διόρθωσης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1-12, παρέχει σε όλο το εύρος τιμών του  $\rho_n$  ικανοποιητική ακρίβεια για μη-μηδενικές μέσες τιμές.

Τα παραπάνω συμπεράσματα ισχύουν και για την περίπτωση της τεχνικής EGC όπου σχετικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 1-14 για μη-μηδενικές και στο Σχήμα 1-15 για μηδενικές μέσες τιμές. Πρέπει όμως να σημειωθεί εδώ, ότι στην περίπτωση αυτή, η προσέγγιση 1 κατά [Laourine07] για μηδενικές μέσες τιμές έχει καλύτερη ακρίβεια από την προτεινόμενη μέθοδο με αγνόηση του όρου  $F_C$  για μεγαλύτερο εύρος τιμών του  $\rho_n$ .

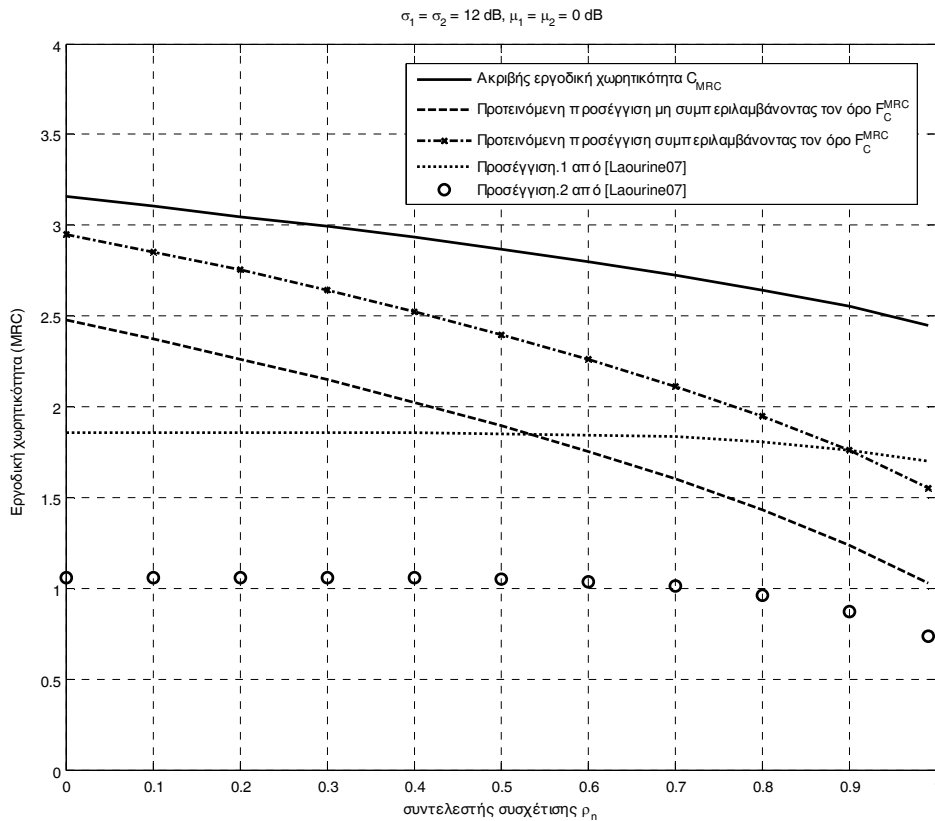


**Σχήμα 1-11.** Εργοδική χωρητικότητα για εύρος τιμών του μέσου σηματοθορυβικού λόγου του συνδυαστή MRC με δυο ισο-κατανεμημένους κλάδους διαφορικότητας.

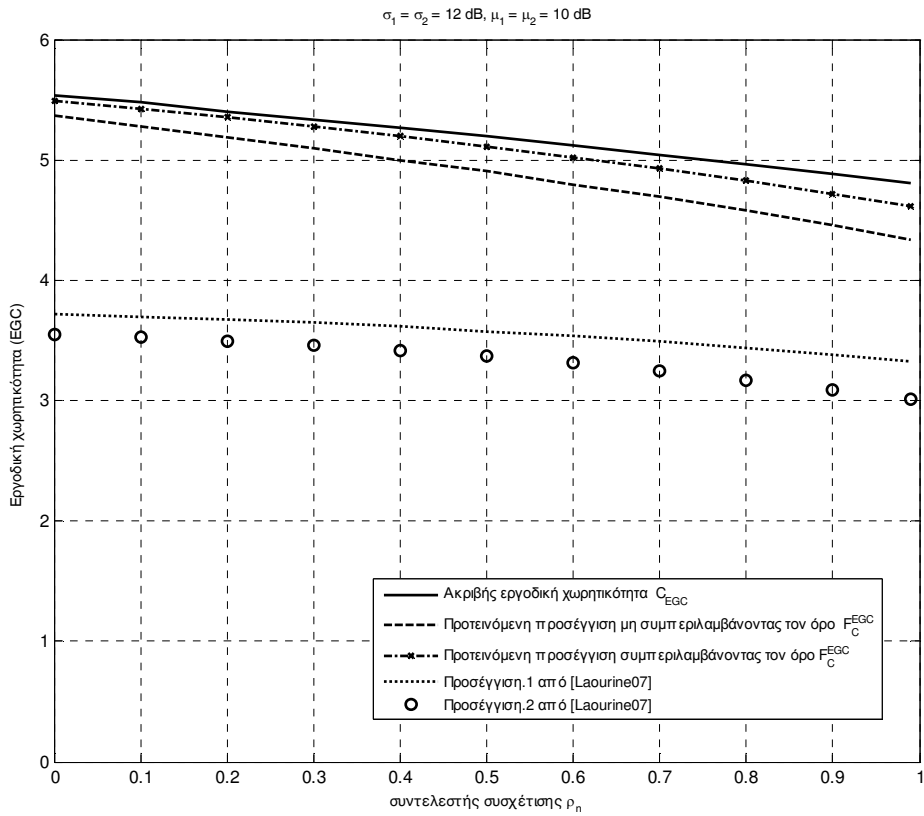




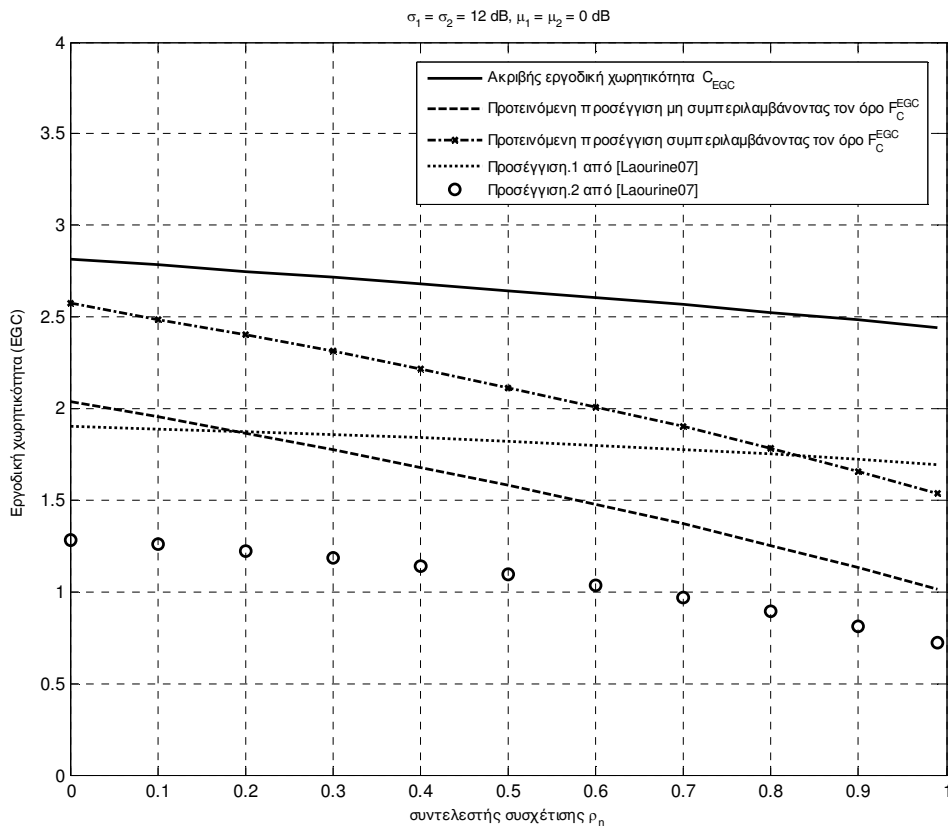
**Σχήμα 1-12.** Εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής MRC συναρτήσει του συντελεστή συσχέτισης (μη-μηδενικές μέσες τιμές).



**Σχήμα 1-13.** Εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής MRC συναρτήσει του συντελεστή συσχέτισης (μηδενικές μέσες τιμές).



**Σχήμα 1-14.** Εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής EGC συναρτήσει του συντελεστή συσχέτισης (μη-μηδενικές μέσες τιμές).



**Σχήμα 1-15.** Εργοδική χωρητικότητα της τεχνικής EGC συναρτήσει του συντελεστή συσχέτισης (μηδενικές μέσες τιμές).

## 1.6. Μέση πιθανότητα σφάλματος ψηφίου (BER)

### 1.6.1. Συναφής βιβλιογραφία

Η μέση πιθανότητα σφάλματος ψηφίου (average BER) του αθροίσματος λογαριθμοκανονικών μεταβλητών είναι μια έκφραση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας, η οποία όπως έχει ήδη αναφερθεί δεν έχει δοθεί αναλυτικά στη βιβλιογραφία. Προσεγγιστικές λύσεις για τη μέση πιθανότητα σφάλματος ψηφίου της διαφορικής λήψης έχουν δοθεί μέσω του συνδυασμού τεχνικών όπως η Fenton-Wilkinson [AbuDayya94] ή η τροποποιημένη τεχνική Schwartz-Yeh [Ho95] με την ολοκλήρωση Gauss-Hermite [Simon00: Εξ. (5.22)].

### 1.6.2. Μέση πιθανότητα σφάλματος bit της διαφορικής λήψης με δύο κεραιές

Στην ενότητα αυτή θα προταθεί μια έκφραση για τη μέση πιθανότητα σφάλματος ψηφίου της διαφορικής λήψης με δύο κεραιές. Η ανάλυση που ακολουθεί είναι γενική και μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε είδος διαφορικού συνδυαστή (π.χ. MRC, EGC, SC κ.α. [Stuber01]).

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του σηματοθορυβικού λόγου στην έξοδο ενός διαφορικού συνδυαστή μπορεί να εκφραστεί ως:

$$f_c(\gamma) = \int_0^\infty \int_0^\infty f_{\gamma_1\gamma_2}(\gamma_1, \gamma_2) \delta(\gamma - \gamma_c(\gamma_1, \gamma_2)) d\gamma_1 d\gamma_2 \quad (48)$$

όπου  $\gamma_c(\gamma_1, \gamma_2)$  είναι η συνάρτηση του σηματοθορυβικού λόγου στην έξοδο του διαφορικού συνδυαστή (π.χ. εξίσωση (1) για MRC και EGC). Η μέση πιθανότητα σφάλματος ψηφίου προκύπτει από τη λήψη της μέσης τιμής της στιγμιαίας πιθανότητας σφάλματος ψηφίου για όλες τις τιμές της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του SNR [Simon00: Εξ. (5.1)]. Χρησιμοποιώντας την εναλλακτική έκφραση για τη συνάρτηση Q [Simon00: Εξ. (4.2)] η μέση πιθανότητα σφάλματος ψηφίου  $P_b$  προκύπτει ως:

$$P_b = \int_0^\infty Q(\alpha\sqrt{\gamma}) f_c(\gamma) d\gamma = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty \int_0^\infty f_{\gamma_1\gamma_2}(\gamma_1, \gamma_2) \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sin^2\theta} \gamma_c(\gamma_1, \gamma_2)\right) d\gamma_1 d\gamma_2 d\theta \quad (49)$$

όπου  $a$  είναι η σταθερά του διαγράμματος διαμόρφωσης (π.χ.  $a = \sqrt{2}$  για διαμόρφωση BPSK). Κάνοντας την αλλαγή μεταβλητών (2), αντικαθιστώντας την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_{\gamma_1, \gamma_2}$  (βλ. σχέση (4)) και τέλος κάνοντας την αλλαγή

$$\text{μεταβλητών } (y_1, y_2) = \left( \frac{u_1 - \rho_n u_2}{\sqrt{2(1 - \rho_n^2)}}, \frac{u_2}{\sqrt{2}} \right) \text{ με Ιακωβιανή } \left( 2\sqrt{1 - \rho_n^2} \right)^{-1}, \text{ η εξίσωση (49)}$$

μετασχηματίζεται στην:

$$P_b = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-y_2^2) \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-y_1^2) \times \\ \times \exp\left( -\frac{\alpha^2}{2 \sin^2 \theta} \gamma_c \left( \exp\left( \sigma_1 \left( \sqrt{2(1 - \rho_n^2)} y_1 + \sqrt{2} \rho_n y_2 \right) + \mu_1 \right), \exp\left( \sigma_2 \sqrt{2} y_2 + \mu_2 \right) \right) \right) dy_1 dy_2 d\theta \quad (50)$$

Εφαρμόζοντας στη συνέχεια Gauss-Hermite ολοκλήρωση

$$\left( \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-x^2} dx = \sum_{i=1}^N w_i f(x_i) + E_N \right), \text{ όπου } E_N \text{ είναι ο συντελεστής σφάλματος, } x_i \text{ είναι οι}$$

ρίζες του Hermite πολυώνυμου  $N$  βαθμού,  $w_i$  είναι οι συντελεστές βάρους της ολοκλήρωσης [Abramowitz64: Πίνακας 25.10]) για τη μεταβλητή  $y_1$  και έπειτα για τη μεταβλητή  $y_2$  στην (52) (και αγνοώντας το συντελεστή σφάλματος για μεγάλα  $N$ ), η εξίσωση (50) μετασχηματίζεται στην:

$$P_b \approx \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \sum_{j=1}^N w_j \sum_{i=1}^N w_i \exp\left( -\frac{\alpha^2 \gamma_c \left( \exp\left( \sigma_1 \left( \sqrt{2(1 - \rho_n^2)} x_i + \sqrt{2} \rho_n x_j \right) + \mu_1 \right), \exp\left( \sigma_2 \sqrt{2} x_j + \mu_2 \right) \right) \right)}{2 \sin^2 \theta} \right) d\theta \quad (51)$$

Η εξίσωση (51) ισχύει για οποιαδήποτε τεχνική διαφορικής λήψης με αντικατάσταση της συνάρτησης  $\gamma_c(\gamma_1, \gamma_2)$  με την κατάλληλη έκφραση της εξόδου του συνδυαστή (βλ. σχέση (1)). Επίσης, για την περίπτωση της τεχνικής MRC, η εξίσωση (51) μπορεί εναλλακτικά να παραχθεί μέσω της ολοκλήρωσης της ροπογεννήτριας συνάρτησης του αθροίσματος λογαριθμοκανονικών μεταβλητών (βλ. [Simon00: Εξ. (5.3)] και [Mehta07: Εξ. (17)]).

Τελώντας την ολοκλήρωση ως προς  $\theta$  στην εξίσωση (51), ο τελικός τύπος για τη μέση πιθανότητα σφάλματος ψηφίου οποιουδήποτε διαφορικού συνδυαστή δίνεται από:

$$P_b \approx \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N w_i w_j \mathcal{Q} \left( \alpha \sqrt{\gamma_c \left( \exp \left( \sigma_1 \left( \sqrt{2(1-\rho_n^2)} x_i + \sqrt{2}\rho_n x_j \right) + \mu_1 \right), \exp \left( \sigma_2 \sqrt{2} x_j + \mu_2 \right) \right)} \right) \quad (52)$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα αποτελεί γενίκευση των αποτελεσμάτων για συστήματα ενός κλάδου [Simon00: Εξ. (5.22)] στη περίπτωση συστημάτων διαφορικής λήψεως με δύο κεραιές. Επίσης, αξίζει να σημειωθεί ότι ο αριθμός των όρων Gauss-Hermite  $N$  στην (52) μπορεί να ρυθμιστεί τόσο μεγάλος ώστε να πετύχει οποιαδήποτε ζητούμενη ακρίβεια του αποτελέσματος, τη στιγμή που προσεγγίσεις όπως η Fenton-Wilkinson [AbuDayya94, Simon00] είναι περιορισμένης ακρίβειας. Τέλος, η προτεινόμενη εξίσωση (52) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή της πιθανότητας σφάλματος ψηφίου για διαμορφώσεις M-QAM ακολουθώντας τη μεθοδολογία των δημοσιεύσεων [Fitz94, Cho02, Lopes07a,b].

### 1.6.3. Μέση πιθανότητα σφάλματος bit των τεχνικών MRC και EGC

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (1) στη σχέση (52), η μέση πιθανότητα σφάλματος ψηφίου των τεχνικών MRC και EGC δίνεται από:

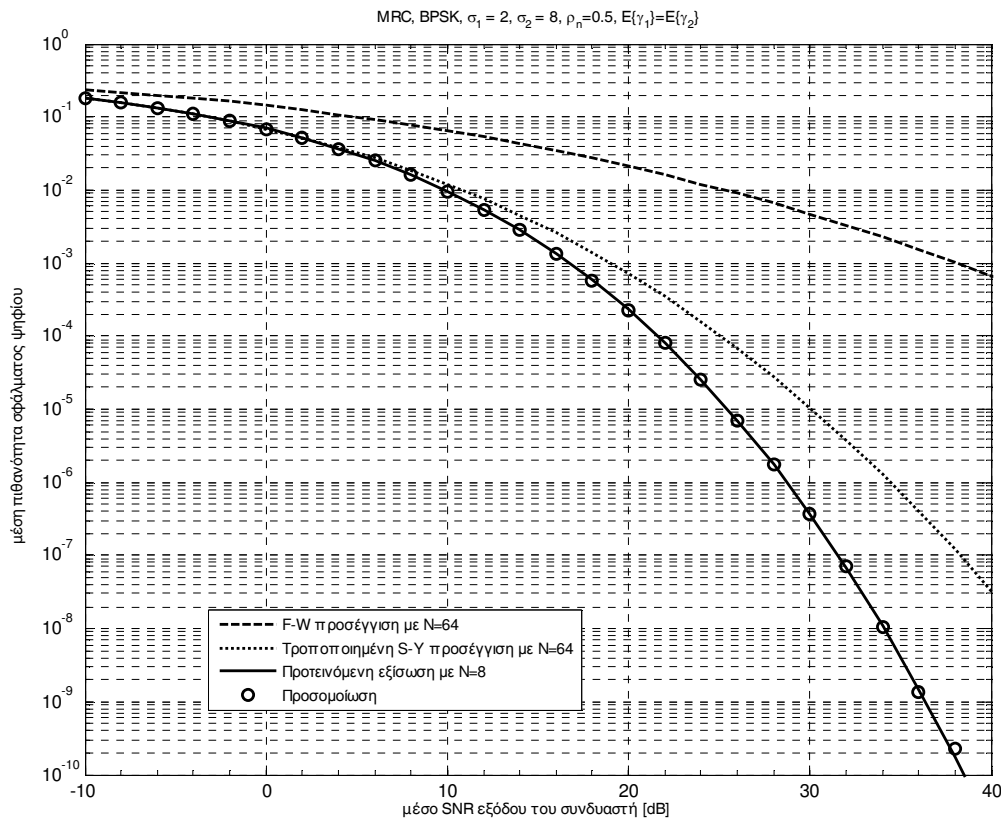
$$P_b \approx \begin{cases} \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N w_i w_j \mathcal{Q} \left( \alpha \sqrt{\exp \left( \sigma_1 \left( \sqrt{2(1-\rho_n^2)} x_i + \sqrt{2}\rho_n x_j \right) + \mu_1 \right) + \exp \left( \sigma_2 \sqrt{2} x_j + \mu_2 \right)} \right) & , \text{ για MRC} \\ \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N w_i w_j \mathcal{Q} \left( \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \left( \exp \left( \frac{\sigma_1 \left( \sqrt{2(1-\rho_n^2)} x_i + \sqrt{2}\rho_n x_j \right) + \mu_1}{2} \right) + \exp \left( \frac{\sigma_2 \sqrt{2} x_j + \mu_2}{2} \right) \right) \right) & , \text{ για EGC} \end{cases} \quad (53)$$

Για όμοια κατανεμημένες λογαριθμοκανονικές μεταβλητές με πλήρη συσχέτιση, λαμβάνοντας υπόψη ότι  $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N w_i = \sqrt{\pi}$  (Γκαουσιανό ολοκλήρωμα που προκύπτει από Gauss-Hermite ολοκλήρωση με ολοκληρωτέα συνάρτηση τη μονάδα), το αποτέλεσμα (53) μετασχηματίζεται σε:

$$P_b \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{j=1}^N w_j \mathcal{Q} \left( \sqrt{2} \alpha \exp \left( \frac{\sigma \sqrt{2} x_j + \mu}{2} \right) \right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{j=1}^N w_j \mathcal{Q} \left( \alpha \sqrt{10^{(\sigma_{dB} \sqrt{2} x_j + (\mu_{dB} + 10 \log_{10} 2)) / 10}} \right) \quad (54)$$

Η εξίσωση (54) διαφέρει από την έκφραση για συστήματα ενός κλάδου [Simon00: Εξ. (5.22)] λόγω της ύπαρξης του κέρδους στοιχειοκεραίας  $\sim 3dB$  (ο συντελεστής  $10\log_{10} 2$  που προστίθεται στη μέση τιμή σε dB μέσα στη συνάρτηση Q στην (54)).

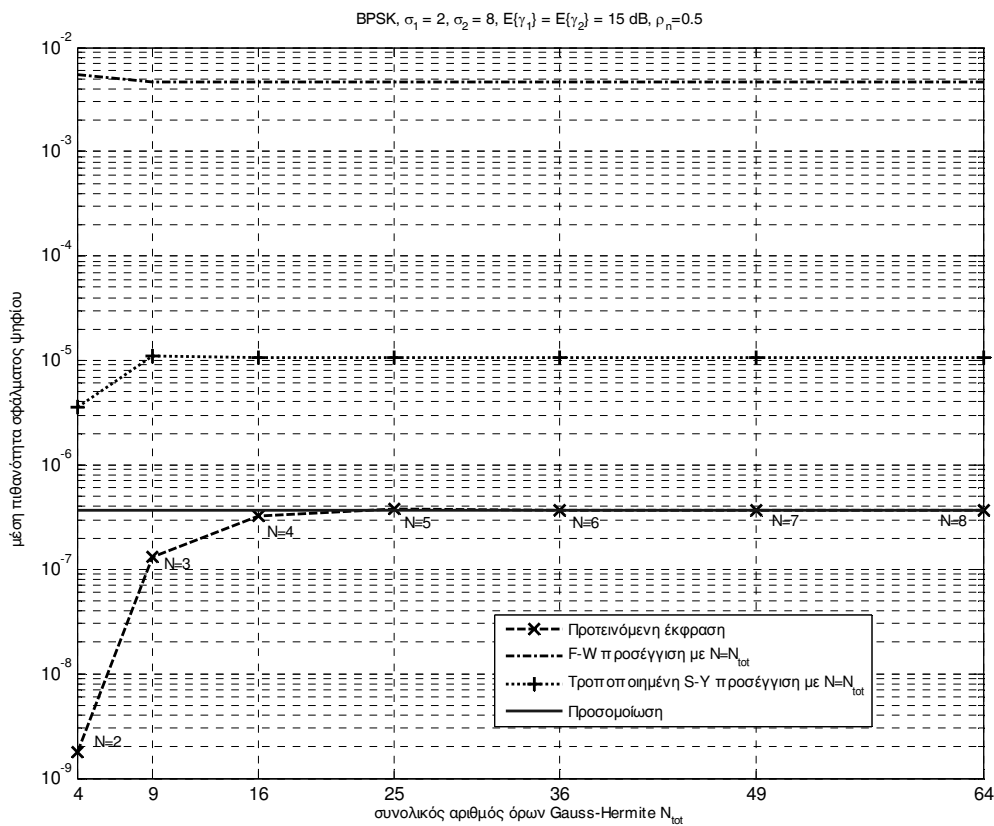
Στο Σχήμα 1-16 φαίνεται η επίδοση της τεχνικής MRC με δύο κεραίες, διαμόρφωση BPSK και ίσους μέσους σηματοθορυβικούς λόγους  $E\{\gamma_1\} = E\{\gamma_2\}$ , όπου  $E\{\gamma_i\} = \exp(\mu_i[Np] + \sigma_i[Np]/2)$ . Η προτεινόμενη εξίσωση (53) για  $N = 8$  όρους σε κάθε άθροισμα Gauss-Hermite (64 συνολικά όροι), προσεγγίζει με ακρίβεια την καμπύλη του μέσου BEP (παραγόμενη μέσω monte-carlo προσομοιώσεων). Αντίθετα, οι τεχνικές της βιβλιογραφίας [AbuDayya94, Ho95] σε συνδυασμό με [Simon00: Εξ. (5.22)] με τον ίδιο συνολικό αριθμό Gauss-Hermite όρων ( $N = 64$ ) προσφέρουν σημαντικά μικρότερη ακρίβεια από την προτεινόμενη εξίσωση.



**Σχήμα 1-16.** Μέση πιθανότητα σφάλματος ψηφίου της τεχνικής MRC.

Στο Σχήμα 1-17 φαίνεται η ακρίβεια της προτεινόμενης εξίσωσης (53) για διάφορες τιμές του συνολικού αριθμού των όρων στα αθροίσματα Gauss-Hermite και ίσες μέσες τιμές των δύο κλάδων της διαφορικής λήψης MRC. Στο σχήμα αυτό μπορεί να

παρατηρηθεί πως αν επιλεγθεί ικανοποιητικός αριθμός  $N$  όρων για κάθε άθροισμα της (53), τότε η έκφραση αυτή προσφέρει πολύ ακριβή αποτελέσματα. Αντίστοιχα, οι τεχνικές της βιβλιογραφίας με ίδιο συνολικό αριθμό όρων Gauss-Hermite προσφέρουν ακρίβεια η οποία φράσσεται από το σφάλμα των προσεγγίσεων Fenton-Wilkinson [AbuDayya94] και τροποποιημένης Schwartz-Yeh [Ho95], ανεξάρτητα από τον αριθμό των όρων του αθροίσματος Gauss-Hermite. Συνεπώς, η προτεινόμενη έκφραση, εφόσον επιλεγεί κατάλληλο  $N$  στα αθροίσματα Gauss-Hermite, προσφέρει ικανοποιητική ακρίβεια η οποία ξεπερνά την ακρίβεια των προσεγγιστικών τεχνικών της βιβλιογραφίας.



**Σχήμα 1-17.** Ακρίβεια της προτεινόμενης εξίσωσης για τη μέση πιθανότητα σφάλματος ψηφίου της τεχνικής MRC σε σύγκριση με τεχνικές της βιβλιογραφίας και ίδιο συνολικό αριθμό όρων Gauss-Hermite.

## 1.7. Ανάλυση της επίπτωσης της συσχέτισης στην επίδοση BEP της διαφορικής λήψης με δύο κεραιές

### 1.7.1. Συναφής βιβλιογραφία

Στις ενότητες που ακολουθούν προτείνεται μια ποιοτική ερμηνεία της επίδρασης της συσχέτισης στην επίδοση (μέσο BEP) της διαφορικής λήψης με δύο κεραιές και λογαριθμοκανονικά κανάλια. Πιο συγκεκριμένα, προτείνεται πως η συσχέτιση μπορεί να ερμηνευτεί ως μια αύξηση στις μεταβλητότητες ενός ισοδύναμου ασυσχέτιστου συστήματος διαφορικότητας. Ένα παρόμοιο συμπέρασμα μπορεί να προκύψει επίσης με προσεκτική μελέτη των εκφράσεων στην τεχνική Fenton-Wilkinson, όπου φαίνεται πως μια αύξηση του συντελεστή συσχέτισης  $\rho_n$  οδηγεί σε μια προσεγγιστική λογαριθμοκανονική μεταβλητή με υψηλότερη μεταβλητότητα και χαμηλότερη μέση τιμή. Ωστόσο το συμπέρασμα αυτό δεν προκύπτει άμεσα από την παρατήρηση των αντίστοιχων εκφράσεων της δημοσίευσης [AbuDayya94] και έχει περιορισμένη ακρίβεια, όπως θα φανεί παρακάτω.

### 1.7.2. Πρώτη προσέγγιση

Στην ενότητα αυτή θα δοθεί μια προσέγγιση της συσχέτισης ως μια αύξηση στις μεταβλητότητες ενός ισοδύναμου ασυσχέτιστου συστήματος διαφορικότητας. Στην εξίσωση (52) φαίνεται ότι ο συντελεστής συσχέτισης  $\rho_n$  βρίσκεται μόνο στον όρο μέσα στη συνάρτηση Q, ο οποίος εξαρτάται από τη μεταβλητότητα του πρώτου κλάδου ως εξής:

$$g(\sigma_1, \rho_n) = \sigma_1 \left( \sqrt{1 - \rho_n^2} x_i + \sqrt{2} \rho_n x_j \right) + \mu_1 \quad (55)$$

Στη σχέση (55) φαίνεται πως υπάρχει μια αυξημένη μεταβλητότητα  $\sigma_1'$  για τον πρώτο κλάδο η οποία μηδενίζει το συντελεστή συσχέτισης:

$$g(\sigma_1', 0) = x_i \sigma_1' + \mu_1 \quad (56)$$

Η ισοδύναμη αυτή μεταβλητότητα  $\sigma_1'$  οδηγεί σε ένα σύστημα διαφορικής λήψης το οποίο έχει την ίδια επίδοση (μέσο BEP) και μπορεί να βρεθεί από τις εξισώσεις (55)-(56):

$$\sigma_1' = \sigma_1 \left( \sqrt{1 - \rho_n^2} + \rho_n \frac{x_j}{x_i} \right) \quad (57)$$



Από τη σχέση (57) φαίνεται πως η ισοδύναμη μεταβλητότητα  $\sigma'_1$  είναι πάντα μεγαλύτερη από τη μεταβλητότητα  $\sigma_1$  για όλες τις τιμές του συντελεστή συσχέτισης. Επίσης, φαίνεται πως η ισοδύναμη μεταβλητότητα  $\sigma'_1$  εξαρτάται από τους δείκτες  $(i, j)$  των αθροισμάτων στην εξίσωση (52). Αριθμητικές δοκιμές στην εξίσωση (52) καταδεικνύουν πως οι δείκτες της διαγωνίου  $i = j$  οδηγούν σε μεγάλους όρους του αθροίσματος Gauss-Hermite, επομένως η εξίσωση (57) μπορεί να προσεγγιστεί με  $x_i = x_j$  ως εξής:

$$\sigma'_1 \approx \sigma_1 \left( \sqrt{1 - \rho_n^2} + \rho_n \right) \quad (58)$$

Στην επόμενη ενότητα θα δειχθεί πως η εξίσωση (58) έχει μεγάλη ακρίβεια για μικρούς συντελεστές συσχέτισης.

#### 1.7.2.1. Θεωρητική εκτίμηση της ακρίβειας της πρώτης προσέγγισης

Στη εξίσωση (58) θεωρείται ότι οι δείκτες της διαγωνίου  $i = j$  παράγουν όρους του αθροίσματος Gauss-Hermite (52) με τη μεγαλύτερη τιμή. Στην ενότητα αυτή θα προταθούν φράγματα για την προσέγγιση αυτή και θα δειχθεί πως είναι ικανοποιητικά ακριβής για χαμηλούς συντελεστές συσχέτισης.

Η μεταβλητότητα  $\sigma'_1$  της εξίσωσης (57) μπορεί να φραχθεί ως:

$$\sigma_1 \left( \sqrt{1 - \rho_n^2} + \rho_n \frac{\min_{i=1..N} x_i}{\max_{i=1..N} x_i} \right) \leq \sigma'_1 \leq \sigma_1 \left( \sqrt{1 - \rho_n^2} + \rho_n \frac{\max_{i=1..N} x_i}{\min_{i=1..N} x_i} \right) \quad (59)$$

όπου  $x_i$  είναι τα μηδενικά των πολωνύμων Hermite και  $(\min_{i=1..N} x_i, \max_{i=1..N} x_i)$  είναι οι ακραίες τιμές των μηδενικών (δηλαδή τα μηδενικά με τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη μέση τιμή,  $\min_{i=1..N} x_i \leq x_i \leq \max_{i=1..N} x_i$  για  $i = 1..N$ ). Χρησιμοποιώντας γνωστές σχέσεις μεταξύ των πολωνύμων Hermite και των πολωνύμων Laguerre [Gatteschi02: Εξ. (1.16)] σε αποτελέσματα για τα πολωνύμα Laguerre που δίνονται στη δημοσίευση [Krasikov06], είναι δυνατό να παραχθούν φράγματα για τα ακραία μηδενικά των πολωνύμων Hermite. Πιο συγκεκριμένα, ένα μηδενικό  $x_0$  ενός πολωνύμου Hermite αρτίου βαθμού  $N$ , αντιστοιχεί σε μηδενικό στη θέση  $x_0^2$  ενός πολωνύμου Laguerre βαθμού  $N/2$  με παράμετρο  $a_{Laguerre} = -1/2$ . Επομένως, τα ακραία μηδενικά των πολωνύμων Hermite μπορούν να φραχθούν ως:

$$\sqrt{V^2 + 3V^{4/3}(U^2 - V^2)^{-1/3}} < \min_{i=1..N} x_i < \max_{i=1..N} x_i < \sqrt{U^2 - 3U^{4/3}(U^2 - V^2)^{-1/3}} + 2 \quad (60)$$

όπου  $(V, U) = \left( \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{N+1} - \sqrt{N}), \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{N+1} + \sqrt{N}) \right)$ . Χρησιμοποιώντας την εξίσωση

(60) στην (59), παράγονται αναλυτικά άνω/κάτω φράγματα για τη μεταβλητότητα  $\sigma'_i$ :

$$\sigma_1 \left( \sqrt{1 - \rho_n^2} + \rho_n \sqrt{\frac{V^2 + 3V^{4/3}(U^2 - V^2)^{-1/3}}{U^2 - 3U^{4/3}(U^2 - V^2)^{-1/3}} + 2} \right) < \sigma'_i < \sigma_1 \left( \sqrt{1 - \rho_n^2} + \rho_n \sqrt{\frac{U^2 - 3U^{4/3}(U^2 - V^2)^{-1/3}}{V^2 + 3V^{4/3}(U^2 - V^2)^{-1/3}} + 2} \right) \quad (61)$$

Για  $N = 20$  τα φράγματα σύμφωνα με την εξίσωση (61) γίνονται  $\sigma_1 \left( \sqrt{1 - \rho_n^2} + 0.033\rho_n \right) \leq \sigma'_i \leq \sigma_1 \left( \sqrt{1 - \rho_n^2} + 30.481\rho_n \right)$ , όπου για  $\rho_n \rightarrow 0: \sigma'_i \rightarrow \sigma_1$  (δηλαδή η σχέση (58) είναι ακριβής για μικρούς συντελεστές συσχέτισης), ενώ για πλήρη συσχέτιση  $\rho_n \rightarrow 1$  ισχύει:

$$0.033\sigma_1 \leq \sigma'_i \leq 30.481\sigma_1 \quad (62)$$

Η ανισότητα (62) αποκαλύπτει πως για πλήρη συσχέτιση ( $\rho_n \rightarrow 1$ ), η βέλτιστη επιλογή της μεταβλητότητας  $\sigma'_i$  διαφέρει ανάλογα με τους δείκτες  $(i, j)$  στα αθροίσματα Gauss-Hermite της σχέσης (53) και μπορεί να απέχει αρκετά από τη θεώρηση  $\sigma'_i = \sigma_1$ . Συνοψίζοντας, η προσέγγιση (58) παρέχει ικανοποιητική ακρίβεια για μικρό συντελεστή συσχέτισης αλλά μειωμένη ακρίβεια για μεγάλο συντελεστή συσχέτισης (κοντά στη μονάδα). Ωστόσο, αξίζει να σημειωθεί πως η συγκεκριμένη προσέγγιση, λόγω της απλότητάς της, προσφέρει μια ικανοποιητική ερμηνεία για την επίδραση της συσχέτισης στην επίδοση της διαφορικής λήψης με δύο κεραιές.

### 1.7.3. Δεύτερη προσέγγιση

Στην παρούσα ενότητα προτείνεται μια δεύτερη προσέγγιση για την ερμηνεία της επίδρασης της συσχέτισης στην επίδοση της διαφορικής λήψης. Πιο συγκεκριμένα, προτείνεται πως ένα σύστημα διαφορικής λήψης με δύο κεραιές και συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις με παραμέτρους  $(\mu_i, \sigma_i)_{i=1,2}$  συμπεριφέρεται ως ένα σύστημα με δύο ασυσχέτιστους κλάδους διαφορικότητας και αυξημένες μεταβλητότητες:

$$\sigma'_i = (1 + a_s) \sigma_i, \quad i = 1, 2 \quad (63)$$

όπου  $a_s$  είναι ο συντελεστής κλιμάκωσης. Για να προκύψει η εξίσωση του συντελεστή κλιμάκωσης, θα εξισωθούν πρώτα τα ορίσματα της συνάρτησης Q στην εξίσωση (53) με  $\sigma'_i = (1 + a_s)\sigma_i$ ,  $i = 1, 2$ , θεωρώντας κατόπιν πως ο συντελεστής κλιμάκωσης  $a_s$  έχει μικρή τιμή, το αποτέλεσμα θα αναπτυχθεί σε σειρά Taylor με δύο όρους γύρω από το  $a_s = 0$ . Έτσι προκύπτει η έκφραση του  $a_s$ :

$$a_s \approx \frac{\exp\left[\sigma_1\left(\sqrt{2(1-\rho_n^2)}x_i + \sqrt{2}\rho_n x_j\right) + \mu_1\right] - \exp\left[\sigma_1\sqrt{2}x_i + \mu_1\right]}{\sigma_1\sqrt{2}x_i \exp\left[\sigma_1\sqrt{2}x_i + \mu_1\right] + \sigma_2\sqrt{2}x_j \exp\left[\sigma_2\sqrt{2}x_j + \mu_2\right]} \quad (64)$$

Θεωρώντας περαιτέρω ότι οι μεγαλύτεροι όροι του αθροίσματος Gauss-Hermite βρίσκονται στη διαγώνιο των δεικτών  $(i, j)$ , δηλαδή  $x_i = x_j = x$  (όπως θεωρήθηκε και στην προσέγγιση της προηγούμενης ενότητας), ο συντελεστής κλιμάκωσης απλοποιείται ως:

$$a_s \approx \frac{\exp\left[\sigma_1 x \sqrt{2}\left(\sqrt{(1-\rho_n^2)} + \rho_n - 1\right)\right] - 1}{\sqrt{2}x\left(\sigma_1 + \sigma_2 \exp\left[(\sigma_2 - \sigma_1)\sqrt{2}x + (\mu_2 - \mu_1)\right]\right)} \quad (65)$$

Στο σημείο αυτό γίνεται η θεώρηση πως η διαφορά στις λογαριθμοκανονικές παραμέτρους είναι μικρή ( $\sigma_2 \approx \sigma_1 = \sigma$  και  $\mu_2 \approx \mu_1$ ) και χρησιμοποιώντας την [Abramowitz64: Εξ. (4.2.1)], η εξίσωση (65) μπορεί να προσεγγιστεί από την εξίσωση:

$$a_s \approx \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(\sigma\sqrt{2}x)^{i-1} \left(\sqrt{1-\rho_n^2} + \rho_n - 1\right)^i}{2i!} \quad (66)$$

όπου λαμβάνοντας μόνο τον πρώτο όρο του αθροίσματος, οδηγούμαστε στον προσεγγιστικό συντελεστή κλιμάκωσης:

$$a_s \approx \frac{\sqrt{1-\rho_n^2} + \rho_n - 1}{2} \quad (67)$$

Η παραπάνω ανάλυση μπορεί να επεκταθεί και στην τεχνική EGC (εισάγοντας τον όρο 1/2 στη δύναμη των εκθετικών παραγόντων) και να καταλήξουμε στην ίδια προσέγγιση (67). Επομένως η τελική προσέγγιση (67) είναι ανεξάρτητη της χρησιμοποιούμενης τεχνικής (MRC είτε EGC) καθώς και των τιμών των λογαριθμοκανονικών παραμέτρων. Επίσης, αν και η παραπάνω ανάλυση θεωρεί ένα σύστημα με ισοκατανομή παραμέτρων, η τελική προσέγγιση (67) μπορεί να εφαρμοστεί για οποιεσδήποτε τιμές των λογαριθμοκανονικών παραμέτρων.

Συνοψίζοντας, δύο συσχετισμένοι λογαριθμοκανονικοί κλάδοι μπορούν να μοντελοποιηθούν ως δύο ασυσχέτιστοι κλάδοι με υψηλότερες μεταβλητότητες που προκύπτουν από το συνδυασμό των εξισώσεων (63) και (67) ως:

$$\sigma'_i \approx \left( \frac{\sqrt{1-\rho_n^2} + \rho_n + 1}{2} \right) \sigma_i \cdot i = 1, 2 \quad (68)$$

#### 1.7.4. Ανάλυση της ακρίβειας των δύο προσεγγίσεων

Στην ενότητα αυτή αναλύεται η ακρίβεια των προσεγγίσεων (58) και (68). Η τεχνική Fenton-Wilkinson [AbuDayya94] συμπεριλαμβάνεται στη σύγκριση της ακρίβειας των αποτελεσμάτων διότι αποτελεί μια προσέγγιση της διαφορικής λήψης με μία λογαριθμοκανονική μεταβλητή και κλειστή έκφραση των παραμέτρων της.

Στο Σχήμα 1-18 παρουσιάζεται το απόλυτο σχετικό σφάλμα των προσεγγίσεων ως προς το σηματοθορυβικό λόγο στην έξοδο του συνδυαστή MRC για δεδομένη μέση τιμή της πιθανότητας σφάλματος ψηφίου και διάφορες λογαριθμοκανονικές παραμέτρους. Για τις ανάγκες του σχήματος θεωρείται ότι οι μέσοι σηματοθορυβικοί λόγοι των δύο κλάδων είναι ισοδύναμοι ( $E\{\gamma_1\} = E\{\gamma_2\}$  όπου  $E\{\gamma_i\} = \exp(\mu_i[Np] + \sigma_i[Np]/2)$ ).

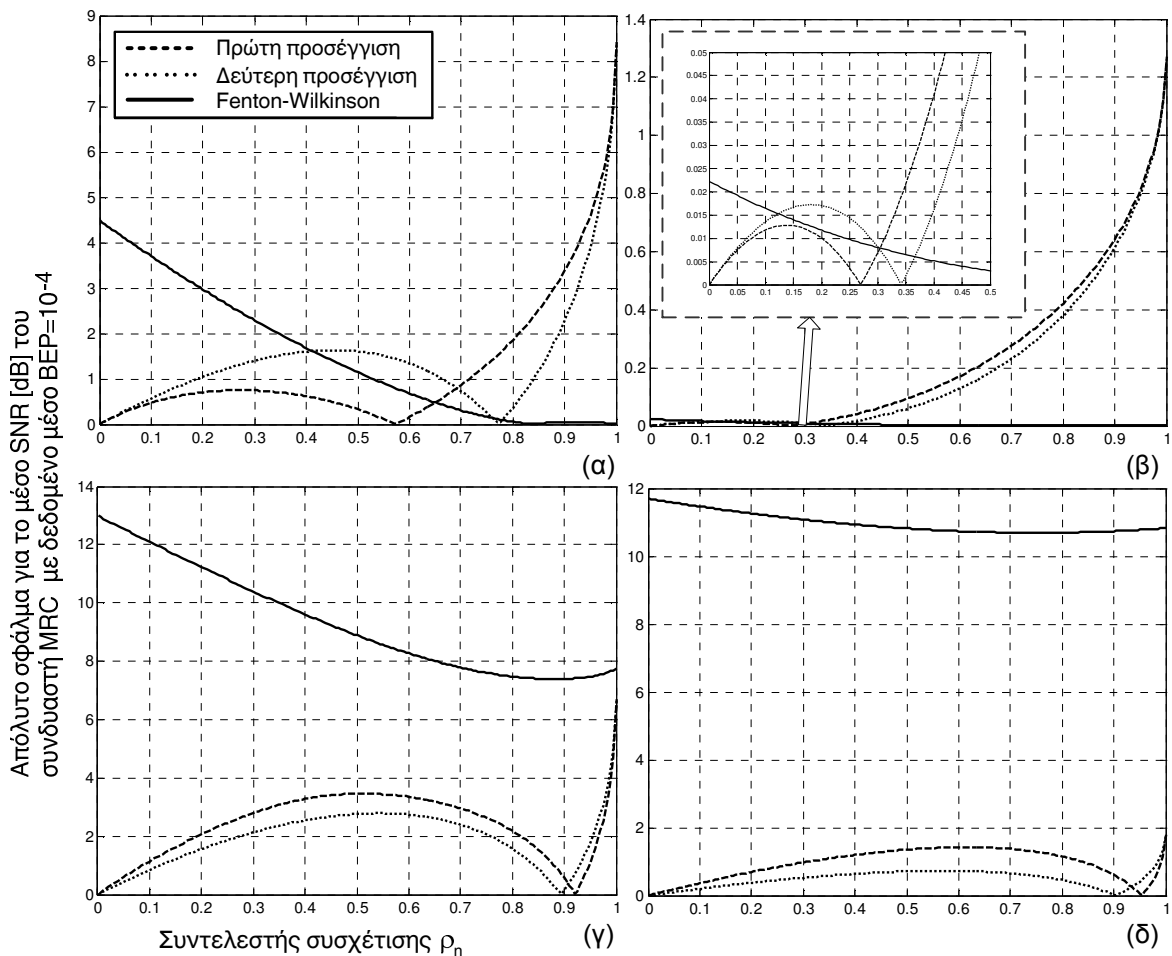
Το απόλυτο σφάλμα ορίζεται ως:

$$e_{SNR} = SNR_{BEP=BEP_{ref}}^{approx.} - SNR_{BEP=BEP_{ref}}^{exact} \quad (69)$$

όπου η τιμή του  $SNR_{BEP=BEP_{ref}}^{exact}$  προκύπτει από αριθμητική επίλυση της εξίσωσης (53) για μεγάλο  $N$  και η τιμή του  $SNR_{BEP=BEP_{ref}}^{approx.}$  προκύπτει από αριθμητική επίλυση της εξίσωσης (53) χρησιμοποιώντας τις προσεγγίσεις (58) και (68). Για την περίπτωση της τεχνικής Fenton-Wilkinson, η τιμή του  $SNR_{BEP=BEP_{ref}}^{approx.}$  προκύπτει από αριθμητική επίλυση της εξίσωσης (48) για μεγάλο  $N$  με χρήση των τύπων που παρέχονται στη δημοσίευση [AbuDayya94].

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 1-18, για την περίπτωση ίσων λογαριθμοκανονικών μεταβλητοτήτων, η πρώτη προσέγγιση έχει τη μεγαλύτερη ακρίβεια από τις υπόλοιπες για τιμές του συντελεστή συσχέτισης μικρότερες ενός κατωφλίου  $\rho_{th}$ , το οποίο μικραίνει όταν μικραίνουν και οι μεταβλητότητες (π.χ.  $\rho_{th} \approx 0.7$  για την περίπτωση (α) και  $\rho_{th} \approx 0.3$  για την περίπτωση (β)). Ωστόσο, για την περίπτωση άνισων λογαριθμοκανονικών μεταβλητοτήτων, η δεύτερη προσέγγιση έχει καλύτερη ακρίβεια από τις υπόλοιπες μέχρι

ενός κατωφλίου  $\rho_{th}$ , το οποίο αυξάνεται ελάχιστα όταν υπάρχουν μεγαλύτερες ανισότητες στην μεταβλητότητες (περιπτώσεις (γ) και (δ)). Τέλος, και οι δύο προσεγγίσεις έχουν καλύτερη ακρίβεια από την προσέγγιση Fenton-Wilkinson, εκτός από την περίπτωση των ίσων μεταβλητοτήτων και τιμών του συντελεστή συσχέτισης μεγαλύτερων από ένα κατώφλι  $\rho_{th}$  το οποίο μεγαλώνει με αύξηση των μεταβλητοτήτων (περίπτωση (α):  $\rho_{th} > 0.77$ , περίπτωση (β):  $\rho_{th} > 0.37$ ).



**Σχήμα 1-18.** Απόλυτο προσεγγιστικό σφάλμα για τις δύο προσεγγίσεις και την τεχνική Fenton-Wilkinson για ίσους μέσους σηματοθορυβικούς λόγους των κλάδων διαφορικότητας και διάφορες λογαριθμοκανονικές μεταβλητότητες (α) (8,8), (β) (2,2), (γ) (8,11), (δ) (3,8) [dB].

### 1.7.5. Συμπεράσματα

Συμπερασματικά, οι προτεινόμενες προσεγγίσεις (58) και (68) παρέχουν μια ερμηνεία του συντελεστή συσχέτισης ως μια αύξηση των λογαριθμοκανονικών μεταβλητοτήτων σε ένα ισοδύναμο ασυσχέτιστο σύστημα. Το συμπέρασμα αυτό δε μπορεί να παραχθεί άμεσα από τις προσεγγίσεις κλειστού τύπου Fenton-Wilkinson [AbuDayya94]. Τέλος, η ακρίβεια μεταξύ των δύο προσεγγίσεων εξαρτάται από το συντελεστή συσχέτισης και την ύπαρξη ή μη ισοδύναμων μεταβλητοτήτων.

## 2. Ανάλυση επίδοσης τεχνικών συνεργατικής διαφορικότητας σε κανάλια με συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις

### 2.1. Γενικά στοιχεία

Τα συστήματα συνεργατικής διαφορικότητας αποτελούνται από πολλαπλούς κόμβους/χρήστες οι οποίοι μοιράζονται πόρους ώστε να δημιουργήσουν πολλαπλά κανάλια διαφορικότητας και να βελτιώσουν την επίδοση του συστήματος, όπως π.χ. να αυξήσουν τη διαθεσιμότητα, το εύρος συχνοτήτων των ζεύξεων και τη διαμεταγωγή. Μια σύντομη επισκόπηση της σχετικής με το παρόν κεφάλαιο βιβλιογραφίας περιέχεται στην ενότητα 2.2.

Στις επόμενες ενότητες προτείνονται αναλυτικοί τύποι σε μορφή ολοκληρωμάτων οι οποίοι περιγράφουν την ολική (end-to-end) πιθανότητα αποκοπής ενός συνεργατικού συστήματος σε κανάλια με συσχετισμένες διαλείψεις, καθώς και ένα πλαίσιο σύγκρισης της αποδοτικότητας του συνεργατικού συστήματος σε σχέση με ένα μη συνεργατικό σύστημα. Οι παραδοχές του υπό μελέτη συστήματος συνεργασίας παρέχονται στην ενότητα 2.3. Στην ενότητα 2.4 προτείνονται ακριβείς εκφράσεις ολοκληρωμάτων για την περιγραφή της ολικής πιθανότητας αποκοπής ενός συνεργατικού συστήματος επικοινωνίας όπου ένας επαναλήπτης αποκωδικοποίησης-και-προώθησης [Laneman04] χρησιμοποιείται για τη βελτίωση της επικοινωνίας μεταξύ δύο κόμβων. Στο σύστημα αυτό ο δέκτης λαμβάνει δύο εκδοχές του ίδιου σήματος, τις οποίες συνδυάζει ομώδυνα χρησιμοποιώντας την τεχνική MRC ή την τεχνική SC [Stuber01]. Στην ενότητα 2.5 περιγράφεται αναλυτικά η αποδοτικότητα των πρωτοκόλλων συνεργατικής διαφορικότητας σε σύγκριση με συστήματα μη συνεργασίας. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο τρόπος πρόσβασης των κόμβων στο μέσο εξαρτάται από τις δυνατότητες του επαναλήπτη για ημι-αμφίδρομη (half-duplex) ή αμφίδρομη (full-duplex, ταυτόχρονη εκπομπή και λήψη) επικοινωνία. Τέλος, στην

ενότητα 2.6 περιέχονται αριθμητικές εφαρμογές των προτεινόμενων εκφράσεων και διερευνάται το εύρος τιμών των παραμέτρων του προβλήματος όπου η συνεργασία κόμβων κρίνεται αποδοτική σε σχέση με τη μη-συνεργασία.

## 2.2. Συναφής βιβλιογραφία

Βασικό στοιχείο της σύνθεσης των συνεργατικών συστημάτων επικοινωνίας είναι το κανάλι του επαναλήπτη [VanDerMeulen71], το οποίο έχει μελετηθεί στα ασύρματα κανάλια με διαλείψεις τα τελευταία χρόνια [Sendonaris03, Laneman04]. Ωστόσο, η βιβλιογραφία παρουσιάζει πολύ λίγα αποτελέσματα τα οποία αφορούν ασύρματα κανάλια με συσχετισμένες λογαριθμοκανονικές διαλείψεις. Αποτελέσματα για τη διαφορική λήψη παρουσιάζονται στο προηγούμενο κεφάλαιο της παρούσας διατριβής, ενώ φράγματα για την πιθανότητα σφάλματος ενός συστήματος επαναληπτών σε σειρά (multi-hop), με ανεξάρτητα λογαριθμοκανονικά κανάλια, παρουσιάζονται στην [Hasna03]. Για την περίπτωση τεχνικών συνεργατικής διαφορικότητας σε ανεξάρτητα λογαριθμοκανονικά κανάλια, φράγματα για την πιθανότητα αποκοπής καθώς και την πιθανότητα σφάλματος παρουσιάζονται στη δημοσίευση [Safari08], όπου διερευνάται και η επίπτωση περιορισμών ισχύος στο σύστημα. Αξίζει να σημειωθεί πως η δημοσίευση [Safari08] χρησιμοποιεί την τεχνική Fenton-Wilkinson για να προσεγγίσει το άθροισμα λογαριθμοκανονικών μεταβλητών [AbuDayya94] ως μια λογαριθμοκανονική μεταβλητή. Τέλος, στη δημοσίευση [DiRenzo08b] μελετάται ένα σύστημα συνεργατικής διαφορικότητας με επαναλήπτες τύπου ενίσχυσης και προώθησης (amplify and forward) [Laneman04] με ανεξάρτητα λογαριθμοκανονικά κανάλια.

## 2.3. Μοντέλο συστήματος

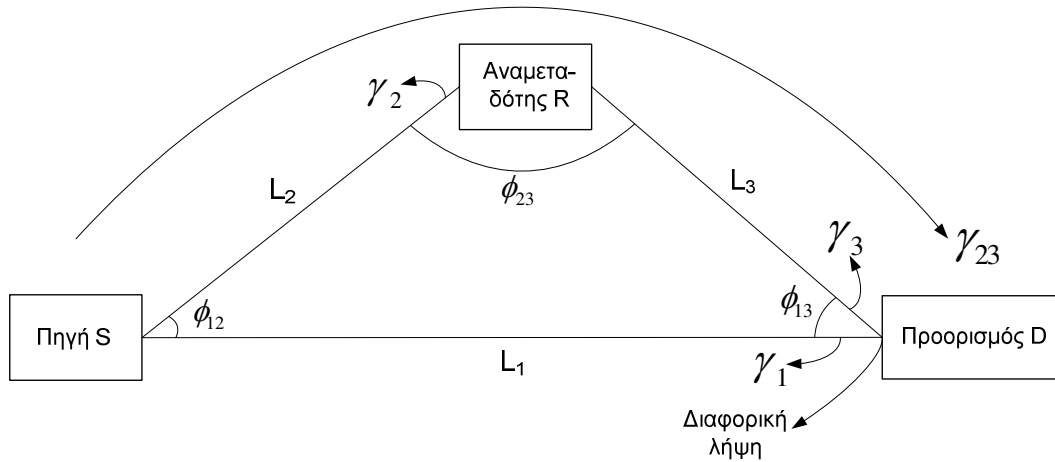
### 2.3.1. Γεωμετρία του προβλήματος

Οι γεωμετρικές παράμετροι του υπό μελέτη συστήματος συνεργατικής επικοινωνίας φαίνονται στο Σχήμα 2-1. Η πηγή S επικοινωνεί με τον προορισμό D μέσω δύο οδών. Το πρώτο σήμα μεταδίδεται απ'ευθείας από τον κόμβο S στον κόμβο D και το δεύτερο σήμα μεταδίδεται μέσω του αναμεταδότη R. Οι δύο αυτές οδοί του σήματος αποτελούν δύο



κλάδους διαφορικότητας, τους οποίους συνδυάζει ο κόμβος προορισμού D μέσω τεχνικών διαφορικής λήψης.

Στο Σχήμα 2-1,  $L_j(m)$  είναι το μήκος κάθε ζεύξης  $j$  ( $j=1,2,3$ ) και  $\phi_{ij}$  (deg) είναι η γωνία που σχηματίζουν οι ζεύξεις  $i, j$  ( $i, j=1,2,3, i \neq j$ ), όπου  $\phi_{ij} = \phi_{ji}$ .



**Σχήμα 2-1.** Γεωμετρικό μοντέλο συστήματος συνεργατικής διαφορικότητας (σύστημα επαναλήπτη).

### 2.3.2. Μοντέλο καναλιού διάδοσης

Ο σηματοθορυβικός λόγος στο δέκτη κάθε ζεύξης  $j$  ( $j=1,2,3$ ) δίνεται σε γραμμική κλίμακα από:

$$\gamma_j = \frac{1}{N_0} P_{Txj} w_j \quad (1)$$

όπου  $N_0$  είναι η πυκνότητα του θορύβου σε γραμμική κλίμακα (στο κεφάλαιο αυτό θεωρείται ίση με τη μονάδα χωρίς άρση της γενικότητας),  $P_{Txj}$  είναι η ισχύς εκπομπής για τη ζεύξη  $j$  και  $w_j$  είναι η λογαριθμοκανονική μεταβλητή που χαρακτηρίζει τις διαλείψεις λόγω σκίασης και έχει παραμέτρους σε Neper ( $1 Np = \xi \text{ dB} = 10 / \ln(10) \text{ dB}$ ):

$$(\mu_{w_j}, \sigma_j) = (-\ln(PL_j), \sigma_j) \quad (2)$$

όπου  $PL_j$  είναι οι απώλειες διάδοσης για τη ζεύξη  $j$  (σε γραμμική κλίμακα) και  $\sigma_j$  είναι η μεταβλητότητα της λογαριθμοκανονικής παραμέτρου η οποία εξαρτάται από το περιβάλλον διάδοσης [IEEE07].

Από τα προηγούμενα συνάγεται ότι ο σηματοθορυβικός λόγος  $\gamma_j$  στο δέκτη της ζεύξης  $j$  είναι μια λογαριθμοκανονική μεταβλητή με παραμέτρους (σε Neper):

$$(\mu_j, \sigma_j) = \left( \left( \ln(P_{Txj}) + \mu_{w_j} \right), \sigma_j \right) \quad (3)$$

όπου η παράμετρος  $\mu_{w_j}$  δίνεται από την εξίσωση (2). Επιπλέον, οι λογαριθμοκανονικές μεταβλητές  $\gamma_j$  ( $j=1,2,3$ ) θεωρούνται συσχετισμένες και ακολουθούν την από-κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_{\gamma_1\gamma_2\gamma_3}(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ , όπως περιγράφεται στην ενότητα 2.4.2.

### 2.3.3. Τεχνικές διαφορικότητας

Ο αναμεταδότης θεωρείται πως χρησιμοποιεί την τεχνική αποκωδικοποίησης και προώθησης [Alouini02] όπου το λαμβανόμενο σήμα στον αναμεταδότη αναδημιουργείται μέσω της ακολουθίας αποδιαμόρφωσης, αποκωδικοποίησης (διόρθωσης σφαλμάτων), κωδικοποίησης και επαναδιαμόρφωσης.

Ο κόμβος προορισμού θεωρείται πως χρησιμοποιεί τις τεχνικές SC και MRC [Stuber01], οι οποίες μελετήθηκαν αναλυτικά στο προηγούμενο κεφάλαιο. Στην τεχνική SC επιλέγεται κάθε στιγμή ο κλάδος διαφορικότητας με τον υψηλότερο σηματοθορυβικό λόγο ενώ η τεχνική MRC αποτελεί ένα προσαρμοσμένο φίλτρο που ζυγίζει τους κλάδους διαφορικότητας με τη συνάρτηση μεταφοράς της διάδοσης και επιστρέφει σηματοθορυβικό λόγο ίσο με το άθροισμα των σηματοθορυβικών λόγων των κλάδων διαφορικότητας.

### 2.3.4. Πρωτόκολλα πολλαπλής προσπέλασης στο μέσο

Η πρόσβαση των κόμβων στο μέσο ασύρματης επικοινωνίας μπορεί να επιτευχθεί μέσω των τεχνικών πολυπλεξίας στο χρόνο (Time Division Multiple Access - TDMA), στη συχνότητα (Frequency Division Multiple Access - FDMA) ή μέσω της πολυπλεξίας στο χώρο (Space Division Multiple Access - SDMA).

Στις τεχνικές TDMA και FDMA, οι οποίες αναφέρονται ως «πρωτόκολλο A» στο κεφάλαιο αυτό, χρησιμοποιούνται δύο βαθμοί ελευθερίας: στην πρώτη θυρίδα χρόνου/συχνότητας (time/frequency slot) η πηγή S εκπέμπει το σήμα στους κόμβους R και D, ενώ στη δεύτερη θυρίδα χρόνου/συχνότητας ο αναμεταδότης R επανεκπέμπει το

σήμα στον κόμβο D. Η χρήση δύο θυρίδων χρόνου/συχνότητας έχει ως αποτέλεσμα τη διπλή χρήση φάσματος για το πρωτόκολλο A.

Στην τεχνική SDMA, η οποία αναφέρεται ως «πρωτόκολλο B» στο κεφάλαιο αυτό, χρησιμοποιείται μόνο ένας βαθμός ελευθερίας: Ο κόμβος S εκπέμπει και ο κόμβος R λαμβάνει ενώ ταυτόχρονα ο κόμβος R επανεκπέμπει την προηγούμενη μετάδοση από τον κόμβο S. Ο παραλήπτης D λαμβάνει ταυτόχρονα την εκπομπή του κόμβου S και την εκπομπή του επαναλήπτη R (οι παρεμβολές μεταξύ των δύο εκπομπών αποφεύγονται μέσω της πολυπλεξίας στο χώρο, π.χ. με χρήση κατευθυντικών κεραιών).

Το πρωτόκολλο B μπορεί εναλλακτικά να ερμηνευτεί ως ένα σύστημα αλυσίδας παραγωγής (pipelining system), ερμηνεία η οποία εξηγεί γιατί το πρωτόκολλο B απαιτεί λιγότερους βαθμούς ελευθερίας από το πρωτόκολλο A. Επίσης, το πρωτόκολλο B έχει την ίδια φασματική αποδοτικότητα με ένα μη συνεργατικό σύστημα αν και είναι περισσότερο ενεργοβόρο λόγω της χρήσης περισσότερης ενέργειας εκπομπής σε κάθε θυρίδα βαθμού ελευθερίας. Τέλος, το πρωτόκολλο B έχει περαιτέρω πλεονεκτήματα ως προς το πρωτόκολλο A, όπως π.χ. τη μη απαίτηση της χρήσης κενών στο πλαίσιο (frame) της επικοινωνίας για τη διευκόλυνση (χρονικά) της μεταγωγής της λειτουργίας του επαναλήπτη από πομπό σε δέκτη και αντίστροφα [Yu08]. Ωστόσο, το πρωτόκολλο B βασίζεται σε αμφίδρομη λειτουργία του επαναλήπτη (και όχι ημι-αμφίδρομη), η οποία έχει το πρόβλημα της αυτο-παρεμβολής (self-interference) ή παρεμβολής ανάδρασης (feedback interference) που προκαλείται από την κεραία εκπομπής στην κεραία λήψης του επαναλήπτη. Το πρόβλημα της αυτο-παρεμβολής του επαναλήπτη μπορεί να λυθεί μέσω της βελτιστοποίησης της εγκατάστασης των κεραιών (εξασφαλίζοντας την ικανοποιητική απομόνωση των κεραιών) καθώς και μέσω της χρήσης τεχνικών επεξεργασίας σήματος για τη μείωση των παρεμβολών. Επίσης, αξίζει να σημειωθεί ότι η δυσκολία της απομόνωσης των κεραιών εξαρτάται από το περιβάλλον διάδοσης. Περισσότερες πληροφορίες μπορεί να αναζητήσει ο αναγνώστης στις δημοσιεύσεις [Yu08, Weng07, Riihonen08].

Η αποδοτικότητα ως προς την ενέργεια και τη χρήση φάσματος των πρωτοκόλλων A και B θα μελετηθεί στην ενότητα 2.5.

## 2.4. Επίδοση συνεργατικής διαφορικότητας με τις τεχνικές SC και MRC

### 2.4.1. Συνολικός σηματοθορυβικός λόγος

Στην ανάλυση που ακολουθεί θα θεωρηθεί πως η λειτουργία του συστήματος συνεργατικής διαφορικότητας βασίζεται στη τέλεια αποκωδικοποίηση της εκπεμπόμενης πληροφορίας από τον επαναλήπτη και τον προορισμό. Για την περίπτωση της χρήσης της τεχνικής MRC στον προορισμό D, ο ολικός σηματοθορυβικός λόγος στην έξοδο του συνδυαστή δίνεται από [Laneman04]:

$$\gamma_{MRC} = \min(\gamma_2, \gamma_1 + \gamma_3) \quad (4)$$

Για την περίπτωση της χρήσης της τεχνικής SC, ο ολικός σηματοθορυβικός λόγος στην έξοδο του συνδυαστή δίνεται από:

$$\gamma_{SC} = \min(\gamma_2, \max(\gamma_1, \gamma_3)) \quad (5)$$

Ο πρώτος όρος στις εξισώσεις (4) και (5) αντιστοιχεί στο ενδεχόμενο ο επαναλήπτης να αποκωδικοποιεί χωρίς σφάλματα το σήμα που εκπέμπει η πηγή S προς τον κόμβο R. Ο δεύτερος όρος στις εξισώσεις (4) και (5) είναι ισοδύναμος με την έξοδο των συνδυαστών MRC και SC αντίστοιχα [Stuber01] και αντιστοιχεί στο ενδεχόμενο ο προορισμός D να αποκωδικοποιήσει χωρίς σφάλματα το λαμβανόμενο σήμα.

### 2.4.2. Πιθανότητα αποκοπής

Στην ενότητα αυτή θα προταθούν ακριβείς εκφράσεις για την πιθανότητα αποκοπής του συνεργατικού συστήματος με τη μορφή ολοκληρωμάτων.

Η πιθανότητα αποκοπής ορίζεται ως:

$$P_{out} = P(\gamma_C < \gamma_{th}) \quad (6)$$

όπου το κατώφλι  $\gamma_{th}$  εξαρτάται από τη φασματική αποδοτικότητα του πρωτοκόλλου όπως θα αναλυθεί στην ενότητα 2.5. Χρησιμοποιώντας την από-κοινού λογαριθμοκανονική κατανομή  $f_{\gamma_1\gamma_2\gamma_3}(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$  καθώς και τις εκφράσεις (4) και (5), η πιθανότητα αποκοπής (6) δίνεται από:

$$P_{out} = \int_0^{\gamma_{th}} f_{\gamma_2}(\gamma_2) d\gamma_2 + \int_0^{\gamma_{th}} d\gamma_1 \int_0^{\gamma_0} d\gamma_3 \int_{\gamma_{th}}^{\infty} d\gamma_2 f_{\gamma_1\gamma_2\gamma_3}(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) \quad (7)$$

όπου:

$$\gamma_0 = \begin{cases} \gamma_{th}, & \text{για SC} \\ \gamma_{th} - \gamma_1, & \text{για MRC} \end{cases} \quad (8)$$

Στην έκφραση (7), ο πρώτος και ο δεύτερος όρος αντιστοιχούν στον πρώτο και τον δεύτερο όρο αντίστοιχα της έκφρασης (4) (για την τεχνική MRC) ή της έκφρασης (5) (για την τεχνική SC).

Η από-κοινού λογαριθμοκανονική κατανομή  $f_{\gamma_1\gamma_2\gamma_3}(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$  προκύπτει από την από-κοινού κανονική κατανομή  $f_{u_1u_2u_3}(u_1, u_2, u_3)$  [Papoulis01, Ενότητα 7.2], χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό:

$$u_j = (\ln \gamma_j - \mu_j) / \sigma_j, (j = 1, 2, 3) \quad (9)$$

όπου οι  $\mu_j, \sigma_j (j = 1, 2, 3)$  δίνονται από την έκφραση (3).

Χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό (9) και το θεώρημα Bayes' [Papoulis01], η πιθανότητα αποκοπής (7) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$P_{out} = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(u_{2,0} / \sqrt{2}) + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{u_{1,0}} du_1 \int_{-\infty}^{u_{3,0}} f_{u_1u_3}(u_1, u_3) \operatorname{erfc}\left(\frac{u_{2,0} - \mu_{2/1,3}}{\sqrt{2}\sigma_{2/1,3}}\right) du_3 \quad (10)$$

όπου:

$$\begin{cases} u_{3,0} = (\ln \gamma_0 - \mu_3) / \sigma_3 \\ u_{j,0} = (\ln \gamma_{th} - \mu_j) / \sigma_j \end{cases}, (j = 1, 2) \quad (11)$$

και το  $\gamma_0$  δίνεται από την (8) και  $f_{u_1u_3}(u_1, u_3)$  είναι η από-κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών  $u_1, u_3$  [Papoulis01]. Οι παράμετροι  $\mu_{2/1,3}, \sigma_{2/1,3}$  [Papoulis01, Κεφάλαιο 7] δίνονται από :

$$\begin{cases} \mu_{2/1,3} = \frac{\rho_{12} - \rho_{13}\rho_{23}}{1 - \rho_{13}^2} u_1 + \frac{\rho_{23} - \rho_{12}\rho_{13}}{1 - \rho_{13}^2} u_3 \\ \sigma_{2/1,3} = \sqrt{\frac{1 - \rho_{12}^2 - \rho_{13}^2 - \rho_{23}^2 + 2\rho_{12}\rho_{13}\rho_{23}}{1 - \rho_{13}^2}} \end{cases} \quad (12)$$

Στην έκφραση (12),  $\rho_{ij}$  είναι ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των λογαριθμοκανονικών μεταβλητών  $(\gamma_i, \gamma_j)$ , όπου  $(i, j = 1, 2, 3, i \neq j)$  και  $\rho_{ij} = \rho_{ji}$ .

Στην επόμενη ενότητα θα αναλυθεί η ενεργειακή και φασματική αποδοτικότητα των δύο πρωτοκόλλων πολλαπλής πρόσβασης.

## 2.5. Αποδοτικότητα πρωτοκόλλων συνεργατικής διαφορικότητας

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται ένα αναλυτικό πλαίσιο για τη σύγκριση της αποδοτικότητας των πρωτοκόλλων A και B σε σύγκριση με τα συστήματα που δεν χρησιμοποιούν συνεργατική διαφορικότητα. Η αποδοτικότητα θα αναλυθεί ως προς δύο παράγοντες σχεδιασμού, τη χρήση φάσματος και την ολική ενέργεια εκπομπών. Αξίζει να σημειωθεί πως η ανάλυση είναι γενικότερη της ανάλυσης της δημοσίευσης [Laneman04] καθώς καλύπτει τόσο την ημι-αμφίδρομη όσο και την αμφίδρομη επικοινωνία.

### 2.5.1. Ενεργειακή αποδοτικότητα πρωτοκόλλων A και B

Τα πρωτόκολλα A και B καταναλώνουν την ίδια ενέργεια εκπομπής για κάθε εκπεμπόμενο σύμβολο, η οποία δίνεται από:

$$E_{\text{protocol}(A)} = E_{\text{protocol}(B)} = \sum_{i=1}^2 P_{\text{total}(t=i)} T \quad (13)$$

όπου  $P_{\text{total}(t=i)}$  είναι η ολική ενέργεια που εκπέμπει το σύστημα στη θυρίδα πολλαπλής πρόσβασης  $t = i$ , όπου  $T$  είναι η χρονική διάρκεια κάθε θυρίδας.

Ένα τυπικό σύστημα που δεν χρησιμοποιεί συνεργατική διαφορικότητα αποτελείται μόνο από τους κόμβους S και D και χρησιμοποιεί λιγότερη ενέργεια εκπομπής ανά σύμβολο σε σχέση με τα υπό μελέτη συστήματα συνεργασίας. Για παράδειγμα, σε ένα συνεργατικό σύστημα όπου η ισχύς εκπομπής του αναμεταδότη R είναι ίδια με την ισχύ εκπομπής της πηγής S, τότε το συνεργατικό σύστημα έχει ολική ενέργεια εκπομπής (ανά σύμβολο) η οποία είναι διπλάσια από την ολική ενέργεια εκπομπής του μη-συνεργατικού συστήματος. Με άλλα λόγια, η συνεργασία κόμβων φέρει καλύτερη επίδοση στο σύστημα αλλά δαπανά περισσότερη ενέργεια. Το γεγονός αυτό έχει ληφθεί υπόψη στην ανάλυση της δημοσίευσης [Boyer04] όπου συγκρίνεται η συνεργασία με ίση ισχύς εκπομπής σε πομπό και αναμεταδότη.

Για τις ανάγκες της σύγκρισης μεταξύ των δύο συστημάτων, στο κεφάλαιο αυτό θα χρησιμοποιηθεί το *ενεργειακά-ισοδύναμο μη-συνεργατικό σύστημα*. Στο σύστημα αυτό η πηγή S έχει ενέργεια εκπομπής (ανά σύμβολο)  $E_{\text{direct}(eff)} = T \cdot P_{Tx(eff)}$  ίση με τη συνολική ενέργεια των δύο πρωτοκόλλων (σχέση (13)), δηλαδή έχει ισχύ εκπομπής που δίνεται από:

$$P_{Tx(eff)} = P_{Tx1} + P_{Tx2} \quad (14)$$

όπου  $p_{T_{xj}}$  ( $j = 1, 2$ ) είναι η ισχύς εκπομπής της ζεύξης  $j$  του συνεργατικού συστήματος.

Χρησιμοποιώντας τις εκφράσεις (3) και (14), το ενεργειακά-ισοδύναμο μη-συνεργατικό σύστημα μπορεί να ερμηνευτεί ως ένα μη-συνεργατικό σύστημα με μεγαλύτερη λογαριθμοκανονική μέση τιμή (σε Neper):

$$(\mu_{eff}, \sigma_{eff}) = (\mu_{w_{eff}} + \ln(\exp\{\mu_1 - \mu_{w_1}\} + \exp\{\mu_3 - \mu_{w_3}\}), \sigma_1) \quad (15)$$

όπου  $\mu_{w_{eff}} = \mu_{w_1}$ . Η θεώρηση  $\sigma_{eff} = \sigma_1$  ισχύει αφού θεωρείται πως το ισοδύναμο μη-συνεργατικό σύστημα χρησιμοποιεί το ίδιο μέσο διάδοσης με τη ζεύξη S-D στο Σχήμα 2-1.

### 2.5.2. Φασματική αποδοτικότητα πρωτοκόλλων A και B

Όπως περιγράφηκε πιο πάνω, το πρωτόκολλο A χρησιμοποιεί δύο θυρίδες πολλαπλής πρόσβασης, οδηγώντας σε μη-αποδοτικότητα του πρωτοκόλλου ως προς τη χρήση φάσματος. Η φασματική αποδοτικότητα μπορεί να ενταχθεί στην ανάλυση αρχικά μέσω της έκφρασης της πιθανότητας αποκοπής της χωρητικότητας του συνδυαστή  $C_{C(A)}$  για το πρωτόκολλο A με κατώφλι  $R$ :

$$P_{out(A)} = P(C_{C(A)} < R) \quad (16)$$

ή ισοδύναμα:

$$P_{out(A)} = P\left(\frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_C) < \log_2(1 + \gamma_{th.norm})\right) \quad (17)$$

όπου το  $\gamma_C$  δίνεται από την (4) ή την (5) ανάλογα με τον τύπο του συνδυαστή, και  $\gamma_{th.norm}$  είναι το κανονικοποιημένο ως προς το ρυθμό κατώφλι του σηματοθορυβικού λόγου. Το κατώφλι  $\gamma_{th.norm}$  είναι ο σηματοθορυβικός λόγος που αντιστοιχεί σε κατώφλι φασματικής αποδοτικότητας  $R$  και είναι ένα κοινό εργαλείο της θεωρίας πληροφοριών για την απλοποίηση της ανάλυσης προβλημάτων με πολλούς παράγοντες.

Απλουστεύοντας την έκφραση (17), η κανονικοποιημένη ως προς το ρυθμό πιθανότητα αποκοπής του πρωτοκόλλου A δίνεται από:

$$P_{out(A)} = P(\gamma_C < \gamma_{th.norm}^2 + 2\gamma_{th.norm}) \quad (18)$$

Η πιθανότητα αποκοπής των πρωτοκόλλων A και B μπορεί να δοθεί μέσω της (10) και ενός τροποποιημένου κατωφλίου που περιέχει το κανονικοποιημένο ως προς το ρυθμό κατώφλι του σηματοθορυβικού λόγου  $\gamma_{th.norm}$ :

$$\gamma_{th} = \begin{cases} \gamma_{th.norm}^2 + 2\gamma_{th.norm} & , \text{για το πρωτόκολλο A} \\ \gamma_{th.norm} & , \text{για το πρωτόκολλο B} \end{cases} \quad (19)$$

Επίσης, δεδομένης μιας πιθανότητας αποκοπής αναφοράς  $P_{out(ref)}$ , το κανονικοποιημένο ως προς το ρυθμό κατώφλι του σηματοθορυβικού λόγου  $\gamma_{th.norm}$  μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\gamma_{th.norm} \Big|_{P_{out}=P_{out(ref)}} = \begin{cases} \sqrt{1 + \gamma_{th} \Big|_{P_{out}=P_{out(ref)}}} - 1 & , \text{για το πρωτόκολλο A} \\ \gamma_{th} \Big|_{P_{out}=P_{out(ref)}} & , \text{για το πρωτόκολλο B} \end{cases} \quad (20)$$

## 2.6. Αριθμητικά αποτελέσματα και συμπεράσματα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται αριθμητικά αποτελέσματα για την επίδοση των συνεργατικών συστημάτων με χρήση των τεχνικών SC και MRC, χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη έκφραση (10).

Η έκφραση αυτή μπορεί εύκολα να υπολογιστεί αριθμητικά και συγκλίνει γρήγορα λόγω της μονοτονίας των ολοκληρωτέων συναρτήσεων. Πιο συγκεκριμένα, αντικαθιστώντας το όριο  $-\infty$  με έναν κατάλληλο αρνητικό αριθμό (π.χ.  $-10$ ) μπορεί να επιτευχθεί οποιαδήποτε ζητούμενη ακρίβεια στο αποτέλεσμα, όπως ακριβώς και με τις τελικές εκφράσεις της πιθανότητας αποκοπής του προηγούμενου κεφαλαίου.

Η πιθανότητα αποκοπής του ενεργειακά ισοδύναμου μη-συνεργατικού συστήματος δίνεται από  $P_{out(eff)} = P(\gamma_{eff} < \gamma_{th.norm(eff)})$  ή ισοδύναμα:

$$P_{out(eff)} = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\ln(\gamma_{th.norm(eff)}) - \mu_{eff}}{\sigma_{eff} \sqrt{2}} \right) \quad (21)$$

όπου οι λογαριθμοκανονικές παράμετροι  $(\mu_{eff}, \sigma_{eff})$  δίνονται από την έκφραση (15) και

$$\gamma_{th.norm(eff)} = \gamma_{th.norm}.$$

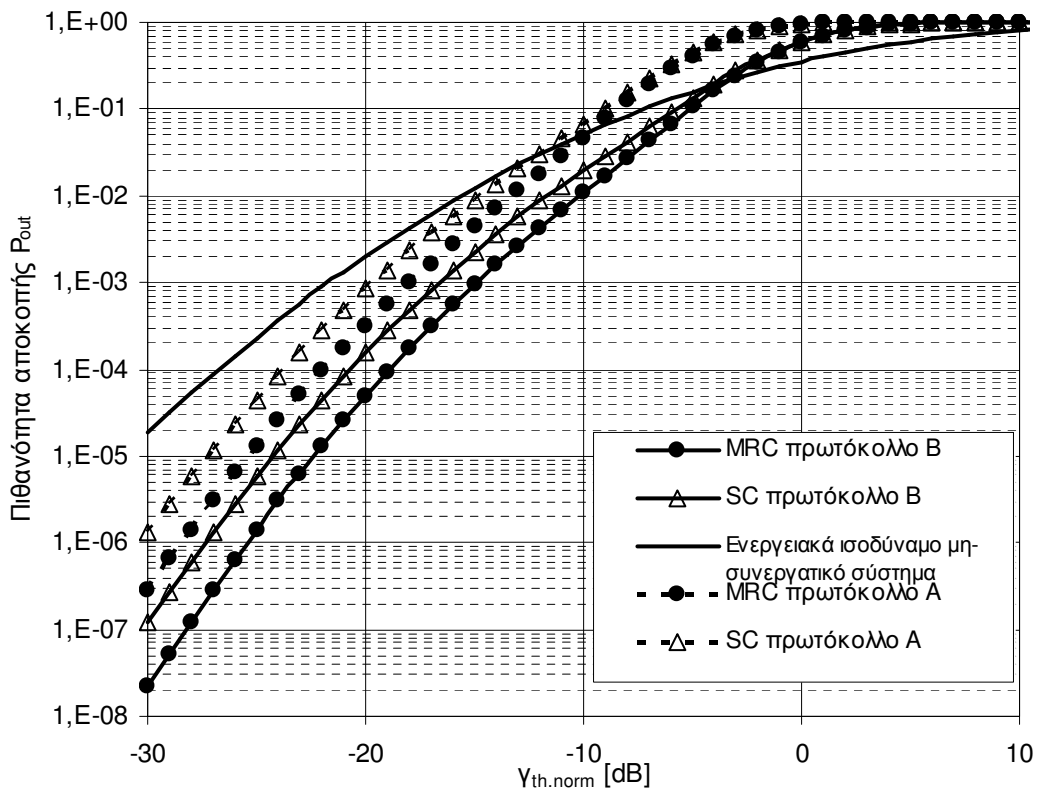
Στις παρακάτω εφαρμογές θεωρούνται οι ακόλουθες τιμές για τις παραμέτρους  $\mu_j = 0dB$  και  $\mu_{w_j} = 0dB$  για κάθε  $j$ . Επιπλέον, στο Σχήμα 2-2 καθώς και στο Σχήμα 2-3 χρησιμοποιείται το ακόλουθο μοντέλο του συντελεστή συσχέτισης λόγω σκίασης [IEEE07, Saunders99]:



$$\rho_{ij} = (\phi_T / \phi_{ij})^\alpha \sqrt{L_i / L_j}, \quad (i, j = 1, 2, 3, i \neq j) \quad (22)$$

όπου  $L_j \geq L_i$ ,  $\phi_T = 2 \sin^{-1}(L_c / 2L_i)$ ,  $L_c = 20m$  είναι η απόσταση αποσυσχέτισης και  $\alpha = 0.3$  είναι μια παράμετρος που εξαρτάται από γεωμετρικές παραμέτρους του συστήματος όπως το μέγεθος και τα ύψη των αντικειμένων του περιβάλλοντος χώρου καθώς και τα ύψη όπου βρίσκονται οι κεραιές του συστήματος.

Στο Σχήμα 2-2 φαίνεται η πιθανότητα αποκοπής των συνεργατικών συστημάτων με χρήση των τεχνικών SC και MRC και των πρωτοκόλλων A και B για ένα συγκεκριμένο εύρος τιμών του κανονικοποιημένου ως προς το ρυθμό κατωφλίου  $\gamma_{th, norm}$ . Οι παράμετροι του συστήματος είναι  $\sigma_1 = \sigma_3 = 8\text{dB}$ ,  $\sigma_2 = 3.4\text{dB}$ ,  $L_2 = L_3 = 2000m$  και  $\phi_{23} = 30^\circ$ . Οι συγκεκριμένες μεταβλητότητες αντιστοιχούν σε κόμβους S και R τοποθετημένους πάνω στις στέγες κτιρίων και τον κόμβο D τοποθετημένο σε ύψος χαμηλότερο από τις στέγες των κτιρίων [IEEE07].



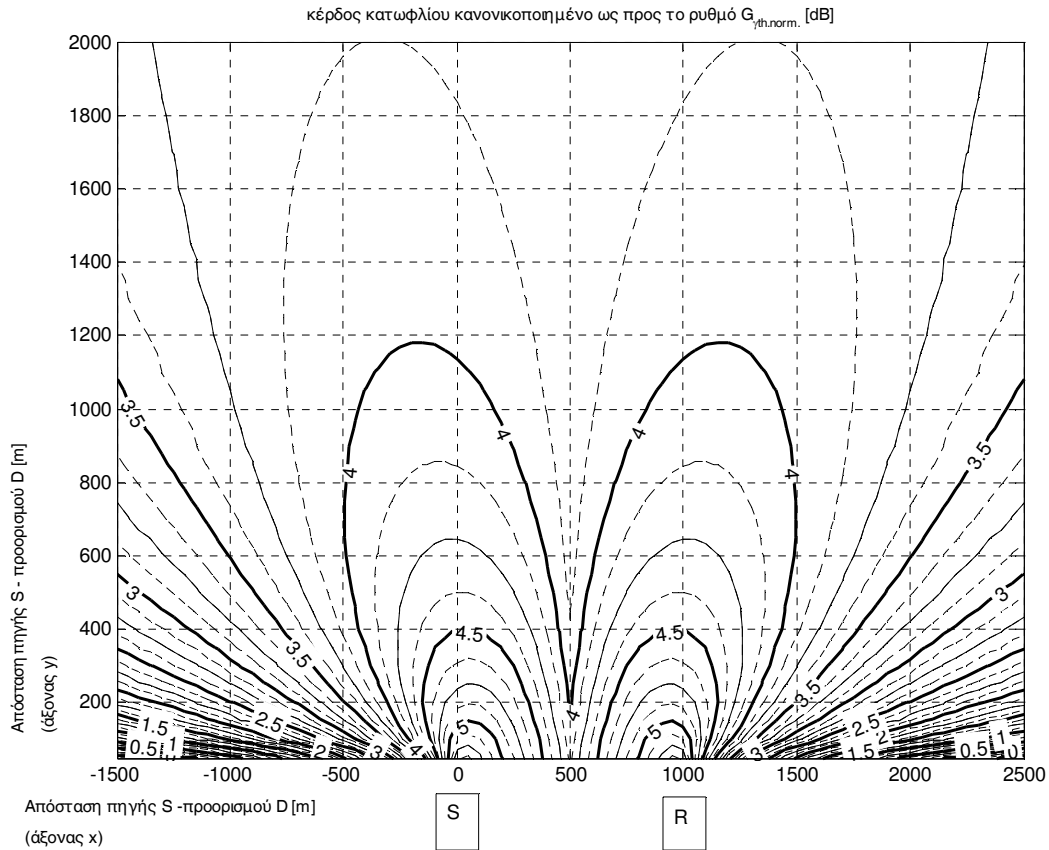
**Σχήμα 2-2.** Πιθανότητα αποκοπής για ένα συγκεκριμένο εύρος τιμών του κανονικοποιημένου ως προς το ρυθμό κατωφλίου των συνεργατικών συστημάτων με χρήση διαφόρων πρωτοκόλλων πολλαπλής πρόσβασης καθώς και διαφόρων τεχνικών συνεργατικής λήψης, και σύγκριση με το μη-συνεργατικό σύστημα αναφοράς.

Όπως είναι φανερό από το Σχήμα 2-2, τα συνεργατικά συστήματα έχουν καλύτερη επίδοση από το ενεργειακά ισοδύναμο μη συνεργατικό σύστημα σε ένα εύρος πρακτικών τιμών του κανονικοποιημένου κατωφλίου  $\gamma_{th, norm}$  (π.χ. για κατώφλι μικρότερο του 0.1 και του 0.01 για τα πρωτόκολλα B και A αντίστοιχα). Επίσης, στο ίδιο σχήμα φαίνεται ότι το σχετικό κέρδος από τη χρήση της τεχνικής MRC σε σχέση με την τεχνική SC είναι περίπου 2 dB για πρακτικές τιμές της πιθανότητας αποκοπής ανεξαρτήτως του πρωτοκόλλου πολλαπλής πρόσβασης.

Για τις ανάγκες του επόμενου σχήματος ορίζεται το κέρδος κανονικοποιημένου κατωφλίου σε σηματοθορυβικό λόγο (σε dB) για δεδομένη πιθανότητα αποκοπής  $P_{out(ref)}$  ως η διαφορά του κανονικοποιημένου κατωφλίου της συνεργασίας  $\gamma_{th, norm} [dB]$  (βλ. έκφραση (20)) με το αντίστοιχο κανονικοποιημένο κατώφλι της μη-συνεργασίας  $\gamma_{th, norm(eff)} [dB]$  για ίδια πιθανότητα αποκοπής  $P_{out(ref)}$ :

$$G_{\gamma_{th, norm}} [dB] = \gamma_{th, norm} \Big|_{P_{out}=P_{out(ref)}} [dB] - \gamma_{th, norm(eff)} \Big|_{P_{out}=P_{out(ref)}} [dB] \quad (23)$$

Στο Σχήμα 2-3, το κέρδος της συνεργασίας  $G_{\gamma_{th, norm}}$ , δίνεται για την τεχνική MRC και το πρωτόκολλο A και για ένα εύρος θέσεων του αποδέκτη D κατακόρυφα και οριζόντια. Η πηγή S και ο αναμεταδότης R θεωρούνται πως είναι τοποθετημένοι στις θέσεις (0,0) και (1,0) km αντίστοιχα. Για τις ανάγκες του σχήματος έχουν χρησιμοποιηθεί οι τιμές  $P_{out(ref)} = 10^{-4}$  και  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (8, 3.4, 8) dB$  [IEEE07].



**Σχήμα 2-3.** Κέρδος κανονικοποιημένου κατωφλίου συναρτήσει της θέσης του κόμβου προορισμού D για λήψη MRC και πρωτόκολλο πολλαπλής πρόσβασης A.

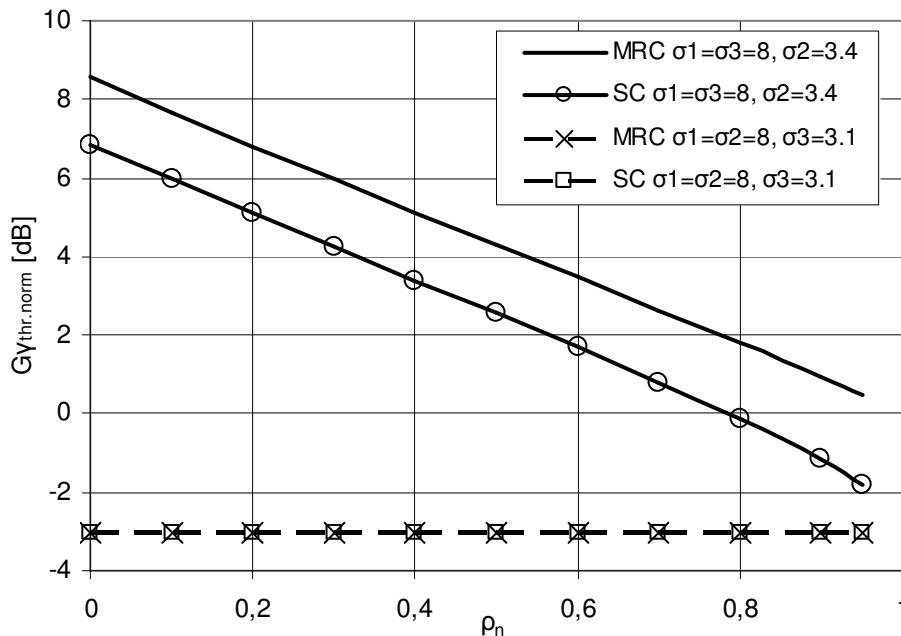
Το Σχήμα 2-3 είναι ένας χάρτης της σχετικής επίδοσης της συνεργασίας σε σχέση με την επίδοση της μη-συνεργασίας (απ'ευθείας ζεύξης), λαμβάνοντας υπόψη το πλαίσιο αποδοτικότητας που αναπτύχθηκε στις προηγούμενες ενότητες. Επίσης μπορεί να θεωρηθεί ως μια οπτική αναφορά της επίδρασης του συντελεστή συσχέτισης στην επίδοση του συνεργατικού συστήματος, όπως αυτός εκφράζεται από το μοντέλο (22).

Από το σχήμα φαίνεται πως υπάρχουν δύο βέλτιστες περιοχές λειτουργίας (θέσεις του κόμβου D), η μία κοντά στην πηγή S και η άλλη κοντά στον επαναλήπτη R. Η συμμετρία του γραφήματος γύρω από τη μέση της ζεύξης S-R μπορεί να ερμηνευτεί από το γεγονός ότι οι σηματοθορυβικοί λόγοι της απ'ευθείας ζεύξης ( $\gamma_1$ ) και της ζεύξης R-D έχουν την ίδια επίδραση στις εξισώσεις (4) και (5). Επίσης από το ίδιο σχήμα παρατηρείται ότι η τιμή του συντελεστή συσχέτισης μπορεί να έχει μεγάλη επίδραση στο σχετικό κέρδος της συνεργασίας, όπως π.χ. φαίνεται από τις περιοχές χαμηλής σχετικής επίδοσης (οριζόντιος άξονας, αποστάσεις μακριά από τους κόμβους S και R).

Στο Σχήμα 2-4 φαίνεται το κέρδος κατωφλίου  $G_{\gamma_{th, norm}}$  συναρτήσει του συντελεστή

συσχέτισης για το πρωτόκολλο B και συσχετίσεις  $\rho_{12} = \rho_{23} = \rho_{13} = \rho_n$ , οι οποίες αντιστοιχούν σε ένα σύστημα με γεωμετρία ισόπλευρου τριγώνου ( $L_1 = L_2 = L_3 = L$ ) όπου ο συντελεστής  $L$  λαμβάνει τιμές από  $L_c$  μέχρι  $+\infty$  που αντιστοιχεί σε συντελεστές συσχέτισης  $\rho_n$  από 1 μέχρι 0 (σύμφωνα με την εξίσωση 22).

Στο σχήμα αυτό περιλαμβάνονται δύο ομάδες τιμών για τις μεταβλητότητες. Η πρώτη ομάδα  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (8, 3.4, 8) dB$  χρησιμοποιήθηκε στα προηγούμενα σχήματα ενώ η δεύτερη ομάδα  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (8, 8, 3.1) dB$  αντιστοιχεί σε τοποθέτηση του κόμβου S στη στέγη των κτιρίων και των υπολοίπων κόμβων R και D σε ύψος χαμηλότερο της στέγης των κτιρίων [IEEE07].



**Σχήμα 2-4.** Επίδραση του συντελεστή συσχέτισης στο κέρδος κανονικοποιημένου κατωφλίου για τις τεχνικές λήψης MRC και SC και διάφορες λογαριθμικοκανονικές μεταβλητότητες.

Για την πρώτη ομάδα τιμών των μεταβλητοτήτων, παρατηρείται ότι στις τεχνικές MRC και SC ο συντελεστής συσχέτισης επιδρά αρνητικά στο κέρδος της επίδοσης της συνεργασίας. Πιο συγκεκριμένα, η τεχνική SC έχει επίδοση κατώτερη του ενεργειακά ισοδύναμου συστήματος μη-συνεργασίας για μεγάλες τιμές του συντελεστή συσχέτισης (όπου λαμβάνονται αρνητικές τιμές του κέρδους κανονικοποιημένου κατωφλίου). Από την άλλη μεριά, για τις συγκεκριμένες μεταβλητότητες, η τεχνική MRC έχει καλύτερη επίδοση

από το ισοδύναμο σύστημα απευθείας ζεύξης ανεξαρτήτως της συσχέτισης.

Για τη δεύτερη ομάδα τιμών, παρατηρείται ότι οι δύο τεχνικές διαφορικής λήψης MRC και SC έχουν την ίδια επίδοση με αρνητικό κέρδος ως προς το ενεργειακά ισοδύναμο σύστημα μη συνεργασίας.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα για τις δύο ομάδες τιμών των μεταβλητοτήτων, φαίνεται πως η ποιότητα της ζεύξης S-R παίζει καθοριστικό ρόλο για την επίδοση του συστήματος συνεργασίας, αποτέλεσμα το οποίο συμφωνεί με τα αντίστοιχα αποτελέσματα για ανεξάρτητα κανάλια Rayleigh [Laneman04]. Πιο συγκεκριμένα, το σύστημα συνεργασίας έχει κέρδος επίδοσης σε σχέση με το σύστημα μη-συνεργασίας μόνο για τιμές της  $\sigma_2$  σημαντικά μικρότερες της  $\sigma_1$ .

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω συμπεράσματα καθώς και την περιγραφή του φυσικού μοντέλου διάδοσης [IEEE07], προκύπτει ότι σε ένα σύστημα με διαλείψεις λόγω σκίασης, ο αναμεταδότης αποκωδικοποίησης και προώθησης πρέπει να τοποθετείται πάνω από τις στέγες κτιρίων ώστε να διασφαλίζεται ικανοποιητικός σηματοθορυβικός λόγος  $\gamma_2$  για τη ζεύξη S-R (ζεύξη οπτικής επαφής) και να εξασφαλίζεται σημαντικό κέρδος επίδοσης σε σχέση με τα συστήματα απ'ευθείας ζεύξης.



### 3. Αναλυτική προσέγγιση για τη δυνατότητα εφαρμογής των τεχνικών MIMO στη διάδοση απόλυτης οπτικής επαφής

#### 3.1. Γενικά στοιχεία

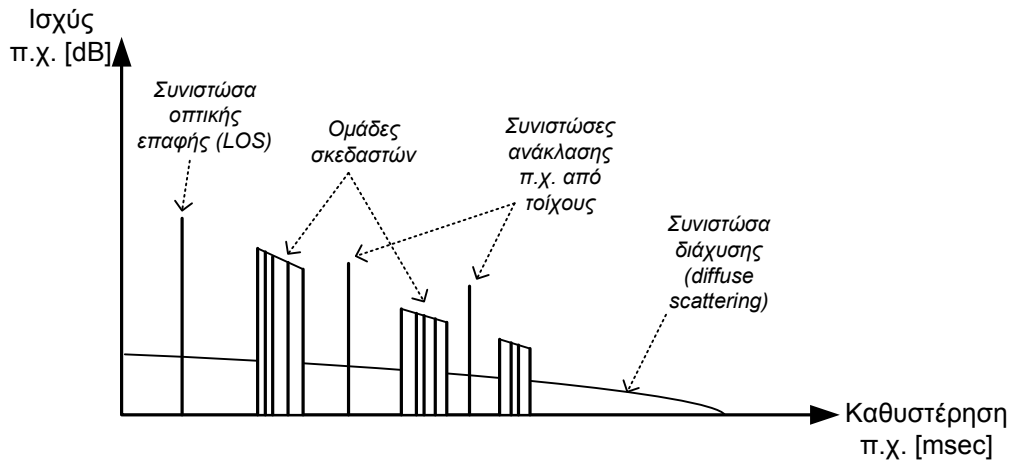
Οι ευρυζωνικές ασύρματες ζεύξεις εσωτερικού και εξωτερικού χώρου αποτελούν μία από τις σημαντικότερες περιοχές έρευνας καθώς και προτυποποίησης (e.g. IEEE 802.15.TG3c, IEEE 802.16) τα τελευταία χρόνια κυρίως λόγω του χαμηλού κόστους εγκατάστασης και της ελεύθερης πρόσβασης δίχως άδειες φάσματος (license-free) στις χιλιοστομετρικές συχνότητες φέροντος (10 – 60 GHz). Η επίδοση των δικτύων αυτών αναμένεται να είναι της τάξης του Gbps (Gigabits per second) και ξεπερνά την παρούσα τεχνολογία ασυρμάτων ζεύξεων σε χαμηλότερες συχνότητες (WLAN) καθώς και τις ενσύρματες ευρυζωνικές τεχνολογίες, προσφέροντας παράλληλα όλα τα πλεονεκτήματα της ασύρματης αυτοοργανούμενης (ad-hoc) συνδεσιμότητας.

Οι υψηλοί στόχοι ωστόσο των ευρυζωνικών ασυρμάτων ζεύξεων είναι δύσκολο να επιτευχθούν δεδομένων των προτυποποιημένων περιορισμών όπως π.χ. εύρος φάσματος, ισχύς εκπομπής. Για το λόγο αυτό ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι τεχνικές πολλαπλών κεραιών σε πομπό και δέκτη (multiple-input multiple-output - MIMO), καθώς υπόσχονται σημαντικά οφέλη στη χωρητικότητα του ασύρματου καναλιού δίχως να απαιτούν τη χρήση επιπλέον φάσματος [Telatar99, Foschini98]. Πιο συγκεκριμένα, οι τεχνικές MIMO εκμεταλλεύονται την παρουσία πολλαπλών διοδεύσεων του εκπεμπόμενου σήματος αντί να την αντιμετωπίζουν σαν πρόβλημα παρεμβολών (interference).

Όπως θα δούμε στο κεφάλαιο αυτό, η παρουσία πολλαπλών διοδεύσεων δεν είναι απαραίτητη για την εφαρμογή των τεχνικών MIMO σε μικρές αποστάσεις στα 60 GHz.

### 3.1.1. Διάδοση στις χιλιοστομετρικές συχνότητες εσωτερικού χώρου

Στα κανάλια με πολλαπλές διόδευσεις, εκτός από τη συνιστώσα οπτικής επαφής και τις πολλαπλές ανακλάσεις, συνήθως παρατηρούνται φαινόμενα ομαδοποίησης των σκεδαστών (clustering). Με άλλα λόγια, αν γίνει παρατήρηση στον χρόνο, οι πολλαπλές διόδευσεις καταφθάνουν σε ομάδες (Σχήμα 3-1).



Σχήμα 3-1. Παράδειγμα μοντελοποίησης ασύρματου καναλιού.

Γενικά, ένα ολοκληρωμένο μοντέλο καναλιού αποτελείται από σταθερές με το χρόνο (που εξαρτώνται π.χ. από την τοπολογία) και από στοχαστικές συνιστώσες ισχύος (των οποίων η γνώση γενικά είναι αδύνατη παρά μόνο στατιστικά). Οι σταθερές με το χρόνο συνιστώσες αποτελούνται, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3-1, από τη συνιστώσα οπτικής επαφής (αν υπάρχει), τα κέντρα των ομάδων σκεδαστών (καθώς έχουν άμεση σχέση με την τοπολογία του καναλιού), τις συνιστώσες ανάκλασης  $n$  βαθμού (π.χ. από τοίχους) και τη συνιστώσα διάχυσης.

Ένα πραγματικό κανάλι εσωτερικού χώρου που λειτουργεί σε φέρουσα συχνότητα γύρω στα 60 GHz έχει να επιδείξει κυρίως σταθερές με το χρόνο συνιστώσες. Οι χιλιοστομετρικές ζεύξεις σε συχνότητες φέροντος γύρω στα 60 GHz θεωρείται από κάποιες πηγές ως ένα κανάλι με «φτωχά» χαρακτηριστικά διάδοσης (poor-scattering) σε σύγκριση με τη διάδοση στα 2.4 ή στα 5 GHz. Το μικρό μήκος κύματος των 5mm παρουσιάζει μεγάλες αποσβέσεις ελευθέρου χώρου και απορροφήσεις οι οποίες περιορίζουν τη διάδοση σε χαμηλής τάξεως ανακλάσεις (μέχρι 2<sup>ο</sup> βαθμού) με περιορισμένες διαθλάσεις και σκέδαση. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται ως π.χ. χαμηλό



εύρος πολλαπλών διαδεύσεων στο χρόνο (multipath delay spread) καθώς και ως χαμηλή στάθμη λαμβανόμενης ενέργειας και ενδεχομένως περιορισμένη χωρική διαφορικότητα.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις, σε αντίθεση με τα πλούσια χωρικά χαρακτηριστικά της διάδοσης στα π.χ. 2.4 ή 5 GHz, έχουν δημιουργήσει την αντίληψη ότι η χρήση υψηλά κατευθυντικών κεραιών είναι επιβεβλημένη στα 60 GHz αντί για τη χρήση ισοτροπικών πολλαπλών κεραιών (Multiple-Input Multiple-Output – MIMO arrays) [Doan04]. Ωστόσο στην πράξη, η χρήση κατευθυντικών κεραιών περιορίζεται από το γεγονός ότι διεθνή πρότυπα (π.χ. IEEE 802.15.TG3c) ορίζουν τη στιγμιαία μέγιστη πυκνότητα ισχύος (maximum peak power density). Με άλλα λόγια το μέγιστο κέρδος των κεραιών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στις πρακτικές εφαρμογές είναι περιορισμένο.

Η δυνατότητα χρήσης των τεχνικών MIMO στη διάδοση με φέροντα στα 60 GHz αποτελεί ένα σημαντικό ερευνητικό πρόβλημα, στο οποίο αποσκοπεί να δώσει απαντήσεις η ανάλυση των επόμενων ενοτήτων. Λόγω των φτωχών χαρακτηριστικών διάδοσης στο μήκος κύματος των 5mm, θα αναλυθεί η διάδοση σε συνθήκες απόλυτης οπτικής επαφής (δίχως την ύπαρξη πολλαπλών ανακλάσεων). Τα παρεχόμενα αποτελέσματα παρουσιάζουν τις περιοχές λειτουργίας όπου οι τεχνικές MIMO βελτιώνουν την επίδοση του συστήματος. Η επίδοση των τεχνικών MIMO στο περιβάλλον αυτό διάδοσης μπορεί να θεωρηθεί ως το μέτρο αναφοράς της κατώτατης επίδοσης των τεχνικών MIMO σε περιβάλλοντα εσωτερικού χώρου με χιλιοστομετρικές συχνότητες.

### 3.1.2. Συναφής βιβλιογραφία

Στις δημοσιεύσεις [Driessen99, Kyritsi02, Gesbert02] παρουσιάζονται συστήματα MIMO στη διάδοση ελευθέρου χώρου με παράλληλες κεραίες πομπού-δέκτη και αποδεικνύεται ότι είναι δυνατό να επιτευχθεί χαμηλή συσχέτιση μεταξύ των στοιχείων κάθε κεραίας, ανεβάζοντας έτσι την χωρητικότητα του συστήματος (όσο μεγαλύτερη η συσχέτιση του σήματος που λαμβάνουν/στέλνουν δύο στοιχεία μιας κεραίας, τόσο μικρότερα τα οφέλη ως προς την χωρητικότητα κατά Shannon). Η παρατήρηση αυτή επαληθεύθηκε πειραματικά στην [Neiryneck05]. Στις δημοσιεύσεις [Jiang03, Bøhagen05] μελετήθηκε η χωρητικότητα MIMO για οποιονδήποτε σχετικό προσανατολισμό μεταξύ των κεραιών. Στη δημοσίευση [Jiang03] αποδείχτηκε ότι όλα τα προηγούμενα μοντέλα (π.χ. [Gesbert02]) είναι ανακριβή κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο απόστασης πομπού-δέκτη και υπολογίστηκε αυτό το όριο.

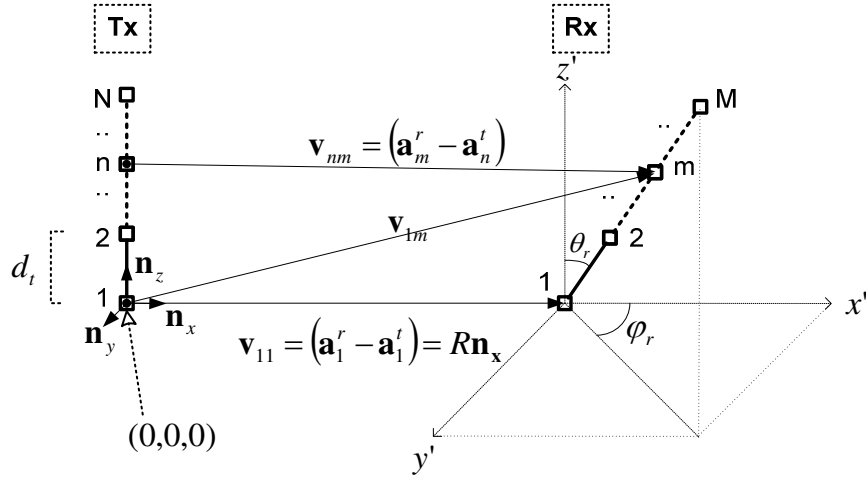
Η ανάλυση των δημοσιεύσεων [Driessen99, Kyritsi02, Gesbert02, Jiang03, Bøhagen05] αφορά MIMO κεραιές με ιστροπικά στοιχεία και δεν περιλαμβάνει την περίπτωση που τα στοιχεία έχουν κατευθυντικότητα. Ο συνδυασμός των τεχνικών MIMO με έξυπνες/κατευθυντικές κεραιές (ένα «υβριδικό» σύστημα MIMO όπως π.χ. τα συστήματα που περιγράφονται στις δημοσιεύσεις [Heath99, Ping04]) θα πετύχαινε μια εξισορρόπηση μεταξύ των (περιορισμένων) κερδών κεραιάς και της ενδοπαρεμβολής μεταξύ των χρηστών, και θα εκμεταλλευόταν παράλληλα τη χωρική διαφορικότητα για τη βελτίωση της επίδοσης. Επιπλέον, η χρήση διαφορετικών διαγραμμάτων ακτινοβολίας κεραιών για κάθε στοιχείο μιας κεραιάς MIMO θα μείωνε τη συσχέτιση μεταξύ των στοιχείων αυτών και θα αύξανε τη χωρητικότητα του συστήματος [Dong02].

Στην ενότητα 3.2 θα επεκταθεί η ανάλυση των [Gesbert02, Jiang03, Bøhagen05] σε MIMO κεραιές με τυχαίο προσανατολισμό και κατευθυντικά στοιχεία (δίχως προσαρμόσιμη κατευθυντικότητα - beam steering). Έπειτα, στην ενότητα 3.3 η ανάλυση θα εφαρμοστεί για την αξιολόγηση της εφαρμογής των τεχνικών MIMO σε ζεύξεις πολύ κοντινών αποστάσεων με φέροντα στα 60 GHz. Για τις ανάγκες απλοποίησης της παρουσίασης των αποτελεσμάτων, η ανάλυση της ενότητας αυτής θα περιοριστεί στην περίπτωση ιστροπικών και παράλληλων κεραιών MIMO.

## **3.2. Ανάλυση για κατευθυντικές κεραιές MIMO**

### **3.2.1. Εισαγωγή**

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3-2, το μοντέλο που προτάθηκε στις δημοσιεύσεις [Jiang03, Bøhagen05] περιλαμβάνει τυχαίο προσανατολισμό μεταξύ των κεραιών πομπού και δέκτη.



Σχήμα 3-2. Μοντέλο MIMO απόλυτης οπτικής επαφής.

Για να διευκολύνουμε την εισαγωγή των συναρτήσεων κέρδους, ας υπολογίσουμε το διάνυσμα  $\mathbf{v}_{nm}$  από την κεραία πομπού  $n$  μέχρι την κεραία δέκτη  $m$ . Το διάνυσμα  $\mathbf{v}_{nm}$  μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\mathbf{v}_{nm} = (\mathbf{a}_m^r - \mathbf{a}_n^t) \quad (1)$$

όπου  $\mathbf{a}_m^r$  είναι το διάνυσμα από  $(0,0,0)$  μέχρι την κεραία δέκτη  $m$ ,  $m \in \{1, \dots, M\}$  και  $\mathbf{a}_n^t$  το διάνυσμα από  $(0,0,0)$  μέχρι την κεραία πομπού  $n$ ,  $n \in \{1, \dots, N\}$ . Από το σχήμα 3.2, τα διανύσματα  $\mathbf{a}_m^r$  και  $\mathbf{a}_n^t$  μπορούν να εκφραστούν ως:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_m^r = & (R + (m-1)d_r \sin \theta_r \cos \varphi_r) \mathbf{n}_x + \\ & + ((m-1)d_r \sin \theta_r \sin \varphi_r) \mathbf{n}_y + ((m-1)d_r \cos \theta_r) \mathbf{n}_z \end{aligned} \quad (2)$$

και:

$$\mathbf{a}_n^t = ((n-1)d_t \sin \theta_t) \mathbf{n}_x + ((n-1)d_t \cos \theta_t) \mathbf{n}_z \quad (3)$$

όπου  $\theta_t$  είναι η απόκλιση της στοιχειοκεραίας πομπού από τον κατακόρυφο άξονα (ισούται με μηδέν στο Σχήμα 3-2). Επίσης, ισχύει:  $\mathbf{a}_m^r = \mathbf{v}_{1m}$ . Το διάνυσμα από την κεραία δέκτη  $m$  μέχρι την κεραία πομπού  $n$  μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\mathbf{v}'_{nm} = (\mathbf{a}_n^t - \mathbf{a}_m^r) = -\mathbf{v}_{nm} \quad (4)$$

όπου τα διανύσματα  $\mathbf{v}_{nm}$  και  $\mathbf{v}'_{nm}$  έχουν μέτρο ίσο με την απόσταση από την κεραία πομπού  $n$  μέχρι την κεραία δέκτη  $m$ :

$$\|\mathbf{v}_{nm}\| = \|\mathbf{v}'_{mn}\| = r_{nm} \quad (5)$$

### 3.2.2. Συνάρτηση κέρδους των κεραιών

Υποθέτοντας πως κάθε στοιχείο της κεραιάς πομπού έχει συνάρτηση κέρδους  $G_t(\theta, \varphi)$  (σε πολικές συντεταγμένες με κέντρο το κάθε στοιχείο) και  $G_r(\theta, \varphi)$  για τα στοιχεία της κεραιάς δέκτη αντίστοιχα, η συνολική συνάρτηση κέρδους  $g_{nm}$  από το στοιχείο πομπού  $n$  στο στοιχείο δέκτη  $m$  είναι:

$$g_{nm} = G_t(\theta_v^t, \varphi_v^t) \cdot G_r(\theta_v^r, \varphi_v^r) \quad (6)$$

όπου εκφράσεις για τα  $\theta_v^t, \varphi_v^t, \theta_v^r, \varphi_v^r$  είναι:

$$\theta_v^t = \cos^{-1} \frac{\mathbf{v}_{nm} n_z}{r_{nm}} \quad (7)$$

$$\varphi_v^t = \tan^{-1} \frac{\mathbf{v}_{nm} n_y}{\mathbf{v}'_{nm} n_x} \quad (8)$$

$$\varphi_v^r = \varphi_r - \varphi_v^t \quad (9)$$

$$\theta_v^r = \pi - \cos^{-1} \frac{\mathbf{v}_{nm} (\mathbf{a}_m^r - R\mathbf{n}_x)}{r_{nm} d_r (m-1)} \quad (10)$$

Εξ ορισμού, όταν  $\varphi_r = \theta_r = \varphi_v^r = 0$  οι κεραιές βρίσκονται αντικριστά (οι κεντρικοί λοβοί τους είναι αντίθετοι).

Συνοψίζοντας, όταν η κατευθυντικότητα των κεραιών είναι σταθερή, η συνάρτηση κέρδους μεταξύ του στοιχείου πομπού  $n$  και του στοιχείου δέκτη  $m$  είναι  $g_{nm}$ , όπου  $g_{nm}$  δίνεται από τη σχέση (6). Στην περίπτωση που θα χρησιμοποιηθούν δυναμικές τεχνικές ελέγχου της κατεύθυνσης των λοβών (beam-steering), η συνάρτηση κέρδους  $g_{nm}$  εξαρτάται τόσο από τον αλγόριθμο όσο και από την ακρίβεια της τεχνικής (beam mismatching).

### 3.2.3. Απώλειες ελεύθερου χώρου

Για να υπολογιστούν οι απώλειες από απόσβεση λόγω αποστάσεως, χρησιμοποιούμε το συντελεστή από τη συνάρτηση ελεύθερου χώρου του Friis:

$$L_{nm} = \left( \frac{\lambda}{4\pi \cdot \|\mathbf{v}_{nm}\|} \right)^2 = \left( \frac{\lambda}{4\pi \cdot r_{nm}} \right)^2 \quad (11)$$

### 3.2.4. Υπολογισμός των συναρτήσεων μεταφοράς των καναλιών MIMO

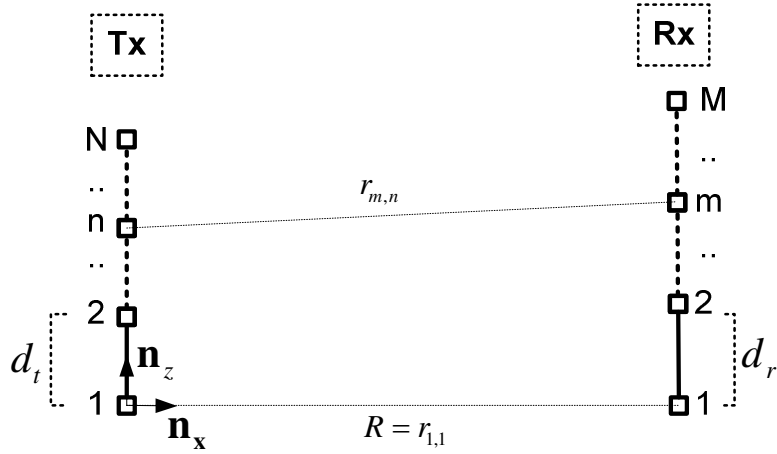
Η ύπαρξη διαφορετικών αποστάσεων από/προς γειτονικές κεραιές εμφανίζεται ως διαφορές στη φάση και το μέτρο του σήματος. Για παράδειγμα, η συνάρτηση μεταφοράς μεταξύ του στοιχείου πομπού  $n$  και του στοιχείου λήψεως  $m$  είναι:

$$h_{nm} = \sqrt{P_n g_{nm} L_{nm}} \exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda} r_{nm}\right) \quad (12)$$

όπου  $L_{nm}$  και  $g_{nm}$  δίνονται από τις εξισώσεις (11) και (6) αντίστοιχα, ενώ  $P_n$  είναι η ισχύς που εκπέμπεται από το στοιχείο  $n$ . Παρατηρούμε πως σε συνθήκες διάδοσης ελεύθερου χώρου, η συνάρτηση μεταφοράς MIMO (καθώς και η χωρητικότητα του καναλιού) είναι μεγέθη σταθερά με το χρόνο.

## 3.3. Ανάλυση με απλοποιήσεις: Παράλληλες MIMO κεραιές

Προς διευκόλυνση της συζήτησης γύρω από την ανάλυση για τις χιλιοστομετρικές συχνότητες που θα παρατεθεί παρακάτω, περιορίζουμε την παρουσίαση σε κεραιές πομπού και δέκτη σε παράλληλη διάταξη (Σχήμα 3-3).



**Σχήμα 3-3.** Μοντέλο MIMO σε συνθήκες ελεύθερου χώρου με παράλληλη διάταξη κεραιών.

Από τις εξισώσεις (1)-(3) και (5), η απόσταση  $r_{nm}$  μεταξύ της κεραίας πομπού  $n$  και της κεραίας δέκτη  $m$  δίνεται από:

$$r_{nm} = \sqrt{R^2 + ((m-1)d_r - (n-1)d_t)^2} \quad (13)$$

Συνεπώς, η συνάρτηση (12) μετατρέπεται σε:

$$h_{nm} = \sqrt{P_n g_{nm} L_{nm}} \exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda} \sqrt{R^2 + ((m-1)d_r - (n-1)d_t)^2}\right) \quad (14)$$

### 3.3.1. Ισοτροπικές παράλληλες MIMO κεραιές με ισο-κατανομή ισχύος ανά στοιχείο

Στο σημείο αυτό θα περιορίσουμε την ανάλυσή μας σε MIMO κεραιές όπου κάθε στοιχείο είναι ισοτροπικό και εκπέμπει με την ίδια ισχύ με τα υπόλοιπα. Επίσης, κάνουμε την παραδοχή ότι η απόσβεση λόγω απόστασης είναι η ίδια για οποιοδήποτε συνδυασμό στοιχείων πομπού-δέκτη. Η παραδοχή αυτή γενικά ισχύει για πρακτικές τιμές της  $d_r$ , καθώς και σχετικά μικρό εύρος φάσματος του σήματος. Στα σήματα ευρέου φάσματος (wideband signals) η στιγμιαία συχνότητά τους αποκλίνει σημαντικά μεταξύ διαφορετικών στοιχείων πομπού, οπότε τα διαφορετικά αυτά σήματα θα υποστούν διαφορετικές αποσβέσεις αποστάσεως (βλέπε σχέση (11)). Ωστόσο, όταν τα σήματα που εκπέμπονται

από τα στοιχεία της κεραίας πομπού είναι περιορισμένου φάσματος (narrowband), π.χ. σε συστήματα Ορθογωνικής Πολυπλεξίας Συχνότητας (Orthogonal Frequency Division Multiplexing - OFDM), οι διαφορές στη διαδρομή που ακολουθεί κάθε σήμα θα είναι πρακτικά ασήμαντες. Για παράδειγμα, για απόσταση μεταξύ πομπού δέκτη ίση με  $2m$  και  $d_r = 10\lambda = 5cm$ , η μέγιστη διαφορά των αποσβέσεων (μεταξύ των αποστάσεων  $r_{1,M}$  και  $r_{1,1}$ ) είναι της τάξης του 0.05 dB.

Επίσης, θεωρούμε ότι το σύστημα χρησιμοποιεί τέλειο έλεγχο ισχύος (power control) έτσι ώστε  $P_n g_{nm} L_{nm} = 0 \text{ dB}$ . Αξίζει να σημειωθεί πως μια ολοκληρωμένη αντιμετώπιση του όλου προβλήματος θα χρειαζόταν παραπάνω παραμέτρους του συστήματος όπως η ευαισθησία του δέκτη, οι απώλειες υλοποίησης, η ισχύς πομπού και το εύρος φάσματος του σήματος.

Θεωρώντας λοιπόν ότι ισχύει  $P_n g_{nm} L_{nm} = 1$ , τα σήματα που λαμβάνονται από δύο γειτονικά στοιχεία του δέκτη, θα έχουν το ίδιο μέτρο αλλά διαφορετικές φάσεις. Η συνάρτηση μεταφοράς του καναλιού μεταξύ του στοιχείου πομπού  $n$  και του στοιχείου δέκτη  $m$  δίνεται από:

$$h_{nm} = \exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda} r_{nm}\right) \quad (15)$$

Έτσι, σύμφωνα με όλες τις παραπάνω παραδοχές, η εξίσωση (12) γίνεται:

$$h_{nm} = \exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda} \sqrt{R^2 + ((m-1)d_r - (n-1)d_t)^2}\right) \quad (16)$$

### 3.3.1.1. Υπολογισμός χωρικού συντελεστή ορθογωνικότητας

Η ορθογωνικότητα μεταξύ των συναρτήσεων μεταφοράς των MIMO υποκαναλιών μπορεί να υπολογισθεί ορίζοντας τον χωρικό συντελεστή ορθογωνικότητας ως έξης:

$$\langle \mathbf{h}_k, \mathbf{h}_l \rangle = E(\mathbf{h}_k, \mathbf{h}_l^*) = \sum_{m=1}^M h_{km} h_{lm}^* \quad (17)$$

όπου η πρόβλεψη για τους σταθερούς παράγοντες  $\mathbf{h}_i$  μετατράπηκε σε πρόσθεση. Το διάνυσμα  $\mathbf{h}_k = [h_{1k} \ h_{2k} \ \dots \ h_{Nk}]^T$  είναι η  $k$  στήλη του πίνακα μεταφοράς MIMO (transfer matrix).

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (12), οι χωρικοί συντελεστές ορθογωνικότητας υπολογίζονται ως:

$$\langle \mathbf{h}_k, \mathbf{h}_l \rangle = \sum_{m=1}^M \exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda}(r_{km} - r_{lm})\right) \quad (18)$$

ενώ χρησιμοποιώντας την εξίσωση (13):

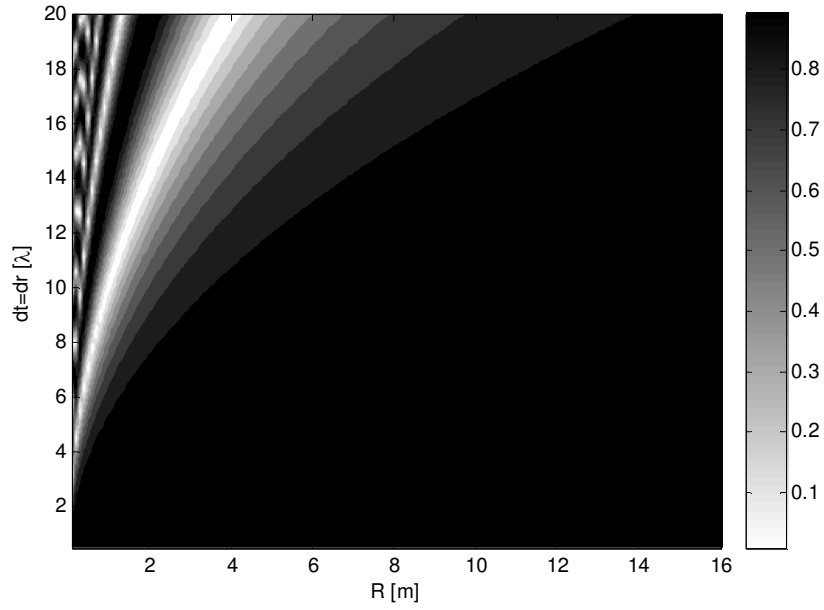
$$\langle \mathbf{h}_k, \mathbf{h}_l \rangle = \sum_{m=1}^M \exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda}\left(\sqrt{R^2 + ((m-1)d_r - (k-1)d_t)^2} - \sqrt{R^2 + ((m-1)d_r - (l-1)d_t)^2}\right)\right) \quad (19)$$

Ο μέσος χωρικός συντελεστής ορθογωνικότητας  $mean_{k,l} \langle \mathbf{h}_k, \mathbf{h}_l \rangle$ , βασισμένος στην εξίσωση (19) φαίνεται στο Σχήμα 3-4 όπου ο άξονας x είναι η απόσταση πομπού-δέκτη και ο άξονας y είναι η απόσταση μεταξύ των στοιχείων της MIMO κεραιάς (ίδια για πομπό και δέκτη). Οι υπολογισμοί της εξίσωσης (19) που παρουσιάζονται στο σχήμα αφορούν ένα MIMO σύστημα 2x2 με 60 GHz φέρουσα συχνότητα.

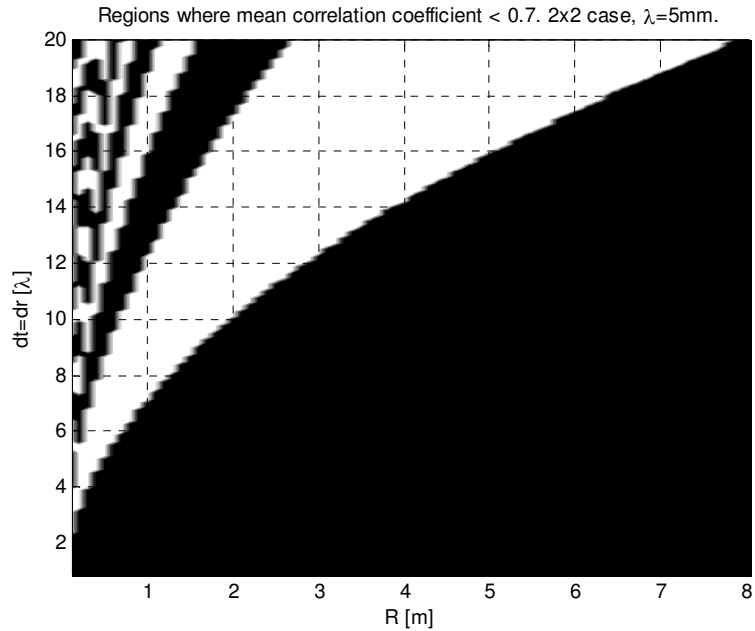
Από το Σχήμα 3-4 διακρίνεται ότι, δεδομένων κεραιών MIMO με σταθερή απόσταση στοιχείων, ο χωρικός συντελεστής ορθογωνικότητας είναι χαμηλός μόνο για περιορισμένο εύρος αποστάσεων πομπού-δέκτη. Αυτό το φαινόμενο επηρεάζει σημαντικά το σχεδιασμό ενός συστήματος και έχει παρατηρηθεί από τις δημοσιεύσεις [Gesbert02, Bøhagen05].

Στο Σχήμα 3-5 η απόσταση πομπού-δέκτη φτάνει έως 8m και διακρίνονται με λευκό οι περιοχές όπου ο μέσος συντελεστής ορθογωνικότητας είναι χαμηλότερος του 0.7.



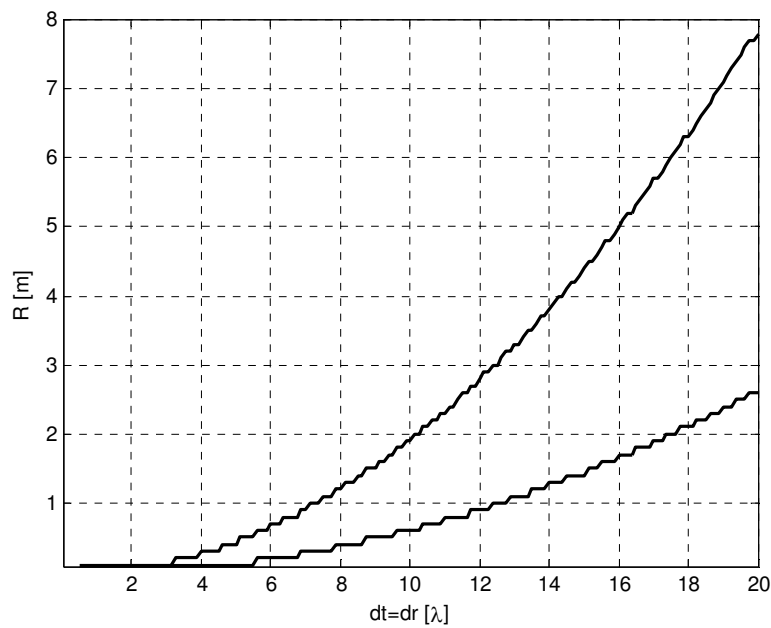


**Σχήμα 3-4.** Μέσος χωρικός συντελεστής ορθογωνικότητας. Διακρίνεται η μεταβολή του με την απόσταση πομπού-δέκτη, καθώς και την απόσταση μεταξύ των στοιχείων της κάθε MIMO κεραίας.



**Σχήμα 3-5.** Περιοχές όπου ο μέσος συντελεστής ορθογωνικότητας είναι χαμηλότερος του 0.7 (λευκό).

Για την ακρίβεια, διακρίνονται στο σχήμα πολλές περιοχές όπου ο συντελεστής αυτός είναι μικρότερος του 0.7. Πρακτικά, ένας σχεδιαστής συστήματος θα ενδιαφερόταν για την μεγαλύτερη σε πλάτος περιοχή, η οποία φαίνεται στο σχήμα 3.6. Η καταλληλότητα των τεχνικών MIMO για περιβάλλοντα ελεύθερης διάδοσης στα 60 GHz πρακτικά περιορίζεται σε αυτό το εύρος αποστάσεων. Έξω από αυτές τις περιοχές το MIMO σύστημα εκφυλίζεται σε ένα SISO σύστημα από άποψη χωρητικότητας (οπότε η παρουσία παραπάνω κεραιών δεν ωφελεί).



**Σχήμα 3-6.** Κατώτερη και ανώτερη απόσταση όπου ο μέσος συντελεστής ορθογωνικότητας είναι μικρότερος του 0.7. Αντιστοιχεί στην μεγαλύτερη λευκή περιοχή του σχήματος 3.5.

Παρατηρώντας το Σχήμα 3-6, για  $d_t = d_r = 16\lambda = 8 \text{ cm}$ , το εύρος αποστάσεων όπου ο μέσος συντελεστής ορθογωνικότητας είναι κατώτερος του 0.7 προκύπτει από 1.7 μέχρι 5.2m, ενώ για  $d_t = d_r = 20\lambda = 10 \text{ cm}$  το εύρος είναι από 2.6 μέχρι 7.8m.

Δύο ενδιαφέροντα φαινόμενα παρατηρούνται: Πρώτον, το παραπάνω εύρος αποστάσεων αυξάνεται με αύξηση της απόστασης μεταξύ των στοιχείων των κεραιών (π.χ. από 3.5 μέχρι 5.2m στα παραπάνω παραδείγματα). Δεύτερον, η κατώτερη απόσταση στο εύρος αυξάνεται (π.χ. από 1.7 μέχρι 2.6m στο παραπάνω παράδειγμα).

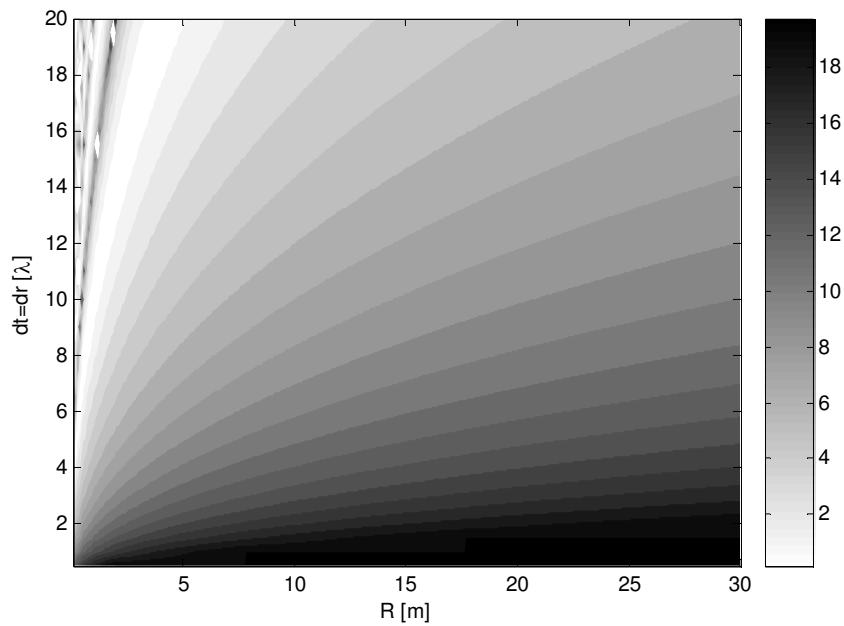
Το σχήμα 3.6 επίσης αποκαλύπτει πως οι τεχνικές MIMO για τη διάδοση ελευθέρου χώρου στα 60 GHz είναι εφικτές σε μικρές αποστάσεις πομπού-δέκτη (picocell) δίχως την ύπαρξη πολλαπλών διόδευσεων και με ρεαλιστικές αποστάσεις μεταξύ των στοιχείων των κεραιών (8-10cm) για σταθερούς είτε κινητούς χρήστες. Οι μικρές αυτές αποστάσεις μεταξύ των στοιχείων είναι φυσικά ένα αποτέλεσμα της χρήσης του μικρού μήκους κύματος των 5mm. Αν επαναλαμβάνουμε την ανάλυση για χαμηλότερες συχνότητες, θα βρίσκαμε πως οι αποστάσεις αυτές θα αυξάνονταν πέρα από πραγματοποιήσιμα νούμερα (δεδομένου του περιορισμένου μεγέθους των συσκευών).

### 3.3.1.2. Υπολογισμός συντελεστή κατάστασης (Condition Number) του καναλιού MIMO

Ο συντελεστής κατάστασης (Condition Number) έχει άμεση σχέση με το μετασχηματισμό SVD (Singular Value Decomposition) [Moon00] του πίνακα μεταφοράς MIMO και βρίσκει χρήση σε τεχνικές MIMO όπου επιτρέπεται τα στοιχεία του πομπού να εκπέμπουν με διαφορετική ισχύ (έχει αποδειχθεί πως η χωρητικότητα του συστήματος MIMO μπορεί με αυτόν τον τρόπο να αυξηθεί). Ο συντελεστής κατάστασης ορίζεται ως το πηλίκο της μεγαλύτερης προς την μικρότερη ιδιάζουσα τιμή (singular value) της πίνακα μεταφοράς MIMO. Ένας μεγάλος συντελεστής κατάστασης υποδηλώνει ένα δυσεπίλυτο γραμμικό σύστημα εξισώσεων ενώ ένας συντελεστής κατάστασης ίσος με τη μονάδα υποδηλώνει ένα σύστημα εξισώσεων που μπορεί άμεσα και με αριθμητική ακρίβεια να επιλυθεί με αντιστροφή του πίνακα μεταφοράς [Moon00].

Στο Σχήμα 3-7 φαίνονται οι τιμές του λογαρίθμου (βάσης 2) του συντελεστή κατάστασης του MIMO πίνακα μεταφοράς για διάφορες αποστάσεις πομπού-δέκτη και για διαφορετικές τιμές της απόστασης των στοιχείων κάθε κεραιάς. Διακρίνεται πως η κατάσταση του πίνακα MIMO επιδεινώνεται όταν οι παράμετροι του συστήματος αποκλίνουν από τα κεντρικά σημεία (π.χ. αυξάνοντας την απόσταση πομπού-δέκτη).

Τέλος, όμοιες περιοχές με αυτές που παρατηρήθηκαν στην προηγούμενη ενότητα βρίσκονται και εδώ. Για παράδειγμα, στις περιοχές με λευκό στο Σχήμα 3-7 ο συντελεστής κατάστασης λαμβάνει τιμές γύρω από τη μονάδα, το οποίο γενικά σχετίζεται με καλή επίδοση των τεχνικών αυτών.



**Σχήμα 3-7.** Λογάριθμος με βάση 2 του συντελεστή κατάστασης του πίνακα μεταφοράς MIMO.

Στην επόμενη ενότητα παρουσιάζουμε την κατά Shannon χωρητικότητα του καναλιού MIMO, η οποία είναι ίσως πιο διαφωτιστική για την επίδοση του συστήματος από το συντελεστή κατάστασης.

### 3.3.1.3. Υπολογισμός της χωρητικότητας καναλιού MIMO

Για ανεξάρτητα σήματα με ίση ισχύ εκπεμπόμενα από τα στοιχεία του πομπού, καθώς και μεγέθη πακέτων (block sizes) που πλησιάζουν το άπειρο, η κατά Shannon χωρητικότητα του MIMO συστήματος δίνεται από [Telatar99]:

$$C = \log_2 \det \left( \mathbf{I}_{M \times M} + \frac{SNR}{N} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \quad (20)$$

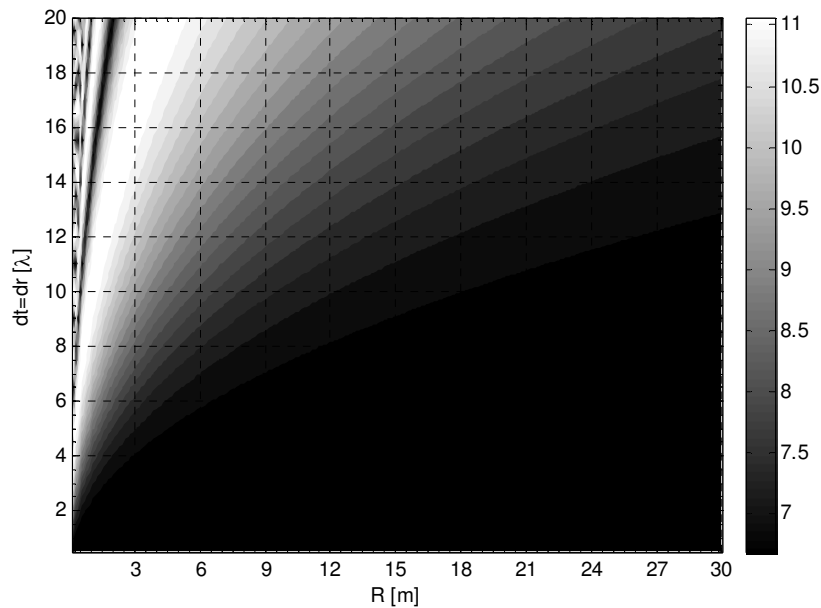
Όπου  $SNR$  είναι η σηματοθορυβική σχέση ανά στοιχείο του δέκτη και  $\sigma_i$ . Η συνάρτηση χωρητικότητας μπορεί να εκφραστεί και ως:

$$C = \sum_{i=1}^{\max(N, M)} \log_2 \left( 1 + \frac{SNR}{N} \sigma_i \right) \quad (21)$$

όπου  $\sigma_i$  είναι ο  $i$  συντελεστής singular value του πίνακα μεταφοράς  $H$ .

Στο σχήμα 3.8 φαίνεται η MIMO χωρητικότητα για την περίπτωση ενός 2x2 MIMO συστήματος στα 60 GHz φέρον. Παρατηρείται πως η χωρητικότητα MIMO εκφυλίζεται στην χωρητικότητα SISO (6.7 bps/Hz) πέρα από κάποιες αποστάσεις πομπού-δέκτη καθώς και σε αποστάσεις μεταξύ των στοιχείων των κεραιών μικρότερες από κάποιο όριο (μαύρη περιοχή του σχήματος 3.8).

Είναι ακόμα εμφανές από το σχήμα ότι η χρήση των πολλαπλών κεραιών (MIMO) έχει οφέλη στη χωρητικότητα του συστήματος για συγκεκριμένες περιοχές του σχήματος. Για παράδειγμα, για  $d_t = d_r = 16\lambda = 8 \text{ cm}$ , οι αποστάσεις όπου η χωρητικότητα είναι γύρω στα 11 bps/Hz είναι από 2 έως 4 m, ενώ οι αποστάσεις όπου η χωρητικότητα είναι μεγαλύτερη από 9 bps/Hz είναι περίπου από 2 μέχρι τα 9 m.



**Σχήμα 3-8.** Shannon χωρητικότητα του MIMO συστήματος σε bps/Hz.

Τέλος, επιλέγοντας ελάχιστα μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ των στοιχείων των κεραιών, π.χ.  $d_t = d_r = 20\lambda = 10 \text{ cm}$  (απόσταση πρακτική για υλοποιήσεις σε κινητές συσκευές), το εύρος των αποστάσεων όπου η χωρητικότητα είναι γύρω στα 11 bps/Hz θα αυξηθεί.

### 3.4. Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκαν μερικά αναλυτικά αποτελέσματα τα οποία είναι σημαντικά για την ανάλυση της MIMO διάδοσης σε περιβάλλοντα ελεύθερου χώρου και σε περιβάλλοντα με ασθενείς πολλαπλές διαδρομές.

Επίσης, δόθηκαν παραδείγματα που αφορούν περιβάλλοντα ελεύθερου χώρου σε συχνότητες φέροντος 60 GHz και βρέθηκε πως, δεδομένων των αποστάσεων των στοιχείων των κεραιών π.χ. 20 μήκη κύματος ή 10cm (η με άλλα λόγια δεδομένου του μήκους κάθε στοιχειοκεραίας), οι τεχνικές MIMO είναι πραγματοποιήσιμες για κοντικές αποστάσεις πομπού-δέκτη στην περιοχή picocell. Αυτό αποδείχθηκε παρουσιάζοντας γραφήματα για το χωρικό συντελεστή ορθογωνικότητας καθώς και τη χωρητικότητα του συστήματος.

Η παρεχόμενη ανάλυση μπορεί να αποτελέσει αφετηρία για την ανάλυση της διάδοσης MIMO στις χιλιοστομετρικές συχνότητες και ιδιαίτερα σε περιβάλλοντα εσωτερικού χώρου.

## 4. Καθυστέρηση προ-επεξεργασίας σε δέκτες MIMO-OFDM

### 4.1. Γενικά Στοιχεία

Στο κεφάλαιο αυτό μελετάται ο αλγοριθμικός σχεδιασμός των δεκτών MIMO-OFDM και πιο συγκεκριμένα ο σχεδιασμός του αλγορίθμου προ-επεξεργασίας λαμβάνοντας υπόψη τις υπόλοιπες παραμέτρους του δέκτη αλλά και τη δομή των πακέτων επικοινωνίας.

Στην ενότητα 4.2 παρουσιάζονται θεωρητικά στοιχεία του σχεδιασμού της αλυσίδας επεξεργασίας τυπικών δεκτών MIMO-OFDM και παρουσιάζονται οι περιοχές λειτουργίας των δεκτών MIMO-OFDM λαμβάνοντας υπόψη το ρυθμό επεξεργασίας και το ρυθμό της άφιξης των προς-επεξεργασία δεδομένων. Στην ενότητα 4.3 παρουσιάζεται το πρόβλημα της καθυστέρησης προ-επεξεργασίας καθώς και τον τρόπο που μπορεί να επηρεάσει την επίδοση και την πολυπλοκότητα ενός τυπικού MIMO συστήματος που χρησιμοποιεί OFDM.

Στην ενότητα 4.4 προτείνονται συγκεκριμένοι αποκωδικοποιητές MIMO βασισμένοι σε κατάλληλες τροποποιήσεις αλγορίθμων παραγοντοποίησης πινάκων οι οποίοι είναι σε μορφή αλυσίδας επεξεργασίας (pipeline) και λαμβάνουν υπόψη τη δομή του MIMO-OFDM προοιμίου (preamble).

Στην ενότητα 4.5 αναλύεται η καθυστέρηση προ-επεξεργασίας των προτεινόμενων αλγορίθμων και παρουσιάζονται τα κέρδη σε καθυστέρηση προ-επεξεργασίας και σε πολυπλοκότητα δέκτη MIMO-OFDM με βαθμωτή και διανυσματική επεξεργασία. Τέλος, στην ενότητα 4.6 παρουσιάζονται κάποια συμπεράσματα που αφορούν τους προτεινόμενους αλγόριθμους αποκωδικοποίησης.

## 4.2. Στοιχεία σχεδιασμού δεκτών MIMO-OFDM

Η τεχνική πολυπλεξίας ορθογωνικού διαχωρισμού συχνότητας (OFDM) θεωρείται ένα σύνηθες συστατικό των συστημάτων MIMO λόγω των δυνατοτήτων της να χειριστεί περιβάλλοντα με πολλαπλές διόδους [Stuber01]. Η επεξεργασία στο δέκτη για συστήματα MIMO-OFDM τυπικά απαιτεί τεχνικές παραγοντοποίησης πινάκων όπως θα περιγραφεί παρακάτω.

Ένα σύστημα MIMO-OFDM μπορεί γενικά να αναπαρασταθεί ως ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων<sup>1</sup>:

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (1)$$

όπου:

- $\mathbf{r}(k) \in \mathbb{C}^{N_{Rx}}$  είναι το διάνυσμα λαμβανόμενων συμβόλων στο δέκτη για το OFDM φέρον  $k$  (όπου  $\mathbb{C}$  είναι το σύνολο των μιγαδικών αριθμών):

$$\mathbf{r}(k) = [r_1(k) \quad \dots \quad r_{N_{Rx}}(k)]^T \quad (2)$$

- $\mathbf{s}(k) \in \mathbb{L}^{N_{Tx}}$  είναι το διάνυσμα των διαμορφωμένων συμβόλων στον πομπό για το OFDM φέρον  $k$  :

$$\mathbf{s}(k) = [s_1(k) \quad \dots \quad s_{N_{Tx}}(k)]^T \quad (3)$$

- $\mathbf{n}(k) \in \mathbb{C}^{N_{Rx}}$  για το OFDM φέρον  $k$  είναι το διάνυσμα του θορύβου που αποτελείται από κυκλικά συμμετρικές ανεξάρτητες και ομοιόμορφα κατανεμημένες τυχαίες μεταβλητές
- $\mathbf{H}(k) \in \mathbb{C}^{N_{Rx} \times N_{Tx}}$  είναι η  $N_{Rx} \times N_{Tx}$  συνάρτηση μεταφοράς καναλιού MIMO στο OFDM φέρον  $k$  και η οποία περιγράφει τη στατιστική των διαλείψεων του καναλιού MIMO, ή ισοδύναμα των συναρτήσεων μεταφοράς  $h_{ij}(k)$ , όπου  $i$  είναι ο δείκτης της κεραίας δέκτη και  $j$  ο δείκτης της κεραίας πομπού:

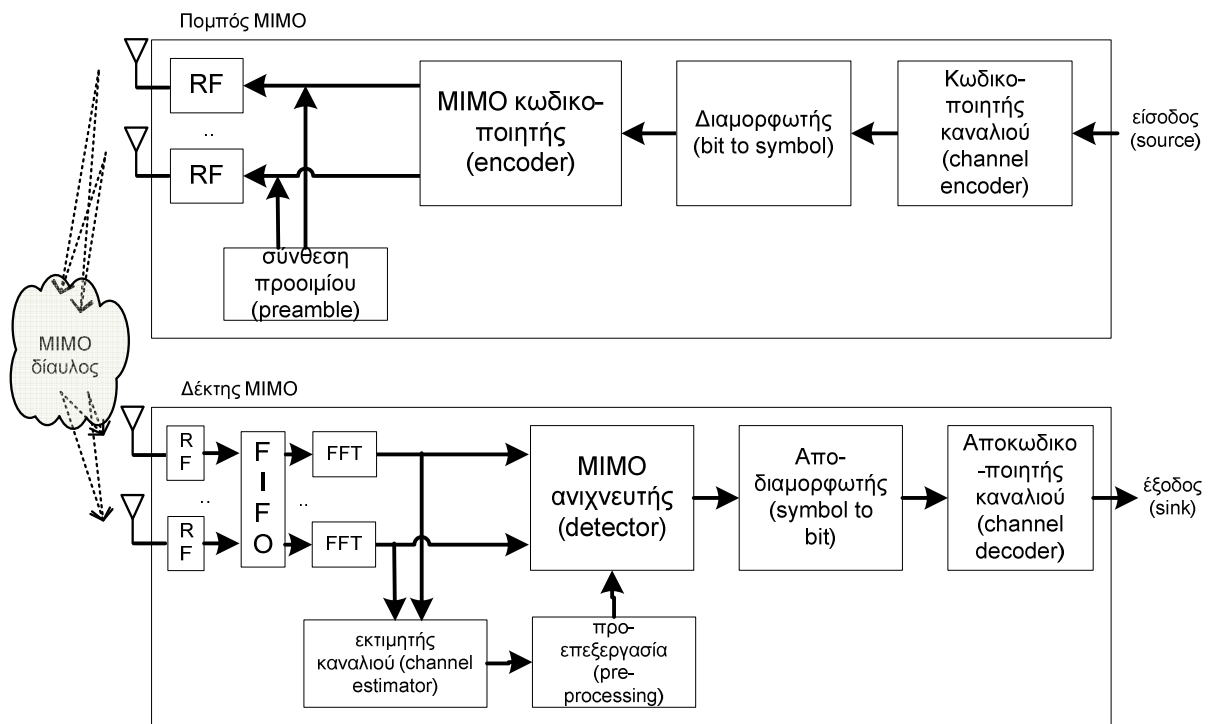
$$\mathbf{H}(k) = \begin{bmatrix} h_{11}(k) & h_{12}(k) & \dots & h_{1N_{Tx}}(k) \\ h_{21}(k) & h_{22}(k) & \dots & \dots \\ \dots & \dots & h_{ij}(k) & \dots \\ h_{N_{Rx}1}(k) & \dots & \dots & h_{N_{Rx}N_{Tx}}(k) \end{bmatrix} \quad (4)$$

<sup>1</sup> Στο κεφάλαιο αυτό δεν καλύπτονται συστήματα πολλαπλών χρηστών (ωστόσο η ανάλυση μπορεί να αποτελέσει τη βάση για επέκταση σε τεχνικές επεξεργασίας σήματος με πολλαπλούς χρήστες).



Σε πρακτικά συστήματα MIMO, ο δέκτης δεν έχει εκ-των-προτέρων γνώση του πίνακα  $\mathbf{H}(k)$ , οπότε απαιτείται η «εκπαίδευσή» του μέσω π.χ. της εκπομπής προσυμφωνημένων (τυποποιημένων) και περιοδικών ακολουθιών εκπαίδευσης. Λεπτομέρειες για τις τεχνικές εκπαίδευσης θα παρουσιαστούν πιο κάτω.

Μια τυπική αρχιτεκτονική πομπού-δέκτη παρουσιάζεται στο Σχήμα 4-1 και αφορά επεξεργασία MIMO και απο/κωδικοποιητές καναλιού σε αλληλουχία. Οι αρχιτεκτονικές που περιγράφονται στο κεφάλαιο αυτό δεν έχουν στοιχεία ανάδρασης/ανατροφοδότησης – με άλλα λόγια δεν αφορούν επαναλήψεις όπως οι επαναληπτικοί (iterative) δέκτες. Επίσης, αξίζει να σημειωθεί πως το μοντέλο επεξεργασίας που παρουσιάζεται στο Σχήμα 4-1 μπορεί να προσαρμοστεί στις αρχιτεκτονικές επεξεργασίας [Lin07] και [Karasi03].



Σχήμα 4-1. Τυπική αρχιτεκτονική MIMO πομπού-δέκτη.

Αναφερόμενοι στον πομπό (Σχήμα 4-1), τα δεδομένα (bits) κωδικοποιούνται από έναν κωδικοποιητή καναλιού και στη συνέχεια μετατρέπονται σε σύμβολα σύμφωνα με κατάλληλο διάγραμμα διαμόρφωσης (π.χ. M-QAM). Ακολουθεί ο MIMO κωδικοποιητής. Στην περίπτωση που χρησιμοποιείται πολυπλεξία ο MIMO κωδικοποιητής είναι ένας μετατροπέας σειριακού-προς-παράλληλου ή γενικά ένας κωδικοποιητής Χώρου-Χρόνου-Συχνότητας. Τέλος τα κωδικοποιημένα σύμβολα διαμορφώνονται από βασικής ζώνης στη

συχνότητα φέροντος. Επίσης, περιοδικά λειτουργεί και η σύνθεση του προοιμίου (preamble) όπως θα περιγραφεί παρακάτω.

Τα κύρια στάδια ενός τυπικού δέκτη MIMO-OFDM (Σχήμα 4-1) είναι τα εξής:

**RF στάδιο.** Στο RF στάδιο τα λαμβανόμενα σήματα μετατρέπονται σε σήματα βασικής ζώνης.

**FIFO στάδιο.** Η μνήμη *First-In-First-Out (FIFO buffer)* χρησιμεύει για την προσαρμογή του ρυθμού επεξεργασίας με το ρυθμό άφιξης των δεδομένων προς επεξεργασία.

**FFT στάδιο.** Στο στάδιο FFT τα λαμβανόμενα OFDM σύμβολα στο χρόνο μετατρέπονται σε OFDM φέροντα (στη συχνότητα).

**Στάδιο 1.** Ο εκτιμητής του καναλιού έχει ως στόχο την εκτίμηση της συνάρτησης μεταφοράς του καναλιού MIMO  $\mathbf{H}(k)$  για κάθε OFDM φέρον  $k$ .

**Στάδιο 2.** Η προ-επεξεργασία, π.χ. κάποια μορφή παραγοντοποίησης του πίνακα  $\mathbf{H}(k)$  όπως η παραγοντοποίηση QR ή LU οι οποίες θα αναλυθούν παρακάτω.

**Στάδιο 3.** Ο MIMO ανιχνευτής ανιχνεύει τα σύμβολα δεδομένων  $\mathbf{s}(k)$  για κάθε OFDM φέρον  $k$  και τα τοποθετεί σε σειριακή μορφή.

**Στάδιο 4.** Τα σύμβολα μετατρέπονται σε bits.

**Στάδιο 5.** Τα bits αποκωδικοποιούνται από τον αποκωδικοποιητή καναλιού.

Επίσης ένα σημαντικό στάδιο του τυπικού MIMO-OFDM δέκτη είναι το στάδιο του συγχρονισμού. Ωστόσο ο σχεδιασμός του σταδίου αυτού δε θα μας απασχολήσει στο παρόν κεφάλαιο ενώ για περισσότερες πληροφορίες ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στη δημοσίευση [Onizawa07].

Το στάδιο FIFO μπορεί να παίζει καθοριστικό ρόλο στην πολυπλοκότητα ενός δέκτη MIMO-OFDM. Όπως θα αναλυθεί παρακάτω, το μέγεθος του εξαρτάται από την καθυστέρηση επεξεργασίας των υπόλοιπων σταδίων.

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι η ανάλυση που θα ακολουθηθεί στην παρούσα διατριβή δεν εξαρτάται από την ακριβή σειρά των σταδίων FIFO και FFT.

Τα στάδια 2 και 3 αναφέρονται στη βιβλιογραφία και ως *τεχνική παραγοντοποίησης-επίλυσης*, δηλαδή η παραγοντοποίηση του πίνακα  $\mathbf{H}(k)$  ως γινόμενο πινάκων με συγκεκριμένες ιδιότητες ακολουθείται από την επίλυση του συστήματος εξισώσεων της (1) χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα παραγοντοποίησης του προηγούμενου σταδίου.

Επίσης, τα στάδια 2 και 3 αποτελούν αριθμητικά σταθερές μεθόδους για την επίλυση συστημάτων γραμμικών εξισώσεων όπως η (1) [Moon00, Stewart00] και θα περιγραφούν πιο αναλυτικά στις επόμενες υπο-ενότητες. Επίσης, αξίζει να σημειωθεί πως χρησιμοποιούνται ως στάδιο αρχικοποίησης σε ανιχνευτές πλέγματος (lattice MIMO detectors) ή ακολουθιακούς ανιχνευτές (sequential MIMO detectors), βλ. π.χ. [Damen00, Anderson84].

#### 4.2.1. Στάδιο 1: εκτίμηση καναλιού MIMO-OFDM

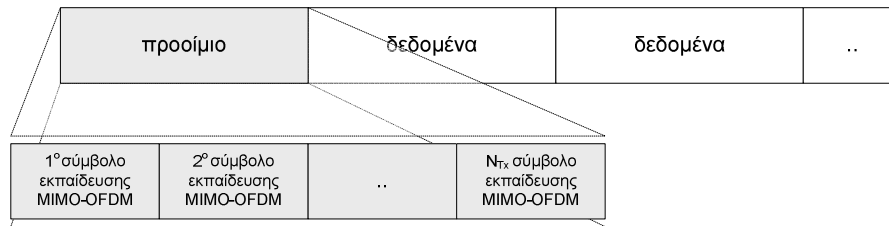
Οι τεχνικές εκτίμησης της συνάρτησης μεταφοράς (απόκτησης CSI) στον MIMO-OFDM δέκτη βασίζονται κυρίως σε τεχνικές εκπαίδευσης. Οι τεχνικές εκπαίδευσης για MIMO-OFDM έχουν αναπτυχθεί με βάση τις τεχνικές των συστημάτων SISO και SIMO, ωστόσο είναι πιο πολύπλοκες αφού πρέπει να εκτιμηθούν περισσότεροι παράμετροι (περισσότεροι συνδυασμοί κεραιών πομπού-δέκτη).

Γενικά, η βέλτιστη «ποσότητα» εκπαίδευσης (το βέλτιστο χρονικό διάστημα εκπαίδευσης) για ένα δέκτη MIMO-OFDM είναι συνάρτηση του SNR, του χρόνου συνοχής και του αριθμού των κεραιών πομπού [Marzetta99]. Ωστόσο η εκπαίδευση μειώνει τη διαμεταγωγή του συστήματος και είναι μη-βέλτιστη σε χαμηλά SNR [Hassibi03].

Μια τυπική μέθοδος εκπαίδευσης του δέκτη είναι η εκτίμηση καναλιού μέσω συμβόλων οδηγών (Pilot-symbol Assisted Channel estimation - PACE) [Tong04]. Η τεχνική PACE γενικά υλοποιείται μέσω περιοδικής εκπαίδευσης, δηλαδή εκπέμποντας ένα κατάλληλο προοίμιο (preamble), όπως θα περιγραφεί παρακάτω, και βρίσκει εφαρμογή σε συστήματα όπως το IEEE 802.11n.

##### 4.2.1.1. Τεχνική περιοδικής εκπαίδευσης καναλιού MIMO-OFDM

Αναφερόμενοι στο Σχήμα 4-2, ο δέκτης πρώτα λαμβάνει το προοίμιο (preamble) το οποίο χρησιμοποιείται για να εκτιμηθούν όλα τα υπο-κανάλια MIMO-OFDM (δηλαδή ο πίνακας μεταφοράς  $\mathbf{H}(k)$  για όλα τα  $k$ ). Μόλις ο δέκτης αποκτήσει τη γνώση για τα  $\mathbf{H}(k)$  θα μπορέσει να αποκωδικοποιήσει τα εισερχόμενα δεδομένα.



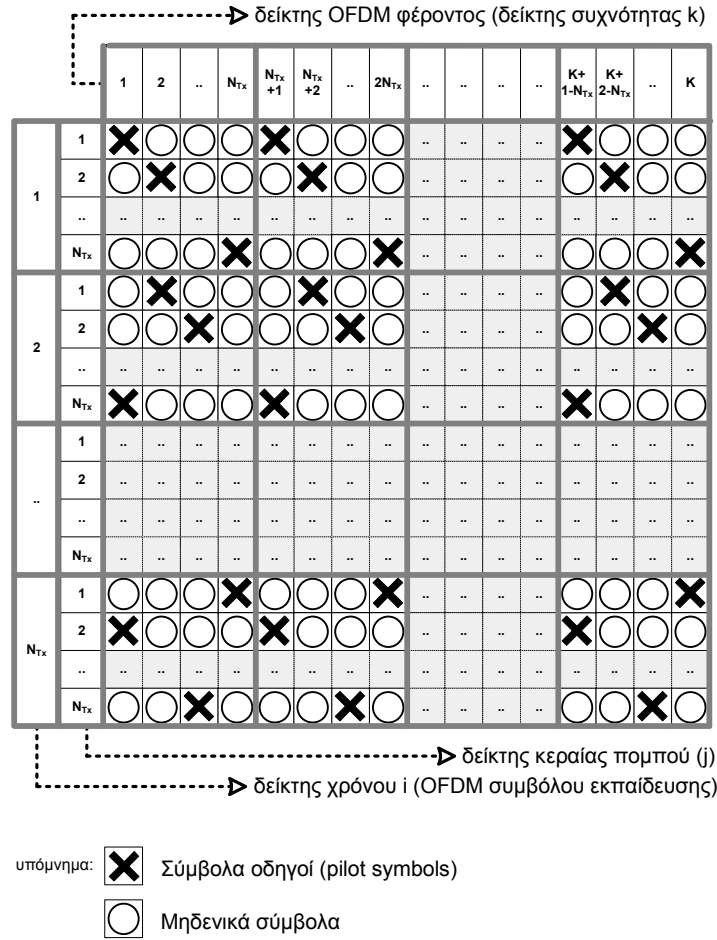
**Σχήμα 4-2.** Τυπικό πλαίσιο (frame) με περιοδική εκπαίδευση καναλιού στο δέκτη MIMO-OFDM.

Το προοίμιο τυπικά αποτελείται από μερικά σύμβολα εκπαίδευσης OFDM τα οποία με τη σειρά τους αποτελούνται από σύμβολα οδηγούς (pilot symbols). Τα σύμβολα οδηγοί είναι γνωστά a-priori (π.χ. οι τιμές τους ορίζονται σε πρότυπα) και χρησιμοποιούνται από το δέκτη για την εκτίμηση των αντίστοιχων υπο-καναλιών MIMO-OFDM.

Ένα παράδειγμα τοποθέτησης συμβόλων-οδηγών στα σύμβολα εκπαίδευσης OFDM δίνεται στο Σχήμα 4-3. Η μορφή της τοποθέτησης αυτής των συμβόλων-οδηγών ονομάζεται comb-type (optimal) preamble (βλ. [Larsson01, Perels05] και αναφορές) και έχει προταθεί στις προσπάθειες προτυποποίησης συστημάτων πολλαπλών κεραιών - IEEE 802.11n [Kowalski04].

Το Σχήμα 4-3 μπορεί να θεωρηθεί ως ένα πλέγμα δεικτών των θέσεων των συμβόλων-οδηγών, με κάθε δείκτη να είναι της μορφής (δείκτης χρόνου, δείκτης κεραίας πομπού, δείκτης συχνότητας). Το σύμβολο “x” στο σχήμα δηλώνει την παρουσία συμβόλου-οδηγού (του οποίου η ακριβής τιμή δεν επηρεάζει την ανάλυση στην παρούσα διατριβή), ενώ το σύμβολο “o” είναι μηδενικό.

Στη μορφή αυτή του προοιμίου αποφεύγεται η εναπόθεση και παρεμβολή συμβόλων-οδηγών μεταξύ των κεραιών του πομπού, αφού μόνο μια κεραία πομπού μπορεί να εκπέμψει σύμβολο-οδηγό ανά χρονική στιγμή (και ανά OFDM φέρον) ενώ οι υπόλοιπες κεραίες πομπού είναι «σιωπηλές» (δεν εκπέμπουν). Επίσης, αφού η εκπομπή γίνεται ανά OFDM φέρον, όλες οι κεραίες πομπού εκπέμπουν τον ίδιο αριθμό από OFDM φέροντα και επομένως έχουν την ίδια ενέργεια εκπομπής.



**Σχήμα 4-3.** Παράδειγμα θέσεων συμβόλων-οδηγών σε προοίμιο PACE/MIMO-OFDM.

Η μορφή του προοιμίου στο Σχήμα 4-3 μπορεί να εκφραστεί με τη μορφή ενός πίνακα από σύμβολα-οδηγούς για κάθε σύμβολο εκπαίδευσης OFDM  $i = 1, 2, \dots, N_{Tx}$ , για κάθε κεραία πομπού  $j$  και κάθε OFDM φέρον  $k$ :

$$\mathbf{P}_{ijk} = \mathbf{A}_i(j, (k \bmod N_{Tx})) \quad (5)$$

με:

$$\mathbf{A}_i = \text{diag}(\mathbf{p})\mathbf{S}_i \quad (6)$$

όπου  $\mathbf{p} = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_{N_{Tx}}]$  είναι το διάνυσμα των συμβόλων-οδηγών  $p_i$ ,  $i = 1, \dots, N_{Tx}$  (των οποίων οι ακριβείς τιμές και η ισχύς δεν έχουν επίπτωση στις προτεινόμενες τεχνικές της παρούσας διατριβής) και ο πίνακας  $\mathbf{S}_i$  είναι ένας  $(i-1)$ -φορές κυκλικά μετατιθεμένος μοναδιαίος πίνακας, δηλαδή  $\mathbf{S}_1 = \mathbf{I}_{N_{Tx} \times N_{Tx}}$ , ο πίνακας  $\mathbf{S}_2$  έχει στοιχεία  $\mathbf{S}_2(i, j) = \mathbf{I}_{N_{Tx} \times N_{Tx}}(((i + N_{Tx} - 1) \bmod N_{Tx}), j)$  ενώ για  $i$  μέχρι  $N_{Tx}$  έχουμε  $\mathbf{S}_i = \mathbf{S}_{i-1}\mathbf{S}_2$ .

Επίσης, στις παραπάνω ακολουθίες συμβόλων-οδηγών, κάθε σύμβολο-οδηγός μπορεί να αξιοποιηθεί για την απευθείας εκτίμηση των αντίστοιχων υπο-καναλιών MIMO. Πιο συγκεκριμένα, ένα σύμβολο-οδηγός  $\mathbf{P}_{ijk}$  (εξίσωση (5)) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση της  $j$  στήλης του πίνακα  $\mathbf{H}(k)$  της εξίσωσης (1), δηλαδή την εκτίμηση του  $\mathbf{h}_j(k)$ . Η επιλογή και οι λεπτομέρειες σχεδίασης των τεχνικών εκτίμησης καναλιού δεν επηρεάζουν την ανάλυση της παρούσας διατριβής και ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στη σχετική βιβλιογραφία (βλ. π.χ. [Tong04, Larsson01] και αναφορές).

Στο Σχήμα 4-3 ο αριθμός των OFDM-φερόντων είναι  $K$ , ενώ ο αριθμός των OFDM συμβόλων εκπαίδευσης (training OFDM symbols) είναι ίσος με τον αριθμό των κεραιών του πομπού  $N_{Tx}$ . Η απόσταση μεταξύ συμβόλων-οδηγών γειτονικών στη συχνότητα (η διαφορά δηλαδή των δεικτών τους στη συχνότητα) είναι ίση με  $N_{Tx}$ .

#### 4.2.2. Στάδιο 2: προ-επεξεργασία

Το στάδιο προ-επεξεργασίας είναι βασικό δομικό στοιχείο για MIMO ανίχνευση με τεχνικές QR και LU. Στα παρακάτω πρέπει να σημειωθεί πως για λόγους ευκολίας παρουσίασης η παράμετρος  $k$  θα απαλειφθεί.

##### 4.2.2.1. Προ-επεξεργασία QR

Ο αλγόριθμος QR παραγοντοποιεί τον πίνακα  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_{Rx} \times N_{Tx}}$  στο γινόμενο ενός unitary<sup>2</sup> πίνακα  $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{N_{Rx} \times N_{Rx}}$  και ενός άνω τριγωνικού πίνακα  $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{N_{Rx} \times N_{Tx}}$  έτσι ώστε  $\mathbf{H} = \mathbf{QR}$ . Η συνάρτηση MIMO (1) μπορεί τότε να εκφραστεί ως:

$$\mathbf{r} = \mathbf{QRs} + \mathbf{n} \quad (7)$$

ή ισοδύναμα, θέτοντας  $\mathbf{r}' \triangleq \mathbf{Q}^H \mathbf{r}$  και  $\mathbf{n}' \triangleq \mathbf{Q}^H \mathbf{n}$ :

$$\mathbf{r}' = \mathbf{Rs} + \mathbf{n}' \quad (8)$$

---

<sup>2</sup> Ένας πίνακας unitary έχει ιδιότητες όπως  $\mathbf{Q}\mathbf{Q}^H = \mathbf{Q}^H\mathbf{Q} = \mathbf{I}$ .

Λόγω του ότι ο πίνακας  $\mathbf{Q}$  είναι unitary, δεν υπάρχει αύξηση του θορύβου ή συσχέτιση μεταξύ των συνιστωσών θορύβου, οπότε το νέο διάνυσμα θορύβου  $\mathbf{n}'$  ακολουθεί την ίδια i.i.d. κατανομή όπως και το διάνυσμα  $\mathbf{n}$ .

#### 4.2.2.2. Προ-επεξεργασία PLU

Ο αλγόριθμος PLU παραγοντοποιεί τον πίνακα  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_{Rx} \times N_{Tx}}$  σε έναν κάτω διαγώνιο πίνακα  $\mathbf{L} \in \mathbb{C}^{N_{Rx} \times \min(N_{Rx}, N_{Tx})}$ , έναν άνω διαγώνιο πίνακα  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{\min(N_{Rx}, N_{Tx}) \times N_{Tx}}$  και έναν πίνακα αντιμεταθέσεων σειρών  $\mathbf{P} \in \{0,1\}^{N_{Rx} \times N_{Rx}}$ , ώστε  $\mathbf{H} = \mathbf{P}^T \mathbf{L} \mathbf{U}$ . Ο πίνακας αντιμεταθέσεων  $\mathbf{P}$  είναι ένας τετραγωνικός πίνακας του οποίου τα στοιχεία είναι μηδέν ή ένα και δημιουργείται από την αντιμετάθεση των σειρών ενός μοναδιαίου πίνακα. Η παρουσία του πίνακα  $\mathbf{P}$  (για αντιμετάθεση των σειρών) ωφελεί στην αριθμητική σταθερότητα, ωστόσο δεν είναι απαραίτητη ( $\mathbf{P} = \mathbf{I}$ ) όταν ο πίνακας  $\mathbf{H}$  έχει επικρατούσα διαγώνιο [Moon00]. Η εξίσωση MIMO (1) μπορεί οπότε να εκφραστεί ως:

$$\mathbf{Pr} = \mathbf{LU}s + \mathbf{Pn} \quad (9)$$

ή ισοδύναμα, θέτοντας  $\mathbf{r}' \triangleq \mathbf{Pr}$  και  $\mathbf{n}' \triangleq \mathbf{Pn}$ :

$$\mathbf{r}' = \mathbf{LU}s + \mathbf{n}' \quad (10)$$

#### 4.2.3. Στάδιο 3: MIMO ανίχνευση

Οι αλγόριθμοι MIMO ανίχνευσης γενικά μπορούν να διαχωριστούν σύμφωνα με το είδος της αναπαράστασης των ψηφίων που παρέχουν ως έξοδο, δηλαδή είτε *hard-bit* είτε *soft-bit*. Η αναπαράσταση *hard-bit* είναι η δυαδική αναπαράσταση  $b_i \in \{+1, -1\} \forall i$  όπου  $i$  η θέση του ψηφίου  $b_i$  της ακολουθίας ψηφίων. Αντίστοιχα, στη *soft-bit* αναπαράσταση τα ψηφία  $b_i \in \mathbb{R} \forall i$  βασίζονται σε λόγους λογαρίθμου-πιθανότητας [Hagenauer96] και επιτρέπει τη χρήση επαναληπτικών αρχιτεκτονικών δέκτη οι οποίες επιφέρουν καλύτερη επίδοση εις βάρος της πολυπλοκότητας. Ο υπολογισμός των τιμών των *soft-bit* μπορεί να γίνει με π.χ. *a-posteriori* σύμβολο-προς-σύμβολο πιθανότητες [Bahl74] ή προσεγγίσεις [Robertson95].

Στα παρακάτω θα θεωρήσουμε πως έχουμε hard-bit αναπαράσταση των bit.

#### 4.2.3.1. Ανίχνευση QR

Στο στάδιο αυτό, εκμεταλλευόμενοι την άνω τριγωνική μορφή του πίνακα  $\mathbf{R}$ , τα σύμβολα  $\mathbf{s}$  στην (3) μπορούν να εκτιμηθούν με αντικαταστάσεις προς τα πίσω:

$$\tilde{s}_m = Q \left( \frac{r'_m - \sum_{\substack{i=m+1, \\ m < N_{Tx}}}^{N_{Tx}} R_{mi} \tilde{s}_i}{R_{mm}} \right) \text{ for } m = N_{Tx}, (N_{Tx} - 1), \dots, 1 \quad (11)$$

Η συνάρτηση  $Q(\mathbf{x})$  κβαντικοποιεί το διάνυσμα  $\mathbf{x}$  στο διάγραμμα διαμόρφωσης (π.χ. 16-QAM) ενώ  $R_{ij}$  είναι το  $(i, j)$  στοιχείο του πίνακα  $\mathbf{R}$ . Το στάδιο αυτό επομένως ανιχνεύει κάθε σύμβολο διαδοχικά και αφαιρεί τη συνεισφορά του από το σύστημα των εξισώσεων. Η λειτουργία αυτή ονομάζεται και *διαδοχική εξουδετέρωση*.

#### 4.2.3.2. Ανίχνευση PLU

Τα σύμβολα  $\mathbf{s}$  στην (6) μπορούν να αποκωδικοποιηθούν χρησιμοποιώντας μια εμπρός (forward) και μια όπισθεν (back) αντικατάσταση όπως στο αντίστοιχο στάδιο της επίλυσης QR. Η εμπρός αντικατάσταση επιλύει το σύστημα  $\mathbf{r}' = \mathbf{L}\mathbf{y}$  ως προς  $\mathbf{y}$  (δίχως κβαντοποιήσεις  $Q(\mathbf{x})$ ):

$$y_m = \frac{r'_m - \sum_{\substack{i=1, \\ m > 1}}^{m-1} L_{mi} y_i}{L_{mm}} \text{ for } m = 1, 2, \dots, N_{Tx} \quad (12)$$

ενώ η όπισθεν αντικατάσταση αποκωδικοποιεί τα σύμβολα στην εξίσωση  $\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{s} + \mathbf{n}'$  για δεδομένο  $\mathbf{y}$  (όπως υπολογίστηκε από την εμπρός αντικατάσταση). Η εξίσωση της όπισθεν αντικατάστασης είναι παρόμοια με την (4) αντικαθιστώντας το  $R_{ij}$  με  $U_{ij}$ .

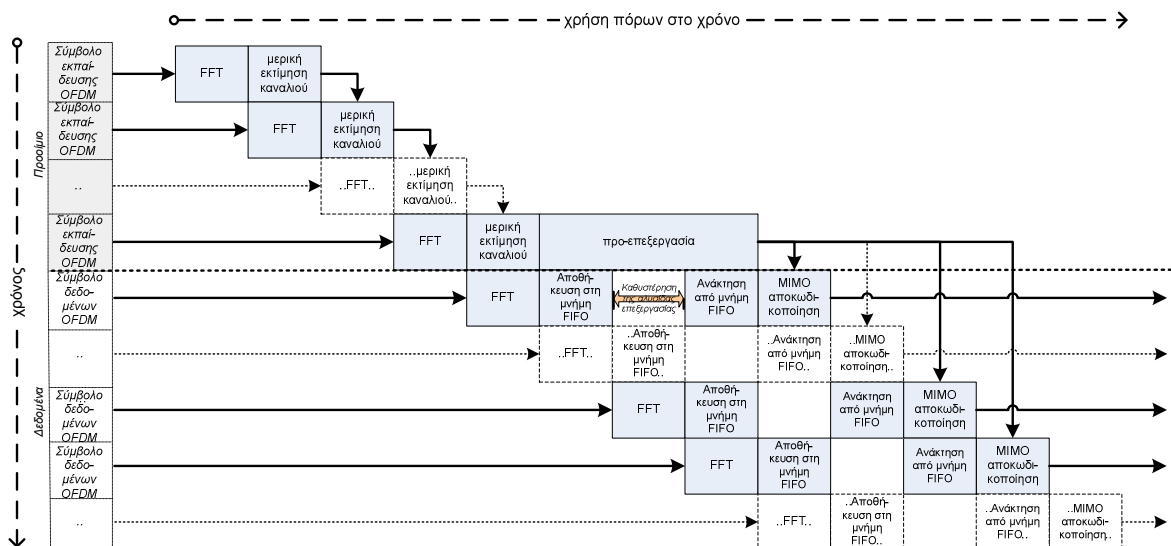


#### 4.2.4. Αρχιτεκτονικός σχεδιασμός δεκτών

Στην πράξη, λόγω του όγκου επεξεργασίας δεδομένων στις σύγχρονες τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές και της αντίστοιχης επεξεργαστικής ισχύος που απαιτείται, οι σχεδιαστές καταλήγουν στην υιοθέτηση τεχνικών παράλληλης επεξεργασίας όπως η διανυσματική επεξεργασία (παράλληλη/ταυτόχρονη επεξεργασία πολλών βαθμωτών μεγεθών – vector processing) και η αλυσίδα επεξεργασίας σε στάδια (pipelining).

##### 4.2.4.1. Αλυσίδα επεξεργασίας σταδίων δέκτη MIMO-OFDM

Στο Σχήμα 4-1 καθώς και στο Σχήμα 4-4 φαίνεται πως τα αλγοριθμικά στοιχεία ενός τυπικού δέκτη MIMO-OFDM λειτουργούν σειριακά. Ο τρόπος αυτός λειτουργίας είναι μια μορφή παραλληλισμού στο χρόνο. Στη μορφή αυτή επεξεργασίας η επεξεργασία διαχωρίζεται σε βαθμίδες, καθορίζοντας μια «γραμμή παραγωγής», ώστε κάθε βαθμίδα να λειτουργεί ταυτόχρονα επεξεργάζοντας τα αποτελέσματα της προηγούμενης στη σειρά βαθμίδας. Η αλυσίδα επεξεργασίας ενός τυπικού δέκτη MIMO-OFDM μπορεί να παρατηρηθεί στο Σχήμα 4-4.



Σχήμα 4-4. Τυπική αλυσίδα επεξεργασίας σε δέκτη MIMO-OFDM.

#### 4.2.4.2. Περιοχές λειτουργίας δέκτη MIMO-OFDM

Η οδός ροής των δεδομένων μεταξύ των στοιχείων επεξεργασίας με τη μεγαλύτερη καθυστέρηση ονομάζεται κρίσιμη διαδρομή και καθορίζει τη συνολική επίδοση και πολυπλοκότητα του δέκτη. Η κρίσιμη διαδρομή στο Σχήμα 4-1 αποτελείται από την ακολουθία του εκτιμητή καναλιού με την προεπεξεργασία και τον ανιχνευτή MIMO με τα περαιτέρω στάδια επεξεργασίας.

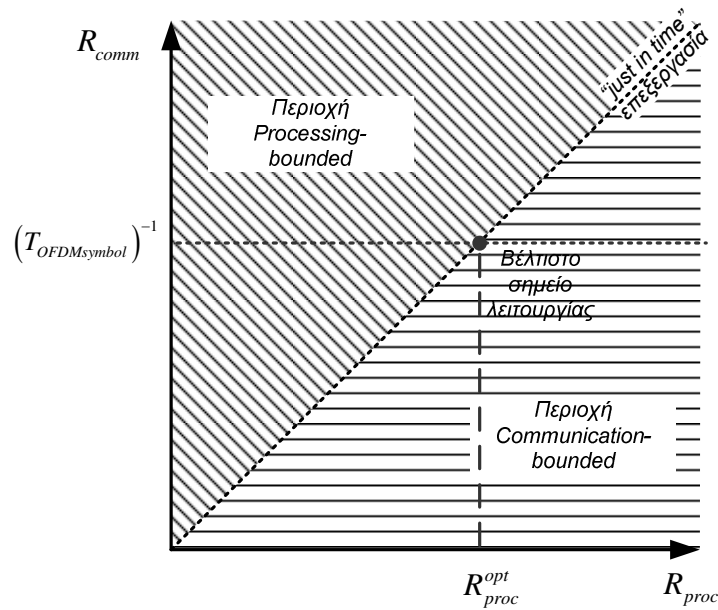
Έστω ότι κάθε αλγοριθμικό στοιχείο επεξεργασίας του δέκτη  $i$  που ανήκει στην κρίσιμη διαδρομή έχει καθυστέρηση επεξεργασίας  $T_i$ . Η συνολική καθυστέρηση της κρίσιμης διαδρομής θα είναι ίση με το πιο αργό στοιχείο επεξεργασίας στην ακολουθία αυτή, δηλαδή  $T_{criticalpath} = \max(T_i)$ . Επομένως ο ρυθμός επεξεργασίας  $R_{proc}$  του δέκτη δίνεται από:

$$R_{proc} = (T_{criticalpath})^{-1} = (\max(T_i))^{-1} \quad (13)$$

Μια από τις παραμέτρους σχεδίασης των δεκτών MIMO-OFDM είναι ο ρυθμός επικοινωνίας  $R_{comm}$ , δηλαδή ο ρυθμός άφιξης των δεδομένων προς επεξεργασία. Ειδικότερα στα συστήματα MIMO-OFDM, τα δεδομένα καταφθάνουν στο δέκτη σε πακέτα που έχουν τη μορφή OFDM συμβόλων με χρονική διάρκεια  $T_{OFDMsymbol}$ . Μια τυπική τιμή για τη διάρκεια  $T_{OFDMsymbol}$  είναι τα  $4\mu s$  [IEEE03]. Επομένως ο ρυθμός επικοινωνίας σε συστήματα OFDM δίνεται από:

$$R_{comm} = (T_{OFDMsymbol})^{-1} \quad (14)$$

Ένα τυπικό πρόβλημα κατά το σχεδιασμό δεκτών MIMO-OFDM είναι το πως θα επιτευχθεί ρυθμός επεξεργασίας (13) ίσος με το ρυθμό άφιξης των δεδομένων (14). Ανάλογα με τις σχετικές τιμές των  $R_{comm}$  and  $R_{proc}$ , ο δέκτης μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει τρεις διαφορετικές περιοχές λειτουργίας (Σχήμα 4-5).



Σχήμα 4-5. Περιοχές λειτουργίας δέκτη MIMO-OFDM.

Αν ο ρυθμός επεξεργασίας του δέκτη είναι μικρότερος από το ρυθμό άφιξης των δεδομένων, τότε ο δέκτης ονομάζεται *processing-bounded* (περιοχή άνω αριστερά στο Σχήμα 4-5). Ένας *processing-bounded* δέκτης δε μπορεί να ανταπεξέλθει στις απαιτήσεις πραγματικού χρόνου που καθορίζονται από το ρυθμό άφιξης των πακέτων. Επομένως σε έναν τέτοιο δέκτη απαιτείται η χρήση μνήμης FIFO (Σχήμα 4-1) ώστε να μειωθεί ο ρυθμός άφιξης δεδομένων και να επιτευχθούν ίσοι ρυθμοί  $R_{comm} = R_{proc}$ .

Αν ο ρυθμός επεξεργασίας στο δέκτη είναι υψηλότερος του ρυθμού άφιξης των δεδομένων, τότε η επίδοση του δέκτη περιορίζεται από το ρυθμό επικοινωνίας και ο δέκτης ονομάζεται *communication-bounded*. Ο δέκτης αυτός ολοκληρώνει όλη την επεξεργασία των δεδομένων πριν από τους χρονικούς περιορισμούς που θέτει ο ρυθμός άφιξης των δεδομένων και πιθανότατα σπαταλά πόρους (υψηλότερη συχνότητα ρολογιού από την αναγκαία και υψηλότερη κατανάλωση ισχύος).

Επομένως το βέλτιστο σημείο λειτουργίας (optimal operation point) μπορεί να οριστεί πάνω στη γραμμή  $R_{proc} = R_{comm}$  (βλ. Σχήμα 4-5) ή ισοδύναμα εξισώνοντας τις σχέσεις (13) και (14):

$$\max(T_i) = T_{OFDMsymbol} \tag{15}$$

Με άλλα λόγια στο βέλτιστο σημείο λειτουργίας η επεξεργασία γίνεται “just-in-time”.

### 4.3. Διατύπωση προβλήματος

Στην προηγούμενη ενότητα είδαμε πως ο βέλτιστος σχεδιασμός ενός MIMO-OFDM έχει ως στόχο να επιτευχθεί το βέλτιστο σημείο λειτουργίας (εξίσωση (15)). Με άλλα λόγια έχει ως στόχο το πιο αργό στοιχείο επεξεργασίας να έχει ρυθμό που να συμπίπτει με το ρυθμό άφιξης των δεδομένων (βλ. γραμμή “just-in-time” στο Σχήμα 4-5). Η θεώρηση αυτή δεν αποκλείει κάποια στοιχεία επεξεργασίας να βρίσκονται στην περιοχή communication bounded στο Σχήμα 4-5. Στην παρούσα διατριβή ωστόσο δεν θα μας απασχολήσει η ομοιόμορφη κατανομή του φόρτου στα στοιχεία επεξεργασίας ( $T_i = \max(T_i) = T_{OFDMsymbol}$ ).

Η καθυστέρηση της μονάδας προ-επεξεργασίας έχει βρεθεί πως είναι το μεγαλύτερο πρόβλημα κατά το σχεδιασμό δεκτών MIMO-OFDM [Perels05]. Στην ανάλυση που ακολουθεί θα θεωρήσουμε επομένως πως κάθε μονάδα επεξεργασίας πέρα από την προ-επεξεργασία έχει ρυθμό επεξεργασίας τουλάχιστον μεγαλύτερο από το ρυθμό άφιξης δεδομένων. Για παράδειγμα, κατάλληλος σχεδιασμός για FFT/IFFT έχει παρουσιαστεί στη δημοσίευση [Lin07].

Το πρόβλημα της καθυστέρησης της προ-επεξεργασίας φαίνεται στο Σχήμα 4-4. Η καθυστέρηση αυτή είναι της τάξης των αρκετών συμβόλων OFDM [Perels05]. Αυτό σημαίνει ότι για δεδομένη συχνότητα ρολογιού, μια πληθώρα από σύμβολα OFDM θα πρέπει να εισέλθουν σε μια ουρά, προκειμένου να μπορέσουν να «εξυπηρετηθούν» μόλις ολοκληρωθεί το στάδιο της προ-επεξεργασίας. Ωστόσο η ύπαρξη της μνήμης FIFO έχει σημαντικές επιπτώσεις στην πολυπλοκότητα ενός δέκτη. Για παράδειγμα, η μνήμη FIFO έχει βρεθεί ότι αυξάνει κατά 10% το μέγεθος ενός ολοκληρωμένου κυκλώματος που υλοποιεί έναν MIMO-OFDM δέκτη [Perels05].

Η καθυστέρηση της προ-επεξεργασίας μπορεί να μειωθεί χρησιμοποιώντας βελτιστοποιήσεις στη σχεδίαση του δέκτη σε διάφορα επίπεδα του σχεδιασμού, από το επίπεδο των κυκλωμάτων μέχρι το αλγοριθμικό επίπεδο. Στο επίπεδο των κυκλωμάτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε αύξηση της συχνότητας του ρολογιού (με ταυτόχρονη αύξηση των supply, threshold voltages και της κατανάλωσης ισχύος [Zhai04, Sakurai90, Chandrakasan92]), είτε διανυσματική επεξεργασία η οποία αφορά συμψηφισμούς του μεγέθους του κυκλώματος με τη συχνότητα ρολογιού [Chandrakasan92, Kim05]. Ωστόσο οι παραπάνω βελτιστοποιήσεις μπορούν να παρέχουν όφελος μόνο μέχρι ενός σημείου. Για παράδειγμα, όταν ο όγκος των προς επεξεργασία δεδομένων είναι πολύ μεγάλος (π.χ. OFDM συστήματα με 512 OFDM φέροντα [WiMax07]), η βελτιστοποίηση της επίδοσης

του δέκτη με αύξηση της συχνότητας ρολογιού θα οδηγούσε σε επιλογή περιοχών λειτουργίας με μειωμένη απόδοση ισχύος/επίδοσης.

Στην πράξη, η βέλτιστη περιοχή λειτουργίας είναι πολύ δύσκολο να επιτευχθεί, με αποτέλεσμα ο δέκτης να λειτουργεί στην περιοχή processing-bounded. Το ίδιο συμπέρασμα ισχύει και όταν ο δέκτης έχει τη δυνατότητα παράλληλης επεξεργασίας, όπως θα φανεί και στα αποτελέσματα που ακολουθούν. Ένα παράδειγμα δέκτη που λειτουργεί στην περιοχή αυτή δίνεται στην παρουσίαση [Nitsche06] όπου η μεγάλη καθυστέρηση επεξεργασίας οδηγεί στην ανάγκη τροποποίησης του χρονισμού των πακέτων επικοινωνίας.

Επίσης, οι βελτιστοποιήσεις στο αλγοριθμικό επίπεδο μπορούν να βελτιστοποιήσουν την επίδοση των δεκτών, επιτρέποντας τη χρήση χαμηλότερων συχνοτήτων ρολογιού και επομένως καταναλώνοντας μικρότερη ισχύ. Για παράδειγμα, σε μια επεξεργαστική αρχιτεκτονική παρόμοια με την τυπική αρχιτεκτονική επεξεργασίας που μελετάται στην παρούσα διατριβή, μια μείωση της συχνότητας ρολογιού κατά 50% οδηγεί σε μείωση της καταναλισκόμενης ισχύος μέχρι και 80% [Karas03].

Συνοψίζοντας, ο χρονισμός των πακέτων δεδομένων θέτει τις προδιαγραφές για τη σε-πραγματικό-χρόνο επεξεργασία στο δέκτη. Αν ο ρυθμός επεξεργασίας είναι μικρότερος του ρυθμού άφιξης δεδομένων, τότε αυξάνει η πολυπλοκότητα του δέκτη λόγω της αναγκαίας εισαγωγής της μνήμης FIFO.

Στις επόμενες ενότητες θα προταθεί ο κατάλληλος σχεδιασμός ενός MIMO-OFDM συστήματος, θεωρώντας μια συγκεκριμένη μορφή για το προοίμιο (που χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση του δέκτη).

#### **4.4. Προτεινόμενη Αρχιτεκτονική Δέκτη**

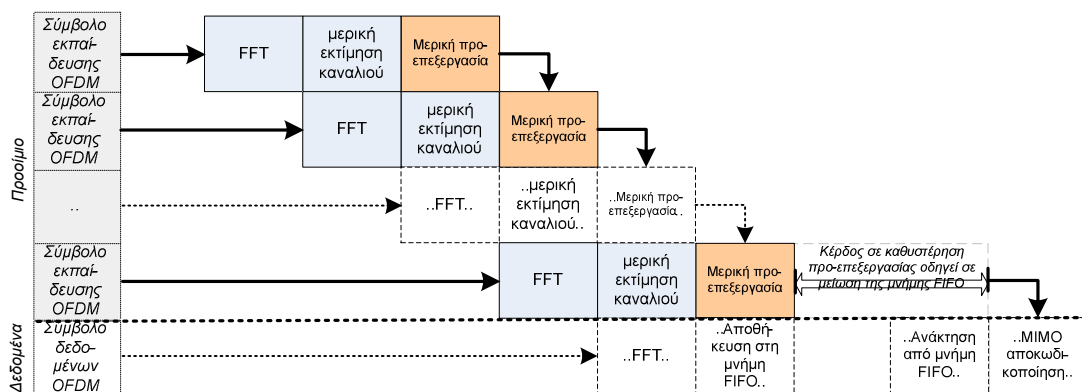
Το πρόβλημα της μεγάλης καθυστέρησης επεξεργασίας σε ένα δέκτη MIMO-OFDM μπορεί γενικά να αντιμετωπιστεί με την τεχνική του χρονικού παραλληλισμού (αλυσίδα επεξεργασίας). Ωστόσο, ένας προσεκτικός σχεδιασμός οφείλει να λάβει υπόψη και τις εξαρτήσεις των δεδομένων καθώς και το χρονισμό μεταξύ της δομής του εκπεμπόμενου πλαισίου και των στοιχείων επεξεργασίας. Πιο συγκεκριμένα, η επικοινωνία (δομή

πλαίσιο και χρονισμός) καθορίζει τη διαθεσιμότητα (στο χρόνο) των δεδομένων στο δέκτη.

Ως παράδειγμα, η δομή του πλαισίου ορίζει ένα κάτω όριο στο χρόνο υπολογισμού της αλυσίδας επεξεργασίας (pipeline) του δέκτη, ή ισοδύναμα, ορίζει την ποσότητα του χρονικού παραλληλισμού στο δέκτη κάτω από την οποία ένας πιο έντονος χρονικός παραλληλισμός δε θα είχε κανένα όφελος στο δέκτη. Αυτό το φαινόμενο συμβαίνει διότι το σύστημα γίνεται *περιορισμένο από την επικοινωνία (communication bounded)* λόγω του ότι η δομή του πλαισίου θα καθορίζει τη διαμεταγωγή του συστήματος. Όποτε ο χρόνος υπολογισμού της αλυσίδας επεξεργασίας του δέκτη ξεπερνά το παραπάνω όριο, θα υπάρχει καθυστέρηση αποκωδικοποίησης.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί στην ενότητα 4.2, για ένα συγκεκριμένο OFDM φέρον  $k$ , κάθε σύμβολο εκπαίδευσης OFDM φέρει την απαραίτητη πληροφορία ώστε να είναι δυνατόν να εκτιμηθεί το διάνυσμα των συναρτήσεων μεταφοράς  $\mathbf{h}_j(k)$ , δηλαδή το  $1/N_{Tx}$  του πίνακα μεταφοράς MIMO. Με άλλα λόγια (παρατηρώντας το Σχήμα 4-3), αφού ο δέκτης λάβει το  $i$  OFDM σύμβολο εκπαίδευσης, μπορεί να εκτιμήσει το  $i/N_{Tx}$  του πίνακα μεταφοράς MIMO.

Η προτεινόμενη αρχιτεκτονική δέκτη φαίνεται στο Σχήμα 4-6. Κύριο χαρακτηριστικό της πρότασης είναι ο χωρισμός του στάδιου προ-επεξεργασίας σε μικρότερες μονάδες επεξεργασίας. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται μείωση της καθυστέρησης προ-επεξεργασίας. Στις επόμενες ενότητες προτείνονται κατάλληλες αλγοριθμικές τροποποιήσεις σε δημοφιλείς αλγορίθμους παραγοντοποίησης (προ-επεξεργασίας) οι οποίες συμβαδίζουν με την αρχιτεκτονική που παρουσιάζεται στο Σχήμα 4-1.



Σχήμα 4-6. Προτεινόμενη αρχιτεκτονική επεξεργασίας δέκτη MIMO-OFDM.

#### 4.4.1. Προτεινόμενος αλγόριθμος παραγοντοποίησης QR

Ένας τυπικός αλγόριθμος παραγοντοποίησης QR είναι ο τροποποιημένος αλγόριθμος Gram-Schmidt, ο οποίος θεωρεί τις στήλες του πίνακα σαν διανύσματα για τη σύνθεση ορθογωνικής βάσης. Αξίζει να σημειωθεί ότι αν και υπάρχουν αλγόριθμοι βασισμένοι σε μετασχηματισμούς Householder ή περιστροφές Givens [Moon00] οι οποίοι είναι πιο σταθεροί αριθμητικά, ο τροποποιημένος αλγόριθμος Gram-Schmidt έχει επιλεγθεί λόγω της χαμηλής του πολυπλοκότητας καθώς και της απλότητας παρουσίασής του.

Στο Σχήμα 4-7 παρουσιάζεται ο ψευδο-κώδικας της παραγοντοποίησης QR σύμφωνα με τον τροποποιημένο αλγόριθμο Gram-Schmidt. Βασική αρχή του κώδικα είναι ο χειρισμός διαδοχικών στηλών της συνάρτησης μεταφοράς MIMO (βήμα 2: βρόχος  $j$ ). Η συγκεκριμένη αυτή διατύπωση του αλγορίθμου μας επιτρέπει την άμεση προσαρμογή του στην αρχιτεκτονική δέκτη (Σχήμα 4-1). Πιο συγκεκριμένα, ο κώδικας που αφορά κάθε τιμή του  $j$  (γραμμές 3 με 8) εκτελείται μόλις η αντίστοιχη  $j$  στήλη εκτιμηθεί από τη λειτουργία εκτίμησης καναλιού MIMO (γραμμή 2).

---

```

Προτεινόμενος αλγόριθμος mGS-QR
έξοδοι: πίνακες  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$ 
(1) for  $j = 1, \dots, N_{Tx}$ 
        // λήψη της στήλης  $j$  από τον εκτιμητή καναλιού MIMO
(2)    $\mathbf{q}_j = \mathbf{h}_j$ 
        // υπολογισμοί
(3)   for  $k = 1, \dots, j-1$ 
(4)      $r_{kj} = \mathbf{q}_k^H \mathbf{q}_j$ 
(5)      $\mathbf{q}_j = \mathbf{q}_j - r_{kj} \mathbf{q}_k$ 
(6)   end
(7)    $r_{jj} = \|\mathbf{q}_j\|^2$ 
(8)    $\mathbf{q}_j = \mathbf{q}_j / r_{jj}$ 
(9) end
    
```

---

**Σχήμα 4-7.** Ψευδο-κώδικας για την προτεινόμενη τεχνική QR παραγοντοποίησης.

#### 4.4.2. Προτεινόμενος αλγόριθμος παραγοντοποίησης PLU

Στο Σχήμα 4-8 παρουσιάζεται ο ψευδο-κώδικας για την τεχνική παραγοντοποίησης PLU. Ως αφετηρία για την προτεινόμενη τεχνική του σχήματος χρησιμοποιήθηκε η τεχνική pivoted LU του πακέτου LAPACK [Anderson99]. Πρέπει ωστόσο να σημειωθεί πως οι πράξεις των αντιμεταθέσεων των σειρών (όπως εμφανίζονται στον ψευδοκώδικα στο Σχήμα 4-8) δεν είναι βελτιστοποιημένες αλλά γενικές. Ενδεχόμενη βελτιστοποίηση του κώδικα οφείλει να λάβει υπόψη τη συγκεκριμένη αρχιτεκτονική/πλατφόρμα της υλοποίησης.

Στην προτεινόμενη τεχνική PLU ο αλγόριθμος χειρίζεται διαδοχικά τις στήλες του πίνακα  $\mathbf{H}$  (γραμμή 2: βρόχος  $j$ ). Ο κώδικας που αφορά κάθε τιμή του  $j$  (γραμμές 3 με 24) μπορεί να εκτελεστεί αφού πρώτα εκτιμηθεί η  $j$  στήλη του πίνακα  $\mathbf{H}$  (γραμμή 2).

Η επίδοση ενός MIMO δέκτη όταν χρησιμοποιεί τον προτεινόμενο κώδικα PLU (με πράξεις κινητής υποδιαστολής) από το Σχήμα 4-8 είναι παρόμοια με αυτή ενός δέκτη QR από το Σχήμα 4-7, με προσομοιωμένη απώλεια επίδοσης κάτω του 0.5 dB για ένα 4x4 σύστημα MIMO-OFDM.



Προτεινόμενος αλγόριθμος PLU

```

έξοδοι:   αντικατεστημένος πίνακας A,
           διάνυσμα ανακατάταξης σειρών ipiv
(1) ipiv = [1 ... min(NRx, NTx)] // αρχικοποίηση
(2) for j = 1, ..., min(NRx, NTx)
           // λήψη της στήλης j από τον εκτιμητή καναλιού MIMO
(3)   aj = hj
           // ενημέρωση του υπολειπόμενου υπο-πίνακα
(4)   for k = 1, 2, ..., j-1
(5)     exchange(akj, aipiv(k)j)
(6)     if (k < min(NRx, NTx))
           // ακύρωση ανακατατάξεων που αφορούν τους υπολογισμούς
(7)       b = ak // βοηθητικός πίνακας
(8)       for m = j, j-1, ..., k+1
(9)         exchange(bm, bipiv(m))
(10)      end
           // υπολογισμοί
(11)     for m = k+1, k+2, ..., NRx
(12)       amj = amj - bm * akj
(13)     end
(14)   end
(15)   end
           // εκτίμηση της σειράς που θα ανταλλαχθεί με τη σειρά j
(16)   ipiv(j) = j-1 + max( |ajj| , |a(j+1)j| , ..., |aNRxj| )
           // j ανακατατάξεις σειρών για την παρούσα στήλη
(17)   for k = 1, 2, ..., j
(18)     exchange(akj, aipiv(k)j)
(19)   end
           // υπολογισμός του διανύσματος aj
(20)   if (j < NRx)
(21)     for m = j+1, j+2, ..., NRx
(22)       amj = amj / ajj
(23)     end
(24)   end
(25) end

```

**Σχήμα 4-8.** Ψευδο-κώδικας για την προτεινόμενη τεχνική PLU παραγοντοποίησης.

## 4.5. Αποτελέσματα

Στο σημείο αυτό θα αναλύσουμε την επίδοση των προτεινόμενων αλγορίθμων ως προς την πολυπλοκότητα τους για μεταβλητό αριθμό κεραιών σε πομπό και δέκτη. Υποθέτουμε ότι οι κεραιές σε πομπό και δέκτη έχουν τον ίδιο αριθμό, δηλαδή  $N_{Rx} = N_{Tx}$ . Παρόμοια αποτελέσματα με αυτά που παρουσιάζονται στο κεφάλαιο αυτό μπορούν να παρατηρηθούν και όταν  $N_{Rx} > N_{Tx}$ .

Τα αποτελέσματα διαχωρίζονται σε δύο υπο-ενότητες, το καθένα αναφερόμενο σε διαφορετικό τύπο επεξεργαστή, βαθμωτό (scalar) και διανυσματικό (vector).

### 4.5.1. Βαθμωτός επεξεργαστής

Η παρούσα ενότητα αφορά έναν γενικό βαθμωτό επεξεργαστή με μορφή αλυσίδας επεξεργασίας (pipeline), ο οποίος εκτελεί μια αριθμητική πράξη βαθμωτού μεγέθους κινητής υποδιαστολής ανά κύκλο ρολογιού ανά στάδιο αλυσίδας επεξεργασίας.

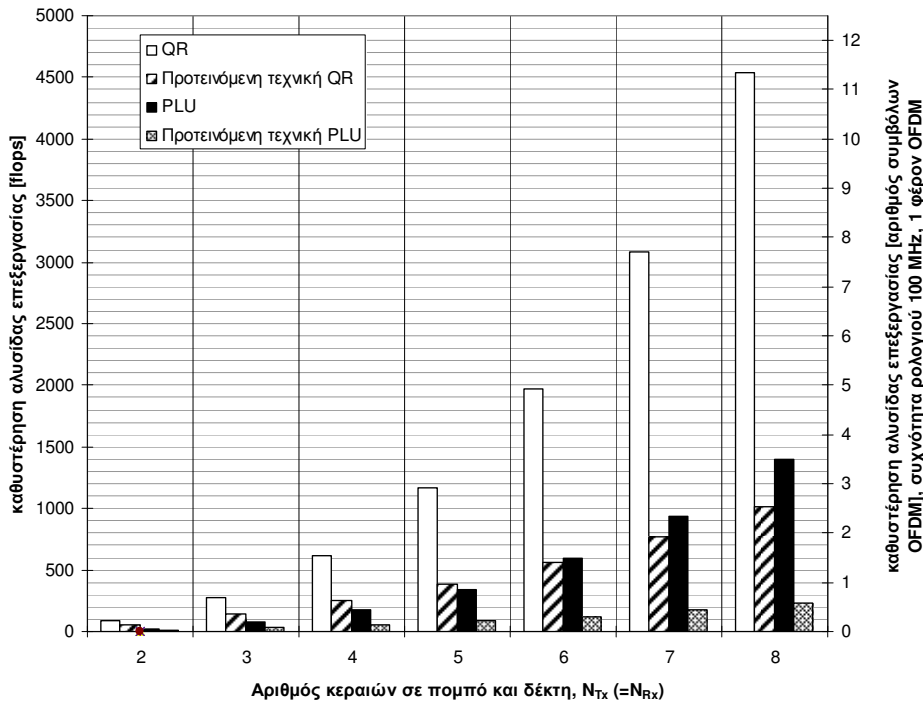
Ο Πίνακας 4.1 παρουσιάζει τον αριθμό των αριθμητικών πράξεων κινητής υποδιαστολής ανά στάδιο της αλυσίδας επεξεργασίας για τους τυπικούς αλγορίθμους παραγοντοποίησης MIMO και τους προτεινόμενους. Θεωρούμε ότι ένας μιγαδικός πολλαπλασιασμός ή διαίρεση αντιστοιχεί σε 6 flops, ενώ μια μιγαδική πρόσθεση αντιστοιχεί σε 2 flops.

Από τον πίνακα προκύπτει ότι το στάδιο της αλυσίδας επεξεργασίας με τη μεγαλύτερη καθυστέρηση σε flops έχει μικρότερη καθυστέρηση από το σύνολο όλης της αλυσίδας επεξεργασίας στα δεξιά. Επειδή η καθυστέρηση του σταδίου αυτού μας δίνει την καθυστέρηση των προτεινόμενων αλγορίθμων, είναι προφανές πως οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι έχουν πολύ μικρότερη καθυστέρηση προ-επεξεργασίας από τους τυπικούς αλγορίθμους.

**Πίνακας 4.1.** Αριθμός FLOP σε κάθε στάδιο της προ-επεξεργασίας (ανά OFDM φέρον) με το πιο απαιτητικό υπολογιστικά στάδιο υπογραμμισμένο.

$N_{Tx} = N_{Rx}$	Αλγ.	Στάδιο προ-επεξεργασίας(Pipeline)								σύνολο
		1	2	3	4	5	6	7	8	
2	QR	30	<u>60</u>	-	-	-	-	-	-	90
	PLU	<u>12</u>	11	-	-	-	-	-	-	23
3	QR	46	92	<u>138</u>	-	-	-	-	-	276
	PLU	21	<u>28</u>	27	-	-	-	-	-	76
4	QR	62	124	186	<u>248</u>	-	-	-	-	620
	PLU	30	45	<u>52</u>	51	-	-	-	-	178
5	QR	78	156	234	312	<u>390</u>	-	-	-	1170
	PLU	39	62	77	<u>84</u>	83	-	-	-	345
6	QR	94	188	282	376	470	<u>564</u>	-	-	1974
	PLU	48	79	102	117	<u>124</u>	123	-	-	593
7	QR	110	220	330	440	550	660	<u>770</u>	-	3080
	PLU	57	96	127	150	165	<u>172</u>	171	-	938
8	QR	126	252	378	504	630	756	882	<u>1008</u>	4536
	PLU	66	113	152	183	206	221	<u>228</u>	227	1396

Το Σχήμα 4-9 προκύπτει από τον Πίνακα 4.1 για δέκτη με συχνότητα ρολογιού 100 MHz και παρουσιάζει την καθυστέρηση προ-επεξεργασίας σε flops και σε αριθμό OFDM συμβόλων για τους προτεινόμενους δέκτες σε σύγκριση με τυπικούς δέκτες QR και PLU.



**Σχήμα 4.9.** Καθυστέρηση προ-επεξεργασίας για τους προτεινόμενους και τυπικούς δέκτες QR και PLU (βαθμωτός επεξεργαστής, 1 OFDM φέρον).

Σε πρακτικά συστήματα MIMO-OFDM, π.χ. για 64 OFDM φέροντα, (Πίνακας 4.2), τα αναμενόμενα κέρδη από τη χρήση των προτεινόμενων τεχνικών κυμαίνονται από 33% μέχρι 78% για δέκτη QR και από 48% μέχρι 84% για δέκτη PLU, ανάλογα με τον αριθμό των κεραιών.

**Πίνακας 4.2.** Καθυστέρηση προ-επεξεργασίας για βαθμωτό επεξεργαστή.

	$N_{Tx} = N_{Rx}$	Καθυστέρηση προ-επεξεργασίας (64 OFDM φέροντα @100 MHz)						κέρδος
		σε flops		σε usec		σε αριθμό OFDM συμβ.		
		τυπικός	προτεινόμεν.	τυπικός	προτεινόμεν.	τυπικός	προτεινόμεν.	
QR	2	5760	3840	57,6	38,4	14,4	9,6	33%
	3	17664	8832	176,64	88,32	44,16	22,08	50%
	4	39680	15872	396,8	158,72	99,2	39,68	60%
	5	74880	24960	748,8	249,6	187,2	62,4	67%
	6	126336	36096	1263,36	360,96	315,84	90,24	71%
	7	197120	49280	1971,2	492,8	492,8	123,2	75%
	8	290304	64512	2903,04	645,12	725,76	161,28	78%
	PLU	2	1472	768	14,72	7,68	3,68	1,92
3		4864	1792	48,64	17,92	12,16	4,48	63%
4		11392	3328	113,92	33,28	28,48	8,32	71%
5		22080	5376	220,8	53,76	55,2	13,44	76%
6		37952	7936	379,52	79,36	94,88	19,84	79%
7		60032	11008	600,32	110,08	150,08	27,52	82%
8		89344	14592	893,44	145,92	223,36	36,48	84%

Συμπερασματικά, παρατηρείται ότι η καθυστέρηση προ-επεξεργασίας για βαθμωτό επεξεργαστή είναι πολύ μεγάλη, ανεξάρτητα από την τεχνική παραγοντοποίησης που χρησιμοποιείται, καλύπτοντας μεγάλο αριθμό OFDM συμβόλων στο χρόνο. Έτσι απαιτείται μνήμη buffering μεγάλου μεγέθους, το οποίο επηρεάζει αρνητικά την πολυπλοκότητα υλοποίησης. Ωστόσο, οι προτεινόμενες τεχνικές μειώνουν σημαντικά τις απαιτήσεις αυτές δίχως να απαιτούν την αύξηση της συχνότητας ρολογιού του δέκτη.

#### 4.5.2. Διανυσματικός Επεξεργαστής

Στην παρούσα ενότητα θεωρούμε ένα γενικό επεξεργαστή με δυνατότητες διανυσματικής επεξεργασίας, δηλαδή την ικανότητα να ολοκληρώσει  $N_{Rx}$  πολλαπλασιασμούς και προσθέσεις (sum of a times x plus y - “saxpy”) σε ένα κύκλο ρολογιού<sup>3</sup>.

Αρχικά θεωρούμε ένα σύστημα MIMO-OFDM διαστάσεων 4x4 με δέκτη που χρησιμοποιεί δέκτη QR όπως η [Perels05]. Το κέρδος σε επίδοση και πολυπλοκότητα της χρήσης του προτεινόμενου αλγορίθμου σε σύγκριση με το σύστημα της [Perels05] παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.3.

**Πίνακας 4.3.** Σύγκριση πολυπλοκότητας του προτεινόμενου δέκτη MIMO-OFDM/QR με το δέκτη αναφορά της δημοσίευσης [Perels05]

<b>Καθυστέρηση προ-επεξεργασίας ανά OFDM φέρον – σύστημα 4x4</b>									
<b>vops</b>		<b>usec</b>		<b>OFDM σύμβολα</b>		<b>Ισοδύναμο μέγεθος μνήμης FIFO (kbits)</b>		<b>Προσεγγιστική αύξηση μεγέθους ολοκληρωμένου κυκλώματος</b>	
αναφ.	προτεινόμεμ.	αναφ.	προτεινόμεμ.	αναφ.	προτεινόμεμ.	αναφ.	προτεινόμεμ.	αναφ.	προτεινόμεμ.
5120	1280	51.2	12.8	12.8	3.2	64	16	10%	2.5%
<b>75%</b>								<b>7.5%</b>	
<b>κέρδος</b>									

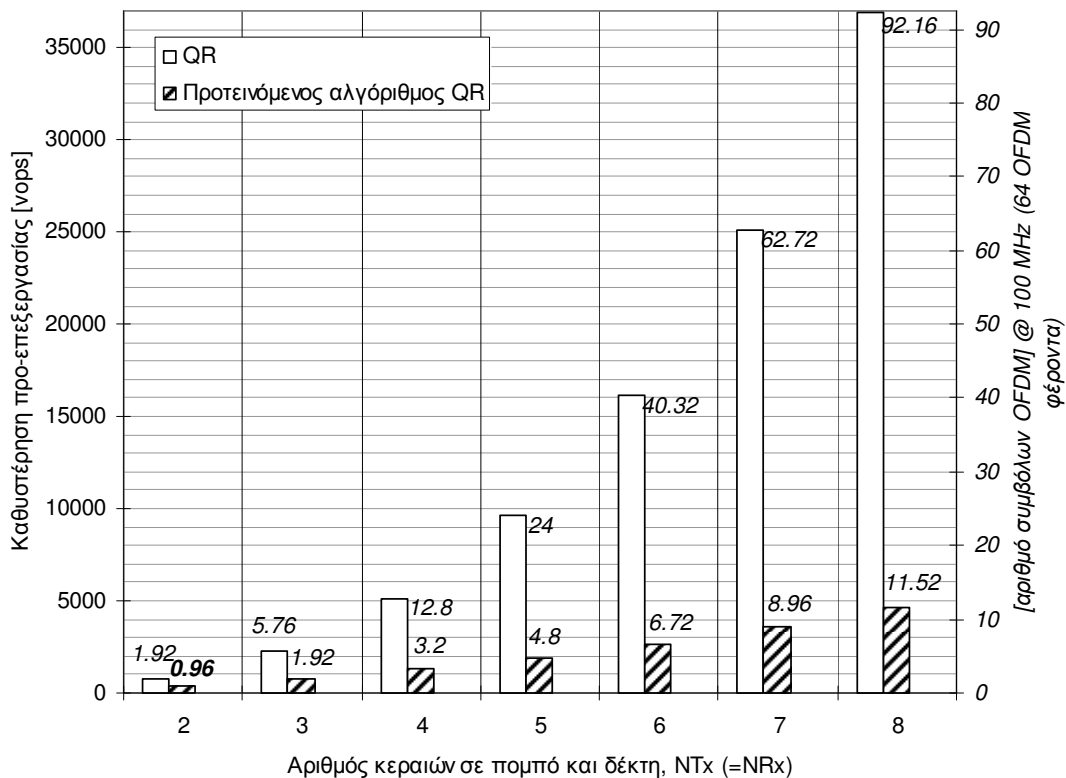
Vops : διανυσματικές πράξεις (saxpys) .

<sup>3</sup> Οι πρακτικές υλοποιήσεις μπορούν να είναι βελτιστοποιημένες ώστε να χρησιμοποιούν τους πόρους επεξεργασίας με διαφορετικό τρόπο. Ωστόσο ο γενικός ορισμός του διανυσματικού επεξεργαστή που χρησιμοποιείται στην παρούσα διατριβή, πέρα από την απλότητα παρουσίασης, χρησιμεύει και ως ενδεικτική αρχιτεκτονική όλων των οικογενειών διανυσματικών επεξεργαστών που μπορούν να υλοποιηθούν στην πράξη.

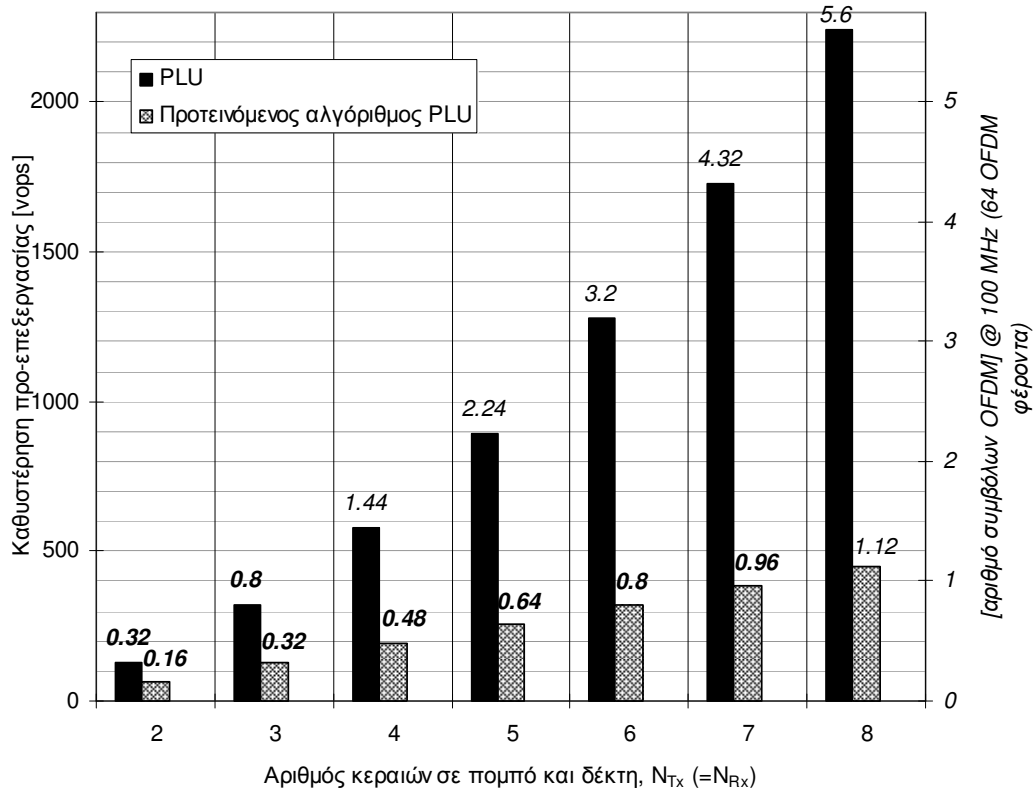
Σύμφωνα με τον Πίνακα 4.3, τα κέρδη από τη χρησιμοποίηση της προτεινόμενης αρχιτεκτονικής είναι 75% όσον αφορά διανυσματικές πράξεις αλλά και απαιτήσεις σε μέγεθος μνήμης buffer (σε kbits).

Επίσης, ενώ η καθυστέρηση προ-επεξεργασίας του συστήματος αναφοράς έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του μεγέθους ολοκληρωμένου κυκλώματος κατά 10%, η προτεινόμενη αρχιτεκτονική μειώνει την αύξηση αυτή προσεγγιστικά κατά 7.5%. Με άλλα λόγια οι απαιτήσεις για buffering δεδομένων πέφτουν από 10% στο 2.5% του μεγέθους του ολοκληρωμένου κυκλώματος. Η εκτίμηση αυτή είναι φυσικά προσεγγιστική αφού θεωρούμε πως η επιφάνεια που καταλαμβάνει η μνήμη buffer σε ένα ολοκληρωμένο κύκλωμα είναι ανάλογη του μεγέθους της μνήμης – ενδεχόμενη υλοποίηση της προτεινόμενης μεθόδου θα μπορούσε να δώσει πιο ακριβείς τιμές του κέρδους από τη χρήση της προτεινόμενης μεθόδου.

Στο Σχήμα 4-10 καθώς και στο Σχήμα 4-11 παρουσιάζονται η επίδοση και η πολυπλοκότητα του δέκτη με διανυσματική επεξεργασία για τις προτεινόμενες μεθόδους QR and PLU και για διάφορα μεγέθη συστήματος MIMO (αριθμό κεραιών πομπού και δέκτη).



**Σχήμα 4-10.** Καθυστέρηση προ-επεξεργασίας σε vops και OFDM σύμβολα για τον QR δέκτη με και χωρίς την προτεινόμενη βελτιστοποίηση (διανυσματικός επεξεργαστής).



**Σχήμα 4-11.** Καθυστέρηση προ-επεξεργασίας σε νσps και OFDM σύμβολα για τον PLU δέκτη με και χωρίς την προτεινόμενη βελτιστοποίηση (διανυσματικός επεξεργαστής).

Από το Σχήμα 4-10 φαίνεται πως ο προτεινόμενος δέκτης QR προσφέρει σημαντικά κέρδη σε σύγκριση με έναν τυπικό QR δέκτη που κυμαίνονται από 50% μέχρι 88% ανάλογα με τον αριθμό των κεραιών.

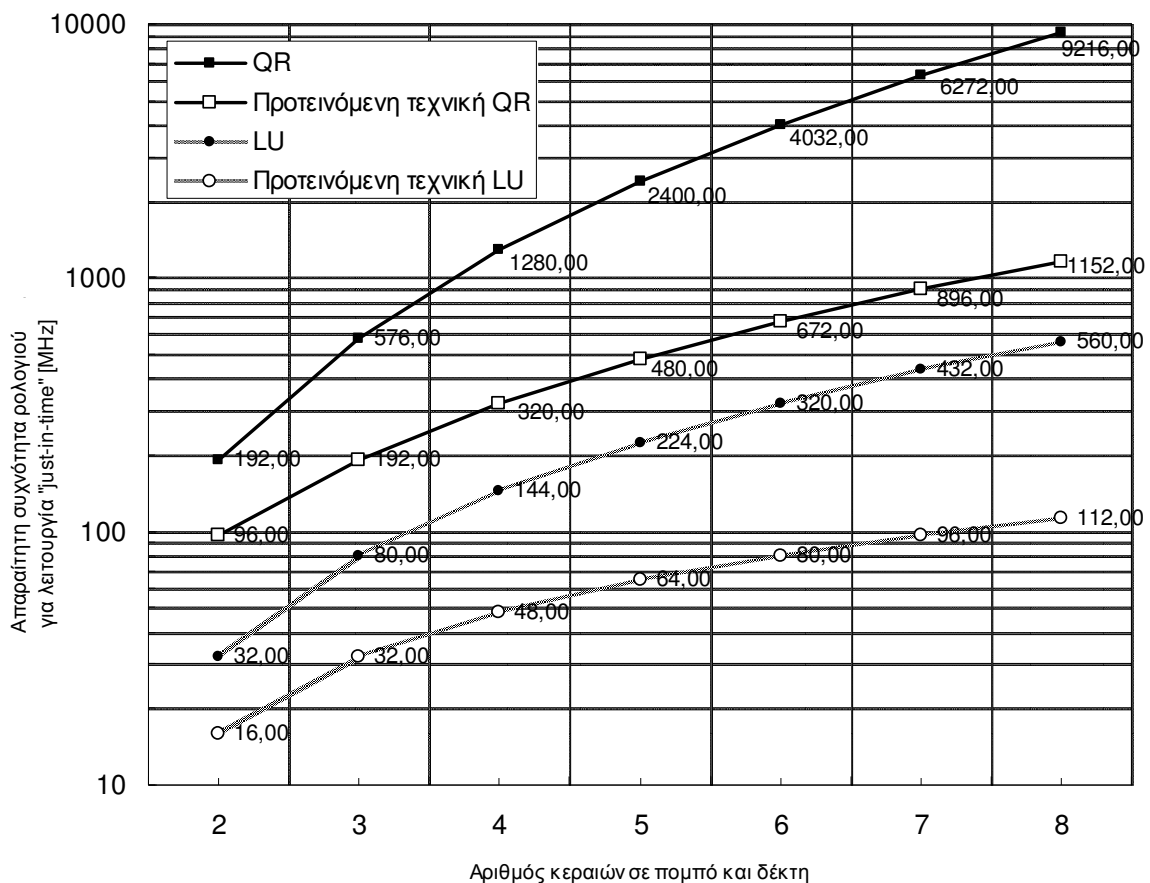
Όσον αφορά τον δέκτη PLU (Σχήμα 4-11), τα κέρδη από τη χρήση της προτεινόμενης τεχνικής κυμαίνονται από 50% μέχρι 80%.

Επίσης, ο προτεινόμενος PLU δέκτης (με αριθμό κεραιών  $N_{Tx} < 8$  και 100MHz ρολόι) είναι *περιορισμένος από την επικοινωνία (communication bounded)*. Με άλλα λόγια η καθυστέρηση προ-επεξεργασίας είναι μικρότερη από τη διάρκεια ενός OFDM συμβόλου και το μεγαλύτερο πρόβλημα (bottleneck) του συστήματος είναι ο ρυθμός της επικοινωνίας (χρονισμός του πλαισίου). Το ίδιο φαινόμενο μπορεί να παρατηρηθεί σε τυπικούς δέκτες μόνο πολύ μικρότερο αριθμό κεραιών  $N_{Tx} < 4$ .

Τέλος, το Σχήμα 4-12 αποτελεί μια εναλλακτική ερμηνεία όλων των παραπάνω συμπερασμάτων υπό την οπτική γωνία της συχνότητας ρολογιού η οποία απαιτείται για να

επιτευχθεί το βέλτιστο σημείο λειτουργίας του δέκτη MIMO-OFDM. Με άλλα λόγια, είναι η απαιτούμενη συχνότητα ρολογιού αν θεωρήσουμε πως ο δέκτης δεν έχει μνήμη FIFO.

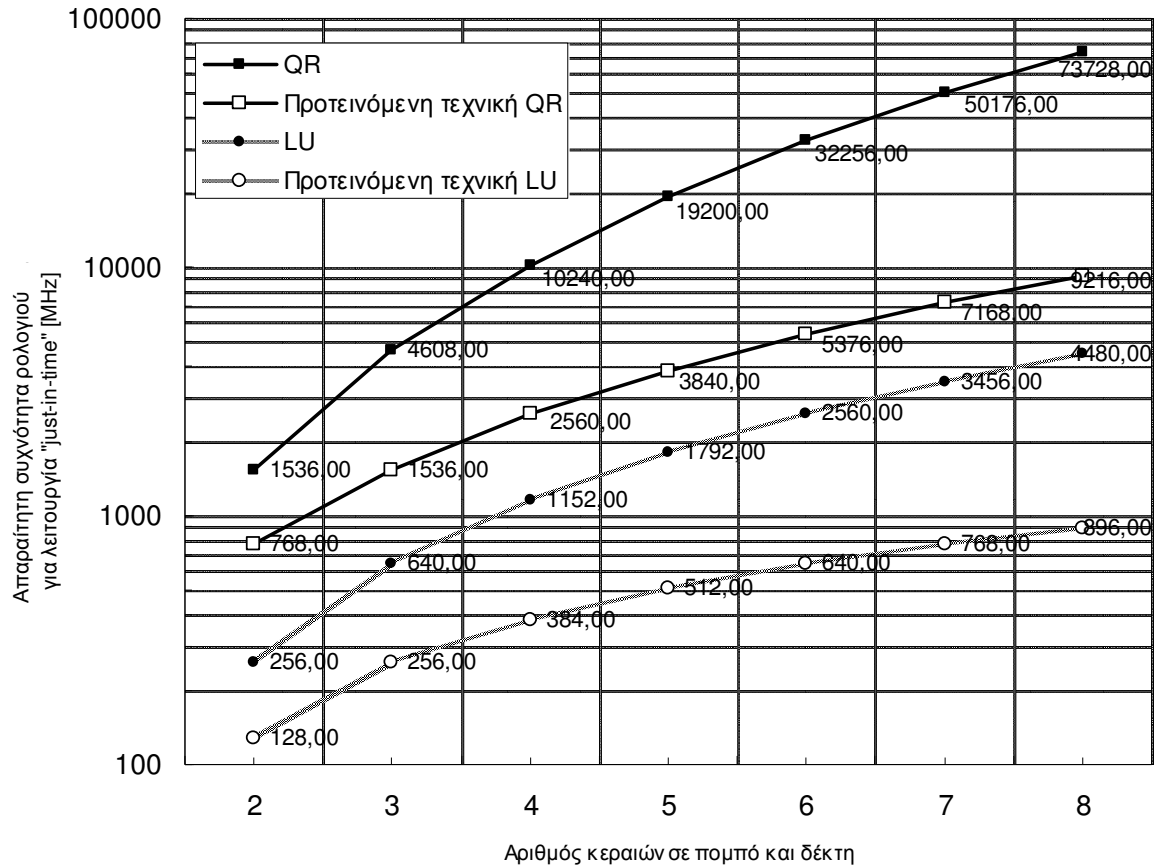
Από το Σχήμα 4-12 προκύπτει πως η απαιτούμενη συχνότητα ρολογιού είναι απαγορευτικά υψηλή (της τάξης των αρκετών GHz) για τον αλγόριθμο QR και μεγάλο αριθμό κεραιών σε πομπό/δέκτη. Επίσης προκύπτει πως οι προτεινόμενες αλγοριθμικές τροποποιήσεις μπορούν να μειώσουν τις απαιτήσεις αυτές πάνω από μια τάξη μεγέθους. Επίσης, αν θεωρήσουμε πως η τάση τροφοδοσίας και η συχνότητα ρολογιού έχουν πολυωνυμική εξάρτηση, οι καμπύλες για την κατανάλωση ισχύος θα είναι παρόμοιες με το Σχήμα 4-12. Τέλος, παρατηρείται ότι, με αυξανόμενο αριθμό κεραιών, οι απαιτήσεις σε συχνότητα ρολογιού του αλγορίθμου PLU είναι μικρότερες από τον αλγόριθμο QR. Ιδιαίτερα, ο προτεινόμενος αλγόριθμος PLU έχει πολύ μικρές υπολογιστικές απαιτήσεις της τάξης των 100MHz, ακόμη και για υψηλό αριθμό κεραιών.



**Σχήμα 4-12.** Απαιτήσεις σε συχνότητα ρολογιού για βέλτιστο σημείο λειτουργίας, συναρτήσει του αριθμού των κεραιών MIMO και 64 OFDM φέροντα.



Αξίζει τέλος να σημειωθεί (βλ. Σχήμα 4-13) πως ένα σύστημα με μεγαλύτερο αριθμό από OFDM φέροντα (π.χ. 512) θα έχει μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερες απαιτήσεις στη συχνότητα ρολογιού (επί 8), οπότε η χρήση των προτεινόμενων αρχιτεκτονικών μπορεί να θεωρηθεί μονόδρομος.

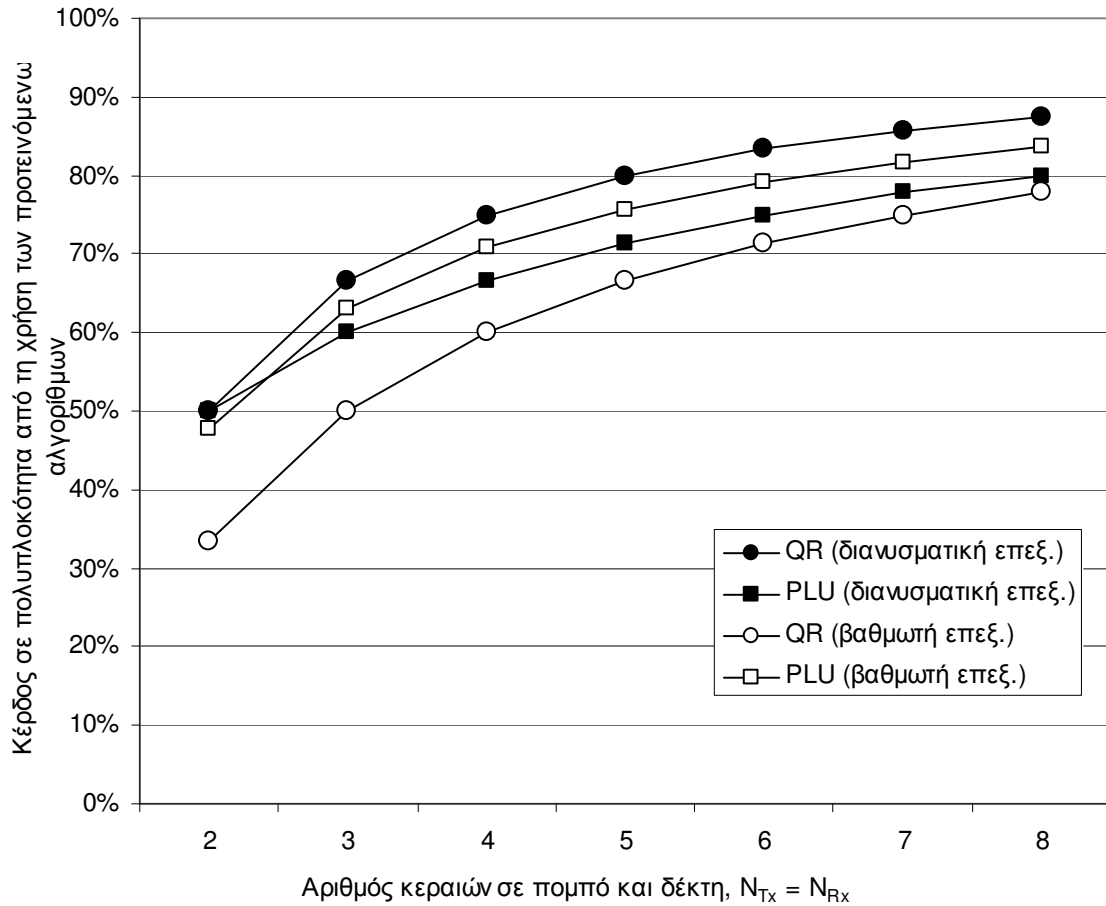


**Σχήμα 4-13.** Απαιτήσεις σε συχνότητα ρολογιού για βέλτιστο σημείο λειτουργίας, συναρτήσει του αριθμού των κεραιών MIMO και 512 OFDM φέροντα.

#### 4.6. Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό προτάθηκαν αποκωδικοποιητές MIMO βασισμένοι στους αλγορίθμους QR και LU και οι οποίοι είναι βελτιστοποιημένοι σε μορφή αλυσίδας επεξεργασίας λαμβάνοντας υπόψη τη δομή του προοιμίου MIMO-OFDM.

Το Σχήμα 4-14 συνοψίζει τα αναμενόμενα κέρδη των προτεινόμενων τεχνικών για QR και PLU δέκτες για βαθμωτή αλλά και διανυσματική επεξεργασία στο δέκτη.



**Σχήμα 4-14.** Μείωση της πολυπλοκότητας από τη χρήση των προτεινόμενων τεχνικών για QR και PLU δέκτες με βαθμωτή ή διαγώνια επεξεργασία.

Οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι έχουν πολύ μικρότερη καθυστέρηση προ-επεξεργασίας σε σύγκριση με τυπικούς αλγόριθμους της βιβλιογραφίας. Τα κέρδη από τους προτεινόμενους αλγόριθμους ως προς την καθυστέρηση προ-επεξεργασίας κυμαίνονται από 33% μέχρι 88% ανάλογα με τον αλγόριθμο, τον αριθμό των κεραιών και το είδος του επεξεργαστή στο δέκτη.

Επίσης, ένα σημαντικό αποτέλεσμα είναι πως ο προτεινόμενος PLU αλγόριθμος έχει πολύ σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τον δημοφιλή QR αλγόριθμο για αριθμό κεραιών κάτω των 8, αφού έχει παρόμοια επίδοση αλλά με πολύ χαμηλότερη πολυπλοκότητα (αφού η μικρή καθυστέρηση προ-επεξεργασίας που πετυχαίνει δεν έχει απαιτήσεις μνήμης στο δέκτη).

## 5. Συμπεράσματα, πρωτοτυπία της Διατριβής και προοπτικές για μελλοντική έρευνα

Στα προηγούμενα κεφάλαια παρουσιάστηκαν αναλυτικές εκφράσεις που αφορούν την επίδοση συστημάτων με διαφορική λήψη καθώς και συστημάτων που χρησιμοποιούν συνεργατική διαφορικότητα. Επίσης παρουσιάστηκε μια αναλυτική προσέγγιση για τη δυνατότητα εφαρμογής των τεχνικών MIMO στη διάδοση απόλυτης οπτικής επαφής, καθώς και τεχνικές σχεδιασμού και βελτιστοποίησης δεκτών MIMO δίχως ανάδραση μέσω κατάλληλων τεχνικών προ-επεξεργασίας και αποκωδικοποίησης. Αναλυτικά, τα συμπεράσματα, η πρωτοτυπία και οι περαιτέρω έρευνα για κάθε κεφάλαιο της Διατριβής περιγράφονται στις επόμενες ενότητες.

### 5.1. Κεφάλαιο 1: Συστήματα διαφορικής λήψης

Στο κεφάλαιο 1 της Διατριβής παρουσιάστηκαν πρωτότυπα αναλυτικά αποτελέσματα σχετικά με τη στατιστική και την επίδοση των τεχνικών διαφορικής λήψης σε συσχετισμένα λογαριθμοκανονικά κανάλια. Η πιθανότητα αποκοπής δόθηκε με έναν ενιαίο τύπο για τις τεχνικές MRC, EGC και SC και  $N$  κεραιές, ως  $N-1$  ολοκληρώματα τα οποία μπορούν εύκολα να υπολογιστούν αριθμητικά. Η προτεινόμενη έκφραση για την πιθανότητα αποκοπής επεκτείνει τη σχετική βιβλιογραφία, η οποία περιέχει περιορισμένης ακρίβειας εκφράσεις άνω/κάτω φραγμάτων, προσεγγίσεις με μία λογαριθμοκανονική μεταβλητή, και εκφράσεις με περιορισμούς στις λογαριθμοκανονικές παραμέτρους.

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των τεχνικών MRC και EGC με δύο κεραιές δόθηκε με τη μορφή ορισμένου ολοκληρώματος, η οποία είναι η πιο απλή μορφή που μπορεί να βρεθεί στη βιβλιογραφία. Η εργοδική χωρητικότητα και η μέση πιθανότητα σφάλματος bit με δύο κεραιές δόθηκαν με τη μορφή προσεγγιστικών εκφράσεων οι οποίες

έχουν καλύτερη ακρίβεια σε μεγάλο εύρος των λογαριθμοκανονικών παραμέτρων από τις τεχνικές που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία. Επιπλέον, οι παρεχόμενες εκφράσεις μπορούν πολύ εύκολα να εφαρμοστούν σε οποιοδήποτε μοντέλο διάδοσης με συσχετισμένη λογαριθμοκανονική σκίαση.

Τέλος, χρησιμοποιώντας κατάλληλη ανάλυση της μέσης πιθανότητας σφάλματος ψηφίου σε συστήματα με δύο κεραιές, δόθηκε μια ποιοτική ερμηνεία της επίπτωσης της συσχέτισης στην επίδοση των συστημάτων διαφορικότητας. Πιο συγκεκριμένα, προτάθηκε πως η συσχέτιση μπορεί να ερμηνευτεί ως αύξηση των λογαριθμοκανονικών μεταβλητοτήτων ενός ισοδύναμου συστήματος χωρίς συσχετισμένες διαλείψεις. Το συμπέρασμα αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατά τη σχεδίαση ζεύξεων και τηλεπικοινωνιακών συστημάτων ως ένας πρακτικός-εμπειρικός κανόνας.

Στην ανάλυση του κεφαλαίου δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στη μελέτη της ακρίβειας των προσεγγίσεων μέσω κατάλληλης θεωρητικής ανάλυσης και αριθμητικών εφαρμογών. Έτσι είναι δυνατή η εκτίμηση της επίδρασης των τιμών των παραμέτρων του προβλήματος στην ακρίβεια των προτεινόμενων προσεγγίσεων καθώς και η δίκαιη σύγκριση των προτεινόμενων μεθόδων με τις τεχνικές της βιβλιογραφίας.

Μελλοντική επέκταση της παραπάνω θεωρίας θα μπορούσε να αφορά πιο πολύπλοκα συστήματα (μεγαλύτερος αριθμός κεραιών) καθώς και συστήματα με παρεμβολές, εξάγοντας χρήσιμα συμπεράσματα για το σχεδιασμό κυψελωτών δικτύων. Επίσης η ανάλυση θα μπορούσε να επεκταθεί σε σύνθετα κανάλια με διαλείψεις (composite channels) τα οποία χαρακτηρίζονται από μια συνιστώσα γρήγορων διαλείψεων και μια συνιστώσα αργών διαλείψεων. Τέλος ένα ενδιαφέρον ερευνητικό πρόβλημα είναι η επέκταση της Διατριβής σε συστήματα MIMO και η εύρεση κατάλληλων τεχνικών και απλοποιήσεων όπως αυτή της ενότητας 1.7 για την παραγωγή πρακτικών αναλυτικών τύπων περιγραφής της επίδοσης των συστημάτων MIMO σε συσχετισμένα λογαριθμοκανονικά κανάλια.

## 5.2. Κεφάλαιο 2: Συστήματα συνεργατικής διαφορικότητας

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκε η ανάλυση του καναλιού αναμεταδότη για την περίπτωση της αποκωδικοποίησης και προώθησης σε συνδυασμό με τις τεχνικές διαφορικής λήψης MRC και SC στο δέκτη. Πιο συγκεκριμένα παρουσιάστηκαν ακριβείς αναλυτικές εκφράσεις για την πιθανότητα αποκοπής, οι οποίες επιτρέπουν την εκτίμηση

της επίδοσης του συνεργατικού συστήματος για οποιαδήποτε τιμή των λογαριθμοκανονικών παραμέτρων. Αξίζει να σημειωθεί πως η βιβλιογραφία είναι περιορισμένη σε ανεξάρτητα λογαριθμοκανονικά κανάλια ή διαφορετικούς τύπους διαλείψεων (κατανομές Rayleigh).

Επίσης αναλύθηκε η ενεργειακή και φασματική αποδοτικότητα της τεχνικής πολλαπλής πρόσβασης που χρησιμοποιεί το συνεργατικό σύστημα και προτάθηκε ένα ισοδύναμο σύστημα αναφοράς απ'ευθείας ζεύξης. Το πλαίσιο αυτό ανάλυσης αποτελεί ένα από τα πιο ολοκληρωμένα πλαίσια ανάλυσης των συνεργατικών επικοινωνιών, καθώς καλύπτει τη δυνατότητα του επαναλήπτη για αμφίδρομη αλλά και για μη-αμφίδρομη επικοινωνία, τη συνολική χρήση φάσματος του συνεργατικού συστήματος και την συνολική χρήση ενέργειας εκπομπής. Επομένως το παρεχόμενο πλαίσιο ανάλυσης είναι κατάλληλο για τη σύγκριση και το σχεδιασμό αποδοτικών μορφών συνεργατικής επικοινωνίας και υποδεικνύει τις περιπτώσεις όπου η συνεργασία δεν είναι σε θέση να προσφέρει καλύτερες επιδόσεις από τη μη συνεργασία.

Η αριθμητική εφαρμογή των προτεινόμενων εκφράσεων έδειξε πως η αποδοτικότητα του πρωτοκόλλου συνεργασίας μπορεί να έχει μεγάλη επίδραση στη σχετική επίδοση του συνεργατικού συστήματος σε σχέση με τη μη-συνεργασία. Επίσης, αποδείχτηκε πως για να είναι ένα συνεργατικό σύστημα αποδοτικό, η μεταβλητότητα των διαλείψεων που αφορούν τη ζεύξη Πηγής-Αναμεταδότη πρέπει να είναι πάντα μικρότερη από την αντίστοιχη μεταβλητότητα της ζεύξης Πηγής-Προορισμού. Με άλλα λόγια, η ζεύξη Πηγής-Αναμεταδότη είναι το πιο κρίσιμο κομμάτι στο σχεδιασμό συνεργατικών συστημάτων με αναμεταδότη αποκωδικοποίησης και προώθησης, ανεξάρτητα από την τεχνική πολλαπλής πρόσβασης. Τέλος, βρέθηκε πως η περιοχή αποδοτικής λειτουργίας του συνεργατικού δικτύου εξαρτάται από τη συσχέτιση.

Μελλοντική επέκταση του υλικού θα μπορούσε να αφορά διαφορετικές τεχνικές συνεργατικής διαφορικότητας όπως αυτές που περιγράφονται στις δημοσιεύσεις [Laneman04, Nabar04] καθώς και τη γενίκευση σε πιο πολύπλοκες γεωμετρίες συστήματος. Επιπλέον, θα μπορούσε να γίνει εμβάθυνση στη λειτουργία αποκωδικοποίησης του επαναλήπτη και να μελετηθεί η βελτίωση της επίδοσης του συστήματος από την παροχή πληροφορίας περί έγκυρης ή μη-έγκυρης αποκωδικοποίησης.

### 5.3. Κεφάλαιο 3: Επίδοση συστημάτων MIMO στις χιλιοστομετρικές συχνότητες σε περιβάλλοντα απόλυτης οπτικής επαφής

Στο κεφάλαιο 3 της Διατριβής αναλύεται η επίδοση των τεχνικών πολλαπλών κεραιών σε περιβάλλοντα απόλυτης οπτικής επαφής, όπου δεν εμφανίζονται φαινόμενα όπως η πολλαπλή σκέδαση. Η παρεχόμενη ανάλυση αφορά στοιχειοκεραίες με τυχαίο προσανατολισμό και κατευθυντικά στοιχεία αλλά τελικά αποτελέσματα για τη χωρητικότητα του καναλιού δίνονται για παράλληλα και ισοτροπικά στοιχεία. Τέλος διερευνάται η καταλληλότητα των τεχνικών MIMO κατά τη διάδοση στις χιλιοστομετρικές συχνότητες συναρτήσει της απόστασης της ζεύξης καθώς και της απόστασης μεταξύ των στοιχείων κάθε κεραίας. Η πρωτοτυπία του κεφαλαίου έγκειται στη χρήση κατευθυντικών στοιχείων στις πολλαπλές κεραίες καθώς και στην εφαρμογή των προτεινόμενων εκφράσεων σε ζεύξεις λίγων μέτρων με φέροντα στα 60 GHz.

Περαιτέρω έρευνα θα μπορούσε να συμπληρώσει το μοντέλο που περιγράφηκε με την πλήρη μοντελοποίηση του περιβάλλοντος διάδοσης (περιβάλλοντα εσωτερικού χώρου) και να επιχειρήσει να απαντήσει στο ερώτημα του πόσο εφικτή είναι η χρήση των κεραιών MIMO σε χιλιοστομετρικές ζεύξεις εσωτερικού χώρου υπό την επίδραση της σκίασης και κατά πόσον η χρήση πολλαπλών κεραιών θα προσφέρει αρκετή χωρική διαφορικότητα στο σύστημα.

### 5.4. Κεφάλαιο 4: Σχεδιασμός δεκτών MIMO-OFDM χαμηλής πολυπλοκότητας

Στο κεφάλαιο 4 της Διατριβής παρουσιάζεται το πρόβλημα του σχεδιασμού της αλυσίδας επεξεργασίας τυπικών δεκτών MIMO-OFDM λαμβάνοντας υπόψη τις περιοχές λειτουργίας τους οι οποίες εξαρτώνται από το ρυθμό επεξεργασίας και το ρυθμό της άφιξης των προς-επεξεργασία δεδομένων. Στη συνέχεια προτείνονται συγκεκριμένοι αλγόριθμοι προ-επεξεργασίας της συνάρτησης μεταφοράς του συστήματος MIMO λαμβάνοντας υπόψη τη δομή των πακέτων επικοινωνίας. Η προτεινόμενη τεχνική αποτελεί μια βελτιστοποίηση σε μακροσκοπικό επίπεδο (στο αλγοριθμικό επίπεδο) η οποία μπορεί να ωφελήσει σημαντικά την πολυπλοκότητα ενός δέκτη και μπορεί να οδηγήσει σε μειώσεις του μεγέθους της μνήμης FIFO μέχρι και 88%. Η ανάλυση του κεφαλαίου αποτελεί ένα πρωτότυπο παράδειγμα αξιοποίησης της μορφής του προοιμίου για τη βελτίωση της πολυπλοκότητας του δέκτη, κάτι το οποίο απουσιάζει από τη βιβλιογραφία.

Επίσης, όλες οι τεχνικές προ-επεξεργασίας στη βιβλιογραφία χειρίζονται τον πίνακα καναλιού MIMO στο σύνολο του ενώ στην προτεινόμενη τεχνική εκμεταλλευόμαστε την διαθεσιμότητα των στηλών του πίνακα MIMO με το χρόνο.

Η ανάλυση του κεφαλαίου αποτελεί ένα πρωτότυπο παράδειγμα αλγοριθμικού σχεδιασμού για την πρακτική υλοποίηση ενός σταδίου δέκτη MIMO-OFDM. Περαιτέρω έρευνα θα μπορούσε να ασχοληθεί με το συ-σχεδιασμό των πρωτοκόλλων επικοινωνίας (π.χ του προοιμίου) με τους αλγορίθμους επεξεργασίας του δέκτη (π.χ των αλγορίθμων συγχρονισμού και της αποκωδικοποίησης) ώστε να επιτευχθεί μέγιστη δυνατή επίδοση με ελάχιστη πολυπλοκότητα. Επιπλέον, θα μπορούσε να γίνει σύγκριση της πολυπλοκότητας των δύο προτεινόμενων αλγορίθμων σε υλοποιήσεις σταθερής υποδιαστολής, λαμβάνοντας υπόψη και την αριθμητική ακρίβεια και σταθερότητα των αλγορίθμων.





## Βιβλιογραφία

- [**Abramowitz64**] M. Abramowitz and I. A. Stegun (eds.), *Handbook of Mathematical Functions*, Appl. Math. Ser. No. 55, National Bureau of Standards, Washington, D.C., 1964. (Reprinted by Dover, New York, 1965).
- [**AbuDayya94**] A. A. Abu-Dayya and N. C. Beaulieu, "Outage probabilities in the presence of correlated lognormal interferers," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol.43, no.1, pp.164-173, Feb 1994.
- [**Alamouti98**] S. M. Alamouti, A simple transmit diversity technique for wireless communications, *IEEE Journal on selected areas in Communications*, Vol. 16, No. 8, Oct. 1998.
- [**Alouini99**] M. Alouini and A. Goldsmith, "Area spectral efficiency of cellular mobile radio systems," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 48, 1999, pp. 1047-1066.
- [**Alouini02**] M. Alouini and M. Simon, "Dual diversity over correlated log-normal fading channels," *Communications, IEEE Transactions on*, 2002, 50, pp. 1946-1959.
- [**Anderson84**] Anderson, J. and Mohan, S., Sequential Coding Algorithms: A Survey and Cost Analysis , *Communications, IEEE Transactions on [legacy, pre - 1988]*, Vol. 32, pp. 169-176 , 1984.
- [**Anderson99**] Anderson, E.; Bai, Z.; Bischof, C.; Blackford, S.; Demmel, J.; Dongarra, J.; Du Croz, J.; Greenbaum, A.; Hammarling, S.; McKenney, A. & Sorensen, D., *LAPACK Users' Guide*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999.
- [**Apostol67**] T. M. Apostol, *Calculus, Volume I*, John Wiley & Sons, Inc., Second ed., 1967.
- [**Bahl74**] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and J. Raviv, "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-20, pp. 284–287, Mar. 1974.

- [**Beaulieu04a**] Beaulieu, N.C.; Qiong Xie, "An optimal lognormal approximation to lognormal sum distributions," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol.53, no.2, pp. 479-489, March 2004.
- [**Beaulieu04b**] Beaulieu, N.C.; Rajwani, F., "Highly accurate simple closed-form approximations to lognormal sum distributions and densities," *Communications Letters, IEEE*, vol.8, no.12, pp. 709-711, Dec. 2004.
- [**Biglieri98**] Biglieri, E.; Proakis, J.; Shamai, S., "Fading channels: information-theoretic and communications aspects ," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol.44, no.6, pp.2619-2692, Oct 1998.
- [**Bøhagen05**] F. Bøhagen, P. Orten, and G. E. Øien, Construction and capacity analysis of high-rank line-of-sight MIMO channels, accepted for publication in Proc. *IEEE Wireless Communications & Networking Conference (WCNC) 2005*, New Orleans, USA, March 13 - 17, 2005.
- [**Bölcskei00**] H. Bölcskei and A. Paulraj, "Space-frequency coded broadband OFDM systems," in Proc. *IEEE Wireless Communications Networking Conf., 2000*, pp. 1–6.
- [**Boyer04**] J. Boyer, D. D. Falconer, and H. Yanikomeroglu, "Multihop diversity in wireless relaying channels," *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 52, no. 10, pp. 1820-1830, 2004.
- [**Chandrakasan92**] Chandrakasan, A. P., Sheng, S. and Brodersen, R., "Low Power CMOS Digital Design," *IEEE Trans. on Solid-State Circuits*, vol. 27, No. 4, April, pp. 473-483, 1992.
- [**Cho02**] K. Cho and D. Yoon, "On the general BER expression of one- and two-dimensional amplitude modulations," *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 50, 2002, pp. 1074-1080.
- [**Cody69**] W. J. Cody, Rational Chebyshev Approximations for the Error Function, *Mathematics of Computation*, Vol. 23, No. 107 (Jul., 1969), pp. 631-637
- [**Costa83**] M. Costa, Writing on dirty paper, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 29(3), 439-441, May 1983.
- [**Cottatellucci06**] L. Cottatellucci, M. Debbah, G. Gallinaro, R. Mueller, M. Neri, and R. Rinaldo, "Interference Mitigation Techniques for Broadband Satellite Systems", in Proc. *AIAA ICSSC2006*, San Diego, CA, June 2006.
- [**Damen00**] Damen, M. O., Chkeif, A. and Belfiore, J. C., Lattice codes decoder for space-time codes, *IEEE Communications Letters*, vol. 4, pp. 161–163, May 2000.

- [**Damen02**] Damen M.O., Tewfik A., Belfiore J.C., A construction of a spacetime code based on number theory, *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 48.
- [**DiRenzo08a**] Di Renzo, M.; Graziosi, F.; Santucci, F., A General Formula for Log-MGF Computation: Application to the Approximation of Log-Normal Power Sum via Pearson Type IV Distribution, *Vehicular Technology Conference, 2008. VTC Spring 2008*. IEEE, pp.999-1003, 11-14 May 2008.
- [**DiRenzo08b**] Di Renzo, M.; Graziosi, F.; Santucci, F., "Performance of Cooperative Multi-Hop Wireless Systems over Log-Normal Fading Channels," *Global Telecommunications Conference, 2008. IEEE GLOBECOM 2008*. IEEE , pp.1-6, Nov. 30 2008-Dec. 4 2008.
- [**Doan04**] C. H. Doan, S. Emami, D.A. Sobel, A.M. Niknejad and R.W. Brodersen, Design considerations for 60 GHz CMOS radios, *IEEE Communications Magazine*, Vol. 42, pp. 132-140, Dec. 2004.
- [**Dong02**] L. Dong, H. Ling and R. W. Heath Jr., Multiple-Input Multiple-Output Wireless Communication Systems Using Antenna Pattern Diversity, *Proc. of the IEEE Global Telecommunications Conference*, vol. 1, pp. 997-1001, Taipei, Taiwan, R.O.C., November 17-21, 2002.
- [**Driessen99**] P. F. Driessen and G. J. Foschini, On the capacity formula for multiple-input multiple-output wireless channels: a geometric interpretation, *IEEE Trans. On Communications*, vol. 47, p. 173-176, Feb. 1999.
- [**Fitz94**] M.P. Fitz and J.P. Seymour, "On the bit error probability of QAM modulation," *International Journal of Wireless Information Networks*, vol. 1, Apr. 1994, pp. 131-139.
- [**Foerster01**] J. Foerster, "The effects of multipath interference on the performance of UWB systems in an indoor wireless channel," *Vehicular Technology Conference, 2001. VTC 2001 Spring*. IEEE VTS 53rd, 2001, pp. 1176-1180 vol.2.
- [**Foerster02**] Foerster, J., Channel Modeling Sub-committee Final Report, *IEEE P802.15 Working Group for Wireless Personal Area Networks (WPANs)*, IEEE P802.15-02/368r5-SG3a, 18 November, 2002.
- [**Foschini96**] G.J. Foschini, "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas", *Bell Labs Technical Journal*, vol. 1, no. 2, pp. 41-59, Autumn 1996.
- [**Foschini98**] G. J. Foschini and M. J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas", *Wireless Personal Communications*, vol. 6, 1998, pp. 311-335.

- [**Gatteschi02**] Gatteschi, L. 2002. Asymptotics and bounds for the zeros of Laguerre polynomials: a survey. *J. Comput. Appl. Math.* 144, 1-2 (Jul. 2002), 7-27.
- [**Gesbert02**] D. Gesbert, H. Bölcskei, D. A. Gore and A. J. Paulraj, Outdoor MIMO wireless channels: Models and performance prediction, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, no. 12, Dec 2002, pp. 1926 – 1934.
- [**Ghassemzadeh04**] S. Ghassemzadeh et al., “Measurement and modeling of an ultra-wide bandwidth indoor channel,” *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 52, 2004, pp. 1786-1796.
- [**Hagenauer96**] Hagenauer, J.; Offer, E. & Papke, L., Iterative decoding of binary block and convolutional codes , *Information Theory, IEEE Transactions on*, Vol. 42, pp. 429-445, 1996.
- [**Hamdan71**] Hamdan, M. A., The logarithm of the sum of two correlated log-normal variates, *Journal of the American Statistical Association*, Theory and Methods section, Vol. 66, N. 333, March 1971.
- [**Hashemi93**] H. Hashemi, “The indoor radio propagation channel,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 81, 1993, pp. 943-968.
- [**Hasna03**] Hasna, M. O. Alouini, M.-S., “End-to-End Outage Probability of Multihop Transmission over Lognormal Shadowed Channels,” *Arabian J. for Science and Eng.*, vol. 28, no. 2C, pp. 35-44, Dec. 2003.
- [**Hassibi03**] B. Hassibi, B. Hochwald, How much training is needed in multiple-antenna wireless links?, *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 49, no. 4, Apr. 2003, p. 951-964.
- [**Heath99**] R. W. Heath Jr. and A. Paulraj, Multiple antenna arrays for transmitter diversity and space-time coding, *ICC 1999 - IEEE International Conference on Communications*, no. 1, June 1999, pp. 36 – 40.
- [**Heliot08**] Heliot, F.; Xiaoli Chu; Hoshyar, R.; Tafazolli, R., An accurate closed-form approximation of the ergodic capacity over log-normal fading channels, *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2008. PIMRC 2008. IEEE 19th International Symposium on* , vol., no., pp.1-5, 15-18 Sept. 2008.
- [**Ho95**] C-L. Ho, "Calculating the mean and variance of power sums with two log-normal components," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol.44, no.4, pp.756-762, Nov 1995.
- [**IEEE03**] *IEEE Std 802.11a-1999(R2003), ISO/IEC 8802-11:1999/Amd 1:2000(E)*, High-speed Physical Layer in the 5 GHz Band, Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications, 12 June 2003.

- [**IEEE07**] *IEEE 802.16j-06/013r3: Multi-hop Relay System Evaluation Methodology*, Feb. 19, 2007.
- [**Jiang03**] J-S. Jiang and M.A. Ingram, "Distributed source model for short range MIMO," *IEEE Vehicular Technology Conference*, Orlando, FL, Oct. 6-9, 2003.
- [**Kapasi03**] Kapasi, U. J., Rixner, S., Dally, W. J., Khailany, B., Ahn, J. H., Mattson, P. and Owens, J. D. Programmable Stream Processors. *IEEE Computer*, pages 54-62, August 2003.
- [**Kim05**] Kim, N. S.; Kgil, T.; Bowman, K.; De, V.; Mudge, T., "Total power-optimal pipelining and parallel processing under process variations in nanometer technology," *Computer-Aided Design, 2005. ICCAD-2005. IEEE/ACM International Conference on*, vol., no., pp. 535-540, 6-10 Nov. 2005.
- [**Kowalksi04**] J. M. Kowalski and A. Ohta, Proposal for 802.11n, doc.: *IEEE 802.11-04/938r2*, August 2004.
- [**Krasikov06**] Krasikov, I. 2006. On extreme zeros of classical orthogonal polynomials. *J. Comput. Appl. Math.* 193, 1 (Aug. 2006), 168-182.
- [**Kyritsi02**] P. Kyritsi, D. Chizhik, Capacity of multiple antenna systems in free space and above perfect ground, *IEEE Communications Letters*, August, 2002, Volume: 6 Issue: 8 Aug. 2002 Page(s): 325 -327
- [**Laneman04**] Laneman, J.N.; Tse, D.N.C.; Wornell, G.W., "Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol.50, no.12, pp. 3062-3080, Dec. 2004.
- [**Laourine07**] Laourine, A.; Stephenne, A.; Affes, S., "Estimating the Ergodic Capacity of Log-Normal Channels," *Communications Letters, IEEE*, vol.11, no.7, pp.568-570, July 2007.
- [**Larsson01**] Larsson, E. and Li, J., "Preamble design for multiple-antenna OFDM-based WLANs with null subcarriers," *Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 8, 2001, pp. 285-288.
- [**Lentz76**] W. J. Lentz, "Generating Bessel Functions In Mie Scattering Calculations Using Continued Fractions," *Appl. Opt.* 15, 668-671 (1976).
- [**Lin07**] Lin, Y. and Lee, C., Design of an FFT/IFFT Processor for MIMO OFDM Systems, *Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on [Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on]*, Vol. 54, pp. 807-815, 2007.

- [Lopes07a] W. Lopes, F. Madeiro, and M. Alencar, "Closed-Form Expression for the Bit Error Probability of Rectangular QAM Subject to Rayleigh Fading," *Vehicular Technology Conference, 2007. VTC-2007 Fall*. 2007 IEEE 66th, 2007, pp. 915-919.
- [Lopes07b] W. Lopes et al., "Exact bit error probability of M-QAM modulation over flat rayleigh fading channels," *Microwave and Optoelectronics Conference, 2007. IMOC 2007*. SBMO/IEEE MTT-S International, 2007, pp. 804-806.
- [Loyka03] S.L. Loyka and A. Kouki, Dimensionality Loss in MIMO Communication Systems, *the 3rd IASTED International Conference on Wireless and Optical Communications (WOC 2003)*, July 14-16, 2003, Banff, Alberta, Canada, pp. 138-143.
- [Lu00] B. Lu and X. Wang, "Space-time code design in OFDM systems," in *Proc. Globecom*, vol. 2, 2000, pp. 1000-1004.
- [Marzetta99] T.L. Marzetta, BLAST training: estimating channel characteristics for high capacity space-time wireless, *Proc. of 37th annual Allerton Conference on Communication, Control and Computing*, Monticello, IL, Sept. 22-23, 1999
- [Mehta07] Mehta, N.B.; Wu, J.; Molisch, A.F.; Zhang, J., "Approximating a Sum of Random Variables with a Lognormal", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, ISSN: 1536-1276, Vol. 6, Issue 7, pp. 2690-2699, July 2007.
- [Molisch01] A. Molisch, M. Win and J. Winters, Capacity of MIMO systems with antenna selection, *Proc. IEEE ICC*, 2. 570-574, Helsinki, Finland, June 2001.
- [Moon00] Moon, T.K. and Stirling, W.C., *Mathematical Methods and Algorithms for Signal Processing*, Prentice Hall, ISBN 0-201-36186-8, 2000.
- [Nabar04] Nabar, R.U.; Bolcskei, H.; Kneubuhler, F.W., "Fading relay channels: performance limits and space-time signal design," *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, vol.22, no.6, pp. 1099-1109, Aug. 2004.
- [Naguib94] A. Naguib, A. Paulraj, and T. Kailath. Capacity improvement with base-station antenna arrays in cellular CDMA. *IEEE Trans. Vehicular Technology*, 43(3):691--698, August 1994.
- [Naus69] Naus JI. 1969. The distribution of the logarithm of the sum of two log-normal variates. *Journal of the American Statistical Association*, 64: 655-659.
- [Neiryneck05] D. Neiryneck, C. Williams, A. Nix and M. Beach, MIMO Capacity in LOS, Internal Interim Contributory Report MVCE3/D-ICR1.1.1, *Mobile VCE Core III*, August 11, 2005.

- [Neri06] M. Neri, M. Casadei, A. Vanelli-Coralli, and G.E. Corazza, “Spatial Interference Cancellation Techniques for Mobile Satellite Systems”, in *Proc. 1st EuCAP 2006*, Nice, France, November 2006.
- [Nitsche06] Nitsche, G., Decoding Latency for STBC and LDPC, *IEEE 802.11-06/1031r1*, 19/7/2006.
- [Onizawa07] T. Onizawa et al., A Synchronization Scheme for Packet Mode MIMO-OFDM Signals in Wireless LAN, *IEICE Trans. Communications*, Vol. E90-B: 92-104 (2007).
- [Ozarow94] L. H. Ozarow, S. Shamai (Shitz), and A. D. Wyner, “Information theoretic considerations for cellular mobile ratio,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 43, pp. 359–378, May 1994.
- [Papadias01] Papadias C.B., Foschini G.J., A space-time coding approach for systems employing four transmit antennas, *Acoustics, Speech and Signal Processing, International Conference on*, Proc. ICASSP'01, Vol. 4, p.2481-2484, 7- 11 May 2001.
- [Papoulis01] A. Papoulis, Probability, *Random Variables and Stochastic Processes*, Third ed., McGraw-Hill, 1991.
- [Perels05] Perels, D., Haene, S., Luethi, P., Burg, A., Felber, N., Fichtner, W. and Bolcskei, H., ASIC Implementation of a MIMO-OFDM Transceiver for 192 Mbps WLANs, Proceedings of *ESSCIRC*, Grenoble, France, 2005.
- [Piboongunon04] T. Piboongunon and V. A. Aalo, "Outage probability of L-branch selection combining in correlated lognormal fading channels," *Electronics Letters*, vol.40, no.14, pp. 886-888, 8 July 2004.
- [Ping04] L. Ping, L. Zhang and H. C. So, On a hybrid beamforming/space-time coding scheme, *IEEE Communications Letters*, vol. 8, no. 1, Jan 2004, pp. 15 – 17.
- [Press07] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling, and B. Flannery, *Numerical Recipes 3rd Edition: the Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 2007.
- [Riihonen08] Riihonen, T.; Wichman, R.; Hamalainen, J., "Co-phasing full-duplex relay link with non-ideal feedback information," *Wireless Communication Systems. 2008. ISWCS '08. IEEE International Symposium on*, vol., no., pp.263-267, 21-24 Oct. 2008.
- [Robertson95] P. Robertson, E. Villebrun, and P. Hoeher, “A comparison of optimal and sub-optimal decoding algorithms in the log domain,” in *Proc. ICC*, Seattle, WA, June 1995, pp. 1009–1013.

- [Roh06] J. C. Roh and B. D. Rao, "Transmit Beamforming in Multiple-Antenna Systems with Finite Rate Feedback: A VQ-Based Approach," *IEEE Trans. Information Theory*. vol. 52, no. 3, pp. 1101-1112, Mar. 2006
- [Rupp02] Rupp, M. and Mecklenbraeuer, C.F., On Extended Alamouti Schemes for Space-Time Coding, *Wireless Personal Multimedia Communications, The 5th International Symposium on*, Vol .1, p. 115-119, 27-30 Oct. 2002.
- [Rupp03] Rupp, M. and Mecklenbraeuer, C.F., Improving Transmission by MIMO Channel Structuring, *Communications ICC'03, International Conference on*, Vol. 5, p. 3066-3070, 2003.
- [Safari08] M. Safari and M. Uysal, "Cooperative Diversity over Lognormal Fading Channels: Performance Analysis and Optimization", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 7, no. 5, part 2, p. 1963-1972, May 2008.
- [Sakurai90] T. Sakurai and A. Newton, "Alpha-power law MOSFET model and its applications to CMOS inverter delay and other formulas," *Solid-State Circuits, IEEE Journal of*, vol. 25, 1990, pp. 584-594.
- [Sandhu00] Sandhu S. and Paulraj A., Space-Time Block Codes: A Capacity Perspective, *IEEE Communications Letters*, Vol .4, No. 2, December 2000.
- [Sandhu01] Sandhu S., Paulraj A., Unified design of linear space-time block codes, *Proc. IEEE Globecom 01*, vol. 2, p. 1073-1077, 2001.
- [Saunders99] S. R. Saunders, (1999), *Antennas and Propagation for Wireless Communication Systems*, John Wiley & Sons, Inc., ISBN 0-471-98609-7.
- [Schwartz96] M. Schwartz, W.R. Bennet, S. Stein, *Communication Systems and Techniques*, IEEE Press, New York, 1996.
- [Sendonaris03] Sendonaris, A.; Erkip, E.; Aazhang, B., "User cooperation diversity. Part I. System description," *Communications, IEEE Transactions on*, vol.51, no.11, pp. 1927-1938, Nov. 2003.
- [Shiu00] Shiu, D.S., Foschini, G.J., Gans, M.J., Kahn, J.M., 'Fading Correlation and Its Effect on the Capacity of Multielement Antenna Systems,' *IEEE Trans. on Communications*, v. 48, N. 3, Mar. 2000, pp. 502-513.
- [Simon00] M. K. Simon and M. -S. Alouini, *Digital Communication over Fading Channels*. New York, NY: John Wiley & Sons, Inc., 2000.
- [Slimane01] B. S. Slimane, "Bounds on the distribution of a sum of independent lognormal random variables," *Communications, IEEE Transactions on*, vol.49, no.6, pp.975-978, Jun 2001.



- [**Stege02**] M. Stege, M. Bronzel, and F. Fettweis, MIMO-capacities for COST 259 scenarios, in *Proceedings of the International Zurich Seminar on Communications (IZS'02)*, page(s) 29/1 - 29/6, Zurich, Switzerland, 19. - 21. February 2002.
- [**Stewart00**] Stewart, G.w., *The Decompositional Approach to Matrix Computation, IEEE Educational Activities Department*, Vol. 2, pp. 50-59 , 2000.
- [**Stuber01**] G. L. Stuber, *Principles of Mobile Communications*, Second ed., Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [**Tarokh98**] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criterion and code construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, pp. 744–765, Mar. 1998.
- [**Tarokh99**] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. Calderbank, "Space-time block codes from orthogonal designs," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, pp. 1456–1467, July 1999.
- [**Tellambura00**] Tellambura, C.; Annamalai, A., "Efficient computation of erfc(x) for large arguments," *Communications, IEEE Transactions on*, vol.48, no.4, pp.529-532, Apr 2000.
- [**Tellambura08**] C. Tellambura, "Bounds on the Distribution of a Sum of Correlated Lognormal Random Variables and Their Application," *Communications, IEEE Transactions on*, vol.56, no.8, pp.1241-1248, August 2008.
- [**Telatar99**] I. E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *European Trans. Telecommun.*, vol. 10, no. 6, pp. 586–595, Nov/Dec 1999.
- [**Tong04**] Tong, L.; Sadler, B. and Dong, M., Pilot-assisted wireless transmissions: general model, design criteria, and signal processing, *Signal Processing Magazine, IEEE*, Vol. 21, pp. 12- 25, 2004
- [**VanDerMeulen71**] Van Der Meulen, E. C., Three-Terminal Communication Channels, *Advances in Applied Probability*, Vol. 3, No. 1 (Spring, 1971), pp. 120-154.
- [**Wei02**] S. Wei and D. Goeckel, "Error statistics for average power measurements in wireless communication systems," *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 50, 2002, pp. 1535-1546.
- [**Wang08**] Z. Wang, E. Tameh and A. Nix, "Joint Shadowing Process in Urban Peer-to-Peer Radio Channels," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 57, 2008, pp. 52-64.
- [**Weng07**] Lingfan Weng; Murch, R.D., "Multi-User MIMO Relay System with Self-Interference Cancellation," *Wireless Communications and Networking Conference, 2007.WCNC 2007. IEEE* , vol., no., pp.958-962, 11-15 March 2007.

- [**WiMax07**] *WiMAX Forum, System Evaluation Methodology Document, Version 1.7*, Sept. 7, 2007.
- [**Winters87**] J. Winters, On the capacity of radio communication systems with diversity in a Rayleigh fading environment, *IEEE journal on selected areas in communications*, vol. SAC-5 June 1987, pp. 871-878.
- [**Yu02**] K.Yu and B. Ottersten, "Models for MIMO propagation channels: a review" *Wireless Communications and Mobile Computing*, Volume 2, Issue 7, Nov. 2002, Pages: 653-666.
- [**Yu08**] Takki Yu et al., Proposal for Full Duplex Relay, *IEEE C802.16j-08/106r4*, 15/05/2008, available online at: [http://wirelessman.org/relay/contrib/C80216j-08\\_106r4.doc](http://wirelessman.org/relay/contrib/C80216j-08_106r4.doc).
- [**Zhai04**] Zhai, B., Blaauw, D., Sylvester, D., and Flautner, K. 2004. Theoretical and practical limits of dynamic voltage scaling. In *Proceedings of the 41st Annual Conference on Design Automation* (San Diego, CA, USA, June 07 - 11, 2004). DAC '04. ACM, New York, NY, pp. 868-873.
- [**Zhang01**] J. Zhang and V. Aalo, "Effect of macrodiversity on average-error probabilities in a Rician fading channel with correlated lognormal shadowing," *Communications, IEEE Transactions on*, vol.49, no.1, pp.14-18, Jan 2001.
- [**Zhao07**] Lian Zhao and Jiu Ding, "Least Squares Approximations to Lognormal Sum Distributions," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 56, 2007, pp. 991-997.
- [**Zheng07**] J. Zheng, E. Duni, and B. D. Rao, "Analysis of multiple antenna systems with finite-rate feedback using high resolution quantization theory", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 55, issue 4, pp. 1461-1476, April 2007.