



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ

**Σχεδίαση και Ανάλυση Κατανεμημένων Αλγορίθμων σε Ασύρματα
Δίκτυα Επικοινωνιών με Χρήση της Θεωρίας Παιγνίων**

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

του

Μάρκου Π. Αναστασόπουλου

Αθήνα, Ιούλιος 2009



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑ-
ΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΛΙΚΩΝ
Εργαστήριο Ασυρμάτου και Επικοινωνίας Μεγάλων Απο-
στάσεων

Σχεδίαση και Ανάλυση Κατανεμημένων Αλγορίθμων σε Ασύρματα Δίκτυα Επικοινωνιών με Χρήση της Θεωρίας Παιγνίων

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

του

Μάρκου Π. Αναστασόπουλου

Συμβουλευτική Επιτροπή: Παναγιώτης Γ. Κωττής
Ιωάννης Δ. Κανελλόπουλος
Χρήστος Ν. Καράλης

.....
Π. Κωττής
Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Ι. Κανελλόπουλος
Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Χ. Καράλης
Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Φ. Κωνσταντίνου
Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Σ. Παπαβασιλείου
Επικ. Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Γ. Σταμούλης
Καθηγητής ΟΠΑ

.....
Σ. Τουμπής
Επικ. Καθηγητής ΟΠΑ

Αθήνα, Ιούλιος 2009.

.....
Μάρκος Π. Αναστασόπουλος

Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

© (2009) Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Περιεχόμενα

1	Θεωρία Παιγνίων	1-1
1.1	Εισαγωγή	1-1
1.2	Ιστορική αναδρομή	1-3
1.3	Διατύπωση προβλημάτων ασυρμάτων δικτύων με χρήση θεωρίας παιγνίων	1-4
1.4	Αποτελεσματική χρήση της θεωρίας παιγνίων	1-5
1.5	Εισαγωγικά παραδείγματα	1-6
1.5.1	Έλεγχος Ισχύος	1-6
1.5.2	Δρομολόγηση	1-7
1.5.3	Διαχείριση εμπιστοσύνης	1-8
1.6	Ορολογία	1-9
2	Θεωρία Λήψης Αποφάσεων	2-1
2.1	Σχέσεις προτίμησης	2-1
2.2	Προσδιορισμός συναρτήσεων ωφέλειας	2-3
2.2.1	Πεπερασμένο σύνολα	2-3
2.2.2	Αριθμήσιμα σύνολα	2-4
2.2.3	Μη αριθμήσιμα σύνολα	2-4
2.2.4	Μοναδικότητα συναρτήσεων κέρδους	2-6
2.3	Προτιμήσεις υπό συνθήκες αβεβαιότητας	2-7
2.3.1	Τα αξιώματα von Neumann - Morgenstern	2-7
2.3.2	Η ύπαρξη συναρτήσεων ωφέλειας κατά Von Neumann-Morgenstern	2-10
2.4	Άλλες προσεγγίσεις στις περιγραφές συναρτήσεων κέρδους	2-12
3	Στρατηγικά Παίγνια	3-1
3.1	Ορισμός Στρατηγικών παιγνίων	3-1
3.2	Επαναληπτική διαγραφή κυριαρχούμενων στρατηγικών	3-3
3.3	Μικτές Στρατηγικές	3-4
3.4	Η ισορροπία Nash	3-5
3.4.1	Η Ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές	3-6
3.4.2	Σχόλια επί της ισορροπίας του Nash	3-7
3.5	Εφαρμογές σε ασύρματα δίκτυα	3-8
3.5.1	Τιμολόγηση πόρων σε ασύρματα δίκτυα	3-8
3.5.2	Έλεγχος ροής	3-10
3.5.3	Το Πρόβλημα της Καταστολής μηνυμάτων	3-10
3.6	Το παίγνιο καταστολής μηνυμάτων με δύο παίκτες	3-12
3.7	Επέκταση σε N παίκτες	3-13
3.8	Το σύνδρομο Genovese: Η ανάγκη χρήσης μηχανισμών ανάκτησης	3-15

3.A	Παράρτημα	3-17
3.A.1	Ύπαρξη της ισορροπίας Nash	3-17
3.A.2	Προσδιορισμός σημείου ισορροπίας	3-22
4	Παίγνια με ελλιπή πληροφόρηση	4-1
4.1	Το παίγνιο περιορισμού μηνυμάτων ανάδρασης με ελλιπή πληροφόρηση. .	4-1
4.2	Επέκταση σε N παίκτες	4-5
4.3	Σχεδίαση εφεδρικού μηχανισμού	4-6
4.4	Ανάλυση για ομοιόμορφα κατανεμημένα κόστη	4-7
4.5	Υβριδικοί αλγόριθμοι καταστολής μηνυμάτων ανάδρασης	4-11
4.6	Επιπτώσεις από την απώλεια μηνυμάτων ανάδρασης	4-15
4.A	Παράρτημα	4-18
4.A.1	Το παίγνιο περιορισμού μηνυμάτων ανάδρασης δύο παικτών με ελλιπή πληροφόρηση	4-18
4.A.2	Το παίγνιο περιορισμού μηνυμάτων ανάδρασης με N παίκτες	4-19
4.A.3	Προσδιορισμός της κατανομής του κανονικοποιημένου ενεργειακού κόστους	4-20
4.A.4	Προσδιορισμός της κατανομής της καθυστέρησης	4-20
4.A.5	Προσδιορισμός του σημείου ισορροπίας	4-21
5	Επαναλαμβανόμενα παίγνια	5-1
5.1	Επαναλαμβανόμενα παίγνια	5-1
5.1.1	Περιγραφή σε εκτεταμένη μορφή	5-2
5.1.2	Ισορροπία σε Επαναλαμβανόμενα Παίγνια	5-4
5.1.3	Επαναλαμβανόμενα παίγνια σε στρατηγική μορφή.	5-5
5.1.4	Παράδειγμα επαναλαμβανόμενου παιγνίου: Συνεργασία μεταξύ των κόμβων	5-6
5.1.5	Έλεγχος Αποδοχής Κλήσεων με εφαρμογή της Θεωρίας Παιγνίων .	5-8
5.2	Μαρκοβιανά Παίγνια	5-13
5.3	Εφαρμογές	5-13
5.3.1	Έλεγχος ισχύος σε κυψελωτά δίκτυα	5-13
5.3.2	Σύγκλιση επαναλαμβανόμενων παιγνίων	5-14
5.A	Παράρτημα	5-15
5.A.1	Δυναμικά βέλτιστης και καλύτερης απόκρισης	5-15
5.A.2	Δυναμικά Παίγνια (Potential Games)	5-17
5.A.3	Παράδειγμα αποφυγής παρεμβολών	5-21
6	Εξελικτική θεωρία παιγνίων	6-1
6.1	Βασικές αρχές της εξελικτικής θεωρίας παιγνίων	6-1
6.1.1	Εξελικτικά ευσταθείς στρατηγικές	6-1
6.1.2	Δυναμική Αντιγράφων	6-2
6.2	Εφαρμογή σε ασύρματα δίκτυα κορμού πολλαπλών βημάτων	6-4
6.2.1	Μοντέλο του Δικτύου	6-4
6.2.2	Δυναμική Αναδρομολόγησης	6-5
6.2.3	Ανάλυση Ευστάθειας	6-7
6.2.4	Ανάλυση Σύγκλισης	6-9
6.3	Βελτιωμένος αλγόριθμος δειγματοληψίας διαδρομών για την επιτάχυνση της σύγκλισης	6-11

6.3.1	Περιγραφή του Αλγορίθμου	6-11
6.3.2	Εκτίμηση Επίδοσης	6-14
6.A	Παράρτημα	6-15
6.A.1	Μοντέλο φυσικού στρώματος για τον προτεινόμενο διαστρωματικό αλγόριθμο δρομολόγησης	6-15

Κατάλογος Σχημάτων

3.1	Επίδραση του πλήθους των χρηστών στην πιθανότητα αποστολής μηνυμάτων ανάδρασης	3-14
3.2	Αναμενόμενο πλήθος μηνυμάτων ανάδρασης συναρτήσει του σχετικού κόστους dE/α για διαφορετικές τιμές του πλήθους των τερματικών ($dE/\alpha \in [10^{-100}, 10^0]$).	3-16
3.3	Αναμενόμενο πλήθος μηνυμάτων ανάδρασης συναρτήσει του σχετικού κόστους dE/α για διαφορετικές τιμές του πλήθους των τερματικών ($dE/\alpha \in [10^{-10}, 10^0]$).	3-17
3.4	Σύγκριση του προτεινόμενου σχήματος με βάση τη θεωρία παιγνίων και του σχήματος εκθετικού μετρητή ως προς τον αναμενόμενο αριθμό μηνυμάτων ανάδρασης συναρτήσει του πλήθους των τερματικών ($\lambda = 10$).	3-18
3.5	Μέση κανονικοποιημένη καθυστέρηση συναρτήσει του πλήθους των τερματικών.	3-18
3.6	Απεικόνιση σταθερών σημείων: Α) για μια συνάρτηση Β) για μια αντιστοίχιση.	3-19
4.1	Αναμενόμενο πλήθος μηνυμάτων ανάδρασης συναρτήσει του αριθμού των τερματικών N για διαφορετικές τιμές του ε_{max} , όταν εφαρμόζεται το GTFS σχήμα ($\varepsilon_{min} = 10^{-10}$)	4-8
4.2	Μέση κανονικοποιημένη καθυστέρηση συναρτήσει του πλήθους των χρηστών N για διαφορετικές τιμές του ε_{max} όταν εφαρμόζεται το GTFS σχήμα ($\varepsilon_{min} = 10^{-10}$).	4-8
4.3	Σύγκριση του σχήματος που βασίζεται στη Θεωρία Παιγνίων (GTFS) με το σχήμα Πόκερ, $\lambda = 10$ και το σχήμα Διάδοσης ως προς τον αναμενόμενο αριθμό μηνυμάτων ανάδρασης ($\varepsilon_{min} = 10^{-10}$).	4-10
4.4	Σύγκριση του σχήματος που βασίζεται στη Θεωρία Παιγνίων (GTFS) με το σχήμα Πόκερ, $\lambda = 10$ και το σχήμα Διάδοσης ως προς τη μέση καθυστέρηση ($\varepsilon_{min} = 10^{-10}$).	4-10
4.5	Το υβριδικό σχήμα καταστολής μηνυμάτων: τη χρονική στιγμή $t = 0$ οι χρήστες αποφασίζουν αν θα στείλουν μήνυμα ανάδρασης. Τη χρονική στιγμή $t = RTT$ ο μηχανισμός ανάκτησης ενεργοποιείται αν μέχρι τότε δεν έχει ληφθεί κανένα μήνυμα ανάδρασης.	4-12
4.6	Σύγκριση του υβριδικού σχήματος που βασίζεται στη Θεωρία Παιγνίων (GTFS) με το σχήμα Πόκερ, ($\lambda = 10$) και το σχήμα Διάδοσης ως προς τον αναμενόμενο αριθμό μηνυμάτων ανάδρασης ($\varepsilon_{max} = 10^{-1}, \varepsilon_{min} = 10^{-10}$)	4-13
4.7	Σύγκριση του υβριδικού σχήματος που βασίζεται στη Θεωρίας Παιγνίων (GTFS) με το σχήμα Πόκερ, $\lambda = 10$ και το σχήμα Διάδοσης ως προς τον αναμενόμενο αριθμό μηνυμάτων ανάδρασης ($\varepsilon_{max} = 10^{-6}, \varepsilon_{min} = 10^{-10}$)	4-14

4.8	Μέση κανονικοποιημένη καθυστέρηση του υβριδικού σχήματος, του σχήματος Πόκερ και του σχήματος Διάδοσης. ($T = 4RTT$, $\lambda = 10$, $\varepsilon_{max} = 10^{-1}, 10^{-6}$, $\varepsilon_{min} = 10^{-10}$).	4-15
4.9	Αναμενόμενο πλήθος μηνυμάτων ανάδρασης του σχήματος GTFS για διαφορετικές τιμές του $P_{FBM}^{(Loss)}$ ($\lambda = 10$, $\varepsilon_{max} = 10^{-1}, 10^{-6}$, $\varepsilon_{min} = 10^{-10}$).	4-16
4.10	Κανονικοποιημένη καθυστέρηση για διάφορες πιθανότητες απώλειας των μηνυμάτων ανάδρασης $P_{FBM}^{(Loss)}$ ($\lambda = 10$, $\varepsilon_{max} = 10^{-1}, 10^{-6}$, $\varepsilon_{min} = 10^{-10}$).	4-16
4.11	Αναμενόμενο πλήθος μηνυμάτων ανάδρασης του υβριδικού σχήματος για διάφορες πιθανότητες απώλειας των μηνυμάτων ανάδρασης $P_{FBM}^{(Loss)}$ ($\lambda = 10$, $\varepsilon_{max} = 10^{-1}, \varepsilon_{min} = 10^{-10}$).	4-17
5.1	Απεικόνιση σε εκτεταμένη μορφή του παιγνίου κατανομής πόρων.	5-3
5.2	Απεικόνιση σε εκτεταμένη μορφή του παιγνίου όπου οι αποφάσεις λαμβάνονται διαδοχικά.	5-3
6.1	Τοπολογία Δικτύου MHWBN: Πέντε παράλληλες διαδρομές πολλαπλών βημάτων που συνδέουν τον κόμβο-πηγή S με τον κόμβο-προορισμό D . . .	6-9
6.2	Εξάρτηση της ταχύτητας σύγκλισης του προτεινόμενου διαστρωματικού αλγορίθμου δρομολόγησης από τη συχνότητα.	6-10
6.3	Εξάρτηση της ταχύτητας σύγκλισης του προτεινόμενου διαστρωματικού αλγορίθμου δρομολόγησης από την απόσταση μεταξύ των κόμβων ($f = 20\text{GHz}$).	6-11
6.4	Εξάρτηση της ταχύτητας σύγκλισης του προτεινόμενου διαστρωματικού αλγορίθμου δρομολόγησης από τις κλιματικές συνθήκες ($f = 20\text{GHz}$).	6-12
6.5	Γεωμετρικός ορισμός της επιφάνειας s_{kl} που ορίζεται από τις τροχιές των μονοπατιών k και ℓ	6-12
6.6	Στρατηγικές δρομολόγησης υπό συνθήκες διαλείψεων για το δίκτυο του Σχήματος 6.1. Στιγμιότυπο ενός μοντέλου πεδίου βροχής.	6-13
6.7	Επιτάχυνση της σύγκλισης του προτεινόμενου σχήματος δρομολόγησης χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του συντελεστή PCC	6-14

Κατάλογος Πινάκων

1.1	Ένα απλό παίγνιο αποφάσεων.	1-3
3.1	Περιγραφή σε στρατηγική μορφή του παιγνίου κατανομής πόρων.	3-2
3.2	Επαναληπτική διαγραφή στρατηγικών.	3-4
3.3	Το παίγνιο Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί σε στρατηγική μορφή.	3-5
3.4	Παίγνιο καταστολής μηνυμάτων	3-12
4.1	Το παίγνιο περιορισμού μηνυμάτων ανάδρασης μεταξύ δύο παικτών	4-2

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διδακτορική διατριβή εκπονήθηκε στα πλαίσια του Εργαστηρίου Ασυρμάτου Επικοινωνιών Μεγάλων Αποστάσεων του Τομέα Συστημάτων Μετάδοσης Πληροφορίας και Τεχνολογίας Υλικών της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών στα πλαίσια των υποχρεώσεων του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου. Συνολικά, δημοσιεύθηκαν δεκατέσσερις (14) εργασίες σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά υψηλής στάθμης εκ των οποίων οκτώ (8) εργασίες στην IEEE, μια (1) εργασία στην ACM, τρεις (3) εργασίες σε περιοδικά του εκδοτικού οίκου Wiley, και από μια εργασία στους εκδοτικούς οίκους Springer και Elsevier.

Αντικείμενο της διατριβής αποτελεί η σχεδίαση κατανεμημένων αλγορίθμων για παροχή ποιότητας υπηρεσίας σε ασύρματα δίκτυα επικοινωνιών με χρήση της θεωρίας παιγνίων. Μελετήθηκαν μια σειρά προβλημάτων τα σημαντικότερα εκ των οποίων είναι το δίλημμα της αποστολής μηνυμάτων ανάδρασης για την παροχή αξιόπιστων υπηρεσιών πολυεκπομπής σε μεγάλο πλήθος χρηστών, η Κατανομή των Πόρων και ο Έλεγχος Αποδοχής Κλήσεων για υπηρεσίες ευαίσθητες σε χρονική καθυστέρηση, και η δρομολόγηση πακέτων. Στόχος της διατριβής είναι η παρουσίαση του τρόπου με τον οποίο η θεωρία παιγνίων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση όχι μόνο των ανωτέρω προβλημάτων αλλά γενικότερα ως εργαλείο σχεδίασης κατανεμημένων συστημάτων επικοινωνιών.

Συγκεκριμένα, το πρώτο Κεφάλαιο της Διατριβής παρέχει μια γενική επισκόπηση της θεωρίας παιγνίων, με στόχο να επισημανθούν οι λόγοι εκείνοι που την καθιστούν κατάλληλη για την υιοθέτηση της ως εργαλείο σχεδίασης σύγχρονων ασυρμάτων δικτύων. Στη συνέχεια, γίνεται μια σύντομη ιστορική αναδρομή, ενώ, ιδιαίτερη αναφορά γίνεται στον τρόπο που η θεωρία παιγνίων μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά στην επίλυση προβλημάτων σε ασύρματα δίκτυα. Τέλος, γίνεται μια εισαγωγική παρουσίαση των προβλημάτων του ελέγχου ισχύος, της δρομολόγησης και της διαχείρισης εμπιστοσύνης.

Στο δεύτερο Κεφάλαιο της Διατριβής δίνονται οι βασικές αρχές της θεωρίας λήψης αποφάσεων, αφού, άλλωστε, η θεωρία παιγνίων εξετάζει αποφάσεις που λαμβάνονται από πολλούς παίκτες. Αρχικά, γίνεται μια σύντομη εισαγωγή στην κλασική θεωρία λήψης αποφάσεων, όπως αυτή ξεκίνησε από τις εργασίες των Von Neumann και Morgenstern. Ιδιαίτερη έμφαση αποδίδεται στις προτιμήσεις των παικτών που μετέχουν σε ασύρματα δίκτυα επικοινωνιών. Οι προτιμήσεις μπορεί να εκτείνονται από το φυσικό στρώμα (αποφάσεις που σχετίζονται με το επίπεδο ισχύος, το σχήμα διαμόρφωσης και κωδικοποίησης) έως το επίπεδο δικτύου και το στρώμα εφαρμογής (αποφάσεις που σχετίζονται με τη μεγιστοποίηση της διάρκειας ζωής του συστήματος και τη βελτίωση της ποιότητας υπηρεσιών)

Στο τρίτο Κεφάλαιο της Διατριβής παρουσιάζονται παίγνια με αναπαράσταση σε

στρατηγική μορφή. Αρχικά δίδεται ο μαθηματικός ορισμός των στρατηγικών παιγνίων. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι βασικές μεθοδολογίες επίλυσής τους με ιδιαίτερη έμφαση στην επαναληπτική διαγραφή *iterative deletion* των κυριαρχούμενων στρατηγικών *dominated strategies*. Επιπλέον, ορίζεται η πολύ γνωστή έννοια της ισορροπίας Nash, ενώ συζητούνται και θέματα που σχετίζονται με την ύπαρξη αυτής. Ακόμη, παρουσιάζεται η έννοια των μικτών στρατηγικών, ενώ αποδεικνύεται η ύπαρξη ισορροπίας σε μικτές στρατηγικές πεπερασμένων παιγνίων. Τέλος, παρουσιάζονται παραδείγματα διατύπωσης προβλημάτων σε ασύρματα δίκτυα με χρήση θεωρία παιγνίων στρατηγικής μορφής. Έμφαση δίνεται στη διατύπωση του προβλήματος καταστολής μηνυμάτων για παροχή υπηρεσιών πολυεκπομπής σε μεγάλο πλήθος χρηστών. Στο Κεφάλαιο 4, το πρόβλημα αυτό επιλύεται για την περίπτωση που οι χρήστες έχουν ελλιπή πληροφόρηση από το δίκτυο.

Τα υπόλοιπα Κεφάλαια μελετούν προβλήματα ασυρμάτων δικτύων με χρήση επαναλαμβανόμενων παιγνίων. Αρχικά, στο Κεφάλαιο 5, παρουσιάζονται βασικές αρχές των επαναλαμβανόμενων παιγνίων δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στην έννοια της τέλει ισορροπίας υποπαιγνίου. Ταυτόχρονα, παρουσιάζονται παραδείγματα εφαρμογής των επαναληπτικών παιγνίων στο πρόβλημα της συνεργασίας μεταξύ των κόμβων και της εκχώρησης πόρων για παροχή υπηρεσιών με ευαισθησία στην καθυστέρηση. Τέλος, στο Κεφάλαιο 6 αφού γίνει μια σύντομη εισαγωγή στην εξελικτική θεωρία παιγνίων παρουσιάζεται το παράδειγμα της αξιόπιστης δρομολόγησης δεδομένων σε ασύρματα δίκτυα κορμού πολλαπλών βημάτων.

Με την ολοκλήρωση σπουδών μου στο πλαίσιο της εκπόνησης της διδακτορικής μου διατριβής θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε μια σειρά ανθρώπων που με βοήθησαν και με στήριξαν σημαντικά όλα αυτά τα χρόνια. Καταρχήν θα ήθελα να εκφράσω τις πιο θερμές ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα καθηγητή τόσο της διδακτορικής μου διατριβής όσο και της διπλωματικής μου εργασίας κ. Παναγιώτη Γ. Κωττή. Θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για την εμπιστοσύνη που έδειξε στο πρόσωπό μου όλα αυτά τα χρόνια, την αμέριστη συμπαράστασή του, τη πολύτιμη καθοδήγησή του, την επιμονή και υπομονή του σε όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διδακτορικής μου διατριβής. Οι υψηλές επιστημονικές του αξίες, η αγάπη του για την ορθή και λακωνική χρήση της γλώσσας, οι βαθιές επιστημονικές του γνώσεις και η μεταδοτικότητα του ως δάσκαλος έπαιξαν καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωσή μου ως Μηχανικό Επικοινωνιών και μου ενέπνευσαν την αγάπη για την έρευνα και την επιστήμη των επικοινωνιών.

Τις ειλικρινείς μου ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω και προς τους καθηγητές μου Ιωάννη Δ. Κανελλόπουλο, Χρήστο Ν. Καψάλη, Συμεών Παπαβασιλείου και Φίλιππο Κωνσταντίνου. Η άρτια επιστημονική τους κατάρτιση και η αγάπη τους για το αντικείμενο διδασκαλίας τους μου ενέπνευσαν την αγάπη για μάθηση και έρευνα.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω στην αγαπημένη μου φίλη και συνε-

γάτιδα διδάκτορα Διονυσία Κ. Πετράκη. Θα ήθελα να την ευχαριστήσω μέσα από την καρδιά μου για την άριστη συνεργασία μας, τη διαρκή ψυχική στήριξη και ενθάρρυνσή μου σε όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διδακτορικής μου διατριβής. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω κάποιους ακόμα ανθρώπους. Καταρχήν, θα ήθελα να ευχαριστήσω το Λέκτορα Αθανάσιο Δ. Παναγόπουλο για τη συνεργασία μας στα πρώτα βήματα της διδακτορικής μου διατριβής. Για την άριστη συνεργασία μας στο Υπουργείο και τη φιλία του θα ήθελα να ευχαριστήσω και το διδάκτορα Παντελή Αράπογλου. Επίσης, ευχαριστώ τους Αρτέμη Βουλκίδη, Άννα Βαζιντάρη, Αθανάσιο Λαζαρόπουλο, Γιώργο Τσιρόπουλο, Αθανάσιο Δρούγκα, Αγγελική Σαράφη, Αγγελική Κορδαλή, Δημήτρη Στρατογιάννη, Βασίλη Σακαρέλλο και Δημήτρη Σκαπαρλή για τη φιλία τους και τη συνεργασία μας.

Σε προσωπικό επίπεδο, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους γονείς μου Παναγιώτη και Κωνσταντίνα και τον αγαπημένο μου αδερφό Νίκο για την αγάπη τους, την πίστη τους σε μένα, τη διαρκή τους στήριξη και ενθάρρυνση σε όλη την πορεία μου μέχρι σήμερα. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον αδερφικό μου φίλο Θώδη Βασίλη για τη συμπαράστασή του στα εύκολα και τα δύσκολα από τις πρώτες τάξεις του Λυκείου μέχρι και σήμερα.

Μάρκος Αναστασόπουλος,
Αθήνα, Ιούλιος 2009

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικείμενο της διατριβής αποτελεί η σχεδίαση κατανεμημένων αλγορίθμων για παροχή ποιότητας υπηρεσίας σε ασύρματα δίκτυα επικοινωνιών με χρήση της θεωρίας παιγνίων. Το πρώτο Κεφάλαιο της Διατριβής παρέχει μια γενική επισκόπηση της θεωρίας παιγνίων, με στόχο να επισημανθούν οι λόγοι εκείνοι που την καθιστούν κατάλληλη για την υιοθέτηση της ως εργαλείο σχεδίασης σύγχρονων ασυρμάτων δικτύων. Στη συνέχεια, γίνεται μια σύντομη ιστορική αναδρομή, ενώ, ιδιαίτερη αναφορά γίνεται στον τρόπο που η θεωρία παιγνίων μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά στην επίλυση προβλημάτων σε ασύρματα δίκτυα. Τέλος, γίνεται μια εισαγωγική παρουσίαση των προβλημάτων του ελέγχου ισχύος, της δρομολόγησης και της διαχείρισης εμπιστοσύνης.

Στο δεύτερο Κεφάλαιο της Διατριβής δίνονται οι βασικές αρχές της θεωρίας λήψης αποφάσεων, αφού, άλλωστε, η θεωρία παιγνίων εξετάζει αποφάσεις που λαμβάνονται από πολλούς παίκτες. Αρχικά, γίνεται μια σύντομη εισαγωγή στην κλασική θεωρία λήψης αποφάσεων, όπως αυτή ξεκίνησε από τις εργασίες των Von Neumann και Morgenstern. Ιδιαίτερη έμφαση αποδίδεται στις προτιμήσεις των παικτών που μετέχουν σε ασύρματα δίκτυα επικοινωνιών. Οι προτιμήσεις μπορεί να εκτείνονται από το φυσικό στρώμα (αποφάσεις που σχετίζονται με το επίπεδο ισχύος, το σχήμα διαμόρφωσης και κωδικοποίησης) έως το επίπεδο δικτύου και το στρώμα εφαρμογής (αποφάσεις που σχετίζονται με τη μεγιστοποίηση της διάρκειας ζωής του συστήματος και τη βελτίωση της ποιότητας υπηρεσιών)

Στο τρίτο Κεφάλαιο της Διατριβής παρουσιάζονται παίγνια που αναπαρίστανται σε στρατηγική μορφή. Αρχικά δίδεται ο μαθηματικός ορισμός των στρατηγικών παιγνίων. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι βασικές μεθοδολογίες επίλυσής τους με ιδιαίτερη έμφαση στην επαναληπτική διαγραφή iterative deletion των κυριαρχούμενων στρατηγικών dominated strategies. Επιπλέον, ορίζεται η πολύ γνωστή έννοια της ισορροπίας Nash, ενώ συζητούνται και θέματα που σχετίζονται με την ύπαρξη αυτής. Ακόμη, παρουσιάζεται η έννοια των μικτών στρατηγικών, ενώ αποδεικνύεται η ύπαρξη ισορροπίας σε μικτές στρατηγικές πεπερασμένων παιγνίων. Τέλος, παρουσιάζονται παραδείγματα διατύπωσης προβλημάτων σε ασύρματα δίκτυα με χρήση θεωρία παιγνίων στρατηγικής μορφής. Έμφαση δίνεται στη διατύπωση του προβλήματος καταστολής μηνυμάτων για παροχή υπηρεσιών πολυεκπομπής σε μεγάλο πλήθος χρηστών. Στο Κεφάλαιο 4, το πρόβλημα αυτό επιλύεται για την περίπτωση που οι χρήστες έχουν ελλιπή πληροφόρηση από το δίκτυο.

Τα υπόλοιπα Κεφάλαια μελετούν προβλήματα ασυρμάτων δικτύων με χρήση επαναλαμβανόμενων παιγνίων. Αρχικά, στο Κεφάλαιο 5, παρουσιάζονται βασικές αρχές των επαναλαμβανόμενων παιγνίων δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στην έννοια της τέλει ισορροπίας υποπαιγνίου. Ταυτόχρονα, παρουσιάζονται παραδείγματα εφαρμογής των

επαναληπτικών παιγνίων στο πρόβλημα της συνεργασίας μεταξύ των κόμβων και της εκχώρησης πόρων για παροχή υπηρεσιών με ευαισθησία στην καθυστέρηση. Τέλος, στο Κεφάλαιο 6 αφού γίνει μια σύντομη εισαγωγή στην εξελικτική θεωρία παιγνίων παρουσιάζεται ένα παράδειγμα δρομολόγηση σε ασύρματα δίκτυα κορμού πολλαπλών βημάτων.

ABSTRACT

The present thesis deals with the design of distributed algorithms for Quality of Service provisioning in wireless networks using game theory. Chapter 1 provides an overview of game theory, aiming at highlighting the reasons that make it suitable for the design of modern wireless networks. Then, a brief chronology of game theory is provided. Emphasis is given on how game theory could properly be used in the design of wireless networks. Finally, some introductory example applications of game theory to the problems of power control, routing and trust management are briefly described.

In Chapter 2, the preliminaries of decision theory are presented, since game theory is nothing more than multiagent decision theory. In this chapter classical decision theory is studied, leading up to the work of von Neumann and Morgenstern. Emphasis is given to the preferences of users of wireless communications devices. These preferences range from physical layer (decisions dealing with the selection of transmission power, modulation and coding scheme) to network and application layer (decisions related to maximizing the network's lifetime or improving QoS).

In Chapter 3, the strategic form games are presented. Initially, the mathematical definition of a strategic form game is given. Then solution concepts such as the iterative deletion of dominated strategies and the Nash Equilibrium, and provided accompanied with some discussion of when Nash equilibria exist. Furthermore, the notion of mixed strategies is presented and the existence of mixed strategy equilibria in finite games is proved. Finally, examples of how certain networking problems can be formulated as strategic form games are provided. Emphasis is given to the problem of feedback implosion in wireless networks for large scale reliable multicast services. In Chapter 4, this analysis is extended for the case where users have inaccurate information.

The rest of the chapters consider wireless networking problems employing the concept of repeated games. Specifically, the basic principles of repeated games are presented. Emphasis is given to the concept of subgame perfect equilibrium. This concept is presented through the examples of voluntary resource sharing in an ad hoc network and resource allocation in delay sensitive services. Finally, in Chapter 6 after a brief introduction of Evolutionary Game Theory, an application example of this theory dealing with the problem of maximum reliability routing in Multi-Hop Wireless Backhaul Network is given.

KATAΛΟΓΟΣ ΣΥΝΤΗΜΗΣΕΩΝ

ACM	Adaptive Coding and Modulation
ARQ	Automatic Retransmission Request
ATM	Asynchronous Transfer Mode
BER	Bit Error Ratio
CAC	Call Admission Control
CBR	Constant Bit Rate
CDMA	Code Division Multiple Access
DSL	Digital Subscriber line
DVB-RCS	Digital Video Broadcasting-Return Channel Satellite
EGT	Evolutionary Game Theory
ESS	Evolutionary Stable Strategy
FEC	Forward Error Correction
FBM	Feedback Message
FI	Feedback Implosion
FMT	Fade Mitigation Techniques
FTP	File Transfer Protocol
GEO	Geosynchronous Earth Orbit
GTFS	Game Theory Feedback Suppression
IP	Internet Protocol
MAC	Medium Access Control
MAN	Metropolitan Area Network
MHWBN	Multi-Hop Wireless Backhaul Network
NE	Nash Equilibrium
P2P	Peer-to-Peer
PCC	Path Correlation Coefficient
PER	Packet Error Rate
QoS	Quality of Service
RTT	Round Trip Time
SINR	Signal to Interference and Noise Ratio
SPE	Subgame Perfect Equilibrium

Κεφάλαιο 1

Θεωρία Παιγνίων

1.1 Εισαγωγή

Η θεωρία παιγνίων παρέχει τη μαθηματική βάση για την ανάλυση διαδραστικών διαδικασιών λήψης αποφάσεων. Παρέχει εργαλεία για την πρόβλεψη του τί μπορεί να συμβεί και πιθανότατα του τί πρέπει να γίνει όταν δρουν οντότητες με αντικρουόμενα συμφέροντα. Παρέχει μια συλλογή εργαλείων μοντελοποίησης που συμβάλλουν στην κατανόηση και λύση προβλημάτων στα οποία πρέπει να ληφθούν αποφάσεις από πολλές διαφορετικές οντότητες.

Ένα παίγνιο περιλαμβάνει τρία σύνολα: α) το σύνολο των παικτών, β) το σύνολο των δράσεων και γ) το σύνολο των κερδών. Οι παίκτες είναι αυτοί που λαμβάνουν τις αποφάσεις στο εκάστοτε υπό μελέτη πρόβλημα. Για παράδειγμα, σε ένα ασύρματο δίκτυο οι παίκτες είναι συχνά οι κόμβοι του δικτύου και οι δράσεις είναι οι επιλογές που είναι διαθέσιμες σε κάθε παίκτη. Στα ασύρματα δίκτυα οι δράσεις μπορεί να συμπεριλαμβάνουν επιλογές που αφορούν το σχήμα διαμόρφωσης, το σχήμα κωδικοποίησης για διόρθωση λαθών, το ρυθμό μετάδοσης, την ισχύ εκπομπής καθώς και οποιαδήποτε άλλη παράμετρο μπορεί να ελέγχεται από τον κόμβο. Κάθε παίκτης επιλέγει μια δράση ενώ το σύνολο όλων των δράσεων καθορίζει το αποτέλεσμα του παιγνίου. Αξίζει να αναφερθεί ότι σε δυναμικά παίγνια ή ακόμη σε παίγνια εκτεταμένης μορφής το σύνολο των δράσεων μπορεί να αλλάζει με το χρόνο.

Τέλος, η *σχέση προτίμησης (preference relationship)* κάθε παίκτη εκφράζει την εκτίμηση του παίκτη για όλα τα πιθανά ενδεχόμενα. Σε πολλές περιπτώσεις η σχέση προτίμησης εκφράζεται μέσω μιας συνάρτησης ωφέλειας (*utility function*) η οποία αποδίδει μια τιμή σε κάθε πιθανό ενδεχόμενο. Γενικά, όσο μεγαλύτερη είναι αυτή η τιμή τόσο περισσότερο επιθυμητό είναι το κάθε ενδεχόμενο. Στα ασύρματα δίκτυα, ένας παίκτης μπορεί να προτιμήσει δράσεις οι οποίες έχουν ως αποτέλεσμα υψηλότερους σηματοδορυβικούς λόγους, χαμηλότερους ρυθμούς απώλειας ψηφίων, καλύτερη συνδεσιμότητα στο δίκτυο, μικρότερη εκπομπή ισχύος. Σε πολλές περιπτώσεις οι διάφοροι στόχοι αλληλοσυγκρούονται. Η κατάλληλη μοντελοποίηση των σχέσεων προτίμησης αποτελεί μια

από τις σημαντικότερες προκλήσεις για την εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων.

Η θεωρία παιγνίων βρίσκει εφαρμογή σε κάθε τομέα, κοινωνικό, πολιτικό, οικονομικό. Κλασσικά παραδείγματα παιγνίων αποτελούν το σκάκι και το πόκερ, στα οποία οι παίκτες χρησιμοποιώντας ένα σύνολο στρατηγικών αποσκοπούν στη μεγιστοποίηση του προσωπικού τους οφέλους. Επιπλέον, οι διαπραγματεύσεις που γίνονται καθημερινά για την αγορά υλικών αγαθών ή ακόμη και η απλή απόφαση για το ποιά ταινία θα παρακολουθήσει κάποιος στον κινηματογράφο αποτελούν κλασσικά παραδείγματα εφαρμογής της θεωρίας παιγνίων.

Στο σημείο αυτό είναι απαραίτητο να γίνει η διάκριση μεταξύ ενός παιγνίου όπου εμπλέκονται πολλαπλές οντότητες που λαμβάνουν αποφάσεις, και ενός προβλήματος βελτιστοποίησης όπου εμπλέκεται μια και μόνο οντότητα που καλείται να λάβει τη βέλτιστη απόφαση. Η μοντελοποίηση ενός προβλήματος με βάση τη θεωρία παιγνίων είναι συνήθως κατάλληλη σε σενάρια όπου αναμένεται η απόφαση μιας οντότητας να επιδράσει στο κέρδος των άλλων. Για παράδειγμα, όταν ένας καταναλωτής αγοράζει ένα προϊόν από ένα κατάστημα προσπαθεί να μεγιστοποιήσει το βαθμό ικανοποίησής του αγοράζοντας το καλύτερα ποιοτικά προϊόν υπό δεδομένο προϋπολογισμό. Αν και το κατάστημα μπορεί να θεωρηθεί ως ένας παίκτης που λαμβάνει αποφάσεις ως προς το ύψος των τιμών στις οποίες θα πωλήσει τα προϊόντα, στην πραγματικότητα, είναι σχεδόν αδύνατο οι αποφάσεις αυτές να επηρεασθούν από ένα και μόνο πελάτη. Από την άλλη πλευρά, αν υπάρχουν πολλά καταστήματα που ανταγωνίζονται μεταξύ τους για την απόσπαση του μεγαλύτερου μεριδίου της αγοράς, η θεωρία παιγνίων είναι κατάλληλη για τη μοντελοποίηση του σχετικού προβλήματος.

Ομοίως, ένα όχημα που διαθέτει σύστημα πλοήγησης μπορεί να παρέχει στον οδηγό πληροφορίες για τη συντομότερη διαδρομή κάνοντας χρήση ενός αλγόριθμου βελτιστοποίησης. Όταν, όμως, εκείνη τη χρονική στιγμή υπάρχουν στο δρόμο πολλοί οδηγοί που επιθυμούν και αυτοί να φθάσουν στον προορισμό τους το συντομότερο δυνατό χωρίς να εμπλακούν σε ατύχημα, τότε έχουμε ένα πρόβλημα θεωρίας παιγνίων.

Ένα απλό μοντέλο θεωρίας παιγνίων με δύο παίκτες παρουσιάζεται στον Πίνακα 1.1. Ο Παίκτης 1 επιλέγει μια γραμμή και ο Παίκτης 2 μια στήλη. Οι τιμές σε κάθε κελί δίνουν τα κέρδη του κάθε παίκτη. Ο πρώτος από τους δύο αριθμούς σε κάθε κελί αντιστοιχεί στο κέρδος του Παίκτη 1, ενώ ο δεύτερος σε αυτό του Παίκτη 2. Στο συγκεκριμένο παίγνιο η παράμετρος c λαμβάνει τιμές μεταξύ 0 και 1.

Ένας από τους στόχους της θεωρίας παιγνίων είναι η πρόβλεψη του τί θα συμβεί μετά την ολοκλήρωση του παιγνίου. Η πλέον γνωστή πρόβλεψη για το τί θα συμβεί ονομάζεται *Ίσορροπία Nash* (Nash Equilibrium-NE). Το NE είναι ένα προφίλ στρατηγικών από το οποίο κανένας παίκτης δεν έχει κίνητρο να αποκλίνει μονομερώς.

Τα παίγνιο του Πίνακα 1.1 έχει δύο NE, τα (T, W) και (W, T) . Ας θεωρηθεί το ζεύγος των στρατηγικών (T, W) , όπου ο Παίκτης 1 έχει επιλέξει τη στρατηγική T , ενώ ο 2 την

Πίνακας 1.1: Ένα απλό παίγνιο αποφάσεων.

		Παίκτης 1	
		T	W
Παίκτης 2	T	$(-c, -c)$	$(1 - c, 0)$
	W	$(1 - c, 0)$	$(0, 0)$

W , με κέρδη $1 - c$ και 0 , αντίστοιχα. Ο Παίκτης 1 δεν έχει κίνητρο να αποκλίνει από τη στρατηγική του διότι αν αποκλίνει το όφελος του θα μειωθεί σε 0 . Ο Παίκτης 2 δεν έχει με τη σειρά του κίνητρο να αποκλίνει από τη στρατηγική του διότι αυτό θα μείωνε το όφελος του από 0 σε $-c$. Από την άλλη πλευρά αν θεωρηθεί το ζεύγος των στρατηγικών (T, T) το οποίο δεν είναι ΝΕ. Σε αυτό το συνδυασμό, ο Παίκτης 1 θα μπορούσε να αυξήσει το όφελος του από $-c$ σε $1 - c$, με αλλαγή της στρατηγικής του μονομερώς από T σε W .

1.2 Ιστορική αναδρομή

Οι ρίζες της θεωρίας παιγνίων είναι παλαιές. Οι πρώτες αναφορές βρίσκονται στο αρχαίο ιερό κείμενο των Βαβυλωνίων, το Ταλμούδ [1], όπου γίνεται λεπτομερής περιγραφή του προβλήματος του προγαμιαίου συμβολαίου. Στο πρόβλημα αυτό, ένας άντρας έχει τρεις γυναίκες οι οποίες σε περίπτωση θανάτου του θα κληρονομήσουν 100, 200 και 300 χρυσά νομίσματα, αντίστοιχα. Στην περίπτωση που τα περιουσιακά στοιχεία του ανδρός είναι μόνο 100 νομίσματα, το Ταλμούδ προτείνει η διανομή της περιουσίας να γίνει ισόποσα. Όμως, εφόσον τα περιουσιακά στοιχεία αξίζουν 300 νομίσματα, η μοιρασιά γίνεται αναλογικά, δηλαδή, η πρώτη γυναίκα να πάρει 50, η δεύτερη 100 και η τρίτη 150. Τέλος, αν τα περιουσιακά στοιχεία έχουν αξία 200 η διανομή που προτείνει το Ταλμούδ είναι 50, 75 και 75 αντίστοιχα. Ο λόγος που προτάθηκε αυτός ο τρόπος διανομής αποτέλεσε μυστήριο για περισσότερο από δύο χιλιετίες. Τελικά, η απάντηση δόθηκε το 1985 όταν διαπιστώθηκε ότι αποτελούσαν τις λύσεις τριών διαφορετικών προβλημάτων συνεργατικής θεωρίας παιγνίων.

Στη σύγχρονή της μορφή, η αρχική διατύπωση της θεωρίας παιγνίων αποδίδεται στον John von Neumann (1928) ο οποίος ανακάλυψε και όρισε την σχέση της θεωρίας παιγνίων με το γραμμικό προγραμματισμό. Αργότερα, ο George B. Dantzig ανέπτυξε την θεωρία Simplex του γραμμικού προγραμματισμού και έτσι δόθηκε η δυνατότητα να επιλυθούν πολλά προβλήματα της θεωρίας παιγνίων. Στην συνέχεια, με την πολύτιμη προσφορά του Αμερικανού μαθηματικού John Nash η θεωρία παιγνίων αναπτύχθηκε σημαντικά. Για την προσφορά του αυτή ο Nash τιμήθηκε με το βραβείο Nobel οικονομίας. Σε μια ειδική κατηγορία της θεωρίας παιγνίων, τα παίγνια με συνεργασία, πολύτιμη

ήταν η προσφορά του Shapley. Τέλος, ο Lemke, με την ανάπτυξη του ομώνυμου αλγόριθμου, έκανε το πρώτο βήμα στην ανακάλυψη αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται για την επίλυση παιγνίων.

1.3 Διατύπωση προβλημάτων ασυρμάτων δικτύων με χρήση θεωρίας παιγνίων

Τα ασύρματα Ad hoc δίκτυα έχουν καταλάβει ένα σημαντικό τμήμα της σχετικής βιβλιογραφίας. Τα Ad hoc είναι αυτοοργανούμενα δίκτυα όπου δεν υπάρχει κεντρικός έλεγχος και η μετάδοση της πληροφορίας γίνεται με πολλαπλά βήματα. Συνεπώς, η λειτουργία ενός τέτοιου δικτύου οφείλει να είναι πλήρως κατανεμημένη. Επιπλέον, οι κόμβοι σε ένα Ad hoc δίκτυο υπόκεινται σε περιορισμούς που αφορούν τη διαθέσιμη ενέργειά τους. Κατά τη σχεδίαση ενός ασύρματου δικτύου, είτε αυτό είναι δίκτυο αισθητήρων είτε πλέγματος, πολλά από τα ανωτέρω θέματα, που άπτονται της αυτοοργάνωσης, της κατανεμημένης διαχείρισης και των περιορισμών ισχύος, πρέπει να λαμβάνονται σοβαρά υπόψη.

Η θεωρία παιγνίων διαπραγματεύεται την αλληλεπίδραση μεταξύ αυτόνομων και ανεξάρτητων οντοτήτων οπότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία μοντέλων σε σύγχρονα ασύρματα δίκτυα όπου κάθε κόμβος εκτελεί ένα κατανεμημένο αλγόριθμο ώστε να λάβει τις δικές του αποφάσεις. Αν και αυτές οι αποφάσεις πολλές φορές περιορίζονται από τους κανόνες που θέτουν τα σχετικά πρωτόκολλα, οι κόμβοι διαθέτουν τη δυνατότητα παρέμβασης και τροποποίησης ορισμένων παραμέτρων του δικτύου. Οι κόμβοι είναι συνήθως αυτόνομες οντότητες που λαμβάνουν αποφάσεις για τα επίπεδα ισχύος, την προώθηση πακέτων, την αποστολή μηνυμάτων ανατροφοδότησης, τη χρονική στιγμή εκπομπής μηνυμάτων κτλ.

Κατά τη λήψη μιας απόφασης το ερώτημα που τίθεται είναι τί αποσκοπεί να βελτιστοποιήσει ο κόμβος. Σε ορισμένες περιπτώσεις στόχος είναι το κοινό καλό. Σε άλλες περιπτώσεις οι κόμβοι λειτουργούν εγωιστικά αποσκοπώντας μόνο στο δικό τους όφελος. Τέλος, δεν είναι λίγες οι περιπτώσεις όπου ένας κόμβος συμπεριφέρεται κακόβουλα αποσκοπώντας στη δημιουργία προβλημάτων που διαταράσσουν την ομαλή λειτουργία του δικτύου. Στις δύο τελευταίες περιπτώσεις, όπου τα συμφέροντα των παικτών έρχονται σε σύγκρουση, γίνεται άμεσα αντιληπτός ο τρόπος εφαρμογής της θεωρίας παιγνίων. Στην πρώτη όμως περίπτωση, οι στόχοι των κόμβων μπορούν να ευθυγραμμιστούν ωθώντας τους παίκτες να αναζητούν τις στρατηγικές από τις οποίες θα επωφεληθούν όλοι. Η συνεργατική θεωρία παιγνίων έχει να προσφέρει σημαντικά πλεονεκτήματα διότι, ακόμη και όταν οι κόμβοι έχουν κοινούς στόχους, είναι δυνατό να υπάρχουν συγκρούσεις.

1.4 Αποτελεσματική χρήση της θεωρίας παιγνίων

Η εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στα ασύρματα δίκτυα πρέπει να γίνεται με ιδιαίτερη προσοχή προκειμένου να αποφευχθούν μια σειρά από προβλήματα που ενδεχομένως προκύψουν. Ένα από τα συστηματικά λάθη που διαπράττονται είναι η μοντελοποίηση απλών προβλημάτων βελτιστοποίησης με χρήση της θεωρίας παιγνίων. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, ένα πρόβλημα είναι παίγνιο όταν πολλές οντότητες εμπλέκονται στη λήψη μιας απόφασης. Συνεπώς, όταν σε ένα πρόβλημα δεν είναι σαφείς οι ρόλοι των παικτών ή δεν υπάρχουν πολλοί παίκτες πρέπει να εξετάζεται διεξοδικά η ενδεχόμενη εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων.

Ένα δεύτερο λάθος που απαντάται συχνά είναι η σύγχυση μεταξύ συνεργατικών και μη συνεργατικών παιγνίων. Στην παρούσα διατριβή η ανάλυση εστιάζεται στα μη συνεργατικά παίγνια. Η μη συνεργατική θεωρία παιγνίων υποθέτει ότι οντότητες με διακριτά ενδιαφέροντα αλληλεπιδρούν βάσει ενός προκαθορισμένου μηχανισμού. Περιλαμβάνει έννοιες όπως κανονικά και εκτεταμένα παίγνια, μη ακριβής πληροφόρηση, Ισορροπία Nash κτλ. Στη συνεργατική θεωρία παιγνίων απαντώνται έννοιες όπως η λύση συναλλαγής του Nash (Nash Bargaining solution) και η αποτίμηση Shapley. Αν και υπάρχει στενή σχέση μεταξύ των δύο θεωριών, η ανάμειξη τους μπορεί εύκολα να οδηγήσει σε μη κατανοητά αποτελέσματα.

Το συνηθέστερο λάθος όμως που συμβαίνει σε προβλήματα όπου υπάρχει η δυνατότητα να εφαρμοστεί η θεωρία παιγνίων είναι ο σαφής ορισμός του παιγνίου. Κατά τη διατύπωση ενός προβλήματος με χρήση της θεωρίας παιγνίων πρέπει εξαρχής και σαφώς να ορίζονται οι παίκτες, οι στρατηγικές που έχουν στη διάθεσή τους καθώς και ο στόχος του παιγνίου. Στη συνέχεια, πρέπει να απαντώνται ερωτήματα που σχετίζονται με την ύπαρξη ή όχι ισορροπίας Nash, τη μοναδικότητα αυτής, την ταχύτητα σύγκλισης καθώς και την ύπαρξη μηχανισμών αναθεώρησης των στρατηγικών των παικτών.

Κατά την εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων υπάρχουν δύο γενικές φιλοσοφίες, και είναι ιδιαίτερα σημαντικό να εξεταστεί κάθε φορά ποια από τις δύο θα χρησιμοποιηθεί. Κατά την πρώτη φιλοσοφία που ονομάζεται και άμεση εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων, οι προτιμήσεις των παικτών διατυπώνονται μέσω μιας συνάρτησης κέρδους. Ο παράγοντας που καθιστά δύσκολη την εφαρμογή αυτής της φιλοσοφίας είναι η δυσκολία με την οποία μπορούν να εξαχθούν οι προτιμήσεις των παικτών. Επιπλέον, η ύπαρξη μιας μοναδικής συνάρτησης κέρδους η οποία θα περιγράφει τις προτιμήσεις όλων των παικτών δεν είναι πιθανή διότι οι χρήστες έχουν διαφορετικές προτιμήσεις. Είναι ελάχιστα πιθανό ακόμη και μια παραμετροποιημένη συνάρτηση κέρδους να περιγράφει τις προτιμήσεις όλων των παικτών. Ακόμη και αν επινοηθεί μια τέτοια συνάρτηση χρειάζεται να αποδειχθεί ότι είναι έγκυρη για το σύνολο των παικτών του παιγνίου. Έτσι, αν υποτεθεί ότι η συνάρτηση κέρδους ενός παιγνίου περιγράφει τις πραγματικές προτιμήσεις όλων

των παικτών αυτό γίνεται συνήθως υπό συγκεκριμένες παραδοχές. Τυπικές υποθέσεις είναι ότι οι χρήστες επιθυμούν να επιτυγχάνουν τον υψηλότερο σηματοθορυβικό λόγο, να καταναλώνουν τη λιγότερη δυνατή ενέργεια, να λειτουργούν με το μεγαλύτερο ρυθμό μετάδοσης δεδομένων.

Η δεύτερη φιλοσοφία απορρέει από την εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων σε προβλήματα μηχανικού. Η φιλοσοφία αυτή υποθέτει ότι ο μηχανικός είναι σε θέση να προγραμματίσει τις συσκευές του συστήματος προκειμένου να συμπεριφέρονται με στόχο τη μεγιστοποίηση μιας συγκεκριμένης συνάρτησης κέρδους. Δεδομένου ότι ο σχεδιαστής ενός συστήματος είναι αυτός που επιλέγει τη συνάρτηση κέρδους, έχει ιδιαίτερη σημασία η σκοπιμότητα της επιλογής του καθώς και η αιτιολόγηση της εφαρμογής της θεωρίας παιγνίων για την επίλυση του προβλήματος.

1.5 Εισαγωγικά παραδείγματα

Σε αυτή την παράγραφο θα παρουσιαστούν ορισμένα βασικά παραδείγματα εφαρμογής της θεωρίας παιγνίων σε προβλήματα που σχετίζονται με ασύρματα δίκτυα επικοινωνιών όπως ο έλεγχος ισχύος, η δρομολόγηση και η διαχείριση εμπιστοσύνης μεταξύ των κόμβων.

1.5.1 Έλεγχος Ισχύος

Το πρόβλημα του ελέγχου ισχύος σε ένα κυψελωτό σύστημα πολλαπλής πρόσβασης με διαίρεση κώδικα (code division multiple access - CDMA) έχει μελετηθεί εκτεταμένα στη βιβλιογραφία ([2]-[8]). Αν και έχουν προταθεί μοντέλα πολλών κυψελών, για λόγους απλότητας το πρόβλημα θα παρουσιαστεί στο επίπεδο μιας μόνο κυψέλης.

Στο παίγνιο ελέγχου της ισχύος μετάδοσης οι παίκτες είναι εγκατεστημένοι στο εσωτερικό μιας κυψέλης. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα ο αριθμός τους θεωρείται σταθερός. Κάθε παίκτης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει ένα επίπεδο ισχύος προκειμένου να επιτύχει τις βέλτιστες συνθήκες λειτουργίας. Σε πολλές περιπτώσεις η ισχύς περιορίζεται σε ένα εύρος από 0 έως p_{max} , αν και σε ορισμένα παίγνια το επίπεδο ισχύος κυμαίνεται από 0 έως ∞ . Στο συγκεκριμένο παίγνιο το σημαντικότερο ερώτημα που πρέπει να απαντηθεί σχετίζεται με την επιλογή της κατάλληλης συνάρτησης κέρδους που θα χρησιμοποιηθεί. Η συνάρτηση αυτή πρέπει να έχει τις ακόλουθες ιδιότητες

- Το κέρδος των παικτών είναι συνάρτηση του επιπέδου ισχύος εκπομπής και του σηματοθορυβικού λόγου που με τη σειρά του είναι συνάρτηση του επιπέδου ισχύος εκπομπής των ιδίων καθώς και των υπολοίπων παικτών.

- Όταν ένας παίκτης αυξάνει το επίπεδο της ισχύος του, βελτιώνεται ο σηματοθορυβικός του λόγος, αλλά χειροτερεύει ο σηματοθορυβικός λόγος των υπολοίπων παικτών λόγω της παρεμβολής που προκαλεί.
- Υπό δεδομένο σηματοθορυβικό λόγο, οι παίκτες προτιμούν να εκπέμπουν σε χαμηλά επίπεδα ισχύος, διότι επιθυμούν να καταναλώνουν όσο το δυνατόν λιγότερη ενέργεια προκειμένου να μεγιστοποιηθεί ο χρόνος παραμονής τους στο δίκτυο.
- Από την άλλη πλευρά, δεδομένου ότι οι παίκτες επιθυμούν να έχουν όσο το δυνατόν καλύτερη ποιότητα υπηρεσιών, προτιμούν την λειτουργία υπό υψηλό σηματοθορυβικό λόγο σε σχέση με χαμηλό.

Επομένως, το ερώτημα που τίθεται είναι ποιό επίπεδο ισχύος να επιλέξουν. Η μελέτη του προβλήματος αυτού με βάση τη θεωρία παιγνίων έχει οδηγήσει σε πολλά συμπεράσματα. Αν το πρόβλημα αντιμετωπιστεί ως ένα απλό παίγνιο, το δίκτυο θα λειτουργεί με μη αποδοτικό τρόπο. Αναφέρθηκε ότι κάθε παίκτης πρέπει να αυξάνει το επίπεδο ισχύος του προκειμένου να αυξήσει το σηματοθορυβικό του λόγο. Η αύξηση αυτή της ισχύος μειώνει με τη σειρά της το σηματοθορυβικό λόγο των υπολοίπων παικτών οι οποίοι αναγκάζονται να αυξήσουν την ισχύ εκπομπής τους προκειμένου να αντισταθμίσουν τη μείωση αυτή, με τελικό αποτέλεσμα όλοι οι χρήστες να εκπέμπουν υπό τη μέγιστη δυνατή ισχύ. Μόλις γίνουν αντιληπτές οι συνέπειες αυτής της στρατηγικής για το χρόνο παραμονής τους στο δίκτυο, οι παίκτες αρχίζουν να μειώνουν τα επίπεδα ισχύος εκπομπής προς όφελος όλων των παικτών. Τελικά, στην κατάσταση ισορροπίας θα καταλήξουν σε ένα επίπεδο ισχύος που εξασφαλίζει σε όλους τον υψηλότερο δυνατό σηματοθορυβικό λόγο, ενώ ταυτόχρονα μεγιστοποιεί και τη διάρκεια ζωής του τροφοδοτικού τους. Συνεπώς, εξάγεται το συμπέρασμα ότι οι χρήστες που συμπεριφέρονται εγωιστικά δεν είναι αποδοτικοί στο παιχνίδι ελέγχου ισχύος.

Το γενικό ερώτημα που τίθεται είναι πώς η θεωρία παιγνίων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αποδοτικότερη αξιοποίηση των πόρων ενός ασυρμάτου δικτύου. Η απάντηση βρίσκεται στην κατάλληλη επιλογή των συναρτήσεων κέρδους. Για παράδειγμα, μπορούν να εισαχθούν αντικίνητρα που θα εμποδίζουν την αλόγιστη αύξηση της ισχύος εκπομπής των παικτών. Ένα τέτοιο αντικίνητρο αποτελεί η χρέωση των παικτών ανάλογα με την ισχύ εκπομπής τους. Εναλλακτικά, το πρόβλημα ελέγχου θα μπορούσε να διατυπωθεί ως ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο στο οποίο οι χρήστες υπόκεινται σε ποινές όταν πραγματοποιούν εκπομπές υπό αυξημένα επίπεδα ισχύος.

1.5.2 Δρομολόγηση

Ένα άλλο πρόβλημα που μπορεί να διατυπωθεί μέσω της θεωρίας παιγνίων είναι αυτό της δρομολόγησης σε ένα δίκτυο. Μερικά παραδείγματα εργασιών στην περιοχή αυτή

μπορούν να βρεθούν στα [9]-[12]. Σε αυτό το πρόβλημα, οι παίκτες είναι οι κόμβοι-πηγές που θέλουν να μεταδώσουν δεδομένα μέσω του διαδικτύου. Πλέον πρόσφορη, όμως, θα ήταν η διατύπωση του προβλήματος θεωρώντας τους παίκτες ως ένα ζεύγος πηγής - προορισμού. Στην πραγματικότητα, η λήψη της απόφασης γίνεται από την πηγή. Όμως, υιοθετώντας τη θεώρηση του ζεύγους πηγής - προορισμού επιτρέπεται η ύπαρξη πολλαπλών ροών δεδομένων μέσω μιας και μόνο πηγής. Οι διαθέσιμες στρατηγικές του κάθε παίκτη είναι το σύνολο των διαδρομών που συνδέουν την πηγή και τον προορισμό. Σε διάφορες εκδοχές του προβλήματος δρομολόγησης, οι παίκτες επιλέγουν πολλαπλές διαδρομές και αποφασίζουν την ποσότητα των δεδομένων που θα δρομολογήσουν μέσω καθεμιάς εξ αυτών. Αν και οι επιλογές σε αυτό το παίγνιο μπορούν να λάβουν πολλές μορφές, συνήθως καθορίζονται από την από άκρο σε άκρο καθυστέρηση που εισάγεται όταν ένα πακέτο διασχίζει μια συγκεκριμένη διαδρομή. Είναι προφανές ότι προτιμώνται οι διαδρομές που εισάγουν τη μικρότερη καθυστέρηση.

Αν ένα δίκτυο περιέχει ένα μόνο ζεύγος πηγής - προορισμού ή όταν οι διαθέσιμες διαδρομές είναι ασυσχέτιστες, το πρόβλημα δρομολόγησης είναι ένα απλό πρόβλημα βελτιστοποίησης. Σε ένα ρεαλιστικό σενάριο, πολλές από τις ζεύξεις θα πραγματοποιούνται μέσω διαφορετικών διαδρομών. Είναι αυτονόητο ότι όσες περισσότερες ροές χρησιμοποιούν μια συγκεκριμένη ζεύξη τόσο μεγαλύτερη καθυστέρηση θα εισάγεται επί αυτής της ζεύξης. Οι διάφοροι κόμβοι προτιμούν να επιλέγουν διαδρομές που εισάγουν μικρές καθυστερήσεις. Αν όμως το κάνουν όλοι μαζί, σε συγκεκριμένες διαδρομές προκαλείται συμφόρηση και η καθυστέρηση αυξάνεται. Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο το πρόβλημα της δρομολόγησης μπορεί να προσεγγιστεί με θεωρία παιγνίων.

Ένα από τα πλέον ενδιαφέροντα αποτελέσματα στο πρόβλημα της δρομολόγησης είναι το παράδοξο του Braess. Αρχικά, γίνεται η υπόθεση ότι ένα δίκτυο έχει φθάσει σε ισορροπία. Η άποψη ότι αν προστεθούν περισσότερες ζεύξεις στο δίκτυο η επίδοσή του θα βελτιωθεί, τουλάχιστον κατά μέσο όρο, αποδεικνύεται ότι δεν είναι ορθή αφού υπάρχει ένα μεγάλο πλήθος παραδειγμάτων όπου η προσθήκη ζεύξεων υποβαθμίζει την επίδοση του δικτύου για όλους τους χρήστες. Το φαινόμενο κατά το οποίο η προσθήκη περισσότερων πόρων οδηγεί σε χειρότερη επίδοση ονομάζεται παράδοξο του Braess [13], [14].

1.5.3 Διαχείριση εμπιστοσύνης

Σε δίκτυα στα οποία μεμονωμένοι κόμβοι πρέπει να εκτελούν υπηρεσίες για λογαριασμό άλλων, το θέμα της εμπιστοσύνης και της φήμης είναι σημαντικό. Τα θέματα αυτά εγείρονται σε peer-to-peer (P2P) δίκτυα, δίκτυα πλέγματος καθώς και ασύρματα Ad hoc δίκτυα. Η παρούσα ανάλυση επικεντρώνεται μόνο σε Ad hoc δίκτυα όπου κάθε κόμβος στο δίκτυο έχει το διπλό ρόλο τόσο της πηγής - προορισμού όσο και του δρο-

μολογητή για την προώθηση πακέτων στους γείτονές του. Το πρώτο ερώτημα επομένως που εγείρεται είναι ποιά κίνητρα έχει ένας κόμβος να συνεργαστεί με τους υπόλοιπους κόμβους σε ένα τέτοιο περιβάλλον.

Μια πιθανή προσέγγιση του προβλήματος είναι να εισαχθεί σε κάθε κόμβο μια παράμετρος που θα συσχετίζεται με τη φήμη του κάθε κόμβου. Όταν η φήμη ενός κόμβου μειώνεται, οι γείτονες του μπορούν να αρνηθούν την εκτέλεση κάποιων υπηρεσιών του, οδηγώντας τον έτσι σε βαθμιαία απομόνωση του και τελικά στην απομάκρυνσή του από το δίκτυο. Σχετικά παραδείγματα μπορούν να βρεθούν στις παραπομπές [15]-[20].

Το πρόβλημα αυτό διαθέτει πολλά χαρακτηριστικά γνωρίσματα που απαντώνται σε πολλά προβλήματα θεωρίας παιγνίων. Για παράδειγμα, οι κόμβοι αποφασίζουν ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο την έκταση της μεταξύ τους συνεργασίας προκειμένου να εξισορροπήσουν μεταξύ τους τη φήμη και τους πόρους που θα διαθέσουν στο δίκτυο. Μικρός βαθμός συνεργασίας μπορεί να οδηγήσει στην αποβολή του κόμβου από το δίκτυο ενώ αυξημένη συνεργασία μπορεί να οδηγήσει σε γρήγορη εξάντληση των ενεργειακών του πόρων. Από τα προηγούμενα γίνεται σαφές γιατί η θεωρία παιγνίων είναι κατάλληλη για τη μοντελοποίηση ενός τέτοιου προβλήματος.

Η θεωρία παιγνίων έχει εφαρμοστεί στο πρόβλημα της συνεργασίας των κόμβων με διατύπωση υπό τη μορφή επαναλαμβανόμενου παιγνίου [21]. Επιπλέον, η αποτελεσματικότητα των μηχανισμών φήμης και εμπιστοσύνης για τη διασφάλιση της συνεργασίας μεταξύ των κόμβων έχει μελετηθεί στις εργασίες [22] και [23].

1.6 Ορολογία

Στην παρούσα διατριβή η αναφορά σε σύνολα γίνεται με κεφαλαία γράμματα σε έντονη γραφή. Για παράδειγμα, το σύνολο των δράσεων ενός παίκτη i συμβολίζεται με \mathbf{A}_i . Ένα στοιχείο του συνόλου συμβολίζεται με το ίδιο γράμμα που συμβολίζεται και το σύνολο αλλά πεζό, π.χ. $a_i \in \mathbf{A}_i$. Τα καρτεσιανά γινόμενα των συνόλων παριστάνονται με το ίδιο κεφαλαίο γράμμα που παριστάνονται και τα σύνολα χωρίς όμως το δείκτη, π.χ. $\mathbf{A} = (\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_N) = \times_{i \in N} \mathbf{A}_i$. Τα μικρά γράμματα σε έντονη γραφή παριστάνουν διανύσματα. Έτσι, ένα στοιχείο του \mathbf{A} είναι το διάνυσμα $\mathbf{a} \in \mathbf{A}$.

Τα κεφαλαία γράμματα παριστάνουν και πίνακες. Κάθε φορά, θα γίνεται σαφές από το κείμενο πότε ένα σύμβολο παριστάνει πίνακες και πότε σύνολα. Το σύμβολο $-i$ χρησιμοποιείται για την αναφορά όλων των παικτών εκτός από τον i . Επιπλέον, αν $\mathbf{a} \in \mathbf{A}$, ο συμβολισμός $\mathbf{a}_{-i} \in \mathbf{A}_{-i}$ παριστάνει το ίδιο διάνυσμα με το \mathbf{a} έχοντας όμως διαγράψει το i οστο στοιχείο του. Ως εκ τούτου, αν $b_i \in \mathbf{A}_i$, μπορεί να γραφεί $(\mathbf{a}_{-i}, b_i) \in \mathbf{A}$ για να περιγραφεί ένα διάνυσμα που διαφέρει από το \mathbf{a} μόνο στο ότι το i οστο του στοιχείο έχει αντικατασταθεί από το b_i .

Τέλος, υπενθυμίζεται ότι ο μαθηματικός συμβολισμός $x \Rightarrow y$ υποδηλώνει ότι αν ισχύει

η πρόταση x , ισχύει και η πρόταση y . Ο συμβολισμός $x \Leftrightarrow y$ υποδηλώνει ότι η πρόταση x ισχύει μόνο εφόσον ισχύει η y .

Βιβλιογραφία

- [1] P. Walker, “A Chronology of game theory”, available at: [http:// www-econ.canterbury.ac.nz/personal_pages/paul_walker/gt_hist.htm](http://www.econ.canterbury.ac.nz/personal_pages/paul_walker/gt_hist.htm), Oct. 2005.
- [2] T.Kastrinogiannis, S. Papavassiliou, “Game theoretic distributed uplink power control for CDMA networks with real-time services Source”, *Computer Communications*, Vol.32, No.2, pp. 376-385, Feb.2009
- [3] H. Ji and C. -Y. Huang, “Non-cooperative uplink power control in cellular radio systems,” *Wireless Networks*, vol. 4, no. 3, pp. 233-240, 1998. doi:10.1023/A:1019108223561
- [4] D. Goodman and N. Mandayam, “Power control for wireless data,” *IEEE Pers. Communications Magazine*, vol. 7, no. 2, pp. 48-54, April 2000.doi:10.1109/98.839331
- [5] C. U. Saraydar, N. B. Mandayam, and D. J. Goodman, “Efficient power control via pricing in wireless data networks,” *IEEE Trans. Communications*, vol. 50, no. 2, pp. 291-303, February 2002.doi:10.1109/26.983324
- [6] T. Heikkinen, “Distributed scheduling via pricing in a communication network,” in *Proceedings of Networking. Springer-Verlag*, May 2002.
- [7] T. Alpcan, T. Basar, R. Srikant, and E. Altman, “CDMA uplink power control as a noncooperative game,” in *Proc. IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando, FL, 2001, pp. 197-202.
- [8] M.Xiao,N. Schroff, and E. Chong, “Utility based power control in cellular radio systems,” in *Proc. of IEEE INFOCOM*, Anchorage, Alaska, 2001.
- [9] A. Economides and J. Silvester, “Multi-objective routing in integrated services networks: A game theory approach,” in *proc. of IEEE INFOCOM Networking in the 90s/Proceedings of the 10th Annual Joint Conference of the IEEE and Communications Societies*, vol. 3, 1991, pp. 1220-1227.

- [10] Y. Korilis, A. Lazar, and A. Orda, "Achieving network optima using Stackelberg routing strategies," *IEEE/ACM Trans. Networking*, vol. 5, no. 1, pp. 161-173, February 1997. doi:10.1109/90.554730
- [11] R. J. La and V. Anantharam, "Optimal routing control: Game theoretic approach," in *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 3, 1997, pp. 2910-2915. doi:full text
- [12] T. Roughgarden and E. Tardos, "How bad is selfish routing?" *Journal of the ACM*, vol. 49, no. 2, pp. 236-259, March 2002. doi:10.1145/506147.506153
- [13] D. Braess, "Über ein paradoxen der verkehrsplanung," *Unternehmensforschung*, vol. 12, pp. 258-268, 1968.
- [14] J. D. Murchland, "Braess's paradox of traffic flow," *Transport. Res.*, vol. 4, pp. 391-394, 1970. doi:10.1016/0041-1647(70)90196-6
- [15] P. Michiardi and R. Molva, "Core: A collaborative reputation mechanism to enforce node cooperation in mobile ad hoc networks," in *Proc. of the 6th Joint Working Conference on Communications and Multimedia Security*, September 2002, pp. 107-121.
- [16] S. Buchegger and J. Y. LeBoudec, "Performance analysis of the CONFIDANT protocol: Cooperation of nodes fairness in dynamic ad hoc networks," in *Proceedings of the ACM MobiHoc*, June 2002.
- [17] P. Dewan and P. Dasgupta, "Trusting routers and relays in ad hoc networks," in *Proceedings of the International Conference on Parallel Processing Workshops*, October 2003, pp. 351-359.
- [18] P. Dewan, P. Dasgupta, and A. Bhattacharya, "On using reputations in ad hoc networks to counter malicious nodes," in *Proceedings of the 10th International Conference on Parallel and Distributed Systems*, July 2004, pp. 665-672.
- [19] J. Liu and V. Issarny, "Enhanced reputation mechanism for mobile ad hoc networks," in *Proceedings of the 2nd International Conference on Trust Management*, April 2004.
- [20] M. T. Refaei, V. Srivastava, L. A. DaSilva, and M. Eltoweissy, "A reputation-based mechanism for isolating selfish nodes in ad hoc networks," in *Proceedings of the 2nd Annual International Conference on Mobile and Ubiquitous Systems (MobiQuitous): Networking and Services*, San Diego, CA, July 2005.
- [21] L. A. DaSilva and V. Srivastava, "Node participation in ad-hoc and peer-to-peer networks: A game-theoretic formulation," in *Workshop on Games and Emergent Behavior in Distributed Computing Environments*, Birmingham, U K, September 2004.

- [22] P. Michiardi and R. Molva, "Game theoretic analysis of security in mobile ad hoc networks," *Institut Eurecom, Technical Report RR-02-070*, April 2002.
- [23] P. Michiardi and R. Molva, "Analysis of coalition formation and cooperation strategies in mobile ad hoc networks," *Ad Hoc Networks*, vol. 3, no. 2, pp. 193-219, March 2005.[doi:10.1016/j.adhoc.2004.07.006](https://doi.org/10.1016/j.adhoc.2004.07.006)

Κεφάλαιο 2

Θεωρία Λήψης Αποφάσεων

Πριν διερευνηθούν περαιτέρω τα θέματα που σχετίζονται με τη θεωρία παιγνίων είναι σημαντικό να γίνει σύντομη αναφορά στη θεωρία λήψης αποφάσεων, αφού, άλλωστε, η θεωρία παιγνίων εξετάζει αποφάσεις που λαμβάνονται από πολλούς παίκτες.

Αρχικά, γίνεται μια σύντομη εισαγωγή στην κλασική θεωρία λήψης αποφάσεων, όπως αυτή ξεκίνησε από τις εργασίες των Von Neumann και Morgenstern. Ιδιαίτερη έμφαση αποδίδεται στις προτιμήσεις των παικτών που μετέχουν σε ασύρματα δίκτυα επικοινωνιών. Οι προτιμήσεις μπορεί να εκτείνονται από το φυσικό στρώμα (αποφάσεις που σχετίζονται με το επίπεδο ισχύος, το σχήμα διαμόρφωσης και κωδικοποίησης) έως το επίπεδο δικτύου και το στρώμα εφαρμογής (αποφάσεις που σχετίζονται με τη μεγιστοποίηση της διάρκειας ζωής του συστήματος και τη βελτίωση της ποιότητας υπηρεσιών).

2.1 Σχέσεις προτίμησης

Έστω X ένα σύνολο από στοιχεία και \geq μια δυαδική σχέση στο X που ονομάζεται σχέση προτίμησης (preference relationship). Ο συμβολισμός $x \geq y$ δηλώνει την ύπαρξη ασθενούς προτίμησης του x έναντι του y , όπου $x, y \in X$.

Μια δυαδική σχέση \geq στο X θεωρείται ότι είναι πλήρης (complete) όταν για όλα τα $x, y \in X$ ισχύει $x \geq y$ ή $y \geq x$. Μια δυαδική σχέση είναι μεταβατική (transitive) όταν για $x \geq y$ και $y \geq z$ ισχύει $x \geq z$.

Ορισμός 1 Η δυαδική σχέση \geq είναι ασθενής σχέση προτίμησης όταν είναι πλήρης και μεταβατική.

Αν και η πληρότητα και η μεταβατικότητα είναι δύο λογικές ιδιότητες τις οποίες διαθέτει μια σχέση προτίμησης και από τη σκοπιά του υπολογιστή ή μιας προγραμματιζόμενης οντότητας είναι πιθανότατα και εύλογες, δεν είναι σαφές κατά πόσο οι

ανθρώπινες προτιμήσεις ικανοποιούν αυτές τις ιδιότητες. Η πληρότητα απαιτεί να υπάρχει πάντα έκφραση της προτίμησης μεταξύ δύο αντικειμένων που βρίσκονται στο ίδιο σύνολο ακόμη και όταν αυτά έχουν τελείως διαφορετικές ιδιότητες. Για παράδειγμα, ας υποτεθεί μια ζεύξη x στην οποία τα δεδομένα μεταδίδονται με ρυθμό 100kbps και καθυστέρηση 10ms και μια δεύτερη ζεύξη y με ρυθμό μετάδοσης 100Mbps και καθυστέρηση στη μεταφορά δεδομένων ίση με 1s. Σύμφωνα με τον ορισμό της πληρότητας ισχύει $x \geq y$ ή $y \geq x$. Τα προηγούμενα έχουν νόημα εφόσον αναφέρονται στις απαιτήσεις συγκεκριμένων υπηρεσιών που πρέπει να παρασχεθούν. Για παράδειγμα στις υπηρεσίες φωνής πραγματικού χρόνου ισχύει $x \geq y$ ενώ στις υπηρεσίες βίντεο $y \geq x$. Είναι σαφές λοιπόν, ότι οι σχέσεις προτίμησης εξαρτώνται από το περιεχόμενο. Έτσι δεν είναι εφικτή η δημιουργία μιας σχέσης προτίμησης που μπορεί να περιγράψει κάθε υπηρεσία.

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθούν δύο ακόμη ορισμοί. Μέσω της ασθενούς σχέσης προτίμησης \geq , μπορεί να οριστεί η ισχυρή σχέση προτίμησης και η σχέση αδιαφορίας. Υπάρχει ισχυρή σχέση προτίμησης μεταξύ των x, y που συμβολίζεται με $x > y$, όταν $x \geq y$ και $x \neq y$, ενώ υπάρχει σχέση αδιαφορίας μεταξύ των x, y η όπου συμβολίζεται με $x \sim y$ όταν $x \geq y$ και $y \geq x$.

Η έννοια της μεταβατικότητας γίνεται αντιληπτή μέσω του ακόλουθου παραδείγματος. Έστω ότι κάποιος προτιμά να μεταδώσει δεδομένα με καθυστέρηση 1,0000000s. Η σύνδεση που ικανοποιεί αυτή την απαίτηση συμβολίζεται με x και προτιμάται αυστηρά από οποιαδήποτε άλλη σύνδεση y στην οποία τα δεδομένα μεταδίδονται με καθυστέρηση 10,0000000s. Η σχέση αυτή προτίμησης συμβολίζεται ως $x \geq y$. Είναι ακόμη λογικό να υποτεθεί ότι σε ένα σύστημα δεν υπάρχει διαφορά στην ποιότητα υπηρεσίας μεταξύ της σύνδεσης x και μιας σύνδεσης z_1 της οποίας τα δεδομένα μεταδίδονται με καθυστέρηση 1.0000001s. Υπάρχει δηλαδή μια σχέση αδιαφορίας μεταξύ των συνδέσεων x και z_1 η οποία συμβολίζεται με $x \sim z_1$. Συνεχίζοντας το συλλογισμό αυτό δεν μπορεί να γίνει εύκολα διάκριση ως προς τη διαφορά στην ποιότητα υπηρεσίας που προσφέρουν οι συνδέσεις z_1 και z_2 με καθυστερήσεις 1,0000001s και 1,0000002s, αντίστοιχα, δηλαδή $z_1 \sim z_2$. Αν με (z_n) συμβολιστεί μια σύνδεση με καθυστέρηση $1 + n \cdot 0,0000001s$, τότε ισχύει $z_1 \sim z_2, z_2 \sim z_3, \dots, z_n \sim z_{n+1}$. Σύμφωνα με την ιδιότητα της μεταβατικότητας του \geq το \sim θα είναι επίσης μεταβατικό. Τότε, $y \sim z_1 \sim \dots \sim x$ και κατ' επέκταση $y \sim x$ το οποίο είναι άτοπο διότι $x > y$.

Από τα προηγούμενα είναι φανερό ότι η επιλογή σχέσεων προτίμησης πρέπει να γίνεται με ιδιαίτερη προσοχή. Γενικά, στο στρώμα εφαρμογής οι χρήστες προτιμούν το υψηλής ποιότητας βίντεο και γρήγορη ταχύτητα πλοήγησης στο διαδίκτυο. Στο στρώμα δικτύου, επιθυμούν συνδεσιμότητα προκειμένου να δρομολογείται πάντα η πληροφορία. Τέλος, στο φυσικό στρώμα επιθυμούν υψηλούς σηματοθορυβικούς λόγους και χαμηλό ρυθμό απώλειας ψηφίων.

2.2 Προσδιορισμός συναρτήσεων ωφέλειας

Από την ιδιότητα της πληρότητας είναι γνωστό ότι για κάθε $x, y \in X$ πρέπει ή $x \geq y$ ή $y \geq x$. Σε κάθε πρόβλημα βασικό ζητούμενο είναι η μαθηματική αναπαράσταση της σχέσης \geq . Αν αυτό επιτευχθεί θα απλοποιηθεί σημαντικά η διαδικασία προσδιορισμού της σχέσης προτίμησης.

Ορισμός 2 Μια σχέση προτίμησης \geq περιγράφεται μέσω μιας συνάρτησης ωφέλειας $u : X \rightarrow \mathbb{R}$, όταν

$$x \geq y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y) \quad (2.1)$$

Στη συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζονται οι αναγκαίες συνθήκες για τον προσδιορισμό μιας συνάρτησης ωφέλειας.

2.2.1 Πεπερασμένο σύνολο

Στη συνέχεια γίνεται μια σύντομη αναφορά στις περιπτώσεις που το σύνολο X είναι πεπερασμένο.

Θεώρημα 1 Η δυαδική σχέση \geq στο πεπερασμένο σύνολο X είναι σχέση προτίμησης εφόσον υπάρχει μια συνάρτηση ωφέλειας u που περιγράφει το \geq .

Απόδειξη. Αρχικά, γίνεται η υπόθεση ότι η συνάρτηση ωφέλειας υπάρχει. Θα αποδειχθεί ότι η δυαδική σχέση είναι σχέση προτίμησης. Έστω X ένα πεπερασμένο σύνολο και \geq μια δυαδική σχέση που περιγράφεται από τη συνάρτηση u .

Για κάθε $x, y \in X$, υπάρχουν δύο πραγματικοί αριθμοί $u(x)$ και $u(y)$. Επειδή οι πραγματικοί αριθμοί σχηματίζουν ένα πλήρως διατεταγμένο σύνολο ισχύει ή $u(x) > u(y)$ ή $u(x) < u(y)$. Συνεπώς, δεδομένου ότι η συνάρτηση u αναπαριστά τη δυαδική σχέση \geq , πρέπει να ισχύει ή $y \geq x$ ή $x \geq y$. Συνεπώς, η σχέση \geq είναι πλήρης.

Αν $x \geq y$ και $y \geq z$, τότε ισχύει ότι $u(x) \geq u(y) \geq u(z)$. Συνεπώς, $u(x) \geq u(z)$ προκειμένου $x \geq z$. Ως εκ τούτου $x \geq z$, άρα η δυαδική σχέση \geq είναι μεταβατική. Επειδή η \geq είναι πλήρης και μεταβατική είναι σχέση προτίμησης.

Στη συνέχεια αποδεικνύεται ότι, αν υπάρχει μια σχέση προτίμησης \geq σε ένα πεπερασμένο σύνολο X , μπορεί να οριστεί μια συνάρτηση ωφέλειας u που περιγράφει τη σχέση \geq .

Έστω \geq μια σχέση προτίμησης στο πεπερασμένο σύνολο $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$. Για κάθε $x \in X$, ορίζεται το λιγότερο προτιμώμενο σύνολο $L(x) = \{y \in X : x \geq y\}$ και, στη συνέχεια, γίνεται η αντιστοίχιση

$$u(x) = |L(x)| \quad (2.2)$$

όπου $u(x)$ είναι το πλήθος των στοιχείων στο σύνολο $L(x)$. Σύμφωνα με την ιδιότητα της μεταβατικότητας αν $x \geq y$ και $z \in L(y)$, $z \in L(x)$. Συνεπώς, $L(y) \subseteq L(x)$ και $u(x) \geq u(y)$. Τελικά αποδείχθηκε ότι από τη σχέση $x \geq y$ προκύπτει $u(x) \geq u(y)$.

2.2.2 Αριθμήσιμα σύνολα

Όμοια συμπεράσματα προκύπτουν αν το σύνολο X δεν είναι άπειρο αλλά αριθμήσιμο. Ένα σύνολο θεωρείται ότι είναι απείρως αριθμήσιμο αν υπάρχει ένα προς ένα αντιστοίχιση μεταξύ των στοιχείων του συνόλου και των φυσικών αριθμών. Παράδειγμα απείρως αριθμήσιμου συνόλου είναι το σύνολο των ρητών αριθμών \mathbf{Q} . Υπενθυμίζεται ότι, τα στοιχεία του \mathbf{Q} είναι κλάσματα της μορφής a/b όπου, a, b ακέραιοι αριθμοί με $b > 0$. Το σύνολο των ρητών απεικονίζεται στο υποσύνολο των φυσικών αριθμών με τη χρήση διατεταγμένων τριάδων της μορφής (a, b, c) τέτοιες ώστε $a \geq 0$, $b > 0$ και $c = 1$ αν $a/b \geq 0$ διαφορετικά $c = 0$. Ένα σύνολο θεωρείται ότι είναι μη αριθμήσιμο όταν περιέχει τόσα πολλά στοιχεία ώστε είναι αδύνατο να αριθμηθούν. Το πιο γνωστό μη αριθμήσιμο σύνολο είναι αυτό των πραγματικών αριθμών.

Θεώρημα 2 *Η δυαδική σχέση \geq στο αριθμήσιμο σύνολο X είναι μια σχέση προτίμησης εφόσον υπάρχει μια συνάρτηση ωφέλειας u που περιγράφει τη \geq .*

Απόδειξη. Έστω το πεπερασμένο σύνολο $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$. Ορίζεται η συνάρτηση v που απεικονίζει το σύνολο X στο σύνολο των πραγματικών αριθμών, δηλαδή $v : X \rightarrow \mathcal{R}$ με $v(x_n) = 2^{-n}$. Για κάθε $x \in X$, ορίζεται το λιγότερο προτιμώμενο σύνολο $L(x) = \{y \in X : x \geq y\}$. Έστω η συνάρτηση u που περιγράφεται από τη σχέση

$$u(x) = \sum_{y \in L(x)} v(y). \quad (2.3)$$

Στη συνέχεια αποδεικνύεται ότι η u περιγράφει τη \geq . Αν $x \geq y$, τότε σύμφωνα με την ιδιότητα της μεταβατικότητας $L(y) \subseteq L(x)$ και $u(x) \geq u(y)$. Αν $x \not\geq y$, τότε λόγω πληρότητας $y \geq x$ και $L(x) \subseteq L(y)$. Ως εκ τούτου $u(y) > u(x)$ ή $u(x) \not\geq u(y)$. Τελικά αποδείχθηκε ότι $x \geq y$ εφόσον $u(x) \geq u(y)$. Συνεπώς, η u περιγράφει τη \geq .

2.2.3 Μη αριθμήσιμα σύνολα

Η συγκεκριμένη παράγραφος ασχολείται με τις περιπτώσεις των προβλημάτων που ορίζονται σε μη αριθμήσιμα σύνολα. Ένα σχετικό ερώτημα που τίθεται είναι πόσο συχνά συναντάται ένα παρόμοιο πρόβλημα. Από τη μια πλευρά, πολλές παράμετροι που επηρεάζουν τις ασύρματες επικοινωνίες είναι στην πραγματικότητα συνεχείς. Για παράδειγμα η ρυθμοαπόδοση, η καθυστέρηση και ο ρυθμός απώλειας πακέτων είναι μεγέθη που λαμβάνουν θετικές πραγματικές τιμές. Η περιγραφή συναρτήσεων ωφέλειας σε μη

αριθμήσιμα σύνολα έχει ιδιαίτερη σημασία. Από την άλλη πλευρά, οι παράμετροι που επηρεάζουν την απόδοση τηλεπικοινωνιακών συστημάτων είτε λαμβάνουν συγκεκριμένες τιμές (για παράδειγμα ο ρυθμός κώδικα μπορεί να λάβει τιμές $1/2$, $1/3$, $4/5$ κτλ) είτε μπορούν να μετρηθούν με ένα συγκεκριμένο επίπεδο ακρίβειας όπως για παράδειγμα το ποσοστό λανθασμένων ψηφίων.

Στην περίπτωση όπου το σύνολο δεν είναι αριθμήσιμο δεν είναι δυνατό να επινοηθεί κάποια συνάρτηση ωφέλειας αφού απαιτείται πρώτα να καταγραφούν σε ένα κατάλογο όλα τα στοιχεία του συνόλου, διαδικασία μη εφικτή όταν το σύνολο είναι μη αριθμήσιμο. Για παράδειγμα, στο μη αριθμήσιμο σύνολο $\mathbf{X} = [0, 1] \times [0, 1]$ μπορεί να οριστεί η σχέση προτίμησης

$$(x_1, x_2) \geq (y_1, y_2) \text{ αν } (x_1 > y_1) \text{ ή } (x_1 = y_1 \text{ και } x_2 \geq y_2) \quad (2.4)$$

Είναι φανερό ότι αν και η ανωτέρω δυαδική σχέση είναι σχέση προτίμησης δεν μπορεί να περιγραφεί με συνάρτηση ωφέλειας.

Το ερώτημα επομένως που τίθεται είναι πότε μπορεί να επινοηθεί μια συνάρτηση ωφέλειας που περιγράφει μια σχέση προτίμησης σε ένα μη αριθμήσιμο σύνολο \mathbf{X} . Η απάντηση βρίσκεται στη θεωρία της πραγματικής ανάλυσης.

Ορισμός 3 Δεδομένης της δυαδικής σχέσης $>$ στο \mathbf{X} , ένα υποσύνολο $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{X}$ είναι πυκνό στο \mathbf{X} και ικανοποιεί την \geq αν για όλα τα $x > y$ υπάρχει $a \in \mathbf{A}$ τέτοιο ώστε $x \geq a \geq y$.

Το γνωστότερο παράδειγμα της έννοιας του πυκνού υποσυνόλου είναι οι πραγματικοί αριθμοί. Οι λογικοί αριθμοί είναι πυκνό υποσύνολο των πραγματικών και ικανοποιούν την \geq . Αυτό σημαίνει ότι, για δύο πραγματικούς αριθμούς x, y για τους οποίους ισχύει $x > y$, μπορεί να προσδιοριστεί ένας λογικός αριθμός q ο οποίος βρίσκεται μεταξύ των δύο πραγματικών, δηλαδή, $x > q > y$.

Ορισμός 4 Δεδομένης της δυαδικής σχέσης \geq στο σύνολο \mathbf{X} , η σχέση \geq περιγράφεται με συνάρτηση ωφέλειας αν και μόνο αν \geq είναι σχέση προτίμησης και υπάρχει ένα αριθμήσιμο σύνολο \mathbf{A} που ικανοποιεί την \geq και είναι πυκνό υποσύνολο του \mathbf{X} .

Αξίζει να αναφερθεί ότι για τη δημιουργία της συνάρτησης ωφέλειας μπορεί να χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση \mathbf{L} , όπως και στην προηγούμενη απόδειξη, με τη διαφορά ότι ορίζεται ένα λιγότερο επιθυμητό σύνολο που περιέχει στοιχεία του \mathbf{A} . Συνεπώς, αρχικά ορίζεται το $\mathbf{L}_\mathbf{A}(x) = \{y \in \mathbf{A} : x \geq y\}$ και, στη συνέχεια, ορίζεται η συνάρτηση ωφέλειας αντικαθιστώντας το $\mathbf{L}(x)$ με $\mathbf{L}_\mathbf{A}(x)$.

Δυστυχώς η πρακτική αξία του ανωτέρω θεωρήματος είναι περιορισμένη αφού είναι δύσκολο να προσδιοριστεί ένα αριθμήσιμο σύνολο \mathbf{A} το οποίο είναι πυκνό υποσύνολο ενός άλλου συνόλου και ικανοποιεί την \geq . Χρησιμότερος είναι ο ακόλουθος ορισμός

Ορισμός 5 Η δυαδική σχέση \geq στο σύνολο X είναι συνεχής αν για όλες τις ακολουθίες $\{x_n\}$ από το X τέτοιες ώστε $x_n \rightarrow x$ ισχύει:

1. Αν για κάθε n $x_n \geq y$, τότε $x \geq y$
2. Αν για κάθε n $y \geq x_n$, τότε $y \geq x$

Όπως αναφέρθηκε και στις προηγούμενες παραγράφους, η πλειονότητα των σχέσεων προτίμησης στα ασύρματα δίκτυα είναι συνεχής. Εξαιρέση αποτελούν οι σχέσεις προτίμησης που συνδέονται με ένα κατώφλιο αποδοχής. Για παράδειγμα, η σχέση προτίμησης για την οποία η μόνη απαίτηση είναι το ποσοστό απωλειών πακέτων να είναι κάτω από ένα κατώφλιο 10^{-5} , ενώ ταυτόχρονα ο χρήστης είναι αδιάφορος για οποιαδήποτε άλλη παράμετρο, είναι μη συνεχής. Αξίζει να αναφερθεί ότι ο ορισμός της συνέχειας απαιτεί τον καθορισμό ορίων στο X . Συνήθως, απαιτείται το σύνολο Q να είναι διαχωρίσιμος μετρικός χώρος. Υπενθυμίζεται ότι ένα χώρος είναι διαχωρίσιμος (separable) εφόσον περιέχει ένα αριθμήσιμο πυκνό υποσύνολο.

Ορισμός 6 Η δυαδική σχέση \geq στο σύνολο X είναι συνεχής σχέση προτίμησης εφόσον υπάρχει συνεχής συνάρτηση $u : X \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε $x \geq y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y)$.

Από τον Ορισμό 6 εξάγονται δύο βασικά συμπεράσματα. Πρώτον, αν η σχέση \geq είναι σχέση προτίμησης και συνεχής, υπάρχει συνάρτηση ωφέλειας. Δεύτερον, η συνάρτηση ωφέλειας αυτή είναι συνεχής συνάρτηση.

2.2.4 Μοναδικότητα συναρτήσεων κέρδους

Στην ενότητα αυτή θα δοθεί η απάντηση στο ερώτημα κατά πόσο οι συναρτήσεις ωφέλειας που επινοήθηκαν σύμφωνα με τα προηγούμενα θεωρήματα είναι μοναδικές. Η απάντηση είναι αρνητική.

Λήμμα 1 Έστω u συνάρτηση ωφέλειας η οποία περιγράφει τη σχέση \geq και f γνησίως αύξουσα συνάρτηση με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} . Η σύνθετη συνάρτηση $f \circ u$ αποτελεί επίσης περιγραφή της συνάρτησης ωφέλειας της \geq .

Απόδειξη. Έστω η σχέση προτίμησης $x \geq y$. Επειδή η συνάρτηση ωφέλειας u περιγράφει την \geq , ισχύει $u(x) \geq u(y)$. Ως εκ τούτου, $f(u(x)) \geq f(u(y))$, αφού η f είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση.

Αν υποθεθεί ότι $x < y$, τότε $u(x) < u(y)$ και κατ' επέκταση $f(u(x)) < f(u(y))$.

Συνεπώς, $x \geq y$ εφόσον $f(u(x)) \geq f(u(y))$.

Επέκταση του Λήμματος 1 αποτελεί το επόμενο θεώρημα.

Θεώρημα 3 Έστω η σχέση προτίμησης \geq στο σύνολο X και οι συναρτήσεις ωφέλειας u και v που περιγράφουν τη σχέση \geq . Υπάρχει γνησίως αύξουσα συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε $v(x) = f(u(x))$ για κάθε $x \in X$.

2.3 Προτιμήσεις υπό συνθήκες αβεβαιότητας

Σε πολλές περιπτώσεις, οι χρήστες δεν αναμένεται να έχουν προτιμήσεις με βάση συγκεκριμένα δεδομένα αλλά με βάση τυχαία. Για παράδειγμα, μια διαθέσιμη στρατηγική μπορεί να επιτυγχάνει ένα εγγυημένο σηματοθορυβικό λόγο $12dB$ ενώ μια άλλη μπορεί να παρέχει σηματοθορυβικό λόγο $15dB$ με πιθανότητα 0,9 και σηματοθορυβικό λόγο $5dB$ με πιθανότητα 0,1. Για την επιλογή μεταξύ των δύο στρατηγικών ο χρήστης πρέπει να είναι σε θέση να εκφράσει την προτίμησή του μεταξύ των δύο καταστάσεων λειτουργίας.

Έτσι, είναι χρήσιμο να επινοούνται περιγραφές υπό συνθήκες αβεβαιότητας, οπότε οι επιλογές $x \in X$ δεν έχουν σαφώς (ντετερμινιστικά) προσδιορισμένα αποτελέσματα αλλά περιγράφουν τυχαίες εκδοχές με στατιστικό τρόπο. Ο συνήθης τρόπος περιγραφής ενδεχομένων γίνεται με χρήση πιθανοτήτων. Στην ενότητα αυτή ως Z ορίζεται το σύνολο των αποτελεσμάτων και ως X το σύνολο των στοιχείων που μπορούν να επιλεγούν και ακολουθούν συγκεκριμένες κατανομές πιθανότητας στο Z .

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στο πλήθος των αποτελεσμάτων στο Z . Αν το Z είναι πεπερασμένο, μπορεί να επιτραπεί στο X να είναι το σύνολο όλων των κατανομών πιθανότητας στο Z . Αν το Z είναι μη αριθμήσιμο, ο ορισμός του X πρέπει να γίνει με ιδιαίτερη προσοχή. Σε κάθε περίπτωση το X πρέπει να είναι ένα κυρτό σύνολο.

Το επόμενο ερώτημα που τίθεται είναι κατά πόσο υπάρχει περιγραφή ωφέλειας υπό συνθήκες αβεβαιότητας. Το ενδιαφέρον στην περίπτωση αυτή δεν περιορίζεται μόνο στην εξεύρεση κάποιας συνάρτησης ωφέλειας με εφαρμογή των αντίστοιχων θεωρημάτων, αλλά να εξεταστεί κατά πόσο υπάρχει μια συνάρτηση ωφέλειας u που ορίζεται στο Z με $u : Z \rightarrow \mathbb{R}$ ώστε

$$p \geq q \Leftrightarrow E_p[u(z)] \geq E_q[u(z)] \quad (2.5)$$

όπου $E_p[u(z)]$ είναι η μέση τιμή του $u(z)$ υπό συγκεκριμένη κατανομή πιθανότητας $p \in X$.

2.3.1 Τα αξιώματα von Neumann - Morgenstern

Ένα ακόμη ζήτημα που πρέπει να διερευνηθεί είναι το κατά πόσον υπάρχει πάντα περιγραφή μιας αναμενόμενης συνάρτησης ωφέλειας. Απάντηση σε αυτό δίνουν τα τρία αξιώματα των von Neumann-Morgenstern.

Αξίωμα 1 Η δυαδική σχέση \geq στο X είναι σχέση προτίμησης.

Το πρώτο αξίωμα σχετίζεται με τα όσα παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα σε σχέση με την ύπαρξη περιγραφής της ωφέλειας σε ένα πεπερασμένο και αριθμήσιμο σύνολο X . Είναι εύλογο ότι οι ίδιες συνθήκες πρέπει να ισχύουν και στην περίπτωση της ύπαρξης περιγραφής για τη συνάρτηση αναμενόμενης ωφέλειας.

Αξίωμα 2 Για όλα τα $p, q, r \in X$ και $a \in [0, 1]$, $p \geq q$ εφόσον $ap + (1 - a)r \geq aq + (1 - a)r$.

Το Αξίωμα 2 εισάγει την έννοια της χρήσης κυρτών συνδυασμών στα στοιχεία του συνόλου X . Υπενθυμίζεται ότι το X είναι ένα κυρτό σύνολο με αποτέλεσμα να είναι εφικτή η δημιουργία κυρτών συνδυασμών στα στοιχεία του. Ένας κυρτός συνδυασμός μπορεί να περιγράψει ένα είδος αβεβαιότητας, όπου το $ap + (1 - a)r$ υποδηλώνει ότι με πιθανότητα a το αποτέλεσμα θα είναι p και πιθανότητα $1 - a$ r .

Το δεύτερο αξίωμα είναι γνωστό και ως αξίωμα της ανεξαρτησίας. Αν υποτεθεί ότι κατά τη ρίψη ενός νομίσματος η πιθανότητα να έλθει κορώνα είναι a και γράμματα $1 - a$, η μόνη διαφορά μεταξύ των $ap + (1 - a)r$ και $aq + (1 - a)r$ είναι η προτίμηση που υπάρχει όταν το νόμισμα έλθει κορώνα. Αν $p \geq q$, προτιμάται η πρώτη αναπαράσταση από τη δεύτερη.

Το αξίωμα της ανεξαρτησίας εισάγει προκλήσεις λόγω του ότι ορισμένες φορές παραβιάζεται. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το παράδοξο του Allais [1]. Έστω μια εφαρμογή κατά την οποία μεταδίδεται εικόνα σε πραγματικό χρόνο. Ανάλογα με την ποιότητα της ζεύξης υπάρχουν τρία δυνατά ενδεχόμενα, η μετάδοση να γίνεται με υψηλή ευκρίνεια, με χαμηλή ευκρίνεια ή να μη γίνεται καθόλου μετάδοση.

Αρχικά ζητείται από ένα χρήστη να επιλέξει μεταξύ:

- A. της παροχής εικόνας υψηλής ευκρίνειας με πιθανότητα 0,49 και της μη παροχής της υπηρεσίας με πιθανότητα 0,51.
- B. της παροχής εικόνας χαμηλής ευκρίνειας με πιθανότητα 0,98 και της μη παροχής της υπηρεσίας με πιθανότητα 0,02.

Στη συνέχεια, ζητείται από τον ίδιο χρήστη να επιλέξει μεταξύ:

- Γ. της παροχής εικόνας υψηλής ευκρίνειας με πιθανότητα 0,001 και της μη παροχής της υπηρεσίας με πιθανότητα 0,999.
- Δ. της παροχής εικόνας χαμηλής ευκρίνειας με πιθανότητα 0,002 και της μη παροχής της υπηρεσίας με πιθανότητα 0,998.

Στις περισσότερες των περιπτώσεων οι χρήστες επιλέγουν το B από το A και το Γ έναντι του Δ [2]. Όμως, αυτή η επιλογή παραβιάζει το αξίωμα της ανεξαρτησίας, αφού η επιλογή του B έναντι του A υποδηλώνει ότι η βέβαιη παροχή εικόνας χαμηλής ευκρίνειας είναι προτιμότερη από την παροχή εικόνας υψηλής ευκρίνειας με πιθανότητα $1/2$ και της μη παροχής της υπηρεσίας με πιθανότητα $1/2$. Όμως, από την άλλη πλευρά, η επιλογή του Γ έναντι του Δ υποδηλώνει το αντίθετο.

Έτσι, ενώ οι άνθρωποι πολλές φορές παραβιάζουν το αξίωμα της ανεξαρτησίας, δεν είναι σαφές κατά πόσο μια προγραμματιζόμενη οντότητα πρέπει να παραβιάζει αυτό το αξίωμα.

Αξίωμα 3 Για όλα τα $p, q, r \in X$ τέτοια ώστε $p \geq q \geq r$ υπάρχουν $a, b \in [0, 1]$, τέτοια ώστε $ap + (1 - a)r \geq q \geq bp + (1 - b)r$.

Το Αξίωμα 3 είναι γνωστό και ως αξίωμα του Αρχιμήδη και περιγράφει ότι δεν υπάρχουν εξαιρετικά άσχημα ή εξαιρετικά καλά αποτελέσματα. Συγκεκριμένα, ανεξαρτήτως του πόσο άσχημο είναι το r , αν αυστηρά προτιμάται το p έναντι του q , τότε θα γίνει αποδεκτό ένα στοίχημα που δίνει μεγάλη πιθανότητα στο p να συμβεί και μικρή πιθανότητα στο r σε σχέση με το βέβαιο ενδεχόμενο q . Ομοίως, ανεξαρτήτως του πόσο καλό είναι το p , αν αυστηρά προτιμάται το q έναντι του r , τότε θα γίνει αποδεκτό ένα στοίχημα που δίνει με βεβαιότητα αποτέλεσμα q σε σχέση με ένα στοίχημα το οποίο με μικρή πιθανότητα δίνει p και με μεγάλη το r .

Λήμμα 2 Αν η σχέση προτίμησης \geq στο X είναι συνεχής, ικανοποιεί το αξίωμα του Αρχιμήδη.

Απόδειξη. Μια συνέπεια της συνέχειας είναι ότι, αν $x_n \rightarrow x$ και $x > y$, υπάρχει N τέτοιο ώστε για όλα τα $n \geq N$, $x_n > y$. Ομοίως, αν $x_n \rightarrow x$ και $y > x$ υπάρχει N τέτοιο ώστε για όλα τα $n \geq N$, $y > x_n$.

Έστω

$$p_n = \frac{n-1}{n}p + \frac{1}{n}r \quad (2.6)$$

και

$$r_n = \frac{1}{n}p + \frac{n-1}{n}r \quad (2.7)$$

Εύκολα προκύπτει ότι $p_n \rightarrow p$ και $r_n \rightarrow r$. Λόγω της συνέχειας υπάρχει N_1 τέτοιο ώστε για κάθε $n \geq N_1$, $p_n > q$ και N_2 τέτοιο ώστε για κάθε $n \geq N_2$, $q > r_n$.

Θέτοντας $a = (N_1-1)/N_1$ και $b = 1/N_2$ ισχύει ότι $p_{N_1} = ap + (1-a)r > q > br + (1-b)p = r_{N_2}$ που σημαίνει ότι ικανοποιείται το αξίωμα του Αρχιμήδη.

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η συνέχεια φαίνεται να είναι μια λογική απαίτηση όπως συμβαίνει για την ισχύ του αξιώματος του Αρχιμήδη. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει το επόμενο παράδειγμα. Είναι προφανές ότι μια δωρεάν DSL σύνδεση στο διαδίκτυο με ταχύτητα 10Mbps είναι προτιμότερη από μια σύνδεση μέσω τηλεφώνου ενώ και τα δύο ενδεχόμενα είναι προτιμότερα από το να εμπλακεί κάποιος σε ένα σοβαρό αυτοκινητιστικό ατύχημα. Το αξίωμα του Αρχιμήδη όμως αναφέρει ότι θα προτιμούσε κάποιος με μικρή πιθανότητα να εμπλακεί σε αυτοκινητιστικό ατύχημα προκειμένου να αναβαθμίσει τη σύνδεση του δωρεάν στο διαδίκτυο. Αυτό φαίνεται παράλογο. Όμως, στην περίπτωση που κάποιος βρίσκεται σε ένα μέρος όπου παρέχεται πρόσβαση στο διαδίκτυο με χαμηλή ταχύτητα και ακριβώς απέναντι παρέχεται δωρεάν ταχεία πρόσβαση στο διαδίκτυο, είναι αναμενόμενο να διασχίσει το δρόμο διακυνδυνεύοντας να τον κτυπήσει κάποιο αυτοκίνητο. Τελικά το αξίωμα του Αρχιμήδη δεν είναι παράλογο διότι ο χρήστης μπορεί να ελαχιστοποιήσει την πιθανότητα r .

2.3.2 Η ύπαρξη συναρτήσεων ωφέλειας κατά Von Neumann-Morgenstern

Πεπερασμένα σύνολα

Αν το Z είναι πεπερασμένο σύνολο και X το σύνολο όλων των κατανομών πιθανότητας στο Z τότε τα τρία προαναφερθέντα αξιώματα αρκούν για τη διερεύνηση της ύπαρξης συναρτήσεων ωφέλειας[3], [4].

Θεώρημα 4 *Αν το Z είναι ένα πεπερασμένο σύνολο και X είναι το σύνολο όλων των κατανομών πιθανότητας στο Z , μια δυαδική σχέση \geq στο X ικανοποιεί τα αξιώματα 1,2 και 3 αν και μόνο αν υπάρχει συνάρτηση $u : Z \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε*

$$p \geq q \Leftrightarrow E_p[u(z)] \geq E_q[u(z)] \quad (2.8)$$

Απλές κατανομές πιθανότητας

Στα περισσότερα προβλήματα ασυρμάτων δικτύων το Z δεν είναι πεπερασμένο. Συχνά, οι συνθήκες του διαύλου ή η κατάσταση του δικτύου μεταβάλλονται κατά τυχαίο τρόπο. Κατ' επέκταση, το σύνολο που περιγράφει τις συνθήκες αυτές είναι άπειρο.

Το ερώτημα που τίθεται είναι τι συμβαίνει όταν το Z δεν είναι πεπερασμένο. Για απλοποίηση της ανάλυσης γίνεται περιορισμός των κατανομών πιθανότητας που ακολουθούν οι τυχαίες μεταβλητές που επηρεάζουν το δίκτυο. Για παράδειγμα, σε ένα ασύρματο δίκτυο η κατανομή της στάθμης της περιβάλλουσας του σήματος είναι τυχαία μεταβλητή που μπορεί να ακολουθεί τις κατανομές Rice, Rayleigh ή Nakagami κτλ.

Ορισμός 7 *Μια κατανομή πιθανότητας λέγεται απλή αν έχει πεπερασμένη υποστήριξη, δηλαδή μια κατανομή πιθανότητας p στο Z είναι απλή αν υπάρχει ένα υποσύνολο $Z_S \subseteq Z$ τέτοιο ώστε το Z_S να είναι πεπερασμένο σύνολο και $p(A) = 0$ για κάθε σύνολο $A \subseteq Z$ τέτοιο ώστε $A \cap Z_S = \emptyset$.*

Δυστυχώς αυτό είναι ένα αρκετά περιορισμένο σύνολο κατανομών πιθανοτήτων. Εξ ορισμού δεν περιλαμβάνει τις συνεχείς κατανομές, όπως είναι η κανονική ή η εκθετική, ενώ δεν περιλαμβάνει και τις διακριτές κατανομές που έχουν απείρως αριθμήσιμη υποστήριξη όπως για παράδειγμα η κατανομή Poisson. Το εμπόδιο αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί μέσω της συνέχειας.

Θεώρημα 5 *Για κάθε Z αν $n \geq$ είναι δυαδική σχέση που ορίζεται στο σύνολο X των απλών κατανομών πιθανότητας στο Z , τότε $n \geq$ ικανοποιεί τα αξιώματα 1,2 και 3 αν και μόνο αν υπάρχει $u : Z \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε*

$$p \geq q \Leftrightarrow E_p[u(z)] \geq E_q[u(z)] \quad (2.9)$$

Συνεπώς, τα θεωρήματα που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες ενότητες εξακολουθούν να ισχύουν αν η ανάλυση περιοριστεί σε απλές κατανομές πιθανότητας. Να σημειωθεί ότι το \mathbf{X} είναι ακόμη κυρτό σύνολο, διότι κάθε κυρτός συνδυασμός απλών κατανομών πιθανοτήτων θα είναι μια απλή κατανομή πιθανοτήτων.

Σύνθετες κατανομές πιθανότητας

Με χρήση πρόσθετων αξιωμάτων είναι δυνατό να αποδειχθούν θεωρήματα παρόμοια με αυτά που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες ενότητες ακόμη και όταν στην ανάλυση περιλαμβάνονται σύνθετες κατανομές πιθανότητας.

Αρχικά ορίζεται η έννοια της συνέχειας ελαφρώς τροποποιημένη για την περίπτωση όπου το \mathbf{X} είναι σύνολο κατανομής πιθανοτήτων.

Ορισμός 8 Η δυαδική σχέση \geq στο \mathbf{X} είναι συνεχής αν για όλες τις ακολουθίες $\{p_n\}$ από το \mathbf{X} τέτοιες ώστε $p_n \rightarrow p$ ισχύει

$$1. \quad p_n \geq q \text{ για όλα τα } n \Rightarrow p \geq q$$

$$2. \quad q \geq p_n \text{ για όλα τα } n \Rightarrow q \geq p$$

Να σημειωθεί ότι η έννοια της σύγκλισης στον ανωτέρω ορισμό αφορά τη σύγκλιση μιας κατανομής πιθανότητας. Γενικά, είναι γνωστό ότι υπάρχουν πολλές κατηγορίες σύγκλισης, συμπεριλαμβανομένης την βέβαιης σύγκλισης, της σχεδόν βέβαιης σύγκλισης, της μέσης τετραγωνικής σύγκλισης, της σύγκλισης υπό πιθανότητα και της σύγκλισης κατανομών. Η τελευταία είναι γνωστή στη βιβλιογραφία ως σύγκλιση σε ασθενή τοπολογία ή ασθενής σύγκλιση.

Ορισμός 9 Μια ακολουθία κατανομών πιθανότητας $\{p_n\}$ θεωρείται ότι συγκλίνει στο p σε ασθενή τοπολογία αν για κάθε συνεχή και φραγμένη $f : \mathbf{Z} \rightarrow \mathbb{R}$, $E_{p_n}[f(z)] \rightarrow E_p[f(z)]$.

Βάσει του ορισμού αυτού μπορεί να οριστεί η συνέχεια σε ασθενή τοπολογία.

Ορισμός 10 Η δυαδική σχέση \geq στο \mathbf{X} είναι συνεχής σε ασθενή τοπολογία αν για όλες τις ακολουθίες $\{p_n\}$ από το \mathbf{X} , τέτοιες ώστε το p_n να συγκλίνει στο p σε ασθενή τοπολογία αν

$$1. \quad p_n \geq q \text{ για όλα τα } n \Rightarrow p \geq q$$

$$2. \quad q \geq p_n \text{ για όλα τα } n \Rightarrow q \geq p$$

Αυτός ο ορισμός είναι ιδιαίτερα σημαντικός διότι επεκτείνει το Θεώρημα 5 στο χώρο όλων των κατανομών πιθανότητας στο \mathbf{Z} .

Θεώρημα 6 Μια δυαδική σχέση \geq στο X ικανοποιεί τα αξιώματα 1 και 2 και είναι συνεχής σε ασθενής τοπολογία εφόσον υπάρχει μια συνάρτηση ωφέλειας $u : Z \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε

1. $p \geq q \Leftrightarrow E_p[u(z)] \geq E_q[u(z)]$
2. $n \cdot u$ είναι συνεχής συνάρτηση
3. $n \cdot u$ είναι φραγμένη συνάρτηση

Μοναδικότητα

Θεώρημα 7 Αν $n \cdot u : Z \rightarrow \mathbb{R}$ περιγράφει τη δυαδική σχέση \geq στο X και ένα σύνολο κατανομών πιθανότητας στο Z , με την έννοια $p \geq q \Leftrightarrow E_p[u(z)] \geq E_q[u(z)]$, τότε $n \cdot u$ είναι μια άλλη συνάρτηση που επίσης περιγράφει την \geq με την ίδια έννοια αν και μόνο αν υπάρχουν οι πραγματικοί αριθμοί $a > 0$ και b τέτοιοι ώστε $v(z) = au(z) + b$ για όλα τα $z \in Z$.

2.4 Άλλες προσεγγίσεις στις περιγραφές συναρτήσεων κέρδους

Υπάρχουν οπτικές των συναρτήσεων ωφέλειας πέραν αυτών που προτάθηκαν από τους von Neumann και Morgenstern [5], [6]. Μια σημαντική αδυναμία των αξιωμάτων von Neumann και Morgenstern είναι ότι κάνουν χρήση πιθανοτήτων που πρέπει να μετρώνται αντικειμενικά. Στον πραγματικό κόσμο, πολλά παίγνια τύχης απαιτούν μια αντικειμενική εκτίμηση των πιθανοτήτων. Για παράδειγμα ποια είναι η πιθανότητα να χάσει κάποιος την εργασία του τη φετινή χρονιά ή ποια είναι η πιθανότητα να λάβει μια κληρονομιά από ένα μακρινό συγγενή του. Όμως, στα ασύρματα δίκτυα, υπάρχει το ενδεχόμενο οι κόμβοι να μην μπορούν να εκτιμήσουν αντικειμενικά την πιθανότητα να συμβεί ένα ενδεχόμενο. Για παράδειγμα, στο πρόβλημα του ελέγχου αποδοχής κλήσης οι κόμβοι μπορεί να μη διαθέτουν τη δυνατότητα μέτρησης της πιθανότητας απόρριψης ή αποδοχής της αίτησής τους. Οι κόμβοι μπορεί να έχουν μια εκτίμηση αυτών των πιθανοτήτων αλλά δεν διαθέτουν μια ακριβή τιμή για αυτές.

Τέλος, ένα ακόμη βασικό θέμα στη θεωρία λήψης αποφάσεων είναι κατά πόσο οι άνθρωποι συμπεριφέρονται με γνώμονα τη μεγιστοποίηση του προσωπικού τους οφέλους ακόμη και σε περιπτώσεις όπου οι αντικειμενικές πιθανότητες δεν είναι διαθέσιμες. Η απάντηση σε αυτό το ερώτημα είναι καταφατική [7]. Η σημασία αυτού του αποτελέσματος στα ασύρματα δίκτυα είναι μεγάλη διότι προγραμματίζοντας ένα ασύρματο κόμβο ώστε να εκτιμά πιθανότητες και στη συνέχεια να προσπαθεί να μεγιστοποιήσει το ίδιο όφελος βελτιστοποιείται η σχεδίαση συστημάτων που μιμούνται την ανθρώπινη λογική.

Βιβλιογραφία

- [1] M. Allais, “Le comportement de l’homme rationnel devant de risque: Critique des postulats et axiomes de l’ecole americaine,” *Econometrica*, vol. 21 pp. 503-546, 1953.
- [2] D. Kahneman and A. Tversky, “Prospect theory: An analysis of decision under risk,” *Econometrica*, vol. 47, pp. 263-291, 1979.
- [3] D. M. Kreps, Notes on the Theory of Choice, ser. Underground Classics in Economics. Westview Press, 1988.
- [4] P. Fishburn, “Utility Theory for Decision Making”. *New York: John Wiley and Sons*, 1970.
- [5] L. J. Savage, “The Foundations of Statistics”, *New York:Wiley*, 1954.
- [6] F. J. Anscombe and R. J. Aumann, “A definition of subjective probability,” *Ann. Math. Statist.*, vol. 34 pp. 199-205, 1963.
- [7] D. Ellsberg, “Risk, ambiguity, and the savage axioms,” *Q. J. Econ.*, vol. 75, no. 4, pp. 643 - 669, November 1961.

Κεφάλαιο 3

Στρατηγικά Παίγνια

Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναλύθηκε πώς οι σχέσεις προτίμησης μπορούν να περιγραφούν ως συναρτήσεις ωφέλειας. Στο παρόν κεφάλαιο ορίζονται τα παίγνια στρατηγικής μορφής (strategic form games). Η διαδικασία είναι παρόμοια με τον ορισμό ενός κλασικού προβλήματος βελτιστοποίησης. Σε αντιστοιχία με τα κλασσικά προβλήματα βελτιστοποίησης, στη θεωρία παιγνίων υπάρχει μια συνάρτηση ωφέλειας η οποία πρέπει να βελτιστοποιηθεί. Η βασική διαφορά των δύο προβλημάτων είναι ότι στη θεωρία παιγνίων οι αποφάσεις ενός παίκτη έχουν αντίκτυπο στη συμπεριφορά και την ωφέλεια των υπολοίπων.

Αρχικά δίδεται ο μαθηματικός ορισμός των στρατηγικών παιγνίων. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι βασικές μεθοδολογίες επίλυσής τους με ιδιαίτερη έμφαση στην επαναληπτική διαγραφή (iterative deletion) των κυριαρχούμενων στρατηγικών (dominated strategies). Επιπλέον, ορίζεται η πολύ γνωστή έννοια της ισορροπίας Nash, ενώ συζητούνται και θέματα που σχετίζονται με την ύπαρξη αυτής. Ακόμη, παρουσιάζεται η έννοια των μικτών στρατηγικών, ενώ αποδεικνύεται η ύπαρξη ισορροπίας σε μικτές στρατηγικές πεπερασμένων παιγνίων. Τέλος, παρουσιάζονται παραδείγματα διατύπωσης προβλημάτων σε ασύρματα δίκτυα με χρήση θεωρία παιγνίων στρατηγικής μορφής.

3.1 Ορισμός Στρατηγικών παιγνίων

Ένα παίγνιο περιλαμβάνει από ένα πεπερασμένο σύνολο παικτών $N = \{1, 2, \dots, N\}$. Κάθε παίκτης $i \in N$ επιλέγει μια από τις διαθέσιμες στρατηγικές $s_i \in S_i$ με στόχο τη μεγιστοποίηση της συνάρτησης ωφέλειάς του u_i . Αν και οι μεμονωμένες στρατηγικές μπορούν στη γενική περίπτωση να περιγραφούν με διάνυσμα, στην πλειονότητα των παραδειγμάτων που θα παρουσιαστούν θεωρείται ότι η στρατηγική s_i είναι μονόμετρο μέγεθος. Για παράδειγμα, στο πρόβλημα της τιμολόγησης των πόρων ενός δικτύου, ο πάροχος είναι η αρχή που θέτει τις τιμές για τα διαφορετικά επίπεδα υπηρεσιών ενώ οι χρήστες είναι οι παίκτες που αποφασίζουν τι είδους υπηρεσία θα χρησιμοποιήσουν.

Πίνακας 3.1: Περιγραφή σε στρατηγική μορφή του παιγνίου κατανομής πόρων.

$s_3 = 0$			$s_3 = 1$		
	$s_2 = 0$	$s_2 = 1$		$s_2 = 0$	$s_2 = 1$
$s_1 = 0$	(0,0,0)	(1,-1.5,1)	$s_1 = 0$	(1,1,-1.5)	(2,-0.5,-0.5)
$s_1 = 1$	(-1.5,1,1)	(-0.5,-0.5,2)	$s_1 = 1$	(-0.5,2,-0.5)	(0.5,0.5,0.5)

Η παρούσα ανάλυση εστιάζεται στην κατηγορία των μη συνεργατικών παιγνίων όπου κάθε παίκτης επιλέγει τη στρατηγική του χωρίς να συνεργάζεται με τους άλλους παίκτες. Το διάνυσμα \mathbf{s} περιέχει τις στρατηγικές όλων των παικτών $\mathbf{s} = (s_i)_{i \in N} = (s_1, s_2, \dots, s_N)$. Υπενθυμίζεται ότι με s_{-i} συμβολίζεται το σύνολο των στρατηγικών όλων των παικτών πλην του i . Ο κοινός χώρος των στρατηγικών ορίζεται από το Καρτεσιανό γινόμενο του χώρου των μεμονωμένων στρατηγικών: $\mathbf{S} = \times_{i \in N} \mathbf{S}_i$. Ομοίως, $\mathbf{S}_{-i} = \times_{j \in N, j \neq i} \mathbf{S}_j$. Τέλος, η συνάρτηση κέρδους $u_i(\mathbf{s}) : \mathbf{S} \rightarrow \mathbb{R}$ περιγράφεται μαθηματικά από την ευαισθησία του κάθε παίκτη στις αλλαγές των στρατηγικών των άλλων και είναι μονόμετρο μέγεθος.

Για να γίνουν αντιληπτές οι ανωτέρω έννοιες θεωρείται το παίγνιο κατανομής των πόρων ενός P2P δικτύου. Στα P2P δίκτυα κάποιοι χρήστες ενδεχομένως χρησιμοποιούν του πόρους των υπολοίπων χρηστών για να μεταδώσουν τα δεδομένα τους χωρίς όμως οι ίδιοι να βοηθούν τους υπολοίπους χρήστες προωθώντας και τα δικά τους δεδομένα. Αν όλοι οι κόμβοι ακολουθήσουν αυτή τη στρατηγική τέτοιου τύπου δίκτυα παύουν να υπάρχουν. Η μοντελοποίηση των δικτύων αυτών μέσω της θεωρίας παιγνίων επιτρέπει την ευκολότερη κατανόηση των μηχανισμών που πρέπει να υπάρχουν προκειμένου να λειτουργούν αποτελεσματικά.

Στο απλό μοντέλο που περιγράφεται στη συνέχεια κάθε παίκτης i αποφασίζει για το αν θα μοιραστεί τους πόρους του με του άλλους χρήστες. Η στρατηγική της συνεργασίας συμβολίζεται με $s_i = 1$ ενώ η στρατηγική της μη συνεργασίας με $s_i = 0$. Ο κοινός χώρος των στρατηγικών είναι ο $\mathbf{S} = \{(0, 1) (0, 1) \dots (0, 1)\} = \{0, 1\}^N$. Ας υποθεθεί ότι το κόστος ενός χρήστη για τη διάθεση των πόρων του σε κάποιο άλλο χρήστη είναι 1.5, ενώ το κέρδος του όταν κάποιος άλλος του διαθέτει πόρους είναι 1. Για $N = 3$, το παίγνιο αυτό περιγράφεται σε στρατηγική μορφή στον Πίνακα 3.1 όπου παρουσιάζονται τα κέρδη των παικτών για κάθε συνδυασμό στρατηγικών. Ένα εύλογο ερώτημα είναι ποιός από τους συνδυασμούς στρατηγικών είναι πιθανότερο να εμφανιστεί. Η απάντηση στο ερώτημα αυτό θα δοθεί σε επόμενη παράγραφο. Αξίζει να αναφερθεί, πάντως, ότι ο συνδυασμός των στρατηγικών που μεγιστοποιεί τη συνολική ωφέλεια των παικτών είναι ο (1,1,1).

3.2 Επαναληπτική διαγραφή κυριαρχούμενων στρατηγικών

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται η έννοια των κυριαρχούμενων στρατηγικών που είναι ιδιαίτερα σημαντική στην επιλογή της κατάλληλης στρατηγικής που θα ακολουθήσει ένας παίκτης.

Σε ορισμένα παίγνια είναι δυνατό να προβλεφθεί το αποτέλεσμα με βάση τις λογικές αποφάσεις που μπορεί να λάβει κάποιος παίκτης. Αν και δεν υπάρχει γενική μεθοδολογία που οδηγεί στη λύση οποιουδήποτε παιγνίου, μερικά από αυτά μπορεί να επιλυθούν με την τεχνική της επαναληπτικής διαγραφής μέσω της οποίας αποκλείονται οι στρατηγικές που κανένας λογικός παίκτης δεν θα επέλεγε.

Στο παίγνιο που περιγράφεται στον Πίνακα 3.2, ο παίκτης 1 μπορεί να μετακινηθεί αριστερά, δεξιά ή να παραμείνει στη μέση ($S_1 = \{L, M, R\}$), ενώ ο παίκτης 2 να μετακινηθεί αριστερά ή δεξιά ($S_2 = \{L, R\}$). Είναι φανερό ότι ανεξάρτητα από το τί θα κάνει ο παίκτης 2, δεν είναι καλή στρατηγική για τον παίκτη 1 να επιλέξει $s_1 = R$ αφού $2 > 0$ και $1 > 0$. Συνεπώς, η στρατηγική αυτή του παίκτη 1 είναι αυστηρώς κυριαρχούμενη από τις δύο άλλες στρατηγικές. Υποθέτοντας ότι ο παίκτης 1 είναι λογικός, δεν θα επιλέξει ποτέ αυτή τη στρατηγική. Έτσι, μπορεί να διαγραφεί η γραμμή αυτή από τα πιθανά ενδεχόμενα του παιγνίου. Μόλις όμως γίνει αυτό, η στρατηγική $s_2 = R$ κυριαρχεί στη στρατηγική $s_2 = L$. Κατ' επέκταση, είναι λογικό για τον παίκτη 2 να επιλέξει τη στρατηγική $s_2 = R$. Τελικά, αν ο παίκτης 2 επιλέξει τη στρατηγική $s_2 = R$, ο παίκτης 1 θα επιλέξει τη στρατηγική $s_1 = M$. Συμπερασματικά, με την επαναληπτική διαγραφή των κυριαρχούμενων στρατηγικών για το συγκεκριμένο παίγνιο αναμένεται το αποτέλεσμα του παιγνίου να είναι το προφίλ στρατηγικών (M, R) .

Ένας τυπικός ορισμός των κυριαρχούμενων στρατηγικών και της επαναληπτικής διαγραφής είναι ο ακόλουθος.

Ορισμός 11 Μια καθαρή στρατηγική (pure strategy) s_i είναι αυστηρά κυριαρχούμενη για τον παίκτη i αν υπάρχει στρατηγική $s'_i \in S_i$ τέτοια ώστε $u_i(s'_i, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i})$, $\forall s_{-i} \in S_{-i}$. Επιπλέον, η στρατηγική s_i είναι αυστηρώς κυριαρχούμενη στο $A_{-i} \subseteq S_{-i}$ αν υπάρχει $s'_i \in S_i$ τέτοιο ώστε $u_i(s'_i, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i})$, $\forall s_{-i} \in A_{-i}$.

Βάσει του ανωτέρω ορισμού, ορίζεται η έννοια της μη κυριαρχούμενης στρατηγικής στο A_{-i} που είναι διαθέσιμη στον παίκτη i .

$$D_i(A_{-i}) = \{s_i \in S_i | s_i \text{ δεν κυριαρχείται αυστηρώς στο } A_{-i}\}. \quad (3.1)$$

Στη συνέχεια ορίζεται η έννοια της μη κυριαρχούμενης στρατηγικής στο $A \subseteq S$.

Πίνακας 3.2: Επαναληπτική διαγραφή στρατηγικών.

	$s_2 = L$	$s_2 = R$
$s_1 = L$	(1,1)	(0.5,1.5)
$s_1 = M$	(2,0)	(1,0.5)
$s_1 = R$	(0,3)	(0,2)

$$\mathbf{D}(\mathbf{A}) = \times_{i \in N} \mathbf{S}_i(\mathbf{A}_{-i}). \quad (3.2)$$

Ο όρος $\mathbf{D}(\mathbf{S})$ περιλαμβάνει το σύνολο όλων των στρατηγικών για τις οποίες κανένας παίκτης δεν χρησιμοποιεί κυριαρχούμενη στρατηγική. Ομοίως, το $\mathbf{D}^2(\mathbf{S}) = \mathbf{D}(\mathbf{D}(\mathbf{S}))$ αναπαριστά το σύνολο όλων των στρατηγικών στο οποίο κανένας παίκτης δεν χρησιμοποιεί στρατηγικές που κυριαρχούνται στο σύνολο των μη κυριαρχούμενων στρατηγικών $\mathbf{D}(\mathbf{S})$. Τα σύνολα, $\mathbf{D}^2(\mathbf{S})$, $\mathbf{D}^4(\mathbf{S})$, ... ορίζονται κατ' αντιστοιχία και μπορεί εύκολα να αποδειχθεί ότι $\dots \subseteq \mathbf{D}^4(\mathbf{S}) \subseteq \mathbf{D}^3(\mathbf{S}) \subseteq \mathbf{D}^2(\mathbf{S}) \subseteq \mathbf{D}(\mathbf{S})$.

Το σύνολο $\mathbf{D}^\infty(\mathbf{S}) = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{D}^k(\mathbf{S})$ είναι μη κενό και καλώς ορισμένο. Το σύνολο αυτό είναι γνωστό ως το σύνολο των σειριακώς μη κυριαρχούμενων στρατηγικών ή, ακριβέστερα, το σύνολο των στρατηγικών που επιβιώνουν από την επαναληπτική διαγραφή των κυριαρχούμενων στρατηγικών.

Το σύνολο αυτό είναι μια πρώτη προσέγγιση της λύσης του παιγνίου, αφού είναι σαφές ότι αν οι παίκτες είναι λογικοί δεν θα χρησιμοποιήσουν μια στρατηγική που θα διαγραφόταν από τη διαδικασία επαναληπτικής διαγραφής των κυριαρχούμενων στρατηγικών. Δυστυχώς, για ορισμένα παίγνια $\mathbf{D}^\infty(\mathbf{S}) = \mathbf{S}$ με αποτέλεσμα να μην υπάρχει μείωση του χώρου των μη κυριαρχούμενων στρατηγικών. Μια τέτοια περίπτωση είναι το γνωστό παίγνιο 'πέτρα - ψαλίδι - χαρτί'. Για το λόγο αυτό εισάγεται η έννοια της Ισορροπίας Nash. Αξίζει να αναφερθεί ότι κάθε Ισορροπία Nash είναι μέλος του συνόλου $\mathbf{D}^\infty(\mathbf{S})$.

3.3 Μικτές Στρατηγικές

Στην παράγραφο αυτή αναλύεται η έννοια των μικτών στρατηγικών. Μέχρι το σημείο αυτό έχει υποτεθεί ότι κάθε παίκτης επιλέγει μια απλή στρατηγική από το σύνολο των διαθέσιμων στρατηγικών του. Μια εναλλακτική λύση για τον παίκτη i είναι να επιλέξει τυχαία μια στρατηγική και να την υιοθετήσει με πιθανότητα p_i , $0 < p_i < 1$. Η πιθανοτική επιλογή στρατηγικής ονομάζεται *μικτή στρατηγική (mixed strategy)*.

Μια μικτή στρατηγική διαθέσιμη στον παίκτη i συμβολίζεται με σ_i . Ο όρος $\sigma_i(s_i)$ συμβολίζει την πιθανότητα η μικτή στρατηγική σ_i να αντιστοιχιστεί στην καθαρή στρατηγική s_i . Ισχύει $\sum_{s_i \in S_i} \sigma_i(s_i) = 1$. Είναι φανερό ότι η καθαρή στρατηγική s_i είναι η οριακή

Πίνακας 3.3: Το παίγνιο Πέτρα - Ψαλίδι - Χαρτί σε στρατηγική μορφή.

	$s_1=\text{Χαρτί}$	$s_2=\text{Πέτρα}$	$s_3=\text{Ψαλίδι}$
$s_1=\text{Χαρτί}$	(0,0)	(1,-1)	(-1,1)
$s_2=\text{Πέτρα}$	(-1,1)	(0,0)	(1,-1)
$s_3=\text{Ψαλίδι}$	(1,-1)	(-1,1)	(0,0)

περίπτωση μια μικτής στρατηγικής σ_i με $\sigma_i(s_i) = 1$.

Το σύνολο όλων των μικτών στρατηγικών του παίκτη $i, i = (1, 2, \dots, N)$ συμβολίζεται με Σ_i . Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, το προφίλ των μικτών στρατηγικών $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N)$ και το καρτεσιανό γινόμενο των Σ_i σχηματίζουν το χώρο των μικτών στρατηγικών Σ . Η αναμενόμενη ωφέλεια του παίκτη i στην περίπτωση της μικτής κοινής στρατηγικής σ δίνεται από τη σχέση

$$u_i(\sigma) = \sum_{\mathbf{s} \in \mathbf{S}} \left(\prod_{j=1}^N \sigma_j(s_j) \right) u_i(\mathbf{s}) \quad (3.3)$$

όπου $\prod_{j=1}^N \sigma_j(s_j)$ είναι η πιθανότητα επιλογής του προφίλ καθαρών στρατηγικών $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_N)$ και $\left(\prod_{j=1}^N \sigma_j(s_j) \right) u_i(\mathbf{s})$ είναι η αναμενόμενη ωφέλεια σε περίπτωση επιλογής του προφίλ στρατηγικών \mathbf{s} .

Στη συνέχεια, είναι πρόσφορο να οριστεί η έννοια της υποστήριξης (*support*) μιας μικτής στρατηγικής σ_i ως το σύνολο των καθαρών στρατηγικών στις οποίες εκχωρούνται θετικές πιθανότητες εμφάνισης $\text{supp}(\sigma_i) = \{s_i \in \mathbf{S}_i : \sigma_i(s_i) > 0\}$.

Στην βιβλιογραφία υπάρχουν πολυάριθμα παίγνια στα οποία δεν υπάρχει ισορροπία σε καθαρές στρατηγικές αλλά σε μικτές. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι το γνωστό παίγνιο ‘πέτρα - ψαλίδι - χαρτί’ του οποίου η αναπαράσταση σε στρατηγική μορφή απεικονίζεται στον Πίνακα 3.3. Είναι γνωστό ότι η στρατηγική ψαλίδι υπερισχύει της στρατηγικής χαρτί, η οποία με τη σειρά της επικρατεί της στρατηγικής πέτρα, ενώ η τελευταία επικρατεί της στρατηγικής ψαλίδι. Η ισορροπία αυτού του παιγνίου είναι να επιλεγεί με πιθανότητα $1/3$ κάποια από αυτές τις τρεις στρατηγικές.

3.4 Η ισορροπία Nash

Στο τμήμα αυτό παρουσιάζεται η γνωστότερη ισορροπία στη θεωρία παιγνίων - η Ισορροπία Nash. Επιπλέον, γίνεται μια σύντομη αναφορά στα μειονεκτήματα της ισορροπίας αυτής. Ιδιαίτερη έμφαση αποδίδεται στη δυσκολία αιτιολόγησης του λόγου για τον οποίο οι παίκτες στα πραγματικά παίγνια θα καταλήγουν σε αυτή την ισορροπία.

Η ισορροπία Nash είναι μια από κοινού στρατηγική όπου κανένας παίκτης δεν μπορεί μονομερώς να αλλάξει τη στρατηγική του και να αυξήσει την ωφέλεια του. Στην

περίπτωση καθαρών στρατηγικών ισχύει

Ορισμός 12 Η στρατηγική $\mathbf{s} \in \mathbf{S}$ είναι ισορροπία Nash αν $u_i(\mathbf{s}) \geq u_i(\widehat{s}_i, \mathbf{s}_{-i}) \quad \forall \widehat{s}_i \in \mathbf{S}_i, \quad \forall i \in N$.

Μια εναλλακτική ερμηνεία του ορισμού της ισορροπίας Nash είναι ότι αποτελεί την από κοινού καλύτερη απόκριση στις στρατηγικές των άλλων παικτών. Η καλύτερη απόκριση (best reply) του παίκτη i στις στρατηγικές όλων των άλλων παικτών μπορεί να περιγραφεί από τον ακόλουθο κανόνα

$$\mathbf{M}_i(\mathbf{s}) = \{argmax_{\widehat{s}_i \in \mathbf{S}_i} u_i(\widehat{s}_i, \mathbf{s}_{-i})\}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.4)$$

Η καλύτερη απόκριση για το παίγνιο ορίζεται ως

$$\mathbf{M}(\mathbf{s}) = \times_{i \in N} \mathbf{M}_i(\mathbf{s}) \quad (3.5)$$

Με βάση τα προηγούμενα, μια στρατηγική \mathbf{s} είναι σε ισορροπία Nash εφόσον $\mathbf{s} \in \mathbf{M}(\mathbf{s})$. Να σημειωθεί ότι αυτός ο ορισμός είναι ισοδύναμος με τον Ορισμό 12.

Επιστρέφοντας στο παράδειγμα του Πίνακα 3.1 η στρατηγική (0,1,0) δεν είναι ισορροπία Nash διότι ο Παίκτης 2 μπορεί να αυξήσει το κέρδος του από -1.5 σε 0 αλλάζοντας μονομερώς τη στρατηγική του. Αναλύοντας συστηματικά όλους τους πιθανούς συνδυασμούς παρατηρείται ότι η μόνη περίπτωση όπου κανένας παίκτης δεν μπορεί να αυξήσει το όφελος του αλλάζοντας τη στρατηγική του είναι η (0, 0, 0). Αυτό είναι και η μοναδική ισορροπία Nash του παιγνίου. Να αναφερθεί ότι η στρατηγική (1, 1, 1) αν και δίνει για όλους τους παίκτες μεγαλύτερα κέρδη από την (0, 0, 0) δεν είναι ισορροπία Nash, διότι κάθε παίκτης θα μπορούσε να επωφεληθεί με μονομερή αλλαγή στρατηγικής. Είναι φανερό ότι η ισορροπία Nash αυτού του παιγνίου δεν είναι αποδοτική αφού οι παίκτες θα μπορούσαν να κερδίσουν περισσότερα αν συνεργάζονταν μεταξύ τους. Το παραπάνω παράδειγμα είναι μια άλλη εκδοχή του διλήμματος των φυλακισμένων (Prisoner's Dilemma [1]).

Στο παράδειγμα του πίνακα 3.2, η επαναληπτική διαγραφή των κυριαρχούμενων στρατηγικών οδηγεί στη μοναδική ισορροπία Nash σε καθарές στρατηγικές. Υπάρχει όμως και ισορροπία Nash σε μικτές. Στην επόμενη παράγραφο γενικεύεται ο ορισμός της ισορροπίας Nash ώστε να περιλάβει και την περίπτωση των μικτών στρατηγικών.

3.4.1 Η Ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές

Ορισμός 13 Η καλύτερη απόκριση του παίκτη $i \in N$ σε καθарές στρατηγικές είναι μια αντιστοίχιση $\mathbf{r}_i : \Sigma \rightarrow \mathbf{S}_i$ που ορίζεται ως $\mathbf{r}_i(\sigma) = \{argmax_{s_i \in \mathbf{S}_i} u_i(s_i, \sigma_{-i})\}$.

Ο ορισμός αυτός περιγράφει την καλύτερη απόκριση σε καθαρές στρατηγικές ενός παίκτη του οποίου οι αντίπαλοι κάνουν χρήση μικτών στρατηγικών. Όμως, σε κάποιες περιπτώσεις είναι πιθανό οι καλύτερες αποκρίσεις να μην είναι καθαρές αλλά μικτές στρατηγικές.

Ορισμός 14 Η καλύτερη απόκριση του παίκτη $i \in N$ σε μικτές στρατηγικές είναι μια αντιστοίχιση $\mathbf{mr}_i : \Sigma \rightarrow \Sigma_i$ που ορίζεται ως $\mathbf{mr}_i(\sigma) = \{\operatorname{argmax}_{\sigma_i \in \Sigma_i} u_i(\sigma_i, \sigma_{-i})\}$.

Το γεγονός ότι οι δύο ορισμοί συσχετίζονται δεν εκπλήσσει. Αποδεικνύεται στην παραπομπή [2] ότι η $\hat{\sigma}_i$ είναι η καλύτερη απόκριση στην σ_{-i} εφόσον $\operatorname{supp}(\hat{\sigma}_i) \subset r_i(\sigma)$. Δηλαδή κάθε μικτή στρατηγική η οποία εκχωρεί θετική πιθανότητα μόνο στις καθαρές στρατηγικές καλύτερης απόκρισης (best-response pure strategies) είναι μικτή στρατηγική καλύτερης απόκρισης (best-response mixed strategy) και το αντίστροφο.

Από τα προηγούμενα προκύπτει ο ακόλουθος ορισμός για την ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές

Ορισμός 15 Η στρατηγική $\sigma \in \Sigma$ είναι ισορροπία Nash αν $u_i(\sigma) \geq u_i(s_i, \sigma_{-i}) \quad \forall i \in N, \quad \forall s_i \in S_i$

Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι η σ είναι ισορροπία Nash αν $\operatorname{supp}(\sigma_i) \subset r_i(\sigma) \quad \forall i \in N$ [2].

3.4.2 Σχόλια επί της ισορροπίας του Nash

Η ισορροπία Nash θεωρείται ως μια ακριβής πρόβλεψη του αποτελέσματος ενός παιγνίου υπό την έννοια ότι αν όλοι οι παίκτες γνωρίζουν ότι τελικά το παίγνιο θα καταλήξει σε ισορροπία Nash, τότε κανένας δεν θα έχει κίνητρο να επιλέξει διαφορετική στρατηγική. Επίσης, αν όλοι οι παίκτες ξεκινήσουν από ένα προφίλ στρατηγικών το οποίο είναι ισορροπία Nash, δεν υπάρχει λόγος να πιστεύουν ότι κάποιος θα αποκλίνει από αυτή τη στρατηγική. Ένα σημαντικό ερώτημα είναι τί θα συμβεί αν οι παίκτες ξεκινήσουν από ένα σημείο το οποίο δεν είναι ισορροπία Nash. Υπάρχει κάποια διαδικασία σύγκλισης στην ισορροπία Nash, στην οποία αν τελικά καταλήξει το σύστημα θα υπάρχει ευστάθεια;

Η μελέτη της ταχύτητας σύγκλισης σε ορισμένα παίγνια έχει μεγάλη σημασία. Το κύριο πρόβλημα που παρουσιάζεται στα παίγνια με πολλαπλές ισορροπίες Nash είναι αν και σε ποια από αυτές τις ισορροπίες θα καταλήξει τελικά το σύστημα. Επιπλέον, αν και δεν επηρεάζεται από την αλλαγή στρατηγικής ενός μόνο παίκτη, η ισορροπία Nash είναι ευαίσθητη σε αλλαγές στρατηγικών που συμβαίνουν σε ομάδες παικτών.

Η αξία της ισορροπίας Nash είναι αναμφισβήτητη και παραμένει θεμελιώδης στη θεωρία παιγνίων, αν και έχει δεχθεί πολυάριθμες τροποποιήσεις, ορισμένες από τις

οποίες θα παρουσιαστούν στα κεφάλαια που ακολουθούν. Για λόγους πληρότητας, στο Παράρτημα 3.A.1 παρουσιάζονται τα σημαντικότερα θεωρήματα πάνω στην ύπαρξη της ισορροπίας Nash.

3.5 Εφαρμογές σε ασύρματα δίκτυα

Στην παράγραφο παρουσιάζονται παραδείγματα προβλημάτων σε δίκτυα που μπορούν να διατυπωθούν με χρήση στρατηγικών παιγνίων.

3.5.1 Τιμολόγηση πόρων σε ασύρματα δίκτυα

Σε δίκτυα που παρέχουν διαφορετικά επίπεδα ποιότητας υπηρεσιών, τόσο η επίδοση του δικτύου όσο και η ικανοποίηση των χρηστών επηρεάζονται από τις επιλογές των χρηστών σε σχέση με το επίπεδο υπηρεσιών που ζητούν. Ιδιαίτερη προσπάθεια έχει καταβληθεί κατά τη σχεδίαση σχημάτων τιμολόγησης των πόρων ώστε να μεγιστοποιείται το συνολικό κέρδος του δικτύου ή κάποια άλλη παράμετρος όπως το άθροισμα των συναρτήσεων ωφέλειας όλων των παικτών. Λόγω του ότι η επιλογή του επιπέδου υπηρεσίας από κάθε παίκτη μπορεί να μην επηρεάζεται μόνο από την πολιτική τιμολόγησης αλλά και από τη συμπεριφορά των άλλων παικτών, το πρόβλημα μπορεί να διατυπωθεί με κατάλληλη εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων όπου η ισορροπία Nash είναι προβλέψιμη. Ένα τέτοιο παράδειγμα εφαρμογής αντιμετωπίζεται στο [3].

Η τιμολόγηση μπορεί να αντιμετωπιστεί ως ένα παίγνιο μεταξύ του παρόχου του δικτύου και ενός πεπερασμένου πλήθους χρηστών ή ροών κίνησης (παικτών). Διαφορετικές ροές ή παίκτες έχουν διαφορετικές απαιτήσεις ως προς την ποιότητα υπηρεσίας. Κάθε παίκτης i επιλέγει μια κλάση υπηρεσίας από το σύνολο των κλάσεων που διατίθενται από το δίκτυο. Αυτή η επιλογή είναι η στρατηγική s_i του παίκτη. Για παράδειγμα, σε δίκτυα με προτεραιότητες, μια στρατηγική μπορεί να είναι το επίπεδο προτεραιότητας που ζητεί ένας παίκτης για να μεταφέρει τα δεδομένα του. Σε υπηρεσίες με εγγυημένη καθυστέρηση ή εγγυημένο ρυθμό μετάδοσης, μια στρατηγική μπορεί να περιγράφεται ως το ελάχιστο εύρος ζώνης που απαιτείται για τη συγκεκριμένη υπηρεσία. Φυσικά, όσο υψηλότερο επίπεδο υπηρεσίας ζητείται τόσο μεγαλύτερο είναι το αντίστοιχο κόστος για το χρήστη. Για να φθάσει το σύστημα σε ισορροπία Nash ο πάροχος πρέπει να θέσει τους κανόνες του παιγνίου και, συγκεκριμένα, τις κλάσεις υπηρεσίας που παρέχονται και την τιμολόγηση των υπηρεσιών.

Το κέρδος κάθε παίκτη καθορίζεται από τη διαφορά μεταξύ του πόσο κοστολογεί το σύστημα και πόσο τελικά πληρώνει ένας παίκτης για ένα δεδομένο επίπεδο υπηρεσιών. Η μεγιστοποίηση αυτού του κέρδους, δεδομένων των επιλογών των υπολοίπων παικτών, καθορίζει τη βέλτιστη στρατηγική που θα υιοθετήσει ο κάθε παίκτης.

Για να γίνει αντιληπτό πώς η ατομική στρατηγική κάθε παίκτη επηρεάζεται από τις στρατηγικές των υπολοίπων παικτών ως θεωρηθεί ένα δίκτυο όπου η διαφοροποίηση υπηρεσιών επιτυγχάνεται εξολοκλήρου από σχήματα με προτεραιότητες. Αν σε όλους τους χρήστες εκχωρηθεί η μέγιστη προτεραιότητα, η επίδοση τους είναι η ίδια με την περίπτωση όπου τους έχει εκχωρηθεί η μικρότερη προτεραιότητα. Σε δίκτυα που υποστηρίζουν κράτηση πόρων εμφανίζονται παρόμοιες αλληλεξαρτήσεις.

Κατά τη διατύπωση παρόμοιων προβλημάτων, το δύσκολο ζήτημα είναι ο προσδιορισμός των συναρτήσεων κέρδους. Είναι εξαιρετικά δύσκολο, αν όχι αδύνατο, για τους παρόχους να εκτιμήσουν την ευαισθησία του κάθε παίκτη σε διαφορετικά επίπεδα επίδοσης. Εντούτοις, υπό δεδομένες συνθήκες είναι δυνατό να εξαχθούν συμπεράσματα ως προς τις ιδιότητες της ισορροπίας Nash για το παίγνιο που εξετάστηκε προηγουμένως. Για παράδειγμα, είναι εύλογο να θεωρηθεί ότι η συνάρτηση ωφέλειας είναι μονότονη συνάρτηση των μεταβλητών της. Αναμένεται λοιπόν η συνάρτηση ωφέλειας να είναι φθίνουσα συνάρτηση της μέσης καθυστέρησης, του ρυθμού απώλειας πακέτων καθώς και του κόστους, και αύξουσα ως προς το εύρος ζώνης που απαιτείται από τους χρήστες. Επισημαίνεται ότι η γνησίως μονότονη εξάρτηση δεν είναι επιθυμητή διότι είναι πιθανό να υπάρχει ένα σημείο πέρα του οποίου η αύξηση των πόρων δεν βελτιώνει την ποιότητα υπηρεσίας. Επίσης, η συνάρτηση ωφέλειας μπορεί να θεωρηθεί κυρτή ως προς τις μεταβλητές της.

Αποτελέσματα σχετικά με την ύπαρξη και τη μοναδικότητα της ισορροπίας Nash για το παίγνιο που περιγράφηκε ανωτέρω δίνονται στην παραπομπή [3]. Άλλες προσεγγίσεις στο πρόβλημα της τιμολόγησης πόρων με χρήση θεωρίας παιγνίων μπορούν να αναλυθούν στις παραπομπές [4], [5]. Στο [4] μελετώνται οι αποφάσεις των πελατών σε ένα δίκτυο με δύο κλάσεις υπηρεσιών όπου η κάθε κλάση τιμολογείται με ένα σταθερό κόστος ανά μονάδα εύρους ζώνης. Στην εργασία αυτή συμπεραίνεται ότι η τιμολόγηση ανά κλάση υπηρεσιών μπορεί να αυξήσει το βαθμό ικανοποίησης των χρηστών με την ανταλλαγή κόστους - ωφέλειας που προσφέρει το δίκτυο. Στην εργασία [5] αναλύεται ένα μη συνεργατικό παίγνιο όπου οι χρήστες κάνουν κράτηση εύρους ζώνης προκειμένου να ελαχιστοποιήσουν μια συνάρτηση κόστους. Παράλληλα, αναλύονται οι ιδιότητες της ισορροπίας Nash υπό μεταβλητό σχήμα κοστολόγησης, όπου η χρέωση ανά μονάδα εύρους ζώνης εξαρτάται από το συνολικό εύρος ζώνης που χρησιμοποιείται από τους άλλους χρήστες.

Πλέον πρόσφατες εργασίες που εστιάζονται στη τιμολόγηση ασυρμάτων και Ad hoc δικτύων μπορούν να βρεθούν στις παραπομπές [6], [7].

3.5.2 Έλεγχος ροής

Ο έλεγχος ροής είναι ένας ακόμη μηχανισμός που έχει διατυπωθεί με βάση τη θεωρία παιγνίων και έχει ως στόχο τον προσδιορισμό του συνολικού φορτίου που θα εγχύσει κάθε χρήστης, στο δίκτυο προκειμένου να ικανοποιήσει μια συγκεκριμένη προδιαγραφή επίδοσης.

Μια από τις πρώτες προσεγγίσεις στο θέμα αυτό δίδεται στην παραπομπή [8], όπου ένα πεπερασμένο πλήθος χρηστών μοιράζεται ένα δίκτυο ουρών. Η στρατηγική του κάθε χρήστη σχετίζεται με το ρυθμό δεδομένων που ο ίδιος εγχύει στο δίκτυο για κάθε μια από τις διαθέσιμες κλάσεις υπηρεσιών. Ο ρυθμός δεδομένων περιορίζεται από ένα μέγιστο και ένα ελάχιστο κατώφλιο ρυθμού δεδομένων. Στόχος του παιγνίου είναι η επιλογή από κάθε χρήστη ενός ρυθμού δεδομένων προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η ρυθμοαπόδοση υπό τον περιορισμό ενός άνω ορίου στη μέση καθυστέρηση. Σε αυτό το παίγνιο αποδείχθηκε η ύπαρξη ισορροπίας.

3.5.3 Το Πρόβλημα της Καταστολής μηνυμάτων

Τα πρωτόκολλα πολυεκπομπής (multicast protocols) χρησιμοποιούνται για τη μετάδοση δεδομένων σε πολλούς χρήστες μέσω μιας μόνο μετάδοσης. Όταν το πλήθος των χρηστών είναι μεγάλο, ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα που πρέπει να επιλυθούν είναι αυτό της κατάρρευσης του συστήματος (Feedback implosion) λόγω μηνυμάτων ανάδρασης [9], [10]. Το πρόβλημα αυτό εμφανίζεται όταν ένα μεγάλο πλήθος τερματικών μεταδίδει μηνύματα ανάδρασης (feedback messages -FBMs μέσω της άνω ζεύξης. Τα μηνύματα αυτά αυξάνουν γραμμικά με το πλήθος των τερματικών και ενδέχεται να προκαλέσουν συμφόρηση στο δίκτυο.

Το πρόβλημα της κατάρρευσης ενός συστήματος λόγω μηνυμάτων ανάδρασης έχει μελετηθεί εκτεταμένα στη βιβλιογραφία [11]. Γενικά, οι λύσεις που έχουν προταθεί στηρίζονται είτε σε μετρητές (timer-based) είτε σε ειδικές τεχνικές δόμησης του δικτύου (structure-based) [12]. Οι λύσεις που βασίζονται στη κατάλληλη δόμηση του δικτύου αναθέτουν σε ορισμένους επιλεγμένους κόμβους να ελέγχουν και να περιορίζουν την πληροφορία ανάδρασης [13]-[16]. Από την άλλη πλευρά, οι αλγόριθμοι που κάνουν χρήση μετρητών αποσκοπούν να περιορίσουν με πιθανοτικό τρόπο τα μηνύματα ανάδρασης που αποστέλλονται από τα τερματικά [9], [17]-[21]. Τα μηνύματα ανάδρασης αποστέλλονται από κάθε τερματικό με μια τυχαία καθυστέρηση ώστε τα τερματικά που βρίσκονται πλησιέστερα στην πηγή να στείλουν νωρίτερα μηνύματα ανάδρασης αποτρέποντας τα μηνύματα που προέρχονται από απομακρυσμένους κόμβους.

Μια εναλλακτική κατηγοριοποίηση των αλγόριθμων παροχής αξιοπιστων υπηρεσιών πολυεκπομπής μπορεί να γίνει με κριτήριο τον τρόπο ανάκτησης των δεδομένων [22]. Στην εργασία αυτή, τα σχετικά σχήματα διακρίνονται σε τρεις βασικές κατηγορίες, σε

αυτά που χρησιμοποιούν μηχανισμούς αυτόματης αναμετάδοσης (Automatic Retransmission Request- ARQ), σε αυτά που στηρίζονται στη φήμη (gossip) και τέλος στη χρησιμοποίηση κωδίκων διόρθωσης λαθών (Forward Error Correction- FEC). Στα σχήματα που στηρίζονται στα ARQ σχήματα, τα χαμένα πακέτα αναμεταδίδονται μέχρι η πληροφορία να μεταδοθεί σωστά από όλους τους χρήστες. Στα σχήματα που στηρίζονται στη φήμη, τα χαμένα πακέτα αναμεταδίδονται από ένα μικρό αριθμό τερματικών που έχει λάβει σωστά την αρχική πληροφορία [23]. Τέλος, στα σχήματα που χρησιμοποιούν κώδικες διόρθωσης λαθών, τα δεδομένα μεταδίδονται μαζί με πλεονάζουσα πληροφορία η οποία είναι ικανή να οδηγήσει τα τερματικά στην διόρθωση και τελικά στην ανάκτηση των χαμένων πακέτων.

Το πρόβλημα της κατάρρευσης ενός ασύρματου συστήματος εμφανίζεται όταν πολλοί χρήστες ζητήσουν ταυτόχρονα την αναμετάδοση πακέτων. Αυτό συμβαίνει όταν οι αιτίες για τις απώλειες δεδομένων είναι συσχετισμένες με αποτέλεσμα οι χρήστες να έχουν χάσει σχεδόν τα ίδια δεδομένα. Είναι προφανές ότι το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί με επιτυχία αν μόνο ένα περιορισμένο πλήθος τερματικών στείλει μηνύματα ανάδρασης. Για το λόγο αυτό, το πρόβλημα μπορεί να διατυπωθεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε, όταν αυξάνει το πλήθος των χρηστών, το κίνητρό τους να στείλουν μηνύματα ανάδρασης να μειώνεται. Μια τέτοια συμπεριφορά συνδέεται στενά με την κοινωνική ψυχολογία, ειδικότερα με το *Φαινόμενο της Κοινωνικής Απάθειας (Bystander Apathy)* ή της *Κοινωνικής Παρέμβασης (Bystander Intervention)* [24]. Σε σχέση με το φαινόμενο της κοινωνικής παρέμβασης, κοινωνιολόγοι έχουν παρατηρήσει ότι όταν κάποιος βρίσκεται υπό κάποιου είδους απειλή και υπάρχει ένας μόνο παρευρισκόμενος που μπορεί να παρέμβει, είναι πολύ πιθανό ο δεύτερος να προσφέρει τη βοήθειά του στον πρώτο. Όμως, καθώς το πλήθος των παρευρισκόμενων αυξάνει, η πιθανότητα κάποιος εξ αυτών να βοηθήσει μειώνεται. Η κατάλληλη μεταφορά των κοινωνικών αυτών φαινομένων σε προβλήματα πολυεκπομπής μέσω αποτελεσματικής διατύπωσης οδηγεί σε απλή λύση του προβλήματος καταστολής των μηνυμάτων ανάδρασης.

Συγκεκριμένα, όταν το πλήθος των δεκτών της υπηρεσίας πολυεκπομπής είναι μικρό, δεν υπάρχει λόγος καταστολής των μηνυμάτων ανάδρασης αφού η επίδραση τους στην επίδοση του δικτύου είναι περιορισμένη διότι ένα μικρό πλήθος μηνυμάτων ανάδρασης δεν απαιτεί τη δέσμευση σημαντικών πόρων του δικτύου. Αντιθέτως, όταν ο αριθμός των χρηστών είναι μεγάλος, είναι προτιμότερο να αποφεύγουν την αποστολή μηνυμάτων ανάδρασης. Λαμβάνοντας υπόψη ότι μόνο ένα μήνυμα ανάδρασης είναι ικανό να βοηθήσει τους χρήστες να ανακτήσουν τα χαμένα πακέτα, η συμπεριφορά των ανενεργών χρηστών (δηλαδή αυτών που απφεύγουν να στείλουν μηνύματα ανάδρασης) στην επίδοση του δικτύου είναι σημαντικότερη σε σχέση με τη συμπεριφορά αυτών που αποστέλλουν μηνύματα ανάδρασης. Οι κοινωνικοί ψυχολόγοι διατύπωσαν το φαινόμενο της κοινωνικής παρέμβασης με χρήση της Θεωρίας Παιγνίων. Ως τυπικό παράδειγμα ας

Πίνακας 3.4: Παίγνιο καταστολής μηνυμάτων

		Παίκτης 2	
		Μη Αποστολή Μηνύματος (p)	Αποστολή Μηνύματος (1-p)
Παίκτης 1	Μη Αποστολή Μηνύματος (p)	(0, 0)	(1, $1 - dE/\alpha$)
	Αποστολή Μηνύματος (1-p)	($1 - dE/\alpha$, 1)	($1 - dE/\alpha$, $1 - dE/\alpha$)

θεωρηθεί το σενάριο όπου αρκετοί άνθρωποι είναι αυτόπτες μάρτυρες σε ένα έγκλημα. Όλοι επιθυμούν κάποιος να καλέσει την αστυνομία και να σταματήσει το έγκλημα για να αποκομίσουν ψυχική ικανοποίηση. Δυστυχώς, κανένας δεν αναλαμβάνει να καλέσει λόγω του φόβου από ενδεχόμενα αντίποινα του δράστη. Με βάση αυτήν την κοινωνική συμπεριφορά, προτείνεται μια νέα προσέγγιση για τη λύση του προβλήματος της περιορισμού μηνυμάτων ανάδρασης με χρήση θεωρίας παιγνίων σε στρατηγική μορφή.

3.6 Το παίγνιο καταστολής μηνυμάτων με δύο παίκτες

Το παίγνιο καταστολής μηνυμάτων ανάδρασης ανήκει στη γενική κατηγορία των παιγνίων συνεισφοράς (contribution games) [25]-[26]. Τα παίγνια αυτά χρησιμοποιούνται για την περιγραφή προβλημάτων όπου οι παίκτες έχουν τη δυνατότητα να ενεργήσουν προς όφελος του συνόλου. Από την άλλη πλευρά, προτιμούν κάποιος άλλος παίκτης να πραγματοποιήσει αυτή την ενέργεια. Στο παίγνιο καταστολής μηνυμάτων, ένας κόμβος (παίκτης) που έχει χάσει ένα πακέτο θα ήθελε να στείλει ένα μήνυμα ανάδρασης και να ζητήσει την αναμετάδοσή του. Εντούτοις, κάθε κόμβος (παίκτης) προτιμά να μην κάνει την ενέργεια αυτή για να αποφύγει το σχετικό κόστος. Δεδομένου ότι στα ασύρματα δίκτυα η ενέργεια είναι ένα πολύ σημαντικός πόρος για την επιβίωση του δικτύου, κατά τη συγκεκριμένη διατύπωση του παιγνίου καταστολής μηνυμάτων, το κόστος αποστολής μηνύματος συνδέεται με την υπολειπόμενη ενέργεια του κάθε κόμβου (παίκτη). Ανάλογα με το κριτήριο που θα υιοθετηθεί μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαφορετικές συναρτήσεις κόστους.

Στον Πίνακα 3.4 παρουσιάζεται το παίγνιο καταστολής μηνυμάτων ανάδρασης με δύο παίκτες που έχουν χάσει τα ίδια πακέτα. Με dE συμβολίζεται η ενέργεια που δαπανάται για την αποστολή ενός μηνύματος ανάδρασης και με α η υπολειπόμενη ενέργεια του παίκτη την ώρα της απόφασης. Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη προσέγγιση το σχετικό κόστος αποστολής μηνυμάτων ανάδρασης είναι dE/α , ενώ το μέγιστο κανονικοποιημένο όφελος είναι 1. Αν κάποιος στείλει μήνυμα, το όφελος του είναι $1 - dE/\alpha$. Όταν κανένας παίκτης δεν στείλει μήνυμα το κέρδος είναι μηδενικό για να αναδειχθεί η

σημασία αποστολής μηνυμάτων αφού, αν τα χαμένα πακέτα δεν ανακτηθούν η υπηρεσία πολυεκπομπής τερματίζεται. Το ανωτέρω παίγνιο έχει δύο καθαρές ισορροπίες, τις καταστάσεις $(1 - dE/\alpha, 1)$, $(1, 1 - dE/\alpha)$, και μια μικτή.

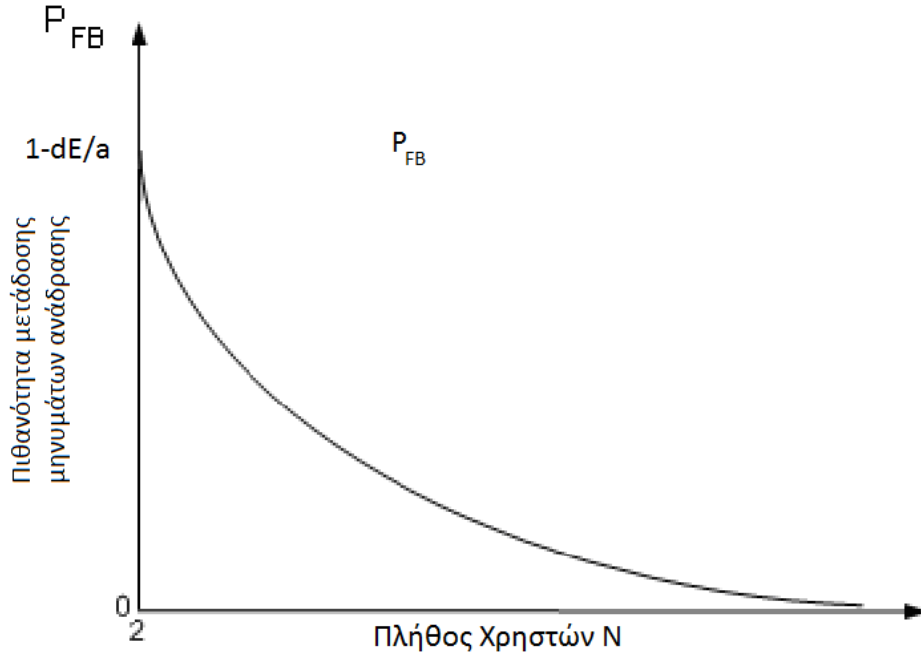
3.7 Επέκταση σε N παίκτες

Το προηγούμενο παίγνιο μπορεί εύκολα να επεκταθεί στην περίπτωση όπου το δίκτυο πολυεκπομπής περιλαμβάνει N τερματικά. Τα βασικά στοιχεία του παιχνιδιού είναι οι παίκτες (τα τερματικά που επιθυμούν να ανακτήσουν τη χαμένη πληροφορία), οι στρατηγικές (επιλογή να αποστείλει ή όχι μήνυμα ανάδρασης) και οι συναρτήσεις ωφέλειας (περιγραφή του ενεργειακού κόστους κάθε επιλογής). Συνήθως, στα προβλήματα καταστολής μηνυμάτων ανάδρασης το πλήθος των παικτών προσδιορίζεται από τα μηνύματα ανάδρασης που φθάνουν στην πηγή πολυεκπομπής[17]. Πρέπει να αναφερθεί ότι το πρόβλημα της κατάρρευσης του συστήματος λόγω έξαρσης των μηνυμάτων ανάδρασης εμφανίζεται σε ασύρματα δίκτυα που υφίστανται διαλείψεις, όπως για παράδειγμα είναι τα δορυφορικά δίκτυα και τα επίγεια WiMax δίκτυα που λειτουργούν στην περιοχή συχνοτήτων 10-66GHz και βρίσκονται υπό συνθήκες διαλείψεων βροχής. Στην περίπτωση αυτή, η πλειοψηφία των χρηστών που βρίσκεται στην υπό βροχή περιοχή κάλυψης υποφέρει από συσχετισμένες απώλειες πακέτων, οπότε το πλήθος των παικτών του παιχνιδιού προσεγγίζει το πλήθος των τερματικών της υπηρεσίας πολυεκπομπής [9].

Η στρατηγική ενός παίκτη i , $i \in N$, είναι $S_i = \{\text{Μη Αποστολή Μηνύματος, Αποστολή Μηνύματος}\}$. Οι αντίστοιχες ωφέλειες προσδιορίζεται ως ακολούθως: Αν κανένας παίκτης δεν στείλει μήνυμα ανάδρασης, το όφελος για όλους τους παίκτες συμπεριλαμβανομένου και του παίκτη i είναι 0. Αν ο παίκτης i στείλει μήνυμα ανάδρασης, το όφελος του είναι $1 - dE/\alpha$, όπου dE/α είναι το σχετικό ενεργειακό κόστος αποστολής ενός μηνύματος ανάδρασης. Αν τουλάχιστον ένας από τους υπόλοιπους $N - 1$ παίκτες στείλει μήνυμα ανάδρασης ενώ ο παίκτης i δεν στείλει, το όφελος του κανονικοποιείται στο 1.

Για την επίλυση την εκδοχής του παιχνιδιού με N - παίκτες, η πιθανότητα ο παίκτης i να μη στείλει μήνυμα ανάδρασης συμβολίζεται με p . Η πιθανότητα κανένας παίκτης - εκτός από τον παίκτη i - να στείλει μήνυμα ανάδρασης είναι p^{N-1} . Συνεπώς, η πιθανότητα τουλάχιστον ένας από τους υπόλοιπους $N - 1$ παίκτες πλην του παίκτη i να στείλουν μήνυμα είναι $1 - p^{N-1}$. Εξισώνοντας τα κέρδη που προκύπτουν από τις καθαρές στρατηγικές του παίκτη i χρησιμοποιώντας τη μέθοδο εξίσωσης κερδών [25] προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση για την πιθανότητα κάποιος παίκτης να μη στείλει μήνυμα σε κατάσταση ισορροπίας, p_{eq}

$$(1 - dE/\alpha) \cdot p_{eq}^{N-1} + (1 - dE/\alpha) \cdot (1 - p_{eq}^{N-1}) = 0 \cdot p_{eq}^{N-1} + 1 \cdot (1 - p_{eq}^{N-1}) \quad (3.6)$$



Σχήμα 3.1: Επίδραση του πλήθους των χρηστών στην πιθανότητα αποστολής μηνυμάτων ανάδρασης

Επομένως,

$$p_{eq} = (dE/\alpha)^{1/(N-1)} \quad (3.7)$$

Συνεπώς, η πιθανότητα τουλάχιστον ένας παίκτης να στείλει μήνυμα εξαρτάται από το κόστος (dE/α) και δίνεται από τη σχέση

$$P_{FB}(dE/\alpha) = 1 - (dE/\alpha)^{1/(N-1)} \quad (3.8)$$

Από την (3.8) είναι φανερό ότι, όταν ο αριθμός των παικτών είναι μικρός, η πιθανότητα να σταλεί μήνυμα ανάδρασης είναι μεγάλη. Σε αυτή την περίπτωση, οι χρήστες της υπηρεσίας πολυεκπομπής αντιδρούν σύμφωνα με το φαινόμενο της κοινωνικής παρέμβασης. Καθώς όμως αυξάνει το πλήθος των κόμβων N , η πιθανότητα αποστολής ενός μηνύματος ανάδρασης μειώνεται με αποτέλεσμα οι χρήστες σταδιακά να καθίστανται απρόθυμοι να στείλουν μηνύματα ανάδρασης με αποτέλεσμα να βελτιώνεται η επίδοση του σχήματος καταστολής μηνυμάτων ανάδρασης. Αυτά αποτυπώνονται στο Σχήμα 3.1, όπου απεικονίζεται η επίδραση του πλήθους των χρηστών στην πιθανότητα αποστολής ενός μηνύματος ανάδρασης.

3.8 Το σύνδρομο Genovese: Η ανάγκη χρήσης μηχανισμών ανάκτησης

Μολονότι το φαινόμενο της παρέμβασης μπορεί να διατυπωθεί αποτελεσματικά με χρήση της θεωρίας παιγνίων, ορισμένες φορές υπάρχει το ενδεχόμενο η διατύπωση αυτή να αποδειχθεί ανεπαρκής. Όταν το πλήθος των παικτών είναι μεγάλο, οι παίκτες γίνονται τόσο αδιάφοροι (απρόθυμοι να στείλουν μήνυμα ανάδρασης) ώστε να προκύψει το ενδεχόμενο κανένας από τους παίκτες να μη στείλει μήνυμα ανάδρασης. Στην κοινωνική ψυχολογία το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως σύνδρομο Genovese [24] και ονομάστηκε έτσι στη μνήμη της Kitty Susan Genovese που δολοφονήθηκε το 1964 παρουσία πολλών ατόμων που όμως δεν παρενέβησαν για να αποτρέψουν την εγκληματική πράξη. Στο υπό εξέταση παίγνιο, η πιθανότητα εμφάνισης του συνδρόμου Genovese, δηλαδή της πιθανότητας κανένας χρήστης να μη στείλει μήνυμα ανάδρασης, δίνεται από τη σχέση

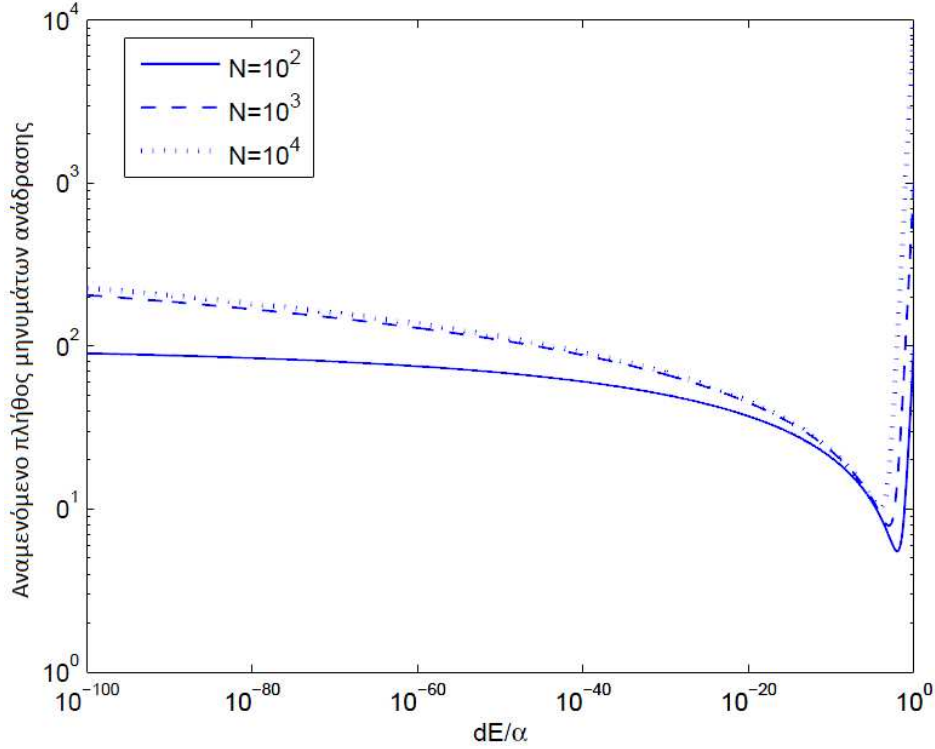
$$P_{GEN}(dE/\alpha) = [1 - P_{FB}(dE/\alpha)]^N = (dE/\alpha)^{N/(N-1)} \quad (3.9)$$

Από την (3.9) γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι όταν το κόστος είναι αμελητέο ($dE/\alpha \rightarrow 0$) η πιθανότητα εμφάνισης του συνδρόμου Genovese τείνει στο μηδέν. Όμως, όταν το κόστος είναι υψηλό ($(dE/\alpha) \rightarrow 1$), η πιθανότητα εμφάνισής του αυξάνει.

Επίσης, είναι φανερό ότι όταν ο αριθμός των χρηστών είναι μεγάλος, $P_{GEN} \rightarrow 1$. Ως εκ τούτου, η θεωρητική διατύπωση του παιγνίου περιορισμού μηνυμάτων ανάδρασης με αποκλειστική χρήση του φαινομένου της κοινωνικής παρέμβασης δεν μπορεί να εξασφαλίσει μια αξιόπιστη υπηρεσία πολυεκπομπής. Αυτό συμβαίνει διότι, όταν ο αριθμός των χρηστών είναι μεγάλος, υπάρχει αυξημένη πιθανότητα να εμφανιστεί το σύνδρομο Genovese και κανένα από τα τερματικά να μη στείλει μήνυμα ανάδρασης. Για την αποφυγή του ενδεχομένου αυτού προτείνεται η χρήση εφεδρικών μηχανισμών. Ένας τέτοιος εφεδρικός μηχανισμός χρησιμοποιεί μετρητές σε κάθε τερματικό ρυθμισμένους να εκπνέουν λίγο μετά από χρονικό διάστημα ίσο προς RTT . Αν ο μετρητής ενός τερματικού λήξει πριν από την ορθή λήψη των χαμένων πακέτων, τό τερματικό αποστέλλει μήνυμα ανάδρασης ζητώντας επαναμετάδοση. Η διάρκεια του μετρητή πρέπει να είναι ικανή ώστε τα δεδομένα που αναμεταδίδονται να φθάνουν σε όλους του δέκτες πολυεκπομπής και να περιορίζουν τα μηνύματα ανάδρασης. Σε αυτή την περίπτωση το αναμενόμενο πλήθος μηνυμάτων ανάδρασης είναι

$$\begin{aligned} E_{FB}(dE/\alpha) &= P_{FB}(dE/\alpha) \cdot N + P_{GEN}(dE/\alpha) \cdot N \\ &= \left\{1 - (dE/\alpha)^{1/(N-1)}\right\} \cdot N + (dE/\alpha)^{N/(N-1)} \cdot N \end{aligned} \quad (3.10)$$

Αποδεικνύεται στο Παράρτημα 3.A.2 ότι το $E_{FB}(dE/\alpha)$ ελαχιστοποιείται για την τιμή



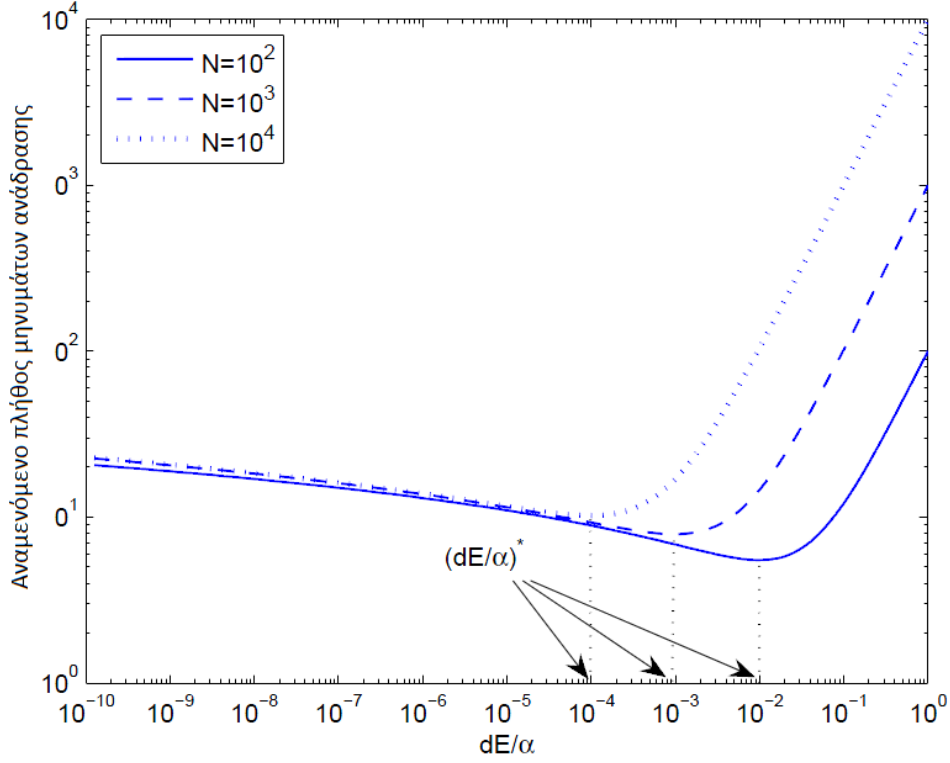
Σχήμα 3.2: Αναμενόμενο πλήθος μηνυμάτων ανάδρασης συναρτήσει του σχετικού κόστους dE/α για διαφορετικές τιμές του πλήθους των τερματικών ($dE/\alpha \in [10^{-100}, 10^0]$).

$$(dE/\alpha)^* = 1/N.$$

Η μέση καθυστέρηση των μηνυμάτων ανάδρασης ισούται με

$$D(dE/\alpha) = P_{FB}(dE/\alpha) \cdot 0 + P_{GEN}(dE/\alpha) \cdot RTT = (dE/\alpha)^{N/(N-1)} \cdot RTT \quad (3.11)$$

Στο Σχήματα 3.2 και 3.3 απεικονίζεται το αναμενόμενο πλήθος μηνυμάτων ανάδρασης για διαφορετικό πλήθος τερματικών. Οι καμπύλες είναι κοίλες με σημείο ελαχίστου το $(dE/\alpha)^* = 1/N$. Για τιμές $dE/\alpha \ll (dE/\alpha)^*$ το αναμενόμενο πλήθος μηνυμάτων ανάδρασης είναι μεγάλο επειδή το σχετικό κόστος της αποστολής μηνύματος είναι αμελητέο. Στην περίπτωση αυτή οι χρήστες θεωρούν προτιμότερο να στείλουν οι ίδιοι μήνυμα ανάδρασης παρά να περιμένουν να στείλουν οι υπόλοιποι ώστε ενδεχομένως να επωφεληθούν. Δηλαδή, οι χρήστες δεν έχουν κίνητρο να μη στείλουν μήνυμα ανάδρασης - διακινδυνεύοντας κατ' αυτόν τον τρόπο την ποιότητα της υπηρεσίας πολυεκπομπής - οπότε κάποιοι χρήστες θα στείλουν αμέσως μήνυμα αποτρέποντας την αποστολή μηνυμάτων από τους υπόλοιπους χρήστες. Επιβεβαιώνεται έτσι και η αντιστοιχία με το φαινόμενο της κοινωνικής παρέμβασης. Επιπλέον, για χαμηλές τιμές του σχετικού κόστους dE/α οι τρεις καμπύλες βρίσκονται πολύ κοντά η μια στην άλλη εξαιτίας του γεγονότος ότι το σχετικό κόστος αποστολής μηνύματος ανάδρασης είναι χαμηλό, οπότε είναι μεγάλη η πιθανότητα κάποιος να στείλει μήνυμα ανάδρασης. Στη θεωρητική



Σχήμα 3.3: Αναμενόμενο πλήθος μηνυμάτων ανάδρασης συναρτήσει του σχετικού κόστους dE/α για διαφορετικές τιμές του πλήθους των τερματικών ($dE/\alpha \in [10^{-10}, 10^0]$).

περίπτωση όπου $dE/\alpha \rightarrow 0$, $E_{FB} \rightarrow N$, οπότε όλοι οι χρήστες θα στείλουν μήνυμα ανάδρασης αφού το σχετικό κόστος είναι χαμηλό.

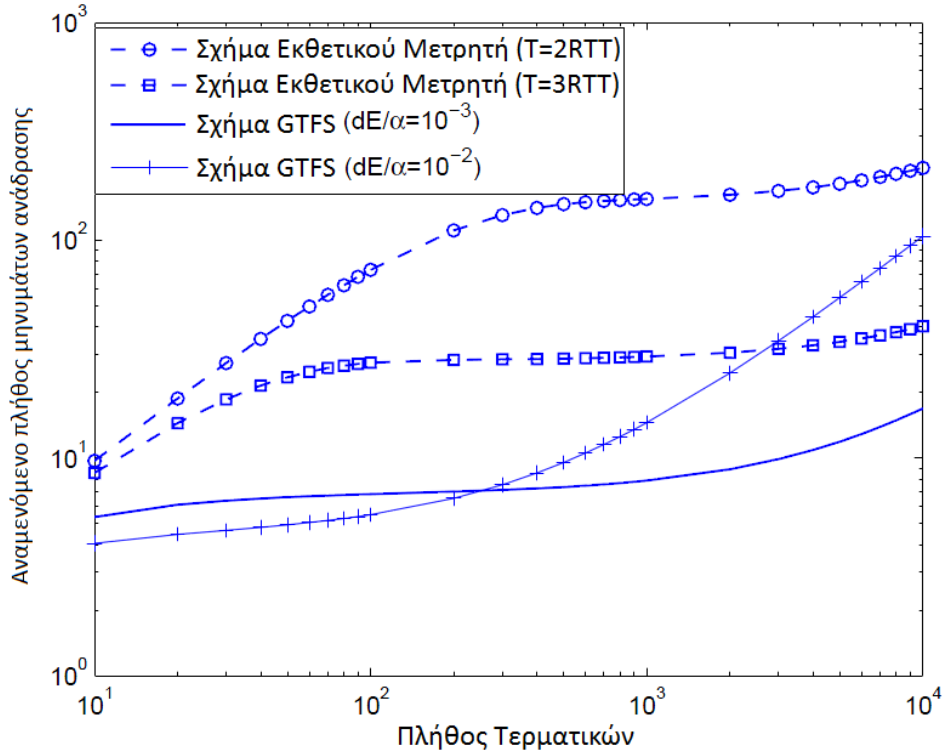
Στο Σχήμα 3.4, ο αλγόριθμος που στηρίζεται στη θεωρία παιγνίων συγκρίνεται με τα σχήματα που στηρίζονται στη λειτουργία εκθετικού μετρητή που παρουσιάζεται στην παραπομπή [17]. Παρατηρείται ότι το σχήμα καταστολής μηνυμάτων με θεωρία παιγνίων (GTFS-Game theory feedback suppression) παρουσιάζει εμφανώς καλύτερη επίδοση συγκριτικά με τα σχήματα εκθετικού μετρητή. Η επίδοση σχήματος εκθετικού μετρητή είναι καλύτερη όταν υιοθετούνται πολύ μεγάλες περιόδοι καθυστέρησης.

Τέλος, στο Σχήμα 3.5 απεικονίζεται η μέση καθυστέρηση αποστολής μηνύματος ανάδρασης κανονικοποιημένη ως προς RTT συναρτήσει του πλήθους των τερματικών. Είναι εμφανής η ανωτερότητα του προτεινόμενου αλγορίθμου που στηρίζεται στη θεωρία παιγνίων σε σχέση με τα σχήματα εκθετικού μετρητή.

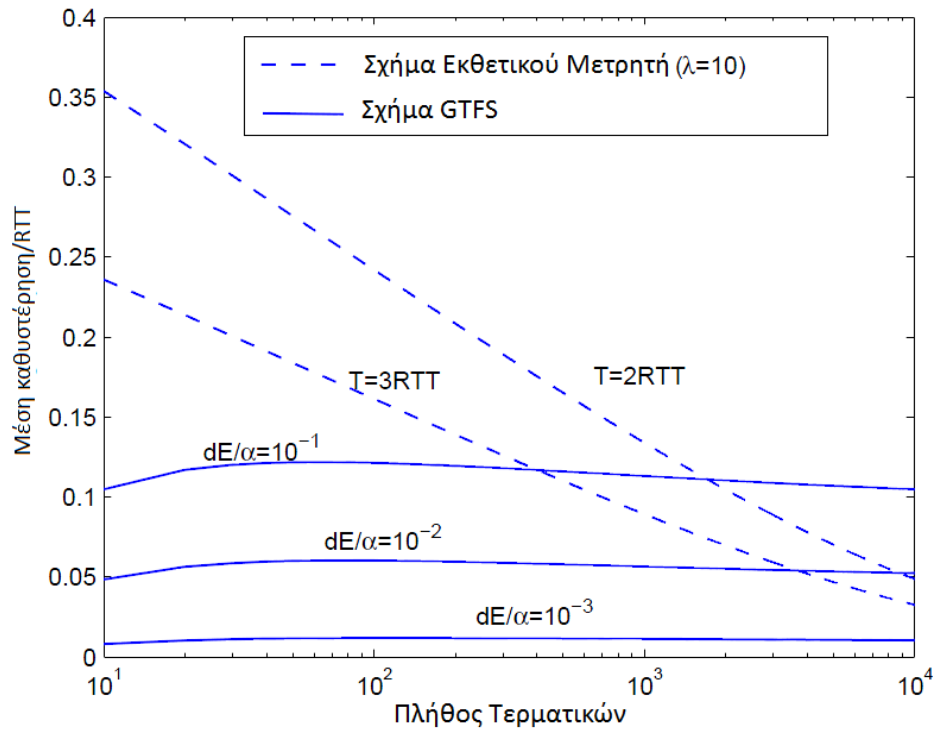
3.A Παράρτημα

3.A.1 Ύπαρξη της ισορροπίας Nash

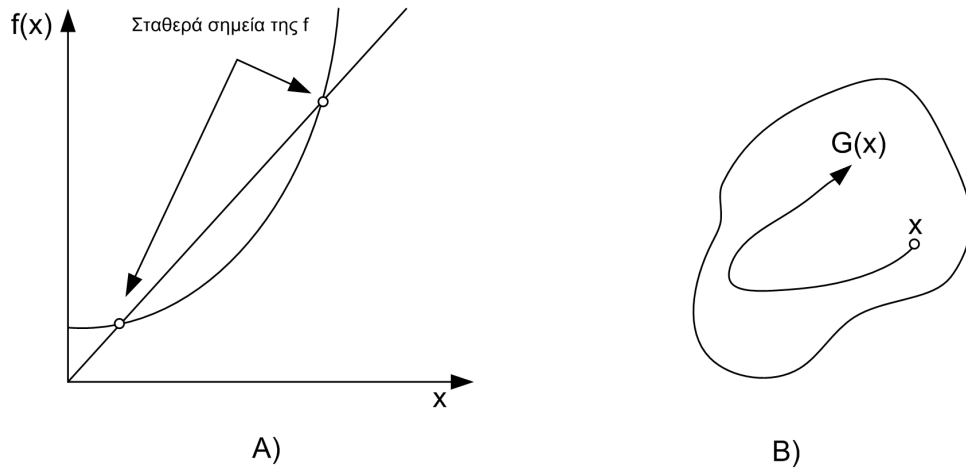
Γενικά, η μοναδικότητα αλλά ακόμη και η ύπαρξη της ισορροπίας Nash δεν είναι εγγυημένες. Επιπλέον, ακόμη και στις περιπτώσεις όπου υπάρχει ισορροπία Nash δεν



Σχήμα 3.4: Σύγκριση του προτεινόμενου σχήματος με βάση τη θεωρία παιγνίων και του σχήματος εκθετικού μετρητή ως προς τον αναμενόμενο αριθμό μηνυμάτων ανάδρασης συναρτήσει του πλήθους των τερματικών ($\lambda = 10$).



Σχήμα 3.5: Μέση κανονικοποιημένη καθυστέρηση συναρτήσει του πλήθους των τερματικών.



Σχήμα 3.6: Απεικόνιση σταθερών σημείων: A) για μια συνάρτηση B) για μια αντιστοίχιση.

διασφαλίζεται ότι το παίγνιο θα καταλήξει τελικά στο σημείο αυτό.

Στη συγκεκριμένη παράγραφο παρουσιάζονται μερικά από τα βασικότερα αποτελέσματα σχετικά με την ύπαρξη ισορροπίας Nash. Αρχικά, περιγράφεται η απόδειξη της ισορροπίας Nash σε παίγνια των οποίων ο αριθμός των παικτών είναι πεπερασμένος. Στη συνέχεια, μελετάται η ύπαρξη ισορροπίας Nash σε παίγνια με άπειρο αριθμό παικτών αλλά συνεχείς συναρτήσεις κέρδους. Τέλος, παρατίθεται και μια γενικότερη προσέγγιση ύπαρξης ισορροπία που αφορά την ύπαρξη σταθερού σημείου.

Ορισμός 16 Έστω η συνάρτηση f που πραγματοποιεί την αντιστοίχιση $f : X \rightarrow X$. Το $x \in X$ είναι σταθερό σημείο της συνάρτησης f αν $f(x) = x$.

Ο ορισμός αυτός μπορεί να γενικευθεί για να εφαρμοστεί σε συναρτήσεις σημείου προς σύνολο.

Ορισμός 17 Ας θεωρηθεί μια αντιστοίχιση που απεικονίζει κάθε σημείο $x \in X$ σε ένα σύνολο $\phi(x) \subset X$. Αυτή η αντιστοίχιση συμβολίζεται με $\phi(x) : X \rightarrow X$. Το $x \in X$ είναι σταθερό σημείο της συνάρτησης ϕ αν $x \in \phi(x)$.

Στο Σχήμα 3.6 απεικονίζονται τα σταθερά σημεία για μια συνάρτηση και για μια αντιστοίχιση. Πώς, όμως, τα σταθερά σημεία συνδέονται με την ισορροπία Nash; Έστω ότι η καλύτερη αντίδραση του παίκτη i σε μικτές στρατηγικές είναι η $\mathbf{mr}_i(\sigma)$. Αν με $\mathbf{mr}(\sigma)$ συμβολιστεί το καρτεσιανό γινόμενο των $\mathbf{mr}_i(\sigma)$, τότε, η ισορροπία Nash εξ ορισμού είναι η από κοινού καλύτερη αντίδραση. Είναι προφανές ότι κάθε σταθερό σημείο \mathbf{mr} είναι ισορροπία Nash. Επιπλέον, κάθε ισορροπία Nash είναι σταθερό σημείο του \mathbf{mr} .

Ορισμός 18 Μια αντιστοίχιση ϕ από ένα υποσύνολο T του Ευκλείδειου χώρου σε ένα συμπαγές υποσύνολο V του Ευκλείδειου χώρου είναι άνω ημισυνεχής στο σημείο $x \in T$

αν $x_r \rightarrow x$, $y_r \rightarrow y$, όπου $y_r \in \phi(x_r) \forall r$, συνεπάγεται $y \in \phi(x)$. Η αντιστοίχιση είναι άνω ημισυνεχής αν είναι άνω ημισυνεχής σε κάθε $x \in T$.

Στη συνέχεια αποδεικνύεται η ύπαρξη της ισορροπίας Nash με χρήση του θεωρήματος Kakutani για σταθερό σημείο.

Θεώρημα 8 Έστω το κυρτό και συμπαγές σύνολο $X \subset \mathbb{R}^m$ και η άνω ημισυνεχής αντιστοίχιση $\phi : X \rightarrow X$ με μη κενές κυρτές τιμές. Τότε το ϕ έχει σταθερό σημείο.

Για να αποδειχτεί ότι κάθε πεπερασμένο στρατηγικό παίγνιο έχει ισορροπία Nash, πρέπει το Σ να είναι κυρτό και συμπαγές, ενώ η αντιστοίχιση \mathbf{mr} να είναι άνω ημισυνεχής με μη κενές κυρτές τιμές. Αυτό γίνεται στα ακόλουθα βήματα.

Λήμμα 3 Το Σ είναι συμπαγές και κυρτό

Απόδειξη. Το καρτεσιανό γινόμενο συμπαγών και κυρτών συνόλων είναι επίσης συμπαγές και κυρτό σύνολο. Συνεπώς, όλα τα Σ_i , $i \in N$, έχουν αυτές τις ιδιότητες.

Είναι σαφές ότι το Σ_i είναι κλειστό και πεπερασμένο και κατ' επέκταση συμπαγές και κυρτό.

Έστω ένα διάνυσμα σ_i το οποίο αντιστοιχεί τις πιθανότητες σ_i^j , $j = 1, 2, \dots, |\Sigma_i|$ σε κάθε καθαρή στρατηγική $s_i \in \Sigma_i$. Να σημειωθεί ότι με $|X|$ συμβολίζεται η διάσταση του συνόλου X . Κάθε διάνυσμα με διαστάσεις $|\Sigma_i|$ με τις ακόλουθες ιδιότητες ανήκει στο Σ_i :

1. σ_i^j για όλα τα $j \in \{1, 2, \dots, |\Sigma_i|\}$
2. $\sum_{j=1}^{|\Sigma_i|} \sigma_i^j = 1$.

Ας θεωρηθούν οι μικτές στρατηγικές $\alpha_i, \beta_i \in \Sigma_i$ και ένας αριθμός $\lambda \in [0, 1]$.

Ισχύει:

$$\lambda \alpha_i + (1 - \lambda) \beta_i = (\lambda \alpha_i^1 + (1 - \lambda) \beta_i^1, \dots, \lambda \alpha_i^{|\Sigma_i|} + (1 - \lambda) \beta_i^{|\Sigma_i|}) \quad (3.12)$$

Είναι σαφές ότι $\lambda \alpha_i^j + (1 - \lambda) \beta_i^j \geq 0$, $\forall j$. Επιπλέον,

$$\sum_{j=1}^{|\Sigma_i|} (\lambda \alpha_i^j + (1 - \lambda) \beta_i^j) = \lambda \sum_{j=1}^{|\Sigma_i|} \alpha_i^j + (1 - \lambda) \sum_{j=1}^{|\Sigma_i|} \beta_i^j = \lambda + (1 - \lambda) = 1 \quad (3.13)$$

Ως εκ τούτου, $\lambda \alpha_i + (1 - \lambda) \beta_i \in \Sigma_i$, κατ' επέκταση το Σ_i είναι κυρτό.

Στη συνέχεια, θα αποδειχθεί ότι το \mathbf{mr} είναι κυρτό δείχνοντας ότι το \mathbf{mr}_i είναι επίσης κυρτό.

Λήμμα 4 Έστω, $\mathbf{mr}(\sigma) = \times_{i \in N} \mathbf{mr}_i(\sigma)$. Η αντιστοίχιση $\mathbf{mr}(\sigma)$ είναι μη κενή και κυρτή.

Απόδειξη. Όταν το S_i είναι πεπερασμένο και μη κενό για όλα τα $i \in N$, η καλύτερη απόκριση \mathbf{mr}_i είναι μη κενή. Κατ' επέκταση η \mathbf{mr} είναι επίσης μη κενή.

Για τον παίκτη i ας θεωρηθούν οι δύο μικτές στρατηγικές $\alpha_i, \beta_i \in \mathbf{mr}_i(\sigma)$ και πραγματικό αριθμό $\lambda \in (0,1)$. Για να αποδειχθεί ότι το \mathbf{mr}_i είναι κυρτό πρέπει να δειχθεί ότι $\lambda\alpha_i + (1-\lambda)\beta_i \in \mathbf{mr}_i(\sigma)$. Να σημειωθεί ότι

$$\begin{aligned} u_i(\lambda\alpha_i + (1-\lambda)\beta_i, \sigma_{-i}) &= \sum_{s \in S} \prod_{j=1}^N \sigma_j(s_j) u_i(s) \\ &= \sum_{s \in S} (\lambda\alpha_i(s_i) + (1-\lambda)\beta_i(s_i)) \prod_{j=1, j \neq i}^N \sigma_j(s_j) u_i(s) \\ &= \lambda \sum_{s \in S} \alpha_i(s_i) \prod_{j=1, j \neq i}^N \sigma_j(s_j) u_i(s) + (1-\lambda) \sum_{s \in S} \beta_i(s_i) \prod_{j=1, j \neq i}^N \sigma_j(s_j) u_i(s) \\ &= \lambda u_i(\alpha_i, \sigma_{-i}) + (1-\lambda) u_i(\beta_i, \sigma_{-i}) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Συνεπώς, αν το α_i και β_i είναι από κοινού καλύτερες αποκρίσεις στο σ_{-i} το ίδιο συμβαίνει και για το άθροισμά τους με βάρη.

Τέλος, θα αποδειχθεί ότι το $\mathbf{mr}(\sigma)$ είναι άνω ημισυνεχές. Ισχύει το ακόλουθο λήμμα του οποίου η απόδειξη βρίσκεται στην παραπομπή[2].

Λήμμα 5 Η αντιστοίχιση \mathbf{mr} είναι άνω ημισυνεχής.

Απόδειξη. Εστω οι ακολουθίες ζευγαριών μικτών στρατηγικών $(\sigma^k, \hat{\sigma}^k) \rightarrow (\sigma, \hat{\sigma})$ τέτοια ώστε για όλα τα $k = 1, 2, \dots, \hat{\sigma}^k \in \mathbf{mr}(\sigma^k)$ με $\hat{\sigma}$ να μην ανήκει στο $\mathbf{mr}(\sigma)$. Επειδή το $\hat{\sigma}$ δεν είναι η καλύτερη απόκριση στο σ , τότε για κάποιο $i \in N$, $\exists \bar{\sigma}_i \in \Sigma_i$ τέτοιο ώστε

$$u_i(\bar{\sigma}_i, \sigma_{-i}) > u_i(\hat{\sigma}_i, \sigma_{-i}) \quad (3.15)$$

Επειδή $\sigma^k \rightarrow \sigma$, και κατ' επέκταση $\sigma_{-i}^k \rightarrow \sigma_{-i}$ μπορεί να βρεθεί αρκετά μεγάλο k για να οδηγήσει το $u_i(\hat{\sigma}_i^k, \sigma_{-i}^k)$ πολύ κοντά στο $u_i(\bar{\sigma}_i, \sigma_{-i})$. Συνεπώς, για πολύ μεγάλες τιμές του k :

$$u_i(\bar{\sigma}_i, \sigma_{-i}^k) > u_i(\hat{\sigma}_i^k, \sigma_{-i}^k) \quad (3.16)$$

το οποίο είναι άτοπο διότι το $\hat{\sigma}_i^k$ είναι καλύτερη απόκριση στο σ_{-i}^k . Έτσι, το \mathbf{mr} πρέπει να είναι άνω ημισυνεχές.

Τα τρία ανωτέρω λήμματα σε συνδυασμό με το θεώρημα σταθερού σημείου του Kakutani οδηγούν στο θεώρημα του Nash.

Θεώρημα 9 (Nash). Κάθε πεπερασμένο παίγνιο σε στρατηγική μορφή έχει ισορροπία Nash είτε σε μικτή είτε σε καθαρές στρατηγικές.

Η ύπαρξη ισορροπίας μπορεί να αποδειχθεί ακόμη για κλάσεις παιγνίων που έχουν άπειρο χώρο στρατηγικών. Η διαδικασία είναι ανάλογη με αυτή που ακολουθήθηκε προηγουμένως ξεκινώντας με ένα από τα θεωρήματα σταθερών σημείων. Ένα τέτοιο θεώρημα που μπορεί να αποδειχθεί με βάση το θεώρημα σταθερού σημείου του Kakutani είναι το ακόλουθο.

Θεώρημα 10 Έστω το παίγνιο σε στρατηγική μορφή με χώρο στρατηγικών S_i ο οποίος είναι μη κενός, συμπαγής και κυρτός στο υποσύνολο του Ευκλείδειου χώρου. Αν οι συναρτήσεις ωφέλειας είναι συνεχείς στο s και φαινομενικά κοίλες (*quasi-concave*) στο s_i , υπάρχει η ισορροπία Nash του παιγνίου σε καθαρές στρατηγικές.

Η απόδειξη του θεωρήματος είναι παρόμοια με εκείνη του θεωρήματος Nash που περιγράφηκε προηγουμένως. Αρχικά, δημιουργείται η καλύτερη απόκριση σε καθαρές στρατηγικές για το παίγνιο, και μετά αποδεικνύεται ότι ο χώρος των στρατηγικών είναι συμπαγής. Η συνέχεια των συναρτήσεων ωφέλειας εγγυάται ότι αυτή η αντιστοίχιση είναι μη κενή και άνω ημισυνεχής. Στη συνέχεια, αποδεικνύεται ότι η φαινομική κοιλότητα των συναρτήσεων ωφέλειας εγγυάται ότι αυτή η αντιστοίχιση λαμβάνει κυρτές τιμές. Η απόδειξη ολοκληρώνεται με εφαρμογή του θεωρήματος Kakutani.

3.A.2 Προσδιορισμός σημείου ισορροπίας

Ο αναμενόμενος αριθμός μηνυμάτων ανάδρασης E_{FB} ελαχιστοποιείται στο $(dE/\alpha)^* = 1/N$. Ισχύει ότι

$$E_{FB}(dE/\alpha) = \left(1 - (dE/\alpha)^{1/(N-1)}\right) \cdot N + (dE/\alpha)^{N/(N-1)} \cdot N \quad (3.17)$$

Ύστερα από απλές αλγεβρικές πράξεις η (3.17) γράφεται

$$\begin{aligned} \frac{\partial [E_{FB}(dE/\alpha)]}{\partial (dE/\alpha)} &= \\ &= \frac{\partial}{\partial (dE/\alpha)} \left[\left(1 - (dE/\alpha)^{1/(N-1)}\right) \cdot N \right] + \frac{\partial}{\partial (dE/\alpha)} \left[(dE/\alpha)^{N/(N-1)} \cdot N \right] \\ &= -\frac{N}{N-1} (dE/\alpha)^{\frac{1}{N-1}-1} + \frac{N}{N-1} (dE/\alpha)^{\frac{1}{N-1}} \cdot N \\ &= -\frac{N}{N-1} (dE/\alpha)^{\frac{1}{N-1}} \left[(dE/\alpha)^{-1} - N \right] \end{aligned}$$

Συνεπώς, η τιμή $(dE/\alpha)^* = 1/N$ μηδενίζει την παράγωγο $\frac{\partial [E_{FB}(dE/\alpha)]}{\partial (dE/\alpha)}$.

Εύκολα αποδεικνύεται ότι $\frac{\partial^2 (dE/\alpha)^*}{\partial^2 (dE/\alpha)} > 0$. Συνεπώς, η (3.17) έχει μοναδικό ελάχιστο στο σημείο $(dE/\alpha)^* = 1/N$.

Βιβλιογραφία

- [1] W. Poundstone, Prisoner's Dilemma: John von Neumann, Game Theory, and the Puzzle of the Bomb. Doubleday, 1992.
- [2] J. Ratliff, "Jim Ratliff's graduate-level course in game theory," available on Jim Ratliff's Web site, 1992•1997 [Online]. Available at: <http://virtualperfection.com/gametheory/>.
- [3] L. A. DaSilva, "Static pricing in multiple-service networks: A game-theoretic approach," Ph. D. dissertation, the University of Kansas, 1998.
- [4] R. Cocchi, S. J. Shenker, D. Estrin, and L. Zhang, "Pricing in computer networks: Motivation, formulation, and example," *IEEE/ACM Trans. Networking*, vol. 1 no. 6, pp. 614•627, 1998.
- [5] A. A. Lazar, A. Orda, and D. E. Pendarakis, "Virtual path bandwidth allocation in multi-user networks," in *Proceedings of IEEE INFOCOM*, 1995, pp. 312•320.
- [6] Y. Qiu and P. Marbach, "Bandwidth allocation in ad hoc networks: A price-based approach," in *Proceedings of IEEE INFOCOM*, vol. 2, 2003, pp. 797•807.
- [7] Y. Xue, B. Li, and K. Nahrstedt, "Price based resource allocation in wireless ad hoc networks," in *Proceedings of 11th International Workshop on Quality of Service*, 2003.
- [8] Y. A. Korilis and A. A. Lazar, "On the existence of equilibria in noncooperative optimal flow control," *J. ACM*, 1995.
- [9] M.P. Anastasopoulos and P.G. Cottis, "High Altitude Platform Networks: A Feedback Suppression Algorithm for Reliable Multicast/Broadcast Services", *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, "DOI: 10.1109/T-WC.2008.071213"
- [10] M.P. Anastasopoulos and A.D. Panagopoulos and P.G. Cottis, "A Feedback Suppression Algorithm for Reliable Satellite Multicast based on spatial-temporal prediction of the satellite channel", *International Journal of Satellite Communications and Networking*, "DOI:10.1002/sat.931"

- [11] K. Obraczka, "Multicast Transport Protocols: A survey and Taxonomy", *IEEE Commun. Mag.*, vol.36, no.1, pp.94-102, Jan.1998.
- [12] M. Grossglauser, "Optimal Deterministic Timeouts for Reliable Scalable Multicast", in *Proc. Infocom '96*, San Francisco, CA, pp. 1425-32, Mar. 1996.
- [13] S.Paul, K. K. Sabnani, J. C. Lin and S.Bhattacharyya, "Reliable Multicast Transport Protocol (RMTP)", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 15 No. 3, April 1997, Pages 407-421.
- [14] B. Whetten and G. Taskale, "An Overview of Reliable Multicast Transport Protocol II", *IEEE Network*, vol. 14, no. 1, Jan. 2000.
- [15] H. Holbrook, S. Singhal and D. Cheriton, "Log-Based Receiver-Reliable Multicast for Distributed Interactive Simulation", *ACM SIGCOMM'95*, Conf. on Applications, Technologies, Architectures, and Protocols for Computer Communication. Aug. 28 - Sept. 1st, Cambridge, USA.
- [16] M. Baysan and K. Sarac, "Cluster based approaches for end-to-end complete feedback collection in multicast Performance", in *proc. of IEEE IPCCC '06*, pp. 10-12, 2006.
- [17] J. Nonnenmacher and E. W. Biersack, "Scalable Feedback for Large Groups", *IEEE/ACM Trans. Netw.*, Vol. 7, Issue 3, pp. 375 - 386, June 1999.
- [18] S. Floyd, V. Jacobson, C-G. Liu, S. McCanne and L. Zhang, "A reliable multicast framework for light-weight sessions and application level framing", *IEEE/ACM Trans. Netw.*, Vol. 5, no. 6, pp, 784-803, Dec. 1997
- [19] J. Crowcroft and K. Paliwoda, "A Multicast Transport Protocol", in *Proc. ACM SIGCOMM '88*, pp. 247-256, August 1988
- [20] Shuju Wu et.al, "Performance Evaluation and Comparison of Multicast Feedback Control Mechanisms", *Simulation*, vol. 82, no.5, pp.345-362, 2006.
- [21] C. Papadopoulos and G. Parulkar, "Implosion Control for Multipoint Applications", in *Proc. 10th IEEE Workshop on Computer Communications*, (Seattle), September 1995
- [22] B. Ouyang , X. Hong and Y. Yi, "A Comparison of Reliable Multicast Protocols for Mobile Ad Hoc Networks", *Proceedings of IEEE Southeast Con*, pp.339-344, Apr. 2005
- [23] J. Luo, P.T. Eugster and J. Hubaux, "Route drive gossip: Probabilistic reliable multicast in ad hoc networks", *Proceedings of IEEE INFOCOM*, pp. 2229-2239, Mar. 2003

- [24] B. Latane, J. Darley, "Bystander Apathy", *American Scientist*, 1969, 57, 244-268.
- [25] M. Osborne and A. Rubinstein, "A course in game theory", *MIT Press, Cambridge, Massachusetts*, 1994
- [26] E. Rasmusen, "Games and Information: An introduction to game theory", *Blackwell Publishing*, 1989

Κεφάλαιο 4

Παίγνια με ελλιπή πληροφόρηση

4.1 Το παίγνιο περιορισμού μηνυμάτων ανάδρασης με ελλιπή πληροφόρηση.

Το πρόβλημα περιορισμού μηνυμάτων ανάδρασης όταν διατυπωθεί με χρήση της θεωρίας παιγνίων εντάσσεται στη γενική κατηγορία των παιγνίων συνεισφοράς (contribution games) [1] όπου κάθε παίκτης έχει την επιλογή να δράσει συνεισφέροντας στο κοινό καλό αλλά θεωρεί προτιμότερο κάποιος άλλος παίκτης να αναλάβει αυτή την πρωτοβουλία. Στο υπό εξέταση παίγνιο κάθε παίκτης (κόμβος) που έχει χάσει μια ομάδα πακέτων επιθυμεί να στείλει ένα μήνυμα ανάδρασης (Feedback Message - FBM) ζητώντας την αναμετάδοσή τους, αφού η ανάκτηση των χαμένων πακέτων συμβάλλει στην ικανοποίηση της απαιτούμενης ποιότητας υπηρεσίας. Εντούτοις, οι παίκτες είναι απρόθυμοι να στείλουν τα μηνύματα ανάδρασης διότι η αποστολή μηνυμάτων έχει κόστος που σχετίζεται είτε με κατανάλωση ενέργειας είτε με δέσμευση πόρων του δικτύου. Δεδομένου ότι η ενέργεια είναι ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες όσον αφορά τη βιωσιμότητα ενός ασύρματου δικτύου, στην παρούσα μελέτη το κόστος αποστολής ενός μηνύματος ανάδρασης συσχετίζεται με την κατανάλωση ενέργειας. Επιπλέον, δεδομένου ότι στόχος της συγκεκριμένης ανάλυσης είναι η αξιόπιστη μεταφορά δεδομένων σε πολλαπλούς προορισμούς πρέπει να αποτραπεί το ενδεχόμενο κανένας παίκτης να μην στείλει μήνυμα ανάδρασης. Για το λόγο αυτό, γίνεται χρήση κατάλληλου εφεδρικού μηχανισμού που αναγκάζει την αποστολή μηνυμάτων ανάδρασης μετά από κάποια ορισμένη χρονική περίοδο. Αναπόφευκτα όμως, με τη χρήση του εφεδρικού αυτού μηχανισμού εισάγεται καθυστέρηση στη μεταφορά των δεδομένων.

Στον Πίνακα 4.1 παρουσιάζεται το παίγνιο περιορισμού μηνυμάτων ανάδρασης μεταξύ δύο παικτών που έχουν χάσει την ίδια ομάδα πακέτων. Αν ένας παίκτης δεν στείλει μήνυμα ανάδρασης (No Feedback Message - FBM), έχει ένα κανονικοποιημένο όφελος ίσο με 1 και μηδενική καθυστέρηση, υπό την προϋπόθεση ότι κάποιος άλλος παίκτης έχει αποστείλει μήνυμα ανάδρασης. Αν και οι δύο παίκτες διακινδυνεύσουν και δεν στείλουν

Πίνακας 4.1: Το παίγνιο περιορισμού μηνυμάτων ανάδρασης μεταξύ δύο παικτών

		Παίκτης 2	
		<i>No FBM</i> (p_2)	<i>FBM</i> ($1 - p_2$)
Παίκτης 1	<i>No FBM</i> (p_1)	$(1 - D_1 - \varepsilon_1, 1 - D_2 - \varepsilon_2)$	$(1, 1 - \varepsilon_2)$
	<i>FBM</i> ($1 - p_1$)	$(1 - \varepsilon_1, 1)$	$(1 - \varepsilon_1, 1 - \varepsilon_2)$

άμεσα μήνυμα ανάδρασης, τότε προκειμένου να διασφαλιστεί η αξιόπιστη μετάδοση δεδομένων ο μηχανισμός ανάκτησης θα αναγκάσει και τους δύο παίκτες να στείλουν με χρονική καθυστέρηση μήνυμα ανάδρασης. Τότε, το κανονικοποιημένο όφελος των δύο παικτών είναι $1 - (\varepsilon_i + D_i)$, όπου

$$\varepsilon_i = w_e \cdot (dE/\alpha_i) \quad (4.1)$$

$$D_i = w_D \cdot RTT_i \quad (4.2)$$

είναι τα κανονικοποιημένα κόστη ενέργειας και καθυστέρησης, αντίστοιχα.

Στις σχέσεις (4.1) και (4.2), με dE συμβολίζεται η ενεργειακή κατανάλωση για τη μετάδοση ενός μηνύματος ανάδρασης, με α_i η ενέργεια που έχει στη διάθεση του ο χρήστης i ($i = 1, 2$) τη στιγμή της απόφασης, και με RTT_i ο συνολικός χρόνος που απαιτείται για να μεταδοθεί ένα μήνυμα από το χρήστη i στον προορισμό και να επιστρέψει πίσω στον χρήστη. Τέλος, οι μεταβλητές w_e και w_d είναι παράγοντες στάθμισης που σχετίζονται με το αντίστοιχο κόστος αποστολής ή μη ενός μηνύματος ανάδρασης, λαμβάνοντας υπόψη τους ενεργειακούς περιορισμούς και την ευαισθησία της υπηρεσίας πολυεκπομπής ως προς το χρόνο.

Στην περίπτωση όπου ένας παίκτης στείλει FBM, το όφελός του είναι ίσο με $1 - \varepsilon_i$. Το σκεπτικό πίσω από την επιλογή του κανονικοποιημένου κόστους των σχέσεων (4.1) και (4.2) έγκειται στο ότι όταν ένας χρήστης έχει άφθονη ενέργεια δεν έχει κίνητρο να διακινδυνεύσει την ποιότητα υπηρεσίας με το να μην αποστείλει μήνυμα ανάδρασης. Από την άλλη πλευρά, αν η εναπομένουσα ενέργεια ενός παίκτη είναι περιορισμένη, διακινδυνεύει να μη στείλει μήνυμα ανάδρασης προσδοκώντας ότι αν ο άλλος παίκτης στείλει μήνυμα ανάδρασης θα παρατείνει τη διάρκεια παραμονής του στο σύστημα πολυεκπομπής (παίγνιο). Σε κάθε περίπτωση, πρέπει να διασφαλιστεί ότι ικανοποιούνται οι περιορισμοί που σχετίζονται με την επίτευξη συγκεκριμένης ποιότητας υπηρεσιών. Επομένως, είναι απαραίτητη η χρήση ενός εφεδρικού μηχανισμού ο οποίος διασφαλίζει ότι τουλάχιστον ένας από τους χρήστες θα στείλει ένα μήνυμα ανάδρασης μετά από ορισμένη χρονική περίοδο.

Η ενέργεια της μπαταρίας ενός χρήστη ικανοποιεί τη σχέση

$$\alpha_{min} < \alpha_i < \alpha_{max} \quad (4.3)$$

όπου α_{min} είναι το ενεργειακό κατώφλιο που θέτει το χρήστη εκτός λειτουργίας και α_{max} είναι η μέγιστη ενέργεια της μπαταρίας. Υποθέτοντας ότι τα α_{min} και α_{max} είναι κοινά για τους δύο χρήστες

$$\varepsilon_{min} < \varepsilon_i < \varepsilon_{max} < 1 \quad i = 1, 2 \quad (4.4)$$

Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφερθεί ότι είναι γνωστό στους δύο παίκτες ότι τα $\alpha_i, i = 1, 2$ είναι τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν την ίδια κατανομή στο διάστημα $(\alpha_{min}, \alpha_{max})$ με γνωστή γνησίως αύξουσα αθροιστική συνάρτηση κατανομής $P\{\cdot\}$, δηλαδή

$$P\{\alpha_{min}\} = 0 \quad P\{\alpha_{max}\} = 1 \quad (4.5)$$

Επίσης, από τη σχέση (4.2) έχει παρατηρηθεί ότι τα κόστη D_i εξαρτώνται από το χρόνο $RTT_i, i = 1, 2$. Γίνεται σαφές, ότι χρήστες με μικρότερες καθυστερήσεις θα έχουν και μικρότερο κόστος καθυστέρησης. Στην παρούσα ανάλυση θεωρείται ότι οι χρήστες κατανέμονται στην περιοχή εξυπηρέτησης κατά τρόπο ώστε οι καθυστερήσεις τους να κυμαίνεται μεταξύ D_{min} και D_{max} , με $D_{min} = w_D \cdot RTT_{min}$ και $D_{max} = w_D \cdot RTT_{max}$.

Μια καθαρή στρατηγική για το συγκεκριμένο παίγνιο είναι μια συνάρτηση δύο τιμών $s_k(\varepsilon_k, D_k), k = 1, 2$, που αντιστοιχεί το $(\varepsilon_{min}, \varepsilon_{max})$ στο $\{0, 1\}$, όπου με 1 υποδηλώνεται η αποστολή μηνύματος ανάδρασης και 0 η μη αποστολή. Τα οφέλη των δύο παικτών δίνονται από τη σχέση

$$u_i(s_i, s_j, \varepsilon_i, D_i) = 1 - \varepsilon_i s_i - (1 - s_i)(1 - s_j)(\varepsilon_i + D_i), \quad i, j = 1, 2, \quad i \neq j \quad (4.6)$$

Η ισορροπία του Bayes είναι ένα ζεύγος στρατηγικών $(s_i^*(\cdot), s_j^*(\cdot))$, τέτοιο ώστε για κάθε παίχτη i και κάθε πιθανό ζευγάρι (ε_i, D_i) , η στρατηγική $s_i^*(\varepsilon_i, D_i)$ μεγιστοποιεί το αναμενόμενο όφελος $u_i(s_i, s_j^*(\varepsilon_j, d_j), \varepsilon_i, D_i)$ του παίχτη i . Στην κατάσταση ισορροπίας, η πιθανότητα ενός παίκτη j να μη στείλει μήνυμα ανάδρασης είναι

$$p_j = Pr(s_j^*(\varepsilon_j, d_j) = 0) \quad (4.7)$$

Αποδεικνύεται στο Παράρτημα 4.A.1 ότι ένας παίκτης i για να μεγιστοποιήσει το αναμενόμενο όφελός του θα αποστέλλει ένα μήνυμα ανάδρασης αν

$$\xi_i/(\xi_i + 1) < p_j \quad i, j = 1, 2, \quad i \neq j. \quad (4.8)$$

όπου η παράμετρος $\xi_i = \varepsilon_i/D_i, i = 1, 2$ συμβολίζει το συνολικό κόστος του παίκτη i .

Συνεπώς, για $i, j = 1, 2, \quad i \neq j$

$$s_i^*(\varepsilon_i, D_i) = 1, \quad \text{if } \varepsilon_i/(\varepsilon_i + D_i) < p_j$$

και

$$s_i^*(\varepsilon_i, D_i) = 0, \quad \text{if } \varepsilon_i/(\varepsilon_i + D_i) > p_j$$

αντίστοιχα. Αυτό σημαίνει ότι ο παίκτης i

- α. αποστέλλει μήνυμα ανάδρασης εφόσον το συνολικό κόστος είναι χαμηλό, δηλαδή εφόσον

$$\xi_i < \xi_i^* \quad (4.9)$$

- β. δεν αποστέλλει μήνυμα ανάδρασης εφόσον το συνολικό κόστος είναι υψηλό, δηλαδή εφόσον

$$\xi_i > \xi_i^* \quad (4.10)$$

Στις σχέσεις (4.9) και (4.10) με ξ_i^* συμβολίζεται το προσδιοριστέο συνολικό κόστος ισορροπίας. Αποδυνκνύεται στο Παράρτημα 4.A.1 ότι στην κατάσταση ισορροπίας ισχύει

$$p_j = \varepsilon_i/(\varepsilon_i + D_i) = \xi_i/(\xi_i + 1) \quad i = 1, 2 \quad i \neq j \quad (4.11)$$

Όμως,

$$p_j = Pr\{\xi_i^* < \xi_i\} = 1 - Pr\{\xi_j < \xi_j^*\} = 1 - Pr\{\varepsilon_{min} < \varepsilon_j < \varepsilon_j^*\} \quad (4.12)$$

και

$$Pr\{\varepsilon_{min} < \varepsilon_j < \varepsilon_j^*\} = 1 - \int_{D_{min}}^{D_{max}} \int_{\varepsilon_{min}}^{D \cdot \xi_j^*} f_D(D) f_\varepsilon(\varepsilon) dD d\varepsilon \quad i = 1, 2, \quad i \neq j \quad (4.13)$$

όπου $f_\varepsilon(\varepsilon)$ και $f_D(D)$ είναι οι κατανομές πυκνότητας πιθανότητας του κανονικοποιημένου ενεργειακού κόστους και της καθυστέρησης στα διαστήματα $(\varepsilon_{min}, \varepsilon_{max})$ και (D_{min}, D_{max}) , αντίστοιχα. Από τις σχέσεις (4.11)-(4.13) προκύπτει ότι οι τιμές ισορροπίας ξ_1^* και ξ_2^* πρέπει αμφότερες να ικανοποιούν την εξίσωση

$$\xi_i^*/(\xi_i^* + 1) = 1 - \int_{D_{min}}^{D_{max}} \int_{\varepsilon_{min}}^{D \cdot \xi_j^*} f_D(D) f_\varepsilon(\varepsilon) dD d\varepsilon \quad i = 1, 2, \quad i \neq j \quad (4.14)$$

Συνεπώς, αν υπάρχει σημείο ισορροπίας, αυτό είναι η μοναδική λύση ξ_i^* της

$$\xi_i^*/(\xi_i^* + 1) = 1 - \int_{D_{min}}^{D_{max}} \int_{\varepsilon_{min}}^{D \cdot \xi_j^*} f_D(D) f_\varepsilon(\varepsilon) dD d\varepsilon \quad i = 1, 2, \quad i \neq j \quad (4.15)$$

Τότε, η μέση πιθανότητα αποστολής μηνύματος ανάδρασης είναι

$$P_{FB} = 1 - \xi^* / (\xi^* + 1) \quad (4.16)$$

4.2 Επέκταση σε N παίκτες

Έστω $\mathbf{N} = \{1, 2, \dots, N\}$ και p_i , $i \in \mathbf{N}$, η πιθανότητα ο παίκτης i να μη στείλει μήνυμα ανάδρασης. Στην εκδοχή αυτή του παιχνιδιού συμμετέχουν N παίκτες οι οποίοι έχουν χάσει την ίδια ομάδα πακέτων. Συνήθως, ο αριθμός των χρηστών που εμπλέκονται στα προβλήματα περιορισμού μηνυμάτων ανάδρασης εκτιμάται μέσω του αριθμού των μηνυμάτων ανάδρασης που φθάνουν στην πηγή [5]. Σε δορυφορικά συστήματα που λειτουργούν πάνω από τα 10GHz, το πρόβλημα περιορισμού των μηνυμάτων ανάδρασης εμφανίζεται όταν το σύστημα πολυεκπομπής βρίσκεται υπό συνθήκες βροχής. Στην περίπτωση αυτή η πλειονότητα των χρηστών που βρίσκεται στην περιοχή εξυπηρέτησης υποφέρει ταυτόχρονα από μεγάλο αριθμό απωλειών πακέτων, με συνέπεια ο αριθμός των παικτών που αποστέλλουν μηνύματα ανάδρασης να τείνει στο N [2]. Κατ' αντιστοιχία με το παίγνιο δύο παικτών, αν ο παίκτης i δεν αποστέλλει μήνυμα ανάδρασης έχει κανονικοποιημένο όφελος ίσο με 1 και μηδενική καθυστέρηση, υπό την προϋπόθεση ότι τουλάχιστον ένας από τους υπόλοιπους $N - 1$ παίκτες αποστέλλει μήνυμα ανάδρασης. Αν ο παίκτης i αποστέλλει μήνυμα ανάδρασης, έχει όφελος ίσο με $1 - \varepsilon_i$. Αν όλοι οι παίκτες διακινδυνεύσουν και δεν στείλουν μήνυμα ανάδρασης έχουν όλοι όφελος $1 - (\varepsilon_i + D_i)$, $i \in \mathbf{N}$. Όπως προέκυψε από την εκδοχή του παιχνιδιού με τους δύο παίκτες, ο παίκτης i , $i \in \mathbf{N}$, θα αποστέλλει μήνυμα ανάδρασης αν το μέγεθος $\varepsilon_i / (\varepsilon_i + D_i) = \xi_i / (\xi_i + 1)$ λαμβάνει αρκούντως μικρές τιμές, δηλαδή, αν

$$\varepsilon_{min} < \varepsilon_i < D_i \cdot \xi_i^* \quad i \in \mathbf{N} \quad (4.17)$$

όπου ξ_i^* είναι κατάλληλη τιμή του συνολικού κόστους προσδιοριστέα στη συνέχεια. Από την (4.12), η πιθανότητα ώστε κανένας από τους παίκτες, εκτός του i να μη στείλει μήνυμα ανάδρασης, είναι

$$p_{-i} = \prod_{j=1, j \neq i}^N \left[1 - Pr \left\{ \varepsilon_{min} < \varepsilon_j < d_j \xi_j^* \right\} \right] \quad (4.18)$$

Όπως αποδεικνύεται στο Παράρτημα 4.A.2, για το σημείο ισορροπίας του παίκτη i ισχύει

$$p_{-i} = \varepsilon_i / (\varepsilon_i + D_i) = \xi_i / (\xi_i + 1) \quad (4.19)$$

Ως εκ τούτου, όλα τα επίπεδα ισορροπίας ξ_i^* , $i \in \mathbf{N}$, πρέπει να ικανοποιούν την

σχέση

$$\xi_i^* / (\xi_i^* + 1) = \prod_{j=1, j \neq i}^N \left[1 - \Pr \left\{ \varepsilon_{min} < \varepsilon_j < D_j \xi_j^* \right\} \right], \quad \text{για κάθε παίκτη } i \in \mathbf{N} \quad (4.20)$$

Επεκτείνοντας την αντίστοιχη ανάλυση του παιγνίου δύο παικτών, αν υπάρχει ισορροπία αυτή προκύπτει ως η μοναδική λύση ξ^* της εξίσωσης

$$\xi^* / (\xi^* + 1) = \left[1 - \int_{D_{min}}^{D_{max}} \int_{\varepsilon_{min}}^{D_j \xi^*} f_D(D) f_\varepsilon(\varepsilon) dD d\varepsilon \right]^{N-1} \quad (4.21)$$

Τότε, η μέση πιθανότητα αποστολής μηνύματος ανάδρασης ισούται με

$$P_{FB} = 1 - [\xi^* / (\xi^* + 1)]^{1/(N-1)} \quad (4.22)$$

Από την (4.22) συνάγεται ότι όταν ο αριθμός των δεκτών πολυεκπομπής είναι μικρός, η πιθανότητα αποστολής μηνύματος ανάδρασης είναι υψηλή. Στην περίπτωση αυτή οι δέκτες συμπεριφέρονται σύμφωνα με το φαινόμενο της κοινωνικής παρέμβασης. Από την άλλη πλευρά, καθώς το N αυξάνεται η πιθανότητα P_{FB} μειώνεται και οι παίκτες συμπεριφέρονται σύμφωνα με το φαινόμενο κοινωνικής απάθειας και αποφεύγοντας να στείλουν μηνύματα ανάδρασης. Κατ' αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται η καταστολή των μηνυμάτων ανάδρασης αλλά, ταυτοχρόνως, αυξάνει ο κίνδυνος κανένας από τους παίκτες να μη στείλει μήνυμα ανάδρασης.

4.3 Σχεδίαση εφεδρικού μηχανισμού

Κατ' αντιστοιχία με το παίγνιο καταστολής μηνυμάτων ανάδρασης που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 3, η πιθανότητα κανένας από τους παίκτες να μη στείλει μήνυμα ανάδρασης, από την (4.22) προκύπτει ίση προς

$$P_{GEN} = (1 - P_{FB})^N = [\xi^* / (\xi^* + 1)]^{N/(N-1)} \quad (4.23)$$

Χρησιμοποιώντας τον εφεδρικό μηχανισμό ανάκτησης χαμένων πακέτων που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 3, ο αναμενόμενος αριθμός μηνυμάτων ανάδρασης δίνεται από

$$E_{FBM} = (P_{FB} + P_{GEN}) \cdot N = \left\{ 1 - [\xi^* / (\xi^* + 1)]^{1/(N-1)} + [\xi^* / (\xi^* + 1)]^{N/(N-1)} \right\} \cdot N \quad (4.24)$$

ενώ η μέση καθυστέρηση είναι ίση προς

$$Delay = P_{FB} \cdot 0 + P_{GEN} \cdot \overline{RTT} = [\xi^* / (\xi^* + 1)]^{N/(N-1)} \cdot \overline{RTT} \quad (4.25)$$

όπου \overline{RTT} είναι η μέση τιμή του RTT. Τα ανωτέρω μέτρα επίδοσης και η παράμετρος \overline{RTT} εξαρτώνται από τις κατανομές $f_D(D)$ και $f_\varepsilon(\varepsilon)$ της κανονικοποιημένης καθυστέρησης και του κανονικοποιημένου ενεργειακού κόστους, αντίστοιχα.

4.4 Ανάλυση για ομοιόμορφα κατανομημένα κόστη

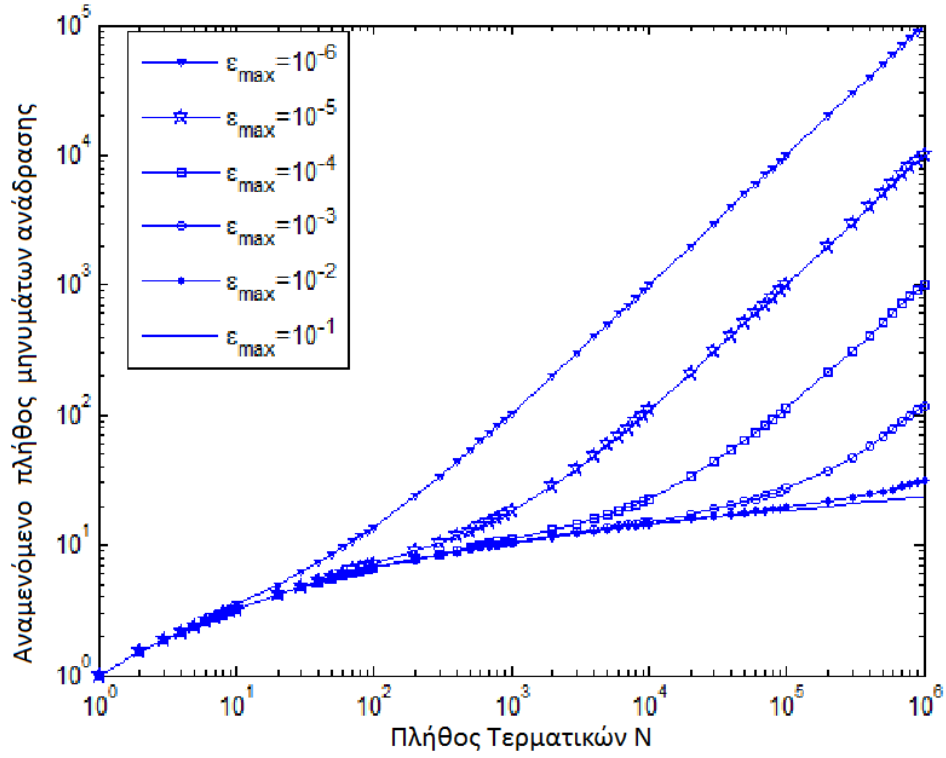
Προκειμένου να εξεταστεί η επίδοση του προτεινόμενου σχήματος καταστολής μηνυμάτων ανάδρασης που βασίζεται στη θεωρία παιγνίων (GTFS), γίνεται η υπόθεση ότι η εναπομένουσα ενέργεια των χρηστών α_i , $i \in \mathbf{N}$ ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $(\alpha_{min}, \alpha_{max})$. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι οι κόμβοι διαθέτουν τον ίδιο εξοπλισμό και οι μπαταρίες τους επαναφορτίζονται σε τυχαία επιλεγμένες χρονικές στιγμές. Μια παρόμοια παραδοχή υιοθετείται στην εργασία [3] όπου αναφέρεται ότι σε μια τερματική συσκευή η ενεργειακή κατανάλωση, όπως και ο χρόνος λειτουργίας και, συνεπώς, η εναπομένουσα ενέργεια της μπαταρίας, ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή.

Στις προσομοιώσεις έγινε χρήση του δορυφορικού δικτύου που περιγράφεται στην εργασία [2]. Για λόγους απλότητας γίνεται η υπόθεση ότι όλοι οι χρήστες κατανέμονται ομοιόμορφα στην περιοχή εξυπηρέτησης του δορυφορικού δικτύου με γωνίες ανύψωσης που μεταβάλλονται μεταξύ των τιμών ϕ_{min} και ϕ_{max} . Υπό αυτές τις παραδοχές, η εξίσωση (4.21) μπορεί να γραφεί υπό τη μορφή (ο αναγνώστης παραπέμπεται στα Παραρτήματα 4.A.3, 4.A.4, 4.A.5)

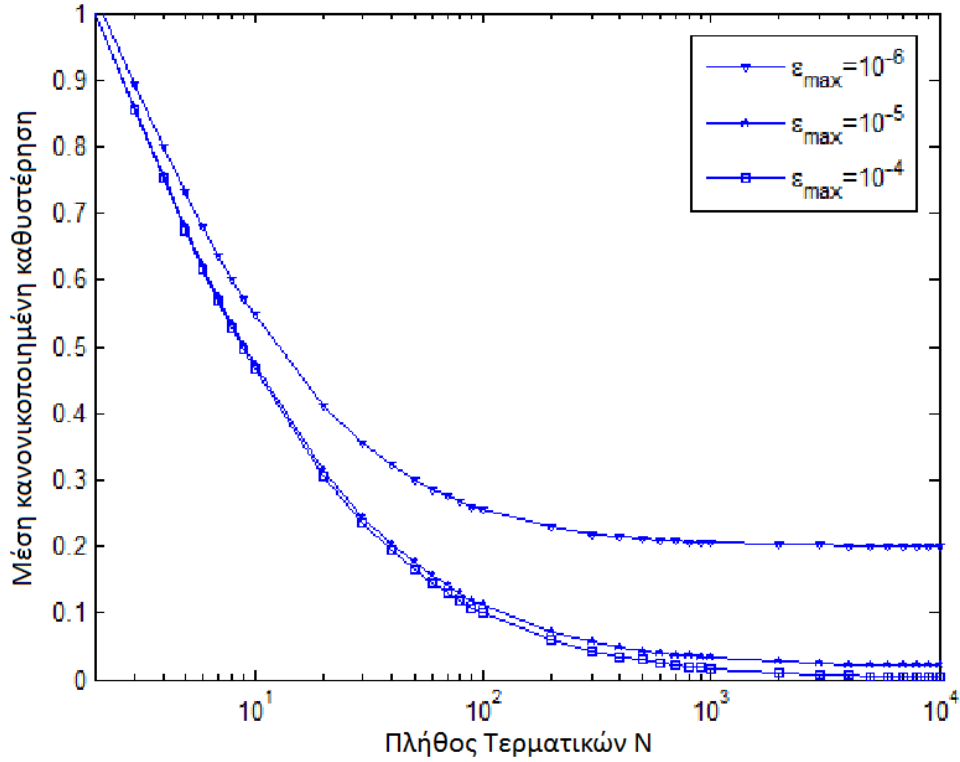
$$\frac{\xi^*}{\xi^* + 1} = \left[1 + \frac{p_1 \cdot p_2}{\xi^*} \left(\sinh^{-1}(\cot \phi_{max}) - \sinh^{-1}(\cot \phi_{min}) \right) - \frac{p_1}{\varepsilon_{min}} \right]^{N-1} \quad (4.26)$$

όπου p_1 , p_2 παράμετροι που σχετίζονται με τις κατανομές του ενεργειακού κόστους και της καθυστέρησης και ορίζονται στα Παραρτήματα 4.3 και 4.4. Στη συνέχεια, το ξ^* μπορεί να προσδιοριστεί αριθμητικά από την (4.26). Αντικαθιστώντας το ξ^* στις (4.24) και (4.25) προσδιορίζεται ο αναμενόμενος αριθμός μηνυμάτων ανάδρασης καθώς και η μέση καθυστέρησή τους.

Στο Σχήμα 4.1 απεικονίζεται ο αναμενόμενος αριθμός μηνυμάτων ανάδρασης συναρτήσει του πλήθους των παικτών για $\varepsilon_{min} = 10^{-10}$ και διάφορες τιμές του ε_{max} . Παρατηρείται ότι όταν $\varepsilon_{max} = 10^{-1}$, η επίδοση του GTFS είναι εντυπωσιακά καλή περιορίζοντας τον αναμενόμενο αριθμό μηνυμάτων ανάδρασης κάτω από 30 για 10^6 χρήστες. Ωστόσο, όταν το ε_{max} μειωθεί κάτω από 10^{-4} η επίδοση του σχήματος GTFS χειροτερεύει, αφού στην περίπτωση αυτή οι χρήστες προτιμούν να μην αποστείλουν μήνυμα ανάδρασης, διότι η ενέργειά τους έχει σχεδόν εξαντληθεί. Έτσι, η πιθανότητα εμφάνισης του συνδρόμου Genovese αυξάνει και ενεργοποιείται ο εφεδρικός μηχανισμός που οδηγεί σε δραματική αύξηση του αριθμού των μηνυμάτων ανάδρασης.



Σχήμα 4.1: Αναμενόμενο πλήθος μηνυμάτων ανάδρασης συναρτήσει του αριθμού των τερματικών N για διαφορετικές τιμές του ε_{\max} , όταν εφαρμόζεται το GTFS σχήμα ($\varepsilon_{\min} = 10^{-10}$)



Σχήμα 4.2: Μέση κανονικοποιημένη καθυστέρηση συναρτήσει του πλήθους των χρηστών N για διαφορετικές τιμές του ε_{\max} όταν εφαρμόζεται το GTFS σχήμα ($\varepsilon_{\min} = 10^{-10}$).

Στο Σχήμα 4.2, απεικονίζεται η εξάρτηση από το πλήθος των χρηστών της μέσης καθυστέρησης κανονικοποιημένη ως προς RTT (D_{FB}/\overline{RTT}) για διάφορες τιμές του ε_{max} . Για υψηλές τιμές του ε_{max} η καθυστέρηση είναι εξαιρετικά χαμηλή αφού τότε η πιθανότητα αποστολής μηνύματος ανάδρασης είναι υψηλή. Από την άλλη πλευρά, για χαμηλές τιμές του ε_{max} , το D_{FB}/\overline{RTT} αυξάνει διότι, στην περίπτωση αυτή ο εφεδρικός μηχανισμός ενεργοποιείται συχνότερα.

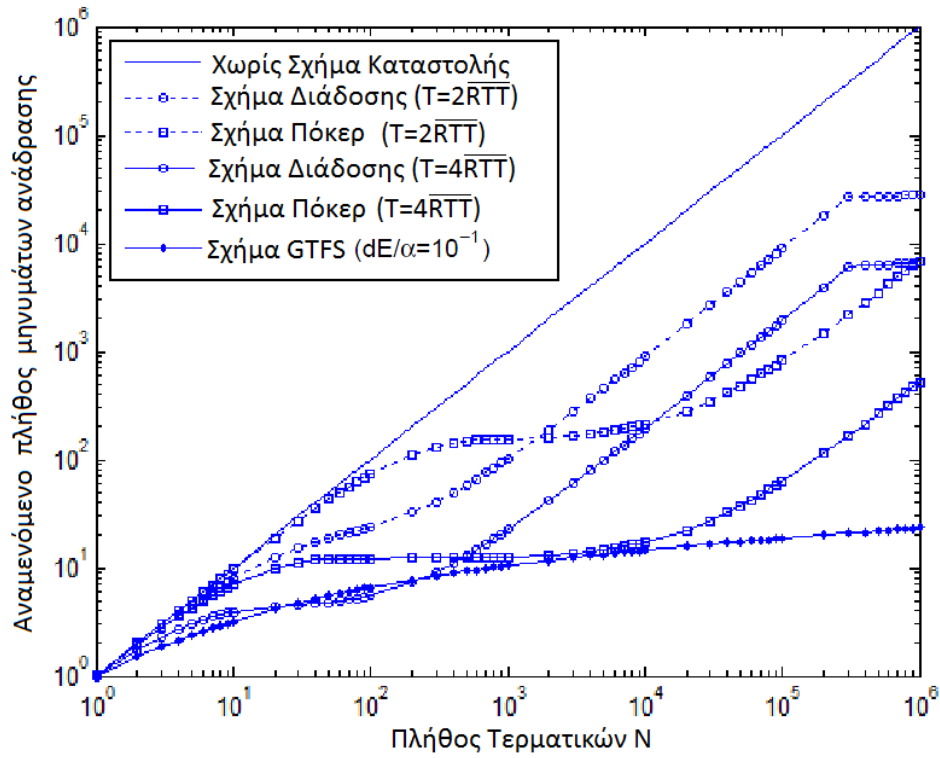
Στη συνέχεια, το προτεινόμενο σχήμα GTFS συγκρίνεται με τα σχήματα περιορισμού ανάδρασης που κάνουν αποκλειστικά χρήση μετρητών [2], [4]. Η κεντρική ιδέα πίσω από αυτά τα σχήματα έγκειται στο ότι όταν ένας δέκτης ανιχνεύσει ότι ένα άλλο τερματικό έχει ήδη αποστείλει μήνυμα ανάδρασης, δεν θα μεταδώσει και αυτός αντίστοιχο μήνυμα. Σε αμφότερα τα σχήματα γίνεται η υπόθεση ότι όταν ένας δέκτης αποστείλει μήνυμα ανάδρασης στην πηγή μέσω δορυφόρου, όλοι οι υπόλοιποι δέκτες θα είναι σε θέση να το λάβουν, αποφεύγοντας έτσι την αποστολή παρόμοιων μηνυμάτων.

Όμως, σε περιπτώσεις που λόγω κακής κατάστασης του διαύλου κάποιοι δέκτες δεν λαμβάνουν το μήνυμα ανατροφοδότησης ανακύπτει ένα θέμα. Η συμμόρφωση στο δίκτυο θα αποφευχθεί εφόσον όλοι οι δέκτες καθυστερήσουν κατάλληλα την εκπομπή των μηνυμάτων ανάδρασης. Η κύρια διαφορά μεταξύ των δύο σχημάτων είναι ότι στην εργασία [4] οι καθυστερήσεις είναι τυχαίες, σε αντίθεση με την εργασία [2], όπου οι καθυστερήσεις είναι προκαθορισμένες και βελτιστοποιημένες υπό συγκεκριμένες συνθήκες διάδοσης. Στην εργασία [4] οι τυχαίες καθυστερήσεις που εισάγονται από το μετρητή θεωρείται ότι είναι εκθετικά κατανομημένες στο διάστημα $(0, T)$ ακολουθώντας την κατανομή

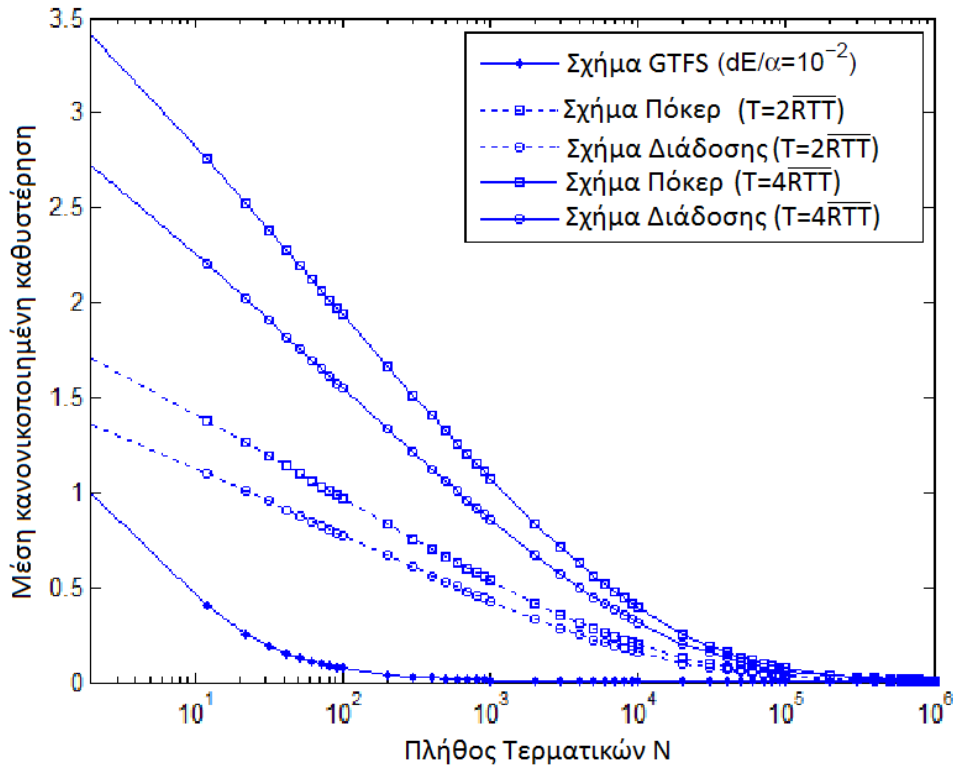
$$f_t(t) = \begin{cases} \frac{1}{e^{\lambda}-1} \cdot \frac{\lambda}{T} e^{\frac{\lambda}{T}t} & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{άλλως} \end{cases} \quad (4.27)$$

Στη συνέχεια της μελέτης, τα σχήματα που περιγράφονται στις εργασίες [4] και [2] θα αναφέρονται ως σχήματα Πόκερ (*Poker Game*) και Διάδοσης (*Propagation*), αντίστοιχα.

Στο Σχήμα 4-3 παρατηρείται ότι το προτεινόμενο σχήμα GTFS με $\varepsilon_{max} = 10^{-1}$ επιτυγχάνει μια σημαντικά καλύτερη επίδοση σε σύγκριση με τα σχήματα Πόκερ και Διάδοσης για $T = 4\overline{RTT}$ και $\lambda = 10$. Για πλήθος παικτών ίσο με 10^4 , το προτεινόμενο σχήμα ελαττώνει τις μεταδόσεις μηνυμάτων σχεδόν 15 φορές σε σχέση με το σχήμα Πόκερ και 60 φορές σε σχέση με το σχήμα Διάδοσης. Το τελευταίο αποδίδει ελαφρώς καλύτερα σε σύγκριση με το σχήμα GTFS για πλήθος χρηστών στο εύρος 20-200, ενώ το πρώτο έχει ισάξια απόδοση με το προτεινόμενο σχήμα GTFS για μεγάλες τιμές του T ($T \geq 4\overline{RTT}$). Ωστόσο, για μεγάλες τιμές του T αυξάνει σημαντικά η καθυστέρηση μετάδοσης. Όπως εύκολα φαίνεται από το Σχήμα 4-4, το προτεινόμενο σχήμα GTFS παρουσιάζει μια αμελητέα καθυστέρηση για ένα μεγάλο εύρος πλήθους χρηστών σχεδόν μηδενική για $N > 200$. Αντιθέτως, τα άλλα δύο σχήματα προκαλούν σημαντική καθυστέρηση ακόμη και όταν $T = 2\overline{RTT}$. Για παράδειγμα, για $N = 10^3$ το σχήμα GTFS παρουσιάζει πρακτικά



Σχήμα 4.3: Σύγκριση του σχήματος που βασίζεται στη Θεωρία Παιγνίων (GTFS) με το σχήμα Πόκερ, $\lambda = 10$) και το σχήμα Διάδοσης ως προς τον αναμενόμενο αριθμό μηνυμάτων ανάδρασης ($\varepsilon_{min} = 10^{-10}$).



Σχήμα 4.4: Σύγκριση του σχήματος που βασίζεται στη Θεωρία Παιγνίων (GTFS) με το σχήμα Πόκερ, $\lambda = 10$) και το σχήμα Διάδοσης ως προς τη μέση καθυστέρηση ($\varepsilon_{min} = 10^{-10}$).

μηδενική καθυστέρηση, ενώ τα σχήματα Πόκερ και Διάδοσης παρουσιάζουν καθυστέρηση περίπου $0.8\overline{RTT}$ και $0.7\overline{RTT}$, αντίστοιχα, όταν $T = 2\overline{RTT}$, και $1.3\overline{RTT}$ και $1\overline{RTT}$, όταν $T = 4\overline{RTT}$.

Είναι σαφές ότι το προτεινόμενο σχήμα περιορίζει σημαντικά τα μηνύματα ανάδρασης έχοντας ταυτόχρονα πολύ μικρές καθυστερήσεις στη μετάδοσή τους για μεγάλες τιμές του ε_{max} . Εντούτοις, για μικρές τιμές του ε_{max} η επίδοση του σχήματος χειροτερεύει. Η επιδείνωση αυτή μετριάζεται όταν το προτεινόμενο σχήμα συνδυαστεί με εκθετικά κατανεμημένους μετρητές που συνιστούν ένα κατάλληλο εφεδρικό μηχανισμό.

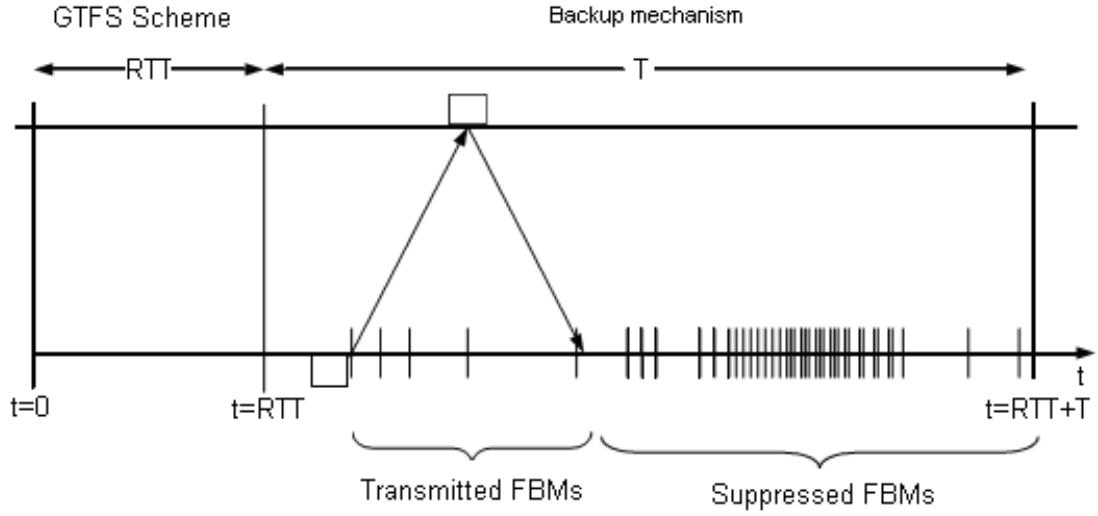
4.5 Υβριδικοί αλγόριθμοι καταστολής μηνυμάτων ανάδρασης

Μέχρι στιγμής, η θεωρία παιγνίων χρησιμοποιήθηκε για τη μοντελοποίηση της απόφασης των χρηστών σε σχέση με το αν θα αποστείλουν μήνυμα ανάδρασης ή όχι. Μια αποτελεσματικότερη προσέγγιση είναι ο συνδυασμός του προτεινόμενου GTFS σχήματος με το σχήμα περιορισμού της ανάδρασης που βασίζεται σε μετρητές, όπως αυτοί που παρουσιάζεται στις εργασίες [5] - [6]. Σύμφωνα με προτεινόμενο υβριδικό σχήμα, αντί να καθυστερείται η αποστολή ενός μηνύματος ανάδρασης για χρόνο ίσο με \overline{RTT} , οι χρήστες εκτελούν τις ακόλουθες λειτουργίες:

- i. Προγραμματίζουν εκθετικά κατανεμημένους μετρητές t_i , $1 \leq i \leq N$, στο διάστημα $(\overline{RTT}, \overline{RTT} + T]$ με παραμέτρους (λ, T) ([17]).
- ii. Όταν ο μετρητής του εκπνεύσει, κάθε χρήστης προβαίνει στις ακόλουθες ενέργειες:
 - α. Αν μέχρι τη συγκεκριμένη στιγμή δεν έχει λάβει κανένα μήνυμα ανάδρασης από άλλου χρήστης, αποστέλλει μήνυμα ανάδρασης προς την πηγή ζητώντας αναμετάδοση των χαμένων του πακέτων.
 - β. Αν έχει λάβει το μήνυμα ανάδρασης κάποιου άλλου χρήστη, δεν αποστέλλει μήνυμα ανάδρασης.

Η διαδικασία αυτή απεικονίζεται στο Σχήμα 4.5. Τη στιγμή $t = 0$ οι χρήστες αποφασίζουν μονομερώς εφαρμόζοντας τη θεωρία παιγνίων όπως περιγράφηκε προηγουμένως, αν θα αποστείλουν μήνυμα ανάδρασης ή όχι. Αν μέχρι τη στιγμή $t = \overline{RTT}$ δεν έχει σταλεί κανένα μήνυμα ανάδρασης, ενεργοποιείται ο εφεδρικός μηχανισμός και εκτελείται το σχήμα καταστολής. Στην περίπτωση αυτή ο αναμενόμενος αριθμός μηνυμάτων ανάδρασης προκύπτει από τη σχέση

$$E_{FBM} = P_{FB} \cdot N + P_{GEN} \cdot E_{FBM}^{(exp)} \quad (4.28)$$



Σχήμα 4.5: Το υβριδικό σχήμα καταστολής μηνυμάτων: τη χρονική στιγμή $t = 0$ οι χρήστες αποφασίζουν αν θα στείλουν μήνυμα ανάδρασης. Τη χρονική στιγμή $t = RTT$ ο μηχανισμός ανάκτησης ενεργοποιείται αν μέχρι τότε δεν έχει ληφθεί κανένα μήνυμα ανάδρασης.

όπου

$$E_{FBM}^{(exp)} = N \frac{e^{\lambda \frac{RTT}{T}} - 1}{e^{\lambda} - 1} - e^{\lambda \frac{RTT}{T}} \left[\left(\frac{1 - e^{-\lambda \frac{RTT}{T}}}{1 - e^{-\lambda}} \right)^N - 1 \right] \quad (4.29)$$

είναι ο αναμενόμενος αριθμός μηνυμάτων ανάδρασης όταν χρησιμοποιούνται οι εκθετικά κατανομημένοι εφεδρικοί μετρητές. Περισσότερες πληροφορίες περί του υπολογισμού του $E_{FBM}^{(exp)}$ μπορούν να αναζητηθούν στην παραπομπή [5]. Επιπλέον, για το υβριδικό σχήμα η μέση καθυστέρηση των μηνυμάτων ανάδρασης είναι ίση προς

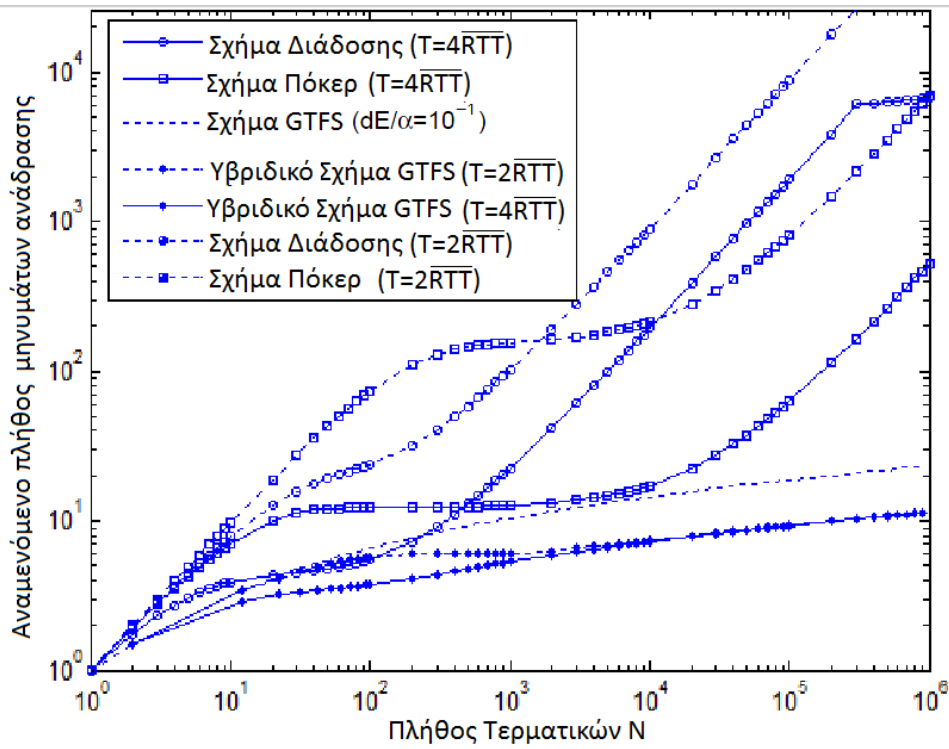
$$D_{FB}^{(exp)} = P_{FB} \cdot \overline{RTT} + P_{GEN} \cdot (\overline{RTT} + D_{exp}) \quad (4.30)$$

όπου

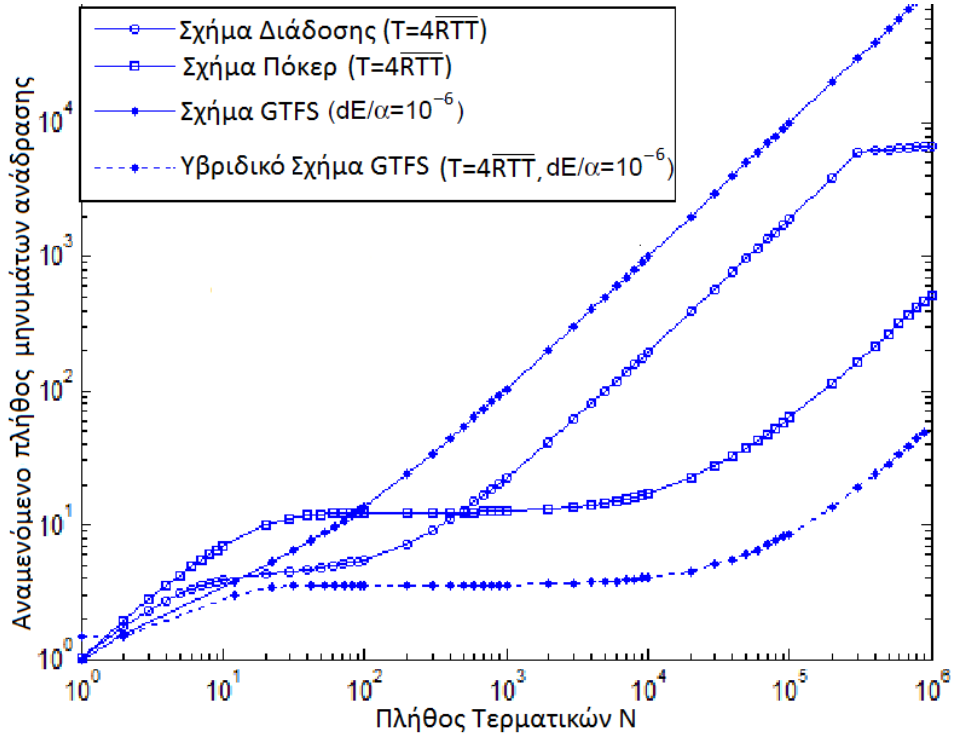
$$D_{exp} = \overline{RTT} \int_0^1 \left(1 - \frac{e^{\lambda m} - 1}{e^{\lambda} - 1} \right) dm \quad (4.31)$$

είναι η μέση καθυστέρηση λόγω ανάδρασης όταν οι μετρητές ακολουθούν την εκθετική κατανομή.

Το Σχήμα 4-6 απεικονίζει την επίδοση του υβριδικού σχήματος στον περιορισμό των μηνυμάτων ανάδρασης για $\varepsilon_{max} = 10^{-6}$ και διάφορες τιμές του T . Παρατηρείται ότι για N μεγαλύτερο του 10^3 και $T > 2\overline{RTT}$, η επιλογή της παραμέτρου T δεν επηρεάζει την επίδοση του υβριδικού σχήματος. Επιπλέον, τόσο το υβριδικό όσο και το GTFS σχήμα παρουσιάζουν παρόμοια επίδοση. Αυτό είναι αναμενόμενο, αφού για μεγάλες τιμές του ε_{max} το GTFS σχήμα εμφανίζει άριστη επίδοση ως προς τον περιορισμό των μηνυμάτων ανάδρασης. Ακόμη, είναι αξιοσημείωτη η βελτίωση της επίδοσης του υβριδικού σχήματος



Σχήμα 4.6: Σύγκριση του υβριδικού σχήματος που βασίζεται στη Θεωρία Παιγνίων (GTFS) με το σχήμα Πόκερ, ($\lambda = 10$) και το σχήμα Διάδοσης ως προς τον αναμενόμενο αριθμό μηνυμάτων ανάδρασης ($\epsilon_{max} = 10^{-1}$, $\epsilon_{min} = 10^{-10}$)

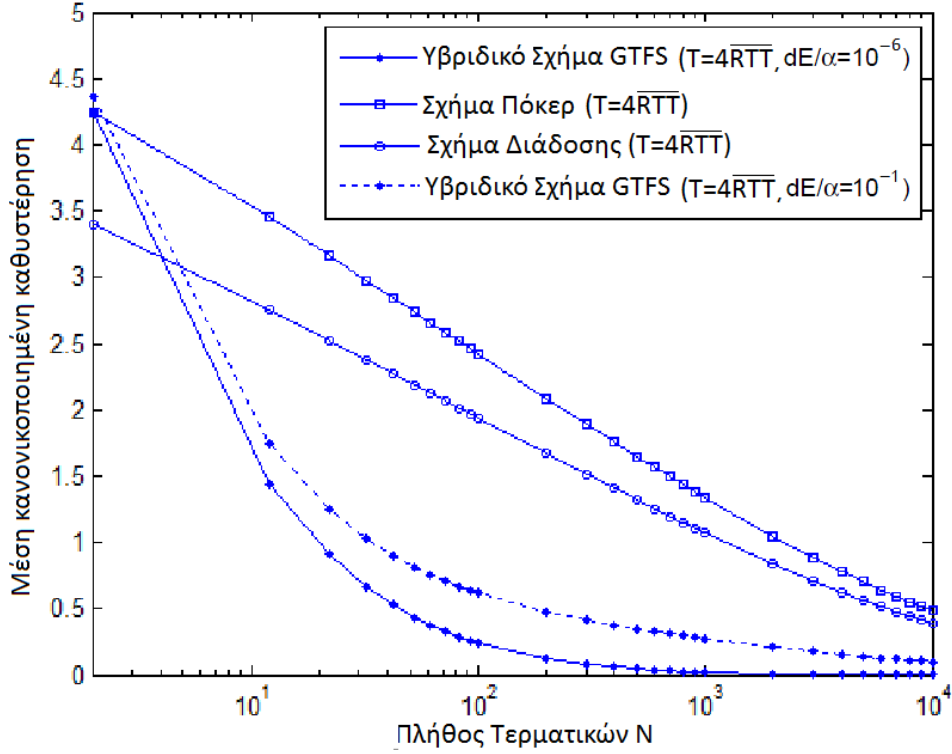


Σχήμα 4.7: Σύγκριση του υβριδικού σχήματος που βασίζεται στη Θεωρία Παιγνίων (GTFS) με το σχήμα Πόκερ, $\lambda = 10$) και το σχήμα Διάδοσης ως προς τον αναμενόμενο αριθμό μηνυμάτων ανάδρασης ($\varepsilon_{max} = 10^{-6}$, $\varepsilon_{min} = 10^{-10}$)

έναντι των σχημάτων Πόκερ και Διάδοσης. Για παράδειγμα, όταν $N = 10^5$ και $T = 2\overline{RTT}$, ο υβριδικός αλγόριθμος περιορίζει την ανάδραση περισσότερο από 100 φορές σε σχέση με το σχήμα Πόκερ και 800 φορές σε σχέση με το σχήμα Διάδοσης.

Για πολύ μικρές τιμές του ε_{max} όπου η επίδοση του GTFS σχήματος είναι ανεπαρκής, το υβριδικό σχήμα παρουσιάζει πολύ καλή επίδοση. Αυτό καταδεικνύεται από το Σχήμα 4-7 όπου για πλήθος χρηστών μέχρι 10^5 και $T = 4\overline{RTT}$ το υβριδικό σχήμα διατηρεί το E_{FBM} κάτω από 10. Από την άλλη πλευρά, το σχήμα Πόκερ με $T = 4\overline{RTT}$ και $\lambda = 10$ περιορίζει τα E_{FBM} σε τιμές μικρότερες του 35. Μια άλλη ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι ότι για $N < 80$, το σχήμα GTFS αποδίδει καλύτερα από το σχήμα Πόκερ με $T = 2\overline{RTT}$ και $\lambda = 10$, ενώ συγχρόνως η καθυστέρηση είναι ιδιαίτερα μικρή, όπως εύκολα γίνεται αντιληπτό από το Σχήμα 4-8.

Τέλος στο Σχήμα 4-8, το προτεινόμενο υβριδικό σχήμα συγκρίνεται με τα σχήματα Πόκερ και Διάδοσης ως προς την κανονικοποιημένη καθυστέρηση. Για μικρές τιμές του ε_{max} και $N > 300$ είναι φανερό ότι το υβριδικό σχήμα παρουσιάζει καθυστερήσεις που είναι κοντά στο μηδέν. Για μεγαλύτερες τιμές του ε_{max} η καθυστέρηση αυξάνεται διότι οι εφεδρικοί μετρητές ενεργοποιούνται συχνότερα. Εντούτοις, ακόμη και σε αυτή την περίπτωση το υβριδικό σχήμα αποδίδει πολύ καλύτερα σε σχέση με τα σχήματα Πόκερ και Διάδοσης.

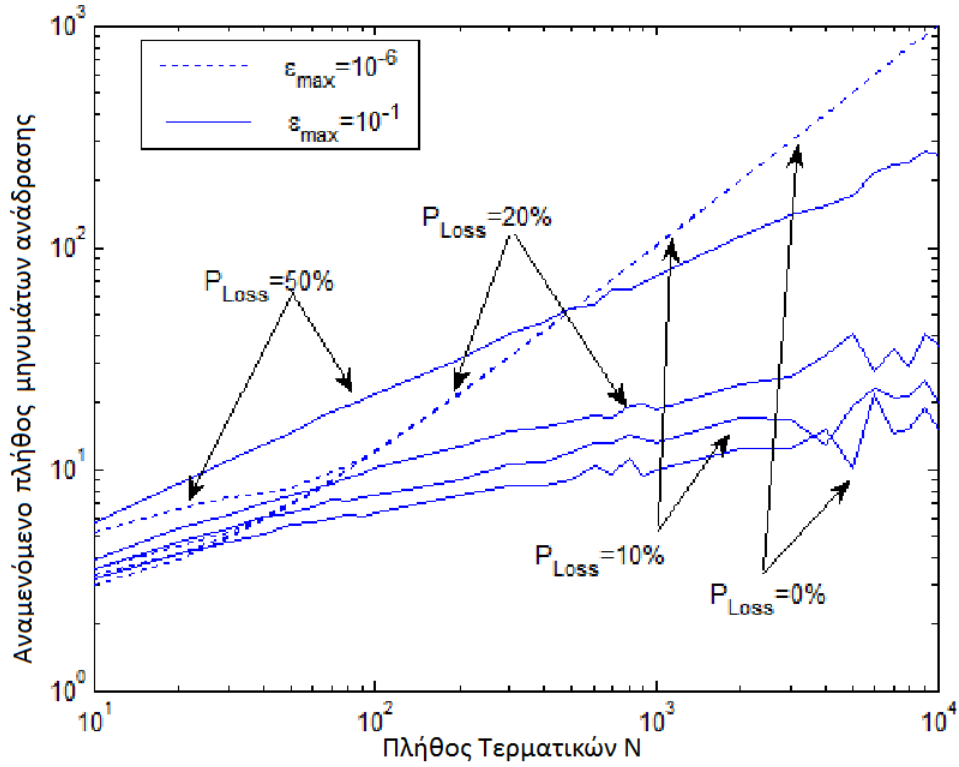


Σχήμα 4.8: Μέση κανονικοποιημένη καθυστέρηση του υβριδικού σχήματος, του σχήματος Πόκερ και του σχήματος Διάδοσης. ($T = 4RTT$, $\lambda = 10$, $\varepsilon_{max} = 10^{-1}, 10^{-6}$, $\varepsilon_{min} = 10^{-10}$).

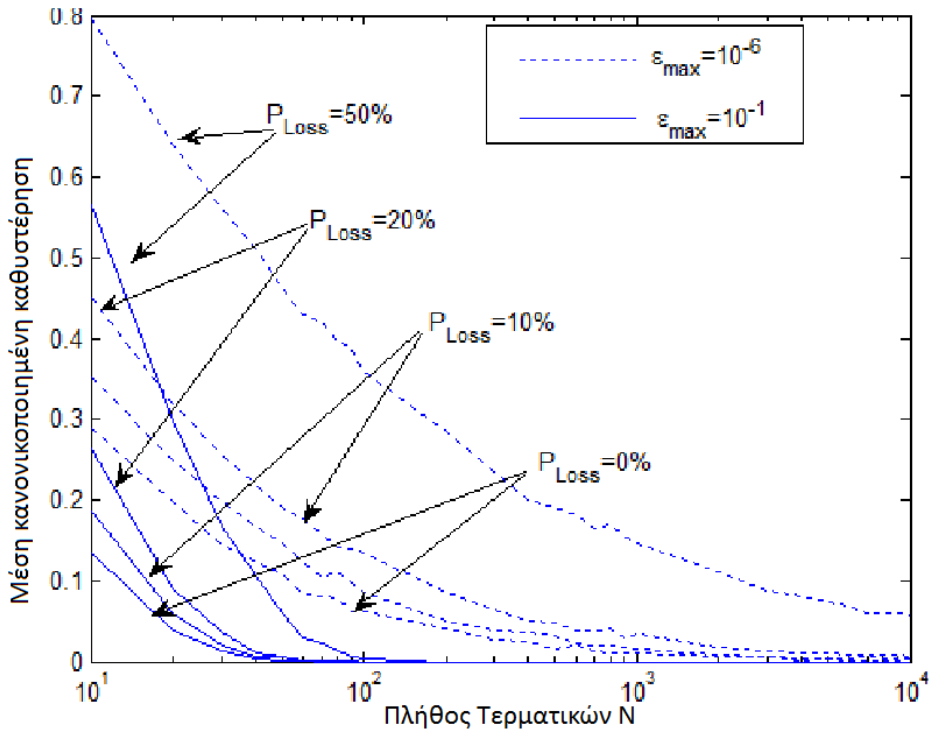
4.6 Επιπτώσεις από την απώλεια μηνυμάτων ανάδρασης

Στη παράγραφο αυτή εξετάζεται η επίπτωση της απώλειας των μηνυμάτων ανάδρασης στην επίδοση του προτεινόμενου σχήματος. Τα αριθμητικά αποτελέσματα προέρχονται από προσομοιώσεις στο Matlab με παραμέτρους $\lambda = 10$ και $\varepsilon_{min} = 10^{-10}$.

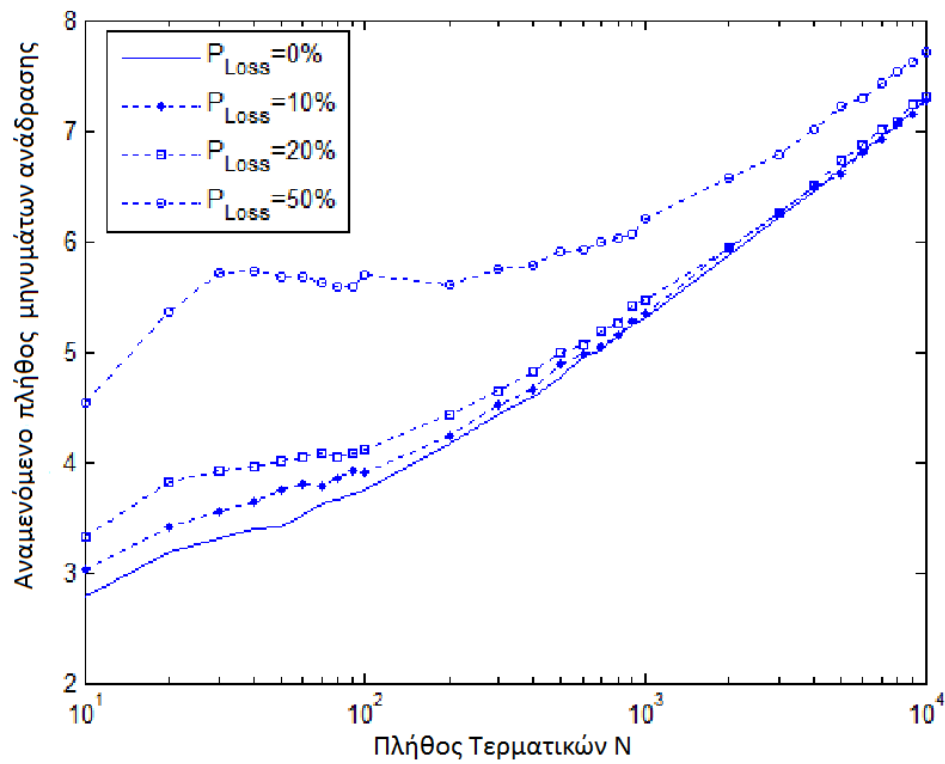
Στο Σχήμα 4-9, απεικονίζεται ο αναμενόμενος αριθμός των μηνυμάτων ανάδρασης του σχήματος GTFS συναρτήσει του πλήθους των χρηστών για διάφορες πιθανότητες απώλειας των μηνυμάτων ανάδρασης, $P_{Loss}^{(FBM)}$ και διάφορες τιμές του ε_{max} . Για $\varepsilon_{max} = 10^{-1}$ και $P_{Loss}^{(FBM)} = 10\%$ ή 20% ο αριθμός των μηνυμάτων αυξάνει ελαφρώς σε σχέση με την περίπτωση μηδενικής απώλειας μηνυμάτων. Αντιθέτως, όταν $P_{Loss}^{(FBM)} = 50\%$, το πλήθος των μηνυμάτων ανάδρασης αυξάνει σημαντικά. Κύριο αίτιο αυτού του φαινομένου είναι ότι για μεγάλες τιμές του ε_{max} το σχήμα GTFS λειτουργεί αποδοτικά. Συνεπώς, όταν η πιθανότητα $P_{Loss}^{(FBM)}$ είναι υψηλή, η πιθανότητα να χαθούν όλα τα μηνύματα ανάδρασης κατά την μετάδοσή τους είναι σημαντική. Συνεπώς, οι εφεδρικοί μηχανισμοί των χρηστών ενεργοποιούνται συχνότερα με αποτέλεσμα όλες οι καμπύλες να ταυτίζονται. Ωστόσο, για $\varepsilon_{max} = 10^{-6}$ ο αναμενόμενος αριθμός των μηνυμάτων ανάδρασης δεν επηρεάζεται από την αύξηση του $P_{Loss}^{(FBM)}$.



Σχήμα 4.9: Αναμενόμενο πλήθος μνηυμάτων ανάδρασης του σχήματος GTFS για διαφορετικές τιμές του $P_{FBM}^{(Loss)}$ ($\lambda = 10$, $\varepsilon_{max} = 10^{-1}, 10^{-6}$, $\varepsilon_{min} = 10^{-10}$).



Σχήμα 4.10: Κανονικοποιημένη καθυστέρηση για διάφορες πιθανότητες απώλειας των μνηυμάτων ανάδρασης $P_{FBM}^{(Loss)}$ ($\lambda = 10$, $\varepsilon_{max} = 10^{-1}, 10^{-6}$, $\varepsilon_{min} = 10^{-10}$).



Σχήμα 4.11: Αναμενόμενο πλήθος μηνυμάτων ανάδρασης του υβριδικού σχήματος για διάφορες πιθανότητες απώλειας των μηνυμάτων ανάδρασης $P_{FBM}^{(Loss)}$ ($\lambda = 10$, $\varepsilon_{max} = 10^{-1}$, $\varepsilon_{min} = 10^{-10}$).

Η κανονικοποιημένη καθυστέρηση του σχήματος GTFS συναρτήσει του πλήθους των χρηστών για διάφορα επίπεδα του $P_{Loss}^{(FBM)}$ παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.10. Είναι φανερό ότι για χαμηλές τιμές του $P_{Loss}^{(FBM)}$ το σχήμα GTFS παρουσιάζει πολύ μικρές καθυστερήσεις. Για μεγαλύτερες τιμές του $P_{Loss}^{(FBM)}$ οι καθυστερήσεις αυξάνονται, αφού οι εφεδρικοί μετρητές ενεργοποιούνται συχνότερα. Σε αντίθεση με το GTFS, το υβριδικό σχήμα αποδεικνύεται ανθεκτικό έναντι των υψηλών απωλειών μηνυμάτων ανάδρασης. Αυτό απεικονίζεται στο Σχήμα 4-11 από όπου φαίνεται ότι με την εφαρμογή του υβριδικού σχήματος για 10^4 χρήστες με $\lambda = 10$ και $T = 4\overline{RTT}$, ο αναμενόμενος αριθμός των μηνυμάτων ανάδρασης περιορίζεται κάτω από 10.

4.A Παράρτημα

4.A.1 Το παίγνιο περιορισμού μηνυμάτων ανάδρασης δύο παικτών με ελλιπή πληροφόρηση

Έστω p_i , $i = 1, 2$, η πιθανότητα ο παίκτης i να μην στείλει FBM. Στη περίπτωση που ο παίκτης i δε στείλει FBM, το όφελος του δίνεται από τη σχέση

$$\pi_{\text{παίκτης } i \text{ δεν στέλνει FBM}} = p_j \cdot [1 - (\varepsilon_i + D_i)] + (1 - p_j) \cdot 1 \quad (4.A.1)$$

ενώ σε περίπτωση που στείλει δίνεται από

$$\pi_{\text{παίκτης } i \text{ στέλνει FBM}} = 1 - \varepsilon_i \quad (4.A.2)$$

Το μέσο όφελος του παίκτη i ισούται με

$$\begin{aligned} \pi_{\text{player } i} &= (1 - p_i)\pi_{\text{player } i \text{ sends FBM}} + p_i\pi_{\text{player } i \text{ does not send FBM}} \\ &= (1 - p_i)(1 - \varepsilon_i) + p_i \left\{ p_j \cdot [1 - (\varepsilon_i + D_i)] + (1 - p_j) \cdot 1 \right\} \end{aligned} \quad (4.A.3)$$

Το σημείο που το όφελος μεγιστοποιείται προσδιορίζεται από τη λύση της εξίσωσης

$$\frac{\partial \pi_{\text{player } i}}{\partial p_i} = 0 \quad (4.A.4)$$

ή

$$1 - \varepsilon_i = p_j \cdot [1 - (\varepsilon_i + D_i)] + (1 - p_j) \cdot 1 \quad (4.A.5)$$

Από τη σχέση (4.A.5) προκύπτει

$$p_j = \varepsilon_i / (\varepsilon_i + D_i) \quad (4.A.6)$$

Θέτοντας $\xi_i = \varepsilon_i/D_i$ η σχέση (4.A.6) γράφεται

$$p_j = \xi_i/(\xi_i + 1) \quad (4.A.7)$$

Κατ' επέκταση, ένας παίκτης i για να μεγιστοποιήσει το κέρδος του θα αποστέλλει μήνυμα ανάδρασης αν

$$\xi_i/(\xi_i + 1) < p_j \quad i, j = 1, 2 \quad i \neq j \quad (4.A.8)$$

4.A.2 Το παίγνιο περιορισμού μηνυμάτων ανάδρασης με N παίκτες

Έστω $N = [1, 2, \dots, N]$ και $p_i, i \in N$, η πιθανότητα ο παίκτης i να μη στείλει και p_{-i} η πιθανότητα κανένας από τους παίκτες, εκτός του i να μη στείλει FBM. Ισχύει

$$\pi_{\text{παίκτης } i \text{ στέλνει FBM}} = 1 - \varepsilon_i \quad (4.A.9)$$

ανδ

$$\pi_{\text{παίκτης } i \text{ δεν στέλνει FBM}} = p_{-i} \cdot [1 - (\varepsilon_i + D_i)] + (1 - p_{-i}) \cdot 1 \quad (4.A.10)$$

Το μέσο όφελος του παίκτη i ισούται με

$$\begin{aligned} \pi_{\text{player } i} &= (1 - p_i)\pi_{\text{player } i \text{ sends FBM}} + p_i\pi_{\text{player } i \text{ does not send FBM}} \\ &= (1 - p_i)(1 - \varepsilon_i) + p_i\{p_{-i} \cdot [1 - (\varepsilon_i + D_i)] + (1 - p_{-i}) \cdot 1\} \end{aligned} \quad (4.A.11)$$

Το σημείο που το όφελος μεγιστοποιείται προσδιορίζεται από τη λύση της εξίσωσης

$$\frac{\partial \pi_{\text{player } i}}{\partial p_i} = 0 \quad (4.A.12)$$

ή

$$1 - \varepsilon_i = p_{-i} \cdot [1 - (\varepsilon_i + D_i)] + (1 - p_{-i}) \cdot 1 \quad (4.A.13)$$

Από τη σχέση (4.A.13) προκύπτει

$$p_{-i} = \varepsilon_i/(\varepsilon_i + D_i) = \xi_i/(\xi_i + 1) \quad (4.A.14)$$

Αν $\xi_i/(\xi_i + 1) < p_{-i}$, ο παίκτης i στέλνει FBM, ενώ αν $\xi_i/(\xi_i + 1) > p_{-i}$ δεν στέλνει.

4.A.3 Προσδιορισμός της κατανομής του κανονικοποιημένου ενεργειακού κόστους

Αν η εναπομένουσα ενέργεια των χρηστών α_i , $i \in \mathbf{N}$ ακολουθεί την κανονική κατανομή στο διάστημα $(\alpha_{min}, \alpha_{max})$, δηλαδή,

$$f_\alpha(\alpha_i) = \frac{1}{\alpha_{max} - \alpha_{min}}, \quad \alpha_{min} < \alpha_i < \alpha_{max} \quad (4.A.15)$$

τότε, το κανονικοποιημένο ενεργειακό κόστος $\varepsilon_i = w_e dE / \alpha_i$ ακολουθεί την κατανομή

$$f_\varepsilon(\varepsilon_i) = f_\alpha(\alpha_i) \left| \frac{d\alpha_i}{d\varepsilon_i} \right| = \frac{p_1}{\varepsilon_i^2}, \quad \varepsilon_{min} < \varepsilon_i < \varepsilon_{max} \quad (4.A.16)$$

όπου $p_1 = w_g dE / (\alpha_{max} - \alpha_{min})$, $\varepsilon_{min} = w_e dE / \alpha_{max}$, $\varepsilon_{max} = w_e dE / \alpha_{min}$.

4.A.4 Προσδιορισμός της κατανομής της καθυστέρησης

Θεωρείται ότι η περιοχή εξυπηρέτησης είναι κυκλική με κέντρο την προβολή του δορυφόρου πάνω στην επιφάνεια της γης και ακτίνα x_{max} . Τότε, αν οι χρήστες είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι πάνω στην περιοχή εξυπηρέτησης, το κόστος καθυστέρησης του χρήστη i δίνεται σε απόσταση x_i από το κέντρο της εξυπηρετούμενης περιοχής δίνεται από

$$D_i = w_D \frac{\sqrt{x_i^2 + H^2}}{c} \quad (4.A.17)$$

όπου H και c είναι η απόσταση του δορυφόρου από την επιφάνεια της γης και η ταχύτητα του φωτός, αντίστοιχα. Συνεπώς,

$$f_D(D) = \frac{1}{x_{max} - x_{min}} \left(\frac{c}{w_D} \right)^2 \frac{D}{H \sqrt{\left(\frac{cD}{Hw_D} \right)^2 - 1}}, \quad D \in \left(w_D \frac{\sqrt{x_{min}^2 + H^2}}{c}, w_D \frac{\sqrt{x_{max}^2 + H^2}}{c} \right) \quad (4.A.18)$$

Τέλος, υιοθετώντας το μετασχηματισμό $D' = cD / (Hw_D)$ προκύπτει

$$f_D(D) = \frac{p_2 \cdot D}{\sqrt{D^2 - 1}}, \quad D \in \left(\sqrt{\cot^2 \phi_{min} + 1}, \sqrt{\cot^2 \phi_{max} + 1} \right) \quad (4.A.19)$$

όπου $p_2 = (\cot \phi_{max} - \cot \phi_{min})^{-1}$.

4.A.5 Προσδιορισμός του σημείου ισορροπίας

Αντικαθιστώντας την σχέση (4.A.19) και (4.A.21) στην εξίσωση (4.21) προκύπτει

$$\frac{\xi^*}{\xi^* + 1} = \left[1 - \int_{D_{min}}^{D_{max}} p_1 \cdot p_2 \frac{D}{\sqrt{D^2 - 1}} \left(\frac{1}{\varepsilon_{min}} - \frac{1}{D\xi^*} \right) dD \right]^{N-1} \quad (4.A.20)$$

ή

$$\frac{\xi^*}{\xi^* + 1} = \left[1 + \frac{p_1 \cdot p_2}{\xi^*} \int_{D_{min}}^{D_{max}} \frac{1}{\sqrt{D^2 - 1}} dD - \frac{p_1 \cdot p_2}{\varepsilon_{min}} \int_{D_{min}}^{D_{max}} \frac{D}{\sqrt{D^2 - 1}} dD \right]^{N-1} \quad (4.A.21)$$

$$\frac{\xi^*}{\xi^* + 1} = \left[1 + \frac{p_1 \cdot p_2}{\xi^*} \left(\sinh^{-1}(\cot \phi_{max}) - \sinh^{-1}(\cot \phi_{min}) \right) - \frac{p_1 \cdot p_2}{\varepsilon_{min}} (\cot \phi_{max} - \cot \phi_{min}) \right]^{N-1} \quad (4.A.22)$$

Τελικά,

$$\frac{\xi^*}{\xi^* + 1} = \left[1 + \frac{p_1 \cdot p_2}{\xi^*} \left(\sinh^{-1}(\cot \phi_{max}) - \sinh^{-1}(\cot \phi_{min}) \right) - \frac{p_1}{\varepsilon_{min}} \right]^{N-1} \quad (4.A.23)$$

Βιβλιογραφία

- [1] D. Fudenberg, J. Tirole, "Game Theory", MIT Press, 1991
- [2] M.P. Anastasopoulos, A.D. Panagopoulos and P.G. Cottis , "A feedback suppression algorithm for reliable satellite multicast based on spatial-temporal prediction of the satellite channel", *Int. J. Sat. Commun. Netw.*, vol.27, no. 2, pp.117 - 139, Mar-Apr. 2009.
- [3] J.K. Kim, H.J.Siegel, A.A. Maciejewski, R. Eigenmann, "Dynamic Resource Management in Energy Constrained Heterogeneous Computing Systems Using Voltage Scaling," *IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems*, vol. 19, no. 11, pp.1145-1457, Nov.2008.
- [4] S. Cho and I.F. Akyildiz , "A poker-game-based feedback suppression algorithm for satellite reliable multicast", in *Proc. of IEEE GLOBECOM 2002*, vol. 3, pp. 2930-2934, Nov. 2002
- [5] J. Nonnenmacher and E. W. Biersack, "Scalable Feedback for Large Groups", *IEEE/ACM Trans. Netw.*, Vol. 7, Issue 3, pp. 375 - 386, June 1999.
- [6] S. Floyd, V. Jacobson, C-G. Liu, S. McCanne and L. Zhang, "A reliable multicast framework for light-weight sessions and application level framing", *IEEE/ACM Trans. Netw.*, Vol. 5, no. 6, pp, 784-803, Dec. 1997

Κεφάλαιο 5

Επαναλαμβανόμενα παίγνια

5.1 Επαναλαμβανόμενα παίγνια

Τα επαναλαμβανόμενα παίγνια αποτελούν σημαντικό εργαλείο για την κατανόηση των εννοιών της *φήμης* και της *τιμωρίας* στη θεωρία παιγνίων. Στην παράγραφο αυτή εισάγονται οι έννοιες των επαναλαμβανόμενων παιγνίων, των διαθέσιμων στρατηγικών καθώς και της ισορροπίας.

Στα επαναλαμβανόμενα παίγνια, οι παίκτες συμμετέχουν σε επαναλαμβανόμενες αλληλεπιδράσεις με ενδεχομένως άπειρη χρονική διάρκεια. Κατά την επιλογή των στρατηγικών τους οι παίκτες πρέπει να συνυπολογίζουν τον αντίκτυπο που έχουν αυτές στους υπόλοιπους παίκτες όχι μόνο σε συγκεκριμένο γύρο αλλά και στους επόμενους γύρους. Έτσι, σε ένα τέτοιο παίγνιο στόχος είναι η μεγιστοποίηση του οφέλους σε ένα πλήθος γύρων.

Είναι γνωστό ότι ορισμένα παίγνια ενός γύρου οδηγούν σε ισορροπίες Nash οι οποίες δεν είναι βέλτιστες για όλους τους παίκτες. Αυτό για παράδειγμα συμβαίνει στο παίγνιο του *Διλήμματος των Φυλακισμένων* καθώς και σε αρκετά προβλήματα κατανομής πόρων. Όμως, τα ίδια προβλήματα μπορούν να οδηγήσουν σε διαφορετικές πολλές φορές αποδοτικότερες ισορροπίες αν διεξαχθούν κατά επαναλαμβανόμενο τρόπο. Ο λόγος είναι ότι επειδή οι αντιδράσεις των αντιπάλων στις επιλογές που έχουν κάνει έχουν αντίκτυπο στο μελλοντικό τους όφελος, κάθε παίκτης είναι προσεκτικότερος όταν λαμβάνει αποφάσεις. Για παράδειγμα, στο πρόβλημα κατανομής των πόρων η εγωιστική συμπεριφορά κάποιων κόμβων μπορεί παροδικά να αποδίδει αλλά σε μακροχρόνια βάση τιμωρείται. Έτσι, ένας κόμβος που συνεχίζει την ίδια εγωιστική συμπεριφορά και στους επόμενους γύρους μπορεί τελικά να απομονωθεί από το δίκτυο.

Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι ένας από τους κρίσιμότερους παράγοντες που επηρεάζουν της έκβαση του αποτελέσματος των επαναλαμβανόμενων παιγνίων είναι το πλήθος των γύρων. Η παράμετρος αυτή δεν είναι γνωστή στους παίκτες. Αν αυτό συνέβαινε, κάθε παίκτης θα προσπαθούσε να εντοπίσει τη βέλτιστη στρατηγική που θα

έπρεπε να υιοθετήσει στον τελευταίο γύρο και, στη συνέχεια, με αντίστροφη επαγωγή θα κατέληγε στην ίδια ισορροπία που θα κατέληγε αν το παίγνιο ήταν ενός γύρου.

5.1.1 Περιγραφή σε εκτεταμένη μορφή

Ένα παίγνιο σε εκτεταμένη μορφή περιγράφεται ως ένα δένδρο όπου κάθε κόμβος αντιπροσωπεύει ένα σημείο όπου πρέπει να ληφθεί μια απόφαση. Οι κλάδοι που εξέρχονται από τον κόμβο αυτό αντιπροσωπεύουν μια πιθανή δράση που είναι διαθέσιμη στον παίκτη. Μέσω της διαδικασίας αυτής μπορούν εύκολα να περιγραφούν επαναλαμβανόμενα παίγνια στα οποία υπάρχουν διαδοχικές δράσεις από διαφορετικούς παίκτες. Στα φύλλα του δέντρου ορίζονται τα κέρδη των παικτών ακολουθώντας τη συγκεκριμένη διαδρομή από τη ρίζα. Με την αναπαράσταση ενός παιγνίου σε εκτεταμένη μορφή μπορεί να περιγραφούν και τα διαφορετικά σύνολα πληροφοριών¹ που είναι διαθέσιμα σε κάθε παίκτη.

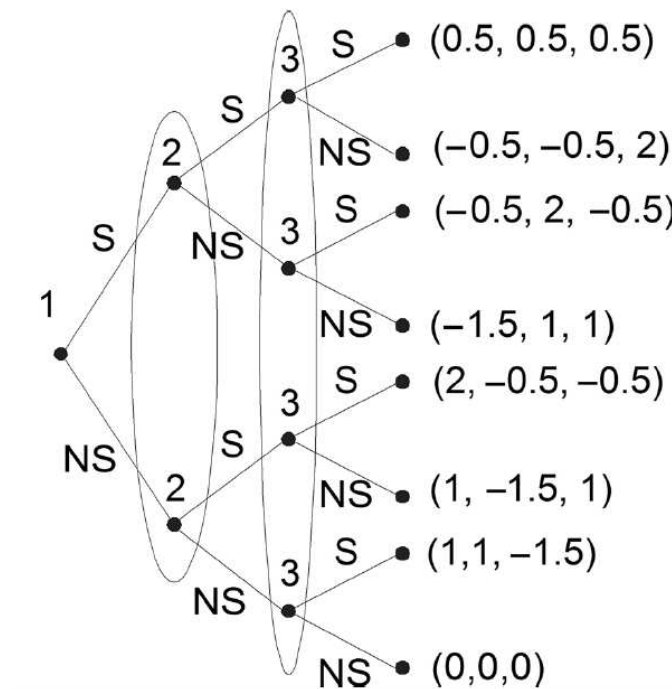
Να σημειωθεί ότι τα παίγνια σε στρατηγική μορφή μπορούν εύκολα να περιγραφούν και σε εκτεταμένη μορφή. Όμως, η περιγραφή σε εκτεταμένη μορφή δεν σημαίνει απαραίτητα ότι οι δράσεις των παικτών λαμβάνονται διαδοχικά. Για παράδειγμα, ας θεωρηθεί το παίγνιο κατανομής πόρων του Πίνακα 3.1. Η γραφική απεικόνιση αυτού του παιγνίου σε εκτεταμένη μορφή φαίνεται στο Σχήμα 5.1. Στο παράδειγμα αυτό, οι αποφάσεις των παικτών για το αν θα μοιραστούν τους πόρους τους λαμβάνονται ταυτόχρονα και με ανεξάρτητο τρόπο η μια από την άλλη. Η διαδικασία απεικονίζεται με τη βοήθεια κύκλων οι οποίοι περικλείουν τους κόμβους στους οποίους μπορεί να βρίσκεται ο κάθε παίκτης. Σημειώνεται ότι κατά τη στιγμή που λαμβάνουν τις αποφάσεις τους οι παίκτες δε γνωρίζουν σε ποιον ακριβώς κόμβο βρίσκονται. Το σύνολο των κόμβων που βρίσκονται υπό τον έλεγχο του ίδιου παίκτη ονομάζεται *σύνολο πληροφορίας*.

Στο Σχήμα 5.2 παρουσιάζεται τόσο σε στρατηγική όσο και σε εκτεταμένη μορφή ένα παράδειγμα παιγνίου όπου οι αποφάσεις των παικτών λαμβάνονται διαδοχικά. Όταν ο παίκτης 2 φθάσει στο σημείο να επιλέξει τη στρατηγική του γνωρίζει τη στρατηγική την οποία έχει επιλέξει ο παίκτης 1. Ο παίκτης 1 επιλέγει μεταξύ δύο κατευθύνσεων, του Βορρά (B) και του Νότου (N). Μόλις αποφασίσει ο παίκτης 2 με τη σειρά του επιλέγει μεταξύ Ανατολής (A) και Δύσης (Δ).

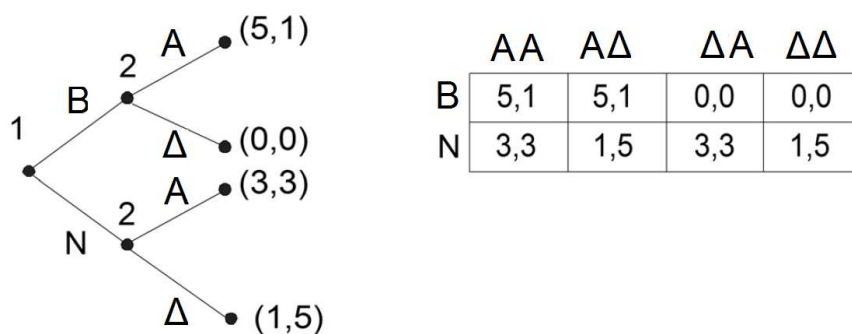
Οι στρατηγικές που είναι διαθέσιμες στα επαναλαμβανόμενα παίγνια διαφέρουν σημαντικά από αυτές των στρατηγικών παιγνίων. Η στρατηγική ενός παιγνίου σε εκτεταμένη μορφή είναι ένας κανόνας που απεικονίζει κάθε πιθανή κατάσταση πληροφορίας σε μια δράση που μπορεί να λάβει ένας παίκτης.

Στο τελευταίο παράδειγμα, οι στρατηγικές του παίκτη 1 μπορεί να αναφερθούν απλά ως Βορράς ή Νότος. Όμως, οι στρατηγικές του παίκτη 2 είναι περισσότερο πολύπλοκες.

¹Ένα σύνολο πληροφορίας περιγράφει τα δεδομένα που γνωρίζει ένας παίκτης όταν του ζητείται να επιλέξει μια στρατηγική.



Σχήμα 5.1: Απεικόνιση σε εκτεταμένη μορφή του παιγνίου κατανομής πόρων.



Σχήμα 5.2: Απεικόνιση σε εκτεταμένη μορφή του παιγνίου όπου οι αποφάσεις λαμβάνονται διαδοχικά.

Μια πιθανή στρατηγική είναι *επίλεξε τη στρατηγική Ανατολή αν ο παίκτης 1 μετακινηθεί Βόρεια αλλά μετακινήσου Δυτικά αν ο παίκτης 1 μετακινηθεί Νότια*. Αυτή η στρατηγική συμβολίζεται με AD όπου το πρώτο γράμμα και το δεύτερο γράμμα εκφράζουν τη στρατηγική που θα ακολουθήσει ο παίκτης 2 αν ο παίκτης 1 μετακινηθεί Βόρεια και Νότια, αντίστοιχα. Συνεπώς, ενώ ο παίκτης 1 έχει δύο διαθέσιμες στρατηγικές, ο παίκτης 2 έχει τέσσερις. Η έννοια της στρατηγικής σε αυτό το παίγνιο συνδέεται στενά με το σύνολο πληροφορίας στο οποίο ο παίκτης λειτουργεί.

5.1.2 Ισορροπία σε Επαναλαμβανόμενα Παίγνια

Εκτός από τη θεμελιώδη έννοια της Ισορροπίας Nash η οποία βρίσκει εφαρμογή και σε επαναλαμβανόμενα παίγνια, υπάρχει μια ισχυρότερη έννοια ισορροπίας, αυτή της *τέλειας ισορροπίας υποπαιγνίου* (subgame perfect equilibrium).

Η εξέταση του παιγνίου του Σχήμα 5.2 σε στρατηγική μορφή φανερώνει τρεις ισορροπίες Nash σε καθαρές στρατηγικές τις (B, AA) , (B, AD) και (N, DD) . Οι ισορροπίες αυτές έχουν την έννοια ότι κανένας παίκτης δεν έχει κίνητρο να αποκλίνει μονομερώς από αυτές. Όμως, το ερώτημα που γεννάται είναι κατά πόσο είναι ισοδύναμες και οι τρεις αυτές ισορροπίες. Στη στρατηγική (N, DD) , ο παίκτης 2 απειλείται από τον παίκτη 1 όταν κινείται δυτικά ανεξαρτήτως της κίνησης του παίκτη 1. Όμως, όταν ο παίκτης 1 κινηθεί βόρεια, ο παίκτης 2 πρέπει να κινηθεί ανατολικά.

Έτσι, δημιουργείται η ανάγκη για τον επαναπροσδιορισμό της έννοιας της ισορροπίας Nash και την υιοθέτηση ενός νέου τύπου ισορροπίας αυτού της *τέλειας ισορροπίας υποπαιγνίου* όπου οι στρατηγικές που δεν χρησιμοποιούνται αποκλείονται. Στο σημείο αυτό είναι χρήσιμο να οριστεί η έννοια του υποπαιγνίου (subgame).

Έστω το παίγνιο Γ^e το οποίο είναι γραμμένο σε εκτεταμένη μορφή. Έστω x ένας κόμβος αυτού του παιγνίου και $F(x)$ το σύνολο των κόμβων και των κλάδων που έπονται του x συμπεριλαμβανομένου και του x . Ένα υποπαίγνιο είναι υποσύνολο ολόκληρου του παιγνίου αν έχει τις ακόλουθες ιδιότητες:

1. το υποπαίγνιο δρομολογείται στον κόμβο x που είναι ο μόνος κόμβος αυτού του συνόλου πληροφορίας.
2. το υποπαίγνιο περιλαμβάνει όλους τους κόμβους $y \in F(x)$
3. αν ένας κόμβος που ανήκει σε ένα συγκεκριμένο σύνολο πληροφορίας περιλαμβάνεται στο υποπαίγνιο, τότε, στο υποπαίγνιο περιλαμβάνονται και όλοι οι κόμβοι αυτού του συνόλου πληροφορίας.

Ένα κατάλληλο υποπαίγνιο του Γ^e είναι ένα υποπαίγνιο του οποίου η ρίζα δεν είναι ρίζα του Γ^e .

Ορισμός 19 Αν η $\hat{\sigma}$ είναι τέλεια ισορροπία υποπαιγνίου (Subgame Perfect Equilibrium-SPE) του παιγνίου Γ^e , αυτή είναι ισορροπία Nash τόσο του Γ^e όσο και όλων των υποπαιγνίων αυτού.

Στο παίγνιο που περιγράφεται στο Σχήμα 5.2 υπάρχουν δύο υποπαίγνια. Τα υποπαίγνια αυτά δρομολογούνται μέσω των κόμβων που ανήκουν στο παίκτη 2. Αν και υπάρχουν τρεις ισορροπίες Nash εύκολα προκύπτει ότι η μόνη τέλεια ισορροπία υποπαιγνίου είναι η (B, AΔ).

Είναι πλέον φανερό ότι αν και κάθε τέλεια ισορροπία υποπαιγνίου είναι ισορροπία Nash, το αντίστροφο δεν ισχύει.

5.1.3 Επαναλαμβανόμενα παίγνια σε στρατηγική μορφή.

Έστω \mathbf{N} το σύνολο των παικτών ενός παιγνίου και \mathbf{A}_i το σύνολο των διαθέσιμων δράσεων του παίκτη i σε κάθε γύρο του παιγνίου. Χρησιμοποιείται ο όρος δράση για να δοθεί έμφαση στις αποφάσεις των παικτών σε κάθε γύρο. Το σύνολο όλων των διαθέσιμων δράσεων όλων των παικτών συμβολίζεται με $\mathbf{A} = \times_{i \in \mathbf{N}} \mathbf{A}_i$ και το προφίλ δράσεων με $\mathbf{a} = (a_i)_{i \in \mathbf{N}}$. Δεδομένου ότι κάθε παίκτης μπορεί να επιλέξει τυχαία μια δράση, είναι χρήσιμο να οριστεί η μικτή δράση a_i .

Το κέρδος που λαμβάνει ο παίκτης i , g_i , $g_i : \mathbf{A} \rightarrow \mathbb{R}$, $i \in \mathbf{N}$ σε κάθε γύρο του παιγνίου είναι μια συνάρτηση του προφίλ των διαθέσιμων δράσεων. Τα κέρδη όλων των παικτών συμβολίζονται με $g(\mathbf{a}) = (g_1(\mathbf{a}), \dots, g_N(\mathbf{a}))$.

Το προφίλ δράσεων στον k , $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$ γύρο του παιγνίου συμβολίζονται με $\mathbf{a}^k = (a_1^k, a_2^k, \dots, a_N^k)$. Το ιστορικό όλων των δράσεων των παικτών στον γύρο k του παιγνίου συμβολίζεται με $\mathbf{h}^k = (\mathbf{a}^0, \mathbf{a}^1, \dots, \mathbf{a}^k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$. Το διάνυσμα \mathbf{H}^k συμβολίζει το σύνολο όλων των πιθανών δράσεων μέχρι και το γύρο k . Μια καθαρή στρατηγική του παίκτη i καθορίζει μια απόφαση που θα ληφθεί στο γύρο k βάσει του ιστορικού στους προηγούμενους $k - 1$ γύρους.

Οι παίκτες αποσκοπούν να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη κατά τη διάρκεια των διαφορετικών γύρων του παιγνίου. Το συνολικό κέρδος συχνά ισούται με το άθροισμα του κερδών των μεμονωμένων γύρων του παιγνίου. Σε κάθε όμως γύρο που ολοκληρώνεται, το κέρδος πολλαπλασιάζεται με ένα παράγοντα μείωσης δ , όπου $0 \leq \delta < 1$. Με αυτόν τον τρόπο, κάθε φορά οι παίκτες αποδίδουν μεγαλύτερη βαρύτητα στο κέρδος που θα αποκομίσουν στον υφιστάμενο γύρο σε σχέση με τους επόμενους. Το μέσο κέρδος του παίκτη i είναι

$$u_i = (1 - \delta) \sum_{k=0}^{\infty} (\delta)^k g_i(\mathbf{a}^k) \quad (5.1)$$

Ο παράγοντας $1 - \delta$ χρησιμοποιείται για την κανονικοποίηση του κέρδους. Στην περίπτωση όπου υπάρχει ενδιαφέρον για τη μεγιστοποίηση του συνολικού οφέλους ενός

επαναλαμβανόμενου παιγνίου ο παράγοντας αυτός απλοποιείται. Επιπλέον, προκειμένου να δοθεί έμφαση στον παράγοντα μείωσης δ , ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο μπορεί να συμβολιστεί με $\Gamma'(\delta)$.

Αξίζει να αναφερθεί ότι η διατύπωση των επαναλαμβανόμενων παιγνίων προϋποθέτει σε όλους τους παίκτες στο γύρο $k + 1$ οι δράσεις των παικτών να είναι γνωστές στο γύρο k . Αν αυτό δεν συμβαίνει, οι δράσεις των παικτών στο γύρο k δεν θα επηρεάσουν τις δράσεις των παικτών στον γύρο $k + 1$, με αποτέλεσμα η ισορροπία του παιγνίου αυτού να είναι ίδια με αυτήν του παιγνίου που ολοκληρώνεται σε ένα γύρο. Από την άλλη πλευρά, ένας παίκτης μπορεί να μη γνωρίζει ακριβώς τις δράσεις των παικτών στους προηγούμενους γύρους, υπάρχει όμως το ενδεχόμενο να διαθέτει κάποιες πληροφορίες που σχετίζονται με αυτές τις δράσεις. Σε αυτές τις περιπτώσεις η διατύπωση των προβλημάτων γίνεται με τη βοήθεια παιγνίων με ατελή πληροφόρηση (imperfect information).

5.1.4 Παράδειγμα επαναλαμβανόμενου παιγνίου: Συνεργασία μεταξύ των κόμβων

Ας θεωρηθεί το παίγνιο κατανομής πόρων όπου όλοι οι κόμβοι εθελοντικά προσφέρονται να πραγματοποιήσουν ενέργειες που βοηθούν τους γειτονικούς τους κόμβους. Παραδείγματα τέτοιων εφαρμογών αποτελούν οι κατανεμημένοι υπολογισμοί, η μεταφορά δεδομένων σε Ad hoc δίκτυα καθώς και δίκτυα αισθητήρων και τα peer-to-peer (P2P) δίκτυα. Οι πόροι που μπορεί να μοιράζονται είναι η επεξεργαστική ισχύς, η προώθηση πακέτων, η αποθήκευση αρχείων κτλ. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η κατανομή των πόρων γίνεται με κατανεμημένο τρόπο χωρίς να υπάρχει κεντρικός έλεγχος.

Στα δίκτυα αυτού του είδους, η συνεργασία είναι πολλές φορές εθελοντική. Αν όμως κάποιος χρήστης συνεισφέρει στο σύστημα, αποκομίζει ανταποδοτικά οφέλη. Για παράδειγμα, κατά την κατανεμημένη επεξεργασία δεδομένων κάποιος χρήστης μπορεί να διαθέσει τον επεξεργαστή του κατά τις χρονικές περιόδους που είναι ανενεργός για επιστημονική έρευνα. Από την άλλη πλευρά, η συμμετοχή έχει κόστος. Για παράδειγμα, σε ένα δίκτυο αισθητήρων η προώθηση των δεδομένων που προέρχονται από άλλους κόμβους μπορεί να οδηγήσει στην ταχύτερη εξάντληση των ήδη περιορισμένων ενεργειακών πόρων. Στις εφαρμογές αυτές, όταν το κόστος υπερβεί το όφελος, οι χρήστες είναι λιγότερο πιθανό να προσφέρουν εθελοντικά τις υπηρεσίες τους.

Το παράδειγμα που ακολουθεί περιγράφεται με λεπτομέρειες στην παραπομπή [1]. Έστω ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο με N παίκτες που παίζεται K φορές, όπου το K ακολουθεί τη γεωμετρική κατανομή με παράμετρο p , $0 < p < 1$. Ισχύει, $p_k = \text{Prob}[K = k] = p(1 - p)^k$, $k = 0, 1, 2, \dots$ και ως εκ τούτου $E[K] = \frac{1-p}{p}$. Σημειώνεται ότι όταν $p \rightarrow 1$ η πιθανότητα να υπάρξει και νέος γύρο στο παίγνιο τείνει στο μηδέν.

Επίσης, για λόγους απλότητας θεωρείται ότι ο χώρος δράσης όλων των παικτών είναι ομογενής ($S_i = \{0,1\}$). Η στρατηγική $s_i = 1$ αντιπροσωπεύει την απόφαση ενός παίκτη να διαθέσει τους πόρους του και στους υπόλοιπους παίκτες και η στρατηγική $s_i = 0$ να αρνηθεί τη συνεργασία. Κατά τη διατύπωση του παιγνίου, ιδιαίτερα κρίσιμη είναι η επιλογή της συνάρτησης κέρδους. Η συνάρτηση κέρδους του παίκτη i στο γύρο k , $g_i(\mathbf{s}^k)$, εκφράζεται ως το άθροισμα δύο όρων, του $\alpha_i(\mathbf{s}^k)$ και του $\beta_i(\mathbf{s}^k)$ όπου $\mathbf{s}^k = \{s_1^k, s_2^k, \dots, s_N^k\}$ είναι το προφίλ των καθαρών στρατηγικών όλων των παικτών που συμμετέχουν στο παίγνιο.

Η συνάρτηση $\alpha_i(\mathbf{s}^k)$ περιγράφει το κέρδος που αποκομίζει ένας παίκτης από τους αντιπάλους του όταν αυτοί μοιράζουν τους πόρους τους. Δεδομένου ότι το κέρδος του παίκτη i εξαρτάται μόνο από τις επιλογές των υπολοίπων παικτών ισχύει $\alpha_i(\mathbf{s}^k) = \alpha_i(\mathbf{s}_{-i}^k)$. Υποθέτοντας για λόγους απλότητας ότι όλοι οι παίκτες συνεισφέρουν το ίδιο στο δίκτυο, η συνάρτηση κέρδους του παίκτη i εξαρτάται από το πλήθος των παικτών που συνεργάζονται, δηλαδή, $\alpha_i(\mathbf{s}_{-i}^k) = \alpha_i\left(\sum_{j \in N, j \neq i} s_j^k\right)$. Θεωρείται ότι, $\alpha_i(0) = 0$ και $\alpha_i(\mathbf{s}^k) > 0$ αν υπάρχει παίκτης $j \neq i$ τέτοιος ώστε $s_j \neq 0$. Δηλαδή, ένας παίκτης έχει κέρδος αν κάποιος άλλος προσφερθεί να εκτελέσει για αυτόν κάποιες υπηρεσίες, ενώ αν κανένας δε συνεργαστεί το κέρδος του παίκτη i είναι μηδενικό.

Από την άλλη πλευρά, όταν κάποιος συνεργάζεται και προσφέρει τους πόρους του, έχει ένα κόστος που περιγράφεται από τη συνάρτηση $\beta_i(s_i^k)$. Η συνάρτηση αυτή συχνά λαμβάνει αρνητικές τιμές για να περιγράψει το κόστος συμμετοχής στο δίκτυο. Ορισμένες φορές, όμως, λαμβάνει θετική τιμή, για παράδειγμα, όταν ο χρήστης έχει οικονομικά οφέλη από τη συνεργασία ή όταν έχει προσωπική ικανοποίηση. Σε κάθε περίπτωση, αυτό το τμήμα της συνάρτησης οφέλους του παίκτη εξαρτάται μόνο από τη δράση που επιλέγει ο ίδιος ο παίκτης. Αν ο παίκτης i δεν συνεργαστεί το κόστος του είναι μηδενικό, δηλαδή, $\beta_i(0) = 0$.

Ας θεωρηθεί το παίγνιο όπου ένας κόμβος:

- συνεργάζεται, όταν όλοι οι άλλοι κόμβοι μοιράζονται τους πόρους τους.
- εγκαταλείπει το παίγνιο, όταν ένας τουλάχιστον κόμβος έχει αποχωρήσει κατά τον προηγούμενο γύρο.

Σε ένα τυχαίο γύρο του παιγνίου, εφόσον ένας παίκτης συνεργαστεί, το κέρδος του από εκείνο το σημείο και μετά θα είναι

$$[\alpha_i(N-1) + \beta_i(1)] \left[1 + \sum_{k=0}^{\infty} p^k (1-p)^k \right] = \frac{\alpha_i(N-1) + \beta_i(1)}{p} \quad (5.2)$$

Από την άλλη πλευρά, αν ένας παίκτης αποχωρήσει, από το γύρο εκείνο και μετά το κέρδος του θα είναι

$$\alpha_i(N-1) + 0 + \dots + 0 = \alpha_i(N-1) \quad (5.3)$$

Επομένως, ένας παίκτης θα συνεχίσει να μοιράζεται τους πόρους του εφόσον

$$\frac{\alpha_i(N-1) + \beta_i(1)}{p} > \alpha_i(N-1) \quad \Rightarrow \quad \alpha_i(N-1) > -\frac{\beta_i(1)}{1-p} \quad (5.4)$$

Από τα προηγούμενα προκύπτει ότι όταν το κόστος $\beta_i(1) > 0$, το κέρδος από τη συνεργασία σε ένα γύρο υπερβαίνει το κόστος και η ισορροπία οδηγεί πάντα προς τη συνεργασία. Στην περίπτωση όμως όπου το κόστος $\beta_i(1)$ λαμβάνει αρνητικές τιμές ένας παίκτης θα συνεχίσει να συνεργάζεται εφόσον πιστεύει ότι το παίγνιο θα συνεχιστεί και σε επόμενους γύρους. Αν, όμως, η πιθανότητα διακοπής είναι μεγάλη, $-\frac{\beta_i(1)}{1-p} \rightarrow \infty$, με αποτέλεσμα ο παίκτης να αποχωρεί από το παίγνιο.

Η ανωτέρω ανάλυση θα μπορούσε να εφαρμοστεί και σε πολλά παρεμφερή προβλήματα. Για παράδειγμα, σε ένα Ad hoc δίκτυο πολλαπλών βημάτων, οι κόμβοι αναμένεται να προωθήσουν τα πακέτα των γειτόνων τους. Η επιθυμία να προωθήσουν πακέτα επηρεάζεται από την απειλή της αποχώρησης κάποιων κόμβων. Η πιθανότητα p εκφράζει την πιθανότητα της επαναλαμβανόμενης αλληλεπίδρασης με τους ίδιους κόμβους που ενδεχομένως εξαρτάται από την κινητικότητα των κόμβων.

Το προηγούμενο παράδειγμα προσομοιάζει με το δίλημμα των φυλακισμένων όπου, στο παίγνιο ενός γύρου η μόνη ισορροπία Nash κυριαρχείται από την ισορροπία Pareto². Αν όμως το παίγνιο επαναλαμβάνεται, μπορεί τελικά να φθάσει στη βέλτιστη κατά Pareto ισορροπία.

5.1.5 Έλεγχος Αποδοχής Κλήσεων με εφαρμογή της Θεωρίας Παιγνίων

Στα δορυφορικά δίκτυα κάθε χρήστης μπορεί να μπει στο σύστημα και να ζητήσει πόρους σε κυκλική βάση. Στα κλασικά κεντρικά ελεγχόμενα συστήματα το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη στιγμή της αίτησης μέχρι την εκχώρηση των πόρων είναι λίγο μεγαλύτερο από RTT λόγω του ότι τη διαδικασία ανάθεσης πόρων τη χειρίζεται το κέντρο ελέγχου. Ωστόσο, σε κατακευματισμένα συστήματα όλοι οι χρήστες πρέπει να συμφωνήσουν για τον τρόπο που θα κατανεμηθούν οι δεδομένοι πόροι του συστήματος. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η ολοκλήρωση της διαδικασίας να απαιτεί πολλαπλά RTT, χρονικό διάστημα αποτρεπτικό για παροχή υπηρεσιών ευαίσθητων σε χρονικές καθυστερήσεις. Το πρόβλημα αυτό γίνεται εντονότερο σε περίπτωση μεγάλου πληθυσμού χρηστών. Στις περιπτώσεις αυτές ένα αποδοτικό σχήμα εκχώρησης πόρων πρέπει να ο-

²Η ισορροπία ενός παιγνίου λέγεται ότι είναι βέλτιστη κατά Pareto όταν οι στρατηγικές που επιλεγούν δίνουν στο παίκτης το μεγαλύτερο δυνατό όφελος που μπορούν να λάβουν από το παίγνιο. Στην ισορροπία Pareto δεν υπάρχει τρόπος ένας παίκτης να αυξήσει το όφελος του χωρίς να μειώσει το όφελος ενός άλλου. Συχνά, στη θεωρία παιγνίων η ισορροπία Nash δεν είναι βέλτιστη κατά Pareto πράγμα που σημαίνει ότι το όφελος όλων των παικτών μπορεί να αυξηθεί αν επιλέξουν κάποιο άλλο συνδυασμό στρατηγικών.

λοκληρώνει τη διαδικασία άμεσα. Η λύση στο πρόβλημα αυτό μπορεί να αναζητηθεί στα μοντέλα διαπραγμάτευσης Rubinstein-Ståhl [2],[3]. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται το παιχνίδι εκχώρησης πόρων μεταξύ δύο χρηστών με χρήση των μοντέλων διαπραγμάτευσης και η επέκτασή του σε N παίκτες. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιεί την κατανομή των πόρων στους χρήστες σε ένα κύκλο του παιγνίου. Στη συνέχεια, κάθε χρήστης γνωρίζει αμέσως το ποσοστό των πόρων που του αναλογεί μετά την ενδεχόμενη αποδοχή ενός νέου χρήστη και μπορεί να αποφανθεί αν θα εγκρίνει την αποδοχή του στο σύστημα κατά τη φάση ελέγχου αποδοχής κλήσεων [4].

Το παίγνιο εκχώρησης πόρων μεταξύ δύο παικτών

Το παίγνιο εκχώρησης πόρων μεταξύ δύο παικτών ανήκει στη γενική κλάση των παιγνίων διαπραγμάτευσης [7] όπου και οι δύο παίκτες πρέπει να συμφωνήσουν σχετικά με τον τρόπο που θα μοιράσουν πόρους μοναδιαίου μεγέθους. Η βασική αρχή στο παίγνιο εκχώρησης πόρων είναι ότι κάθε παίκτης πρέπει είτε να αποδεχθεί την πρόταση που έκανε ο άλλος παίκτης με βάση τις δικές του απαιτήσεις σε πόρους είτε να την απορρίψει κάνοντας ο ίδιος νέα προσφορά. Η αποδοχή της πρότασης του άλλου παίκτη ολοκληρώνει το παιχνίδι, ενώ η απόρριψη το οδηγεί σε επόμενο κύκλο.

Χωρίς απώλεια της γενικότητας γίνεται η υπόθεση ότι το παίγνιο ξεκινά με πρόταση από τον παίκτη 1. Έστω x το ποσοστό των συνολικών πόρων που ο παίκτης 1 προτείνει να κρατήσει για τον εαυτό του. Αν ο παίκτης 2 είναι ικανοποιημένος με τους εναπομένοντες $1-x$ πόρους το παιχνίδι ολοκληρώνεται. Αν ο παίκτης 2 απορρίψει την πρόταση του παίκτη 1, πρέπει να προτείνει διαφορετική κατανομή των πόρων κατά την επόμενη περίοδο διαπραγμάτευσης ΠΔ.. Τότε, αν ο παίκτης 1 αποδεχθεί την πρόταση που έκανε ο παίκτης 2, το παίγνιο της εκχώρησης πόρων ολοκληρώνεται. Σε περίπτωση όμως που το απορρίψει πρέπει να κάνει νέα πρόταση στην επόμενη ΠΔ κ.ο.κ. Είναι σαφές ότι, αν οι δύο παίκτες δεν έχουν κάποιο χρονικό περιορισμό για την ολοκλήρωση του παιγνίου, η διαδικασία διαπραγματεύσεων μπορεί να μην τελειώσει ποτέ. Για παράδειγμα, αν δύο χρήστες (παίκτες) επιθυμούν να κάνουν χρήση της υπηρεσίας μεταφοράς δεδομένων μέσω του πρωτοκόλλου FTP (file transfer protocol) και ενδιαφέρονται να μεγιστοποιήσουν το ρυθμό μετάδοσής τους λαμβάνοντας όσο το δυνατόν περισσότερους πόρους, η διαδικασία των διαπραγματεύσεων μπορεί να μη τελειώσει ποτέ αφού, δεδομένου ότι η υπηρεσία FTP δεν είναι ευαίσθητη σε χρονική καθυστέρηση, οι δύο χρήστες ενδεχομένως να μη φθάσουν ποτέ σε συμφωνία.

Δεν ισχύει όμως το ίδιο και με τις υπηρεσίες ευαίσθητες σε χρονική καθυστέρηση για τις οποίες υπάρχει ένα στενό χρονικό πλαίσιο εντός του οποίου πρέπει να γίνει η μετάδοση των δεδομένων. Αν οι χρήστες (παίκτες) δεν φθάσουν σε συμφωνία αμέσως και οι πληροφορίες μεταδοθούν εκτός του χρονικού αυτού πλαισίου το όφελός των χρηστών θα είναι μηδενικό. Συνεπώς, ακόμη και αν η κατανομή $(x, 1-x)$ γίνει αποδεκτή και από

τους δύο παίκτες μετά από i χρονικές περιόδους, οι πραγματικοί πόροι που θα λάβουν είναι $(\delta^i x, \delta^i (1 - x))$, όπου δ είναι ένας παράγοντας ελάττωσης που εξαρτάται από το είδος της παρεχόμενης υπηρεσίας. Έστω T_S η διάρκεια ενός ΠΔ, T_p το χρονικό διάστημα που αντιστοιχεί σε μία χρονοσχισμή και ϵ το ποσοστό των πόρων που πρέπει να εκχωρηθεί σε ένα χρήστη για χρονικό διάστημα T_S για την ικανοποίηση των απαιτήσεων QoS. Κατά τη διάρκεια του T_S το παίγνιο της εκχώρησης πόρων μεταξύ των παικτών 1 και 2 μπορεί να διεξαχθεί το πολύ $k = \lceil T_S/T_p \rceil$ φορές. Η λογική για τον υπολογισμό του δ μιας υπηρεσίας είναι ότι ακόμα και αν όλοι οι πόροι του συστήματος εκχωρηθούν σε ένα χρήστη μετά από k περιόδους, οι πόροι αυτοί δεν θα επαρκούν για την ικανοποίηση των απαιτήσεων QoS. Μετά από k περιόδους το όφελος είναι δ^k , είναι φανερό ότι $\delta = \sqrt[k]{\epsilon}$. Επιπλέον, αξίζει να σημειωθεί ότι, όσο νωρίτερα ένας παίκτης εισέλθει στο παίγνιο τόσο περισσότερους πόρους θα λάβει και τόσο περισσότερη πληροφορία έκτακτης ανάγκης θα μεταδώσει.

Σε περιπτώσεις εφαρμογών ευαίσθητων στη χρονική καθυστέρηση, η ισορροπία στο παίγνιο εκχώρησης πόρων μπορεί εύκολα να προσδιορισθεί εφαρμόζοντας τη μεθοδολογία που παρουσιάζεται στην εργασία [8]. Συγκεκριμένα, έστω x_M οι μέγιστοι πόροι που μπορεί να λάβει ο παίκτης 1. Στον γύρο 2 του παιγνίου τα κέρδη και των δύο παικτών πολλαπλασιάζονται επί δ^2 . Ως εκ τούτου ο παίκτης 1 μπορεί να λάβει το πολύ $\delta^2 \cdot x_M$. Είναι φανερό ότι στο γύρο 1 οποιαδήποτε προσφορά από τον παίκτη 2 που υπερβαίνει τους πόρους $\delta^2 \cdot x_M$ θα γίνει αποδεκτή. Επειδή την περίοδο 1 τα κέρδη πολλαπλασιάζονται επί δ , ο παίκτης 2 θα λάβει τουλάχιστον $\delta - \delta^2 \cdot x_M$ πόρους. Αν ληφθεί υπόψη η προσφορά του παίκτη 1 στον προηγούμενο γύρο (γύρος 1), ο παίκτης 2 δεν θα αποδεχθεί τίποτα λιγότερο από αυτό που θα ελάμβανε αν το παίγνιο ξεκινούσε στον επόμενο γύρο. Έτσι ο παίκτης 1 θα λάβει το πολύ $1 - (\delta - \delta^2 \cdot x_M)$. Επειδή x_M είναι οι μέγιστοι πόροι που θα μπορούσε να λάβει ο παίκτης 1, ισχύει η ακόλουθη εξίσωση

$$x_M = 1 - (\delta - \delta^2 \cdot x_M) \implies x_M = \frac{1}{1 + \delta} \quad (5.5)$$

Συνεπώς, το παίγνιο εκχώρησης πόρων μεταξύ δύο παικτών που ξεκινά με προσφορά από τον παίκτη 1 έχει μοναδική ισορροπία Nash (Nash Equilibrium) την κατάσταση όπου ο παίκτης 1 παίρνει $1/(1 + \delta)$ και ο παίκτης 2 παίρνει $\delta/(1 + \delta)$. Ο παίκτης 1 λαμβάνει περισσότερους πόρους λόγω του γεγονότος ότι μπαίνει πρώτος στο παίγνιο. Αυτό συμβαίνει διότι όπως προαναφέρθηκε στην περίπτωση των υπηρεσιών έκτακτης ανάγκης υπάρχει ένα στενό χρονικό πλαίσιο μέσα στο οποίο πρέπει να γίνει η μετάδοση των δεδομένων. Επομένως, όσο νωρίτερα ένας παίκτης εισέλθει στο παίγνιο στην περίπτωση των υπηρεσιών αυτών, τόσο περισσότερους πόρους θα λάβει και τόσο περισσότερη πληροφορία θα μεταδώσει μέσα στο στενό αυτό χρονικό πλαίσιο. Αξίζει να σημειωθεί ότι σε υπηρεσίες με ανοχή στην καθυστέρηση για τις οποίες η τιμή του T_S είναι αδιάφορη

το $\delta \rightarrow 1$. Τότε, οι πόροι μοιράζονται εξίσου και στους δύο παίκτες.

Η προηγούμενη ανάλυση μπορεί εύκολα να επεκταθεί για παίκτες με διαφορετικούς παράγοντες ελάττωσης, δ_1 και δ_2 . Στην περίπτωση αυτή το παίγνιο κατανομής πόρων μεταξύ δύο παικτών που ξεκινά με προσφορά του παίκτη 1 έχει μοναδική ισορροπία Nash αν ο παίκτης 1 λάβει $\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}$ και ο παίκτης 2 $\frac{\delta_2(1-\delta_1)}{1-\delta_1\delta_2}$ πόρους [7].

Η ανάγκη ύπαρξης πολλών κλάσεων υπηρεσιών

Στην προηγούμενη ενότητα αναλύθηκε πώς πρέπει να γίνει η εκχώρηση των πόρων μεταξύ δύο παικτών ώστε να επιτευχθεί ευσταθής κατανομή των πόρων. Επεκτείνοντας την ανάλυση αυτή μπορεί εύκολα να αποδειχθεί ότι χρήστες που ανήκουν σε διαφορετικές κλάσεις υπηρεσιών δεν πρέπει ποτέ να διεκδικούν τους ίδιους πόρους. Για παράδειγμα, ας θεωρηθούν δύο χρήστες που ανταγωνίζονται για τους ίδιους πόρους και ο πρώτος ενδιαφέρεται να μεταδώσει υπηρεσία με ανοχή στην καθυστέρηση όπως FTP, ενώ ο δεύτερος υπηρεσία ευαίσθητη στην καθυστέρηση όπως VoIP σε περίπτωση έκτακτης ανάγκης. Είναι προφανές ότι για υπηρεσίες FTP $\delta_1 \rightarrow 1$, ενώ για υπηρεσίες VoIP, $\delta_2 \rightarrow 0$. Στην περίπτωση αυτή, ο παίκτης 1 λαμβάνει όλους τους πόρους $\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2} \rightarrow 1$, ενώ ο παίκτης 2 δεν λαμβάνει καθόλου πόρους $\frac{\delta_2(1-\delta_1)}{1-\delta_1\delta_2} \rightarrow 0$.

Στον προτεινόμενο αλγόριθμο η ανάλυση περιορίζεται σε χρήστες που ανήκουν στην ίδια κλάση υπηρεσιών, υποθέτοντας ότι οι πόροι που εκχωρούνται σε κάθε κλάση είναι εκ των προτέρων γνωστοί στους χρήστες. Το πρόβλημα κατανομής των πόρων μεταξύ διαφορετικών κλάσεων περιγράφεται στην εργασία [5].

Επέκταση σε N-παίκτες

Το παίγνιο εκχώρησης πόρων στην περίπτωση N παικτών αναλύεται στην περίπτωση όπου όλοι οι παίκτες έχουν κοινό συντελεστή ελάττωσης δ . Τις χρονικές στιγμές $t_1, t_{1+N}, t_{1+2N}, \dots$, ο παίκτης 1 προτείνει την κατανομή των συνολικών πόρων (x_1, x_2, \dots, x_N) με $x_i \geq 0$ για κάθε $i \in \{1, \dots, N\}$ με $\sum_{i=1}^N x_i = 1$.

Κατά τις χρονικές στιγμές $t_2, t_{2+N}, t_{2+2N}, \dots$, ο παίκτης 2 προτείνει μια άλλη κατανομή. Το ίδιο κάνουν, στη συνέχεια, και οι υπόλοιποι παίκτες ενώ ισχύει $t_1 < t_2 < \dots < t_N$. Όταν ο παίκτης i προτείνει μια συγκεκριμένη κατανομή των πόρων, οι υπόλοιποι παίκτες είτε την αποδέχονται είτε την απορρίπτουν. Αν την αποδεχθούν όλοι ταυτόχρονα, οι πόροι εκχωρούνται με βάση της πρόταση του i , διαφορετικά ο παίκτης $i+1$ κάνει μια νέα προσφορά κατά τον επόμενο γύρο του παιγνίου.

Επεκτείνοντας την ανάλυση της προηγούμενης ενότητας μπορεί εύκολα να αποδειχθεί ότι η ισορροπία στο παίγνιο εκχώρησης πόρων N -παικτών δίδεται από την κατανομή [6]

$$\frac{1-\delta}{1-\delta^N}(1, \delta, \dots, \delta^{i-1}, \dots, \delta^{N-1}) \quad (5.6)$$

Συγκεκριμένα, έστω ότι σε κάθε περίοδο $t < N + 1$, η ισορροπία του παίκτη i είναι x_i^t . Στην περίοδο $t - 1$ μια προσφορά $x' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_N)$ γίνεται δεκτή από όλους τους παίκτες εφόσον $x'_i > \delta x_i^t$. Έτσι η βέλτιστη λύση για τον παίκτη $t - 1$ είναι να προσφέρει τους ελάχιστους πόρους δx_i^t σε κάθε άλλο παίκτη για να μεγιστοποιήσει το κέρδος του. Επομένως ο παίκτης $t - 1$ θα λάβει τους υπόλοιπους πόρους $1 - \sum_{i=1, // i \neq t-1}^N \delta x_i^t$. Με την υπόθεση ότι οι απαιτήσεις κάθε παίκτη δεν αλλάζουν στο χρόνο $x_i = x_i^1 = x_i^2 = \dots x_i^{N+1}$ αποδεικνύεται ότι το x_i δίνεται από

$$x_i = \frac{\delta^{i-1}}{1 + \delta + \delta^2 + \dots + \delta^{N-1}} = \frac{1 - \delta}{1 - \delta^N} \delta^{i-1} \quad (5.7)$$

Είναι φανερό ότι καθώς αυξάνεται το πλήθος των παικτών οι πόροι που λαμβάνει κάθε παίκτης μειώνονται καθώς οι συνολικοί πόροι διαιρούνται σε περισσότερα τμήματα. Επίσης, όσο νωρίτερα ένας παίκτης εισέρχεται στο παίγνιο τόσο περισσότερους πόρους λαμβάνει.

Περιγραφή του αλγορίθμου αποδοχής κλήσεων

Στο παίγνιο εκχώρησης πόρων με N -παίκτες η αναλογία πόρων που λαμβάνει κάθε παίκτης $i \in \{1, \dots, N\}$ δίδεται από τη σχέση (5.3), όπου ο δείκτης i αντιστοιχεί στη σειρά που κάθε χρήστης εισέρχεται στο σύστημα. Μια αίτηση που πραγματοποιείται από ένα νέο παίκτη-τον παίκτη N -γίνεται δεκτή υπό την προϋπόθεση ότι υπάρχουν επαρκείς πόροι για να ικανοποιήσουν τις απαιτήσεις QoS τόσο για του ήδη συνδεδεμένους όσο και για το νέο χρήστη. Αν η αίτηση του νέου χρήστη γίνει δεκτή από όλους τους υπόλοιπους παίκτες, οι συνολικοί πόροι θα διαμοιραστούν σε περισσότερους χρήστες και οι πόροι που θα λάβει κάθε παίκτης θα μειωθούν σε $\psi_i^{(N+1)} = \frac{1-\delta}{1-\delta^{N+1}} \delta^{i-1}$, όπου $i = 1, 2, \dots, N$.

Ενας χρήστης του συστήματος i δεν θα προβάλλει αντιρρήσεις στην αποδοχή ενός νέου παίκτη αν ισχύει η ακόλουθη σχέση

$$\psi_i^{(N+1)} \geq \Psi_S, \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (5.8)$$

καθόλη τη διάρκεια της σύνδεσής του. Οι πόροι Ψ_S αντιστοιχούν στους πόρους που ικανοποιούν τις απαιτήσεις QoS για τη δεδομένη υπηρεσία υπό συνθήκες καθαρού ουρανού. Η σχέση (5.4) υποδηλώνει ότι ένας χρήστης θα αποδεχθεί την είσοδο ενός νέου παίκτη και με αντίστοιχη μείωση των πόρων του υπό την προϋπόθεση ότι οι νέοι πόροι που θα του εκχωρηθούν είναι ικανοί να ικανοποιήσουν τις απαιτήσεις QoS σε όλη τη διάρκεια της σύνδεσής του. Αν η σχέση (5.4) ισχύει για όλους τους χρήστες $i \in \{1, \dots, N\}$, ο νέος χρήστης γίνεται αποδεκτός από το σύστημα.

5.2 Μαρκοβιανά Παίγνια

Σε ένα στοχαστικό παίγνιο, το ιστορικό σε κάθε γύρο του επαναλαμβανόμενου παιχνιδιού μπορεί να μοντελοποιηθεί ως μια κατάσταση. Η μετάβαση από κατάσταση σε κατάσταση είναι μια διαδικασία Markov, δηλαδή, η κατάσταση στον επόμενο γύρο του παιχνιδιού εξαρτάται από την υπάρχουσα κατάσταση και το προφίλ δράσεων.

Το παίγνιο χαρακτηρίζεται από τις μεταβλητές κατάστασης $m \in \mathbf{M}$ και τις πιθανότητες μετάβασης $q(m^{k+1}|m^k, \mathbf{a}^k)$ από την κατάσταση m^k του γύρου k , στην κατάσταση m^{k+1} του γύρου $k + 1$ δεδομένου του προφίλ δράσεων \mathbf{a}^k [7].

Οι στρατηγικές Markov αν και είναι περισσότερο πολύπλοκες από τις στρατηγικές των παιχνιδιών στρατηγικής μορφής, είναι σημαντικά απλούστερες από τις στρατηγικές που είναι διαθέσιμες στα επαναλαμβανόμενα παίγνια. Όπως στα επαναλαμβανόμενα παίγνια, έτσι και στα Μαρκοβιανά παίγνια συλλέγεται το ιστορικό των αποφάσεων. Στα Μαρκοβιανά παίγνια το ιστορικό αυτό περιέχει επίσης και τις μεταβάσεις που πραγματοποιούνται σε κάθε γύρο του παιχνιδιού. Συνεπώς, το ιστορικό στο γύρο k του παιχνιδιού είναι $\mathbf{h}^k = (m^0, \mathbf{a}^0, m^1, \mathbf{a}^1, \dots, \mathbf{a}^{k-1}, m^k)$. Στο γύρο k , κάθε παίκτης γνωρίζει το \mathbf{h}^k πριν αποφασίσει τη δράση που θα επιλέξει σε εκείνο το γύρο.

Σε ένα επαναλαμβανόμενο παίγνιο, μια καθαρή στρατηγική για τον παίκτη i στο γύρο k συμβολίζεται με $\mathbf{s}_i(\mathbf{h}^k)$. Ισοδύναμα, μια μικτή στρατηγική συμβολίζεται με $\sigma_i(\mathbf{h}^k)$. Σημειώνεται ότι οι στρατηγικές αντιστοιχίζουν το σύνολο του ιστορικού σε ένα σύνολο προδιαγεγραμμένων δράσεων σε κάθε γύρο. Οι στρατηγικές Markov είναι απλούστερες διότι σε κάθε παίκτη i και γύρο k αν δυο ιστορικά έχουν τις ίδιες τιμές για τη μεταβλητή κατάστασης m^k θα έχουν και ίδιες μικτές στρατηγικές, δηλαδή, $\sigma_i(\mathbf{h}^k) = \sigma_i(\hat{\mathbf{h}}^k)$

Μια τέλεια ισορροπία Markov είναι ένα προφίλ Μαρκοβιανών στρατηγικών που οδηγούν σε ισορροπία Nash σε κάθε κατάλληλο υποπαίγνιο. Αποδεικνύεται στο [7] ότι η τέλεια ισορροπία Markov υπάρχει πάντα όταν το παίγνιο έχει πεπερασμένο αριθμό δράσεων και καταστάσεων.

Οι αλυσίδες Markov χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση ενός μεγάλου αριθμού προβλημάτων σε ασύρματα δίκτυα μεταξύ των οποίων η κατάσταση του διαύλου, ο έλεγχος πρόσβασης στο μέσο, ανάλυση ουρών αναμονής κτλ. Ως εκ τούτου, τα παίγνια Markov

5.3 Εφαρμογές

5.3.1 Έλεγχος ισχύος σε κυψελωτά δίκτυα

Το πρόβλημα του ελέγχου ισχύος σε κυψελωτά δίκτυα μπορεί να αναλυθεί με χρήση της θεωρίας παιχνιδιών. Έστω ένα σύστημα πολλαπλής πρόσβασης με διαίρεση κώδικα

(code division multiple access -CDMA). Στο CDMA σύστημα οι συναρτήσεις οφέλους των χρηστών είναι αύξουσες ως προς το λόγο σήματος προς θόρυβο και παρεμβολές (signal to interference and noise ratio -SINR) και φθίνουσες ως προς την ισχύ εκπομπής. Αν ένας χρήστης αυξήσει την ισχύ εκπομπής του, βελτιώνει το οικείο SINR συντελώνοντας, όμως, στην αύξηση των παρεμβολών στους γειτονικούς χρήστες. Οι χρήστες αυτοί προκειμένου να διατηρήσουν το οικείο SINR σε ανεκτά επίπεδα θα αυξήσουν και αυτοί την ισχύ εκπομπής τους. Συνεπώς, το πρόβλημα ελέγχου ισχύος μπορεί να περιγραφεί με χρήση θεωρίας παιγνίων όπου στόχος είναι η εύρεση ενός κατάλληλου επιπέδου ισχύος για το οποίο κανένας χρήστης δεν θα έχει λόγο να αλλάξει μονομερώς τη στρατηγική του.

Έστω p_i το επίπεδο ισχύος του παίκτη i και γ_i το SINR. Η συνάρτηση ωφέλους μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση δύο μεταβλητών. Μια πιθανή εκδοχή της που προτάθηκε στην εργασία [9] είναι

$$u_i(p_i, \gamma_i) = \frac{R}{p_i} (1 - 2BER(\gamma_i))^L, \quad (5.9)$$

όπου R είναι ο ρυθμός μετάδοσης δεδομένων του χρήστη, $BER(\gamma_i)$ είναι το ποσοστό λανθασμένων ψηφίων ως συνάρτηση του γ_i και L είναι το μέγεθος των πακέτων που μεταδίδονται. Αποδεικνύεται στο [10] ότι αν το παίγνιο αυτό διεξαχθεί σε ένα μόνο γύρο, έχει μοναδική ισορροπία Nash. Δυστυχώς, η ισορροπία αυτή δεν αποδίδει το μέγιστο όφελος στους παίκτες.

Αν το πρόβλημα αυτό διατυπωθεί ως επαναλαμβανόμενο παίγνιο η λύση που προκύπτει είναι βέλτιστη κατά Pareto. Ένα τέτοιο παράδειγμα υπάρχει στην εργασία [9]. Αν ένας χρήστης προσπαθήσει να αυξήσει μονομερώς την ισχύ του, οι υπόλοιποι μπορούν στον επόμενο γύρο να τον τιμωρήσουν αυξάνοντας και οι ίδιοι το επίπεδο ισχύος τους (για παράδειγμα στο επίπεδο Pareto που υποδεικνύεται από το παίγνιο ενός γύρου). Αν όλοι οι χρήστες γνωρίζουν τα επίπεδα ισχύος των υπολοίπων παικτών, αυτή η στρατηγική θα οδηγήσει στην τέλεια ισορροπία υποπαιγνίου που αποδίδει μεγαλύτερο όφελος στους χρήστες σε σχέση με την ισορροπία Nash.

5.3.2 Σύγκλιση επαναλαμβανόμενων παιγνίων

Ένα από τα θεμελιώδη ερωτήματα στη θεωρία παιγνίων είναι πότε οι παίκτες αναμένεται να παίξουν την ισορροπία Nash. Αν το παίγνιο έχει μοναδική ισορροπία Nash και οι παίκτες γνωρίζουν τα χαρακτηριστικά του παιγνίου (συμπεριλαμβανομένου του πλήθους των παικτών και των συναρτήσεων οφέλους), είναι βέβαιο ότι το παίγνιο θα συγκλίνει στην ισορροπία Nash. Τι συμβαίνει, όμως, σε παίγνια στα οποία υπάρχουν πολλαπλές ισορροπίες και οι παίκτες δεν έχουν ακριβή πληροφόρηση για τις συναρτήσεις οφέλους των άλλων παικτών; Συγκλίνουν τα παίγνια αυτά πάντα στην ισορροπία Nash; Η απάντηση στο ερώτημα είναι αρνητική.

Γενικά, οι ισορροπίες Nash είναι χρήσιμες διότι βοηθούν στην κατανόηση των σταθερών καταστάσεων ενός συστήματος. Επιπλέον, βοηθούν στη σχεδίαση συστημάτων που συγκλίνουν σε αποδοτικότερες ισορροπίες. Δυστυχώς, δεν υπάρχουν αλγόριθμοι μάθησης που εγγυώνται σύγκλιση στη ισορροπία Nash σε παίγνια στα οποία οι παίκτες έχουν περιορισμένη πληροφόρηση.

Από την άλλη πλευρά, υπάρχει μια σημαντική κλάση παιγνίων για τα οποία η σύγκλιση στην ισορροπία Nash είναι εξασφαλισμένη, ακόμη και όταν οι παίκτες μαθαίνουν μέσω απλών προσαρμοστικών διαδικασιών. Αυτές οι κλάσεις παιγνίων συναντώνται συχνά σε προβλήματα μηχανικής. Στο Παράρτημα 5.A, γίνεται μια σύντομη αναφορά στα σημαντικότερα αποτελέσματα πάνω σύγκλιση επαναλαμβανόμενων παιγνίων ενώ παρουσιάζονται και ορισμένα απλά παραδείγματα.

5.A Παράρτημα

5.A.1 Δυναμικά βέλτιστης και καλύτερης απόκρισης

Έστω ένα στρατηγικό παίγνιο το οποίο παίζεται με επαναλαμβανόμενο τρόπο. Το παίγνιο αυτό συμβολίζεται με $\Gamma = (\mathbf{N}, \mathbf{S}, \{u_i(\cdot)\}_{i \in \mathbf{N}})$. Στο γύρο m του παιγνίου, κάθε παίκτης επιλέγει μια στρατηγική $s_i^m \in \mathbf{S}_i$. Έτσι, προκύπτει ένα προφίλ στρατηγικών $\mathbf{s}^m \in \mathbf{S}$. Σε αντίθεση με τα επαναλαμβανόμενα ή τα Μαρκοβιανά παίγνια, οι παίκτες δεν ενδιαφέρονται για το μέλλον. Για το λόγο αυτό οι παίκτες θεωρούνται μυωπικοί διότι ενδιαφέρονται για το κέρδος που έχουν σε αυτό το γύρο και όχι για το κέρδος που είχαν στο παρελθόν ή θα έχουν στο μέλλον.

Επιπρόσθετα, γίνεται η υπόθεση ότι οι παίκτες δεν είναι σε θέση να αλλάζουν στρατηγικές σε κάθε γύρο. Αντ' αυτού, σε κάθε γύρο δίνεται η ευκαιρία σε ένα παίκτη ακριβώς να αλλάξει τη στρατηγική του. Αυτός ο παίκτης μπορεί να επιλεγεί τυχαία ή σειριακά. Να σημειωθεί ότι αυτός ο περιορισμός εισάγεται για να αποφευχθεί το ενδεχόμενο στο οποίο περισσότερου του ενός παίκτης αλλάζουν ταυτόχρονα τη στρατηγική τους. Στα πραγματικά συστήματα, αυτό που συνήθως απαιτείται είναι οι παίκτες να επιλέγουν τις χρονικές στιγμές που θα αλλάξουν στρατηγική.

Όταν γίνει γνωστό ποιος παίκτης προτίθεται να αλλάξει στρατηγική σε ένα συγκεκριμένο γύρο, αυτό που απομένει είναι η εύρεση της στρατηγικής που θα επιλέξει. Η νέα στρατηγική επιλέγεται με βάση τον εξής κανόνα:

Ορισμός 20 Στα δυναμικά βέλτιστης απόκρισης, όταν ο παίκτης i έχει την ευκαιρία να αναθεωρήσει τη στρατηγική του θα επιλέξει

$$s_i^{m+1} \in \operatorname{argmax}_{s'_i \in \mathbf{S}_i} u_i(s'_i, \mathbf{s}_{-i}^m) \quad (5.A')$$

Με άλλα λόγια, όταν ένας παίκτης έχει την ευκαιρία να αλλάξει τη στρατηγική του, θα επιλέξει μια στρατηγική που μεγιστοποιεί το κέρδος του, δεδομένης στρατηγικής που έχουν οι άλλοι παίκτες.

Συνεπώς, σε κάθε γύρο όταν ένας παίκτης επιλέξει να ανανεώσει τη στρατηγική του, με τη βοήθεια την δυναμικής αυτής διαδικασίας θα επιλέξει εκείνη τη δράση που είναι η βέλτιστη απόκριση στις δράσεις των υπολοίπων παικτών. Το ερώτημα όμως που τίθεται είναι που θα οδηγήσει αυτή η διαδικασία.

Πρώτα απ'όλα, είναι γνωστό ότι οποιαδήποτε στρατηγική επιβιώνει από τα δυναμικά βέλτιστης απόκρισης επιβιώνει και από την επαναληπτική διαγραφή αυστηρώς κυριαρχούμενων στρατηγικών. Αυτό συμβαίνει διότι από υπόθεση κάθε παίκτης έχει την ευκαιρία να αναθεωρήσει τη στρατηγική του και να μεταπηδήσει σε μια καλύτερη, μη κυριαρχούμενη στρατηγική. Έτσι, όταν όλοι οι παίκτες αλλάξουν τις στρατηγικές του θα βρεθούν στο σύνολο $D(S)$ που ορίστηκε στο Κεφάλαιο 3. Μόλις βρεθούν στο $D(S)$ κανένας παίκτης δε θα επιλέξει στρατηγική η οποία είναι κυριαρχούμενη εντός του $D(S)$. Στο δεύτερο γύρο το παίγνιο θα καταλήξει στο $D^2(S)$, στον τρίτο γύρο στο $D^3(S)$ και τελικά στο $D^\infty(S)$ που είναι το σύνολο των σειριακά μη κυριαρχούμενων στρατηγικών.

Αυτού του τύπου το δυναμικό ικανοποιεί την υπόθεση ότι οι οντότητες ενός παιγνίου είναι λογικές. Από την παραπάνω ανάλυση προκύπτει το συμπέρασμα ότι το παίγνιο θα καταλήξει σε ένα σύνολο σειριακά μη κυριαρχούμενων στρατηγικών. Όμως, αυτή η δυναμική διαδικασία μπορεί να μη συγκλίνει. Για παράδειγμα, στην περίπτωση του παιγνίου πέτρα - ψαλίδι - χαρτί του που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 3, αν οι παίκτες αλλάζουν τυχαία στρατηγικές, τότε, η χρήση δυναμικών βέλτιστης απόκρισης δε θα οδηγήσουν σε σύγκλιση.

Έστω ότι τα δυναμικά βέλτιστης απόκρισης συγκλίνουν σε ένα συγκεκριμένο προφίλ στρατηγικών $s^* \in S$. Τότε το s^* πρέπει να είναι ισορροπία Nash, διότι, σε αντίθετη περίπτωση τουλάχιστον ένας παίκτης θα άλλαζε στρατηγική μόλις του δινόταν η ευκαιρία.

Τα δυναμικά βέλτιστης απόκρισης απαιτούν οι παίκτες να γνωρίζουν τα στιγμιαία κέρδη που είναι διαθέσιμα σε κάθε μια από τις στρατηγικές τους $s_i \in S_i$. Ένα ακόμη απλούστερο δυναμικό είναι αυτό της τυχαίας καλύτερης απόκρισης.

Ορισμός 21 Στο δυναμικό τυχαίας καλύτερης απόκρισης, όταν ένας παίκτης i έχει την ευκαιρία να αναθεωρήσει τις στρατηγική του, θα επιλέξει την s_i^{m+1} τυχαία από το σύνολο $\{s'_i \in S_i \mid u_i(s'_i, s_{-i}^m) > u_i(s_i^m)\}$, εκτός αν το σύνολο αυτό είναι κενό. Σε αυτή την περίπτωση θα επιλέξει την ίδια στρατηγική, $s_i^{m+1} = s_i^m$. Συνεπώς, όταν ένας παίκτης έχει την δυνατότητα να αναθεωρήσει τη στρατηγική του θα επιλέξει μια στρατηγική που του δίνει μεγαλύτερο όφελος από την υφιστάμενη.

Η στρατηγική αυτή μπορεί να υλοποιηθεί επιλέγοντας τυχαία μια άλλη στρατηγική που του αποδίδει μεγαλύτερη ωφέλεια. Συνεπώς, δεν απαιτείται ο παίκτης να γνωρίζει

την ωφέλεια κάθε όλων των στρατηγικών που έχει στη διάθεση του. Να αναφερθεί ότι αν η δυναμική τυχαίας καλύτερης αντίδρασης συγκλίνει, τότε, θα συγκλίνει στην ισορροπία Nash. Στη συνέχεια παρουσιάζονται δύο ακόμη χρήσιμοι ορισμοί.

Ορισμός 22 Μια ακολουθία από προφίλ στρατηγικών $\{\mathbf{s}^0, \mathbf{s}^1, \mathbf{s}^2, \dots\}$ ονομάζεται μονοπάτι αν για κάθε $k > 0$ υπάρχει παίκτης i_k τέτοιος ώστε $\mathbf{s}_{-i_k}^{k-1} = \mathbf{s}_{-i_k}^k$. Δηλαδή, σε κάθε γύρο του παιχνίδια πρέπει το πολύ ένας παίκτης να αλλάζει τη στρατηγική του.

Ορισμός 23 Ένα μονοπάτι $\{\mathbf{s}^0, \mathbf{s}^1, \mathbf{s}^2, \dots\}$ ονομάζεται βελτιωμένο μονοπάτι αν για κάθε $k > 0$ υπάρχει παίκτης i_k τέτοιος ώστε $u_{i_k}(\mathbf{s}^k) > u_{i_k}(\mathbf{s}^{k-1})$. Δηλαδή, σε κάθε γύρο του παιχνίδια είναι μονοπάτι είναι βελτιωμένο αν ο παίκτης που αλλάζει τη στρατηγική του βελτιώνει την ωφέλεια του.

Σημειώνεται ότι τα δυναμικά που ορίστηκαν παραπάνω ορίζουν μονοπάτια στο χώρο των προφίλ στρατηγικών. Επιπλέον, αν διαγραφούν βήματα στα οποία οι παίκτες δεν αλλάζουν τις στρατηγικές τους, τα μονοπάτια που θα οριστούν είναι βελτιωμένα. Αν τελικά υπάρξει σύγκλιση σε πεπερασμένο αριθμό βημάτων, τότε, διαγράφοντας αυτά τα βήματα το μονοπάτι που θα προκύψει είναι και αυτό πεπερασμένο.

5.A.2 Δυναμικά Παίγνια (Potential Games)

Ένα παίγνια ονομάζεται δυναμικό (Potential) αν το κίνητρο όλων των παικτών να αλλάξουν τη στρατηγική τους μπορεί να εκφραστεί μέσω μιας καθολικής συνάρτησης, της δυναμικής συνάρτησης (Potential Function). Τα δυναμικά παίγνια κατηγοριοποιούνται περαιτέρω σε τακτικά (ordinal) και απόλυτα (cardinal).

Ορισμοί

Ορισμός 24 Ένα παίγνιο $\Gamma = (\mathbf{N}, \mathbf{S}, \{u_i\})$ ονομάζεται απόλυτο δυναμικό αν υπάρχει συνάρτηση $V : \mathbf{S} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε για όλα τα $i \in \mathbf{N}$, όλα τα $s \in \mathbf{S}$ και όλα τα $s'_i \in \mathbf{S}_i$

$$V(s_i, \mathbf{s}_{-i}) - V(s'_i, \mathbf{s}_{-i}) = u_i(s_i, \mathbf{s}_{-i}) - u_i(s'_i, \mathbf{s}_{-i}) \quad (5.B')$$

Η συνάρτηση V ονομάζεται απόλυτη δυναμική συνάρτηση του παίγνιου Γ .

Ορισμός 25 Ένα παίγνιο $\Gamma = (\mathbf{N}, \mathbf{S}, \{u_i\})$ είναι ονομάζεται τακτικό δυναμικό αν υπάρχει συνάρτηση $V : \mathbf{S} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε για όλα τα $i \in \mathbf{N}$, όλα τα $s \in \mathbf{S}$ και όλα τα $s'_i \in \mathbf{S}_i$

$$V(s_i, \mathbf{s}_{-i}) - V(s'_i, \mathbf{s}_{-i}) > 0 \Leftrightarrow u_i(s_i, \mathbf{s}_{-i}) - u_i(s'_i, \mathbf{s}_{-i}) > 0 \quad (5.\Gamma')$$

Η συνάρτηση V ονομάζεται τακτική δυναμική συνάρτηση του παίγνιου Γ .

Σημειώνετε ότι και στις δύο περιπτώσεις, η δυνητική συνάρτηση αντικατοπτρίζει την αλλαγή στις συναρτήσεις ωφέλειας για κάθε παίκτη που αλλάζει τη στρατηγική του μονομερώς. Δεδομένου ότι οι μονομερείς αποκλίσεις είναι κρείσσονος σημασίας για την ισορροπία Nash, τα αποτελέσματα αυτά δεν προκαλεί καμία έκπληξη.

Θεώρημα 11 *Αν V είναι η τακτική δυνητική συνάρτηση του παιγνίου Γ και το $\mathbf{s}^* \in \{\operatorname{argmax}_{\mathbf{s}' \in S} V(\mathbf{s}')\}$ είναι ένα μέγιστο της δυνητικής συνάρτησης, τότε το \mathbf{s}^* είναι η ισορροπία Nash του παιγνίου.*

Από το παραπάνω προκύπτει το ακόλουθο θεώρημα

Θεώρημα 12 *Αν Γ είναι ένα πεπερασμένο τακτικό δυνητικό παίγνιο, τότε έχει τουλάχιστον μια ισορροπία Nash σε καθαρές στρατηγικές.*

Τέλος, ως συνέπεια του θεωρήματος known Weierstrauss ισχύει το διατυπώνεται το ακόλουθο θεώρημα

Θεώρημα 13 *Αν Γ είναι ένα τακτικό δυνητικό παίγνιο με συμπαγή χώρο στρατηγικών S και συνεχή δυνητική συνάρτηση V , τότε, το Γ έχει τουλάχιστον μια ισορροπία Nash σε καθαρές στρατηγικές.*

Σύγκλιση

Σε αυτή την παράγραφο παρατίθενται τα πιο σημαντικά αποτελέσματα πάνω στα δυνητικά παίγνια

Θεώρημα 14 *Όλα τα πεπερασμένα τακτικά δυνητικά παίγνια έχουν την ιδιότητα του πεπερασμένου βελτιωμένου μονοπατιού.*

Απόδειξη. Εστω $\{\mathbf{s}^0, \mathbf{s}^1, \mathbf{s}^2, \dots\}$ ένα βελτιωμένο μονοπάτι. Τότε, για όλα τα $k > 0$ ισχύει, $u_{i_k}(\mathbf{s}^k) > u_{i_k}(\mathbf{s}^{k-1})$. Ως εκ τούτου $V(\mathbf{s}^k) > V(\mathbf{s}^{k-1})$. Συνεπώς, $\{V(\mathbf{s}^0), V(\mathbf{s}^1), V(\mathbf{s}^2), \dots\}$ είναι μια γνησίως αύξουσα σειρά. Ομως, δεδομένου ότι το S είναι πεπερασμένο σύνολο, το μονοπάτι $\{\mathbf{s}^0, \mathbf{s}^1, \mathbf{s}^2, \dots\}$ είναι πεπερασμένο.

Ακόμη, ισχύει το επόμενο θεώρημα

Θεώρημα 15 *Έστω Γ ένα πεπερασμένο τακτικό δυνητικό παίγνιο. Τόσο το δυναμικό βέλτιστης όσο και το δυναμικό τυχαίας απόκρισης θα συγκλίνουν σε μια ισορροπία Nash σε πεπερασμένο αριθμό βημάτων.*

Ένα ακόμη σημαντικό θέμα σχετίζεται με τη σύγκλιση των πεπερασμένων παιγνίων. Το θεώρημα σύγκλισης του Zangwill δίνει την απάντηση

Θεώρημα 16 Έστω η απεικόνιση $f : X \rightarrow X$ προσδιορίζει έναν αλγόριθμο ο οποίος, δεδομένου του αρχικού σημείου x^0 , δημιουργεί μια ακολουθία $\{x^k\}$ μέσω της επαναλάμψης $x^{k+1} \in f(x^k)$. Έστω ότι το σύνολο λύσεων $S^* \subset X$ είναι γνωστό. Γίνονται οι εξής υποθέσεις

1. Όλα τα σημεία $\{x^k\}$ είναι στο συμπαγές σύνολο $S \subset X$

2. Υπάρχει συνεχής συνάρτηση $\alpha : X \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε

ι. Αν $x \notin S^*$, τότε $\alpha(x') > \alpha(x)$, $\forall x' \in f(x)$

ιι. Αν $x \in S^*$, τότε $\alpha(x') \geq \alpha(x)$, $\forall x' \in f(x)$

2. Το f είναι κλειστό στο x αν $x' \in S^*$

Τότε, είτε το $\{x^k\}$ καταλήγει σε λύση στο S^* , είτε κάθε οριακό σημείο του $\{x^k\}$ βρίσκεται στο S^* .

Θεώρημα 17 Έστω Γ ένα τακτικό δυνητικό παίγνιο με συμπαγή χώρο S και συνεχή δυνητική συνάρτηση V . Τότε το δυναμικό καλύτερης αντίδρασης θα συγκλίνει είτε στην ισορροπία Nash είτε το κάθε οριακό σημείο θα είναι ισορροπία Nash.

Απόδειξη. Να δω αν θα τη βάλω

Ταυτοποίηση

Στην παρούσα παράγραφο εξετάζεται πότε ένα παίγνιο είναι δυνητικό. Στην περίπτωση που η δυνητική συνάρτηση είναι γνωστή η απάντηση είναι εύκολη. Τα πράγματα όμως περιπλέκονται όταν η δυνητική συνάρτηση είναι άγνωστη.

Ορισμός 26 Ένα παίγνιο ονομάζεται παίγνιο συντονισμού όταν όλοι οι παίκτες έχουν την ίδια συνάρτηση ωφέλειας, δηλαδή, $u_i(s) = C(s)$ για όλα τα $i \in N$

Να σημειωθεί ότι ένα παίγνιο συντονισμού είναι ένα απόλυτο δυνητικό παίγνιο με συνάρτηση $V = C$.

Ορισμός 27 Ένα παίγνιο ονομάζεται δοκιμαστικό παίγνιο (dummy game) όταν η συνάρτηση ωφέλειας ενός παίκτη εξαρτάται από μόνο από τις δράσεις των άλλων παικτών (οι δικές του δράσεις δεν επηρεάζουν τις δράσεις των άλλων παικτών). Αυτό σημαίνει ότι για κάθε παίκτη i , $u_i(a) = D_i(a_{-i})$

Να σημειωθεί ότι τα δοκιμαστικά παίγνια είναι επίσης δυνητικά παίγνια με $V(s) = 0$ (ή οποιαδήποτε άλλη σταθερή συνάρτηση). Το πιο σημαντικό αποτέλεσμα είναι ότι οποιοδήποτε δυνητικό παίγνιο μπορεί να γραφεί ως το άθροισμα ενός παιγνίου συντονισμού και ενός δοκιμαστικού παιγνίου.

Θεώρημα 18 Το παίγνιο Γ είναι απόλυτο δυνητικό παίγνιο αν υπάρχει συνάρτηση $C : S \rightarrow \mathcal{R}$ και $D_i : S_{-i} \rightarrow \mathcal{R}$ τέτοιο ώστε $u_i(s) = C(s) + D_i(s_{-i})$ για όλα τα i και s . Η απόλυτη δυνητική συνάρτηση είναι $V(s) = C(s)$

Έτσι, ένας τρόπος για να ελεγχθεί κατά πόσο ένα παίγνιο είναι απόλυτα δυνητικό είναι να διαχωριστεί σε παίγνιο συντονισμού και σε δοκιμαστικό παίγνιο.

Μάλιστα, αν ο χώρος δράσης αποτελείται από συνεχή διαστήματα και οι συναρτήσεις ωφέλειας είναι διπλά διαφορίσιμες τότε ισχύει το επόμενο θεώρημα[11]

Θεώρημα 19 Έστω παίγνιο Γ του οποίου το σύνολο των στρατηγικών είναι διαστήματα πραγματικών αριθμών. Αν η συνάρτηση ωφέλειας είναι δύο φορές διαφορίσιμη, τότε το παίγνιο Γ είναι δυνητικό αν και μόνο αν

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial s_i \partial s_j} = \frac{\partial^2 u_j}{\partial s_i \partial s_j} \quad (5.\Delta')$$

για όλα τα i και j

Ερμηνευτικά σχόλια

Στην παράγραφο αυτή θα δοθούν ορισμένα ερμηνευτικά σχόλια για την καλύτερη κατανόηση των παιγνίων. Κατά την ανάλυση ενός προβλήματος με χρήση θεωρίας παιγνίων σε ασύρματα δίκτυα, είναι απαραίτητο να οριστεί το σύνολο των παικτών και ο χώρος στρατηγικών S . Το πιο δύσκολο θέμα είναι ο προσδιορισμός κατάλληλης συνάρτησης ωφέλειας, u_i . Αυτή η συνάρτηση ωφέλειας πρέπει να έχει κάποιες ιδιότητες που θα διευκολύνουν την περαιτέρω ανάλυση του προβλήματος. Για παράδειγμα, η συνάρτηση ωφέλειας πρέπει να είναι αύξουσα ή φθίνουσα συνάρτηση των μεταβλητών, να είναι κυρτή ή κοίλη, να είναι διαφορίσιμη κτλ.

Σε εφαρμογές μηχανικής είναι ακόμη χρήσιμο να ορίζεται μια συνάρτηση κοινού καλού (social welfare function), $W : S \rightarrow \mathcal{R}$, η οποία αντικατοπτρίζει τις προτιμήσεις του σχεδιαστή του συστήματος. Για παράδειγμα, σε ένα ασύρματο δίκτυο ο σχεδιαστής μπορεί να ενδιαφέρεται για τη μεγιστοποίηση τη χωρητικότητας ή την ελαχιστοποίηση της πιθανότητας ενός χρήστη να τεθεί εκτός λειτουργίας.

Αν το παίγνιο είναι δυνητικό τότε, η θεωρία παιγνίων μπορεί να παρέχει σημαντικά αποτελέσματα για τη σύγκλιση απλών δυναμικών μοντέλων στα επιθυμητά αποτελέσματα. Επιπλέον, σε πολλές περιπτώσεις υπάρχει σύγκρουση μεταξύ λύσεων που οδηγούν σε μεγιστοποίηση του κοινού καλού και της ισορροπίας που τελικά θα καταλήξει το παίγνιο. Σε αυτές τις περιπτώσεις πρέπει το παίγνιο να τροποποιείται το παίγνιο προκειμένου να οδηγή σε πιο αποδοτικά αποτελέσματα.

5.A.3 Παράδειγμα αποφυγής παρεμβολών

Σε ένα CDMA σύστημα οι χρήστες επιλέγουν ένα κώδικα διεύρυνσης (spreading codes). Η επιλογή κώδικα διεύρυνσης μπορεί να θεωρηθεί ως μια στρατηγική. Το κέρδος αυτής της στρατηγικής σχετίζεται με την ορθογωνιότητα που έχει αυτός κώδικας με τους κώδικες που έχουν επιλεγεί από τους υπόλοιπους χρήστες. Όταν ένας παίκτης αλλάζει τη στρατηγική του προκειμένου να βελτιώσει την ωφέλεια του, αυτή η αλλαγή θα βελτιώσει και το κέρδος των υπολοίπων παικτών (μιας και οι στρατηγικές θα είναι λιγότερο συσχετισμένες).

Έστω ότι κάθε παίκτης επιλέγει ένα κώδικα από $\mathbf{S}_i = \{\mathbf{s}_i \in \mathbb{R}^M \mid \|\mathbf{s}_i\| = 1\}$ όπου το $\|\mathbf{s}_i\| = 1$ αναπαριστά το μέτρο του διανύσματος στο χώρο \mathbb{R}^M και M είναι ο παράγοντας διεύρυνσης του συστήματος. Ο περιορισμός $\|\mathbf{s}_i\| = 1$ σχετίζεται με τον περιορισμό στην ισχύ μετάδοσης των κόμβων. Σε αυτό το παράδειγμα γίνεται η υπόθεση ότι όλοι οι χρήστες έχουν την ίδια ισχύ μετάδοσης. Έστω ότι το \mathbf{s}_i είναι ένα διάνυσμα στήλης. Ακόμη, ο χώρος των στρατηγικών \mathbf{S} είναι ένας πίνακας $M \times |\mathbf{N}|$ του οποίου η στήλη i είναι το \mathbf{s}_i . Ο συμβολισμός \mathbf{S}_{-i} αναπαριστά έναν πίνακα του οποίου η στήλη i έχει αφαιρεθεί. Επιπλέον, στο σύστημα υπεισέρχεται λευκός Γκαουσσιανός προσθετικός θόρυβος με πίνακα συνδιακύμανση \mathbf{R}_Z .

Μπορεί να οριστεί ένα σύνολο από διαφορετικές συναρτήσεις ωφέλειας, οι οποίες εξαρτώνται από το σήμα προς παρεμβολή και το θόρυβο, καθώς και τον τύπο του δέκτη. Μια τέτοια συνάρτηση ωφέλειας μπορεί να είναι της μορφής

$$u_i(\mathbf{S}) = \frac{1}{\mathbf{s}_i^T \mathbf{R}_i \mathbf{s}_i} \quad (5.E')$$

όπου, $\mathbf{R}_i = \mathbf{S}_{-i} \mathbf{S}_{-i}^T + \mathbf{R}_Z$ είναι ο πίνακας αυτοσυσχέτισης της παρεμβολής και του θορύβου.

Η τακτική δυναμική συνάρτηση του παιγνίου είναι η $V(\mathbf{S}) = -\|\mathbf{S} \mathbf{S}^T + \mathbf{R}_Z\|_F^2$. Ο συμβολισμός $V(\mathbf{S}) = -\|\cdot\|_F^2$ αναπαριστά το μέτρο του πίνακα Frobenius που είναι η τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των στοιχείων του πίνακα.

Το εντυπωσιακό στοιχείο αυτού του παραδείγματος είναι ότι επιτρέποντας στους κόμβους να επιλέγουν άπληστα τους καλύτερους κώδικες διεύρυνσης για τον εαυτό τους οδηγεί σε ένα σύνολο κωδικών διεύρυνσης που ελαχιστοποιεί το τετράγωνο της συσχέτισης. Σε μερικά συστήματα αυτό μεγιστοποιεί τη χωρητικότητα του συστήματος. Περισσότερες πληροφορίες μπορούν να βρεθούν στα [13] και [14].

Βιβλιογραφία

- [1] L. A. DaSilva and V. Srivastava, "Node participation in ad-hoc and peer-to-peer networks: A game-theoretic formulation," in *Workshop on Games and Emergent Behavior in Distributed Computing Environments, Birmingham, U K, September 2004*.
- [2] A. Rubinstein, "Perfect equilibrium in a bargaining model", *Econometrica*, vol. 50, No. 1, pp, 97-109. Jan., 1982.
- [3] I.Stahl, "Bargaining Theory", Economics Research Institute, Stockholm School of Economics, Stockholm, 1972
- [4] D.K. Petraki, M.P. Anastasopoulos, Hsiao-Hwa Chen and P.G.Cottis, "Resource Allocation and Call Admission Control for Satellite Networks: A Game Theory Approach", *IEEE Transactions on Computational Intelligence and AI in Games*, to appear.
- [5] M.H.Ahmed, "Call admission control in wireless networks: a comprehensive survey", *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol.7, no.1, pp.49-68, 1st Qtr. 2005.
- [6] K. Chatterjee, H. Sabourian, "Multiperson bargaining and strategic complexity", *Econometrica*, vol. 68, No. 2, pp, 1491-1509. Nov., 2000.
- [7] D. Fudenberg, J. Tirole, "Game Theory", MIT Press, 1991
- [8] A.Shaked, J. Sutton, "Involuntary Unemployment as a Perfect Equilibrium in a Bargaining Model", *Econometrica*, vol.52, no.6, pp. 1351-1364, Nov., 1984.
- [9] A. B. MacKenzie and S. B. Wicker, "Stability of multipacket slotted aloha with selfish users and perfect information," in *Proceedings of IEEE INFOCOM*, April 2001.
- [10] V. Shah, N. B. Mandayam, and D. J. Goodman, "Power control for wireless data based on utility and pricing," in *Proceedings of the 9th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, September 1998, pp. 1427•1432.
- [11] D. Monderer and L. S. Shapley, "Potential games," *Games Econ. Behav.*, vol. 14, no. 1, pp. 124•143, 1996.doi:10.1006/game.1996.0044

- [12] W. Zangwill, Nonlinear Programming: A Unified Approach. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1969.
- [13] J. E. Hicks, A. B. MacKenzie, J. A. Neel, and J. H. Reed, "A game theory perspective on interference avoidance," in *Proceedings of the Global Telecommunications Conference (Globecom)*, vol. 1, 2004, pp. 257•261.doi:full text
- [14] D. C. Popescu and C. Rose, Interference Avoidance Methods for Wireless Systems. Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2004.

Κεφάλαιο 6

Εξελικτική θεωρία παιγνίων

6.1 Βασικές αρχές της εξελικτικής θεωρίας παιγνίων

Σε ένα συμβατικό παίγνιο ο στόχος ενός λογικού παίκτη είναι η επιλογή μιας στρατηγικής που μεγιστοποιεί το κέρδος του. Αντίθετα, στο πλαίσιο της εξελικτικής θεωρίας παιγνίων (Evolutionary Game Theory, EGT), το παίγνιο διεξάγεται κατά επαναλαμβανόμενο τρόπο από εκπροσώπους (παίκτες) που επιλέγονται τυχαία από ένα μεγάλο πληθυσμό [12], [13]. Γενικά, μια εξελικτική διαδικασία συνδυάζει δύο σημαντικούς μηχανισμούς: το *μηχανισμό μεταλλαγής* (*mutation mechanism*) ο οποίος παρέχει ποικιλίες και το *μηχανισμό επιλογής* (*selection mechanism*) ο οποίος ευνοεί κάποιες ποικιλίες έναντι των άλλων. Ο ρόλος της μεταλλαγής συνδέεται με την έννοια των εξελικτικά ευσταθών στρατηγικών (Evolutionary Stable Strategies, ESS)—που αποτελούν εξέλιξη της ισορροπίας Nash. Ο μηχανισμός επιλογής συνδέεται με το μοντέλο δυναμικών αντιγράφων σύμφωνα με το οποίο ένας υποπληθυσμός αυξάνεται ή μειώνεται όταν επιλέγει στρατηγικές που είναι καλύτερες ή χειρότερες από το μέσο όρο, αντίστοιχα.

6.1.1 Εξελικτικά ευσταθείς στρατηγικές

Οι εξελικτικά ευσταθείς στρατηγικές αποτελούν την έννοια-κλειδί στην εξελικτική θεωρία παιγνίων. Ένας πληθυσμός που ακολουθεί μια τέτοια στρατηγική επικρατεί των υπολοίπων. Συγκεκριμένα, έστω ότι ο αρχικός πληθυσμός επιλέγει μια καθαρή ή μια μικτή στρατηγική x , επιλέγει δηλαδή τη βασική στρατηγική. Έστω ότι ένα μικρό κλάσμα των εκπροσώπων του πληθυσμού $\epsilon \in (0, 1)$ επιλέγει μια διαφορετική καθαρή ή μικτή στρατηγική y (στρατηγική μεταλλαγής). Συνεπώς, προκειμένου για ένα τυχαία επιλεγμένο παίκτη, οι πιθανότητες ο αντίπαλός του να παίξει τη βασική στρατηγική x και τη στρατηγική μεταλλαγής y είναι $1 - \epsilon$ και ϵ , αντίστοιχα. Το κέρδος του παιγνίου αυτού είναι το ίδιο με αυτό ενός παιγνίου στο οποίο ο παίκτης παίζει τη μικτή στρατηγική $w = \epsilon y + (1 - \epsilon)x$. Τα κέρδη των στρατηγικών x και y δεδομένου ότι ο αντίπαλος επιλέγει τη στρατηγική w ορίζονται ως $u(x, w)$ και $u(y, w)$, αντίστοιχα.

Ορισμός 28 Μια στρατηγική x ονομάζεται *εξελικτικά ευσταθής* αν για κάθε στρατηγική $y \neq x$ υπάρχει $\bar{\epsilon} \in (0, 1)$ τέτοιο ώστε η ανισότητα

$$u[x, \epsilon y + (1 - \epsilon)x] > u[y, \epsilon y + (1 - \epsilon)x] \quad (6.1)$$

να ισχύει για κάθε $\epsilon \in (0, \bar{\epsilon})$.

Επιπλέον, υπάρχει και μια ασθενέστερη έννοια από αυτή της εξελικτικής ευστάθειας, που ονομάζεται *ουδέτερη ευστάθεια*. Αντί να απαιτείται ότι όλες οι στρατηγικές μεταλλαγής έχουν μικρότερο κέρδος από τη βασική στρατηγική x , όπως προβλέπει η (6.1) για να υπάρχει ουδέτερη ευστάθεια απαιτείται ότι καμία στρατηγική μεταλλαγής δεν έχει μεγαλύτερο κέρδος από τη βασική στρατηγική.

Ορισμός 29 Μια στρατηγική x ονομάζεται *ουδέτερα ευσταθής* αν, για κάθε στρατηγική $y \neq x$, υπάρχει $\bar{\epsilon} \in (0, 1)$ τέτοιο ώστε η ανισότητα

$$u[x, \epsilon y + (1 - \epsilon)x] \geq u[y, \epsilon y + (1 - \epsilon)x] \quad (6.2)$$

να ισχύει για κάθε $\epsilon \in (0, \bar{\epsilon})$.

Χρησιμοποιώντας την ιδιότητα γραμμικότητας της συνάρτησης κέρδους, η (6.1) γράφεται

$$(1 - \epsilon)u(x, x) + \epsilon u(x, y) > (1 - \epsilon)u(y, x) + \epsilon u(y, y) \quad (6.3)$$

Αν $\epsilon \rightarrow 0$, η (6.3) οδηγεί στην ανίσωση

$$u(x, x) > u(y, x) \quad (6.4)$$

ή στην εξίσωση

$$u(x, x) = u(y, x) \quad \text{and} \quad u(x, y) > u(y, y) \quad (6.5)$$

Συνεπώς, είναι φανερό ότι μια εξελικτικά ευσταθής στρατηγική πρέπει να είναι και ισορροπία Nash· διαφορετικά δεν ισχύει η (6.4). Επιπλέον, κάθε ισορροπία Nash είναι μια εξελικτικά ευσταθής στρατηγική [16].

6.1.2 Δυναμική Αντιγράφων

Η δυναμική αντιγράφων (Replicator Dynamics), που αρχικά προτάθηκε από τους Taylor και Jonker [15], προσδιορίζει πώς εξελίσσονται στο χρόνο τα τμήματα του πληθυσμού που ακολουθούν διαφορετικές καθαρές στρατηγικές. Σε αντίθεση με την εξελικτική ευστάθεια, στη δυναμική αντιγράφων οι πράκτορες (παίκτες στην περίπτωση του

EGT) προγραμματίζονται να επιλέγουν μόνο καθαρές στρατηγικές.¹ Για τον ορισμό της δυναμικής αντιγράφων, θεωρείται ένας μεγάλος αλλά πεπερασμένος πληθυσμός πρακτόρων που όλοι είναι προγραμματισμένοι να παίζουν την καθαρή στρατηγική $k \in \mathbf{K}$, όπου \mathbf{K} είναι το σύνολο των στρατηγικών. Έστω $\lambda_k(t) \geq 0$ το πλήθος των πρακτόρων που επιλέγουν την καθαρή στρατηγική k τη χρονική στιγμή t . Ο συνολικός πληθυσμός των πρακτόρων είναι

$$\lambda(t) = \sum_{k \in \mathbf{K}} \lambda_k(t) \quad (6.6)$$

Έστω $x_k(t) = \lambda_k(t)/\lambda(t)$ το ποσοστό των πρακτόρων που επιλέγουν την καθαρή στρατηγική k τη χρονική στιγμή t . Η αντίστοιχη κατάσταση πληθυσμού περιγράφεται από το διάνυσμα $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_k(t), \dots, x_K(t)]$. Συνεπώς, το αναμενόμενο κέρδος από την επιλογή της καθαρής στρατηγικής k δεδομένου ότι ο πληθυσμός βρίσκεται στην κατάσταση \mathbf{x} είναι $u(k, \mathbf{x})$ και το μέσο κέρδος πληθυσμού, δηλαδή το κέρδος ενός πράκτορα που επιλέγεται τυχαία από τον πληθυσμό, είναι

$$u(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \sum_{k=1}^K x_k \cdot u(k, \mathbf{x}) \quad (6.7)$$

Έστω ότι τα κέρδη είναι ανάλογα με το ρυθμό αναπαραγωγής κάθε πράκτορα και ότι το προφίλ στρατηγικής που επιλέγεται κληρονομείται. Αυτό οδηγεί στην ακόλουθη δυναμική συμπεριφορά για τα τμήματα του πληθυσμού x_k

$$\dot{x}_k = x_k \cdot [u(k, \mathbf{x}) - u(\mathbf{x}, \mathbf{x})] \quad (6.8)$$

όπου \dot{x}_k είναι η χρονική παράγωγος του x_k . Η σχέση (6.8) σημαίνει ότι οι πληθυσμοί με καλύτερες (χειρότερες) στρατηγικές από το μέσο όρο αυξάνονται (μειώνονται). Ωστόσο, υπάρχουν περιπτώσεις όπου ακόμα και μία αυστηρά κυριαρχούμενη στρατηγική μπορεί να έχει κέρδος μεγαλύτερο από το μέσο όρο. Συνεπώς, δεν είναι εκ των προτέρων σαφές αν αυτές οι στρατηγικές εξαλείφονται κατά τη δυναμική αντιγράφων. Το θεώρημα που ακολουθεί δίνει την απάντηση στο ερώτημα αυτό [12]:

Θεώρημα 20 *Αν μια καθαρή στρατηγική k είναι αυστηρά κυριαρχούμενη τότε $\xi_k(t, x^0)_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0$, όπου $\xi_k(t, x^0)$ είναι ο αντίστοιχος πληθυσμός τη χρονική στιγμή t και x^0 η αρχική κατάσταση.*

Από την άλλη πλευρά, πρέπει να σημειωθεί ότι ο λόγος x_k/x_ℓ των δύο τμημάτων πληθυσμού $x_k > 0$ και $x_\ell > 0$ αυξάνει με το χρόνο αν η αυστηρά κυριαρχούμενη στρα-

¹Στη ορολογία των δικτύων επικοινωνιών, αυτή η υπόθεση συνδέεται με τον τεμαχισμό των πακέτων καθώς διασχίζουν πολλαπλούς κόμβους.

τηνική k έχει μεγαλύτερο κέρδος από την αυστηρά κυριαρχούμενη στρατηγική ℓ . Αυτό είναι ένα άμεσο συμπέρασμα της σχέσης (6.8) και εκφράζεται μέσω της σχέσης

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{x_k}{x_\ell} \right] = [u(k, x) - u(\ell, x)] \frac{x_k}{x_\ell} \quad (6.9)$$

Από την (6.9) είναι φανερό ότι ακόμα και ορισμένες μη βέλτιστες στρατηγικές θα μπορούσαν προσωρινά να αυξάνουν το τμήμα του πληθυσμού τους πριν εξαλειφθούν μακροπρόθεσμα. Ωστόσο, υπάρχει στενή σχέση μεταξύ των σταθερών καταστάσεων της δυναμικής αντιγράφων, δηλαδή των καταστάσεων στις οποίες τα τμήματα του πληθυσμού δεν μεταβάλλουν τη στρατηγική τους στο χρόνο, και της ισορροπίας Nash. Συνεπώς, καθώς στην ισορροπία Nash όλες οι στρατηγικές έχουν το ίδιο μέσο κέρδος, κάθε ισορροπία Nash είναι μια σταθερή κατάσταση. Το αντίθετο δεν ισχύει πάντα: Οι σταθερές καταστάσεις δεν αποτελούν απαραίτητα και ισορροπίες Nash, όπως, για παράδειγμα, κάθε κατάσταση όπου όλοι οι πράκτορες επιλέγουν την ίδια καθαρή στρατηγική είναι μια σταθερή κατάσταση, αλλά δεν είναι ευσταθής [12].

6.2 Εφαρμογή σε ασύρματα δίκτυα κορμού πολλαπλών βημάτων

6.2.1 Μοντέλο του Δικτύου

Στη συνέχεια, το γενικό θεωρητικό πλαίσιο που περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα εφαρμόζεται για τη διατύπωση του προβλήματος δρομολόγησης. Συγκεκριμένα, έστω ένα IEEE 802.16 MHWBN (Multi-Hop Wireless Backhaul Networks) που περιγράφεται από ένα μη κατευθυνόμενο γράφο $G(N, L)$, όπου N είναι ο αριθμός των κόμβων και L ο αριθμός των ακμών. Γίνεται η υπόθεση ότι η πληροφορία που παράγεται στον κόμβο-πηγή S πρέπει να μεταδοθεί στον κόμβο-προορισμό D [1]. Για παράδειγμα, οι κόμβοι S και D μπορεί να είναι οι σταθμοί που συνδέουν το MHWBN με το υπόλοιπο δίκτυο στα άκρα του δικτύου κορμού ενός μητροπολιτικού δικτύου MAN metropolitan area network. Το σύνολο όλων των διαθέσιμων διαδρομών (στρατηγικών) που συνδέουν τον κόμβο-πηγή με τον κόμβο-προορισμό δηλώνονται με \mathbf{K} . Η ροή κίνησης στο δίκτυο εξυπηρετείται από ένα συνολικό πληθυσμό πακέτων (πρακτόρων)

$$\lambda = \sum_{k \in \mathbf{K}} \lambda_k \quad (6.10)$$

όπου λ_k το πλήθος των πακέτων που ακολουθούν τη διαδρομή k . Το κανονικοποιημένο πλήθος πακέτων $x_k = \lambda_k / \lambda$ που προγραμματίζεται να ακολουθήσει κάθε διαδρομή περιγράφεται από το διάνυσμα $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_k, \dots, x_K]$ (κατάσταση πληθυσμού).

Στόχος του προβλήματος είναι η εύρεση ενός θετικού διανύσματος ροής $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_k, \dots, \lambda_K]$ που δρομολογεί την πληροφορία μέσω των διαδρομών $k \in \mathbf{K}$ με το ελάχιστο από άκρο-σε-άκρο ποσοστό απωλειών πακέτων (Packet Error Ratio, PER), υπό την προϋπόθεση ότι ισχύει η συνθήκη διατήρησης της ροής

$$0 \leq \lambda_k \leq \Lambda_k, \quad \forall k \in K \quad (6.11)$$

όπου Λ_k το εύρος ζώνης της διαδρομής k . Παρόμοιες διατυπώσεις του ιδίου προβλήματος μπορούν να βρεθούν στις εργασίες [17]-[19], όπου χρησιμοποιούνται πολλαπλές παράλληλες διαδρομές για τη δρομολόγηση της πληροφορίας από ένα κόμβο-πηγή σε ένα κόμβο-προορισμό.

Στο παρόν κεφάλαιο, το ποσοστό απωλειών πακέτων PER χρησιμοποιείται ως μέτρο αξιοπιστίας της μεταφοράς δεδομένων. Ωστόσο, σε ασύρματα δίκτυα LOS που λειτουργούν σε συχνότητες πάνω από 10GHz , η απόσβεση λόγω βροχής A αποτελεί το κυρίαρχο μέγεθος του φυσικού στρώματος που επηρεάζει την αξιοπιστία της μετάδοσης. Αν είναι γνωστά το σχήμα διαμόρφωσης, ο ρυθμός κώδικα, το επίπεδο ισχύος και το μέγεθος πακέτου, το μέγεθος PER αποτελεί γνωστή αύξουσα συνάρτηση της απόσβεσης A , δηλαδή $PER = f(A)$. Συνεπώς, η αξιοπιστία μεταφοράς των δεδομένων αυξάνει καθώς η απόσβεση A μειώνεται και η πλέον αξιόπιστη διαδρομή είναι αυτή που υφίσταται την ελάχιστη απόσβεση λόγω βροχής. Συνεπώς, όπως φαίνεται και από τη διαστρωματική ανάλυση που ακολουθεί, οι αποφάσεις που σχετίζονται με τη δρομολόγηση με μέγιστη αξιοπιστία σε τέτοιου τύπου διαύλους ή δίκτυα πρέπει να στηρίζονται στην απόσβεση λόγω βροχής που προσδιορίζεται από την αντίστροφη σχέση $A = f^{-1}(PER)$.

6.2.2 Δυναμική Αναδρομολόγησης

Αρχικά, όλοι οι πράκτορες επιλέγουν τυχαία μια από τις δυνατές διαδρομές δρομολόγησης. Καθώς κάθε πράκτορας επιθυμεί να ελαχιστοποιήσει το δικό του από άκρο-σε-άκρο PER, δηλαδή από τον κόμβο-πηγή S στον κόμβο-προορισμό D , αναθεωρεί περιοδικά τη στρατηγική δρομολόγησης που ακολουθεί κάνοντας τυχαία δειγματοληψία σε διαφορετικές διαδρομές και συγκρίνει το αντίστοιχο PER με το δικό του PER. Όταν βρίσκει μικρότερη τιμή, ο πράκτορας επιλέγει την αντίστοιχη διαδρομή (αλλάζει, δηλαδή, στρατηγική) αλλιώς, διατηρεί τη στρατηγική δρομολόγησης που έχει επιλέξει. Είναι φανερό ότι ένα από τα βασικά στοιχεία της δυναμικής αντιγράφων είναι ο ρυθμός με τον οποίο οι πράκτορες αναθεωρούν τη στρατηγική τους. Ο ρυθμός αυτός εξαρτάται από την επίδοση της τρέχουσας στρατηγικής κάθε πράκτορα και από την κατάσταση πληθυσμού ξ . Στην ανάλυση που ακολουθεί, ο μέσος ρυθμός αναθεώρησης ενός πράκτορα που επιλέγει τη στρατηγική k συμβολίζεται με $r_k(\mathbf{x})$, $k \in \mathbf{K}$. Σημαντικά στοιχεία του προβλήματος είναι η πιθανότητα αλλαγής της στρατηγικής ενός πράκτορα που αναθεωρεί

τη στρατηγική του: Η πιθανότητα ένας πράκτορας που αναθεωρεί τη στρατηγική του και μεταβαίνει από τη στρατηγική (διαδρομή) k στη στρατηγική (διαδρομή) ℓ συμβολίζεται με $p_k^\ell(\mathbf{x})$. Έτσι, το πλήθος των πρακτόρων που μεταβαίνουν από το μονοπάτι k στο μονοπάτι ℓ είναι $x_k \cdot r_k(\mathbf{x}) \cdot p_k^\ell(\mathbf{x})$. Συνεπώς, η ροή που εξέρχεται από τη διαδρομή k είναι

$$\sum_{\ell \in \mathbf{K}, \ell \neq k} x_k \cdot r_k(\mathbf{x}) \cdot p_k^\ell(\mathbf{x}) = x_k \cdot r_k(\mathbf{x}) \cdot \sum_{\ell \in \mathbf{K}, \ell \neq k} p_k^\ell(\mathbf{x}) = x_k \cdot r_k(\mathbf{x}) [1 - p_k^k(\mathbf{x})] \quad (6.12)$$

ενώ η ροή που εισέρχεται στη διαδρομή k είναι $\sum_{\ell \in \mathbf{K}, \ell \neq k} x_\ell \cdot r_\ell(\mathbf{x}) \cdot p_\ell^k(\mathbf{x})$. Αφαιρώντας τη ροή εξόδου από τη ροή εισόδου, προκύπτει η ακόλουθη διαφορική εξίσωση

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= \sum_{\ell \in \mathbf{K}, \ell \neq k} x_\ell \cdot r_\ell(\mathbf{x}) \cdot p_\ell^k(\mathbf{x}) - x_k \cdot r_k(\mathbf{x}) \cdot [1 - p_k^k(\mathbf{x})] \\ &= \sum_{\ell \in \mathbf{K}} x_\ell \cdot r_\ell(\mathbf{x}) \cdot p_\ell^k(\mathbf{x}) - x_k \cdot r_k(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (6.13)$$

η οποία ικανοποιεί τη δυναμική αντιγράφων που περιγράφεται από τη σχέση (6.8).

Η διαδικασία δειγματοληψίας της στρατηγικής ℓ από ένα πράκτορα που χρησιμοποιεί τη στρατηγική k συντελείται στις αναφερθείσες τιμές της απόσβεσης λόγω βροχής A_k και A_ℓ κατά μήκος των μονοπατιών k και ℓ , αντίστοιχα. Ο πράκτορας μεταβαίνει στη στρατηγική που δειγματοληπτεί εφόσον η διαφορά της απόσβεσης λόγω βροχής είναι θετική, δηλαδή εφόσον $A_k > A_\ell$. Η διαφορά ανάμεσα στις τυχαίες μεταβλητές A_k και A_ℓ είναι επίσης τυχαία μεταβλητή με συνεχώς διαφορίσιμη αθροιστική συνάρτηση κατανομής $\phi : \mathbf{R} \rightarrow [0, 1]$. Η υπό συνθήκη πιθανότητα ότι ένας πράκτορας θα μεταβεί στη στρατηγική ℓ δεδομένου ότι η παρούσα στρατηγική που ακολουθεί είναι η k , είναι

$$\phi(A_k - A_\ell) = \Pr\{A_k - A_\ell > 0 | A_k > 0, A_\ell > 0\} \quad (6.14)$$

Η ανωτέρω πιθανότητα προσδιορίζεται αναλυτικά στο Παράρτημα 6.A.1. Επιπλέον, καθώς η πιθανότητα ένας πράκτορας να δειγματοληπτεί τη διαδρομή ℓ είναι x_ℓ (τα προφίλ στρατηγικής κληρονομούνται), η αντίστοιχη υπό συνθήκη πιθανότητα μετάβασης δίνεται από τη σχέση

$$p_k^\ell(\mathbf{x}) = \begin{cases} x_\ell \phi(A_k - A_\ell) & \text{αν } k \neq \ell \\ 1 - \sum_{i \neq k, i \in \mathbf{K}} x_i \phi(A_k - A_i) & \text{αν } k = \ell \end{cases} \quad (6.15)$$

Υποθέτοντας για λόγους απλότητας ότι πραγματοποιείται μια αναθεώρηση της στρατηγικής ανά μονάδα χρόνου ($r_k(\mathbf{x}) = 1$), $\forall k \in \mathbf{K}$, η αντικατάσταση της (6.15) στην (6.13) οδηγεί στην ακόλουθη διαφορική εξίσωση

$$\dot{x}_k = x_k \sum_{\ell \in \mathbf{K}, k \neq \ell} x_\ell [\phi(A_\ell - A_k) - \phi(A_k - A_\ell)] \quad (6.16)$$

Θέτοντας

$$n_{k\ell} = \phi(A_\ell - A_k) - \phi(A_k - A_\ell) \quad (6.17)$$

και αντικαθιστώντας στην (6.16), προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση κατάστασης

$$\dot{x}_k = x_k \sum_{\ell \in \mathbf{K}, k \neq \ell} x_\ell \cdot n_{k\ell} \quad (6.18)$$

6.2.3 Ανάλυση Ευστάθειας

Στο παρόν εδάφιο, εξετάζεται η ευστάθεια του προτεινόμενου αλγορίθμου δρομολόγησης. Όταν το σύστημα λειτουργεί υπό συνθήκες διαλείψεων αποδεικνύεται ότι η δρομολόγηση σε μια μοναδική διαδρομή (unipath routing) είναι μια εξελικτικά ευσταθής στρατηγική. Συνεπώς, δύο μονοπάτια $k, \ell \in \mathbf{K}$ που συνδέουν τον κόμβο S με τον κόμβο D δεν μπορούν να παρουσιάζουν την ίδια αξιοπιστία κατά τη μετάδοση δεδομένων.

Λήμμα 6 *Υπό συνθήκες διαλείψεων δύο διαδρομές δεν μπορεί να υποφέρουν από το ίδιο επίπεδο απόσβεσης λόγω βροχής.*

Απόδειξη. Η απόδειξη του Λήμματος είναι άμεση: Καθώς τα A_k και A_ℓ είναι τυχαίες μεταβλητές που λαμβάνουν τιμές σε ένα εύρος τιμών πραγματικών αριθμών, η πιθανότητα οι αντίστοιχες διαδρομές να υποφέρουν εξίσου λόγω απόσβεσης είναι μηδενική.

Στη συνέχεια αποδεικνύεται ότι, υπό συνθήκες διαλείψεων, όλα τα δεδομένα δρομολογούνται μέσω μιας μοναδικής διαδρομής (unipath routing). Η απόδειξη στηρίζεται στην πρώτη μέθοδο Lyapunov.

Θεώρημα 21 *Υπό συνθήκες διαλείψεων, η δρομολόγηση σε μια μοναδική διαδρομή (unipath routing) αποτελεί εξελικτικά ευσταθή στρατηγική εφόσον οι απαιτήσεις ροής δεν υπερβαίνουν το εύρος ζώνης της διαδρομής αυτής.*

Απόδειξη. Το σύνολο των διαφορικών εξισώσεων της (6.18) πρέπει να ικανοποιεί τους περιορισμούς

$$x_k \geq 0, \quad k \in \mathbf{K},$$

$$\sum_{k \in \mathbf{K}} x_k = 1$$

Τα κρίσιμα σημεία του συστήματος (δηλαδή, τα πιθανά σημεία ισορροπίας) προσδιορίζονται θέτοντας τις παραγώγους που εμφανίζονται στην (6.18) ίσες με μηδέν και

επιλύοντας το σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων που προκύπτει. Στο σημείο αυτό μπορεί να γίνει η υπόθεση ότι $A_1 < \dots < A_k < \dots < A_K$. Στη συνέχεια, με βάση το Λήμμα 1 και λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς διατήρησης ροής, η μοναδική λύση του συστήματος αντιστοιχεί στο διάνυσμα καταστάσεων πληθυσμού $\mathbf{x}^* = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$ διάστασης K .

Αντικαθιστώντας $x_1 = 1 - x_2 - x_3 - \dots - x_K$, το σύνολο διαφορικών εξισώσεων της (6.18) ξαναγράφεται υπό την απλοποιημένη μορφή

$$\dot{X}_k = X_k \left[n_{k1}(1 - X_k) + \sum_{i=2, i \neq k}^K X_i \cdot (n_{ki} - r_{k1}) \right], \quad k = 2, \dots, K \quad (6.19)$$

όπου με $\mathbf{X}(t) = [X_1(t), \dots, X_k(t), \dots, X_{K-1}(t)]$ συμβολίζεται το αντίστοιχο απλοποιημένο διάνυσμα καταστάσεων πληθυσμού διάστασης $(K-1)$ που συμπεριφέρεται σχεδόν γραμμικά περί το σημείο ισορροπίας $\mathbf{X}^* = [0 \ 0 \ \dots \ 0]$. Στη συνέχεια, εφαρμόζοντας το μετασχηματισμό $\mathbf{x} = \mathbf{X} + \mathbf{u}$, η (6.19) μετασχηματίζεται στη γραμμική εξίσωση πινάκων

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{Q}\mathbf{u} \quad (6.20)$$

όπου \mathbf{Q} δισδιάστατος πίνακας $(K-1) \times (K-1)$. Τα στοιχεία του πίνακα είναι οι μερικές παράγωγοι

$$q_{k\ell} = \left[\frac{\partial X_k \left[n_{k1}(1 - X_k) + \sum_{i=2, i \neq k}^K X_i \cdot (n_{ki} - r_{k1}) \right]}{\partial X_\ell} \right]_{\mathbf{X}=\mathbf{X}^*} \quad k, \ell = 2, \dots, K \quad (6.21)$$

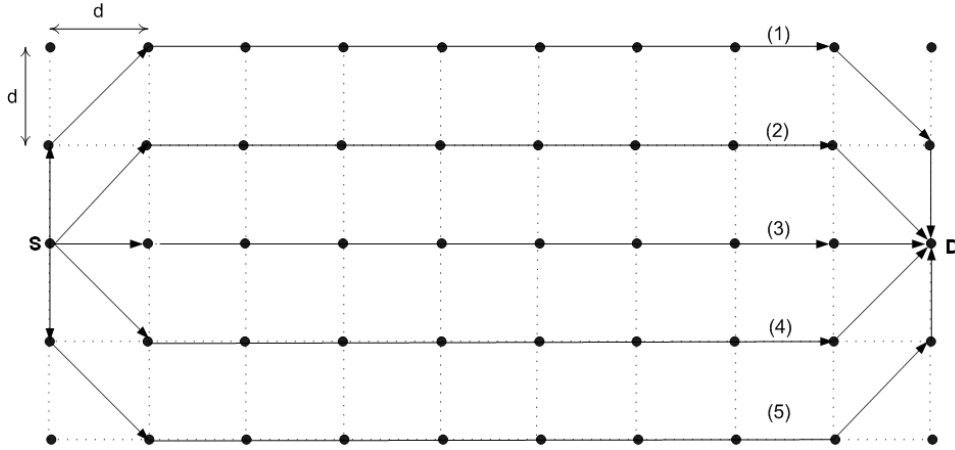
που υπολογίζονται στην κατάσταση ισορροπίας \mathbf{X}^* . Η εξίσωση (6.21) οδηγεί εύκολα στον υπολογισμό του πίνακα \mathbf{Q}

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} n_{21} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & n_{31} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & n_{K1} \end{pmatrix} \quad (6.22)$$

Από τη σχέση (6.22) προκύπτει ότι είναι οι ιδιοτιμές του πίνακα \mathbf{Q} είναι τα $n_{21}, n_{31}, \dots, n_{K1}$. Επειδή για κάθε $k, k = 2, \dots, K$, οι ιδιοτιμές αυτές είναι αρνητικές

$$n_{k1} = -\phi(A_k - A_1) < 0 \quad (6.23)$$

η λύση $\mathbf{X}^* = [0 \ 0 \ \dots \ 0]$ είναι ασυμπτωτικά ευσταθής και, συνεπώς, όλη η πληροφορία στο δίκτυο δρομολογείται μέσω της διαδρομής 1. Δεδομένου ότι μια στρατηγική είναι εξελικτικά ευσταθής αν και μόνο αν είναι ασυμπτωτικά ευσταθής [20], η στρατηγική δρομολόγησης μέσω μιας μοναδικής διαδρομής - της πλέον αξιόπιστης δηλαδή αυτής



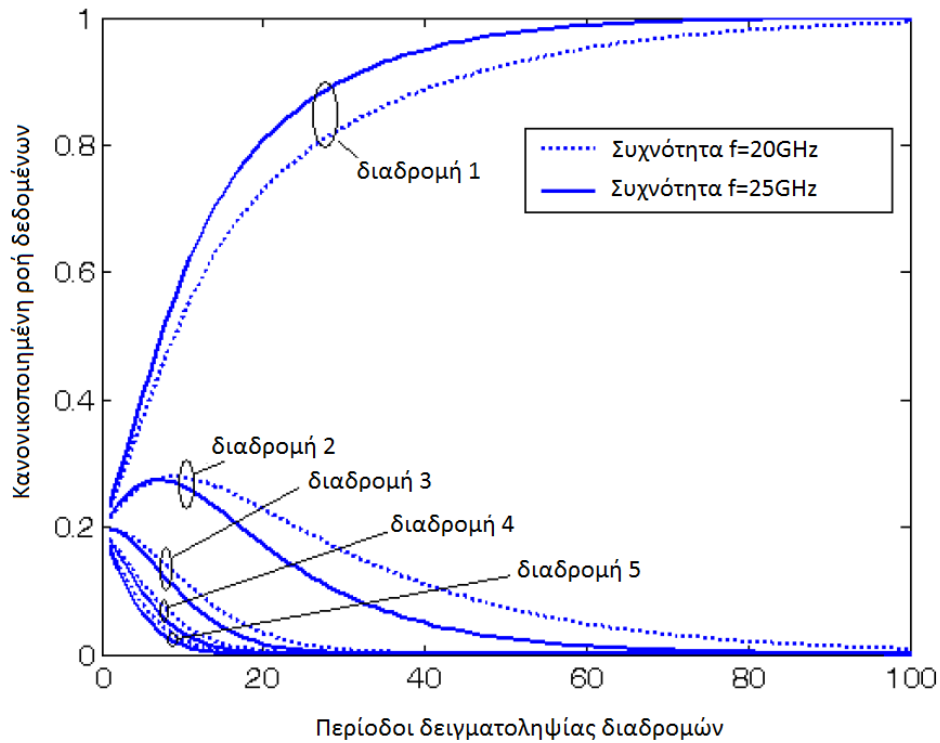
Σχήμα 6.1: Τοπολογία Δικτύου MHWBN: Πέντε παράλληλες διαδρομές πολλαπλών βημάτων που συνδέουν τον κόμβο-πηγή S με τον κόμβο-προορισμό D

που υποφέρει λιγότερο από απόσβεση βροχής - είναι επίσης εξελικτικά ευσταθής.

Η προηγούμενη ανάλυση οδηγεί στο συμπέρασμα ότι, εφόσον οι απαιτήσεις ροής δεν υπερβαίνουν το εύρος ζώνης της πλέον αξιόπιστης διαδρομής, όλη η πληροφορία θα δρομολογηθεί μέσω αυτής της διαδρομής. Διαφορετικά, όταν το εύρος ζώνης της πλέον αξιόπιστης διαδρομής δεν μπορεί να εξυπηρετήσει όλη τη ροή πληροφορίας, ένα τμήμα της ροής θα δρομολογείται μέσω της πλέον αξιόπιστης διαδρομής και η υπόλοιπη ροή θα δρομολογείται μέσω της επόμενης, μεθεπόμενης κ.ο.κ κατά σειράς αξιοπιστίας διαδρομής.

6.2.4 Ανάλυση Σύγκλισης

Για τη διερεύνηση της ταχύτητας σύγκλισης του υπό συζήτηση σχήματος δρομολόγησης, λαμβάνεται υπόψη η τοπολογία MHWBN που απεικονίζεται στο Σχήμα 6.1: Πέντε διαδρομές πολλαπλών βημάτων συνδέουν τον κόμβο-πηγή με τον κόμβο-προορισμό. Για λόγους απλότητας, οι οριζόντιες και αποστάσεις μεταξύ γειτονικών κόμβων θεωρούνται ίσες. Επίσης, γίνεται η υπόθεση ότι $PER_1 < PER_2 < PER_3 < PER_4 < PER_5$, δηλαδή ότι $A_1 < A_2 < A_3 < A_4 < A_5$. Επειδή στόχος είναι η μελέτη ενός διαστρωματικού σχήματος δρομολόγησης, η ταχύτητα σύγκλισης θα μελετηθεί μόνο ως συνάρτηση παραμέτρων του φυσικού στρώματος που προσδιορίζουν το επίπεδο των διαλείψεων και τα αντίστοιχα επίπεδα PER. Για παράδειγμα, στο Σχήμα 6.2 εξετάζεται η εξάρτηση του σχήματος δρομολόγησης από τη συχνότητα λειτουργίας f για ένα σύστημα IEEE 802.16. Η επίδραση της δρομολόγησης μέσω μιας μοναδικής διαδρομής επαληθεύεται μετά από περίπου 100 δειγματοληπτικές διαδρομών. Ο αλγόριθμος συγκλίνει ταχύτερα για συχνότητα $f = 25GHz$ σε σχέση με τη συχνότητα $f = 20GHz$. Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς θεωρήθηκε απόσταση μεταξύ των κόμβων $d = 1km$. Οι περίοδοι δειγματοληπτικής διαδρομών

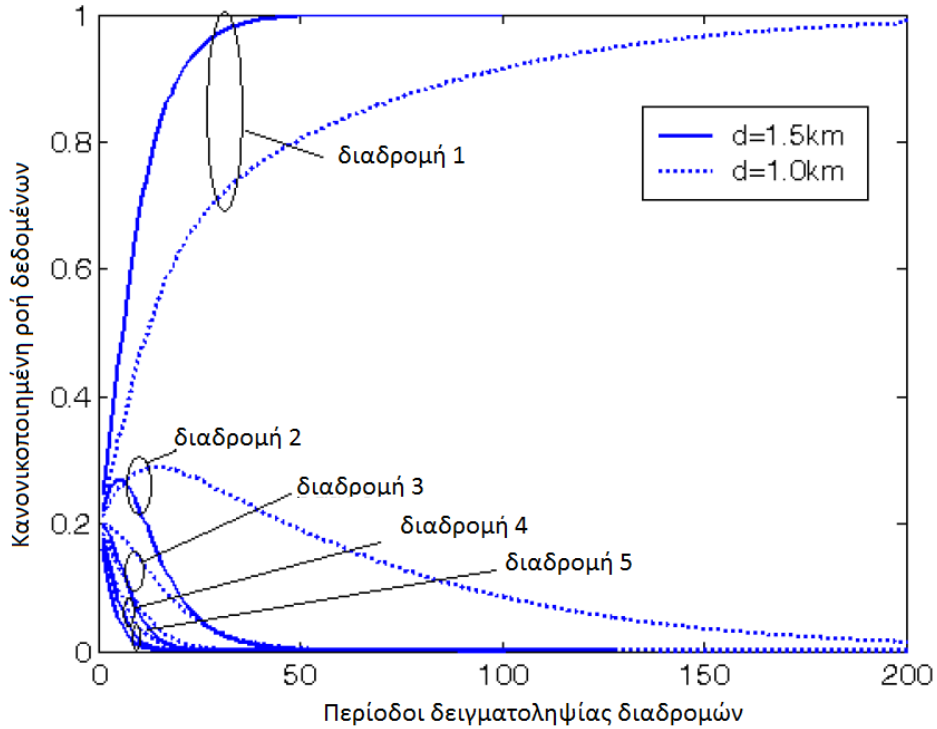


Σχήμα 6.2: Εξάρτηση της ταχύτητας σύγκλισης του προτεινόμενου διαστρωματικού αλγορίθμου δρομολόγησης από τη συχνότητα.

αντιστοιχούν σε πολλαπλάσια του RTT πηγής-προορισμού.

Παρόμοια συμπεράσματα λαμβάνονται από το Σχήμα 6.3, όπου απεικονίζεται η κανονικοποιημένη ροή δεδομένων στις διάφορες διαδρομές για δύο αποστάσεις κόμβων d . Από το Σχήμα 6.3 φαίνεται ότι ο αλγόριθμος συγκλίνει ταχύτερα για μεγαλύτερες τιμές του d . Αυτό αποδίδεται στο γεγονός ότι μεγάλες τιμές της απόστασης d οδηγούν σε αποσυσχέτιση των διαφόρων διαδρομών όσον αφορά τις διαλείψεις λόγω βροχής. Συνεπώς, οι διαφορές στην επίδοση των αντίστοιχων ζεύξεων γίνονται μεγαλύτερες, μεγαλύτερη ποικιλία στρατηγικών (διαδρομών δρομολόγησης) γίνεται διαθέσιμη και επιταχύνεται η σύγκλιση.

Τέλος, η εξάρτηση της ταχύτητας σύγκλισης από τις κλιματικές συνθήκες της περιοχής όπου εγκαθίσταται το δίκτυο MHWBN απεικονίζεται στο Σχήμα 6.4. Στο παράδειγμα αυτό, η προτεινόμενη διαδικασία δρομολόγησης εφαρμόζεται σε δύο κλιματικές περιοχές: στη Μεσόγειο και τη Κεντρική Ευρώπη. Ο αλγόριθμος δρομολόγησης συγκλίνει ταχύτερα στην Κεντρική Ευρώπη, όπου η βροχοπτώση είναι ισχυρότερη, οδηγώντας σε μεγαλύτερες διαφορές απόσβεσης ανάμεσα στις διάφορες διαδρομές. Επιπλέον, στα Σχήματα 6.2 έως 6.4, το πλήθος των πρακτόρων που χρησιμοποιούν τη διαδρομή 2 - της οποίας το κέρδος είναι μεγαλύτερο από το μέσο όρο - τείνει να αυξάνεται κατά τη διάρκεια των πρώτων περιόδων δειγματοληψίας καίτοι η δρομολόγηση μέσω της διαδρομής 2 αποτελεί αυστηρά κυριαρχούμενη στρατηγική (δηλαδή εξαφανίζεται μακροπρόθεσμα



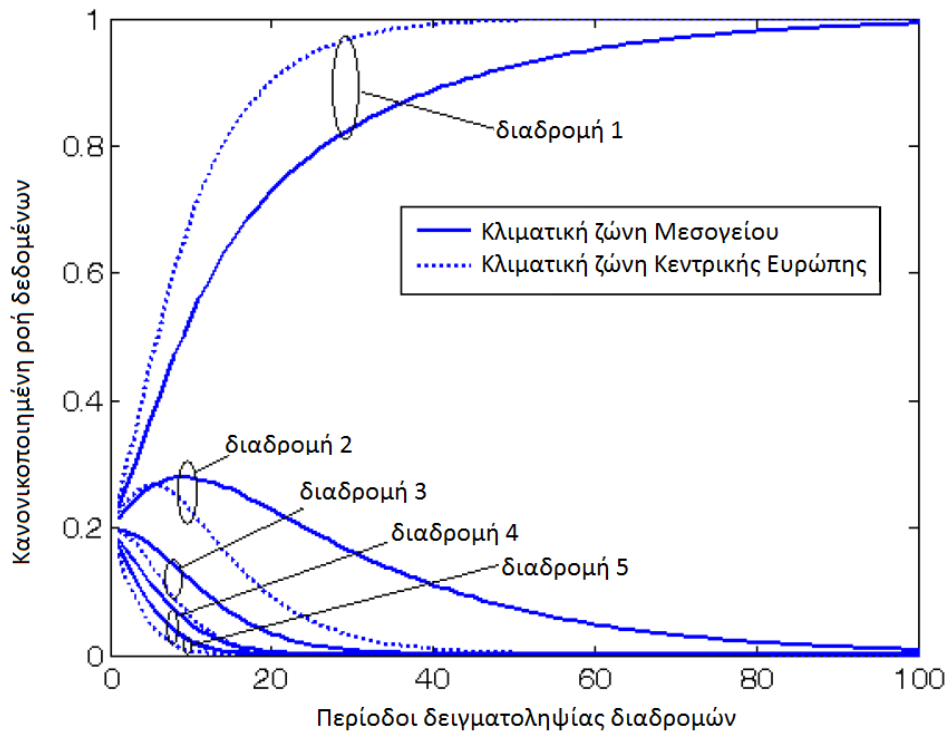
Σχήμα 6.3: Εξάρτηση της ταχύτητας σύγκλισης του προτεινόμενου διαστρωματικού αλγορίθμου δρομολόγησης από την απόσταση μεταξύ των κόμβων ($f = 20GHz$).

σύμφωνα με το Θεώρημα 6.1).

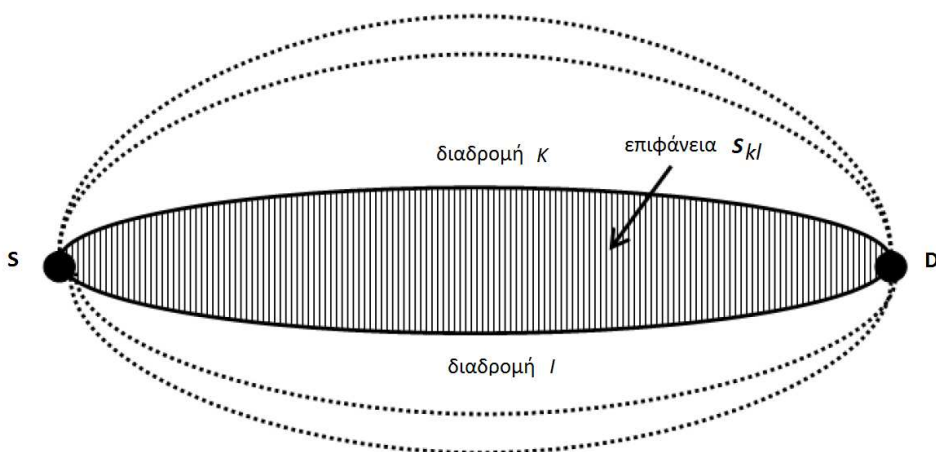
6.3 Βελτιωμένος αλγόριθμος δειγματοληψίας διαδρομών- για την επιτάχυνση της σύγκλισης

6.3.1 Περιγραφή του Αλγορίθμου

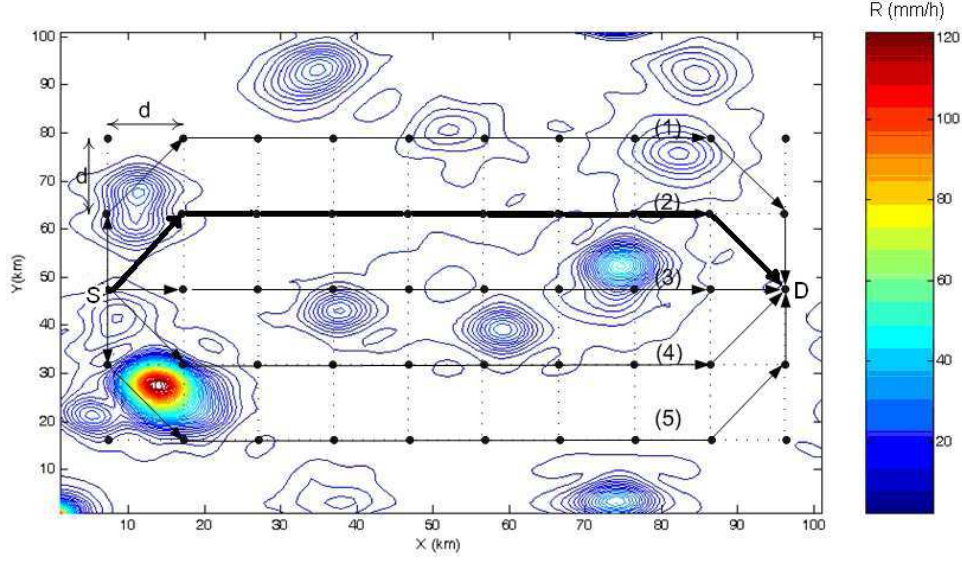
Μέχρι το σημείο αυτό, έχει γίνει η υπόθεση ότι οι πράκτορες επιλέγουν τυχαία τις στρατηγικές δρομολόγησης από το σύνολο των διαθέσιμων διαδρομών που συνδέουν τον κόμβο-πηγή με τον κόμβο-προορισμό. Στην παράγραφο αυτή και με βάση το αποτέλεσμα της προηγούμενης ανάλυσης παρουσιάζεται ένας απλός αλγόριθμος για την επιτάχυνση της σύγκλισης που εκμεταλλεύεται τη χωρική συσχέτιση της βροχόπτωσης σε ασύρματους διαύλους που λειτουργούν σε συχνότητες άνω των $10GHz$. Στην πράξη, η ιδιότητα αυτή χρησιμοποιείται κατά τη διαφορική λήψη για την αντιμετώπιση των διαλείψεων και την αύξηση της διαθεσιμότητας των ασυρμάτων δικτύων πρόσβασης ευρείας ζώνης [21]. Η επίδοση του σχήματος της χωρικής διαφορικής λήψης εξαρτάται κυρίως από το φυσικό διαχωρισμό μεταξύ των εναλλακτικών διαδρομών. Για την επίτευξη της μέγιστης αξιοπιστίας κατά τη μετάδοση των δεδομένων εισάγεται ένα νέο μέτρο, ο συντελεστής συσχέτισης μονοπατιού PCC_{kl} , που υποδηλώνει το συνολικό φυσικό διαχωρισμό μεταξύ



Σχήμα 6.4: Εξάρτηση της ταχύτητας σύγκλισης του προτεινόμενου διαστρωματικού αλγορίθμου δρομολόγησης από τις κλιματικές συνθήκες ($f = 20\text{GHz}$).



Σχήμα 6.5: Γεωμετρικός ορισμός της επιφάνειας s_{kl} που ορίζεται από τις τροχιές των μονοπατιών k και l .



Σχήμα 6.6: Στρατηγικές δρομολόγησης υπό συνθήκες διαλείψεων για το δίκτυο του Σχήματος 6.1. Στιγμιότυπο ενός μοντέλου πεδίου βροχής.

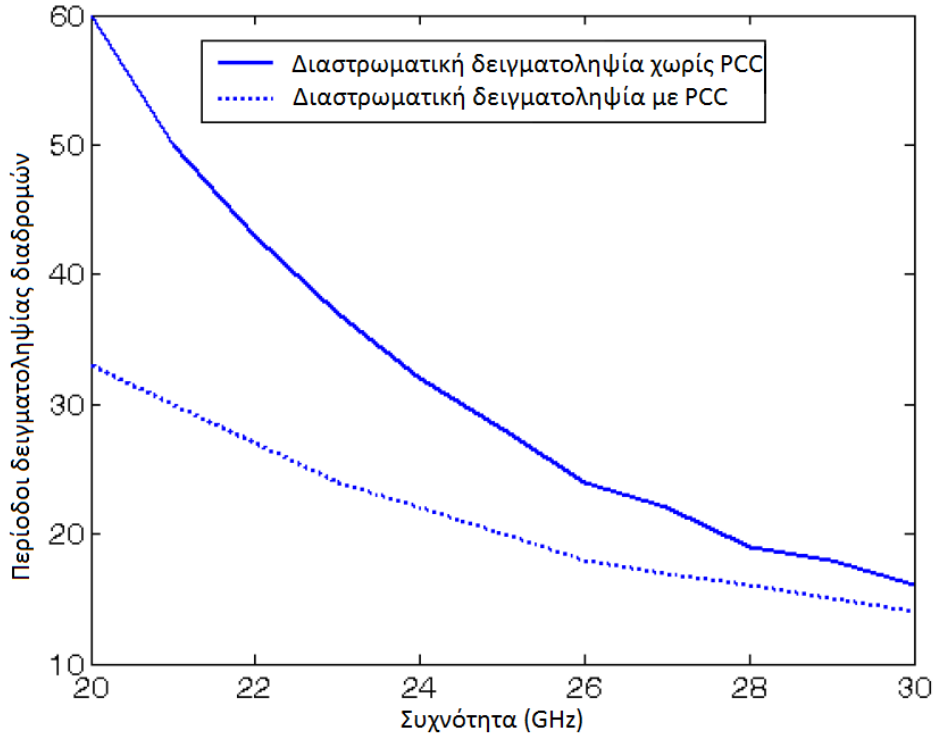
των εναλλακτικών διαδρομών. Αν s_{kl} η επιφάνεια που ορίζεται από τις τροχιές των διαδρομών k και ℓ καθώς συνδέουν τον κόμβο-πηγή S με τον κόμβο-προορισμό D (βλ. Σχήμα 6.5), ο συντελεστής συσχέτισης μονοπατιού PCC_{kl} ορίζεται ως

$$PCC_{kl} = \exp(-s_{kl}) \quad (6.24)$$

Αν δύο διαδρομές έχουν μεγάλο φυσικό διαχωρισμό, η αντίστοιχη τιμή του PCC είναι κοντά στο μηδέν. Συνεπώς, μεγάλη διαφορά απόσβεσης παρατηρείται μεταξύ διαδρομών που χαρακτηρίζονται από μικρό PCC .

Για να αξιοποιήσει το γεωμετρικό αυτό μέτρο κατά τη διάρκεια των διαλείψεων κάθε πράκτορας εκτελεί τις ακόλουθες ενέργειες:

1. Αρχικά, επιλέγει τυχαία μια διαδρομή δρομολόγησης $k \in \mathbf{K}$.
2. Για κάθε μονοπάτι $\ell \in \mathbf{K}$, $\ell \neq k$, εκτιμώνται οι τιμές των αντίστοιχων PCC_{kl} . Δεδομένου ότι τα δίκτυα MHWBN αποτελούνται από σταθερούς κόμβους, οι τιμές PCC έχουν εκτιμηθεί και αποθηκευθεί εκ των προτέρων στους κόμβους του δικτύου για τον περιορισμό του υπολογιστικού κόστους.
3. Στην επόμενη περίοδο δειγματοληψίας διαδρομής, για τη λήψη της απόφασης αν απαιτείται μετάβαση σε μια νέα στρατηγική - δηλαδή δρομολόγηση σε άλλη διαδρομή - εξετάζεται η διαδρομή με το μικρότερο PCC_{kl} . Αν η διαδρομή αυτή παρουσιάζει χαμηλότερο ποσοστό απωλειών πακέτων PER, ο πράκτορας μεταβάλλει αντίστοιχα τη στρατηγική του δρομολογώντας προς τη διαδρομή αυτή. Διαφορετικά, η στρατηγική k του πράκτορα παραμένει αμετάβλητη.



Σχήμα 6.7: Επιτάχυνση της σύγκλισης του προτεινόμενου σχήματος δρομολόγησης χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του συντελεστή PCC .

4. Ο πράκτορας επαναλαμβάνει το βήμα 3 στις επόμενες περιόδους δειγματοληψίας εξετάζοντας τις διαδρομές με το δεύτερο, τρίτο κ.τ.λ. μικρότερο PCC , μέχρι να πραγματοποιηθεί δειγματοληψία σε όλες τις εναλλακτικές διαδρομές χωρίς να βρεθεί μια στρατηγική που υπερτερεί αυτής που έχει επιλεγεί.

Είναι φανερό ότι ο αλγόριθμος που βασίζεται στη χρήση του μέτρου PCC επηρεάζει μόνο την πιθανότητα δειγματοληψίας x_ℓ κάθε διαδρομής ℓ . Ωστόσο, από τη σχέση (6.17), προκύπτει ότι οι ιδιοτιμές $n_{k\ell}$ δεν εξαρτώνται από το x_ℓ . Συνεπώς, και μετά την εφαρμογή του σχήματος επιτάχυνσης της σύγκλισης με βάση τα PCC οι ιδιοτιμές του πίνακα \mathbf{Q} παραμένουν ίδιες έχοντας αρνητικές τιμές και εξασφαλίζοντας έτσι την εξελικτική ευστάθεια βάσει του θεωρήματος 6.2.

6.3.2 Εκτίμηση Επίδοσης

Χρήσιμα συμπεράσματα που αφορούν την επίδοση του προτεινόμενου αλγορίθμου για την επιτάχυνση της σύγκλισης μπορούν να προκύψουν υλοποιώντας μοντέλα φυσικού διαύλου γνωστά ως πεδία βροχής που είναι στοχαστικά μοντέλα που προσομοιώνουν το ρυθμό βροχόπτωσης R (σε mm/h) σε μια συγκεκριμένη περιοχή στο χώρο και στο χρόνο. Η φυσική και μαθηματική βάση του μοντέλου περιγράφονται στην εργασία [22].

Στο Σχήμα 6.6, ένα στιγμιότυπο ενός πεδίου βροχής υπερτίθεται στην περιοχή του δικτύου MHWBN που απεικονίζεται στο Σχήμα 6.1. Το επόμενο βήμα είναι ο υπολογι-

σμός της απόσβεσης σε κάθε μια από τις εναλλακτικές διαδρομές. Για το συσχετισμό του ρυθμού βροχόπτωσης με την απόσβεση, χρησιμοποιείται η ειδική απόσβεση γ_R (σε dB/km) [23] για τα αντίστοιχα μήκη διαδρομών.

Στο Σχήμα 6.6, οι διαδρομές 1, 3, 4 και 5 είναι αυστηρά κυριαρχούμενες (βλ. Θεώρημα 6.1) από την επίδοση της διαδρομής 2. Δηλαδή ο πληθυσμός των πρακτόρων που ακολουθούν αυτές τις στρατηγικές - δηλαδή δρομολογούν μέσω των διαδρομών 1,3,4,5, - τείνει στο μηδέν και όλη η πληροφορία δρομολογείται μέσω της πλέον αξιόπιστης διαδρομής 2. Το Σχήμα 6.7 καταδεικνύει την επιτάχυνση της σύγκλισης του πρωτοκόλλου δρομολόγησης μετά την εφαρμογή του αλγορίθμου *PCC*. Είναι φανερό ότι για το χαμηλότερο τμήμα του εύρους συχνοτήτων 20 – 66GHz λαμβάνονται καλύτερα αποτελέσματα όταν το στρώμα δρομολόγησης γνωρίζει αυτή την πρόσθετη πληροφορία φυσικού στρώματος.

6.A Παράρτημα

6.A.1 Μοντέλο φυσικού στρώματος για τον προτεινόμενο διαστρωματικό αλγόριθμο δρομολόγησης

Η πλειοψηφία των εργασιών που αφορούν την ατμοσφαιρική διάδοση σε συχνότητες άνω των 10GHz δέχεται ότι απόσβεση λόγω βροχής A (σε dB) και η φυσική διαδικασία του ρυθμού βροχόπτωσης R (σε mm/h) προσεγγίζονται καλά από τη λογαριθμοκανονική κατανομή [24] με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$p_X(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_X X} \exp \left[- \left(\frac{\ln X - m_X}{\sqrt{2}S_X} \right)^2 \right] \quad X = A \text{ ή } R \quad (6.A.1)$$

όπου m_X και S_X είναι παράμετροι της λογαριθμοκανονικής κατανομής.

Για την εξαγωγή των σχέσεων (6.11) και (6.12), είναι απαραίτητος ο υπολογισμός της υπό συνθήκη πιθανότητας $\phi(A_k - A_\ell) = \Pr\{A_k - A_\ell > 0 | A_k > 0, A_\ell > 0\}$, η οποία είναι συνάρτηση δύο τυχαίων μεταβλητών A_k και A_ℓ . Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται η από κοινού δισδιάστατη λογαριθμοκανονική κατανομή

$$\phi(A_k - A_\ell) = \int_0^{+\infty} dA_k \int_0^{A_k} dA_\ell p_{A_k A_\ell}(A_k, A_\ell) \quad (6.A.2)$$

όπου

$$p_{A_k A_\ell}(A_k, A_\ell) = \frac{1}{2\pi S_{A_k} S_{A_\ell} A_k A_\ell} \exp \left[-\frac{1}{2} F(A_k, A_\ell) \right] \quad (6.A.3)$$

είναι η από κοινού δισδιάστατη λογαριθμοκανονική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$F(A_k, A_\ell) = \frac{1}{1 - \rho_n^2} \left[\frac{(\ln A_k - \ln m_{A_k})^2}{S_{A_k}^2} - 2\rho_n \frac{(\ln A_k - \ln m_{A_k})(\ln A_\ell - \ln m_{A_\ell})}{S_{A_k} S_{A_\ell}} + \frac{(\ln A_\ell - \ln m_{A_\ell})^2}{S_{A_\ell}^2} \right] \quad (6.A.4)$$

Ένα μέγεθος κρίσιμο τόσο για τον αρχικό όσο και για το βελτιωμένο αλγόριθμο δρομολόγησης είναι η συσχέτιση ρ_n της απόσβεσης μεταξύ των διαθέσιμων διαδρομών δρομολόγησης. Ο συντελεστής συσχέτισης υπολογίζεται σύμφωνα με τη μεθοδολογία που περιγράφεται στο Παράρτημα της εργασίας [25].

Βιβλιογραφία

- [1] M.P. Anastasopoulos, P.D-M. Arapoglou, R. Kannan and P.G Cottis, "Adaptive Routing Strategies in IEEE 802.16 Multi-Hop Wireless Backhaul Networks: An Evolutionary Game Theory Approach", *IEEE Journal on Selected Areas in Communication Systems (JSAC)*, Special Issue on Game Theory in Communication Systems, vol. 26, no. 7, 2008.
- [2] M. Cao, X. Wang, S.-J. Kim, and M. Madhian, "Multi-hop wireless backhaul networks: A cross-layer design paradigm," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 25, no. 4, pp. 738-748, May 2007.
- [3] IEEE 802.16, "IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks - Part 16: Air Interface for Fixed Broadband Wireless Access Systems," Oct. 2004.
- [4] C. Eklund, R.B. Marks, K.L. Stanwood, S. Wang, "IEEE Standard 802.16: A technical overview of the WirelessMAN air interface for broadband wireless access," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 40, no. 6, pp. 98-107, Jun. 2002.
- [5] R.K. Crane, *Propagation Handbook for Wireless Communication System Design*, CRC Press, 2003.
- [6] L. Iannone, R. Khalili, K. Salamatian, S. Fdida, "Cross-layer routing in wireless mesh networks," in *1st Int. Symp. Wirel. Commun. Sys.*, pp. 319-323, Mauritius, September 20-22, 2004.
- [7] H.Tangmunarunkit, R. Govindan, S. Shenker, D. Estrin, "The impact of routing policy on Internet paths," in *Proceed. IEEE INFOCOM*, vol.2, pp. 736-742, 2001.
- [8] T. Roughgarden and E. Tardos, "How bad is selfish routing?," *J. ACM*, vol. 49, no. 2, pp. 236-259, March 2002.
- [9] L. Qiu, Y. Richard, Y. Yin Zhang, S. Shenker, "On selfish routing in Internet-like environments," *IEEE/ACM Trans. Network.*, vol. 14, no. 4, pp. 725-738, Aug. 2006.
- [10] J. Nash, "Non-cooperative games," *The Annals of Mathematics*, vol. 54, no. 2, pp. 286-295, 1951.

- [11] J. Wardrop, "Some theoretical aspects of road traffic research," *Proceed. Instit. Civil Engineers*, PART II, vol. 1, pp. 325-378, 1952.
- [12] J.W. Weibull, *Evolutionary Game Theory*, MIT Press, 1996.
- [13] M.A. Nowak, *Evolutionary Dynamics: Exploring the Equations of Life*, Harvard University Press, 2006.
- [14] S. Fischer and B. Vöcking, "Evolutionary game theory with applications to adaptive routing," DELIS-TR-0194, Project Number 001907, 2005.
- [15] P. Taylor and L. Jonker, "Evolutionary stable strategies and game dynamics," *Mathematical Biosciences*, vol. 16, pp. 455-484, 1978.
- [16] D. Fudenberg, D.K. Levin, *The Theory of Learning in Games*, MIT Press, 1998.
- [17] S. Orda, R. Rom, S. Shimkin, "Competitive routing in multiuser communication networks," *IEEE/ACM Trans. Network.*, vol. 1, no. 5, pp. 510-521, Oct. 1993.
- [18] R. J. La, V. Anantharam, "Optimal routing control: Repeated game approach," *IEEE Trans. Automat.Control*, vol. 47, no. 3, pp. 437-450, March 2002.
- [19] T. Alpcan, T. Basar. R. Tempo, "Randomized algorithms for stability and robustness analysis of high-speed communication networks," *IEEE Trans. Neural Network.*, vol. 16, no. 5, pp. 1229-1241, Sep. 2005.
- [20] B. Thomas, "On evolutionarily stable sets," *J. Math. Biology*, vol. 22, pp. 105-115, 1985.
- [21] A.D. Panagopoulos, P.-D.M. Arapoglou, G.E. Chatzarakis, J.D. Kanellopoulos, P.G. Cottis, "LMDS diversity systems: A new performance model incorporating stratified rain," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 9, no. 2, pp. 145-147. Feb. 2005.
- [22] L. Feral, H. Sauvageot, L. Castanet, J. Lemorton, F. Cornet, K. Leconte, "Large-scale modeling of rain fields from a rain cell deterministic model," *Radio Sci.*, vol. 41, no. 2, Apr. 2006.
- [23] ITU-R Recommendation P.838-3, *Specific attenuation model for rain for use in prediction methods*, Geneva, Switzerland, 2005.
- [24] C.-Y. Chu, K.S. Chen, "Effects of rain fading on the efficiency of the Ka-band LMDS system in the Taiwan area," *IEEE Trans. Vehic. Techn.*, vol. 54, no. 1, pp. 9-19, Jan. 2005.

- [25] A.D. Panagopoulos, P.-D.M. Arapoglou, J.D. Kanellopoulos, P.G. Cottis, "Intercell radio interference studies in broadband wireless access networks," *IEEE Trans. Vehic. Technol.*, vol. 56, no. 1, pp. 3-12, Jan. 2007.

Μάρκος Π. Αναστασόπουλος

ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

- Μ.Δ.Ε στα Τεχνοοικονομικά Συστήματα, 2005-2007, 8.62/10
- Δίπλωμα Ηλεκτρολόγου Μηχ. & Μηχ. Η/Υ, 1999-2004, 8.90/10

ΒΡΑΒΕΙΑ

- Υποτροφία από το ίδρυμα Προποντίς, 2005-2007
- Υποτροφία από το ίδρυμα Ευγενίδη, 2004-2005
- Υποτροφία από το ίδρυμα Κυπριανίδη, 1999-2004

ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ

Περιοδικά

- Π14. **M.P. Anastasopoulos** and P.G.Cottis, "Feedback Suppression in Multicast Satellite Networks: A Game Theory Approach", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, to appear.
- Π13. D.K. Petraki, **M.P. Anastasopoulos**, Hsiao-Hwa Chen and P.G.Cottis, "Resource Allocation and Call Admission Control for Satellite Networks: A Game Theory Approach", *IEEE Transactions on Computational Intelligence and AI in Games*, to appear.
- Π12. **M.P. Anastasopoulos**, D.K. Petraki, A.V.Vasilakos, HH Chen, and P.G.Cottis, "Call Admission Control For Multiclass Traffic Under Rain Fading in Satellite Networks", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, to appear.
- Π11. **M.P. Anastasopoulos** and P.G. Cottis, "High Altitude Platform Networks: A Feedback Suppression Algorithm for Reliable Multicast/ Broadcast Services", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, to appear.
- Π10. **M.P. Anastasopoulos**, A.V.Vasilakos, and P.G. Cottis, "An autonomic framework for reliable multicast service provisioning in WiMax networks", *ACM Transactions on Autonomous and Adaptive Systems (TAAS)*, to appear.
- Π9. D.K.Petraki, **M.P. Anastasopoulos**, A.V.Vasilakos and P.G.Cottis, "TCP-Aware Call Admission control in High Altitude Platforms Using Cross Layer Design", *Wireless Personal Communications*, to appear.
- Π8. **M.P. Anastasopoulos**, A.D.Panagopoulos and P.G. Cottis, "A Feedback Suppression Algorithm to Provide Reliable Multicast Services via Satellite: Spatial-Temporal Modeling of Rainfall Medium", *International Journal of Satellite Communications and Networking (Wiley Interscience)*, vol.27, pp.117-139, 2009.
- Π7. **M.P. Anastasopoulos**, P.D-M. Arapoglou, R. Kannan and P.G Cottis, "Adaptive Routing Strategies in IEEE 802.16 Multi-Hop Wireless Backhaul Networks: An Evolutionary Game Theory Approach", *IEEE Journal on Selected Areas in Communication Systems (JSAC)*, Special Issue on Game Theory in Communication Systems, vol. 26, no. 7, 2008.
- Π6. **M.P. Anastasopoulos**, A.C. Voulkidis, A.V.Vasilakos, and P.G. Cottis, "A Secure Network Management Protocol for Smartgrid BPL Networks: Design, Implementation and Experimental Analysis.", *Computer Communications (Elsevier)*, Vol. 31, no 18, pp.4333-4342, Dec.2008.

- Π15. **M.P. Anastasopoulos**, A.D. Panagopoulos, and P.G. Cottis, "A Distributed Routing Protocol for QoS provisioning in Wireless Mesh Networks", *Wireless Communications and Mobile Computing (Wiley Interscience)*, Vol.8, no.10, pp. 1233-1245, Dec. 2008.
- Π14. D.K. Petraki, **M.P. Anastasopoulos** and P.G. Cottis, "Call Admission Control in Satellite Networks under Rain Fading", *IEEE Communications Letters*, vol.12, no.5, pp.377-379, 2008.
- Π13. D.K. Petraki, **M.P. Anastasopoulos** and P.G. Cottis, "Dynamic Resource Allocation in DVB-RCS Networks", *International Journal of Satellite Communications and Networking (Wiley Interscience)*, vol.26, no.3, pp.189-210, 2008.
- Π12. A.D. Panagopoulos, **M.P. Anastasopoulos** and P.G. Cottis, "Error Performance of Satellite Links Interfered by two Adjacent Satellites", *IEEE Antennas and Wireless Propagation letters*, vol 6, pp.364-367, 2007.
- Π11. A.E. Nikolaidis, G. Doumenis, M. Drakos, G.I. Stassinopoulos, **M.P. Anastasopoulos** and Sam D'Haeseleer, "Management Traffic in Emerging Remote Configuration Mechanisms for Residential Gateways and Home Devices", *IEEE Communications Magazine*, Vol. 43, No. 5, May 2005.

Συνέδρια

- Σ3. D.K. Petraki, **M.P. Anastasopoulos**, A.V. Vasilakos and P.G. Cottis, "A Distributed Call Admission Control scheme for Satellite Networks under Rain Fading", *in proc. of IWCMC '09*
- Σ2. D.K. Petraki, **M.P. Anastasopoulos**, A.D. Panagopoulos and P.G. Cottis, "Dynamic Resource Calculation Policy in MF-TDMA Satellite Networks", *in proc. of MOBILE SUMMIT '07*
- Σ1. **M.P. Anastasopoulos**, A.D. Panagopoulos and P.G. Cottis, "A Feedback Suppression Model Using Representatives For Satellite Reliable Multicast Protocols", *in proc. of 11th Ka Band Broadband Communications Conference*, Rome, 25-28 September, 2005

Κεφάλαια Βιβλίων

- B1. **M.P. Anastasopoulos**, A.V. Vasilakos and P.G. Cottis, "Game Theory Modeling of Social Psychology Principle for Reliable Multicast Services Provisioning in WiMax Networks", *Current Technology Developments of WiMax Systems*, edited by Dr. Maode Ma, Springer Publications.

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Εκδοτικές Υπηρεσίες

- Associate Editor for the *International Journal of Communication Systems- Wiley Interscience* (Impact Factor 2008: 0.394)

Οργάνωση Συνεδρίων

- Co-chair of the Multimedia Communications Symposium in the CHINACOM '09, Aug. 26-28, Xian, China.
- Co-chair of the Network Track in the International Wireless Internet Conference 2010 (WICON 2010), March, 1-3, 2010, Singapore.

Μέλος Επιτροπών Τεχνικού Προγράμματος (TPC) Συνεδρίων

- IEEE Globecom 09
- IEEE WCNC 09
- IEEE PIMRC 08

- SPACOMM 08

Κριτής σε Επιστημονικά Περιοδικά

- IEEE Journal on Selected Areas in Communications (JSAC)
- IEEE Transactions on Wireless Communications
- IEEE Transactions on Mobile Computing
- IEEE Transactions on System Man and Cybernetics Part B
- EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking
- Journal of Sensors
- Journal of Computer Networks
- Wireless Communications and Mobile Computing
- Telecommunication Systems
- International Journal of Communication Systems

Κριτής σε Επιστημονικά Συνέδρια

- IEEE PIMRC 07, 08
- IEEE MASS 07
- IEEE Globecom 08
- IEEE VTC 09
- SPACOMM 09