



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Ευφυή και έμπειρα συστήματα διαχείρισης πόρων σε παραγωγικά συστήματα

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Ανδρέα Μ. Μπότσικα

Επιβλέπων Καθηγητής

Ιωάννης Ψαρράς

Αθήνα, Δεκέμβριος 2009



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Ευφυή και έμπειρα συστήματα διαχείρισης πόρων σε παραγωγικά συστήματα

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Ανδρέα Μ. Μπότσικα

Συμβουλευτική Επιτροπή :

Ψαρράς Ιωάννης, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Σαμουηλίδης Ιησούς Εμμανουήλ, Ομότ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Μέντζας Γρηγόριος, Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την επταμελή εξεταστική επιτροπή την 28 Δεκεμβρίου 2009.

.....
Ιωάννης Ψαρράς

Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Ι.-Ε. Σαμουηλίδης

Ομότιμος Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Μέντζας Γρηγόριος

Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Ασκούνης Δημήτριος
Αναπληρωτής Καθηγητής
ΕΜΠ

.....
Βαρβαρίγου Θεοδώρα
Καθηγήτρια ΕΜΠ

.....
Ασημακόπουλος Βασίλης
Καθηγητής ΕΜΠ

.....
Νικολόπουλος Κωνσταντίνος

Επίκουρος Καθηγητής Πανεπιστημίου Πελοποννήσου

Αθήνα, Δεκέμβριος 2009

.....
Ανδρέας Μ. Μπότσικας

Διδάκτωρ Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών Ε.Μ.Π.

Copyright ©, Ανδρέας Μ. Μπότσικας 2009

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς το συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η διδακτορική διατριβή έλαβε χώρα στη Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, στο πλαίσιο των δραστηριοτήτων του Εργαστηρίου Συστημάτων Αποφάσεων και Διοίκησης, το διάστημα Νοέμβριος 2003 – Δεκέμβριος 2009.

Η διατριβή πραγματοποιήθηκε υπό την επίβλεψη, τη συνεχή καθοδήγηση και την αμέριστη συμπαράσταση του Καθηγητή κ. Ι. Ψαρρά, στον οποίο οφείλω ιδιαίτερες ευχαριστίες. Επίσης, θα ήθελα να τονίσω ότι η συνεργασία μου τόσο με τον Καθηγητή κ. Ι. Ψαρρά όσο και με τον Ομότιμο Καθηγητή κ. Ι.-Ε. Σαμουηλίδη και τον Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Δ. Ασκούνη και η εμπιστοσύνη που μου έδειξαν αυτά τα χρόνια σε ένα ευρύ πλαίσιο ερευνητικών δραστηριοτήτων υπήρξε για εμένα το «μεγαλύτερο σχολείο», που ουσιαστικά διαμόρφωσε τον επαγγελματικό μου χαρακτήρα.

Θα ήθελα επιπλέον να ευχαριστήσω θερμά τον Καθηγητή κ. Γ. Μέντζα, την Καθηγήτρια Θ. Βαρβαρίγου, τον Καθηγητή κ. Β. Ασημακόπουλο και τον Καθηγητή κ. Κ. Νικολόπουλο για την τιμή που μου έκαναν να παραβρεθούν στην εξέταση υποστήριξης της διατριβής μου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω μέσα από την καρδιά μου όλους τους συνεργάτες μου στο Εργαστήριο, οι οποίοι και συνέβαλαν με τον τρόπο τους στην επίτευξη αυτού του αποτελέσματος.

Κλείνοντας, οφείλω ένα μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένειά μου για την αμέριστη συμπαράσταση και ανοχή τους. Η συμβολή τους σε κάθε μου βήμα ήταν και θα είναι η σημαντικότερη.

Αθήνα, Δεκέμβριος 2009,

Ανδρέας Μ. Μπότσικας

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικείμενο αυτής της διατριβής είναι ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη ευφυϊών εργαλείων, τα οποία διαχειρίζονται τους πόρους παραγωγικών συστημάτων. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην ανάπτυξη ευφυϊών εργαλείων που αντιμετωπίζουν το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, βέλτιστα και αξιοποιώντας όσο το δυνατόν αποδοτικότερα τους διαθέσιμους πόρους του παραγωγικού συστήματος.

Στόχος της διδακτορικής διατριβής στην οποία βασίζεται η μεθοδολογία και τα σχετιζόμενα συστήματα που αναπτύσσονται, είναι η συμβολή στην αναγνώριση όλων των παραμέτρων του προβλήματος του χρονοπρογραμματισμού, στην εμπειριστατωμένη ανάλυση των μεταξύ τους αλληλεπιδράσεων και τελικά στη διαμόρφωση αλγόριθμων και μεθοδολογιών που θα οδηγούν στην εύρεση καλών λύσεων με βάση τα κριτήρια του κέντρου λήψης αποφάσεων.

Ειδικότερα, η προτεινόμενη μεθοδολογία, FEDRA (Fuzzy Evolutionary Dispatching Rules Algorithm), συνθέτει το προτεινόμενο πλάνο παραγωγής με βάση τις ακόλουθες τρεις συνιστώσες:

1. Χαρακτηριστικά διεργασιών: Γίνεται ανάλυση και εντοπισμός των χαρακτηριστικών εκείνων που επιδρούν στην τελική διαμόρφωση του πλάνου παραγωγής.
2. Αντικειμενικοί στόχοι: Εντοπίζονται οι ακολουθίες των διεργασιών οι οποίες προσδίδουν βέλτιστα χαρακτηριστικά στα πλάνα παραγωγής με βάση τους αντικειμενικούς στόχους.
3. Επιμέρους στόχοι: Αναλύονται οι επιμέρους στόχοι των κέντρων λήψης αποφάσεων και εντοπίζονται τόσο οι διεργασίες όσο και οι ακολουθίες διεργασιών οι οποίες απαιτούνται για την τελική διαμόρφωση του πλάνου παραγωγής.

Ο εξελικτικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης που προτείνεται είναι εμπνευσμένος από τους γενετικούς αλγόριθμους, τους οποίους επεκτείνει με κατάλληλο τρόπο ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη απόδοση ως προς το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού.

Συνάμα, ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην ανάπτυξη των επιμέρους πρωτότυπων πολυκριτηριακών μεθοδολογιών, ώστε να μοντελοποιούν επαρκώς τα ποιοτικά χαρακτηριστικά των επιδόσεων των δυνατών επιλογών στα κριτήρια του προβλήματος, αποτελώντας μία ικανή και επαρκή βάση για την επίλυση προβλημάτων διαχείρισης παραγωγικών συστημάτων.

Η ποιοτική και ποσοτική απόδοση της μεθοδολογίας δοκιμάστηκε πειραματικά πάνω σε διεθνή «προβλήματα σύγκρισης» (benchmarks) και στη συνέχεια εφαρμόστηκε στο παραγωγικό σύστημα της VARXIL A.B.E.E.

Λέξεις κλειδιά: Παραγωγικά συστήματα, χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, γενετικοί αλγόριθμοι, πολυκριτηριακή ανάλυση, γλωσσικές μεταβλητές, εξελικτικός αλγόριθμος, κατανεμημένο ΠΣ

ABSTRACT

The scope of the thesis is to design and develop intelligent tools for the resource management of production systems. Emphasis is put on the development of intelligent tools, in order to deal with the problem of optimal production scheduling, using the available resources in the most efficient way.

The doctoral thesis, through the proposed methodology and the developed systems, aims to identify all scheduling parameters, to analyse their interactions in depth and ultimately formulate algorithms and methodologies, which will provide optimal solutions based on the criteria set by the decision makers.

The proposed FEDRA (Fuzzy Evolutionary Dispatching Rules Algorithm) methodology formulates the production plan, based on the following three axes:

1. Process characteristics: The methodology analyses and identifies the process characteristics, which affect the final production plan.
2. Objectives: The methodology identifies the sequences of processes, which contribute to the optimisation of the production plan, on the basis of the objectives set.
3. Goals: The methodology analyses the decision makers' goals and identifies both the processes and the sequence by which they are performed, subsequently providing the final production plan.

The evolutionary optimisation algorithm proposed in this thesis is inspired by genetic algorithms. The latter are extended in order to achieve optimal performance in the solution of the production scheduling problem.

In this context, particular emphasis is put on the development of innovative multi-criteria methodologies, aiming at providing the means to adequately evaluate the qualitative features of the proposed production plans. Thus, these methodologies will provide a strong and sufficient basis for solving multi-criteria production planning problems.

The methodology, both in terms of qualitative and quantitative performance, was initially evaluated on international benchmark tests and then it was applied to the productive system of VARXIL SA.

Keywords: production systems, production scheduling, genetic algorithms, multi-criteria analysis, linguistic variables, evolutionary algorithm, distributed system

Πίνακας περιεχομένων

ΕΥΡΕΙΑ ΠΕΡΙΛΗΨΗ	21
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	21
ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	24
ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	26
ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΤΗΣ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ	29
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	38
ΕΦΑΡΜΟΓΗ.....	54
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	58
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ	63
1.1. ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ.....	63
1.2. ΤΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΚΑΙ Ο ΣΤΟΧΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ	65
1.3. Η ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ	67
1.4. Η ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ	70
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	75
2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	75
2.2. ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ & ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ	77
2.3. ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ.....	80
2.3.1. ΣΥΣΤΗΜΑ ΜΙΑΣ ΜΗΧΑΝΗΣ (SINGLE MACHINE SHOP).....	80
2.3.2. ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ (PARALLEL MACHINE SHOP)	80
2.3.3. ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΡΟΗΣ (FLOW SHOP)	80
2.3.4. ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΑΤΑ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑ (JOB SHOP).....	82
2.3.5. ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΑΡΜΟΛΟΓΗΣΗΣ (ASSEMBLY SHOP).....	82
2.3.6. ΚΥΨΕΛΟΕΙΔΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ (MANUFACTURING CELL)	83
2.3.7. ΣΥΣΤΗΜΑ ΜΑΖΙΚΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ (BATCH SHOP).....	83
2.3.8. ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΟΛΥΠΕΞΕΡΓΑΣΙΩΝ (MULTI-PROCESSOR TASK SYSTEM)	83
2.3.9. ΣΥΣΤΗΜΑ ΜΗΧΑΝΩΝ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΧΡΗΣΗΣ(MULTI-PURPOSE MACHINE SHOP).....	84

2.3.10.	ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΓΚΑΙΡΗΣ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ (JUST-IN-TIME SYSTEM, JIT)	84
2.4.	ΚΑΤΗΓΟΡΙΟΠΟΙΗΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ.....	85
2.4.1.	ΟΡΙΣΜΟΣ	85
2.4.2.	ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ	85
2.5.	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ	92
2.5.1.	ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ	92
2.5.2.	ΒΑΣΙΚΕΣ ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ	95
2.6.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	97
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3:	ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	101
3.1.	ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ	102
3.1.1.	ΑΚΕΡΑΙΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ (IP)	102
3.1.2.	ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ (DP)	103
3.1.3.	ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΜΕ ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΚΑΙ ΟΡΙΟΘΕΤΗΣΗ (B&B)	103
3.1.4.	ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΑΠΟΙΚΙΑΣ ΜΥΡΜΗΓΚΙΩΝ (ACO).....	105
3.2.	ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ	108
3.2.1.	Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΝΑΙΡΕΣΗΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΣΥΜΦΟΡΗΣΗΣ (SBP)	108
3.2.2.	ΤΟΠΙΚΗ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ (LS)	109
3.2.3.	ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΜΕ ΑΠΑΓΟΡΕΥΜΕΝΕΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ (TS)	111
3.2.4.	ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΕΝΗ ΑΝΟΠΤΗΣΗ (SA)	112
3.2.5.	ΜΕΘΟΔΟΣ ΜΙΚΡΟΥ - ΜΕΓΑΛΟΥ ΒΗΜΑΤΟΣ (LSO)	114
3.2.6.	ΧΑΛΑΡΩΣΗ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΩΝ ΚΑΤΑ LANGRANGE (LR)	116
3.2.7.	ΚΑΝΟΝΕΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ (DR)	116
3.2.8.	ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ (NN)	126
3.2.9.	ΈΜΠΕΙΡΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ (ES) ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΝΩΣΗΣ (KBS)	128
3.2.10.	ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ (GA).....	133
3.3.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	133
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:	ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΤΗΣ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ	139
4.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	139

4.2.	ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ	141
4.2.1.	ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΛΥΣΕΩΝ	143
4.2.2.	ΓΕΝΕΤΙΚΟΙ ΤΕΛΕΣΤΕΣ	148
4.2.3.	ΕΠΙΛΟΓΗ.....	167
4.2.4.	ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΟΥ.....	174
4.2.5.	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ	176
4.3.	ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ.....	179
4.3.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	179
4.3.2.	ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ.....	180
4.3.3.	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΛΑΣΣΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΩΝ	182
4.3.4.	ΑΣΑΦΗ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΑ.....	190
4.3.5.	ΓΛΩΣΣΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ.....	193
4.3.6.	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ	208
4.4.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	209
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5:	ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	215
5.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	215
5.2.	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	216
5.2.1.	ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ	216
5.2.2.	ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ	218
5.3.	ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΠΛΑΝΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ.....	220
5.3.1.	ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ	220
5.3.2.	ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ	222
5.3.3.	ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ	229
5.3.4.	ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΩΝ ΛΥΣΕΩΝ	252
5.3.5.	ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ 2-TUPLE LOWA.....	255
5.3.6.	ΜΟΡΦΟΠΟΙΗΣΗ ΤΕΛΙΚΟΥ ΠΛΑΝΟΥ	258
5.4.	ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	261
5.4.1.	ΚΕΝΤΡΙΚΟΣ ΕΞΥΠΗΡΕΤΗΤΗΣ.....	262

5.4.2.	ΠΡΑΚΤΟΡΕΣ.....	276
5.5.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	281
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6:	ΕΦΑΡΜΟΓΗ.....	285
6.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	285
6.2.	ΔΙΕΘΝΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ (BENCHMARK).....	286
6.2.1.	ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ.....	287
6.2.2.	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	288
6.3.	ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑ ΞΥΛΕΙΑΣ VARXIL.....	300
6.3.1.	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	300
6.3.2.	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ.....	305
6.3.3.	ΚΑΤΑΡΤΙΣΗ ΠΛΑΝΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ.....	307
6.4.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	310
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7:	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ.....	315
7.1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	315
7.2.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	316
7.3.	ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ.....	318
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ		323
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ		347
ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΕΙΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ.....		347
ΣΕΙΡΑ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ.....		347
ΣΕΙΡΑ ΕΡΓΑΣΙΩΝ.....		349
ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΛΙΣΤΑ ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΩΝ.....		351
ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΣΧΕΣΗΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΖΕΥΓΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ.....		354
ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΓΡΑΦΟΥ.....		355
ΧΡΗΣΗ ΚΑΝΟΝΩΝ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ.....		356
ΛΙΣΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΑΠΟ ORLib.....		360
ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΔΙΕΘΝΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ.....		363
ΛΙΣΤΑ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ.....		386

Ευρετήριο πινάκων και εικόνων

ΕΙΚΟΝΑ Ε.Π.1 ΣΥΜΒΟΛΗ ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ	23
ΕΙΚΟΝΑ Ε.Π.2 ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ	27
ΕΙΚΟΝΑ Ε.Π.3 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ	28
ΕΙΚΟΝΑ Ε.Π.4 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΟΗΣ ΓΕΝΕΤΙΚΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	31
ΕΙΚΟΝΑ Ε.Π.5 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ FEDRA	39
ΕΙΚΟΝΑ Ε.Π.6 ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΜΗΝ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ FEDRA	52
ΕΙΚΟΝΑ Ε.Π.7 ΔΟΜΙΚΟΙ ΛΙΘΟΙ ΚΕΝΤΡΙΚΟΥ ΕΞΥΠΗΡΕΤΗΤΗ	53
ΕΙΚΟΝΑ Ε.Π.8 ΔΟΜΙΚΟΙ ΛΙΘΟΙ ΠΡΑΚΤΟΡΩΝ	53
ΕΙΚΟΝΑ Ε.Π.9 ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΟΘΟΝΗ ΑΠΟ ΤΟ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ FEDRA	54
ΕΙΚΟΝΑ 1.1 ΣΥΜΒΟΛΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ	67
ΕΙΚΟΝΑ 1.2 ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ	70
ΕΙΚΟΝΑ 2.1 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ OLHAGER ΓΙΑ ΕΠΙΛΟΓΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΟΤΕΡΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ	78
ΕΙΚΟΝΑ 2.2 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΟΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΣΕ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ	79
ΕΙΚΟΝΑ 2.3 ΣΧΕΣΗ ΟΓΚΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΠΟΙΚΙΛΙΑΣ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ ΣΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	84
ΕΙΚΟΝΑ 2.4 ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ	93
ΠΙΝΑΚΑΣ 2.5 ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ	94
ΕΙΚΟΝΑ 3.1 ΠΛΗΡΗΣ ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΗ ΑΠΛΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 3x1	104
ΕΙΚΟΝΑ 3.2 ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΥ ΠΛΑΝΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΤΕΧΝΙΚΗ ΕΠΕΚΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΟΡΙΟΘΕΤΗΣΗΣ	105
ΕΙΚΟΝΑ 3.3 ΒΗΜΑΤΑ ΕΥΡΕΣΗ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ ΜΕ ΤΟΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟ ΑΠΟΙΚΙΑΣ ΜΥΡΜΗΚΙΩΝ	106
ΠΙΝΑΚΑΣ 3.4 ΒΑΣΙΚΟΙ ΚΑΝΟΝΕΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ	119
ΕΙΚΟΝΑ 3.5 ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ ΔΙΚΤΥΟΥ HOPFIELD	127
ΕΙΚΟΝΑ 3.6 ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΕΜΠΕΙΡΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	131
ΕΙΚΟΝΑ 4.1 ΒΑΣΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ ΓΕΝΕΤΙΚΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	142
ΕΙΚΟΝΑ 4.2 ΧΡΩΜΟΣΩΜΑ ΜΕ ΔΥΑΔΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ	144
ΕΙΚΟΝΑ 4.3 ΧΡΩΜΟΣΩΜΑ ΜΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ	144
ΕΙΚΟΝΑ 4.4 ΧΡΩΜΟΣΩΜΑ ΜΕ ΣΥΜΒΟΛΑ	144
ΕΙΚΟΝΑ 4.5 ΧΡΩΜΟΣΩΜΑ ΜΕ ΔΕΝΔΡΙΚΕΣ ΔΟΜΕΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	144
ΕΙΚΟΝΑ 4.6 ΕΦΙΚΤΕΣ, ΑΝΕΦΙΚΤΕΣ ΚΑΙ ΑΚΥΡΕΣ ΛΥΣΕΙΣ	145
ΕΙΚΟΝΑ 4.7 ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ ΓΕΝΟΤΥΠΟΥ ΜΕ ΦΑΙΝΟΤΥΠΟ	146
ΕΙΚΟΝΑ 4.8 ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ ΜΟΝΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ	149
ΕΙΚΟΝΑ 4.9 ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ ΑΝΤΑΛΛΑΓΗΣ ΥΠΟΣΥΝΟΛΩΝ	150
ΕΙΚΟΝΑ 4.10 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ ΣΕ ΔΥΣΔΙΑΣΤΑΤΟ ΧΩΡΟ	152
ΕΙΚΟΝΑ 4.11 ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ ΑΝΑΜΕΙΞΗΣ ΣΕ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΟ ΧΩΡΟ	153
ΕΙΚΟΝΑ 4.12 ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΕΙΣ ΑΝΑΜΕΙΞΗΣ ΣΕ ΔΥΣΔΙΑΣΤΑΤΟ ΧΩΡΟ	153
ΕΙΚΟΝΑ 4.13 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗΣ ΣΥΝΤΗΣΗΣ	154
ΕΙΚΟΝΑ 4.14 ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ ΣΕΙΡΑΣ	156

ΕΙΚΟΝΑ 4.15 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ ΣΕΙΡΑΣ	157
ΕΙΚΟΝΑ 4.16 ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ ΜΕΡΙΚΗΣ ΤΑΥΤΙΣΗΣ	158
ΕΙΚΟΝΑ 4.17 ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ ΒΑΣΕΙ ΘΕΣΗΣ	159
ΕΙΚΟΝΑ 4.18 ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ ΒΑΣΕΙ ΣΕΙΡΑΣ ΚΑΤΑ SYSWERDA	160
ΕΙΚΟΝΑ 4.19 ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΥΚΛΙΚΩΝ ΔΙΑΔΡΟΜΩΝ ΚΑΤΑ OLIVER, SMITH ΚΑΙ HOLLAND	160
ΕΙΚΟΝΑ 4.20 ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ ΜΟΝΟΠΑΤΙΩΝ	161
ΕΙΚΟΝΑ 4.21 ΜΕΤΑΛΛΑΞΗ ΤΥΧΑΙΑΣ ΑΝΩΜΑΛΙΑΣ	162
ΕΙΚΟΝΑ 4.22 ΜΕΤΑΛΛΑΞΗ ΑΝΤΙΜΕΤΑΘΕΣΗΣ.....	163
ΕΙΚΟΝΑ 4.23 ΜΕΤΑΛΛΑΞΗ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ	163
ΕΙΚΟΝΑ 4.24 ΜΕΤΑΛΛΑΞΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗΣ	163
ΕΙΚΟΝΑ 4.25 ΜΕΤΑΛΛΑΞΗ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ	164
ΕΙΚΟΝΑ 4.26 ΜΕΤΑΛΛΑΞΗ ΜΟΝΟΠΑΤΙΩΝ.....	166
ΕΙΚΟΝΑ 4.27 ΕΠΙΛΟΓΗ ΡΟΥΛΕΤΑΣ.....	169
ΕΙΚΟΝΑ 4.28 ΕΝΙΑΙΑ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΚΑΤΑ BAKER	169
ΕΙΚΟΝΑ 4.29 ΜΑΣΚΑ ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΥ ΣΥΓΚΛΙΣΗΣ ΓΕΝΟΤΥΠΟΥ	175
ΕΙΚΟΝΑ 4.30 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΛΗΨΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ.....	180
ΕΙΚΟΝΑ 4.31 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΗΣ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ	182
ΕΙΚΟΝΑ 4.32 ΛΟΓΙΚΗ ΔΥΟ ΤΙΜΩΝ.....	191
ΕΙΚΟΝΑ 4.33 ΛΟΓΙΚΗ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΤΙΜΩΝ.....	192
ΕΙΚΟΝΑ 4.34 ΣΗΜΑΣΙΟΛΟΓΙΑ ΓΛΩΣΣΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ.....	193
ΕΙΚΟΝΑ 4.35 ΣΥΝΟΛΟ ΕΝΝΕΑ ΛΕΚΤΙΚΩΝ ΟΡΩΝ	196
ΕΙΚΟΝΑ 4.36 ΠΑΡΑΛΛΑΓΕΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ	198
ΕΙΚΟΝΑ 4.37 ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΟ ΣΥΝΟΛΟ ΕΠΤΑ ΟΡΩΝ	198
ΕΙΚΟΝΑ 4.38 ΜΗ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΟ ΣΥΝΟΛΟ ΕΠΤΑ ΟΡΩΝ	199
ΕΙΚΟΝΑ 4.39 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΠΡΟΕΚΤΑΣΗΣ	201
ΕΙΚΟΝΑ 4.40 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΣΥΜΒΟΛΙΚΗΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ	202
ΕΙΚΟΝΑ 4.41 ΑΣΑΦΕΙΣ ΓΛΩΣΣΙΚΟΙ ΠΟΣΟΤΙΚΟΠΟΙΗΤΕΣ	204
ΕΙΚΟΝΑ 5.1 ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΜΕΘΟΔΟΛΙΑΣ FEDRA.....	217
ΕΙΚΟΝΑ 5.2 ΛΟΓΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ FEDRA.....	218
ΕΙΚΟΝΑ 5.3 ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ Z	223
ΕΙΚΟΝΑ 5.4 ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ S	224
ΕΙΚΟΝΑ 5.5 ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ Π.....	225
ΕΙΚΟΝΑ 5.6 ΑΣΑΦΟΠΟΙΗΣΗ ΤΙΜΩΝ ΜΕ ΔΙΠΛΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ.....	229
ΕΙΚΟΝΑ 5.7 ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ	229
ΕΙΚΟΝΑ 5.8 ΣΤΟΧΟΙ ΕΓΓΕΝΩΣ ΥΠΟΣΤΗΡΙΖΟΜΕΝΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΚΑΤΑΛΛΗΛΟΤΗΤΑΣ.....	241
ΕΙΚΟΝΑ 5.9 ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗ ΣΕΙΡΑΣ (ΟΧ) ΣΕ ΕΝΑ 2Χ3 ΠΡΟΒΛΗΜΑ	245
ΕΙΚΟΝΑ 5.10 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΟΗΣ ΔΙΑΣΤΑΥΡΩΣΗΣ ΣΥΝΤΗΞΗΣ.....	246
ΕΙΚΟΝΑ 5.11 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΥΞΗΣΗΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ ΓΙΑ ΤΟΝ ΑΠΕΓΚΛΩΒΙΣΜΟ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ.....	251

ΕΙΚΟΝΑ 5.12 ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ FEDRA.....	261
ΕΙΚΟΝΑ 5.13 ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΚΕΝΤΡΙΚΟΥ ΕΞΥΠΗΡΕΤΗΤΗ FEDRA.....	262
ΕΙΚΟΝΑ 5.14 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΦΟΡΤΩΣΗΣ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΔΟΜΙΚΩΝ ΛΙΘΩΝ ΚΕΝΤΡΙΚΟΥ ΕΞΥΠΗΡΕΤΗΤΗ	262
ΕΙΚΟΝΑ 5.15 ΚΟΝΣΟΛΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΕΝΤΡΙΚΟΥ ΕΞΥΠΗΡΕΤΗΤΗ	263
ΕΙΚΟΝΑ 5.16 ΑΦΑΙΡΕΤΙΚΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΒΑΣΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	264
ΕΙΚΟΝΑ 5.17 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΛΑΣΕΩΝ ΔΙΑΔΙΚΤΥΑΚΟΥ ΔΙΑΚΟΜΙΣΤΗ.....	265
ΕΙΚΟΝΑ 5.18 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΛΑΣΕΩΝ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	266
ΕΙΚΟΝΑ 5.19 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΛΑΣΕΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ	267
ΕΙΚΟΝΑ 5.20 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΛΑΣΕΩΝ 2-TUPLE LOWA.....	267
ΕΙΚΟΝΑ 5.21 ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ ΚΕΝΤΡΙΚΟΥ ΕΞΥΠΗΡΕΤΗΤΗ ΜΕ ΠΡΑΚΤΟΡΕΣ	268
ΕΙΚΟΝΑ 5.22 INTERFACE ΑΝΤΛΗΣΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΑΠΟ ERP ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	270
ΕΙΚΟΝΑ 5.23 INTERFACE ΕΝΗΜΕΡΩΣΗΣ ERP ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ.....	271
ΕΙΚΟΝΑ 5.24 ΣΥΝΔΕΣΗ ΜΕ ΆΛΛΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ.....	272
ΕΙΚΟΝΑ 5.25 ΤΑΥΤΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΗΣΤΗ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ FEDRA	273
ΕΙΚΟΝΑ 5.26 ΠΑΡΑΘΥΡΟ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΠΡΑΚΤΟΡΩΝ FEDRA	274
ΕΙΚΟΝΑ 5.27 ΕΠΙΛΟΓΗ ΚΡΙΤΗΡΙΩΝ	275
ΕΙΚΟΝΑ 5.28 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΕΛΙΚΟΥ ΠΛΑΝΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ.....	276
ΕΙΚΟΝΑ 5.29 ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΗ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΠΡΑΚΤΟΡΩΝ FEDRA.....	277
ΕΙΚΟΝΑ 5.30 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ SECURITY ID	278
ΕΙΚΟΝΑ 5.31 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΛΑΣΕΩΝ ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ	279
ΕΙΚΟΝΑ 5.32 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΛΑΣΕΩΝ ΓΕΝΕΤΙΚΩΝ ΤΕΛΕΣΤΩΝ	280
ΠΙΝΑΚΑΣ 6.1 ΔΙΕΘΝΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ.....	287
ΕΙΚΟΝΑ 6.2 ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΔΙΕΘΝΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ	288
ΠΙΝΑΚΑΣ 6.3 Το ΠΡΟΒΛΗΜΑ FT06	289
ΠΙΝΑΚΑΣ 6.4 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΧΡΟΝΟ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ	290
ΠΙΝΑΚΑΣ 6.5 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΧΡΟΝΟ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΠΟΥ ΕΠΕΤΑΙ	291
ΕΙΚΟΝΑ 6.6 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ GANTT ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΗΣ ΛΥΣΗΣ ΓΙΑ ΤΟ FT06 ΜΕ FPLW	291
ΕΙΚΟΝΑ 6.7 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ GANTT ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΗΣ ΛΥΣΗΣ ΓΙΑ ΤΟ FT06 ΜΕ LPT.....	292
ΕΙΚΟΝΑ 6.8 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ GANTT ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΗΣ ΛΥΣΗΣ ΓΙΑ ΤΟ FT06 ΜΕ SPT.....	292
ΕΙΚΟΝΑ 6.9 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ GANTT ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΗΣ ΛΥΣΗΣ ΓΙΑ ΤΟ FT06 ΜΕ LWKR	292
ΕΙΚΟΝΑ 6.10 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ GANTT ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΗΣ ΛΥΣΗΣ ΓΙΑ ΤΟ FT06 ΜΕ MWKR	292
ΕΙΚΟΝΑ 6.11 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ GANTT ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΗΣ ΛΥΣΗΣ ΓΙΑ ΤΟ FT06 ΜΕ LNS	293
ΕΙΚΟΝΑ 6.12 ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ FT06.....	294
ΕΙΚΟΝΑ 6.13 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ GANTT ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΗΣ ΛΥΣΗΣ ΓΙΑ ΤΟ FT10 ΜΕ FPLW	295
ΠΙΝΑΚΑΣ 6.14 ΜΑΚΕΣΡΑΝ ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΩΝ ΛΥΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ FT10.....	296
ΕΙΚΟΝΑ 6.15 ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ FT10.....	296
ΠΙΝΑΚΑΣ 6.16 ΜΑΚΕΣΡΑΝ ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΩΝ ΛΥΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ FT20.....	297
ΕΙΚΟΝΑ 6.17 ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ FT20.....	298

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.18 ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΚΑΝΟΝΩΝ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ	298
ΠΙΝΑΚΑΣ 6.19 ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΗΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ	299
ΠΙΝΑΚΑΣ 6.20 ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ ΑΝΑ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ	301
ΕΙΚΟΝΑ 6.21 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΞΥΛΕΙΑΣ ΜΑΣΙΦ	302
ΕΙΚΟΝΑ 6.22 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΚΑΠΛΑΜΑΔΩΝ	303
ΕΙΚΟΝΑ 6.23 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ	303
ΠΙΝΑΚΑΣ 6.24 ΦΑΣΕΙΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	304
ΕΙΚΟΝΑ 6.25 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΩΝ ΣΤΟ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ	305
ΕΙΚΟΝΑ 6.26 ΕΠΙΛΟΓΗ ΑΣΑΦΟΥΣ ΠΟΣΟΤΙΚΟΠΟΙΗΤΗ	309
ΕΙΚΟΝΑ 6.27 ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΠΛΑΝΩΝ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ.....	310
ΕΙΚΟΝΑ Π.1 ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΩΜΟΣΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΣΕΙΡΑΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ	348
ΕΙΚΟΝΑ Π.2 ΑΠΛΟ 3x3 ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ	349
ΕΙΚΟΝΑ Π.3 ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΟ ΠΛΑΝΟ ΑΠΟ ΧΡΩΜΟΣΩΜΑ ΜΕ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΣΕΙΡΑΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ	349
ΕΙΚΟΝΑ Π.4 ΒΗΜΑ 1 ^ο ΣΤΗΝ ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΩΜΟΣΩΜΑΤΟΣ ΣΕΙΡΑΣ ΕΡΓΑΣΙΩΝ	350
ΕΙΚΟΝΑ Π.5 ΒΗΜΑ 2 ^ο ΣΤΗΝ ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΩΜΟΣΩΜΑΤΟΣ ΣΕΙΡΑΣ ΕΡΓΑΣΙΩΝ	350
ΕΙΚΟΝΑ Π.6 ΤΕΛΙΚΟ ΠΛΑΝΟ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΩΜΟΣΩΜΑΤΟΣ ΣΕΙΡΑΣ ΕΡΓΑΣΙΩΝ	351
ΕΙΚΟΝΑ Π.7 ΒΗΜΑ 1 ^ο ΣΤΗΝ ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΩΜΟΣΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΛΙΣΤΑ ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΩΝ	352
ΕΙΚΟΝΑ Π.8 ΒΗΜΑ 2 ^ο ΣΤΗΝ ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΩΜΟΣΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΛΙΣΤΑ ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΩΝ	352
ΕΙΚΟΝΑ Π.9 ΒΗΜΑ 3 ^ο ΣΤΗΝ ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΩΜΟΣΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΛΙΣΤΑ ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΩΝ	353
ΕΙΚΟΝΑ Π.10 ΒΗΜΑ 4 ^ο ΣΤΗΝ ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΩΜΟΣΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΛΙΣΤΑ ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΩΝ	353
ΕΙΚΟΝΑ Π.11 ΒΗΜΑ 5 ^ο ΣΤΗΝ ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΩΜΟΣΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΛΙΣΤΑ ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΩΝ	353
ΕΙΚΟΝΑ Π.12 ΤΕΛΙΚΟ ΠΛΑΝΟ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΩΜΟΣΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΛΙΣΤΑ ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΩΝ	354
ΕΙΚΟΝΑ Π.13 ΠΙΘΑΝΗ ΛΥΣΗ ΤΟΥ ΑΠΛΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ 3x3.....	354
ΕΙΚΟΝΑ Π.14 ΓΡΑΦΟΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	355
ΕΙΚΟΝΑ Π.15 ΧΡΩΜΟΣΩΜΑ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ ΓΡΑΦΟΥ.....	356
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.16 ΔΙΑΘΕΣΙΜΟΙ ΚΑΝΟΝΕΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ	357
ΕΙΚΟΝΑ Π.17 ΠΡΩΤΗ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΥΣ ΚΑΝΟΝΕΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ	358
ΕΙΚΟΝΑ Π.18 ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΥΣ ΚΑΝΟΝΕΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ	358
ΕΙΚΟΝΑ Π.19 ΤΡΙΤΗ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΥΣ ΚΑΝΟΝΕΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ	359
ΕΙΚΟΝΑ Π.20 ΤΕΛΙΚΟ ΠΛΑΝΟ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΥΣ ΚΑΝΟΝΕΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ	359
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.21 ΛΙΣΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ORLib.....	362
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.22 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ FT06.....	363
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.23 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ FT10.....	364
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.24 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ FT20.....	365
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.25 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ LA02.....	366
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.26 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ LA03.....	366
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.27 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ LA19.....	367
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.28 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ LA20.....	368

ΠΙΝΑΚΑΣ Π.29 Το ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΛΑ21.....	369
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.30 Το ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΛΑ25.....	370
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.31 Το ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΛΑ26.....	372
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.32 Το ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΛΑ29.....	373
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.33 Το ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΛΑ38 ΜΕΡΟΣ 1 ΑΠΟ 2	374
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.34 Το ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΛΑ38 ΜΕΡΟΣ 2 ΑΠΟ 2	375
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.35 Το ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΛΑ39 ΜΕΡΟΣ 1 ΑΠΟ 2	376
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.36 Το ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΛΑ39 ΜΕΡΟΣ 2 ΑΠΟ 2	377
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.37 Το ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΛΑ40 ΜΕΡΟΣ 1 ΑΠΟ 2	378
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.38 Το ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΛΑ40 ΜΕΡΟΣ 2 ΑΠΟ 2	379
ΠΙΝΑΚΑΣ Π.39 Το ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΑ80	385



Ευρεία περίληψη

Ευρεία περίληψη

Εισαγωγή

Η σημερινή παγκόσμια αγορά έχει μετατραπεί τα τελευταία χρόνια σε ένα πολύ δυναμικό χώρο μέσα στον οποίο κυριαρχεί ο πολύ έντονος ανταγωνισμός. Η ανάγκη για υψηλότερη απόδοση, υψηλότερη ποιότητα, μεγαλύτερη ευελιξία, χαμηλό κόστος, άμεση ικανοποίηση των πελατών έχει αλλάξει σε μεγάλο βαθμό το προφίλ και τα πλάνα πολλών επιχειρήσεων. Η μεγάλη πρόκληση για τις σημερινές επιχειρήσεις δεν είναι μόνο να προσαρμόζονται γρήγορα στο συνεχώς μεταβαλλόμενο περιβάλλον αλλά και να αποκτούν πλεονεκτήματα απέναντι των ανταγωνιστών.

Για πολλές επιχειρήσεις η διαδικασία προσαρμογής στο νέο επιχειρηματικό περιβάλλον εκλαμβάνεται ως προσπάθεια για εύρεση νέων τρόπων οργάνωσης και διαχείρισης της παραγωγής τους. Έχει αποδειχθεί στην πράξη ότι η βέλτιστη αξιοποίηση των πόρων μιας εταιρίας αποτελεί το κλειδί για τη διασφάλιση της επιτυχούς εξέλιξης και συνεχούς ανάπτυξη της εταιρίας αυτής. Όπως φάνηκε και στην πρόσφατη οικονομική κρίση, οι επιχειρήσεις οι οποίες είχαν επενδύσει στη σχεδίαση πολιτικών αντιμετώπισης των κρίσιμων αυτών θεμάτων, δεν δυσκολεύτηκαν στο να ανταποκριθούν στο σκληρό ανταγωνισμό στα πλαίσια ενός πολύ ευμετάβλητου οικονομικού περιβάλλοντος, ενώ

παράλληλα κατάφεραν να επιταχύνουν τις παραγωγικές τους διαδικασίες και να βελτιώσουν την απόδοσή τους, ισχυροποιώντας τη θέση τους στην παγκόσμια αγορά.

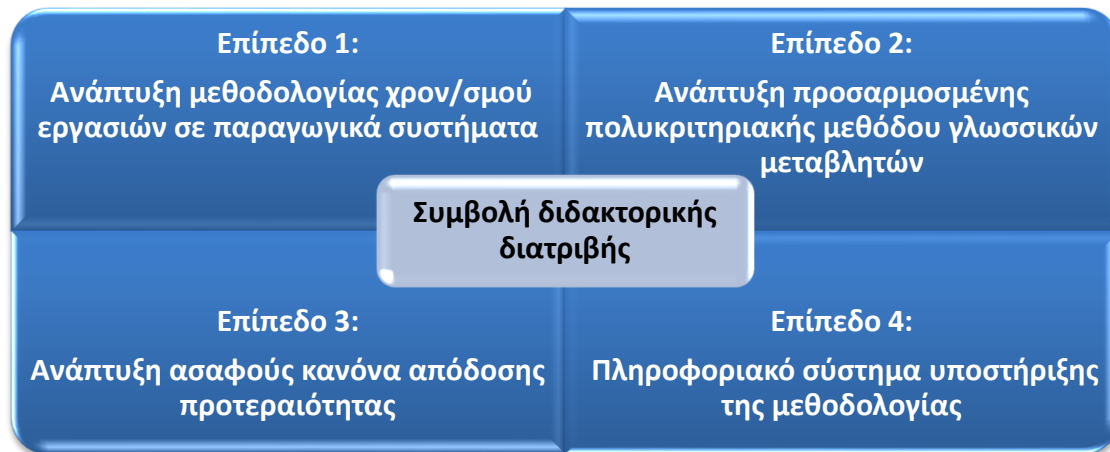
Σε αυτό το πλαίσιο και αναγνωρίζοντας το γεγονός ότι ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής αποτελεί τμήμα άρρηκτα συνδεδεμένο με τη διαχείριση κάθε παραγωγικού συστήματος, διαφαίνεται η κρισιμότητα που κατέχει το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού στο σύγχρονο οικονομικό περιβάλλον που διαμορφώνεται.

Το γενικότερο πρόβλημα της διαχείρισης και του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής αποτελεί αποδεδειγμένα ένα από τα δυσκολότερα προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας και απασχολεί την ακαδημαϊκή κοινότητα για μεγάλο χρονικό διάστημα. Η εντατική αυτή ενασχόληση δεν είναι τυχαία, αφού η σωστή και αποτελεσματική αντιμετώπιση του προβλήματος από μια επιχείρηση προσφέρει σημαντικά ανταγωνιστικά πλεονεκτήματα.

Με βάση τα παραπάνω, το αντικείμενο της διατριβής είναι ο σχεδιασμός και ανάπτυξη ευφυιών εργαλείων τα οποία διαχειρίζονται τους πόρους παραγωγικών συστημάτων. Ειδικότερα, δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στην ανάπτυξη ευφυιών εργαλείων που αντιμετωπίζουν το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βέλτιστα, αξιοποιώντας όσο το δυνατόν πιο αποδοτικά τους διαθέσιμους πόρους του παραγωγικού συστήματος.

Στόχος της διδακτορικής διατριβής, στην οποία βασίζεται η μεθοδολογία και τα σχετιζόμενα συστήματα που αναπτύσσονται, είναι η συμβολή στην αναγνώριση όλων των παραμέτρων του προβλήματος, στην εμπεριστατωμένη ανάλυση των μεταξύ τους αλληλεπιδράσεων και τελικά στη διαμόρφωση αλγόριθμων και μεθοδολογιών που θα οδηγούν στην εύρεση καλών λύσεων με βάση τα κριτήρια του κέντρου λήψης αποφάσεων. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην ανάπτυξη των επιμέρους πρωτότυπων πολυκριτηριακών μεθοδολογιών, ώστε να μοντελοποιούν επαρκώς τα ποιοτικά χαρακτηριστικά των επιδόσεων των δυνατών επιλογών στα κριτήρια του προβλήματος, αποτελώντας μία ικανή και επαρκή βάση για την επίλυση προβλημάτων διαχείρισης παραγωγικών συστημάτων.

Η συμβολή της παρούσας διδακτορικής διατριβής εντοπίζεται σε τέσσερα (4) επίπεδα όπως απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Εικόνα Ε.Π.1 Συμβολή διδακτορικής διατριβής

Αναλυτικότερα, σε πρώτο επίπεδο η διδακτορική διατριβή συμβάλει στην επιστήμη προσφέροντας την ολοκληρωμένη μεθοδολογία χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με το όνομα FEDRA (Fuzzy Evolutionary Dispatching Rule Algorithm). Η μεθοδολογία διαμορφώνει κατάλληλο παραγωγικό μοντέλο με βάση το οποίο εκτελεί εξελικτική αναζήτηση για τον εντοπισμό των βέλτιστων πλάνων παραγωγής ως προς πολλαπλά κριτήρια. Τα αποτελέσματα της εξελικτικής αναζήτησης αναλύονται στατιστικά με στόχο τον προσδιορισμό των ακολουθιών που προσδίδουν βέλτιστα χαρακτηριστικά στις προτεινόμενες λύσεις ενώ στη συνέχεια τα κέντρα λήψης αποφάσεων εισάγουν τις προτιμήσεις τους και αξιολογήσουν, χρησιμοποιώντας λεκτικές μεταβλητές, τα παραγόμενα πλάνα. Όλες οι προτιμήσεις των αποφασιζόντων μαζί με τα αποτελέσματα των προηγούμενων σταδίων αξιολογούνται με τη χρήση της προτεινόμενης πολυκριτηριακής ανάλυσης 2-tuple LOWA και αποτέλεσμα αυτής της εργασίας είναι το τελικό προτεινόμενο πλάνο παραγωγής.

Σε δεύτερο επίπεδο, η διατριβή συμβάλει στην ανάπτυξη πρότυπων τεχνικών, που έγκειται στο ευρύτερο επιστημονικό πεδίο της πολυκριτηριακής υποστήριξης αποφάσεων, προσαρμοσμένες κατάλληλα στο υφιστάμενο πρόβλημα. Η προτεινόμενη πολυκριτηριακή μέθοδος αξιολογεί διάφορες αντικρουόμενες προτεραιότητες που αφορούν στον ορισμό του πλάνου παραγωγής, με στόχο τη διαμόρφωση ενός τελικού βέλτιστου πλάνου. Η σύνθεση γίνεται μέσω γλωσσικών μεταβλητών, με σκοπό την αναγνώριση εκείνων που εξυπηρετούν σε μεγαλύτερο βαθμό τα ενδιαφέροντα των εμπλεκομένων. Η πολυκριτηριακή αυτή μέθοδος στηρίζεται στον τελεστή «LOWA», με την αναπαράσταση των γλωσσικών μεταβλητών να γίνεται με βάση την «2-tuple» προσέγγιση.

Το τρίτο επίπεδο συμβολής της διδακτορικής διατριβής εντοπίζεται στον προτεινόμενο κανόνα απόδοσης προτεραιότητας Fuzzy Process time with Longest number of successors and the most Work remaining (FPLW). Ο κανόνας αυτός αποδίδει προτεραιότητες στις διεργασίες μέσα από μια ασαφή αξιολόγηση τριών κύριων χαρακτηριστικών τους.

Τελευταίο επίπεδο συμβολής της διδακτορικής διατριβής αποτελεί ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη ενός ολοκληρωμένου πληροφοριακού συστήματος, το οποίο υποστηρίζει την προτεινόμενη μεθοδολογία σε όλο της το φάσμα.

Περιγραφή του προβλήματος

Στο σύγχρονο ταχέως μεταβαλλόμενο οικονομικό περιβάλλον τα παραγωγικά συστήματα έχουν αρχίσει να υιοθετήσουν νέα μοντέλα παραγωγής με στόχο να πετύχουν την αύξηση της ποιότητας των προϊόντων, τη μείωση των ενδιάμεσων αποθεμάτων, τη μείωση των χρόνων επεξεργασίας και την αύξηση της ευελιξίας τους. Οι νέες μέθοδοι έχουν ως βασικό στόχο την αποδοτικότερη και αποτελεσματικότερη αντιμετώπιση πρακτικών θεμάτων που αφορούν στις κυριότερες παραγωγικές πολιτικές (production policies) που ακολουθούνται από τις σημερινές επιχειρήσεις:

- παραγωγή για απόθεμα (make to stock, MTS)
- παραγωγή για παραγγελία (make to order, MTO)
- σχεδίαση για παραγγελία (engineer / design to order, ETO)
- σύγχρονη παραγωγή (Just-in-Time, JIT)

Όσον αφορά το θέμα του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής, η λειτουργία αυτή αλληλεπιδρά με πολλές άλλες λειτουργίες του παραγωγικού συστήματος όπως είναι ο σχεδιασμός παραγωγής και ο σχεδιασμός της δυναμικότητας της παραγωγής. Ο τρόπος αυτής της αλληλεπίδρασης εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της κάθε επιχείρησης και διαφέρει από το ένα περιβάλλον στο άλλο.

Με στόχο τον εντοπισμό αυτών των αλληλεπιδράσεων, στο δεύτερο κεφάλαιο της παρούσας διατριβής γίνεται μια εκτενής ανάλυση των σύγχρονων παραγωγικών συστημάτων, τα οποία κατηγοριοποιούνται με βάση:

- τη σύνθεση ή τη διάταξη των τμημάτων που απαρτίζουν τις παραγωγικές μονάδες,
- τον αριθμό των μηχανών ή άλλων παραγωγικών μονάδων,
- τη ροή των υλικών και προϊόντων μέσα στην παραγωγική διαδικασία,

- την ευελιξία τους και
- το επίπεδο αυτοματοποίησης.

Οι βασικές κατηγορίες παραγωγικών συστημάτων που προκύπτουν από την παραπάνω διαδικασία και αναλύονται στο κεφάλαιο 2 είναι οι ακόλουθες:

- Συστήματα μιας μηχανής (single machine shop)
- Συστήματα παράλληλων μηχανών (parallel machine shop)
- Συστήματα συνεχούς ροής (flow shop)
- Συστήματα κατά παραγγελία (job shop)
- Συστήματα συναρμολόγησης (assembly shop)
- Κυψελοειδείς συστήματα παραγωγής (manufacturing cell)
- Συστήματα μαζικής παραγωγής (batch shop)
- Συστήματα πολυεπεξεργασιών (multi-processor task system)
- Συστήματα μηχανών πολλαπλής χρήσης (multi-purpose machine shop)
- Συστήματα έγκαιρης παράδοσης (just-in-time system, jit)

Στόχος αυτής της κατηγοριοποίησης είναι να επιτρέψει τη διάκριση των διαφορετικών εκδοχών με βάση τους παράγοντες που τις διαφοροποιούν και στη συνέχεια να διευκολύνει τη διαφορετική προσέγγιση στο θέμα του χρονοπρογραμματισμού για κάθε εκδοχή.

Έχοντας απομονώσει τις διαφορές των παραγωγικών συστημάτων, μπορεί δοθεί η μαθηματική περιγραφή του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού. Για την αποτύπωση αυτή υιοθετείται η μέθοδος του Graham η οποία στηρίζεται σε 3 διακριτά πεδία (Graham, Lawler, Lenstra, & Rinnooy Kan, 1979):

$$\alpha|\beta|\gamma \quad (\text{Ε.Π. 1})$$

όπου:

α : το σύστημα παραγωγής,

β : οι περιορισμοί και άλλα χαρακτηριστικά,

γ : το αντικειμενικό μέτρο ποιότητας ή αλλιώς το κριτήριο.

Οι δυνατές τιμές των τριών αυτών παραμέτρων περιγράφονται αναλυτικά στην ενότητα “2.4.2 Συμβολισμοί” του κεφαλαίου 2 της παρούσας διδακτορικής διατριβής.

Για το μαθηματικό πρόβλημα αυτό έχει αποδειχτεί ότι η πολυπλοκότητα του αυξάνει εκθετικά με τον αριθμό των παραγγελιών ή/και των πόρων του παραγωγικού συστήματος (Garey, Johnson, & Sethi, 1976). Μία επιπλέον σημαντική δυσκολία που συναντάται στην πράξη, αφορά στο γεγονός ότι οι περιορισμοί του προβλήματος και τα όρια που απορρέουν από αυτούς τους περιορισμούς, μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια της διαδικασίας του χρονοπρογραμματισμού. Έτσι, ο χώρος λύσεων μεταβάλλεται καθώς νέοι περιορισμοί εισάγονται ενώ υπάρχοντες καθίστανται ανενεργοί. Οι παραπάνω δυσκολίες εντάσσουν το γενικό πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής στην κατηγορία προβλημάτων NP-hard και συνάμα το καθιστούν ως ένα από τα δυσκολότερα προβλήματα που αντιμετωπίζει η ακαδημαϊκή κοινότητα (Lawler & Lenstra, 1993) (Lourenco H. R., 1993) (Shakhlevich, Sotskov, & Werner, 2000).

Σύγχρονες τεχνικές χρονοπρογραμματισμού παραγωγής

Στο πλαίσιο της διατριβής πραγματοποιήθηκε ανασκόπηση του υφισταμένου επιπέδου επιστημονικών γνώσεων και εργαλείων σχετικά με το χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής. Πρωταρχικός στόχος αυτής της ανασκόπησης ήταν να διερευνηθεί το εύρος και η αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων μεθόδων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Επιπλέον, εξετάστηκε το κατά πόσο τα αποτελέσματα των σχετικών ερευνητικών προσπαθειών έως σήμερα, καθώς και η χρήση των αντίστοιχων μεθοδολογιών και εργαλείων καλύπτουν επαρκώς το πρόβλημα που καλείται να λύσει η παρούσα διδακτορική διατριβή. Στο πλαίσιο αυτής της διερεύνησης παρουσιάζονται τα κυριότερα αποτελέσματα αλλά και τα κενά και οι ελλείψεις της σχετικής βιβλιογραφίας.

Το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής αποτελεί ένα από τα πιο διαδεδομένα προβλήματα με τα οποία ασχολείται η επιστημονική κοινότητα τον τελευταίο μισό αιώνα. Μέσα σε αυτό το χρονικό διάστημα, πάρα πολλές μαθηματικές προσεγγίσεις έχουν προταθεί. Η βασική κατηγοριοποίηση των υπαρχόντων προσεγγίσεων και μεθόδων για την επίλυση του προβλήματος του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής σχετίζεται με την ποιότητα της επιδιωκόμενης λύσης. Με βάση αυτό το κριτήριο, οι παραπάνω προσεγγίσεις μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

- Μέθοδοι βελτιστοποίησης (optimization methods) όπου εντάσσονται οι μέθοδοι που αποσκοπούν στην εύρεση βέλτιστης λύσης για το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Η συγκεκριμένη κατηγορία μεθόδων

χαρακτηρίζεται από μεγάλους υπολογιστικούς χρόνους λόγω της πολύ αυξημένης δυσκολίας επίλυσης του προβλήματος.

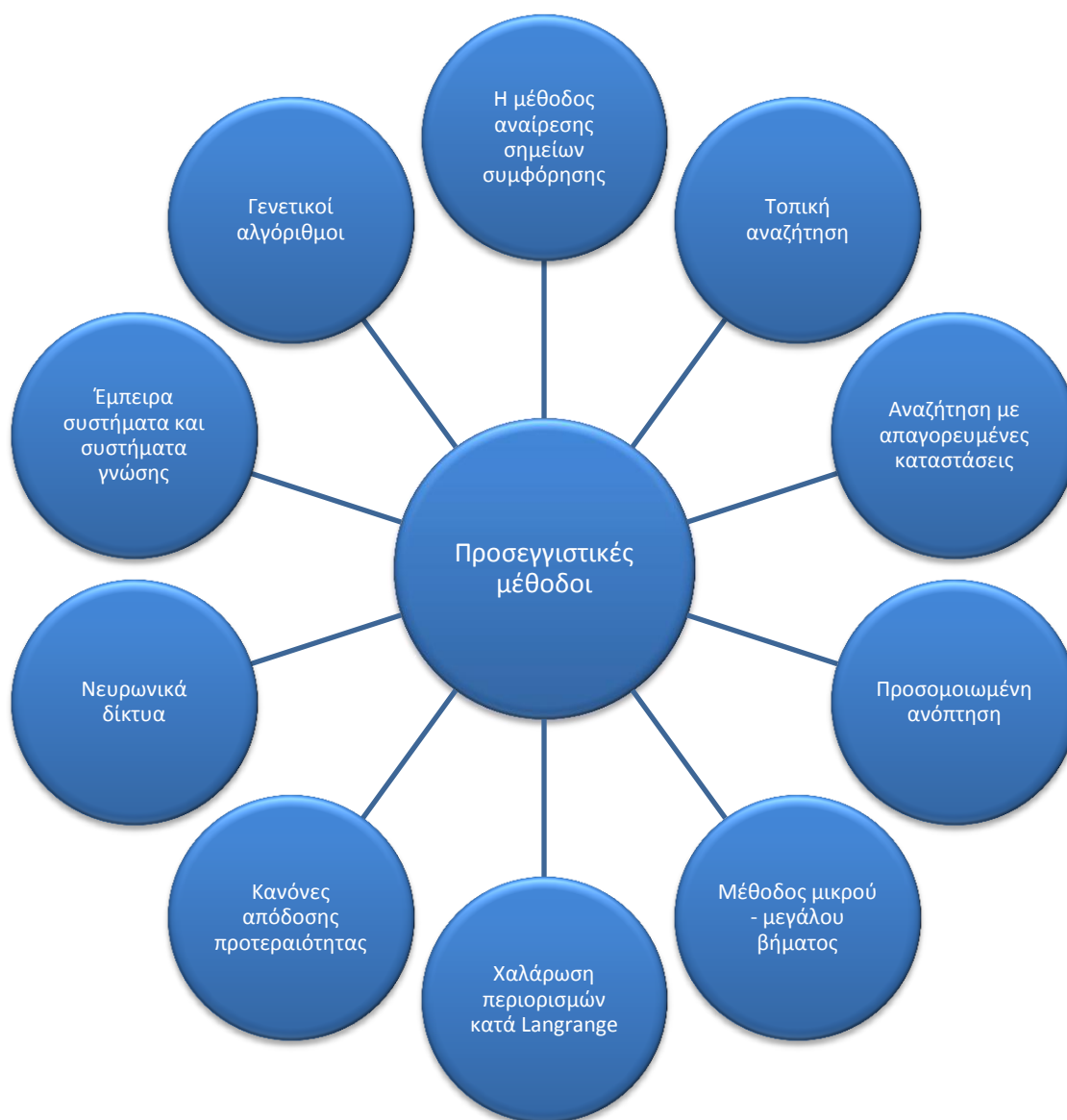
- Προσεγγιστικές μέθοδοι (approximation methods) όπου εντάσσονται οι διάφορες προσεγγιστικές μέθοδοι, οι οποίες, αν και δεν εγγυώνται την εύρεση μιας βέλτιστης λύσης, δίνουν εφικτές (ως προς την πραγματοποίησή τους λύσεις) που δεν απέχουν ιδιαίτερα από τη βέλτιστη, σε σχετικά μικρό χρονικό διάστημα.

Είναι αξιοσημείωτο πως οι πρώτες ερευνητικές προσπάθειες της ακαδημαϊκής κοινότητας στα τέλη της δεκαετίας του '60 αποσκοπούσαν στην εύρεση βέλτιστων λύσεων, με βάση συγκεκριμένες και εξειδικευμένες αντικειμενικές (μαθηματικές) συναρτήσεις. Οι δυσκολίες, όμως, εφαρμογής αυτών των τεχνικών σε πραγματικά προβλήματα, οδήγησαν στην προσπάθεια για την ανάπτυξη κατάλληλων μεθόδων για την εύρεση «σχεδόν βέλτιστων» (near optimal) λύσεων, όπου η προσεγγιστική βελτιστοποίηση είχε ως αποτέλεσμα τη σημαντική μείωση του υπολογιστικού κόστους της λύσης. Αυτός ο προσανατολισμός των ερευνητικών προσπαθειών προς εύρεση καλών και εφικτών λύσεων σε διάφορα σημαντικά προβλήματα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής παραμένει και σήμερα, έχοντας αποκτήσει έναν πιο ξεκάθαρο και μόνιμο χαρακτήρα.

Οι σύγχρονοι επιστημονικοί μέθοδοι που ξεχωρίζουν με την ανασκόπηση του υφιστάμενου επιπέδου επιστημονικών γνώσεων και εργαλείων συνοψίζονται στις ακόλουθες εικόνες.



Εικόνα Ε.Π.2 Μέθοδοι βελτιστοποίησης



Εικόνα Ε.Π.3 Προσεγγιστικές μέθοδοι

Οι παραπάνω μέθοδοι και τα πειραματικά αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή τους στο πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, με εξαίρεση τους γενετικούς, αναλύονται στο κεφάλαιο 2 της παρούσας διδακτορικής διατριβής.

Η ανασκόπηση της υπάρχουσας επιστημονικής γνώσης οδήγησε σε ένα σύνολο από διαπιστώσεις και συμπεράσματα όσον αφορά στην επιστημονική περιοχή της διδακτορικής διατριβής.

Όσον αφορά στη χρήση μεθόδων βελτιστοποίησης, οι έρευνες οδήγησαν στην επίλυση απλουστευμένων περιπτώσεων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής (μικρός αριθμός μηχανών, λίγες παραγγελίες, αρκετές παραδοχές) οι οποίες ουσιαστικά δεν συναντώνται σε πραγματικά βιομηχανικά περιβάλλοντα. Λόγω της εξαιρετικά αυξημένης δυσκολίας στην

κατάστρωση και μοντελοποίηση πραγματικών προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, η χαλάρωση των περιορισμών (constraints relaxation) και οι απαιτούμενες παραδοχές, παρόλο που βοηθούσαν στην υπολογιστική επίλυση των προβλημάτων, τα απομάκρυναν από την πραγματικότητα, με αποτέλεσμα οι όποιες λύσεις να μην έχουν πρακτικό ενδιαφέρον. Αποτέλεσμα είναι σήμερα οι περισσότερες ερευνητικές προσπάθειες να εστιάζονται πλέον στην «προσεγγιστική επίλυση» όλο και περισσότερων πραγματικών προβλημάτων, ενώ λίγες είναι αυτές που ασχολούνται με τη διερεύνηση της χρήσης μεθόδων βελτιστοποίησης σε πραγματικά προβλήματα.

Όσον αφορά τις προσεγγιστικές μέθοδοι, η δυσκολία μοντελοποίησης των προβλημάτων με σύνθετους μαθηματικούς τύπους, λόγω αυξημένης πολυπλοκότητας και ποικιλίας περιορισμών, έχει οδηγήσει τις σύγχρονες επιστημονικές προσπάθειες να εστιάσουν την προσοχή τους στη χρήση μεθόδων τεχνητής νοημοσύνης και κυρίως των έμπειρων συστημάτων, των νευρωνικών δικτύων και των γενετικών αλγορίθμων.

Τέλος, η ανασκόπηση του επιστημονικού πεδίου ανέδειξε παράλληλα με τα παραπάνω, ότι το ενδιαφέρον της διεθνής επιστημονικής κοινότητας όσον αφορά το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής έχει εστιάσει στις μέρες μας, στην πολυκριτηριακή επίλυση των προβλημάτων με τη χρήση υδριβικών μοντέλων επίλυσης.

Μέθοδοι και τεχνικές της προτεινόμενης προσέγγισης

Εισαγωγή

Την τελευταία δεκαετία, μεγάλο μέρος της επιστημονικής κοινότητας έχει δείξει ενδιαφέρον στους γενετικούς αλγόριθμους και τις πιθανές εφαρμογές τους στα δύσκολα (NP-hard) προβλήματα της επιχειρησιακή έρευνα (Aytug, Khouja, & Vergara, 2003). Ένας από τους βασικούς λόγους αυτού του ενδιαφέροντος, είναι το γεγονός ότι οι γενετικοί αλγόριθμοι διακρίνονται για την αποτελεσματικότητά τους σε σχέση με τις υπόλοιπες τεχνικές στοχαστικής αναζήτησης και βελτιστοποίησης. Συνεπώς είναι απόλυτα κατανοητό το γεγονός ότι η γενικότερη θεώρηση του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού παραγωγής από την πλευρά των γενετικών αλγορίθμων αποτελεί την επιλογή όλο και μεγαλύτερου μέρους της επιστημονικής κοινότητας τα τελευταία χρόνια.

Παράλληλα, σε πραγματικά προβλήματα αρκετές φορές ένα και μόνο κριτήριο προς βελτιστοποίηση δεν είναι αρκετό για την κατάρτιση του τελικού πλάνου παραγωγής. Για τον υπεύθυνο παραγωγής μιας επιχείρησης ο χαρακτηρισμός μιας λύσης σαν βέλτιστη ή «κοντά

στη βέλτιστη» πρέπει να λαμβάνει υπόψη ένα σύνολο από κριτήρια, κάθε ένα από τα οποία αντικατοπτρίζει και μια συγκεκριμένη οπτική γωνία του προβλήματος και τις περισσότερες φορές αυτά τα κριτήρια είναι αντικρουόμενα μεταξύ τους. Συνεπώς, η αντιμετώπιση πολλών κριτηρίων ταυτόχρονα σε ένα πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής είναι πρακτικά πολύ σημαντική, αν και αυξάνει σημαντικά την πολυπλοκότητα της λύσης του προβλήματος.

Στο παραπάνω πλαίσιο, κρίνεται σκόπιμη η παρατεταμένη διερεύνηση τόσο των γενετικών αλγορίθμων όσο και των πολυκριτηριακών μεθοδολογιών και την εξέταση της δυνατότητάς τους να εξυπηρετήσουν τις ανάγκες χρονοπρογραμματισμού σε παραγωγικά συστήματα. Αντικείμενο της συγκεκριμένης ανασκόπησης είναι να αναδειχτούν τα σημαντικότερα συμπεράσματα της έως σήμερα ερευνητικής προσπάθειας καθώς και οι κυριότερες μεθοδολογίες και εργαλεία σε σχέση με το αντικείμενο της επιστημονικής διατριβής, με σκοπό να αποτελέσουν την αρχική βάση γνώσης και το υπόβαθρο πάνω στο οποίο θα αναπτυχθεί η προτεινόμενη μεθοδολογία της διατριβής.

Γενετικοί αλγόριθμοι

Οι γενετικοί αλγόριθμοι (genetic algorithms, ΓΑ) ξεκίνησαν από τον Holland το 1975 (Holland, 1975). Οι ΓΑ είναι αλγόριθμοι ολικής βελτιστοποίησης (global optimization) και αναζήτησης των οποίων η ιδέα προήλθε από την εξελικτική διαδικασία. Σε αυτούς τους αλγόριθμους εφαρμόζεται ο νόμος της φυσικής επιλογής όπου επιβιώνουν οι «καταλληλότεροι» (survival of the fittest) ή αλλιώς αυτοί που έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα για αναπαραγωγή. Η ανάμιξη των γενετικών χαρακτηριστικών των γονέων με χρήση επανασυνδυαστικών τελεστών μαζί με μία μικρή πιθανότητα μετάλλαξης τους μπορούν να δώσουν νέα βελτιωμένα χαρακτηριστικά που θα επιβιώσουν και αυτά. Έτσι, λοιπόν, γενετικός αλγόριθμος ονομάζεται οποιοδήποτε μοντέλο που σε έναν πληθυσμό χρησιμοποιεί επιλογή, επανασυνδυαστικούς τελεστές και μετάλλαξη για να παράγει καινούργια σημεία στο χώρο της αναζήτησης.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι έχουν ένα ευρύ πεδίο εφαρμογών και μοναδική εφαρμογή σε προβλήματα με πολλούς περιορισμούς (constraints). Το κέντρο της έρευνας στους γενετικούς αλγορίθμους σε αναλογία με το αντίστοιχο βιολογικό μοντέλο είναι η ισορροπία ανάμεσα σε απόδοση και αποτελεσματικότητα. Ένας γενετικός αλγόριθμος περιέχει πάντα έναν πληθυσμό από δυνατές λύσεις σε αντίθεση με άλλους αλγορίθμους που δουλεύουν με μία λύση μόνο. Ο πληθυσμός είναι μία εξελιγμένη μορφή μνήμης καλών χαρακτηριστικών που πρέπει να έχει μια λύση. Η κάθε λύση εκφράζεται ως μία αλυσίδα

κωδικοποιημένων χαρακτηριστικών (ή παραμέτρων) του χώρου αναζήτησης ή στη γενετική ορολογία είναι ένα χρωμόσωμα που αποτελείται από γονίδια. Η διαδικασία του αλγορίθμου ξεκινά από ένα αρχικό πληθυσμό λύσεων, μία γενεά, από όπου επιλέγονται οι καλύτερες λύσεις ώστε να είναι γονείς της επόμενης γενεάς.

Συνοπτικά, το διάγραμμα ροής ενός γενετικού αλγόριθμου συνοψίζεται στην παρακάτω εικόνα:



Εικόνα Ε.Π.4 Διάγραμμα ροής γενετικού αλγόριθμου

Οι γενετικοί αλγόριθμοι προσφέρουν μια κατευθυνόμενη και παράλληλα τυχαία αναζήτηση σε περίπλοκα μορφολογικά πεδία εφικτών λύσεων. Η ισορροπία μεταξύ της τυχαίας αναζήτησης και της αξιοποίησης των μέχρι στιγμής βέλτιστων λύσεων, αποτελεί καταλυτικό παράγοντα στη διαμόρφωση του γενετικού αλγόριθμου. Οι παράμετροι εκείνοι οι οποίοι καθορίζουν την απόδοση ενός γενετικού αλγόριθμου είναι οι ακόλουθοι:

- **Κωδικοποίηση λύσεων:** Ο τρόπος κωδικοποίησης μιας λύσης σε ένα χρωμόσωμα αποτελεί μία από τις βασικές συνιστώσες στη μορφοποίηση του γενετικού αλγόριθμου. Ανάλογα με τον τρόπο κωδικοποίησης το κάθε χρωμόσωμα περικλείει ένα μέρος της πληροφορίας σχετικά με το ίδιο το πρόβλημα που αποβαίνει κρίσιμο στον εντοπισμό των καλύτερων χρωμοσωμάτων και συνεπώς στη μετέπειτα εξέλιξη του πληθυσμού.
- **Γενετικοί τελεστές:** Ο πυρήνας των γενετικών αλγορίθμων έγκειται στους τελεστές με τους οποίους εξελίσσεται ο πληθυσμός των λύσεων, τον τελεστή της διασταύρωσης και αυτόν της μετάλλαξης. Για τον τελεστή της διασταύρωσης, ανάλογα με το είδος των γονιδίων και τη σημασία του φαινοτύπου, δηλαδή της λύσης του προβλήματος που έχει κωδικοποιηθεί στο χρωμόσωμα, θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ο κατάλληλος τελεστής ο οποίος θα αξιοποιεί όσο το δυνατόν καλύτερα την πληροφορία που κωδικοποιείται στο χρωμόσωμα. Ο συγκεκριμένος τελεστής είναι υπεύθυνος για τη διαιώνιση των καλών χαρακτηριστικών που παρουσιάζει ένας δεδομένος πληθυσμός. Από την άλλη πλευρά, ανάλογα με το μέγεθος της μετάλλαξης στο φαινότυπο, ο τελεστής της μετάλλαξης μπορεί να δρα είτε ως τοπική αναζήτηση όταν προκαλούνται μικρές αλλαγές με αποτέλεσμα οι παραγόμενες λύσεις να είναι γειτονικές των αρχικών λύσεων, ή ως εξερεύνηση νέων λύσεων μακριά από τη γειτονιά την οποία εξετάζει ο γενετικός αλγόριθμος. Μάλιστα ανάλογα με την πιθανότητα μετάλλαξης, δηλαδή την πιθανότητα κάποια λύση να υποστεί μετάλλαξη, όταν είναι μικρή η πιθανότητα, ο τελεστής αυτός χρησιμεύει στην αποφυγή πρόωρης σύγκλισης του πληθυσμού, ενώ στην αντίθετη περίπτωση, ο γενετικός αλγόριθμος εκφυλίζεται σε τυχαία αναζήτηση.
- **Επιλογή:** Μέσα από τη διαδικασία της επιλογής, ξεχωρίζουν οι γονείς οι οποίοι συμμετάσχουν στις γενετικές λειτουργίες. Συνεπώς η επιλογή αποτελεί τη διαδικασία που κατευθύνει το γενετικό αλγόριθμο προς τη βέλτιστη λύση.
- **Κριτήρια τερματισμού:** Η διαδικασία των γενετικών τερματίζει όταν ικανοποιηθούν κάποια κριτήρια. Το πρόβλημα με τον καθορισμό των κριτηρίων έγκειται στο γεγονός ότι δεν υπάρχει κάποια μαθηματική βεβαιότητα για το εάν ο αλγόριθμος

θα έχει συγκλίνει μετά από έναν ορισμένο αριθμό επαναλήψεων. Σε αυτό το κομμάτι παρουσιάζεται ένα μεγάλο ερευνητικό κενό καθώς η βιβλιογραφία είναι αρκετά περιορισμένη και τα προτεινόμενα κριτήρια είναι είτε σταθερά ή πολύ εξειδικευμένα για το πρόβλημα που επιλύουν οι προτεινόμενοι γενετικοί αλγόριθμοι.

Οι ΓΑ, όταν εφαρμόζονται στο χρονοπρογραμματισμό, θεωρούν τα διάφορα πλάνα χρονοπρογραμματισμού ως μέλη ενός πληθυσμού (population). Κάθε μέλος χαρακτηρίζεται από την καταλληλότητα του (fitness), η οποία μετράται με τη συνδυασμένη τιμή μιας αντικειμενικής συνάρτησης η οποία συνήθως είναι ένα από τα αντικειμενικά μέτρα ποιότητας του τύπου Ε.Π.1.

Πολυκριτηριακά συστήματα

Στα σύγχρονα παραγωγικά συστήματα το τελικό χρονοδιάγραμμα διαμορφώνεται μέσα από πολλά κέντρα λήψης απόφασης με διαφορετικές επιδιώξεις. Ειδικά στην ελληνική πραγματικότητα, είναι συνήθης η περίπτωση όπου ο υπεύθυνος παραγωγής προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το συνολικό χρόνο επεξεργασίας και να επιτύχει την ελαχιστοποίηση του αδρανή χρόνου των εργασιών, ενώ το τμήμα δημοσίων σχέσεων προσπαθεί να επιβάλει προτεραιότητα σε ορισμένες παραγγελίας λόγω σημαντικότητας πελάτη. Το πλαίσιο υποστήριξης αποφάσεων για αυτήν την πολυδιάστατη, πολυβάθμια και πολυσυμμετοχική διαδικασία πρέπει να είναι σε θέση να ενσωματώνει τις σύνθετες παραμέτρους του προβλήματος και να ενσωματώνει με διαφανή και δίκαιο τρόπο τους πιθανούς αντικρουόμενους στόχους. Προς αυτήν την κατεύθυνση κρίνεται επιτακτική η ανάγκη αξιοποίησης πολυκριτηριακών μεθόδων υποστήριξης αποφάσεων (multiple criteria decision making, ΠΜΥΑ), για τη διαμόρφωση του πλάνου παραγωγής.

Οι μέθοδοι ΠΜΥΑ μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να φιλτράρουν εναλλακτικές λύσεις και να προσδιορίσουν ιδανικά ένα σύνολο βέλτιστων λύσεων, έτσι ώστε καμία άλλη εφικτή επιλογή να μην υπάρχει που να είναι εξίσου καλή στο σύνολο των στόχων που έχουν τεθεί. Κατά τη διάρκεια της επεξεργασίας, οι εκτιμήσεις που γίνονται για την αποτίμηση ενός χρονοδιαγράμματος μπορούν να συμπεριλάβουν το χρόνο επεξεργασίας, την καθυστέρηση κρίσιμων παραγγελιών ή ακόμα και την αξιοποίηση των μηχανών και του προσωπικού. Επομένως, οι μέθοδοι ΠΜΥΑ μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προσδιορίσουν τις ανταλλαγές, τα οφέλη και τις λύσεις συμβιβασμού στα σύνθετα προβλήματα χρονοπρογραμματισμού.

Οι πιο διαδεδομένες πολυκριτηριακές μέθοδοι υποστήριξης αποφάσεων στη διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία είναι οι ακόλουθες:

- Μέθοδος του σταθμισμένου μέσου όρου (weighted sum method, WSM)
- Σταθμισμένη μέθοδος προϊόντος (weighted product method, WPM)
- Αναλυτική ιεραρχική διαδικασία (analytical hierarchy process, AHP)
- PROMETHEE
- ELECTRE
- TOPSIS
- Προγραμματισμός συμβιβασμού (compromise programming, CP)
- Θεωρία χρησιμότητας πολλαπλών ιδιοτήτων (multi-attribute utility theory, MAUT)

Οι παραπάνω μέθοδοι θεωρούν ότι όλες οι τιμές των μεταβλητών έχουν συγκεκριμένη αριθμητική τιμή. Στην πράξη όμως, στα περισσότερα προβλήματα όπως και σε αυτό του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, υπάρχουν μεταβλητές οι οποίες είναι ποιοτικές ή υπάρχει ελλιπής γνώση από τους αποφασίζοντες για τις τιμές των συγκεκριμένων μεταβλητών είτε υπάρχει εγγενής δυσκολία απόκτησης ακριβούς μέτρησης. Προκειμένου να αντιμετωπιστούν οι προαναφερθείσες αβεβαιότητες στις "παραδοσιακές" μεθόδους, όπως "PROMETHEE" και "ELECTRE", οι ποιοτικές πληροφορίες μετασχηματίζονται συνήθως σε αριθμητικές χρησιμοποιώντας μια διατεταγμένη κλίμακα η οποία στηρίζεται στη δυαδική θεωρία. Σύμφωνα με αυτήν τη θεωρία, η κλίμακα ορίζεται με βάση διακριτές τιμές $\dots, x_{T-1}, x_T, x_{T+1}, \dots$ όπου όταν $x_{T-1} \leq x < x_T$ τότε το x παίρνει την τιμή x_{T-1} , όταν $x_T \leq x < x_{T+1}$ το x παίρνει την τιμή x_T κ.ο.κ. Συχνά όμως ένα αυστηρό όριο είναι πρακτικά μη-ρεαλιστικό.

Για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος, όλο και μεγαλύτερο μέρος της επιστημονικής κοινότητας καταφεύγει στην αξιοποίηση της ασαφούς λογικής ως συστηματικό εργαλείο για την αποτίμηση εναλλακτικών σε συνθήκες αβεβαιότητας. Σύμφωνα με την ασαφή λογική, μια μεταβλητή x μπορεί να ανήκει τόσο στη βαθμίδα x_T όσο και στην x_{T+1} με κάποιο ποσοστό συμμετοχής. Συνεπώς οι κλίμακες που δημιουργούνται με την ασαφή λογική προσφέρουν μια βαθμιαία μετάβαση από τη μια βαθμίδα στην επόμενη με αποτέλεσμα να παρέχουν ένα εύκαμπτο όριο για τον προσδιορισμό μιας ενδιάμεσης αποτίμησης.

Όσον αφορά τον τρόπο επιλογής της κλίμακα που χρησιμοποιείται, οι σύγχρονες επιστημονικές τάσεις προωθούν τον καθορισμό γλωσσικών μεταβλητών με στόχο την

παροχή στο χρήστη λίγων λέξεων, μέσω των οποίων μπορεί με φυσικό τρόπο να εκφράσει τις πληροφορίες του. Ο αριθμός στοιχείων του συνόλου των όρων πρέπει να είναι αρκετά μικρός ώστε να μην έχει ακρίβεια που δεν χρειάζεται και πρέπει να είναι αρκετά «πλούσιος», ώστε να επιτρέπει τη διαφοροποίηση των αποτιμήσεων σε έναν περιορισμένο αριθμό βαθμίδων.

Τυπικές τιμές του αριθμού στοιχείων που χρησιμοποιούνται είναι περιττές, όπως 7 ή 9 με ανώτατο όριο το 11 ή το 13, όπου ο μεσαίος όρος υποδηλώνει μια αποτίμηση του «περίπου 0,5», με τους υπόλοιπους όρους να είναι τοποθετημένοι συμμετρικά γύρω από αυτόν (Bonissone & Decker, 1985). Αυτές οι τυπικές τιμές του αριθμού στοιχείων φαίνεται να ταιριάζει με την παρατήρηση του Miller, σχετικά με το γεγονός ότι οι άνθρωποι μπορούν να θυμούνται περίπου επτά αντικείμενα (Miller, 1956).

Όσον αφορά στον καθορισμό της σημασίας του συνόλου των γλωσσικών όρων, στη βιβλιογραφία, μπορούν κυρίως να βρεθούν τρεις τρόποι (Herrera, Herrera-Viedma, & Verdegay, 1996):

- Σημασία βασισμένη σε συναρτήσεις συσχέτισης και σε ένα σημασιολογικό κανόνα.
- Σημασία βασισμένη σε μια ταξινομημένη δομή ενός συνόλου γλωσσικών όρων.
- Συνδυαστική σημασία.

Το επόμενο βήμα της ανάλυση αποφάσεων με γλωσσικούς όρους είναι η επιλογή του αθροιστικού τελεστή της γλωσσικής πληροφορίας. Οι υπολογιστικές τεχνικές που χρησιμοποιούνται στην εξειδικευμένη βιβλιογραφία της ανάλυσης αποφάσεων με χρήση γλωσσικών μεταβλητών είναι οι ακόλουθες:

- Προσέγγιση Προέκτασης: Βασίζεται στις σχετικές συναρτήσεις συσχέτισης των γλωσσικών όρων, μέσα ουσιαστικά από την αναπαράσταση των γλωσσικών όρων με παραμέτρους της αντίστοιχης συνάρτησης συσχέτισης. Ένας γλωσσολογικός τελεστής βασισμένος στην αρχή της προέκτασης ορίζεται ως $S^n \xrightarrow{\bar{F}} F(R) \xrightarrow{\text{app}_1(.)} S$, όπου S είναι το αρχικό σύνολο γλωσσικών όρων, S^n συμβολίζει το n Καρτεσιανό γινόμενο του S , $\bar{F}$ είναι ένας τελεστής συνάθροισης που βασίζεται στην αρχή της προέκτασης, $F(R)$ είναι το σύνολο των ασαφών συνόλων επάνω από το σύνολο των πραγματικών αριθμών R και $\text{app}_1(.)$ είναι η συνάρτηση γλωσσολογικής προσέγγισης που επιστρέφει μία ετικέτα στο σύνολο γλωσσολογικών όρων S , του οποίου η σημασία είναι η κοντινότερη στον παραγόμενο ασαφή αριθμό χωρίς

ετικέτα. Η συνάρτηση συσχέτισης συνήθως προέρχεται από υποκειμενικές εκτιμήσεις των αποφασιζόντων είτε από στοχευμένες (ad hoc) και απλοποιημένες μορφές, οπότε εισέρχεται αβεβαιότητα στη διαδικασία της απόφασης. Επίσης, οι πράξεις που πρέπει να γίνουν μεταξύ των ασαφών συνόλων είναι πολλές φορές πολύπλοκες και απαιτούν σύνθετα υπολογιστικά εργαλεία. Συνεπαγόμενα, υπάρχει απώλεια πληροφορίας και χαμηλή «διακριτικότητα» των εναλλακτικών μεταξύ τους.

- Συμβολική Προσέγγιση: Δρα μέσω άμεσου υπολογισμού στις ετικέτες των γλωσσικών όρων, χωρίς να είναι απαραίτητη η χρήση των συναρτήσεων συμμετοχής μαζί με τους γλωσσικούς όρους. Από την άποψη του υπολογισμού, οι πράξεις είναι σχετικά απλές και γρήγορες. Τυπικά, μπορεί να εκφραστεί ως $S^n \xrightarrow{C} [0, g] \xrightarrow{app_2(.)} \{0, \dots, g\} \rightarrow S$, όπου C είναι ο τελεστής συμβολικής γλωσσολογικής προσέγγισης και $app_2(.)$ είναι η συνάρτηση γλωσσικής προσέγγισης που χρησιμοποιείται για να προκύψει ένας δείκτης $\{0, \dots, g\}$ σχετιζόμενος με έναν όρο στο $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ από μία τιμή στο $[0, g]$. Σε αυτήν την προσέγγιση υπάρχει το εγγενές πρόβλημα ότι σε πολλές περιπτώσεις «χάνεται» πληροφορία. Συνεπαγόμενα, η «διακριτικότητα» ανάμεσα στα εξαχθέντα αποτελέσματα είναι ιδιαίτερα χαμηλή.
- Προσέγγιση Διπλής Αναπαράστασης: Γίνεται αναπαράσταση της γλωσσολογικής πληροφορίας με ένα ζεύγος τιμών (s_i, α) , συντεθειμένο από ένα γλωσσικό όρο και έναν αριθμό. Συγκεκριμένα:
 - Έστω β το αποτέλεσμα της άθροισης ενός συνόλου γλωσσικών όρων που έχουν εκφραστεί σε μια γλωσσική κλίμακα S , για παράδειγμα, έστω β το αποτέλεσμα μιας συμβολικής άθροισης, όπου $\beta \in [0, g]$, και $g + 1$ το πλήθος των στοιχείων του S .
 - Αν $i = \text{round}(\beta)$ και $\alpha = \beta - i$ δύο τιμές έτσι, ώστε $i \in [0, g]$ και $\alpha \in [-0.5, 0.5]$, τότε η α καλείται συμβολική μετάφραση. Το α αποτελεί μια αριθμητική τιμή, η οποία εκφράζει την απόδοση της μετάφρασης από το αρχικό αποτέλεσμα β στο πλησιέστερο όρο i στο σύνολο των γλωσσικών στοιχείων του S , δηλαδή το s_i .

Το κύριο πλεονέκτημα της προσέγγισης αυτής είναι ότι είναι συνεχής στο πεδίο της και ως εκ τούτου μπορεί να εκφράσει οποιαδήποτε μετρήσιμη πληροφορία μέσα στο σύμπαν της συνομιλίας. Η εφαρμογή της είναι πολύ αποδοτική στην ανάπτυξη

της θεωρίας και των μεθόδων υποστήριξης αποφάσεων επειδή εισάγει ένα περισσότερο ευέλικτο πλαίσιο εργασίας, το οποίο επιτρέπει την αναπαράσταση των πληροφοριών με έναν πιο άμεσο και επαρκή τρόπο όταν δεν μπορούν να καθοριστούν ακριβώς οι ποσοτικές πληροφορίες. Επιπλέον, οι σχετιζόμενες υπολογιστικές τεχνικές δεν έχουν απώλεια δεδομένων και δεν οδηγούν σε έλλειψη ακρίβειας στα τελικά αποτελέσματα.

Συμπεράσματα

Από την επισκόπηση που προηγήθηκε πάνω στην τεχνολογία των γενετικών αλγορίθμων, οι βασικές παράμετροι που πρέπει να εξεταστούν ιδιαίτερα κατά το σχεδιασμό ενός τέτοιου αλγόριθμου είναι τα ακόλουθα:

- Η κωδικοποίηση των λύσεων. Επιλέγοντας ή κατασκευάζοντας μια κωδικοποίηση λύσεων θα πρέπει να ικανοποιούνται όσες περισσότερες από τις πέντε ιδιότητες του Kobayashi (Kobayashi S. , 1993).
- Οι γενετικοί τελεστές. Θα πρέπει να γίνει ορθή επιλογή των τελεστών της διασταύρωσης και της μετάλλαξης με τέτοιο τρόπο ώστε ο αλγόριθμος να εκτελεί τόσο τοπική όσο και τυχαία αναζήτηση στο χώρο των λύσεων και να συγκλίνει σε πεπερασμένο χρόνο.
- Η επιλογή. Η μέθοδος της επιλογής αποτελεί την κινητήρια δύναμη του αλγόριθμου. Χρησιμοποιώντας μια από τις υπάρχουσες μεθόδους ή κατασκευάζοντας μια μέθοδο προσδίδουμε στον αλγόριθμο τη στρατηγική με βάση την οποία αναζητά τις λύσεις.
- Τα κριτήρια τερματισμού. Με τη σωστή επιλογή κριτηρίων, ο αλγόριθμος εκτελεί ακριβώς τον αριθμό των επαναλήψεων που απαιτούνται για την εύρεση μιας βέλτιστης λύσης χωρίς να σπαταλάει επεξεργαστική ισχύ.

Από τα ευρήματα της βιβλιογραφικής ανασκόπησης, έγινε εμφανές ότι η τεχνολογία των γενετικών αλγορίθμων μπορεί να εφαρμοστεί με μεγάλη επιτυχία σε πρακτικά προβλήματα που έχουν άμεση σχέση με το χρονοπρογραμματισμό παραγωγής.

Από την άλλη πλευρά, η διαδικασία αξιολόγησης των λύσεων που προτείνονται σε ένα παραγωγικό σύστημα δεν μπορεί να γίνει με βάση τα διάφορα «κλασσικά» πολυκριτηριακά συστήματα μιας και για την ορθή αξιολόγηση των λύσεων απαιτούνται νούμερα που δεν

μπορούν να καθοριστούν επακριβώς σε μια ποσοτική μορφή. Προς αυτήν την κατεύθυνση ενδείκνυται η χρήση της γλωσσικής ανάλυσης παρ' όλο που δεν χρησιμοποιείται μέχρι σήμερα σε αυτό το πεδίο εφόσον εισάγει ένα περισσότερο ευέλικτο πλαίσιο, το οποίο επιτρέπει την αναπαράσταση των πληροφοριών με έναν πιο άμεσο και επαρκή τρόπο.

Όσον αφορά την προσέγγιση της γλωσσικής ανάλυσης, η προσέγγιση της διπλής αναπαράστασης μπορεί να έχει πραγματικά σημαντική συνεισφορά στην αξιολόγηση των εναλλακτικών χρονοπρογραμμάτων μέσα σε παραγωγικά συστήματα, καθώς:

- Δίνει τη δυνατότητα να εκφράζονται τα βάρη των κριτηρίων και οι αποδόσεις των εναλλακτικών σε διακριτή κλίμακα.
- Δίνει τη δυνατότητα να γίνονται πράξεις με ασαφείς αριθμούς, αίροντας έτσι τους περιορισμούς της διακριτής κλίμακας.
- Μέσω αυτής της αναπαράστασης είναι εφικτή η μετάβαση από τη διακριτή κλίμακα στη συνεχή και ξανά στη διακριτή.
- Δεν υπάρχει το εγγενές πρόβλημα των γλωσσικών προσεγγίσεων (με βάση την αρχή της προέκτασης είτε της συμβολικής προσέγγισης) της απώλειας πληροφορίας και της χαμηλής «διακριτότητας» των εναλλακτικών μεταξύ τους

Προτεινόμενη μεθοδολογία

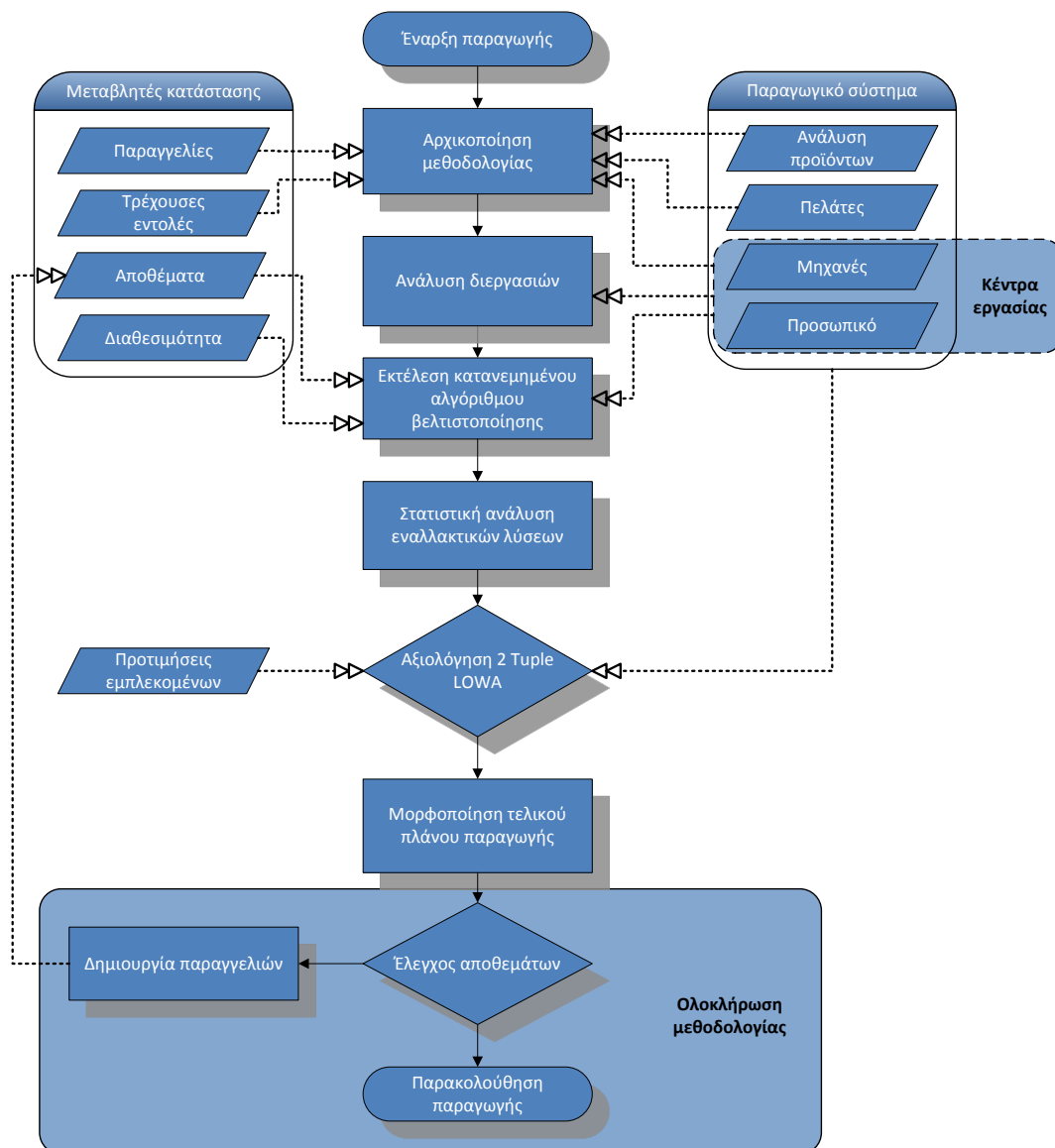
Η διδακτορική διατριβή επεκτείνοντας τα σύγχρονα ερευνητικά αποτελέσματα αναπτύσσει ένα λογικά συνεπές πλαίσιο προγραμματισμού παραγωγής το οποίο αξιοποιεί έναν κατανεμημένο εξελικτικό αλγόριθμο για τον εντοπισμό των βέλτιστων λύσεων με βάση πολλαπλά κριτήρια και στη συνέχεια συνθέτει το τελικό πλάνο παραγωγής βάσει πολυκριτηριακής λεκτικής υποστήριξης αποφάσεων.

Ειδικότερα, η προτεινόμενη μεθοδολογία FEDRA (Fuzzy Evolutionary Dispatching Rules Algorithm) συνθέτει το προτεινόμενο πλάνο παραγωγής με βάση τις ακόλουθες τρεις συνιστώσες:

1. Χαρακτηριστικά διεργασιών: Γίνεται ανάλυση και εντοπισμός των χαρακτηριστικών εκείνων που επιδρούν στην τελική διαμόρφωση του πλάνου παραγωγής.

2. Αντικειμενικοί στόχοι: Εντοπίζονται οι ακολουθίες των διεργασιών οι οποίες προσδίδουν βέλτιστα χαρακτηριστικά στα πλάνα παραγωγής με βάση τους αντικειμενικούς στόχους.
3. Επιμέρους στόχοι: Αναλύονται οι επιμέρους στόχοι των κέντρων λήψης αποφάσεων και εντοπίζονται τόσο οι διεργασίες όσο και οι ακολουθίες διεργασιών οι οποίες απαιτούνται για την τελική διαμόρφωση του πλάνου παραγωγής.

Το λογικό διάγραμμα της μεθοδολογίας δίνεται στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα Ε.Π.5 Διαδικασία εκτέλεσης μεθοδολογίας FEDRA

Στη συνέχεια αναλύονται τα στάδια της προτεινόμενης μεθοδολογίας.

Έναρξη παραγωγής

Κάθε φορά που εισάγεται μια νέα παραγγελία στο σύστημα ή απαιτείται επαναπροσδιορισμός του πλάνου παραγωγής, το σύστημα εισέρχεται στη συγκεκριμένη κατάσταση. Σε αυτό το στάδιο, γίνεται επικαιροποίηση των χαρακτηριστικών του παραγωγικού συστήματος και επαναπροσδιορισμός των μεταβλητών κατάστασης.

Αρχικοποίηση μεθοδολογίας

Με βάση τα δεδομένα του παραγωγικού συστήματος και τις νέες παραγγελίες γίνεται η αρχικοποίηση του παραγωγικού μοντέλου. Οι βασικές οντότητες που αρχικοποιούνται είναι η οντότητα πελάτη, παραγγελία, εργασία, διεργασία, φασεολόγιο, συνταγολόγιο, αποθήκη, κέντρο εργασίας, εργαζόμενος και βάρδια.

Στη συνέχεια ακολουθεί η ανάλυση των νέων παραγγελιών σε διεργασίες και ορίζεται ο χώρος λύσεων του προβλήματος παραγωγής. Πρώτο στάδιο στον ορισμό του χώρου λύσεων αποτελεί η σύνταξη του πίνακα διαθεσιμότητας και ο ορισμός του διαθέσιμου ημερολόγιου παραγωγής. Σε δεύτερη φάση προσδιορίζεται ο φόρτος εργασίας με βάση τόσο τις νέες διεργασίες που προέκυψαν από τις νέες παραγγελίες όσο και από τις διεργασίες που συντάσσουν το τρέχων ενεργό πλάνο παραγωγής. Τέλος αρχικοποιούνται τα βάρη των εργασιών ($w_{j_i} \in [0,1]$) και των διεργασιών ($w_{o_{ij}} \in [0,1]$) με βάση τα πρωτογενή δεδομένα του παραγωγικού συστήματος, όπως είναι οι προτεραιότητες των πελατών και οι προτεραιότητες των παραγγελιών.

Ανάλυση διεργασιών

Στόχος της ανάλυσης των διεργασιών είναι ο χαρακτηρισμός τους με μεταβλητές διπλή αναπαράσταση (2-tuple) ως προς τα ακόλουθα χαρακτηριστικά τους:

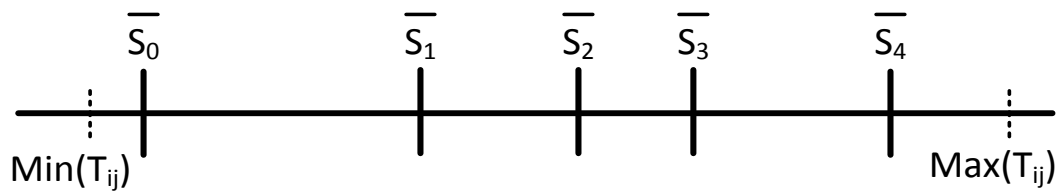
1. Ο χρόνος επεξεργασίας της διεργασίας
2. Ο συνολικός αριθμός διεργασιών που τις ακολουθεί
3. Ο συνολικός χρόνος επεξεργασίας των διεργασιών που τις ακολουθεί

Για το χρόνο επεξεργασίας των διεργασιών αξιοποιείται η ακόλουθη πενταβάθμια γλωσσική κλίμακα:

- Αρκετά Σύντομη (α_0, b_0)
- Σύντομη (α_1, b_1, c_1)

- Μέτρια (α_2, b_2, c_2)
- Αργή (α_3, b_3, c_3)
- Πολύ Αργή (α_4, b_4)

όπου οι συναρτήσεις συμμετοχής των παραπάνω λεκτικών μεταβλητών προσδιορίζονται με βάση τον ελάχιστο, μέσο και μέγιστο χρόνο επεξεργασίας των υποεξέταση διεργασιών. Αναλυτικότερα, οι διεργασίες ομαδοποιούνται ανάλογα με το χρόνο επεξεργασίας τους (T_{ij}) σε πέντε κατηγορίες με βάση τον αλγόριθμο ομαδοποίησης K-mean (MacQueen, 1967). Στη συνέχεια αξιοποιούνται οι μέσες τιμές των παραγόμενων ομάδων για να χωριστεί ο χώρος των δυνατών τιμών σε έξι τμήματα όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.

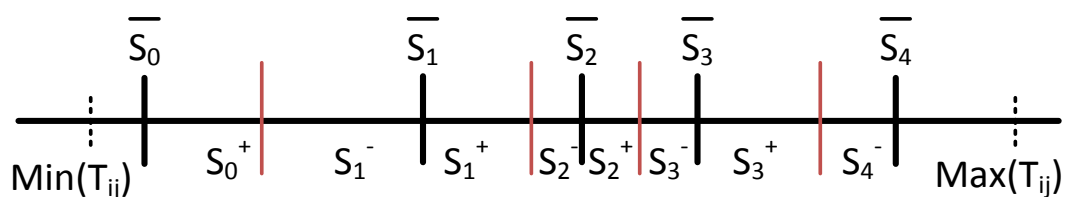


Ανάλογα με το πλήθος των διεργασιών που βρίσκονται αριστερά (n_i^-) και δεξιά (n_i^+) από τη μέση τιμή του κάθε $\bar{S}_i$ χωρίζεται το διάστημα τιμών μεταξύ κάθε $\bar{S}_i$ και $\bar{S}_{i+1}$ σε δύο περιοχές S_i^+ και S_{i+1}^- με βάση τις εξισώσεις:

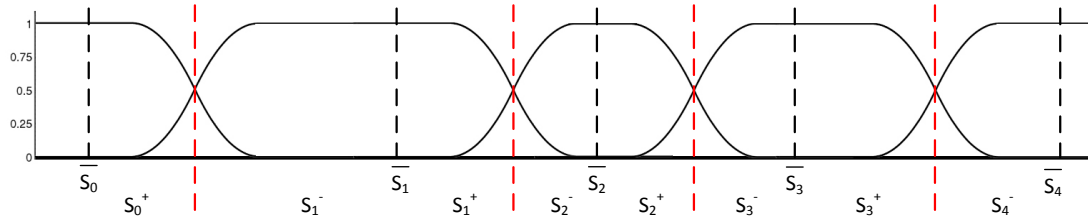
$$S_i^+ + S_{i+1}^- = \bar{S}_{i+1} - \bar{S}_i \quad (\text{Ε.Π. 2})$$

$$\frac{S_i^+}{S_{i+1}^-} = \frac{n_i^+}{n_{i+1}^-} \quad (\text{Ε.Π. 3})$$

Με αυτόν τον τρόπο, ο χώρος των δυνατών τιμών λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:



Από όπου εντοπίζεται το μικρότερο $S_i^{+ή-}$ που στο προκείμενο παράδειγμα είναι το S_2^- . Με βάση αυτό το ελάχιστο διάστημα και αξιοποιώντας τη συνάρτηση συμμετοχής Zmf για τη λεκτική μεταβλητή «Αρκετά Σύντομη» (S_0), τη συνάρτηση συμμετοχής Smf για τη λεκτική μεταβλητή «Πολύ Αργή» (S_4) και τη συνάρτηση συμμετοχής Πmf για όλες τις υπόλοιπες μεταβλητές ορίζοντας το διάστημα $b_i - a_i = \min_{\forall j} (S_j^+, S_j^-)$ κατασκευάζουμε την ακόλουθη λεκτική κλίμακα:



Κατά αντιστοιχία, όσον αφορά την αξιολόγηση των διεργασιών με βάση τον αριθμό των διεργασιών που την ακολουθούν, χρησιμοποιείται η ακόλουθη επταβάθμια γλωσσική κλίμακα:

- Καμία (α_0, b_0)
- Ελάχιστες (α_1, b_1, c_1)
- Λίγες (α_2, b_2, c_2)
- Μέτριες (α_3, b_3, c_3)
- Αρκετές (α_4, b_4, c_4)
- Πολλές (α_5, b_5, c_5)
- Πάρα πολλές (α_6, b_6)

όπου για τον υπολογισμό των μεταβλητών ακολουθείται η ίδια διαδικασία με τις ομάδες $\bar{S}_0 = a_0 = 0, \bar{S}_1 = \frac{m-1}{6}, \bar{S}_2 = \frac{m-1}{3}, \bar{S}_3 = \frac{m-1}{2}, \bar{S}_4 = 2\frac{m-1}{3}, \bar{S}_5 = 5\frac{m-1}{6}, \bar{S}_6 = b_6 = m-1$ με $n_i^- = n_i^+ = 1 \forall i \in [0,6]$.

Τέλος, για το χαρακτηρισμό των διεργασιών με βάση το συνολικό χρόνο επεξεργασίας των διεργασιών που τις ακολουθεί, χρησιμοποιείται η ακόλουθη επταβάθμια γλωσσική κλίμακα:

- Μηδενικός φόρτος (α_0, b_0)
- Ελάχιστος φόρτος (α_1, b_1, c_1)
- Μικρός φόρτος (α_2, b_2, c_2)
- Μέτριος φόρτος (α_3, b_3, c_3)
- Αρκετός φόρτος (α_4, b_4, c_4)
- Μεγάλος φόρτος (α_5, b_5, c_5)
- Τεράστιος φόρτος (α_6, b_6)

Εκτέλεση κατανεμημένου αλγόριθμου βελτιστοποίησης

Βασικός πυρήνας της μεθοδολογίας FEDRA αποτελεί ο κατανεμημένος εξελικτικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης ο οποίος εντοπίζει βέλτιστες λύσεις του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού. Ο αλγόριθμος εκτελείται ταυτόχρονα σε πολλαπλούς πράκτορες βελτιστοποιώντας το ίδιο πρόβλημα με διαφορετικά κριτήρια. Ο εξελικτικός αλγόριθμος που εκτελείται σε κάθε πράκτορα αποτελεί μια παραλλαγή των γενετικών αλγορίθμων που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα με τις ακόλουθες παραμέτρους:

- Μέγεθος αρχικού πληθυσμού: $initial_population_size = n * m * cpi$, όπου n είναι το πλήθος των εργασιών, m των πλήθος των κέντρων εργασίας και $cpi \in [1,6]$ ο δείκτης απόδοσης της ομάδας των υπολογιστών στην οποία εκτελείται ο πράκτορας βάσει των πράξεων ανά δευτερόλεπτο που μπορεί να εκτελέσει ο μικρότερος επεξεργαστής της ομάδας και τη μικρότερη ταχύτητα πρόσβασης στη μνήμη (Jacob & Mudge, 1995).
- Ποσοστό ελιτισμού: Κάθε νέος πληθυσμός αποτελείται από $elitism_percent\%$ γονείς και $(1 - elitism_percent)\%$ νέες λύσεις.
- Αρχική πιθανότητα μετάλλαξης: Στο βήμα της μετάλλαξης, κάθε λύση του τρέχοντος πληθυσμού υπόκειται σε μετάλλαξη με πιθανότητα $mutation_probability$.
- Μέγιστος αριθμός μη βελτιωτικών επαναλήψεων: Η παράμετρος $max_stall_iteration_number$ ορίζει το μέγιστο αριθμό επαναλήψεων κατά τις οποίες ο αλγόριθμος θα συνεχίσει την εκτέλεση του όταν δεν εντοπίζει κάποια καλύτερη λύση. Μετά το πέρας αυτών των επαναλήψεων, ο αλγόριθμος συνεχίζει μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού που αναφέρεται παρακάτω.

Ως βασική κωδικοποίηση του προβλήματος χρησιμοποιείται η αναπαράσταση με βάση τη σειρά των διεργασιών. Για την εφαρμογή ορισμένων γενετικών τελεστών πραγματοποιείται μετατροπή του χρωμοσώματος σε κωδικοποίηση με λίστα προτιμήσεων και στη συνέχεια οι παραγόμενες λύσεις επαναφέρονται στη βασική κωδικοποίηση.

Ο αρχικός πληθυσμός παράγεται με βάση κάποιους κανόνες απόδοσης προτεραιότητας (dispatching rules). Η μεθοδολογία είναι επεκτάσιμη και μπορεί να υποστηρίξει οποιονδήποτε κανόνα απόδοσης προτεραιότητας ενώ στην τρέχουσα υλοποίηση υποστηρίζει τους κανόνες First Come First Served ή First In First Out (FCFS ή FIFO), Largest number of successors (LNS), Longest Processing Time (LPT), Least Work Remaining (LWKR), Most Work Remaining (MWKR), Number In Next Queue (NINQ), Service In Random Order

(SIRO), Shortest processing time (SPT), Work in next queue (WINQ) και τον προτεινόμενο κανόνα απόδοσης προτεραιότητας Fuzzy Process time with Longest number of successors and the most Work remaining (FPLW). Η επιλογή του κανόνα απόδοσης προτεραιότητας με τον οποίο παράγεται η κάθε αρχική λύση του πληθυσμού γίνεται τυχαία με ομοιόμορφη κατανομή.

Ο κανόνας Fuzzy Process time with Longest number of successors and the most Work remaining (FPLW) αξιοποιεί τις διπλές αναπαραστάσεις που αποδόθηκαν στις διεργασίες στην ανάλυση διεργασιών για να αποδώσει προτεραιότητες σε αυτές.

Κάθε διεργασία o_{ij} χαρακτηρίζεται από τις παρακάτω διπλές αναπαραστάσεις:

1. $\overrightarrow{P_{o_{ij}}} = (r_{ij}, a_{ij})$ με $r_{ij} \in S = \{s_0, \dots, s_4\}$ και $a_{ij} \in [-0.5, 0.5]$, με βάση το χρόνο επεξεργασία της $T_{o_{ij}}$,
2. $\overrightarrow{L_{o_{ij}}} = (r_{ij}, a_{ij})$ με $r_{ij} \in S' = \{s_0, \dots, s_6\}$ και $a_{ij} \in [-0.5, 0.5]$, με βάση το συνολικό αριθμό των διεργασιών που τις ακολουθεί,
3. $\overrightarrow{\Sigma RP_{o_{ij}}} = (r_{ij}, a_{ij})$ με $r_{ij} \in S' = \{s_0, \dots, s_6\}$ και $a_{ij} \in [-0.5, 0.5]$, με βάση το συνολικό χρόνο επεξεργασίας των διεργασιών που τις ακολουθεί.

Σε πρώτο στάδιο γίνεται ομογενοποίηση των δεδομένων σε επταβάθμια κλίμακα μέσω της συνάρτησης γλωσσικής προσαρμογής τ_{SST} που ορίζεται για τη μετατροπή μιας τιμής από πενταβάθμια $S = \{s_0, \dots, s_4\}$ στην επταβάθμια κλίμακα $S' = \{s'_0, \dots, s'_6\}$, ως εξής:

- $\tau_{SST}: S \rightarrow F(S')$ με $\tau_{SST}(s_i) = \Delta_6(b * \Delta_4^{-1}(s_i)) = (s'_k, \gamma'_k)$ με $k \in [0, \dots, 6] \forall s_i \in S$ και $\gamma'_k \in [-0.5, 0.5]$ και
- $b = \frac{n'-1}{n-1}$ είναι ο συντελεστής αναγωγής κλίμακας από την n -βάθμια κλίμακα στην n' -βάθμια.

Ο κανόνας ξεκινάει με ένα διάνυσμα βαρών $W = [w_P, w_L, w_{\Sigma RP}] = [0.5, 0.5, 0.5]$ που αντιστοιχούν σε κάθε ένα από τα χαρακτηριστικά των διεργασιών. Για κάθε δοσμένο διαθέσιμο σύνολο διεργασιών προς επεξεργασία $\{\dots, o_{ij}, \dots\}$, ο κανόνας διαμορφώνει το τελικό πλάνο παραγωγής επιλέγοντας κάθε φορά τη διεργασία με τη μεγαλύτερη προτεραιότητα η οποία υπολογίζεται από τον τύπο $\overrightarrow{\text{priority}_{o_{ij}}} = \Delta_6\left(\frac{1}{w_P + w_L + w_{\Sigma RP}} * \left| W^T * \left[\Delta_6^{-1}\left(\overrightarrow{P_{o_{ij}}}\right), \Delta_6^{-1}\left(\overrightarrow{L_{o_{ij}}}\right), \Delta_6^{-1}\left(\overrightarrow{\Sigma RP_{o_{ij}}}\right) \right] \right| \right)$ όπου $\Delta_g(\beta_{\sigma(i)})$ είναι ο μετασχηματισμός μιας αριθμητικής τιμής $\beta_{\sigma(i)} \in [0, g]$ σε διπλή αναπαράσταση

$(\mathbf{r}_{\sigma(i)}, \alpha_{\sigma(i)})$ ενώ $\Delta_{\mathbf{g}}^{-1}(\mathbf{r}_{\sigma(i)}, \alpha_{\sigma(i)})$ είναι ο αντίστροφος μετασχηματισμός και $\mathbf{W}^T$ είναι ο ανάστροφος πίνακας βαρών.

Για τον εντοπισμό του βέλτιστου διανύσματος βαρών δοσμένης μιας συνάρτησης καταλληλότητας f_{eval} , ο κανόνας εκτελεί μια μέθοδο βελτιστοποίησης μειούμενου βήματος και διαμορφώνει το διάνυσμα βαρών σε αυτό που οδηγεί στο σχηματισμό των καλύτερων πλάνων παραγωγής με βάση τη συνάρτηση καταλληλότητας αυτή.

Όσον αφορά τη συνάρτηση καταλληλότητας f_{eval} , η μεθοδολογία υποστηρίζει οποιαδήποτε συνάρτηση έχει τις ακόλουθες ιδιότητες:

1. Η συνάρτηση καταλληλότητας f_{eval} είναι μονοσήμαντα ορισμένη.
2. Αν το x πλάνο παραγωγής είναι προτιμητέο σε σχέση με το πλάνο παραγωγής y τότε και μόνο τότε $f_{eval}(x) > f_{eval}(y)$.
3. Αν η επιλογή μεταξύ του x πλάνου παραγωγής και του y πλάνου παραγωγής είναι αδιάφορη τότε και μόνο τότε $f_{eval}(x) = f_{eval}(y)$.
4. Αν το x πλάνο παραγωγής είναι προτιμητέο σε σχέση με το πλάνο παραγωγής y και το y πλάνο παραγωγής είναι προτιμητέο σε σχέση με το πλάνο παραγωγής z τότε ισχύει $f_{eval}(x) > f_{eval}(y) > f_{eval}(z) \Rightarrow f_{eval}(x) > f_{eval}(z)$.

Στην τρέχουσα υλοποίηση της μεθοδολογίας έχουν υλοποιηθεί 17 συναρτήσεις καταλληλότητας που θέτουν σαν στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης, την ελάττωση των αργοπορημένων εργασιών, την ελαχιστοποίηση του χρόνου καθυστέρησης, τη μείωση του χρόνου ροής των εργασιών, την ελαχιστοποίηση του χρόνου απραξίας των εργασιών και τη μείωση του χρόνου απραξίας των κέντρων εργασίας.

Η επιλογή των $2 * (1 - elitism_percent) * population_size$ γονέων γίνεται με βάση την ενιαία στοχαστική επιλογή (stochastic universal sampling, SUS) η οποία αποτελεί μια βελτίωση της επιλογής ρουλέτας.

Όσον αφορά τους γενετικούς τελεστές, ο αλγόριθμος FEDRA υποστηρίζει εγγενώς τρεις μεθόδους διασταύρωσης : τη διασταύρωση μονού σημείου (single point crossover, 1-PX) (Nomura, 1997), τη διασταύρωση σειράς (order crossover- OX) (Davis L. , 1985) και τη διασταύρωση σύντηξης (fusion operator) (Beasley & Chu, 1996). Και οι τρεις αυτοί γενετικοί τελεστές έχουν τροποποιηθεί καταλλήλως για να παράγουν εφικτά πλάνα παραγωγής και να αξιοποιούν όσο το δυνατόν περισσότερο τους δομικούς λίθους που συνθέτουν τους γονείς.

Ο αλγόριθμος υποστηρίζει δύο ειδών τελεστών μετάλλαξης, τη μετάλλαξη με αντιμετάθεσης διεργασιών μέσα στην ίδια μηχανή και τη μετάλλαξη με τυχαίας αντιμετάθεσης δύο διεργασιών. Η πρώτη μέθοδος χρησιμοποιείται για τοπική αναζήτηση ενώ η δεύτερη για εξερεύνηση νέων λύσεων.

Ένα βασικό σημείο διαφοροποίησης του εξελικτικού αλγόριθμου FEDRA από τους γενετικούς αλγόριθμους είναι η εισαγωγή τεσσάρων μηχανισμών αποφυγής πρόωρης σύγκλισης σε ένα τοπικό ελάχιστο που απέχει από το ολικό βέλτιστο. Η πρώτη παρέμβαση αφορά στην αύξηση της πιθανότητας μετάλλαξης κατά ένα ποσοστό όταν ο αλγόριθμος πλησιάζει προς την ολοκλήρωση του. Ο δεύτερος μηχανισμός αφορά στην πληθυσμιακή αναμόρφωση με αντικατάσταση του 10% των χειρότερων λύσεων με λύσεις που έχουν προκύψει από στατιστική ανάλυση των υπόλοιπων πρακτόρων. Στην περίπτωση που καμία από τις παραπάνω παρεμβάσεις δεν απεγκλωβίσουν των αλγόριθμο, τότε ξεκινάει η διαδικασία παρακολούθησης της εντροπίας του πληθυσμού, δηλαδή της δυναμικής του να παράγει νέες λύσεις. Η εντροπία του πληθυσμού μετριέται μέσα από το συντελεστή Gini (Dorfman, 1979). Τελευταία παρέμβαση για την αποφυγή πρόωρης σύγκλισης είναι η αύξηση του πληθυσμού προσθέτοντας νέες τυχαίες λύσεις.

Για τον τερματισμό του αλγορίθμου, ο κατανεμημένος αλγόριθμος βελτιστοποίησης ολοκληρώνεται όταν δεν εντοπιστούν νέες καλύτερες λύσεις μετά από *max_stall_iteration_number* επαναλήψεις και όταν ο συντελεστής Gini του πληθυσμού είναι μικρότερος του 0.01.

Στατιστική ανάλυση λύσεων

Στόχος της στατιστικής ανάλυσης των παραγόμενων λύσεων είναι ο εντοπισμός των ασθενών περιορισμών SC_j οι οποίοι αποδίδουν βέλτιστα χαρακτηριστικά στις παραγόμενες λύσεις.

Για τον εντοπισμό των ασθενών περιορισμών αυτών, κατασκευάζεται μια μήτρα συσχετίσεων για κάθε ομάδα βέλτιστων λύσεων. Για να γίνει κατανοητή η μέθοδος θεωρούμε ότι το σύνολο των διεργασιών των n εργασιών σε m μηχανές είναι $O = \{o_{11}, o_{12}, \dots, o_{21}, o_{22}, \dots, o_{n(m-1)}, o_{nm}\}$. Έστω το σύνολο βέλτιστων λύσεων $Sch_j = \{sch_1, sch_2, \dots, sch_l\}$ όπως αυτές προέκυψαν από τον κατανεμημένο αλγόριθμο για το κριτήριο j με κάθε στοιχείο $sch_i = \{o_{\sigma_i(1)}, \dots, o_{\sigma_i(n*m)}\}$ να αποτελεί ένα διατεταγμένο σύνολο των στοιχείων του O . Η μήτρα συσχετίσεων RM_j για το κριτήριο j ισούται με

$$RM_j = \begin{bmatrix} ri_{1,1} & \cdots & ri_{1,n*m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ri_{n*m,1} & \cdots & ri_{n*m,n*m} \end{bmatrix}, \text{ όπου } ri_{i,j} \in [0,1] \text{ είναι ο δείκτης συσχέτισης θέσης της } i$$

διεργασίας ως προς την j διεργασία του συνόλου O για το σύνολο των λύσεων Sch_j που

υπολογίζεται με βάση τον τύπο $ri_{i,j} = \frac{\sum_{k=1}^l pos(o_i, o_j, sch_k)}{l}$ όπου $pos(o_i, o_j, sch_k) =$

$\begin{cases} 1, & \sigma_k(w) < \sigma_k(z) \\ 0, & \sigma_k(w) \geq \sigma_k(z) \end{cases}$ με $o_{\sigma_k(w)} = o_i$ και $o_{\sigma_k(z)} = o_j$. Βάσει ιδιοτήτων που παρουσιάζουν οι

δείκτες συσχέτισης και αναλύονται στην ενότητα 5.3.4 της παρούσας διδακτορικής διατριβής, ο καθορισμός του ασθενή περιορισμού SC_j στη μήτρα συσχετίσεων $RM_j =$

$$\begin{bmatrix} ri_{o_{11}, o_{11}} & \cdots & ri_{o_{11}, o_{nm}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ri_{o_{nm}, o_{11}} & \cdots & ri_{o_{nm}, o_{nm}} \end{bmatrix}, \text{ γίνεται με τα ακόλουθα βήματα:}$$

Βήμα 1^ο: Επιλογή από τις διαθέσιμες διεργασίες, της διεργασίας j της εργασίας J_i (o_{ij}) με τα περισσότερα $ri_{o_{ij}, o_{kl}} = 1$ και τα λιγότερα $ri_{o_{ij}, o_{kl}} = 0 \forall k \in [1, n]$ με $k \neq i$ και $\forall l \in [1, m]$.

Βήμα 2^ο: Τοποθέτησε τη διεργασία στον ασθενή περιορισμό SC_j .

Βήμα 3^ο: Εάν υπάρχουν διεργασίες που δεν ανήκουν στον ασθενή περιορισμό SC_j με τουλάχιστον ένα $ri_{o_{ij}, o_{kl}} = 1 \forall k \in [1, n]$ με $k \neq i$ και $\forall l \in [1, m]$ τότε επανάλαιβε το 1^ο Βήμα.

Η διαδικασία τοποθέτησης μιας διεργασίας o_{ij} στον ασθενή περιορισμό $SC_j = \{o_{\sigma(1)}, o_{\sigma(2)}, \dots, o_{\sigma(k)}\}$ γίνεται με τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 1^ο: Εντοπίζεται η θέση *start* της τελευταίας διεργασίας o_{ik} με $k < j$. Αν δεν υπάρχει, επιλέγεται η πρώτη θέση στον ασθενή περιορισμό SC_j .

Βήμα 2^ο: Εντοπίζεται η θέση *end* της πρώτης διεργασίας o_{il} με $l > j$. Εάν δεν υπάρχει, επιλέγεται η τελευταία θέση στον ασθενή περιορισμό SC_j .

Βήμα 3^ο: Η διεργασία o_{ij} τοποθετείται στο διατεταγμένο σύνολο διεργασιών $\{o_{\sigma(start)}, \dots, o_{\sigma(end)}\}$ σύμφωνα με τους ακόλουθους κανόνες:

☞ Εντοπίζεται η τελευταία διεργασία $o_{\sigma(l_1)}$ με $l_1 \in [start, end]$ τέτοια ώστε $ri_{o_{ij}, o_{\sigma(l_1)}} = 0$. Εάν υπάρχει τέτοια διεργασία, η διεργασία o_{ij} τοποθετείται αμέσως μετά από την $o_{\sigma(l_1)}$.

➤ Εάν δεν υπάρχει διεργασία $o_{\sigma(l_1)}$, τότε εντοπίζεται η πρώτη διεργασία $o_{\sigma(l_2)}$ με $l_2 \in [\text{start}, \text{end}]$ τέτοια ώστε $ri_{o_{ij}, o_{\sigma(l_2)}} = 1$. Εάν υπάρχει τέτοια διεργασία, η διεργασία o_{ij} τοποθετείται αμέσως πριν από την $o_{\sigma(l_2)}$.

➤ Εάν δεν υπάρχει ούτε διεργασία $o_{\sigma(l_2)}$, τότε για το διατεταγμένο σύνολο $\{o_{\sigma(\text{start})}, \dots, o_{\sigma(\text{end})}\}$ υπολογίζεται το πλήθος των $ri_{o_{\sigma(l)}, o_{\sigma(k)}} = 1 \forall k \in [1, n * m]$ με τα $o_{\sigma(l)}, o_{\sigma(k)}$ να ανήκουν σε διαφορετικές εργασίες και επιλέγεται η διεργασία $o_{\sigma(l_3)}$ με τον αμέσως μεγαλύτερο αριθμό $ri_{o_{\sigma(l_3)}, o_{\sigma(k)}} = 1$ από τη διεργασία o_{ij} . Η διεργασία o_{ij} τοποθετείται αμέσως μετά από την $o_{\sigma(l_3)}$ ή αλλιώς η διεργασία o_{ij} τοποθετείται στην αρχή του $\{o_{\sigma(\text{start})}, \dots, o_{\sigma(\text{end})}\}$.

Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για το σύνολο των επιμέρους βέλτιστων λύσεων που προέκυψαν από τον κατανομημένο αλγόριθμο βελτιστοποίησης με αποτέλεσμα να προκύψουν τόσοι ασθενείς περιορισμοί SC_j όσα και τα κριτήρια με βάση τα οποία παράχθηκαν τα υποσύνολα των βέλτιστων λύσεων.

Αξιολόγηση 2-tuple LOWA

Η πρωτότυπη μεθοδολογία, που παρουσιάζεται στην παρούσα διατριβή, στηρίζεται στον τελεστή LOWA, με την αναπαράσταση των γλωσσικών μεταβλητών να γίνεται με βάση τη διπλή αναπαράσταση, για να αποφευχθεί η χρήση του τελεστή στρογγυλοποίησης που οδηγεί σε απώλεια πληροφορίας (Doukas, Botsikas, & Psarras, 2006). Σκοπός της χρήσης της μεθόδου είναι η κατάταξη των διεργασιών με κατάλληλο τρόπο ώστε να διαμορφωθεί το τελικό πλάνο παραγωγής, εξυπηρετώντας σε μεγαλύτερο βαθμό τις προτιμήσεις των εμπλεκόμενων κέντρων απόφασης.

Ο «2-tuple LOWA» μπορεί να οριστεί ως ακολούθως:

Έστω $A = \{(r_1, a_1), \dots, (r_m, a_m)\}$ ένα σύνολο γλωσσικών αναπαραστάσεων, τέτοιο ώστε $(r_i, a_i) \in S \times [-0.5, 0.5]$. Έστω $B = \{(r_{\sigma(1)}, a_{\sigma(1)}), (r_{\sigma(m)}, a_{\sigma(m)})\}$ το διατεταγμένο σύνολο του A , τέτοιο ώστε $(r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}) \leq (r_{\sigma(j)}, a_{\sigma(j)}) \forall i \leq j$ με τη συνάρτηση $\sigma(x)$ να αποτελεί μια απλή αντιστοίχιση του i στοιχείου του διατεταγμένου συνόλου B στο $\sigma(i)$ στοιχείο του αρχικού συνόλου A . Το διάνυσμα άθροισης για τη διπλή αναπαράσταση και για $m > 2$, μετασχηματίζεται σε $EC^m\{w_i, (r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}), i = 1, \dots, m\} = \Delta(w_1 * \Delta^{-1}(r_{\sigma(1)}, a_{\sigma(1)}) + (1 - w_1) * \Delta^{-1}(EC^{m-1}\{w_h^*, (r_{\sigma(h)}, a_{\sigma(h)}), h = 2, \dots, m\}))$ Με $W = [w_1, \dots, w_m]$ να είναι το διάνυσμα βαρών σε σχέση με το A και το $W^* = [w_2^*, \dots, w_m^*]$

με $w_h^* = \frac{w_h}{\sum_2^m w_k}$ να αποτελεί τον νέο πίνακα βαρών που υπολογίζεται για το διάνυσμα άθροισης EC^{m-1} . Να σημειωθεί ότι $\Delta(\beta_{\sigma(i)})$ είναι ο μετασχηματισμός μιας αριθμητικής τιμής $\beta_{\sigma(i)} \in [0, g]$ σε διπλή αναπαράσταση $(r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)})$ ενώ $\Delta^{-1}(r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)})$ είναι ο αντίστροφος μετασχηματισμός. Όταν $m = 2$, τότε το διάνυσμα άθροισης EC^2 υπολογίζεται με τον τύπο $EC^2\{w_i, (r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}), i = 1, 2\} = \Delta(w_1 * \Delta^{-1}(r_{\sigma(1)}, a_{\sigma(1)}) + (1 - w_1) * \Delta^{-1}(r_{\sigma(2)}, a_{\sigma(2)})) = (r_f, a_f)$ τέτοιο ώστε $(r_f, a_f) = \Delta(\beta_{\sigma(2)} + w_1(\beta_{\sigma(1)} - \beta_{\sigma(2)}))$ όπου $\beta_{\sigma(i)} = \Delta^{-1}(r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)})$.

Σε αυτό το πλαίσιο, ο τελεστής LOWA διπλής αναπαράστασης ορίζεται ως ακολούθως:

Έστω $A = \{(r_1, a_1), \dots, (r_m, a_m)\}$ ένα σύνολο διπλών αναπαραστάσεων που πρέπει να συναθροιστούν, τότε ο αντίστοιχος τελεστής του LOWA, Φ^e , ορίζεται ως $\Phi^e[(r_1, a_1), \dots, (r_m, a_m)] = W * B^T = EC^m\{w_i, (r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}), i = 1, \dots, m\}$.

Αναφορικά τώρα με τον ποσοτικοποιητή που πρέπει να χρησιμοποιηθεί στο πολυκριτηριακό μοντέλο σε σχέση με τις προτιμήσεις των κέντρων λήψης αποφάσεων στο παραγωγικό σύστημα, σημειώνονται τα ακόλουθα:

- *Most*: Ο συγκεκριμένος ποσοτικοποιητής δίνει περισσότερη βαρύτητα στις ενδιάμεσες αποδόσεις. Με αυτόν τον ποσοτικοποιητή προκρίνονται οι διεργασίες εκείνες που πληρούν τα περισσότερα κριτήρια. Τα παραγόμενα πλάνα παραγωγής επιτυγχάνουν ικανοποιούν τα περισσότερα κριτήρια των κέντρων λήψης αποφάσεων και παράλληλα επιτυγχάνουν καλές επιδόσεις σε αυτά. Απευθύνεται σε παραγωγικά συστήματα όπου δεν προχωρούν εύκολα και αβίαστα στην κατάρτιση του τελικού πλάνου παραγωγής, χωρίς να ληφθούν υπόψη όλα τα κριτήρια.
- *At least half*: Δίνει περισσότερη βαρύτητα στις υψηλές αποδόσεις. Προκρίνονται δηλαδή εκείνες οι διεργασίες που πληρούν τουλάχιστον τα μισά από τα κριτήρια. Τα παραγόμενα πλάνα παραγωγής απευθύνονται στα παραδοσιακά παραγωγικά συστήματα όπου ο υπεύθυνος παραγωγής είναι ο τελικός αποφασίζων και προσπαθεί να ικανοποιήσει εν μέρει τις προτιμήσεις των υπόλοιπων κέντρων λήψης αποφάσεων.
- *As many as possible*: Δίνει περισσότερη βαρύτητα στις χαμηλές αποδόσεις. Προκρίνονται δηλαδή εκείνες οι διεργασίες που πληρούν και λιγότερα απ' τα μισά

κριτήρια. Τέτοιες προτάσεις απευθύνονται σε εξειδικευμένα παραγωγικά συστήματα, που μπορούν να χαρακτηριστούν περισσότερο «ευέλικτα», καθώς προσπαθούν να ικανοποιήσουν όσο το δυνατόν περισσότερες προτιμήσεις από τα κέντρα λήψης αποφάσεων χωρίς να θέτουν ισχυρά κριτήρια.

Τέλος να σημειωθεί ότι η μεθοδολογία είναι επεκτάσιμη ως προς τον ποσοτικοποιητή Q και μπορεί να υποστηρίξει την κατασκευή νέου, ορίζοντας το κάτω όριο (a) και το πάνω όριο (b).

Μορφοποίηση τελικού πλάνου

Με το πέρας του κατανεμημένου αλγόριθμου βελτιστοποίησης, η μεθοδολογία καλεί τα κέντρα λήψης αποφάσεων να επιλέξουν τα κριτήρια $C = \{C_1, \dots, C_k\}$ τα οποία ταυτίζονται με το στρατηγικό σχεδιασμό του παραγωγικού συστήματος και στη συνέχεια να επιλέξουν τον ποσοτικοποιητή που αντιπροσωπεύει περισσότερο τις επιδιώξεις τους.

Στη συνέχεια τα κέντρα λήψης αποφάσεων αξιολογούν τις επιδόσεις της κάθε ομάδας βέλτιστων λύσεων ως προς τα k κριτήρια που επιλέχτηκαν στο προηγούμενο βήμα με λεκτικές μεταβλητές της ακόλουθης επταβάθμιας κλίμακας απόδοσης:

- Μηδενική
- Πολύ χαμηλή
- Χαμηλή
- Μέτρια
- Υψηλή
- Πολύ υψηλή
- Τέλεια

Στο επόμενο στάδιο εφαρμόζεται ο τελεστής LOWA διπλής αναπαράστασης. Τελικό αποτέλεσμα είναι κάθε ομάδα λύσεων να χαρακτηριστεί με μια λεκτική μεταβλητή διπλής αναπαράστασης $impr_i = (s_i, a_i)$ με $a_i \in [-0.5, 0.5)$ και $s_i \in S$, όπου $S = \{s_0, s_1, \dots, s_6\}$ η επταβάθμια λεκτική κλίμακα σημαντικότητας:

- Ασήμαντη (s_0)
- Σχεδόν ασήμαντη (s_1)
- Χαμηλής προτεραιότητας (s_2)

- Ουδέτερη (s_3)
- Σημαντική (s_4)
- Πολύ σημαντική (s_5)
- Υψίστης προτεραιότητας (s_6)

Ακολουθεί η κατασκευή του τελικού πλάνου παραγωγής με χρήση της σταθμισμένης

μήτρας συσχετίσεων WRM η οποία έχει τη μορφή $WRM = \begin{bmatrix} wri_{1,1} & \cdots & wri_{1,n*m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ wri_{n*m,1} & \cdots & wri_{n*m,n*m} \end{bmatrix}$

όπου $wri_{i,j} \in [0,1]$ είναι ο σταθμισμένος δείκτης συσχέτισης θέσης της i διεργασίας ως προς την j διεργασία του συνόλου O για το σύνολο των ασθενών περιορισμών $SC_k, k \in [1, l]$ που υπολογίζεται με βάση τον τύπο $wri_{i,j} = \sum_{k=1}^l \Delta_6^{-1}(imp_k) * pos(o_i, o_j, SC_k)$ όπου

$pos(o_i, o_j, SC_k) = \begin{cases} 1, & \sigma_k(w) < \sigma_k(z) \\ 0, & \sigma_k(w) \geq \sigma_k(z) \end{cases}$ με $o_{\sigma_k(w)} = o_i$ και $o_{\sigma_k(z)} = o_j$ στον ασθενή κανόνα

SC_k και $\Delta_6^{-1}(imp_k) \in [0,6]$ είναι η αριθμητική τιμή της σημαντικότητας του συγκεκριμένου ασθενή κανόνα.

Το τελικό πλάνο διαμορφώνεται με τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 1^ο: Κατασκευή του συνόλου των διαθέσιμου διεργασιών $O_{available} = \{o_{11}, o_{21}, \dots, o_{n1}\}$.

Βήμα 2^ο: Επιλογή από τις διαθέσιμες διεργασίες, της διεργασίας o_{ij} της εργασίας J_i με το μεγαλύτερο $wri_{n*(i-1)+j,y}, y \in [1, n*m] - [n*(i-1)+1, n*(i-1)+m]$. Σε περίπτωση που υπάρχουν περισσότερες από μια τέτοιες διεργασίες, επιλέγεται αυτή με το μεγαλύτερο άθροισμα σταθμισμένων δεικτών συσχέτισης θέσης $\sum_{y \in [1, n*m] - [n*(i-1)+1, n*(i-1)+m]} wri_{n*(i-1)+j,y}$.

Βήμα 3^ο: Τοποθέτησε τη διεργασία στο τέλος του τελικού πλάνου Sch_{final} .

Βήμα 4^ο: Αντικατάσταση της διεργασίας o_{ij} με την o_{ij+1} στο σύνολο των διαθέσιμων διεργασιών $O_{available}$ ή διαγραφή της διεργασίας αν $j = m$.

Βήμα 5^ο: Εάν υπάρχουν στοιχεία στο σύνολο $O_{available}$ επανάλαβε στο 2^ο βήμα.

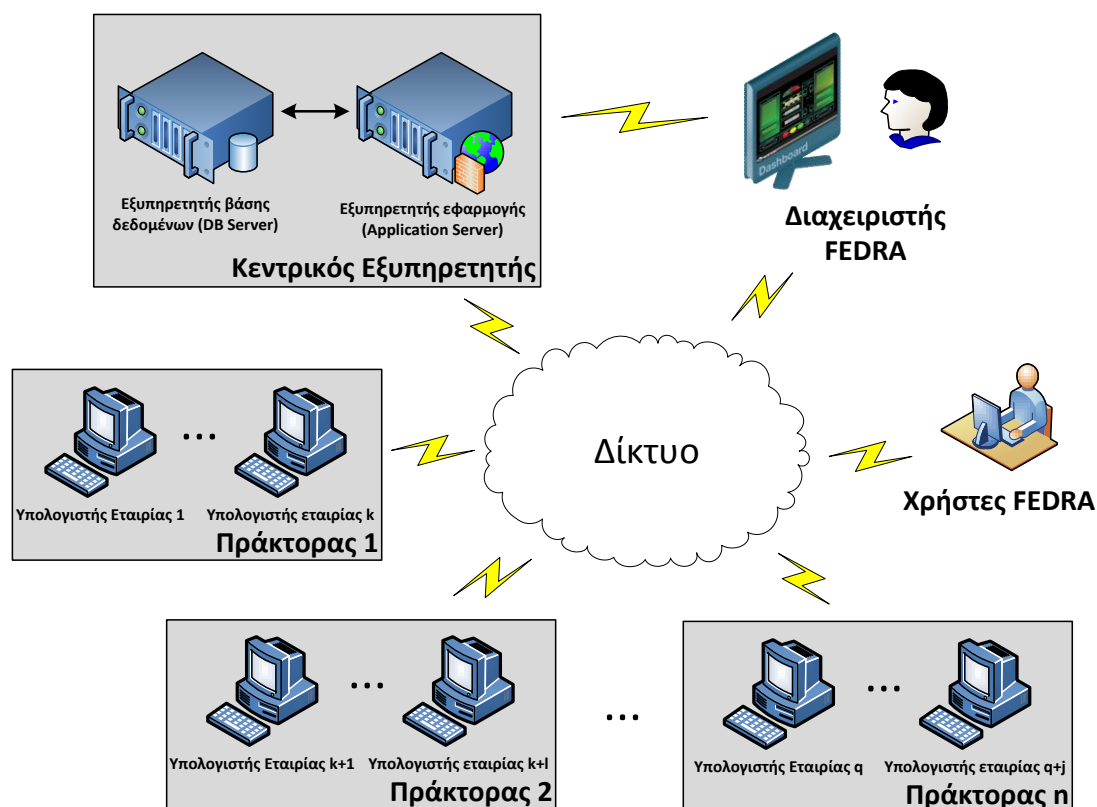
Ολοκλήρωση μεθοδολογίας

Αφού συντεθεί το τελικό πλάνο παραγωγής με την παραπάνω διαδικασία, ο υπεύθυνος παραγωγής εκτελεί μικρές τροποποιητικές αλλαγές στο πλάνο παραγωγής σε περίπτωση που απαιτούνται και στη συνέχεια καταρτίζονται οι εντολές παραγωγής και προγραμματίζονται οι διεργασίες. Παράλληλα με βάση τα αποθέματα, τα συνταγολόγια και το χρονοπρογραμματισμό που θα ακολουθηθεί, καταρτίζονται οι παραγγελίες πρώτων υλών προς τους προμηθευτές.

Πληροφοριακό σύστημα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής

Στο πλαίσιο εφαρμογής της προτεινόμενης μεθοδολογίας, έχει αναπτυχθεί το αντίστοιχο πληροφοριακό σύστημα, που ως στόχο έχει να υποστηρίξει τις επιμέρους διαδικασίες της προσέγγισης και να αξιοποιήσει τα υπάρχοντα δεδομένα που πιθανόν είναι αποθηκευμένα στα υπάρχοντα πληροφοριακά συστήματα των παραγωγικών συστημάτων.

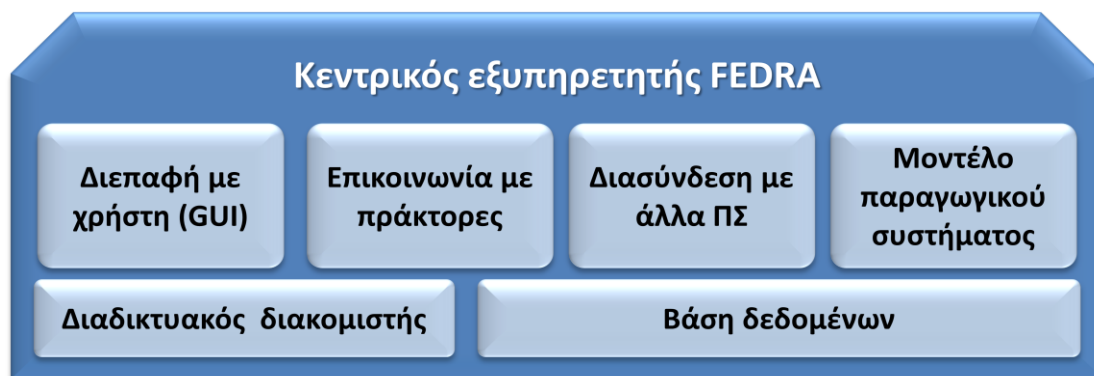
Η βασική αρχιτεκτονική του πληροφοριακού συστήματος FEDRA (Fuzzy Evolutionary Dispatching Rule Application) παρουσιάζεται στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα Ε.Π.6 Κατανεμημένη αρχιτεκτονική πληροφοριακού συστήματος FEDRA

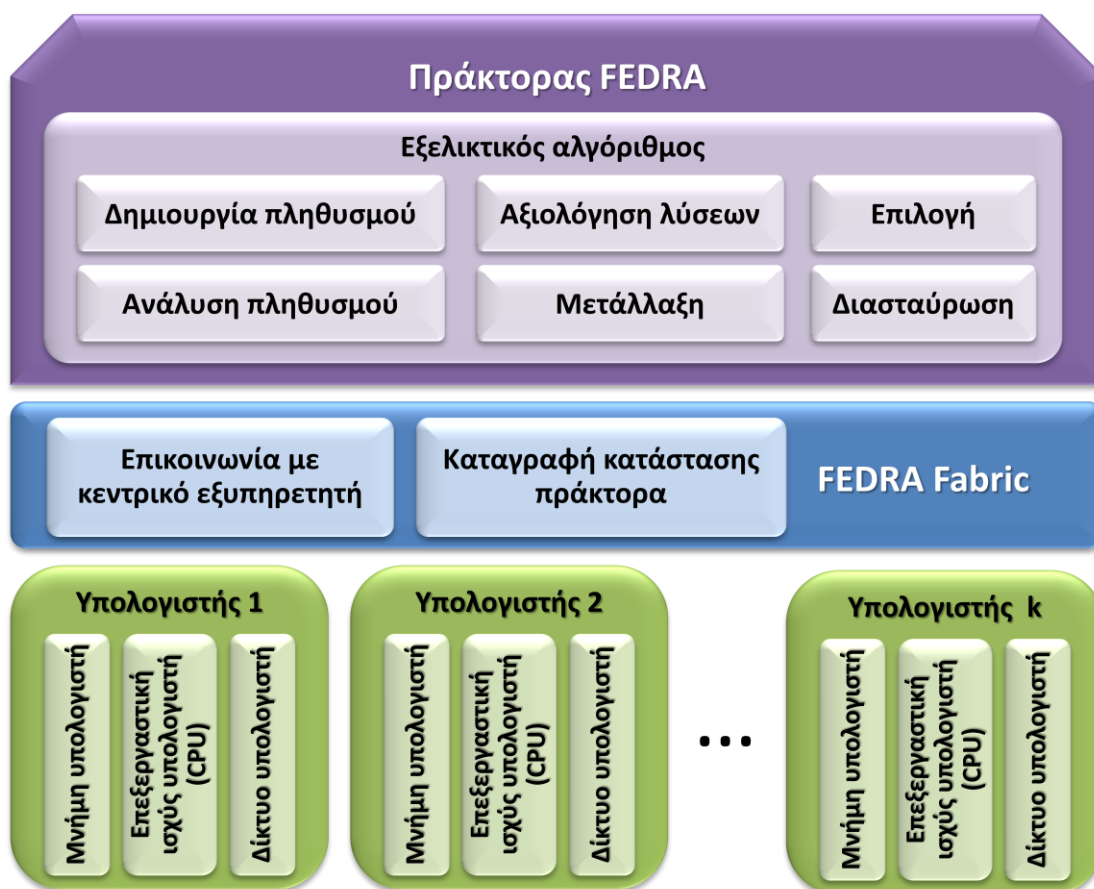
Ο κεντρικός εξυπηρετητής και οι πράκτορες έχουν υλοποιηθεί με βάση την αρχιτεκτονική σύνθεσης επιμέρους δομικών λίθων (modules architecture) με στόχο την εύκολη τροποποίηση των λειτουργιών τους καθώς και την εξασφάλιση της επεκτασιμότητά τους.

Ο κεντρικός εξυπηρετητής αποτελείται από τους ακόλουθους έξι δομικούς λίθους:



Εικόνα Ε.Π.7 Δομικοί λίθοι κεντρικού εξυπηρετητή

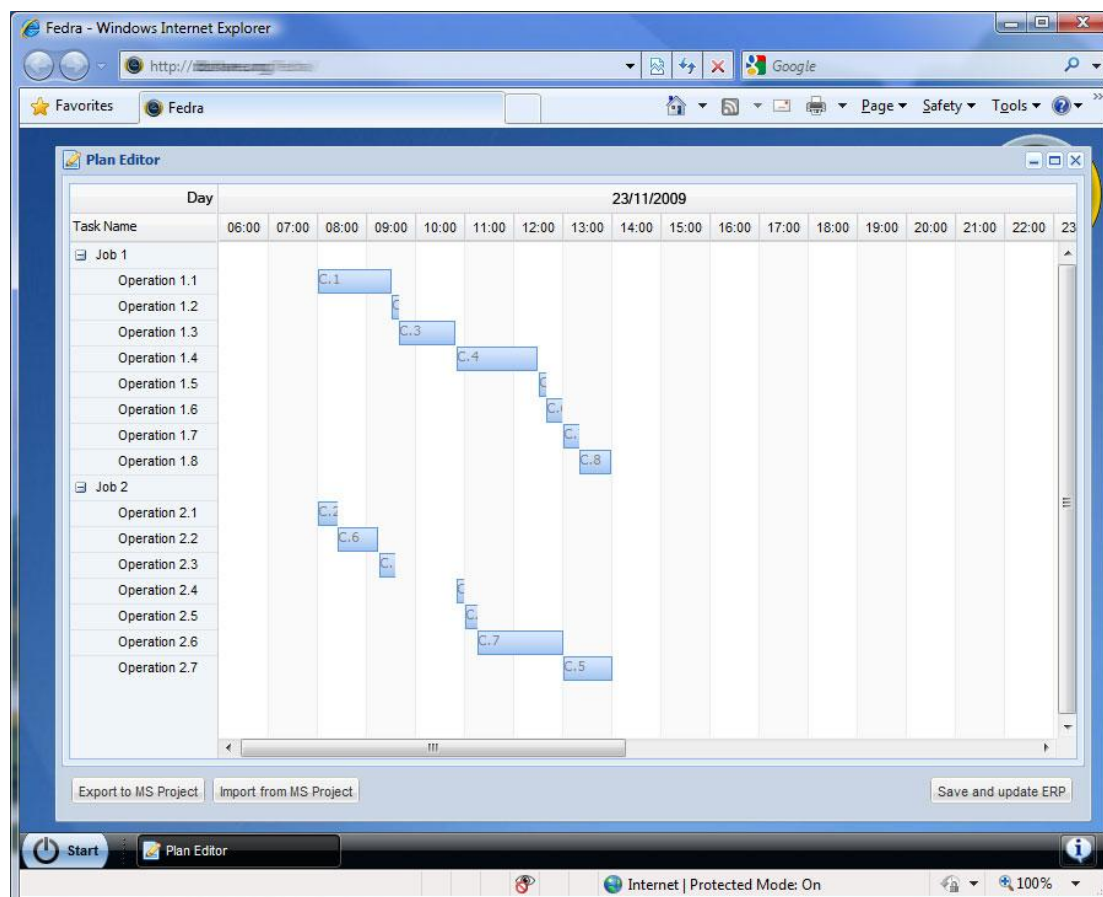
Αντίστοιχα, οι πράκτορες αποτελούνται από τους ακόλουθους δομικούς λίθους:



Εικόνα Ε.Π.8 Δομικοί λίθοι πρακτόρων

Όπου το FEDRA Fabric αποτελεί την υπηρεσία που εγκαθίσταται στους υπολογιστές που συμμετάσχουν στον εντοπισμό της βέλτιστης λύσης και είναι υπεύθυνη για τον καταμερισμό των εργασιών του πράκτορα στους υπολογιστές που τον εκτελούν.

Η πρόσβαση στο πληροφοριακό σύστημα γίνεται μέσα από περιηγητή ιστού (web browser) όπως ενδεικτικά παρουσιάζεται στην ακόλουθη εικόνα για την περίπτωση επεξεργασίας του τελικού πλάνου:



Εικόνα Ε.Π.9 Ενδεικτική οθόνη από το πληροφοριακό σύστημα FEDRA

Εφαρμογή

Για την ποιοτική και ποσοτική αποτίμηση της προτεινόμενης μεθοδολογίας της διδακτορικής διατριβής, εκτελέστηκε ένα σύνολο πειραμάτων πάνω σε διεθνή προβλήματα σύγκρισης για την αξιολόγηση της εξελικτικής αναζήτησης ενώ για την ποιοτική αξιολόγηση του συνόλου της μεθοδολογίας, εγκαταστάθηκε και λειτούργησε το ολοκληρωμένο πληροφοριακό σύστημα στη βιομηχανία ξυλείας VARXIL.

Όσον αφορά τον προτεινόμενο κανόνα απόδοσης προτεραιότητας FPLW, τα αποτελέσματα από τη σύγκριση με αντίστοιχους κανόνες απόδοσης προτεραιοτήτων, στα διεθνή προβλήματα σύγκρισης, συνοψίζονται στον ακόλουθο πίνακα:

Πρόβλημα	NxM	MIN	FPLW	LPT	SPT	LWKR	MWKR	LNS
FT06	6x6	55	65	129	121	154	74	73
FT10	10x10	930	1350	2851	2719	2657	1389	1390
FT20	20x5	1165	1691	2580	2680	2981	1995	1840
LA02	10x5	655	896	1908	1855	1762	982	1023
LA03	10x5	597	739	1211	1016	1660	797	1047
LA19	10x10	842	1179	3180	3613	4087	1188	1243
LA20	10x10	902	1273	3242	3029	3881	1404	1393
LA21	15x10	1046	1568	5581	4377	5733	1594	1639
LA25	15x10	977	1483	5408	4510	6104	1483	1529
LA26	20x10	1218	1760	5053	6607	8303	1789	1762
LA29	20x10	1152	1706	5752	5019	8318	1626	1740
LA38	15x15	1196	1808	6102	6122	8912	1860	1808
LA39	15x15	1233	1762	6613	5985	8844	1778	1847
LA40	15x15	1222	1953	7061	6336	9061	1953	1947
TA80	100x20	5183	7268	58989	51830	77430	8002	7455

Από τα παραπάνω, παρατηρούμε ότι σε όλα τα διεθνή προβλήματα σύγκρισης ο προτεινόμενος κανόνας απόδοσης προτεραιότητας εντοπίζει καλύτερες λύσεις από τους αντίστοιχους μεμονωμένους κανόνες εφόσον εντοπίζει τις ιδιαιτερότητες του προβλήματος και αξιολογεί τις διεργασίες με βάση το συνδυασμό που επιφέρει την καλύτερη λύση. Από την άλλη πλευρά, η εύρεση της τόσο καλής λύσης πετυχαίνεται με ένα αντίστοιχο υπολογιστικό κόστος το οποίο φτάνει τα 19 δευτερόλεπτα για το πρόβλημα TA80 (2000 διεργασίες) σε αντίθεση με τους υπόλοιπους κανόνες που συνέθεταν την τελική λύση σε λιγότερο από πέντε δευτερόλεπτα¹. Η πολυωνυμική αύξηση σε απαιτήσεις υπολογιστικής ισχύς είναι απόλυτα δικαιολογημένη αφού αυξάνει η πολυπλοκότητα στην κατάρτιση της ασαφούς κλίμακας με βάση την οποία γίνεται η αξιολόγηση. Παρόλ' αυτά, το υπολογιστικό κόστος θεωρείται μικρό σε σχέση με τη βελτίωση που επιτυγχάνεται.

Όσον αφορά την απόδοση του συνόλου της εξελικτικής αναζήτησης, οι μέσες τιμές των πειραματικών αποτελεσμάτων από 100 επανάληψης της αναζήτησης στα διεθνή προβλήματα σύγκρισης, συνοψίζονται στον ακόλουθο πίνακα:

¹ Τα πειράματα εκτελέστηκαν σε υπολογιστές με Inter Dual Core στα 2.1 GHz και 2 GB Ram

Τεστ	Μέσος χρόνος εκτέλεσης	Makespan καλύτερης εκτέλεσης	Makespan χειρότερης εκτέλεσης	Μέση τιμή makespan	APRD (%)	Μέσος αριθμός επαναλ.
FT06	00:00:07.26	55	55	55	0,000000	505
FT10	00:00:57.39	930	930	930	0,000000	725
FT20	00:01:23.12	1165	1189	1165,24	0,000206	1204
LA02	00:00:08.471	655	657	655,04	0,000122	953
LA03	00:00:08.255	597	597	597,00	0,000000	553
LA19	00:00:45.145	842	875	843,65	0,009798	735
LA20	00:01:01.412	902	913	902,44	0,001951	863
LA21	00:01:39.583	1046	1163	1054,19	0,054809	648
LA25	00:02:04.173	977	1109	984,92	0,048639	825
LA26	00:03:02.109	1218	1322	1225,28	0,041839	578
LA29	00:04:30.750	1152	1353	1168,08	0,111667	716
LA38	00:05:01.843	1196	1395	1219,88	0,239599	695
LA39	00:05:37.620	1233	1453	1261,60	0,301541	749
LA40	00:05:17.203	1222	1342	1236,40	0,141408	1173
TA80	00:55:23.309	5183	5232	5196,23	0,068920	1418

όπου *APRD* είναι η μέση τιμή του δείκτη απόκλισης (Percentage Relative Difference, PRD) ο οποίος ορίζεται ως $PRD = 100 * \frac{(C^{Best} - C^{comp})}{C^{Best}} \%$ όπου C^{Best} είναι το makespan του ολικού ελάχιστου όπως έχει υπολογιστεί από εξαντλητική αναζήτηση στο χώρο των λύσεων και C^{comp} είναι η υπολογιζόμενη τιμή του makespan από τον αλγόριθμο.

Από τα παραπάνω πειραματικά αποτελέσματα προκύπτει ότι ο αλγόριθμος εντοπίζει τη βέλτιστη λύση ακόμα και στα πιο δύσκολα προβλήματα όπως είναι το TA80 όπου η μέση τιμή απόκλισης του αλγορίθμου είναι μόλις $APRD = 0.069\%$ και μάλιστα μέσα σε λιγότερο από μία ώρα.

Σε συνέχεια της πειραματικής δοκιμής της εξελικτικής αναζήτησης στα διεθνή προβλήματα σύγκρισης, εφαρμόστηκε η πλήρης μεθοδολογία στο παραγωγικό σύστημα της εταιρίας VARXIL. Η εταιρία VARXIL ABEE δραστηριοποιείται στην παραγωγή ξύλου, προϊόντων ξύλου, επίπλων υψηλής ποιότητας και γενικά στην παροχή ολοκληρωμένων λύσεων εσωτερικής διακόσμησης. Η παραγωγική της μονάδα έχει τη δυνατότητα κάθετης παραγωγής και η εταιρία διαθέτει εξειδικευμένα Τμήματα Έρευνας και Σχεδιασμού Επίπλων και Διαμόρφωσης Χώρου, που βασίζονται στη χρήση ξύλου και λοιπών παραγώγων αυτού. Η παραγωγική διαδικασία της εταιρίας έχει μέσο πλήθος διεργασιών κοντά στις 4000 διεργασίες σε κάθε παραγωγικό πλάνο που καταρτίζεται.

Οι επιδιώξεις των κέντρων λήψης αποφάσεων της εταιρίας με βάση τις οποίες συντίθενται οι τελικές λύσεις ήταν οι ακόλουθες:

- Ελαχιστοποίηση συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης
- Ελαχιστοποίηση αριθμού αργοπορημένων εργασιών
- Ελαχιστοποίηση μέσου χρόνου καθυστέρησης
- Ελαχιστοποίηση σταθμισμένου μέσου χρόνου καθυστέρησης
- Ελαχιστοποίηση συνολικού χρόνου καθυστέρησης
- Ελαχιστοποίηση μέσου χρόνου ροής εργασιών
- Ελαχιστοποίηση μέσου χρόνου απραξίας εργασιών
- Ελαχιστοποίηση συνολικού χρόνου απραξίας εργασιών
- Ελαχιστοποίηση μέσου χρόνου απραξίας μηχανών

Τα παραγόμενα πλάνα συνθέτοντας με βάση τον ποσοτικοποιητή “As many as possible”. Ο υπεύθυνος παραγωγής αποδεχόταν το τελικό πλάνο χωρίς τροποποιήσεις και εκδίδονταν αυτόματα οι εντολές παραγωγής μέσα από τη διασύνδεση του FEDRA με το ERP SEN της Singular.

Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων της πιλοτικής εφαρμογής προέκυψαν τα ακόλουθα ποσοτικά και ποιοτικά συμπεράσματα :

- Μείωση των καθυστερημένων παραγγελιών κατά 24%.
- Αύξηση του μέσου βαθμού χρησιμοποίησης για το σύνολο σχεδόν των μηχανών κατά 10%.
- Μεγάλη ευελιξία χρονοπρογραμματισμού με χρήση διαφόρων κριτηρίων / αντικειμενικών συναρτήσεων.
- Σύνταξη τελικού πλάνου παραγωγής με βάση πολλαπλά κριτήρια.
- Ευχέρεια δυναμικής παρέμβασης του Υπεύθυνου Παραγωγής στο προτεινόμενο πλάνο χρονοδρομολόγησης εργασιών (διάγραμμα Gantt ή MS Project).

Συμπεράσματα

Η παρούσα διδακτορική διατριβή είχε ως στόχο την ανάπτυξη μιας ολοκληρωμένης μεθοδολογίας για τη διαχείριση πόρων σε παραγωγικά συστήματα. Η παρούσα διδακτορική διατριβή έρχεται να συμβάλει στα ακόλουθα:

1. Ανάπτυξη ολοκληρωμένης μεθοδολογίας χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε παραγωγικά συστήματα η οποία ενσωματώνει πολυκριτηριακή αξιολόγηση των συντασσόμενων πλάνων παραγωγής και συνθέτει το τελικό πλάνο με βάση τις πολλαπλές επιδιώξεις της επιχείρησης.
2. Ανάπτυξη προσαρμοσμένης πολυκριτηριακής μεθόδου γλωσσικών μεταβλητών για την αξιολόγηση των συντασσόμενων πλάνων παραγωγής και την επιτυχή σύνθεση του τελικού πλάνου παραγωγής με βάση τους ασθενείς περιορισμούς που απορρέουν από τα αξιολογημένα πλάνα.
3. Ανάπτυξη καινοτόμου ασαφούς κανόνα απόδοσης προτεραιότητας ο οποίος αποδίδει προτεραιότητες στις διεργασίες με βάση το χαρακτηρισμό τους σε μια ασαφή κλίμακα που προκύπτει από τα χαρακτηριστικά του προβλήματος.
4. Σχεδιασμό και ανάπτυξη ολοκληρωμένου πληροφοριακού συστήματος, το οποίο υποστηρίζει την προτεινόμενη μεθοδολογία σε όλο της το φάσμα και αξιοποιεί κατανεμημένη αρχιτεκτονική πρακτόρων.

Τα κυριότερα πλεονεκτήματα της συνολικής προτεινόμενης μεθοδολογίας είναι τα ακόλουθα:

1. Ικανότητα ολοκληρωμένης αντιμετώπισης προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής σε ευρεία γκάμα βιομηχανικών περιβαλλόντων. Χάρη στο γενικευμένο μοντέλο οντοτήτων που σχεδιάστηκε στα πλαίσια της προτεινόμενης μεθοδολογίας, ο αλγόριθμος FEDRA μπορεί να αντιμετωπίσει προβλήματα χρονοπρογραμματισμού από όλους τους τύπους παραγωγικών συστημάτων που αναφέρθηκαν σε προηγούμενη ενότητα.
2. Σύνταξη αποδοτικών πρόχειρων λύσεων με χρήση ασαφούς κανόνα απόδοσης προτεραιότητας. Ο προτεινόμενος κανόνας απόδοσης προτεραιότητας Fuzzy Process time with Longest number of successors and the most Work remaining (FPLW) υπολογίζει την προτεραιότητα της κάθε διεργασίας, εξετάζοντας τα

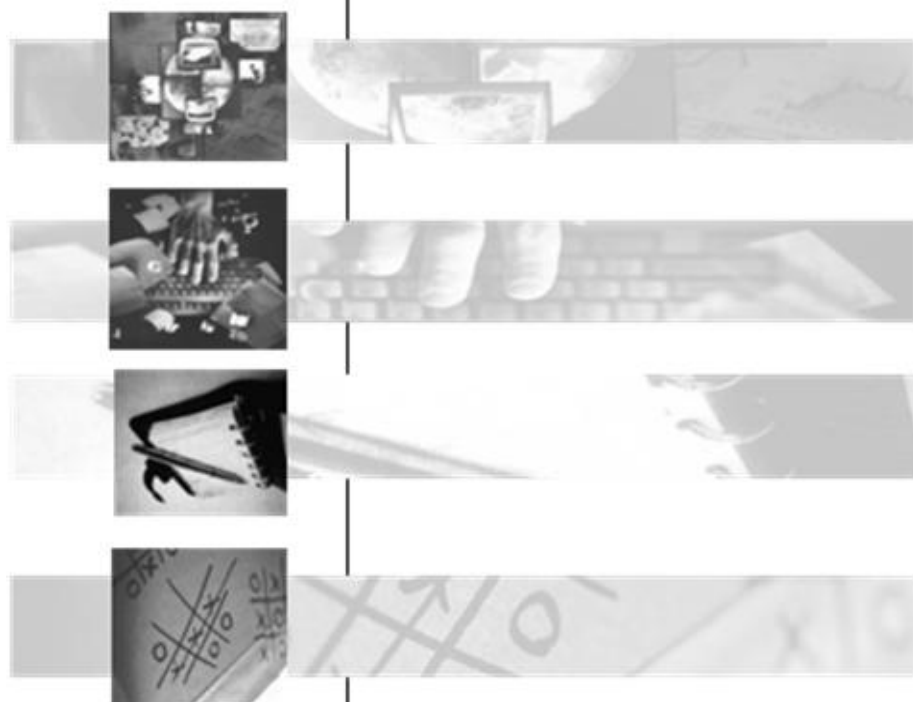
χαρακτηριστικά της ως προς μια ασαφή κλίμακα η οποία διαμορφώνεται από τα δεδομένα του προβλήματος. Παράλληλα, ο FPLW αντιμετωπίζει αποδοτικά τα προβλήματα χρονοπρογραμματισμού, εκτελώντας σταθμισμένη απόδοση προτεραιοτήτων με βάση τα κριτήρια που εξετάζονται σε τρεις ευρέως χρησιμοποιούμενους κανόνες απόδοσης προτεραιότητας, τους SPT, LNS και MWKR.

3. Δυνατότητα έγκαιρου επαναπροσδιορισμού πλάνου παραγωγής. Τα σύγχρονα παραγωγικά συστήματα και ειδικά τα συστήματα τύπου job shop, χαρακτηρίζονται από τη δυναμική άφιξη παραγγελιών. Αν συνυπολογίσουμε το ενδεχόμενο προσωρινής αντιμετώπισης μηχανικών βλαβών, διαφαίνεται η ανάγκη για έγκαιρο επαναπροσδιορισμό του βέλτιστου πλάνου παραγωγής. Το προτεινόμενο σύστημα προσφέρει αυτήν τη δυνατότητα υπολογίζοντας τις βέλτιστες λύσεις μέσα σε χρονικό ορίζοντα δύο ωρών.
4. Αξιολόγηση πλάνων με γλωσσικούς όρους. Οι άνθρωποι πολύ συχνά χρησιμοποιούν λέξεις στη φυσική τους γλώσσα αντί για αριθμητικές έννοιες όταν προσπαθούν να προσδιορίσουν ποιοτικά χαρακτηριστικά. Το προτεινόμενο πολυκριτηριακό σύστημα αξιολόγησης εισάγει την ανθρώπινη αντίληψη στο στάδιο της αξιολόγησης αποφεύγοντας παράλληλα το εγγενές πρόβλημα των γλωσσικών προσεγγίσεων της προέκτασης και της συμβολικής προσέγγισης οι οποίες χαρακτηρίζονται από απώλεια πληροφορίας και χαμηλή «διακριτότητας» των εναλλακτικών μεταξύ τους.
5. Ικανότητα αντιμετώπισης μεγάλης κλίμακας προβλημάτων. Ο σχεδιασμός του πληροφοριακού συστήματος έγινε με ιδιαίτερη έμφαση στη βέλτιστη αξιοποίηση των υπολογιστικών πόρων. Τόσο η κατανεμημένη αρχιτεκτονική, με την οποία αξιοποιείται η ανεκμετάλλευτη επεξεργαστική ισχύς των υπολογιστών του παραγωγικού συστήματος, όσο και η ορθολογική σχεδίαση των οντοτήτων του παραγωγικού μοντέλου και των συναρτήσεων που υλοποιούν τη μεθοδολογία, δίνουν τη δυνατότητα επίλυσης μεγάλης κλίμακας προβλημάτων.
6. Ευελιξία στον τελικό τρόπο σύνθεσης του προγράμματος παραγωγής. Σε αντίθεση με άλλα παρόμοια συστήματα, ο χρήστης έχει τη δυνατότητα μέσω κατάλληλου διαγράμματος Gantt ή μέσα από το Microsoft Project να επέμβει στο προτεινόμενο από το σύστημα πλάνο παραγωγής και να κάνει αλλαγές. Οι αλλαγές αυτές εφόσον δεν προσκρούουν σε κάποιους περιορισμούς γίνονται αποδεκτές.

Τέλος, θα πρέπει να επισημάνουμε το γεγονός ότι η επεκτασιμότητα και η δυνατότητα προσθήκης περαιτέρω κανόνων και κριτηρίων στον ίδιο τον εξελικτικό αλγόριθμο καθώς και η δυνατότητα διασύνδεση με πληροφοριακά συστήματα διαχείρισης αποθήκης πέρα του SEN που χρησιμοποιήθηκε για την πιλοτική εφαρμογή, αποτελούν επιπρόσθετα σημαντικά πλεονεκτήματα της προτεινόμενης προσέγγισης.

Κεφάλαιο

1



Εισαγωγή

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1. Το πρόβλημα

Στο πλαίσιο λειτουργίας μιας επιχείρησης, σε ένα συνεχώς μεταβαλλόμενο και ανταγωνιστικό περιβάλλον, ο ρόλος της ορθολογικής διαχείρισης πόρων αναγνωρίζεται ως θεμελιώδης παράγων επιτυχούς εξέλιξης και συνεχούς ανάπτυξη της. Στόχος και διαρκής επιδίωξη των επιχειρήσεων είναι η κατάλληλη διαχείριση των πόρων, οι οποίοι αποτελούν βασικό κεφάλαιο και παράγοντα υψηλής προστιθέμενης αξίας, με σκοπό να μετεξελιχθούν σε σημαντική πηγή ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος. Η θεωρία των πόρων και ικανοτήτων (resource based view), η οποία αναπτύσσεται τις δύο τελευταίες δεκαετίες, πρεσβεύει ότι κάθε επιχείρηση διαφέρει από τους ανταγωνιστές της ως προς τους πόρους και τις ικανότητες που διαθέτει, καθώς επίσης και ως προς τον τρόπο με τον οποίο τις εκμεταλλεύεται (Peteraf, 1993) (Barney, 1991).

Καθώς, λοιπόν, η επιτυχία μιας επιχείρησης εξαρτάται σε σημαντικό βαθμό από τους πόρους και τις ικανότητές της, τα στοιχεία αυτά αποτελούν αντικείμενο στρατηγικού ενδιαφέροντος. Αναφορικά με την ταξινόμησή τους, προτείνονται οι ακόλουθες τρεις κατηγορίες (Παπαδάκης, 1999):

1. οι φυσικοί πόροι,
2. οι ανθρώπινοι πόροι και
3. οι οργανωσιακοί πόροι.

Ενδεικτικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι φυσικοί πόροι περιλαμβάνουν τις πρώτες ύλες, την τεχνολογία, το μηχανολογικό εξοπλισμό και τις καινοτομίες. Οι ανθρώπινοι πόροι αφορούν το ανθρώπινο δυναμικό, τις ικανότητές του, τις γνώσεις που διαθέτει και την εμπειρία του. Οι οργανωσιακοί πόροι αναφέρονται στη χρηματοδότηση, τη διοίκηση, την ηγεσία και την κουλτούρα της επιχείρησης.

Οι παραγωγικοί πόροι μιας επιχείρησης είναι νομοτελειακά πάντα περιορισμένοι και σπάνια αρκετοί. Αυτό σημαίνει ότι η αποτελεσματική χρησιμοποίησή τους είναι αυτή που θα καθορίσει την απόδοση, την κερδοφορία και κατ' επέκταση την ανάπτυξη της επιχείρησης. Όσο αποτελεσματικότερη είναι η χρήση των πόρων τόσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό κέρδους και έτσι η επιχείρηση έχει περισσότερες δυνατότητες για ανάπτυξη που θα εξασφαλίσει τη βιωσιμότητα και την περαιτέρω κερδοφορία της (Skipper, 2009).

Συνεπώς, μια από τις κύριες πηγές προβληματισμού, στο σύγχρονο επιχειρηματικό πλαίσιο είναι η βέλτιστη διαχείριση μεγάλου αριθμού διαφορετικών πόρων. Η πολυπλοκότητα αυτή πηγάζει μέσα από την ενδεχόμενη ποικιλομορφία καθώς και τη διαφορετική φύση των υπό διαχείριση πόρων. Πόροι, μεταξύ άλλων θεωρούνται τα περιουσιακά στοιχεία της επιχείρησης που τίθενται στη διάθεση διαδικασιών και καταναλώνονται στη διαδικασία παραγωγής προϊόντων ή υπηρεσιών. Πιο συγκεκριμένα, πόροι μιας εταιρίας μπορούν να χαρακτηριστούν:

1. οι πρώτες ύλες,
2. το ανθρώπινο δυναμικό,
3. οι μηχανο-ώρες,
4. το κεφάλαιο και
5. οι επαγγελματικοί χώροι

γεγονός που αποτελεί απόδειξη για τη διαφορετική φύση των επιχειρησιακών πόρων.

Ειδικά στα παραγωγικά συστήματα, η αύξηση της ποιότητας των προϊόντων, η μείωση των ενδιάμεσων αποθεμάτων, η μείωση των χρόνων επεξεργασίας και η αύξηση της ευελιξίας των παραγωγικών συστημάτων αποτελούν τις κύριες επιδιώξεις των επιχειρήσεων που επιθυμούν να εξασφαλίσουν το στρατηγικό τους πλεονέκτημα.

Το ζήτημα της αριστοποίησης της διαχείρισης πόρων έχει απασχολήσει εξαιρετικά μεγάλο μέρος της επιστημονικής κοινότητας καθώς αποτελεί κεντρικό πρόβλημα των επιχειρήσεων ανά τον κόσμο. Οι θεωρητικές αλλά και πρακτικές προσεγγίσεις του προβλήματος παρόλο που έχουν αντιμετωπίσει το ζήτημα με ικανοποιητικό τρόπο ικανοποιητικά δεν έχουν καταλήξει σε στιβαρή μεθοδολογία βελτιστοποίησης. Ειδικά ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής είναι αποδεδειγμένα από τα δυσκολότερα (NP-hard) προβλήματα που συναντώνται στον τομέα της συνδυαστικής βελτιστοποίησης (Μπότσικας & Κελεμένης, 2005). Σε πραγματικά προβλήματα το πλήθος των πόρων μιας επιχείρησης καθώς και όλων των ειδών περιορισμών είναι πολύ μεγάλο, καθιστώντας εξαιρετικά δύσκολη τη διαδικασία χειρισμού τους. Ζητήματα όπως ο μεγάλος βαθμός πολυπλοκότητας που χαρακτηρίζει ένα πραγματικό βιομηχανικό περιβάλλον, εξαιτίας της ύπαρξης πλήθους δυναμικά μεταβαλλόμενων φαινομένων, δεν μπορούν εύκολα να αντιμετωπιστούν και να δοθούν αξιόπιστες, ποιοτικές λύσεις. Ως επί το πλείστον οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την αντιμετώπιση προβλημάτων διαχείρισης πόρων είναι ευρετικές (heuristics) και αποσκοπούν στην εξεύρεση προσεγγιστικών λύσεων με συμβιβασμό ως προς τον υπολογιστικό χρόνο. Λαμβάνοντας υπόψη τη μεθοδολογία που ακολουθούν, οι κυριότερες ευρετικές προσεγγίσεις βασίζονται σε ανάπτυξη βάσεως γνώσης με λογικούς κανόνες (rule-based method), τεχνικής μάθησης κι εξαγωγής συμπερασμάτων βασισμένη σε περιπτώσεις (case-based reasoning), μοντέλου μαυροπίνακα (blackboard) και δικτύου περιορισμών (constraint network). Σε όλες τις παραπάνω μεθόδους παρατηρείται μέχρι στιγμής ένα «επιστημονικό κενό». Το «κενό» αυτό υπάρχει γιατί τα μοντέλα που έχουν προταθεί κατά καιρούς αδυνατούν να μοντελοποιήσουν στο σύνολό τους τα πραγματικά προβλήματα, λόγω παραδοχών και απλουστεύσεων τις οποίες υιοθετούν.

Κατά την τελευταία δεκαετία, η αύξηση της υπολογιστικής ισχύος και η πρόοδος την επιστήμης της Πληροφορικής οδήγησε σε μια σειρά τεχνολογιών που προσφέρουν νέες δυνατότητες στο σχεδιασμό αλγορίθμων και στην κατανομημένη εκτέλεση αυτών. Με δεδομένη, λοιπόν, την ταχεία και περαιτέρω μελλοντική τεχνολογική εξέλιξη, η κάλυψη του προαναφερθέντος «επιστημονικού κενού» φαντάζει ως πρόκληση για τους ερευνητές στο πεδίο της διαχείρισης πόρων.

1.2. Το αντικείμενο και ο στόχος της διατριβής

Στο σύγχρονο, όλο και πιο περίπλοκο ανταγωνιστικό επιχειρηματικό περιβάλλον, οι επιχειρήσεις αναζητούν τρόπους να αντιμετωπίσουν τις αυξανόμενες προκλήσεις και να παραμείνουν ανταγωνιστικές. Σύμφωνα με τη διεθνή βιβλιογραφία, τα παραγωγικά

συστήματα που προσαρμόζονται στο μεταβαλλόμενο περιβάλλον και επιτυγχάνουν βέλτιστη διαχείριση των πόρων τους αποκτούν στρατηγικό πλεονέκτημα το οποίο μπορεί να τους αποφέρει συνεχή ανάπτυξη παρόλο το δυσμενές οικονομικό κλίμα που επικρατεί στις σύγχρονες αγορές (Skipper, 2009) (Shi & Daniels, 2003) (Nigel, 1987). Συνάμα, τα ολοένα και υψηλότερα επίπεδα εισχώρησης υπολογιστικών συστημάτων στην παραγωγική διαδικασία μπορούν να δώσουν στις εταιρίες τη δυνατότητα να παράγουν με μικρό κόστος πιο ευρεία γκάμα προϊόντων και να μπορούν να μεταβάλλουν τα χαρακτηριστικά των συστημάτων παραγωγής τους έτσι ώστε να προσαρμόζονται γρήγορα όταν θέλουν να παράγουν διαφορετικά ή/και καινούργια προϊόντα (Karwowski & Salvendi, 1994) (Massotte & Bataille, 2000).

Σε αυτήν την κατεύθυνση, ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής αποτελεί τμήμα άρρηκτα συνδεδεμένο με τη διαχείριση ενός παραγωγικού συστήματος, έχοντας μεγάλη σπουδαιότητα και αποτελώντας ένα από τα δυσκολότερα αλλά ταυτόχρονα και πιο ενδιαφέροντα προβλήματα βελτιστοποίησης μεγάλης κλίμακας. Η ύπαρξη ενός πολύ μεγάλου αριθμού παραγόντων, πολλοί από τους οποίους αλλάζουν δυναμικά στο χρόνο και οι οποίοι επηρεάζουν την τελική απόφαση, δικαιολογούν τον παραπάνω χαρακτηρισμό.

Τα ευφυή συστήματα διαχείρισης πόρων είναι συστήματα που έχουν σαν κύριο στόχο την ολοκληρωμένη υποστήριξη, στο βαθμό που αυτό είναι εφικτό, των υπευθύνων των επιχειρήσεων για τη βελτιστοποίηση της διαχείρισης των πόρων αυτών.

Στο πλαίσιο αυτό, αντικείμενο της διατριβής είναι ο σχεδιασμός και ανάπτυξη ευφυϊών εργαλείων τα οποία διαχειρίζονται τους πόρους παραγωγικών συστημάτων. Ειδικότερα, δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στην ανάπτυξη ευφυϊών εργαλείων που αντιμετωπίζουν το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βέλτιστα, αξιοποιώντας όσο το δυνατόν πιο αποδοτικά τους διαθέσιμους πόρους του παραγωγικού συστήματος.

Στόχος της διδακτορικής διατριβής, στην οποία βασίζεται η μεθοδολογία και τα σχετιζόμενα συστήματα που αναπτύσσονται, είναι η συμβολή στην αναγνώριση όλων των παραμέτρων του προβλήματος, στην εμπεριστατωμένη ανάλυση των μεταξύ τους αλληλεπιδράσεων και τελικά στη διαμόρφωση αλγόριθμων και μεθοδολογιών που θα οδηγούν στην εύρεση καλών λύσεων με βάση τα κριτήρια του κέντρου λήψης αποφάσεων.

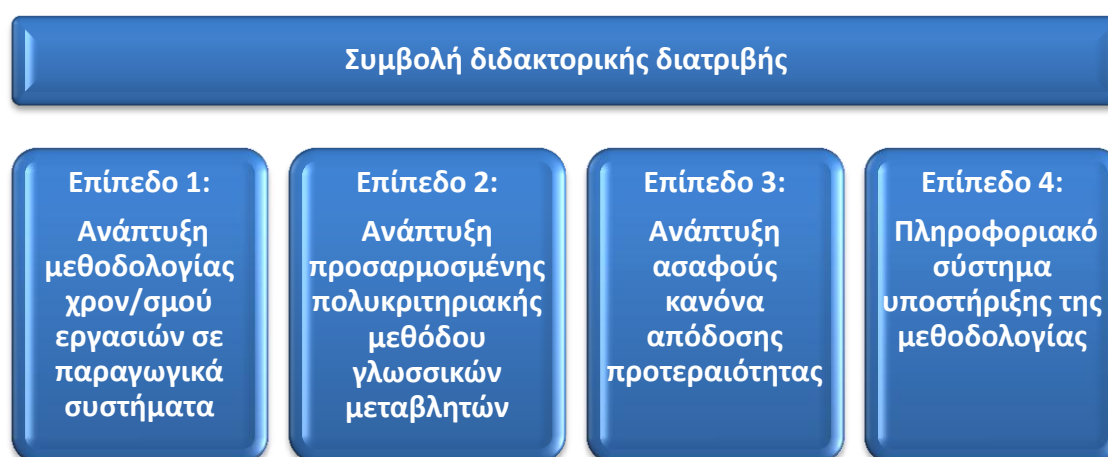
Με βάση τα παραπάνω, ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην ανάπτυξη του πλαισίου και των επιμέρους πρωτότυπων πολυκριτηριακών μεθοδολογιών, ώστε να μοντελοποιούν επαρκώς τα ποιοτικά χαρακτηριστικά των επιδόσεων των δυνατών επιλογών στα κριτήρια του

προβλήματος, αποτελώντας μία ικανή και επαρκή βάση για την επίλυση προβλημάτων διαχείρισης παραγωγικών συστημάτων.

Τέλος, τονίζεται ότι η προτεινόμενη μεθοδολογία δεν αποσκοπεί στο να αντικαταστήσει τα ήδη υπάρχοντα αναλυτικά και πολύπλοκα συστήματα διαχείρισης πόρων, αλλά να προσθέσει μια ευέλικτη μεθοδολογία χρονοπρογραμματισμού των απαιτούμενων διεργασιών. Η συστηματική καταγραφή και τα στατιστικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται στα υφιστάμενα συστήματα διαχείρισης πόρων είναι σημαντικά για τον προσδιορισμό των δεδομένων εισόδου της εφαρμογής της παρουσιαζόμενης μεθοδολογίας στην παρούσα διατριβή.

1.3. Η συμβολή της διατριβής

Η συμβολή της παρούσας διδακτορικής διατριβής εντοπίζεται σε τέσσερα (4) επίπεδα όπως απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα:



Εικόνα 1.1 Συμβολή διατριβής

Επίπεδο 1: Ανάπτυξη μεθοδολογίας χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε παραγωγικά συστήματα

Σε πρώτο επίπεδο, η διατριβή συμβάλλει στην ανάπτυξη μιας ολοκληρωμένης μεθοδολογίας χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με το όνομα FEDRA (Fuzzy Evolutionary Dispatching Rule Algorithm). Η μεθοδολογία ξεκινάει με τη διαμόρφωση του μοντέλου παραγωγής. Επικαιροποιούνται οι μεταβλητές κατάστασης του συστήματος και γίνεται ανάλυση των νέων παραγγελιών σε επιμέρους διεργασίες. Στη συνέχεια εκτελείται ένας ειδικά διαμορφωμένος εξελικτικός αλγόριθμος, που στηρίζεται στη γενετική αναζήτηση, κάνοντας χρήση ασαφούς συνάρτησης καταλληλότητας και αξιοποιώντας τα ιδιαίτερα

χαρακτηριστικά του μοντελοποιημένου προβλήματος. Τα αποτελέσματα της εξελικτικής αναζήτησης αναλύονται στατιστικά με στόχο τον προσδιορισμό των ακολουθιών που προσδίδουν βέλτιστα χαρακτηριστικά στις προτεινόμενες λύσεις. Σε αυτό το σημείο καλούνται τα κέντρα λήψης αποφάσεων να εισάγουν τις προτιμήσεις τους επιλέγοντας τα κριτήρια που αρμόζουν στη στρατηγική της εταιρίας και να αξιολογήσουν, χρησιμοποιώντας λεκτικές μεταβλητές, τα παραγόμενα πλάνα παραγωγής με βάση αυτά τα κριτήρια. Όλες οι προτιμήσεις των αποφασιζόντων μαζί με τα αποτελέσματα των προηγούμενων σταδίων αξιολογούνται με τη χρήση της προτεινόμενης πολυκριτηριακής ανάλυσης 2-tuple LOWA και αποτέλεσμα αυτής της εργασίας είναι το τελικό προτεινόμενο πλάνο παραγωγής. Σε αυτό το σημείο, ο υπεύθυνος παραγωγής δύναται να επηρεάσει το τελικό πλάνο, οπότε στη συνέχεια πραγματοποιούνται οι παραγγελίες των απαιτούμενων πρώτων υλών, αναλύεται το πλάνο σε επί μέρους εντολές παραγωγής και ξεκινάει η διαδικασία της παρακολούθησης.

Επίπεδο 2: Ανάπτυξη προσαρμοσμένης πολυκριτηριακής μεθόδου γλωσσικών μεταβλητών

Με βάση το γενικότερο πλαίσιο που παρουσιάστηκε παραπάνω, η διατριβή συμβάλει σε δεύτερο επίπεδο στην ανάπτυξη πρότυπων τεχνικών, που έγκεινται στο ευρύτερο επιστημονικό πεδίο της πολυκριτηριακής υποστήριξης αποφάσεων, προσαρμοσμένες κατάλληλα στο υφιστάμενο πρόβλημα. Επίσης συμβάλει στην ανάπτυξη μιας πολυκριτηριακής μεθόδου η οποία, βασισμένη στη μοντελοποίηση τόσο των ιδιοτήτων των σύγχρονων ελληνικών παραγωγικών συστημάτων όσο και των ποικίλων χαρακτηριστικών τους, αξιολογεί διάφορες αντικρουόμενες προτεραιότητες που αφορούν στον ορισμό του πλάνου παραγωγής, με στόχο τη διαμόρφωση ενός τελικού βέλτιστου πλάνου. Η σύνθεση γίνεται μέσω γλωσσικών μεταβλητών, με σκοπό την αναγνώριση εκείνων των πλάνων που εξυπηρετούν σε μεγαλύτερο βαθμό τα ενδιαφέροντα των εμπλεκόμενων. Η πολυκριτηριακή αυτή μέθοδος στηρίζεται στον τελεστή «LOWA», με την αναπαράσταση των γλωσσικών μεταβλητών να γίνεται με βάση την «2-tuple» προσέγγιση. Σχετικές μέθοδοι υποστήριξης αποφάσεων δεν έχουν ακόμα αναπτυχθεί.

Επίπεδο 3: Ανάπτυξη ασαφούς κανόνα απόδοσης προτεραιότητας

Το τρίτο επίπεδο συμβολής της διδακτορικής διατριβής εντοπίζεται στον προτεινόμενο κανόνα απόδοσης προτεραιότητας Fuzzy Process time with Longest number of successors and the most Work remaining (FPLW). Ο κανόνας αυτός συνθέτει το τελικό πλάνο παραγωγής χρονοπρογραμματίζοντας τις διεργασίες ανάλογα με την προτεραιότητα τους. Για τον υπολογισμό της προτεραιότητας κάθε διεργασίας, εξετάζεται ο απαιτούμενος χρόνος

εκτέλεσης τους, το πλήθος των διεργασιών που έπονται και ο συνολικός χρόνος επεξεργασίας που έπεται της κάθε διεργασίας. Η εξέταση αυτή γίνεται κάτω από το πρίσμα της ασαφούς ταξινόμησης των διεργασιών σε μια κλίμακα η οποία ορίζεται από τα δεδομένα του προβλήματος. Με αυτήν την τεχνική, οι διεργασίες ταξινομούνται ανάλογα με το σύνολο των διεργασιών του προβλήματος με αποτέλεσμα ο κανόνας να συγκρίνει τις διεργασίες σε μια κοινή βάση. Παράλληλα, ο FPLW περιέχει ένα στάδιο αρχικοποίησης στο οποίο εντοπίζει τη μήτρα βαρών για τα τρία προαναφερθέντα κριτήρια, με βάση την οποία παράγεται η καλύτερη δυνατή λύση. Με αυτόν τον τρόπο ο κανόνας μπορεί να αντιμετωπίσει με μεγάλη επιτυχία τις δυσκολίες που παρουσιάζουν τα προβλήματα χρονοπρογραμματισμού, συνδυάζοντας τρεις ευρέως χρησιμοποιούμενους κανόνες απόδοσης προτεραιότητας, τους SPT, LNS και MWKR.

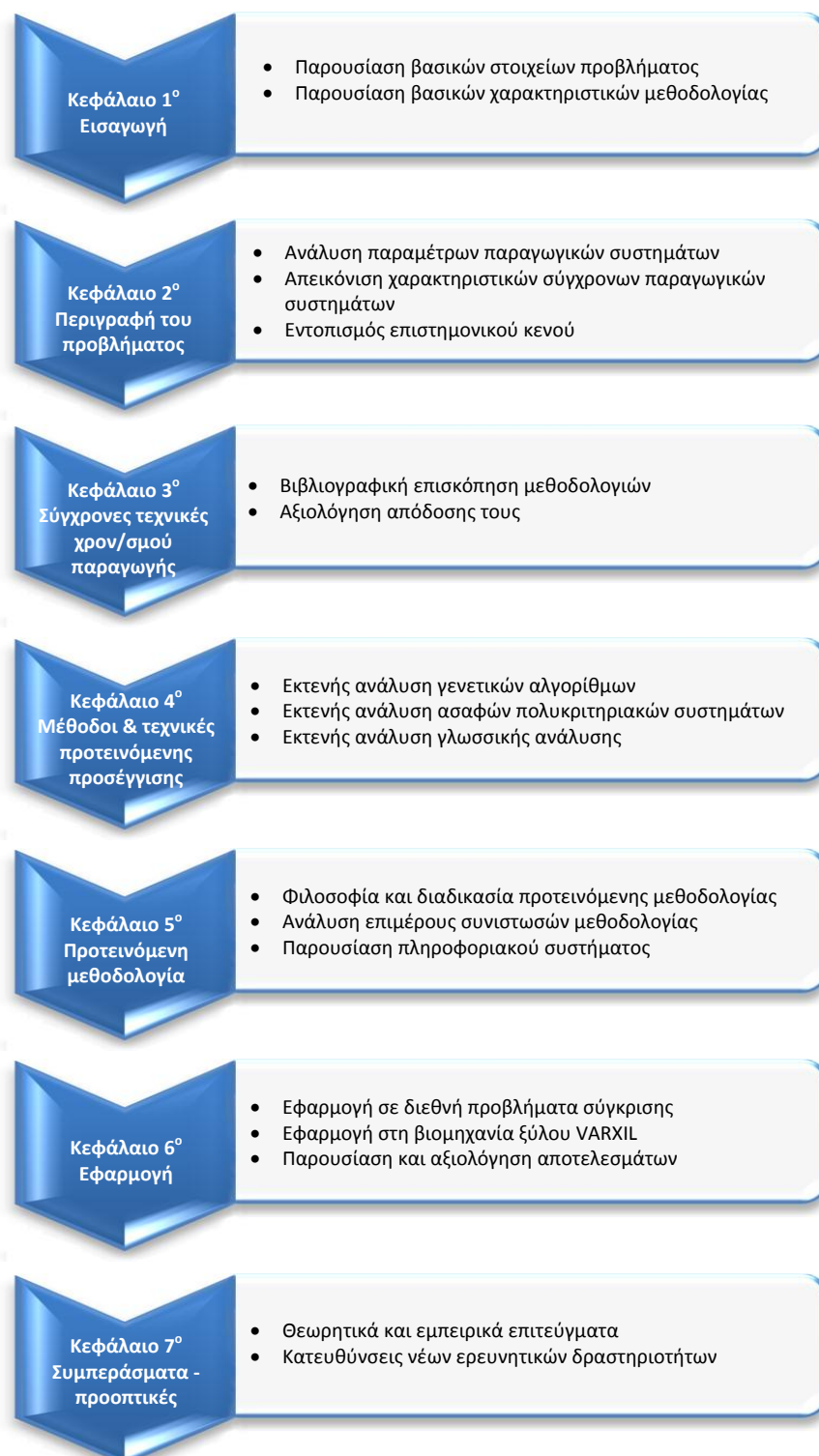
Επίπεδο 4: Πληροφοριακό σύστημα υποστήριξης της μεθοδολογίας

Τελευταίο επίπεδο συμβολής της διδακτορικής διατριβής αποτελεί ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη ενός ολοκληρωμένου πληροφοριακού συστήματος, το οποίο υποστηρίζει την προτεινόμενη μεθοδολογία σε όλο της το φάσμα. Συγκεκριμένα δίνονται αναλυτικά οι προδιαγραφές της προτεινόμενης τεχνολογικής πλατφόρμας και περιγράφεται πλήρως η χρήση αυτής και γενικότερα το πλαίσιο λειτουργίας του συστήματος.

1.4. Η δομή της διατριβής

Η διατριβή αποτελείται από επτά (7) κεφάλαια, όπως απεικονίζονται στο ακόλουθο σχήμα.

Η ροή των κεφαλαίων ακολουθεί την εξέλιξη υλοποίησης της διατριβής.



Εικόνα 1.2 Δομή της διατριβής

Ακολουθεί συνοπτική περιγραφή του περιεχομένου κάθε κεφαλαίου της διατριβής.

Κεφάλαιο 1: Το παρόν κεφάλαιο αποτελεί την εισαγωγή της διατριβής. Γίνεται αναφορά στο πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού, στο στόχο της διατριβής, την πρόταση και τη συμβολή της.

Κεφάλαιο 2: Σε αυτό το κεφάλαιο σκιαγραφείται το πρόβλημα του προγραμματισμού παραγωγής. Εξετάζονται οι διάφορες παραλλαγές του και εντοπίζονται τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που το αναδεικνύουν ως ένα από τα πιο δύσκολα συνδυαστικά προβλήματα της εποχής μας.

Κεφάλαιο 3: Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται οι σύγχρονες μεθοδολογίες χρονοπρογραμματισμού παραγωγής και γίνεται επισκόπηση των πρακτικών προσεγγίσεων.

Κεφάλαιο 4: Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται επισκόπηση των συσχετιζόμενων τεχνικών της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Γίνεται εκτενής ανάλυση τόσο των γενετικών αλγορίθμων όσο και των μεθοδολογιών πολυκριτηριακής υποστήριξης αποφάσεων δίνοντας έμφαση στα ασαφή πολυκριτηριακά συστήματα και στη λεκτική ανάλυση.

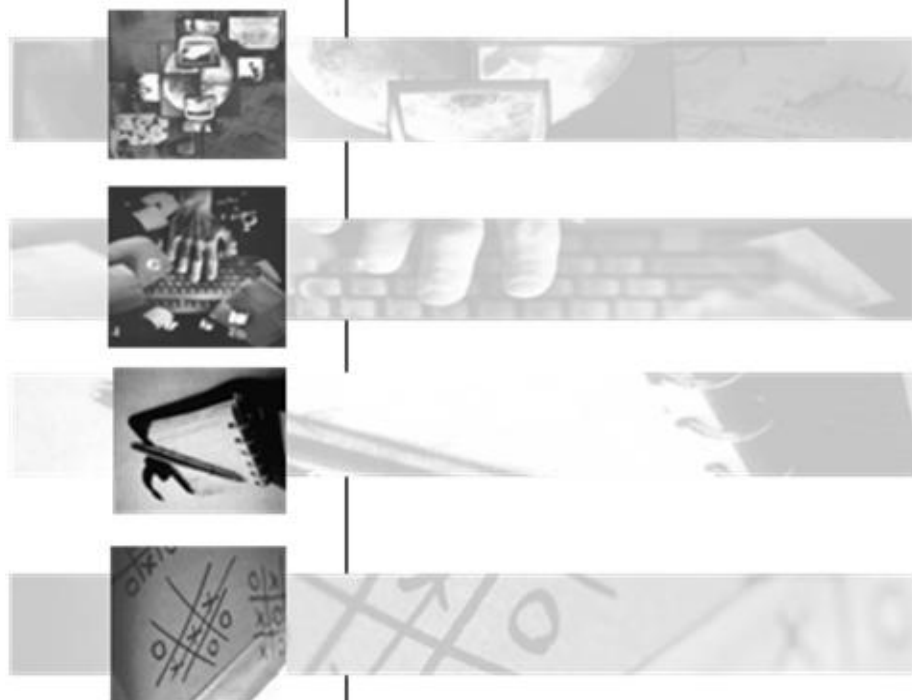
Κεφάλαιο 5: Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφεται αναλυτικά η προτεινόμενη μεθοδολογία. Βασιζόμενοι στα χαρακτηριστικά του προβλήματος και στις παραμέτρους που πρέπει να ληφθούν υπόψη, στο κεφάλαιο αυτό αναλύεται η φιλοσοφία και η διαδικασία της προτεινόμενης προσέγγισης, τα επιμέρους βήματα – συνιστώσες της και ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται. Τέλος, παρουσιάζεται το πληροφοριακό σύστημα που υποστηρίζει τις μεθοδολογίες που αναπτύσσονται στην παρούσα διδακτορική διατριβή.

Κεφάλαιο 6: Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η εφαρμογή της μεθοδολογίας σε διεθνή προβλήματα μέτρησης (benchmark problems) και στην ελληνική βιομηχανία ξυλείας VARXIL. Ταυτόχρονα, γίνεται αναλυτική παρουσίαση της πιλοτικής εφαρμογής της μεθοδολογίας, η αξιολόγηση και τα εξαχθέντα συμπεράσματα.

Κεφάλαιο 7: Στο τελευταίο κεφάλαιο η διατριβή ολοκληρώνεται με γενικά συμπεράσματα καθώς και την παρουσίαση των μελλοντικών προοπτικών και των πεδίων ανάπτυξης και εφαρμογής της προτεινόμενης μεθοδολογίας.

Κεφάλαιο

2



**Περιγραφή του
προβλήματος**

Κεφάλαιο 2: Περιγραφή του προβλήματος

2.1. Εισαγωγή

Στο πλαίσιο λειτουργίας μιας επιχείρησης, σε ένα συνεχώς μεταβαλλόμενο και ανταγωνιστικό περιβάλλον, ο ρόλος της ορθολογικής διαχείρισης πόρων αναγνωρίζεται ως θεμελιώδης παράγων επιτυχούς εξέλιξης και συνεχούς ανάπτυξής της. Στόχος και διαρκής επιδίωξη των επιχειρήσεων είναι η βέλτιστη διαχείριση των πόρων, οι οποίοι αποτελούν βασικό κεφάλαιο και παράγοντα υψηλής προστιθέμενης αξίας, με σκοπό να μετεξελιχθούν σε σημαντική πηγή ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος. Η θεωρία των πόρων και ικανοτήτων (resource based view) η οποία αναπτύσσεται τις δύο τελευταίες δεκαετίες (Peteraf, 1993), πρεσβεύει ότι κάθε επιχείρηση διαφέρει από τους ανταγωνιστές της ως προς τους πόρους και τις ικανότητες που διαθέτει, καθώς επίσης και ως προς τον τρόπο με τον οποίο τις εκμεταλλεύεται (Barney, 1991). Καθώς, λοιπόν, η επιτυχία μιας επιχείρησης εξαρτάται σε σημαντικό βαθμό από τους πόρους και τις ικανότητές της, τα στοιχεία αυτά αποτελούν αντικείμενο στρατηγικού ενδιαφέροντος.

Στη διεθνή βιβλιογραφία τονίζεται η ανάγκη για νέες στρατηγικές παραγωγής ώστε να διασφαλιστεί η ευελιξία της παραγωγής (Meredith, McCutcheon, & Hartley, 1994) (Hill,

1994) (Richter, 1996) (Dilworth, 1993). Άλλοι θεωρούν την ικανότητα των παραγωγικών συστημάτων να προσαρμόζονται στο μεταβαλλόμενο περιβάλλον ως κλειδί για τη μακροπρόθεσμη επιτυχία τους (Shi & Daniels, 2003) (Nigel, 1987). Τέλος, άλλοι έχουν υπογραμμίσει το γεγονός ότι τα ολοένα και υψηλότερα επίπεδα εισχώρησης υπολογιστικών συστημάτων στην παραγωγική διαδικασία μπορεί να δώσουν στις εταιρίες τη δυνατότητα να παράγουν με μικρό κόστος πιο ευρεία γκάμα προϊόντων και να μπορούν να μεταβάλλουν τα χαρακτηριστικά των συστημάτων παραγωγής τους έτσι ώστε να προσαρμόζονται γρήγορα όταν θέλουν να παράγουν διαφορετικά ή και καινούργια προϊόντα (Karwowski & Salvendi, 1994) (Massotte & Bataille, 2000). Η εντατική αυτή ενασχόληση δεν είναι τυχαία, αφού η σωστή και αποτελεσματική αντιμετώπιση του προβλήματος από μια επιχείρηση προσφέρει σημαντικά πλεονεκτήματα.

Από την άλλη μεριά, ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής αποτελεί τμήμα άρρηκτα συνδεδεμένο με τη διαχείριση, έχοντας μεγάλη σπουδαιότητα και αποτελούντα ένα από τα δυσκολότερα αλλά ταυτόχρονα και πιο ενδιαφέροντα προβλήματα βελτιστοποίησης μεγάλης κλίμακας. Η ύπαρξη ενός πολύ μεγάλου αριθμού παραγόντων, πολλοί από τους οποίους αλλάζουν δυναμικά στο χρόνο και οι οποίοι επηρεάζουν την τελική απόφαση, δικαιολογούν τον παραπάνω χαρακτηρισμό.

Η διαδικασία της λήψης αποφάσεων κατά τη διάρκεια του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής αφορά στην καλύτερη, ή και βέλτιστη αν είναι δυνατόν, χρονική ανάθεση των περιορισμένων πόρων ενός συστήματος για την επεξεργασία ενός αριθμού εργασιών. Η αξιολόγηση της ποιότητας της ανάθεσης πραγματοποιείται εκτιμώντας κατά πόσο εξυπηρετεί τους στόχους της επιχείρησης και βελτιστοποιεί τους αντικειμενικούς σκοπούς της. Η διαδικασία της ανάθεσης των πόρων στις εργασίες γίνεται υπό την επίδραση ενός συνδυασμού περιορισμών και προτιμήσεων. Οι περιορισμοί αυτοί μπορεί να είναι ισχυροί (hard constraints), ασθενείς (soft constraints) ή και προτιμήσεις (preferences).

Την τελευταία δεκαετία πολλές ερευνητικές προσπάθειες επικεντρώθηκαν στο πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, ενώ αναμένεται ότι αυτές θα συνεχιστούν με αμείωτη ένταση και στα επόμενα χρόνια. Παρόλη την εντατική ενασχόληση όμως, μέχρι στιγμής, δεν έχουν βρεθεί εκείνες οι λύσεις οι οποίες να μπορούν να εφαρμοστούν για την επίλυση του συνόλου των πραγματικών προβλημάτων.

2.2. Διαχείριση & χρονοπρογραμματισμός

Η αύξηση της ποιότητας των προϊόντων, η μείωση των ενδιάμεσων αποθεμάτων, η μείωση των χρόνων επεξεργασίας και η αύξηση της ευελιξίας των παραγωγικών συστημάτων αποτελούν τάσεις που παρατηρούνται στις σύγχρονες επιχειρήσεις. Ισχυρά πληροφοριακά συστήματα και νέες μέθοδοι ολοκληρωμένης διαχείρισης της παραγωγής εφαρμόζονται, με στόχο την κατάρτιση των , κατά το δυνατόν, βέλτιστων πλάνων χρονοπρογραμματισμού.

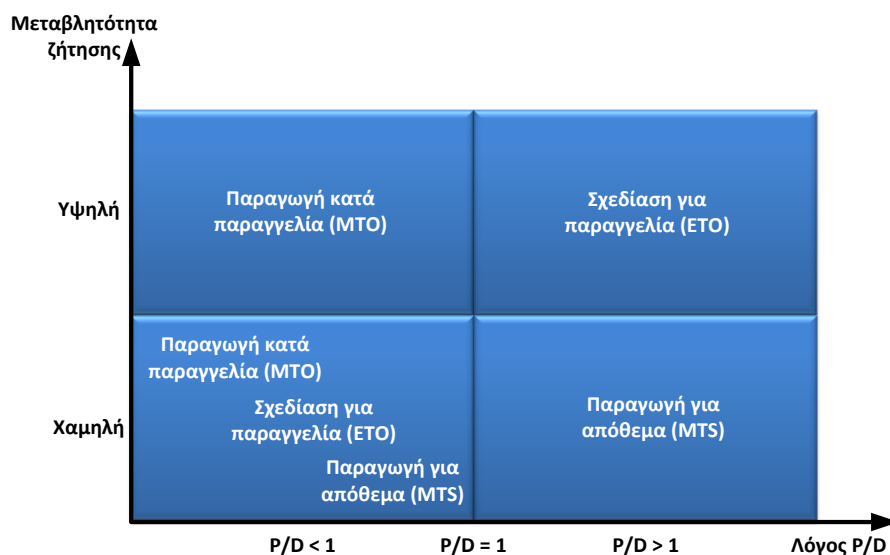
Παλαιότερα θεωρούνταν λογική η ύπαρξη υψηλών αποθεμάτων ενδιάμεσων και τελικών προϊόντων για την ικανοποίηση περιοδικών αυξήσεων ζήτησης ή και απορρόφησης των οποιονδήποτε λαθών στο χρονοπρογραμματισμό. Σήμερα, είναι ευρέως αποδεχτό ότι τα αποθέματα πρέπει προοδευτικά να περιορίζονται για αρκετούς λόγους:

- αμεσότερη γνώση της απόκλισης ποιότητας ενός προϊόντος από την επιθυμητή και γνώση της αιτίας αυτής της απόκλισης,
- συντομότεροι χρόνοι παράδοσης που επιθυμούν οι πελάτες, με δυνατότητα αναθεώρησης της παραγγελίας,
- μεταβαλλόμενες απαιτήσεις των πελατών και γρήγορη παλαίωση των προϊόντων,
- πιο ευέλικτη και άμεση αντίδραση στις επιθυμητές αλλαγές της παραγωγής καθώς και σε απρόσμενα ή επείγοντα προβλήματα.

Σε μια λογική μιας ολοκληρωμένης διαχείρισης της παραγωγής, οι νέες μέθοδοι έχουν ως βασικό στόχο την αποδοτικότερη και αποτελεσματικότερη αντιμετώπιση πρακτικών θεμάτων που αφορούν στις κυριότερες παραγωγικές πολιτικές (production policies) που ακολουθούνται από τις σημερινές επιχειρήσεις:

- παραγωγή για απόθεμα (make to stock, MTS)
- παραγωγή για παραγγελία (make to order, MTO)
- σχεδίαση για παραγγελία (engineer / design to order, ETO)
- σύγχρονη παραγωγή (Just-in-Time, JIT)

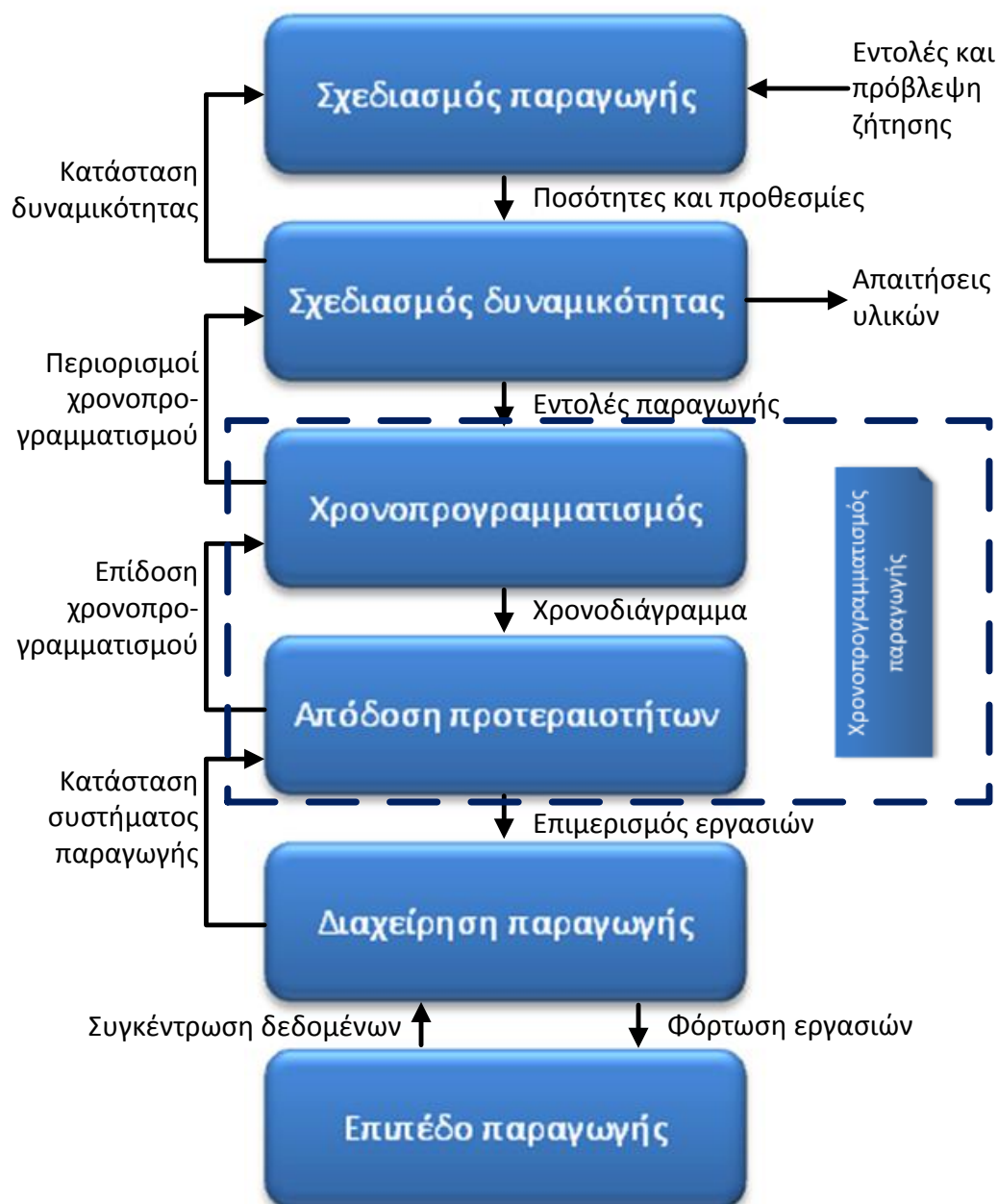
Στο κάτωθι σχήμα παρουσιάζεται το μοντέλο του Olhager για την ορθή επιλογή της καταλληλότερης παραγωγικής πολιτικής, λαμβάνοντας υπόψη κρίσιμους παράγοντες όπως τη σχετική αστάθεια ζήτησης (Relative Demand Volatility, όπου χαμηλή αστάθεια σημαίνει ότι η ζήτηση μπορεί να προβλεφθεί από την επιχείρηση), το χρόνο παράδοσης προϊόντων (D) και τον όγκο παραγωγής (P) (Olhager, 2003).



Εικόνα 2.1 Το μοντέλο του Olhager για επιλογή καταλληλότερης παραγωγικής πολιτικής

Όσον αφορά το θέμα του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής, οι σημερινές επιχειρήσεις αναζητούν την αυτοματοποιημένη υποστήριξη αποφάσεων καθώς και χειρισμού όλων των ειδών περιορισμών των παραγωγικών συστημάτων τους.

Στα βιομηχανικά περιβάλλοντα οι παραγγελίες μεταφράζονται σε εργασίες με καθορισμένες ημερομηνίες παράδοσης. Οι εργασίες αυτές πρέπει να επεξεργαστούν από τις μηχανές με μία δεδομένη σειρά. Το επίπεδο των μηχανών (όπως επίσης και ενδεχόμενες βλάβες σε αυτές) καθώς και ο μεσοπρόθεσμος και μακροπρόθεσμος σχεδιασμός της επιχείρησης επηρεάζουν άμεσα τη διαδικασία του χρονοπρογραμματισμού.



Εικόνα 2.2 Διάγραμμα ροής πληροφορίας σε βιομηχανικό περιβάλλον

Συνεπώς είναι κρίσιμος ο ρόλος που καλείται να διαδραματίσει η διαδικασία του χρονοπρογραμματισμού στις σύγχρονες επιχειρήσεις. Δεδομένη είναι άλλωστε η αλληλεπίδραση της λειτουργίας του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής μέσα σε ένα παραγωγικό σύστημα με πολλές άλλες λειτουργίες (Εικόνα 2.2). Ο τρόπος αυτής της αλληλεπίδρασης εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της κάθε επιχείρησης και διαφέρει από το ένα περιβάλλον στο άλλο.

2.3. Παραγωγικά συστήματα

Η κατηγοριοποίηση των παραγωγικών συστημάτων που χρησιμοποιούνται στις σημερινές επιχειρήσεις συνηθίζεται να γίνεται με βάση τα ακόλουθα κριτήρια :

- Τη σύνθεση ή τη διάταξη των τμημάτων που απαρτίζουν τις παραγωγικές μονάδες
- Τον αριθμό των μηχανών ή άλλων παραγωγικών μονάδων
- Τη ροή των υλικών και προϊόντων μέσα στην παραγωγική διαδικασία
- Την ευελιξία τους
- Το επίπεδο αυτοματοποίησης.

Στόχος αυτής της κατηγοριοποίησης είναι να επιτρέψει τη διάκριση των διαφορετικών εκδοχών με βάση τους παράγοντες που τις διαφοροποιούν και στη συνέχεια να διευκολύνει τη διαφορετική προσέγγιση στο θέμα του χρονοπρογραμματισμού για κάθε εκδοχή.

2.3.1. Σύστημα μιας μηχανής (single machine shop)

Πρόκειται για μια απλή μηχανή. Είναι η απλούστερη όλων των δυνατών βιομηχανικών περιβαλλόντων και αποτελεί ειδική περίπτωση πιο πολύπλοκων περιπτώσεων. Αν και δεν συναντάται πια στην πράξη, τα μοντέλα αυτό είναι σημαντικό γιατί τα συμπεράσματα που μπορούν να εξαχθούν από αυτό προσφέρουν μια καλή βάση για την προσέγγιση πιο πολύπλοκων περιβαλλόντων.

2.3.2. Σύστημα παράλληλων μηχανών (parallel machine shop)

Είναι ένα παραγωγικό σύστημα με μηχανές συνδεδεμένες παράλληλα και αποτελεί γενίκευση του συστήματος με μια απλή μηχανή. Οι διαφοροποιήσεις που υπάρχουν στα συστήματα αυτά αφορούν την ταχύτητα, τη δυναμικότητά τους και άλλα χαρακτηριστικά (π.χ. ίδιες μηχανές συνδεδεμένες παράλληλα, μηχανές με διαφορετική ταχύτητα συνδεδεμένες παράλληλα - ομοιόμορφες μηχανές, ασυσχέτιστες μηχανές συνδεδεμένες παράλληλα).

2.3.3. Σύστημα συνεχούς ροής (flow shop)

Στα συστήματα του τύπου συνεχούς ροής, η παραγωγή εξειδικεύεται σε ένα περιορισμένο αριθμό τυποποιημένων προϊόντων που παράγονται σε αντίστοιχες γραμμές παραγωγής και προορίζονται για ευρεία κατανάλωση. Οι διεργασίες περνούν από συγκεκριμένα στάδια επεξεργασίας. Τα στάδια αυτά μπορεί να είναι διακριτά (π.χ. σε μια αυτοκινητοβιομηχανία) ή συνεχή, οπότε και είναι αδύνατον να διαχωριστούν μεταξύ τους (π.χ. διυλιστήρια). Οι

διεργασίες έχουν το ίδιο δρομολόγιο μέσα στο σύστημα παραγωγής και έτσι πρέπει να επεξεργαστούν πρώτα στη μηχανή 1, μετά στη μηχανή 2 και ούτω καθεξής. Οι μηχανές είναι εγκατεστημένες στη σειρά και όταν μια διεργασία ολοκληρώνει την επεξεργασία της στη μια μηχανή πηγαίνει στην επόμενη. Η ακολουθία των διεργασιών μπορεί να ποικίλει από μηχανή σε μηχανή, εφόσον οι διεργασίες μπορεί να αναδιαταχθούν μεταξύ των μηχανών. Εντούτοις, η ίδια ακολουθία των διεργασιών διατηρείται διαμέσου όλου του συστήματος, αν ένα σύστημα χειρισμού των υλικών μεταφέρει τις διεργασίες από τη μια μηχανή στην άλλη.

Βασικές υποκατηγορίες του κλασικού συστήματος συνεχούς ροής είναι οι εξής:

- Συστήματα με κοινή ακολουθία σε όλες τις μηχανές (permutation flow shops). Λειτουργούν με βάση τον κανόνα FIFO (First In First Out - εξυπηρέτηση με τη σειρά άφιξης των εργασιών). Σε κάθε μηχανή η ακολουθία των εργασιών για επεξεργασία, είναι η ίδια.
- Συστήματα χωρίς υποχρεωτικά κοινή ακολουθία σε όλες τις μηχανές (non – permutation flow shops). Σε ορισμένα συστήματα συνεχούς ροής, αν μια διεργασία δεν χρειάζεται επεξεργασία σε μια συγκεκριμένη μηχανή, μπορεί να την παρακάμψει. Θεωρούνται οι πιο αντιπροσωπευτικές περιπτώσεις των συστημάτων συνεχούς ροής, γιατί αποτελούν μια καλύτερη αναπαράσταση των πρακτικών προβλημάτων.
- Ευέλικτα συστήματα (flexible flow shops ή hybrid flow shops). Τα συστήματα αυτά αποτελούνται από έναν αριθμό σταδίων σε σειρά με ένα αριθμό μηχανών συνδεδεμένων παράλληλα σε κάθε στάδιο (συνδυασμός συστήματος παράλληλων μηχανών και συνεχούς ροής). Οι διεργασίες υφίστανται επεξεργασία σε κάθε στάδιο σε οποιαδήποτε από τις παράλληλες μηχανές. Οι ουρές μεταξύ των διάφορων σταδίων συνήθως λειτουργούν με βάση τον κανόνα FIFO. Ο παραπάνω τύπος συστήματος συναντάται συνήθως στις βιομηχανίες καλλυντικών, τροφίμων και στις υφαντουργίες.
- Συστήματα με επανεισαγωγή (reentrant flow shops). Υπάρχει ένας αριθμός διεργασιών και μηχανών οργανωμένων σαν σύστημα συνεχούς ροής. Οι διεργασίες μετακινούνται μέσω του συστήματος και είναι δυνατό να παρακάμπτουν ορισμένες μηχανές. Όταν μια διεργασία ολοκληρώσει ένα πέρασμα μέσω του συστήματος, είναι δυνατό να ξαναμπεί σε αυτό για άλλου είδους επεξεργασία, ενώ δεν είναι

απαραίτητο να ξαναπεράσει ακριβώς από τις ίδιες μηχανές που υπέστη επεξεργασία στο προηγούμενο στάδιο.

- Συστήματα με διακλαδώσεις (diverging flexible flow shops). Σε αυτό το σύστημα, κάθε στάδιο έχει τουλάχιστον όσες μηχανές είχε και το προηγούμενό του.

2.3.4. Σύστημα κατά παραγγελία (job shop)

Στα συστήματα κατά παραγγελία, κυρίαρχη έννοια είναι η παραγγελία η οποία πρέπει να διεκπεραιωθεί. Αυτή η παραγγελία αφορά τις περισσότερες φορές την παραγωγή ενός προϊόντος με συγκεκριμένες προδιαγραφές που τίθενται από τον πελάτη. Εφόσον οι προδιαγραφές είναι διαφορετικές ανά παραγγελία, η γραμμή παραγωγής είναι επίσης διαφορετική για κάθε μια, ανεξάρτητα από το αν θα χρησιμοποιηθεί κοινά ένα συγκεκριμένο πλήθος παραγωγικών μονάδων. Τα κατά παραγγελία συστήματα είναι μια γενίκευση των συστημάτων συνεχούς ροής (ένα σύστημα συνεχούς ροής είναι ουσιαστικά ένα κατά παραγγελία σύστημα στο οποίο κάθε διεργασία έχει το ίδιο δρομολόγιο). Σε αυτά τα συστήματα, μπορούμε να διακρίνουμε τις ακόλουθες κατηγορίες:

- Ευέλικτα συστήματα (flexible job shops). Αποτελεί μια γενίκευση των απλών κατά παραγγελία συστημάτων. Εδώ, κάθε παραγωγική μονάδα περιλαμβάνει έναν αριθμό μηχανών συνδεδεμένων παράλληλα. Όταν μια διεργασία, στη διάρκεια του δρομολογίου της, φτάσει σε αυτήν τη παραγωγική μονάδα με τις παράλληλες μηχανές μπορεί να υποστεί επεξεργασία σε οποιαδήποτε από τις μηχανές.
- Συστήματα με κυκλική κυκλοφορία (recirculated job shops). Σε μια πιο πολύπλοκη θεώρηση του συστήματος, μια διεργασία μπορεί να “επισκεφτεί” μια συγκεκριμένη μηχανή αρκετές φορές κατά τη διάρκεια του δρομολογίου της (κυκλική κυκλοφορία).

2.3.5. Σύστημα συναρμολόγησης (assembly shop)

Τα συστήματα συναρμολόγησης διαφέρουν από τα άλλα παραγωγικά συστήματα. Εδώ, η κίνηση των διεργασιών «χειραγωγείται» από ένα σύστημα ελέγχου, το οποίο επιβάλλει περιορισμούς στους χρόνους έναρξης των διεργασιών στις διάφορες μηχανές. Τα συστήματα αυτά έχουν ένα μεταφορέα που κινείται συνήθως με σταθερή ταχύτητα. Οι μονάδες που πρέπει να συναρμολογηθούν μετακινούνται - με τη βοήθεια του μεταφορέα - από τον ένα σταθμό παραγωγής στον άλλο. Κάθε σταθμός παραγωγής έχει τη δική του ικανότητα παραγωγής και τους δικούς του περιορισμούς.

Τέτοιου τύπου συστήματα είναι πολύ συνηθισμένα στις αυτοκινητοβιομηχανίες, όπου διαφορετικοί τύποι αυτοκινήτων (π.χ. διαφορετικού χρώματος, διαφορετικού επιπέδου εξοπλισμού) πρέπει να συναρμολογηθούν σε μια γραμμή παραγωγής.

2.3.6. Κυψελοειδές σύστημα παραγωγής (manufacturing cell)

Εδώ αναφερόμαστε στην φιλοσοφία Group Technology (GT) (Levary, 1993) των κυψελοειδών συστημάτων παραγωγής. Η τεχνολογία αυτή προήλθε από την ανάγκη για περαιτέρω βελτίωση της παραγωγικότητας των συστημάτων παραγωγής. Στηρίζεται στην αναδιοργάνωση των παραδοσιακών συστημάτων συνεχούς ροής και κατά παραγγελίας σε κυψελοειδή συστήματα. Βασικά, τα προϊόντα που πρέπει να παραχθούν ομαδοποιούνται σε αρκετές “οικογένειες”. Κάθε οικογένεια εξυπηρετείται από μια κυψελίδα η οποία αποτελείται από μια δέσμη μηχανών μαζί με ένα σύστημα χειρισμού. Οι κύριοι στόχοι της φιλοσοφίας αυτής είναι:

- Απλοποίηση της ροής των διεργασιών
- Μείωση των χρόνων προετοιμασίας των μηχανών
- Μείωση του χρόνου μεταφοράς των διεργασιών
- Μείωση του χρόνου παραγωγής

Σε αυτήν την κατηγορία κατασκευαστικής φιλοσοφίας μπορούν να ενταχθούν επίσης η διαχείριση ολικής ποιότητας (total quality management, TQM) και ο χρονικός ανταγωνισμός (time-based competition, TBC) που χρησιμοποιούν τις αρχές των κυψελοειδών συστημάτων κατασκευής.

2.3.7. Σύστημα μαζικής παραγωγής (batch shop)

Ένα σύστημα μαζικής παραγωγής είναι βασικά ένα σύστημα στο οποίο η παραγωγή πανομοιότυπων τελικών ή ενδιάμεσων προϊόντων είναι τόσο μεγάλη, ώστε προτιμάται η παραγωγή κάποιων τμημάτων σε συγκεκριμένες παρτίδες για να επιτυγχάνονται μεγάλες οικονομίες κλίμακας. Η ροή των διεργασιών στο συγκεκριμένο σύστημα παραγωγής δεν είναι τελείως γραμμική αλλά συνήθως είναι λιγότερο πολύπλοκη από ότι στα προηγούμενα συστήματα. Ένα παράδειγμα διακριτού συστήματος μαζικής παραγωγής είναι μια βιοτεχνία ρούχων.

2.3.8. Σύστημα πολυεπεξεργασιών (multi-processor task system)

Εδώ οι διεργασίες απαιτούν επεξεργασία από μια ή περισσότερες μηχανές ταυτόχρονα.

2.3.9. Σύστημα μηχανών πολλαπλής χρήσης(multi-purpose machine shop)

Σε αντίθεση με τα συστήματα παραγωγής που έχουμε εξετάσει ως τώρα, στα οποία κάθε μηχανή μπορεί να εκτελέσει μία μόνο εργασία, σε ένα σύστημα μηχανών πολλαπλής χρήσης (multi-purpose machine, MPM) οι μηχανές είναι εξοπλισμένες με διαφορετικά εργαλεία και είναι ικανές να διεκπεραιώνουν διαφόρων ειδών εργασίες. Μια μηχανή μπορεί να επεξεργαστεί μια διεργασία, μόνο αν είναι εξοπλισμένη με τα κατάλληλα εργαλεία.

2.3.10. Σύστημα έγκαιρης παράδοσης (just-in-time system, JIT)

Η λογική των συστημάτων αυτών υιοθετήθηκε και εφαρμόστηκε για πρώτη φορά από την αυτοκινητοβιομηχανία Toyota μετά το Β΄ Παγκόσμιο Πόλεμο. Η πολιτική των συστημάτων αυτών είναι τα τελικά προϊόντα να παράγονται ακριβώς τη στιγμή που πρέπει να παραχθούν και διέπει όλο το σύστημα από τη στιγμή που αγοράζονται οι πρώτες ύλες μέχρι τη στιγμή που το προϊόν φτάνει στο τελικό στάδιο επεξεργασίας. Στα συστήματα αυτά στόχος είναι η μείωση στο κόστος της αποθήκευσης των προϊόντων (ενδιάμεσων και τελικών), η υψηλότερη ποιότητα των τελικών προϊόντων, η αυξημένη ικανότητα προσαρμογής στις απαιτήσεις των πελατών και τελικά η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους κατασκευής.

Παρακάτω εμφανίζεται η σχέση που υπάρχει μεταξύ των συστημάτων παραγωγής, του όγκου παραγωγής και της ποικιλίας των προϊόντων που μπορούν να παράγουν.



Εικόνα 2.3 Σχέση όγκου παραγωγής και ποικιλίας προϊόντων στα παραγωγικά συστήματα

2.4. Κατηγοριοποίηση προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού

2.4.1. Ορισμός

Ένας τυπικός ορισμός που έχει δοθεί για την περιγραφή του γενικού προβλήματος του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής είναι ο ακόλουθος:

Ένα σύνολο J αποτελούμενο από n εργασίες (οι όροι εργασίες και παραγγελίες / προϊόντα έχουν κοινή σημασία) $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ πρέπει να υποστούν επεξεργασία από ένα σύνολο m διαθέσιμων μηχανών, $M = \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$. Κάθε εργασία αντιστοιχεί σε κάποια παραγγελία από το σύνολο O , όπου $O = \{O_1, O_2, \dots, O_o\}$. Για την ολοκλήρωση του συνόλου των λειτουργιών κάθε εργασίας απαιτείται η επίσκεψη ενός συγκεκριμένου υποσυνόλου των μηχανών. Η αλληλουχία, σύμφωνα με την οποία κάθε εργασία θα επισκεφτεί το σύνολο των μηχανών που της αντιστοιχεί μπορεί να είναι ορισμένο ή όχι.

Η επεξεργασία της εργασίας J_j στη μηχανή M_i καλείται λειτουργία ή διεργασία (operation) Op_{ij} . Σε κάθε διεργασία αντιστοιχίζεται ο χρόνος επεξεργασίας t_{ij} . Για το σύνολο των εργασιών ορίζονται οι χρόνοι διαθεσιμότητας r_j (ready time, release time) που δηλώνουν τη χρονική στιγμή από την οποία και μετά είναι διαθέσιμες οι εργασίες για επεξεργασία ή/και οι χρόνοι ολοκλήρωσης d_j (due date) που ορίζουν τη χρονική στιγμή μέχρι την οποία θα πρέπει να έχει ολοκληρωθεί το αργότερο, το σύνολο των διεργασιών τους από τις μηχανές που τους αντιστοιχούν.

Με βάση τα παραπάνω, ως χρονοπρογραμματισμός θεωρείται η χρονική ανάθεση των εργασιών στις μηχανές. Το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού αναφέρεται στην εύρεση βέλτιστων πλάνων χρονοδρομολογήσεων σύμφωνα με προκαθορισμένα κριτήρια.

Μία γενίκευση του παραπάνω ορισμού αποτελεί η αντικατάσταση των μηχανών με «κέντρα επεξεργασίας» ή «κέντρα εργασίας», τα οποία μπορούν να περιέχουν περισσότερες από μια μηχανές. Στην περίπτωση αυτή η κάθε εργασία μπορεί να υποστεί επεξεργασία από οποιαδήποτε μηχανή του συγκεκριμένου κέντρου.

2.4.2. Συμβολισμοί

Η πρώτη συμβολική μέθοδος για την κατηγοριοποίηση των προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού προτάθηκε από τους Conway et al. (Conway, Maxwell, & Miller, 1967) και βασιζόταν σε 4 παραμέτρους :

$$n|m|A|B \quad (2.1)$$

Όπου:

n : ο αριθμός των εργασιών / παραγγελιών,

m : ο αριθμός των επεξεργαστών (μηχανών),

A : ο τρόπος η κανόνας ροής των εργασιών στο χώρο των επεξεργαστών. Αν $m = 1$, η θέση του A αφήνεται κενή. Διαφορετικά στη θέση του A τίθεται:

F : στην περίπτωση συστήματος συνεχούς ροής (flow-shop), όταν όλες οι εργασίες εκτελούνται στους επεξεργαστές ακολουθώντας την ίδια ακριβώς πορεία (πρώτα στον επεξεργαστή 1, μετά στον επεξεργαστή 2 κ. ο. κ.),

P : όπως στην προηγούμενη περίπτωση, με τον πρόσθετο περιορισμό ότι, σε κάθε επεξεργαστή, οι εργασίες εκτελούνται με την ίδια ακριβώς σειρά (στον επεξεργαστή x πρώτα θα εκτελεστεί η εργασία 1, μετά η εργασία 2 κ. ο. κ.)

G : στην περίπτωση του συστήματος παραγωγής κατά παραγγελία (job-shop), όπου δεν υπάρχουν περιορισμοί στη μορφή τεχνολογικών περιορισμών.

B : αφορά το δείκτη απόδοσης, με τον οποίο αξιολογείται ένα πρόγραμμα παραγωγής.

Έτσι, $n/2/G/N_T$ σημαίνει n εργασίες, 2 επεξεργαστές, πρόβλημα συστήματος κατά παραγγελία, όπου δείκτης απόδοσης είναι ο αριθμός N_T των αργοπορημένων εργασιών.

Παρόλο που αυτή η μέθοδος αποδείχθηκε κατάλληλη για βασικά προβλήματα, δεν μπορούσε να «μοντελοποιήσει» πιο σύνθετα προβλήματα. Ο Graham πρότεινε μία μέθοδο βασιζόμενη σε 3 διακριτά πεδία (Graham, Lawler, Lenstra, & Rinnooy Kan, 1979):

$$\alpha|\beta|\gamma \quad (2.2)$$

όπου:

α : το σύστημα παραγωγής,

β : οι περιορισμοί και άλλα χαρακτηριστικά,

γ : το αντικειμενικό μέτρο ποιότητας ή αλλιώς το κριτήριο.

Το πεδίο α μπορεί να πάρει μία από τις παρακάτω τιμές (είσοδοι) :

- 1: Για σύστημα μίας μηχανής (single machine shop)
- Qm: Για σύστημα παράλληλων ίδιων μηχανών (parallel identical machine shop)
- Rm: Για σύστημα παράλληλων διαφορετικών μηχανών (parallel unrelated machine shop)
- Fm: Για σύστημα συνεχούς ροής (flow shop)
- FFs: Για ευέλικτο σύστημα συνεχούς ροής (flexible flow shop)
- Jm: Για σύστημα κατά παραγγελία (job shop)
- Mc: Για κυψελοειδές σύστημα (manufacturing cell)
- Bs: Για σύστημα μαζικής παραγωγής (batch shop)
- QMPM: Για σύστημα μηχανών πολλαπλής χρήσης (multi-purpose machine shop)

Στο πεδίο β ορίζονται οι διάφοροι περιορισμοί που υπάρχουν στο σύστημα παραγωγής και μπορεί να περιλαμβάνει πολλαπλές εισόδους. Παρακάτω παρουσιάζονται μερικές από τις εισόδους στο πεδίο β (Blazewicz, Lenstra, & Rinnooy Kan, 1983).

- block (μπλοκάρισμα, blocking). Το μπλοκάρισμα είναι ένα φαινόμενο που μπορεί να εμφανίζεται σε συστήματα παραγωγής διαφόρων ειδών. Ένα σύστημα flow shop, για παράδειγμα, είναι δυνατό να έχει περιορισμένο αποθηκευτικό χώρο (buffer) μεταξύ δυο διαδοχικών μηχανών. Όταν αυτός ο ενδιάμεσος χώρος αποθήκευσης είναι κορεσμένος, η μηχανή που προηγείται αυτού του χώρου δεν μπορεί να προωθήσει μια εργασία που η επεξεργασία της έχει τελειώσει. Αυτό το φαινόμενο είναι γνωστό σαν μπλοκάρισμα. Η ολοκληρωμένη εργασία πρέπει να παραμείνει στη μηχανή, εμποδίζοντάς την να επεξεργαστεί μια άλλη εργασία. Το φαινόμενο εμφανίζεται συχνά στην περίπτωση μηδενικού αποθηκευτικού χώρου μεταξύ δυο διαδοχικών μηχανών.
- brkdwn (βλάβες μηχανών, breakdowns). Οι βλάβες των μηχανών έχουν σαν αποτέλεσμα να μην είναι πάντα διαθέσιμες.
- M_j (περιορισμοί καταλληλότητας μηχανών, machine eligibility constraints). Η είσοδος M_j μπορεί να εμφανίζεται στο πεδίο β όταν το περιβάλλον που έχουμε είναι m μηχανές συνδεδεμένες παράλληλα (Pm). Όταν ο συμβολισμός M_j είναι παρόν, δεν είναι όλες οι m μηχανές ικανές για να επεξεργαστούν τη εργασία j . Το σετ M_j είναι το σετ των μηχανών που μπορούν να επεξεργαστούν τη εργασία j . Αν το πεδίο β δεν περιλαμβάνει το συμβολισμό M_j , τότε η εργασία j μπορεί να επεξεργαστεί σε οποιαδήποτε από τις m μηχανές.

- nwt (χωρίς αναμονή, no-wait). Ο περιορισμός no-wait είναι άλλο ένα φαινόμενο που μπορεί να συμβεί (κυρίως στα συστήματα συνεχής ροής). Δεν επιτρέπεται ανάμεσα σε δυο διαδοχικές μηχανές να υπάρχει καθυστέρηση για τις λειτουργίες. Αυτό σημαίνει ότι ο χρόνος έναρξης της λειτουργίας μιας εργασίας στη πρώτη μηχανή πρέπει να καθυστερήσει όσο πρέπει για να διασφαλιστεί ότι η εργασία μπορεί να περάσει διαμέσου του συστήματος χωρίς να χρειαστεί να περιμένει σε κάποια μηχανή. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ένα εργοστάσιο που κατασκευάζει ατσάλινα φύλλα ελάσματος. Σε αυτήν την περίπτωση, ένα φύλλο ελάσματος δεν θα μπορούσε να περιμένει, γιατί θα κρύωνε. Είναι φανερό ότι αν ισχύει η απαίτηση no – wait, οι μηχανές λειτουργούν επίσης και κάτω από τον κανόνα FIFO.
- prmu (υποχρεωτικά κοινή ακολουθία σε όλες τις μηχανές, permutation). Ένας περιορισμός που μπορεί να υπάρχει σε ένα περιβάλλον συνεχής ροής, είναι ότι οι ουρές μπροστά από κάθε μηχανή λειτουργούν σύμφωνα με τον κανόνα FIFO. Αυτό συνεπάγεται ότι η σειρά (ή permutation), με την οποία οι εργασίες εισέρχονται στη πρώτη μηχανή, διατηρείται σε όλο το σύστημα.
- prec (περιορισμοί προτεραιότητας, precedence constraints). Οι περιορισμοί προτεραιότητας μπορεί να εμφανίζονται σε απλές μηχανές ή σε περιβάλλοντα με μηχανές συνδεδεμένες παράλληλα και απαιτούν να έχουν ολοκληρωθεί μια ή περισσότερες λειτουργίες πριν επιτραπεί η έναρξη της επεξεργασίας μιας άλλης λειτουργίας. Υπάρχουν αρκετές μορφές περιορισμών προτεραιότητας. Αν κάθε λειτουργία έχει το πολύ ένα προκάτοχο και ένα διάδοχο, οι περιορισμοί αναφέρονται σαν αλυσίδες. Οι περιορισμοί μπορεί να δίνονται υπό μορφή δέντρου τύπου intree ή outtree. Στην περίπτωση που έχουμε δέντρο του τύπου intree (outtree), όλα τα τόξα του γράφου κατευθύνονται προς (απομακρύνονται από) τη ρίζα του δέντρου. Αν ο όρος prec δεν εμφανίζεται σαν είσοδος στο πεδίο β τότε οι διεργασίες δεν υπόκεινται σε περιορισμούς προτεραιότητας.
- prmp (διακοπές, preemptions). Οι διακοπές υποδηλώνουν ότι δεν είναι αναγκαίο να κρατιέται μια εργασία (ή λειτουργία) σε μια μηχανή μέχρι την ολοκλήρωσή της. Επιτρέπεται να διακόψουμε την επεξεργασία της σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή και να βάλουμε μια άλλη εργασία στη μηχανή προς επεξεργασία. Το ποσό της επεξεργασίας που έχει υποστεί μια εργασία που έχει διακοπεί, δεν χάνεται. Όταν μια εργασία, που έχει διακοπεί, επιστρέφει πίσω στη μηχανή (ή σε μια άλλη μηχανή, στην περίπτωση μηχανών συνδεδεμένων παράλληλα) χρειάζεται

επεξεργασία για χρόνο ίσο με τον εναπομείναντα χρόνο επεξεργασίας της. Όταν επιτρέπονται τέτοιου είδους διακοπές, η είσοδος $prmr$ εμφανίζεται στο πεδίο β . Αν δεν εμφανίζεται αυτή η είσοδος, τότε οι διακοπές δεν επιτρέπονται.

- $rcrc$ (ανακυκλοφορία, recirculation). Η ανακυκλοφορία μπορεί να εμφανίζεται στα κατά παραγγελία συστήματα, όπου μια διεργασία μπορεί να επισκέπτεται μια μηχανή περισσότερες από μια φορές.
- $reentrance$ (επανεισαγωγή). Οι εργασίες επιστρέφουν στο σύστημα παραγωγής αρκετές φορές πριν ολοκληρωθούν πλήρως. Αυτή η πρακτική είναι πολύ κοινή στη βιομηχανία ημιαγωγών.
- r_j (χρόνος διαθεσιμότητας, release date). Ο χρόνος r_j μιας εργασίας j μπορεί να αναφέρεται σε χρόνο διαθεσιμότητας. Είναι ο χρόνος κατά τον οποίο μια εργασία/παραγγελία φτάνει στο σύστημα και εκφράζει τον νωρίτερο δυνατό χρόνο στον οποίο η εργασία j μπορεί να αρχίσει την επεξεργασία της.
- s_{jk} (χρόνος προετοιμασίας εξαρτώμενος από τη σειρά των εργασιών, sequence-dependent setup time). Οι μηχανές συχνά πρέπει να καθαριστούν ή να προετοιμαστούν εκ νέου μεταξύ των εργασιών. Αυτή η διαδικασία είναι γνωστή ως setup. Αν ο χρόνος αυτής της διαδικασίας εξαρτάται από τη εργασία που μόλις ολοκληρώθηκε και από αυτή που αμέσως μετά πρόκειται να επεξεργαστεί, τότε πρόκειται για χρόνους προετοιμασίας εξαρτώμενους από τη σειρά των εργασιών (sequence-dependent setup times).
- tooling constraints. Οι μηχανές συχνά πρέπει να διαθέτουν ένα ή περισσότερα εργαλεία επεξεργασίας για να επεξεργαστούν τις εργασίες που πρέπει. Αυτά τα εργαλεία είναι διαφόρων τύπων και μερικά μπορεί να είναι σε περιορισμένη διαθεσιμότητα.

Το πεδίο γ περιέχει συνήθως μια είσοδο και παρέχει πληροφορίες σχετικά με το αντικειμενικό μέτρο ποιότητας χρονοπρογραμματισμού (κριτήριο). Παλιότερα η έρευνα επικεντρωνόταν εξ ολοκλήρου σε μοντέλα με ένα μόνο κριτήριο. Τα τελευταία χρόνια, η ακαδημαϊκή κοινότητα άρχισε να μελετάει μοντέλα με πολλαπλά κριτήρια (McMullen & Frazier, 2000) (Kyparisis & Koulamas, 2000).

Εδώ αναφέρονται τα κατά Baker πιο δημοφιλή μέτρα αποτίμησης της ποιότητας χρονοπρογραμματισμού (Baker K. R., 1974).

- Βραδύτητα (T_j). Ορίζεται ως : $T_j = \max(C_j - d_j, 0) = \max(L_j, 0)$. Αποτελεί μέτρο του γεγονότος ότι συγκεκριμένες ποινές και κόστη αποδίδονται στη θετική καθυστέρηση, ενώ κανένα όφελος δεν αποδίδεται στην αρνητική.
- Καθυστέρηση (L_j). Ορίζεται ως : $L_j = C_j - d_j$, όπου d_j ο χρόνος παράδοσης της εργασίας/προϊόντος j . Μετρά το κατά πόσο το πλάνο παραγωγής είναι σε συμφωνία με τις ημερομηνίες παράδοσης που έχουν συμφωνηθεί.
- Πρώιμη Ολοκλήρωση (E_j). Ορίζεται ως : $E_j = \max(d_j - C_j, 0)$. Συναντάται στις περιπτώσεις όπου συμβαίνει η ολοκλήρωση εργασιών σε χρόνο μικρότερο από την προθεσμία παράδοσης που έχει συμφωνηθεί. Τότε επιβάλλονται ποινές (penalties).
- Χρόνος Ολοκλήρωσης Εργασίας (C_j). Είναι ο χρόνος στον οποίο μια εργασία j βγαίνει από το σύστημα (δηλ. ο χρόνος ολοκλήρωσής της και στην τελευταία μηχανή στην οποία χρειάζεται επεξεργασία). Αποτελεί τη βασική έξοδο του παραγωγικού συστήματος, καθώς όλα τα υπόλοιπα μέτρα αποτίμησης υπολογίζονται σε σχέση με αυτόν.
- Χρόνος Ροής (F_j). Είναι η διαφορά του χρόνου εισόδου από το χρόνο εξόδου της εργασίας από το παραγωγικό σύστημα. Μετρά την ταχύτητα απόκρισης του συστήματος στις ανάγκες του περιβάλλοντος και συνδέεται άμεσα με το κόστος των ημιέτοιμων υπό επεξεργασία προϊόντων.

Με βάση τα παραπάνω μέτρα αποτίμησης ορίζονται τα ακόλουθα αντικειμενικά μέτρα ποιότητας χρονοπρογραμματισμού, τα οποία πρέπει να ελαχιστοποιηθούν.

- Κριτήριο makespan (C_{max}). Το κριτήριο makespan, που ορίζεται ως $C_{max} = \max(C_1, \dots, C_n)$, είναι ισοδύναμο με το χρόνο ολοκλήρωσης της τελευταίας εργασίας που τελειώνει την επεξεργασία της στο σύστημα. Η βασική ιδέα είναι πως η ολοκλήρωση συγκεκριμένων εργασιών νωρίτερα θα επιτρέψει σε νέες εργασίες να αρχίσουν νωρίτερα. Ένα ελάχιστο make span συνήθως συνεπάγεται υψηλό ποσοστό χρησιμοποίησης των μηχανών.
- Μέγιστη καθυστέρηση (maximum lateness). Η μέγιστη καθυστέρηση, L_{max} , καθορίζεται ως $\max(L_1, \dots, L_n)$. Μετράει τη χειρότερη παραβίαση των χρόνων προθεσμίας. Χρησιμοποιείται κυρίως σε περιπτώσεις όπου οι πελάτες δεν ενοχλούνται από μικρές, αλλά και δεν επιτρέπουν σε καμία περίπτωση τις μεγάλες καθυστερήσεις παράδοσης.
- Μειωμένος (discounted) συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης ($\sum w_j(1 - e^{-rC_j})$). Σε αυτήν την περίπτωση έχουμε μια πιο γενική συνάρτηση κόστους από την

προηγούμενη, όπου τα κόστη υπόκεινται σε μείωση με ρυθμό r , $0 < r < 1$, ανά μονάδα χρόνου. Αυτό σημαίνει ότι αν η εργασία j δεν έχει ολοκληρωθεί στο χρόνο t , ένα επιπλέον κόστος $w_j r e^{-rt} dt$ προστίθεται, κατά τη χρονική περίοδο $[t, t + dt]$. Αν η διεργασία j ολοκληρώνεται στο χρόνο t , το συνολικό κόστος για την περίοδο $[0, t]$ είναι: $\sum w_j (1 - e^{-rt})$. Η τιμή του r κυμαίνεται συνήθως κοντά στο μηδέν στην τάξη του 0,1 ή 10%.

- Σταθμισμένος αριθμός των καθυστερημένων διεργασιών (weighted number of tardy jobs – $\sum w_j U_j$). Ο σταθμισμένος αριθμός των καθυστερημένων διεργασιών δεν είναι μόνο ένα μέτρο ακαδημαϊκού ενδιαφέροντος, αλλά συχνά αποτελεί αντικειμενικό στόχο στην πράξη, εφόσον είναι ένα μέτρο που μπορεί να καταγραφεί εύκολα. Βέβαια, ορισμένες φορές το κριτήριο γίνεται ασταθές με την έννοια ότι μικρή μετατόπιση στο χρόνο έναρξης μίας επεξεργασίας μπορεί να αλλάξει το χρόνο ολοκλήρωσης των περισσότερων εργασιών κατά μικρό χρόνο μεν, αλλά κατά πολύ δε, το χαρακτηρισμό τους ως πρόωρης ή καθυστερημένης επεξεργασίας.
- Σταθμισμένος χρόνος ροής. Ορίζεται ως : $Fwt = \sum w_j F_j$. Χρησιμοποιείται συχνά στην πράξη διότι είναι πολύ εύκολο στη χρήση.
- Συνολική σταθμισμένη βραδύτητα (total weighted tardiness – $\sum w_j T_j$). Αυτή, είναι επίσης μια πιο γενική συνάρτηση κόστους από το συνολικό σταθμισμένο χρόνο ολοκλήρωσης. Υπάρχει και ένα άλλο κριτήριο ($\sum w_j E_j$ – total weighted earliness) που χρησιμοποιείται στην περίπτωση που έχουμε πρόστιμα για διεργασίες που ολοκληρώνονται νωρίτερα από τους προκαθορισμένους χρόνους προθεσμίας.
- Συνολικός σταθμισμένος χρόνος ολοκλήρωσης (total weighted completion time – $\sum w_j C_j$). Το άθροισμα των σταθμισμένων χρόνων ολοκλήρωσης των n εργασιών, δίνει μια ένδειξη του συνολικού κόστους παρακράτησης των μη ολοκληρωμένων διεργασιών.

Γενικά ο Baker θεωρεί ότι τα πιο σημαντικά κριτήρια ποιότητας χρονοπρογραμματισμού είναι τα ακόλουθα (Baker K. R., 1974):

- Η αποδοτική χρησιμοποίηση των πόρων (π.χ. ελαχιστοποίηση του make span)
- Η άμεση απόκριση στις απαιτήσεις (π.χ. ελαχιστοποίηση του μέσου χρόνου ροής)
- Η τήρηση των προθεσμιών (π.χ. ελαχιστοποίηση της μέγιστης βραδύτητας).

2.5. Αλγόριθμοι και πολυπλοκότητα

2.5.1. Πολυπλοκότητα

Είναι κοινά αποδεκτό στην ακαδημαϊκή κοινότητα ότι το γενικό πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής παραμένει ίσως το πιο δύσκολο πρόβλημα στην επίλυσή του. Με την εξαίρεση κάποιων περιορισμένων υποπεριπτώσεων το βασικό πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία των NP-hard (Lawler & Lenstra, 1993) (Lourenco H. R., 1993) (Shakhlevich, Sotskov, & Werner, 2000).

Γενικά, όταν ένα πρόβλημα μπορεί να λυθεί με έναν αλγόριθμο του οποίου ο χρόνος εκτέλεσης είναι μια πολυωνυμική (polynomial) συνάρτηση κάποιου χαρακτηριστικού μεγέθους του προβλήματος, τότε λέμε ότι είναι ένα P-πρόβλημα και επομένως περιπτώσεις αυτού του προβλήματος με μεγάλο μέγεθος μπορούν να λυθούν από υπολογιστή σε σχετικά σύντομο χρόνο. Ομοίως ο αλγόριθμος λέγεται P-αλγόριθμος. Σε αντίθετη περίπτωση μιλάμε για NP-πρόβλημα ή NP-δύσκολο πρόβλημα (NP-hard) και NP-αλγόριθμο. Τότε περιπτώσεις με μεγάλο μέγεθος είναι αδύνατο να λυθούν σε έναν πρακτικό χρόνο και επομένως αντί για τη βέλτιστη λύση του προβλήματος είμαστε ικανοποιημένοι από μια «αποδεκτή» λύση (feasible) που ενδεχομένως να μην απέχει πολύ από τη βέλτιστη. Αυτή η διάκριση χωρίζει τα προβλήματα σε δύο διαφορετικούς χώρους (δηλαδή $P \neq NP$).

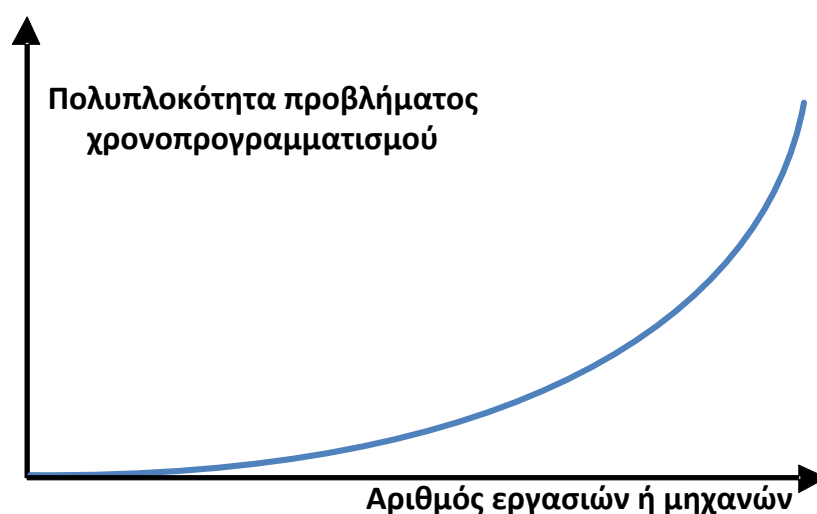
Προκειμένου να καταδειχθεί ο μεγάλος αριθμός των πιθανών λύσεων του προβλήματος του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, απλά αναφέρουμε ότι το μερικό πρόβλημα μεγέθους $n \times m$ (n εργασίες όπου η καθεμία απαιτεί την εξυπηρέτηση από μια μηχανή σε κάθε ένα από m επίπεδα) έχει $n!^m$ δυνατές λύσεις. Για να γίνει αντιληπτό το μέγεθος του προβλήματος, για το 20×10 πρόβλημα, οι πιθανές λύσεις είναι περίπου $7,3 \times 10^{183}$, μέγεθος που ξεπερνά την εικαζόμενη ηλικία του σύμπαντος σε μικροδευτερόλεπτα. Βέβαια, το σύνολο αυτό των πιθανών λύσεων εμπεριέχει και λύσεις που δεν είναι πρακτικά αποδεκτές. Έτσι η επιβολή χρονικών περιορισμών ή και άλλων περιορισμών, εξυπηρετεί στον περιορισμό του αριθμού των πιθανών και εφικτών λύσεων. Ακόμα και τότε όμως ο αριθμός αυτός παραμένει απαγορευτικά μεγάλος ακόμα και για μικρές τιμές των μεταβλητών, έτσι ώστε κάθε προσπάθεια για πλήρη δημιουργία όλων των πιθανών λύσεων και επιλογή στη συνέχεια της βέλτιστης, να αποτελεί μια ουτοπία.

Όταν $n > m$ (και ειδικά $\frac{n}{m} > 4$) το πρόβλημα λύνεται συνήθως ευκολότερα, γιατί η διασπορά του φόρτου εργασίας στις μηχανές αυξάνει επιτρέποντας την άμεση εντόπιση των κρίσιμων μηχανών (bottlenecks) και μειώνοντας την πιθανότητα εγκλωβισμού σε

τοπικά ελάχιστα. Από την άλλη μεριά, έχει αποδειχθεί πειραματικά (Taillard E. D., 1994) (Ramudhin & Marier, 1996) ότι η δυσκολία λύσης αυξάνει σημαντικά όταν :

- $N \geq 200$, όπου το N είναι το πλήθος των λειτουργιών
- $n \geq 15$
- $m \geq 10$
- $n/m < 2,5$

Από την άλλη μεριά, οι Garey et al. απέδειξαν ότι η πολυπλοκότητα του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού αυξάνει εκθετικά με τον αριθμό των παραγγελιών ή/και των πόρων όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα (Garey, Johnson, & Sethi, 1976):



Εικόνα 2.4 Πολυπλοκότητα προβλήματος χρονοπρογραμματισμού

Μία επιπλέον σημαντική δυσκολία που συναντάται στην πράξη, αφορά στο γεγονός ότι οι περιορισμοί του προβλήματος και τα όρια που απορρέουν από αυτούς τους περιορισμούς, μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια της διαδικασίας του χρονοπρογραμματισμού. Έτσι, ο χώρος λύσεων μεταβάλλεται καθώς νέοι περιορισμοί εισάγονται ενώ υπάρχοντες καθίστανται ανενεργοί.

Παρακάτω παρουσιάζονται ενδεικτικά κάποια από τα βασικότερα προβλήματα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής (P ή NP-hard) που συναντώνται στην πράξη (συνεχούς ροής ή κατά παραγγελίας) καθώς και η αντίστοιχη πολυπλοκότητα επίλυσής τους (Garey, Johnson, & Sethi, 1976) (Brucker, Kravchenko, & Sotskov, 1997) (Kravchenko, 2000).

Επιλύσιμα σε πολυωνυμικό χρόνο (P-hard)		Μη επιλύσιμα σε πολυωνυμικό χρόνο
Πρόβλημα	Χρόνος λύσης	(NP-Hard)
Συστήματα συνεχούς ροής		
$F2 C_{max}$	$O(n \log n)$	$Fm prmu C_{max}$
$F2 block C_{max}$	$O(n^2)$	$F3 C_{max}$
$F idm - ddm \sum w_j C_j$	$O(n^2)$	$Fm nwt C_{max}$
$F idm - ddm L_{max}$	$O(n^2)$	$F2 d_j = d \sum U_j$
$F idm - ddm T_{max}$	$O(n^2)$	$F r_j \sum w_j C_j / \sum w_j T_j$
$F idm - ddm \sum U_j$	$O(n^2)$	$Fm s_{jk} C_{max}$
Συστήματα κατά παραγγελία		
$J2 p_{ij} = 1 C_{max}$	$O(n \log(nr))$	$Jm C_{max}$
$J2 p_{ij} = 1 L_{max}$	$O(r)$	$J2 p_{ij} = 1; r_i \sum C_i$
$J2 p_{ij} = 1 \sum C_i$	$O(n \log n)$	$J2 p_{ij} = 1 \sum w_i C_i$
$J2 p_{ij} = 1 \sum U_i$	$O(n^6)$	$J2 p_{ij} = 1 \sum T_i$
$J prec; r_i; n = 2 Fwt$	$O(r^2 \log r)$	$Jm \sum T_j$
$J2 p_{ij} = 1, r_i C_{max}$	$O(n^2)$	$Jm \sum w_j T_j$

Πίνακας 2.5 Πολυπλοκότητα προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού

Όπου το $idm - ddm$ υποδηλώνει ότι οι μηχανές είναι σε μια αύξουσα και στη συνέχεια κατιούσα σχέση κυριαρχίας (increasing–decreasing series of dominating machines). Μια μηχανή M_i κυριαρχείται από μια μηχανή M_k όταν ισχύει ο ακόλουθος τύπος:

$$\max(p_{ij}|\forall j \in [1, n]) \leq \min(p_{kj}|\forall j \in [1, n]) \quad (2.3)$$

Εν συντομία αυτή η σχέση αναπαριστάτε ως $M_i < M_k$. Η σχέση $idm - ddm$ ισχύει όταν

$$M_1 < M_2 < \dots < M_h > M_{h+1} > \dots > M_m \quad (2.4)$$

όπου $1 < h < m$ (Cheng, Sun, & Yu, 2007).

Τέλος, θα πρέπει να τονιστεί το γεγονός ότι στο κλασικό πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού συνήθως γίνεται ένας αριθμός από απόλυτες παραδοχές σχετικά με τις εργασίες, τους πόρους και τους χρόνους επεξεργασίας. Αυτές οι παραδοχές περιορίζουν το πρόβλημα, μειώνουν την πολυπλοκότητά του και διευκολύνουν την επίλυσή του. Μερικές από τις πιο βασικές παραδοχές εξετάζονται στη συνέχεια του κεφαλαίου.

2.5.2. Βασικές παραδοχές

Στη διεθνή βιβλιογραφία συναντάμε αρκετές παραδοχές οι οποίες περιορίζουν το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού και συνεπώς μειώνουν την πολυπλοκότητα του (Bellman, Esogbue, & Nabeshima, 1982) (French, 1982) (Coffman, 1976). Ανάλογα με το είδος τους, μπορούν να ενταχθούν στις ακόλουθες τρεις κατηγορίες:

1. Παραδοχές σχετικές με τις εργασίες και τις λειτουργίες
 - Το πλήρες σύνολο των εργασιών είναι σταθερό και γνωστό εκ των προτέρων.
 - Ο χρόνος διαθεσιμότητας για κάθε εργασία είναι σταθερός και γνωστός εκ των προτέρων.
 - Σε κάθε εργασία μπορεί να αποδοθεί μια συγκεκριμένη προθεσμία ολοκλήρωσης. Η κάθε εργασία πρέπει να ολοκληρωθεί μέχρι τη χρονική στιγμή έναρξης της περιόδου ολοκλήρωσης.
 - Αφίξεις εργασιών/παραγγελιών συμβαίνουν μόνο στην αρχή συγκεκριμένων χρονικών περιόδων (κατανομή Poisson). Οι εργασίες/παραγγελίες αυτές καθίστανται διαθέσιμες προς επεξεργασία για τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο και έπειτα.
 - Είναι δυνατόν να υπάρχουν σχέσεις προτεραιότητας μεταξύ των λειτουργιών μιας εργασίας.
 - Δεν επιτρέπεται η διακοπή της επεξεργασίας οποιασδήποτε εργασίας. Από τη στιγμή που μια λειτουργία ξεκινά δεν επιτρέπεται να σταματήσει πριν την ολοκλήρωσή της.
 - Οι εργασίες που έχουν ολοκληρωθεί τηρούν όλες τις προδιαγραφές και έτσι δεν είναι δυνατό να επαναληφθεί κάποια λειτουργία τους.
 - Η αποθήκευση ενδιάμεσων προϊόντων είναι δυνατή, μέχρι τη στιγμή όπου είναι ελεύθερη για χρήση η επόμενη απαιτούμενη μηχανή.
2. Παραδοχές σχετικές με τους πόρους
 - Το πλήρες σύνολο των πόρων είναι σταθερό και γνωστό εκ των προτέρων.
 - Όλοι οι πόροι είναι μη καταναλώσιμοι.

- Οι πόροι είναι διαθέσιμοι για όλο το χρονικό διάστημα του χρονοπρογραμματισμού.
 - Κάθε πόρος μπορεί να επεξεργαστεί το πολύ μια εργασία ανά πάσα χρονική στιγμή
 - Όλοι οι πόροι εκτελούν τις εργασίες τους σύμφωνα με τα ποιοτικά κριτήρια που τίθενται.
 - Οι πόροι μπορούν να παραμένουν ανενεργοί
3. Παραδοχές σχετικές με τους χρόνους επεξεργασίας
- Η διάρκεια επεξεργασίας κάθε εργασίας είναι απολύτως οριζόμενη και γνωστή εκ των προτέρων.
 - Οι χρόνοι επεξεργασίας περιλαμβάνουν και τους χρόνους προετοιμασίας των μηχανών.
 - Οι χρόνοι προετοιμασίας των μηχανών είναι ανεξάρτητοι από τις εργασίες που επεξεργάστηκαν τελευταία.
 - Οι ταχύτητες επεξεργασίας των μηχανών σε ένα επίπεδο είναι οι ίδιες για όλες τις μηχανές του επιπέδου

Είναι προφανές ότι πολλές από τις παραπάνω παραδοχές δεν απαντώνται στα περισσότερα πραγματικά περιβάλλοντα και προβλήματα. Παρόλα αυτά υιοθετούνται από εκείνο το κομμάτι των ερευνητών, οι οποίοι προσπαθούν να πετύχουν τη βέλτιστη λύση των προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού. Από την άλλη μεριά, δεν υιοθετούνται από το υπόλοιπο κομμάτι των ερευνητών που προσπαθούν να πετύχουν μια καλή και εφικτή - όσο το δυνατό “κοντά-στη-βέλτιστη” – λύση των προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού.

Ενδεικτικά παραδείγματα ερευνητών οι οποίοι υιοθέτησαν κάποιες από τις παραπάνω παραδοχές και πέτυχαν τη βέλτιστη λύση προβλημάτων μέτρησης (benchmark problems) στο πεδίο του χρονοπρογραμματισμού είναι τα ακόλουθα :

- Fisher-Thompson. Πέτυχαν τη βέλτιστη λύση των προβλημάτων κατά παραγγελίας 6×6 (6 εργασίες σε 6 μηχανές) το 1969, το 20×5 το 1975 και το 10×10 το 1987 το οποίο είχε παραμείνει άλυτο για 20 χρόνια. Ειδικότερα το πρόβλημα 10×10 ή αλλιώς FT 10 θεωρείται το πιο δημοφιλές πρόβλημα μέτρησης στην ακαδημαϊκή κοινότητα.
- Lawrence. Κατάφερε να λύσει προβλήματα κατά παραγγελίας του τύπου 15×5 , 15×10 , 20×10 και 30×10 .

- Adams-Balas-Zawack. Πέτυχαν τη βέλτιστη λύση των προβλημάτων συνεχής ροής 10×10 και 20×15 .
- Yamada-Nakano. Πέτυχαν τη βέλτιστη λύση 4 προβλημάτων συνεχής ροής και κατά παραγγελίας του τύπου 20×20 .
- Demirkol-Mehta-Uzsoy. Κατάφεραν να λύσουν προβλήματα κατά παραγγελίας του τύπου 40×15 , 40×20 και 30×20 .
- Taillard. Προχώρησε στη λύση προβλημάτων μεγαλύτερης κλίμακας, όπως 50×15 , 50×20 και 100×20 .

2.6. Συμπεράσματα

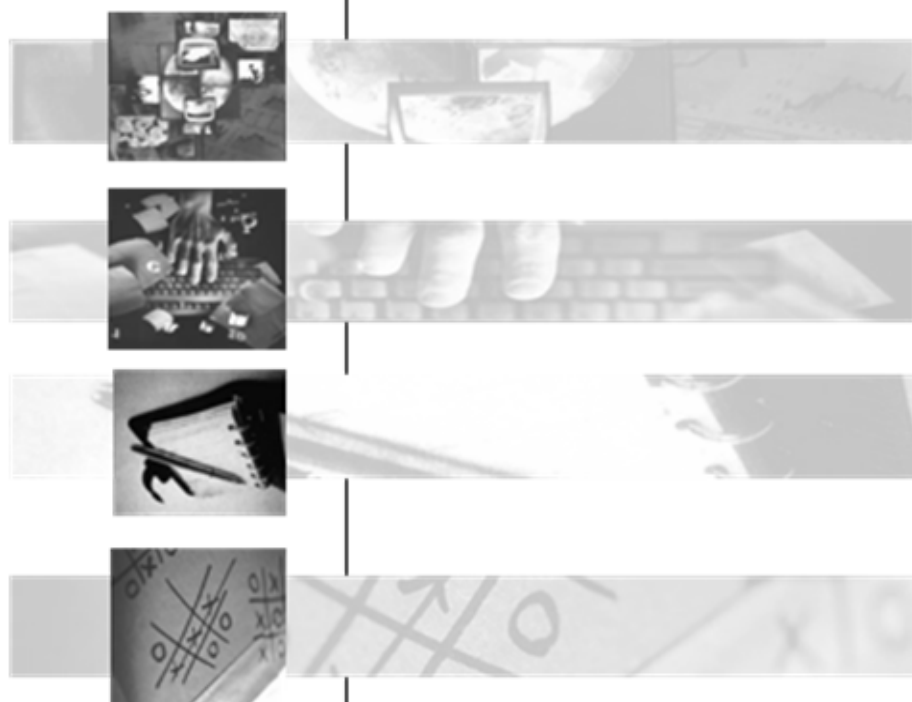
Είναι αναμφισβήτητο γεγονός ότι η σημερινή παγκόσμια αγορά έχει μετατραπεί σε δυναμικό χώρο στον οποίο κυριαρχεί ο πολύ έντονος ανταγωνισμός, ενώ η ανάγκη για υψηλότερη απόδοση, υψηλότερη ποιότητα, μεγαλύτερη ευελιξία, χαμηλό κόστος, άμεση ικανοποίηση των πελατών έχει αλλάξει σε μεγάλο βαθμό το προφίλ και τα πλάνα πολλών επιχειρήσεων. Η μεγάλη πρόκληση για τις σημερινές επιχειρήσεις δεν είναι μόνο να προσαρμόζονται γρήγορα στο συνεχώς μεταβαλλόμενο περιβάλλον αλλά και να αποκτούν πλεονεκτήματα απέναντι των ανταγωνιστών.

Για πολλές επιχειρήσεις η διαδικασία προσαρμογής στο νέο επιχειρηματικό περιβάλλον εκλαμβάνεται ως προσπάθεια για εύρεση νέων τρόπων οργάνωσης και διαχείρισης της παραγωγής τους. Έχει αποδειχθεί στην πράξη ότι η σωστή και αποτελεσματική διαχείριση της παραγωγής μπορεί να προσφέρει σημαντικά ανταγωνιστικά πλεονεκτήματα σε μία επιχείρηση. Όπως φάνηκε και στην πρόσφατη οικονομική κρίση, οι επιχειρήσεις οι οποίες είχαν επενδύσει στη σχεδίαση πολιτικών αντιμετώπισης των κρίσιμων αυτών θεμάτων, δεν δυσκολεύτηκαν να ανταπεξέλθουν στο σκληρό ανταγωνισμό, ακόμα και στα πλαίσια ενός πολύ ευμετάβλητου οικονομικού περιβάλλοντος, ενώ παράλληλα κατάφεραν να επιταχύνουν τις παραγωγικές τους διαδικασίες και να βελτιώσουν την απόδοσή τους, ισχυροποιώντας τη θέση τους στην παγκόσμια αγορά.

Από την άλλη μεριά, ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής αποτελεί τμήμα άρρηκτα συνδεδεμένο με τη διαχείριση, κρίσιμης σημασίας για μία επιχείρηση και αποδεδειγμένα ένα από τα δυσκολότερα προβλήματα επιχειρησιακής έρευνας. Με βάση όλα τα παραπάνω, στο επόμενο κεφάλαιο γίνεται αναλυτική παρουσίαση των σύγχρονων επιστημονικών επιτευγμάτων πάνω στη διαχείριση της παραγωγής και ειδικότερα πάνω στο πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής.

Κεφάλαιο

3



Σύγχρονες τεχνικές χρονοπρογραμματισμού παραγωγής

Κεφάλαιο 3: Σύγχρονες τεχνικές χρονοπρογραμματισμού παραγωγής

Τα τελευταία χρόνια μεγάλο μέρος της επιστημονικής κοινότητας έχει εστιάσει την προσοχή της στο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού συστημάτων παραγωγής. Κατά τη διάρκεια αυτή, πάρα πολλές μαθηματικές προσεγγίσεις έχουν προταθεί. Η βασική κατηγοριοποίηση των υπαρχόντων προσεγγίσεων και μεθόδων για την επίλυση του προβλήματος του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής σχετίζεται με την ποιότητα της επιδιωκόμενης λύσης. Έτσι, υπάρχουν οι ακόλουθες κατηγορίες :

- Μέθοδοι βελτιστοποίησης (optimization methods). Είναι μέθοδοι οι οποίες αποσκοπούν στην εύρεση βέλτιστης λύσης για το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής.
- Προσεγγιστικές μέθοδοι (approximation methods). Λόγω της πολύ αυξημένης δυσκολίας επίλυσης του προβλήματος, έχουν αναπτυχθεί διάφορες προσεγγιστικές μέθοδοι, οι οποίες, αν και δεν εγγυώνται την εύρεση μιας βέλτιστης λύσης, δίνουν

εφικτές (ως προς την πραγματοποίησή τους λύσεις) που δεν απέχουν ιδιαίτερα από τη βέλτιστη, σε σχετικά μικρό χρονικό διάστημα.

Είναι αξιοσημείωτο πως οι πρώτες ερευνητικές προσπάθειες της ακαδημαϊκής κοινότητας στα τέλη της δεκαετίας του '60 αποσκοπούσαν στην εύρεση βέλτιστων λύσεων, με βάση συγκεκριμένες και εξειδικευμένες αντικειμενικές (μαθηματικές) συναρτήσεις. Οι δυσκολίες, όμως, εφαρμογής αυτών των τεχνικών σε πραγματικά προβλήματα, οδήγησαν στην προσπάθεια για την ανάπτυξη κατάλληλων μεθόδων για την εύρεση «σχεδόν βέλτιστων» (near optimal) λύσεων, όπου η προσεγγιστική βελτιστοποίηση είχε ως αποτέλεσμα τη σημαντική μείωση του υπολογιστικού κόστους της λύσης. Αυτός ο προσανατολισμός των ερευνητικών προσπαθειών προς εύρεση καλών και εφικτών λύσεων σε διάφορα σημαντικά προβλήματα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής παραμένει και σήμερα, έχοντας αποκτήσει έναν πιο ξεκάθαρο και μόνιμο χαρακτήρα.

3.1. Μέθοδοι βελτιστοποίησης

3.1.1. Ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός (IP)

Η πρώτη και βασική προσπάθεια για την επίλυση του προβλήματος ήταν ο ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός (integer programming, IP). Ο ακέραιος γραμμικός προγραμματισμός αποτελεί μια κλασική τεχνική για την εύρεση βέλτιστων λύσεων σε ένα σύνολο ακέραιων μεταβλητών, περιορισμένων από γραμμικές εξισώσεις. Μια μοντελοποίηση του προβλήματος βασισμένη στον ακέραιο γραμμικό προγραμματισμό περιλαμβάνει ένα σύνολο από μεταβλητές, περιορισμούς στο πεδίο τιμών τους και μια αντικειμενική συνάρτηση προς βελτιστοποίηση (ελαχιστοποίηση ή μεγιστοποίηση). Η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να στοχεύει στη βελτιστοποίηση είτε ενός και μόνο κριτηρίου, όπως την ελαχιστοποίηση του αριθμού των καθυστερημένων παραγγελιών είτε να συνδυάζει πολλαπλά κριτήρια (Chandru & Rao, 1998).

Δυστυχώς, η εφαρμογή της μεθόδου αυτής στην επίλυση πραγματικών προβλημάτων είναι πολύ περιορισμένη, λόγω του μεγάλου πλήθους των μεταβλητών και των πιθανών τιμών τους. Παρόλα αυτά, πολλές επεκτάσεις του ακέραιου προγραμματισμού οι οποίες επιλύουν πραγματικά προβλήματα περιορισμένου μεγέθους, συναντώνται στη βιβλιογραφία (Alle & Pinto, 2002).

3.1.2. Δυναμικός προγραμματισμός (DP)

Η λογική, βάσει της οποίας προσεγγίζεται το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με το δυναμικό προγραμματισμό (dynamic programming, DP), είναι ότι μια βέλτιστη λύση μπορεί να κατασκευαστεί σταδιακά. Έτσι επιχειρείται πρώτα η κατασκευή μιας βέλτιστης λύσης για δυο οποιεσδήποτε εργασίες, στη συνέχεια η λύση επεκτείνεται για να συμπεριλάβει ακόμα μια εργασία, στο επόμενο στάδιο ακόμα μία, μέχρι να συμπεριληφθούν όλες οι εργασίες.

Γενικά, παρόλο που έχουν κατά καιρούς έχουν προταθεί διάφορες προσεγγίσεις βασισμένες στο δυναμικό προγραμματισμό οι οποίες μειώνουν σημαντικά τον απαιτούμενο υπολογιστικό φόρτο, η απαίτηση για την αποθήκευση των ενδιάμεσων αποτελεσμάτων που υπολογίζονται, καθιστά πολύ δύσκολη την εφαρμογή αυτών των προσεγγίσεων σε πραγματικά προβλήματα. Συνεπώς οι πρακτικές του εφαρμογές περιορίζονται σε προβλήματα $1|s_{fg}|C_{max}$, $1|s_{fg}|\sum w_i U_i$ και $1|s_{fg}|\sum w_i C_i$ (Monma & Potts, 1989).

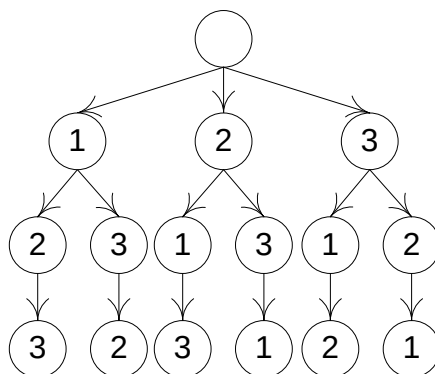
3.1.3. Διερεύνηση με επέκταση και οριοθέτηση (B&B)

Η διερεύνηση με επέκταση και οριοθέτηση (branch and bound, B&B) αποτελεί μέθοδο απαρίθμησης (enumeration) όλων των δυνατών λύσεων απορρίπτοντας (pruning) ορισμένες ομάδες λύσεων όταν η τιμή που επιτυγχάνουν στην αντικειμενική συνάρτηση είναι υψηλότερη από ένα ανώτατο όριο (upper bound, UB) που είτε έχει υπολογιστεί ή έχει επιτευχθεί από μια προηγούμενη λύση (Land & Doig, 1960). Ο αλγόριθμος αυτός μπορεί να εφαρμοστεί μόνο σε προβλήματα όπου η αντικειμενική συνάρτηση είναι μονότονη, δηλαδή αυξάνει συνεχώς όσο εξελίσσεται η αναζήτηση.

Στο χρονοπρογραμματισμό παραγωγής, η απαρίθμηση γίνεται σταδιακά εξετάζοντας κάθε δυνατή αλληλουχία εργασιών. Αυτή η σταδιακή απαρίθμηση οδηγεί σε μία δενδρική αναπαράσταση όπου οι εργασίες αναπαριστούνται με κόμβους (nodes). Σαν κορυφή του δένδρου, τοποθετείται ένας άδειος κόμβος ο οποίος αναπαριστά την αρχή του πλάνου όπου δεν έχει δρομολογηθεί κάποια εργασία. Στη συνέχεια, σε κάθε κόμβο προστίθενται τα κλαδιά (branches) προς όλες τις δυνατές εργασίες οι οποίες μπορούν να ακολουθήσουν τη συγκεκριμένη εργασία. Αυτή η διαδικασία είναι αναδρομική και μπορεί να εντοπίσει τη βέλτιστη λύση, αλλά απαιτεί έναν τεράστιο αριθμό κλαδιών. Για την πλήρη ανάπτυξη ενός δέντρου n εργασιών, απαιτείται ο υπολογισμός της απόδοσης $n!$ δρομολογήσεων. Έχουν προταθεί πολλές τεχνικές περιορισμού (bound) της πλήρους ανάπτυξης του δέντρου και οι

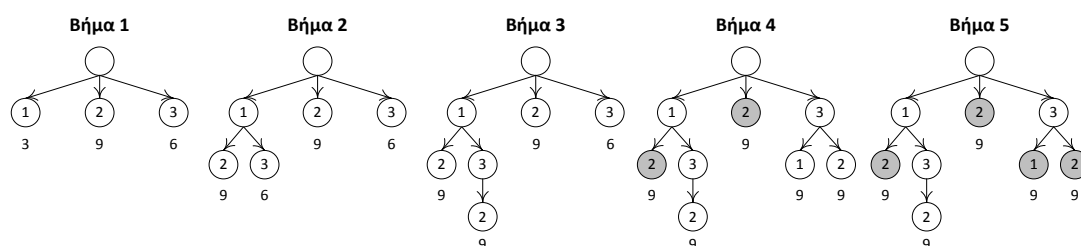
περισσότερες από αυτές είναι ειδικά σχεδιασμένες για να μπορούν να εντοπίζουν τη βέλτιστη λύση (Ibaraki, 1988).

Έστω ένα απλό πρόβλημα 3×1 (τρεις εργασίες σε μια μηχανή). Η κάθε εργασία χρειάζεται τρεις χρονικές μονάδες επεξεργασίας στη μηχανή και ο χρόνος άφιξης της κάθε εργασίας στο σύστημα είναι 0, 6 και 3 αντίστοιχα. Το πλήρες ανάπτυγμα του συγκεκριμένου δένδρου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 3.1 Πλήρης απαρίθμηση απλού προβλήματος 3×1

Ο αλγόριθμος ξεκινάει τη διαδικασία εξετάζοντας τις τρεις επιλογές από τις οποίες θα επιλέξει την πρώτη εργασία. Η επιλογή της πρώτης εργασίας παρουσιάζεται πιο ελκυστική για επέκταση, μιας και έχει το μικρότερο συνολικό χρόνο ολοκλήρωσης (βήμα 1). Στη συνέχεια εξετάζονται οι δύο διαφορετικές υποπεριπτώσεις από όπου επιλέγεται να επεκταθεί η λύση 3 εφόσον έχει συνολικό χρόνο ολοκλήρωσης 6 (βήμα 2). Η επέκταση του επιλεγμένου κλάδου οδηγεί σε πλήρες πρόγραμμα με αποτέλεσμα να τερματίζει η αναζήτηση με συνολικό χρόνο ολοκλήρωσης 9 (βήμα 3). Αυτή η τιμή ορίζεται ως το τρέχων κατώτερο όριο του αλγόριθμου. Έχοντας κατώτατο όριο, απορρίπτονται αμέσως οι διαδρομές $1 - 2$ και 2 εφόσον είναι μερικές λύσεις οι οποίες έχουν τιμή ίδια με αυτήν του ορίου και συνεπάγεται ότι θα οδηγήσουν σε χειρότερες λύσεις. Στο τέταρτο βήμα, ο αλγόριθμος εξερευνά το δένδρο, αναπτύσσοντας το χρονοδιάγραμμα με αρχική εργασία την 3. Αυτό οδηγεί σε δύο μερικές λύσεις με τιμή 9 οι οποίες στο τελευταίο βήμα απορρίπτονται και ο αλγόριθμος καταλήγει στη βέλτιστη διαδρομή $1-3-2$. Αυτά τα βήματα παρουσιάζονται αναλυτικά στην ακόλουθη εικόνα:



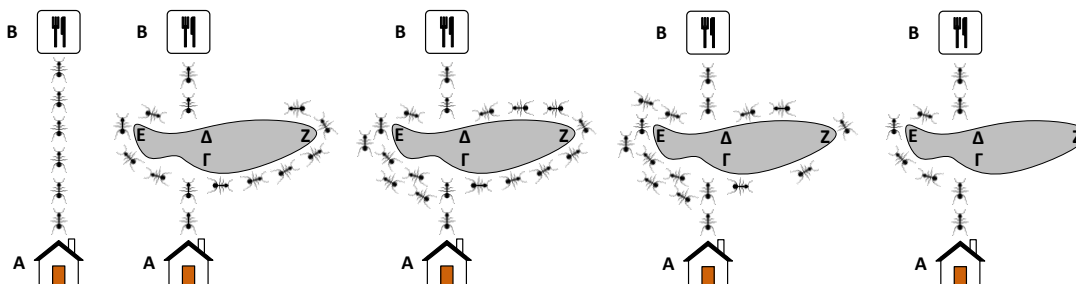
Εικόνα 3.2 Εντοπισμός βέλτιστου πλάνου παραγωγής με τεχνική επέκτασης και οριοθέτησης

Όπως φάνηκε και από το παράδειγμα, η απόδοση του αλγόριθμου εξαρτάται άμεσα από τον καθορισμό του κατώτερου ορίου. Συνεπώς το κέρδος από το κλάδεμα πιθανών λύσεων εξαρτάται από το πόσο γρήγορα θα βρεθεί μια καλή λύση στο πρόβλημα. Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές του αλγόριθμου ανάλογα με το ποια κατάσταση επεκτείνεται πρώτη (T'kindt, Croce, & Esswein, 2004). Στόχος αυτών των παραλλαγών είναι η επιτάχυνση της εύρεσης ενός καλού κατώτερου ορίου.

3.1.4. Αλγόριθμος αποικίας μυρμηγκιών (ACO)

Η οικογένεια αλγορίθμων αποικίας μυρμηγκιών εμπνεύστηκε από τη βιολογία και πιο συγκεκριμένα από τη μελέτη της συμπεριφοράς των μυρμηγκιών σε μια οργανωμένη κοινωνία όπως είναι η αποικία (Bonabeau, Dorigo, & Theraulaz, 1999). Η διατήρηση της ζωής σε μια αποικία μυρμηγκιών καθώς και η εξέλιξή της βασίζεται σε μια πολύ καλή οργάνωση και κατανομή εργασιών σε όλα τα μέλη της αποικίας (Dorigo & Di Caro, 1999). Για παράδειγμα κάποια μέλη αναλαμβάνουν την εύρεση και μεταφορά του φαγητού κάποια άλλα μέλη την προάσπιση της αποικίας άλλα την επέκταση αυτής κλπ. Παρόλο που δεν υπάρχει ένας ενιαίος συντονισμός για την εκτέλεση των εργασιών, αυτές αποπερατώνονται με μια αξιοθαύμαστη λεπτομέρεια. Οι βιολόγοι παρατήρησαν ότι τα μυρμήγκια συμπεριφέρονται σαν απλές αυτόνομες μονάδες με μια στοιχειώδη νοημοσύνη, αλλά, ταυτόχρονα ανέπτυξαν ένα εξελιγμένο σύστημα για τη μεταξύ τους επικοινωνία το οποίο στηρίζεται στην ανταλλαγή χημικών ερεθισμάτων «σημάτων». Ένα καλό παράδειγμα για την κατανόηση της συμπεριφοράς των μυρμηγκιών είναι η μελέτη του τρόπου με τον οποίο βρίσκουν την τροφή τους και τη μεταφέρουν πίσω στην αποικία. Καθώς βαδίζουν τα μυρμήγκια, εναποθέτουν στο έδαφος μια χημική ουσία η οποία καλείται φερομόνη. Η εναπόθεση της φερομόνης οδηγεί σε δημιουργία μονοπατιών. Τα υπόλοιπα μυρμήγκια αν και σχεδόν τυφλά ακολουθούν τα μονοπάτια φερομόνης. Τα μονοπάτια που περιέχουν μεγαλύτερες ποσότητες φερομόνης έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να ακολουθηθούν από τα μυρμήγκια. Επιπρόσθετα η φερομόνη εξατμίζεται με το χρόνο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα μονοπάτια τα οποία δεν προτιμώνται να εξαφανίζονται με το χρόνο. Αυτό τους δίνει τη

δυνατότητα να βρίσκουν το δρόμο προς την τροφή ή πίσω προς την αποικία. Πειράματα που πραγματοποιήθηκαν, απέδειξαν ότι η χρήση της φερομόνης από τα μυρμήγκια οδηγεί στην εύρεση των συντομότερων διαδρομών από την αποικία στην τροφή και αντίστροφα (Dorigo, Maniezzo, & Coloni, *The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents*, 1996). Ένα από αυτά φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Εικόνα 3.3 Βήματα εύρεση βέλτιστης διαδρομής με τον αλγόριθμο αποικίας μυρμηγκιών

Αρχικά υποθέτουμε ότι υπάρχει μια διαδρομή που συνδέει μια αποικία μυρμηγκιών (σημείο A) με την τροφή (σημείο B) και ότι όλα τα μυρμήγκια την ακολουθούν. Επίσης θεωρούμε ότι η ταχύτητα με την οποία βαδίζουν τα μυρμήγκια είναι ίδια και ότι όλα τα μυρμήγκια εναποθέτουν την ίδια ποσότητα φερομόνης. Κάποια στιγμή, τοποθετείται ένα εμπόδιο με τέτοιο τρόπο ώστε η διαδρομή να κόβεται στα δυο (ΑΓ και ΔΒ) και το ένα άκρο του εμποδίου (σημείο E) να είναι πιο κοντά στη διαδρομή από το δεύτερο (σημείο Z). Τα πρώτα μυρμήγκια που θα φτάσουν στο σημείο Γ θα πρέπει να αποφασίσουν ποια διαδρομή θα ακολουθήσουν μεταξύ των ΓΕ και ΓZ. Επειδή και τις δύο διαδρομές τα επίπεδα φερομόνης είναι τα ίδια (μηδενική) οι πιθανότητα επιλογής είναι η ίδια για και τις δυο διαδρομές. Οπότε αρχικά τα μυρμήγκια θα μοιραστούν στα δύο μονοπάτια ΓΕΔ και ΓZΔ και συνεπώς θα εναποτεθεί η ίδια ποσότητα φερομόνης και στα δύο μονοπάτια. Επειδή όμως η διαδρομή ΓZΔ είναι μεγαλύτερη από τη διαδρομή ΓΕΔ, τα μυρμήγκια θα χρειαστούν περισσότερο χρόνο να διανύσουν τη διαδρομή ΓZΔ με αποτέλεσμα να εξατμιστεί μεγαλύτερο ποσοστό φερομόνης λόγω της μακρινή διαδρομή. Όταν τα επόμενα μυρμήγκια θα χρειαστεί να επιλέξουν μεταξύ των δυο διαδρομών, τα περισσότερα θα ακολουθήσουν το μονοπάτι με τη μεγαλύτερη ποσότητα φερομόνης (ΓΕΔ) το οποίο είναι και το συντομότερο. Όσο περνά ο χρόνος τα όλο και περισσότερα μυρμήγκια ακολουθούν τη συντομότερη διαδρομή (ΓΕΔ) με αποτέλεσμα η ποσότητα φερομόνης να αυξάνει συνεχώς. Από την άλλη πλευρά καθώς η μακρύτερη διαδρομή επιλέγεται από όλο και λιγότερα μυρμήγκια, η ποσότητα φερομόνης μειώνεται συνεχώς. Τελικά μετά από κάποιο χρονικό

διάστημα όλα τα μυρμήγκια θα ακολουθούν τη συντομότερη διαδρομή ενώ η άλλη διαδρομή θα εξαφανιστεί.

Η απόφαση για το εάν μια πορεία ακολουθηθεί ή όχι, δεν είναι ποτέ αιτιοκρατική αλλά πιθανοτική επιτρέποντας κατά συνέπεια μια συνεχόμενη εξερεύνηση εναλλακτικών διαδρομών (Dorigo & Stutzle, 2004). Η συνεχή ανατροφοδότηση πληροφοριών, διευκολύνει τα τεχνητά μυρμήγκια «πράκτορες» να ακολουθήσουν πορείες που ακολουθήθηκαν από προηγούμενα μυρμήγκια «πράκτορες». Αυτό πρακτικά, μετά από ένα χρονικό διάστημα οδηγεί τα τεχνητά μυρμήγκια να συγκλίνουν στην εύρεση μιας βέλτιστης κοινής λύσης.

Η αρχική εκδοχή της μεθόδου είχε την ονομασία AS (Ant System) και η πλέον βελτιωμένη ACS (Ant Colony System), ενώ ACO (Ant Colony Optimization) είναι ο γενικός όρος που χαρακτηρίζει όλες τις παραλλαγές της μεθόδου.

Στην ουσία, ένας αλγόριθμος αποικίας μυρμηγκιών εκτελεί επαναληπτικά έναν βρόχο που περιέχει δύο βασικές διαδικασίες, δηλαδή:

1. Μια διαδικασία που καθορίζει τον τρόπο με τον οποίο τα τεχνητά μυρμήγκια κατασκευάζουν ή τροποποιούν τις αποδεκτές λύσεις στο δεδομένο προς επίλυση πρόβλημα
2. Μια διαδικασία η οποία θα ανανεώνει τα επίπεδα φερομόνης στα επιμέρους τμήματα που θα απαρτίσουν την τελική λύση.

Η κατασκευή ή τροποποίηση μιας λύσης εκτελείται με έναν πιθανοτικό τρόπο. Η πιθανότητα της προσθήκης ενός νέου στοιχείου σε μια τρέχουσα μερική λύση δίνεται από μια συνάρτηση που εξαρτάται από μια ευρετική συνάρτηση άμεσα εξαρτώμενη από το εκάστοτε πρόβλημα και αναπαριστά τη σημαντικότητα του εκάστοτε στοιχείου στο συγκεκριμένο σημείο της μερικής λύσης και από το ποσό φερομόνης που εναποθέτεται από τα μυρμήγκια «πράκτορες» στο αντίστοιχο στοιχείο στο παρελθόν. Η διαδικασία ανανέωσης των ιχνών φερομόνης εξαρτάται από το ποσοστό εξάτμισης των μονοπατιών φερομόνης και από την ποιότητα της παραχθείσας λύσης.

Για την επίλυση ενός προβλήματος με τη χρήση αλγορίθμων αποικίας μυρμηγκιών είναι απαραίτητος ο καθορισμός ορισμένων χαρακτηριστικών:

- Μια κατάλληλη αντιπροσώπευση του προβλήματος, που επιτρέπει τα μυρμήγκια να κατασκευάσουν ή να τροποποιήσουν κλιμακωτά τις λύσεις μέσω της χρήσης ενός πιθανοτικού μοντέλου.

- Κανόνες μετακίνησης από ένα σημείο σε ένα άλλο βασισμένοι στην τιμή του ίχνους φερομόνης.
- Μια ευρετική συνάρτηση που μετρά την ποιότητα των στοιχείων που μπορεί να προστεθούν στην τρέχουσα μερική λύση.
- Μια μέθοδος ελέγχου ποιότητας και εγκυρότητας παραχθέντων λύσεων, δηλαδή οι λύσεις θα πρέπει να ικανοποιούν τους περιορισμούς του προβλήματος.
- Ένας κανόνας για την ενημέρωση των ιχνών φερομόνης.
- Ένας πιθανοτικός κανόνας της μετάβασης βασισμένος στην τιμή της ευρετικής συνάρτησης και στο περιεχόμενο των ιχνών φερομόνης.

3.2. Προσεγγιστικές μέθοδοι

3.2.1. Η μέθοδος αναίρεσης σημείων συμφόρησης (SBP)

Μια γνωστή προσεγγιστική μέθοδος πάνω στην οποία στηρίχτηκε πληθώρα άλλων προσεγγιστικών μεθόδων είναι αυτή της αναίρεσης σημείων συμφόρησης (Shifting Bottleneck Procedure, SBP) (Adams, Balas, & Zawack, 1988). Στη μέθοδο αυτή κυριαρχεί η ιδέα της κρίσιμης μηχανής στην οποία ο χρόνος ολοκλήρωσης των εργασιών είναι μεγαλύτερος από τις άλλες, ενώ ορίζεται και η απόδοση της συνολικής δρομολόγησης. Επομένως η δρομολόγηση αυτής της μηχανής πρέπει να είναι βέλτιστη και να γίνει πρώτη από όλες, ενώ οι δρομολογήσεις των άλλων να ακολουθήσουν συμπληρωματικά και με την ίδια ιδέα πάντα. Η μέθοδος SBP χαρακτηρίζεται από τα ακόλουθα βήματα:

1. αναγνώριση υπό – προβλήματος,
2. επιλογή σημείων συμφόρησης (bottleneck selection),
3. επίλυση υπό – προβλήματος και
4. επαναβελτιστοποίηση.

Η κλασική στρατηγική συνίσταται στην αναγωγή του προβλήματος σε m προβλήματα με μια απλή μηχανή και στην επίλυση κάθε υπό – προβλήματος, ένα κάθε φορά. Κάθε λύση που προκύπτει συγκρίνεται με όλες τις άλλες και οι μηχανές κατατάσσονται με βάση τη λύση τους. Η μηχανή που έχει το μεγαλύτερο ελάχιστο όριο, προσδιορίζεται ως η μηχανή συμφόρησης (bottleneck machine). Η μέθοδος SBP διατάσσει πρώτα τις μηχανές συμφόρησης, με τις εναπομείναντες μη διατεταγμένες μηχανές να αγνοούνται και τις μηχανές που ήδη έχουν διαταχθεί να παραμένουν ως έχουν. Κάθε φορά που διατάσσεται μια μηχανή συμφόρησης, κάθε μηχανή που έχει διαταχθεί πιο πριν και που επιδέχεται βελτίωση, βελτιστοποιείται ξανά σε τοπικό επίπεδο επιλύοντας ξανά το πρόβλημα της

μιας μηχανής. Το πρόβλημα της μιας μηχανής λύνεται επαναληπτικά, χρησιμοποιώντας τη προσέγγιση του Carlier (Carlier, 1982) που παρέχει μια πολύ καλή και γρήγορη λύση.

Τα ουσιώδη προβλήματα με τη μέθοδο SBP είναι η δυσκολία στην εκτέλεση της επαναβελτιστοποίησης, όπως επίσης και το γεγονός ότι μπορεί να δώσει και μη πρακτικές λύσεις. Εντούτοις, η μέθοδος SBP χρησιμοποιήθηκε ιδιαίτερα και μάλιστα υπήρξαν και επεκτάσεις της (Ivens & Lambrecht, 1996) ώστε να αντιμετωπίζει μια ποικιλία παραμέτρων όπως χρόνοι προετοιμασίας των μηχανών και βιομηχανικά περιβάλλοντα με παράλληλες μηχανές. Η πιο πρόσφατη γενίκευση έχει προέλθει από τους Balas et. al που συνδυάζει την προσεγγιστική μέθοδο για τη μια μηχανή με την καθοδηγούμενη μέθοδο τοπικής αναζήτησης (local search) και την εφαρμόζει στο πρόβλημα job shop με χρόνους προθεσμίας (Balas & Vazacopoulos, 1998).

3.2.2. Τοπική αναζήτηση (LS)

Η μέθοδος τοπικής αναζήτησης είναι η πιο απλή ευρετική μέθοδος με εφαρμογή σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Σύμφωνα με τον κλασικό της ορισμό η αναζήτηση ξεκινά από μια τυχαία λύση και προχωρά σε λύσεις που βρίσκονται στη γειτονιά της (Papadimitriou & Steiglitz, 1982). Με τον όρο γειτονιά, ορίζουμε ένα σύνολο λύσεων, υποσύνολο του χώρου λύσεων που σχετίζονται με την αρχική λύση. Συγκεκριμένα, όλες οι λύσεις της γειτονιάς παράγονται από την αρχική λύση εφαρμόζοντας έναν αριθμό μικρών αλλαγών σε αυτή (κινήσεις). Ο αλγόριθμος μπορεί να συνοψιστεί στα εξής βήματα:

Βήμα 1^ο: Δημιούργησε μια αρχική (τυχαία) λύση

Βήμα 2^ο: Υπολόγισε τη συνάρτηση καταλληλότητας της λύσης

Βήμα 3^ο: Επανάλαβε όσο βελτιώνεται η τρέχουσα λύση ή μέχρι να πληρούνται τα κριτήρια τερματισμού

Βήμα 3.1: Πραγματοποιώντας τις προβλεπόμενες κινήσεις δημιούργησε όλες τις λύσεις της γειτονιάς

Βήμα 3.2: Υπολόγισε τη συνάρτηση καταλληλότητας κάθε λύσης της γειτονιάς

Βήμα 3.3: Αν η καλύτερη λύση της γειτονιάς είναι καλύτερη από την τρέχουσα θέσε αυτήν ως τρέχουσα

Η παραγωγή των γειτονικών καταστάσεων μιας συγκεκριμένης λύσης μπορεί να γίνεται με διάφορες μεθόδους. Ενδεικτικά αναφέρονται η απλή κίνηση (single move), η διπλή κίνηση (double move) και η περιορισμένη απλή κίνηση (restricted simple move).

Ένα προφανές μειονέκτημα της συγκεκριμένης προσέγγισης είναι ότι η αρχική επιλογή της τυχαίας λύσης μαζί με το μέγεθος της γειτονιάς καθορίζει την καλύτερη λύση που μπορεί να βρεθεί. Συγκεκριμένα η μέθοδος δεν μπορεί να ξεφύγει από τοπικά μέγιστα της συνάρτησης καταλληλότητας εκτός αν το μέγεθος της γειτονιάς είναι τέτοιο που να επιτρέπει την αναζήτηση λύσεων αρκετά μακριά από το τοπικό μέγιστο, ώστε να βρίσκονται καλύτερες λύσεις. Όμως, η αύξηση του μεγέθους της γειτονιάς είναι προφανές ότι αυξάνει τους απαιτούμενους υπολογισμούς.

Μια καλύτερη επεξήγηση της λειτουργίας και των προβλημάτων του κλασικού αλγόριθμου τοπικής αναζήτησης, μπορεί να γίνει υποθέτοντας ότι οι λύσεις έχουν δύο συνιστώσες x, y , που μπορούν να αναπαρασταθούν σε ένα επίπεδο και η συνάρτηση καταλληλότητας παίρνει τιμές στον άξονα z . Σε αυτό το παράδειγμα η συμπεριφορά του αλγορίθμου παρομοιάζεται συχνά με την προσπάθεια εύρεσης της ψηλότερης κορυφής μιας οροσειράς από κάποιον που πάσχει από αμνησία σε περιβάλλον έντονης ομίχλης (μπορεί να δει όση απόσταση επιτρέπει το μέγεθος της γειτονιάς). Ο ευριστικός μηχανισμός που χρησιμοποιείται είναι η ανάβαση σε ψηλότερη περιοχή από την τρέχουσα. Αυτό γίνεται με εξέταση των γειτονικών περιοχών, μέχρι το σημείο που υπάρχει ορατότητα. Σύμφωνα με αυτόν τον παραλληλισμό προκύπτουν τα τρία βασικά προβλήματα του αλγόριθμου τοπικής αναζήτησης (Corpin, 2004, σσ. 101-102):

- Πρόποδες (foothills): Χαμηλές κορυφές που αντιστοιχούν σε τοπικά μέγιστα.
- Κορυφογραμμές (ridges): Υπάρχει περίπτωση η ευριστική τιμή να εναλλάσσεται συνεχώς μεταξύ των δύο ακραίων τιμών μιας κορυφογραμμής.
- Οροπέδια (plateaus): Υπάρχει η περίπτωση όλα τα γύρω σημεία να έχουν το ίδιο ύψος με αποτέλεσμα να έχουμε ατέρμονη περιπλάνηση στην ίδια περιοχή και εξέταση λύσεων που έχουν ήδη εξεταστεί στο παρελθόν.

Τα προβλήματα που περιγράφονται πιο πάνω ισχύουν και μπορούν να γενικευτούν και για χώρους λύσεων μεγαλύτερων διαστάσεων, όπως αυτό του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Αυτό, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι τα διάφορα στιγμιότυπα του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού τείνουν να έχουν αριθμό τοπικών βέλτιστων που αυξάνεται εκθετικά με τη διάσταση του προβλήματος, καθιστά τον αλγόριθμο τοπικής

αναζήτησης ακατάλληλο για τη λύση αυτού του προβλήματος. Η προσπάθεια σχεδιασμού αλγορίθμων που μπορούν να ξεφεύγουν από τοπικά βέλτιστα οδήγησε στη χρήση μεθόδων που βασίζονται είτε σε:

1. μια επιπλέον παράμετρο (που ονομάζεται θερμοκρασία) που μεταβάλλει την πιθανότητα μετάβασης από μια κατάσταση σε άλλη, είτε σε
2. μνήμη, η οποία απαγορεύει στον αλγόριθμο να κάνει συνεχή αναζήτηση σε καταστάσεις που έχει ελέγξει προηγουμένως.

Αυτές οι δύο προσεγγίσεις ονομάζονται αντίστοιχα προσομοιωμένη ανόπτηση (simulated annealing – SA) και Αναζήτηση με απαγορευμένες καταστάσεις (taboo search – TS) αντίστοιχα και περιγράφονται αναλυτικά στις παραγράφους που ακολουθούν.

3.2.3. Αναζήτηση με απαγορευμένες καταστάσεις (TS)

Η αναζήτηση με απαγορευμένες καταστάσεις (Tabu Search - TS) αποτελεί εξέλιξη του κλασικού αλγόριθμου τοπικής αναζήτησης επιτρέποντας αφενός μετάβαση σε χειρότερες λύσεις και αφετέρου διατηρώντας στη μνήμη μια λίστα με λύσεις που έχουν εξεταστεί, ώστε να μην ξαναελέγχονται. Η λίστα αυτή ονομάζεται λίστα απαγορευμένων καταστάσεων και έχει πεπερασμένο μέγεθος, οπότε νέες εγγραφές σε αυτή είναι δυνατό να προκαλούν αντίστοιχες διαγραφές παλιότερων εγγραφών. Επειδή ο έλεγχος της ύπαρξης μιας συγκεκριμένης λύσης στη λίστα ταμπού απαιτεί σημαντικό υπολογιστικό χρόνο, συνηθίζεται η εισαγωγή στη λίστα όχι λύσεων, αλλά οικογενειών λύσεων (για παράδειγμα λύσεις όπου μια μεταβλητή έχει μια συγκεκριμένη τιμή). Σε αυτήν την περίπτωση είναι χρήσιμο να υπάρχει τρόπος, υπό ορισμένες προϋποθέσεις (aspiration criteria), να εξετάζονται κάποιες λύσεις η οικογένεια των οποίων περιλαμβάνεται στη λίστα απαγορευμένων καταστάσεων οι οποίες βελτιώνουν την καλύτερη λύση που έχει βρεθεί. Μια τρίτη βελτίωση της βασικής μεθόδου που απαντάται στη βιβλιογραφία αφορά στη διατήρηση μιας μακροπρόθεσμης μνήμης (long-term memory ή frequency-based memory) (Glover F. , 1990). Αυτή συνίσταται στη διατήρηση μεταβλητών που καταγράφουν τον αριθμό των αλλαγών που έγιναν σε κάθε συνιστώσα μιας λύσης. Η υπέρβαση κάποιου μέγιστου ποσοστού αλλαγών, επί των συνολικών, για κάποια από τις συνιστώσες της λύσης μετά από ένα μεγάλο αριθμό επαναλήψεων αναγκάζει τον αλγόριθμο να απαγορεύσει επιπλέον αλλαγές σε αυτή, τοποθετώντας τις αντίστοιχες οικογένειες λύσεων στη λίστα απαγορευμένων καταστάσεων.

Ο αλγόριθμος τερματίζει μετά από ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα ή έναν ορισμένο αριθμό επαναλήψεων όπου δεν προέκυψε βελτίωση της καλύτερης λύσης που έχει εξεταστεί. Τα κυριότερα βήματα του συνοψίζονται στη συνέχεια (Glover F. , 1989),:

Βήμα 1^ο: Διάλεξε μια αρχική κατάσταση x

Βήμα 2^ο: Επανάλαβε μέχρι να πληρούνται τα κριτήρια τερματισμού

Βήμα 2.1: Αν η x είναι η καλύτερη λύση που έχει εξεταστεί θέσε την ως καλύτερη λύση

Βήμα 2.2: Καθόρισε τη γειτονιά $N(x)$

Βήμα 2.3: Καθόρισε το υποσύνολο της γειτονιάς που περιλαμβάνεται στη λίστα απαγορευμένων καταστάσεων $T(x) \subseteq N(x)$

Βήμα 2.4: Καθόρισε το υποσύνολο της $T(x)$ που πληρεί τις προϋποθέσεις αναίρεσης της απαγόρευσης $A(x) \subseteq T(x)$

Βήμα 2.5: Βρες την $x' \in \{[N(x) - T(x)] \cup A(x)\}$ για την οποία η συνάρτηση καταλληλότητας $E(x)$ είναι μέγιστη

Ο αλγόριθμος αναζήτησης με απαγορευμένες καταστάσεις έχει χρησιμοποιηθεί σε αρκετά προβλήματα χρονοπρογραμματισμού, τόσο σε ακαδημαϊκά προβλήματα όσο και στη βιομηχανία, με αξιοσημείωτη επιτυχία (Armentano & Ronconi, 1999) (Zhang, Li, Guan, & Rao, 2007). Να σημειωθεί επίσης ότι οι Pezzella et al. πρότειναν το συνδυασμό των μεθόδων αναζήτησης με απαγορευμένες καταστάσεις και τη μέθοδο αναίρεσης σημείων συμφόρησης για την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου επεξεργασίας του κατά παραγγελία προβλήματος χρονοπρογραμματισμού (Pezzella & Merelli, 2000).

3.2.4. Προσομοιωμένη ανόπτηση (SA)

Όπως και η αναζήτηση σε απαγορευμένες καταστάσεις η μέθοδος της προσομοιωμένης ανόπτησης (simulated annealing – SA) επιτρέπει τη μετάβαση σε χειρότερες λύσεις προκειμένου να ξεφεύγει από τοπικά μέγιστα της συνάρτησης καταλληλότητας. Συγκεκριμένα, κατά τη διερεύνηση μιας γειτονιάς λύσεων η καλύτερη από αυτές ορίζεται ως νέα τρέχουσα λύση αν είναι καλύτερη από την τρέχουσα λύση ή με βάση μια πιθανότητα που εξαρτάται από τη διαφορά της συνάρτησης καταλληλότητας της τρέχουσας λύσης και της καλύτερης λύσης της υπό εξέτασης γειτονιάς και μια επιπρόσθετη παράμετρο

που ονομάζεται θερμοκρασία η οποία μειώνεται καθώς αυξάνει ο αριθμός των πραγματοποιηθέντων επαναλήψεων. Μικρότερες θερμοκρασίες αντιστοιχούν σε μικρότερες πιθανότητες μετάβασης σε χειρότερες λύσεις. Η ιδέα είναι ότι όσο εξελίσσεται ο αλγόριθμος και βρίσκονται καλύτερες λύσεις επιτρέπονται όλο και λιγότερο μεταβάσεις σε χειρότερες λύσεις και ο αλγόριθμος τερματίζει (Kirkpatrick, Gelatt, & Vecchi, 1983).

Η βασική ιδέα της προσομοιωμένης ανόπτησης προήλθε από τη θερμοδυναμική, όπου η κατάσταση χαμηλής ενέργειας ενός μετάλλου επιτυγχάνεται τήκοντας το και στη συνέχεια μειώνοντας τη θερμοκρασία. Αν το μέταλλο ψυχθεί επαρκώς αργά, τα άτομά του σχηματίζουν ένα καθαρό κρύσταλλο, που αποτελεί τη δομή με τη χαμηλότερη ενεργειακή στάθμη, που για ένα μαθηματικό πρόβλημα βελτιστοποίησης αντιστοιχεί στη βέλτιστη λύση. Αντίθετα, αν το μέταλλο ψυχθεί γρήγορα, φτάνει σε μια κατάσταση με μεγαλύτερη ενέργεια από την ελάχιστη, κάτι που αντιστοιχεί σε μια υποδεέστερη λύση ενός μαθηματικού προβλήματος.

Τα κριτήρια τερματισμού είναι είτε ένας μέγιστος αριθμός επαναλήψεων N , ο οποίος εν γένει εξαρτάται από την αρχική θερμοκρασία είτε η επίτευξη μιας ελάχιστης τιμής της συνάρτησης καταλληλότητας. Μια συνηθισμένη βελτίωση του βασικού αλγορίθμου είναι η διατήρηση στη μνήμη της καλύτερης λύσης από αυτές που έχουν εξεταστεί.

Βήμα 1°: Διάλεξε μια ψηλή αρχική θερμοκρασία T_0 και μια αρχική κατάσταση x .

Βήμα 2°: Επανάλαβε μέχρι να πληρούνται τα κριτήρια τερματισμού

Βήμα 2.1: Υπολόγισε τη συνάρτηση καταλληλότητας $E = f(x)$

Βήμα 2.2: Από τις γειτονικές λύσεις της x επέλεξε την υποψήφια επόμενη κατάσταση x' .

Βήμα 2.3: Υπολόγισε την νέα συνάρτηση καταλληλότητας $E' = f(x')$

Βήμα 2.4: Με πιθανότητα $p(\Delta E, T)$ θέσε τη x' ως την τρέχουσα κατάσταση x .

Βήμα 2.5: Μείωσε τη θερμοκρασία T σύμφωνα με το επιλεγέν πρόγραμμα ανόπτησης.

Για τη συνάρτηση πιθανότητας αποδοχής νέας κατάστασης όταν $\Delta E = E' - E > 0$ (μετάβαση σε χειρότερη λύση από την τρέχουσα) χρησιμοποιείται ένας από τους παρακάτω τύπους:

$$p(\Delta E, T) = (1 + e^{\Delta E/T})^{-1} \quad (3.1)$$

$$p(\Delta E, T) = e^{-\Delta E/T} \quad (3.2)$$

Το πιο κρίσιμο κομμάτι της προσομοιωμένης ανόπτησης είναι το λεγόμενο «πρόγραμμα ψύξης» ή «πρόγραμμα ανόπτησης» το οποίο καθορίζει πόσο γρήγορα θα πέσει η θερμοκρασία από ψηλές σε χαμηλές τιμές. Αυτό εξαρτάται από τη φύση του προβλήματος και η επιλογή του απαιτεί πειραματισμό. Η σημασία μάλιστα αυτής της διαδικασίας πιστοποιείται και από το γεγονός ότι αν η θερμοκρασία μειώνεται επαρκώς αργά, ο αλγόριθμος θα βρει το ολικό βέλτιστο με πιθανότητα που συγκλίνει στο 1, απαιτώντας όμως μεγαλύτερο χρόνο από αυτόν που θα χρειαζόταν ένας εξαντλητικός αλγόριθμος (Johnson & Jacobson, 2002). Τα πιο συνηθισμένα προγράμματα ψύξης που απαντώνται στη βιβλιογραφία περιγράφονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$T_n = n(T_0 - T_N)/N \quad (3.3)$$

όπου n είναι ο αριθμός της τρέχουσας επανάληψης και N ο μέγιστος επιτρεπόμενος αριθμός επαναλήψεων μετά από τον οποίο ο αλγόριθμος τερματίζει (γραμμική μείωση).

$$T_n = a \cdot T_{n-1} \quad (3.4)$$

όπου n είναι ο αριθμός της τρέχουσας επανάληψης και a ένας αριθμός λίγο μικρότερος από τη μονάδα (γεωμετρική μείωση).

Ειδικά τα τελευταία χρόνια, μεγάλο πλήθος παραλλαγών της μεθόδου προσομοιωμένης ανόπτησης έχουν αξιοποιηθεί στο χρονοπρογραμματισμό της βιομηχανίας (Naderi, Zandieh, Khaleghi Ghoshe Balagh, & Roshanaei, 2009) (Bouffard & Ferland, 2007).

3.2.5. Μέθοδος μικρού - μεγάλου βήματος (LSO)

Η μέθοδος μικρού - μεγάλου βήματος (large step optimization, LSO) αποτελεί μια ακόμα εξέλιξη της τοπικής αναζήτησης (LS). Αναπτύχθηκε από τους Martin et al. και αποτελείται από δύο φάσεις βελτιστοποίησης. Αυτές είναι η φάση της ευρείας βελτιστοποιημένης μετάβασης που αποκαλείται μεγάλο βήμα (large optimized transition – large step) και αυτή της τοπικής αναζήτησης ή αλλιώς μικρό βήμα (small step) (Martin, Otto, & Felten, 1992). Η τοπική αναζήτηση μπορεί να γίνεται είτε με βάση κάποια επαναληπτική μέθοδο ή με τη μέθοδο προσομοιωμένης ανόπτησης η οποία περιγράφηκε παραπάνω.

Η ιδέα πίσω από τη μέθοδο αυτή αφορά στην αδυναμία των μεθόδων τοπικής αναζήτησης οι οποίες παγιδεύονται σε τοπικά βέλτιστες λύσεις η οποίες είθισται να είναι μακριά από την ολικά βέλτιστη λύση. Οι μέθοδοι τοπικής αναζήτησης κατηφορίζουν (move downhill) από τη μια λύση στην καλύτερη (χρονοπρόγραμμα με μικρότερο συνολικό χρόνο ολοκλήρωσης) με αποτέλεσμα να μένουν στα τοπικά ελάχιστα. Η μέθοδος μικρού - μεγάλου βήματος προσπαθεί να αντιμετωπίσει το παραπάνω μειονέκτημα επιτρέποντας ανηφορικές μετακινήσεις (uphill), αποφεύγοντας έτσι τον αποκλεισμό σε τοπικά ελάχιστα. Η μέθοδος περιγράφεται στα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 1°: Επέλεξε μια τυχαία λύση εκκίνησης x

Βήμα 2°: Επανάλαβε μέχρι να πληρούνται τα κριτήρια τερματισμού

Βήμα 2.1: Εντόπισε μια λύση x_1 εκτελώντας ένα μεγάλο βήμα επί της λύσης x .

Βήμα 2.2: Εντόπισε μια λύση x_2 εκτελώντας ένα μικρό βήμα επί της λύσης x .

Βήμα 2.3: Επέλεξε μια από τις δύο λύσεις και θέσε την ως την τρέχουσα $x = \text{Sel}(x_1, x_2)$.

Όταν η μέθοδος Sel δέχεται μόνο κατηφορικές κινήσεις τότε εκφυλίζεται σε έναν απλό αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης. Στην αντίθετη περίπτωση, αν δέχεται τυχαία μια από τις δύο λύσεις, τότε η μέθοδος ονομάζεται τυχαίος περίπατος μεγάλου βήματος (large step random walk). Αν τέλος, οι κατηφορικές κινήσεις είναι προτιμητέες ενώ η πιθανότητα αποδοχής μιας ανηφορικής κίνησης είναι μικρή και συνεχώς μειούμενη όσο περνάνε οι γενιές, τότε η μέθοδος είναι γνωστή ως Μαρκοβιανή αλυσίδα μεγάλου βήματος (large step Markov chain).

Στη βιβλιογραφία συναντάμε αρκετές εφαρμογές της μεθόδου μικρού – μεγάλου βήματος. Η Lourenco εφήρμοσε παραλλαγές της μεθόδου σε προβλήματα job shop (Lourenco H. R., 1995), ενώ ο Kreipl χρησιμοποίησε με επιτυχία τη μέθοδο για να ελαχιστοποιήσει τη συνολική βραδύτητα σε προβλήματα job shop (Kreipl, 2000). Τα συμπεράσματα που προέκυψαν και στις δύο δημοσιεύσεις είναι ότι η μέθοδος μικρού – μεγάλου βήματος έχει αρκετά υψηλές υπολογιστικές απαιτήσεις, αλλά τα αποτελέσματα της είναι σαφώς καλύτερα από αυτά που προκύπτουν αξιοποιώντας μόνης της μια απλή μέθοδο τοπικής αναζήτησης.

3.2.6. Χαλάρωση περιορισμών κατά Langrange (LR)

Η μέθοδος χαλάρωσης περιορισμών κατά Langrange (Lagrangian relaxation, LR) είναι μια μαθηματική προγραμματιστική τεχνική για βελτιστοποίηση προβλημάτων με περιορισμούς. Η μέθοδος αυτή έχει ως στόχο την «χαλάρωση» των “σκληρών” περιορισμών του προβλήματος (π.χ. περιορισμούς στη διαθεσιμότητα των μηχανών) παραβλέποντας κάποιους από αυτούς (με κατάλληλη χρήση πολλαπλασιαστών Lagrange), προσθέτοντας παράλληλα το αντίστοιχο κόστος «χαλάρωσης» στην αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος. Το αρχικό πρόβλημα μπορεί με αυτόν τον τρόπο να αναλυθεί σε πολλά μικρότερα και ευκολότερα στην επίλυση υπό – προβλήματα. Τότε χρησιμοποιείται ο κατευθυνόμενος-προς-τα-πίσω δυναμικός προγραμματισμός (backward dynamic programming) για την επίλυση αυτών των υπό – προβλημάτων.

Αφού αυτά τα υπό – προβλήματα επιλυθούν, οι πολλαπλασιαστές προσαρμόζονται ξανά βασιζόμενοι στο βαθμό παραβίασης των περιορισμών. Τα υπό – προβλήματα τότε επιλύονται ξανά με βάση την καινούργια ομάδα πολλαπλασιαστών και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Με μαθηματικούς όρους, η “διπλή συνάρτηση” μεγιστοποιείται κατά τη διαδικασία της αλλαγής της τιμής των πολλαπλασιαστών, όπου οι τιμές της διπλής συνάρτησης είναι τα κατώτατα όρια για το βέλτιστο εφικτό κόστος.

Όταν οι περιορισμοί τελικά χαλαρώσουν (relax) σε ικανοποιητικό βαθμό λόγω της συνεχούς χρήσης των πολλαπλασιαστών, οι λύσεις των ξεχωριστών υπό – προβλημάτων, όταν συνυπολογιστούν, μπορεί να μην συνιστούν έναν εφικτό χρονοπρογραμματισμό. Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιείται μια απλή ευρετική μέθοδος προς το τέλος της διαδικασίας, αλλαγής των πολλαπλασιαστών, ώστε να παραχθούν εφικτοί χρονοπρογραμματισμοί που θα ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς. Η ποιότητα όλων των εφικτών χρονοπρογραμματισμών μπορεί να εκτιμηθεί ποσοτικά συγκρίνοντας τα κόστη τους με το μεγαλύτερο κάτω όριο που μας δίνει η διπλή συνάρτηση.

Η μέθοδος LR η οποία αρχικά χρησιμοποιήθηκε το 1979 από τον Shapiro (Shapiro & P.L. Hammer, 1979), θεωρείται γενικά υπολογιστικά ακριβή για προβλήματα χρονοπρογραμματισμού μεγάλης κλίμακας

3.2.7. Κανόνες απόδοσης προτεραιότητας (DR)

Οι κανόνες απόδοσης προτεραιότητας (dispatching rules, DR) ανήκουν στην ομάδα των ευρετικών τεχνικών, οι οποίες στοχεύουν στην εύρεση προσεγγιστικών, «καλών» λύσεων σε πραγματικά προβλήματα, με ταυτόχρονη μείωση του απαιτούμενου υπολογιστικού

κόστους. Οι κανόνες αυτοί δίνουν προτεραιότητα σε διεργασίες που αναμένουν για επεξεργασία σε μια μηχανή. Για τον υπολογισμό της προτεραιότητας μπορούν να ληφθούν υπόψη οι ιδιότητες των διεργασιών, των μηχανών, καθώς και η τρέχουσα κατάσταση του βιομηχανικού περιβάλλοντος. Όταν μια μηχανή ολοκληρώνει την προηγούμενη εργασία και καθίσταται διαθέσιμη για να δεχτεί διεργασίες, μια μέθοδος ελέγχει τις διεργασίες που αναμένουν και επιλέγει αυτή με τη μεγαλύτερη προτεραιότητα.

Οι κανόνες απόδοσης προτεραιοτήτων μπορούν να διακριθούν σε:

- στατικούς (static) όταν η προτεραιότητα είναι συνάρτηση μόνο των χαρακτηριστικών των εργασιών και της μηχανής ή
- δυναμικούς (dynamic) όταν η προτεραιότητα εξαρτάται και από τη χρονική στιγμή εκτέλεσης του κανόνα. Ένα παράδειγμα τέτοιου δυναμικού κανόνα είναι ο κανόνας minimum slack first (MS), ο οποίος διατάσσει τις διεργασίες σύμφωνα με το κριτήριο $\max(d_j - p_j - t, 0)$ όπου d_j είναι ο χρόνος προθεσμίας της διεργασίας j , p_j ο χρόνος επεξεργασίας της και t ο τρέχων χρόνος. Λόγω αυτού του ορισμού συνεπάγεται πως σε κάποια χρονική στιγμή η διεργασία j μπορεί να έχει μεγαλύτερη προτεραιότητα από τη διεργασία k , ενώ σε κάποια επόμενη χρονική στιγμή μπορεί να έχουν την ίδια προτεραιότητα.

Συνάμα μπορούν να διακριθούν σε:

- τοπικούς (local) όταν η προτεραιότητα είναι συνάρτηση μόνο των χαρακτηριστικών της μηχανής και των εργασιών που αναμένουν σε αυτήν
- γενικούς (global) όταν η προτεραιότητα εξαρτάται και από τα χαρακτηριστικά των άλλων μηχανών και των εργασιών που αναμένουν σε αυτές

και τέλος σε:

- βασιζόμενους στο χρόνο επεξεργασίας (process time)
- βασιζόμενους στο χρόνο παράδοσης (due date)
- βασιζόμενους σε συνδυασμό χρόνου επεξεργασίας και χρόνου παράδοσης

Είναι γενικά διαπιστωμένο ότι οι κανόνες που βασίζονται στο χρόνο επεξεργασίας αποδίδουν καλύτερα σε παραγωγικά συστήματα υψηλού φόρτου, ενώ αντίθετα οι κανόνες που βασίζονται στο χρόνο παράδοσης αποδίδουν καλύτερα σε συστήματα με χαλαρό φόρτο.

Οι εργασίες των Panwalkar & Iskander και των Blackstone et al. αποτέλεσαν τη βάση για την περαιτέρω έρευνα πάνω στους κανόνες απόδοσης προτεραιοτήτων. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τους πιο βασικούς κανόνες που παρουσιάζονται στις παραπάνω εργασίες:

Κανόνας απόδοσης προτεραιότητας	Περιγραφή
FIFO	Οι διεργασίες δρομολογούνται ανάλογα με τη σειρά διαθεσιμότητας τους (first in, first out).
LIFO	Η πιο αργοπορημένη διεργασία, δρομολογείται πρώτη (last in, first out).
SIS	Επιλογή της εργασίας εκείνης με το μικρότερο προσδοκητό ακαθάριστο χρόνο επεξεργασίας (shortest gross imminent operation time).
SR / LR	Επιλογή της εργασίας με το μικρότερο (smallest)/μεγαλύτερο (largest) εναπομείναντα φόρτο εργασίας.
DD	Επιλογή της εργασίας με τη συντομότερη ημερομηνία παράδοσης.
MINSEQ	Επιλογή της διεργασίας ή ομάδας διεργασιών με το μικρότερο χρόνο προετοιμασίας.
LHALF	Μεγαλύτερη προτεραιότητα έχουν οι εργασίες που έχουν λιγότερες από τις μισές διεργασίες να εκτελεστούν.
1/C	Επιλογή της εργασίας με το μεγαλύτερο πέναλτι αργοπορίας ανά παραγόμενη μονάδα.
S-1	Επιλογή της εργασίας με την ελάχιστη απραξία (slack).
WINQ	Επιλογή της εργασίας της οποίας η επόμενη διεργασία απαιτεί τη μηχανή με το μικρότερο φόρτο εργασίας.
SMOVE	Επιλογή της εργασίας της οποίας η επόμενη διεργασία απαιτεί τη μηχανή με τις λιγότερες κρίσιμες διεργασίες. Αν δεν υπάρχουν κρίσιμες διεργασίες, τότε εφαρμόζεται ο κανόνας FIFO.
P + WKR	Επιλογή της εργασίας με το μικρότερο σταθμισμένο φόρτο εναπομείνας εργασίας (smallest weighted sum of the next processing time and work remaining).
P + WQ	Επιλογή της εργασίας η οποία μετά από την τρέχουσα διεργασία έχει το μικρότερο σταθμισμένο φόρτο εναπομείνας εργασίας (smallest weighted sum of the next processing time and work in the next queue).

Κανόνας απόδοσης προτεραιότητας	Περιγραφή
RPT / RT	Επιλογή της εργασίας με το μικρότερο λόγο εναπομείναντας εργασία προς το μέχρι στιγμής αδρανή χρόνο.

Πίνακας 3.4 Βασικοί κανόνες απόδοσης προτεραιότητας

Οι κυριότεροι συμβολισμοί που χρησιμοποιούνται στους κανόνες απόδοσης προτεραιότητας είναι οι ακόλουθοι:

t : χρόνος στον οποίο λαμβάνεται η απόφαση για τη χρήση του κανόνα απόδοσης προτεραιότητας.

p_{ji} ή T_{ji} : χρόνος επεξεργασίας της διεργασίας i της εργασίας j .

$o(j)$: συνολικός αριθμός επιμέρους διεργασιών της εργασίας j .

W_j : συνολικός φόρτος εργασίας των διεργασιών στην ουρά της εργασίας j χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η αμέσως επόμενη διεργασία. Αν η διεργασία i είναι η τελευταία διεργασία της εργασίας j , τότε το W_j είναι μηδέν.

T_j ή A_j : χρόνος άφιξης της εργασίας j .

$C_{j,i-1}$: χρόνος ολοκλήρωσης της προηγούμενης διεργασίας (δηλαδή της $i-1$) της εργασίας j .

ODD_{ji} : λειτουργικός χρόνος προθεσμίας (operational due-date) για τη διεργασία i της εργασίας j .

Z_j : προτεραιότητα που αποδίδεται στη εργασία j τη στιγμή λήψης της απόφασης.

d_j : ο χρόνος παράδοσης της εργασίας j .

s_j : ο διαθέσιμος ελεύθερος χρόνος της εργασίας j . Η απραξία μπορεί να υπολογιστεί με τον ακόλουθο τύπο:

$$s_j = d_j - t - \sum_{q=i}^{o(j)} t_{jq}$$

Όπου $\sum_{q=i}^{o(j)} t_{jq}$ είναι ο συνολικά εναπομείναντας χρόνος επεξεργασίας της

εργασίας j .

Η έρευνα πάνω στους κανόνες απόδοσης προτεραιοτήτων εστιάστηκε κυρίως στη βελτίωση των ήδη υπαρχόντων κανόνων, καθώς και στην κατασκευή νέων συνδυαστικών κανόνων (composite dispatching rules). Σήμερα στη διεθνή βιβλιογραφία συναντώνται πάνω από 150 τέτοιοι κανόνες, από τους οποίους παρουσιάζονται στη συνέχεια οι πιο γνωστοί και πιο αποδοτικοί (Conway, Maxwell, & Miller, 1967) (Graham, Lawler, Lenstra, & Rinnooy Kan, 1979) (Lawler & Lenstra, 1993) (Rajendran & Ziegler, 1999) (Kyparisis & Koulamas, 2000).

- Earliest release date first (ERD). Αυτός ο κανόνας είναι κατά κάποιο τρόπο ισοδύναμος με τον κανόνα first-come-first-served. Κατά μια έννοια ελαχιστοποιεί τις αποκλίσεις στους χρόνους αναμονής των διεργασιών σε μια μηχανή.
- Earliest due date first (EDD). Όποτε μια μηχανή καθίσταται διαθέσιμη, η διεργασία με τον νωρίτερο χρόνο παράδοσης επιλέγεται για να επεξεργαστεί. Αυτός ο κανόνας τείνει να ελαχιστοποιεί τη μέγιστη καθυστέρηση (maximum lateness) ανάμεσα στις διεργασίες που αναμένουν για επεξεργασία. Στην πράξη, σε ένα περιβάλλον με μια απλή μηχανή και n διεργασίες διαθέσιμες τη χρονική στιγμή 0, ο κανόνας EDD όντως ελαχιστοποιεί τη μέγιστη καθυστέρηση.
- Weighted shortest processing time first (WSPT). Κάθε φορά που μια μηχανή ολοκληρώνει την εργασία της και καθίσταται διαθέσιμη, η διεργασία με το μεγαλύτερο λόγο βάρους (w_j) προς χρόνο επεξεργασίας (p_j) μπαίνει στην ουρά για επεξεργασία. Έτσι οι διεργασίες προγραμματίζονται με φθίνουσα σειρά ως προς το λόγο $\frac{w_j}{p_j}$. Ο κανόνας αυτός τείνει να μειώνει το σταθμισμένο (weighted) άθροισμα των χρόνων ολοκλήρωσης, δηλαδή το $\sum w_j C_j$. Σε περιβάλλον με μια απλή μηχανή με n διεργασίες διαθέσιμες τη χρονική στιγμή 0, αυτό όντως ισχύει. Όταν όλα τα βάρη είναι ίσα, ο κανόνας WSPT ανάγεται στον κανόνα shortest processing time first (SPT).
- Longest processing time first (LPT). Αυτός ο κανόνας διατάσσει τις διεργασίες σε φθίνουσα σειρά χρόνων επεξεργασίας (p_j). Όταν έχουμε μηχανές σε παράλληλη διάταξη αυτός ο κανόνας τείνει να εξισορροπήσει το φόρτο εργασίας σε κάθε μηχανή. Η λογική αυτού του κανόνα στηρίζεται στην εμπειρική παρατήρηση ότι είναι σκόπιμο να κρατάμε τις διεργασίες με μικρούς χρόνους επεξεργασίας για αργότερα μια και αυτές είναι χρήσιμες προς το τέλος για την εξισορρόπηση του φόρτου των μηχανών. Αφού καθορίσουμε την ανάθεση των διεργασιών στις

μηχανές, οι διεργασίες σε κάθε μηχανή μπορούν να αλλάξουν σειρά χωρίς να επηρεαστεί η ισορροπία του φόρτου των μηχανών.

- Shortest processing time first (SPT). Αυτός ο κανόνας στηρίζεται στην φιλοσοφία του απλού κανόνα του Jonson και διατάσσει τις διεργασίες σε αύξουσα σειρά χρόνων επεξεργασίας (p_j).
- Shortest setup time first (SST). Κάθε φορά που μια μηχανή καθίσταται διαθέσιμη, ο κανόνας αυτός επιλέγει για επεξεργασία τη διεργασία με το συντομότερο χρόνο προετοιμασίας (setup time).
- Least flexible job first (LFJ). Ο κανόνας αυτός χρησιμοποιείται όταν έχουμε ένα αριθμό διαφορετικών (ασυσχέτιστων) μηχανών εν παράλληλοι και οι διεργασίες υπόκεινται σε περιορισμούς καταλληλότητας (machine eligibility constraints). Η διεργασία j μπορεί να επεξεργαστεί μόνο σε ένα συγκεκριμένο υποσύνολο των m μηχανών, έστω το M_j . Κάθε φορά που μια μηχανή καθίσταται διαθέσιμη, επιλέγεται η διεργασία που μπορεί να επεξεργαστεί στο μικρότερο αριθμό άλλων μηχανών, δηλαδή η διεργασία με το μικρότερο δυνατό αριθμό εναλλακτικών επιλογών για επεξεργασία.
- Critical path (CP). Ο κανόνας αυτός χρησιμοποιείται όταν οι διεργασίες υπόκεινται σε περιορισμούς προτεραιότητας (precedence constraints). Από τον αντίστοιχο γράφο που εκφράζει αυτούς τους περιορισμούς, επιλέγεται η διεργασία που είναι στη κεφαλή της μακρύτερης αλληλουχίας των χρόνων επεξεργασίας.
- Largest number of successors (LNS). Ο κανόνας αυτός μπορεί να χρησιμοποιηθεί πάλι όταν οι διεργασίες υπόκεινται σε περιορισμούς προτεραιότητας. Επιλέγει τη διεργασία που έχει το μεγαλύτερο αριθμό διεργασιών που να την ακολουθούν ή αλλιώς, την εργασία με το μεγαλύτερο εναπομείναντα αριθμό διεργασιών.
- Shortest queue at the next operation (SQNO). Ο κανόνας αυτός χρησιμοποιείται στα κατά παραγγελία συστήματα. Όποτε μια μηχανή καθίσταται διαθέσιμη, η διεργασία με τη μικρότερη ουρά στην επόμενη μηχανή του δρομολογίου της, επιλέγεται για επεξεργασία. Το μήκος της ουράς στην επόμενη μηχανή μπορεί να μετρηθεί με διαφορετικούς τρόπους. Μπορεί απλά να είναι ο αριθμός των διεργασιών που περιμένουν στην ουρά ή μπορεί να είναι ο συνολικό χρόνος επεξεργασίας που περιμένει στην ουρά.
- Apparent Tardiness Cost (ATC). Ο κανόνας αυτός είναι ένας συνδυαστικός (composite) κανόνας απόδοσης προτεραιοτήτων που συνδυάζει τους κανόνες WSPT και MS και θεωρείται εξέλιξη του γνωστού κανόνα COVERT (Cost OVER Time).

Σύμφωνα με αυτόν τον κανόνα, οι διεργασίες χρονοπρογραμματίζονται μια κάθε φορά. Έτσι, κάθε φορά που μια μηχανή καθίσταται διαθέσιμη για να δεχτεί διεργασίες, υπολογίζεται ένας δείκτης σημαντικότητας για τις εναπομείναντες διεργασίες. Ο δείκτης αυτός είναι μια συνάρτηση του χρόνου t που η μηχανή καθίσταται διαθέσιμη και των p_j , w_j και d_j των εναπομεινάντων διεργασιών. Ο τύπος του δείκτη είναι ο ακόλουθος:

$$I_j(t) = \frac{w_j}{p_j} \exp\left(-\frac{\max(d_j - p_j - t, 0)}{K\bar{p}}\right) \quad (3.5)$$

όπου K είναι μια παράμετρος κλίμακας που μπορεί να καθοριστεί εμπειρικά και το $\bar{p}$ είναι ο μέσος όρος των χρόνων επεξεργασίας των εναπομεινάντων διεργασιών. Αν το K είναι πολύ μεγάλο, τότε ο κανόνας ATC ανάγεται στον κανόνα WSPT. Αν το K είναι πολύ μικρό, τότε ο κανόνας ATC ανάγεται στον κανόνα MS.

- Slack per remaining OPeration (S/OPN). Η εργασία με την ελάχιστη απραξία (slack) ανά εναπομείναντα αριθμό διεργασιών $o(j)$ επιλέγεται για επεξεργασία. Ο κανόνας αυτός χρησιμοποιείται συχνά σαν σημείο αναφοράς όταν αποτιμάται η επίδοση άλλων κανόνων που έχουν στόχο τη μείωση της συνολικής καθυστέρησης. Η προτεραιότητα της διεργασίας j δίνεται ως εξής:

$$Z_j = \begin{cases} \frac{s_j}{o(j) - i + 1}, & \text{όταν } s_j \geq 0 \\ s_j(o(j) - i + 1), & \text{όταν } s_j < 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

όπου η απραξία s_j δίνεται από τη σχέση:

$$s_j = d_j - t - \sum_{q=i}^{o(j)} t_{jq} \quad (3.7)$$

- Raghu & Rajendran (RR). Ο κανόνας αυτός έχει αποδειχτεί σε αρκετές περιπτώσεις καλύτερος από τον SPT στο να ελαχιστοποιεί το μέσο χρόνο ροής (flowtime). Ο δείκτης προτεραιότητας για μια εργασία j δίνεται από τη σχέση:

$$Z_j = \frac{s_j \exp(-\eta) t_{ji}}{RPT_j} + \exp(\eta) t_{ij} + W_{nxt} \quad (3.8)$$

όπου το η αναφέρεται στο επίπεδο χρησιμοποίησης της μηχανής στην οποία βρίσκεται η εργασία, το RPT_j συμβολίζει το άθροισμα των χρόνων επεξεργασίας των μη ολοκληρωμένων διεργασιών, συμπεριλαμβανομένης της παρούσας

διεργασίας της εργασίας j και το W_{next} δείχνει τον πιθανό χρόνο αναμονής της επόμενης διεργασίας της εργασίας j στη μηχανή. Αυτός ο χρόνος αναμονής υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη τη σχετική προτεραιότητα της εργασίας j όταν προγραμματίζεται η επόμενη της διεργασία στην αντίστοιχη μηχανή.

- Process Time plus Work – In – Next – Queue (PT + WINQ). Ο κανόνας αυτός προτάθηκε πρόσφατα από τους Holthaus & Rajendran και έχει αποδειχτεί ότι είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικός στην ελαχιστοποίηση του μέσου χρόνου ροής (flowtime)(Holthaus & Rajendran, New dispatching rules for scheduling in a job shop: An experimental study, 1997). Ο δείκτης προτεραιότητας δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$Z_j = t_{ji} + W_j \quad (3.9)$$

- Process Time plus Work – In – Next – Queue plus Arrival Time (PT + WINQ + AT) rule. Αυτός ο κανόνας έχει προταθεί επίσης από τους Holthaus & Rajendran, και έχει αποδειχθεί ιδιαίτερα αποτελεσματικός στο πρόβλημα της ελαχιστοποίησης του μέγιστου χρόνου ροής και στη διακύμανση του χρόνου ροής(Holthaus & Rajendran, New dispatching rules for scheduling in a job shop: An experimental study, 1997). Ο δείκτης προτεραιότητας δίνεται από την εξής σχέση:

$$Z_j = t_{ji} + W_j + T_j \quad (3.10)$$

- Process Time plus Work – In – Next – Queue plus negative SLack (PT + WINQ + SL) rule. Ο κανόνας αυτός έχει αναπτυχθεί πάλι από τους Holthaus & Rajendran και ελαχιστοποιεί τη μέγιστη καθυστέρηση καθώς και τη διακύμανση της καθυστέρησης των διεργασιών(Holthaus & Rajendran, 2000). Ο δείκτης προτεραιότητας δίνεται από τη σχέση:

$$Z_j = t_{ji} + W_j + \min(s_j, 0) \quad (3.11)$$

- (PT + WINQ)/TIS. Αυτός ο κανόνας στηρίζεται στην απλή παρατήρηση ότι οι κανόνες SPT και PT + WINQ τείνουν να καθυστερούν τους χρόνους ολοκλήρωσης των διεργασιών που έχουν σχετικά μεγάλους χρόνους επεξεργασίας και έτσι οι κανόνες αυτοί καταλήγουν σε μεγάλες τιμές μέγιστου χρόνου ροής και διακύμανσης του χρόνου ροής. Ο κανόνας PT + WINQ έχει βρεθεί ότι είναι ιδιαίτερα δραστικός για την ελαχιστοποίηση του μέσου χρόνου ροής των διεργασιών. Αν συνδυάσουμε τις δυο αυτές παρατηρήσεις και εισάγουμε ένα όρο που αντιστοιχεί στο χρόνο

παραμονής στο σύστημα (resident time ή αλλιώς Time – in – Shop) της διεργασίας i μέχρι την παρούσα χρονική στιγμή, ο κανόνας αυτός αναθέτει προτεραιότητες με βάση τον ακόλουθο τύπο:

$$Z_j = \frac{t_{ji} + W_j}{t - T_j} \quad (3.12)$$

Ο κανόνας αυτός επιχειρεί να μειώσει όχι μόνο το μέσο χρόνο ροής αλλά και τη διακύμανση του χρόνου ροής, διότι μια διεργασία που βρίσκεται για αρκετά μεγάλο χρόνο στο σύστημα θα προτιμηθεί για επεξεργασία.

- AT – RPT. Ο κανόνας αυτός κάνει χρήση της πληροφορίας που αφορά το χρόνο παραμονής της διεργασίας i και το συνολικό εναπομείναντα χρόνο επεξεργασίας της. Επιχειρεί να ελαχιστοποιήσει το μέγιστο χρόνο ροής και τη διακύμανση του χρόνου ροής των διεργασιών. Ο δείκτης προτεραιότητας σε αυτόν τον κανόνα δίνεται από τη σχέση:

$$Z_j = -(t - T_j) - \sum_{q=i}^{o(j)} t_{jq} \quad (3.13)$$

- PT + PW. Ο κανόνας αυτός προσπαθεί να επιτύχει χαμηλές τιμές μέσου χρόνου ροής (mean flowtime) και ποσοστού καθυστερημένων διεργασιών χρησιμοποιώντας με αποτελεσματικό τρόπο το χρόνο αναμονής των διεργασιών τη στιγμή που εκτελείται ο κανόνας. Επιλέγεται κάθε φορά η διεργασία με τη μικρότερη τιμή Z_i η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$Z_i = T_{ji} + (t - C_{j,i-1}) \quad (3.14)$$

- FDD (flow due date). Ο κανόνας αυτός προσπαθεί να επιτύχει χαμηλές τιμές για το μέγιστο χρόνο ροής καθώς και για τη διακύμανση του χρόνου ροής. Επιλέγουμε τη διεργασία της εργασίας με τη μικρότερη τιμή Z_j η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$Z_j = FFD_j = A_j + \sum_{q=1}^i T_{jq} \quad (3.15)$$

- PT + PW + FDD. Ο κανόνας αυτός επιδιώκει να βελτιστοποιήσει τη διακύμανση του χρόνου ροής καθώς και τα κριτήρια που σχετίζονται με τη καθυστέρηση (tardiness). Ο δείκτης προτεραιότητας, ο οποίος είναι καλύτερος όσο μικρότερη τιμή έχει, δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$Z_j = T_{ij} - C_{j,i-1} + FDD_j \quad (3.16)$$

- (OPFSLK/PT; FDD). Ο κανόνας αυτός χρησιμοποιεί το στοιχείο FDD και δίνει καλά αποτελέσματα στην περίπτωση του μέγιστου χρόνου ροής καθώς και της διακύμανσης αυτού. Επίσης μειώνει τη μέγιστη καθυστέρηση των διεργασιών και τη διακύμανση αυτής. Ο δείκτης προτεραιότητας δίνεται ως εξής:

$$Z_j = \frac{\max(t + T_{ij} - FDD_j, 0)}{T_{ij}} \quad (3.17)$$

- AVPRO. Είναι γνωστό ότι ο κανόνας SPT είναι καλός για τη μείωση του ποσοστού των καθυστερημένων διεργασιών (percentage of tardy jobs). Ο κανόνας AVPRO αποτελεί μια προσπάθεια επέκτασης του κανόνα SPT ώστε να πετύχει ακόμα καλύτερη επίδοση. Ο δείκτης αυτός διατυπώνεται ως ακολούθως:

$$Z_j = \sum_{q=1}^{m_j} \frac{T_{jq}}{m_j} \quad (3.18)$$

- 2PT + WINQ + NPT. Ο κανόνας αυτός έχει καλή επίδοση όταν θέλουμε να μειώσουμε το μέσο χρόνο ροής. Επιλέγεται κάθε φορά η διεργασία με το μικρότερο δείκτη προτεραιότητας:

$$Z_j = 2t_{ij} + W_j + T_{j,i+1} \quad (3.19)$$

- PT + WINQ + NPT + WSL. Ο κανόνας αυτός βελτιώνει την επίδοση του ήδη αναφερθέντος κανόνα PT + WINQ + SL. Ο δείκτης προτεραιότητας του κανόνα αυτού δίνεται από τη σχέση:

$$Z_j = t_{ij} + W_j + T_{j,i+1} + \min(s_j, 0) \quad (3.20)$$

όπου η απραξία s_j δίνεται από τη σχέση:

$$s_j = d_j - t - \sum_{q=i}^{o(j)} t_{jq} \quad (3.21)$$

Μερικοί από τους κανόνες που αναφέρθηκαν μας οδηγούν σε βέλτιστους χρονοπρογραμματισμούς σε ορισμένα βιομηχανικά περιβάλλοντα και σε πολύ ικανοποιητικά, εφικτά αποτελέσματα σε κάποια άλλα.

Ένα βασικό μειονέκτημα των κανόνων απόδοσης προτεραιότητας είναι το γεγονός ότι το αν θα δώσουν αποδεκτή ή όχι λύση εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη φύση του προβλήματος στο οποίο εφαρμόζονται. Αυτό συμβαίνει γιατί έχουν περιορισμένη ικανότητα αντίληψης του γενικότερου προβλήματος μιας και λαμβάνουν υπόψη μόνο την τρέχουσα κατάσταση των μηχανών και του περιβάλλοντος που σχετίζεται άμεσα με αυτές.

Εντούτοις, παραμένουν ακόμα στο επίκεντρο της διεθνής επιστημονικής κοινότητας, μιας και η απλότητα τους, τους καθιστά ίσως τη μόνη μέθοδο χρονοπρογραμματισμού παραγωγής στο δυναμικό πρόβλημα και σε πολύπλοκα υβριδικά συστήματα παραγωγής, ενώ τέλος μπορούν εύκολα να συνδυαστούν με άλλους αλγορίθμους σε υβριδικά σχήματα.

Τέλος, αξίζει να επισημάνουμε τις τελευταίες ερευνητικές προσπάθειες που λαμβάνουν χώρα στο πεδίο των κανόνων απόδοσης προτεραιοτήτων και αφορούν την υλοποίηση καινοτόμων κανόνων για τη λύση προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με πολλαπλά αντικειμενικά κριτήρια το οποίο αποτελεί συνήθως επιδίωξη σε πολλές βιομηχανίες στην πράξη (Bushee & Svestka, 1999) (Kyparisis & Koulamas, 2000) (Rajendran & Ziegler, 1999).

3.2.8. Νευρωνικά δίκτυα (NN)

Τα νευρωνικά δίκτυα (artificial neural networks) είναι συστήματα επεξεργασίας δεδομένων που αποτελούνται από ένα πλήθος νευρώνων (neurons) οργανωμένων σε δομές παρόμοιες με αυτές του ανθρώπινου εγκεφάλου.

Ο νευρώνας είναι έναν απλό σύστημα πολλαπλών εισόδων με μια έξοδο στην οποία ανταποκρίνεται βάσει μιας συνάρτησης $f(\sigma)$ όπου:

$$\sigma = \sum_{i=1}^n w_i x_i + \beta \quad (3.22)$$

με το διάνυσμα $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ να αποτελεί την είσοδο του νευρώνα, w_i είναι το βάρος της εισόδου x_i και β ονομάζεται σταθερά πόλωσης η οποία λαμβάνει τιμές στο κλειστό διάστημα $[0,1]$.

Στη βιβλιογραφία συναντούνται διάφορες συναρτήσεις $f(\sigma)$, από τις οποίες, οι πιο γνωστές είναι οι ακόλουθες:

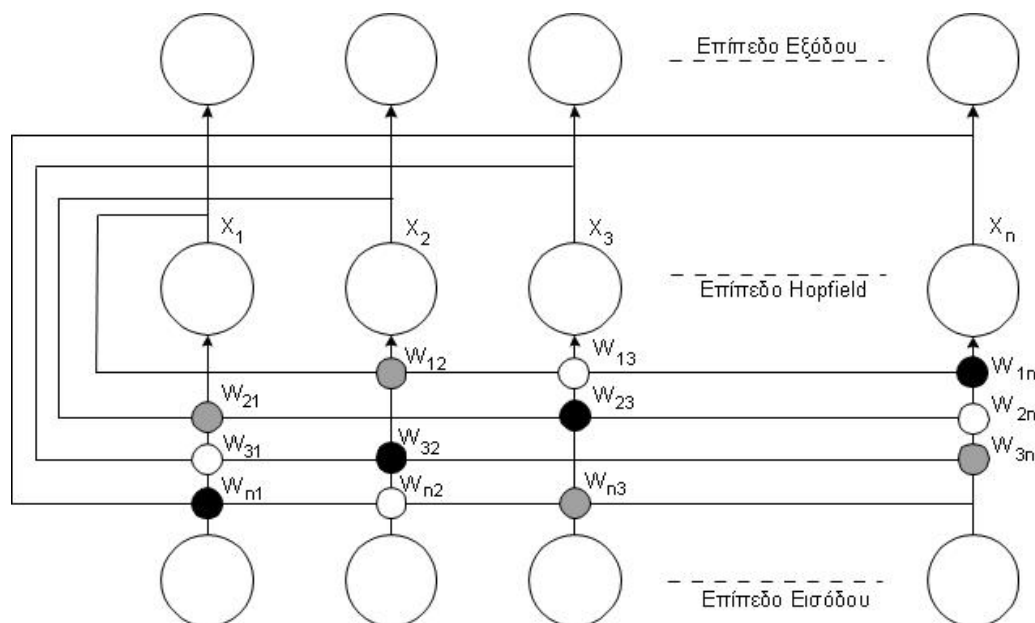
- $f(\sigma) = \sigma$ (γραμμική σχέση)

- $f(\sigma) = \begin{cases} 1, & \text{όταν } \sigma > 0 \\ 0, & \text{όταν } \sigma \leq 0 \end{cases}$ (δυναμική σχέση κατωφλιού)
- $f(\sigma) = \frac{1}{1+e^{-\sigma}}$ η οποία δίνει τιμές στο κλειστό διάστημα $[0,1]$ (σιγμοειδής σχέση)
- $f(\sigma) = \frac{e^{\sigma}-1}{e^{\sigma}+1} = \frac{e^{\frac{1}{2}\sigma}-e^{-\frac{1}{2}\sigma}}{e^{\frac{1}{2}\sigma}+e^{-\frac{1}{2}\sigma}} = \tanh(\frac{1}{2}\sigma)$ η οποία δίνει τιμές στο κλειστό διάστημα $[0,1]$ (σχέση υπερβολικής εφαπτομένης, hyperbolic tangent)
- $f(\sigma) = \begin{cases} \sigma, & \text{όταν } \sigma > 0 \\ 0, & \text{όταν } \sigma \leq 0 \end{cases}$ (σχέση perceptron)

Στα νευρωνικά δίκτυα, η πληροφορία υπόκειται επεξεργασία μέσα από ένα πλήρως διασυνδεδεμένο δίκτυο. Το πιο διαδεδομένο μοντέλο νευρωνικού δικτύου, είναι αυτό του Hopfield (Hopfield & Tank, 1986). Ανήκει στην κατηγορία των νευρωνικών δικτύων με ανατροφοδότηση όπου κάθε νευρώνας συνδέεται με όλους τους υπόλοιπους. Οι συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων είναι αμφίδρομες και έχουν συμμετρικά βάρη ($w_{i \rightarrow j} = w_{j \rightarrow i}$). Όλοι οι νευρώνες του δικτύου, οι οποίοι ακολουθούν τη σχέση perceptron, λειτουργούν ταυτόχρονα ως εισόδοι και έξοδοι του δικτύου. Η εκπαίδευση ενός δικτύου Hopfield βασίζεται στη μεταβολή της τιμής των βαρών σύμφωνα με τη σχέση

$$\Delta w_{i \rightarrow j} = (2x_i - 1)(2x_j - 1) \quad (3.23)$$

όπου τα x_i και x_j είναι οι δυαδικές μεταβλητές εισόδου των νευρώνων.



Εικόνα 3.5 Τοπολογία δικτύου Hopfield

Από τη σχέση υπολογισμού της μεταβολής των βαρών και τις δυνατές τιμές των x_i, x_j προκύπτει ότι τα βάρη ενισχύονται όταν η έξοδος ενός νευρώνα είναι ίδια με την είσοδο, ενώ διαφορετικά εξασθενούν. Αυτό που τελικά “μαθαίνει” ένα δίκτυο Hopfield είναι ένα ή περισσότερα από τα διανύσματα εισόδου. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα το δίκτυο να λειτουργεί σαν μνήμη συσχέτισης. Κατά τη λειτουργία της ανάκλησης για κάθε διάνυσμα εισόδου το δίκτυο θα ισορροπήσει στο “κοντινότερο” διάνυσμα από το σύνολο των διανυσμάτων με τα οποία εκπαιδεύτηκε.

Το μοντέλο αυτό έχει χρησιμοποιηθεί επιτυχώς για την επίλυση πολλών συνδυαστικών προβλημάτων βελτιστοποίησης. Οι Williams και Brandts πρότειναν ένα νευρωνικό δίκτυο τύπου Hopfield το οποίο είχε ενσωματωμένα κριτήρια βελτιστοποίησης στην αρχιτεκτονική του και στόχευε στην επίλυση προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε συστήματα κατα παραγγελίας (Willems & Brandts, 1995). Επιπρόσθετα, ο Liang εφήρμοσε κατάλληλο νευρωνικό δίκτυο για το χρονοπρογραμματισμό παραγωγής δύο μικρομεσαίων επιχειρήσεων στην Taiwan (Liang, 1996) με εξαιρετικές επιδόσεις. Ο Sabuncuoglu πρότεινε ένα παραλυμένο (paralyzed) νευρωνικό δίκτυο για την επίλυση του προβλήματος μιας μηχανής με αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου επεξεργασίας (Sabuncuoglu, 1998) ενώ σημαντική είναι και η προσφορά του Liansheng, ο οποίος πρότεινε ένα ενοποιημένο νευρωνικό δίκτυο για την αντιμετώπιση προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού σε κλασικά περιβάλλοντα κατά παραγγελία και έγκαιρης παράδοσης (Liansheng, 2000).

Τέλος, αξιοσημείωτη είναι η ολοκληρωμένη επισκόπηση της εφαρμογής των νευρωνικών δικτύων σε προβλήματα χρονοπρογραμματισμού που πραγματοποιήθηκε από τον Sabuncuoglu ο οποίος παραθέτει στο τέλος της εργασίας του μια σειρά από κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα (Sabuncuoglu, 1998). Ακολουθώντας προτάσεις αυτής της έρευνας, οι Park et al. απέδειξαν ότι ο συνδυασμός του κανόνα απόδοσης προτεραιοτήτων ATCS (Apparent Tardiness Cost with Setups) και κατάλληλου νευρωνικού δικτύου υπερτερεί του ATCS σε σύστημα παράλληλων μηχανών (Park, Kim, & Lee, 2000).

3.2.9. Έμπειρα συστήματα (ES) και συστήματα γνώσης (KBS)

Τα έμπειρα συστήματα (expert systems, ES) προήλθαν από το πεδίο της τεχνητής νοημοσύνης, ως αποτέλεσμα της προσπάθειας του ανθρώπου να αυτοματοποιήσει την επεξεργασία εξειδικευμένης γνώσης που εμφανίζεται σε ποικίλες εφαρμογές της καθημερινής ζωής (Metaxiotis, Ergazakis, Samouilidis, & Psarras, 2004). Ένα έμπειρο

σύστημα μπορεί να περιγραφεί ως ένα πληροφοριακό σύστημα που έχει μια ευρεία βάση γνώσης (knowledge base, KB) σε ένα περιορισμένο πεδίο και χρησιμοποιεί πολύπλοκη λογική συλλογισμού για την εκτέλεση εργασιών που θα μπορούσε να κάνει ένα άτομο με εμπειρία στο συγκεκριμένο πεδίο.

Τα έμπειρα συστήματα σύμφωνα με τον Humphrey έχουν περάσει από το στάδιο της εργαστηριακής έρευνας που εντάσσεται στην εφαρμοσμένη τεχνητή νοημοσύνη, στο στάδιο της σημαντικής τεχνολογικής και εμπορικής εκμετάλλευσης (Humphreys, McInor, & Huang, 2002). Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ολοένα και μεγαλύτερη χρήση τους σε διάφορα είδη προβλημάτων και σε διάφορες επιστημονικές περιοχές.

Τα έμπειρα συστήματα αξιοποιούν τις δυνατότητες της πληροφορικής και της εφαρμοσμένης τεχνητής νοημοσύνης με τέτοιο τρόπο που διαφέρει σημαντικά από τις συμβατικές εφαρμογές επεξεργασίας δεδομένων και δημιουργεί πολλές νέες ευκαιρίες. Ενσωματώνουν γνώση και επιλύουν προβλήματα που κανονικά απαιτούν τη γνώση εμπειρογνομόνων για να λυθούν. Εκτελούν πολλές δευτερεύουσες λειτουργίες, κάνουν ερωτήσεις σε φυσική γλώσσα προς το χρήστη και επεξηγούν τη λογική με την οποία λειτουργούν. Η γνώση πάνω στην οποία βασίζεται το εκάστοτε έμπειρο σύστημα μπορεί να είναι γνώση διαθέσιμη στη διεθνή βιβλιογραφία, σε ειδικά περιοδικά και βιβλία του χώρου ή σε βάσεις δεδομένων. Κυρίως όμως είναι εμπειρογνομοσύνη (expertise), δηλαδή περιλαμβάνει ένα σύνολο εξειδικευμένων ικανοτήτων, οι οποίες έχουν αποκτηθεί με κόπο και σε μεγάλο χρονικό διάστημα, για ένα συγκεκριμένο σκοπό (Lavrac & Mozetic, 1989).

Ορισμένα χαρακτηριστικά κοινά σε όλα τα έμπειρα συστήματα είναι τα εξής (Metaxiotis, Askounis, & Nikolopoulos, 2006):

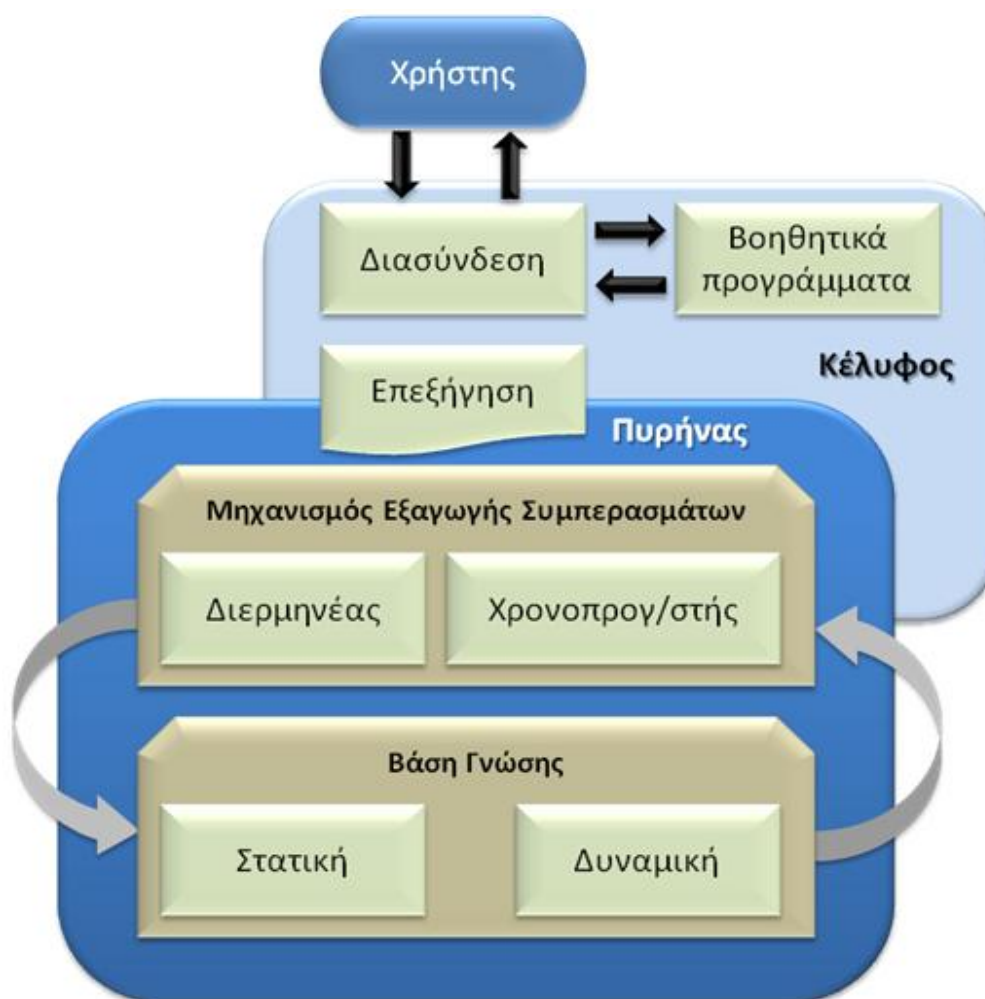
- Μπορούν να λύσουν ιδιαίτερα δύσκολα προβλήματα εξίσου καλά και σε μερικές περιπτώσεις καλύτερα από ανθρώπους που θεωρούνται ειδικοί στην επίλυση τέτοιων προβλημάτων.
- Η λογική τους είναι ευρετική, δηλαδή έχουν τη δυνατότητα να δώσουν λύση αλλά δεν έχουν κρίση. Επίσης, αλληλεπιδρούν με τους ανθρώπους με κατάλληλους τρόπους που περιλαμβάνουν και τη φυσική γλώσσα.
- Χειρίζονται και επεξεργάζονται λογικά συμβολικές περιγραφές.
- Μπορούν να διερευνήσουν πολλαπλές και αντικρουόμενες μεταξύ τους υποθέσεις, γεγονός που τα κάνει ιδιαιτέρως χρήσιμα στην επίλυση σύγχρονων προβλημάτων που συνήθως χαρακτηρίζονται από πολύπλοκες και αντικρουόμενες συνιστώσες.

- Μπορούν να εξηγήσουν για ποιο λόγο κάνουν μία ερώτηση.
- Μπορούν να αιτιολογήσουν τα συμπεράσματά τους, παρέχοντας με αυτόν τον τρόπο πιο ουσιαστική υποστήριξη.
- Διαθέτουν προσαρμοστικότητα, καθώς η ανθρώπινη εμπειρία διαρκώς εμπλουτίζεται και αλλάζει μορφή.

Το έμπειρο σύστημα αποθηκεύει και επεξεργάζεται μεγάλο όγκο γνώσης. Αν και κάθε καλός προγραμματιστής μπορεί να υλοποιήσει προγραμματιστικά την ίδια διαδικασία ενσωματώνοντας μερικές μεθόδους, η ενσωμάτωση εκατοντάδων ή χιλιάδων ευρετικών μεθόδων σε ένα υπολογιστικό σύστημα απαιτεί ιδιαίτερη ικανότητα διαχείρισης της γνώσης, δραστηριότητα την οποία εξυπηρετούν τα έμπειρα συστήματα.

Ο πυρήνας του έμπειρου συστήματος αποτελείται από δύο μέρη: τη βάση γνώσης και το μηχανισμό εξαγωγής συμπερασμάτων. Αυτός ο πλήρης διαχωρισμός της γνώσης του συστήματος από το μηχανισμό χειρισμού της είναι βασικό χαρακτηριστικό των έμπειρων συστημάτων. Προσφέρει διαφάνεια στον προγραμματισμό του συστήματος και ευκολία προσθήκης, αφαίρεσης και τροποποίησης της γνώσης. Ο πυρήνας του έμπειρου συστήματος αναπτύσσεται συνήθως σε ένα προγραμματιστικό περιβάλλον ανάπτυξης υψηλού επιπέδου, το οποίο μπορεί να είναι είτε μία γλώσσα προγραμματισμού ή κάποιο εργαλείο εξειδικευμένο για την ανάπτυξη έμπειρων συστημάτων.

Τα βοηθητικά προγράμματα που συνοδεύουν το έμπειρο σύστημα χρησιμεύουν συνήθως για τη διασύνδεση και επικοινωνία του συστήματος με το χρήστη, για το χειρισμό εξωτερικών βάσεων δεδομένων, για τη συνεργασία με περιφερειακά μηχανήματα. Ο συνδυασμός αυτών των βοηθητικών προγραμμάτων με το μηχανισμό εξαγωγής συμπερασμάτων αποτελεί ένα εργαλείο ανάπτυξης έμπειρων συστημάτων που συνηθέστερα αναφέρεται συνήθως ως κέλυφος έμπειρων συστημάτων (expert system shell).



Εικόνα 3.6 Αρχιτεκτονική έμπειρου συστήματος

Οι μελέτες των Meziane et al. παρουσιάζουν πολλές από αυτές τις έξυπνες λύσεις, οι οποίες υιοθετήθηκαν από έναν διαρκώς αυξανόμενο αριθμό από βιομηχανικές επιχειρήσεις που περιλαμβάνει – ενδεικτικά και μόνο - γυαλιού, υγρών καυσίμων, κατασκευής αεροπλάνων, υπολογιστών, ηλεκτρονικών, μετάλλων, χημικών, κλωστοϋφαντουργιών στη βιομηχανική παραγωγή (Meziane, Vadera, Kobbacy, & Proudlove, 2000). Επίσης σύμφωνα με τις μελέτες αυτές, την τελευταία δεκαετία έχει υπάρξει μία ουσιαστική έκρηξη ενδιαφέροντος στο πεδίο που είναι γνωστό ως έμπειρα συστήματα.

Το έξυπνο σύστημα δρομολόγησης και πληροφόρησης ISIS, που αναπτύχθηκε από τον Fox ήταν η πρώτη εφαρμογή έμπειρου συστήματος στη δρομολόγηση εργασιών (Fox & Smith, 1984). Η βασική ιδέα πίσω από την ανάπτυξη του συστήματος ήταν η αναπαράσταση και η χρησιμοποίηση των περιορισμών ως μέσο περιορισμού χώρου των πιθανών λύσεων. Το ISIS βασιζόταν σε ιεραρχική σχεδίαση τεσσάρων επιπέδων και λειτουργούσε κάτω από τη λογική της ελαχιστοποίησης ενός και μόνο κριτηρίου (WIP).

Η έρευνα με το ISIS οδήγησε αργότερα στην ανάπτυξη του χρονοδρομολογητή OPIS (Ow & Smith, 1988), ένα σύστημα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βασισμένο σε γνώση που χρησιμοποιεί ανάλυση προβλήματος για να παράγει δρομολογήσεις που ικανοποιούν περιορισμούς. Το OPIS ήταν το πρώτο σύστημα το οποίο αντιμετώπιζε το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού μέσα από δύο διαφορετικές οπτικές γωνιές. Οι οπτικές αυτές γωνιές αφορούσαν τους περιορισμούς στις παραγγελίες από τη μία μεριά και τους περιορισμούς στους πόρους από την άλλη. Ο έλεγχος και των δύο ειδών περιορισμών παρείχε στο σύστημα τη δυνατότητα να αντιλαμβάνεται συνολικότερα τις απαιτήσεις που συνυπήρχαν ανά πάσα χρονική στιγμή μέσα στο παραγωγικό σύστημα.

Το πρωτότυπο έμπειρο σύστημα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βασισμένο σε προτεραιότητες PEPS, είναι ένα έμπειρο σύστημα βασισμένο σε κανόνες που λύνει προβλήματα στο επίπεδο του ελέγχου του χώρου παραγωγής, αν και μειονέκτημα του θεωρείται το γεγονός ότι δεν είναι ικανό να διαχειρίζεται αβεβαιότητα και ασαφή δεδομένα (Robbins, 1985).

Συνάμα, στο πανεπιστήμιο του Carnegie Mellon υλοποίησαν το σύστημα PATRIARCH (Lawrence & Morton, 1986). Το PATRIARCH είναι ένα έμπειρο σύστημα σχεδιασμού, χρονοπρογραμματισμού και ελέγχου πολλών επιπέδων για τη βιομηχανική παραγωγή. Τα 4 επίπεδα του συστήματος περιλαμβάνουν, στρατηγικό σχεδιασμό, σχεδιασμό δυναμικότητας, δρομολόγηση και εκτέλεση.

Οι Bruno et al. ανέπτυξαν ένα υβριδικό σύστημα χρονοπρογραμματισμού για ευέλικτο βιομηχανικό περιβάλλον (Bruno, Elia, & Laface, 1986). Η αρχιτεκτονική του συστήματος συνδύαζε ένα έμπειρο σύστημα με ένα σύστημα προσομοίωσης, προσδίδοντας αυξημένη ευελιξία στο σύστημα.

Ο Alexander ανέπτυξε ένα έμπειρο σύστημα για την επιλογή κανόνων απόδοσης προτεραιοτήτων σε περιβάλλον job shop (Alexander, 1987), ενώ και οι Biegel et al. πρότειναν ένα έμπειρο σύστημα για το χρονοπρογραμματισμό παραγωγής σε περιβάλλον job shop (Biegel & Wink, 1989).

Από τους Palaniswami et al. προτάθηκε ένα σύστημα προσομοίωσης βασισμένο σε γνώση (knowledge-based simulation system) για το χρονοπρογραμματισμό παραγωγής σε flow shop περιβάλλον (Palaniswami & Jenicke, 1992) ενώ αντίστοιχο μοντέλο προσομοίωσης βασισμένο σε γνώση για το χρονοπρογραμματισμό παραγωγής σε job shop περιβάλλον προτάθηκε από Abdallah (Abdallah, 1995).

Οι De Toni et. al. πρότειναν ένα έμπειρο σύστημα για το χρονοπρογραμματισμό παραγωγής, βασισμένο σε λογική που χρησιμοποιεί μία υβριδική προσέγγιση push/pull (De Toni, Nassimbeni, & Tonchia, 1996). Η βάση γνώσης του συστήματος αποτελείται από δομές, λίστες, κανόνες παραγωγής, ενώ στο σύστημα έχει ενσωματωθεί και ένα σύστημα ελέγχου του χώρου εργασιών και των πόρων.

Το έμπειρο σύστημα KDPAG κατασκευάστηκε από τον Chen et. al. και εφαρμόστηκε στο σχεδιασμό και το χρονοπρογραμματισμό παραγωγής σε job shop περιβάλλον με ασαφή δεδομένα (Chen, Li, & Qin, 1998).

Σημαντική είναι και οι έρευνα των Subramaniam et. al. οι οποίοι πρότειναν έναν δρομολογητή για job shop περιβάλλον, βασισμένος σε κανόνες με αβεβαιότητα. Το σύστημα επιλέγει δυναμικά ανάμεσα σε αρκετούς υποψήφιους κανόνες διάταξης των πλέον κατάλληλο να χρησιμοποιηθεί βασιζόμενος στην επικρατούσα κατάσταση στο χώρο εργασιών (Subramaniam, Ramesh, Lee, Wong, & Hong, 2000).

Τέλος, ο O'kane, εισάγοντας τις ιδέες του "History Logging" και "Expert System Learning" πρότεινε ένα σύστημα βασισμένο στη γνώση για την παραγωγή και ανάλυση πλάνων παραγωγής σε περιβάλλον ευέλικτης παραγωγής (O'kane, 2000).

3.2.10. Γενετικοί αλγόριθμοι (GA)

Επειδή η γενικότερη θεώρηση του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού παραγωγής από την πλευρά των γενετικών αλγορίθμων αποτελεί την επιλογή όλο και μεγαλύτερου μέρους της επιστημονικής κοινότητας τα τελευταία χρόνια και επειδή η προτεινόμενη μεθοδολογία χρονοπρογραμματισμού παραγωγής στηρίζεται στη θεωρία των αλγορίθμων αυτών, θεωρείται σκόπιμη η λεπτομερής και ολοκληρωμένη επισκόπηση των επιτευγμάτων της χρήσης των γενετικών αλγορίθμων στο πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής στο επόμενο κεφάλαιο. Έτσι θα αναδειχθεί με ακόμη σαφέστερο τρόπο ο πρωτοποριακός και καινοτόμος χαρακτήρας της προτεινόμενης μεθοδολογίας.

3.3. Συμπεράσματα

Είναι γεγονός αναμφισβήτητο ότι τις τελευταίες τρεις δεκαετίες η προσέγγιση του γενικότερου προβλήματος χρονοπρογραμματισμού παραγωγής έχει αποτελέσει ένα ευρύ και ανεξάντλητο πεδίο συνεχούς έρευνας από τη διεθνή επιστημονική κοινότητα. Από τη μια μεριά, οι έρευνες αφορούσαν στη χρήση μεθόδων βελτιστοποίησης με σκοπό την εύρεση βέλτιστων λύσεων μέσα σε ένα μεθοδολογικό πλαίσιο υποθέσεων, προσεγγίσεων

και παραδοχών που δεν συναντώνται στην πράξη και από την άλλη αφορούσαν στη χρήση προηγμένων προσεγγιστικών μεθόδων με σκοπό την εύρεση προσεγγιστικών σε προβλήματα αρκετά ρεαλιστικά, αυξημένης πολυπλοκότητας.

Όσον αφορά στη χρήση μεθόδων βελτιστοποίησης, οι έρευνες οδήγησαν στην επίλυση απλουστευμένων περιπτώσεων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής (μικρός αριθμός μηχανών, λίγες παραγγελίες, αρκετές παραδοχές) οι οποίες ουσιαστικά δεν συναντώνται σε πραγματικά βιομηχανικά περιβάλλοντα. Λόγω της εξαιρετικά αυξημένης δυσκολίας στην κατάστρωση και μοντελοποίηση πραγματικών προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, η χαλάρωση των περιορισμών (constraints relaxation) και οι απαιτούμενες παραδοχές, παρόλο που βοηθούσαν στην υπολογιστική επίλυση των προβλημάτων, τα απομάκρυναν από την πραγματικότητα, με αποτέλεσμα οι όποιες λύσεις να μην έχουν πρακτικό ενδιαφέρον. Έτσι σήμερα, ο ρόλος των βέλτιστων λύσεων (όπου και όταν αυτές είναι διαθέσιμες) είναι χρήσιμος στη μέτρηση της ποιότητας μη βέλτιστων προσεγγίσεων, παρά στην εφαρμογή τους στην επίλυση πραγματικών προβλημάτων.

Η ανάγκη για αντιμετώπιση των πραγματικών προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής οδήγησε την επιστημονική κοινότητα στη δημιουργία προηγμένων τεχνικών και μαθηματικών προσεγγίσεων, η χρήση των οποίων έδωσε ικανοποιητικά – μη βέλτιστα βέβαια - αποτελέσματα και εφαρμόσιμες λύσεις σε διάφορα προβλήματα πραγματικών βιομηχανικών περιβαλλόντων. Αποτέλεσμα είναι σήμερα οι περισσότερες ερευνητικές προσπάθειες να εστιάζονται πλέον στην «προσεγγιστική επίλυση» όλο και περισσότερων πραγματικών προβλημάτων, ενώ λίγες είναι αυτές που ασχολούνται με τη διερεύνηση της χρήσης μεθόδων βελτιστοποίησης σε πραγματικά προβλήματα.

Επίσης, θα πρέπει να τονιστεί το γεγονός ότι τις τελευταίες δύο δεκαετίες η χρήση μεθόδων τεχνητής νοημοσύνης (κυρίως έμπειρων συστημάτων και νευρωνικών δικτύων και γενετικών αλγορίθμων) έχει προσελκύσει μεγάλο μέρος της επιστημονικής κοινότητας. Προβλήματα όπως η δυσκολία μοντελοποίησης των προβλημάτων με σύνθετους μαθηματικούς τύπους, λόγω αυξημένης πολυπλοκότητας και ποικιλίας περιορισμών δικαιολογούν απόλυτα το παραπάνω γεγονός. Η τεχνητή νοημοσύνη επιχειρεί να δώσει ικανοποιητικές και εφαρμόσιμες λύσεις είτε κάνοντας χρήση της γνώσης των ειδικών σε συγκεκριμένους τομείς ή αξιοποιώντας εξελικτικούς αλγόριθμους αναζήτησης και σε πολλές περιπτώσεις με αρκετή επιτυχία.

Πέρα, όμως, από τις διαφορές στους στόχους των δύο επιστημονικών «ρευμάτων» που αναφέρθηκαν πιο πάνω, το ενδιαφέρον της διεθνούς επιστημονικής κοινότητας όσον αφορά το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής έχει εστιάσει στην πολυκριτηριακή επίλυση των προβλημάτων με τη χρήση υδριβικών μοντέλων επίλυσης.

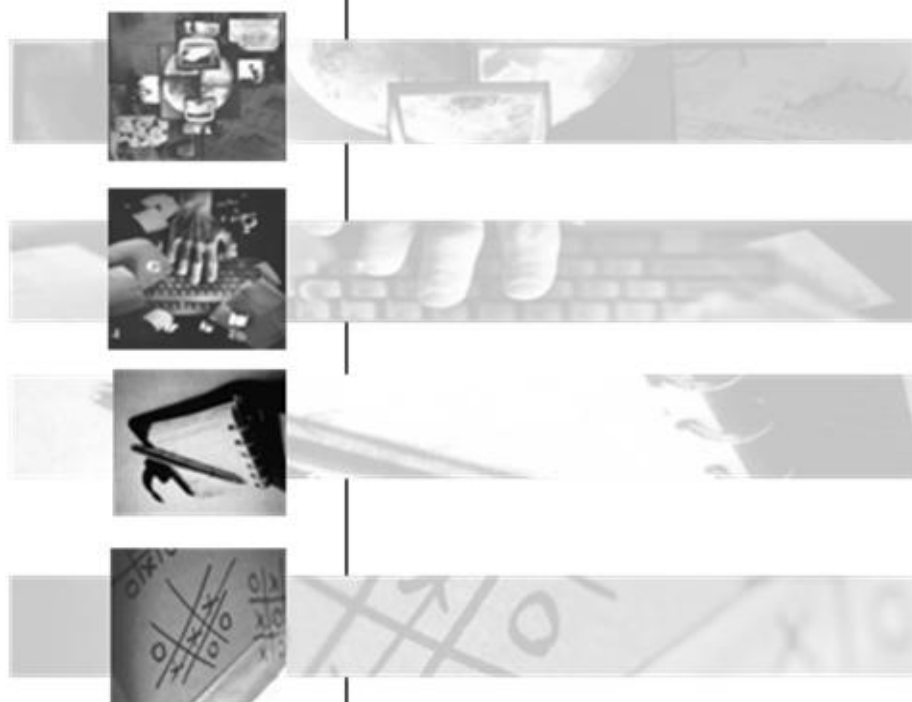
Σε πραγματικά προβλήματα αρκετές φορές ένα και μόνο κριτήριο προς βελτιστοποίηση δεν είναι αρκετό για τον υπεύθυνο παραγωγής, ο οποίος εκ των πραγμάτων ενδιαφέρεται να λάβει υπόψη του όσο το δυνατόν περισσότερες παραμέτρους που θα του εξασφαλίσουν ένα καλύτερο και εφικτό πρόγραμμα παραγωγής. Για τον υπεύθυνο παραγωγής μιας επιχείρησης ο χαρακτηρισμός μιας λύσης σαν βέλτιστη ή «κοντά στη βέλτιστη» πρέπει να λαμβάνει υπόψη ένα σύνολο από κριτήρια, κάθε ένα από τα οποία αντικατοπτρίζει και μια συγκεκριμένη οπτική γωνία του προβλήματος. Επιπλέον, θα πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι ένα καλό, «κοντά στο βέλτιστο» πρόγραμμα παραγωγής για ένα συγκεκριμένο κριτήριο μπορεί να μην είναι καθόλου καλό για κάποιο άλλο κριτήριο. Συνεπώς, η αντιμετώπιση πολλών κριτηρίων ταυτόχρονα σε ένα πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής είναι πρακτικά πολύ σημαντική, αν και αυξάνει σημαντικά την πολυπλοκότητα της λύσης του προβλήματος.

Παράλληλα, σύμφωνα με τους περισσότερους ερευνητές του χώρου, ο συνδυασμός περισσότερων της μίας προσεγγιστικών μεθόδων είναι πιο αποδοτικός και αποτελεσματικός στις περισσότερες περιπτώσεις. Η ολοκλήρωση σε μία ενιαία τεχνική ή ένα ενιαίο σύστημα μπορεί να λειτουργήσει πολύ ικανοποιητικά. Ενδεικτική είναι η μελέτη του Glover ο οποίος ήταν ο πρώτος που ανέφερε συνδυαστική τεχνική η οποία αξιοποιούσε το γραμμικό προγραμματισμό και την τεχνητή νοημοσύνη (Glover F. , 1986).

Στα πλαίσια αυτά, λοιπόν, η προτεινόμενη μεθοδολογία έτσι όπως αυτή περιγράφεται στο κεφάλαιο 5 της παρούσας διδακτορικής διατριβής κινείται και προς τις δύο κατευθύνσεις που αναφέρθηκαν πιο πάνω, καθώς προτείνει το συνδυασμό των τεχνικών της τεχνίτης νοημοσύνης, των εξελικτικών αλγορίθμων και των κανόνων απόδοσης προτεραιοτήτων για την αντιμετώπιση μονοκριτηριακών και πολυκριτηριακών προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με ασαφής παραμέτρους.

Κεφάλαιο

4



**Μέθοδοι και τεχνικές
της προτεινόμενης
προσέγγισης**

Κεφάλαιο 4: Μέθοδοι και τεχνικές της προτεινόμενης προσέγγισης

4.1. Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια έχει αυξηθεί κατακόρυφα το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας για υλοποίηση και εφαρμογή υβριδικών προσεγγίσεων στο πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού με χρήση των γενετικών αλγορίθμων. Ο Kolonko παρουσίασε για πρώτη φορά μία νέα προσέγγιση στο κλασικό κατά παραγγελία σύστημα, συνδυάζοντας τη μέθοδο προσομοιωμένης ανόπτησης με την τεχνολογία των γενετικών αλγορίθμων (Kolonko, 1999). Ανάλογη ήταν η προσπάθεια των Mesghouni et al. οι οποίοι συνδύασαν το λογικό προγραμματισμό με την τεχνολογία των γενετικών αλγορίθμων στο κλασικό κατά παραγγελία σύστημα (Mesghouni, Pesin, Trentesaux, Hammadi, & Tahon, 1999). Οι Sakawa et al. εφάρμοσαν κατάλληλο γενετικό αλγόριθμο συνδυασμένο με ασαφή λογική (fuzzy logic) σε 6x6 και 10x10 κατά παραγγελία προβλήματα (Sakawa & Mori, 1999), πετυχαίνοντας αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα. Ένας υβριδικός γενετικός αλγόριθμος, των Zhou et al., στον οποίο ενσωματώθηκαν οι κανόνες απόδοσης προτεραιοτήτων SPT και MWKR για το πρόβλημα $n/m/G/C_{max}$, αποδείχθηκε πιο αποτελεσματικός από τον απλό γενετικό αλγόριθμο στο ίδιο πρόβλημα (Zhou, Feng, & Han, 2001). Αντίστοιχα, οι Yu et al.

πρότειναν μία υβριδική προσέγγιση σε παραγωγικά συστήματα κατά παραγγελία συνδυάζοντας νευρωνικά δίκτυα και γενετικούς αλγόριθμους, πετυχαίνοντας πολύ καλά αποτελέσματα (Yu & Liang, 2001).

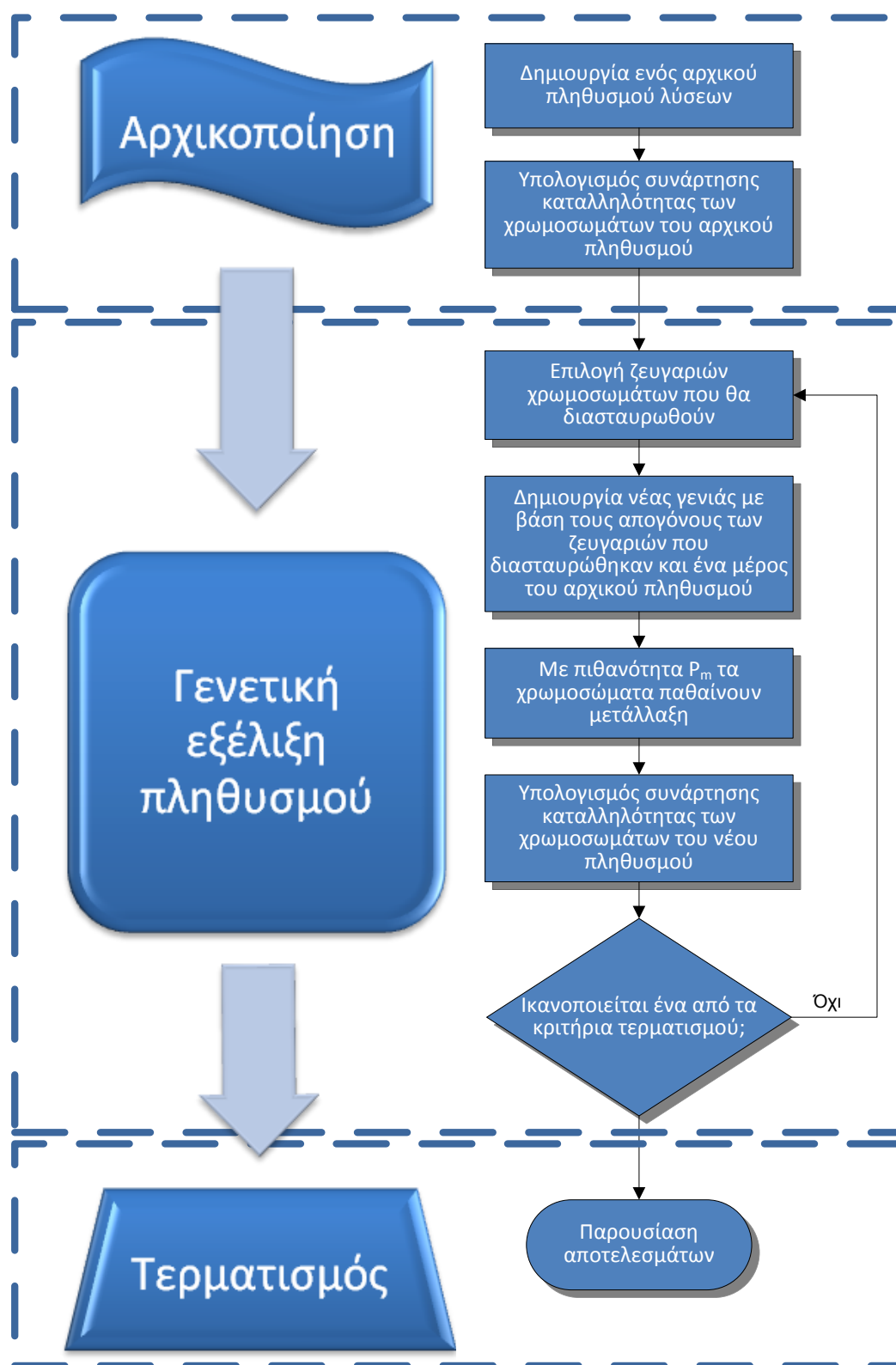
Στο παραπάνω πλαίσιο, το κεφάλαιο αυτό έχει σαν στόχο τη διερεύνηση τόσο των γενετικών αλγορίθμων όσο και των πολυκριτηριακών μεθοδολογιών και την εξέταση της δυνατότητάς τους να εξυπηρετήσουν τις ανάγκες χρονοπρογραμματισμού σε παραγωγικά συστήματα. Έμφαση δίνεται στις ειδικές παραμέτρους των γενετικών αλγορίθμων και στις προσεγγίσεις γλωσσικής ανάλυσης στις πολυκριτηριακές μεθόδους, τα οποία αποτελούν τους δομικούς λίθους της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Συγκεκριμένα, πέρα από την πρώτη ενότητα της εισαγωγής, το κεφάλαιο αυτό δομείται στις ακόλουθες ενότητες:

- Στη δεύτερη ενότητα και αφού αρχικά γίνει μια εισαγωγή γύρω από τις βασικές αρχές των γενετικών αλγορίθμων γίνεται μια εκτενή ανάλυση των παραμέτρων που καθορίζουν την απόδοση τους δίνοντας έμφαση στην κωδικοποίηση των πιθανών λύσεων και στους γενετικούς τελεστές που προάγουν την αναζήτηση του χώρου λύσεων.
- Στην τρίτη ενότητα γίνεται μια εισαγωγή στις μεθόδους πολυκριτηριακής υποστήριξης αποφάσεων καθώς και μια μία συνοπτική περιγραφή μερικών από τις «παραδοσιακές» πολυκριτηριακές μεθόδους που είναι και οι πιο διαδεδομένες. Στη συνέχεια αναλύονται οι βασικές αρχές της πολυκριτηριακής υποστήριξης αποφάσεων χρησιμοποιώντας γλωσσικές μεταβλητές και οι τρεις βασικές προσεγγίσεις που είναι διαθέσιμες στη διεθνή βιβλιογραφία ενώ παράλληλα αναδεικνύεται η ανάγκη ανάπτυξης ευέλικτων συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων, βασισμένων στις αρχές της ασαφούς λογικής.
- Τα σημαντικότερα συμπεράσματα που προέκυψαν από την ανάλυση του παρόντος Κεφαλαίου παρουσιάζονται στη τελευταία ενότητα.

4.2. Γενετικοί αλγόριθμοι

Οι γενετικοί αλγόριθμοι (Genetic Algorithms - GA) προτάθηκαν από τον Holland (Holland, 1975) και βασίζονται στη μίμηση της φυσικής διαδικασίας της αναπαραγωγής. Κατά την ορολογία που εισάγουν, ένα χρωμόσωμα (chromosome) είναι μια πιθανή λύση και ένας πληθυσμός περιλαμβάνει ένα σύνολο πιθανών λύσεων. Κατ' αναλογία, μια μεταβλητή που αποτελεί μέρος της λύσης ονομάζεται γονίδιο (gene). Το σύνολο των παραμέτρων που αναπαρίστανται από ένα συγκεκριμένο χρωμόσωμα αναφέρονται σαν γενότυπος (genotype)². Ο γενότυπος περιλαμβάνει όλες εκείνες τις πληροφορίες που είναι απαραίτητες για την αναπαράσταση της λύσης, η οποία αποτελεί το φαινότυπο (phenotype) του χρωμοσώματος. Ο πληθυσμός εξελίσσεται σε νέες γενιές μέσα από τους γενετικούς τελεστές προκειμένου να οδηγηθούμε σε καλύτερα σύνολα λύσεων. Αυτοί είναι ο μηχανισμός της διασταύρωσης και αυτός της μετάλλαξης. Η μετάλλαξη αφορά στην τροποποίηση ενός αριθμού γονιδίων ενός χρωμοσώματος, ενώ η διασταύρωση αφορά στη δημιουργία μιας ή και περισσότερων νέων λύσεων από δυο υπάρχουσες. Και οι δύο αυτοί μηχανισμοί αποτελούν γενετικούς τελεστές (genetic operators). Ακολουθώντας τη θεωρία της φυσικής επιλογής, η επιλογή των ζευγαριών χρωμοσωμάτων που διασταυρώνονται αλλά και που διασώζονται στην επόμενη γενιά του πληθυσμού εξαρτάται από την ποιότητα της λύσης που αντιπροσωπεύουν, πράγμα που υπολογίζεται από τη συνάρτηση καταλληλότητας. Συνοπτικά, το διάγραμμα ροής ενός γενετικού αλγόριθμου συνοψίζεται στην παρακάτω εικόνα:

² Η συγκεκριμένη λέξη είναι ελληνογενής ξένος όρος, πρωτοσηματισμένος στα Γερμανικά (αρχικά με τη νεολατινική μορφή Genotypus, κατόπιν Genotyp). Πλάστηκε μάλλον το 1909 ή 1910 από τον Δανό βιολόγο W. Johannsen με βάση τις ελληνικές λέξεις γένος και τύπος. Επειδή η λέξη δηλώνει "το σύνολο των γονιδίων ενός οργανισμού", δεν είναι δύσκολο να αντιληφθούμε γιατί η μορφή γονότυπος έρχεται σχεδόν αυθόρμητη στην Ελληνική. Εντούτοις, οι ιστορικές μαρτυρίες αποδεικνύουν ότι ετυμολογικά σωστό είναι το σύνθετο γενότυπος, καθώς ο Johannsen αναζήτησε στη λέξη γένος τις σημασίες "ταξινόμηση κατηγορία, συγγένεια".



Εικόνα 4.1 Βασικά βήματα γενετικού αλγόριθμου

Την τελευταία δεκαετία, μεγάλο μέρος της επιστημονικής κοινότητας έχει δείξει ενδιαφέρον στους γενετικούς αλγόριθμους και τις πιθανές εφαρμογές τους στα δύσκολα

(NP-hard) προβλήματα της επιχειρησιακή έρευνα (Aytug, Khouja, & Vergara, 2003). Ένας από τους βασικούς λόγους αυτού του ενδιαφέροντος, είναι το γεγονός ότι οι γενετικοί αλγόριθμοι διακρίνονται για την αποτελεσματικότητά τους σε σχέση με τις υπόλοιπες τεχνικές στοχαστικής αναζήτησης και βελτιστοποίησης. Όλες οι τεχνικές βελτιστοποίησης στηρίζονται σε δύο βασικές στρατηγικές: την αξιοποίηση μιας βέλτιστης λύσης ή/και την αναζήτηση στο χώρο των εφικτών λύσεων (Booker, 1987). Οι γενετικοί αλγόριθμοι προσφέρουν μια κατευθυνόμενη και παράλληλα τυχαία αναζήτηση σε περίπλοκα μορφολογικά πεδία εφικτών λύσεων. Στην πράξη, οι γενετικοί τελεστές εκτελούν τυχαία αναζήτηση μέσα στο χώρο των λύσεων ενώ η διαδικασία της επιλογής κατευθύνει αυτήν την αναζήτηση στις γειτονικές περιοχές «καλών λύσεων» όπου αναμένεται να εντοπιστεί το ολικό βέλτιστο. Η ισορροπία μεταξύ της τυχαία αναζήτησης και της αξιοποίησης των μέχρι στιγμής βέλτιστων λύσεων, αποτελεί καταλυτικό παράγοντα στη διαμόρφωση του γενετικού αλγόριθμου. Γι' αυτόν το λόγο, μεγάλη επιμέλεια πρέπει να δοθεί στην παραμετροποίηση του αλγόριθμου. Στη συνέχεια του κεφαλαίου παρατίθενται οι βασικές συνιστώσες που καθορίζουν την απόδοση ενός γενετικού αλγόριθμου.

4.2.1. Κωδικοποίηση λύσεων

Ο τρόπος κωδικοποίησης μιας λύσης σε ένα χρωμόσωμα αποτελεί μία από τις βασικές συνιστώσες στη μορφοποίηση του γενετικού αλγόριθμου. Στην αρχική δουλειά του Holland (Holland, 1975), όπου προσπαθούσε να μεγιστοποιήσει μη γραμμικές συναρτήσεις, οι πιθανές λύσεις κωδικοποιούνταν σε δυαδικές ακολουθίες. Αυτό είχε σαν αποτέλεσμα δύο κοντινές λύσεις, από άποψη ευκλείδειας απόστασης, να έχουν μεγάλη Hamming απόσταση (Ludvig, Hesser, & Manner, 1997). Για παράδειγμα, ενώ οι λύσεις 15 και 16, που κωδικοποιούνται στα χρωμοσώματα 01111 και 1000, απέχουν μόλις μια μονάδα, για να προκύψει το έναν χρωμόσωμα από το άλλο, θα πρέπει να αντιστραφούν όλα τα ψηφία. Συνεπώς η δυαδική αναπαράσταση δεν διατηρεί χαρακτηριστικά του χώρου λύσεων, όπως το γεγονός ότι δύο λύσεις είναι γειτονικές.

Κατηγορίες κωδικοποιήσεων

Στα περισσότερα προβλήματα της επιχειρησιακής έρευνας είναι σχεδόν αδύνατο να κωδικοποιηθούν οι πιθανές λύσεις τους σε δυαδικές ακολουθίες. Γι' αυτόν το λόγο έχουν αναπτυχθεί νέοι μέθοδοι κωδικοποίησης οι οποίοι ανάλογα με τα σύμβολα που χρησιμοποιούν μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως ακολούθως:

- Δυαδική κωδικοποίηση, στην οποία η λύση αναπαριστάται από μια δυαδική ακολουθία (Holland, 1975).

0	1	0	...	1	0
---	---	---	-----	---	---

Εικόνα 4.2 Χρωμόσωμα με δυαδική αναπαράσταση

- Κωδικοποίηση με πραγματικούς αριθμούς. Αυτή η κωδικοποίηση χρησιμοποιείται κυρίως για επίλυση συναρτησιακών προβλημάτων βελτιστοποίησης όπου η φαινομενική λύση, ταυτίζεται με τη γονοτυπική (Eshelman, Mathias, & Schaffer, Real-coded genetic algorithms and interval-schemata, 1993).

0.01	0.78	0.45	...	0.23	0.21
------	------	------	-----	------	------

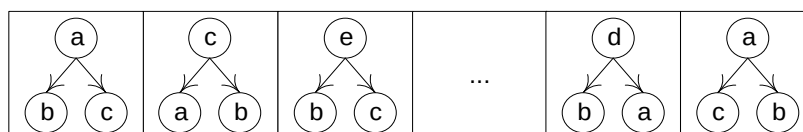
Εικόνα 4.3 Χρωμόσωμα με πραγματικούς αριθμούς

- Κωδικοποίηση συμβόλων ή ακέραιων αριθμών. Χρησιμοποιούνται ευρέως σε συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης όπου υπάρχουν πολλοί περιορισμοί και ο χώρος λύσεων δεν είναι συνεχής (Gen & Cheng, Genetic algorithms and engineering optimization, 2000).

U	G	G	...	C	A
---	---	---	-----	---	---

Εικόνα 4.4 Χρωμόσωμα με σύμβολα

- Κωδικοποίηση με δομές δεδομένων. Τέτοιου είδους κωδικοποιήσεις χρησιμοποιούνται σε πολύπλοκα προβλήματα με στόχο την καλύτερη αποτύπωση της φύσης του προβλήματος. Σε αυτές τις περιπτώσεις, τα γονίδια μπορεί να είναι πίνακες ή ακόμα πιο πολύπλοκες δομές δεδομένων (Michalewicz, 1996).



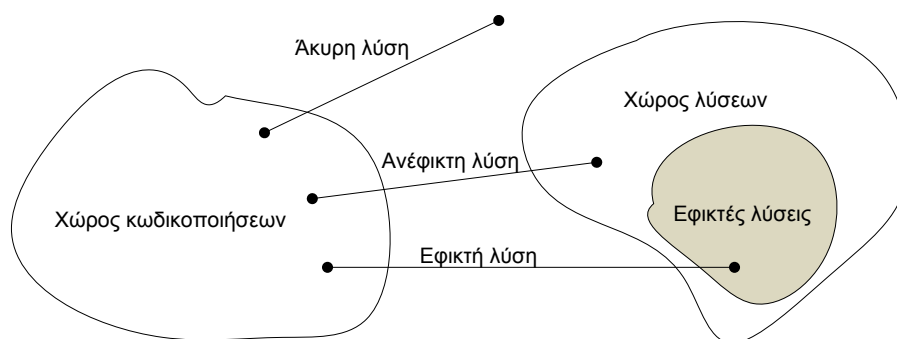
Εικόνα 4.5 Χρωμόσωμα με δενδρικές δομές δεδομένων

Συνάμα, ανάλογα με τη δομή της κωδικοποίησης, οι μέθοδοι μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε μονοδιάστατες ή πολυδιάστατες κωδικοποιήσεις. Στις περισσότερες εφαρμογές χρησιμοποιείται μια από τις μονοδιάστατες κωδικοποιήσεις. Παρόλα αυτά, σε πάρα πολλές περιπτώσεις απαιτείται μια πολυδιάστατη κωδικοποίηση λόγω της πολυδιάστατης φύσης του προβλήματος. Σε σχετική δημοσίευση των Βui και Moon αναφέρεται ότι κάθε προσπάθεια κωδικοποίησης με μονοδιάστατο χρωμόσωμα, λύσεων

πολυδιάστατου προβλήματος, εγκυμονεί κίνδυνο απώλειας χρήσιμης πληροφορίας η οποία αποτυπώνεται στην πολυδιάστατη δομή του προβλήματος (Bui & Moon, 1995). Χαρακτηριστικά παραδείγματα εφαρμογής πολυδιάστατων κωδικοποιήσεων είναι ο πίνακας χρήσης που αξιοποιήθηκε από τους Vignaus και Michalewicz για να κωδικοποιήσουν το πρόβλημα διανομής (Vignaus & Michalewicz, 1991), η αναπαράσταση δύο διαστάσεων που χρησιμοποιήθηκε από τους Cohoon και Paris για τη βελτιστοποίηση της τοποθέτησης κυκλωμάτων πάνω σε VLSI (Cohoon & Paris, 1986) και η χρήση πίνακα με τις ακολουθίες των εργασιών, για την κωδικοποίηση του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού (Ono, Yamamura, & Kobayashi, 1996).

Εφικτές, μη εφικτές και άκυρες λύσεις

Μια από τις πιο διαδεδομένες δυσκολίες στη δημιουργία μιας νέας μεθόδου κωδικοποίησης είναι η πιθανή αποκωδικοποίηση ενός χρωμοσώματος σε μη εφικτή λύση ή ακόμα χειρότερα να μην μπορεί να αποκωδικοποιηθεί. Όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, κάθε λύση από το γενότυπο μπορεί να αντιστοιχεί σε μια εφικτή λύση η οποία ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς του προβλήματος, σε μια ανέφικτη λύση η οποία παραβιάζει κάποιους από τους περιορισμούς του προβλήματος και τέλος μπορεί να μην αναπαριστά λύση του προβλήματος.



Εικόνα 4.6 Εφικτές, ανέφικτες και άκυρες λύσεις

Όσον αφορά τις ανέφικτες λύσεις, έχουν προταθεί τεχνικές στις οποίες αντί να απορρίπτονται και να απομακρύνονται από τον πληθυσμό, εφαρμόζεται ποινή στην αντικειμενική συνάρτηση (Gen & Cheng, A survey of penalty techniques in genetic algorithms, 1996). Στα περισσότερα προβλήματα βελτιστοποίησης με περιορισμούς, η βέλτιστη λύση συναντάται συνήθως στα όρια του χώρου των εφικτών λύσεων. Εφαρμόζοντας την τεχνική των πέναλτι, ο γενετικός αλγόριθμος δύναται να εντοπίσει και να συγκλίνει σε ένα τέτοιο βέλτιστο τόσο από το χώρο των εφικτών όσο και από το χώρο των ανέφικτων λύσεων.

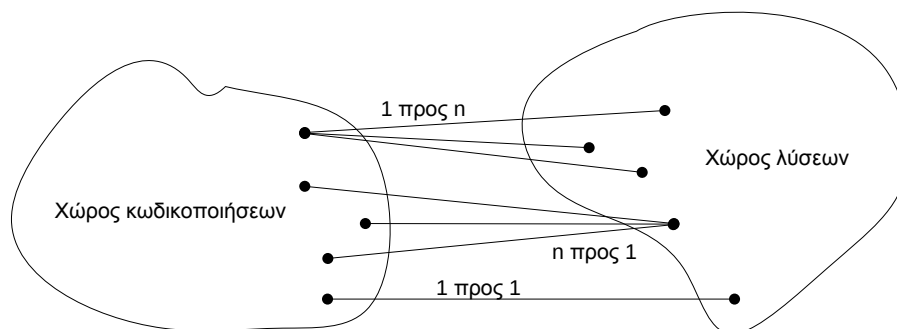
Οι άκυρες λύσεις προκύπτουν συνήθως, μετά από κάποιον γενετικό τελεστή. Στα περισσότερα συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης χρησιμοποιείται κάποια εξειδικευμένη μέθοδος κωδικοποίησης των πιθανών λύσεων. Κατά τη διάρκεια της διασταύρωσης αξιοποιώντας τα πρώτα n γονίδια από τον ένα γονέα και τα υπόλοιπα από το δεύτερο γονέα (απλή διασταύρωση ενός σημείου) μπορεί να προκύψουν λύσεις οι οποίες να υστερούνται ορισμένα γονίδια τα οποία να απαιτούνται για την ορθή αποκωδικοποίηση τους. Σε αυτήν την περίπτωση, είθισται να αξιοποιούνται τεχνικές επιδιόρθωσης οι οποίες τροποποιούν το χρωμόσωμα κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μπορεί να αποκωδικοποιηθεί σε λύση. Η πιο διαδεδομένη τεχνική διασταύρωσης που ενσωματώνει μηχανισμό επιδιόρθωσης είναι η διασταύρωση μερικής ταύτισης (partially matched crossover, PMX) η οποία παρουσιάζεται σε παρακάτω ενότητα. Οι Orvosh και David αναφέρουν ότι σε πάρα πολλά συνδυαστικά προβλήματα βελτιστοποίησης είναι σχετικά εύκολο να επιδιορθωθούν άκυρες ή ανέφικτες λύσεις και μάλιστα απέδειξαν ότι σε αρκετές περιπτώσεις είναι πολύ πιο αποδοτικό από το να εφαρμόζονται τεχνικές απόρριψης ή εφαρμογής πέναλτι (Orvosh & Davis, 1994).

Χαρακτηριστικά κωδικοποίησης

Ο Kobayashi, στηριγμένος στο έργο του Rechenberg (Rechenberg, 1973), προσπάθησε να εντοπίσει τα χαρακτηριστικά εκείνα που προσδίδουν στις μεθόδους κωδικοποίησης καλές αποδόσεις κατά τη διαδικασία της γενετικής αναζήτησης (Kobayashi S. , 1993). Οι κυριότερες ιδιότητες είναι οι ακόλουθες:

1. **Μονοσήμαντος ορισμός λύσεων:** «Η αντιστοίχιση μεταξύ αναπαράστασης και λύσης θα πρέπει να είναι 1 προς 1»

Η αντιστοίχιση μεταξύ κωδικοποίησης και λύσης μπορεί να είναι είτε 1 προς 1 ή n προς 1 είτε 1 προς n όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 4.7 Αντιστοίχιση γενοτύπου με φαινότυπο

Η καλύτερη περίπτωση είναι η 1 προς 1 αντιστοίχιση των γενότυπων λύσεων με αυτές από το φαινότυπο μιας και περιορίζεται ο γενότυπος χώρος λύσεων στον οποίο αναζητά λύση ο γενετικός αλγόριθμος. Συνάμα, όταν δύο χρωμοσώματα αποκωδικοποιούνται στην ίδια λύση (η προς 1) παρόλο που δεν είναι τα ίδια, ο αλγόριθμος μπορεί να συγκλίνει πρόωρα μιας και δεν μπορεί να εντοπίσει ότι οι δύο λύσεις που αξιολογεί, ταυτίζονται. Η χειρότερη δυνατή περίπτωση είναι αυτή του 1 προς n όπου για να μπορέσουμε να αποκωδικοποιήσουμε το χρωμόσωμα θα πρέπει να επιλέξουμε ανάμεσα σε πολλές εναλλακτικές λύσεις.

2. **Πληρότητα:** «Κάθε λύση πρέπει να έχει αναπαράσταση στο γενότυπο χώρο»

Αυτή η ιδιότητα εξασφαλίζει ότι ολόκληρος ο φαινότυπος χώρος είναι προσπελάσιμος από το γενετικό αλγόριθμο.

3. **Αντιμεταθετική ιδιότητα:** «Κάθε μετάθεση των γονιδίων ενός χρωμοσώματος, αντιστοιχεί σε μια λύση»

Αποφεύγοντας τους μη έγκυρους συνδυασμούς γονιδίων, διευκολύνεται η χρήση των γενετικών τελεστών και αποφεύγεται η χρήση τεχνικών επιδιόρθωσης ή/και απόρριψης.

4. **Λαμαρκιανή (Lamarckian) ιδιότητα:** «Η αποκωδικοποίηση μιας ακολουθίας γονιδίων δεν θα πρέπει να επηρεάζεται από τη θέση που βρίσκεται μέσα στο χρωμόσωμα ούτε από τα υπόλοιπα γονίδια»

Για την καλύτερη κατανόηση αυτής της ιδιότητας μπορούμε να εξετάσουμε ένα τυχαίο χρωμόσωμα με τη μέθοδο κωδικοποίησης του Bean για το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (Bean, 1994):

[0.1 0.35 0.02 0.45 0.72 0.79 0.23 0.01]

Για να μπορέσουμε να εξάγουμε τη σειρά με την οποία επισκέπτεται ο πλανόδιος πωλητής τις πόλεις, καταγράφουμε τη σειρά του κάθε γονιδίου όπως αυτή προκύπτει αν τα ταξινομήσουμε σε φθίνουσα σειρά. Συνεπώς, για το δοσμένο χρωμόσωμα, η σειρά είναι η:

[6 5 4 2 7 1 3 8]

Αν απομονώσουμε από το χρωμόσωμα τα γονίδια [0.45 - 0.72 - 0.79], τα οποία αντιστοιχούν με βάση το συγκεκριμένο χρωμόσωμα στη μερική διαδρομή [6 - 5 - 4], το οποίο όμως αποκωδικοποιείται με βάση τη θέση αυτής της ακολουθίας και σε συνάρτηση με τα υπόλοιπα γονίδια του χρωμοσώματος. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, όταν κληρονομηθεί η συγκεκριμένη ακολουθία στους απογόνους, να μην είναι

απαραίτητο ότι θα μεταφερθεί η συγκεκριμένη μερική διαδρομή αλλά μια τυχαία που εξαρτάται από το υπόλοιπο γενετικό υλικό του απόγονου. Αυτού του είδους η κωδικοποίηση θεωρείται ότι δεν έχει τη Λαμαρκιανή ιδιότητα και γίνεται κατανοητό ότι με αυτήν την ιδιότητα εξασφαλίζεται ότι οι απόγονοι κληρονομούν χρήσιμα χαρακτηριστικά από τους γονείς. Υπάρχουν, τέλος, κωδικοποιήσεις οι οποίες είναι ημιλαμαρκιανές (half Lamarckian) όπου οι απόγονοι κληρονομούν ακολουθίες γονιδίων που αντιπροσωπεύουν το ίδιο πράγμα τόσο σε αυτούς όσο και στους γονείς αλλά και ακολουθίες οι οποίες αναφέρονται σε διαφορετικά στοιχεία της λύσης.

5. **Νομοτέλεια μεταξύ φαινοτύπου και γενοτύπου:** *«Μικρές αλλαγές στο χρωμόσωμα λόγω μετάλλαξης, οδηγούν σε μικρές αλλαγές στο φαινότυπο του»*

Ο Rechenberg πρότεινε τη συγκεκριμένη ιδιότητα για να εξασφαλίσει τη διατήρηση των γειτονικών δομών που έχουν οι λύσεις στο φαινότυπο χώρο (Rechenberg, 1973). Με αυτόν τον τρόπο, μικρές αλλοιώσεις που επέρχονται από τη μετάλλαξη, οδηγούν σε γειτονικές λύσεις. Υπάρχει επίσης η περίπτωση της ασθενούς νομοτέλειας όπου μικρές αλλαγές στο γενότυπο χώρο, οδηγούν σε μεγάλες αλλαγές των λύσεων. Οι Sendhoff, Kreuts και Seelen πρότειναν ένα πλαίσιο με το οποίο αξιολογούν την νομοτέλεια της κωδικοποίηση σε συνάρτηση με το γενετικό τελεστή της μετάλλαξης που χρησιμοποιείται (Sendhoff, Kreuts, & Seelan, 1997).

4.2.2. Γενετικοί τελεστές

Ο πυρήνας των γενετικών αλγορίθμων έγκειται στους τελεστές με τους οποίους εξελίσσεται ο πληθυσμός των λύσεων. Οι γενετικοί τελεστές είναι δύο, ο τελεστής της διασταύρωσης και αυτός της μετάλλαξης (Mitchell, 1996). Η μετάλλαξη τροποποιεί μέρος του χρωμοσώματος, αλλάζοντας τυχαία γονίδια, ενώ η διασταύρωση δημιουργεί νέες λύσεις συνδυάζοντας τα γονίδια από δυο ή και περισσότερες υπάρχουσες. Στις συμβατικές εφαρμογές, ο γενετικός αλγόριθμος στηρίζεται κατά κύριο λόγο στη διασταύρωση ενώ η μετάλλαξη λειτουργεί υποστηρικτικά (Cheng & Gen, 1994).

Έχουν προταθεί δύο θεωρίες για τον τρόπο με τον οποίο οι γενετικοί τελεστές μπορούν και αξιοποιούν την πληροφορία που κωδικοποιείται στα χρωμοσώματα για την παραγωγή καλών λύσεων: η υπόθεση των δομικών λίθων και αυτή της διαμόρφωσης βάσει ελεγχόμενης σύγκλισης. Βάσει της πρώτης υπόθεσης, ο τελεστής της διασταύρωσης δρα στους γονείς και συνδυάζει ακολουθίες γονιδίων οι οποίες προσδίδουν στο φαινότυπο βέλτιστα χαρακτηριστικά (Holland, 1975). Ο Holland αναφέρει ότι για να μπορέσει ο

τελεστής να προάγει τα καλά χαρακτηριστικά ενός χρωμοσώματος, θα πρέπει να υπάρχει μικρή αλληλεξάρτηση μεταξύ των γονιδίων. Σε αντίθετη περίπτωση, δεν μπορούν να συσταθούν δομικοί λίθοι και ο τελεστής εκφυλίζεται σε τυχαία αναδόμηση χρωμοσωμάτων. Στον αντίλογο, οι Eshelman, Mathias και Schaffer υποστηρίζουν ότι οι ακολουθίες των γονιδίων που διαιωνίζονται είναι άμεσα συσχετισμένες με τη διασπορά των λύσεων τόσο του τρέχοντος πληθυσμού όσο και των παλαιότερων. Οι λύσεις οι οποίες είχαν τη μεγαλύτερη συγκέντρωση μορφοποιούν τις επόμενες γενιές και κατά συνέπεια κατευθύνουν την αναζήτηση σε γειτονικές περιοχές. Όσο ο πληθυσμός συγκλίνει, η διαφοροποίηση των χρωμοσωμάτων γίνεται όλο και πιο μικρή με αποτέλεσμα και οι παραγόμενες λύσεις να έχουν τις ίδιες ακολουθίες γονιδίων (Eshelman, Mathias, & Schaffer, Convergence controlled variation, 1997).

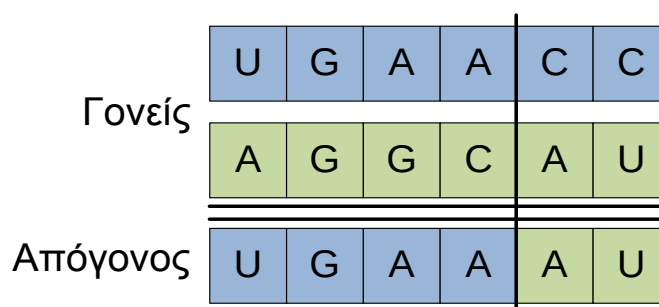
Στη συνέχεια παρατίθενται οι πιο διαδεδομένοι τρόποι διασταύρωσης και μετάλλαξης που αναφέρονται στην επιστημονική βιβλιογραφία.

Τελεστές διασταύρωσης

Ανάλογα με το είδος των γονιδίων και τη σημασία του φαινοτύπου θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ο κατάλληλος τελεστής ο οποίος θα αξιοποιεί όσο το δυνατόν καλύτερα την πληροφορία που κωδικοποιείται στο χρωμόσωμα.

Διασταύρωση σημείων

Η απλούστερη μορφή διασταύρωσης είναι αυτή του μονού σημείου (single point crossover, 1-PX) (Nomura, 1997). Όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, επιλέγεται τυχαία ένα σημείο διασταύρωσης. Στη συνέχεια μοιράζονται τα γονίδια των γονέων σε δύο κομμάτια χωρίζοντας τα χρωμοσώματα τους στο σημείο της διασταύρωσης. Ο απόγονος δημιουργείται χρησιμοποιώντας την πρώτη ακολουθία γονιδίων από τον ένα γονέα και συμπληρώνοντας το χρωμόσωμα με τη δεύτερη ακολουθία από τον άλλον γονέα.



Εικόνα 4.8 Διασταύρωση μονού σημείου

Κατά αντιστοιχία, υπάρχει η διασταύρωση δύο σημείων (two point crossover, 2-PX) στην οποία επιλέγονται δύο σημεία μέσα στο χρωμόσωμα και ανταλλάσσονται οι γονιδιακές ακολουθίες των τριών περιοχών που δημιουργούνται (Murata & Ishibuchi, 1994). Άλλες επεκτάσεις αυτού του τελεστή αποτελούν η ομοιόμορφη διασταύρωση (uniform crossover, UX) στην οποία επιλέγεται τυχαία μάσκα για τη μεταφορά γονιδίων από τους γονείς στον απόγονο, καθώς και ένα μεγάλο πλήθος επεκτάσεων οι οποίες αξιοποιούν περισσότερους από δύο γονείς (Gwiazda, 2006).

Στην ειδική περίπτωση όπου το κάθε γονίδιο πρέπει να υπάρχει μόνο μια φορά μέσα σε κάθε χρωμόσωμα, οι Cheng, Gen και Tsujimura έχουν προτείνει τη διασταύρωση ανταλλαγής υποσυνόλων (substring exchange crossover, SXX) (Cheng, Gen, & Tsujimura, A tutorial survey of job-shop scheduling problems using genetic algorithms, part II: hybrid genetic search strategies, 1999) (Cheng, Gen, & Tsujimura, A tutorial survey of job-shop scheduling problems using genetic algorithms, part II: hybrid genetic search strategies, 1999). Σύμφωνα με αυτήν την τεχνική, ακολουθούνται τα ακόλουθα βήματα:

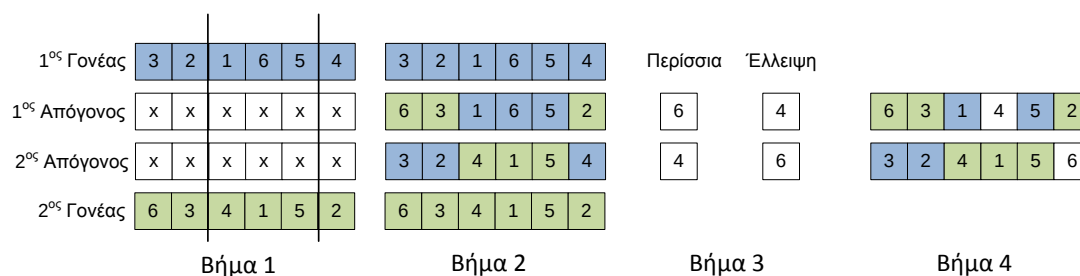
Βήμα 1^ο: Επιλογή δύο τυχαίων σημείων στο χρωμόσωμα.

Βήμα 2^ο: Ανταλλαγή ανάμεσα στους γονείς, των γονιδίων που βρίσκονται ανάμεσα στα δύο τυχαία σημεία.

Βήμα 3^ο: Εντοπισμός των γονιδίων που απουσιάζουν και αυτών που είναι σε περίσσια σε κάθε ένα από τα παραγόμενα χρωμοσώματα.

Βήμα 4^ο: Αντικατάσταση των γονιδίων που περισσεύουν, επιλέγοντας τυχαία από τα γονίδια που απουσιάζουν.

Ένα παράδειγμα εφαρμογής της διασταύρωσης ανταλλαγής υποσυνόλων φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 4.9 Διασταύρωση ανταλλαγής υποσυνόλων

Αριθμητική διασταύρωση

Εξετάζοντας την κατάσταση όπου τα γονίδια είναι πραγματικοί αριθμοί, τα χρωμοσώματα θα μπορούσαν να θεωρηθούν ως διανύσματα και συνεπώς θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν τεχνικές από τη θεωρία των κυρτών συνόλων για τη διασταύρωση τους (Bazaraa, Jarvis, & Sherali, 2004). Σύμφωνα με τη θεωρία των κυρτών συνόλων, ο σταθμισμένος μέσος όρος δύο διανυσμάτων υπολογίζεται με βάση τον ακόλουθο τύπο:

$$\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 \quad (4.1)$$

Ανάλογα με τους περιορισμούς στους οποίους υπόκεινται οι συντελεστές λ_1 και λ_2 , έχουμε διαφορετικές περιπτώσεις συνδυασμών. Όταν οι συντελεστές υπόκεινται στους παρακάτω περιορισμούς :

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1, \text{ με } \lambda_1 > 0 \text{ και } \lambda_2 > 0 \quad (4.2)$$

ο σταθμισμένος μέσος όρος ονομάζεται κυρτός συνδυασμός (convex combination). Στην περίπτωση όπου οι συντελεστές μπορούν να πάρουν αρνητικές τιμές αλλά εξακολουθούν να υπόκεινται στον περιορισμό $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$, τότε έχουμε την περίπτωση του συγγενή συνδυασμού (affine combination). Τέλος, όταν οι συντελεστές μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή μέσα στο χώρο των πραγματικών αριθμών, έχουμε τη γνωστή περίπτωση του γραμμικού συνδυασμού (linear combination).

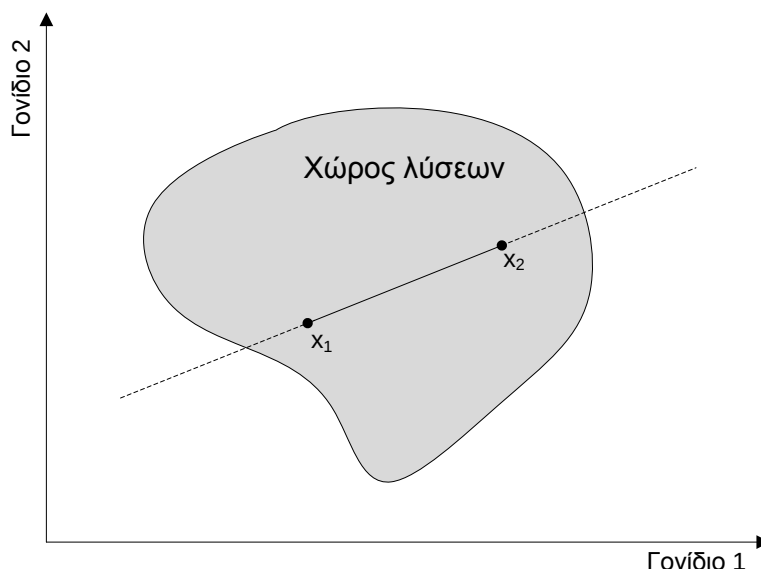
Κατά αντιστοιχία με τους παραπάνω συνδυασμούς, όταν έχουμε δύο χρωμοσώματα x_1 και x_2 μπορούμε να δημιουργήσουμε δύο απογόνους x'_1 και x'_2 με βάση την ακόλουθη αριθμητική διασταύρωση:

$$x'_1 = \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 \quad (4.3)$$

$$x'_2 = \lambda_1 x_2 + \lambda_2 x_1 \quad (4.4)$$

Ανάλογα με τους περιορισμούς που διέπουν τους συντελεστές, έχουμε τριών ειδών διασταυρώσεις: την κυρτή διασταύρωση, τη συγγενή διασταύρωση και τη γραμμική διασταύρωση. Στην απλή περίπτωση προβλημάτων με δύο μεταβλητές, όπου τα χρωμοσώματα αποτελούνται από δύο μόνο γονίδια, ο χώρος των λύσεων μπορεί να αναπαρασταθεί σε καρτεσιανό επίπεδο. Αν υποθέσουμε ότι έχουμε τα χρωμοσώματα x_1 και x_2 που φαίνονται στην παρακάτω εικόνα, τότε αν εφαρμόσουμε κυρτή διασταύρωση, οι απόγονοι θα βρίσκονται πάνω στη συνεχόμενη μαύρη γραμμή, αν αξιοποιήσουμε τη

συγγενή διασταύρωση, οι απόγονοι θα βρίσκονται επί της διακεκομμένης γραμμής ενώ τέλος στην περίπτωση της γραμμικής διασταύρωσης, οι λύσεις μπορεί να βρίσκονται παντού μέσα στο χώρο.

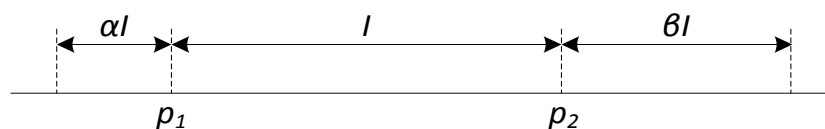


Εικόνα 4.10 Αριθμητική διασταύρωση σε δυσδιάστατο χώρο

Ανάλογα με τους περιορισμούς ή/και τις τιμές των συντελεστών λ_1 και λ_2 , υπάρχουν πολλές παραλλαγές που έχουν χρησιμοποιηθεί κατά καιρούς για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης, όπως η διασταύρωση μέση τιμής (average crossover) όπου $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,5$ (Davis & Mitchell, 1991) και η εκτενής διασταύρωση ενδιάμεσου σημείου (extended intermediate crossover) όπου ο ένας συντελεστής λαμβάνει τυχαίες τιμές από ένα διάστημα $[-d, 1 + d]$ (Bierwirth & Mattfeld, 1999).

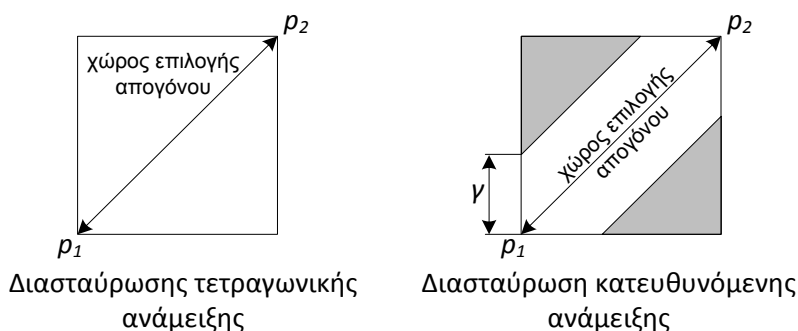
Διασταύρωση ανάμειξης

Οι Eshelman, Mathias και Schaffer πρότειναν την τυχαία επιλογή του απογόνου από το χώρο που ορίζουν οι δύο ορίζοντας έτσι τη διασταύρωση ανάμειξης (blend crossover, BLX) (Eshelman, Mathias, & Schaffer, Real-coded genetic algorithms and interval-schemata, 1993). Στην απλή περίπτωση προβλημάτων μιας μεταβλητής, αν υποθέσουμε ότι έχουμε δύο γονείς p_1 και p_2 με $p_2 > p_1$ τότε μπορούμε να επιλέξουμε τυχαία τον απόγονο από το διάστημα $[p_1 - \alpha I, p_2 + \beta I]$, όπου $I = |p_1 - p_2|$ και $0 < \alpha, \beta < 1$. Αυτή η περίπτωση διασταύρωσης συμβολίζεται ως BLX- α - β και ο χώρος από τον οποίο επιλέγεται τυχαία ο απόγονος φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 4.11 Διασταύρωση ανάμειξης σε μονοδιάστατο χώρο

Σε ένα δυσδιάστατο πρόβλημα, η επέκταση της διασταύρωσης ανάμειξης γίνεται επιλέγοντας τους απογόνους από το τετράγωνο που ορίζεται από τη διαγώνιο που ορίζουν οι δύο γονείς. Σε αυτήν την περίπτωση, ο απόγονος μπορεί να προέρχεται από ολόκληρο το χώρο του οριζόμενου τετραγώνου, οπότε έχουμε την περίπτωση της διασταύρωσης τετραγωνικής ανάμειξης (box-BLX), ή μπορεί να προέρχεται από μια λωρίδα γύρω από τη διαγώνιο, οπότε έχουμε τη διασταύρωση κατευθυνόμενης ανάμειξης (directional-BLX) των Eshelman, Mathias και Schaffer η οποία συμβολίζεται BLX-α-β-γ (Eshelman, Mathias, & Schaffer, 1997).



Εικόνα 4.12 Διασταυρώσεις ανάμειξης σε δυσδιάστατο χώρο

Επέκταση της κατευθυνόμενης ανάμειξης αποτελεί και η διασταύρωση με ομοιόμορφη κανονική κατανομή (unimodal normal distribution crossover, UNDX) η οποία επιλέγει δύο απογόνους από μια ελλειπτική περιοχή με κέντρα δύο γονείς και ακτίνα που ορίζεται από την τυπική απόκλιση των δύο γονέων ως προς έναν τρίτο γονέα (Ono, Kita, & Kobayashi, 2003).

Διασταύρωση ορίου

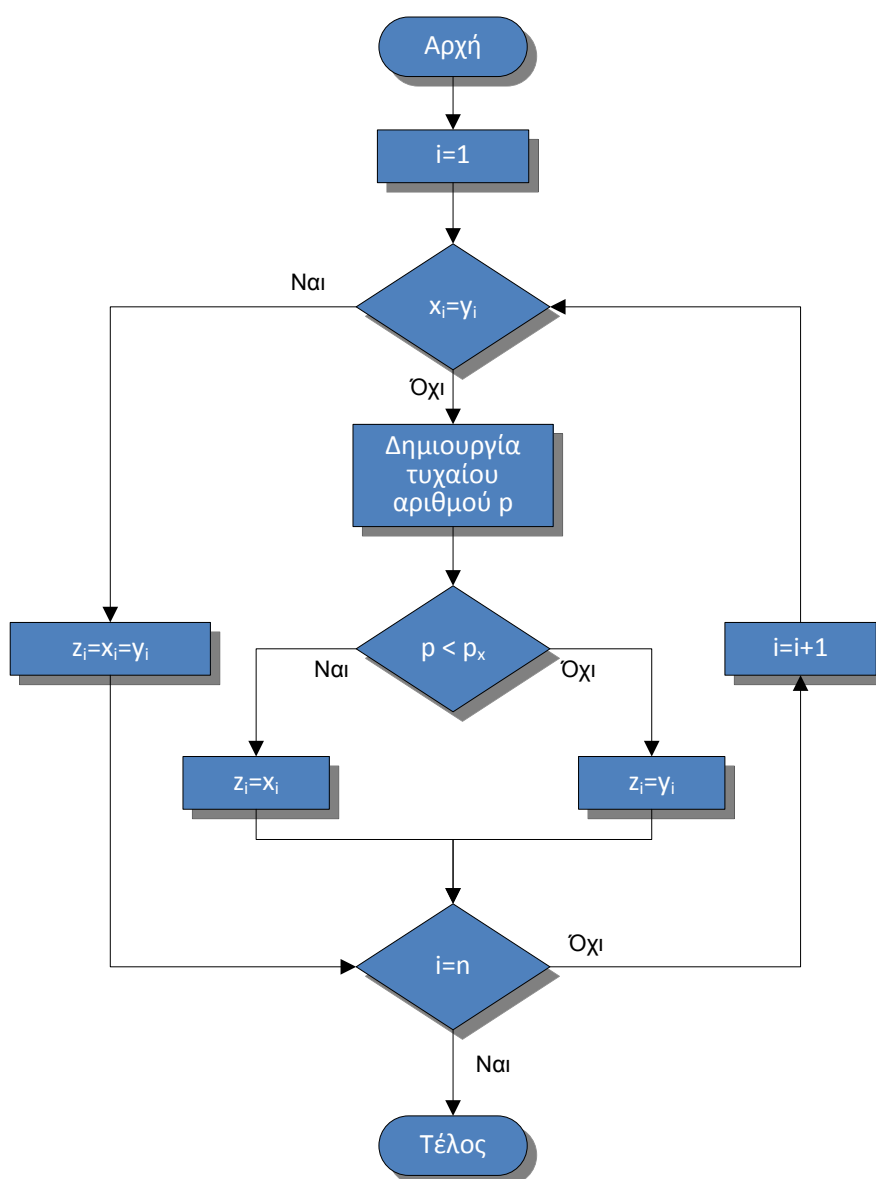
Στα περισσότερα προβλήματα βελτιστοποίησης με περιορισμούς, η βέλτιστη λύση έγκειται πάνω στα όρια. Στηριζόμενοι σε αυτήν την παρατήρηση, οι Schoenauer και Michalewicz πρότειναν την αναζήτηση των βέλτιστων λύσεων μόνο στο όριο της περιοχής των εφικτών λύσεων (Schoenauer & Michalewicz, 1997). Προς αυτήν την κατεύθυνση αναπτύχθηκε η σφαιρική διασταύρωση η οποία παράγει έναν απόγονο $\bar{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ από δύο γονείς $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ και $\bar{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ με βάση τον ακόλουθο τύπο:

$$z_i = \sqrt{ax_1^2 + (1-a)y_i^2}, \quad i \in [1, n] \quad (4.5)$$

Όπου το a είναι ένας τυχαίος αριθμός στο κλειστό διάστημα $[0,1]$.

Διασταύρωση σύντηξης

Προσπαθώντας να αξιοποιήσουν την καταλληλότητα των γονέων, οι Beasley και Chu πρότειναν τη διασταύρωση σύντηξης (fusion operator) (Beasley & Chu, 1996). Ο αλγόριθμος της διασταύρωσης αυτής παράγει μόνο έναν απόγονο $\bar{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ από δύο γονείς $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ και $\bar{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ και τα βήματα του φαίνονται στο ακόλουθο διάγραμμα ροής:



Εικόνα 4.13 Αλγόριθμος διασταύρωσης σύντηξης

όπου η πιθανότητα να επιλεγεί γονίδιο από τον πρώτο γονέα είναι η $p_x = \frac{f_x}{f_x + f_y}$ όπου f_x είναι η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας για το γονέα $\bar{x}$ ενώ f_y είναι η αντίστοιχη τιμή για το γονέα $\bar{y}$.

Διασταύρωση σειράς

Για την ειδική περίπτωση όπου το χρωμόσωμα πρέπει να περιέχει μόνο μια φορά το κάθε γονίδιο έχει προταθεί η διασταύρωση σειράς (order crossover- OX) (Davis L. , 1985). Ο αλγόριθμος εκτελεί τα ακόλουθα βήματα:

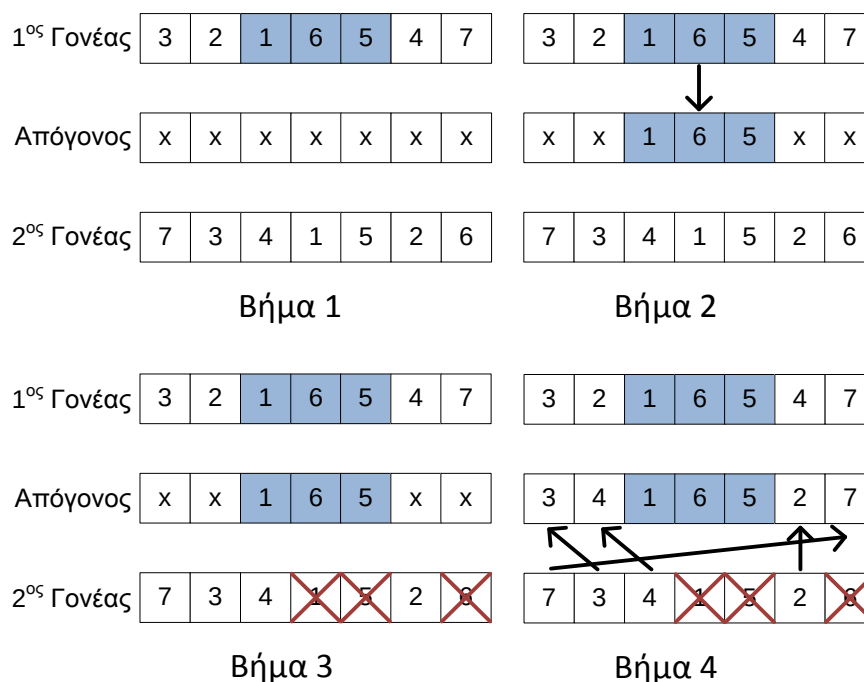
Βήμα 1^ο: Επιλογή τυχαίας ακολουθίας γονιδίων από τον πρώτο γονέα

Βήμα 2^ο: Αντιγραφή της επιλεγμένης ακολουθίας γονιδίων στον απόγονο, στις ίδιες θέσεις

Βήμα 3^ο: Διαγραφή των γονιδίων που εμφανίζονται στο δεύτερο γονέα και έχουν ήδη τοποθετηθεί στο χρωμόσωμα του απόγονου

Βήμα 4^ο: Διαδοχική αντιγραφή των εναπομεινάντων γονιδίων από το δεύτερο γονέα στις ελεύθερες θέσεις του απόγονου, διατηρώντας τη σειρά εμφάνισης τους. Η διαδικασία ξεκινάει από την πρώτη θέση αμέσως μετά το τέλος της αντιγραμμένης ακολουθίας, θεωρώντας κυκλική συνέχεια στο χρωμόσωμα.

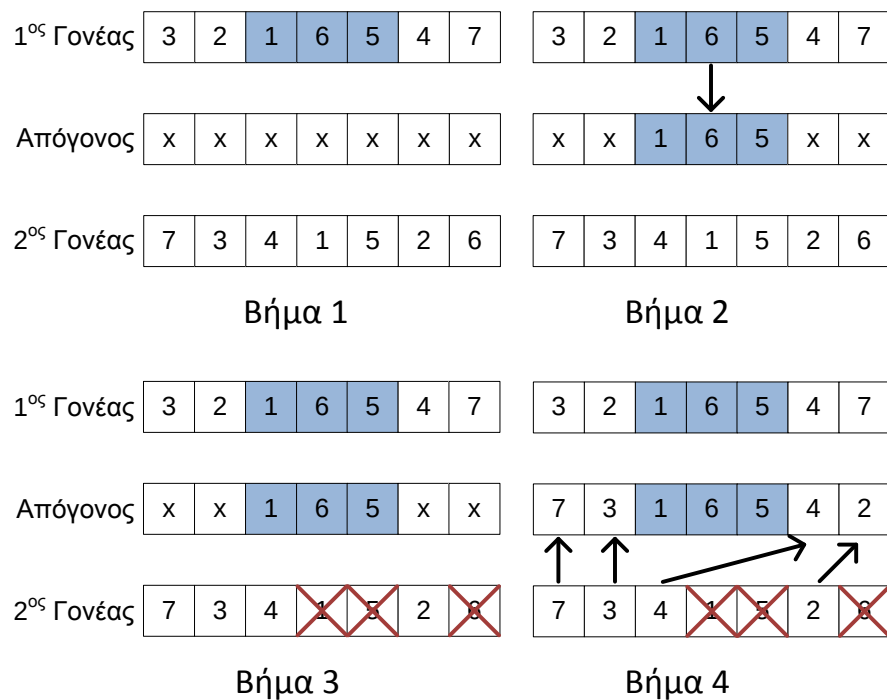
Στο απλό παράδειγμα ταξινόμησης 7 αντικειμένων, το χρωμόσωμα περιέχει τη σειρά που αντιστοιχεί σε κάθε αντικείμενο.



Εικόνα 4.14 Διασταύρωση σειράς

Όπως φαίνεται και στην παραπάνω εικόνα, η διασταύρωση σειράς θεωρεί ότι υπάρχει κυκλική συνέχεια στο χρωμόσωμα. Αφού διαγραφούν τα γονίδια από το δεύτερο γονέα, ο αλγόριθμος ξεκινάει να γεμίζει το παραγόμενο χρωμόσωμα από το αμέσως επόμενο σημείο μετά το γονίδιο 5. Από εκείνο το σημείο, η ακολουθία γονιδίων του γονέα είναι 2, 6, 7, 3, 4, 1, 5 όπου αφαιρώντας τα διαγραμμένα γονίδια έχουμε τη σειρά 2, 6, 3 και 4. Αυτή η κυκλική συνέχεια προκύπτει από το γεγονός ότι ο Davis πρωτοχρησιμοποίησε τη διασταύρωση σειράς σε προβλήματα πλανόδιου πωλητή (travel salesman problem, TSP) όπου η αλληλουχία των πόλεων είναι κυκλική.

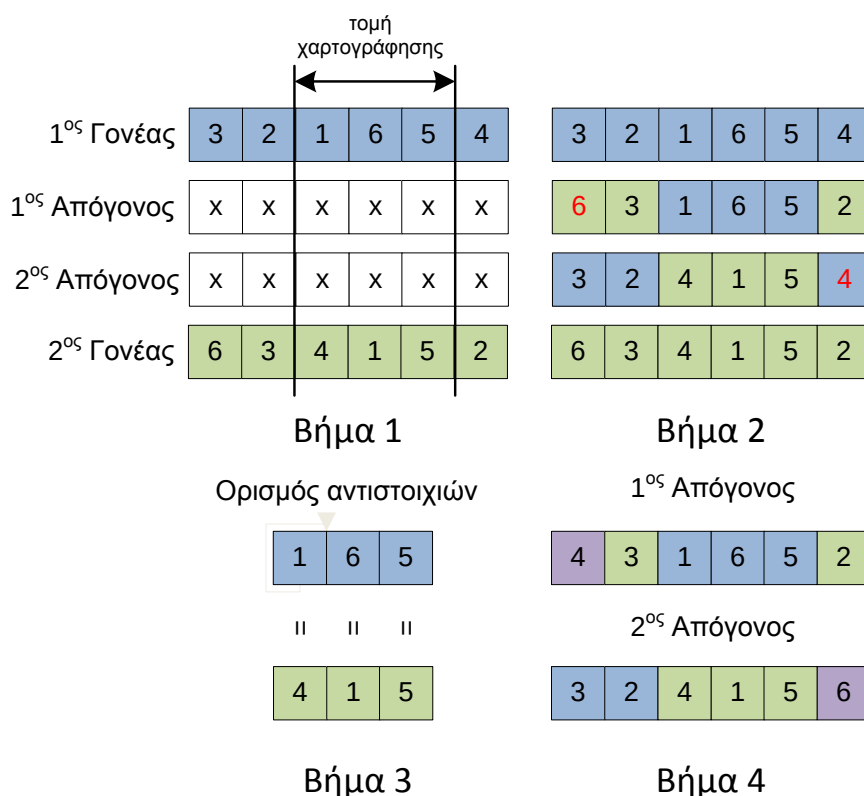
Σε γενικές γραμμές, η διασταύρωση σειράς μεταφέρει στον απόγονο τη σχετική θέση των γονιδίων αντί για τις απόλυτες θέσεις τους. Μια πολύ γνωστή παραλλαγή αυτής της διασταύρωσης η οποία μεταφέρει τόσο τη σχετική όσο και την απόλυτη σειρά των γονιδίων, είναι η γραμμική διασταύρωση σειράς (linear order crossover, LOX) η οποία δεν θεωρεί κυκλική συνέχεια στο χρωμόσωμα (Falkenauer & Bouffouix, 1991). Σε αυτήν τη διασταύρωση, αφού γίνει η αντιγραφή της ακολουθίας γονιδίων και διαγραφούν τα αντίστοιχα γονίδια από το δεύτερο γονέα, γίνεται γέμισμα του παραγόμενου χρωμοσώματος από αριστερά προς τα δεξιά όπως φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 4.15 Γραμμική διασταύρωση σειράς

Διασταύρωση μερικής ταύτισης

Μια πολύ διαδεδομένη επέκταση της διασταύρωσης δύο σημείων η οποία ενσωματώνει μηχανισμό επιδιόρθωσης άκυρων χρωμοσωμάτων είναι αυτή της μερικής ταύτισης (partially matched crossover, PMX) (Goldberg & Lingle, 1985).



Εικόνα 4.16 Διασταύρωση μερικής ταύτισης

Όπως φαίνεται και στην παραπάνω εικόνα, στο πρώτο βήμα του αλγόριθμου επιλέγονται τυχαία δύο σημεία μέσα στο χρωμόσωμα τα οποία ορίζουν την τομή χαρτογράφησης (mapping section). Στη συνέχεια ανταλλάσσονται μεταξύ των γονέων, τα γονίδια που βρίσκονται σε αυτήν την τομή και δημιουργούνται οι πρότυποι απόγονοι. Στο τρίτο βήμα του αλγορίθμου, εξετάζεται η τομή χαρτογράφησης και εξάγονται οι αντιστοιχήσεις των γονιδίων. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, τα γονίδια 1, 4 και 6 μπορούν να αλληλοαντικατασταθούν ενώ υπάρχει ταύτιση στην αντιστοίχιση του γονιδίου 5. Με βάση αυτήν την αντιστοίχιση, ο αλγόριθμος ολοκληρώνει τη διαδικασία, επιδιορθώνοντας τους απογόνους όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα.

Διασταύρωση βάσει θέσης

Ο Syswerda πρότεινε τη διασταύρωση βάσει θέσης (position-based crossover, PBX) η οποία αποτελεί παραλλαγή της ομοιόμορφης διασταύρωσης ενσωματώνοντας μια ρουτίνα επιδιόρθωσης των απογόνων (Syswerda, 1989). Ο αλγόριθμος εκτελεί τα ακόλουθα βήματα:

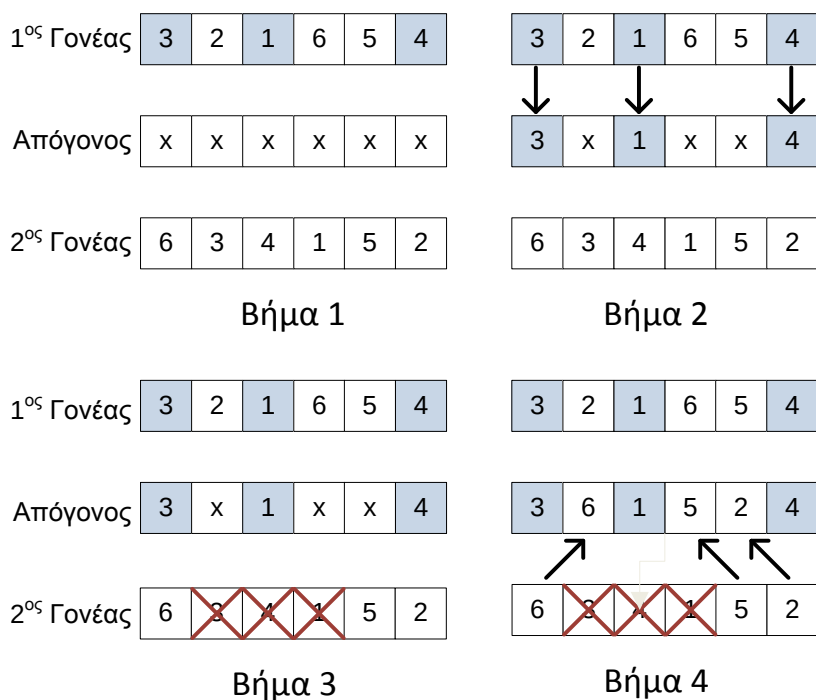
Βήμα 1°: Επιλογή τυχαίων γονιδίων από τον πρώτο γονέα

Βήμα 2°: Αντιγραφή των επιλεγμένων γονιδίων στον απόγονο, στις ίδιες θέσεις

Βήμα 3°: Διαγραφή των γονιδίων που επιλέχτηκαν στο βήμα 1, από το δεύτερο γονέα

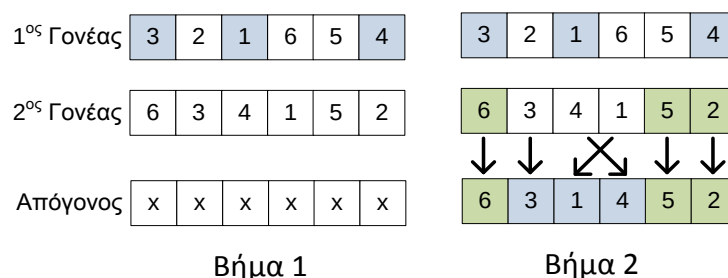
Βήμα 4°: Διαδοχική αντιγραφή των εναπομεινάντων γονιδίων από το δεύτερο γονέα στις ελεύθερες θέσεις του απόγονου, διατηρώντας τη σειρά εμφάνισής τους.

Αναλυτικά τα βήματα του αλγόριθμου απεικονίζονται στη συνέχεια:



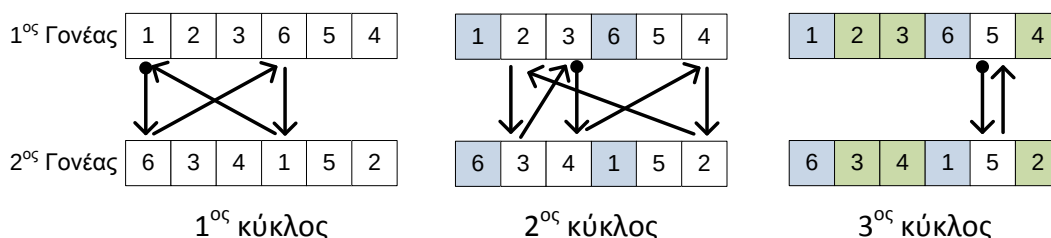
Εικόνα 4.17 Διασταύρωση βάσει θέσης

Μια πολύ παραπλήσια τεχνική αποτελεί η διασταύρωση βάσει σειράς (order-bases crossover, OBX) η οποία διατυπώθηκε από τον Syswerda. Σε αυτήν την τεχνική, επιλέγονται τυχαία γονίδια από τον πρώτο πατέρα και επιβάλλεται η σειρά εμφάνισής τους στο δεύτερο πατέρα (Syswerda, 1989), όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Εικόνα 4.18 Διασταύρωση βάσει σειράς κατά Syswerda

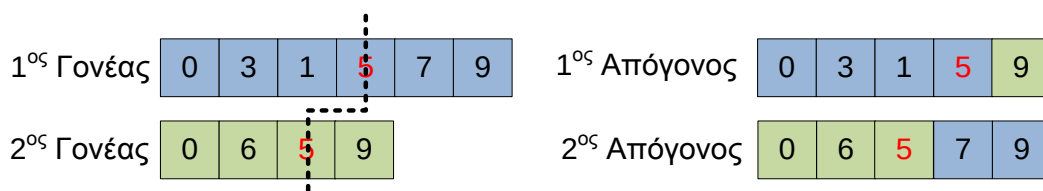
Οι Oliver, Smith και Holland πρότειναν την κυκλική διασταύρωση (cycle crossover, CX) η οποία αντί για να επιλέξει τυχαία τα γονίδια από τον πρώτο γονέα επιλέγει εκείνα τα οποία ανήκουν σε μια κυκλική διαδρομή (Oliver, Smith, & Holland, 1987). Ο τρόπος εύρεσης κυκλικών διαδρομών φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:



Εικόνα 4.19 Ορισμός κυκλικών διαδρομών κατά Oliver, Smith και Holland

Εξειδικευμένες διασταυρώσεις

Ανάλογα με το πρόβλημα το οποίο καλούνται να επιλύσουν οι γενετικοί αλγόριθμοι, η επιστημονική κοινότητα έχει προτείνει αρκετές εξειδικευμένες τεχνικές διασταύρωσης με στόχο την καλύτερη αξιοποίηση της πληροφορίας που κωδικοποιείται στα χρωμοσώματα. Στα προβλήματα βελτιστοποίησης διαδρομής στα δίκτυα επικοινωνιών, η διασταύρωση μονοπατιών (path crossover, PX) είναι ευρέως χρησιμοποιούμενη (Munetomo, Takai, & Sato, 1997). Σε αυτό το πρόβλημα βελτιστοποίησης, τα γονίδια αποτελούν τους κόμβους μέσα σε ένα δίκτυο ενώ τα χρωμοσώματα, τα οποία δεν είναι καθορισμένου μήκους, αποτυπώνουν τη σειρά επίσκεψης του κάθε κόμβου. Η διασταύρωση μονοπατιών εφαρμόζεται μόνο σε χρωμοσώματα που ξεκινούν και καταλήγουν στον ίδιο κόμβο. Ο αλγόριθμος εντοπίζει τους κόμβους που επισκέπτονται και από τα δύο χρωμοσώματα και επιλέγει τυχαία έναν από αυτούς τους κόμβους. Η διαδικασία ολοκληρώνεται ανταλλάσσοντας τις ακολουθίες γονιδίων ανάμεσα στους γονείς.



Εικόνα 4.20 Διασταύρωση μονοπατιών

Η διασταύρωση ανταλλαγής επιμέρους ακολουθιών (subsequence exchange crossover, SXX) αποτελεί χαρακτηριστική τεχνική που εφαρμόζεται στα προβλήματα χρονοπρογραμματισμού (Kobayashi, Ono, & Yamamura, 1995). Η συγκεκριμένη διασταύρωση εφαρμόζεται σε πίνακα αναπαράστασης ακολουθίας των εργασιών (job sequence matrix) όπου κάθε γραμμή περιέχει τη σειρά των λειτουργιών (operations) που έχουν προγραμματιστεί στην αντίστοιχη μηχανή. Ο αλγόριθμος αναζητά σε κάθε γραμμή, ακολουθίες λειτουργιών οι οποίες υπάρχουν και στους δύο γονείς, χωρίς να είναι απαραίτητα οι λειτουργίες στην ίδια σειρά. Ο αλγόριθμος ολοκληρώνεται, ανταλλάσσοντας αυτές τις επιμέρους ακολουθίες ανά μηχανή. Μια πολύ γνωστή παραλλαγή της παραπάνω τεχνικής αποτελεί η διασταύρωση σειράς εργασιών (job bases order crossover, JOX) όπου γίνεται χαλάρωση του περιορισμού ότι οι λειτουργίες μιας εργασίας πρέπει να εκτελεστούν διαδοχικά (Ono, Yamamura, & Kobayashi, 1996). Τέλος, σημαντικός τελεστής διασταύρωσης αποτελεί και αυτός της ανταλλαγής τμηματικού χρονοδιαγράμματος (partial schedule exchange crossover, PSSX) (Gen, Tsujimura, & Kubota, 1994) ο οποίος θεωρεί τα τμηματικά χρονοδιαγράμματα ως δομικούς λίθους του τελικού χρονοδιαγράμματος και προσπαθεί να εφαρμόσει τις βασικές αρχές του Holland (Holland, 1975). Ο αλγόριθμος περιγράφεται στα επόμενα βήματα:

Βήμα 1^ο: Εντόπισε ένα μερικό χρονοδιάγραμμα σε κάθε γονέα

Βήμα 2^ο: Αντικατέστησε τα επιλεγμένα μερικά χρονοδιαγράμματα

Βήμα 3^ο: Εντόπισε τα γονίδια που απουσιάζουν και αυτά που είναι σε περίσσια

Βήμα 4^ο: Αντικατέστησε τα γονίδια που περισσεύουν επιλέγοντας τυχαία από αυτά που απουσιάζουν

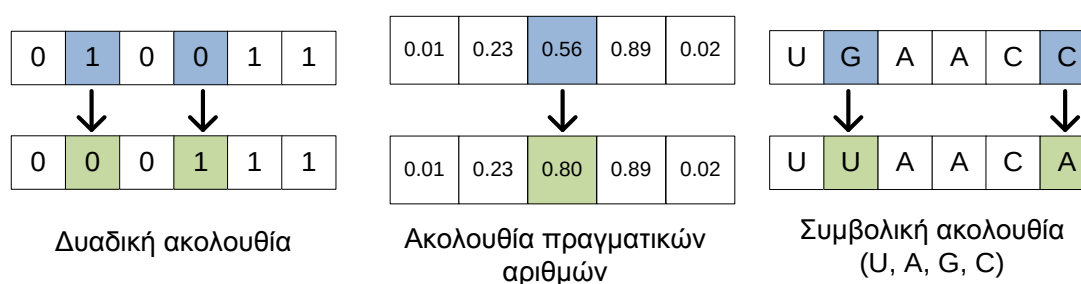
Βήμα 5^ο: Συμπλήρωσε το χρωμόσωμα με τα υπόλοιπα γονίδια που απουσιάζουν

Τελεστές μετάλλαξης

Οι τελεστές μετάλλαξης δρουν τοπικά σε γονίδια του χρωμοσώματος. Ανάλογα με το μέγεθος της μετάλλαξης στο φαινότυπο, η μετάλλαξη μπορεί να δρα είτε (1) ως τοπική αναζήτηση όταν προκαλούνται μικρές αλλαγές με αποτέλεσμα οι παραγόμενες λύσεις να είναι γειτονικές των αρχικών λύσεων, ή (2) ως εξερεύνηση νέων λύσεων μακριά από τη γειτονιά την οποία εξετάζει ο γενετικός αλγόριθμος στην αντίθετη περίπτωση. Ανάλογα με την πιθανότητα μετάλλαξης, αν αυτή είναι χαμηλή, ο τελεστής χρησιμεύει στην αποφυγή πρόωρης σύγκλισης του πληθυσμού, ενώ στην αντίθετη περίπτωση, ο γενετικός αλγόριθμος εκφυλίζεται σε τυχαία αναζήτηση (Goldberg & Segrest, Finite Markov chain analysis of genetic algorithms, 1987). Για να γίνει αντιληπτή η σημασία της μετάλλαξης, οι Nix και Vose μοντελοποιώντας το γενετικό αλγόριθμο με Μαρκοβιανές αλυσίδες (Markov chains), απέδειξαν ότι για να έχουν όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί πληθυσμών έστω και μια μικρή πιθανότητα επίσκεψης από τον αλγόριθμο, θα πρέπει η πιθανότητα της μετάλλαξης να είναι μεγαλύτερη του μηδενός (Nix & Vose, 1992). Στη συνέχεια παρατίθενται οι πιο γνωστές μέθοδοι μετάλλαξης.

Μετάλλαξη τυχαίας ανωμαλίας

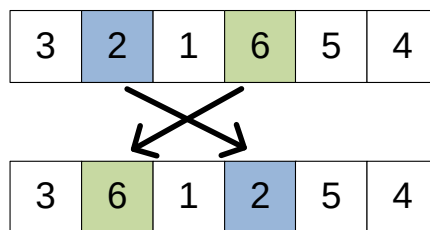
Η μετάλλαξη τυχαίας ανωμαλίας (random perturbation mutation) αποτελεί την πιο απλή μορφή μετάλλαξης (Holland, 1975). Σύμφωνα με αυτήν την τεχνική, επιλέγονται τυχαία ένα ή και περισσότερα γονίδια και τροποποιούνται. Στην ειδική περίπτωση της συμβολικής ακολουθίας, τα γονίδια αντικαθίστανται από τυχαία σύμβολα όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 4.21 Μετάλλαξη τυχαίας ανωμαλίας

Μετάλλαξη αντιμετάθεσης

Στη μετάλλαξη αντιμετάθεσης (swap mutation) (Davis L. , 1985), δύο τυχαία γονίδια επιλέγονται από το χρωμόσωμα και αντιμετατίθενται όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:

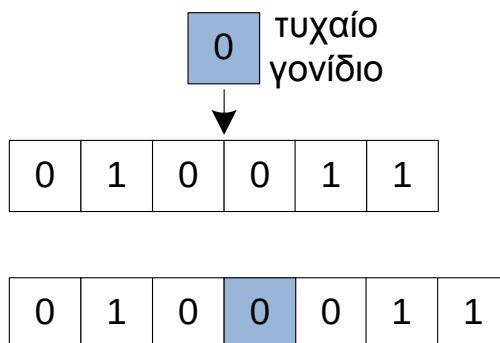


Εικόνα 4.22 Μετάλλαξη αντιμετάθεσης

Η συγκεκριμένη μετάλλαξη ονομάζεται και μετάλλαξη αμοιβαίας ανταλλαγής (reciprocal exchange mutation) (Gen & Cheng, 1996).

Μετάλλαξη εισαγωγής

Η μετάλλαξη εισαγωγής (insertion mutation) επιλέγει ένα τυχαίο γονίδιο και το εισάγει μέσα στο χρωμόσωμα σε τυχαία θέση (Gen & Cheng, 1996).

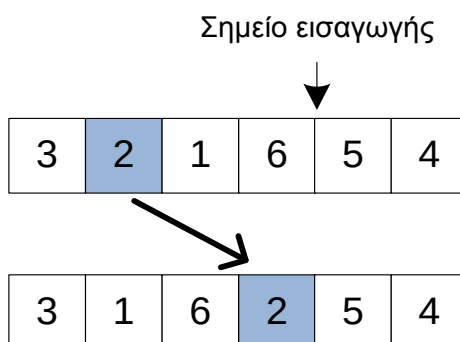


Εικόνα 4.23 Μετάλλαξη εισαγωγής

Μετάλλαξη μετακίνησης

Η μετάλλαξη μετακίνησης (shift mutation) επιλέγει ένα γονίδιο μέσα από το χρωμόσωμα, το αφαιρεί και το εισάγει σε ένα τυχαίο σημείο του χρωμοσώματος (Gen & Cheng, 1996).

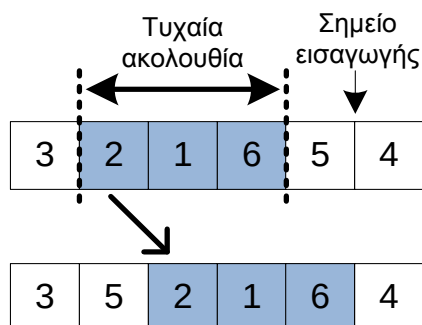
Αυτή η διαδικασία αναπαριστάται στην παρακάτω εικόνα:



Εικόνα 4.24 Μετάλλαξη μετακίνησης

Μετάλλαξη μετατόπισης

Κατά αντιστοιχία με τη μετάλλαξη μετακίνησης, η μετάλλαξη μετατόπισης (displacement mutation) επιλέγει μια τυχαία ακολουθία γονιδίων μέσα από το χρωμόσωμα, την αφαιρεί και την εισάγει σε ένα τυχαίο σημείο του χρωμοσώματος (Gen & Cheng, 1996), όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Εικόνα 4.25 Μετάλλαξη μετατόπισης

Ανομοιόμορφη μετάλλαξη

Η μέθοδος της ανομοιόμορφης μετάλλαξης (nonuniform mutation) είναι γνωστή για την αυτορυθμιστική της ιδιότητα της με την οποία όσο εξελίσσονται οι γενεές, τόσο οι απόγονοι εντοπίζονται σε γειτονικές περιοχές (Michalewicz, 1996). Αν θεωρήσουμε τον πατέρα $\bar{x} = (x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)$ όπου x_k είναι ένα τυχαία επιλεγμένο γονίδιο, ο απόγονος $\bar{x}' = (x_1, \dots, x'_k, \dots, x_n)$ προκύπτει από δύο πιθανούς τύπους:

$$x'_k = x_k + \Delta(t, x_k^U - x_k) \quad (4.6)$$

$$x'_k = x_k - \Delta(t, x_k - x_k^L) \quad (4.7)$$

Η συνάρτηση $\Delta(t, y)$ επιστρέφει μια τιμή στο κλειστό διάστημα $[0, y]$ και εξαρτάται άμεσα από το t που είναι ο αριθμός γενεάς. Ειδικότερα, όσο αυξάνει το t , τόσο η συνάρτηση τείνει στο μηδέν. Αυτό δίνει τη δυνατότητα, στην αρχή του αλγόριθμου ο τελεστής να αναζητά σε ένα εύρος που ακολουθεί την κανονική κατανομή ενώ όσο ο αλγόριθμος συγκλίνει, ο τελεστής αναζητά νέες λύσεις σε πολύ κοντινές περιοχές. Η συνάρτηση $\Delta(t, y)$ δίνεται ακολούθως:

$$\Delta(t, y) = yr \left(1 - \frac{t}{T}\right)^b \quad (4.8)$$

όπου r είναι τυχαίος αριθμός στο κλειστό διάστημα $[0,1]$, T είναι ο μέγιστος αριθμός γενεών και b είναι μια παράμετρος που καθορίζει το βαθμό της ανομοιομορφίας.

Κατευθυνόμενη μετάλλαξη

Η κατευθυνόμενη μετάλλαξη (directional mutation) προτάθηκε από τους Gen, Liu και Ida (Gen, Liu, & Ida, 1996). Σύμφωνα με αυτήν την τεχνική, ο απόγονος δίνεται σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

$$\bar{x}' = \bar{x} + r \cdot \bar{d} \quad (4.9)$$

όπου $\bar{x}$ είναι η αρχική λύση, r είναι ένας τυχαίος μη αρνητικός πραγματικός αριθμός και $\bar{d}$ είναι το διάνυσμα της κατεύθυνσης του οποίου το i -οστό στοιχείο ορίζεται σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

$$d_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{f(x_1, \dots, x_i + \Delta x_i, \dots, x_n) - f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)}{\Delta x_i} \quad (4.10)$$

όπου το Δx_i είναι ένας πολύ μικρός πραγματικός αριθμός και $f(x_1, \dots, x_n)$ είναι η αντικειμενική συνάρτηση. Αυτή η διατύπωση του $\bar{d}$ ενώ βοηθάει στη γρήγορη σύγκλιση του αλγόριθμου, εγκυμονεί τον κίνδυνο αποκλεισμού σε γωνία περιορισμών γι' αυτό μερικές φορές χρησιμοποιείται τυχαία διάνυσμα $\bar{d}$.

Γκαουσιανή μετάλλαξη

Η γκαουσιανή μετάλλαξη (Gaussian mutation) χρησιμοποιείται κυρίως σε εξελικτικές στρατηγικές όπου το κάθε άτομο του πληθυσμού περιέχει δύο συνιστώσες $(\bar{x}, \bar{\sigma})$ όπου το $\bar{x}$ είναι το σημείο αναζήτησης και $\bar{\sigma}$ είναι η τυπική απόκλιση αυτού του σημείου. Ο απόγονος προκύπτει με βάση τους ακόλουθους τύπους:

$$\bar{\sigma}' = \bar{\sigma} e^{\bar{N}(0, \Delta \bar{\sigma})} \quad (4.11)$$

$$\bar{x}' = \bar{x} + \bar{N}(0, \Delta \bar{\sigma}') \quad (4.12)$$

όπου $\bar{N}(0, \Delta \bar{\sigma})$ είναι ένα διάνυσμα από τυχαίους γκαουσιανούς αριθμούς με μέση τιμή μηδέν και τυπική απόκλιση $\bar{\sigma}$.

Εξειδικευμένες μεταλλάξεις

Κατά αντιστοιχία με τη διασταύρωση μονοπατιών στα δίκτυα επικοινωνιών χρησιμοποιείται η μετάλλαξη μονοπατιών (path mutation) (Munetomo, Takai, & Sato, 1997). Ο αλγόριθμος επιλέγει τυχαία έναν κόμβο της διαδρομής και τον αντικαθιστά με έναν γειτονικό κόμβο ενώ παράλληλα δημιουργεί τις σύντομες διαδρομές από την αρχή έως τον νέο κόμβο και από τον νέο κόμβο έως το τέλος. Τελικά, το νέο χρωμόσωμα συντίθεται από αυτές τις νέες διαδρομές, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 4.26 Μετάλλαξη μονοπατιών

Στο χρονοπρογραμματισμό εργασιών, έχει προταθεί από τους Cheng, Gen και Tsujimura η μετάλλαξη τοπικής αναζήτησης (neighborhood search-based mutation) η οποία προκαλεί μικρές αλλαγές στο χρωμόσωμα με στόχο την τοπική βελτιστοποίηση του (Cheng, Gen, & Tsujimura, A tutorial survey of job-shop scheduling problems using genetic algorithms, part II: hybrid genetic search strategies, 1999). Για τη διεξαγωγή της τοπικής αναζήτησης, υπολογίζονται οι τιμές των χρωμοσωμάτων που προκύπτουν από τυχαίες μεταθέσεις λ γονιδίων. Το χρωμόσωμα εκείνο που θα είναι καλύτερο από τα υπόλοιπα, αποκαλείται λ-βέλτιστο (λ-optimum) και αντικαθιστά το αρχικό χρωμόσωμα.

Τέλος, ειδικά για το πρόβλημα του σχεδιασμού βιομηχανικών κελιών (manufacturing cell design) έχουν τροποποιηθεί κατάλληλα πέντε τελεστές που αρχικά προτάθηκαν από τον Michalewicz (Michalewicz, 1996) και βρίσκουν εφαρμογή στα προβλήματα ακέραιου προγραμματισμού (Joines, Culbreth, & King, 1996): η ομοιόμορφη μετάλλαξη (uniform mutation), η πολλαπλά ομοιόμορφη μετάλλαξη (multiuniform mutation), η ανομοιόμορφη μετάλλαξη (nonuniform mutation), η πολλαπλά ανομοιόμορφη μετάλλαξη (multi-nonuniform mutation) και η μετάλλαξη ορίου (boundary mutation). Έστω το χρωμόσωμα $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$ όπου η κάθε μεταβλητή x_i παίρνει τιμές στο κλειστό διάστημα $[a_i, b_i]$, οι παραπάνω μεταλλάξεις αναπτύσσονται ως εξής:

Ομοιόμορφη μετάλλαξη: Επέλεξε τυχαία μια μεταβλητή x_j και τροποποίησε τη σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

$$x'_j = [U(a_i, b_i)] \quad (4.13)$$

όπου $[y]$ είναι ο μεγαλύτερος ακέραιος μικρότερος ίσος από την τιμή y .

Πολλαπλά ομοιομορφη μετάλλαξη: Εφάρμοσε τον παραπάνω τύπο σε όλες τις μεταβλητές του αρχικού χρωμοσώματος.

Ανομοιομορφη μετάλλαξη: Επέλεξε τυχαία μια μεταβλητή x_j και τροποποίησε την σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

$$x'_j = \begin{cases} [x_j + (b_j - x_j)f(G)], & \text{εάν } r_1 < 0,5 \\ [x_j - (x_j + a_j)f(G)], & \text{εάν } r_1 \geq 0,5 \end{cases} \quad (4.14)$$

όπου

$$f(G) = \left[r_2 \left(1 - \frac{G}{G_{\max}} \right) \right]^b \quad (4.15)$$

όπου r_1, r_2 είναι τυχαίες μεταβλητές με κανονική κατανομή και τιμές στο κλειστό διάστημα $[0,1]$, G είναι ο τρέχων αύξων αριθμός του πληθυσμού, $G_{\max}$ είναι ο μέγιστος αριθμός πληθυσμών, b είναι μια μορφολογική παράμετρος και $[y]$ είναι ο μικρότερος ακέραιος μεγαλύτερος ίσος από την τιμή y .

Πολλαπλά ανομοιομορφη μετάλλαξη: εφάρμοσε τους παραπάνω τύπους σε όλες τις μεταβλητές του χρωμοσώματος.

Μετάλλαξη ορίου: Επέλεξε τυχαία μια μεταβλητή x_j και θέσε μια οριακή τιμή σύμφωνα με την τυχαία μεταβλητή $r = U(0,1)$ όπως φαίνεται στον ακόλουθο τύπο:

$$x'_j = \begin{cases} a_j, & \text{εάν } r < 0,5 \\ b_j, & \text{εάν } r \geq 0,5 \end{cases} \quad (4.16)$$

4.2.3. Επιλογή

Οι γενετικοί αλγόριθμοι στηρίζονται κατά κύριο λόγο στην φυσική επιλογή που ανέφερε πρώτος ο Δαρβίνος (Darwin, 1859). Μέσα από τη διαδικασία της επιλογής, ξεχωρίζουν οι γονείς οι οποίοι συμμετάσχουν στις γενετικές λειτουργίες. Συνεπώς η επιλογή αποτελεί τη διαδικασία που κατευθύνει το γενετικό αλγόριθμο προς τη βέλτιστη λύση. Γι' αυτό είθισται να χρησιμοποιείται ήπια διαδικασία επιλογής στο ξεκίνημα του γενετικού αλγόριθμου, με στόχο την αναζήτηση πολλαπλών περιοχών, ενώ όσο αυξάνει ο αριθμός των γενεών, η διαδικασία να γίνεται πιο επιλεκτική με στόχο τον περιορισμό του χώρου αναζήτησης και τη σύγκλιση του αλγόριθμου σε μια τελική λύση. Οι κυριότεροι συμβολισμοί που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή τους είναι οι ακόλουθοι:

- x_i : Η λύση i του τρέχοντος πληθυσμού
- $f(x)$: Συνάρτηση καταλληλότητας (fitness function). Για συντομία χρησιμοποιείται η σύντμηση $f_i = f(x_i)$.
- $Pr(x_i)$: Πιθανότητα επιλογής της λύσης i . Συναντάται συνήθως και ως $p_i = Pr_i = Pr(x_i)$
- λ : Το πλήθος των λύσεων που αποτελούν τον πληθυσμό.
- $P(t)$: Ο πληθυσμός των λύσεων x στην t επανάληψη. $P(t) = \{x_1, x_2, \dots, x_\lambda\}$
- x^{t*} : Η βέλτιστη λύση στον πληθυσμό t γενεάς. Στη βιβλιογραφία συναντάται και με το σύμβολο $\hat{x}$.
- $s(P(t))$: Με το σύμβολο $s(x)$ συμβολίζεται η συνάρτηση επιλογής λύσεων από τον πληθυσμό x . Συνεπώς $s(P(t))$ αποτελεί τα επιλεγμένα χρωμοσώματα του πληθυσμού στην t επανάληψη του αλγόριθμου.

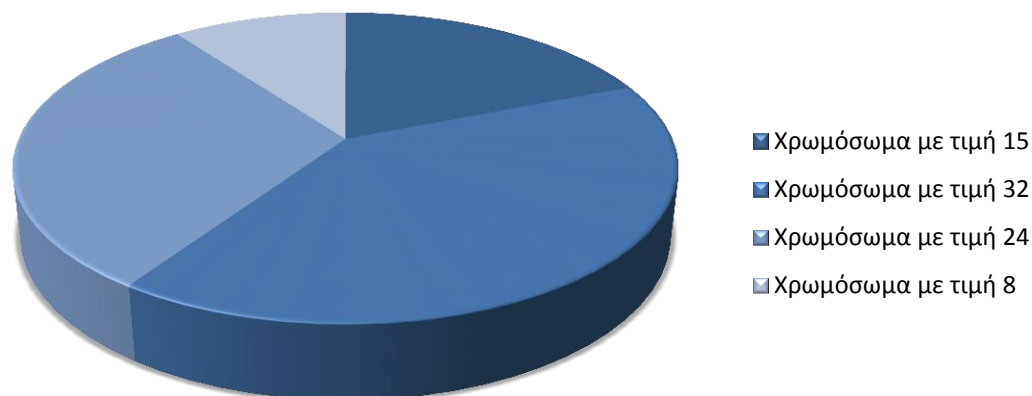
Τις τελευταίες δεκαετίες, πάρα πολλές τεχνικές επιλογής έχουν προταθεί. Οι κυριότερες από αυτές αναφέρονται στη συνέχεια.

Επιλογή ρουλέτας

Η επιλογή ρουλέτας (roulette wheel selection) προτάθηκε από τον Holland και αποτελεί τον πιο διαδεδομένο τρόπο επιλογής (Holland, 1975). Η βασική ιδέα του αλγόριθμου είναι ότι η πιθανότητα επιλογής μιας λύσης (ή αλλιώς η πιθανότητα επιβίωσης όπως την ανέφερε ο Holland) είναι ανάλογη της τιμής που λαμβάνει το χρωμόσωμα από τη συνάρτηση καταλληλότητας. Οι πιθανότητες $Pr(x_i)$ αναπαριστούνται πάνω σε μια κυκλική ρουλέτα δίνοντας σε κάθε χρωμόσωμα x_i το κομμάτι που αντιστοιχεί στην τιμή καταλληλότητας της (εικόνα 4.27) σύμφωνα με τον τύπο:

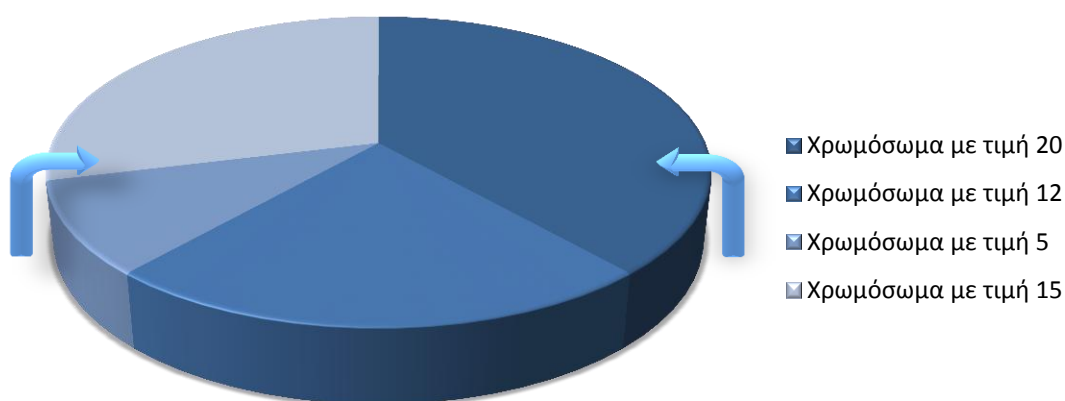
$$Pr(x_i) = \frac{f(x_i)}{\sum_i f(x_i)} \quad (4.17)$$

Για να επιλέξουμε χρωμόσωμα, γυρνάμε την ρουλέτα και επιλέγουμε τη λύση στην οποία σταματάει ο τροχός. Όπως γίνεται αντιληπτό, σκοπός αυτής της μεθόδου είναι οι καλύτερες λύσεις να επιλέγονται πιο συχνά σε σχέση με τις υπόλοιπες. Δυστυχώς όμως στις περισσότερες περιπτώσεις, ο πληθυσμός είναι αρκετά μικρός με αποτέλεσμα η επιλογή ρουλέτας να μην έχει το αναμενόμενο αποτέλεσμα. Το γύρισμα της ρουλέτας είναι μια στοχαστική συνάρτηση η οποία ιδανικά ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή $U(0,1)$ η οποία συγκλίνει σε μεγάλα νούμερα. Συνεπώς υπάρχει το ενδεχόμενο όλες οι επιλεχθείσες λύσεις να είναι οι χειρίστες δυνατές.



Εικόνα 4.27 Επιλογή ρουλέτας

Για να αντιμετωπίσει αυτήν την αδυναμία της επιλογής με ρουλέτα, ο Baker πρότεινε την ενιαία στοχαστική επιλογή (stochastic universal sampling, SUS) η οποία επιλέγει όλα τα χρωμοσώματα με ένα μόνο γύρισμα της ρουλέτας (Baker J. E., 1985). Για να το πετύχει αυτό, αντί για να έχει μόνο ένα σημείο επιλογής όταν γυρνάει την ρουλέτα, τοποθετεί τόσα σημεία όσα είναι και το ζητούμενο μέγεθος του πληθυσμού ισοκατανέμοντας τα στο διαθέσιμο χώρο. Για παράδειγμα, αν θέλαμε να επιλέξουμε δύο γονείς, η ρουλέτα θα επέλεγε χρωμοσώματα με βάση τους ακόλουθους δύο δείκτες:



Εικόνα 4.28 Ενιαία στοχαστική επιλογή κατά Baker

Με αυτόν τον τρόπο επιλέγεται κάθε χρωμόσωμα όσες φορές αναμενότανε σύμφωνα με την πιθανότητα $Pr(x_i)$ που του αντιστοιχεί.

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι ο τύπος 4.17 δεν μπορεί να λειτουργήσει με συναρτήσεις καταλληλότητας που μπορούν να πάρουν αρνητικές τιμές ($f(x) \in \mathbb{R}$ αντί για $f(x) \in \mathbb{R}_+$)

όπως επίσης στα προβλήματα ελαχιστοποίησης όπου η πιθανότητα $Pr(x_i)$ θα πρέπει να είναι αντιστρόφως ανάλογη της $f(x)$. Γι' αυτόν το λόγο έχουν προταθεί συναρτήσεις αναγωγής κλίμακας (δ) οι οποίες χρησιμοποιούνται για τον ορισμό της αναγόμενης πιθανότητας $Pr'(x_i)$ η οποία πλέον ορίζεται από τον τύπο :

$$Pr'(x_i) = \frac{\delta(f(x_i))}{\sum_i \delta(f(x_i))} = \frac{\delta(f_i)}{\sum_i \delta(f_i)} \quad (4.18)$$

Οι πιο γνωστές συναρτήσεις αναγωγής κλίμακας είναι οι (Grefenstette & Baker, 1989):

- Γραμμική αναγωγή (linear scaling)
- Εκθετική αναγωγή (exponential scaling)
- Αναγωγή με βάση κάποια δύναμη (power law scaling)
- Λογαριθμική αναγωγή (logarithmic scaling)
- Σιγμοειδής ψαλίδισμα (sigma truncation) (Brill, Brown, & Martin, 1992)

Ανάλογα με το εάν η σχέση μεταξύ f_i και $\delta(f_i)$ είναι σταθερή ή μεταβάλλεται με βάση κάποια παράμετρο, οι συναρτήσεις αυτές χαρακτηρίζονται σταθερές (static) ή δυναμικές (dynamic) αντίστοιχα. Από αυτές τις συναρτήσεις, η πιο διαδεδομένη είναι η δυναμική γραμμική αναγωγή. Η συνάρτηση αυτή έχει την ακόλουθη μορφή για προβλήματα ελαχιστοποίησης:

$$\delta(f_i) = f_i - \min\{f(a_j) | a_j \in P(t - \omega)\} \quad (4.19)$$

ενώ για προβλήματα μεγιστοποίησης λαμβάνει τη μορφή:

$$\delta(f_i) = -f_i + \max\{f(a_j) | a_j \in P(t - \omega)\} \quad (4.20)$$

Όπου ω ονομάζεται χρονικό παράθυρο της αναγωγής (scale window), και το $\max\{f(a_j) | a_j \in P(t - \omega)\}$ υπολογίζεται ως η μέγιστη τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας πριν από ω γενεές. Στη βιβλιογραφία, χρησιμοποιείται συνήθως σαν χρονικό παράθυρο η τιμή $\omega = 5$. Στην τεχνική με το χρονικό παράθυρο, η χρήση του συνεχώς μεταβαλλόμενου σημείου αναφοράς βοηθά στο να διατηρείται η αποδοτικότητα ή πίεση (pressure) της επιλογής σταθερή (Hancock, 1994).

Αν εξετάσουμε πιο προσεκτικά την περίπτωση της ελαχιστοποίησης, ορίζοντας $c = \min\{f(a_j) | a_j \in P(t - \omega)\}$ ο τύπος 4.18 ανάγεται σε:

$$Pr'(x_i) = \frac{f_i - c}{\sum_{i=1}^{\lambda} (f_i - c)} = \frac{f_i - c}{\sum_{i=1}^{\lambda} f_i - \lambda c} \quad (4.21)$$

Συγκρίνοντας την $Pr'(x_i)$ με την αρχική $Pr(x_i)$ μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι:

$$\begin{aligned} Pr'(x_i) > Pr(x_i) &\Leftrightarrow f_i > \bar{f} \\ Pr'(x_i) < Pr(x_i) &\Leftrightarrow f_i < \bar{f} \end{aligned} \quad (4.22)$$

όπου $\bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^{\lambda} f_i}{\lambda}$ είναι η μέση τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας. Αυτή η παρατήρηση υποδηλώνει ότι η γραμμική αναγωγή αυξάνει την πίεση της διαδικασίας της επιλογής επιλέγοντας της καλές έναντι των μέτριων λύσεων αλλά παράλληλα επιλέγοντας τις χειρότερες λύσεις έναντι των μέτριων. Αντίστοιχα συμπεράσματα εξάγονται και για τις υπόλοιπες συναρτήσεις αναγωγής κλίμακας.

Επιλογή με τουρνουά

Η διαδικασία της επιλογής με χρήση τουρνουά (tournament selection) αποτελεί ένα συνδυασμό μεταξύ ντετερμινιστικής και στοχαστικής επιλογής (Goldberg, Deb, & Korb, 1989). Η μέθοδος επιλέγει τυχαία $q > 1$ άτομα από τον πληθυσμό και διαλέγει τον καλύτερο από αυτούς. Η μέθοδος επαναλαμβάνεται μέχρι να συμπληρωθεί ο ζητούμενος αριθμός ατόμων. Αν θεωρήσουμε σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης ότι ο πληθυσμός είναι ταξινομημένος σε αύξουσα σειρά $f(x_1) \leq f(x_2) \leq \dots \leq f(x_{\lambda})$ τότε η πιθανότητα επιλογής του ατόμου x_i δίνεται από τον τύπο:

$$Pr(x_i) = \lambda^{-q} ((\lambda - i + 1)^q - (\lambda - i)^q) \quad (4.23)$$

Με αυτόν τον τύπο, οι Goldberg και Deb απέδειξαν ότι η μέθοδος επιλογής με τουρνουά είναι πιο πιεστική σε σχέση με την αναλογική επιλογή της ρουλέτας και μάλιστα ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο πληθυσμός, τόσο πιο πιεστική γίνεται η επιλογή.

Η πιο συνηθισμένη τιμή για το πλήθος των αντιπάλων του τουρνουά είναι η $q = 2$ οπότε και έχουμε το δυαδικό τουρνουά.

Μια πολύ γνωστή παραλλαγή είναι η στοχαστική επιλογή με τουρνουά (stochastic tournament selection) στην οποία οι διαγωνιζόμενοι για κάθε τουρνουά επιλέγονται με βάση την επιλογή ρουλέτας (Wetzel, 1983). Αφού οριστούν οι διαγωνιζόμενοι του τουρνουά, επιλέγεται αυτός με την καλύτερη τιμή στη συνάρτηση καταλληλότητας.

Γραμμική ταξινόμηση

Η επιλογή με γραμμική ταξινόμηση (linear ranking) χρησιμοποιεί μια γραμμική συνάρτηση για να αντιστοιχήσει το δείκτη i της λύσης x_i με μια πιθανότητα p_i (Grefenstette & Baker, 1989). Η βασική ιδέα πίσω από αυτήν τη μέθοδο είναι να ταξινομήσει τα χρωμοσώματα ανάλογα με την τιμή καταλληλότητας και στη συνέχεια να αναθέσει μια πιθανότητα σε κάθε χρωμόσωμα ανάλογα με τη σειρά του στην κατάταξη. Ο Baker πρότεινε την ακόλουθη συνάρτηση:

$$\Pr(x_i) = \frac{\eta^+ - 2(\eta^+ - 1) \frac{i-1}{\lambda-1}}{\lambda} \quad (4.24)$$

όπου για να ισχύει $\sum_{i=1}^{\lambda} \Pr(x_i) = 1$ θα πρέπει ο προσδοκητός αριθμός φορών επιλογής του βέλτιστου (desired number of copies of the best) να είναι $1 \leq \eta^+ \leq 2$ (Goldberg & Deb, A comparative analysis of selection schemes used in genetic algorithms, 1991). Η τιμή του η^+ επηρεάζει άμεσα την κλίση (slope) της γραμμικής συνάρτησης. Η συνήθης τιμή που συναντάται στη βιβλιογραφία είναι $\eta^+ = 1,1$.

Επέκταση της επιλογής με γραμμική ταξινόμηση είναι αυτή της εκθετικής ταξινόμησης όπου η συνάρτηση ανάθεση πιθανότητας δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$p_i = \frac{c^{\lambda-i}}{\sum_{j=1}^{\lambda} c^{\lambda-j}} \quad (4.25)$$

όπου $c \in [0,1]$ είναι παράμετρος της συνάρτησης (Baker J. E., 1985). Η συνάρτηση μπορεί να απλοποιηθεί αφού $\sum_{j=1}^{\lambda} c^{\lambda-j} = \frac{c-1}{c^{\lambda}-1}$ οπότε η πιθανότητα που αποδίδεται σε κάθε χρωμόσωμα ανάλογα με τη σειρά του στην κατάταξη δίνεται από τον τύπο:

$$p_i = \frac{c-1}{c^{\lambda}-1} c^{\lambda-i} \quad (4.26)$$

Επιλογή $(\mu + \lambda)$ και (μ, λ)

Σε αντίθεση με την αναλογική επιλογή, ο Bäck πρότεινε δύο ντετερμινιστικές μεθόδους επιλογής η οποίες επιλέγουν τα καλύτερα χρωμοσώματα από τους γονείς και τους απογόνους (Bäck, 1994). Και οι δύο μέθοδοι επιλέγουν το κάθε χρωμόσωμα το πολύ μια φορά. Ο αρχικός σχεδιασμός τους είχε στόχο την επιλογή μ καλύτερων ατόμων από έναν πληθυσμό με λ άτομα. Στην πράξη οι δύο αλγόριθμοι διαφοροποιούνται στο ότι ο (μ, λ) επιλέγει τους μ καλύτερους απογόνους για να γίνουν γονείς στην επόμενη γενιά ενώ ο $(\mu + \lambda)$ επιλέγει του επόμενους μ γονείς τόσο από τους απογόνους όσο και από τους

τρέχοντες γονείς. Από εμπειρικές παρατηρήσεις του ίδιου του Bäck, θεωρείται ότι η $(\mu + \lambda)$ είναι πιο πιεστική από τη (μ, λ) με αποτέλεσμα να συγκλίνει πιο γρήγορα.

Μια επέκταση της (μ, λ) επιλογής είναι η στοχαστική επιλογή ανάμεσα στους μ καλύτερους απογόνους σύμφωνα με τον τύπο:

$$\Pr(x_i) = \begin{cases} 1/\mu & \text{για } 1 \leq i \leq \mu \\ 0 & \text{για } \mu < i \leq \lambda \end{cases} \quad (4.27)$$

Λοιπές μέθοδοι επιλογής

Η επιλογή κατά Boltzmann αποδίδει σε κάθε χρωμόσωμα την ακόλουθη πιθανότητα:

$$\Pr(x_i) = \frac{\exp(\beta f_i)}{\sum_{j=1}^{\lambda} \exp(\beta f_j)} \quad (4.28)$$

όπου το β καθορίζει την πίεση της επιλογής. Ειδικότερα, σύμφωνα με έρευνες των Rogers και Prügel-Bennett, η μέση τιμή του επιλεγμένου πληθυσμού αυξάνει γραμμικά για τιμές του β μέχρι και 3 ενώ από εκεί και ύστερα η μέση τιμή παραμένει σχεδόν σταθερή ενώ πέφτει απότομα η διαφοροποίηση του πληθυσμού (Rogers & Prügel-Bennett, 1999). Γι' αυτόν το λόγο δεν συνίσταται η χρήση τιμών μεγαλύτερων του 3 εκτός και αν υπάρχει κάποια άλλη γενετική λειτουργία η οποία να μπορεί να επαναφέρει διαφοροποίηση στον πληθυσμό (για παράδειγμα ένας ισχυρός μηχανισμός μετάλλαξης) για να αποτραπεί η πρόωρη σύγκλιση.

Οι επιλογές με ψαλίδισμα (truncation selection) και επιλογή ομάδας (block selection) αποτελούν απλές ντετερμινιστικές μεθόδους επιλογής όπου διατάσσεται ο πληθυσμός με αύξουσα σειρά και επιλέγονται οι μ καλύτεροι (Thierens & Goldberg, 1994).

Μια άλλη οικογένεια μεθόδων επιλογής είναι αυτή που αντικαθιστά μέρος του υπάρχοντος πληθυσμού με τους καλύτερους απογόνους. Χαρακτηριστική είναι η μέθοδος αναπαραγωγής σταθερής κατάστασης (steady state reproduction) του Whitley όπου οι n χειρότεροι γονείς αντικαθιστώνται από τους απογόνους που δημιουργούνται (Whitley, 1989).

Οι Goldberg και Richardson πρότειναν την επιλογή βάσει κοινών χαρακτηριστικών (sharing techniques). Στην πράξη, τα χρωμοσώματα αξιολογούνται με μια συνάρτηση η οποία φθίνει την τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας ανάλογα με το πλήθος των κοντινών γειτόνων του (Goldberg & Richardson, 1987). Συνεπώς με αυτήν τη συνάρτηση, τα χρωμοσώματα που βρίσκονται σε μια «πολυκατοικημένη» περιοχή όπου υπάρχουν πολλοί γονείς δεν

προτιμούνται παρά ενθαρρύνεται η επιλογή λύσεων οι οποίες είναι μεμονωμένες με στόχο την πιο αποδοτική αναζήτηση του χώρου.

Τέλος σημαντική τεχνική κατά τη διάρκεια της επιλογής αποτελεί και ο ελιτισμός (elitism). Ειδικά στις στοχαστικές μεθόδους επιλογής όπου δεν υπάρχει εξασφάλιση ότι η καλύτερη λύση θα περάσει στην επόμενη γενιά, ο ελιτισμός φροντίζει ένα μέρος των καλών λύσεων του αρχικού πληθυσμού να περάσει αυτόματα στην επόμενη γενιά, διατηρώντας έτσι τη βέλτιστη λύση.

4.2.4. Κριτήρια τερματισμού

Η διαδικασία των γενετικών τερματίζει όταν ικανοποιηθούν κάποια κριτήρια. Το πρόβλημα με τον καθορισμό των κριτηρίων έγκειται στο γεγονός ότι δεν υπάρχει κάποια μαθηματική βεβαιότητα για το εάν ο αλγόριθμος θα έχει συγκλίνει μετά από έναν ορισμένο αριθμό επαναλήψεων. Γι' αυτό, παρόλο που το θέμα της επιλογής κατάλληλου κριτηρίου τερματισμού δεν έχει εκτενή βιβλιογραφική αναφορά, κρίνεται σκόπιμο να αναφερθούν στη συνέχεια οι κυριότερες μελέτες που έχουν γίνει πάνω στο αντικείμενο.

Στην πληθώρα των εφαρμογών με γενετικούς αλγόριθμους, αξιοποιούνται τα ακόλουθα κριτήρια (Michalewicz, 1996, σ. 67):

- Ένας μέγιστος αριθμός επαναλήψεων έχει ολοκληρωθεί
- Ένας μέγιστος αριθμός χρωμοσωμάτων έχει αξιολογηθεί
- Η πιθανότητα να γίνει σημαντική βελτίωση των λύσεων στην επόμενη γενιά είναι πολύ μικρή

Για να αξιοποιηθούν τα πρώτα δύο κριτήρια, θα πρέπει να γίνουν πολλές δοκιμές με στόχο την ορθή πρόβλεψη του ορίου στο οποίο θα τερματίσει ο αλγόριθμος. Μάλιστα αυτό το όριο, πέρα από το γεγονός ότι εξαρτάται άμεσα από το είδος και το μέγεθος του προβλήματος, εξαρτάται άμεσα από την αρχικοποίηση του αλγορίθμου καθώς και από την απόδοση των γενετικών τελεστών στο συγκεκριμένο πρόβλημα, με αποτέλεσμα να γίνεται ακόμα πιο δύσκολη η ορθή πρόβλεψη της τιμής του. Στη βιβλιογραφία, η ανάλυση για τον υπολογισμό αυτού του ορίου στηρίζεται είτε στη θεωρία σχημάτων (Goldberg D. E., 1989, σσ. 33-36) ή σε ανάλυση με Μαρκοβιανές αλυσίδες (Markov chains) (Nix & Vose, 1992).

Από την άλλη πλευρά, το τρίτο κριτήριο τερματισμού είναι δυναμικό και δεν απαιτεί προϋπολογισμό του χρόνου σύγκλισης της μεθόδου. Έχουν προταθεί δύο ειδών υπολογισμοί για την εύρεση της ζητούμενης πιθανότητας που στην ουσία είναι συνάρτηση

της σύγκλισης του πληθυσμού: ο υπολογισμός με βάση το φαινότυπο και αυτός με βάση το γενότυπο (Safe, Carballido, Ponzoni, & Brignole, 2004). Για να υπολογίσουμε τη σύγκλιση με βάση το γενότυπο, εξετάζουμε τις τιμές των γονιδίων και τις συγκρίνουμε με μάσκες σύγκλισης. Για παράδειγμα η μάσκα του παρακάτω σχήματος επιλέγει τα χρωμοσώματα που στο δεύτερο γονίδιο έχουν την τιμή G και στο τρίτο την τιμή A χωρίς να εξετάζει τα υπόλοιπα γονίδια:

Μάσκα	*	G	A	*	*	*
Ταιριάζει	U	G	A	A	C	C
Απορρίπτεται	C	A	G	A	C	C

Εικόνα 4.29 Μάσκα καθορισμού σύγκλισης γενοτύπου

Συνεπώς, όταν ένα ποσοστό p (το οποίο καθορίζεται εξ αρχής), για παράδειγμα το 90%, των χρωμοσωμάτων εντάσσονται σε μια μάσκα τότε λέμε ότι έχουν γονοτυπική σύγκλιση ως προς αυτήν τη μάσκα συνεπώς ο αλγόριθμος μπορεί να σταματήσει. Στην αντίθετη περίπτωση του τερματισμού με βάση το φαινότυπο, εξετάζεται η πρόοδος που έγινε στις τελευταίες n γενεές (τιμή η οποία καθορίζεται εξ' αρχής). Αυτή η μέτρηση γίνεται με βάση τη μέση τιμή και όταν πέσει κάτω από ένα κατώφλι ϵ θεωρείται ότι έχει επιτευχθεί σύγκλιση και τερματίζεται η γενετική αναζήτηση. Παραλλαγές της μεθόδου μέτρησης με βάση το φαινότυπο είναι αυτές που αντί για να μετράνε τη μέση τιμή των n προηγούμενων πληθυσμών, υπολογίζουν είτε τη μέση ελάχιστη τιμή ή τη μέση μέγιστη τιμή είτε τέλος κάποιον γραμμικό συνδυασμό αυτών των δύο μέσων τιμών. Όπως γίνεται αντιληπτό, η απόδοση του τρίτου κριτηρίου έγκειται στο σωστό υπολογισμό των κατωφλίων p και ϵ αντίστοιχα, οι τιμές των οποίων εξαρτώνται από το μέγεθος του χώρου αναζήτησης.

Σε αντίθεση με τις προαναφερθείσες μεθόδους τερματισμού, οι Meyer και Xin πρότειναν μια συνθήκη τερματισμού η οποία αξιοποιεί ασαφή λογική (fuzzy logic) για την αξιολόγηση της δυναμικής εξέλιξης του τρέχοντος πληθυσμού (Meyer & Xin, 1994) ενώ τέλος ο Howell πρότεινε τα αυτόματα γενετικής μάθησης (genetic learning automata, GLA) στα οποία χρησιμοποιεί γονίδια που αναπαριστούν πιθανότητες και ο αλγόριθμος συγκλίνει όταν όλες οι πιθανότητες φτάσουν στο μηδέν ή στο 1 (Howell, Gordon, & Brandao, 2002).

4.2.5. Εφαρμογές στο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού

Στο χρονοπρογραμματισμό, και ειδικά στο χρονοπρογραμματισμό κατά παραγγελίας συστημάτων, οι πιθανές λύσεις προκύπτουν από αντιμετάθεση μεταξύ της σειράς των διεργασιών σε κάθε μηχανή, τηρώντας βέβαια τους περιορισμούς που προκύπτουν σε σχέση με την αλληλουχία των διεργασιών μέσα σε μια εργασία. Όταν έχει οριστεί η σειρά των διεργασιών σε κάθε μηχανή, τότε μπορεί πολύ εύκολα να σχεδιαστεί το συνολικό πλάνο παραγωγής με κάποιον ευρετικό αλγόριθμο.

Το κυριότερο ίσως ζήτημα που ανακύπτει κατά την εφαρμογή των γενετικών αλγόριθμων στο χρονοπρογραμματισμό παραγωγής είναι η ύπαρξη μιας «καλής» κωδικοποίησης του προβλήματος, ώστε στη συνέχεια να μπορεί να γίνει πλήρης εκμετάλλευση των γενετικών τελεστών (Μπότσικας & Κελεμένης, 2005). Πάνω στο ζήτημα αυτό έχουν δουλέψει κατά καιρούς διάφοροι ερευνητές με αποτέλεσμα να προκύπτουν οι επόμενες 9 πιθανές κωδικοποιήσεις:

- Σειρά διεργασιών (operation-based representation): Τα γονίδια είναι μοναδικά μέσα στο χρωμόσωμα. Η σειρά με την οποία χρονοδρομολογούνται, εξαρτάται από τη σειρά εμφάνισής τους στο χρωμόσωμα. Να σημειωθεί ότι δεν δίνουν όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί εφικτές λύσεις καθώς με αυτήν την κωδικοποίηση δεν μπορούμε να επιβάλουμε την αλληλουχία των διεργασιών σε μια εργασία (Gen, Tsujimura, & Kubota, 1994).
- Σειρά εργασιών (job-based representation): Τα γονίδια αναπαριστούν τις εργασίες. Κάθε φορά που συναντάται μια εργασία στο χρωμόσωμα, χρονοπρογραμματίζεται η τρέχουσα διεργασία του. Με αυτόν τον τρόπο, κάθε εργασία εμφανίζεται στο χρωμόσωμα τόσες φορές όσες είναι οι διεργασίες που περιέχει (Gen, Tsujimura, & Kubota, 1994).
- Κωδικοποίηση με λίστα προτιμήσεων (preference list-based representation): Σε ένα πρόβλημα με n εργασίες και m μηχανές, το χρωμόσωμα διατυπώνεται ως ένα σύνολο από m ακολουθίες γονιδίων (subchromosomes), μια για κάθε μηχανή. Κάθε τέτοια ακολουθία περιέχει γονίδια που αναπαριστούν τις εργασίες. Συνεπώς, η σειρά εμφάνισης των εργασιών στη συγκεκριμένη ακολουθία καθορίζει το πρόγραμμα της αντίστοιχης μηχανής (Davis L. , 1985).
- Κωδικοποίηση σχέσης μεταξύ των ζευγών εργασιών (job pair relation-based representation): Με αυτήν την κωδικοποίηση μπορούμε να αναπαραστήσουμε το κάθε πρόγραμμα με ένα δυαδικό πίνακα. Ο πίνακας αυτός παρουσιάζει τις σχέσεις

προτεραιότητας μεταξύ όλων των ζευγών εργασιών στις αντίστοιχες μηχανές (Nakano & Yamada, 1991).

- Κωδικοποίηση γράφου (disjunctive graph-based representation) : Κάθε λύση στο πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού μπορεί να αναπαρασταθεί με έναν γράφο όπου φαίνονται οι σειρές των διάφορων λειτουργιών (Tamaki & Nishikawa, 1992). Αποτελεί συνεπώς μια παραλλαγή της προηγούμενης κωδικοποίησης.
- Χρήση κανόνων απόδοσης προτεραιότητας (priority rule-based representation) : Σε αυτήν την κωδικοποίηση, τα γονίδια αντιστοιχούν σε κανόνες απόδοσης προτεραιότητας (dispatching rules). Η κατασκευή του πλάνου παραγωγής γίνεται βάσει ενός ευρετικού αλγόριθμου ο οποίος αξιοποιεί τη σειρά με την οποία εμφανίζονται οι επιμέρους κανόνες απόδοσης προτεραιότητας στο χρωμόσωμα (Dorndorf, 1995).
- Κωδικοποίηση με βάση το χρόνο ολοκλήρωσης (completion time-based representation): Σε αυτήν την περίπτωση, το χρωμόσωμα αποτελείται από χρόνους ολοκλήρωσης των διεργασιών (Yamada & Nakano, 1992).
- Κωδικοποίηση με βάση τη μηχανή (machine-based representation): Σε αυτήν την κωδικοποίηση το χρωμόσωμα αναπαριστά μια σειρά από μηχανές. Με βάση αυτήν τη σειρά υλοποιείται ένα πλάνο παραγωγής αξιοποιώντας τη μέθοδο αναίρεσης σημείων συμφόρησης (SBS) με αυτήν τη σειρά (Dorndorf, 1995).
- Κωδικοποίηση τυχαίου κλειδιού (random keys-based representation): Σε αυτήν την αναπαράσταση το κάθε γονίδιο έχει δύο μέρη (μ, pr) όπου μ είναι ένας ακέραιος αριθμός που λαμβάνει τιμές στο $[1, m]$ με m να ισούται με το πλήθος των μηχανών και pr μια δεκαδική τιμή στο κλειστό διάστημα $[0,1]$. Για να καθορίσουμε τη σειρά των εργασιών σε κάθε μηχανή, κατατάσσουμε σε αύξουσα σειρά αυτά τα κλειδιά και βρίσκουμε τη σειρά με την οποία δρομολογούνται οι διεργασίες στη μηχανή ανάλογα με τις θέσεις των αντίστοιχων κλειδιών (Bean, 1994).

Αναλυτικότερα ο τρόπος αποκωδικοποίησης της κάθε μεθόδου παρατίθεται σε παράρτημα της παρούσας διατριβής.

Όσον αφορά επιτυχή παραδείγματα εφαρμογής γενετικών αλγορίθμων στο χρονοπρογραμματισμό εργασιών, οι Cheng et al. εφάρμοσαν γενετικό αλγόριθμο σε προβλήματα ιδανικών παράλληλων μηχανών με αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση της βραδύτητας με ιδιαίτερα ενθαρρυντικά αποτελέσματα (Cheng, Gen, & Tozawa, 1995). Επίσης, η Ghedjati εφάρμοσε γενετικό αλγόριθμο σε κατά παραγγελία

σύστημα με ασυσχέτιστες παράλληλες μηχανές και αντικειμενική συνάρτηση την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου επεξεργασίας, πετυχαίνοντας ικανοποιητικά αποτελέσματα (Ghedjati, 1999).

Αξιοσημείωτη επίσης είναι η δίτομη ολοκληρωμένη επισκόπηση της εφαρμογής των γενετικών αλγορίθμων σε κατά παραγγελία προβλήματα που πραγματοποιήθηκε από τους Cheng et al., παραθέτοντας μια σειρά από χρήσιμα συμπεράσματα και προβληματισμούς πάνω στην απόδοση και αποτελεσματικότητα των γενετικών αλγορίθμων σε τέτοιου είδους προβλήματα (Cheng, Gen, & Tsujimura, A tutorial survey of job-shop scheduling problems using genetic algorithms, part I: representation, 1996) (Cheng, Gen, & Tsujimura, A tutorial survey of job-shop scheduling problems using genetic algorithms, part II: hybrid genetic search strategies, 1999). Την επισκόπηση αυτή, συμπλήρωσαν στη συνέχεια οι Hart et. al. προσθέτοντας τις τελευταίες ερευνητικές προσπάθειες (Hart, Ross, & Corne, 2005), ενώ ο καθηγητής κ. Ψαρράς έδωσε την πιο πλήρη, μέχρι στιγμής, αποτύπωση της τρέχουσας χρήσης των γενετικών αλγορίθμων στο γενικότερο πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγικών συστημάτων (Psarras, 2007).

Αξιοσημείωτες είναι και οι προσπάθειες των Runarsson et. al. οι οποίοι διατύπωσαν ιδέες πάνω στη σχεδίαση γενετικών συστημάτων παραγωγής (Runarsson & Jonsson, 1999), ενώ ο Jahangirian πρότεινε ένα πλαίσιο εφαρμογής γενετικών αλγορίθμων σε προβλήματα κατά παραγγελίας, υποστηριζόμενους από κανόνες απόδοσης προτεραιοτήτων (Jahangirian, 2000). Τέλος, οι Keung et al. πρότειναν κατάλληλο γενετικό αλγόριθμο για την αντιμετώπιση ενός ETPSP (Earliness/Tardiness Production Scheduling & Planning) προβλήματος (Keung, Ip, & Chan, 2001).

Από την άλλη μεριά, όσον αφορά την υβριδική χρήση των γενετικών αλγορίθμων για την επίλυση του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού, οι Rossi et. al. παρουσίασαν ένα γενετικό αλγόριθμο ο οποίος μοιράζεται τους πληθυσμούς του με έναν αλγόριθμο αποικίας μυρμηγκιών με αποτέλεσμα και οι δύο αλγόριθμοι να εξελίσσουν τις λύσεις ταυτόχρονα (Rossi & Boschi, 2009), ενώ οι Pan et. al. αξιοποίησαν μόνο τον τελεστή της μετάλλαξης για να εξελίσσουν τον πληθυσμό των λύσεων ορίζοντας μια αρκετά καλή παραλλαγή του γενετικού αλγόριθμου την οποία ονόμασαν διακριτή διαφορική ανάπτυξη (discrete differential evolution, DDE) (Pan, Tasgetiren, & Liang, A discrete differential evolution algorithm for the permutation flowshop scheduling problem, 2008).

4.3. Πολυκριτηριακά συστήματα

4.3.1. Εισαγωγή

Σε πραγματικά παραγωγικά συστήματα αρκετές φορές ένα και μόνο κριτήριο προς βελτιστοποίηση δεν είναι αρκετό για τον υπεύθυνο παραγωγής, ο οποίος εκ των πραγμάτων ενδιαφέρεται να λάβει υπόψη του όσο το δυνατόν περισσότερες παραμέτρους που θα του εξασφαλίσουν ένα καλύτερο και εφικτό πρόγραμμα παραγωγής. Για τον υπεύθυνο παραγωγής μιας επιχείρησης ο χαρακτηρισμός μιας λύσης σαν βέλτιστη ή «κοντά στη βέλτιστη» πρέπει να λαμβάνει υπόψη ένα σύνολο από κριτήρια, κάθε ένα από τα οποία αντικατοπτρίζει και μια συγκεκριμένη οπτική γωνία του προβλήματος. Επιπλέον, θα πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι ένα καλό, «κοντά στο βέλτιστο» πρόγραμμα παραγωγής για ένα συγκεκριμένο κριτήριο μπορεί να μην είναι καθόλου καλό για κάποιο άλλο κριτήριο. Συνεπώς, η αντιμετώπιση πολλών κριτηρίων ταυτόχρονα σε ένα πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής είναι πρακτικά πολύ σημαντική, αν και αυξάνει σημαντικά την πολυπλοκότητα για τον επιλυτή του προβλήματος.

Συνάμα, στα παραγωγικά συστήματα και ειδικά σε αυτά της ελληνικής πραγματικότητας, το τελικό χρονοδιάγραμμα διαμορφώνεται μέσα από πολλά κέντρα λήψης απόφασης με διαφορετικές επιδιώξεις. Είναι συνήθης η περίπτωση όπου ο υπεύθυνος παραγωγής προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το συνολικό χρόνο επεξεργασίας και τον αδρανή χρόνο των εργασιών ενώ το τμήμα δημοσίων σχέσεων προσπαθεί να επιβάλει προτεραιότητα σε ορισμένες παραγγελίες. Σε αυτές τις περιπτώσεις, ο υπεύθυνος παραγωγής καλείται να υλοποιήσει το πλάνο παραγωγής προσπαθώντας να βελτιστοποιήσει πολλαπλές επιμέρους ομάδες κριτηρίων.

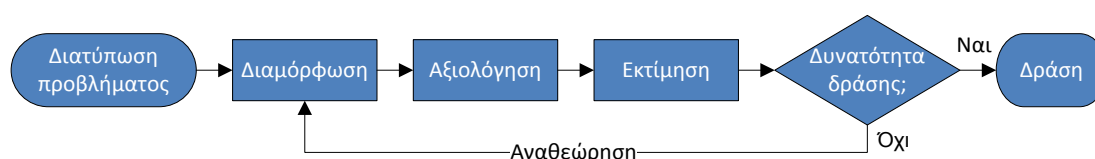
Κατά συνέπεια, το πλαίσιο υποστήριξης αποφάσεων για αυτήν την πολυδιάστατη, πολυβάθμια και πολυσυμμετοχική διαδικασία πρέπει να είναι σε θέση να ενσωματώνει τις σύνθετες παραμέτρους του προβλήματος και να ενσωματώνει με διαφανή και δίκαιο τρόπο τους πιθανούς αντικρουόμενους στόχους (Flamos, Karakosta, Doukas, & Psarras, 2009) (Flamos, Psarras, & Samouilidis, 2002). Συνεπώς φαίνεται η ανάγκη αξιοποίησης πολυκριτηριακών μεθόδων υποστήριξης αποφάσεων (multiple criteria decision making), για τη διαμόρφωση του πλάνου παραγωγής.

Στο παραπάνω πλαίσιο, η ενότητα αυτή έχει σαν στόχο τη διερεύνηση των πολυκριτηριακών μεθοδολογιών και την εξέταση της δυνατότητάς τους να εξυπηρετήσουν τις ανάγκες χρονοπρογραμματισμού στα σύγχρονα παραγωγικά συστήματα. Έμφαση

δίνεται στις προσεγγίσεις γλωσσικής ανάλυσης, στις οποίες στηρίζονται τα επιμέρους βήματα της προτεινόμενης μεθοδολογίας.

4.3.2. Βασικές αρχές

Η υποστήριξη αποφάσεων είναι μία επαναλαμβανόμενη διαδικασία όπως φαίνεται στο διάγραμμα ροής της επόμενης εικόνας. Σε κάθε επανάληψη, το μοντέλο λήψης αποφάσεων αναθεωρείται ως προς την καταλληλότητα και την πληρότητά του, έως ότου καμία άλλη βελτίωση στο μοντέλο δεν είναι αναγκαία προτού ληφθεί μία σαφής πορεία δράσης.



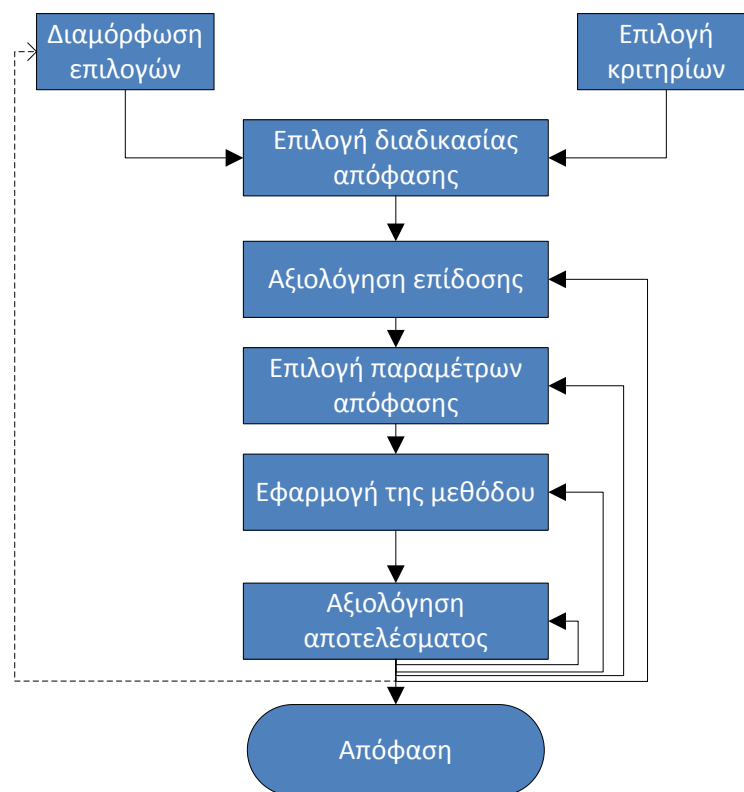
Εικόνα 4.30 Διαδικασία λήψης αποφάσεων

Λαμβάνοντας υπόψη το πλήθος των στόχων που τίθενται κατά το σχεδιασμό ενός πλάνου παραγωγής, απαραίτητη προϋπόθεση είναι η χρήση τέτοιων εργαλείων που περιγράφουν και αξιολογούν ένα πρόβλημα σε όλες τις διαστάσεις του, διατυπώνουν και εξετάζουν τις διαφορετικές πτυχές του προβλήματος και αξιολογούν τη σημασία και τη σχετικότητα αυτών των πτυχών για τη λήψη αποφάσεων (Carlsson & Kochetkov, 1983). Τα μεθοδολογικά πλαίσια που βασίζονται στην πολυκριτηριακή μέθοδο υποστήριξης αποφάσεων (ΠΜΥΑ) για τον καθορισμό του βέλτιστου πλάνου παραγωγής, συμπεριλαμβάνουν διάφορα κριτήρια και κατά συνέπεια, προσφέρουν μια εναλλακτική λύση στις υποθέσεις που κρύβονται κάτω από τις συμβατικές μεθόδους ελαχιστοποίησης του συνολικού χρόνου επεξεργασίας ή κάποιου άλλου κριτηρίου. Οι μέθοδοι ΠΜΥΑ μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να φιλτράρουν εναλλακτικές λύσεις και να προσδιορίσουν ιδανικά ένα σύνολο βέλτιστων λύσεων, έτσι ώστε καμία άλλη εφικτή επιλογή να μην υπάρχει που να είναι εξίσου καλή στο σύνολο των στόχων που έχουν τεθεί. Κατά τη διάρκεια της επεξεργασίας, οι εκτιμήσεις που γίνονται για την αποτίμηση ενός χρονοδιαγράμματος μπορούν να συμπεριλάβουν το χρόνο επεξεργασίας, την καθυστέρηση κρίσιμων παραγγελιών ή ακόμα και την αξιοποίηση των μηχανών και του προσωπικού. Επομένως, οι μέθοδοι ΠΜΥΑ μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προσδιορίσουν τις ανταλλαγές, τα οφέλη και τις λύσεις συμβιβασμού στα σύνθετα προβλήματα χρονοπρογραμματισμού.

Οι ΠΜΥΑ μπορούν να ποικίλουν από απλές προσεγγίσεις που χρειάζονται πολύ λίγες πληροφορίες σε αρκετά περίπλοκες μεθόδους βασισμένες σε μαθηματικές τεχνικές προγραμματισμού, που χρειάζονται εκτενείς πληροφορίες για κάθε ιδιότητα και τις προτιμήσεις των υπεύθυνων για τη λήψη αποφάσεων (Flamos, 2005). Εντούτοις, τα προβλήματα πολλαπλών κριτηρίων έχουν ένα σύνολο κοινών χαρακτηριστικών (Cohon, 1978) που περιλαμβάνει:

- Πεπερασμένους αριθμούς εναλλακτικών λύσεων, οι οποίοι μπορούν να επεξεργαστούν, να δοθούν προτεραιότητες, να επιλεγτούν, ή/ και να ταξινομηθούν.
- Αριθμούς ιδιοτήτων που εξαρτώνται από τη φύση του προβλήματος.
- Σύνολα μονάδων συγκεκριμένων για τη μέτρηση κάθε ιδιότητας.
- Δυνατότητα για το χαρακτηρισμό ανάλογης σπουδαιότητας κάθε ιδιότητας, μέσω μιας κλίμακας.
- Ένα σχήμα μητρώων, όπου οι στήλες δείχνουν τις ιδιότητες στο συγκεκριμένο πρόβλημα και οι σειρές τις ανταγωνιστικές εναλλακτικές λύσεις.

Ουσιαστικά, ένας αποφασίζων πρέπει να επιλέξει μεταξύ ποσοτικά προσδιορίσιμων ή μη-ποσοτικά προσδιορίσιμων πολλαπλών κριτηρίων. Οι στόχοι είναι συνήθως συγκρουόμενοι και επομένως, η λύση εξαρτάται ιδιαίτερα από τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα και πρέπει να είναι ένας συμβιβασμός. Στις περισσότερες από τις περιπτώσεις, διαφορετικές ομάδες αποφασιζόντων εμπλέκονται στη διαδικασία. Κάθε ομάδα φέρνει διαφορετικά κριτήρια και απόψεις, τα οποία πρέπει να επιλυθούν μέσα σε ένα πλαίσιο κατανόησης και αμοιβαίου συμβιβασμού. Η διαδικασία πολυκριτηριακής υποστήριξης αποφάσεων απεικονίζεται στην επόμενη εικόνα:



Εικόνα 4.31 Διαδικασία πολυκριτηριακής υποστήριξης αποφάσεων

4.3.3. Περιγραφή κλασσικών μεθοδολογιών

Στις παραγράφους που ακολουθούν γίνεται μία συνοπτική ανασκόπηση μερικών από τις πολυκριτηριακές μεθόδους που έχουν εκτεταμένη χρήση. Οι κυριότεροι συμβολισμοί που χρησιμοποιούνται για τους ορισμούς τους, είναι οι ακόλουθοι:

M ή m : Αριθμός εναλλακτικών λύσεων

N ή n : Αριθμός κριτηρίων

a_{ij} : Η πραγματική αξία της εναλλακτικής λύσης i στο κριτήριο j

w_j : Το βάρος σπουδαιότητας του j κριτηρίου.

WSM

Η μέθοδος του σταθμισμένου μέσου όρου (weighted sum method, WSM) είναι η συνηθέστερη χρησιμοποιημένη προσέγγιση στα μονοδιάστατα προβλήματα. Εάν υπάρχουν M εναλλακτικές λύσεις και N κριτήρια, καλύτερη εναλλακτική λύση είναι αυτή που ικανοποιεί την ακόλουθη έκφραση:

$$A_{WSM}^* = \max_{i \in [1, M]} \sum_{j=1}^N a_{ij} w_j \quad (4.29)$$

όπου A_{WSM}^* είναι το αποτέλεσμα “WSM” της καλύτερης εναλλακτικής λύσης.

Η συνολική αξία της κάθε εναλλακτικής λύσης είναι ίση με το άθροισμα όλων των όρων. Δυσκολία παρουσιάζεται σε αυτήν τη μέθοδο όταν αναφέρεται σε πολυδιάστατα προβλήματα λήψης απόφασης. Στο συνδυασμό διαφορετικών διαστάσεων, και συνεπώς διαφορετικών μονάδων, η προσθετική ιδιότητα δεν μπορεί να ισχύσει (Sólnes, 2003).

WPM

Η σταθμισμένη μέθοδος προϊόντος (weighted product method, WPM) μοιάζει πολύ με την WSM. Η βασική διαφορά της είναι ότι αντί για πρόσθεση στη μέθοδο αυτή έχουμε πολλαπλασιασμό. Κάθε εναλλακτική λύση συγκρίνεται με άλλες, με τον πολλαπλασιασμό διάφορων αναλογιών, μια για κάθε κριτήριο. Κάθε αναλογία αυξάνεται στη δύναμη ισοδύναμη με το σχετικό βάρος του αντίστοιχου κριτηρίου. Γενικά, προκειμένου να συγκριθούν οι εναλλακτικές λύσεις A_k και A_l , η ακόλουθη έκφραση χρησιμοποιείται:

$$R(A_k/A_l) = \sum_{j=1}^N \left(\frac{a_{kj}}{a_{lj}} \right)^{w_j} \quad (4.30)$$

Εάν το $R(A_k/A_l)$ είναι μεγαλύτερο από το ένα, συνεπάγεται ότι η εναλλακτική A_k είναι πιο επιθυμητή από την εναλλακτική A_l (στην περίπτωση μεγιστοποίησης). Η καλύτερη εναλλακτική λύση είναι αυτή που είναι καλύτερη ή τουλάχιστον ίση σε σχέση με όλες τις άλλες εναλλακτικές (Chang & Yeh, 2001).

AHP

Η αναλυτική ιεραρχική διαδικασία (analytical hierarchy process, AHP) αναπτύχθηκε από τον Saaty (Saaty T. , 1980). Η ουσία της διαδικασίας είναι η αποδόμηση του περίπλοκου προβλήματος σε μια ιεραρχία με το στόχο (αντικειμενικό) στην κορυφή της ιεραρχίας, κριτήρια και υποκριτήρια σε επίπεδα και υποεπίπεδα της ιεραρχίας και εναλλακτικές λύσεις απόφασης στο κατώτατο σημείο της ιεραρχίας. Τα στοιχεία σε δεδομένο επίπεδο ιεραρχίας συγκρίνονται ανά ζευγάρια για να αξιολογηθεί η σχετική τους προτίμηση, όσον αφορά σε κάθε ένα από τα στοιχεία στο επόμενο πιο υψηλό επίπεδο.

Οι λεκτικοί όροι της θεμελιώδους κλίμακας του Saaty «1 – 9» χρησιμοποιούνται για να αξιολογήσουν το πόσο έντονη είναι η προτίμηση μεταξύ δύο στοιχείων.

Η αξία «1» δείχνει την ίση σημασία, «3» συγκρατημένα περισσότερη, «5» έντονα περισσότερη, «7» πολύ έντονα και «9» δείχνει εξαιρετικά μεγαλύτερη σημασία. Οι τιμές «2», «4», «6» και «8» είναι για να δείξουν τις τιμές συμβιβασμού σπουδαιότητας. Η παραπάνω κλίμακα και η χρήση των λεκτικών συγκρίσεων χρησιμοποιούνται για τη στάθμιση των ποσοτικά προσδιορίσιμων και μη-ποσοτικά προσδιορίσιμων στοιχείων. Η μέθοδος υπολογίζει και αθροίζει τα υποδιανύσματα μέχρι να προσδιοριστεί το σύνθετο τελικό διάνυσμα των συντελεστών βάρους για τις εναλλακτικές λύσεις. Το τελικό διάνυσμα των συντελεστών βάρους απεικονίζει την ανάλογη σημασία (αξία) κάθε εναλλακτικής λύσης όσον αφορά στο στόχο που δηλώνεται στην κορυφή της ιεραρχίας. Ένας αποφασίζων μπορεί να χρησιμοποιήσει αυτό το διάνυσμα ανάλογα με τις ιδιαίτερες ανάγκες και τις προτιμήσεις του. Για τις συγκρίσεις ανά ζεύγη που εκτελούνται σε δεδομένο επίπεδο, μια μήτρα A δημιουργείται με την τοποθέτηση του αποτελέσματος των συγκρίσεων ανά ζεύγη του στοιχείου i με το στοιχείο j στη θέση a_{ij} όπως ακολούθως:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Μετά τη λήψη του διανύσματος βάρους, αυτό πολλαπλασιάζεται με το συντελεστή βάρους του στοιχείου σε πιο υψηλό επίπεδο. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται προς τα πάνω για κάθε επίπεδο, έως ότου επιτυγχάνεται η κορυφή της ιεραρχίας. Η εναλλακτική λύση με την υψηλότερη αξία συντελεστή βάρους πρέπει να ληφθεί ως καλύτερη εναλλακτική λύση.

Συνοπτικά, η διαδικασία που ακολουθεί η μέθοδος αποτελείται από 4 βήματα (Saaty T. , 2001):

Βήμα 1^ο: Ιεράρχηση των επιπτώσεων της απόφασης, όπως περιγράφεται πιο πάνω.

Βήμα 2^ο: Ξεκινώντας από τη ρίζα του δένδρου, γίνεται για κάθε στοιχείο συγκριτική αξιολόγηση ανά ζεύγη των στοιχείων στα οποία αναλύεται. Για κάθε ζεύγος ο αποφασίζων εκτιμά υποκειμενικά τη σπουδαιότητα του άλλου. Αυτό γίνεται με ανά ζεύγη συγκρίσεις της μορφής «πόσο πιο σημαντικό είναι το στοιχείο 1 από το στοιχείο 2, όταν συγκρίνεται με βάση το πιο πάνω στοιχείο;». Για τη σύγκριση προτείνεται από τον Sólmes μια πενταβάθμια κλίμακα (Sólmes, 2003). Η βαθμολογία αυτή συγκεντρώνεται σε δισδιάστατους πίνακες (pairwise comparison matrices).

Βήμα 3°: Για κάθε ένα από τα στοιχεία του τελευταίου επιπέδου, αυτά δηλαδή που δεν μπορούν να αναλυθούν περισσότερο, αξιολογούνται, ανά ζεύγη, οι δυνατές επιλογές του προβλήματος με τη βοήθεια της προαναφερθείσας ποιοτικής κλίμακας.

Βήμα 4°: Οι παραπάνω πληροφορίες (σχετική βαρύτητα των κριτηρίων μεταξύ τους, συγκριτική επίδοση των επιλογών σε κάθε κριτήριο) εκφρασμένες σε διανύσματα προτεραιοτήτων συντίθενται σε ένα τελικό διάνυσμα προτεραιοτήτων που προσδιορίζει τη διάταξη των επιλογών του προβλήματος.

Τέλος, ένα από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα της “ΑΗΡ” είναι ο υπολογισμός του δείκτη ασυνέπειας, που είναι πολύ σημαντικός για τον αποφασίζοντα για να διασφαλίσει ότι οι κρίσεις του ήταν συνεπείς και ότι η τελική απόφαση λαμβάνεται καλά. Ο δείκτης ασυνέπειας πρέπει να είναι χαμηλότερος από 0,10. Αν και μια υψηλότερη αξία του δείκτη ασυνέπειας απαιτεί την επαναξιολόγηση των ανά ζεύγη συγκρίσεων, οι αποφάσεις που λήφθηκαν σε ορισμένες περιπτώσεις θα μπορούσαν επίσης να ληφθούν ως καλύτερη εναλλακτική λύση.

PROMETHEE

Η PROMETHEE χρησιμοποιεί τη σχέση επικράτησης για να ιεραρχήσει τις εναλλακτικές λύσεις, συνδυάζοντας ευκολία στη χρήση και μειωμένη πολυπλοκότητα (Xidonas, Flamos, Koussouris, Askounis, & Psarras, 2007). Εκτελεί μια σύγκριση ανά ζεύγη των εναλλακτικών λύσεων προκειμένου αυτές να ταξινομηθούν όσον αφορά σε διάφορα κριτήρια. Ο Brans et al έχει προτείνει έξι γενικευμένες συναρτήσεις κριτηρίων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν (Brans, Vincke, & Mareschal, 1986). Η μέθοδος που χρησιμοποιεί μία συνάρτηση προτίμησης $P_j(a, b)$ είναι μια συνάρτηση της διαφοράς d_j μεταξύ δύο εναλλακτικών λύσεων για οποιοδήποτε κριτήριο j , δηλαδή $d_j = f(a, j) - f(b, j)$, όπου το $f(a, j)$ και το $f(b, j)$ είναι τιμές δύο εναλλακτικών λύσεων a και b για το κριτήριο j . Τα κατώφλια αδιαφορίας και προτίμησης q και p καθορίζονται επίσης ανάλογα με τον τύπο της συνάρτησης κριτηρίου που θα επιλεγεί. Συγκεκριμένα:

- Δύο εναλλακτικές λύσεις είναι αδιάφορες για το κριτήριο j εφ' όσον το d_j δεν υπερβαίνει το κατώφλι αδιαφορίας q .
- Εάν το d_j γίνεται μεγαλύτερο από το p , υπάρχει μια αυστηρή προτίμηση.

Ο δείκτης προτίμησης πολλαπλών κριτηρίων, $\pi(\alpha, \beta)$ που είναι ένας σταθμισμένος μέσος όρος των συναρτήσεων προτίμησης $P_j(\alpha, \beta)$ για όλα τα κριτήρια ορίζεται ως:

$$\pi(\alpha, \beta) = \frac{\sum_{j=1}^J (w_j P_j(\alpha, \beta))}{\sum_{j=1}^J w_j} \quad (4.32)$$

Το άθροισμα των $\pi(\alpha, i)$ δείχνει την προτίμηση της ενέργειας α σε σχέση με όλες τις άλλες εναλλακτικές, αποδίδεται ως «εξερχόμενη ροή» $\varphi^+(\alpha)$ και δείχνει πόσο «καλύτερη» είναι η εναλλακτική α . Η εναλλακτική με την υψηλότερη εξερχόμενη ροή είναι η καλύτερη.

$$\varphi^+(\alpha) = \sum_A \pi(\alpha, b) \quad (4.33)$$

Το άθροισμα των καταλόγων $\pi(i, \alpha)$ παρουσιάζει την προτίμηση όλων των άλλων εναλλακτικών συγκρινόμενες με την α , αποδίδεται ως «εισερχόμενη ροή» $\varphi^-(\alpha)$ και δείχνει πόσο «χειρότερη» είναι η εναλλακτική α . Η ενέργεια με τη χαμηλότερη εισερχόμενη ροή είναι η χειρότερη.

$$\varphi^-(\alpha) = \sum_A \pi(b, \alpha) \quad (4.34)$$

Και γενικά : $\varphi(\alpha) = \varphi^+(\alpha) - \varphi^-(\alpha)$, όπου $\varphi^+(\alpha)$ είναι ο δείκτης επικράτησης του α στο σύνολο των εναλλακτικών A , $\varphi^-(\alpha)$ είναι ο αντίθετος δείκτης και $\varphi(\alpha)$ είναι η καθαρή ιεράρχηση του α στο σύνολο των εναλλακτικών λύσεων A .

Η τιμή που έχει το μέγιστο $\varphi(\alpha)$ θεωρείται ως η καλύτερη.

Τέλος, σύμφωνα με τη μέθοδο PROMETHEE I, η ενέργεια α είναι ανώτερη από την ενέργεια, β , εάν $\varphi^+(\alpha) \geq \varphi^+(\beta)$ και $\varphi^-(\alpha) \leq \varphi^-(\beta)$. Η ισοτιμία της φ^+ και φ^- δείχνει την αδιαφορία ανάμεσα στις δυο συγκρινόμενες επιλογές.

Στην περίπτωση που οι εξερχόμενες ροές δείχνουν ότι η α είναι καλύτερη της β , ενώ οι εισερχόμενες ροές δείχνουν το αντίθετο, οι δυο ενέργειες θεωρούνται ασύγκριτες. Οι ενέργειες α και β είναι ασύγκριτες εάν:

$$\begin{aligned} \varphi^+(\alpha) &> \varphi^+(\beta) \text{ και } \varphi^-(\alpha) > \varphi^-(\beta) \\ \varphi^+(\alpha) &< \varphi^+(\beta) \text{ και } \varphi^-(\alpha) < \varphi^-(\beta) \end{aligned} \quad (4.35)$$

ELECTRE

Η ELECTRE είναι σε θέση να χειρίζεται διακριτά κριτήρια τόσο ποσοτικής όσο και ποιοτικής φύσης και να παρέχει πλήρη διάταξη των εναλλακτικών λύσεων (Flamos, Anagnostopoulos, Doukas, Goletsis, & Psarras, 2004). Το πρόβλημα διατυπώνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να επιλέγονται οι εναλλακτικές λύσεις που προτιμώνται από τα περισσότερα κριτήρια και δεν προκαλούν ένα μη-αποδεκτό επίπεδο δυσaráσκειας σε κανένα από αυτά. Οι δείκτες συμφωνίας, ασυμφωνίας και οι τιμές των κατωφλίων χρησιμοποιούνται σε αυτήν την τεχνική. Με βάση αυτούς τους δείκτες, γραφικές παραστάσεις για τις ισχυρές και αδύνατες σχέσεις αναπτύσσονται. Αυτές οι γραφικές παραστάσεις χρησιμοποιούνται σε μια επαναληπτική διαδικασία για να προκύψει η ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων (Roy, 1985). Αυτοί οι δείκτες συμφωνίας και ασυμφωνίας καθορίζονται στο φάσμα από (0 – 1), παρέχουν μια κρίση για το βαθμό αξιοπιστίας κάθε σχέσης επικράτησης και αντιπροσωπεύουν μια δοκιμή για να ελεγχθεί η απόδοση κάθε εναλλακτικής λύσης. Ο δείκτης της συνολικής συμφωνίας C_{ik} αντιπροσωπεύει το ποσό στοιχείων για να υποστηριχθεί η συμφωνία μεταξύ όλων των κριτηρίων, κάτω από την υπόθεση ότι το A_i επικρατεί του A_k . Στην πραγματικότητα, ο πίνακας συμφωνίας είναι το κλάσμα των βαρών για τα οποία η λύση A_i είναι τόσο καλή όσο η A_k προς το άθροισμα των βαρών. Καθορίζεται ως εξής:

$$C_{jk} = \frac{\sum_{j=1}^m w_j c_j(A_i A_k)}{\sum_{j=1}^m w_j} \quad (4.36)$$

Τέλος, η μέθοδος ELECTRE παράγει ένα σύστημα των δυαδικών επικρατήσεων μεταξύ των εναλλακτικών λύσεων. Επειδή το σύστημα δεν είναι απαραίτητως πλήρες, η μέθοδος ELECTRE είναι μερικές φορές ανίκανη να προσδιορίσει μια προτεινόμενη εναλλακτική λύση. Παράγει μόνο έναν πυρήνα των κύριων εναλλακτικών λύσεων. Μέσω αυτής της μεθόδου μπορεί να δημιουργηθεί μια σαφέστερη άποψη των εναλλακτικών λύσεων με την εξάλειψη των λιγότερων ευνοϊκών, ενώ είναι ιδιαίτερα κατάλληλη σε προβλήματα με σχετικά μικρό αριθμό κριτηρίων για ένα μεγάλο αριθμό εναλλακτικών λύσεων.

Ο στόχος της ELECTRE I είναι να βοηθήσει στον προσδιορισμό της προτιμώμενης εναλλακτικής. Αυτό επιτυγχάνεται καθορίζοντας ένα σύνολο εναλλακτικών, το οποίο αναφέρεται ως πυρήνας, έτσι ώστε:

- Για κάθε εναλλακτική η οποία δεν βρίσκεται στον πυρήνα, υπάρχει τουλάχιστον μια εναλλακτική στον πυρήνα η οποία επικρατεί αυτής.
- Όλες οι εναλλακτικές στον πυρήνα είναι ασύγκριτες.

Τέλος, όπως όλες οι μεταγενέστερες μορφές της ELECTRE I, η ELECTRE III στηρίζεται στην ELECTRE I και είναι βασισμένη στις ίδιες θεμελιώδεις αρχές αλλά διαφέρει τόσο στη λειτουργία όσο και στον τύπο του προβλήματος που πρέπει να επιλυθεί. Ενσωματώνει, όπως όλες οι μορφές της ELECTRE την ασαφή φύση της υποστήριξης αποφάσεων, χρησιμοποιώντας κατώφλια αδιαφορίας και προτίμησης. Η ELECTRE III χρησιμοποιείται για τη διάταξη των πιθανών λύσεων όταν μπορεί να καθοριστεί ποσοτικά η σχετική βαρύτητα του κάθε κριτηρίου.

TOPSIS

Η μέθοδος TOPSIS αναπτύχθηκε από τους Hwang και Yoon ως μία εναλλακτική λύση της μεθόδου ELECTRE (Hwang & Yoon, 1981). Η βασική έννοια αυτής της μεθόδου είναι ότι η επιλεγμένη εναλλακτική λύση πρέπει να έχει την πιο μικρή απόσταση από την αρνητική ιδανική λύση με τη γεωμετρική έννοια. Η μέθοδος υποθέτει ότι κάθε ιδιότητα αναπαρίσταται από μια μονότονα αυξανόμενη ή μειούμενη συνάρτηση. Αυτό καθιστά εύκολο τον εντοπισμό της ιδανικής και της αρνητικά ιδανικής λύσης. Κατά συνέπεια, η διάταξη προτίμησης των εναλλακτικών λύσεων παράγεται μέσω της σύγκρισης των ευκλείδειων αποστάσεων ανάμεσα στην εναλλακτική και στην ιδανική και αρνητικά ιδανική λύση. Συγκεκριμένα, μια μήτρα απόφασης M εναλλακτικών και N κριτηρίων διαμορφώνεται αρχικά.

Συγκεκριμένα, υπολογίζεται η απόσταση κάθε εναλλακτικής από την ιδανική λύση S_i^+ και από την αρνητικά ιδανική λύση S_i^- .

Ακολουθεί ο υπολογισμός της σχετικής κοντινότητας στην ιδανική λύση και η τελική ταξινόμηση της σειράς προτίμησης. Η σχετική κοντινότητα C_i στην ιδανική επίλυση μπορεί να εκφραστεί ως:

$$C_i = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-} \quad (4.37)$$

όπου C_i κυμαίνεται μεταξύ του 0 και του 1. Όσο τείνει το C_i προς το 1, τόσο μεγαλύτερος ο βαθμός προτεραιότητας της i εναλλακτικής. Η καλύτερη εναλλακτική λύση είναι αυτή που έχει την πιο κοντινή απόσταση στην ιδανική λύση και τη μεγαλύτερη απόσταση στην αρνητικά ιδανική λύση.

CP

Ο προγραμματισμός συμβιβασμού (compromise programming, CP) καθορίζει την καλύτερη λύση ως αυτήν στο σύνολο των εξεταζόμενων λύσεων της οποίας το σημείο έχει τη

λιγότερη απόσταση από το ιδανικό σημείο (Zeleny, 1982). Ο στόχος είναι να ληφθεί μια λύση που είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά στην ιδανική. Το μέτρο απόστασης που χρησιμοποιείται στη “CP” είναι η οικογένεια των L_p δεικτών και δίνεται ως ακολούθως:

$$L_p(a) = \sum_{j=1}^n \frac{w_j^p |f_j^* - f(a)|}{|M_j - m_j|} \quad (4.38)$$

όπου $L_p(a)$ είναι ο L_p δείκτης για την εναλλακτική a , $f(a)$ είναι η αξία του κριτηρίου j στο σύνολο A , M_j είναι η μέγιστη (ιδανική) τιμή του κριτηρίου j στο σύνολο A , m_j είναι το ελάχιστη (αντι-ιδανική) τιμή του κριτηρίου j στο σύνολο A , f_j^* είναι η ιδανική αξία του κριτηρίου j και τέλος, p είναι η παράμετρος που απεικονίζει τη διάθεση του αποφασίζοντα όσον αφορά στο συμβιβασμό μεταξύ των αποκλίσεων.

Για $p = 1$, όλες οι αποκλίσεις από το f_j^* λαμβάνονται υπόψη ευθέως ανάλογα με το μέγεθός τους, που σημαίνουν ότι υπάρχει πλήρης (σταθμισμένος) συμβιβασμός μεταξύ των αποκλίσεων.

MAUT

Η θεωρία χρησιμότητας πολλαπλών ιδιοτήτων (multi-attribute utility theory, MAUT) λαμβάνει υπόψη τις τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα μέσω της χρήσης της συνάρτησης χρησιμότητας, που καθορίζεται μέσα από ένα σύνολο ιδιοτήτων. Η τιμή της συνάρτησης χρησιμότητας μπορεί να καθοριστεί από τον προσδιορισμό των επιμέρους ιδιοτήτων.

Εδώ το j είναι η ιδιότητα, το k είναι γενική σταθερά (μεγαλύτερη ή ίση με -1), το k_j είναι η κλιμακωτή σταθερά για τις ιδιότητες j , $u(.)$ είναι η συνολική συνάρτηση χρησιμότητας και $u_j(.)$ είναι η συνάρτηση χρησιμότητας για κάθε ιδιότητα j (Keeney & Raiffa, 1993).

$$1 + ku(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{j=1}^n (1 + k k_j u_j(x_j)) \quad (4.39)$$

Συχνά χρησιμοποιείται το αθροιστικό μοντέλο:

$$U = a_1 U_1(g_1) + a_2 U_2(g_2) + \dots + a_n U_n(g_n) \quad (4.40)$$

όπου ο συντελεστής a_i αντιστοιχεί στο ειδικό βάρος του κριτηρίου i και $\sum a_i = 1$.

Για να ισχύει το αθροιστικό μοντέλο πρέπει να ισχύει ο όρος της αντιστοιχίας του ανταγωνισμού (corresponding trade-off condition) δηλαδή, ότι το ποσοστό ανταγωνισμού

μεταξύ δύο κριτηρίων g_1, g_2 δεν εξαρτάται από το επίπεδο των τιμών (Keeney & Raiffa, 1993).

Επιπλέον, στην περίπτωση τριών ή περισσότερων κριτηρίων, επιβάλλεται η ανά ζεύγη ανεξαρτησία (mutual preferential independence). Δύο κριτήρια g_1, g_2 είναι ανεξάρτητα από το g_3 όταν η προτίμηση ανάμεσα στα δύο αυτά κριτήρια δεν εξαρτάται από την τιμή του g_3 . Αν για όλα τα ζεύγη των κριτηρίων ισχύει η ανεξαρτησία, τότε ικανοποιείται ο όρος της ανά ζεύγη ανεξαρτησίας.

Σε περίπτωση που δεν ισχύει η πιο πάνω συνθήκη, το αθροιστικό μοντέλο δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί αλλά χρησιμοποιούνται άλλα μοντέλα για τη συνάρτηση τιμών, όπως το πολλαπλασιαστικό.

4.3.4. Ασαφή πολυκριτηριακά

Οι προαναφερθείσες τεχνικές πολυκριτηριακής ανάλυσης δεν μπορούν να αντιμετωπίσουν τις παρακάτω περιπτώσεις:

- Μη ποσοτικοποιημένη πληροφορία: Είναι δυνατό η φύση των παραμέτρων του πολυκριτηριακού μοντέλου (κριτήρια, βάρη, κ.τ.λ.) να μην είναι ποσοτική, επομένως αυτά τα μεγέθη να μην μπορούν να μετρηθούν με μια ποσοτική κλίμακα. Τέτοιοι παράμετροι ονομάζονται ποιοτικοί.
- Ελλιπή γνώση σχετικά με τις παραμέτρους του προβλήματος: Οι αποφασίζοντες μπορεί να μη γνωρίζουν όλες τις λεπτομέρειες για κάποιες ή και όλες τις παραμέτρους του πολυκριτηριακού προβλήματος (ελλιπή γνώση για τις επιδόσεις στα κριτήρια, τα βάρη, τα κατώφλια), που δεν τους επιτρέπει τον προσδιορισμό αριθμητικών τιμών για τις παραμέτρους.
- Αδυναμία απόκτησης ακριβούς μέτρησης για κάποιες παραμέτρους: Ανακρίβεια δημιουργείται όταν δεν είναι εφικτή ή είναι πολύ δύσκολη ή πολύ δαπανηρή η μέτρηση των επακριβών αριθμητικών τιμών για κάποιες παραμέτρους του προβλήματος.

Προκειμένου να αντιμετωπιστούν οι προαναφερθείσες αβεβαιότητες στις "παραδοσιακές" μεθόδους, όπως "PROMETHEE" και "ELECTRE", οι ποιοτικές πληροφορίες μετασχηματίζονται συνήθως σε αριθμητικές χρησιμοποιώντας μια διατεταγμένη κλίμακα. Εντούτοις:

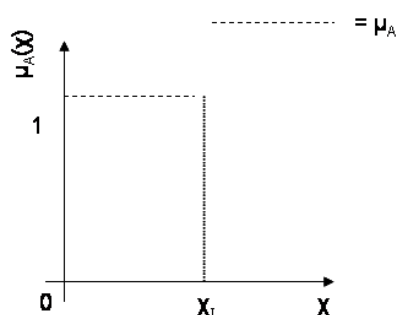
- Μια λανθασμένη επιλογή της κλίμακας σε τέτοιες εφαρμογές θα μπορούσε να οδηγήσει στον οικονομικό, κοινωνικό και πολιτιστικό αντίκτυπο.
- Τα αποκαλούμενα ψευδο-κριτήρια που πρέπει να εφαρμοστούν (κατώτατα όρια αδιαφορίας και προτίμησης) είναι σε πολλές περιπτώσεις δύσκολο να καθοριστούν.

Διαφάνεται λοιπόν ότι η ανάπτυξη ευέλικτων συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων στο σύγχρονο παραγωγικό περιβάλλον για να αντιμετωπιστούν οι σχετιζόμενες αβεβαιότητες είναι μια αναγκαιότητα. Προς αυτήν την κατεύθυνση γίνονται προσπάθειες ένταξης της θεωρίας της ασαφούς λογικής σε αυτά.

Η ασαφής λογική προτάθηκε ως συστηματικό εργαλείο για την αποτίμηση εναλλακτικών σε συνθήκες αβεβαιότητας (Dubois & Prade, 1980). Η ασαφής λογική είναι ικανή να εκφράζει αβέβαιες πληροφορίες και να αντιμετωπίζει αόριστες καταστάσεις, όπου τα παραδοσιακά μαθηματικά είναι αναποτελεσματικά.

Έστω ένα σύνολο U που αποτελείται από στοιχεία x ($x \in U$). Εάν A είναι ένα υποσύνολο του U ($A \subset U$), τότε κάθε στοιχείο x είτε ανήκει στο A ($x \in A$) είτε όχι ($x \notin A$). «Υποσύνολο» και «γεγονός» είναι εναλλακτικά, δηλαδή $x \in A$, σημαίνει ότι για το στοιχείο x το γεγονός A έχει συμβεί. Η χαρακτηριστική συνάρτηση συσχέτισης μ_A ορίζει μια ξεκάθαρη διάκριση μεταξύ των μελών και των μη-μελών του A . Έτσι η μ_A δίνει σε κάθε x μια από δυο τιμές:

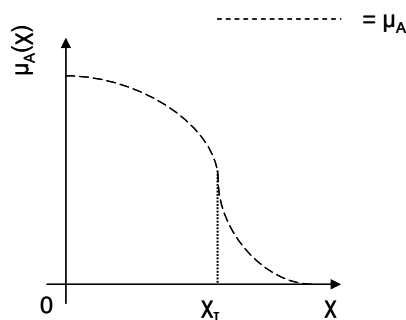
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{εάν και μόνο εάν } x \in A \\ 0, & \text{εάν και μόνο εάν } x \notin A \end{cases} \quad (4.41)$$



Εικόνα 4.32 Λογική δύο τιμών

Άρα, απαιτείται ένα αυστηρό όριο x_T για τον προσδιορισμό μιας ξεκάθαρης διάκρισης μεταξύ των αποδεκτών τιμών ($x < x_T$) και των μη-αποδεκτών τιμών ($x > x_T$). Συχνά, ένα αυστηρό όριο είναι πρακτικά μη-ρεαλιστικό. Αυτά για την κλασσική θεωρία της λογικής δύο τιμών.

Αντιθέτως, η θεωρία της ασάφειας βασίζεται στη λογική πολλαπλών τιμών (Zadeh L. A., 1965). Αντίστοιχα με τα προηγούμενα, $\tilde{A}$ είναι ένα ασαφές υποσύνολο του U ($\tilde{A} \subset U$), και μια συνάρτηση συσχέτισης $\mu_{\tilde{A}}$ ορίζει τη μερική συμμετοχή σε ένα σύνολο. Άρα η μετάβαση από τη μια κατάσταση στην άλλη είναι βαθμιαία και όχι απότομη. Έτσι λοιπόν, η συνάρτηση συσχέτισης δίνει σε κάθε x μια τιμή από 0 έως 1, υποδηλώνοντας το βαθμό συσχέτισης, όπως φαίνεται και στην ακόλουθη εικόνα:



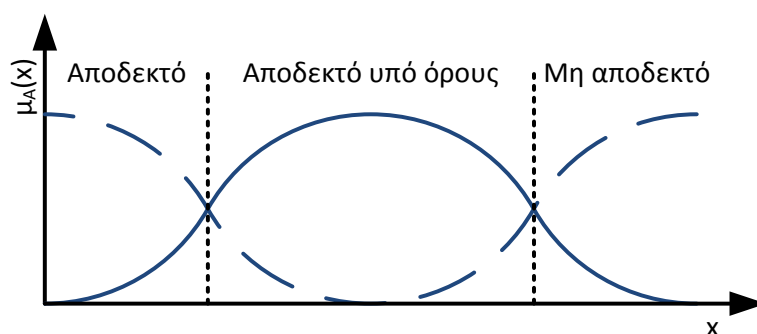
Εικόνα 4.33 Λογική πολλαπλών τιμών

Άρα, σε αυτήν την περίπτωση απαιτείται ένα εύκαμπτο όριο για τον προσδιορισμό μιας ενδιάμεσης αποτίμησης $\mu_{\tilde{A}}(x)$ μεταξύ των αποδεκτών και των μη-αποδεκτών τιμών, που διευκολύνει και πρακτικά στην αποτίμηση των μετρήσεων x της αργοπορίας μιας εντολής παραγωγής.

Οι συναρτήσεις συσχέτισης είναι θεμελιώδεις στα ασαφή μοντέλα, για τη χρησιμοποίηση των γλωσσικών μεταβλητών. Μια γλωσσική μεταβλητή χαρακτηρίζεται από (Dubois & Prade, 1980):

1. Τη μεταβλητή βάση x του $\tilde{A}$.
2. Το όνομα του $\tilde{A}$.
3. Τη γλωσσική τιμή $\tilde{A}_i$ του $\tilde{A}$ ($i = 1, \dots, n$).
4. Τη συνάρτηση συσχέτισης $\mu_{\tilde{A}}$ του $\tilde{A}_i$.

Η σημασιολογία μιας γλωσσικής μεταβλητής φαίνονται στην εικόνα 4.34.



Εικόνα 4.34 Σημασιολογία γλωσσικής μεταβλητής

Τρεις γλωσσικές τιμές $\tilde{A}_i$ ($\tilde{A}_1$, $\tilde{A}_2$ και $\tilde{A}_3$) ορίζουν τη συνεισφορά του x σε γλωσσικούς όρους:

- $\tilde{A}_1$ = «Αποδεκτό»
- $\tilde{A}_2$ = «Αποδεκτό υπό όρους»
- $\tilde{A}_3$ = «Μη αποδεκτό»

Η χρήση γλωσσικών μεταβλητών στα ασαφή μοντέλα βοηθάει κάποιον να συνδέει τις προσδοκίες για μια μεταβλητή, εκφρασμένες με γλωσσικές προτάσεις. Οι συναρτήσεις συσχέτισης είναι στον πυρήνα των μοντέλων ασάφειας. Η συνάρτηση συσχέτισης θεωρείται ότι είναι το πιο δυνατό αλλά και το πιο αδύνατο σημείο της θεωρίας ασάφειας (Fortemps, 2003). Είναι το πιο δυνατό γιατί ορίζει ένα εύκαμπτο όριο, το οποίο επιτρέπει μια ομαλή και πρακτική αποτίμηση της συνεισφοράς μιας ασαφούς μεταβλητής, σε αντίθεση με τη χαρακτηριστική συνάρτηση, η οποία ορίζει ένα αυστηρό όριο. Και είναι το πιο αδύνατο, γιατί θεωρείται πολύ υποκειμενική σε σχέση με την κατασκευή της. Στις βιομηχανικές εφαρμογές της θεωρίας ασάφειας, η κατασκευή συναρτήσεων συσχέτισης πραγματοποιείται κυρίως με τη μέθοδο δοκιμής και σφάλματος.

4.3.5. Γλωσσική Ανάλυση

Η ανάλυση αποφάσεων με χρήση γλωσσικών μεταβλητών βασίζεται στη χρήση της γλωσσικής προσέγγισης και χρησιμοποιείται για τη λύση προβλημάτων λήψης απόφασης με τη χρήση γλωσσικών πληροφοριών. Η εφαρμογή τους είναι πολύ αποδοτική στην ανάπτυξη της θεωρίας και των μεθόδων υποστήριξης αποφάσεων επειδή εισάγει ένα περισσότερο ευέλικτο πλαίσιο εργασίας το οποίο επιτρέπει την αναπαράσταση των πληροφοριών με έναν πιο άμεσο και επαρκή τρόπο όταν δε μπορούν να καθοριστούν ακριβώς οι ποσοτικές πληροφορίες. Με αυτόν τον τρόπο, εξαφανίζεται η επιβάρυνση της ποσοτικοποίησης μιας ποιοτικής έννοιας.

Στη βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν πολλές εφαρμογές αναλύσεων αποφάσεων με χρήση γλωσσικών μεταβλητών για τη λύση πραγματικών περιπτώσεων, όπως ομαδική λήψη αποφάσεων (Bordogna, Fedrizzi, & Passi, 1997) (Herrera, Herrera-viedma, & Verdegay, A Sequential Selection Process in Group Decision Making with Linguistic Assessment, 1995), πολυκριτηριακή λήψη αποφάσεων (Buckley, 1984) (RR., 1993), ανάπτυξη λογισμικού (Lee, 1996), εκπαίδευση (Law, 1996) και διοίκηση προσωπικού (Herrera, López, Mendaña, & Rodríguez, 2001).

Συνήθως, σ' όλες τις πραγματικές διαδικασίες λήψης απόφασης υπάρχουν διάφοροι ειδικοί ή αποφασίζοντες οι οποίοι καλούνται να εκφράσουν τις τιμές απόδοσης μιας ομάδας από εναλλακτικές με σκοπό να επιλεγεί η καλύτερη, σε ένα πολυκριτηριακό περιβάλλον λήψης απόφασης (Herrera, Herrera-Viedma, & Martínez, 2000). Γενικά, το σχέδιο λύσεων ενός ΠΜΥΑ προβλήματος αποτελείται κυρίως από δύο φάσεις (Roubens, 1997):

1. Μια φάση άθροισης των τιμών απόδοσης όσον αφορά σ' όλα τα κριτήρια ώστε να προκύψει μια συνολική τιμή απόδοσης για τις εναλλακτικές και έπειτα,
2. Μια φάση επεξεργασίας της συνολικής τιμής απόδοσης ώστε να προκύψει η επιλογή μεταξύ των εναλλακτικών.

Στην ανάλυση αποφάσεων με χρήση γλωσσικών μεταβλητών, το σχέδιο λύσης πρέπει να οριστεί από τα ακόλουθα τρία βήματα:

Βήμα 1^ο: Επιλογή ενός συνόλου γλωσσικών όρων και η εννοιολογία τους. Αφορά στον καθορισμό των όρων της γλωσσικής έκφρασης για τις γλωσσικές τιμές απόδοσης των εναλλακτικών που αντιστοιχούν στα διαφορετικά κριτήρια. Για να γίνει αυτό, πρέπει να επιλεγθεί ο αριθμός των βαθμίδων του συνόλου των γλωσσικών όρων, οι ετικέτες και η σημασιολογία τους.

Βήμα 2^ο: Επιλογή του αθροιστικού τελεστή της γλωσσικής πληροφορίας. Αφορά στον καθορισμό του κατάλληλου αθροιστικού τελεστή της γλωσσικής πληροφορίας, ώστε να συνδυαστούν και να αθροιστούν οι παρεχόμενες γλωσσικές τιμές απόδοσης.

Βήμα 3^ο: Επιλογή των καλύτερων εναλλακτικών. Αφορά στην επιλογή των καλύτερων εναλλακτικών βάσει των παρεχόμενων γλωσσικών τιμών απόδοσης. Διεξάγεται στις ακόλουθες δυο φάσεις:

- **Αθροιστική φάση της γλωσσικής πληροφορίας:** Αφορά στην αποκόμιση της συνολικής γλωσσικής τιμής απόδοσης για τις εναλλακτικές, αθροίζοντας τις παρεχόμενες γλωσσικές τιμές απόδοσης βάσει όλων των κριτηρίων μέσω του επιλεγμένου αθροιστικού τελεστή της γλωσσικής πληροφορίας.
- **Φάση επεξεργασίας:** Αφορά στον καθορισμό της κατάταξης των εναλλακτικών ανάλογα με τη συνολική γλωσσική τιμή απόδοσης, ώστε να επιλεχθούν οι καλύτερες.

Επιλογή συνόλου γλωσσικών όρων

Η επιλογή του συνόλου των γλωσσικών όρων είναι ο πρώτος στόχος που πρέπει να επιτευχθεί σε μια γλωσσική προσέγγιση και περιλαμβάνει τον καθορισμό της γλωσσικής μεταβλητής ή της γλωσσικής έκφρασης με σκοπό την παροχή των γλωσσικών τιμών απόδοσης (Zadeh L. , 1975).

Η γλωσσική μεταβλητή χαρακτηρίζεται από πέντε μέρη (L, H, U, G, M) όπου το L είναι η μεταβλητή, το H δηλώνει το σύνολο όρων της L π.χ. το σύνολο των ονομάτων των γλωσσικών τιμών του L, με κάθε του τιμή να είναι μια ασαφής μεταβλητή που δηλώνεται γενικά ως X και έχει ένα εύρος τιμών μέσα σε ένα σύμπαν της ομιλίας U. Το G είναι ένας συντακτικός κανόνας για τη δημιουργία των ονομάτων των τιμών του L και το M είναι ένας σημασιολογικός κανόνας που σχετίζει το νόημά τους με κάθε L (Zadeh L. , 1975).

Ο κύριος στόχος του καθορισμού των γλωσσικών περιγραφητών μιας γλωσσικής μεταβλητής είναι η παροχή στο χρήστη λίγων λέξεων, μέσω των οποίων μπορεί με φυσικό τρόπο να εκφράσει τις πληροφορίες του. Για να επιτευχθεί αυτός ο σκοπός, ένα σημαντικό στοιχείο είναι οι βαθμίδες αβεβαιότητας, δηλαδή τα επίπεδα της διάκρισης μεταξύ των διαφορετικών αριθμήσεων της αβεβαιότητας.

Ο αριθμός στοιχείων του συνόλου των όρων πρέπει να είναι αρκετά μικρός ώστε να μην έχει ακρίβεια που δεν χρειάζεται και πρέπει να είναι αρκετά «πλούσιος», ώστε να επιτρέπει τη διαφοροποίηση των αποτιμήσεων σε έναν περιορισμένο αριθμό βαθμίδων.

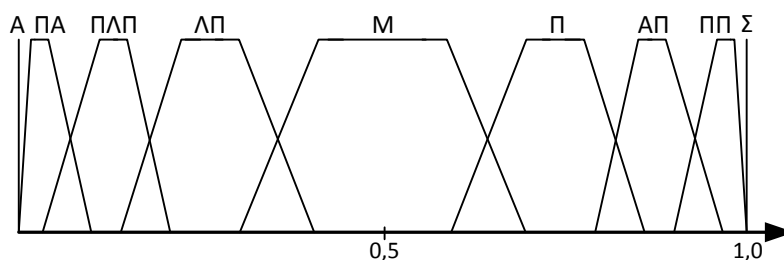
Τυπικές τιμές του αριθμού στοιχείων που χρησιμοποιούνται είναι περιττές, όπως 7 ή 9 με ανώτατο όριο το 11 ή το 13, όπου ο μεσαίος όρος υποδηλώνει μια αποτίμηση του «περίπου 0,5», με τους υπόλοιπους όρους να είναι τοποθετημένοι συμμετρικά γύρω από αυτόν (Bonissone & Decker, 1985). Αυτές οι τυπικές τιμές του αριθμού στοιχείων φαίνεται να

ταιριάζει με την παρατήρηση του Miller, σχετικά με το γεγονός ότι οι άνθρωποι μπορούν να θυμούνται περίπου επτά αντικείμενα (Miller, 1956).

Όσον αφορά στον καθορισμό της σημασίας του συνόλου των γλωσσικών όρων, στη βιβλιογραφία, μπορούν κυρίως να βρεθούν τρεις τρόποι (Herrera, Herrera-Viedma, & Verdegay, 1996):

- Σημασία βασισμένη σε συναρτήσεις συσχέτισης και σε ένα σημασιολογικό κανόνα.
- Σημασία βασισμένη σε μια ταξινομημένη δομή ενός συνόλου γλωσσικών όρων.
- Συνδυαστική σημασία.

Συγκεκριμένα, η πρώτη προσέγγιση θεωρεί ότι το νόημα κάθε γλωσσικού όρου δίνεται μέσω ενός ασαφούς υποσυνόλου ορισμένου στο διάστημα “0 – 1”, το οποίο συνήθως περιγράφεται από συναρτήσεις συσχέτισης (Bordogna & Pasi, 1993). Ένας υπολογιστικά αποτελεσματικός τρόπος για το χαρακτηρισμό ενός ασαφούς αριθμού είναι η χρησιμοποίηση αναπαράστασης βασισμένης σε παραμέτρους της αντίστοιχης συνάρτησης συσχέτισης (Bonissone P. P., 1980). Επειδή οι γλωσσικές αποτιμήσεις είναι προσεγγιστικές, αρκετοί αναλυτές θεωρούν ότι οι γραμμικές τραπεζοειδείς συναρτήσεις συσχέτισης είναι αρκετά καλές για να «αιχμαλωτίσουν» την αοριστία αυτών των γλωσσικών αποτιμήσεων (Delgado, Verdegay, & Vila, Linguistic decision making models, 1992). Αυτή η αναπαράσταση επιτυγχάνεται με τέσσερις παραμέτρους (a_i , b_i , d_i , c_i). Οι δύο πρώτες παράμετροι δείχνουν το διάστημα μέσα στο οποίο η τιμή συσχέτισης είναι 1, η τρίτη και η τέταρτη παράμετρος δείχνουν το αριστερό και το δεξί εύρος. Παράδειγμα σημασιολογίας για σύνολο εννέα όρων είναι το ακόλουθο, όπως απεικονίζεται στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 4.35 Σύνολο εννέα λεκτικών όρων

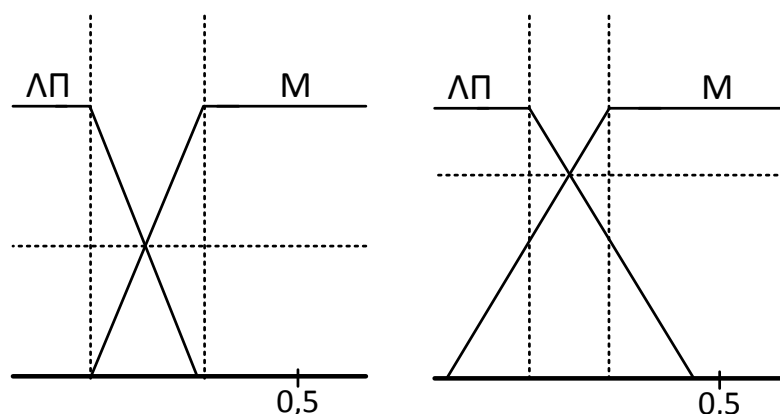
Η σημασιολογία των παραπάνω όρων δίνονται ακολούθως:

Σύμβολο	Ερμηνεία	Εύρος τιμών
Σ	Σίγουρο	(1, 1, 0, 0)
ΠΠ	Πολύ πιθανό	(0.98, 0.99, 0.05, 0.01)
ΑΠ	Αρκετά πιθανό	(0.78, 0.92, 0.06, 0.05)
Π	Πιθανό	(0.63, 0.80, 0.05, 0.06)
Μ	Μπορεί	(0.41, 0.58, 0.09, 0.07)
ΛΠ	Λίγο Πιθανό	(0.22, 0.36, 0.05, 0.06)
ΠΛΠ	Πολύ λίγο πιθανό	(0.1, 0.18, 0.06, 0.05)
ΠΑ	Πολύ Απίθανο	(0.01, 0.02, 0.01, 0.05)
Α	Αδύνατο	(0, 0, 0, 0)

Μια ειδική περίπτωση αυτής της αναπαράστασης είναι η γλωσσική εκτίμηση, όπου οι συναρτήσεις συσχέτισης είναι τριγωνικές, δηλαδή $b = d$, οπότε η αναπαράσταση της συνάρτησης συσχέτισης γίνεται με μια τριπλή απεικόνιση (3-tuple), την (a, b, c) .

Ωστόσο, αυτή η προσέγγιση παρουσιάζει δύο προβλήματα:

- Στις αναπαραστάσεις των αρχικών ασαφών συνόλων, το πρόβλημα είναι πώς θα καθοριστούν οι παράμετροι ανάλογα με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα. Μοιάζει αρκετά δύσκολο όλοι οι αποφασίζοντες να συμφωνήσουν στις ίδιες συναρτήσεις συσχέτισης που αντιστοιχούν στους αρχικούς γλωσσικούς όρους και επιπρόσθετα δεν υπάρχει κάποια τυποποιημένη κατανομή που να πρέπει να χρησιμοποιείται υποχρεωτικά. Για παράδειγμα, στην εικόνα 4.36 παρουσιάζονται δυο κοντινές παραλλαγές της ίδιας εκτίμησης (Herrera, Herrera-Viedma, & Martínez, 2000).
- Επιπρόσθετα, δεν είναι πάντα δυνατό για το χρήστη να καθορίσει ένα ασαφές σύνολο για κάθε αρχικό γλωσσικό όρο, διότι απαιτείται αρκετή ακρίβεια που ο χρήστης δε μπορεί πάντα να παρέχει (Herrera, Herrera-viedma, & Verdegay, 1995).

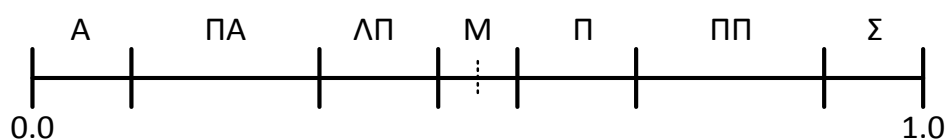


Εικόνα 4.36 Παραλλαγές αναπαράστασης

Μια εναλλακτική δυνατότητα, που δεν χρησιμοποιεί ασαφή σύνολα, εισάγει τη σημασιολογία μέσα από τη δομή του συνόλου των γλωσσικών όρων.

Ειδικότερα, αυτό συμβαίνει όταν οι αποφασίζοντες παρέχουν τις αξιολογήσεις τους με τη χρησιμοποίηση ενός διατεταγμένου συνόλου γλωσσικών όρων. Κάτω από αυτήν τη σημασιολογική προσέγγιση, ανάλογα με τη διανομή των γλωσσικών όρων σε μια κλίμακα “0 – 1”, υπάρχουν δύο δυνατότητες για τον καθορισμό της σημασιολογίας του συνόλου των γλωσσικών όρων (Bordogna, Fedrizzi, & Passi, 1997) (Buckley, 1984):

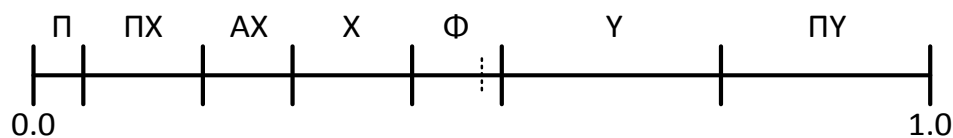
- Συμμετρικά διανεμημένοι όροι. Υποθέτει διατεταγμένα γλωσσικά σύνολα όρων, τα οποία διανέμονται σε μια κλίμακα με περιττό αριθμό στοιχείων και το μεσαίο όρο να αντιπροσωπεύει μια αξιολόγηση «περίπου 0,5» και με το υπόλοιπο των όρων να τοποθετούνται συμμετρικά γύρω από αυτόν. Κατόπιν, η σημασιολογία του συνόλου γλωσσικών όρων διαμορφώνεται από τη διατεταγμένη δομή του συνόλου όρων θεωρώντας ότι κάθε γλωσσικός όρος για το ζευγάρι (s_i, s_{T-i}) είναι εξίσου πληροφοριακός (Delgado, Herrera, Herrera-Viedma, & Martínez, 1998). Αυτή η πρόταση μπορεί να καθοριστεί ρητά με την ανάθεση ενός υποτομέα της περιοχής αναφοράς $[0, 1]$ σε κάθε γλωσσικό όρο (βλέπε εικόνα 4.37).



Εικόνα 4.37 Συμμετρικά κατανεμημένο σύνολο επτά όρων

- Μη-συμμετρικά διανεμημένοι όροι. Υποθέτει ότι ένα υποσύνολο της περιοχής αναφοράς μπορεί να περιέχει περισσότερες πληροφορίες από το υπόλοιπο της

περιοχής (Delgado, Herrera, Herrera-Viedma, & Martínez, 1998). Σε αυτήν την περίπτωση, η πυκνότητα των γλωσσικών όρων σε εκείνη την υποπεριοχή θα ήταν μεγαλύτερη από την πυκνότητα στο υπόλοιπο της περιοχής αναφοράς, δηλαδή το διατεταγμένο σύνολο γλωσσικών όρων δεν θα διανεμόταν συμμετρικά. Τέτοια περίπτωση μπορεί να υπάρξει όταν για παράδειγμα υποτεθεί ότι απαιτείται ένα σύστημα ελέγχου θερμοκρασίας με μια πολύ ακριβή συμπεριφορά όταν η θερμοκρασία είναι «χαμηλή» (σε κλίμακα «παγετός», «πολύ χαμηλή», «αρκετά χαμηλή», «χαμηλή», «φυσιολογική», «υψηλή», «πολύ υψηλή»). Επομένως, το γλωσσικό σύνολο όρου θα είχε μια διανομή πέρα από την περιοχή αναφοράς παρόμοια με αυτήν στην εικόνα 4.38.



Εικόνα 4.38 Μη συμμετρικά κατανεμημένο σύνολο επτά όρων

Ειδικά για τη δεύτερη περίπτωση, έχει προταθεί η λειτουργία «negation» για τον καθορισμό των γλωσσικών όρων (Delgado, Herrera, Herrera-Viedma, & Martínez, 1998). Αυτή η μέθοδος είναι σε θέση να αποδώσει σημασία για το σύνολο των γλωσσικών όρων εάν ο χρήστης παρέχει τις τιμές της αντίθετης λειτουργίας για κάθε γλωσσικό όρο. Παραδείγματος χάριν, για το σύνολο γλωσσικών όρων στην εικόνα 4.38, η ακόλουθη λειτουργία άρνησης μπορεί να καθοριστεί (Delgado, Herrera, Herrera-Viedma, & Martínez, 1998):

- $Neg(\Pi) = Neg(\Pi X) = \{\Pi Y\}$
- $Neg(AX) = Neg(X) = \{Y\}$
- $Neg(E) = \{E\}$
- $Neg(Y) = \{AX, X\}$
- $Neg(\Pi Y) = \{\Pi X, \Pi\}$

Στο παραπάνω πλαίσιο, μια δυνατότητα για τη μείωση της πολυπλοκότητας καθορισμού των γλωσσικών όρων είναι η άμεση παροχή του συνόλου των όρων θεωρώντας τους όλους πρωταρχικούς και κατανεμημένους σε μια κλίμακα στην οποία καθορίζεται η συνολική διάταξη (Delgado, Herrera, Herrera-Viedma, & Martínez, 1998) (Yager, An approach to ordinal decision making, 1995). Για παράδειγμα ένα σύνολο S από επτά όρους είναι το ακόλουθο:

$$S = \{s_0 = \text{καθόλου}, s_1 = \text{πολύ λίγο}, s_2 = \text{λίγο}, s_3 = \text{ενδιάμεσο}, s_4 = \text{υψηλό}, s_5 = \text{πολύ υψηλό}, s_6 = \text{τέλειο}\} \quad (4.42)$$

όπου $s_a < s_b$ αν $a < b$.

Σε τέτοιες περιπτώσεις απαιτείται από το σύνολο γλωσσικών όρων να ικανοποιεί τα παρακάτω επιπρόσθετα χαρακτηριστικά:

- Να υπάρχει ένας αρνητικός τελεστής π.χ. $neg(s_i) = s_j$
- $j = T - i$ (όπου $T + 1$ είναι ο αριθμός των στοιχείων)
- Τελεστής μεγιστοποίησης: $\max(s_i, s_j) = s_i$ αν $s_i \geq s_j$.
- Τελεστής ελαχιστοποίησης: $\min(s_i, s_j) = s_i$ αν $s_i \leq s_j$

Επιλογή αθροιστικού τελεστή

Το επόμενο βήμα της ανάλυση αποφάσεων με γλωσσικούς όρους είναι η επιλογή του αθροιστικού τελεστή της γλωσσικής πληροφορίας.

Εδώ, εμφανίζεται ένας σημαντικός περιορισμός των σχετιζόμενων προσεγγίσεων εξαιτίας του γεγονότος ότι οι υπολογιστικές τεχνικές που χρησιμοποιούνται στην εξειδικευμένη βιβλιογραφία παρουσιάζουν «απώλεια δεδομένων», η οποία ουσιαστικά περιλαμβάνει την έλλειψη ακρίβειας στα τελικά αποτελέσματα. Αυτές οι υπολογιστικές τεχνικές είναι οι ακόλουθες (Delgado, Verdegay, & Vila, 1993):

- Προσέγγιση προέκτασης. Γίνονται πράξεις με ασαφείς αριθμούς που υποστηρίζουν τη σημασιολογία των γλωσσολογικών όρων.
- Συμβολική προσέγγιση: Γίνονται υπολογισμοί με τις ετικέτες των γλωσσικών όρων.
- Προσέγγιση διπλής αναπαράστασης: Αφορά σε προσέγγιση που σαν στόχο έχει να ξεπερνά τον περιορισμό της έλλειψης ακρίβειας, μέσα από την αντιπροσώπευση της γλωσσολογικής πληροφορίας με ένα ζεύγος τιμών, συντεθειμένο από ένα γλωσσικό όρο και έναν αριθμό. Το κύριο πλεονέκτημα αυτής της αντιπροσώπευσης είναι ότι είναι συνεχής στο πεδίο της και ως εκ τούτου μπορεί να εκφράσει οποιαδήποτε μετρήσιμη πληροφορία μέσα στο σύμπαν της ομιλίας. Μέσω αυτού του αντιπροσωπευτικού προτύπου, παρουσιάζονται υπολογιστικές τεχνικές που δεν έχουν απώλεια δεδομένων.

Στη συνέχεια αναλύονται οι γλωσσικές αθροιστικές μέθοδοι, με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους και θα παρουσιαστούν διαφορετικά είδη από γλωσσικούς αθροιστικούς τελεστές.

Προσέγγιση προέκτασης

Η προσέγγιση της προέκτασης έχει εισαχθεί για να μετατρέπει αριθμητικές τιμές σε ασαφή σύνολα. Όμως, είναι γνωστό ότι χρησιμοποιώντας εκτεταμένες αλγεβρικές πράξεις για να χειριστεί κανείς τα ασαφή σύνολα, η ασάφεια των αποτελεσμάτων αυξάνεται βήμα με το βήμα και το σχήμα της συνάρτησης συσχέτισης δεν μένει σταθερό όταν οι γλωσσικές μεταβλητές είναι αλληλεπιδρούσες. Έτσι, τα τελικά αποτελέσματα αυτών των μεθόδων είναι ασαφή σύνολα τα οποία δεν αντιστοιχούν σε καμία ετικέτα στο αρχικό σύνολο γλωσσικών όρων. Ουσιαστικά δηλαδή η αρχή της προέκτασης με ασαφή σύνολα έχει σαν αποτέλεσμα ασαφή σύνολα, τα οποία είναι δύσκολο να γίνουν κατανοητά από τον αποφασίζοντα.

Αν, τελικά, επιθυμείται να υπάρχει μια ετικέτα, απαιτείται μια γλωσσική προσέγγιση. Η γλωσσική προσέγγιση έγκειται στο να βρεθεί μια ετικέτα της οποίας το νόημα είναι το ίδιο με το πιο κοντινό νόημα του ασαφούς συνόλου χωρίς ετικέτα, το οποίο δημιουργείται από το μοντέλο γλωσσικού υπολογισμού. Δεν υπάρχει γενική μέθοδος για το συσχετισμό μιας ετικέτας με ένα ασαφές σύνολο.

Μια γλωσσική συνάθροιση βασισμένη στην αρχή της προέκτασης ενεργεί σύμφωνα με το σχέδιο που παρουσιάζεται στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 4.39 Διαδικασία προσέγγισης προέκτασης

Ουσιαστικά, ένας γλωσσολογικός τελεστής βασισμένος στην αρχή της προέκτασης ορίζεται ως εξής (Bonissone & Decker, 1985):

$$S^n \xrightarrow{\bar{F}} F(R) \xrightarrow{app_1(.)} S \quad (4.43)$$

Όπου S είναι το αρχικό σύνολο γλωσσικών όρων, S^n συμβολίζει το n Καρτεσιανό γινόμενο του S , $\bar{F}$ είναι ένας τελεστής συνάθροισης που βασίζεται στην αρχή της προέκτασης, $F(R)$ είναι το σύνολο των ασαφών συνόλων επάνω από το σύνολο των πραγματικών αριθμών R και $app_1(.)$ είναι η συνάρτηση γλωσσολογικής προσέγγισης που επιστρέφει μία ετικέτα στο

σύνολο γλωσσολογικών όρων S , του οποίου η σημασία είναι η κοντινότερη στον παραγόμενο ασαφή αριθμό χωρίς ετικέτα.

Συμβολική Προσέγγιση

Μία δεύτερη προσέγγιση που χρησιμοποιείται για να λειτουργήσει με γλωσσικές πληροφορίες είναι η συμβολική, η οποία δρα μέσω άμεσου υπολογισμού στις ετικέτες, λαμβάνοντας υπόψη το νόημα και τα χαρακτηριστικά τέτοιων γλωσσικών μεταβλητών. Υποθέτει ότι το σύνολο γλωσσικών όρων είναι μια διατεταγμένη δομή ενιαία κατανεμημένη σε μια κλίμακα $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ όπου $s_i < s_j$ εάν $i < j$.

Τα ενδιαμέσα αποτελέσματα είναι αριθμητικές τιμές, $\alpha \in [0, g]$, τα οποία πρέπει να προσεγγιστούν σε κάθε βήμα της διαδικασίας μέσω της προσεγγιστικής συνάρτησης $app_2: [0, g] \rightarrow \{0, \dots, g\}$, που παράγει μία αριθμητική τιμή, τέτοια που να υποδηλώνει το δείκτη του σχετικού γλωσσολογικού όρου $s_{app_2} \in S$. Τυπικά, μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$S^n \xrightarrow{C} [0, g] \xrightarrow{app_2(\cdot)} \{0, \dots, g\} \rightarrow S \quad (4.44)$$

όπου C είναι ο τελεστής συμβολικής γλωσσολογικής προσέγγισης και $app_2(\cdot)$ είναι η συνάρτηση γλωσσικής προσέγγισης που χρησιμοποιείται για να προκύψει ένας δείκτης $\{0, \dots, g\}$ σχετιζόμενος με έναν όρο στο $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ από μία τιμή στο $[0, g]$.

Μια γλωσσική συνάθροιση βασισμένη στη συμβολική προσέγγιση ενεργεί σύμφωνα με το σχέδιο που παρουσιάζεται στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 4.40 Διαδικασία συμβολικής προσέγγισης

Αυτές οι μέθοδοι φαίνονται αρκετά φυσικές όταν χρησιμοποιείται η γλωσσική προσέγγιση, επειδή οι γλωσσικές αποτιμήσεις είναι απλά προσεγγίσεις οι οποίες δίνονται όταν είναι αδύνατο ή μη απαραίτητο να εξαχθούν πιο ακριβείς τιμές. Έτσι, σ' αυτήν την περίπτωση, δεν είναι απαραίτητη η χρήση των συναρτήσεων συσχέτισης. Επιπλέον, από την άποψη του υπολογισμού είναι σχετικά απλές και γρήγορες. Στη διεθνή βιβλιογραφία μπορούν να βρεθούν διάφορα είδη τελεστών συνάθροισης γλωσσικής πληροφορίας, όπως τελεστές μη

σταθμισμένης και σταθμισμένης γλωσσικής πληροφορίας (Herrera & Herrera-viedma, Linguistic Decision Analysis: Steps for Solving Decision Problems under Linguistic Information, 1998).

Στην πρώτη κατηγορία ανήκει ο τελεστής LOWA - Linguistic Ordered Weighted Average, που συναθροίζει γλωσσικές πληροφορίες με βάση μία δέσμη κριτηρίων ίδιας βαρύτητας και ορίζεται ως ακολούθως (Herrera & Herrera-viedma, Linguistic Decision Analysis: Steps for Solving Decision Problems under Linguistic Information, 1998):

Έστω ότι $A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\}$ είναι ένα σύνολο από ετικέτες που πρέπει να αθροιστούν. Τότε ο τελεστής LOWA, Φ , ορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned}\Phi(\alpha_1, \dots, \alpha_m) &= W * B^T = \beta^m \{w_k, b_k, k = 1, \dots, m\} \\ &= w_1 * b_1 + (1 - w_1) * \beta^{m-1} \{\beta_h, b_h, h = 2, \dots, m\}\end{aligned}\quad (4.45)$$

όπου $W = [w_1, \dots, w_m]$ είναι το διάνυσμα βαρών τέτοιο ώστε:

- $w_i \in [0,1]$
- $\sum_i w_i = 1$
- $\beta_h = \frac{w_h}{\sum_{k=2}^m w_k}$ με $h = 2, \dots, m$

Και $B = \{b_1, \dots, b_m\}$ είναι διάνυσμα σχετισμένο με το A κατά τέτοιο τρόπο ώστε:

$$B = \sigma(A) = \{\alpha_{\sigma(1)}, \dots, \alpha_{\sigma(n)}\} \quad (4.46)$$

όπου $\alpha_{\sigma(j)} \leq \alpha_{\sigma(i)}$ για κάθε $i \leq j$ και το σ είναι μια αντιμετάθεση για το σύνολο των ετικετών A ενώ β_m είναι ο κυρτός τελεστής συνδυασμού των m ετικετών.

Αν $m = 2$, τότε ορίζεται ως εξής:

$$\beta^2 \{w_i, b_i, i = 1, 2\} = w_1 * s_j + (1 - w_1) * s_i = s_k \quad (4.47)$$

$s_j, s_i \in S, (j \geq i)$ έτσι ώστε

$$k = \min\{T, i + \text{round}(w_i * (j - i))\} \quad (4.48)$$

όπου round είναι η συνηθισμένη λειτουργία στρογγυλοποίησης και $b_1 = s_j, b_2 = s_i$.

Αν $w_j = 1$ και $w_i = 0$ με $j \neq i, \forall i$ τότε ο κυρτός συνδυασμός ορίζεται ως:

$$\beta_m \{w_i, b_i, i = 1, \dots, m\} = b_j \quad (4.49)$$

Ο υπολογισμός τώρα του διανύσματος βαρών του τελεστή LOWA, W , είναι ένα βασικό πρόβλημα που πρέπει να λυθεί. Μια πιθανή λύση είναι ότι τα βάρη αντιπροσωπεύουν την έννοια της ασαφούς πλειοψηφίας στη συνάθροιση του τελεστή LOWA χρησιμοποιώντας ένα ασαφή γλωσσικό ποσοτικοποιητή. Ο Yager πρότεινε ένα διαφανή τρόπο να υπολογιστούν τα βάρη με τη βοήθεια ενός ασαφούς γλωσσικού ποσοτικοποιητή, ο οποίος, στην περίπτωση του μη-φθίνοντα αναλογικού ασαφούς γλωσσικού ποσοτικοποιητή Q , δίνεται από αυτήν την έκφραση (Yager, 1988):

$$w_i = Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{i-1}{n}\right), i = 1, \dots, n \quad (4.50)$$

και

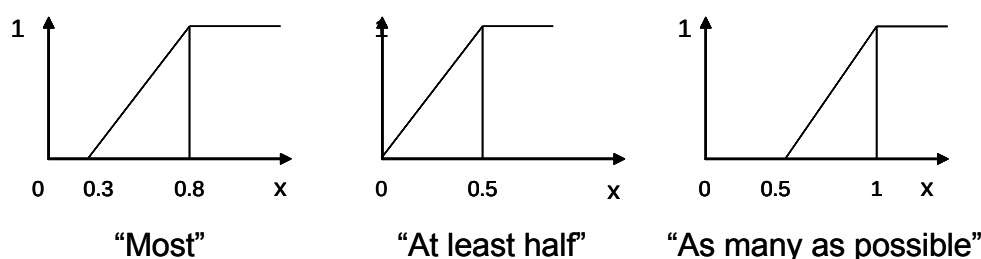
$$Q(r) = \begin{cases} 0, & \text{αν } r < a \\ \frac{r-a}{b-a}, & \text{αν } a \leq r \leq b \\ 1, & \text{αν } r > b \end{cases} \quad (4.51)$$

με τα $a, b, r \in [0,1]$.

Μερικά παραδείγματα των μη-φθινόντων αναλογικών ασαφών γλωσσικών ποσοτικοποιητών, τα οποία θα χρησιμοποιηθούν και στην εφαρμογή, είναι τα ακόλουθα:

- “Most” (0.3, 0.8): Δίνει περισσότερη βαρύτητα στις ενδιάμεσες αποδόσεις,
- “At least half” (0, 0.5): Δίνει περισσότερη βαρύτητα στις υψηλές αποδόσεις,
- “As many as possible” (0.5, 1): Δίνει περισσότερη βαρύτητα στις χαμηλές αποδόσεις,

όπου ο πρώτος αριθμός μέσα σε κάθε παρένθεση συμβολίζει το κάτω όριο (a) και ο δεύτερος αριθμός το πάνω όριο (b).



Εικόνα 4.41 Ασαφείς γλωσσικοί ποσοτικοποιητές

Όταν ένας ασαφής γλωσσικός ποσοτικοποιητής, Q , χρησιμοποιείται για να υπολογίσει τα βάρη του τελεστή LOWA, Φ , τότε συμβολίζεται με Φ_Q .

Υπάρχουν όμως και τελεστές γλωσσικής συνάθροισης για κριτήρια διαφορετικής σημαντικότητας, LWA – Linguistic Weighted Average.

Ακολουθώντας τις μελέτες του Cholewa (Cholewa, 1985) και το μοντέλο συνάθροισης του Montero (Montero de Juan, 1988), για τη συνάθροιση σταθμισμένης πληροφορίας πρέπει να ορίζονται δύο τελεστές, οι ακόλουθοι:

- Ο τελεστής συνάθροισης των βαρών της πληροφορίας και
- Ο τελεστής συνάθροισης της σταθμισμένης πληροφορίας (πληροφορία συνδυασμένη με βάρη).

Η πρώτη πτυχή συνίσταται στην απόκτηση ενός συλλογικού βαθμού σπουδαιότητας από μεμονωμένους βαθμούς σπουδαιότητας, ο οποίος χαρακτηρίζει το τελικό αποτέλεσμα του τελεστή συνάθροισης.

Από την άλλη μεριά, η συνάθροιση σταθμισμένης πληροφορίας εμπλέκει το μετασχηματισμό της σταθμισμένης πληροφορίας με βάση τα βάρη. Η μορφή του μετασχηματισμού εξαρτάται από τον τύπο της συνάθροισης της σταθμισμένης πληροφορίας που επιτελείται. Οι γενικές ιδιότητες που οποιαδήποτε συνάρτηση μετασχηματισμού σπουδαιότητας g που πρέπει να ικανοποιεί για οποιονδήποτε τύπο τελεστή συνάθροισης είναι οι ακόλουθες (Herrera & Herrera-viedma, Linguistic Decision Analysis: Steps for Solving Decision Problems under Linguistic Information, 1998):

1. αν $a > b$ τότε $g(w, a) \geq g(w, b)$,
2. η $g(w, a)$ είναι μονότονη στο w ,
3. $g(0, a) = ID$ και
4. $g(1, a) = a$,

σχετίζεται με το κριτήριο, και ID ένα στοιχείο ταυτότητας, που είναι τέτοιο ώστε εάν το προσθέσουμε στις συναθροίσεις δεν αλλάζει την τιμή συνάθροισης.

Σε αυτό το πλαίσιο, παραδείγματα συναρτήσεων σύζευξης των βαρών με τις αποδόσεις είναι οι ακόλουθες (Herrera & Herrera-viedma, Linguistic Decision Analysis: Steps for Solving Decision Problems under Linguistic Information, 1998):

- Των Kleene – Dienes: $LI_1^{\rightarrow} = \text{Max}(\text{Neg}(w), a)$

- Του Godels: $LI_2^{\rightarrow} = \begin{cases} s_T, & w \leq a \\ a, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$
- Του Fodor: $LI_3^{\rightarrow} = \begin{cases} s_T, & w \leq a \\ \text{Max}(Neg(w), a), & \text{διαφορετικά} \end{cases}$
- Του Lukasiewicz: $LI_4^{\rightarrow} = \begin{cases} s_T, & w \leq a \\ Neg(w - a), & \text{διαφορετικά} \end{cases}$

όπου $w - a = s_h \in S$, με $w = s_l, a = s_t$ και $l = t + h$

Προσέγγιση Διπλής Αναπαράστασης

Η γλωσσική ανάλυση σήμερα εστιάζεται στην ανάπτυξη συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων που να είναι ικανά να διαχειριστούν γλωσσολογική πληροφορία μέσα σε πολυκριτηριακά προβλήματα, επιτυγχάνοντας ταυτόχρονα την αποφυγή οποιασδήποτε απώλειας πληροφορίας. Αυτός είναι και ο στόχος του νέου μοντέλου διπλής αναπαράστασης της γλωσσολογικής πληροφορίας των Herrera et al. (Herrera & Martínez, 1999).

Πιο συγκεκριμένα, έστω $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ ένα σύνολο γλωσσικών στοιχείων. Εάν μια συμβολική μέθοδος, η οποία αθροίζει γλωσσικές πληροφορίες λάβει μια τιμή $\beta \in [0, g]$, αλλά ισχύει $\beta \notin \{0, \dots, g\}$, τότε χρησιμοποιείται μια προσεγγιστική συνάρτηση $app_2(\cdot)$ για να εκφράσει το αποτέλεσμα της άθροισης στο σύνολο S .

Έστω β το αποτέλεσμα της άθροισης ενός συνόλου γλωσσικών ορών που έχουν εκφραστεί σε μια γλωσσική κλίμακα S , για παράδειγμα, έστω β το αποτέλεσμα μιας συμβολικής άθροισης, όπου $\beta \in [0, g]$, και $g + 1$ το πλήθος των στοιχείων του S . Αν $i = \text{round}(\beta)$ και $\alpha = \beta - i$ δύο τιμές έτσι, ώστε $i \in [0, g]$ και $\alpha \in [-0.5, 0.5)$, τότε η α καλείται συμβολική μετάφραση.

Η συμβολική μετάφραση ενός γλωσσικού όρου, s_i , είναι δηλαδή μια αριθμητική τιμή στο διάστημα $[-0.5, 0.5)$, η οποία υποδηλώνει τη “διαφοροποίηση της πληροφορίας” ανάμεσα στη μετρούμενη τιμή $\beta \in [0, g]$ που λαμβάνεται κατόπιν μιας συμβολικής συνάθροισης, και της πλησιέστερης τιμής στο $\{0, \dots, g\}$ που δηλώνει το περιεχόμενο του πλησιέστερου γλωσσικού όρου στο S ($i = \text{round}(\beta)$).

Από την άποψη αυτήν, αναπτύχθηκε ένα μοντέλο γλωσσικής απεικόνισης, το οποίο απεικονίζει τη γλωσσική πληροφορία μέσω δύο στοιχείων, των (s_i, α_i) , με $s_i \in S$ και $\alpha_i \in [-0.5, 0.5)$, τέτοια ώστε:

- Το s_i αντιπροσωπεύει τη γλωσσική προέλευση της πληροφορίας.

- Το α_i αποτελεί μια αριθμητική τιμή, η οποία εκφράζει την απόδοση της μετάφρασης από το αρχικό αποτέλεσμα β στο πλησιέστερο όρο i στο σύνολο γλωσσικών στοιχείων (s_i), δηλαδή τη συμβολική μετάφραση.

Το παραπάνω μοντέλο ορίζει ένα σύνολο συναρτήσεων μετάφρασης ανάμεσα σε γλωσσικούς όρους και στη διπλή αναπαράσταση, και ανάμεσα σε αριθμητικές τιμές και στη διπλή αναπαράσταση. Αν $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ είναι ένα σύνολο γλωσσικών όρων και $\beta \in [0, g]$ μια τιμή που αντιπροσωπεύει το αποτέλεσμα μιας συμβολικής συνάθροισης, τότε η διπλή αναπαράσταση που εκφράζει την ισοδύναμη με το β πληροφορία λαμβάνεται από την ακόλουθη συνάρτηση:

$$\Delta(\beta) = (s_i, a) \quad (4.52)$$

με $\alpha = \beta - i$, $i = \text{round}(\beta)$, $\alpha \in [-0.5, 0.5)$, όπου $\text{round}()$ η συνήθης συνάρτηση στρογγυλοποίησης, το περιεχόμενο του s_i είναι το πλησιέστερο στο “ β ” και το “ α ” είναι η τιμή της συμβολικής μετάφρασης.

Υπάρχει πάντοτε μια συνάρτηση Δ^{-1} τέτοια, ώστε από 2-tuple να επιστρέφει την αντίστοιχη αριθμητική της αξία $\beta \in [0, g] \subset \mathbb{R}$. Υπό αυτό το πρίσμα, ορίζεται η ακόλουθη συνάρτηση:

$$\begin{aligned} \Delta^{-1}: S \times [-0.5, 0.5) &\rightarrow [0, g] \\ \Delta^{-1}(s_i, a) &= i + a = \beta \end{aligned} \quad (4.53)$$

Επιπλέον, η αντιστροφή της διπλής αναπαράστασης μπορεί να οριστεί σαν $n(s_i, a) = \Delta[g - \Delta^{-1}(s_i, a)]$, όπου $g + 1$ είναι το πλήθος της διατεταγμένης γλωσσικής κλίμακας $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$.

Επιπρόσθετα, η σύγκριση δύο γλωσσικών πληροφοριών που απεικονίζονται με τη διπλή αναπαράσταση γίνεται λαμβάνοντας υπόψη τη διάταξη των γλωσσικών μεταβλητών. Έστω (s_k, a_1) και (s_l, a_2) δύο αναπαραστάσεις γλωσσικής πληροφορίας. Η σύγκριση τότε γίνεται ως ακολούθως:

1. Αν $k < l$ τότε $(s_k, a_1) < (s_l, a_2)$.
2. Αν $k = l$ τότε, τρεις διαφορετικές περιπτώσεις ισχύουν:
 - i. Αν $\alpha_1 = \alpha_2$ τότε $(s_k, a_1) = (s_l, a_2)$. που σημαίνει ότι αναπαριστούν την ίδια πληροφορία.
 - ii. Αν $\alpha_1 < \alpha_2$ τότε $(s_k, a_1) < (s_l, a_2)$.
 - iii. Αν $\alpha_1 > \alpha_2$ τότε $(s_k, a_1) > (s_l, a_2)$.

Ένα παράδειγμα της διπλής αναπαράστασης είναι αν υποθέσουμε τη γλωσσική κλίμακα $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$ και το γλωσσικό αθροιστικού τελεστή, με αποτέλεσμα την τιμή $\beta = 2,8$. Τότε, η διπλή απεικόνιση της πληροφορίας $\beta = 2,8$ είναι η $\Delta(2.8) = (s_3, -0.2)$.

Με βάση την αρχή ότι η συνάθροιση γλωσσικών πληροφοριών πρέπει να έχει σαν αποτέλεσμα την επίτευξη μίας τιμής που αθροίζει τις προηγούμενες, έτσι και στη διπλή απεικόνιση η συνάθροιση μίας ομάδας διπλών αναπαραστάσεων πρέπει να είναι πάλι μια διπλή αναπαράσταση. Κάθε αριθμητικός αθροιστικός τελεστής μπορεί να επεκταθεί ώστε να συνδυάζει διπλές αναπαραστάσεις και να καταλήγει σε ένα αποτέλεσμα διπλής αναπαράστασης, με τη βοήθεια και των συναρτήσεων Δ και Δ^{-1} , όπως προσδιορίστηκαν παραπάνω. Σε αυτό το πλαίσιο, οι τελεστές του αριθμητικού μέσου και του σταθμισμένου μέσου όρου, με βάση τη διπλή αναπαράσταση μπορούν να οριστούν τα ακόλουθα.

Έστω $x = \{(x_1, a_1), (x_2, a_2), \dots, (x_n, a_n)\}$ ένα σύνολο διπλών αναπαραστάσεων. Ο αριθμητικός μέσος διπλής αναπαράστασης ορίζεται ως:

$$\begin{aligned} M((x_1, a_1), (x_2, a_2), \dots, (x_n, a_n)) &= \Delta \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta^{-1}(x_i, a_i) \right] \\ &= \Delta \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i \right] \end{aligned} \quad (4.54)$$

και επιτρέπει να γίνονται υπολογισμοί χωρίς να χάνεται πληροφορία.

Έστω $x = \{(x_1, a_1), (x_2, a_2), \dots, (x_n, a_n)\}$ ένα σύνολο από διπλές αναπαραστάσεις και $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ με $w \geq 0$ να είναι τα σχετιζόμενα βάρη τους. Ο διπλής αναπαράστασης σταθμισμένος μέσος όρος είναι:

$$\begin{aligned} M((x_1, a_1), (x_2, a_2), \dots, (x_n, a_n)) &= \Delta \left[\frac{\sum_{i=1}^n \Delta^{-1}(x_i, a_i) w_i}{\sum_{j=1}^n w_j} \right] \\ &= \Delta \left[\frac{\sum_{i=1}^n \beta_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \right] \end{aligned} \quad (4.55)$$

4.3.6. Εφαρμογές στο πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού

Τα τελευταία χρόνια, μεγάλο κομμάτι της επιστημονικής κοινότητας έχει στρέψει το ενδιαφέρον της στην ένταξη πολυκριτηριακών συστημάτων στη διαδικασία κατάρτισης πλάνων παραγωγής. Οι προσπάθειες αυτές έχουν εστιάσει στην αξιοποίηση των πολυκριτηριακών συστημάτων στη συνάρτηση καταλληλότητας των παραγόμενων λύσεων.

Σημαντικές θεωρούνται οι ερευνητικές προσπάθειες των Chou et. al. οι οποίοι ανέπτυξαν έναν ευρετικό αλγόριθμο για την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ροής και του συνολικού χρόνου επεξεργασίας σε περιβάλλον συνεχής ροής (Chou & Lee, 1999). Να σημειωθεί ότι η έρευνα τους στηρίχτηκε στις αρχικές προσπάθειες του Rajendran για το ίδιο πρόβλημα (Rajendran C. , Two-stage flowshop scheduling problem with bicriteria, 1992), τις οποίες εξέλιξε και ο ίδιος πιο πρόσφατα (Rajendran & Ziegler, 1999), όπου έθετε σαν στόχο την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος του σταθμισμένου χρόνου ροής και της σταθμισμένης βραδύτητας σε περιβάλλον συνεχούς ροής. Στο ίδιο παραγωγικό σύστημα, οι Mansouri et. al. πρότειναν έναν γενετικό αλγόριθμο και μια προσομοιωμένη ανόπτηση για την ελαχιστοποίηση των χρόνων προετοιμασίας των μηχανών και το συνολικό χρόνο επεξεργασίας (Mansouri, Hendizadeh, & Salmasi, 2007). Ακόμα πιο πρόσφατα, σημαντική θεωρείται η επέκταση του εξελικτικού αλγόριθμου των Pan et. al που αναφέρθηκε στην ενότητα των γενετικών αλγορίθμων, με στόχο τη βελτιστοποίηση με δύο κριτήρια, στο ίδιο παραγωγικό σύστημα (Pan, Wang, & Qian, 2009).

Στα παραγωγικά συστήματα παράλληλων μηχανών, οι Sarin et al. παρουσίασαν τη μελέτη τους που είχε στόχο στην ελαχιστοποίηση ταυτόχρονα των κριτηρίων της μέγιστης βραδύτητας (πρωτεύον κριτήριο) και του αριθμού των αργοπορημένων παραγγελιών (δευτερεύον κριτήριο) (Sarin & Hariharan, 2000). Στην ίδια κατεύθυνση με δύο διαφορετικά κριτήρια κινήθηκαν και οι Gupta et. al. οι οποίοι περιόρισαν το πρόβλημα σε δύο μηχανές (Gupta & Ho, 2001). Οι Korkmazel et. al. εφάρμοσαν έναν απλό κατασκευαστικό αλγόριθμο ο οποίος προσπαθούσε να βελτιστοποιήσει δύο κριτήρια σε παραγωγικά συστήματα έγκαιρης παράδοσης (Korkmazel & Meral, 2001).

Τέλος, αξιοσημείωτες είναι οι προσπάθειες εφαρμογής πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης δύο κριτηρίων των Cheng et. al. σε συστήματα παραγωγής μιας μηχανής με παρτίδες (Cheng, Yixun, & Jinjiang, 2009) και η μόνη προσπάθεια που έχει γίνει στην επιστημονική βιβλιογραφία μέχρι στιγμής, για πραγματική πολυκριτηριακή υποστήριξη αποφάσεων σε συστήματα συνεχούς ροής με πιθανοτικές τιμές στα διάφορα κριτήρια (Xu & Zhou, 2009).

4.4. Συμπεράσματα

Από την επισκόπηση που προηγήθηκε πάνω στην τεχνολογία των γενετικών αλγορίθμων, οι βασικές παράμετροι που πρέπει να εξεταστούν ιδιαίτερα κατά το σχεδιασμό ενός τέτοιου αλγόριθμου είναι τα ακόλουθα:

- Η κωδικοποίηση των λύσεων. Επιλέγοντας ή κατασκευάζοντας μια κωδικοποίηση λύσεων θα πρέπει να ικανοποιούνται όσες περισσότερες από τις πέντε ιδιότητες του Kobayashi (Kobayashi S. , 1993).
- Οι γενετικοί τελεστές. Θα πρέπει να γίνει ορθή επιλογή των τελεστών της διασταύρωσης και της μετάλλαξης με τέτοιο τρόπο ώστε ο αλγόριθμος να εκτελεί τόσο τοπική όσο και τυχαία αναζήτηση στο χώρο των λύσεων και να συγκλίνει σε πεπερασμένο χρόνο.
- Η επιλογή. Η μέθοδος της επιλογής αποτελεί την κινητήρια δύναμη του αλγορίθμου. Χρησιμοποιώντας μια από τις υπάρχουσες μεθόδους ή κατασκευάζοντας μια μέθοδο προσδίδουμε στον αλγόριθμο τη στρατηγική με βάση την οποία αναζητά τις λύσεις.
- Τα κριτήρια τερματισμού. Με τη σωστή επιλογή κριτηρίων, ο αλγόριθμος εκτελεί ακριβώς τον αριθμό των επαναλήψεων που απαιτούνται για την εύρεση μιας βέλτιστης λύσης χωρίς να σπαταλάει επεξεργαστική ισχύ.

Από τα ευρήματα της βιβλιογραφικής ανασκόπησης, έγινε εμφανές ότι η τεχνολογία των γενετικών αλγορίθμων μπορεί να εφαρμοστεί με μεγάλη επιτυχία σε πρακτικά προβλήματα που έχουν άμεση σχέση με το χρονοπρογραμματισμό παραγωγής.

Από την άλλη πλευρά, η διαδικασία αξιολόγησης των λύσεων που προτείνονται σε ένα παραγωγικό σύστημα δεν μπορεί να γίνει με βάση τα διάφορα «κλασσικά» πολυκριτηριακά συστήματα που παρουσιάστηκαν στην αντίστοιχη ενότητα. Για την ορθή αξιολόγηση των λύσεων απαιτούνται νούμερα που δεν μπορούν να καθοριστούν επακριβώς σε μια ποσοτική μορφή ή δεν είναι διαθέσιμες ή το κόστος υπολογισμού τους είναι πολύ υψηλό.

Από τη διερεύνηση της γλωσσικής ανάλυσης, μπορεί να διατυπωθεί ότι ενδείκνυται η χρήση της για την αξιολόγηση χρονοπρογραμμάτων παραγωγής, παρ' όλο που δεν χρησιμοποιείται μέχρι σήμερα σε αυτό το πεδίο. Ουσιαστικά, μέσω της γλωσσικής ανάλυσης:

- Εισάγεται ένα περισσότερο ευέλικτο πλαίσιο, το οποίο επιτρέπει την αναπαράσταση των πληροφοριών με έναν πιο άμεσο και επαρκή τρόπο.
- Εξαφανίζεται η επιβάρυνση της ποσοτικοποίησης ποιοτικών από τη φύση τους εννοιών (π.χ. σημαντικότητα πελάτη).

Επιμέρους χαρακτηριστικά των προσεγγίσεων γλωσσικής ανάλυσης είναι τα ακόλουθα:

- Προσέγγιση προέκτασης. Βασίζεται στις σχετικές συναρτήσεις συσχέτισης των γλωσσικών όρων, μέσα ουσιαστικά από την αναπαράσταση των γλωσσικών όρων με παραμέτρους της αντίστοιχης συνάρτησης συσχέτισης. Η συνάρτηση συσχέτισης συνήθως προέρχεται από υποκειμενικές εκτιμήσεις των αποφασιζόντων είτε από στοχευμένες (ad hoc) και απλοποιημένες μορφές, οπότε υπεισέρχεται αβεβαιότητα στη διαδικασία της απόφασης. Επίσης, οι πράξεις που πρέπει να γίνουν μεταξύ των ασαφών συνόλων είναι πολλές φορές πολύπλοκες και απαιτούν σύνθετα υπολογιστικά εργαλεία. Συνεπαγόμενα, υπάρχει απώλεια πληροφορίας και χαμηλή «διακριτότητα» των εναλλακτικών μεταξύ τους.
- Συμβολική προσέγγιση. Δρα μέσω άμεσου υπολογισμού στις ετικέτες των γλωσσικών όρων, χωρίς να είναι απαραίτητη η χρήση των συναρτήσεων συμμετοχής μαζί με τους γλωσσικούς όρους. Από την άποψη του υπολογισμού, οι πράξεις είναι σχετικά απλές και γρήγορες. Υπάρχει όμως το εγγενές πρόβλημα ότι σε πολλές περιπτώσεις «χάνεται» πληροφορία. Συνεπαγόμενα, η «διακριτότητα» ανάμεσα στα εξαχθέντα αποτελέσματα είναι ιδιαίτερα χαμηλή.
- Προσέγγιση Διπλής Αναπαράστασης. Είναι μια ικανή προσέγγιση αναπαράστασης και επεξεργασίας της ασαφούς πληροφορίας που εμπεριέχεται στην αποτίμηση παραγωγικών πλάνων.

Συνοπτικά, η προσέγγιση της διπλής αναπαράστασης μπορεί να έχει πραγματικά σημαντική συνεισφορά στην αξιολόγηση των εναλλακτικών χρονοπρογραμμάτων μέσα σε παραγωγικά συστήματα, καθώς:

- Δίνει τη δυνατότητα να εκφράζονται τα βάρη των κριτηρίων και οι αποδόσεις των εναλλακτικών σε διακριτή κλίμακα.
- Δίνει τη δυνατότητα να γίνονται πράξεις με ασαφείς αριθμούς, αίροντας έτσι τους περιορισμούς της διακριτής κλίμακας.
- Μέσω αυτής της αναπαράστασης είναι εφικτή η μετάβαση από τη διακριτή κλίμακα στη συνεχή και ξανά στη διακριτή.
- Δεν υπάρχει το εγγενές πρόβλημα των γλωσσικών προσεγγίσεων (με βάση την αρχή της προέκτασης είτε της συμβολικής προσέγγισης) της απώλειας πληροφορίας και της χαμηλής «διακριτότητας» των εναλλακτικών μεταξύ τους.

Κεφάλαιο

5



**Προτεινόμενη
μεθοδολογία**

Κεφάλαιο 5: Προτεινόμενη μεθοδολογία

5.1. Εισαγωγή

Η ανάλυση που παρατέθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια καθιστά σαφές ότι η διαδικασία εντοπισμού βέλτιστου πλάνου παραγωγής σε ένα παραγωγικό σύστημα αποτελεί ένα περίπλοκο πρόβλημα. Η ανάλυση ενός προβλήματος χρονοπρογραμματισμού παραγωγής και η ανάπτυξη μιας διαδικασίας η οποία θα το «επιλύει» με βάση ένα κριτήριο για ένα δεδομένο χρονικό ορίζοντα είναι στον πραγματικό κόσμο μόνο ένα τμήμα του συνολικού προβλήματος για μία επιχείρηση. Σε πραγματικά προβλήματα ένα και μόνο κριτήριο προς βελτιστοποίηση δεν είναι αρκετό για τον υπεύθυνο παραγωγής, ο οποίος εκ των πραγμάτων ενδιαφέρεται να λάβει υπόψη του όσο το δυνατόν περισσότερες παραμέτρους που θα του εξασφαλίσουν ένα καλύτερο και εφικτό πρόγραμμα παραγωγής.

Στο πλαίσιο αυτό, η προτεινόμενη μεθοδολογία αναπτύσσει ένα λογικά συνεπές πλαίσιο προγραμματισμού παραγωγής το οποίο αξιοποιεί έναν κατανεμημένο εξελικτικό αλγόριθμο για τον εντοπισμό των βέλτιστων λύσεων με βάση πολλαπλά κριτήρια και στη συνέχεια συνθέτει το τελικό πλάνο παραγωγής βάσει πολυκριτηριακής λεκτικής υποστήριξης αποφάσεων.

5.2. Μεθοδολογία υποστήριξης παραγωγικού συστήματος

5.2.1. Φιλοσοφία προσέγγισης

Στόχος του προτεινόμενου μεθοδολογικού πλαισίου είναι ο προγραμματισμός της παραγωγής βελτιστοποιώντας τόσο τα αντικειμενικά κριτήρια που συναντώνται στη βιβλιογραφία όσο και τις υποκειμενικές προτιμήσεις των εμπλεκόμενων στην παραγωγική διαδικασία.

Στο πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού, όπως έχει αναφερθεί και στο αντίστοιχο κεφάλαιο της παρούσας διατριβής, υπάρχουν πολλαπλές αντικειμενικές επιδιώξεις από τις οποίες οι πιο χαρακτηριστικές είναι οι ακόλουθες:

- Ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου επεξεργασίας
- Ικανοποίηση των ημερομηνιών παράδοσης
- Ελαχιστοποίηση του χρόνου προετοιμασίας των μηχανών
- Ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους του προϊόντος
- Ελαχιστοποίηση του εν-επεξεργασία αποθέματος
- Μεγιστοποίηση του ποσοστού χρήσης των μηχανών με ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση των νεκρών χρόνων τόσο των μηχανών όσο και των εργαζομένων

Όλοι οι παραπάνω στόχοι δίνουν έμφαση στη βελτιστοποίηση των μετρήσιμων εκείνων διαστάσεων του συστήματος που αποτιμούν την απόδοση του ως προς την παραγωγή. Υπάρχουν όμως και διαστάσεις οι οποίες δεν είναι άμεσα μετρήσιμες και συνήθως ορίζονται στο στρατηγικό σχεδιασμό του παραγωγικού συστήματος. Μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα τέτοιων διαστάσεων αποτελούν τα ακόλουθα:

- Προτεραιότητα πελατών
- Προτεραιότητα με βάση τον τζίρο ή το προκοστολογημένο όφελος
- Ελαστικότητα χρόνου παράδοσης
- Ελαχιστοποίηση συνεχούς χρήσης συγκεκριμένης ομάδας μηχανών λόγω παλαιότητας
- Ελαχιστοποίηση νεκρών χρόνων εξειδικευμένων κέντρων εργασίας
- Ελαχιστοποίηση ενδιάμεσων αποθηκευτικών χώρων

Οι ειδικοί αυτοί στόχοι, που προκύπτουν από τα διάφορα κέντρα αποφάσεων της παραγωγικής διαδικασίας, συμβάλουν σημαντικά στην τελική διαμόρφωση του πλάνου

παραγωγής και συνήθως αντιτίθενται στους αντικειμενικούς στόχους που αποτελούν βασικές επιδιώξεις του υπεύθυνου παραγωγής.

Στο παραπάνω πλαίσιο, η μεθοδολογία FEDRA (Fuzzy Evolutionary Dispatching Rules Algorithm) συνθέτει το προτεινόμενο πλάνο παραγωγής με βάση τις ακόλουθες τρεις συνιστώσες:

1. Χαρακτηριστικά διεργασιών: Γίνεται ανάλυση και εντοπισμός των χαρακτηριστικών εκείνων που επιδρούν στην τελική διαμόρφωση του πλάνου παραγωγής.
2. Αντικειμενικοί στόχοι: Εντοπίζονται οι ακολουθίες των διεργασιών οι οποίες προσδίδουν βέλτιστα χαρακτηριστικά στα πλάνα παραγωγής με βάση τους αντικειμενικούς στόχους.
3. Επιμέρους στόχοι: Αναλύονται οι επιμέρους στόχοι των κέντρων λήψης αποφάσεων και εντοπίζονται τόσο οι διεργασίες όσο και οι ακολουθίες διεργασιών οι οποίες απαιτούνται για την τελική διαμόρφωση του πλάνου παραγωγής.

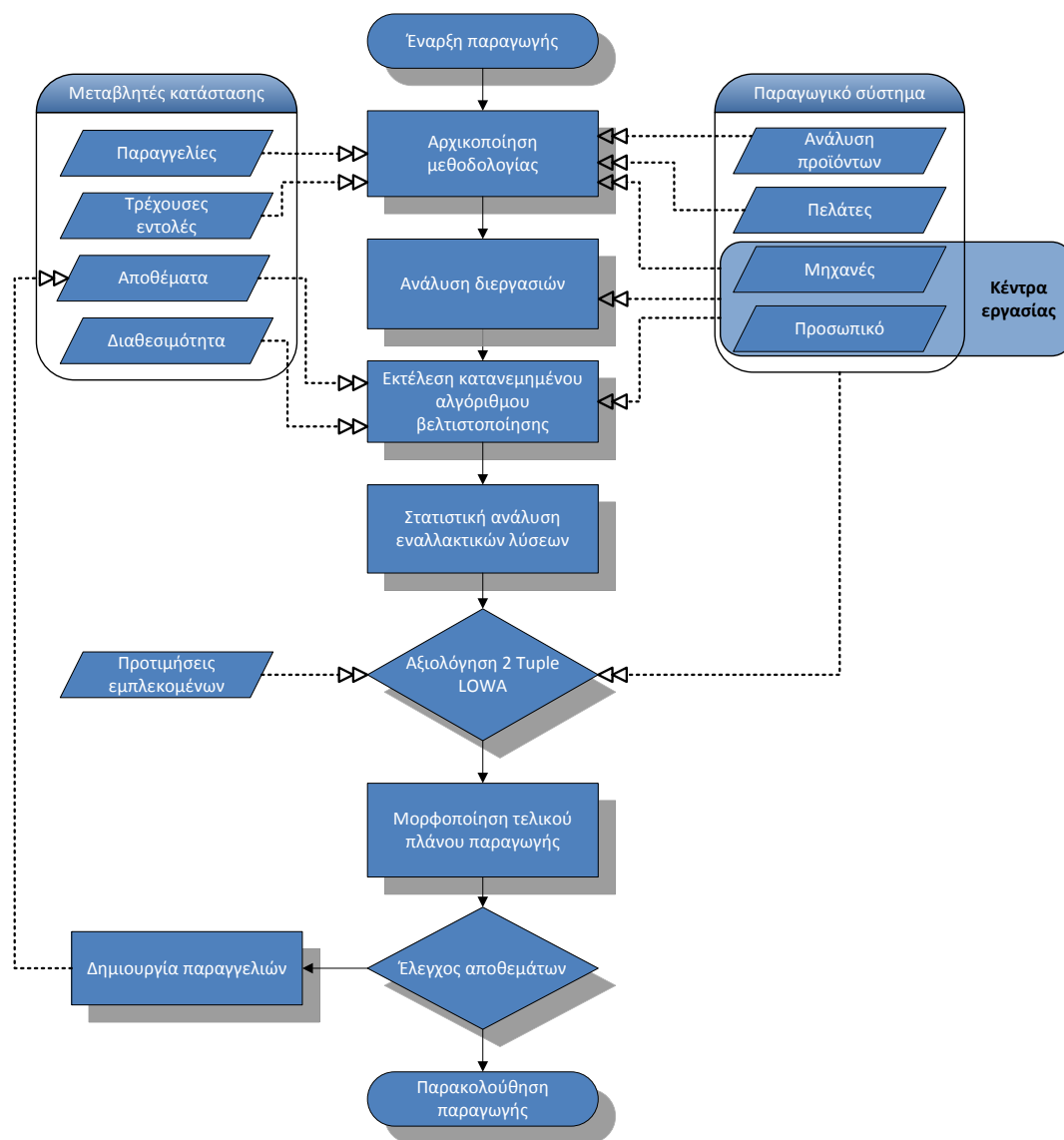


Εικόνα 5.1 Συνιστώσες μεθοδολογίας FEDRA

Αξιοποιώντας αυτές τις τρεις συνιστώσες, η προτεινόμενη μεθοδολογία συνθέτει το τελικό πλάνο παραγωγής με συνέπεια ως προς τα χαρακτηριστικά που προσδίδονται από όλα τα κέντρα λήψης αποφάσεων.

5.2.2. Διαδικασία προσέγγισης

Η ακολουθούμενη διαδικασία σε μορφή λογικού διαγράμματος απεικονίζεται σχηματικά στο ακόλουθο σχήμα:



Εικόνα 5.2 Λογικό διάγραμμα μεθοδολογίας FEDRA

Πιο συγκεκριμένα, η διαδικασία περιγράφεται αναλυτικά ως ακολούθως:

- Έναρξη παραγωγής: Κάθε φορά που εισάγεται μια νέα παραγγελία στο σύστημα ή απαιτείται επαναπροσδιορισμός του πλάνου παραγωγής, το σύστημα εισέρχεται

στη συγκεκριμένη κατάσταση. Σε αυτό το στάδιο, γίνεται επικαιροποίηση των χαρακτηριστικών του παραγωγικού συστήματος και επαναπροσδιορισμός των μεταβλητών κατάστασης.

- Αρχικοποίηση μεθοδολογίας: Με βάση τα δεδομένα του παραγωγικού συστήματος και τις νέες παραγγελίες γίνεται η ανάλυση των νέων παραγγελιών σε διεργασίες οι οποίες αποτελούν τους δομικούς λίθους του πλάνου παραγωγής. Στη συνέχεια ορίζεται ο χώρος λύσεων του προβλήματος παραγωγής. Σε πρώτη φάση συντάσσεται ο πίνακας διαθεσιμότητας και ορίζεται το διαθέσιμο ημερολόγιο παραγωγής. Στη συνέχεια προσδιορίζεται ο φόρτος εργασίας με βάση τόσο τις νέες διεργασίες που προέκυψαν από το προηγούμενο στάδιο όσο και από τις διεργασίες που συντάσσουν το ενεργό πλάνο παραγωγής.
- Ανάλυση διεργασιών: Σε αυτό το στάδιο γίνεται αξιολόγηση των διεργασιών και γίνεται ταξινόμηση τους σε ομάδες με βάση τα βασικά χαρακτηριστικά τους.
- Εκτέλεση κατανεμημένου αλγόριθμου βελτιστοποίησης: Έχοντας ορίσει το πρόβλημα βελτιστοποίησης, γίνεται γενετική αναζήτηση στο χώρο λύσεων με χρήση πολλαπλών συναρτήσεων αξιολόγησης των εναλλακτικών πλάνων παραγωγής. Η διαδικασία αυτή εκτελείται σε κατανεμημένους πράκτορες οι οποίοι προσπαθούν να εντοπίσουν βέλτιστες λύσεις με βάση διαφορετικά κριτήρια.
- Στατιστική ανάλυση εναλλακτικών λύσεων: Αξιολογούνται τα αποτελέσματα του κατανεμημένου αλγόριθμου βελτιστοποίησης και προσδιορίζονται τα χαρακτηριστικά τόσο των διεργασιών όσο και των ακολουθιών εκείνων που προσδίδουν βέλτιστα χαρακτηριστικά στα πλάνα παραγωγής με βάση τα κριτήρια αξιολόγησης. Μέσα από αυτήν τη διαδικασία συντάσσονται ασθενείς περιορισμοί οι οποίοι θα καθοδηγήσουν τη σύνθεση του τελικού πλάνου παραγωγής.
- Αξιολόγηση 2-tuple LOWA: Σε αυτήν την αξιολόγηση γίνεται η ύφανση τόσο των χαρακτηριστικών που προέκυψαν από τη στατιστική ανάλυση των εναλλακτικών λύσεων όσο και τον επιμέρους στόχων των κέντρων λήψης αποφάσεων. Η πολυκριτηριακή αυτή προσέγγιση στηρίζεται στον τελεστή LOWA, με την αναπαράσταση των γλωσσικών μεταβλητών να γίνεται με βάση την απεικόνιση διπλής αναπαράστασης (2-tuple). Αποτέλεσμα αυτής της αξιολόγησης είναι η διαμόρφωση λίστας προτεραιοτήτων και ο καθορισμός των ασθενών περιορισμών που θα διαμορφώσουν το τελικό πλάνο παραγωγής.
- Μορφοποίηση τελικού πλάνου παραγωγής: Το τελικό πλάνο παραγωγής διαμορφώνεται με βάση τις προτεραιότητες και τους ασθενείς περιορισμούς που

προέκυψαν από το προηγούμενο στάδιο. Σε αυτό το στάδιο δύναται ο υπεύθυνος παραγωγής να αλληλεπιδράσει με το τελικό πλάνο και να το διαμορφώσει είτε επηρεάζοντας τις προτεραιότητες των διεργασιών είτε επεμβαίνοντας στο τελικό πλάνο παραγωγής αλλάζοντας τη σειρά των διεργασιών διατηρώντας τους ασθενείς περιορισμούς που τις διέπουν.

- Έλεγχος αποθεμάτων: Έχοντας οριστικοποιήσει το πλάνο παραγωγής, γίνεται έλεγχος αποθεμάτων και συντάσσονται οι απαιτούμενες παραγγελίες προς τους προμηθευτές με στόχο την έγκαιρη παραλαβή των απαιτούμενων πρώτων υλών.
- Παρακολούθηση παραγωγής: Σε αυτό το στάδιο, το διαμορφωμένο πλάνο παραγωγής ορίζεται ως το ενεργό πλάνο και συντάσσονται οι εντολές παραγωγής σύμφωνα με αυτό.

Στις ακόλουθες ενότητες γίνεται μια πιο συστηματική ανάλυση της παραπάνω διαδικασίας.

5.3. Προσδιορισμός πλάνου παραγωγής

5.3.1. Αρχικοποίηση μεθοδολογίας

Απαραίτητο βήμα για την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας αποτελεί η απογραφή και μοντελοποίηση του υφιστάμενου παραγωγικού συστήματος. Οι βασικές οντότητες που περιγράφουν την παραγωγή διαδικασία δίνονται στη συνέχεια:

Οντότητα	Περιγραφή
Πελάτης	Αναφέρεται στο φυσικό άτομο ή στην εταιρία που αποτελεί τον τελικό αποδέκτη μιας παραγγελίας. Ο κάθε πελάτης χαρακτηρίζεται από μια προτεραιότητα.
Παραγγελία	Κάθε παραγγελία αναλύεται σε μια ή περισσότερες εργασίες οι οποίες έχουν κοινή ημερομηνία παράδοσης D_i . Κάθε παραγγελία μπορεί να έχει περισσότερους από έναν πελάτες, αν και είναι αρκετά σπάνια αυτή η περίπτωση.
Εργασία	Αποτελεί μια τυποποιημένη σειρά από διεργασίες με στόχο την κατασκευή ενός τελικού προϊόντος. Συμβολίζεται με J_i . Κάθε εργασία μπορεί να έχει χαρακτηριστεί από κάποιο κέντρο λήψης αποφάσεων με μια προτεραιότητα.
Διεργασία	Κάθε διεργασία (o_{ij}) εκτελείται σε ένα κέντρο εργασίας. Έχει προκαθορισμένο χρόνο επεξεργασίας T_{ij} ο οποίος ενσωματώνει μέσα

Οντότητα	Περιγραφή
	του πιθανών χρόνο προετοιμασίας του κέντρου εργασίας.
Φασεολόγιο	Αποτελεί την ανάλυση μιας εργασίας σε επιμέρους διεργασίες. Καθορίζει το πλήθος και τη σειρά των διεργασιών.
Συνταγολόγιο	Περιγράφει τα υλικά που χρησιμοποιούνται από κάθε εργασία. Η ανάλυση είθισται να γίνεται ανά φάση. Με βάση το συνταγολόγιο μπορούν να προβλεφτούν οι απαιτήσεις σε υλικά για ένα δοσμένο σύνολο εργασιών.
Αποθήκη	Αποτελεί τον αποθηκευτικό χώρο των υλικών του παραγωγικού συστήματος. Σε συνδυασμό με τα συνταγολόγια των ενεργών εργασιών εντοπίζονται οι ελλείψεις και δημιουργούνται οι αντίστοιχες παραγγελίες στους προμηθευτές.
Κέντρο εργασίας	Το κέντρο εργασίας είναι ο χώρος στον οποίο εκτελείται η εργασία που απαιτείται από μια διεργασία. Στη μεθοδολογία συμβολίζεται ως M_j και ταυτίζεται με τον όρο μηχανή χωρίς να επηρεάζεται η γενικότητα της οντότητας. Κάθε κέντρο εργασίας έχει δοσμένη διαθεσιμότητα, πράγμα που καθορίζει το τελικό ημερολόγιο παραγωγής.
Εργαζόμενοι	Κάθε κέντρο εργασίας απαιτεί ένα πλήθος εργαζομένων για έλεγχο ή και χειρισμό αυτής. Οι εργαζόμενοι χαρακτηρίζονται από ικανότητες και διαθεσιμότητα.
Βάρδιες	Με βάση αυτήν την πληροφορία και με τους χρονικούς περιορισμούς της διαθεσιμότητας των κέντρων εργασίας και των εργαζομένων καταρτίζεται το διαθέσιμο ημερολόγιο παραγωγής στο οποίο μπορούν να προγραμματιστούν οι εργασίες.

Τα περισσότερα παραγωγικά συστήματα αξιοποιούν κάποιο πληροφοριακό σύστημα (MRP) το οποίο περιέχει τις απαραίτητες πληροφορίες που απαιτεί το μοντέλο με αποτέλεσμα η αρχικοποίηση της μεθοδολογίας να εκφυλίζεται σε απλή μετατροπή της υπάρχουσας πληροφορίας σε δομές αξιοποιήσιμες από τη μεθοδολογία. Οι κύριες παράμετροι που καθορίζονται αναλύονται στη συνέχεια.

Σε πρώτο στάδιο γίνεται η ανάλυση των παραγγελιών σε εργασίες και στη συνέχεια σε διεργασίες με βάση τα δεδομένα των φασεολογίων. Προσδιορίζεται για κάθε εργασία η ημερομηνία παράδοση D_i . και γίνεται η ανάλυση αυτών σε επιμέρους διεργασίες. Έχοντας προσδιορίσει τις απαιτούμενες διεργασίες και αξιοποιώντας τα δεδομένα από τα

συνταγολογία και το απόθεμα στην αποθήκη γίνεται ο προσδιορισμός των ελλείψεων από όπου θα δημιουργηθούν οι παραγγελίες στους προμηθευτές στο στάδιο της τελικής διαμόρφωσης του πλάνου παραγωγής με την ολοκλήρωση της μεθοδολογίας. Στη συνέχεια καταρτίζεται το διαθέσιμο ημερολόγιο παραγωγής αξιοποιώντας τα δεδομένα των διαθεσιμότητων τόσο των κέντρων εργασίας όσο και των εργαζομένων που απαιτούνται σε κάθε ένα από αυτά.

Μια ακόμα σημαντική παράμετρος η οποία αρχικοποιείται σε αυτό το βήμα της μεθοδολογίας, είναι τα βάρη των εργασιών ($w_{J_i} \in [0,1]$) και των διεργασιών ($w_{o_{ij}} \in [0,1]$). Μέσα στα πρωτογενή δεδομένα του παραγωγικού συστήματος υπάρχουν καταχωρημένες οι προτεραιότητες των πελατών και των εργασιών όπου όταν η εργασία δεν έχει χαρακτηριστεί με κάποια προτεραιότητα, τότε αυτόματα κληρονομεί τη μέγιστη προτεραιότητα των αναμεμιγμένων πελατών. Η διαδικασία καθορισμού των βαρών εκτελείται με τη μετατροπή των πρωτογενών δεδομένων στην κλίμακα $[0,1]$ με μια απλή γραμμική αναγωγή και στη συνέχεια γίνεται ο καθορισμός των προτεραιοτήτων των διεργασιών μεταφέροντας την προτεραιότητα της εργασίας J_i στις διεργασίες o_{ij} με $j \in [1, m]$.

5.3.2. Ανάλυση διεργασιών

Στόχος της ανάλυσης των διεργασιών είναι η ομαδοποίηση τους σε κατηγορίες και η απόδοση προτεραιότητας σε αυτές με βάση τα χαρακτηριστικά τους. Τρία είναι τα κύρια χαρακτηριστικά που εξετάζονται στην αρχική ανάλυση:

1. Ο χρόνος επεξεργασίας της διεργασίας
2. Ο συνολικός αριθμός διεργασιών που τις ακολουθεί
3. Ο συνολικός χρόνος επεξεργασίας των διεργασιών που τις ακολουθεί

Για το χαρακτηρισμό των διεργασιών με χρόνο επεξεργασίας T_{ij} όπου $i \in [1, n]$ με n να αποτελεί τον αριθμό των εργασιών και $j \in [1, m]$ με m να αποτελεί τον αριθμό των μηχανών, ο αλγόριθμος διαμορφώνει τρεις γλωσσικές κλίμακες με βάση τις οποίες αξιολογεί την κάθε διεργασία. Οι γλωσσικοί όροι αυτών των κλιμάκων ακολουθούν συναρτήσεις συμμετοχής που ορίζονται από τα χαρακτηριστικά του συνόλου των διεργασιών.

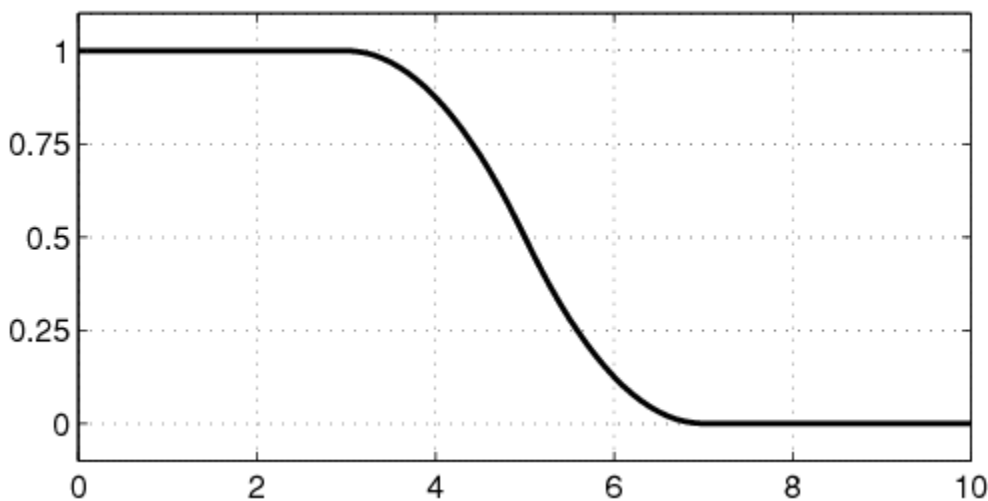
Ειδικότερα, για το χρόνο επεξεργασίας των διεργασιών αξιοποιείται η ακόλουθη πενταβάθμια γλωσσική κλίμακα:

- Αρκετά Σύντομη
- Σύντομη
- Μέτρια
- Αργή
- Πολύ Αργή

Οι συναρτήσεις συμμετοχής των παραπάνω λεκτικών μεταβλητών προσδιορίζονται με βάση τον ελάχιστο, μέσο και μέγιστο χρόνο επεξεργασίας των υποεξέταση διεργασιών. Η «Αρκετά Σύντομη» μεταβλητή ακολουθεί την Z συνάρτηση συμμετοχής (Zmf) η οποία έχει τον ακόλουθο τύπο:

$$Zmf(x) = \begin{cases} 1, & x \leq a \\ 1 - 2 \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^2, & a \leq x \leq \frac{a+b}{2} \\ 2 \left(\frac{x-b}{b-a} \right)^2, & \frac{a+b}{2} \leq x \leq b \\ 0, & x \geq b \end{cases} \quad (5.1)$$

στο κλειστό διάστημα $[a, b]$. Η γραφική αναπαράσταση της για το διάστημα $[3, 7]$ φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:

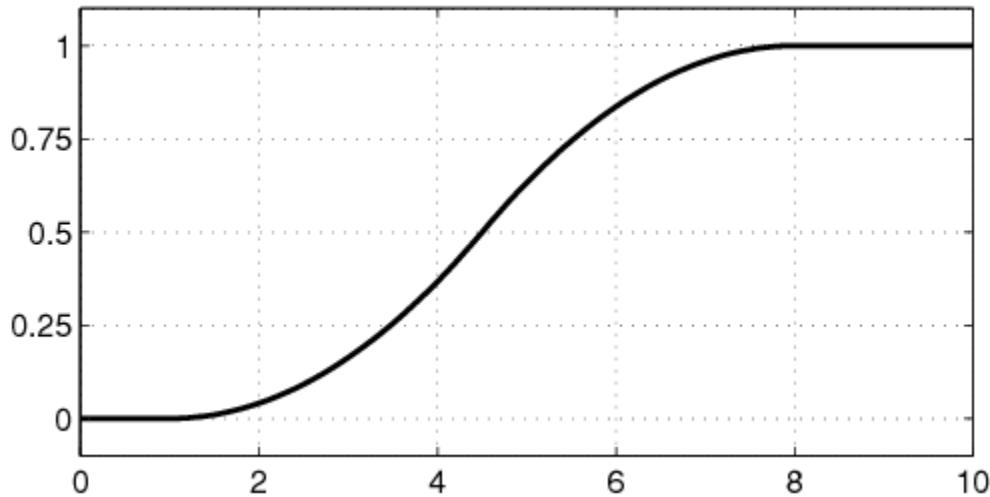


Εικόνα 5.3 Συνάρτηση συμμετοχής Z

Η «Πολύ Αργή» μεταβλητή ακολουθεί την S συνάρτηση συμμετοχής (Smf) η οποία δίνεται από τον τύπο:

$$Smf(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ 2 \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^2, & a \leq x \leq \frac{a+b}{2} \\ 1 - 2 \left(\frac{x-b}{b-a} \right)^2, & \frac{a+b}{2} \leq x \leq b \\ 1, & x \geq b \end{cases} \quad (5.2)$$

όπου $[a, b]$ είναι το εύρος της συμμετοχής. Η μορφή αυτής της συνάρτησης συμμετοχής για το διάστημα $[1,8]$ φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:

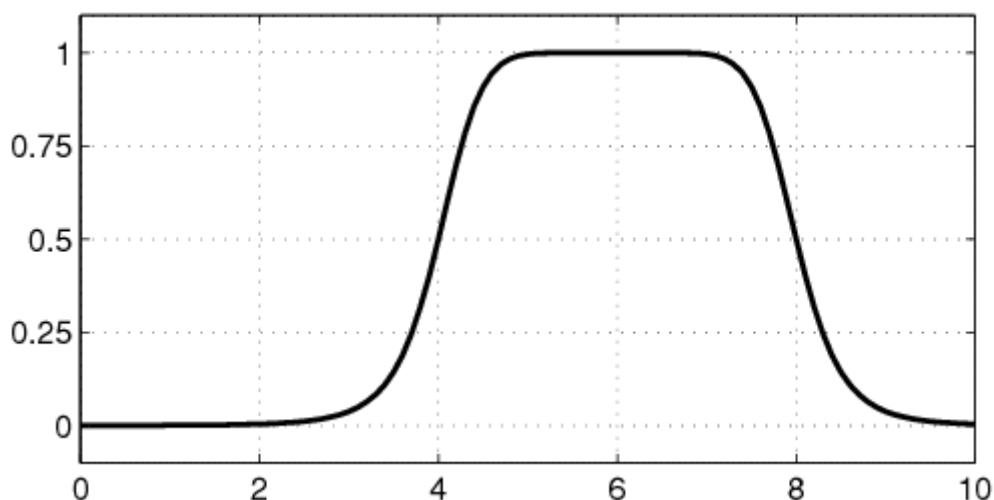


Εικόνα 5.4 Συνάρτηση συμμετοχής S

Οι υπόλοιπες γλωσσικές ακολουθούν τη συνάρτηση συμμετοχής Π (Pmf) η οποία δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$Pmf(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ 2 \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^2, & a \leq x \leq \frac{a+b}{2} \\ 1 - 2 \left(\frac{x-b}{b-a} \right)^2, & \frac{a+b}{2} \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ 1 - 2 \left(\frac{x-c}{b-a} \right)^2, & c \leq x \leq c + \frac{b-a}{2} \\ 2 \left(\frac{x-c-b+a}{b-a} \right)^2, & c + \frac{b-a}{2} \leq x \leq c + b - a \\ 0, & x \geq c + b - a \end{cases} \quad (5.3)$$

όπου $[a, c + b - a]$ είναι το κλειστό διάστημα ορισμού της συνάρτησης με τιμές 1 στο κλειστό διάστημα $[b, c]$. Η μορφή της συνάρτησης συμμετοχής για $a = 3$, $b = 5$ και $c = 7$ δίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Εικόνα 5.5 Συνάρτηση συμμετοχής Π

Για τον καθορισμό της γλωσσικής κλίμακας απαιτείται ο προσδιορισμός των ακόλουθων μεταβλητών:

- Αρκετά Σύντομη (α_0, b_0)
- Σύντομη (α_1, b_1, c_1)
- Μέτρια (α_2, b_2, c_2)
- Αργή (α_3, b_3, c_3)
- Πολύ Αργή (α_4, b_4)

όπου για λόγους ομοιομορφίας $b_i - a_i = b_{i+1} - a_{i+1} \forall i \in [0,3]$. Όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές καθορίζονται από την ομαδοποίηση των διεργασιών σε πέντε κατηγορίες με βάση τον K-mean αλγόριθμο ομαδοποίησης (MacQueen, 1967). Ο αλγόριθμος αυτός ομαδοποιεί τις τιμές T_{ij} με βάση την ευκλείδεια απόσταση από τις μέσες τιμές των ομάδων που καλείται να ορίσει. Τα βήματα που ακολουθεί δίνονται στη συνέχεια:

Βήμα 1°: Επιλογή πέντε τυχαίων δειγμάτων ως οι ζητούμενες πέντε ομάδες S_i

Βήμα 2°: Υπολογισμός μέσης τιμής ομάδων $\bar{S}_i$

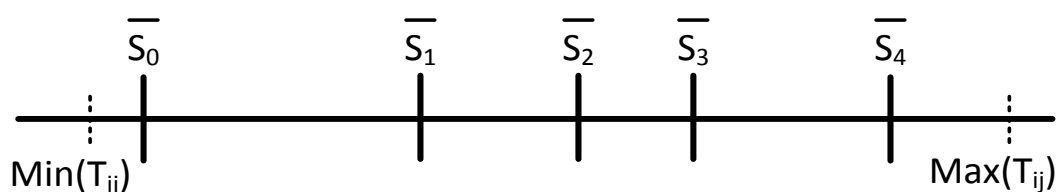
Βήμα 3°: Ανάθεσε τα δείγματα στην ομάδα όπου έχουν τη μικρότερη ευκλείδεια απόσταση από το μέσο της ομάδας

Βήμα 4°: Αύξηση αριθμού επανάληψης

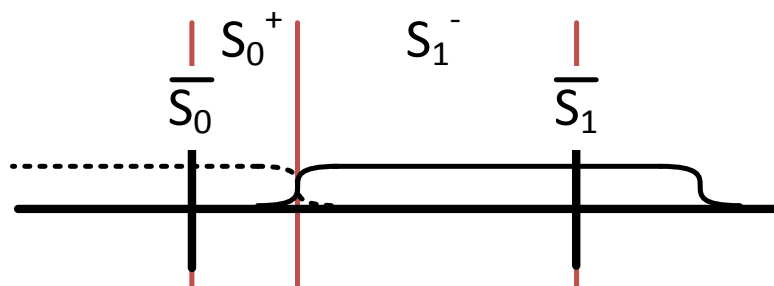
Βήμα 5°: Εάν προέκυψε κάποια αλλαγή και ο αριθμός επανάληψης είναι μικρότερος από τον προκαθορισμένο αριθμό, επανάλαβε στο Βήμα 2.

Με στόχο την επιτάχυνση της σύγκλισης του αλγόριθμου, χρησιμοποιούνται σαν αρχικές ομάδες η χαμηλότερη τιμή ($\min(T_{ij})$), η μεγαλύτερη τιμή ($\max(T_{ij})$) και οι τιμές $\min(T_{ij}) + \frac{\max(T_{ij}) - \min(T_{ij})}{4} = \frac{\max(T_{ij}) + 3\min(T_{ij})}{4}$, $\min(T_{ij}) + \frac{\max(T_{ij}) - \min(T_{ij})}{2} = \frac{\max(T_{ij}) + \min(T_{ij})}{2}$ και $\min(T_{ij}) + 3\frac{\max(T_{ij}) - \min(T_{ij})}{4} = \frac{\max(T_{ij}) + \min(T_{ij})}{4}$ ενώ ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ορίζεται στις τρεις το οποίο σύμφωνα με τον Lloyd είναι αρκετό για να διαχωριστούν οι τιμές ενώ παράλληλα αποφεύγεται ο ατέρμονος κύκλος στην περίπτωση που μια διεργασία ισαπέχει από τη μέση τιμή δύο ομάδων (Lloyd, 1982).

Αφού ομαδοποιηθούν οι τιμές των χρόνων επεξεργασίας των διεργασιών προκύπτουν οι ζητούμενες πέντε ομάδες S_i με μέση τιμή $\bar{S}_i$ και πλήθος στοιχείων n τα οποία διαχωρίζονται σε n_i^- και n_i^+ ανάλογα με το αν είναι πάνω ή κάτω από τη μέση τιμή $\bar{S}_i$. Στην ειδική περίπτωση που όλα τα σημεία μιας ομάδας βρίσκονται ακριβώς πάνω στη μέση τιμή $\bar{S}_i$, θεωρείται ότι $n_i^- = n_i^+ = 1$. Ο χώρος τιμών είναι κβαντισμένος στην παρακάτω γενική μορφή:



Για τον υπολογισμό των a_0, b_0 και a_1 θα πρέπει να υπολογίσουμε τις αποστάσεις των $\bar{S}_0$ και $\bar{S}_1$ και να κάνουμε αναλογική διαίρεση του χώρου ανάλογα με το πλήθος των τιμών n_0^+ και n_1^- όπως φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα:



Ο υπολογισμός των S_0^+ και S_1^- γίνεται σύμφωνα με τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$S_0^+ + S_1^- = \bar{S}_1 - \bar{S}_0 \quad (5.4)$$

$$\frac{S_0^+}{S_1^-} = \frac{n_0^+}{n_1^-} \quad (5.5)$$

Με τον υπολογισμό όλων των S_i^+ και S_i^- μπορούμε να θέσουμε την απόσταση $b_i - a_i = \min_{\forall j}(S_j^+, S_j^-)$. Συνεπώς $\alpha_0 = \bar{S}_0 + S_0^+ - \frac{b_0 - a_0}{2} = \bar{S}_0 + S_0^+ - \frac{\min_{\forall j}(S_j^+, S_j^-)}{2}$, $b_0 = a_0 + \min_{\forall j}(S_j^+, S_j^-) = \bar{S}_0 + S_0^+ + \frac{\min_{\forall j}(S_j^+, S_j^-)}{2}$, $\alpha_1 = \alpha_0 = \bar{S}_1 - S_1^- - \frac{\min_{\forall j}(S_j^+, S_j^-)}{2}$, $b_1 = b_0 = a_1 + \min_{\forall j}(S_j^+, S_j^-) = \bar{S}_1 - S_1^- + \frac{\min_{\forall j}(S_j^+, S_j^-)}{2}$, $c_1 = \bar{S}_1 + S_1^+ - \frac{\min_{\forall j}(S_j^+, S_j^-)}{2}$ και αντιστοίχως ορίζονται όλες οι υπόλοιπες τιμές για τον προσδιορισμό της γλωσσικής κλίμακας.

Κατά αντιστοιχία, όσον αφορά την αξιολόγηση των διεργασιών με βάση τον αριθμό των διεργασιών που την ακολουθούν, χρησιμοποιείται η ακόλουθη επταβάθμια γλωσσική κλίμακα:

- Καμία (α_0, b_0)
- Ελάχιστες (α_1, b_1, c_1)
- Λίγες (α_2, b_2, c_2)
- Μέτριες (α_3, b_3, c_3)
- Αρκετές (α_4, b_4, c_4)
- Πολλές (α_5, b_5, c_5)
- Πάρα πολλές (α_6, b_6)

όπου για τον υπολογισμό των μεταβλητών ακολουθείται η ίδια διαδικασία με τις ομάδες $\bar{S}_0 = a_0 = 0, \bar{S}_1 = \frac{m-1}{6}, \bar{S}_2 = \frac{m-1}{3}, \bar{S}_3 = \frac{m-1}{2}, \bar{S}_4 = 2\frac{m-1}{3}, \bar{S}_5 = 5\frac{m-1}{6}, \bar{S}_6 = b_6 = m - 1$ με $n_i^- = n_i^+ = 1 \forall i \in [0,6]$. Στην ειδική περίπτωση όπου ο αριθμός των μηχανών είναι μικρότερος από επτά παύουν να χρησιμοποιούνται οι λεκτικές μεταβλητές «Ελάχιστες» και «Αρκετές» και χρησιμοποιούνται αντ' αυτών οι λεκτικές μεταβλητές «Λίγες» και «Πολλές» αντίστοιχα, ενώ για $m \leq 3$ η κλίμακα εκφυλίζεται ακόμα περισσότερο καταργώντας τους προσδιορισμούς «Λίγες» και «Πολλές» και χρησιμοποιώντας μόνο τις λεκτικές μεταβλητές «Καμία», «Μέτριες» και «Πάρα πολλές».

Τέλος, για το χαρακτηρισμό των διεργασιών με βάση το συνολικό χρόνο επεξεργασίας των διεργασιών που τις ακολουθεί, χρησιμοποιείται η ακόλουθη επταβάθμια γλωσσική κλίμακα:

- Μηδενικός φόρτος (α_0, b_0)
- Ελάχιστος φόρτος (α_1, b_1, c_1)

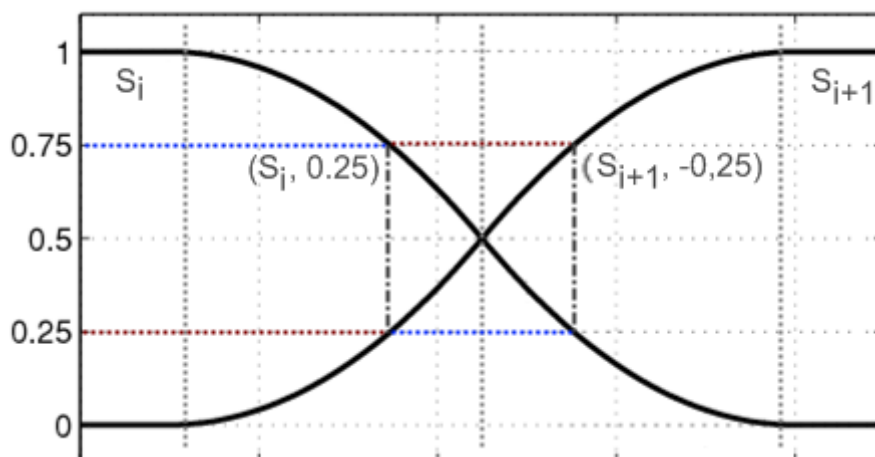
- Μικρός φόρτος (α_2, b_2, c_2)
- Μέτριος φόρτος (α_3, b_3, c_3)
- Αρκετός φόρτος (α_4, b_4, c_4)
- Μεγάλος φόρτος (α_5, b_5, c_5)
- Τεράστιος φόρτος (α_6, b_6)

όπου ο υπολογισμός των μεταβλητών γίνεται κατά αντιστοιχία με τον υπολογισμό της πενταβάθμιας γλωσσικής κλίμακας που χρησιμοποιήθηκε για το χαρακτηρισμό των διεργασιών, μόνο που η ομαδοποίηση προκύπτει επί του αθροίσματος των χρόνων επεξεργασίας των διεργασιών που έπονται της κάθε μιας διεργασίας.

Έχοντας ορίσει τις γλωσσικές κλίμακες $S = \{s_0, \dots, s_g\}$, ακολουθεί η διαδικασία του ασαφούς προσδιορισμού των χαρακτηριστικών κάθε διεργασίας. Με στόχο τη διευκόλυνση των πράξεων που έπονται στη μεθοδολογία, χρησιμοποιείται η διπλή αναπαράσταση (2-tuple) με τη χρήση του τελεστή ασαφοποίησης $Fuzzify(x) \rightarrow (s_i, a_i)$ με $a_i \in [-0.5, 0.5]$. Η διαδικασία ασαφοποίησης έχει τέσσερις διακριτές περιπτώσεις:

1. Το x αντιστοιχίζεται στη λεκτική μεταβλητή s_i με βαθμό συμμετοχής $b_i = 1$: Η διπλή αναπαράσταση της τιμής x είναι η $(s_i, 0)$.
2. Το x αντιστοιχίζεται στη λεκτική μεταβλητή s_i με βαθμό συμμετοχής $b_i \in (0.5, 1)$ και στη μεταβλητή s_{i+1} με βαθμό συμμετοχής $b_{i+1} \in (0, 0.5)$: Η διπλή αναπαράσταση της τιμής x είναι η $(s_i, 1 - b_i)$.
3. Το x αντιστοιχίζεται στη λεκτική μεταβλητή s_i με βαθμό συμμετοχής $b_i = 0.5$ και στη μεταβλητή s_{i+1} με βαθμό συμμετοχής 0.5: Η διπλή αναπαράσταση της τιμής x είναι η $(s_{i+1}, -0.5)$.
4. Το x αντιστοιχίζεται στη λεκτική μεταβλητή s_i με βαθμό συμμετοχής $b_i \in (0, 0.5)$ και στη μεταβλητή s_{i+1} με βαθμό συμμετοχής $b_{i+1} \in (0.5, 1)$: Η διπλή αναπαράσταση της τιμής x είναι η $(s_{i+1}, -1 \times (1 - b_{i+1}))$.

Οι τέσσερις αυτές περιπτώσεις μαζί με δύο παραδείγματα ασαφοποίησης φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα:

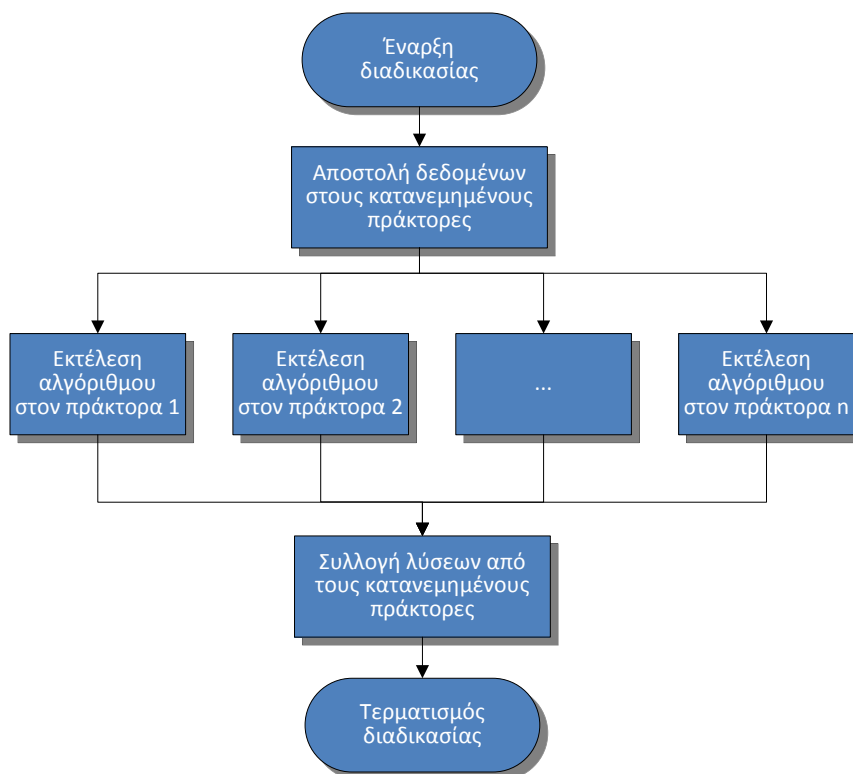


Εικόνα 5.6 Ασαφопоίηση τιμών με διπλή αναπαράσταση

5.3.3. Κατανεμημένος αλγόριθμος βελτιστοποίησης

Βασικός πυρήνας της μεθοδολογίας FEDRA αποτελεί ο κατανεμημένος εξελικτικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης ο οποίος εντοπίζει βέλτιστες λύσεις του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού.

Ο κατανεμημένος αλγόριθμος ακολουθεί το ακόλουθο λογικό διάγραμμα:



Εικόνα 5.7 Κατανεμημένος αλγόριθμος

όπου ορίζεται ένας κεντρικός εξυπηρετητής ως υπεύθυνος για τη διανομή των δεδομένων του προβλήματος και την ανάθεση των παραμέτρων εκείνων με τις οποίες οι πράκτορες εκτελούν το εξελικτικό αλγόριθμο. Ο κεντρικός εξυπηρετητής είναι επίσης υπεύθυνος για την παρακολούθηση της προόδου των επιμέρους πρακτόρων και τη συλλογή των βέλτιστων λύσεων.

Ο εξελικτικός αλγόριθμος που εκτελείται σε κάθε πράκτορα αποτελεί μια παραλλαγή των γενετικών αλγορίθμων στους οποίους γίνεται εκτενή αναφορά στο κεφάλαιο 4. Τα βήματα του αλγόριθμου συνοψίζονται ως ακολούθως:

Βήμα 1^ο: Δημιουργία αρχικού πληθυσμού

Βήμα 2^ο: Αξιολόγηση πληθυσμού με βάση τη συνάρτηση καταλληλότητας

Βήμα 3^ο: Επιλογή κατάλληλων λύσεων γονέων για τη δημιουργία νέων λύσεων

Βήμα 4^ο: Διασταύρωση γονέων

Βήμα 5^ο: Επιλογή νέου πληθυσμού

Βήμα 6^ο: Μετάλλαξη λύσεων του νέου πληθυσμού

Βήμα 7^ο: Αξιολόγηση νέου πληθυσμού

Βήμα 8^ο: Εάν δεν έχουν ικανοποιηθεί τα κριτήρια τερματισμού επανάλαβε στο 3^ο Βήμα

Οι βασικές παράμετροι που απαιτούνται για την εκτέλεση του αλγόριθμου είναι οι ακόλουθες:

- Μέγεθος αρχικού πληθυσμού (*initial_population_size*): Αποτελεί το μέγεθος του πληθυσμού με τον οποίο ξεκινάει η εξελικτική αναζήτηση. Εξαρτάται τόσο από το μέγεθος του προβλήματος όσο και από την επεξεργαστική ισχύ του κάθε πράκτορα. Ο κάθε πράκτορας υπολογίζει μετά από σειρά μετρήσεων έναν δείκτη απόδοσης *cpi* για τον υπολογιστή στον οποίον είναι εγκατεστημένος με τιμές $cpi \in [1,6]$ βάσει των πράξεων ανά δευτερόλεπτο που μπορεί να εκτελέσει ο επεξεργαστής και την ταχύτητα της μνήμης (Jacob & Mudge, 1995). Δοσμένου ενός προβλήματος με n εργασίες και m μηχανές ο αρχικός πληθυσμός κάθε πράκτορα ορίζεται σε $initial_population_size = n * m * cpi$.

- Ποσοστό ελιτισμού (*elitism_percent*): Αυτή η παράμετρος υποδεικνύει τον αριθμό των καλύτερων αρχικών λύσεων οι οποίες θα μεταφερθούν αυτόματα στην νέα γενιά κατά τη διάρκεια της εξελικτικής αναζήτησης. Κάθε νέος πληθυσμός αποτελείται από *elitism_percent*% γονείς και $(1 - \text{elitism_percent})\%$ νέες λύσεις.
- Αρχική πιθανότητα μετάλλαξης (*mutation_probability*): Στο βήμα της μετάλλαξης, κάθε λύση του τρέχοντος πληθυσμού υπόκειται σε μετάλλαξη με πιθανότητα *mutation_probability*. Όσο εξελίσσεται ο πληθυσμός και μειώνεται η ανομοιομορφία των λύσεων, ο αλγόριθμος αυξάνει αυτήν την πιθανότητα με στόχο τον απεγκλωβισμό του από κάποιο τοπικό μέγιστο. Αυτή η διαδικασία παρουσιάζεται σε ακόλουθη ενότητα του κεφαλαίου.
- Μέγιστος αριθμός μη βελτιωτικών επαναλήψεων (*max_stall_iteration_number*): Με στόχο την αποφυγή της ατέρμονης αναζήτησης, ορίζεται ένας μέγιστος αριθμός επαναλήψεων κατά τις οποίες ο αλγόριθμος δεν κατάφερε να εντοπίσει κάποια νέα καλύτερη λύση.

Ανάλογα με τους γενετικούς τελεστές που χρησιμοποιούνται, ορίζονται και άλλες παράμετροι οι οποίοι αναφέρονται στις ακόλουθες ενότητες. Στη συνέχεια αναλύονται τα κύρια σημεία του εξελικτικού αλγόριθμου.

Κωδικοποίηση λύσεων

Για την κωδικοποίηση των λύσεων σε χρωμοσώματα εξετάστηκαν όλες οι προτεινόμενες αναπαραστάσεις που συναντώνται στη διεθνή βιβλιογραφία. Έστω το σύνολο των εργασιών $J = \{J_1, \dots, J_n\}$, το σύνολο των μηχανών $M = \{M_1, \dots, M_m\}$ και το σύνολο των διεργασιών $O = \{o_{11}, o_{12}, \dots, o_{21}, o_{22}, \dots, o_{n(m-1)}, o_{nm}\}$ των n εργασιών σε m μηχανές όπου κάθε εργασία J_i αποτελείται από το ακόλουθο σύνολο διεργασιών $J_i = \{o_{i1}, \dots, o_{im}\}$ με κάθε διεργασία o_{ij} να πρέπει να χρονοδρομολογηθεί μετά από κάθε $o_{ij-k} \forall k \in [1, j]$ διεργασία. Έστω τέλος η συνάρτηση $\text{mac}(o_{ij}) = M_x$ η οποία μας επιστρέφει τη μηχανή M_x στην οποία πρέπει να εκτελεστεί η κάθε διεργασία o_{ij} . Οι πιο αποτελεσματικές μέθοδοι κωδικοποίησης αναλύονται στη συνέχεια.

Σειρά διεργασιών (operation-based representation)

Κάθε χρωμόσωμα αποτελεί ένα διατεταγμένο σύνολο των στοιχείων του O , $\text{chromosome} = \{o_{\sigma(1)}, o_{\sigma(2)}, \dots, o_{\sigma(n \cdot m)}\}$ που υποδηλώνει την ακολουθία των διεργασιών (Gen, Tsujimura, & Kubota, 1994). Η συνάρτηση $\sigma(x)$ αποτελεί μια απλή αντιστοίχιση του i στοιχείου του διατεταγμένου συνόλου chromosome στο $\sigma(i)$ στοιχείο του συνόλου O . Η αποκωδικοποίηση του κάθε χρωμοσώματος γίνεται με το διαδοχικό προγραμματισμό των

διεργασιών ανάλογα με τη θέση εμφάνισης τους στο διατεταγμένο σύνολο $\{o_{\sigma(1)}, o_{\sigma(2)}, \dots, o_{\sigma(k)}\}$. Παρόλο που αυτή η κωδικοποίηση είναι πλήρης και ικανοποιεί τη Λαμαρκιανή ιδιότητα, δεν έχει μονοσήμαντα ορισμένη αναπαράσταση μεταξύ γενοτύπου και φαινοτύπου. Είναι δυνατόν δύο διατεταγμένα σύνολα διεργασιών να αναπαριστούν το ίδιο πλάνο παραγωγής. Ειδικότερα, έστω το χρωμόσωμα $chromosome = \{\dots, o_{ij}, o_{kl}, \dots\}$ με δύο διεργασίες o_{ij} και o_{kl} με $k \neq j$ και $\text{mac}(o_{ij}) \neq \text{mac}(o_{kl})$. Τότε το πλάνο παραγωγής που αντιστοιχεί στο $chromosome = \{\dots, o_{ij}, o_{kl}, \dots\}$ είναι ίδιο με αυτό που αντιστοιχεί στο $chromosome = \{\dots, o_{kl}, o_{ij}, \dots\}$. Μια ακόμα ιδιαιτερότητα αυτής της αναπαράστασης έγκειται στο γεγονός ότι δεν αναπαριστούν όλα τα διατεταγμένα ζεύγη διεργασιών, εφικτά πλάνα παραγωγής μιας και κάθε διεργασία o_{ij} πρέπει αναγκαστικά να εμφανίζεται στο διατεταγμένο σύνολο μετά από όλες τις $o_{ij-k} \forall k \in [1, j]$ διεργασίες. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να απαιτείται μηχανισμός επιδιόρθωσης των λύσεων μετά από κάθε γενετική λειτουργία. Η εξελικτική αναζήτηση που παρουσιάζεται σε αυτήν την ενότητα, αξιοποιεί αυτήν την κωδικοποίηση για τις πιθανές λύσεις του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού.

Σειρά εργασιών (job-based representation)

Κάθε χρωμόσωμα αποτελεί ένα διατεταγμένο σύνολο στοιχείων του J , $chromosome = \{J_{\sigma(1)}, J_{\sigma(2)}, \dots, J_{\sigma(n*m)}\}$ που υποδηλώνει την ακολουθία χρονοπρογραμματισμού των εργασιών (Gen, Tsujimura, & Kubota, 1994). Κάθε στοιχείο του συνόλου J επαναλαμβάνεται m φορές μέσα στο χρωμόσωμα. Η συνάρτηση $\sigma(x)$ αποτελεί μια απλή αντιστοίχιση του i στοιχείου του διατεταγμένου συνόλου $chromosome$ σε ένα $\sigma(i)$ στοιχείο του συνόλου J . Η αποκωδικοποίηση του κάθε χρωμοσώματος γίνεται με το διαδοχικό προγραμματισμό της διεργασίας j της εργασίας J_i ανάλογα με την φορά εμφάνισης της εργασίας J_i στο διατεταγμένο σύνολο $\{J_{\sigma(1)}, J_{\sigma(2)}, \dots, J_{\sigma(n*m)}\}$. Έτσι εάν το γονίδιο $J_{\sigma(k)} = J_i$ αποτελεί την j εμφάνιση της εργασίας J_i στο διατεταγμένο σύνολο, τότε ο αποκωδικοποιητής χρονοπρογραμματίζει τη διεργασία o_{ij} . Παρόλο που με αυτήν την κωδικοποίηση ενσωματώνεται ο περιορισμός της υποχρεωτικής ακολουθίας των διεργασιών o_{ij} κάθε εργασίας J_i , χάνεται η Λαμαρκιανή ιδιότητα μιας και ένα τυχαίο διατεταγμένο υποσύνολο γονιδίων $\{J_{\sigma(k)}, J_{\sigma(k+1)}, \dots, J_{\sigma(l)}\}$ μπορεί να αποκωδικοποιηθεί σωστά μόνο στην ειδική περίπτωση όπου $k = 1$ ή στην περίπτωση όπου $J_{\sigma(j)} \notin \{J_{\sigma(k)}, J_{\sigma(k+1)}, \dots, J_{\sigma(l)}\} \forall j \in [1, k - 1]$. Αυτό το χαρακτηριστικό της κωδικοποίησης απαιτεί την υλοποίηση εξειδικευμένου μηχανισμού διασταύρωσης μιας και αλλιώς εκφυλίζεται η γενετική λειτουργία της διασταύρωσης σε τυχαία αναζήτηση καθώς ο φαινότυπος κάθε γονιδιακής ακολουθίας εξαρτάται από τις προηγούμενες ακολουθίες του χρωμοσώματος. Παρόλο που

αναπτύχθηκαν οι κατάλληλοι μηχανισμοί διασταύρωσης, η απόδοση των μηχανισμών αυτών κρίνεται μη ικανοποιητική.

Κωδικοποίηση με λίστα προτιμήσεων (preference list-based representation)

Κάθε χρωμόσωμα αποτελείται από m ακολουθίες γονιδίων, μια για κάθε μηχανή (Davis L. , 1985). Με βάση τα παραπάνω, η γενική μορφή του χρωμοσώματος είναι $chromosome = \{\{o_{\sigma(1)}, \dots, o_{\sigma(n)}\}, \dots, \{o_{\sigma((n-1)*m)}, \dots, o_{\sigma(n*m)}\}\}$ όπου η συνάρτηση $\sigma(x)$ αποτελεί μια απλή αντιστοίχιση του i στοιχείου του επιμέρους διατεταγμένου συνόλου διεργασιών σε ένα $\sigma(i)$ στοιχείο του συνόλου O κατά τέτοιο τρόπο ώστε $mac(o_{\sigma(k)}) = mac(o_{\sigma(l)}) = M_{div(i,n)+1} \forall o_{\sigma(k)}, o_{\sigma(l)} \in \{o_{\sigma(i)}, \dots, o_{\sigma(i+n)}\}$ με τη συνάρτηση $div(i,n)$ να δίνει το ακέραιο πηλίκο της διαίρεσης $\frac{i}{n}$. Κάθε επιμέρους ακολουθία $\{o_{\sigma(i)}, \dots, o_{\sigma(i+n)}\}$ καθορίζει την αλληλουχία με την οποία χρονοπρογραμματίζονται οι διεργασίες της μηχανής $M_{div(i,n)+1}$. Αυτή η κωδικοποίηση είναι πλήρης, ικανοποιεί τη Λαμαρκιανή ιδιότητα και έχει μονοσήμαντη αναπαράσταση μεταξύ γενοτύπου και φαινοτύπου. Παρόλα αυτά, η αποκωδικοποίηση του χρωμοσώματος είναι μια αρκετά χρονοβόρα και αναδρομική διαδικασία ενώ παράλληλα λόγω της φύσης της κωδικοποίησης που εστιάζεται στον προγραμματισμό της κάθε μηχανής μεμονωμένα, μεγάλος αριθμός χρωμοσωμάτων δεν ανταποκρίνονται σε εφικτά πλάνα παραγωγής. Για παράδειγμα, στην περίπτωση όπου $chromosome = \{o_{\sigma(1)}, \dots, o_{\sigma(k)}, o_{\sigma(l)}, \dots, o_{\sigma(x)}, o_{\sigma(z)}, \dots, o_{\sigma(n*m)}\}$ με $mac(o_{\sigma(k)}) = mac(o_{\sigma(l)}), mac(o_{\sigma(x)}) = mac(o_{\sigma(z)})$ και $o_{\sigma(k)}, o_{\sigma(z)} \in J_i$ με την $o_{\sigma(z)}$ να προηγείται της $o_{\sigma(k)}$ και $o_{\sigma(l)}, o_{\sigma(x)} \in J_j$ με την $o_{\sigma(l)}$ να προηγείται της $o_{\sigma(x)}$ τότε για το χρονοπρογραμματισμό στη μηχανή $mac(o_{\sigma(k)})$ απαιτείται ο προγραμματισμός της $o_{\sigma(k)}$ άρα ο προγραμματισμός της $o_{\sigma(z)}$ στη μηχανή $mac(o_{\sigma(z)})$ όπου απαιτείται ο προγραμματισμός της $o_{\sigma(x)}$ ο οποίος απαιτεί τον προγραμματισμό της $o_{\sigma(l)}$ που έπεται στον προγραμματισμό της μηχανής $mac(o_{\sigma(k)})$ με αποτέλεσμα το χρωμόσωμα να μην αντιστοιχεί σε εφικτό πλάνο παραγωγής. Η μεγάλη επεξεργαστική ισχύ που απαιτείται για την αποκωδικοποίηση αυτής της κωδικοποίησης την καθιστούν μη αξιοποιήσιμη από την παρουσιαζόμενη εξελικτική αναζήτηση αλλά παρόλα ταύτα αξιοποιείται από ορισμένους κανόνες απόδοσης προτεραιότητας (dispatching rules) κατά τη διαδικασία της δημιουργίας αρχικού πληθυσμού όπως και από έναν γενετικό τελεστή διασταύρωσης και στη συνέχεια οι λύσεις μετασχηματίζονται με την κωδικοποίηση βάσει διεργασιών.

Δημιουργία αρχικού πληθυσμού

Κάθε καταναμεημένος πράκτορας είναι υπεύθυνος να δημιουργήσει τον αρχικό πληθυσμό πάνω στον οποίο θα εκτελέσει την εξελικτική αναζήτηση. Ο αρχικός πληθυσμός παράγεται με βάση κάποιους κανόνες απόδοσης προτεραιότητας (dispatching rules). Η μεθοδολογία είναι επεκτάσιμη και μπορεί να υποστηρίξει οποιονδήποτε κανόνα απόδοσης προτεραιότητας. Οι πιο αποδοτικοί κανόνες απόδοσης προτεραιότητας είναι οι ακόλουθοι:

- **First Come First Served (FIFO):** Αποτελεί μια απλοποιημένη μορφή του κανόνα earliest release date (ERD) στον οποίο χρονοπρογραμματίζεται κάθε διεργασία τη χρονική στιγμή που είναι διαθέσιμη για επεξεργασία. Κάθε διεργασία o_{ij} θα πρέπει να χρονοπρογραμματιστεί αφού ολοκληρωθεί η επεξεργασία της διεργασίας $o_{i(j-1)}$ και η μηχανή $mac(o_{ij})$ έχει ολοκληρώσει την επεξεργασία της προηγούμενα ανατεθειμένης διεργασίας. Στην περίπτωση που υπάρχει ένα σύνολο από διεργασίες $\{o_{\sigma(1)}, \dots, o_{\sigma(k)}\}$ που είναι έτοιμες να επεξεργαστούν, ο αλγόριθμος επιλέγει τυχαία μια από αυτές και συνεχίζει ο κανόνας να εκτελείται αναδρομικά. Συνεπώς, την πρώτη φορά που εκτελείται ο κανόνας, υπάρχει το σύνολο των διεργασιών $\{o_{11}, o_{21}, \dots, o_{n1}\}$ το οποίο μπορεί να χρονοπρογραμματιστεί τη χρονική στιγμή $t = 0$. Από το σύνολο αυτό, επιλέγεται τυχαία μια διεργασία o_{i1} και χρονοπρογραμματίζεται. Υπολογίζεται ξανά το νέο σύνολο διαθέσιμων διεργασιών και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να προγραμματιστούν όλες οι διεργασίες.
- **Largest number of successors (LNS):** Ο κανόνας επιλέγει τη διεργασία o_{ij} με τις περισσότερες διεργασίες να την ακολουθούν. Στη μοντελοποίηση του προβλήματος που έχει ακολουθηθεί όπου όλες οι εργασίες έχουν m διεργασίες, ο κανόνας αυτός εκτελείται σε m βήματα όπου σε κάθε βήμα γίνεται ο χρονοπρογραμματισμός των διεργασιών $o_{ij} \forall i \in [1, n]$ όπου το j είναι ο αριθμός του βήματος. Η επιλογή της διεργασίας o_{ij} γίνεται τυχαία.
- **Longest processing time (LPT):** Έστω το σύνολο των διαθέσιμων διεργασιών $\{o_{\sigma(1)}, \dots, o_{\sigma(k)}\}$ που μπορούν να επεξεργαστούν σε κάποια χρονική στιγμή t . Ο κανόνας επιλέγει τη διεργασία με το μεγαλύτερο χρόνο επεξεργασίας $T_{\sigma(i)}$. Στην περίπτωση που υπάρχουν περισσότερες από μια διεργασίες με τον ίδιο χρόνο επεξεργασίας, τότε ο κανόνας επιλέγει τυχαία μια από αυτές.
- **Least work remaining (LWKR):** Για κάθε διαθέσιμη διεργασία o_{ij} που είναι διαθέσιμη προς επεξεργασία, ο κανόνας υπολογίζει το συνολικό εναπομείναντα χρόνο επεξεργασίας των διεργασιών που την ακολουθούν $\sum_{k=j}^n T_{o_{ik}}$ και επιλέγεται

αυτή με τον λιγότερο συνολικά εναπομείναντα χρόνο. Σε περίπτωση ισοψηφίας, ο κανόνας επιλέγει τυχαία ανάμεσα στις όμοιες διεργασίες.

- **Most work remaining (MWKR):** Για κάθε διαθέσιμη διεργασία o_{ij} που είναι διαθέσιμη προς επεξεργασία, ο κανόνας υπολογίζει το συνολικό εναπομείναντα χρόνο επεξεργασίας των διεργασιών που την ακολουθούν $\sum_{k=j}^n T_{o_{ik}}$ και επιλέγεται αυτή με το μεγαλύτερο συνολικά εναπομείναντα χρόνο. Σε περίπτωση ισοψηφίας, ο κανόνας επιλέγει τυχαία ανάμεσα στις όμοιες διεργασίες.
- **Number in next queue (NINQ):** Αυτός ο κανόνας αποτελεί μια ειδική περίπτωση του κανόνα shortest queue at the next operation (SQNO). Από το σύνολο των διαθέσιμων διεργασιών, επιλέγεται εκείνη που απαιτεί επεξεργασία στη μηχανή με τη μικρότερη λίστα διεργασιών σε αναμονή.
- **Service in random order (SIRO):** Ο κανόνας επιλέγει τυχαία μια διεργασία από τις διαθέσιμες. Ο κανόνας επαναλαμβάνεται μέχρι να επιλεγθούν όλες οι διεργασίες.
- **Shortest processing time (SPT):** Αυτός ο κανόνας, που συναντάται και ως shortest immediate operation (SIO) στη διεθνή βιβλιογραφία, επιλέγει από τις διαθέσιμες διεργασίες τη διεργασία o_{ij} με το μικρότερο απαιτούμενο χρόνο επεξεργασίας $T_{o_{ij}}$.
- **Work in next queue (WINQ) :** Έστω το σύνολο των διαθέσιμων διεργασιών προς επεξεργασία $\{\dots, o_{ij}, \dots\}$. Επιλέγεται η διεργασία o_{ij} εκείνη της οποίας η διεργασία $o_{i(j+1)}$ απαιτεί επεξεργασία στη μηχανή με τη μικρότερη λίστα διεργασιών σε αναμονή.

Πέρα από τους κανόνες απόδοσης προτεραιότητας που συναντώνται στη διεθνή βιβλιογραφία, η μεθοδολογία FEDRA ενσωματώνει και έναν πρωτοποριακό κανόνα απόδοσης προτεραιότητας επονομαζόμενο Fuzzy Process time with Longest number of successors and the most Work remaining (FPLW), ο οποίος αξιοποιεί τις διπλές αναπαραστάσεις που αποδόθηκαν στις διεργασίες στην ανάλυση διεργασιών.

Ειδικότερα, κάθε διεργασία o_{ij} χαρακτηρίζεται από τις παρακάτω διπλές αναπαραστάσεις:

1. $\overrightarrow{P_{o_{ij}}} = (r_{ij}, a_{ij})$ με $r_{ij} \in S = \{s_0, \dots, s_4\}$ και $a_{ij} \in [-0.5, 0.5)$, με βάση το χρόνο επεξεργασία της $T_{o_{ij}}$,
2. $\overrightarrow{L_{o_{ij}}} = (r_{ij}, a_{ij})$ με $r_{ij} \in S' = \{s_0, \dots, s_6\}$ και $a_{ij} \in [-0.5, 0.5)$, με βάση το συνολικό αριθμό των διεργασιών που τις ακολουθεί,
3. $\overrightarrow{\Sigma RP_{o_{ij}}} = (r_{ij}, a_{ij})$ με $r_{ij} \in S' = \{s_0, \dots, s_6\}$ και $a_{ij} \in [-0.5, 0.5)$, με βάση το συνολικό χρόνο επεξεργασίας των διεργασιών που τις ακολουθεί.

Η διαδικασία ξεκινάει με την ομογενοποίηση των δεδομένων εισόδου μετατρέποντας τη μεταβλητή $\overrightarrow{P_{o_{ij}}}$ από την πενταβάθμια κλίμακα $S = \{s_0, \dots, s_4\}$ στην επταβάθμια κλίμακα $S' = \{s_0, \dots, s_6\}$. Η μετατροπή των γλωσσικών όρων του συνόλου S σε $F(S')$ διενεργείται ως εξής:

Έστω τα δύο σύνολα γλωσσικών μεταβλητών $S = \{s_0, \dots, s_4\}$ και $S' = \{s'_0, \dots, s'_6\}$, η συνάρτηση γλωσσικής προσαρμογής τ_{SST} ορίζεται ως εξής (Herrera, Martinez, & Sanchez, 2005):

- $\tau_{SST}: S \rightarrow F(S')$ με $\tau_{SST}(s_i) = \Delta_6(b * \Delta_4^{-1}(s_i)) = (s'_k, \gamma'_k)$ με $k \in [0, \dots, 6] \forall s_i \in S$ και $\gamma'_k \in [-0.5, 0.5)$ και
- $b = \frac{n'-1}{n-1}$ είναι ο συντελεστής αναγωγής κλίμακας από την n -βάθμια κλίμακα στην n' -βάθμια.

Ο κανόνας ξεκινάει με ένα διάνυσμα βαρών $W = [w_P, w_L, w_{SRP}] = [0.5, 0.5, 0.5]$ που αντιστοιχούν σε κάθε ένα από τα χαρακτηριστικά των διεργασιών. Για κάθε δοσμένο διαθέσιμο σύνολο διεργασιών προς επεξεργασία $\{\dots, o_{ij}, \dots\}$, ο κανόνας διαμορφώνει το τελικό πλάνο παραγωγής επιλέγοντας κάθε φορά τη διεργασία με τη μεγαλύτερη προτεραιότητα η οποία υπολογίζεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{priority_{o_{ij}}} &= \Delta_6 \left(\frac{1}{w_P + w_L + w_{SRP}} * \left| W^T * \left[\Delta_6^{-1} \left(\tau_{SST} \left(\overrightarrow{P_{o_{ij}}} \right) \right), \Delta_6^{-1} \left(\overrightarrow{L_{o_{ij}}} \right), \Delta_6^{-1} \left(\overrightarrow{SRP_{o_{ij}}} \right) \right] \right| \right) \\ &= \Delta_6 \left(\frac{1}{w_P + w_L + w_{SRP}} \right. \\ &\quad \left. * \left(w_P * \Delta_4^{-1} \left(\overrightarrow{P_{o_{ij}}} \right) * \frac{3}{2} + w_L * \Delta_6^{-1} \left(\overrightarrow{L_{o_{ij}}} \right) + w_{SRP} * \Delta_6^{-1} \left(\overrightarrow{SRP_{o_{ij}}} \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (5.6)$$

όπου $\Delta_g(\beta_{\sigma(i)})$ είναι ο μετασχηματισμός μιας αριθμητικής τιμής $\beta_{\sigma(i)} \in [0, g]$ σε διπλή αναπαράσταση $(r_{\sigma(i)}, \alpha_{\sigma(i)})$ ενώ $\Delta_g^{-1}(r_{\sigma(i)}, \alpha_{\sigma(i)})$ είναι ο αντίστροφος μετασχηματισμός και W^T είναι ο ανάστροφος πίνακας βαρών. Να σημειωθεί ότι το $\Delta_4^{-1} \left(\overrightarrow{P_{o_{ij}}} \right) * \frac{3}{2}$ αποτελεί την ανοιγμένη μορφή της συνάρτησης γλωσσικής προσαρμογής τ_{SST} από την πενταβάθμια κλίμακα σε επταβάθμια (αφού $b = \frac{n'-1}{n-1} = \frac{4}{6} = \frac{3}{2}$).

Δοσμένης μιας συνάρτησης καταλληλότητας f_{eval} όπως αυτές ορίζονται στην επόμενη ενότητα του κεφαλαίου, ο κανόνας εκτελεί μια μέθοδο βελτιστοποίησης μειούμενου βήματος για να εντοπίσει το διάνυσμα βαρών που οδηγούν στο σχηματισμό των καλύτερων πλάνων παραγωγής με βάση τη συνάρτηση καταλληλότητας f_{eval} . Τα βήματα της μεθόδου βελτιστοποίησης δίνονται στη συνέχεια:

Βήμα 1°: Αρχικοποίηση του βήματος αναζήτησης σε $step = 0.5$

Βήμα 2°: Αξιολόγησε τα επτά παραγόμενα πλάνα παραγωγής ως προς την f_{eval} με τα διανύσματα βαρών $W = [w_P, w_L, w_{SRP}]$, $W = [w_P \pm step, w_L, w_{SRP}]$, $W = [w_P, w_L \pm step, w_{SRP}]$ και $W = [w_P, w_L, w_{SRP} \pm step]$. Σε περίπτωση που το νέο διάνυσμα βαρών περιέχει στοιχεία $w_i \notin [0,1]$ τότε αγνοείται.

Βήμα 3°: Όρισε σαν τρέχων διάνυσμα βαρών αυτό με την καλύτερη απόδοση (επέλεξε τυχαία αν είναι περισσότερα) και όρισε $step = 0.5 * step$.

Βήμα 4°: Επανάλαβε το 2° βήμα εάν ο τρέχων αύξων αριθμός επανάληψης είναι μικρότερος ίσος του τέσσερα.

Όπως φαίνεται, ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης εκτελεί το τελευταίο βήμα με $step = 0.0625$, επιστρέφει το διάνυσμα βαρών εκείνο το οποίο διαμόρφωσε το καλύτερο πλάνο παραγωγής ως προς την f_{eval} και παράλληλα επιστρέφει τη βέλτιστη λύση. Παρόλο που θα μπορούσε ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης να αναζητήσει ακόμα καλύτερο διάνυσμα βαρών με περισσότερα βήματα, αυτό θα επέφερε επιπρόσθετο υπολογιστικό φόρτο στην αρχικοποίηση του πληθυσμού, στον οποίον θα γίνει η εξελικτική αναζήτηση, χωρίς να έχει σημαντικό αντίκτυπο στην απόδοση του εξελικτικού αλγόριθμου.

Η δημιουργία του αρχικού πληθυσμού, μεγέθους *initial_population_size*, γίνεται με την επαναληπτική δημιουργία λύσεων επιλέγοντας τυχαία το κανόνα απόδοσης προτεραιότητας από το σύνολο των διαθέσιμων κανόνων.

Συνάρτηση καταλληλότητας (f_{eval})

Η συνάρτηση καταλληλότητας (f_{eval}) αναφέρεται στην αντικειμενική συνάρτηση με την οποία αξιολογούνται τα προτεινόμενα πλάνα παραγωγής. Ανάλογα με το κέντρο λήψης αποφάσεων για την παραγωγική διαδικασία υπάρχουν πολλαπλές επιδιώξεις οι οποίες αποτυπώνονται σε αυτήν τη συνάρτηση. Η μεθοδολογία είναι επεκτάσιμη και μπορεί να υποστηρίξει οποιαδήποτε συνάρτηση καταλληλότητας f_{eval} για την αξιολόγηση των προτεινόμενων πλάνων αρκεί να ικανοποιούνται οι ακόλουθες ιδιότητες:

1. Η συνάρτηση καταλληλότητας f_{eval} είναι μονοσήμαντα ορισμένη.
2. Αν το x πλάνο παραγωγής είναι προτιμητέο σε σχέση με το πλάνο παραγωγής y τότε και μόνο τότε $f_{eval}(x) > f_{eval}(y)$.
3. Αν η επιλογή μεταξύ του x πλάνου παραγωγής και του y πλάνου παραγωγής είναι αδιάφορη τότε και μόνο τότε $f_{eval}(x) = f_{eval}(y)$.

4. Αν το x πλάνο παραγωγής είναι προτιμητέο σε σχέση με το πλάνο παραγωγής y και το y πλάνο παραγωγής είναι προτιμητέο σε σχέση με το πλάνο παραγωγής z τότε ισχύει $f_{eval}(x) > f_{eval}(y) > f_{eval}(z) \Rightarrow f_{eval}(x) > f_{eval}(z)$.

Με τις παραπάνω ιδιότητες, για κάθε σύνολο πλάνων παραγωγής $\{sch_1, sch_2, \dots, sch_k\}$ μπορεί να οριστεί μονοσήμαντα ένα διατεταγμένο σύνολο $\{sch_{\sigma(1)}, sch_{\sigma(2)}, \dots, sch_{\sigma(k)}\}$ για το οποίο να ισχύει $f_{eval}(sch_{\sigma(i)}) \geq f_{eval}(sch_{\sigma(i+1)}) \forall i \in [1, k-1]$.

Έστω το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού με $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ εργασίες σε $M = \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ μηχανές με $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}, w_i \in [0.0, 1.0]$ η προτεραιότητα της κάθε εργασίας. Έστω d_i ο χρόνος παράδοσης της εργασίας J_i , D_i ο χρόνος παράδοσης που έχει συμφωνηθεί για την εργασία J_i και $p_{o_{ij}}, t_{o_{ij}}^s$ και $t_{o_{ij}}^e = t_{o_{ij}}^s + p_{o_{ij}}$ ο χρόνος επεξεργασίας, ο χρόνος έναρξης επεξεργασίας και ο χρόνος λήξης επεξεργασίας της διεργασίας o_{ij} της εργασίας J_i στη μηχανή $mac(o_{ij})$ και ισχύει ότι $d_i = \max_{j \in [1, m]} t_{o_{ij}}^e = t_{o_{im}}^e$. Στο παραπάνω πλαίσιο, η μεθοδολογία FEDRA υποστηρίζει εγγενώς τις αρνητικές συναρτήσεις καταλληλότητας $f_{eval} \in \mathbb{R}_-$ οι οποίες αποσκοπούν στην ελαχιστοποίηση των ακόλουθων κριτηρίων:

- Συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης (makespan): Η συνάρτηση καταλληλότητας αξιολογεί το πλάνο παραγωγής με βάση το $\max_{i \in [1, n]} d_i$ που ισοδυναμεί με το συνολικό χρόνο εκτέλεσης του πλάνου παραγωγής. Αποτελεί ένα από τα βασικά κριτήρια αξιολόγησης των πλάνων παραγωγής που συναντάται τόσο στη διεθνή βιβλιογραφία όσο και στα σύγχρονα παραγωγικά συστήματα.
- Αριθμός αργοπορημένων εργασιών (number of tardy jobs): Υπάρχουν δύο παραλλαγές αυτού του κριτηρίου: ο σταθμισμένος αριθμός αργοπορημένων εργασιών (weighted number of tardy jobs) και ο συνολικός αριθμός αργοπορημένων εργασιών (total number of tardy jobs). Η πρώτη αξιολογεί το παραγόμενο πλάνο παραγωγής με βάση το σταθμισμένο άθροισμα $\sum_{i=1}^k w_i$ των k εργασιών όπου $d_i > D_i$. Η δεύτερη είναι μια απλουστευμένη μορφή όπου αγνοεί την προτεραιότητα των εργασιών και αξιολογεί το πλάνο με βάση τον αριθμό των k εργασιών όπου $d_i > D_i$.
- Χρόνος καθυστέρησης (tardiness): Η καθυστέρηση (tardiness) μιας εργασίας J_i δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$\text{tard}_i = \begin{cases} D_i - d_i, & d_i > D_i \\ 0, & d_i \leq D_i \end{cases} \quad (5.7)$$

Υπάρχουν πέντε παραλλαγές αυτού του κριτηρίου: ο συνολικός σταθμισμένος χρόνος καθυστέρησης (total weighted tardiness), ο συνολικός χρόνος καθυστέρησης (total tardiness), ο μέσος χρόνος καθυστέρησης (mean tardiness), η μέγιστη καθυστέρηση (maximum tardiness) και η διασπορά της καθυστέρησης (variance of tardiness). Η πρώτη παραλλαγή, αξιολογεί το παραγόμενο πλάνο παραγωγής με βάση το σταθμισμένο άθροισμα $\sum_{i=1}^n w_i * \text{tard}_i$. Η δεύτερη παραλλαγή αγνοεί τις προτεραιότητες των εργασιών και αξιολογεί με βάση το $\sum_{i=1}^n \text{tard}_i$. Με τον όρο μέσος χρόνος καθυστέρησης υπολογίζεται το $\frac{\sum_{i=1}^k \text{tard}_i}{k}$ των k εργασιών όπου $\text{tard}_i > 0$. Η παραλλαγή της μέγιστης καθυστέρησης αξιολογεί με βάση το $\max_{i \in [1,n]} \text{tard}_i$ ενώ τέλος η διασπορά καθυστέρησης έχει σαν στόχο την ελαχιστοποίηση της διασποράς των καθυστερήσεων, αξιολογώντας τα πλάνα παραγωγής με βάση τη διασπορά $\text{Var}_{i \in [1,n]}(\text{tard}_i) = E_{i \in [1,n]}[(\text{tard}_i - \overline{\text{tard}})^2] = E_{i \in [1,n]}(\text{tard}_i^2) - \overline{\text{tard}}^2$ όπου $\overline{\text{tard}} = E_{i \in [1,n]}(\text{tard}_i)$ η μέση τιμή του χρόνου καθυστέρησης των n εργασιών.

- Χρόνος ροής (flow time): Ο χρόνος ροής για μια εργασία J_i υπολογίζεται με τον τύπο $T_{flow}^i = d_i - t_{o_{i1}}^s$ και αποτελεί το συνολικό χρόνο που παρέμεινε η εργασία J_i μέσα στο παραγωγικό σύστημα. Υπάρχουν οι ακόλουθες τρεις παραλλαγές του κριτηρίου: ο μέσος χρόνος ροής (mean flow time), ο μέγιστος χρόνος ροής (maximum flow time) και η διασπορά του χρόνου ροής (variance of flow time). Η πρώτη παραλλαγή αξιολογεί τα πλάνα παραγωγής με βάση τη μέση τιμή $\overline{T_{flow}} = E_{i \in [1,n]}(T_{flow}^i)$. Η δεύτερη προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το μέγιστο χρόνο ροής, αξιολογώντας τα πλάνα με βάση το $\max_{i \in [1,n]} T_{flow}^i$ ενώ η τελευταία παραλλαγή αξιολογεί με βάση τη διασπορά $\text{Var}_{i \in [1,n]}(T_{flow}^i) = E_{i \in [1,n]}(T_{flow}^i)^2 - \overline{T_{flow}}^2$.
- Χρόνος απραξίας εργασιών (job slack time): Ο χρόνος απραξίας μιας εργασίας J_i αποτελεί το χρόνο εκείνο κατά τον οποίο καμία διεργασία $o_{ij} \forall j \in [1, m]$ δεν επεξεργάζεται σε κάποια μηχανή. Ο τύπος που υπολογίζει το χρόνο απραξίας κάθε εργασίας είναι ο ακόλουθος:

$$\text{slack}_{J_i} = d_i - t_{o_{i1}}^s - \sum_{j=1}^m p_{ij} = T_{flow}^i - \sum_{j=1}^m p_{ij} \quad (5.8)$$

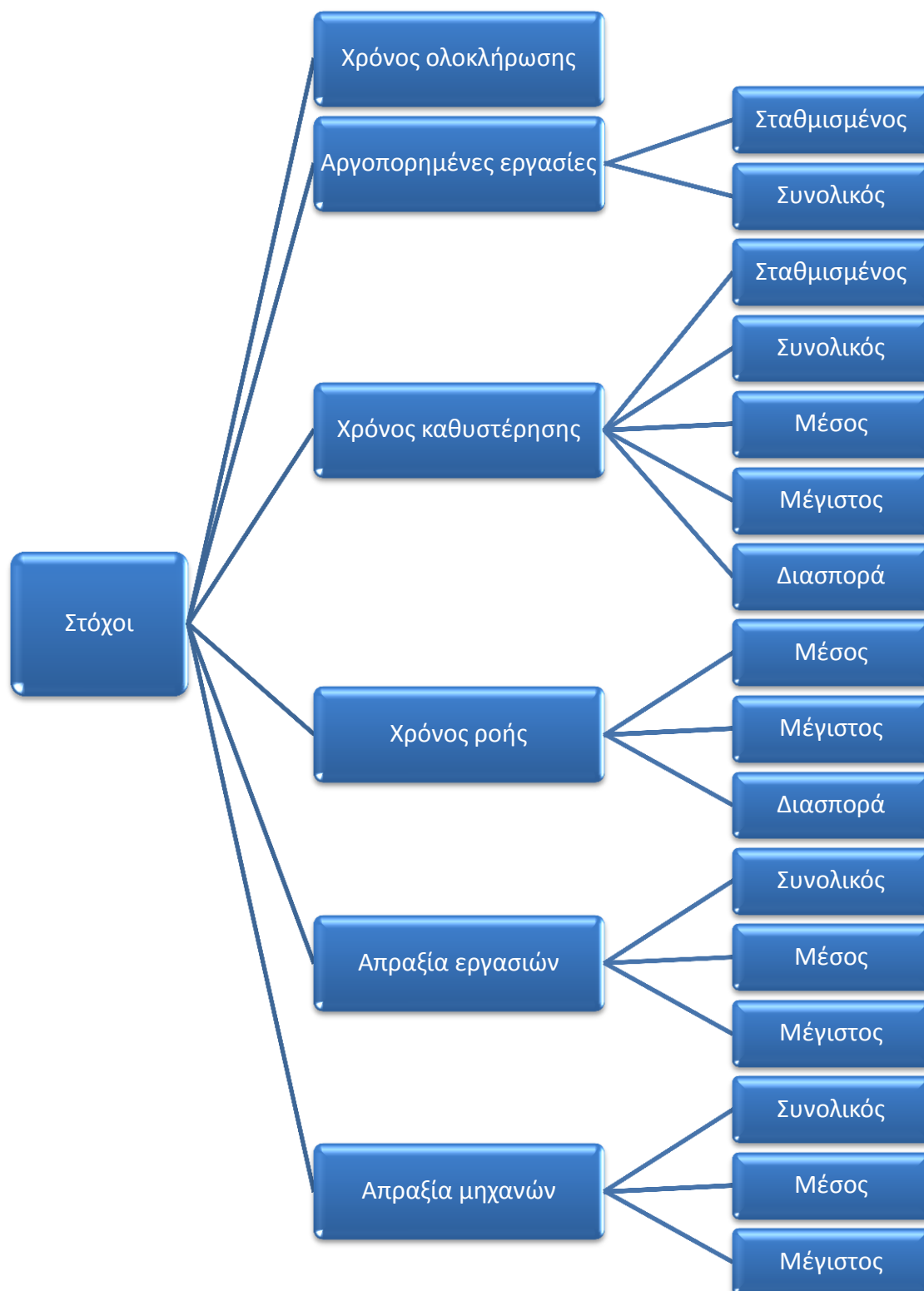
Για αυτό το κριτήριο υπάρχουν τρεις παραλλαγές: η συνολική απραξία εργασιών (total job slack time), η μέση απραξία εργασιών (mean job slack time) και η μέγιστη απραξία εργασιών (maximum job slack time). Η πρώτη παραλλαγή προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το συνολικά νεκρό χρόνο που παραμένει μια εργασία στο παραγωγικό σύστημα αξιολογώντας κάθε πλάνο παραγωγής με βάση το $\sum_{i=1}^n slack_{J_i}$. Η δεύτερη παραλλαγή αξιολογεί με βάση τη μέση τιμή $\overline{slack_J} = E_{i \in [1,n]}(slack_{J_i})$ ενώ η τελευταία παραλλαγή προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το μέγιστο χρόνο απραξίας όλων των εργασιών αξιολογώντας με βάση το $\max_{i \in [1,n]} slack_{J_i}$.

- Χρόνος απραξίας μηχανών (machine slack time): Έστω το σύνολο των διεργασιών $\{o_{\sigma(1)}, \dots, o_{\sigma(n)}\}$ όπου $mac(o_{\sigma(i)}) = mac(o_{\sigma(i+1)}) \forall i \in [1, n-1]$. Ο χρόνος απραξίας της μηχανής $M_i = mac(o_{\sigma(1)})$ υπολογίζεται με τον ακόλουθο τύπο:

$$slack_{M_i} = \max_{i \in [1,n]} t_{o_{\sigma(i)}}^e - \min_{i \in [1,n]} t_{o_{\sigma(i)}}^s - \sum_{i=1}^n p_{o_{\sigma(i)}} \quad (5.9)$$

Αντίστοιχα με το χρόνο απραξίας εργασιών, υπάρχουν τρεις παραλλαγές: η συνολική απραξία μηχανών (total machine slack time), η μέση απραξία μηχανών (mean machine slack time) και η μέγιστη απραξία μηχανών (maximum machine slack time). Η πρώτη παραλλαγή προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το συνολικά νεκρό χρόνο των μηχανών του παραγωγικού συστήματος αξιολογώντας κάθε πλάνο παραγωγής με βάση το $\sum_{i=1}^m slack_{M_i}$. Η δεύτερη παραλλαγή αξιολογεί με βάση τη μέση τιμή $\overline{slack_M} = E_{i \in [1,m]}(slack_{M_i})$ ενώ η τελευταία παραλλαγή προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το μέγιστο χρόνο απραξίας όλων των μηχανών αξιολογώντας με βάση το $\max_{i \in [1,m]} slack_{M_i}$.

Οι παραπάνω στόχοι ομαδοποιούνται όπως φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα.



Εικόνα 5.8 Στόχοι εγγενώς υποστηριζόμενων συναρτήσεων καταλληλότητας

Κατά την εκτέλεση του κατανεμημένου αλγόριθμου βελτιστοποίησης, κάθε πράκτορας αναλαμβάνει να βελτιστοποιήσει το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής με διαφορετικό στόχο. Στην περίπτωση που υπάρχουν περισσότεροι από 17 πράκτορες,

τότε οι παραπάνω πράκτορες λαμβάνουν τυχαία μια συνάρτηση καταλληλότητας. Δοσμένου του στοχαστικού χαρακτήρα του αλγόριθμου βελτιστοποίησης που αξιοποιείται, ακόμα και στην περίπτωση που δύο πράκτορες επιλύουν το ακριβώς ίδιο πρόβλημα, είναι στατιστικά αδύνατο να καταλήξουν στο ίδιο πλάνο παραγωγής. Συνεπώς η αξιοποίηση της επεξεργαστικής ισχύς των παραπάνω πρακτόρων βοηθάει στην ολική βελτιστοποίηση του δοθέντος προβλήματος.

Επιλογή γονέων

Η επιλογή των $2 * (1 - elitism_percent) * population_size$ γονέων γίνεται με βάση την ενιαία στοχαστική επιλογή (stochastic universal sampling, SUS) η οποία αποτελεί μια βελτίωση της επιλογής ρουλέτας, όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 4 (Baker J. E., 1985). Έστω ο πληθυσμός $Sch_t = \{\dots, sch_i, \dots\}$ με $i \in [1, population_size]$ στην t επανάληψη του αλγόριθμου. Οι πιθανότητες $Pr(sch_i)$ αναπαριστούνται πάνω σε μια κυκλική ρουλέτα δίνοντας σε κάθε πλάνο παραγωγής sch_i το κομμάτι που αντιστοιχεί στην τιμή καταλληλότητας (f_{eval}^i) του σύμφωνα με τον τύπο:

$$Pr(sch_i) = \frac{\delta(f_{eval}(sch_i))}{\sum_i \delta(f_{eval}(sch_i))} = \frac{\delta(f_{eval}^i)}{\sum_i \delta(f_{eval}^i)} \quad (5.10)$$

όπου $\delta(x) \in \mathbb{R}_+$ είναι η δυναμική γραμμική συνάρτηση αναγωγής κλίμακα που δίνεται από τον τύπο:

$$\delta(f_{eval}^i) = \begin{cases} -f_{eval}^i + \min(f_{eval}(Sch_{t-5})), & f_{eval}^i \geq \min(f_{eval}(Sch_{t-5})) \\ 0, & f_{eval}^i \leq \min(f_{eval}(Sch_{t-5})) \end{cases} \quad (5.11)$$

όπου $\min(f_{eval}(Sch_{t-5}))$ είναι η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας του πληθυσμού πριν από 5 γενεές ή μηδέν αν $t \leq 5$. Να επισημανθεί ότι $f_{eval}(sch_i) \leq 0$ για όλα τα κριτήρια που αναλύθηκαν στην παραπάνω ενότητα αφού όλες οι συναρτήσεις αυτές έχουν στόχο την ελαχιστοποίηση κάποιου κριτηρίου. Στην περίπτωση που χρησιμοποιείται $f_{eval}(sch_i) \geq 0$ για μεγιστοποίηση κάποιου κριτηρίου, τότε ο τύπος της δυναμικής γραμμικής συνάρτησης αναγωγής κλίμακας γίνεται:

$$\delta(f_{eval}^i) = \begin{cases} f_{eval}^i - \max(f_{eval}(Sch_{t-5})), & f_{eval}^i \geq \max(f_{eval}(Sch_{t-5})) \\ 0, & f_{eval}^i \leq \max(f_{eval}(Sch_{t-5})) \end{cases} \quad (5.12)$$

όπου $\max(f_{eval}(Sch_{t-5}))$ είναι η μέγιστη τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας του πληθυσμού πριν από 5 γενεές ή μηδέν αν $t \leq 5$.

Με τη χρήση της δυναμικής συνάρτησης αναγωγής, ο αλγόριθμος αυξάνει διαρκώς την πίεση στην επιλογή. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, όσο περνάνε οι γενεές να αξιοποιούνται όλο και καλύτεροι γονείς για την παραγωγή νέων λύσεων.

Διασταύρωση

Η μεθοδολογία FEDRA υποστηρίζει εγγενώς τρεις μεθόδους διασταύρωσης : τη διασταύρωση μονού σημείου (single point crossover, 1-PX) (Nomura, 1997), τη διασταύρωση σειράς (order crossover- OX) (Davis L. , 1985) και τη διασταύρωση σύντηξης (fusion operator) (Beasley & Chu, 1996). Και οι τρεις αυτοί γενετικοί τελεστές έχουν τροποποιηθεί καταλλήλως για να παράγουν εφικτά πλάνα παραγωγής και να αξιοποιούν όσο το δυνατόν περισσότερο τους δομικούς λίθους που συνθέτουν τους γονείς.

Ειδικότερα, η διασταύρωση μονού σημείου (1-PX) εφαρμόζεται σε κωδικοποίηση με βάση τις διεργασίες και εκτελείται με τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 1°: Επιλογή τυχαίου σημείου i στον πρώτο γονέα.

Βήμα 2°: Αντιγραφή της ακολουθίας γονιδίων $\{o_{\sigma(1)}, \dots, o_{\sigma(i)}\}$ από τον πρώτο γονέα στον απόγονο, στις ίδιες θέσεις.

Βήμα 3°: Εντοπισμός των γονιδίων $o_{\sigma(k)}$ του συνόλου $\{o_{\sigma(1)}, \dots, o_{\sigma(i)}\}$ που εμφανίζονται στην ακολουθία γονιδίων $\{o_{\sigma'(i+1)}, \dots, o_{\sigma'(n*m)}\}$ του δεύτερου γονέα.

Βήμα 4°: Αντικατάσταση των διπλών γονιδίων του συνόλου $\{o_{\sigma'(i+1)}, \dots, o_{\sigma'(n*m)}\}$ με τα γονίδια που προκύπτουν από τη διαφορά των συνόλων $\{o_{\sigma(1)}, \dots, o_{\sigma(i)}\} - \{o_{\sigma'(i+1)}, \dots, o_{\sigma'(n*m)}\}$ επιλέγοντας όπου είναι δυνατόν διεργασία της ίδιας εργασίας.

Βήμα 5°: Αντιγραφή της νέας ακολουθίας γονιδίων $\{o_{\sigma''(i+1)}, \dots, o_{\sigma''(n*m)}\}$ στον απόγονο, στις ίδιες θέσεις.

Βήμα 6°: Επιδιόρθωση του παραγόμενου πλάνου τοποθετώντας τα γονίδια o_{ij} κάθε εργασίας J_i στις θέσεις που καταλαμβάνουν τα γονίδια αυτά αλλά φροντίζοντας κάθε γονίδιο o_{ij} να προηγείται όλων των $o_{ik} \forall k \in [i, m]$.

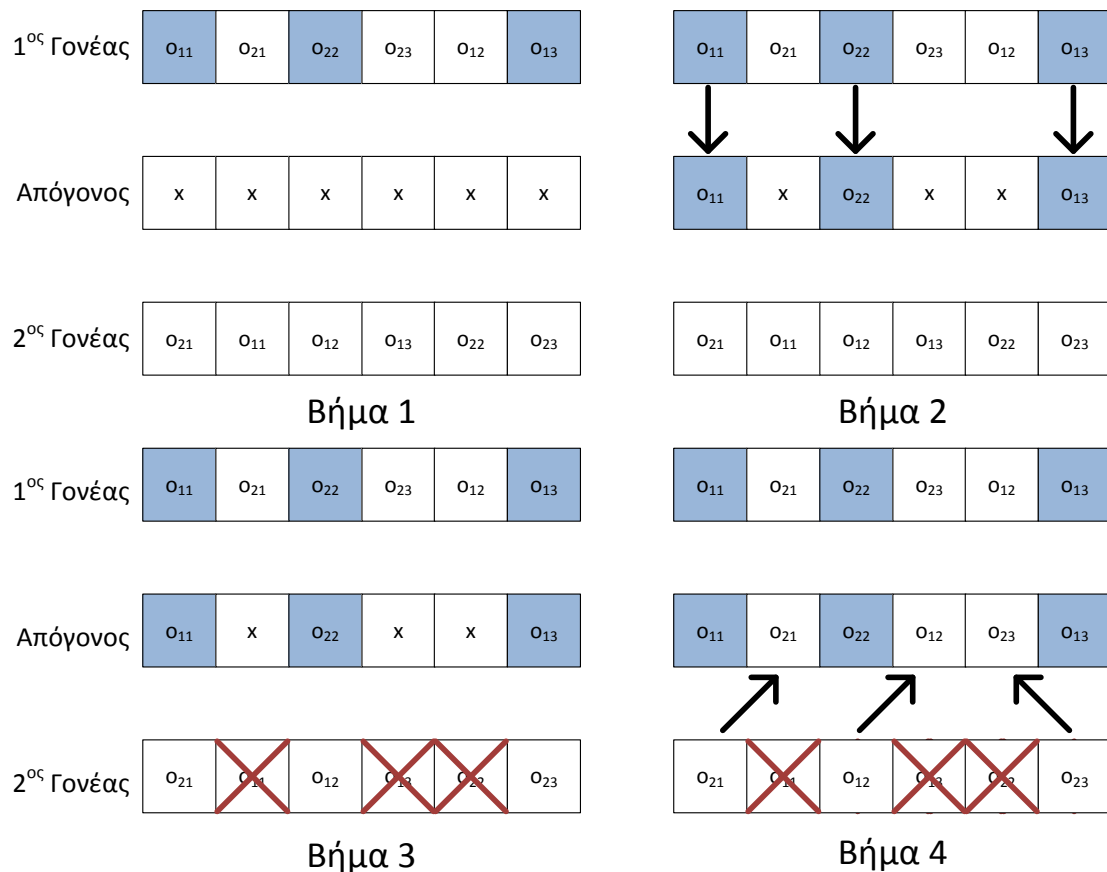
Η μεθοδολογία αξιοποιεί και την ειδική περίπτωση της διασταύρωσης μονού σημείου όπου το τυχαίο σημείο i βρίσκεται στη μέση του χρωμοσώματος, δηλαδή παίρνει την τιμή $\frac{n*m}{2}$.

Με αυτήν την παραλλαγή, εξασφαλίζεται ότι τουλάχιστον το πρώτο μισό του πλάνου παραγωγής θα είναι σύμφωνο με τον πρώτο γονέα.

Η διασταύρωση σειράς (ΟΧ) εφαρμόζεται σε κωδικοποίηση με βάση τις διεργασίες και εκτελείται με τα ακόλουθα βήματα:

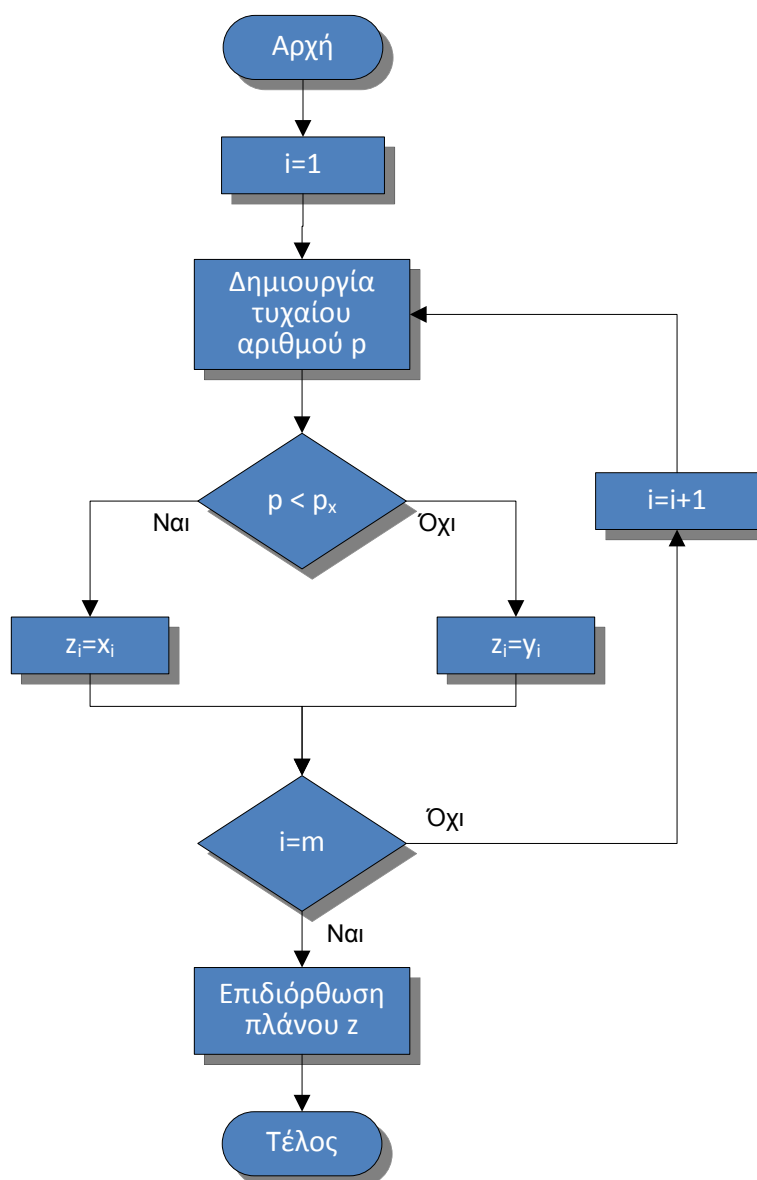
- Βήμα 1^ο: Επιλογή τυχαίας ακολουθίας γονιδίων $\{o_{\sigma(k)}, \dots, o_{\sigma(i)}\}$ από τον πρώτο γονέα.
- Βήμα 2^ο: Αντιγραφή της επιλεγμένης ακολουθίας γονιδίων $\{o_{\sigma(k)}, \dots, o_{\sigma(i)}\}$ στον απόγονο, στις ίδιες θέσεις.
- Βήμα 3^ο: Διαγραφή των γονιδίων $\{o_{\sigma(k)}, \dots, o_{\sigma(i)}\}$ όπου εμφανίζονται στο δεύτερο γονέα $\{o_{\sigma'(1)}, \dots, o_{\sigma'(n*m)}\}$.
- Βήμα 4^ο: Διαδοχική αντιγραφή των εναπομεινάντων γονιδίων από το δεύτερο γονέα στις ελεύθερες θέσεις του απόγονου, διατηρώντας τη σειρά εμφάνισης τους. Η διαδικασία ξεκινάει από την πρώτη θέση αμέσως μετά το τέλος της αντιγραμμένης ακολουθίας, θεωρώντας κυκλική συνέχεια στο χρωμόσωμα.

Σχηματικά η ακόλουθη διαδικασία για ένα απλό πρόβλημα δύο εργασιών σε τρεις μηχανές φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Εικόνα 5.9 Διασταύρωση σειράς (OX) σε ένα 2x3 πρόβλημα

Τέλος η διασταύρωση σύντηξης (fusion operator) εφαρμόζεται σε κωδικοποίηση με λίστα προτιμήσεων. Γονίδια θεωρούνται τα διατεταγμένα σύνολα διεργασιών $\{o_{\sigma(i)}, \dots, o_{\sigma(i+n)}\}$ με $mac(o_{\sigma(k)}) = mac(o_{\sigma(k+1)}) = M_j \forall k \in [1, n-1]$ που αντιπροσωπεύουν τη λίστα προτιμήσεων για τη μηχανή M_j . Τα βήματα με τα οποία εκτελείται, απεικονίζονται στο ακόλουθο διάγραμμα ροής:



Εικόνα 5.10 Διάγραμμα ροής διασταύρωσης σύντηξης

όπου x_i, y_i, z_i είναι η λίστα προτιμήσεων για τη μηχανή M_i στον πρώτο γονέα, στο δεύτερο γονέα και στον απόγονο, αντίστοιχα. Η πιθανότητα να επιλεγεί γονίδιο από τον πρώτο γονέα είναι η $p_x = \frac{\delta(f_{eval}^x)}{\delta(f_{eval}^x) + \delta(f_{eval}^y)}$ όπου f_{eval}^x είναι η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας για το γονέα x ενώ f_{eval}^y είναι η αντίστοιχη τιμή για το γονέα y . Η επιδιόρθωση στο τελευταίο βήμα της διασταύρωσης γίνεται για να αντιμετωπιστούν τα προβλήματα της κωδικοποίησης που αναφέρθηκαν σε προηγούμενη ενότητα του κεφαλαίου. Η διαδικασία της επιδιόρθωσης είναι μια επαναληπτική διαδικασία όπου εντοπίζονται τα λογικά αδιέξοδα μεταξύ τεσσάρων διεργασιών δύο εργασιών και αντικαθίσταται στη συνέχεια η σειρά ενός ζεύγους σε μια μηχανή που επιλέγεται με βάση το μικρότερο σταθμισμένο άθροισμα των νεκρών χρόνων που εισάγονται στις δύο εργασίες.

Για την επιλογή της μεθόδου διασταύρωσης, ο κάθε πράκτορας εκτελεί δέκα επαναλήψεις της εξελικτικής αναζήτησης με κάθε μια από αυτές, ξεκινώντας από τον ίδιο αρχικό πληθυσμό και επιλέγει αυτή που επιφέρει τη μεγαλύτερη πρόοδο ως προς τη συνάρτηση καταλληλότητας που του έχει ανατεθεί για τη συνέχεια των επαναλήψεων ενώ παράλληλα επιλέγει σαν αρχικό πληθυσμό τις καλύτερες λύσεις που προέκυψαν από αυτές τις δοκιμαστικές επαναλήψεις. Η μεθοδολογία είναι επεκτάσιμη ως προς τους γενετικούς τελεστές της διασταύρωσης και υποστηρίζει την εφαρμογή νέων τελεστών οι οποίοι μπορούν να αξιοποιούν περισσότερους γονείς για τη δημιουργία των νέων λύσεων ή να παράγουν περισσότερους από έναν απογόνους.

Μετάλλαξη

Η γενετική λειτουργία της μετάλλαξης μπορεί να λειτουργήσει είτε ως τοπική αναζήτηση όταν προκαλούνται μικρές αλλαγές με αποτέλεσμα τα παραγόμενα πλάνα να είναι «γειτονικά»/παραπλήσια των αρχικών πλάνων, ή ως εξερεύνηση νέων λύσεων μακριά από τη γειτονιά την οποία εξετάζει ο εξελικτικός αλγόριθμος. Η μεθοδολογία FEDRA αξιοποιεί δύο μεθόδους μετάλλαξης οι οποίες εφαρμόζονται σε κάθε ένα παραγόμενο πλάνο παραγωγής του πληθυσμού που προκύπτει μετά το γενετικό τελεστή της διασταύρωσης με πιθανότητα *mutation_probability*. Αρχικά η εξελικτική αναζήτηση ξεκινάει με μετάλλαξη που εκτελεί τοπική αναζήτηση και βάση την πληθυσμιακή διαφοροποίηση μπορεί να εναλλάξει σε κάποια επανάληψη, όπως αναλύεται εκτενέστερα σε ακόλουθη ενότητα. Να σημειωθεί ότι λόγω του εκτενή στοχαστικού χαρακτήρα των τελεστών διασταύρωσης, η επίδραση της μετάλλαξης είναι αρκετά περιορισμένη και δρα κυρίως για την αποφυγή τυχών εγκλωβισμού του αλγορίθμου σε κάποιο τοπικό ελάχιστο.

Για τοπική αναζήτηση αξιοποιείται η μετάλλαξη της αντιμετάθεσης διεργασιών μέσα στην ίδια μηχανή. Έστω $\{o_{\sigma(1)}, \dots, o_{\sigma(n*m)}\}$ ένα προτεινόμενο πλάνο παραγωγής που έχει προκύψει από το γενετικό τελεστή της διασταύρωσης. Έστω το διατεταγμένο υποσύνολο $\{o_{\sigma(k)}, o_{\sigma(k+1)}, \dots, o_{\sigma(k+n)}\}$ όπου $mac(o_{\sigma(i)}) = mac(o_{\sigma(i+1)}) = M_j \forall i \in [k, k+n-1]$. Τότε η μετάλλαξη επιδρά αντικαθιστώντας τυχαία ένα $o_{\sigma(i)}$ με $i \in [k, k+n]$ με ένα άλλο $o_{\sigma(l)}$ με $l \in [k, k+n]$ και $l \neq i$ τέτοιο ώστε καμία άλλη διεργασία της εργασίας $J_{o_{\sigma(i)}}$ και της $J_{o_{\sigma(l)}}$ να μην βρίσκεται ανάμεσα στα γονίδια $o_{\sigma(i)}$ και $o_{\sigma(l)}$ στο διατεταγμένο σύνολο $\{o_{\sigma(1)}, \dots, o_{\sigma(n*m)}\}$. Η τελευταία συνθήκη είναι ικανή ώστε να εξασφαλίζει ότι το παραγόμενο πλάνο θα είναι εφικτό χωρίς λογικά αδιέξοδα.

Αντίστοιχα, για εξερεύνηση νέων λύσεων αξιοποιείται η μετάλλαξη της τυχαίας αντιμετάθεσης δύο διεργασιών. Έστω $\{o_{\sigma(1)}, \dots, o_{\sigma(n*m)}\}$ ένα προτεινόμενο πλάνο παραγωγής που έχει προκύψει από το γενετικό τελεστή της διασταύρωσης. η μετάλλαξη επιδρά αντικαθιστώντας τυχαία ένα $o_{\sigma(i)}$ με $i \in [1, n * m]$ με ένα άλλο $o_{\sigma(l)}$ με $l \in [1, n * m]$ και $l \neq i$. Πριν εφαρμοστεί ο τελεστής της μετάλλαξης θα πρέπει να εξεταστούν δύο περιπτώσεις:

1. Αν $i < l$: Καμία διεργασία που έπεται της $o_{\sigma(i)}$ της εργασίας $J_{o_{\sigma(i)}}$ και καμία διεργασία που προηγείται της $o_{\sigma(l)}$ της εργασίας $J_{o_{\sigma(l)}}$ δεν εμφανίζεται στο διατεταγμένο υποσύνολο $\{o_{\sigma(i)}, \dots, o_{\sigma(l)}\}$.
2. Αν $i > l$: Καμία διεργασία που προηγείται της $o_{\sigma(i)}$ της εργασίας $J_{o_{\sigma(i)}}$ και καμία διεργασία που έπεται της $o_{\sigma(l)}$ της εργασίας $J_{o_{\sigma(l)}}$ δεν εμφανίζεται στο διατεταγμένο υποσύνολο $\{o_{\sigma(l)}, \dots, o_{\sigma(i)}\}$.

Εάν ισχύουν οι παραπάνω συνθήκες, τότε ο τελεστής εκτελεί τη μετάλλαξη, αλλιώς αναζητάει δύο άλλα τυχαία γονίδια.

Η μεθοδολογία είναι επεκτάσιμη ως προς τους γενετικούς τελεστές της μετάλλαξης και υποστηρίζει την εφαρμογή νέων τελεστών οι οποίοι μπορούν να μεταλλάξουν περισσότερα από ένα πλάνα παραγωγής με βάση κάποιο μοτίβο.

Αποφυγή πρόωρης σύγκλισης

Με στόχο την αποφυγή του εγκλωβισμού του αλγορίθμου σε κάποιο τοπικό ελάχιστο, χρησιμοποιούνται τέσσερις τεχνικές που αναλύονται στη συνέχεια.

Η πρώτη παρέμβαση αφορά την πιθανότητα μετάλλαξης (*mutation_probability*) που αξιοποιεί ο αλγόριθμος. Κάθε φορά που αλγόριθμος φτάνει στο 70% του μέγιστου αριθμός μη βελτιωτικών επαναλήψεων (*max_stall_iteration_number*), η μεθοδολογία αυξάνει την πιθανότητα μετάλλαξης κατά 10% εκτός και εάν αυτή έχει ξεπεράσει το 50%. Τυχών μεγαλύτερη πιθανότητα μετάλλαξης θα εκφύλιζε τον αλγόριθμο σε τυχαία αναζήτηση, κάτι που δεν είναι θεμιτό. Παράλληλα για να ασκηθεί πίεση απεγκλωβισμού του αλγόριθμου, αλλάζει ο γενετικός τελεστής της μετάλλαξης από μετάλλαξη τοπικής αναζήτησης (όπως είναι η αντιμετάθεσης διεργασιών μέσα στην ίδια μηχανή) σε μετάλλαξη τοπική αναζήτηση (όπως αυτή της τυχαίας αντιμετάθεσης δύο διεργασιών).

Η δεύτερη μέθοδος αποφυγής πρόωρης σύγκλισης εφαρμόζεται αν ο αλγόριθμος δεν καταφέρει να εντοπίσει βέλτιστη λύση παρόλη την αύξηση της πιθανότητας μετάλλαξης.

Ειδικότερα, κάθε φορά που αλγόριθμος φτάνει στο 80% του μέγιστου αριθμός μη βελτιωτικών επαναλήψεων (*max_stall_iteration_number*) γίνεται πληθυσμιακή αναμόρφωση αντικαθιστώντας το 10% των χειρότερων λύσεων με λύσεις οι οποίες προκύπτουν από στατιστική ανάλυση αντίστοιχου αριθμού καλών λύσεων που είναι διαθέσιμες στον κεντρικό εξυπηρετητή. Η στατιστική ανάλυση αναλύεται σε ακόλουθη ενότητα και αντί για να προκύψουν ασθενείς περιορισμοί, αξιοποιούνται όλες η τιμές της μήτρας συσχετίσεων RM_j και προκύπτουν ολοκληρωμένες λύσεις.

Στην περίπτωση όπου η δεύτερη μέθοδος αποφυγής πρόωρης σύγκλισης δεν επιφέρει το αναμενόμενο αποτέλεσμα, ξεκινάει η διαδικασία παρακολούθησης του συντελεστή Gini του τρέχοντος πληθυσμού. Όταν ο συντελεστής αυτός είναι μικρότερος του 0.01 γίνεται πληθυσμιακή αναμόρφωση αντικαθιστώντας το 10% των χειρότερων λύσεων με μεταλλάξεις αυτών.

Ο συντελεστής Gini είναι ένα στατιστικό μέτρο της διασποράς που αναπτύχθηκε από την ιταλική στατιστικολόγος Corrado Gini και δημοσιεύθηκε το 1912 στο επιστημονικό περιοδικό «Variabilità e mutabilità» (Dorfman, 1979). Ο συντελεστής αυτός, πέρα του ότι είναι πολύ διαδεδομένος στις οικονομικές επιστήμες όπου χρησιμοποιείται για να εκφράσουν την ανισότητα κατανομής του πλούτου, έχει χρησιμοποιηθεί και σε πάρα πολλές άλλες επιστήμες όπως στη βιολογία όπου χρησιμοποιείται ως μέτρο βιοποικιλίας και εκφράζει την πληθυσμιακή διασπορά των ειδών μέσα σε έναν πληθυσμό. Ο συντελεστής Gini αποτελεί το ήμισυ της σχετικής μέσης διαφοράς και μπορεί να υπολογιστεί με τη χρήση του ακόλουθου τύπου:

$$G(Sch) = \frac{1}{n-1} \left(n+1 - 2 \left(\frac{\sum_{i=1}^n (n+1-i) * |f_{eval}(sch_i)|}{\sum_{i=1}^n |f_{eval}(sch_i)|} \right) \right) \quad (5.13)$$

όπου n είναι το μέγεθος του πληθυσμού και $|f_{eval}(sch_i)|$ η απόλυτη τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας με $f_{eval}(sch_i) \in \mathbb{R}_-$ ή $f_{eval}(sch_i) \in \mathbb{R}_+$ για το πλάνο παραγωγής sch_i του πληθυσμού Sch . Σε περίπτωση που $f_{eval}(sch_i) \in \mathbb{R}$, τότε απαιτείται συνάρτηση αναγωγής στο χώρο των θετικών ή αρνητικών πραγματικών αριθμών ($\delta(x)$), οπότε χρησιμοποιείται η απόλυτη τιμή $|\delta(f_{eval}(sch_i))|$. Ο συντελεστής Gini μπορεί να απλοποιηθεί στην ακόλουθη μορφή:

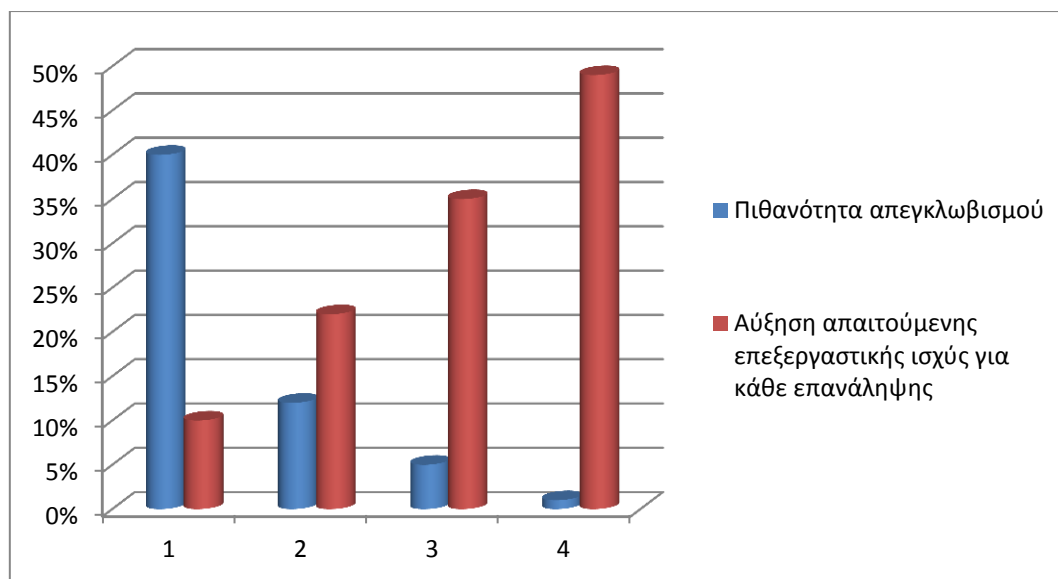
$$G(Sch) = 1 - \frac{2}{n-1} \left(n - \frac{\sum_{i=1}^n i * |f_{eval}(sch_i)|}{\sum_{i=1}^n |f_{eval}(sch_i)|} \right) \quad (5.14)$$

Ο συντελεστής Gini αποτελεί ένα μέτρο σύγκρισης της εντροπίας ενός πληθυσμού, δηλαδή της δυναμικότητας του να παράγει νέες καλύτερες λύσεις.

Τέλος, σε περίπτωση που αλγόριθμος φτάσει στο 90% του μέγιστου αριθμού μη βελτιωτικών επαναλήψεων (*max_stall_iteration_number*), τότε γίνεται αύξηση του πληθυσμού σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

$$population_size = \begin{cases} (n + dp) * m * cpi, & \text{όταν } n \leq m \\ n * (m + dp) * cpi, & \text{όταν } n > m \end{cases} \quad (5.15)$$

όπου $dp \geq 1$ είναι ο αριθμός των αυξήσεων του πληθυσμού που έχουν επιτελεστεί μέχρι στιγμής, συμπεριλαμβανομένης και της τρέχουσας αύξησης, ενώ υπενθυμίζεται ότι $cpi \in [1,6]$ είναι ο δείκτης απόδοσης του υπολογιστή στον οποίον εκτελείται ο πράκτορας, n είναι ο αριθμός των εργασιών και m είναι ο αριθμός των μηχανών. Οι λύσεις του νέου πληθυσμού ανακτώνται από τον κεντρικό εξυπηρετητή σε ποσοστό 60% και το υπόλοιπο 40% δημιουργούνται σύμφωνα με την κανόνα απόδοσης προτεραιότητας SIRO. Να σημειωθεί, ότι η επίπτωση της αύξησης του πληθυσμού δεν εντοπίζεται στην άμεση βελτίωση της καλύτερης λύσης (η οποία συνήθως είναι αμελητέα, ειδικά σε πραγματικά προβλήματα) αλλά στην αύξηση της εντροπίας του πληθυσμού η οποία μετριέται από το συντελεστή Gini και εκφράζει την προοπτική εντοπισμού νέων λύσεων. Για τον εντοπισμό του μέγιστου αριθμού δυνατών αυξήσεων εξετάστηκαν 100 πράκτορες με τον ίδιο πληθυσμό. Από την πειραματική αυτή διαδικασία, παρατηρήθηκε ότι η πιθανότητα απεγκλωβισμού του αλγόριθμου φθίνει δραματικά μετά την πρώτη αύξηση του πληθυσμού και μάλιστα μηδενίζει μετά την τέταρτη αύξηση. Από την άλλη πλευρά, λόγω της πολυπλοκότητας του εξελικτικού αλγόριθμου, κάθε αύξηση πληθυσμού επιφέρει αύξηση στο χρόνο που απαιτείται για την επεξεργασία των επιπρόσθετων πιθανών λύσεων. Ειδικότερα, η επεξεργαστική ισχύς που απαιτείται για κάθε επανάληψη του αλγόριθμου αυξάνει εκθετικά με την αύξηση του πληθυσμού. Οι παραπάνω παρατηρήσεις αποτυπώνονται στο ακόλουθο διάγραμμα:



Εικόνα 5.11 Επίδραση αύξησης πληθυσμού για τον απεγκλωβισμό του αλγόριθμου

Με βάση τις άνωθεν παρατηρήσεις, η μέθοδος απεγκλωβισμού του αλγόριθμου με αύξηση του πληθυσμού, εφαρμόζεται μόνο την πρώτη φορά που θα ικανοποιηθεί η συνθήκη εφαρμογής της. Συνεπώς η αύξηση του πληθυσμού γίνεται μόνο μια φορά ($dp = 1$) μιας και σύμφωνα με τα πειραματικά αποτελέσματα, περαιτέρω αυξήσεις θα επηρέαζαν δραματικά τη χρονική επίδοση του αλγορίθμου χωρίς να επιφέρουν σημαντικές προοπτικές στον απεγκλωβισμό του αλγόριθμου.

Τερματισμός κατανεμημένου αλγόριθμου

Ο κατανεμημένος αλγόριθμος βελτιστοποίησης ολοκληρώνεται όταν δεν εντοπιστούν νέες καλύτερες λύσεις μετά από *max_stall_iteration_number* επαναλήψεις και όταν ο συντελεστής Gini του πληθυσμού είναι μικρότερος του 0.01. Το μεταβλητό σημείο τερματισμού μετά από *max_stall_iteration_number* επαναλήψεις από την τελευταία φορά που εντοπίστηκε νέα λύση επιτρέπει το έγκαιρο τερματισμό του αλγόριθμου και την αποφυγή ατέρμονων επαναλήψεων ενώ παράλληλα η εξέταση του συντελεστή Gini του πληθυσμού επιτρέπει στον αλγόριθμο να προσπαθήσει να απεγκλωβιστεί από τυχών τοπικό ελάχιστο δίνοντας μικρή παράταση σε περίπτωση που η εντροπία του πληθυσμού είναι αρκετά μεγάλη.

Με την ολοκλήρωση της αναζήτησης, ο κάθε πράκτορας επιστρέφει στον κεντρικό εξυπηρετητή τον τελικό πληθυσμό πλάνων παραγωγής στον οποίο κατέληξε.

5.3.4. Στατιστική ανάλυση εναλλακτικών λύσεων

Έχοντας συγκεντρώσει τις επιμέρους βέλτιστες λύσεις που προέκυψαν από τον καταναμεμημένο αλγόριθμο βελτιστοποίησης, γίνεται στατιστική ανάλυση αυτών με στόχο τον εντοπισμό των «ασθενών περιορισμών» εκείνων που προσδίδουν βέλτιστα χαρακτηριστικά στο τελικό πλάνο παραγωγής.

Έστω το σύνολο των διεργασιών $O = \{o_{11}, o_{12}, \dots, o_{21}, o_{22}, \dots, o_{n(m-1)}, o_{nm}\}$ των n εργασιών σε m μηχανές. Ασθενής περιορισμός $SC_j = \{o_{\sigma(1)}, o_{\sigma(2)}, \dots, o_{\sigma(k)}\}$ είναι το διατεταγμένο σύνολο k διαφορετικών στοιχείων του O που υποδηλώνει μια προτεινόμενη ακολουθία διεργασιών. Η συνάρτηση $\sigma(x)$ αποτελεί μια απλή αντιστοίχιση του i στοιχείου του διατεταγμένου συνόλου SC_j στο $\sigma(i)$ στοιχείο του συνόλου O .

Για τον εντοπισμό των ασθενών περιορισμών αυτών, κατασκευάζεται μια μήτρα συσχετίσεων για κάθε ομάδα βέλτιστων λύσεων. Έστω το σύνολο βέλτιστων λύσεων $Sch_j = \{sch_1, sch_2, \dots, sch_l\}$ όπως αυτές προέκυψαν από τον καταναμεμημένο αλγόριθμο για το κριτήριο j με κάθε στοιχείο $sch_i = \{o_{\sigma_i(1)}, \dots, o_{\sigma_i(n*m)}\}$ να αποτελεί ένα διατεταγμένο σύνολο των στοιχείων του O . Η μήτρα συσχετίσεων RM_j για το κριτήριο j έχει την ακόλουθη μορφή:

$$RM_j = \begin{bmatrix} ri_{1,1} & \dots & ri_{1,n*m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ri_{n*m,1} & \dots & ri_{n*m,n*m} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

όπου $ri_{i,j} \in [0,1]$ είναι ο δείκτης συσχέτισης θέσης της i διεργασίας ως προς την j διεργασία του συνόλου O για το σύνολο των λύσεων Sch_j που υπολογίζεται με βάση τον ακόλουθο τύπο:

$$ri_{i,j} = \frac{\sum_{k=1}^l pos(o_i, o_j, sch_k)}{l} \quad (5.17)$$

όπου:

$$pos(o_i, o_j, sch_k) = \begin{cases} 1, & \sigma_k(w) < \sigma_k(z) \\ 0, & \sigma_k(w) \geq \sigma_k(z) \end{cases} \quad (5.18)$$

με $\sigma_{\sigma_k(w)} = o_i$ και $\sigma_{\sigma_k(z)} = o_j$.

Ο δείκτης συσχέτισης θέσης $ri_{i,j}$ έχει της ακόλουθες ιδιότητες:

- $ri_{i,i} = 0 \forall i \in [1, n * m]$

- $ri_{i,j} = 0 \ \forall \ i < j$ των διεργασιών o_i, o_j που ανήκουν στην ίδια εργασία J
- $ri_{i,j} = 1 \ \forall \ i > j$ των διεργασιών o_i, o_j που ανήκουν στην ίδια εργασία J
- $ri_{i,j} + r_{j,i} = 1 \ \forall \ i, j \in [1, n * m]$ με $i \neq j$

Με βάση τις παραπάνω ιδιότητες, η μήτρα συσχετίσεων RM_j μπορεί να απλοποιηθεί στην ακόλουθη μορφή:

$$RM_j = \begin{bmatrix} RI_{J_1, J_1} & \cdots & RI_{J_1, J_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 - RI_{J_1, J_n}^T & \cdots & RI_{J_n, J_n} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

όπου RI_{J_i, J_i} με $i < j$ είναι ο πίνακας με τα ακόλουθα στοιχεία:

$$RI_{J_i, J_j} = \begin{bmatrix} ri_{(i-1)*m, (j-1)*m} & \cdots & ri_{(i-1)*m, j*m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ri_{i*m, (j-1)*m} & \cdots & ri_{i*m, j*m} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

RI_{J_i, J_j}^T είναι ο ανάστροφος πίνακας RI_{J_i, J_j} και RI_{J_i, J_i} είναι ένας τριγωνικός άνω πίνακας με την ακόλουθη μορφή:

$$RI_{J_i, J_i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Ο πίνακας RI_{J_i, J_i} στην ουσία αποτελείται από τους δείκτες συσχέτισης θέσης ri των διεργασιών $J_i = \{o_{i1}, o_{i2}, \dots, o_{im}\}$ και $J_j = \{o_{j1}, o_{j2}, \dots, o_{jm}\}$ όπου στις γραμμές αναπαρίστανται οι διεργασίες της εργασίας J_i και στις στήλες η διεργασία της J_j . Συνεπώς ο πίνακας μπορεί να γραφτεί και στην ακόλουθη μορφή:

$$RI_{J_i, J_j} = \begin{bmatrix} ri_{o_{i1}, o_{j1}} & \cdots & ri_{o_{i1}, o_{jm}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ri_{o_{im}, o_{j1}} & \cdots & ri_{o_{im}, o_{jm}} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Δοσμένης της υποχρεωτικής ακολουθίας των διεργασιών της εργασίας J_j , όταν $ri_{o_{ik}, o_{jl}} = 1$ για $k, l \in [1, m]$ που εκφράζει ότι o_{ik} προηγείται πάντα της o_{jl} διεργασίας, τότε υποχρεωτικά όλα υπόλοιπα στοιχεία της γραμμής που αντιστοιχεί στη διεργασία o_{ik} έχουν την τιμή 1 αφού κάθε διεργασία o_{jl} προηγείται της o_{jl+1} .

Κατά αντιστοιχία, δοσμένης της υποχρεωτικής ακολουθίας των διεργασιών της εργασίας J_i , $ri_{o_{ik}, o_{jl}} = 0$ για $k, l \in [1, m]$ που εκφράζει ότι o_{jl} προηγείται πάντα της o_{ik} διεργασίας, τότε

υποχρεωτικά όλα τα υπόλοιπα στοιχεία της στήλης που αντιστοιχεί στη διεργασία o_{jl} έχουν την τιμή 0 αφού κάθε διεργασία o_{ik} προηγείται της o_{ik+1} .

Αυτές οι δύο ιδιότητες μπορούν να επεκταθούν στο σύνολο των στοιχείων του πίνακα RI_{J_i, J_i} ως ακολούθως:

- $ri_{o_{ik}, o_{jl}} \leq ri_{o_{ik}, o_{jl+1}} \forall k, l \in [1, m]$
- $ri_{o_{ik}, o_{jl}} \geq ri_{o_{ik+1}, o_{jl}} \forall k, l \in [1, m]$

Η τελική μορφή της μήτρας συσχετίσεων RM_j για το κριτήριο j είναι η ακόλουθη:

Στο παραπάνω πλαίσιο, ο καθορισμός του ασθενή περιορισμού SC_j στη μήτρα συσχετίσεων

$$RM_j = \begin{bmatrix} ri_{o_{11}, o_{11}} & \cdots & ri_{o_{11}, o_{nm}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ ri_{o_{nm}, o_{11}} & \cdots & ri_{o_{nm}, o_{nm}} \end{bmatrix}, \text{ γίνεται με τα ακόλουθα βήματα:}$$

Βήμα 1^ο: Επιλογή από τις διαθέσιμες διεργασίες, της διεργασίας j της εργασίας J_i (o_{ij}) με τα περισσότερα $ri_{o_{ij}, o_{kl}} = 1$ και τα λιγότερα $ri_{o_{ij}, o_{kl}} = 0 \forall k \in [1, n]$ με $k \neq i$ και $\forall l \in [1, m]$.

Βήμα 2^ο: Τοποθέτησε τη διεργασία στον ασθενή περιορισμό SC_j .

Βήμα 3^ο: Εάν υπάρχουν διεργασίες που δεν ανήκουν στον ασθενή περιορισμό SC_j με τουλάχιστον ένα $ri_{o_{ij}, o_{kl}} = 1 \forall k \in [1, n]$ με $k \neq i$ και $\forall l \in [1, m]$ τότε επανάλαιβε το 1^ο Βήμα.

Η διαδικασία τοποθέτησης μιας διεργασίας o_{ij} στον ασθενή περιορισμό $SC_j = \{o_{\sigma(1)}, o_{\sigma(2)}, \dots, o_{\sigma(k)}\}$ γίνεται με τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 1^ο: Εντοπίζεται η θέση *start* της τελευταίας διεργασίας o_{ik} με $k < j$. Αν δεν υπάρχει, επιλέγεται η πρώτη θέση στον ασθενή περιορισμό SC_j .

Βήμα 2^ο: Εντοπίζεται η θέση *end* της πρώτης διεργασίας o_{il} με $l > j$. Εάν δεν υπάρχει, επιλέγεται η τελευταία θέση στον ασθενή περιορισμό SC_j .

Βήμα 3^ο: Η διεργασία o_{ij} τοποθετείται στο διατεταγμένο σύνολο διεργασιών $\{o_{\sigma(start)}, \dots, o_{\sigma(end)}\}$ σύμφωνα με τους ακόλουθους κανόνες:

- ☞ Εντοπίζεται η τελευταία διεργασία $o_{\sigma(l_1)}$ με $l_1 \in [\text{start}, \text{end}]$ τέτοια ώστε $ri_{o_{ij}, o_{\sigma(l_1)}} = 0$. Εάν υπάρχει τέτοια διεργασία, η διεργασία o_{ij} τοποθετείται αμέσως μετά από την $o_{\sigma(l_1)}$.
- ☞ Εάν δεν υπάρχει διεργασία $o_{\sigma(l_1)}$, τότε εντοπίζεται η πρώτη διεργασία $o_{\sigma(l_2)}$ με $l_2 \in [\text{start}, \text{end}]$ τέτοια ώστε $ri_{o_{ij}, o_{\sigma(l_2)}} = 1$. Εάν υπάρχει τέτοια διεργασία, η διεργασία o_{ij} τοποθετείται αμέσως πριν από την $o_{\sigma(l_2)}$.
- ☞ Εάν δεν υπάρχει ούτε διεργασία $o_{\sigma(l_2)}$, τότε για το διατεταγμένο σύνολο $\{o_{\sigma(\text{start})}, \dots, o_{\sigma(\text{end})}\}$ υπολογίζεται το πλήθος των $ri_{o_{\sigma(l)}, o_{\sigma(k)}} = 1 \forall k \in [1, n * m]$ με τα $o_{\sigma(l)}, o_{\sigma(k)}$ να ανήκουν σε διαφορετικές εργασίες και επιλέγεται η διεργασία $o_{\sigma(l_3)}$ με τον αμέσως μεγαλύτερο αριθμό $ri_{o_{\sigma(l_3)}, o_{\sigma(k)}} = 1$ από τη διεργασία o_{ij} . Η διεργασία o_{ij} τοποθετείται αμέσως μετά από την $o_{\sigma(l_3)}$ ή αλλιώς η διεργασία o_{ij} τοποθετείται στην αρχή του $\{o_{\sigma(\text{start})}, \dots, o_{\sigma(\text{end})}\}$.

Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για το σύνολο των επιμέρους βέλτιστων λύσεων που προέκυψαν από τον κατανεμημένο αλγόριθμο βελτιστοποίησης με αποτέλεσμα να προκύψουν τόσοι ασθενείς περιορισμοί SC_j όσα και τα κριτήρια με βάση τα οποία παράχθηκαν τα υποσύνολα των βέλτιστων λύσεων.

5.3.5. Αξιολόγηση 2-tuple LOWA

Μια προσέγγιση που χρησιμοποιείται σε γλωσσικά δεδομένα, όπως αναλύθηκε και στο Κεφάλαιο 4, είναι η συμβολική προσέγγιση, η οποία κάνει τους υπολογισμούς στους δείκτες των γλωσσικών όρων. Συνήθως, χρησιμοποιεί τη διαταγμένη δομή του συνόλου των γλωσσικών όρων, $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ για την εκτέλεση των πράξεων. Η συμβολική μέθοδος χρησιμοποιεί έναν αθροιστικό τελεστή, παραδείγματος χάριν το LOWA, που είναι βασισμένος στον κυρτό συνδυασμό των γλωσσικών όρων, για να συνδυάσει τους δείκτες των γλωσσικών όρων που αθροίζονται με τους αριθμητικούς συντελεστές βάρους (Herrera & Herrera-viedma, 1998). Το αποτέλεσμα της συνάθροισης είναι μια αριθμητική τιμή $a \in [0, g]$, που πρέπει να προσεγγιστεί με τη βοήθεια μιας προσεγγιστικής συνάρτησης $H: [0, g] \rightarrow \{0, 1, \dots, g\}$.

Η προσεγγιστική συνάρτηση λαμβάνει μια αριθμητική τιμή που ανήκει στο διάστημα $\{0, 1, \dots, g\}$ και δηλώνει το δείκτη του σχετικού γλωσσικού όρου $S_{H(a)} \in S$. Τυπικά, μπορεί

να εκφραστεί ως $S^n \xrightarrow{M} [0, g] \xrightarrow{H} \{0, 1, \dots, g\} \rightarrow S$, όπου M είναι ο συμβολικός αθροιστικός τελεστής, που αθροίζει τους δείκτες των γλωσσικών όρων, που χρησιμοποιούνται ως ορίσματα. Η ανάγκη να εκφραστούν τα αποτελέσματα της διαδικασίας στο αρχικό σύνολο όρων S προκαλεί μια απώλεια πληροφοριών, η οποία προέρχεται από δύο κύριες πηγές: την προσεγγιστική συνάρτηση και τη χρήση τελεστή στρογγυλοποίησης ενσωματωμένο στον αθροιστικό τελεστή. Ένα παράδειγμα χρήσης του τελεστή στρογγυλοποίησης είναι ο τελεστής LOWA.

Η πρωτότυπη μεθοδολογία, που παρουσιάζεται στην παρούσα διατριβή, στηρίζεται στον τελεστή LOWA, με την αναπαράσταση των γλωσσικών μεταβλητών να γίνεται με βάση τη διπλή αναπαράσταση, για να αποφευχθεί η χρήση του τελεστή στρογγυλοποίησης που οδηγεί σε απώλεια πληροφορίας (Doukas, Botsikas, & Psarras, 2006). Σκοπός της χρήσης της μεθόδου είναι η κατάταξη των διεργασιών με κατάλληλο τρόπο ώστε να διαμορφωθεί το τελικό πλάνο παραγωγής, εξυπηρετώντας σε μεγαλύτερο βαθμό τις προτιμήσεις των εμπλεκόμενων κέντρων απόφασης.

Ο «2-tuple LOWA» μπορεί να οριστεί ως ακολούθως:

Έστω $A = \{(r_1, a_1), \dots, (r_m, a_m)\}$ ένα σύνολο γλωσσικών αναπαραστάσεων, τέτοιο ώστε $(r_i, a_i) \in S \times [-0.5, 0.5]$. Έστω $B = \{(r_{\sigma(1)}, a_{\sigma(1)}), (r_{\sigma(m)}, a_{\sigma(m)})\}$ το διατεταγμένο σύνολο του A , τέτοιο ώστε $(r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}) \leq (r_{\sigma(j)}, a_{\sigma(j)}) \forall i \leq j$ με τη συνάρτηση $\sigma(x)$ να αποτελεί μια απλή αντιστοίχιση του i στοιχείου του διατεταγμένου συνόλου B στο $\sigma(i)$ στοιχείο του αρχικού συνόλου A . Το διάνυσμα άθροισης, που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 4, για τη διπλή αναπαράσταση και για $m > 2$, μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} EC^m\{w_i, (r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}), i = 1, \dots, m\} = \\ = \Delta \left(w_1 * \Delta^{-1}(r_{\sigma(1)}, a_{\sigma(1)}) + (1 - w_1) \right. \\ \left. * \Delta^{-1}(EC^{m-1}\{w_h^*, (r_{\sigma(h)}, a_{\sigma(h)}), h = 2, \dots, m\}) \right) \end{aligned} \quad (5.23)$$

Με $W = [w_1, \dots, w_m]$ να είναι το διάνυσμα βαρών σε σχέση με το A , τέτοιο ώστε:

- $w_i \in [0, 1]$
- $\sum_i w_i = 1$

και το $W^* = [w_2^*, \dots, w_m^*]$ με $w_h^* = \frac{w_h}{\sum_{k=2}^m w_k}$ να αποτελεί τον νέο πίνακα βαρών που υπολογίζεται για το διάνυσμα άθροισης EC^{m-1} . Να σημειωθεί ότι $\Delta(\beta_{\sigma(i)})$ είναι ο μετασχηματισμός μιας αριθμητικής τιμής $\beta_{\sigma(i)} \in [0, g]$ σε διπλή αναπαράσταση

$(r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)})$ ενώ $\Delta^{-1}(r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)})$ είναι ο αντίστροφος μετασχηματισμός όπως αυτές αναφέρονται στο κεφάλαιο 4.

Όταν $m = 2$, τότε το διάνυσμα άθροισης EC^2 υπολογίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} EC^2\{w_i, (r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}), i = 1, 2\} \\ = \Delta \left(w_1 * \Delta^{-1}(r_{\sigma(1)}, a_{\sigma(1)}) + (1 - w_1) \right. \\ \left. * \Delta^{-1}(r_{\sigma(2)}, a_{\sigma(2)}) \right) = (r_f, a_f) \end{aligned} \quad (5.24)$$

τέτοιο ώστε $(r_f, a_f) = \Delta \left(\beta_{\sigma(2)} + w_1(\beta_{\sigma(1)} - \beta_{\sigma(2)}) \right)$ όπου $\beta_{\sigma(i)} = \Delta^{-1}(r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)})$.

Όπως γίνεται αντιληπτό, όταν ένα και μόνο βάρος έχει την τιμή 1 ενώ όλα τα υπόλοιπα βάρη είναι μηδέν, δηλαδή όταν έστω $w_j = 1$ και $w_i = 0$ με $i \neq j \forall i$, τότε το διάνυσμα άθροισης λαμβάνει την ακόλουθη τιμή:

$$EC^m\{w_i, (r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}), i = 1, \dots, m\} = (r_{\sigma(j)}, a_{\sigma(j)}) \quad (5.25)$$

Σε αυτό το πλαίσιο, ο τελεστής LOWA διπλής αναπαράστασης ορίζεται ως ακολούθως:

Έστω $A = \{(r_1, a_1), \dots, (r_m, a_m)\}$ ένα σύνολο διπλών αναπαραστάσεων που πρέπει να συναθροιστούν, τότε ο αντίστοιχος τελεστής του LOWA, Φ^e , ορίζεται ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} \Phi^e[(r_1, a_1), \dots, (r_m, a_m)] &= W * B^T = \\ &= EC^m\{w_i, (r_{\sigma(i)}, a_{\sigma(i)}), i = 1, \dots, m\} \end{aligned} \quad (5.26)$$

Αναφορικά τώρα με τον ποσοτικοποιητή που πρέπει να χρησιμοποιηθεί στο πολυκριτηριακό μοντέλο σε σχέση με τις προτιμήσεις των κέντρων λήψης αποφάσεων στο παραγωγικό σύστημα, σημειώνονται τα ακόλουθα:

- *Most*: Ο συγκεκριμένος ποσοτικοποιητής δίνει περισσότερη βαρύτητα στις ενδιάμεσες αποδόσεις. Με αυτόν τον ποσοτικοποιητή προκρίνονται οι διεργασίες εκείνες που πληρούν τα περισσότερα κριτήρια. Τα παραγόμενα πλάνα παραγωγής επιτυγχάνουν ικανοποιούν τα περισσότερα κριτήρια των κέντρων λήψης αποφάσεων και παράλληλα επιτυγχάνουν καλές επιδόσεις σε αυτά. Απευθύνεται σε παραγωγικά συστήματα όπου δεν προχωρούν εύκολα και αβίαστα στην κατάρτιση του τελικού πλάνου παραγωγής, χωρίς να ληφθούν υπόψη όλα τα κριτήρια.

- *At least half*: Δίνει περισσότερη βαρύτητα στις υψηλές αποδόσεις. Προκρίνονται δηλαδή εκείνες οι διεργασίες που πληρούν τουλάχιστον τα μισά από τα κριτήρια. Τα παραγόμενα πλάνα παραγωγής απευθύνονται στα παραδοσιακά παραγωγικά συστήματα όπου ο υπεύθυνος παραγωγής είναι ο τελικός αποφασίζων και προσπαθεί να ικανοποιήσει εν μέρει τις προτιμήσεις των υπόλοιπων κέντρων λήψης αποφάσεων.
- *As many as possible*: Δίνει περισσότερη βαρύτητα στις χαμηλές αποδόσεις. Προκρίνονται δηλαδή εκείνες οι διεργασίες που πληρούν και λιγότερα απ' τα μισά κριτήρια. Τέτοιες προτάσεις απευθύνονται σε εξειδικευμένα παραγωγικά συστήματα, που μπορούν να χαρακτηριστούν περισσότερο «ευέλικτα», καθώς προσπαθούν να ικανοποιήσουν όσο το δυνατόν περισσότερες προτιμήσεις από τα κέντρα λήψης αποφάσεων χωρίς να θέτουν ισχυρά κριτήρια.

Η μεθοδολογία είναι επεκτάσιμη ως προς τον ποσοτικοποιητή Q και μπορεί να υποστηρίξει την κατασκευή νέου, ορίζοντας το κάτω όριο (a) και το πάνω όριο (b) όπως αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 4.

5.3.6. Μορφοποίηση τελικού πλάνου

Με το πέρας του κατανεμημένου αλγόριθμου βελτιστοποίησης, η μεθοδολογία καλεί τα κέντρα λήψης αποφάσεων να προσδιορίσουν τις προτιμήσεις τους με βάση τις οποίες θα καταρτιστεί το τελικό πλάνο παραγωγής. Αρχικά καλούνται να αποδώσουν τη βαρύτητα στα κριτήρια με βάση τα οποία έγινε η βελτιστοποίηση. Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη ενότητα, η μεθοδολογία είναι επεκτάσιμη ως προς τα κριτήρια αυτά. Τα εγγενώς υποστηριζόμενα κριτήρια δίνονται συνοπτικά στη συνέχεια:

- Συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης του πλάνου παραγωγής
- Αριθμός αργοπορημένων εργασιών
- Χρόνος καθυστέρησης εργασιών
- Χρόνος ροής εργασιών
- Χρόνος απραξίας εργασιών
- Χρόνος απραξίας μηχανών

Κάθε ένα από αυτά έχει επιμέρους στόχους που ταυτίζονται με διαφορετικούς τρόπους υπολογισμού και βελτιστοποίησης. Τα κέντρα λήψεως αποφάσεων καλούνται να επιλέξουν τα κριτήρια $C = \{C_1, \dots, C_k\}$ τα οποία ταυτίζονται με το στρατηγικό σχεδιασμό του

παραγωγικού συστήματος και στη συνέχεια να επιλέξουν τον ποσοτικοποιητή που αντιπροσωπεύει περισσότερο τις επιδιώξεις τους.

Το επόμενο βήμα της μεθοδολογίας είναι η αξιολόγηση των επιμέρους λύσεων που εντόπισε ο κατανεμημένος αλγόριθμος βελτιστοποίησης. Τα κέντρα λήψης αποφάσεων αξιολογούν τις επιδόσεις της κάθε ομάδας βέλτιστων λύσεων ως προς τα k κριτήρια που επιλέχθηκαν στο προηγούμενο βήμα. Παρόλο που η κάθε ομάδα βέλτιστων λύσεων προέκυψαν για διαφορετικά κριτήρια, όλες (l σε πλήθος) αξιολογούνται με βάση όλα τα κριτήρια συγκρίνοντας τόσο την καλύτερη λύση κάθε ομάδας όσο και τη λύση που προκύπτει από τον ασθενή περιορισμό SC_j της ομάδας, όπως αυτή προκύπτει με τη μέθοδο που αναλύεται στη συνέχεια αυτής της ενότητας. Η αξιολόγηση γίνεται με λεκτικές μεταβλητές της ακόλουθης επταβάθμιας κλίμακας απόδοσης:

- Μηδενική
- Πολύ χαμηλή
- Χαμηλή
- Μέτρια
- Υψηλή
- Πολύ υψηλή
- Τέλεια

Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο τελεστής LOWA διπλής αναπαράστασης. Τελικό αποτέλεσμα είναι κάθε ομάδα λύσεων να χαρακτηριστεί με μια λεκτική μεταβλητή διπλής αναπαράστασης $impr_i = (s_i, a_i)$ με $a_i \in [-0.5, 0.5]$ και $s_i \in S$, όπου $S = \{s_0, s_1, \dots, s_6\}$ η επταβάθμια λεκτική κλίμακα σημαντικότητας:

- Ασήμαντη (s_0)
- Σχεδόν ασήμαντη (s_1)
- Χαμηλής προτεραιότητας (s_2)
- Ουδέτερη (s_3)
- Σημαντική (s_4)
- Πολύ σημαντική (s_5)
- Υψίστης προτεραιότητας (s_6)

Έχοντας κατατάξει τις ομάδες των λύσεων και τους ασθενείς περιορισμούς SC_j που σχετίζονται με αυτές, ακολουθεί η κατασκευή του τελικού πλάνου παραγωγής με χρήση της σταθμισμένης μήτρας συσχετίσεων WRM η οποία έχει την ακόλουθη μορφή:

$$WRM = \begin{bmatrix} wri_{1,1} & \cdots & wri_{1,n*m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ wri_{n*m,1} & \cdots & wri_{n*m,n*m} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

όπου $wri_{i,j} \in [0,1]$ είναι ο σταθμισμένος δείκτης συσχέτισης θέσης της i διεργασίας ως προς την j διεργασία του συνόλου O για το σύνολο των ασθενών περιορισμών $SC_k, k \in [1, l]$ που υπολογίζεται με βάση τον ακόλουθο τύπο:

$$wri_{i,j} = \sum_{k=1}^l \Delta_6^{-1}(imp_k) * pos(o_i, o_j, SC_k) \quad (5.28)$$

όπου:

$$pos(o_i, o_j, SC_k) = \begin{cases} 1, & \sigma_k(w) < \sigma_k(z) \\ 0, & \sigma_k(w) \geq \sigma_k(z) \end{cases} \quad (5.29)$$

με $\sigma_{\sigma_k(w)} = o_i$ και $\sigma_{\sigma_k(z)} = o_j$ στον ασθενή κανόνα SC_k και $\Delta_6^{-1}(imp_k) \in [0,6]$ είναι η αριθμητική τιμή της σημαντικότητας του συγκεκριμένου ασθενή κανόνα.

Το τελικό πλάνο διαμορφώνεται με τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 1^ο: Κατασκευή του συνόλου των διαθέσιμου διεργασιών $O_{available} = \{o_{11}, o_{21}, \dots, o_{n1}\}$. Βήμα 2^ο: Επιλογή από τις διαθέσιμες διεργασίες, της διεργασίας o_{ij} της εργασίας J_i με το μεγαλύτερο $wri_{n*(i-1)+j,y}, y \in [1, n*m] - [n*(i-1) + 1, n*(i-1) + m]$. Σε περίπτωση που υπάρχουν περισσότερες από μια τέτοιες διεργασίες, επιλέγεται αυτή με το μεγαλύτερο άθροισμα σταθμισμένων δεικτών συσχέτισης θέσης $\sum_{y \in [1, n*m] - [n*(i-1)+1, n*(i-1)+m]} wri_{n*(i-1)+j,y}$. Βήμα 3^ο: Τοποθέτησε τη διεργασία στο τέλος του τελικού πλάνου Sch_{final}. Βήμα 4^ο: Αντικατάσταση της διεργασίας o_{ij} με την o_{ij+1} στο σύνολο των διαθέσιμων διεργασιών $O_{available}$ ή διαγραφή της διεργασίας αν $j = m$. Βήμα 5^ο: Εάν υπάρχουν στοιχεία στο σύνολο $O_{available}$ επανάλαβε στο 2^ο βήμα.
--

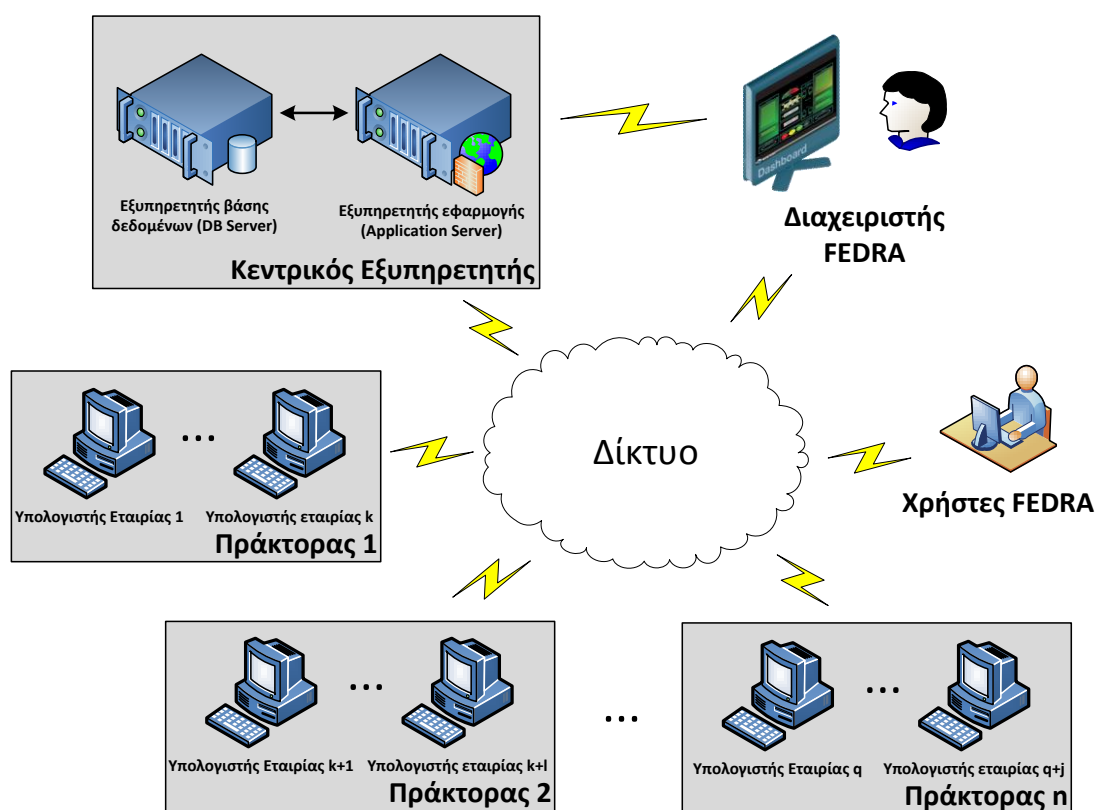
Με αυτόν τον τρόπο κατασκευάζεται το τελικό πλάνο παραγωγής. Στη συνέχεια, ο υπεύθυνος παραγωγής εκτελεί μικρές τροποποιητικές αλλαγές στο πλάνο παραγωγής σε περίπτωση που απαιτούνται και στη συνέχεια καταρτίζονται οι εντολές παραγωγής και

προγραμματίζονται οι διεργασίες. Παράλληλα με βάση τα αποθέματα, τα συνταγολόγια και το χρονοπρογραμματισμό που θα ακολουθηθεί, αποστέλλονται οι παραγγελίες πρώτων υλών στους προμηθευτές.

5.4. Πληροφοριακό σύστημα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής

Στο πλαίσιο εφαρμογής της προτεινόμενης μεθοδολογίας, έχει αναπτυχθεί το αντίστοιχο πληροφοριακό σύστημα, που ως στόχο έχει να υποστηρίξει τις επιμέρους διαδικασίες της προσέγγισης και να αξιοποιήσει τα υπάρχοντα δεδομένα που πιθανόν είναι αποθηκευμένα στα υπάρχοντα πληροφοριακά συστήματα των παραγωγικών συστημάτων.

Το πληροφοριακό σύστημα έχει αναπτυχθεί με βάση την αρχιτεκτονική σύνθεσης επιμέρους δομικών λίθων (modules architecture) με στόχο την εύκολη τροποποίηση των λειτουργιών του καθώς και την εξασφάλιση της επεκτασιμότητας του ενώ η βασική αρχιτεκτονική του πληροφοριακού συστήματος FEDRA (Fuzzy Evolutionary Dispatching Rule Application) παρουσιάζεται στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 5.12 Αρχιτεκτονική πληροφοριακού συστήματος FEDRA

Αναλυτικότερα, οι κυριότεροι δομικοί λίθοι του πληροφοριακού συστήματος αναλύονται στη συνέχεια.

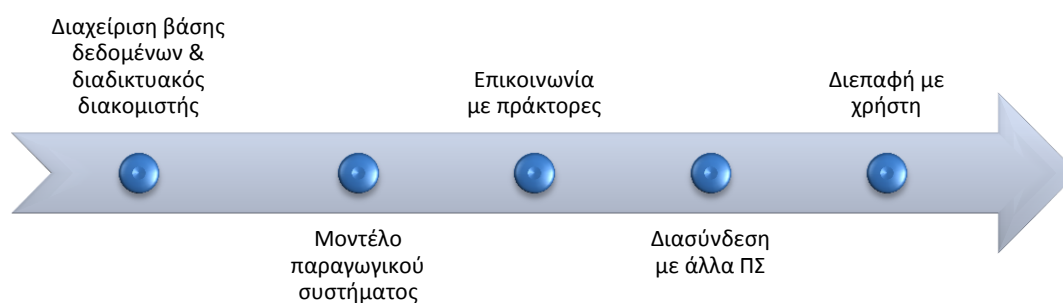
5.4.1. Κεντρικός Εξυπηρετητής

Ο κεντρικός εξυπηρετητής αποτελεί το κυρίαρχο κομμάτι του πληροφοριακού συστήματος. Είναι υπεύθυνος για το συντονισμό των πρακτόρων και για την εύρυθμη εκτέλεση του αλγόριθμου FEDRA. Ο κεντρικός εξυπηρετητής έχει σχεδιαστεί με βάση την αρχιτεκτονική σύνθεσης επιμέρους δομικών λίθων και αποτελείται από έξι (6) βασικές μονάδες, όπως φαίνεται και στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 5.13 Αρχιτεκτονική κεντρικού εξυπηρετητή FEDRA

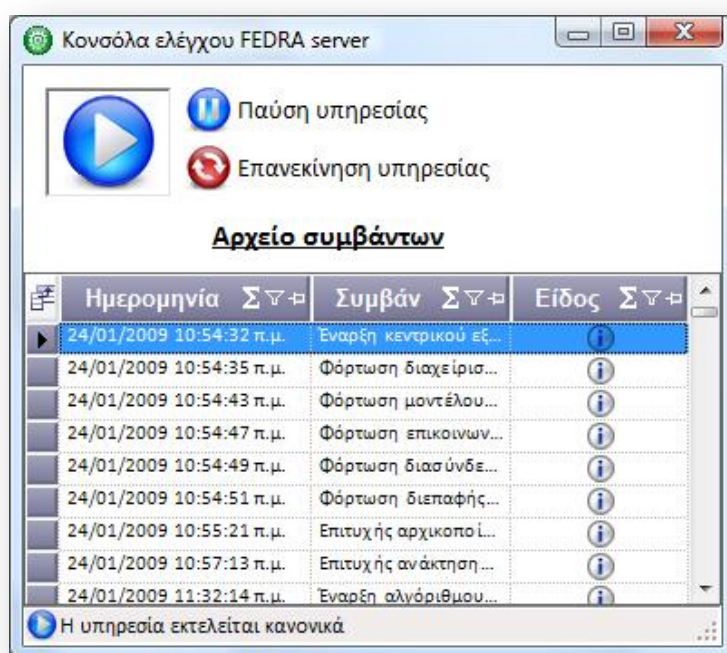
Η υλοποίηση του κεντρικού εξυπηρετητή έχει γίνει με βάση την τεχνολογία υπηρεσιών λειτουργικού συστήματος (operating system service). Η υπηρεσία του κεντρικού εξυπηρετητή ξεκινάει αυτόματα με την έναρξη του λειτουργικού συστήματος και λειτουργεί στο παρασκήνιο χωρίς να απαιτεί κάποια αλληλεπίδραση με το χρήστη. Αφού ξεκινήσει η εκτέλεση του πυρήνα του κεντρικού εξυπηρετητή, φορτώνονται σταδιακά οι επιμέρους δομικοί λίθοι του συστήματος με την ακόλουθη σειρά:



Εικόνα 5.14 Διαδικασία φόρτωσης επιμέρους δομικών λίθων κεντρικού εξυπηρετητή

Σε περίπτωση που κάποιος δομικός λίθος δεν φορτωθεί σωστά, τότε ο κεντρικός εξυπηρετητής ενημερώνει τους διαχειριστές του συστήματος ενώ παράλληλα δοκιμάζει να φορτώσει παλαιότερη έκδοση του δομικού λίθου.

Ο κεντρικός εξυπηρετητής διαθέτει κονσόλα ελέγχου στην οποία παρουσιάζει μηνύματα και στοιχεία της λειτουργίας του, ενώ παράλληλα ο διαχειριστής του συστήματος μπορεί να διακόψει τη λειτουργία της υπηρεσίας ή να την επανεκκίνηση σε περίπτωση που υπάρχουν ενημερωμένες εκδόσεις των επιμέρους δομικών λίθων.



Εικόνα 5.15 Κονσόλα ελέγχου κεντρικού εξυπηρετητή

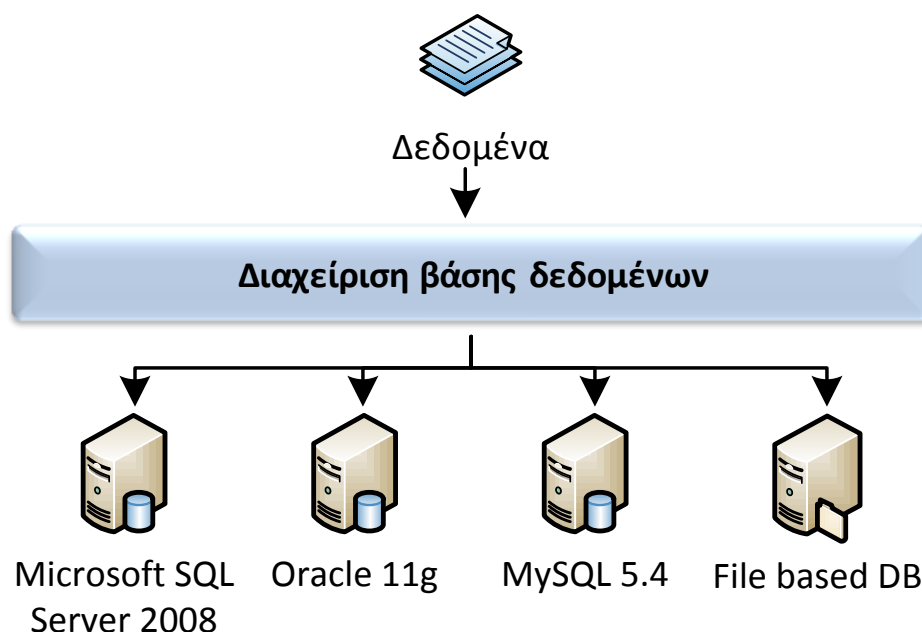
Άλλος ένας τρόπος διεπαφής του κεντρικού εξυπηρετητή με τον τελικό χρήστη και κυρίως με το διαχειριστή του συστήματος είναι το αρχείο συμβάντων του λειτουργικού συστήματος στο οποίο αναγράφονται τα αντίστοιχα γεγονότα που εμφανίζονται στην κονσόλα διαχείρισης καθώς και επιπρόσθετα πιθανά σφάλματα που εμποδίζουν τη λειτουργία της κονσόλας.

Στη συνέχεια ακολουθεί ανάλυση των δομικών λίθων που απαρτίζουν τον κεντρικό εξυπηρετητή του πληροφοριακού συστήματος.

Διαχείριση βάσης δεδομένων

Ο συγκεκριμένος δομικός λίθος είναι υπεύθυνος για την ανάκτηση και αποθήκευση πληροφορίας από και προς ένα αποθηκευτικό μέσο παρέχοντας στο υπόλοιπο

πληροφοριακό σύστημα τις λειτουργίες που παρέχουν τα σύγχρονα πληροφοριακά συστήματα σχεσιακών βάσεων (RDBMS). Το πληροφοριακό σύστημα FEDRA αξιοποιεί αυτόν το δομικό λίθο για να έχει πρόσβαση στα δεδομένα μέσα από ένα αφαιρετικό επίπεδο το οποίο παρέχει όλες τις υπηρεσίες που έχουν τα σύγχρονα RDBMS συστήματα, χωρίς όμως να υπάρχει απαίτηση ή εξάρτηση από κάποιο συγκεκριμένο RDBMS σύστημα (όπως για παράδειγμα ο SQL Server 2008, η βάση δεδομένων Oracle 11g ή η βάση δεδομένων MySQL). Με αυτόν τον τρόπο, υλοποιείται ένα εικονικό σύστημα διαχείρισης σχεσιακών δεδομένων στο οποίο αποθηκεύει το πληροφοριακό σύστημα FEDRA και στη συνέχεια ο δομικός λίθος της διαχείρισης βάσης δεδομένων είναι υπεύθυνος για την αποθήκευση αυτής της πληροφορίας σε ένα ή και περισσότερα διαθέσιμα RDBMS συστήματα.



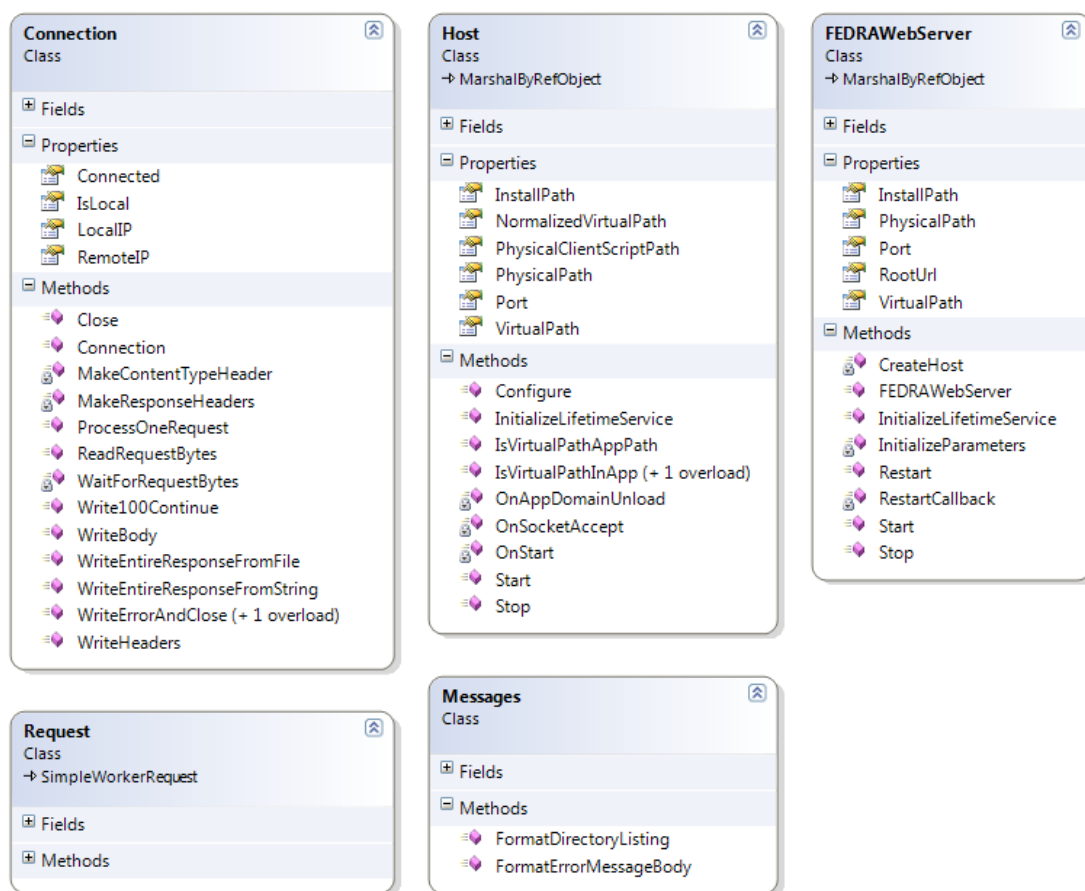
Εικόνα 5.16 Αφαιρετικό επίπεδο διαχείρισης βάσης δεδομένων

Στην τρέχουσα υλοποίηση του πληροφοριακού συστήματος, το υποσύστημα διαχείρισης βάσης δεδομένων αποθηκεύει τα δεδομένα σε έναν Microsoft SQL Server 2008.

Διαδικτυακός διακομιστής

Με στόχο την εξασφάλιση της αυτονομίας του FEDRA Server, υλοποιήθηκε ένας διαδικτυακός διακομιστής (web server) για να μπορεί να παρέχει τόσο την επικοινωνία με τους πράκτορες όσο και τη διεπαφή με τον τελικό χρήστη. Η αρχιτεκτονική του web server στηρίχτηκε στον opensource Microsoft Cassini Sample Web Server (Asp.NET Casimi Web Server, 2009) ο οποίος τροποποιήθηκε καταλλήλως για να μπορέσει να παρέχει τις

υπηρεσίες που περιγράφονται στη συνέχεια του κεφαλαίου. Το διάγραμμα κλάσεων που αναπτύχθηκαν για το διαδικτυακό διακομιστή δίνεται στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 5.17 Διάγραμμα κλάσεων διαδικτυακού διακομιστή

Ο συγκεκριμένος δομικός λίθος είναι προαιρετικός μιας και μπορεί να αντικατασταθεί από κάποιον Microsoft IIS Server. Στη διάρκεια της εγκατάστασης του κεντρικού εξυπηρετητή FEDRA, ο χρήστης μπορεί να επιλέξει να αξιοποιήσει τον Internet Information Server (IIS) που μπορεί να διαθέτει ο υπολογιστής στον οποίο εγκαθίσταται ο εξυπηρετητής, το οποίο συνίσταται, ειδικά στην περίπτωση όπου υπάρχουν πολλοί υπολογιστές που θα εκτελούν το FEDRA Fabric που περιγράφεται στη συνέχεια.

Μοντέλο παραγωγικού συστήματος

Το μοντέλο του παραγωγικού συστήματος αποτελείται από τις οντότητες με τις οποίες λειτουργεί η μεθοδολογία και είναι υπεύθυνο για τη διατήρηση της κατάστασης τους αξιοποιώντας τη διασύνδεση με τη βάση ενώ παράλληλα υλοποιεί και όλες τις απαραίτητες λειτουργίες που απαρτίζουν τη μεθοδολογία FEDRA.

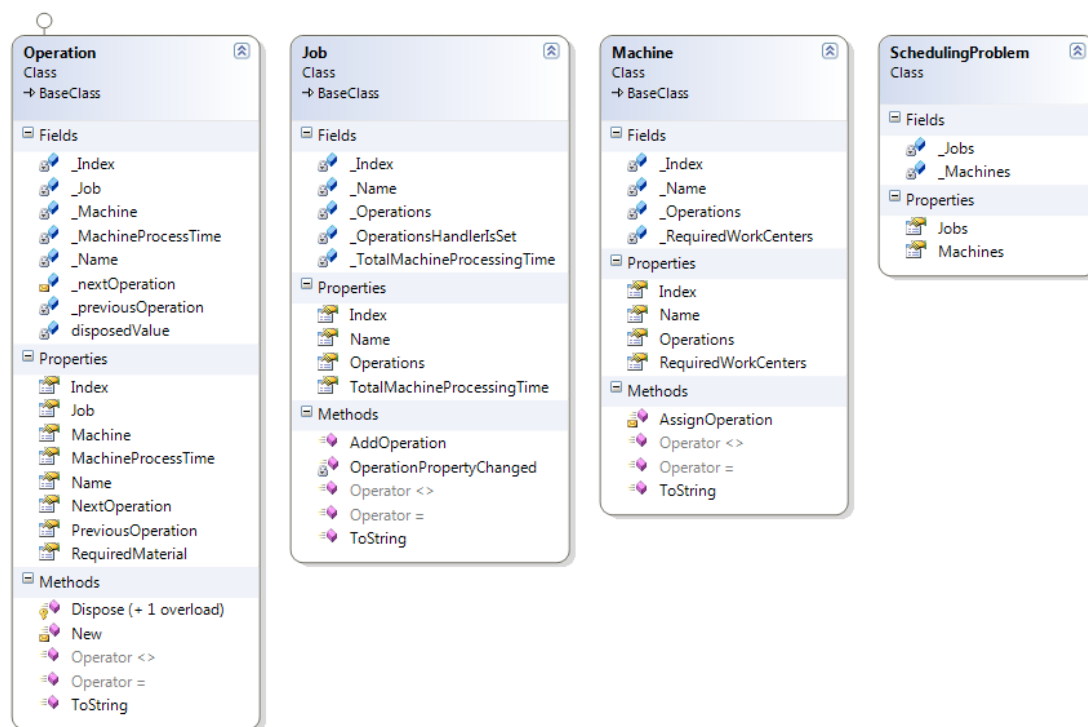
Για την ορθή εκτέλεση του μοντέλου της FEDRA σχεδιάστηκαν οκτώ (8) κλάσεις και πέντε (6) βοηθητικές οι οποίες αποθηκεύουν όλη την πληροφορία που περιγράφει ένα παραγωγικό σύστημα, όπως φαίνεται στο ακόλουθο διάγραμμα κλάσεων:



Εικόνα 5.18 Διάγραμμα κλάσεων περιγραφής παραγωγικού συστήματος

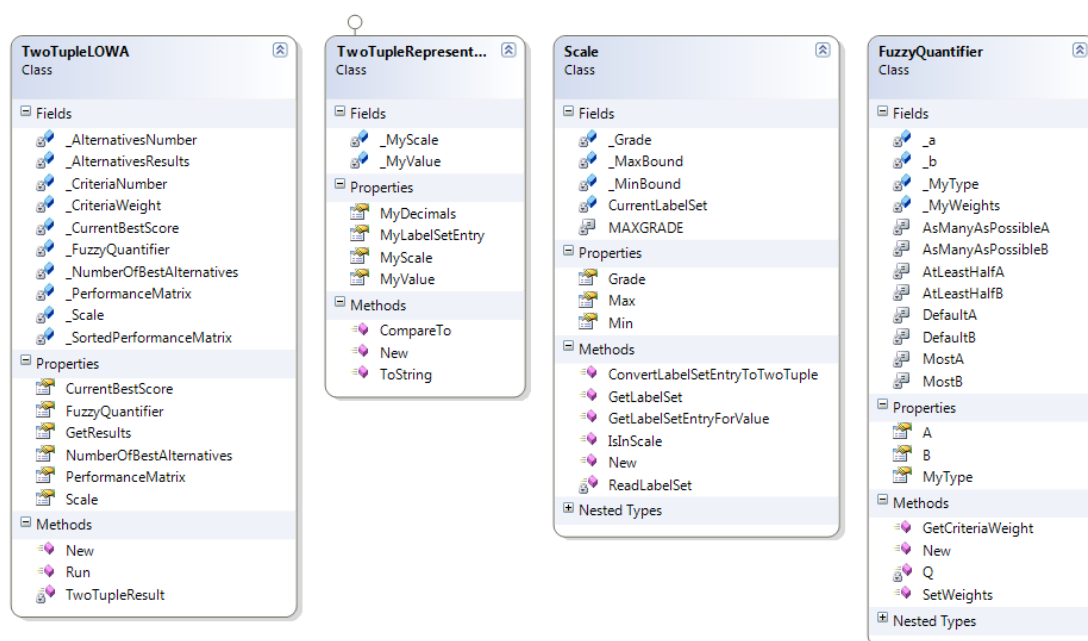
Όλες οι κλάσεις κληρονομούν βασικές συμπεριφορές από την BaseClass η οποία υλοποιεί εννέα Interfaces που απαιτούνται για την ορθή διαχείριση των οντοτήτων (όπως είναι το INotifyPropertyChanged του .NET Framework).

Όσον αφορά το ίδιο το πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής, έχουν υλοποιηθεί οι ακόλουθες τέσσερις κλάσεις, οι οποίες έχουν σχεδιαστεί με στόχο την όσο το δυνατόν μικρότερη συσχέτιση από το διάγραμμα οντοτήτων του παραγωγικού συστήματος με στόχο την επίτευξη γενικότητας:



Εικόνα 5.19 Διάγραμμα κλάσεων προγράμματος χρονοπρογραμματισμού

Τέλος, σε αυτόν το δομικό λίθο ορίζονται και οι δομές και οι μέθοδοι που απαιτούνται για τη λεκτική πολυκριτηριακή αξιολόγηση 2-Tuple LOWA που εκτελεί ο αλγόριθμος FEDRA για τον τελικό καθορισμό του πλάνου παραγωγής. Το διάγραμμα κλάσεων που σχεδιάστηκαν και αναπτύχθηκαν δίνεται στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 5.20 Διάγραμμα κλάσεων 2-Tuple LOWA

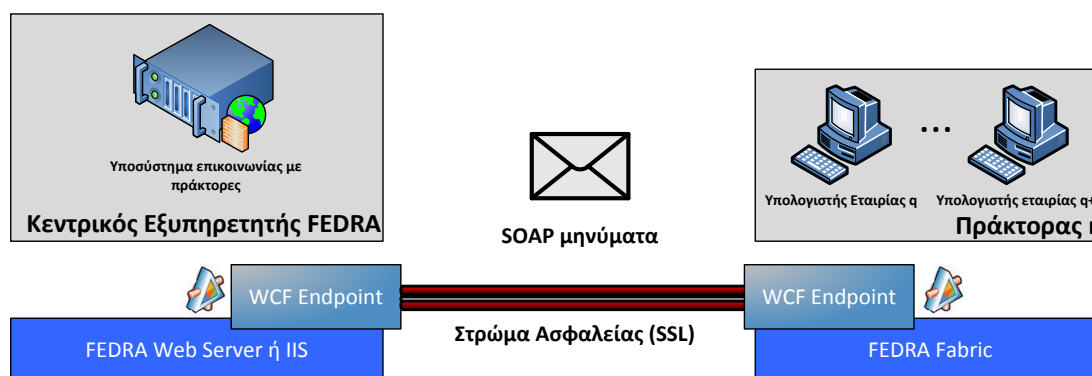
Επικοινωνία με πράκτορες

Αφού συλλεχτούν οι απαραίτητες πληροφορίες είτε μέσα από τη διεπαφή με τα άλλα πληροφοριακά συστήματα ή μέσα από τη διεπαφή με το χρήστη, ο κεντρικός εξυπηρετητής διαμορφώνει το μοντέλο και αρχικοποιεί τους πράκτορες.

Η διαδικασία αρχικοποίησης των πρακτόρων εκτελείται σε τέσσερα στάδια. Στο πρώτο στάδιο γίνεται εντοπισμός των ανοιχτών υπολογιστών που έχουν εγκατεστημένη και εκτελούν την υπηρεσία FEDRA Fabric. Στη συνέχεια ομαδοποιούνται αυτοί οι υπολογιστές με βάση τη μεταξύ τους ταχύτητα μεταφοράς δεδομένων, την ποιότητα του διαύλου επικοινωνίας που υπάρχει ανάμεσα τους, το πλήθος των ενδιαμέσων κόμβων που παρεμβάλλεται από τον έναν υπολογιστή στον άλλον και το δείκτη απόδοσης *cpi* που έχει οριστεί παραπάνω. Στο τρίτο στάδιο, και με βάση το πλήθος n των πρακτόρων που απαιτούνται, οι παραπάνω υπολογιστές ομαδοποιούνται σε n ομάδες με βάση τον K-mean αλγόριθμο ομαδοποίησης (MacQueen, 1967) που αναφέρθηκε σε προηγούμενη ενότητα, και τέλος αρχικοποιείται ένας πράκτορας σε κάθε τέτοια ομάδα. Στην περίπτωση που οι υπολογιστές είναι λιγότεροι από τους απαιτούμενους πράκτορες, τότε αρχικοποιείται ένας πράκτορας σε κάθε διαθέσιμο υπολογιστή.

Η προτεινόμενη υλοποίηση τους είναι με βάση την τεχνολογία υπηρεσιών (services) και η επικοινωνία τους με τον κεντρικό εξυπηρετητή γίνεται με βάση το πρωτόκολλο TCP.

Ο δομικός λίθος της επικοινωνίας με τους πράκτορες είναι υπεύθυνος τόσο για την αρχικοποίηση των πρακτόρων όσο και για την παροχή της υποδομής για την αμφίδρομη επικοινωνία πρακτόρων – κεντρικού εξυπηρετητή. Η επικοινωνία αυτή επιτυγχάνεται μέσα από 82 WCF services τα οποία είναι διαθέσιμα είτε μέσα από τον web server που ενσωματώνει ο κεντρικός εξυπηρετητής FEDRA ή από τον IIS Server που είναι εγκατεστημένος στον υπολογιστή στον οποίο εκτελείται ο κεντρικός εξυπηρετητής.



Εικόνα 5.21 Επικοινωνίας κεντρικού εξυπηρετητή με πράκτορες

Τα μηνύματα που ανταλλάσσονται μεταξύ των πρακτόρων και τον κεντρικό εξυπηρετητή είναι μορφοποιημένα με βάση το πρότυπο SOAP (World Wide Web Consortium, 2000). Η βασική μορφή του πακέτου πληροφοριών που ανταλλάσει ο πράκτορας με τον κεντρικό εξυπηρετητή, δίνεται στη συνέχεια:

```
<soap:Envelope xmlns:soap="http://schemas.xmlsoap.org/soap/envelope/"
  xmlns:xsd="http://www.w3.org/2001/XMLSchema"
  xmlns:xsi="http://www.w3.org/2001/XMLSchema-instance"
  xsi:schemaLocation="http://schemas.xmlsoap.org/soap/envelope/
    http://schemas.xmlsoap.org/soap/envelope/">

  <soap:Header>

    <ClientCredentials ID="AgentID" SecurityID="0000-0000-0000-0000"/>

    <MessageID Token="DFDDDFE124433DA3322"/>

  </soap:Header>

  <soap:Body>

    <req:SetData xmlns:req="http://FedraServer.epu.ntua.gr/FEDRAService/">

      <req:Argument>This is an argument for the service</req:Argument>

    </req:SetData >

  </soap:Body>

</soap:Envelope>
```

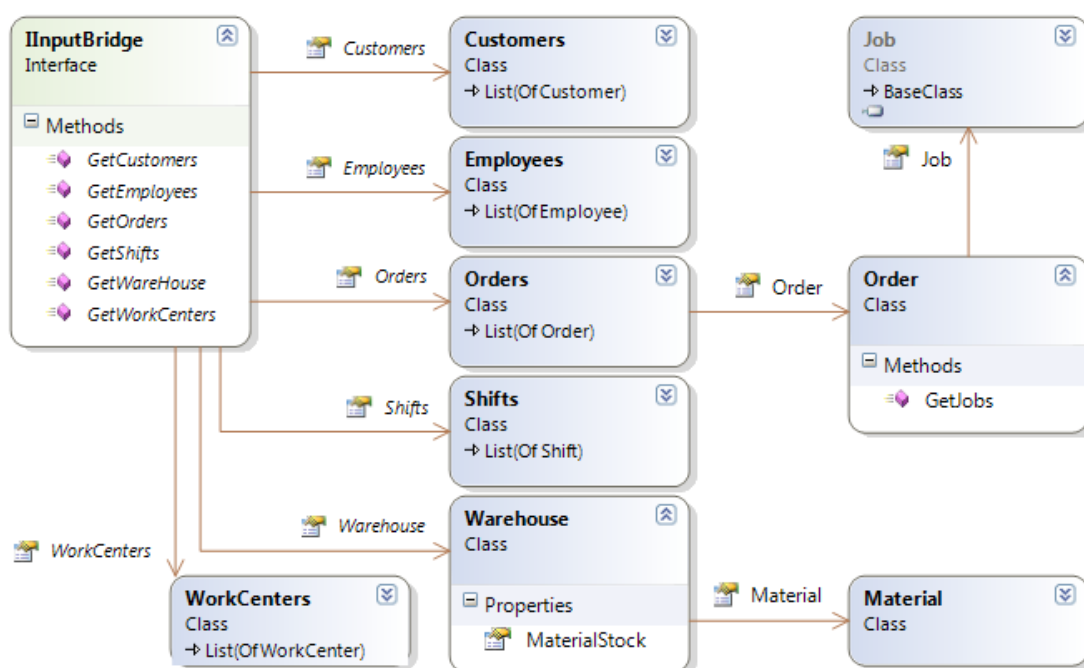
Σε κάθε μήνυμα καταγράφονται τα στοιχεία του κατανεμημένου πράκτορα με στόχο την ταυτοποίηση του από τον κεντρικό εξυπηρετητή ενώ παράλληλα γίνεται ένα hashing του απεσταλμένου μηνύματος για την αποφυγή αλλοίωσης αυτού κατά τη διάρκεια της μεταφοράς. Όλα τα μηνύματα στέλνονται πάνω από έναν κρυπτογραφημένο δίαυλο επικοινωνίας με τη χρήση της τεχνολογίας SSL.

Να σημειωθεί, τέλος, ότι με το που ξεκινήσει η εκτέλεση του αλγόριθμου FEDRA, ο συγκεκριμένος δομικός λίθος είναι υπεύθυνος για την επίβλεψη της ορθής λειτουργία των πρακτόρων και ταυτόχρονα συλλέγει περιοδικά τις βέλτιστες λύσεις που έχουν διαμορφωθεί μέχρι εκείνη τη στιγμή.

Διασύνδεση με άλλα πληροφοριακά συστήματα

Κατά την φάση της αρχικοποίησης της μεθοδολογίας FEDRA απαιτούνται οι πληροφορίες που περιγράφουν το παραγωγικό σύστημα. Τα περισσότερα παραγωγικά συστήματα

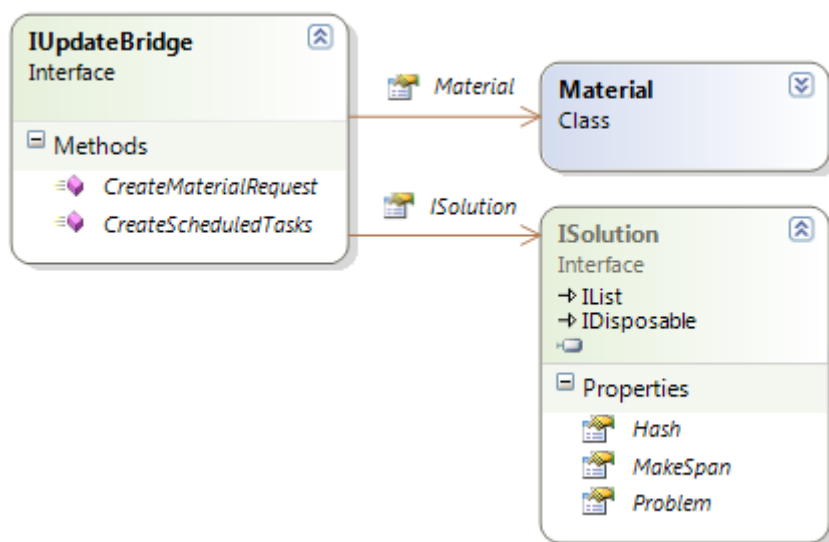
αξιοποιούν κάποιο πληροφοριακό σύστημα (MRP) το οποίο περιέχει τις απαραίτητες πληροφορίες για την αρχικοποίηση του παραγωγικού μοντέλου. Αξιοποιώντας αυτήν την πληροφορία, η διαδικασία αρχικοποίησης της μεθοδολογίας εκφυλίζεται σε απλή μετατροπή της υπάρχουσας πληροφορίας σε δομές αξιοποιήσιμες από την FEDRA. Προς αυτήν την κατεύθυνση υλοποιήθηκαν κατάλληλες διεπαφές με τις οποίες μετασχηματίζεται η πληροφορία από οποιοδήποτε πληροφοριακό σύστημα στις δομές που είναι κατανοητές από το πληροφοριακό σύστημα FEDRA. Η αρχιτεκτονική που χρησιμοποιήθηκε είναι ανοιχτή και επεκτάσιμη με τη χρήση interfaces με αποτέλεσμα να μπορούν πολύ εύκολα να υλοποιηθούν νέες γέφυρες/διεπαφές προς άλλα MRP ή ERP συστήματα. Το interface που σχεδιάστηκε για αυτόν το σκοπό φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Εικόνα 5.22 Interface άντλησης δεδομένων από ERP συστήματα

όπου τα φρασεολόγια αναλύονται μέσα στην κλάση που υλοποιεί το **InputBridge** με στόχο την ανάλυση των παραγγελιών (**Order**) σε εργασίες (**Job**) και διεργασίες (**Operation**), ενώ με τα συνταγολόγια αναθέτονται τα υλικά που απαιτούνται για κάθε διεργασία, στο αντίστοιχο πεδίο. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται η γενικότητα του interface **InputBridge** με το οποίο μπορούν να διασυνδεθούν και άλλα πληροφοριακά συστήματα ERP ή MRP χωρίς να επηρεάζεται η διαδικασία από τις δομές που αξιοποιούν για την τοπική αποθήκευση των δεδομένων.

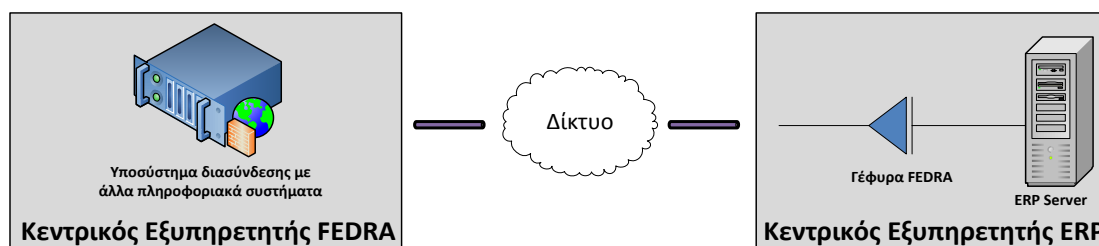
Μια ακόμα διεπαφή που αναπτύχθηκε για τη διασύνδεση του πληροφοριακού συστήματος FEDRA με τα υπάρχοντα πληροφοριακά συστήματα του παραγωγικού συστήματος είναι η IUpdateBridge η οποία είναι υπεύθυνη για τη δημιουργία παραγγελιών πρώτων υλών και το άνοιγμα των εντολών παραγωγής που προκύπτουν από το τελικό πλάνο στο οποίο καταλήγει ο αλγόριθμος. Το διάγραμμα κλάσεων φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 5.23 Interface ενημέρωσης ERP συστημάτων

όπου τα δεδομένα του μοντέλου του προβλήματος συμπεριλαμβανομένων των διεργασιών και των απαιτήσεων τους σε πόρους μπορούν να αντληθούν από την ιδιότητα Problem του interface ISolution. Οι λύσεις είναι και αυτές interfaces με στόχο την υποστήριξη πολλαπλών κωδικοποιήσεων όπως αυτές αναφέρονται σε προηγούμενη ενότητα του κεφαλαίου.

Η επικοινωνία της γέφυρας ενός πληροφοριακού συστήματος με τον κεντρικό εξυπηρετητή γίνεται με χρήση της τεχνολογίας Windows Communication Foundation (WCF) του .NET Framework 4.0, όπου το υποσύστημα διασύνδεσης με άλλα πληροφοριακά συστήματα επικοινωνεί με τους καταχωρημένους clients και αντλεί τα απαιτούμενα δεδομένα μέσα από τις διεπαφές που υλοποιούν, όπως φαίνεται και στο ακόλουθο σχήμα:

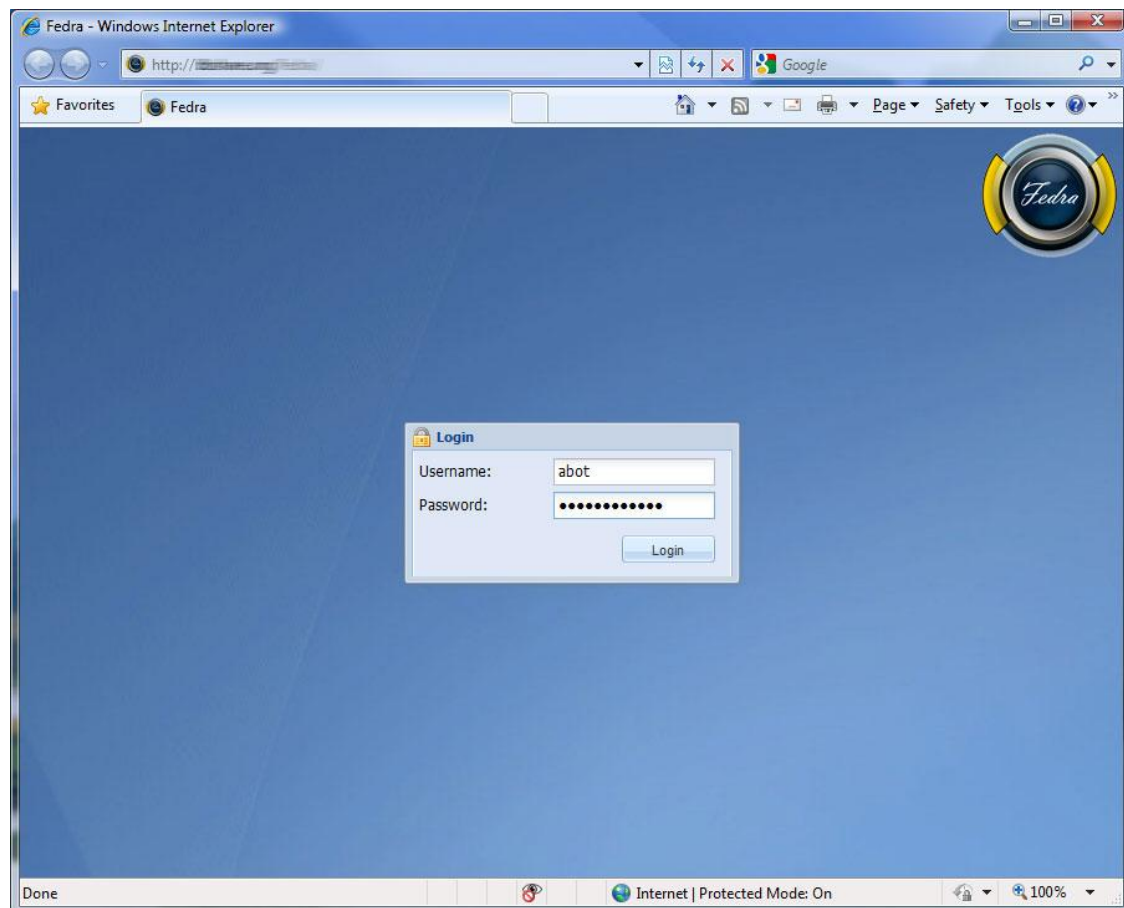


Εικόνα 5.24 Σύνδεση με άλλα πληροφοριακά συστήματα

Στην τρέχουσα υλοποίηση, έχει υλοποιηθεί η γέφυρα μεταφοράς δεδομένων προς το ERP SEN της Singular.

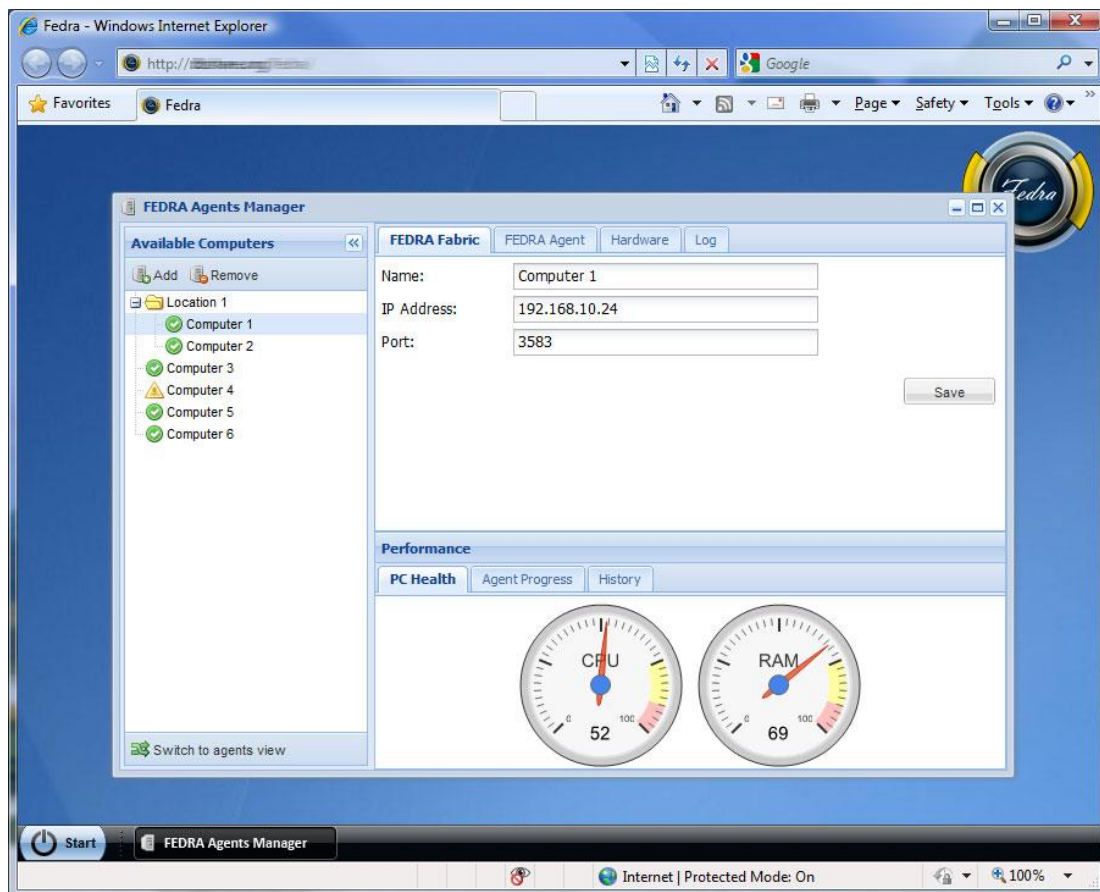
Διεπαφή με χρήστη

Για τη διεπαφή του χρήστη με το πληροφοριακό σύστημα, ο κεντρικός εξυπηρετητής παρέχει γραφικό περιβάλλον μέσα από περιηγητή ιστού (web browser). Κατά την εγκατάσταση του πληροφοριακού συστήματος, οι διαχειριστές έχουν την επιλογή να εγκαταστήσουν το γραφικό περιβάλλον στον τοπικό IIS ή να αξιοποιήσουν τον ενσωματωμένο web server που παρέχει ο κεντρικός εξυπηρετητής FEDRA. Και στις δύο περιπτώσεις ο χρήστης μπορεί να αλληλεπιδράσει με το σύστημα επισκεπτόμενος τη σελίδα της μορφής <https://fedraserver:portnumber/>, όπου καλείται να ταυτοποιηθεί στο σύστημα, όπως φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα.



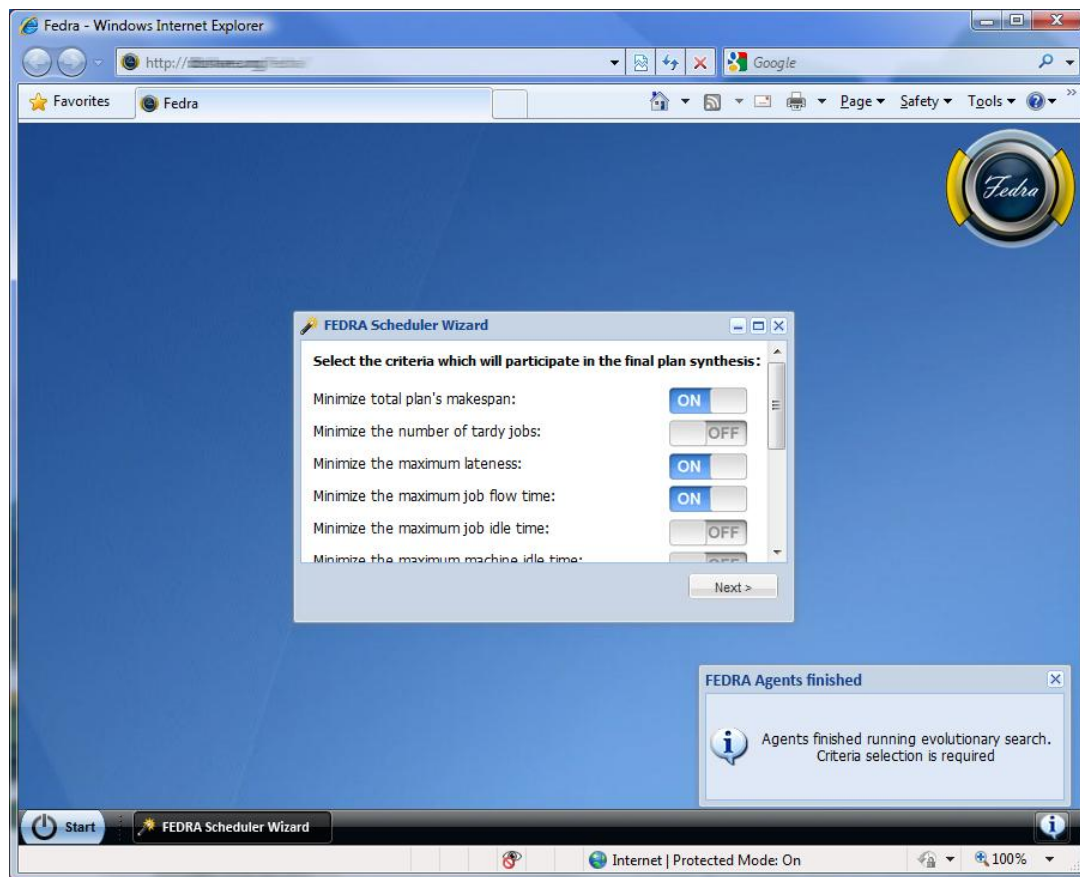
Εικόνα 5.25 Ταυτοποίηση χρήστη στο σύστημα FEDRA

Όλη η διαδικτυακή εφαρμογή είναι υλοποιημένη σε Microsoft Asp.NET με υποστήριξη AJAX αξιοποιώντας τη βιβλιοθήκη ext JS (Ext JS). Παράλληλα, ορισμένα κομμάτια του γραφικού περιβάλλοντος έχουν υλοποιηθεί με Silverlight, όπως για παράδειγμα οι γραφικές αναπαραστάσεις που δείχνουν την υγεία των υπολογιστών που εκτελούν τους πράκτορες καθώς και η πρόδος της εξελικτικής αναζήτησης, όπως φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα:



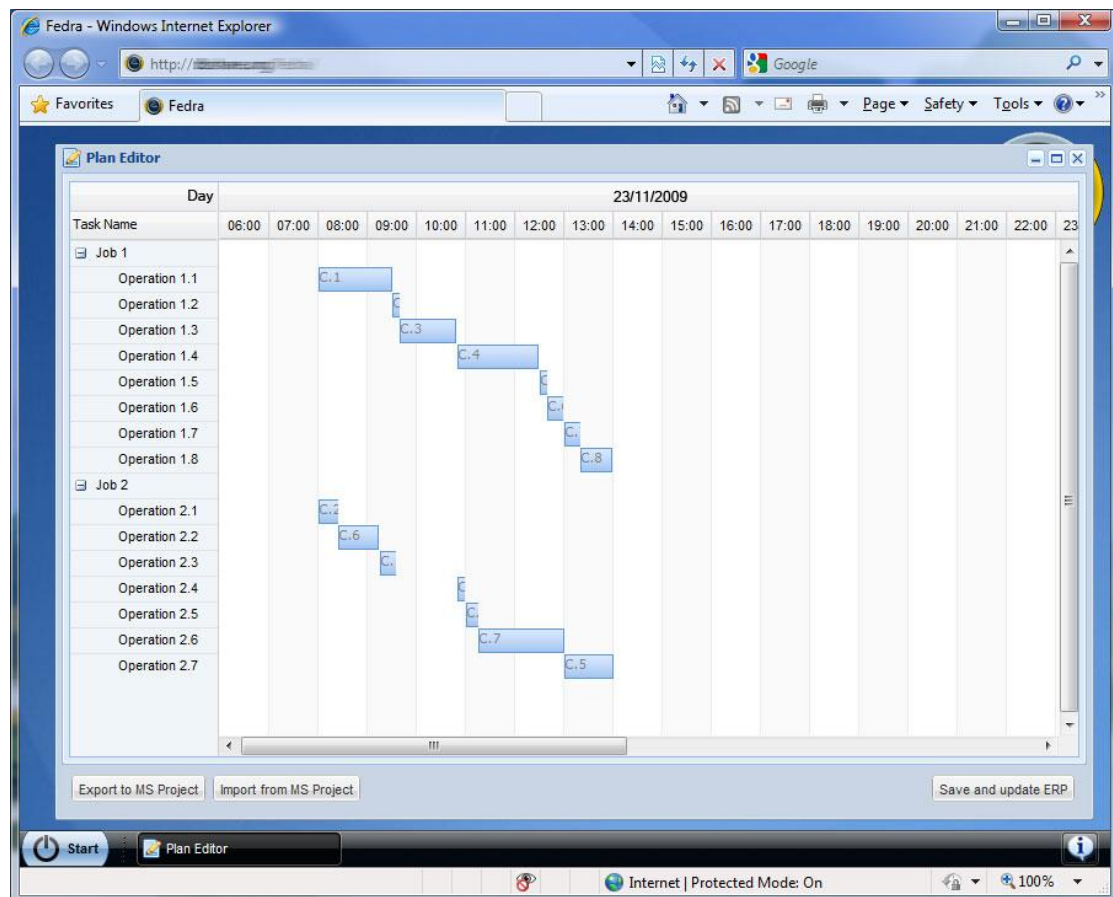
Εικόνα 5.26 Παράθυρο διαχείρισης υπολογιστών και πρακτόρων FEDRA

Με την ολοκλήρωση του καταναμημένου αλγόριθμου, ενημερώνονται οι τελικοί χρήστες με email και SMS (όταν υπάρχει διαθέσιμο SMS Gateway στην εταιρία) και περιμένει έως ότου τα κέντρα αποφάσεων επιλέξουν τα κριτήρια και τον ποσοτικοποιητή που επιθυμούν και έχουν αξιολογήσει τα παραγόμενα πλάνα με βάση τα κριτήρια αυτά. Η απόδοση βαρύτητας των κριτηρίων γίνεται με την φόρμα που φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα:



Εικόνα 5.27 Επιλογή κριτηρίων

Αφού ο χρήστης αποδεχτεί τις αλλαγές, ο κεντρικός εξυπηρετητής κατασκευάζει το τελικό πλάνο παραγωγής και ενημερώνει τη διεπαφή με τον τελικό χρήστη να εμφανίσει το τελικό πλάνο το οποίο μπορεί να το επεξεργαστεί όπως φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα:

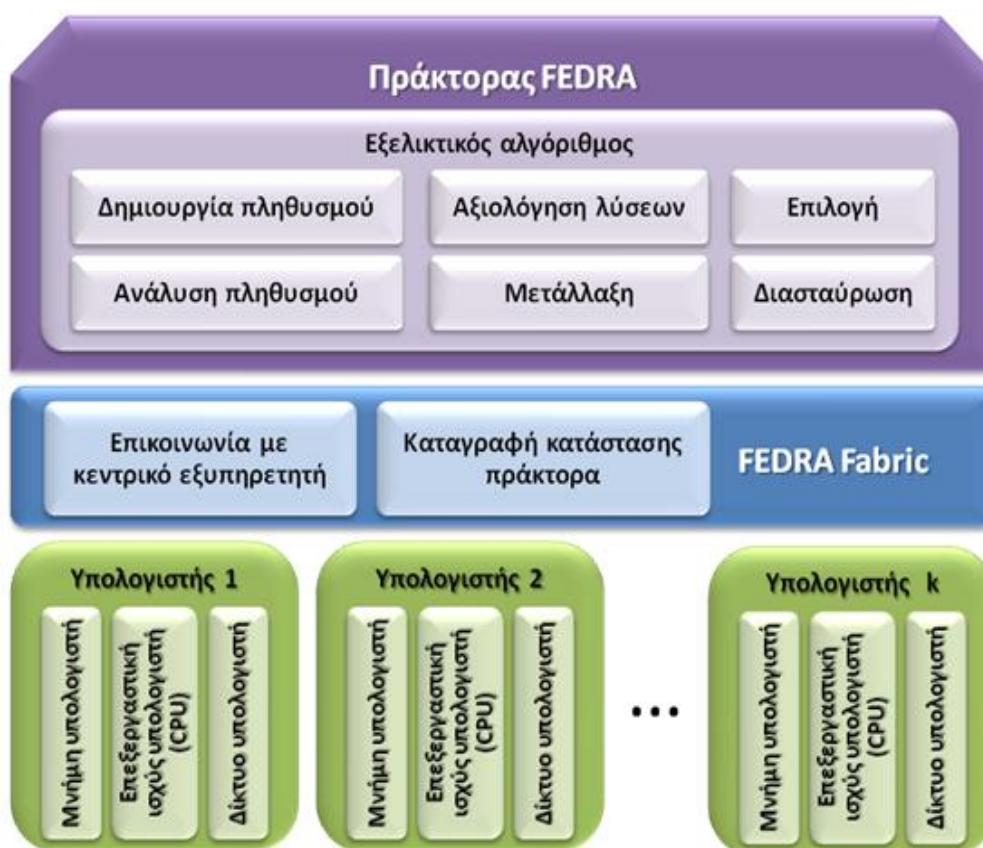


Εικόνα 5.28 Επεξεργασία τελικού πλάνου παραγωγής

Τέλος, το σύστημα ενημερώνει μέσω της διεπαφής με άλλα πληροφοριακά συστήματα για την ολοκλήρωση της διαδικασίας και δημιουργεί τις εντολές παραγωγής.

5.4.2. Πράκτορες

Οι κατανεμημένοι πράκτορες είναι υπεύθυνοι για την εκτέλεση του εξελικτικού αλγόριθμου αναζήτησης των νέων λύσεων, ξεκινώντας από διαφορετικό αρχικό πληθυσμό και επιστρέφοντας τις βέλτιστες λύσεις στις οποίες κατέληξαν στον κεντρικό εξυπηρετητή. Η αρχιτεκτονική των πρακτόρων παρουσιάζεται στην ακόλουθη εικόνα:



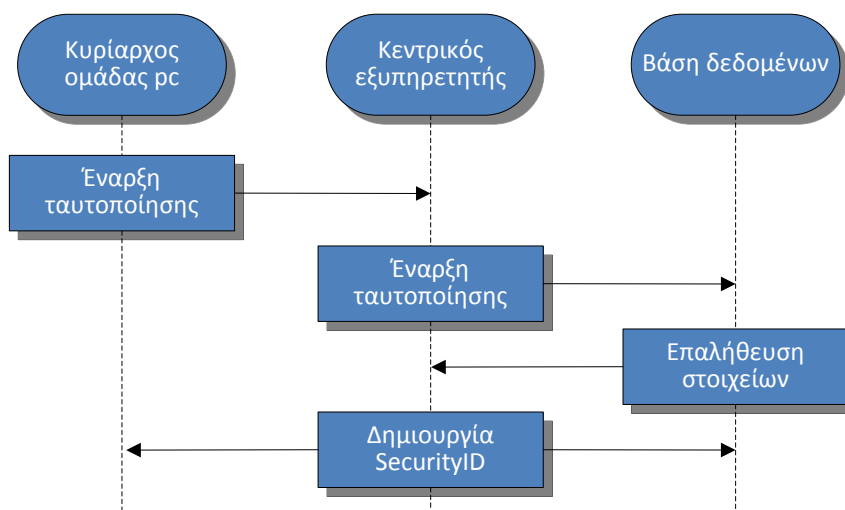
Εικόνα 5.29 Κατανεμημένη αρχιτεκτονική πρακτόρων FEDRA

Στόχος αυτής της κατανεμημένης αρχιτεκτονικής είναι η αξιοποίηση της ανενεργούς υπολογιστικής ισχύος (idle time) της πλειοψηφίας των υπολογιστών που βρίσκονται μέσα σε ένα παραγωγικό σύστημα. Προς αυτήν την κατεύθυνση, σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε η υπηρεσία FEDRA Fabric η οποία εγκαθίσταται σε κάθε υπολογιστή που θα συμμετέχει στην εκτέλεση του αλγόριθμου FEDRA. Οι δομικοί λίθοι του πράκτορα παρουσιάζονται αναλυτικότερα στη συνέχεια της ενότητας.

FEDRA Fabric

Η υπηρεσία FEDRA Fabric είναι εγκατεστημένη σε όλους τους υπολογιστές οι οποίοι εκτελούν τον αλγόριθμο FEDRA. Η υπηρεσία αυτή είναι υπεύθυνη για την επικοινωνία με τον κεντρικό εξυπηρετητή και τους υπόλοιπους υπολογιστές οι οποίοι εκτελούν τον ίδιο πράκτορα. Με την έναρξη της υπηρεσίας, εκτελείται μια σειρά από δοκιμαστικές λειτουργίες για τον καθορισμό του δείκτη απόδοσης (*cpi*) του υπολογιστή, όπως αυτός περιγράφηκε στην αρχή του κεφαλαίου. Στη συνέχεια, επικοινωνεί με τον κεντρικό εξυπηρετητή, δηλώνει τα χαρακτηριστικά του υπολογιστή στον οποίο εκτελείται και αναμένει την αρχικοποίηση ενός πράκτορα.

Με την αρχικοποίηση ενός πράκτορα σε μια ομάδα υπολογιστών ορίζεται αυτόματα ο καλύτερος υπολογιστής από αυτούς ως κυρίαρχος (master) της ομάδας. Αυτός είναι υπεύθυνος για τον καταμερισμό του φόρτου εργασίας που απαιτεί ο πράκτορας, για την επικοινωνία της ομάδας με τον κεντρικό εξυπηρετητή καθώς και για την αποστολή της τρέχουσας κατάστασης του πράκτορα στον κεντρικό εξυπηρετητή. Στην φάση της αρχικοποίησης του πράκτορα, γίνεται ταυτόχρονα και η ταυτοποίηση αυτού. Τα στοιχεία που απαιτούνται (ClientCredentials) παρέχονται σε αυτόν με μια διαδικασία ανταλλαγής μηνυμάτων μεταξύ του κυρίαρχου της ομάδας των υπολογιστών και τον κεντρικό εξυπηρετητή. Μετά από την ορθή ταυτοποίηση προκύπτει ένας μοναδικός 16ψήφιος κωδικός (SecurityID) ο οποίος χρησιμεύει στην αποθήκευση της κατάστασης της ομάδας στον κεντρικό κατανεμητή. Η διαδικασία δημιουργίας του κωδικού ασφαλείας φαίνεται στο ακόλουθο διάγραμμα ακολουθίας (sequence diagram):



Εικόνα 5.30 Δημιουργία Security ID

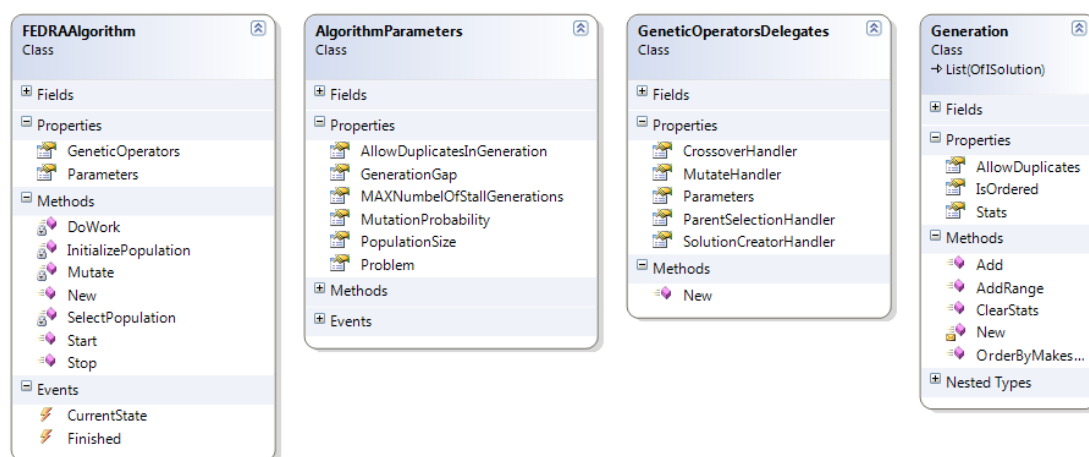
Η κάθε υπηρεσία FEDRA Fabric αρχικοποιεί όλους τους δομικούς λίθους του πράκτορα και στη συνέχεια τον αρχικοποιεί με βάση το αντικείμενο (instance) που έχει κατασκευάσει ο κυρίαρχος της ομάδας από τις ρυθμίσεις που έλαβε από τον κεντρικό εξυπηρετητή. Παρόλο που φαινομενικά υπάρχουν τόσοι πράκτορες όσοι και υπολογιστές στην ομάδα, η μνήμη, και κατά συνέπεια όλες οι μεταβλητές που ορίζονται στους πράκτορες, συγχρονίζεται αυτόματα μεταξύ των υπολογιστών, μέσα από την ανταλλαγή μηνυμάτων στην ομάδα. Αυτό που διαφοροποιείται σε κάθε υπολογιστή είναι το κομμάτι του πληθυσμού των λύσεων για το οποίο εκτελεί τις γενετικές λειτουργίες που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Το κομμάτι του πληθυσμού που διαχειρίζεται ο κάθε υπολογιστής είναι δυναμικά οριζόμενο από τον κυρίαρχο της ομάδας και μεταβλητό ανάλογα με το

διαθέσιμο νεκρό επεξεργαστικό χρόνο (idle time) που διαθέτει ο κάθε υπολογιστής σε μια δεδομένη επανάληψη του εξελικτικού αλγόριθμου. Με αυτόν τον τρόπο, ο χρήστης του υπολογιστή συνεχίζει να εκτελεί ανενόχλητος την εργασία του, ενώ ο κατανεμημένος πράκτορας αξιοποιεί τον ελεύθερο επεξεργαστικό χρόνο για να εκτελεί την εξελικτική αναζήτηση στο παρασκήνιο.

Στην περίπτωση που ο κυρίαρχος της ομάδας σταματήσει να λειτουργεί, γίνεται αυτόματα αναβάθμιση του αμέσως επόμενου καλύτερου υπολογιστή σε κυρίαρχο της ομάδας. Στην εξεζητημένη περίπτωση που όλοι οι υπολογιστές μιας ομάδας που εκτελούν έναν πράκτορα σταματήσουν να λειτουργούν, ο κεντρικός εξυπηρετητής περιμένει μέχρις ότου να υπάρξει μια διαθέσιμη ομάδα και την αρχικοποιεί με βάση την τελευταία αποθηκευμένη κατάσταση για να συνεχίσει από εκεί τις εργασίες τις γενετικής αναζήτησης.

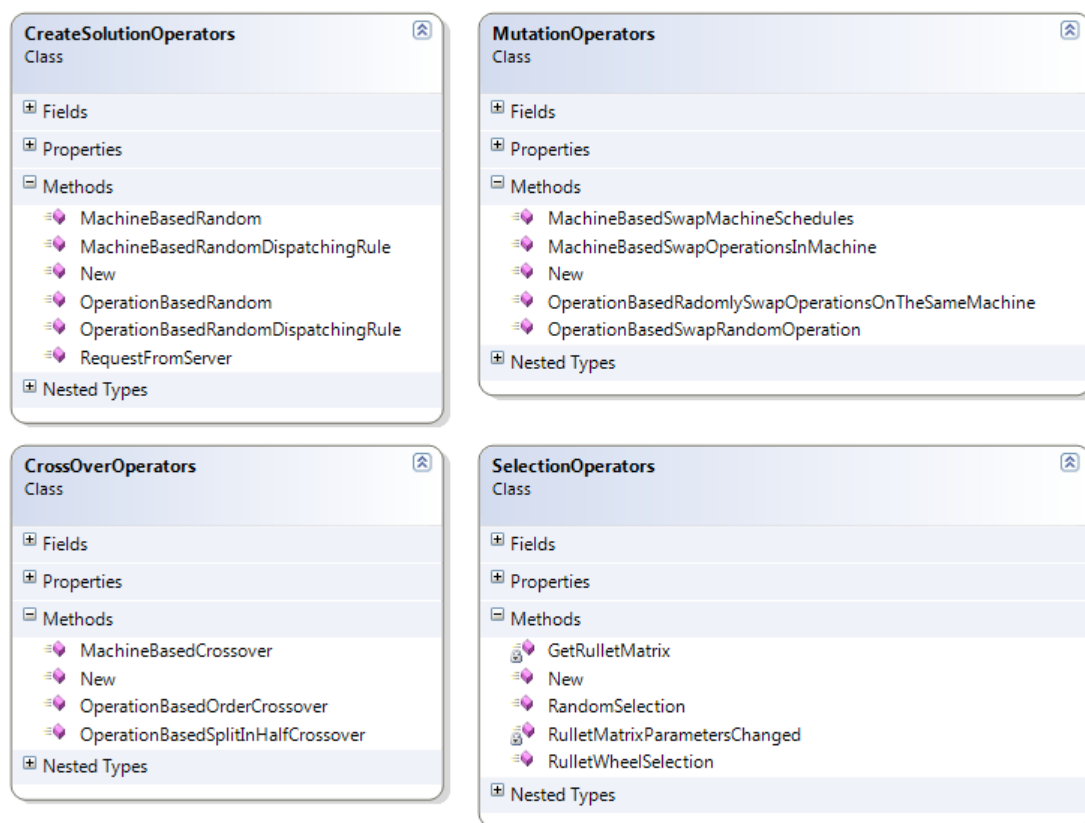
Εξελικτικός αλγόριθμος

Ο κάθε πράκτορας λαμβάνει τα δεδομένα του προβλήματος και το κριτήριο με βάση το οποίο θα εκτελέσει τη βελτιστοποίηση και στη συνέχεια εκτελεί τον αλγόριθμο FEDRA. Με στόχο την ορθή εκτέλεση του αλγόριθμου, έχουν υλοποιηθεί τέσσερις κλάσεις οι οποίες φαίνονται στο ακόλουθο διάγραμμα κλάσεων:



Εικόνα 5.31 Διάγραμμα κλάσεων εξελικτικού αλγόριθμου

Συνάμα, έχουν υλοποιηθεί οι γενετικοί τελεστές, που αναφέρονται σε προηγούμενη ενότητα του κεφαλαίου, στις ακόλουθες κλάσεις:



Εικόνα 5.32 Διάγραμμα κλάσεων γενετικών τελεστών

Κάθε είκοσι επαναλήψεις, ο πράκτορας αποστέλλει ασύγχρονα στον κεντρικό εξυπηρετητή τον τρέχων πληθυσμό και διάφορα στατιστικά για την κατάσταση της ομάδας μηχανημάτων στα οποία εκτελείται ο αλγόριθμος. Στόχος των στατιστικών είναι η καταγραφή της υγείας της ομάδας των υπολογιστών που εκτελούν το FEDRA Fabric στον κεντρικό εξυπηρετητή και η πιθανή αλλαγή κάποιου υπολογιστή ή ακόμα και ολόκληρης της ομάδας στην περίπτωση που παρατηρηθεί συνεχόμενη μείωση της απόδοσης του ή αναπάντεχος τερματισμός της λειτουργίας τους.

Σε περίπτωση που ο αλγόριθμος κολλήσει σε κάποιο τοπικό ελάχιστο, ο πράκτορας έχει τη δυνατότητα να ζητήσει από τον κεντρικό εξυπηρετητή πιθανές λύσεις που έχουν προκύψει από άλλους πράκτορες. Αυτές οι νέες λύσεις αντικαθιστούν τις χειρότερες λύσεις του τρέχοντος πληθυσμού με στόχο τον απεγκλωβισμό του αλγόριθμου, όπως περιγράφεται σε προηγούμενη ενότητα του κεφαλαίου.

Τέλος, με την ολοκλήρωση της αναζήτησης του εξελικτικού αλγορίθμου, ο κυρίαρχος της ομάδας των υπολογιστών που εκτελούν τον πράκτορα, αποστέλλει στον κεντρικό εξυπηρετητή τη βέλτιστη λύση, τον τελικό πληθυσμό που διαμορφώθηκε καθώς και στατιστικά από τη λειτουργία του αλγόριθμου.

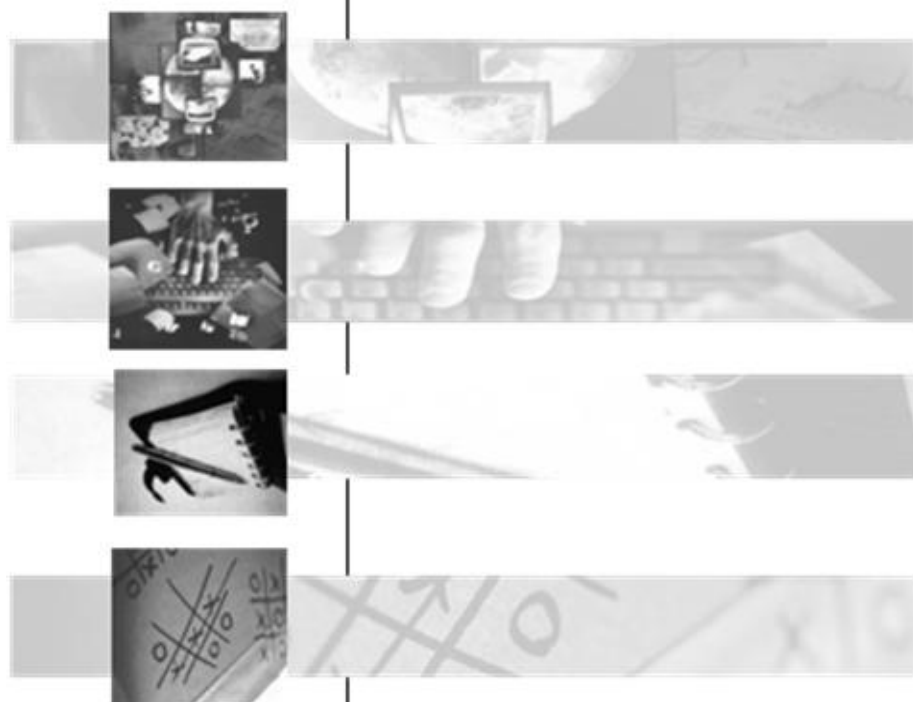
5.5. Συμπεράσματα

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάστηκε η προτεινόμενη μεθοδολογία χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με βάση τον εξελικτικό αλγόριθμο FEDRA (Fuzzy Evolutionary Dispatching Rule Algorithm) καθώς και το πληροφοριακό σύστημα που υποστηρίζει τις λειτουργίες αυτής. Η μεθοδολογία αυτή προσεγγίζει με έναν καινοτόμο και ευφυή τρόπο το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής και προτείνει την εκτέλεση εξελικτικού αλγόριθμου και τον εντοπισμό των βέλτιστων πλάνων παραγωγής ως προς πολλαπλά κριτήρια. Στη συνέχεια γίνεται ανάλυση των αποτελεσμάτων και εντοπισμός των ασθενών περιορισμών εκείνων που προσδίδουν βέλτιστα χαρακτηριστικά στις προτεινόμενες λύσεις. Παράλληλα, με τη βοήθεια ενός λεκτικού πολυκριτηριακού συστήματος οι αποφασίζοντες θα αποτυπώσουν τις προτιμήσεις τους και με βάση αυτές θα κατασκευαστεί το τελικό πλάνο παραγωγής.

Στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζεται η εφαρμογή της μεθοδολογίας με τη βοήθεια του πληροφοριακού συστήματος. Η εφαρμογή θα δώσει τη δυνατότητα αξιολόγησης της λειτουργίας της μεθοδολογίας καθώς και της αποτελεσματικότητας της.

Κεφάλαιο

6



Εφαρμογή

Κεφάλαιο 6: Εφαρμογή

6.1. Εισαγωγή

Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι η παρουσίαση της πιλοτικής εφαρμογής της προτεινόμενης μεθοδολογίας της διατριβής τόσο σε διεθνή προβλήματα σύγκρισης (benchmark problems) όσο και στην παραγωγική διαδικασία της εταιρίας VARXIL καθώς και η ανάλυση των αποτελεσμάτων. Η εφαρμογή και η άντληση δεδομένων έγινε στο πλαίσιο του έργου ΠΕΝΕΔ με τίτλο «Ευφυή και έμπειρα συστήματα διαχείρισης πόρων» (κωδικός έργου 03ΕΔ312), που ανήκει στο μέτρο 8.3 του Επιχειρησιακού προγράμματος “Ανταγωνιστικότητα” του 3^{ου} Κοινοτικού Πλαισίου στήριξης.

Στις παραγράφους που ακολουθούν παρουσιάζονται αρχικά τα χαρακτηριστικά των πεδίων εφαρμογής, η εφαρμογή της μεθοδολογίας και τα αποτελέσματα που απορρέουν. Σε πρώτο στάδιο γίνεται μια σύντομη παρουσίαση των διεθνών προβλημάτων σύγκρισης και στη συνέχεια περιγράφονται οι απλοποιήσεις που γίνονται για να συγκριθούν τα αποτελέσματα με άλλους ερευνητές. Τέλος γίνεται μια σύντομη παρουσίαση της παρούσας κατάστασης της παραγωγικής βιομηχανίας ξύλου VARXIL η οποία χρησιμοποίησε το πιλοτικό σύστημα για τον προγραμματισμό της παραγωγής της και στη συνέχεια παρατίθενται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από αυτήν την πιλοτική εφαρμογή.

6.2. Διεθνή προβλήματα σύγκρισης (benchmark)

Τον τελευταίο αιώνα, τα προβλήματα βελτιστοποίησης έχουν κεντρίσει το ενδιαφέρον του μεγαλύτερου μέρους της επιστημονικής κοινότητας. Με στόχο τη δημιουργία μιας κοινής βάσης πάνω στην οποία θα αξιολογούνται οι διάφορες προτεινόμενες μεθοδολογίες και αλγόριθμοι, ο J.E. Beasley πρότεινε τη σύνταξη μιας κοινής βιβλιοθήκης προβλημάτων μέτρησης (benchmark problems) πάνω στα οποία θα δοκιμάζονται όλες οι νέες μέθοδοι (Beasley J. E., 1990). Αυτή η βιβλιοθήκη είναι γνωστή στην επιστημονική κοινότητα ως OR-Library ή ORLib και ξεκίνησε ως συλλογή και καταγραφή των προβλημάτων που είχαν προτείνει παλαιότεροι ερευνητές ενώ στη συνέχεια εμπλουτίστηκε με πηγαίο κώδικα προγραμμάτων τα οποία αποτελούσαν γεννήτριες τυχαίων προβλημάτων με κάποια κοινά χαρακτηριστικά. Αυτήν τη στιγμή, η βιβλιοθήκη αυτή περιέχει πρότυπα προβλήματα για περισσότερο από 120 διαφορετικές κατηγορίες προβλημάτων βελτιστοποίησης (όπως για παράδειγμα εντοπισμός σύντομης διαδρομής, το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή, βελτιστοποίηση της κατανομής χώρου κ.α.). Ειδικά για το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής, η ORLib περιέχει 82 προβλήματα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής καθώς και μια υλοποίηση της γεννήτριας τυχαίων προβλημάτων για παραγωγικά συστήματα που πρότεινε ο Taillard το 1993 (Taillard E. , 1993).

Τα σημαντικότερα προβλήματα που αφορούν το χρονοπρογραμματισμό παραγωγής δίνονται στον ακόλουθο πίνακα (Vaessens, 1996):

Κωδικός προβλήματος	Μέγεθος (εργασίες x μηχανές)	Ελάχιστος χρόνος παραγωγής (makespan)
FT06	6x6	55
FT10	10x10	930
FT20	20x5	1165
LA02	10x5	655
LA03	10x5	597
LA19	10x10	842
LA20	10x10	902
LA21	15x10	1046
LA25	15x10	977
LA26	20x10	1218
LA29	20x10	1152
LA38	15x15	1196
LA39	15x15	1233
LA40	15x15	1222

Κωδικός προβλήματος	Μέγεθος (εργασίες x μηχανές)	Ελάχιστος χρόνος παραγωγής (makespan)
TA80	100x20	5183

Πίνακας 6.1 Διεθνή προβλήματα σύγκρισης

όπου ο ελάχιστος χρόνος παραγωγής έχει υπολογιστεί με εξαντλητική αναζήτηση στο χώρο των πιθανών λύσεων. Αναλυτικός πίνακας προβλημάτων και των ελάχιστων χρόνων που έχουν υπολογιστεί στη διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία δίνεται στο παράρτημα.

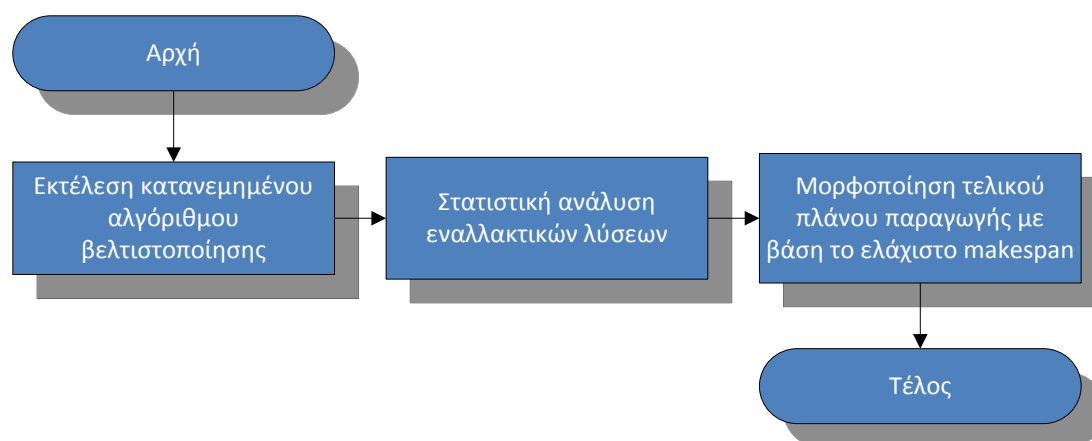
6.2.1. Απλοποίηση μεθοδολογίας

Τα διεθνή προβλήματα σύγκρισης έχουν σχεδιαστεί με τέτοιο τρόπο ώστε να εξετάζουν την απόδοση των προτεινόμενων αλγορίθμων σε ορισμένες εξειδικευμένες καταστάσεις. Τέτοιες εξειδικευμένες περιπτώσεις είναι η ύπαρξη πολλών μικρών διεργασιών ή το αντίστροφο. Στη διεθνή βιβλιογραφία, όταν προτείνεται μια μεθοδολογία για το χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής, η απόδοση της συγκρίνεται με τις αντίστοιχες αποδόσεις άλλων μεθοδολογιών ως προς το συνολικό χρόνο παραγωγής (makespan) στον οποίο καταλήγει σε συνάρτηση με το χρόνο που χρειάστηκε για να καταλήξει σε αυτήν τη λύση. Συνεπώς, η μεθοδολογία FEDRA δεν θα μπορούσε να συγκριθεί ως έχει με άλλους αλγορίθμους και μεθοδολογίες, λόγω της καινοτόμου προσέγγισης που ακολουθεί, με την οποία ενσωματώνει τις αντιλήψεις των κέντρων λήψης αποφάσεων στον καθορισμό του τελικού πλάνου παραγωγής.

Συνάμα, τα διεθνή προβλήματα σύγκρισης περιέχουν μόνο την πληροφορία για το ποιες διεργασίες υπάρχουν και πόσο χρόνο απαιτούν σε κάθε μηχανή. Δεν υπάρχει καθόλου η έννοια των πόρων και των περιορισμών που δημιουργούνται από αυτούς. Η μεθοδολογία FEDRA έχει σχεδιαστεί ώστε να μπορεί να αντιμετωπίσει πραγματικά προβλήματα παραγωγής όπου υπάρχει δοσμένος αποθηκευτικός χώρος ανάμεσα στις μηχανές, οι πρώτες ύλες σπανίως είναι σε περίσσια και επιπρόσθετα υπάρχει συγκεκριμένο ωράριο λειτουργίας με αποτέλεσμα να χρειάζεται να ανατεθούν δουλειές σε επόμενη μέρα όταν πρόκειται να προγραμματιστούν στο τέλος των εργάσιμων ωρών.

Από τα παραπάνω, διαφαίνεται η ανάγκη απλοποίησης της μεθοδολογίας για να μπορέσει να συγκριθεί με αντίστοιχες ερευνητικές προσπάθειες. Σε πρώτο επίπεδο, η μεθοδολογία θα πρέπει αρχικοποιείται με άπειρους πόρους. Ο αλγόριθμος θα μπορεί να προγραμματίζει συνεχόμενες διεργασίες θεωρώντας ότι υπάρχουν συνεχόμενες βάρδιες, ότι η αποθήκη περιέχει όλες τις απαραίτητες πρώτες ύλες και ότι ο χώρος του παραγωγικού συστήματος

μπορεί να αποθηκεύσει προσωρινά όλα τα ημιτελή προϊόντα. Σε δεύτερο επίπεδο, θα πρέπει να εκφυλιστεί το στάδιο της λεκτικής πολυκριτηριακής αξιολόγησης με 2 Tuple LOWA. Η μεθοδολογία θα πρέπει να επιλέγει τους ασθενείς περιορισμούς που θα συνδράμουν στην τελική λύση με βάση ένα και μόνο κριτήριο, αυτό του ελάχιστου χρόνου ολοκλήρωσης. Με βάση τις παραπάνω παραδοχές, η μεθοδολογία εκφυλίζεται σε αυτή που απεικονίζεται στο ακόλουθο διάγραμμα.



Εικόνα 6.2 Απλοποιημένη μεθοδολογία για εφαρμογή σε διεθνή προβλήματα σύγκρισης

6.2.2. Πειραματικά αποτελέσματα

Για την εκτέλεση των παρακάτω πειραμάτων, χρησιμοποιήθηκαν τέσσερις υπολογιστές με inter dual core στα 2.1 GHz και 2GB Ram. Όλοι οι υπολογιστές είχαν εγκατεστημένο το λογισμικό FEDRA Fabric και ένας από αυτούς είχε εγκατεστημένο και το λογισμικό του κεντρικού εξυπηρετητή. Οι υπολογιστές είχαν ομαδοποιηθεί σε δύο ομάδες από δύο υπολογιστές η κάθε μια. Η κάθε ομάδα εκτελούσε από έναν πράκτορα. Και οι δύο πράκτορες εκτελούσαν βελτιστοποίηση ως προς το συνολικό χρόνο παραγωγής (makespan). Το ποσοστό ελιτισμού (*elitism_percent*) για όλα τα παρακάτω πειράματα ήταν 1%, η αρχική πιθανότητα μετάλλαξης (*mutation_probability*) είχε την τιμή 10% και ο μέγιστος αριθμός μη βελτιωτικών επαναλήψεων (*max_stall_iteration_number*) ήταν 500 επαναλήψεις.

FT06

Το πιο απλό διεθνές πρόβλημα σύγκρισης είναι το FT06 που προτάθηκε από τους Fisher και Thompson στην ORLib (Beasley J. E., 1990). Το πρόβλημα αποτελείται από έξι εργασίες που πρέπει να επεξεργαστούν από έξι μηχανές με διαφορετική σειρά. Οι εργασίες με τις αντίστοιχες διεργασίες και το χρόνο επεξεργασίας που απαιτούν, φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6
1	Μηχ. 3 (1 λεπτό)	Μηχ. 1 (3 λεπτά)	Μηχ. 2 (6 λεπτά)	Μηχ. 4 (7 λεπτά)	Μηχ. 6 (3 λεπτά)	Μηχ. 5 (6 λεπτά)
2	Μηχ. 2 (8 λεπτά)	Μηχ. 3 (5 λεπτά)	Μηχ. 5 (10 λεπτά)	Μηχ. 6 (10 λεπτά)	Μηχ. 1 (10 λεπτά)	Μηχ. 4 (4 λεπτά)
3	Μηχ. 3 (5 λεπτά)	Μηχ. 4 (4 λεπτά)	Μηχ. 6 (8 λεπτά)	Μηχ. 1 (9 λεπτά)	Μηχ. 2 (1 λεπτό)	Μηχ. 5 (7 λεπτά)
4	Μηχ. 2 (5 λεπτά)	Μηχ. 1 (5 λεπτά)	Μηχ. 3 (5 λεπτά)	Μηχ. 4 (3 λεπτά)	Μηχ. 5 (8 λεπτά)	Μηχ. 6 (9 λεπτά)
5	Μηχ. 3 (9 λεπτά)	Μηχ. 2 (3 λεπτά)	Μηχ. 5 (5 λεπτά)	Μηχ. 6 (4 λεπτά)	Μηχ. 1 (3 λεπτά)	Μηχ. 4 (1 λεπτό)
6	Μηχ. 2 (3 λεπτά)	Μηχ. 4 (3 λεπτά)	Μηχ. 6 (9 λεπτά)	Μηχ. 1 (10 λεπτά)	Μηχ. 5 (4 λεπτά)	Μηχ. 3 (1 λεπτό)

Πίνακας 6.3 Το πρόβλημα FT06

Η βέλτιστη λύση, από άποψης χρόνου εκτέλεσης, απαιτεί 55 χρονικές μονάδες επεξεργασίας.

Εκτελώντας την ανάλυση διεργασιών που περιγράφεται στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι διεργασίες ομαδοποιούνται σε πέντε ομάδες ως προς το χρόνο επεξεργασίας τους, με μέσες τιμές 2.73, 5.6, 8, 9 και 10. Με βάση αυτές τις ομάδες, ορίζεται η ακόλουθη πενταβάθμια γλωσσική κλίμακα για το χαρακτηρισμό των διεργασιών:

- Αρκετά Σύντομη (3.67, 3.76)
- Σύντομη (3.67, 3.76, 6.62)
- Μέτρια (6.62, 6.71, 8.04)
- Αργή (8.04, 8.13, 9.05)
- Πολύ Αργή (9.05, 9.14)

Συνεπώς, με βάση αυτήν τη λεκτική κλίμακα, οι διεργασίες χαρακτηρίζονται ως προς το χρόνο επεξεργασίας, ως εξής:

Εργ.	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6
1	Αρκετά Σύντομη (1 λεπτό)	Αρκετά Σύντομη (3 λεπτά)	Σύντομη (6 λεπτά)	Μέτρια (7 λεπτά)	Αρκετά Σύντομη (3 λεπτά)	Σύντομη (6 λεπτά)
2	Μέτρια (8 λεπτά)	Σύντομη (5 λεπτά)	Πολύ Αργή (10 λεπτά)	Πολύ Αργή (10 λεπτά)	Πολύ Αργή (10 λεπτά)	Σύντομη (4 λεπτά)
3	Σύντομη (5 λεπτά)	Σύντομη (4 λεπτά)	Μέτρια (8 λεπτά)	Αργή (9 λεπτά)	Αρκετά Σύντομη (1 λεπτό)	Μέτρια (7 λεπτά)
4	Σύντομη	Σύντομη	Σύντομη	Αρκετά	Μέτρια	Αργή

Εργ.	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6
	(5 λεπτά)	(5 λεπτά)	(5 λεπτά)	Σύντομη (3 λεπτά)	(8 λεπτά)	(9 λεπτά)
5	Αργή (9 λεπτά)	Αρκετά Σύντομη (3 λεπτά)	Σύντομη (5 λεπτά)	Σύντομη (4 λεπτά)	Αρκετά Σύντομη (3 λεπτά)	Αρκετά Σύντομη (1 λεπτό)
6	Αρκετά Σύντομη (3 λεπτά)	Αρκετά Σύντομη (3 λεπτά)	Αργή (9 λεπτά)	Πολύ Αργή (10 λεπτά)	Σύντομη (4 λεπτά)	Αρκετά Σύντομη (1 λεπτό)

Πίνακας 6.4 Χαρακτηρισμός διεργασιών ως προς το χρόνο επεξεργασίας

Αντίστοιχα, για τις έξι μηχανές που διαθέτει το πρόβλημα, μπορεί να οριστεί η ακόλουθη πενταβάθμια γλωσσική κλίμακα για το χαρακτηρισμό των διεργασιών ως προς το πλήθος των διεργασιών που τις ακολουθούν:

- Καμία (0.79, 0.96)
- Ελάχιστες (0.79, 0.96, 2.12)
- Μέτριες (2.12, 2.29, 3.08)
- Αρκετές (3.08, 3.25, 4.58)
- Πάρα πολλές (4.58, 4.75)

Με βάση αυτήν την κλίμακα, η πρώτη διεργασία κάθε εργασίας χαρακτηρίζεται ότι την ακολουθούν «πάρα πολλές» διεργασίες, η δεύτερη διεργασία χαρακτηρίζεται ότι την ακολουθούν «αρκετές», η τρίτη «μέτριες», η τέταρτη και η πέμπτη «ελάχιστες» και η τελευταία «καμία». Για να ομαδοποιήσουμε περισσότερο τις διεργασίες, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιούσαμε μια κλίμακα με λεκτικές μεταβλητές «Καμία», «Μέτριες» και «Πάρα πολλές» αλλά θα χάναμε την ακρίβεια που διαθέτει η πενταβάθμια κλίμακα.

Τέλος, με βάση το χρόνο επεξεργασίας που έπεται της κάθε διεργασίας, μπορεί να οριστεί η ακόλουθη επταβάθμια κλίμακα:

- Μηδενικός φόρτος (3.19, 3.45)
- Ελάχιστος φόρτος (3.19, 3.45, 5.07)
- Μικρός φόρτος (5.07, 5.33, 9.19)
- Μέτριος φόρτος (9.19, 9.45, 10.46)

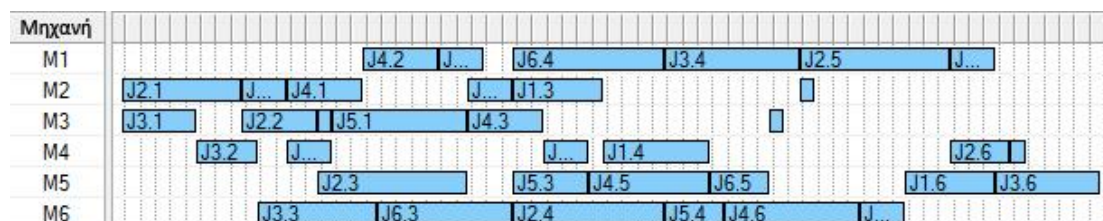
- Αρκετός φόρτος (10.46, 10.72, 22.24)
- Μεγάλος φόρτος (22.24, 22.50, 31.37)
- Τεράστιος φόρτος (31.37, 31.63)

Με βάση την παραπάνω κλίμακα, οι διεργασίες λαμβάνουν τους ακόλουθους χαρακτηρισμούς:

Εργ.	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6
1	Μεγάλος φόρτος (25 λεπτά)	Αρκετός φόρτος (22 λεπτά)	Αρκετός φόρτος (16 λεπτά)	Μικρός φόρτος (9 λεπτά)	Μικρός φόρτος (6 λεπτά)	Μηδενικός φόρτος (0 λεπτά)
2	Τεράστιος φόρτος (39 λεπτά)	Τεράστιος φόρτος (34 λεπτά)	Μεγάλος φόρτος (24 λεπτά)	Αρκετός φόρτος (14 λεπτά)	Ελάχιστος φόρτος (4 λεπτά)	Μηδενικός φόρτος (0 λεπτά)
3	Μεγάλος φόρτος (29 λεπτά)	Μεγάλος φόρτος (25 λεπτά)	Αρκετός φόρτος (17 λεπτά)	Μικρός φόρτος (8 λεπτά)	Μικρός φόρτος (7 λεπτά)	Μηδενικός φόρτος (0 λεπτά)
4	Μεγάλος φόρτος (30 λεπτά)	Μεγάλος φόρτος (25 λεπτά)	Αρκετός φόρτος (20 λεπτά)	Αρκετός φόρτος (17 λεπτά)	Μικρός φόρτος (9 λεπτά)	Μηδενικός φόρτος (0 λεπτά)
5	Αρκετός φόρτος (16 λεπτά)	Αρκετός φόρτος (13 λεπτά)	Μικρός φόρτος (8 λεπτά)	Ελάχιστος φόρτος (4 λεπτά)	Μηδενικός φόρτος (1 λεπτό)	Μηδενικός φόρτος (0 λεπτά)
6	Μεγάλος φόρτος (27 λεπτά)	Μεγάλος φόρτος (24 λεπτά)	Αρκετός φόρτος (15 λεπτά)	Ελάχιστος φόρτος (5 λεπτά)	Μηδενικός φόρτος (1 λεπτό)	Μηδενικός φόρτος (0 λεπτά)

Πίνακας 6.5 Χαρακτηρισμός διεργασιών ως προς το χρόνο επεξεργασίας που έπεται

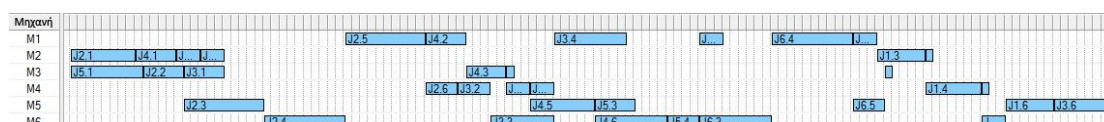
Αφού έχουν κατηγοριοποιηθεί οι διεργασίες, μπορεί να εκτελεστεί ο προτεινόμενος κανόνας απόδοσης προτεραιότητας Fuzzy Process time with Longest number of successors and the most Work remaining (FPLW), όπως αυτός περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Ορίζοντας ως κριτήριο τη βελτιστοποίηση του makespan, ο κανόνας υπολόγισε τη μήτρα βαρών των τριών κριτηρίων σε $W = [0.5, 1.0, 0.75]$ και κατέληξε σε πλάνο παραγωγής με συνολικό χρόνο επεξεργασίας 65 μονάδες.



Εικόνα 6.6 Διάγραμμα Gantt παραγόμενης λύσης για το FT06 με FPLW

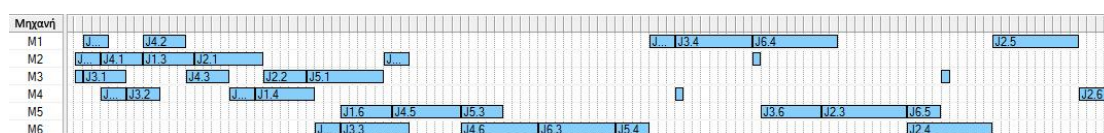
Ο παραπάνω κανόνας απόδοσης προτεραιότητας μπορεί να συγκριθεί με άλλους κανόνες απόδοσης που έχουν κοινά κριτήρια αξιολόγησης των διεργασιών. Συνεπώς, νόημα έχει η σύγκριση του με τους κανόνες longest processing time (LPT), shortest processing time (SPT), least work remaining (LWKR), most work remaining (MWKR) και largest number of successors (LNS).

Ο κανόνας απόδοσης προτεραιότητας LPT παράγει λύση με makespan 129 χρονικές μονάδες και το ακόλουθο διάγραμμα Gantt:



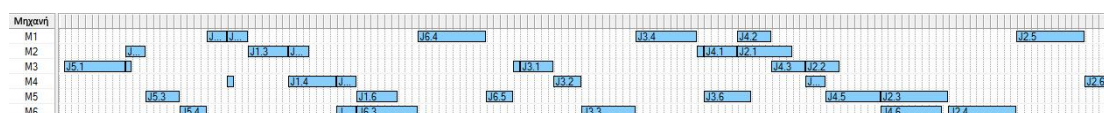
Εικόνα 6.7 Διάγραμμα Gantt παραγόμενης λύσης για το FT06 με LPT

Ο κανόνας απόδοσης προτεραιότητας SPT παράγει λύση με makespan 121 χρονικές μονάδες και το ακόλουθο διάγραμμα Gantt:



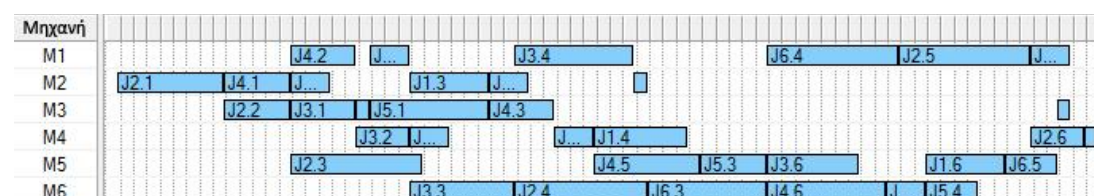
Εικόνα 6.8 Διάγραμμα Gantt παραγόμενης λύσης για το FT06 με SPT

Ο κανόνας απόδοσης προτεραιότητας LWKR παράγει λύση με makespan 154 χρονικές μονάδες και το ακόλουθο διάγραμμα Gantt:



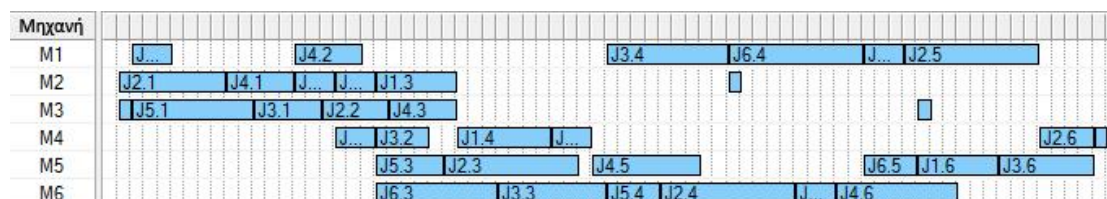
Εικόνα 6.9 Διάγραμμα Gantt παραγόμενης λύσης για το FT06 με LWKR

Ο κανόνας απόδοσης προτεραιότητας MWKR παράγει λύση με makespan 74 χρονικές μονάδες και το ακόλουθο διάγραμμα Gantt:



Εικόνα 6.10 Διάγραμμα Gantt παραγόμενης λύσης για το FT06 με MWKR

Τέλος, ο κανόνας απόδοσης προτεραιότητας LNS παράγει λύση με makespan 73 χρονικές μονάδες και το ακόλουθο διάγραμμα Gantt:

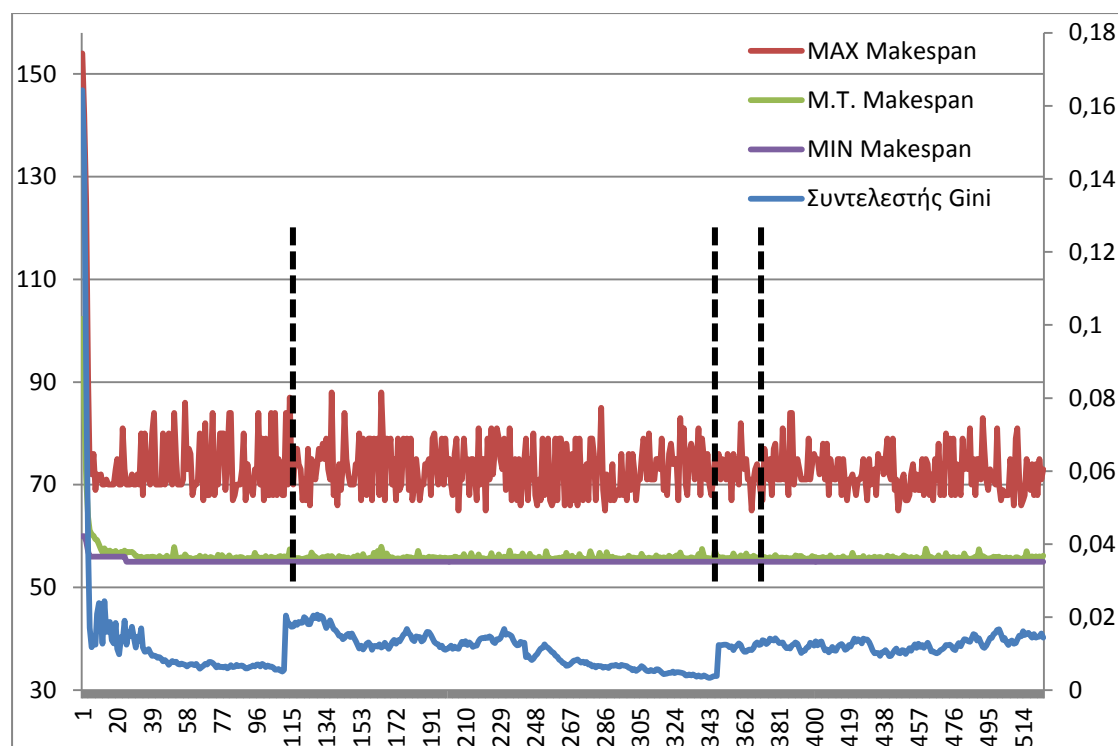


Εικόνα 6.11 Διάγραμμα Gantt παραγόμενης λύσης για το FT06 με LNS

Από τα παραπάνω, φαίνεται ότι οι κανόνες απόδοσης προτεραιότητας LNS και MWKR αντιμετωπίζουν το πρόβλημα με μεγαλύτερη επιτυχία από τους υπόλοιπους κανόνες. Παρατηρούμε επίσης ότι ο προτεινόμενος κανόνας απόδοσης προτεραιότητας FPLW έχει εντοπίσει τη βέλτιστη λύση με βάρη $W = [0.5, 1.0, 0.75]$. Η συγκεκριμένη μήτρα βαρών δίνει μεγαλύτερη προτεραιότητα στο σύνολο των διεργασιών που ακολουθούν (ταυτίζεται με το κριτήριο αξιολόγησης του κανόνα LNS), στη συνέχεια στο συνολικό χρόνο επεξεργασίας των διεργασιών που ακολουθούν την υποεξέταση διεργασία (ταυτίζεται με το κριτήριο αξιολόγησης του κανόνα MWKR) και τέλος στο χρόνο επεξεργασίας της ίδιας της διεργασίας (ταυτίζεται με το κριτήριο αξιολόγησης του κανόνα SPT). Συνεπώς είναι λογικό ότι η προτεινόμενη λύση με makespan 65 χρονικές μονάδες είναι καλύτερη από τις προτεινόμενες λύσεις των υπόλοιπων κανόνων απόδοσης προτεραιότητας, αφού ο προτεινόμενος κανόνας εντοπίζει τις ιδιαιτερότητες του προβλήματος και αξιολογεί τις διεργασίες με βάση το συνδυασμό που επιφέρει την καλύτερη λύση.

Στη συνέχεια, εκτελείται ο εξελικτικός αλγόριθμος FEDRA. Για την αξιολόγηση της απόδοσης του, εκτελέστηκε ο αλγόριθμος 100 φορές. Η μέση διάρκεια εκτέλεσης του αλγόριθμου ήταν 7.26 δευτερόλεπτα. Ο μέσος αριθμός επαναλήψεων μέχρι να ολοκληρωθεί ο αλγόριθμος ήταν 527 επαναλήψεις ενώ η τελική λύση είχε πάντα makespan 55, δηλαδή εντοπιζόταν το ολικό βέλτιστο του προβλήματος.

Ως παράδειγμα της εξελικτικής αναζήτησης παρουσιάζεται στη συνέχεια η εξέλιξη του πληθυσμού στον έναν από τους δύο πράκτορες για μια τυχαία εκτέλεση του αλγόριθμου. Στην ακόλουθη εικόνα σημειώνονται η χειρότερη λύση (MAX Makespan), η μέση τιμή των λύσεων του πληθυσμού (M.T. Makespan), η καλύτερη λύση (MIN Makespan) και ο συντελεστής Gini (Συντελεστής Gini) που εκφράζει την εντροπία του πληθυσμού.



Εικόνα 6.12 Εκτέλεση κατανεμημένου αλγόριθμου για το πρόβλημα FT06

Στην πρώτη διακεκομμένη γραμμή, ο αλγόριθμος έχει εντοπίσει ότι έχει εγκλωβιστεί σε ένα τοπικό ελάχιστο (το οποίο στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι και το ολικό ελάχιστο) και εκτελεί μια πληθυσμιακή αναμόρφωση αντικαθιστώντας το 10% των χειρότερων λύσεων με λύσεις οι οποίες προκύπτουν από στατιστική ανάλυση αντίστοιχου αριθμού καλών λύσεων που είναι διαθέσιμες στον κεντρικό εξυπηρετητή, όπως περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Μετά την πληθυσμιακή αναμόρφωση ξεκινάει η παρακολούθηση του συντελεστή Gini του τρέχοντος πληθυσμού. Όταν ο συντελεστής αυτός είναι μικρότερος του 0.01, δηλαδή στη δεύτερη διακεκομμένη γραμμή, γίνεται πληθυσμιακή αναμόρφωση αντικαθιστώντας το 10% των χειρότερων λύσεων με μεταλλάξεις αυτών. Στην τρίτη διακεκομμένη γραμμή, ο αλγόριθμος έχει φτάσει στο 70% των μέγιστων μη βελτιωτικών επαναλήψεων (*max_stall_iteration_number*) και ανεβάζει τη μετάλλαξη στο 20%. Τελικά ο αλγόριθμος ολοκληρώνει 505 επαναλήψεις μετά την εύρεση της βέλτιστης λύσης όταν ο συντελεστής Gini πάρει την τιμή $0.008 < 0.01$.

Το FT06 είναι ένα πολύ εύκολο πρόβλημα σύγκρισης και όλες οι μεθοδολογίες και αλγόριθμοι επίλυσης που προτείνονται στη σύγχρονη διεθνή βιβλιογραφία εντοπίζουν τη βέλτιστη λύση. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων του αλγόριθμου FEDRA με άλλες επιστημονικές προσπάθειες γίνεται βάσει της μέσης τιμής του δείκτη απόκλισης

(Percentage Relative Difference, PRD) ο οποίος ορίζεται ως εξής (Wang, Pan, Suganthan, Wang, & Wang, 2010):

$$PRD = 100 * \frac{(C^{Best} - C^{comp})}{C^{Best}} \% \quad (6.1)$$

όπου C^{Best} είναι το makespan του ολικού ελάχιστου όπως έχει υπολογιστεί από εξαντλητική αναζήτηση στο χώρο των λύσεων και C^{comp} είναι η υπολογιζόμενη τιμή του makespan από τον αλγόριθμο.

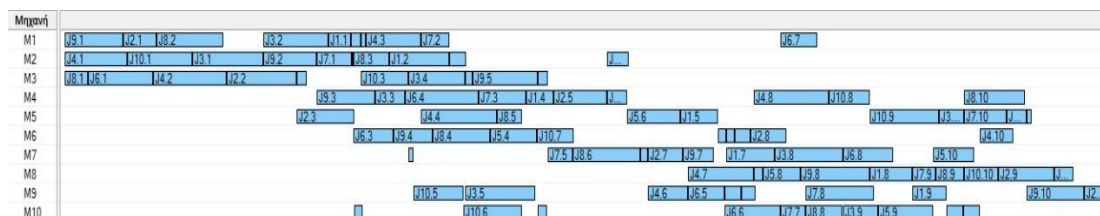
Στο συγκεκριμένο πρόβλημα η μέση τιμή του PRD είναι $APRD = 0.0\%$ αφού όλες οι επαναλήψεις του αλγόριθμου εντόπισαν τη βέλτιστη λύση.

Παρόλη την απλότητα του FT06, το συγκεκριμένο πρόβλημα αποτελεί ένα καλό παράδειγμα για την κατανόηση της λειτουργίας τόσο του προτεινόμενου κανόνα απόδοσης προτεραιότητας όσο και του εξελικτικού αλγόριθμου αναζήτησης. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από πιο πολύπλοκα προβλήματα όπου γίνεται και η σύγκριση του αλγόριθμου με αντίστοιχες επιστημονικές προσπάθειες.

FT10

Το πρόβλημα FT10 αποτελεί το πιο διαδεδομένο διεθνές πρόβλημα σύγκρισης. Αποτελείται από 10 εργασίες που απαιτούν επεξεργασία σε 10 μηχανές (σύνολο 100 διεργασίες). Τα ακριβή δεδομένα του προβλήματος, δίνονται στο παράρτημα της παρούσας διατριβής. Το ολικό ελάχιστο του συγκεκριμένου προβλήματος έχει υπολογιστεί στις 930 χρονικές μονάδες.

Εφαρμόζοντας τον προτεινόμενο κανόνα απόδοσης προτεραιότητας FPLW στα δεδομένα του προβλήματος FT10, ο κανόνας εντοπίζει τη βέλτιστη λύση στις 1350 χρονικές μονάδες με μήτρα βαρών $W = [0.25, 1.0, 1.0]$.



Εικόνα 6.13 Διάγραμμα Gantt παραγόμενης λύσης για το FT10 με FPLW

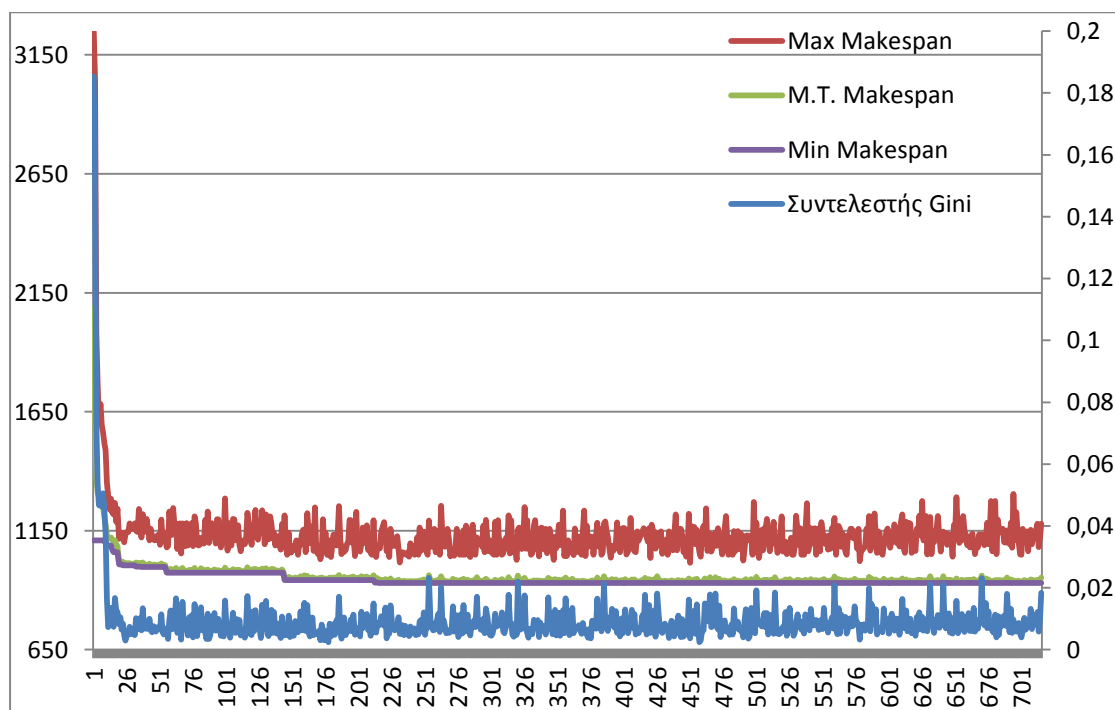
Οι υπόλοιποι κανόνες απόδοσης προτεραιότητας εντόπισαν τις ακόλουθες λύσεις:

Κανόνας	Makespan
LPT	2851
SPT	2719
LWKR	2657
MWKR	1389
LNS	1390

Πίνακας 6.14 Makespan παραγόμενων λύσεων για το πρόβλημα FT10

Αντίστοιχα με το προηγούμενο πρόβλημα, ο κανόνας απόδοσης προτεραιότητας FPLW συνδυάζει τους κανόνες MWKR και LNS (δίνοντας στα αντίστοιχα κριτήρια βάρος 1) για να εντοπίσει μια λύση η οποία είναι καλύτερη κατά 39 χρονικές μονάδες. Παρόλο που η λύση που προτείνεται απέχει 420 χρονικές μονάδες από το ολικό βέλτιστο, η απόδοση του κανόνα απόδοσης προτεραιότητας FPLW κρίνεται ικανοποιητική συγκρίνοντας τον με τα αποτελέσματα αντίστοιχων κανόνων.

Όσον αφορά τον εξελικτικό αλγόριθμο αναζήτησης, αυτός ολοκληρώνεται με μέση διάρκεια εκτέλεσης 57.39 δευτερόλεπτα. Ο μέσος αριθμός επαναλήψεων μέχρι να ολοκληρωθεί ο αλγόριθμος ήταν 725 επαναλήψεις ενώ η τελική λύση είχε πάντα makespan 930, δηλαδή εντοπιζόταν το ολικό βέλτιστο και αυτού του προβλήματος.



Εικόνα 6.15 Εκτέλεση κατανεμημένου αλγόριθμου για το πρόβλημα FT10

Συνεπώς ο αλγόριθμος έχει μέση τιμή απόκλισης $APRD = 0.0\%$ αφού όλες οι επαναλήψεις του αλγόριθμου εντόπισαν τη βέλτιστη λύση. Στη διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία, μόνο τέτοια απόδοση πετυχαίνουν μόνο οι αλγόριθμοι αναζήτησης της οικογένειας tabu search, ενώ οι αντίστοιχοι γενετικοί αλγόριθμοι φτάνουν στο $APRD=0.248$ (Rego & Duarte, 2009).

FT20

Το πρόβλημα FT20 αποτελείται από 20 εργασίες που απαιτούν επεξεργασία σε 5 μηχανές (σύνολο 100 διεργασίες). Τα ακριβή δεδομένα του προβλήματος, δίνονται στο παράρτημα της παρούσας διατριβής. Το ολικό ελάχιστο του συγκεκριμένου προβλήματος έχει υπολογιστεί στις 1165 χρονικές μονάδες.

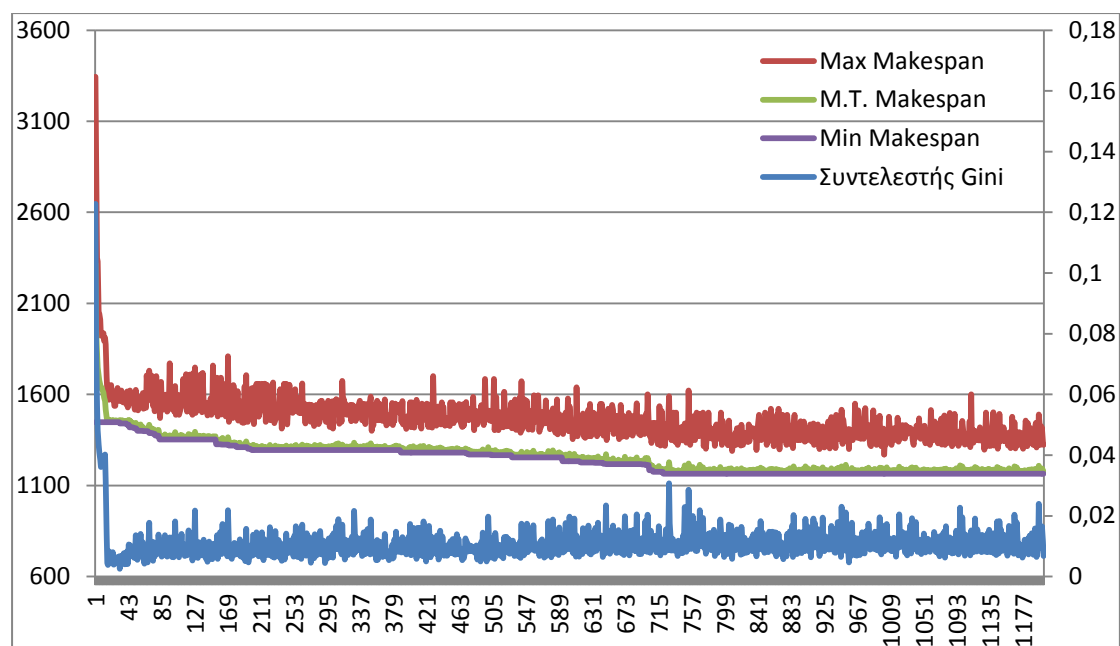
Εφαρμόζοντας τον προτεινόμενο κανόνα απόδοσης προτεραιότητας FPLW στα δεδομένα του προβλήματος FT20, ο κανόνας εντοπίζει τη βέλτιστη λύση στις 1691 χρονικές μονάδες με μήτρα βαρών $W = [0.125, 1.0, 1.0]$. Οι υπόλοιποι κανόνες απόδοσης προτεραιότητας εντόπισαν τις ακόλουθες λύσεις:

Κανόνας	Makespan
LPT	2580
SPT	2680
LWKR	2981
MWKR	1995
LNS	1840

Πίνακας 6.16 Makespan παραγόμενων λύσεων για το πρόβλημα FT20

Σε αυτήν την περίπτωση, ο κανόνας απόδοσης προτεραιότητας εντόπισε λύση 149 μονάδες καλύτερη από τους υπόλοιπους κανόνες, συνδυάζοντας τα χαρακτηριστικά που αξιοποιούν οι κανόνες MWKR και LNS.

Ο εξελικτικός αλγόριθμος αναζήτησης ολοκληρώνεται με μέση διάρκεια εκτέλεσης 1 λεπτό και 23.12 δευτερόλεπτα. Ο μέσος αριθμός επαναλήψεων μέχρι να ολοκληρωθεί ο αλγόριθμος ήταν 1204 επαναλήψεις ενώ η τελική λύση είχε makespan 1165 στις 99 από τις 100 επαναλήψεις ενώ την 1 φορά ο αλγόριθμος «εγκλωβίστηκε» στο τοπικό ελάχιστο 1189, με αποτέλεσμα η μέση τιμή απόκλισης να υπολογίζεται στο $APRD = 0.02\%$. Αυτή η τιμή είναι αρκετά μικρή συγκρινόμενη με τη μέση τιμή απόκλισης των αντίστοιχων γενετικών αλγόριθμων που φτάνει στο $APRD = 1.98\%$ (Rego & Duarte, 2009).



Εικόνα 6.17 Εκτέλεση κατανεμημένου αλγόριθμου για το πρόβλημα FT20

Υπόλοιπα προβλήματα

Στη συνέχεια παρατίθενται τα πειραματικά αποτελέσματα για τα προβλήματα LA02, LA03, LA19, LA20, LA21, LA25, LA26, LA29, LA38, LA39, LA40 και TA80. Τα ακριβή δεδομένα των προβλημάτων, δίνονται στο παράρτημα της παρούσας διατριβής.

Τα αποτελέσματα από την εφαρμογή των κανόνων απόδοσης προτεραιοτήτων παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

Πρόβλημα	NxM	MIN	FPLW	LPT	SPT	LWKR	MWKR	LNS
LA02	10x5	655	896	1908	1855	1762	982	1023
LA03	10x5	597	739	1211	1016	1660	797	1047
LA19	10x10	842	1179	3180	3613	4087	1188	1243
LA20	10x10	902	1273	3242	3029	3881	1404	1393
LA21	15x10	1046	1568	5581	4377	5733	1594	1639
LA25	15x10	977	1483	5408	4510	6104	1483	1529
LA26	20x10	1218	1760	5053	6607	8303	1789	1762
LA29	20x10	1152	1706	5752	5019	8318	1626	1740
LA38	15x15	1196	1808	6102	6122	8912	1860	1808
LA39	15x15	1233	1762	6613	5985	8844	1778	1847
LA40	15x15	1222	1953	7061	6336	9061	1953	1947
TA80	100x20	5183	7268	58989	51830	77430	8002	7455

Πίνακας 6.18 Πίνακας αποτελεσμάτων κανόνων απόδοσης προτεραιότητας

όπου οι αντίστοιχες μήτρες βαρών για τον FPLW είναι $W_{LA02} = [0.25, 1, 1]$, $W_{LA03} = [0.125, 1, 1]$, $W_{LA19} = [0.125, 1, 1]$, $W_{LA20} = [0.25, 1, 0.875]$, $W_{LA21} = [0.25, 0.875, 1]$, $W_{LA25} = [0.25, 1, 1]$, $W_{LA26} = [0, 0.75, 0.5]$, $W_{LA29} = [0, 0.5, 0.5]$, $W_{LA38} = [0, 0.625, 1]$, $W_{LA39} = [0, 0.75, 0.5]$, $W_{LA40} = [0, 1, 0.25]$ και $W_{TA80} = [0.125, 0.25, 0.75]$. Από τα πειραματικά αποτελέσματα, προκύπτει ότι η απόδοση του προτεινόμενου κανόνα απόδοσης προτεραιοτήτων είναι μεγαλύτερη σε όλες τις περιπτώσεις εκτός από τα προβλήματα LA38 και LA40 όπου ταυτίζεται με την απόδοση των LNS και MWKR αντίστοιχα. Ο χρόνος εκτέλεσης στα παραπάνω προβλήματα είναι αρκετά μικρότερος του ενός δευτερολέπτου με εξαίρεση το πρόβλημα TA80 όπου ο FPLW χρειάστηκε 19 δευτερόλεπτα για να εντοπίσει τη βέλτιστη λύση σε αντίθεση με τους υπόλοιπους κανόνες που εκτελέστηκαν για χρόνους γύρω στα 5 δευτερόλεπτα. Το φαινόμενο έχει να κάνει με το μέγεθος του προβλήματος (2000 διεργασίες) όπου απαιτείται αρκετή επεξεργαστική ισχύ για τον καθορισμό των λεκτικών κλιμάκων με τις οποίες αξιολογεί τις διεργασίες ο FPLW.

Όσον αφορά την εξελικτική αναζήτηση, τα αποτελέσματα των πειραμάτων συνοψίζονται στον ακόλουθο πίνακα:

Τεστ	Μέσος χρόνος εκτέλεσης	Makaspan καλύτερης εκτέλεσης	Makespan χειρότερης εκτέλεσης	Μέση τιμή makespan	APRD (%)	Μέσος αριθμός επαναλ.
LA02	00:00:08.471	655	657	655,04	0,000122	953
LA03	00:00:08.255	597	597	597,00	0,000000	553
LA19	00:00:45.145	842	875	843,65	0,009798	735
LA20	00:01:01.412	902	913	902,44	0,001951	863
LA21	00:01:39.583	1046	1163	1054,19	0,054809	648
LA25	00:02:04.173	977	1109	984,92	0,048639	825
LA26	00:03:02.109	1218	1322	1225,28	0,041839	578
LA29	00:04:30.750	1152	1353	1168,08	0,111667	716
LA38	00:05:01.843	1196	1395	1219,88	0,239599	695
LA39	00:05:37.620	1233	1453	1261,60	0,301541	749
LA40	00:05:17.203	1222	1342	1236,40	0,141408	1173
TA80	00:55:23.309	5183	5232	5196,23	0,068920	1418
Μέση τιμή APRD :					0,085024	

Πίνακας 6.19 Πίνακας αποτελεσμάτων εξελικτικής αναζήτησης

Από τα παραπάνω πειραματικά αποτελέσματα προκύπτει ότι ο αλγόριθμος εντοπίζει τη βέλτιστη λύση ακόμα και στα πιο δύσκολα προβλήματα όπως είναι το TA80 όπου η μέση τιμή απόκλισης του αλγορίθμου είναι μόλις $APRD = 0.069\%$.

6.3. Βιομηχανία ξυλείας VARXIL

Η εταιρία VARXIL ABEE είναι μία νέα εταιρία στον τομέα της, η οποία χαρακτηρίζεται από σημαντικές επενδυτικές ενέργειες, που έχουν ως στόχο την εξασφάλιση μιας πλεονεκτικής θέσης στην ελληνική και διεθνή αγορά και την επιτυχή δραστηριοποίηση της σε νέες αγορές. Δραστηριοποιείται στην παραγωγή ξύλου, προϊόντων ξύλου, επίπλων υψηλής ποιότητας και γενικά στην παροχή ολοκληρωμένων λύσεων εσωτερικής διακόσμησης. Η παραγωγική της μονάδα έχει τη δυνατότητα κάθετης παραγωγής και η εταιρία διαθέτει εξειδικευμένα Τμήματα Έρευνας και Σχεδιασμού Επίπλων και Διαμόρφωσης Χώρου, που βασίζονται στη χρήση ξύλου και λοιπών παραγώγων αυτού. Η πολυπλοκότητα της παραγωγικής διαδικασίας, που χαρακτηρίζει την εταιρία, είναι αδύνατο να αντιμετωπισθεί αποδοτικά με χρήση παραδοσιακών μόνο μεθόδων. Με βάση αυτές τις ιδιαιτερότητες, η συγκεκριμένη εταιρία αποτελεί πρότυπο παραγωγικού συστήματος στο οποίο μπορεί να εφαρμοστεί η προτεινόμενη μεθοδολογία. Το προτεινόμενο σύστημα προγραμματισμού παραγωγής και διαχείρισης των αποθεμάτων της εταιρίας έχει σαν στόχο τη βελτίωση της παραγωγής και του κεφαλαίου κίνησής της, προσεγγίζοντας έτσι τους αντίστοιχους δείκτες της ευρωπαϊκής βιομηχανίας.

6.3.1. Περιγραφή προβλήματος

Η παραγωγική διεργασία της VARXIL A.B.E.E, χαρακτηρίζεται από μεγάλο αριθμό πρώτων υλών και ενδιάμεσων προϊόντων, τα οποία υφίστανται επεξεργασία σε γραμμές παραγωγής με διαφορετικές τεχνικές δρομολόγησης προϊόντων, συχνά με αντικρουόμενες προτεραιότητες, για να μετατραπούν και να συναρμολογηθούν σε πολυποίκιλα και διαφορετικού τύπου προϊόντα. Η καταγραφή του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού στηρίζεται στη διαδοχική προσέγγιση του κύκλου παραγωγής και αποτυπώνεται ως ακολούθως:

Είδη

Τα είδη που χρησιμοποιεί η εταιρία διακρίνονται στις ακόλουθες πέντε κατηγορίες:

Κατηγορία	Πλήθος
Α ύλες	2213
Αναλώσιμα	412
Εμπορεύματα	140
Ημιέτοιμα	623

Κατηγορία	Πλήθος
Έτοιμα	920

Πίνακας 6.20 Πίνακας προϊόντων ανά κατηγορία

Οι Α' ύλης της επιχείρησης μπορούν να ομαδοποιηθούν ανάλογα με τη φάση παραγωγής στην οποία θα αναλωθούν. Έτσι έχουμε τις παρακάτω κατηγορίες Α' υλών:

- Προϊόντα ξυλείας που χρησιμοποιούνται στη φάση της κοπής (μασίφ ξυλεία, επίπεδες επιφάνειες, λεύκη ξυλεία, καπλαμάδες)
- Υλικά μονταρίσματος (κόλλα, βίδες, κ.τ.λ.)
- Υλικά λουστραρίσματος (χρώμα, βερνίκι, διαλυτικό, σήλερ νίτρου, καταλύτης βερνικιού, υπόστρωμα διαφανές κ.τ.λ.)
- Υλικά ταπετσαρίας (υφάσματα, καλύμματα, συνδετήρες πιστολιού ταπετσαρίας, πούπουλα, κ.τ.λ.)
- Υλικά φινιρίσματος που τοποθετούνται στο τελικό προϊόν (κρύσταλλα, λάμπες, μεντεσέδες, κ.τ.λ.)

Τα αναλώσιμα αναφέρονται στα υλικά που χρησιμοποιούνται κυρίως από τις μηχανές και τα κέντρα εργασίας για την επεξεργασία των διεργασιών. Αυτή η κατηγορία περιλαμβάνει λάδια, χαρτιά, πλαστικές μεμβράνες και γενικά διάφορα είδη των οποίων το κόστος επιμερίζεται στο κέντρο εργασίας που τα αξιοποιεί.

Τα είδη εκείνα τα οποία αγοράζονται από τους διάφορους προμηθευτές, αποτελούν την κατηγορία εμπορεύματα. Τα ημιέτοιμα προϊόντα προκύπτουν ως ενδιάμεσα παραγόμενα κάθε φάσης της κύριας αλυσίδας παραγωγής (πλην της τελικής). Τέλος, τα τελικά προϊόντα προκύπτουν από τη φάση του Φινιρίσματος και αποτελούν το τελικό εμπορεύσιμο προϊόν της εταιρίας.

Μηχανές

Η εταιρία VARXIL A.B.E.E. διαθέτει 63 μηχανές οι οποίες περιλαμβάνουν πρέσες, κοπτικές μηχανές, ξεχονδριστήρες, κορδέλες, σβούρες, τόννους, πλάνες, πολυτρύπανα, τριβεία, ραμποτέζες, CNC, συγκολλητικές και άλλες εξειδικευμένες μηχανές για την επεξεργασία ξύλου. Με βάση τον τύπο τους, οι μηχανές εντάσσονται σε είκοσι μια κατηγορίες. Με αυτήν την κατηγοριοποίηση, οι μηχανές συμμετέχουν σε κάθε κατηγορία είναι πλήρως εναλλάξιμες μεταξύ τους και μοιράζονται το φόρτο εργασίας.

Φάσεις

Οι βασικές φάσεις επεξεργασίας μέσα στο παραγωγικό σύστημα είναι οι ακόλουθες:

- Κοπή (Κ) - Διαμόρφωση κομματιών (Δ)
- Μοντάρισμα (Μ)
- Ταπετσάρισμα (Τ)
- Λουστράρισμα (Λ)
- Φινίρισμα (Φ)

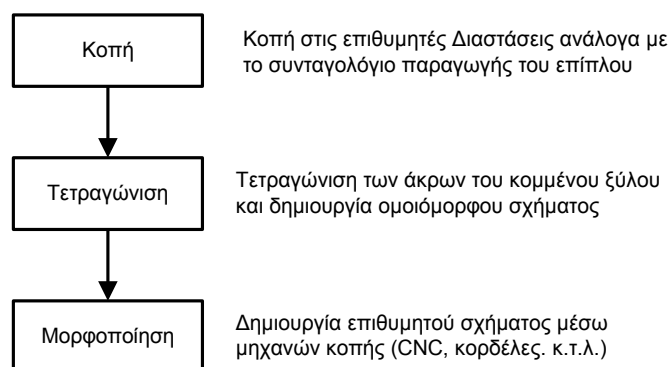
Συνοπτικά, οι γενικές διαδικασίες παραγωγής προϊόντων, για κάθε φάση παραγωγής, είναι οι ακόλουθες:

Κοπή- Διαμόρφωση κομματιών

Στη φάση αυτή κατασκευάζονται τα εξαρτήματα από τα οποία αποτελείται το τελικό προϊόν. Τα στάδια που πραγματοποιούνται στη φάση αυτή, ανάλογα με το είδος της ξυλείας που επεξεργάζεται, είναι τα ακόλουθα:

Επεξεργασία ξυλείας μασίφ

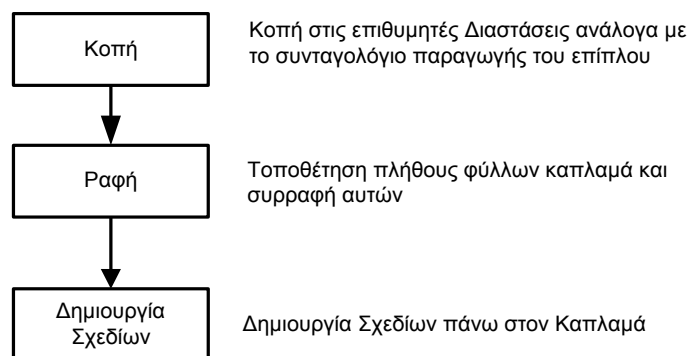
Τα στάδια επεξεργασίας της ξυλείας μασίφ απεικονίζονται με συνοπτικό – σχηματικό τρόπο στο παρακάτω διάγραμμα ροής.



Εικόνα 6.21 Επεξεργασία ξυλείας μασίφ

Επεξεργασία καπλαμάδων

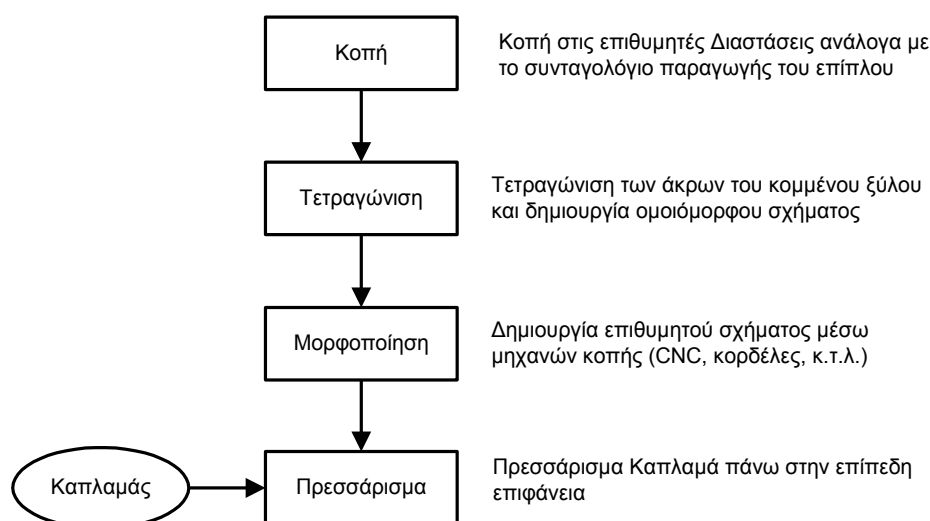
Οι καπλαμάδες παράγονται σύμφωνα με την ποσότητα παραγγελίας. Η ροή των εργασιών με συνοπτικό – σχηματικό τρόπο είναι η παρακάτω:



Εικόνα 6.22 Επεξεργασία καπλαμάδων

Επεξεργασία επίπεδων επιφανειών

Οι επίπεδες επιφάνειες, ανάλογα με τις προδιαγραφές του επίπλου μπορεί να συνδυαστεί με καπλαμά όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα ροής:



Εικόνα 6.23 Επεξεργασία επίπεδων επιφανειών

Μοντάρισμα

Στο μοντάρισμα γίνεται η συναρμολόγηση των κομματιών που κόπηκαν στο στάδιο του μηχανοξυλουργείου. Ανάλογα με το είδος που συναρμολογείται, η φάση της επιπλοποιείας γίνεται σε διαφορετικές θέσεις εργασίας. Παραγόμενο της επιπλοποιείας είναι ο σκελετός του τελικού προϊόντος. Οι εργασίες της φάσης αυτής είναι ανθρωποκεντρικές και δεν απαιτούν τη χρήση μηχανών.

Λούστρο

Στη φάση αυτήν το έπιπλο λουστράρεται σύμφωνα με το χρώμα και τα συστατικά (διαλυτικά, βαφές, κ.τ.λ.) που ορίζονται στο συνταγολόγιό του. Οι εργασίες του λούστρου εκτελούνται μαζικά και ταυτόχρονα για κάθε παραγγελία προκειμένου τα έπιπλα να έχουν ένα ομοιόμορφο βάψιμο. Αν και χρησιμοποιούνται μηχανές, οι εργασίες της φάσης αυτής παρακολουθούνται σαν ανθρωποκεντρικές.

Ταπετσαρία

Στη φάση αυτή αυτό γίνεται η τοποθέτηση των διαφόρων υφασμάτων στα έπιπλα. Όλες οι εργασίες της φάσης αυτής είναι ανθρωποκεντρικές και δεν απαιτείται η χρήση συγκεκριμένης μηχανής.

Φινίρισμα

Το φινίρισμα περιλαμβάνει την τοποθέτηση διαφόρων διακοσμητικών αντικειμένων πάνω στο έπιπλο (λαμπάκια, κρυσταλλάκια, μάρμαρα, κ.τ.λ.). Όλες οι εργασίες της φάσης αυτής είναι επίσης ανθρωποκεντρικές.

Κέντρα Εργασίας

Ανάλογα με το βαθμό στον οποίο παρακολουθούνται οι εργαζόμενοι και οι μηχανές σε κάθε φάση παραγωγής, τα Κέντρα Εργασίας ορίζονται ως εξής:

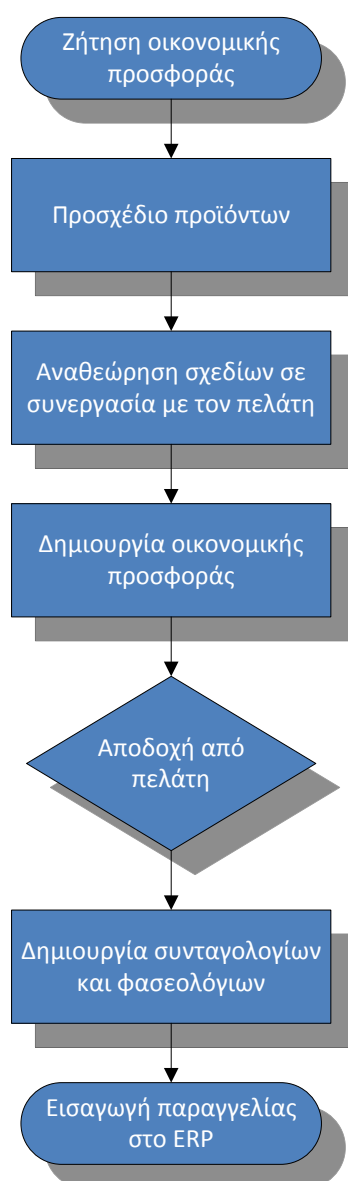
Φάση παραγωγής / Εργασία	Κέντρο εργασίας (ΚΕ)
Διαμόρφωση	Σαν κέντρα εργασίας ορίζονται όλες οι θέσεις εργασίας και οι μηχανές. Αυτά τα κέντρα εργασίας ομαδοποιούνται με βάση τη μεταξύ τους εναλλαξιμότητα.
Μοντάρισμα	Κάθε θέση μονταρίσματος αποτελεί κέντρο εργασίας. Όλες οι θέσεις αυτές είναι πλήρως εναλλάξιμες μεταξύ τους.
Λούστρα	1 γενικό κέντρο εργασίας
Ταπετσαρίες	1 γενικό κέντρο εργασίας
Φινίρισμα / Ποιοτικός έλεγχος	1 γενικό κέντρο εργασίας

Πίνακας 6.24 Φάσεις παραγωγής

Συνολικά η VARXIL διαθέτει 27 κατηγορίες κέντρων εργασίας εκ των οποίων οι 20 περιέχουν περισσότερα από ένα κέντρα εργασίας τα οποία μπορούν να επιμεριστούν το φόρτο εργασίας.

6.3.2. Μοντελοποίηση παραγωγής

Το παραγωγικό μοντέλο της VARXIL ακολουθεί το πρότυπο των συστημάτων κατά παραγγελία. Η παραγωγική διαδικασία είναι συνεχής και τα προϊόντα που πρέπει να υλοποιηθούν διαφοροποιούνται ανάλογα την παραγγελία. Η διαδικασία που ακολουθείτε για την εισαγωγή νέας παραγγελία στο σύστημα απεικονίζεται στο ακόλουθο λογικό διάγραμμα.



Εικόνα 6.25 Διαδικασία εισαγωγής παραγγελιών στο παραγωγικό σύστημα

Για την κατάρτιση των συνταγολογίων και των φασεολογίων, αξιοποιούνται όπου είναι δυνατόν τα υπάρχοντα πρότυπα τα οποία είναι αποθηκευμένα στο ERP SEN που διαθέτει η εταιρία. Με αυτόν τον τρόπο ορισμένα κομμάτια των παραγγελιών που εκτελούνται σε μια δεδομένη στιγμή μπορούν να ομαδοποιηθούν στην περίπτωση που ακολουθούν κοινή παραγωγική διαδικασία.

Με την εισαγωγή μιας νέας παραγγελίας στο σύστημα ξεκινάει η αρχικοποίηση της μεθοδολογίας FEDRA. Σε πρώτο στάδιο γίνεται ανάλυση των παραγγελιών σε διεργασίες. Εξετάζονται οι νέες παραγγελίες που εισήχθησαν στο σύστημα και αναλύονται με βάση το φασεολόγιο σε επιμέρους διεργασίες και καθορίζονται οι περιορισμοί που διέπουν τη σειρά εκτέλεσης τους. Παράλληλα, εξετάζονται οι τρέχουσες εντολές παραγωγής και καθορίζονται οι διεργασίες που πρέπει να εκτελεστούν για να ολοκληρωθούν οι προηγούμενες παραγγελίες. Με αυτόν τον τρόπο, καθορίζεται το σύνολο των διεργασιών που θα απαρτίζουν το τελικό πλάνο παραγωγής. Η κάθε διεργασία κληρονομεί από την παραγγελία την προτεραιότητα που τη διακατέχει.

Στη συνέχεια ξεκινάει το στάδιο της αρχικοποίησης του εξελικτικού αλγόριθμου. Σε αυτό το στάδιο αρχικοποιούνται οι πόροι του συστήματος. Η αρχικοποίηση ξεκινάει από το εργατικό δυναμικό και τις μηχανές. Ορίζονται οι θέσεις εργασίες οι οποίες αποτελούν ένα συνδυασμό ανθρώπων και προαιρετικά μιας μηχανής. Οι εργαζόμενοι χαρακτηρίζονται από κάποιες ικανότητες. Για να μπορέσει ένας άνθρωπος να προγραμματιστεί σε μια θέση εργασίας θα πρέπει να έχει την αντίστοιχη ικανότητα, όπως για παράδειγμα να γνωρίζει πως χειρίζεται το μηχάνημα ραμποτέζα. Από την άλλη πλευρά, οι μηχανές ομαδοποιούνται ανάλογα με το αν είναι εναλλάξιμες μεταξύ τους ως προς τις θέσεις εργασίας. Με αυτόν τον τρόπο, ορίζονται οι θέσεις εργασίες, που αποτελούν τα σημεία επεξεργασίας των διεργασιών, και ορίζονται οι εναλλακτικοί παραγωγικοί πόροι που απαιτούνται για τη λειτουργία της κάθε μιας.

Στη συνέχεια συντάσσεται το παραγωγικό ημερολόγιο. Ανάλογα με τις βάρδιες και την πολιτική της εταιρίας για τις υπερωρίες, μπορεί να καταρτιστεί το παραγωγικό ημερολόγιο το οποίο περιέχει όλες τις εργάσιμες ώρες και μέρες στις οποίες είναι διαθέσιμες οι μηχανές. Παράλληλα με το παραγωγικό ημερολόγιο, ορίζεται και το ημερολόγιο κάθε εργαζομένου με βάση το οποίο γνωρίζει το σύστημα αν μπορεί να προγραμματίσει εργασία για το συγκεκριμένο εργαζόμενο.

Τέλος, με βάση τα αποθέματα, υπολογίζονται οι νέες παραγγελίες που πρέπει να υλοποιηθούν για κάθε διεργασία που υπάρχει στο παραγωγικό σύστημα. Κάθε διεργασία έχει ορισμένο από το προηγούμενο στάδιο τα υλικά που απαιτεί μέσα από το συνταγολόγιο της παραγγελίας. Ο υπολογισμός των παραγγελιών σε αυτό το στάδιο γίνεται με τη συγκέντρωση των απαιτήσεων σε πρώτες και δευτερεύουσες πρώτες ύλες και στη συνέχεια με τον έλεγχο των αποθεμάτων. Οι παραγγελίες αυτές δεν εισάγονται στο ERP σε αυτό το σημείο, καθώς ο χρόνος εκτέλεσης τους προσδιορίζεται μέσα από το τελικό πλάνο παραγωγής το οποίο καταρτίζεται στη συνέχεια.

6.3.3. Κατάρτιση πλάνου παραγωγής

Αμέσως μετά την αρχικοποίηση του αλγορίθμου, ξεκινάει η διαδικασία εκτέλεσης του κατανεμημένου αλγόριθμου βελτιστοποίησης. Από την πιλοτική εφαρμογή του συστήματος στην εταιρία VARXIL, προκύπτει ότι το μέσο πλήθος των διεργασιών που καλείτο να χρονοπρογραμματίσει ο αλγόριθμος κυμαινόταν στις 4152 διεργασίες με τυπική απόκλιση 324 διεργασίες.

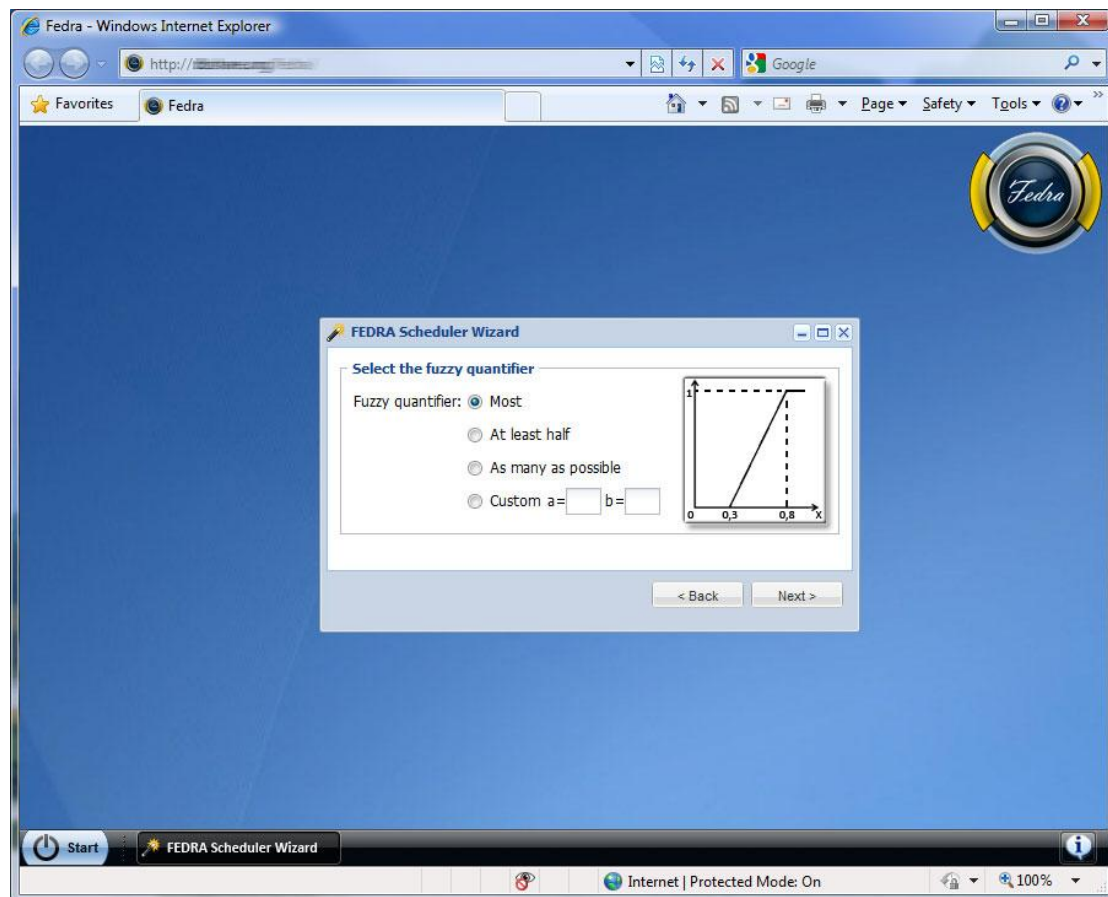
Για την εκτέλεση του αλγόριθμου, είχε εγκατασταθεί το FEDRA Fabric σε 28 υπολογιστές οι οποίοι είχαν ομαδοποιηθεί σε 14 ομάδες των δύο υπολογιστών. Συνεπώς ο κάθε πράκτορας εκτελούνταν σε δύο υπολογιστές ταυτόχρονα. Με βάση τις επιδιώξεις της εταιρίας, οι στόχοι που επιλέχτηκαν για τους πράκτορες είναι οι ακόλουθοι:

- Ελαχιστοποίηση συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης (minimize makespan), 3 πράκτορες.
- Ελαχιστοποίηση αριθμού αργοπορημένων εργασιών (minimize number of tardy jobs), 2 πράκτορες.
- Ελαχιστοποίηση μέσου χρόνου καθυστέρησης (minimize mean tardiness), 1 πράκτορας.
- Ελαχιστοποίηση σταθμισμένου μέσου χρόνου καθυστέρησης (minimize mean weighted tardiness), 2 πράκτορες.
- Ελαχιστοποίηση συνολικού χρόνου καθυστέρησης (minimize total tardiness), 1 πράκτορας.
- Ελαχιστοποίηση μέσου χρόνου ροής (minimize mean flow time), 2 πράκτορες.
- Ελαχιστοποίηση μέσου χρόνου απραξίας εργασιών (minimize mean job slack time), 1 πράκτορας.

- Ελαχιστοποίηση συνολικού χρόνου απραξίας εργασιών (minimize total job slack time), 1 πράκτορες.
- Ελαχιστοποίηση μέσου χρόνου απραξίας μηχανών (minimize mean machine slack time), 1 πράκτορας.

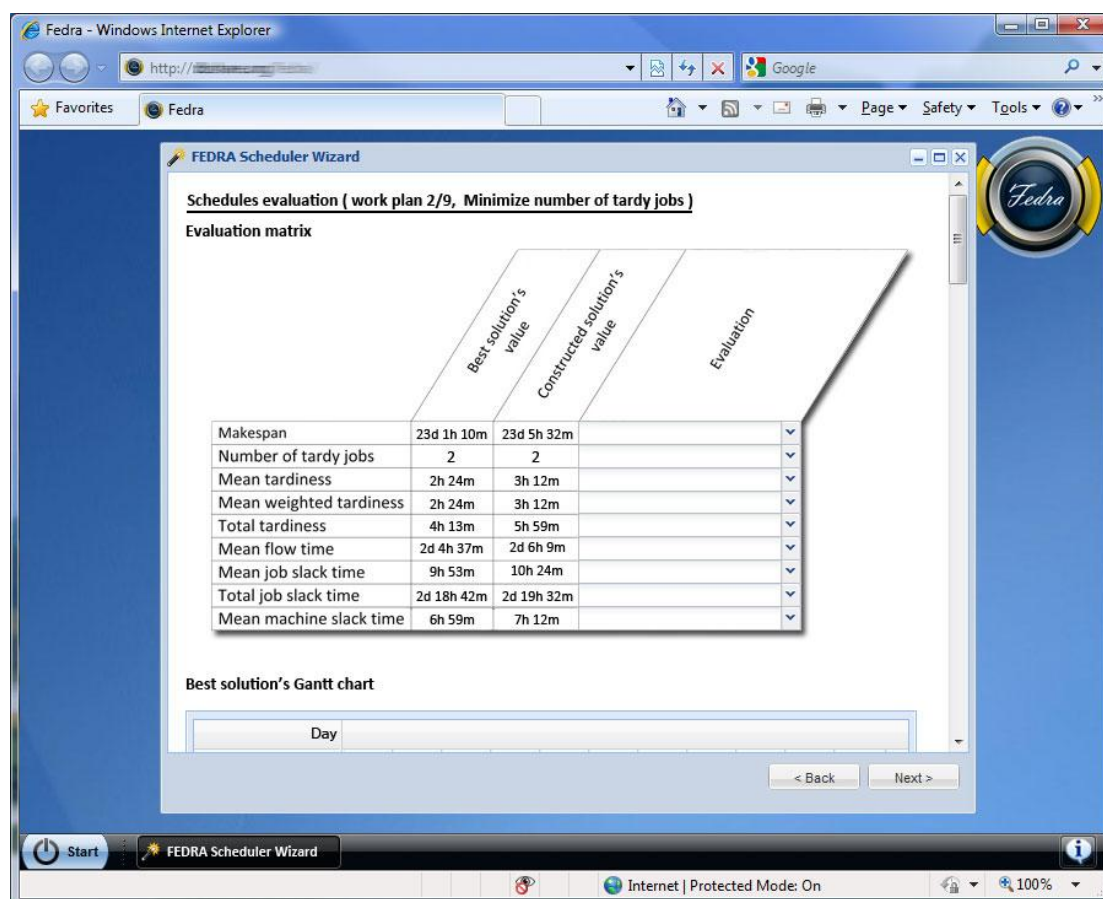
Το πλήθος των πρακτόρων καθορίστηκε από τη σπουδαιότητα που έχει το κάθε κριτήριο για την εταιρία. Χάρη στην ανταλλαγή λύσεων που υποστηρίζει η μεθοδολογία, όσοι περισσότεροι πράκτορες εκτελούν την ίδια αναζήτηση τόσο καλύτερα αποτελέσματα μπορούν να προκύψουν.

Η εκτέλεση του κατανεμημένου αλγόριθμου διαρκούσε κατά μέσο όρο 2 ώρες και το αποτέλεσμα της αναζήτησης είναι η σύνταξη ασθενών περιορισμών για τα εννέα κριτήρια για τα οποία έγινε η αναζήτηση. Μετά το πέρας της διαδικασίας αναζήτησης των βέλτιστων προγραμμάτων παραγωγής για τους αντίστοιχους στόχους, τα κέντρα λήψεις αποφάσεων καλούνταν να προσδιορίσουν τις προτιμήσεις τους με βάση τις οποίες θα καταρτιστεί το τελικό πλάνο παραγωγής. Σε πρώτο στάδιο γίνεται επιβεβαίωση της επιλογής των κριτηρίων. Τα κέντρα λήψης αποφάσεων έχουν το δικαίωμα να αγνοήσουν κάποιο από τα προαναφερθέντα κριτήρια. Στη συνέχεια ορίζεται ο ποσοτικοποιητής με βάση τον οποίο υπολογίζονται τα βάρη των κριτηρίων.



Εικόνα 6.26 Επιλογή ασαφούς ποσοτικοποιητή

Σύμφωνα με τη μεθοδολογία, το επόμενο βήμα είναι η αξιολόγηση των επιμέρους λύσεων που εντόπισε ο κατανεμημένος αλγόριθμος βελτιστοποίησης. Τα κέντρα λήψης αποφάσεων αξιολογούν τις επιδόσεις της κάθε ομάδας βέλτιστων λύσεων ως προς τα κριτήρια που επιλέχτηκαν στο πρώτο βήμα.



Εικόνα 6.27 Αξιολόγηση πλάνων με βάση τα κριτήρια

Η μεθοδολογία ολοκληρώνεται με τη σύνταξη του τελικού πλάνου παραγωγής, το οποίο μπορεί να τροποποιήσει ο υπεύθυνος παραγωγής στην οθόνη που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Η σύνταξη του τελικού πλάνου απαιτεί επεξεργασία λιγότερο από ένα λεπτό. Μόλις οριστικοποιηθεί το πλάνο παραγωγής, δημιουργούνται οι εντολές παραγωγής στο ERP SEN της Singular και εισάγονται οι προτεινόμενες παραγγελίες για πρώτες ύλες και αναλώσιμα, προγραμματίζοντας τες 10 ημέρες πριν επεξεργαστούν οι διεργασίες που θα τα χρειαστούν. Οι παραγγελίες δεν οριστικοποιούνται με στόχο να ελεγχθούν από τον υπεύθυνο παραγωγής ο οποίος μπορεί να τις ομαδοποιήσει για να στείλει πιο μαζικά αιτήματα.

6.4. Συμπεράσματα

Σκοπός του παρόντος κεφαλαίου ήταν η παρουσίαση των πειραματικών αποτελεσμάτων της προτεινόμενης μεθοδολογίας της διατριβής σε διεθνή προβλήματα σύγκρισης καθώς και η παρουσίαση της πιλοτικής εφαρμογής της στη βιομηχανία ξυλείας VARXIL, χρησιμοποιώντας το πληροφοριακό σύστημα που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 5.

Ειδικότερα, εφαρμόζοντας μια απλοποιημένη έκδοση της μεθοδολογίας για την επίλυση των διεθνών προβλημάτων σύγκρισης, αξιολογήθηκε τόσο ο προτεινόμενος κανόνας απόδοσης προτεραιότητας Fuzzy Process time with Longest number of successors and the most Work remaining (FPLW) όσο και ο εξελικτικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης.

Όσον αφορά τον προτεινόμενο κανόνα απόδοσης προτεραιότητας, ο FPLW προτείνει λύσεις αποδίδοντας προτεραιότητα στις διεργασίες με βάση το χρόνο εκτέλεσης τους, το πλήθος των διεργασιών που έπονται και το συνολικό χρόνο επεξεργασίας που έπεται της κάθε διεργασίας. Παράλληλα, ο κανόνας αυτός περιέχει ένα στάδιο αρχικοποίησης στο οποίο εντοπίζει τη μήτρα βαρών των κριτηρίων με βάση την οποία παράγεται η καλύτερη δυνατή λύση. Με αυτόν τον τρόπο ο κανόνας μπορεί να αντιμετωπίσει με μεγάλη επιτυχία τις δυσκολίες που παρουσιάζουν τα προβλήματα χρονοπρογραμματισμού, συνδυάζοντας τρεις επιτυχείς εμπειρικούς κανόνες απόδοσης προτεραιότητας. Άλλο ένα χαρακτηριστικό του προτεινόμενου κανόνα είναι η ασαφής ταξινόμηση των διεργασιών σε μια κλίμακα η οποία ορίζεται από τα δεδομένα του προβλήματος. Με αυτήν την τεχνική, οι διεργασίες ταξινομούνται ανάλογα με το σύνολο των διεργασιών του προβλήματος με αποτέλεσμα ο κανόνας να συγκρίνει τις διεργασίες σε μια κοινή βάση.

Από την άλλη πλευρά ο εξελικτικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης εντοπίζει στην πλειοψηφία των περιπτώσεων τη βέλτιστη λύση. Ακόμα και στα πιο δύσκολα διεθνή προβλήματα σύγκρισης όπως είναι το TA80, ο εξελικτικός αλγόριθμος πετυχαίνει μέση απόκλιση $APRD = 0.069\%$. Αυτό συμβαίνει χάρη στις τεχνικές απεγκλωβισμού του αλγορίθμου από τοπικά ελάχιστα, φαινόμενο αρκετά σύνηθες στους γενετικούς αλγόριθμους. Από άποψη χρόνου, λόγω της κατανεμημένης αρχιτεκτονικής του συστήματος η οποία επιφέρει ένα αρχικό χρονικό κόστος της τάξης των 2 δευτερολέπτων, η απόδοση του αλγορίθμου διαφαίνεται κυρίως σε προβλήματα με περισσότερες από 75 διεργασίες. Στα μικρότερα προβλήματα, η διεθνής βιβλιογραφία έχει να επιδείξει ταχύτερους ευρετικούς αλγορίθμους οι οποίοι όμως αδυνατούν να εντοπίσουν τη βέλτιστη λύση σε μεγαλύτερα προβλήματα, τα οποία πλησιάζουν σε πολυπλοκότητα αυτά του πραγματικού κόσμου (Kumar & Rajotia, 2003).

Όσον αφορά την πιλοτική εφαρμογή της ολοκληρωμένης μεθοδολογίας στο παραγωγικό σύστημα της βιομηχανίας ξυλείας VARXIL, από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων προέκυψαν τα ακόλουθα ποσοτικά και ποιοτικά συμπεράσματα :

- Μείωση των καθυστερημένων παραγγελιών κατά 24%.

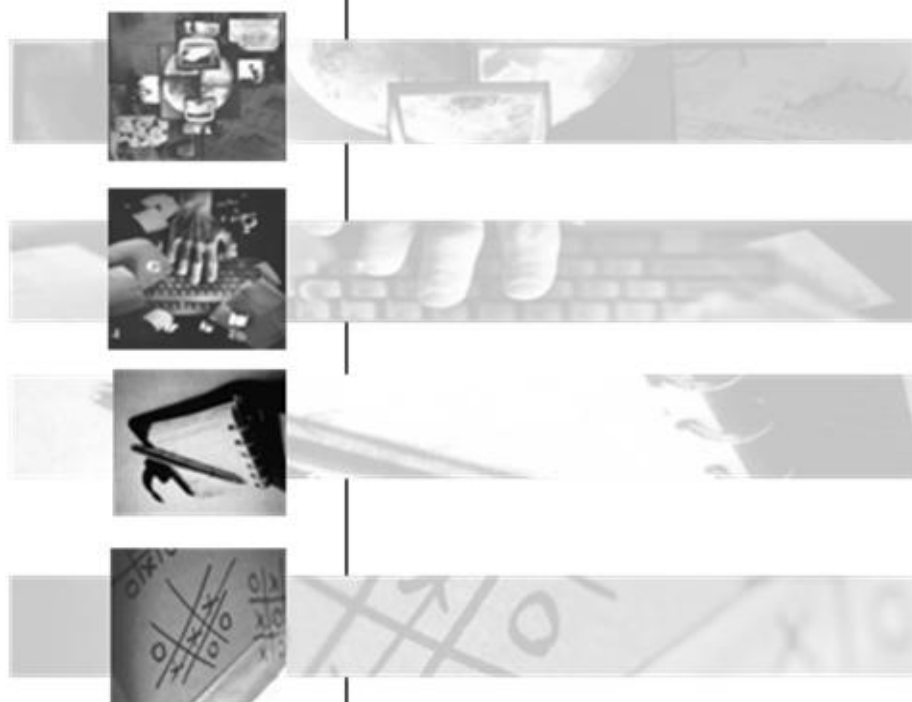
- Αύξηση του μέσου βαθμού χρησιμοποίησης για το σύνολο σχεδόν των μηχανών κατά 10%.
- Μεγάλη ευελιξία χρονοπρογραμματισμού με χρήση διαφόρων κριτηρίων / αντικειμενικών συναρτήσεων.
- Σύνταξη τελικού πλάνου παραγωγής με βάση πολλαπλά κριτήρια.
- Ευχέρεια δυναμικής παρέμβασης του Υπεύθυνου Παραγωγής στο προτεινόμενο πλάνο χρονοδρομολόγησης εργασιών (διάγραμμα Gantt ή MS Project).

Από την πιλοτική εφαρμογή στην VARXIL προέκυψαν συνάμα και κάποιες παρατηρήσεις επί του συστήματος που εφαρμόζει τη μεθοδολογία, οι οποίες λήφθηκαν υπόψη και τροποποιήθηκε το σύστημα αναλόγως. Στην πρώτη έκδοση του συστήματος, δημιουργήθηκε ένα πρόβλημα με το μέγεθος μνήμης που απαιτούσε η υπηρεσία FEDRA Fabric όταν εκτελείτο κάποιος πράκτορας. Ειδικότερα, σε προβλήματα με 4000 διεργασίες, η υπηρεσία έφτανε να απαιτεί 2GB RAM για να αποθηκεύει τον τρέχοντα πληθυσμό. Αυτό οφειλόταν σε κακή διαχείριση των υπολογιστικών πόρων το οποίο διορθώθηκε στην επόμενη έκδοση όπου για αντίστοιχου μεγέθους προβλήματα η υπηρεσία FEDRA Fabric απαιτούσε μόλις 82MB RAM. Ένα δεύτερο σημείο στο οποίο παρουσιάστηκε μια δυσκολία ήταν το γεγονός ότι τα αποθέματα που διάβαζε το πληροφοριακό σύστημα από το ERP ήταν συνήθως παρωχημένα με αποτέλεσμα οι παραγγελίες που προέκυπταν να είναι ελλιπείς. Για την αντιμετώπιση αυτού του φαινομένου, η εταιρία εισήγαγε νέες διαδικασίες απογραφής και διαχείρισης της αποθήκης, το οποίο συνέδραμε στη γενικότερη βελτίωση της κατάστασης της εταιρίας. Τέλος, ενώ στο αρχικό σύστημα ο κατανεμημένος αλγόριθμος εκτελούνταν για δεκαεπτά κριτήρια, η διοίκηση της εταιρίας αποφάσισε να μειώσει τα κριτήρια σε εννέα. Αυτή η παρέμβαση απλοποίησε σημαντικά τη διαδικασία σύνταξης του τελικού πλάνου ενώ παράλληλα απελευθέρωσε μεγάλη επεξεργαστική ισχύ η οποία αξιοποιήθηκε για την εκτέλεση βελτιστοποίησης με βάση μερικά κριτήρια σε περισσότερους από έναν πράκτορες.

Όλα τα παραπάνω αποτελέσματα της ποσοτικής και ποιοτικής αξιολόγησης της μεθοδολογίας με βάση τα στοιχεία της πιλοτικής εφαρμογής και των πειραμάτων σε διεθνή προβλήματα σύγκρισης αποτελούν μια σημαντική ένδειξη για την αποτελεσματικότητα και την ευχρηστία της.

Κεφάλαιο

7



**Συμπεράσματα
Προοπτικές**

Κεφάλαιο 7: Συμπεράσματα – προοπτικές

7.1. Εισαγωγή

Η παρούσα διδακτορική διατριβή είχε ως στόχο την ανάπτυξη μιας ολοκληρωμένης μεθοδολογίας για τη διαχείριση πόρων σε παραγωγικά συστήματα. Για την επίτευξη του παραπάνω στόχου, η διατριβή επικεντρώθηκε σε ένα σύνολο διαδοχικών ενεργειών, όπως αναλυτικά παρουσιάστηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, και αφορούσαν:

- Στην ανάλυση και μελέτη του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού εργασιών στα παραγωγικά συστήματα, καθώς και των ιδιοτήτων που παρουσιάζουν ορισμένες κατηγορίες παραγωγικών συστημάτων.
- Στην ανάλυση και μελέτη της διεθνούς επιστημονικής βιβλιογραφίας σε επιστημονικά πεδία, που αφορούν τη βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής, τους αλγόριθμους βελτιστοποίησης που εφαρμόζονται με επιτυχία στα παραγωγικά συστήματα και τις καινοτομίες στην υποστήριξη αποφάσεων. Με βάση αυτήν την έρευνα εντοπίστηκαν και ερευνήθηκαν με ιδιαίτερη ανάλυση οι γενετικοί αλγόριθμοι, καθώς και τα πολυκριτηριακά συστήματα με ασαφή λογική, τα οποία αναγνωρίστηκαν ως κατάλληλα για τη μοντελοποίηση και επίλυση του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού παραγωγής.

- Στην ανάπτυξη ενός νέου καινοτόμου κανόνα απόδοσης προτεραιότητας ο οποίος προτείνει λύσεις αποδίδοντας προτεραιότητα στις διεργασίες με βάση την ασαφή κατάταξη αυτών ως προς το χρόνο εκτέλεσης τους, το πλήθος των διεργασιών που έπονται και το συνολικό χρόνο επεξεργασίας τους.
- Στην ανάπτυξη της προτεινόμενης μεθοδολογίας – και του υποστηρικτικού πληροφοριακού συστήματος – η οποία βασίζεται στη μοντελοποίηση της παραγωγής με απλές οντότητες και την κατάρτιση του τελικού πλάνου παραγωγής, μέσα από τη σύνθεση ασθενών περιορισμών που προκύπτουν από την εξελικτική αναζήτηση με πολλαπλά κριτήρια.
- Στην αξιολόγηση της μεθοδολογίας, μέσα από την εφαρμογή της σε ένα πλήθος από διεθνή προβλήματα σύγκρισης και την πιλοτική εφαρμογή του συστήματος στη βιομηχανία ξυλείας VARXIL.

Το παρόν κεφάλαιο παρουσιάζει τα γενικά συμπεράσματα που απορρέουν από τη διατριβή καθώς και τις προοπτικές που διαφαίνονται για περαιτέρω ερευνητικές δραστηριότητες.

7.2. Συμπεράσματα

Είναι γεγονός αναμφισβήτητο ότι τα τελευταία χρόνια, λόγω του τεράστιου πλήθους των αλλαγών που έχουν συμβεί – και συνεχίζουν να λαμβάνουν χώρα με μορφή χιονοστιβάδας - στην παγκόσμια αγορά, η βέλτιστη αξιοποίηση των πόρων μιας εταιρίας αποτελεί το κλειδί για τη διασφάλιση της επιτυχούς εξέλιξης και συνεχούς ανάπτυξης της.

Το γενικότερο πρόβλημα της διαχείρισης και του χρονοπρογραμματισμού της παραγωγής απασχολεί την ακαδημαϊκή κοινότητα για μεγάλο χρονικό διάστημα. Η εντατική αυτή ενασχόληση δεν είναι τυχαία, αφού η σωστή και αποτελεσματική αντιμετώπιση του προβλήματος από μια επιχείρηση προσφέρει σημαντικά ανταγωνιστικά πλεονεκτήματα. Το τεχνολογικό επίπεδο της εποχής μας δίνει τη δυνατότητα ανάπτυξης ολοκληρωμένων συστημάτων χρονοπρογραμματισμού, τα οποία μπορούν να συμπεριλάβουν μεγάλο αριθμό κριτηρίων αποτίμησης της ποιότητας των συντασσόμενων πλάνων παραγωγής.

Στο πλαίσιο αυτό η παρούσα διδακτορική διατριβή έρχεται να συμβάλει στα ακόλουθα:

1. Ανάπτυξη ολοκληρωμένης μεθοδολογίας χρονοπρογραμματισμού εργασιών σε παραγωγικά συστήματα, η οποία ενσωματώνει μια πολυκριτηριακή αξιολόγηση των συντασσόμενων πλάνων παραγωγής και συνθέτει το τελικό πλάνο με βάση τις πολλαπλές επιδιώξεις της επιχείρησης.

2. Ανάπτυξη προσαρμοσμένης πολυκριτηριακής μεθόδου γλωσσικών μεταβλητών για την αξιολόγηση των συντασσόμενων πλάνων παραγωγής και την επιτυχή σύνθεση του τελικού πλάνου παραγωγής με βάση τους ασθενείς περιορισμούς που απορρέουν από τα αξιολογημένα πλάνα.
3. Ανάπτυξη καινοτόμου ασαφούς κανόνα απόδοσης προτεραιότητας, ο οποίος αποδίδει προτεραιότητες στις διεργασίες με βάση το χαρακτηρισμό τους ως προς τρεις ασαφείς κλίμακες που προκύπτουν από τα χαρακτηριστικά του προβλήματος.
4. Σχεδιασμό και ανάπτυξη ολοκληρωμένου πληροφοριακού συστήματος, το οποίο υποστηρίζει την προτεινόμενη μεθοδολογία σε όλο της το φάσμα και αξιοποιεί την κατανεμημένη αρχιτεκτονική πρακτόρων.

Τα κυριότερα πλεονεκτήματα της συνολικής προτεινόμενης μεθοδολογίας είναι τα ακόλουθα:

1. Ικανότητα ολοκληρωμένης αντιμετώπισης προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής σε ευρεία γκάμα βιομηχανικών περιβαλλόντων. Χάρη στο γενικευμένο μοντέλο οντοτήτων που σχεδιάστηκε στα πλαίσια της προτεινόμενης μεθοδολογίας, ο αλγόριθμος FEDRA μπορεί να αντιμετωπίσει προβλήματα χρονοπρογραμματισμού από όλους τους τύπους παραγωγικών συστημάτων που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 2.
2. Σύνταξη αποδοτικών πρόχειρων λύσεων με χρήση ασαφούς κανόνα απόδοσης προτεραιότητας. Ο προτεινόμενος κανόνας απόδοσης προτεραιότητας Fuzzy Process time with Longest number of successors and the most Work remaining (FPLW) υπολογίζει την προτεραιότητα της κάθε διεργασίας, εξετάζοντας τα χαρακτηριστικά της ως προς μια ασαφή κλίμακα η οποία διαμορφώνεται από τα δεδομένα του προβλήματος. Παράλληλα, ο FPLW αντιμετωπίζει αποδοτικά τα προβλήματα χρονοπρογραμματισμού, εκτελώντας σταθμισμένη απόδοση προτεραιοτήτων με βάση τα κριτήρια που εξετάζονται σε τρεις ευρέως χρησιμοποιούμενους κανόνες απόδοσης προτεραιότητας, τους SPT, LNS και MWKR.
3. Δυνατότητα έγκαιρου επαναπροσδιορισμού πλάνου παραγωγής. Τα σύγχρονα παραγωγικά συστήματα - και ειδικά τα συστήματα τύπου job shop - χαρακτηρίζονται από τη δυναμική άφιξη παραγγελιών. Αν συνυπολογίσουμε το ενδεχόμενο προσωρινής αντιμετώπισης μηχανικών βλαβών, διαφαίνεται η ανάγκη για έγκαιρο επαναπροσδιορισμό του βέλτιστου πλάνου παραγωγής. Το

προτεινόμενο σύστημα προσφέρει αυτήν τη δυνατότητα υπολογίζοντας τις βέλτιστες λύσεις μέσα σε χρονικό ορίζοντα δύο ωρών.

4. Αξιολόγηση πλάνων με γλωσσικούς όρους. Οι άνθρωποι πολύ συχνά χρησιμοποιούν λέξεις στη φυσική τους γλώσσα αντί για αριθμητικές έννοιες όταν προσπαθούν να προσδιορίσουν ποιοτικά χαρακτηριστικά. Το προτεινόμενο πολυκριτηριακό σύστημα αξιολόγησης εισάγει την ανθρώπινη αντίληψη στο στάδιο της αξιολόγησης, αποφεύγοντας παράλληλα το εγγενές πρόβλημα των γλωσσικών προσεγγίσεων της προέκτασης και της συμβολικής προσέγγισης οι οποίες χαρακτηρίζονται από απώλεια πληροφορίας και χαμηλή «διακριτότητας» των εναλλακτικών μεταξύ τους.
5. Ικανότητα αντιμετώπισης μεγάλης κλίμακας προβλημάτων. Ο σχεδιασμός του πληροφοριακού συστήματος έγινε με ιδιαίτερη έμφαση στη βέλτιστη αξιοποίηση των υπολογιστικών πόρων. Τόσο η κατανεμημένη αρχιτεκτονική, με την οποία αξιοποιείται η ανεκμετάλλευτη επεξεργαστική ισχύς των υπολογιστών του παραγωγικού συστήματος, όσο και η ορθολογική σχεδίαση των οντοτήτων του παραγωγικού μοντέλου και των συναρτήσεων που υλοποιούν τη μεθοδολογία, δίνουν τη δυνατότητα επίλυσης μεγάλης κλίμακας προβλημάτων.
6. Ευελιξία στον τελικό τρόπο σύνθεσης του προγράμματος παραγωγής. Σε αντίθεση με άλλα παρόμοια συστήματα, ο χρήστης έχει τη δυνατότητα μέσω κατάλληλου διαγράμματος Gantt ή μέσα από το Microsoft Project να επέμβει στο προτεινόμενο από το σύστημα πλάνο παραγωγής και να κάνει αλλαγές. Οι αλλαγές αυτές εφόσον δεν προσκρούουν σε κάποιους περιορισμούς γίνονται αποδεκτές.

Τέλος, θα πρέπει να επισημάνουμε το γεγονός ότι η δυνατότητα προσθήκης περαιτέρω κανόνων και κριτηρίων στον ίδιο τον εξελικτικό αλγόριθμο καθώς και η δυνατότητα διασύνδεση με πληροφοριακά συστήματα διαχείρισης αποθήκης - πέρα του SEN που χρησιμοποιήθηκε για την πιλοτική εφαρμογή - αποτελούν επιπρόσθετα σημαντικά πλεονεκτήματα της προτεινόμενης προσέγγισης.

7.3. Προοπτικές

Όπως παρουσιάστηκε στα προηγούμενα κεφάλαια, η προτεινόμενη μεθοδολογία και η τελική υλοποίηση του συστήματος FEDRA δίνει ποιοτικές και εφαρμόσιμες λύσεις ακόμα και σε προβλήματα χρονοπρογραμματισμού σε παραγωγικά συστήματα μεγάλης κλίμακας. Πρόκειται για ένα πετυχημένο σύστημα, γεγονός που επιβεβαιώθηκε κατά τη διάρκεια της πιλοτικής εφαρμογής.

Βέβαια, αυτή η ερευνητική προσπάθεια πρέπει να επεκταθεί και σε ορισμένες άλλες κατευθύνσεις. Οι κυριότερες λεωφόροι περαιτέρω μελλοντικής έρευνας και αναζήτησης συνοψίζονται στα παρακάτω :

- Όσον αφορά τον εξελικτικό αλγόριθμο, θα μπορούσε να αναπτυχθεί ευρετικός αλγόριθμος για το στάδιο της στατιστικής ανάλυσης των λύσεων. Στόχος αυτού θα ήταν η αξιοποίηση των ιδιοτήτων της μήτρας συσχετίσεων για να μπορεί να αξιολογείται καλύτερα και πιο γρήγορα την εντροπία που χαρακτηρίζει τον πληθυσμό. Με αυτόν τον τρόπο, θα επιτυχανόταν βελτίωση της απόδοσης του εξελικτικού αλγόριθμου, αφού θα γινόταν πιο έγκυρος εντοπισμός των εγκλωβισμών σε τοπικά ελάχιστα.
- Συνάμα, η αναπαράσταση και αντιμετώπιση της στοχαστικότητας του βιομηχανικού περιβάλλοντος αποτελεί άλλη μία μελλοντική πρόκληση για τους ερευνητές. Η παρουσία δυναμικών φαινομένων, όπως οι βλάβες των μηχανών, η στοχαστική άφιξη των παραγγελιών στο σύστημα, οι καθυστερήσεις των προμηθευτών, οι απρόβλεπτες αλλαγές/τροποποιήσεις των παραγγελιών από τους πελάτες, καθυστερήσεις στη συντήρηση των μηχανών, επηρεάζει τη λειτουργία του περιβάλλοντος και έχει άμεσο αντίκτυπο τόσο στη συνολική διαχείριση όσο και στο χρονοπρογραμματισμό της παραγωγής. Παρόλο που ο χρόνος υπολογισμού νέου παραγωγικού πλάνου είναι αρκετά σύντομος, θα ήταν σκόπιμο να εφαρμόζεται κάποια μέθοδος αναπρογραμματισμού (rescheduling) με στόχο την ομαλή τροποποίηση του πλάνου παραγωγής.
- Μία επιπρόσθετη δυνατότητα που μπορεί να διερευνηθεί για τη λύση προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής είναι αυτή της χρήσης της θεωρίας εκμάθησης, γνωστή στη διεθνή βιβλιογραφία ως «learning effect theory». Σύμφωνα με αυτήν τη θεωρία, ένα σύστημα χρονοπρογραμματισμού μπορεί να «μαθαίνει» μέσα από την εκτέλεση ίδιων ή παρόμοιων διεργασιών και να τις επαναλαμβάνει αυτόματα στο μέλλον χωρίς την επέμβαση του χρήστη. Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι η αύξηση της πολυπλοκότητας του προβλήματος. Αυτό θα σήμαινε μια επιπλέον αξιολόγηση του τελικού πλάνου παραγωγής αφού εφαρμοστεί με στόχο την ρύθμιση εσωτερικών παραμέτρων του συστήματος για καλύτερο υπολογισμό των επόμενων παραγωγικών πλάνων.

Τα οφέλη που θα προκύψουν για το παραγωγικό περιβάλλον που θα έχει στη διάθεσή του ένα σύστημα τέτοιων δυνατοτήτων είναι προφανή. Βελτίωση της ποιότητας, μείωση του

κόστους παραγωγής, αύξηση της ανταγωνιστικότητας, ευελιξία και επιχειρηματική διείδυση είναι μόνο ορισμένα από αυτά που έρχονται αμέσως στον ανθρώπινο νου.



Βιβλιογραφία

Βιβλιογραφία

Abdallah, M. H. (1995). A knowledge-based simulation model for job shop scheduling. *International Journal of Operations and Production Management* , 15, 89-102.

Adams, J., Balas, E., & Zawack, D. (1988). The shifting bottleneck procedure for job shop scheduling problem. *Management Science* , 391–401.

Alexander, S. M. (1987). An expert system for the selection of scheduling rules in a job shop. *Computers and Industrial Engineering* , 12, 167-171.

Alle, A., & Pinto, J. M. (2002). Mixed-Integer Programming Models for the Scheduling and Operational Optimization of Multiproduct Continuous Plants. *Industrial & Engineering Chemistry Research* , 41, 2689-2704.

Armentano, V., & Ronconi, D. P. (1999). Tabu search for total tardiness minimization in flowshop scheduling problems. *Computers and Operations Research* , 26, 219-235.

Asp.NET Casimi Web Server. (2009). Ανάκτηση από <http://www.asp.net/Downloads/archived/cassini/>

Aytug, H., Khouja, M., & Vergara, F. E. (2003). Use of genetic algorithms to solve production and operations management problems: a review. *International Journal of Production Research* , 3955 - 4009.

Bäck, T. (1994). Selective Pressure in Evolutionary Algorithms: A Characterization of Selection Mechanisms. In *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation* (σσ. 57-62). Orlando, Florida: IEEE Press.

Baker, J. E. (1985). Adaptive Selection Methods for Genetic Algorithms. *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms* (σσ. 101-111). Hillsdale, NJ, USA: L. Erlbaum Associates Inc.

Baker, K. R. (1974). *Introduction to Sequencing and Scheduling*. New York: Wiley.

Balas, E., & Vazacopoulos, A. (1998). Guided Local Search with Shifting Bottleneck for Job Shop Scheduling. *Management Science* , 44, 262-275.

Barney, J. (1991). Firm Resources and Sustained Competitive Advantage. *Journal of Management* , 17, 99--120.

Bazaraa, M. S., Jarvis, J. J., & Sherali, H. D. (2004). *Linear Programming and Network Flows*. Wiley-Interscience,.

Bean, J. (1994). Genetic algorithms and random keys for sequencing and optimization. *ORSA Journal of Computing* , vol. 2 (no. 2), 154-160.

Beasley, J. E. (1990). OR-Library: distributing test problems by electronic mail. *Journal of the Operational Research Society* 41 , 1069-1072.

Beasley, J. E., & Chu, P. C. (1996). A genetic algorithm for the set covering problem. *European Journal of Operational Research* , 94, 392-404.

Bellman, R., Esogbue, A., & Nabeshima, I. (1982). *Mathematical Aspects of Scheduling and Applications*. Oxford, England: Palgrave Macmillan Ltd.

Biegel, J. E., & Wink, L. J. (1989). Expert systems can do job shop scheduling: an exploration and a proposal. *Computers and Industrial Engineering* , 17, 347-352.

Bierwirth, C., & Mattfeld, D. C. (1999). Production Scheduling and Rescheduling with Genetic Algorithms. *Evolutionary Computation* , 7, 1--17.

Blazewicz, J., Lenstra, J., & Rinnooy Kan, A. (1983). Scheduling subject to resource constraints. *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 5 , 11-24.

Bonabeau, E., Dorigo, M., & Theraulaz, G. (1999). *Swarm intelligence: from natural to artificial systems*. New York, NY, USA: Oxford University Press, Inc.

Bonissone, P. P. (1980). A fuzzy sets based linguistic approach: Theory and applications. *WSC '80: Proceedings of the 12th conference on Winter simulation* (σσ. 99-111). Orlando, FL: IEEE Press.

Bonissone, P., & Decker, K. (1985). Selecting Uncertainty Calculi and Granularity : an experiment in trading-off precision and complexity. *Proceedings of the 1st Annual Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI-85)* (σσ. 217-247). New York, NY: Elsevier Science.

Booker, L. (1987). Improving search in genetic algorithms. Στο L. Davis, *Genetic Algorithms and Simulated Annealing*. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers.

Bordogna, G., & Pasi, G. (1993). A Fuzzy Linguistic Approach Generalizing Boolean Information Retrieval: A Model and Its Evaluation. *Journal of the American Society for Information Science* , 44, 70-82.

Bordogna, G., Fedrizzi, M., & Passi, G. (1997). A linguistic modelling of consensus in group decision making based on OWA operators. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 27 , 126-132.

Bouffard, V., & Ferland, J. A. (2007). Improving simulated annealing with variable neighborhood search to solve the resource-constrained scheduling problem. *Journal of Scheduling* , 10, 375-386.

Brans, J. P., Vincke, P., & Mareschal, B. (1986). How to select and how to rank projects: The method. *European Journal of Operational Research* , 24, 228 - 238.

Brill, F., Brown, D., & Martin, W. (1992). Fast generic selection of features for neural network classifiers. *IEEE Transactions on Neural Networks* , 324-328.

Brucker, P., Kravchenko, S. A., & Sotskov, Y. N. (1997). On the complexity of two machine job-shop scheduling with regular objective functions. *OR Spectrum* , 19, 5--10.

- Bruno, G., Elia, A., & Laface, P. (1986). A Rule-Based System to Schedule Production. *Computer* , 19, 32-40.
- Buckley, J. (1984). The multiple judge, multiple criteria ranking problem: a fuzzy set approach. *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 13 , 23 -37.
- Bui, T. N., & Moon, B. R. (1995). On multi-dimensional encoding/crossover. *Proceedings of the 6th International Conference on Genetic Algorithms* (σσ. 49-56). San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers.
- Bushee, D., & Svestka, J. (1999). A bi-directional scheduling approach for job shops. *International Journal of Production Research*, Vol. 36 No. 16 , 3823-3837.
- Carlier, J. (1982). The one-machine sequencing problem. *European J. Oper. Res.* , 11, 42--47.
- Carlsson, C., & Kochetkov, Y. (1983). *Theory and practice of multiple criteria decision making : collection of papers presented at a workshop on multicriteria decision making, held in Moscow, May 1981*. New York: North-Holland Pub. Co.
- Chandru, V., & Rao, M. R. (1998). Integer Programming. Στο M. J. Atallah, *In Algorithms and Theory of Computation Handbook* (σσ. 32-1). Florida: CRC Press.
- Chang, Y.-H., & Yeh, C.-H. (2001). Evaluating airline competitiveness using multiattribute decision making. *Omega* , 29, 405-415.
- Chen, N., Li, C., & Qin, P. (1998). KDPAG expert system applied to materials design and manufacture. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* , 11, 669-674.
- Cheng, H., Yixun, L., & Jinjiang, Y. (2009). A DP algorithm for minimizing makespan and total completion time on a series-batching machine. *Information Processing Letters* , 109, 603-607.
- Cheng, M., Sun, S., & Yu, Y. (2007). A note on flow shop scheduling problems with a learning effect on no-idle dominant machines. *Applied Mathematics and Computation* , 184, 945 - 949.
- Cheng, R., & Gen, M. (1994). Evolution program for resource constrained project scheduling problem. *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation* (σσ. 736-741). Orlando: IEEE Neural Networks.

- Cheng, R., Gen, M., & Tozawa, M. (1995). Minmax earliness/tardiness scheduling in identical parallel machine system using genetic algorithms. *Computers and Industrial Engineering* , 29, 513-517.
- Cheng, R., Gen, M., & Tsujimura, Y. (1996). A tutorial survey of job-shop scheduling problems using genetic algorithms, part I: representation. *Computers and Industrial Engineering* , 30, 983-997.
- Cheng, R., Gen, M., & Tsujimura, Y. (1999). A tutorial survey of job-shop scheduling problems using genetic algorithms, part II: hybrid genetic search strategies. *Computers and Industrial Engineering* , 36, 343-364.
- Cholewa, W. (1985). Aggregation of fuzzy opinions: An axiomatic approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 17 , 249-259.
- Chou, F.-D., & Lee, C.-E. (1999). Two-machine flowshop scheduling with bicriteria problem. *Computers & Industrial Engineering* , 36, 549-564.
- Coffman, E. (1976). *Computer and Job-shop Scheduling Theory*. New York: Wiley.
- Cohon, J. L. (1978). *Multiobjective Programming and Planning*. New York: Academic Press.
- Cohon, P., & Paris, W. (1986). Genetic placement. *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer-Aided Design*, (σσ. 422-425).
- Conway, R. W., Maxwell, W. L., & Miller, L. W. (1967). *Theory of Scheduling*. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company.
- Coppin, B. (2004). *Artificial Intelligence Illuminated*. USA: Jones and Bartlett Publishers, Inc.
- Darwin, C. (1859). *On the Origin of Species*. London: John Murray.
- Davis, L. D., & Mitchell, M. (1991). Handbook of Genetic Algorithms. *Van Nostrand Reinhold* .
- Davis, L. (1985). Job Shop Scheduling with Genetic Algorithms. *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms* (σσ. 136-140). Hillsdale, N.J.: L. Erlbaum Associates Inc.
- De Toni, A., Nassimbeni, G., & Tonchia, S. (1996). An artificial, intelligent-based production scheduler. *Integrated Manufacturing Systems*, Vol. 7 No.3 , 17-25.

Delgado, M., Herrera, F., Herrera-Viedma, E., & Martínez, L. (1998). Combining numerical and linguistic information in group decision making. *Information Science* , 107, 177-194.

Delgado, M., Verdegay, J., & Vila, M. (1992). Linguistic decision making models. *International Journal of Intelligent Systems*, 7 , 479 - 492.

Delgado, M., Verdegay, J., & Vila, M. (1993). On aggregation operations of linguistic labels. *International Journal of Intelligent Systems*, 8 , 351–370.

Dilworth, J. B. (1993). *Production and operations management : manufacturing and services*. New York: McGraw-Hill.

Dorfman, R. (1979). A Formula for the Gini Coefficient. *The Review of Economics and Statistics* 61 , 146–149.

Dorigo, M., & Di Caro, G. (1999). The ant colony optimization meta-heuristic. Στο D. Corne, M. Dorigo, F. Glover, D. Dasgupta, P. Moscato, R. Poli, και συν., *New ideas in optimization* (σσ. 11-32). Maidenhead, UK, England: McGraw-Hill Ltd., UK.

Dorigo, M., & Stutzle, T. (2004). *Ant Colony Optimization*. Cambridge, MA: The MIT Press.

Dorigo, M., Maniezzo, V., & Colorni, A. (1996). The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B* , 26, 29-41.

Dorndorf, U. (1995). Evolution based learning in a job shop scheduling environment. *Computers and Operations Research* , 22, 25-40.

Doukas, H., Botsikas, A., & Psarras, J. (2006). Multi-criteria decision aid for the formulation of sustainable technological energy priorities using linguistic variables. *European Journal of Operational Research* 182 (2) , 844-855.

Dubois, D. J., & Prade, H. (1980). *Fuzzy Sets and Systems : Theory and Applications (Mathematics in Science and Engineering)*. New York: Academic Press.

Eshelman, L. J., Mathias, K. E., & Schaffer, J. D. (1997). Crossover Operator Biases: Exploiting the Population Distribution. (σσ. 354--361). Morgan Kaufmann.

Eshelman, L., Mathias, K., & Schaffer, J. (1997). Convergence controlled variation. Στο R. K. Belew, & M. D. Vose, *Foundations of Genetic Algorithms* (σσ. 203-224). San Diego: Morgan Kaufmann Publishers.

Eshelman, L., Mathias, K., & Schaffer, J. (1993). Real-coded genetic algorithms and interval-schemata. (L. Whitley, Επιμ.) *Foundations of Genetic Algorithms* , vol. 2 (issue 2), σσ. 187-202.

Ext JS. (n.d.). Ανάκτηση από <http://www.extjs.com/>

Falkenauer, E., & Bouffouix, S. (1991). A Genetic Algorithm for Job Shop. *Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation* (σσ. 824 - 829). Sacramento, CA, USA: IEEE Press.

Flamos, A. (2005). *Integrated Methodology for the Assessment of Clean Development projects*. Athens: National Technical University of Athens.

Flamos, A., Anagnostopoulos, K., Doukas, H., Goletsis, Y., & Psarras, J. (2004). Application of the IDEA-AM (Integrated Development and Environmental Additionality Assessment Methodology) to 12 real projects from the Mediterranean region. *Operational Research International Journal (ORIJ)* , pp. 119-145.

Flamos, A., Karakosta, C., Doukas, H., & Psarras, J. (2009). Setting TT priorities with CDM-SET3: Sustainable Energy Technology Transfer Tool. *Intelligent Information Systems and Knowledge Management for Energy: Applications for Decision Support, Usage and Environmental Protection, IGI Global Publications (formerly IDEA Group Inc.)* , pp. 205-222.

Flamos, A., Psarras, J., & Samouilidis, J.-E. (2002). The Integrated Development And Environmental Additionality Assessment System (IDEAAS). Στο Μ. d. Prof. Carvalho, & N. H. Prof. Afgan, *New and Renewable Energy Technologies for Sustainable Development* (σσ. pp. 3 – 24). Portugal: Teylor & Francis publishers.

Fortemps, P. (2003). Fuzzy sets in scheduling and planning. *European Journal of Operational Research* , 147, 229-230.

Fox, M. S., & Smith, S. (1984). ISIS: A Knowledge-Based System for Factory Scheduling. *Expert Systems Journal* , 1, 25-49.

French, S. (1982). *Sequencing and Scheduling: An Introduction to the Mathematics of the Job-Shop*. New York: Ellis Horwood.

Garey, M. R., Johnson, D. S., & Sethi, R. (1976). The Complexity of Flowshop and Jobshop Scheduling. *MATHEMATICS OF OPERATIONS RESEARCH* , 1, 117-129.

Gen, M., & Cheng, R. (1996). A survey of penalty techniques in genetic algorithms. Στο D. Fogel (Επιμ.), *Proceedings of the IEEE Conference on Evolutionary Computation* (σσ. 804-809). Piscataway, NJ: IEEE Press.

Gen, M., & Cheng, R. (1996). *Genetic Algorithms and Engineering Design*. New York: Wiley.

Gen, M., & Cheng, R. (2000). *Genetic algorithms and engineering optimization*. New York: Wiley.

Gen, M., Liu, B., & Ida, K. (1996). Evolution program for deterministic and stochastic optimizations. *European Journal of Operational Research* , 94, 618-625.

Gen, M., Tsujimura, Y., & Kubota, E. (1994). Solving job-shop scheduling problem using genetic algorithms. *Proceedings of the 16th international conference on computer and industrial engineering* (σσ. 576-579). Japan: Ashikaga.

Ghedjati, F. (1999). Genetic algorithms for the job-shop scheduling problem with unrelated parallel constraints: heuristic mixing method machines and precedence. *Computers and Industrial Engineering* , 37, 39-42.

Glover, F. (1986). Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers and Operations Research* , 13, 533-549.

Glover, F. (1989). Tabu Search Part I. *ORSA Journal on Computing* , 1, 190-206.

Glover, F. (1990). Tabu Search Part II. *ORSA Journal on Computing* , 2, 4-32.

Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley Professional.

Goldberg, D. E., & Deb, K. (1991). A comparative analysis of selection schemes used in genetic algorithms. *Foundations of Genetic Algorithms* (σσ. 69-93). San Mateo, CA: Morgan Kaufmann.

Goldberg, D. E., & Lingle, R. (1985). Alleles, Loci, and the Traveling Salesman Problem. *Proceedings of the International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications* (σσ. 154-159). Pittsburgh, PA: Lawrence Erlbaum Associates.

Goldberg, D. E., & Richardson, J. (1987). Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization. *Proceedings of the Second International Conference on Genetic*

Algorithms on Genetic algorithms and their application (σσ. 41-49). Cambridge, Massachusetts, United States: L. Erlbaum Associates Inc.

Goldberg, D. E., & Segrest, P. (1987). Finite Markov chain analysis of genetic algorithms. *Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms on Genetic algorithms and their application* (σσ. 1-8). Hillsdale, NJ, USA: L. Erlbaum Associates Inc.

Goldberg, D., Deb, K., & Korb, B. (1989). Messy genetic algorithms: motivation, analysis, and first results. *Complex Systems* , 493-530.

Graham, R., Lawler, E., Lenstra, J., & Rinnooy Kan, A. (1979). Optimisation and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. *Annals of Discrete Mathematics Vol. 5* , 287-326.

Grefenstette, J. J., & Baker, J. E. (1989). How genetic algorithms work: a critical look at implicit parallelism. *Proceedings of the third international conference on Genetic algorithms* (σσ. 20-27). San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc.

Gupta, J. N., & Ho, J. C. (2001). Minimizing makespan subject to minimum flowtime on two identical parallel machines. *Computers & Operations Research* , 28, 705--717.

Gwiazda, T. D. (2006). *Genetic Algorithms Reference Vol.1: Crossover for single-objective numerical optimization problems*. Lomianki: Tomasz Gwiazda.

Hancock, P. J. (1994). An Empirical Comparison of Selection Methods in Evolutionary Algorithms. *Selected Papers from AISB Workshop on Evolutionary Computing* (σσ. 80 - 94). London, UK: Springer-Verlag.

Hart, E., Ross, P., & Corne, D. (2005). Evolutionary Scheduling: A Review. *Genetic Programming and Evolvable Machines* , 6, 191--220.

Herrera, F., & Herrera-viedma, E. (1998). Linguistic Decision Analysis: Steps for Solving Decision Problems under Linguistic Information. *Information, Fuzzy Sets and Systems* , 115, 67-82.

Herrera, F., & Martínez, L. (1999). A 2-tuple Fuzzy Linguistic Representation Model for Computing with Words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* , 8, 746-752.

Herrera, F., Herrera-Viedma, E., & Martínez, L. (2000). A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term sets in decision making. *Fuzzy Sets and Systems* , 114, 43-58.

Herrera, F., Herrera-Viedma, E., & Verdegay, J. L. (1996). A model of consensus in group decision making under linguistic assessments. *Fuzzy Sets and Systems* , 78, 73-87.

Herrera, F., Herrera-viedma, E., & Verdegay, J. L. (1995). A Sequential Selection Process in Group Decision Making with Linguistic Assessment. *Information Sciences* , 85, 223-239.

Herrera, F., López, E., Mendaña, C., & Rodríguez, M. A. (2001). A linguistic decision model for personnel management solved with a linguistic biobjective genetic algorithm. *Fuzzy Sets and Systems* , 118, 47-64.

Herrera, F., Martinez, L., & Sanchez, P. (2005). Managing non-homogeneous information in group decision making. *European Journal of Operational Research* 166 , 115–132.

Hill, T. (1994). *Manufacturing strategy : text and cases*. Burr Ridge, I.L.: Irwin.

Holland, J. H. (1975). *Adaption in natural and artificial systems*. Ann Arbor: University of Michigan Press.

Holthaus, O., & Rajendran, C. (2000). Efficient jobshop dispatching rules: further developments. *Production Planning & Control: The Management of Operations* , 11, 171--178.

Holthaus, O., & Rajendran, C. (1997). New dispatching rules for scheduling in a job shop: An experimental study. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* , 13, 148-153.

Hopfield, J. J., & Tank, D. W. (1986). Computing with Neural Circuits: A Model. *Science* , 233, 625-633.

Howell, M. N., Gordon, T. J., & Brandao, F. V. (2002). Genetic learning automata for function optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B* , 32, 804-815.

Humphreys, P., McIvor, R., & Huang, G. (2002). An expert system for evaluating the make or buy decision. *Computers and Industrial Engineering* , 42, 567-585.

Hwang, C.-L., & Yoon, K. (1981). *Multiple Attribute Decision Making. Methods and Applications*. Berlin: Springer-Verlag GmbH.

Ibaraki, T. (1988). Enumerative approaches to combinatorial optimization - part I. *Annals of Operations Research* , 10, 3-342.

- Ivens, P., & Lambrecht, M. (1996). Extending the shifting bottleneck procedure to real-life applications. *European Journal of Operational Research* , 90, 252 - 268.
- Jacob, B., & Mudge, T. (1995). *Notes on Calculating Computer Performance*. Michigan: University of Michigan.
- Jahangirian, M. (2000). Intelligent dynamic scheduling system: the application of genetic algorithms. *Integrated Manufacturing Systems* , 11-14.
- Johnson, A. W., & Jacobson, S. H. (2002). On the convergence of generalized hill climbing algorithms. *Discrete Applied Mathematics* , 119, 37-57.
- Joines, J. A., Culbreth, C. T., & King, R. E. (1996). Manufacturing Cell Design: An Integer Programming Model Employing Genetic Algorithms. *IIE Transactions* , 28, 69-85.
- Karwowski, W., & Salvendy, G. (1994). Integrating people, organization and technology in advanced manufacturing: a position paper based on the joint view of industrial managers, engineers, consultants and researchers. *International Journal of Human Factors in Manufacturing, Vol. 4, No. 1* , 1-19.
- Keeney, R., & Raiffa, H. (1993). *Decisions with Multiple Objectives*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Keung, K., Ip, W., & Chan, C. (2001). An enhanced MPS solution for FMS using Gas. *Integrated Manufacturing Systems, Vol. 12, No. 5* , 351-359.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by Simulated Annealing. *Science, Number 4598, 13 May 1983* , 220, 4598, 671-680.
- Kobayashi, S. (1993). Foundations of genetic algorithms and its applications. *Communications of ORSJ* , vol. 45, 256-261.
- Kobayashi, S., Ono, I., & Yamamura, M. (1995). An Efficient Genetic Algorithm for Job Shop Scheduling Problems. *Proceedings of the 6th International Conference on Genetic Algorithms* (σσ. 506 - 511). San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc.
- Kolonko, M. (1999). Some new results on simulated annealing applied to the job shop scheduling problem. *European Journal of Operational Research* , 113, 123-136.

Korkmaz, T., & Meral, S. (2001). Bicriteria sequencing methods for the mixed-model assembly line in just-in-time production systems. *European Journal of Operational Research* , 131, 188--207.

Kravchenko, S. A. (2000). Minimizing the number of late jobs for the two-machine unit-time job scheduling problem. *Discrete Applied Mathematics* , 98, 209--217.

Kreipl, S. (2000). A large step random walk for minimizing total weighted tardiness in a job shop. *Journal of Scheduling* , 125-138.

Kumar, M., & Rajotia, S. (2003). Integration of scheduling with computer aided process planning. *Journal of Materials Processing Technology* 138. , 297--300.

Kyparisis, G. J., & Koulamas, C. (2000). Open shop scheduling with makespan and total completion time criteria. *Computers & Operations Research* , 27, 15-27.

Kyparisis, G., & Koulamas, C. (2000). Open shop scheduling with makespan and total completion time criteria. *Computers & Operations Research*, Vol. 27 , 15-27.

Land, A. H., & Doig, A. G. (1960). An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems. *Econometrica* , 28, 497-520.

Lavrac, N., & Mozetic, I. (1989). Methods for knowledge acquisition and refinement in second generation expert systems. *ACM SIGART Bulletin* , 63-69.

Law, C.-K. (1996). Using fuzzy numbers in educational grading system. *Fuzzy Sets and Systems* , 83, 311-323.

Lawler, E. L., & Lenstra, J. K. (1993). Chapter 9 Sequencing and scheduling: Algorithms and complexity. Στο S. Graves, A. Rinnooy Kan, & P. Zipkin, *Handbooks in Operations Research and Management Science* (Τόμ. Volume 4, σσ. 445-522). North Holland: Elsevier.

Lawrence, S., & Morton, T. (1986). Patriarch: A Hierarchical Production Scheduling System. *Proceedings of the Symposium on Real Time Optimization in Automated Manufacturing Facilities*. Gaithersburg MD: National Bureau of Standards.

Lee, H.-M. (1996). Group decision making using fuzzy sets theory for evaluating the rate of aggregative risk in software development. *Fuzzy Sets and Systems* , 80, 261-271.

Levary, R. R. (1993). Group Technology for Enhancing the Efficiency of Engineering Activities. *European Journal of Engineering Education* , 18, 277-283.

- Liang, R. (1996). Short-term hydro-scheduling using Hopfield neural network. *IEE Proceedings: Generation, Transmission and Distribution*. 143, σσ. 269-275. UK: Institute of Electrical Engineers.
- Liansheng, G. (2000). Intelligent scheduling model and algorithm for manufacturing. *Production Planning and Control*, 11, 234-243.
- Lloyd, S. P. (1982). Least squares quantization in PCM. *IEEE Transactions on Information Theory* 28, 129–137.
- Lourenco, H. R. (1993). *A computational study of the job-shop and the flow-shop scheduling problems*. Ithaca, NY, USA: Cornell University.
- Lourenco, H. R. (1995). Job-shop scheduling: Computational study of local search and large-step optimization methods. *European Journal of Operational Research*, 83, 347 - 364.
- Ludvig, J., Hesser, J., & Manner, R. (1997). Tackling the representation problem by stochastic averaging. *Proceedings of the 7th Conference on Genetic Algorithms* (σσ. 196-203). San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers.
- MacQueen, J. B. (1967). Some Methods for classification and Analysis of Multivariate Observations. *Proceedings of 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability* (σσ. 281–297). Berkeley: University of California Press.
- Mansouri, S. A., Hendizadeh, S. H., & Salmasi, N. (2007). Bicriteria two-machine flowshop scheduling using metaheuristics. *GECCO '07: Proceedings of the 9th annual conference on Genetic and evolutionary computation* (σσ. 909-909). London, England: ACM.
- Martin, O., Otto, S. W., & Felten, E. W. (1992). Large-Step Markov Chains for the TSP Incorporating Local Search Heuristics. *Operations Research Letters*, 11, 219-224.
- Massotte, P., & Bataille, R. (2000). Future production systems: Influence of self-organisation on approaches to quality engineering. *International Journal of Production Economics*, Vol. 64 Issue 2, 359-377.
- McMullen, P. R., & Frazier, G. V. (2000). A simulated annealing approach to mixed-model sequencing with multiple objectives on a just-in-time line. *IIE Transactions*, 32, 679-686.

Meredith, J. R., McCutcheon, D. M., & Hartley, J. (1994). Enhancing Competitiveness through the New Market Value Equation. *International Journal of Operations & Production Management* , 7 - 22.

Mesghouni, K., Pesin, P., Trentesaux, D., Hammadi, S., & Tahon, C. (1999). Hybrid approach to decision-making for job-shop scheduling. *Production Planning and Control*, Vol. 10 No. 7 , 690-706.

Metaxiotis, K., Askounis, D. T., & Nikolopoulos, K. (2006). Identifying the characteristics of successful expert systems: an empirical evaluation. *International Journal of Information Technology and Management* , 5, 21-36.

Metaxiotis, K., Ergazakis, K., Samouilidis, E., & Psarras, J. (2004). Decision support through knowledge management: the role of the artificial intelligence. *International Journal of Computer Applications in Technology* , 19, 101-106.

Meyer, L., & Xin, F. (1994). A fuzzy stop criterion for genetic algorithms using performance estimation. *Proceedings of the Third IEEE Conference on Fuzzy Systems* (σσ. 1990-1995). Orlando, FL, USA: IEEE Press.

Meziane, F., Vadera, S., Kobbacy, K., & Proudlove, N. (2000). Intelligent systems in manufacturing: current developments and future prospects. *Integrated Manufacturing Systems*, Vol. 11 No. 4 , 218-238.

Michalewicz, Z. (1996). *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs* (3rd Edition εκδ.). New York: Springer-Verlag.

Miller, G. A. (1956). The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits on Our Capacity for Processing Information. *The Psychological Review* , 63, 81-97.

Mitchell, M. (1996). *An Introduction to Genetic Algorithms*. Massachusett: MIT Press.

Monma, C. L., & Potts, C. N. (1989). On the Complexity of Scheduling with Batch Setup Times. *OPERATIONS RESEARCH* , 37, 798-804.

Montero de Juan, F. J. (1988). Aggregation of fuzzy opinions in a non-homogeneous group. *Fuzzy Sets and Systems* , 25, 15-20.

Munetomo, M., Takai, Y., & Sato, Y. (1997). An Adaptive Network Routing Algorithm Employing Path Genetic Operators. *Proceedings of the 7th International Conference on Genetic Algorithms* (σσ. 643-649). East Lansing, MI, USA: Morgan Kaufmann.

Murata, T., & Ishibuchi, H. (1994). Performance evaluation of genetic algorithms for flowshop scheduling problems. *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation* (σσ. pp. 812–817). Orlando, Florida, USA: IEEE Press.

Naderi, B., Zandieh, M., Khaleghi Ghoshe Balagh, A., & Roshanaei, V. (2009). An improved simulated annealing for hybrid flowshops with sequence-dependent setup and transportation times to minimize total completion time and total tardiness. *Expert Systems with Applications: An International Journal* , 36, 9625-9633.

Nakano, R., & Yamada, T. (1991). Conventional genetic algorithms for job shop problems. *Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms* (σσ. 474-479). San Mateo: Morgan Kaufmann.

Nigel, S. (1987). The Flexibility of Manufacturing Systems. *International Journal of Operations & Production Management* , 35 - 45.

Nix, A. E., & Vose, M. D. (1992). Modeling genetic algorithms with Markov chains. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence* , 5, 79-88.

Nomura, T. (1997). An Analysis on Crossovers for Real Number Chromosomes in an Infinite Population Size., (σσ. 936--941).

O'kane, J. f. (2000). A knowledge-based system for reactive scheduling decision-making in FMS. *Journal of Intelligent Manufacturing* , 11, 461-474.

Olhager, J. (2003). Strategic positioning of the order penetration point. *International Journal of Production Economics* , 85, 319-329.

Oliver, I. M., Smith, D. J., & Holland, J. R. (1987). A study of permutation crossover operators on the traveling salesman problem. *Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms on Genetic algorithms and their application* (σσ. 224-230). Hillsdale, NJ, USA: L. Erlbaum Associates Inc.

Ono, I., Kita, H., & Kobayashi, S. (2003). A real-coded genetic algorithm using the unimodal normal distribution crossover. 213--237.

Ono, I., Yamamura, M., & Kobayashi, S. (1996). A genetic algorithm for job-based order crossover. Στο D. Fogel (Επιμ.), *Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation* (σσ. 547-552). Piscataway, NJ: IEEE Press.

Orvosh, D., & Davis, L. (1994). Using a genetic algorithm to optimize problems with feasibility constraints. Στο D. Fogel (Επιμ.), *Proceedings of the IEEE Conference on Evolutionary Computation* (σσ. 548-552). Piscataway, NJ: IEEE Press.

Ow, P. S., & Smith, S. F. (1988). Viewing scheduling as an opportunistic problem-solving process. *Annals of Operations Research* , 12, 85-108.

Palaniswami, S., & Jenicke, L. (1992). A knowledge-based simulation system for manufacturing scheduling. *International Journal of Operations & Production Management* vol.12 , 4-14.

Pan, Q.-K., Tasgetiren, M. F., & Liang, Y.-C. (2008). A discrete differential evolution algorithm for the permutation flowshop scheduling problem. *Computers and Industrial Engineering* , 55, 795--816.

Pan, Q.-K., Wang, L., & Qian, B. (2009). A novel differential evolution algorithm for bi-criteria no-wait flow shop scheduling problems. *Computers & Operations Research* , 36, 2498--2511.

Papadimitriou, C. H., & Steiglitz, K. (1982). *Combinatorial Optimization : Algorithms and Complexity*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc.

Park, Y., Kim, S., & Lee, Y.-H. (2000). Scheduling jobs on parallel machines applying neural network and heuristic rules. *Computers and Industrial Engineering* , 38, 189-202.

Peteraf, M. A. (1993). The Cornerstones of Competitive Advantage: A Resource-Based View. *Strategic Management Journal* , 14, 179--191.

Pezzella, F., & Merelli, E. (2000). A tabu search method guided by shifting bottleneck for the job shop scheduling problem. *European Journal of Operational Research* , 120, 297-310.

Psarras, J. (2007). GA-based decision support systems in production scheduling. *International Journal of Intelligent Systems Technologies and Applications* , 2, 58-76.

Rajendran, C. (1992). Two-stage flowshop scheduling problem with bicriteria. *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 43 , 871-884.

Rajendran, C., & Ziegler, H. (1999). Heuristics for scheduling in flowshops and flowline-based manufacturing cells to minimize the sum of weighted flowtime and weighted tardiness of jobs. *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 37 , 671-690.

Rajendran, C., & Ziegler, H. (1999). Heuristics for scheduling in flowshops and flowline-based manufacturing cells to minimize the sum of weighted flowtime and weighted tardiness of jobs. *Computers and Industrial Engineering* , 37, 671-690.

Ramudhin, A., & Marier, P. (1996). The generalized Shifting Bottleneck Procedure. *European Journal of Operational Research* , 93, 34--48.

Rechenberg, I. (1973). *Evolutionstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution*. Stuttgart, Germany: Frommann-Holzboog.

Rego, C., & Duarte, R. (2009). A filter-and-fan approach to the job shop scheduling problem. *European Journal of Operation Research* , 650-662.

Richter, A. (1996). Integration builds factory of the future. *Electronic Business Today*, Vol. 22 No.3 , 34 - 44.

Robbins, J. (1985). PEPS: The Prototype Expert Priority Scheduler. *Technical paper MM-1093* . Dearborn, MI: Society of Manufacturing Engineers.

Rogers, A., & Prügell-Bennett, A. (1999). Modelling the Dynamics of a Steady State Genetic Algorithm. *Foundations of Genetic Algorithms 5* (σσ. 57-68). San Francisco, CA: Morgan Kaufmann.

Rossi, A., & Boschi, E. (2009). A hybrid heuristic to solve the parallel machines job-shop scheduling problem. *Advances in Engineering Software* , 40, 118-127.

Roubens, M. (1997). Fuzzy sets and decision analysis. *Fuzzy Sets and Systems* , 90, 199-206.

Roy, B. (1985). *Méthodologie multicritère d'aide à la décision*. Paris: Economica.

RR., Y. (1993). Non-numeric multi-criteria multi-person decision making. *Group Decision Negotiation*, vol. 2 , 81-93.

Runarsson, T. P., & Jonsson, M. T. (1999). Genetic production systems for intelligent problem solving. *Journal of Intelligent Manufacturing* , 10, 181-186.

Saaty, T. (2001). *Models, Methods, Concepts & Applications of the Analytic Hierarchy Process*. Boston: Kluwer Academic Publishers.

Saaty, T. (1980). *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. Singapore: McGraw-Hill International Book Co.

Sabuncuoglu, I. (1998). Scheduling with neural networks: A review of the literature and new research directions. *Production Planning and Control* , 9, 2-12.

Safe, M.n., Carballido, J., Ponzoni, I., & Brignole, N. (2004). On Stopping Criteria for Genetic Algorithms. Στο *Lecture Notes in Computer Science* (σσ. 405-413). Springer Berlin / Heidelberg.

Sakawa, M., & Mori, T. (1999). An efficient genetic algorithm for job-shop scheduling problems with fuzzy processing time and fuzzy due date. *Computers and Industrial Engineering* , 36, 325-341.

Sarin, C., & Hariharan, R. (2000). A two machine bicriteria scheduling problem. *International Journal of Production Economics*, Vol. 65 No. 2 , 125-139.

Schoenauer, M., & Michalewicz, Z. (1997). Boundary operators for constrained parameter optimization problems. *Proceedings of the 7 th International Conference on Genetic Algorithms* (σσ. 320-329). East Lansing: Morgan Kaufmann.

Sendhoff, B., Kreutz, M., & Seelan, W. (1997). A condition for the genotype-phenotype mapping: causality. Στο T. Back (Επμ.), *Proceedings of the 7th International Conference on Genetic Algorithms* (σσ. 354-361). San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers.

Shakhlevich, N. V., Sotskov, Y. N., & Werner, F. (2000). Complexity of mixed shop scheduling problems: A survey. *European Journal of Operational Research* , 120, 343-351.

Shapiro, J. F., & P.L. Hammer, E. L. (1979). A Survey of Lagrangean Techniques for Discrete Optimization. Στο P. Hammer, E. Johnson, & B. Korte, *Discrete Optimization II, Proceedings of the Advanced Research Institute on Discrete Optimization and Systems Applications of the Systems Science Panel of NATO and of the Discrete Optimization Symposium co-sponsored by IBM Canada and SIAM Banff, Aha. and Vancouver* (Τόμ. Volume 5, σσ. 113-138). Elsevier.

Shi, D., & Daniels, R. L. (2003). A survey of manufacturing flexibility: Implications for e-business flexibility. *IBM Syst. J.* , 42, 414-427.

Skipper, D. A. (2009). Organizational Design during Financial Crisis. *Journal of Strategic Leadership*, Vol. 2 Iss. 1 , pp. 57-69.

Sólnes, J. (2003). Environmental quality indexing of large industrial development alternatives using AHP. *Environmental Impact Assessment Review* , 23, 283-303.

Subramaniam, V., Ramesh, T., Lee, G., Wong, Y., & Hong, G. (2000). Job shop scheduling with dynamic fuzzy selection of dispatching rules. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* , 16, 759-764.

Syswerda, G. (1989). Uniform Crossover in Genetic Algorithms. *Proceedings of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms* (σσ. 2-9). San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc.

Taillard, E. (1993). Benchmarks for basic scheduling problems. *European Journal of Operational Research* 64 , 278-285.

Taillard, E. D. (1994). Parallel Taboo Search Techniques for the Job Shop Scheduling Problem. *INFORMS JOURNAL ON COMPUTING* , 6, 108-117.

Tamaki, H., & Nishikawa, Y. (1992). A paralleled genetic algorithm based on a neighborhood model and its application to the jobshop scheduling. *In Proceedings of the Second International Conference on Parallel Problem Solving from Nature* (σσ. 573–582). North-Holland: Elsevier Science Publishers.

Thierens, D., & Goldberg, D. E. (1994). Convergence Models of Genetic Algorithm Selection Schemes. *PPSN III: Proceedings of the International Conference on Evolutionary Computation. The Third Conference on Parallel Problem Solving from Nature* (σσ. 119-129). London, UK: Springer-Verlag.

T'kindt, V., Croce, F. D., & Esswein, C. (2004). Revisiting Branch and Bound Search Strategies for Machine Scheduling Problems. *Journal of Scheduling* , 7, 429-440.

Vaessens, R. (1996). *Operations Research Library of Problems*. Ανάκτηση από Management School, Imperial College London: <ftp://mscmga.ms.ic.ac.uk/pub/jobshop1.txt>

Vignaus, G. A., & Michalewicz, Z. (1991). A genetic algorithm for the linear transportation problem. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* , vol. 21, 445-452.

Wang, L., Pan, Q.-K., Suganthan, P., Wang, W.-H., & Wang, Y.-M. (2010). A novel hybrid discrete differential evolution algorithm for blocking flow shop scheduling problems. *Computers & Operations Research* , 37, 509 - 520.

Wetzel, A. (1983). *Evaluation of the Effectiveness of Genetic Algorithms in Combinatorial Optimization*. Pittsburgh: University of Pittsburgh.

Whitley, D. (1989). The GENITOR algorithm and selection pressure: why rank-based allocation of reproductive trials is best. *Proceedings of the third international conference on Genetic algorithms* (σσ. 116-121). George Mason University, United States: Morgan Kaufmann Publishers Inc.

Willems, T. M., & Brandts, L. E. (1995). Implementing heuristics as an optimization criterion in neural networks for job-shop scheduling. *Journal of Intelligent Manufacturing* , 6, 377--387.

World Wide Web Consortium. (2000). *Simple Object Access Protocol (SOAP) 1.1 Specification*. <http://www.w3.org/TR/soap/>.

Xidonas, P., Flamos, A., Koussouris, S., Askounis, D., & Psarras, J. (2007). On the Appraisal of Consumer Credit Banking Products within the Asset Quality Frame: A Multiple Criteria Application. *Operational Research International Journal (ORIJ)*, Vol. 7 .

Xu, J., & Zhou, X. (2009). A class of multi-objective expected value decision-making model with birandom coefficients and its application to flow shop scheduling problem. *Information Sciences* , In Press, Corrected Proof, υπό έκδοση.

Yager, R. R. (1995). An approach to ordinal decision making. *International Journal of Approximate Reasoning* , 12, 237-261.

Yager, R. R. (1988). On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* , 18, 183-190.

Yamada, T., & Nakano, R. (1992). A genetic algorithm applicable to large-scale job shop problems Parallel problem solving from nature. *Parallel Problem Solving from Nature 2* (σσ. 283-292). Belgium: Elsevier.

Yu, H., & Liang, W. (2001). Neural network and genetic algorithm-based hybrid approach to expanded job-shop scheduling. *Comput. Ind. Eng.* , 39, 337--356.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control* , 8, 338-353.

Zadeh, L. (1975). The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning - Part I. *Information Science* 8 , 199-249.

Zeleny, M. (1982). *Multiple Criteria Decision Making*. New York: McGraw-Hill.

Zhang, C., Li, P., Guan, Z., & Rao, Y. (2007). A tabu search algorithm with a new neighborhood structure for the job shop scheduling problem. *Computers and Operations Research* , 34, 3229--3242.

Zhou, H., Feng, Y., & Han, L. (2001). The hybrid heuristic genetic algorithm for job shop scheduling. *Computers and Industrial Engineering* , 40, 191--200.

Μπότσικας, Α., & Κελεμένης, Α. (2005). Γενετικοί Αλγόριθμοι και Διοίκηση παραγωγής. 2ο φοιτητικό συνέδριο διοικητικής επιστήμης και τεχνολογίας (σσ. 45-51). Αθήνα: Β. Γκιούρδας.

Παπαδάκης, Β. (1999). στρατηγική Ανταγωνισμού σ' ένα Μεταβαλλόμενο Και Δύσκολα Προβλέψιμο Περιβάλλον. Η σημασία των Πόρων και των Ικανοτήτων. *Ε' Διεθνές Συνέδριο Plant Management ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ* (σσ. 42-46). Θεσσαλονίκη: ΕΕΔΕ Μακεδονίας.



Παράρτημα

Παράρτημα

Κωδικοποιήσεις προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού

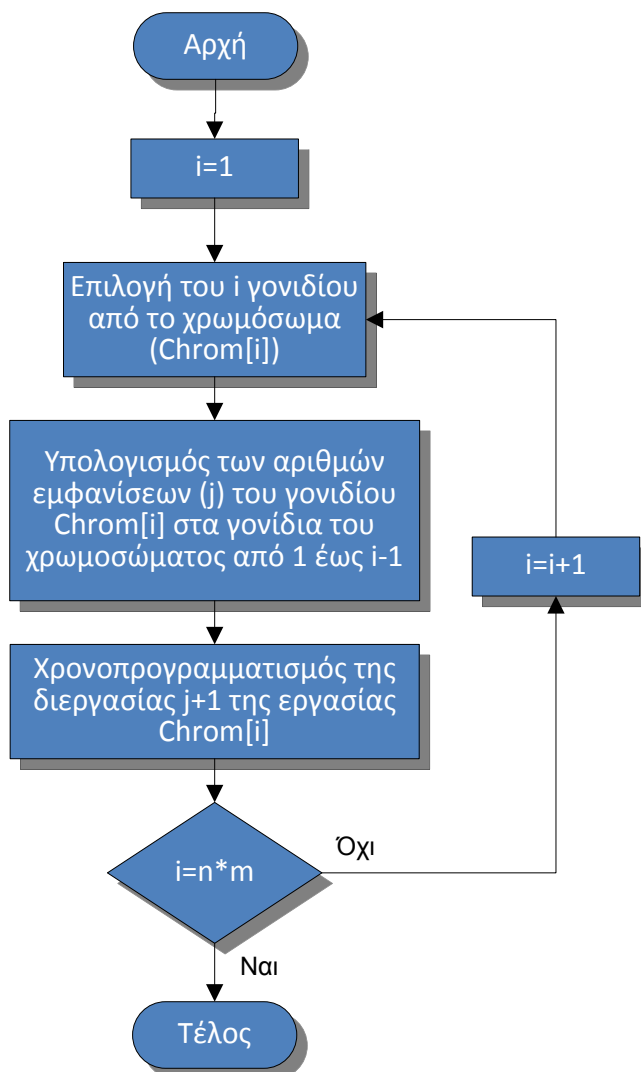
Το κυριότερο ίσως ζήτημα που ανακύπτει κατά την εφαρμογή των γενετικών αλγόριθμων στο χρονοπρογραμματισμό παραγωγής είναι η χρήση μιας «καλής» κωδικοποίησης του προβλήματος, ώστε στη συνέχεια να μπορεί να γίνει πλήρης εκμετάλλευση των γενετικών τελεστών. Στο παρόν παράρτημα αναλύονται οι κυριότερες κωδικοποιήσεις που έχουν προταθεί κατά καιρούς στη διεθνή βιβλιογραφία.

Σειρά διεργασιών (operation-based representation)

Αυτή η αναπαράσταση κωδικοποιεί κάθε πλάνο παραγωγής ως μία σειρά διεργασιών. Κάθε γονίδιο αντιπροσωπεύει μία διεργασία και η προτεραιότητα της ταυτίζεται με τη θέση της στο χρωμόσωμα, με μεγαλύτερη προτεραιότητα να δίνεται στις πρώτες διεργασίες. Ο απλούστερος τρόπος υλοποίησης αυτής της κωδικοποίησης είναι ο συμβολισμός της κάθε διεργασίας με ένα φυσικό αριθμό. Μια εγγενή αδυναμία που παρουσιάζει η συγκεκριμένη υλοποίηση αφορά στην αναπαράσταση των περιορισμών αλληλουχίας των διεργασιών μιας εργασίας (precedence constraints). Συμβολίζοντας κάθε διεργασία με έναν φυσικό αριθμό, είναι αρκετά πιθανό μεταθέσεις αυτών των αριθμών να οδηγούν σε μη πραγματοποιήσιμο πλάνο παραγωγής (non feasible schedule). Με στόχο την αποφυγή αυτής της αδυναμίας, όλες οι διεργασίες συμβολίζονται με δύο ψηφία ij . Το i συμβολίζει την εργασία στην οποία

ανήκει η συγκεκριμένη διεργασία ενώ το j συμβολίζει τη σειρά εμφάνισης της διεργασίας στο χρωμόσωμα. Για παράδειγμα, η δεύτερη κατά σειρά διεργασία της τρίτης εργασίας συμβολίζεται με 32 ενώ η τρίτη διεργασία της ίδιας εργασίας με 33. Εφόσον όμως η σειρά των διεργασιών είναι γνωστή λόγω των περιορισμών αλληλουχίας, μπορεί να παραλειφθεί το δεύτερο ψηφίο και να υπολογίζεται ανάλογα με τον αριθμό των συμβόλων i που έχουν προηγηθεί στο χρωμόσωμα. Συνεπώς, σε ένα πρόβλημα n -εργασιών και m -μηχανών ένα χρωμόσωμα αποτελείται από $n \times m$ γονίδια. Κάθε εργασία εμφανίζεται στο χρωμόσωμα ακριβώς m φορές και κάθε επανάληψη του ίδιου συμβόλου i αναφέρεται στην επόμενη κατά σειρά διεργασία της ίδιας εργασίας. Με αυτήν την υλοποίηση, οποιαδήποτε μετάθεση γονιδίων ανταποκρίνεται σε εφικτό πρόγραμμα.

Η αποκωδικοποίηση του χρωμοσώματος σε πλάνο παραγωγής γίνεται με την ακόλουθη διαδικασία:



Εικόνα Π.1 Αποκωδικοποίηση χρωμοσώματος με κωδικοποίηση σειράς διεργασιών

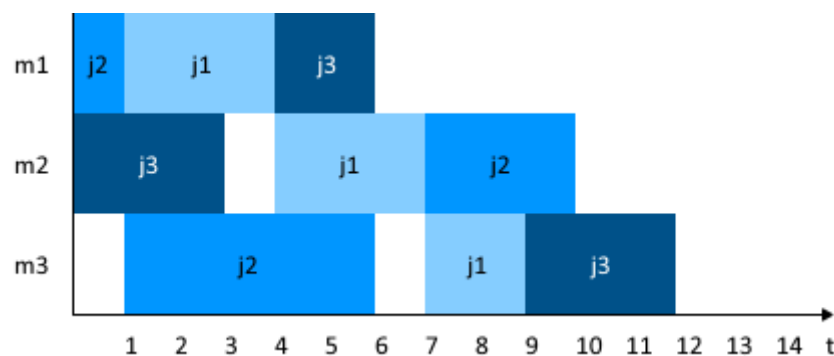
Κάθε πλάνο παραγωγής που προκύπτει από την παραπάνω διαδικασία αποτελεί ενεργό πρόγραμμα (active schedule).

Για την καλύτερη κατανόηση της διαδικασίας, θεωρούμε το ακόλουθο 3x3 πρόβλημα όπου σε κάθε διεργασία αναγράφεται η μηχανή και ο χρόνος επεξεργασίας που απαιτούνται.

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3
1	Μηχανή 1 (3 χρονικές μονάδες)	Μηχανή 2 (3 χρονικές μονάδες)	Μηχανή 3 (2 χρονικές μονάδες)
2	Μηχανή 1 (1 χρονική μονάδα)	Μηχανή 3 (5 χρονικές μονάδες)	Μηχανή 2 (3 χρονικές μονάδες)
3	Μηχανή 2 (3 χρονικές μονάδες)	Μηχανή 1 (2 χρονικές μονάδες)	Μηχανή 3 (3 χρονικές μονάδες)

Εικόνα Π.2 Απλό 3x3 πρόβλημα προγραμματισμού

Δοσμένου του χρωμοσώματος $[2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3]$, η πρώτη εμφάνιση του γονιδίου 2 αντιστοιχεί στην πρώτη διεργασία της εργασίας 2 (o_{21}). Αντίστοιχα, η δεύτερη εμφάνιση του ίδιου γονιδίου αντιστοιχεί στη δεύτερη διεργασία της ίδιας εργασίας (o_{22}). Με αυτόν τον τρόπο, το χρωμόσωμα αποκωδικοποιείται στην αλληλουχία διεργασιών $[o_{21}\ o_{11}\ o_{12}\ o_{13}\ o_{22}\ o_{23}\ o_{31}\ o_{32}\ o_{33}]$. Με βάση αυτήν την αλληλουχία, η διεργασία o_{21} έχει μεγαλύτερη προτεραιότητα σε σχέση με όλες τις υπόλοιπες διεργασίες του χρωμοσώματος και προγραμματίζεται πρώτη. Στη συνέχεια ακολουθεί η διεργασία o_{11} κ.ο.κ. Με αυτόν τον τρόπο καταλήγουμε στο ακόλουθο πλάνο παραγωγής:

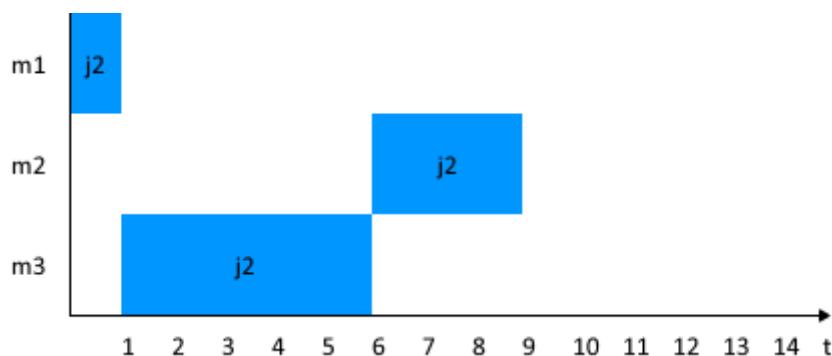


Εικόνα Π.3 Παραγόμενο πλάνο από χρωμόσωμα με κωδικοποίηση σειράς διεργασιών

Σειρά εργασιών (job-based representation)

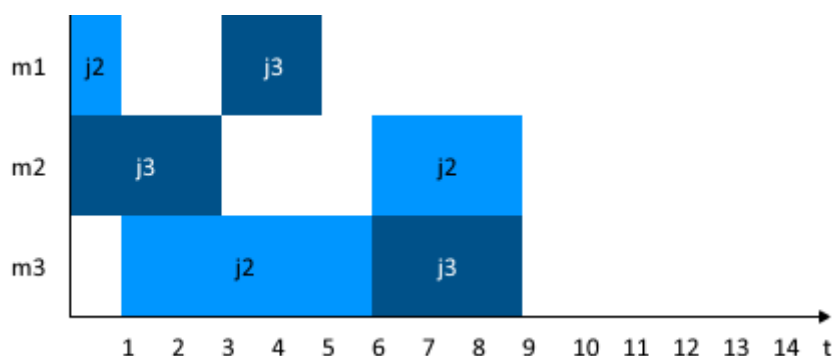
Σ' αυτήν την κωδικοποίηση, το χρωμόσωμα έχει μήκος n , όσες και οι εργασίες. Οι λύσεις που μπορεί να αναπαραστήσει η συγκεκριμένη κωδικοποίηση είναι όσες είναι και οι δυνατές διατάξεις χωρίς επανάθεση των n εργασιών σε n θέσεις, δηλαδή $n!$. Το πλάνο παραγωγής συνθέτεται βάσει την ακολουθία των εργασιών. Για μία δοσμένη ακολουθία

εργασιών, αρχικά προγραμματίζονται όλες οι διεργασίες της πρώτης εργασίας, στη συνέχεια της δεύτερης κ.ο.κ. Όπως γίνεται αντιληπτό, κάθε διάταξη εργασιών ανταποκρίνεται σε πραγματοποιήσιμο πρόγραμμα. Για την καλύτερη κατανόηση του τρόπου αποκωδικοποίησης, ακολουθεί στη συνέχεια η κατάστρωση του πλάνου παραγωγής που κωδικοποιείται στο χρωμόσωμα [2 3 1], θεωρώντας τα δεδομένα του προβλήματος του πίνακα Π.2. Η διαδικασία αποκωδικοποίησης ξεκινάει με το χρονοπρογραμματισμό όλων των διεργασιών της εργασίας 2.



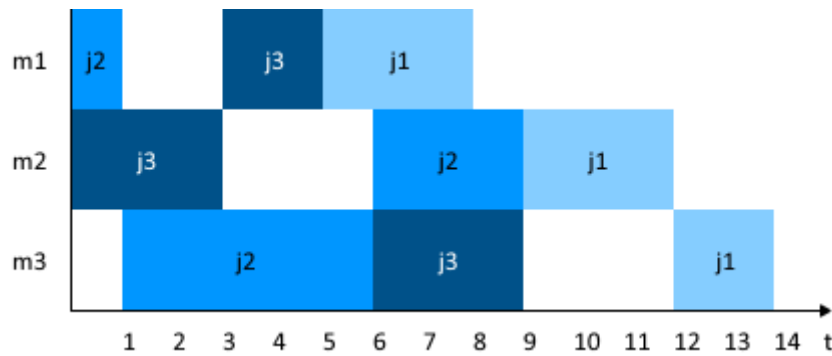
Εικόνα Π.4 Βήμα 1^ο στην αποκωδικοποίηση χρωμοσώματος σειράς εργασιών

Στη συνέχεια προγραμματίζονται όλες οι διεργασίες της εργασίας 3. Οι διεργασίες αυτές προγραμματίζονται στο μικρότερο δυνατόν χρόνο, όπως φαίνεται στο ακόλουθο διάγραμμα Gantt.



Εικόνα Π.5 Βήμα 2^ο στην αποκωδικοποίηση χρωμοσώματος σειράς εργασιών

Το τελικό πλάνο παραγωγής προκύπτει με το χρονοπρογραμματισμό των διεργασιών της εργασίας 1, οπότε προκύπτει το ακόλουθο πλάνο παραγωγής:



Εικόνα Π.6 Τελικό πλάνο από την αποκωδικοποίηση χρωμοσώματος σειράς εργασιών

Κωδικοποίηση με λίστα προτιμήσεων (preference list-based representation)

Η κωδικοποίηση με λίστα προτιμήσεων γίνεται με τη χρήση ενός δισδιάστατου χρωμοσώματος. Για ένα πρόβλημα με n -εργασίες και m -μηχανές, το χρωμόσωμα αυτής της κωδικοποίησης διατυπώνεται ως ένα σύνολο από m υπο-χρωμοσώματα (sub-chromosomes), ένα για κάθε μηχανή. Το κάθε υπο-χρωμόσωμα αποτελείται από n γονίδια και αποτυπώνει την προτεραιότητα κάθε εργασίας όσον αφορά τη δοσμένη μηχανή και όχι τη σειρά εκτέλεσης της κάθε εργασίας στη μηχανή. Γι' αυτόν το λόγο κάθε υποχρωμόσωμα αποκαλείται λίστα προτιμήσεων (preference list). Κάθε μηχανή διαθέτει τη δική της λίστα προτιμήσεων. Το τελικό πλάνο παραγωγής καταρτίζεται μέσα από προσομοίωση του παραγωγικού συστήματος. Κάθε φορά που ελευθερώνεται μια μηχανή, ελέγχεται η ουρά αναμονής της και επιλέγεται η διεργασία που βρίσκεται πιο κοντά στην αρχή της λίστας προτιμήσεων της μηχανής.

Για την καλύτερη κατανόηση του τρόπου αποκωδικοποίησης, παρατίθεται στη συνέχεια η

κατάστρωση του πλάνου παραγωγής από το χρωμόσωμα $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, θεωρώντας τα

δεδομένα του προβλήματος του πίνακα Π.2. Με βάση αυτό το χρωμόσωμα, η λίστα προτιμήσεων της μηχανής m_1 είναι $[2 \ 3 \ 1]$, της μηχανής m_2 είναι $[1 \ 3 \ 2]$ και τέλος της μηχανής m_3 είναι $[2 \ 1 \ 3]$. Το χρωμόσωμα μπορεί να γραφεί και με αναλυτικό τρόπο ως

εξής $\begin{bmatrix} o_{21} & o_{12} & o_{22} \\ o_{32} & o_{31} & o_{13} \\ o_{11} & o_{23} & o_{33} \end{bmatrix}$. Από αυτές τις λίστες προτιμήσεων προκύπτει ότι οι πρώτες

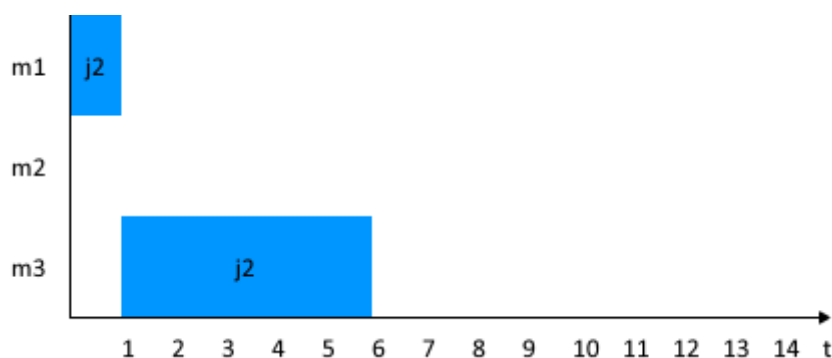
υποψήφιες διεργασίες (preferential operations) είναι η διεργασία o_{21} της εργασίας j_2 στη μηχανή m_1 , η διεργασία o_{12} της εργασίας j_1 στη μηχανή m_2 και η διεργασία o_{22} της εργασίας j_2 στη μηχανή m_3 . Για να προγραμματιστεί η διεργασία o_{12} απαιτείται η ολοκλήρωση της διεργασίας o_{11} στη μηχανή m_1 ενώ για τη διεργασία o_{22} απαιτείται η

ολοκλήρωση της διεργασίας o_{21} της εργασίας j_2 . Συνεπώς επιλέγεται και προγραμματίζεται η διεργασία o_{12} στη μηχανή m_1 όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



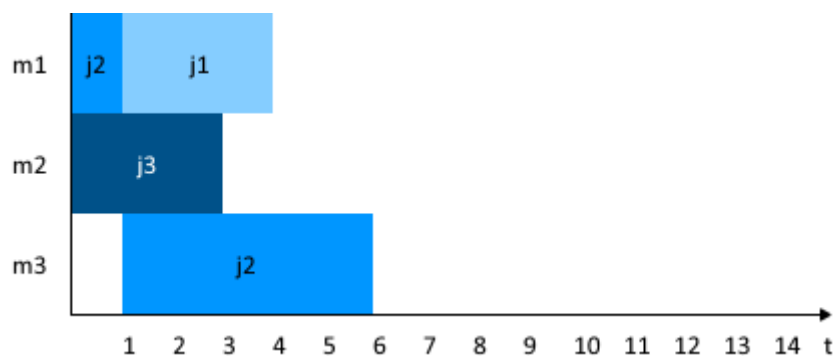
Εικόνα Π.7 Βήμα 1^ο στην αποκωδικοποίηση χρωμοσώματος με λίστα προτιμήσεων

Έχοντας προγραμματίσει τη διεργασία o_{21} της εργασίας j_2 , μπορεί να προγραμματιστεί η διεργασία o_{22} .



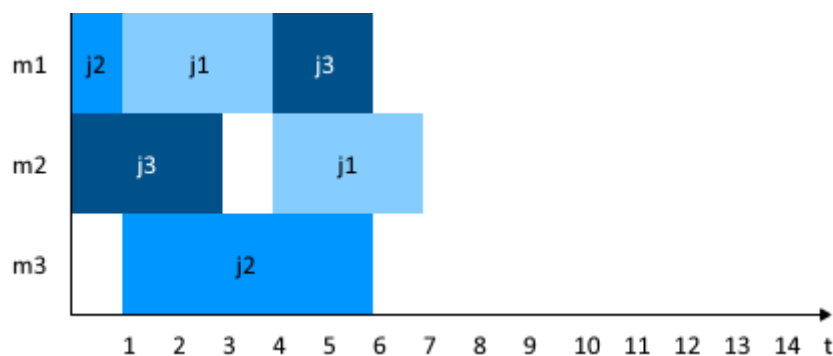
Εικόνα Π.8 Βήμα 2^ο στην αποκωδικοποίηση χρωμοσώματος με λίστα προτιμήσεων

Σ' αυτό το σημείο οι τρέχουσες υποψήφιες διεργασίες για χρονοπρογραμματισμό είναι η διεργασία o_{32} της εργασίας j_3 στη μηχανή m_1 και οι διεργασίες o_{12} και o_{13} της εργασίας j_1 στις μηχανές m_2 και m_3 αντίστοιχα. Επειδή καμία από αυτές δεν μπορεί να προγραμματιστεί τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή, εξετάζουμε τις επόμενες διεργασίες στις λίστες προτιμήσεων των μηχανών οι οποίες είναι η διεργασία o_{11} της εργασίας j_1 στη μηχανή m_1 και η διεργασίες o_{31} και o_{33} της εργασίας j_3 στις μηχανές m_2 και m_3 αντίστοιχα. Από αυτές μπορούν να προγραμματιστούν μόνο οι διεργασίες o_{11} και o_{31} όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



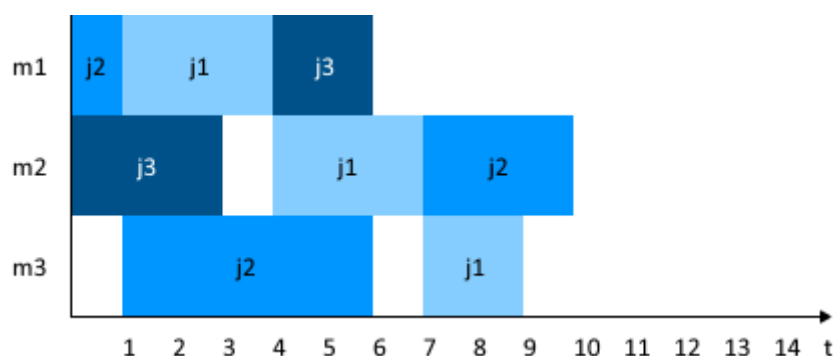
Εικόνα Π.9 Βήμα 3^ο στην αποκωδικοποίηση χρωμοσώματος με λίστα προτιμήσεων

Επανεξετάζοντας τις λίστες προτιμήσεων εντοπίζουμε ξανά τις διεργασίες o_{32} της εργασίας j_3 στη μηχανή m_1 και o_{12} και o_{13} της εργασίας j_1 στις μηχανές m_2 και m_3 αντίστοιχα, με αποτέλεσμα να προγραμματιστούν οι διεργασίες o_{32} και o_{12} .



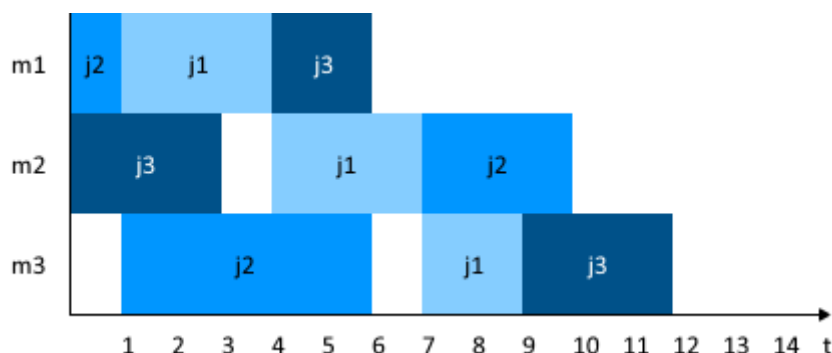
Εικόνα Π.10 Βήμα 4^ο στην αποκωδικοποίηση χρωμοσώματος με λίστα προτιμήσεων

Στη συνέχεια ακολουθούν οι διεργασίες o_{23} της εργασίας j_2 και o_{13} της εργασίας j_1 .



Εικόνα Π.11 Βήμα 5^ο στην αποκωδικοποίηση χρωμοσώματος με λίστα προτιμήσεων

Τελευταία, προγραμματίζεται η διεργασία o_{33} της εργασίας j_3 οπότε και ολοκληρώνεται το πλάνο παραγωγής με συνολικό απαιτούμενο χρόνο επεξεργασίας τις 12 χρονικές μονάδες.



Εικόνα Π.12 Τελικό πλάνο από την αποκωδικοποίηση χρωμοσώματος με λίστα προτιμήσεων

Όπως γίνεται αντιληπτό, με αυτήν την κωδικοποίηση, κάθε χρωμόσωμα αντιστοιχεί σε ένα εφικτό πλάνο παραγωγής.

Κωδικοποίηση σχέσης μεταξύ των ζευγών εργασιών (job pair relation-based representation)

Οι Nakano και Yamada αξιοποίησαν έναν δυαδικό πίνακα για να κωδικοποιήσουν το πλάνο παραγωγής (Nakano & Yamada, 1991). Ο πίνακας αυτός καθορίζει τις σχέσεις προτεραιότητας των ζευγών εργασίας στις αντίστοιχες μηχανές.

Θεωρώντας το 3x3 πρόβλημα jobshop της προηγούμενης ενότητας, εξετάζουμε το ακόλουθο πιθανό πλάνο παραγωγής.

Μηχανή	Ακολουθία εργασιών		
m_1	j_2	j_1	j_3
m_2	j_3	j_1	j_2
m_3	j_2	j_1	j_3

Εικόνα Π.13 Πιθανή λύση του απλού προβλήματος χρονοπρογραμματισμού 3x3

Ορίζεται η δυαδική μεταβλητή που προσδιορίζει τη σχέση προτεραιότητας για τα ζευγάρια εργασιών ως εξής:

$$x_{ijm} = \begin{cases} 1, & \text{αν η εργασία } i \text{ εκτελείται πριν την εργασία } j \text{ στην μηχανή } m \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Ας εξετάσουμε τη σχέση προτεραιότητας μεταξύ του ζευγαριού (j_1, j_2) στις μηχανές (m_1, m_2, m_3) . Σύμφωνα με το δοσμένο πρόγραμμα, έχουμε $(x_{121} \ x_{122} \ x_{123}) = (0 \ 1 \ 0)$.

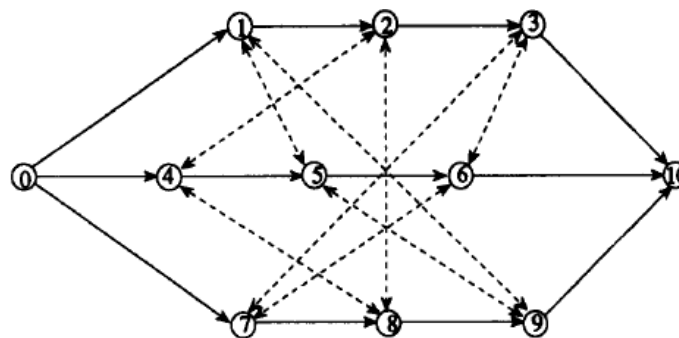
Για το ζευγάρι (j_1, j_3) έχουμε $(x_{131} \ x_{132} \ x_{133}) = (1 \ 0 \ 1)$ και για το ζευγάρι (j_2, j_3) η σχέση προτεραιότητας στις μηχανές (m_1, m_2, m_3) είναι $(x_{231} \ x_{233} \ x_{232}) = (1 \ 1 \ 0)$. Να σημειωθεί ότι η ακολουθία των μεταβλητών x_{ijm} για ένα ζευγάρι εργασιών θα πρέπει να είναι αντίστοιχη της ακολουθίας των διεργασιών της εργασίας i . Για παράδειγμα, για το ζευγάρι (j_2, j_3) η ακολουθία διεργασιών της εργασίας j_2 είναι $(1 \ 3 \ 2)$ με αποτέλεσμα οι αντίστοιχες δυαδικές μεταβλητές να ακολουθούν τη σειρά $(x_{231} \ x_{233} \ x_{232})$ και όχι τη σειρά $(x_{231} \ x_{232} \ x_{233})$. Με αυτόν τον τρόπο συμπληρώνεται ο δυαδικός πίνακας αναπαράστασης του δοσμένου εφικτού προγράμματος

$$\begin{pmatrix} x_{121} & x_{122} & x_{123} \\ x_{131} & x_{132} & x_{133} \\ x_{231} & x_{233} & x_{232} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Συνεπώς, δοσμένου ενός τέτοιου δυαδικού πίνακα, μπορεί να υπολογιστεί το αντίστοιχο πλάνο παραγωγής.

Κωδικοποίηση γράφου (disjunctive graph-based representation)

Αυτή η αναπαράσταση μπορεί να θεωρηθεί ως μία επέκταση της προηγούμενης κωδικοποίησης. Όλα τα προβλήματα χρονοπρογραμματισμού σε συστήματα job-shop μπορούν να αναπαρασταθούν με ένα γράφο $G = (N, A, E)$. Αυτός ο γράφος ορίζεται ως εξής: Το N σύνολο περιέχει κόμβους που αντιστοιχούν σε όλες τις διεργασίες, το A σύνολο περιέχει τα τόξα που συνδέουν τις διεργασίες της ίδιας εργασίας και το σύνολο E περιέχει τα τόξα που συνδέουν τις διεργασίες που επεξεργάζονται από την ίδια μηχανή. Τα τόξα που περιέχονται στο σύνολο E είναι αμφίδρομα όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Εικόνα Π.14 Γράφος αναπαράστασης προβλήματος

Με αυτήν την αναπαράσταση, για τον προσδιορισμό μιας δοσμένης λύσης του προβλήματος πρέπει να ορίσουμε μία και μόνο κατεύθυνση για κάθε τόξο του συνόλου E με στόχο το μονοσήμαντο ορισμό των ακολουθιών των διεργασιών. Το χρωμόσωμα για

αυτήν την κωδικοποίηση αποτελείται από δυαδικούς χαρακτήρες που αντιστοιχούν σε μία λίστα τόξων που ανήκουν στο σύνολο E . Το e_{ij} δηλώνει το τόξο που ενώνει τον κόμβο i με τον κόμβο j και ορίζεται ως εξής:

$$e_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ορίζει την κατεύθυνση του τόξου από τον κόμβο } j \text{ στον } i \\ 0, & \text{ορίζει την κατεύθυνση του τόξου από τον κόμβο } i \text{ στον } j \end{cases}$$

Το πρόβλημα έγκειται στο να οριστεί η σειρά των διεργασιών σε κάθε μηχανή, να οριστεί δηλαδή με τέτοιο τρόπο η κατεύθυνση των τόξων του συνόλου E ώστε ο τελικός γράφος να εγγυάται ότι δεν θα υπάρχουν συγκρούσεις προτεραιοτήτων (precedence conflicts) μεταξύ διεργασιών. Με αυτόν τον τρόπο ο τελικός γράφος αντιστοιχίζεται σε ένα εφικτό πρόγραμμα.

$$\begin{array}{lcl} \text{Λίστα τόξων συνόλου } E & e_{15} & e_{19} & e_{59} & e_{24} & e_{28} & e_{48} & e_{36} & e_{37} & e_{67} \\ \text{χρωμόσωμα} & [0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1] \end{array}$$

Εικόνα Π.15 Χρωμόσωμα κωδικοποίησης γράφου

Χρήση κανόνων απόδοσης προτεραιότητας (priority rule-based representation)

Σ' αυτήν την αναπαράσταση κάθε χρωμόσωμα αναπαριστά μία ακολουθία κανόνων απόδοσης προτεραιότητας. Το τελικό πλάνο παραγωγής κατασκευάζεται με τη βοήθεια αυτών των κανόνων και ενός επαναληπτικού αλγορίθμου επιλογής διεργασιών.

Σε ένα πρόβλημα n -εργασιών και m -μηχανών, το χρωμόσωμα αποτελείται από $n * m$ γονίδια και έχει τη μορφή $(p_1, p_2, \dots, p_{n*m})$. Κάθε μεταβλητή p_i αντιστοιχεί σε έναν κανόνα από το σύνολο των προκαθορισμένων κανόνων προτεραιότητας. Για την αποκωδικοποίηση του χρωμοσώματος, ορίζονται οι ακόλουθες μεταβλητές:

- PS_t = ένα «μερικό» πρόγραμμα που περιέχει t προγραμματισμένες διεργασίες
- S_t = το σύνολο των διεργασιών που μπορούν να προγραμματιστούν στην t -οστή επανάληψη, λαμβάνοντας υπόψη το PS_t .
- σ_i = ο νωρίτερος χρόνος στον οποίο η διεργασία $i \in S_t$ μπορεί να ξεκινήσει
- φ_i = ο νωρίτερος χρόνος στον οποίο η διεργασία $i \in S_t$ μπορεί να ολοκληρωθεί
- C_t = το σύνολο των διεργασιών που είναι υποψήφιος προς επιλογή, στην επανάληψη t .

Ο επαναληπτικός αλγόριθμος επιλογής διεργασιών από ένα δοσμένο χρωμόσωμα $(p_1, p_2, \dots, p_{n*m})$ είναι ο ακόλουθος:

Βήμα 1: Αρχικά $t = 1$ και το PS_t είναι το κενό μερικό πρόγραμμα. Το S_t περιλαμβάνει όλες τις διεργασίες που δεν ακολουθούν κάποιες άλλες.

Βήμα 2: Καθορίζουμε $\varphi_t^* = \min_i S_t\{\varphi_i\}$ και τη μηχανή m^* στην οποία το φ_t^* μπορεί να πραγματοποιηθεί. Αν υπάρχουν παραπάνω από μία τέτοιες μηχανές τότε η επιλογή γίνεται τυχαία.

Βήμα 3: Διατυπώνουμε το σύνολο C_t που περιέχει όλες τις διεργασίες $i \in S_t$ με $\sigma_i < \varphi_t^*$ που απαιτεί η μηχανή m^* . Επιλέγουμε μία διεργασία από το C_t με βάση τον κανόνα προτεραιότητας p_t και προσθέτουμε αυτήν τη διεργασία στο PS_t δημιουργώντας το νέο $PS_t + 1$. Αν ο κανόνας p_t προτείνει περισσότερες από μία διεργασίες, τότε επιλέγουμε μια τυχαία.

Βήμα 4: Ανανεώνουμε το $PS_t + 1$ διαγράφοντας την επιλεγμένη διεργασία από το S_t και προσθέτοντας την αμέσως επόμενη της συγκεκριμένης διεργασίας στο S_t . Αυξάνουμε το t κατά ένα.

Βήμα 5: Επιστρέφουμε στο βήμα 2 μέχρι να ολοκληρωθεί το πρόγραμμα.

Ακολουθεί το παράδειγμα με δεδομένα του προβλήματος του πίνακα Π.2. Χρησιμοποιούμε τους ακόλουθους τέσσερις κανόνες απόδοσης προτεραιότητας:

A/A	Κανόνας	Περιγραφή
1	SPT	Επίλεξε τη λειτουργία με το μικρότερο χρόνο επεξεργασίας
2	LPT	Επίλεξε τη λειτουργία με το μεγαλύτερο χρόνο επεξεργασίας
3	MWR	Επίλεξε μία λειτουργία της εργασίας με το μεγαλύτερο εναπομείναντα χρόνο επεξεργασίας
4	LWR	Επίλεξε μία λειτουργία της εργασίας με το μικρότερο εναπομείναντα χρόνο επεξεργασίας

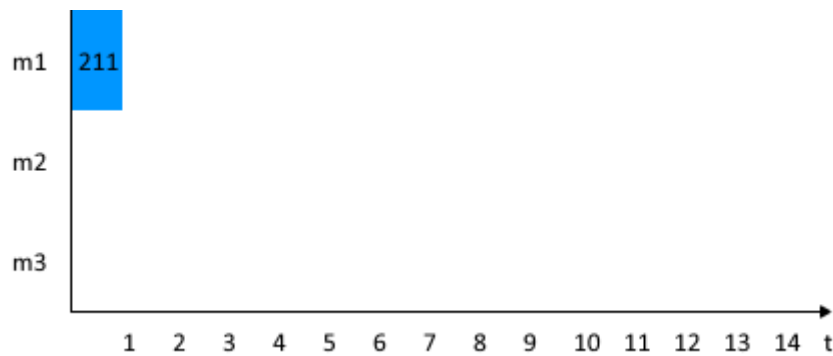
Πίνακας Π.16 Διαθέσιμοι κανόνες απόδοσης προτεραιότητας

Ας θεωρήσουμε το χρωμόσωμα $[1 \ 2 \ 2 \ 1 \ 4 \ 4 \ 2 \ 1 \ 3]$ όπου το 1 αντιστοιχεί στον κανόνα SPT, το 2 στον LPT, το 3 στον MWR και το 4 στον LWR. Προς βοήθεια του αναγνώστη, συμπληρώνεται στο δείκτη κάθε διεργασίας η μηχανή στην οποία εκτελείται η συγκεκριμένη διεργασία, δηλαδή οι διεργασίες θα συμβολίζονται στη συνέχεια με o_{ijm} . Στο πρώτο βήμα του αλγόριθμου έχουμε:

- $S_1 = \{o_{111}, o_{211}, o_{312}\}$

- $\varphi_1^* = \min\{3, 1, 3\} = 1$
- $m^* = 1$
- $C_1 = \{o_{111}, o_{211}\}$

Οι διεργασίες o_{111} και o_{211} ανταγωνίζονται για τη μηχανή m_1 . Επειδή το πρώτο γονίδιο στο χρωμόσωμα είναι το 1 (το οποίο σημαίνει ότι ισχύει ο κανόνας προτεραιότητας SPT) η διεργασία o_{111} προγραμματίζεται στη μηχανή m_1 . Συνεπώς προκύπτει το ακόλουθο μερικό πρόγραμμα:

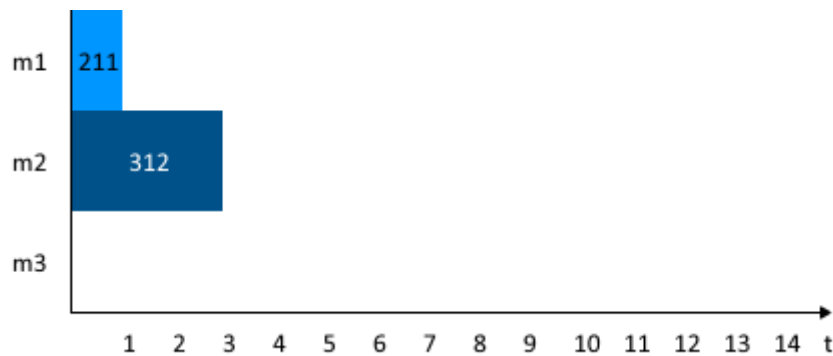


Εικόνα Π.17 Πρώτη επανάληψη με βάση τους κανόνες απόδοσης προτεραιότητας

Στην επόμενη επανάληψη έχουμε:

- $S_2 = \{o_{111}, o_{223}, o_{312}\}$
- $\varphi_2^* = \min\{4, 6, 3\} = 3$
- $m^* = 2$
- $C_2 = \{o_{312}\}$

Η λειτουργία o_{312} προγραμματίζεται στη μηχανή m_2 και προκύπτει το ακόλουθο μερικό πρόγραμμα:



Εικόνα Π.18 Δεύτερη επανάληψη με βάση τους κανόνες απόδοσης προτεραιότητας

Στην τρίτη επανάληψη του αλγόριθμου έχουμε:

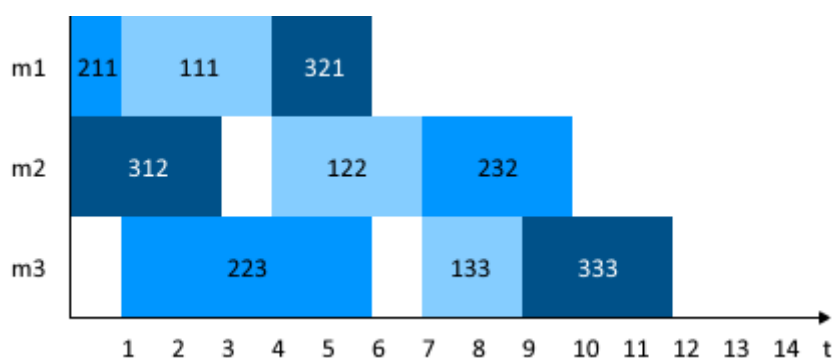
- $S_3 = \{o_{111}, o_{223}, o_{321}\}$
- $\varphi_2^* = \min\{4, 6, 3\} = 3$
- $m^* = 1$
- $C_3 = \{o_{111}, o_{321}\}$

Οι διεργασίες o_{111} και o_{321} ανταγωνίζονται για τη μηχανή m_1 . Επειδή το τρίτο γονίδιο στο δοσμένο χρωμόσωμα είναι το 2 (το οποίο σημαίνει ότι ισχύει ο κανόνας προτεραιότητας LPT), η διεργασία o_{111} προγραμματίζεται στη μηχανή m_1 . Συνεπώς προκύπτει το ακόλουθο μερικό πρόγραμμα:



Εικόνα Π.19 Τρίτη επανάληψη με βάση τους κανόνες απόδοσης προτεραιότητας

Επαναλαμβάνουμε τα ίδια βήματα έως ότου να ολοκληρωθεί το πρόγραμμα. Το τελικό πλάνο παραγωγής δίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Εικόνα Π.20 Τελικό πλάνο με βάση τους κανόνες απόδοσης προτεραιότητας

Λίστα προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού από ORLib

Κωδικός προβλήματος	Μέγεθος (εργασίες x μηχανές)	Ελάχιστος χρόνος παραγωγής (makespan)
ABZ5	10 x 10	1234
ABZ6	10 x 10	943
FT06	6 x 6	55
FT10	10 x 10	930
FT20	20 x 5	1165
LA01	10 x 5	666
LA02	10 x 5	655
LA03	10 x 5	597
LA04	10 x 5	590
LA05	10 x 5	593
LA06	15 x 5	926
LA07	15 x 5	890
LA08	15 x 5	863
LA09	15 x 5	951
LA10	15 x 5	958
LA11	20 x 5	1222
LA12	20 x 5	1039
LA13	20 x 5	1150
LA14	20 x 5	1292
LA15	20 x 5	1207
LA16	10 x 10	945
LA17	10 x 10	784
LA18	10 x 10	848
LA19	10 x 10	842
LA20	10 x 10	902
LA21	15 x 10	1046
LA22	15 x 10	927
LA23	15 x 10	1032
LA24	15 x 10	935
LA25	15 x 10	977
LA26	20 x 10	1218
LA27	20 x 10	1235
LA28	20 x 10	1216
LA30	20 x 10	1355
LA31	30 x 10	1784
LA32	30 x 10	1850
LA33	30 x 10	1719
LA34	30 x 10	1721
LA35	30 x 10	1888

Κωδικός προβλήματος	Μέγεθος (εργασίες x μηχανές)	Ελάχιστος χρόνος παραγωγής (makespan)
LA36	15 x 15	1268
LA37	15 x 15	1397
LA38	15 x 15	1196
LA39	15 x 15	1233
LA40	15 x 15	1222
ORB01	10 x 10	1059
ORB02	10 x 10	888
ORB03	10 x 10	1005
ORB04	10 x 10	1005
ORB05	10 x 10	887
ORB06	10 x 10	1010
ORB07	10 x 10	397
ORB08	10 x 10	899
ORB09	10 x 10	934
ORB10	10 x 10	944
RCMAX_40_15_10	40 x 15	4668
RCMAX_40_15_2	40 x 15	4164
RCMAX_40_15_5	40 x 15	4380
RCMAX_40_15_8	40 x 15	4648
RCMAX_40_15_9	40 x 15	4725
RCMAX_50_15_1	50 x 15	5927
RCMAX_50_15_2	50 x 15	5728
RCMAX_50_15_3	50 x 15	5640
RCMAX_50_15_4	50 x 15	5385
RCMAX_50_15_5	50 x 15	5635
RCMAX_50_20_2	50 x 20	5621
RCMAX_50_20_3	50 x 20	5577
RCMAX_50_20_6	50 x 20	5713
RCMAX_50_20_7	50 x 20	5851
RCMAX_50_20_9	50 x 20	5747
SWV02	20 x 10	1475
SWV03	20 x 10	1398
SWV13	50 x 10	3104
SWV14	50 x 10	2968
SWV16	50 x 10	2924
SWV17	50 x 10	2794
SWV18	50 x 10	2852
SWV19	50 x 10	2843
SWV20	50 x 10	2823
TA01	15 x 15	1231
TA02	15 x 15	1244

Κωδικός προβλήματος	Μέγεθος (εργασίες x μηχανές)	Ελάχιστος χρόνος παραγωγής (makespan)
TA03	15 x 15	1218
TA04	15 x 15	1175
TA05	15 x 15	1224
TA06	15 x 15	1238
TA08	15 x 15	1217
TA09	15 x 15	1274
TA10	15 x 15	1241
TA14	20 x 15	1345
TA35	30 x 15	2007
TA36	30 x 15	1819
TA38	30 x 15	1673
TA39	30 x 15	1795
TA51	50 x 15	2760
TA52	50 x 15	2756
TA53	50 x 15	2717
TA54	50 x 15	2839
TA55	50 x 15	2679
TA56	50 x 15	2781
TA57	50 x 15	2943
TA58	50 x 15	2885
TA59	50 x 15	2655
TA60	50 x 15	2723
TA61	50 x 20	2868
TA63	50 x 20	2755
TA65	50 x 20	2725
TA66	50 x 20	2845
TA67	50 x 20	2825
TA68	50 x 20	2784
TA69	50 x 20	3071
TA70	50 x 20	2995
TA71	100 x 20	5464
TA72	100 x 20	5181
TA73	100 x 20	5568
TA74	100 x 20	5339
TA75	100 x 20	5392
TA76	100 x 20	5342
TA77	100 x 20	5436
TA78	100 x 20	5394
TA79	100 x 20	5358
TA80	100 x 20	5183

Πίνακας Π.21 Λίστα προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού ORLib

Δεδομένα διεθνών προβλημάτων σύγκρισης

Στις επόμενες παραγράφους παρατίθενται τα δεδομένα των διεθνών προβλημάτων με βάση τα οποία έγιναν τα πειράματα του κεφαλαίου 6.

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6
1	Μηχ. 3 (1 λεπτό)	Μηχ. 1 (3 λεπτά)	Μηχ. 2 (6 λεπτά)	Μηχ. 4 (7 λεπτά)	Μηχ. 6 (3 λεπτά)	Μηχ. 5 (6 λεπτά)
2	Μηχ. 2 (8 λεπτά)	Μηχ. 3 (5 λεπτά)	Μηχ. 5 (10 λεπτά)	Μηχ. 6 (10 λεπτά)	Μηχ. 1 (10 λεπτά)	Μηχ. 4 (4 λεπτά)
3	Μηχ. 3 (5 λεπτά)	Μηχ. 4 (4 λεπτά)	Μηχ. 6 (8 λεπτά)	Μηχ. 1 (9 λεπτά)	Μηχ. 2 (1 λεπτό)	Μηχ. 5 (7 λεπτά)
4	Μηχ. 2 (5 λεπτά)	Μηχ. 1 (5 λεπτά)	Μηχ. 3 (5 λεπτά)	Μηχ. 4 (3 λεπτά)	Μηχ. 5 (8 λεπτά)	Μηχ. 6 (9 λεπτά)
5	Μηχ. 3 (9 λεπτά)	Μηχ. 2 (3 λεπτά)	Μηχ. 5 (5 λεπτά)	Μηχ. 6 (4 λεπτά)	Μηχ. 1 (3 λεπτά)	Μηχ. 4 (1 λεπτό)
6	Μηχ. 2 (3 λεπτά)	Μηχ. 4 (3 λεπτά)	Μηχ. 6 (9 λεπτά)	Μηχ. 1 (10 λεπτά)	Μηχ. 5 (4 λεπτά)	Μηχ. 3 (1 λεπτό)

Πίνακας Π.22 Το πρόβλημα FT06

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6	Διεργασία 7	Διεργασία 8	Διεργασία 9	Διεργασία 10
1	Μηχ. 1 (29 λεπτά)	Μηχ. 2 (78 λεπτά)	Μηχ. 3 (9 λεπτά)	Μηχ. 4 (36 λεπτά)	Μηχ. 5 (49 λεπτά)	Μηχ. 6 (11 λεπτά)	Μηχ. 7 (62 λεπτά)	Μηχ. 8 (56 λεπτά)	Μηχ. 9 (44 λεπτά)	Μηχ. 10 (21 λεπτά)
2	Μηχ. 1 (43 λεπτά)	Μηχ. 3 (90 λεπτά)	Μηχ. 5 (75 λεπτά)	Μηχ. 10 (11 λεπτά)	Μηχ. 4 (69 λεπτά)	Μηχ. 2 (28 λεπτά)	Μηχ. 7 (46 λεπτά)	Μηχ. 6 (46 λεπτά)	Μηχ. 8 (72 λεπτά)	Μηχ. 9 (30 λεπτά)
3	Μηχ. 2 (91 λεπτά)	Μηχ. 1 (85 λεπτά)	Μηχ. 4 (39 λεπτά)	Μηχ. 3 (74 λεπτά)	Μηχ. 9 (90 λεπτά)	Μηχ. 6 (10 λεπτά)	Μηχ. 8 (12 λεπτά)	Μηχ. 7 (89 λεπτά)	Μηχ. 10 (45 λεπτά)	Μηχ. 5 (33 λεπτά)
4	Μηχ. 2 (81 λεπτά)	Μηχ. 3 (95 λεπτά)	Μηχ. 1 (71 λεπτά)	Μηχ. 5 (99 λεπτά)	Μηχ. 7 (9 λεπτά)	Μηχ. 9 (52 λεπτά)	Μηχ. 8 (85 λεπτά)	Μηχ. 4 (98 λεπτά)	Μηχ. 10 (22 λεπτά)	Μηχ. 6 (43 λεπτά)
5	Μηχ. 3 (14 λεπτά)	Μηχ. 1 (6 λεπτά)	Μηχ. 2 (22 λεπτά)	Μηχ. 6 (61 λεπτά)	Μηχ. 4 (26 λεπτά)	Μηχ. 5 (69 λεπτά)	Μηχ. 9 (21 λεπτά)	Μηχ. 8 (49 λεπτά)	Μηχ. 10 (72 λεπτά)	Μηχ. 7 (53 λεπτά)
6	Μηχ. 3 (84 λεπτά)	Μηχ. 2 (2 λεπτά)	Μηχ. 6 (52 λεπτά)	Μηχ. 4 (95 λεπτά)	Μηχ. 9 (48 λεπτά)	Μηχ. 10 (72 λεπτά)	Μηχ. 1 (47 λεπτά)	Μηχ. 7 (65 λεπτά)	Μηχ. 5 (6 λεπτά)	Μηχ. 8 (25 λεπτά)
7	Μηχ. 2 (46 λεπτά)	Μηχ. 1 (37 λεπτά)	Μηχ. 4 (61 λεπτά)	Μηχ. 3 (13 λεπτά)	Μηχ. 7 (32 λεπτά)	Μηχ. 6 (21 λεπτά)	Μηχ. 10 (32 λεπτά)	Μηχ. 9 (89 λεπτά)	Μηχ. 8 (30 λεπτά)	Μηχ. 5 (55 λεπτά)
8	Μηχ. 3 (31 λεπτά)	Μηχ. 1 (86 λεπτά)	Μηχ. 2 (46 λεπτά)	Μηχ. 6 (74 λεπτά)	Μηχ. 5 (32 λεπτά)	Μηχ. 7 (88 λεπτά)	Μηχ. 9 (19 λεπτά)	Μηχ. 10 (48 λεπτά)	Μηχ. 8 (36 λεπτά)	Μηχ. 4 (79 λεπτά)
9	Μηχ. 1 (76 λεπτά)	Μηχ. 2 (69 λεπτά)	Μηχ. 4 (76 λεπτά)	Μηχ. 6 (51 λεπτά)	Μηχ. 3 (85 λεπτά)	Μηχ. 10 (11 λεπτά)	Μηχ. 7 (40 λεπτά)	Μηχ. 8 (89 λεπτά)	Μηχ. 5 (26 λεπτά)	Μηχ. 9 (74 λεπτά)
10	Μηχ. 2 (85 λεπτά)	Μηχ. 1 (13 λεπτά)	Μηχ. 3 (61 λεπτά)	Μηχ. 7 (7 λεπτά)	Μηχ. 9 (64 λεπτά)	Μηχ. 10 (76 λεπτά)	Μηχ. 6 (47 λεπτά)	Μηχ. 4 (52 λεπτά)	Μηχ. 5 (90 λεπτά)	Μηχ. 8 (45 λεπτά)

Πίνακας Π.23 Το πρόβλημα FT10

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5
1	Μηχ. 1 (29 λεπτά)	Μηχ. 2 (9 λεπτά)	Μηχ. 3 (49 λεπτά)	Μηχ. 4 (62 λεπτά)	Μηχ. 5 (44 λεπτά)
2	Μηχ. 1 (43 λεπτά)	Μηχ. 2 (75 λεπτά)	Μηχ. 4 (69 λεπτά)	Μηχ. 3 (46 λεπτά)	Μηχ. 5 (72 λεπτά)
3	Μηχ. 2 (91 λεπτά)	Μηχ. 1 (39 λεπτά)	Μηχ. 3 (90 λεπτά)	Μηχ. 5 (12 λεπτά)	Μηχ. 4 (45 λεπτά)
4	Μηχ. 2 (81 λεπτά)	Μηχ. 1 (71 λεπτά)	Μηχ. 5 (9 λεπτά)	Μηχ. 3 (85 λεπτά)	Μηχ. 4 (22 λεπτά)
5	Μηχ. 3 (14 λεπτά)	Μηχ. 2 (22 λεπτά)	Μηχ. 1 (26 λεπτά)	Μηχ. 4 (21 λεπτά)	Μηχ. 5 (72 λεπτά)
6	Μηχ. 3 (84 λεπτά)	Μηχ. 2 (52 λεπτά)	Μηχ. 5 (48 λεπτά)	Μηχ. 1 (47 λεπτά)	Μηχ. 4 (6 λεπτά)
7	Μηχ. 2 (46 λεπτά)	Μηχ. 1 (61 λεπτά)	Μηχ. 3 (32 λεπτά)	Μηχ. 4 (32 λεπτά)	Μηχ. 5 (30 λεπτά)
8	Μηχ. 3 (31 λεπτά)	Μηχ. 2 (46 λεπτά)	Μηχ. 1 (32 λεπτά)	Μηχ. 4 (19 λεπτά)	Μηχ. 5 (36 λεπτά)
9	Μηχ. 1 (76 λεπτά)	Μηχ. 4 (76 λεπτά)	Μηχ. 3 (85 λεπτά)	Μηχ. 2 (40 λεπτά)	Μηχ. 5 (26 λεπτά)
10	Μηχ. 2 (85 λεπτά)	Μηχ. 3 (61 λεπτά)	Μηχ. 1 (64 λεπτά)	Μηχ. 4 (47 λεπτά)	Μηχ. 5 (90 λεπτά)
11	Μηχ. 2 (78 λεπτά)	Μηχ. 4 (36 λεπτά)	Μηχ. 1 (11 λεπτά)	Μηχ. 5 (56 λεπτά)	Μηχ. 3 (21 λεπτά)
12	Μηχ. 3 (90 λεπτά)	Μηχ. 1 (11 λεπτά)	Μηχ. 2 (28 λεπτά)	Μηχ. 4 (46 λεπτά)	Μηχ. 5 (30 λεπτά)
13	Μηχ. 1 (85 λεπτά)	Μηχ. 3 (74 λεπτά)	Μηχ. 2 (10 λεπτά)	Μηχ. 4 (89 λεπτά)	Μηχ. 5 (33 λεπτά)
14	Μηχ. 3 (95 λεπτά)	Μηχ. 1 (99 λεπτά)	Μηχ. 2 (52 λεπτά)	Μηχ. 4 (98 λεπτά)	Μηχ. 5 (43 λεπτά)
15	Μηχ. 1 (6 λεπτά)	Μηχ. 2 (61 λεπτά)	Μηχ. 5 (69 λεπτά)	Μηχ. 3 (49 λεπτά)	Μηχ. 4 (53 λεπτά)
16	Μηχ. 2 (2 λεπτά)	Μηχ. 1 (95 λεπτά)	Μηχ. 4 (72 λεπτά)	Μηχ. 5 (65 λεπτά)	Μηχ. 3 (25 λεπτά)
17	Μηχ. 1 (37 λεπτά)	Μηχ. 3 (13 λεπτά)	Μηχ. 2 (21 λεπτά)	Μηχ. 4 (89 λεπτά)	Μηχ. 5 (55 λεπτά)
18	Μηχ. 1 (86 λεπτά)	Μηχ. 2 (74 λεπτά)	Μηχ. 5 (88 λεπτά)	Μηχ. 3 (48 λεπτά)	Μηχ. 4 (79 λεπτά)
19	Μηχ. 2 (69 λεπτά)	Μηχ. 3 (51 λεπτά)	Μηχ. 1 (11 λεπτά)	Μηχ. 4 (89 λεπτά)	Μηχ. 5 (74 λεπτά)
20	Μηχ. 1 (13 λεπτά)	Μηχ. 2 (7 λεπτά)	Μηχ. 3 (76 λεπτά)	Μηχ. 4 (52 λεπτά)	Μηχ. 5 (45 λεπτά)

Πίνακας Π.24 Το πρόβλημα FT20

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5
Εργασία 1	Μηχ. 1 (20 λεπτά)	Μηχ. 4 (87 λεπτά)	Μηχ. 2 (31 λεπτά)	Μηχ. 5 (76 λεπτά)	Μηχ. 3 (17 λεπτά)
Εργασία 2	Μηχ. 5 (25 λεπτά)	Μηχ. 3 (32 λεπτά)	Μηχ. 1 (24 λεπτά)	Μηχ. 2 (18 λεπτά)	Μηχ. 4 (81 λεπτά)
Εργασία 3	Μηχ. 2 (72 λεπτά)	Μηχ. 3 (23 λεπτά)	Μηχ. 5 (28 λεπτά)	Μηχ. 1 (58 λεπτά)	Μηχ. 4 (99 λεπτά)
Εργασία 4	Μηχ. 3 (86 λεπτά)	Μηχ. 2 (76 λεπτά)	Μηχ. 5 (97 λεπτά)	Μηχ. 1 (45 λεπτά)	Μηχ. 4 (90 λεπτά)
Εργασία 5	Μηχ. 5 (27 λεπτά)	Μηχ. 1 (42 λεπτά)	Μηχ. 4 (48 λεπτά)	Μηχ. 3 (17 λεπτά)	Μηχ. 2 (46 λεπτά)
Εργασία 6	Μηχ. 2 (67 λεπτά)	Μηχ. 1 (98 λεπτά)	Μηχ. 5 (48 λεπτά)	Μηχ. 4 (27 λεπτά)	Μηχ. 3 (62 λεπτά)
Εργασία 7	Μηχ. 5 (28 λεπτά)	Μηχ. 2 (12 λεπτά)	Μηχ. 4 (19 λεπτά)	Μηχ. 1 (80 λεπτά)	Μηχ. 3 (50 λεπτά)
Εργασία 8	Μηχ. 2 (63 λεπτά)	Μηχ. 1 (94 λεπτά)	Μηχ. 3 (98 λεπτά)	Μηχ. 4 (50 λεπτά)	Μηχ. 5 (80 λεπτά)
Εργασία 9	Μηχ. 5 (14 λεπτά)	Μηχ. 1 (75 λεπτά)	Μηχ. 3 (50 λεπτά)	Μηχ. 2 (41 λεπτά)	Μηχ. 4 (55 λεπτά)
Εργασία 10	Μηχ. 5 (72 λεπτά)	Μηχ. 3 (18 λεπτά)	Μηχ. 2 (37 λεπτά)	Μηχ. 4 (79 λεπτά)	Μηχ. 1 (61 λεπτά)

Πίνακας Π.25 Το πρόβλημα LA02

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5
Εργασία 1	Μηχ. 2 (23 λεπτά)	Μηχ. 3 (45 λεπτά)	Μηχ. 1 (82 λεπτά)	Μηχ. 5 (84 λεπτά)	Μηχ. 4 (38 λεπτά)
Εργασία 2	Μηχ. 3 (21 λεπτά)	Μηχ. 2 (29 λεπτά)	Μηχ. 1 (18 λεπτά)	Μηχ. 5 (41 λεπτά)	Μηχ. 4 (50 λεπτά)
Εργασία 3	Μηχ. 3 (38 λεπτά)	Μηχ. 4 (54 λεπτά)	Μηχ. 5 (16 λεπτά)	Μηχ. 1 (52 λεπτά)	Μηχ. 2 (52 λεπτά)
Εργασία 4	Μηχ. 5 (37 λεπτά)	Μηχ. 1 (54 λεπτά)	Μηχ. 3 (74 λεπτά)	Μηχ. 2 (62 λεπτά)	Μηχ. 4 (57 λεπτά)
Εργασία 5	Μηχ. 5 (57 λεπτά)	Μηχ. 1 (81 λεπτά)	Μηχ. 2 (61 λεπτά)	Μηχ. 4 (68 λεπτά)	Μηχ. 3 (30 λεπτά)
Εργασία 6	Μηχ. 5 (81 λεπτά)	Μηχ. 1 (79 λεπτά)	Μηχ. 2 (89 λεπτά)	Μηχ. 3 (89 λεπτά)	Μηχ. 4 (11 λεπτά)
Εργασία 7	Μηχ. 4 (33 λεπτά)	Μηχ. 3 (20 λεπτά)	Μηχ. 1 (91 λεπτά)	Μηχ. 5 (20 λεπτά)	Μηχ. 2 (66 λεπτά)
Εργασία 8	Μηχ. 5 (24 λεπτά)	Μηχ. 2 (84 λεπτά)	Μηχ. 1 (32 λεπτά)	Μηχ. 3 (55 λεπτά)	Μηχ. 4 (8 λεπτά)
Εργασία 9	Μηχ. 5 (56 λεπτά)	Μηχ. 1 (7 λεπτά)	Μηχ. 4 (54 λεπτά)	Μηχ. 3 (64 λεπτά)	Μηχ. 2 (39 λεπτά)
Εργασία 10	Μηχ. 5 (40 λεπτά)	Μηχ. 2 (83 λεπτά)	Μηχ. 1 (19 λεπτά)	Μηχ. 3 (8 λεπτά)	Μηχ. 4 (7 λεπτά)

Πίνακας Π.26 Το πρόβλημα LA03

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6	Διεργασία 7	Διεργασία 8	Διεργασία 9	Διεργασία 10
1	Μηχ. 3 (44 λεπτά)	Μηχ. 4 (5 λεπτά)	Μηχ. 6 (58 λεπτά)	Μηχ. 5 (97 λεπτά)	Μηχ. 1 (9 λεπτά)	Μηχ. 8 (84 λεπτά)	Μηχ. 9 (77 λεπτά)	Μηχ. 10 (96 λεπτά)	Μηχ. 2 (58 λεπτά)	Μηχ. 7 (89 λεπτά)
2	Μηχ. 5 (15 λεπτά)	Μηχ. 8 (31 λεπτά)	Μηχ. 2 (87 λεπτά)	Μηχ. 9 (57 λεπτά)	Μηχ. 1 (77 λεπτά)	Μηχ. 4 (85 λεπτά)	Μηχ. 3 (81 λεπτά)	Μηχ. 6 (39 λεπτά)	Μηχ. 10 (73 λεπτά)	Μηχ. 7 (21 λεπτά)
3	Μηχ. 10 (82 λεπτά)	Μηχ. 7 (22 λεπτά)	Μηχ. 5 (10 λεπτά)	Μηχ. 4 (70 λεπτά)	Μηχ. 2 (49 λεπτά)	Μηχ. 1 (40 λεπτά)	Μηχ. 9 (34 λεπτά)	Μηχ. 3 (48 λεπτά)	Μηχ. 8 (80 λεπτά)	Μηχ. 6 (71 λεπτά)
4	Μηχ. 2 (91 λεπτά)	Μηχ. 3 (17 λεπτά)	Μηχ. 8 (62 λεπτά)	Μηχ. 6 (75 λεπτά)	Μηχ. 9 (47 λεπτά)	Μηχ. 5 (11 λεπτά)	Μηχ. 4 (7 λεπτά)	Μηχ. 7 (72 λεπτά)	Μηχ. 10 (35 λεπτά)	Μηχ. 1 (55 λεπτά)
5	Μηχ. 7 (71 λεπτά)	Μηχ. 2 (90 λεπτά)	Μηχ. 4 (75 λεπτά)	Μηχ. 1 (64 λεπτά)	Μηχ. 3 (94 λεπτά)	Μηχ. 9 (15 λεπτά)	Μηχ. 5 (12 λεπτά)	Μηχ. 8 (67 λεπτά)	Μηχ. 10 (20 λεπτά)	Μηχ. 6 (50 λεπτά)
6	Μηχ. 8 (70 λεπτά)	Μηχ. 6 (93 λεπτά)	Μηχ. 9 (77 λεπτά)	Μηχ. 3 (29 λεπτά)	Μηχ. 5 (58 λεπτά)	Μηχ. 7 (93 λεπτά)	Μηχ. 4 (68 λεπτά)	Μηχ. 2 (57 λεπτά)	Μηχ. 10 (7 λεπτά)	Μηχ. 1 (52 λεπτά)
7	Μηχ. 7 (87 λεπτά)	Μηχ. 2 (63 λεπτά)	Μηχ. 5 (26 λεπτά)	Μηχ. 6 (6 λεπτά)	Μηχ. 3 (82 λεπτά)	Μηχ. 4 (27 λεπτά)	Μηχ. 8 (56 λεπτά)	Μηχ. 9 (48 λεπτά)	Μηχ. 10 (36 λεπτά)	Μηχ. 1 (95 λεπτά)
8	Μηχ. 1 (36 λεπτά)	Μηχ. 6 (15 λεπτά)	Μηχ. 9 (41 λεπτά)	Μηχ. 10 (78 λεπτά)	Μηχ. 4 (76 λεπτά)	Μηχ. 7 (84 λεπτά)	Μηχ. 5 (30 λεπτά)	Μηχ. 8 (76 λεπτά)	Μηχ. 3 (36 λεπτά)	Μηχ. 2 (8 λεπτά)
9	Μηχ. 6 (88 λεπτά)	Μηχ. 3 (81 λεπτά)	Μηχ. 4 (13 λεπτά)	Μηχ. 7 (82 λεπτά)	Μηχ. 5 (54 λεπτά)	Μηχ. 8 (13 λεπτά)	Μηχ. 9 (29 λεπτά)	Μηχ. 10 (40 λεπτά)	Μηχ. 2 (78 λεπτά)	Μηχ. 1 (75 λεπτά)
10	Μηχ. 10 (88 λεπτά)	Μηχ. 5 (54 λεπτά)	Μηχ. 7 (64 λεπτά)	Μηχ. 8 (32 λεπτά)	Μηχ. 1 (52 λεπτά)	Μηχ. 3 (6 λεπτά)	Μηχ. 9 (54 λεπτά)	Μηχ. 6 (82 λεπτά)	Μηχ. 4 (6 λεπτά)	Μηχ. 2 (26 λεπτά)

Πίνακας Π.27 Το πρόβλημα LA19

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6	Διεργασία 7	Διεργασία 8	Διεργασία 9	Διεργασία 10
1	Μηχ. 7 (9 λεπτά)	Μηχ. 2 (81 λεπτά)	Μηχ. 5 (55 λεπτά)	Μηχ. 3 (40 λεπτά)	Μηχ. 9 (32 λεπτά)	Μηχ. 4 (37 λεπτά)	Μηχ. 1 (6 λεπτά)	Μηχ. 6 (19 λεπτά)	Μηχ. 10 (81 λεπτά)	Μηχ. 8 (40 λεπτά)
2	Μηχ. 8 (21 λεπτά)	Μηχ. 3 (70 λεπτά)	Μηχ. 10 (65 λεπτά)	Μηχ. 5 (64 λεπτά)	Μηχ. 2 (46 λεπτά)	Μηχ. 6 (65 λεπτά)	Μηχ. 9 (25 λεπτά)	Μηχ. 1 (77 λεπτά)	Μηχ. 4 (55 λεπτά)	Μηχ. 7 (15 λεπτά)
3	Μηχ. 3 (85 λεπτά)	Μηχ. 6 (37 λεπτά)	Μηχ. 1 (40 λεπτά)	Μηχ. 4 (24 λεπτά)	Μηχ. 2 (44 λεπτά)	Μηχ. 7 (83 λεπτά)	Μηχ. 5 (89 λεπτά)	Μηχ. 9 (31 λεπτά)	Μηχ. 8 (84 λεπτά)	Μηχ. 10 (29 λεπτά)
4	Μηχ. 5 (80 λεπτά)	Μηχ. 7 (77 λεπτά)	Μηχ. 8 (56 λεπτά)	Μηχ. 1 (8 λεπτά)	Μηχ. 3 (30 λεπτά)	Μηχ. 6 (59 λεπτά)	Μηχ. 4 (38 λεπτά)	Μηχ. 2 (80 λεπτά)	Μηχ. 10 (41 λεπτά)	Μηχ. 9 (97 λεπτά)
5	Μηχ. 1 (91 λεπτά)	Μηχ. 7 (40 λεπτά)	Μηχ. 5 (88 λεπτά)	Μηχ. 2 (17 λεπτά)	Μηχ. 3 (71 λεπτά)	Μηχ. 4 (50 λεπτά)	Μηχ. 10 (59 λεπτά)	Μηχ. 9 (80 λεπτά)	Μηχ. 6 (56 λεπτά)	Μηχ. 8 (7 λεπτά)
6	Μηχ. 3 (8 λεπτά)	Μηχ. 7 (9 λεπτά)	Μηχ. 4 (58 λεπτά)	Μηχ. 6 (77 λεπτά)	Μηχ. 2 (29 λεπτά)	Μηχ. 9 (96 λεπτά)	Μηχ. 1 (45 λεπτά)	Μηχ. 10 (10 λεπτά)	Μηχ. 5 (54 λεπτά)	Μηχ. 8 (36 λεπτά)
7	Μηχ. 5 (70 λεπτά)	Μηχ. 4 (92 λεπτά)	Μηχ. 2 (98 λεπτά)	Μηχ. 6 (87 λεπτά)	Μηχ. 7 (99 λεπτά)	Μηχ. 8 (27 λεπτά)	Μηχ. 9 (86 λεπτά)	Μηχ. 10 (96 λεπτά)	Μηχ. 1 (28 λεπτά)	Μηχ. 3 (73 λεπτά)
8	Μηχ. 2 (95 λεπτά)	Μηχ. 8 (92 λεπτά)	Μηχ. 4 (85 λεπτά)	Μηχ. 5 (52 λεπτά)	Μηχ. 7 (81 λεπτά)	Μηχ. 10 (32 λεπτά)	Μηχ. 9 (39 λεπτά)	Μηχ. 1 (59 λεπτά)	Μηχ. 3 (41 λεπτά)	Μηχ. 6 (56 λεπτά)
9	Μηχ. 4 (60 λεπτά)	Μηχ. 9 (45 λεπτά)	Μηχ. 1 (88 λεπτά)	Μηχ. 3 (12 λεπτά)	Μηχ. 2 (7 λεπτά)	Μηχ. 6 (22 λεπτά)	Μηχ. 5 (93 λεπτά)	Μηχ. 10 (49 λεπτά)	Μηχ. 8 (69 λεπτά)	Μηχ. 7 (27 λεπτά)
10	Μηχ. 1 (21 λεπτά)	Μηχ. 3 (61 λεπτά)	Μηχ. 4 (68 λεπτά)	Μηχ. 6 (26 λεπτά)	Μηχ. 7 (82 λεπτά)	Μηχ. 10 (71 λεπτά)	Μηχ. 9 (44 λεπτά)	Μηχ. 5 (99 λεπτά)	Μηχ. 8 (33 λεπτά)	Μηχ. 2 (84 λεπτά)

Πίνακας Π.28 Το πρόβλημα LA20

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6	Διεργασία 7	Διεργασία 8	Διεργασία 9	Διεργασία 10
1	Μηχ. 3 (34 λεπτά)	Μηχ. 4 (55 λεπτά)	Μηχ. 6 (95 λεπτά)	Μηχ. 10 (16 λεπτά)	Μηχ. 5 (21 λεπτά)	Μηχ. 7 (71 λεπτά)	Μηχ. 1 (53 λεπτά)	Μηχ. 9 (52 λεπτά)	Μηχ. 2 (21 λεπτά)	Μηχ. 8 (26 λεπτά)
2	Μηχ. 4 (39 λεπτά)	Μηχ. 3 (31 λεπτά)	Μηχ. 1 (12 λεπτά)	Μηχ. 2 (42 λεπτά)	Μηχ. 10 (79 λεπτά)	Μηχ. 9 (77 λεπτά)	Μηχ. 7 (77 λεπτά)	Μηχ. 6 (98 λεπτά)	Μηχ. 5 (55 λεπτά)	Μηχ. 8 (66 λεπτά)
3	Μηχ. 2 (19 λεπτά)	Μηχ. 1 (83 λεπτά)	Μηχ. 4 (34 λεπτά)	Μηχ. 5 (92 λεπτά)	Μηχ. 7 (54 λεπτά)	Μηχ. 10 (79 λεπτά)	Μηχ. 9 (62 λεπτά)	Μηχ. 6 (37 λεπτά)	Μηχ. 3 (64 λεπτά)	Μηχ. 8 (43 λεπτά)
4	Μηχ. 5 (60 λεπτά)	Μηχ. 3 (87 λεπτά)	Μηχ. 9 (24 λεπτά)	Μηχ. 6 (77 λεπτά)	Μηχ. 4 (69 λεπτά)	Μηχ. 8 (38 λεπτά)	Μηχ. 2 (87 λεπτά)	Μηχ. 7 (41 λεπτά)	Μηχ. 10 (83 λεπτά)	Μηχ. 1 (93 λεπτά)
5	Μηχ. 9 (79 λεπτά)	Μηχ. 10 (77 λεπτά)	Μηχ. 3 (98 λεπτά)	Μηχ. 5 (96 λεπτά)	Μηχ. 4 (17 λεπτά)	Μηχ. 1 (44 λεπτά)	Μηχ. 8 (43 λεπτά)	Μηχ. 7 (75 λεπτά)	Μηχ. 2 (49 λεπτά)	Μηχ. 6 (25 λεπτά)
6	Μηχ. 9 (35 λεπτά)	Μηχ. 8 (95 λεπτά)	Μηχ. 7 (9 λεπτά)	Μηχ. 10 (10 λεπτά)	Μηχ. 3 (35 λεπτά)	Μηχ. 2 (7 λεπτά)	Μηχ. 6 (28 λεπτά)	Μηχ. 5 (61 λεπτά)	Μηχ. 1 (95 λεπτά)	Μηχ. 4 (76 λεπτά)
7	Μηχ. 5 (28 λεπτά)	Μηχ. 6 (59 λεπτά)	Μηχ. 4 (16 λεπτά)	Μηχ. 10 (43 λεπτά)	Μηχ. 1 (46 λεπτά)	Μηχ. 9 (50 λεπτά)	Μηχ. 7 (52 λεπτά)	Μηχ. 8 (27 λεπτά)	Μηχ. 3 (59 λεπτά)	Μηχ. 2 (91 λεπτά)
8	Μηχ. 6 (9 λεπτά)	Μηχ. 5 (20 λεπτά)	Μηχ. 3 (39 λεπτά)	Μηχ. 7 (54 λεπτά)	Μηχ. 2 (45 λεπτά)	Μηχ. 8 (71 λεπτά)	Μηχ. 1 (87 λεπτά)	Μηχ. 4 (41 λεπτά)	Μηχ. 10 (43 λεπτά)	Μηχ. 9 (14 λεπτά)
9	Μηχ. 2 (28 λεπτά)	Μηχ. 6 (33 λεπτά)	Μηχ. 1 (78 λεπτά)	Μηχ. 4 (26 λεπτά)	Μηχ. 3 (37 λεπτά)	Μηχ. 8 (8 λεπτά)	Μηχ. 9 (66 λεπτά)	Μηχ. 7 (89 λεπτά)	Μηχ. 10 (42 λεπτά)	Μηχ. 5 (33 λεπτά)
10	Μηχ. 3 (94 λεπτά)	Μηχ. 6 (84 λεπτά)	Μηχ. 7 (78 λεπτά)	Μηχ. 10 (81 λεπτά)	Μηχ. 2 (74 λεπτά)	Μηχ. 4 (27 λεπτά)	Μηχ. 9 (69 λεπτά)	Μηχ. 1 (69 λεπτά)	Μηχ. 8 (45 λεπτά)	Μηχ. 5 (96 λεπτά)
11	Μηχ. 2 (31 λεπτά)	Μηχ. 5 (24 λεπτά)	Μηχ. 1 (20 λεπτά)	Μηχ. 3 (17 λεπτά)	Μηχ. 10 (25 λεπτά)	Μηχ. 9 (81 λεπτά)	Μηχ. 6 (76 λεπτά)	Μηχ. 4 (87 λεπτά)	Μηχ. 8 (32 λεπτά)	Μηχ. 7 (18 λεπτά)
12	Μηχ. 6 (28 λεπτά)	Μηχ. 10 (97 λεπτά)	Μηχ. 1 (58 λεπτά)	Μηχ. 5 (45 λεπτά)	Μηχ. 7 (76 λεπτά)	Μηχ. 4 (99 λεπτά)	Μηχ. 3 (23 λεπτά)	Μηχ. 2 (72 λεπτά)	Μηχ. 9 (90 λεπτά)	Μηχ. 8 (86 λεπτά)
13	Μηχ. 6 (27 λεπτά)	Μηχ. 10 (48 λεπτά)	Μηχ. 9 (27 λεπτά)	Μηχ. 8 (62 λεπτά)	Μηχ. 5 (98 λεπτά)	Μηχ. 7 (67 λεπτά)	Μηχ. 4 (48 λεπτά)	Μηχ. 1 (42 λεπτά)	Μηχ. 2 (46 λεπτά)	Μηχ. 3 (17 λεπτά)
14	Μηχ. 2 (12 λεπτά)	Μηχ. 9 (50 λεπτά)	Μηχ. 1 (80 λεπτά)	Μηχ. 3 (50 λεπτά)	Μηχ. 10 (80 λεπτά)	Μηχ. 4 (19 λεπτά)	Μηχ. 6 (28 λεπτά)	Μηχ. 7 (63 λεπτά)	Μηχ. 5 (94 λεπτά)	Μηχ. 8 (98 λεπτά)
15	Μηχ. 5 (61 λεπτά)	Μηχ. 4 (55 λεπτά)	Μηχ. 7 (37 λεπτά)	Μηχ. 6 (14 λεπτά)	Μηχ. 3 (50 λεπτά)	Μηχ. 9 (79 λεπτά)	Μηχ. 2 (41 λεπτά)	Μηχ. 10 (72 λεπτά)	Μηχ. 8 (18 λεπτά)	Μηχ. 1 (75 λεπτά)

Πίνακας Π.29 Το πρόβλημα LA21

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6	Διεργασία 7	Διεργασία 8	Διεργασία 9	Διεργασία 10
1	Μηχ. 9 (14 λεπτά)	Μηχ. 5 (75 λεπτά)	Μηχ. 4 (12 λεπτά)	Μηχ. 3 (38 λεπτά)	Μηχ. 1 (76 λεπτά)	Μηχ. 6 (97 λεπτά)	Μηχ. 10 (12 λεπτά)	Μηχ. 2 (29 λεπτά)	Μηχ. 8 (44 λεπτά)	Μηχ. 7 (66 λεπτά)
2	Μηχ. 6 (38 λεπτά)	Μηχ. 4 (82 λεπτά)	Μηχ. 3 (85 λεπτά)	Μηχ. 5 (58 λεπτά)	Μηχ. 7 (87 λεπτά)	Μηχ. 10 (89 λεπτά)	Μηχ. 1 (43 λεπτά)	Μηχ. 2 (80 λεπτά)	Μηχ. 8 (69 λεπτά)	Μηχ. 9 (92 λεπτά)
3	Μηχ. 10 (5 λεπτά)	Μηχ. 2 (84 λεπτά)	Μηχ. 1 (43 λεπτά)	Μηχ. 7 (48 λεπτά)	Μηχ. 5 (8 λεπτά)	Μηχ. 8 (7 λεπτά)	Μηχ. 4 (41 λεπτά)	Μηχ. 6 (61 λεπτά)	Μηχ. 9 (66 λεπτά)	Μηχ. 3 (14 λεπτά)
4	Μηχ. 3 (42 λεπτά)	Μηχ. 2 (8 λεπτά)	Μηχ. 1 (96 λεπτά)	Μηχ. 6 (19 λεπτά)	Μηχ. 5 (59 λεπτά)	Μηχ. 8 (97 λεπτά)	Μηχ. 10 (73 λεπτά)	Μηχ. 9 (43 λεπτά)	Μηχ. 4 (74 λεπτά)	Μηχ. 7 (41 λεπτά)
5	Μηχ. 7 (55 λεπτά)	Μηχ. 3 (70 λεπτά)	Μηχ. 4 (75 λεπτά)	Μηχ. 9 (42 λεπτά)	Μηχ. 5 (37 λεπτά)	Μηχ. 8 (23 λεπτά)	Μηχ. 2 (48 λεπτά)	Μηχ. 6 (5 λεπτά)	Μηχ. 10 (38 λεπτά)	Μηχ. 1 (7 λεπτά)
6	Μηχ. 9 (9 λεπτά)	Μηχ. 3 (72 λεπτά)	Μηχ. 8 (31 λεπτά)	Μηχ. 1 (79 λεπτά)	Μηχ. 6 (73 λεπτά)	Μηχ. 4 (95 λεπτά)	Μηχ. 5 (25 λεπτά)	Μηχ. 7 (43 λεπτά)	Μηχ. 10 (60 λεπτά)	Μηχ. 2 (56 λεπτά)
7	Μηχ. 1 (97 λεπτά)	Μηχ. 3 (64 λεπτά)	Μηχ. 4 (78 λεπτά)	Μηχ. 6 (21 λεπτά)	Μηχ. 5 (94 λεπτά)	Μηχ. 10 (31 λεπτά)	Μηχ. 9 (53 λεπτά)	Μηχ. 7 (16 λεπτά)	Μηχ. 8 (86 λεπτά)	Μηχ. 2 (7 λεπτά)
8	Μηχ. 4 (86 λεπτά)	Μηχ. 8 (85 λεπτά)	Μηχ. 10 (63 λεπτά)	Μηχ. 1 (61 λεπτά)	Μηχ. 3 (65 λεπτά)	Μηχ. 5 (30 λεπτά)	Μηχ. 6 (32 λεπτά)	Μηχ. 2 (33 λεπτά)	Μηχ. 9 (44 λεπτά)	Μηχ. 7 (59 λεπτά)
9	Μηχ. 3 (44 λεπτά)	Μηχ. 4 (16 λεπτά)	Μηχ. 5 (11 λεπτά)	Μηχ. 7 (45 λεπτά)	Μηχ. 2 (30 λεπτά)	Μηχ. 10 (84 λεπτά)	Μηχ. 9 (93 λεπτά)	Μηχ. 1 (60 λεπτά)	Μηχ. 6 (61 λεπτά)	Μηχ. 8 (90 λεπτά)
10	Μηχ. 8 (36 λεπτά)	Μηχ. 9 (31 λεπτά)	Μηχ. 5 (47 λεπτά)	Μηχ. 7 (52 λεπτά)	Μηχ. 1 (32 λεπτά)	Μηχ. 6 (11 λεπτά)	Μηχ. 3 (28 λεπτά)	Μηχ. 10 (35 λεπτά)	Μηχ. 4 (20 λεπτά)	Μηχ. 2 (49 λεπτά)
11	Μηχ. 9 (20 λεπτά)	Μηχ. 7 (49 λεπτά)	Μηχ. 8 (74 λεπτά)	Μηχ. 5 (10 λεπτά)	Μηχ. 6 (17 λεπτά)	Μηχ. 4 (34 λεπτά)	Μηχ. 1 (85 λεπτά)	Μηχ. 3 (77 λεπτά)	Μηχ. 10 (68 λεπτά)	Μηχ. 2 (84 λεπτά)
12	Μηχ. 2 (85 λεπτά)	Μηχ. 6 (7 λεπτά)	Μηχ. 9 (71 λεπτά)	Μηχ. 7 (59 λεπτά)	Μηχ. 5 (76 λεπτά)	Μηχ. 1 (17 λεπτά)	Μηχ. 4 (29 λεπτά)	Μηχ. 3 (17 λεπτά)	Μηχ. 8 (48 λεπτά)	Μηχ. 10 (13 λεπτά)
13	Μηχ. 3 (15 λεπτά)	Μηχ. 7 (87 λεπτά)	Μηχ. 8 (11 λεπτά)	Μηχ. 2 (39 λεπτά)	Μηχ. 5 (39 λεπτά)	Μηχ. 9 (43 λεπτά)	Μηχ. 1 (19 λεπτά)	Μηχ. 4 (32 λεπτά)	Μηχ. 10 (16 λεπτά)	Μηχ. 6 (64 λεπτά)
14	Μηχ. 7 (32 λεπτά)	Μηχ. 3 (92 λεπτά)	Μηχ. 6 (33 λεπτά)	Μηχ. 9 (82 λεπτά)	Μηχ. 2 (83 λεπτά)	Μηχ. 8 (57 λεπτά)	Μηχ. 10 (99 λεπτά)	Μηχ. 5 (91 λεπτά)	Μηχ. 4 (99 λεπτά)	Μηχ. 1 (8 λεπτά)
15	Μηχ. 5 (88 λεπτά)	Μηχ. 8 (7 λεπτά)	Μηχ. 9 (27 λεπτά)	Μηχ. 2 (38 λεπτά)	Μηχ. 4 (91 λεπτά)	Μηχ. 3 (69 λεπτά)	Μηχ. 7 (21 λεπτά)	Μηχ. 10 (62 λεπτά)	Μηχ. 6 (39 λεπτά)	Μηχ. 1 (48 λεπτά)

Πίνακας Π.30 Το πρόβλημα LA25

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6	Διεργασία 7	Διεργασία 8	Διεργασία 9	Διεργασία 10
1	Μηχ. 9 (52 λεπτά)	Μηχ. 8 (26 λεπτά)	Μηχ. 7 (71 λεπτά)	Μηχ. 10 (16 λεπτά)	Μηχ. 3 (34 λεπτά)	Μηχ. 2 (21 λεπτά)	Μηχ. 6 (95 λεπτά)	Μηχ. 5 (21 λεπτά)	Μηχ. 1 (53 λεπτά)	Μηχ. 4 (55 λεπτά)
2	Μηχ. 5 (55 λεπτά)	Μηχ. 6 (98 λεπτά)	Μηχ. 4 (39 λεπτά)	Μηχ. 10 (79 λεπτά)	Μηχ. 1 (12 λεπτά)	Μηχ. 9 (77 λεπτά)	Μηχ. 7 (77 λεπτά)	Μηχ. 8 (66 λεπτά)	Μηχ. 3 (31 λεπτά)	Μηχ. 2 (42 λεπτά)
3	Μηχ. 6 (37 λεπτά)	Μηχ. 5 (92 λεπτά)	Μηχ. 3 (64 λεπτά)	Μηχ. 7 (54 λεπτά)	Μηχ. 2 (19 λεπτά)	Μηχ. 8 (43 λεπτά)	Μηχ. 1 (83 λεπτά)	Μηχ. 4 (34 λεπτά)	Μηχ. 10 (79 λεπτά)	Μηχ. 9 (62 λεπτά)
4	Μηχ. 2 (87 λεπτά)	Μηχ. 6 (77 λεπτά)	Μηχ. 1 (93 λεπτά)	Μηχ. 4 (69 λεπτά)	Μηχ. 3 (87 λεπτά)	Μηχ. 8 (38 λεπτά)	Μηχ. 9 (24 λεπτά)	Μηχ. 7 (41 λεπτά)	Μηχ. 10 (83 λεπτά)	Μηχ. 5 (60 λεπτά)
5	Μηχ. 3 (98 λεπτά)	Μηχ. 6 (25 λεπτά)	Μηχ. 7 (75 λεπτά)	Μηχ. 10 (77 λεπτά)	Μηχ. 2 (49 λεπτά)	Μηχ. 4 (17 λεπτά)	Μηχ. 9 (79 λεπτά)	Μηχ. 1 (44 λεπτά)	Μηχ. 8 (43 λεπτά)	Μηχ. 5 (96 λεπτά)
6	Μηχ. 2 (7 λεπτά)	Μηχ. 5 (61 λεπτά)	Μηχ. 1 (95 λεπτά)	Μηχ. 3 (35 λεπτά)	Μηχ. 10 (10 λεπτά)	Μηχ. 9 (35 λεπτά)	Μηχ. 6 (28 λεπτά)	Μηχ. 4 (76 λεπτά)	Μηχ. 8 (95 λεπτά)	Μηχ. 7 (9 λεπτά)
7	Μηχ. 6 (59 λεπτά)	Μηχ. 10 (43 λεπτά)	Μηχ. 1 (46 λεπτά)	Μηχ. 5 (28 λεπτά)	Μηχ. 7 (52 λεπτά)	Μηχ. 4 (16 λεπτά)	Μηχ. 3 (59 λεπτά)	Μηχ. 2 (91 λεπτά)	Μηχ. 9 (50 λεπτά)	Μηχ. 8 (27 λεπτά)
8	Μηχ. 6 (9 λεπτά)	Μηχ. 10 (43 λεπτά)	Μηχ. 9 (14 λεπτά)	Μηχ. 8 (71 λεπτά)	Μηχ. 5 (20 λεπτά)	Μηχ. 7 (54 λεπτά)	Μηχ. 4 (41 λεπτά)	Μηχ. 1 (87 λεπτά)	Μηχ. 2 (45 λεπτά)	Μηχ. 3 (39 λεπτά)
9	Μηχ. 2 (28 λεπτά)	Μηχ. 9 (66 λεπτά)	Μηχ. 1 (78 λεπτά)	Μηχ. 3 (37 λεπτά)	Μηχ. 10 (42 λεπτά)	Μηχ. 4 (26 λεπτά)	Μηχ. 6 (33 λεπτά)	Μηχ. 7 (89 λεπτά)	Μηχ. 5 (33 λεπτά)	Μηχ. 8 (8 λεπτά)
10	Μηχ. 5 (96 λεπτά)	Μηχ. 4 (27 λεπτά)	Μηχ. 7 (78 λεπτά)	Μηχ. 6 (84 λεπτά)	Μηχ. 3 (94 λεπτά)	Μηχ. 9 (69 λεπτά)	Μηχ. 2 (74 λεπτά)	Μηχ. 10 (81 λεπτά)	Μηχ. 8 (45 λεπτά)	Μηχ. 1 (69 λεπτά)
11	Μηχ. 5 (24 λεπτά)	Μηχ. 8 (32 λεπτά)	Μηχ. 10 (25 λεπτά)	Μηχ. 3 (17 λεπτά)	Μηχ. 4 (87 λεπτά)	Μηχ. 9 (81 λεπτά)	Μηχ. 6 (76 λεπτά)	Μηχ. 7 (18 λεπτά)	Μηχ. 2 (31 λεπτά)	Μηχ. 1 (20 λεπτά)
12	Μηχ. 9 (90 λεπτά)	Μηχ. 6 (28 λεπτά)	Μηχ. 2 (72 λεπτά)	Μηχ. 8 (86 λεπτά)	Μηχ. 3 (23 λεπτά)	Μηχ. 4 (99 λεπτά)	Μηχ. 7 (76 λεπτά)	Μηχ. 10 (97 λεπτά)	Μηχ. 5 (45 λεπτά)	Μηχ. 1 (58 λεπτά)
13	Μηχ. 3 (17 λεπτά)	Μηχ. 5 (98 λεπτά)	Μηχ. 4 (48 λεπτά)	Μηχ. 2 (46 λεπτά)	Μηχ. 9 (27 λεπτά)	Μηχ. 7 (67 λεπτά)	Μηχ. 8 (62 λεπτά)	Μηχ. 1 (42 λεπτά)	Μηχ. 10 (48 λεπτά)	Μηχ. 6 (27 λεπτά)
14	Μηχ. 1 (80 λεπτά)	Μηχ. 9 (50 λεπτά)	Μηχ. 4 (19 λεπτά)	Μηχ. 8 (98 λεπτά)	Μηχ. 6 (28 λεπτά)	Μηχ. 3 (50 λεπτά)	Μηχ. 5 (94 λεπτά)	Μηχ. 7 (63 λεπτά)	Μηχ. 2 (12 λεπτά)	Μηχ. 10 (80 λεπτά)
15	Μηχ. 10 (72 λεπτά)	Μηχ. 1 (75 λεπτά)	Μηχ. 5 (61 λεπτά)	Μηχ. 9 (79 λεπτά)	Μηχ. 7 (37 λεπτά)	Μηχ. 3 (50 λεπτά)	Μηχ. 6 (14 λεπτά)	Μηχ. 4 (55 λεπτά)	Μηχ. 8 (18 λεπτά)	Μηχ. 2 (41 λεπτά)
16	Μηχ. 4 (96 λεπτά)	Μηχ. 3 (14 λεπτά)	Μηχ. 6 (57 λεπτά)	Μηχ. 1 (47 λεπτά)	Μηχ. 8 (65 λεπτά)	Μηχ. 5 (75 λεπτά)	Μηχ. 9 (79 λεπτά)	Μηχ. 2 (71 λεπτά)	Μηχ. 7 (60 λεπτά)	Μηχ. 10 (22 λεπτά)
17	Μηχ. 2 (31 λεπτά)	Μηχ. 8 (47 λεπτά)	Μηχ. 9 (58 λεπτά)	Μηχ. 4 (32 λεπτά)	Μηχ. 5 (44 λεπτά)	Μηχ. 6 (58 λεπτά)	Μηχ. 7 (34 λεπτά)	Μηχ. 1 (33 λεπτά)	Μηχ. 3 (69 λεπτά)	Μηχ. 10 (51 λεπτά)

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6	Διεργασία 7	Διεργασία 8	Διεργασία 9	Διεργασία 10
18	Μηχ. 2 (44 λεπτά)	Μηχ. 8 (40 λεπτά)	Μηχ. 3 (17 λεπτά)	Μηχ. 1 (62 λεπτά)	Μηχ. 9 (66 λεπτά)	Μηχ. 7 (15 λεπτά)	Μηχ. 4 (29 λεπτά)	Μηχ. 10 (38 λεπτά)	Μηχ. 6 (8 λεπτά)	Μηχ. 5 (97 λεπτά)
19	Μηχ. 3 (58 λεπτά)	Μηχ. 4 (50 λεπτά)	Μηχ. 5 (63 λεπτά)	Μηχ. 10 (87 λεπτά)	Μηχ. 1 (57 λεπτά)	Μηχ. 7 (21 λεπτά)	Μηχ. 8 (57 λεπτά)	Μηχ. 9 (32 λεπτά)	Μηχ. 2 (39 λεπτά)	Μηχ. 6 (20 λεπτά)
20	Μηχ. 2 (85 λεπτά)	Μηχ. 1 (84 λεπτά)	Μηχ. 6 (56 λεπτά)	Μηχ. 4 (61 λεπτά)	Μηχ. 10 (15 λεπτά)	Μηχ. 8 (70 λεπτά)	Μηχ. 9 (30 λεπτά)	Μηχ. 3 (90 λεπτά)	Μηχ. 7 (67 λεπτά)	Μηχ. 5 (20 λεπτά)

Πίνακας Π.31 Το πρόβλημα LA26

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6	Διεργασία 7	Διεργασία 8	Διεργασία 9	Διεργασία 10
1	Μηχ. 9 (14 λεπτά)	Μηχ. 3 (38 λεπτά)	Μηχ. 8 (44 λεπτά)	Μηχ. 1 (76 λεπτά)	Μηχ. 6 (97 λεπτά)	Μηχ. 4 (12 λεπτά)	Μηχ. 5 (75 λεπτά)	Μηχ. 7 (66 λεπτά)	Μηχ. 10 (12 λεπτά)	Μηχ. 2 (29 λεπτά)
2	Μηχ. 1 (43 λεπτά)	Μηχ. 3 (85 λεπτά)	Μηχ. 4 (82 λεπτά)	Μηχ. 6 (38 λεπτά)	Μηχ. 5 (58 λεπτά)	Μηχ. 10 (89 λεπτά)	Μηχ. 9 (92 λεπτά)	Μηχ. 7 (87 λεπτά)	Μηχ. 8 (69 λεπτά)	Μηχ. 2 (80 λεπτά)
3	Μηχ. 4 (41 λεπτά)	Μηχ. 8 (7 λεπτά)	Μηχ. 10 (5 λεπτά)	Μηχ. 1 (43 λεπτά)	Μηχ. 3 (14 λεπτά)	Μηχ. 5 (8 λεπτά)	Μηχ. 6 (61 λεπτά)	Μηχ. 2 (84 λεπτά)	Μηχ. 9 (66 λεπτά)	Μηχ. 7 (48 λεπτά)
4	Μηχ. 3 (42 λεπτά)	Μηχ. 4 (74 λεπτά)	Μηχ. 5 (59 λεπτά)	Μηχ. 7 (41 λεπτά)	Μηχ. 2 (8 λεπτά)	Μηχ. 10 (73 λεπτά)	Μηχ. 9 (43 λεπτά)	Μηχ. 1 (96 λεπτά)	Μηχ. 6 (19 λεπτά)	Μηχ. 8 (97 λεπτά)
5	Μηχ. 8 (23 λεπτά)	Μηχ. 9 (42 λεπτά)	Μηχ. 5 (37 λεπτά)	Μηχ. 7 (55 λεπτά)	Μηχ. 1 (7 λεπτά)	Μηχ. 6 (5 λεπτά)	Μηχ. 3 (70 λεπτά)	Μηχ. 10 (38 λεπτά)	Μηχ. 4 (75 λεπτά)	Μηχ. 2 (48 λεπτά)
6	Μηχ. 9 (9 λεπτά)	Μηχ. 7 (43 λεπτά)	Μηχ. 8 (31 λεπτά)	Μηχ. 5 (25 λεπτά)	Μηχ. 6 (73 λεπτά)	Μηχ. 4 (95 λεπτά)	Μηχ. 1 (79 λεπτά)	Μηχ. 3 (72 λεπτά)	Μηχ. 10 (60 λεπτά)	Μηχ. 2 (56 λεπτά)
7	Μηχ. 2 (7 λεπτά)	Μηχ. 6 (21 λεπτά)	Μηχ. 9 (53 λεπτά)	Μηχ. 7 (16 λεπτά)	Μηχ. 5 (94 λεπτά)	Μηχ. 1 (97 λεπτά)	Μηχ. 4 (78 λεπτά)	Μηχ. 3 (64 λεπτά)	Μηχ. 8 (86 λεπτά)	Μηχ. 10 (31 λεπτά)
8	Μηχ. 3 (65 λεπτά)	Μηχ. 7 (59 λεπτά)	Μηχ. 8 (85 λεπτά)	Μηχ. 2 (33 λεπτά)	Μηχ. 5 (30 λεπτά)	Μηχ. 9 (44 λεπτά)	Μηχ. 1 (61 λεπτά)	Μηχ. 4 (86 λεπτά)	Μηχ. 10 (63 λεπτά)	Μηχ. 6 (32 λεπτά)
9	Μηχ. 7 (45 λεπτά)	Μηχ. 3 (44 λεπτά)	Μηχ. 6 (61 λεπτά)	Μηχ. 9 (93 λεπτά)	Μηχ. 2 (30 λεπτά)	Μηχ. 8 (90 λεπτά)	Μηχ. 10 (84 λεπτά)	Μηχ. 5 (11 λεπτά)	Μηχ. 4 (16 λεπτά)	Μηχ. 1 (60 λεπτά)
10	Μηχ. 5 (47 λεπτά)	Μηχ. 8 (36 λεπτά)	Μηχ. 9 (31 λεπτά)	Μηχ. 2 (49 λεπτά)	Μηχ. 4 (20 λεπτά)	Μηχ. 3 (28 λεπτά)	Μηχ. 7 (52 λεπτά)	Μηχ. 10 (35 λεπτά)	Μηχ. 6 (11 λεπτά)	Μηχ. 1 (32 λεπτά)
11	Μηχ. 3 (77 λεπτά)	Μηχ. 5 (10 λεπτά)	Μηχ. 10 (68 λεπτά)	Μηχ. 6 (17 λεπτά)	Μηχ. 1 (85 λεπτά)	Μηχ. 2 (84 λεπτά)	Μηχ. 9 (20 λεπτά)	Μηχ. 7 (49 λεπτά)	Μηχ. 8 (74 λεπτά)	Μηχ. 4 (34 λεπτά)

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6	Διεργασία 7	Διεργασία 8	Διεργασία 9	Διεργασία 10
12	Μηχ. 1 (17 λεπτά)	Μηχ. 6 (7 λεπτά)	Μηχ. 2 (85 λεπτά)	Μηχ. 4 (29 λεπτά)	Μηχ. 3 (17 λεπτά)	Μηχ. 5 (76 λεπτά)	Μηχ. 7 (59 λεπτά)	Μηχ. 9 (71 λεπτά)	Μηχ. 10 (13 λεπτά)	Μηχ. 8 (48 λεπτά)
13	Μηχ. 7 (87 λεπτά)	Μηχ. 5 (39 λεπτά)	Μηχ. 9 (43 λεπτά)	Μηχ. 8 (11 λεπτά)	Μηχ. 3 (15 λεπτά)	Μηχ. 4 (32 λεπτά)	Μηχ. 6 (64 λεπτά)	Μηχ. 1 (19 λεπτά)	Μηχ. 2 (39 λεπτά)	Μηχ. 10 (16 λεπτά)
14	Μηχ. 6 (33 λεπτά)	Μηχ. 4 (99 λεπτά)	Μηχ. 7 (32 λεπτά)	Μηχ. 5 (91 λεπτά)	Μηχ. 9 (82 λεπτά)	Μηχ. 3 (92 λεπτά)	Μηχ. 10 (99 λεπτά)	Μηχ. 8 (57 λεπτά)	Μηχ. 2 (83 λεπτά)	Μηχ. 1 (8 λεπτά)
15	Μηχ. 4 (91 λεπτά)	Μηχ. 6 (39 λεπτά)	Μηχ. 3 (69 λεπτά)	Μηχ. 9 (27 λεπτά)	Μηχ. 8 (7 λεπτά)	Μηχ. 7 (21 λεπτά)	Μηχ. 2 (38 λεπτά)	Μηχ. 10 (62 λεπτά)	Μηχ. 5 (88 λεπτά)	Μηχ. 1 (48 λεπτά)
16	Μηχ. 3 (67 λεπτά)	Μηχ. 8 (80 λεπτά)	Μηχ. 4 (24 λεπτά)	Μηχ. 1 (88 λεπτά)	Μηχ. 5 (18 λεπτά)	Μηχ. 2 (44 λεπτά)	Μηχ. 9 (45 λεπτά)	Μηχ. 10 (64 λεπτά)	Μηχ. 6 (80 λεπτά)	Μηχ. 7 (38 λεπτά)
17	Μηχ. 10 (59 λεπτά)	Μηχ. 4 (72 λεπτά)	Μηχ. 7 (47 λεπτά)	Μηχ. 5 (40 λεπτά)	Μηχ. 8 (21 λεπτά)	Μηχ. 6 (43 λεπτά)	Μηχ. 1 (51 λεπτά)	Μηχ. 9 (52 λεπτά)	Μηχ. 2 (24 λεπτά)	Μηχ. 3 (15 λεπτά)
18	Μηχ. 4 (70 λεπτά)	Μηχ. 3 (31 λεπτά)	Μηχ. 7 (20 λεπτά)	Μηχ. 9 (76 λεπτά)	Μηχ. 2 (40 λεπτά)	Μηχ. 8 (43 λεπτά)	Μηχ. 1 (32 λεπτά)	Μηχ. 6 (88 λεπτά)	Μηχ. 10 (5 λεπτά)	Μηχ. 5 (77 λεπτά)
19	Μηχ. 5 (47 λεπτά)	Μηχ. 6 (64 λεπτά)	Μηχ. 10 (85 λεπτά)	Μηχ. 4 (49 λεπτά)	Μηχ. 8 (58 λεπτά)	Μηχ. 2 (26 λεπτά)	Μηχ. 1 (32 λεπτά)	Μηχ. 9 (80 λεπτά)	Μηχ. 3 (14 λεπτά)	Μηχ. 7 (94 λεπτά)
20	Μηχ. 6 (59 λεπτά)	Μηχ. 3 (96 λεπτά)	Μηχ. 1 (5 λεπτά)	Μηχ. 8 (79 λεπτά)	Μηχ. 9 (34 λεπτά)	Μηχ. 5 (75 λεπτά)	Μηχ. 4 (26 λεπτά)	Μηχ. 7 (9 λεπτά)	Μηχ. 10 (23 λεπτά)	Μηχ. 2 (11 λεπτά)

Πίνακας Π.32 Το πρόβλημα LA29

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6	Διεργασία 7	Διεργασία 8	Διεργασία 9	Διεργασία 10
1	Μηχ. 2 (26 λεπτά)	Μηχ. 13 (67 λεπτά)	Μηχ. 1 (72 λεπτά)	Μηχ. 7 (74 λεπτά)	Μηχ. 15 (13 λεπτά)	Μηχ. 9 (43 λεπτά)	Μηχ. 5 (30 λεπτά)	Μηχ. 4 (19 λεπτά)	Μηχ. 11 (23 λεπτά)	Μηχ. 12 (85 λεπτά)
2	Μηχ. 15 (42 λεπτά)	Μηχ. 1 (39 λεπτά)	Μηχ. 5 (55 λεπτά)	Μηχ. 13 (46 λεπτά)	Μηχ. 2 (19 λεπτά)	Μηχ. 9 (93 λεπτά)	Μηχ. 10 (80 λεπτά)	Μηχ. 6 (26 λεπτά)	Μηχ. 11 (7 λεπτά)	Μηχ. 7 (50 λεπτά)
3	Μηχ. 4 (96 λεπτά)	Μηχ. 5 (99 λεπτά)	Μηχ. 13 (34 λεπτά)	Μηχ. 7 (60 λεπτά)	Μηχ. 8 (43 λεπτά)	Μηχ. 15 (7 λεπτά)	Μηχ. 14 (12 λεπτά)	Μηχ. 9 (11 λεπτά)	Μηχ. 12 (70 λεπτά)	Μηχ. 11 (43 λεπτά)
4	Μηχ. 15 (63 λεπτά)	Μηχ. 12 (45 λεπτά)	Μηχ. 5 (49 λεπτά)	Μηχ. 2 (74 λεπτά)	Μηχ. 9 (27 λεπτά)	Μηχ. 1 (30 λεπτά)	Μηχ. 10 (72 λεπτά)	Μηχ. 8 (9 λεπτά)	Μηχ. 13 (99 λεπτά)	Μηχ. 14 (60 λεπτά)
5	Μηχ. 3 (91 λεπτά)	Μηχ. 1 (75 λεπτά)	Μηχ. 10 (98 λεπτά)	Μηχ. 4 (17 λεπτά)	Μηχ. 11 (72 λεπτά)	Μηχ. 14 (31 λεπτά)	Μηχ. 12 (9 λεπτά)	Μηχ. 15 (98 λεπτά)	Μηχ. 8 (50 λεπτά)	Μηχ. 6 (37 λεπτά)

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6	Διεργασία 7	Διεργασία 8	Διεργασία 9	Διεργασία 10
6	Μηχ. 12 (35 λεπτά)	Μηχ. 7 (80 λεπτά)	Μηχ. 5 (39 λεπτά)	Μηχ. 4 (62 λεπτά)	Μηχ. 15 (74 λεπτά)	Μηχ. 6 (72 λεπτά)	Μηχ. 11 (35 λεπτά)	Μηχ. 10 (25 λεπτά)	Μηχ. 2 (49 λεπτά)	Μηχ. 9 (52 λεπτά)
7	Μηχ. 15 (19 λεπτά)	Μηχ. 8 (57 λεπτά)	Μηχ. 11 (24 λεπτά)	Μηχ. 14 (91 λεπτά)	Μηχ. 4 (50 λεπτά)	Μηχ. 1 (5 λεπτά)	Μηχ. 12 (49 λεπτά)	Μηχ. 13 (18 λεπτά)	Μηχ. 10 (58 λεπτά)	Μηχ. 6 (24 λεπτά)
8	Μηχ. 8 (77 λεπτά)	Μηχ. 15 (72 λεπτά)	Μηχ. 6 (35 λεπτά)	Μηχ. 12 (90 λεπτά)	Μηχ. 5 (68 λεπτά)	Μηχ. 7 (18 λεπτά)	Μηχ. 4 (9 λεπτά)	Μηχ. 1 (33 λεπτά)	Μηχ. 9 (60 λεπτά)	Μηχ. 11 (18 λεπτά)
9	Μηχ. 14 (6 λεπτά)	Μηχ. 9 (86 λεπτά)	Μηχ. 3 (40 λεπτά)	Μηχ. 10 (79 λεπτά)	Μηχ. 13 (92 λεπτά)	Μηχ. 12 (23 λεπτά)	Μηχ. 6 (89 λεπτά)	Μηχ. 11 (95 λεπτά)	Μηχ. 7 (91 λεπτά)	Μηχ. 8 (72 λεπτά)
10	Μηχ. 2 (46 λεπτά)	Μηχ. 7 (28 λεπτά)	Μηχ. 6 (34 λεπτά)	Μηχ. 12 (77 λεπτά)	Μηχ. 5 (47 λεπτά)	Μηχ. 1 (10 λεπτά)	Μηχ. 15 (49 λεπτά)	Μηχ. 9 (77 λεπτά)	Μηχ. 11 (48 λεπτά)	Μηχ. 8 (24 λεπτά)
11	Μηχ. 11 (22 λεπτά)	Μηχ. 5 (89 λεπτά)	Μηχ. 13 (79 λεπτά)	Μηχ. 1 (7 λεπτά)	Μηχ. 10 (15 λεπτά)	Μηχ. 2 (6 λεπτά)	Μηχ. 12 (30 λεπτά)	Μηχ. 7 (38 λεπτά)	Μηχ. 6 (11 λεπτά)	Μηχ. 9 (52 λεπτά)
12	Μηχ. 6 (73 λεπτά)	Μηχ. 15 (56 λεπτά)	Μηχ. 3 (37 λεπτά)	Μηχ. 4 (22 λεπτά)	Μηχ. 14 (25 λεπτά)	Μηχ. 7 (58 λεπτά)	Μηχ. 2 (8 λεπτά)	Μηχ. 8 (93 λεπτά)	Μηχ. 5 (88 λεπτά)	Μηχ. 9 (17 λεπτά)
13	Μηχ. 10 (85 λεπτά)	Μηχ. 15 (58 λεπτά)	Μηχ. 4 (46 λεπτά)	Μηχ. 9 (64 λεπτά)	Μηχ. 3 (49 λεπτά)	Μηχ. 7 (37 λεπτά)	Μηχ. 2 (33 λεπτά)	Μηχ. 5 (30 λεπτά)	Μηχ. 6 (26 λεπτά)	Μηχ. 1 (20 λεπτά)
14	Μηχ. 11 (17 λεπτά)	Μηχ. 4 (24 λεπτά)	Μηχ. 5 (89 λεπτά)	Μηχ. 6 (15 λεπτά)	Μηχ. 12 (60 λεπτά)	Μηχ. 2 (42 λεπτά)	Μηχ. 9 (98 λεπτά)	Μηχ. 3 (64 λεπτά)	Μηχ. 14 (92 λεπτά)	Μηχ. 1 (63 λεπτά)
15	Μηχ. 4 (8 λεπτά)	Μηχ. 6 (17 λεπτά)	Μηχ. 12 (56 λεπτά)	Μηχ. 8 (93 λεπτά)	Μηχ. 15 (26 λεπτά)	Μηχ. 10 (62 λεπτά)	Μηχ. 7 (7 λεπτά)	Μηχ. 11 (88 λεπτά)	Μηχ. 1 (97 λεπτά)	Μηχ. 2 (7 λεπτά)

Πίνακας Π.33 Το πρόβλημα LA38 μέρος 1 από 2

Εργασία	Διεργασία 11	Διεργασία 12	Διεργασία 13	Διεργασία 14	Διεργασία 15
1	Μηχ. 6 (98 λεπτά)	Μηχ. 14 (43 λεπτά)	Μηχ. 3 (38 λεπτά)	Μηχ. 8 (8 λεπτά)	Μηχ. 10 (75 λεπτά)
2	Μηχ. 12 (57 λεπτά)	Μηχ. 4 (73 λεπτά)	Μηχ. 3 (9 λεπτά)	Μηχ. 8 (61 λεπτά)	Μηχ. 14 (72 λεπτά)
3	Μηχ. 1 (91 λεπτά)	Μηχ. 2 (68 λεπτά)	Μηχ. 10 (11 λεπτά)	Μηχ. 6 (68 λεπτά)	Μηχ. 3 (72 λεπτά)
4	Μηχ. 6 (69 λεπτά)	Μηχ. 7 (69 λεπτά)	Μηχ. 3 (84 λεπτά)	Μηχ. 4 (40 λεπτά)	Μηχ. 11 (59 λεπτά)
5	Μηχ. 5 (8 λεπτά)	Μηχ. 9 (65 λεπτά)	Μηχ. 2 (90 λεπτά)	Μηχ. 13 (91 λεπτά)	Μηχ. 7 (71 λεπτά)
6	Μηχ. 8 (63 λεπτά)	Μηχ. 3 (90 λεπτά)	Μηχ. 14 (21 λεπτά)	Μηχ. 13 (47 λεπτά)	Μηχ. 1 (38 λεπτά)
7	Μηχ. 9 (52 λεπτά)	Μηχ. 2 (88 λεπτά)	Μηχ. 3 (68 λεπτά)	Μηχ. 7 (20 λεπτά)	Μηχ. 5 (53 λεπτά)
8	Μηχ. 13 (10 λεπτά)	Μηχ. 14 (60 λεπτά)	Μηχ. 2 (38 λεπτά)	Μηχ. 3 (99 λεπτά)	Μηχ. 10 (15 λεπτά)
9	Μηχ. 1 (80 λεπτά)	Μηχ. 2 (60 λεπτά)	Μηχ. 4 (56 λεπτά)	Μηχ. 5 (51 λεπτά)	Μηχ. 15 (23 λεπτά)
10	Μηχ. 13 (8 λεπτά)	Μηχ. 3 (72 λεπτά)	Μηχ. 14 (55 λεπτά)	Μηχ. 10 (29 λεπτά)	Μηχ. 4 (40 λεπτά)
11	Μηχ. 4 (20 λεπτά)	Μηχ. 8 (5 λεπτά)	Μηχ. 15 (9 λεπτά)	Μηχ. 3 (20 λεπτά)	Μηχ. 14 (28 λεπτά)
12	Μηχ. 13 (9 λεπτά)	Μηχ. 12 (69 λεπτά)	Μηχ. 11 (71 λεπτά)	Μηχ. 10 (85 λεπτά)	Μηχ. 1 (55 λεπτά)
13	Μηχ. 14 (74 λεπτά)	Μηχ. 11 (77 λεπτά)	Μηχ. 13 (99 λεπτά)	Μηχ. 12 (56 λεπτά)	Μηχ. 8 (21 λεπτά)
14	Μηχ. 8 (52 λεπτά)	Μηχ. 13 (54 λεπτά)	Μηχ. 7 (75 λεπτά)	Μηχ. 15 (23 λεπτά)	Μηχ. 10 (38 λεπτά)
15	Μηχ. 3 (43 λεπτά)	Μηχ. 9 (29 λεπτά)	Μηχ. 14 (35 λεπτά)	Μηχ. 13 (87 λεπτά)	Μηχ. 5 (57 λεπτά)

Πίνακας Π.34 Το πρόβλημα LA38 μέρος 2 από 2

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6	Διεργασία 7	Διεργασία 8	Διεργασία 9	Διεργασία 10
1	Μηχ. 11 (51 λεπτά)	Μηχ. 15 (43 λεπτά)	Μηχ. 8 (80 λεπτά)	Μηχ. 5 (18 λεπτά)	Μηχ. 7 (38 λεπτά)	Μηχ. 4 (24 λεπτά)	Μηχ. 3 (67 λεπτά)	Μηχ. 13 (15 λεπτά)	Μηχ. 12 (24 λεπτά)	Μηχ. 14 (72 λεπτά)
2	Μηχ. 7 (40 λεπτά)	Μηχ. 10 (88 λεπτά)	Μηχ. 11 (77 λεπτά)	Μηχ. 6 (59 λεπτά)	Μηχ. 12 (20 λεπτά)	Μηχ. 4 (52 λεπτά)	Μηχ. 9 (70 λεπτά)	Μηχ. 1 (40 λεπτά)	Μηχ. 5 (32 λεπτά)	Μηχ. 14 (76 λεπτά)
3	Μηχ. 1 (32 λεπτά)	Μηχ. 4 (49 λεπτά)	Μηχ. 11 (5 λεπτά)	Μηχ. 6 (64 λεπτά)	Μηχ. 8 (58 λεπτά)	Μηχ. 9 (80 λεπτά)	Μηχ. 7 (94 λεπτά)	Μηχ. 12 (11 λεπτά)	Μηχ. 2 (26 λεπτά)	Μηχ. 14 (26 λεπτά)
4	Μηχ. 6 (23 λεπτά)	Μηχ. 7 (9 λεπτά)	Μηχ. 1 (75 λεπτά)	Μηχ. 13 (37 λεπτά)	Μηχ. 12 (43 λεπτά)	Μηχ. 3 (79 λεπτά)	Μηχ. 5 (75 λεπτά)	Μηχ. 4 (34 λεπτά)	Μηχ. 8 (20 λεπτά)	Μηχ. 14 (10 λεπτά)
5	Μηχ. 13 (69 λεπτά)	Μηχ. 10 (59 λεπτά)	Μηχ. 4 (28 λεπτά)	Μηχ. 15 (62 λεπτά)	Μηχ. 14 (36 λεπτά)	Μηχ. 2 (26 λεπτά)	Μηχ. 7 (84 λεπτά)	Μηχ. 12 (16 λεπτά)	Μηχ. 9 (54 λεπτά)	Μηχ. 6 (42 λεπτά)
6	Μηχ. 14 (78 λεπτά)	Μηχ. 13 (53 λεπτά)	Μηχ. 12 (17 λεπτά)	Μηχ. 6 (29 λεπτά)	Μηχ. 5 (82 λεπτά)	Μηχ. 3 (23 λεπτά)	Μηχ. 10 (12 λεπτά)	Μηχ. 9 (64 λεπτά)	Μηχ. 2 (86 λεπτά)	Μηχ. 8 (59 λεπτά)
7	Μηχ. 11 (83 λεπτά)	Μηχ. 14 (46 λεπτά)	Μηχ. 10 (7 λεπτά)	Μηχ. 13 (65 λεπτά)	Μηχ. 12 (69 λεπτά)	Μηχ. 7 (62 λεπτά)	Μηχ. 1 (16 λεπτά)	Μηχ. 3 (58 λεπτά)	Μηχ. 9 (66 λεπτά)	Μηχ. 6 (83 λεπτά)
8	Μηχ. 8 (73 λεπτά)	Μηχ. 11 (71 λεπτά)	Μηχ. 9 (64 λεπτά)	Μηχ. 7 (10 λεπτά)	Μηχ. 10 (20 λεπτά)	Μηχ. 12 (99 λεπτά)	Μηχ. 5 (24 λεπτά)	Μηχ. 15 (65 λεπτά)	Μηχ. 6 (82 λεπτά)	Μηχ. 4 (72 λεπτά)
9	Μηχ. 5 (82 λεπτά)	Μηχ. 2 (34 λεπτά)	Μηχ. 4 (92 λεπτά)	Μηχ. 3 (8 λεπτά)	Μηχ. 1 (38 λεπτά)	Μηχ. 9 (45 λεπτά)	Μηχ. 7 (21 λεπτά)	Μηχ. 6 (35 λεπτά)	Μηχ. 13 (52 λεπτά)	Μηχ. 10 (35 λεπτά)
10	Μηχ. 3 (84 λεπτά)	Μηχ. 6 (7 λεπτά)	Μηχ. 10 (66 λεπτά)	Μηχ. 11 (6 λεπτά)	Μηχ. 5 (28 λεπτά)	Μηχ. 14 (27 λεπτά)	Μηχ. 7 (79 λεπτά)	Μηχ. 8 (70 λεπτά)	Μηχ. 1 (85 λεπτά)	Μηχ. 2 (94 λεπτά)
11	Μηχ. 4 (44 λεπτά)	Μηχ. 7 (58 λεπτά)	Μηχ. 14 (14 λεπτά)	Μηχ. 9 (65 λεπτά)	Μηχ. 2 (72 λεπτά)	Μηχ. 6 (14 λεπτά)	Μηχ. 13 (52 λεπτά)	Μηχ. 5 (21 λεπτά)	Μηχ. 10 (25 λεπτά)	Μηχ. 1 (5 λεπτά)
12	Μηχ. 15 (43 λεπτά)	Μηχ. 11 (72 λεπτά)	Μηχ. 6 (78 λεπτά)	Μηχ. 12 (12 λεπτά)	Μηχ. 13 (17 λεπτά)	Μηχ. 1 (46 λεπτά)	Μηχ. 10 (27 λεπτά)	Μηχ. 7 (51 λεπτά)	Μηχ. 3 (63 λεπτά)	Μηχ. 2 (79 λεπτά)
13	Μηχ. 8 (49 λεπτά)	Μηχ. 1 (49 λεπτά)	Μηχ. 5 (71 λεπτά)	Μηχ. 6 (78 λεπτά)	Μηχ. 10 (44 λεπτά)	Μηχ. 11 (41 λεπτά)	Μηχ. 13 (91 λεπτά)	Μηχ. 14 (84 λεπτά)	Μηχ. 9 (91 λεπτά)	Μηχ. 7 (21 λεπτά)
14	Μηχ. 4 (25 λεπτά)	Μηχ. 5 (85 λεπτά)	Μηχ. 1 (66 λεπτά)	Μηχ. 3 (45 λεπτά)	Μηχ. 11 (95 λεπτά)	Μηχ. 13 (21 λεπτά)	Μηχ. 9 (84 λεπτά)	Μηχ. 6 (24 λεπτά)	Μηχ. 10 (53 λεπτά)	Μηχ. 8 (67 λεπτά)
15	Μηχ. 4 (92 λεπτά)	Μηχ. 8 (93 λεπτά)	Μηχ. 1 (99 λεπτά)	Μηχ. 2 (40 λεπτά)	Μηχ. 11 (37 λεπτά)	Μηχ. 13 (69 λεπτά)	Μηχ. 6 (66 λεπτά)	Μηχ. 7 (57 λεπτά)	Μηχ. 15 (22 λεπτά)	Μηχ. 10 (44 λεπτά)

Πίνακας Π.35 Το πρόβλημα LA39 μέρος 1 από 2

Εργασία	Διεργασία 11	Διεργασία 12	Διεργασία 13	Διεργασία 14	Διεργασία 15
1	Μηχ. 9 (45 λεπτά)	Μηχ. 6 (80 λεπτά)	Μηχ. 10 (64 λεπτά)	Μηχ. 2 (44 λεπτά)	Μηχ. 1 (88 λεπτά)
2	Μηχ. 13 (43 λεπτά)	Μηχ. 8 (31 λεπτά)	Μηχ. 3 (21 λεπτά)	Μηχ. 15 (5 λεπτά)	Μηχ. 2 (47 λεπτά)
3	Μηχ. 15 (59 λεπτά)	Μηχ. 10 (85 λεπτά)	Μηχ. 5 (47 λεπτά)	Μηχ. 13 (96 λεπτά)	Μηχ. 3 (14 λεπτά)
4	Μηχ. 15 (83 λεπτά)	Μηχ. 11 (68 λεπτά)	Μηχ. 10 (52 λεπτά)	Μηχ. 9 (66 λεπτά)	Μηχ. 2 (9 λεπτά)
5	Μηχ. 3 (54 λεπτά)	Μηχ. 1 (6 λεπτά)	Μηχ. 11 (40 λεπτά)	Μηχ. 8 (88 λεπτά)	Μηχ. 5 (79 λεπτά)
6	Μηχ. 7 (5 λεπτά)	Μηχ. 4 (68 λεπτά)	Μηχ. 15 (59 λεπτά)	Μηχ. 11 (13 λεπτά)	Μηχ. 1 (56 λεπτά)
7	Μηχ. 8 (90 λεπτά)	Μηχ. 15 (42 λεπτά)	Μηχ. 5 (81 λεπτά)	Μηχ. 4 (69 λεπτά)	Μηχ. 2 (85 λεπτά)
8	Μηχ. 13 (43 λεπτά)	Μηχ. 2 (82 λεπτά)	Μηχ. 14 (27 λεπτά)	Μηχ. 3 (24 λεπτά)	Μηχ. 1 (33 λεπτά)
9	Μηχ. 12 (15 λεπτά)	Μηχ. 15 (23 λεπτά)	Μηχ. 11 (6 λεπτά)	Μηχ. 14 (83 λεπτά)	Μηχ. 8 (30 λεπτά)
10	Μηχ. 4 (60 λεπτά)	Μηχ. 15 (80 λεπτά)	Μηχ. 13 (39 λεπτά)	Μηχ. 9 (66 λεπτά)	Μηχ. 12 (29 λεπτά)
11	Μηχ. 12 (51 λεπτά)	Μηχ. 8 (61 λεπτά)	Μηχ. 15 (55 λεπτά)	Μηχ. 11 (42 λεπτά)	Μηχ. 3 (36 λεπτά)
12	Μηχ. 9 (79 λεπτά)	Μηχ. 8 (91 λεπτά)	Μηχ. 5 (49 λεπτά)	Μηχ. 14 (26 λεπτά)	Μηχ. 4 (93 λεπτά)
13	Μηχ. 12 (47 λεπτά)	Μηχ. 15 (28 λεπτά)	Μηχ. 4 (61 λεπτά)	Μηχ. 3 (70 λεπτά)	Μηχ. 2 (93 λεπτά)
14	Μηχ. 7 (91 λεπτά)	Μηχ. 12 (11 λεπτά)	Μηχ. 14 (32 λεπτά)	Μηχ. 2 (30 λεπτά)	Μηχ. 15 (89 λεπτά)
15	Μηχ. 9 (73 λεπτά)	Μηχ. 14 (97 λεπτά)	Μηχ. 12 (18 λεπτά)	Μηχ. 3 (69 λεπτά)	Μηχ. 5 (41 λεπτά)

Πίνακας Π.36 Το πρόβλημα LA39 μέρος 2 από 2

Εργασία	Διεργασία 1	Διεργασία 2	Διεργασία 3	Διεργασία 4	Διεργασία 5	Διεργασία 6	Διεργασία 7	Διεργασία 8	Διεργασία 9	Διεργασία 10
2	Μηχ. 1 (64 λεπτά)	Μηχ. 2 (53 λεπτά)	Μηχ. 12 (83 λεπτά)	Μηχ. 3 (33 λεπτά)	Μηχ. 5 (6 λεπτά)	Μηχ. 10 (52 λεπτά)	Μηχ. 15 (72 λεπτά)	Μηχ. 9 (7 λεπτά)	Μηχ. 14 (90 λεπτά)	Μηχ. 13 (21 λεπτά)
3	Μηχ. 15 (73 λεπτά)	Μηχ. 4 (82 λεπτά)	Μηχ. 2 (23 λεπτά)	Μηχ. 13 (62 λεπτά)	Μηχ. 7 (88 λεπτά)	Μηχ. 6 (21 λεπτά)	Μηχ. 9 (65 λεπτά)	Μηχ. 12 (70 λεπτά)	Μηχ. 8 (53 λεπτά)	Μηχ. 11 (81 λεπτά)
4	Μηχ. 2 (12 λεπτά)	Μηχ. 7 (51 λεπτά)	Μηχ. 8 (33 λεπτά)	Μηχ. 5 (15 λεπτά)	Μηχ. 15 (72 λεπτά)	Μηχ. 11 (98 λεπτά)	Μηχ. 10 (94 λεπτά)	Μηχ. 6 (12 λεπτά)	Μηχ. 12 (42 λεπτά)	Μηχ. 3 (24 λεπτά)
5	Μηχ. 13 (97 λεπτά)	Μηχ. 6 (7 λεπτά)	Μηχ. 10 (96 λεπτά)	Μηχ. 5 (15 λεπτά)	Μηχ. 15 (73 λεπτά)	Μηχ. 14 (43 λεπτά)	Μηχ. 1 (32 λεπτά)	Μηχ. 9 (22 λεπτά)	Μηχ. 12 (42 λεπτά)	Μηχ. 2 (94 λεπτά)
6	Μηχ. 2 (72 λεπτά)	Μηχ. 6 (88 λεπτά)	Μηχ. 3 (93 λεπτά)	Μηχ. 14 (13 λεπτά)	Μηχ. 5 (44 λεπτά)	Μηχ. 15 (66 λεπτά)	Μηχ. 7 (63 λεπτά)	Μηχ. 8 (14 λεπτά)	Μηχ. 10 (67 λεπτά)	Μηχ. 11 (17 λεπτά)
7	Μηχ. 10 (15 λεπτά)	Μηχ. 8 (82 λεπτά)	Μηχ. 7 (21 λεπτά)	Μηχ. 15 (53 λεπτά)	Μηχ. 4 (72 λεπτά)	Μηχ. 14 (49 λεπτά)	Μηχ. 3 (99 λεπτά)	Μηχ. 5 (26 λεπτά)	Μηχ. 13 (56 λεπτά)	Μηχ. 9 (45 λεπτά)
8	Μηχ. 4 (54 λεπτά)	Μηχ. 8 (24 λεπτά)	Μηχ. 5 (14 λεπτά)	Μηχ. 9 (38 λεπτά)	Μηχ. 6 (36 λεπτά)	Μηχ. 3 (52 λεπτά)	Μηχ. 15 (55 λεπτά)	Μηχ. 13 (37 λεπτά)	Μηχ. 12 (48 λεπτά)	Μηχ. 1 (93 λεπτά)
9	Μηχ. 4 (12 λεπτά)	Μηχ. 9 (69 λεπτά)	Μηχ. 7 (26 λεπτά)	Μηχ. 10 (23 λεπτά)	Μηχ. 15 (28 λεπτά)	Μηχ. 2 (82 λεπτά)	Μηχ. 6 (33 λεπτά)	Μηχ. 5 (45 λεπτά)	Μηχ. 14 (64 λεπτά)	Μηχ. 8 (15 λεπτά)
10	Μηχ. 1 (87 λεπτά)	Μηχ. 6 (12 λεπτά)	Μηχ. 8 (80 λεπτά)	Μηχ. 5 (50 λεπτά)	Μηχ. 11 (48 λεπτά)	Μηχ. 13 (90 λεπτά)	Μηχ. 2 (72 λεπτά)	Μηχ. 14 (24 λεπτά)	Μηχ. 7 (14 λεπτά)	Μηχ. 9 (71 λεπτά)
11	Μηχ. 3 (54 λεπτά)	Μηχ. 1 (22 λεπτά)	Μηχ. 7 (61 λεπτά)	Μηχ. 5 (46 λεπτά)	Μηχ. 4 (73 λεπτά)	Μηχ. 6 (16 λεπτά)	Μηχ. 13 (6 λεπτά)	Μηχ. 10 (94 λεπτά)	Μηχ. 15 (93 λεπτά)	Μηχ. 14 (67 λεπτά)
12	Μηχ. 11 (92 λεπτά)	Μηχ. 15 (36 λεπτά)	Μηχ. 5 (22 λεπτά)	Μηχ. 10 (9 λεπτά)	Μηχ. 4 (47 λεπτά)	Μηχ. 2 (77 λεπτά)	Μηχ. 13 (79 λεπτά)	Μηχ. 14 (36 λεπτά)	Μηχ. 7 (30 λεπτά)	Μηχ. 9 (98 λεπτά)
13	Μηχ. 1 (49 λεπτά)	Μηχ. 14 (83 λεπτά)	Μηχ. 4 (73 λεπτά)	Μηχ. 7 (82 λεπτά)	Μηχ. 2 (82 λεπτά)	Μηχ. 15 (92 λεπτά)	Μηχ. 12 (73 λεπτά)	Μηχ. 5 (31 λεπτά)	Μηχ. 11 (35 λεπτά)	Μηχ. 10 (54 λεπτά)
14	Μηχ. 11 (98 λεπτά)	Μηχ. 13 (34 λεπτά)	Μηχ. 14 (52 λεπτά)	Μηχ. 5 (26 λεπτά)	Μηχ. 2 (28 λεπτά)	Μηχ. 4 (39 λεπτά)	Μηχ. 9 (80 λεπτά)	Μηχ. 6 (29 λεπτά)	Μηχ. 10 (70 λεπτά)	Μηχ. 1 (43 λεπτά)
15	Μηχ. 2 (70 λεπτά)	Μηχ. 11 (17 λεπτά)	Μηχ. 7 (90 λεπτά)	Μηχ. 13 (67 λεπτά)	Μηχ. 5 (14 λεπτά)	Μηχ. 9 (23 λεπτά)	Μηχ. 4 (21 λεπτά)	Μηχ. 8 (18 λεπτά)	Μηχ. 14 (43 λεπτά)	Μηχ. 12 (84 λεπτά)

Πίνακας Π.37 Το πρόβλημα LA40 μέρος 1 από 2

Εργασία	Διεργασία 11	Διεργασία 12	Διεργασία 13	Διεργασία 14	Διεργασία 15
2	Μηχ. 7 (23 λεπτά)	Μηχ. 4 (10 λεπτά)	Μηχ. 11 (39 λεπτά)	Μηχ. 6 (49 λεπτά)	Μηχ. 8 (72 λεπτά)
3	Μηχ. 3 (93 λεπτά)	Μηχ. 14 (77 λεπτά)	Μηχ. 1 (61 λεπτά)	Μηχ. 10 (28 λεπτά)	Μηχ. 5 (78 λεπτά)
4	Μηχ. 14 (15 λεπτά)	Μηχ. 9 (28 λεπτά)	Μηχ. 4 (6 λεπτά)	Μηχ. 13 (99 λεπτά)	Μηχ. 1 (41 λεπτά)
5	Μηχ. 3 (23 λεπτά)	Μηχ. 8 (86 λεπτά)	Μηχ. 7 (78 λεπτά)	Μηχ. 11 (24 λεπτά)	Μηχ. 4 (31 λεπτά)
6	Μηχ. 12 (85 λεπτά)	Μηχ. 1 (35 λεπτά)	Μηχ. 4 (68 λεπτά)	Μηχ. 13 (5 λεπτά)	Μηχ. 9 (49 λεπτά)
7	Μηχ. 2 (68 λεπτά)	Μηχ. 11 (51 λεπτά)	Μηχ. 1 (8 λεπτά)	Μηχ. 6 (27 λεπτά)	Μηχ. 12 (96 λεπτά)
8	Μηχ. 14 (60 λεπτά)	Μηχ. 11 (70 λεπτά)	Μηχ. 2 (23 λεπτά)	Μηχ. 7 (23 λεπτά)	Μηχ. 10 (83 λεπτά)
9	Μηχ. 12 (9 λεπτά)	Μηχ. 13 (73 λεπτά)	Μηχ. 11 (59 λεπτά)	Μηχ. 3 (37 λεπτά)	Μηχ. 1 (62 λεπτά)
10	Μηχ. 12 (44 λεπτά)	Μηχ. 10 (46 λεπτά)	Μηχ. 3 (15 λεπτά)	Μηχ. 15 (61 λεπτά)	Μηχ. 4 (92 λεπτά)
11	Μηχ. 9 (54 λεπτά)	Μηχ. 8 (75 λεπτά)	Μηχ. 12 (32 λεπτά)	Μηχ. 11 (40 λεπτά)	Μηχ. 2 (97 λεπτά)
12	Μηχ. 12 (79 λεπτά)	Μηχ. 8 (7 λεπτά)	Μηχ. 6 (55 λεπτά)	Μηχ. 3 (6 λεπτά)	Μηχ. 1 (30 λεπτά)
13	Μηχ. 6 (7 λεπτά)	Μηχ. 9 (37 λεπτά)	Μηχ. 8 (72 λεπτά)	Μηχ. 3 (52 λεπτά)	Μηχ. 13 (76 λεπτά)
14	Μηχ. 7 (48 λεπτά)	Μηχ. 8 (58 λεπτά)	Μηχ. 3 (45 λεπτά)	Μηχ. 15 (94 λεπτά)	Μηχ. 12 (96 λεπτά)
15	Μηχ. 6 (26 λεπτά)	Μηχ. 10 (36 λεπτά)	Μηχ. 3 (93 λεπτά)	Μηχ. 15 (84 λεπτά)	Μηχ. 1 (42 λεπτά)

Πίνακας Π.38 Το πρόβλημα LA40 μέρος 2 από 2

Εργα σία	Διεργασ ία 1	Διεργασ ία 2	Διεργασ ία 3	Διεργασ ία 4	Διεργασ ία 5	Διεργασ ία 6	Διεργασ ία 7	Διεργασ ία 8	Διεργασ ία 9	Διεργασ ία 10	Διεργασ ία 11	Διεργασ ία 12	Διεργασ ία 13	Διεργασ ία 14	Διεργασ ία 15	Διεργασ ία 16	Διεργασ ία 17	Διεργασ ία 18	Διεργασ ία 19	Διεργασ ία 20
1	Μηχ. 10 (54 λεπτά)	Μηχ. 13 (87 λεπτά)	Μηχ. 5 (61 λεπτά)	Μηχ. 8 (35 λεπτά)	Μηχ. 17 (5 λεπτά)	Μηχ. 1 (48 λεπτά)	Μηχ. 2 (33 λεπτά)	Μηχ. 19 (21 λεπτά)	Μηχ. 18 (65 λεπτά)	Μηχ. 6 (83 λεπτά)	Μηχ. 15 (78 λεπτά)	Μηχ. 12 (14 λεπτά)	Μηχ. 9 (70 λεπτά)	Μηχ. 11 (25 λεπτά)	Μηχ. 4 (36 λεπτά)	Μηχ. 16 (56 λεπτά)	Μηχ. 14 (87 λεπτά)	Μηχ. 3 (32 λεπτά)	Μηχ. 20 (96 λεπτά)	Μηχ. 7 (62 λεπτά)
2	Μηχ. 18 (68 λεπτά)	Μηχ. 14 (15 λεπτά)	Μηχ. 20 (22 λεπτά)	Μηχ. 7 (53 λεπτά)	Μηχ. 11 (33 λεπτά)	Μηχ. 12 (61 λεπτά)	Μηχ. 2 (73 λεπτά)	Μηχ. 8 (63 λεπτά)	Μηχ. 17 (96 λεπτά)	Μηχ. 19 (61 λεπτά)	Μηχ. 15 (88 λεπτά)	Μηχ. 16 (86 λεπτά)	Μηχ. 6 (53 λεπτά)	Μηχ. 4 (29 λεπτά)	Μηχ. 10 (29 λεπτά)	Μηχ. 3 (14 λεπτά)	Μηχ. 1 (49 λεπτά)	Μηχ. 5 (14 λεπτά)	Μηχ. 9 (22 λεπτά)	Μηχ. 13 (66 λεπτά)
3	Μηχ. 18 (68 λεπτά)	Μηχ. 11 (70 λεπτά)	Μηχ. 4 (84 λεπτά)	Μηχ. 5 (19 λεπτά)	Μηχ. 20 (32 λεπτά)	Μηχ. 8 (58 λεπτά)	Μηχ. 16 (87 λεπτά)	Μηχ. 1 (82 λεπτά)	Μηχ. 17 (7 λεπτά)	Μηχ. 13 (47 λεπτά)	Μηχ. 15 (68 λεπτά)	Μηχ. 19 (68 λεπτά)	Μηχ. 9 (3 λεπτά)	Μηχ. 12 (93 λεπτά)	Μηχ. 7 (24 λεπτά)	Μηχ. 3 (31 λεπτά)	Μηχ. 6 (19 λεπτά)	Μηχ. 2 (56 λεπτά)	Μηχ. 10 (88 λεπτά)	Μηχ. 14 (71 λεπτά)
4	Μηχ. 10 (58 λεπτά)	Μηχ. 20 (72 λεπτά)	Μηχ. 4 (51 λεπτά)	Μηχ. 11 (42 λεπτά)	Μηχ. 2 (31 λεπτά)	Μηχ. 6 (63 λεπτά)	Μηχ. 17 (49 λεπτά)	Μηχ. 15 (83 λεπτά)	Μηχ. 8 (28 λεπτά)	Μηχ. 18 (92 λεπτά)	Μηχ. 19 (83 λεπτά)	Μηχ. 14 (7 λεπτά)	Μηχ. 5 (7 λεπτά)	Μηχ. 1 (30 λεπτά)	Μηχ. 12 (14 λεπτά)	Μηχ. 16 (27 λεπτά)	Μηχ. 9 (58 λεπτά)	Μηχ. 13 (32 λεπτά)	Μηχ. 3 (16 λεπτά)	Μηχ. 7 (67 λεπτά)
5	Μηχ. 14 (36 λεπτά)	Μηχ. 17 (51 λεπτά)	Μηχ. 5 (65 λεπτά)	Μηχ. 16 (40 λεπτά)	Μηχ. 10 (32 λεπτά)	Μηχ. 11 (39 λεπτά)	Μηχ. 1 (33 λεπτά)	Μηχ. 3 (77 λεπτά)	Μηχ. 4 (84 λεπτά)	Μηχ. 12 (68 λεπτά)	Μηχ. 18 (71 λεπτά)	Μηχ. 6 (54 λεπτά)	Μηχ. 20 (40 λεπτά)	Μηχ. 8 (94 λεπτά)	Μηχ. 19 (56 λεπτά)	Μηχ. 7 (94 λεπτά)	Μηχ. 2 (55 λεπτά)	Μηχ. 13 (30 λεπτά)	Μηχ. 15 (88 λεπτά)	Μηχ. 9 (13 λεπτά)
6	Μηχ. 17 (51 λεπτά)	Μηχ. 8 (27 λεπτά)	Μηχ. 10 (31 λεπτά)	Μηχ. 7 (65 λεπτά)	Μηχ. 14 (31 λεπτά)	Μηχ. 6 (62 λεπτά)	Μηχ. 19 (88 λεπτά)	Μηχ. 12 (69 λεπτά)	Μηχ. 18 (47 λεπτά)	Μηχ. 20 (36 λεπτά)	Μηχ. 15 (3 λεπτά)	Μηχ. 16 (90 λεπτά)	Μηχ. 11 (90 λεπτά)	Μηχ. 1 (31 λεπτά)	Μηχ. 5 (24 λεπτά)	Μηχ. 13 (35 λεπτά)	Μηχ. 3 (24 λεπτά)	Μηχ. 2 (56 λεπτά)	Μηχ. 4 (18 λεπτά)	Μηχ. 9 (70 λεπτά)
7	Μηχ. 15 (8 λεπτά)	Μηχ. 6 (6 λεπτά)	Μηχ. 2 (93 λεπτά)	Μηχ. 11 (60 λεπτά)	Μηχ. 10 (32 λεπτά)	Μηχ. 14 (32 λεπτά)	Μηχ. 17 (95 λεπτά)	Μηχ. 18 (17 λεπτά)	Μηχ. 3 (12 λεπτά)	Μηχ. 19 (79 λεπτά)	Μηχ. 20 (78 λεπτά)	Μηχ. 13 (26 λεπτά)	Μηχ. 16 (15 λεπτά)	Μηχ. 7 (83 λεπτά)	Μηχ. 1 (8 λεπτά)	Μηχ. 4 (31 λεπτά)	Μηχ. 8 (5 λεπτά)	Μηχ. 5 (6 λεπτά)	Μηχ. 12 (36 λεπτά)	Μηχ. 9 (75 λεπτά)
8	Μηχ. 2 (41 λεπτά)	Μηχ. 12 (95 λεπτά)	Μηχ. 11 (4 λεπτά)	Μηχ. 4 (98 λεπτά)	Μηχ. 18 (22 λεπτά)	Μηχ. 10 (64 λεπτά)	Μηχ. 15 (41 λεπτά)	Μηχ. 19 (56 λεπτά)	Μηχ. 1 (23 λεπτά)	Μηχ. 5 (72 λεπτά)	Μηχ. 16 (10 λεπτά)	Μηχ. 17 (35 λεπτά)	Μηχ. 7 (55 λεπτά)	Μηχ. 13 (17 λεπτά)	Μηχ. 8 (10 λεπτά)	Μηχ. 6 (32 λεπτά)	Μηχ. 14 (76 λεπτά)	Μηχ. 9 (49 λεπτά)	Μηχ. 20 (95 λεπτά)	Μηχ. 3 (14 λεπτά)
9	Μηχ. 3 (96 λεπτά)	Μηχ. 18 (23 λεπτά)	Μηχ. 9 (44 λεπτά)	Μηχ. 20 (19 λεπτά)	Μηχ. 11 (90 λεπτά)	Μηχ. 14 (6 λεπτά)	Μηχ. 16 (67 λεπτά)	Μηχ. 13 (37 λεπτά)	Μηχ. 17 (64 λεπτά)	Μηχ. 2 (80 λεπτά)	Μηχ. 19 (98 λεπτά)	Μηχ. 7 (66 λεπτά)	Μηχ. 12 (74 λεπτά)	Μηχ. 1 (65 λεπτά)	Μηχ. 15 (3 λεπτά)	Μηχ. 4 (15 λεπτά)	Μηχ. 10 (50 λεπτά)	Μηχ. 8 (98 λεπτά)	Μηχ. 6 (46 λεπτά)	Μηχ. 5 (80 λεπτά)
10	Μηχ. 4 (1 λεπτά)	Μηχ. 18 (65 λεπτά)	Μηχ. 12 (36 λεπτά)	Μηχ. 1 (35 λεπτά)	Μηχ. 6 (95 λεπτά)	Μηχ. 16 (99 λεπτά)	Μηχ. 14 (82 λεπτά)	Μηχ. 13 (46 λεπτά)	Μηχ. 17 (26 λεπτά)	Μηχ. 11 (35 λεπτά)	Μηχ. 3 (96 λεπτά)	Μηχ. 7 (6 λεπτά)	Μηχ. 5 (28 λεπτά)	Μηχ. 10 (92 λεπτά)	Μηχ. 20 (12 λεπτά)	Μηχ. 9 (42 λεπτά)	Μηχ. 2 (47 λεπτά)	Μηχ. 8 (78 λεπτά)	Μηχ. 19 (10 λεπτά)	Μηχ. 15 (76 λεπτά)
11	Μηχ. 3 (78 λεπτά)	Μηχ. 9 (99 λεπτά)	Μηχ. 15 (90 λεπτά)	Μηχ. 6 (46 λεπτά)	Μηχ. 16 (71 λεπτά)	Μηχ. 14 (76 λεπτά)	Μηχ. 11 (45 λεπτά)	Μηχ. 20 (96 λεπτά)	Μηχ. 13 (58 λεπτά)	Μηχ. 10 (3 λεπτά)	Μηχ. 5 (70 λεπτά)	Μηχ. 1 (80 λεπτά)	Μηχ. 7 (30 λεπτά)	Μηχ. 4 (85 λεπτά)	Μηχ. 19 (93 λεπτά)	Μηχ. 8 (16 λεπτά)	Μηχ. 17 (26 λεπτά)	Μηχ. 12 (79 λεπτά)	Μηχ. 2 (44 λεπτά)	Μηχ. 18 (21 λεπτά)
12	Μηχ. 2 (82 λεπτά)	Μηχ. 14 (16 λεπτά)	Μηχ. 9 (56 λεπτά)	Μηχ. 4 (35 λεπτά)	Μηχ. 8 (81 λεπτά)	Μηχ. 15 (97 λεπτά)	Μηχ. 10 (5 λεπτά)	Μηχ. 7 (68 λεπτά)	Μηχ. 11 (60 λεπτά)	Μηχ. 16 (33 λεπτά)	Μηχ. 20 (57 λεπτά)	Μηχ. 12 (42 λεπτά)	Μηχ. 5 (72 λεπτά)	Μηχ. 17 (77 λεπτά)	Μηχ. 3 (53 λεπτά)	Μηχ. 1 (26 λεπτά)	Μηχ. 19 (66 λεπτά)	Μηχ. 18 (81 λεπτά)	Μηχ. 6 (84 λεπτά)	Μηχ. 13 (84 λεπτά)
13	Μηχ. 6 (29 λεπτά)	Μηχ. 1 (6 λεπτά)	Μηχ. 8 (38 λεπτά)	Μηχ. 2 (96 λεπτά)	Μηχ. 5 (85 λεπτά)	Μηχ. 9 (36 λεπτά)	Μηχ. 11 (71 λεπτά)	Μηχ. 4 (5 λεπτά)	Μηχ. 14 (53 λεπτά)	Μηχ. 10 (11 λεπτά)	Μηχ. 12 (87 λεπτά)	Μηχ. 18 (99 λεπτά)	Μηχ. 13 (42 λεπτά)	Μηχ. 15 (69 λεπτά)	Μηχ. 16 (74 λεπτά)	Μηχ. 7 (34 λεπτά)	Μηχ. 3 (25 λεπτά)	Μηχ. 20 (10 λεπτά)	Μηχ. 17 (25 λεπτά)	Μηχ. 19 (32 λεπτά)
14	Μηχ. 8 (40 λεπτά)	Μηχ. 20 (73 λεπτά)	Μηχ. 6 (80 λεπτά)	Μηχ. 7 (70 λεπτά)	Μηχ. 10 (7 λεπτά)	Μηχ. 15 (35 λεπτά)	Μηχ. 9 (35 λεπτά)	Μηχ. 5 (20 λεπτά)	Μηχ. 4 (68 λεπτά)	Μηχ. 16 (29 λεπτά)	Μηχ. 2 (7 λεπτά)	Μηχ. 11 (12 λεπτά)	Μηχ. 12 (70 λεπτά)	Μηχ. 13 (47 λεπτά)	Μηχ. 3 (46 λεπτά)	Μηχ. 17 (78 λεπτά)	Μηχ. 1 (28 λεπτά)	Μηχ. 14 (48 λεπτά)	Μηχ. 18 (50 λεπτά)	Μηχ. 19 (22 λεπτά)
15	Μηχ. 3 (94 λεπτά)	Μηχ. 19 (79 λεπτά)	Μηχ. 1 (1 λεπτά)	Μηχ. 14 (39 λεπτά)	Μηχ. 7 (33 λεπτά)	Μηχ. 17 (94 λεπτά)	Μηχ. 6 (69 λεπτά)	Μηχ. 20 (19 λεπτά)	Μηχ. 15 (29 λεπτά)	Μηχ. 10 (33 λεπτά)	Μηχ. 8 (72 λεπτά)	Μηχ. 4 (48 λεπτά)	Μηχ. 2 (88 λεπτά)	Μηχ. 11 (9 λεπτά)	Μηχ. 18 (1 λεπτά)	Μηχ. 9 (99 λεπτά)	Μηχ. 5 (20 λεπτά)	Μηχ. 12 (29 λεπτά)	Μηχ. 13 (83 λεπτά)	Μηχ. 16 (44 λεπτά)
16	Μηχ. 13 (4 λεπτά)	Μηχ. 12 (18 λεπτά)	Μηχ. 2 (9 λεπτά)	Μηχ. 18 (82 λεπτά)	Μηχ. 5 (59 λεπτά)	Μηχ. 14 (64 λεπτά)	Μηχ. 17 (56 λεπτά)	Μηχ. 19 (78 λεπτά)	Μηχ. 7 (23 λεπτά)	Μηχ. 8 (61 λεπτά)	Μηχ. 9 (80 λεπτά)	Μηχ. 11 (91 λεπτά)	Μηχ. 3 (38 λεπτά)	Μηχ. 15 (89 λεπτά)	Μηχ. 6 (85 λεπτά)	Μηχ. 4 (23 λεπτά)	Μηχ. 10 (48 λεπτά)	Μηχ. 20 (90 λεπτά)	Μηχ. 1 (29 λεπτά)	Μηχ. 16 (97 λεπτά)
17	Μηχ. 12 (10 λεπτά)	Μηχ. 9 (9 λεπτά)	Μηχ. 11 (82 λεπτά)	Μηχ. 18 (28 λεπτά)	Μηχ. 4 (48 λεπτά)	Μηχ. 15 (66 λεπτά)	Μηχ. 2 (22 λεπτά)	Μηχ. 10 (32 λεπτά)	Μηχ. 14 (34 λεπτά)	Μηχ. 6 (43 λεπτά)	Μηχ. 20 (64 λεπτά)	Μηχ. 5 (43 λεπτά)	Μηχ. 19 (24 λεπτά)	Μηχ. 7 (88 λεπτά)	Μηχ. 17 (44 λεπτά)	Μηχ. 13 (15 λεπτά)	Μηχ. 8 (54 λεπτά)	Μηχ. 3 (94 λεπτά)	Μηχ. 3 (94 λεπτά)	Μηχ. 16 (80 λεπτά)

Εργα σία	Διεργασ ία 1	Διεργασ ία 2	Διεργασ ία 3	Διεργασ ία 4	Διεργασ ία 5	Διεργασ ία 6	Διεργασ ία 7	Διεργασ ία 8	Διεργασ ία 9	Διεργασ ία 10	Διεργασ ία 11	Διεργασ ία 12	Διεργασ ία 13	Διεργασ ία 14	Διεργασ ία 15	Διεργασ ία 16	Διεργασ ία 17	Διεργασ ία 18	Διεργασ ία 19	Διεργασ ία 20
18	Μηχ. 3 (50 λεπτά)	Μηχ. 8 (54 λεπτά)	Μηχ. 16 (27 λεπτά)	Μηχ. 1 (69 λεπτά)	Μηχ. 18 (34 λεπτά)	Μηχ. 19 (5 λεπτά)	Μηχ. 11 (22 λεπτά)	Μηχ. 4 (29 λεπτά)	Μηχ. 17 (47 λεπτά)	Μηχ. 12 (24 λεπτά)	Μηχ. 20 (52 λεπτά)	Μηχ. 14 (26 λεπτά)	Μηχ. 10 (51 λεπτά)	Μηχ. 15 (58 λεπτά)	Μηχ. 13 (50 λεπτά)	Μηχ. 6 (84 λεπτά)	Μηχ. 9 (15 λεπτά)	Μηχ. 2 (93 λεπτά)	Μηχ. 5 (2 λεπτά)	Μηχ. 7 (16 λεπτά)
19	Μηχ. 17 (71 λεπτά)	Μηχ. 13 (25 λεπτά)	Μηχ. 16 (2 λεπτά)	Μηχ. 12 (75 λεπτά)	Μηχ. 6 (62 λεπτά)	Μηχ. 4 (79 λεπτά)	Μηχ. 3 (35 λεπτά)	Μηχ. 9 (87 λεπτά)	Μηχ. 1 (19 λεπτά)	Μηχ. 7 (50 λεπτά)	Μηχ. 11 (33 λεπτά)	Μηχ. 8 (79 λεπτά)	Μηχ. 10 (63 λεπτά)	Μηχ. 19 (9 λεπτά)	Μηχ. 18 (24 λεπτά)	Μηχ. 20 (39 λεπτά)	Μηχ. 5 (2 λεπτά)	Μηχ. 15 (20 λεπτά)	Μηχ. 14 (84 λεπτά)	Μηχ. 2 (53 λεπτά)
20	Μηχ. 2 (78 λεπτά)	Μηχ. 15 (11 λεπτά)	Μηχ. 20 (42 λεπτά)	Μηχ. 1 (60 λεπτά)	Μηχ. 11 (76 λεπτά)	Μηχ. 17 (57 λεπτά)	Μηχ. 16 (29 λεπτά)	Μηχ. 8 (50 λεπτά)	Μηχ. 18 (79 λεπτά)	Μηχ. 19 (81 λεπτά)	Μηχ. 4 (19 λεπτά)	Μηχ. 5 (24 λεπτά)	Μηχ. 14 (91 λεπτά)	Μηχ. 9 (57 λεπτά)	Μηχ. 6 (80 λεπτά)	Μηχ. 10 (74 λεπτά)	Μηχ. 7 (99 λεπτά)	Μηχ. 12 (4 λεπτά)	Μηχ. 3 (62 λεπτά)	Μηχ. 13 (2 λεπτά)
21	Μηχ. 13 (4 λεπτά)	Μηχ. 10 (65 λεπτά)	Μηχ. 3 (42 λεπτά)	Μηχ. 16 (97 λεπτά)	Μηχ. 15 (56 λεπτά)	Μηχ. 9 (92 λεπτά)	Μηχ. 18 (49 λεπτά)	Μηχ. 7 (83 λεπτά)	Μηχ. 2 (18 λεπτά)	Μηχ. 12 (86 λεπτά)	Μηχ. 11 (48 λεπτά)	Μηχ. 6 (24 λεπτά)	Μηχ. 17 (42 λεπτά)	Μηχ. 14 (99 λεπτά)	Μηχ. 5 (87 λεπτά)	Μηχ. 4 (59 λεπτά)	Μηχ. 1 (22 λεπτά)	Μηχ. 8 (34 λεπτά)	Μηχ. 19 (63 λεπτά)	Μηχ. 20 (45 λεπτά)
22	Μηχ. 12 (54 λεπτά)	Μηχ. 18 (64 λεπτά)	Μηχ. 19 (80 λεπτά)	Μηχ. 13 (60 λεπτά)	Μηχ. 20 (76 λεπτά)	Μηχ. 15 (75 λεπτά)	Μηχ. 9 (60 λεπτά)	Μηχ. 11 (33 λεπτά)	Μηχ. 16 (77 λεπτά)	Μηχ. 8 (90 λεπτά)	Μηχ. 3 (32 λεπτά)	Μηχ. 2 (77 λεπτά)	Μηχ. 5 (11 λεπτά)	Μηχ. 17 (63 λεπτά)	Μηχ. 14 (40 λεπτά)	Μηχ. 10 (30 λεπτά)	Μηχ. 1 (37 λεπτά)	Μηχ. 7 (62 λεπτά)	Μηχ. 4 (94 λεπτά)	Μηχ. 6 (8 λεπτά)
23	Μηχ. 19 (6 λεπτά)	Μηχ. 13 (77 λεπτά)	Μηχ. 18 (76 λεπτά)	Μηχ. 9 (23 λεπτά)	Μηχ. 6 (61 λεπτά)	Μηχ. 11 (90 λεπτά)	Μηχ. 7 (6 λεπτά)	Μηχ. 10 (83 λεπτά)	Μηχ. 14 (45 λεπτά)	Μηχ. 1 (86 λεπτά)	Μηχ. 3 (10 λεπτά)	Μηχ. 16 (71 λεπτά)	Μηχ. 8 (13 λεπτά)	Μηχ. 5 (68 λεπτά)	Μηχ. 17 (16 λεπτά)	Μηχ. 2 (59 λεπτά)	Μηχ. 15 (33 λεπτά)	Μηχ. 12 (52 λεπτά)	Μηχ. 4 (88 λεπτά)	Μηχ. 20 (39 λεπτά)
24	Μηχ. 10 (47 λεπτά)	Μηχ. 13 (30 λεπτά)	Μηχ. 9 (67 λεπτά)	Μηχ. 19 (99 λεπτά)	Μηχ. 6 (52 λεπτά)	Μηχ. 3 (29 λεπτά)	Μηχ. 16 (23 λεπτά)	Μηχ. 12 (8 λεπτά)	Μηχ. 1 (77 λεπτά)	Μηχ. 7 (80 λεπτά)	Μηχ. 2 (46 λεπτά)	Μηχ. 5 (54 λεπτά)	Μηχ. 18 (64 λεπτά)	Μηχ. 4 (45 λεπτά)	Μηχ. 14 (17 λεπτά)	Μηχ. 8 (12 λεπτά)	Μηχ. 15 (35 λεπτά)	Μηχ. 20 (3 λεπτά)	Μηχ. 11 (81 λεπτά)	Μηχ. 17 (15 λεπτά)
25	Μηχ. 19 (24 λεπτά)	Μηχ. 17 (50 λεπτά)	Μηχ. 18 (47 λεπτά)	Μηχ. 12 (88 λεπτά)	Μηχ. 7 (68 λεπτά)	Μηχ. 9 (42 λεπτά)	Μηχ. 2 (2 λεπτά)	Μηχ. 8 (24 λεπτά)	Μηχ. 13 (2 λεπτά)	Μηχ. 11 (63 λεπτά)	Μηχ. 4 (88 λεπτά)	Μηχ. 10 (72 λεπτά)	Μηχ. 15 (28 λεπτά)	Μηχ. 1 (47 λεπτά)	Μηχ. 20 (31 λεπτά)	Μηχ. 3 (62 λεπτά)	Μηχ. 6 (59 λεπτά)	Μηχ. 5 (6 λεπτά)	Μηχ. 16 (9 λεπτά)	Μηχ. 14 (60 λεπτά)
26	Μηχ. 18 (68 λεπτά)	Μηχ. 16 (82 λεπτά)	Μηχ. 7 (22 λεπτά)	Μηχ. 5 (44 λεπτά)	Μηχ. 8 (55 λεπτά)	Μηχ. 2 (25 λεπτά)	Μηχ. 1 (45 λεπτά)	Μηχ. 14 (75 λεπτά)	Μηχ. 10 (13 λεπτά)	Μηχ. 20 (84 λεπτά)	Μηχ. 19 (17 λεπτά)	Μηχ. 6 (67 λεπτά)	Μηχ. 4 (21 λεπτά)	Μηχ. 11 (6 λεπτά)	Μηχ. 3 (49 λεπτά)	Μηχ. 17 (67 λεπτά)	Μηχ. 12 (7 λεπτά)	Μηχ. 9 (74 λεπτά)	Μηχ. 15 (29 λεπτά)	Μηχ. 13 (20 λεπτά)
27	Μηχ. 4 (73 λεπτά)	Μηχ. 16 (2 λεπτά)	Μηχ. 8 (26 λεπτά)	Μηχ. 9 (15 λεπτά)	Μηχ. 11 (29 λεπτά)	Μηχ. 10 (44 λεπτά)	Μηχ. 3 (26 λεπτά)	Μηχ. 18 (99 λεπτά)	Μηχ. 20 (86 λεπτά)	Μηχ. 15 (59 λεπτά)	Μηχ. 17 (13 λεπτά)	Μηχ. 6 (90 λεπτά)	Μηχ. 2 (13 λεπτά)	Μηχ. 19 (17 λεπτά)	Μηχ. 13 (68 λεπτά)	Μηχ. 12 (88 λεπτά)	Μηχ. 1 (42 λεπτά)	Μηχ. 5 (61 λεπτά)	Μηχ. 14 (65 λεπτά)	Μηχ. 7 (72 λεπτά)
28	Μηχ. 4 (3 λεπτά)	Μηχ. 18 (1 λεπτά)	Μηχ. 13 (40 λεπτά)	Μηχ. 10 (33 λεπτά)	Μηχ. 5 (29 λεπτά)	Μηχ. 11 (42 λεπτά)	Μηχ. 16 (13 λεπτά)	Μηχ. 14 (15 λεπτά)	Μηχ. 1 (78 λεπτά)	Μηχ. 12 (37 λεπτά)	Μηχ. 9 (30 λεπτά)	Μηχ. 3 (92 λεπτά)	Μηχ. 2 (49 λεπτά)	Μηχ. 6 (91 λεπτά)	Μηχ. 20 (42 λεπτά)	Μηχ. 8 (74 λεπτά)	Μηχ. 17 (53 λεπτά)	Μηχ. 19 (59 λεπτά)	Μηχ. 7 (56 λεπτά)	Μηχ. 15 (32 λεπτά)
29	Μηχ. 20 (31 λεπτά)	Μηχ. 17 (84 λεπτά)	Μηχ. 19 (29 λεπτά)	Μηχ. 14 (75 λεπτά)	Μηχ. 6 (68 λεπτά)	Μηχ. 12 (12 λεπτά)	Μηχ. 9 (29 λεπτά)	Μηχ. 10 (51 λεπτά)	Μηχ. 1 (76 λεπτά)	Μηχ. 3 (98 λεπτά)	Μηχ. 15 (33 λεπτά)	Μηχ. 18 (99 λεπτά)	Μηχ. 11 (28 λεπτά)	Μηχ. 5 (17 λεπτά)	Μηχ. 7 (89 λεπτά)	Μηχ. 2 (4 λεπτά)	Μηχ. 4 (21 λεπτά)	Μηχ. 13 (84 λεπτά)	Μηχ. 8 (90 λεπτά)	Μηχ. 16 (4 λεπτά)
30	Μηχ. 19 (5 λεπτά)	Μηχ. 9 (69 λεπτά)	Μηχ. 3 (19 λεπτά)	Μηχ. 7 (45 λεπτά)	Μηχ. 13 (35 λεπτά)	Μηχ. 18 (89 λεπτά)	Μηχ. 20 (40 λεπτά)	Μηχ. 11 (38 λεπτά)	Μηχ. 10 (30 λεπτά)	Μηχ. 16 (52 λεπτά)	Μηχ. 6 (73 λεπτά)	Μηχ. 2 (7 λεπτά)	Μηχ. 4 (45 λεπτά)	Μηχ. 8 (60 λεπτά)	Μηχ. 15 (43 λεπτά)	Μηχ. 14 (55 λεπτά)	Μηχ. 12 (10 λεπτά)	Μηχ. 5 (97 λεπτά)	Μηχ. 1 (93 λεπτά)	Μηχ. 17 (63 λεπτά)
31	Μηχ. 13 (76 λεπτά)	Μηχ. 14 (61 λεπτά)	Μηχ. 2 (21 λεπτά)	Μηχ. 4 (41 λεπτά)	Μηχ. 19 (74 λεπτά)	Μηχ. 18 (51 λεπτά)	Μηχ. 16 (36 λεπτά)	Μηχ. 7 (49 λεπτά)	Μηχ. 6 (26 λεπτά)	Μηχ. 10 (31 λεπτά)	Μηχ. 12 (67 λεπτά)	Μηχ. 17 (69 λεπτά)	Μηχ. 15 (6 λεπτά)	Μηχ. 11 (54 λεπτά)	Μηχ. 1 (65 λεπτά)	Μηχ. 9 (7 λεπτά)	Μηχ. 5 (70 λεπτά)	Μηχ. 8 (45 λεπτά)	Μηχ. 3 (32 λεπτά)	Μηχ. 20 (25 λεπτά)
32	Μηχ. 8 (1 λεπτά)	Μηχ. 9 (69 λεπτά)	Μηχ. 14 (28 λεπτά)	Μηχ. 1 (25 λεπτά)	Μηχ. 17 (25 λεπτά)	Μηχ. 13 (24 λεπτά)	Μηχ. 16 (74 λεπτά)	Μηχ. 18 (48 λεπτά)	Μηχ. 7 (4 λεπτά)	Μηχ. 5 (12 λεπτά)	Μηχ. 12 (80 λεπτά)	Μηχ. 19 (28 λεπτά)	Μηχ. 11 (75 λεπτά)	Μηχ. 10 (82 λεπτά)	Μηχ. 3 (34 λεπτά)	Μηχ. 15 (99 λεπτά)	Μηχ. 6 (19 λεπτά)	Μηχ. 20 (59 λεπτά)	Μηχ. 2 (10 λεπτά)	Μηχ. 4 (11 λεπτά)
33	Μηχ. 12 (46 λεπτά)	Μηχ. 18 (28 λεπτά)	Μηχ. 20 (64 λεπτά)	Μηχ. 8 (28 λεπτά)	Μηχ. 7 (89 λεπτά)	Μηχ. 13 (71 λεπτά)	Μηχ. 17 (29 λεπτά)	Μηχ. 10 (27 λεπτά)	Μηχ. 14 (81 λεπτά)	Μηχ. 1 (34 λεπτά)	Μηχ. 3 (78 λεπτά)	Μηχ. 16 (7 λεπτά)	Μηχ. 11 (51 λεπτά)	Μηχ. 6 (25 λεπτά)	Μηχ. 5 (47 λεπτά)	Μηχ. 2 (14 λεπτά)	Μηχ. 19 (32 λεπτά)	Μηχ. 15 (47 λεπτά)	Μηχ. 4 (94 λεπτά)	Μηχ. 9 (31 λεπτά)
34	Μηχ. 7 (4 λεπτά)	Μηχ. 9 (37 λεπτά)	Μηχ. 10 (32 λεπτά)	Μηχ. 18 (52 λεπτά)	Μηχ. 17 (37 λεπτά)	Μηχ. 5 (35 λεπτά)	Μηχ. 11 (85 λεπτά)	Μηχ. 15 (26 λεπτά)	Μηχ. 19 (45 λεπτά)	Μηχ. 3 (58 λεπτά)	Μηχ. 8 (42 λεπτά)	Μηχ. 20 (75 λεπτά)	Μηχ. 6 (13 λεπτά)	Μηχ. 1 (15 λεπτά)	Μηχ. 4 (86 λεπτά)	Μηχ. 12 (74 λεπτά)	Μηχ. 14 (98 λεπτά)	Μηχ. 2 (19 λεπτά)	Μηχ. 16 (45 λεπτά)	Μηχ. 13 (60 λεπτά)

Εργα σία	Διεργασ ία 1	Διεργασ ία 2	Διεργασ ία 3	Διεργασ ία 4	Διεργασ ία 5	Διεργασ ία 6	Διεργασ ία 7	Διεργασ ία 8	Διεργασ ία 9	Διεργασ ία 10	Διεργασ ία 11	Διεργασ ία 12	Διεργασ ία 13	Διεργασ ία 14	Διεργασ ία 15	Διεργασ ία 16	Διεργασ ία 17	Διεργασ ία 18	Διεργασ ία 19	Διεργασ ία 20
35	Μηχ. 17 (44 λεπτά)	Μηχ. 9 (65 λεπτά)	Μηχ. 4 (5 λεπτά)	Μηχ. 5 (30 λεπτά)	Μηχ. 14 (51 λεπτά)	Μηχ. 2 (42 λεπτά)	Μηχ. 3 (88 λεπτά)	Μηχ. 10 (79 λεπτά)	Μηχ. 11 (47 λεπτά)	Μηχ. 8 (46 λεπτά)	Μηχ. 13 (62 λεπτά)	Μηχ. 7 (50 λεπτά)	Μηχ. 18 (58 λεπτά)	Μηχ. 6 (82 λεπτά)	Μηχ. 1 (51 λεπτά)	Μηχ. 19 (89 λεπτά)	Μηχ. 12 (89 λεπτά)	Μηχ. 20 (63 λεπτά)	Μηχ. 16 (59 λεπτά)	Μηχ. 15 (84 λεπτά)
36	Μηχ. 8 (50 λεπτά)	Μηχ. 12 (61 λεπτά)	Μηχ. 3 (36 λεπτά)	Μηχ. 16 (14 λεπτά)	Μηχ. 17 (65 λεπτά)	Μηχ. 5 (86 λεπτά)	Μηχ. 19 (87 λεπτά)	Μηχ. 1 (28 λεπτά)	Μηχ. 18 (50 λεπτά)	Μηχ. 14 (8 λεπτά)	Μηχ. 20 (99 λεπτά)	Μηχ. 11 (73 λεπτά)	Μηχ. 10 (96 λεπτά)	Μηχ. 13 (94 λεπτά)	Μηχ. 2 (87 λεπτά)	Μηχ. 7 (68 λεπτά)	Μηχ. 15 (96 λεπτά)	Μηχ. 9 (69 λεπτά)	Μηχ. 4 (19 λεπτά)	Μηχ. 6 (33 λεπτά)
37	Μηχ. 13 (81 λεπτά)	Μηχ. 7 (29 λεπτά)	Μηχ. 1 (7 λεπτά)	Μηχ. 18 (54 λεπτά)	Μηχ. 6 (24 λεπτά)	Μηχ. 11 (55 λεπτά)	Μηχ. 14 (87 λεπτά)	Μηχ. 9 (36 λεπτά)	Μηχ. 2 (48 λεπτά)	Μηχ. 17 (41 λεπτά)	Μηχ. 5 (34 λεπτά)	Μηχ. 8 (33 λεπτά)	Μηχ. 12 (48 λεπτά)	Μηχ. 20 (37 λεπτά)	Μηχ. 19 (32 λεπτά)	Μηχ. 3 (34 λεπτά)	Μηχ. 10 (52 λεπτά)	Μηχ. 15 (27 λεπτά)	Μηχ. 4 (80 λεπτά)	Μηχ. 16 (14 λεπτά)
38	Μηχ. 3 (36 λεπτά)	Μηχ. 9 (31 λεπτά)	Μηχ. 8 (7 λεπτά)	Μηχ. 11 (88 λεπτά)	Μηχ. 18 (99 λεπτά)	Μηχ. 7 (55 λεπτά)	Μηχ. 14 (11 λεπτά)	Μηχ. 4 (65 λεπτά)	Μηχ. 20 (47 λεπτά)	Μηχ. 19 (18 λεπτά)	Μηχ. 10 (46 λεπτά)	Μηχ. 13 (39 λεπτά)	Μηχ. 12 (78 λεπτά)	Μηχ. 15 (46 λεπτά)	Μηχ. 2 (81 λεπτά)	Μηχ. 17 (31 λεπτά)	Μηχ. 6 (80 λεπτά)	Μηχ. 5 (35 λεπτά)	Μηχ. 16 (92 λεπτά)	Μηχ. 1 (51 λεπτά)
39	Μηχ. 11 (65 λεπτά)	Μηχ. 4 (46 λεπτά)	Μηχ. 2 (31 λεπτά)	Μηχ. 16 (3 λεπτά)	Μηχ. 15 (24 λεπτά)	Μηχ. 12 (55 λεπτά)	Μηχ. 14 (11 λεπτά)	Μηχ. 3 (5 λεπτά)	Μηχ. 17 (40 λεπτά)	Μηχ. 5 (52 λεπτά)	Μηχ. 9 (99 λεπτά)	Μηχ. 19 (11 λεπτά)	Μηχ. 13 (36 λεπτά)	Μηχ. 10 (83 λεπτά)	Μηχ. 6 (92 λεπτά)	Μηχ. 8 (5 λεπτά)	Μηχ. 20 (19 λεπτά)	Μηχ. 1 (38 λεπτά)	Μηχ. 18 (47 λεπτά)	Μηχ. 7 (34 λεπτά)
40	Μηχ. 9 (50 λεπτά)	Μηχ. 15 (56 λεπτά)	Μηχ. 20 (57 λεπτά)	Μηχ. 3 (27 λεπτά)	Μηχ. 19 (24 λεπτά)	Μηχ. 18 (26 λεπτά)	Μηχ. 17 (71 λεπτά)	Μηχ. 6 (59 λεπτά)	Μηχ. 7 (14 λεπτά)	Μηχ. 14 (46 λεπτά)	Μηχ. 11 (22 λεπτά)	Μηχ. 4 (66 λεπτά)	Μηχ. 8 (20 λεπτά)	Μηχ. 1 (33 λεπτά)	Μηχ. 5 (39 λεπτά)	Μηχ. 13 (33 λεπτά)	Μηχ. 10 (86 λεπτά)	Μηχ. 2 (30 λεπτά)	Μηχ. 16 (37 λεπτά)	Μηχ. 12 (77 λεπτά)
41	Μηχ. 10 (1 λεπτά)	Μηχ. 2 (51 λεπτά)	Μηχ. 20 (77 λεπτά)	Μηχ. 7 (72 λεπτά)	Μηχ. 5 (87 λεπτά)	Μηχ. 18 (50 λεπτά)	Μηχ. 14 (94 λεπτά)	Μηχ. 8 (84 λεπτά)	Μηχ. 16 (8 λεπτά)	Μηχ. 9 (73 λεπτά)	Μηχ. 1 (13 λεπτά)	Μηχ. 3 (12 λεπτά)	Μηχ. 11 (97 λεπτά)	Μηχ. 17 (86 λεπτά)	Μηχ. 15 (63 λεπτά)	Μηχ. 19 (44 λεπτά)	Μηχ. 6 (14 λεπτά)	Μηχ. 4 (67 λεπτά)	Μηχ. 13 (19 λεπτά)	Μηχ. 12 (52 λεπτά)
42	Μηχ. 9 (22 λεπτά)	Μηχ. 8 (5 λεπτά)	Μηχ. 5 (51 λεπτά)	Μηχ. 15 (18 λεπτά)	Μηχ. 19 (23 λεπτά)	Μηχ. 17 (97 λεπτά)	Μηχ. 20 (91 λεπτά)	Μηχ. 16 (86 λεπτά)	Μηχ. 3 (13 λεπτά)	Μηχ. 11 (27 λεπτά)	Μηχ. 7 (68 λεπτά)	Μηχ. 13 (44 λεπτά)	Μηχ. 10 (93 λεπτά)	Μηχ. 6 (82 λεπτά)	Μηχ. 1 (17 λεπτά)	Μηχ. 2 (48 λεπτά)	Μηχ. 14 (98 λεπτά)	Μηχ. 4 (30 λεπτά)	Μηχ. 18 (86 λεπτά)	Μηχ. 12 (92 λεπτά)
43	Μηχ. 3 (5 λεπτά)	Μηχ. 10 (92 λεπτά)	Μηχ. 19 (10 λεπτά)	Μηχ. 8 (63 λεπτά)	Μηχ. 17 (41 λεπτά)	Μηχ. 14 (26 λεπτά)	Μηχ. 15 (14 λεπτά)	Μηχ. 16 (30 λεπτά)	Μηχ. 11 (3 λεπτά)	Μηχ. 18 (9 λεπτά)	Μηχ. 12 (99 λεπτά)	Μηχ. 4 (54 λεπτά)	Μηχ. 6 (14 λεπτά)	Μηχ. 1 (98 λεπτά)	Μηχ. 9 (23 λεπτά)	Μηχ. 13 (11 λεπτά)	Μηχ. 5 (66 λεπτά)	Μηχ. 20 (48 λεπτά)	Μηχ. 2 (25 λεπτά)	Μηχ. 7 (79 λεπτά)
44	Μηχ. 7 (82 λεπτά)	Μηχ. 3 (50 λεπτά)	Μηχ. 17 (86 λεπτά)	Μηχ. 11 (19 λεπτά)	Μηχ. 19 (70 λεπτά)	Μηχ. 1 (76 λεπτά)	Μηχ. 18 (99 λεπτά)	Μηχ. 20 (34 λεπτά)	Μηχ. 4 (53 λεπτά)	Μηχ. 6 (23 λεπτά)	Μηχ. 8 (89 λεπτά)	Μηχ. 15 (82 λεπτά)	Μηχ. 10 (19 λεπτά)	Μηχ. 13 (55 λεπτά)	Μηχ. 16 (15 λεπτά)	Μηχ. 9 (23 λεπτά)	Μηχ. 5 (99 λεπτά)	Μηχ. 14 (63 λεπτά)	Μηχ. 2 (1 λεπτό)	Μηχ. 12 (75 λεπτά)
45	Μηχ. 11 (43 λεπτά)	Μηχ. 1 (25 λεπτά)	Μηχ. 13 (40 λεπτά)	Μηχ. 2 (18 λεπτά)	Μηχ. 7 (43 λεπτά)	Μηχ. 15 (86 λεπτά)	Μηχ. 19 (75 λεπτά)	Μηχ. 12 (24 λεπτά)	Μηχ. 8 (82 λεπτά)	Μηχ. 17 (24 λεπτά)	Μηχ. 10 (71 λεπτά)	Μηχ. 9 (89 λεπτά)	Μηχ. 5 (67 λεπτά)	Μηχ. 16 (28 λεπτά)	Μηχ. 14 (96 λεπτά)	Μηχ. 20 (20 λεπτά)	Μηχ. 6 (14 λεπτά)	Μηχ. 4 (85 λεπτά)	Μηχ. 3 (59 λεπτά)	Μηχ. 18 (38 λεπτά)
46	Μηχ. 15 (28 λεπτά)	Μηχ. 6 (8 λεπτά)	Μηχ. 5 (99 λεπτά)	Μηχ. 20 (8 λεπτά)	Μηχ. 10 (53 λεπτά)	Μηχ. 9 (51 λεπτά)	Μηχ. 4 (92 λεπτά)	Μηχ. 13 (61 λεπτά)	Μηχ. 2 (79 λεπτά)	Μηχ. 1 (73 λεπτά)	Μηχ. 16 (80 λεπτά)	Μηχ. 19 (24 λεπτά)	Μηχ. 18 (55 λεπτά)	Μηχ. 14 (73 λεπτά)	Μηχ. 11 (55 λεπτά)	Μηχ. 7 (9 λεπτά)	Μηχ. 12 (66 λεπτά)	Μηχ. 8 (22 λεπτά)	Μηχ. 17 (95 λεπτά)	Μηχ. 3 (60 λεπτά)
47	Μηχ. 3 (14 λεπτά)	Μηχ. 14 (89 λεπτά)	Μηχ. 18 (24 λεπτά)	Μηχ. 12 (37 λεπτά)	Μηχ. 5 (30 λεπτά)	Μηχ. 10 (88 λεπτά)	Μηχ. 16 (1 λεπτό)	Μηχ. 2 (15 λεπτά)	Μηχ. 8 (14 λεπτά)	Μηχ. 1 (36 λεπτά)	Μηχ. 6 (14 λεπτά)	Μηχ. 13 (62 λεπτά)	Μηχ. 17 (3 λεπτά)	Μηχ. 15 (27 λεπτά)	Μηχ. 9 (44 λεπτά)	Μηχ. 11 (50 λεπτά)	Μηχ. 4 (63 λεπτά)	Μηχ. 7 (26 λεπτά)	Μηχ. 20 (91 λεπτά)	Μηχ. 19 (85 λεπτά)
48	Μηχ. 3 (24 λεπτά)	Μηχ. 6 (74 λεπτά)	Μηχ. 15 (42 λεπτά)	Μηχ. 11 (43 λεπτά)	Μηχ. 2 (58 λεπτά)	Μηχ. 8 (29 λεπτά)	Μηχ. 4 (58 λεπτά)	Μηχ. 19 (54 λεπτά)	Μηχ. 20 (76 λεπτά)	Μηχ. 7 (22 λεπτά)	Μηχ. 5 (42 λεπτά)	Μηχ. 9 (80 λεπτά)	Μηχ. 18 (45 λεπτά)	Μηχ. 13 (28 λεπτά)	Μηχ. 16 (32 λεπτά)	Μηχ. 1 (59 λεπτά)	Μηχ. 12 (1 λεπτό)	Μηχ. 14 (81 λεπτά)	Μηχ. 17 (48 λεπτά)	Μηχ. 10 (15 λεπτά)
49	Μηχ. 5 (90 λεπτά)	Μηχ. 14 (20 λεπτά)	Μηχ. 11 (88 λεπτά)	Μηχ. 16 (84 λεπτά)	Μηχ. 15 (39 λεπτά)	Μηχ. 13 (6 λεπτά)	Μηχ. 19 (12 λεπτά)	Μηχ. 12 (14 λεπτά)	Μηχ. 2 (19 λεπτά)	Μηχ. 6 (44 λεπτά)	Μηχ. 18 (10 λεπτά)	Μηχ. 10 (26 λεπτά)	Μηχ. 3 (6 λεπτά)	Μηχ. 17 (75 λεπτά)	Μηχ. 1 (24 λεπτά)	Μηχ. 9 (38 λεπτά)	Μηχ. 20 (53 λεπτά)	Μηχ. 7 (37 λεπτά)	Μηχ. 4 (69 λεπτά)	Μηχ. 8 (46 λεπτά)
50	Μηχ. 4 (54 λεπτά)	Μηχ. 18 (78 λεπτά)	Μηχ. 5 (20 λεπτά)	Μηχ. 14 (66 λεπτά)	Μηχ. 9 (2 λεπτά)	Μηχ. 16 (52 λεπτά)	Μηχ. 20 (47 λεπτά)	Μηχ. 8 (84 λεπτά)	Μηχ. 7 (28 λεπτά)	Μηχ. 12 (11 λεπτά)	Μηχ. 13 (66 λεπτά)	Μηχ. 15 (45 λεπτά)	Μηχ. 2 (8 λεπτά)	Μηχ. 11 (22 λεπτά)	Μηχ. 10 (14 λεπτά)	Μηχ. 1 (31 λεπτά)	Μηχ. 6 (88 λεπτά)	Μηχ. 19 (21 λεπτά)	Μηχ. 17 (21 λεπτά)	Μηχ. 3 (70 λεπτά)
51	Μηχ. 12 (36 λεπτά)	Μηχ. 9 (29 λεπτά)	Μηχ. 1 (65 λεπτά)	Μηχ. 14 (32 λεπτά)	Μηχ. 6 (79 λεπτά)	Μηχ. 8 (2 λεπτά)	Μηχ. 11 (42 λεπτά)	Μηχ. 10 (95 λεπτά)	Μηχ. 3 (33 λεπτά)	Μηχ. 5 (5 λεπτά)	Μηχ. 2 (62 λεπτά)	Μηχ. 13 (47 λεπτά)	Μηχ. 18 (20 λεπτά)	Μηχ. 7 (2 λεπτά)	Μηχ. 19 (2 λεπτά)	Μηχ. 16 (36 λεπτά)	Μηχ. 15 (22 λεπτά)	Μηχ. 20 (96 λεπτά)	Μηχ. 4 (61 λεπτά)	Μηχ. 17 (85 λεπτά)

Εργα σία	Διεργασ ία 1	Διεργασ ία 2	Διεργασ ία 3	Διεργασ ία 4	Διεργασ ία 5	Διεργασ ία 6	Διεργασ ία 7	Διεργασ ία 8	Διεργασ ία 9	Διεργασ ία 10	Διεργασ ία 11	Διεργασ ία 12	Διεργασ ία 13	Διεργασ ία 14	Διεργασ ία 15	Διεργασ ία 16	Διεργασ ία 17	Διεργασ ία 18	Διεργασ ία 19	Διεργασ ία 20
52	Μηχ. 4 (27 λεπτά)	Μηχ. 12 (22 λεπτά)	Μηχ. 16 (60 λεπτά)	Μηχ. 9 (87 λεπτά)	Μηχ. 11 (30 λεπτά)	Μηχ. 7 (64 λεπτά)	Μηχ. 6 (75 λεπτά)	Μηχ. 19 (26 λεπτά)	Μηχ. 3 (25 λεπτά)	Μηχ. 10 (76 λεπτά)	Μηχ. 20 (28 λεπτά)	Μηχ. 17 (53 λεπτά)	Μηχ. 15 (65 λεπτά)	Μηχ. 18 (59 λεπτά)	Μηχ. 13 (92 λεπτά)	Μηχ. 5 (54 λεπτά)	Μηχ. 8 (92 λεπτά)	Μηχ. 2 (28 λεπτά)	Μηχ. 14 (20 λεπτά)	Μηχ. 1 (48 λεπτά)
53	Μηχ. 11 (57 λεπτά)	Μηχ. 19 (13 λεπτά)	Μηχ. 4 (93 λεπτά)	Μηχ. 9 (47 λεπτά)	Μηχ. 3 (40 λεπτά)	Μηχ. 13 (81 λεπτά)	Μηχ. 12 (89 λεπτά)	Μηχ. 14 (52 λεπτά)	Μηχ. 7 (58 λεπτά)	Μηχ. 15 (20 λεπτά)	Μηχ. 20 (19 λεπτά)	Μηχ. 2 (37 λεπτά)	Μηχ. 17 (69 λεπτά)	Μηχ. 18 (13 λεπτά)	Μηχ. 1 (13 λεπτά)	Μηχ. 8 (60 λεπτά)	Μηχ. 5 (83 λεπτά)	Μηχ. 16 (35 λεπτά)	Μηχ. 10 (64 λεπτά)	Μηχ. 6 (73 λεπτά)
54	Μηχ. 4 (63 λεπτά)	Μηχ. 15 (86 λεπτά)	Μηχ. 1 (36 λεπτά)	Μηχ. 5 (85 λεπτά)	Μηχ. 6 (47 λεπτά)	Μηχ. 8 (12 λεπτά)	Μηχ. 14 (89 λεπτά)	Μηχ. 7 (52 λεπτά)	Μηχ. 16 (58 λεπτά)	Μηχ. 18 (25 λεπτά)	Μηχ. 13 (20 λεπτά)	Μηχ. 11 (41 λεπτά)	Μηχ. 2 (69 λεπτά)	Μηχ. 10 (9 λεπτά)	Μηχ. 12 (36 λεπτά)	Μηχ. 3 (99 λεπτά)	Μηχ. 19 (57 λεπτά)	Μηχ. 9 (91 λεπτά)	Μηχ. 17 (96 λεπτά)	Μηχ. 20 (43 λεπτά)
55	Μηχ. 3 (15 λεπτά)	Μηχ. 9 (84 λεπτά)	Μηχ. 8 (73 λεπτά)	Μηχ. 10 (93 λεπτά)	Μηχ. 20 (51 λεπτά)	Μηχ. 17 (14 λεπτά)	Μηχ. 18 (25 λεπτά)	Μηχ. 16 (75 λεπτά)	Μηχ. 7 (39 λεπτά)	Μηχ. 4 (14 λεπτά)	Μηχ. 5 (43 λεπτά)	Μηχ. 14 (73 λεπτά)	Μηχ. 11 (82 λεπτά)	Μηχ. 13 (2 λεπτά)	Μηχ. 1 (72 λεπτά)	Μηχ. 6 (66 λεπτά)	Μηχ. 15 (30 λεπτά)	Μηχ. 19 (64 λεπτά)	Μηχ. 2 (19 λεπτά)	Μηχ. 12 (63 λεπτά)
56	Μηχ. 19 (38 λεπτά)	Μηχ. 13 (74 λεπτά)	Μηχ. 12 (59 λεπτά)	Μηχ. 8 (85 λεπτά)	Μηχ. 18 (91 λεπτά)	Μηχ. 9 (99 λεπτά)	Μηχ. 14 (14 λεπτά)	Μηχ. 16 (48 λεπτά)	Μηχ. 10 (9 λεπτά)	Μηχ. 15 (50 λεπτά)	Μηχ. 17 (83 λεπτά)	Μηχ. 6 (85 λεπτά)	Μηχ. 3 (74 λεπτά)	Μηχ. 11 (10 λεπτά)	Μηχ. 20 (95 λεπτά)	Μηχ. 4 (10 λεπτά)	Μηχ. 2 (80 λεπτά)	Μηχ. 1 (92 λεπτά)	Μηχ. 7 (22 λεπτά)	Μηχ. 5 (39 λεπτά)
57	Μηχ. 1 (48 λεπτά)	Μηχ. 8 (75 λεπτά)	Μηχ. 3 (18 λεπτά)	Μηχ. 17 (65 λεπτά)	Μηχ. 18 (11 λεπτά)	Μηχ. 5 (32 λεπτά)	Μηχ. 14 (61 λεπτά)	Μηχ. 2 (46 λεπτά)	Μηχ. 10 (22 λεπτά)	Μηχ. 11 (14 λεπτά)	Μηχ. 12 (43 λεπτά)	Μηχ. 15 (33 λεπτά)	Μηχ. 16 (78 λεπτά)	Μηχ. 4 (39 λεπτά)	Μηχ. 6 (67 λεπτά)	Μηχ. 7 (79 λεπτά)	Μηχ. 13 (66 λεπτά)	Μηχ. 9 (99 λεπτά)	Μηχ. 20 (19 λεπτά)	Μηχ. 19 (66 λεπτά)
58	Μηχ. 4 (86 λεπτά)	Μηχ. 14 (95 λεπτά)	Μηχ. 19 (30 λεπτά)	Μηχ. 10 (19 λεπτά)	Μηχ. 18 (90 λεπτά)	Μηχ. 13 (65 λεπτά)	Μηχ. 15 (79 λεπτά)	Μηχ. 20 (23 λεπτά)	Μηχ. 8 (69 λεπτά)	Μηχ. 11 (81 λεπτά)	Μηχ. 1 (30 λεπτά)	Μηχ. 12 (9 λεπτά)	Μηχ. 6 (99 λεπτά)	Μηχ. 9 (86 λεπτά)	Μηχ. 3 (66 λεπτά)	Μηχ. 5 (62 λεπτά)	Μηχ. 17 (32 λεπτά)	Μηχ. 2 (97 λεπτά)	Μηχ. 7 (25 λεπτά)	Μηχ. 16 (37 λεπτά)
59	Μηχ. 8 (42 λεπτά)	Μηχ. 19 (67 λεπτά)	Μηχ. 11 (84 λεπτά)	Μηχ. 6 (55 λεπτά)	Μηχ. 9 (76 λεπτά)	Μηχ. 14 (48 λεπτά)	Μηχ. 3 (95 λεπτά)	Μηχ. 17 (59 λεπτά)	Μηχ. 4 (69 λεπτά)	Μηχ. 15 (53 λεπτά)	Μηχ. 2 (65 λεπτά)	Μηχ. 5 (30 λεπτά)	Μηχ. 20 (94 λεπτά)	Μηχ. 10 (85 λεπτά)	Μηχ. 16 (15 λεπτά)	Μηχ. 1 (96 λεπτά)	Μηχ. 12 (68 λεπτά)	Μηχ. 18 (1 λεπτά)	Μηχ. 13 (30 λεπτά)	Μηχ. 7 (94 λεπτά)
60	Μηχ. 7 (28 λεπτά)	Μηχ. 13 (76 λεπτά)	Μηχ. 9 (2 λεπτά)	Μηχ. 1 (86 λεπτά)	Μηχ. 5 (58 λεπτά)	Μηχ. 17 (40 λεπτά)	Μηχ. 6 (14 λεπτά)	Μηχ. 20 (32 λεπτά)	Μηχ. 12 (11 λεπτά)	Μηχ. 3 (13 λεπτά)	Μηχ. 15 (1 λεπτά)	Μηχ. 14 (56 λεπτά)	Μηχ. 8 (92 λεπτά)	Μηχ. 19 (13 λεπτά)	Μηχ. 4 (85 λεπτά)	Μηχ. 11 (15 λεπτά)	Μηχ. 10 (74 λεπτά)	Μηχ. 2 (51 λεπτά)	Μηχ. 18 (4 λεπτά)	Μηχ. 16 (66 λεπτά)
61	Μηχ. 9 (52 λεπτά)	Μηχ. 18 (73 λεπτά)	Μηχ. 16 (57 λεπτά)	Μηχ. 11 (13 λεπτά)	Μηχ. 7 (52 λεπτά)	Μηχ. 4 (49 λεπτά)	Μηχ. 6 (38 λεπτά)	Μηχ. 2 (14 λεπτά)	Μηχ. 10 (87 λεπτά)	Μηχ. 3 (63 λεπτά)	Μηχ. 14 (78 λεπτά)	Μηχ. 12 (40 λεπτά)	Μηχ. 15 (13 λεπτά)	Μηχ. 8 (23 λεπτά)	Μηχ. 13 (42 λεπτά)	Μηχ. 19 (99 λεπτά)	Μηχ. 1 (67 λεπτά)	Μηχ. 5 (28 λεπτά)	Μηχ. 20 (65 λεπτά)	Μηχ. 17 (92 λεπτά)
62	Μηχ. 3 (90 λεπτά)	Μηχ. 8 (59 λεπτά)	Μηχ. 18 (86 λεπτά)	Μηχ. 11 (30 λεπτά)	Μηχ. 6 (34 λεπτά)	Μηχ. 13 (79 λεπτά)	Μηχ. 14 (77 λεπτά)	Μηχ. 19 (9 λεπτά)	Μηχ. 1 (84 λεπτά)	Μηχ. 16 (73 λεπτά)	Μηχ. 5 (9 λεπτά)	Μηχ. 2 (44 λεπτά)	Μηχ. 10 (43 λεπτά)	Μηχ. 9 (59 λεπτά)	Μηχ. 7 (6 λεπτά)	Μηχ. 12 (90 λεπτά)	Μηχ. 20 (3 λεπτά)	Μηχ. 4 (19 λεπτά)	Μηχ. 15 (4 λεπτά)	Μηχ. 17 (33 λεπτά)
63	Μηχ. 16 (34 λεπτά)	Μηχ. 6 (18 λεπτά)	Μηχ. 5 (25 λεπτά)	Μηχ. 20 (51 λεπτά)	Μηχ. 9 (21 λεπτά)	Μηχ. 14 (93 λεπτά)	Μηχ. 4 (22 λεπτά)	Μηχ. 1 (56 λεπτά)	Μηχ. 15 (80 λεπτά)	Μηχ. 2 (77 λεπτά)	Μηχ. 13 (67 λεπτά)	Μηχ. 12 (89 λεπτά)	Μηχ. 11 (15 λεπτά)	Μηχ. 18 (60 λεπτά)	Μηχ. 10 (15 λεπτά)	Μηχ. 3 (80 λεπτά)	Μηχ. 19 (23 λεπτά)	Μηχ. 8 (90 λεπτά)	Μηχ. 7 (86 λεπτά)	Μηχ. 17 (17 λεπτά)
64	Μηχ. 11 (21 λεπτά)	Μηχ. 17 (61 λεπτά)	Μηχ. 20 (25 λεπτά)	Μηχ. 7 (91 λεπτά)	Μηχ. 3 (67 λεπτά)	Μηχ. 6 (84 λεπτά)	Μηχ. 1 (15 λεπτά)	Μηχ. 2 (59 λεπτά)	Μηχ. 10 (35 λεπτά)	Μηχ. 5 (5 λεπτά)	Μηχ. 9 (38 λεπτά)	Μηχ. 13 (9 λεπτά)	Μηχ. 4 (54 λεπτά)	Μηχ. 18 (58 λεπτά)	Μηχ. 15 (36 λεπτά)	Μηχ. 8 (36 λεπτά)	Μηχ. 14 (69 λεπτά)	Μηχ. 16 (7 λεπτά)	Μηχ. 12 (22 λεπτά)	Μηχ. 19 (5 λεπτά)
65	Μηχ. 18 (3 λεπτά)	Μηχ. 5 (73 λεπτά)	Μηχ. 4 (36 λεπτά)	Μηχ. 12 (75 λεπτά)	Μηχ. 7 (95 λεπτά)	Μηχ. 13 (71 λεπτά)	Μηχ. 19 (10 λεπτά)	Μηχ. 15 (7 λεπτά)	Μηχ. 10 (13 λεπτά)	Μηχ. 20 (33 λεπτά)	Μηχ. 8 (39 λεπτά)	Μηχ. 16 (30 λεπτά)	Μηχ. 11 (82 λεπτά)	Μηχ. 1 (76 λεπτά)	Μηχ. 6 (68 λεπτά)	Μηχ. 14 (37 λεπτά)	Μηχ. 2 (62 λεπτά)	Μηχ. 3 (44 λεπτά)	Μηχ. 17 (6 λεπτά)	Μηχ. 9 (51 λεπτά)
66	Μηχ. 20 (87 λεπτά)	Μηχ. 2 (31 λεπτά)	Μηχ. 5 (28 λεπτά)	Μηχ. 7 (68 λεπτά)	Μηχ. 15 (7 λεπτά)	Μηχ. 3 (85 λεπτά)	Μηχ. 4 (57 λεπτά)	Μηχ. 9 (82 λεπτά)	Μηχ. 17 (98 λεπτά)	Μηχ. 12 (16 λεπτά)	Μηχ. 19 (12 λεπτά)	Μηχ. 14 (28 λεπτά)	Μηχ. 11 (5 λεπτά)	Μηχ. 16 (56 λεπτά)	Μηχ. 8 (78 λεπτά)	Μηχ. 10 (7 λεπτά)	Μηχ. 6 (18 λεπτά)	Μηχ. 13 (7 λεπτά)	Μηχ. 1 (9 λεπτά)	Μηχ. 18 (15 λεπτά)
67	Μηχ. 17 (8 λεπτά)	Μηχ. 18 (2 λεπτά)	Μηχ. 12 (50 λεπτά)	Μηχ. 2 (51 λεπτά)	Μηχ. 9 (97 λεπτά)	Μηχ. 7 (86 λεπτά)	Μηχ. 8 (72 λεπτά)	Μηχ. 14 (92 λεπτά)	Μηχ. 19 (29 λεπτά)	Μηχ. 5 (58 λεπτά)	Μηχ. 4 (10 λεπτά)	Μηχ. 1 (13 λεπτά)	Μηχ. 11 (25 λεπτά)	Μηχ. 10 (42 λεπτά)	Μηχ. 3 (11 λεπτά)	Μηχ. 15 (46 λεπτά)	Μηχ. 20 (74 λεπτά)	Μηχ. 6 (86 λεπτά)	Μηχ. 13 (20 λεπτά)	Μηχ. 16 (31 λεπτά)
68	Μηχ. 9 (43 λεπτά)	Μηχ. 4 (4 λεπτά)	Μηχ. 2 (31 λεπτά)	Μηχ. 15 (98 λεπτά)	Μηχ. 14 (38 λεπτά)	Μηχ. 8 (13 λεπτά)	Μηχ. 20 (9 λεπτά)	Μηχ. 11 (87 λεπτά)	Μηχ. 1 (68 λεπτά)	Μηχ. 18 (54 λεπτά)	Μηχ. 13 (75 λεπτά)	Μηχ. 3 (37 λεπτά)	Μηχ. 5 (11 λεπτά)	Μηχ. 17 (58 λεπτά)	Μηχ. 19 (46 λεπτά)	Μηχ. 7 (49 λεπτά)	Μηχ. 6 (6 λεπτά)	Μηχ. 10 (15 λεπτά)	Μηχ. 16 (28 λεπτά)	Μηχ. 12 (86 λεπτά)

Εργα σία	Διεργασ ία 1	Διεργασ ία 2	Διεργασ ία 3	Διεργασ ία 4	Διεργασ ία 5	Διεργασ ία 6	Διεργασ ία 7	Διεργασ ία 8	Διεργασ ία 9	Διεργασ ία 10	Διεργασ ία 11	Διεργασ ία 12	Διεργασ ία 13	Διεργασ ία 14	Διεργασ ία 15	Διεργασ ία 16	Διεργασ ία 17	Διεργασ ία 18	Διεργασ ία 19	Διεργασ ία 20
69	Μηχ. 14 (80 λεπτά)	Μηχ. 17 (90 λεπτά)	Μηχ. 5 (47 λεπτά)	Μηχ. 18 (26 λεπτά)	Μηχ. 8 (9 λεπτά)	Μηχ. 20 (10 λεπτά)	Μηχ. 7 (18 λεπτά)	Μηχ. 4 (95 λεπτά)	Μηχ. 3 (19 λεπτά)	Μηχ. 13 (52 λεπτά)	Μηχ. 12 (17 λεπτά)	Μηχ. 11 (55 λεπτά)	Μηχ. 2 (74 λεπτά)	Μηχ. 15 (24 λεπτά)	Μηχ. 10 (85 λεπτά)	Μηχ. 16 (40 λεπτά)	Μηχ. 1 (62 λεπτά)	Μηχ. 9 (60 λεπτά)	Μηχ. 6 (96 λεπτά)	Μηχ. 19 (96 λεπτά)
70	Μηχ. 7 (30 λεπτά)	Μηχ. 18 (75 λεπτά)	Μηχ. 8 (59 λεπτά)	Μηχ. 15 (22 λεπτά)	Μηχ. 6 (4 λεπτά)	Μηχ. 5 (52 λεπτά)	Μηχ. 4 (97 λεπτά)	Μηχ. 11 (39 λεπτά)	Μηχ. 2 (49 λεπτά)	Μηχ. 13 (36 λεπτά)	Μηχ. 9 (91 λεπτά)	Μηχ. 16 (79 λεπτά)	Μηχ. 3 (17 λεπτά)	Μηχ. 19 (38 λεπτά)	Μηχ. 12 (4 λεπτά)	Μηχ. 10 (57 λεπτά)	Μηχ. 17 (44 λεπτά)	Μηχ. 14 (46 λεπτά)	Μηχ. 20 (17 λεπτά)	Μηχ. 1 (66 λεπτά)
71	Μηχ. 12 (3 λεπτά)	Μηχ. 7 (70 λεπτά)	Μηχ. 11 (95 λεπτά)	Μηχ. 5 (22 λεπτά)	Μηχ. 9 (72 λεπτά)	Μηχ. 19 (39 λεπτά)	Μηχ. 1 (96 λεπτά)	Μηχ. 17 (94 λεπτά)	Μηχ. 3 (47 λεπτά)	Μηχ. 18 (35 λεπτά)	Μηχ. 6 (37 λεπτά)	Μηχ. 15 (59 λεπτά)	Μηχ. 2 (45 λεπτά)	Μηχ. 16 (87 λεπτά)	Μηχ. 14 (99 λεπτά)	Μηχ. 8 (33 λεπτά)	Μηχ. 4 (48 λεπτά)	Μηχ. 10 (4 λεπτά)	Μηχ. 20 (92 λεπτά)	Μηχ. 13 (68 λεπτά)
72	Μηχ. 8 (18 λεπτά)	Μηχ. 18 (74 λεπτά)	Μηχ. 16 (88 λεπτά)	Μηχ. 2 (60 λεπτά)	Μηχ. 13 (8 λεπτά)	Μηχ. 10 (45 λεπτά)	Μηχ. 6 (1 λεπτά)	Μηχ. 15 (83 λεπτά)	Μηχ. 1 (71 λεπτά)	Μηχ. 3 (78 λεπτά)	Μηχ. 5 (71 λεπτά)	Μηχ. 12 (52 λεπτά)	Μηχ. 14 (36 λεπτά)	Μηχ. 19 (18 λεπτά)	Μηχ. 17 (12 λεπτά)	Μηχ. 4 (93 λεπτά)	Μηχ. 20 (72 λεπτά)	Μηχ. 7 (37 λεπτά)	Μηχ. 11 (32 λεπτά)	Μηχ. 9 (28 λεπτά)
73	Μηχ. 12 (46 λεπτά)	Μηχ. 17 (80 λεπτά)	Μηχ. 11 (12 λεπτά)	Μηχ. 18 (43 λεπτά)	Μηχ. 19 (76 λεπτά)	Μηχ. 6 (83 λεπτά)	Μηχ. 14 (74 λεπτά)	Μηχ. 20 (44 λεπτά)	Μηχ. 8 (97 λεπτά)	Μηχ. 15 (46 λεπτά)	Μηχ. 13 (70 λεπτά)	Μηχ. 16 (56 λεπτά)	Μηχ. 5 (39 λεπτά)	Μηχ. 10 (34 λεπτά)	Μηχ. 3 (56 λεπτά)	Μηχ. 4 (49 λεπτά)	Μηχ. 2 (2 λεπτά)	Μηχ. 7 (63 λεπτά)	Μηχ. 9 (41 λεπτά)	Μηχ. 1 (87 λεπτά)
74	Μηχ. 3 (53 λεπτά)	Μηχ. 14 (35 λεπτά)	Μηχ. 20 (98 λεπτά)	Μηχ. 5 (19 λεπτά)	Μηχ. 7 (22 λεπτά)	Μηχ. 8 (31 λεπτά)	Μηχ. 11 (89 λεπτά)	Μηχ. 19 (94 λεπτά)	Μηχ. 15 (27 λεπτά)	Μηχ. 18 (92 λεπτά)	Μηχ. 13 (80 λεπτά)	Μηχ. 17 (60 λεπτά)	Μηχ. 12 (22 λεπτά)	Μηχ. 9 (31 λεπτά)	Μηχ. 16 (23 λεπτά)	Μηχ. 6 (5 λεπτά)	Μηχ. 10 (40 λεπτά)	Μηχ. 1 (5 λεπτά)	Μηχ. 2 (90 λεπτά)	Μηχ. 4 (13 λεπτά)
75	Μηχ. 17 (32 λεπτά)	Μηχ. 12 (43 λεπτά)	Μηχ. 4 (75 λεπτά)	Μηχ. 11 (15 λεπτά)	Μηχ. 19 (37 λεπτά)	Μηχ. 15 (5 λεπτά)	Μηχ. 2 (64 λεπτά)	Μηχ. 8 (4 λεπτά)	Μηχ. 7 (30 λεπτά)	Μηχ. 18 (29 λεπτά)	Μηχ. 20 (14 λεπτά)	Μηχ. 16 (35 λεπτά)	Μηχ. 3 (85 λεπτά)	Μηχ. 1 (75 λεπτά)	Μηχ. 9 (45 λεπτά)	Μηχ. 14 (45 λεπτά)	Μηχ. 5 (2 λεπτά)	Μηχ. 13 (7 λεπτά)	Μηχ. 10 (29 λεπτά)	Μηχ. 6 (68 λεπτά)
76	Μηχ. 6 (95 λεπτά)	Μηχ. 14 (11 λεπτά)	Μηχ. 1 (5 λεπτά)	Μηχ. 2 (20 λεπτά)	Μηχ. 4 (49 λεπτά)	Μηχ. 7 (16 λεπτά)	Μηχ. 18 (50 λεπτά)	Μηχ. 20 (10 λεπτά)	Μηχ. 5 (15 λεπτά)	Μηχ. 3 (63 λεπτά)	Μηχ. 9 (97 λεπτά)	Μηχ. 10 (9 λεπτά)	Μηχ. 17 (88 λεπτά)	Μηχ. 8 (64 λεπτά)	Μηχ. 11 (12 λεπτά)	Μηχ. 12 (95 λεπτά)	Μηχ. 19 (19 λεπτά)	Μηχ. 13 (16 λεπτά)	Μηχ. 15 (54 λεπτά)	Μηχ. 16 (9 λεπτά)
77	Μηχ. 19 (52 λεπτά)	Μηχ. 18 (33 λεπτά)	Μηχ. 6 (16 λεπτά)	Μηχ. 11 (10 λεπτά)	Μηχ. 9 (87 λεπτά)	Μηχ. 10 (62 λεπτά)	Μηχ. 1 (76 λεπτά)	Μηχ. 12 (88 λεπτά)	Μηχ. 13 (22 λεπτά)	Μηχ. 3 (63 λεπτά)	Μηχ. 20 (50 λεπτά)	Μηχ. 15 (87 λεπτά)	Μηχ. 17 (16 λεπτά)	Μηχ. 2 (56 λεπτά)	Μηχ. 7 (38 λεπτά)	Μηχ. 16 (57 λεπτά)	Μηχ. 5 (52 λεπτά)	Μηχ. 4 (71 λεπτά)	Μηχ. 8 (15 λεπτά)	Μηχ. 14 (18 λεπτά)
78	Μηχ. 9 (89 λεπτά)	Μηχ. 16 (32 λεπτά)	Μηχ. 2 (77 λεπτά)	Μηχ. 7 (66 λεπτά)	Μηχ. 3 (88 λεπτά)	Μηχ. 20 (6 λεπτά)	Μηχ. 17 (37 λεπτά)	Μηχ. 18 (35 λεπτά)	Μηχ. 1 (49 λεπτά)	Μηχ. 11 (50 λεπτά)	Μηχ. 13 (89 λεπτά)	Μηχ. 6 (62 λεπτά)	Μηχ. 10 (28 λεπτά)	Μηχ. 14 (31 λεπτά)	Μηχ. 5 (61 λεπτά)	Μηχ. 15 (41 λεπτά)	Μηχ. 4 (71 λεπτά)	Μηχ. 12 (2 λεπτά)	Μηχ. 19 (22 λεπτά)	Μηχ. 8 (9 λεπτά)
79	Μηχ. 8 (32 λεπτά)	Μηχ. 9 (20 λεπτά)	Μηχ. 4 (77 λεπτά)	Μηχ. 18 (70 λεπτά)	Μηχ. 15 (23 λεπτά)	Μηχ. 6 (82 λεπτά)	Μηχ. 2 (51 λεπτά)	Μηχ. 12 (75 λεπτά)	Μηχ. 10 (34 λεπτά)	Μηχ. 16 (55 λεπτά)	Μηχ. 5 (91 λεπτά)	Μηχ. 13 (49 λεπτά)	Μηχ. 17 (46 λεπτά)	Μηχ. 7 (80 λεπτά)	Μηχ. 11 (6 λεπτά)	Μηχ. 3 (69 λεπτά)	Μηχ. 14 (70 λεπτά)	Μηχ. 20 (99 λεπτά)	Μηχ. 19 (85 λεπτά)	Μηχ. 1 (45 λεπτά)
80	Μηχ. 19 (32 λεπτά)	Μηχ. 16 (27 λεπτά)	Μηχ. 9 (43 λεπτά)	Μηχ. 17 (53 λεπτά)	Μηχ. 14 (70 λεπτά)	Μηχ. 7 (17 λεπτά)	Μηχ. 12 (57 λεπτά)	Μηχ. 5 (77 λεπτά)	Μηχ. 11 (91 λεπτά)	Μηχ. 3 (49 λεπτά)	Μηχ. 4 (6 λεπτά)	Μηχ. 2 (6 λεπτά)	Μηχ. 20 (47 λεπτά)	Μηχ. 8 (93 λεπτά)	Μηχ. 13 (4 λεπτά)	Μηχ. 10 (54 λεπτά)	Μηχ. 1 (93 λεπτά)	Μηχ. 15 (68 λεπτά)	Μηχ. 18 (48 λεπτά)	Μηχ. 6 (93 λεπτά)
81	Μηχ. 12 (16 λεπτά)	Μηχ. 4 (5 λεπτά)	Μηχ. 11 (39 λεπτά)	Μηχ. 18 (79 λεπτά)	Μηχ. 20 (51 λεπτά)	Μηχ. 17 (39 λεπτά)	Μηχ. 6 (39 λεπτά)	Μηχ. 7 (32 λεπτά)	Μηχ. 14 (38 λεπτά)	Μηχ. 10 (28 λεπτά)	Μηχ. 9 (96 λεπτά)	Μηχ. 15 (35 λεπτά)	Μηχ. 13 (56 λεπτά)	Μηχ. 19 (42 λεπτά)	Μηχ. 2 (45 λεπτά)	Μηχ. 16 (83 λεπτά)	Μηχ. 3 (42 λεπτά)	Μηχ. 5 (40 λεπτά)	Μηχ. 8 (25 λεπτά)	Μηχ. 1 (3 λεπτά)
82	Μηχ. 12 (77 λεπτά)	Μηχ. 9 (1 λεπτά)	Μηχ. 6 (11 λεπτά)	Μηχ. 14 (87 λεπτά)	Μηχ. 19 (21 λεπτά)	Μηχ. 17 (44 λεπτά)	Μηχ. 2 (92 λεπτά)	Μηχ. 4 (77 λεπτά)	Μηχ. 8 (9 λεπτά)	Μηχ. 7 (92 λεπτά)	Μηχ. 10 (10 λεπτά)	Μηχ. 15 (31 λεπτά)	Μηχ. 11 (62 λεπτά)	Μηχ. 3 (65 λεπτά)	Μηχ. 5 (44 λεπτά)	Μηχ. 20 (78 λεπτά)	Μηχ. 16 (22 λεπτά)	Μηχ. 18 (13 λεπτά)	Μηχ. 1 (26 λεπτά)	Μηχ. 13 (72 λεπτά)
83	Μηχ. 18 (11 λεπτά)	Μηχ. 20 (46 λεπτά)	Μηχ. 9 (8 λεπτά)	Μηχ. 1 (77 λεπτά)	Μηχ. 5 (31 λεπτά)	Μηχ. 2 (48 λεπτά)	Μηχ. 12 (37 λεπτά)	Μηχ. 4 (99 λεπτά)	Μηχ. 14 (27 λεπτά)	Μηχ. 17 (99 λεπτά)	Μηχ. 10 (31 λεπτά)	Μηχ. 11 (73 λεπτά)	Μηχ. 6 (60 λεπτά)	Μηχ. 15 (40 λεπτά)	Μηχ. 3 (81 λεπτά)	Μηχ. 19 (9 λεπτά)	Μηχ. 13 (20 λεπτά)	Μηχ. 8 (81 λεπτά)	Μηχ. 16 (71 λεπτά)	Μηχ. 7 (2 λεπτά)
84	Μηχ. 7 (60 λεπτά)	Μηχ. 6 (2 λεπτά)	Μηχ. 2 (62 λεπτά)	Μηχ. 19 (18 λεπτά)	Μηχ. 8 (33 λεπτά)	Μηχ. 1 (33 λεπτά)	Μηχ. 20 (38 λεπτά)	Μηχ. 17 (48 λεπτά)	Μηχ. 3 (37 λεπτά)	Μηχ. 13 (78 λεπτά)	Μηχ. 15 (76 λεπτά)	Μηχ. 18 (28 λεπτά)	Μηχ. 4 (65 λεπτά)	Μηχ. 11 (61 λεπτά)	Μηχ. 9 (40 λεπτά)	Μηχ. 5 (28 λεπτά)	Μηχ. 16 (67 λεπτά)	Μηχ. 14 (4 λεπτά)	Μηχ. 10 (17 λεπτά)	Μηχ. 12 (26 λεπτά)
85	Μηχ. 3 (54 λεπτά)	Μηχ. 18 (89 λεπτά)	Μηχ. 8 (69 λεπτά)	Μηχ. 13 (93 λεπτά)	Μηχ. 1 (93 λεπτά)	Μηχ. 15 (93 λεπτά)	Μηχ. 5 (54 λεπτά)	Μηχ. 20 (30 λεπτά)	Μηχ. 16 (14 λεπτά)	Μηχ. 11 (71 λεπτά)	Μηχ. 9 (71 λεπτά)	Μηχ. 2 (49 λεπτά)	Μηχ. 7 (10 λεπτά)	Μηχ. 4 (86 λεπτά)	Μηχ. 19 (67 λεπτά)	Μηχ. 6 (67 λεπτά)	Μηχ. 10 (17 λεπτά)	Μηχ. 12 (2 λεπτά)	Μηχ. 17 (2 λεπτά)	Μηχ. 14 (20 λεπτά)

Εργα σία	Διεργα σία 1	Διεργα σία 2	Διεργα σία 3	Διεργα σία 4	Διεργα σία 5	Διεργα σία 6	Διεργα σία 7	Διεργα σία 8	Διεργα σία 9	Διεργα σία 10	Διεργα σία 11	Διεργα σία 12	Διεργα σία 13	Διεργα σία 14	Διεργα σία 15	Διεργα σία 16	Διεργα σία 17	Διεργα σία 18	Διεργα σία 19	Διεργα σία 20
86	Μηχ. 17 (54 λεπτά)	Μηχ. 13 (83 λεπτά)	Μηχ. 1 (59 λεπτά)	Μηχ. 3 (70 λεπτά)	Μηχ. 15 (18 λεπτά)	Μηχ. 6 (34 λεπτά)	Μηχ. 7 (7 λεπτά)	Μηχ. 4 (2 λεπτά)	Μηχ. 18 (45 λεπτά)	Μηχ. 16 (6 λεπτά)	Μηχ. 19 (80 λεπτά)	Μηχ. 11 (21 λεπτά)	Μηχ. 12 (72 λεπτά)	Μηχ. 8 (80 λεπτά)	Μηχ. 10 (89 λεπτά)	Μηχ. 2 (52 λεπτά)	Μηχ. 9 (33 λεπτά)	Μηχ. 20 (41 λεπτά)	Μηχ. 5 (76 λεπτά)	Μηχ. 14 (5 λεπτά)
87	Μηχ. 10 (53 λεπτά)	Μηχ. 4 (15 λεπτά)	Μηχ. 12 (75 λεπτά)	Μηχ. 19 (10 λεπτά)	Μηχ. 16 (48 λεπτά)	Μηχ. 2 (54 λεπτά)	Μηχ. 20 (1 λεπτό)	Μηχ. 17 (43 λεπτά)	Μηχ. 14 (22 λεπτά)	Μηχ. 18 (31 λεπτά)	Μηχ. 1 (63 λεπτά)	Μηχ. 6 (1 λεπτό)	Μηχ. 15 (68 λεπτά)	Μηχ. 11 (74 λεπτά)	Μηχ. 13 (23 λεπτά)	Μηχ. 5 (32 λεπτά)	Μηχ. 3 (53 λεπτά)	Μηχ. 9 (71 λεπτά)	Μηχ. 7 (93 λεπτά)	Μηχ. 8 (22 λεπτά)
88	Μηχ. 17 (21 λεπτά)	Μηχ. 15 (51 λεπτά)	Μηχ. 3 (56 λεπτά)	Μηχ. 12 (39 λεπτά)	Μηχ. 6 (32 λεπτά)	Μηχ. 14 (17 λεπτά)	Μηχ. 18 (37 λεπτά)	Μηχ. 20 (21 λεπτά)	Μηχ. 9 (42 λεπτά)	Μηχ. 16 (81 λεπτά)	Μηχ. 10 (56 λεπτά)	Μηχ. 11 (29 λεπτά)	Μηχ. 2 (11 λεπτά)	Μηχ. 13 (78 λεπτά)	Μηχ. 8 (40 λεπτά)	Μηχ. 5 (66 λεπτά)	Μηχ. 7 (57 λεπτά)	Μηχ. 4 (92 λεπτά)	Μηχ. 19 (5 λεπτά)	Μηχ. 1 (38 λεπτά)
89	Μηχ. 8 (30 λεπτά)	Μηχ. 10 (31 λεπτά)	Μηχ. 17 (92 λεπτά)	Μηχ. 3 (26 λεπτά)	Μηχ. 15 (56 λεπτά)	Μηχ. 4 (67 λεπτά)	Μηχ. 6 (88 λεπτά)	Μηχ. 7 (11 λεπτά)	Μηχ. 19 (25 λεπτά)	Μηχ. 20 (24 λεπτά)	Μηχ. 14 (98 λεπτά)	Μηχ. 9 (8 λεπτά)	Μηχ. 16 (34 λεπτά)	Μηχ. 18 (18 λεπτά)	Μηχ. 1 (80 λεπτά)	Μηχ. 13 (82 λεπτά)	Μηχ. 12 (28 λεπτά)	Μηχ. 11 (87 λεπτά)	Μηχ. 5 (77 λεπτά)	Μηχ. 2 (14 λεπτά)
90	Μηχ. 6 (40 λεπτά)	Μηχ. 19 (43 λεπτά)	Μηχ. 14 (85 λεπτά)	Μηχ. 11 (34 λεπτά)	Μηχ. 9 (76 λεπτά)	Μηχ. 15 (64 λεπτά)	Μηχ. 10 (7 λεπτά)	Μηχ. 13 (51 λεπτά)	Μηχ. 5 (51 λεπτά)	Μηχ. 3 (15 λεπτά)	Μηχ. 8 (96 λεπτά)	Μηχ. 12 (31 λεπτά)	Μηχ. 20 (85 λεπτά)	Μηχ. 7 (30 λεπτά)	Μηχ. 2 (85 λεπτά)	Μηχ. 18 (45 λεπτά)	Μηχ. 1 (73 λεπτά)	Μηχ. 16 (73 λεπτά)	Μηχ. 4 (17 λεπτά)	Μηχ. 17 (57 λεπτά)
91	Μηχ. 7 (3 λεπτά)	Μηχ. 12 (32 λεπτά)	Μηχ. 9 (92 λεπτά)	Μηχ. 1 (97 λεπτά)	Μηχ. 2 (78 λεπτά)	Μηχ. 3 (83 λεπτά)	Μηχ. 16 (37 λεπτά)	Μηχ. 8 (41 λεπτά)	Μηχ. 13 (4 λεπτά)	Μηχ. 15 (62 λεπτά)	Μηχ. 19 (16 λεπτά)	Μηχ. 6 (36 λεπτά)	Μηχ. 17 (4 λεπτά)	Μηχ. 11 (26 λεπτά)	Μηχ. 20 (28 λεπτά)	Μηχ. 18 (2 λεπτά)	Μηχ. 5 (16 λεπτά)	Μηχ. 4 (37 λεπτά)	Μηχ. 10 (93 λεπτά)	Μηχ. 14 (26 λεπτά)
92	Μηχ. 8 (64 λεπτά)	Μηχ. 11 (90 λεπτά)	Μηχ. 17 (88 λεπτά)	Μηχ. 10 (32 λεπτά)	Μηχ. 6 (13 λεπτά)	Μηχ. 16 (70 λεπτά)	Μηχ. 13 (5 λεπτά)	Μηχ. 7 (30 λεπτά)	Μηχ. 4 (44 λεπτά)	Μηχ. 3 (82 λεπτά)	Μηχ. 1 (98 λεπτά)	Μηχ. 20 (44 λεπτά)	Μηχ. 19 (67 λεπτά)	Μηχ. 9 (24 λεπτά)	Μηχ. 12 (49 λεπτά)	Μηχ. 5 (99 λεπτά)	Μηχ. 18 (9 λεπτά)	Μηχ. 2 (28 λεπτά)	Μηχ. 14 (96 λεπτά)	Μηχ. 15 (70 λεπτά)
93	Μηχ. 16 (83 λεπτά)	Μηχ. 19 (29 λεπτά)	Μηχ. 20 (27 λεπτά)	Μηχ. 1 (78 λεπτά)	Μηχ. 11 (85 λεπτά)	Μηχ. 13 (10 λεπτά)	Μηχ. 15 (77 λεπτά)	Μηχ. 10 (91 λεπτά)	Μηχ. 2 (24 λεπτά)	Μηχ. 4 (97 λεπτά)	Μηχ. 18 (19 λεπτά)	Μηχ. 3 (54 λεπτά)	Μηχ. 9 (40 λεπτά)	Μηχ. 7 (39 λεπτά)	Μηχ. 14 (46 λεπτά)	Μηχ. 17 (89 λεπτά)	Μηχ. 8 (83 λεπτά)	Μηχ. 6 (93 λεπτά)	Μηχ. 12 (53 λεπτά)	Μηχ. 5 (90 λεπτά)
94	Μηχ. 14 (76 λεπτά)	Μηχ. 20 (56 λεπτά)	Μηχ. 8 (40 λεπτά)	Μηχ. 5 (73 λεπτά)	Μηχ. 7 (14 λεπτά)	Μηχ. 19 (74 λεπτά)	Μηχ. 13 (75 λεπτά)	Μηχ. 2 (55 λεπτά)	Μηχ. 18 (90 λεπτά)	Μηχ. 17 (8 λεπτά)	Μηχ. 3 (9 λεπτά)	Μηχ. 15 (59 λεπτά)	Μηχ. 4 (60 λεπτά)	Μηχ. 6 (27 λεπτά)	Μηχ. 16 (1 λεπτό)	Μηχ. 1 (17 λεπτά)	Μηχ. 12 (6 λεπτά)	Μηχ. 10 (41 λεπτά)	Μηχ. 11 (41 λεπτά)	Μηχ. 9 (10 λεπτά)
95	Μηχ. 1 (23 λεπτά)	Μηχ. 4 (77 λεπτά)	Μηχ. 9 (7 λεπτά)	Μηχ. 13 (66 λεπτά)	Μηχ. 10 (5 λεπτά)	Μηχ. 17 (85 λεπτά)	Μηχ. 3 (87 λεπτά)	Μηχ. 7 (1 λεπτό)	Μηχ. 20 (40 λεπτά)	Μηχ. 15 (69 λεπτά)	Μηχ. 6 (62 λεπτά)	Μηχ. 18 (90 λεπτά)	Μηχ. 12 (20 λεπτά)	Μηχ. 16 (18 λεπτά)	Μηχ. 5 (32 λεπτά)	Μηχ. 2 (36 λεπτά)	Μηχ. 19 (4 λεπτά)	Μηχ. 8 (6 λεπτά)	Μηχ. 11 (47 λεπτά)	Μηχ. 14 (28 λεπτά)
96	Μηχ. 12 (45 λεπτά)	Μηχ. 10 (87 λεπτά)	Μηχ. 20 (4 λεπτά)	Μηχ. 4 (17 λεπτά)	Μηχ. 2 (6 λεπτά)	Μηχ. 8 (13 λεπτά)	Μηχ. 3 (72 λεπτά)	Μηχ. 5 (66 λεπτά)	Μηχ. 19 (68 λεπτά)	Μηχ. 7 (87 λεπτά)	Μηχ. 16 (1 λεπτό)	Μηχ. 18 (79 λεπτά)	Μηχ. 17 (44 λεπτά)	Μηχ. 15 (5 λεπτά)	Μηχ. 11 (33 λεπτά)	Μηχ. 1 (32 λεπτά)	Μηχ. 13 (20 λεπτά)	Μηχ. 9 (63 λεπτά)	Μηχ. 14 (73 λεπτά)	Μηχ. 6 (62 λεπτά)
97	Μηχ. 11 (81 λεπτά)	Μηχ. 6 (3 λεπτά)	Μηχ. 10 (13 λεπτά)	Μηχ. 9 (42 λεπτά)	Μηχ. 4 (22 λεπτά)	Μηχ. 2 (32 λεπτά)	Μηχ. 1 (83 λεπτά)	Μηχ. 5 (56 λεπτά)	Μηχ. 8 (28 λεπτά)	Μηχ. 16 (96 λεπτά)	Μηχ. 12 (34 λεπτά)	Μηχ. 20 (42 λεπτά)	Μηχ. 19 (22 λεπτά)	Μηχ. 14 (86 λεπτά)	Μηχ. 15 (45 λεπτά)	Μηχ. 18 (79 λεπτά)	Μηχ. 3 (7 λεπτά)	Μηχ. 13 (43 λεπτά)	Μηχ. 17 (27 λεπτά)	Μηχ. 7 (41 λεπτά)
98	Μηχ. 7 (4 λεπτά)	Μηχ. 11 (55 λεπτά)	Μηχ. 5 (31 λεπτά)	Μηχ. 20 (22 λεπτά)	Μηχ. 3 (28 λεπτά)	Μηχ. 14 (44 λεπτά)	Μηχ. 13 (15 λεπτά)	Μηχ. 12 (88 λεπτά)	Μηχ. 9 (27 λεπτά)	Μηχ. 10 (66 λεπτά)	Μηχ. 18 (50 λεπτά)	Μηχ. 1 (25 λεπτά)	Μηχ. 2 (27 λεπτά)	Μηχ. 8 (91 λεπτά)	Μηχ. 15 (53 λεπτά)	Μηχ. 16 (71 λεπτά)	Μηχ. 4 (10 λεπτά)	Μηχ. 17 (12 λεπτά)	Μηχ. 6 (2 λεπτά)	Μηχ. 19 (61 λεπτά)
99	Μηχ. 12 (70 λεπτά)	Μηχ. 10 (69 λεπτά)	Μηχ. 9 (26 λεπτά)	Μηχ. 17 (78 λεπτά)	Μηχ. 14 (42 λεπτά)	Μηχ. 8 (97 λεπτά)	Μηχ. 20 (68 λεπτά)	Μηχ. 6 (88 λεπτά)	Μηχ. 11 (37 λεπτά)	Μηχ. 4 (23 λεπτά)	Μηχ. 19 (46 λεπτά)	Μηχ. 3 (55 λεπτά)	Μηχ. 15 (29 λεπτά)	Μηχ. 18 (81 λεπτά)	Μηχ. 13 (54 λεπτά)	Μηχ. 5 (70 λεπτά)	Μηχ. 1 (71 λεπτά)	Μηχ. 7 (2 λεπτά)	Μηχ. 2 (53 λεπτά)	Μηχ. 16 (28 λεπτά)
100	Μηχ. 12 (39 λεπτά)	Μηχ. 13 (56 λεπτά)	Μηχ. 10 (87 λεπτά)	Μηχ. 8 (21 λεπτά)	Μηχ. 16 (9 λεπτά)	Μηχ. 19 (82 λεπτά)	Μηχ. 17 (44 λεπτά)	Μηχ. 9 (63 λεπτά)	Μηχ. 20 (9 λεπτά)	Μηχ. 5 (50 λεπτά)	Μηχ. 2 (34 λεπτά)	Μηχ. 18 (58 λεπτά)	Μηχ. 14 (18 λεπτά)	Μηχ. 6 (87 λεπτά)	Μηχ. 1 (42 λεπτά)	Μηχ. 15 (78 λεπτά)	Μηχ. 3 (98 λεπτά)	Μηχ. 7 (30 λεπτά)	Μηχ. 11 (46 λεπτά)	Μηχ. 4 (21 λεπτά)

Πίνακας Π.39 Το πρόβλημα TA80

Λίστα δημοσιεύσεων

Δημοσιεύσεις σε έγκριτα διεθνή επιστημονικά περιοδικά με κριτές

H. Doukas, A. Botsikas, J. Psarras, “Multi Criteria Decision Aid for the Formulation of Sustainable Technological Energy Priorities using Linguistic Variables”, European Journal of Operational Research, Volume 182, Issue 2, 16 October 2007, pp. 844-855.

Δημοσιεύσεις σε επιστημονικά συνέδρια

A. Μπότσικας, A. Κελεμένης, «Γενετικοί Αλγόριθμοι και Διοίκηση παραγωγής», 2ο φοιτητικό συνέδριο διοικητικής επιστήμης και τεχνολογίας, 2005, Αθήνα.

A. Flamos, H. Doukas, K. Patlitzianas, A. Botsikas and K. Anagnostopoulos (2004) “CDM – PAT: An Integrated Tool For The Identification of Attractive CDM Project Proposals”, International Conference on New and Renewable Energy Technologies for Sustainable Development, Evora, June 2004.

Κεφάλαια βιβλίων

Papadopoulou A.G., Botsikas A., Karakosta Ch., Doukas H., Psarras J., “Intelligent Information Systems for Strengthening the Quality of Energy Services in the EU: Case Study in the Greek Energy Sector”, chapter XVI in the book “Intelligent Information Systems and Knowledge Management for Energy: Applications for Decision support, Usage and Environmental Protection”, Inderscience, 2009.

Δημοσιεύσεις στο διαδίκτυο

Τεχνικά blog posts στα ακόλουθα blogs:

- <http://studentguru.gr/blogs/abot/>
- <http://botsikas.blogspot.com/>

Τεχνικά άρθρα:

Andreas Botsikas, “Developing custom ASP.net Membership and Role providers reading users from custom section in the web.config”, The Code Project, 21/07/2008, www.codeproject.com