



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών
Εργαστήριο Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών

Σχεδίαση και Ανάπτυξη Καινοτόμων Τεχνικών Κωδικοποίησης Ψηφιακών Τηλεπικοινωνιακών Καναλιών με Χρήση Κωδίκων Ελέγχου Ισοτιμίας Χαμηλής Πυκνότητας Συμβατού Ρυθμού

ΔΑΥΙΔ Ν. ΜΠΕΝΜΑΓΙΩΡ
Πτυχιούχος Πληροφορικής
Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Τριμελής Επιτροπή: Φίλιππος Κωνσταντίνου (Επιβλέπων)
Πέτρος Μαραγκός (Μέλος)
Γεωργία Τσιροπούλα (Μέλος)

Ζωγράφος, Αθήνα
Δεκέμβριος 2009



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών
Εργαστήριο Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών
Τομέας Συστημάτων Μετάδοσης Πληροφορίας & Τεχνολογίας Υλικών

Σχεδίαση και Ανάπτυξη Καινοτόμων Τεχνικών Κωδικοποίησης Ψηφιακών Τηλεπικοινωνιακών Καναλιών με Χρήση Κωδίκων Ελέγχου Ισοτιμίας Χαμηλής Πυκνότητας Συμβατού Ρυθμού

ΔΑΥΙΔ Ν. ΜΠΕΝΜΑΓΙΩΡ

Πτυχιούχος Πληροφορικής Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Εγκρίθηκε από την επταμελή εξεταστική επιτροπή στις 21 /12 /2009

Φ. Κωνσταντίνου
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Π. Μαθιόπουλος
Ερευντής Α' Ε.Α.Α.

Π. Μαραγκός
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Α. Παναγόπουλος
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Ν. Σαγιάς
Επ. Καθηγητής Παν. Πελοπίσου

Ε. Συκάς
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Γ. Τσιροπούλα
Ερευνήτρια Β' Ε.Α.Α.

Ζωγράφος, Αθήνα, Δεκέμβριος 2009



ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΟΤΗΤΑ



ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Η παρούσα διδακτορική διατριβή πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια του ερευνητικού προγράμματος ΠΕΝΕΔ 2003 της Γενικής Γραμματείας Έρευνας και Τεχνολογίας.

Το πρόγραμμα συγχρηματοδοτήθηκε κατά 10% από το ερευνητικό εργαστήριο Mullard Space Science Laboratory του University College London, κατά 72% από την Ευρωπαϊκή Ένωση - Ευρωπαϊκό Κοινοτικό Ταμείο και κατά 18% από το Ελληνικό Δημόσιο - Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας.

...

Δαυίδ Ν. Μπενμαγιώρ

Διεύθυνση: Μαραθωνοδρόμου 107, Μαρούσι, Αθήνα, Τ.Κ: 15125

Τηλ: 210-8061969 / 6945-560999

Email: david@benmayor.gr

Http: www.benmayor.gr

Copyright © Δαυίδ Ν. Μπενμαγιώρ, 2009

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής για εμπορικό σκοπό.

Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν στη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου.

*Στους γονείς μου, Νισσήμ και Άννα,
στην αδελφή μου, Αλίκη,
και στην Κατερίνα.*

*Στη μνήμη
του παππού μου, Αλμπέρτου,
της γιαγιάς μου, Αλίκης.*

Σαν βγεις στον πηγαιμό για την Ιθάκη, να εύχεσαι νά' ναι μακρύς ο δρόμος, γεμάτος περιπέτειες, γεμάτος γνώσεις. (...)

Πάντα στο νου σου νά' χεις την Ιθάκη. Το φτάσιμο εκεί είναι ο προορισμός σου. Αλλά μη βιάξεις το ταξίδι διόλου. (...)

Η Ιθάκη σ' έδωσε τ' ωραίο ταξίδι (...)

Έτσι σοφός που έγινες, με τόση πείρα, ήδη θα το κατάλαβες οι Ιθάκες τι σημαίνουν.

Απόσπασμα από το ποίημα 'Ιθάκη' του Κωνσταντίνου Καβάφη.

When setting out upon your way to Ithaca, wish always that your course be long, full of adventure, full of lore. (...)

Your mind should ever be on Ithaca. Your reaching there is your prime goal. But do not rush your journey anyway. (...)

For Ithaca has given you the lovely trip.

As wise as you are now become, of such experience, you will have understood what Ithaca stands for.

Abstract from Constantine Cavafy's poem "Ithaka".

Περίληψη Διατριβής-Abstract

Περίληψη

Η συμβατότητα ρυθμού στα επικοινωνιακά συστήματα που λειτουργούν υπό **χρονικά μεταβαλλόμενο (time-varying) λόγο σήματος προς θόρυβο (Signal-to-Noise Ratio - SNR)** είναι μια ευρέως διαδεδομένη τεχνική αποτελεσματικής αντιμετώπισης των αλλαγών του καναλιού μετάδοσης και επίτευξης **άνισης προστασία έναντι σφαλμάτων (Unequal Error Protection - UEP)**. Στην παρούσα διατριβή προτείνονται **ντετερμινιστικές (deterministic) τεχνικές επέκτασης (extending)** για τη σχεδίαση μιας ειδικής κατηγορίας κωδίκων **ελέγχου ισοτιμίας χαμηλής πυκνότητας συμβατού ρυθμού (Rate-Compatible Low-Density Parity-Check - RC-LDPC)**, των κωδίκων **ακανόνιστης επανάληψης-συσσώρευσης συμβατού ρυθμού (Rate-Compatible Irregular Repeat-Accumulate - RC-IRA)**. Συγκεκριμένα, στην παρούσα διατριβή μελετάται ο σχεδιασμός ντετερμινιστικών τεχνικών επέκτασης για κώδικες RC-IRA καθώς και η πρακτική εφαρμογή τους σε ασύρματα συστήματα ψηφιακών επικοινωνιών. Τα πιθανά οφέλη που προκύπτουν από τη χρήση ντετερμινιστικά εκτεταμένων κωδίκων RC-IRA είναι η ευελιξία παραμετροποίησης, η ευκολία υλοποίησης, οι χαμηλές απαιτήσεις αποθήκευσης και η χαμηλή πολυπλοκότητα κωδικοποίησης καθώς και η δυνατότητα υλοποίησης σε πραγματικό χρόνο.

Αναφορικά με το πρώτο σκέλος, προτείνονται τρεις καινοτόμοι αλγόριθμοι ντετερμινιστικής επέκτασης. Στον πρώτο αλγόριθμο χρησιμοποιούνται δευτεροβάθμιες ισοϋπόλοιπες ακολουθίες επέκτασης και στον δεύτερο και τρίτο αλγόριθμο χρησιμοποιούνται ένας τροποποιημένος και ένας **αποκομμένος (truncated) πίνακας Βαντερμόντ**, αντίστοιχα. Για τη διατήρηση της χαμηλής πολυπλοκότητας σχεδιασμού, ο σχεδιασμός των κωδίκων βασίζεται μόνο σε αλγεβρικές πράξεις και δεν εφαρμόζεται κάποια **μετακατασκευαστική (post-construction) τεχνική βελτιστοποίησης του δακτυλίου του παραγόμενου γράφου**. Οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι είναι γενικευμένοι και μπορούν να εφαρμοστούν σε οποιοδήποτε μητρικό κώδικα **ακανόνιστης επανάληψης-συσσώρευσης (Irregular Repeat-Accumulate - IRA)** με μήκος της συστάδας πληροφορίας k_0 παράγοντας διαφορετικές ακολουθίες ρυθμών κώδικα R . Επιπλέον, συνδυάζοντας τον πρώτο αλγόριθμο επέκτασης με κατάλληλο αλγόριθμο διάτρησης, προτείνεται μια υβριδική κατηγορία κω-

δίκων με την ονομασία D²RC-IRA. Όπως επιβεβαιώνεται από τα αποτελέσματα προσομοίωσης, οι προτεινόμενες τεχνικές επέκτασης καθώς και οι προτεινόμενοι κώδικες D²RC-IRA υπερέρχουν, τόσο από πλευράς επίδοσης διόρθωσης σφαλμάτων όσο και από πλευράς ρυθμαπόδοσης, αντίστοιχων σχημάτων κωδικοποίησης της βιβλιογραφίας.

Αναφορικά με το δεύτερο σκέλος, προτείνεται μια οικογένεια κωδίκων RC-IRA η οποία μπορεί να αποτελέσει εναλλακτικό σχήμα κωδικοποίησης καναλιού για δύο πρόσφατα δημοσιευμένα πρότυπα συστημάτων παροχής κινητών πολυμεσικών υπηρεσιών σε μικρές χειρόφερτες συσκευές, το πρότυπο **δορυφορικών ψηφιακών ραδιο(συστημάτων) (Satellite Digital Radio - SDR)** του Ευρωπαϊκού Ινστιτούτου Τηλεπικοινωνιακών Προτύπων (**European Telecommunications Standards Institute - ETSI**) και το πρότυπο **ψηφιακής βιντεοεκπομπής για δορυφορικές υπηρεσίες σε χειρόφερα τετραγωνικά (Digital Video Broadcasting - Satellite services to Handhelds - DVB-SH)**. Για την κατασκευή των κωδίκων χαμηλότερου ρυθμού χρησιμοποιείται ντετερμινιστική επέκταση η οποία βασίζεται έναν αποκομμένο πίνακα Βαντερμόντ και για την κατασκευή των κωδίκων υψηλότερου ρυθμού χρησιμοποιείται κατάλληλος αλγόριθμος διάτρησης. Βάσει των αποτελεσμάτων της μελέτης επίδοσης των προτεινόμενων κωδίκων RC-IRA εν συγκρίσει με τους **στροβιλοκώδικες (Turbo Codes - TC) 2ου εταιρικού έργου 3ης γενιάς (3rd Generation Partnership Project 2 - 3GPP2)** που προδιαγράφονται στα εν λόγω πρότυπα για κανάλια μετάδοσης **προσθετικού λευκού γκαουσιανού θορύβου (Additive White Gaussian Noise - AWGN)**, **Ρέιλεϊ (Rayleigh)** και **Ρίσιαν (Rician)** και λαμβάνοντας υπόψιν επιπρόσθετους παράγοντες όπως η πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης, η ευελιξία σχεδιασμού διαφορετικών ρυθμών κώδικα κ.α., οι κώδικες RC-IRA αποδεικνύονται ιδιαίτερα ελπιδοφόρος επιλογή για την κωδικοποίηση καναλιού σε τέτοιες εφαρμογές.

Abstract

Rate-compatibility is a widely applicable technique used in communications systems operating under time-varying Signal-to-Noise Ratio (SNR) for mitigating the channel condition changes and achieving Unequal Error Protection (UEP). This thesis adds to this field, extending methods for the design of a special class of Rate-Compatible Low-Density Parity-Check codes (RC-LDPC), namely Rate-Compatible Irregular Repeat-Accumulate (RC-IRA) codes. More specifically, the current thesis is concerned with the design of deterministic extending techniques for RC-IRA codes as well as their practical applications in existing digital wireless communications systems. The benefits of this approach are parameter flexibility, ease of implementation, low storage requirements, reduced encoding complexity and real-time applicability.

In the first part of this thesis, three novel algorithms for deterministic extending are introduced. The first algorithm is based on quadratic congruential extension sequences and the second and third employ a modified and a truncated Vandermonde matrix, respectively. To maintain low-complexity, algebraic operations are used without any post-construction girth conditioning. The proposed extending algorithm is general and can be applied to any irregular repeat-accumulate (IRA) mother code of information block length, k_0 , producing different sequences of code rates, R . Furthermore, a hybrid class of Deterministically Designed RC-IRA (D^2 RC-IRA) codes is obtained by combining the proposed extending algorithm with puncturing. As verified by performance evaluation results, the proposed techniques and codes offer significant performance improvements in both error rate and throughput over equivalent coding schemes in the literature.

In the second part, a novel family of RC-IRA codes is introduced as an alternative channel coding scheme for two recently developed digital mobile multimedia services to handhelds standards, namely the European Telecommunications Standards Institute (ETSI) Satellite Digital Radio (SDR) and Digital Video Broadcasting - Satellite services to Handhelds (DVB-SH) standards. A truncated Vandermonde is used to obtain lower rate codes through extending, whereas higher rate codes are obtained through puncturing. Based on the performance evaluation results obtained for the proposed RC-IRA codes and the 3rd Generation Partnership Project 2 - 3GPP2 Turbo codes (TC) used in these systems, in Additive White Gaussian Noise (AWGN), Rayleigh and Rician fading channels, as well as by a comparative study considering design parameters such as decoding complexity, flexibility to obtain different rates, etc., the proposed RC-IRA codes are a promising alternative channel coding solution for such applications.

Ευχαριστίες

Η εκπόνηση αυτής της διδακτορικής διατριβής αποτελεί το επιστέγασμα μιας επίπονης προσωπικής προσπάθειας που έγινε ευκολότερη χάρη στην αδιάκοπη συμπαράσταση και συνδρομή πολλών ανθρώπων τους οποίους θέλω να ευχαριστήσω.

Καταρχήν, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή Φίλιππο Κωνσταντίνου για την ηθική υποστήριξη που μου προσέφερε. Είμαι ειλικρινά ευγνώμων για την πολύτιμη καθοδήγησή του στα πρώτα βήματά μου στον τομέα των τηλεπικοινωνιών και την ελευθερία που μου έδωσε να υλοποιήσω τις ιδέες μου. Τα σχόλια και οι επιτυχείς παρατηρήσεις του συνέβαλαν καθοριστικά στην ολοκλήρωση της διατριβής μου.

Βαθύτατη εκτίμηση και ιδιαίτερη ευγνωμοσύνη οφείλω στον καθηγητή Παναγιώτη Μαθιόπουλο. Θα ήθελα να τον ευχαριστήσω τόσο για την αμέριστη συμπαράστασή του τα τέσσερα χρόνια της παραμονής μου στο Ινστιτούτο Διαστημικών Εφαρμογών και Τηλεπισκόπησης (ΙΔΕΤ) του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών (ΕΑΑ), όσο και για την ευκαιρία που μου έδωσε να μάθω τόσα πολλά από αυτόν μέσα από τις αμέτρητες ώρες συνεργασίας και διαρκούς αλληλεπίδρασης. Οι εποικοδομητικές συζητήσεις σχετικά με την επιστημονική έρευνα και τη συγγραφή δημοσιεύσεων αποτέλεσαν τα απαραίτητα θεμέλια για την επιτυχή πραγματοποίηση της έρευνας μου.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την Ερευνήτρια Δρ. Γεωργία Τσιροπούλα για την εξασφάλιση της χρηματοδότησης της έρευνάς μου μέσω του Προγράμματος Ενίσχυσης του Ερευνητικού Δυναμικού (ΠΕΝΕΔ) 2003 και για την ηθική και ψυχολογική στήριξη της καθ' όλη τη διάρκεια της συνεργασίας μας. Ιδιαίτερος φόρος τιμής πρέπει να αποτεθεί στον αδικοχαμένο συνάδελφό μας, Αμίλιο Χαρλαύτη, ο οποίος εμπνεύστηκε το αντικείμενο αυτού του ΠΕΝΕΔ.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω στον Δρ. Στέλιο Παπαχαράλαμπο για τη συνεργασία μας και για την καθοδήγησή του στα πρώτα βήματα της έρευνάς μου γύρω από τους κώδικες Χαμηλής Πυκνότητας Ελέγχου Ισοτιμίας.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή Πέτρο Μαραγκό για την άριστη συνεργασία μας κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διδακτορικής διατριβής μου.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω το ΙΔΕΤ/ΕΑΑ για την παροχή όλου του απαραίτητου υλικού για την υλοποίηση της έρευνάς μου. Κατά την παραμονή μου στο ΙΔΕΤ/ΕΑΑ είχα την χαρά και την τιμή να γνωρίσω πολλούς συναδέλφους τους οποίους θα ήθελα

να ευχαριστήσω πρώτα από όλα για τα φίλια τους. Θερμά ευχαριστώ τον Κώστα Θεμελί για τη βοήθειά του στις προσομοιώσεις στο MATLAB και για την άμεση αντιμετώπιση των τεχνικών προβλημάτων του cluster, τον Δρ. Πέτρο Μπίθα για τη βοήθειά του όλα αυτά τα χρόνια και ιδιαίτερα στις δύσκολες στιγμές καθώς και για την προθυμία του να λύσει κάθε απορία μου για το L^AT_EX και το Origin, τον Γιάννη Παπουτσή και τη Ζέφη Παπαδημητρίου την άριστη συνεργασία μας και για την ευχάριστη παρέα, τον Γιώργο Ροπόκη για τις εποικοδομητικές συζητήσεις μας και τον Δρ. Κώστα Τζιότζιου για την παρέα του και την αξέχαστη εκδρομή μας στην κορυφή του Ολύμπου.

Επίσης πρέπει να ευχαριστήσω θερμά τον Δρ. Χιαο-Υι Hu για τη συνεργασία μας κατά τη διάρκεια του διδακτορικού μου καθώς και για την επίλυση των αποριών μου σχετικά με τον αλγόριθμο προοδευτικής ανάπτυξης ακμών.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τρεις ερευνητές, οι οποίοι δημιούργησαν εξαιρετικούς ιστότοπους με υλικό σχετικά με τους κώδικες Χαμηλής Πυκνότητας Ελέγχου Ισοτιμίας το οποίο διευκόλυνε ιδιαίτερα την έρευνά μου: τους καθηγητές Radford M. Neal και David MacKay για τις επιγραμματικούς ιστότοπους εναπόθεσης λογισμικού σχετικά με τους κώδικες Χαμηλής Πυκνότητας Ελέγχου Ισοτιμίας και τον καθηγητή Rüdiger Urbanke που μοιράστηκε το `ldpcOpt` με όλους μας.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τους στενούς μου φίλους Χαρούλα Φράγκου και Αντώνη Βασάλο για όλες τις ευχάριστες στιγμές που μου χάρισαν όλα αυτά τα χρόνια, την κατανόησή τους, τις συμβουλές τους και τη μακρόχρονη και ανιδιοτελή φίλια τους.

Πάνω από όλους, θα ήθελα να ευχαριστήσω από τα βάθη της καρδιά μου την οικογένειά μου για την αγάπη τους και την πίστη τους σε μένα· τους γονείς μου, Νισσήμ και Άννα, που ήταν, είναι και θα είναι δίπλα σε κάθε βήμα που κάνω - η ανατροφή που μου έδωσαν μου έδωσε όλα τα απαραίτητα εφόδια για να κάνω τις σωστές επιλογές στη ζωή· την αδερφή μου, Αλίκη, για όλα όσα έκανε για μένα και τη στήριξή της, με το δικό της τρόπο, σε αυτή την προσπάθεια. Η παρότρυνση και η κατανόηση της οικογένειάς μου συνέβαλαν καθοριστικά στο να συνεχίσω την προσπάθεια σε στιγμές που δεν έβλεπα φως στο τούνελ.

Δεν θα μπορούσα σε καμία περίπτωση να παραλείψω την Κατερίνα, την οποία ευχαριστώ θερμά για την ατελείωτη υπομονή της όλα αυτά τα χρόνια. Η ακατάπαυστη υποστήριξή, η ενθάρρυνση της και η αγάπη της έκαναν τα δύσκολα πράγματα να μοιάζουν εύκολα.

Ένα ξεχωριστό ευχαριστώ θέλω να πω στον παππού μου, Αλμπέρτο, που δεν ξεκίνησε αυτή την συναρπαστική διαδρομή μαζί μου και στη γιαγιά μου, Αλίκη, που δεν πρόλαβε να την τελειώσει μαζί μου. Είμαι σίγουρος πως από εκεί ψηλά φρόντιζαν και θα φροντίζουν πάντα για το καλό μου και θα χαίρονται με κάθε επιτυχία μου.

Η διδακτορική διατριβή είναι αφιερωμένη στη μνήμη τους καθώς και στην οικογένειά μου και την Κατερίνα ως ελάχιστο φόρος τιμής για όσα μου προσέφεραν και συνεχίζουν να μου προσφέρουν.

Περιεχόμενα

| | |
|-------------------------------------------------------------------|---------------|
| Περίληψη Διατριβής-Abstract | v |
| Περίληψη | v |
| Abstract | vii |
| Ευχαριστίες | viii |
| Περιεχόμενα | x |
| Κατάλογος Σχημάτων | xiii |
| Κατάλογος Πινάκων | xvii |
| Λεξικό Τεχνικής Ορολογίας | xviii |
| Συντομογραφίες | xxviii |
| 1 Εισαγωγή | 1 |
| 1.1 Εμπροσθόδοτη Διόρθωση Σφάλματος | 1 |
| 1.2 Παρουσίαση του Προβλήματος και Επιστημονικά Κίνητρα | 5 |
| 1.3 Δομή και Περίληψη Διατριβής | 7 |
| 1.4 Συνεισφορά της Διατριβής | 9 |
| 1.4.1 Σχετικές δημοσιεύσεις | 10 |
| 1.4.1.1 Διεθνή Επιστημονικά Περιοδικά με Κριτές | 10 |
| 1.4.1.2 Πρακτικά συνεδρίων με κριτές | 10 |
| 2 Προηγμένες Τεχνικές Εντοπισμού και Διόρθωσης Σφαλμάτων | 11 |
| 2.1 Ψηφιακά Επικοινωνιακά Συστήματα | 11 |
| 2.2 Μοντελοποίηση Καναλιού | 13 |
| 2.2.1 Κανάλι Προσθετικού Λευκού Γκαουσιανού Θορύβου | 14 |
| 2.2.2 Στατιστικά Μοντέλα Καναλιών Διαλείψεων | 15 |
| 2.2.2.1 Εισαγωγή | 15 |
| 2.2.2.2 Κατηγοριοποίηση Διαλείψεων | 18 |
| 2.2.2.3 Διαλείψεις Ρέιλεϊ | 21 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.2.2.4 Διαλείψεις Ρίσαν | 22 |
| 2.3 Θεωρία Κωδικοποίησης Καναλιού | 24 |
| 2.3.1 Κωδικοποίηση Ελέγχου Σφαλμάτων | 25 |
| 2.3.2 Γραμμικοί κώδικες συστάδας | 26 |
| 2.4 Θεωρία Γράφων | 31 |
| 2.4.1 Ορολογία Γράφων | 32 |
| 2.4.2 Γράφοι και Πίνακες | 36 |
| 2.5 Κώδικες Ελέγχου Ισοτιμίας Χαμηλής Πυκνότητας | 37 |
| 2.5.1 Αναπαράσταση κωδίκων Ελέγχου Ισοτιμίας Χαμηλής Πυκνότητας | 38 |
| 2.5.2 Κώδικες επανάληψης συσσώρευσης | 43 |
| 2.5.3 Βελτιστοποίηση γράφων Τάνερ | 46 |
| 2.5.3.1 Ο αλγόριθμος ΜακΓκόουαν-Γουίλιαμσον | 47 |
| 2.5.3.2 Ο αλγόριθμος προοδευτικής ανάπτυξης ακμών | 50 |
| 2.6 Αποκωδικοποίηση Αθροίσματος Γινομένου | 51 |
| 2.6.1 Εισαγωγή | 51 |
| 2.6.2 Επισκόπηση του Αλγορίθμου Αθροίσματος Γινομένου | 53 |
| 2.6.3 Ανάλυση του Αλγορίθμου Αποκωδικοποίησης Αθροίσματος Γινομένου | 54 |
| 2.7 Κώδικες Συμβατού Ρυθμού | 60 |
| 2.7.1 Αίτηση Αυτόματης Αναμετάδοσης | 61 |
| 2.7.2 Διάτρηση | 63 |
| 2.7.3 Επέκταση | 64 |
| 3 Αλγόριθμοι Ντετερμινιστικής Επέκτασης κωδίκων RC-IRA | 65 |
| 3.1 Εισαγωγή | 65 |
| 3.2 Αλγόριθμος δευτεροβάθμιων ισουπόλοιπων ακολουθιών και κώδικες $D^2RC-IRA$ | 68 |
| 3.2.1 Ντετερμινιστική επέκταση κωδίκων RC-IRA | 68 |
| 3.2.2 Επέκταση με δευτεροβάθμιες ισουπόλοιπες ακολουθίες | 69 |
| 3.2.3 Επέκταση με κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 | 70 |
| 3.2.4 Κώδικες $D^2RC-IRA$ | 72 |
| 3.2.5 Αποτελέσματα αξιολόγησης επίδοσης και συζήτηση | 72 |
| 3.2.5.1 Χαρακτηριστικά του γράφου των κωδίκων $D^2RC-IRA$ | 73 |
| 3.2.5.2 Πειραματικά αποτελέσματα | 74 |
| 3.3 Αλγόριθμος τροποποιημένου πίνακα Βαντερμόντ | 80 |
| 3.3.1 Ντετερμινιστική επέκταση κωδίκων RC-IRA | 80 |
| 3.3.2 Επέκταση με τροποποιημένο πίνακα Βαντερμόντ | 81 |
| 3.3.3 Επέκταση με κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 | 82 |
| 3.3.4 Αποτελέσματα αξιολόγησης επίδοσης και συζήτηση | 83 |
| 3.4 Αλγόριθμος αποκομμένου πίνακα Βαντερμόντ | 87 |
| 3.4.1 Ντετερμινιστική επέκταση κωδίκων RC-IRA | 88 |

| | | |
|----------|--------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.4.2 | Επέκταση με αποκομμένο πίνακα Βαντερμόντ | 89 |
| 3.4.3 | Επέκταση με κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 | 90 |
| 3.4.4 | Αποτελέσματα αξιολόγησης επίδοσης και συζήτηση | 91 |
| 3.5 | Συμπεράσματα | 95 |
| 4 | Κώδικες RC-IRA για συστήματα DVB-SH και ETSI-SDR | 98 |
| 4.1 | Εισαγωγή | 98 |
| 4.2 | Αρχιτεκτονική συστημάτων DVB-SH και ETSI-SDR | 103 |
| 4.3 | Κώδικες RC-IRA | 106 |
| 4.4 | Αποτελέσματα αξιολόγησης επίδοσης και συζήτηση | 110 |
| 4.4.1 | Συμπεράσματα | 120 |
| 5 | Συνεισφορά και Μελλοντική Έρευνα | 123 |
| 5.1 | Γενική Επισκόπηση, Συμπεράσματα και Συνεισφορά Διατριβής | 123 |
| 5.2 | Μελλοντικά Θέματα για Επιστημονική Έρευνα | 125 |
| | Βιβλιογραφία | 127 |
| | Βιογραφικό Σημείωμα | 137 |

Κατάλογος Σχημάτων

| | | |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1 | Βασικά στοιχεία ενός ψηφιακού επικοινωνιακού καναλιού | 12 |
| 2.2 | Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας υπό συνθήκη για BSPK σήματα μεταδιδόμενα σε κανάλι AWGN | 15 |
| 2.3 | Απώλειες διαδρομής, σκίασης και διαλείψεων, ως συνάρτηση της απόστασης | 16 |
| 2.4 | Φαινόμενο Ντόπλερ | 17 |
| 2.5 | Κατηγοριοποίηση διαλείψεων | 20 |
| 2.6 | Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κανονικοποιημένης κατανομής Ρέιλεϊ με μοναδιαία ισχύς σήματος | 22 |
| 2.7 | Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κανονικοποιημένης κατανομής Ρίσιαν με μοναδιαία ισχύς σήματος για διάφορες τιμές του K . | 23 |
| 2.8 | Επίδοση BER μη κωδικοποιημένων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων σε κανάλια AWGN, Ρέιλεϊ και Ρίσιαν | 24 |
| 2.9 | Γκραβούρα αναπαράστασης των γεφυρών του Κόνιγκσμπεργκ | 32 |
| 2.10 | Αναπαράσταση ενός απλού γράφου, με επισηματοθετημένες ακμές και κορυφές | 33 |
| 2.11 | Γράφος με κύκλο μήκους 5, επισημασμένο με έντονη γραμμή | 34 |
| 2.12 | Διαμέριση ενός διμερούς γράφου | 35 |
| 2.13 | Διμερής γράφος και ο αντίστοιχος πίνακας γειτνίασης | 37 |
| 2.14 | Γράφος Τάνερ με κύκλο μήκους 4, επισημασμένο με έντονη γραμμή | 39 |
| 2.15 | Γράφος Τάνερ με κύκλο μήκους 6, επισημασμένο με έντονη γραμμή | 42 |
| 2.16 | Αναπαράσταση συστηματικού κώδικα IRA ως κώδικας TC | 44 |
| 2.17 | Αναπαράσταση κώδικα IRA μέσω γράφου Τάνερ | 45 |
| 2.18 | Διαγραφή βρόχου με μήκος 4 από γράφο Τάνερ | 49 |
| 2.19 | Γραφική παράσταση της συνάρτησης $\phi(x)$ | 59 |
| 2.20 | Ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης αθροίσματος γινομένου. | 60 |
| 3.1 | Επίδοση FER των κωδίκων D^2RC -IRA συναρτήσει του E_s/N_0 μέσω επέκτασης με $\pi^* = 0, 0,5, 0,82$ και 1, για $R_l = 8/24$ και $k_0 = 1024$ | 71 |
| 3.2 | Επίδοση FER των κωδίκων D^2RC -IRA συναρτήσει του E_s/N_0 μέσω επέκτασης με $\pi^* = 0, 0,5, 0,82$ και 1, για $R_l = 8/32$ και $k_0 = 512$ | 71 |

| | | |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.3 | Επίδοση BER των κωδίκων D ² RC-IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για $k_0 = 1024$ και $R_l = 8/24$ | 75 |
| 3.4 | Επίδοση FER των κωδίκων D ² RC-IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για $k_0 = 1024$ και $R_l = 8/24$ | 75 |
| 3.5 | Επίδοση BER των κωδίκων D ² RC-IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για $k_0 = 512$ και $R_l = 8/32$ | 76 |
| 3.6 | Επίδοση FER των κωδίκων D ² RC-IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για $k_0 = 512$ και $R_l = 8/32$ | 76 |
| 3.7 | Σύγκριση της επίδοσης FER των κωδίκων D ² RC-IRA και των κωδίκων RC-IRA του άρθρου [1] συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 512$ | 77 |
| 3.8 | Σύγκριση της ρυθμαπόδοσης σε σχήμα HARQ τύπου-II μεταξύ των κωδίκων D ² RC-IRA και των σχημάτων κωδικοποίησης [1-4] | 79 |
| 3.9 | Επίδοση FER των κωδίκων emVM RC-IRA συναρτήσει του E_s/N_0 μέσω επέκτασης με $\pi^* = 0, 0,5, 0,82$ και 1 , για $R_l = 8/24$ και $k_0 = 1024$ | 83 |
| 3.10 | Σύγκριση της επίδοσης BER των κωδίκων emVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 512, R_l = 8/32$ | 85 |
| 3.11 | Σύγκριση της επίδοσης FER των κωδίκων emVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων RA και IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 512, R_l = 8/32$ | 85 |
| 3.12 | Σύγκριση της επίδοσης BER των κωδίκων emVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 1024, R_l = 8/24$ | 86 |
| 3.13 | Σύγκριση της επίδοσης FER των κωδίκων emVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 1024, R_l = 8/24$ | 86 |
| 3.14 | Διεπίπεδη επέκταση κωδίκων RC-IRA | 88 |
| 3.15 | Επίδοση FER των κωδίκων eVM RC-IRA συναρτήσει του E_s/N_0 μέσω επέκτασης με $\pi^* = 0, 0,5, 0,82$ και 1 , για $R = 1/4$ και $k_0 = 512$ | 90 |
| 3.16 | Ντετερμινιστική επέκταση μητρικού κώδικα IRA, κατασκευασμένου βάσει του αλγορίθμου PEG, με ρυθμό κώδικα $R_0 = 1/2$ και μήκος συστάδας πληροφορίας $k_0 = 512$ δυφία | 91 |
| 3.17 | Σύγκριση της επίδοσης FER των κωδίκων eVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων RA και IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 512, R_l = 8/32$ | 93 |
| 3.18 | Σύγκριση της επίδοσης BER των κωδίκων eVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 512, R_l = 8/32$ | 93 |

| | | |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.19 | Σύγκριση της επίδοσης FER των κωδίκων eVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 1024$, $R_l = 8/24$ | 94 |
| 3.20 | Σύγκριση της επίδοσης BER των κωδίκων eVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 1024$, $R_l = 8/24$ | 94 |
| 4.1 | Υποστηριζόμενο φάσμα συχνοτήτων λειτουργίας συστημάτων DVB-SH | 100 |
| 4.2 | Περιοχή κάλυψης του δορυφόρου Eutelsat W2A στη ζώνη συχνοτήτων S | 102 |
| 4.3 | Τυπική αρχιτεκτονική συστημάτων DVB-SH | 104 |
| 4.4 | Ο TC 3GPP2 | 106 |
| 4.5 | Ο κωδικοποιητής 3GPP2 RSC | 106 |
| 4.6 | Ντετερμινιστική μέθοδος επέκτασης μπηρικού κώδικα IRA με $R_0 = 1/3$ και $k_0 = 12282$ δυφία, κατασκευασμένου βάσει του αλγορίθμου PEG | 107 |
| 4.7 | Σχηματομορφές διάτρησης μπηρικού κώδικα IRA ρυθμού $R_0 = 1/3$ για συστήματα DVB-SH και ETSI-SDR | 108 |
| 4.8 | Σύγκριση της επίδοσης BER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα DVB-SH σε κανάλι AWGN | 111 |
| 4.9 | Σύγκριση της επίδοσης FER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα DVB-SH σε κανάλι AWGN | 111 |
| 4.10 | Σύγκριση της επίδοσης BER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα ETSI-SDR σε κανάλι AWGN | 112 |
| 4.11 | Σύγκριση της επίδοσης FER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα ETSI-SDR σε κανάλι AWGN | 112 |
| 4.12 | Σύγκριση της επίδοσης BER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα DVB-SH σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρείλει | 113 |
| 4.13 | Σύγκριση της επίδοσης FER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα DVB-SH σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρείλει | 113 |
| 4.14 | Σύγκριση της επίδοσης BER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα ETSI-SDR σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρείλει | 114 |
| 4.15 | Σύγκριση της επίδοσης FER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα ETSI-SDR σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρείλει | 114 |
| 4.16 | Σύγκριση της επίδοσης BER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα DVB-SH σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρίσαν με $K = 10$ | 115 |

| | | |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.17 | Σύγκριση της επίδοσης FER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα DVB-SH σε κανάλι μη-συσχετισμένων επιπέδων διαλείψεων Ρίσιαν με $K = 10$ | 115 |
| 4.18 | Σύγκριση της επίδοσης BER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα ETSI-SDR σε κανάλι μη-συσχετισμένων επιπέδων διαλείψεων Ρίσιαν με $K = 10$ | 116 |
| 4.19 | Σύγκριση της επίδοσης FER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα ETSI-SDR σε κανάλι μη-συσχετισμένων επιπέδων διαλείψεων Ρίσιαν με $K = 10$ | 116 |

Κατάλογος Πινάκων

| | | |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.1 | Επιπρόσθετες συγκρίσεις μεταξύ των κωδίκων D ² RC-IRA και του αλγορίθμου επέκτασης του άρθρου [1] | 77 |
| 3.2 | Απαιτούμενος E_s/N_0 σε dB για την επίτευξη FER = 10 ⁻² από τους κώδικες D ² RC-IRA και τα σχήματα κωδικοποίησης των άρθρων [2,3] . . . | 78 |
| 3.3 | Απαιτούμενος E_s/N_0 σε dB για την επίτευξη BER = 10 ⁻³ και 10 ⁻⁴ από τους κώδικες D ² RC-IRA και τα σχήματα κωδικοποίησης των άρθρων [2,4] | 79 |
| 3.4 | Απαιτούμενος E_s/N_0 σε dB για την επίτευξη FER = 10 ⁻² από τους κώδικες emVM RC-IRA και των σχημάτων κωδικοποίησης των άρθρων [2,3] | 87 |
| 3.5 | Απαιτούμενος E_s/N_0 σε dB για την επίτευξη BER = 10 ⁻³ και 10 ⁻⁴ για τους κώδικες emVM RC-IRA και τα σχήματα κωδικοποίησης στα άρθρα [2,4] | 87 |
| 4.1 | Απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη BER ≈ 10 ⁻⁶ από τους κώδικες RC-IRA και τους TC 3GPP2 σε κανάλι AWGN | 117 |
| 4.2 | Απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη FER ≈ 10 ⁻³ από τους κώδικες RC-IRA και τους TC 3GPP2 σε κανάλι AWGN | 117 |
| 4.3 | Απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη BER ≈ 10 ⁻⁵ από τους κώδικες RC-IRA και τους TC 3GPP2 σε κανάλι μη-συσχετισμένων επιπέδων διαλείψεων Ρείλει. | 118 |
| 4.4 | Απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη FER ≈ 10 ⁻² από τους κώδικες RC-IRA και τους TC 3GPP2 σε κανάλι μη-συσχετισμένων επιπέδων διαλείψεων Ρείλει. | 118 |
| 4.5 | Απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη BER ≈ 10 ⁻⁵ από τους κώδικες RC-IRA και τους TC 3GPP2 σε κανάλι μη-συσχετισμένων επιπέδων διαλείψεων Ρίσαν με $K = 10$ | 119 |
| 4.6 | Απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη FER ≈ 10 ⁻² από τους κώδικες RC-IRA και τους TC 3GPP2 σε κανάλι μη-συσχετισμένων επιπέδων διαλείψεων Ρίσαν με $K = 10$ | 119 |
| 4.7 | Αξιολόγηση των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA βάσει ποιοτικών χαρακτηριστικών | 120 |

Λεξικό Τεχνικής Ορολογίας¹

A

| | |
|------------------------------|--------------------------|
| ακανόνιστος | irregular |
| ακμή | edge |
| ακμοπδόν | edge-wise |
| ακολουθία βαθμού | degree sequence |
| ακολουθία πληροφορίας | information sequence |
| ακραίος κόμβος | end-node |
| ακτινική ταχύτητα | radial speed |
| ακυκλικός | acyclic |
| αμνήμον | memoryless |
| αμφιμονοσήμαντη απεικόνιση | one-to-one mapping |
| ανάκλαση | reflection |
| ανακτήσιμου βήματος | recoverable-step |
| ανθρωπογενής θόρυβος | man-made noise |
| ανοικτός | open |
| απαλοιφή Γκάους-Τζόρνταν | Gauss-Jordan elimination |
| απεριοριστη κινητή τηλεόραση | Unlimited Mobile TV |
| απλός | simple |
| απογραμμικός | offline |
| αποδιαμορφωτής | demodulator |
| αποκλειστικός | dedicated |
| αποκομμένος | truncated |
| αποκωδικοποίηση | decoding |
| απολαβή | gain |
| απόσταση | distance |

¹Η μετάφραση των τεχνικών όρων έγινε σύμφωνα με το λεξικό [5].

| | |
|-------------------|------------------|
| απόσταση Χάμινγκ | Hamming distance |
| αποσυνδεδεμένος | disconnected |
| απώλεια διαδρομής | path loss |
| απώλεια διάλειψης | fading loss |
| απώτερο διάστημα | deep space |
| αραιότητα | sparseness |
| αργές διαλείψεις | slow fading |
| ασύνδετος | disjoint |
| αυτόνομος | standalone |

B

| | |
|-----------------------------|-----------------------|
| βαθμός | degree |
| Βαντερμόντ | Vandermonde |
| βάρος | weight |
| βασιζόμενος σε συσσωρευτή | accumulator-based |
| βέλτιστος | optimal |
| βέλτιστη προσπάθεια | best effort |
| βελτιστοποίηση κυματομορφής | waveform optimization |
| βιντεόρρευμα | video stream |
| βρόχος | loop |

Γ

| | |
|----------------------------|------------------------|
| γείτονας | neighbor |
| γειτονικός | adjacent |
| γεννήτορας πίνακας | generator matrix |
| γεννητορικό πολυώνυμο | generating polynomials |
| Γκάλαγκερ | Gallager |
| Γκόλεϊ | Golay |
| Γουάμπουλ | Weibull |
| γραμμικοί κώδικες συστάδας | linear block codes |
| γραμμοχώρος | row space |

| | |
|---------------------|-------------|
| γράφοι | graphs |
| γρήγορες διαλείψεις | fast fading |

Δ

| | |
|--------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| δακτύλιος | girth |
| δάπεδο σφάλματος | error floor |
| δειγματοληπτούμενος | sampled |
| δέντρο | tree |
| δευτεροβάθμιες ισούπόλοιπες ακολουθίες επέκτασης | quadratic congruential extension sequences |
| δευτεροβάθμια ισούπόλοιπη εξίσωση | quadratic congruential equation |
| Διαδίκτυο | Internet |
| διάθλαση | refraction |
| διακύμανση | variance |
| διαλείψεις | fading |
| διαμέριση | partitioning |
| διάμετρος | diameter |
| διαμορφωτής | modulator |
| διάτρηση | puncturing |
| διαφορισμός | diversity |
| διδιαγώνιος | dual-diagonal |
| διεμπλοκέας | interleaver |
| διεμπλοκέας συστάδας | block interleaver |
| δίκτυο διανομής ευρυεκπομπής | broadcast distribution network |
| διμερής | bipartite |
| δορυφορική ραδιοϋπηρεσία | satellite radio service |
| δυναδική είσοδος | binary input |
| δυναδικότητα | duality |
| δυφία | bits |
| δυφιορρευμα | bitstream |
| δυφία ελέγχου ισοτιμίας | parity-check bits |

E

| | |
|-----------------------------|---------------------------|
| εγγενής | intrinsic |
| εκ των προτέρων πιθανότητα | a priori probability |
| εκτεταμένη μετατεθειμένη | extended-permuted |
| εκτεταμένη μοναδιαία | extended-identity |
| ελάχιστη απόσταση | minimum distance |
| ελεύθερος χώρος | free space |
| ελιγμοδρομική | zigzag |
| ενσωματωμένος | embedded |
| εξάλειψη | erasure |
| εξάπλωση καθυστέρησης | delay spread |
| εξάπλωση Ντόπλερ | Doppler spread |
| εξασθένιση | attenuation |
| εξέλιξη πυκνότητας | density evolution |
| εξερχόμενος | outbound |
| εξισώσεις ελέγχου ισοτιμίας | parity-check equations |
| εξωγενής | extrinsic |
| επαναλήπτης | repeater |
| επαναληπτικός | iterative |
| επέκταση | extending |
| επίγειος επαναλήπτης | terrestrial repeat |
| επίγειος πληρωτής κενών | terrestrial gap filler |
| επικάλυψη | masking |
| επιλεκτική επανάληψη | selective repeat |
| επίπεδες διαλείψεις | flat fading |
| επίφορτος | overhead |
| εποχούμενα τερματικά | vehicle-mounted terminals |
| εύρος ζώνης | bandwidth |
| ευρεκπομπή | broadcasting |

Z

| | |
|-------------------------|--------------------------|
| ζεύγος κατανομής βαθμού | degree distribution pair |
|-------------------------|--------------------------|

ζωνικό εύρος συμφωνίας

coherence bandwidth

ζωνοπερατός

bandpass

Θ

θερμικός θόρυβος

thermal noise

θεώρημα κωδικοποίησης θορυβώδους
καναλιού

noisy-channel coding theorem

I

ιδιοταγές πρότυπο

proprietary standard

Ιλίας

Elias

ιστόγραμμα δακτυλίων

girth histogram

ιστότοπος

website

ίχνος

trail

K

καθολικός δακτύλιος

global girth

καθυστέρηση

delay

Καλίνινγκραντ

Kaliningrad

κανονικός

regular

κατανομές βαθμού

degree distributions

κατατομή

profile

καταφόρτωση

download

κάτω τριγωνικός

lower triangular

κινητοί επαναλήπτες

mobile repeaters

κλειστός

closed

Κλόντ Έλγουντ Σάνον

Claude Elwood Shannon

κόμβος

node

Κόνιγκσμπεργκ

Konigsberg

κορυφή

vertex

κρουστική απόκριση

impulse response

κυκλοειδές

circulant

| | |
|--------------------------------|----------------------|
| κύκλος | cycle |
| κυματομορφή | waveform |
| κυψελωτός | cellular |
| κώδικας επανάληψης | repetition code |
| κώδικες γινομένου | product codes |
| κωδικολέξη | codeword |
| κωδικοποίηση ελέγχου σφαλμάτων | error control coding |
| κωδικοποίηση καναλιού | channel coding |
| κωδικοποίηση πηγής | source coding |

Λ

| | |
|----------------------------|-------------------------|
| λανθανότητα | latency |
| Λέοναρντ Πωλ Όυλερ | Leonhard Paul Euler |
| λογαριθμοκανονική κατανομή | log-normal distribution |
| λογισμική απόφαση | soft decision |

Μ

| | |
|-------------------------------|--------------------------|
| ΜακΓκόουαν-Γουίλιαμσον | McGowan-Williamson |
| Μακέι | MacKay |
| μέγεθος | size |
| μέση τιμή | mean |
| μεταβλητού ρυθμού | variable-rate |
| μεταθέσεις | permutations |
| μετακατασκευαστικός | post-construction |
| μετατόπιση συχνότητας Ντόπλερ | Doppler frequency-shift |
| μετατροπή συχνότητας | frequency conversion |
| μη-πτητική μνήμη | non-volatile memory |
| μη-διατεταγμένος | unordered |
| μη-κατευθυνόμενος | undirected |
| μη-συσχετισμένος | uncorrelated |
| μήκος συστάδας πληροφορίας | information block length |
| μητρικός κώδικας | mother code |

| | |
|-----------------------------------------|--------------------------|
| μικροκυψελωτός | microcellular |
| μονόδρομος | one-way |
| μονοπάτι | path |
| Μόντε Κάρλο | Monte Carlo |
| μόντουλο δύο | modulo-2 |
| μορφή κλιμακωτής διάταξης | row echelon form |
| μορφή περιορισμένης κλιμακωτής διάταξης | reduced row echelon form |

N

| | |
|------------------|---------------|
| Νακαγκάμι | Nakagami |
| Νιλ | Neal |
| Ντεν Κόνιγκ | Denes Konig |
| ντετερμινιστικός | deterministic |

O

| | |
|--------------------------|------------------------------|
| ολισθαίνω | shift |
| ομοιόμορφος | uniform |
| ομοσυχνική επαναμετάδοση | on-frequency re-transmission |
| οπισθοχώρηση κατά n | go back n |
| ορθογωνισμός | quadrature |
| Όριο Σάνον | Shannon Limit |

Π

| | |
|---------------------------|------------------------|
| παράγοντας ομαδοποίησης | grouping factor |
| παράλληλη συναλύσωση | parallel concatenation |
| παύση και αναμονή | stop and wait |
| περιβάλλουσα | envelope |
| περίπατος | walk |
| περιφέρεια | circumference |
| πίνακας ελέγχου ισοτιμίας | parity-check matrix |
| πίνακας ταυτότητα | identity matrix |

| | |
|---------------------------------------------|------------------------------|
| πίνακας γειτνίασης | adjacency matrix |
| πίνακας πρόσπτωσης | incidence matrix |
| πλεγματοτικό διάγραμμα | trellis diagram |
| πλεονασμός | redundancy |
| πολυδιαδρομική διάδοση | multipath propagation |
| πολυεκπομπή | multicasting |
| πολυπλεξία | multiplexing |
| πραγματικόχρονες υπηρεσίες ροοθή- κευσης | real-time streaming services |
| πραγματικόχρονος | real time |
| προσαρμοσιμότητα ρυθμού | rate adaptability |
| προσαρμοσμένο φίλτρο | matched filter |
| προσαρμοστική κωδικοποίηση | adaptive coding |
| προσπίπτουσα | incident |
| πρωτογράφος | protograph |

P

| | |
|-------------------------------|---------------------|
| Ρέιλεϊ | Rayleigh |
| Ρίσιαν | Rician |
| ρυθμαπόδοση | throughput |
| ρυθμός κώδικα | code rate |
| ρυθμός κωδικοποίησης καναλιού | channel coding rate |

Σ

| | |
|------------------------|-----------------------|
| σημείο διακοπής | break point |
| σκέδαση | scattering |
| σκεδασμένη συνιστώσα | scattered component |
| σκίαση | shadowing |
| σταθμός βάσης | base station |
| στενοζωνικός | narrowband |
| στοιχειοσειρά | string |
| σύγχρονη αποδιαμόρφωση | coherent demodulation |

| | |
|----------------------------------------------|------------------------------------------|
| συμβατικός | conventional |
| συμβατότητα ρυθμού | rate compatibility |
| συμβιβασμός | tradeoff |
| συμπίεση δεδομένων | data compression |
| σύμπτυξη | shortening |
| σύμπυκνος | compact |
| συνάρτηση Μπέσελ | Bessel function |
| συνάρτηση πυκνότητα πιθανότητας | probability density function |
| συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας υπό συνθήκη | conditional probability density function |
| συνδεδεμένος | connected |
| σύνδρομο | syndrome |
| συνέχεια | continuity |
| συνιστώσα | component |
| συσσωρευτής | accumulator |
| συστάδα | block |
| συστατικοί κώδικες | constituent codes |
| συχνοεπιλεκτική διάλειψη | frequency selective fading |
| σχεδιασμός ραδιοσυχνοτήτων | radio frequency planning |
| σηματομορφή | pattern |

T

| | |
|--------------------|--------------------|
| Τάνερ | Tanner |
| τάξη | order |
| τοπικός δακτύλιος | local girth |
| τυπική απόκλιση | standard deviation |
| τυποποιημένη μορφή | standard form |
| τυχαίος | random |

Υ

| | |
|------------------|---------------|
| υβριδικός | hybrid |
| υλισμική απόφαση | hard decision |

υπογράφος

subgraph

υψίρρυθμος

high-speed

Φ

φέρουσα συχνότητα

carrier frequency

φορέας εκμετάλλευσης

operator

φορείς εκμετάλλευσης δορυφόρων

satellite operators

Χ

Χάμμινγκ

Hamming

χειρόφερτος

handheld

χρονικά μεταβαλλόμενος

time-varying

χρονοεπιλεκτική διάλειψη

time selective fading

χρόνος συμφωνίας

coherence time

χωρητικότητα καναλιού

channel capacity

Συντομογραφίες

3

| | | |
|-------|--------------------------------------|--------------------------------|
| 3G | Third Generation | 3ης γενιάς |
| 3GPP | 3rd Generation Partnership Project | εταιρισμικό έργο 3ης γενιάς |
| 3GPP2 | 3rd Generation Partnership Project 2 | 2ο εταιρισμικό έργο 3ης γενιάς |

A

| | | |
|------|-----------------------------------------|-------------------------------------------------|
| APP | a posteriori probability | εκ των υστέρων πιθανότητα |
| ARA | Accumulate-Repeat-Accumulate | συσσώρευσης-επανάληψης-συσσώρευσης |
| ARAA | Accumulate-Repeat-Accumulate-Accumulate | συσσώρευσης-επανάληψης-συσσώρευσης-συσσώρευσης |
| ARQ | Automatic Retransmission Request | αίτηση αυτόματης αναμετάδοσης |
| ASIC | Application Specific Integrated Circuit | ολοκληρωμένο κύκλωμα είδιο ως προς την εφαρμογή |
| AWGN | Additive White Gaussian Noise | προσθετικός λευκός γκαουσιανός θόρυβος |

B

| | | |
|-------|---------------------------------|----------------------------------------|
| BCH | Bose-Chaudhuri-Hocquenghem | Μπούουζ-Τσόντχουρι-Χόκενχεμ |
| BCMCS | Broadcast and Multicast Service | υπηρεσία ευρυεκπομπής και πολυεκπομπής |
| BER | Bit Error Rate | ρυθμός δυφιακών σφαλμάτων |
| BP | Belief Propagation | διάδοση πεποίθησης |
| bps | bits per second | δυφία ανά δευτερόλεπτο |
| BPSK | binary phase shift keying | δυαδική διαμόρφωση μετατόπισης φάσης |

C

| | | |
|------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| CC | Convolutional Codes | συνελικτικοί κώδικες |
| CDMA | Code Division Multiple Access | πολλαπλή πρόσβαση διαίρεσης κώδικα |
| CGC | Complementary Ground Component | συμπληρωματική επίγεια συνιστώσα |
| CMMB | China Mobile Multimedia Broadcasting | κινητή πολυμεσική ευρυεκπομπή Κίνας |
| CNES | Centre National d'Études Spatiales | Εθνικό Κέντρο Διαστημικών Ερευνών |
| CSI | channel state information | πληροφορία κατάστασης καναλιού |

D

| | | |
|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| D ² RC-IRA | Deterministically Designed Rate-Compatible Irregular Repeat-Accumulate Codes | ντετερμινιστικά σχεδιασμένοι κώδικες ακανόνιστης επανάληψης-συσσώρευσης συμβατού ρυθμού |
| DAB | Digital Audio Broadcasting | ψηφιακή ακουστική ευρυεκπομπή |
| dB | decibel | ντεσιμπέλ |
| DSL | Digital Subscriber Line | ψηφιακή συνδρομητική γραμμή |
| DVB-H | Digital Video Broadcasting-Handheld | χειρόφερτη ψηφιακή βιντεοεκπομπή |
| DVB-S2 | Digital Video Broadcasting-Satellite-Second Generation | ψηφιακή δορυφορική βιντεοεκπομπή δεύτερης γενιάς |
| DVB-SH | Digital Video Broadcasting-Satellite services to Handhelds | ψηφιακή βιντεοεκπομπή για δορυφορικές υπηρεσίες σε χειρόφερτα τεμαχικά |
| DVB-T | Digital Video Broadcasting-Terrestrial | επίγεια ψηφιακή βιντεοεκπομπή |

E

| | | |
|----------------|------------------------|-----------------------------|
| E | East | Ανατολικά |
| E _b | Energy per bit | ενέργεια ανά δυφίο |
| EC | European Commission | ευρωπαϊκή επιτροπή |
| ECC | Error Correction Codes | κώδικες διόρθωσης σφαλμάτων |
| E _s | Energy per symbol | ενέργεια ανά σύμβολο |

| | | |
|------|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| ETSI | European Telecommunications Standards Institute | Ευρωπαϊκό Ινστιτούτο Τηλεπικοινωνιακών Προτύπων |
| eVM | extended Vandermonde | εκτεταμένος Βάντερμοντ |
| emVM | extended modified Vandermonde | εκτεταμένος τροποποιημένος Βάντερμοντ |

F

| | | |
|-----|--------------------------|---------------------------------|
| FEC | Forward Error Correction | εμπροσθόδοτη διόρθωση σφάλματος |
| FER | Frame Error Rate | ρυθμός πλαισιακών σφαλμάτων |

G

| | | |
|-----|---------------|---------------|
| GEO | Geostationary | γεωστατικός |
| GF | Galois Field | πεδίο Γκαλουά |
| GHz | Gigahertz | γιγάκυκλοι |

H

| | | |
|------|-----------------------------------------|----------------------------------------|
| HARQ | Hybrid Automatic Retransmission Request | υβριδική αίτηση αυτόματης αναμετάδοσης |
| Hz | Hertz | κύκλος |

I

| | | |
|------|---------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| IEEE | Institute of Electrical and Electronics Engineers | Ινστιτούτο Ηλεκτρολόγων και Ηλεκτρονικών Μηχανικών |
| IR | Incremental Redundancy | αυξητικός πλεονασμός |
| IRA | Irregular Repeat-Accumulate | ακανόνιστης επανάληψης-συσσώρευσης |

L

| | | |
|---------|----------------------------------|--------------------------------------|
| LDPC | Low-Density Parity-Check | ελέγχου ισοτιμίας χαμηλής πυκνότητας |
| LLR | log likelihood ratio | λόγος λογαριθμικής πιθανοφάνειας |
| LMS | Land Mobile Satellite | κινητό δορυφορικό επίγειο |
| log-MAP | Logarithmic Maximum a Posteriori | λογαριθμική μέγιστη εκ των υστέρων |
| LOS | line of sight | οπτική επαφή |

M

| | | |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| MAESTRO | Mobile Applications and sErVICES based on Satellite and Terrestrial in-teRwOrking | κινητές εφαρμογές και υπηρεσίες βασιζόμενες σε δορυφορική και επί-γεια διαδικτύωση |
| MBMS | Multimedia Broadcast/Multicast Se-rvice | υπηρεσία πολυμεσικής ευρυεκπομ-πής/πολυεκπομπής |
| MBS | Multicast/Broadcast Services | υπηρεσίες πολυεκπομ-πής/ευρυεκπομπής |
| MBSE | Multi Burst Sliding Encoding | ολισθαίνουσα κωδικοποίηση πολ-λαπλής ριπής |
| MediaFLO | Media Forward Link Only | μεσική μετάδοση κατά την εμπρο-σθόφορη ζεύξη μόνο |
| MHz | Megahertz | μεγάκυκλοι |
| MIMO | Multiple In Multiple Out | πολλαπλής εισόδου πολλαπλής ε-ξόδου |
| ML | maximum likelihood | μέγιστη πιθανοφάνεια |
| MP | Message-Passing | διαβίβαση μηνύματος |
| MSS | Mobile Satellite Services | κινητές δορυφορικές υπηρεσίες |

N

| | | |
|------|------------------------------|-------------------------------------|
| N0 | Noise Power Spectral Density | φασματική πυκνότητα ισχύος θορύ-βου |
| NACK | Negative Acknowledgment | αρνητική γνωστοποίηση |

O

| | | |
|------|-----------------------------------------|-------------------------------------------|
| OCC | one-coincidence sequences | ακολουθίες σύμπτωσης μονάδων |
| OFDM | Orthogonal Frequency Division Multiplex | ορθογωνική πολύπλεξη διαίρεσης συχνότητας |

P

| | | |
|------|----------------------------|------------------------------------|
| PDA | Personal Digital Assistant | προσωπικοί ψηφιακοί βοηθοί |
| PEG | Progressive Edge Growth | προοδευτική ανάπτυξη ακμών |
| PSNR | Peak Signal to Noise Ratio | λόγος σήματος προς θόρυβο κορυ-φής |

Q

QC Quasi-Cyclic οiwονεί κυκλικών

R

R&D Research and Development έρευνα και ανάπτυξη

RA Repeat-Accumulate επανάληψης-συσσώρευσης

RC Rate-Compatible συμβατού ρυθμού

RC-IRA Rate-Compatible Irregular Repeat-Accumulate ακανόνιστης επανάληψης συσσωρευσης συμβατού ρυθμού

RC-LDPC Rate-Compatible Low-Density Parity-Check ελέγχου ισοτιμίας χαμηλής πυκνότητας συμβατού ρυθμού

RCPC Rate-Compatible Punctured Convolutional διατρημένοι συνελκτικοί (κώδικες) συμβατού ρυθμού

RCPT Rate-Compatible Punctured Turbo διατρημένοι στροβιλο(κώδικες) συμβατού ρυθμού

RM Reed-Muller Ρίντ-Μίλλερ

RS Reed-Solomon Ρίντ-Σόλομον

RSC Recursive Systematic Convolutional αναδρομικοί συστηματικοί συνελκτικοί

S

SARFT State Administration of Radio, Film and Television Πολιτειακή Διοικητική Υπηρεσία Ραδιοφωνίας, Κινηματογράφου και Τηλεόρασης

SC Satellite Component δορυφορική συνιστώσα

SDARS Satellite Digital Audio Radio Service δορυφορικών ψηφιακοακουστικών ραδιουπηρεσιών

SDMB Satellite Digital Multimedia Broadcasting δορυφορική ψηφιακή πολυμεσική ευρυεκπομπή

SDR Satellite Digital Radio δορυφορικά ψηφιακά ραδιο(συστήματα)

SI Side Information πλευρική πληροφορία

SNR Signal-to-Noise Ratio λόγος σήματος προς θόρυβο

SP Sum-Product αθροίσματος γινομένου

SR Step Recoverable βημάτων ανακτήσιμος

| | | |
|-------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| StiMi | Satellite Terrestrial Interactive Multi-service Infrastructure | δορυφορική επίγεια διαδραστική πολυ-υπηρεσιακή υποδομή |
|-------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|

T

| | | |
|----------|---------------------------------------------|----------------------------------------|
| TC | Turbo Codes | στροβιλοκώδικες |
| TDM | Time Division Multiplex | πολυπλεξία διαίρεσης χρόνου |
| T-DMB | Terrestrial Digital Multimedia Broadcasting | επίγεια ψηφιακή πολυμεσική ευρυεκπομπή |
| TU Media | TV for You Media | Τηλεόραση για Εσένα |

U

| | | |
|------|--------------------------------------------|-------------------------------------------|
| UEP | Unequal Error Protection | άνιση προστασία έναντι σφαλμάτων |
| UMB | Ultra Mobile Broadband | υπερκινητή ευρυζωνικότητα |
| UMTS | Universal Mobile Telecommunications System | παγκόσμιο σύστημα κινητών τηλεπικοινωνιών |

V

| | | |
|-----|-----------------|--------------------|
| VoD | Video on Demand | βίντεο κατ' αίτηση |
|-----|-----------------|--------------------|

W

| | | |
|-------|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| WCDMA | Wideband Code Division Multiple Access | ευρυζωνική πολλαπλή πρόσβαση διαίρεση κώδικα |
| WiMAX | Worldwide Interoperability Microwave Access | παγκόσμια διαλειτουργικότητα για μικροκυματική πρόσβαση |

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Τα συστήματα **εμπροσθόδοτης διόρθωσης σφάλματος (Forward Error Correction - FEC)** διαδραματίζουν πολύ σημαντικό ρόλο στην αξιόπιστη μεταφορά των δεδομένων και θεμελιώνουν την επιτυχία των συστημάτων ψηφιακών επικοινωνιών. Παράλληλα, οι σύγχρονες επικοινωνιακές εφαρμογές καθιστούν απαραίτητη τη χρήση ευέλικτων συστημάτων FEC εξαιτίας των διαφορετικών απαιτήσεων προστασίας και της χρονομεταβλητότητας του καναλιού μετάδοσης. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με την αδυναμία των συμβατικών συστημάτων FEC, τα οποία βασίζονται σε ένα ή περισσότερα υποσυστήματα σταθερού **ρυθμού κωδικοποίησης καναλιού (channel coding rate)**, να τις ικανοποιήσουν, καθιστά αναγκαία την ανάπτυξη νέων τεχνικών **κωδικοποίησης καναλιού (channel coding)**. Μια εξαιρετική επιλογή για την υλοποίηση ευέλικτων συστημάτων κωδικοποίησης **μεταβλητού ρυθμού (variable-rate)** είναι η χρήση κωδίκων **συμβατού ρυθμού (Rate-Compatible - RC)**. Στα πλαίσια αυτής της διδακτορικής διατριβής μελετάται ο σχεδιασμός μιας ειδικής κατηγορίας κωδίκων **ελέγχου ισοτιμίας χαμηλής πυκνότητας συμβατού ρυθμού (Rate-Compatible Low-Density Parity-Check - RC-LDPC)**, των κωδίκων **ακανόνιστης επανάληψης-συσσώρευσης συμβατού ρυθμού (Rate-Compatible Irregular Repeat-Accumulate - RC-IRA)**, χρησιμοποιώντας ντετερμινιστικές τεχνικές επέκτασης, σκοπεύοντας στην παραγωγή κατηγοριών κωδίκων χαμηλή πολυπλοκότητας κωδικοποίησης και υψηλότερων δυνατοτήτων διόρθωσης σφαλμάτων.

1.1 Εμπροσθόδοτη Διόρθωση Σφάλματος

Η θεμελίωση της Θεωρίας Πληροφορίας και Κωδικοποίησης πραγματοποιήθηκε το 1948 χάρις στο έργο του **Κλόντ Έλγουντ Σάνον (Claude Elwood Shannon)** με τίτλο 'Η μαθηματική θεωρία της επικοινωνίας' (A mathematical theory of communication) [6,7]. Ο πρωτόγνωρος τρόπος προσέγγισης του ζητήματος της μεγιστοποίησης των μεταδιδόμενων δεδομένων μέσω ενός κλασσικού καναλιού καθιέρωσε την εργασία αυτή ως ορόσημο τόσο για το σύγχρονο κόσμο των τηλεπικοινωνιών, όσο και σε ένα μεγάλο

πλήθος άλλων επιστημών όπως η στατιστική φυσική (θερμοδυναμική), η επιστήμη των υπολογιστών (αλγοριθμική πολυπλοκότητα), οι πιθανότητες και η στατιστική (θεωρία σφαλμάτων - έλεγχος υποθέσεων και εκτιμήσεις), η βιολογία (γενετική τεχνολογία), η επιστήμη ηλεκτρονικών μηχανικών (τεχνητή νοημοσύνη, φασματική ανάλυση, πρόβλεψη και εκτίμηση, επεξεργασία σήματος - θεωρία δειγματοληψίας), η γλωσσολογία και οι οικονομικές επιστήμες (θεωρία οικονομικής επένδυσης).

Όσον αφορά τον τομέα των τηλεπικοινωνιών, ο Σάνον διατύπωσε το **θεώρημα κωδικοποίησης θορυβώδους καναλιού (noisy-channel coding theorem)** το οποίο ορίζει, τόσο θεωρητικά όσο και ποσοτικά, τη **χωρητικότητα καναλιού (channel capacity)** και αποδεικνύει τη δυνατότητα μετάδοσης δεδομένων με αυθαίρετα χαμηλή πιθανότητα σφάλματος μέσω καναλιών προσθετικού θορύβου χρησιμοποιώντας FEC, υπό την προϋπόθεση πως ο ρυθμός μετάδοσης των δεδομένων είναι μικρότερος από τη μέγιστη χωρητικότητα του καναλιού, γνωστή και ως **όριο Σάνον (Shannon limit)**. Παράλληλα, σύμφωνα με το ίδιο θεώρημα, καθιερώνεται η ύπαρξη **κωδίκων διόρθωσης σφαλμάτων (Error Correction Codes - ECC)** απείρου μήκους και αποκωδικοποιτών για τους οποίους το πλήθος των μη διορθώσιμων σφαλμάτων τείνει στο μηδέν, και ως εκ τούτου προσεγγίζουν τη μέγιστη χωρητικότητα του καναλιού. Ειδικότερα, ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης δεδομένων είναι

$$C = B \times \log_2 \left(1 + \frac{E_b}{N_0} \right),$$

όπου C είναι η χωρητικότητα του καναλιού σε **δυφία ανά δευτερόλεπτο (bits per second - bps)**, B είναι το **εύρος ζώνης (bandwidth)** σε **κύκλους (Hertz - Hz)**, και E_b/N_0 είναι ο λόγος της **ενέργειας ανά δυφίο (Energy per bit - E_b)** προς την **φασματική πυκνότητα ισχύος θορύβου (Noise Power Spectral Density - N_0)**.

Παρόλο που η διατύπωση και απόδειξη αυτού του θεωρήματος κατέρριψε την έως τότε κοινά αποδεκτή πεποίθηση ότι ο θόρυβος, ως εγγενές χαρακτηριστικό ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος, αλλοιώνει κατά τρόπο μη αντιστρεπτό το μεταδιδόμενο σήμα, δεν παρείχε κάποια ουσιαστική καθοδήγηση αναφορικά με τη σχεδίαση και υλοποίηση ECC και αποκωδικοποιτών. Συνεπώς, τίθενται δύο προκλήσεις ώστε να επιτευχθεί η αξιοπιστία της επικοινωνίας: πρώτον, ο σχεδιασμός κατάλληλων ECC, και δεύτερον, η επιινόηση μεθόδων **αποκωδικοποίησης (decoding)** της εξόδου του καναλιού με χαμηλή πολυπλοκότητα ώστε να ανακτηθεί η μεταδιδόμενη **κωδικολέξη (codeword)**. Οι προβληματισμοί αυτοί αποτέλεσαν και το αντικείμενο μελέτης πολλών επιστημόνων στις δεκαετίες που ακολούθησαν.

Η ανακάλυψη των κωδίκων **Γκόλει (Golay)** [8] και **Χάμμινγκ (Hamming)** [9] στα τέλη της δεκαετίας του 1940 αποτέλεσε και την απαρχή των συστημάτων FEC. Στις δεκαετίες που ακολούθησαν, πολλοί επιστήμονες συνέβαλαν σχεδιάζοντας αποδοτικούς ECC και μεθόδους αποκωδικοποίησης, με σημαντικότερους τους κώδικες **Ρίντ-Μίλλερ (Reed-Muller - RM)** [10,11], τους **συνελκτικούς κώδικες (Convolutional Codes - CC)**

[12], τους κώδικες **Μπούζ-Τσόντχουρι-Χόκενχემ (Bose-Chaudhuri-Hocquenghem - BCH)** [13,14] και τους κώδικες **Ρίντ-Σόλομον (Reed-Solomon - RS)** [15]. Παρόλο που οι συγκεκριμένοι ECC χρησιμοποιήθηκαν επιτυχώς σε πολλές εφαρμογές, η δομή τους ήταν κυρίως αλγεβρικής φύσης και η επίδοσή τους απείχε πολύ από τα επιτευκτά όρια που είχαν τεθεί από τον Σάνον.

Η παρουσίαση των **στροβιλοκωδίκων (Turbo Codes - TC)** το 1993 σηματοδοτεί την μεταστροφή της επιστημονικής κοινότητας από την αλγεβρική προσέγγιση στον δομημένο σχεδιασμό ECC και στους **επαναληπτικούς (iterative)** αλγορίθμους αποκωδικοποίησης [16,17]. Οι TC υπερετερούσαν έναντι όλων των προγενέστερων ECC, τόσο από πλευράς επίδοσης, η οποία προσέγγιζε σε μεγάλο βαθμό το όριο Σάνον χάρις στον ευφύεστατο συνδυασμό της **παράλληλης συναλύσωσης (parallel concatenation)** απλών **συστατικών κωδίκων (constituent codes)** και ενός ψευδοτυχαίου **διεμπλοκέα (interleaver)**, όσο και από πλευράς αποκωδικοποίησης, όπου η επαναληπτική αποκωδικοποίηση καθιστούσε την υπολογιστική πολυπλοκότητα γραμμική ως προς το μήκος της κωδικολέξης.

Στη δεκαετία που ακολούθησε, η επιστημονική κοινότητα επαναπροσδιόρισε ριζικά τόσο τον ορισμό των 'καλών' ECC, όσο και τη μεθοδολογία σχεδιασμού και αποκωδικοποίησής τους. Θεμελιώδη ρόλο σε αυτόν τον επαναπροσδιορισμό διαδραμάτισε η αναγνώριση της καθοριστικής σημασίας των επαναληπτικών αλγορίθμων αποκωδικοποίησης στην επίδοση των ECC οριζόμενων από **γράφους (graphs)** [18]. Ωστόσο, κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1990, καθώς οι ερευνητές προσπαθούσαν να ανακαλύψουν τους παράγοντες της επιτυχίας των TC [19,20], βρέθηκαν αντιμέτωποι με μία τόσο συναρπαστική και απρόσμενη ανακάλυψη. Όπως διαπιστώθηκε, η επαναληπτική αποκωδικοποίηση απλών συστατικών κωδίκων είχε ήδη ανακαλυφθεί 40 χρόνια νωρίτερα από τον **Ιλίας (Elias)** για τους κώδικες **γινομένου (product codes)** [12] καθώς και, μετέπειτα, από τον **Γκάλαγκερ (Gallager)** για τους κώδικες **ελέγχου ισοτιμίας χαμηλής πυκνότητας (Low-Density Parity-Check - LDPC)** [21,22], ενώ είχε γενικευτεί από τον **Τάνερ (Tanner)**, οποίος αναπαράστησε τους κώδικες και την αποκωδικοποίησή τους με γράφους [23]. Πράγματι, όπως αποδείχθηκε πρόσφατα, ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης των TC είναι μια ειδική περίπτωση του αλγορίθμου αποκωδικοποίησης **διαβίβασης μηνύματος (Message-Passing - MP)** που παρουσιάστηκε από τον Γκάλαγκερ.

Με την επαναανακάλυψη των κωδίκων LDPC και τη βελτιστοποίησή τους, καθώς και την ανάπτυξη τεχνικών ανάλυσης της επαναληπτικής αποκωδικοποίησης, κατέστη δυνατός ο σχεδιασμός επικοινωνιακών συστημάτων με ρυθμό μετάδοσης πολύ κοντά στη χωρητικότητα καναλιού, χρησιμοποιώντας επαναληπτικούς αλγορίθμους με γραμμική υπολογιστική πολυπλοκότητα ως προς το μήκος της κωδικολέξης. Παράλληλα, μελέτες απέδειξαν πως οι κώδικες LDPC υπερετερούν σε επίδοση των TC όταν το μήκος κωδικολέξης είναι μεγαλύτερο από περίπου 10^5 και η εμφάνιση **δαπέδου σφάλματος (error floor)** σε **ρυθμό δυφιακών σφαλμάτων (Bit Error Rate - BER)** κάτω από 10^{-5}

είναι συνήθως λιγότερο έκδηλη σε σχέση με τους TC [24]. Γενικότερα, ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης των TC απαιτεί πολύ λιγότερες επαναλήψεις, αν και υψηλότερης πολυπλοκότητας, από τον αντίστοιχο αλγόριθμο των κωδίκων LDPC, για να συγκλίνει. Παρολαυτά ο πραγματικός αριθμός των επαναλήψεων που πραγματοποιούνται κατά την αποκωδικοποίηση των TC εξαρτάται από το χρησιμοποιούμενο κριτήριο τερματισμού καθώς, σε αντίθεση με τους κώδικες LDPC, η σύγκλιση σε μια έγκυρη κωδικολέξη δεν μπορεί να προσδιοριστεί κατά την διάρκεια της αποκωδικοποίησης. Επιπλέον, οι κώδικες LDPC μπορούν να εκμεταλλευτούν πολύ ευκολότερα τον έμφυτο παραλληλισμό του αλγορίθμου αποκωδικοποίησης MP, σε αντίθεση με τους TC όπου η χρήση **διεμπλοκέα συστάδας (block interleaver)** θέτει σοβαρές προκλήσεις όσον αφορά την επίτευξη υψηλής **ρυθμαπώδοσης (throughput)** [25].

Ιδιαίτερα αξιοσημείωτο παράδειγμα αποτελεί το γεγονός πως η βέλτιστη απόδοση διόρθωσης σφαλμάτων σε κανάλι **προσθετικού λευκού γκαουσιανού θορύβου (Additive White Gaussian Noise - AWGN)** έχει επιτευχθεί με τη χρήση ενός κώδικα LDPC, μολονότι ο συγκεκριμένος κώδικας έχει πολύ μεγάλο μήκος κωδικολέξης και υψηλή πολυπλοκότητα υλοποίησης [26]. Παράλληλα, έχει αποδειχτεί ότι μεθοδικά σχεδιασμένοι κώδικες LDPC μπορούν να προσφέρουν επίδοση που προσεγγίζει τη μέγιστη χωρητικότητα του καναλιού τόσο σε κανάλι AWGN όσο και σε άλλους τύπους καναλιών [27–29]. Επιπλέον, η απουσία διεμπλοκέα συστάδας στους κώδικες LDPC, εν αντιθέσει με τους TC, διευκολύνει την υλοποίηση αποκωδικοποιητών υψηλής παραλληλοποίησης και χαμηλής **λανθανότητας (latency)** σε **ολοκληρωμένο κύκλωμα είδιο ως προς την εφαρμογή (Application Specific Integrated Circuit - ASIC)** [25]. Εκτός των άλλων, οι κώδικες LDPC επιτυγχάνουν εξαιρετική απόδοση σε κανάλια όπου τα δεδομένα δεν αλλοιώνονται αλλά μπορεί χάνονται πλήρως, ήτοι σε κανάλια **εξάλειψης (erasure)**. Το γεγονός αυτό ανοίγει το δρόμο για νέους τομείς εφαρμογών όπως η αξιόπιστη **πολυεκπομπή (multicasting)** στο **Διαδίκτυο (Internet)** όπου πραγματοποιείται ανοικοδόμηση ολόκληρων πακέτων χαμένων δεδομένων χωρίς να προκαλείται δικτυακός **επίφορτος (overhead)** λόγω επαναμεταδόσεων [30].

Παρόλο που τα παραπάνω πλεονεκτήματα έχουν αναδείξει τους κώδικες LDPC ανάμεσα στους ισχυρότερους κώδικες καναλιού, το μεγάλο μέγεθος και η **αραιότητα (sparseness)** του **πίνακα ελέγχου ισοτιμίας (parity-check matrix)** τους έχουν ως αποτέλεσμα την αύξηση της πολυπλοκότητας κωδικοποίησης ανάλογα με το τετράγωνο του μήκους της κωδικολέξης [31], σε αντίθεση με τους TC οι οποίοι παρουσιάζουν γραμμική πολυπλοκότητα κωδικοποίησης, καθώς και την εκθετική αύξηση των απαιτήσεων χωρητικότητας **μη πτητικής μνήμης (non-volatile memory)**. Για τον υπερκερασμό των αδυναμιών που εμφάνιζαν οι απλοί κώδικες LDPC προτάθηκαν διάφορες υποκατηγορίες τους, με πιο εξέχουσα τους κώδικες LDPC **βασιζόμενους σε συσσωρευτή (accumulator-based)**. Αυτή η υποκατηγορία περιλαμβάνει τους κώδικες **επανάληψης-συσσώρευσης (Repeat-Accumulate - RA)** [32,33], τους κώδικες **ακανόνι-**

στης επανάληψης-συσσώρευσης (**Irregular Repeat-Accumulate - IRA**) [34], τους κώδικες **συσσώρευσης-επανάληψης-συσσώρευσης (Accumulate-Repeat-Accumulate - ARA)** [35] και τους κώδικες **συσσώρευσης-επανάληψης-συσσώρευσης-συσσώρευσης (Accumulate-Repeat-Accumulate-Accumulate - ARAA)** [36]. Οι κώδικες αυτοί προσφέρουν γραμμική πολυπλοκότητα κωδικοποίησης και χαμηλά δάπεδα σφάλματος.

Εκτός από το μεγάλο θεωρητικό ενδιαφέρον που παρουσιάζουν οι κώδικες LDPC λόγω των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών τους, έχουν ήδη υιοθετηθεί τόσο σε τρέχοντα όσο και σε υπό μελέτη πρότυπα τηλεπικοινωνιακών συστημάτων, όπως το πρότυπο **υπερ-κινητής ευρυζωνικότητας (Ultra Mobile Broadband - UMB)** του **2ου εταιρικού έργου 3ης γενιάς (3rd Generation Partnership Project 2 - 3GPP2)** [37], πρότυπα συστημάτων **ευρυεκπομπής (broadcasting)**, όπως το πρότυπο **ψηφιακής δορυφορικής βιντεοεκπομπής δεύτερης γενιάς (Digital Video Broadcasting - Satellite - Second Generation - DVB-S2)** [38], καθώς και πρότυπα συστημάτων επίγειας ασύρματης δικτύωσης υψηλής ρυθμαπόδοσης, όπως τα πρότυπα 802.16e [39] και 802.11n [40] του **Ινστιτούτου Ηλεκτρολόγων και Ηλεκτρονικών Μηχανικών (Institute of Electrical and Electronics Engineers - IEEE)**.

1.2 Παρουσίαση του Προβλήματος και Επιστημονικά Κίνητρα

Η πλειοψηφία των καναλιών μετάδοσης ψηφιακών ασύρματων επικοινωνιακών συστημάτων χαρακτηρίζεται από **χρονικά μεταβαλλόμενο (time-varying) λόγο σήματος προς θόρυβο (Signal-to-Noise Ratio - SNR)**. Παράλληλα, πολλές εφαρμογές μετάδοσης πολυμέσων ή συμπιεσμένων δεδομένων απαιτούν **άνιση προστασία έναντι σφαλμάτων (Unequal Error Protection - UEP)** λόγω της διαφορετικής συνεισφοράς κάθε τμήματος του **δωφιορρέυματος (bitstream)** στη συνολική ποιότητα ανακατασκευής. Ως εκ τούτου, η χρήση ενός συστήματος FEC σταθερού ρυθμού κωδικοποίησης καναλιού πιθανότατα δεν θα είναι σε θέση να καλύψει τις διαρκώς μεταβαλλόμενες απαιτήσεις προστασίας των ψηφιακών δεδομένων από σφάλματα που προκύπτουν κατά τη μετάδοσή τους. Παράλληλα, η χρήση ενός συστήματος FEC το οποίο βασίζεται σε ένα ή περισσότερα υποσυστήματα σταθερού ρυθμού κωδικοποίησης καναλιού με συγκεκριμένες δυνατότητες διόρθωσης σφάλματος παρουσιάζει αρκετά μειονεκτήματα. Ειδικότερα, η συγκεκριμένη τεχνική απαιτεί ένα ζεύγος κωδικοποιητή/αποκωδικοποιητή για κάθε **ρυθμό κώδικα (code rate)**, κάτι που αυξάνει πολύ την πολυπλοκότητα υλοποίησης, ειδικά σε συστήματα που υποστηρίζουν πολλούς ρυθμούς κώδικα. Ένα επιπρόσθετο μειονέκτημα των εν λόγω τεχνικών είναι πως δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν σχήματα **υβριδικής αίτησης αυτόματης αναμετάδοσης (Hybrid Automatic Retransmission Request - HARQ) αυξητικού πλεονασμού (Incremental Redundancy - IR)**.

Για την αποτελεσματική αντιμετώπιση της μεταβλητότητας του SNR και της ποιότητας όσον αφορά τα επίπεδα προστασίας των μεταδιδόμενων δεδομένων, πολλά συστήματα μετάδοσης υιοθετούν ευέλικτα συστήματα FEC, δηλαδή ECC μεταβλητού ρυθμού, τα οποία προσαρμόζουν τον ρυθμό κωδικοποίησης καναλιού βάσει της διαθέσιμης **πληροφορίας κατάστασης καναλιού (channel state information - CSI)**. Μια από τις κατηγορίες ECC μεταβλητού ρυθμού είναι οι κώδικες RC, για την οποία το δυφίο-ρρευμα του κώδικα καναλιού χαμηλού **πλεονασμού (redundancy)** είναι **ενσωματωμένο (embedded)** στο δυφίο-ρρευμα του κώδικα καναλιού υψηλού πλεονασμού. Χάρης σε αυτό το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό, όλοι οι κώδικες που παράγονται από τον ίδιο **μητρικό κώδικα (mother code)** μπορούν να κωδικοποιηθούν και να αποκωδικοποιηθούν χρησιμοποιώντας ένα μονό ζεύγος κωδικοποιητή/αποκωδικοποιητή [41]. Για το λόγο αυτό, οι κώδικες RC χρησιμοποιούνται εκτενέστατα σε ψηφιακά επικοινωνιακά συστήματα με μεγάλο εύρος SNR λειτουργίας, όπου απαιτείται **προσαρμοστική κωδικοποίηση (adaptive coding)** και UEP [41]. Επιπρόσθετα, οι κώδικες RC μπορούν να χρησιμοποιηθούν πολύ αποτελεσματικά σε σχήματα HARQ IR, εξασφαλίζοντας αξιόπιστη επικοινωνία και υψηλή ρυθμαπόδοση.

Οι πιο διαδεδομένες τεχνικές κατασκευής κωδίκων RC είναι η **διάτρηση (puncturing)** για διεύρυνση του ρυθμού κώδικα και, η **επέκταση (extending)** και η **σύμπτυξη (shortening)** για μείωση του ρυθμού κώδικα. Η διάτρηση και η σύμπτυξη πραγματοποιούνται με την παράληψη συμπτυσσόμενων ή διατρουμένων συμβόλων κώδικα κατά την μετάδοση της κωδικολέξης. Το μειονέκτημα αυτών των δύο τεχνικών εντοπίζεται στο γεγονός ότι απαιτείται η παραγωγή όλων των **δυφίων ελέγχου ισοτιμίας (parity-check bits)** στον κωδικοποιητή, αυξάνοντας κατ' αυτόν τον τρόπο την πολυπλοκότητα κωδικοποίησης και αποκωδικοποίησης. Αντιθέτως, στην επέκταση, τα επιπρόσθετα δυφία ελέγχου ισοτιμίας προσαρτώνται όταν είναι απαραίτητο και η αποκωδικοποίηση εκτελείται μόνο για τα μεταδιδόμενα **δυφία (bits)** έτσι ώστε να αποφεύγονται περιττοί υπολογισμοί [2].

Στο παρελθόν, πολλοί τύποι ECC χρησιμοποιήθηκαν στα πλαίσια της **συμβατότητας ρυθμού (rate compatibility)**, όπως οι κώδικες BCH [42], οι **διατρημένοι συνελκτικοί (κώδικες) συμβατού ρυθμού (Rate-Compatible Punctured Convolutional - RCPC)** [41], οι κώδικες RS [43] και οι **διατρημένοι στροβιλο(κώδικες) συμβατού ρυθμού (Rate-Compatible Punctured Turbo - RCPT)** [44]. Την τελευταία δεκαετία, ως φυσικό επακόλουθο της ανάδειξης των ιδιαίτερα υψηλών δυνατοτήτων των κωδίκων LDPC σε διάφορα κανάλια καθώς και των πλεονεκτημάτων που προσφέρουν, πραγματοποιείται μια συστηματική προσπάθεια για την σχεδίαση αποτελεσματικών κωδίκων RC-LDPC [1-4, 45-57]. Οι προσεγγίσεις που έχουν προταθεί ως σήμερα μπορούν να διαχωριστούν σε δύο κατηγορίες, τις **υβριδικές (hybrid)**, οι οποίες χρησιμοποιούν έναν συνδυασμό επέκτασης και διάτρησης [1-4, 47, 51] ή σύμπτυξης και διάτρησης [50], και τις **συμβατικές (conventional)** [45, 46, 48, 49, 52-57], οι οποίες υιοθετούν μόνο μια από

τις προαναφερθείσες τεχνικές.

Παράλληλα, τόσο οι υβριδικές όσο και οι συμβατικές προσεγγίσεις μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε **τυχαίες (random)**, **ντετερμινιστικές (deterministic)** και **βέλτιστες (optimal)**. Όσον αφορά τις δύο πρώτες προσεγγίσεις, βασίζονται σε ψευδοτυχαίες τεχνικές ή τεχνικές χαμηλής πολυπλοκότητας και δεν αποφέρουν βέλτιστη επίδοση. Παρολαυτά, εφαρμόζονται πολύ συχνά σε ψηφιακά επικοινωνιακά συστήματα για την αποδοτική εκμετάλλευση των περιορισμένων υπολογιστικών πόρων, καθώς αποτελούν άριστο **συμβιβασμό (tradeoff)** μεταξύ πολυπλοκότητας και επίδοσης. Αντιθέτως, οι βέλτιστες τεχνικές βασίζονται σε μεθόδους ασυμπτωτικής ανάλυσης, όπως η ανάλυση **εξέλιξης πυκνότητας (density evolution)** [27, 29], και η επίδοση τους προσεγγίζει τη χωρητικότητα του καναλιού. Ωστόσο, λόγω των πολύπλοκων και χρονοβόρων μαθηματικών υπολογισμών που απαιτούνται για την εξαγωγή των απαραίτητων αποτελεσμάτων, προϋποθέτουν μεγάλο όγκο υπολογιστικών και αποθηκευτικών πόρων, ιδιαίτερα στην περίπτωση κωδικολέξεων μεγάλου μήκους και μεγάλου αριθμού ρυθμών κώδικα. Επιπλέον, οι μελέτες βάσει αυτών των αλγορίθμων πραγματοποιούνται κάτω από συγκεκριμένες παραδοχές που πολλές φορές διαφέρουν αρκετά από τις πραγματικές συνθήκες, όπως η χρήση κωδικολέξεων απείρου μήκους. Παράλληλα, λόγω των ύπαρξης **απογραμμικών (offline)** πράξεων, οι βέλτιστοι αλγόριθμοι δεν μπορούν να υλοποιηθούν **πραγματοχρονικά (real time)**.

Έχοντας τα παραπάνω υπόψιν, το πρόβλημα που εξετάζεται στην παρούσα διδακτορική διατριβή είναι η ανάπτυξη αλγορίθμων για τη σχεδίαση αποτελεσματικών κωδίκων RC-LDPC χαμηλής πολυπλοκότητας κωδικοποίησης, ήτοι κωδίκων RC-IRA. Η κεντρική ιδέα αυτής της διδακτορικής διατριβής είναι η εφαρμογή ντετερμινιστικών τεχνικών επέκτασης στη σχεδίαση κωδίκων RC-IRA χαμηλού ρυθμού για συστήματα με περιορισμένους υπολογιστικούς πόρους. Τα πιθανά οφέλη που προκύπτουν από τη χρήση ντετερμινιστικά εκτεταμένων κωδίκων RC-IRA είναι η ευελιξία παραμετροποίησης, η ευκολία υλοποίησης, οι χαμηλές απαιτήσεις αποθήκευσης και η χαμηλή πολυπλοκότητα κωδικοποίησης καθώς και η δυνατότητα υλοποίησης σε πραγματικό χρόνο. Η χρήση ντετερμινιστικών τεχνικών επέκτασης για την επίτευξη των παραπάνω στόχων πρέπει να ισοζυγιστεί με την επίδραση των ψευδοτυχαία κατασκευασμένων πινάκων επέκτασης στην επίδοση του επαναληπτικού αλγορίθμου αποκωδικοποίησης, και ως εκ τούτου μελετάται ποια δομή είναι εποικοδομητική και πως αυτή μπορεί να επιτευχθεί.

1.3 Δομή και Περίληψη Διατριβής

Μετά τη γενική εισαγωγή που δόθηκε στο παρόν κεφάλαιο, στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζεται η δομή του κύριου μέρους της διδακτορικής διατριβής καθώς και οι εργασίες που δημοσιεύτηκαν σε έγκυρα διεθνή επιστημονικά περιοδικά και συνέδρια.

Στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζεται το θεωρητικό γνωστικό υπόβαθρο που είναι απαραίτητο για την καλύτερη κατανόηση της διδακτορικής διατριβής. Αρχικά αναλύονται το αναλυτικό μοντέλο ψηφιακών επικοινωνιακών συστημάτων και τα στατιστικά μοντέλα των τηλεπικοινωνιακών καναλιών μετάδοσης υπό μελέτη. Στη συνέχεια γίνεται μια σύντομη εισαγωγή στις βασικές έννοιες της θεωρίας κωδικοποίησης καναλιού και της θεωρίας των γράφων. Κατόπιν παρουσιάζονται οι ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των κωδίκων LDPC, δίνοντας έμφαση στους κώδικες IRA, καθώς και ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης **αθροίσματος γινομένου (Sum Product - SP)**. Στο τέλος του ίδιου κεφαλαίου παρουσιάζονται τα σχήματα HARQ και ορισμένες τεχνικές επίτευξης συμβατότητας ρυθμού.

Στο τρίτο κεφάλαιο προτείνονται τρεις γενικευμένοι αλγόριθμοι ντετερμινιστικής επέκτασης κωδίκων RC-IRA με δυνατότητες παραμετροποίησης τόσο ως προς το **μήκος της συστάδας πληροφορίας (information block length)** όσο και ως προς την παραγόμενη ακολουθία ρυθμών κώδικα. Η προτεινόμενη δομή επέκτασης των πινάκων ελέγχου ισοτιμίας και στις τρεις περιπτώσεις έχει **κυκλοειδή (circulant)** μορφή και ως εκ τούτου μειώνει σημαντικά τόσο την πολυπλοκότητα σχεδιασμού όσο και τις απαιτήσεις μνήμης. Για την επίτευξη χαμηλής πολυπλοκότητας σχεδιασμού και για την αποφυγή μείωσης της αποτελεσματικότητας του αποκωδικοποιητή SP, στους δύο πρώτους αλγορίθμους, χρησιμοποιούνται τεχνικές **επικάλυψης (masking)** [58]. Ο πρώτος αλγόριθμος ντετερμινιστικής επέκτασης βασίζεται στη χρήση **δευτεροβάθμιων ισούπολοιπων ακολουθιών επέκτασης (quadratic congruential extension sequences)** [59–61] ενώ ο δεύτερος και ο τρίτος αλγόριθμος βασίζονται στη χρήση ενός τροποποιημένου και ενός **αποκομμένου (truncated)** πίνακα **Βαντερμόντ (Vandermonde)**, αντίστοιχα [62]. Επιπλέον, κάνοντας χρήση του πρώτου αλγορίθμου επέκτασης και του αλγορίθμου διάτρησης του άρθρου [1], προτείνεται μια νέα κατηγορία κωδίκων με την ονομασία **ντετερμινιστικά σχεδιασμένοι κώδικες ακανόνιστης επανάληψης-συσώρευσης συμβατού ρυθμού (Deterministically Designed RC-IRA Codes - D²RC-IRA)**. Για την παρουσίαση των αλγορίθμων τηρείται η ίδια δομή των υποκεφαλαίων. Πιο συγκεκριμένα, αρχικά πραγματοποιείται λεπτομερής ανάλυση της δομής του προτεινόμενου αλγορίθμου και, στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αξιολόγησης του για διαφορετικά μήκη συστάδας πληροφορίας σε κανάλι AWGN, με χρήση προσομοιώσεων ηλεκτρονικού υπολογιστή. Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα σύγκρισης των προτεινόμενων κωδίκων με άλλους κώδικες RC-LDPC και κώδικες RC-IRA, τόσο από πλευράς επίδοσης διόρθωσης σφαλμάτων όσο και σε σχήματα HARQ IR, καθώς και με **αποκλειστικούς (dedicated)** κώδικες RA και IRA.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, προτείνεται μια νέα κατηγορία κωδίκων RC-IRA, κατάλληλη για **δορυφορικά ψηφιακά ραδιο(συστήματα) (Satellite Digital Radio - SDR)** του Ευρωπαϊκού Ινστιτούτου Τηλεπικοινωνιακών Προτύπων (European Telecommunications Standards Institute - ETSI) και για συστήματα **ψηφιακής βιντεοεκπομπής**

για δορυφορικές υπηρεσίες σε χειρόφερτα τεματικά (**Digital Video Broadcasting - Satellite services to Handhelds - DVB-SH**). Για την κατασκευή των προτεινόμενων κωδίκων RC-IRA ακολουθείται μια υβριδική προσέγγιση που βασίζεται στην επέκταση μέσω ενός αποκομμένου πίνακα Βαντερμόντ και στη διάτρηση [1]. Η επίδοση τόσο της προτεινόμενης κατηγορίας κωδίκων RC-IRA όσο και των κωδίκων 3GPP2, οι οποίοι προδιαγράφονται στα πρότυπα των συστημάτων υπό εξέταση, αξιολογείται, μέσω προσομοιώσεων ηλεκτρονικού υπολογιστή, σε κανάλι AWGN και κανάλια **διαλείψεων (fading) Ρέιλεϊ (Rayleigh)** και **Ρίσιαν (Rician)**.

Στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται μια ανακεφαλαίωση των πιο σημαντικών συμπερασμάτων που εξήχθησαν στα προηγούμενα κεφάλαια, συνοψίζονται οι καινοτομίες που εισήχθησαν και παρουσιάζονται κάποια ανοιχτά επιστημονικά θέματα που αναδείχθηκαν κατά την εκτέλεσή της και προτείνονται ιδέες για την επέκταση της έρευνας.

1.4 Συνεισφορά της Διατριβής

Σε αυτό το υποκεφάλαιο συνοψίζεται η συνεισφορά της παρούσας διδακτορικής διατριβής.

Στο Κεφάλαιο 3 μελετάται ο σχεδιασμός κωδίκων RC-IRA μέσω ντετερμινιστικής επέκτασης. Η συνεισφορά αυτού του κεφαλαίου εντοπίζεται στη πρόταση τριών γενικευμένων αλγορίθμων ντετερμινιστικής επέκτασης κωδίκων RC-IRA βασιζόμενων σε κυκλοειδή. Παράλληλα, προτείνεται μια νέα κατηγορία κωδίκων RC-IRA με την ονομασία κώδικες D^2 RC-IRA. Οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι κατασκευάζουν κώδικες RC-IRA με επίδοση διόρθωσης σφαλμάτων που ξεπερνά όλες τις μέχρι στιγμής τεχνικές ντετερμινιστικής επέκτασης της διεθνούς επιστημονικής βιβλιογραφίας. Το Κεφάλαιο 3 αποτελεί συνδυασμό δύο δημοσιεύσεων και επιπρόσθετου μη δημοσιευμένου υλικού. Ειδικότερα, ο αλγόριθμος ντετερμινιστικής επέκτασης που βασίζεται στη χρήση δευτεροβάθμιων ισοϋπολοίπων ακολουθιών επέκτασης καθώς και η κατηγορία κωδίκων D^2 RC-IRA παρουσιάστηκαν στη δημοσίευση σε διεθνές περιοδικό [Π-1], ενώ ο αλγόριθμος που βασίζεται στη χρήση ενός αποκομμένου πίνακα Βαντερμόντ παρουσιάστηκε στη δημοσίευση σε διεθνές περιοδικό [Π-2].

Στο Κεφάλαιο 4 μελετάται μια νέα κατηγορία κωδίκων RC-IRA για συστήματα SDR του ETSI και συστήματα DVB-SH. Η συνεισφορά του κεφαλαίου εντοπίζεται, εκτός από την πρόταση μιας εναλλακτικής κατηγορίας κωδίκων, στη μελέτη της επίδοσης των κωδίκων 3GPP2 των εν λόγω προτύπων σε πολλαπλά κανάλια μετάδοσης αλλά και στην ποιοτική σύγκρισή τους βάσει διαφόρων σχεδιαστικών κριτηρίων. Το Κεφάλαιο 4 βασίζεται πρωτίστως στη δημοσίευση σε διεθνές περιοδικό [Π-3], μέρος της οποίας παρουσιάστηκε στη δημοσίευση σε πρακτικά συνεδρίου [Σ-1].

1.4.1 Σχετικές δημοσιεύσεις

Στα πλαίσια εκπόνησης της διδακτορικής διατριβής παρουσιάστηκαν σημαντικά επιστημονικά ευρήματα. Τα ευρήματα αυτά δημοσιεύτηκαν, έχουν γίνει αποδεκτά προς δημοσίευση ή βρίσκονται υπό κρίση σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά και συνέδρια και παρατίθενται στη συνέχεια με χρονολογική σειρά.

1.4.1.1 Διεθνή Επιστημονικά Περιοδικά με Κριτές

[Π-1] **D. Benmayer**, P. T. Mathiopoulos, and P. Constantinou, “Construction of RC-IRA Codes Using Quadratic Congruential Extension Sequences and Parity Puncturing,” *IEEE Communications Letters*, vol.14, no.5, pp. 441-443, May. 2010.

[Π-2] **D. Benmayer**, S. Papaharalabos, P. T. Mathiopoulos, G. Tsiropoula and P. Constantinou, “Design of Efficiently Encodable Rate-Compatible LDPC Codes Using Vandermonde Extension Matrices,” *Wireless Personal Communications*.
Αποτέλεσμα κρίσης: Αποδεκτό.

[Π-3] S. Papaharalabos, **D. Benmayer**, P. T. Mathiopoulos, and Pingzhi Fan, “Performance Comparisons and Improvements of Channel Coding Techniques for DVB-SH and ETSI SDR European Digital Satellite Multimedia Broadcasting,” *IEEE Transactions on Broadcasting*.
Αποτέλεσμα κρίσης: Αποδεκτό - Ελάσσονες αναθεωρήσεις.

1.4.1.2 Πρακτικά συνεδρίων με κριτές

[Σ-1] **D. Benmayer**, S. Papaharalabos, P. T. Mathiopoulos, G. Tsiropoula, and P. Constantinou, “Rate-compatible irregular repeat-accumulate codes for DVB-SH applications,” in *Proc. IEEE International Workshop on Satellite and Space Communications (IWSSC '08)*, Toulouse, France, Oct. 2008, pp. 239 – 243.

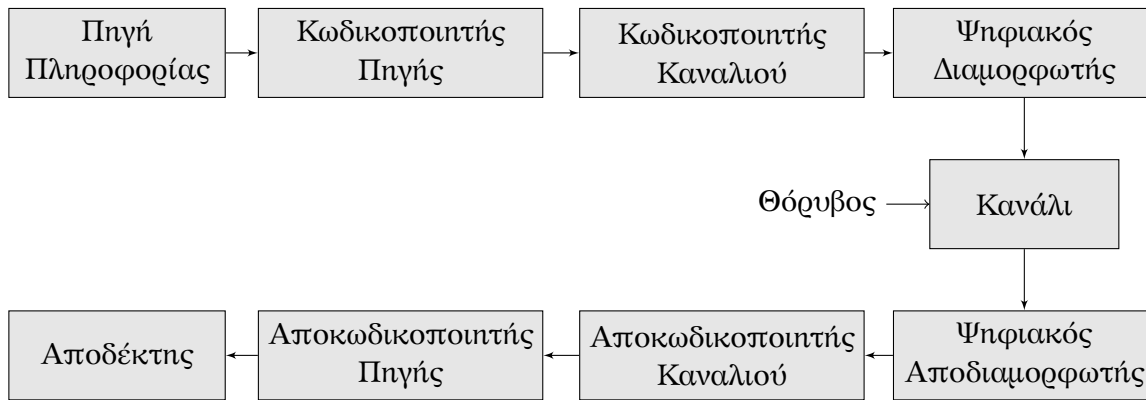
Κεφάλαιο 2

Προηγμένες Τεχνικές Εντοπισμού και Διόρθωσης Σφαλμάτων

Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι να παρασχεθεί όλο το απαραίτητο θεωρητικό υπόβαθρο για την πλήρη κατανόηση της διδακτορικής διατριβής. Το κεφάλαιο αυτό αποτελείται από επτά υποκεφάλαια. Στα τέσσερα πρώτα υποκεφάλαια γίνεται μια εισαγωγή στα ψηφιακά επικοινωνιακά συστήματα, στα υπό μελέτη στατιστικά μοντέλα ασύρματων καναλιών διάδοσης, στη θεωρία κωδικοποίησης καναλιού και στη θεωρία των γράφων. Αφετέρου, στο πέμπτο και έκτο υποκεφάλαιο, πραγματοποιείται μια αναλυτική παρουσίαση των ιδιοτήτων και των χαρακτηριστικών των κωδίκων LDPC, δίνοντας έμφαση στους κώδικες IRA, και του επαναληπτικού αλγορίθμου αποκωδικοποίησης SP. Στο τελευταίο υποκεφάλαιο παρουσιάζονται οι ιδιότητες των σχημάτων HARQ και κάποιες μέθοδοι κατασκευής κωδίκων RC.

2.1 Ψηφιακά Επικοινωνιακά Συστήματα

Σε κάθε επικοινωνιακή διεργασία λαμβάνει χώρα ροή δεδομένων μεταξύ μιας πηγής πληροφορίας ή αποστολέα και ενός ή περισσοτέρων αποδεκτών. Η μεταφορά επιτυγχάνεται μέσω ενός δικτύου μετάδοσης, όπως το επικοινωνιακό κανάλι. Ωστόσο, λόγω των φυσικών χαρακτηριστικών του δικτύου μετάδοσης και των πηγών θορύβου που επενεργούν σε αυτό, θα πρέπει να ληφθούν τα απαραίτητα μέτρα ώστε η μεταφορά είναι, ως ένα βαθμό, χωρίς σφάλματα ή να υπεισέρχονται παρά μόνο ανεκτά σφάλματα. Ειδικότερα, μια από τις σημαντικές επιδιώξεις σχεδιαστών επικοινωνιακών συστημάτων είναι η ελαχιστοποίηση των απωλειών δεδομένων στο κανάλι και η βέλτιστη επανάκτηση όσων έχουν αλλοιωθεί εξαιτίας του θορύβου. Για την επίτευξη αυτής της επιδίωξης χρησιμοποιούνται τεχνικές κωδικοποίησης στην πλευρά του αποστολέα και αντίστοιχες τεχνικές αποκωδικοποίησης στην πλευρά του αποδέκτη. Λαμβάνοντας υπόψη την κωδικοποίηση και την αποκωδικοποίηση, οδηγούμαστε στη δομή ενός γενικού μοντέλου



Σχήμα 2.1: Βασικά στοιχεία ενός ψηφιακού επικοινωνιακού καναλιού.

ψηφιακού επικοινωνιακού συστήματος που παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1. Στη συνέχεια θα περιγράψουμε λεπτομερώς τις λειτουργίες των επιμέρους μονάδων [63].

Η έξοδος της πηγής πληροφορίας μπορεί να είτε αναλογικό σήμα, όπως ένα σήμα ήχου ή βίντεο, ή ένα ψηφιακό σήμα, όπως η έξοδος ενός τπλετύπου ή ενός υπολογιστή, το οποίο είναι διακριτό στο πεδίο του χρόνου και έχει πεπερασμένο πλήθος χαρακτηριστικών εξόδου. Σε ένα ψηφιακό επικοινωνιακό σύστημα, η έξοδος της πηγής πληροφορίας μετατρέπεται σε μια ακολουθία δυφίων. Ιδανικά, θα επιθυμούσαμε να αναπαραστήσουμε την έξοδο της πηγής με όσο το δυνατόν λιγότερα δυφία. Με άλλα λόγια, αναζητούμε μια αποτελεσματική αναπαράσταση της εξόδου της πηγής με όσο το δυνατόν λιγότερο πλεονασμό. Η διαδικασία μετατροπής της εξόδου της πηγής, είτε είναι αναλογική είτε ψηφιακή, σε ακολουθία δυφίων με αποτελεσματικό τρόπο ονομάζεται **κωδικοποίηση πηγής (source coding)** ή **συμπύεση δεδομένων (data compression)**.

Το δυφίορρευμα εξόδου του κωδικοποιητή πηγής, το οποίο ονομάζεται **ακολουθία πληροφορίας (information sequence)**, διαβιβάζεται στον κωδικοποιητή καναλιού. Σκοπός του κωδικοποιητή καναλιού είναι η εισαγωγή, με ελεγχόμενο τρόπο, κάποιου πλεονασμού στην δυαδική ακολουθία πληροφορίας ο οποίος θα χρησιμοποιηθεί από τον δέκτη για να αντιμετωπίσει τις επιδράσεις του θορύβου και των **παρεμβολών (interference)** κατά τη μετάδοση του σήματος στο επικοινωνιακό κανάλι. Το δυφίορρευμα εξόδου του κωδικοποιητή καναλιού οργανώνεται κατά δυφιολέξεις και διαβιβάζεται στον ψηφιακό **διαμορφωτή (modulator)**, ο οποίος αποτελεί την διεπαφή με το επικοινωνιακό κανάλι. Σκοπός του ψηφιακού διαμορφωτή είναι να αντιστοιχίσει την κωδικοποιημένη ακολουθία δυφίων σε **κυματομορφή (waveform)** σήματος, δηλαδή ηλεκτρικά σήματα, η οποία είναι η κατάλληλη μορφή για τη μετάδοση σε σχεδόν όλα τα επικοινωνιακά κανάλια.

Το επικοινωνιακό κανάλι είναι το φυσικό μέσο που χρησιμοποιείται για τη μεταφορά του σήματος από τον αποστολέα στον παραλήπτη. Στην περίπτωση της ασύρματης μετάδοσης το κανάλι μπορεί να είναι η ατμόσφαιρα (**ελεύθερος χώρος (free space)**), ενώ στην περίπτωση ενσύρματης μετάδοσης χρησιμοποιούνται διαφορετικά φυσικά μέσα

όπως χάλκινα και ομοαξονικά καλώδια και οπτικές ίνες. Όλα τα φυσικά μέσα έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό: αλλοιώνουν το μεταδιδόμενο σήμα κατά τυχαίο τρόπο λόγω διάφορων αιτιών όπως ο προσθετικός **θερμικός θόρυβος (thermal noise)** που παράγεται από ηλεκτρονικές συσκευές, ο **ανθρωπογενής θόρυβος (man-made noise)** που παράγεται από τον μηχανισμό της ανάφλεξης των αυτοκινήτων και ο ατμοσφαιρικός θόρυβος που παράγεται κατά τις ηλεκτρικές εκφορτίσεις κεραυνών κατά τη διάρκεια καταιγίδων.

Στο άκρο λήψης ενός ψηφιακού επικοινωνιακού συστήματος, ο ψηφιακός **αποδιαμορφωτής (demodulator)** επεξεργάζεται την αλλοιωμένη, λόγω καναλιού, μεταδοθείσα κυματομορφή και μετατρέπει την κυματομορφή σε μια ακολουθία ψηφίων που αναπαριστούν εκτιμήσεις των μεταδοθέντων συμβόλων δεδομένων. Έπειτα, η έξοδος του αποδιαμορφωτή μεταβιβάζεται στον αποκωδικοποιητή καναλιού ο οποίος, γνωρίζοντας τη μέθοδο προστασίας έναντι σφαλμάτων που χρησιμοποιήθηκε από τον κωδικοποιητή καναλιού, επιχειρεί να ανακατασκευάσει την αρχική ακολουθία πληροφορίας βάσει των εισαχθέντων δυφίων πλεονασμού.

Στο τελευταίο βήμα, όταν πρόκειται για αναλογική έξοδο, ο αποκωδικοποιητής πηγής, γνωρίζοντας τη μέθοδο κωδικοποίησης πηγής που χρησιμοποιήθηκε από τον κωδικοποιητή πηγής, λαμβάνει την ακολουθία εξόδου του αποκωδικοποιητή καναλιού και επιχειρεί να ανακατασκευάσει το αρχικό σήμα της πηγής.

Αξίζει να σημειωθεί πως η **κωδικοποίηση ελέγχου σφαλμάτων (error control coding)** που περιγράφηκε στο παραπάνω **μονόδρομο (one-way)** σύστημα επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας σχήματα FEC. Ωστόσο, στην περίπτωση που υπάρχει διαθέσιμο κάποιο **κανάλι ανάδρασης (feedback channel)**, τα δεδομένα που χάθηκαν κατά τη μετάδοση μπορούν να αναμεταδοθούν χρησιμοποιώντας σχήματα **αίτησης αυτόματης αναμετάδοσης (Automatic Retransmission - ARQ)**.

Στα επόμενα υποκεφάλαια δίνεται ιδιαίτερη σημασία στη μοντελοποίηση του επικοινωνιακού καναλιού και στην κωδικοποίηση/αποκωδικοποίηση καναλιού, η οποία αποτελεί και το αντικείμενο μελέτης της παρούσας διδακτορικής διατριβής.

2.2 Μοντελοποίηση Καναλιού

Τα δεδομένα εξόδου ενός κωδικοποιητή πηγής βρίσκονται, στην πλειοψηφία των περιπτώσεων, σε ακατάλληλη μορφή για την άμεση μετάδοσή μέσω ενός καναλιού. Για το λόγο αυτό τα δεδομένα υποβάλλονται σε ειδική επεξεργασία, την επανομαζόμενη κωδικοποίηση καναλιού, ώστε να μετατραπούν σε μορφή που είναι προσαρμοσμένη στις φυσικές ιδιότητες του καναλιού. Η κωδικοποίηση καναλιού θα μας απασχολήσει λεπτομερώς στο Υποκεφάλαιο 2.3. Πριν προχωρήσουμε στην ανάλυση των τεχνικών κωδικοποίησης καναλιού θα μελετήσουμε τα χαρακτηριστικά και τις ιδιότητες του φυ-

σικού διαύλου μετάδοσης. Θα πρέπει να σημειωθεί πως, λόγω της ποικιλότητας που παρουσιάζει το περιβάλλον διάδοσης, υπάρχουν διαφορετικά μοντέλα κατανομών που περιγράφουν τη στατιστική συμπεριφορά των χαρακτηριστικών του κάθε καναλιού. Στην εν λόγω θα διατριβή θα ασχοληθούμε με τρία από τα πιο διαδεδομένα μοντέλα καναλιών μετάδοσης. Ειδικότερα, η πρώτη ενότητα του υποκεφαλαίου αφιερώνεται στο κανάλι AWGN και η δεύτερη ενότητα αναλύει τα κανάλια διαλείψεων Ρέιλεϊ και Ρίσαν.

2.2.1 Κανάλι Προσθετικού Λευκού Γκαουσιανού Θορύβου

Το κανάλι AWGN είναι πιθανότατα το πιο διαδεδομένο μοντέλο ασύρματου περιβάλλοντος διάδοσης χωρίς διαλείψεις καθώς προσεγγίζει με αξιόπιστο τρόπο τα χαρακτηριστικά πολλών τηλεπικοινωνιακών καναλιών. Σε ένα κανάλι AWGN **δυναδικής εισόδου (binary input)** τα αρχικά δυφία εισόδου, 0 ή 1, μεταδίδονται λαμβάνοντας δύο διακριτές τιμές σήματος, σε κάθε μία από τις οποίες προστίθεται μια τιμή θορύβου η οποία ακολουθεί κανονική (γκαουσιανή) κατανομή.

Η **συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (probability density function)** μιας τυχαίας μεταβλητής x που ακολουθεί την κανονική κατανομή $\mathcal{N}(\mu_x, \sigma_x)$ με **μέση τιμή (mean)** μ_x και **τυπική απόκλιση (standard deviation)** σ_x είναι [63]

$$f_N(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right).$$

Θεωρώντας πως κάθε μεταδιδόμενο σύμβολο $x \in \{0, 1\}$ διαμορφώνεται με **δυναδική διαμόρφωση μετατόπισης φάσης (binary phase shift keying - BPSK)** και αντιστοιχίζεται σε ένα σημείο σήματος w μέσω της συνάρτησης απεικόνισης

$$w \mapsto 1 - 2x,$$

τότε λαμβάνεται μια κανονική κατανομή με $\mu_w = 1$ ή -1 και **διακύμανση (variance)** σ_w^2 .

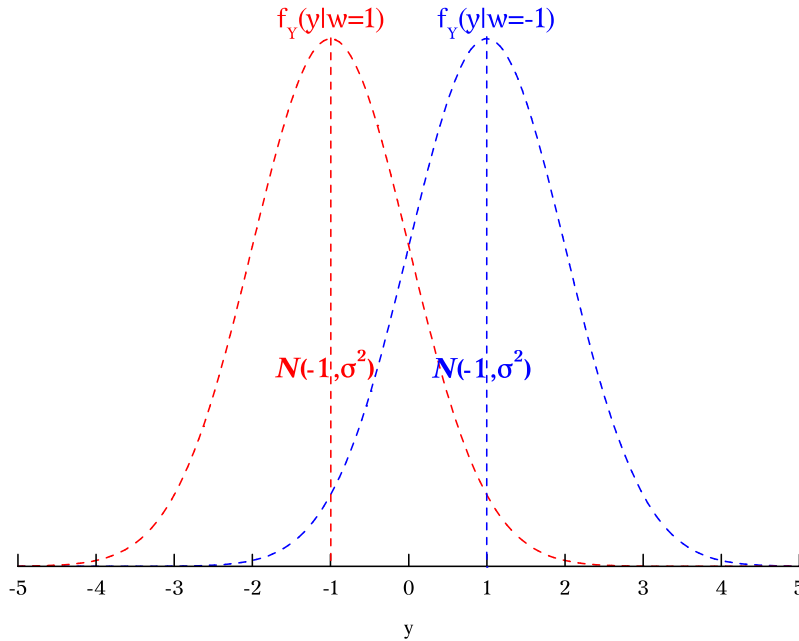
Η **συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας υπό συνθήκη (conditional probability density function)** για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις είναι [64]

$$f_Y(y|w = 1) = \frac{1}{\sigma_w \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y - 1)^2}{2\sigma_w^2}\right) \quad \text{και}$$

$$f_Y(y|w = -1) = \frac{1}{\sigma_w \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y + 1)^2}{2\sigma_w^2}\right), \quad \text{αντίστοιχα,}$$

και απεικονίζεται γραφικά στο Σχήμα 2.2.

Παρομοίως, η **δειγματοληπτούμενη (sampled)** έξοδος του **προσαρμοσμένου φίλ-**



Σχήμα 2.2: Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας υπό συνθήκη για BPSK σήματα μεταδιδόμενα σε κανάλι AWGN.

τρον (matched filter) y έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας υπό συνθήκη [64]

$$\Pr(y|w) = \frac{1}{\sigma_N \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y-w)^2}{2\sigma_N^2}\right)$$

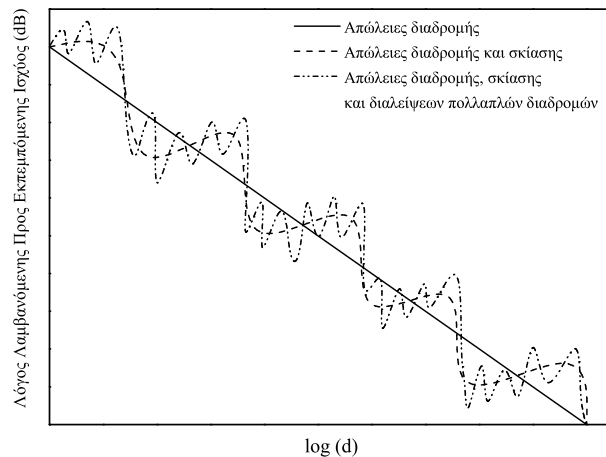
όπου $\sigma_N^2 = 1/(2R(E_b/N_0))$ είναι η διακύμανση του θορύβου, R είναι ο ρυθμός κωδικοποίησης του καναλιού, E_b είναι η μέση ενέργεια ανά δυφίο πληροφορίας και $N_0/2$ είναι η φασματική πυκνότητα ισχύος του AWGN.

2.2.2 Στατιστικά Μοντέλα Καναλιών Διαλείψεων

2.2.2.1 Εισαγωγή

Η λαμβανόμενη ισχύς ενός σήματος που μεταδίδεται μέσω ενός ραδιοκαναλιού επηρεάζεται από **εξασθένιση (attenuation)** οι οποία χαρακτηρίζεται ως συνδυασμός τριών φαινομένων: της **πολυδιαδρομικής διάδοσης (multipath propagation)**, της **σκίασης (shadowing)** και των **απωλειών διαλείψεων (fading loss)**.

Οι **απώλειες διαδρομής (path loss)** ερμηνεύονται ως η μείωση της λαμβανόμενης ισχύος στον δέκτη συναρτήσει της απόστασης d μεταξύ πομπού και δέκτη. Εμπειρικά, η εξασθένιση της ισχύος είναι ανάλογη της d^α , όπου οι συνηθέστερες τιμές του εκθέτη α είναι μεταξύ 2 και 4. Σε ένα περιβάλλον με κινητικότητα, η τιμή του d είναι χρονικά μεταβαλλόμενη, κάτι που υποδηλώνει τη χρονομεταβλητότητα των απωλειών διαδρομής. Ωστόσο, η μεταβολή που προκαλείται λόγω των απωλειών διαδρομής είναι η βραδύτερη



Σχήμα 2.3: Απώλειες διαδρομής, σκίασης και διαλείψεων, ως συνάρτηση της απόστασης.

μεταξύ των προαναφερθέντων φαινομένων [63].

Οι απώλειες σκίασης αναφέρονται στις διακυμάνσεις της ισχύος που δημιουργούνται εξαιτίας της παρεμπόδισης της ελεύθερης διάδοσης του σήματος από μεγάλα αντικείμενα που παρεμβάλλονται μεταξύ του πομπού και του δέκτη, όπως κτίρια, δέντρα και το ανάγλυφο του εδάφους, καθώς επίσης και λόγω επιφανειών **ανάκλασης (reflection)** και αντικειμένων **σκέδασης (scattering)** στα οποία προσπίπτει το μεταδιδόμενο σήμα. Λόγω των άγνωστων χαρακτηριστικών της περιοχής, του μεγέθους και των διπλεκτρικών ιδιοτήτων των αντικειμένων παρεμπόδισης, καθώς επίσης της τυχαιότητας των μεταβολών του σήματος από τις σκεδάσεις και ανακλάσεις, χρησιμοποιούνται διάφορα στατιστικά μοντέλα για το χαρακτηρισμό των διακυμάνσεων, με πιο διαδεδομένο μοντέλο **λογαριθμοκανονικής κατανομής (log-normal distribution)** [65].

Οι απώλειες διαλείψεων αναφέρονται στις χρονικές μεταβολές της έντασης του ληφθέντος σήματος λόγω του συνδυασμού δύο επιμέρους φαινομένων, της πολυδιαδρομικής διάδοσης και της **μετατόπισης συχνότητας Ντόπλερ (Doppler frequency-shift)**. Στο Σχήμα 2.3, παρουσιάζεται ο λόγος μεταξύ της ισχύος λήψης προς την ισχύ εκπομπής, σε dB, ως συνάρτηση της απόστασης, σε λογαριθμική κλίμακα, για το συνδυασμό των τριών αυτών φαινομένων.

Η πολυδιαδρομική διάδοση παρατηρείται όταν το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο που μεταφέρει το μεταδιδόμενο σήμα διαδίδεται μέσω περισσότερων της μιας διαδρομών μεταξύ του πομπού και του δέκτη. Παρότι η απλή θεώρηση πως το μέσο διάδοσης περιλαμβάνει περισσότερες της μιας διαδρομών μέσω των οποίων διαδίδεται η ηλεκτρομαγνητική ενέργεια δεν είναι αρκετά ακριβής από θεωρητικής άποψης, είναι εξαιρετικά χρήσιμη για την κατανόηση και την ανάλυση καταστάσεων διάδοσης που περιλαμβάνουν φαινόμενα όπως η ανάκλαση, η **διάθλαση (refraction)** και η σκέδαση. Τέτοιες καταστάσεις παρατηρούνται, παραδείγματος χάριν, κατά τη διάδοση των ραδιοσημάτων σε εσωτερικούς χώρους, όπου τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα διαταράσσονται από δομές εντός του κτιρίου, και στις επίγειες κινητές ραδιοεπικοινωνίες, όπου η πολυδιαδρομική διά-



Σχήμα 2.4: Φαινόμενο Ντόπλερ.

δοση προκαλείται λόγω μεγάλων σταθερών ή κινητών αντικειμένων όπως κτίρια, λόφοι, αυτοκίνητα, κλπ [66].

Όταν ο δέκτης και ο πομπός βρίσκονται σε σχετική κίνηση με σταθερή **ακτινική ταχύτητα (radial speed)**, το λαμβανόμενο σήμα υπόκειται σε μια σταθερή μετατόπιση συχνότητας, τη μετατόπιση συχνότητας Ντόπλερ, η οποία είναι ανάλογη της ταχύτητας και της **φέρουσας συχνότητας (carrier frequency)**. Ας θεωρήσουμε την περίπτωση που απεικονίζεται στο Σχήμα 2.4. Στην προκειμένη περίπτωση, ο δέκτης είναι σε σχετική κίνηση σε σχέση με τον πομπό. Ο πομπός μεταδίδει μια μη διαμορφωμένη φέρουσα με συχνότητα f_0 . Έστω v είναι η ταχύτητα κίνησης του οχήματος, η οποία θεωρείται σταθερή, και γ είναι η γωνία μεταξύ της κατεύθυνσης διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος και της κατεύθυνσης της κίνησης. Η μετατόπιση συχνότητας Ντόπλερ έχει ως αποτέλεσμα η συχνότητα του λαμβανόμενου σήματος να μετατοπίζεται κατά

$$f_D = f_0 \frac{v}{c} \cos \gamma$$

όπου c είναι η ταχύτητα διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου στο μέσο διάδοσης. Θα πρέπει να σημειωθεί πως η μετατόπιση συχνότητας Ντόπλερ είναι είτε μεγαλύτερη είτε μικρότερη από 0, ανάλογα με το πρόσημο της ποσότητας $\cos \gamma$, η οποία υποδεικνύει αν ο πομπός κινείται προς τον δέκτη ή μακριά από αυτόν.

Παραβλέποντας προς το παρόν την εξασθένιση και την μετατόπιση φάσης που επηρεάζουν το λαμβανόμενο σήμα, μπορούμε να θεωρήσουμε πως το σήμα στον δέκτη έχει τη μορφή

$$y(t) = A \exp [j2\pi (f_0 - f_D) t]. \quad (2.1)$$

Θα πρέπει να σημειωθεί πως η παραπάνω εξίσωση παραμένει σταθερή υπό την προϋπόθεση πως η ταχύτητα του οχήματος παραμένει αμετάβλητη κατά της διάρκεια της κίνησης. Ενδεχόμενη μεταβολή της ταχύτητας του οχήματος θα έχει ως αποτέλεσμα μια

χρονικά μεταβαλλόμενη f_D στην (2.1).

Γενικότερα, ας θεωρήσουμε την περίπτωση μετάδοσης ενός **ζωνοπερατού (band-pass)** σήματος $x(t)$, λαμβάνοντας υπόψιν την εξασθένηση $\alpha(t)$ και την **καθυστέρηση (delay)** $\tau(t)$. Η σύνθετη **περιβάλλουσα (envelope)** του λαμβανόμενου σήματος θα είναι

$$\tilde{y}(t) = \alpha(t) e^{-j\theta(t)} \tilde{x}[t - \tau(t)]$$

όπου

$$\theta(t) = 2\pi [(f_0 + f_D)\tau(t) - f_D t].$$

Το ίδιο κανάλι μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα χρονικά μεταβαλλόμενο γραμμικό σύστημα με ισοδύναμη **κρουστική απόκριση (impulse response)** [65]

$$h(t; \tau) = 2\alpha(t) e^{-j\theta(t)} \delta[t - \tau(t)].$$

2.2.2.2 Κατηγοριοποίηση Διαλείψεων

Μια απλή αλλά χρήσιμη κατηγοριοποίηση των καναλιών διαλείψεων μπορεί να πραγματοποιηθεί βάσει του ορισμού δύο ποσοτήτων, του **χρόνου συμφωνίας (coherence time)** και του **ζωνικού εύρους συμφωνίας (coherence bandwidth)** του φυσικού καναλιού [67].

Όπως αναφέραμε στην προηγούμενη υποενότητα, οι διαλείψεις λόγω πολυδιαδρομικής διάδοσης εμφανίζονται εξαιτίας της λήψης σημάτων τα οποία έχουν ακολουθήσει διαφορετικές διαδρομές και ως εκ τούτου έχουν διαφορετική μετατόπιση συχνότητας Ντόπλερ. Όταν ο πομπός και ο δέκτης βρίσκονται σε σχετική κίνηση με σταθερή ακτινική ταχύτητα, τότε το φαινόμενο Ντόπλερ σε συνδυασμό με την πολυδιαδρομική διάδοση προκαλούν **συχνοεπιλεκτική διάλειψη (frequency selective fading)** και **χρονοεπιλεκτική διάλειψη (time selective fading)**.

Ας θεωρήσουμε τα εν λόγω μονοπάτια διάδοσης, τα οποία χαρακτηρίζονται από διαφορετική καθυστέρηση και εξασθένηση, και ας μελετήσουμε πως μεταβάλλονται συναρτήσει του χρόνου με αποτέλεσμα να παράγουν μια χρονομεταβαλλόμενη απόκριση καναλιού. Αρχικά, θα πρέπει να σημειωθεί οι εξασθενήσεις των διαφορετικών διαδρομών παρουσιάζουν σημαντικές μεταβολές με πολύ χαμηλότερο ρυθμό από οι αντίστοιχες σημαντικές μεταβολές των φάσεων. Έστω ότι $\tau_i(t)$ είναι η καθυστέρηση της i -οστής διαδρομής. Τότε, η αντίστοιχη φάση είναι $2\pi f_0(t - \tau_i(t))$, η οποία μεταβάλλεται κατά 2π όταν η $\tau_i(t)$ μεταβάλλεται κατά $1/f_0$ ή αντίστοιχα όταν το μήκος της διαδρομής μεταβάλλεται κατά c/f_0 . Αν το μήκος της διαδρομής μεταβάλλεται με ταχύτητα v_i αυτή η μεταβολή πραγματοποιείται εντός ενός χρονικού διαστήματος $c/(f_0 v_i)$, δηλαδή την αντίστροφη τιμή της μετατόπισης Ντόπλερ i -οστής διαδρομής. Συνεπώς, σημαντικές μεταβολές στο κανάλι πραγματοποιούνται εντός ενός χρονικού διαστήματος T_c , η τά-

ξη μεγέθους του οποίου είναι αντίστροφη της **εξάπλωσης Ντόπλερ (Doppler spread)** B_d , η οποία ισούται με τη μέγιστη μετατόπιση Ντόπλερ μεταξύ των μετατοπίσεων των διαφορετικών μονοπατιών. Το χρονικό διάστημα T_c ονομάζεται χρόνος συμφωνίας του καναλιού και ορίζεται ως

$$T_c \triangleq \frac{1}{B_d}.$$

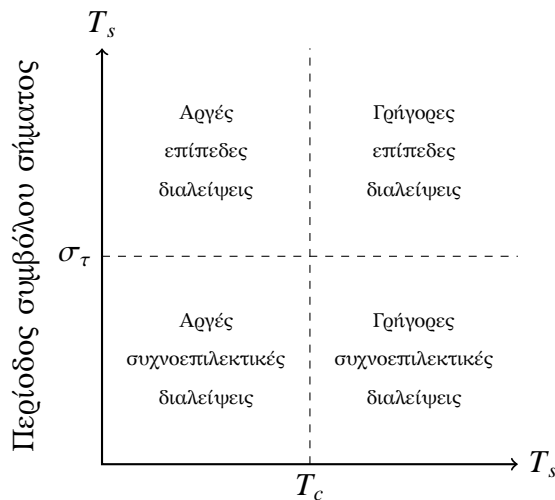
Βάσει των παραπάνω, μπορεί εύκολα να γίνει αντιληπτό πως, λόγω του T_c , τα μεταδιδόμενα σύμβολα επηρεάζονται από διαφορετικά είδη διαλείψεων ανάλογα με τη διάρκεια τους. Ειδικότερα, εάν η χρονική διάρκεια T_s ενός συμβόλου είναι μικρότερη από το χρόνο συμφωνίας T_c του καναλιού, τότε το σήμα θα ληφθεί αναλλοίωτο. Στην αντίθετη περίπτωση, όταν η T_s είναι μεγαλύτερη από τον T_c , παρατηρείται αλλοίωση του λαμβανόμενου σήματος, η οποία ερμηνεύεται ως η καθυστέρηση μεταξύ δύο χρονικών **συνιστωσών (components)** του σήματος πέρα των οποίων οι εξασθενήσεις τους είναι ανεξάρτητες. Γενικότερα, ένα ασύρματο κανάλι μετάδοσης είναι χρονοεπιλεκτικό αν $T_s \gtrsim T_c$.

Ο χρόνος συμφωνίας υποδεικνύει πόσο γρήγορα μεταβάλλεται ένα κανάλι διαλείψεων συναρτήσει του χρόνου. Παρομοίως, στο πεδίο της συχνότητας, το ζωνικό εύρος συμφωνίας υποδεικνύει πόσο γρήγορα μεταβάλλεται το κανάλι συναρτήσει της συχνότητας. Έστω δύο μονοπάτια i και j με διαφορά φάσης $2\pi f(\tau_i(t) - \tau_j(t))$. Η διαφορά φάσης μεταβάλλεται σημαντικά όταν η συχνότητα f μεταβάλλεται κατά μια ποσότητα ανάλογη με την αντίστροφη τιμή της διαφοράς $\tau_i(t) - \tau_j(t)$. Συνεπώς, σημαντικές μεταβολές στο κανάλι πραγματοποιούνται όταν η μεταβολή της συχνότητας υπερβαίνει την αντίστροφη τιμή της **εξάπλωσης καθυστέρησης (delay spread)** σ_τ , η οποία ισούται με τη μέγιστη τιμή των διαφορών $\tau_i(t) - \tau_j(t)$ των διαφορετικών μονοπατιών. Το εύρος ζώνης B_c ονομάζεται ζωνικό εύρος συμφωνίας του καναλιού και ορίζεται ως

$$B_c \triangleq \frac{1}{\sigma_\tau}.$$

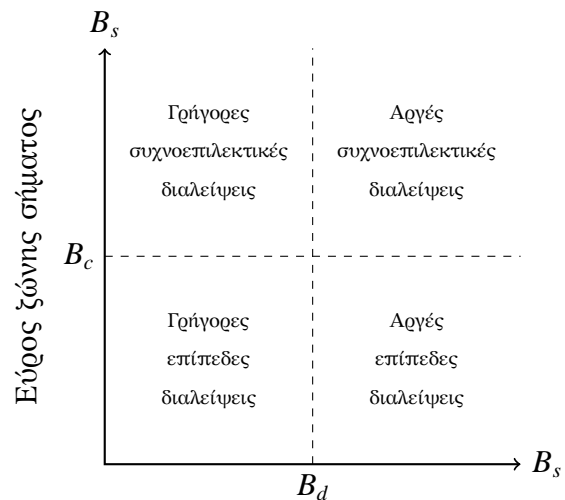
Το ζωνικό εύρος συμφωνίας υποδεικνύει το εύρος ζώνης πέραν του οποίου παρατηρείται σημαντική αλλοίωση του μεταδιδόμενου σήματος. Με άλλα λόγια, το ζωνικό εύρος συμφωνίας είναι ο διαχωρισμός συχνοτήτων στον οποίο δύο φασματικές συνιστώσες υπόκεινται σε ανεξάρτητες εξασθενήσεις. Γενικώς, ένα σήμα με $B_s \gtrsim B_c$ υπόκειται σε συχνοεπιλεκτική διάλεια. Ειδικότερα, η περιβάλλουσα και η φάση δύο μη διαμορφωμένων φερουσών σε διαφορετικές συχνότητες θα είναι εμφανώς διαφορετικές αν ο διαχωρισμός συχνοτήτων υπερβαίνει το B_c , καθώς σε αυτή την περίπτωση η διασυσχέτιση των διακυμάνσεων διάλειψης των δύο σημάτων τείνει προς το 0. Ο όρος συχνοεπιλεκτική διάλεια εκφράζει την έλλειψη της συσχέτισης μεταξύ των διαφορετικών φασματικών συνιστωσών του σήματος.

Εξαιτίας αυτών των μηχανισμών, ένα ραδιοσήμα το οποίο διαδίδεται σε ένα ασύρ-



Περίοδος συμβόλου σήματος

Σχήμα 2.5.1: βάσει της T_s



Εύρος ζώνης σήματος

Σχήμα 2.5.2: βάσει του B_s

Σχήμα 2.5: Κατηγοριοποίηση διαλείψεων.

ματο κινητό κανάλι επηρεάζεται από διαφορετικά είδη διαλείψεων ανάλογα με τις παραμέτρους του σήματος (εύρος ζώνης, περίοδος συμβόλου) και τα χαρακτηριστικά του καναλιού (εξάπλωση καθυστέρησης, εξάπλωση Ντόπλερ). Για παράδειγμα όταν το εύρος ζώνης B_s του εκπεμπόμενου σήματος είναι μεγαλύτερο από το ζωνικό εύρος συμφωνίας B_c του καναλιού και όταν η εξάπλωση καθυστέρησης σ_τ είναι μεγαλύτερη της περιόδου του συμβόλου, τότε έχουμε συχνοεπιλεκτικές διαλείψεις, αλλιώς έχουμε **επίπεδες διαλείψεις (flat fading)**. Αντίστοιχα, εάν η χρονική διάρκεια T_s ενός συμβόλου είναι μεγαλύτερη από το χρόνο συμφωνίας T_c ενός καναλιού και το εύρος ζώνης B_s του εκπεμπόμενου σήματος είναι μικρότερο από την εξάπλωση Ντόπλερ B_d , τότε έχουμε **γρήγορες διαλείψεις (fast fading)**, διαφορετικά έχουμε **αργές διαλείψεις (slow fading)**. Ο διαχωρισμός αυτός μπορεί να γίνει ευκολότερα κατανοητός παρατηρώντας το Σχήμα 2.5.

Στην παρούσα διδακτορική διατριβή έχει θεωρηθεί ένα **στενοζωνικό (narrowband)** μοντέλο καναλιού στο οποίο το εύρος ζώνης του σήματος είναι μικρότερο από το ζωνικό εύρος συμφωνίας. Σε αυτή την περίπτωση όλες οι φασματικές συνιστώσες του μεταδιδόμενου σήματος επηρεάζονται από την ίδια τυχαία εξασθένηση και μετατόπιση φάσης, και το κανάλι είναι επίπεδο. Αυτό συνεπάγεται πως οι διαλείψεις επηρεάζουν το σήμα πολλαπλασιαστικά, δηλαδή αν $x(t)$ είναι το μεταδιδόμενο σήμα και $z(t)$ είναι ο προσθετικός θόρυβος, τότε το λαμβανόμενο σήμα έχει τη μορφή

$$R(t) e^{j\Theta(t)} x(t) + z(t). \quad (2.2)$$

Επιπρόσθετα, αν η τυχαία διαδικασία $R(t) e^{j\Theta(t)}$ (2.2), η οποία μοντελοποιεί την διάλει-

ψη, παραμένει σταθερή σε όλη τη διάρκεια της μετάδοσης ενός στοιχειώδους σήματος και μεταβάλλεται από σήμα σε σήμα, τότε το κανάλι είναι επίπεδο κανάλι με αργές διαλείψεις.

Παράλληλα, αν υποθέσουμε πως η διάλειψη είναι τόσο αργή που μπορούμε να εκτιμήσουμε με επαρκή ακρίβεια την φάση Θ ώστε να την αντισταθμίσουμε, θεωρήσει η οποία είναι γνωστή ως ιδανική **σύγχρονη αποδιαμόρφωση (coherent demodulation)**, τότε το μοντέλο της (2.2) μπορεί να απλουστευθεί ως

$$Rx(t) + z(t).$$

Συνεπώς για τη μελέτη των καναλιών διαλείψεων στην παρούσα διδακτορική διατριβή θα μας απασχολήσει μόνο η στατιστική του πλάτους των διαλείψεων. Στις επόμενες υποενότητες θα δώσουμε έμφαση σε δύο από τα συνηθέστερα στατιστικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή των απωλειών διαλείψεων, τις κατανομές Ρέιλεϊ και Ρίσιαν.

2.2.2.3 Διαλείψεις Ρέιλεϊ

Σε ένα κινητό ραδιοκανάλι ξηράς, μπορούμε να υποθέσουμε πως το απευθείας σήμα εμποδίζεται και η κινητή μονάδα λαμβάνει μόνο ανακλώμενα κύματα. Όταν το πλήθος των ανακλώμενων κυμάτων είναι μεγάλο τότε, σύμφωνα με το κεντρικό οριακό θεώρημα, δύο συνιστώσες σε **ορθογωνισμό (quadrature)** της κρουστικής απόκρισης του καναλιού θα είναι μη συσχετισμένες κανονικές τυχαίες διαδικασίες με μέση τιμή 0 και διακύμανση σ^2 . Ως εκ τούτου, η περιβάλλουσα της κρουστικής απόκρισης του καναλιού σε κάθε χρονική στιγμή ακολουθεί κατανομή πιθανότητας Ρέιλεϊ και η φάση της απόκρισης καναλιού ακολουθεί **ομοιόμορφη (uniform)** κατανομή στο διάστημα από $-\pi$ ως π [68]. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Ρέιλεϊ δίνεται από την

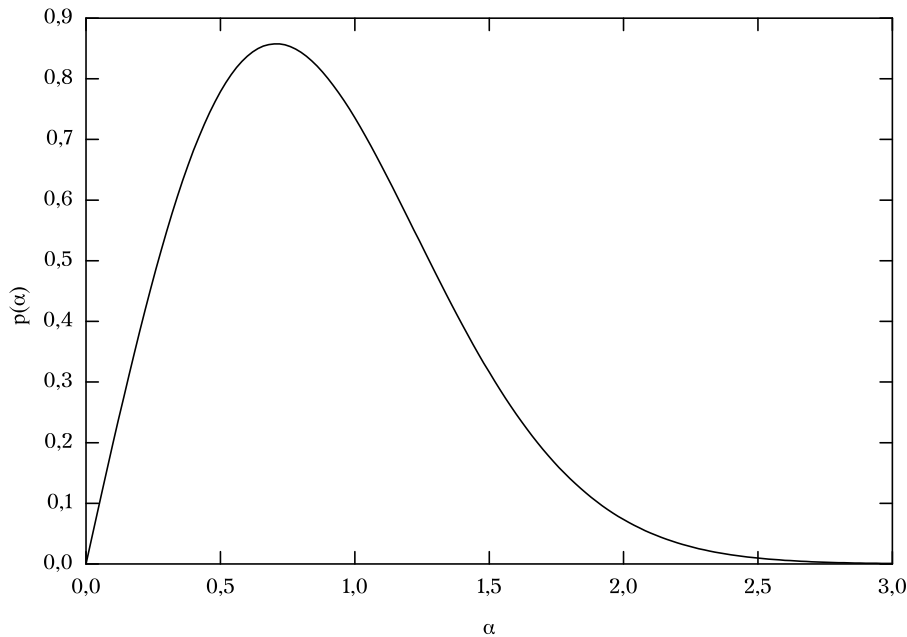
$$p(\alpha) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\sigma_s^2} e^{-\alpha^2/\sigma_s^2} & \text{αν } \alpha \geq 0, \\ 0 & \text{αν } \alpha < 0. \end{cases} \quad (2.3)$$

Η μέση τιμή m_α και η διακύμανση σ_α^2 μιας τυχαίας μεταβλητής που ακολουθεί κατανομή Ρέιλεϊ δίνεται από τις

$$m_\alpha = \frac{\pi}{2} \sigma_s = 1.2533 \sigma_s$$

$$\sigma_\alpha^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \sigma_s^2 = 0.4292 \sigma_s^2$$

Αν η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της (2.3) κανονικοποιηθεί έτσι ώστε η μέση



Σχήμα 2.6: Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κανονικοποιημένης κατανομής Ρέιλεϊ με μοναδιαία ισχύς σήματος.

ισχύς του σήματος $E[\alpha^2]$ να είναι μοναδιαία, τότε η κατανομή Ρέιλεϊ παίρνει τη μορφή

$$p(\alpha) = \begin{cases} 2\alpha e^{-\alpha^2} & \text{αν } \alpha \geq 0, \\ 0 & \text{αν } \alpha < 0. \end{cases} \quad (2.4)$$

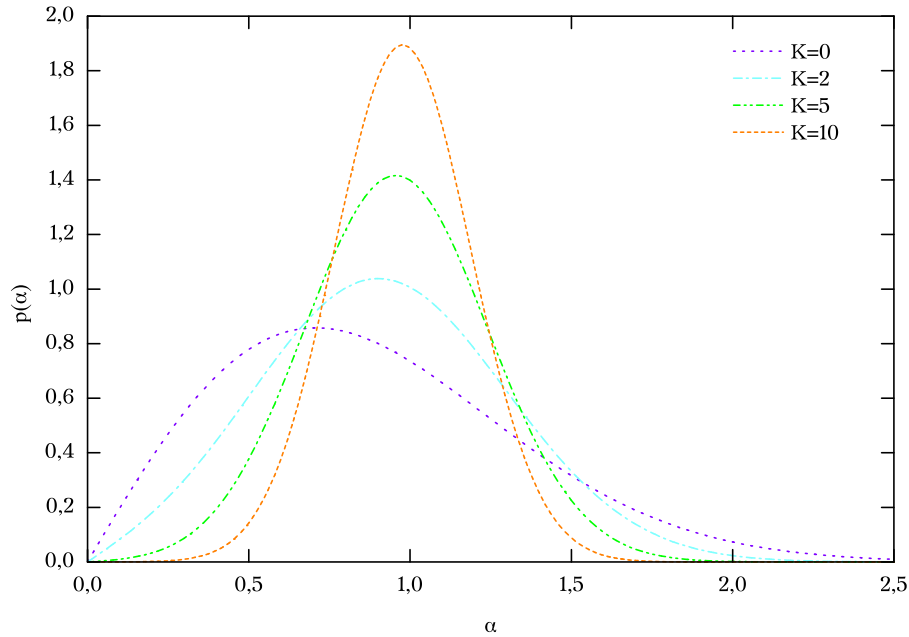
Η μέση τιμή m_α και η διακύμανση σ_α^2 της κανονικοποιημένης κατανομής θα είναι

$$\begin{aligned} m_\alpha &= 0,8862 \\ \sigma_\alpha^2 &= 0,2146. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Η κανονικοποιημένη κατανομή Ρέιλεϊ απεικονίζεται στο Σχήμα 2.6.

2.2.2.4 Διαλείψεις Ρίσιαν

Σε κάποια σενάρια διάδοσης, όπως τα δορυφορικά και τα κινητά **μικροκυψελωτά (microcellular)** ραδιοκανάλια, δεν υπάρχουν ουσιαστικά εμπόδια στη διαδρομή **οπτικής επαφής (line of sight - LOS)**. Το λαμβανόμενο σήμα αποτελείται από ένα απευθείας σήμα και από ένα πλήθος ανακλώμενων σημάτων. Το απευθείας σήμα είναι ένα στάσιμο σήμα με σταθερό πλάτος χωρίς διαλείψεις και τα ανακλώμενα σήματα είναι ανεξάρτητα τυχαία πολυδιαδρομικά σήματα. Το άθροισμά των ανακλώμενων σημάτων καλείται **σκεδασμένη συνιστώσα (scattered component)** του λαμβανόμενου σήματος. Όταν το πλήθος των ανακλώμενων σημάτων είναι μεγάλο, η σκεδασμένη συνιστώσα μπορεί να



Σχήμα 2.7: Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κανονικοποιημένης κατανομής Ρίσιαν με μοναδιαία ισχύς σήματος για διάφορες τιμές του K .

χαρακτηριστεί ως τυχαία διαδικασία που ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 0 και διακύμανση σ_s^2 και η περιβάλλουσα της θα ακολουθεί κατανομή πιθανότητας Ρέιλεϊ.

Το άθροισμα ενός σταθερού απευθείας σήματος και ενός σκεδασμένου σήματος με κατανομή Ρέιλεϊ έχει ως αποτέλεσμα ένα σήμα με κατανομή περιβάλλουσας Ρίσιαν. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Ρίσιαν δίνεται από την

$$p(\alpha) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\sigma_s^2} e^{-\frac{\alpha^2 + D^2}{2\sigma_s^2}} I_0\left(\frac{\alpha D}{\sigma_s^2}\right) & \text{αν } \alpha \geq 0, \\ 0 & \text{αν } \alpha < 0, \end{cases} \quad (2.6)$$

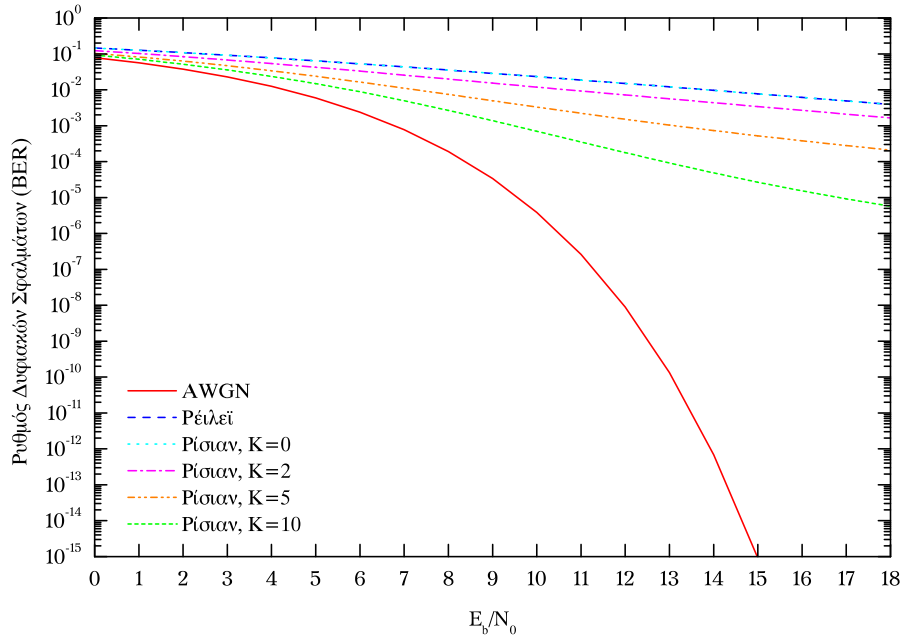
όπου D^2 είναι η ισχύς του άμεσου σήματος και $I_0(\cdot)$ είναι η τροποποιημένη **συνάρτηση Μπέσελ (Bessel function)** πρώτου είδους μηδενικής τάξης.

Υποθέτοντας πως η συνολική μέση ισχύς του σήματος έχει κανονικοποιηθεί στη μονάδα, τότε η Εξίσωση 2.6 γίνεται

$$p(\alpha) = \begin{cases} 2\alpha(1+K)e^{-K-(1+K)\alpha^2} I_0\left(2\alpha\sqrt{K(K+1)}\right) & \text{αν } \alpha \geq 0, \\ 0 & \text{αν } \alpha < 0, \end{cases} \quad (2.7)$$

όπου K είναι ο παράγοντας Ρίσιαν που υποδηλώνει τον λόγο ισχύος των άμεσων προς των σκεδασμένων συνιστωσών του σήματος. Ο παράγοντας Ρίσιαν δίνεται από την

$$K = \frac{D^2}{2\sigma_s^2}.$$



Σχήμα 2.8: Επίδοση BER μη κωδικοποιημένων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων σε κανάλια AWGN, Ρέιλεϊ και Ρίσαν.

Η μέση τιμή και η διακύμανση μιας τυχαίας μεταβλητής που ακολουθεί κατανομή Ρίσαν δίνεται από τις

$$m_{\alpha} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{1+K}} e^{-\frac{K}{2} [(1+K)I_0(\frac{K}{2}) + KI_1(\frac{K}{2})]} \quad (2.8)$$

$$\sigma_{\alpha}^2 = 1 - m_{\alpha}^2$$

όπου $I_1(\cdot)$ είναι η τροποποιημένη συνάρτηση Μπέσελ πρώτου είδους πρώτης τάξης. Μικρές τιμές του K υποδηλώνουν ένα εντόνως διαλειπτικό κανάλι. Για $K = 0$, δεν υπάρχει απευθείας συνιστώσα σήματος και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας Ρίσαν ισούται με τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας Ρέιλεϊ. Αντιθέτως, μεγάλες τιμές του K υποδηλώνουν ένα ελαφρώς διαλειπτικό κανάλι. Όταν το K προσεγγίζει το άπειρο δεν υπάρχει καθόλου διάλειψη και προκύπτει το κανάλι AWGN. Οι κατανομές Ρίσαν για διάφορες τιμές του K απεικονίζονται στο Σχήμα 2.7. Επιπλέον, στο Σχήμα 2.8 απεικονίζεται η επίδοση BER μη κωδικοποιημένων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων για όλα τα κανάλια υπό μελέτη.

2.3 Θεωρία Κωδικοποίησης Καναλιού

Η θεωρία κωδικοποίησης καναλιού ασχολείται με τη μελέτη μεθόδων για την αποτελεσματική και ορθή μεταφορά των δεδομένων από την πηγή στον προορισμό. Ειδικότερα, η θεωρία κωδικοποίησης καναλιού ασχολείται με το πρόβλημα της ανίχνευσης και της

διόρθωσης των σφαλμάτων μετάδοσης που προκαλούνται από τα εγγενή χαρακτηριστικά των επικοινωνιακών καναλιών. Όπως είδαμε στο Υποκεφάλαιο 2.2, στα κανάλια επικοινωνίας, μέσω των οποίων μεταδίδονται τα δεδομένα, επενεργούν ο θόρυβος και οι διαλείψεις, προκαλώντας αλλοίωση των μεταδιδόμενων δεδομένων. Το υποκεφάλαιο αυτό χωρίζεται σε δύο ενότητες. Η πρώτη ενότητα αναφέρεται σε βασικές παραδοχές και ορισμούς της κωδικοποίησης ελέγχου σφαλμάτων ενώ η δεύτερη ενότητα αναφέρεται στους γραμμικούς κώδικες συστάδας.

2.3.1 Κωδικοποίηση Ελέγχου Σφαλμάτων

Η βασική ιδέα της κωδικοποίησης ελέγχου σφαλμάτων είναι η σκόπιμη εισαγωγή πλεονασμού σε ένα ψηφιακό μήνυμα έτσι ώστε να συναχθεί σωστά από τον δέκτη, ακόμα και όταν κάποια από τα σύμβολα έχουν αλλοιωθεί κατά την μετάδοση. Τα οφέλη της αύξησης της αξιοπιστίας των μεταδιδόμενων δεδομένων λόγω της χρήσης διόρθωσης σφαλμάτων μπορούν να αξιοποιηθούν για τη μείωση της απαιτούμενης ισχύος μετάδοσης ή του απαιτούμενου εύρους ζώνης.

Ένας q -αδικός $[n, k, d_{min}]$ ECC **συστάδας (block)** με ρυθμό $R = k/n$ αντιστοιχίζει ένα μήνυμα k συμβόλων σε μία κωδικολέξη $n > k$ συμβόλων όπου κάθε σύμβολο είναι ένα από τα q δυνατά στοιχεία [69]. Ο αποκωδικοποιητής λαμβάνει ένα διάνυσμα μήκους n , το οποίο δεν αντιστοιχεί απαραίτητα σε μια κωδικολέξη, και χρησιμοποιεί τη δομή του κώδικα για να προσδιορίσει ποιο μήνυμα στάλθηκε.

Η **απόσταση Χάμμινγκ (Hamming distance)** μεταξύ δύο κωδικολέξεων είναι ο αριθμός των συμβόλων στα οποία διαφέρουν. Η **ελάχιστη απόσταση (minimum distance)** d_{min} ενός κώδικα είναι η μικρότερη απόσταση Χάμμινγκ μεταξύ οποιουδήποτε ζεύγους κωδικολέξεων του κώδικα και αποτελεί ένα μέτρο προσδιορισμού της ικανότητας διόρθωσης σφαλμάτων του κώδικα [69]. Γενικώς, για έναν κώδικα με ελάχιστη απόσταση d_{min} μπορούν να εντοπιστούν t σφάλματα δυφίων όταν ισχύει

$$t < d_{min}.$$

Παρομοίως, για έναν κώδικα με ελάχιστη απόσταση d_{min} μπορούν να διορθωθούν πάντα e σφάλματα δυφίων επιλέγοντας την πλησιέστερη κωδικολέξη, από πλευράς απόστασης Χάμμινγκ, στο ληφθέν διάνυσμα όταν ισχύει

$$e \leq \lfloor (d_{min} - 1) / 2 \rfloor,$$

όπου $\lfloor x \rfloor$ είναι ο μεγαλύτερος ακέραιος ο οποίος κατ' ανώτερο όριο είναι ίσος με x [24].

Για τη διόρθωση των σφαλμάτων ο αποκωδικοποιητής πρέπει να προσδιορίσει την πιθανότερη μεταδοθείσα ακολουθία. Συνεπώς, η αποκωδικοποίηση μπορεί να γίνει μόνο βάσει του ληφθέντος διανύσματος, επιλέγοντας την κωδικολέξη με την μικρότερη

απόσταση Χάμμινγκ. Όταν υπάρχουν περισσότερες της μιας κωδικολέξεις με την ίδια απόσταση Χάμμινγκ τότε ο αποκωδικοποιητής επιλέγει τυχαία κάποια από αυτές. Ο αποκωδικοποιητής αυτού του είδους ονομάζεται αποκωδικοποιητής **μέγιστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood - ML)** διότι είναι βέβαιο πως θα επιστρέψει την πιο πιθανή κωδικολέξη.

2.3.2 Γραμμικοί κώδικες συστάδας

Έστω ένας απλός γραμμικός δυαδικός κώδικας C με στοιχεία από το δυαδικό πεδίο Γκαλουά (Galois Field - GF), $GF(2)$, παράγει 6-δύφιες κωδικολέξεις c με δομή

$$c = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6],$$

όπου κάθε στοιχείο $c_i \in GF(2)$, δηλαδή είναι είτε 0 ή 1, και κάθε κωδικολέξη c περιορίζεται από τρεις **εξισώσεις ελέγχου ισοτιμίας (parity-check equations)**

$$\begin{aligned} c_1 \oplus c_2 \oplus c_4 &= 0 \\ c_2 \oplus c_3 \oplus c_5 &= 0 \\ c_1 \oplus c_2 \oplus c_3 \oplus c_6 &= 0. \end{aligned} \tag{2.9}$$

Ο τελεστής \oplus αναπαριστά την πρόσθεση σε αριθμητική **μόντουλο δύο (modulo-2)**, η οποία ισούται με 1 αν το συνήθες άθροισμα τους είναι μονός αριθμός και 0 αν είναι ζυγός αριθμός. Οι εξισώσεις ελέγχου ισοτιμίας της (2.9) μπορούν να γραφούν με την μορφή πίνακα ως εξής:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_H \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{2.10}$$

όπου ο πίνακας H ονομάζεται πίνακας ελέγχου ισοτιμίας. Κάθε γραμμή του πίνακα H αντιστοιχεί σε μια εξίσωση ελέγχου ισοτιμίας και κάθε στήλη σε ένα δυφίο της κωδικολέξης. Ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας για έναν δυαδικό κώδικα με $m = n - k$ εξισώσεις ελέγχου ισοτιμίας και μήκος κωδικολέξης n είναι ένας $m \times n$ δυαδικός πίνακας [70]. Ένα διάνυσμα $r = [r_1 \ r_2 \ r_3 \ r_4 \ r_5 \ r_6]$ είναι έγκυρη κωδικολέξη αν και μόνο αν ικανοποιεί τον περιορισμό

$$Hr^T = 0. \tag{2.11}$$

Συνεπώς, τα σφάλματα κάθε ληφθείσας κωδικολέξης που δεν ικανοποιούν τον περιορισμό της (2.11) μπορούν να εντοπιστούν μέσω του διανύσματος

$$s = Hr^T,$$

το οποίο ονομάζεται **σύνδρομο (syndrome)** της κωδικολέξης και υποδεικνύει ποιοι περιορισμοί δεν ικανοποιούνται.

Ένας ECC μπορεί να περιγραφεί μέσω περισσοτέρων του ενός πίνακες ελέγχου ισοτιμίας. Ωστόσο, σε κάθε περίπτωση, ο πίνακας H είναι έγκυρος πίνακας ελέγχου ισοτιμίας υπό την προϋπόθεση πως η (2.11) ισχύει για κάθε κωδικολέξη. Παρομοίως, δύο πίνακες παράγουν τον ίδιο κώδικα αν αντιστοιχίζουν κάθε μήνυμα στην ίδια κωδικολέξη. Επιπλέον, δύο πίνακες ελέγχου ισοτιμίας για τον ίδιο κώδικα δεν είναι απαραίτητο να έχουν τον ίδιο αριθμό γραμμών· παρολαυτά, ο βαθμός του πίνακα στο πεδίο $GF(q)$ και των δύο πινάκων πρέπει να είναι ο ίδιος καθώς ο αριθμός των συμβόλων πληροφορίας, k , ενός q -αδικού ECC είναι

$$k = n - \text{rank}_q(H),$$

όπου $\text{rank}_q(H)$ είναι ο αριθμός των γραμμών του πίνακα H που είναι γραμμικώς ανεξάρτητες στο πεδίο $GF(q)$. Συνεπώς, ένας κώδικας με k δυφία πληροφορίας περιέχει 2^k κωδικολέξεις οι οποίες είναι υποσύνολο των 2^n δυαδικών διανυσμάτων μήκους n .

Για την παραγωγή της κωδικολέξης για ένα δεδομένο μήνυμα, οι περιορισμοί της (2.9) μπορούν να γραφούν ως εξής:

$$\begin{aligned} c_4 &= c_1 \oplus c_2 \\ c_5 &= c_2 \oplus c_3 \\ c_6 &= c_1 \oplus c_2 \oplus c_3, \end{aligned} \tag{2.12}$$

όπου c_1, c_2 και c_3 είναι τα δυφία πληροφορίας και c_4, c_5 και c_6 είναι τα δυφία ελέγχου ισοτιμίας. Έτσι, παραδείγματος χάριν, το μήνυμα $u = [1 \ 1 \ 0]$ παράγει τα δυφία ελέγχου ισοτιμίας $c_4 = 1 \oplus 1 = 0$, $c_5 = 1 \oplus 0 = 1$ και $c_6 = 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$, και ως εκ τούτου την κωδικολέξη $c = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$. Καθώς ο κώδικας είναι γραμμικός, οι περιορισμοί της (2.12) μπορούν να γραφούν με την μορφή πίνακα ως εξής:

$$\left[\begin{array}{cccccc} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & c_6 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc} c_1 & c_2 & c_3 \end{array} \right] \underbrace{\left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right]}_G,$$

όπου ο πίνακας G ονομάζεται **γεννήτορας πίνακας (generator matrix)** και αναπαριστά μια βάση **αμφιμονοσήμαντης απεικόνισης (one-to-one mapping)** μεταξύ των

μηνυμάτων και των κωδικολέξεων [70]. Τα δυφία πληροφορίας συμβατικά αναπαρίστανται με το διάνυσμα $u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_k]$. Συνεπώς, η κωδικολέξη c που αντιστοιχεί σε ένα δυαδικό μήνυμα u μπορεί να υπολογιστεί βάσει της εξίσωσης

$$c = uG. \quad (2.13)$$

Ο γεννήτορας πίνακας ενός δυαδικού κώδικα με k δυφία πληροφορίας και μήκος κωδικολέξης n είναι ένας $k \times n$ δυαδικός πίνακας, ο **γραμμοχώρος (row space)** του οποίου είναι κάθετος στον γραμμοχώρο του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας. Δηλαδή, αν ο G είναι ο γεννήτορας πίνακας για έναν κώδικα με πίνακα ελέγχου ισοτιμίας H τότε

$$GH^T = 0. \quad (2.14)$$

Ο γεννήτορας πίνακας ενός κώδικα με πίνακα ελέγχου ισοτιμίας H μπορεί να υπολογιστεί πραγματοποιώντας **απαλοιφή Γκάους-Τζόρνταν (Gauss-Jordan elimination)** στον πίνακα H έτσι ώστε να αποκτήσει τη μορφή

$$H = [A, I_{n-k}],$$

όπου A είναι ένας $(n - k) \times k$ δυαδικός πίνακας και I_{n-k} είναι ένας **πίνακας ταυτότητα (identity matrix)** (μοναδιαίος πίνακας) τάξης $n - k$ [71]. Κατόπιν αυτού του μετασχηματισμού, ο γεννήτορας πίνακας θα ισούται με

$$G = [I_k, A^T].$$

Για τον υπολογισμό του υποπίνακα A , ο πίνακας H μετασχηματίζεται χρησιμοποιώντας δύο τύπους στοιχειωδών πράξεων που μπορούν να εφαρμοστούν στις γραμμές του πίνακα: την ανταλλαγή δύο γραμμών και την αντικατάσταση μιας γραμμής από το άθροισμα του εαυτού της με κάποια άλλη γραμμή. Όπως είναι γνωστό από τη γραμμική άλγεβρα, δυο πίνακες είναι ισοδύναμοι ως προς τις γραμμές αν και μόνο αν ο ένας μπορεί να ληφθεί από τον άλλο με μια σειρά των προαναφερθέντων στοιχειωδών πράξεων γραμμών. Συνεπώς, χρησιμοποιώντας τις παραπάνω πράξεις στον πίνακα H , ο τροποποιημένος πίνακας ελέγχου ισοτιμίας H' θα παράγει το ίδιο σύνολο κωδικολέξεων με τον αρχικό.

Έστω ότι επιθυμούμε να αντιστοιχίσουμε ένα μήνυμα 5 συμβόλων σε μία κωδικολέξη

10 συμβόλων μέσω του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Αρχικά, ο πίνακας H πρέπει να μετασχηματιστεί σε **μορφή κλιμακωτής διάταξης (row echelon form)** έτσι ώστε όλες οι μηδενικές γραμμές να βρίσκονται στο κάτω μέρος του πίνακα και το πρώτο 1, το οποίο ονομάζεται 'οδηγός', κάθε κατώτερης γραμμής να είναι σε δεξιότερη στήλη σε σχέση με τη θέση του πρώτου 1 όλων των ανώτερων γραμμών [71]. Οι δύο πρώτες γραμμές του πίνακα H βρίσκονται ήδη στην κατάλληλη μορφή ενώ ο 'οδηγός' της τρίτης γραμμής δεν βρίσκεται στη σωστή θέση. Για το λόγο αυτό η τρίτη γραμμή ανταλλάσσεται με την πέμπτη γραμμή. Ομοίως, η τέταρτη και η πέμπτη γραμμή αντικαθίστανται από το άθροισμα σε αριθμητική μόντουλο δύο της πρώτης και της τέταρτης γραμμής, και της μετασχηματισμένης τέταρτης και της πέμπτης γραμμής, αντίστοιχα.

Ο πίνακας σε μορφή κλιμακωτής διάταξης H_r που προκύπτει είναι

$$H_r = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Έπειτα, ο πίνακας H_r πρέπει να μετασχηματιστεί σε **μορφή περιορισμένης κλιμακωτής διάταξης (reduced row echelon form)** έτσι ώστε σε κάθε στήλη 'οδηγό' του, δηλαδή σε κάθε στήλη που περιέχεται ο 'οδηγός' μιας γραμμής, να μην περιέχονται άλλα μη μηδενικά στοιχεία εκτός από τον 'οδηγό' [71]. Η πρώτη στήλη του πίνακα H_r βρίσκεται ήδη στην κατάλληλη μορφή ενώ το στοιχείο πάνω από τον 'οδηγό' της δεύτερης γραμμής εξαλείφεται αντικαθιστώντας την πρώτη γραμμή με το άθροισμα σε αριθμητική μόντουλο δύο της πρώτης και της δεύτερης γραμμής. Παρομοίως, τα στοιχεία πάνω από τον 'οδηγό' της τρίτης γραμμής εξαλείφονται αντικαθιστώντας τη δεύτερη γραμμή με το άθροισμα σε αριθμητική μόντουλο δύο της δεύτερης και της τρίτης γραμμής. Αντίστοιχα, τα στοιχεία πάνω από τον 'οδηγό' της τέταρτης γραμμής εξαλείφονται αντικαθιστώντας την πρώτη γραμμή με το άθροισμα σε αριθμητική μόντουλο δύο της πρώτης και της τέταρτης γραμμής. Τέλος, τα στοιχεία πάνω από τον 'οδηγό' της πέμπτης γραμμής εξαλείφονται αντικαθιστώντας την πέμπτη γραμμή με το άθροισμα σε αριθμητική μόντουλο δύο της πέμπτης, της πρώτης, της δεύτερης και της τέταρτης γραμμής.

Ο πίνακας H_{rr} σε μορφή περιορισμένης κλιμακωτής διάταξης που προκύπτει είναι

$$H_{rr} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Τέλος, ο πίνακας H_{rr} πρέπει να μετασχηματιστεί σε **τυποποιημένη μορφή (standard form)** χρησιμοποιώντας **μεταθέσεις (permutations)** σπλών κατά τέτοιο τρόπο ώστε οι στήλες του πίνακα H_{rr} που περιέχουν τους 'οδηγούς' κάθε γραμμής να βρίσκονται στις τελευταίες m στήλες του τυποποιημένου πίνακα H_{std} [71].

Ο πίνακας σε τυποποιημένη μορφή H_{std} που προκύπτει είναι

$$H_{std} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Σε αυτό το τελευταίο βήμα χρησιμοποιήθηκαν μεταθέσεις σπλών και ως εκ τούτου οι κωδικολέξεις του πίνακα H_{std} θα είναι μετατεθειμένες εκδοχές των κωδικολέξεων που αντιστοιχούν στον πίνακα H . Μια λύση στο συγκεκριμένο ζήτημα είναι να καταγραφούν οι μεταθέσεις των σπλών για την κατασκευή του πίνακα H_{std} , οι οποίες στην προκειμένη περίπτωση είναι

$$\Pi = [6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$$

και να εφαρμόζεται η αντίστροφη μετάθεση πριν τη μετάδοση κάθε κωδικολέξης [71].

Εναλλακτικά, αν το κανάλι είναι **αμνήμον (memoryless)**, οπότε η σειρά των δυφίων της κωδικολέξης δεν είναι σημαντική, μια απλούστερη λύση είναι να εφαρμοστούν οι μεταθέσεις των σπλών απευθείας στον αρχικό πίνακα H παράγοντας τον πίνακα

$$H' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Βάσει της (2.14), ο γεννήτορας πίνακας G που προκύπτει από τον πίνακα ελέγχου

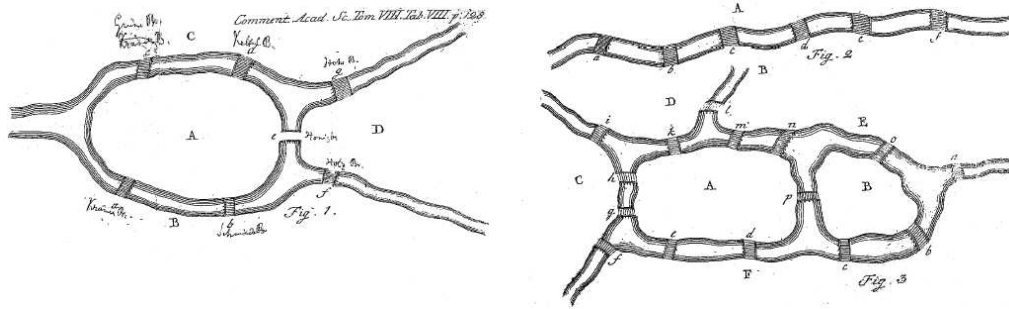
ισοτιμίας H_{std} και H' είναι

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ο παραπάνω μετασχηματισμός μπορεί να πραγματοποιηθεί απογραμμικά και έπειτα ο κωδικοποιητής και ο αποκωδικοποιητής να τροφοδοτηθούν με τους πίνακες G και H' , αντίστοιχα [71].

2.4 Θεωρία Γράφων

Ένα μεγάλο τμήμα της διδακτορικής διατριβής χρησιμοποιεί έννοιες και ορολογία από το μαθηματικό πεδίο της θεωρίας γράφων. Η θεωρία γράφων θεμελιώθηκε το 1736 από τον Ελβετό μαθηματικό και φυσικό **Λέοναρντ Πωλ Όυλερ (Leonhard Paul Euler)** το 1736, ο οποίος μελέτησε το πρόβλημα της γέφυρας του **Κόνιγκσμπεργκ (Königsberg)** (σημερινό **Καλίνινγκραντ (Kaliningrad)**). Το πρόβλημα μελετά την ύπαρξη μιας διαδρομής n οποία να διασχίζει κάθε μία από τις επτά γέφυρες του Κόνιγκσμπεργκ ακριβώς μία φορά έχοντας το ίδιο σημείο αφετηρίας και τερματισμού [72]. Όπως είναι προφανές, ο περίπατος πρέπει να αρχίσει ή να περατωθεί σε μια από τις περιοχές που συνδέονται με τρεις γέφυρες. Αυτό διότι ο περιπατητής πρέπει να διαβεί τις δύο από τις τρεις προς την ίδια κατεύθυνση και την τρίτη αντιστρόφως. Το ίδιο ισχύει και για τις τρεις περιοχές που διαθέτουν τρεις γέφυρες. Ένας περίπατος όμως έχει μια αρχή και ένα τέλος. Ως εκ τούτου το ζητούμενο είναι αδύνατο. Το πρόβλημα αυτό, που έχει αρνητική λύση, ανήκει στην τοπολογία και δεν μεταβάλλεται καθόλου αν κάποιος σχεδιάσει το διάγραμμα πάνω σε ελαστικό ύφασμα και το παραμορφώσει με οποιονδήποτε τρόπο, υπό την προϋπόθεση ότι δεν θα διαρραγεί καμία από τις γέφυρες. Δηλαδή, δεν συμβαίνει καμία αλλαγή στο πρόβλημα εάν μεταβληθεί το σχήμα ή το μέγεθος των γεφυρών, του ποταμού και των τμημάτων της γης, και γενικά εάν δεν αλλάξει η μεταξύ τους διασύνδεση. Αν αντικαταστήσουμε τα τμήματα της γης με κόμβους και τις γέφυρες με ακμές θα προκύψει ένα σχήμα που αποτελεί τον γράφο που περιγράφει την τοπολογία του προβλήματος [73]. Παρότι τα πρώτα θεμέλια της θεωρίας των γράφων τέθηκαν το 1736, η συστηματική μελέτη της θεωρίας των γράφων καθώς και η συγγραφή του πρώτου βιβλίου πραγματοποιήθηκε περίπου 200 χρόνια αργότερα, κατά τη δεκαετία του 1930, από τον Ούγγρο μαθηματικό **Ντεν Κόνιγκ (Dénes König)** [74]. Έκτοτε, η θεωρία γράφων έχει εξελιχθεί σε ένα εκτεταμένο και δημοφιλές επιστημονικό πεδίο μελέτης με εφαρμογή τόσο σε προβλήματα μαθηματικών όσο και σε πολλά προβλήματα επιστήμης



Σχήμα 2.9: Γκραβούρα αναπαράστασης των γεφυρών του Κόνιγκσμπεργκ.

υπολογιστών και άλλων επιστημονικών και μη-επιστημονικών τομέων.

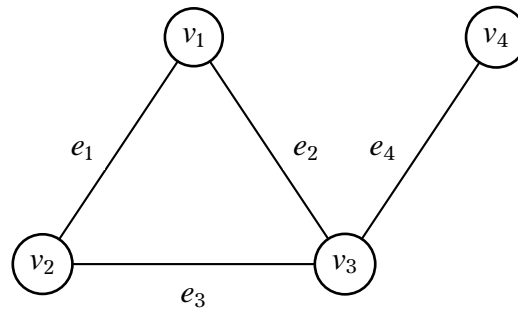
Στις δυο επόμενες ενότητες του υποκεφαλαίου γίνεται μια επισκόπηση της θεωρίας των γράφων. Ειδικότερα, δίνονται οι απαραίτητοι ορισμοί και συμβολισμοί και παρουσιάζονται χρήσιμα θεωρήματα. Ιδιαίτερη σημασία δίνεται στη σχέση μεταξύ των γράφων και των πινάκων καθώς και οι δύο χρησιμοποιούνται κατ' εναλλαγή για την αναπαράσταση των κωδίκων LDPC.

2.4.1 Ορολογία Γράφων

Ένας γράφος $G(V, E)$ είναι, στην απλούστερη μορφή του, ένα σύνολο σημείων V και ένα σύνολο γραμμών E . Τα σημεία ονομάζονται **κόμβοι (nodes)** ή **κορυφές (vertices)** και οι γραμμές ονομάζονται **ακμές (edges)**. Το πλήθος $|V|$ των κόμβων και το πλήθος $|E|$ των ακμών ενός γράφου χαρακτηρίζει την **τάξη (order)** και το **μέγεθος (size)** του γράφου, αντιστοίχως. Εξ ορισμού, κάθε ακμή συνδέει πάντοτε μόνο δύο κόμβους του γράφου, οι οποίοι ονομάζονται **ακραίοι κόμβοι (end nodes)** της ακμής και ορίζει ένα **μη-διατεταγμένο (unordered)** ζεύγος κόμβων (u, v) . Στην προκειμένη περίπτωση, οι u και v είναι **γειτονικοί (adjacent)** κόμβοι λόγω απευθείας σύνδεσής τους. Αν δύο ακμές μοιράζονται έναν κοινό ακραίο κόμβο ονομάζονται **συνδεδεμένες (connected)** [75].

Εξαιτίας του αόριστου ορισμού των γράφων έχουν προσδιοριστεί πολλοί τύποι τους οι οποίοι χρησιμοποιούνται ανάλογα με το πεδίο εφαρμογής. Οι γράφοι που χρησιμοποιούνται σε αυτή τη διατριβή είναι **απλοί (simple)** **μη-κατευθυνόμενοι (undirected)** γράφοι. Ένας γράφος ονομάζεται απλός όταν κάθε ζεύγος κόμβων συνδέεται μόνο μέσω μιας ακμής και δεν υπάρχουν ακμές που να συνδέουν τον κόμβο με τον εαυτό του. Επιπλέον, ένας γράφος είναι μη-κατευθυνόμενος όταν οι ακμές του δεν έχουν κάποια προκαθορισμένη κατεύθυνση και δεν γίνεται κάποια διάκριση μεταξύ των δύο ακραίων κόμβων στους οποίους είναι **προσπίπτουσες (incident)**.

Στο Σχήμα 2.10 απεικονίζεται ένα τυπικό διάγραμμα αναπαράστασης ενός απλού μη-κατευθυνόμενου γράφου. Οι κόμβοι v_1 και v_2 συνδέονται μέσω της ακμής e_1 , και ως εκ τούτου είναι γειτονικοί, δηλαδή $e_1 = \overline{v_1 v_2}$. Ο **βαθμός (degree)** $\deg v$ ενός κόμβου v ισούται με τον αριθμό των προσπίπτουσων ακμών [75]. Παραδείγματος χάριν, ο κόμβος



Σχήμα 2.10: Αναπαράσταση ενός απλού γράφου, με επισηματοθετημένες ακμές και κορυφές.

v_3 στον γράφο του Σχήματος 2.10 έχει $\deg v_3 = 3$. Γενικώς, όπως προκύπτει από το θεώρημα του Όυλερ [72],

Θεώρημα 2.4.1. Το άθροισμα των βαθμών των κόμβων ενός γράφου είναι διπλάσιο του αριθμού των ακμών (του μεγέθους του γράφου),

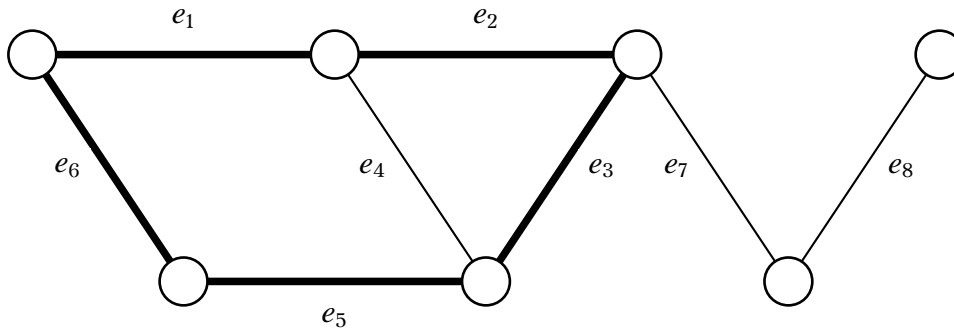
$$\sum \deg v_i = 2|E|.$$

Απόδειξη. Κάθε ακμή αυξάνει κατά 1 τον βαθμό των δύο κόμβων-τέλους της, αυξάνοντας κατά 2 το συνολικό άθροισμα των βαθμών των κόμβων του γράφου. \square

Η **ακολουθία βαθμού (degree sequence)** ενός γράφου είναι μια λίστα όλων των βαθμών των κόμβων του γράφου με φθίνουσα σειρά. Συνεπώς ο γράφος του Σχήματος 2.10 έχει ακολουθία βαθμού $\{3, 2, 2, 1\}$. Αν όλοι οι κόμβοι έχουν τον ίδιο βαθμό τότε ο γράφος καλείται **κανονικός (regular)**.

Ένας **περίπατος (walk)** σε έναν γράφο είναι μια ακολουθία ακμών $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ έτσι ώστε κάθε ακμή e_i να είναι συνδεδεμένη με την ακμή e_{i+1} , για $1 \leq i \leq n-1$. Ως εκ τούτου, σχηματίζεται μια **στοιχειοσειρά (string)** ακμών n οποία συνδέει έναν κόμβο v_0 με έναν άλλο κόμβο v_n επιτρέποντας την επανάληψη ακμών και/ή κόμβων περισσότερες από μία φορές στην ακολουθία. Ο περίπατος έχει μήκος n ίσο με το πλήθος των ακμών στην ακολουθία. Ένας περίπατος ονομάζεται **ίχνος (trail)** αν όλες οι ακμές του είναι διακριτές και **μονοπάτι (path)** αν όλοι οι κόμβοι του, και ως εκ τούτου και οι ακμές του, είναι διακριτοί. Ένας περίπατος ονομάζεται **κλειστός (closed)** αν $v_0 = v_n$, διαφορετικά είναι **ανοικτός (open)**. Ένα κλειστό μονοπάτι ονομάζεται **κύκλος (cycle)** ή **βρόχος (loop)** [75]. Ειδικότερα, ένας κύκλος με n κόμβους ονομάζεται κύκλος μήκους n ή βρόχος μήκους n και εξ ορισμού πρέπει να περιέχει τουλάχιστον τρεις κόμβους. Στο Σχήμα 2.11, η ακολουθία $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_1\}$ είναι ένας κλειστός περίπατος και η ακολουθία $\{e_1, e_2, e_3, e_5, e_6\}$ είναι ένας κύκλος.

Ο **δακτύλιος (girth)** ή **καθολικός δακτύλιος (global girth)** g_G ενός γράφου G ισούται με το μήκος του μικρότερου βρόχου που εντοπίζεται στο γράφο. Αντίστοιχα, η **περιφέρεια (circumference)** c_G ενός γράφου G ισούται με το μέγιστο μήκος όλων των

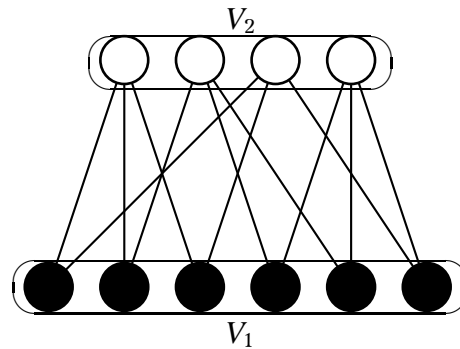


Σχήμα 2.11: Γράφος με κύκλο μήκους 5, επισημασμένο με έντονη γραμμή.

βρόχων [75]. Παρομοίως, ο δακτύλιος ενός κόμβου v_i ή **τοπικός δακτύλιος (local girth)** g_{v_i} ισούται με το μήκος του μικρότερου βρόχου που διασχίζει τον κόμβο. Το σύνολο των τοπικών δακτυλίων $\{g_{v_i}\}$ ονομάζεται **ιστόγραμμα δακτυλίων (girth histogram)**. Όπως προκύπτει εξ ορισμού $g_G = \min\{g_{v_i}\}$ [76]. Η **απόσταση (distance)** $d(u, v)$ δύο κόμβων u και v ισούται με το μήκος του συντομότερου μονοπατιού που τους ενώνει. Στην περίπτωση που δεν υπάρχει μονοπάτι μεταξύ των δύο κόμβων τότε $d(u, v) = \infty$. Ο γράφος του Σχήματος 2.11 έχει δακτύλιο $g_G = 3$ και περιφέρεια $c_G = 5$.

Ένας γράφος είναι συνδεδεμένος αν υπάρχει πάντοτε ένα μονοπάτι μεταξύ οποιουδήποτε ζεύγους κόμβων. Σε αντίθετη περίπτωση, ο γράφος μπορεί πάντοτε να χωριστεί στους συνδεδεμένους **υπογράφους (subgraph)** του, οι οποίοι ονομάζονται **συνιστώσες (components)**. Ένας γράφος που αποτελείται από περισσότερες της μιας συνιστώσες είναι **αποσυνδεδεμένος (disconnected)** [77]. **Διάμετρος (diameter)** $d(G)$ ενός συνδεδεμένου γράφου G καλείται η μέγιστη τιμή των αποστάσεων $d(u, v)$ μεταξύ όλων των ζευγών των κόμβων του γράφου. Ο γράφος του Σχήματος 2.11 έχει διάμετρο $d(G) = 4$.

Ένας γράφος χωρίς κύκλους είναι **ακυκλικός (acyclic)** και ένας συνδεδεμένος ακυκλικός γράφος ονομάζεται ένα **δέντρο (tree)** [75]. Η ονομασία τους προκύπτει το γεγονός ότι η δομή τους, λόγω της έλλειψης βρόχων και της απαίτησης οποιαδήποτε διακλάδωση να καταλήγει σε κόμβους βαθμού 1, μοιάζει με τη δομή των δέντρων με μια ρίζα και πολλά κλαδιά. Ένας γράφος G ονομάζεται ένα **διμερής (bipartite)** αν οι κόμβοι του μπορούν να διαμεριστούν σε δύο υποσύνολα V_1 και V_2 έτσι ώστε ο ένας ακραίος κόμβος κάθε ακμής του γράφου G να ανήκει στο υποσύνολο V_1 και ο άλλος στο υποσύνολο V_2 [77]. Στο Σχήμα 2.12 απεικονίζεται ένα παράδειγμα **διαμέρισης (partitioning)** ενός διμερούς γράφου όπου όλες οι ακμές του συνδέουν κόμβους του άνω υποσυνόλου με κόμβους του κάτω υποσυνόλου και δεν υπάρχουν ακμές που να συνδέουν κόμβους του ίδιου υποσυνόλου μεταξύ τους. Ένας διμερής γράφος είναι κανονικός με βαθμό (\deg_{V_1}, \deg_{V_2}) αν όλοι οι κόμβοι του υποσυνόλου V_1 έχουν βαθμό \deg_{V_1} και όλοι οι κόμβοι του υποσυνόλου V_2 έχουν βαθμό \deg_{V_2} . Ως εκ τούτου, ο διμερής γράφος του Σχήματος 2.12 είναι κανονικός με βαθμό $(2,3)$. Επιπλέον, εξ ορισμού, όλα τα δέντρα είναι διμερή.



Σχήμα 2.12: Διαμέριση ενός διμερούς γράφου.

Ένα πολύ χρήσιμο συμπέρασμα των μελετών του Κόνιγκ ήταν πως ένας διμερής γράφος δεν μπορεί να έχει κύκλους περιττού μήκους [74].

Θεώρημα 2.4.2. Ένας γράφος είναι διμερής αν και μόνο αν όλοι οι κύκλοι του έχουν άρτιο μήκος.

Απόδειξη. Καταρχήν, αν ο γράφος G είναι διμερής τότε, εξ ορισμού, οι κόμβοι του μπορούν να διαμεριστούν σε δύο υποσύνολα V_1 και V_2 και, ως εκ τούτου, οι κόμβοι οποιουδήποτε κύκλου μήκους $n = \{v_0, v_1, \dots, v_n = v_0\}$ πρέπει να εναλλάσσονται μεταξύ των δύο υποσυνόλων. Αν υποθέσουμε πως ο κόμβος v_1 ανήκει στο υποσύνολο V_1 τότε κάθε μεθεπόμενος κόμβος της ακολουθίας μέχρι και τον κόμβο v_n , δηλαδή κάθε κόμβος με άρτιο δείκτη, πρέπει να ανήκει επίσης στο υποσύνολο V_1 . Συνεπώς το n είναι άρτιος αριθμός.

Αντιστρόφως, έστω ότι ο γράφος G είναι συνδεδεμένος και έχει μόνο κύκλους άρτιου μήκους. Επιπλέον, έστω οποιοσδήποτε κόμβος $v_0 \in V$ και έστω ότι το υποσύνολο V_1 αποτελείται από τον κόμβο v_0 και όλους τους κόμβους με άρτια απόσταση από αυτόν. Παρομοίως, έστω ότι το υποσύνολο V_2 αποτελείται από όλους τους κόμβους με περιττή απόσταση από τον κόμβο v_0 . Συνεπώς, όλοι οι κόμβοι του γράφου G θα συμπεριληφθούν σε ένα από τα δύο υποσύνολα. Ας υποθέσουμε πως υπάρχει μια ακμή μεταξύ δύο κόμβων u και w του υποσυνόλου V_1 . Τότε η ένωση του συντομότερου μονοπατιού από τον κόμβο u_0 στον κόμβο u , του συντομότερου μονοπατιού από τον κόμβο u_0 στον κόμβο w , τα οποία είναι άρτιου μήκους, με την ακμή \overline{uw} είναι ένας κλειστός περίπατος περιττού μήκους. Ειδικότερα, είτε είναι ένας κύκλος περιττού μήκους ή περιέχει έναν κύκλο περιττού μήκους το οποίο αντιτίθεται στην αρχική υπόθεση. Ως εκ τούτου, δεν μπορεί να υπάρξει ακμή εντός του υποσυνόλου V_1 ή, παρομοίως, εντός του υποσυνόλου V_2 και η ανωτέρω διαμέριση του γράφου G σε δύο υποσύνολα V_1 και V_2 σχηματίζει έναν διμερή γράφο. \square

Πόρισμα 2.4.3. Οι συντομότεροι βρόχοι σε ένα διμερή γράφο είναι μήκους 4.

2.4.2 Γράφοι και Πίνακες

Εκτός από τη χρήση ακμών και κόμβων, υπάρχουν και άλλοι τρόποι απεικόνισης των δεδομένων που αναπαρίστανται μέσω ενός γράφου. Ειδικότερα, υπάρχει μια πληθώρα διαφορετικών πινάκων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να εκφράσουν διάφορες ιδιότητες ενός γράφου, όπως παραδείγματος χάριν ο **πίνακας πρόσπτωσης (incidence matrix)**, ο **πίνακας γειτνίασης (adjacency matrix)**, ο πίνακας απόστασης, ο πίνακας κύκλου και ο πίνακας υποκύκλου [78].

Ο πίνακας γειτνίασης $A = [a_{ij}]$ ενός γράφου G αποτελούμενο από τους κόμβους $v_1, v_2, v_3, \dots, v_p$ είναι ο τετραγωνικός δυαδικός πίνακας διάστασης $p \times p$ όπου

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν η ακμή συνδέει τον κόμβο } v_1 \text{ με τον κόμβο } v_2 \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

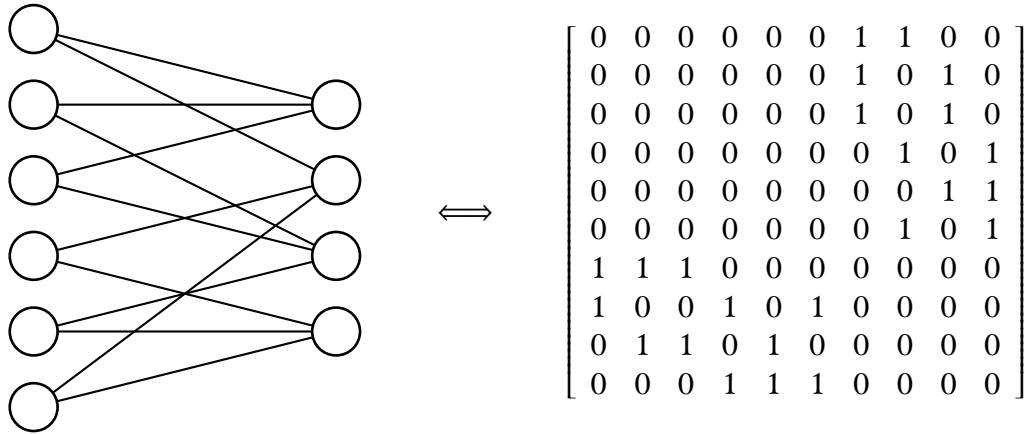
Για οποιονδήποτε γράφο υπάρχουν πολλοί πίνακες γειτνίασης ανάλογα με την αρχική διάταξη και την χρησιμοποιούμενη ονοματοδοσία των κόμβων. Σε κάθε περίπτωση, ωστόσο, όλοι οι πίνακες γειτνίασης θα περιέχουν την ίδια πληροφορία ακόμα και αν διαφέρουν εμφανισιακά. Ένας πίνακας γειτνίασης είναι πάντοτε συμμετρικός διότι εξ ορισμού $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j$. Εφόσον οι απλοί γράφοι δεν έχουν κόμβους που να συνδέονται με τον εαυτό τους τότε $a_{ii} = 0 \forall i, j$: άρα, η κύρια διαγώνιος του πίνακα γειτνίασης αποτελείται μόνο από μηδενικά στοιχεία. Το άθροισμα των στοιχείων κάθε γραμμής ή στήλης του πίνακα γειτνίασης ισούται με το πλήθος των ακμών που συνδέονται στον συγκεκριμένο κόμβο ή ισοδύναμα με τον βαθμό του κόμβου. Ο γράφος του Σχήματος 2.12 και ο αντίστοιχος πίνακας γειτνίασης παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.13. όπου τα μηδενικά τμήματα του πίνακα αντιστοιχούν στις μη επιτρεπόμενες ακμές σε κάθε διαμέριση. Οι πίνακες γειτνίασης χρησιμεύουν στην εύρεση περιπάτων και κύκλων, όπως αποδεικνύεται από το ακόλουθο θεώρημα [78]. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφερθεί πως όταν, από πλευράς σημειολογίας, ο εκθέτης ενός στοιχείου του πίνακα τοποθετείται εντός παρενθέσεων, δηλαδή $a_{ij}^{(n)}$ αντί για a_{ij}^n , αναφέρεται στο (i, j) – οστό στοιχείο του πίνακα A^n αντί για την n – οστή δύναμη του στοιχείου a_{ij} .

Η δομή των διμερών πινάκων γειτνίασης A είναι

$$A = \begin{bmatrix} 0 & B^T \\ B & 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Θεώρημα 2.4.4. Έστω ένας γράφος G με πίνακα γειτνίασης A . Τότε η τιμή του στοιχείου $a_{ij}^{(n)}$ ισούται με το πλήθος των περιπάτων μήκους n από τον κόμβο v_i στον κόμβο v_j .

Απόδειξη. Η απόδειξη του θεωρήματος μπορεί να γίνει με τη μέθοδο της επαγωγής. Για $n = 1$ παρατηρούμε ότι $a_{ij}^{(1)} = a_{ij} = 1$ αν και μόνο αν υπάρχει μια ακμή μεταξύ των κόμβων



Σχήμα 2.13: Διμερής γράφος και ο αντίστοιχος πίνακας γειτνίασης.

v_i και v_j , και ως εκ τούτου ισούται με το πλήθος των περιπάτων μήκους 1.

Ας υποθέσουμε ότι το στοιχείο $a_{ij}^{(m)}$ πράγματι ισούται με το πλήθος των διαφορετικών περιπάτων μήκους m μεταξύ των κόμβων v_i και v_j . Τα στοιχεία του πίνακα $A^{m+1} = A^m A$ υπολογίζονται μέσω πολλαπλασιασμού πινάκων

$$A_{ij}^{(m+1)} = \sum_{k=1}^p a_{ik}^{(m)} a_{kj}. \quad (2.16)$$

Επειδή κάθε περίπατος μήκους $m+1$ από τον κόμβο v_i στον κόμβο v_j αποτελείται από έναν περίπατο μήκους m σε κάποιον κόμβο v_k ακολουθούμενο από μια επιπλέον ακμή $\overline{v_k v_j}$, και η Εξίσωση 2.16 απλώς προσμετρά αυτές τις δυνατότητες για κάθε υποψήφιο k , αποδείξαμε ότι η αρχική υπόθεση θα ισχύει τόσο για τα στοιχεία του πίνακα γειτνίασης A^{m+1} όσο και για τα στοιχεία του A^m . □

Πόρισμα 2.4.5. Τα διαγώνια στοιχεία $a_{ii}^{(2)}$ του τετραγώνου του πίνακα γειτνίασης, A^2 , ισούνται με τον βαθμό του κόμβου v_i .

Πόρισμα 2.4.6. Σε έναν συνδεδεμένο γράφο, η απόσταση μεταξύ δύο διακριτών κόμβων v_i και v_j ισούται με την μικρότερη τιμή του n για την οποία $a_{ij}^{(n)} > 0$.

2.5 Κώδικες Ελέγχου Ισοτιμίας Χαμηλής Πυκνότητας

Οι κώδικες LDPC ανακαλύφθηκαν από τον Γκάλαγκερ το 1962 [21, 22]. Παρόλα αυτά, παραμελήθηκαν για πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα λόγω των υψηλών υπολογιστικών πόρων που απαιτούνταν για τα δεδομένα της εποχής. Είναι αξιο αναφοράς πως μέχρι το 1996 μόλις 14 δημοσιεύσεις (0,4/χρόνο) αναφέρθηκαν στο έργο του Γκάλαγκερ. Το 1996, οι κώδικες LDPC ανακαλύφθηκαν ξανά από τους Μακέι (MacKay) και Νίλ (Neal) [19] δίνοντας το έναυσμα για περαιτέρω έρευνα ενός επιστημονικού τομέα με τεράστιες προοπτικές. Το έντονο ερευνητικό ενδιαφέρον αποδεικνύεται και από η

αύξηση του πλήθους των αναφορών στο έργο του Γκάλαγκερ σε 380 (1/βδομάδα) κατά την περίοδο 1997-2004.

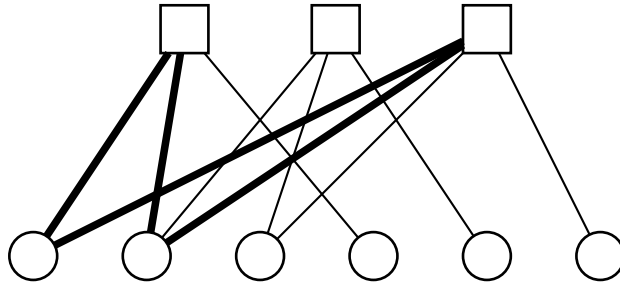
Όπως υποδεικνύει η ονομασία τους, οι κώδικες LDPC είναι κώδικες συστάδας με πίνακες ελέγχου ισοτιμίας που περιέχουν πολύ μικρό αριθμό μη μηδενικών στοιχείων. Η αραιότητα του πίνακα H εγγυάται τη γραμμική αύξηση τόσο της πολυπλοκότητας αποκωδικοποίησης όσο και της ελάχιστης απόστασης του κώδικα συναρτήσει του μήκους του κώδικα. Εκτός της απαίτησης της αραιότητας του πίνακα H , ένας κώδικας LDPC δεν διαφέρει σε τίποτα άλλο από οποιονδήποτε κοινό κώδικα συστάδας. Μάλιστα, υπάρχοντες κώδικες συστάδας μπορούν να χρησιμοποιηθούν επιτυχώς με τους επαναληπτικούς αλγορίθμους αποκωδικοποίησης των κωδίκων LDPC υπό την προϋπόθεση πως αναπαρίστανται με αραιό πίνακα ελέγχου ισοτιμίας. Ωστόσο, κατά γενικό κανόνα, η εύρεση ενός αραιού πίνακα ελέγχου ισοτιμίας για έναν υπάρχοντα κώδικα δεν είναι πρακτική. Αντιθέτως, οι κώδικες LDPC σχεδιάζονται κατασκευάζοντας τον αραιό πίνακα ελέγχου ισοτιμίας από τον οποίο προκύπτει ο αντίστοιχος γεννήτορας πίνακας.

Στις παρακάτω ενότητες αρχικά περιγράφονται οι τρόποι αναπαράστασης των κωδίκων LDPC μέσω γράφων και πινάκων. Στη συνέχεια, αφού παρατεθούν ορισμένοι βασικοί ορισμοί, παρουσιάζεται η υποκατηγορία των κωδίκων IRA, η οποία αποτελεί το αντικείμενο μελέτης της παρούσας διδακτορικής διατριβής. Στην τελευταία ενότητα γίνεται αναφορά σε τεχνικές βελτιστοποίησης των γράφων Τάνερ που έχουν προταθεί στη διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία.

2.5.1 Αναπαράσταση κωδίκων Ελέγχου Ισοτιμίας Χαμηλής Πυκνότητας

Οι κώδικες LDPC, ως γραμμικοί κώδικες συστάδας, μπορούν να περιγραφούν ως ένας k -διάστατος υποχώρος C του διανυσματικού χώρου \mathbb{F}_2^n των n -διάστατων πλειάδων στο δυαδικό πεδίο \mathbb{F}_2 . Δεδομένου τούτου, μπορεί να βρεθεί μια βάση $B = \{g_1, g_2, \dots, g_k\}$ η οποία να παράγει τον υποχώρο C έτσι ώστε κάθε διάνυσμα $c \in C$ να μπορεί να γραφτεί ως $c = u_1g_1 + u_2g_2 + \dots + u_kg_k$ για κάποιες τιμές των u_i ή διαφορετικά $c = uG$, όπου $u = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_k \end{bmatrix}$ και G είναι ο $k \times n$ γεννήτορας πίνακας οι γραμμές του οποίου είναι τα διανύσματα-γραμμές $\{g_i\}$. Ο $(n - k)$ -διάστατος μηδενοχώρος¹ C^\perp του G αποτελείται από όλα τα διανύσματα $x \in \mathbb{F}_2^n$ για τα οποία ισχύει $xG^T = 0$ και παράγεται από τη βάση $B^\perp = \{h_0, h_1, \dots, h_{n-k-1}\}$. Συνεπώς, για κάθε $c \in C$ θα ισχύει $ch_i^T = 0 \forall i$ ή διαφορετικά $cH^T = 0$, όπου H είναι ο $(n - k) \times n$ πίνακας ελέγχου ισοτιμίας οι γραμμές του οποίου είναι τα διανύσματα-γραμμές $\{h_i\}$ και αποτελεί τον γεννήτορα πίνακα για τον μηδενοχώρο C^\perp [79].

¹Το σύνολο $N_A = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = 0\}$ ονομάζεται μηδενοχώρος ή πυρήνας του πίνακα A , όπου A είναι ένας $m \times n$ πίνακας.



Σχήμα 2.14: Γράφος Τάνερ με κύκλο μήκους 4, επισημασμένο με έντονη γραμμή.

Όπως έδειξε αρχικά ο Γκάλαγκερ [22] και μετέπειτα ο Τάνερ [23], ο ίδιος κώδικας LDPC μπορεί να αναπαρασταθεί εξίσου αποτελεσματικά μέσω ενός διμερούς γράφου ή γράφου Τάνερ. Ο γράφος Τάνερ ενός κώδικα LDPC είναι ισοδύναμος με το **πλεγματοειδές διάγραμμα (trellis diagram)** των CC, υπό την έννοια πως έχει διμερή χρησιμότητα καθώς προσφέρει πλήρη αναπαράσταση του κώδικα και ταυτοχρόνως δρα επικουρικά στην περιγραφή του αλγορίθμου αποκωδικοποίησης.

Ένας γράφος Τάνερ είναι μια γραφική αναπαράσταση του κώδικα και αντιπροσωπεύει την αλληλεπίδραση μεταξύ των συμβόλων κωδικολέξης και των περιορισμών του κώδικα. Στην περίπτωση των δυαδικών κωδικών περιοριζόμενων από εξισώσεις ελέγχου ισοτιμίας, ο γράφος είναι διμερής και αποτελείται από n κορυφές δυφίου/μεταβλητής (ή n κόμβους δυφίου/μεταβλητής) και m κορυφές ελέγχου ισοτιμίας (ή m κόμβους ελέγχου). Δηλαδή, υπάρχει ένας κόμβος ελέγχου για κάθε εξίσωση ελέγχου ισοτιμίας του πίνακα H και ένας κόμβος δυφίου/μεταβλητής για κάθε δυφίο της κωδικολέξης. Παράλληλα, θα πρέπει να σημειωθεί πως έχει καθιερωθεί οι κόμβοι ελέγχου να αναπαρίστανται με τετράγωνα αντί για κύκλους που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση των κόμβων δυφίου/μεταβλητής. Ο λόγος της διαφορετικότητας της αναπαράστασης έγκειται στο γεγονός ότι πρέπει να γίνει διαχωρισμός των δύο τύπων κόμβων λόγω των διαφορετικών λειτουργιών τους, παρόλο που όλες οι ιδιότητες του γράφου παραμένουν οι ίδιες ανεξάρτητα από τον τρόπο αναπαράστασης των κόμβων. Επιπλέον, κάθε κόμβος ελέγχου συνδέεται μέσω μιας ακμής με κάθε κόμβο δυφίου/μεταβλητής n οποία αντιστοιχεί στα δυφία τα οποία περιλαμβάνονται στη συγκεκριμένη εξίσωση ελέγχου ισοτιμίας. Συνεπώς, ένας πίνακας ελέγχου ισοτιμίας περιγράφεται μοναδικά μέσω ενός γράφου Τάνερ.

Ένας κύκλος ή βρόχος μήκους l σε έναν γράφο Τάνερ είναι ένα μονοπάτι που αποτελείται από l ακμές και έχει ως αφετηρία και τερματισμό στον ίδιο κόμβο. Ο γράφος Τάνερ του Σχήματος 2.14 αντιστοιχεί στον πίνακα ελέγχου ισοτιμίας της (2.10) και περιέχει έναν κύκλο μήκους 4, ο οποίος αποτελείται από τις ακμές που είναι επισημασμένες με έντονη γραμμή.

Ο δακτύλιος g ενός γράφου Τάνερ είναι ο κύκλος ελάχιστου μήκους του γράφου. Όπως μπορεί να γίνει εύκολα αντιληπτό, ο μικρότερος δυνατός κύκλος ενός διμερούς γράφου είναι ξεκάθαρα ένας κύκλος μήκους 4, ο οποίος μπορεί να εντοπιστεί παρα-

τηρώντας την ύπαρξη τεσσάρων μονάδων στις γωνίες κάποιου υποπίνακα του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας H . Ο εντοπισμός των κύκλων, και ιδιαίτερα των κύκλων μικρού μήκους, σε έναν γράφο Τάνερ είναι ιδιαίτερα σημαντικός καθώς υποβαθμίζουν την επίδοση του αλγορίθμου αποκωδικοποίησης.

Ως **βάρος (weight)** w ορίζουμε το πλήθος των μη μηδενικών στοιχείων κάθε γραμμής ή στήλης του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας και ισούται με τον βαθμό των κόμβων δυφίου/μεταβλητής και των κόμβων ελέγχου, αντίστοιχα.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί πως η ορολογία γραμμικής άλγεβρας (πινάκων) και η ορολογία γράφων στην περίπτωση των κωδίκων LDPC είναι ισοδύναμες. Για το λόγο αυτό η επεξήγηση πολλών εννοιών τόσο στη διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία όσο και στη παρούσα διδακτορική διατριβή πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας κατά περίπτωση μια εκ των δύο ορολογιών.

Ένας κώδικας LDPC ορίζεται μέσω δύο **γεννητορικών πολυωνύμων (generating polynomials) κατανομών βαθμού (degree distributions)** τα οποία ονομάζονται **ζεύγος κατανομής βαθμού (degree distribution pair)** των κόμβων δυφίου/μεταβλητής και των κόμβων ελέγχου. Χρησιμοποιώντας ως μέτρο αναφοράς είτε το πλήθος των ακμών του γράφου Τάνερ ή το πλήθος των κόμβων δυφίου/μεταβλητής και των κόμβων ελέγχου, ορίζονται δύο ισοδύναμα ζεύγη κατανομής βαθμού, το **ακμοδόν (edge-wise)** και το **κομβοδόν (node-wise)**.

Στην περίπτωση του ακμοδόν ζεύγους κατανομής βαθμού, τα πολυώνυμα κατανομής βαθμού $\lambda(x)$ και $\rho(x)$ των κόμβων δυφίου/μεταβλητής και των κόμβων ελέγχου, αντίστοιχα, και ισούνται με

$$\lambda(x) = \sum_{d=1}^{d_{vmax}} \lambda_d x^{d-1}, \quad (2.17)$$

όπου το λ_d συμβολίζει το ποσοστό των ακμών που είναι συνδεδεμένες σε έναν κόμβο δυφίου/μεταβλητής βαθμού d και το d_{vmax} συμβολίζει το μέγιστο βαθμό κόμβου δυφίου/μεταβλητής, και

$$\rho(x) = \sum_{d=1}^{d_{cmax}} \rho_d x^{d-1}, \quad (2.18)$$

όπου το ρ_d συμβολίζει το ποσοστό των ακμών που είναι συνδεδεμένες σε έναν κόμβο ελέγχου βαθμού d και το d_{cmax} συμβολίζει το μέγιστο βαθμό κόμβου ελέγχου.

Αντίστοιχα, στην περίπτωση του κομβοδόν ζεύγους κατανομής βαθμού, τα πολυώνυμα κατανομής βαθμού των κόμβων δυφίου/μεταβλητής και των κόμβων ελέγχου συμβολίζονται με $\tilde{\lambda}(x)$ και $\tilde{\rho}(x)$ και δίνονται από τις εξισώσεις

$$\tilde{\lambda}(x) = \sum_{d=1}^{d_{vmax}} \tilde{\lambda}_d x^d, \quad (2.19)$$

όπου το $\tilde{\lambda}$ συμβολίζει το ποσοστό των κόμβων δυφίου/μεταβλητής βαθμού d ως προς τον συνολικό αριθμό των κόμβων δυφίου/μεταβλητής του γράφου και το d_{vmax} συμβολίζει το μέγιστο βαθμό κόμβου δυφίου/μεταβλητής, και

$$\tilde{\rho}(x) = \sum_{d=1}^{d_{cmax}} \tilde{\rho}_d x^d, \quad (2.20)$$

όπου το $\tilde{\rho}_d$ συμβολίζει το ποσοστό των κόμβων ελέγχου βαθμού d ως προς τον συνολικό αριθμό των κόμβων ελέγχου του γράφου και το d_{cmax} συμβολίζει το μέγιστο βαθμό κόμβου ελέγχου. Τα δύο ισοδύναμα ζεύγη κατανομής βαθμού συνδέονται μεταξύ τους με τις

$$\tilde{\lambda}_d = \frac{\lambda_d/d}{\sum_{j=2}^{d_{vmax}} \lambda_j/j}, \quad d = 2, 3, \dots, d_{vmax}, \quad (2.21)$$

$$\tilde{\rho}_d = \frac{\rho_d/d}{\sum_{j=2}^{d_{cmax}} \rho_j/j}, \quad d = 2, 3, \dots, d_{cmax}. \quad (2.22)$$

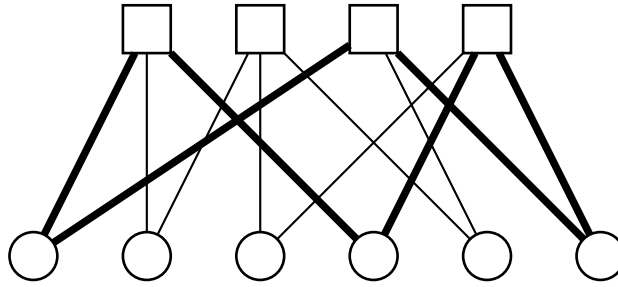
Στην ειδική περίπτωση όπου τα πολυώνυμα $\lambda(x)$ και $\rho(x)$, ή αντίστοιχα τα $\tilde{\lambda}(x)$ και $\tilde{\rho}(x)$, είναι σταθεροί αριθμοί τότε ο κώδικας LDPC ονομάζεται κανονικός. Μάλιστα, ένας κώδικας LDPC ονομάζεται (w_c, w_r) – κανονικός ή βάσει της ανωτέρω σημειολογίας (d_v, d_c) – κανονικός αν ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας έχει ακριβώς $w_c = d_v$ 1 σε κάθε στήλη και ακριβώς $w_r = d_c = w_c(n/m) = d_v(n/m)$ 1 σε κάθε γραμμή. Ισοδύναμα, ένας κώδικας LDPC ονομάζεται (w_c, w_r) – κανονικός αν κάθε σύμβολο κώδικα περιέχεται σε ένα σταθερό αριθμό $w_c = d_v$ ελέγχων ισοτιμίας και κάθε εξίσωση ελέγχου ισοτιμίας περιέχει ένα σταθερό αριθμό w_r συμβόλων κωδικολέξης. Σε κάθε περίπτωση πρέπει να ισχύουν οι συνθήκες $w_c = d_v \ll m$ και $w_r = d_c \ll n$. Ο συνολικός αριθμός των 1 που περιέχονται στο πίνακα ελέγχου ισοτιμίας H ενός (w_c, w_r) – κανονικού κώδικα LDPC ισούται με

$$mw_r = nw_c \quad (2.23)$$

ενώ ο ρυθμός κώδικα R του κανονικού κώδικα LDPC δίνεται από την

$$\begin{aligned} R &= \frac{n-m}{n} \\ &= 1 - \frac{m}{n} \\ &= 1 - \frac{d_v}{d_c}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Ένας κανονικός πίνακας ελέγχου ισοτιμίας για τον δυαδικό πίνακα που περιγράφει-



Σχήμα 2.15: Γράφος Τάνερ με κύκλο μήκους 6, επισμασμένο με έντονη γραμμή.

ται από την (2.10) με $w_c = 2$, $w_r = 3$ και $\text{rank}_q(H) = 3$ είναι:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

ενώ ο αντίστοιχος γράφος Τάνερ απεικονίζεται στο Σχήμα 2.15 με κύκλο μήκους 6, ο οποίος επισμασίνεται με έντονη γραμμή.

Στη γενική περίπτωση όπου ο αριθμός των 1 ανά στήλη ή γραμμή του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας δεν είναι σταθερός, ο κώδικας LDPC ονομάζεται **ακανόνιστος (irregular)**. Σε αυτή την περίπτωση το πλήθος των κόμβων δυφίου/μεταβλητής βαθμού i ισούται με

$$\begin{aligned} N_v(i) &= n \frac{\lambda_i/i}{\sum_{j=2}^{d_{vmax}} \lambda_j/i} \\ &= n \frac{\lambda_i/i}{\int_0^1 \lambda(x) dx} \end{aligned} \quad (2.26)$$

και ο συνολικός αριθμός των ακμών του γραφήματος Τάνερ από πλευράς κόμβων δυφίου/μεταβλητής ισούται με

$$\begin{aligned} E_v &= n \sum_{i=2}^{d_{vmax}} \frac{\lambda_i}{\int_0^1 \lambda(x) dx} \\ &= \frac{n}{\int_0^1 \lambda(x) dx}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Παρομοίως, ο συνολικός αριθμός των ακμών του γραφήματος Τάνερ από πλευράς κόμβων ελέγχου ισούται με

$$\begin{aligned} E_c &= n \sum_{i=2}^{d_{cmax}} \frac{\rho_i}{\int_0^1 \rho(x) dx} \\ &= \frac{m}{\int_0^1 \rho(x) dx}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Ο συνολικός αριθμός των 1 που περιέχονται σε έναν ακανόνιστο πίνακα ελέγχου ισοτι-

μίας H ισούται με

$$m \left(\sum_{d=1}^{d_{cmax}} \tilde{\rho}_d d \right) = n \left(\sum_{d=1}^{d_{vmax}} \tilde{\lambda}_d d \right) \quad (2.29)$$

και ο ρυθμός κώδικα R του ακανόνιστου κώδικα LDPC δίνεται από την

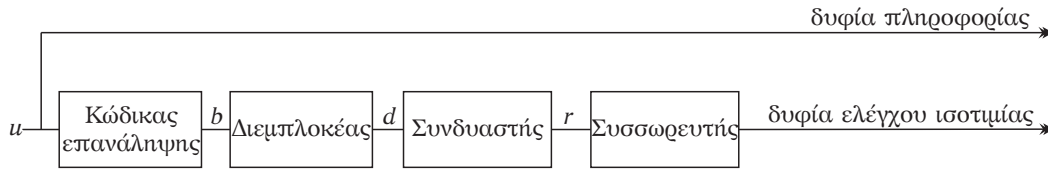
$$\begin{aligned} R &= 1 - \frac{m}{n} \\ &= 1 - \frac{\sum_{j=2}^{d_{cmax}} \rho_j / j}{\sum_{j=2}^{d_{vmax}} \lambda_j / j} \\ &= 1 - \frac{\int_0^1 \rho(x) dx}{\int_0^1 \lambda(x) dx} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Η δεύτερη γραμμή εξάγεται μέσω των (2.21), (2.22) και (2.29) και η τρίτη γραμμή μέσω των (2.27) και (2.28).

2.5.2 Κώδικες επανάληψης συσσώρευσης

Οι κώδικες LDPC έχουν χαμηλότερη πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης από τους TC και η επίδοση των ακανόνιστων κωδίκων LDPC με μεγάλο μήκος κωδικολέξης πλησιάζει το όριο Σάνον. Ωστόσο, μειονεκτούν έναντι των TC από πλευράς πολυπλοκότητας κωδικοποίησης, η οποία είναι ανάλογη του τετραγώνου της κωδικολέξης [31]. Ειδικότερα, η κωδικοποίηση των κωδίκων LDPC πραγματοποιείται σύμφωνα την (2.13), δηλαδή βάσει του γεννιότερα πίνακα G που είναι συσχετισμένος με τον εκάστοτε πίνακα ελέγχου ισοτιμίας H . Παρότι ένας πίνακας ελέγχου ισοτιμίας είναι αραιός, ο αντίστοιχος γεννιότερας πίνακας συνήθως είναι πυκνός. Συνεπώς, ο πολλαπλασιασμός πινάκων της (2.13) θα έχει πολυπλοκότητα της τάξης του $O(n^2)$, όπου n είναι το μήκος της κωδικολέξης. Όπως μπορεί να γίνει εύκολα αντιληπτό, η πολυπλοκότητα κωδικοποίησης των κωδίκων LDPC μπορεί να γίνει απαγορευτική διότι το μήκος των κωδικολέξεων των κωδίκων LDPC μπορεί να κυμαίνεται από χιλιάδες σε εκατοντάδες χιλιάδες δυφίων [71]. Ένας τρόπος μείωσης της πολυπλοκότητας κωδικοποίησης είναι η χρήση μιας υποκατηγορίας των κωδίκων LDPC, των κωδίκων LDPC βασιζόμενων σε συσσωρευτή [53]. Ανάμεσα στους διάφορους κώδικες που ανήκουν στη συγκεκριμένη κατηγορία, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι κώδικες RA [32] και IRA [34].

Οι κώδικες RA παρουσιάστηκαν το 1998 ως μια τάξη απλών αλλά ισχυρών TC αποτελούμενων από δύο συστατικούς κώδικες: έναν **κώδικα επανάληψης (repetition code)** με ρυθμό $1/q$ και ένα CC με ρυθμό-1 και συνάρτηση μεταφοράς $1/(1 \oplus D)$, ο οποίος αναφέρεται συχνά ως **συσσωρευτής (accumulator)**, ενώ ανάμεσά τους παρεμβάλλεται ένας διεμπλοκέας [32]. Εφόσον χρησιμοποιηθούν τόσο μια ακανόνιστη κατανομή βαθμού όσο και ένας ακανόνιστος κώδικας επανάληψης, οι κώδικες ονομάζονται IRA [34].



Σχήμα 2.16: Αναπαράσταση συστηματικού κώδικα IRA ως κώδικας TC.

Εναλλακτικά, οι κώδικες IRA θεωρηθούν ως κατηγορία κωδίκων LDPC, αντιστοιχίζοντας τον συσσωρευτή με στήλες βάρους-2 στον πίνακα ελέγχου ισοτιμίας του κώδικα ενώ ο διεμπλοκέας καθορίζει τη δομή των εναπομεινισών στήλων, το βάρος των οποίων εξαρτάται από τον κώδικα επανάληψης. Η διπλή ερμηνεία των κωδίκων IRA τους δίνει τη δυνατότητα να κωδικοποιούνται ως κώδικες TC χρησιμοποιώντας τη σειριακή συναλυσή των δύο συστατικών κωδίκων και να αποκωδικοποιούνται ως κώδικες LDPC χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο SP στον γράφο Τάνερ. Λόγω αυτής της **δυσυμμετρίας (duality)**, οι κώδικες IRA μπορούν να επωφεληθούν τόσο της χαμηλής πολυπλοκότητας κωδικοποίησης των TC όσο και της ισχύος και της παραλληλοποίησης του αλγορίθμου αποκωδικοποίησης των κωδίκων LDPC [80].

Η κατασκευή ενός κώδικα IRA μήκους n και ρυθμού R μπορεί να χωριστεί σε τέσσερα στάδια. Αρχικά, ένας κώδικας επανάληψης με κατανομή $[q_1 \ q_2 \ \dots \ q_k]$ επαναλαμβάνει q_i φορές το i -οστό δυφίο πληροφορίας $u = [u_0 \ u_1 \ \dots \ u_k]$ ενός μηνύματος μήκους $k = Rn$. Ο ρυθμός του κώδικα επανάληψης είναι $1/q$, όπου

$$q = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k q_i.$$

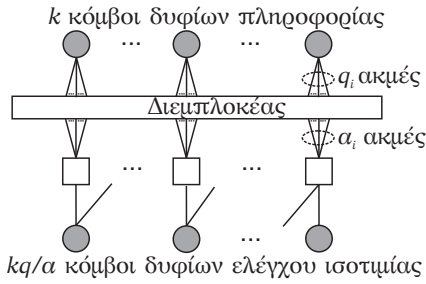
ενώ η έξοδος του κώδικα επανάληψης είναι

$$b = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_{qk} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \underbrace{(u_1 \ u_1 \ \dots \ u_1)}_{q_1} & \underbrace{(u_2 \ u_2 \ \dots \ u_2)}_{q_2} & \dots & \underbrace{(u_k \ u_k \ \dots \ u_k)}_{q_k} \end{bmatrix}.$$

Στη συνέχεια, ένας διεμπλοκέας μήκους $l = qk$ με κατανομή $\Pi = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_l]$ μεταθέτει τα δυφία b της εξόδου του κώδικα επανάληψης παράγοντας την ακολουθία

$$d = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_l] = [b_{\pi_1} \ b_{\pi_2} \ \dots \ b_{\pi_l}].$$

Έπειτα, τα δυφία της εξόδου του διεμπλοκέα προστίθενται σε αριθμητική μόντουλο-2 ανά m σύνολα των a_i δυφίων παράγοντας την ακολουθία εξόδου $r = [r_1, r_2, \dots, r_m]$



Σχήμα 2.17: Αναπαράσταση κώδικα IRA μέσω γράφου Τάνερ.

μήκους m , όπου

$$\alpha = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \alpha_i$$

είναι ο παράγοντας ομαδοποίησης (grouping factor).

Τέλος, τα $m = kq/\alpha$ δυφία ελέγχου ισοτιμίας $p = [p_1, p_2, \dots, p_m]$ στην έξοδο του συσσωρευτή θα είναι

$$p_i = p_{i-1} \oplus r_i, \quad \text{για } i = 2, 3, \dots, m, \quad (2.31)$$

όπου $p_1 = r_1$.

Οι αρχικοί κώδικες RA ήταν μη συστηματικοί κώδικες με σταθερό q_i και $\alpha_i = 1$ για κάθε τιμή του i [32]. Στην παρούσα διατριβή το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στους συστηματικούς κώδικες IRA, οι οποίοι έχουν μεταβλητό q_i και $\alpha_i \geq 1$. Πιο συγκεκριμένα, στους συστηματικούς κώδικες IRA τόσο τα αρχικά δυφία πληροφορίας όσο και τα δυφία ελέγχου ισοτιμίας αποστέλλονται ρητά στον δέκτη και η τελική κωδικολέξη είναι

$$d = \left[\left(u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_k \right) \left(p_1 \quad p_2 \quad \dots \quad p_m \right) \right]$$

με μήκος $n = k(1 + q/a)$.

Ο ρυθμός του παραγόμενου κώδικα IRA είναι $R = \alpha / (\alpha + q)$. Εναλλακτικά, ο ρυθμός ενός κώδικα IRA μπορεί να προσδιοριστεί μέσω του ακμοπδόν ζεύγους κατανομής βαθμού $\{\{\lambda_i\}\alpha\}$ με $i = 2, \dots, d_{vmax}$, όπου λ_i είναι το ποσοστό των ακμών που είναι συνδεδεμένες σε έναν κόμβο δυφίου/μεταβλητής βαθμού i , δεδομένου πως $\sum_{i=2}^{d_{vmax}} \lambda_i = 1$ όπου d_{vmax} είναι ο μέγιστος βαθμός των κόμβων δυφίου/μεταβλητής του γράφου και α είναι ο παράγοντας ομαδοποίησης. Σε αυτή την περίπτωση, ο ρυθμός του κώδικα IRA ισούται με

$$R = \frac{\alpha \sum_{i=2}^{d_{vmax}} \lambda_i / i}{1 + \alpha \sum_{i=2}^{d_{vmax}} \lambda_i / i}$$

Οι κώδικες IRA μπορούν να αναπαρασταθούν καλύτερα μέσω ενός γράφου Τάνερ, ο οποίος απεικονίζεται στο Σχήμα 2.17. Καθώς ο κώδικας IRA είναι συστηματικός, οι κόμβοι δυφίου/μεταβλητής μπορούν να χωριστούν σε δύο υποκατηγορίες: τους κόμβους δυφίων πληροφορίας, που αντιστοιχούν στα δυφία πληροφορίας, και στους κόμβους δυ-

φίων ελέγχου ισοτιμίας, που αντιστοιχούν στα δυφία εξόδου του συσσωρευτή. Τα δυφία πληροφορίας, τα οποία επαναλαμβάνονται q_i φορές, αναπαρίστανται με κόμβους δυφίου/μεταβλητής βαθμού q_i καθώς συμμετέχουν σε q_i εξισώσεις ελέγχου ισοτιμίας. Κάθε κόμβος ελέγχου συνδέεται με a_i κόμβους δυφίων πληροφορίας και δύο κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας. Οι συνδέσεις μεταξύ των κόμβων ελέγχου και των κόμβων δυφίων πληροφορίας καθορίζονται από τον διεμπλοκέα. Αντιθέτως, οι συνδέσεις μεταξύ των κόμβων ελέγχου και των κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας διευθετούνται σε **ελιγμοδρομική (zigzag) σχηματομορφή (pattern)** καθώς κάθε ζεύγος συνεχόμενων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας συμμετέχει σε μία εξίσωση ελέγχου ισοτιμίας [81].

Ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας H ενός συστηματικού κώδικα IRA μπορεί να κατασκευαστεί συναλυσώνοντας οριζοντίως δύο υποπίνακες, δηλαδή ως [53]

$$H = [H_1, H_2] \quad (2.32)$$

όπου ο υποπίνακας H_1 είναι ένας $m \times k$ δυαδικός πίνακας με βάρη στηλών q_1, q_2, \dots, q_k και βάρη γραμμών a_1, a_2, \dots, a_m , στον οποίο η θέση των μη μηδενικών στοιχείων καθορίζεται από τον διεμπλοκέα. Ο υποπίνακας H_2 είναι ένας $m \times m$ δυαδικός πίνακας που αντιστοιχεί στην (2.31) και ως εκ τούτου έχει την μορφή

$$H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.5.3 Βελτιστοποίηση γραφών Τάνερ

Ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης SP, ο οποίος θα αναλυθεί εκτενώς στο Υποκεφάλαιο 2.6, παρέχει βέλτιστη αποκωδικοποίηση σε ακυκλικά γραφήματα Τάνερ. Για το λόγο αυτό είναι λογικό να ληφθούν όλα τα απαραίτητα μέτρα ώστε να ελαχιστοποιηθεί η επιρροή των κύκλων στην επαναληπτική διαδικασία αποκωδικοποίησης. Ειδικότερα, αν υπάρχουν κύκλοι μεγάλου μήκους τότε ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης εκτελεί πολλές επαναλήψεις χωρίς να επηρεάζεται από την ύπαρξή τους και ο ρυθμός σφάλματος μειώνεται εκθετικά συναρτήσει του πλήθους των ανεξάρτητων επαναλήψεων [76].

Ο πρώτος αλγόριθμος κατασκευής κωδίκων LDPC λαμβάνοντας υπόψιν αυτόν τον περιορισμό προτάθηκε από τον Γκάλαγκερ, ο οποίος χρησιμοποίησε τον πίνακα πρόσπτωσης για να κατασκευάσει μια κατηγορία κωδίκων η οποία εξασφαλίζει ανεξάρτητες επαναλήψεις αποκωδικοποίησης μέχρι ενός κατώτατου ορίου [22]. Παρόλο που ο

αλγόριθμος αυτός μπορεί να εφαρμοστεί επιτυχώς σε κανονικούς κώδικες LDPC, παρουσιάζει υψηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα στην περίπτωση των κωδίκων μεγάλου μήκους κωδικολέξης.

Παρολαυτά, ο γράφος Τάνερ των περισσότερων κατηγοριών κωδίκων LDPC κατασκευάζεται τυχαία [20,26–28] ανεξαρτήτως του γεγονότος πως κάποιοι από αυτούς έχουν επιδείξει εντυπωσιακές δυνατότητες διόρθωσης σφαλμάτων [20,26]. Γενικώς, είναι αδύνατον να θεωρηθεί ως δεδομένο ότι οποιοσδήποτε τυχαίος γράφος θα ορίζει έναν κώδικα με μεγάλο δακτύλιο, ιδιαίτερα στην περίπτωση των κωδίκων σχετικά μικρού μήκους κωδικολέξης.

Στις επόμενες δύο υποενότητες θα παρουσιαστούν δύο αλγόριθμοι της διεθνούς επιστημονικής βιβλιογραφίας οι οποίοι μεγιστοποιούν τον δακτύλιο ενός γράφου Τάνερ, ο αλγόριθμος **ΜακΓκόουαν-Γουίλιαμσον (McGowan-Williamson)** [73,82] και ο αλγόριθμος **προοδευτικής ανάπτυξης ακμών (Progressive-Edge Growth - PEG)** [76,83]. Ο πρώτος αλγόριθμος χρησιμοποιείται για τον εντοπισμό και την αφαίρεση κύκλων από έναν γράφο Τάνερ με στόχο την αύξηση του δακτυλίου, ενώ ο δεύτερος χρησιμοποιείται για τη μεγιστοποίηση του τοπικού δακτυλίου κάθε κόμβου κατά την κατασκευή του γράφου.

2.5.3.1 Ο αλγόριθμος ΜακΓκόουαν-Γουίλιαμσον

Όπως προκύπτει από την (2.15), ο πίνακας γειτνίασης A ενός γράφου Τάνερ συσχετίζεται με τον πίνακα ελέγχου ισοτιμίας H μέσω της σχέσης

$$A = \begin{bmatrix} 0 & H^T \\ H & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

Σύμφωνα με το Θεώρημα 2.4.4, τα στοιχεία $a_{ij}^{(n)}$ του πίνακα γειτνίασης A^n ισούνται με το πλήθος των περιπάτων μήκους n από τον κόμβο v_i στον κόμβο v_j . Επιπλέον, όπως προκύπτει γενικεύοντας το Πρόβλημα 2.4.5, τα διαγώνια στοιχεία $a_{ii}^{(n)}$ του πίνακα γειτνίασης ισούνται με το πλήθος των περιπάτων μήκους n που ξεκινούν και τερματίζουν στον κόμβο v_i . Οι περιπάτοι αυτοί περιλαμβάνουν όλους τους βρόχους μήκους n που διασχίζουν τον κόμβο v_i καθώς και άλλους περιπάτους που οπισθοδρομούν ανεξέλεγκτα πάνω στις ακμές. Το παρακάτω θεώρημα συντελεί στην αποφυγή τέτοιων περιπτώσεων κατά τον εντοπισμό των βρόχων [73,82].

Θεώρημα 2.5.1. Σε ένα γράφο G με δακτύλιο $2k$, οι κόμβοι v_i και v_j βρίσκονται ο ένας απέναντι στον άλλο σε βρόχο μήκους $2k$, δηλαδή σε απόσταση k γύρω από το βρόχο, αν και μόνο αν

$$a_{ij}^{(k)} \geq 2 \quad (2.34)$$

$$a_{ij}^{(k-2)} = 0. \quad (2.35)$$

Απόδειξη. Έστω ένας γράφος με δακτύλιο μήκους 4. Για να βρίσκονται οι κόμβοι v_i και v_j απέναντι ο ένας στον άλλο σε βρόχο μήκους 4 θα πρέπει να υπάρχουν τουλάχιστον δύο μονοπάτια μήκους 2 μεταξύ τους και ως εκ τούτου

$$a_{ij}^{(2)} \geq 2.$$

Η μόνη περίπτωση αυτή η ανίσωση να μην καταλήγει σε διακριτά μονοπάτια μήκους 2, δημιουργώντας ένα βρόχο μήκους 4, είναι όταν τα μονοπάτια οπισθοδρομούν, δηλαδή όταν $v_i = v_j$ ή $a_{ij} = a_{ii}$ είναι στην κύρια διαγώνιο του πίνακα γειτνίασης A^2 . Συνεπώς, μόνο τα στοιχεία εκτός της κυρίας διαγωνίου του πίνακα γειτνίασης A^2 με τιμή τουλάχιστον ίση με 2 θα αποτελούν μέρος κάποιου βρόχου μήκους 4. Οι μη διαγώνιες θέσεις θα αντιστοιχούν σε μηδενικά στοιχεία ενός πίνακα ταυτότητα I και επειδή $A^0 \equiv I$ θα ικανοποιείται η σχέση

$$I_{ij} = a_{ij}^{(0)} = 0.$$

Ας υποθέσουμε πως ο γράφος έχει δακτύλιο μήκους $2k$ και επιθυμούμε να εντοπίσουμε όλους τους βρόχους μήκους $2k$. Αρχικά, θα πρέπει να βρούμε τουλάχιστον δύο μονοπάτια μήκους k μεταξύ των κόμβων v_i και v_j · ως εκ τούτου ξεκινούμε από την ανίσωση

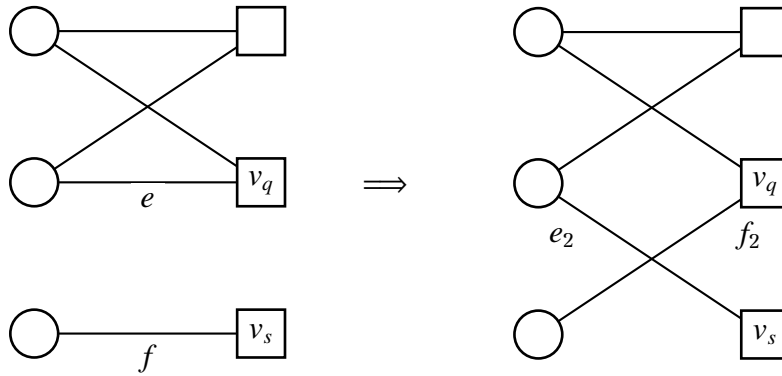
$$a_{ij}^{(k)} \geq 2.$$

Οποιοδήποτε ζεύγος κόμβων v_i και v_j ικανοποιεί την παραπάνω ανίσωση θα βρίσκεται είτε σε κάποιον πραγματικό βρόχο είτε σε κάποια εκφυλισμένη δομή αποτελούμενη από μικρότερους βρόχους. Η πρώτη υπόθεση είναι άκυρη διότι οι μικρότεροι βρόχοι στον εξεταζόμενο γράφο έχουν μήκος $2k$. Στη δεύτερη περίπτωση, είναι πιθανό να υπάρχει κάποιο μονοπάτι μεταξύ των κόμβων v_i και v_j με μήκος μικρότερο από k , και οπισθοδρομώντας στις ακμές του μονοπατιού, ο περίπατος να είναι μήκους k . Το αμέσως μικρότερο μονοπάτι μπορεί να έχει μήκος $k - 2$ και η (2.35) εξασφαλίζει πως δεν θα υπάρχουν μικρότερα μονοπάτια.

Αντιστρόφως, αν οι κόμβοι v_i και v_j βρίσκονται απέναντι ο ένας στον άλλο σε βρόχο μήκους $2k$ σε ένα γράφο με δακτύλιο μήκους $2k$, τότε η εξαγωγή των (2.34) και (2.35) είναι απλή. \square

Ο αλγόριθμος αυτός θα βρει όλους τους βρόχους με μήκος ίσο με το δακτύλιο του γράφου εξετάζοντας δύο πίνακες, τον A^k και τον A^{k-2} . Όλοι οι βρόχοι που εντοπίζονται κατ' αυτόν τον τρόπο μπορούν να αφαιρεθούν διαδοχικά μέχρις ότου ο δακτύλιος του γράφου να αποκτήσει την επιθυμητή τιμή.

Θα πρέπει να σημειωθεί πως κάθε καταμέτρηση του πλήθους των βρόχων μήκους k θα πρέπει να διαιρεθεί με k , ώστε να αποφευχθούν πολλαπλές καταμετρήσεις του ίδιου βρόχου, αφού κάθε βρόχος μήκους $2k$ ορίζεται ως συνδυασμός k διαφορετικών ζευγών κόμβων. Παρότι ο αλγόριθμος δεν δίνει λεπτομέρειες για κάθε κόμβο του βρόχου, είναι



Σχήμα 2.18: Διαγραφή βρόχου με μήκος 4 από γράφο Τάνερ.

πολύ εύκολο να τους εντοπίσουμε. Γνωρίζοντας πως η απόσταση των κόμβων v_j και v_j είναι k , οποιοσδήποτε κόμβος εντός του βρόχου θα απέχει $k - 1$ από τον κόμβο v_j . Συνεπώς οποιοσδήποτε κόμβος v_l για τον οποίο ισχύει

$$\alpha_{jl}^{(k-1)} > 0 \quad \text{και} \quad \alpha_{il} = 1$$

θα βρίσκεται εντός του βρόχου. Συνεχίζοντας επαναληπτικά κατά τον ίδιο τρόπο μπορούν να βρεθούν και οι υπόλοιποι κόμβοι του βρόχου.

Μόλις βρεθεί κάποιος βρόχος με μήκος ίσο με τον δακτύλιο του γράφου, μπορεί να αφαιρεθεί. Ωστόσο, η αφαίρεση του πρέπει να γίνει κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μην δημιουργηθούν νέοι βρόχοι. Αρχικά, πρέπει να επιλέξουμε μια ακμή $e = \overline{v_p v_q}$ του βρόχου ως **σημείο διακοπής (break point)**. Έστω V_e είναι το σύνολο όλων των κόμβων που βρίσκονται σε απόσταση μεγαλύτερη από $2k - 1$ από την ακμή e . Το σύνολο αυτό περιλαμβάνει όλους τους κόμβους v_i για τους οποίους

$$\alpha_{pi}^{(2k-1)} = \alpha_{qi}^{(2k-1)} = 0.$$

Έπειτα, επιλέγουμε τυχαία μια ακόμα ακμή f οι δύο ακραίοι κόμβοι της οποίας ανήκουν στο σύνολο V_e . Αν δεν υπάρχει κάποια ακμή με αυτή την ιδιότητα τότε η επιλεγμένη ακμή e δεν μπορεί να αφαιρεθεί με ασφάλεια και πρέπει να επιλεγεί μια άλλη ακμή του βρόχου. Σε περίπτωση που δεν βρεθεί κάποια ακμή του βρόχου με την παραπάνω ιδιότητα τότε θα πρέπει να επιλεγεί κάποιος άλλος βρόχος. Ωστόσο, είναι πιθανόν μετά την αφαίρεση κάποιων βρόχων και δεδομένου ότι θα αλλάξουν οι ιδιότητες απόστασης του γράφου, να βρεθεί υποψήφια ακμή και ο βρόχος να μπορεί να αφαιρεθεί από τον γράφο.

Έστω v_r και v_s είναι οι ακραίοι κόμβοι της ακμής f . Μπορούμε να διαγράψουμε τις δύο ακμές e και f από τον γράφο και να τις αντικαταστήσουμε με τις ακμές $e_2 = \overline{v_p v_s}$ και $f_2 = \overline{v_r v_q}$, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 2.18.

2.5.3.2 Ο αλγόριθμος προοδευτικής ανάπτυξης ακμών

Ο αλγόριθμος PEG είναι μια απλή αλλά αποτελεσματική μέθοδος βέλτιστης προσπάθειας (**best effort**) για την κατασκευή γράφων Τάνερ με μεγάλο δακτύλιο [76, 83]. Η αποτελεσματικότητά του βασίζεται στην προοδευτική τοποθέτηση των ακμών μεταξύ των κόμβων δυφίου/μεταβλητής και των κόμβων ελέγχου ώστε κάθε τοποθετούμενη ακμή να έχει όσο το δυνατόν μικρότερη επίδραση στο μέγεθος του δακτυλίου. Για την κατασκευή του γράφου, ο αλγόριθμος PEG λαμβάνει ως είσοδο το πλήθος των κόμβων δυφίου/μεταβλητής n και κόμβων ελέγχου m , και το πολυώνυμο κατανομής βαθμού των κόμβων δυφίου/μεταβλητής $\tilde{\lambda}(x)$. Επιπλέον, θα πρέπει να σημειωθεί πως ο αλγόριθμος PEG δεν λαμβάνει υπόψιν το κομβοπρόσθιο πολυώνυμο κατανομής βαθμού των κόμβων ελέγχου $\tilde{\rho}(x)$ και ο παραγόμενος γράφος έχει ομοιόμορφη ή σταθερή κατανομή βαθμού των κόμβων ελέγχου. Ο περιορισμός αυτός ωστόσο δεν αποτελεί μειονέκτημα καθώς, όπως αποδεικνύεται μέσω της μεθόδου εξέλιξης πυκνότητας, η ομοιόμορφη κατανομή του βαθμού των κόμβων ελέγχου είναι η βέλτιστη επιλογή [27, 84, 85].

Αρχικά οι κόμβοι δυφίου/μεταβλητής διατάσσονται κατά αύξοντα βαθμό, δηλαδή έτσι ώστε $\deg_{v_1} \leq \deg_{v_2} \leq \dots \leq \deg_{v_n}$, όπου \deg_v είναι ο βαθμός του κόμβου δυφίου/μεταβλητής v . Έστω E_{v_j} είναι το σύνολο των ακμών που είναι συνδεδεμένες στον κόμβο δυφίου/μεταβλητής v_j και V_c είναι το σύνολο των κόμβων ελέγχου. Επιπλέον, έστω $N_{v_j}^l$ είναι το σύνολο των κόμβων ελέγχου που απέχουν το πολύ κατά $2l$ από τον κόμβο δυφίου/μεταβλητής v_j και $\bar{N}_{v_j}^l$ είναι το συμπληρωματικό σύνολο του, το οποίο ορίζεται ως $N_{v_j}^l \cup \bar{N}_{v_j}^l = V_c$. Βάσει των ανωτέρω ορισμών ο αλγόριθμος PEG μπορεί να διαμορφωθεί ως εξής

Αλγόριθμος 2.1 Προοδευτική Ανάπτυξη Ακμών

για $j = 0$ ως $n - 1$ κάνε

για $k = 0$ το $\deg_{v_j} - 1$ κάνε

αν $k = 0$ τότε

$E_{v_j}^0 \leftarrow$ ακμή (c_i, v_j) , όπου $E_{v_j}^0$ είναι η πρώτη προσπίπτουσα ακμή στον κόμβο v_j και c_i είναι ένας κόμβος ελέγχου τέτοιος ώστε να έχει το μικρότερο βαθμό στον μέχρι στιγμής γράφο $E_{v_0} \cup E_{v_1} \cup \dots \cup E_{v_{j-1}}$.

αλλιώς

δημιούργησε έναν υπογράφο βάθους l από τον κόμβο δυφίου/μεταβλητής v_j , βάσει του μέχρι στιγμής γράφου, έτσι ώστε η πληθικότητα² του συνόλου $N_{v_j}^l$ σταματά να αυξάνει αλλά είναι μικρότερη του m , ή $\bar{N}_{v_j}^l \neq \emptyset$ αλλά $\bar{N}_{v_j}^{l+1} = \emptyset$, τότε

$E_{v_j}^k \leftarrow$ ακμή (c_i, v_j) , όπου $E_{v_j}^k$ είναι η k -οστή προσπίπτουσα ακμή στον κόμβο v_j και c_i είναι ένας κόμβος ελέγχου τέτοιος ώστε να έχει το μικρότερο βαθμό στον μέχρι στιγμής γράφο $E_{v_0} \cup E_{v_1} \cup \dots \cup E_{v_{j-1}}$.

τέλος αν

τέλος για

τέλος για

Ο αλγόριθμος PEG μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή κωδίκων IRA με μεγάλο δακτύλιο, αντικαθιστώντας τον διεμπλοκέα του Σχήματος 2.17 με την παραπάνω μέθοδο [76]. Ειδικότερα, το σύνολο των κόμβων δυφίου/μεταβλητής V_v του διμερούς γράφου διαμερίζεται σε δύο **ασύνδετα (disjoint)** υποσύνολα, το υποσύνολο πλεονασμού V_v^r (υποπίνακας H_2 της (2.32)» και το υποσύνολο πληροφορίας V_v^i (υποπίνακας H_1 της (2.32)». Το υποσύνολο V_v^r περιέχει τους τελευταίους m κόμβους δυφίου/μεταβλητής οι οποίοι αντιστοιχούν στα δυφία ελέγχου ισοτιμίας και οι ακμές των οποίων προκαθορίζονται χρησιμοποιώντας μια ελιγμοδρομική σχηματομορφή. Το υποσύνολο V_v^i περιέχει τους εναπομείναντες $k = n - m$ κόμβους δυφίου/μεταβλητής που αντιστοιχούν στα δυφία πληροφορίας της κωδικολέξης. Συνεπώς, δεδομένης της προκαθορισμένης θέσης των ακμών που αντιστοιχούν στο σύνολο V_v^r , ο υπόλοιπος γράφος κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο PEG, ώστε να εξασφαλιστούν καλύτερα χαρακτηριστικά δακτυλίου. Θα πρέπει να σημειωθεί πως σε αυτή την περίπτωση οι κόμβοι δυφίου/μεταβλητής διατάσσονται κατά φθίνοντα βαθμό, καθώς οι τελευταίοι m κόμβοι του γράφου πρέπει εξ ορισμού, βάσει της (2.32) να έχουν βαθμό 2.

2.6 Αποκωδικοποίηση Αθροίσματος Γινομένου

2.6.1 Εισαγωγή

Η χρησιμότητα της αναπαράστασης των κωδίκων LDPC υπό μορφή γράφου γίνεται εμφανής κατά την φάση της αποκωδικοποίησης. Η αποκωδικοποίηση των κλασικών κωδίκων συστάδας βασίζεται γενικώς σε αλγορίθμους ML και ως εκ τούτου, για τη διευκόλυνση της διαδικασίας αποκωδικοποίησης, οι κώδικες είναι αλγεβρικά σχεδιασμένοι και έχουν μικρό μήκος. Παράλληλα, οι περισσότεροι σύγχρονοι κώδικες, συμπεριλαμβανομένων των κωδίκων LDPC, επιτυγχάνουν υψηλότερες επιδόσεις διόρθωσης σφαλμάτων όταν το μήκος συστάδας είναι μεγάλο. Ωστόσο, το γεγονός αυτό δυσχεραίνει τη χρήση της αποκωδικοποίησης ML. Ειδικότερα, δεδομένου πως το πλήθος των πιθανών συνδρόμων μιας κωδικολέξης είναι 2^{n-k} και πως δεν υπάρχει κάποιος αποτελεσματικός τρόπος ζευγαρώματος των συνδρόμων με τα μορφότυπα σφαλμάτων, η αποκωδικοποίηση γίνεται σχεδόν αδύνατη όσο το $n \rightarrow \infty$.

Ωστόσο, υπάρχουν πολλοί αλγόριθμοι αποκωδικοποίησης με εξαιρετικά χαμηλότερη πολυπλοκότητα που δίνουν εξίσου ικανοποιητικά αποτελέσματα με τον αλγόριθμο ML. Παρόλο που στη διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία έχουν εμφανιστεί πολλοί αλγόριθμοι αποκωδικοποίησης με διαφορετικές ονομασίες, όπως αλγόριθμος **διάδοσης πεποίθησης (belief propagation - BP)** [86], αλγόριθμος **αθροίσματος γινομένου (sum product - SP)**, αλγόριθμος MP [22,23] και αλγόριθμος πιθανοτικής αποκωδικοποίησης, όλοι τους

²πληθικότητα (cardinality)

μοιράζονται την ίδια κοινή φιλοσοφία. Η φιλοσοφία αυτή βασίζεται στην επαναληπτική ανταλλαγή τιμών πιθανοτήτων μεταξύ των κόμβων του γράφου του κώδικα μέχρις ότου βρεθεί μια πιθανή κωδικολέξη ή δοθεί κάποια εντολή τερματισμού της διαδικασίας αποκωδικοποίησης.

Σκοπός του αλγορίθμου αποκωδικοποίησης SP είναι ο υπολογισμός της **εκ των υστέρων πιθανότητας (a posteriori probability - APP)**

$$p_i = \Pr(x_i = 1 | \mathcal{S}, y) \quad (2.36)$$

για κάθε δυφίο κωδικολέξης, δηλαδή ο υπολογισμός της πιθανότητας το i -οστό δυφίο της μεταδοθείσας κωδικολέξης $x = [x_0 \ x_1 \ \dots \ x_{n-1}]$ να είναι 1 δεδομένου του ληφθέντος σήματος $y = [y_0 \ y_1 \ \dots \ y_{n-1}]$ και του γεγονότος \mathcal{S} πως ικανοποιούνται όλοι οι περιορισμοί ελέγχου ισοτιμίας. Η **εγγενής (intrinsic) ή εκ των προτέρων πιθανότητα (a priori probability)** είναι η αρχική πιθανότητα του δυφίου χωρίς οποιαδήποτε πληροφορία σχετικά με τους περιορισμούς του κώδικα, ενώ η **εξωγενής (extrinsic) πιθανότητα** αναπαριστά τη γνώση που λαμβάνεται από τους ελέγχους ισοτιμίας. Η εξωγενής πληροφορία δυφίου που λαμβάνεται από έναν περιορισμό ελέγχου ισοτιμίας κατά την πρώτη επανάληψη του αλγορίθμου αποκωδικοποίησης υπολογίζεται ανεξάρτητα από την εκ των προτέρων πιθανότητα του εν λόγω δυφίου. Ωστόσο, η εξωγενής πληροφορία που παρέχεται στις επακόλουθες επαναλήψεις παραμένει ανεξάρτητη της εκ των προτέρων πιθανότητας του εν λόγω δυφίου μόνο μέχρις ότου η πληροφορία επιστρέψει στον κόμβο δυφίου/μεταβλητής μέσω ενός κύκλου. Εάν ο γράφος Τάνερ του κώδικα είναι ακυκλικός, τότε οι πιθανότητες παραμένουν ανεξάρτητες σε όλη τη διάρκεια της εκτέλεσης του αλγορίθμου αποκωδικοποίησης και υπολογίζεται η ακριβής τιμή της APP για κάθε δυφίο [71].

Στην περίπτωση που ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης ορίζεται στο πεδίο των λογαρίθμων, όπως στην παρούσα διατριβή, χρησιμοποιείται, αντί της APP, ο **λόγος λογαριθμικής πιθανοφάνειας (log likelihood ratio - LLR)**. Γενικώς, για μια δυαδική τυχαία μεταβλητή, αν p είναι η πιθανότητα το δυφίο να ισούται με 1 και $1-p$ είναι η πιθανότητα το δυφίο να ισούται με 0, ο LLR ορίζεται ως

$$\text{LLR}(p) \triangleq \ln\left(\frac{1-p}{p}\right).$$

Το πρόσημο του $\text{LLR}(p)$ αποτελεί την **υλισμική απόφαση (hard decision)** σχετικά με τον μεταδοθέν δυφίο, δηλαδή την πιο πιθανή τιμή για το δυφίο. Αν είναι θετικό, τότε υποτίθεται πως μεταδόθηκε το δυφίο 1, διαφορετικά, αν είναι αρνητικό, τότε υποτίθεται πως μεταδόθηκε το δυφίο 0. Το μέτρο $|\text{LLR}(p)|$ αντιστοιχεί στην **λογισμική απόφαση (soft decision)** και υποδηλώνει την αξιοπιστία της απόφασης, αποτελώντας ταυτοχρόνως ένα κριτήριο βεβαιότητας για το μεταδοθέν δυφίο [87]. Στην προκειμένη περίπτωση,

n (2.36) υπό μορφή LLR ορίζεται ως

$$\text{LLR}(x_i) \triangleq \ln \left(\frac{P(x_i = 0 | \mathcal{S}, y)}{P(x_i = 1 | \mathcal{S}, y)} \right).$$

2.6.2 Επισκόπηση του Αλγορίθμου Αθροίσματος Γινομένου

Ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης SP είναι μια διαδικασία n οποία εφαρμόζεται σε ληφθέντα μηνύματα που έχουν κωδικοποιηθεί χρησιμοποιώντας έναν κώδικα LDPC και έχουν μεταδοθεί μέσω θορυβώδους καναλιού, ώστε να βρεθεί το πιθανότερο μεταδοθέν μήνυμα. Ο αλγόριθμος είναι επαναληπτικός, δηλαδή εκτελούνται τα ίδια βήματα συνεχώς μέχρις ότου να εξαχθεί κάποιο συμπέρασμα ή να δοθεί κάποια εντολή τερματισμού. Όσο περισσότερες επαναλήψεις πραγματοποιούνται τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανοφάνεια σωστής αποκωδικοποίησης. Ωστόσο, κάποια μηνύματα που περιέχουν πολλά σφάλματα είναι πιθανό να μην μπορούν να αποκωδικοποιηθούν ανεξαρτήτως του πλήθους των εκτελούμενων επαναλήψεων. Επιπλέον, ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης σπανίως θα αποκωδικοποιήσει το ληφθέν μήνυμα ως κάποιο διαφορετικό αρχικό μήνυμα, φαινόμενο το οποίο παρατηρείται με μεγαλύτερη συχνότητα κατά την αποκωδικοποίηση άλλων τύπων κωδίκων. Στο υπόλοιπο της παρούσας υποενότητας θα περιγράψουμε εν συντομία τα τρία στάδια του αλγορίθμου SP.

Στο πρώτο στάδιο το ληφθέν μήνυμα χρησιμοποιείται για την αρχικοποίηση των κόμβων δυφίου/μεταβλητής. Κάθε κόμβος αρχικοποιείται με μια τιμή ίση με τον LLR της πιθανότητας υπό συνθήκη του δυφίου να είναι 0 προς την πιθανότητα υπό συνθήκη του δυφίου να είναι 1 δεδομένης της ληφθείσας τιμής του δυφίου. Παρόλο που αυτές οι τιμές θα μεταβάλλονται κατά την εξέλιξη της επαναληπτικής διαδικασίας της αποκωδικοποίησης, οι τιμές αρχικοποίησης καταγράφονται ώστε να χρησιμοποιηθούν σε μεταγενέστερο στάδιο προκειμένου να εξασφαλιστεί πως ο αλγόριθμος δεν θα εκτραπεί από την πραγματική τιμή του δυφίου της κωδικολέξης. Το πρώτο στάδιο αντικαθίσταται μετά την αρχικοποίηση ως εξής: κάθε κόμβος δυφίου/μεταβλητής επεξεργάζεται τα μηνύματα εισόδου και μεταφέρει τα μηνύματα εξόδου που προκύπτουν προς τους γειτονικούς κόμβους ελέγχου. Η πληροφορία που μεταβιβάζεται αφορά τον LLR της πιθανότητας υπό συνθήκη το δυφίο να είναι 0 προς την πιθανότητα υπό συνθήκη του δυφίου να είναι 1 δεδομένης όλης της εξωγενούς πληροφορίας που είναι διαθέσιμη στον κόμβο δυφίου/μεταβλητής, δηλαδή της ληφθείσας τιμής του δυφίου και των μηνυμάτων από όλους τους γειτονικούς κόμβους ελέγχου εκτός του κόμβου ελέγχου προς τον οποίο αποστέλλεται το μήνυμα.

Στο δεύτερο στάδιο της επαναληπτικής διαδικασίας, κάθε κόμβος ελέγχου επεξεργάζεται τα ληφθέντα μηνύματα εισόδου και μεταβιβάζει τα αποτελέσματα εξόδου στους γειτονικούς κόμβους δυφίου/μεταβλητής. Η πληροφορία που μεταβιβάζεται αφορά τον LLR της πιθανότητας υπό συνθήκη ο εν λόγω έλεγχος ισοτιμίας να ικανοποιείται δεδο-

μένου ότι το δυφίο είναι 0 προς την αντίστοιχη πιθανότητα υπό συνθήκη δεδομένου ότι το δυφίο είναι 1 δεδομένης όλης της εξωγενούς πληροφορίας που είναι διαθέσιμη στον κόμβο ελέγχου, δηλαδή της πληροφορίας που είναι διαθέσιμη από όλους τους γειτονικούς κόμβους δυφίου/μεταβλητής εκτός του κόμβου δυφίου/μεταβλητής προς τον οποίο αποστέλλεται το μήνυμα.

Στο τρίτο στάδιο της επαναληπτικής διαδικασίας, κάθε κόμβος δυφίου/μεταβλητής υπολογίζει τον LLR της πιθανότητας υπό συνθήκη του δυφίου να είναι 0 προς την πιθανότητα υπό συνθήκη του δυφίου να είναι 1 δεδομένης όλης της διαθέσιμης πληροφορίας, δηλαδή τη ληφθείσα τιμή του δυφίου καθώς και όλων των ληφθέντων μηνυμάτων από τους κόμβους ελέγχου, και εκτιμά την πιθανότερη τιμή του δυφίου. Αν η αποκωδικοποιημένη στοιχειοσειρά ικανοποιεί όλες τις εξισώσεις ελέγχου ισότητας, τότε η αποκωδικοποίηση σταματά. Διαφορετικά, ο αλγόριθμος εκτελείται για ένα καθορισμένο μέγιστο αριθμό επαναλήψεων ή μέχρις ότου να ικανοποιηθεί το παραπάνω ή κάποιο άλλο κριτήριο τερματισμού.

Θα πρέπει να σημειωθεί πως ο αλγόριθμος SP υποθέτει ότι τα μηνύματα που ανταλλάσσονται μεταξύ των κόμβων είναι στατιστικώς ανεξάρτητα. Ωστόσο, για να είναι έγκυρη η υπόθεση της ανεξαρτησίας των μηνυμάτων θα πρέπει ο γράφος Τάνερ να μην περιέχει κύκλους, στην οποία περίπτωση ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης SP υπολογίζει τις επακριβείς τιμές των LLR [86]. Παρολαυτά, σε έναν γράφο με δακτύλιο g η υπόθεση της ανεξαρτησίας ισχύει μόνο για τις πρώτες $g/2$ επαναλήψεις μετά το πέρας των οποίων τα απεσταλμένα μηνύματα επιστρέφουν, μέσω των κύκλων του γράφου, στους κόμβους από τους οποίους στάλθηκαν. Για το λόγο αυτό, η μεγιστοποίηση της τιμής του δακτυλίου g του γράφου Τάνερ θεωρείται, μεταξύ άλλων, μια από τις σημαντικότερες παραμέτρους για τη βελτίωση της επίδοσης των κωδίκων LDPC και κατέχει μεγάλο μερίδιο της επιστημονικής βιβλιογραφίας σχετικά με το σχεδιασμό κωδίκων LDPC, μέρος της οποίας καλύπτεται στο Υποκεφάλαιο 2.5.3.

Στο υπόλοιπο του υποκεφαλαίου, αναλύεται ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης SP στο πεδίο των λογαρίθμων για τρία μοντέλα τηλεπικοινωνιακών καναλιών, το κανάλι AWGN καθώς και τα κανάλια διαλείψεων Ρέιλεϊ και Ρίσαν.

2.6.3 Ανάλυση του Αλγορίθμου Αποκωδικοποίησης Αθροίσματος Γινομένου

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης SP μπορεί να οριστεί τόσο στο πεδίο των πιθανοτήτων όσο και στο πεδίο των λογαρίθμων. Ωστόσο, ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης SP στο πεδίο των πιθανοτήτων παρουσιάζει αυξημένη σχεδιαστική πολυπλοκότητα, λόγω του μεγάλου πλήθους των πολλαπλασιαστικών πράξεων, καθώς και υπολογιστική αστάθεια εξαιτίας του μεγάλου πλήθους των πολλαπλασιασμών πιθανοτήτων. Αντιθέτως ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης SP στο πεδίο

των λογαρίθμων έχει χαμηλότερη σχεδιαστική πολυπλοκότητα καθώς και υψηλότερη υπολογιστική ευστάθεια καθώς περιλαμβάνει προσθέσεις αντί πολλαπλασιασμών. Λόγω αυτών των πλεονεκτημάτων προτιμάται ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης SP στο πεδίο των λογαρίθμων έναντι της εναλλακτικής εκδοχής του. Σε αυτή την ενότητα, αρχικά καθορίζονται τα μηνύματα που αποστέλλονται μεταξύ των κόμβων του γράφου στα διάφορα στάδια της εκτέλεσης του αλγορίθμου και παρουσιάζονται τα θεωρήματα που είναι απαραίτητα για την δόμησή του. Έπειτα, χρησιμοποιώντας το εν λόγω θεωρητικό υπόβαθρο, παρουσιάζεται αναλυτικά ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης SP στο πεδίο των λογαρίθμων.

Το μήνυμα $L(q_{ij}^{(l)})$ που αποστέλλεται από κάθε κόμβο δυφίου/μεταβλητής v_i σε κάθε γειτονικό κόμβο ελέγχου c_j στην l -οστή επανάληψη περιέχει τον LLR της πιθανότητας υπό συνθήκη το δυφίο να είναι 0 προς την πιθανότητα υπό συνθήκη του δυφίο να είναι 1 δεδομένης όλης της εξωγενούς πληροφορίας που είναι διαθέσιμη στον κόμβο δυφίου/μεταβλητής v_i , δηλαδή

$$L(q_{ij}^{(l)}) \triangleq \ln \frac{q_{ij}^{(l)}(0)}{q_{ij}^{(l)}(1)} \quad (2.37)$$

όπου $q_{ij}^{(l)}(b) = \Pr(x_i = b | y_i, \mathcal{S}, M_c(\sim j))$ στην οποία \mathcal{S} είναι το ενδεχόμενο τα δυφία $x_{i \in V_j}$ να ικανοποιούν την j -οστή εξίσωση ελέγχου ισοτιμίας, όπου V_j είναι το σύνολο των κόμβων δυφίου/μεταβλητής που είναι συνδεδεμένοι στον κόμβο ελέγχου c_j και $M_c(\sim j)$ είναι τα μηνύματα από όλους τους γειτονικούς κόμβους ελέγχου εκτός του κόμβο ελέγχου c_j . Κατά το στάδιο της αρχικοποίησης, οι κόμβοι δυφίου/μεταβλητής δεν περιέχουν κάποια εξωγενή πληροφορία εκτός της ληφθείσας τιμής του δυφίου και ως εκ τούτου η τιμή αρχικοποίησης των κόμβων δυφίου μεταβλητής εξαρτάται από το είδος του καναλιού μετάδοσης. Στην περίπτωση των καναλιών διαλείψεων διακρίνουμε δύο περιπτώσεις: τα κανάλια διαλείψεων με **πλευρική πληροφορία (side information - SI)** στον αποκωδικοποιητή και τα κανάλια διαλείψεων χωρίς SI. Στην πρώτη περίπτωση οι ακριβείς τιμές των α_i είναι γνωστές στον αποκωδικοποιητή, ενώ στην δεύτερη περίπτωση είναι άγνωστες και προσεγγίζονται μέσω των (2.5) και (2.8). Συνεπώς, η τιμή αρχικοποίησης για τα τρία κανάλια υπό μελέτη θα είναι

$$L(q_{ij}^{(0)}) = \begin{cases} \frac{2}{\sigma^2} y_i & \text{για το κανάλι AWGN} \\ \frac{2}{\sigma^2} y_i \alpha_i & \text{για τα κανάλια Ρέιλεϊ και Ρίσιαν χωρίς SI} \\ \frac{2}{\sigma^2} y_i E[\alpha_i] & \text{για τα κανάλια Ρέιλεϊ και Ρίσιαν με SI.} \end{cases} \quad (2.38)$$

Ας θεωρήσουμε τον ακόλουθο λόγο APP

$$\frac{q_{ij}^{(l)}(0)}{q_{ij}^{(l)}(1)}$$

Δεδομένου ότι ικανοποιείται το ενδεχόμενο \mathcal{S} , μπορούμε να διακρίνουμε δύο περιπτώσεις για το δυφίο x_i . Στην πρώτη περίπτωση, αν το δυφίο x_i είναι 0 τότε το πλήθος των 1 στα υπόλοιπα δυφία της εν λόγω εξίσωσης ελέγχου ισοτιμίας πρέπει είναι άρτιο. Αντιθέτως, στη δεύτερη περίπτωση, αν το δυφίο x_i είναι 1 τότε το πλήθος των 1 στα υπόλοιπα δυφία της εν λόγω εξίσωσης ελέγχου ισοτιμίας πρέπει είναι περιττό. Το ακόλουθο λήμμα χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της πιθανότητας εμφάνισης άρτιου πλήθους 1 σε μια ακολουθία δυφίων [22].

Λήμμα 2.6.1. Έστω μια ακολουθία m ανεξάρτητων δυφίων $x = [x_1 \dots x_m]$ για την οποία ισχύει $\Pr(x_i = 1) = p_i$. Τότε η πιθανότητα η ακολουθία x να περιέχει άρτιο πλήθος 1 είναι

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{i=1}^m (1 - 2p_i). \quad (2.39)$$

Απόδειξη. Η απόδειξη πραγματοποιείται με τη μέθοδο της επαγωγής. Αν μια ακολουθία m ανεξάρτητων δυφίων $x = [x_1 \dots x_m]$ έχει άρτιο πλήθος μονάδων, τότε το άθροισμά σε αριθμητική μόντουλο δύο όλων των δυφίων της ακολουθίας, X_m , θα είναι μηδέν.

Για $m = 2$, θα έχουμε

$$\begin{aligned} \Pr[X_2 = 0] &= \Pr[x_1 + x_2 = 0] \\ &= p_1 p_2 + (1 - p_1)(1 - p_2) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} (1 - 2p_1)(1 - 2p_2) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{i=1}^2 (1 - 2p_i). \end{aligned}$$

Ας υποθέσουμε ότι η εξίσωση ισχύει για $m = l - 1$, τότε

$$\Pr[X_{l-1} = 0] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{i=1}^{l-1} (1 - 2p_i).$$

Τότε, για $m = l$, θα ισχύει

$$\begin{aligned} \Pr[X_l = 0] &= \Pr[X_{l-1} + x_l = 0] \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} [1 - 2\Pr(X_{l-1} = 1)] (1 - 2p_l) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \{1 - 2[1 - \Pr(X_{l-1} = 0)]\} (1 - 2p_l) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{i=1}^l (1 - 2p_i). \end{aligned}$$

□

Συνεπώς, βάσει της (2.39), η εξωγενής πιθανότητα ενός δυφίου x_i να είναι 0 δεδομένου πως ικανοποιείται η j -οστή εξίσωση ελέγχου ισοτιμίας ισούται με την πιθανότητα

ύπαρξης άρτιου πλήθους 1 στο σύνολο των υπολοίπων δυφίων στον κόμβο ελέγχου c_j , δηλαδή

$$r_{ji}^{(l)}(0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{k \in V_{\setminus i}} (1 - 2q_{kj}^{(l-1)}(1))$$

ενώ αντίστοιχα η εξωγενής πιθανότητα του δυφίου i να είναι να είναι 1 δεδομένου πως ικανοποιείται η j -οστή εξίσωση ελέγχου ισοτιμίας είναι

$$r_{ji}^{(l)}(1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{k \in V_{\setminus i}} (1 - 2q_{kj}^{(l-1)}(1)) \quad (2.40)$$

όπου $V_{\setminus i}$ είναι το σύνολο των κόμβων δυφίου/μεταβλητής που είναι συνδεδεμένοι στον κόμβο ελέγχου c_j εκτός του κόμβου δυφίου/μεταβλητής v_i .

Το μήνυμα $L(r_{ji}^{(l)})$ που αποστέλλεται από κάθε κόμβο ελέγχου c_j σε κάθε γειτονικό κόμβο δύφίου/μεταβλητής v_i στην l -οστή επανάληψη περιέχει τον LLR της πιθανότητας υπό συνθήκη ο εν λόγω έλεγχος ισοτιμίας να ικανοποιείται δεδομένου ότι το δυφίο είναι 0 προς την αντίστοιχη πιθανότητα υπό συνθήκη δεδομένου ότι το δυφίο είναι 1, βάσει όλης της εξωγενούς πληροφορίας που είναι διαθέσιμη στον κόμβο ελέγχου c_j , δηλαδή

$$L(r_{ji}^{(l)}) \triangleq \ln \frac{r_{ji}^{(l)}(0)}{r_{ji}^{(l)}(1)} \quad (2.41)$$

όπου $r_{ji}^{(l)}(b) = \Pr(\text{ικανοποιείται η } j\text{-οστή εξίσωση ελέγχου ισοτιμίας} | x_i = b, M_v(\sim i))$ στην οποία $M_v(\sim i)$ είναι τα μηνύματα από όλους τους γειτονικούς κόμβους δυφίου/μεταβλητής εκτός από τον κόμβο δυφίου/μεταβλητής v_i .

Χρησιμοποιώντας τη σχέση

$$\begin{aligned} \tanh\left(\frac{1}{2} \ln \frac{p_0}{p_1}\right) &= p_0 - p_1 \\ &= 1 - 2p_1 \end{aligned}$$

και τη (2.40) μπορούμε να μετασχηματίσουμε τη (2.41) σε

$$\begin{aligned} \tanh\left(\frac{1}{2} L(r_{ji}^{(l)})\right) &= \tanh\left(\frac{1}{2} \ln \frac{r_{ji}^{(l)}(0)}{r_{ji}^{(l)}(1)}\right) \\ &= 1 - 2r_{ji}^{(l)}(1) \\ &= 1 - 2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{k \in V_{\setminus i}} (1 - 2q_{kj}^{(l-1)}(1))\right) \\ &= \prod_{k \in V_{\setminus i}} (1 - 2q_{kj}^{(l-1)}(1)) \end{aligned}$$

$$= \prod_{k \in V_j \setminus i} \tanh\left(\frac{1}{2}L(q_{kj}^{(l-1)})\right). \quad (2.42)$$

Ωστόσο η (2.42) περιέχει ένα γινόμενο και την πολύπλοκη συνάρτηση \tanh . Το πρόβλημα αυτό επιλύεται ως εξής [21]: αρχικά, παραγοντοποιούμε το $L(q_{ij}^{(l-1)})$ στο πρόσημο και το μέτρο του ως εξής

$$L(q_{ij}^{(l-1)}) = \alpha_{kj}\beta_{kj}, \quad (2.43)$$

όπου $\alpha_{kj} \triangleq \text{sgn}[L(q_{kj}^{(l-1)})]$ και $\beta_{kj} \triangleq |L(q_{kj}^{(l-1)})|$. Αντικαθιστώντας τη (2.43) στη (2.42) λαμβάνουμε την

$$\tanh\left(\frac{1}{2}L(r_{ji}^{(l)})\right) = \prod_{k \in V_j \setminus i} \alpha_{kj} \prod_{k \in V_j \setminus i} \tanh\left(\frac{1}{2}\beta_{kj}\right)$$

από την οποία προκύπτει

$$\begin{aligned} L(r_{ji}^{(l)}) &= \prod_{k \in V_j \setminus i} \alpha_{kj} \times 2 \tanh^{-1}\left(\prod_{k \in V_j \setminus i} \tanh\left(\frac{1}{2}\beta_{kj}\right)\right) \\ &= \prod_{k \in V_j \setminus i} \alpha_{rj} \times 2 \tanh^{-1} \log^{-1} \log\left(\prod_{k \in V_j \setminus i} \tanh\left(\frac{1}{2}\beta_{kj}\right)\right) \\ &= \prod_{k \in V_j \setminus i} \alpha_{rj} \times 2 \tanh^{-1} \log^{-1} \sum_{k \in V_j \setminus i} \log\left(\tanh\left(\frac{1}{2}\beta_{kj}\right)\right) \\ &= \prod_{k \in V_j \setminus i} \alpha_{rj} \times \phi\left(\sum_{k \in V_j \setminus i} \phi(\beta_{kj})\right) \end{aligned} \quad (2.44)$$

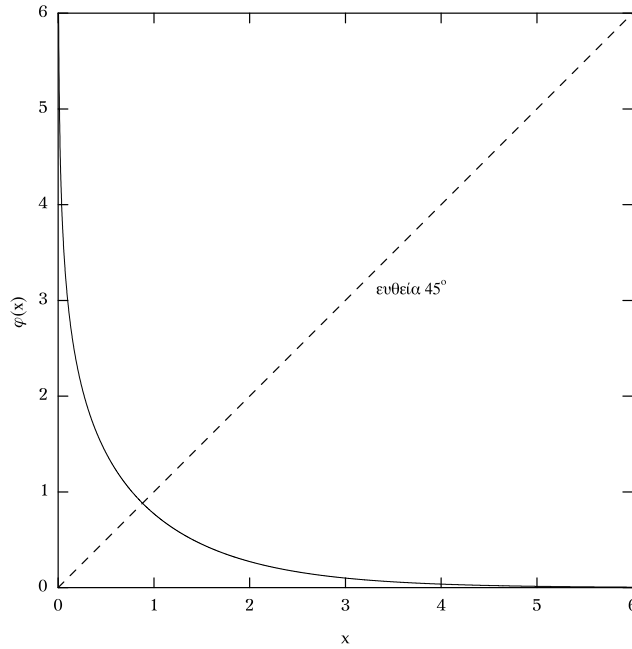
όπου

$$\phi(x) \triangleq -\log\left[\tanh\left(\frac{x}{2}\right)\right] = \log\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right)$$

χρησιμοποιώντας την ιδιότητα $\phi^{-1}(x) = \phi(x)$ για $x > 0$. Η συνάρτηση $\phi(x)$ απεικονίζεται στο Σχήμα 2.19 και μπορεί να υλοποιηθεί μέσω ενός πίνακα αναζήτησης.

Το μήνυμα $L(q_{ij}^{(l)})$ που αποστέλλεται από κάθε κόμβο δυφίου/μεταβλητής v_i σε κάθε γειτονικό κόμβο c_j σε κάθε επανάληψη μετά το στάδιο της αρχικοποίησης, δεδομένης της εξωγενούς πληροφορίας από τους γειτονικούς κόμβους ελέγχου $C_{i \setminus j}$, όπου $C_{i \setminus j}$ είναι το σύνολο των κόμβων ελέγχου που είναι συνδεδεμένοι στον κόμβο δυφίου/μεταβλητής v_i εκτός του κόμβου ελέγχου c_j , θα είναι

$$\begin{aligned} L(q_{ij}^{(l)}) &\triangleq \ln \frac{q_{ij}^{(l)}(0)}{q_{ij}^{(l)}(1)} \\ &= \ln \frac{\Pr(x_i = 0|y_i)}{\Pr(x_i = 1|y_i)} + \ln \frac{\prod_{k \in C_{i \setminus j}} r_{ki}^{(l)}(0)}{\prod_{k \in C_{i \setminus j}} r_{ki}^{(l)}(1)} \end{aligned}$$



Σχήμα 2.19: Γραφική παράσταση της συνάρτησης $\phi(x)$.

$$= L(q_{ij}^0) + \sum_{k \in C_i \setminus j} L(r_{ki}^{(l)}). \quad (2.45)$$

Ο πρώτος όρος στα δεξιά της (2.45) υποδηλώνει την συνεισφορά της εξόδου του καναλιού (εγγενής πληροφορία) ενώ ο δεύτερος όρος υποδηλώνει τη συνεισφορά από τους γειτονικούς κόμβους ελέγχου.

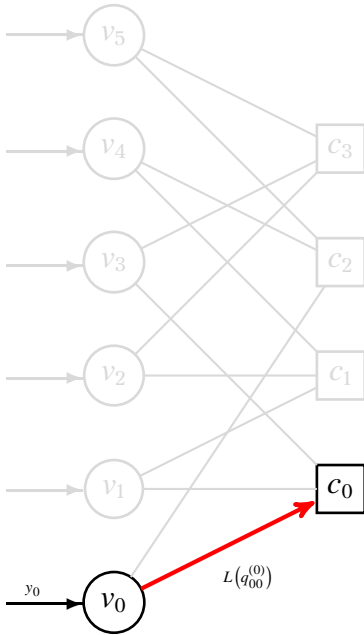
Ο εκτιμώμενος LLR για κάθε δυφίο είναι το άθροισμα των εγγενών και εξωγενών LLR

$$L(x_i) = L(q_{ij}^{(0)}) + \sum_{k \in C_i} L(r_{ki}^{(l)}) \quad (2.46)$$

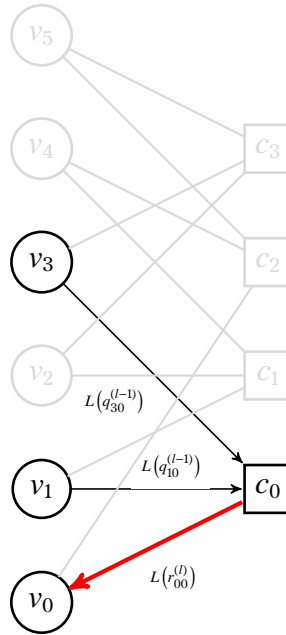
Έχοντας όλες τις απαραίτητες εξισώσεις υπολογισμού των μηνυμάτων που ανταλλάσσονται μεταξύ των κόμβων δυφίου/μεταβλητής και κόμβων ελέγχου του γράφου Τάνερ, ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης SP μπορεί να διαμορφωθεί ως εξής:

Βήμα 1 (στην πρώτη επανάληψη) *Αρχικοποίηση*: Το αρχικό μήνυμα $L(q_{ij}^{(0)})$ που αποστέλλεται από τον κόμβο δυφίου/μεταβλητής v_i στον κόμβο ελέγχου c_j δίνεται από τη (2.38). Η αποστολή του μηνύματος $L(q_{00}^{(0)})$ από τον κόμβο δυφίου/μεταβλητής v_0 στον κόμβο ελέγχου c_0 απεικονίζεται στο Σχήμα 2.20.1.

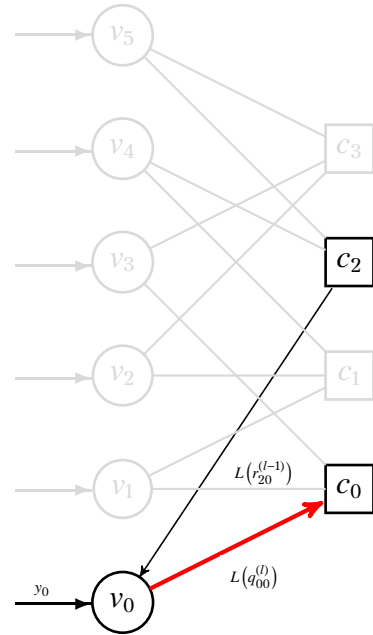
Βήμα 2 *Κόμβος ελέγχου προς κόμβο δυφίου/μεταβλητής*: Το εξωγενές μήνυμα $L(r_{ji}^{(l)})$ που αποστέλλεται από τον κόμβο ελέγχου c_j στον κόμβο δυφίου/μεταβλητής v_i δίνεται από τη (2.44). Η αποστολή του μηνύματος $L(r_{00}^{(l)})$ από τον κόμβο ελέγχου c_0 στον κόμβο δυφίου/μεταβλητής v_0 απεικονίζεται στο Σχήμα 2.20.2



Σχήμα 2.20.1



Σχήμα 2.20.2



Σχήμα 2.20.3

Σχήμα 2.20: Ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης αθροίσματος γινομένου.

Βήμα 3 Έλεγχος κωδικολέξης: Ο εκτιμώμενος LLR για κάθε δυφίο δίνεται από τη (2.46). Έπειτα, για κάθε δυφίο λαμβάνεται μια υλισμική απόφαση

$$\hat{x}_i = \begin{cases} 1, & L(x_i) \leq 0 \\ 0, & L(x_i) > 0 \end{cases} \quad (2.47)$$

Αν η εκτιμώμενη κωδικολέξη $\hat{x} = [\hat{x}_1 \hat{x}_2 \dots \hat{x}_n]$ είναι έγκυρη κωδικολέξη ($H\hat{x}^T = 0$) ή το πλήθος των επαναλήψεων που έχουν εκτελεστεί ισούται με το μέγιστο επιτρεπόμενο πλήθος επαναλήψεων, ο αλγόριθμος τερματίζει.

Βήμα 1 (σε κάθε επανάληψη μετά την πρώτη επανάληψη) *Κόμβος δυφίου/μεταβλητής προς κόμβο ελέγχου:* Για κάθε επανάληψη μετά την πρώτη επανάληψη, το $L(q_{ij}^{(l)})$ που αποστέλλεται από τον κόμβο δυφίου/μεταβλητής v_i στον κόμβο ελέγχου c_j δίνεται από τη (2.45). Η αποστολή του μηνύματος $L(q_{00}^{(l)})$ από τον κόμβο δυφίου/μεταβλητής v_0 στον κόμβο ελέγχου c_0 απεικονίζεται στο Σχήμα 2.20.3.

2.7 Κώδικες Συμβατού Ρυθμού

Τα επικοινωνιακά συστήματα λειτουργούν υπό χρονικά μεταβαλλόμενα κανάλια μετάδοσης. Συνεπώς, τα υποσυστήματα FEC τους πρέπει να μπορούν να μεταβάλλουν, με ευέλικτο τρόπο, τον ρυθμό του χρησιμοποιούμενου ECC βάσει της τρέχουσας κατάστα-

σης του καναλιού [88]. Η **προσαρμοσιμότητα ρυθμού (rate adaptability)** μπορεί να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας ένα ζεύγος κωδικοποιητή/αποκωδικοποιητή για κάθε επιθυμητό ρυθμό κώδικα. Ωστόσο αυτή η επιλογή αυξάνει την πολυπλοκότητα του υποσυστήματος FEC γραμμικά ως προς το πλήθος των επιθυμητών ρυθμών κώδικα. Εναλλακτικά, μπορούν να χρησιμοποιηθούν κώδικες RC.

Οι κώδικες RC κατασκευάζονται εφαρμόζοντας τεχνικές μεταβολής του ρυθμού κώδικα, όπως διάτρηση για διεύρυνση του ρυθμού κώδικα, επέκταση και σύμπτυξη για σύμπτυξη του ρυθμού κώδικα ή συνδυασμό τους, σε έναν μπτρικό κώδικα. Γενικώς οι κώδικες RC ορίζονται ως μια οικογένεια εμφωλευμένων ECC με διαφορετικούς ρυθμούς κώδικα όπου οι κώδικες υψηλότερου ρυθμού είναι ενσωματωμένοι στους κώδικες χαμηλότερου ρυθμού. Χάρη σε αυτό το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό οι κώδικες RC μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε τηλεπικοινωνιακά συστήματα που λειτουργούν υπό χρονικά μεταβαλλόμενο SNR αλλά απαιτείται η χρήση ενός μονού ζεύγους κωδικοποιητή/αποκωδικοποιητή [41]. Επιπλέον, οι κώδικες RC συνήθως χρησιμοποιούνται σε σχήματα ARQ και HARQ IR για την εξασφάλιση αξιόπιστης επικοινωνίας και υψηλής ρυθμαπόδοσης. Στη δεύτερη περίπτωση, αν οι κώδικες υψηλότερου ρυθμού δεν είναι επαρκώς ισχυροί ώστε να διορθώσουν ενδεχόμενα σφάλματα, μεταδίδονται μονάχα επιπρόσθετα δυφία ισοτιμίας τα οποία συνδυάζονται στον δέκτη με τα δυφία του κώδικα υψηλότερου ρυθμού και σχηματίζουν έναν ισχυρότερο κώδικα χαμηλότερου ρυθμού.

Στο παρελθόν, πολλοί τύποι ECC χρησιμοποιήθηκαν στα πλαίσια της **συμβατότητας ρυθμού (rate compatibility)**, όπως οι κώδικες BCH [42], οι RCPC [41], οι κώδικες RS [43] και οι RCPT [44]. Την τελευταία δεκαετία, ως φυσικό επακόλουθο της ανάδειξης των ιδιαίτερα υψηλών δυνατοτήτων των κωδίκων LDPC σε διάφορα κανάλια μετάδοσης, καθώς και των πλεονεκτημάτων που προσφέρουν, πραγματοποιείται μια συστηματική προσπάθεια για την σχεδίαση αποτελεσματικών κωδίκων RC-LDPC [1–4, 45–57].

Στις παρακάτω ενότητες αρχικά θα αναφερθούμε στα σχήματα ARQ δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στα σχήματα HARQ IR. Έπειτα, θα μελετήσουμε την τεχνική της διάτρησης και της επέκτασης για την κατασκευή κωδίκων RC, οι οποίες θα μας απασχολήσουν και στη συνέχεια της διδακτορικής διατριβής.

2.7.1 Αίτηση Αυτόματης Αναμετάδοσης

Η ARQ είναι μια τεχνική ελέγχου σφαλμάτων που χρησιμοποιείται σε ψηφιακά επικοινωνιακά συστήματα με κανάλια ανάδρασης. Σύμφωνα με αυτή την τεχνική, ο δέκτης ζητά αυτόματα την αναμετάδοση ενός πακέτου που χάθηκε κατά τη μετάδοση. Η διαδικασία της επαναμετάδοσης συνεχίζεται μέχρις ότου το μεταδοθέν πακέτο είτε να ληφθεί κανονικά είτε να ξεπεραστεί κάποιος περιορισμός, όπως το πλήθος των αναμεταδόσεων.

Βάσει των υιοθετούμενων στρατηγικών επαναμετάδοσης μπορούμε να διαχωρίσουμε τα σχήματα ARQ σε σχήματα ARQ **παύσης και αναμονής (stop and wait)**, ARQ

οπισθοχώρησης κατά n (**go back n**) και ARQ επιλεκτικής επανάληψης (**selective repeat**). Στην παρούσα διδακτορική διατριβή θα μας απασχολήσουν τα σχήματα ARQ επιλεκτικής επανάληψης. Σε ένα επικοινωνιακό σύστημα που χρησιμοποιεί σχήμα ARQ επιλεκτικής επανάληψης, οι κωδικολέξεις μεταδίδονται συνεχώς. Ωστόσο, η αποστολή διακόπτεται όταν ληφθεί μια **αρνητική γνωστοποίηση (negative acknowledgement - NACK)** μέσω του καναλιού ανάδρασης. Σε αυτή την περίπτωση ο αποστολέας στέλνει ξανά μόνο τις κωδικολέξεις για τις οποίες έχει λαμβάνει μια NACK. Μόλις ολοκληρωθεί η αποστολή των αρνητικά γνωστοποιημένων κωδικολέξεων, η μετάδοση συνεχίζεται κανονικά.

Η επίδοση ενός σχήματος ARQ αξιολογείται βάσει της ρυθμαπόδοσης η οποία ορίζεται, σε γενική μορφή, ως ο μέσος αριθμός των δυφίων πληροφορίας που λαμβάνονται επιτυχώς από τον δέκτη στη μονάδα του χρόνου προς το συνολικό αριθμό των δυφίων που θα μπορούσαν να μεταδοθούν στη μονάδα του χρόνου [88]. Το συγκεκριμένο μέτρο αξιολόγησης αποκαλύπτει την αδυναμία των σχημάτων ARQ να αξιοποιήσουν αποτελεσματικά τη διαθέσιμη χωρητικότητα του καναλιού υπό συνθήκες υψηλού ρυθμού σφαλμάτων. Ειδικότερα, τα σχήματα ARQ, παρότι παρέχουν υψηλή αξιοπιστία συστήματος, παρουσιάζουν απότομη πτώση της ρυθμαπόδοσης.

Αντιθέτως, τα συστήματα FEC διατηρούν σταθερή ρυθμαπόδοση, ίση με τον ρυθμό κώδικα R , ανεξαρτήτως του ρυθμού σφαλμάτων. Ωστόσο, τα συστήματα FEC παρουσιάζουν δύο μειονεκτήματα. Πρώτον, όταν εντοπιστούν σφάλματα σε μια ληφθείσα κωδικολέξη αυτή πρέπει να αποκωδικοποιηθεί και να μεταβιβαστεί στον παραλήπτη ασχέτως αν είναι σωστή ή λανθασμένη. Συνεπώς, δεν μπορεί να εξασφαλιστεί υψηλή αξιοπιστία του συστήματος. Επιπλέον, για να εξασφαλιστεί υψηλή αξιοπιστία πρέπει να χρησιμοποιηθούν κώδικες μεγάλου μήκους, γεγονός που καθιστά δύσκολη την υλοποίηση της αποκωδικοποίησής τους [88].

Τα μειονεκτήματα των σχημάτων ARQ και FEC μπορούν να υπερκεραστούν αν τα δύο σχήματα ελέγχου σφαλμάτων συνδυαστούν αποτελεσματικά. Ο συνδυασμός αυτός ονομάζεται HARQ. Σκοπός του τμήματος FEC είναι να μειώνει την συχνότητα των επαναμεταδόσεων διορθώνοντας όσο το δυνατόν περισσότερα σφάλματα. Όταν συμβεί κάποιο σφάλμα που δεν μπορεί να διορθωθεί τότε το σύστημα ζητά την επαναμετάδοση της κωδικολέξης αντί να την μεταβιβάσει εσφαλμένα στον δέκτη. Τα σχήματα HARQ μπορούν χωριστούν σε δύο κατηγορίες, στα σχήματα HARQ τύπου-I και τύπου-II.

Στα σχήματα HARQ τύπου-I κάθε πακέτο κωδικοποιείται τόσο για εντοπισμό όσο και για διόρθωση σφαλμάτων. Όταν το πακέτο καταφθάσει στον δέκτη, αποκωδικοποιείται από τον αποκωδικοποιητή FEC και έπειτα ελέγχεται για σφάλματα [89]. Αν εντοπιστούν σφάλματα, στέλνεται μια αίτηση επαναμετάδοσης στον αποστολέα: διαφορετικά, το πακέτο γίνεται αποδεκτό. Τα σχήματα HARQ τύπου-I υπερέρχονται των κλασικών σχημάτων ARQ σε κανάλια υψηλού ρυθμού σφαλμάτων αλλά μειονεκτούν στο γεγονός πως απαιτείται η μετάδοση ολόκληρης της κωδικολέξης στην περίπτωση

μη διορθούμενων σφαλμάτων.

Τα σχήματα HARQ τύπου-II είναι πιο ευέλικτα και χρησιμοποιούνται για την προσαρμογή στις χρονικά μεταβαλλόμενες συνθήκες του καναλιού μέσω της χρήσης IR. Τα σχήματα αυτά βασίζονται στην επαναληπτική αποστολή μόνο των επιπρόσθετων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας, αντί ολόκληρης της κωδικολέξης, μέχρις ότου καταστεί δυνατή η σωστή αποκωδικοποίηση της ληφθείσας κωδικολέξης. Ειδικότερα, κατά την αρχική μετάδοση του πακέτου παραλείπονται κάποια δυφία ισοτιμίας τα οποία αποστέλλονται διαδοχικά σε περίπτωση που η κωδικολέξη δεν μπορεί να αποκωδικοποιηθεί επιτυχώς. Κατ' αυτόν τον τρόπο ο δέκτης, αφού προσαρτίσει στο ληφθέν πακέτο τα επιπρόσθετα δυφία ισοτιμίας, σχηματίζει μια κωδικολέξη χαμηλότερου ρυθμού με υψηλότερες δυνατότητες διόρθωσης σφαλμάτων [88]. Στους κώδικες RC το δυφιόρρευμα του κώδικα καναλιού χαμηλού πλεονασμού είναι ενσωματωμένο στο δυφιόρρευμα του κώδικα καναλιού υψηλού πλεονασμού. Συνεπώς, η IR μπορεί να επιτευχθεί στέλνοντας πρώτα τα κωδικοποιημένα δυφία υψηλότερου ρυθμού και έπειτα αποστέλλοντας τα επιπρόσθετα δυφία ισοτιμίας των κωδίκων χαμηλότερου ρυθμού, αν αυτό ζητηθεί από τον δέκτη. Η ρυθμαπόδοση των σχημάτων HARQ τύπου-II, θεωρώντας επιλεκτική επαναμετάδοση, μπορεί να οριστεί ως εξής: έστω $P_i, = 0, 1, \dots$ είναι η πιθανότητα πλαισιακού σφάλματος μετά την i -οστή μετάδοση. Η ρυθμαπόδοση, η , του συστήματος δίνεται από την [90]

$$\eta = \frac{k}{E[N]} = \frac{k}{N_0(1-P_0) + \sum_{i=1}^{+\infty} N_i(1-P_i) \prod_{j=0}^{i-1} P_j}, \quad (2.48)$$

όπου k είναι το μήκος συστάδας πληροφορίας, $E[N]$ είναι ο μέσος αριθμός των κωδικοποιημένων δυφίων που έχουν μεταδοθεί μέχρις ότου ο δέκτης να αποκωδικοποιήσει επιτυχώς την κωδικολέξη και N_i είναι ο συνολικός αριθμός κωδικοποιημένων δυφίων μετά την i -οστή μετάδοση. Όπως μπορεί να γίνει αντιληπτό από τη (2.48), η ρυθμαπόδοση του συστήματος μπορεί να βελτιωθεί χρησιμοποιώντας κώδικες RC με χαμηλό ρυθμό πλαισιακών σφαλμάτων (Frame Error Rate - FER).

2.7.2 Διάτρηση

Η διάτρηση είναι η πρώτη μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή κωδίκων RC με υψηλότερο ρυθμό από τον ρυθμό του μπτρικού κώδικα [41, 42].

Ένα σύνολο διατρημένων κωδίκων C_p με αντίστοιχο σύνολο των ρυθμών κώδικα $\mathcal{R} = \{R_1, R_2, \dots, R_{h-1}, R_h\}$, όπου $R_1 < R_2 < \dots < R_{h-1} < R_h$ και αντίστοιχο σύνολο των πινάκων ελέγχου ισοτιμίας $\mathcal{H} = \{H_1, H_2, \dots, H_{h-1}, H_h\}$ είναι διατρημένοι κώδικες RC αν και μόνο αν $H_h \subset H_{h-1} \subset \dots \subset H_2 \subset H_1 \subset H_0$, όπου H_0 είναι ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας ενός μπτρικού κώδικα C_0 ρυθμού R_0 .

Βάσει αυτής της μεθόδου, ο κωδικοποιητής παράγει όλα τα δυφία ισοτιμίας αλλά μονάχα μερικά από αυτά μεταδίδονται. Όσα δυφία δεν μεταδίδονται θεωρούνται ως

διατηρημένα. Στον αποκωδικοποιητή, τα διατηρημένα δυφία αντικαθίστανται από εξαλείψεις και η αποκωδικοποίηση πραγματοποιείται κανονικά όπως στην περίπτωση μιας μη διατηρημένης κωδικολέξης.

Η διάτρηση καθιστά δυνατή την αποτελεσματικότερη χρήση του εύρους ζώνης αλλά ενέχει την πιθανότητα μείωσης της ελάχιστης απόστασης του κώδικα, και ως εκ τούτου τη μείωση της ικανότητας διόρθωσης σφαλμάτων [91]. Παρολαυτά, οι διατηρημένοι κώδικες συνήθως μπορούν να διορθώσουν την πλειοψηφία των σφαλμάτων μέχρι την ελάχιστη απόσταση του μπτρικού κώδικα.

2.7.3 Επέκταση

Σε αντίθεση με τη διάτρηση, η επέκταση χρησιμοποιείται για την κατασκευή κωδικών RC με χαμηλότερο ρυθμό από τον ρυθμό του μπτρικού κώδικα [2, 3].

Ένα σύνολο εκτεταμένων κωδικών C_e με αντίστοιχο σύνολο των ρυθμών κώδικα $\mathcal{R} = \{R_1, R_2, \dots, R_{l-1}, R_l\}$, όπου $R_1 > R_2 > \dots > R_{l-1} > R_l$ και αντίστοιχο σύνολο των πινάκων ελέγχου ισοτιμίας $\mathcal{H} = \{H_1, H_2, \dots, H_{l-1}, H_l\}$ είναι εκτεταμένοι κώδικες RC αν και μόνο αν $H_0 \subset H_1 \subset H_2 \subset \dots \subset H_{l-1} \subset H_l$, όπου H_0 είναι ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας ενός μπτρικού κώδικα C_0 ρυθμού R_0 .

Ένας κώδικας μπορεί να επεκταθεί σε έναν κώδικα χαμηλότερου ρυθμού προσθέτοντας επιπρόσθετα δυφία ισοτιμίας ή με άλλα λόγια προσθέτοντας επιπρόσθετες γραμμές και στίλες στον πίνακα ελέγχου ισοτιμίας. Σε αντίθεση με τη διάτρηση, τα επιπρόσθετα δυφία ισοτιμίας προσαρτώνται μόνο όταν είναι απαραίτητο και η αποκωδικοποίηση πραγματοποιείται μόνο για τα μεταδοθέντα δυφία. Κατ' αυτόν τον τρόπο αποφεύγονται περιττοί υπολογισμοί στον κωδικοποιητή και τον αποκωδικοποιητή [2]. Βεβαίως, για την αποκωδικοποίηση των εκτεταμένων κωδικών RC, όπως και στην περίπτωση της διάτρησης, χρησιμοποιείται ο αποκωδικοποιητής του κώδικα χαμηλότερου ρυθμού εισάγοντας εξαλείψεις στη θέση των ελλειπόντων δυφίων.

Επιπλέον, αξίζει να αναφερθεί πως μέσω της επέκτασης κατασκευάζονται κώδικες με υψηλότερη ελάχιστη απόσταση και καλύτερη επίδοση διόρθωσης σφαλμάτων [91].

Κεφάλαιο 3

Αλγόριθμοι Ντετερμινιστικής Επέκτασης κωδίκων RC-IRA

Σε αυτό το κεφάλαιο προτείνονται τρεις καινοτόμοι αλγόριθμοι ντετερμινιστικής επέκτασης. Ο πρώτος αλγόριθμος βασίζεται σε δευτεροβάθμιες ισοϋπόλοιπες ακολουθίες επέκτασης ενώ στον δεύτερο και τρίτο αλγόριθμο χρησιμοποιούνται ένας τροποποιημένος και ένας αποκομμένος πίνακας Βαντερμόντ, αντίστοιχα. Για την διατήρηση της χαμηλής πολυπλοκότητας σχεδιασμού χρησιμοποιούνται μόνο αλγεβρικές πράξεις και δεν εφαρμόζεται κάποια τεχνική αφαίρεσης κύκλων από τον παραγόμενο γράφο. Οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι είναι γενικευμένοι και μπορούν να εφαρμοστούν σε οποιοδήποτε μητρικό κώδικα IRA με μήκος της συστάδας πληροφορίας k_0 παράγοντας διαφορετικές ακολουθίες ρυθμών κώδικα R . Επιπλέον, συνδυάζοντας τον πρώτο αλγόριθμο επέκτασης με τον αλγόριθμο διάτρησης του άρθρου [1], προτείνεται μια υβριδική κατηγορία κωδίκων με την ονομασία D^2RC -IRA. Η επιτυχία των προτεινόμενων τεχνικών επέκτασης επιβεβαιώνεται από αποτελέσματα προσομοίωσης τα οποία αποδεικνύουν την υπεροχή τους έναντι αντίστοιχων αλγορίθμων επέκτασης της βιβλιογραφίας.

3.1 Εισαγωγή

Οι κώδικες LDPC προβάλλουν ως άμεσοι ανταγωνιστές των TC λόγω των επιπρόσθετων πλεονεκτημάτων που προσφέρουν, όπως ανώτερη επίδοση διόρθωσης σφαλμάτων και χαμηλότερη πολυπλοκότητα κωδικοποίησης. Παρολαυτά οι συνηθισμένοι κώδικες LDPC έχουν πολυπλοκότητα κωδικοποίησης ανάλογη του τετραγώνου του μήκους συστάδας του κώδικα [31], σε αντίθεση με τους TC οι οποίοι κωδικοποιούνται σε γραμμικό χρόνο. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος προτάθηκε μια ειδική υποκατηγορία κωδίκων LDPC, οι κώδικες LDPC βασιζόμενοι σε συσσωρευτή. Αυτή η υποκατηγορία περιλαμβάνει τους κώδικες RA [32, 33], τους κώδικες IRA [34], τους κώδικες ARA [35] και τους κώδικες ARAA [36]. Οι κώδικες LDPC βασιζόμενοι σε συσσωρευτή προσφέ-

ρουν επιπρόσθετα πλεονεκτήματα σε σχέση με τους κλασσικούς κώδικες LDPC όπως γραμμική πολυπλοκότητα κωδικοποίησης και χαμηλά δάπεδα σφάλματος [32, 34–36].

Ανάμεσα στους κώδικες που περιλαμβάνονται σε αυτή την υποκατηγορία, το ενδιαφέρον της διεθνούς ερευνητικής κοινότητας έχει επικεντρωθεί στους κώδικες IRA. Μάλιστα, οι κώδικες IRA έχουν ήδη υιοθετηθεί σε πρότυπα συστημάτων ευρυεκπομπής όπως το πρότυπο DVB-S2 [38] και σε πρότυπα συστημάτων επίγειας ασύρματης δικτύωσης υψηλής ρυθμαπόδοσης, όπως τα πρότυπα 802.16e [39] και 802.11n [40] του IEEE.

Η συμβατότητα ρυθμού στα επικοινωνιακά συστήματα που λειτουργούν υπό χρονικά μεταβαλλόμενο περιβάλλον είναι ζωτικής σημασίας ώστε να επιτευχθεί αποτελεσματική κωδικοποίηση καναλιού. Παρότι στη διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία έχουν προταθεί κάποιες τεχνικές ντετερμινιστικής [2–4] ή βέλτιστης [1] επέκτασης, η επέκταση RC στα πλαίσια των κωδίκων LDPC παραμένει ένα ανοικτό θέμα.

Στο άρθρο [2] προτάθηκε μια τεχνική επέκτασης ενός μητρικού κώδικα μέτρου ρυθμού για το σχεδιασμό κανονικών κωδίκων LDPC χαμηλότερου ρυθμού χρησιμοποιώντας στήλες βάρους 3 και πολύ αραιούς υποπίνακες. Ωστόσο, ο κωδικοποιητής των κωδίκων RC-LDPC του άρθρου [2] έχει πολυπλοκότητα που αυξάνει βάσει του τετραγώνου του μήκους συστάδας του κώδικα. Στο άρθρο [3] προτάθηκε μια άλλη τεχνική επέκτασης για ακανόνιστους κώδικες LDPC η οποία βασίζεται σε μοναδιαίους πίνακες και κάτω τριγωνικούς πίνακες κατασκευασμένους με τη μέθοδο PEG [76, 83]. Ωστόσο, η συγκεκριμένη τεχνική περιορίζεται σε μια συγκεκριμένη σχηματομορφή επέκτασης για έναν ακανόνιστο μητρικό κώδικα ρυθμού $R_0 = 8/13$. Επιπλέον, η **κάτω τριγωνική (lower triangular)** δομή των κατασκευαζόμενων κωδίκων RC-LDPC έχει αυξημένη πολυπλοκότητα κωδικοποίησης σε σχέση με τους κώδικες RC-IRA.

Στο άρθρο [4] προτάθηκαν δυο γενικευμένες τεχνικές ντετερμινιστικής επέκτασης κωδίκων RC-IRA οι οποίες βασίζονται σε μοναδιαίους πίνακες (**εκτεταμένη μοναδιαία (extended-identity)**) ή μεταθέσεις πινάκων (**εκτεταμένη μετατεθειμένη (extended-permuted)**). Ωστόσο, στην περίπτωση της εκτεταμένης μετατεθειμένης τεχνικής εφαρμόζονται μέθοδοι αφαίρεσης βρόχων, οδηγώντας σε υψηλότερη πολυπλοκότητα, ενώ στην περίπτωση της εκτεταμένης μοναδιαίας τεχνικής παρατηρείται μια υποβάθμιση της τάξης των 0,3 dB σε σχέση με την επίδοση των κωδίκων της εκτεταμένης μετατεθειμένης τεχνικής.

Στο άρθρο [1] προτάθηκε μια βέλτιστη μέθοδος επέκτασης με επίδοση που προσεγγίζει τη χωρητικότητα του καναλιού. Ωστόσο, λόγω των χρησιμοποιούμενων τεχνικών βελτιστοποίησης του παραγόμενου γράφου, παρουσιάζει υψηλότερη σχεδιαστική και υπολογιστική πολυπλοκότητα σε σχέση με τις ντετερμινιστικές τεχνικές επέκτασης.

Λαμβάνοντας υπόψιν τους περιορισμούς των παραπάνω αλγορίθμων, στο κεφάλαιο αυτό προτείνονται τρεις καινοτόμοι αλγόριθμοι ντετερμινιστικής επέκτασης. Οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι είναι γενικευμένοι και μπορούν να εφαρμοστούν σε οποιοδήποτε

μήκος της συστάδας πληροφορίας k_0 παράγοντας διαφορετικές ακολουθίες ρυθμών κώδικα R . Οι εκτεταμένοι κώδικες RC-IRA κατασκευάζονται με αλγεβρικό τρόπο χαμηλής πολυπλοκότητας, χωρίς να είναι απαραίτητη η εφαρμογή κάποιας τεχνικής **μετακατασκευαστικής (post-construction)** βελτιστοποίησης του δακτυλίου του γράφου.

Στο πρώτο υποκεφάλαιο προτείνεται ένας αλγόριθμος επέκτασης για κώδικες RC-IRA που βασίζεται σε κυκλοειδή τα οποία **ολισθαίνονται (shifted)** βάσει **ακολουθιών σύμπτωσης μονάδων (one-coincidence sequences - OCC)** οι οποίες υπολογίζονται μέσω μιας απλής **δευτεροβάθμιας ισούπόλοιπης εξίσωσης (quadratic congruential equation)** [59]. Παρότι οι δευτεροβάθμιες ισούπόλοιπες εξισώσεις έχουν χρησιμοποιηθεί στη διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία για τον σχεδιασμό κωδίκων LDPC και **οιονεί κυκλικών (Quasi Cyclic - QC)** κωδίκων LDPC [61], δεν έχουν εφαρμοστεί στα πλαίσια της συμβατότητας ρυθμού. Επιπλέον, προτείνεται και αξιολογείται μια υβριδική κατηγορία κωδίκων, επονομαζόμενη κώδικες D^2 RC-IRA, με βελτιωμένη επίδοση διόρθωσης σφαλμάτων. Για τον σχεδιασμό των κωδίκων D^2 RC-IRA χαμηλότερου ρυθμού χρησιμοποιείται ο προτεινόμενος καινοτόμος αλγόριθμος επέκτασης, ενώ για τον σχεδιασμό των κωδίκων D^2 RC-IRA υψηλότερου ρυθμού χρησιμοποιείται η μέθοδος διάτρησης που προτείνεται στο άρθρο [1].

Στο δεύτερο υποκεφάλαιο προτείνεται ένας αλγόριθμος επέκτασης για κώδικες RC-IRA που βασίζεται σε έναν τροποποιημένο πίνακα Βαντερμόντ αποτελούμενο από κυκλοειδή τα οποία ολισθαίνονται βάσει του υπολογιζόμενου δείκτη κάθε στοιχείου του τροποποιημένου πίνακα. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος θα ονομάζεται εφεξής **εκτεταμένος τροποποιημένος Βαντερμόντ (extended modified Vandermonde - emVM)**. Παρότι ο τροποποιημένος πίνακας Βαντερμόντ έχει χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή κωδίκων QC LDPC μεταβλητού ρυθμού [62] και QC LDPC **πρωτόγραφων (protograph)** [92], δεν έχει εφαρμοστεί στα πλαίσια της συμβατότητας ρυθμού. Συνεπώς, σκοπός αυτού του υποκεφαλαίου είναι η διερεύνηση της καταλληλότητας του τροποποιημένου πίνακα Βαντερμόντ για την κατασκευή ντετερμινιστικά εκτεταμένων πινάκων RC-IRA.

Στο τρίτο υποκεφάλαιο προτείνεται ένας αλγόριθμος επέκτασης για κώδικες RC-IRA που βασίζεται σε έναν αποκομμένο πίνακα Βαντερμόντ αποτελούμενο από κυκλοειδή τα οποία ολισθαίνονται βάσει του υπολογιζόμενου δείκτη κάθε στοιχείου του τροποποιημένου πίνακα. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος θα ονομάζεται εφεξής **εκτεταμένος Βαντερμόντ (extended Vandermonde - eVM)**. Σκοπός αυτού του υποκεφαλαίου είναι η διερεύνηση της καταλληλότητας του πίνακα Βαντερμόντ για την κατασκευή ντετερμινιστικά εκτεταμένων πινάκων RC-IRA.

3.2 Αλγόριθμος δευτεροβάθμιων ισούπολοιπων ακολουθιών και κώδικες D^2RC -IRA

Σε αυτό το υποκεφάλαιο αρχικά παρουσιάζεται η δομή του προτεινόμενου αλγόριθμου επέκτασης μέσω δευτεροβάθμιων ισούπολοιπων ακολουθιών και της προτεινόμενης κατηγορίας κωδίκων D^2RC -IRA. Κατόπιν, αξιολογείται η επίδοση τους σε κανάλι AWGN, τόσο από πλευράς BER και FER όσο και σχήματα HARQ IR. Τέλος, η επίδοση των κωδίκων D^2RC -IRA συγκρίνεται με την επίδοση αντίστοιχων σχημάτων κωδικοποίησης RC-LDPC και RC-IRA της διεθνούς επιστημονικής βιβλιογραφίας, αποδεικνύοντας την ανωτερότητα των προτεινόμενων κωδίκων.

3.2.1 Ντετερμινιστική επέκταση κωδίκων RC-IRA

Ας θεωρήσουμε έναν μπτρικό κώδικα με m_0 περιορισμούς ελέγχου ισοτιμίας και μήκος κωδικολέξης n_0 . Ο αντίστοιχος πίνακας ελέγχου ισοτιμίας H_0 θα έχει μέγεθος $m_0 \times n_0$ και ρυθμό $R_0 = k_0/n_0$ είναι

$$H_0 = [H_I, H_P],$$

όπου $k_0 = n_0 - m_0$, H_I είναι το τμήμα δυφίων πληροφορίας με μέγεθος $m_0 \times k_0$ το οποίο σχεδιάζεται βάσει του αλγορίθμου PEG για την εξασφάλιση καλύτερων χαρακτηριστικών δακτυλίου και H_P είναι το τμήμα δυφίων ελέγχου ισοτιμίας με μέγεθος $m_0 \times m_0$ το οποίο έχει **διδιαγώνια (dual-diagonal)** δομή.

Έστω $\mathcal{R} = \{R_1, R_2, \dots, R_l\}$ με $R_1 > R_2 > \dots > R_l$ είναι το επιθυμητό σύνολο ρυθμών κώδικα οι οποίοι είναι χαμηλότεροι από τον R_0 και \mathcal{H} είναι το σύνολο των αντίστοιχων πινάκων ελέγχου ισοτιμίας $\{H_1, H_2, \dots, H_l\}$. Αφού οι $\{H_1, H_2, \dots, H_l\}$ είναι RC, τότε θα ισχύει $H_1 \subset H_2 \subset \dots \subset H_l$. Συνεπώς, υποθέτοντας ένα σταθερό βήμα επέκτασης ε , ο H_{j+1} σχεδιάζεται προσαρτώντας ε γραμμές στο κάτω μέρος και ε στήλες στα δεξιά του H_j , όπου $j = 0, 1, \dots, l$. Ισοδύναμα, ο H_j έχει μέγεθος $(m_0 + j\varepsilon) \times (n_0 + j\varepsilon)$ όπου $H_j \subseteq H_l$. Συνεπώς, το πρόβλημα του σχεδιασμού του συνόλου \mathcal{H} ανάγεται στο πρόβλημα του σχεδιασμού του H_l ρυθμού R_l και στη χρήση υποσυνόλων των γραμμών και των στήλων του για τους ρυθμούς $\{R_1, R_2, \dots, R_{l-1}\}$. Στο υπόλοιπο της παρούσας ενότητας καθώς και στις δύο επόμενες ενότητες περιγράφεται ο σχεδιασμός του H_l .

Ξεκινώντας από τον H_0 , ο H_l μπορεί να διαμορφωθεί ως

$$H_l = \begin{bmatrix} H_I & H_P & Z_1 \\ E & Z_2 & I \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

όπου ο υποπίνακας Z_1 μεγέθους $m_0 \times l\varepsilon$ χρησιμοποιείται για την επίτευξη συμβατότητας ρυθμού· ο υποπίνακας Z_2 είναι ένας μηδενικός πίνακας μεγέθους $l\varepsilon \times (n_0 - \varepsilon)$ και ο υποπίνακας E είναι ένας πίνακας μετατεθειμένων κυκλοειδών μεγέθους $l\varepsilon \times s\varepsilon$, με

$s = \lfloor k_0/p \rfloor$ όπου $p > 2$ και $p = \varepsilon$, αν $(\varepsilon \bmod 2 = 1)$ ή $p = \varepsilon - 1$, διαφορετικά: ο υποπίνακας I είναι ένας μοναδιαίος πίνακας μεγέθους $l\varepsilon \times l\varepsilon$. Οι υποπίνακες E και I ενσωματώνουν τον H_0 στον H_l .

3.2.2 Επέκταση με δευτεροβάθμιες ισούπόλοιπες ακολουθίες

Για την κατασκευή του υποπίνακα E της (3.1) προτείνεται μια παρόμοια μέθοδος με αυτή του άρθρου [61]. Αρχικά παράγονται δύο τυχαίες ακολουθίες $\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{l-1}\}$ και $\{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{s-1}\}$ με στοιχεία στο πεδίο $GF(p)$, όπου $\alpha_i \neq \alpha_j$ και $\beta_i \neq \beta_j$ για $i \neq j$. Στη συνέχεια σχηματίζεται ένας προκαταρκτικός πίνακας P μεγέθους $l \times s$ με στοιχεία στο πεδίο $GF(p)$

$$P = \begin{bmatrix} p_{0,0} & p_{0,1} & \dots & p_{0,s-1} \\ p_{1,0} & p_{1,1} & \dots & p_{1,s-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{l-1,0} & p_{l-1,1} & \dots & p_{l-1,s-1} \end{bmatrix},$$

όπου κάθε (u, v) -οστό στοιχείο υπολογίζεται μέσω της ακόλουθης δευτεροβάθμιας ισούπόλοιπης εξίσωσης για μια σταθερή παράμετρο d

$$p_{u,v} = [d(\alpha_u + \beta_v)^2 + e_u + e_v](\bmod p), \quad (3.2)$$

όπου $d \in \{1, 2, \dots, p-1\}$, $e_u, e_v \in \{0, 1, \dots, p-1\}$ και $0 \leq u \leq l-1$ και $0 \leq v \leq s-1$. Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του P ως δείκτες ολίσθησης σχηματίζεται ένας πίνακας L μεγέθους $l \times s$

$$L = \begin{bmatrix} I_{p_{0,0}} & I_{p_{0,1}} & \dots & I_{p_{0,s-1}} \\ I_{p_{1,0}} & I_{p_{1,1}} & \dots & I_{p_{1,s-1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{p_{l-1,0}} & I_{p_{l-1,1}} & \dots & I_{p_{l-1,s-1}} \end{bmatrix},$$

όπου $I(x)$ είναι ένας μοναδιαίος πίνακας μεγέθους $\varepsilon \times \varepsilon$ οι γραμμές του οποίου είναι κυκλικά ολισθημένες προς τα δεξιά κατά x θέσεις.

Το βάρος γραμμής, ϱ , και βάρος στήλης, γ , του L είναι s και l , αντιστοίχως. Αν απαιτούνται διαφορετικά ϱ και γ για τον E , μπορούν να επιτευχθούν μέσω επικάλυψης, δηλαδή με την αντικατάσταση με μηδενικούς πίνακες, ενός επιλεγμένου συνόλου κυκλοειδών του $L(l, s) = [Q_{i,j}]$: διαφορετικά, $E = L$. Η πράξη της επικάλυψης μπορεί να μοντελοποιηθεί μαθηματικά ως ένα ειδικό γινόμενο πινάκων [58]. Έστω $W(\lambda(x), \rho(x)) = [w_{i,j}]$ είναι ένας πίνακας επικάλυψης μεγέθους $l \times s$ οριζόμενος στο πεδίο $GF(2)$ με ζεύγος κατανομής βαθμού που ικανοποιεί την (2.23) αν ο πίνακας επικάλυψης είναι κανονικός ή την (2.29) αν ο πίνακας επικάλυψης είναι ακανόνιστος, με $m = l$ και $n = s$. Τότε ο

επικαλυμμένος υποπίνακας E μπορεί να οριστεί από το ακόλουθο γινόμενο πινάκων

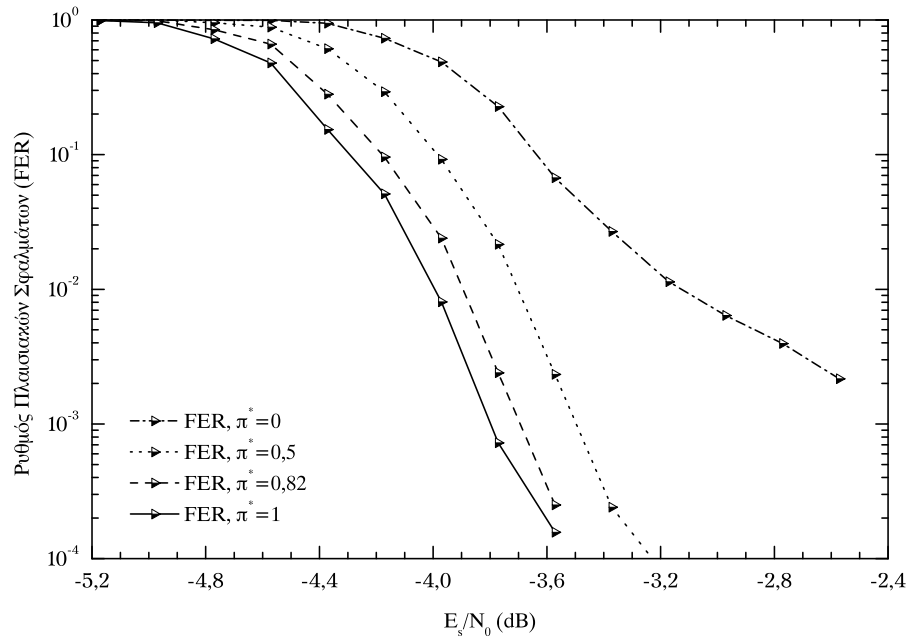
$$E(\lambda, \rho) \triangleq W(\lambda, \rho) \otimes L(l, s) = [w_{i,j} Q_{i,j}], \quad (3.3)$$

όπου $w_{i,j} Q_{i,j} = Q_{i,j}$ για $w_{i,j} = 1$ και $w_{i,j} Q_{i,j} = 0$ (μηδενικός πίνακας) για $w_{i,j} = 0$. Οι κανονικοί πίνακες επικάλυψης μπορούν να κατασκευαστούν χρησιμοποιώντας αλγεβρικές ή συνδυαστικές μεθόδους, ενώ οι ακανόνιστοι πίνακες επικάλυψης μπορούν να κατασκευαστούν χρησιμοποιώντας βέλτιστα πολυώνυμα κατανομής βαθμού και αλγορίθμους όπως ο PEG.

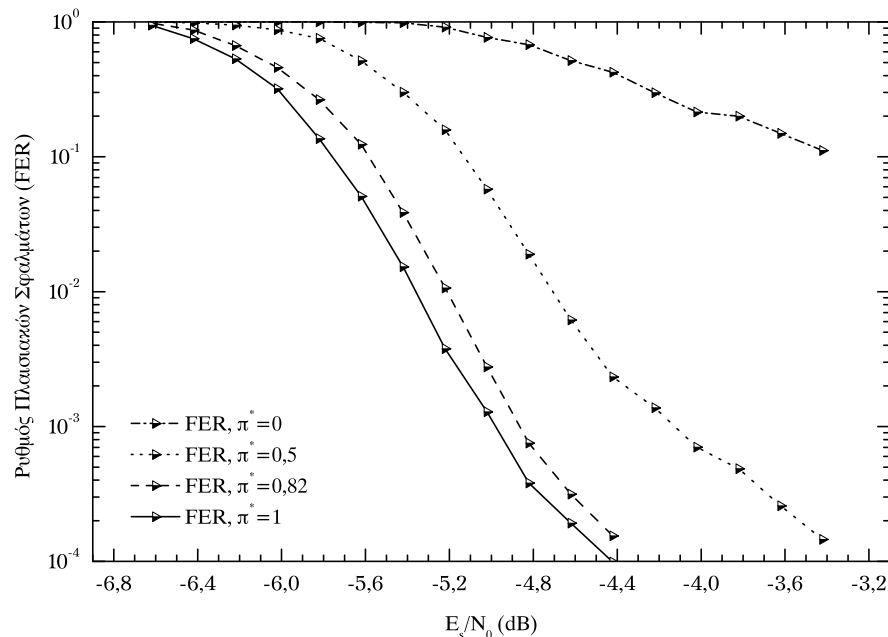
3.2.3 Επέκταση με κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1

Παρατηρώντας τη δομή του πίνακα H_l στην (3.1) γίνεται αντιληπτό πως η διδιαγώνια δομή του H_0 δεν διατηρείται στους εκτεταμένους πίνακες. Ειδικότερα, αντί της διδιαγώνιας δομής προτιμάται η χρήση του μοναδιαίου υποπίνακα I που αντιστοιχεί σε κόμβους δυφίου/μεταβλητής βαθμού 1. Ο λόγος αυτής της επιλογής έγκειται στο γεγονός πως, όπως αποδείχτηκε από τη μελέτη που παρουσιάστηκε για πρώτη φορά στο άρθρο [93], οι κώδικες LDPC χαμηλού ρυθμού με υψηλό ποσοστό κόμβων δυφίου/μεταβλητής βαθμού 2 τείνουν να παρουσιάζουν σχετικά υψηλά δάπεδα σφάλματος και υποβαθμισμένη επίδοση. Για να μετριαστούν αυτά τα φαινόμενα, κατά την κατασκευή των κωδίκων του άρθρου [93] χρησιμοποιήθηκαν κόμβοι δυφίου/μεταβλητής βαθμού 1 με ευεργετικά αποτελέσματα. Παραδείγματος χάριν, οι συγγραφείς του άρθρου [94] σχεδίασαν έναν κώδικα LDPC πολύ χαμηλού ρυθμού με μεγάλη **απολαβή (gain)** χρησιμοποιώντας έναν πολύ μεγάλο αριθμό κόμβων δυφίου/μεταβλητής βαθμού 1.

Πρόσφατα, οι συγγραφείς του άρθρου [1] σχεδίασαν κώδικες RC-IRA χαμηλού ρυθμού επεκτείνοντας έναν μητρικό κώδικα IRA με ρυθμό $R = 0.5$ χρησιμοποιώντας ένα συνδυασμό κόμβων δυφίου/μεταβλητής βαθμού 1 και βαθμού 2 για τους κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας των εκτεταμένων κωδίκων. Η επιλογή της βέλτιστης αναλογίας πραγματοποιήθηκε αξιολογώντας διαφορετικές αναλογίες π^* κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 και βαθμού 2. Από την αξιολόγηση των κωδίκων διαφορετικών αναλογιών προέκυψε πως η καλύτερη επίδοση επιτυγχανόταν από τους κώδικες RC-IRA με $\pi^* = 0,82$, δηλαδή με 82% επιπρόσθετους κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 (72,9% των συνολικών κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας στον κώδικα χαμηλότερου ρυθμού) και μόνο 18% επιπρόσθετους κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 2 (27,1% των συνολικών κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας στον κώδικα χαμηλότερου ρυθμού). Ειδικότερα, ο κώδικας με $\pi^* = 0,82$ επιτυγχάνει υψηλή απολαβή 1,7 dB σε στάθμη FER ίση με 10^{-3} σε σχέση με τον κώδικα με $\pi^* = 0$, στον οποίο όλοι οι κόμβοι δυφίων ελέγχου ισοτιμίας έχουν βαθμό 2 και ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας του έχει διδιαγώνια δομή. Στην ίδια στάθμη FER, ο κώδικας με $\pi^* = 0,82$ υπερέρχει των κωδίκων με $\pi^* = 0,5$ (50% κόμβοι



Σχήμα 3.1: Επίδοση FER των κωδίκων $D^2RC-IRA$ συναρτήσει του E_s/N_0 μέσω επέκτασης με $\pi^* = 0, 0,5, 0,82$ και 1 , για $R_l = 8/24$ και $k_0 = 1024$.



Σχήμα 3.2: Επίδοση FER των κωδίκων $D^2RC-IRA$ συναρτήσει του E_s/N_0 μέσω επέκτασης με $\pi^* = 0, 0,5, 0,82$ και 1 , για $R_l = 8/32$ και $k_0 = 512$.

δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 και 50% κόμβοι δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 2) και των κωδίκων με $\pi^* = 1$ (όλοι οι κόμβοι δυφίων ελέγχου ισοτιμίας είναι βαθμού 1) κατά 0,7 dB και 0,4 dB, αντίστοιχα. Όπως αποδεικνύεται από τα προαναφερθέντα αποτελέσματα, παρότι τα **εξερχόμενα (outbound)** εξωγενή μηνύματα των κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 δεν ανανεώνονται κατά τη διάρκεια της επαναληπτικής

διαδικασίας αποκωδικοποίησης, δηλαδή αυτοί οι κόμβοι μεταδίδουν το ίδιο μήνυμα σε κάθε επανάληψη, η χρήση τους βελτιώνει την επίδοση των κατασκευαζόμενων κωδίκων.

Λεδομένης της μείζονος σημασίας αυτών των ευρημάτων, η επίδοση των προτεινόμενων κωδίκων D²RC-IRA αξιολογήθηκε για τέσσερα ποσοστιαία ζεύγη επέκτασης κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 και βαθμού 2, δηλαδή $\pi^* = 0, 0,50, 82, 1$, και για ένα μεγάλο εύρος k_0 και R_l . Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης έδειξαν πως ο κώδικας με κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 υπερέρχει των άλλων κωδίκων σε κάθε περίπτωση. Παραδείγματος χάριν, όπως φαίνεται ξεκάθαρα από τα αποτελέσματα προσομοίωσης που παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.1 για $k_0 = 1024$ και $R_l = 8/24$, ο κώδικας με $\pi^* = 1$ επιτυγχάνει υψηλή απολαβή μεγαλύτερη από 0,6 dB σε στάθμη FER ίση με 10^{-3} σε σχέση με τον κώδικα με $\pi^* = 0$. Θα πρέπει επίσης να σημειωθεί πως ότι ο κώδικας με $\pi^* = 0$ παρουσιάζει δάπεδο σφάλματος σε στάθμη FER ίση με 10^{-3} . Στην ίδια στάθμη FER, ο κώδικας με $\pi^* = 1$ υπερέρχει των κωδίκων με $\pi^* = 0,5$ και των κωδίκων με $\pi^* = 0,82$ κατά 0,115 dB και 0,045 dB, αντίστοιχα. Παρόμοια συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν παρατηρώντας το Σχήμα 3.2 για $k_0 = 512$ και $R_l = 8/32$.

Συνεπώς, λόγω της υπεροχής του κώδικα $\pi^* = 1$ έναντι των κωδίκων των άλλων αναλογιών, χρησιμοποιείται ένας μοναδιαίος πίνακας I για το κάτω δεξιά τμήμα του H_l αντί της διδιαγώνιας δομής ή οποιαδήποτε άλλου ποσοστιαίου ζεύγους βαθμών επέκτασης κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας.

3.2.4 Κώδικες D²RC-IRA

Για την επίτευξη βελτιωμένης επίδοσης και υψηλής ρυθμαπόδοσης, ο αλγόριθμος επέκτασης που περιγράφηκε στις Ενότητες 3.2.1, 3.2.2 και 3.2.3 συνδυάζεται με την μέθοδο διάτρησης που παρουσιάστηκε στο άρθρο [1]. Ειδικότερα, οι κώδικες χαμηλότερου ρυθμού σχεδιάζονται βάσει του προαναφερθέντος αλγόριθμου επέκτασης μέσω δευτεροβάθμιων ισοϋπολοίπων ακολουθιών ενώ οι κώδικες υψηλότερου ρυθμού κατασκευάζονται χρησιμοποιώντας τις σχηματομορφές διάτρησης RC που βασίζονται στην ελαχιστοποίηση του μέγιστου **ανακτήσιμου βήματος (recoverable step)** των διατρημένων κόμβων. Αυτός ο συνδυασμός οδηγεί σε μια νέα υβριδική κατηγορία κωδίκων D²RC-IRA η οποία, όπως αποδεικνύεται στην επόμενη ενότητα, έχει βελτιωμένη επίδοση σε σχέση με άλλα παρόμοια σχήματα κωδικοποίησης RC-LDPC.

3.2.5 Αποτελέσματα αξιολόγησης επίδοσης και συζήτηση

Για την εκτίμηση της αποτελεσματικότητας των κωδίκων D²RC-IRA αξιολογείται, μέσω προσομοιώσεων ηλεκτρονικού υπολογιστή, η επίδοση BER και FER τους και η επίδοση ρυθμαπόδοσης τους σε σχήματα HARQ τύπου-II με επιλεκτική επαναμετάδοση. Επιπλέον, έχοντας ως στόχο να διερευνηθεί κατά πόσο οι προτεινόμενοι κώδικες

D²RC-IRA υπερέχουν άλλων αντίστοιχων κωδίκων της διεθνούς επιστημονικής βιβλιογραφίας, πραγματοποιούνται συγκρίσεις με άλλα συναφή σχήματα κωδικοποίησης που παρουσιάζονται στα άρθρα [1–4] για τους ίδιους ρυθμούς κώδικα R και ίδιο μήκος συστάδας πληροφορίας k_0 .

Για την προσομοίωση του επικοινωνιακού συστήματος χρησιμοποιούνται σήματα BPSK με μέση **ενέργεια ανά σύμβολο (Energy per symbol - E_s)** που μεταδίδονται σε κανάλι AWGN με φασματική πυκνότητα ισχύος $N_0/2$. Στον δέκτη, χρησιμοποιείται ο αποκωδικοποιητής του κώδικα χαμηλότερου ρυθμού εισάγοντας εξαλείψεις στη θέση των ελλειπόντων δυφίων και ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης SP εκτελεί το πολύ 100 επαναλήψεις. Για την εξασφάλιση στατιστικής ακρίβειας συλλέγονται τουλάχιστον 200 λανθασμένες κωδικολέξεις.

Η επίδοση των κωδίκων D²RC-IRA ερευνάται για δύο μήκη συστάδας πληροφορίας, για $k_0 = 512$ και $k_0 = 1024$. Στην πρώτη περίπτωση, για $k_0 = 512$, ο H_0 με $R_0 = 8/16$ κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας το βελτιστοποιημένο κομβοδόν πολυώνυμο κατανομής βαθμού $\lambda(x) = \sum_i \lambda_i x^i = 0.5x^2 + 0.3x^3 + 0.2x^8$ σε συνδυασμό με τον αλγόριθμο PEG· ο γράφος που παράγεται από τον αλγόριθμο PEG έχει δακτύλιο 8. Για την κατασκευή του H_l με $R_l = 8/32$, χρησιμοποιούνται οι παράμετροι $\varepsilon = 128$, $l = 8$ και $s = 4$. Ο πίνακας L σχεδιάζεται χρησιμοποιώντας την (3.2) με $\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_7\} = \{8, 14, 54, 83, 99, 103, 107, 125\}$ και $\{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_3\} = \{49, 71, 74, 84\}$, $e_u = e_v = 0$ και $d = 1$. Για την επικάλυψη του L χρησιμοποιείται η (3.3) με έναν (6,3) κανονικό πίνακα επικάλυψης. Στην δεύτερη περίπτωση, για $k_0 = 1024$, ο H_0 με $R_0 = 8/16$ κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας το ίδιο βελτιστοποιημένο κομβοδόν πολυώνυμο κατανομής βαθμού με την προηγούμενη περίπτωση σε συνδυασμό με τον αλγόριθμο PEG. Για την κατασκευή του H_l με $R_l = 8/24$, χρησιμοποιούνται οι παράμετροι $\varepsilon = 128$, $l = 8$ και $s = 8$. Ο πίνακας L σχεδιάζεται χρησιμοποιώντας την (3.2) με $\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_7\} = \{8, 14, 54, 83, 99, 103, 107, 125\}$ και $\{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_7\} = \{9, 13, 47, 69, 76, 98, 110, 112\}$, $e_u = e_v = 0$ και $d = 1$. Για την επικάλυψη του L χρησιμοποιείται η (3.3) με έναν (3,3) κανονικό πίνακα επικάλυψης.

3.2.5.1 Χαρακτηριστικά του γράφου των κωδίκων D²RC-IRA

Το Θεώρημα 2.5.1 μπορεί να τροποποιηθεί κατάλληλα για τον υπολογισμό της τιμής του τοπικού δακτυλίου για κάθε κόμβο v_i ως εξής

Θεώρημα 3.2.1. Σε ένα γράφο G ο κόμβος v_i έχει τοπικό δακτύλιο με μήκος w , όπου $w = 4, 6, \dots, w_{max}$, αν και μόνο αν

$$a_{ij}^{(w/2)} \geq 2$$

$$a_{ij}^{(w/2)-2} = 0.$$

Έστω W το σύνολο των τιμών του w που ικανοποιούν τις παραπάνω σχέσεις, τότε ο

τοπικός δακτύλιος του κόμβου v_i , g_{v_i} , είναι

$$g_{v_i} = \min\{W\}.$$

Απόδειξη. Για να έχει ο κόμβος v_i τοπικό δακτύλιο με μήκος w , θα πρέπει να υπάρχουν τουλάχιστον δύο μονοπάτια μήκους $w/2$ μεταξύ του κόμβου v_i και οποιουδήποτε κόμβου v_j , δηλαδή

$$a_{ij}^{(w/2)} \geq 2$$

Επιπρόσθετα, δεν θα πρέπει να υπάρχουν μονοπάτια μήκους $w/2-2$ μεταξύ του κόμβου v_i και οποιουδήποτε κόμβου v_j , διότι σε αυτή την περίπτωση ο τοπικός δακτύλιος του κόμβου v_i θα είναι $(w-2)$ αντί για w , δηλαδή

$$a_{ij}^{(w/2)-2} = 0.$$

Αν ο κόμβος v_i αποτελεί τμήμα βρόχων διαφορετικού μήκους τότε θα υπάρχουν πολλαπλές τιμές του w για τις οποίες θα ικανοποιούνται οι δύο παραπάνω σχέσεις. Καθώς ο τοπικός δακτύλιος ενός κόμβου v_i ισούται με το μήκος του μικρότερου βρόχου που διασχίζει τον εν λόγω κόμβο θα πρέπει

$$g_{v_i} = \min\{W\}.$$

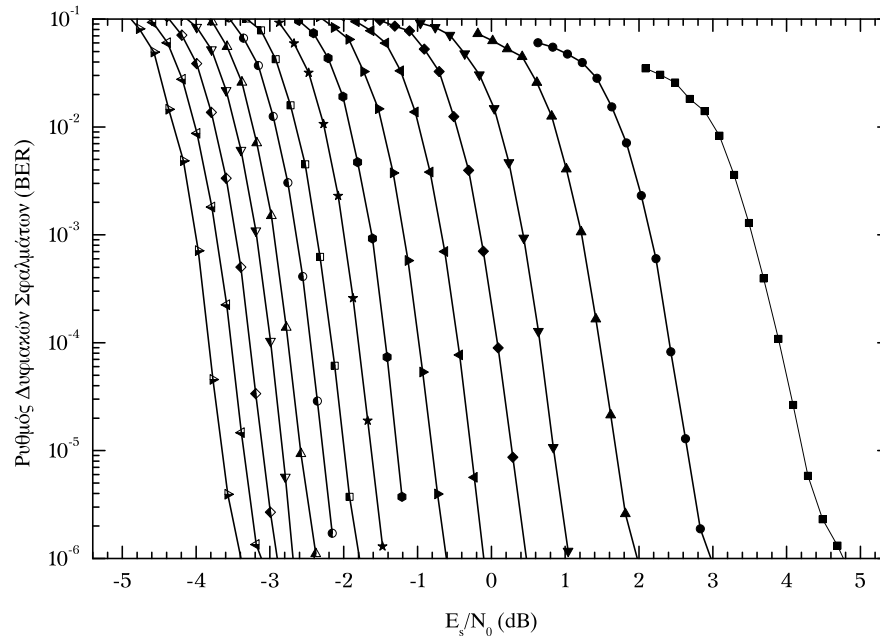
□

Εφαρμόζοντας Θεώρημα 3.2.1 στους κόμβους του H_l με $k_0 = 1024$ και $R_l = 8/24$, υπολογίζεται πως το 33,37% των κόμβων δυφίου/μεταβλητής έχουν άπειρο δακτύλιο διότι είναι φύλλα δέντρου, το 26,30% και το 37,99% έχουν δακτύλιο 8 και 6, αντιστοίχως, και το 2,34% έχουν δακτύλιο 4. Το υψηλό ποσοστό των κόμβων δυφίου/μεταβλητής με άπειρο δακτύλιο και δακτύλιο 8 και 6, εξασφαλίζουν ένα γράφο κώδικα με μέσο δακτύλιο [4, εξ. (5)] ίσο με τουλάχιστον 8, βελτιώνοντας την επίδοση του κώδικα.

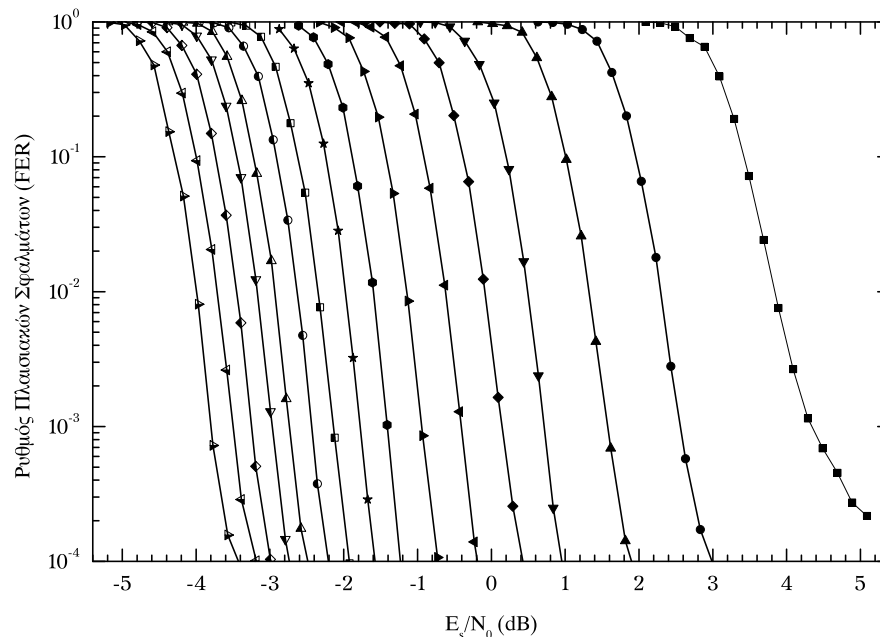
Επιπλέον, ο μέσος βαθμός \bar{d}_c των κόμβων ελέγχου του ίδιου H_l είναι 5,5 και ο μέσος βαθμός \bar{d}_v των κόμβων δυφίου/μεταβλητής είναι 3,665. Επίσης, ο γράφος του κώδικα ρυθμού $R = 8/20$ έχει $\bar{d}_v = 3,598$ ενώ ο αντίστοιχος γράφος της εκτεταμένης μετατεθειμένης μεθόδου του άρθρου [4] έχει 3,4. Η διαφορά αυτή οδηγεί σε έναν πυκνότερο γράφο και βελτιώνει την επίδοση του επαναληπτικού αποκωδικοποιητή, όπως επιβεβαιώνεται από τα αποτελέσματα προσομοίωσης που παρουσιάζονται στην επόμενη υποενότητα.

3.2.5.2 Πειραματικά αποτελέσματα

Στα Σχήματα 3.3 και 3.4 παρουσιάζονται οι επιδόσεις BER και FER, αντιστοίχως, των κωδίκων D²RC-IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για $\mathcal{R} = \{8/9, 8/10, \dots, 8/23, 8/24\}$ και $k_0 =$

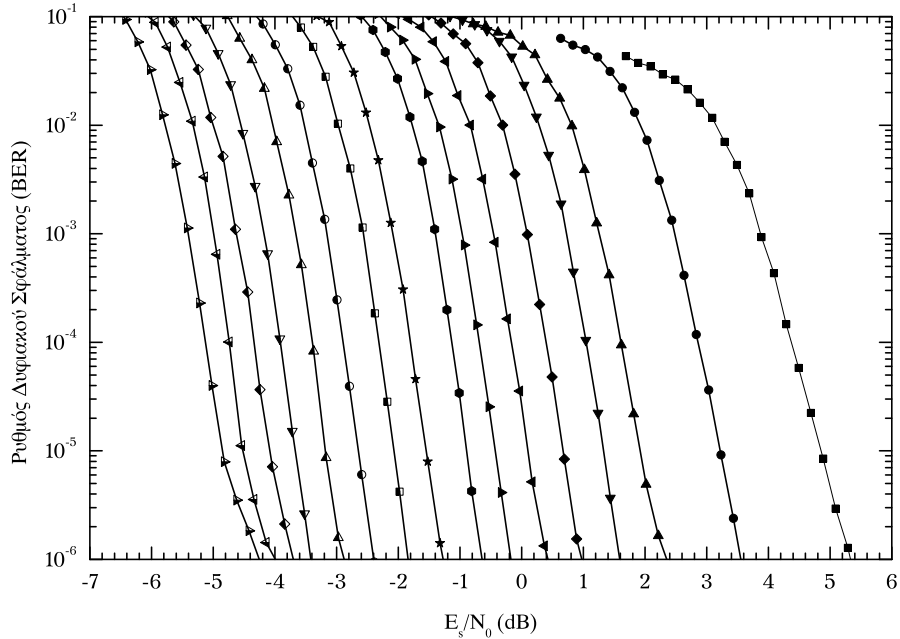


Σχήμα 3.3: Επίδοση BER των κωδίκων $D^2RC-IRA$ συναρτήσει του E_s/N_0 για $k_0 = 1024$ και $R_l = 8/24$ (ρυθμοί από δεξιά προς αριστερά: $8/9, 8/10, \dots, 8/23, 8/24$).

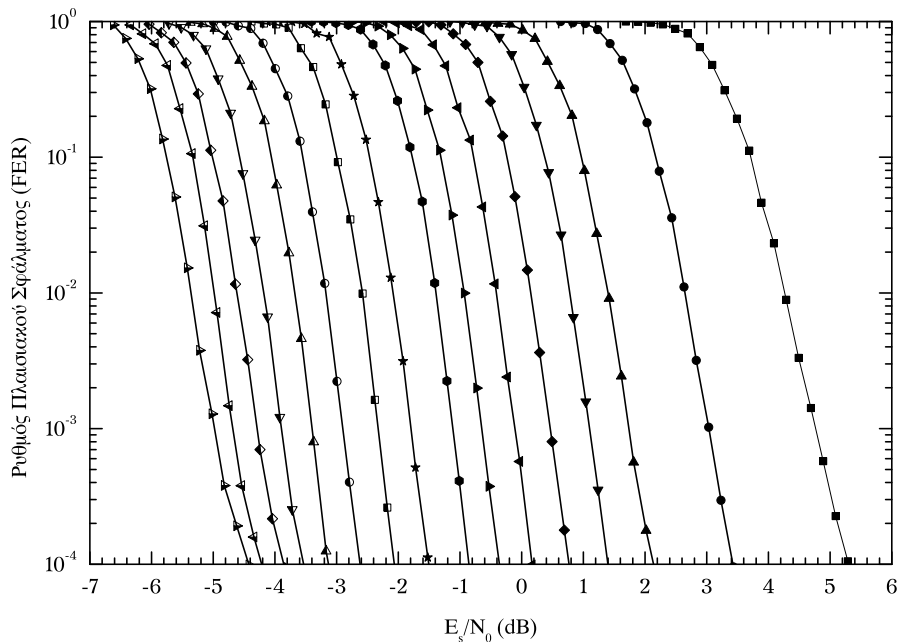


Σχήμα 3.4: Επίδοση FER των κωδίκων $D^2RC-IRA$ συναρτήσει του E_s/N_0 για $k_0 = 1024$ και $R_l = 8/24$ (ρυθμοί από δεξιά προς αριστερά: $8/9, 8/10, \dots, 8/23, 8/24$).

1024. Παρομοίως, στα Σχήματα 3.5 και 3.6 παρουσιάζονται οι αντίστοιχες επιδόσεις για $\mathcal{R} = \{8/9, 8/10, \dots, 8/16, 8/18, \dots, 8/30, 8/32\}$ και $k_0 = 512$. Όπως μπορεί να γίνει εύκολα αντιληπτό, οι κώδικες $D^2RC-IRA$ παρέχουν πολύ καλή επίδοση για ένα μεγάλο εύρος ρυθμών κώδικα χωρίς να εμφανίζουν δάπεδο σφάλματος για $BER \geq 10^{-6}$ και $FER \geq 10^{-4}$, εκτός από την περίπτωση του $R = 8/9$ για $k_0 = 1024$.

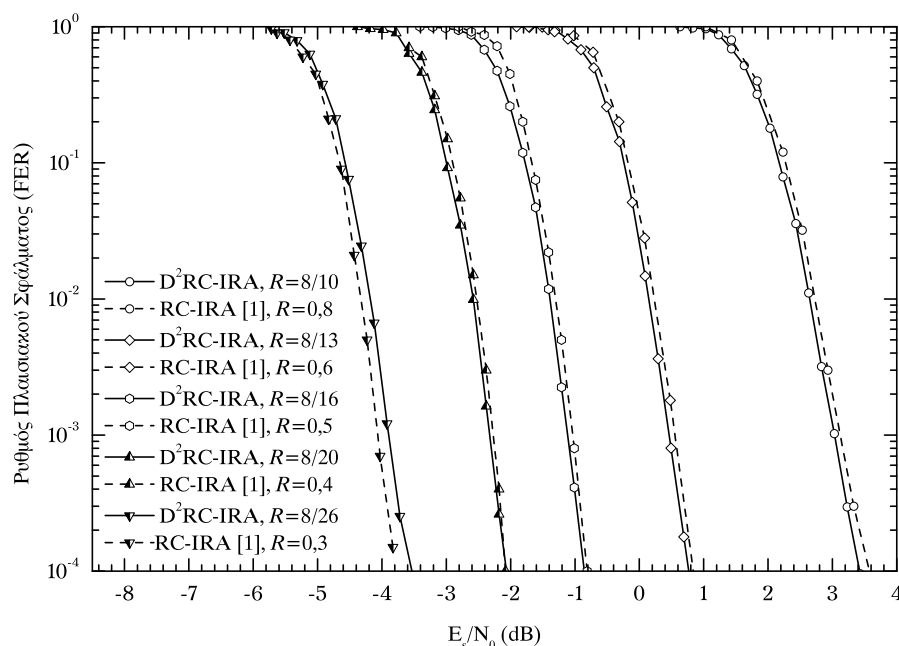


Σχήμα 3.5: Επίδοση BER των κωδίκων $D^2RC-IRA$ συναρτήσει του E_s/N_0 για $k_0 = 512$ και $R_1 = 8/32$ (ρυθμοί από δεξιά προς αριστερά: $8/9, 8/10, \dots, 8/16, 8/18, \dots, 8/30, 8/32$).



Σχήμα 3.6: Επίδοση FER των κωδίκων $D^2RC-IRA$ συναρτήσει του E_s/N_0 για $k_0 = 512$ και $R_1 = 8/32$ (ρυθμοί από δεξιά προς αριστερά: $8/9, 8/10, \dots, 8/16, 8/18, \dots, 8/30, 8/32$).

Επιπλέον, στο Σχήμα 3.7 απεικονίζεται η επίδοση FER των κωδίκων $D^2RC-IRA$ συναρτήσει του E_s/N_0 , για $k_0 = 512$ και ρυθμούς (από αριστερά προς τα δεξιά) $R = 8/26 = 0,3, 8/20 = 0,4, 8/16 = 0,5, 8/13 = 0,6, 8/10 = 0,8$. Για λόγους σύγκρισης, στο ίδιο σχήμα απεικονίζεται η επίδοση FER των κωδίκων RC-IRA του άρθρου [1]. Όπως φαίνεται ξεκάθαρα οι προτεινόμενοι κώδικες $D^2RC-IRA$ έχουν συγκρίσιμη επίδοση με



Σχήμα 3.7: Σύγκριση επίδοσης FER των κωδίκων $D^2RC-IRA$ και των κωδίκων $RC-IRA$ του άρθρου [1] συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 512$.

| Κριτήριο | Σχίμα κωδικοποίησης | |
|--------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | $D^2RC-IRA$ | $RC-IRA$ [1] |
| Σχεδιαστική Πολυπλοκότητα | ↓ Ντετερμινιστικός σχεδιασμός του υποπίνακα E με κυκλοειδή μεγέθους $\varepsilon \times \varepsilon$. | ↑ Βέλτιστος σχεδιασμός του υποπίνακα C_1 με μέγεθος $(M_1 - M_0) \times K_0$. |
| Υπολογιστική Πολυπλοκότητα | ↓ Καμία βελτιστοποίηση κώδικα ή δακτυλίου. | ↑ Βελτιστοποίηση κώδικα και δακτυλίου. |
| Μη-πτητική μνήμη | ↓ Χρησιμοποιούνται κυκλοειδή με προκαθορισμένες ιδιότητες (θέση και ολίσθηση) για την κατασκευή του υποπίνακα E . | ↑ Πρέπει να αποθηκευτεί η διακριτή θέση των 1 για την κατασκευή του υποπίνακα C_1 . |
| Πραγματικόχρονη εφαρμοσιμότητα | Ναι. Ο υποπίνακας E σχεδιάζεται αλγεβρικά σε πραγματικό χρόνο (καμία βελτιστοποίηση κώδικα ή δακτυλίου). | Όχι. Ο υποπίνακας C_1 πρέπει να κατασκευαστεί απογραμμικά (βελτιστοποίηση κώδικα και δακτυλίου). |

Πίνακας 3.1: Επιπρόσθετες συγκρίσεις μεταξύ των κωδίκων $D^2RC-IRA$ και του αλγορίθμου επέκτασης του άρθρου [1] (↓ υποδηλώνει χαμηλότερη - ↑ υποδηλώνει υψηλότερη).

τους βελτιστοποιημένους κώδικες $RC-IRA$ του άρθρου [1] για όλους τους εξεταζόμενους ρυθμούς κώδικα.

Παράλληλα, συμπεραίνεται από τις επιπρόσθετες συγκρίσεις που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.1 οι κώδικες $D^2RC-IRA$ προσφέρουν επιπρόσθετα πλεονεκτήματα όπως σημαντικά μειωμένη σχεδιαστική και υπολογιστική πολυπλοκότητα, χαμηλές απαιτήσεις

| Ρυθμοί | FER = 10 ⁻² | | |
|--------|------------------------|-------------|-------------|
| | D ² RC-IRA | RC-LDPC [2] | RC-LDPC [3] |
| 8/24 | -4,00 | - | - |
| 8/23 | -3,71 | - | - |
| 8/22 | -3,45 | - | - |
| 8/21 | -3,19 | - | - |
| 8/20 | -2,93 | -2,40 | - |
| 8/19 | -2,65 | -2,20 | -2,45 |
| 8/18 | -2,35 | -1,90 | -1,91 |
| 8/17 | -1,98 | -1,60 | -1,64 |
| 8/16 | -1,59 | -1,30 | -1,41 |
| 8/15 | -1,15 | -1,00 | -1,00 |
| 8/14 | -0,63 | -0,40 | -0,50 |
| 8/13 | -0,09 | 0,20 | 0,23 |
| 8/12 | 0,50 | 0,90 | 0,86 |
| 8/11 | 1,31 | 1,50 | 1,68 |
| 8/10 | 2,29 | - | - |
| 8/9 | 3,84 | - | - |

Πίνακας 3.2: Απαιτούμενος E_s/N_0 σε dB για την επίτευξη $FER = 10^{-2}$ από τους κώδικες $D^2RC-IRA$ και τα σχήματα κωδικοποίησης των άρθρων [2,3].

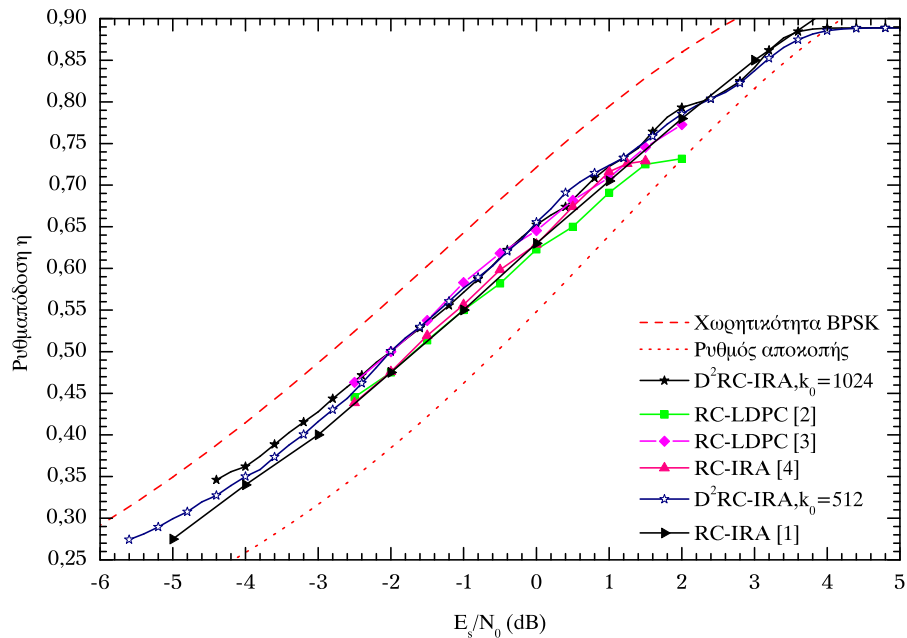
μη-πτητικής μνήμης και πραγματικόχρονη εφαρμοσιμότητα. Για τη διασαφήνιση των διαφορών στις απαιτήσεις μη-πτητικής μνήμης παρατίθεται ένα απλό παράδειγμα. Έστω οι υποπίνακες E και C_1 έχουν μέγεθος 1024×512 με βάρος γραμμής ίσο με 3 και έστω ότι χρησιμοποιούνται ν δυφία για την δεικτοθέτηση της θέσης ενός 1 τότε απαιτούνται 3072ν δυφία για την δεικτοθέτηση των 1 στον υποπίνακα C_1 ενώ απαιτούνται μόνο 176ν δυφία για τον υποπίνακα E (128ν δυφία για τα 1 σε ένα κυκλοειδές, 24ν δυφία για τη θέση των κυκλοειδών στον υποπίνακα E και 24ν δυφία για τους δείκτες ολίσθησης). Συνεπώς, η βελτιστοποιημένη προσέγγιση απαιτεί 17,45 φορές περισσότερη μνήμη από την ντετερμινιστική προσέγγιση. Εν κατακλείδι, οι προτεινόμενοι κώδικες $D^2RC-IRA$ αποτελούν έναν καλό συμβιβασμό μεταξύ επίδοσης και πολυπλοκότητας.

Στον Πίνακα 3.2 συγκρίνεται η επίδοση των κωδίκων $D^2RC-IRA$ και των ντετερμινιστικών σχημάτων κωδικοποίησης των άρθρων [2,3] σε στάθμη $FER = 10^{-2}$. Βάσει των παρουσιαζόμενων αποτελεσμάτων, οι κώδικες $D^2RC-IRA$ προσφέρουν απολαβή ως 0,53 dB και 0,44 dB σε σχέση με τους κώδικες RC-LDPC των άρθρων [2] και [3], αντιστοίχως. Στον Πίνακα 3.3 συγκρίνεται η επίδοση των κωδίκων $D^2RC-IRA$ και των ντετερμινιστικών σχημάτων κωδικοποίησης στα άρθρα [2,4] σε στάθμη $BER = 10^{-3}$ και 10^{-4} . Όπως συνάγεται από τα στοιχεία του πίνακα, οι κώδικες $D^2RC-IRA$ υπερέρχουν των κωδίκων RC-LDPC του άρθρου [2] και του άρθρου [4] ως 0,62 dB και ως 0,31 dB, αντιστοίχως.

Στο Σχήμα 3.8 απεικονίζεται η ρυθμαπόδοση η ενός σχήματος HARQ τύπου-II με

| Ρυθμοί | BER = 10^{-3} | | | BER = 10^{-4} | |
|--------|-----------------|-------------|------------|-----------------|------------|
| | $D^2RC-IRA$ | RC-LDPC [2] | RC-IRA [4] | $D^2RC-IRA$ | RC-IRA [4] |
| 8/24 | -4,01 | - | - | -3.82 | - |
| 8/23 | -3,72 | - | - | -3.52 | - |
| 8/22 | -3,46 | - | - | -3.28 | - |
| 8/21 | -3,20 | - | - | -3.00 | - |
| 8/20 | -2,95 | -2,33 | -2,75 | -2.75 | -2.50 |
| 8/19 | -2,66 | -2,00 | - | -2.45 | - |
| 8/18 | -2,38 | -1,66 | - | -2.17 | - |
| 8/17 | -2,00 | -1,33 | -1,69 | -1.80 | -1.44 |
| 8/16 | -1,61 | -1,05 | - | -1.43 | - |
| 8/15 | -1,20 | -0,75 | -1,00 | -0.98 | -0.15 |
| 8/14 | -0,68 | -0,42 | -0,56 | -0.45 | -0.28 |
| 8/13 | -0,15 | 0,17 | 0,00 | 0.08 | 0.28 |
| 8/12 | 0,43 | 0,83 | 0,64 | 0.66 | 0.92 |
| 8/11 | 1,22 | 1,67 | 1,22 | 1.46 | 1.51 |
| 8/10 | 2,15 | - | - | 3.53 | - |
| 8/9 | 2,65 | - | - | 3.90 | - |

Πίνακας 3.3: Απαιτούμενος E_s/N_0 σε dB για την επίτευξη BER = 10^{-3} και 10^{-4} από τους κώδικες $D^2RC-IRA$ και τα σχήματα κωδικοποίησης των άρθρων [2,4].



Σχήμα 3.8: Σύγκριση της ρυθμαπόδοσης σε σχήμα HARQ τύπου-II μεταξύ των κωδίκων $D^2RC-IRA$ και των σχημάτων κωδικοποίησης [1-4].

επιλεκτική επαναμετάδοση, συναρτήσει του E_s/N_0 , για τους κώδικες των άρθρων [1-4] και τους κώδικες $D^2RC-IRA$ για $k_0 = 512$ (όπως στο άρθρο [1]) και $k_0 = 1024$ (όπως

στα άρθρα [2–4]), καθώς επίσης η καμπύλη χωρητικότητας και ο ρυθμός αποκοπής. Για $0.44 \leq \eta \leq 0.79$, οι κώδικες D^2RC -IRA με $R_l = 8/24$ υπερέρχουν των σχημάτων των άρθρων [2] και [4] ως 0,6 dB και 0,4 dB, αντίστοιχα, ενώ παρέχουν κατά μέσο όρο την ίδια ρυθμαπόδοση με το σχήμα του άρθρου [3]. Όταν $\eta < 0.44$ και $\eta > 0.79$, οι κώδικες D^2RC -IRA επιτυγχάνουν ένα ελάχιστο και μέγιστο ρυθμαπόδοσης $\eta = 0.34$ και 0.89, αντιστοίχως, ενώ τα σχήματα των άρθρων [2–4] παρουσιάζουν απότομη υποβάθμιση ή η επίδοσή τους δεν είναι διαθέσιμη. Επιπλέον, για $k_0 = 512$, οι κώδικες D^2RC -IRA υπερέρχουν των κωδίκων του άρθρου [1] για $0.27 \leq \eta \leq 0.79$ ως 0,4 dB, ενώ για $0.79 < \eta \leq 0.89$ παρουσιάζουν μια μικρή υποβάθμιση 0,2 dB.

3.3 Αλγόριθμος τροποποιημένου πίνακα Βαντερμόντ

Σε αυτό το υποκεφάλαιο αρχικά παρουσιάζεται η δομή του προτεινόμενου αλγόριθμου επέκτασης m VM μέσω ενός τροποποιημένου πίνακα Βαντερμόντ. Κατόπιν, αξιολογείται η επίδοση BER και FER των παραγόμενων κωδίκων m VM RC-IRA σε κανάλι AWGN. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται μια συγκριτική μελέτη της επίδοσης των κωδίκων m VM RC-IRA και αντίστοιχων τεχνικών κατασκευής εκτεταμένων κωδίκων RC-LDPC και RC-IRA της διεθνούς επιστημονικής βιβλιογραφίας, μέσω της οποίας τεκμηριώνεται η βελτίωση που προσφέρει ο προτεινόμενος αλγόριθμος επέκτασης. Τέλος, για λόγους σύγκρισης, η επίδοση των κωδίκων m VM RC-IRA αντιπαραβάλλεται με την επίδοση αποκλειστικών κωδίκων IRA και RA, απ' όπου παρατηρείται πως ο προτεινόμενος αλγόριθμος επέκτασης χαμηλής πολυπλοκότητας δίνει τη δυνατότητα σχεδιασμού κωδίκων χωρίς ουσιαστική υποβάθμιση επίδοσης.

3.3.1 Ντετερμινιστική επέκταση κωδίκων RC-IRA

Ας θεωρήσουμε έναν μπτρικό κώδικα με m_0 περιορισμούς ελέγχου ισοτιμίας και μήκος κωδικολέξης n_0 . Ο αντίστοιχος πίνακας ελέγχου ισοτιμίας H_0 θα έχει μέγεθος $m_0 \times n_0$ και ρυθμό $R_0 = k_0/n_0$ είναι

$$H_0 = [H_I, H_P],$$

όπου $k_0 = n_0 - m_0$, H_I είναι το τμήμα δυφίων πληροφορίας με μέγεθος $m_0 \times k_0$ το οποίο σχεδιάζεται βάσει του αλγορίθμου PEG για την εξασφάλιση καλύτερων χαρακτηριστικών δακτυλίου και H_P είναι το τμήμα δυφίων ελέγχου ισοτιμίας με μέγεθος $m_0 \times m_0$ το οποίο έχει διδιαγώνια δομή.

Έστω $\mathcal{R} = \{R_1, R_2, \dots, R_l\}$ με $R_1 > R_2 > \dots > R_l$ είναι το επιθυμητό σύνολο ρυθμών κώδικα οι οποίοι είναι χαμηλότεροι από τον R_0 και \mathcal{H} είναι το σύνολο των αντίστοιχων πινάκων ελέγχου ισοτιμίας $\{H_1, H_2, \dots, H_l\}$. Αφού οι $\{H_1, H_2, \dots, H_l\}$ είναι RC, τότε θα ισχύει $H_1 \subset H_2 \subset \dots \subset H_l$. Συνεπώς, υποθέτοντας ένα σταθερό βήμα επέκτασης ε , ο

H_{j+1} σχεδιάζεται προσαρτώντας ε γραμμές στο κάτω μέρος και ε στήλες στα δεξιά του H_j , όπου $j = 0, 1, \dots, l$. Ισοδύναμα, ο H_j έχει μέγεθος $(m_0 + j\varepsilon) \times (n_0 + j\varepsilon)$ όπου $H_j \subseteq H_l$. Συνεπώς, το πρόβλημα του σχεδιασμού του συνόλου \mathcal{H} ανάγεται στο πρόβλημα του σχεδιασμού του H_l ρυθμού R_l και στη χρήση υποσυνόλων των γραμμών και των στηλών του για τους ρυθμούς $\{R_1, R_2, \dots, R_{l-1}\}$. Στο υπόλοιπο της υποενότητας περιγράφεται ο σχεδιασμός του H_l .

Ξεκινώντας από τον H_0 , ο H_l μπορεί να διαμορφωθεί ως

$$H_l = \begin{bmatrix} H_I & H_\varphi & Z_1 \\ E & Z_2 & I \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

όπου ο υποπίνακας Z_1 μεγέθους $m_0 \times l\varepsilon$ χρησιμοποιείται για την επίτευξη συμβατότητας ρυθμού· ο υποπίνακας Z_2 είναι ένας μηδενικός πίνακας μεγέθους $l\varepsilon \times (n_0 - s\varepsilon)$ και ο υποπίνακας E είναι ένας τροποποιημένος πίνακας Βαντερμόντ μεγέθους $l\varepsilon \times s\varepsilon$, με $s = \lfloor k_0/\varepsilon \rfloor$ · ο υποπίνακας I είναι ένας μοναδιαίος πίνακας μεγέθους $l\varepsilon \times l\varepsilon$. Οι υποπίνακες E και I ενσωματώνουν τον H_0 στον H_l .

3.3.2 Επέκταση με τροποποιημένο πίνακα Βαντερμόντ

Για την κατασκευή του υποπίνακα E της (3.4) προτείνεται μια μέθοδος που βασίζεται σε έναν τροποποιημένο πίνακα Βαντερμόντ, ο οποίος παράγεται από την

$$L = \begin{bmatrix} I & I & I & \dots & I \\ I & A_1 & A_2 & \dots & A_{(s-1)} \\ I & A_2 & A_4 & \dots & A_{2(s-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ I & A_{(l-1)} & A_{2(l-1)} & \dots & A_{(l-1)(s-1)} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

όπου I είναι ένας μοναδιαίος πίνακας μεγέθους $\varepsilon \times \varepsilon$ και A_i είναι ένας μοναδιαίος πίνακας μεγέθους $\varepsilon \times \varepsilon$ οι γραμμές του οποίου είναι κυκλικά ολισθημένες προς τα δεξιά κατά i θέσεις. Ο πίνακας αυτός αποτελεί μια παραλλαγή [62] του κλασσικού πίνακα Βαντερμόντ της γραμμικής άλγεβρας, ο οποίος ορίζεται ως ο πίνακας μεγέθους $m \times n$ της μορφής [95, 96]

$$V \triangleq \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_m & x_m^2 & \dots & x_m^{n-1} \end{bmatrix}$$

ή αντίστοιχα

$$V = V_{i,j}$$

όπου $V_{i,j} = x_i^{j-1}$, με $x_i \neq x_j$ για κάθε $i \neq j$, ή της μορφής [97, 98]

$$V \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_m \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \dots & x_m^{n-1} \end{bmatrix}$$

ή αντίστοιχα

$$V = V_{i,j}$$

όπου $V_{i,j} = x_j^{i-1}$ με $x_i \neq x_j$ για κάθε $i \neq j$. Η συγκεκριμένη παραλλαγή χρησιμοποιείται κατά την κατασκευή QC κωδίκων LDPC ώστε να εξασφαλιστεί ότι το πλήθος των ολισθήσεων κάθε κυκλοειδούς δεν θα ξεπερνά το μέγεθος του πίνακα A [62, 92].

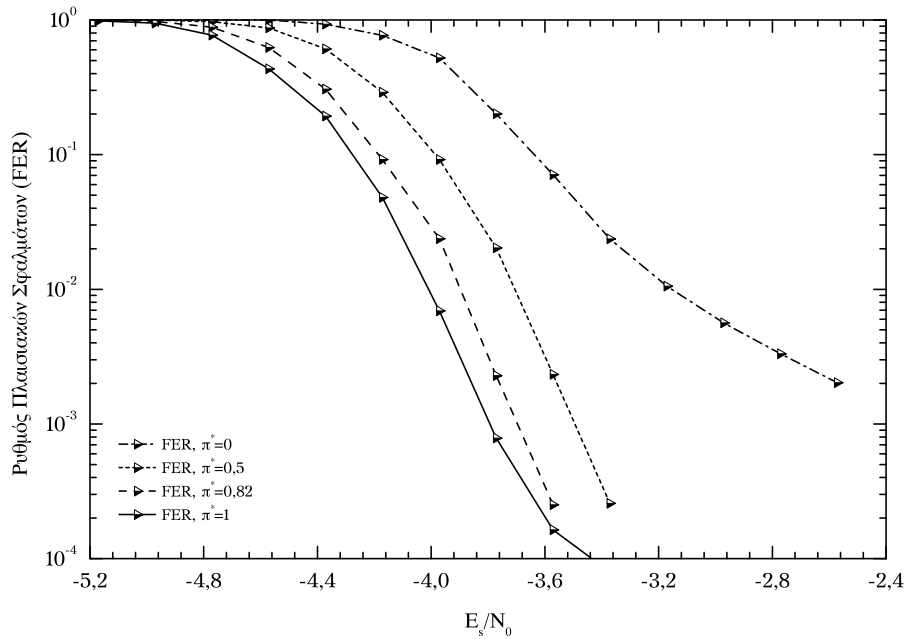
Το βάρος γραμμής, ρ , και βάρος στήλης, γ , του L είναι s και l , αντιστοίχως. Αν απαιτούνται διαφορετικά ρ και γ για τον E , μπορούν να επιτευχθούν μέσω επικάλυψης, δηλαδή με την αντικατάσταση με μηδενικούς πίνακες, ενός επιλεγμένου συνόλου κυκλοειδών του $L(l, s) = [Q_{i,j}]$. Διαφορετικά, $E = L$. Η πράξη της επικάλυψης μπορεί να μοντελοποιηθεί μαθηματικά ως ένα ειδικό γινόμενο πινάκων [58]. Έστω $W(\lambda(x), \rho(x)) = [w_{i,j}]$ είναι ένας πίνακας επικάλυψης μεγέθους $l \times s$ οριζόμενος στο πεδίο $GF(2)$ με ζεύγος κατανομής βαθμού που ικανοποιεί την (2.23), αν ο πίνακας επικάλυψης είναι κανονικός, ή την (2.29), αν ο πίνακας επικάλυψης είναι ακανόνιστος, με $m = l$ και $n = s$. Τότε ο επικαλυμμένος υποπίνακας E μπορεί να οριστεί από το ακόλουθο γινόμενο πινάκων

$$E(\lambda, \rho) \triangleq W(\lambda, \rho) \otimes L(l, s) = [w_{i,j} Q_{i,j}] \quad (3.6)$$

όπου $w_{i,j} Q_{i,j} = Q_{i,j}$ για $w_{i,j} = 1$ και $w_{i,j} Q_{i,j} = 0$ (μηδενικός πίνακας) για $w_{i,j} = 0$. Οι κανονικοί πίνακες επικάλυψης μπορούν να κατασκευαστούν χρησιμοποιώντας αλγεβρικές ή συνδυαστικές μεθόδους, ενώ οι ακανόνιστοι πίνακες επικάλυψης μπορούν να κατασκευαστούν χρησιμοποιώντας βέλτιστα πολυώνυμα κατανομής βαθμού και αλγόριθμους όπως ο PEG.

3.3.3 Επέκταση με κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1

Όπως εξηγήθηκε αναλυτικά στην Ενότητα 3.2.3, οι κόμβοι δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 διαδραματίζουν εξαιρετικά σημαντικό ρόλο στον σχεδιασμό κωδίκων χαμηλού ρυθμού. Συνεπώς, όπως και στην περίπτωση των κωδίκων D^2 RC-IRA, δεν χρησιμοποιούνται αποκλειστικά κόμβοι δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 2 στην τυπική διάταξη διπλής διαγωνίου των κωδίκων IRA, αλλά εξετάζεται η βέλτιστη αναλογία κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 2 και βαθμού 1 για το κάτω δεξιό τμήμα του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας. Συγκεκριμένα, όπως στην Ενότητα 3.2.3, αξιολογείται



Σχήμα 3.9: Επίδοση FER των κωδίκων emVM RC-IRA συναρτήσει του E_s/N_0 μέσω επέκτασης με $\pi^* = 0, 0,5, 0,82$ και 1 , για $R_l = 8/24$ και $k_0 = 1024$.

η επίδοση τεσσάρων διαφορετικών αναλογιών $\pi^* = 0, 0,5, 0,82$ και 1 . Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, οι κωδικές emVM RC-IRA με $\pi^* = 1$ υπερτερούν των άλλων κωδίκων. Συνεπώς, το κάτω δεξιό τμήμα κάθε εκτεταμένου πίνακα σχηματίζει έναν μοναδιαίο πίνακα.

3.3.4 Αποτελέσματα αξιολόγησης επίδοσης και συζήτηση

Σε αυτή την ενότητα αξιολογείται, μέσω προσομοιώσεων ηλεκτρονικού υπολογιστή, η επίδοση BER και FER των προτεινόμενων κωδίκων emVM RC-IRA και συγκρίνεται με την επίδοση άλλων αντίστοιχων κωδίκων της διεθνούς επιστημονικής βιβλιογραφίας που παρουσιάζονται στα άρθρα [1–4] καθώς και αποκλειστικών κωδίκων IRA και RA, για τους ίδιους ρυθμούς κώδικα R και ίδιο μήκος συστάδας πληροφορίας k_0 .

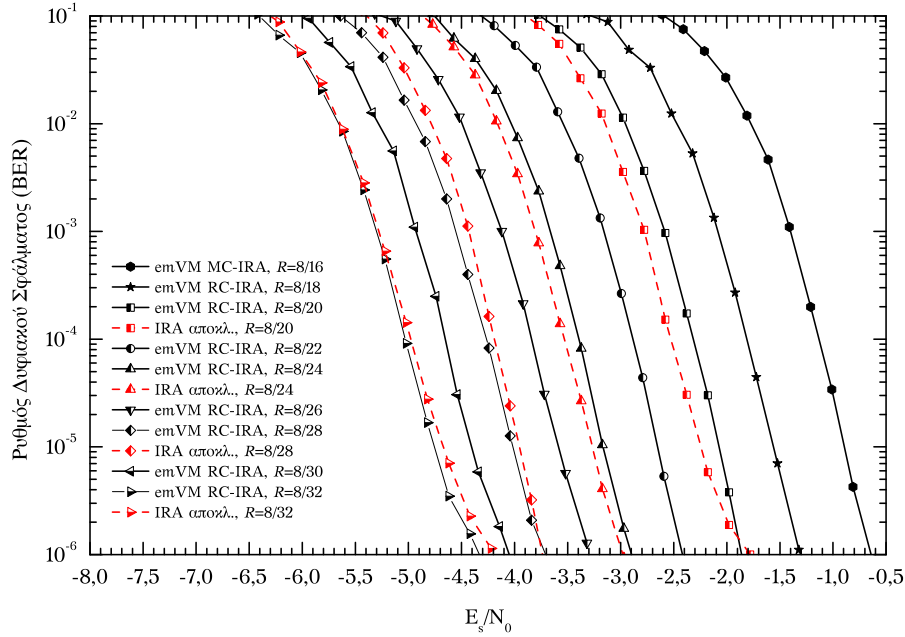
Για την προσομοίωση του επικοινωνιακού συστήματος χρησιμοποιούνται σήματα BPSK με μέση ενέργεια E_s ανά σύμβολο που μεταδίδονται σε κανάλι AWGN με φασματική πυκνότητα ισχύος $N_0/2$. Στον δέκτη, χρησιμοποιείται ο αποκωδικοποιητής του κώδικα χαμηλότερου ρυθμού εισάγοντας εξαλείψεις στη θέση των ελλειπόντων δυφίων και ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης SP εκτελεί το πολύ 100 επαναλήψεις. Για την εξασφάλιση στατιστικής ακρίβειας συλλέγονται τουλάχιστον 200 λανθασμένες κωδικολέξεις.

Η επίδοση των κωδίκων emVM RC-IRA ερευνάται για δύο μήκη συστάδας πληροφορίας, για $k_0 = 512$ και $k_0 = 1024$. Στην πρώτη περίπτωση, για $k_0 = 512$, ο H_0 με $R_0 = 8/16$ κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας το βελτιστοποιημένο κομποδόν πολυώνυμο κατανομής βαθμού $\lambda(x) = \sum_i \lambda_i x^i = 0.5x^2 + 0.3x^3 + 0.2x^8$ σε συνδυασμό με τον αλγόριθμο PEG· ο

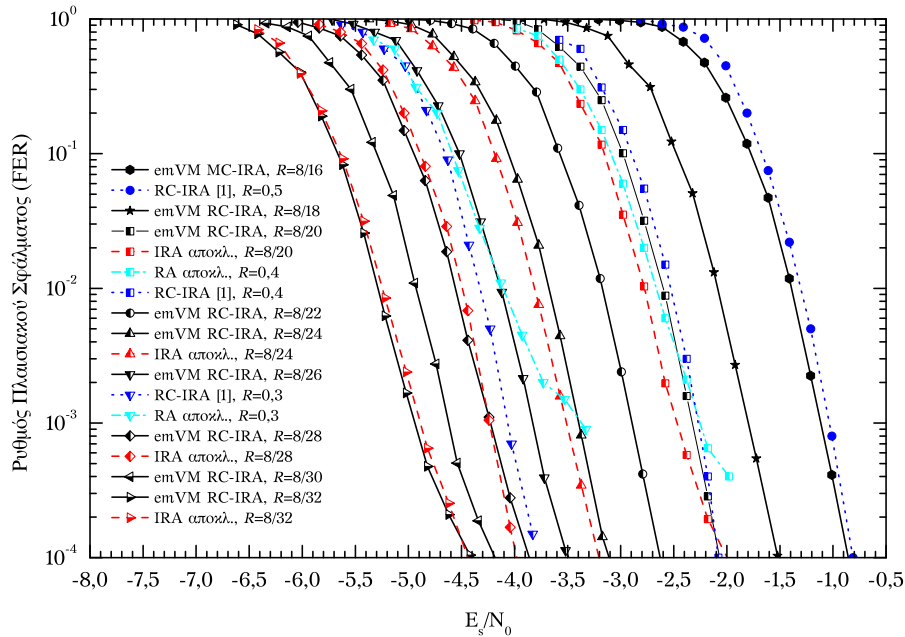
γράφος που παράγεται από τον αλγόριθμο PEG έχει δακτύλιο 8. Για την κατασκευή του H_l με $R_l = 8/32$, χρησιμοποιούνται οι παράμετροι $\varepsilon = 128$, $l = 8$ και $s = 4$. Ο πίνακας L σχεδιάζεται χρησιμοποιώντας την (3.5) με τις προαναφερθέντες παραμέτρους. Για την επικάλυψη του L χρησιμοποιείται η (3.6) με έναν (6,3) κανονικό πίνακα επικάλυψης. Στην δεύτερη περίπτωση, για $k_0 = 1024$, ο H_0 με $R_0 = 8/16$ κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας το ίδιο βελτιστοποιημένο κομβοδόν πολυώνυμο κατανομής βαθμού με την προηγούμενη περίπτωση σε συνδυασμό με τον αλγόριθμο PEG. Για την κατασκευή του H_l με $R_l = 8/24$, χρησιμοποιούνται οι παράμετροι $\varepsilon = 128$, $l = 8$ και $s = 8$. Ο πίνακας L σχεδιάζεται χρησιμοποιώντας την (3.5) με τις προαναφερθέντες παραμέτρους. Για την επικάλυψη του L χρησιμοποιείται η (3.6) με έναν (3,3) κανονικό πίνακα επικάλυψης.

Οι αποκλειστικοί κώδικες IRA κατασκευάζονται χρησιμοποιώντας τα βελτιστοποιημένα πολυώνυμα κομβοδόν κατανομής βαθμού των κόμβων δυφίου/μεταβλητής των εσωτερικών κωδίκων IRA συστημάτων DVB-S2 [38], εκτός από τον κώδικα ρυθμού $R = 2/7$ για τον οποίο το πολυώνυμο λαμβάνεται από τον **ιστότοπο (website)** [99]. Η διδιαγώνια δομή διατηρείται σε όλους τους αποκλειστικούς κώδικες IRA, δηλαδή όλοι οι κόμβοι δυφίων ελέγχου ισοτιμίας έχουν βαθμό 2.

Στα Σχήματα 3.10 και 3.11 παρουσιάζεται μια συγκριτική μελέτη επίδοσης BER και FER συναρτήσει του E_s/N_0 μεταξύ των κωδίκων emVM RC-IRA, των αποκλειστικών κωδίκων RA και IRA και των κωδίκων RC-IRA του άρθρου [1] για διάφορες τιμές του ρυθμού κώδικα R και μήκος συστάδας πληροφορίας $k_0 = 512$ δυφία. Αντίστοιχα, η συγκριτική μελέτη επίδοσης BER και FER για $k_0 = 1024$ δυφία παρουσιάζεται στα Σχήματα 3.12 και 3.13. Γενικά, όπως μπορεί να παρατηρηθεί από τα προαναφερθέντα σχήματα, οι κώδικες emVM RC-IRA εμφανίζουν πολύ καλές δυνατότητες διόρθωσης σφαλμάτων χωρίς να παρουσιάζουν δάπεδο σφάλματος για $FER \geq 10^{-4}$ και για $BER \geq 10^{-6}$. Ειδικότερα, όσον αφορά την επίδοση BER και FER για $k_0 = 512$, οι κώδικες emVM RC-IRA παρουσιάζουν ελάχιστα χαμηλότερη επίδοση κατά 0,2 και 0,15 dB σε σχέση με τους αποκλειστικούς κώδικες IRA για τους ρυθμούς κώδικα $R = 8/20$ και $8/24$, αντιστοίχως, στην περιοχή $BER \geq 10^{-6}$ και $FER \geq 10^{-4}$. Ωστόσο, η παρατηρούμενη υποβάθμιση των κωδίκων emVM RC-IRA σε σχέση με τους αποκλειστικούς κώδικες IRA και IRA είναι απολύτως αναμενόμενη καθώς οι εκτεταμένοι πίνακες κατασκευάζονται χρησιμοποιώντας ντετερμινιστικές τεχνικές χωρίς κάποια βελτιστοποίηση της **κατατομής (profile)** επέκτασης. Θα πρέπει να σημειωθεί πως, όπως φαίνεται από το Σχήμα 3.11, αυτή η υποβάθμιση επίδοσης μειώνεται σε λιγότερο από 0,1 dB σε σχέση με τους αποκλειστικούς κώδικες RA που παρουσιάζονται στο άρθρο [1, Σχήμα 8] για $R = 8/20$ και $8/26$. Παράλληλα, για του ίδιους ρυθμούς κώδικα, οι κώδικες emVM RC-IRA παρουσιάζουν ελάχιστα χαμηλότερη επίδοση κατά 0,1 και 0,2 dB σε σχέση με τους βελτιστοποιημένους κώδικες RC-IRA του άρθρου [1]. Επιπλέον, για τους ρυθμούς κώδικα $R = 8/28$ και $8/32$, οι κώδικες emVM RC-IRA αποδίδουν εξαιρετικά εξαιρέοντας την διαφορά τους από τους αποκλειστικούς κώδικες IRA. Η παρατηρούμενη βελτίωση της επίδοσης οφείλεται



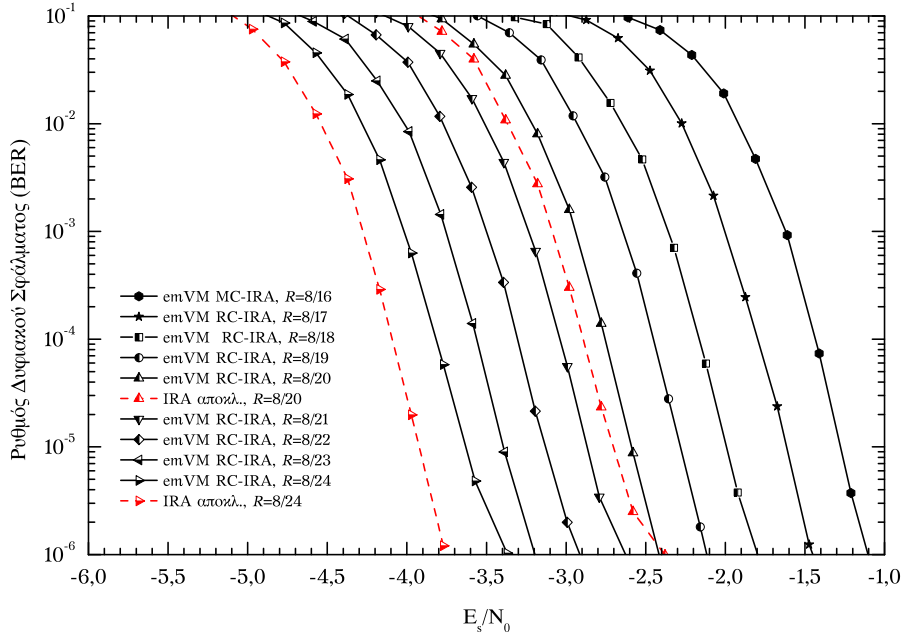
Σχήμα 3.10: Σύγκριση της επίδοσης BER των κωδίκων emVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 512$, $R_l = 8/32$.



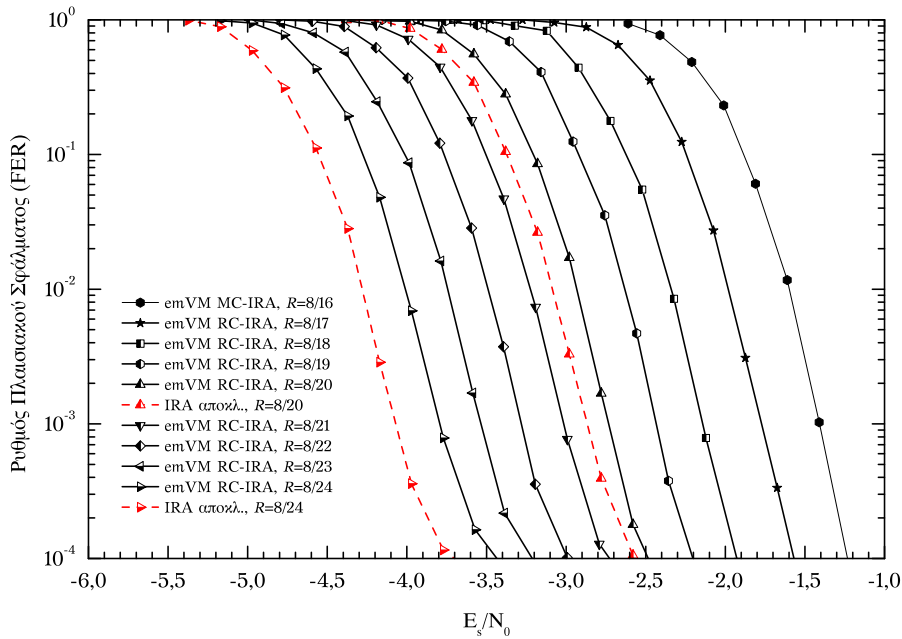
Σχήμα 3.11: Σύγκριση της επίδοσης FER των κωδίκων emVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων RA και IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 512$, $R_l = 8/32$.

στον αυξημένο αριθμό κόμβων βαθμού 1 στους εκτεταμένους πίνακες ελέγχου ισοτιμίας των κωδίκων χαμηλού ρυθμού [93]. Παρόμοια συμπεράσματα εξάγονται και από την παρατήρηση των Σχημάτων 3.12 και 3.13, για $k_0 = 1024$.

Στον Πίνακα 3.4 συγκρίνεται η επίδοση των κωδίκων emVM RC-IRA και των ντε-τερμινιστικών σχημάτων κωδικοποίησης των άρθρων [2,3] σε στάθμη FER = 10^{-2} . Βάσει



Σχήμα 3.12: Σύγκριση της επίδοσης BER των κωδίκων emVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 1024$, $R_l = 8/24$.



Σχήμα 3.13: Σύγκριση της επίδοσης FER των κωδίκων emVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 1024$, $R_l = 8/24$.

των παρουσιαζόμενων αποτελεσμάτων, οι κώδικες emVM RC-IRA προσφέρουν απολαβή ως 0,53 dB και 0,44 dB σε σχέση με τους κώδικες RC-LDPC των άρθρων [2] και [3], αντιστοίχως. Στον Πίνακα 3.5 συγκρίνεται η επίδοση των κωδίκων emVM RC-IRA και των ντετερμινιστικών σχημάτων κωδικοποίησης των άρθρων [2, 4] σε στάθμη BER = 10^{-3} και 10^{-4} . Όπως συνάγεται από τα στοιχεία του πίνακα, οι κώδικες emVM RC-IRA

| Ρυθμοί | FER = 10 ⁻² | | |
|--------|------------------------|-------------|-------------|
| | emVM RC-IRA | RC-LDPC [2] | RC-LDPC [3] |
| 8/24 | -4.00 | - | - |
| 8/23 | -3.71 | - | - |
| 8/22 | -3.45 | - | - |
| 8/21 | -3.19 | - | - |
| 8/20 | -2.93 | -2.40 | - |
| 8/19 | -2.65 | -2.20 | -2.45 |
| 8/18 | -2.35 | -1.90 | -1.91 |
| 8/17 | -1.98 | -1.60 | -1.64 |
| 8/16 | -1.59 | -1.30 | -1.41 |

Πίνακας 3.4: Απαιτούμενος E_s/N_0 σε dB για την επίτευξη FER = 10⁻² από τους κώδικες emVM RC-IRA και των σχημάτων κωδικοποίησης των άρθρων [2,3].

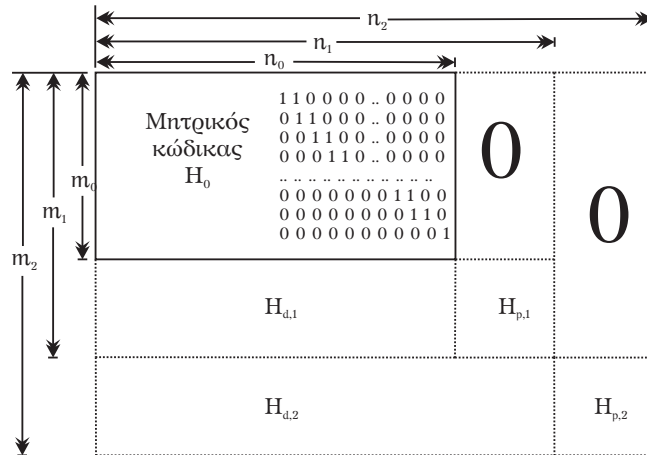
| Ρυθμοί | BER = 10 ⁻³ | | | BER = 10 ⁻⁴ | |
|--------|------------------------|-------------|------------|------------------------|------------|
| | emVM RC-IRA | RC-LDPC [2] | RC-IRA [4] | emVM RC-IRA | RC-IRA [4] |
| 8/24 | -4.01 | - | - | -3.82 | - |
| 8/23 | -3.74 | - | - | -3.56 | - |
| 8/22 | -3.50 | - | - | -3.30 | - |
| 8/21 | -3.23 | - | - | -3.04 | - |
| 8/20 | -2.94 | -2.33 | -2.75 | -2.76 | -2.50 |
| 8/19 | -2.64 | -2.00 | - | -2.45 | - |
| 8/18 | -2.34 | -1.66 | -1.69 | -2.16 | - |
| 8/17 | -1.98 | -1.33 | - | -1.80 | -1.44 |
| 8/16 | -1.61 | -1.05 | -1.00 | -1.43 | - |

Πίνακας 3.5: Απαιτούμενος E_s/N_0 σε dB για την επίτευξη BER = 10⁻³ και 10⁻⁴ για τους κώδικες emVM RC-IRA και τα σχήματα κωδικοποίησης στα άρθρα [2,4].

υπερέχουν των κωδίκων RC-LDPC του άρθρου [2] και του άρθρου [4] ως 0,68 dB και ως 0,65 dB, αντιστοίχως.

3.4 Αλγόριθμος αποκομμένου πίνακα Βαντερμόντ

Σε αυτό το υποκεφάλαιο αρχικά παρουσιάζεται η δομή του προτεινόμενου αλγόριθμου επέκτασης eVM μέσω ενός αποκομμένου πίνακα Βαντερμόντ. Κατόπιν, αξιολογείται η επίδοση BER και FER παραγόμενων κωδίκων eVM RC-IRA σε κανάλι AWGN. Στη συνέχεια, η επίδοση των κωδίκων eVM RC-IRA συγκρίνεται με την επίδοση των εκτεταμένων κωδίκων RC-IRA του άρθρου [1] καθώς και αποκλειστικών κωδίκων IRA και RA. Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα της αξιολόγησης, οι προτεινόμενοι κώδικες eVM RC-IRA, παρά την πολύ απλή δομή και την εξαιρετικά χαμηλή υπολογιστική πο-



Σχήμα 3.14: Διεπίπεδη επέκταση κωδίκων RC-IRA.

λυπλοκότητά τους, παρέχουν ελάχιστα υποδεέστερη επίδοση τόσο από τους βέλτιστα εκτεταμένους κώδικες RC-IRA του άρθρου [1] όσο και από τους αποκλειστικούς κώδικες IRA και RA.

3.4.1 Ντετερμινιστική επέκταση κωδίκων RC-IRA

Ο σχεδιασμός εκτεταμένων κωδίκων RC-IRA, δοθέντος ενός πίνακα ελέγχου ισοτιμίας μητρικού κώδικα διαστάσεων $m_0 \times n_0$, πραγματοποιείται με την προσάρτηση επιπρόσθετων γραμμών και στήλων. Παραδείγματος χάριν, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 3.14, προσαρτώνται $m_1 - m_0 = m_2 - m_1$ νέες γραμμές και $n_1 - n_0 = n_2 - n_1$ νέες στήλες στον πίνακα ελέγχου ισοτιμίας του μητρικού κώδικα για τον σχεδιασμό των ρυθμών κώδικα k_0/n_1 και k_0/n_2 , όπου $k_0 = n_0 - m_0 = n_1 - m_1$ είναι το μήκος συστάδας πληροφορίας του μητρικού κώδικα. Η συμβατότητα ρυθμού επιτυγχάνεται θέτοντας όλα τα στοιχεία στο άνω δεξιό τμήμα του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας ίσα με μηδέν.

Όπως είναι γνωστό, η ντετερμινιστική επέκταση θέτει περιορισμούς στο εύρος των παραγόμενων ρυθμών κώδικα. Συνεπώς για την κατασκευή μιας οικογένειας κωδίκων RC-IRA καλών επιδόσεων, είναι απαραίτητο να σχεδιαστεί αρχικά ένας μητρικός κώδικας IRA πεπερασμένου μήκους με υψηλές δυνατότητες διόρθωσης σφαλμάτων, με δομή που ορίζεται από την (2.32). Πιο συγκεκριμένα, ο υποπίνακας H_1 της (2.32) σχεδιάζεται χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο PEG ώστε να εξασφαλιστούν καλύτερα χαρακτηριστικά δακτυλίου, ενώ ο υποπίνακας H_2 έχει την δομή που καθορίζεται από τη (2.5.2).

Για το σχεδιασμό κωδίκων RC-IRA χαμηλού ρυθμού, προσαρτώνται, σε κάθε επίπεδο επέκτασης, $k_0/2$ γραμμές και στήλες στο κάτω μέρος και στα δεξιά του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας του προηγούμενου ρυθμού. Συνεπώς, οι ρυθμοί κώδικα που μπορούν να κατασκευαστούν ξεκινώντας από έναν μητρικό κώδικα ρυθμού k_0/n_0 είναι

$$R_i = \frac{k_0}{k_0 + m_0 + i \frac{k_0}{2}}, \quad (3.7)$$

όπου i είναι ο δείκτης του επιπέδου επέκτασης.

Παρακάτω προτείνεται ένας καινοτόμος αλγόριθμος χαμηλής πολυπλοκότητας για τον σχεδιασμό εκτεταμένων κωδίκων RC-IRA. Ειδικότερα, μελετώνται δύο επιμέρους ζητήματα: στην Ενότητα ;; εξετάζεται η κατασκευή των υποπινάκων $H_{d,i}$ και στην Ενότητα ;; υπολογίζεται η βέλτιστη αναλογία κόμβων βαθμού 2 και βαθμού 1 για το τμήμα $H_{p,i}$ του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας .

3.4.2 Επέκταση με αποκομμένο πίνακα Βαντερμόντ

Για την κατασκευή των υποπινάκων $H_{d,i}$, διαμορφώνεται ένας αποκομμένος πίνακας Βαντερμόντ T ως

$$T = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & 0 & 0 \\ A_2 & A_4 & 0 & 0 \\ A_3 & A_9 & A_{27} & 0 \\ A_4 & A_{16} & A_{64} & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

όπου A_x είναι ένας μοναδιαίος πίνακας μεγέθους $(k_0/2) \times (k_0/2)$ κυκλικά ολισθημένος προς τα δεξιά κατά x θέσεις. Κάθε γραμμή i του πίνακα T αντιστοιχεί στον υποπίνακα $H_{d,i}$ σε επίπεδο επέκτασης i . Ο πίνακας T αποτελεί ένα τμήμα του γνωστού πίνακα Βαντερμόντ της γραμμικής άλγεβρας, ο οποίος χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων πολυωνυμικής παρεμβολής και διαφορικών εξισώσεων [95]. Γενικώς, ένας πίνακας Βαντερμόντ ορίζεται ως οποιοσδήποτε πίνακας $m \times n$ της μορφής [95,96]

$$V \triangleq \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_m & x_m^2 & \dots & x_m^{n-1} \end{bmatrix}$$

ή αντίστοιχα

$$V = V_{i,j}$$

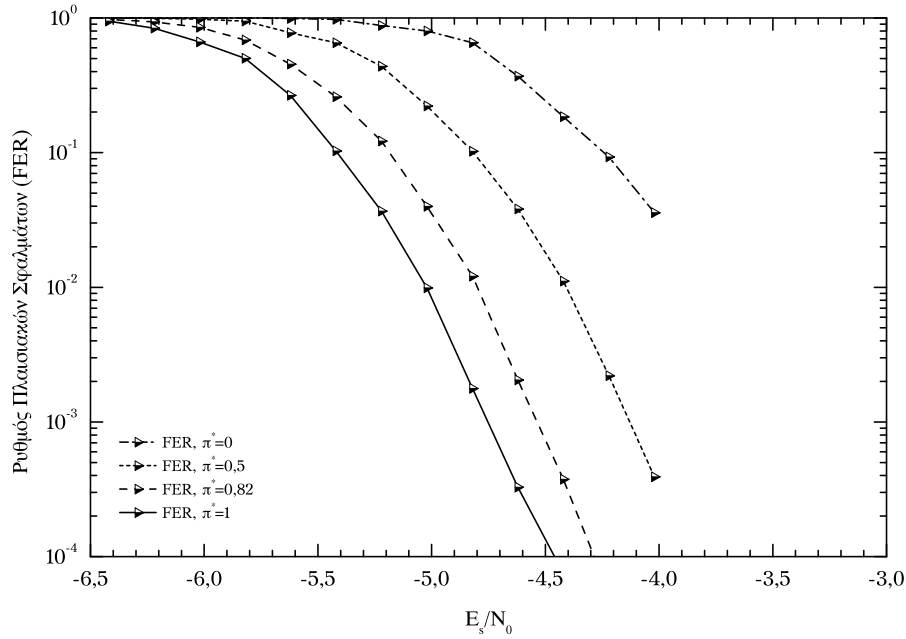
όπου $V_{i,j} = x_i^{j-1}$, με $x_i \neq x_j$ για κάθε $i \neq j$, ή της μορφής [97,98]

$$V \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_m \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \dots & x_m^{n-1} \end{bmatrix}$$

ή αντίστοιχα

$$V = V_{i,j}$$

όπου $V_{i,j} = x_j^{i-1}$ με $x_i \neq x_j$ για κάθε $i \neq j$.

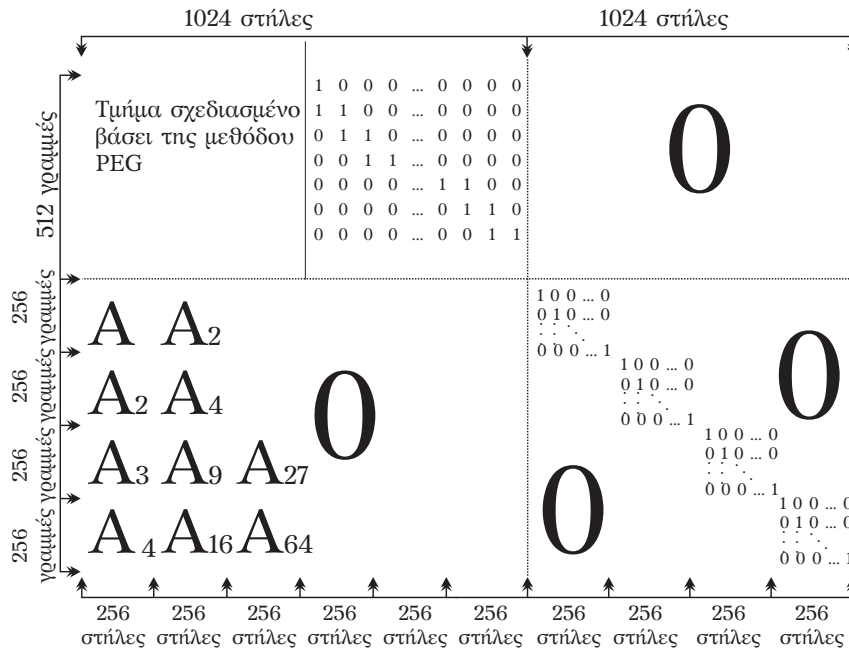


Σχήμα 3.15: Επίδοση FER των κωδίκων eVM RC-IRA συναρτήσει του E_s/N_0 μέσω επέκτασης με $\pi^* = 0, 0,5, 0,82$ και 1 , για $R = 1/4$ και $k_0 = 512$.

Ο αποκομμένος πίνακας Βαντερμόντ χρησιμοποιείται για τη δημιουργία των απαραίτητων εξαρτήσεων μεταξύ των υπάρχοντων και των νέων προστιθέμενων κόμβων. Παράλληλα, εξασφαλίζει την αποφυγή σχηματισμού κύκλων μήκους 4 μεταξύ των υποπινάκων $H_{d,i}$. Επιπλέον, η συγκεκριμένη δομή έχει κυκλοειδή μορφή και, ως εκ τούτου, μειώνει σημαντικά τις απαιτήσεις χωρητικότητας μη-πτητικής μνήμης. Επιπρόσθετα, θα πρέπει να σημειωθεί πως παρότι μπορεί υπάρχει κάποιο μικρό ποσοστό κύκλων μήκους 4 στον γράφο των εκτεταμένων πινάκων, δεν χρησιμοποιείται κάποια τεχνική μετακατασκευαστικής (post-construction) βελτιστοποίησης του δακτυλίου του γράφου, έτσι ώστε να αποφευχθεί η αύξηση της πολυπλοκότητας σχεδιασμού. Τα στοιχεία δίπλα στον αποκομμένο πίνακα Βαντερμόντ T είναι μηδενικά ώστε να εξασφαλιστεί η αραιότητα του αριστερού τμήματος του εκτεταμένου πίνακα ελέγχου ισοτιμίας.

3.4.3 Επέκταση με κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1

Όπως εξηγήθηκε αναλυτικά στην Ενότητα 3.2.3, οι κόμβοι δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 διαδραματίζουν εξαιρετικά σημαντικό ρόλο στον σχεδιασμό κωδίκων χαμηλού ρυθμού. Συνεπώς, όπως και στην περίπτωση των κωδίκων D^2RC -IRA και των κωδίκων eVM RC-IRA, δεν χρησιμοποιούνται αποκλειστικά κόμβοι δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 2 στην τυπική διάταξη διπλής διαγωνίου των κωδίκων IRA, αλλά εξετάζεται η βέλτιστη αναλογία κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 2 και βαθμού 1 για το κάτω δεξιό τμήμα του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας. Συγκεκριμένα, όπως στις Ενότητες 3.2.3 και 3.3.3, αξιολογείται η επίδοση τεσσάρων διαφορετικών αναλογιών



Σχήμα 3.16: Ντετερμινιστική επέκταση μητρικού κώδικα IRA, κατασκευασμένου βάσει του αλγορίθμου PEG, με ρυθμό κώδικα $R_0 = 1/2$ και μήκος συστάδας πληροφορίας $k_0 = 512$ δυφία.

$\pi^* = 0, 0,50,82$ και 1 . Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, οι κώδικες eVM RC-IRA με $\pi^* = 1$ υπερτερούν των άλλων κωδίκων. Συνεπώς, το κάτω δεξιό τμήμα κάθε εκτεταμένου πίνακα σχηματίζει έναν μοναδιαίο πίνακα.

Ένα τυπικό παράδειγμα εφαρμογής του προτεινόμενου αλγορίθμου επέκτασης απεικονίζεται στο Σχήμα 3.16, όπου ξεκινώντας από έναν μητρικό κώδικα IRA με ρυθμό κώδικα $R_0 = 1/2$ και μήκος συστάδας πληροφορίας $k_0 = m_0 = 512$ δυφία χρησιμοποιούνται τέσσερα επίπεδα επέκτασης, καθένα αποτελούμενο από 256 νέες γραμμές και στήλες, για την κατασκευή των κωδίκων RC-IRA με ρυθμό κώδικα $R = 2/5, 1/3, 2/7$ και $1/4$.

3.4.4 Αποτελέσματα αξιολόγησης επίδοσης και συζήτηση

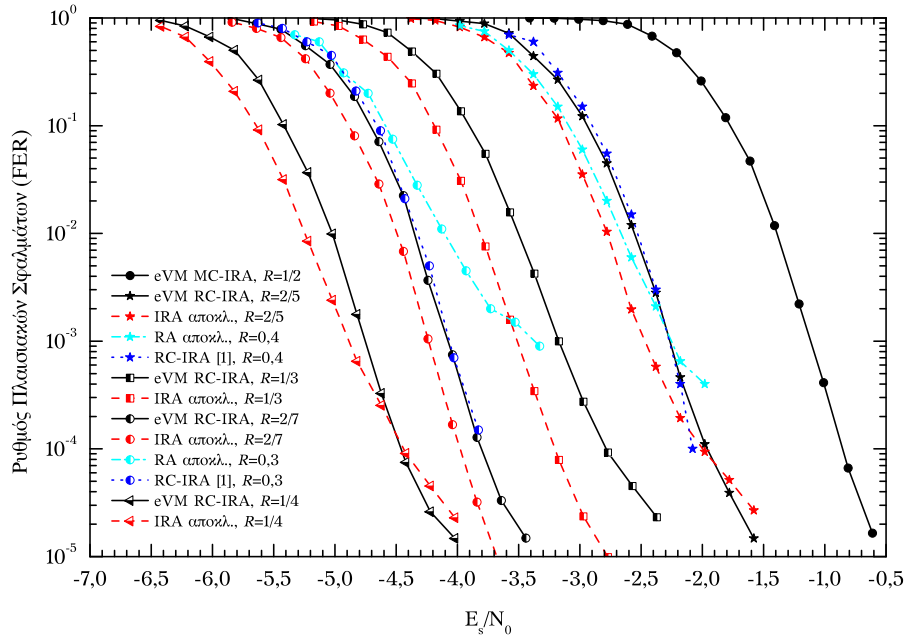
Σε αυτήν την ενότητα αξιολογείται, μέσω προσομοιώσεων ηλεκτρονικού υπολογιστή, η επίδοση BER και FER των προτεινόμενων κωδίκων eVM RC-IRA και συγκρίνεται με την επίδοση των εκτεταμένων κωδίκων RC-IRA του άρθρου [1] καθώς και αποκλειστικών κωδίκων IRA και RA, για τους ίδιους ρυθμούς κώδικα R και ίδιο μήκος συστάδας πληροφορίας k_0 .

Για την προσομοίωση του επικοινωνιακού συστήματος χρησιμοποιούνται σήματα BPSK με μέση ενέργεια E_s ανά σύμβολο που μεταδίδονται σε κανάλι AWGN με φασματική πυκνότητα ισχύος $N_0/2$. Στον δέκτη, χρησιμοποιείται ο αποκωδικοποιητής του κώδικα χαμηλότερου ρυθμού εισάγοντας εξαλείψεις στη θέση των ελλειπόντων δυφίων και ο αλγόριθμος αποκωδικοποίησης SP εκτελεί το πολύ 100 επαναλήψεις. Για την εξασφάλιση στατιστικής ακρίβειας συλλέγονται τουλάχιστον 200 λανθασμένες κωδικολέξεις.

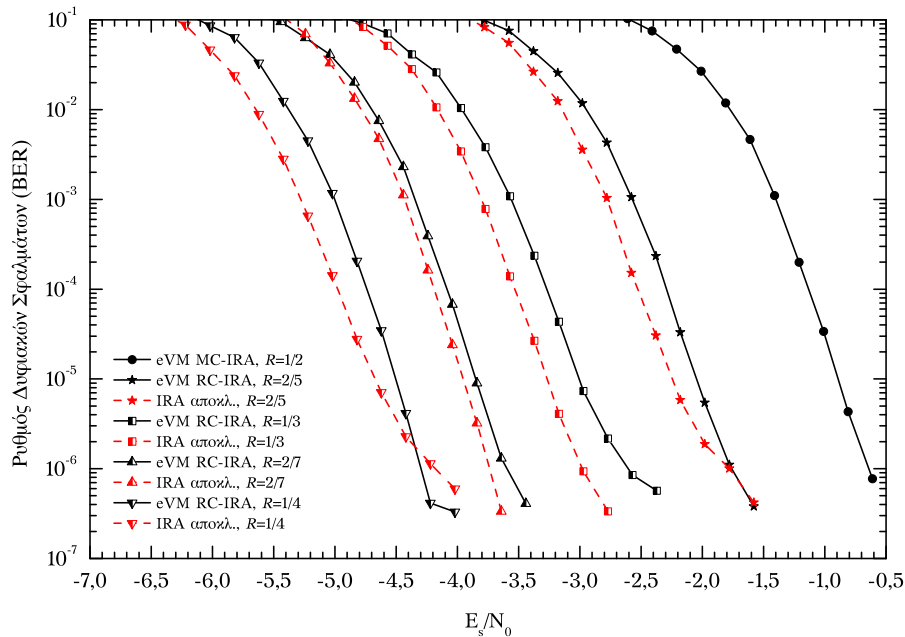
Ο πίνακας ελέγχου ισοτιμίας του μητρικού κώδικα κατασκευάζεται το βελτιστοποιημένο κομβοδόν πολυώνυμο κατανομής βαθμού $\lambda(x) = \sum_i \lambda_i x^i = 0.5x^2 + 0.3x^3 + 0.2x^8$ σε συνδυασμό με τον αλγόριθμο PEG. Οι αποκλειστικοί κώδικες IRA κατασκευάζονται χρησιμοποιώντας τα βελτιστοποιημένα πολυώνυμα κομβοδόν κατανομής βαθμού που καθορίζονται για τους εσωτερικούς κώδικες IRA σε συστήματα DVB-S2 [38], εκτός από τον κώδικα ρυθμού $R = 2/7$ για τον οποίο το βελτιστοποιημένο πολυώνυμο κομβοδόν κατανομής βαθμού λαμβάνεται από την [99]. Η διαγωνία δομή διατηρείται σε όλους τους αποκλειστικούς κώδικες IRA, δηλαδή όλοι οι κόμβοι δυφίων ελέγχου ισοτιμίας είναι βαθμού 2.

Όπως αποδεικνύεται μέσω προσομοιώσεων ηλεκτρονικού υπολογιστή, βελτιστοποιημένα πολυώνυμα κομβοδόν κατανομής βαθμού που αποτελούνται από μικρό πλήθος όρων, δηλαδή τρεις ή τέσσερις όρους, και περιλαμβάνουν έναν όρο με μέτριο εκθέτη, δηλαδή 8 ως 10, συμβάλλουν στη μείωση των κύκλων μήκους 4 στους εκτεταμένους κώδικες και διατηρούν την καλή επίδοση διόρθωσης σφαλμάτων σε όλους τους κατασκευαζόμενους ρυθμούς κώδικα. Βεβαίως, αν R_0 είναι ο ρυθμός κώδικα του μητρικού κώδικα IRA, τότε το βελτιστοποιημένο πολυώνυμο κομβοδόν κατανομής βαθμού πρέπει να περιλαμβάνει έναν όρο με συντελεστή τουλάχιστον $(1 - R_0)$ και εκθέτη 2. Παραδείγματος χάριν, στον γράφο που αντιστοιχεί στον πίνακα ελέγχου ισοτιμίας ρυθμού $R = 1/4$ με μήκος συστάδας πληροφορίας $k_0 = 1024$, το 50% των κόμβων δυφίου/μεταβλητής έχουν άπειρο δακτύλιο διότι είναι φύλλα δέντρου, το 3,2% και το 43,7% έχουν δακτύλιο 8 και 6, αντιστοίχως, και το 3,1% έχουν δακτύλιο 4. Το υψηλό ποσοστό των κόμβων δυφίου/μεταβλητής με άπειρο δακτύλιο και δακτύλιο 8 και 6, εξασφαλίζουν ένα γράφο κώδικα με μέσο δακτύλιο [4, εξ. (5)] ίσο με τουλάχιστον 8, βελτιώνοντας την επίδοση του κώδικα. Επιπλέον, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα προσομοίωσης των προτεινόμενων κωδίκων eVM RC-IRA με πρωταρχικά αποτελέσματα προσομοίωσης χρησιμοποιώντας την τεχνική επέκτασης του άρθρου [100] αποδεικνύεται πως τα δύο επιπρόσθετα κυκλωειδή A_{27} και A_{64} στα δύο τελευταία επίπεδα επέκτασης βελτιώνουν την επίδοση διόρθωσης σφαλμάτων του παραγόμενου κώδικα κατά περίπου 0,1 dB και 0,2 dB για $FER \approx 10^{-2}$ και $BER \approx 10^{-6}$, αντίστοιχα.

Στο Σχήμα 3.17 απεικονίζεται η επίδοση FER των κωδίκων eVM RC-IRA συναρτήσει του E_s/N_0 , για $k_0 = 512$ και ρυθμούς (από αριστερά προς τα δεξιά) $R = 1/4, 2/7, 1/3, 2/5, 1/2$. Για λόγους σύγκρισης, στο ίδιο σχήμα, απεικονίζεται η επίδοση FER των αποκλειστικών κωδίκων RA και IRA, και των κωδίκων RC-IRA του άρθρου [1]. Όπως φαίνεται ξεκάθαρα, για $R = 2/5$ και $2/7$ οι προτεινόμενοι κώδικες eVM RC-IRA έχουν συγκρίσιμη επίδοση με τους βελτιστοποιημένους κώδικες RC-IRA του άρθρου [1], χωρίς να απαιτούν κάποια βελτιστοποίηση της κατανομής επέκτασης. Επιπλέον, για τους ίδιους ρυθμούς κώδικα, οι προτεινόμενοι κώδικες eVM RC-IRA παρουσιάζουν ελάχιστα χαμηλότερη επίδοση κατά 0,25 και 0,2 dB, αντίστοιχα, σε σχέση με τους αποκλειστικούς κώδικες IRA, στην περιοχή $FER \geq 10^{-3}$, η οποία αποτελεί την περιοχή ενδιαφέροντος στα πε-

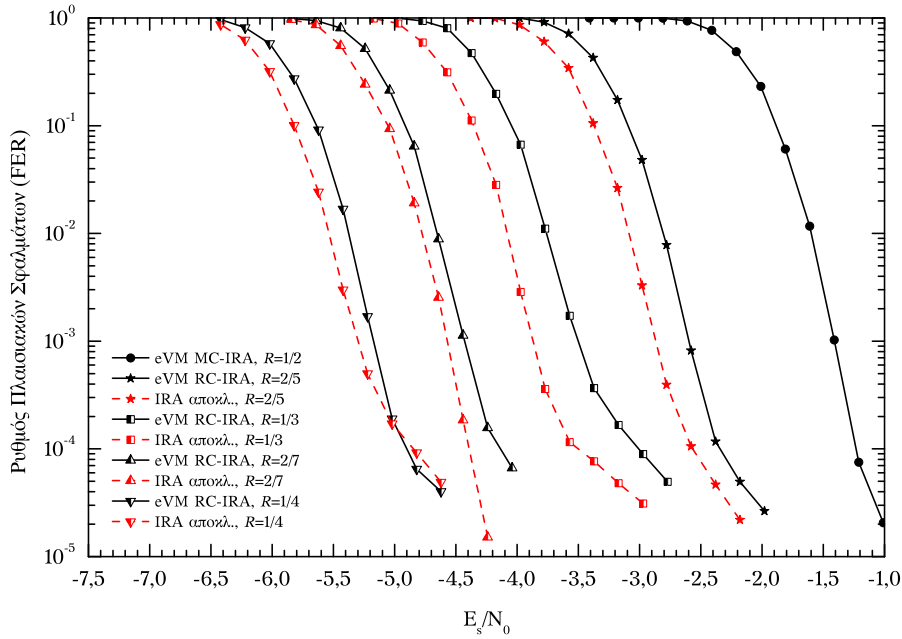


Σχήμα 3.17: Σύγκριση της επίδοσης FER των κωδίκων eVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων RA και IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 512$, $R_l = 8/32$.

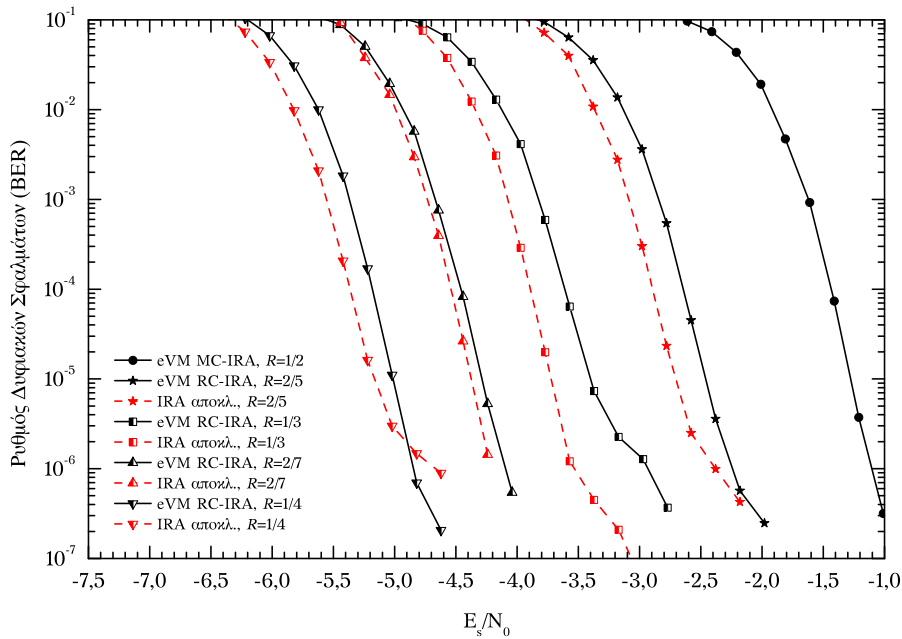


Σχήμα 3.18: Σύγκριση της επίδοσης BER των κωδίκων eVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 512$, $R_l = 8/32$.

ρισσότερα επικοινωνιακά συστήματα [1]. Θα πρέπει να σημειωθεί πως η παρατηρούμενη υποβάθμιση των κωδίκων eVM RC-IRA σε σχέση με τους αποκλειστικούς κώδικες RA και IRA είναι απολύτως αναμενόμενη καθώς οι εκτεταμένοι πίνακες κατασκευάζονται χρησιμοποιώντας ντετερμινιστικές τεχνικές χωρίς κάποια βελτιστοποίηση της κατατομής επέκτασης. Θα πρέπει να σημειωθεί πως, όπως φαίνεται από το Σχήμα 3.17, αυτή η υ-



Σχήμα 3.19: Σύγκριση της επίδοσης FER των κωδίκων eVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 1024$, $R_l = 8/24$.



Σχήμα 3.20: Σύγκριση της επίδοσης BER των κωδίκων eVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων IRA συναρτήσει του E_s/N_0 για διάφορες τιμές του R και $k_0 = 1024$, $R_l = 8/24$.

ποβάθμιση επίδοσης μειώνεται σε λιγότερο από 0,1 dB σε σχέση με τους αποκλειστικούς κώδικες RA που παρουσιάζονται στο άρθρο [1, Σχήμα 8] για $R = 2/5$, ενώ για $R = 2/7$ οι προτεινόμενοι κώδικες eVM RC-IRA υπερέρχουν των προαναφερθέντων κωδίκων RA μέχρι και κατά 0,4 dB. Παράλληλα, όπως φαίνεται από το Σχήμα 3.17, οι κώδικες RA παρουσιάζουν δάπεδο σφάλματος για $FER < 10^{-3}$. Όσον αφορά του ρυθμούς κώδικα

$R = 1/3$ και $1/4$, οι κώδικες eVM RC-IRA έχουν συγκρίσιμη επίδοση με τους αποκλειστικούς κώδικες IRA, εμφανίζοντας ελάχιστα μια μικρή υποβάθμιση της τάξης των 0,3 και 0,2 dB, αντίστοιχα. Η παρατηρούμενη βελτίωση της επίδοσης για $R = 1/4$ οφείλεται στον αυξημένο αριθμό κόμβων βαθμού 1 στους εκτεταμένους πίνακες ελέγχου ισοτιμίας των κωδίκων χαμηλού ρυθμού [93]. Στο Σχήμα 3.18 παρουσιάζεται μια συγκριτική μελέτη επίδοσης BER συναρτήσει του E_s/N_0 μεταξύ των κωδίκων eVM RC-IRA και των αποκλειστικών κωδίκων IRA για διάφορους ρυθμούς κώδικα για $k_0 = 512$ και διάφορες τιμές του R . Όπως φαίνεται από το εν λόγω σχήμα, οι κώδικες eVM RC-IRA εμφανίζουν πολύ καλές δυνατότητες διόρθωσης σφαλμάτων χωρίς να παρουσιάζουν δάπεδο σφάλματος για $BER \geq 10^{-6}$, ενώ εμφανίζουν ελάχιστα χαμηλότερη επίδοση μέχρι και κατά 0,25 dB σε σχέση με τους αποκλειστικούς κώδικες IRA. Παρόμοια συμπεράσματα εξάγονται και από την παρατήρηση των Σχημάτων 3.19 και 3.20, για $k_0 = 1024$.

3.5 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο προτάθηκαν δύο καινοτόμοι αλγόριθμοι ντετερμινιστικής επέκτασης κωδίκων RC-IRA χρησιμοποιώντας, στην πρώτη περίπτωση, δευτεροβάθμιες ισοϋπόλοιπες ακολουθίες επέκτασης και, στη δεύτερη περίπτωση, έναν τροποποιημένο πίνακα Βαντερμόντ. Επιπλέον, προτάθηκε μια νέα κατηγορία κωδίκων D^2RC -IRA.

Αρχικά, στο Υποκεφάλαιο 3.1, παρουσιάστηκαν οι υπάρχουσες μέθοδοι επέκτασης κωδίκων RC-LDPC και RC-IRA της διεθνούς επιστημονικής βιβλιογραφίας και αναφέρθηκαν τα μειονεκτήματά τους.

Στη συνέχεια, στο Υποκεφάλαιο 3.2, παρουσιάστηκε ο προτεινόμενος αλγόριθμος επέκτασης μέσω δευτεροβάθμιων ισοϋπόλοιπων ακολουθιών και η προτεινόμενη κατηγορία κωδίκων D^2RC -IRA. Στις Ενότητες 3.2.1 και 3.2.2 παρουσιάστηκε η δομή του προτεινόμενου αλγορίθμου επέκτασης και στην Ενότητα 3.2.3 μελετήθηκε η επέκταση χρησιμοποιώντας διάφορους συνδυασμούς αναλογιών κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 και βαθμού 2, αντί για την συνηθισμένη διδιαγώνια δομή των κωδίκων IRA. Όπως αποδείχτηκε από αυτή τη μελέτη, η χρήση κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 δρα ευεργετικά όσον αφορά την κατασκευή κωδίκων RC-IRA χαμηλού ρυθμού. Ειδικότερα, όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα της μελέτης, οι κώδικες D^2RC -IRA με κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 υπερέρχουν όλων των άλλων κωδίκων διαφορετικών συνδυασμών αναλογιών. Στην Ενότητα 3.2.4 παρουσιάστηκε η δομή της προτεινόμενης κατηγορίας κωδίκων D^2RC -IRA. Στην Ενότητα 3.2.5 παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα της αξιολόγησης επίδοσης. Αφού παρουσιάστηκαν οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση του επικοινωνιακού συστήματος καθώς και για την κατασκευή των προσομοιούμενων κωδίκων D^2RC -IRA, μελετήθηκαν τα χαρακτηριστικά του γράφου των παραγόμενων κωδίκων D^2RC -IRA. Στη συνέχεια, παρουσιάστη-

καν τα αποτελέσματα της αξιολόγησης BER και FER των κωδίκων $D^2RC-IRA$. Βάσει των αποτελεσμάτων που παρουσιάστηκαν, οι κώδικες $D^2RC-IRA$ παρέχουν πολύ καλή επίδοση για ένα μεγάλο εύρος ρυθμών κώδικα χωρίς να παρουσιάζουν δάπεδο σφάλματος για για $BER \geq 10^{-6}$ και $FER \geq 10^{-4}$, εκτός από την περίπτωση του $R = 8/9$ για $k_0 = 1024$. Παράλληλα, συγκρίνοντας του κώδικες $D^2RC-IRA$ με τους βελτιστοποιημένους κώδικες RC-IRA του άρθρου [1], τόσο από πλευράς επίδοσης όσο και από πλευράς διάφορων σχεδιαστικών παραμέτρων, αποδείχτηκε πως οι προτεινόμενοι κώδικες $D^2RC-IRA$ παρέχουν συγκρίσιμη επίδοση με τους βελτιστοποιημένους κώδικες RC-IRA του άρθρου [1] παρέχοντας ταυτόχρονα επιπρόσθετα πλεονεκτήματα όπως χαμηλότερη σχεδιαστική και υπολογιστική πολυπλοκότητα, χαμηλότερες απαιτήσεις μη-πτητικής μνήμης και πραγματικόχρονη εφαρμοσιμότητα. Στη συνέχεια η επίδοση BER και FER καθώς και η επίδοση ρυθμαπόδοσης, σε ένα σχήμα HARQ τύπου-II με επιλεκτική επαναμετάδοση, των κωδίκων $D^2RC-IRA$ συγκρίθηκε με την επίδοση αντίστοιχων σχημάτων κωδικοποίησης RC-LDPC και RC-IRA της διεθνούς επιστημονικής βιβλιογραφίας που παρουσιάζονται στα άρθρα [1–4]. Τα αποτελέσματα απέδειξαν πως οι κώδικες $D^2RC-IRA$ υπερέχουν σε επίδοση BER και FER των κωδίκων των άρθρων [2–4] καθώς και σε επίδοση ρυθμαπόδοσης σε σχέση με τους κώδικες των άρθρων [1–4].

Στη συνέχεια, στο Υποκεφάλαιο 3.3, παρουσιάστηκε ο προτεινόμενος αλγόριθμος επέκτασης μέσω ενός τροποποιημένου πίνακα Βαντερμόντ (emVM). Στις Ενότητες 3.3.1 και 3.3.2 παρουσιάστηκε η δομή του προτεινόμενου αλγορίθμου επέκτασης και στην Ενότητα 3.3.3 αιτιολογήθηκε η επέκταση μόνο με κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1. Στην Ενότητα 3.3.4, αφού παρουσιάστηκαν οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση του επικοινωνιακού συστήματος καθώς και για την κατασκευή των προσομοιούμενων κωδίκων, ερμηνεύτηκαν τα αποτελέσματα της αξιολόγησης επίδοσης BER και FER των κωδίκων emVM RC-IRA. Βάσει των αποτελεσμάτων που παρουσιάστηκαν, οι κώδικες emVM RC-IRA παρέχουν πολύ καλή επίδοση για ένα μεγάλο εύρος ρυθμών κώδικα χωρίς να παρουσιάζουν δάπεδο σφάλματος για για $BER \geq 10^{-6}$ και $FER \geq 10^{-4}$. Παράλληλα, συγκρίνοντας του κώδικες emVM RC-IRA με τους βελτιστοποιημένους κώδικες RC-IRA του άρθρου [1] καθώς και αποκλειστικούς κώδικες IRA και RA αποδείχτηκε πως οι προτεινόμενοι κώδικες δεν παρουσιάζουν κάποια ουσιαστική υποβάθμιση της επίδοσης ενώ ταυτόχρονα έχουν πολύ χαμηλή πολυπλοκότητα σχεδιασμού. Στη συνέχεια η επίδοση BER και FER των κωδίκων emVM RC-IRA συγκρίθηκε με την επίδοση αντίστοιχων σχημάτων κωδικοποίησης RC-LDPC και RC-IRA της διεθνούς επιστημονικής βιβλιογραφίας που παρουσιάζονται στα άρθρα [2–4] αποδεικνύοντας την ανωτερότητα των προτεινόμενων κωδίκων.

Τέλος, στο Υποκεφάλαιο 3.4, παρουσιάστηκε ο προτεινόμενος αλγόριθμος επέκτασης μέσω ενός αποκομμένου πίνακα Βαντερμόντ (eVM). Στις Ενότητες 3.4.1 και 3.4.2 παρουσιάστηκε η δομή του προτεινόμενου αλγορίθμου επέκτασης και στην Ενότητα 3.4.3 αιτιολογήθηκε η επέκταση μόνο με κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1. Στην

Ενότητα 3.4.4, αφού παρουσιάστηκαν οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση του επικοινωνιακού συστήματος καθώς και για την κατασκευή των προσομοιούμενων κωδίκων, παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα της αξιολόγησης επίδοσης BER και FER των κωδίκων eVM RC-IRA. Βάσει των παρουσιαζόμενων αποτελεσμάτων, οι κώδικες eVM RC-IRA παρέχουν επίδοση που προσεγγίζει την επίδοση των αποκλειστικών κωδίκων IRA ενώ ταυτόχρονα παρέχουν ελάχιστα υποδεέστερη επίδοση σε σχέση με τους βελτιστοποιημένους κώδικες RC-IRA του άρθρου [1].

Κεφάλαιο 4

Κώδικες RC-IRA για συστήματα DVB-SH και ETSI-SDR

Σε αυτό το κεφάλαιο προτείνεται μια οικογένεια κωδίκων RC-IRA η οποία μπορεί να αποτελέσει εναλλακτικό σχήμα κωδικοποίησης καναλιού για δύο πρόσφατα δημοσιευμένα πρότυπα υβριδικών συστημάτων παροχής πολυμεσικών κινητών πολυμεσικών υπηρεσιών, το DVB-SH και το ETSI-SDR. Για την κατασκευή των κωδίκων χαμηλότερου ρυθμού χρησιμοποιείται ντετερμινιστική επέκταση η οποία βασίζεται έναν αποκομμένο πίνακα Βαντερμόντ και για την κατασκευή των κωδίκων υψηλότερου ρυθμού χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος διάτρησης που παρουσιάστηκε στο άρθρο [1]. Επιπλέον πραγματοποιείται για πρώτη φορά μια συστηματική μελέτη επίδοσης των TC 3GPP2 που προδιαγράφονται στα πρότυπα των συστημάτων υπό εξέταση σε διάφορα κανάλια μετάδοσης.

4.1 Εισαγωγή

Η ανάπτυξη νέων τεχνολογιών για την παροχή κινητών πολυμεσικών υπηρεσιών σε μικρές χειρόφερτες (**handheld**) συσκευές, όπως τα κινητά τηλέφωνα και οι **προσωπικοί ψηφιακοί βοηθοί (Personal Digital Assistant - PDA)**, έχει αποτελέσει αντικείμενο μελέτης πολλών ομάδων εργασίας παγκοσμίως τα τελευταία χρόνια. Ως εκ τούτου, ένας μεγάλος αριθμός διαφορετικών τεχνολογιών έχει προκύψει για την παροχή παρόμοιων υπηρεσιών. Το γεγονός αυτό οφείλεται εν μέρει στην προσπάθεια των **φορέων εκμετάλλευσης (operators)** διαφορετικών υπηρεσιών να αξιοποιήσουν κατάλληλα τις υπάρχουσες υποδομές τους ώστε να παρέχουν κινητές πολυμεσικές υπηρεσίες. Ειδικότερα, οι εν λόγω υπηρεσίες μπορούν να παρέχονται μέσω πολλών διαφορετικών δικτύων, όπως δίκτυα **τρίτης γενιάς (Third Generation - 3G)**, ασύρματα ευρυζωνικά δίκτυα και δίκτυα επίγειας ευρυεκπομπής.

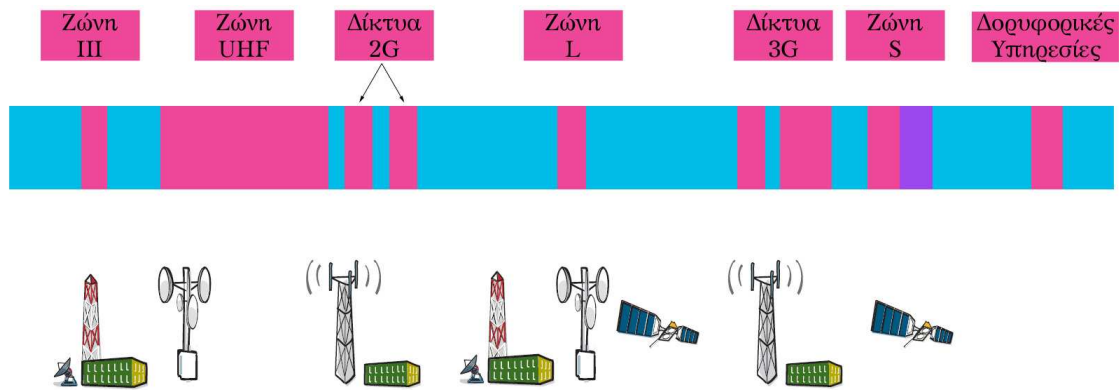
Οι κινητές πολυμεσικές υπηρεσίες μέσω των δικτύων 3G περιλαμβάνουν τις **υπηρε-**

σίες πολυμεσικής ευρυεκπομπής/πολυεκπομπής (**Multimedia Broadcast/Multicast Service - MBMS**) μέσω δικτύων 3G παγκόσμιου συστήματος κινητών τηλεπικοινωνιών (**Universal Mobile Telecommunications System - UMTS**) εταιρισμικού έργου 3ης γενιάς (**3rd Generation Partnership Project - 3GPP**) και υπηρεσίες ευρυεκπομπής και πολυεκπομπής (**Broadcast and Multicast Service - BCMCS**) 3GPP2 μέσω δικτύων εξελιγμένης 3G πολλαπλής πρόσβασης διαίρεσης κώδικα (**Code Division Multiple Access - CDMA**) ή CDMA2000 [101].

Οι κινητές πολυμεσικές υπηρεσίες μέσω ασύρματων ευρυζωνικών δικτύων περιλαμβάνουν υπηρεσίες **υπέρρυθμης (high-speed)** ασύρματης πρόσβασης στο Διαδίκτυο καθώς και υπηρεσίες μουσικής και **βίντεο κατ' αίτηση (Video on Demand - VoD)**, **καταφόρτωσης (download)** ήχων κουδουνίσματος και εφαρμογών ηλεκτρονικού εμπορίου που παρέχονται στις ζώνες συχνοτήτων της υπηρεσίας **παγκόσμιας διαλειτουργικότητας για μικροκυματική πρόσβαση (Worldwide Interoperability Microwave Access - WiMAX)**, π.χ. 2,3 γιγάκυκλους (**Gigahertz- GHz**) στην Κορέα και 3,5 GHz στην Ελλάδα.

Οι κινητές πολυμεσικές υπηρεσίες μέσω των δικτύων επίγειας ευρυεκπομπής περιλαμβάνουν τις υπηρεσίες που βασίζονται σε τροποποιημένα πρότυπα επίγειας ευρυεκπομπής, τις υπηρεσίες που βασίζονται σε τροποποιημένα πρότυπα **ψηφιακής ακουστικής ευρυεκπομπής (Digital Audio Broadcasting - DAB)** και τις υπηρεσίες που βασίζονται σε νέα πρότυπα επίγειας ευρυεκπομπής [102]. Στην πρώτη κατηγορία, όσον αφορά την Ευρώπη, εντάσσονται οι υπηρεσίες που βασίζονται στο πρότυπο **χειρόφερτης ψηφιακής βιντεοεκπομπής (Digital Video Broadcasting - Handheld - DVB-H)**, το οποίο αποτελεί τροποποίηση του προτύπου **επίγειας ψηφιακής βιντεοεκπομπής (Digital Video Broadcasting - Terrestrial - DVB-T)** [103]. Στη δεύτερη κατηγορία εντάσσονται οι υπηρεσίες που βασίζονται στο πρότυπο **επίγειας ψηφιακής πολυμεσικής ευρυεκπομπής (Terrestrial Digital Multimedia Broadcasting T-DMB)**, το οποίο αποτελεί επέκταση του προτύπου DAB [104]. Τέλος, στην τρίτη κατηγορία εντάσσονται οι υπηρεσίες που βασίζονται σε **ιδιοταγή πρότυπα (proprietary standards)**, όπως το πρότυπο **μεσικής μετάδοσης κατά την εμπροσθόφορη ζεύξη μόνο (Media Forward Link Only - MediaFLO)** της εταιρίας Qualcomm [104].

Πρόσφατες μελέτες έδειξαν πως τα προαναφερθέντα επίγεια ασύρματα συστήματα παροχής κινητών πολυμεσικών υπηρεσιών μπορούν να συνδυαστούν αποτελεσματικά με μια **δορυφορική συνιστώσα (Satellite Component - SC)** ώστε να εκμεταλλευτούν την ευρεία περιοχή κάλυψης και το υψηλά διαθέσιμο εύρος ζώνης των δορυφόρων [105–107]. Η πρωταρχική μελέτη της δυνατότητας σύγκλισης των δύο τεχνολογιών καθώς και η ανάπτυξη ενός υβριδικού συστήματος παροχής κινητών πολυμεσικών υπηρεσιών υλοποιήθηκε από την εταιρία Alcatel στα πλαίσια του προγράμματος **έρευνας και ανάπτυξης (Research and Development - R&D)** **κινητές εφαρμογές και υπηρεσίες βασιζόμενες σε δορυφορική και επίγεια διαδίκτυωση (Mobile Applications and sERVICES based**



Σχήμα 4.1: Υποστηριζόμενο φάσμα συχνοτήτων λειτουργίας συστημάτων DVB-SH.

on Satellite and Terrestrial inteRwOrking - MAESTRO)', το οποίο χρηματοδοτήθηκε από το ευρωπαϊκό επιχειρησιακό πρόγραμμα 'Τεχνολογίες για την Κοινωνία της Πληροφορίας (Information Society Technology - IST)' [105]. Η διάρκεια του προγράμματος ήταν από το 2004 ως το 2006 και κύριος στόχος του ήταν η διερεύνηση της επέκτασης του επίγειου συστήματος MBMS, από δίκτυο 3G CDMA σε υβριδικό, με χρήση της δορυφορικής συνιστώσας και της τεχνολογίας **ευρυζωνικής πολλαπλής πρόσβασης διαίρεσης κώδικα (Wideband Code Division Multiple Access - WCDMA)**.

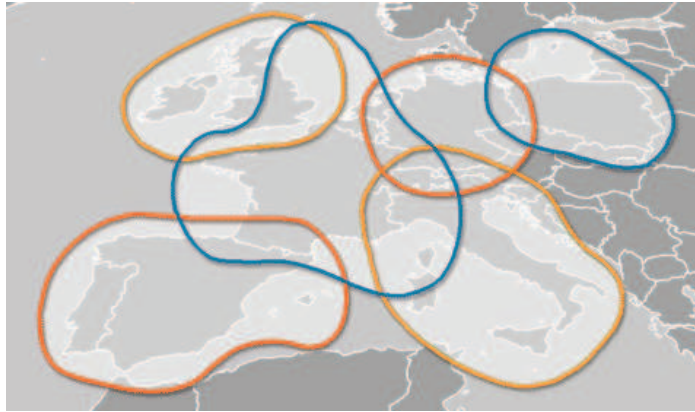
Παράλληλα, ολοκληρώθηκαν και δημοσιεύθηκαν οι προδιαγραφές του συστήματος ETSI-SDR το 2006, με σκοπό την παροχή της δυνατότητας λήψης ψηφιακού πολυμεσικού περιεχομένου μέσω δορυφορικής εκπομπής στη ζώνη συχνοτήτων L (950 **μεγάκυκλους (Megahertz - MHz)** ως 1450 MHz), συνεπικουρούμενης από επίγειους πομπούς [106,108,109]. Τα κύρια χαρακτηριστικά αυτού του προτύπου σε αντίθεση με το προαναφερθέν σύστημα είναι η χρήση του σύγχρονου TC 3GPP2, αντί του TC 3GPP, για την κωδικοποίηση καναλιού και η χρήση **ορθογωνικής πολύπλεξης διαίρεσης συχνότητας (Orthogonal Frequency Division Multiplex - OFDM)**, αντί της τεχνολογίας WCDMA, η οποία καθιστά το σήμα πιο εύρωστο στην παραμόρφωση που εισάγει το κανάλι διάδοσης.

Ωστόσο, τα συστήματα MBMS δεν είναι ιδιαίτερα κατάλληλα για την ευρυεκπομπή πολλών τηλεοπτικών καναλιών ταυτόχρονα σε μια ευρεία περιοχή λόγω της περιορισμένης χωρητικότητας των διαθέσιμων καναλιών μετάδοσης [110]. Για το λόγο αυτό η εταιρία Alcatel, μέσω του ερευνητικού προγράμματος **‘απεριόριστη κινητή τηλεόραση (Unlimited Mobile TV)'**, πρότεινε μια εξέλιξη του προτύπου DVB-H η οποία έδινε τη δυνατότητα παροχής υπηρεσιών ομοίων του DVB-H μέσω ενός υβριδικού δορυφορικού/επίγειου συστήματος μετάδοσης [110]. Ταυτόχρονα, το γαλλικό **Εθνικό Κέντρο Διαστημικών Ερευνών (Centre National d'Études Spatiales - CNES)** υλοποίησε το ερευνητικό έργο με την ονομασία **δορυφορική ψηφιακή πολυμεσική ευρυεκπομπή (Satellite Digital Multimedia Broadcasting - SDMB)**, το οποίο ήταν στενά συνδεδεμέ-

νο με το ερευνητικό πρόγραμμα 'απεριορίστη κινητή τηλεόραση' [111]. Σκοπός αυτού του ερευνητικού προγράμματος ήταν, μεταξύ άλλων, η αναζήτηση κατάλληλων μηχανισμών αξιοπιστίας για κάθε ένα από τα επίπεδα της στοίβας του τηλεπικοινωνιακού μοντέλου χρησιμοποιώντας μια κατάλληλα τροποποιημένη στοίβα πρωτοκόλλου του συστήματος DVB-H [111].

Η τεχνογνωσία που αποκτήθηκε στα πλαίσια του ερευνητικού προγράμματος 'απεριορίστη κινητή τηλεόραση' ενσωματώθηκε στο πρότυπο DVB-SH. Το πρότυπο αυτό εκμεταλλεύεται τη ζώνη συχνοτήτων S (2 GHz ως 4 GHz) η οποία είναι λιγότερο συνωστισμένη από πλευράς υπηρεσιών και, ως εκ τούτου, παρέχει τη δυνατότητα λειτουργίας συστημάτων **κινητών δορυφορικών υπηρεσιών (Mobile Satellite Services - MSS)** σε συνδυασμό με μια **συμπληρωματική επίγεια συνιστώσα (Complementary Ground Component - CGC)**. Η συγγραφή των προδιαγραφών του συστήματος DVB-SH ξεκίνησε το 2006 με στόχο την επέκταση του συστήματος DVB-H ώστε να καθίσταται δυνατή η λήψη δορυφορικών σημάτων μέσω της ζώνης συχνοτήτων S [107, 112, 113]. Το πρότυπο ολοκληρώθηκε το 2007 παρουσιάζοντας πολλά κοινά χαρακτηριστικά με το σύστημα SDR του ETSI. Στις 14 Φεβρουαρίου 2007, η **ευρωπαϊκή επιτροπή (European Commission - EC)** αποφάσισε να εναρμονίσει και να καταστήσει πανευρωπαϊκά διαθέσιμο ένα τμήμα, εύρους 30 MHz, της ζώνης συχνοτήτων S για χρήση από υβριδικά δορυφορικά/επίγεια συστήματα. Επιπλέον, το πρότυπο DVB-SH επωφελείται της εμπειρίας των φορέων εκμετάλλευσης κινητών επικοινωνιών στον τομέα της παροχής **βιντεοροestreams (video streams)** μέσω δικτύων 3G σε επίγεια **κυψελωτά (cellular)** δίκτυα που λειτουργούν στη ζώνη συχνοτήτων UMTS (1,9 GHz ως 2,17 GHz), η οποία είναι παρακείμενη της ζώνης συχνοτήτων S, όπως χαρακτηριστικά απεικονίζεται στο Σχήμα 4.1. Η εμπειρία αυτή αποδεικνύεται εξαιρετικά χρήσιμη στην ανάπτυξη επαναμεταδοτών με βέλτιστη ενδοκτιριακή κάλυψη. Παράλληλα, η επαναχρησιμοποίηση υλικών πόρων των κυψελωτών δικτύων, όπως οι κεραίες 3G, αναμένεται να αποφέρουν σημαντική οικονομία στο κόστος ανάπτυξης των συστημάτων DVB-SH. Σκοπεύοντας στην ταχύτερη εμπορική εκμετάλλευση του συστήματος DVB-SH, τον Απρίλιο του 2009, εκτοξεύθηκε, στα πλαίσια μιας κοινοπραξίας δύο μεγάλων **φορέων εκμετάλλευσης δορυφόρων (satellite operators)**, της Eutelsat Communications και της SES Astra [107], ο δορυφόρος Eutelsat W2A (10° **Ανατολικά (East - E)**) ώστε να παρέχει τις εν λόγω υπηρεσίες στις ευρωπαϊκές αγορές της Δυτικής Ευρώπης. Στο Σχήμα 4.2 απεικονίζεται η περιοχή κάλυψης του δορυφόρου Eutelsat W2A στην ευρωπαϊκή ζώνη συχνοτήτων S.

Παρόλο που στον ευρωπαϊκό χώρο η λειτουργία των συστημάτων παροχής κινητών πολυμεσικών υπηρεσιών μέσω των δικτύων δορυφορικής ευρυεκπομπής σε μικρές χειρόφερτες συσκευές αναμένεται εντός των προσεχών ετών, το σύστημα **Δορυφορικών Ψηφιακοακουστικών Ραδιοϋπηρεσία (Satellite Digital Audio Radio Service - SDARS)** Sirius XM είναι ένα επιτυχημένο εμπορικό σύστημα παροχής δορυφορικών ραδιοφωνικών και τηλεοπτικών υπηρεσιών στις **Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής -**



Σχήμα 4.2: Περιοχή κάλυψης του δορυφόρου Eutelsat W2A στη ζώνη συχνοτήτων S.

Η.Π.Α. και στον Καναδά, το οποίο παρέχει δορυφορικές ραδιοφωνικές και τηλεοπτικές υπηρεσίες με ψηφιακή ποιότητα ήχου μέσω της ζώνης συχνοτήτων S. Το εν λόγω σύστημα προέκυψε από τη συγχώνευση των συστημάτων των δύο εταιριών παροχής **δορυφορικών ραδιοϋπηρεσιών (satellite radio service)**, της Sirius satellite radio και της XM satellite radio [114]. Μέχρι πρόσφατα, ο δορυφορικός στόλος της εταιρίας απαρτιζόταν από επτά δορυφόρους, τρεις της Sirius και τέσσερις της XM, ενώ τον Ιούνιο του 2009 ο στόλος της εταιρίας ανανεώθηκε με την εκτόξευση του δορυφόρου Sirius FM-5 (Radiosat 5) και δρομολογήθηκε η εκτόξευση του δορυφόρου Sirius FM-6 (Radiosat 6) εντός του δεύτερου τετραμήνου του 2010.

Στην Κίνα, η **Πολιτειακή Διοικητική Υπηρεσία Ραδιοφωνίας, Κινηματογράφου και Τηλεόρασης (State Administration of Radio, Film and Television - SARFT)** δημοσίευσε το 2006 ένα βιομηχανικό πρότυπο με την ονομασία **Κινητή Πολυμεσική Ευρυεκπομπή Κίνας (China Mobile Multimedia Broadcasting - CMMB)**, το οποίο αποτελεί το βασικό πρότυπο για την παροχή κινητών πολυμεσικών υπηρεσιών μέσω των δικτύων δορυφορικής ευρυεκπομπής σε φορητές ψηφιακές συσκευές της χώρας. Το πρότυπο αυτό βασίζεται στη **Δορυφορική Επίγεια Διαδραστική Πολυ-υπηρεσιακή Υποδομή (Satellite Terrestrial Interactive Multi-service Infrastructure - StiMi)**, η οποία αποτελεί ένα υβριδικό δορυφορικό/επίγειο σύστημα ευρυεκπομπής που λειτουργεί στη ζώνη συχνοτήτων S [104].

Στην Κορέα, η παροχή κινητών πολυμεσικών υπηρεσιών μέσω των δικτύων δορυφορικής ευρυεκπομπής σε μικρές χειρόφερτες συσκευές πραγματοποιείται από την εταιρία **Τηλεόραση για Εσένα (TV for You Media - TU Media)** μέσω ενός **γεωστατικού (geostationary - GEO)** δορυφόρου [115].

Λόγω του πρόσφατου της εμφάνισης των δύο συστημάτων DVB-SH και ETSI-SDR, η διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία σχετικά με τα δύο αυτά συστήματα είναι σχετικά περιορισμένη. Ειδικότερα, στο άρθρο [116] μελετώνται πρακτικά θέματα σχετικά με το συγχρονισμό δεκτών DVB-SH ενώ στο άρθρο [117] παρουσιάζονται και μελετώνται διεξοδικά δύο μοντέλα **κινητού δορυφορικού επίγειου (land mobile satellite - LMS)** καναλιού

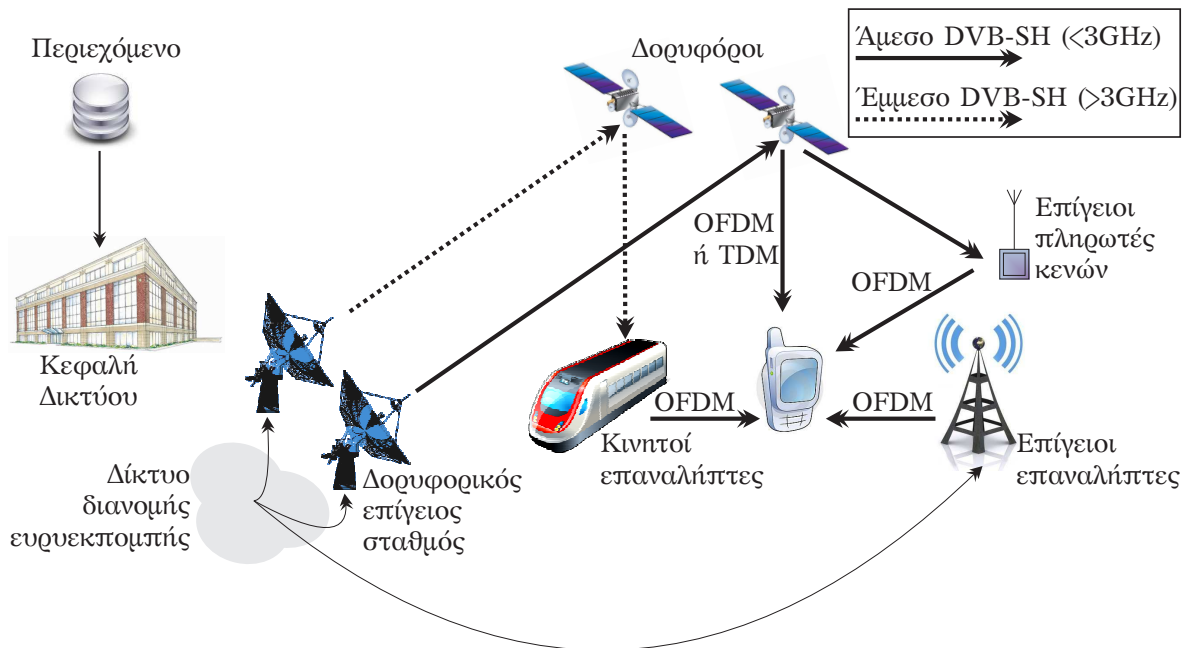
για συστήματα DVB-SH. Στο άρθρο [118] παρουσιάζεται μια τροποποιημένη στοίβα πρωτοκόλλων **υπηρεσιών πολυεκπομπής/ευρυεκπομπής (multicast/broadcast services - MBS)** καθώς και οι λειτουργικές βελτιώσεις που παρέχουν οι MBS WiMAX στην παροχή κινητών υπηρεσιών DVB-SH σε τοποθεσίες όπου η δορυφορική κάλυψη δεν είναι εφικτή. Επιπλέον, στο άρθρο [119] αξιολογείται η εφαρμοσιμότητα τεχνικών **πολλαπλής εισόδου πολλαπλής εξόδου (Multiple In Multiple Out - MIMO)** σε υβριδικά δίκτυα συστημάτων DVB-SH με σκοπό την επίτευξη απολαβής **διαφορισμού (diversity)** και **πολυπλεξίας (multiplexing)** μέσω κεραιών διπλής πόλωσης. Παράλληλα, στο άρθρο [120] προτείνεται ένας μηχανισμός επιδιόρθωσης πλαισίων καθώς και μια κατάλληλη αρχιτεκτονική για τον χειρισμό σφαλμάτων σε **πραγματικόχρονες υπηρεσίες ροοθήκευσης (real-time streaming services)** για τη βελτίωση της ποιότητας της παρεχόμενης υπηρεσίας τηλεόρασης. Στο άρθρο [121] προτείνεται και αξιολογείται ένας αλγόριθμος **ολισθαίνουσας κωδικοποίησης πολλαπλής ριπής (Multi Burst Sliding Encoding - MBSE)** για την προστασία των μεταδιδόμενων δεδομένων σε συστήματα DVB-SH υπό συνθήκες μακροχρόνιων διαλείψεων, καθώς και για την εξοικονόμηση ενέργειας και μνήμης. Τέλος, στο άρθρο [122] μελετάται η δυνατότητα βελτιστοποίησης των αλγορίθμων πολυεκπομπής για συστήματα DVB-SH.

Όπως μπορεί να γίνει αντιληπτό από την ανωτέρω παρατιθέμενη διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία, δεν υπάρχει κάποια συστηματική μελέτη επίδοσης των χρησιμοποιούμενων συστημάτων κωδικοποίησης των εν λόγω συστημάτων. Λαμβάνοντας υπόψη αυτό το κενό που παρατηρείται στην διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία, στο κεφάλαιο αυτό πραγματοποιείται μια συστηματική μελέτη των εν λόγω κωδίκων. Επιπλέον, προτείνεται μια νέα οικογένεια κωδίκων RC-IRA η οποία μπορεί να αποτελέσει εναλλακτικό σχήμα κωδικοποίησης καναλιού στα συστήματα DVB-SH και ETSI-SDR.

Στο δεύτερο υποκεφάλαιο γίνεται μια σύντομη περιγραφή της αρχιτεκτονικής των συστημάτων DVB-SH και ETSI-SDR και του TC 3GPP2. Στο τρίτο υποκεφάλαιο προτείνεται μια οικογένεια κωδίκων RC-IRA η οποία είναι κατάλληλη για συστήματα DVB-SH και ETSI-SDR. Για την κατασκευή των κωδίκων χαμηλότερου ρυθμού χρησιμοποιείται ντετερμινιστική επέκταση η οποία βασίζεται σε έναν αποκομμένο πίνακα Βαντερμόντ και για την κατασκευή των κωδίκων υψηλότερου ρυθμού χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος διάτρησης που παρουσιάστηκε στο άρθρο [1]. Έπειτα, οι προτεινόμενοι κώδικες συγκρίνονται με τους TC 3GPP2 που χρησιμοποιούνται σε συστήματα DVB-SH και ETSI-SDR για κανάλια μετάδοσης AWGN, Ρέιλεϊ και Ρίσαν.

4.2 Αρχιτεκτονική συστημάτων DVB-SH και ETSI-SDR

Τα πρότυπα DVB-SH [112,113] και ETSI-SDR [108,109] προδιαγράφουν έναν αποτελεσματικό τρόπο παροχής πολυμεσικών υπηρεσιών, μέσω υβριδικών δορυφορικών και επίγειων



Σχήμα 4.3: Τυπική αρχιτεκτονική συστημάτων DVB-SH.

δικτύων τα οποία λειτουργούν σε συχνότητες κάτω των 3GHz, σε κινητά και σταθερά τερματικά τα οποία φέρουν **σύμπυκνες (compact)** διατάξεις κεραιών με περιορισμένη κατευθυντικότητα. Ειδικότερα, οι εν λόγω υπηρεσίες απευθύνονται σε χειρόφερα τερματικά, όπως PDAs και κινητά τηλέφωνα, **εποχούμενα τερματικά (vehicle-mounted terminals)**, νομαδικά τερματικά όπως φορητούς υπολογιστές και υπολογιστές χειρός, καθώς και στατικά τερματικά.

Τα δύο πρότυπα υπό μελέτη παρέχουν καθολική κάλυψη συνδυάζοντας μια SC και μια CGC, οι οποίες λειτουργούν με συνεργατικό τρόπο· η SC εξασφαλίζει παγκόσμια γεωγραφική κάλυψη ενώ η CGC παρέχει κάλυψη κυβελωτού τύπου. Κατ' αυτόν τον τρόπο τόσα τα **ενδοκτιριακά (indoor)** όσο και τα υπαίθρια περιβάλλοντα μπορούν να εξυπηρετηθούν είτε από την SC, από την πρώτη ημέρα της λειτουργίας της υπηρεσίας, ή/και από την CGC, η επέκταση της οποίας γίνεται προοδευτικά βάσει των αναγκών κάλυψης.

Ένα τυπικό σύστημα DVB-SH ή ETSI-SDR, όπως χαρακτηριστικά απεικονίζεται στο Σχήμα 4.3, βασίζεται σε μια υβριδική αρχιτεκτονική η οποία συνδυάζει μια SC και, όπου είναι απαραίτητο, μια GSC. Η GSC αποτελείται από επίγειους επαναλήπτες που τροφοδοτούνται από ένα **δίκτυο διανομής ευρυεκπομπής (broadcast distribution network)**, το οποίο μπορεί να βασίζεται σε μια πληθώρα τεχνολογιών όπως το πρότυπο DVB-S2 ή τα δίκτυα οπτικών ινών και **ψηφιακών συνδρομητικών γραμμών (Digital Subscriber Line - DSL)** [107]. Τα είδη των **επαναληπτών (repeaters)** που συναντώνται στα εν λόγω συστήματα μπορούν να χωριστούν σε τρεις κατηγορίες ως εξής:

1. **Επίγειοι επαναλήπτες (Terrestrial repeaters):** Η συγκεκριμένη κατηγορία επα-

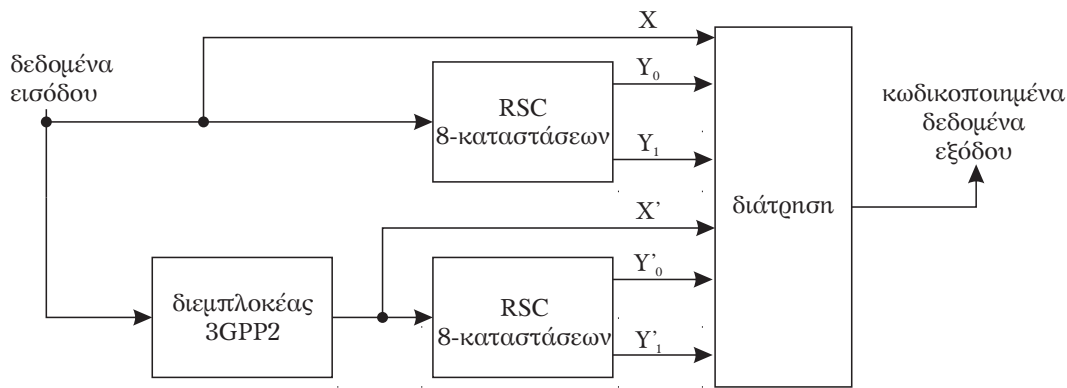
ναληπτών περιλαμβάνει τους επαναλήπτες ευρυεκπομπικής υποδομής οι οποίοι δρουν συμπληρωματικά της SC και εξασφαλίζουν τη λήψη του σήματος σε περιοχές όπου η δορυφορική λήψη είναι δύσκολη. Οι επίγειοι επαναλήπτες μπορεί να είναι είτε συνεγκατεστημένοι με τόπους **σταθμού βάσης (base station)** κυβελωτής τηλεφωνίας ή **αυτόνομοι (standalone)**. Επιπρόσθετα, οι επίγειοι επαναλήπτες παρέχουν τη δυνατότητα μετάδοσης περιεχομένου τοπικού ενδιαφέροντος υπό την προϋπόθεση ότι έχουν πραγματοποιηθεί επαρκείς μελέτες **σχεδιασμού ραδιοσυχνοτήτων (radio frequency planning)** και/ή **βελτιστοποιήσεις κυματομορφής (waveform optimizations)**.

2. **Επίγειοι πληρωτές κενών (Terrestrial gap fillers):** Η συγκεκριμένη κατηγορία επαναληπτών έχει ιδιαίτερα περιορισμένη κάλυψη και παρέχει τοπική **ομοσυχνική επαναμετάδοση (on-frequency re-transmission)** ή **μετατροπή συχνότητας (frequency conversion)**. Μια τυπική εφαρμογή της συγκεκριμένης κατηγορίας επαναληπτών αποτελεί η ενδοκτιριακή βελτίωση της δορυφορικής κάλυψης. Επιπλέον, λόγω της τροφοδοσίας τους με περιεχόμενο μέσω της SC του συστήματος, δεν παρέχουν τη δυνατότητα μετάδοσης περιεχομένου τοπικού ενδιαφέροντος.
3. **Κινητοί επαναλήπτες (Mobile repeaters):** Η συγκεκριμένη κατηγορία επαναληπτών σχηματίζει μια κινητή συμπληρωματική υποδομή αποτελούμενη από κινητούς επαναλήπτες ευρυεκπομπής. Μια τυπική εφαρμογή της συγκεκριμένης κατηγορίας επαναληπτών αποτελεί η εγκατάσταση σε τρένα, εμπορικά πλοία ή άλλα περιβάλλοντα όπου η **συνέχεια (continuity)** της δορυφορικής και της επίγειας λήψης δεν είναι εγγυημένη από τη σταθερή υποδομή. Παράλληλα, ανάλογα με την διάρθρωση της κυματομορφής και τον σχεδιασμό ραδιοσυχνοτήτων, είναι δυνατή η μετάδοση περιεχομένου τοπικού ενδιαφέροντος.

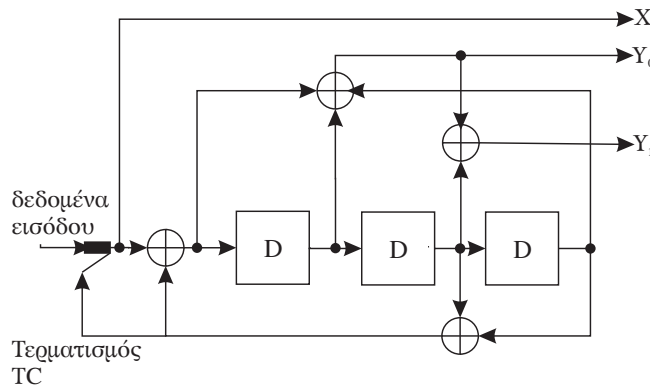
Τα πρότυπα DVB-SH [112,113] και ETSI-SDR [108,109] καθορίζουν δύο τρόπους εκπομπής οι οποίοι βασίζονται στις τεχνικές OFDM και **πολυπλεξίας διαίρεσης χρόνου (Time Division Multiplex - TDM)**. Συγκεκριμένα, οι δύο αρχιτεκτονικές αναφοράς για τα εν λόγω σύστημα είναι:

1. OFDM/OFDM, όπου χρησιμοποιείται OFDM τόσο στη δορυφορική όσο και στην επίγεια ζεύξη
2. TDM/OFDM, όπου χρησιμοποιείται OFDM στην επίγεια ζεύξη και TDM στη δορυφορική ζεύξη.

Όσον αφορά την κωδικοποίηση καναλιού, τα συστήματα DVB-SH χρησιμοποιούν τον TC 3GPP2 ο οποίος απεικονίζεται στο Σχήμα 4.4, όπου το X υποδηλώνει τα δυφία πληροφορίας και το Y τα δυφία ελέγχου ισοτιμίας. Τα κύρια χαρακτηριστικά του TC 3GPP2 είναι [113]:



Σχήμα 4.4: Ο TC 3GPP2.



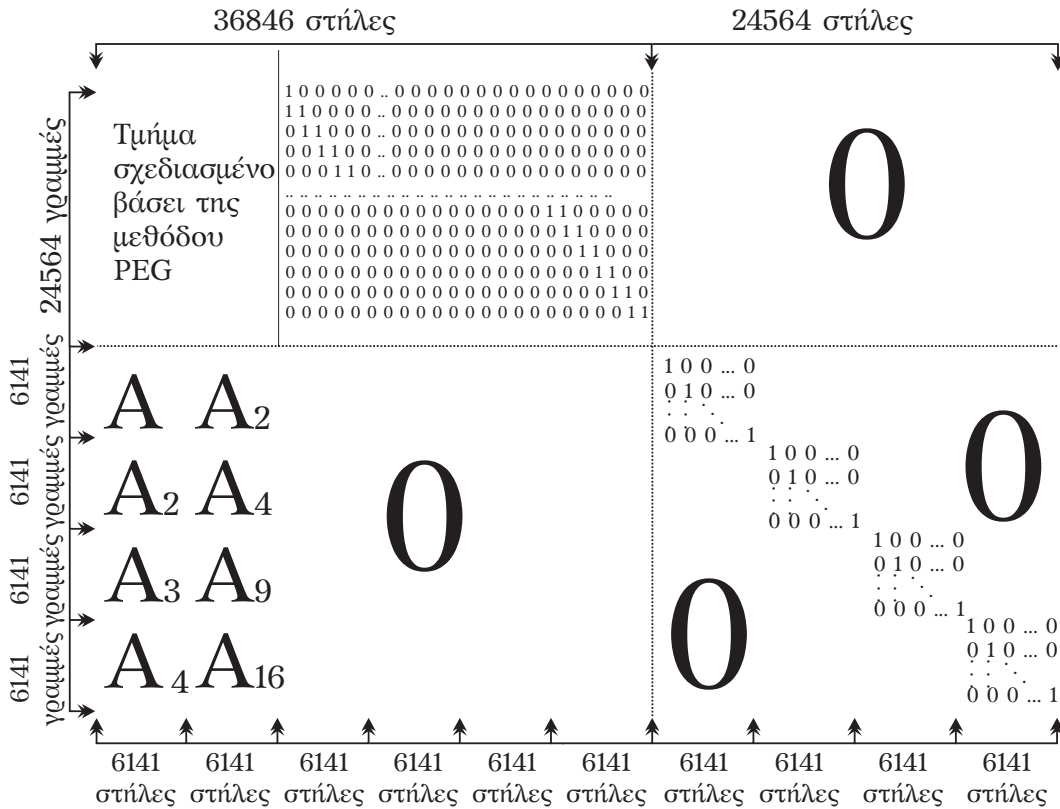
Σχήμα 4.5: Ο κωδικοποιητής 3GPP2 RSC.

- Αναδρομικοί συστηματικοί συνελκτικοί (Recursive Systematic Convolutional - RSC) κωδικοποιητές 8 καταστάσεων, οι οποίοι απεικονίζονται στο Σχήμα 4.5
- Χαμηλοί ρυθμοί κωδικοποίησης, δηλαδή $R = 1/5, 2/9, 1/4, 2/7, 1/3, 2/5$ και $1/2$, πλέ-ον ενός υψηλότερου ρυθμού $R = 2/3$
- Μήκος πλαισίου εισόδου 12282 δυφίων
- Χρήση διάτρησης για τον σχεδιασμό διαφορετικών ρυθμών κωδικοποίησης

Στο πρότυπο ETSI-SDR ο TC 3GPP2 υποστηρίζει επιπροσθέτως τους ρυθμούς κώδικα $R = 3/4$ και $6/7$.

4.3 Κώδικες RC-IRA

Για την κατασκευή μια οικογένειας κωδίκων RC-IRA για συστήματα DVB-SH και ETSI-SDR είναι απαραίτητο να σχεδιαστεί αρχικά ένας $[n_0, k_0]$ μητρικός κώδικας IRA πεπερασμένου μήκους με υψηλές δυνατότητες διόρθωσης σφάλματος. Δεδομένου του μεγάλου εύρους επιλογών ρυθμού κωδικοποίησης στα πρότυπα DVB-SH και ETSI-SDR, επιλέγεται ως καταλληλότερος ρυθμός κώδικα για τον μητρικό κώδικα ο ρυθμός κώδικα $R_0 = 1/3$.



Σχήμα 4.6: Ντετερμινιστική μέθοδος επέκτασης μπητρικού κώδικα IRA με $R_0 = 1/3$ και $k_0 = 12282$ δυφία, κατασκευασμένου βάσει του αλγορίθμου PEG.

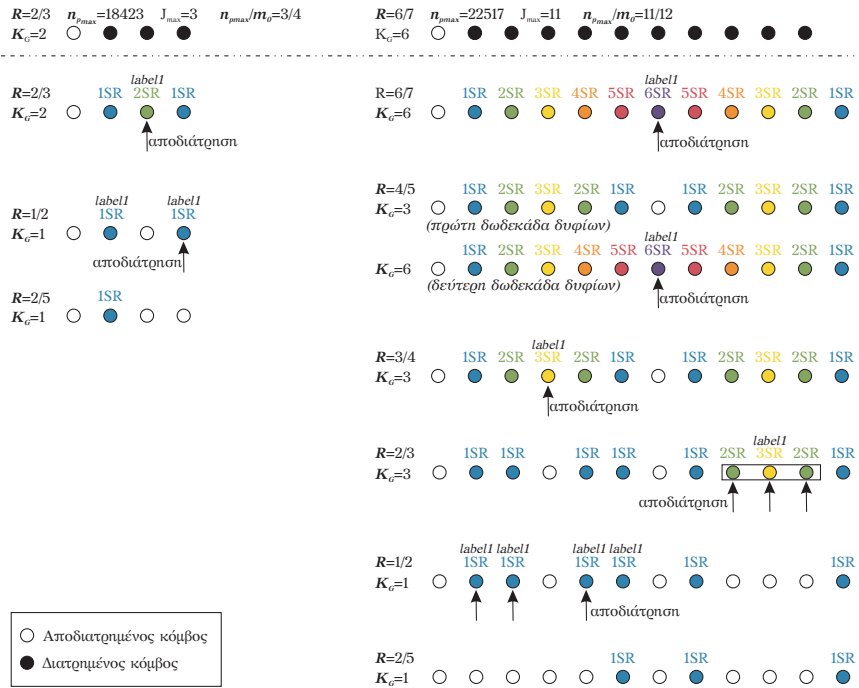
Για την κατασκευή του μπητρικού κώδικα με μήκος συστάδας πληροφορίας $k_0 = 12282$, όπως ορίζεται από τις προδιαγραφές των συστημάτων DVB-SH και ETSI-SDR, ακολουθείται η μεθοδολογία που περιγράφηκε στην Υποενότητα 2.5.3.2. Το βελτιστοποιημένο πολυώνυμο¹ κομβοδόν κατανομής βαθμού των κόμβων δυφίου/μεταβλητής που χρησιμοποιείται ως είσοδος στον αλγόριθμο PEG είναι

$$\tilde{\lambda} = 0.00002713998805x + 0.66663952668960x^2 + 0.222222222222x^3 + 0.111111111111x^{12}$$

και ο προκύπτων γράφος έχει δακτύλιο μήκους 8.

Για το σχεδιασμό των κωδίκων χαμηλότερου ρυθμού από τον μπητρικό κώδικα, δηλαδή των ρυθμών κώδικα $R = 2/7, 1/4, 1/9$ και $1/5$, προσαρτώνται σε κάθε επίπεδο επέκτασης 6141 γραμμές και στήλες στο κάτω μέρος και στα δεξιά του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας του προηγούμενου ρυθμού. Όπως χαρακτηριστικά απεικονίζεται στο Σχήμα 4.6, για την κατασκευή των επιθυμητών ρυθμών κωδικοποίησης από έναν μπητρικό κώδικα IRA με ρυθμό κώδικα $R_0 = 1/3$ και μήκος συστάδας πληροφορίας $k_0 = 12282$ δυφία απαι-

¹Το συγκεκριμένο βελτιστοποιημένο πολυώνυμο κομβοδόν κατανομής βαθμού των κόμβων δυφίου/μεταβλητής χρησιμοποιείται στην κατασκευή του εσωτερικού κώδικα IRA ρυθμού $R = 1/3$ σε συστήματα DVB-S2 [38].



Σχήμα 4.7: Σχηματομορφές διάτρησης μητρικού κώδικα IRA ρυθμού $R_0 = 1/3$ για συστήματα DVB-SH και ETSI-SDR.

τούνται τέσσερα επίπεδα επέκτασης, καθένα αποτελούμενο από 6141 νέες γραμμές και στήλες. Για την κατασκευή κάθε εκτεταμένου κώδικα τοποθετούνται κυκλοειδή, A_i , στην κάτω αριστερή πλευρά κάθε εκτεταμένου πίνακα ελέγχου ισοτιμίας, σχηματίζοντας έναν αποκομμένο πίνακα Βαντερμόντ. Ειδικότερα, κάθε πίνακας A_i κατασκευάζεται ολισθαίνοντας κυκλικά έναν μοναδιαίο πίνακα κατά i θέσεις. Ο αποκομμένος πίνακας Βαντερμόντ χρησιμοποιείται για τη δημιουργία των απαραίτητων εξαρτήσεων μεταξύ των υπάρχοντων κόμβων δυφίου/μεταβλητής και των νέων κόμβων ελέγχου. Η συγκεκριμένη δομή έχει κυκλοειδή μορφή και, ως εκ τούτου, μειώνει σημαντικά τις απαιτήσεις χωρητικότητας μη-πτητικής μνήμης. Τα στοιχεία δίπλα στον αποκομμένο πίνακα Βαντερμόντ είναι μηδενικά ώστε να εξασφαλιστεί η αραιότητα του αριστερού τμήματος του εκτεταμένου πίνακα ελέγχου ισοτιμίας. Επιπροσθέτως, βάσει αποτελεσμάτων εκτενών προσομοιώσεων υπολογιστή, αποδεικνύεται πως η βέλτιστη αναλογία κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 και βαθμού 2 για το κάτω δεξιό τμήμα του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας είναι $\pi^* = 1$. Συνεπώς, όλοι οι εκτεταμένοι κόμβοι δυφίων ελέγχου ισοτιμίας που αντιστοιχούν στο εν λόγω τμήμα του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας είναι βαθμού 1, σχηματίζοντας έναν μοναδιαίο πίνακα. Ο ρόλος των μοναδιαίων πινάκων είναι διμερής. Πρώτον, διατηρούν την κάτω τριγωνική δομή των εκτεταμένων πινάκων RC-IRA και κατ' επέκταση την γραμμική πολυπλοκότητα κωδικοποίησης και δεύτερον, διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στο σχεδιασμό κωδίκων χαμηλού ρυθμού υψηλής επίδοσης [1]. Η συμβατότητα ρυθμού επιτυγχάνεται θέτοντας όλα τα στοιχεία πάνω από κάθε μοναδιαίο πίνακα (στο άνω δεξιό τμήμα του πίνακα ελέγχου ισοτιμίας) ίσα με μηδέν.

Για το σχεδιασμό κωδίκων υψηλότερου ρυθμού από τον μπτρικό κώδικα, δηλαδή των ρυθμών κώδικα $R = 2/5, 1/2$ και $2/3$ για τις εφαρμογές DVB-SH, και των ρυθμών κώδικα $R = 3/4, 4/5$ και $6/7$ πλέον των προαναφερθέντων ρυθμών για τις εφαρμογές ETSI-SDR, υιοθετείται ο αλγόριθμος διάτρησης που παρουσιάστηκε στο άρθρο [1]. Δεδομένου του ρυθμού κωδικοποίησης R_0 και του μήκους συστάδας κωδικοποίησης n_0 του μπτρικού κώδικα καθώς και του επιθυμητού μέγιστου ρυθμού κωδικοποίησης μέσω διάτρησης R_{max} , ο μέγιστος αριθμός διατρημένων δυφίων $n_{p_{max}}$ για την επίτευξη του μέγιστου ρυθμού κωδικοποίησης R_{max} δίνεται από την

$$n_{p_{max}} = n_0 \left(1 - \frac{R_0}{R_{max}} \right).$$

Έπειτα, $n_{p_{max}}$ κόμβοι δυφίων ελέγχου ισοτιμίας διατρώνται ηθελημένα ώστε να σχεδιαστεί ο κώδικας RC-IRA με ρυθμό κώδικα R_{max} , βάσει του κριτηρίου $K_G = \lceil J_{max}/2 \rceil$, όπου K_G είναι το μέγιστο ανακτήσιμο βήμα και $J_{max} = \lceil n_{p_{max}} / (m_0 - n_{p_{max}}) \rceil$ είναι ο μέγιστος αριθμός συνεχόμενων διατρημένων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας, όπως απεικονίζεται στο άνω μέρος του Σχήματος 4.7. Ο ρυθμός διάτρησης του κώδικα είναι

$$R_{punct} = \frac{n_{punct}}{m_0},$$

όπου n_{punct} είναι ο αριθμός των διατρημένων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας. Στην ειδική περίπτωση όπου $n_{punct} = n_{p_{max}}$, ο σχεδιαζόμενος κώδικας RC-IRA έχει τον μέγιστο ρυθμό κωδικοποίησης R_{max} και τον μέγιστο ρυθμό διάτρησης $R_{punct_{max}}$. Συνεπώς, στην περίπτωση των συστημάτων DVB-SH, ο $R_{punct_{max}} = 3/4$, ενώ στα συστήματα ETSI-SDR ο $R_{punct_{max}} = 11/12$. Λόγω της διαφορετικότητας που παρουσιάζουν τα δύο συστήματα τόσο ως προς τον μέγιστο ρυθμό διάτρησης όσο και ως προς τον μέγιστο ρυθμό κωδικοποίησης ($2/3$ για το DVB-SH και $6/7$ για το ETSI-SDR), τα δυφία ελέγχου ισοτιμίας χωρίζονται σε τετράδες, για το DVB-SH, και σε δωδεκάδες, για το ETSI-SDR. Έπειτα, σε όλους τους διατρημένους κόμβους δυφίων ελέγχου ισοτιμίας ανατίθεται ένας δείκτης βάσει του πλήθους των επαναλήψεων του αποκωδικοποιητή που απαιτούνται για την ανάκτηση του. Η ανάθεση των τιμών πραγματοποιείται βάσει του παραδείγματος που απεικονίζεται στην [1, Σχ. 2]. Σύμφωνα με αυτό το δείκτη κάθε διατρημένος κόμβος χαρακτηρίζεται ως k -βημάτων ανακτήσιμος (Step Recoverable - SR) κόμβος, όπου $k = 1, \dots, K_G$ και $0 \leq m \leq k - 1$ και κατηγοριοποιείται, μαζί με τους υπόλοιπους k SR κόμβους, στην αντίστοιχη ομάδα \mathcal{G}_k . Έπειτα, αν υπάρχουν δύο συνεχόμενοι διατρημένοι κόμβοι δυφίων ισοτιμίας με δείκτη $k = K_G$ ανατίθεται η ετικέτα 1 και στους δύο, ενώ ανατίθεται η ετικέτα 0 σε όλους τους υπόλοιπους κόμβους της ίδιας ομάδας. Αν υπάρχουν περισσότεροι του ενός μη-συνεχόμενοι κόμβοι της ίδια ομάδας, η ανάθεση της ετικέτας 1 γίνεται τυχαία. Στη συνέχεια, οι διατρημένοι κόμβοι αποδιατρώνται σταδιακά ώστε να σχεδιαστεί ο κώδικας του επιθυμητού ρυθμού. Αρχικά αποδιατρείται ο κόμβος

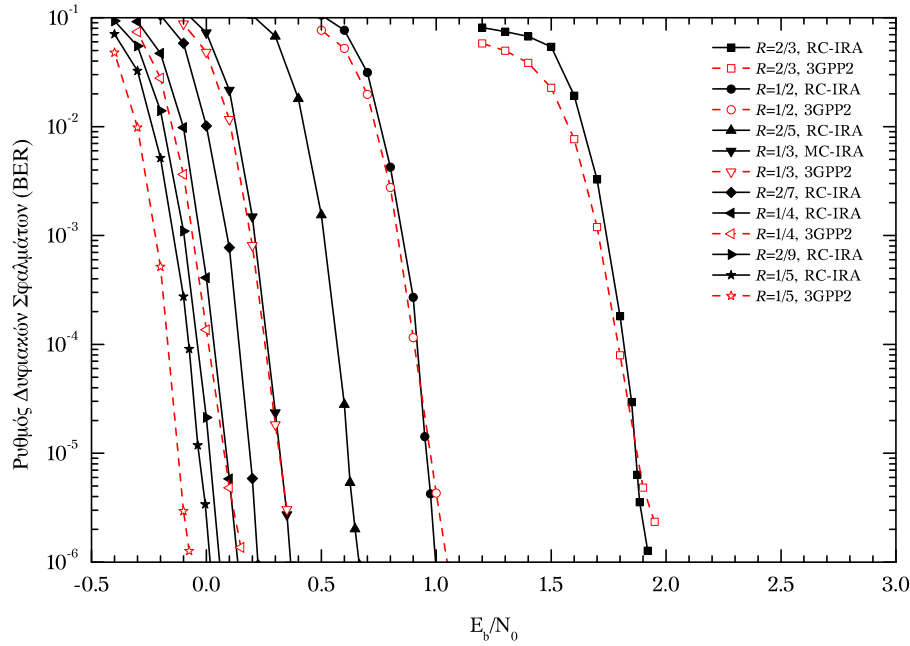
με την ετικέτα 1 και, αν απαιτούνται περισσότεροι αποδιατηρημένοι κόμβοι, γίνεται ανά-
 θεση νέας ετικέτας 1 σε άλλο κόμβο της ίδιας ομάδας, αν αυτός υπάρχει. Κάθε φορά
 που αποδιατηρείται κάποιος κόμβος, ανανεώνονται όλες οι τιμές βημάτων ανάκτησης των
 υπολοίπων κόμβων. Αφού έχουν εξαντληθεί όλοι οι κόμβοι της ομάδας \mathcal{G}_{K_G} , η τιμή του
 \mathcal{G}_k τίθεται ίση με $\mathcal{G}_{K_G} - 1$ και επαναλαμβάνονται τα τέσσερα τελευταία βήματα της διαδι-
 κασίας έως ότου σχεδιαστούν όλοι οι χαμηλότεροι ρυθμοί κωδικοποίησης. Τα επιμέρους
 βήματα εκτέλεσης του αλγορίθμου διάτρησης για τα συστήματα DVB-SH και ETSI-SDR
 απεικονίζονται Σχήμα 4.7.

4.4 Αποτελέσματα αξιολόγησης επίδοσης και συζήτηση

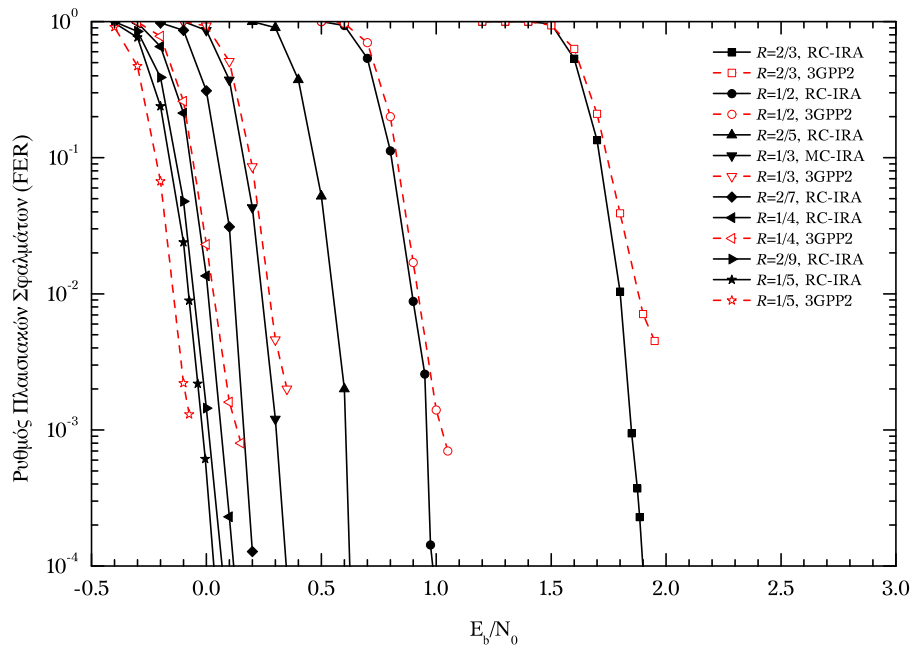
Σε αυτήν την ενότητα πραγματοποιείται μια συγκριτική μελέτη επίδοσης BER και FER
 των TC 3GPP2 και των προτεινόμενων κωδίκων RC-IRA για συστήματα DVB-SH και
 ETSI-SDR σε κανάλια AWGN, **μη-συσχετισμένο (uncorrelated)** κανάλι Ρέιλεϊ επίπεδων
 διαλείψεων και μη συσχετισμένο κανάλι Ρίσιαν επίπεδων διαλείψεων. Κατόπιν, για
 λόγους πληρότητας της σύγκρισης, οι TC 3GPP2 και οι προτεινόμενοι κώδικες RC-IRA
 συγκρίνονται βάσει σχεδιαστικών παραμέτρων, εξάγοντας χρήσιμα συμπεράσματα.

Οι προτεινόμενοι κώδικες RC-IRA καθώς και οι προτυποποιημένοι TC 3GPP2 αξιολο-
 γούνται πειραματικά μέσω προσομοιώσεων **Μόντε Κάρλο (Monte Carlo)** ηλεκτρονικού
 υπολογιστή. Υποθέτοντας διαμόρφωση σήματος BPSK, το γενικό μοντέλο του προσο-
 μοιούμενου καναλιού είναι $Y_i = A_i X_i + N_i$, όπου X_i και Y_i είναι η είσοδος και η έξοδος του
 καναλιού, αντίστοιχα· N_i είναι μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κανονική κατανομή
 με μέσο 0 και διακύμανση σ_N^2 . A_i είναι ο συντελεστής διαλείψεων ο οποίος ακολουθεί
 είτε κατανομή Ρέιλεϊ σύμφωνα με τη (2.4) είτε κατανομή Ρίσιαν σύμφωνα με τη (2.7)
 με $K = 10$ dB. Στην περίπτωση του καναλιού AWGN ο όρος A_i αγνοείται. Όλες οι
 μεταβλητές A_i, X_i και N_i είναι ανεξάρτητες για διαφορετικές τιμές του i . Η μεταβλητή
 εισόδου X_i λαμβάνει ισοπίθανα τις τιμές ± 1 . Η διακύμανση του θορύβου ισούται με
 $\sigma_N^2 = 1 / (2R (E_b/N_0))$ όπου E_b είναι η μέση ενέργεια ανά δυφίο πληροφορίας, $N_0/2$ είναι
 η φασματική πυκνότητα ισχύος του AWGN και R είναι ο ρυθμός κωδικοποίησης του
 καναλιού.

Για την αποκωδικοποίηση των κωδίκων TC θεωρείται πως ο αποκωδικοποιητής
 χρησιμοποιεί τον βέλτιστο αλγόριθμο **λογαριθμικής μέγιστης εκ των υστέρων (Loga-
 rithmic Maximum a Posteriori - Log-MAP)** πιθανότητας με 10 επαναλήψεις ενώ ο
 αποκωδικοποιητής των RC-IRA χρησιμοποιεί τον βέλτιστο SP στο πεδίο LLR με 100
 επαναλήψεις. Όλοι οι κώδικες RC-IRA κωδικοποιούνται και αποκωδικοποιούνται χρη-
 σιμοποιώντας ένα μονό ζεύγος κωδικοποιητή/αποκωδικοποιητή που αντιστοιχεί στον
 κώδικα ρυθμού $R = 1/5$. Για την αποκωδικοποίηση των κωδίκων υψηλότερου ρυθμού,
 ο αποκωδικοποιητής αντικαθιστά τα ελλειπόντα δυφία με εξαλείψεις. Στην περίπτωση

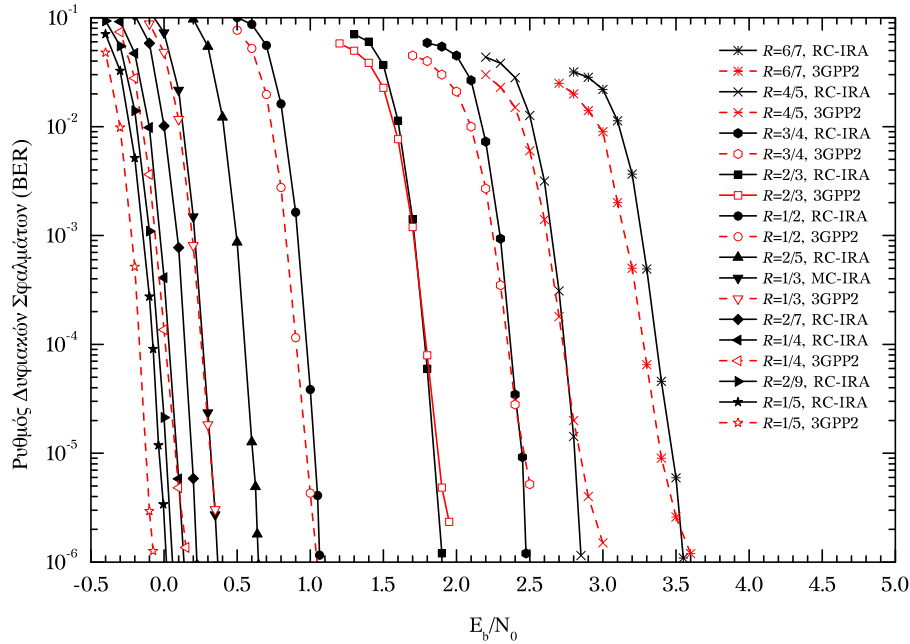


Σχήμα 4.8: Σύγκριση της επίδοσης BER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα DVB-SH σε κανάλι AWGN.

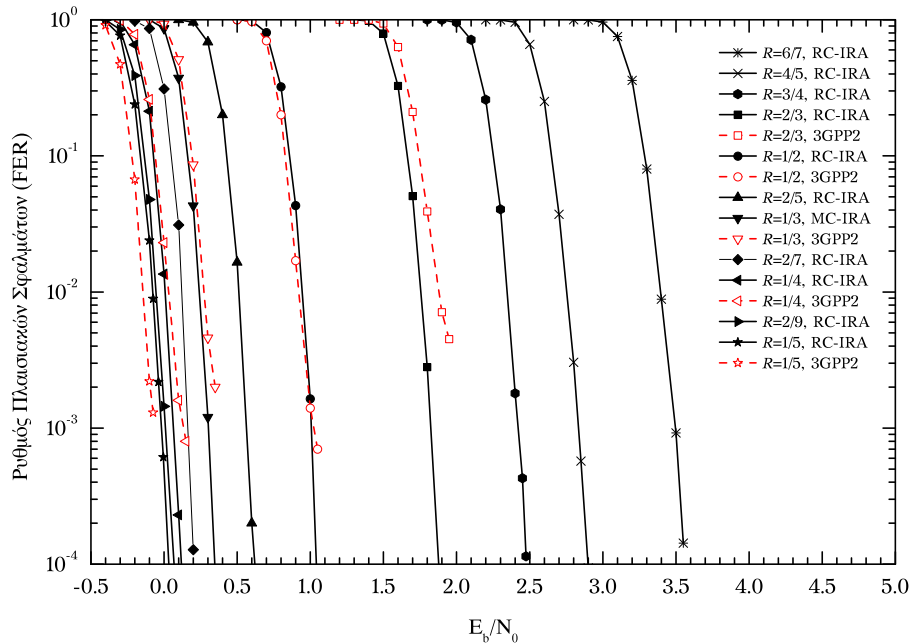


Σχήμα 4.9: Σύγκριση της επίδοσης FER των TC 3GPP2 και RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα DVB-SH σε κανάλι AWGN.

των καναλιών διαλείψεων θεωρείται πως ο αποκωδικοποιητής δεν διαθέτει SI, και ως εκ τούτου τα μηνύματα αρχικοποίησης προσεγγίζονται από την δεύτερη περίπτωση της (2.38), όπου οι τιμές των A_i προσεγγίζονται μέσω των (2.5) και (2.8). Για την εξασφάλιση της στατιστικής αξιοπιστίας και της εγκυρότητας των παρουσιαζόμενων αποτελεσμάτων αξιολόγησης επίδοσης, για κάθε σημείο μέτρησης καταμετρήθηκαν τουλάχιστον 100



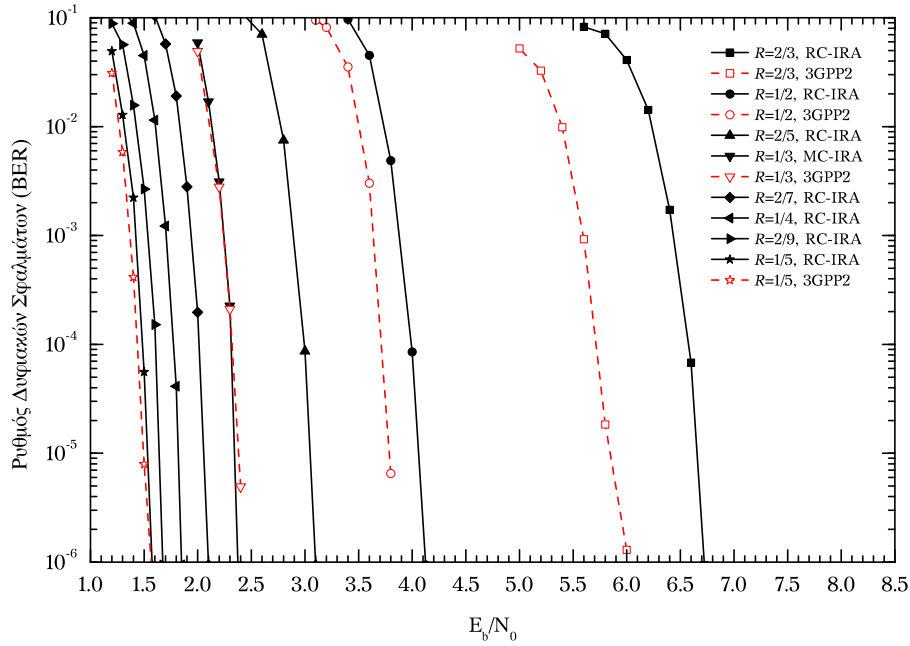
Σχήμα 4.10: Σύγκριση της επίδοσης BER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα ETSI-SDR σε κανάλι AWGN.



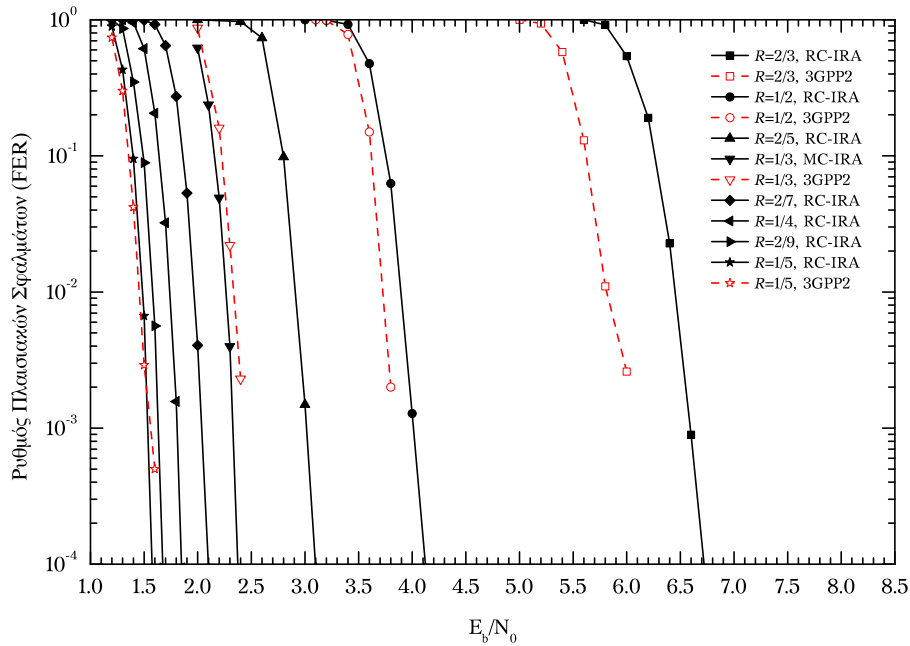
Σχήμα 4.11: Σύγκριση της επίδοσης FER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα ETSI-SDR σε κανάλι AWGN.

σφάλματα πλαισίου.

Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης της επίδοσης BER και FER των TC 3GPP2 και των προτεινόμενων κωδίκων RC-IRA μέσω προσομοιώσεων ηλεκτρονικού υπολογιστή παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.8-4.11 για κανάλι μετάδοσης AWGN, στα Σχήματα 4.12-4.15 για κανάλι μετάδοσης μη-συχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρέιλεϊ και στα Σχί-



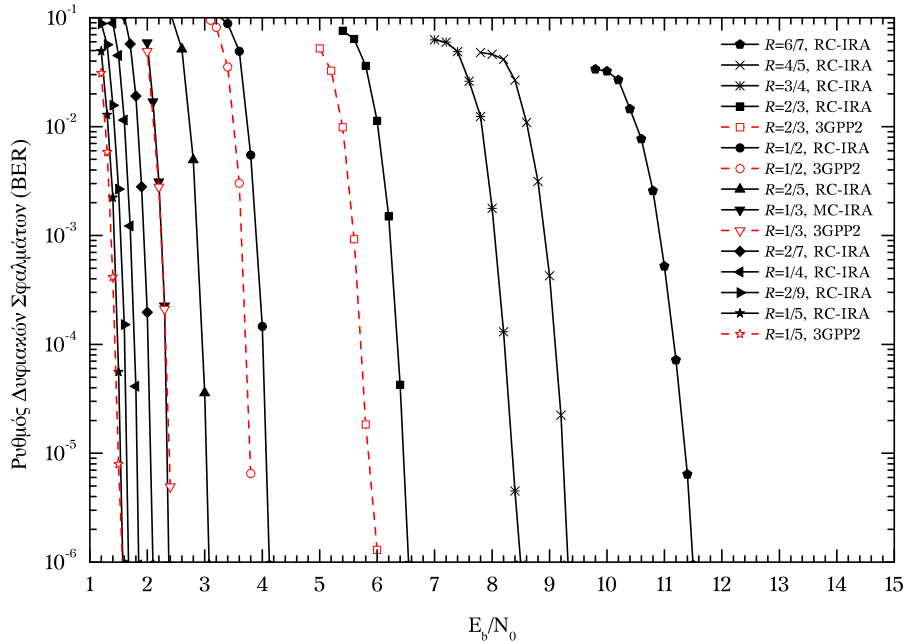
Σχήμα 4.12: Σύγκριση της επίδοσης BER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα DVB-SH σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρέιλεϊ.



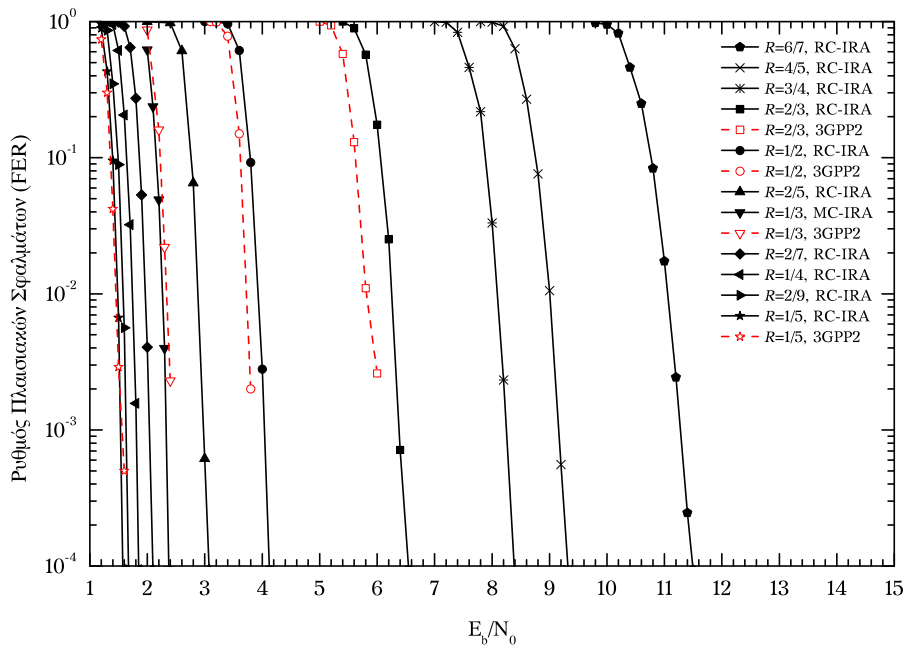
Σχήμα 4.13: Σύγκριση της επίδοσης FER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα DVB-SH σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρέιλεϊ.

ματα 4.16-4.19 για κανάλι μετάδοσης μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρίσιαν με $K = 10$ dB.

Όπως μπορεί να παρατηρηθεί από τα παραπάνω σχήματα, η επίδοση των κωδίκων RC-IRA για ρυθμούς κώδικα $1/5 \leq R \leq 1/3$ είναι ίδια και για τα δύο συστήματα λόγω της χρήσης του ίδιου μπτρικού κώδικα και της εφαρμογής της ίδιας μεθόδου επέκτασης.

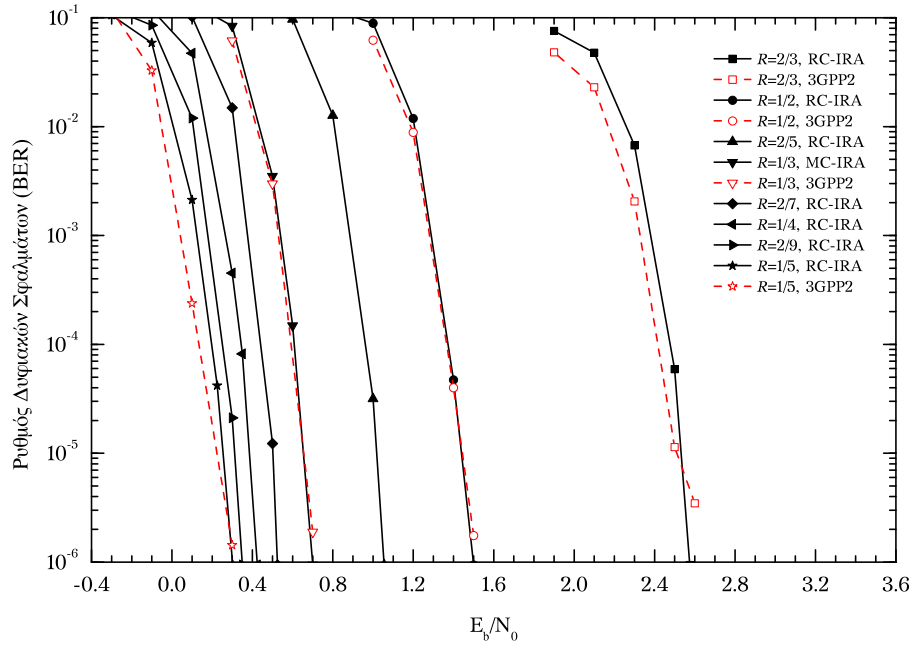


Σχήμα 4.14: Σύγκριση της επίδοσης BER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα ETSI-SDR σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρέιλεϊ.

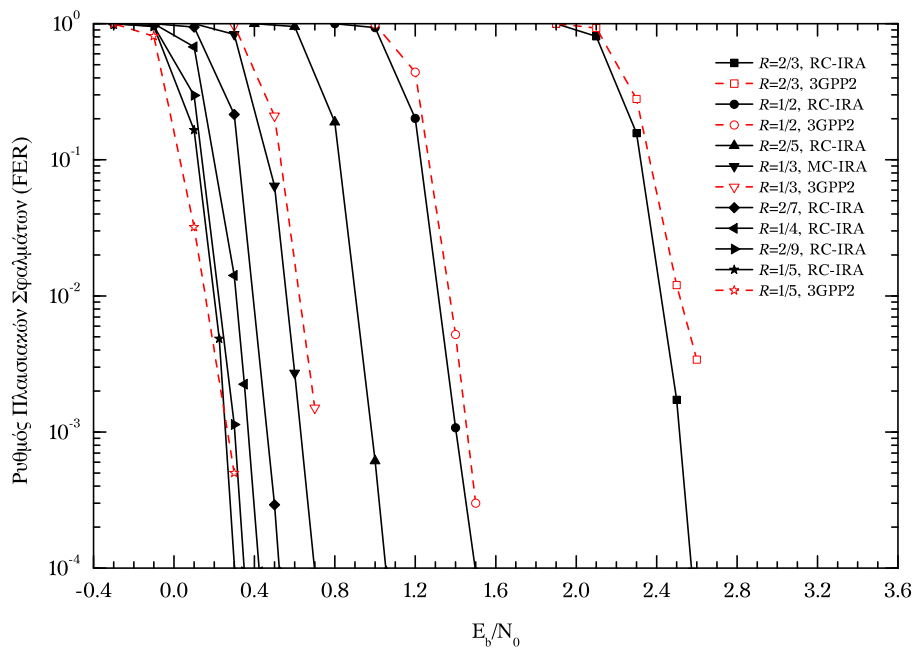


Σχήμα 4.15: Σύγκριση της επίδοσης FER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα ETSI-SDR σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρέιλεϊ.

Ωστόσο, για τους κώδικες με ρυθμό κώδικα υψηλότερο του μητρικού κώδικα παρατηρείται μια μικρή απόκλιση στην επίδοση BER και FER των δύο συστημάτων. Η αιτία αυτής της διαφοροποίησης αποδίδεται στο μεγαλύτερο εύρος ρυθμών κώδικα και κατ'επέκταση στη διαφορετική μέγιστη τιμή του kSR στα συστήματα ETSI-SDR. Επίσης θα πρέπει να σημειωθεί πως, ως συμπληρωματική μελέτη, παρατίθεται η αξιολόγηση επί-



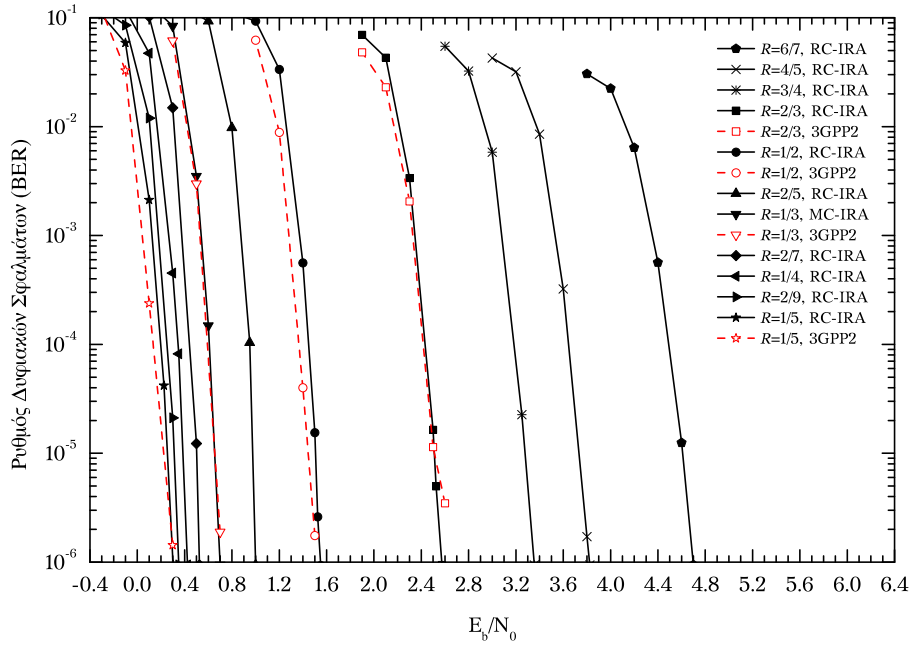
Σχήμα 4.16: Σύγκριση της επίδοσης BER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα DVB-SH σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρίσιαν με $K = 10$.



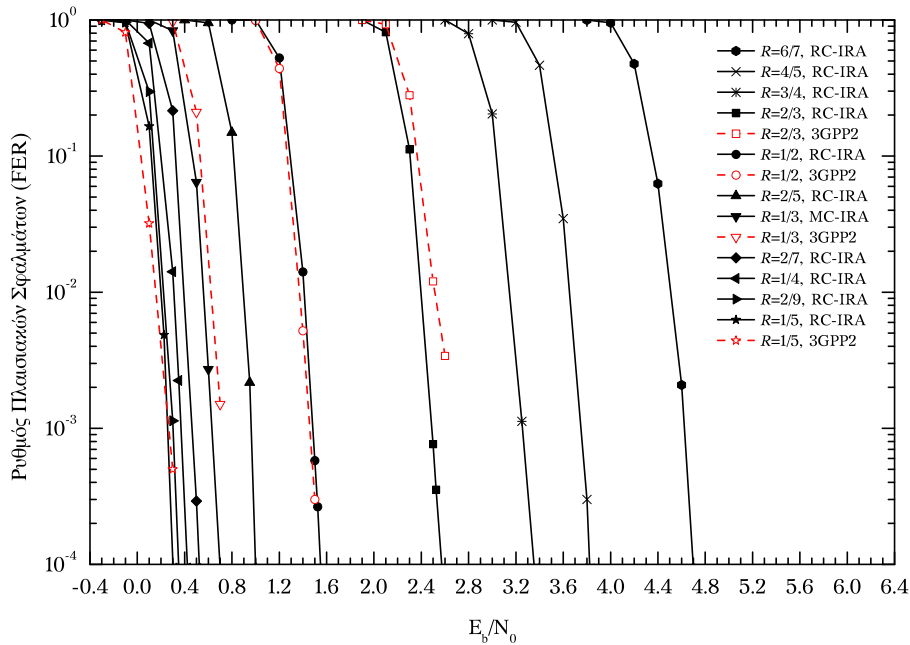
Σχήμα 4.17: Σύγκριση της επίδοσης FER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα DVB-SH σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρίσιαν με $K = 10$.

δοσης του επιπρόσθετου ρυθμού κώδικα $R = 4/5$ για τα συστήματα ETSI-SDR, ο οποίος δεν περιλαμβάνεται στο εν λόγω πρότυπο.

Στον Πίνακα 4.1 και στον Πίνακα 4.2 παρατίθεται ο απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη $BER \approx 10^{-6}$ και $FER \approx 10^{-3}$, αντίστοιχα, από τους κώδικες RC-IRA



Σχήμα 4.18: Σύγκριση της επίδοσης BER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα ETSI-SDR σε κανάλι μη-συσχετισμένων επιπέδων διαλείψεων Ρίσαν με $K = 10$.



Σχήμα 4.19: Σύγκριση της επίδοσης FER των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA συναρτήσει του E_b/N_0 για συστήματα ETSI-SDR σε κανάλι μη-συσχετισμένων επιπέδων διαλείψεων Ρίσαν με $K = 10$.

και τους TC 3GPP2 σε κανάλι AWGN. Όπως φαίνεται παρατιθέμενα αποτελέσματα, οι προτεινόμενοι κώδικες RC-IRA παρέχουν κατά μέσο όρο την ίδια επίδοση με τους TC 3GPP2 τόσο στην περίπτωση των συστημάτων DVB-SH όσο και στην περίπτωση των συστημάτων ETSI-SDR.

| Ρυθμός | TC 3GPP2 | RC-IRA (DVB-SH) | RC-IRA (ETSI-SDR) |
|--------|----------|-----------------|-------------------|
| 1/5 | -0,075 | 0,033 | 0,033 |
| 2/9 | - | 0,096 | 0,096 |
| 1/4 | 0,150 | 0,145 | 0,145 |
| 2/7 | - | 0,225 | 0,225 |
| 1/3 | 0,350 | 0,367 | 0,367 |
| 2/5 | - | 0,664 | 0,645 |
| 1/2 | 1,050 | 0,999 | 1,0632 |
| 2/3 | 1,950 | 1,924 | 1,900 |
| 3/4 | 2,600 | - | 2,476 |
| 4/5 | 3,000 | - | 2,850 |
| 6/7 | 3,600 | - | 3,55 |

Πίνακας 4.1: Απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη $BER \approx 10^{-6}$ από τους κώδικες RC-IRA και τους TC 3GPP2 σε κανάλι AWGN.

| Ρυθμός | TC 3GPP2 | RC-IRA (DVB-SH) | RC-IRA (ETSI-SDR) |
|--------|----------|-----------------|-------------------|
| 1/5 | -0,067 | -0,013 | -0,013 |
| 2/9 | - | 0,031 | 0,031 |
| 1/4 | 0,138 | 0,070 | 0,070 |
| 2/7 | - | 0,170 | 0,170 |
| 1/3 | 0,369 | 0,309 | 0,309 |
| 2/5 | - | 0,613 | 0,560 |
| 1/2 | 1,029 | 0,966 | 1,003 |
| 2/3 | - | 1,848 | 1,810 |
| 3/4 | - | - | 2,429 |
| 4/5 | - | - | 2,830 |
| 6/7 | - | - | 3,495 |

Πίνακας 4.2: Απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη $FER = 10^{-3}$ από τους κώδικες RC-IRA και τους κώδικες TC 3GPP2 σε κανάλι AWGN.

Στον Πίνακα 4.3 και στον Πίνακα 4.4 παρατίθεται ο απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη $BER \approx 10^{-5}$ και $FER \approx 10^{-2}$, αντίστοιχα, από τους κώδικες RC-IRA και τους TC 3GPP2 σε κανάλι μη-συσχετισμένων επιπέδων διαλείψεων Ρέιλεϊ. Όπως φαίνεται παρατιθέμενα αποτελέσματα, οι προτεινόμενοι κώδικες RC-IRA παρέχουν κατά μέσο όρο την ίδια επίδοση με τους TC 3GPP2 για ρυθμούς κώδικα $R \leq 1/3$ τόσο στην περίπτωση των συστημάτων DVB-SH όσο και στην περίπτωση των συστημάτων ETSI-SDR. Ωστόσο, για ρυθμούς κώδικα $R > 1/3$ παρατηρείται μια σχετική υποβάθμιση της επίδοσης των προτεινόμενων κωδίκων RC-IRA, η οποία μεγαλώνει όσο αυξάνει ο ρυθμός κώδικα. Αυτή η υποβάθμιση οφείλεται σε δύο παράγοντες. Συγκεκριμένα, στο ότι οι διατηρημένοι κώδικες RC-IRA εμφανίζουν στη μεγαλύτερη ευαισθησία σε σχετικά έντονα φαινόμενα διαλείψεων σε σχέση με τους TC καθώς και στο γεγονός πως το

| Ρυθμός | TC 3GPP2 | RC-IRA (DVB-SH) | RC-IRA (ETSI-SDR) |
|--------|----------|-----------------|-------------------|
| 1/5 | 1,500 | 1,523 | 1,523 |
| 2/9 | - | 1,651 | 1,651 |
| 1/4 | - | 1,809 | 1,809 |
| 2/7 | - | 2,055 | 2,055 |
| 1/3 | 2,390 | 2,352 | 2,352 |
| 2/5 | - | 3,050 | 3,056 |
| 1/2 | 3,775 | 4,050 | 4,117 |
| 2/3 | 5,850 | 6,650 | 6,517 |
| 3/4 | - | - | 8,391 |
| 4/5 | - | - | 9,320 |
| 6/7 | - | - | 11,389 |

Πίνακας 4.3: Απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη $BER \approx 10^{-5}$ από τους κώδικες RC-IRA και τους TC 3GPP2 σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρέιλεϊ.

| Ρυθμός | TC 3GPP2 | RC-IRA (DVB-SH) | RC-IRA (ETSI-SDR) |
|--------|----------|-----------------|-------------------|
| 1/5 | 1,482 | 1,496 | 1,496 |
| 2/9 | - | 1,595 | 1,595 |
| 1/4 | - | 1,773 | 1,773 |
| 2/7 | - | 1,988 | 1,988 |
| 1/3 | 2,361 | 2,287 | 2,287 |
| 2/5 | - | 2,902 | 2,912 |
| 1/2 | 3,710 | 3,900 | 3,931 |
| 2/3 | 5,824 | 6,451 | 6,223 |
| 3/4 | - | - | 8,102 |
| 4/5 | - | - | 9,003 |
| 6/7 | - | - | 11,085 |

Πίνακας 4.4: Απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη $FER \approx 10^{-2}$ από τους κώδικες RC-IRA και τους TC 3GPP2 σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρέιλεϊ.

πολυώνυμο κομβοπδόν κατανομής βαθμού που χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή του μητρικού κώδικα IRA είναι βελτιστοποιημένο για κανάλι AWGN. Αναλύοντας περαιτέρω τον δεύτερο παράγοντα, θα πρέπει να αναφέρουμε πως οι κώδικες TC δεν απαιτούν βελτιστοποίηση ανάλογα με τον τύπο του καναλιού μετάδοσης και μπορούν να θεωρηθούν ως 'καθολικοί', δηλαδή παρέχουν καλή επίδοση σε πολλά κανάλια. Αντιθέτως, στους κώδικες IRA, και γενικότερα στους κώδικες LDPC, η καταλληλότητα του βελτιστοποιημένου πολυώνυμο κομβοπδόν κατανομής βαθμού για το υποκείμενο κανάλι επηρεάζει σημαντικά την επίδοσή τους, ιδιαίτερα στην περίπτωση μεγάλου μήκους συστάδας.

Στον Πίνακα 4.5 και στον Πίνακα 4.6 παρατίθεται ο απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη $BER \approx 10^{-5}$ και $FER \approx 10^{-2}$, αντίστοιχα, από τους κώδικες RC-IRA και τους TC 3GPP2 σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρίσιαν με $K = 10$. Όπως

| Ρυθμός | TC 3GPP2 | RC-IRA (DVB-SH) | RC-IRA (ETSI-SDR) |
|--------|----------|-----------------|-------------------|
| 1/5 | 0,221 | 0,262 | 0,262 |
| 2/9 | - | 0,311 | 0,311 |
| 1/4 | - | 0,382 | 0,382 |
| 2/7 | - | 0,451 | 0,451 |
| 1/3 | 0,660 | 0,660 | 0,660 |
| 2/5 | - | 1,021 | 3,056 |
| 1/2 | 1,442 | 1,440 | 1,510 |
| 2/3 | 2,510 | 2,538 | 2,510 |
| 3/4 | - | - | 3,280 |
| 4/5 | - | - | 3,740 |
| 6/7 | - | - | 4,610 |

Πίνακας 4.5: Απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη $BER \approx 10^{-5}$ από τους κώδικες RC-IRA και τους TC 3GPP2 σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρίσιαν με $K = 10$.

| Ρυθμός | TC 3GPP2 | RC-IRA (DVB-SH) | RC-IRA (ETSI-SDR) |
|--------|----------|-----------------|-------------------|
| 1/5 | 0.160 | 0,200 | 0,200 |
| 2/9 | - | 0,220 | 0,220 |
| 1/4 | - | 0,310 | 0,310 |
| 2/7 | - | 0,398 | 0,398 |
| 1/3 | 0,620 | 0,560 | 0,560 |
| 2/5 | - | 0,902 | 0,912 |
| 1/2 | 1,372 | 1,320 | 1,386 |
| 2/3 | 2,522 | 2,421 | 2,400 |
| 3/4 | - | - | 3,142 |
| 4/5 | - | - | 3,641 |
| 6/7 | - | - | 4,510 |

Πίνακας 4.6: Απαιτούμενος E_b/N_0 σε dB για την επίτευξη $FER \approx 10^{-2}$ από τους κώδικες RC-IRA και τους TC 3GPP2 σε κανάλι μη-συσχετισμένων επίπεδων διαλείψεων Ρίσιαν με $K = 10$.

φαίνεται παρατιθέμενα αποτελέσματα, οι προτεινόμενοι κώδικες RC-IRA παρέχουν κατά μέσο όρο την ίδια επίδοση με τους TC 3GPP2 τόσο στην περίπτωση των συστημάτων DVB-SH όσο και στην περίπτωση των συστημάτων ETSI-SDR.

Για την πλήρη και ακριβή αξιολόγηση των προτεινόμενων κωδίκων RC-IRA καθώς και των προτυποποιημένων TC 3GPP2 και για τη συμπλήρωση της μελέτης αξιολόγησης μέσω προσομοιώσεων ηλεκτρονικού υπολογιστή, οι δύο κώδικες συγκρίνονται, επιπρόσθετα, βάσει ποιοτικών χαρακτηριστικών που σχετίζονται με σχεδιαστικές παραμέτρους. Τα περισσότερα από ποιοτικά χαρακτηριστικά αξιολόγησης συμπεριλαμβάνονται στα κριτήρια επιλογής του κατάλληλου σχήματος κωδικοποίησης καναλιού για εφαρμογές **απώτερου διαστήματος (deep space)** [123]. Πιο συγκεκριμένα, τα χρησιμοποιούμενα κριτήρια είναι τα εξής:

| Σχεδιαστικές Παράμετροι | TC 3GPP2 | RC-IRA |
|---------------------------------------------|----------|--------|
| Πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης | ◇ | ✓ |
| Παράλληλη αποκωδικοποίηση/υψηλή ρυθμαπόδοση | ◇ | ✓ |
| Ευελιξία σχεδιασμού πολλαπλών ρυθμών κώδικα | ◇ | ✓ |
| Ωριμότητα από πλευράς προτυποποίησης | ◇ | × |

Πίνακας 4.7: Αξιολόγηση των TC 3GPP2 και των κωδίκων RC-IRA βάσει ποιοτικών χαρακτηριστικών (✓ υποδηλώνει υπεροχή - × υποδηλώνει κατώτερητητα).

- Πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης
- Δυνατότητα χρήσης αρχιτεκτονικών παράλληλης αποκωδικοποίησης με υψηλή ρυθμαπόδοση
- Ευελιξία σχεδιασμού πολλαπλών ρυθμών κώδικα
- Ωριμότητα από πλευράς προτυποποίησης

Στον Πίνακα 4.7 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της σύγκρισης των δύο μελετούμενων τεχνικών κωδικοποίησης βάσει των προαναφερθέντων κριτηρίων. Με άξονα αναφοράς τους TC 3GPP2 συμπεραίνεται πως οι κώδικες RC-IRA διαθέτουν ευέλικτες μεθόδους διάτρησης και επέκτασης για το σχεδιασμό πολλαπλών ρυθμών κωδικοποίησης και μπορούν να αποκωδικοποιηθούν με υψηλή ρυθμαπόδοση. Επιπροσθέτως, η χρήση των κωδίκων RC-IRA δεν απαιτεί την έκδοση άδειας χρήσης, σε αντίθεση με τους TC, η χρήση των οποίων αποτελεί κατοχυρωμένο προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας. Το μοναδικό μειονέκτημα των κωδίκων RC-IRA αφορά την ωριμότητα από πλευράς προτυποποίησης καθώς οι κώδικες LDPC είναι υποχρεωτικοί μόνο σε συστήματα DVB-S2 και προαιρετικοί στα πρότυπα 802.11n και 802.16e του IEEE.

4.4.1 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο προτάθηκε μια νέα οικογένεια κωδικοποίησης καναλιού με χρήση κωδίκων RC-IRA για συστήματα DVB-SH και ETSI-SDR. Παράλληλα, πραγματοποιήθηκε μια συστηματική μελέτη της επίδοσης τόσο των προτεινόμενων κωδίκων όσο και των TC 3GPP2 που προδιαγράφονται στα εν λόγω πρότυπα σε τρία ευρέως διαδεδομένα κανάλια μετάδοσης.

Αρχικά, στο Υποκεφάλαιο 4.1 παρουσιάστηκαν οι κατηγορίες κινητών πολυμεσικών υπηρεσιών σε μικρές χειρόφερτες συσκευές βάσει του υποκείμενου δικτύου υποδομής. Ειδικότερα, αναλύθηκαν οι υπηρεσίες μέσω δικτύων 3G, ασύρματων ευρυζωνικών δικτύων και δικτύων επίγειας ευρυεκπομπής. Στη συνέχεια της ίδιας ενότητας μελετήθηκε αναλυτικά η παροχή πολυμεσικών υπηρεσιών μέσω υβριδικών δικτύων. Συγκεκριμένα, παρατέθηκαν ιστορικά στοιχεία αναφορικά με την εξέλιξη των εν λόγω δικτύων

μέσω των ερευνητικών προγραμμάτων καθώς και λεπτομέρειες αναφορικά με τα δύο πρόσφατα δημοσιευμένα πρότυπα DVB-SH και ETSI-SDR. Έπειτα έγινε μια σύντομη αναφορά στα καθιερωμένα συστήματα παροχής κινητών πολυμεσικών υπηρεσιών μέσω υβριδικών δικτύων ευρυεκπομπής εκτός του ευρωπαϊκού χώρου. Στο τέλος του υποκεφαλαίου παρουσιάστηκε το περιεχόμενο των άρθρων της διεθνούς επιστημονικής βιβλιογραφίας που άπτεται του αντικειμένου του κεφαλαίου.

Στη συνέχεια, στο Υποκεφάλαιο 4.2 έγινε λεπτομερής παρουσίαση της αρχιτεκτονικής των συστημάτων DVB-SH και ETSI-SDR και των τεχνολογιών που χρησιμοποιούνται. Έπειτα, παρουσιάστηκε η δομή του TC 3GPP2, ο οποίος αποτελεί ένα από τα αντικείμενα μελέτης του παρόντος κεφαλαίου.

Στο Υποκεφάλαιο 4.3 προτάθηκε ένα εναλλακτικό σχήμα κωδικοποίησης καναλιού, βασιζόμενο σε κώδικες RC-IRA, για συστήματα παροχής κινητών πολυμεσικών υπηρεσιών μέσω συστημάτων που βασίζονται στα πρότυπα DVB-SH και ETSI-SDR. Αρχικά παρουσιάστηκε η κατασκευή του μητρικού κώδικα IRA και έπειτα περιγράφηκε λεπτομερώς η κατασκευή των προτεινόμενων κωδίκων RC-IRA μέσω διάτρησης και επέκτασης.

Στο Υποκεφάλαιο 4.4, τόσο οι προτεινόμενοι κώδικες RC-IRA όσο και οι TC 3GPP2, οι οποίοι καθορίζονται στα πρότυπα υπό μελέτη, αξιολογήθηκαν ποσοτικά μέσω προσομοιώσεων ηλεκτρονικού υπολογιστή, σε κανάλια AWGN, Ρέιλεϊ και Ρίσιαν, καθώς και ποιοτικά βάσει σχεδιαστικών κριτηρίων. Όπως αποδείχτηκε από τις προσομοιώσεις ηλεκτρονικού υπολογιστή, η επίδοση διόρθωσης σφαλμάτων των προτεινόμενων κωδίκων RC-IRA σε συστήματα DVB-SH και ETSI-SDR είναι κατά μέσο όρο ίδια με αυτή των TC 3GPP2, εκτός από την περίπτωση του καναλιού Ρέιλεϊ όπου οι διατηρημένοι κώδικες RC-IRA εμφανίζουν μια σχετική υποβάθμιση σε σχέση με τους αντίστοιχους TC 3GPP2. Ωστόσο αυτή η υποβάθμιση οφείλεται, εν μέρει στη χρήση μη βελτιστοποιημένου πολυωνύμου κομβοδόν κατανομής βαθμού για κανάλι Ρέιλεϊ και πιθανή χρήση του αναμένεται να επιφέρει βελτίωση της επίδοσης των διατηρημένων κωδίκων RC-IRA. Εκτός από την επίδοση επίδοσης διόρθωσης σφαλμάτων, οι δύο κατηγορίες κωδίκων αξιολογήθηκαν βάσει επιπρόσθετων κρίσιμων παραγόντων όπως η πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης, η ευελιξία σχεδιασμού διαφορετικών ρυθμών κώδικα κ.α. Λαμβάνοντας υπόψιν αυτούς τους επιπρόσθετους παράγοντες, οι κώδικες RC-IRA αποδεικνύονται ιδιαίτερα ελπιδοφόρος επιλογή για την κωδικοποίηση καναλιού σε τέτοιες εφαρμογές.

Κεφάλαιο 5

Συνεισφορά και Μελλοντική Έρευνα

Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται μια ανακεφαλαίωση των αποτελεσμάτων που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες ενότητες και μια ανάλυση της συνεισφοράς της διατριβής. Επιπλέον, βασιζόμενοι σε αυτά τα αποτελέσματα παρουσιάζονται κάποιες γενικές κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα.

5.1 Γενική Επισκόπηση, Συμπεράσματα και Συνεισφορά Διατριβής

Σκοπός της έρευνας που πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια της παρούσας διδακτορικής διατριβής ήταν η ανάπτυξη αλγορίθμων ντετερμινιστικής επέκτασης κωδίκων RC-IRA για συστήματα με περιορισμένους υπολογιστικούς πόρους. Προϊόν της πραγματοποιηθείσας έρευνας ήταν μια σειρά αλγορίθμων κατασκευής εκτεταμένων κωδίκων RC-IRA καθώς και μια νέα υβριδική κατηγορία κωδίκων RC-IRA. Στο υπόλοιπο του παρόντος υποκεφαλαίου παρουσιάζονται περιληπτικά η συνεισφορά της παρούσας διδακτορικής διατριβής στη εξέλιξη του τομέα της κατασκευής κωδίκων RC-IRA καθώς και των πρωτότυπων σημείων που παράγουν την επιστήμη.

Στο Κεφάλαιο 3 προτάθηκαν τρεις γενικευμένοι αλγόριθμοι ντετερμινιστικής επέκτασης κωδίκων RC-IRA χρησιμοποιώντας κυκλοειδή. Οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι είναι γενικευμένοι και μπορούν να εφαρμοστούν σε οποιοδήποτε μητρικό κώδικα IRA με μήκος της συστάδας πληροφορίας k_0 παράγοντας διαφορετικές ακολουθίες ρυθμών κώδικα R . Ο πρώτος προτεινόμενος αλγόριθμος βασίζεται στη χρήση δευτεροβάθμιων ισοϋπολοίπων ακολουθιών επέκτασης. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος βασίζεται μόνο σε αλγεβρικές πράξεις και δεν χρησιμοποιήθηκε κάποια μετακατασκευαστική τεχνική βελτιστοποίησης του δακτυλίου του γράφου με σκοπό να διατηρηθεί η χαμηλή πολυπλοκότητας σχεδιασμού. Στοχεύοντας στη κατά το δυνατόν βελτιστοποίηση της επίδοσης των παραγόμενων εκτεταμένων κωδίκων, μελετήθηκε διεξοδικά η επίδραση των διαφορετικών

συνδυασμών αναλογιών κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 και βαθμού 2 στην επίδοση τους. Όπως προέκυψε από την εν λόγω μελέτη η χρήση κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 δρα ευεργετικά όσον αφορά την κατασκευή κωδίκων RC-IRA χαμηλού ρυθμού και για το λόγο αυτό επιλέχθηκε η χρήση μονάχα κόμβων δυφίων ελέγχου ισοτιμίας βαθμού 1 για όλους τους εκτεταμένους κώδικες. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος επέκτασης συνδυάστηκε με τον αλγόριθμο διάτρησης του άρθρου [1] ώστε να σχηματιστεί μια νέα υβριδική κατηγορία κωδίκων με βελτιωμένη επίδοση και υψηλή ρυθμαπόδοση, με την ονομασία κώδικες D^2RC -IRA. Όπως προκύπτει από την αξιολόγηση της επίδοσης τους, οι κώδικες D^2RC -IRA παρέχουν πολύ καλή επίδοση για ένα μεγάλο εύρος ρυθμών κώδικα χωρίς να παρουσιάζουν δάπεδο σφάλματος για για $BER \geq 10^{-6}$ και $FER \geq 10^{-4}$, εκτός από την περίπτωση του $R = 8/9$ για $k_0 = 1024$. Επιπλέον, συγκρίνοντας την επίδοση BER και FER καθώς και την επίδοση ρυθμαπόδοσης των κωδίκων D^2RC -IRA με άλλους ντετερμινιστικά σχεδιασμένους κώδικες RC-LDPC και RC-IRA προκύπτει ότι οι προτεινόμενοι κώδικες υπερέρχουν σε κάθε περίπτωση. Παράλληλα, συγκρίνοντας τους κώδικες D^2RC -IRA με βελτιστοποιημένους κώδικες της διεθνούς επιστημονικής βιβλιογραφίας προκύπτει πως οι προτεινόμενοι κώδικες παρέχουν συγκρίσιμη επίδοση BER και FER παρέχοντας ταυτόχρονα υψηλότερη ρυθμαπόδοση και επιπρόσθετα πλεονεκτήματα όπως χαμηλότερη σχεδιαστική και υπολογιστική πολυπλοκότητα, χαμηλότερες απαιτήσεις μη-πτητικής μνήμης και πραγματικόχρονη εφαρμοσιμότητα. Ο δεύτερος προτεινόμενος αλγόριθμος επέκτασης βασίζεται σε έναν τροποποιημένο πίνακα Βαντερμόντ. Από τη συγκριτική μελέτη της επίδοσης των κωδίκων eMVM RC-IRA με την επίδοση αντίστοιχων τεχνικών κατασκευής εκτεταμένων κωδίκων RC-LDPC και RC-IRA της διεθνούς επιστημονικής βιβλιογραφίας αποδεικνύεται πως ο προτεινόμενος αλγόριθμος επέκτασης υπερέρχει σε κάθε περίπτωση, ενώ συγκρίνοντας την επίδοση των κωδίκων eMVM RC-IRA με την επίδοση αποκλειστικών κωδίκων IRA και RA παρατηρείται πως ο προτεινόμενος αλγόριθμος επέκτασης χαμηλής πολυπλοκότητας δίνει τη δυνατότητα σχεδιασμού κωδίκων χωρίς ουσιαστική υποβάθμιση επίδοσης. Ο τρίτος προτεινόμενος αλγόριθμος επέκτασης βασίζεται σε έναν αποκομμένο πίνακα Βαντερμόντ. Όπως αποδεικνύεται από τα αποτελέσματα αξιολόγησης επίδοσης, οι προτεινόμενοι κώδικες eMVM RC-IRA επιτυγχάνουν ελάχιστα υποδεέστερη επίδοση σε σχέση με την επίδοση των αποκλειστικών κωδίκων IRA και RA. Επιπλέον, οι προτεινόμενοι κώδικες eMVM RC-IRA παρέχουν συγκρίσιμη επίδοση με τους βελτιστοποιημένους κώδικες RC-IRA παρέχοντας επιπρόσθετα πλεονεκτήματα όπως χαμηλότερη σχεδιαστική και υπολογιστική πολυπλοκότητα και πραγματικόχρονη εφαρμοσιμότητα.

Στο Κεφάλαιο 4 προτάθηκε ένα εναλλακτικό σχήμα κωδικοποίησης καναλιού για συστήματα παροχής κινητών πολυμεσικών υπηρεσιών μέσω συστημάτων που βασίζονται στα πρότυπα DVB-SH και ETSI-SDR, βασιζόμενο σε κώδικες RC-IRA. Για την κατασκευή των κωδίκων χαμηλότερου ρυθμού χρησιμοποιείται ντετερμινιστική επέκταση η οποία βασίζεται έναν αποκομμένο πίνακα Βαντερμόντ και για την κατασκευή των κωδί-

κων υψηλότερου ρυθμού χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος διάτρησης που παρουσιάστηκε στο άρθρο [1]. Επιπλέον, πραγματοποιήθηκε για πρώτη φορά στη διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία μια συστηματική μελέτη επίδοσης των TC 3GPP2 που προδιαγράφονται στα πρότυπα των συστημάτων υπό εξέταση σε κανάλια μετάδοσης AWGN, Ρέιλεϊ και Ρίσιαν. Συγκρίνοντας την επίδοση των TC 3GPP2 με την επίδοση των προτεινόμενων κωδίκων προέκυψε πως η επίδοση διόρθωσης σφαλμάτων των προτεινόμενων κωδίκων RC-IRA σε συστήματα DVB-SH και ETSI-SDR είναι κατά μέσο όρο ίδια με αυτή των TC 3GPP2, εκτός από την περίπτωση του καναλιού Ρέιλεϊ όπου οι διατρημένοι κώδικες RC-IRA εμφανίζουν μια σχετική υποβάθμιση σε σχέση με τους αντίστοιχους TC 3GPP2. Ωστόσο, αυτή η υποβάθμιση είναι αντιμετωπίσιμη με τη χρήση βελτιστοποιημένου πολυωνύμου κομβοδόν κατανομής βαθμού για κανάλι Ρέιλεϊ. Παράλληλα, πραγματοποιώντας επιπρόσθετες σύγκρισης βάσει επιπρόσθετων κρίσιμων παραγόντων όπως η πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης, η ευελιξία σχεδιασμού διαφορετικών ρυθμών κώδικα κ.α. αποδεικνύεται πως οι κώδικες RC-IRA αποδεικνύονται ιδιαίτερα ελπιδοφόρος επιλογή για την κωδικοποίηση καναλιού σε τέτοιες εφαρμογές.

5.2 Μελλοντικά Θέματα για Επιστημονική Έρευνα

Η έρευνα συνεχίζεται με έμφαση στα σχήματα από κοινού κωδικοποίησης πηγής καναλιού (**Joint Source Channel Coding - JSCC**) για τη μετάδοση δυφιορροών JPEG2000 και δυφιορροών MPEG-4. Σε αυτά τα σχήματα τα προβλήματα της κωδικοποίησης πηγής και της κωδικοποίησης καναλιού αντιμετωπίζονται ενιαία. Σκοπός ενός συστήματος JSCC είναι η βελτιστοποίηση της ποιότητας της απ' άκρη-σ' άκρη μεταφερόμενης εικόνας δεδομένων κάποιων περιορισμών όπως, παραδείγματος χάριν, το συνολικό πλήθος των μεταφερόμενων δεδομένων. Παραδείγματος χάριν, αν θεωρήσουμε ως περιορισμό το διαθέσιμο συνολικό πλήθος των μεταφερόμενων δυφίων B , σκοπός του JSCC είναι να πραγματοποιήσει βέλτιστο ή σχεδόν βέλτιστο καταμερισμό του B μεταξύ του κωδικοποιητή πηγής και καναλιού. Αυτό επιτυγχάνεται αναθέτοντας τους βέλτιστους ή σχεδόν βέλτιστους ρυθμούς σε κάθε πακέτο, ελαχιστοποιώντας ταυτόχρονα τη μέση παραμόρφωση ή μεγιστοποιώντας **λόγο σήματος προς θόρυβο κορυφής (Peak Signal to Noise Ratio - PSNR)**. Συνεπώς, τα σχήματα αυτά είναι άμεσα συσχετισμένα με τους κώδικες RC λόγω της αναγκαιότητας για UEP. Ως εκ τούτου, χρησιμοποιώντας τους προτεινόμενους κώδικες D^2 RC-IRA στα εν λόγω σχήματα και δεδομένης της υπεροχής τους έναντι των άλλων ντετερμινιστικά σχεδιασμένων σχημάτων κωδικοποίησης της διεθνούς επιστημονικής βιβλιογραφίας αναμένεται να επιτευχθεί σημαντική βελτίωση της επίδοσης τέτοιων σχημάτων. Το ίδιο αποτέλεσμα αναμένεται να επιτευχθεί αντικαθιστώντας τον αλγόριθμο δευτεροβάθμιων ισοϋπολοίπων ακολουθιών επέκτασης με τον αλγόριθμο επέκτασης με τροποποιημένο πίνακα Βαντερμόντ κατά τη σχεδίαση των κωδίκων

D²RC-IRA.

Επιπλέον, στο Κεφάλαιο 4 ο μπηρικός κώδικας IRA σχεδιάστηκε χρησιμοποιώντας ένα πολυώνυμο κατανομής κομβοδόν κατανομής βαθμού το οποίο είναι βελτιστοποιημένο για κανάλι AWGN. Ωστόσο, αυτό το πολυώνυμο δεν είναι κατάλληλο για τη σχεδίαση κωδίκων RC-IRA που θα χρησιμοποιηθούν σε κανάλια διαλείψεων. Συνεπώς προκύπτει η ανάγκη εύρεσης πολυωνύμου κατανομής κομβοδόν κατανομής βαθμού το οποίο θα είναι βελτιστοποιημένο για το εκάστοτε κανάλι μετάδοσης. Δεδομένης της πληθώρας των κατανομών για τη μοντελοποίηση των ασύρματων καναλιών μετάδοσης διαλείψεων, όπως παραδείγματος χάριν οι κατανομές Ρέιλϋ, Ρίσιαν, **Νακαγκάμι (Nakagami)** [124], **Γουάμπουλ (Weibull)** [125] και των δυνατοτήτων παραμετροποίησης τους ως προς το είδος των διαλείψεων, το συγκεκριμένο ερευνητικό πεδίο έχει εξαιρετικό ερευνητικό ενδιαφέρον και ευρύ πεδίο εφαρμογής.

Βιβλιογραφία

- [1] G. Yue, X. Wang και M. Madhian. Design of Rate-compatible Irregular Repeat Accumulate Codes. *IEEE Transactions on Communications*, 55(6):1153–1163, Ιούνιος 2007.
- [2] J. Li και K. R. Narayanan. Rate-compatible low-density parity-check codes for capacity-approaching ARQ schemes in packet data communications. Στα Πρακτικά του *IASTED International Conference on Communications, Internet, and Information Technology (CIIT02)*, σελίδες 201–206, St. Thomas, Virgin Islands, USA, Νοέμβριος 2002.
- [3] M. R. Yazdani και A. H. Banihashemi. On construction of rate-compatible low-density parity-check codes. *IEEE Communication Letters*, 8(3):159–161, Μάρτιος 2004.
- [4] S. F. Zaheer, S. A. Zummo, M. A. Landolsi και M. A. Kousa. Improved regular and semi-random rate-compatible low-density parity-check codes with short block lengths. *IET Communications*, 2(7):960–971, Αύγουστος 2008.
- [5] ΜΟΤΟ-ΟΤΕ και ΕΛΟΤ. *Γενική και Ειδική Τηλεπικοινωνιακή Ορολογία*. Εσωτερική Έκδοση, Αθήνα, Ελλάδα, 10η έκδοση, Ιούνιος 2001.
- [6] C.E. Shannon. A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27:379–423, Ιούλιος 1948.
- [7] C.E. Shannon. A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27:623–656, Οκτώβριος 1948.
- [8] M. J. E. Golay. Notes on digital coding. *Proceedings of the IRE*, 37(6):657, Ιούνιος 1949.
- [9] R.W. Hamming. Error detecting and error correcting codes. *The Bell System Technical Journal*, 26(2):47–160, Απρίλιος 1950.
- [10] D. E. Muller. Application of boolean algebra to switching circuit design and to error detection. *IRE Trans. Electronic Computers*, 3:6–12, Σεπτέμβριος 1954.

- [11] I. Reed. A class of multiple-error-correcting codes and the decoding scheme. *IRE Transactions on Information Theory*, 4(4):38–49, Σεπτέμβριος 1954.
- [12] P. Elias. Coding for noisy channels. *IRE Convention Record*, 4:37–47, Μάρτιος 1955.
- [13] A. Hocquenghem. Codes correcteurs d'erreurs. *Chiffres*, 2:147–156, Σεπτέμβριος 1959.
- [14] R. C. Bose και D. K. Ray-Chaudhuri. On a class of error correcting binary group codes. *Information and Control*, 3:68–79, Μάρτιος 1960.
- [15] I. S. Reed και G. Solomon. Polynomial codes over certain finite fields. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 8(2):300–304, Ιούνιος 1960.
- [16] C. Berrou, A. Glavieux και P. Thitimajshima. Near shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes. Στα Πρακτικά του *IEEE International Conference on Communications (ICC'93)*, σελίδες 1064–1070, Geneva, Switzerland, Μάιος 1993.
- [17] C. Berrou και A. Glavieux. Near optimum error correcting coding and decoding: Turbo-codes. *IEEE Transactions on Communications*, 44(10):1261–1271, Οκτώβριος 1996.
- [18] Special issue on codes on graphs and iterative algorithms. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2), Φεβρουάριος 2001.
- [19] D. J. C. MacKay και R. M. Neal. Near Shannon limit performance of low density parity check codes. *Electronics Letters*, 32(18), Αύγουστος 1996. (Επανεκτύπωση: D. J. C. MacKay and R. M. Neal, Near Shannon limit performance of low density parity check codes, *Electronics Letters*, 33(6):457–458, Μάρτιος 1997).
- [20] D. J. C. MacKay. Good error-correcting codes based on very sparse matrices. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45(2):399–431, Μάρτιος 1999. (Διορθώσεις: D. J. C. MacKay, Errata for "good error-correcting codes based on very sparse matrices", *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(5):2101–2101, Ιούλιος 2001).
- [21] R. G. Gallager. Low-density parity-check codes. *IRE Transactions on Information Theory*, 8(1):21–28, Ιανουάριος 1962.
- [22] R. G. Gallager. *Low-density parity-check codes*. Διδακτορική Διατριβή, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1963.
- [23] R. Tanner. A recursive approach to low complexity codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 27(5):533–547, Σεπτέμβριος 1981.
- [24] M. R. Soleymani, Y. Gao and U. Vilaipornsawai. *Turbo Coding for Satellite and Wireless Communications*. Springer Publishing Company, Boston/ Dordrecht/ London, 2002.

- [25] A. J. Blanksby και C. J. Howland. A 690-mW 1-Gb/s 1024-b, rate-1/2 low-density parity-check code decoder. *IEEE J. Solid-State Circuits*, 37(3):404–412, Μάρτιος 2002.
- [26] S. Y. Chung, G. D. Forney, Jr., T. J. Richardson και R. Urbanke. On the design of low-density parity-check codes within 0.0045 db of the Shannon limit. *IEEE Communication Letters*, 5(2):58–60, Φεβρουάριος 2001.
- [27] T. J. Richardson, M. A. Shokrollahi και R. L. Urbanke. Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2):619–637, Φεβρουάριος 2001.
- [28] T. J. Richardson και R. L. Urbanke. The capacity of low-density parity-check codes undermessage-passing decoding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2):599–618, Φεβρουάριος 2001.
- [29] S. Y. Chung, T. J. Richardson και R. L. Urbanke. Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a Gaussian approximation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2):657–670, Φεβρουάριος 2001.
- [30] J. W. Byers, M. Luby και M. Mitzenmacher. A digital fountain approach to asynchronous reliable multicast. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 20(8):1528–1540, Οκτώβριος 2002.
- [31] T. J. Richardson και R. L. Urbanke. Efficient encoding of low-density parity-check codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(2):638–656, Φεβρουάριος 2001.
- [32] D. Divsalar, H. Jin και R. McEliece. Coding theorems for “turbo-like” codes. Στα Πρακτικά του *36th Allerton Conference on Communications, Control, and Computing*, σελίδες 201–210, Allerton House, Monticello, Illinois, USA, Σεπτέμβριος 1998.
- [33] R. M. Tanner. On quasi-cyclic repeat-accumulate codes. Στα Πρακτικά του *37th Allerton Conference on Communications, Control, and Computing*, σελίδες 249–259, Allerton House, Monticello, Illinois, USA, Σεπτέμβριος 1999.
- [34] H. Jin, A. Khandekar και R. McEliece. Irregular repeat-accumulate codes. Στα Πρακτικά του *International Symposium on Turbo codes and Related Topics*, σελίδες 1–2, Brest, France, Ιούνιος 2000.
- [35] A. Abbasfar, D. Divsalar και K. Yao. Accumulate repeat accumulate codes. Στα Πρακτικά του *International Symposium on Information Theory (ISIT'04)*, σελίδα 505, Chicago, Illinois, Ιούνιος 2004.
- [36] D. Divsalar, S. Dolinar και J. Thorpe. Accumulate-repeat-accumulate-accumulate-codes. Στα Πρακτικά του *60th IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'04-Fall)*, τόμος 3, σελίδες 2292–2296, Los Angeles, California, Σεπτέμβριος 2004.
- [37] Physical layer for Ultra Mobile Broadband (UMB) air interface specification, Αύγουστος 2008. Διαθέσιμο από: http://www.3gpp2.org/Public_html/specs/C.S0084-001-0_v3.0_080902.pdf.

- [38] Digital Video Broadcasting (DVB); Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for broadcasting, interactive services, news gathering and other broadband satellite applications, Ιούνιος 2004.
- [39] IEEE Standard for Local and Metropolitan area networks Part 16: Air Interface for Fixed and Mobile Broadband Wireless Access System, Amendment 2: Physical and Medium Access Control Layers for Combined Fixed and Mobile Operation in Licensed Bands and Corrigendum 1, Φεβρουάριος 2006.
- [40] Wireless LAN medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications: Enhancements for higher throughput, Μάρτιος 2009.
- [41] J. Hagenauer. Rate-compatible punctured convolutional codes (RCPC codes) and their applications. *IEEE Transactions on Communications*, 36(4):389–400, Απρίλιος 1988.
- [42] S. Lin και P. Yu. A hybrid ARQ scheme with parity retransmission for error control of satellite channels. *IEEE Transactions on Communications*, 30:1701–1719, Ιούλιος 1982.
- [43] M. B. Pursley και S. D. Sandberg. Incremental-redundancy transmission for meteor-burst communications. *IEEE Transactions on Communications*, 39(5):689–702, Μάιος 1991.
- [44] D. N. Rowitch και L. B. Milstein. On the performance of hybrid FEC/ARQ systems using rate compatible punctured turbo (RCPT) codes. *IEEE Transactions on Communications*, 48(6):948–959, Ιούνιος 2000.
- [45] J. Ha και S. W. McLaughlin. Optimal puncturing distributions for rate-compatible low-density parity-check codes. Στα Πρακτικά του *International Symposium on Information Theory (ISIT'03)*, σελίδες 233–233, Pacifico Yokohama, Kanagawa, Japan, Ιούνιος 2003.
- [46] J. Ha, J. Kim και S. W. McLaughlin. Puncturing for finite length low-density parity-check codes. Στα Πρακτικά του *International Symposium on Information Theory (ISIT'04)*, σελίδα 151, Chicago, Illinois, USA, Ιούνιος 2004.
- [47] M. R. Yazdani και A. H. Banihashemi. On construction of rate-compatible low-density parity-check codes. Στα Πρακτικά του *IEEE International Conference on Communications (ICC'04)*, τόμος 1, σελίδες 430–434, Paris, France, Ιούνιος 2004.
- [48] J. Ha, J. Kim και S. W. McLaughlin. Rate-compatible puncturing of low-density parity-check codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 50(11):2824–2836, Νοέμβριος 2004.
- [49] E. Choi, S. Suh και J. Kim. Rate-compatible puncturing for low-density parity-check codes with dual-diagonal parity structure. Στα Πρακτικά του *16th IEEE 16th International Symposium on Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC'05)*, τόμος 4, σελίδες 2642–2646, Berlin, Germany, Σεπτέμβριος 2005.

- [50] T. Tian και C. R. Jones. Construction of rate-compatible LDPC codes utilizing information shortening and parity puncturing. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2005(5):789–795, Οκτώβριος 2005.
- [51] D. Bi και L. C. Perez. Rate-compatible low-density parity-check codes with rate-compatible degree profiles. *IEE Electronics Letters*, 42(1):41–43, Ιανουάριος 2006.
- [52] J. Ha, J. Kim, D. Klinc και S. W. McLaughlin. Rate-compatible punctured low-density parity-check codes with short block lengths. *IEEE Transactions on Information Theory*, 52(2):728–738, Φεβρουάριος 2006.
- [53] Y. Zhang και W. E. Ryan. Structured IRA codes: performance analysis and construction. *IEEE Transactions on Communications*, 55(5):837–844, Μάιος 2007.
- [54] H. Y. Park, J. W. Kang, K. S. Kim και K. C. Whang. Efficient puncturing method for rate-compatible low-density parity-check codes. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 6(11):3914–3919, Νοέμβριος 2007.
- [55] H. Y. Park, K. S. Kim, D. H. Kim και K. C. Whang. Structured puncturing for rate-compatible B-LDPC codes with dual-diagonal parity structure. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 7(10):3692–3696, Οκτώβριος 2008.
- [56] B. N. Vellambi και F. Fekri. Finite-length rate-compatible LDPC codes: a novel puncturing scheme. *IEEE Transactions on Communications*, 57(2):297–301, Φεβρουάριος 2009.
- [57] J. Kim, A. Ramamoorthy και S. McLaughlin. The design of efficiently-encodable rate-compatible LDPC codes. *IEEE Transactions on Communications*, 57(2):365–375, Φεβρουάριος 2009.
- [58] G. Liva, S. Song, L. Lan, Y. Zhang, S. Lin και W. E. Ryan. Design of LDPC codes: A survey and new results. *J. Comm. Software and Systems*, 2(3):191–211, Σεπτέμβριος 2006.
- [59] Z. Kostic και others. The design and performance analysis for several new classes of codes for optical synchronous CDMA and for arbitrary-medium time-hopping synchronous CDMA communication systems. *IEEE Transactions on Communications*, 42(8):2608–2617, Αύγουστος 1994.
- [60] W. Liu, G. Zhu και Y. Deng. Construction of low density parity check codes using quadratic congruential sequences. Στα Πρακτικά του *International Conference on Wireless Communications (WiCOM'05)*, τόμος 1, σελίδες 408–430, Σεπτέμβριος 2005.
- [61] C. M. Huang, J. F. Huang και C. C. Yang. Construction of quasi-cyclic LDPC codes from quadratic congruences. *IEEE Communication Letters*, 12(4):313–315, Απρίλιος 2008.
- [62] N. Pandya και B. Honary. Variable-rate low-density parity check codes for DVB-S2 applications. Στα Πρακτικά του *The Institution of Engineering and Technology*

- Seminar on Digital Video Broadcasting over Satellite: Present and Future, 2006*, σελίδες 15–19, Savoy Place, London, United Kingdom, Νοέμβριος 2006.
- [63] J. G. Proakis. *Digital Communications*. McGraw Hill Higher Education, New York, NY, United States of America, 4η έκδοση, 2001.
- [64] Jilei Hou, P. H. Siegel και L. B. Milstein. Performance analysis and code optimization of low densityparity-check codes on Rayleigh fading channels. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 19(5):924–934, Μάιος 2001.
- [65] E. Biglieri. *Coding for Wireless Channels*, κεφάλαιο 3. Springer Publishing Company, Boston/ Dordrecht/ London, 1η έκδοση, Μάιος 2005.
- [66] G. L. Stüber. *Principles of Mobile Communication*. Springer Publishing Company, Boston/ Dordrecht/ London, 2η έκδοση, 2000.
- [67] M. K. Simon and M.-S. Alouini. *Digital Communication over Fading Channels*. John Wiley & Sons, Ltd, West Sussex, England, 2η έκδοση, Δεκέμβριος 2004.
- [68] B. Vucetic και J. Yuan. *Turbo Codes Principles and Applications*. Springer Publishing Company, Boston/ Dordrecht/ London, 1990.
- [69] R. E. Ziemer and R. L. Peterson. *Introduction to Digital Communication*. Prentice Hall, 2η έκδοση, Αύγουστος 2000.
- [70] S. J. Johnson and S. R. Weller. *Low-density parity-check codes: Design and decoding*, σελίδες 1–18. Wiley Encyclopedia of Telecommunications, Ιανουάριος 2003.
- [71] S. J. Johnson. Introducing low-density parity-check codes. Τεχνική αναφορά υπ. α-ρίθμ., Department of Electrical and Computer Engineering, University of Newcastle, Australia, 2006.
- [72] L. Euler. Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, 8:128–140, 1741. Επανεκτύπωση: *Opera Omnia Series Prima*, 7:1-10, 1766.
- [73] J. A. McGowan. *The graphical structure of iterative low-density parity-check decoding*. Διδακτορική Διατριβή, The Australian National University, Canberra, Australia, 2005.
- [74] D. König. *Theory of Finite and Infinite Graphs (Theorie der endlichen und unendlichen Graphen)*. Birkhäuser Verlag AG, Boston, 1990.
- [75] V. Balakrishnan. *Schaum's Outline of Graph Theory*. McGraw-Hill, New York, NY, United States, 1η έκδοση, 1997.
- [76] X. Y. Hu, E. Eleftheriou και D. M. Arnold. Progressive edge-growth Tanner graphs. Στα Πρακτικά του *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'01)*, τόμος 2, σελίδες 995–1001, San Antonio, Texas, USA, Νοέμβριος 2001.
- [77] J.A. Bondy and U.S.R. Murty. *Graph Theory*. Springer Publishing Company, Boston/ Dordrecht/ London, 1η έκδοση, Αύγουστος 2008.

- [78] F. Buckley and F. Harary. *Distance in Graphs*. Perseus Books, New York, 1990.
- [79] W. E. Ryan. *An Introduction to LDPC Codes*, κεφάλαιο 12. CRC Press, Ιούλιος 2006.
- [80] S. J. Johnson και S. R. Weller. Constructions for irregular repeat-accumulate codes. Στα Πρακτικά του *International Symposium on Information Theory (ISIT '05)*, σελίδες 179–183, Adelaide, South Australia, Australia, Σεπτέμβριος 2005.
- [81] A. Roumy, S. Guemghar, G. Caire και S. Verdu. Design methods for irregular repeat-accumulate codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 50(8):1711–1727, Αύγουστος 2004.
- [82] J. A. McGowan και R. C. Williamson. Loop removal from LDPC codes. Στα Πρακτικά του *IEEE Information Theory Workshop*, σελίδες 230–233, Μάρτιος 2003.
- [83] X. Y. Hu, E. Eleftheriou και D. M. Arnold. Regular and irregular progressive edge-growth tanner graphs. *IEEE Transactions on Information Theory*, 51(1):386–398, Ιανουάριος 2005.
- [84] M. A. Shokrollahi. New sequence of linear time erasure codes approaching the channel capacity. Στα Πρακτικά του *13th International Symposium on Applied Algebra, Algebraic Algorithm and Error-Correcting Codes (AAECC'99)*, σελίδες 65–76, Honolulu, Hawaii, USA, Νοέμβριος 1999.
- [85] L. Bazzi, T. J. Richardson και R. L. Urbanke. Exact thresholds and optimal codes for the binary-symmetric channel and Gallager's decoding algorithm A. *IEEE Transactions on Information Theory*, 50(9):2010–2021, Σεπτέμβριος 2004.
- [86] J. Pearl. *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference*. Morgan Kaufmann, San Francisco, California, 1988.
- [87] G. E. Corazza. *Digital satellite communications*. Springer Publishing Company, Boston/ Dordrecht/ London, 1η έκδοση, Μάιος 2007.
- [88] S. Lin και D. J. Costello. *Error Control Coding: Fundamentals and Applications*. Prentice Hall, Inc, Englewood Cliffs, New Jersey, United States of America, 2η έκδοση, 2004.
- [89] S. B. Wicker. *Error Control Systems for Digital Communication and Storage*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, United States of America, 2η έκδοση, 1998.
- [90] R. Mantha και F. R. Kschischang. A capacity-approaching hybrid ARQ scheme using turbo codes. Στα Πρακτικά του *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'99)*, τόμος 5, σελίδες 2341–2345, Δεκέμβριος 1999.
- [91] R. H. Morelos-Zaragoza. *The Art of Error Correcting Coding*. John Wiley & Sons, Ltd, West Sussex, England, 2η έκδοση, Ιούλιος 2006.
- [92] N. Bonello, Sheng Chen και L. Hanzo. Construction of regular quasi-cyclic protograph LDPC codes based on Vandermonde matrices. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 57(4):2583–2588, Ιούλιος 2008.

- [93] T. Richardson και R. Urbanke. Multi-edge type LDPC codes. Στα Πρακτικά του *Workshop honoring Prof. Bob McEliece on his 60th birthday (but not included in the proceedings)*, California Institute of Technology, Pasadena, California, Μάιος 2002.
- [94] Guosen Yue, Li Ping και Xiaodong Wang. Generalized low-density parity-check codes based on hadamard constraints. *IEEE Transactions on Information Theory*, 53(3):1058–1079, Μάρτιος 2007.
- [95] R. A. Horn and C. R. Johnson. *Topics in Matrix Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 1η έκδοση, Ιούνιος 1994.
- [96] C. D. Meyer. *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, United States of America, 4η έκδοση, 2001.
- [97] Δ. Βάρσος, Δ. Δεριζιώτης, Μ. Μαλιάκας, Στ. Παπασταυρίδης, Ε. Ράπτης και Ο. Ταλέλλη. *Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Τόμος Α*. Εκδόσεις Σοφία, Βούλα, Αθήνα, Ιανουάριος 2003.
- [98] Ι. Μαρουλάς. *Γραμμική Άλγεβρα*. Εκδόσεις ΕΜΠ, Ζωγράφου, Αθήνα, Ιανουάριος 2005.
- [99] Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne Information Processing Group. LDPC: Optimization of LDPC codes for BP decoder. Διαθέσιμο από: <http://ipgdemos.epfl.ch/ldpcopt/>.
- [100] D. Benmayor, S. Papaharalabos, P. T. Mathiopoulos, G. Tsiropoula και P. Constantinou. Rate-compatible irregular repeat-accumulate codes for DVB-SH applications. Στα Πρακτικά του *IEEE International Workshop on Satellite and Space Communications (IWSSC'08)*, σελίδες 239–243, Toulouse, France, Οκτώβριος 2008.
- [101] Special issue on mobile multimedia broadcasting. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 53(1), Μάρτιος 2007.
- [102] A. Kumar. *Mobile TV: DVB-H, DMB, 3G Systems and Rich Media Applications*. Focal Press, Oxford, United Kingdom, 1η έκδοση, Μάρτιος 2007.
- [103] DVB-H: Broadcasting to Handhelds; digital terrestrial mobile tv. DVB Fact Sheet, Απρίλιος 2009. Διαθέσιμο από: <http://www.dvb-h.org/PDF/dvb-h-fact-sheet.0409.pdf>.
- [104] R. A. Burger, G. Iacovoni, C. Reader, Xiaming Fu, Xiaodong Yang και Wang Hui. A survey of digital TV standards China. Στα Πρακτικά του *Second International Conference on Communications and Networking in China (CHINACOM'07)*, σελίδες 687–696, Shanghai, China, Αύγουστος 2007.
- [105] MAESTRO: Mobile applications and services based on satellite terrestrial interworking. Technical presentation. Διαθέσιμο από: ftp://ftp.cordis.europa.eu/pub/ist/docs/ka4/mob_11th_sb3g_maestro.pdf.

- [106] ETSI: Satellite Digital Radio (SDR). Technology series. Διαθέσιμο από: <http://www.etsi.org/WebSite/Technologies/Drbbsatellite.aspx>.
- [107] DVB-SH: Satellite services to handhelds; mobile tv over advanced hybrid satellite/terrestrial networks. DVB Fact Sheet, Απρίλιος 2009. Διαθέσιμο από: <http://www.dvb-h.org/PDF/dvb-sh-fact-sheet.0409.pdf>.
- [108] Satellite Earth Stations and Systems (ses); Satellite Digital Radio (SDR) service; Functionalities, architecture and technologies. ETSI Standard, Σεπτέμβριος 2006.
- [109] Satellite Earth Stations and Systems (ses); Satellite Digital Radio (sdr) systems; Outer Physical Layer of the Radio Interface. ETSI Standard, Ιανουάριος 2007.
- [110] Unlimited mobile tv for the mass market. White paper, Φεβρουάριος 2006. Διαθέσιμο από: <http://www.mobiletvworld.com/resources/documents/documentvault/UnlimitedMobileTVforthemassmarket.pdf>.
- [111] A. Bouabdallah, M. Kieffer, J. Lacan, G. Sabeva, G. Scot, C. Bazile και P. Duhamel. Evaluation of cross-layer reliability mechanisms for satellite digital multimedia broadcast. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 53(1):391–404, Μάρτιος 2007.
- [112] Digital Video Broadcasting (dvb); System Specifications for Satellite services to Handheld devices (sh) below 3 GHz. ETSI Standard, Ιούλιος 2007. Διαθέσιμο από: <http://www.dvb-h-online.com/PDF/Ts102585.V1.1.1.pdf>.
- [113] Digital Video Broadcasting (dvb); Framing Structure, channel coding and modulation for Satellite Services to Handheld devices (sh) below 3 GHz. ETSI Standard, Ιανουάριος 2008. Διαθέσιμο από: http://www.dvb-h-online.com/PDF/en/_302583v010100v.pdf.
- [114] F. Davarian. Sirius Satellite Radio: Radio entertainment in the sky. Στα Πρακτικά του *IEEE Aerospace Conference Proceedings*, τόμος 3, σελίδες 1031–1035, Big Sky, Montana, USA, Μάρτιος 2002.
- [115] S. J. Lee, S. W. Lee, K. W. Kim και J. S. Seo. Personal and mobile satellite DMB services in Korea. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 53(1):179–187, Μάρτιος 2007.
- [116] S. Rosati, S. Cioni, M. Neri, A. Vanelli-Coralli και G. E. Corazza. Joint symbol timing and carrier frequency recovery for DVB-SH system. Στα Πρακτικά του *International Workshop on Satellite and Space Communications (IWSSC'07)*, σελίδες 79–83, Salzburg, Austria, Σεπτέμβριος 2007.
- [117] P. Burzigotti, R. Prieto-Cerdeira, A. Bolea-Alamanac, F. Perez-Fontan και I. Sanchez-Lago. DVB-SH analysis using a multi-state land mobile satellite channel model. Στα Πρακτικά του *4th Advanced Satellite Mobile Systems (ASMS'08)*, σελίδες 149–155, Bologna, Italy, Αύγουστος 2008.
- [118] G. Gur, S. Bayhan, F. Alagoz και A. Jamalipour. On the use of WiMAX as the terrestrial segment for DVB-SH networks. Στα Πρακτικά του *IEEE International Workshop on Satellite and Space Communications (IWSSC'08)*, σελίδες 326–330, Toulouse, France, Οκτώβριος 2008.

- [119] A. Perez-Neira, C. Ibars, J. Serra, A. del Coso, J. Gomez και M. Caus. MIMO applicability to satellite networks. Στα Πρακτικά του *10th International Workshop on Signal Processing for Space Communications (SPSC'08)*, σελίδες 1–9, Rhodes Island, Greece, Οκτώβριος 2008.
- [120] B. Sayadi, Y. Leprovost, M. L. Alberi-Morel και S. Kerboeuf. Architecture for real-time stream error handling in converged DVB-SH/cellular network. Στα Πρακτικά του *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'08)*, σελίδες 1–5, New Orleans, Louisiana, USA, Νοέμβριος 2008.
- [121] M. A. Ismail, W. Dabbous και A. Clerget. A multi-burst sliding encoding for mobile satellite TV broadcasting. Στα Πρακτικά του *28th IEEE Conference on Computer Communications (INFOCOM'09)*, σελίδες 2676–2680, Rio de Janeiro, Brazil, Απρίλιος 2009.
- [122] D. Pradas Fernández και M.A. Vázquez Castro. Multicast transmission optimization over hybrid DVB-SH systems. Στα Πρακτικά του *69th IEEE Vehicular Technology Conference (VTC'09 – Spring)*, σελίδες 1–5, Barcelona, Spain, Απρίλιος 2009.
- [123] K. Andrews, S. Dolinar, D. Divsalar και J. Thorpe. Design of low-density parity-check (LDPC) codes for deep-space applications. *IPN Progress Report 42-159*, Νοέμβριος 2004.
- [124] G. K. Karagiannidis, N. C. Sagias και P. T. Mathiopoulos. N^* nakagami: a novel stochastic model for cascaded fading channels. *IEEE Transactions on Communications*, 55(8):1453–1458, Αύγουστος 2007.
- [125] N. C. Sagias και G. K. Karagiannidis. Gaussian class multivariate Weibull distributions: theory and applications in fading channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 51(10):3608–3619, Οκτώβριος 2005.

Βιογραφικό Σημείωμα

Ο Δαβίδ Μπενμαγιώρ γεννήθηκε στην Αθήνα στις 10 Νοεμβρίου 1982. Είναι απόφοιτος της Βαρβακείου Προτύπου Σχολής (2000) και πτυχιούχος του τμήματος Πληροφορικής του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών (2004). Από τον Οκτώβριο του 2004 μέχρι σήμερα είναι μεταπτυχιακός φοιτητής στο Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών (ΗΜΜΥ) του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου (ΕΜΠ), όπου ολοκλήρωσε τις σπουδές του για την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος.

Παράλληλα, από τον Ιανουάριο του 2006 συνεργάζεται με το Ινστιτούτο Διαστημικών Εφαρμογών & Τηλεπισκόπησης (ΙΔΕΤ) του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών (ΕΑΑ) στα πλαίσια του Προγράμματος Ενίσχυσης Ερευνητικού Δυναμικού (ΠΕΝΕΔ) 2003.

Ο Δαβίδ Μπενμαγιώρ είναι κριτής σε πολλά διεθνή επιστημονικά περιοδικά και συνέδρια, συμπεριλαμβανομένων των IEEE Communication Letters και Wireless Personal Communications. Τα ερευνητικά του ενδιαφέροντα περιλαμβάνουν την κωδικοποίηση καναλιού, με ιδιαίτερο ενδιαφέρον στην συμβατότητα ρυθμού και την από κοινού κωδικοποίηση πηγής καναλιού για τη μετάδοση εικόνας. Είναι μέλος του e-TEE και της IEEE.